

De Archeops à Planck, analyse des anisotropies du fond diffus cosmologique

Matthieu Tristram

▶ **To cite this version:**

Matthieu Tristram. De Archeops à Planck, analyse des anisotropies du fond diffus cosmologique. Astrophysique [astro-ph]. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 2005. Français. NNT : . tel-00011003

HAL Id: tel-00011003
https://theses.hal.science/tel-00011003

Submitted on 16 Nov 2005

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

LPSC 05-88

Université Joseph Fourier, Grenoble 1

THÈSE

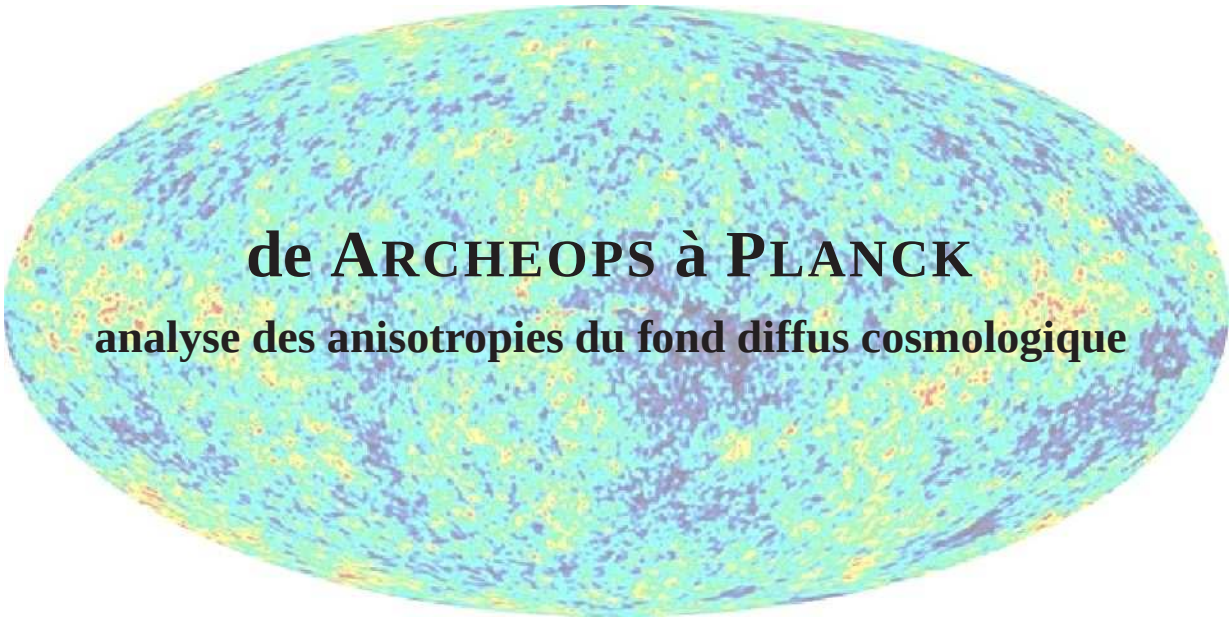
présentée pour obtenir le titre de

Docteur En Sciences

Spécialité : Physique

par

Matthieu TRISTRAM



de ARCHEOPS à PLANCK

analyse des anisotropies du fond diffus cosmologique

Soutenance le 30 septembre 2005 devant le jury d'examen suivant :

François COUCHOT	*(LAL Orsay)*	
François-Xavier DESERT	*(LAOG Grenoble)*	Directeur de thèse
Ken GANGA	*(APC Paris)*	Rapporteur
François MONTANET	*(LPSC Grenoble)*	
Jean-Loup PUGET	*(IAS Orsay)*	Rapporteur
Cécile RENAULT	*(LPSC Grenoble)*	Directrice de thèse
Joseph SILK	*(Oxford)*	

Laboratoire de Physique Subatomique et de Cosmologie de Grenoble

Mouaip...

Avant de commencer, j'aimerais exprimer ma gratitude envers celles et ceux qui m'ont permis de mener à bien ce travail de thèse.

Remerciements tout d'abord adressés aux directeurs du laboratoire Joël Chauvin et Johann Collot ainsi qu'au responsable du groupe de cosmologie Daniel Santos pour m'avoir offert la possibilité de faire ma thèse au LPSC.

C'est également aux membres de mon jury que je voudrais adresser mes remerciements. A mes rapporteurs Ken Ganga et Jean-Loup Puget pour leurs commentaires avisés et à François Couchot, François Montanet et Joseph Silk pour leurs remarques et leur présence.

Hommages à Cécile Renault et Xavier Désert qui méritent une mention spéciale pour avoir pris sur eux d'essayer de m'apprendre quelque chose en trois ans. L'effort ne fut pas vain, j'ai énormément appris à vos cotés. Merci également à Jean-Christophe Hamilton avec qui les réflexions ont toujours porté des fruits. Daniel, je suis heureux d'avoir pu travailler avec toi et Mar sur le *reheating*.

Ensuite, je remercie les membres de la collaboration Archeops et du Level2 de Planck pour m'avoir accueilli si rapidement et pour les discussions instructives auxquelles j'ai participé. Merci à Yannick Giraud-Héraud pour ton écoute et tes conseils précieux. Merci également à l'équipe de la calibration du CQM, l'ambiance en son sein a toujours été très bonne.

Obligatoirement, j'en viens à tous ceux qui ont partagé ma vie quotidienne au troisième, je souhaite qu'ils retrouvent le calme et la sérénité dont ils avaient l'habitude avant mon arrivée. Sauf peut-être Fernando Barao dont l'excitation permanente et les interminables discussions (trop tard) le soir me manquent déjà !

Pour finir j'aimerais faire une petite dédicace. A Juan Fransisco Macías-Pérez, communément dénommé *Juanito Banana*. Plus qu'un squatter de bureau, pendant trois ans, tu as été pour moi un guide érudit, un partenaire efficace et un ami honnête et (trop) franc. J'aime à croire que tu n'aurais pas pu tout faire sans moi, mais une chose est certaine, c'est grâce à toi si j'ai pu faire autant de choses pendant ma thèse. Trouve en ces quelques lignes toute l'affection que je te porte.

Sans oublier la dream-team des doctorants (par ordre alphabétique). La ch'tiote Anne-Marie qui cherche encore les croissants au H2. Bruny, LE héros quotidien "Oh my god, they killed Bruny !". David, ou l'inflateur de Chartreuse. Fred, "hey ! touche pas à mon nanimal". Grand-Seb presque cycliste, presque médecin, presque prêtre mais surtout incroyable dégaineur d'expressions verbales. Jonate, sherpa matinal uniquement par mauvais temps. MrMoulin ou mes yeux à Barcelone. Junior Y., "Hier, dans Fred&Jamy, y'avait un dossier sur la..." ; Yensex : Figaro, marcel, short et vélo d'appartement équipé Hutchinson. Et bien sûr, à Manue la vraie supportrice quotidienne.

Bisous, MAtt.

Table des matières

Introduction **1**

I Introduction à la cosmologie 3

1 Le modèle standard en cosmologie **5**
1.1 Le principe cosmologique . . . 5
1.2 Les équations d'Einstein . . . 6
1.3 La cosmologie standard . . . 7
1.4 Les équations de Friedmann-Lemaître . . . 7
1.5 Les piliers du modèle standard de Big-Bang . . . 9
1.6 Le modèle de Big-Bang . . . 9
1.7 Les limites du modèle . . . 11

2 Le fond diffus cosmologique **13**
2.1 Historique . . . 13
2.2 Le corps noir . . . 14
2.3 Le dipôle . . . 14
2.4 Les anisotropies primordiales . . . 14
2.5 Spectres de puissance angulaire . . . 17
2.6 Statistique des spectres de puissance angulaire . . . 20
2.7 Les anisotropies secondaires . . . 21
2.8 Les avant-plans . . . 22
2.9 Contraintes sur les paramètres cosmologiques . . . 23
2.10 Résultats expérimentaux . . . 26

II Inflation et reheating 29

3 L'inflation **31**
3.1 Principe . . . 31
3.2 Champs scalaires en cosmologie . . . 32
3.3 Le régime de *slow-roll* . . . 33
3.4 Quelques conséquences de l'inflation . . . 33
3.5 Les modèles inflationaires . . . 34
3.6 Les fluctuations quantiques du champ . . . 36
3.7 Les perturbations cosmologiques . . . 37

4 Reheating **39**
4.1 Le mécanisme de *reheating* . . . 39
4.2 Formalisme . . . 42
4.3 Implémentation . . . 45
4.4 Résultats . . . 47

4.5 Conclusion 49

III Les instruments Planck et Archeops 51

5 Planck 53
5.1 Présentation 53
5.2 Le satellite 54
5.3 Le pointage 54
5.4 La cryogénie 55
5.5 Le plan focal 55
5.6 Objectifs scientifiques 58

6 Archeops 61
6.1 Présentation 61
6.2 L'instrument 61
6.3 La stratégie de pointage 64
6.4 Les vols 64
6.5 Objectifs scientifiques et résultats 65
6.6 De Archeops à Planck-HFI 66

IV Analyse de données 69

7 Traitement des données CMB dans Archeops 71
7.1 Pré-traitements 71
7.2 Reconstruction du pointage 72
7.3 Nettoyage des données 72
7.4 Soustraction des systématiques 72
7.5 Lobes et constantes de temps 74
7.6 Calibration 74
7.7 Réalisation des cartes 75
7.8 Décorrélations spatiales 75
7.9 Estimation des spectres de puissance 75
7.10 Extraction des paramètres cosmologiques 76

8 Les glitchs 77
8.1 Détection 77
8.2 Modélisation 79
8.3 Marquage des données 79
8.4 Mesure des constantes de temps 81
8.5 Mesure de l'énergie déposée 83
8.6 Conclusions sur l'étude des *glitchs* 83

9 Étude des constantes de temps 85
9.1 Lobes et constantes de temps 85
9.2 Évaluation des constantes de temps 86
9.3 Discussion sur les constantes de temps 87

10 Les lobes 89
10.1 ASYMFAST 89
10.2 Application aux lobes d'Archeops 94
10.3 Plan focal 95
10.4 Application aux lobes de Planck 96

11 Sources Ponctuelles **97**
11.1 Détection . . . 97
11.2 Mesures du flux . . . 98
11.3 Température des sources . . . 99
11.4 Etalonnage . . . 102

12 Projection et couverture du ciel **103**
12.1 Projection des données . . . 103
12.2 Couverture du ciel . . . 106
12.3 Cartes d'Archeops . . . 107

V Estimation du spectre de puissance angulaire **111**

13 Méthodes d'estimation du spectre de puissance angulaire **113**
13.1 Méthodes de maximum de vraisemblance . . . 113
13.2 Méthodes de *pseudo-*C_ℓ . . . 114
13.3 Spectres croisés . . . 114
13.4 Méthode d'estimation à partir des spectres de Fourier Γ_m . . . 115
13.5 Séparation de composantes . . . 115
13.6 Conclusion . . . 116

14 Xspect **117**
14.1 Méthode . . . 117
14.2 Spectres de puissance croisés . . . 118
14.3 Correction des effets instrumentaux . . . 119
14.4 Fonction de cross-corrélation : barres d'erreur et matrice de covariance . . . 123
14.5 Combinaison des spectres croisés . . . 125

15 Spectre de puissance de WMAP **127**
15.1 Simulations WMAP . . . 127
15.2 Données de la première année d'observation de WMAP . . . 129

16 Spectre de puissance angulaire du CMB mesuré par Archeops **131**
16.1 Motivation et améliorations . . . 131
16.2 Estimation des fonctions de transfert . . . 132
16.3 Masque galactique et pondération . . . 134
16.4 Simulations complètes . . . 135
16.5 Spectre de puissance angulaire du CMB d'Archeops . . . 138
16.6 Tests de cohérence . . . 140
16.7 Contamination par les avant-plans . . . 145
16.8 Conclusion . . . 145

17 Xpol, spectres polarisés **147**
17.1 Spectres croisés en polarisation . . . 147
17.2 WMAP et Planck : simulations des spectres polarisés du CMB . . . 150

18 Spectres polarisés de la poussière galactique mesurés par Archeops **153**
18.1 Spectres polarisés . . . 153
18.2 Coupure galactique . . . 154
18.3 Corrélation avec des modèles galactiques . . . 155
18.4 Conclusion . . . 156

VI Implications des résultats d'Archeops sur WMAP et Planck 157

19 Les anisotropies du CMB en température mesurées par Archeops et WMAP 159
19.1 Les cartes . . . 159
19.2 Les spectres de puissance angulaire en température . . . 162
19.3 Conclusion . . . 165

20 Contamination de la poussière dans les spectres de puissance polarisés 167
20.1 Le spectre d'émission de la poussière . . . 167
20.2 Extrapolation à Planck . . . 167
20.3 Extrapolation à WMAP . . . 168
20.4 Conclusion . . . 169

21 Détection de signal Sunyaev-Zel'dovich 171
21.1 Effet Sunyaev-Zel'dovich . . . 171
21.2 Méthode . . . 172
21.3 Résultats . . . 172
21.4 Conclusion . . . 174

22 Extraction des paramètres cosmologiques 175
22.1 Archeops . . . 175
22.2 Planck . . . 178
22.3 Discussion . . . 178

Conclusion 181

A Les lobes 185

B Les cartes CMB d'Archeops 189

C Matrice de corrélation 193

D Matrice de couplage des modes polarisée 195

Bibliographie 199

Introduction

La cosmologie est un domaine de recherche très ancien qui a vu le jour à travers les réflexions des philosophes bien avant notre ère. A travers les siècles, elle est devenue une science portée par les idées révolutionnaires de Copernic, Galilée ou plus récemment Einstein qui introduit, au début du XXième siècle, une théorie universelle de la gravité.
A contrario, la physique des particules est une science récente dont le développement s'est fait en quelques dizaines d'années : du premier modèle de l'atome proposé par Thomson en 1897, à l'établissement du modèle standard par Weinberg, Salam et Glashow à la fin des années 1960.
Les deux domaines se rejoignent effectivement à la fin des années 1940 grâce à Gamow qui développe un modèle de formation des noyaux dans un Univers en expansion emprunté à la physique nucléaire et aux observations de l'éloignement des galaxies faites par Hubble en 1929. C'est la naissance du modèle standard de la cosmologie : le *Big-Bang*. Depuis, les observations sur les abondances des éléments légers et le fond diffus cosmologique ont consolidé cette théorie.

A l'heure actuelle, l'infiniment grand et l'infiniment petit sont toujours reliés en particulier à travers la nature des constituants de l'Univers. En effet, un des problèmes majeurs en cosmologie est la présence d'une source de matière inconnue : la matière sombre. Or les modèles supersymétriques au-delà du modèle standard de physique des particules proposent l'existence de particules interagissant très faiblement (*WIMP*) qui constituent des candidats parfaits pour cette nouvelle source de matière.
Un autre exemple du rapprochement entre cosmologie et physique des particules est celui de l'extension des modèles standards. Si le modèle de Big-Bang permet d'expliquer l'essentiel des observables cosmologiques mesurées aujourd'hui, il soulève cependant trois problèmes incontournables : le problème de l'horizon, de l'homogénéité et celui de la platitude. Du point de vue de la physique des particules, le modèle standard ne permet pas d'introduire la masse des particules mise en jeu. Pour aller au-delà du modèle standard, la cosmologie avec l'inflation comme la physique des particules, avec le champ de Higgs, font appel à des champs scalaires et aux mécanismes de brisure de symétrie.

Le développement des grands accélérateurs a permis à la physique des particules de sonder l'infiniment petit grâce à des énergies de plus en plus grandes, reproduisant ainsi les conditions de densité et de pression peu après le Big-Bang. Néanmoins, en remontant le temps, l'Univers primordial atteint des énergies qu'il est impossible de reproduire sur Terre et qui permettent d'étudier le comportement des particules à très haute énergie.
Récemment, les méthodes d'observation en cosmologie se sont modernisées et ont permis d'entrer dans une toute nouvelle phase : la cosmologie de précision. Les erreurs s'amenuisent et d'autres observables deviennent maintenant accessibles (telles que la polarisation du fond diffus, les lentilles gravitationnelles ou les ondes gravitationnelles), permettant de contraindre encore plus fortement les modèles cosmologiques ainsi que ceux de la physique des particules. Ainsi, la contrainte la plus forte sur la masse des neutrinos est d'origine cosmologique.

Dans ce contexte, la mesure des anisotropies du fond diffus cosmologique (rayonnement à 3 K, dans la suite CMB pour *Cosmic Microwave Background*) joue un rôle privilégié. Ce rayonnement cosmologique a été émis lors de la dernière interaction entre les photons et les électrons. Ces anisotropies nous renseignent sur la physique de l'Univers primordial.
Depuis une dizaines d'années, les mesures des anisotropies du fond diffus cosmologique se sont considé-

rablement améliorées. Après la mission COBE, un grand nombre d'expériences au sol ou embarquées en ballon ont permis d'atteindre un niveau de précision sans précédent. Archeops fait partie de cette génération d'instruments et a participé à l'amélioration sensible des contraintes sur les modèles d'Univers. Puis la mission WMAP a apporté la mesure précise du spectre de puissance angulaire des fluctuations du CMB en température. Bientôt Planck fournira, jusqu'à très haute résolution, la mesure de référence en température mais également pour le mode scalaire de la polarisation. De plus, il permettra peut-être de confirmer la présence d'ondes gravitationnelles à travers la détection de modes tensoriels.

Cette thèse est dédiée à la mesure des anisotropies du fond diffus cosmologique, et plus particulièrement à l'analyse de données des expériences Archeops et Planck.

- La première partie mettra en place les bases du modèle standard en cosmologie ainsi que du fond diffus cosmologique.
- Ensuite, nous nous intéresserons à la théorie de l'inflation et nous verrons plus particulièrement la phase de réchauffement de l'Univers qui lui succède : le *reheating*. Celle-ci est à la base de la création de la matière qui compose l'Univers primordial et dont le CMB garde l'empreinte. L'étude présentée dans ce chapitre décrit l'évolution d'un champ scalaire dans un espace-temps et montre la présence d'oscillations caractéristiques de la première phase de *reheating*.
- Puis, la mission satellite Planck ainsi que son prototype ballon Archeops seront décrits tant au niveau de leur conception qu'à travers l'analyse de leur performance. En particulier, on verra les principales améliorations de Planck par rapport à Archeops.
- La partie suivante présente les différentes contributions de ce travail de thèse à l'analyse de données du CMB dans le cadre de l'expérience Archeops et pour la préparation de la mission Planck. Ces chapitres aborderont notamment l'étude des signaux parasites dus au passage des rayon cosmiques et la mesure des constantes de temps, le travail effectué sur l'asymétrie des lobes ainsi que l'étude des sources ponctuelles.
- Nous traiterons ensuite de l'étude statistique des cartes d'anisotropies à travers l'estimation du spectre de puissance angulaire du CMB tant en température qu'en polarisation. En particulier, la méthode d'estimation du spectre de puissance angulaire développée dans le cadre de cette thèse (XSPECT) sera détaillée. Celle-ci est basée sur l'utilisation des spectres croisés et a permis, entre autre, d'estimer le spectre des données d'Archeops qui est également présenté. La généralisation de cette méthode à l'estimation des spectres polarisés pour les expériences Planck et WMAP sera démontrée à travers des simulations.
- Enfin, les implications de ces résultats sur les mesures de WMAP et pour la préparation de la mission Planck seront exposés, aussi bien en ce qui concerne les émissions polarisées des avant-plans galactiques qu'à travers la détection de l'effet Sunyaev-Zel'dovich à l'aide de l'analyse jointe des données d'Archeops et de WMAP.

Première partie

Introduction à la cosmologie

Chapitre 1

Le modèle standard en cosmologie

Ce premier chapitre a pour but d'introduire la cosmologie standard. Après une brève présentation de la théorie de la gravité (la relativité générale), nous aborderons la cosmologie standard à travers les équations qui décrivent l'évolution de l'Univers et les paramètres cosmologiques qui caractérisent le modèle. Ensuite, nous verrons les bases du modèle du Big-Bang, le modèle standard en cosmologie. Enfin, nous aborderons les limitations de ce modèle.

1.1 Le principe cosmologique

Pour décrire l'état et l'évolution d'un système aussi complexe que l'Univers, on a besoin de formuler des hypothèses. La plus simple, mais aussi la plus forte, est de considérer l'Univers comme *homogène et isotrope à grande échelle*. C'est le **principe cosmologique**. En d'autres termes, cela signifie que, au premier ordre, on trouve les mêmes caractéristiques statistiques de géométrie et de contenu dans toutes les directions (invariance par translation et par rotation). Même s'il est évident que localement l'Univers apparaît fortement inhomogène, les observations à des échelles de plus en plus grandes montrent que cette hypothèse est justifiée.
La principale manifestation du principe cosmologique est apportée par le fond diffus cosmologique. En effet, la température du ciel apparaît uniforme à quelques 10^{-5} près, quelle que soit la direction du ciel observée ! (fig. 1.1)

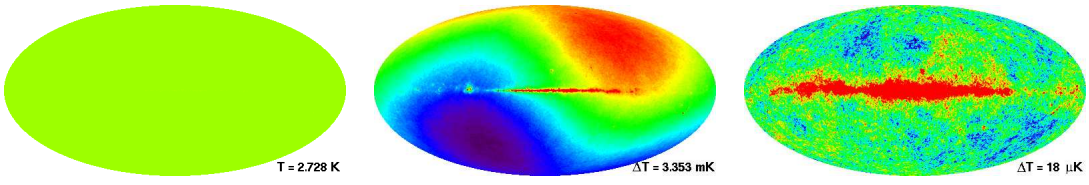


FIG. 1.1: **Le ciel aux fréquences millimétriques**. *De gauche à droite :* le ciel est totalement isotrope à $T_{CMB} = 2.7$ K. La première variation dipolaire apparaît à $\delta T \sim 3$ mK : c'est le dipôle. Au centre on distingue déjà l'émission de la Galaxie. Ensuite, en dehors du plan galactique, c'est à des échelles de l'ordre du μK qu'il faut chercher les fluctuations. Les données sont celles de WMAP [Bennett et al. 2003a].

A partir de ce principe, on peut élaborer une théorie pour décrire l'évolution de l'Univers. Pour aller plus loin, on aura besoin de connaître les interactions susceptibles d'entrer en jeu parmi les quatre forces fondamentales connues : la force faible, la force forte, la force électromagnétique et la force gravitationnelle. Le modèle de Big-Bang trace les grandes lignes de l'évolution en se basant sur les observations. La première

observation à la base de ce modèle, mesurée par le décalage du spectre de la lumière émise par les galaxies, est la mesure de l'expansion de l'Univers. Si l'Univers s'étend, on peut en déduire qu'en remontant le temps celui-ci était de plus en plus dense. Ainsi, le modèle prévoit une phase initiale très dense (donc très énergétique et très chaude) durant laquelle les forces à courte portée ont une influence dominante sur sa dynamique. Mais très vite, comme l'Univers est en expansion, les forces à courte portée deviennent négligeables devant celles à longue portée. Or des quatre forces fondamentales, deux sont à longue portée : la force électromagnétique et la force gravitationnelle. Les forces faible et forte n'ont donc aucun rôle à jouer dans l'évolution de l'Univers. Quant à la force électromagnétique, la présence dans l'Univers de charges positives et négatives rend négligeable la résultante des forces à grande échelle (c'est l'*effet d'écrantage*).
Seule une théorie de la gravitation peut donc décrire l'évolution et la structure de l'Univers. Cette théorie, c'est la relativité générale pour la première fois formulée par Einstein en 1916. Elle est la base du modèle standard en cosmologie.

1.2 Les équations d'Einstein

Dans la théorie de la relativité générale, l'espace et le temps sont liés dans une même géométrie de dimension quatre définie par un tenseur symétrique : la métrique. Celle-ci peut être écrite $g_{\mu\nu}$ dans un système de coordonnées x^μ ($\mu = 0, 1, 2, 3$), où l'indice $\mu = 0$ représente le temps et les indices $\mu = 1, 2, 3$, les trois dimensions de l'espace. La norme carrée dans cette géométrie est alors définie par

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu . \tag{1.1}$$

Les équations d'Einstein relient la géométrie de l'espace-temps à son contenu en matière-énergie.

- La géométrie intervient à travers le tenseur de Ricci et la courbure définis respectivement par

$$R_{\mu\nu} = R_{\mu\sigma\nu}{}^{\sigma} , \tag{1.2}$$
$$R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu} . \tag{1.3}$$

  On peut alors définir le tenseur d'Einstein

$$G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R\, g_{\mu\nu} . \tag{1.4}$$

- La matière apparaît sous la forme du tenseur énergie-impulsion, $T_{\mu\nu}$. La composante temps/temps correspond à la densité d'énergie, les composantes temps/espace aux moments et les composantes espace/espace aux composantes de l'impulsion.

Les équations d'Einstein relient le tenseur d'Einstein $G_{\mu\nu}$ au tenseur énergie-impulsion. La constante de proportionnalité $8\pi G$ vient de la limite newtonienne pour des champs de gravitation faible (l'équation de Poisson : $\Delta\phi = 4\pi G\rho$).

$$G_{\mu\nu} = 8\pi G\, T_{\mu\nu} \tag{1.5}$$

En définissant une dérivée covariante associée à la métrique (D_μ), le tenseur d'Einstein satisfait à l'équation $D_\mu G^\mu{}_\nu = 0$. Les équations d'Einstein impliquent donc que le tenseur énergie-impulsion $T_{\mu\nu}$ satisfasse également l'équation

$$D_\mu T^\mu{}_\nu = 0. \tag{1.6}$$

On retrouve dans cette équation la généralisation des lois de conservation de l'énergie et de l'impulsion dans un espace-temps courbe.
Le tenseur le plus simple satisfaisant à la relation (éq. 1.6) est la métrique elle-même. Dans ce cas, on écrit souvent cette solution particulière sous la forme d'un terme supplémentaire dans les équations d'Einstein qui définissent la constante cosmologique Λ tel que $T_{\mu\nu} = \Lambda g_{\mu\nu}/(8\pi G)$:

$$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu} \tag{1.7}$$

1.3 La cosmologie standard

On cherche maintenant à utiliser cette théorie de la gravité dans le cadre de la cosmologie. On décrit donc en premier lieu la métrique qui caractérisera la géométrie de l'Univers.
Les métriques qui satisfont aux symétries imposées par le principe cosmologique peuvent se réduire à la métrique de Robertson-Walker qui s'écrit dans un système de coordonnées sphériques

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)\left[\frac{dr^2}{1-\kappa r^2} + r^2\left(d\theta^2 + sin^2\theta d\phi^2\right)\right] \tag{1.8}$$

où $\kappa \in \{-1, 0, 1\}$ correspond à la courbure spatiale pour des hypersurfaces respectivement hyperboliques (univers ouvert), planes (univers plat) ou elliptiques (univers fermé). Le facteur d'échelle $a(t)$ traduit l'expansion de l'Univers en fonction du temps.
De même, les symétries dues à l'homogénéité et à l'isotropie imposent un tenseur énergie-impulsion diagonal dépendant uniquement de la densité $\rho(t)$ et de la pression $p(t)$:

$$T^{\mu}_{\ \nu} = Diag\left(-\rho(t), p(t), p(t), p(t)\right) \tag{1.9}$$

La densité et la pression sont celles d'un fluide parfait contenant l'ensemble des composants de l'Univers, c'est-à-dire essentiellement : la matière baryonique, la matière noire froide (CDM pour *Cold Dark Matter*), les photons, les neutrinos et l'énergie noire correspondant à la constante cosmologique Λ.

1.4 Les équations de Friedmann-Lemaître

1.4.1 formulation

Les équations de Friedmann-Lemaître viennent des équations d'Einstein (éq. 1.7) en remplaçant la métrique par celle de Robertson-Walker (éq. 1.8)

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = H^2 = \frac{8\pi G\rho}{3} - \frac{\kappa}{a^2} + \frac{\Lambda}{3}, \tag{1.10}$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) + \frac{\Lambda}{3}. \tag{1.11}$$

où $H \equiv \dot{a}/a$ est le paramètre de Hubble. À partir de ces deux équations ou à partir de la conservation du tenseur énergie-impulsion (éq. 1.6), on écrit l'équation de continuité

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0 \tag{1.12}$$

Dans cette équation, les paramètres de pression p et de densité ρ ne sont pas indépendants. Ils sont liés par une constante w à travers une équation d'état par composant

$$p = w\rho. \tag{1.13}$$

En terme de densités, l'équation (éq. 1.10) peut alors s'écrire

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\left(\rho - \rho^{\kappa} + \rho^{\Lambda}\right), \tag{1.14}$$

où $\rho = \rho^{NR} + \rho^{R}$ est la densité de la matière (non-relativiste) et du rayonnement (relativiste), $\rho^{\kappa} = \frac{3\kappa}{8\pi G a^2}$ la densité d'énergie associée à la courbure et $\rho^{\Lambda} = \frac{\Lambda}{8\pi G}$ la densité d'énergie associée à la constante cosmologique.
De façon plus générale, on écrit l'équation (éq. 1.14) sans dimension en utilisant la densité critique $\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G}$ (densité d'énergie totale d'un univers plat, sans constante cosmologique)

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = H^2\left(\Omega_m + \Omega_{\Lambda} - \Omega_{\kappa}\right), \tag{1.15}$$

avec

$$\left\{ \begin{array}{lcl} \Omega_m & = & \rho/\rho_c \\ \Omega_\kappa & = & \rho^\kappa/\rho_c = \kappa/(a^2H^2) \\ \Omega_\Lambda & = & \rho^\Lambda/\rho_c = \Lambda/(3H^2) \end{array} \right. \tag{1.16}$$

soit

$$\Omega_\kappa = \Omega_m + \Omega_\Lambda - 1 \tag{1.17}$$

Cette dernière équation relie de façon simple la courbure de l'Univers Ω_κ au contenu en matière Ω_m et à la constante cosmologique Ω_Λ. En particulier, la connaissance de la somme $\Omega_m + \Omega_\Lambda = \Omega_{tot}$ suffit à déterminer la géométrie de l'Univers :

- $\Omega_{tot} > 1$, alors $\kappa = 1$, l'Univers est fermé,
- $\Omega_{tot} = 1$, alors $\kappa = 0$, l'Univers est plat,
- $\Omega_{tot} < 1$, alors $\kappa = -1$, l'Univers est ouvert.

1.4.2 évolution du facteur d'échelle $\mathbf{a(t)}$

En fonction de son équation d'état (éq. 1.13), on peut donner, pour chaque composante, l'évolution de sa densité en fonction de $a(t)$ grâce à l'équation de continuité (éq. 1.12). Avec l'équation de Friedmann (éq. 1.10), on peut alors remonter à la dépendance en temps du facteur d'échelle.

- **domination du rayonnement (ρ^R)**
  L'équation d'état pour la matière relativiste est $p^R = \frac{1}{3}\rho^R$ ($w = 1/3$). En remplaçant dans l'équation de continuité (éq. 1.12), on trouve l'expression de ρ. On peut alors résoudre la première équation de Friedmann (éq. 1.14) en cherchant les solutions en expansion.

$$\rho^R \propto a^{-4} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{a(t) \propto t^{1/2}} \tag{1.18}$$

- **domination de la matière (ρ^{NR})**
  L'équation d'état pour la matière non-relativiste est $p^{NR} = 0$ ($w = 0$). La solution ρ de l'équation de continuité (éq. 1.12) pour un univers dominé par la matière non-relativiste est proportionnelle à l'inverse du volume. On cherche encore une fois les solutions de l'équation (éq. 1.14) en expansion.

$$\rho^{NR} \propto a^{-3} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{a(t) \propto t^{2/3}} \tag{1.19}$$

- **domination de la courbure (ρ^κ)**
  Dans ce cas, il n'existe une solution physique de la première équation de Friedmann que pour le cas d'un Univers ouvert ($\kappa < 0$)

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = -\frac{\kappa}{a^2} \Rightarrow \quad \mathbf{a(t) \propto t} \tag{1.20}$$

- **domination de la constante cosmologique (ρ^Λ)**
  La solution de la première équation de Friedmann s'écrit

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{\Lambda}{3} = H^2 \Rightarrow \quad \mathbf{a(t) \propto e^{Ht}} \ . \tag{1.21}$$

  Notons que ce dernier cas correspond à une matière dont l'équation d'état s'écrirait $p = -\rho$ ($w = -1$) puisqu'alors l'équation de continuité donne

$$\dot{\rho}^R = 0 \quad \Rightarrow \quad \rho^R = cte = \frac{\Lambda}{8\pi G} \tag{1.22}$$

On verra plus loin que les observations montrent que la courbure est négligeable. Et si aujourd'hui, l'Univers semble dominé par la constante cosmologique, les différentes solutions de l'équation de Friedmann montrent que ce ne fut pas toujours le cas. En particulier, le fait que la densité de rayonnement évolue comme a^{-4}, alors que celle de la matière évolue comme a^{-3}, permet de conclure que l'Univers primordial était dominé par la radiation. Avec l'expansion, le rayonnement s'est dilué plus vite que la matière et, après l'égalité matière-rayonnement ($\rho^R = \rho^{NR}$), l'Univers est devenu dominé par la matière, puis par la constante cosmologique.

1.5 Les piliers du modèle standard de Big-Bang

Après cette description géométrique globale de l'Univers, on cherche à décrire son évolution microscopique. Comment les particules qui composent l'Univers évoluent-elles ? Quelles sont les lois et phénomènes physiques qui décrivent leur évolution ? Pour répondre à ces questions, le modèle du Big-Bang s'appuie sur trois observations fondamentales :

L'expansion de l'Univers

En 1929, Hubble mesure le décalage vers le rouge (*redshift*) des galaxies [Hubble 1929]. Interprété en terme d'effet Doppler, cette mesure montre que les galaxies s'éloignent les unes des autres dans toutes les directions, en particulier celle de l'observateur. Il montrera plus tard que le *redshift* z d'une galaxie est proportionnel à sa distance d

$$z \simeq \frac{Hd}{c} = \frac{v}{c} \tag{1.23}$$

Ainsi, plus un objet est loin, plus son décalage vers le rouge est important c'est-à-dire plus il s'éloigne vite. Ceci traduit le fait que l'Univers est en expansion.

La nucléosynthèse primordiale

La question de la formation des atomes légers et lourds vient d'une observation plutôt inattendue : les proportions d'éléments chimiques sont extrêmement inhomogènes. À notre époque l'Univers est composé à 90% d'Hydrogène, à 9% d'Hélium alors que les éléments plus lourds ne constituent que 1% de la matière. Gamow élabora en 1946 une théorie selon laquelle quasiment toute la matière de l'Univers a été formée dans les 3 premières minutes par fusion des éléments légers en éléments lourds à une période où la température était suffisamment importante. C'est la nucléosynthèse primordiale [Gamow 1946]. Avec nos connaissances du modèle standard de physique des particules et les mesures de taux de réaction (réalisées en accélérateur), on peut prédire les abondances relatives de chacune des espèces [Kolb & Turner 1990] en fonction du rapport η entre le nombre de baryons et le nombre de photons (supposé constant dans le temps). La conclusion de cette théorie prévoit des proportions d'éléments chimiques légers (jusqu'au ^{7}Li) remarquablement fidèles aux observations.

De plus, en ajustant η sur les abondances d'éléments légers observées actuellement, on peut également prédire la densité baryonique Ω_b [O'Meara et al. 2001] :

$$\Omega_b h^2 = 0.0200^{+0.0020}_{-0.0018} \tag{1.24}$$

Le découplage des photons

Dans le plasma primordial, les photons sont couplés aux électrons par diffusion Compton : $e^- + \gamma \rightarrow e^- + \gamma$. Le taux de réaction s'écrit

$$\Gamma = \sigma n v, \tag{1.25}$$

où σ est la section efficace de la réaction, n la densité volumique des électrons et v leur vitesse relative. Les photons et les électrons ne restent en équilibre thermodynamique que si le temps moyen entre deux collisions τ est inférieur au temps de Hubble τ_H :

$$\tau = \frac{1}{\Gamma} < \tau_H \quad . \tag{1.26}$$

Or la section efficace σ diminue avec la température, donc le temps moyen τ augmente. Il existe donc un moment où les espèces n'interagissent plus entre elles. On dit qu'elles sont découplées. Les photons se propagent alors librement dans l'Univers et parviennent jusqu'à nous en ne subissant qu'une dilution due à l'expansion de l'Univers. On peut prédire que ces photons arrivent maintenant avec une température d'environ 3K. C'est le rayonnement de fond diffus effectivement observé aujourd'hui et mesuré par COBE [Fixsen & Mather 2002] à 2.725 K.

1.6 Le modèle de Big-Bang

A partir des trois observations décrites à la section précédente et en utilisant le modèle standard de physique des particules, on peut remonter dans le passé en reconstituant l'évolution des constituants et des forces de

l'Univers. A ces échelles d'énergie, et donc de température, on applique les lois thermodynamiques à la matière qui compose l'Univers. On peut alors définir une température T en particulier pour les photons cosmologiques. Qu'ils soient découplés ou qu'ils interagissent fortement avec la matière, la distribution thermique des photons reste la même. Elle est régie par l'effet de dilution due à l'expansion, c'est-à-dire

$$T(t) \propto \frac{1}{a(t)} \tag{1.27}$$

Comme la température décroît, les réactions entre les différentes espèces qui composent l'Univers évoluent. Décrire leur évolution permet de reconstruire l'histoire thermique de l'Univers à partir du temps de Planck (10^{-43}s) jusqu'à maintenant (cf. fig. 1.2). Au-delà du temps de Planck, les conditions de densité et de température sont tellement extrêmes que gravitation et mécanique quantique doivent s'unifier. A l'heure actuelle, aucune théorie ne permet cette unification. Les modèles de grande unification (GUT) proposent uniquement l'unification des forces électromagnétique, faible et forte.

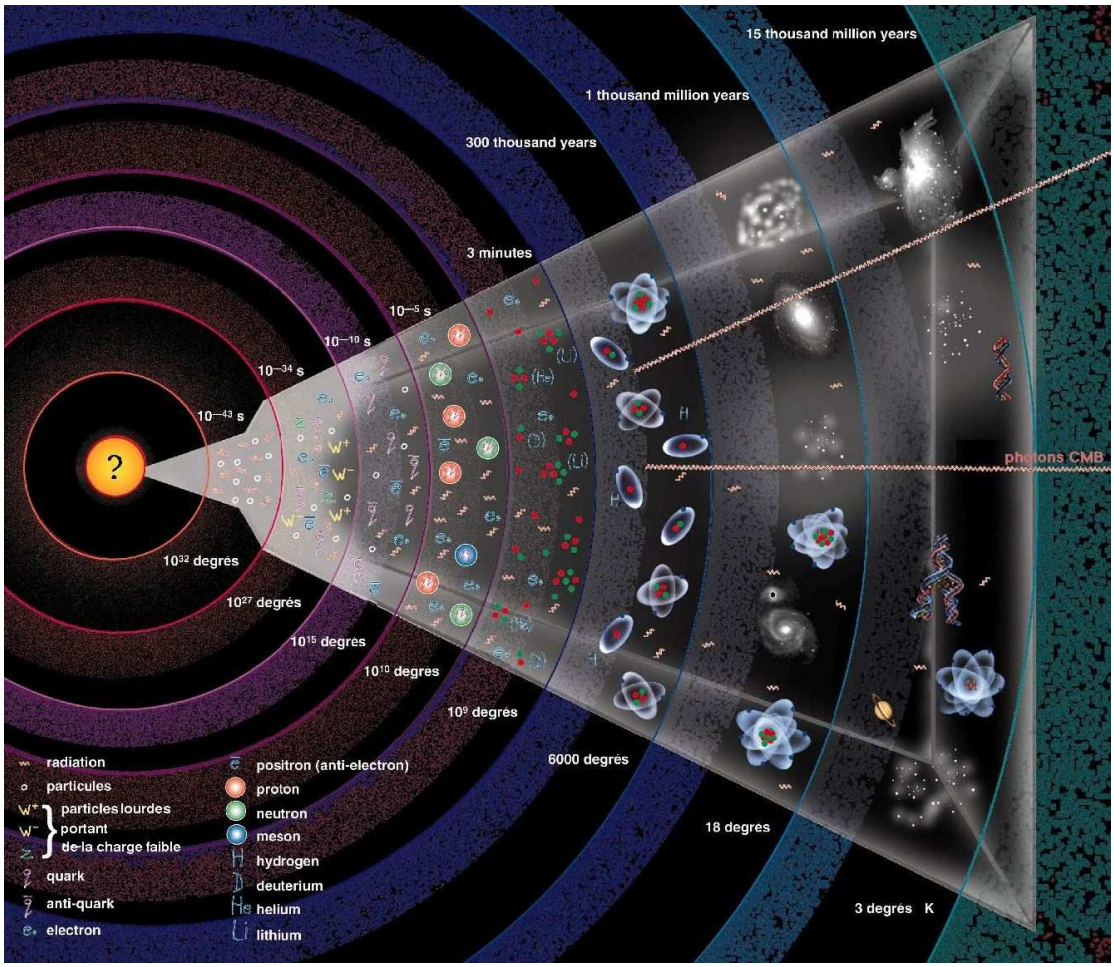


FIG. 1.2: **Illustration des principales étapes du modèle du Big-Bang**. A partir d'un plasma de particules élémentaires et à cause de l'expansion, on observe la diminution progressive de la température avec la formation des nucléons (nucléosynthèse) puis des premiers atomes. C'est la séparation de la matière et du rayonnement, accompagnée de l'émission du CMB. Ensuite l'Univers devient transparent au rayonnement. Il voit la formation des grandes structures qui donneront les objets astrophysiques actuels.

T $\sim 10^{26}$ K : GUT. A cette température, seule la force de gravitation n'est pas unifiée. Les théories de grande unification (GUT) prédisent un modèle de jauge avec un ou plusieurs champs scalaires appelés

champs de Higgs ϕ. Quand la température diminue, ce champ glisse le long de son potentiel V jusqu'à son minimum qui correspond à une valeur non nulle de ϕ. C'est cette asymétrie du potentiel du champ scalaire qui permet de briser la symétrie et d'obtenir le groupe du modèle standard de physique des particules $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$.

T $\sim 10^{16}$ K : brisure électrofaible. A cette échelle d'énergie (~ 300 GeV), le mécanisme de Higgs brise cette fois la symétrie $SU(2) \times U(1)$ pour différencier les forces électromagnétique et faible.

T $\sim 10^{13}$ K : transition de phase quark-hadrons. Jusqu'à cette température, l'Univers est composé d'un plasma de particules (quarks, gluons, électrons et photons) en interaction constante. Mais la température devient alors trop faible pour que les quarks restent libres. La force forte les confine sous la forme de hadrons (dont les nucléons), ce qui les rend stables : c'est la transition de phase quark-hadrons.

T $\sim 10^{11}$ - 10^{9} K : nucléosynthèse primordiale. A partir des nucléons formés à l'étape précédente, les premiers noyaux sont créés en commençant par les plus légers (Deutérium, Tritium). En effet, vers 10^{11} K, les protons et les neutrons ne sont plus en équilibre et commencent à interagir par collision : $n + p \rightarrow D + \gamma$. Puis, vers 10^9 K ce sont les éléments plus lourds (^{3}He et ^{4}He) qui commencent à se former, jusqu'au Lithium (^{6}Li et ^{7}Li).

C'est pendant la nucléosynthèse primordiale que les neutrinos se découplent. Ils se propagent alors librement et forment un fond de rayonnement cosmologique dont la température actuelle est de 1.96 K [Gnedin & Gnedin 1998].

T $\sim$ 65 000 K : égalité matière-rayonnement. Jusqu'à cette température, l'Univers est dominé par les particules relativistes : c'est l'ère de rayonnement durant laquelle l'Univers s'étend en $a(t) \propto t^{1/2}$ (cf. paragraphe 1.4). La transition intervient alors que l'Univers a ~ 1000 ans. Pour des températures plus faibles, l'Univers s'étend en $a(t) \propto t^{2/3}$.

T $\sim$ 3000 K : recombinaison. La température devient suffisamment faible pour que les électrons se lient aux noyaux pour former les premiers atomes. Les photons qui interagissaient par diffusion Compton avec les électrons n'interagissent plus avec le milieu. Ils se propagent librement, ils sont donc découplés. La température au moment du découplage est donnée par l'équation d'équilibre thermique d'ionisation de Saha : $T_{dec} = 3700$ K [Peebles 1993]. Elle correspond à une énergie de $\sim$0.3 eV, inférieure à l'énergie d'ionisation de l'hydrogène (13.6 eV). Ceci s'explique par le grand nombre de photons comparé à celui des électrons ($\sim 10^{10}$ fois plus). Même sous le seuil de réaction, on trouve encore assez de photons d'énergie supérieure à 13.6 eV pour ioniser toute la matière. Les photons se propagent jusqu'à nous dans un Univers en expansion : c'est le fond diffus cosmologique (CMB pour *Cosmic Microwave Background*). De 3700 K (plus de 300 000 ans), ils perdent ensuite de l'énergie jusqu'à atteindre la température que nous lui connaissons aujourd'hui : 2.72 K.

T $\sim$ 15 K : formation des structures. Les galaxies telles qu'on les observe aujourd'hui sont regroupées en amas, eux-mêmes regroupés en super-amas le long de filaments plus denses. Si le processus n'est pas encore complètement compris, le modèle "bottom-up" est largement favorisé par les observations des amas de galaxies et les mesures du spectre de matière $\mathcal{P}(k)$ à partir des catalogues de galaxies (2dF [Peacock et al. 2001] et SDSS [Tegmark et al. 2004]). Les simulations à N-corps permettent d'expliquer les observations sur la formation des structures [Frenk 2002]. Ils prédisent la formation de galaxies très anciennes puis l'apparition d'amas et de super-amas par accrétion. Dans ce scénario, la présence de matière noire froide (CDM pour *Cold Dark Matter*), c'est-à-dire non relativiste lors de son découplage, est nécessaire.

T $\sim$ 2.725 K : aujourd'hui. L'Univers tel qu'on le voit actuellement est fortement inhomogène à petite échelle. On y trouve des galaxies réunies en amas et super-amas. Le tout baigne dans un rayonnement de photons à la température de 2.725 ± 0.001 K [Fixsen & Mather 2002].

1.7 Les limites du modèle

Le modèle de Big-Bang décrit remarquablement bien à la fois l'expansion de l'Univers, la nucléosynthèse primordiale (qui fait le lien avec les mesures de physique des particules effectuées en laboratoire) et le rayonnement de fond diffus cosmologique. Mais il montre ses limites à travers trois problèmes fondamentaux détaillés ici.

- **problème de l'homogénéité**
  Le principe cosmologique qui a servi à construire le modèle de Big-Bang pose les bases d'un Univers homogène et isotrope. Or les structures que nous observons aujourd'hui tendent à prouver le contraire. Ces structures proviendraient de l'effondrement gravitationnel de petites inhomogénéités. Une perturbation est décrite par sa longueur d'onde proportionnelle au facteur d'échelle : $\lambda = 2\pi a(t)/k$. Dans un univers dominé par le rayonnement ou par la matière, comme $a(t) \propto t^p$ ($p = 1/2$ ou $2/3$ respectivement) alors $\lambda \propto t^p$. Le rayon de Hubble évolue quant à lui en $R_H(t) \propto t/p$. On peut alors montrer que si les perturbations se sont formées récemment, à l'intérieur du rayon de Hubble, alors elles n'ont pas encore eu le temps de s'effondrer. Mais leur formation bien avant, à l'extérieur du rayon de Hubble (modèle des défauts topologiques) ne permet pas de reproduire les fluctuations observées aujourd'hui.

- **problème de platitude**
  L'équation de Friedmann peut s'écrire

$$\Omega_{tot} - 1 = \frac{8\pi G\rho}{3H^2} - 1 = \frac{\kappa}{a^2H^2}. \tag{1.28}$$

  En cosmologie standard, le facteur d'échelle $a(t)$ varie en t^p avec $p < 1$ ($1/2$ pour la radiation et $2/3$ pour la matière). Alors a^2H^2 diminue avec le temps, ce qui fait diverger $|\Omega_{tot} - 1|$. Pour observer un univers plat âgé de près de 15 milliards d'années, il faut qu'au temps de Planck ($t \sim 10^{-43}$s)

$$\Omega_{tot}(t_{Planck}) - 1 \sim 10^{-60} \ ! \tag{1.29}$$

  Dans le cadre du modèle standard de cosmologie, rien n'impose à Ω_{tot} d'être strictement égal à 1. Il faut donc que ce soit une condition initiale du modèle, on parle de "fine tuning" pour illustrer le fait que l'ajustement de Ω_{tot} durant l'Univers primordial doit être optimal pour obtenir un univers plat.

- **problème de l'horizon**
  On désigne par horizon la distance maximale parcourue par un rayon lumineux. Soit un trajet lumineux radial $dr = a(t)dt$, alors l'horizon $d_H(t)$ s'exprime

$$d_H(t) = a(t)\int_{t_i}^{t} \frac{dt'}{a(t')} = a(t)\frac{t^{1-p} - t_i^{1-p}}{1-p}, \tag{1.30}$$

  avec $a(t) \propto t^p$. Pour la cosmologie standard ($p < 1$), l'intégrale est convergente dans la limite $t_i \to 0$ et l'horizon a une taille finie de l'ordre du rayon de Hubble $R_H(t) = H^{-1}(t)$

$$d_H(t) = \frac{p}{1-p}R_H(t). \tag{1.31}$$

  A partir de la mesure du rayon de Hubble actuel H_0 et en considérant son évolution dans un Univers dominé par la matière, on peut calculer la taille de l'horizon au moment du découplage. Or les observations du CMB prouvent que l'Univers au moment du découplage était extrêmement homogène (à 10^{-5} près) sur des distances beaucoup plus grandes. Comment expliquer que l'Univers soit thermalisé sur des échelles plus grandes que l'horizon ?

Le modèle standard ne permet pas de donner une explication à ces trois problèmes. La théorie de l'inflation, introduite pour résoudre le problème de l'horizon, prédit également un univers plat et fournit des fluctuations primordiales susceptibles d'expliquer la formation des structures. En outre, cette théorie apporte des solutions naturelles au problème de l'absence de particules reliques (chapitre 3).

On trouvera une très bonne introduction à la cosmologie et au modèle standard dans la thèse de Benoît Revenu [Revenu 2000]. On peut également citer le livre de Scott Dodelson [Dodelson 2003] et celui de Kolb et Turner [Kolb & Turner 1990].

Chapitre 2

Le fond diffus cosmologique

On aborde ici le thème principal de cette thèse : le fond diffus cosmologique (ou CMB). Les premières sections décrivent les anisotropies cosmologiques tant en température qu'en polarisation ainsi que leurs propriétés statistiques. Une liste non-exhaustive d'anisotropies secondaires est présentée. Les perturbations du signal générées par les émissions postérieures à la recombinaison sont décrites. Ensuite, on fait le lien entre la mesure du CMB et les paramètres cosmologiques. Enfin, la dernière partie de ce chapitre est dédiée aux résultats expérimentaux de la mesure des spectres du CMB ainsi qu'à la valeur des paramètres cosmologiques.

2.1 Historique

C'est Alpher et Herman, en 1948 qui ont publié les premiers l'idée que des photons provenant de l'Univers primordial formaient un bain de température à environ 5 K [Alpher & Herman 1948]. Mais les physiciens de l'époque pensaient que la détection d'un signal si peu énergétique serait impossible. Pourtant, en 1964, deux ingénieurs, Penzias et Wilson, découvrirent un excès de bruit sur leur antenne qu'ils évaluèrent à 3,5 K. C'était la première détection du fond diffus cosmologique aussi nommé fond de rayonnement à 3K à cause de sa température, ou CMB pour *Cosmic Microwave Background*.

Plus on remonte dans le passé, plus l'Univers était chaud. On peut donc remonter jusqu'au moment où l'énergie était telle que photons, électrons et protons étaient en équilibre thermique (l'Univers avait alors $\sim$300 000 ans). La réaction de photoionisation est

$$e + p \leftrightarrows H + \gamma \tag{2.1}$$

L'équilibre thermique d'ionisation est donné par l'équation de Saha qui relie la température à la fraction d'ionisation [Peebles 1993]. C'est la rupture de cet équilibre, vers $T = 3700$ K (~ 0.3 eV), qui permet aux électrons de se coupler aux baryons pour former les premiers atomes neutres : c'est la recombinaison. Les photons acquièrent ainsi un libre parcours moyen plus grand que la taille de l'Univers : c'est le découplage des photons. La surface qui correspond à l'Univers à cette époque, appelée surface de dernière diffusion, est aujourd'hui observable sous la forme d'un rayonnement isotrope. Les photons qui en sont partis se sont propagés jusqu'à nous selon les géodésiques et n'ont subi qu'une perte d'énergie liée à l'expansion de l'Univers. Ils sont donc passés d'une température de $\sim$3000 K à $\sim$3 K.

Les photons du CMB sont les plus anciens que l'on puisse observer. Ils nous renseignent sur l'Univers pour un décalage vers le rouge (*redshift*) de $z \sim 1100$, bien au-delà des *redshifts* des galaxies les plus lointaines ou des quasars ($z \sim 1 - 10$). Le CMB est donc un outil unique pour sonder l'Univers primordial.

2.2 Le corps noir

Au moment du découplage, l'Univers était constitué d'un bain de photons, d'électrons et de baryons en équilibre thermodynamique. Les photons du CMB ont donc un spectre de corps noir dont l'intensité s'écrit

$$I_\nu = \frac{4\pi\hbar\nu^3/c^2}{\exp(2\pi\hbar\nu/k_BT) - 1} \tag{2.2}$$

Pour vérifier expérimentalement cette prédiction, la NASA a envoyé en 1989 le satellite COBE (COsmic Background Explorer). Après un an d'observations, l'instrument FIRAS a mesuré le spectre d'émission des photons du CMB. Les résultats (fig. 2.1) montrent un accord parfait entre la prédiction d'un spectre de corps noir et les mesures. Les dernières analyses de FIRAS donnent une température du CMB de 2.725 ± 0.001 K ([Fixsen & Mather 2002]).

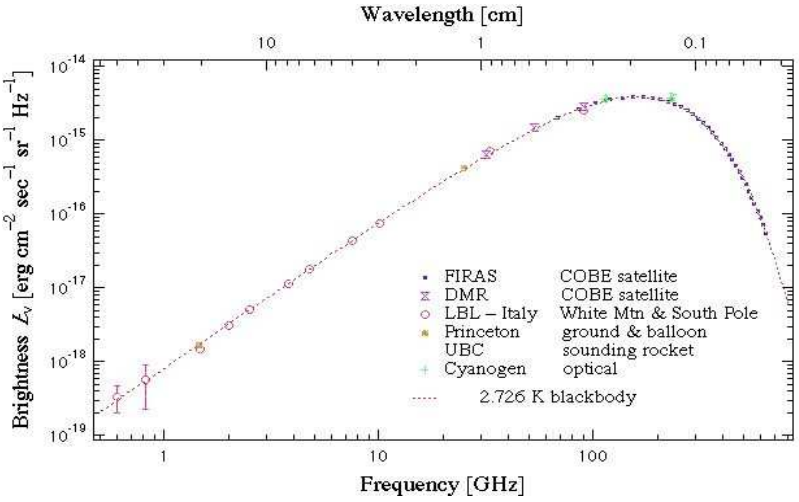


FIG. 2.1: **Spectre en fréquence du fond diffus cosmologique**. Le modèle de corps noir figure en pointillé sur les points de mesure. Extrait du site web de George Smoot [http ://aether.lbl.gov].

L'observation du CMB nous a permis d'apprendre que l'Univers était incroyablement homogène et isotrope. Pendant près de 25 ans, nous n'avons pas été capable de mesurer d'anisotropies. Aujourd'hui, nous avons mesuré leur amplitude (de l'ordre de $\Delta T/T = 10^{-5}$). Elles résultent des anisotropies de densité de la matière dans la surface de dernière diffusion.

2.3 Le dipôle

Après avoir soustrait la température moyenne du CMB, on trouve, à un niveau mille fois plus faible, un effet dipolaire. Cet effet correspond à la vitesse relative de notre référentiel par rapport à la surface de dernière diffusion. Suivant la direction d'observation du rayonnement, les photons subissent un effet Doppler et sont vus plus chauds ou plus froids par l'observateur terrestre. Les instruments COBE et WMAP ont mesuré la direction et l'amplitude du dipôle ($a_d = 3.358$ mK). Celui-ci peut être modélisé en fonction de l'angle θ que fait la direction d'observation avec l'axe du dipôle :

$$\Delta T(\theta) = 3.358 \times 10^{-3} cos\theta \text{ K} \ . \tag{2.3}$$

2.4 Les anisotropies primordiales

Les anisotropies primordiales du fond diffus sont celles qui sont liées à la physique au moment ou avant la surface de dernière diffusion. Le fluide primordial avant la recombinaison est composé de baryons, d'élec-

trons et de photons liés entre eux par l'interaction électromagnétique et en particulier la diffusion Compton qui domine les interactions entre photons et électrons.
Les baryons du fluide primordial tombent au fond des puits de potentiels gravitationnels, tandis que la pression de radiation des photons, beaucoup plus nombreux, s'y oppose. Ceci provoque des oscillations acoustiques de densité pour les modes de perturbations en phase. Comme les photons sont encore couplés aux électrons, ils gardent l'empreinte des fluctuations de la matière à la fois à travers leur température (par diffusion Compton) mais aussi par leur polarisation (par diffusion Thomson).

2.4.1 température

A cette époque, on distingue trois effets dominants (fig.2.2) respectivement à grande, moyenne et petite échelle angulaire [Peacock 1999].

- **perturbations gravitationnelles (Sachs-Wolfe [Sachs & Wolfe 1967]).** Lorsqu'un photon tombe (respectivement sort) dans un puit de potentiel, il gagne (resp. perd) de l'énergie et sa longueur d'onde est décalée vers le bleu (resp. rouge). Plus précisément, une sur-densité de la matière correspond à un point froid du spectre CMB, et inversement. Pour une variation de potentiel gravitationnel $\delta\Phi$, la variation relative de température sur le CMB s'écrit

$$\frac{\Delta T}{T} \simeq \frac{\delta\Phi}{3} \ . \tag{2.4}$$

- **perturbations intrinsèques (adiabatiques).** Les fluctuations quantiques de l'énergie du vide entraînent des fluctuations dans la distribution de densité de matière ρ. Le couplage entre matière et radiation augmente l'énergie de la radiation (donc la température) dans les zones de haute densité. Dans le cadre de l'inflation, ces perturbations sont dîtes "adiabatiques" et leur statistique est gaussienne. A toute fluctuation de densité, on associe une fluctuation de température

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{1}{3}\frac{\delta\rho}{\rho} \ . \tag{2.5}$$

- **perturbations de vitesse (Doppler).**
- perturbations !Doppler Le plasma primordial possède des fluctuations de vitesse qui entraînent un décalage Doppler des photons du CMB. Ce décalage est proportionnel à la vitesse v de déplacement du fluide

$$\frac{\Delta T}{T} \propto v \ . \tag{2.6}$$

  Cet effet s'annule le long de la ligne de visée pour des échelles plus petites que l'épaisseur de la surface de dernière diffusion. En effet, un photon qui traverse la fluctuation subit, au premier ordre, le même décalage dans un sens en entrant puis dans l'autre en ressortant (en négligeant l'évolution de la perturbation pendant le temps de la traversée). En revanche, pour les structures plus grandes, le photon est déjà découplé de la matière lorsqu'il rencontre l'autre bord de la fluctuation.

2.4.2 polarisation

La polarisation des photons du CMB vient de la diffusion Thomson avec les électrons. Par symétrie, on montre que seules les anisotropies quadrupolaires de l'intensité incidente sur l'électron peuvent produire de la polarisation. Ceci s'explique par la forme de la section efficace différentielle de diffusion Thomson d'un électron (supposé au repos) éclairé par un flux de photons non polarisé :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{3\sigma_T}{8\pi}|\epsilon.\epsilon'|^2 \tag{2.7}$$

Le produit scalaire $|\epsilon.\epsilon'|$ favorise l'absorption des composantes parallèles de la polarisation du flux incident. Ainsi, sur la figure 2.3, l'électron diffuse préférentiellement sur la partie horizontale du flux incident ϵ. L'observateur voit donc une polarisation transmise correspondant à la partie verticale de ϵ et horizontale de ϵ'. Si

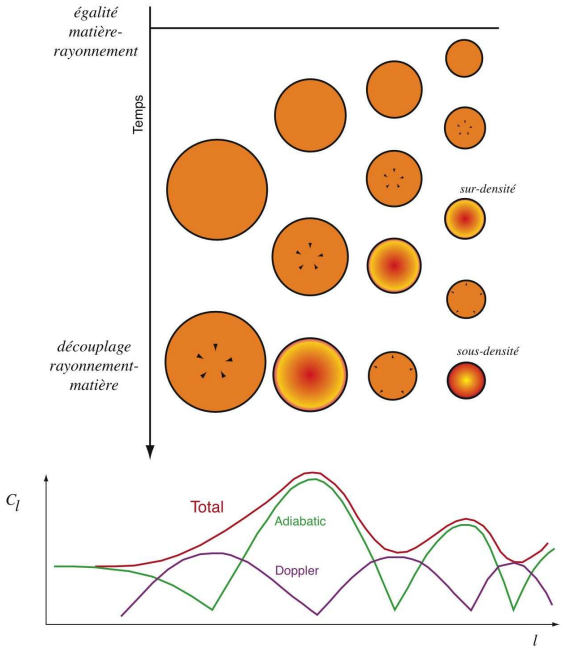


FIG. 2.2: **Oscillations accoustiques et pics Doppler**. Le schéma du bas représente l'entrée des fluctuations de densité dans l'horizon. Les structures les plus petites entrent plus tôt et oscillent plus que les grandes structures avant le découplage. Le déphasage dans l'oscillation des structures nous permet d'observer (schéma du haut) une variation de l'amplitude des fluctuations de température en fonction de la taille (le multipôle ℓ est homogène à l'inverse d'une taille angulaire). Les deux contributions aux oscillations en température ("adiabatiques" et "Doppler") sont déphasées de $\pi/2$: lorsque le fluide est immobile (effet Doppler nul), la pression est extrémale (minimale pour une sous-densité ou maximale pour une sur-densité) ; à l'inverse, lorsque le fluide a une vitesse maximale, la pression est nulle. Le schéma est adapté de [Lineweaver 1997].

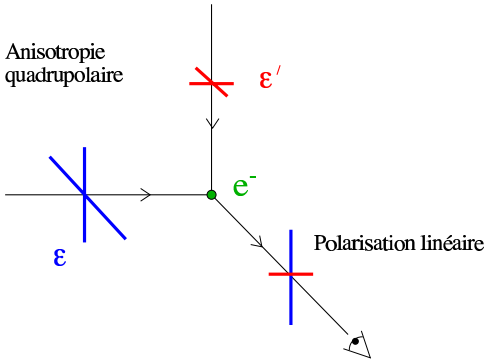


FIG. 2.3: **Polarisation du CMB et anisotropies quadripolaires**. Une anisotropie quadripolaire (ϵ,ϵ') du flux de photons diffuse sur un électron sous la forme d'un rayonnement polarisé linéairement.

le flux est moins intense suivant une direction (ici la direction de ϵ'), alors le rayonnement reçu est polarisé linéairement. A partir d'un flux incident non polarisé mais présentant une anisotropie quadrupolaire, on a créé de la polarisation linéaire.

On distingue trois types de perturbations donnant lieu à des anisotropies quadripolaires liées à trois sources physiques différentes : les anisotropies scalaires (issues des fluctuations de densité), les anisotropies vectorielles (dues aux mouvements de vortex) et les anisotropies tensorielles (liées au passage d'ondes gravita-

tionnelles).

- **perturbations scalaires**
  Les électrons tombent dans les puits de potentiel (correspondant à une sur-densité de matière) d'autant plus rapidement qu'ils sont proches du centre. Considérons un électron proche d'une sur-densité (fig. 2.4). Dans son référentiel propre, le long du rayon de la sur-densité, les autres électrons s'éloignent. En revanche, ceux qui appartiennent au même isocontour de densité se rapprochent puisque les isocontours sont concentriques. Le même type de raisonnement s'applique aux sous-densités de matière : la figure de polarisation étant tournée de 90° (orientée tangentiellement). Ce phénomène produit des anisotropies quadripolaires sur la surface de dernière diffusion.

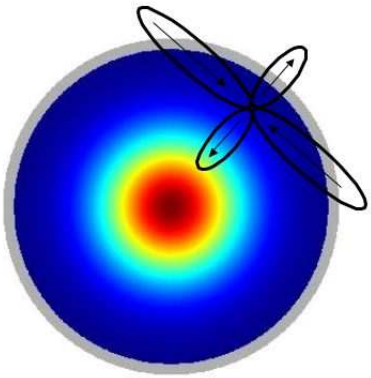


FIG. 2.4: **Formation des anisotropies quadripolaires** autour d'une sur-densité de matière. Les électrons le long du rayon de la sur-densité s'éloignent, alors que ceux qui appartiennent au même isocontour de densité se rapprochent.

- **perturbations vectorielles**
  Les mouvements de vortex du fluide primordial peuvent produire des anisotropies quadrupolaires. Elles ne sont pas nécessairement liées à des fluctuations de densité. Dans la plupart des modèles inflationnaires, les perturbations vectorielles sont négligeables.
- **perturbations tensorielles**
  Le passage d'une onde gravitationnelle à travers une fluctuation de densité modifie la forme du puit de potentiel. Les isocontours de densité ne sont plus circulaires mais deviennent elliptiques, formant ainsi des perturbations quadrupolaires ayant perdues leurs propriétés de symétrie.

2.5 Spectres de puissance angulaire

2.5.1 température

Pour décrire de façon statistique les anisotropies du CMB, on calcule le spectre de puissance angulaire en température C_ℓ^T. Formellement, le spectre se déduit de la décomposition de la carte en température du ciel en harmoniques sphériques $Y_{\ell m}$ (fonctions de base définies sur une sphère). Cette décomposition s'écrit

$$\frac{\Delta T}{T} = \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} a_{\ell m}^T Y_{\ell m} \tag{2.8}$$

où les coefficients $a_{\ell m}^T$ s'écrivent (par orthonormalité des fonctions $Y_{\ell m}$)

$$a_{\ell m}^T = \int \frac{\Delta T}{T}(\vec{n}) Y_{\ell m}^*(\vec{n}) d\vec{n} \tag{2.9}$$

La variable ℓ, appelée multipôle, est homogène à l'inverse d'une échelle angulaire. On définit alors le spectre de puissance angulaire en température C_ℓ^T par la relation

$$C_\ell^T = \left\langle |a_{\ell m}^T|^2 \right\rangle \tag{2.10}$$

Le spectre de puissance angulaire en température présente trois régions principales (fig. 2.5) :

- **le plateau Sachs-Wolfe.** Pour les échelles plus grandes que l'horizon, la physique ne peut être causale et les anisotropies ne peuvent provenir que des fluctuations initiales des photons (issues des fluctuations du potentiel gravitationnel) et de l'effet Sachs-Wolfe [Sachs & Wolfe 1967]. Comme le spectre des fluctuations du potentiel gravitationnel est invariant d'échelle, les fluctuations de température sont statistiquement identiques et le spectre angulaire est presque plat aux grandes échelles (petits multipôles ℓ).
- **les pics acoustiques.** Pour les échelles plus petites que l'horizon, dans un Univers dominé par la matière, le fluide subit des oscillations acoustiques adiabatiques. Les baryons ont tendance à tomber dans les puits de potentiel gravitationnel. Mais les photons exercent sur eux une pression de radiation qui entre en compétition avec la force gravitationnelle. C'est cette compétition qui induit des oscillations acoustiques de la matière dont les photons du CMB portent l'empreinte. Comme les structures entrent dans l'horizon progressivement (les plus petites sortent en premier), les oscillations du fluide pour différentes tailles caractéristiques sont déphasées (schéma 2.2). Le spectre de puissance reflète ce déphasage sous la forme de pics visibles aux échelles plus petites que l'horizon (c'est-à-dire aux multipôles $\ell \gtrsim 180$). Les différences de vitesse des électrons au moment de la dernière diffusion implique également un effet Doppler du deuxième ordre qui a pourtant laissé son nom aux pics observés sur le spectre de puissance.
- **la zone d'amortissement.** A plus petite échelle angulaire, le spectre est amorti. Cet amortissement est d'abord dû à la diffusion résiduelle des photons qui efface les structures dont la taille est plus petite que leur libre parcours moyen : c'est l'*amortissement de Silk*. De plus, le processus de recombinaison n'étant pas instantané, la surface de dernière diffusion possède en réalité une certaine épaisseur. Ce que l'on observe, c'est la moyenne le long de la ligne de visée. Celle-ci gomme les structures dont la taille est inférieure à cette épaisseur.

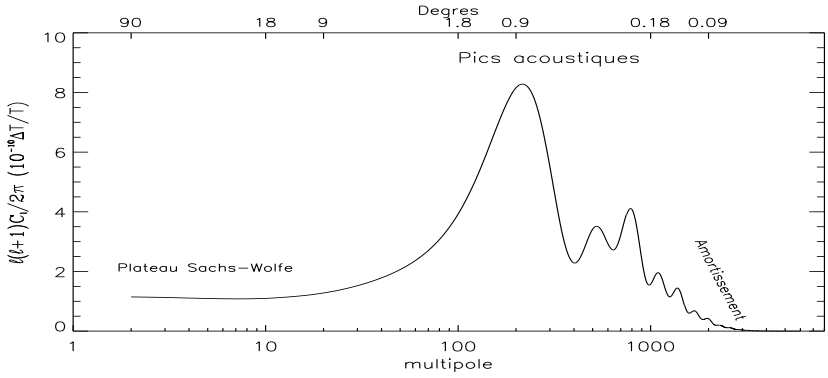


FIG. 2.5: **Spectre de puissance angulaire en température**. La puissance est tracée en fonction du multipôle ℓ (*échelle du bas*) ou des échelles angulaires (*échelle du haut*). On distingue les trois zones principales (*de gauche à droite*) : le plateau Sachs-Wolfe, les pics acoustiques et la zone d'amortissement.

2.5.2 polarisation

Le formalisme de Stokes permet de décrire un rayonnement polarisé à partir de quatre quantités : I, Q, U et V. Pour une onde polarisée se propageant dans la direction z, les paramètres de Stokes s'écrivent

$$\left\{ \begin{array}{rcl} I & = & \left\langle |E_x|^2 + |E_y|^2 \right\rangle \\ Q & = & \left\langle |E_x|^2 - |E_y|^2 \right\rangle \\ U & = & \left\langle 2Re(E_x E_y^*) \right\rangle \\ V & = & \left\langle 2Im(E_x E_y^*) \right\rangle \end{array} \right.$$

La lumière naturelle non polarisée est décrite par $Q = U = V = 0$. Q et U caractérisent la polarisation linéaire du photon alors que V décrit la polarisation circulaire. I et V sont invariants par rotation alors que Q et U dépendent du référentiel. La conservation de l'énergie totale d'une onde implique que

$$I^2 \geq Q^2 + U^2 + V^2 \tag{2.11}$$

La propriété principale des paramètres de Stokes est qu'ils sont additifs par superposition d'ondes incohérentes. La diffusion Thomson ne peut pas créer de polarisation circulaire puisqu'elle ne modifie pas les phases des composantes polarisées de la fonction d'onde (seulement les amplitudes). Pour le CMB, on peut donc considérer que

$$V = 0 \tag{2.12}$$

De la même façon que pour la température, on peut définir des spectres de puissance polarisés en utilisant la décomposition en harmoniques sphériques des quantités Q et U sur le ciel. Pour cela, on passe aux quantités scalaires E et pseudo-scalaires B définies à partir des paramètres de Stokes, mais qui présentent l'avantage d'être indépendants du repère choisi. La décomposition fait appel aux harmoniques spinnées d'ordre 2 :

$$(Q \pm iU)(\vec{n}) = \sum_{\ell m} a_{\pm 2 \ell m} \, {}_{\pm 2}Y_\ell^m(\vec{n}) \tag{2.13}$$

On peut alors écrire le lien entre Q, U et E, B dans l'espace des harmoniques sphériques

$$a_{\ell m}^E = -\frac{a_{2\ell m} + a_{-2\ell m}}{2} \tag{2.14}$$

$$a_{\ell m}^B = i\frac{a_{2\ell m} - a_{-2\ell m}}{2} \tag{2.15}$$

de telle sorte que l'on peut définir les spectres polarisés C_ℓ^E et C_ℓ^B

$$C_\ell^E = \left\langle |a_{\ell m}^E|^2 \right\rangle \tag{2.16}$$

$$C_\ell^B = \left\langle |a_{\ell m}^B|^2 \right\rangle \tag{2.17}$$

Pour observer de la polarisation dans le CMB, il faut qu'il y ait eu des anisotropies quadrupolaires au moment du découplage. On s'attend donc à trouver une corrélation entre les anisotropies en température et la polarisation. Cette corrélation se décrit par les spectres croisés température-polarisation définis par

$$C_\ell^{TE} = \left\langle a_{\ell m}^T a_{\ell m}^{E*} \right\rangle \tag{2.18}$$

$$C_\ell^{TB} = \left\langle a_{\ell m}^T a_{\ell m}^{B*} \right\rangle \tag{2.19}$$

Enfin, les propriétés des harmoniques sphériques spinnées d'ordre 2 impliquent

$$C_\ell^{EB} = \left\langle a_{\ell m}^E a_{\ell m}^{B*} \right\rangle = 0 \tag{2.20}$$

Des propriétés géométriques des différentes sources d'anisotropies, on déduit les figures de polarisation et ainsi l'effet sur les paramètres de Stokes. Par symétrie des figures de polarisation, on montre que pour une perturbation scalaire $E \neq 0$ mais $B = 0$ alors que pour une perturbation tensorielle $E, B \neq 0$. La présence de polarisation de type B dans le CMB est donc signe de présence d'ondes gravitationnelles.

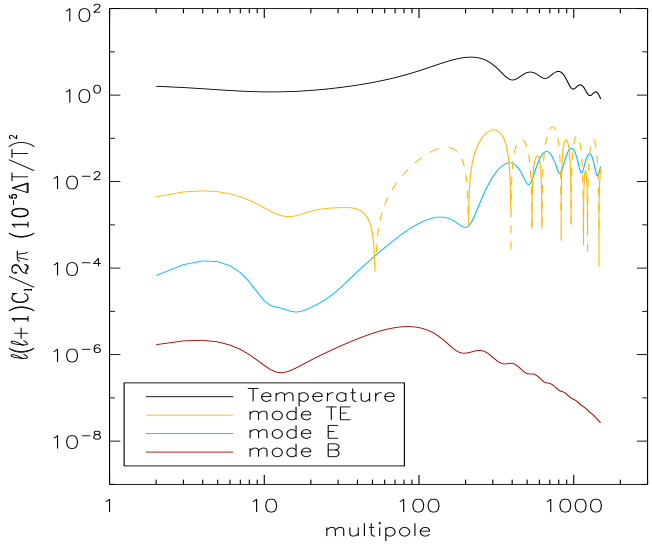


FIG. 2.6: **Spectres de puissance angulaire** en température et en polarisation. *De haut en bas :* le spectre en température, le spectre croisé TE, le spectre polarisé E et enfin une estimation optimiste du spectre B.

De la même façon que pour la température, les spectres en polarisation présentent des oscillations pour les échelles inférieures au degré (fig. 2.6). Dans le cas de la polarisation, ces oscillations sont plus piquées car elles viennent uniquement des gradients de vitesse du fluide photon-baryon au moment du découplage (oscillations Doppler). Elles sont donc en opposition de phase par rapport aux fluctuations de densité qui dominent dans le spectre en température. On s'attend à observer de la polarisation de type E à un niveau de l'ordre de quelques pour-cent du spectre en température.

Comme les perturbations scalaires sont liées aux fluctuations de densité, la corrélation entre la température et le mode E (C_ℓ^{TE}) contient la majeure partie des informations sur ce type de perturbations.

L'amplitude du spectre en polarisation de type B est encore incertaine mais serait un ou deux ordres de grandeur plus faible. Elle est étroitement liée à l'énergie de l'inflation (E_{inf}) [Zaldarriaga 2002] puisque

$$[\ell(\ell+1)/2\pi]\, C_\ell^B \simeq 0.024^2 \left(E_{inf}/10^{16}\right)^4 \mu\mathrm{K}^2 \tag{2.21}$$

2.6 Statistique des spectres de puissance angulaire

2.6.1 gaussianité et estimateurs de C_ℓ

La plupart des modèles inflationnaires prédisent des anisotropies en température distribuées de façon gaussienne sur le ciel. Les mesures de WMAP [Komatsu et al. 2003] sont compatibles avec une distribution gaussienne traduite par le coefficient de couplage non-linéaire $-58 < f_{NL} < 134$ (à 95% de niveau de confiance) défini comme nul dans le cas gaussien.

Dans ce cas, la distribution des coefficients $a_{\ell m}$ est également gaussienne et de variance C_ℓ. Les spectres de puissance contiennent alors toute l'information sur les anisotropies. Ceci se traduit par

$$\langle a_{\ell m} \rangle = 0 \tag{2.22}$$
$$\langle a_{\ell m} a_{\ell' m'} \rangle = C_\ell \delta_{\ell\ell'} \delta_{mm'} \tag{2.23}$$

On définit un estimateur du spectre de puissance angulaire sous la forme

$$\tilde{C}_\ell^T = \frac{1}{2\ell+1} \sum_{m=-\ell}^{\ell} a_{\ell m}^T a_{\ell m}^{T*} \tag{2.24}$$

qui s'écrit également pour les spectres polarisés et croisés

$$\tilde{C}_\ell^E = \frac{1}{2\ell+1} \sum_{m=-\ell}^{\ell} |a_{\ell m}^E|^2 \tag{2.25}$$

$$\tilde{C}_\ell^B = \frac{1}{2\ell+1} \sum_{m=-\ell}^{\ell} |a_{\ell m}^B|^2 \tag{2.26}$$

$$\tilde{C}_\ell^{TE} = \frac{1}{2\ell+1} \sum_{m=-\ell}^{\ell} a_{\ell m}^T a_{\ell m}^{E*} \tag{2.27}$$

$$\tilde{C}_\ell^{TB} = \frac{1}{2\ell+1} \sum_{m=-\ell}^{\ell} a_{\ell m}^T a_{\ell m}^{B*} \tag{2.28}$$

2.6.2 variance cosmique et variance d'échantillonnage

Que ce soit en température ou en polarisation, les coefficients $a_{\ell m}$ sont issus d'une distribution gaussienne de moyenne nulle et de variance C_ℓ. Chacun des coefficients a $2\ell+1$ degrés de liberté correspondant aux $2\ell+1$ valeurs de m possibles. L'estimation du spectre de puissance est donc entachée d'une erreur proportionnelle à $\sqrt{2\ell+1}$: c'est la variance cosmique (C_{var} pour *cosmic variance*).

$$C_{var}(C_\ell) = \frac{2C_\ell}{\sqrt{2\ell+1}} \tag{2.29}$$

Ceci trahit le fait qu'à grande échelle angulaire, on ne dispose pas d'assez d'information pour pouvoir estimer précisément la valeur du spectre.

De plus, les mesures des anisotropies de CMB ne couvrent pas tout le ciel. En effet, même si la couverture d'un satellite est totale, les avant-plans (en particulier l'émission de la Galaxie) masquent les anisotropies du CMB sur une partie du ciel ($\sim$15% dans le meilleur des cas). Pour chaque multipôle, le nombre de degrés de liberté et l'erreur associée augmentent donc, au premier ordre, de façon inversement proportionnelle à la portion de ciel observée f_{sky}. On obtient ainsi une variance plus grande que la variance cosmique : c'est la variance d'échantillonnage (S_{var} pour *sample variance*).

$$S_{var}(C_\ell) = \frac{1}{f_{sky}} \frac{2C_\ell}{\sqrt{2\ell+1}} \tag{2.30}$$

2.7 Les anisotropies secondaires

Les photons du CMB ont traversé tout l'Univers pour parvenir jusqu'à nous depuis la surface de dernière diffusion. Pendant ce trajet, des fluctuations dites secondaires ont été générées. Elles correspondent d'une part aux perturbations du potentiel gravitationnel et d'autre part aux interactions, par effet Compton, avec les électrons des milieux ionisés. Pour une description complète de leurs effets sur le spectre de puissance, on peut se référer à [Hu 1995].

2.7.1 effets de la gravité

L'effet Sachs-Wolfe intégré décrit les variations de potentiel gravitationnel intégrées le long de la ligne de visée, c'est-à-dire le long du trajet du photon. Compte-tenu de la vitesse de propagation d'un photon comparée aux échelles caractéristiques de la variation du potentiel gravitationnel local, cet effet reste limité. Il

peut néanmoins atteindre $\delta T/T \simeq 10^{-6}$ aux grandes échelles angulaires.

L'effet de lentille gravitationnel est une distorsion du potentiel gravitationnel due à la présence d'objets massifs (galaxies, amas). La trajectoire des photons est donc modifiée. Il en résulte une distorsion de l'image de la surface de dernière diffusion [Seljak & Zaldarriaga 2000]. Le spectre de puissance est légèrement lissé, c'est-à-dire que l'amplitude des pics est légèrement plus faible au profit des "vallées" (de l'ordre de quelques pour-cent) ce qui peut gommer les oscillations aux très grands multipôles.

L'effet Rees-Sciama [Rees & Sciama 1968] est lié au fait que les puits de potentiel gravitationnel se creusent avec le temps. Les photons qui les traversent gagnent de l'énergie en tombant dans les puits et en perdent pour en ressortir. Comme le puit s'est creusé, le bilan total d'énergie pour le photon est négatif : il perd de l'énergie. Les variations de potentiel gravitationnel apparaissent surtout au moment de la formation des structures lorsqu'elles subissent une phase d'évolution non-linéaire. Cet effet donne lieu à un variation relative de $\delta T/T = 10^{-7}$, ce qui correspond, à un effet de l'ordre de 0.01% à 0.1% pour une échelle angulaire de l'ordre du degré [Hu 1995a]. L'effet en température est maximal à plus petite échelle angulaire (entre 10 et 40 arcmin) où il peut atteindre $\delta T/T \simeq 10^{-6}$. Il peut même devenir dominant vers 40 secondes d'arc [Seljak 1996].

2.7.2 effets de diffusion

L'effet Sunyaev-Zel'dovich est un effet Compton inverse (les photons gagnent de l'énergie) des photons du fond diffus cosmologique sur les électrons libres du gaz chaud intra-amas [Zel'dovich & Sunyaev 1969]. Cet effet thermique modifie localement le spectre des photons du CMB. Il est donc surtout visible à petite échelle angulaire. Si l'amas est en mouvement, un effet cinétique créé par effet Doppler s'ajoute aux anisotropies secondaires. De plus, la diffusion sur les électrons libres de l'Amas local produit un effet diffus visible à grande échelle angulaire. Les anisotropies produites peuvent atteindre $\delta T/T \simeq 10^{-4}$ pour des échelles comprises entre le degré et la minute d'arc. C'est de loin l'effet dominant qui affecte le fond diffus cosmologique.

La réionisation correspond à une période où l'Univers est redevenu globalement ionisé après la recombinaison [Gunn & Peterson 1965]. Pendant cette phase, les électrons libres interagissent de nouveau avec les photons par diffusion Compton. Cette phase a vraisemblablement eu lieu lors de la formation des structures ($z = 6 - 20$) qui auraient amorcées le processus d'ionisation localement avant sa propagation à l'Univers dans son ensemble. L'effet sur les photons du CMB est visible à la fois localement (petites échelles angulaires) autour des amas de galaxies en supprimant la puissance mais également de façon globale à bas multipôles.

2.8 Les avant-plans

La mesure du fond diffus cosmologique est également contaminée par d'autres émissions d'origine astrophysique provenant de l'Univers local [Bouchet & Gispert 1999] : la Galaxie, les sources ponctuelles extragalactiques ou le système solaire. Ces photons se superposent à ceux du CMB. Les principaux avant-plans sont :

- **L'émission synchrotron.** Les électrons relativistes accélérés par un champ magnétique produisent un rayonnement synchrotron dont le spectre dépend de l'intensité du champ magnétique ainsi que de l'énergie des électrons. Le champ magnétique d'une galaxie (quelques nG) est suffisant pour produire une émission de photons par cet effet. Quant au spectre d'énergie des électrons susceptibles de produire un tel rayonnement, il est reproduit par une loi de puissance en $\nu^{-\beta}$ avec $\beta \simeq 3$ [de Zotti et al. 1999]. L'émission synchrotron est donc un avant-plan qui domine à basse fréquence.
- **Le rayonnement de freinage (ou *free-free*).** Dans un gaz chaud (on en trouve jusqu'à 10^8 K), les ions positifs agissent sur les électrons libres en les freinant. L'énergie libérée par les électrons ralentis est transformée en rayonnement thermique. L'indice spectral de l'émission *free-free* est $\beta \simeq 2.1$ [de Zotti et al. 1999], c'est donc un avant-plan qui domine également à basse fréquence.

- **L'émission de la poussière galactique.** L'espace intra-galactique présente des poussières froides qui proviennent des restes de collisions ou d'explosions dans la Galaxie. Ces poussières émettent par rayonnement thermique (*vibrational dust*) et par excitation de rotation du moment dipolaire électrique (*rotational dust*). Le rayonnement thermique a la forme d'un corps gris à la température d'environ 17 K et se situe dans l'infra-rouge lointain. Dans le domaine radio-millimétrique, l'émission thermique des poussières peut être approximée par une loi de puissance en ν^2 [Schlegel et al. 1998]. L'émission par rotation est présente entre 10 et 100 GHz et pique vers 20 GHz [Watson et al. 2005].
- **Les sources ponctuelles.** Certaines sources ponctuelles comme les quasars ou certaines galaxies émettent dans le domaine radio-millimétrique. Pour l'estimation du spectre de puissance, on utilise un masque pour éviter de prendre en compte les pixels contaminés par les sources ponctuelles résolues. Pour celles qui ne sont pas détectées individuellement, on estime leur contribution dans le spectre de puissance à l'aide de catalogues.
- **La lumière zodiacale.** Dans notre système solaire, on trouve de nombreuses poussières, de tailles variées, dont le rayonnement thermique est concentré dans la direction du plan de l'écliptique.

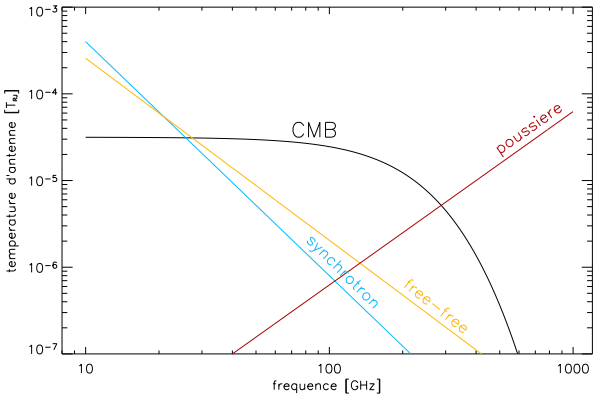


FIG. 2.7: **Spectres en fréquence des perturbations d'avant-plans** comparés au spectre du CMB (*en noir*). Les amplitudes sont normalisées sur le plateau Sachs-Wolfe. Le synchrotron (*en bleu*) et le *free-free* (*en jaune*) dominent à basse fréquence jusqu'à $\sim$30 GHz. La poussière (*en rouge*) domine à plus grande fréquence (au-dessus de 300 GHz).

La figure 2.7 représente les spectres d'émission des principaux avant-plans. La fenêtre de mesure pour le CMB est comprise entre $\sim$20 et 300 GHz, mais les mesures à plus basse et plus haute fréquences permettent d'estimer les niveaux de contaminations dus au différents types d'avant-plans.
On ne connaît que très mal les effets polarisés de ces avant-plans. L'expérience Parkes [Giardino et al. 2002] a mesuré l'effet polarisé de l'émission synchrotron. ARCHEOPS a été la première expérience à mesurer les spectres polarisés de l'émission diffuse des poussières galactiques sur une grande couverture du ciel [Benoît et al. 2004, Ponthieu et al. 2005].

2.9 Contraintes sur les paramètres cosmologiques

La forme du spectre de puissance angulaire du fond diffus cosmologique dépend des paramètres cosmologiques. On peut d'ailleurs comprendre intuitivement l'origine de ces dépendances si on ne s'attache à faire varier qu'un seul paramètre à la fois. En effet, le spectre présente un certain nombre de dégénérescences par rapport aux paramètres cosmologiques. On lève généralement certaines d'entre elles en utilisant des contraintes provenant d'autres observables cosmologiques comme les supernovae de type Ia, les Céphéïdes (qui donnent accès à la mesure de la constante de Hubble H_0) ou encore les abondances d'éléments légers prédites par la nucléosynthèse primordiale (qui contraint Ω_b).

paramètre de Hubble, H_0
Le paramètre de Hubble représente la vitesse relative d'expansion de l'Univers. Il est inversement lié à la distance qui nous sépare de la surface de dernière diffusion. Ainsi, si on augmente H_0, on diminue la distance entre l'observateur et la surface de dernière diffusion. L'observateur voit donc les structures sous un angle plus grand, ce qui se traduit sur le spectre de puissance par un décalage du spectre vers les grandes échelles, c'est-à-dire les petits multipôles.

densité de baryons, Ω_b
La densité de baryons joue directement sur la forme du spectre de puissance et particulièrement sur le rapport entre les amplitudes des deux premiers pics. En effet, c'est l'empreinte de l'oscillation des baryons que l'on retrouve dans les pics du spectre du CMB. Il est remarquable que la valeur de Ω_b mesurée grâce au CMB (*i.e.* à $z \simeq 1400$) soit si proche de celle estimée à partir de la nucléosynthèse primordiale bien avant dans l'évolution de l'Univers (à $z \simeq 10^9$) : $\Omega_b h^2 = 0.0200^{+0.0020}_{-0.0018}$ [Bennett et al. 2003a, O'Meara et al. 2001].

densité de matière, Ω_M
La forme et la hauteur des pics acoustiques sont liées à la densité de matière. En particulier, le rapport Ω_b/Ω_M détermine l'amplitude des oscillations acoustiques. En effet, par définition, les photons ne sont pas couplés avec la matière noire, l'autre composante de la matière. Le rapport matière sur radiation donne également accès à z_{eq}, le *redshift* de l'égalité matière et rayonnement, qui détermine l'amplitude de l'effet Sachs-Wolfe intégré.

densité totale de l'Univers, Ω_{tot}
La densité totale de l'Univers est liée à sa courbure Ω_κ si l'on considère que les deux principaux composants de l'Univers Ω_Λ et Ω_M sont fixes. Ainsi, augmenter Ω_{tot} revient à rendre l'espace courbe (fig. 2.8). Une même fluctuation sur la surface de dernière diffusion, dans un univers fermé (resp. ouvert), apparaîtra sous un angle plus grand (resp. petit) que pour un univers plat. Ceci entraîne un décalage du spectre de puissance angulaire vers les petits (resp. grands) multipôles.

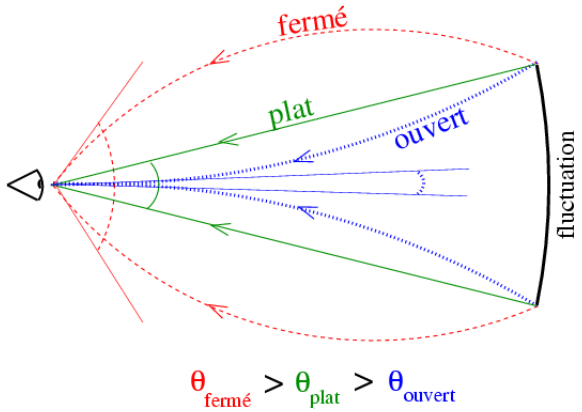


FIG. 2.8: **Effet de la géométrie de l'Univers sur la taille angulaire des fluctuations**. La mesure de la taille d'une fluctuation de la surface de dernière diffusion dépend de la géométrie de l'Univers $\Omega_\kappa = \Omega_\Lambda + \Omega_m$. Dans un univers fermé, les fluctuations apparaîtront plus grandes alors que dans un univers ouvert elles apparaîtront plus petites.

densité d'énergie noire, Ω_Λ
Les photons du CMB ont traversé l'Univers pour parvenir jusqu'à nous en suivant les géodésiques. Ils ont donc subi les déformations dues à sa géométrie. En supposant connue la distance qui nous sépare de la surface de dernière diffusion (traduite par le paramètre d'expansion H_0), on peut contraindre la courbure de l'Univers Ω_κ, c'est-à-dire la somme de la densité d'énergie noire Ω_Λ et la densité totale de matière Ω_M ($1 - \Omega_\kappa = \Omega_M + \Omega_\Lambda$). Le CMB ne donne que difficilement des contraintes sur chacun de ces pa-

ramètres. Mais ces paramètres cosmologiques sont également accessibles par l'étude des supernovae de type Ia utilisées comme chandelles standards, qui permettent de sonder l'Univers sur des distances beaucoup plus petites ($z \simeq 0.1$-1), et donnent des contraintes sur la différence $\Omega_M - \Omega_\Lambda$ [Schmidt et al. 1998, Perlmutter et al. 1997]. De plus, l'étude des effets de lentilles gravitationnelles permet de contraindre de façon indépendante la valeur de Ω_M. L'utilisation combinée de ces trois observables permet donc de contraindre à la fois Ω_M et Ω_Λ (fig. 2.9).

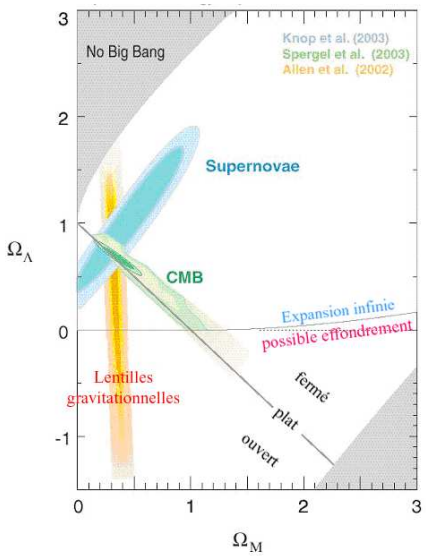


FIG. 2.9: **Contraintes dans le plan (Ω_M,Ω_Λ)** apportées par le CMB, les supernovae de type Ia et les lentilles gravitationnelles. CMB et supernovae permettent de contraindre $\Omega_\Lambda \simeq 0.7$ et $\Omega_M \simeq 0.3$.

indice spectral scalaire, n_s
La forme globale du spectre permet de contraindre les modèles d'univers primordial en jouant sur le spectre initial des fluctuations de densité. En particulier, le spectre des fluctuations primordiales est modélisé par une loi de puissance k^{n_s}. En variant n_s, on change la pente globale du spectre de puissance. On a ainsi d'ores et déjà pu exclure une contribution importante des défauts topologiques au profit des modèles d'inflation grâce à la présence de pics acoustiques [Hanany et al. 2000, Lange et al. 2001, de Bernadis et al. 2002].

rapport des amplitudes tenseur et scalaire, $r = C_\ell^t / C_\ell^s|_{\ell=2}$
Le mode B permet d'étudier les perturbations tensorielles générées par l'inflation. En particulier, le spectre B permet de contraindre leur contribution par rapport aux perturbations scalaires caractérisées par le rapport r des amplitudes des spectres tenseur et scalaire.

masse des neutrinos, $\sum_i m(\nu_i)$
Le CMB permet également de contraindre la masse moyenne des neutrinos. L'effet sur le spectre du CMB est faible, mais combiné à d'autres observables (comme les lentilles gravitationnelles et les mesures du HST - *Hubble Space telescope*), on obtient des contraintes meilleures que celles données par les expériences dédiées [Lesgourgues & Pastor 1999].
Les neutrinos, considérés comme massifs, sont relativistes dans les premières phases de l'Univers. Ils évoluent donc comme la matière relativiste (en a^{-4}). Leur quantité de mouvement, quant à elle, évolue avec l'expansion de l'Univers en a^{-1}. Lorsqu'elle passe en dessous de la valeur d'un état propre de masse donné, le neutrino devient non-relativiste et son évolution est alors la même que celle de la matière (en a^{-3}). Les neutrinos plus massifs vont donc rester relativistes moins longtemps. Or le couplage entre la matière et les neutrinos ne fait intervenir que les particules non-relativistes en-dessous de l'échelle de *free streaming*. Son effet a tendance à gommer les petites structures angulaires au moment de la surface de dernière diffusion.
Comme on observe peu de déviations du spectre qui ne puisse être expliquées par d'autres effets (comme

l'amortissement de Silk ou l'épaisseur de la surface de dernière diffusion), c'est donc qu'à l'époque de la recombinaison, les neutrinos étaient encore relativistes donc qu'ils sont légers. La cosmologie peut alors donner une limite supérieure sur la somme des masses des neutrinos [Spergel et al. 2003, Hannestad 2003]. Actuellement cette valeur dépend encore beaucoup des valeurs des autres paramètres cosmologiques mais reste la meilleure contrainte apportée sur la masse moyenne des neutrinos

$$\sum_i m(\nu_i) < 0.69 \text{ - } 1.20 \text{ eV} \tag{2.31}$$

2.10 Résultats expérimentaux

La mesure des anisotropies du CMB est relativement récente. Si à l'époque de COBE (1992), seuls les points à très grande échelle angulaire (petits multipôles ℓ) étaient connus, on a maintenant avec WMAP une mesure précise du spectre de puissance angulaire jusqu'au troisième pic acoustique. Entre les deux satellites de la NASA, de nombreuses d'expériences ont mesuré le spectre de puissance angulaire à travers l'observation d'une partie du ciel au sol ou en ballon.

2.10.1 mesure du spectre de puissance

En 1992, COBE, avec les instruments FIRAS et DMR, a mesuré le spectre de corps noir du fond diffus à une température de $T = 2.735 \pm 0.06$ K [Mather et al. 1990] (précisée depuis à $T = 2.725 \pm 0.001$ K [Fixsen & Mather 2002]). Avec une résolution de 7 degré, il a placé des points à très bas ℓ sur le spectre de puissance angulaire [Tegmark 1996]. Ensuite, une série d'expériences au sol ainsi que des expériences embarquées en ballons stratosphériques ont apporté des précisions sur la forme du spectre.

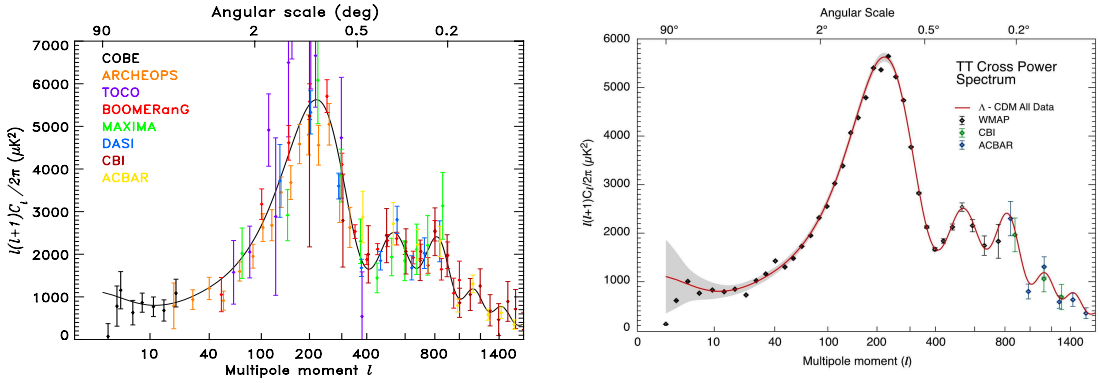


FIG. 2.10: *A gauche :* mesures du spectre de puissance angulaire du CMB par différentes expériences avant WMAP (COBE [Tegmark 1996], Archeops [Benoît et al. 2003a], TOCO [Miller et al. 2002], Boomerang [Ruhl et al. 2003], Maxima [Lee et al. 2001], DASI [Halverson et al. 2002], CBI [Pearson et al. 2003] et ACBAR [Kuo et al. 2004]). *A droite :* résultats de la première année des données de WMAP. La variance cosmique (en gris) est tracée sur le modèle ΛCDM (en rouge). Les figures sont issues de [Hinshaw et al. 2003].

La partie gauche de la figure (2.10) présente une combinaison des résultats des principales expériences antérieures à WMAP : COBE [Tegmark 1996], Maxima [Lee et al. 2001], TOCO [Miller et al. 2002], DASI [Halverson et al. 2002], Archeops [Benoît et al. 2003a], Boomerang [Ruhl et al. 2003], CBI [Pearson et al. 2003] et ACBAR [Kuo et al. 2004]. Ces expériences combinent différents instruments de détection (bolomètres, radiomètres et interféromètres), différentes résolutions angulaires et différentes bandes en fréquences. Les résultats combinés mettent clairement en évidence les deux premiers pics acoustiques, mais les barres d'erreurs restent dominées par les effets systématiques des expériences et par le fait qu'aucune d'entre elles n'avait la couverture du ciel nécessaire. Les expériences donnant les points à hauts ℓ observent une toute petite partie du ciel avec une excellente résolution (DASI, CBI) contrairement à d'autres comme Archeops qui couvre 30% du ciel et permet de relier les points de COBE (100% du ciel) au premier pic acoustique.

Il a fallu attendre 2003 et les résultats de l'expérience WMAP [Bennett et al. 2003a] (fig. 2.10, *à droite*) pour obtenir une mesure du spectre de puissance angulaire dont les erreurs jusqu'au deuxième pic acoustique sont essentiellement dues à la variance cosmique.
Pour ce qui est de la polarisation, les premières mesures du spectre E sont celles de DASI en 2002 [Kovac et al. 2002] confirmées par la même équipe en 2004 [Leitch et al. 2004], ainsi que par CBI [Readhead et al. 2004] et CAPMAP [Barkats et al. 2005] (fig. 2.11, *à gauche*). Elles représentent les premières détections des modes polarisés du CMB.

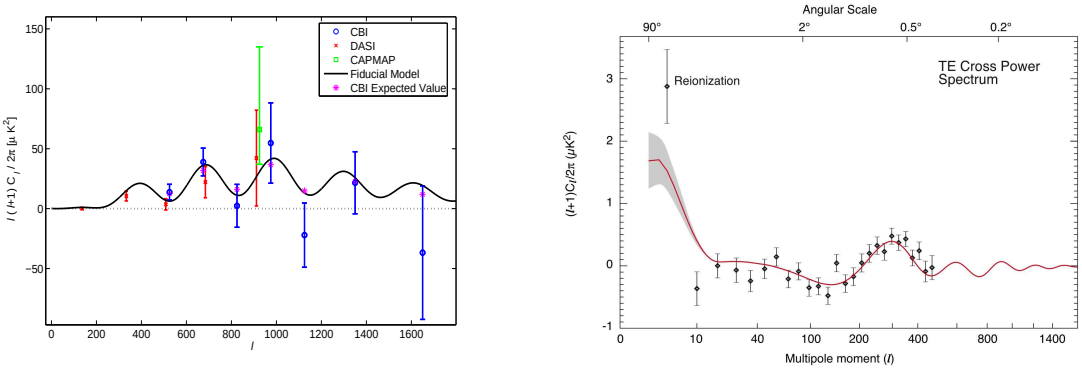


FIG. 2.11: *A gauche :* mesures du spectre polarisé E par les expériences DASI [Leitch et al. 2004], CBI [Readhead et al. 2004] et CAPMAP [Barkats et al. 2005]. La figure est issue de [Readhead et al. 2004]. *A droite :* spectre corrélé T-E de WMAP [Kogut et al. 2003]

WMAP a également présenté une estimation du spectre de puissance TE [Kogut et al. 2003] (fig. 2.11, *à droite*). C'est toujours, à l'heure actuelle, la seule mesure d'un spectre polarisé. Ceci montre à quel point le passage de la température à la polarisation est difficile à cause de la combinaison d'un signal beaucoup plus faible avec des erreurs systématiques et des avant-plans pas encore maîtrisés.

2.10.2 état des lieux des paramètres cosmologiques

A partir des spectres de puissance en température et en polarisation, on peut contraindre les paramètres cosmologiques. Les modèles présentés dans les figures 2.10 et 2.11 correspondent au meilleur ajustement d'un modèle ΛCDM (pour Λ-*dominated Cold Dark Matter*) adiabatique sur les mesures. Les valeurs des paramètres cosmologiques tels qu'ils sont connus en 2005 sont résumés dans le tableau 2.1. Ils incluent les mesures du spectre de CMB par COBE, WMAP, CBI et ACBAR ainsi que les mesures indépendantes du spectre de formation des galaxies proches (2dF [Pearson et al. 2003]). Ces résultats sont compatibles avec d'autres observables indépendantes. Entre autres, on peut citer la mesure de la constante de Hubble par le HST ($H = 72 \pm 3 \pm 7$ [Freedman et al. 2001]) ; la mesure de la densité de baryons par la nucléosynthèse primordiale ($\Omega_b h^2 = 0.0200^{+0.0020}_{-0.0018}$ [O'Meara et al. 2001]) ; l'étude des supernovae de type IA utilisées comme chandelles standards ($\Omega_\Lambda = 0.73^{+0.09}_{-0.07}$ [Perlmutter et al. 1999]).
Ce modèle cosmologique est plat ($\Omega_{tot} \sim 1$), dominé par une forme d'énergie noire ($\Omega_\Lambda \sim 70\%$) et ses fluctuations sont adiabatiques et indépendantes de l'échelle. Il est, jusqu'à présent, cohérent avec toutes les données astrophysiques.
Malgré la concordance flagrante des différentes observables en faveur du modèle ΛCDM, l'Univers qu'il décrit n'en est pas moins étrange. En effet, regardons les principaux composants de l'Univers :

- **le rayonnement.** Comme la densité de rayonnement évolue comme a^{-4}, alors que celle de la matière évolue comme a^{-3}, à notre époque, le rayonnement est totalement négligeable ($\Omega_\lambda \simeq 5\ 10^{-5}$).
- **les baryons.** Les baryons, les seuls constituants détectés directement en laboratoire, constituent seulement 4% de la densité. Parmi ces 4%, seul un dixième sont des baryons condensés dans les étoiles, le reste est invisible ou sous la forme de gaz ionisés intergalactiques ou chauds au centre des amas.
- **la matière noire.** Quant au reste de la matière non-baryonique (environ 23%), ni sa nature, ni son évolution ne sont réellement connues. C'est pourquoi on l'appelle *matière noire*. Les scénarios de formation

Description	Symbole	Valeur	+ incertitude	− incertitude
Densité totale	Ω_{tot}	1.02	0.02	0.02
Densité d'énergie noire	Ω_Λ	0.73	0.04	0.04
Densité de baryon	$\Omega_b h^2$	0.0224	0.0009	0.0009
Densité de baryon	Ω_b	0.044	0.004	0.004
Densité de matière	Ω_m	0.27	0.04	0.04
Densité de neutrino	$\Omega_\nu h^2$	< 0.0076	95% CL	—
Constante de Hubble	h	0.71	0.04	0.03
Equation d'état de quintessence	w	< -0.78	95% CL	—
Température CMB (K)	$T_{\rm cmb}$	2.725	0.001	0.001
Densité de baryon (cm^{-3})	n_b	2.5×10^{-7}	0.1×10^{-7}	0.1×10^{-7}
Densité de photons CMB (cm^{-3})	n_γ	410.4	0.9	0.9
Indice spectral scalaire	n_s	0.93	0.03	0.03
Variations de n_s	$dn_s/d\ln k$	-0.031	0.016	0.018
Rapport tenseur-scalaire	r	< 0.90	95% CL	—
Age de l'Universe (an)	t_0	$13.7\,10^9$	0.2	0.2
Redshift du découplage	z_{dec}	1089	1	1
Redshift de l'égalité matière-rayonnement	z_{eq}	3233	194	210
Redshift de la réionisation (95% CL)	z_r	20	10	9
Epaisseur optique de la réionisation	τ	0.17	0.04	0.04

TAB. 2.1: **Valeurs des paramètres cosmologiques** pour un modèle ΛCDM adiabatique, basés sur les résultats de WMAP [Bennett et al. 2003a] en tenant compte du CMB et de la formation des galaxies proches (2dF [Pearson et al. 2003]).

des structures rejettent la matière noire relativiste au moment du découplage (HDM pour *Hot Dark Matter*) au profit d'une forme non-relativiste (CDM pour *Cold Dark Matter*). Les extensions du modèle standard de physique des particules (comme les modèles SUSY) s'attachent à proposer des candidats pour cette forme de matière (comme le neutralino par exemple).

- **l'énergie noire.** La grande surprise reste la domination d'une forme d'énergie elle aussi inconnue mais qui constitue plus de 73% de la densité de l'Univers : l'énergie noire. Les estimations naïves sur la quantité d'énergie provenant des fluctuations quantiques des champs fondamentaux prévoient une valeur de $\Lambda \simeq c^3/\hbar G \sim 10^{69}$ m^{-2} alors que la valeur mesuré donne $\Lambda = 3\Omega_\Lambda H_0^2/c^2 \sim 10^{-52}$ m^{-2}. Ce qui donne un désaccord de plus de 120 ordres de grandeur ! La domination de la constante cosmologique prouve que notre Univers est maintenant dans une phase d'expansion accélérée.

Le résultat le plus surprenant apporté par WMAP est sans aucun doute celui lié à la mesure de la polarisation du CMB. Comme la diffusion Thomson est anisotrope, on s'attend à observer une polarisation des photons du CMB de l'ordre de quelques pourcents. La forme du spectre TE observé par WMAP (fig. 2.11) est caractéristique des oscillations engendrées par les fluctuations adiabatiques au cours de l'inflation. Mais au-dessous de $\ell = 5$, WMAP détecte un signal beaucoup plus important que les prédictions adiabatiques. De telles observations peuvent être expliquées par de la diffusion Compton à une époque plus récente que la recombinaison : c'est la réionisation. Mais les observations de WMAP suggèrent une profondeur optique de $\tau = 0.17$ ce qui implique que le milieu inter-galactique s'est réionisé bien avant les prédictions (autour de $z_r = 20 \pm 10$ au lieu de 5-7). Ce qui voudrait dire qu'à cette époque, des structures non-linéaires (telles que les étoiles), nécessaires à la réionisation, étaient déjà formées. Or aucun modèle de formation des structures n'est capable de produire des étoiles aussi tôt. On est donc dans une période charnière où les résultats de WMAP doivent être confirmés tout en cherchant des explications à la présence d'étoiles à $z = 20$.

La physique du CMB est décrite dans beaucoup d'articles de revue sur la cosmologie. En particulier, on trouve une présentation claire dans [Lineweaver 1997] et [Hu 1995b]. On trouve également beaucoup de thèses sur le sujet parmi lesquelles celle de Benoît Revenu [Revenu 2000] ou celle de Wayne Hu [Hu 1995].

Deuxième partie

Inflation et reheating

Chapitre 3

L'inflation

L'inflation est présentée comme une solution aux problèmes du modèle standard en cosmologie. La solution sous la forme d'un champ scalaire est particulièrement intéressante car elle permet, en plus, de créer les fluctuations primordiales nécessaires à la formation des grandes structures. Nous décrirons sous quelles conditions un champ scalaire peut engendrer une phase inflationnaire et nous discuterons les différents modèles possibles. Enfin, nous verrons comment les fluctuations quantiques de l'inflaton peuvent engendrer les fluctuations de matière.

La théorie de l'inflation a été appliquée à la cosmologie afin de résoudre le problème de la causalité et de se débarrasser des particules reliques. Plus tard, on s'est aperçu que l'inflation permettait également de résoudre un autre problème du modèle standard de Big-Bang : celui de la formation des perturbations cosmologiques. Depuis, les données expérimentales ont considérablement réduit ses concurrents et ont placé l'inflation dans une bonne position dans la course aux théories au-delà du modèle standard.

3.1 Principe

L'idée de base du mécanisme d'inflation est d'inverser l'évolution du rayon de Hubble comobile $\lambda_H = (aH)^{-1}$. En effet, les observations au moment du découplage semblent indiquer que l'Univers était en contact causal. Or dans la cosmologie standard, λ_H (et donc la taille de l'horizon d_H) croît avec le temps et les observations montrent qu'au moment du découplage la taille du rayon de Hubble n'était que de l'ordre du degré. Pour résoudre ce problème, il faut donc que l'horizon ait été plus grand que la taille de l'Univers avant de diminuer pour atteindre la taille du degré au moment du découplage (figure 3.1). Une telle condition revient à

$$\frac{d(aH)^{-1}}{dt} < 0 \quad \Rightarrow \quad \ddot{a} > 0 \tag{3.1}$$

Même si les observations actuelles tendent à montrer que notre Univers est actuellement en phase d'inflation, ce qui nous intéresse ici, c'est d'étudier une phase d'inflation à une période de l'Univers où les énergies étaient très différentes.
On rappelle l'équation de Friedmann

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) \tag{3.2}$$

Elle permet d'écrire une condition sur la pression dans le cas d'un univers en accélération. Plus particulièrement, la pression doit satisfaire à l'équation d'état

$$p < -\frac{1}{3}\rho \ . \tag{3.3}$$

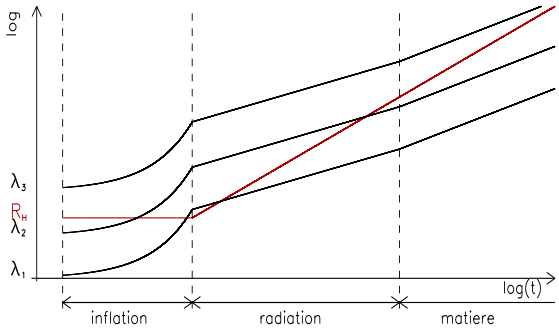


FIG. 3.1: **Evolution du rayon de Hubble** en fonction du temps. Les structures sortent de l'horizon en fonction de leur taille pendant l'inflation : les plus grandes sortent en premier. En dehors de l'horizon, la physique causale ne s'applique pas, les structures sont "gelées". Elles rentrent ensuite progressivement dans l'horizon : les plus petites en premier. Les structures qui rentrent pendant la phase de radiation oscillent.

Cette condition paraît étrange puisqu'elle suppose la domination, à cette époque, d'une forme d'énergie dont la pression serait négative puisque la densité est toujours positive.
Notons que, bien qu'étrange, nous connaissons déjà une solution à cette équation d'état. En effet, la constante cosmologique est la solution la plus simple à cette condition puisqu'elle correspond à un fluide pour lequel l'équation d'état est

$$p = -\rho \tag{3.4}$$

Cependant, un univers dominé simplement par un tel fluide serait en inflation constante et ne donnerait jamais naissance à une phase de radiation ou à une phase de matière. Nous cherchons donc une autre solution de l'équation d'état (éq. 3.3) de telle façon que l'inflation puisse être suivie d'une phase de domination de la radiation.
La physique des particules nous apprend qu'un champ scalaire donne facilement des pressions négatives. Il n'existe cependant aucune évidence expérimentale permettant de confirmer l'existence de champs scalaires (que ce soit en cosmologie ou en physique des particules), même si ceux-ci apparaissent dans beaucoup de théories.
Pour résoudre le problème de l'horizon, il est nécessaire que tout l'Univers visible homogène aujourd'hui ait été en contact causal à une époque pendant l'inflation. On peut donc contraindre l'accroissement du facteur d'échelle N (appelé *e-fold*) défini par

$$N = \ln \frac{a_f}{a_i} \tag{3.5}$$

où a_f et a_i sont les valeurs du facteur d'échelle respectivement à la fin de l'inflation et au début de l'inflation. On peut alors montrer que l'accroissement doit être $N \geq 60$.

3.2 Champs scalaires en cosmologie

La dynamique d'un champ scalaire couplé à la gravité est gouvernée par l'action S_ϕ qui s'écrit

$$S_\phi = \int d^4x\sqrt{-g}\left(\frac{1}{2}\partial^\mu\phi\partial_\mu\phi - V(\phi)\right) \tag{3.6}$$

où $V(\phi)$ est le potentiel associé au champ scalaire ϕ et la signature est $(+,-,-,-)$. Le tenseur énergie-impulsion qui en dérive se met sous la forme :

$$T^{\mu\nu} \quad = \quad \partial_\mu\phi\partial_\nu\phi - g_{\mu\nu}\left(\frac{1}{2}\partial^\sigma\phi\partial_\sigma\phi - V(\phi)\right). \tag{3.7}$$

En supposant l'Univers isotrope, le tenseur énergie-impulsion $T^{\mu\nu}$ se réduit à celui d'un gaz parfait de densité $\rho = -T^0{}_0$ et de pression $p = T^i_i$ respectivement :

$$\rho = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + \frac{(\nabla\phi)^2}{2a^2} + V(\phi), \tag{3.8}$$

$$p = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - \frac{(\nabla\phi)^2}{6a^2} - V(\phi). \tag{3.9}$$

où l'on retrouve la forme classique : somme d'un terme d'énergie cinétique, d'un terme de gradient et d'un terme d'énergie potentielle.
Le théorème de moindre action nous dit que la dérivée de S_ϕ par rapport au champ ϕ doit s'annuler. Après une intégration par partie, on trouve alors l'équation de Klein-Gordon de propagation du champ scalaire

$$\mathcal{D}^\mu\mathcal{D}_\mu\phi = \frac{dV}{d\phi} \tag{3.10}$$

Accompagnée de l'équation de Friedmann dans un Univers plat, l'équation de Klein-Gordon décrit la dynamique d'un champ scalaire dans un univers de FLRW (Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker) :

$$\begin{cases} H^2 = \dfrac{8\pi G}{3}\rho & \text{(équation de Friedmann)} \\ \ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + \dfrac{\nabla^2\phi}{a^2} + V' = 0 & \text{(équation de Klein-Gordon)} \end{cases} \tag{3.11}$$

Pendant l'inflation, le facteur d'échelle $a(t)$ devient très important et le terme de gradient est souvent négligé d'autant plus que le champ ϕ est quasi-homogène.
Mais n'oublions pas que nous avons écrit l'évolution d'un champ scalaire dans l'Univers afin de résoudre l'équation (éq. 3.1). Or le système précédent ne donne pas nécessairement d'expansion accélérée. C'est le cas, en particulier, lorsque le terme d'énergie potentielle domine devant l'énergie cinétique. C'est ce qu'on appelle le régime de *slow-roll*.

3.3 Le régime de *slow-roll*

Pour obtenir une solution en expansion accélérée du système (éq. 3.11), on cherche à négliger les termes d'énergie cinétique au profit des termes d'énergie potentielle. L'approximation de *slow-roll* revient à négliger $\frac{1}{2}\dot{\phi}^2$ dans l'équation de Friedmann et $\ddot{\phi}$ dans l'équation de Klein-Gordon. Le système devient alors

$$\begin{cases} H^2 \simeq \frac{8\pi G}{3}V(\phi) \\ 3H\dot{\phi} + V' \simeq 0 \end{cases} \tag{3.12}$$

En remplaçant les valeurs de $\dot{\phi}$ et H, on obtient les conditions sur les paramètres de *slow-roll* ϵ_V et η_V :

$$\begin{cases} \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 \ll V \\ \ddot{\phi} \ll 3H\phi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \epsilon_V \equiv \frac{m_P^2}{2}\left(\frac{V'}{V}\right)^2 \ll 1 \\ \eta_V \equiv m_P^2\frac{V''}{V} \ll 1 \end{cases} \tag{3.13}$$

où $m_P \equiv 1/\sqrt{8\pi G}$ est la masse de Planck réduite.
L'approximation de *slow-roll* est donc valide dans le cas où la pente (reliée à ϵ_V) et la courbure (reliée à η_V) du potentiel V sont suffisamment faibles. Dans ce cas, l'Univers est bien en expansion accélérée ($\ddot{a} > 0$).

3.4 Quelques conséquences de l'inflation

- L'inflation résout par construction le problème de l'horizon. Comme le facteur d'échelle évolue plus rapidement que le rayon de Hubble, un espace en contact causal peut s'étendre suffisamment pendant l'inflation pour devenir plus grand que l'espace observable aujourd'hui. L'homogénéité du ciel actuel peut donc être expliquée par un contact causal de celui-ci avant l'inflation.

- Pour obtenir une pression négative, on a besoin de plus d'énergie potentielle que d'énergie cinétique. Une façon d'obtenir une telle configuration est de piéger le champ ϕ dans un minimum local de son potentiel pour lequel $V(\phi)$ est non nul. Mais alors, si le champ est piégé, la densité d'énergie ρ est constante, ce qui est contraire à toutes les autres formes d'énergie que l'on connaisse. En effet, la densité de matière ($\rho^{NR} \propto a^{-3}$) comme celle du rayonnement ($\rho^{R} \propto a^{-4}$) décroissent rapidement à mesure que l'Univers s'étend. Par conséquent, quelle que soit la composition de l'Univers avant l'inflation, l'énergie du champ scalaire deviendra rapidement dominante. C'est l'effet de dilution qui fait disparaître les autres formes d'énergie pendant la phase d'inflation.
- Comme le facteur d'expansion est exponentiel, alors localement l'Univers devient très homogène et plat comme un ballon de baudruche que l'on gonfle très rapidement. D'un point de vue mathématique, alors que la courbure croît dans un univers dominé par la radiation ou la matière, elle décroît dans un Univers en inflation. En effet, comme les autres termes de densité, le terme de courbure ρ_κ décroît rapidement avec l'expansion (en a^{-2}). Il devient vite dominé par le potentiel du champ scalaire. Quelque soit la valeur de la courbure au début de l'inflation, l'expansion est telle qu'elle assure à la fin une courbure négligeable, c'est-à-dire un espace parfaitement plat. Le problème du modèle de Big-Bang qui nécessitait d'imposer arbitrairement que l'Univers soit parfaitement plat initialement devient une conséquence naturelle de l'inflation.

3.5 Les modèles inflationaires

3.5.1 historique

Nous avons vu que l'inflation est réalisée à partir d'un champ scalaire ϕ et de son potentiel associé V. Ici, nous allons présenter un certain nombre de modèles d'inflation, c'est-à-dire différents choix de potentiels $V(\phi)$ satisfaisant aux conditions de *slow-roll*.

Cette théorie est assez récente. Elle apparaît au début des années 1980 ([Starobinsky 1980], [Guth 1981]). Les premiers modèles (dits modèles anciens) sont basés sur une transition de phase du premier ordre d'un "faux" vide (avec une énergie non-nulle) à un vrai vide (avec une densité d'énergie nulle). Cette transition apparaît sous la forme de bulles par effet tunnel. Ces modèles ne sont plus considérés actuellement car, afin de résoudre les problèmes liés au modèle standard de cosmologie, ils imposaient une nucléosynthèse très lente. Or si la nucléosynthèse est trop lente, alors il ne peut pas y avoir de coalescence des bulles puisque l'espace qui les sépare grandit trop vite sous l'effet de l'expansion.

Andrei Linde propose alors ([Linde 1982, Albrecht & Steinhardt 1982]) un modèle basé sur une transition de phase du 2ième ordre dans laquelle le champ scalaire est en équilibre thermique. On appelle maintenant ces modèles : nouvelle inflation.

Plus tard, Linde abandonna l'hypothèse d'équilibre thermique ([Linde 1983]) et initia la 3ième génération de modèles d'inflation : les modèles chaotiques. Les potentiels associés sont très simples et la phase d'inflation vient du déplacement du champ scalaire de sa valeur initiale importante (quelques masses de Planck) à sa valeur finale au fond du puit formé par son potentiel.

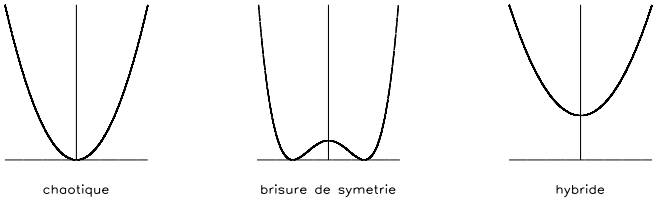


FIG. 3.2: **différents potentiels d'inflation**. *de gauche à droite :* modèle à champ large (chaotique), modèle à champ faible (brisure de symétrie) et modèle hybride.

3.5.2 classification

Il existe un grand nombre de modèles d'inflation. La plupart ne considèrent qu'un seul champ scalaire pendant l'inflation, même si certains (les modèles dits hybrides) ont besoin d'un autre champ pour finir la phase inflationnaire. On peut les classer en trois catégories (fig. 3.2) suivant les valeurs que prennent les paramètres de *slow-roll* ϵ et η [Linde 1990, Lyth & Riotto 1998, Liddle & Lyth 2000] :

- **modèles à champ large ($0 < \eta \leq \epsilon$)**
  Ce sont les modèles les plus largement utilisés dans la littérature en raison de leur simplicité. C'est dans cette catégorie que l'on classe les modèles chaotiques avec potentiels en loi de puissance

$$V(\phi) = \Lambda^4 \left(\frac{\phi}{\mu}\right)^n, \tag{3.14}$$

  ou en exponentiel

$$V(\phi) = \Lambda^4 \exp\left(\phi/\mu\right). \tag{3.15}$$

  Néanmoins, ces modèles présentent l'inconvénient de ne pas être motivés par la physique des particules. En effet, ils s'écrivent de façon générale sous la forme d'une somme d'une infinité de termes

$$V(\phi) = V_0 + \frac{1}{2}m^2\phi^2 + \frac{\lambda_3}{3}\phi^3 + \frac{\lambda_4}{4}\phi^4 + \sum_{n=5}^{\infty}\frac{\lambda_n}{m_P^{n-4}}\phi^n. \tag{3.16}$$

  Or la physique des particules nous dit que les termes de la dernière somme ($n > 4$) sont non-renormalisables. Ils ont, a priori, une constante $\lambda_n \simeq 1$. Lorsque le champ ϕ est de l'ordre de la masse de Planck, ces termes sont dominants et le potentiel ne peut être calculé.

- **modèles à champ faible ($\eta < 0 < \epsilon$)**
  Ces modèles sont basés sur une brisure spontanée de symétrie. Le champ scalaire quitte une position instable (maximum local) de son potentiel pour rejoindre une valeur stable correspondant à une énergie non-nulle. On peut les décrire sous la forme d'un développement de Taylor autour de l'origine :

$$V(\phi) = \Lambda^4 \left[1 - \left(\frac{\phi}{\mu}\right)^p\right]. \tag{3.17}$$

  Ces modèles présentent la caractéristique de supprimer plus facilement les modes tenseurs par rapport aux modes scalaires que les modèles à champ large.

- **modèles hybrides ($0 < \epsilon < |\eta|$)**
  Ces modèles utilisent deux champs scalaires ϕ et ψ. Le premier joue le rôle de champ d'inflation classique, quant au second, il sert à mettre fin à la période d'inflation. Linde, dans [Linde 1994], donne le premier exemple de modèle hybride dont le potentiel est

$$V(\phi,\psi) = \frac{1}{2}m^2\phi^2 + \frac{1}{2}\lambda'\psi^2\phi^2 + \frac{1}{4}\lambda\left(M^2 - \psi^2\right)^2. \tag{3.18}$$

  Lorsque le champ ϕ est dominant ($\phi > \lambda M^2/\lambda'$), le potentiel présente un minimum stable pour la valeur du champ $\psi = 0$ et s'écrit simplement

$$V(\phi) \simeq V_0 + \frac{1}{2}m^2\phi^2, \tag{3.19}$$

  où ϕ joue le rôle de l'inflaton. Pendant l'inflation, le champ ϕ décroit lentement (il suit les conditions de *slow-roll*) le long de son potentiel et devient sous-dominant. Le potentiel change alors de forme et il apparaît deux nouveaux minima pour $\psi = \pm M$. Le champ ϕ tombe alors dans l'un de ces deux minima et l'inflation s'arrête.

3.6 Les fluctuations quantiques du champ

La théorie de l'inflation permet de fournir les conditions initiales pour l'étude des perturbations cosmologiques. En effet, une expansion accélérée permet de convertir les fluctuations quantiques du champ scalaire en des perturbations macroscopiques cosmologiques [Starobinsky 1982, Liddle & Lyth 2000] susceptibles d'être les conditions initiales correspondant à nos observations des grandes structures.

3.6.1 fluctuations quantiques scalaires

On se place dans un univers de FLRW plat en expansion (univers de *de Sitter*). On considère un champ scalaire ϕ très peu couplé à la gravité avec un potentiel $V(\phi)$ en loi de puissance. L'équation d'évolution du champ s'écrit

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + \frac{\nabla^2\phi}{a^2} + V_\phi = 0 \tag{3.20}$$

Si on sépare la partie homogène de la perturbation dans le champ $\phi(x,t) = \phi(t) + \delta\phi(x,t)$, on obtient alors, en linéarisant l'équation précédente,

$$\ddot{\delta\phi} + 3H\dot{\delta\phi} - \frac{\nabla^2\delta\phi}{a^2} + m^2\delta\phi = 0 \tag{3.21}$$

où la masse effective du champ ϕ est définie par $m^2 = \partial^2 V/\partial\phi^2$. Ce qui s'écrit dans l'espace des phases comobiles $\mathbf{k}/a$

$$\ddot{\delta\phi}_{\mathbf{k}} + 3H\dot{\delta\phi}_{\mathbf{k}} + \left(\frac{|\mathbf{k}|^2}{a^2} + m^2\right)\delta\phi_{\mathbf{k}} = 0 \tag{3.22}$$

En mécanique quantique, la solution réelle la plus générale de l'équation (éq. 3.22) s'écrit comme une superposition d'ondes planes [Khlebnikov & Tkachev 1996, Liddle & Lyth 2000]

$$\delta\phi_{\mathbf{k}}(t) = f_k(t)a_{\mathbf{k}} + f_k^*(t)a^\dagger_{-\mathbf{k}} \tag{3.23}$$

où

- $a_{\mathbf{k}}$ et $a^\dagger_{\mathbf{k}}$ sont les opérateurs quantiques d'annihilation et de création qui satisfont aux relations de commutation des opérateurs Hermitiens

$$\left[a_{\mathbf{k}}, a^\dagger_{\mathbf{k}'}\right] = \delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \ , \qquad [a_{\mathbf{k}}, a_{\mathbf{k}'}] = 0 \tag{3.24}$$

- les fonctions f_k vérifent l'équation classique du champ

$$\ddot{f}_k + 3H f_k + \omega_k^2 f_k = 0 \tag{3.25}$$

avec $\omega_k^2 = \frac{|\mathbf{k}|^2}{a^2} + m^2$.

On cherche la solution $f_k(t)$ valide pour des échelles autour de l'horizon, c'est-à-dire $k \simeq aH$. Les conditions de *slow-roll* donnent $m^2 \ll H^2 \simeq k^2/a^2$. On peut donc négliger le terme de masse devant k/a. De plus, en dehors de l'horizon, la physique causale ne s'applique pas et les variations de H peuvent être négligées. On peut alors vérifier [Liddle & Lyth 2000] que

$$f_k(t) = L^{-3/2}\frac{H}{\sqrt{2k^3}}\left(i + \frac{k}{aH}\right)e^{ik/aH} \tag{3.26}$$

est une solution de l'équation (éq. 3.25) normalisée pour un espace de taille L dans les trois dimensions.
Par définition, le spectre de puissance $P_\phi(k)$ s'écrit comme la transformée de Fourier de la fonction de corrélation de l'état de vide

$$\langle 0|\phi(\vec{x_1})\phi(\vec{x_2})|0\rangle = \int e^{i\vec{k}.(\vec{x_1}-\vec{x_2})}\frac{P_\phi(k)}{4\pi k^3} \tag{3.27}$$

ce qui donne dans notre cas

$$P_\phi(k) = \frac{k^3}{2\pi^2}|f_k|^2 \ . \tag{3.28}$$

Dans les cas limites, on peut exprimer les fluctuations $f(t)$ et le spectre $P_\phi(k)$:

- **pour des structures beaucoup plus petites que l'horizon** ($k/a \gg H$)
  A l'intérieur de l'horizon, les structures oscillent comme

  $$f_k(t) = L^{-3/2}\frac{1}{a\sqrt{2k}}e^{ik/aH} \tag{3.29}$$

  et le spectre de puissance s'écrit

  $$P_\phi(k) = \frac{1}{L^3}\left(\frac{k}{2\pi a}\right)^2 \ . \tag{3.30}$$

- **à l'extérieur de l'horizon** ($k/a \ll H$)
  La physique causale ne s'applique plus pour les structures dont la taille est plus grande que l'horizon $\lambda \gg (aH)^{-1}$. Les modes sont gelés, il n'y a plus d'oscillation. Alors la solution (éq. 3.26) peut s'écrire :

  $$f_k(t) = L^{-3/2}\frac{H}{\sqrt{2k^3}}i \tag{3.31}$$

  Comme, pour ces modes, on néglige l'évolution de H, on prend sa valeur au moment de la sortie de l'horizon $H = k/a$ et on peut écrire le spectre des fluctuations sous la forme

  $$P_\phi(k) = \frac{1}{L^3}\left(\frac{H}{2\pi}\right)^2 \tag{3.32}$$

  Ce spectre est invariant d'échelle (il ne dépend pas de k). Comme, à la fin de l'inflation, la plupart des structures sont sorties de l'horizon, il représente la distribution de matière que l'on observe dans l'Univers.

3.6.2 fluctuations quantiques tensorielles

On a décrit les fluctuations quantiques scalaires qui jouent un rôle important dans la formation des grandes structures. De la même façon, les fluctuations quantiques du vide produisent également des perturbations tensorielles : les ondes gravitationnelles. L'écriture des solutions tensorielles quantiques est beaucoup plus complexe que dans le cas scalaire, mais le spectre de puissance s'écrit de la même manière [Langlois 2004]

$$P_t(k) = 2 \times \frac{4}{m_P^2} \times \left(\frac{H}{2\pi}\right)^2 \tag{3.33}$$

où le premier terme vient des deux états de polarisation, le deuxième est un facteur de renormalisation par rapport au champ scalaire dont le spectre correspond au troisième terme.
Finalement le spectre des fluctuations tensorielles, pour des échelles plus grandes que l'horizon ($H = k/a$), s'écrit

$$P_t(k) = \frac{8}{m_P^2}\left(\frac{H}{2\pi}\right)^2 \tag{3.34}$$

3.7 Les perturbations cosmologiques

Les scénarios qui expliquent la naissance des structures dans l'Univers sont basés sur la présence de petites perturbations de matière primordiale. Ces petites perturbations tombent dans des puits de potentiel gravitationnel et ont tendance à s'accroître par effet d'accrétion.

A la fin de l'inflation, l'Univers est dilué donc isotrope et homogène. Mais on a vu que les fluctuations quantiques du champ scalaire amplifiées par l'expansion créent des perturbations susceptibles d'être à la base des fluctuations de densité observées.
La théorie des perturbations cosmologiques décrit l'évolution de ces perturbations. Elle est basée sur le développement au premier ordre des équations d'évolution de la géométrie et du contenu d'un Univers homogène et isotrope. Les conditions initiales sont données par les fluctuations quantiques du champ d'inflation. On écrit d'abord les perturbations de la géométrie, c'est-à-dire de la métrique $g_{\mu\nu}$, puis celles de la matière c'est-à-dire du tenseur énergie-impulsion $T_{\mu\nu}$. En utilisant les équations d'Einstein dîtes "perturbées", on peut alors écrire les lois d'évolution pour les perturbations scalaires (qui donneront les inhomogénéités de densités) et pour les perturbations tensorielles (responsables des ondes gravitationnelles) [Langlois 2004, Linde 1990].
Les perturbations cosmologiques laissent leur empreinte sur les photons du CMB. En effet, les fluctuations de densité (donc les perturbations scalaires) entraînent des oscillations du fluide photon-baryon qui sont directement visibles dans le spectre des anisotropies du CMB (ce sont les pics acoustiques), aussi bien dans le spectre en température que dans le spectre en polarisation E. En revanche, seules les ondes gravitationnelles (donc les perturbations tensorielles) peuvent produire du mode B.

Pour une explication claire de l'inflation et des perturbations cosmologiques, le cours de David Langlois est une perle [Langlois 2004]. L'article de revue de Lineweaver [Lineweaver 2003] est également une bonne introduction à l'inflation et au CMB. On trouvera tous les détails sur les modèles inflationnaires dans [Liddle & Lyth 2000, Linde 1990, Lyth & Riotto 1998].

Chapitre 4

Reheating

L'inflation prédit un univers presque homogène et permet de transformer des fluctuations quantiques en perturbations de densité. Mais celui-ci est complètement vide. L'expansion nous a permis de nous débarrasser des particules reliques comme le gravitino ou les monopôles, mais elle a aussi fait disparaître toute autre forme de matière. Comment peut-on former la matière présente actuellement dans l'Univers à partir du champ d'inflation ? C'est la question à laquelle ce chapitre tente de répondre.

A la fin de l'inflation, presque toute la densité d'énergie de l'Univers est contenue dans un champ scalaire (l'inflaton). Ce champ doit, d'une manière ou d'une autre, se désintégrer et transmettre son énergie à d'autres champs (dits de matière) qui donneront par décroissance toute la panoplie de particules que l'on connaît. Le processus qui permet le transfert de l'énergie de l'inflaton sous d'autres formes d'énergie est connu sous le nom de *reheating*. Il fait le lien entre la période inflationnaire et le modèle de Big-Bang.

4.1 Le mécanisme de *reheating*

4.1.1 principe

Dans les années 1980-90, de nombreux théoriciens ont fait progresser nos connaissances sur les mécanismes de *reheating* [Abbott et al. 1982, Albrecht et al. 1982, Dolgov & Linde 1982, Traschen & Brandenberger 1990]. En particulier, Kofman, Linde et Starobinsky ([Kofman et al. 1994] puis [Kofman et al. 1997]) ont montré que le mécanisme de *reheating* peut se décomposer en trois parties principales : la désintégration des inflatons (particules associées au champ d'inflation), l'oscillation des champs scalaires à la fin de l'inflation et enfin la thermalisation des particules produites.

– **désintégration de l'inflaton par résonance paramétrique.**
Le champ scalaire d'inflation ϕ qui oscille de façon cohérente à la fin de l'inflation décroît rapidement en bosons de masse importante par *résonance paramétrique*. Dans beaucoup de modèles, cette résonance est très large et explosive (extrêmement rapide). Ce type de décroissance en bosons ne peut pas être expliquée par les théories classiques de *reheating*. Pour le différencier des étapes suivantes, on l'appelle généralement *preheating*. A cause du principe d'exclusion de Pauli, il n'y a pas de création explosive de fermions. Les bosons issus directement de l'inflaton sont très loin de l'équilibre thermique et ont des nombres d'occupation énormes.

– **désintégration classique du champ scalaire.**
Cette étape consiste en la décroissance des particules créées à la fin de l'inflation : soit celles produites pendant la résonance paramétrique, soit par des processus plus classiques de désintégration de particules

[Abbott et al. 1982, Albrecht et al. 1982, Dolgov & Linde 1982].

– **thermalisation.**
Les produits de la désintégration de l'inflaton interagissent entre eux et décroissent eux-même jusqu'à atteindre l'équilibre thermique définissant la température de *reheating* T_{RH}. Cette température dépend du modèle de théorie des champs adopté. L'introduction de la résonance paramétrique ne change pas beaucoup la période de thermalisation puisque les particules qu'elle produit deviennent rapidement dominées par l'énergie encore contenue dans les oscillations du champ ϕ à la fin de la résonance.

4.1.2 résonance paramétrique

On considère deux champs scalaires couplés ϕ et χ où l'énergie du vide du champ d'inflation ϕ est non-nulle. A travers le terme de couplage $-\frac{1}{2}g^2\phi^2\chi^2$, le champ χ acquiert une masse pendant la transition de phase de ϕ. La nouvelle masse $\mu^2(t) = g\langle\phi^2\rangle$ agit comme une source dépendante du temps pour le champ χ.
L'équation d'évolution d'un champ scalaire homogène ϕ dans un univers de Friedmann-Robertson-Walker est l'équation de Klein-Gordon

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + \frac{dV}{d\phi} = 0 \tag{4.1}$$

On se place dans le cadre d'une approximation quadratique du potentiel inflationnaire $V(\phi) \simeq m_\phi^2\phi^2/2$. On définit alors la masse effective $m_\phi \equiv \frac{d^2V}{d\phi^2}$. Supposons que l'inflaton ϕ est uniquement couplé à un champ scalaire χ de masse négligeable ($m_\chi \ll m_\phi$) à travers un terme de couplage $-\frac{1}{2}g^2\phi^2\chi^2$. On se place dans le cas où le champ ϕ oscille avec une fréquence plus grande que le taux d'expansion H. Pour ϕ, en négligeant H, elle donne une solution simple en $\phi(t) = \Phi\sin(m_\phi t)$. L'équation de Klein-Gordon s'applique aussi bien à ϕ qu'à χ.
La même équation de propagation (éq. 4.1) pour χ dans l'espace des moments $\vec{k}/a(t)$ s'écrit

$$\ddot{\chi}_k + 3H\dot{\chi}_k + \left(\frac{k^2}{a^2(t)} + g^2\Phi^2\sin^2(m_\phi t)\right)\chi_k = 0 \tag{4.2}$$

Négliger l'expansion de l'Univers revient à considérer $a(t)$ constant et à négliger le terme $3H\dot{\chi}_k$. L'équation prend alors la forme d'un oscillateur dont la fréquence $\omega_k^2(t) = k^2a^{-2} + g^2\Phi^2\sin^2(m_\phi t)$ dépend du temps. On peut réduire l'équation sous la forme d'une équation de Mathieu

$$\frac{d^2\chi_k}{dz^2} + [A_k - 2q\cos(2z)]\,\chi_k = 0 \tag{4.3}$$

avec le changement de variable $z = m_\phi t$ et la définition des constantes $A_k = \frac{1}{m_\phi^2}\left(\frac{k^2}{a^2} + \frac{1}{2}g^2\Phi^2\right)$ et $q = g^2\Phi^2/4m_\phi^2$. Les solutions de l'équation de Mathieu ont la particularité de présenter des instabilités $\chi_k \propto \exp(\mu_k^{(n)}z)$ (présentées figure 4.1) dans des bandes de fréquence $\Delta k^{(n)}$. A l'intérieur de ces bandes de résonance, le nombre d'occupation des fluctuations quantiques $n_k(t) \propto \chi_k^2$ augmente de façon exponentielle, ce qui peut être interprété comme une production massive de particules. L'efficacité du *preheating* est traduite par le paramètre $\mu(k)$.
En fonction du paramètre q, c'est-à-dire du rapport entre amplitude d'oscillation et masse de l'inflaton, les solutions de (éq. 4.3) sont différentes. Pour obtenir un *preheating* efficace, beaucoup de modèles nécessitent une grande valeur initiale de q. Dans ce cas, les bandes de résonance sont larges et $\mu(k)$ peut devenir très important. Les instabilités sont situées au-dessus de la droite $A = 2q$ (*i.e.* pour des modes tels que $k^2/m^2 = A - 2q$). Avec l'expansion, le paramètre q diminue jusqu'à devenir plus petit que 1. Dans ce cas ($g\Phi \ll m_\phi$), les bandes sont situées autour de $A_k \simeq l^2$ ($l \in \mathbb{N}$) et étroites ($\Delta k \sim q^l$) [Landau & Lifshits 1976]. La plus importante est donc la première dans l'espace des moments k ($A_k \sim 1 \pm q$). Pendant cette phase, le champ décroît lentement ($\phi(t) \propto t^{-3/4}$) mais permet d'atteindre une énergie bien plus faible que celle des particules χ. Le terme de décroissance des particules ϕ étant quadratique (les particules décroissent par interaction les unes avec les autres), le *preheating* s'arrête lorsque les particules ϕ deviennent suffisamment

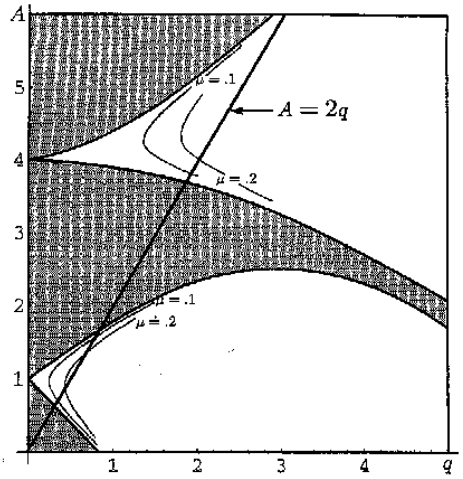


FIG. 4.1: **Instabilités de l'équation de Mathieu** dans le plan (A,q). Les zones d'instabilités sont représentées en grisé. Figure extraite de [Kofman et al. 1994].

peu nombreuses. Les auteurs de [Kofman et al. 1997] montrent que ceci correspond à une amplitude d'oscillation $\Phi < m_\phi/g$, c'est-à-dire au temps $t \sim m_\phi^{-1}(gM_p/m_\phi)^{1/3}$.

Jusque là, nous avons traité le champ χ comme un champ spectateur vis-à-vis de l'inflaton $\phi(t)$ et de l'expansion $a(t)$. En réalité, à cause des instabilités exponentielles de χ, on s'attend, à partir d'un certain moment, à un effet rétro-actif des particules χ sur les évolutions de $\phi(t)$ et de $a(t)$. D'abord, les interactions avec les particules créées par résonance vont changer les masses effectives de toutes les particules et la fréquence d'oscillation du champ ϕ, c'est l'effet de contre-réaction (*backreaction*). Avec la multiplication exponentielle des particules χ, le terme de couplage $-\frac{1}{2}g^2\phi^2\chi^2$ devient rapidement dominant devant le terme de masse $m_\phi^2\phi^2/2$. Ceci a pour effet de réduire la phase de résonance large en baissant le paramètre q.
De plus, la diffusion des particules χ entre elles ou avec les particules ϕ peut conduire à la production d'autres particules par diffusion (*rescattering*). On diminue alors la création de particules χ, ce qui empêche l'augmentation exponentielle de la production et ainsi réduit la résonance. Ceci peut se voir comme un changement de la masse effective des particules χ par effet de diffusion entre χ et ϕ. Si la masse m_χ devient trop grande, les particules χ ne peuvent plus être produites.

Le processus de résonance paramétrique ou *preheating*, ne permet donc pas de transférer toute l'énergie de l'inflation vers les particules χ. Pour décroître entièrement, le champ scalaire ϕ doit être couplé au premier ordre avec d'autres particules ($\phi \to \chi\chi$ ou $\phi \to \psi\psi$). Alors la désintégration des particules inflatons permet de réduire considérablement l'énergie contenue dans le champ scalaire.

4.1.3 désintégration du champ d'inflation

Les solutions inflationnaires de l'équation de Klein-Gordon (éq. 4.1) sont celles où le facteur de "friction" $3H\dot{\phi}$ domine. Dans l'équation de Friedmann

$$H^2 = \frac{8\pi}{3M_P^2}\left(\frac{\dot{\phi}^2}{2} + V(\phi)\right) \tag{4.4}$$

le terme en potentiel est dominant. Ces solutions font lentement décroître la valeur de ϕ le long de son potentiel $V(\phi)$. Pour un modèle chaotique en $V(\phi) = \frac{m}{2}\phi^2$, lorsque ϕ devient plus petit que $M_p \equiv 1/G$, le terme de friction devient de plus en plus petit et la solution oscille. La fin de l'inflation apparaît lorsque $\phi \sim M_p/2$.

Pour produire les oscillations du champ, il faut prendre en compte les termes de couplage entre ϕ et d'autres champs scalaires χ ou spineurs ψ. Pour cela, la façon la plus simple est d'introduire, à la main, un terme de décroissance dans l'équation d'évolution du champ (éq. 4.1). Phénoménologiquement, ce terme prend la forme $\Gamma\dot{\phi}$, où Γ représente le taux de désintégration total des particules ϕ : $\Gamma = \Gamma(\phi \to \chi\chi) + \Gamma(\phi \to \psi\psi)$. L'équation d'évolution du champ s'écrit alors

$$\ddot{\phi} + (3H + \Gamma)\dot{\phi} + V'(\phi) = 0\,. \tag{4.5}$$

dont les solutions autour de $\phi = 0$ sont celles d'un oscillateur atténué.
Pour un potentiel de la forme $V(\phi) = \frac{1}{2}m\phi^2$, la solution s'écrit

$$\phi = \phi_0 \exp(imt) \exp\left[-\frac{1}{2}(3H + \Gamma)t\right] \quad . \tag{4.6}$$

L'atténuation en $\exp\left[-\frac{1}{2}(3H + \Gamma)t\right]$ est due à la production de particules pendant la phase de désintégration du champ d'inflation.
La validité de cette approximation est discutée dans [Liddle & Lyth 2000, Kofman et al. 1997]. En écrivant l'expression de Γ, on montre que cette équation n'est valable que pour des oscillations rapides du champ ϕ proche du minimum de son potentiel $V(\phi)$. Elle ne peut donc pas expliquer la production de particules à la fin de l'inflation dans le cadre du *slow-roll*.
Un champ scalaire homogène oscillant à la fréquence m peut être considéré comme une onde cohérente de particules ϕ de moment nul et dont le nombre de densité s'écrit $n_\phi = \rho_\phi/m$. Autrement dit, n_ϕ oscillateurs de même fréquence m, oscillants de façon cohérente et avec la même phase peuvent être décrits par une seule onde homogène $\phi(t)$. Alors, si on considère des périodes de temps plus grandes qu'une oscillation, le nombre de densité et l'énergie sont directement liés au module du champ ϕ

$$\rho_\phi = \frac{1}{2}m^2|\phi|^2 \tag{4.7}$$

$$n_\phi = \frac{1}{2}m|\phi|^2 \tag{4.8}$$

A partir de la solution exprimée (éq. 4.6), on peut écrire que l'amplitude du champ ϕ obéit à

$$\frac{1}{a^3}\frac{d}{dt}(a^3|\phi|^2) = -\Gamma|\phi|^2 \tag{4.9}$$

En multipliant par m, on peut écrire la même équation pour l'énergie ρ_ϕ et le nombre densité n_ϕ. Ceci montre que l'énergie, comme le nombre densité, décroît exponentiellement avec le taux Γ.
Les produits de désintégration du champ ϕ sont ultra-relativistes (pour $m \gg m_\psi, m_\chi$). Ils se comportent donc comme la radiation ρ_R alors que le champ ϕ se comporte comme de la matière ρ_M. A cause du terme de couplage, les densités n'évoluent pas comme celles de champs libres en $\rho_M \propto a^{-3}$ et $\rho_R \propto a^{-4}$. En effet, comme les particules ϕ se désintègrent en produits relativistes, la matière est une source de radiation et les densités satisfont à

$$\dot{\rho}_M + 3H\rho_M + \Gamma\rho_M = 0 \tag{4.10}$$

$$\dot{\rho}_R + 4H\rho_R - \Gamma\rho_M = 0 \tag{4.11}$$

Si, initialement $\Gamma < H$, d'après l'équation (4.10), ρ_M évolue en a^{-3} mais ρ_R est plus proche de $a^{-3/2}$. Ainsi la radiation décroît moins vite que la matière jusqu'à ce que la radiation devienne la composante dominante de l'énergie totale lorsque $\Gamma \sim H$. C'est alors la fin de la phase de *reheating*.

4.2 Formalisme

4.2.1 motivation

L'étude du *reheating* après l'inflation est liée aux interactions non-linéaires entre des champs scalaires qui possèdent des nombres d'occupation très importants et qui sont loins de l'équilibre thermique. Dans

ce contexte, la phase de *reheating* peut amplifier les fluctuations de manière très importante en quelques oscillations du champ d'inflation. La théorie des perturbations et les approximations utilisées généralement ne s'appliquent donc plus.
Pour résoudre en temps un système dynamique non-linéaire couplé dépendant également de l'espace, la seule manière est d'utiliser le calcul numérique sur une grille en trois dimensions. Tkachev et Felder ont créé dans cette optique un programme de simulation appelé *LATTICEEASY*[1] permettant de suivre l'évolution d'un ou plusieurs champs scalaires dans une métrique donnée à travers le temps [Felder 2001]. Ce programme permet de mettre en évidence le comportement du champ d'inflation au cours de la phase de *reheating* depuis la fin de l'inflation jusqu'à la période de thermalisation des champs, et ce pour n'importe quel type de modèle inflationnaire.
La limitation importante de ce programme réside dans le fait que la métrique évolue indépendamment des champs scalaires. En d'autres termes, on s'intéresse à l'évolution des champs dans un espace qui ne les ressent pas. Le couplage des équations d'évolution du champ scalaire avec la métrique est à priori réciproque. Si l'effet de la géométrie sur l'évolution du champ doit être pris en compte, celui des champs sur la géométrie doit également intervenir (les variations spatiales du facteur d'échelle). C'est pourquoi nous avons mis au point une méthode de résolution numérique sur une grille 3D, permettant de résoudre le système d'équations différentielles couplées en chaque point par itération dans le temps.

4.2.2 choix de la métrique

En premier lieu, on définit une métrique très générale caractérisant notre espace dans une jauge où les courbes de temps restent perpendiculaires aux courbes d'espace (c'est-à-dire que les termes couplés $dtdx^i$ n'apparaissent pas dans la métrique)

$$ds^2 = A^2(t,x)dt^2 - B^2(t,x)dx^i dx_i \tag{4.12}$$

Le facteur d'échelle noté $B(t,x)$ dépend alors non-seulement du temps mais aussi de l'espace.

4.2.3 équations d'évolution

On écrit les équations de Klein-Gordon et d'Einstein dans l'espace paramétrisé par cette métrique. L'équation de Klein-Gordon donne l'évolution du champ scalaire ϕ de potentiel $V(\phi)$

$$\frac{\ddot{\phi}}{A^2} - \frac{\nabla^2\phi}{B^2} + \left(3\frac{\dot{B}}{B} - \frac{\dot{A}}{A}\right)\frac{\dot{\phi}}{A^2} - \frac{1}{B^2}\left(\frac{B_i}{B} + \frac{A_i}{A}\right)\phi_i + V_\phi = 0\,. \tag{4.13}$$

avec $B_i \equiv \partial_i B$, $B_{ii} = \partial^i\partial_i B$ et $V_\phi = V'(\phi)$.
Les équations d'Einstein donnent trois autres équations. Deux sont des contraintes, une sur l'énergie (4.14) et une sur le moment (4.15), quant à la troisième, elle décrit l'évolution de $B(t,x)$ (4.16).

$$\frac{3}{A^2}\left(\frac{\dot{B}}{B}\right)^2 - \frac{2}{B^2}\left(\frac{B_{ii}}{B}\right) + \frac{1}{B^2}\left(\frac{B_i}{B}\right)^2 = 8\pi G\rho(t,x) \tag{4.14}$$

$$2\frac{\dot{B}}{B}\frac{\partial_i A}{A} - 2\partial_i\frac{\dot{B}}{B} = 8\pi G\sum_\alpha \dot{\phi}_\alpha\partial_i\phi_\alpha \tag{4.15}$$

$$\frac{3}{A^2}\left(\frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} - \frac{\ddot{B}}{B}\right) + \frac{1}{B^2}\left(\frac{A_{ii}}{A} + \frac{A_iB_i}{AB}\right) = 8\pi G(2T - V)\,. \tag{4.16}$$

Ici, le terme $\rho(t,x)$ représente la densité d'énergie et s'écrit en fonction de l'énergie cinétique $T = \sum_\alpha \dot{\phi}_\alpha^2/(2A^2)$, de l'énergie potentielle V et du gradient $G = \sum_\alpha(\nabla\phi_\alpha)^2/(2B^2)$:

$$\rho(t,x) = T + V + G \tag{4.17}$$

[1] http ://www.science.smith.edu/departments/Physics/fstaff/gfelder/latticeeasy

Les équations d'Einstein ne donnent pas l'évolution du paramètre $A(t,x)$. C'est un degré de liberté qui vient du choix de la jauge qui doit être déterminé à l'avance. Pour simplifier les calculs, on se place dans une jauge telle que $A(t,x)=1$.
De plus, elles ne sont pas indépendantes. En effet, à partir des trois équations d'Einstein, on retrouve l'équation de Klein-Gordon. On peut donc utiliser uniquement trois des quatre équations disponibles. Mais le système reste sur-déterminé puisqu'on n'a que deux inconnues ($\phi(t,x)$ et $B(t,x)$) pour trois équations. Par analogie avec le cas homogène, on a choisi d'utiliser l'équation de Klein-Gordon (éq. 4.13) pour déterminer l'évolution du champ ϕ et la première équation d'Einstein (éq. 4.14) pour l'évolution du paramètre B. A chaque étape, on vérifie la validité de la contrainte (éq. 4.15).

4.2.4 conditions initiales

Déterminer les conditions initiales c'est, en chacun des points de la grille, choisir une valeur pour la moyenne et pour les fluctuations de chacune des variables du problème. Les valeurs moyennes sont fixées aux valeurs d'un univers homogène à la fin de l'inflation. Elles font parties des paramètres à fournir au programme. Quant aux inhomogénéités, elles sont calculées à partir des fluctuations quantiques pour les champs scalaires et elles sont issues des deux équations de contraintes (éq. 4.14 et éq. 4.15) pour le facteur d'échelle.

champs et dérivées

Les équations d'évolution du champ sont traitées dans l'espace réel, chaque point de la grille de calcul représentant un point de l'espace. Pour les conditions initiales, on contraint les fluctuations du champ dans l'espace de Fourier. On suppose qu'il n'y a pas eu de production significative de particules avant le début du programme. Pour initialiser les modes du champ, on utilise donc le spectre des fluctuations quantiques du vide.
On a vu (section 3.6) que la solution de (éq. 3.23) dans l'espace réel s'écrit comme la superposition d'ondes planes

$$\delta\phi(t,\mathbf{x}) = \sum_{\mathbf{k}} |f_k| \left(a_{\mathbf{k}} e^{i(\mathbf{k}.\mathbf{x}-\omega_k t)} + a^*_{\mathbf{k}} e^{-i(\mathbf{k}.\mathbf{x}-\omega_k t)} \right) \tag{4.18}$$

A la fin de l'inflation, la plupart des modes sont à l'extérieur de l'horizon ($k/a \ll H$). Dans ce cas, la physique causale ne s'applique plus et l'évolution est gelée. En d'autres termes, on peut négliger l'évolution du rayon de Hubble H que l'on prend égal à sa valeur au moment de la sortie de l'horizon $H = k/a$. La solution (éq. 3.32) de l'équation (éq. 3.26) dans le cas limite $k/a \ll H$, dans les unités renormalisées, avec la condition initiale $a(t=0)=1$, donne le spectre des fluctuations sous la forme

$$P_k = \left\langle |f_k|^2 \right\rangle = \frac{\lambda}{2\omega_k} \ . \tag{4.19}$$

Pour donner les conditions initiales des dérivées des champs $\delta\dot{\phi}_{\mathbf{k}}(0)$, il faut déterminer la dépendance en temps des fluctuations quantiques du vide $f_k(t) \propto a^{-1} e^{\pm i\omega_k t}$. On se place dans l'approximation adiabatique ($\dot{\omega}_k \ll \omega_k^2$), ce qui revient à négliger la dépendance en temps du facteur $\omega_k(t)$. Les modes dépendent alors du temps à travers les coefficients $a(t)$ et le terme exponentiel d'oscillation. On peut donc obtenir les conditions initiales des dérivées des champs en écrivant

$$\dot{f}_k(t) = (\pm i\omega_k - H) f_k(t) \tag{4.20}$$

Ce qui donne les amplitudes initiales des modes suivantes

$$\delta\phi_{\mathbf{k}}(0) = \left(\frac{\lambda}{2\omega_k(0)} \right)^{1/2} \tag{4.21}$$

$$\delta\dot{\phi}_{\mathbf{k}}(0) = \left[-i\omega_k(0) + H(0) \right] \phi_{\mathbf{k}}(0) \tag{4.22}$$

Les conditions initiales des champs et de leurs dérivées dans l'espace réel sont donc la combinaison de deux ondes planes, l'une se propageant vers la gauche et l'autre vers la droite (éq. 4.18). Chacune est une réalisation gaussienne dont la fonction d'onde est donnée par l'équation (éq. 4.21) pour les champs et (éq. 4.22) pour les dérivées.

paramètres de la métrique

Les équations (éq. 4.14) et (éq. 4.15) donnent les contraintes sur l'énergie et le moment qui doivent être vérifiées à tout instant. En particulier, étant données les valeurs des champs et de leur dérivée à $t = 0$, les variables $B(0, x)$ et $\dot{B}(0, x)$ doivent satisfaire à ces contraintes. On note $X_\phi \equiv \dot{\phi}$ et $X_B \equiv \dot{B}/B$.

– la contrainte du moment

$$\nabla^2 X_B = -4\pi G \partial^i (X_\phi \partial_i \phi) = -4\pi G (\partial^i X_\phi \partial_i \phi + X_\phi \partial^i \partial_i \phi) \tag{4.23}$$

donne accès aux fluctuations de X_B dont la valeur moyenne correspond au rayon de Hubble et s'écrit

$$\langle X_B \rangle^2 = H^2 = \frac{\rho}{3m_p} = \frac{1}{3m_p} \left[\langle T \rangle + \langle V \rangle + \langle G \rangle \right] \tag{4.24}$$

où encore une fois les énergies $\langle T \rangle$, $\langle V \rangle$ et$\langle G \rangle$ sont moyennées sur la grille

$$\left\{ \begin{array}{lcl} T & = & \sum_\alpha \dot{\phi}_\alpha^2/2 \\ V & = & V(\phi) \\ G & = & \sum_\alpha (\nabla \phi_\alpha)^2/(2B^2) \end{array} \right. \tag{4.25}$$

– la contrainte en énergie
Une fois les conditions initiales de X_B déterminées, on obtient celles de B en résolvant la contrainte en énergie

$$2B\nabla^2 B - (\nabla B)^2 + B^2 \frac{(\nabla \phi)^2}{2} + B^4 \left[\frac{1}{m_P^2} \left(\frac{X_\phi^2}{2} + V \right) - 3X_B^2 \right] = 0 \,. \tag{4.26}$$

4.2.5 perturbation de courbure

Le gradient de la perturbation de courbure $\mathcal{R}(t, x)$ s'écrit pour la métrique définie en (éq. 4.12)

$$\partial_i \mathcal{R} = \partial_i \ln B - \frac{\dot{B}}{B} \frac{\partial_i \phi}{\dot{\phi}} \tag{4.27}$$

On peut alors calculer le spectre des perturbations de courbure $\mathcal{R}_k$ en calculant directement la transformée de Fourier du laplacien de $\mathcal{R}$

$$-k^2 \mathcal{R}_k = M_k(t), \quad k \neq 0 \tag{4.28}$$

et ainsi

$$P_\mathcal{R} = \left(\frac{L}{2\pi} \right)^3 4\pi k^3 \langle |\mathcal{R}_k|^2 \rangle \,. \tag{4.29}$$

4.3 Implémentation

4.3.1 grille de calcul

Un fichier de définitions est joint au programme. Il contient les valeurs des paramètres initiaux homogènes, les constantes et les fonctions donnant le potentiel et ses dérivées. On peut ainsi utiliser toute sorte de potentiels inflationnaires, à un ou plusieurs champs (comme pour les modèles hybrides).
La grille est définie par sa taille physique suivant les trois directions de l'espace $\mathbf{L} = (L_x, L_y, L_z)$ et par sa résolution, c'est-à-dire le nombre de points par coordonnées $\mathbf{N} = (N_x, N_y, N_z)$.
La grille contient, en chaque point, à la fois les valeurs du champ, de leur dérivée et du facteur d'expansion B.

$$Y_{(x,y,z)} = \left\{ \phi_\alpha, \dot{\phi}_\alpha, (...), \ln B \right\}_{(x,y,z)} \tag{4.30}$$

où α décrit le nombre de champs scalaires considérés.
Le code a d'abord été écrit pour une machine en série puis adapté au calcul parallèle pour pouvoir augmenter la résolution de la grille (*i.e.* le nombre de points $\mathbf{N}$).

4.3.2 renormalisation

Afin de résoudre ce système d'équations différentielles du second ordre, on le transforme en un système couplé d'équations du premier ordre en ϕ, $X_\phi \equiv \dot{\phi}$ et B. On note $X_B \equiv \dot{B}/B$. Ainsi le système final à résoudre en chacun des points de la grille s'écrit

$$\left\{ \begin{array}{rcl} \dot{\phi} & = & X_\phi \\ \dot{X}_\phi & = & \dfrac{\nabla^2\phi}{B^2} - 3X_B X_\phi + \dfrac{1}{B^2}\dfrac{B_i\phi_i}{B} - V_\phi \\ \dfrac{\dot{B}}{B} & = & \left[8\pi G\rho + \dfrac{1}{B^2}\left(\dfrac{2B_{ii}}{B} - \dfrac{B_i^2}{B^2}\right)\right]^{1/2}/\sqrt{3} \end{array} \right. \tag{4.31}$$

On utilise des variables normalisées pour le champ et l'espace. Pour un potentiel quadratique $V(\phi) = \lambda\phi^4/4$, on définit les nouvelles variables

$$\phi \to \frac{\phi}{\phi_0}, \quad \Delta t \to \sqrt{\lambda}\phi_0\Delta t, \quad H \to \frac{H}{\sqrt{\lambda}\phi_0}, \quad k \to \frac{k}{\sqrt{\lambda}\phi_0}, \quad \dot{\phi} \to \frac{\dot{\phi}}{\sqrt{\lambda}\phi_0^2}. \tag{4.32}$$

4.3.3 transformées de Fourier

On a besoin de calculer les spectres en fréquence de fonctions réelles $f(\vec{x})$ sur un espace à trois dimensions. Pour cela, on définit [Frigo & Johnson 2005] la transformée de Fourier complexe $F(\vec{k})$ de la fonction $f(\vec{x})$ par

$$F(\vec{k}) = \int f(\vec{x})e^{2i\pi\vec{k}.\vec{x}}d\vec{x} \ , \qquad f(\vec{x}) = \int F(\vec{k})e^{-2i\pi\vec{k}.\vec{x}}d\vec{k} \tag{4.33}$$

La modélisation de l'espace sous la forme d'une grille nous amène à écrire la transformée de Fourier sous la forme discrète en utilisant la forme [Press et al. 1988]

$$F_k = \sum_{x,y,z} f_{x,y,z}e^{2i\pi\left(\frac{xk_x}{N_x}+\frac{yk_y}{N_y}+\frac{zk_z}{N_z}\right)} \tag{4.34}$$

$$f_{x,y,z} = \sum_{k_x,k_y,k_z} F_k e^{-2i\pi\left(\frac{xk_x}{N_x}+\frac{yk_y}{N_y}+\frac{zk_z}{N_z}\right)} \tag{4.35}$$

sans oublier de renormaliser dans l'espace de Fourier pour obtenir $F(\vec{k}) = \delta_x\delta_y\delta_z F_k$ en unités physiques. Dans les unités de la grille de calcul, les paramètres $\mathbf{k}$ et ω_k s'écrivent

$$|\mathbf{k}|^2 = \left(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2\right) \tag{4.36}$$

$$\omega_k^2 = |\mathbf{k}|^2 + V''(\phi) \ . \tag{4.37}$$

4.3.4 résolution du système

Le programme résout le système (éq. 4.31) en chaque point de la grille de calcul. Que ce soit pour les conditions initiales ou pour le système lui-même, on utilise une librairie de résolution d'équations différentielles sur une grille *SUNDIALS* [Hindmarsh et al. 2005].
Le programme est divisé en deux étapes principales :

1. **calcul des conditions initiales.**
   On calcule les valeurs des champs et de leurs dérivées dans l'espace réel à partir des amplitudes des modes données dans l'espace de Fourier par les équations (éq. 4.21) et (éq. 4.22). Une fois connues les valeurs de $\phi(0,x)$ et $\dot{\phi}(0,x)$, on peut alors calculer les constantes des équations (éq. 4.24) et (éq. 4.26). Pour résoudre le système de ces deux contraintes, on calcule à chaque itération la valeur de X_B avec (éq. 4.24) avant de résoudre (éq. 4.26) sous la forme

   $$G(B) = 0 \tag{4.38}$$

   à l'aide de la librairie *KINSOL* de *SUNDIALS*. On dispose alors d'une grille initiale de calcul à $t = 0$.

2. **intégration en temps.**
   Par itérations successives en temps, on résout le système (éq. 4.31) sous la forme d'un système d'équations différentielles du premier degré

$$Y' = F(Y) \tag{4.39}$$

   et on vérifie la validité de la contrainte du moment (éq. 4.15).

   A chaque pas d'intégration, on écrit les valeurs des paramètres décrivant le système, moyennées sur la grille

$$\langle\phi\rangle, \quad \langle T\rangle, \quad \langle G\rangle, \quad \langle V(\phi)\rangle, \quad \langle\rho\rangle, \quad \langle \ln B\rangle, \quad \left\langle\phi^2\right\rangle - \langle\phi\rangle^2. \tag{4.40}$$

   On calcule également à intervalles réguliers au cours de l'évolution en temps les spectres spatiaux du champ $P_k(\phi)$ et de la courbure $P_{\mathcal{R}}$.

4.4 Résultats

Les premiers résultats ont été obtenus en considérant un facteur d'échelle homogène sur l'ensemble des points de la grille de calcul. Ils ont permis de valider la procédure puisque l'on retrouve les mêmes comportements que dans la littérature [Khlebnikov & Tkachev 1996]. Puis, la version incluant la dépendance spatiale du facteur d'échelle a permis d'obtenir les premiers résultats sur des petites tailles de grille.
Les paramètres du programme sont $L = 16\pi$, $\lambda = 10^{-4}$, $\phi_0 = \sqrt{3}$. Le potentiel utilisé est un potentiel chaotique en loi de puissance

$$V(\phi) = \lambda\phi^4 \tag{4.41}$$

4.4.1 facteur d'échelle homogène

Dans ce cas, le facteur d'échelle B ne dépend que du temps, pas de l'espace. Par définition, la variable $X_B \equiv \dot{B}/B$ est donc égale à la constante de Hubble H. On peut alors réécrire les équations du système sous la forme

$$\left\{ \begin{array}{rcl} \dot{\phi} & = & X_\phi \\ \dot{X}_\phi & = & \frac{\nabla^2\phi}{B^2} - 3X_B X_\phi - V_\phi \\ \frac{\dot{B}}{B} & = & \sqrt{\langle\rho\rangle/3m_P} \end{array} \right. \tag{4.42}$$

Des tests ont été effectués à basse résolution ($N = 8$, 16 puis 32). Pour la taille physique de l'espace L, il existe une valeur limite en-dessous de laquelle on n'observe pas de résonance paramétrique. En effet, la résolution dans l'espace des phases est directement liée à L : $\delta_k = 2\pi/L$. Si L est trop faible, la résolution dans l'espace des phases ne permet pas de voir les pics de résonance paramétrique et le spectre apparaît plat.
A partir d'une certaine résolution, on distingue clairement les pics de résonnance dans le spectre de Fourier (figure 4.2). Les pics apparaissent rapidement (dès la première itération) et le spectre évolue vers un spectre en loi de puissance. Le nombre de pics dépend de la taille de la grille. Avec la résolution nécessaire, on observe que la résonance paramétrique est limitée aux grandes structures, le spectre redevenant plat pour les grands k. Pour une grille de taille $L = 16\pi$, les pics sont centrés sur $k \simeq$1.25, 2.5, 3.5 et 4.5.
Une autre quantité importante est l'intégrale du spectre des fluctuations sur l'ensemble des phases (sauf $k = 0$). Ceci correspond à la variance du champ scalaire $Var(\phi) = \left\langle\phi^2\right\rangle - \langle\phi\rangle^2$ (figure 4.3). La variance augmente exponentiellement pendant la phase de résonance. A la fin de cette phase, on trouve une variance $Var(\phi) \simeq 5.10^{-6} m_P^2$, ce qui est compatible avec l'estimation de [Khlebnikov & Tkachev 1996] qui donne : $Var(\phi) = 10^{-7} M_P^2 = 2.5\ 10^{-6} m_P^2$.
L'énergie totale du système $\langle\rho\rangle$ évolue lentement en $B^{-1}(t)$ (figure 4.4). La moyenne du gradient $\langle G\rangle$ reste négligeable pendant toute la période de *reheating*. En revanche, l'énergie cinétique $\langle T\rangle$ et l'énergie potentielle $\langle V\rangle$ oscillent fortement pendant la phase de résonance. Elles restent néanmoins en opposition de phase jusqu'à la fin.

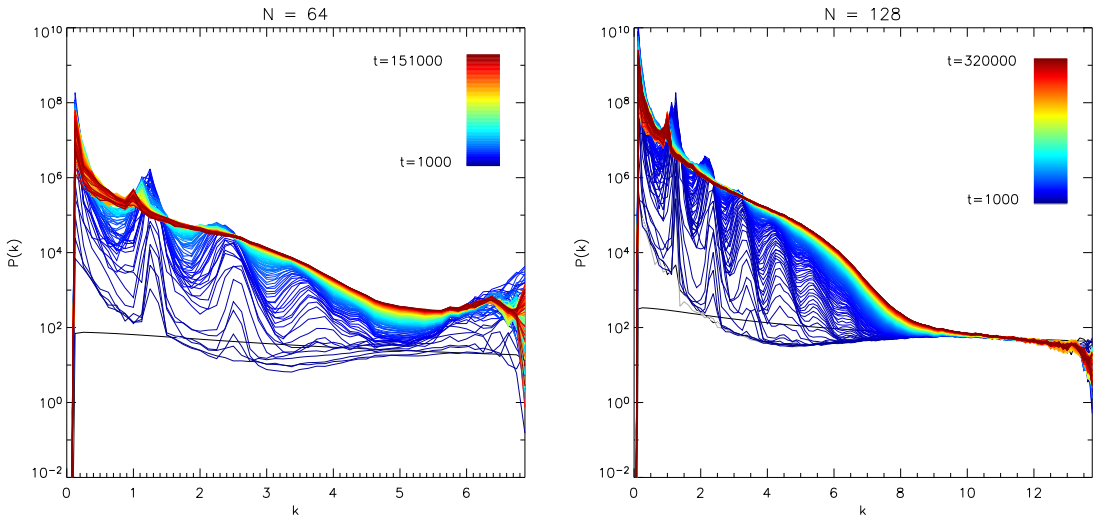


FIG. 4.2: **Spectres de Fourier des fluctuations spatiales pendant la phase de *reheating*** calculés à intervalles réguliers ($\Delta t = 1000$). La taille de la grille est de $L = 16\pi$ et les deux résolutions présentées sont $N = 64$ (*à gauche*) et $N = 128$ (*à droite*).

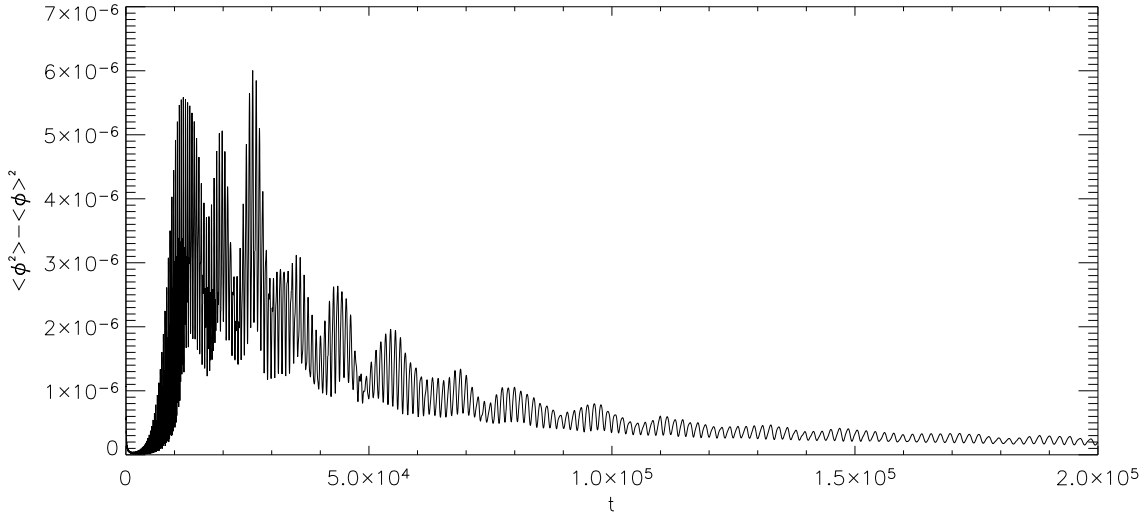


FIG. 4.3: **Variance du champ scalaire pendant la phase de *reheating*.** La variance augmente exponentiellement pendant la phase de résonance jusqu'à $Var(\phi) \simeq 5.10^{-6} m_P^2$.

4.4.2 facteur d'échelle dépendant de l'espace

La procédure avec un facteur d'échelle $B(t, x)$ dépendant de l'espace a été lancée pour des faibles résolutions (N=16 et N=32) et de petites matrices (L=5π). Les spectres présentent les mêmes pics de résonance à des fréquences voisines de celles obtenues dans le cas où le facteur d'échelle est homogène.
En revanche, les premiers résultats semblent indiquer que ceux-ci apparaissent plus tard dans l'évolution en temps. Cependant, la procédure doit être lancée avec des résolutions plus importantes pour permettre d'augmenter la taille de la grille (L=16pi) tout en conservant un bon échantillonnage de l'espace des phases. Nous sommes donc en train d'implémenter une version parallèle optimisée en terme de temps de calcul afin de pouvoir passer à $N = 64$ voir $N = 128$ en un temps d'exécution raisonnable. En effet, la version avec le facteur d'échelle homogène pour $N = 128$ et $L = 16\pi$ a tourné pendant plus de 50 h sur 32 des 40 processeurs de calcul sur MAGIQUE II (AMD 2GHz) et celle incluant la dépendance spectrale de B

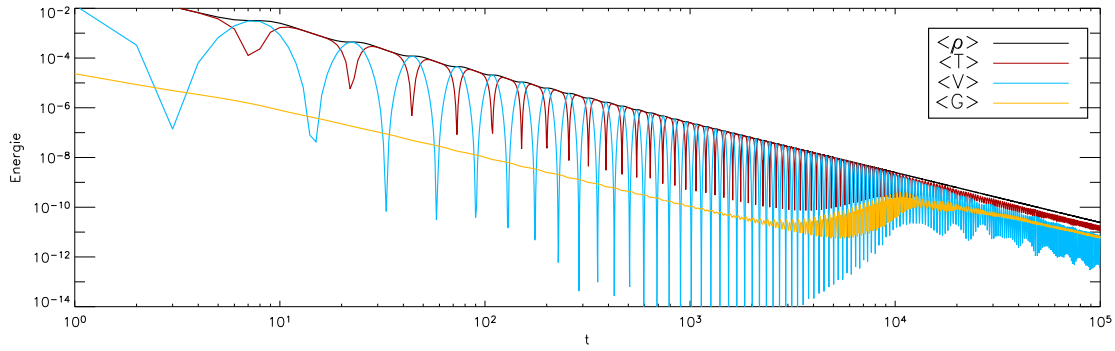


FIG. 4.4: **Energies du système pendant la phase de *reheating*.** L'énergie totale ρ (*en noir*) évolue en moyenne comme $B^{-1}(t)$. L'énergie potentielle $\langle V \rangle$ (*en bleue*) et l'énergie cinétiques $\langle T \rangle$ (*en rouge*) oscillent fortement jusqu'à $t \sim 20000$. Le gradient d'énergie $\langle G \rangle$ (*en jaune*) reste négligeable.

devrait demander encore plus de ressources.

4.5 Conclusion

4.5.1 production de ϕ-particules

Les oscillations en temps de la partie homogène du champ ϕ entraînent le terme de couplage en $-\frac{1}{2}g^2\chi^2\phi^2$. Les ϕ-particules sont créées à travers les solutions instables de l'équation de Mathieu (éq. 4.3) sous la forme d'une évolution exponentielle du nombre de densité n_ϕ des particules ϕ en fonction du temps. A travers le couplage du champ d'inflation avec des champs de matière, on produit par résonance paramétrique des particules de masse importante qui pourront donner ensuite par décroissance les particules connues.
La production des particules ϕ pendant la phase de résonance paramétrique introduit un effet de *rescattering* qui répartit la puissance du premier pic vers $k \simeq 1$ vers les pics $k \simeq 0$ et $k \simeq 2$ et plus hauts [Khlebnikov & Tkachev 1996].
L'inflation s'arrête dès que le champ ϕ commence à osciller et sort des conditions de *slow-roll*.

4.5.2 effet sur le CMB

La perturbation de courbure $\mathcal{R}(t,x)$ est une quantité plus utile que les perturbations de champ scalaire $\delta\phi(t,x)$. En effet, $\mathcal{R}(t,x)$ est constant en dehors de l'horizon, contrairement à $\delta\phi(t,x)$. De plus, à la fin du *reheating*, la perturbation de courbure reste alors que le champ scalaire n'existe plus, pas plus que ses perturbations.
On a vu que les anisotropies primordiales du CMB à grande échelle sont liées aux fluctuations du potentiel gravitationnel $\delta\Phi$ par effet Sachs-Wolfe

$$\frac{\delta T}{T} = \frac{1}{3}\delta\Phi \tag{4.43}$$

En introduisant les fluctuations de courbure dans les équations de Friedmann perturbées localement pour les structures en dehors de l'horizon [Liddle & Lyth 2000], on obtient une solution de $\delta\Phi_k$ sous la forme

$$\delta\Phi_k = -\frac{3+3w}{5+3w}\mathcal{R}_k \tag{4.44}$$

dans les zones où w est constant. En particulier, dans un univers dominé par la matière, $\delta\Phi_k = -3\mathcal{R}_k/5$. En remplaçant $\delta\phi$ dans (éq. 4.43), on obtient

$$\frac{\delta T}{T}(\mathbf{u}) = -\frac{1}{5}\mathcal{R}(\mathbf{x}) \tag{4.45}$$

où $\mathbf{e}$ est le vecteur unitaire de la direction d'observation et $\mathbf{x} = H_{sdd}^{-1}\mathbf{e}$ avec H_{sdd}^{-1} la distance qui nous sépare de la surface de dernière diffusion dont une bonne approximation est donnée par $H_{sdd}^{-1} \simeq 2H_0^{-1}$.
En utilisant l'équation (éq. 4.45), le spectre de puissance angulaire C_ℓ peut s'écrire en fonction du spectre des perturbations de courbure [Liddle & Lyth 2000] défini par $\mathcal{P}_\mathcal{R}(k) = k^3|\mathcal{R}_k|^2/2\pi^2$.

$$C_\ell = \frac{4\pi}{25}\int \frac{dk}{k}\mathcal{P}_\mathcal{R}(k)\mathcal{I}_\ell^2(k) \tag{4.46}$$

avec $\mathcal{I}_\ell(k) = j_\ell\left(\frac{2k}{a_0 H_0}\right)$.

Cette dernière équation montre le lien entre la perturbation de courbure et le spectre de puissance angulaire pour des grandes échelles angulaires où l'effet Sachs-Wolfe est dominant. Or la phase de *reheating* modifie la valeur de $\mathcal{R}_k$. L'effet principal du *reheating* sur le CMB est lié à la hauteur du plateau Sachs-Wolfe. Les études menées sur l'influence du *reheating* sur la valeur du moment quadrupolaire ($\ell = 2$) montrent une différence de l'ordre de $\Delta T/T = 1$ μK pour un quadrupôle mesuré par WMAP à 11.4 μK [Henriques & Moorhouse 2002]. En terme de C_ℓ, l'effet est de $\delta C_\ell \simeq 1.35$ donc largement dominé par la variance cosmique importante à ces échelles ($\delta C_\ell = 760$).

Les publications de Kofman, Linde et Starobinski, en particulier [Kofman et al. 1997], fournissent toutes les explications autour de la théorie de reheating. La thèse Felder (étudiant de Linde) fournit également un grand nombre d'informations pratiques pour les calculs sur une grille avec LATTICEEASY. Pour les résultats illustrant la résonance paramétrique, le papier de référence est toujours celui de Khlebnikov et Tkatchev [Khlebnikov & Tkachev 1996]. Enfin, le lien avec le CMB est discuté dans [Henriques & Moorhouse 2002] et [Tsujikawa & Bassett 2002].

Troisième partie

Les instruments Planck et Archeops

Chapitre 5

Planck

Après une présentation générale de la mission et de ses objectifs, ce chapitre présente le satellite et la cryogénie embarquée. Puis, le lecteur trouvera les principales caractéristiques techniques des deux instruments de Planck : HFI et LFI. Les objectifs scientifiques sont détaillés dans la dernière partie.

Planck est une mission de l'Agence Spatial Européenne (ESA pour *European Space Agency*) dont le but est la mesure du fond diffus cosmologique (CMB) avec une précision limitée uniquement par les contraintes fondamentales astrophysiques. Afin d'atteindre cet objectif, Planck fera une image du ciel avec une sensibilité ($\Delta T/T \sim 2 \times 10^{-6}$), une résolution angulaire ($\sim$5') et une couverture en fréquence (30-857 GHz) sans précédent. Planck sera placé au deuxième point de Lagrange (L2) à $\sim$1.5 millions de kilomètres de la Terre. La mission devrait couvrir au minimum deux *surveys* (couvertures complètes du ciel) avec un troisième possible. Le lancement est prévu en 2007 pour une fin programmée vers 2010.

5.1 Présentation

Planck est constitué de deux instruments développés par deux collaborations distinctes : un à basse fréquence (LFI pour *Low Frequency Instrument*) et l'autre à haute fréquence (HFI pour *High Frequency Instrument*). Un télescope commun collecte les photons du ciel. L'instrument LFI couvre 3 bandes en fréquences de 30 à 70 GHz, HFI en couvre 6 de 100 à 857 GHz. Pris ensembles, les deux instruments fournissent la couverture en fréquence nécessaire à la séparation des avant-plans du CMB. Cette répartition permet à LFI de bien couvrir les fréquences d'émission du *free-free* et du synchrotron de la Galaxie. Quant à HFI, il couvre mieux les fréquences dominées par le rayonnement des poussières galactiques. De plus, les effets systématiques produisent en général des réponses différentes suivant les instruments. La présence de deux instruments différents au sein de Planck va permettre une identification et un traitement efficaces des systématiques.

Tous les détecteurs de LFI ainsi que 4 des 6 bandes d'HFI sont sensibles, en plus de l'intensité, à la polarisation linéaire des photons. Planck n'est pas sensible à la polarisation circulaire, mais les anisotropies primordiales du CMB ne devraient pas être polarisées circulairement.

L'objectif de la mission Planck est de produire des cartes du ciel dans chacune des 9 bandes en fréquence. Les cartes ne contiendront pas seulement du CMB mais aussi les avant-plans astrophysiques qu'ils soient d'origine galactique (*free-free*, synchrotron ou poussières) ou extra-galactique (effet Sunyaev-Zel'dovich par exemple). Grâce aux différents comportements en fréquence des avant-plans (fig. 2.7) et en utilisant l'ensemble des 9 bandes en fréquence de Planck, on pourra séparer les différentes composantes, y compris le CMB.

5.2 Le satellite

Le satellite Planck est composé de six parties principales (fig. 5.1) : un télescope hors-axe de 1,5m de diamètre apparent (composé d'un primaire de $\sim$1.7m et d'un secondaire de $\sim$1m) ; les deux instruments cryogéniques LFI et HFI ; le senseur stellaire ; trois cônes d'isolation thermique séparant le satellite chaud des instruments froids ; le module de service qui comprend l'électronique des instruments et du satellite ainsi que les réservoirs à Hélium ; un grand baffle de protection des rayonnements parasites ; et le panneau solaire qui, pendant le vol, fait face au soleil et permet de placer tout le reste du satellite à l'ombre.

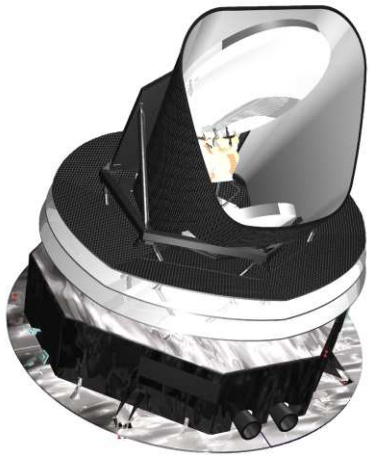


FIG. 5.1: **Dessin du satellite Planck.** On distingue : le panneau solaire, les baffles d'isolation thermique et le télescope qui illumine le plan focal des instruments situés à l'intérieur.

Les températures de fonctionnement des instruments LFI et HFI (respectivement 20 K et 0.1 K) sont obtenues à partir de la combinaison d'un refroidissement passif et de trois systèmes cryogéniques actifs. Le refroidissement passif est obtenu à partir du grand télescope et des baffles d'isolation. Ils permettent de réduire la température à $\sim$50 K.
Les données sont stockées à bord et transmises à la station au sol de l'ESA en Australie. La fenêtre de visibilité est de 3h par jour sans interruption de la prise de données. Pendant cette phase, on aura également accès à $\sim$20 minutes de données en temps réel pour pouvoir intervenir rapidement sur l'instrument si nécessaire.

5.3 Le pointage

L'orbite de Planck autour du point L2, ainsi que la stratégie de balayage du ciel ont été choisies afin de permettre une soustraction efficace des effets systématiques. Le télescope pointe à 85 degrés de l'axe de rotation du satellite dirigé à l'opposé du soleil. La vitesse de rotation est de un tour par minute. L'instrument balayera donc le ciel en formant des anneaux (ou *rings*), chaque anneau étant couvert par 60 cercles pour obtenir une bonne redondance. Les *rings* permettront également une bonne estimation des systématiques tout en réduisant sensiblement la quantité de données. Compte-tenu de la fréquence d'échantillonnage de 200 Hz, la résolution dans le sens du balayage est donc de $\sim$2.7 points par lobe de taille 5 arcmin, ce qui assure un bon échantillonnage (d'après le théorème de Shannon).
L'axe de rotation se décale dans le ciel en suivant le Soleil à la vitesse de 1° par jour. Il pourrait osciller autour de l'écliptique avec un angle maximum de 5 degrés afin d'obtenir une couverture plus homogène (essentiellement au niveau des pôles). Planck effectue 24 *rings* par jours et sera donc en mesure de couvrir la totalité du ciel en 7 mois. La résolution dans le sens perpendiculaire au sens de balayage est donc de $\sim$2 points par lobe (de 5 arcmin).
La reconstruction de la direction de pointage est réalisée à partir d'un senseur stellaire aligné avec la direction du télescope. La mesure du décalage entre la direction du plan focal et celle du senseur stellaire est obtenue grâce aux sources ponctuelles. La reconstruction atteindra une précision de l'ordre de 0.5 arcmin.

Cette stratégie permet de réduire les effets de lobes secondaires dus à l'entrée de rayons lumineux parasites dans le détecteur. Elle permet également l'utilisation d'un refroidissement passif essentiel au fonctionnement de la cryogénie embarquée.

5.4 La cryogénie

Compte tenu de la température de fonctionnement des instruments LFI et surtout HFI, plusieurs systèmes de refroidissement sont utilisés. L'isolation et le refroidissement passif permettent d'atteindre une température de $\sim$50 K. Pour obtenir des températures plus faibles, Planck utilise un système de cryogénie constitué de 4 étages à 20 K, 4 K, 1.6 K et 100 mK. La température des différents étages est contrôlée par des filtres thermiques et une régulation afin de limiter les effets de variation de température des étages supérieurs.

5.4.1 étage 20 K

Le refroidissement à 20 K est obtenu à l'aide d'un cycle fermé d'hydrogène appelé *sorption cooler* [Wade et al. 2000, Bhandari et al. 2000, Bhandari et al. 2001]. Ce système comporte 6 compresseurs identiques fonctionnant en cycle. Ils sont remplis d'un hydrure métallique qui absorbe et désorbe l'hydrogène gazeux. A chaque instant : un compresseur chaud désorbe l'hydrogène gazeux sous haute pression ; un compresseur refroidit l'étage avec une détente Joule-Thomson de l'hydrogène ; un compresseur réchauffe ; et les trois autres sont froids et absorbent le gaz. L'avantage de ce système est qu'il permet d'éviter la propagation des vibrations vers les détecteurs. Il permet d'obtenir une température de 20 K correspondant à la température de fonctionnement de l'instrument LFI. Il permet également de fournir un pré-refroidissement à 18 K pour HFI.

5.4.2 étage 4 K

A partir du pré-refroidissement à 18 K, on atteint la température de 4 K à l'aide d'une détente Joule-Thomson d'hélium en boucle fermée. Pour diminuer les vibrations provenant des compresseurs mécaniques, ceux-ci sont placés face-à-face et travaillent en opposition de phase.

5.4.3 étages 1.6 K et 100 mK

Les deux étages les plus froids de Planck sont obtenus à partir d'un nouveau système de dilution en cycle ouvert développé au Centre de Recherches sur le Très Basses Températures (CRTBT) [Benoît et al. 1994]. En mélangeant de l'^{3}He dans de l'^{4}He, on produit une réaction endothermique au niveau de la séparation de phase entre ^{3}He concentré et dilué. La dilution classique (cycle fermé) utilise la pression osmotique pour faire passer jusqu'à 6% d'^{3}He dans un bain d'^{4}He. Le mélange est ensuite séparé par évaporation de l'^{3}He. Dans le cas du cycle ouvert fonctionnant en apesanteur, la séparation de phase se fait par la production de bulles d'^{3}He à l'intérieur d'un capillaire d'^{4}He. Si le capillaire est suffisamment fin, les bulles sont maintenues par la tension superficielle. La dilution se produit à leur surface et permet d'atteindre la température de 100 mK.
Dans le même cycle, on fait subir au mélange une détente Joule-Thomson qui permet d'obtenir un étage intermédiaire à 1.6 K. A la fin du cycle, le mélange est rejeté dans l'espace.

5.5 Le plan focal

Le plan focal de Planck est constitué de 63 détecteurs répartis en 9 fréquences allant de 30 à 857 GHz (350 μm à 10 mm). Leurs caractéristiques sont détaillées dans le tableau 5.1. La couverture en fréquence permet d'optimiser les mesures astrophysiques comme l'effet Sunyaev-Zel'dovich ainsi que la séparation des avant-plans (émissions de *free-free*, synchrotron et poussières galactiques). Les détecteurs d'une même fréquence ont été placés sur le plan focal (fig. 5.2) de manière à être décalés d'un demi lobe afin d'identifier les systématiques. En revanche, pour minimiser les risques liés à une défaillance électronique, ils sont

répartis sur plusieurs boîtiers de pré-amplificateurs. Les détecteurs d'HFI sont situés au centre du plan focal et refroidis à 100 mK, ceux de LFI sont situés autour à 20 K.

	LFI			HFI					
fréquence [GHz]	30	44	70	100	143	217	353	545	857
Température du détecteur	20 K			0.1 K					
Nombre de détecteurs									
- HEMT polarisés	2	3	6						
- spider-web					4	4	4	4	4
- PSB				8	8	8	8		
Résolution angulaire [arcmin]	33	24	14	9.5	7.1	5.0	5.0	5.0	5.0
Sensibilité [μK.s$^{1/2}$]	120	140	190	50	62	91	277	1998	91000
$\Delta T/T$ (en température) [μK/K]	2.0	2.7	4.7	2.5	2.2	4.8	14.7	147	6700
$\Delta T/T$ (en polarisation) [μK/K]	2.8	3.9	6.7	4.0	4.2	9.8	29.8	-	-

TAB. 5.1: **Caractéristiques des détecteurs de Planck** pour les deux instruments LFI (30-70 GHz) et HFI (100-857 GHz).

5.5.1 LFI

L'instrument basse fréquence de Planck, LFI [Bersanelli & Mandolesi 2000], utilise la troisième génération de radiomètres millimétriques pour les observations du CMB dans l'espace. Successeur de l'instrument DMR (*Differential Microwave Radiometer*) à bord de COBE lancé en 1992 et de WMAP (*Wilkinson Microwave Anisotropy Probe*) lancé en 2001, il couvre 3 bandes en fréquence : 30, 44 et 70 GHz. Le radiomètre de LFI est une matrice de 22 récepteurs différentiels équipés d'amplificateurs HEMTs (*High-Electron-Mobility Transistors*). Pour minimiser la dissipation de chaleur sur le plan focal refroidi à 20 K, les radiomètres sont séparés en deux sous-systèmes reliés par une série de guides d'ondes.
Les radiomètres sont construits pour supprimer le bruit en $1/f$ important introduit par l'amplificateur. Le principe est basé sur une pseudo-corrélation différentielle entre le signal du ciel et celui d'un corps noir de référence. Les deux signaux sont combinés puis amplifiés dans deux chaînes indépendantes. En fin de chaîne, les deux signaux sont séparés. Comme le signal du ciel et celui de corps noir de référence ont été amplifiés par le même gain dans chacune des deux chaînes, on peut remonter à la puissance réelle du signal du ciel, éliminant ainsi un grand nombre de systématiques et une grande partie du bruit en $1/f$. Ce système est d'autant plus efficace que la référence et la mesure sont presque égales, c'est pourquoi le corps noir de référence est placé sur l'étage à 4 K de HFI.
Les radiomètres de LFI sont intrinsèquement sensibles à la polarisation. Le canal à 70 GHz est particulièrement important car c'est une plage de fréquences où l'effet des avant-plans polarisés devrait être le plus faible par rapport au signal cosmologique.

5.5.2 HFI

bolomètres

HFI compte 52 détecteurs répartis en 6 bandes en fréquence : 100, 143, 217, 353, 545 et 857 GHz [Lamarre et al. 2003a]. Les absorbeurs des bolomètres de Planck sont en forme de toile d'araignée. La taille caractéristique des mailles de cette grille correspond à la longueur d'onde du bolomètre, réduisant ainsi le bruit de fond dû aux longueurs d'ondes plus faibles. Cette configuration présente l'avantage d'augmenter la sensibilité tout en limitant les temps de réponse et la section efficace d'interaction avec les rayons cosmiques (proportionnelle à la surface). Sa faible masse la rend également moins sensible aux vibrations. Le signal vient d'un thermomètre fixé à l'absorbeur pour mesurer ses variations de température.
Sur HFI, on distingue deux types de bolomètres :

- **les bolomètres *spider-web*** sont uniquement sensibles à la température. Ils sont au nombre de 20 sur HFI. Ils transforment le rayonnement en chaleur détectée par un thermomètre en Germanium [Bock et al. 1995, Lamarre et al. 2002, Jones et al. 2003]. Ces détecteurs ont démontré leur grande sensibilité sur les expériences comme Archeops ou BOOMERanG.
- **les bolomètres PSB** (pour *Polarisation-Sensitive Bolometer*) sont sensibles à la polarisation linéaire. On en compte 32 sur HFI montés par pair au sein d'un même cornet. Les PSB sont basés sur le même

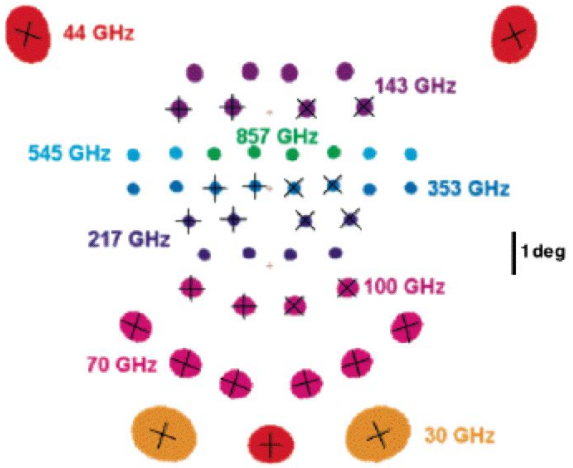


FIG. 5.2: **Schéma du plan focal de Planck.** Les hautes fréquences sont au centre, les basse fréquences vers l'extérieur. Les directions de polarisation sont représentées par les traits noirs. Les détecteurs d'une même ligne sont décalés d'un demi lobe. Chaque ligne est séparée d'un demi degré.

principe que les *spider-web* à ceci près que l'absorbeur est constitué de fils parallèles qui absorbent uniquement la composante polarisée dont le champ électrique est dans le sens des fils. Chaque boîtier dispose de deux PSB dont les directions de fils sont perpendiculaires. A partir de la mesure de plusieurs détecteurs dont les directions de polarisation sont différentes, on pourra reconstruire ensuite les cartes polarisées du ciel.

sources de bruit

Un bolomètre est soumis à différentes sources de bruit thermodynamique :

- le bruit de phonons (bruit thermique) proportionnel à la température,
- le bruit Johnson lié aux fluctuations de tension aux bornes du thermomètre,
- le bruit de photons qui provient de la nature quantique du rayonnement incident.

En abaissant la température, on réduit les deux premiers et on atteint la sensibilité ultime lorsque le bruit de photons devient dominant. A ces sources de bruit, il faut ajouter le bruit microphonique dû aux vibrations mécaniques des bolomètres et des câbles électriques. Enfin, on trouve du bruit à basse fréquence (bruit en $1/f$) dont la plus grande partie vient des dérives thermiques lentes.

filtres et cornets

Pour guider la lumière du télescope aux bolomètres, on utilise des cornets. Ils sont accompagnés d'une série de filtres et de lentilles qui permettent de sélectionner la fréquence du rayonnement qui est propagé jusqu'aux bolomètres. La figure 5.3 montre le détail d'un pixel photométrique d'HFI comprenant le bolomètre et son ensemble de cornets et de filtres. Les deux cornets montés tête-bêche (*back-to-back*) sont placés à 4 K. On trouve également un filtre à 1.6 K entre le bolomètre et les deux cornets *back-to-back*.
La taille des cornets est liée à la tache de diffraction en λ/D (où D est la distance focale). En revanche, la luminosité diminue également quand la fréquence augmente. La taille des cornets est donc un compromis entre une résolution importante (cornets de petite taille) et l'illumination de plusieurs taches de diffraction pour conserver une luminosité importante (cornets de grande taille). Ainsi, les cornets des bolomètres à 545 et 857 GHz sont dits *multi-modes* car ils illuminent plusieurs taches de diffraction (respectivement 3 et 8).

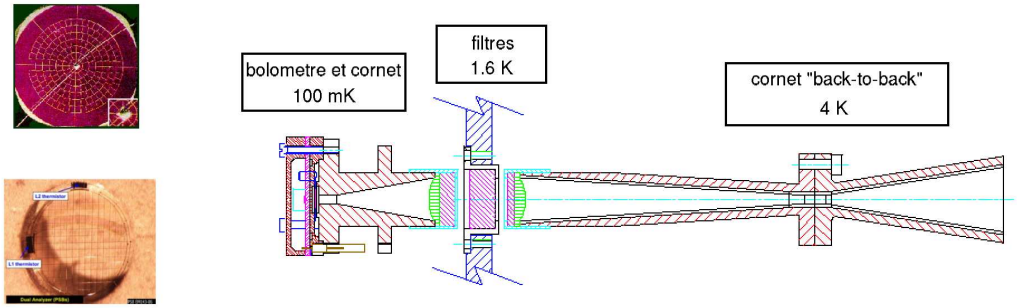


FIG. 5.3: **Schéma d'un pixel photométrique.** *à gauche :* photos des bolomètres (*spider-web* en haut et PSB en bas), *à droite :* vue de dessus ; le bolomètre ; le cornet à 100 mK ; le filtre à 1.6 K ; et les cornets *back-to-back* à 4 K.

5.6 Objectifs scientifiques

La résolution et la sensibilité de Planck devraient lui permettre de mesurer les fluctuations de température du ciel avec une remarquable précision. Par rapport à WMAP, Planck possède une résolution angulaire jusqu'à trois fois supérieure et une sensibilité jusqu'à dix fois plus grande suivant les bandes en fréquence. Sa grande plage en fréquence (30-857 GHz) devrait lui permettre de mesurer l'effet Sunyaev-Zel'dovich et de séparer les avant-plans à la précision requise. Cet atout est particulièrement crucial dans le cas de la polarisation puisque les mesures des avant-plans ne sont pas aussi avancées que dans le cas de la température. La stratégie de balayage et la disposition des détecteurs sur le plan focal ont été déterminées de façon à obtenir une bonne estimation des effets systématiques et un rapport signal-sur-bruit optimal. Après traitement des données, Planck donnera les premières cartes du CMB à haute résolution sur tout le ciel.
Planck devrait être capable de mesurer toute l'information contenue dans le spectre de puissance en température jusqu'à $\ell = 3500$. Les erreurs sur cette mesure devraient être uniquement limitées par la variance cosmique jusqu'à $\ell \sim 2500$ soit $\sim$4 arcmin (comparé aux $\ell = 350$ de WMAP). Sous réserve d'un bon contrôle des avant-plans polarisés, Planck sera capable de donner la mesure du spectre E avec une grande précision jusqu'à $\ell \sim 1500$. Si l'amplitude du mode tenseur se trouve à un niveau de quelques pour-cent (ou plus) du mode scalaire, Planck devrait également être capable de détecter le mode B de la polarisation.

Planck devrait donc améliorer de façon significative notre connaissance de la cosmologie, en particulier sur les points suivants :

Contraintes sur les paramètres cosmologiques. La forme du spectre de puissance en température sera déterminée précisément jusqu'aux très grands ℓ, ce qui permettra d'estimer les valeurs des paramètres cosmologiques les plus importants au pour-cent (dans le cadre d'un modèle inflationnaire avec évolution adiabatiques des perturbations).

Comme les oscillations des fluctuations scalaires visibles dans le spectre EE sont liées aux mêmes fluctuations que pour la température, la mesure du spectre TE fournira une vérification du modèle. Entre autres, il permettra de déterminer les caractéristiques des fluctuations primordiales, de mettre des contraintes sur les déviations du spectre primordial des fluctuations par rapport à la loi de puissance, de mesurer l'époque de la réionisation et peut-être même de reconstruire l'histoire de la réionisation de l'Univers.

Le rapport r des amplitudes des modes tenseur et scalaire est lié aux paramètres de *slow-roll*. La mesure du spectre B permet donc de contraindre les modèles d'inflation et de donner son énergie caractéristique. Ce serait en plus la preuve de l'existence des ondes gravitationnelles seules capables de produire du mode B.

Mesure des anisotropies secondaires. La couverture en fréquence de Planck donnera accès à la mesure des anisotropies secondaires. Parmi ces effets, on peut citer l'effet Sunyaev-Zel'dovich à la fois thermique et cinétique. De plus, sa sensibilité permettra de mesurer des effets d'ordre supérieur sur le CMB comme les effets de lentille gravitationnelle ou l'effet Sachs-Wolfe intégré.

Spectre des fluctuations primordiales. Planck a la sensibilité nécessaire, aussi bien en température qu'en polarisation, pour mettre des limites précises sur la pente du spectre primordial (n_s) ainsi que sur un changement de pente éventuel en fonction de l'échelle (le *running*). La plupart des modèles inflationnaires prédit peu de déviation par rapport à la loi de puissance. La mesure de ces déviations précisera la dynamique pendant la phase inflationnaire.

Tests de non-gaussianité. La plupart des modèles d'inflation prévoit des anisotropies du CMB distribuées de façon gaussienne. La mesure des non-gaussianités des cartes de WMAP semble défier les prédictions théoriques [Cruz et al. 2004]. Mais les avant-plans sont généralement non-gaussiens, leurs résidus dans les cartes peuvent donc également produire des non-gaussianités dans le CMB. Dans ce contexte, Planck fournira des cartes du ciel plus précises, à plus haute résolution et qui seront soumises à d'autres systématiques que celles de WMAP. Il permettra alors d'augmenter la sensibilité aux perturbations primordiales non-gaussiennes.

Mesure des avant-plans. Les différentes sources astrophysiques feront également partie des mesures de Planck. En particulier les émissions de *free-free*, synchrotron, des poussières galactiques et les détections de sources ponctuelles (galaxies, amas de galaxies, planètes). De plus, à haute fréquence, il sera sensible au fond diffus infra-rouge et aux galaxies ultra-lumineuses en infra-rouge qui seront observées par son voisin Herschel.

Les objectifs scientifiques de l'expérience Planck sont détaillés dans le "bluebook" (The Scientific Program of Planck - 2004). Pour une version plus instrumentale, la collaboration a récemment publié pour HFI [Lamarre et al. 2003b] et pour LFI [Mennella et al. 2004]. La partie cryogénique est détaillée dans [Madet 2002].

Chapitre 6

Archeops

Archeops est l'expérience embarquée en ballon dont j'ai analysé les données pendant une grande partie de ma thèse. Ce chapitre présente l'expérience et donne les principales caractéristiques de ses détecteurs. Les trois vols sont décrits et les objectifs scientifiques d'Archeops sont comparés aux résultats obtenus.

6.1 Présentation

En 1998, suite au retardement du lancement de Planck, une partie de la collaboration (emmenée par A. Benoît) a proposé l'idée d'embarquer un instrument similaire à HFI en ballon stratosphérique. L'idée était d'utiliser la même optique, les mêmes détecteurs, la même cryogénie à 100 mK et des électroniques similaires dans le double but de tester grandeur nature l'instrument HFI en cours de développement et de mesurer les anisotropies du CMB dans un domaine angulaire jusque-là vide de toute mesure.

Archeops est une collaboration comprenant un grand nombre de chercheurs français mais aussi anglais, italiens et américains. Au total environ 70 personnes ont participé à cette expérience.

Le premier objectif scientifique d'Archeops était de couvrir les grandes échelles angulaires avec une bonne résolution afin de faire le lien entre le plateau Sachs-Wolfe (déjà mesuré par COBE) et le premier pic acoustique. Les autres expériences ballons et au sol ne couvrent que quelques pour-cents du ciel ce qui leur interdit la mesure du spectre à bas ℓ. En revanche, leur résolution est bien meilleure, ce qui leur permet de mesurer le spectre à plus grands ℓ.

Archeops embarquait également des détecteurs polarisés à 353 GHz qui ont permis la première mesure polarisée des avant-plans à cette fréquence (essentiellement la poussière galactique).

6.2 L'instrument

la nacelle

L'ensemble des éléments d'Archeops est regroupé dans une nacelle portée par le ballon. La figure 6.1 présente un schéma de la nacelle d'Archeops. On y distingue le télescope, le cryostat avec les détecteurs et le senseur stellaire. Entre la nacelle et le ballon se trouve le pivot qui permet à la nacelle de tourner sur elle-même. Après le premier vol scientifique, le pivot a été déplacé bien plus haut sur la chaîne de vol afin de réduire le bruit qu'il introduisait sur l'instrument. On dispose également de gyroscopes, d'un magnétomètre et d'un GPS afin de reconstruire la position et l'orientation de la nacelle pendant le vol. Enfin, un enregistreur de bord est embarqué afin de stocker les données jusqu'à la récupération de l'instrument.

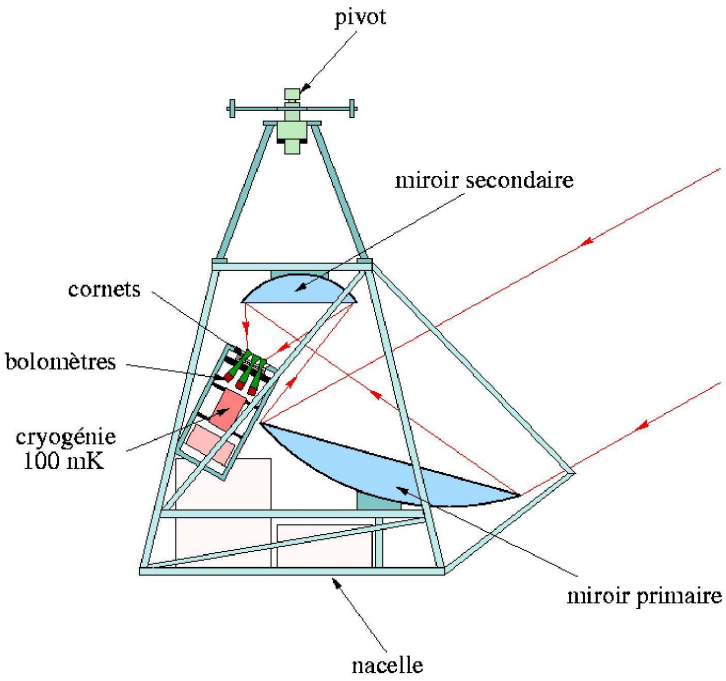


FIG. 6.1: **Schéma de la nacelle d'Archeops.** On distingue les deux miroirs et l'instrument Archeops avec ces pixels photométriques (bolomètres, filtres et cornets) et les machines cryogéniques. Après le premier vol, le pivot a été remonté plus haut sur la chaîne de vol reliant la nacelle au ballon pour réduire les bruits mécaniques. Le senseur stellaire n'est pas représenté.

le senseur stellaire

Le senseur stellaire permet la reconstruction de la direction de pointage en détectant des sources ponctuelles sur la sphère céleste. C'est un télescope optique de 40 cm de diamètre équipé d'une barrette de 46 photodiodes perpendiculaires à la direction de balayage. Il permet de détecter des sources jusqu'à la 7ième magnitude ($\sim$200 étoiles par tour) et ainsi de reconstruire le pointage avec une précision de l'ordre de la minute d'arc.

le télescope

Le télescope d'Archeops est similaire à celui de Planck. C'est un télescope de 1.5m de diamètre apparent, de type grégorien hors-axe composé de deux miroirs. L'axe optique est incliné d'un angle de 41° par rapport à l'horizontale.

la cryogénie

Le système cryogénique à 100 mK est similaire à celui utilisé pour Planck. Il est également basé sur la dilution en cycle ouvert développée par A. Benoît (CRTBT). La principale différence, liée à l'adaptation à un système embarqué en ballon, est l'absence des étages à 20 et 4 K (machines cryogéniques) au profit d'un étage intermédiaire à 10 K obtenu par un refroidissement aux vapeurs d'hélium provenant d'un cryostat classique à Hélium liquide. La régulation passive de l'étage froid est la même que celle de Planck. En revanche, Archeops ne dispose d'aucune régulation active du 100 mK.
Les performances de ce système ont pu être mises en évidence avec les vols Archeops. Pour l'étage à 100 mK, les fluctuations en température sont de l'ordre de 0.1% avec une constante de temps de l'ordre de 1s.

le plan focal

Le plan focal est constitué de 21 détecteurs répartis dans les quatre bandes en fréquence centrales de Planck : 143, 217, 353 et 545 GHz ($\lambda = 2.10$, 1.38, 0.85 et 0.55 mm). La largeur des bandes (fig. 6.2) est déterminée de manière à obtenir un bon échantillonnage en fréquence pour les spectres de continuum attendus ($\nu/\Delta\nu \simeq 3$).

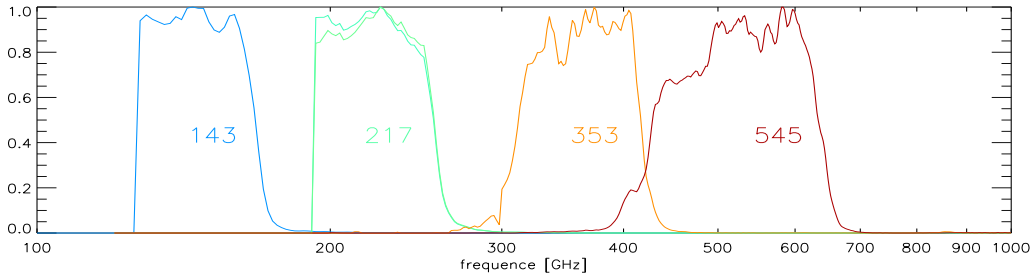


FIG. 6.2: **Bandes en fréquence d'Archeops** en échelle logarithmique pour les quatre canaux : 143, 217, 353 et 545 GHz. La largeur des bandes est telle que $\nu/\Delta\nu \simeq 3$.

Les détecteurs sont des bolomètres de type *spider-web* accompagnés de leurs cornets et des filtres qui permettent la sélection en fréquence du rayonnement incident tout en limitant la puissance parasite ne provenant pas du miroir primaire. Le canal à 353 GHz est sensible à la polarisation grâce à un système de polariseurs OMT (pour *Ortho-Mode Transducer*) qui séparent le flux lumineux d'un même cornet vers deux bolomètres différents. Dans Planck, ce système a été abandonné au profit des bolomètres PSB plus sensibles et combinés en un seul boîtier ce qui a permit d'embarquer plus de détecteur.

Détecteur	fréquence [GHz]	sensibilité [$\mu K_{CMB}.s^{1/2}$]	résolution (FWHM) [arcmin.]
143K01	143	188.	11.0
143K03	143	93.	11.7
143K04	143	207.	10.9
143K05	143	194.	11.7
143K07	143	140.	11.9
143T01	143	217.	10.2
217K01	217	364.	12.0
217K02	217	243.	11.8
217K03*	217	1559.	17.5
217K04*	217	163.	15.9
217K05	217	369.	11.3
217K06*	217	149.	15.1
217T04*	217	320.	14.0
217T06*	217	276.	15.2
353K01	353	1699.	11.9
353K02	353	2016.	12.0
353K03	353	1943.	11.9
353K04	353	2271.	12.0
353K05	353	1853.	12.1
353K06	353	2543.	12.2
545K01*	545	6384.	18.3

TAB. 6.1: **Caractéristiques des bolomètres d'Archeops.** Le passage des températures d'antenne T_{RJ} aux températures T_{CMB} est de 1.7, ∼3.2, 15.4 et 119.6 à 143, 217, 353 et 545 GHz respectivement. Les bolomètres marqués d'une étoile possèdent des cornets multimodes.

Les caractéristiques des bolomètres d'Archeops sont résumées dans le tableau 6.1. Le bolomètre le plus sensible répond aux caractéristiques de Planck (inférieur à 100 $\mu K_{CMB}.s^{1/2}$). La résolution angulaire est estimée à partir d'une gaussienne elliptique ajustée sur les lobes et dont la moyenne des deux FWHM est donnée dans le tableau 6.1. Elle vaut ∼11, 12 et 18 arcmin à 143, 353 et 545 GHz respectivement. A 217 GHz, deux types de cornets ont été utilisés : les monomodes dont la résolution est de ∼12 arcmin et les multimodes dont les lobes sont plus large (∼15 arcmin). La dispersion des sensibilités peut être expliquée par le fait que tous les détecteurs d'Archeops ne viennent pas de la même production. En particulier, les

bolomètres notés "T" sont nettement moins sensibles. Ils ont été récupérés du vol d'essai à Trapani pour compléter le plan focal.

6.3 La stratégie de pointage

La stratégie de balayage a été imaginée afin de permettre la mesure des grandes échelles angulaires, c'est-à-dire couvrir une large partie du ciel. Elle devait également permettre la détection et la soustraction des effets systématiques liés au ballon.

Comme pour Planck, la stratégie d'Archeops consiste à balayer le ciel par des grands cercles à élévation constante. Pour Archeops l'élévation est fixe et vaut 41°. Les cercles se décalent sur la sphère céleste (fig. 6.3) grâce au mouvement de la nacelle par rapport au référentiel terrestre et de la Terre par rapport à la sphère céleste. Les variations du décalage entre les cercles sont donc essentiellement dû aux changements de la vitesse du vent. C'est pourquoi les fenêtres de vol ont été déterminées en fonction de la force et de la direction du vent, de façon à avoir un bon échantillonnage entre les cercles tout en conservant une couverture importante du ciel. La nacelle tourne sur elle-même à la vitesse de 2 tours par minute, ce qui correspond à un échantillonnage de 3 points par lobe à la fréquence d'acquisition de 150 Hz.

La description de grands cercles sur le ciel impose un vol nocturne (pour s'affranchir du rayonnement du Soleil) contrairement aux stratégies "petites échelles angulaire" qui consistent à couvrir une petite partie du ciel en restant constamment dos au Soleil. La base d'Esrange du CNES près de Kiruna au nord de la Suède permet d'effectuer ce genre de vol pendant la nuit polaire. Une autonomie en électricité et en gaz pour un vol de 24 h maximum (voir 36 h) permet de couvrir $\sim$30% du ciel.

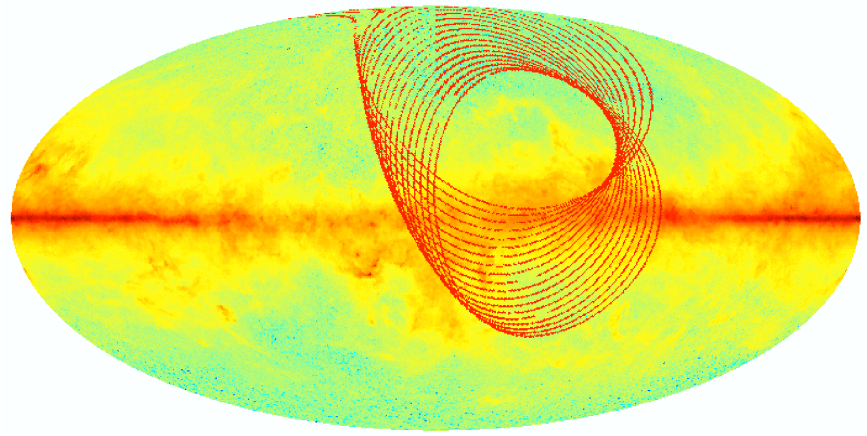


FIG. 6.3: **Schéma de la stratégie de pointage d'Archeops.** L'instrument pointe à élévation constante (41 degrés). Les rotations de la nacelle produisent des grands cercles sur le ciel qui se décalent par les mouvements conjugués de la nacelle par rapport à la Terre et de la Terre par rapport au ciel.

6.4 Les vols

1999 - Trapani

Le premier vol d'Archeops fut un vol test à partir de la base de Trapani (Sicile, Italie), jusqu'en Espagne le 17 juillet 1999. Le vol a duré 18h dont 4.5h pendant la nuit au-dessus de la Méditerranée à une altitude de 40 km. Le vol a permis de tester l'instrument et en particulier le cryostat qui n'avait pas encore volé. En outre, si les détecteurs étaient trop bruités pour pouvoir mesurer le CMB avec une bonne précision, ce vol a permis d'observer des zones du ciel proches du centre de la Galaxie (ce qui ne sera plus le cas ensuite) et est donc de la première importance pour les études galactiques.

2001 - Kiruna - KS1

Archeops a volé depuis la base d'Esrange le 29 janvier 2001. Ce premier vol scientifique a duré 10h dont 7.5h de données dans les conditions nominales (altitude de 31.5 km, température du plan focal en-dessous de 100 mK), pour une couverture du ciel de environ 20 %.

2002 - Kiruna - KS3

Après un vol raté moins d'un mois auparavant (KS2, le 17-01-2002) en raison d'un problème technique sur le ballon, Archeops a volé avec succès une deuxième fois le 7 février 2002. En raison de la date très avancée dans la saison, la nuit n'a duré que 12h sur un vol de plus de 20h. L'altitude moyenne était de 34.9 km et le plan focal a conservé une température inférieure à 98 mK pendant toute la durée du vol. La couverture totale de ce dernier vol est de 33 % avec une double redondance sur $1/3$ de la couverture. Les vents violents (400 km/h) nous ont permis de couvrir les 30% du ciel prévus en seulement 12 h de nuit au prix d'un échantillonnage plus faible dans le sens perpendiculaire au sens de balayage (distance entre les cercles) et au détriment de la redondance.

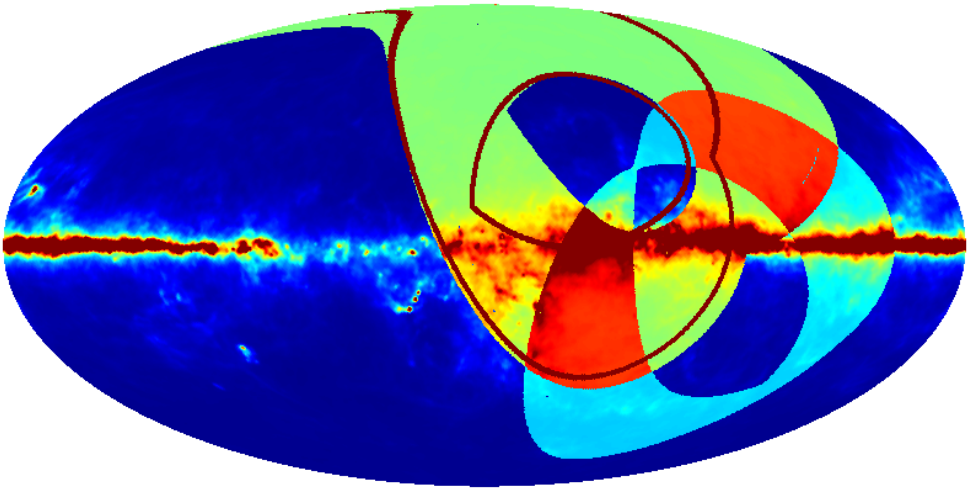


FIG. 6.4: **Couverture du ciel des trois vols d'Archeops.** Sur la partie sud, en bleu clair, le vol de Trapani. Le vol KS3 est en vert essentiellement dans l'hémisphère nord. Les contours de KS1 sont en tracés en marron, ils sont inclus dans KS3.

6.5 Objectifs scientifiques et résultats

Grâce à sa stratégie de balayage, Archeops était le seul instrument à pouvoir couvrir une aussi grande partie du ciel. Ceci faisait de lui le premier instrument à pouvoir relier les points de COBE aux grandes échelles angulaires à ceux des autres expériences ballons (BOOMERanG, Maxima) et au sol (CBI : Cosmic Background Imager, VSA : Very Small Array) à plus grande résolution. Cette fenêtre couvre le plateau Sachs-Wolfe et la montée du premier pic acoustique. Bien que très sensible de façon instantanée, la grande couverture d'Archeops la rend moins sensible que les autres expériences ballons comme Maxima ou BOOMERanG (tab. 6.2). Dans une configuration complète (avec tous les détecteurs) et un vol de nuit de 24h (contre seulement 12h finalement), Archeops devait mesurer le spectre depuis $\ell = 10$ jusqu'au troisième pic acoustique. Malgré une sensibilité conforme aux prévisions (le plus sensible des détecteurs atteint même les spécifications de Planck avec une sensibilité inférieure à 100 μK.s$^{1/2}$), les conditions météo et l'échec de KS2 ont réduit ses possibilités.

Expérience	sensibilité instantanée [$\mu K_{CMB}.s^{1/2}$]	Nombre de détecteurs	Temps d'intégration [jours]	Couverture du ciel [%]	sensibilité totale [μK_{CMB} par pixel de 20']
BOOMERanG	130	4	10	3	9
Maxima	90	6	0.25	0.5	12
Archeops	90	13	0.5	30	82
WMAP	1000-1600	8	365	100	35
Planck-HFI	50-91	52	365	100	1.5

TAB. 6.2: **Comparaison des sensibilités des principales expériences de mesure du CMB.** La sensibilité totale tient compte de la sensibilité instantanée, du nombre de détecteurs, du temps d'intégration et de la couverture du ciel.

Finalement, dans son dernier vol, Archeops a observé près de 30% du ciel ce qui a permis de mesurer le spectre de puissance angulaire en température jusqu'au deuxième pic acoustique avec des erreurs dominées par la variance d'échantillonnage jusqu'au premier pic ($\ell \sim 200$) [Tristram et al. 2005b]. En 2003, la collaboration avait publié une estimation préliminaire du spectre reliant pour la première fois (avant WMAP) la mesure du plateau Sachs-Wolfe à la montée du premier pic [Benoît et al. 2003a]. En outre, Archeops a permis de valider les choix techniques faits pour Planck.
Archeops n'a pas été conçu avec la sensibilité nécessaire pour mesurer la polarisation du CMB. Son seul canal polarisé (à 353 GHz) était dédié à la mesure des avant-plans polarisés et plus particulièrement de la poussière galactique. Là encore, Archeops a fourni la première détection de la polarisation des poussières galactiques [Benoît et al. 2004]. On a ensuite pu évaluer la contamination induite dans les spectres de puissance polarisés du CMB [Ponthieu et al. 2005].
Enfin, à travers l'ensemble de ses 3 vols, Archeops a couvert $\sim$45% du plan galactique et donné les premières cartes à grande couverture aux fréquences millimétriques. La collaboration poursuit l'analyse de ces données d'un intérêt scientifique certain.

6.6 De Archeops à Planck-HFI

6.6.1 sensibilité

La sensibilité globale d'un instrument prend en compte la sensibilité instantanée des détecteurs, le nombre de détecteurs, le temps d'intégration et la couverture du ciel :

- La sensibilité instantanée des bolomètres d'Archeops ($90 - 200$ μK.s$^{1/2}$) est 2 fois plus faible que celle attendue pour Planck dans les canaux CMB ($50 - 90$ μK.s$^{1/2}$).
- HFI aura plus de fréquences et plus de détecteurs dans chacune des voies. Sauf incident, le plan focal de Planck sera composé de 52 bolomètres contre les 21 en fonctionnant sur Archeops. Pour les canaux CMB, Planck disposera de 8 bolomètres *spider-web* et de 24 bolomètres PSB répartis sur trois fréquences à 100, 143 et 217 GHz. Sur les 14 bolomètres d'Archeops à 143 et 217 GHz, seulement 6 ont été utilisés pour l'estimation du spectre de puissance.
- Pour un pixel de 1 deg^2, le temps d'intégration pour Archeops est de 3.5 s. La mission Planck au bout de 7 mois aura passé près de 900 s sur la même zone du ciel.
- Au bout de 7 mois, Planck aura couvert la quasi-totalité du ciel, comparé aux 30% d'Archeops en 12 heures.

6.6.2 systématiques

Les principaux atouts de Planck en terme de réduction des effets systématiques sont :

- Contrairement à celle d'un ballon (uniquement dirigé par le vent), la direction de pointage d'un satellite est contrôlée. Ainsi, le pointage de Planck sera plus stable et la vitesse de rotation plus régulière que dans le cas d'Archeops.
- En ce qui concerne les fluctuations de température des différents étage thermiques, Archeops ne disposait d'aucune régulation. Dans le cas de Planck-HFI, l'étage à 100 mK contenant le plan focal est

asservi. La température sera donc beaucoup plus stable que celle du plan focal d'Archeops qui, en plus d'une lente dérive, présentait des fluctuations de l'ordre de 0.1%.

- la stratégie de balayage ainsi que la position du satellite au point L2 (dos aux trois sources importantes que sont le Soleil, la Terre et la Lune) ont été étudiées pour minimiser les effets de lobes secondaires.

De plus, l'analyse en *rings* de Planck permettra d'identifier et de soustraire plus facilement les systématiques.

6.6.3 cartes

Chaque *ring* de Planck donnera un échantillonnage du lobe satisfaisant aux conditions de Shannon dans le sens du balayage. Le contrôle du décalage entre les *rings*, totalement absent dans le cas d'Archeops, permettra également un bon échantillonnage dans le sens perpendiculaire au balayage.
D'après le théorème de Shannon, avec des lobes à $\sim$11 arcmin, l'échantillonnage des cartes d'Archeops, pourrait atteindre $\sim$5 arcmin. En pratique, les cartes sont limitées à des pixels de $\sim$7 arcmin de côté ($N_{side} = 512$) par la redondance.
Avec la redondance de Planck, on pourra fournir des cartes à haute résolution (pouvant atteindre moins de 1 arcmin, $N_{side} = 4096$). Toujours d'après le théorème de Shannon, avec des lobes de 5 arcmin, la taille des pixels sera néanmoins limitée à des côtés de l'ordre de $\sim$2 arcmin ($N_{side} = 2048$).
BOOMERanG a publié les premières cartes polarisées du CMB et WMAP devrait bientôt fournir des cartes complètes. Archeops a permis de mesurer les avant-plans avec une résolution de $\sim$1 degré ($N_{side} = 64$), dégradée à cause du manque de signal-sur-bruit. Planck devrait fournir des cartes Q et U à la même résolution que les cartes en température ($\sim$2 arcmin, $N_{side} = 2048$).

6.6.4 avant-plans

Comme on aura l'occasion de le voir, Archeops est essentiellement polluée par les résidus d'émission de l'atmosphère et de la poussière galactique. Planck ne sera évidemment pas sujet aux émissions atmosphériques (émission non stationnaire sur le ciel nécessitant un traitement dans les données ordonnées en temps). Quant à l'émission des poussières galactiques, les canaux à hautes fréquences (353, 545 et 857 GHz) fourniront des mesures beaucoup plus précises des avant-plans que celles qu'on a pu estimer à l'aide des 6 voies polarisées à 353 GHz d'Archeops et de l'unique bolomètre très bruité à 545 GHz.

6.6.5 spectre de puissance

La résolution des cartes de Planck donne accès à une couverture en multipôles jusqu'à $\ell = 4000$ sans comparaison avec celle d'Archeops ($\ell = 700$). L'échantillonnage en ℓ est inversement proportionnel à la couverture du ciel. Ainsi Planck pourra donner le spectre de puissance pour chaque ℓ alors qu'Archeops est limité à $\Delta\ell \geq 5$.
Les erreurs sur le spectre de puissance d'Archeops viennent de la variance d'échantillonnage à bas ℓ et du bruit instrumental à haut ℓ (caractérisé par la variance par pixel σ^2_{pix} par rapport au nombre total de pixels N_{pix}) :

$$\Delta C_\ell \simeq \sqrt{\frac{2}{(2\ell+1)f_{sky}}}\left[C_\ell + \frac{4\pi\sigma^2_{pix}}{N_{pix}}\right] \tag{6.1}$$

La différence de couverture du ciel permet à Planck de réduire la variance d'échantillonnage à la variance cosmique ($f_{sky} \simeq 1$), ce qui permettra de gagner un facteur 2 sur les barres d'erreur à bas ℓ. Compte-tenu du niveau de bruit, Archeops est dominée par la variance d'échantillonnage jusqu'au premier pic acoustique ($\ell = 200$). Dans le cas de Planck, la variance cosmique dominera jusqu'à $\ell = 2500$.

L'incertitude sur la mesure des lobes est l'erreur systématique dominante dans les expériences actuelles. Avec des lobes de l'ordre de 5 à 10 arcmin pour les voies CMB, la résolution angulaire de Planck-HFI sera deux fois meilleure que sur Archeops. Comparé à COBE (7 degré) ou WMAP (de 12 à 49 arcmin), Planck-HFI mérite son adjectif de mission à haute résolution. Pour les grands ℓ, le lissage dû aux lobes se traduit par une perte de puissance proportionnelle à $\exp(-\ell^2\sigma^2)$, ce qui signifie que la perte de puissance

sur Planck est 2.5 fois plus faible que sur WMAP et 2 fois plus faible que sur Archeops.

Pour Planck, comme c'est le cas pour WMAP, le filtrage en temps des données ne sera certainement pas nécessaire ce qui évitera la réduction de puissance induite sur le spectre (plus de 50% en-dessous de $\ell = 10$ et $\sim$5% au niveau du premier pic sur Archeops).

6.6.6 estimation des paramètres cosmologiques

Grâce à la mesure du plateau Sachs-Wolfe et du premier pic acoustique d'Archeops et en ajoutant la mesure de H_0 du HST (*Hubble Space Telescope*), la collaboration a substantiellement amélioré l'estimation de trois paramètres cosmologiques [Benoît et al. 2003b] : Ω_{tot}, Ω_b et n_s. Sur les deux premiers, la précision est de l'ordre de 2 à 3% et plutôt 10% sur n_s.
Pour un modèle d'inflation aux perturbations adiabatiques et en tenant compte des autres contraintes cosmologiques (comme le HST, les prédictions de la nucléosynthèse primordiale ou encore les supernovæ de type IA), Planck devrait permettre une estimation des principaux paramètres cosmologiques avec une précision de l'ordre du pour-cent.

Le descriptif technique ainsi que les résultats du vol test sont publiés dans [Benoît et al. 2002]. Pour la partie instrumentale, la thèse de Karine Madet contient les détails de la cryogénie d'Archeops [Madet 2002]. On trouvera tous les résultats d'Archeops dans les publications de la collaboration : sur le spectre de puissance [Benoît et al. 2003a, Tristram et al. 2005b], sur les paramètres cosmologiques [Benoît et al. 2003b] et sur la polarisation [Benoît et al. 2004, Ponthieu et al. 2005].

Quatrième partie

Analyse de données

Chapitre 7

Traitement des données CMB dans Archeops

Ce chapitre présente de façon succincte les différentes étapes de l'analyse de données CMB. Son but n'est pas de donner une liste exhaustive de ce qu'il faut faire pour traiter des données CMB de la façon la plus optimale qui soit. C'est plutôt une description de ce qui a été fait dans le cadre de l'expérience Archeops et de ce qui est en train d'être développé pour Planck.

Les données se présentent sous la forme d'une liste de points ordonnés en temps, ou *timeline*. La fréquence d'échantillonnage pour les bolomètres d'Archeops est de 152.6 Hz (200 Hz pour Planck). En plus de chaque bolomètre, on dispose également d'une *timeline* pour les thermomètres.

7.1 Pré-traitements

7.1.1 pré-filtrage

Les données obtenues après décompression sont modulées par un signal carré à la fréquence de $f_{ech}/2$, ce qui se manifeste par un pic dans le spectre de Fourier à cette fréquence. Après redressage, un pré-filtrage passe-bas est donc nécessaire. La fréquence de coupure $f_c = 60$ Hz est déterminée en fonction de la contribution du CMB (négligeable au-delà de f_c). On utilise un filtre digital à 23 points qui permet d'avoir une coupure assez nette à haute fréquence pour réduire les pertes de puissance sous f_c tout en limitant les oscillations avant f_c à moins de 2%. Le pic résiduel dans le spectre à la fréquence de modulation est coupé dans l'espace de Fourier (la composante est fixée à zéro).

7.1.2 bruit de l'électronique

Les données sont stockées à bord et compressées pour limiter leur taille. La taille des blocs de compression correspond à 72 points de mesure ce qui introduit dans le spectre de Fourier des pics à la fréquence de $f_{ech}/72$ ainsi qu'aux harmoniques de cette fréquence.
Les données sont traitées en temps par tranche de 1 h. Pour chaque tranche, on applique un filtre passe-haut avec une fréquence de coupure à 0.1 Hz. Puis on sépare les données en 720 paquets qui sont moyennés afin d'obtenir un modèle du signal de modulation carré. Enfin, on soustrait ce modèle.

7.1.3 correction de linéarité

A cause de la variation lente de la température du cryostat d'Archeops, l'étalonnage des détecteurs varie avec le temps. On peut corriger cet effet, à partir du modèle du bolomètre et des courbes d'étalonnage don-

nant la tension en fonction de l'intensité (courbes V/I). On obtient alors un facteur d'étalonnage constant pendant toute la durée du vol.

7.2 Reconstruction du pointage

La première étape dans le traitement de données CMB est de reconstruire la direction de pointage pour le centre du plan focal à chaque instant. Le pointage par détecteur sera ensuite déduit de celui-ci en tenant compte des positions respectives des bolomètres sur le plan focal.
Une première estimation de la direction de pointage d'Archeops est réalisée à partir du GPS embarqué et des gyroscopes qui équipent la nacelle. Cette estimation sert de point de départ à une détermination plus précise utilisant le senseur stellaire. Cette méthode consiste à identifier les étoiles présentes dans le champ de vue grâce aux catalogues disponibles, pour remonter à la direction sur le ciel. Les catalogues utilisés sont complets jusqu'à des magnitudes de 12 afin de pouvoir identifier toutes les sources du senseur stellaire qui est sensible à la 7ième magnitude. Pendant la nuit, on observe environ 200 étoiles par tour, ce qui permet de reconstruire le pointage avec un rms de 1 arcmin. De jour, les performances sont moins bonnes (rms de 3 arcmin) à cause du Soleil qui diminue le nombre d'étoiles visibles (autour de 10 par tour).

7.3 Nettoyage des données

Sur l'ensemble des données, une partie doit être rejetée correspondant à des perturbations diverses de l'instrument (trous, *glitchs*, bouffées de bruit, changements de niveau du signal, mauvaises reconstruction du pointage). Pour repérer ces événements dans le temps, on associe aux données un tableau valant 2^n lorsque les données sont corrompues et 0 sinon (*flag*). La valeur de n permet d'identifier le type de problème rencontré. Les données corrompues sont remplacées par une réalisation contrainte de bruit afin de conserver les propriétés globales du bruit et du signal lors du calcul des spectres de Fourier. Bien sûr, les données marquées ne sont ensuite pas projetées sur les cartes.

7.3.1 *glitchs* *(voir chapitre 8)*

Les *glitchs* sont des signaux parasites dus au passage d'un rayon cosmique dans le détecteur. Ils se traduisent par des pics dans les données. On abordera plus en détail l'étude des *glitchs* au chapitre 8.
Pour les détecter, sur Archeops, on évalue la dispersion σ des données sur une fenêtre glissante et on retient les points qui dépassent 8σ. Un traitement spécifique est appliqué pour les zones proches de la Galaxie qui, suivant la direction de balayage, peut apparaître très piquée dans les données. On ajuste ensuite un modèle de *glitch* aux points ainsi repérés et on marque les données pour lesquelles le *glitch* contribue à plus de 10% du niveau de bruit.
Au total, pour le dernier vol d'Archeops, entre 2 et 4% des données des bolomètres ont été marquées.

7.3.2 réalisation de bruit contraint

Les données marquées sont d'abord remplacées par une ligne de base composée des deux premiers modes de Fourier (la combinaison linéaire de 2 sinus et de 2 cosinus). Puis, on réalise la transformée de Fourier d'une partie des données beaucoup plus grande que le trou et contenant celui-ci. On construit ensuite une réalisation gaussienne de ce spectre que l'on ajoute à la ligne de base. La méthode est itérative mais l'application sur les données d'Archeops montre que deux ou trois itérations suffisent.

7.4 Soustraction des systématiques

Le spectre de Fourier des données présente deux parties distinctes : une partie à haute fréquence ($>$3 Hz) dominée par le bruit intrinsèque du détecteur et une partie à basse fréquence où interviennent des contributions comme les fluctuations thermiques du cryostat, les émissions atmosphérique et galactique et le dipôle CMB. Le spectre final est proche de celui d'un bruit blanc entre 4 et 40 Hz (fig. 7.1). A basse fréquence

(en-dessous de 2 Hz), la remontée est due aux émissions atmosphériques. Les pics entre 40 et 45 Hz sont coupés par un filtrage passe-bas à 38 Hz appliqué avant la projection des données sur les cartes.

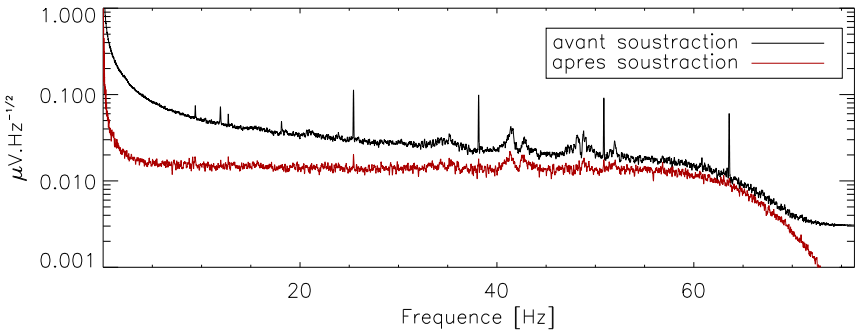


FIG. 7.1: **Spectres de Fourier des données avant et après traitement des systématiques** du bolomètre 143K01 d'Archeops. Les pics ont disparu, la remontée à basse fréquence est due à l'atmosphère. Pour les études CMB, on filtre à 38 Hz afin de supprimer les pics larges vers 45 Hz. Le spectre est quasiment plat entre 4 et 40 Hz.

7.4.1 très basses fréquences

Les dérives à très basses fréquences (plus petites que la fréquence de rotation f_{spin}) sont clairement visibles en temps. Elles proviennent essentiellement des variations de température des différents étages de la cryogénie et de la quantité d'atmosphère présente au-dessus des détecteurs. Pour soustraire ces effets, on utilise les données suivantes :

- les thermomètres des étages à 100 mK, 1.6 K et 10 K
- l'altitude, qui permet de reconstruire la masse d'air présente au-dessus des détecteurs
- un polynôme d'ordre 3 pour prendre en compte les variations à très grande échelle de la moyenne

Une méthode de minimisation de χ^2 permet de trouver les coefficients de corrélation entre ces données et celles des bolomètres, les *timelines* étant lissées au préalable. La combinaison linéaire de ces effets est finalement soustraite aux données après un lissage pour éviter les contaminations à hautes fréquences.

7.4.2 fréquence de rotation et ses harmoniques

A la fréquence de rotation f_{spin} et à ses harmoniques, on trouve des pics contenant tout le signal lié au ciel, en particulier le CMB. A celui-ci, on peut ajouter trois effets importants :

- le dipôle cosmologique qui introduit une variation sinusoïdale dans les données à la fréquence de rotation de la nacelle. Il est donc essentiellement contenu dans le pic à f_{spin}.
- la variation de la masse de l'atmosphère. Si l'axe de rotation de la nacelle n'est pas parfaitement vertical (à cause du vent qui induit un balancement de la nacelle), la masse atmosphérique varie à la fréquence de rotation. Cet effet est plus important pour les détecteurs à 353 et 545 GHz plus sensibles à l'émission atmosphérique.
- les nuages d'ozone présents au-dessus de la nacelle dont les pics sont légèrement étalés par rapport aux harmoniques de f_{spin} à cause de leur propre mouvement.
- la Galaxie qui introduit de la puissance plus ou moins piquée dans les données suivant la direction de balayage par rapport au plan galactique.

7.4.3 hautes fréquences

Le spectre de Fourier des données des bolomètres d'Archeops présente, au-dessus de 1 Hz, des structures particulières vraisemblablement d'origine mécanique ou électromagnétique. Le bruit des détecteurs ne peut pas être considéré comme gaussien, ni même stationnaire [Macías-Pérez et al. 2005]. Lors du premier vol KS1, une source importante de bruit mécanique était le pivot permettant à la nacelle de tourner sur elle-même sous le ballon. Pour KS3, il a été remonté plus haut sur la chaîne du vol ce qui a réduit de façon importante les bruits à hautes fréquences. On retrouve d'ailleurs les mêmes structures corrélées en temps dans les mesures des thermomètres du plan focal et du détecteur aveugle.
Le filtrage dans l'espace de Fourier est appliqué sur des plages réduites en temps à cause de la non-stationnarité de ces structures mais aussi en fréquence pour ne pas toucher au signal d'intérêt physique.

7.5 Lobes et constantes de temps *(voir chapitre 10)*

En parallèle aux traitements des données ordonnées en temps, il est nécessaire de caractériser les lobes des détecteurs ainsi que leurs constantes de temps. La mesure des lobes se fait à partir des données car, contrairement aux mesures au sol, les mesures pendant le vol permettent de caractériser les lobes pendant les conditions de prise de données.
Comme on verra au chapitre 10, on utilise généralement les sources ponctuelles pour estimer à la fois la forme du lobe et la constante de temps du détecteur. Les principales sources lumineuses dans le champ de vue d'Archeops sont les planètes Jupiter et Saturne. A cause du niveau de bruit, Saturne n'a été utilisée que comme vérification des résultats obtenus sur Jupiter.

7.6 Calibration

Les détecteurs mesurent une variation de tension directement proportionnelle à la variation de température du CMB. Pour cartographier les anisotropies du CMB en température, il faut donc déterminer la constante de proportionnalité qui dépend du détecteur (la dépendance en temps ayant été retirée au premier ordre par la correction de linéarité, cf. paragraphe 7.1.3).
Pour transformer la mesure (en Volts) en température du ciel (en K_{RJ}), on utilise des observables dont les températures sont connues : le dipôle cosmologique, la Galaxie ou les sources ponctuelles.

- **le dipôle.** Le dipôle présente différents avantages qui en font la source d'étalonnage principale des expériences CMB à grande couverture du ciel comme Archeops, WMAP ou Planck : il est présent sur tout le ciel donc indépendant des erreurs de pointage, il est beaucoup plus intense que le signal CMB (d'un facteur 100) mais assez faible pour éviter les effets non-linéaires et il possède le même spectre électromagnétique que les anisotropies primordiales.

  Le signal du dipôle apparaît essentiellement à la fréquence de rotation f_{spin}. Mais d'autres émissions contribuent également au signal à cette fréquence (principalement l'émission galactique). Le coefficient d'étalonnage est déterminé à partir d'un ajustement linéaire des données par un modèle contenant le dipôle et les émissions galactiques. Le modèle est réalisé à partir de la mesure de COBE-DMR, reproduite par WMAP, pour le dipôle et des cartes SFD [Schlegel et al. 1998] pour l'émission galactique.

  Le dipôle est détecté dans les données Archeops avec un rapport signal-sur-bruit de 500 à 143 et 217 GHz. Les erreurs sur les coefficients d'étalonnage viennent essentiellement des systématiques et sont estimées à 4 et 8%. Pour les fréquences plus grandes, les résidus de contaminants sont de l'ordre de l'amplitude du dipôle, ce qui empêche l'estimation des coefficients d'étalonnage.

- **la Galaxie.** Les meilleurs mesures de l'émission galactique, en terme de couverture spectrale et d'étalonnage absolu, sont celles de l'instrument FIRAS à bord de COBE. Les cartes FIRAS ont été interpolées aux fréquences d'Archeops en utilisant une loi de corps noir modifiée par une émissivité en ν^β [Finkbeiner et al. 1999]. Les cartes d'Archeops ont été dégradées à la résolution de FIRAS (de lobe $\sim$7 degré).

  Les coefficients d'étalonnage sont obtenus en comparant les profils galactiques des cartes de FIRAS aux fréquences d'Archeops et des cartes d'Archeops au format FIRAS. Les erreurs sont de 19, 12,

12 et 8% à 143, 217, 353 et 545 GHz. A cause de la baisse du rapport signal-sur-bruit, la mesure des coefficients d'étalonnage avec la Galaxie est moins précise à basse fréquence.

- **les sources ponctuelles.** La mesure du flux des sources ponctuelles (en particulier les planètes) est comparée aux modèles de brillance élaborés à partir d'observations dédiées. Cette méthode est particulièrement utile pour les petites couvertures qui n'ont pas accès à la mesure de la Galaxie et qui n'ont pas assez de précision sur la mesure du dipôle.

Pour Archeops, les données CMB (143 et 217 GHz) ont été calibrées à l'aide du dipôle cosmologique. Les canaux à plus hautes fréquences (353 et 545 GHz), moins sensibles au CMB et donc au dipôle cosmologique, ont été étalonnés avec la Galaxie. En ce qui concerne l'étalonnage à l'aide des planètes, les incertitudes importantes sur la température de brillance des planètes (de l'ordre de 10%) rendent la méthode moins performante que ses concurrentes.

7.7 Réalisation des cartes *(voir chapitre 12)*

Une fois les traitements sur les données ordonnées en temps et dans l'espace de Fourier effectués, chaque point de mesure est projeté sur le ciel en fonction de la direction de pointage. La façon la plus simple est de projeter chaque point des données dans le pixel correspondant sur la carte (donné par le pointage). Pour tenir compte du bruit, les méthodes de projection font appel à la minimisation d'une fonction de vraisemblance.
Deux méthodes ont été développées dans le cadre d'Archeops et en prévision de Planck : Mapcumba [Doré et al. 2001] et Mirage [Yvon & Mayet 2005].
A partir des données en temps polarisées, on construit également les cartes polarisées Q et U.

7.8 Décorrélations spatiales

Les cartes ainsi obtenues représentent la mesure de la température du ciel. Elles incluent différentes composantes astrophysiques (comme la poussière galactique, le synchrotron et le *free-free*) qui masquent le signal du CMB. Pour étudier les anisotropies de celui-ci, il faut donc séparer les contaminations des avant-plans. Pour cela, on utilise des modèles d'émission issus de mesures indépendantes sous la forme de cartes. Les cartes sont déprojetées et on cherche la corrélation en temps entre une combinaison linéaire des modèles et les données.
Dans le cas d'Archeops, le contaminant principal est l'émission des poussières galactiques. L'instrument IRAS a cartographié l'émission galactique sur l'ensemble du ciel (98.7%) entre 12 et 100 microns avec une résolution de 4 arcmin. Ces cartes ont été extrapolées aux fréquences d'Archeops en utilisant le modèle d'émission en $\nu^\beta B_\nu(T_p)$ donné par FIRAS [Schlegel et al. 1998, Finkbeiner et al. 1999] où B_ν est la loi de corps noir à la température de la poussière $T_p = 17$ K. Les données à hautes fréquences d'Archeops (545 GHz) ont également servi pour la décorrélation. L'effet de la décorrélation sur le spectre de Fourier des données est essentiellement visible à la fréquence f_{spin} et à ces harmoniques (figure 7.2).
En utilisant des canaux à différentes fréquences et en jouant sur la caractérisation spectrale des différentes émissions, on peut également séparer les composantes d'un signal. Pour ce qui est des cartes en température, il existe différentes méthodes de séparation de composantes, faisant appel à des modèles plus ou moins complexes. Dans le cas d'Archeops, on a utilisé la méthode SMICA [Delabrouille et al. 2003] pour valider les mesures présentées au chapitre 16.
Après cette étape, on dispose alors de cartes des anisotropies du CMB, séparées des émissions d'avant-plans.

7.9 Estimation des spectres de puissance *(voir partie V)*

A partir des cartes des anisotropies du CMB, on peut étudier la répartition de la puissance en fonction de la taille angulaire. En d'autres termes, on cherche à calculer le spectre de puissance angulaire C_ℓ donnant la puissance du ciel en fonction du multipôle.

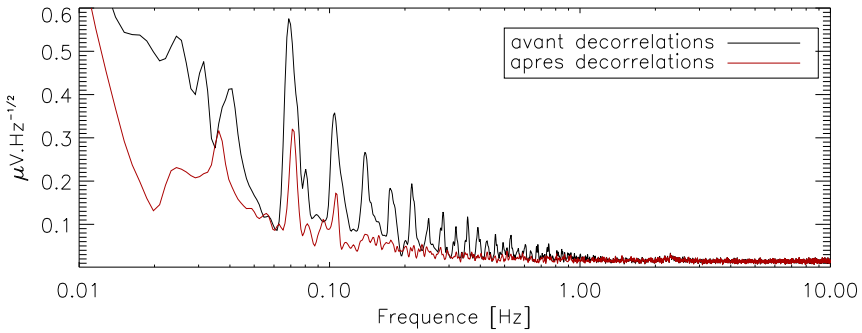


FIG. 7.2: **Spectres de Fourier des données avant et après décorrélation** pour le bolomètre 143K01 d'Archeops. Les pics à la fréquence de f_{spin} et ses harmoniques contiennent le signal du ciel : CMB et avant-plans. Après décorrélation, les avant-plans sont soustraits et les données sont dominées par du signal CMB.

L'estimation commence par une décomposition des cartes I, Q, U dans l'espace des harmoniques sphériques, ce qui revient à calculer les coefficients $a^T_{\ell m}$, $a^E_{\ell m}$ et $a^B_{\ell m}$. On corrige ensuite des effets liés à l'instrument comme les lobes, la couverture partielle du ciel ou encore le filtrage effectué en temps. La partie V explique le détail de ces calculs. A partir de ces coefficients corrigés, on peut construire les 6 spectres de puissance en corrélant les coefficients deux-à-deux : C_ℓ^{TT}, C_ℓ^{EE}, C_ℓ^{BB}, C_ℓ^{TE}, C_ℓ^{TB} et C_ℓ^{EB}.
La corrélation entre les données CMB et celles obtenues avec les bolomètres à 353 et 545 GHz permet d'estimer les résidus de contamination de la poussière et de l'ozone. Il faut alors retourner aux étapes de soustraction des systématiques (paragraphe 7.4) et aux décorrélations spatiales (paragraphe 7.8) pour minimiser ces résidus.

7.10 Extraction des paramètres cosmologiques

A partir des spectres de puissance angulaire, on cherche à contraindre les modèles cosmologiques. Il faut donc ajuster la valeur des paramètres cosmologiques pour obtenir un jeu de spectres qui correspond au mieux avec les données.
Deux méthodes ont été utilisées dans le cadre d'Archeops. La première utilise une grille de calcul pour décrire l'ensemble des paramètres cosmologiques désirés. Le spectre de puissance associé est estimé en chaque point de la grille et comparé au spectre des données en tenant compte des fonctions fenêtres des points du spectre et de la matrice de corrélation. Cette méthode a permis d'estimer les paramètres cosmologiques avec la première version du spectre de puissance [Benoît et al. 2003b]. La seconde, COSMOMC [Lewis & Bridle 2002], fait intervenir les chaînes de Markov pour réduire le nombre d'estimation de spectres de puissance. Elle utilise un critère de convergence pour se déplacer dans l'espace des paramètres cosmologiques.
Certains paramètres cosmologiques sont dégénérés, c'est-à-dire que plusieurs combinaisons de paramètres peuvent donner le même spectre de puissance. C'est pourquoi, on utilise également des *a priori* sur certains paramètres venant d'autres observables comme les supernovae de type Ia, la nucléosynthèse primordiale ou les mesures des Céphéïdes. L'utilisation des spectres de polarisation permet de lever certaines dégénérescences mais le grand nombre de paramètres cosmologiques complique l'estimation.

La description complète du traitement des données Archeops est en cours de rédaction [Macías-Pérez et al. 2005].

Chapitre 8

Les glitchs

Les instruments de mesure du CMB sont soumis au rayonnement cosmique. Les particules qui traversent les détecteurs laissent des signaux parasites caractéristiques appelés "glitchs". Ce chapitre présente comment les détecter et les modéliser afin de nettoyer les données et de mesurer les constantes de temps des détecteurs.

Les *glitchs* sont des signaux parasites quasi-instantanés liés au passage d'une particule dans le détecteur. La particule dépose de l'énergie dans le détecteur et chauffe le bolomètre. Un *glitch* se traduit par une augmentation brutale du signal suivie d'une redescente progressive en température correspondant à la thermalisation du détecteur. Pendant ces quelques instants, aux données scientifiques se superpose un signal parasite plus ou moins dominant (allant de plusieurs ordres de grandeurs à des amplitudes de l'ordre du niveau de bruit) en fonction de l'épaisseur de matière traversée. L'étude des *glitchs* est essentielle pour le nettoyage des données mais elle permet également d'estimer les constantes de temps des bolomètres.

8.1 Détection

La première étape consiste à détecter les pics dans les données ordonnées en temps. La procédure peut se décrire en trois points :

1. la dispersion σ est estimée localement en évaluant la dispersion par rapport à la médiane sur une fenêtre glissante dont on a soustrait un pourcentage des points minimum et maximum (pour éviter de prendre en compte les *glitchs* dans l'estimation du bruit).
2. tous les points au-dessus d'un seuil de détection sont considérés comme des *glitchs*.
3. les points consécutifs détectés sont regroupés par paquets pour former une liste de candidats de *glitchs*.

8.1.1 application à Archeops

Pour les données d'Archeops, la taille de la fenêtre est de 400 points (environ 2.5 s) et le nombre de points retirés de la statistique est de 10% au total. Le seuil de détection est fixé à 8σ après écrêtage. Un traitement spécial est appliqué autour du plan galactique qui peut apparaître très piqué suivant la direction de balayage. Pour un pic détecté entre -10 et +10 degré de latitude, on soustrait une ligne de base composée d'une combinaison des deux premiers modes de Fourier sur la fenêtre (deux sinus et cosinus de période 400 et 200 points). La procédure de détection est ensuite relancée dans cette fenêtre.
Les bolomètres d'Archeops peuvent être classés en trois groupes dont les statistiques sont très différentes (tableau 8.1) : la majorité des bolomètres "Kiruna" (noté "K") détecte entre 1 et 2 *glitchs* par minute ; les bolomètres OMT à 353 GHz, 4 à 5 *glitchs* par minute ; les bolomètres récupérés du vol de Trapani (notés "T") présentent des taux dix fois supérieurs. Les différences ne sont pas liées à la disposition des bolomètres sur

Détecteur	nombre de *glitchs* [par min]	Détecteur	nombre de *glitchs* [par min]	Détecteur	nombre de *glitchs* [par min]
143K01	1.8	217K01	1.0	353K01	4.8
143K03	3.6	217K02	1.1	353K02	4.1
143K04	4.2	217K03	1.3	353K03	5.7
143K07	1.6	217K04	1.6	353K04	3.8
143K05	2.2	217K05	1.3	353K05	4.9
143T01	16.8	217K06	1.5	353K06	3.3
		217T04	16.9		
		217T06	20.7	545K01	1.1

TAB. 8.1: **Statistique des *glitchs* détectés sur les bolomètres d'Archeops.** Trois groupes se distinguent : les bolomètres OMT à 353 GHz, les bolomètres "Trapani" (notés T) et les bolomètres "Kiruna" (noté K).

le plan focal (cf. figure 8.1) mais plutôt à la surface des détecteurs. Dans le cas des bolomètres d'Archeops, même en forme de toile d'araignée, l'absorbeur représente une surface plus grande ($\sim$1 mm^2) que celle du Germanium ($\sim$0.05 mm^2). Celle-ci dépend de la fréquence.
Ces résultats sont compatibles avec une estimation grossière basée sur le nombre de rayons cosmiques primaires attendus à l'altitude de 35 km : environ 2000 $m^{-2}.s^{-1}.sr^{-1}$. Si on considère uniquement le rayonnement venant du dessus (2π sr.), pendant une minute, sur un détecteur de surface 1 mm^2, on s'attend à détecter

$$2000 \times 10^{-6}\ \text{m}^2 \times 60\ \text{s} \times 2\pi\ \text{sr} \simeq 0.7\ \textit{glitchs}\ \text{par minute.} \tag{8.1}$$

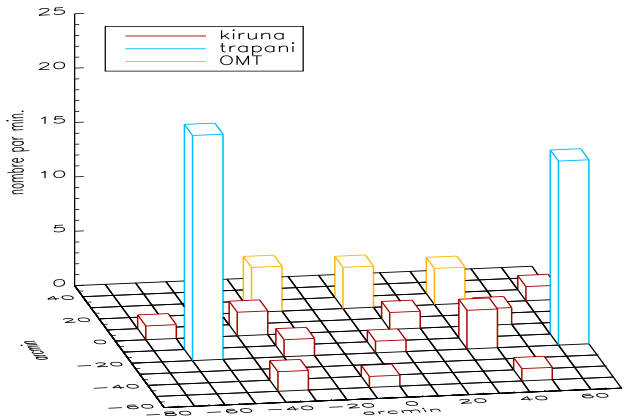


FIG. 8.1: **Répartition du nombre de *glitchs* par détecteur sur le plan focal d'Archeops.** *en rouge :* les bolomètres "Kiruna", *en bleu :* les bolomètres "Trapani", *en jaune :* les bolomètres OMT. Le nombre de *glitchs* ne semble pas lié à la position du bolomètre sur le plan focal.

8.1.2 application à Planck

La procédure de détection des *glitchs* a été appliquée sur les données de l'étalonnage du modèle de qualification (CQM pour *Calibration Qualification Model*).
Compte-tenu du niveau de bruit important (lié à une température du plan focal supérieure à 120 mK) et des nombreux "accidents" pendant l'étalonnage (changement de niveau, de tension de polarisation du bolomètre, etc...), les valeurs choisies pour la procédure de détection sont différentes de celles d'Archeops : le seuil de détection est fixé à 15σ, la taille de la fenêtre reste égale à 400 points et le nombre de points retirés de la statistique à 5%. Même avec ces valeurs, la procédure détecte un grand nombre de candidats ne pouvant être associés à des *glitchs* (comme les changements de niveau ou les pulsations des fibres d'étalonnage placées en face des détecteurs). Une inspection visuelle a donc été nécessaire.
Au sol, le nombre de rayons cosmiques est beaucoup plus faible. Les statistiques mesurées pendant les quelques jours ($\sim$80 h) de la phase d'étalonnage du CQM sont donc beaucoup plus faibles que celles

d'Archeops (tab. 8.2).

Bolomètres	Nombre de *glitchs*
100-1	52
143-1a	15
143-1b	32
143-5	26
217-1	24
217-5a	12
217-5b	132
353-2	75
353-3a	14
353-3b	-
545-2	153
857-1	-
Dark1	47

TAB. 8.2: **Nombre de *glitchs* détectés pendant l'étalonnage du CQM** sur une période de temps de quelques jours ($\sim$80 h).

Nous avons pu observer des différences importantes en fonction des bolomètres. Dans le cas du CQM, il est difficile de regrouper les bolomètres en différentes catégories. La statistique est faible mais les dispersions sont très importantes. En particulier, les deux bolomètres d'un même PSB devraient détecter des taux de *glitchs* très semblables puisqu'ils sont situés dans le même boîtier. Les mesures sur les bolomètres 217-5a et 217-5b n'ont pas pu être expliquées. Même si les paramètres de détection sont identiques pour tous les bolomètres, les conditions de bruit et les tests effectués pendant la période d'étalonnage sont très différents d'un détecteur à l'autre. L'étalonnage du modèle de vol de Planck devrait s'étendre sur une période plus longue augmentant ainsi la statistique. De plus, il est envisagé de réserver des périodes pendant lesquels les bolomètres sont laissés stables, facilitant ainsi le traitement des *glitchs*.

8.2 Modélisation

Le modèle des *glitchs* est basé sur les propriétés thermiques du bolomètre. Le dépôt d'énergie de la particule incidente échauffe le thermomètre de façon très rapide. En revanche, il dissipe sa chaleur à travers un lien thermique qui induit une constante de temps. La dissipation thermique en fonction du temps prend la forme d'une exponentielle décroissante. Le signal est ensuite convolué par un filtre électronique de redressage $\mathcal{F}_{elec}$ composé de deux portes séparées par un temps mort de détection.
L'étude approfondie des *glitchs* d'Archeops a permis de mettre en évidence une seconde constante de temps sur certains *glitchs*. Si la première constante de temps τ_c est assez courte (environ 5 ms), la seconde τ_l apparaît nettement plus importante (de l'ordre de 300 ms).
Les constantes de temps dépendent seulement du détecteur et non de chaque *glitch*. On a donc fixé τ_c et τ_l avant d'ajuster le modèle à trois paramètres libres (la position t_0, l'amplitude A_c et l'amplitude A_l). Le modèle est convolué par le filtre électronique $\mathcal{F}_{elec}$ appliqué aux données et on ajoute une ligne de base $\mathcal{L}_{base}$ composée d'une combinaison des deux premiers modes de Fourier sur la fenêtre

$$G(t_0, A_c, A_l) = \left[A_c \, e^{-(t-t_0)/\tau_c} + A_l \, e^{-(t-t_0)/\tau_l} \right] * \mathcal{F}_{elec} + \mathcal{L}_{base} \quad . \tag{8.2}$$

Les données d'Archeops présentent deux types de *glitchs* mis en évidence grâce aux histogrammes dans le plan (A_c, A_l). Une partie présente une amplitude A_l négligeable devant A_c, l'autre présente des valeurs d'amplitudes comparables (fig. 8.2). La constante de temps courte τ_c semble donc être présente dans tous les *glitchs*. En revanche, la constante de temps longue τ_l n'apparaît significativement que dans certains d'entre-eux.

8.3 Marquage des données

A priori, les *glitchs* s'ajoutent au signal et peuvent être séparés de celui-ci. Pour cela, les propriétés thermiques des bolomètres doivent être suffisamment bien connues pour pouvoir modéliser les *glitchs* et les soustraire du signal. En pratique, l'échantillonnage est insuffisant (en général moins de 10 points par *glitch*)

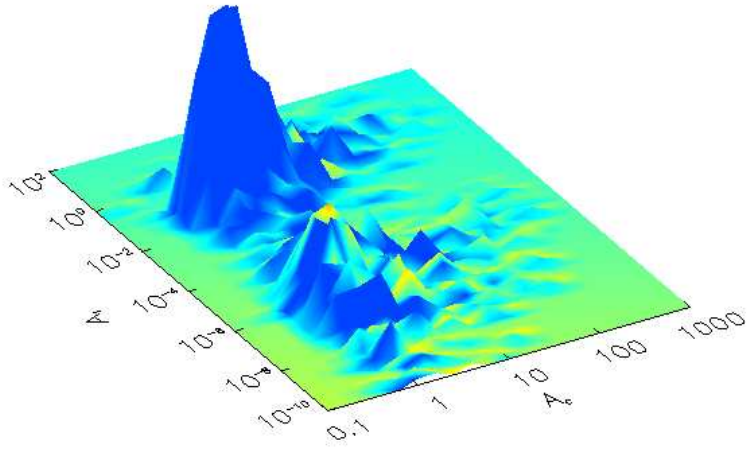


FIG. 8.2: **Histogramme des amplitudes $\mathbf{A_c}$ et $\mathbf{A_l}$** pour les *glitchs* du bolomètre 143K01 d'Archeops. La constante de temps courte est peu dispersée. On distingue deux types de *glitchs* : une partie qui présente deux constantes de temps (les deux amplitudes sont significatives) et une autre qui peut être modélisée par un modèle à une seule constante (l'amplitude A_l est négligeable).

pour pouvoir déterminer précisément l'instant d'impact et la constante de temps et ainsi envisager la séparation des signaux. De plus, la quantité de signal touché par les *glitchs* est suffisamment faible pour éviter de prendre le risque de laisser des données contaminées par des résidus de *glitch*. On cherche donc plutôt à identifier et à marquer au maximum les données susceptibles d'être contaminées par des *glitchs* (figure 8.3). Les données marquées sont ensuite remplacées par du bruit contraint pour éviter les trous (pour le calcul des spectres de Fourier notamment) et ne sont pas projetées lors de la réalisation des cartes.
Les données sont marquées, entre t_{min} et t_{max}, en fonction de l'amplitude de chacune des deux exponentielles correspondant aux deux constantes suivant la règle

$$\left\{ \begin{array}{rcl} t_{min} & = & t_0 \\ t_{max} & = & t_0 + \tau_c \ln \frac{A_c}{0.1\sigma} + \tau_l \ln \frac{A_l}{0.1\sigma} \end{array} \right. \tag{8.3}$$

On marque ainsi toute contribution du *glitch* à plus de 10% du niveau de bruit. Le but n'est en aucun cas d'ajuster au mieux le modèle aux données. Tout ce qui importe ici, c'est de s'assurer que toutes les données contaminées par des *glitchs* ont bien été identifiées. On reste donc extrêmement conservateur en prenant des marges importantes (on ajoute 100 points à t_{max}) lorsque l'ajustement est moins bon (mauvais χ^2), quitte à marquer plus de données que nécessaire. Ce dernier cas représente environ 15% (resp. 20%, 30%) des *glitchs* pour les bolomètres de type "Kiruna" (resp. OMT, "Trapani"). Comme les données sont ensuite filtrées avec un filtre à 23 points, on ajoute une marge de 11 points de chaque côté.
Il est important de noter que, de cette façon, tous les points dépassant le seuil fixé sont marqués, en particulier les sources ponctuelles, bien que celles-ci présentent des caractéristiques différentes (leur forme est plus symétrique).
Les données marquées (tableau 8.3) représentent un total de 1 à 2.5% (resp. 2 à 4% et 12 à 18%) pour les détecteurs de type "Kiruna" (resp. OMT et "Trapani").
La procédure de marquage des *glitchs* a été testée et validée pour le Level2 de Planck. Des simulations avec des *glitchs* ont été réalisées sur des données réalistes de Planck pour 6 mois de prise de données (3 milliards de points). L'efficacité de détection est de 80% avec $\sim$10% de détections fortuites (pour chacune, le nombre de points marqués ne dépasse pas 30). Parmi les 20% de *glitchs* non-détectés, on trouve des *glitchs* dont l'amplitude est plus petite ou de l'ordre du niveau de bruit ainsi que quelques *glitchs* superposés.
Une étude sur le temps de traitement a également été réalisée puisque les quantités de données entre les expériences Archeops et Planck varient de près de 2 ordres de grandeur. On a ainsi pu prouver que le traitement linéaire de *glitchs* tel qu'il est décrit dans ce chapitre est applicable à une expérience telle que Planck (de l'ordre de 48h par détecteur et par processeur de type MAGIQUE pour 6 mois de données).

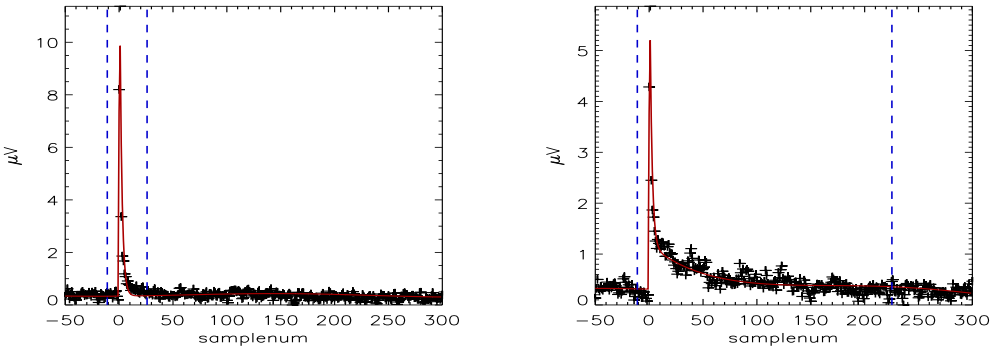


FIG. 8.3: **Exemples de *glitch* court (*à gauche*) et long (*à droite*) pour le bolomètre 143K01.** Le modèle est tracé en rouge par-dessus les données. Les lignes pointillées verticales bleues représentent la quantité de données marquées.

Détecteur	données marquées [%]	Détecteur	données marquées [%]	Détecteur	données marquées [%]
143K01	0.93	217K01	0.44	353K01	2.15
143K03	1.58	217K02	0.54	353K02	1.88
143K04	1.74	217K03	0.55	353K03	2.55
143K07	0.77	217K04	0.79	353K04	1.72
143K05	0.94	217K05	0.58	353K05	2.22
143T01	8.58	217K06	0.79	353K06	1.52
		217T04	8.43		
		217T06	11.62	545K01	0.76

TAB. 8.3: **Pourcentage de données marquées** à cause des *glitchs* pour les bolomètres d'Archeops. Le pourcentage est lié au nombre de *glitchs* détectés mais reste faible.

8.4 Mesure des constantes de temps

A partir de la détection et de l'ajustement *glitch* par *glitch* du modèle sur les données, on peut estimer les constantes de temps de chacun des détecteurs. Pour augmenter le rapport signal-sur-bruit, après les avoir normalisés et recalés en temps, on empile les *glitchs* de manière à former un modèle précis et mieux échantillonné.

En pratique, les proportions variables de composantes courte et longue obligent à séparer les *glitchs* en deux populations distinctes : les *glitchs* "courts" pour lesquels l'amplitude A_c domine ($A_c > 10\ A_l$) et les *glitchs* longs pour lesquels l'amplitude A_l domine ($A_l > 10\ A_c$). Sur Archeops, on ne trouve que très peu (voir pas sur certains bolomètres) de *glitchs* appartenant à cette dernière catégorie. Seule la constante de temps courte τ_c a donc pu être évaluée de façon précise.

On ajuste ensuite un modèle à une seule constante de temps, *i.e.* à deux degrés de liberté (amplitude et constante de temps) convolué par le filtre électronique $\mathcal{F}_{elec}$. La figure 8.4 présente la forme de la fonction de modélisation (éq. 8.2) et son ajustement sur les données d'Archeops. On observe clairement l'effet du filtre sur la montée du *glitch* (dû à la présence d'un temps mort) à la fois sur les données et sur le modèle.

8.4.1 application à Archeops

Les résultats obtenus sur Archeops et qui servent de référence pour Planck sont présentés dans le tableau 8.4. On verra au paragraphe 9.3 comment on a comparé les constantes de temps estimées avec les *glitchs* et celles estimées grâce aux sources ponctuelles.

Pour les deux fréquences CMB (143 et 217 GHz), les constantes de temps sont comprises entre 5 et 8 ms, ce qui correspond à environ 3 fois les valeurs attendues pour les bolomètres de Planck. En ce qui concerne les bolomètres polarisés (OMT), les constantes sont plus faibles (autour de 4 ms) et peu dispersées.

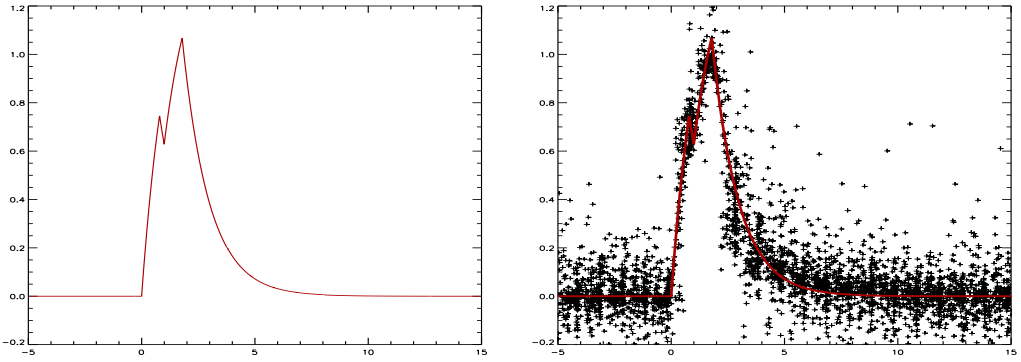


FIG. 8.4: **Modèle de *glitch* superposé aux données pour le détecteur 217K01.** Les points représentent la superposition des 194 *glitchs* courts sélectionnés et renormalisés. Le modèle en rouge correspond au meilleur ajustement d'un modèle de *glitch* à une seule constante de temps.

Détecteur	constant de temps [ms]	Détecteur	constante de temps [ms]	Détecteur	constante de temps [ms]
143K01	6.8 ± 0.50	217K01	7.8 ± 0.11	353K01	4.2 ± 0.10
143K03	5.5 ± 0.20	217K02	5.7 ± 0.21	353K02	4.5 ± 0.23
143K04	6.2 ± 0.17	217K03	5.7 ± 0.06	353K03	3.6 ± 0.30
143K07	6.1 ± 0.09	217K04	8.6 ± 0.14	353K04	4.7 ± 0.13
143K05	6.3 ± 0.20	217K05	5.9 ± 0.11	353K05	3.7 ± 0.24
143T01	5.3 ± 0.04	217K06	6.4 ± 0.12	353K06	3.6 ± 0.11
		217T04	6.1 ± 0.05		
		217T06	5.6 ± 0.08	545K01	7.3 ± 1.34

TAB. 8.4: **Constantes de temps des bolomètres d'Archeops estimées à partir des *glitchs*.** L'estimation est réalisée sur un empilement de *glitchs* "courts". Le modèle ajusté est composé d'une seule constante de temps.

8.4.2 application à Planck

Pour l'évaluation des constantes de temps des bolomètres du CQM, on a utilisé un modèle à une seule constante de temps. Comme le nombre d'événements n'est pas très important, nous avons utilisé deux méthodes :

1. l'estimation à partir du modèle de *glitchs* superposés
2. une estimation statistique réalisée à partir de l'ajustement *glitch* par *glitch*

Les résultats des deux méthodes sont donnés dans le tableau 8.5. Pour la méthode statistique, la constante de temps est donnée par la moyenne et la barre d'erreur correspond à la dispersion sur l'ensemble des *glitchs*. Les résultats sont en bon accord compte-tenu de la statistique disponible (fig. 8.5). Seul le bolomètre 353-

Bolomètres	méthode statistique [ms]	modèle de *glitchs* superposés [ms]
100-1	12.03 ± 0.05	12.78 ± 0.16
143-1a	6.42 ± 0.45	5.01 ± 0.10
143-1b	8.63 ± 0.23	7.83 ± 0.19
143-5	9.29 ± 0.12	9.69 ± 0.19
217-1	5.94 ± 0.10	6.22 ± 0.17
217-5a	9.46 ± 0.43	10.97 ± 0.20
217-5b	9.01 ± 0.02	9.19 ± 0.08
353-2	10.53 ± 0.03	10.83 ± 0.12
353-3a	6.27 ± 0.29	3.63 ± 0.01
353-3b	-	-
545-2	7.20 ± 0.01	7.38 ± 0.07
857-1	-	-
Dark1	9.29 ± 0.05	10.14 ± 0.15

TAB. 8.5: **Constantes de temps des bolomètres du CQM estimées à partir des *glitchs*.** La *méthode statistique* correspond à la moyenne de l'estimation *glitch* par *glitch*. La dernière colonne correspond à l'ajustement du modèle sur la superposition des *glitchs*.

3a présente une différence importante entre les deux estimations qui peut être due à la faible statistique disponible.

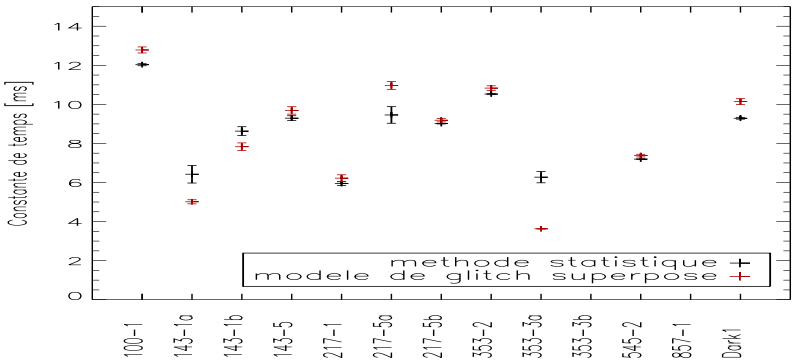


FIG. 8.5: **Comparaison des constantes de temps des bolomètres du CQM** estimées à l'aide de la méthode statistique *en noir* et du modèle de *glitchs* superposés *en rouge*. Mis à part le 353-3a, les méthodes sont en bon accord.

8.5 Mesure de l'énergie déposée

Une particule qui traverse de la matière dépose une fraction de son énergie proportionnelle à l'épaisseur de matière traversée. Aux énergies des particules du rayonnement cosmique (typiquement supérieures au MeV), le coefficient de proportionnalité $\frac{dE}{dx}$ dépend peu de l'énergie de la particule incidente [Bichsel et al. 2002]. A partir de la mesure de l'échauffement du thermomètre, on peut remonter à l'énergie déposée en intégrant la puissance contenue dans le *glitch* après avoir retiré la ligne de base.
A une altitude de $\sim$35 km, les rayons cosmiques sont issus du flux primaire et possèdent une énergie majoritairement supérieure au MeV. Or, pour des particules de ces énergies, le $\frac{dE}{dx}$ est typiquement de l'ordre de 2 MeV.g^{-1}.cm^2. Pour une épaisseur d'absorbeur de l'ordre de 1 μm et compte-tenu de la densité du nitrure de Silicium ($d_{Si3N4} = 3.1$ g.cm^{-3}), on s'attend à observer un dépôt d'énergie de l'ordre de

$$\Delta E = 2\ 10^3 \times 3.1 \times 10^{-4} = 0.6 \text{ keV}. \tag{8.4}$$

Pour les détecteurs d'Archeops, on trouve des spectres centrés sur une énergie un peu plus faible que le keV, ce qui est donc compatible avec le dépôt attendu dans l'absorbeur en toile d'araignée.

8.6 Conclusions sur l'étude des *glitchs*

La première raison de l'étude des *glitchs* est le nettoyage des données. On a vu que la procédure mise au point pour les données d'Archeops est applicable à Planck et donne des résultats satisfaisants pour un temps d'exécution acceptable. L'expérience Archeops nous a également permis de mettre en évidence des comportements inattendus tant au niveau du nombre de *glitchs* que des constantes de temps.
Le nombre de *glitchs* est proportionnel à la surface du détecteur, c'est-à-dire essentiellement l'absorbeur en toile d'araignée. Pour Archeops, les différences importantes entre les bolomètres *Trapani*, les OMT et les autres sont certainement liées à la géométrie des toiles (largeur des fils du maillage, facteur de remplissage). Malheureusement, nous n'avons pas eu accès aux caractéristiques physiques des bolomètres. De plus, suite à l'échec du vol KS2, la nacelle d'Archeops a été remontée dans l'urgence afin d'être prête à repartir dès que les conditions météo le permettaient. La propreté de l'instrument, en particulier des cornets et des bolomètres, ne peut donc pas être comparée à celle mise en œuvre pour un satellite. La présence de poussières au sein même des détecteurs pendant le vol KS3 peut faire partie des explications possibles. Cependant, les résultats obtenus pendant l'étalonnage du modèle de qualification de Planck montrent également des différences importantes qui ne peuvent pas être expliquées uniquement par des différences de géométrie.

Une autre explication peut venir de la radioactivité propre aux instruments. En effet, les thermomètres au germanium sont dopés pour accentuer leur réponse à la température, ce qui les rend radioactifs. Des jeux de bolomètres ayant été fabriqués à des semaines d'intervalle pourraient expliquer les différences de statistique observées.
En ce qui concerne les constantes de temps, la présence de deux constantes si différentes peut s'expliquer par l'introduction de plusieurs liens thermiques. Le problème réside dans le fait que l'on ne peut pas savoir dans quelle partie du détecteur le rayon cosmique a déposé de l'énergie. Si celui-ci traverse le boîtier du bolomètre il est possible qu'il chauffe à la fois le boîtier, l'absorbeur et le thermomètre. La thermalisation peut alors faire intervenir d'autres liens thermiques plus longs que celui qui relie le thermomètre à la platine 100 mK. Les énergies mesurées ont d'ailleurs tendance à montrer que le processus de dépôt d'énergie dans le bolomètre est plus complexe que le cas simple où la particule traverse uniquement la toile ou le thermomètre. Néanmoins, en ce qui concerne la constante de temps courte τ_c, les mesures sont compatibles avec les estimations basées sur le modèle thermique du bolomètre.
Pour Planck, les mesures effectuées sur le CQM montrent que tous les processus de dépôt d'énergie et de thermalisation ne sont pas encore bien compris. En particulier, aucune explication n'a pu être avancée pour expliquer le fait que deux bolomètres d'un même PSB (217-5a et 217-5b) aient des taux de *glitchs* variant d'un ordre de grandeur. Avec les caractéristiques complètes des bolomètres de Planck et un modèle thermique précis, on pourra certainement retrouver et expliquer les comportements observés sur Archeops.

Une note interne sur les résultats de l'étalonnage du CQM pour les glitchs est en cours de rédaction. Pour Archeops, la description de la méthode utilisée va être publiée très prochainement avec le détail des traitements appliqués aux données d'Archeops [Macías-Pérez et al. 2005].

Chapitre 9

Étude des constantes de temps

La détermination des constantes de temps est une étape primordiale dans l'analyse de données CMB. En effet, le balayage du ciel par un instrument non-instantané a pour effet de déformer le signal observé. Pour retrouver le signal du ciel, il faut corriger cet effet en évaluant les constantes de temps de chaque détecteur. Ce chapitre présente une méthode basée sur les sources ponctuelles ainsi que les résultats de son application sur Archeops et une conclusion sur les différentes constantes de temps observées.

9.1 Lobes et constantes de temps

Pour une expérience qui balaye le ciel, lobes et constantes de temps sont particulièrement difficiles à différencier. En effet, le mouvement de l'instrument fait "baver" le signal le long de l'axe de balayage, ce qui masque la forme du lobe dans cette direction (fig. 9.1). L'image d'une source ponctuelle sur le ciel est la convolution de la forme du lobe par une constante de temps le long de l'axe de balayage. La détermination des constantes de temps est donc intrinsèquement liée à celle des lobes.

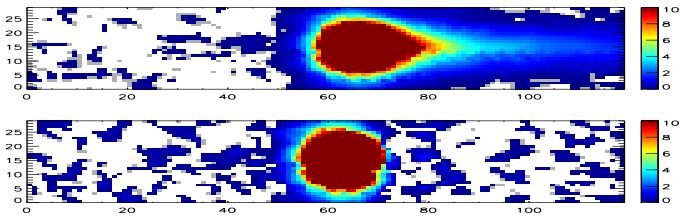


FIG. 9.1: **Cartes du lobe avant et après déconvolution pour le détecteur 143K01.** La constante de temps a pour effet de décaler une partie du signal dans le sens du balayage.

La dégénérescence peut être levée si l'on dispose de données d'une source ponctuelle observée à l'arrêt ou si le détecteur change de sens de balayage (comme pour l'expérience ballon Maxima par exemple) ce qui n'est le cas ni d'Archeops, ni pour l'instant de Planck. En effet, soit s le signal du ciel observé par un détecteur de lobe gaussien $g(\phi)$ dont la réponse en temps s'écrit $r(t) \propto exp(-t/\tau)$. Alors, à l'instant t où le détecteur pointe vers la direction $\phi(t) = \phi_0 + \omega(t)t$ ($\omega(t)$ étant la vitesse angulaire), la mesure $d(t)$ peut s'écrire

$$d(t) = \int [s \star g](\phi_0 + \omega t').r(t - t')dt' \propto \int e^{\omega t'/\sigma^2} e^{\frac{t-t'}{\tau}} dt' \tag{9.1}$$

Dans l'espace de Fourier, la convolution s'écrit comme le produit des transformées de Fourier du lobe $\tilde{G}(\nu/\omega) \propto exp(-2\sigma^2\nu^2/\omega^2)$ et de la réponse en temps $\tilde{R}(\nu) \propto 1/(1 + 2i\pi\nu\tau)$. La fonction $\tilde{G}$ dépend de

la fréquence ν et de la vitesse angulaire $\omega(t)$ alors que $\tilde{R}$ ne dépend que de ν. Pour une expérience dont la vitesse angulaire est constante, lobe et constante de temps ne peuvent pas être séparés. En revanche, si le balayage change de vitesse ou de sens (changement de signe de ω), on peut séparer les deux composantes. Un groupe de discussion sur l'estimation des constantes de temps et des lobes pour Planck est en train d'étudier la possibilité de modifier la vitesse de rotation du satellite Planck afin d'observer Jupiter avec différentes vitesses de balayage.
Dans le cas d'Archeops, on a pris le parti de choisir des constantes de temps qui donnent la forme de lobe la plus symétrique possible. Ceci afin d'améliorer la correction de l'effet de lobe dont on connaît une formule exacte dans le cas d'un lobe symétrique gaussien (voir paragraphe 10.1.4).

9.2 Évaluation des constantes de temps

La réponse en temps, RT, des bolomètres d'Archeops peut être modélisée par la combinaison de deux exponentielles décroissantes de constantes τ_1 et τ_2 mixées par un coefficient α

$$RT(t) = (1-\alpha)e^{-t/\tau_1} + \alpha e^{-t/\tau_2} \tag{9.2}$$

Pour déterminer les paramètres de ce modèle, la première étape est la réalisation de cartes locales des sources lumineuses (Jupiter et Saturne) en coordonnées azimutales. Le sens de balayage est le long de l'axe des azimuts. L'effet des constantes de temps du détecteur est donc visible sur cet axe. Afin d'augmenter le rapport signal-sur-bruit, on réalise un profil (de 4 arcmin. de largeur en élévation) des deux passages de Jupiter, le long de l'axe des azimuts.

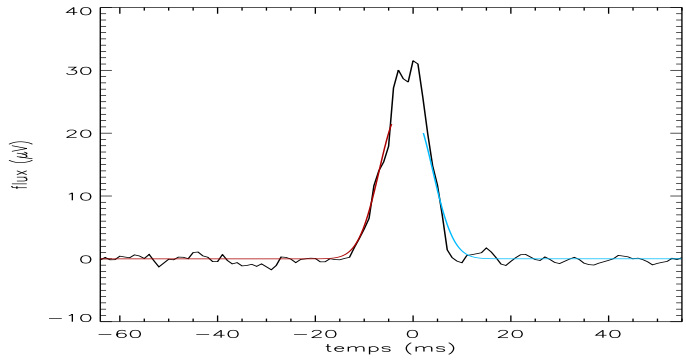


FIG. 9.2: **Profil du lobe du détecteur 143K01.** Les paramètres de la gaussienne sont déterminés sur la partie ascendante du profil *en rouge*. La mesure du χ^2 est effectuée entre la partie descendante et le modèle gaussien *en bleu*. La partie supérieure du profil n'est pas considérée.

Pour obtenir une forme de lobe symétrique dans la direction du balayage, on ajuste une gaussienne sur les flans du profil (fig. 9.2). Comme les lobes d'Archeops présentent des structures complexes à plusieurs maxima, on limite l'ajustement à la partie inférieure du profil (80%). Les paramètres de la gaussienne sont déterminés sur le flan ascendant. On déconvolue alors les données de $RT(\tau_1, \tau_2, \alpha)$ dans l'espace en temps. Pour chaque valeur du triplet (τ_1, τ_2, α), on calcule le χ^2 entre le profil déconvolué et le modèle gaussien sur la partie descendante (fig. 9.3).
On détermine ensuite le triplet $(\tau_1, \tau_2, \alpha)_{min}$ correspondant au minimum de la probabilité de χ^2

$$\mathcal{P}(\chi^2) = \exp\left(-\frac{\chi^2}{2}\right) \tag{9.3}$$

Comme les pas de la grille de calcul sont larges (à cause du temps de calcul), on a besoin d'affiner la mesure. Pour cela, on trace les trois plans (τ_1,τ_2), (τ_1,α) et (τ_2,α) passant par $(\tau_1, \tau_2, \alpha)_{min}$. Chaque plan permet d'estimer plus précisément la valeur des deux paramètres correspondant en marginalisant sur le troisième. A la fin, on obtient deux estimations pour chaque paramètre. Les valeurs présentées dans le tableau 9.1 sont

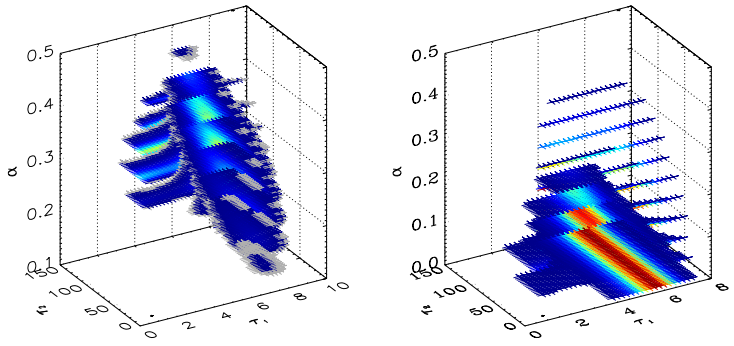


FIG. 9.3: **Valeurs du χ^2 dans l'espace des paramètres (τ_1, τ_2, α).** *A gauche :* bolomètre 143K01 avec deux constantes de temps $\tau_1 = 6.87^{+0.78}_{-0.83}$, $\alpha = 0.32^{+0.05}_{-0.06}$ et $\tau_2 = 62.16^{+35.03}_{-24.23}$. *A droite :* bolomètre 143K03 avec une seule constante de temps $\tau_1 = 5.98^{+0.52}_{-0.58}$.

les moyennes des deux mesures. En intégrant la surface de probabilité de χ^2, on obtient directement l'erreur sur la détermination des paramètres. Dans le cas où α est compatible avec zéro à 1σ, on refait l'estimation avec un modèle à une seule constante de temps.

bolomètre	$\tau_1(ms)$	α	$\tau_2(ms)$
143K01	$6.87^{+0.78}_{-0.83}$	$0.32^{+0.05}_{-0.06}$	$62.16^{+35.03}_{-24.23}$
143K03	$5.98^{+0.52}_{-0.58}$	-	-
143K04	$7.36^{+0.97}_{-0.99}$	$0.20^{+0.09}_{-0.10}$	$21.84^{+19.71}_{-11.84}$
143K05	$6.91^{+0.82}_{-0.79}$	$0.25^{+0.08}_{-0.08}$	$21.49^{+6.39}_{-5.54}$
143K07	$6.23^{+0.76}_{-0.85}$	-	-
143T01	$4.94^{+0.39}_{-0.40}$	-	-
217K01	$6.07^{+1.58}_{-1.93}$	$0.38^{+0.07}_{-0.06}$	$23.20^{+9.34}_{-6.64}$
217K02	$5.57^{+1.10}_{-1.34}$	-	-
217K03	$0.52^{+2.20}_{-0.52}$	-	-
217K04	$5.57^{+1.01}_{-1.08}$	$0.48^{+0.04}_{-0.04}$	$38.38^{+3.80}_{-4.20}$
217K05	$5.81^{+0.93}_{-0.92}$	-	-
217K06	$7.04^{+0.53}_{-0.55}$	-	-
217T04	$6.57^{+0.61}_{-0.54}$	-	-
217T06	$0.00^{+0.00}_{-0.00}$	-	-
353K01	$2.28^{+1.12}_{-1.28}$	-	-
353K02	$1.17^{+1.69}_{-0.17}$	-	-
353K03	$2.26^{+1.00}_{-1.11}$	-	-
353K04	$2.14^{+0.87}_{-1.05}$	-	-
353K05	$3.79^{+0.99}_{-1.38}$	-	-
353K06	$3.25^{+0.96}_{-1.19}$	-	-
545K01	$0.28^{+0.54}_{-0.28}$	-	-

TAB. 9.1: **Constantes de temps des bolomètres d'Archeops** évaluées à partir de Jupiter. Chaque mesure est la moyenne du maximum de $\mathcal{P}(\chi^2)$ marginalisé par rapport à l'une des deux autres variables.

La méthode a également été appliquée sur Saturne bien que le rapport signal-sur-bruit soit beaucoup plus faible (d'un facteur presque 6) à cause de sa plus petite taille apparente. Les résultats présentent donc des barres d'erreurs très importantes mais sont compatibles avec ceux mesurés sur Jupiter.

9.3 Discussion sur les constantes de temps

L'estimation des constantes de temps est cruciale dans le processus d'analyse de données. L'effet de la constante de temps est directement visible sur les cartes. Mais la déconvolution dans l'espace réel fait remonter le spectre de Fourier à haute fréquence.

Sur Archeops, les différentes méthodes d'estimation ont mis en évidence la présence de plusieurs contantes de temps : deux avec les glitchs (une courte $\tau_c \simeq 5$ ms et une très longue $\tau_l \simeq 300$ ms) et deux avec les sources ponctuelles (une courte $\tau_1 \simeq 5$ ms et une longue $\tau_2 \simeq 30$ ms). Elles peuvent être classées en trois catégories :

1. **constante courte** ($\tau_1 \simeq \tau_c \simeq 5$ ms)
   Les constantes courtes τ_c et τ_1 sont présentent sur tous les bolomètres. Elles reflètent à priori le même processus de thermalisation et sont effectivement compatibles à 1σ (figure 9.4). Elles sont également en bon accord avec les ordres de grandeur donnés par les modèles thermiques des bolomètres.

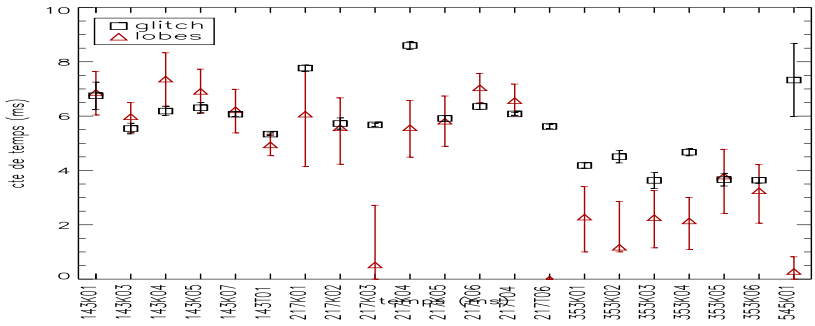


FIG. 9.4: **Estimation des constantes de temps courtes** à l'aide des *glitchs* (*en noir*) et à l'aide des lobes (*en rouge*). Les barres d'erreur sur les *glitchs* sont confondues avec les points.

2. **constante intermédiaire** ($\tau_2 \simeq 30$ ms)
   Une constante de temps "intermédiaire" τ_2 est visible, sur certains bolomètres seulement, avec les sources ponctuelles. Les mesures sur Saturne et le Crabe n'ont pas permis de confirmer la présence de cette constante à cause du manque de signal-sur-bruit. Néanmoins, elle est détectée sur une mesure de rayonnement. Nous l'avons donc prise en compte pour les études du CMB.
3. **constante longue** ($\tau_l \simeq 300$ ms)
   La constante de temps la plus longue n'est visible que sur certains *glitchs*. Elle semble être liée à la thermalisation du boîtier du bolomètre. Le processus physique (le dépôt d'énergie d'une particule traversant le détecteur) est différent de celui de mesure du rayonnement, c'est pourquoi elle n'est pas considérée pour les études CMB.

Planck devrait être sensible à un certain nombre de sources ponctuelles, ce qui devrait permettre de confirmer la méthode et de réduire les incertitudes. En particulier, on pourra s'assurer que les constantes de temps ne dépendent pas du flux de la source. En effet, un flux lumineux important (Jupiter est 100 fois plus intense que le CMB dans le domaine millimétrique) peut faire sortir du régime linéaire des bolomètres. Dans ce cas, il est possible que la constante de temps soit modifiée.
De plus, le but de l'étalonnage au sol de Planck est de répondre à ces questions. En particulier pendant l'étalonnage du modèle de vol (PFM pour *ProtoFlight Model*), des sources dédiées permettront de mesurer précisément les constantes de temps avant le vol.

L'analyse des constantes de temps d'Archeops est décrite dans [Macías-Pérez et al. 2005]. Une description complète des effets des constantes de temps sur l'analyse de données CMB est donnée dans [Hanany et al. 1998].

Chapitre 10

Les lobes

Ce chapitre présente une partie essentielle à la caractérisation de l'instrument : l'étude des lobes. Nous avons développé ASYMFAST*, une méthode permettant de prendre en compte l'asymétrie des lobes dans l'analyse de données CMB. Cette méthode a été appliquée avec succès sur les données d'Archeops, ce qui nous a permis, entre autres, de reconstruire l'image du plan focal de l'instrument. Elle est en cours d'adaptation pour Planck.*
Ce travail a fait l'objet d'une publication [Tristram et al. 2004].

Les lobes représentent la fonction de transfert optique du détecteur. Ils caractérisent la résolution de l'instrument. Un système optique parfait avec cornets est représenté par une fonction de transfert circulaire gaussienne. En pratique, l'asymétrie de la forme du lobe est devenue la source d'erreur systématique dominante dans les expériences de mesure du CMB. Souvent assimilables à des ellipsoïdes, ils peuvent parfois, comme c'est le cas pour les lobes d'Archeops (fig. 10.6), présenter des formes plus complexes avec plusieurs maxima. De plus, les lobes peuvent présenter des structures éloignées spatialement (jusqu'à quelques degrés) appelées lobes secondaires et qui ne sont pas considérées dans le cas d'Archeops.
Pour déterminer la forme des lobes principaux effectifs pendant le vol, on utilise les sources ponctuelles dont la taille caractéristique est, par définition, beaucoup plus petite que la résolution de l'instrument. Archeops et Planck utilisent les planètes du Système Solaire pour la mesure du lobe et en particulier Jupiter (de taille angulaire $\sim$43 secondes d'arc) et Saturne (de taille angulaire $\sim$18 secondes d'arc).
Pour l'analyse de données CMB, on a de plus en plus recours à des simulations de cartes du ciel aussi bien pour étudier les effets systématiques et le bruit que pour comparer les résultats à des prédictions théoriques ou à d'autres jeux de données indépendantes. En particulier, l'effet des lobes est corrigé dans l'estimation des spectres plutôt que lors de la projection des cartes. Ceci est lié au fait que la déconvolution d'une carte par un lobe est beaucoup plus complexe que sa convolution. C'est pourquoi l'effet des lobes sur les spectres est estimé par simulations. A ces fins, on a besoin d'un modèle précis de la fonction de transfert optique d'un instrument, ainsi que d'une procédure rapide de convolution.

10.1 ASYMFAST

Chaque point de la carte observée résulte de la convolution du signal par le lobe effectif qui dépend à la fois de la position relative du lobe par rapport au ciel et de sa forme. Pour un lobe principal asymétrique, la convolution de la carte est donc intrinsèquement liée à la direction de pointage, ce qui la rend particulièrement difficile et lente. Par conséquent, on travaille dans l'espace des harmoniques sphériques en utilisant soit des algorithmes généraux de convolution [Wandelt & Hansen 2003] (appliquée à WMAP [Barnes 2003] mais difficilement généralisable à des stratégies de balayage complexes [Challinor et al. 2002]), soit une modélisation dans l'espace réel faisant appel à des fonctions simples facilement calculables dans l'espace des harmoniques sphériques. Dans le deuxième cas, plusieurs méthodes ont été développées pour

circulariser le lobe [Page et al. 2003, Wu et al. 2000] ou traiter son ellipticité [Souradeep & Ratra 2001, Fosalba et al. 2002].
Ces méthodes ne rendent pas correctement compte des asymétries des lobes tels que ceux d'Archeops, c'est pourquoi nous avons développé une nouvelle méthode : ASYMFAST.

10.1.1 description de la méthode

Nous avons développé une modélisation du lobe principal sous la forme d'une superposition de gaussiennes 2D circulaires. L'intérêt de cette modélisation est que l'on peut écrire analytiquement la convolution d'une carte du ciel par une gaussienne dans l'espace des harmoniques sphériques. On peut alors traiter chaque gaussienne indépendamment, avant de combiner les cartes résultantes.
La méthode, appelée ASYMFAST [Tristram et al. 2004], peut être décomposée en 6 étapes :

1. Après déconvolution des constantes de temps, on trace les cartes d'une source ponctuelle (comme Jupiter) et on obtient une carte représentant le lobe principal pour chacun des détecteurs.
2. Le lobe principal est décomposé en une somme pondérée de N gaussiennes 2D circulaires. Le nombre de gaussiennes est choisi en minimisant le résidu par rapport au bruit de fond à la précision fixée par l'utilisateur.
3. La carte initiale du ciel est sur-échantillonée[1]. En convoluant cette carte par chacune des gaussiennes, on forme N cartes à différentes résolutions. Cette convolution se fait dans l'espace des harmoniques sphériques.
4. Les N cartes sont déprojetées en utilisant la direction de pointage corrigée de la position relative de la gaussienne considérée par rapport au centre du lobe.
5. Les N *timelines* sont alors sommées après pondération par les amplitudes de chaque gaussienne.
6. La *timeline* ainsi obtenue est enfin projetée en utilisant le pointage correspondant au centre du lobe.

10.1.2 simulations

La méthode a été validée à l'aide de simulations réalistes du ciel observé par un instrument avec un lobe principal asymétrique et une stratégie de pointage complexe (inspirée de celle de Planck). Les simulations de lobes ont été réalisées à partir d'un nombre aléatoire de gaussiennes 2D elliptiques (les positions, les amplitudes et les FWHM choisies aléatoirement) puis lissées par une gaussienne de la taille des pixels (fig 10.1). Deux niveaux de bruit différents ont été ajoutés : 1% (noté a) et 10% (noté b).

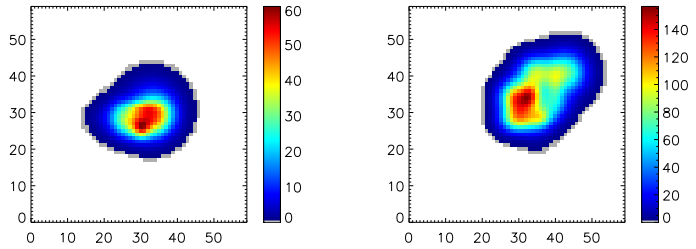


FIG. 10.1: **Simulations de lobes** réalisées à partir d'un nombre aléatoire de gaussiennes 2D elliptiques (les positions, les amplitudes et les FWHM choisies aléatoirement). *A gauche :* simulation n°1 presque circulaire, *à droite :* simulation n°2 très asymétrique.

10.1.3 décomposition du lobe

La forme du lobe est modélisée par la superposition de N gaussiennes 2D circulaires normalisées

$$l_N(x,y) = \sum_{i=1}^{N} \frac{A_i}{2\pi\sigma_i^2} \exp\left[\frac{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2}{2\sigma_i^2}\right] \tag{10.1}$$

[1] afin de minimiser les problèmes dus à la pixélisation

Les paramètres libres sont au nombre de $4N$ et correspondent à la largeur des gaussiennes σ_i, leur amplitude A_i et leur position par rapport au centre du lobe (x_i,y_i).
Le nombre N de gaussiennes choisi dépend de la précision souhaitée. On fait l'ajustement du modèle $l_N(x,y)$ sur la carte de lobe $l(x,y)$ pour $N \in [1,10]$ (ce qui est typiquement suffisant pour atteindre des résidus de l'ordre du niveau de bruit) et on calcule la déviation quadratique donnée par

$$S(N) = \frac{1}{n_p} \sum_{p=1}^{n_p} \left[l_N^{fit}(p) - l(p) \right]^2 \tag{10.2}$$

où n_p représente le nombre de pixels p de la carte. L'ajustement est réalisé en utilisant une méthode du moindre-χ^2 dans le cas non-linéaire [Brandt 1970].

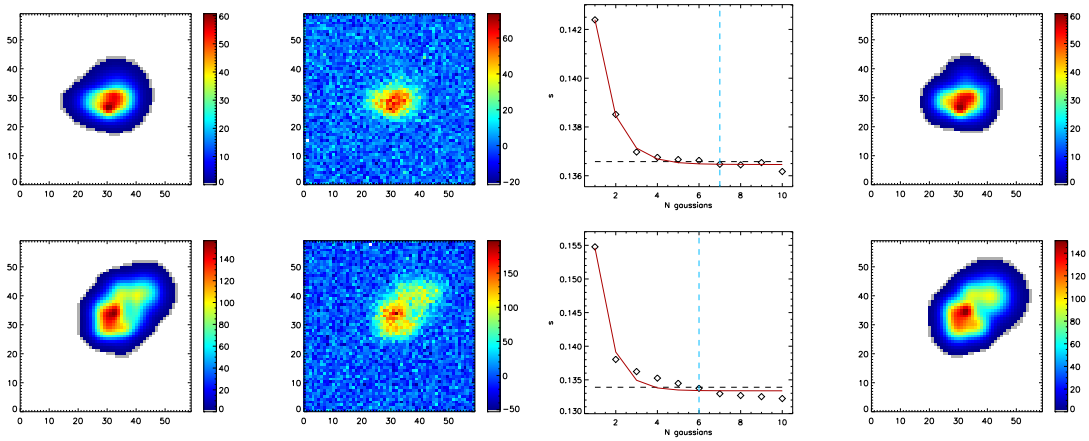


FIG. 10.2: **Décomposition du lobe avec ASYMFAST** pour la simulation 1 (*en haut*) et la simulation 2 (*en bas*) avec 10% de bruit. *De gauche à droite :* la simulation de lobe ; la simulation de lobe avec 10% de bruit ; la dispersion quadratique S en fonction de N (la ligne rouge représente l'ajustement exponentiel et la ligne bleue le nombre de gaussiennes retenu pour la décomposition) ; la reconstruction à partir de $N = 7$ et 8 gaussiennes.

Les résultats de la décomposition sur les simulations de lobe avec 10% de bruit sont présentés figure 10.2. A partir de la carte de la simulation de lobe, on ajoute 10% de bruit pour obtenir la carte à décomposer. On calcule ensuite la distribution $S(N)$. Celle-ci est modélisée par une exponentielle décroissante $\exp(-N\tau)$ plus une constante k liée au niveau de bruit. Le nombre de gaussiennes N est la plus petite valeur vérifiant la condition

$$S(N) - k < \frac{seuil}{\tau} \tag{10.3}$$

où $seuil$ est défini par l'utilisateur et correspond au niveau de précision souhaitée, k et τ étant déterminé par l'ajustement du modèle. La carte de la modélisation du lobe est ensuite reconstruite à partir des paramètres des gaussiennes.
Un petit nombre de gaussiennes ($\sim$10) suffit à reproduire le lobe avec une précision qui atteint presque le niveau de bruit. En effet, les résidus (fig. 10.3) sont compatibles avec la distribution d'un bruit blanc centré à zéro et dont la dispersion correspond bien au niveau de bruit introduit dans la simulation. Comparés au modèle elliptique, les résidus sont 10 fois plus faibles et ne présentent pas de structures particulières.

10.1.4 convolution dans l'espace des harmoniques sphériques

La carte initiale est ensuite convoluée par chaque gaussienne indépendamment, produisant ainsi N cartes. L'avantage de la modélisation en gaussiennes circulaires est que la convolution s'écrit analytiquement dans l'espace des harmoniques sphériques.
La réponse gaussienne à un signal dans la direction (θ,ϕ) par rapport au lobe s'écrit, dans la limite des petits angles ($\sigma \ll 1$)

$$d\mathcal{G}(\theta,\phi) = \frac{\theta d\theta d\phi}{2\pi\sigma^2} \exp\left[-\frac{\theta^2}{2\sigma^2} \right] \tag{10.4}$$

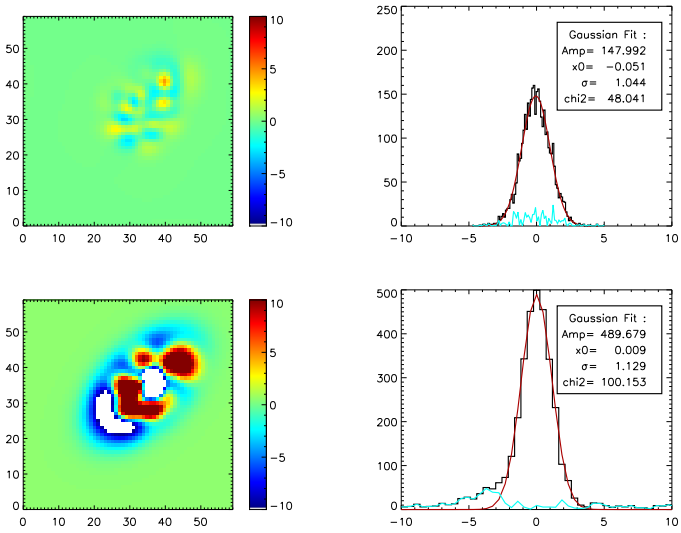


FIG. 10.3: **Résidus de la décomposition du lobe** avec ASYMFAST (*en haut*) et avec un modèle elliptique (*en bas*). *A gauche :* le résidu de la décomposition en pour-cent. *A droite :* la distribution du résidu (la ligne rouge correspond à la gaussienne ajustée dont les paramètres figurent en haut à droite et le résidu en bleu).

Par définition, la décomposition du signal $\delta T/T$ convolué par le lobe gaussien en harmoniques sphériques est donnée par

$$\frac{\delta T}{T}(\hat{x}) \equiv \sum_{\ell m} a_{\ell m} \int d\Omega' \mathcal{G}(\Omega') Y_{\ell m}(\hat{x}) \tag{10.5}$$

En approximant $\cos\theta \approx 1 - \theta^2/2$ et en notant $x = \theta^2/2\sigma^2$, on peut alors écrire

$$\frac{\delta T}{T}(\hat{x}) = \sum_{\ell m} a_{\ell m} \left[\int_0^\infty dx P_\ell(1 - \sigma^2 x) e^{-x} \right] Y_{\ell m}(\hat{x}) \tag{10.6}$$

Le terme entre crochets correspond à l'effet du lobe gaussien : c'est la fonction de transfert du lobe B_ℓ dans l'espace des harmoniques sphériques. Il supprime la puissance pour les grands multipôles ce qui représente le fait d'avoir lissé les structures plus petites que la taille de la gaussienne. En développant B_ℓ pour des petites valeurs de σ^2, on obtient

$$\int_0^\infty dx P_\ell(1 - \sigma^2 x) e^{-x} = \sum_{n=0}^{\infty} \left(-\sigma^2\right)^n P_\ell^{(n)}(1) \tag{10.7}$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \left(-\sigma^2\right)^n \frac{1}{2^n n!} \frac{(\ell+n)!}{(\ell-n)!} \tag{10.8}$$

où P_ℓ représente les polynômes de Legendre. Dans la limite des grands ℓ, on peut alors écrire plus simplement

$$B_\ell = \exp\left[-\frac{1}{2} \ell(\ell+1)\sigma^2 \right] \tag{10.9}$$

En d'autres termes, la convolution du ciel par une fonction circulaire (ici une gaussienne de largeur σ) se traduit dans l'espace des harmoniques sphériques par une fonction de transfert B_ℓ qui ne dépend que de ℓ (dans la limite des petits σ^2 et des grands ℓ).

10.1.5 précision de la méthode

Pour estimer la qualité des résultats d'ASYMFAST, nous avons comparé les méthodes d'approximations circulaires, elliptiques et multi-gaussiennes (ASYMFAST) aux résultats obtenus avec un convolueur pas-à-pas qui projette le lobe avec son orientation pour chaque point de la stratégie de balayage.

La carte de référence est formée de 26 sources ponctuelles de même amplitude distribuées uniformément sur la moitié d'un hémisphère. La stratégie de pointage "à la Planck" est constituée de méridiens échantillonnés tous les 3 arcmin et séparés de 3 arcmin. Cette stratégie permet de tester efficacement l'effet de l'asymétrie du lobe sur le ciel. En effet, si près des pôles, la redondance est telle que les différentes orientations circularisent le lobe, il n'en est pas de même au niveau de l'équateur où les passages sont strictement parallèles. Pour réduire les temps de calcul, on a considéré seulement un quart du ciel et dégradé la résolution en augmentant la taille caractéristique des lobes (40-60 arcmin) afin de ne pas diminuer la qualité des résultats. Des tests ont été effectués afin de vérifier que les résultats obtenus avec ces restrictions peuvent être généralisés à des cartes à plus haute résolution et pour des lobes plus petits.

Le niveau de précision est calculé à partir de la déviation quadratique des différences, après la convolution, entre chaque méthode et la convolution pas-à-pas. Ramené à l'amplitude des sources de la carte de référence, on obtient, en quelque sorte, le pourcentage de bruit introduit par la convolution (tab. 10.1).

simulation	Gaussienne circulaire	Gaussienne elliptique	*asymfast* N Gaussiennes
1a	4.444	1.187	0.734
1b	4.420	1.281	0.936
2a	10.513	4.095	0.826
2b	10.464	4.154	1.455

TAB. 10.1: **Pourcentage de bruit introduit par la convolution** avec les trois méthodes d'approximations pour les simulations 1 et 2 avec le niveau de bruit a (1%) et b (10%). La déviation quadratique des différences entre chaque méthode et la convolution pas-à-pas est ramenée à l'amplitude des sources ponctuelles qui constituent la carte de référence.

Les résultats montrent que le bruit introduit par la convolution avec ASYMFAST est significativement plus faible que dans le cas des deux autres approximations : entre 1.5 et 4 fois (resp. 6 à 10) moins par rapport à une convolution par un lobe supposé gaussien elliptique (resp. circulaire). Bien sûr, plus le lobe est asymétrique, meilleure est l'approximation multi-gaussiennes d'ASYMFAST.

La figure 10.4 montre, pour chaque jeu de simulations, la distribution du pourcentage de bruit introduit dans la carte concoluée pour chacune des trois méthodes (ASYMFAST, approximations elliptique et circulaire). Les résultats illustrent le tableau 10.1 et montrent qu'ASYMFAST est une très bonne approximation quelque soit la nature du lobe (les résidus restent inférieurs à 5% dans tous les cas).

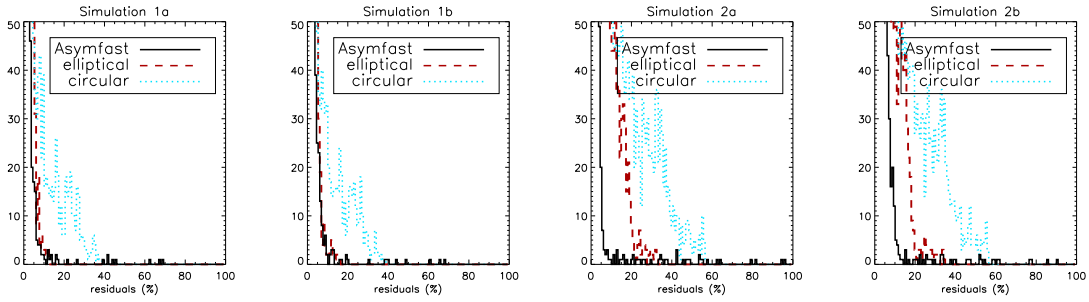


FIG. 10.4: **Histogramme du pourcentage de déviation quadratique du résidu des cartes convoluées** avec ASYMFAST *en noir*, l'approximation elliptique *en tirets rouges* et l'approximation circulaire *en pointillés bleus*.

Il est important de noter que la convolution pas-à-pas introduit du bruit sur la carte lié à la pixelisation du lobe. En revanche, la méthode ASYMFAST permet de convoluer de façon presque exacte le modèle de lobe sur la carte du ciel. Dans ce dernier cas, les sources d'erreurs ne proviennent que des effets de projection et déprojection des cartes (minimisés par le sur-échantillonnage de la carte du ciel). Naturellement, il faut ajouter les erreurs de modélisation liées à l'ajustement du modèle sur la carte de lobe. C'est d'ailleurs l'erreur qui domine largement dans cette méthode.

10.1.6 temps d'exécution

Pour calculer l'effet de l'asymétrie des lobes sur les spectres de puissance angulaire, il faut évaluer les fonctions de transfert des lobes dans l'espace des harmoniques sphériques et l'erreur associée. Pour cela, on utilise un grand nombre de simulations (en général, de l'ordre de 1000). On a donc besoin de procédures à la fois rapides et précises pour convoluer les simulations par un lobe réaliste. Les estimations de temps de calcul (tab. 10.2) montrent qu'ASYMFAST est plus de 50 fois plus rapide que la convolution pas-à-pas pour des résolutions importantes ($N_{side} > 256$). La rapidité d'exécution vient du fait que la convolution de gaussiennes dans l'espace des harmoniques sphériques est immédiate. ASYMFAST est un peu plus long que la convolution indépendante de N gaussiennes à cause du temps nécessaire à la projection et à la déprojection. La différence de temps de calcul entre ASYMFAST et la convolution pas-à-pas augmente naturellement avec la résolution de la carte de lobe puisque la deuxième méthode dépend quasi-linéairement du nombre de pixels alors qu'ASYMFAST n'y est que marginalement sensible.

Nside	HEALPix (1 Gaussienne)	*Asymfast* (10 Gaussiennes)	convolution pas-à-pas
256	0.127	7.40	171
512	1.02	29.1	1340
1024	8.13	203	10700

TAB. 10.2: **Temps d'exécution des méthodes de convolution** pour différentes résolutions de cartes, en unité CPU arbitraire tenant compte des temps d'entrée/sortie. Les temps sont donnés pour une convolution par une gaussienne circulaire (HEALPix), pour une modélisation ASYMFAST avec 10 gaussiennes et pour la convolution pas-à-pas. Les valeurs sont moyennées sur 1000 simulations.

10.2 Application aux lobes d'Archeops

Les lobes d'Archeops sont asymétriques à cause de l'utilisation des cornets *multi-modes* qui permettent d'illuminer plusieurs taches de diffraction. De plus, la chute de la nacelle au deuxième vol (KS2) a légèrement défocalisé l'instrument augmentant ainsi sensiblement les asymétries sur les lobes. Ainsi, les lobes sont plus larges que la tache de diffraction ($1.2\lambda/D \simeq 5$ arcmin à 143 GHz).

Pour tenir compte de cette asymétrie, les lobes principaux d'Archeops ont été modélisés avec ASYMFAST pour un nombre de gaussiennes variant de 7 à 15. Les lobes sont alors décrits par les $4N$ paramètres des gaussiennes. La figure 10.5 présente cette décomposition pour les 6 bolomètres les plus sensibles utilisés pour les études CMB. L'ensemble des décompositions pour tous les bolomètres d'Archeops se trouve dans l'annexe A. Pour chaque détecteur, les figures présentent : la carte du lobe ; la déviation quadratique S en fonction du nombre de gaussiennes N ; la carte du lobe reconstruit avec les N gaussiennes ; la carte de résidu ; et la distribution des résidus.

Les tailles caractéristiques des lobes d'Archeops ont été évaluées par l'ajustement d'une gaussienne 2D elliptique dont la moyenne des FWHM est donnée dans le tableau 10.3. La résolution des détecteurs d'Archeops est comprise entre 10 et 18 arcmin.

Détecteur	FWHM [arcmin]	Détecteur	FWHM [arcmin]	Détecteur	FWHM [arcmin]
143K01	11.0	217K01	12.0	353K01	11.9
143K03	11.7	217K02	11.8	353K02	12.0
143K04	10.9	217K03	17.5	353K03	11.9
143K05	11.9	217K04	15.9	353K04	12.0
143K07	11.7	217K05	11.3	353K05	12.1
143T01	10.2	217K06	15.1	353K06	12.2
		217T04	14.0	545K01	18.3
		217T06	15.2		

TAB. 10.3: **Largeur moyenne des lobes d'Archeops.** La valeur est estimée à partir de la moyenne des deux FWHM d'un modèle gaussien elliptique.

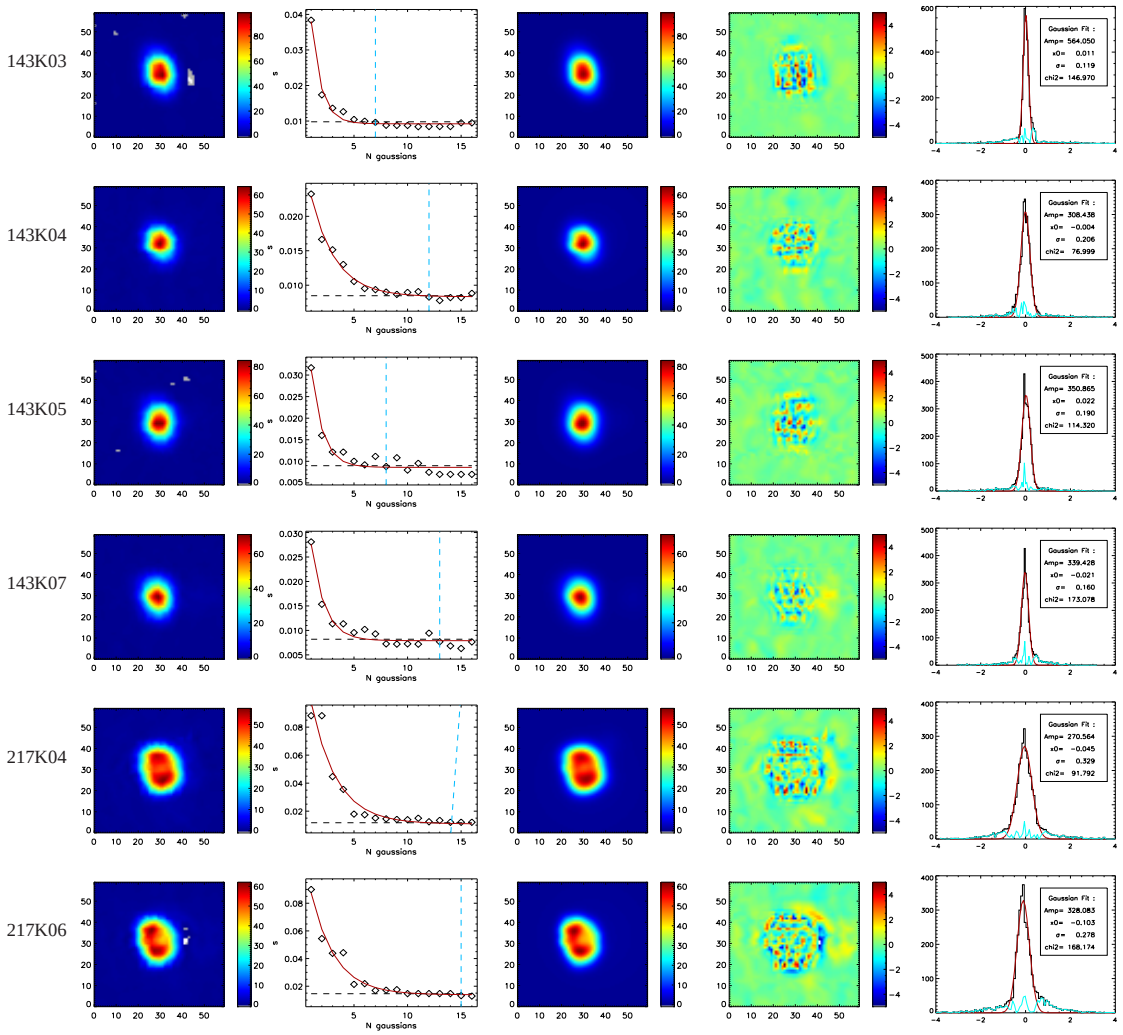


FIG. 10.5: **Décomposition des lobes d'Archeops** (en μV) pour les 6 détecteurs utilisés pour les études CMB. *De gauche à droite :* la carte du lobe ; la dispersion quadratique S en fonction de N (la ligne rouge représente l'ajustement exponentiel et la ligne bleue le nombre de gaussiennes retenu pour la décomposition) ; la carte du lobe reconstruit ; la carte du résidu (en %) ; et la distribution du résidu ajustée par une gaussienne (ligne rouge) dont les paramètres figurent en haut à droite et le résidu en bleu).

10.3 Plan focal

La reconstruction du pointage permet de connaître la direction de visée de l'instrument, que l'on peut reliée à celle du centre du plan focal à l'aide d'une source lumineuse. Pour remonter à celle de chaque détecteur, il faut mesurer les décalages entre le centre et la position de chaque bolomètre. Pour cela, on reconstruit une image du plan focal de l'instrument. Nous avons réalisé une carte de Jupiter en coordonnées azimutales en utilisant le pointage du centre du plan focal pour chaque détecteur. La carte de 3.5 degrés de côté est constituée de 210 pixels de 1 arcmin. On obtient de cette façon autant d'images de la source que de détecteurs, chacune centrée sur la position du bolomètre dans le plan focal (figure 10.6).

Avec la modélisation en multi-gaussiennes, on peut évaluer de façon précise le centre effectif du lobe en prenant le barycentre des positions de chacune des gaussiennes pondérées par leur amplitude. La distance du centre du lobe au centre du plan focal permet ensuite d'obtenir un pointage pour chaque détecteur.

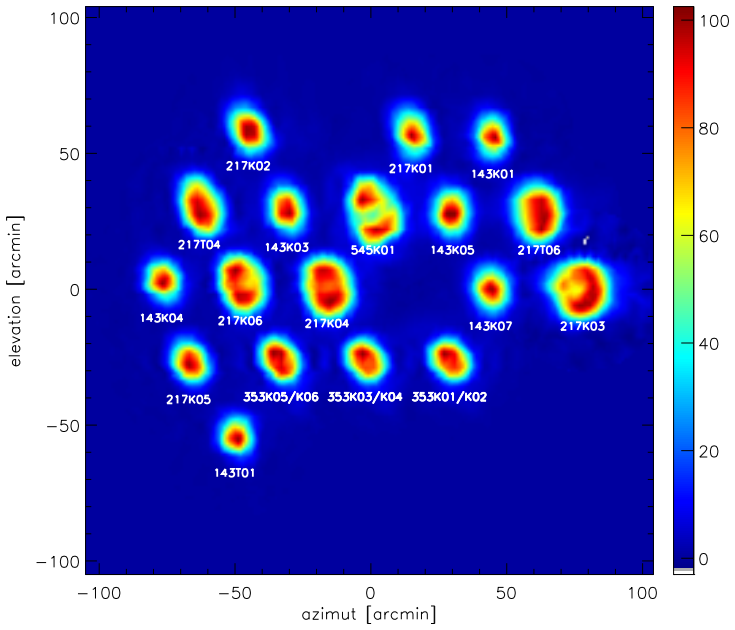


FIG. 10.6: **Reconstruction du plan focal d'Archeops** à partir de Jupiter. La carte, de 3.5 degrés de côté, est constituée de 210 pixels de 1 arcmin. Les coordonnées sont en minutes d'arc par rapport au centre du plan focal. L'azimut correspond à la direction de balayage. Les bolomètres OMT possède le même cornet : ils sont superposés.

10.4 Application aux lobes de Planck

La modélisation en multi-gaussiennes d'ASYMFAST permet de traiter rapidement et de façon précise le lobe principal. Mais cette procédure ne prend pas en compte les effets de lobes secondaires. En effet, à cause de la diffraction sur le miroir et les structures du télescope, des photons ne provenant pas directement du télescope peuvent atteindre les bolomètres. Il en résulte une baisse de la luminosité provenant du miroir primaire qui peut se traduire sur les cartes par un piédestal beaucoup plus large (de l'ordre de quelques degrés) autour du lobe principal. Sur Archeops, les lobes secondaires sont suffisamment faibles pour être cachés sous le bruit (peut-être est-ce le bruit qui est trop fort ?), ils ont donc été totalement négligés. En revanche, des effets de quelques pour-cents peuvent intervenir, en particulier dans les coefficients d'étalonnage puisque le piédestal emporte un peu de puissance à l'extérieur du lobe principal.
Avec le niveau de bruit attendu pour Planck, les lobes secondaires sont une source d'erreur systématique à ne pas négliger. Comme leur taille caractéristique est nettement plus importante, on peut faire des études à partir de cartes avec des résolutions beaucoup plus faibles ce qui limite le temps de calcul.
En résumé, comme souvent dans l'analyse de données CMB, la méthode optimale de traitement du lobe est une méthode hybride faisant intervenir à la fois une modélisation multi-gaussiennes comme ASYMFAST à haute résolution pour le lobe principal (en cours d'implémentation dans le niveau 2 de l'analyse de données Planck) et une méthode de convolution pas-à-pas à basse résolution pour les lobes secondaires.

La description complète de la méthode ASYMFAST *est dans [Tristram et al. 2004]. L'application aux données d'Archeops figure en annexe A. [Souradeep & Ratra 2001] et [Fosalba et al. 2002] présentent la modélisation elliptique des lobes, [Page et al. 2003] et [Wu et al. 2000] la modélisation circulaire. [Wandelt & Gorski 2001] propose une convolution exacte dans l'espace des harmoniques sphériques.*

Chapitre 11

Sources Ponctuelles

Les sources ponctuelles sont une contamination d'avant-plan pour l'analyse de données CMB. De plus, leur détection fait partie des objectifs de la mission Planck. Sur Archeops, on a détecté un grand nombre de sources situées, pour la plupart, dans le plan galactique. La mesure du flux lumineux des sources les plus importantes comme les planètes permet également d'étalonner l'instrument. Ce chapitre présente les résultats obtenus avec Archeops pour les planètes Jupiter et Saturne.

11.1 Détection

Les méthodes de détection diffèrent en fonction du flux des sources ponctuelles. Les sources importantes sont visibles dans les données ordonnées en temps. Elles ont donc été marquées par la procédure de détection des *glitchs* (cf. chapitre 8). En revanche, les sources plus faibles sont noyées dans le bruit. Pour les détecter, on peut augmenter le rapport signal-sur-bruit en passant dans l'espace des cartes. On peut également convoluer les cartes par le lobe afin de faire ressortir les sources.

11.1.1 Archeops

Sur Archeops, un catalogue de sources préliminaire a été estimé à partir de *glitchs*. En effet, comme fonction du temps, les *glitchs* vont tomber aléatoirement sur les cartes, alors que les sources ponctuelles (autres que les planètes qui sont vues plusieurs fois à cause de leur déplacement sur le ciel, voir l'éphéméride fig. 11.1) sont quasiment fixes sur le ciel. En projetant uniquement les données marquées sur une carte, on peut alors différencier les sources ponctuelles intenses des *glitchs*. Cette première estimation nous a permis d'identifier 68 sources.

La deuxième étape consiste à rechercher, dans les cartes, les sources qui n'apparaissent pas dans les données ordonnées en temps pour chaque bolomètre. Pour cela, on évalue l'émission de fond en lissant les cartes par une gaussienne bien plus grande que le lobe (1 degré). On soustrait ensuite la carte de l'émission de fond à celle des données et on convolue le résultat par le lobe pour faire ressortir les sources ponctuelles. Le bruit sur la carte est évalué en dehors du plan galactique. Les candidats correspondent aux pixels dont le rapport signal-sur-bruit est supérieur à 6. La sélection est faite grâce à la coïncidence entre bolomètres. Pour un minimum de 2 bolomètres, on trouve 1822 candidats. Avec un seuil à 6 bolomètres, on ne trouve plus que 69 sources essentiellement situées dans le plan galactique et dans la région du Cygne.

Parmi tous les candidats, 5 sources sont détectées par tous les bolomètres : Jupiter, Saturne, NGC7538, W3 et le second passage de Jupiter.

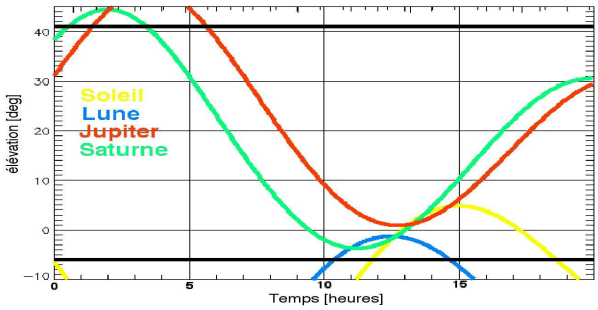


FIG. 11.1: **Ephéméride des principales sources pendant le vol KS3 Archeops.** L'élévation de la source est tracée en fonction du temps à partir du début du vol. Pendant la nuit polaire la Lune et le Soleil restent sous l'horizon. Archeops, situé à 35 km d'altitude et pointant à élévation constante (41 degrés *trait noir*), est sensible aux sources lorsqu'elles dépassent -6 degrés d'élévation (*trait noir*). Les planètes Saturne *en vert* et Jupiter *en rouge* sont vues deux fois en début de vol.

11.1.2 Planck

De la même façon, sur Planck, la procédure de détection des *glitchs* marquera une partie des sources ponctuelles visibles dans les données ordonnées en temps. Même si la plus grande partie de celles-ci pourront être identifiées à partir des catalogues astrophysiques, la stratégie de balayage permettra de les détecter en utilisant la redondance par *rings*. Avec 60 cercles par *ring*, le rapport signal-sur-bruit sera important et permettra la détection des sources cachées sous le bruit dans les données ordonnées en temps. Enfin, pour tirer profit du recouvrement des cercles, on utilisera les cartes complètes du ciel.
L'identification des sources ponctuelles sera essentielle pour les analyses CMB puisque, contrairement à Archeops, Planck sera également sensible aux sources extra-galactiques présentes dans les zones d'estimation du spectre du CMB. En particulier, la mission devrait détecter des milliers d'amas de galaxies et produire un catalogue (ERCSC pour *Early Release Compact Source Catalogue*) 9 mois après le premier *survey* d'observation (de 7 mois) dans le but notamment de pouvoir interagir avec son voisin Herschel.

11.2 Mesures du flux

Pour les sources ponctuelles assez puissantes, nous avons calculé leur flux par photométrie d'ouverture, aux fréquences d'Archeops. En intégrant la puissance de la carte locale de la source sur un disque, on obtient le flux par degré carré en fonction du rayon d'intégration. Cette fonction croît avec le rayon jusqu'à la taille caractéristique du lobe pour une source ponctuelle. La valeur du plateau donne alors le flux total de la source.
L'intensité B_ν d'une source en fonction de sa température T_s s'écrit comme la loi de Planck

$$B_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2}\frac{1}{e^{h\nu/kT_s}-1} \tag{11.1}$$

La température de brillance ou température Rayleigh-Jeans T_{RJ} correspond à l'approximation linéaire aux basses fréquences et est définie par la relation

$$B_\nu = 2\frac{\nu^2}{c^2}kT_{RJ} \tag{11.2}$$

Pour des sources beaucoup plus petites que la taille du lobe, l'intégrale du flux reçu à travers le lobe d'angle solide Ω est égale à l'intégrale de l'intensité de la source sur sa taille angulaire ω

$$F_\nu = \int \delta T d\Omega = \int B_\nu(T) d\omega = B_\nu \frac{\pi d^2}{4} \tag{11.3}$$

En d'autres termes, on conserve la luminosité, mais on dilue le flux de la source par le rapport entre le lobe et la surface de la source $\delta T_{RJ} = \frac{\omega}{\Omega}\delta T_s$.

Les cartes des sources sont carrées de côté 1 degré et de pixel 1 arcmin. Elles sont centrées sur la source. Pour intégrer le flux sur le lobe, on intègre sur des disques centrés en zéro et de rayon croissant. La figure 11.2 montre la carte moyenne de Jupiter pour les bolomètres à 143 GHz d'Archeops ainsi que le flux intégré en fonction du rayon. Le flux total de la source est mesuré à la valeur du plateau.

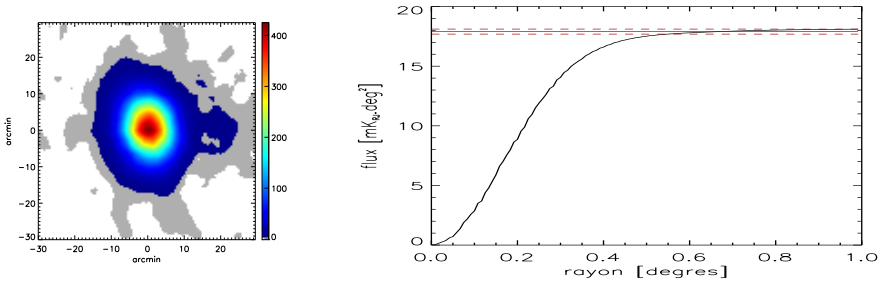


FIG. 11.2: **Photométrie d'ouverture** sur la carte de Jupiter d'Archeops à 143 GHz. *A gauche :* carte en T_{RJ} moyenne des bolomètres à 143 GHz. Le coté de la carte fait 1 degré, la taille des pixels est de 1 arcmin. *A droite :* intégration du flux en $mK_{RJ}.deg^2$ en fonction du rayon. La plateau (*trait rouge*) correspond au flux total de la source. L'erreur en pointillés correspond à la variation du flux entre 40 et 60 arcmin.

L'erreur σ_m sur la mesure du flux est relativement faible. Un majorant de cette erreur consiste à prendre la déviation du plateau par rapport à l'horizontale. Le rayon minimum est fixé à 40 arcmin pour être sûr de prendre en compte le lobe principal en entier. On trouve alors des erreurs de σ_m =1.5, 2.7, 3.5 et 6% à 143, 217, 353 et 545 GHz respectivement.

11.3 Température des sources

A partir des données étalonnées en température, on peut mesurer les températures des sources observées par Archeops. En particulier, nous avons étudié les sources Jupiter et Saturne.
Les données sont étalonnées à l'aide du dipôle pour les fréquences 143 et 217 GHz et grâce au profil galactique pour les données à 353 et 545 GHz. Les erreurs sur les coefficients d'étalonnage avec le dipôle sont de 4 et 8% à 143 et 217 GHz respectivement. Pour l'étalonnage galactique, les erreurs sont de l'ordre de 12 et 8% respectivement à 353 et 545 GHz. Ces erreurs correspondent à l'incertitude sur la valeur absolue des coefficients d'étalonnage.
Les différences de coefficient d'étalonnage entre détecteurs (intercalibration) sont nettement plus faibles. Pour les évaluer, on calcule, par fréquence, la dispersion des flux obtenus en unité Rayleigh-Jeans. Elle domine l'erreur intrinsèque de mesure du flux σ_m. On trouve σ_i = 5.6, 4.1, 0.7% pour Jupiter et σ_i = 5.7, 5.7 et 1.2% pour Saturne à 143, 217 et 353 GHz. Comme on ne dispose que d'une seule mesure à 545 GHz, l'erreur d'intercalibration ne peut pas être évaluée.
A partir des données étalonnées en température, on peut calculer le flux reçu et remonter à la température de la source. Les températures mesurées sont résumées dans le tableau 11.1. L'erreur totale sur la température de la source tient compte des erreurs d'intercalibration σ_i entre bolomètres et de mesure du flux σ_m.

Fréquence [GHz]	143	217	353	545
Jupiter [T_{RJ}]	165.06 $\pm$ 9.63	138.98 $\pm$ 5.94	159.19 $\pm$ 5.09	146.20 $\pm$ 3.07
Saturne [T_{RJ}]	159.74 $\pm$ 9.43	144.09 $\pm$ 5.57	178.58 $\pm$ 6.74	165.93 $\pm$ 3.41

TAB. 11.1: **Températures de Jupiter et Saturne mesurées par Archeops.** Les données sont étalonnées à partir du dipôle à 143 et 217 GHz et de la Galaxie à 353 et 545 GHz. Les erreurs sur l'étalonnage absolu (4, 8, 12 et 8%) ne sont pas prises en compte.

11.3.1 Jupiter

La figure 11.3 compare la mesure d'Archeops au spectre de Jupiter. Les points d'Archeops (en vert) sont comparés aux mesures du ballon MSAM1 [Goldin et al. 1997], à un modèle d'émission de Jupiter

[Moreno 1998] et aux points de WMAP [Page et al. 2003]. La figure montre un bon accord à 143, 353 et

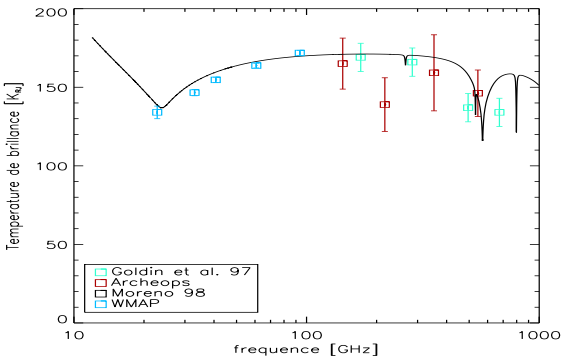


FIG. 11.3: **Spectre de la température de Jupiter.** Les points d'Archeops (*en rouge*) sont comparés aux points extraits de [Goldin et al. 1997] (*en vert*), à ceux de WMAP (*en bleu*) et à un spectre d'émission de Jupiter [Moreno 1998] (*en noir*).

545 GHz. En revanche, on trouve un écart significatif à 217 GHz (environ 2σ). Ce désaccord n'est pas dû à un bolomètre en particulier (la dispersion σ_i reste faible ce qui confirme que les valeurs de chaque bolomètre à cette fréquence sont relativement proches). Le manque de puissance sur le ciel a également été repéré dans les analyses CMB (cf. chapitre 16).

11.3.2 Saturne

La figure 11.4 compare les mesures d'Archeops et du ballon MSAM1 [Goldin et al. 1997] au modèle d'émission de Saturne [Moreno 1998]. La figure montre un bon accord à basse fréquence (143 et 217 GHz).

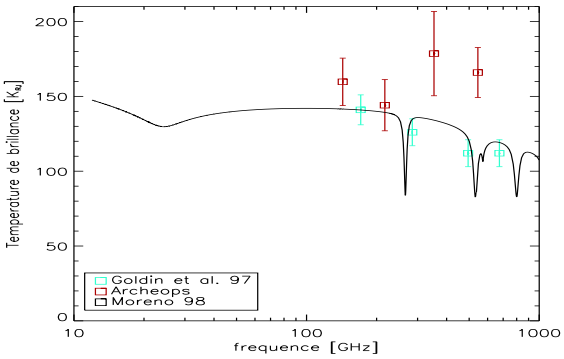


FIG. 11.4: **Spectre de la température de Saturne.** Les points d'Archeops (*en rouge*) sont comparés aux points extraits de [Goldin et al. 1997] (*en vert*) et à un spectre d'émission de Saturne [Moreno 1998] (*en noir*).

En revanche, on trouve un écart significatif à 353et 545 GHz (environ 2σ). Celui-ci pourrait être expliqué par l'orientation des anneaux au moment de l'observation qui peut faire varier la mesure de 10 à 15%, essentiellement à haute fréquence où l'émission des poussières domine.

11.3.3 Nébuleuse du Crabe

La figure 11.5 compare les mesures d'Archeops au modèle d'émission de la nébuleuse du Crabe [Bandiera et al. 2002]. Les points d'Archeops ne sont pas en accord avec le spectre BNC [Bandiera et al. 2002]. La différence correspond à un manque de puissance à hauteur de 120 Jy à toutes les fréquences. Une explication peut venir du fait que la nébuleuse est très diffuse et peut s'étendre sur quelques minutes d'arc. Or, la réalisation des

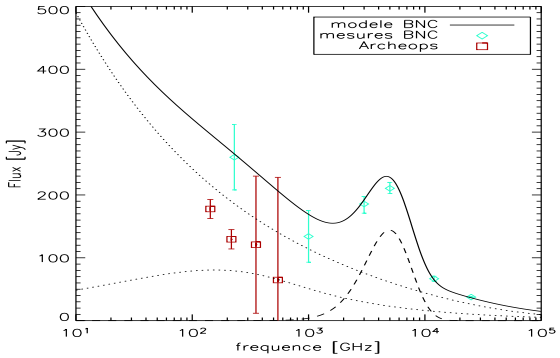


FIG. 11.5: **Spectre de la température de la nébuleuse du Crabe.** Les points d'Archeops (*en rouge*) sont comparés aux points extraits de [Bandiera et al. 2002] (BNC) (*en vert*) et au spectre d'émission estimé à partir de ces mesures (*en noir*). Le spectre est constitué de deux composantes synchrotrons (*en pointillés*) et d'un corps noir à la température de 48 K (*en tirets*).

cartes locales d'Archeops passe par la soustraction d'une ligne de base qui pourrait retirer une partie du signal lorsque celui-ci est étendu.

11.3.4 Conclusion

Malgré le manque de précision sur la valeur absolue de l'étalonnage (entre 4 et 12%), les mesures de flux sur les sources ponctuelles importantes vues par Archeops sont, à la plupart des fréquences, en bon accord avec la littérature. Les désaccords soulèvent néanmoins des questions sur la fiabilité de l'étalonnage de l'instrument, même en intercalibration.
Pour s'affranchir des erreurs d'étalonnage, on donne le rapport des températures entre Saturne et Jupiter. Sur Archeops, le rapport est de 1.04 ± 0.018, ce qui n'est pas compatible avec les valeurs de [Goldin et al. 1997] autour de 0.8 ± 0.01 à des fréquences voisines (tab. 11.2). Ceci semble indiquer que les erreurs d'étalonnage ne sont pas les seules responsables des différences observées sur le spectre de Jupiter et de Saturne. Une explication possible pourrait venir de la forte luminosité de Jupiter qui pourrait rendre la réponse des bolomètres non-linéraire. En effet, la température de Jupiter diluée par le lobe est de $\sim$0.5 K ce qui représente environ 10% de la température de fonctionnement du bolomètre ($\sim$5 K) et est suffisant pour sortir de la zone de fonctionnement linéaire du thermomètre.

Fréquence [GHz]	143	217	353	545
Archeops	0.97 $\pm$ 0.016	1.02$\pm$0.020	1.12$\pm$0.006	1.13

Fréquence [GHz]	171	285	495	675
Goldin et al.	0.833$\pm$0.012	0.758$\pm$0.010	0.818$\pm$0.012	0.840$\pm$0.012

TAB. 11.2: **Rapports $\mathbf{T_{Sat}/T_{Jup}}$** mesurés par Archeops (*en haut*) et publiés dans [Goldin et al. 1997] (*en bas*). Le rapport est indépendant de l'étalonnage absolu des expériences.

Les mesures de flux du Crabe présentent elles-aussi un désaccord avec la littérature. Les températures mesurées sont nettement inférieures aux modèles proposés par [Bandiera et al. 2002].
Les mesures des températures des sources ponctuelles avec Archeops ne permettent pas de mettre des contraintes sur les modèles de spectre d'émission. Néanmoins, le temps moyen d'intégration par déctecteur sur les sources ponctuelles avec Archeops n'est que de 0.2 s. Dans le cadre d'une expérience de mesure du CMB embarquée en ballon, les flux mesurés par Archeops sont donc satisfaisants. En revanche, Planck devrait observer les sources ponctuelles au minimum pendant 7 s par bolomètres et la stratégie de balayage pourrait être modifiée afin d'augmenter encore le temps d'intégration sur les planètes. Ajouté à la précision de l'étalonnage, ceci devrait lui permettre de fournir des mesures beaucoup plus précises des flux.

11.4 Etalonnage

Si on suppose connu le spectre d'émission des sources (à 10% près), on peut déduire le coefficient d'étalonnage à partir de la mesure du flux pour chaque détecteur. Compte-tenu des incertitudes sur la valeur de la température de Jupiter et de Saturne, cette méthode d'étalonnage n'a pas été retenue dans le cas d'Archeops. On lui a préféré l'étalonnage à partir du dipôle cosmologique (pour les études CMB à basse fréquence) ou l'étalonnage galactique (basé sur une extrapolation aux fréquences d'Archeops des cartes IRAS avec le spectre FIRAS [Schlegel et al. 1998]).

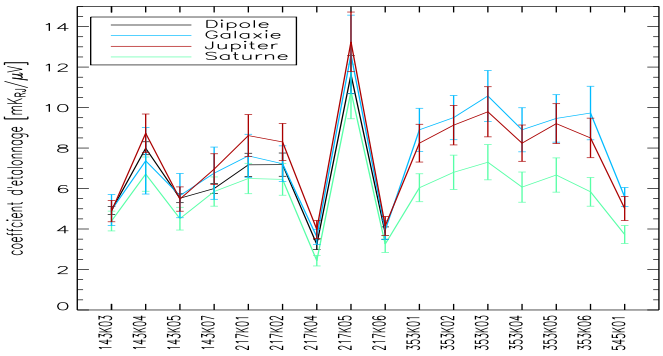


FIG. 11.6: **Coefficient d'étalonnage pour les bolomètres d'Archeops.** Toutes les sources d'étalonnage sont superposées : le dipôle cosmologique (*en noir*), la Galaxie (*en bleu*), Jupiter (*en rouge*) et Saturne (*en vert*). Les barres d'erreurs tiennent compte des erreurs de mesure et des erreurs absolues.

Néanmoins, les différentes sources d'étalonnage montrent la cohérence des mesures compte-tenu des barres d'erreurs qui tiennent compte à la fois des erreurs de mesure et des erreurs absolues (fig. 11.6). En particulier, l'intercalibration entre bolomètres est compatible entre les différentes méthodes. La réponse des bolomètres d'Archeops est comparable et comprise entre 4 et 10 $\mathrm{mK}_{RJ}/\mu\mathrm{V}$. Seule la réponse du détecteur 217K05 est moins bonne puisque son coefficient atteint $\sim$12 $\mathrm{mK}_{RJ}/\mu\mathrm{V}$
Les données CMB sont étalonnées directement à partir du dipôle pour s'affranchir des effets liés aux extrapolations en fréquence. Quant aux hautes fréquences, l'étalonnage est réalisé à partir de la Galaxie afin d'obtenir des cartes compatibles avec le spectre FIRAS. Les erreurs absolues sur le niveau des coefficients d'étalonnage sont résumées dans le tableau 11.3.

Fréquence [GHz]	143	217	353	545
Dipole	4	8	-	-
Galaxie	19	12	12	8
Jupiter	11	12	12	12
Saturne	12	12	12	12

TAB. 11.3: **Erreurs en pour-cent sur les coefficients d'étalonnage** pour les différentes méthodes. Les erreurs tiennent compte des erreurs de mesure et des erreurs systématiques.

Une note interne présente le catalogue de sources ponctuelles détectées par Archeops. Les différentes méthodes d'étalonnage utilisées pour Archeops sont également dans [Macías-Pérez et al. 2005].

Chapitre 12

Projection et couverture du ciel

Après le traitement en temps, les données CMB sont projetées sur des cartes pour permettre les décorrélations spatiales et l'estimation du spectre de puissance. Le passage de l'espace en temps à l'espace des cartes est délicat. Les algorithmes de projection font des hypothèses fortes sur les caractéristiques de bruit (stationnarité et gaussianité). Pour répondre à ces critères, dans certains cas les données ont besoin d'être filtrées pour éviter les stries sur les cartes. Dans le cas d'Archeops, l'inhomogénéité de la couverture ne facilite pas cette étape.

12.1 Projection des données

Une fois nettoyées, les données en temps doivent être projetées sur une carte du ciel pixelisée. Pour chaque détecteur, le pointage permet de construire un vecteur qui donne le pixel correspondant à la direction observée en fonction du temps.

12.1.1 pixelisation

La pixelisation utilisée est HEALPix [Gorski et al. 1999]. Elle est basée sur une décomposition du ciel en 12 parties de même aire. Chacun de ces pixels est ensuite divisé par une puissance de 2 notée N_{side}. Le nombre total de pixels est donc $n_{pix} = 12 \times N_{side}^2$. Chaque pixel ayant quasiment la même aire, la taille des pixels est de $\theta_{pix} = \sqrt{4\pi/n_{pix}}$ de côté. Le tableau 12.1 donne la correspondance entre le paramètre N_{side}, le nombre de pixels et leur taille.

N_{side}	16	32	64	128	256	512	1024	2048	4096
n_{pix}	3072	12288	49152	196608	786432	3145728	12582912	50331648	201326592
θ_{pix} [arcmin]	219.87	109.94	54.97	27.48	13.74	6.87	3.44	1.72	0.86

TAB. 12.1: **Nombre et taille des pixels HEALPix** en fonction du paramètre N_{side}.

La résolution d'une carte est liée à l'échantillonnage du lobe qui doit satisfaire au théorème de Shannon ($0.5\lambda/D$, à comparer à la tache d'Airy $1.2\lambda/D$). Sur Archeops, la résolution est limitée par la redondance qui ne permet pas d'échantillonner correctement les lobes. En effet à la résolution de $N_{side} = 512$, la plupart des pixels de la couverture ne contiennent qu'une seule mesure. En revanche, la redondance de Planck permettra de travailler avec des résolutions inférieures à 2 arcmin ($N_{side} = 2048$) et ainsi d'échantillonner correctement les lobes (de 5 arcmin).

12.1.2 projection

méthode simple par coaddition

La méthode la plus simple pour projeter les données sur un carte est appelée "coaddition". A partir du pointage donnant la position sur le ciel en fonction du temps, on associe à chaque point des données en temps d_t, un pixel sur le ciel. Les données tombant dans le même pixel sont moyennées. Cette opération revient à un changement de base dont la matrice est la matrice de pointage A_{pt} associant un pixel p à un temps t. Les données d_p dans l'espace des cartes s'écrivent alors

$$d_p = \left(A^\dagger A\right)^{-1} A^\dagger_{tp} d_t \tag{12.1}$$

Lorsque le bruit est blanc et de variance constante dans l'espace des cartes, cette méthode donne une carte optimale en terme de rapport signal-sur-bruit. En revanche, lorsque le bruit présente des caractéristiques plus complexes (comme c'est le cas en général pour les données CMB), les effets sur la carte peuvent être importants.

méthode optimale par maximisation de la fonction de vraisemblance

Les méthodes de maximisation de la fonction de vraisemblance prennent en compte les caractéristiques du bruit. Les traitements sur les données ordonnées en temps visent à rendre le bruit le plus proche possible d'un bruit gaussien stationnaire avec une composante en $1/f$. Dans ces conditions, la matrice de corrélation du bruit $N_{tt'}$ est connue et la réalisation de la carte d_p maximise la fonction de vraisemblance

$$\mathcal{L}(d_p) = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(d_t - A_{tp}d_p\right)^\dagger N^{-1}_{tt'}\left(d_{t'} - A_{t'p'}d_{p'}\right)\right] \tag{12.2}$$

dont la solution s'écrit

$$d_p = \left(A^\dagger_{tp} N^{-1}_{tt'} A_{t'p'}\right)^{-1} A^\dagger_{t'p'} N^{-1}_{tt'} d_t \tag{12.3}$$

Lorsque le bruit présente des caractéristiques plus complexes, il faut estimer la matrice de corrélation du bruit $N_{tt'} = \langle n_t, n^*_{t'}\rangle$. En première approximation, on utilise généralement une estimée du bruit en retranchant aux données brutes des données projetées puis dé-projetées sans tenir compte du bruit $n_t \simeq d_t - A^{-1}_{tp}(A_{tp}d_t)$. On peut ensuite affiner l'estimation en faisant intervenir les spectres de Fourier du bruit et en itérant.
On utilise alors les propriétés statistiques du bruit pour résoudre l'équation (eq. 12.3) en maximisant la fonction de vraisemblance

$$\mathcal{L}(d_p) = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(d_t - A_{tp}d_p\right)^\dagger N^{-1}_{tt'}\left(d_{t'} - A_{t'p'}d_{p'}\right) + Tr\left(\ln(A^\dagger_{tp} N^{-1}_{tt'} A_{t'p'})\right)\right] \tag{12.4}$$

Dans le cadre d'Archeops, deux méthodes de maximisation de vraisemblance ont été développées : MAP-CUMBA [Doré et al. 2001] et MIRAGE [Yvon & Mayet 2005].

12.1.3 filtrage

Pour des détecteurs sensibles dont la fréquence de coupure du bruit en $1/f$ est suffisamment basse et les constantes de temps petites, le bruit peut être considéré comme blanc et on ne filtre pas les données (c'est le cas de WMAP).
Dans le cas d'Archeops, un filtre passe-bande (fig. 12.1) est appliqué aux données pour supprimer :

- à basse fréquence, les résidus de contamination par les émissions galactiques et atmosphériques
- à haute fréquence, la remontée du bruit à cause de la déconvolution des constantes de temps et résidus de pics vers 45 Hz

Le filtrage introduit des rebonds dans le sens de balayage autour des sources lumineuses, en particulier les avant-plans galactiques qui se répercutent sur les harmoniques de la fréquence de rotation après la coupure du passe-haut. Pour éviter les problèmes liés au filtrage, on enlève, avant de filtrer, une estimation de la

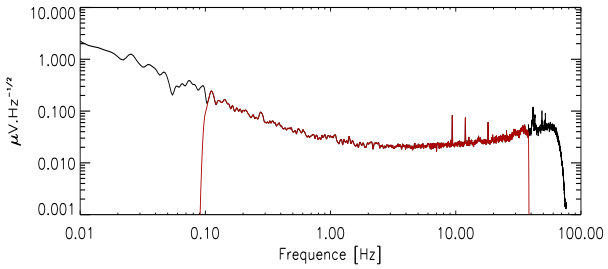


FIG. 12.1: **Spectres avant et après filtrage par le passe-bande de type Butterworth utilisé par MIRAGE**. La valeur des fréquences de coupure sont 0.1 et 38 Hz. Le passe-haut permet de supprimer les résidus de contamination par les émissions galactiques et atmosphériques. Le passe-bas permet de couper la remontée du bruit à cause de la déconvolution des constantes de temps ainsi que les pics vers 45 Hz.

Galaxie que l'on réintroduit ensuite. A cause du bruit basse fréquence important, l'estimation de la Galaxie est difficile. Par conséquent, on procède itérativement.

A partir de l'estimation des spectres de puissance angulaire, on a pu tester l'effet de différentes valeurs des fréquences de coupure utilisées pour le CMB (voir également chapitre 16). Les valeurs choisies pour les cartes CMB sont de 0.1 Hz et 38 Hz. Pour les cartes galactiques, la fréquence de coupure du passe-haut est descendue à 0.06 Hz de manière à conserver l'émission de la Galaxie.

12.1.4 destriage

Le bruit basse-fréquence se projette sur les cartes sous la forme de stries. Le principe du destriage consiste à soustraire un modèle de dérive minimisant les stries sur la carte. Pour tenir compte des limitations en temps et en fréquence, le modèle $d(t)$ est développé sur une base d'atomes de Gabor $G_k(t)$ [Carmona et al. 1998]

$$d(t) = \sum_k c_k G_k(t) \tag{12.5}$$

Les coefficients c_k sont obtenus à partir d'un critère de minimisation de fonction de vraisemblance $\mathcal{L}$ rendant compte du degré de strie. Cette fonction peut prendre différentes formes [Ganga 1994, Bourrachot 2004], en particulier

– minimisation de la variance par pixel

$$\mathcal{M} = \sum_p \left[\frac{1}{\sigma_p^2 N_p} \sum_{i=0}^{N_p} ((b_i - d_i) - \langle b_i - d_i \rangle) \right] \tag{12.6}$$

où les b_i (d_i) sont l'ensemble des points des données (resp. du modèle de dérive) se projetant dans le pixel p. Pour Archeops, cet estimateur reproduit bien les dérives à grande échelle mais est limité par le manque de redondance lié à la stratégie de balayage.

– minimisation de la variance perpendiculaire à la direction de balayage
Dans ce cas, le critère agit dans l'espace en temps, évitant ainsi les problèmes de manque de redondance

$$\mathcal{M} = \sum_t \frac{\sigma_\perp^2(t)}{\sigma_\parallel^2(t)} \tag{12.7}$$

où $\sigma_\parallel^2(t)$ est la variance le long de la direction de balayage et $\sigma_\perp^2(t)$ le long de la direction perpendiculaire.

Cette dernière méthode, appliquée sur Archeops, a permis de réduire significativement les stries sur les cartes des canaux CMB (143 et 217 GHz). Les canaux à plus haute fréquence, où les émissions d'avant-plans sont plus intenses, présentent encore des stries résiduelles. L'estimation de la fonction de transfert du destriage montre que la procédure soustrait moins de 5% du signal.

12.2 Couverture du ciel

La stratégie de balayage d'Archeops a été conçue pour couvrir une large partie du ciel pendant le vol, au détriment de la redondance. Pour le vol KS3, la couverture d'Archeops représente $\sim$30% avec une redondance de 20 à 60 points par degré carré. Un tiers de cette zone est couvert avec une redondance plus importante de l'ordre de 75 points par degré carré (fig. 12.2). De plus, la forme des cercles sur le ciel donne une grande inhomogénéité dans le nombre de points par pixel. En effet, les bords de la couverture sont couverts jusqu'à 60 fois plus que la plus grande majorité des pixels. Or pour calculer les spectres de puissance angulaire, on utilise une pondération des pixels en fonction de leur rapport signal-sur-bruit, c'est-à-dire du nombre de points par pixel (la sensibilité instantanée étant supposée constante pendant le vol). Il en résulte que les spectres sont dominés par la mesure sur les points alignés, au bord de la couverture.

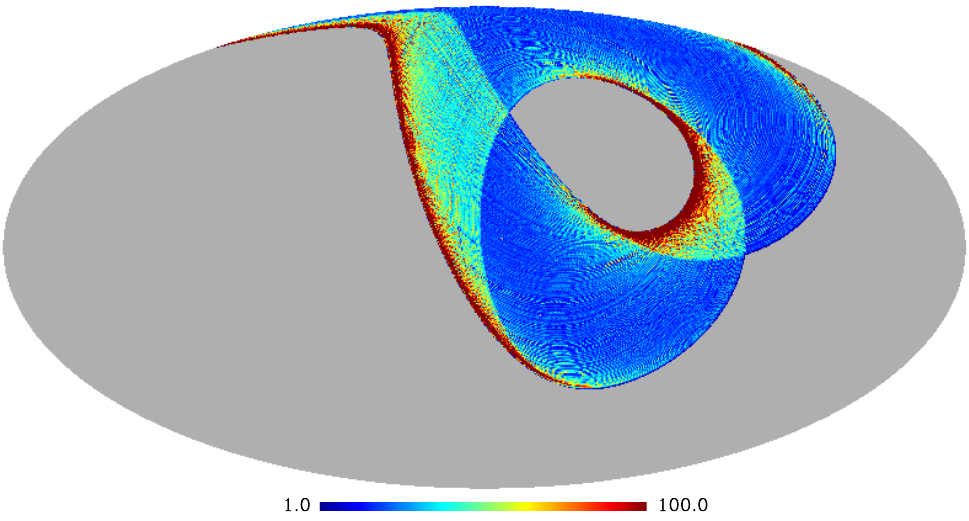


FIG. 12.2: **Carte de la couverture d'Archeops en nombre de points par pixel** à la résolution de $N_{side} = 512$. La couverture est de 30%. L'échelle de couleur s'arrête à 100 mais le maximum de la carte se situe à 591 points par pixel. On distingue nettement les deux zones où la redondance est plus importante (*en bleu clair*) et les bords de la couverture extrêmement redondants.

La redondance sur le ciel est le facteur essentiel de la réduction du signal-sur-bruit pour des expériences comme Planck ou WMAP. Pour des sensibilités comparables, une couverture satellite comme Planck permet de gagner un facteur 1000 sur la variance du signal sur des cartes à la même résolution par rapport à Archeops. De plus, la couverture de Planck sera beaucoup plus homogène (fig. 12.3). Des études sont encore en cours pour tenter de limiter la concentration importante de points au niveau des pôles (par exemple en changeant légèrement la trajectoire de l'axe de rotation entre chaque *ring*).

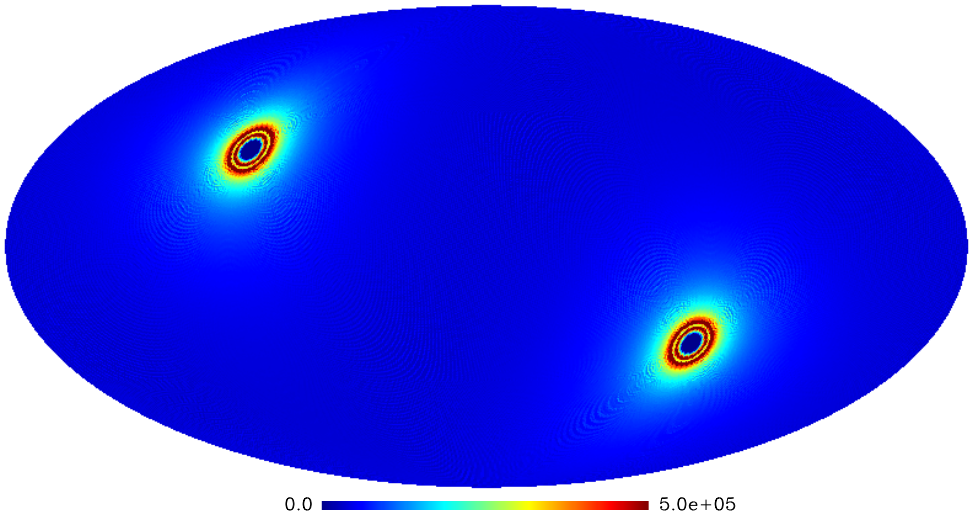


FIG. 12.3: **Carte de la couverture de Planck en nombre de points par pixel** à la résolution de $N_{side} = 512$, pour un *survey* (7 mois) avec la stratégie de balayage nominale. La couverture est de 99.9%.

12.3 Cartes d'Archeops

12.3.1 cartes galactiques

Les cartes galactiques d'Archeops ont été réalisées par une méthode de coaddition avec un filtrage passe-bande à $[0.06, 38]$ Hz des données ordonnées en temps.
La figure 12.4 présente les cartes aux 4 fréquences d'Archeops, centrées sur l'anti-centre galactique. On peut voir l'évolution de l'émission galactique en fonction de la fréquence (proportionnelle à ν^2). On distingue également les stries résiduelles à 545 GHz.

12.3.2 décorrélation spatiale

Pour étudier les anisotropies du CMB, les cartes doivent être nettoyées des émissions d'avant-plans. Les cartes d'Archeops à 143 et 217 GHz sont contaminées par deux effets principaux :

- **résidus atmosphériques provenant de l'inhomogénéité de l'émission de l'ozone.**
  Cette composante est visible principalement à basse fréquence (inférieure à 2 Hz) dans les données ordonnées en temps. Elle suit approximativement une loi d'émission en ν^2 en température d'antenne. C'est pourquoi les canaux à haute fréquence d'Archeops (353 et 545 GHz) sont plus sensibles à cette contamination.

- **émission des poussières galactiques.**
  Cette composante contamine les données CMB même aux latitudes galactiques intermédiaires. Elle présente un spectre d'émission sous la forme d'un corps noir à 17 K avec une émissivité proche de 2. Là encore, les canaux à haute fréquence d'Archeops y sont plus sensibles. On utilise également un modèle de poussière basé sur les observations de IRAS extrapolées aux fréquences d'Archeops en utilisant le modèle d'émission en $\nu^\beta B_\nu(T)$ de FIRAS [Schlegel et al. 1998, Finkbeiner et al. 1999].

Pour enlever à la fois les résidus des émissions atmosphérique et galactique, on décorrèle les données ordonnées en temps d'une combinaison linéaire des canaux à haute fréquence d'Archeops (353 et 545 GHz)

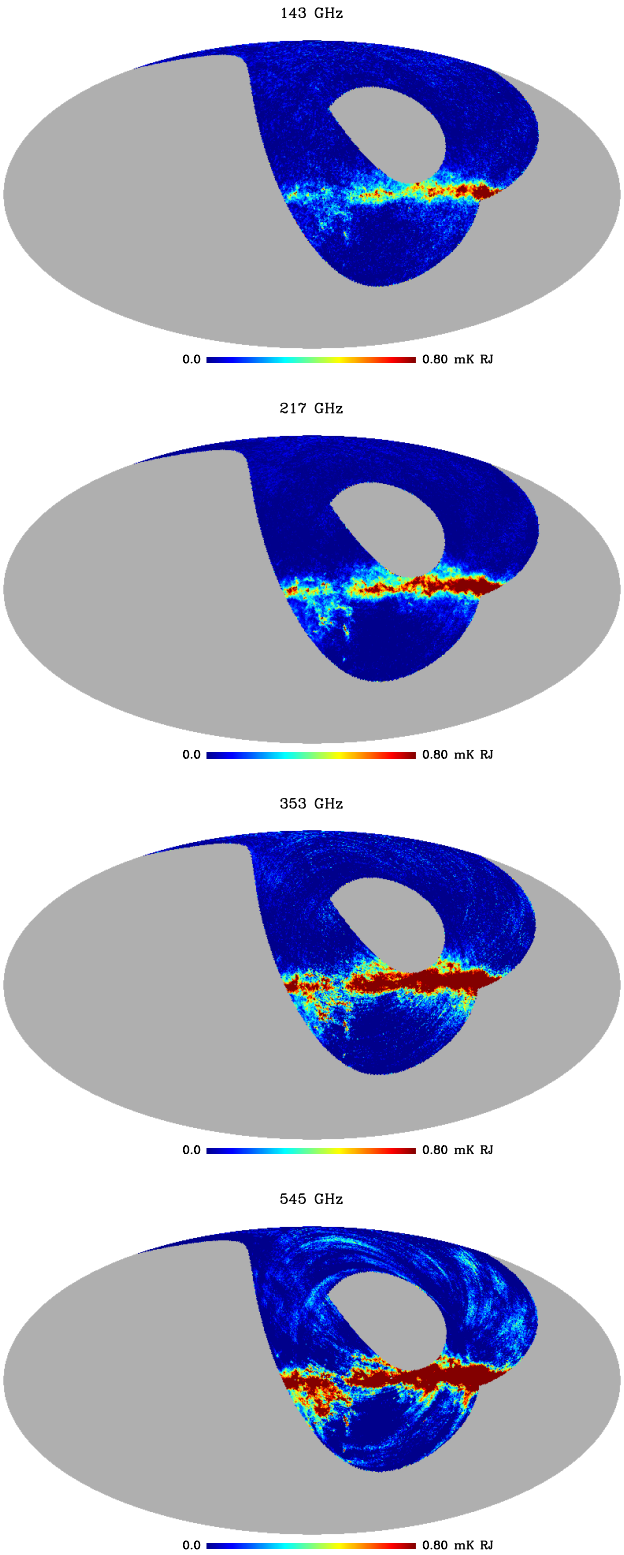


FIG. 12.4: **Cartes d'Archeops** aux 4 fréquences 143, 217, 353 et 545 GHz à la résolution de $N_{side} = 128$. Les échelles sont identiques.

et du modèle de poussière.
Comme la décorrélation n'est pas parfaite là où les émissions d'avant-plans sont très intenses (plan galactique), un masque galactique est appliqué sur les cartes avant l'estimation du spectre de puissance afin de cacher les résidus.

12.3.3 Cartes CMB d'Archeops

Après nettoyage des systématiques et des avant-plans dans les données, nous avons réalisé les cartes de CMB à partir desquelles on pourra estimer le spectre de puissance.
Deux méthodes ont été développées dans le cadre d'Archeops et en prévision de Planck : MAPCUMBA [Doré et al. 2001] et MIRAGE [Yvon & Mayet 2005]. MAPCUMBA est dores-et-déjà implémenté dans le cadre de Planck-HFI. Les derniers résultats d'Archeops [Tristram et al. 2005b] ont, quant à eux, été réalisés avec MIRAGE. Les cartes sont construites pour chaque détecteur et sont accompagnées de la carte de couverture donnant le nombre de points par pixel. Les données ont été filtrées à $[0.1, 38]$ Hz. Des tests ont été effectués afin de réduire la fréquence de coupure du passe-haut jusqu'à la fréquence de rotation $f_{spin} = 0.03$ Hz. Les résultats montrent la présence de résidus galactiques à basse fréquence sur les harmoniques de la fréquence de rotation qui imposent une coupure minimum à 0.1 Hz pour les études CMB.

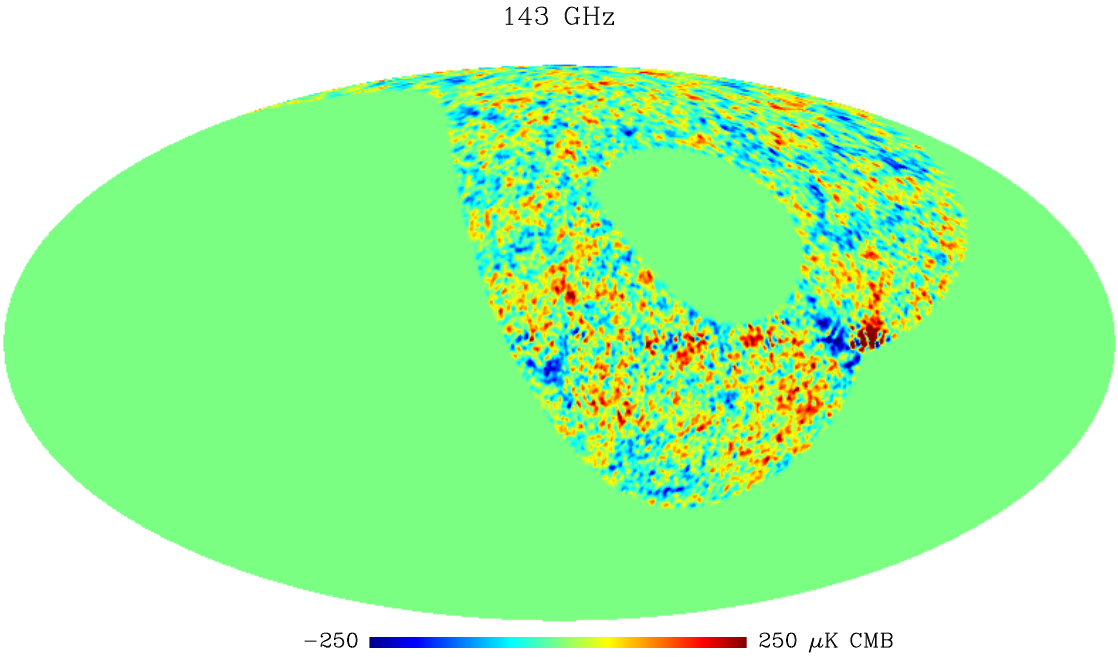


FIG. 12.5: **Carte des anisotropies d'Archeops à 143 GHz** à la résolution de $N_{side} = 256$ et lissée par une gaussienne de 1 degré. La carte est la combinaison des 4 bolomètres les plus sensibles à cette fréquence.

Les figures (12.5) et (12.6) présentent les cartes des anisotropies du CMB d'Archeops à 143 GHz et 217 GHz. Les cartes des 6 détecteurs utilisés pour les études CMB (4 à 143 et 2 à 217 GHz) sont en annexe B.
La décorrelation a permis de retirer une grosse partie de l'émission dans le plan galactique. Néanmoins, la carte à 143 GHz présente encore des résidus dans la zone du Cygne (à droite du plan galactique). La carte à 217 GHz montre des résidus plus importants concentrés dans le plan et dans la région du Taureau (dans l'hémisphère Sud). On distingue également des stries résiduelles, essentiellement situées dans l'hémisphère sud.
L'amplitude de ces résidus dans les spectres de puissance a été estimée grâce à la corrélation avec les données à plus haute fréquence où l'émission des poussières domine (cf. chapitre 16). La comparaison

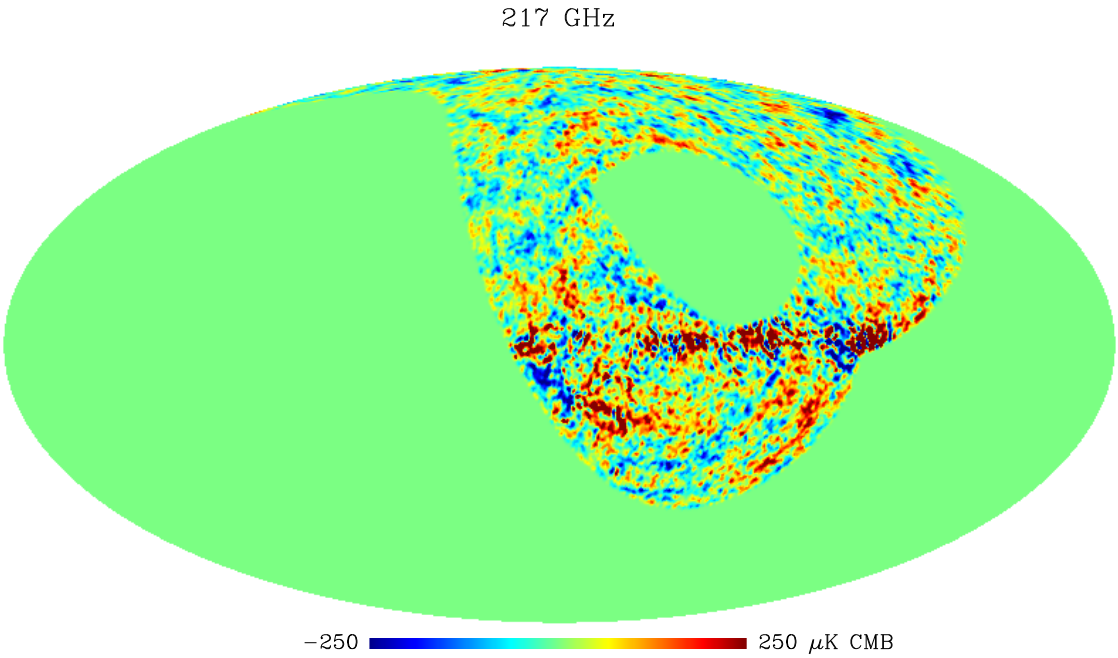


FIG. 12.6: **Carte des anisotropies d'Archeops à 217 GHz** à la résolution de $N_{side} = 256$ et lissée par une gaussienne de 1 degré. La carte est la combinaison des 2 bolomètres les plus sensibles à cette fréquence.

avec les cartes CMB de WMAP (cf. chapitre 19) a également permis d'identifier des résidus d'émission atmosphérique sous la forme de nuages.

Les cartes d'Archeops seront publiées dans [Macías-Pérez et al. 2005]. Les procédures de projection sont décrites dans [Yvon & Mayet 2005] (MIRAGE) et [Doré et al. 2001] (MapCumba). La méthode de déstriage est détaillée dans la thèse d'Alexandre Bourrachot [Bourrachot 2004].

Cinquième partie

Estimation du spectre de puissance angulaire

Chapitre 13

Méthodes d'estimation du spectre de puissance angulaire

Les spectres de puissance angulaire caractérisent les propriétés statistiques des cartes du ciel observées. Il existe plusieurs méthodes faisant appel à différents estimateurs pour évaluer les C_ℓ aussi bien en température qu'en polarisation.

La mesure du spectre de puissance angulaire des anisotropies du CMB est devenue l'un des outils les plus importants de la cosmologie moderne. Tant qu'elles restent dans un régime linéaire, les fluctuations prédites par la plupart des modèle inflationnaires [Hu et al. 1997, Linde et al. 1999, Liddle & Lyth 2000] donnent lieu à des anisotropies gaussiennes. Dans ce cas, les spectres de puissance angulaire en température et en polarisation traduisent toute l'information cosmologique contenue dans le CMB. Les paramètres cosmologiques ainsi que d'autres quantités physiques utiles pour les études de l'Univers primordial peuvent être extraits de ces spectres.

Depuis quelques années, les données CMB ont considérablement augmenté en terme de qualité comme de quantité. En parallèle, des méthodes de plus en plus rapides ont été développées dans le but d'estimer le spectre de puissance angulaire. Ceci a permis de confronter prédictions théoriques et observations de façon rapide et précise en utilisant des méthodes statistiques puissantes. De plus, d'énormes efforts ont été entrepris afin de rendre l'estimation des C_ℓ à partir des cartes du ciel plus simple, ceci dans l'espoir de pouvoir traiter des données de plus en plus précises, complexes et nombreuses, en un temps d'exécution raisonnable.

Mis à part des méthodes très spécifiques (comme les estimations de spectre à partir des cercles formés par la stratégie de balayage de Planck [van Leeuwen et al. 2002, Challinor et al. 2002, Ansari et al. 2003]), la plupart des estimateurs de spectre de puissance du CMB peuvent être regroupés en deux catégories : les estimateurs utilisant la maximisation de vraisemblance (méthode statistique bayésienne) et les estimateurs *pseudo-*C_ℓ (méthode statistique fréquentiste) [Efstathiou 2004].

13.1 Méthodes de maximum de vraisemblance

Les méthodes de maximum de vraisemblance (ou *maximum-likelihood*) sont basées sur la maximisation d'une fonction de vraisemblance quadratique. Elles estiment le spectre angulaire à partir de la fonction de corrélation angulaire des données M [Bond et al. 1998, Tegmark 1997, Borrill 1999a] en maximisant la probabilité des C_ℓ connaissant la carte de température T :

$$\mathcal{P}(C_\ell|T) \propto \exp\left[-\frac{1}{2}\left(T^T M^{-1} T + Tr(\ln M)\right)\right] \tag{13.1}$$

La matrice de corrélation entre pixels des données M inclut la corrélation du signal S et du bruit N : $M_{pp'} = S_{pp'} + N_{pp'}$. La matrice de corrélation du signal s'écrit en fonction des C_ℓ

$$S_{pp'} = \sum_\ell \frac{2\ell+1}{4\pi} B_\ell^2 C_\ell P_\ell \left(\cos\theta_{pp'}\right) \tag{13.2}$$

avec $\theta_{pp'}$ l'angle sur la sphère entre les pixels p et p'.
Les barres d'erreur sont généralement estimées directement à partir de la fonction de vraisemblance qui est échantillonnée sur la totalité des multipôles ou bien approximée par une forme quadratique.
Pour traiter une couverture du ciel inhomogène, la méthode impose une complexité en $\mathcal{O}\left(N_{pix}^3\right)$ où N_{pix} est le nombre de pixels de la carte. C'est pourquoi ces méthodes sont extrêmement coûteuses en temps de calcul pour des jeux de données importants comme WMAP. Elles ne sont donc probablement pas bien adaptées aux futures missions satellites comme Planck [Borrill 1999b] qui fournira des cartes à la résolution d'au moins $N_{side} = 2048$ correspondant à $N_{pix} = 5 \times 10^7$ pixels.
La généralisation de cette méthode à la polarisation est réalisée dans [Tegmark & de Oliveira-Costa 2001].

13.2 Méthodes de *pseudo-*C_ℓ

Contrairement aux méthodes de maximum de vraisemblance, les méthodes de *pseudo-*C_ℓ calculent le spectre de puissance angulaire directement à partir des données. Ensuite, elles corrigent des effets de couverture inhomogène, de convolution par le lobe, de filtrage, de pixelisation et de bruit. La première description de cette méthode date de 1973 [Peebles 1973] et fut appliquée à l'estimation du spectre des amas de galaxies [Peebles & Hauser 1974]. Plus récemment, plusieurs approches ont été développées, parmi lesquelles :

- SPICE [Szapudi et al. 2001] et son extension à la polarisation [Chon et al. 2004]
  Cette approche calcule dans l'espace réel la fonction de corrélation pour corriger l'effet de la couverture inhomogène. Elle dérive ensuite le spectre de puissance dans l'espace des harmoniques sphériques.
- MASTER [Wandelt et al. 2001, Hivon et al. 2002]
  Dans ce cas, la méthode calcule le spectre de puissance angulaire directement sur les cartes du ciel avant de corriger l'effet de la couverture inhomogène dans l'espace des harmoniques sphériques. L'extension à la polarisation est donnée dans [Hansen & Górski 2003].

L'avantage de ces estimateurs est qu'ils utilisent des méthodes de transformation en harmoniques sphériques rapides en $\mathcal{O}\left(N_{pix}^{3/2}\right)$ [Gorski et al. 1999]. Ceux-ci réclament cependant une connaissance poussée de l'instrument (effets de lobe, du filtrage) ainsi que du bruit dans les cartes. En effet, ces estimateurs sont biaisés par le bruit puisqu'ils sont issus des auto-spectres (correspondant à l'auto-corrélation dans l'espace des harmoniques sphériques) de chaque détecteur. Le spectre du bruit est généralement estimé à partir du spectre de Fourier du bruit dans les données ordonnées en temps. En utilisant un grand nombre de simulations Monte-Carlo projetant le bruit sur des cartes, le spectre angulaire du bruit est estimé puis soustrait au spectre de puissance des données. Les simulations Monte-Carlo sont également utilisées afin d'estimer les barres d'erreur en calculant la variance des C_ℓ sur les spectres obtenus à partir des simulations.

13.3 Spectres croisés

De façon générale, les spectres croisés permettent de donner les corrélations entre des cartes du ciel provenant d'un même instrument aussi bien que d'instruments différents. De la même manière que pour les méthodes de *pseudo-*C_ℓ, les spectres croisés sont ensuite corrigés des effets liés à la couverture du ciel, au lobe, au filtrage et à la pixelisation. En supposant que les bruits de deux cartes différentes ne sont pas corrélés, chaque spectre croisé est alors un estimateur non-biaisé du C_ℓ et les barres d'erreur pour chaque spectre croisé peuvent être calculées analytiquement. Les spectres croisés sont ensuite combinés à l'aide de l'approximation gaussienne d'une fonction de vraisemblance. Cette méthode a servi à estimer le spectre de puissance angulaire de la mission WMAP [Hinshaw et al. 2003].

Ce genre de méthode est particulièrement intéressant dans le cadre des matrices de bolomètres. En effet, les expériences de CMB s'orientent vers l'utilisation de matrices contenant des milliers voir des dizaines de milliers de détecteurs. Le traitement du bruit par simulation pour chaque détecteur ne sera bientôt plus envisageable. On aura alors besoin de méthodes très rapides permettant de calculer un spectre à partir d'un nombre important de détecteurs.

Dans le cadre de l'analyse des données d'Archeops et en vue de celles de Planck, nous avons développé une méthode, XSPECT [Tristram et al. 2005a], basée sur le croisement des spectres entre différents détecteurs. L'idée était d'obtenir un estimateur rapide et précis du spectre de puissance angulaire ainsi que de ses barres d'erreur sans avoir recours aux simulations Monte-Carlo.

13.4 Méthode d'estimation à partir des spectres de Fourier Γ_m

Une approche plus particulière consiste à tirer profit de la stratégie de balayage de Planck qui forme des cercles sur le ciel. Cette méthode est basée sur la mesure des fluctuations de température à une seule dimension sur les *rings* [Ansari et al. 2003, Plaszczynski & Couchot 2003].
La méthode calcule le spectre de Fourier Γ_m sur un cercle de colatitude θ. Le lien avec le spectre de puissance C_ℓ est alors donné par la relation [Delabrouille et al. 1998]

$$\Gamma_m(\theta) = \sum_{\ell=|m|}^{\infty} C_\ell T_\ell B_\ell^2 (\mathcal{P})_{\ell m}^2(\theta) \tag{13.3}$$

où T_ℓ est la fonction de transfert du filtrage, B_ℓ est la fonction de transfert du lobe et $(\mathcal{P})_{\ell m}$ sont les polynômes de Legendre.
Comme sur Planck chaque *ring* est couvert $\sim$60 fois, en utilisant les différents passages 2 par 2, on peut estimer le bruit $N_r(\theta)$ et le signal $S_r(\theta)$ comme leur demi-différence et leur demi-somme. Une fois l'estimation réalisée pour chaque *ring*, deux méthodes sont proposées pour combiner S et N. La première consiste à moyenner les spectres de Fourier sur tous les *rings*. Le Γ_m est alors simplement donné par la différence des deux spectres. La seconde calcule la moyenne de la fonction d'auto-corrélation pour chaque paire dont le spectre de Fourier permet d'obtenir le Γ_m.
Le bruit étant directement estimé à partir des données, aucune simulation n'est nécessaire. Cette méthode permet de tester des effets systématiques différents puisqu'elle utilise uniquement les données ordonnées en temps sans avoir besoin de les projeter sur des cartes. Elle a pu être appliquée dans le cas d'Archeops puisque la stratégie de balayage forme quasiment des cercles sur le ciel.

13.5 Séparation de composantes

Les méthodes de séparation de composantes utilisent les différences de comportement spectral pour séparer les composantes du ciel. Elles mettent en œuvre différents canaux en fréquence. Le ciel observé est modélisé par une combinaison linéaire des composantes recherchées auxquelles s'ajoute le bruit. Dans l'espace des harmoniques sphériques, ceci se traduit par

$$x_{\ell m}^d = A_{dc}\, s_{\ell m}^c + n_{\ell m}^d \tag{13.4}$$

où les données $x_{\ell m}^d$ sont décomposées en harmoniques sphériques par détecteur d. La matrice de mélange A_{dc} décrit les amplitudes des composantes c pour chaque détecteur d. $s_{\ell m}^c$ et $n_{\ell m}^d$ représentent les spectres des composantes et du bruit. Les coefficients de la matrice de mélange A sont liés au spectre électromagnétique de chacune des composantes et à la calibration relative entre détecteurs.
Une solution simple est donnée par la méthode bayésienne du maximum de vraisemblance. Elle tient compte du bruit, supposé stationnaire et de statistique gaussienne, à travers sa matrice d'auto-corrélation N. La solution $\tilde{s}$ s'écrit alors

$$\tilde{s} = \left(A^t N^{-1} A\right)^{-1} A^t N^{-1} y \tag{13.5}$$

Des estimateurs plus élaborés ont été développés dans le but de tenir compte d'*a priori* sur les composantes :

– **solution de Wiener** [Bouchet & Gispert 1999, Bouchet et al. 1999]. Elle suppose que les composantes astrophysiques sur le ciel sont gaussiennes et stationnaires de spectres connus (A et N connus, S gaussien). La fonction de vraisemblance inclut alors un terme faisant intervenir la corrélation de s dans l'espace des harmoniques sphériques.

– **maximum d'entropie** [Hobson & Lasenby 1998]. Contrairement à la solution de Wiener, elle n'impose pas la gaussianité des composantes (A et N connus). Les *a priori* sur les composantes sont pris en compte à travers un terme supplémentaire dans la fonction de vraisemblance faisant intervenir l'entropie du système.

– **analyse des composantes indépendantes (ICA)** [Maino et al. 2002, Baccigalupi et al. 2004]. Ces méthodes n'utilisent aucun *a priori* sur les composantes à estimer (A, N inconnues). Pour cela, elles estiment les déviations par rapport à un modèle de composantes gaussiennes indépendantes identiquement distribuées. Ces différences peuvent se traduire par des effets non-gaussiens, non-stationnaires ou de dépendance spectrale [Delabrouille et al. 2003].

13.6 Conclusion

Chaque méthode fait des hypothèses différentes sur les données et est sensible à des effets systématiques différents.

Pour Archeops, la méthode MASTER a d'abord été appliquée pour la première estimation du spectre de puissance angulaire du CMB [Benoît et al. 2003a]. Ensuite, nous avons développé une méthode utilisant les spectres croisés, XSPECT [Tristram et al. 2005a] qui a servi à la dernière estimation du spectre [Tristram et al. 2005b]. La méthode SMICA [Delabrouille et al. 2003] a permis de valider les résultats et de tester les résidus de contamination d'avant-plans dans le spectre. Enfin, la méthode des Γ_m [Ansari et al. 2003] a également été appliquée aux données d'Archeops et a pu tester des systématiques différentes.

En ce qui concerne Planck, les méthodes devront être à la fois rapides et précises pour pouvoir estimer le spectre à partir de 32 détecteurs jusqu'à des multipôles de l'ordre de 3000. On aura alors recours à des méthodes hybrides faisant intervenir les différents estimateurs là où ils s'avèrent être les plus performants [Efstathiou 2004].

– **à haut ℓ.** Les méthodes de spectres croisés, type XSPECT, permettent d'estimer de façon précise et rapide les C_ℓ en combinant tous les bolomètres. Néanmoins, les approximations de calcul dans le traitement de la matrice de corrélation rendent ses méthodes moins performantes à très bas ℓ.

– **à bas ℓ.** Les méthodes de maximisation de vraisemblance utilisées sur des cartes à basse résolution permettent d'obtenir une estimation très précise des spectres aussi bien que des barres d'erreur et de la matrice de covariance. En revanche, comme elles sont très coûteuses en temps de calcul, leur application à des résolutions plus importantes n'est pas réaliste.

[Efstathiou 2004] présente une comparaison complète des méthodes de maximum de vraisemblance et de pseudo-C_ℓ. Les différentes méthodes sont décrites dans des publications parmi lesquelles : [Hivon et al. 2002] (MASTER appliqué à Boomerang), [Bond et al. 1998] (appliqué à COBE et Saskatoon), [Szapudi et al. 2001] (SPICE appliqué à Boomerang).

Chapitre 14

Xspect

L'utilisation des spectres croisés permet de s'affranchir de l'estimation du spectre de bruit généralement issu de simulations. La méthode XSPECT *permet également de calculer les barres d'erreur et la matrice de covariance de façon analytique, évitant ainsi le recours au Monte-Carlo.*
Ce travail a fait l'objet d'une publication [Tristram et al. 2005a].

14.1 Méthode

XSPECT est une méthode d'estimation du spectre du puissance angulaire en température de type *pseudo*-C_ℓ, développée dans le cadre d'Archeops et de Planck. Elle est basée sur le calcul des spectres croisés. La méthode a été conçue de façon à éviter les simulations Monte-Carlo en calculant analytiquement les barres d'erreur et la matrice de covariance directement à partir des données. Elle peut être résumée en quatre étapes principales :

1. **calcul des *pseudo*-C_ℓ croisés.**
   Etant données N cartes indépendantes du ciel provenant de différents détecteurs (d'une seule ou de plusieurs expériences), on estime les $N(N-1)/2$ *pseudo*-spectres croisés ainsi que les N *pseudo*-auto-spectres. Cette étape consiste en la décomposition en harmoniques sphériques des cartes à l'aide d'HEALPIX [Gorski et al. 1999] puis dans le calcul des variances des coefficients.
2. **correction des effets instrumentaux.**
   Les spectres croisés sont ensuite obtenus à partir des *pseudo*-spectres croisés en les corrigeant des effets de couverture, de filtrage, de convolution par le lobe et de pixelisation. On corrige les *pseudo*-auto-spectres, toujours biaisés par le bruit, de la même façon. Cette étape fait intervenir pour chaque détecteur les fonctions de transfert du filtrage et du lobe, ainsi que la matrice de couplage des modes pour chaque paire de détecteurs.
3. **calcul de la matrice de cross-corrélation.**
   On calcule alors la matrice de cross-corrélation Ξ entre les spectres croisés C_ℓ^{AB} ($A \neq B$). A partir de Ξ, on peut alors extraire pour chaque spectre croisé les barres d'erreur et la matrice de covariance.
4. **combinaison des spectres croisés.**
   Enfin, les spectres croisés sont combinés pour former l'estimation finale du spectre de puissance angulaire par une méthode de maximum de vraisemblance tenant compte de la matrice de cross-corrélation Ξ. L'approximation gaussienne de la fonction de vraisemblance permet également d'obtenir de façon analytique les barres d'erreur associées au spectre final ainsi que la matrice de covariance.

Comme cette méthode calcule le spectre de puissance angulaire à partir des *pseudo*-spectres croisés, on obtient un spectre non-biaisé par le bruit, évitant ainsi l'estimation du spectre de bruit qui demande un grand

nombre de simulations. De la même façon, l'estimation directe à partir des données permet de calculer des barres d'erreur analytiques.
Néanmoins, XSPECT calcule uniquement les corrélations entre cartes dans l'espace des harmoniques sphériques, en supposant une seule composante physique. Ceci implique, dans le cas du CMB, que les cartes doivent avoir été préalablement nettoyées des contaminations d'avant-plans et des effets systématiques. En outre, cette caractéristique permet de calculer le spectre commun des fluctuations entre différentes expériences CMB, ou d'estimer les résidus d'émission d'avant-plans en croisant les cartes CMB avec celles de modèles d'effets systématiques ou d'émission d'avant-plans.

Parallèlement au développement d'XSPECT, une méthode similaire a été appliquée aux données WMAP [Hinshaw et al. 2003]. La différence principale entre les deux méthodes réside dans le calcul de la matrice de corrélation des spectres croisés corrigés. Celle-ci est utilisée à la fois pour le calcul des barres d'erreur de chaque spectre croisé et pour la combinaison finale des spectres et la dérivation des barres d'erreur. Dans le cas de WMAP, l'estimation de la matrice de corrélation se fait à partir d'un modèle, incluant des termes spécifiques à l'instrument WMAP (comme la contribution des sources ponctuelles, les incertitudes sur les fonctions de transfert des lobes ou encore sur les anisotropies du CMB elles-mêmes). De plus la matrice de corrélation utilisée pour la combinaison des spectres croisés de WMAP ne prend pas en compte les effets de couplage des modes. Cet effet ainsi que celui de la dépendance vis-à-vis du modèle d'anisotropie choisi sont ensuite ajoutés dans le calcul des barres d'erreur du spectre final à l'aide de simulations.
En revanche, la méthode XSPECT calcule analytiquement la matrice de corrélation directement à partir des spectres croisés issus des données. Ceci permet d'introduire naturellement les effets de couplage de modes dans la matrice. De plus, elle donne accès aux barres d'erreur qui s'avèrent parfaitement compatibles avec celles issues de simulations Monte-Carlo. C'est pourquoi la méthode XSPECT peut être également appliquée à des jeux de cartes provenant de différents instruments, c'est-à-dire avec des couvertures de ciel potentiellement différentes. Par exemple, on a pu appliquer cette méthode pour estimer la contribution des avant-plans dans le spectre de puissance d'Archeops en corrélant les cartes de CMB avec des modèles d'émission de poussières [Tristram et al. 2005b].

14.2 Spectres de puissance croisés

Les anisotropies de température ΔT peuvent être décomposées dans l'espace des harmoniques sphériques par

$$\Delta T(\vec{n}) = \sum_{\ell m} a_{\ell m} Y_{\ell m}(\vec{n}) \tag{14.1}$$

où les coefficient $a_{\ell m}$ sont définis par

$$a_{\ell m} = \int \Delta T(\hat{n}) Y_{\ell m}(\hat{n}) d\Omega \tag{14.2}$$

Les fluctuations de température ΔT prédites par la plupart des modèles inflationnaires [Hu et al. 1997, Linde et al. 1999, Liddle & Lyth 2000] sont distribuées de façon gaussienne ce qui implique que les moyennes d'ensemble des coefficients $a_{\ell m}$ sont

$$\langle a_{\ell m} \rangle = 0 \tag{14.3}$$
$$\langle a_{\ell m} a^*_{\ell' m'} \rangle = \langle C_\ell \rangle \delta_{\ell \ell'} \delta_{m m'} \tag{14.4}$$

Un estimateur non-biaisé (au sens statistique) du spectre de puissance angulaire $\langle C_\ell \rangle$ peut alors s'écrire

$$\widehat{C_\ell} = \frac{1}{2\ell + 1} \sum_{m=-\ell}^{\ell} |a_{\ell m}|^2 \tag{14.5}$$

Pour deux détecteurs A et B, l'estimateur du spectre de puissance croisé C_ℓ^{AB} est obtenu à partir des

coefficients $a^A_{\ell m}$ et $a^B_{\ell m}$ par l'équation

$$\boxed{\widehat{C}^{AB}_\ell = \frac{1}{2\ell+1}\sum_{m=-\ell}^{\ell} a^A_{\ell m}\, a^{B\,*}_{\ell m}} \tag{14.6}$$

14.3 Correction des effets instrumentaux

14.3.1 *pseudo-*C_ℓ : un estimateur biaisé

La décomposition directe d'une carte observée par un instrument dans l'espace des harmoniques sphériques fournit un estimateur biaisé du spectre de puissance. Les biais sont introduits par des effets instrumentaux comme les effets de convolution par le lobe, de couverture incomplète ou de filtrage.
Il est toujours possible de définir l'estimateur $\widehat{D_\ell}$ appelé *pseudo-*C_ℓ comme la décomposition directe des données dans l'espace des harmoniques sphériques

$$\widehat{D_\ell} = \frac{1}{2\ell+1}\sum_{m=-\ell}^{\ell} |d_{\ell m}|^2 \tag{14.7}$$

Il faut ensuite prendre en compte les effets instrumentaux pour remonter aux C_ℓ [Szapudi et al. 2001, Hivon et al. 2002, Hansen et al. 2002].

- **couverture du ciel.**
  Les expériences, au sol ou en ballon, de mesure des anisotropies du CMB ne couvrent qu'une partie du ciel et de façon inhomogène. Et même si les expériences satellite comme WMAP ou Planck fournissent des cartes complètes du ciel, les résidus de contamination des avant-plans (essentiellement dans le plan galactique) ainsi que les contaminations dues aux sources ponctuelles empêchent le calcul du spectre de puissance sur les cartes complètes. De plus, dans la plupart des cas, les propriétés du bruit varient considérablement entre les pixels à cause des différences de redondance. Pour obtenir une estimation du spectre de puissance à partir d'une carte, on a donc recours à une pondération dépendante du pixel, ce qui entraîne une inhomogénéité de la couverture. La pondération consiste en l'application d'une carte de pondération W sur les cartes d'observation.
  L'effet d'une couverture du ciel inhomogène peut être décrit dans l'espace des harmoniques sphériques [Peebles 1973] par une matrice de couplage des modes $M_{\ell\ell'}$ dépendant uniquement du spectre de puissance du masque W.
- **fonction de transfert du lobe.**
  Pour tenir compte de la résolution finie des détecteurs, on fait intervenir une fonction de transfert. La plupart du temps, le lobe est supposé circulaire, c'est-à-dire qu'il est représenté par une fonction ne dépendant que de ℓ : B_ℓ. En pratique, la méthode ASYMFAST (cf. chapitre 10) permet de calculer une fonction B_ℓ effective qui tient compte de l'asymétrie du lobe.
- **fonction de transfert du filtrage.**
  A cause des caractéristiques du bruit, les données ont parfois besoin d'être filtrées dans le temps avant d'être projetées sur des cartes. L'effet du filtrage est pris en compte dans l'estimation des C_ℓ à travers une fonction de transfert isotrope : F_ℓ.
- **fonction de pixelisation.**
  La représentation du ciel sur une carte pixelisée introduit un lissage des anisotropies du ciel plus petites que la taille caractéristique des pixels. Cette fonction peut être considérée comme isotrope. Elle est notée p_ℓ et dépend de la résolution de la carte ainsi que de la géométrie des pixels.

La relation qui lie le *pseudo*-spectre de puissance, directement mesuré sur le ciel, au spectre C_ℓ des anisotropies du CMB est alors donnée par

$$\widehat{D_\ell} = \sum_{\ell'} M_{\ell\ell'} |p_{\ell'} B_{\ell'}|^2 F_{\ell'} \langle C_{\ell'}\rangle + \langle N_\ell\rangle \tag{14.8}$$

où $\langle N_\ell \rangle$ est le spectre de puissance du bruit.

De la même façon que pour les *pseudo-*C_ℓ mais pour les cartes de deux détecteurs A et B, on peut écrire le *pseudo-*C_ℓ croisé $\widehat{D}_\ell^{AB}$ en généralisant l'équation (éq. 14.8)

$$\boxed{\widehat{D}_\ell^{AB} = \sum_{\ell'} M_{\ell\ell'}^{AB} |p_{\ell'}|^2 B_{\ell'}^A B_{\ell'}^B F_{\ell'}^{AB} \langle C_{\ell'}^{AB} \rangle + \langle N_\ell^{AB} \rangle} \tag{14.9}$$

14.3.2 spectre de bruit croisé, $\mathbf{N_\ell^{AB}}$

Soit A et B deux détecteurs indépendants. Leur bruit est décorrélé, c'est-à-dire

$$\langle N_\ell^{AB} \rangle = \langle n_{\ell m}^A n_{\ell' m'}^{B*} \rangle \neq 0 \quad \text{si } A = B \tag{14.10}$$

$$= 0 \quad \text{si } A \neq B \tag{14.11}$$

De façon général, le spectre du puissance d'un bruit blanc de variance σ s'écrit

$$\langle n_{\ell m} n_{\ell' m'}^* \rangle = \frac{1}{T_0^2} \sum_{p=1}^{N_{pix}} \sum_{p'=1}^{N_{pix}} \left(\frac{4\pi}{N_{pix}} \right)^2 \langle n_p, n_{p'} \rangle Y_{\ell m}(\hat{n_p}) Y_{\ell' m'}(\hat{n_{p'}}) \tag{14.12}$$

$$= \frac{4\pi\sigma^2}{N_{pix}} \delta_{\ell\ell'} \delta_{mm'} \tag{14.13}$$

Les spectres croisés sont alors directement des estimateurs du C_ℓ et pour deux détecteurs différents (*i.e.* $A \neq B$) le *pseudo-*C_ℓ croisé s'écrit simplement

$$\widehat{D}_\ell^{AB} = \sum_{\ell'} M_{\ell\ell'}^{AB} |p_{\ell'}|^2 B_{\ell'}^A B_{\ell'}^B F_{\ell'}^{AB} \langle C_{\ell'}^{AB} \rangle \tag{14.14}$$

14.3.3 fonction de transfert du filtrage, $\mathbf{F}_\ell$

Le filtrage dans l'espace en temps est généralement utile dans les expériences CMB afin de s'affranchir d'effets systématiques ou de réduire la corrélation du bruit à basse fréquence. Il introduit cependant une direction privilégiée sur la carte, celle du balayage. Ses effets sur la carte sont donc anisotropes même si l'hypothèse de fluctuations isotropes en température est conservée. Dans ce cas, la fonction de transfert du filtrage dans l'espace des harmoniques sphériques doit dépendre des deux coordonnées ℓ et m. Il est particulièrement difficile d'obtenir une estimation de cette fonction complexe mais dans la plupart des cas, la correction d'une fonction isotrope effective F_ℓ dépendant uniquement de ℓ est suffisamment bonne pour la précision nécessaire à la reconstruction des C_ℓ [Hivon et al. 2002].
La fonction de transfert du filtrage est en général calculée par des simulations Monte-Carlo de cartes du ciel, déprojetées avec la stratégie de balayage et filtrées avant d'être reprojetées. A partir d'un modèle théorique de spectre de puissance angulaire, on produit un grand nombre de réalisations du ciel en utilisant le programme SYNFAST de HEALPIX[1] [Gorski et al. 1999]. Pour chaque détecteur, on déprojette la carte à l'aide de son pointage pour fabriquer des données ordonnées en temps. Les données avec et sans filtrage sont alors reprojetées en utilisant le même pointage et les *pseudo-*C_ℓ des cartes sont calculés grâce au programme ANAFAST. La fonction F_ℓ est ensuite calculée comme la moyenne sur les simulations du rapport entre les *pseudo-*C_ℓ avec et sans filtrage, corrigés de la matrice de couplage des modes $M_{\ell\ell'}$.
Pour une stratégie de balayage "à la Planck" (comme c'est le cas pour Archeops), la fonction de transfert F_ℓ d'un filtre passe-bande présente trois parties (fig. 14.1). A bas ℓ, le passe-haut supprime rapidement la puissance des grandes échelles angulaires. Les oscillations illustrent les modes de Fourier coupés par le filtre. Aux multipôles intermédiaires, la puissance est légèrement réduite. A haut ℓ, l'effet du passe-bas est plus doux. En effet, les hautes fréquences filtrées en temps suppriment les petites fluctuations de température le

[1] http ://www.eso.org/science/healpix/

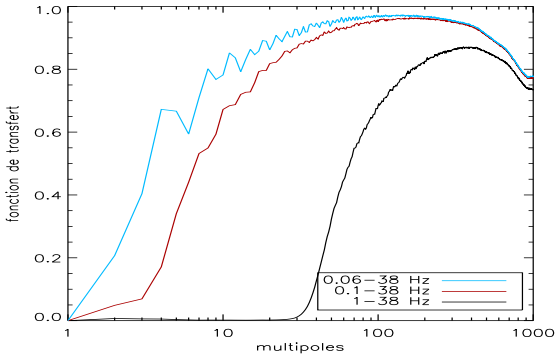


FIG. 14.1: **Fonction de transfert du filtrage, $\mathbf{F}_\ell$** correspondant à un passe-bande de Butterworth. A bas ℓ, le passe-haut supprime rapidement la puissance des grandes échelles angulaires. En revanche, l'effet du passe-bas est plus doux. En effet, les hautes fréquences filtrées en temps suppriment les petites fluctuations de température le long du sens de balayage uniquement alors que dans le sens perpendiculaire au sens de balayage, elles se projettent sur la carte.

long du sens de balayage mais pas dans le sens perpendiculaire.

Dans le cas des spectres croisés, les mêmes approximations nous entraînent à considérer une fonction de filtrage effective $F_\ell^{AB} = \sqrt{F_\ell^A F_\ell^B}$. Définie ainsi, la fonction de transfert du filtrage permet de considérer des détecteurs pour lesquels le filtrage est différent. Dans le cas où le bruit est quasiment blanc comme pour WMAP et probablement Planck, le filtrage peut ne pas être nécessaire et alors $F_\ell = 1$.

14.3.4 fonction de transfert des lobes, B_ℓ

La convolution par un lobe lisse les petites structures sur la carte. Dans l'espace des multipôles, il réduit la puissance à haut ℓ. Dans le cas d'un lobe gaussien circulaire, on peut écrire analytiquement B_ℓ (cf. chapitre 10.1.4)

$$B_\ell = \exp\left[-\frac{1}{2}\ell(\ell+1)\sigma^2\right] \tag{14.15}$$

Mais cette hypothèse est en général fausse puisque la plupart des expériences CMB présentent des lobes dont les formes sont plus ou moins asymétriques. Comme les erreurs liées aux lobes sont devenues les erreurs systématiques dominantes dans les études CMB, il est essentiel de prendre en compte leur asymétrie. Dans ce cas, la fonction de transfert doit également dépendre de m ($B_{\ell m}$) et des calculs perturbatifs permettent de tenir compte de l'effet d'une telle convolution par un lobe non-circulaire [Mitra et al. 2004].

De la même façon que pour la fonction de transfert du filtrage, dans la plupart des cas, on peut considérer une fonction isotrope effective B_ℓ ne dépendant que de ℓ. Plusieurs méthodes ont été proposées soit en circularisant les lobes [Wu et al. 2000, Page et al. 2003], soit en les supposant elliptiques [Souradeep & Ratra 2001, Fosalba et al. 2002]. Des calculs exacts de convolution de fonctions arbitraires sur la sphère mais limitées dans l'espace en fréquence permettent également de modéliser l'effet de l'asymétrie du lobe [Wandelt et al. 2001].

La modélisation en multi-gaussiennes ASYMFAST [Tristram et al. 2004] (cf. chapitre 10) permet de calculer naturellement ce genre de fonction de transfert effective. En utilisant des simulations Monte-Carlo, on réalise des cartes qui sont convoluées, à l'aide de la méthode ASYMFAST, par un lobe asymétrique. La moyenne sur les simulations du rapport entre les *pseudo-*C_ℓ des cartes convoluées et non-convoluées donne directement accès à la fonction B_ℓ.

Pour des lobes très asymétriques, les différences sur la fonction de transfert B_ℓ peuvent atteindre 100% par rapport au cas gaussien circulaire ou même elliptique (fig. 14.2).

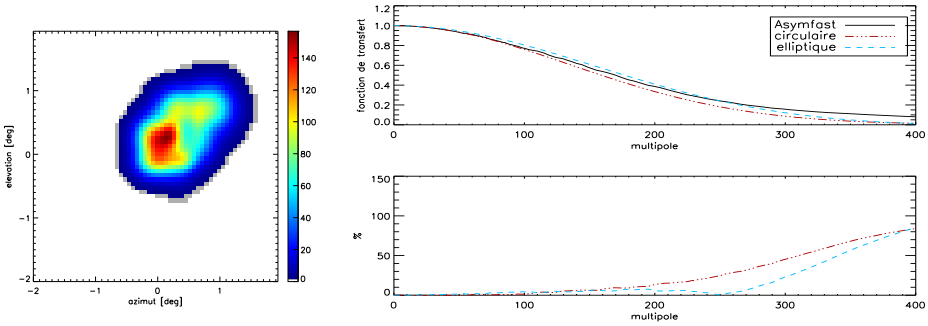


FIG. 14.2: **Fonction de transfert d'une simulation réaliste de lobe asymétrique.** *A gauche :* carte de la simulation de lobe de taille caractéristique 1 degré. *A droite :* estimation de la fonction de transfert à l'aide d'ASYMFAST, d'une approximation gaussienne circulaire et d'une approximation gaussienne elliptique. Les différences de fonction de transfert (*en bas à droite*) peuvent atteindre plus de 100% pour une stratégie de balayage "à la Planck" composée de méridiens parallèles.

14.3.5 matrice de couplage des modes, $\mathrm{M}^{\mathbf{AB}}_{\ell\ell'}$

La matrice de couplage des modes $M_{\ell\ell'}$ introduite dans l'équation (14.8) s'écrit (voir [Hivon et al. 2002]) :

$$M_{\ell\ell'} = \frac{2\ell'+1}{4\pi}\sum_{\ell''}(2\ell''+1)\mathcal{W}_{\ell''}\begin{pmatrix} \ell & \ell' & \ell'' \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 \tag{14.16}$$

où $\mathcal{W}_\ell = \frac{1}{2\ell+1}\sum_{m=-\ell}^{\ell}|w_{\ell m}|^2$ est le spectre de puissance du masque W. Celui-ci prend en compte à la fois la couverture du ciel et la pondération par pixel.
Cette matrice peut être généralisée au cas de deux masques différents appliqués à chaque carte A et B, en remplaçant les termes quadratiques $|w_{\ell m}|^2$ par $\left\langle w^A_{\ell m} w^{B*}_{\ell m}\right\rangle$, ce qui donne

$$M^{AB}_{\ell\ell'} = \frac{2\ell'+1}{4\pi}\sum_{\ell''}(2\ell''+1)\mathcal{W}^{AB}_{\ell''}\begin{pmatrix} \ell & \ell' & \ell'' \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 \tag{14.17}$$

avec $\mathcal{W}^{AB}_\ell = \frac{1}{2\ell+1}\sum_{m=-\ell}^{\ell} w^A_{\ell m} w^{B*}_{\ell m}$, le spectre croisé des masques.
Cette propriété permet de traiter des masques indépendants rendant compte de couvertures différentes et de pondérations spécifiques à chaque carte. Cette correction dans l'espace des multipôles est équivalente à la normalisation de la corrélation entre deux cartes dans l'espace réel. Ceci permet de comprendre pourquoi deux couvertures sans recouvrement peuvent être considérées.

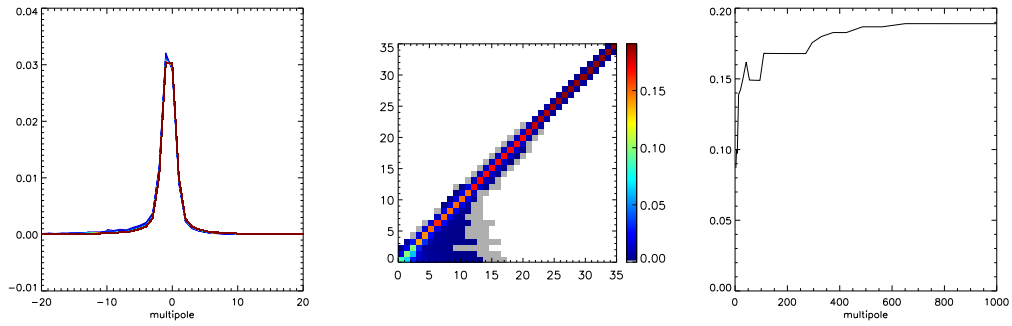


FIG. 14.3: **Matrice de couplage des modes pour la couverture Archeops.** *A gauche :* profil recentré de la diagonale de la matrice de couplage. *Au milieu :* matrice de couplage ré-échantillonnée. *A droite :* diagonale de la matrice de couplage ré-échantillonnée.

Les termes hors-diagonaux de la matrice de couplage traduisent les corrélations entre multipôles. Les termes diagonaux représentent la perte de puissance globale sur l'ensemble du spectre proportionnelle à la portion

de ciel observée. A bas ℓ, la perte de puissance est plus importante puisque les grandes échelles angulaires ne sont plus mesurables. C'est pourquoi les termes diagonaux diminuent à bas ℓ.
La matrice de couplage pour une expérience couvrant la totalité du ciel est diagonale. Pour les expériences satellite comme WMAP ou Planck couvrant la quasi-totalité du ciel, celle-ci peut-être considérée diagonale par blocs. La largeur des blocs donne la corrélation des multipôles avec leurs voisins qui définit l'échelle minimum pour le ré-échantillonnage des points du spectre. Dans le cas d'Archeops, la matrice n'est pas diagonale (fig. 14.3). Néanmoins, le profil de la diagonale donne une largeur de corrélation $\Delta\ell \simeq 6$.

14.3.6 des *pseudo*-spectres croisés aux spectres croisés

Les spectres croisés C_ℓ^{AB} peuvent être obtenus à partir des *pseudo*-spectres croisés D_ℓ^{AB} en résolvant l'équation (14.9). Ceci revient à inverser la matrice de couplage des modes $M_{\ell\ell'}^{AB}$. En général, pour des couvertures du ciel et des pondérations complexes, la matrice est singulière et ne peut pas être inversée directement. Pour éviter ce problème, on ré-échantillonne la matrice de couplage ce qui réduit considérablement la corrélation due aux masques dans les C_ℓ (fig. 14.3). Le ré-échantillonnage est obtenu en appliquant les matrices de changement de base $P_{b\ell}$ et $Q_{\ell b} \equiv P_{b\ell}^{-1}$:

$$\widehat{C}_b^{AB} = P_{b\ell}\widehat{C}_\ell^{AB} \tag{14.18}$$
$$\widehat{D}_b^{AB} = P_{b\ell}\widehat{D}_\ell^{AB} \tag{14.19}$$

La solution à l'équation (14.14) s'écrit alors

$$\widehat{C}_b^{AB} = \mathcal{M}_{bb'}^{-1}\widehat{D}_{b'}^{AB} \tag{14.20}$$

avec $\mathcal{M}_{bb'} = P_{b\ell}\left(M_{\ell\ell'}^{AB}F_{\ell'}p_{\ell'}^2B_{\ell'}^AB_{\ell'}^B\right)Q_{\ell'b'}$.

Comme la corrélation entre les multipôles ℓ dépend beaucoup de l'instrument considéré (de la couverture et de la pondération), l'échantillonnage est à définir pour chaque expérience. C'est un compromis entre une bonne description de l'espace des multipôles et une corrélation faible entre points adjacents. Afin d'éviter les confusions d'indices et rendre les notations plus simples, les équations seront écrites en ℓ plutôt qu'en b.

14.4 Fonction de cross-corrélation : barres d'erreur et matrice de covariance

A partir de N cartes, on peut obtenir $N(N-1)/2$ spectres croisés C_ℓ^{AB} ($A \neq B$), estimateurs non-biaisés du spectre de puissance angulaire C_ℓ. Mais ces spectres croisés ne sont pas indépendants. De plus, à cause du masque, les points adjacents des spectres sont également corrélés. La matrice de cross-corrélation doit donc faire intervenir les corrélations entre spectres et entre multipôles.
A partir de la matrice de cross-corrélation, on peut calculer les barres d'erreur de chacun des spectres croisés ainsi que la matrice de covariance (corrélation dans l'espace des multipôles).

14.4.1 matrice de cross-corrélation, Ξ

Soit une carte du ciel A. Elle peut être combinée avec chacune des autres cartes pour former $N-1$ spectres croisés, qui seront alors fortement corrélés. En prenant également en compte les corrélations dans l'espace des multipôles, on définit la matrice de cross-corrélation $\Xi_{\ell\ell'}^{AB,CD}$ pour les spectres croisés AB ($A \neq B$) et CD ($C \neq D$) par

$$\Xi_{\ell\ell'}^{AB,CD} = \left\langle \left(C_\ell^{AB} - \left\langle C_\ell^{AB}\right\rangle\right)\left(C_{\ell'}^{CD} - \left\langle C_{\ell'}^{CD}\right\rangle\right)^* \right\rangle \tag{14.21}$$

On peut exprimer cette matrice en fonction des *pseudo*-spectres $\widehat{D}_\ell^{AB}$ définie par

$$\widehat{D}_\ell^{AB} = \mathcal{M}_{\ell\ell'}^{AB}\widehat{C}_{\ell'}^{AB} \tag{14.22}$$

avec $\mathcal{M}^{AB}_{\ell\ell'} = M^{AB}_{\ell\ell'} E^A_{\ell'} E^B_{\ell'}$ et $E_\ell = p_\ell B_\ell \sqrt{F_\ell}$. Ainsi, la matrice de cross-corrélation devient

$$\begin{aligned}\Xi^{AB,CD}_{\ell\ell'} &\equiv \left\langle \Delta C^{AB}_\ell \Delta C^{CD\,*}_{\ell'} \right\rangle \\ &= \left\langle \mathcal{M}^{AB\,-1}_{\ell\ell_1} \Delta D^{AB}_{\ell_1} \left(\mathcal{M}^{CD\,-1}_{\ell'\ell_2} \Delta D^{CD}_{\ell_2}\right)^* \right\rangle \\ &= \mathcal{M}^{AB\,-1}_{\ell\ell_1} \langle \Delta D^{AB}_{\ell_1} \Delta D^{CD\,*}_{\ell_2} \rangle (\mathcal{M}^{CD\,-1}_{\ell'\ell_2})^T \end{aligned} \tag{14.23}$$

Nous avons alors exprimé le terme de cross-corrélation des *pseudo*-C_ℓ (cf. annexe C). En pratique, le calcul est numériquement instable pour $\ell \geqslant 10$ [Varshalovich et al. 1988]. Néanmoins, pour des multipôles plus grands et des couvertures de ciel importantes (comme c'est le cas pour les satellites WMAP et Planck), après les approximations décrites dans l'annexe C [Efstathiou 2004], on peut écrire la matrice de cross-corrélation sous la forme

$$\boxed{\Xi^{AB,CD}_{\ell\ell'} \simeq \mathcal{M}^{AB\,-1}_{\ell\ell_1} \left[\frac{\mathcal{M}^{(2)}_{\ell_1\ell_2}(W^{AC,BD}) C^{AC}_{\ell_1} C^{BD}_{\ell_2}}{2\ell_2+1} + \frac{\mathcal{M}^{(2)}_{\ell_1\ell_2}(W^{AD,BC}) C^{AD}_{\ell_1} C^{BC}_{\ell_2}}{2\ell_2+1} \right] (\mathcal{M}^{CD\,-1}_{\ell'\ell_2})^T} \tag{14.24}$$

avec $\mathcal{M}^{(2)}_{\ell_1\ell_2}\left(W^{AC,BD}\right) = E^A_{\ell_1} E^C_{\ell_1} M^{(2)}_{\ell_1\ell_2}\left(W^{AC,BD}\right) E^B_{\ell_2} E^D_{\ell_2}$. La matrice quadratique de couplage des modes $M^{(2)}$ est définie par

$$M^{(2)}_{\ell_1\ell_2}\left(W^{AB,CD}\right) = \frac{(2\ell_2+1)}{4\pi} \sum_{\ell_3} (2\ell_3+1) W^{AB,CD}_{\ell_3} \begin{pmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 \tag{14.25}$$

Elle est associée au spectre croisé $W^{AB,CD}_\ell$ des produits des masques $W^{AB,CD} = \frac{1}{2\ell+1} \sum_m {w^{(2)}}^{AB}_{\ell m} {w^{(2)}}^{CD*}_{\ell m}$ où ${w^{(2)}}^{AB}_{\ell m}$ représente les coefficients de la décomposition en harmoniques sphériques des produits des masques associés aux cartes A et B.

Remarquons que dans l'expression de la matrice Ξ (éq. 14.24), les C_ℓ peuvent être arbitrairement des spectres croisés ou non, en fonction de la combinaison de A, B, C et D (les uniques conditions étant données par $A \neq B$ et $C \neq D$). Pour un jeu de quatre détecteurs indépendants ($A \neq B \neq C \neq D$), on retrouve le fait que la matrice de cross-corrélation est égale à la variance d'échantillonnage. Dans le cas contraire, les termes de bruit apparaissent dans la matrice de cross-corrélation à travers les auto-spectres.
La matrice de corrélation Ξ contient toutes les informations nécessaires pour obtenir les barres d'erreur ainsi que la matrice de covariance en ℓ pour chaque spectre croisé.

14.4.2 barres d'erreur et matrice de covariance

En prenant la diagonale de la matrice Ξ dans l'espace des multipôles (négligeant ainsi les effets de corrélation des multipôles dans le calcul des barres d'erreur), on peut écrire la variance des spectres croisés. Celle-ci correspond à la barre d'erreur ΔC^{AB}_ℓ associée au spectre C^{AB}_ℓ

$$\boxed{\left(\Delta {C_\ell}^{AB}\right)^2 = \Xi^{AB,AB}_{\ell\ell}} \tag{14.26}$$

Le bruit instrumental intervient dans les auto-spectres C^{XX}_ℓ pour lesquels le spectre de bruit N^{XX}_ℓ n'est pas nul. Comme les spectres sont directement issus des données, aucune simulation de bruit n'est nécessaire à l'obtention des barres d'erreur.

En prenant la diagonale de la matrice Ξ dans l'espace des spectres (négligeant ainsi les effets de corrélation des spectres dans le calcul des corrélations des multipôles), on obtient la matrice de covariance donnant la corrélation entre multipôles

$$\boxed{Cov^{AB}(\ell,\ell') = \Xi^{AB,AB}_{\ell\ell'}} \tag{14.27}$$

14.4.3 approximation uniforme

L'équation (14.24) peut encore être simplifiée si on suppose une pondération uniforme par pixel et la même couverture du ciel pour tous les détecteurs. Dans ce cas, les matrices de couplage des modes sont dominées par leur diagonale et Ξ devient

$$\Xi_{\ell\ell'}^{AB,CD} \simeq \frac{1}{\nu_{\ell'}} \left[C_\ell^{AC} C_{\ell'}^{BD} + C_\ell^{AD} C_{\ell'}^{BC} \right] \tag{14.28}$$

L'effet de l'inhomogénéité de la couverture du ciel se traduit alors par une simple fonction ν_ℓ qui peut être associée au nombre de degrés de liberté de la fonction de distribution χ^2_ℓ des C_ℓ sur le ciel [Hivon et al. 2002] et qui s'écrit

$$\nu_\ell = (2\ell+1)\Delta\ell \frac{w_2^2}{w_4} \tag{14.29}$$

où $\Delta\ell$ est la taille du ré-échantillonnage en multipôles et w_i est le i-ième moment du masque W

$$w_i = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} d\Omega W^i(\Omega) \tag{14.30}$$

Les barres d'erreur et la matrice de covariance s'écrivent alors simplement

$$\left(\Delta C_\ell{}^{AB}\right)^2 \simeq \frac{1}{\nu_\ell} \left[\left(C_\ell^{AB}\right)^2 + C_\ell^{AA} C_\ell^{BB} \right] \tag{14.31}$$

$$Cov^{AB}(\ell,\ell') \simeq \frac{1}{\nu_{\ell'}} \left[C_\ell^{AB} C_{\ell'}^{AB} + C_\ell^{AA} C_{\ell'}^{BB} \right] \tag{14.32}$$

14.5 Combinaison des spectres croisés

Une fois calculés les spectres croisés et la matrice de cross-corrélation, on peut calculer une estimation du spectre de puissance angulaire. Dans XSPECT, on utilise une méthode de maximisation d'une fonction de vraisemblance quadratique dont on déduit également les barres d'erreur.
L'approximation gaussienne de la fonction de vraisemblance utilisée est totalement justifiée pour les grands multipôles. Elle permet également d'obtenir de façon analytique les barres d'erreur associées au spectre final. Pour cette étape, on suppose que la matrice est diagonale dans l'espace des multipôles (on néglige les corrélations entre points voisins). Cette approximation est ensuite vérifiée à partir de l'estimation analytique de la matrice de covariance fournie par la fonction de vraisemblance.
On a considéré une forme générale de la fonction de vraisemblance limitée à un simple modèle CMB plus bruit. La fonction peut être adaptée plus spécialement aux données, en incluant, par exemple, l'effet des sources ponctuelles comme c'est le cas pour WMAP [Hinshaw et al. 2003].
Cette méthode de combinaison peut être utilisée pour obtenir une estimation du C_ℓ à partir d'une expérience ou bien pour fournir le spectre commun des fluctuations entre des cartes provenant de différents instruments.

14.5.1 approximation gaussienne pour la combinaison linéaire des spectres croisés

Une fois les spectres croisés calculés, on dispose de $N(N-1)/2$ estimations différentes mais pas indépendantes du spectre C_ℓ. Pour les combiner et obtenir la meilleure estimation du spectre de puissance angulaire $\widetilde{C}_\ell$, on maximise l'approximation gaussienne de la fonction de vraisemblance

$$-2\ln\mathcal{L} = \sum_{ij} \left[(C_\ell^i - \widetilde{C}_\ell) |\Xi^{-1}|_{\ell\ell'}^{ij} (C_{\ell'}^j - \widetilde{C}_{\ell'}) \right] \tag{14.33}$$

où $|\Xi_{\ell\ell'}|^{ij} = \Xi_{\ell\ell'}^{AB,CD}$ est la matrice de cross-corrélation (i,$j \in \{AB, A \neq B\}$). Les auto-spectres ne sont pas considérés. A partir de cette fonction et en négligeant les corrélations entre multipôles voisins, on montre que l'estimation du spectre de puissance s'écrit

$$\widetilde{C}_\ell = \frac{1}{2} \frac{\sum_{ij} \left[|\Xi^{-1}|_{\ell\ell}^{ij} C_\ell^j + C_\ell^i |\Xi^{-1}|_{\ell\ell}^{ij} \right]}{\sum_{ij} |\Xi^{-1}|_{\ell\ell}^{ij}} \tag{14.34}$$

La matrice de covariance finale s'écrit alors

$$Cov(\ell,\ell') = \frac{1}{\sum_{ij} |\Xi^{-1}|^{ij}_{\ell\ell'}} \tag{14.35}$$

et les barres d'erreur sont données par la dérivée seconde de la fonction de vraisemblance

$$\left(\Delta\widetilde{C}_\ell\right)^2 = \frac{1}{\sum_{ij} |\Xi^{-1}|^{ij}_{\ell\ell}} \ . \tag{14.36}$$

En fonction du niveau de corrélation entre les spectres croisés, la variance du bruit est réduite par un facteur compris entre N (le nombre de détecteurs indépendants) et $N(N-1)/2$ (le nombre de spectres croisés) :

- dans le cas où le bruit domine, la corrélation entre les spectres croisés est négligeable. La matrice de cross-corrélation Ξ devient diagonale (éq. 14.24 et 14.28). Les valeurs sur la diagonale sont les $N(N-1)/2$ produits de deux auto-spectres (incluant le bruit). La variance du spectre final est donc proportionnelle à $1/\left[N(N-1)/2\right]$.
- dans le cas où le signal domine, la variance vient de la combinaison de N mesures indépendantes (proportionnelle à $1/N$).

14.5.2 spectre commun de puissance angulaire

Le formalisme de XSPECT permet de comparer plusieurs jeux de cartes provenant de plusieurs expériences indépendantes. Dans ce cadre, la quantité intéressante est le spectre des fluctuations communes ayant la même origine physique sur le ciel, C_ℓ^{commun}.
En réalité, si on compare par exemple deux cartes du CMB à des fréquences différentes, les contaminations par les avant-plans ne seront pas identiques et on pourra obtenir une meilleure estimation du spectre de puissance angulaire du CMB. De la même façon, si on compare deux cartes provenant d'expériences différentes, les effets systématiques seront décorrélés et ne contamineront pas le spectre commun des fluctuations. On pourra par exemple corréler des cartes de modèles d'émissions d'avant-plans avec des cartes du CMB afin d'estimer les résidus de contamination.
Soient deux jeux de cartes du ciel A et B correspondant à N_A et N_B détecteurs respectivement. En corrélant chaque détecteur de A avec les détecteurs de B, on obtient $N_A \times N_B$ *pseudo*-spectres croisés. Après correction des effets de couverture, de filtrage et de lobe propres à chaque jeu de données, on obtient $N_A \times N_B$ estimations non-biaisées du spectre commun des fluctuations. Ces spectres $C_\ell^{A_i,B_j}$ sont corrélés et leur matrice de cross-corrélation s'écrit

$$\Xi^{A_iB_j,A_uB_v}_{\ell\ell'} = \mathcal{M}^{A_iB_j\,-1}_{\ell\ell_1} \left\langle \Delta D^{A_iB_j}_{\ell_1} \Delta D^{A_uB_v\,*}_{\ell_2} \right\rangle (\mathcal{M}^{A_uB_v\,-1}_{\ell'\ell_2})^T \tag{14.37}$$

En utilisant les mêmes approximations, on peut déduire des équations (éq. 14.34 et 14.36) le spectre C_ℓ^{commun} des fluctuations ainsi que ses barres d'erreur.

La méthode XSPECT *est publiée dans [Tristram et al. 2005a]. L'utilisation des spectres croisés a également servi à l'estimation des spectres de puissance angulaire de WMAP [Hinshaw et al. 2003].*

Chapitre 15

Spectre de puissance de WMAP

$\mathcal{X}$SPECT a été appliquée aux données de la première année du satellite WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe). Pour cela, des simulations réalistes des données de WMAP ont été réalisées. Elles ont permis de montrer que l'estimateur est non-biaisé et que les barres d'erreur analytiques sont compatibles avec celles issues des simulations. Sur les données elles-mêmes, XSPECT *a permis de retrouver les résultats publiés par l'équipe WMAP tant au niveau du spectre de puissance que des barres d'erreur.*

Les données publiques de WMAP sont extraites de LAMBDA[1] (Legacy Archive for Microwave Background Data Analysis). Les cartes utilisées sont celles nettoyées des avant-plans pour les trois bandes en fréquences Q, V et W centrées à 40.7, 60.8 et 93.5 GHz respectivement.

15.1 Simulations WMAP

Des cartes du ciel pour les 8 détecteurs de WMAP dans les trois bandes en fréquences (2 dans les bandes Q et V, 4 dans la bande W) ont été simulées. Deux jeux de $N_{simu} = 500$ simulations Monte-Carlo ont été réalisés : le premier en incluant du bruit instrumental et le signal CMB et le second en incluant uniquement le signal CMB.

15.1.1 simulation des cartes

Les simulations de signal CMB sont réalisées à partir du meilleur modèle ΛCDM ajusté sur les données WMAP [Spergel et al. 2003]. Les simulations sont calculées à l'aide du programme ANAFAST d'HEALPIX à la résolution de $N_{side} = 512$. Pour tenir compte de l'effet de lissage des lobes, pour chaque détecteur, on multiplie le modèle de spectre de puissance du CMB par la fonction de transfert B_ℓ correspondante calculée par l'équipe WMAP [Page et al. 2003]. Les cartes de bruit instrumental sont directement simulées pour chaque détecteur à partir de sa sensibilité et du nombre de points par pixels (également fournis sur LAMBDA). Les cartes de bruit sont alors sommées par détecteur à la carte de CMB lissée correspondante. Pour ces simulations, on utilise le masque *Kp0* de WMAP pour masquer les régions du ciel susceptibles de contenir encore des résidus d'avant-plans (galactique et de sources ponctuelles) [Bennett et al. 2003a].

15.1.2 estimation des spectres de puissance

On applique XSPECT à chaque jeu de simulations et on calcule la moyenne sur les 500 simulations des estimations de spectres de puissance obtenus ainsi que pour les barres d'erreur associées. L'échantillonnage en multipôles est le même que celui utilisé par l'équipe WMAP [Bennett et al. 2003b]. La figure 15.1 montre

[1] http ://lambda.gsfc.nasa.gov

la moyenne des spectres estimés comparée au modèle de CMB utilisé. On peut voir que la méthode fournit une estimation non-biaisée du spectre de puissance angulaire.

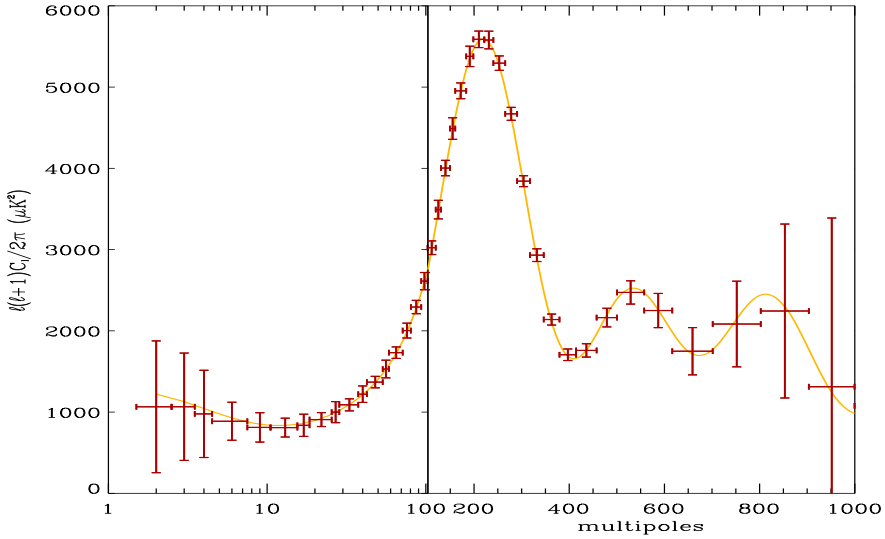


FIG. 15.1: **Moyenne des spectres de puissance angulaire obtenue avec XSPECT** sur 500 simulations du ciel observé pendant la première année de WMAP incluant du bruit instrumental. Le meilleur modèle ΛCDM de WMAP [Spergel et al. 2003] utilisé pour les simulations est tracé en jaune. L'estimateur XSPECT est non-biaisé.

WMAP présente une couverture du ciel presque complète (76% avec le masque *Kp0*) et presque homogène. L'approximation (éq. 14.28) pour le calcul des barres d'erreur est donc justifiée. La figure 15.2 compare les barres d'erreur calculées analytiquement par XSPECT à la déviation standard des 500 simulations. Les différences sont de l'ordre de 2% en moyenne et aucune dépendance en fonction du multipôle n'est observée.

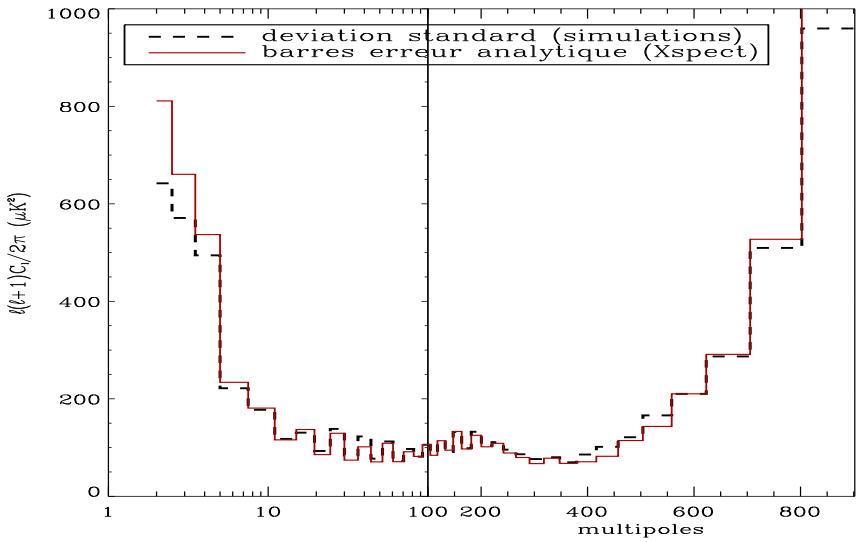


FIG. 15.2: **Estimée analytique des barres d'erreur calculée par XSPECT** *en rouge* comparée à la déviation standard des 500 simulations *en pointillés noirs*. Les différences sont inférieures à 10% sur l'ensemble des multipôles avec une moyenne à 2.2%.

Nous avons utilisé uniquement 500 simulations (compte-tenu de nos capacités informatiques) incluant du

bruit à haute résolution pour les 8 détecteurs de WMAP. Ce manque de simulations limite la précision sur la valeur de la déviation standard, spécialement à bas multipôles.

15.2 Données de la première année d'observation de WMAP

15.2.1 estimation du spectre de puissance angulaire en température

XSPECT a également été appliquée aux données de la première année de WMAP [Bennett et al. 2003a]. Nous avons utilisé les cartes nettoyées des émissions d'avant-plans et les fonctions de transfert des lobes décrites dans [Bennett et al. 2003b] et [Page et al. 2003] et qui sont accessibles sur le site de LAMBDA. Nous avons utilisé le même masque *Kp2* que l'équipe WMAP [Hinshaw et al. 2003] prenant en compte l'émission galactique ainsi que les sources ponctuelles. Pour chacune des 8 cartes CMB (correspondant aux 8 détecteurs des 3 bandes en fréquence Q, V et W), les spectres croisés ont été calculés avec le même échantillonnage en multipôles que celui de l'équipe WMAP. Les spectres croisés ont ensuite été combinés à l'aide de l'approximation gaussienne de la fonction de vraisemblance.

La figure 15.3 montre que le spectre obtenu à l'aide de la méthode XSPECT est compatible avec les résultats de WMAP [Hinshaw et al. 2003]. La variance cosmique inclue dans les barres d'erreur est calculée à partir du modèle ΛCDM ajusté sur les données WMAP [Spergel et al. 2003].

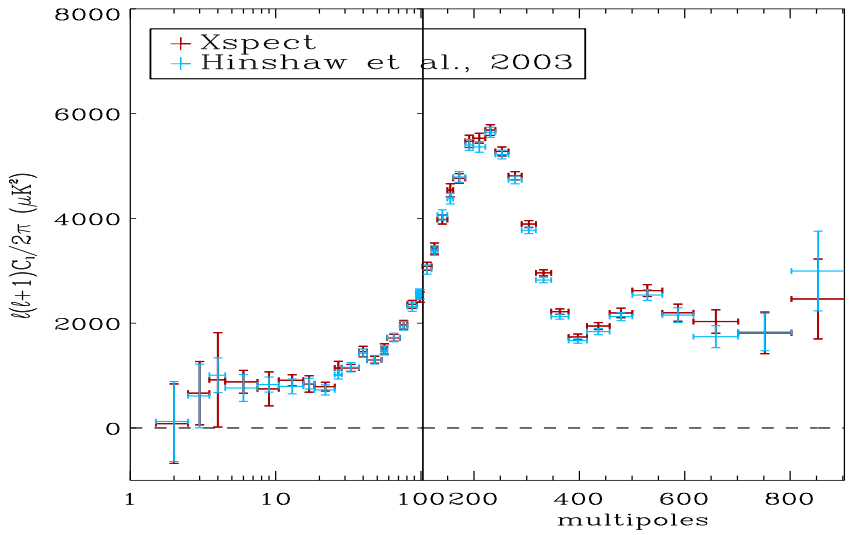


FIG. 15.3: **Estimation du spectre de puissance angulaire du CMB à partir des données de la première année de WMAP**. *en bleu :* l'estimation de XSPECT. *en rouge :* l'estimation de WMAP [Hinshaw et al. 2003]. Les deux estimations sont compatibles sur l'ensemble de la couverture en multipôle ($\ell = 2 - 900$).

Il existe des petites différences entre les spectres des deux estimateurs, spécialement à haut ℓ et sur la partie descendante du premier pic acoustique. Ces différences peuvent être liées à l'utilisation de fonctions de vraisemblance différentes pour combiner les spectres croisés. L'équipe de WMAP a utilisé une fonction adaptée aux données de l'instrument, en particulier en tenant compte de la contamination des sources ponctuelles.

L'irrégularité au sommet du premier pic n'apparaît pas dans notre estimation du spectre. En revanche, celles à bas multipôles ($\ell \simeq 30$ et $\ell \simeq 50$), ainsi que la valeur du quadrupôle ($\ell = 2$) sont compatibles.

Contrairement à WMAP, nous avons utilisé les 8 détecteurs sur l'ensemble des multipôles. De plus, nous n'avons utilisé qu'une pondération uniforme alors que les résultats de WMAP ont été réalisés à partir de trois pondérations différentes en fonction de la valeur du multipôle.

15.2.2 comparaison des barres d'erreur

En ce qui concerne les barres d'erreur, la figure 15.4 montre que le calcul analytique de XSPECT donne des résultats équivalents à ceux publiés par WMAP [Hinshaw et al. 2003]. Les différences sont inférieures à 15% sur l'ensemble des multipôles avec une moyenne de 1.8%.

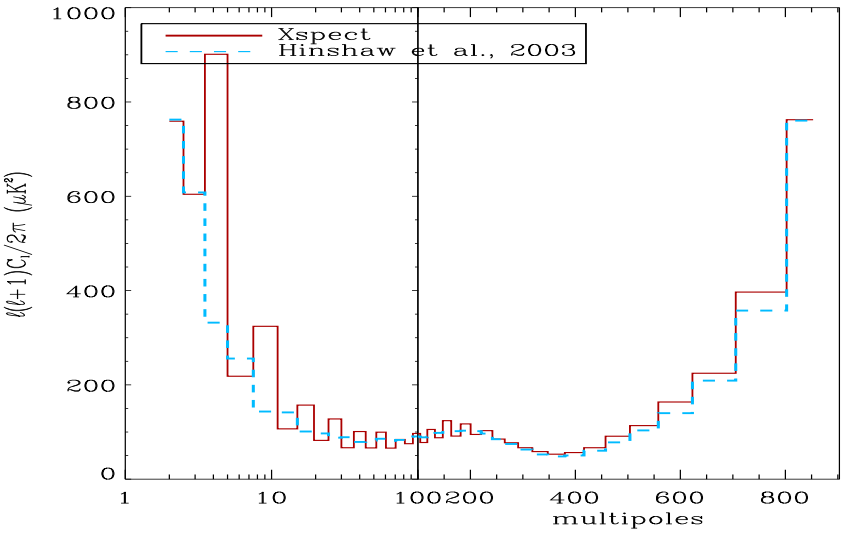


FIG. 15.4: **Barres d'erreur du spectre de puissance des données de la première année de WMAP.** Le calcul analytique de XSPECT (*en rouge*) est comparé à celui publié par WMAP (*en pointillés bleus*) [Hinshaw et al. 2003]. Les résultats sont compatibles à 15% sur l'ensemble des multipôles avec une moyenne à 1.8%.

15.2.3 conclusion

Malgré notre approche plus simple ne tenant en particulier pas compte des effets des sources ponctuelles, les spectres ainsi que les barres d'erreur sont quasiment identiques sur tout le domaine de multipôles couvert par WMAP. Le léger excès de l'estimation XSPECT à hauts ℓ (essentiellement au niveau du deuxième pic) est vraisemblablement à hauteur de la contamination des données WMAP par les sources ponctuelles. En effet, l'estimation publiée par WMAP utilise un modèle d'émission diffuse des sources ponctuelles que nous n'avons pas pris en compte.
Ce résultat permet de démontrer que l'estimation analytique des barres d'erreur à partir d'observations est valable sur l'ensemble des multipôles considérés par WMAP ($2 \leq \ell \leq 900$).

Le spectre de WMAP est publié dans [Hinshaw et al. 2003]. Les données de la première année (avec les cartes uniquement en température) sont publiques et disponibles sur le site LAMBDA (http ://lambda.gsfc.nasa.gov).

Chapitre 16

Spectre de puissance angulaire du CMB mesuré par Archeops

Après la publication du premier spectre de puissance angulaire du CMB avec les données d'Archeops [Benoît et al. 2003a], nous avons cherché à améliorer le traitement des données à travers l'ensemble des étapes de l'analyse. Ce chapitre présente le fruit de ce travail : l'estimation du spectre de puissance angulaire réalisée avec XSPECT *sur un domaine plus large et en réduisant les barres d'erreur. Ce travail a donné lieu à la publication du spectre de puissance angulaire du CMB par la collaboration [Tristram et al. 2005b].*

16.1 Motivation et améliorations

La collaboration Archeops a publié en octobre 2003 un premier spectre de puissance angulaire du CMB [Benoît et al. 2003a]. Il était composé de 16 points allant de $\ell = 15$ à 350 (fig. 16.1). L'estimation a été réa-

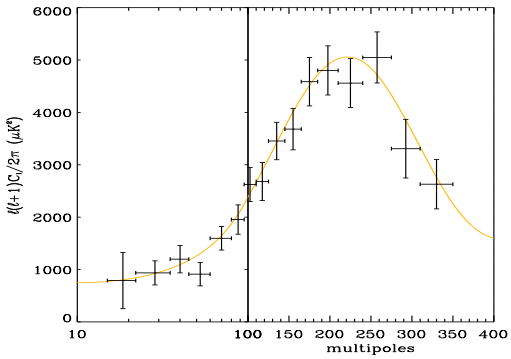


FIG. 16.1: **Première estimation du spectre de puissance angulaire d'Archeops** [Benoît et al. 2003a]. Le meilleur modèle ΛCDM [Benoît et al. 2003b] est superposé (*en jaune*).

lisée à l'aide de deux estimateurs *pseudo-*C_ℓ : MASTER [Hivon et al. 2002] et SPICE [Szapudi et al. 2001] à partir de deux bolomètres à 143 (143K03) et à 217 GHz (217K04). Les autres bolomètres étaient trop bruités pour permettre une estimation du spectre à partir des auto-spectres en corrigeant le bruit. Les résidus d'avant-plans atmosphériques et galactiques ont limité l'étude à $15 \leq \ell \leq 350$.

Pendant l'année qui a suivi, la collaboration a apporté différentes améliorations sur le traitement de données en temps. Les plus significatives sont :

- l'identification de cercles particulièrement bruités qui ne sont plus projetés au moment de la réalisation des cartes,
- les études temps-fréquences grâce aux ondeletttes qui ont permis de sélectionner uniquement les parties où le bruit est stationnaire,
- la ré-analyse des bruits à basses fréquences en sélectionnant uniquement les données jugées valides,
- une nouvelle méthode de déstriage appliquée aux données [Bourrachot 2004],
- les décorrélations à haute fréquence réduites à des intervalles de fréquences,
- la ré-évaluation des coefficients de corrélation de l'ozone et de la poussière galactique sur des plages en fréquence adaptées,
- la ré-évaluation des constantes de temps (cf. chapitre 9),
- la modélisation des lobes avec la procédure ASYMFAST (cf. chapitre 10).

Le but de ces améliorations était de réduire les effets systématiques dus à l'atmosphère et à la Galaxie ainsi que de réduire le bruit corrélé entre détecteurs. Ceci afin de pouvoir utiliser plus de détecteurs, de réduire les barres d'erreur sur le spectre et de permettre d'étendre la plage en multipôle accessible à Archeops tant à bas ℓ qu'à haut ℓ.

- **A bas ℓ.** La couverture du ciel d'Archeops ne permet pas d'obtenir les multipôles à très bas ℓ. Mais la procédure de projection MIRAGE a permis de réduire le bruit en $1/f$ dans les cartes et ainsi d'abaisser la fréquence de coupure du passe-haut de 0.3 Hz à 0.1 Hz. L'amélioration des décorrélations (particulièrement de la poussière) a également permis d'augmenter la couverture du ciel utilisée pour l'estimation du spectre de puissance de 12,6% à 19%, autorisant ainsi le calcul du spectre à partir de $\ell = 4 - 5$.
- **A haut ℓ.** L'ambition d'Archeops était également de mesurer le spectre jusqu'au troisième pic acoustique. La réduction du temps de vol, donc de la redondance, nous a empêché d'atteindre cet objectif. Mais la réduction des bruits à hautes fréquences et l'utilisation d'un plus grand nombre de détecteurs ont permis une mesure du deuxième pic. La méthode XSPECT est particulièrement adaptée puisque l'annulation du bruit dans le calcul des spectres croisés permet l'utilisation de bolomètres plus bruités.

Les études CMB menées sur Archeops utilisent 6 des 21 détecteurs du plan focal : 143K03, 143K04, 143K05, 143K07 et 217K04, 217K06. Ces bolomètres ont été choisis en fonction de leur sensibilité (comprise entre 93 et 207 $\mu K_{CMB}.s^{1/2}$) et de leurs caractéristiques de bruit. En particulier, les études temps-fréquences à l'aide des ondelettes ont mis en évidence des comportements non-stationnaires du bruit pour certains détecteurs.

16.2 Estimation des fonctions de transfert

16.2.1 fonctions de transfert des lobes

Les lobes des détecteurs d'Archeops sont au mieux quasi-elliptiques (à 143 GHz), au pire irréguliers (à 217 GHz). Les fonctions de transfert effectives des lobes doivent prendre en compte ces asymétries. Pour cela, nous avons utilisé des simulations convoluées avec la méthode ASYMFAST [Tristram et al. 2004]. Grâce à la décomposition en multi-gaussiennes des lobes, on peut convoluer facilement (et donc rapidement) une carte par un lobe asymétrique en utilisant la stratégie de balayage, autorisant ainsi le recours aux simulations Monte-Carlo (cf. chapitre 10).
Pour estimer la fonction de transfert effective pour chacun des lobes d'Archeops, nous avons donc réalisé 100 simulations de cartes de CMB que l'on a convoluées par le lobe décomposé en multi-gaussiennes. En faisant la moyenne des rapports des spectres de puissance corrigés de la couverture du ciel des cartes avant et après convolution, on obtient la fonction B_ℓ pour chaque détecteur (fig. 16.2).

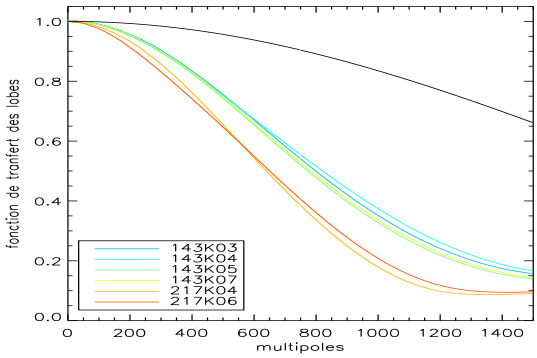


FIG. 16.2: **Fonctions de transfert des lobes d'Archeops** pour les 6 détecteurs utilisés pour les études CMB, estimées à l'aide de simulations. Les lobes à 143 GHz sont plus petits et plus circulaires qu'à 217 GHz. Au niveau du premier pic ($\ell = 200$) les fonctions sont toutes supérieures à 90%. La fonction de transfert des pixels à $N_{side} = 512$ est tracée en noir.

Les fonctions de transfert des bolomètres à 143 GHz sont peu dispersées et proches du cas gaussien. En revanche, les lobes à 217 GHz sont plus larges et plus irréguliers donc leurs fonctions de transfert lissent davantage les grands multipôles. Elles restent néanmoins au-dessus de 50% et 40% à 143 et 217 GHz pour $10 \leq \ell \leq 700$. Au niveau du premier pic acoustique ($\ell \simeq 200$), les fonctions B_ℓ sont toutes supérieures à 90%.
La convolution avec ASYMFAST introduit peu d'erreurs statistiques sur l'estimation des B_ℓ (moins de 0.1%). Mais les lobes ont été mesurés à partir des observations de Jupiter et ceux-ci peuvent être légèrement différents des lobes effectifs pour les anisotropies du CMB. En effet, des incertitudes peuvent intervenir au niveau de la forme des bandes spectrales, des lobes secondaires, de la soustraction de la ligne de base pour la mesure du lobe ou encore de l'estimation des constantes de temps. Sur Archeops, chacune des ces incertitudes a été évaluée à moins de 5%, mais leur effet sur la fonction de transfert des lobes est difficile à mettre en évidence. C'est pourquoi nous avons décidé de prendre comme erreur systématique à 3σ sur les B_ℓ la différence entre un modèle elliptique et l'estimation Monte-Carlo d'ASYMFAST.
En ce qui concerne la fonction de transfert des pixels, à la résolution des cartes d'Archeops ($N_{side} = 512$), l'effet est bien plus faible que celui des lobes.

16.2.2 fonctions de transfert des filtrages

Le filtrage en temps des données introduit une direction privilégiée sur le ciel, la direction de balayage. L'hypothèse des fluctuations isotropes de température est donc fausse. Néanmoins, en première approximation, le biais introduit sur les C_ℓ dû au filtrage peut être représenté dans l'espace des harmoniques sphériques par une simple fonction de transfert circulaire en ℓ : T_ℓ.
Pour l'analyse des données CMB d'Archeops, on a utilisé deux types de filtrage auxquels on peut associer deux fonctions de transfert différentes : le passe-bande appliqué aux données ordonnées en temps (F_ℓ) et le déstriage des cartes (D_ℓ).

- La fonction de transfert du filtrage F_ℓ est estimée à l'aide de 100 simulations de cartes de CMB pur. Les cartes sont déprojetées à l'aide de la stratégie de balayage d'Archeops avant d'être filtrées et reprojetées. De la même façon que pour la fonction de transfert des lobes, leurs spectres de puissance corrigés de la couverture sont comparés à ceux estimés à partir des mêmes simulations non-filtrées. Les erreurs sur l'estimation de la fonction F_ℓ sont données par la dispersion des simulations.

- La fonction de transfert associée au déstriage D_ℓ a également été estimée à partir de simulations. Dans ce cas, la détermination précise de D_ℓ est particulièrement difficile car la procédure de déstriage est non-linéaire et coûteuse en temps de calcul. De façon conservative, nous avons estimé l'erreur sur la fonction de filtrage au tiers de sa valeur.

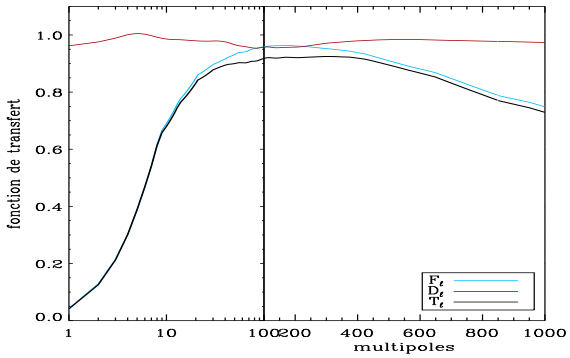


FIG. 16.3: **Fonctions de transfert des filtrages** estimées par simulations. *en bleu :* la fonction de filtrage F_ℓ. *en rouge :* la fonction de déstriage D_ℓ. *en noir :* la fonction totale T_ℓ. Comme le filtrage est le même, on utilise la même fonction pour tous les bolomètres.

La fonction de transfert totale associée aux filtrages T_ℓ est le produit des deux fonctions F_ℓ et D_ℓ : $T_\ell \equiv F_\ell \times D_\ell$. Tous les bolomètres sont filtrés par le même passe-bande et la position des détecteurs sur le plan focal fait que les pointages se suivent (les 6 bolomètres appartiennent à deux rangées sur le plan focal séparées par seulement $\sim$30 arcmin). Sur les cartes, les différences des effets du filtrage sont donc négligeables. C'est pourquoi nous avons utilisé la même fonction de transfert T_ℓ pour tous les détecteurs.
Pour les valeurs des fréquences de coupure du passe-bande utilisées pour Archeops ($[0.1, 38]$ Hz), la fonction F_ℓ atteint 65% à $\ell = 10$ et reste au-dessus de 85% entre $\ell = 25$ et $\ell = 700$ (fig. 16.3).

16.3 Masque galactique et pondération

16.3.1 masque galactique

Un masque est appliqué aux cartes pour cacher le plan galactique susceptible de contenir des résidus d'émission d'avant-plans (fig. 16.4). Le masque choisi pour Archeops est déduit de la carte de IRAS à 100μm [Schlegel et al. 1998] extrapolée à 353 GHz. On utilise une coupure sur l'amplitude de l'émission qui sélectionne les pixels supérieurs à 0.5 MJy.sr^{-1}. Dans l'hémisphère Sud, l'émission est plus intense que dans le reste de la carte. La latitude moyenne correspond à $\sim$5 deg. Ce masque réduit la couverture du ciel d'Archeops de 33 à 19.9%.

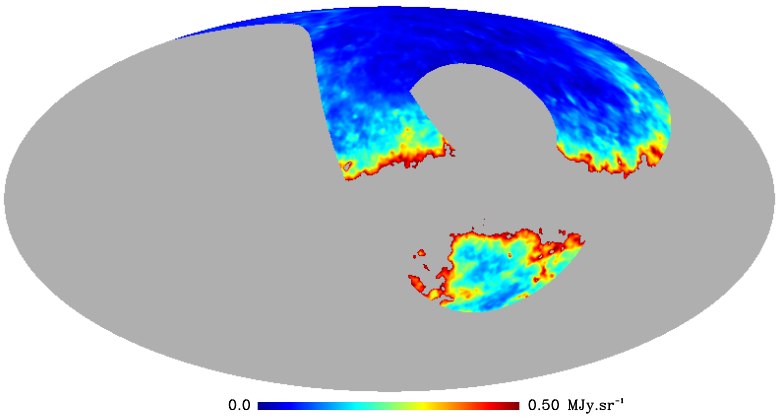


FIG. 16.4: **Carte IRAS illustrant le masque galactique d'Archeops.** La coupure sur l'amplitude de l'émission sélectionne les pixels supérieurs à 0.5 MJy.sr^{-1}.

Avec l'application du masque galactique, l'émission galactique dans les cartes à 143 GHz passe de $\sim$7 mK$_{CMB}$ à moins de 1.6 mK$_{CMB}$.

16.3.2 pondération

La méthode XSPECT permet l'utilisation d'une pondération par pixel et par détecteur pour l'estimation des spectres de puissance. Dans le cas d'Archeops, on a utilisé deux types de pondération : une pondération uniforme et une pondération en $1/\sigma^2_{b,pix}$ par pixel et par détecteur ($\sigma^2_{b,pix}$ est la variance du bruit du bolomètre b pour chaque pixel). Le bruit par pixel est estimé à partir de la sensibilité σ_b du bolomètre supposée constante pendant la durée du vol et du nombre de points par pixel N_{pix} par la formule

$$\sigma^2_{b,pix} = \frac{\sigma^2_b}{N_{pix}} \tag{16.1}$$

Comme la couverture d'Archeops est très inhomogène, le bruit par pixel varie beaucoup. La pondération par pixel est donc largement dominée par les pixels où le temps d'intégration est plus grand. Ceux-ci sont situés au bord de la couverture. Pour éviter une trop grande dispersion du bruit en tenant compte de la résolution angulaire d'Archeops, on utilise des cartes lissées par une gaussienne de 30 arcmin (pour des pixels de 7 arcmin).

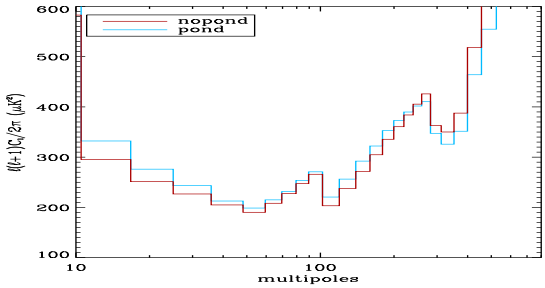


FIG. 16.5: **Comparaison des barres d'erreur en fonction de la pondération.** *en rouge :* pondération uniforme. *en bleu :* pondération par pixel. A bas ℓ les barres d'erreur avec la pondération uniforme sont plus petites alors qu'à haut ℓ, ce sont celles avec la pondération par pixel. Les courbes se croisent à $\ell \sim 260$.

La pondération uniforme est particulièrement adaptée à la mesure des grandes échelles angulaires (à bas ℓ) car elle permet de prendre en compte toute la surface couverte. En revanche, une pondération inversement proportionnelle au bruit par pixel permet de réduire les barres d'erreur pour les petites échelles en donnant plus de poids aux zones fortement redondantes. Pour Archeops, on a donc fait le choix d'utiliser un mélange des deux pondérations en fonction du multipôle. Jusqu'à $\ell = 260$, la pondération uniforme donne les barres d'erreur les plus petites (fig. 16.5), ensuite on utilise la pondération par pixel.

16.3.3 matrice de mélange des modes

La matrice de mélange des modes est calculée de façon analytique en fonction de la décomposition en harmoniques sphériques de la carte de pondération (éq. 14.16). Celle-ci tient compte à la fois de la couverture partielle d'Archeops, du masque galactique ainsi que de la pondération par pixel.
Pour Archeops, la matrice de couplage des modes donne une largeur de $\Delta\ell = 6$. Une fois ré-échantillonnée, elle est quasi-diagonale (fig. 16.6).

16.4 Simulations complètes

16.4.1 simulation des cartes

La première étape a été de réaliser des simulations d'observation du ciel par les $N = 6$ détecteurs les plus sensibles d'Archeops (4 à 143 GHz et 2 à 217 GHz). Un grand nombre (10000 au total) de simulations

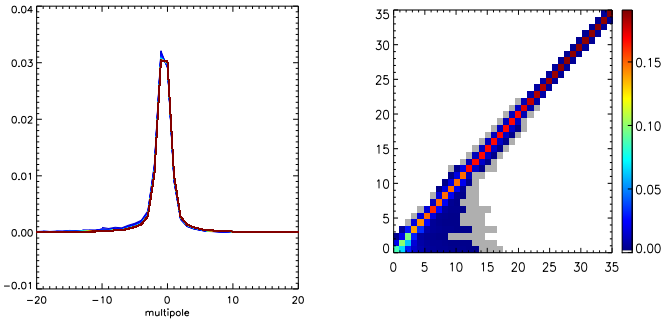


FIG. 16.6: **Matrice de couplage des modes pour la couverture Archeops.** *A gauche :* profil centré de la diagonale de la matrice de couplage. *A droite :* matrice de couplage ré-échantillonnée.

complètes (allant jusqu'aux spectres de puissance) a été réalisé afin de tester la méthode d'estimation en fonction de la résolution (N_{side} =256 ou 512), du contenu (CMB pur ou CMB+bruit), de la méthode de projection (coaddition ou MIRAGE) ou encore de la pondération choisie (uniforme ou par pixel).

simulation du CMB

Les simulations de signal sont issues de réalisation du CMB basées sur le meilleur modèle ΛCDM ajusté sur les données de la première publication [Benoît et al. 2003a]. Les cartes du ciel sont ensuite convoluées par les lobes de chacun des 6 détecteurs en utilisant la fonction de transfert des lobes B_ℓ. Chaque carte ainsi obtenue est ensuite déprojetée à l'aide du pointage correspondant au détecteur pour former des données ordonnées en temps ou *timeline*.

simulation du bruit

Pour chaque détecteur, le bruit est simulé dans l'espace en temps. Il est estimé à partir d'une réalisation gaussienne dont le spectre est contraint par le spectre de bruit $\mathcal{P}(\tilde{n})$ évalué dans les données [Amblard & Hamilton 2004]. Pour estimer le spectre de Fourieur du bruit $\mathcal{P}(\tilde{n})$:

1. la *timeline* de signal est estimée en projetant les données sur une carte puis en déprojetant suivant la direction de balayage. La Galaxie est filtrée avant la projection.
2. cette estimation est soustraite aux données
3. on calcule le spectre de Fourier
4. le biais introduit par la pixélisation est estimé à l'aide de simulations puis corrigé
5. enfin, le spectre est lissé.

filtrage et projection

Les simulations de bruit sont éventuellement ajoutées à celles du CMB afin de former une *timeline* pour chaque détecteur. Celle-ci est alors filtrée de la même façon que les données, par un passe-bande de Butterworth entre 0.1 et 38 Hz.
Les *timelines* sont alors projetées grâce au pointage de chaque détecteur, soit par simple coaddition, soit en utilisant la méthode de maximum de vraisemblance utilisée pour les données MIRAGE [Yvon & Mayet 2005]. Enfin, le masque galactique est appliqué aux cartes.

16.4.2 estimation des spectres de puissance

Pour chaque simulation, contenant N cartes, on applique XSPECT pour calculer les $N(N-1)/2$ spectres croisés et leur matrice de cross-corrélation. On peut alors combiner ces spectres en un seul avec ses barres

d'erreur, en maximisant l'approximation gaussienne de la fonction de vraisemblance (comme décrit au chapitre 14).
La moyenne par jeu de simulations des spectres ainsi obtenus permet de vérifier que la méthode XSPECT n'est pas biaisée, c'est-à-dire qu'elle estime un spectre sur la couverture d'Archeops compatible avec le modèle utilisé. Les résultats (fig. 16.7) montrent que XSPECT reproduit parfaitement le modèle sur l'ensemble des multipôles accessibles à la résolution choisie (ici $N_{side} = 512$). Les barres d'erreur présentées sont calculées analytiquement par XSPECT. Le spectre est la combinaison des deux types de pondération : jusqu'à $\ell = 260$, on utilise les simulations avec pondération uniforme et au-delà, on utilise les simulations avec la pondération inversement proportionnelle au bruit par pixel. Les points du spectre ne varient quasiment pas d'une pondération à l'autre (moins de 1σ), seule change la taille des barres d'erreur. Appliqué sur les données Archeops, l'estimateur XSPECT est donc statistiquement non-biaisé.

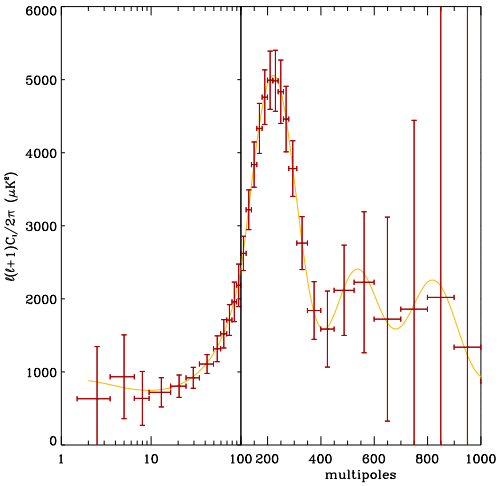


FIG. 16.7: **Moyenne des spectres de puissance angulaire obtenus avec XSPECT** sur 1000 simulations des 6 détecteurs les plus sensibles (CMB+bruit, $N_{side} = 512$, projetées avec MIRAGE). Le meilleur modèle ΛCDM [Benoît et al. 2003b] utilisé pour les simulations est tracé en jaune. Les barres d'erreur sont calculées analytiquement par XSPECT. On constate que l'estimateur XSPECT, appliqué aux données d'Archeops, est effectivement non-biaisé.

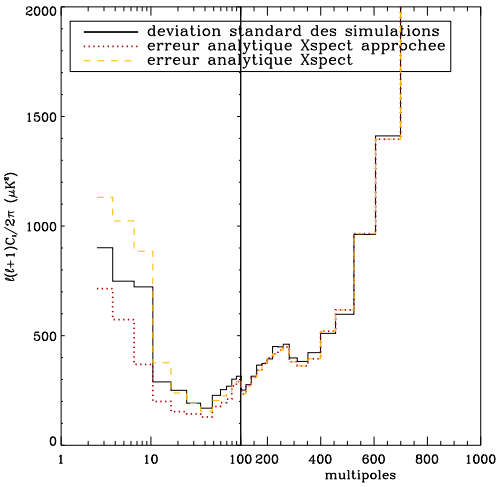


FIG. 16.8: **Estimée analytique des barres d'erreur calculée par XSPECT** à partir de la formule approchée *en rouge* et complète *en jaune*. Elles sont comparées à la déviation standard des 500 simulations *en pointillés noirs*. Les différences avec la déviation standard sont de 1.5% en moyenne et ne dépassent pas 10%.

Les barres d'erreur calculées analytiquement par XSPECT (fig. 16.8) sont comparées à la dispersion des simulations. Comme la couverture d'Archeops est très inhomogène, l'approximation uniforme (éq. 14.28) pour le calcul de la matrice de cross-corrélation $\Xi_{\ell\ell'}^{AB,CD}$ n'est plus valable (principalement à bas ℓ) et il faut utiliser la forme complète (éq. 14.24).
La formule approchée donne des barres d'erreur sous-estimées d'environ 20% à bas ℓ avec une moyenne autour de 10%. En utilisant la forme complète, l'accord avec la dispersion est nettement meilleur puisque les différences ne dépassent pas 10% avec une moyenne à 1.5%. Ceci est lié à la forme très inhomogène de la couverture d'Archeops qui ne peut se réduire à un simple pourcentage du ciel.
Les autres jeux de simulations fournissent des résultats équivalents.

16.4.3 variance d'échantillonnage

Compte-tenu de la proportion importante de ciel couverte par Archeops ($f_{sky} \simeq 0.2$), la variance des C_ℓ est dominée à bas ℓ ($\ell <\sim 100$) par la variance d'échantillonnage. Pour la même raison d'inhomogénéité de la couverture du ciel d'Archeops, la variance d'échantillonnage ne se déduit pas simplement de la variance cosmique en tenant compte de la proportion de ciel observée.
Les simulations sans bruit (CMB pur) permettent de l'estimer. En effet, la variance des simulations sans bruit donne directement la variance d'échantillonnage liée à la couverture d'Archeops (fig. 16.9). Dans le cas des simulations sans bruit, XSPECT reconstruit la variance à seulement 15% avec une moyenne à

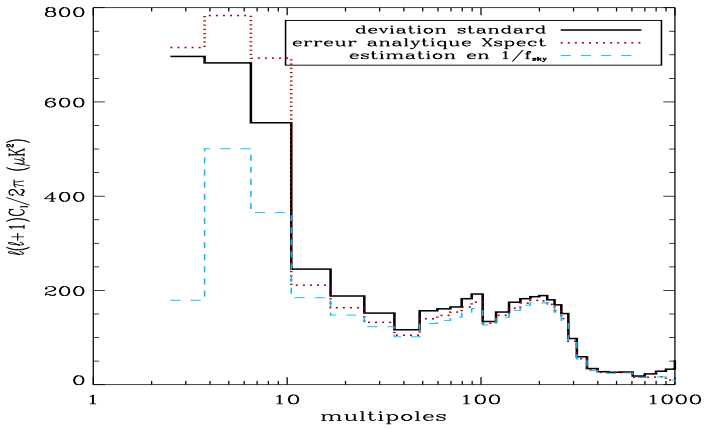


FIG. 16.9: **Variance d'échantillonnage pour la couverture Archeops.** La variance estimée par XSPECT (*en rouge*) est comparée à la déviation standard des simulations sans bruit (*en noir*) et à l'approximation $\Delta C_\ell = C_\ell^2/(2\ell+1)f_{sky}$.

7%. C'est pourquoi la variance d'échantillonnage qui accompagne le spectre de puissance d'Archeops est directement issue de la déviation standard des simulations sans bruit.
Comme la variance d'échantillonnage est liée au spectre de puissance, il est plus judicieux d'appliquer cette erreur sur le modèle correspondant le mieux aux données que sur les données elles-mêmes. En effet, toute perturbation du spectre de puissance provenant d'effets systématiques ou de résidus d'avant-plans ne doit pas modifier la valeur de la variance d'échantillonnage.

16.5 Spectre de puissance angulaire du CMB d'Archeops

16.5.1 spectres croisés

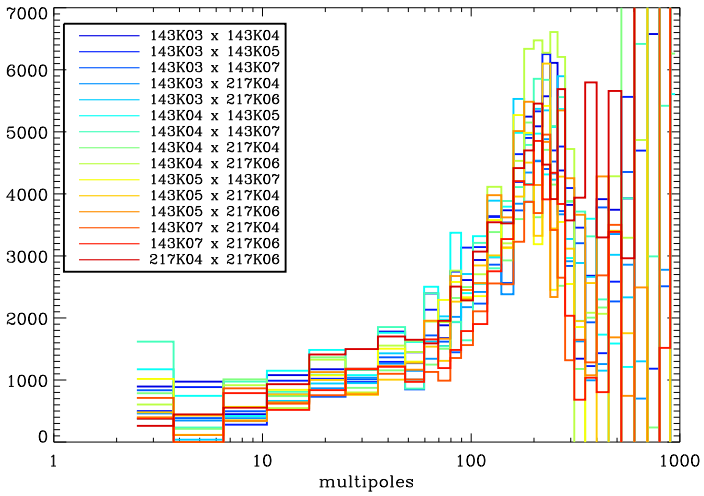


FIG. 16.10: **Spectres croisés des 6 bolomètres d'Archeops** utilisés pour l'estimation du spectre de puissance. Les 15 spectres croisés superposés sont compatibles jusqu'au premier pic.

L'ensemble des 15 spectres croisés (fig. 16.10), réalisés à partir des 6 bolomètres utilisés pour les études CMB, est homogène jusqu'au premier pic, c'est-à-dire lorsque le signal domine et que les erreurs sont

dominées par la variance d'échantillonnage. En revanche, la dispersion entre les spectres croisés augmente lorsque le bruit devient important (typiquement au niveau du deuxième pic).
L'étude détaillée des spectres montre une forte corrélation entre les deux détecteurs à 217 GHz. Comme celle-ci est prise en compte dans la combinaison des spectres, l'influence du spectre croisé 217K04×217K06 dans le spectre final est négligeable.

16.5.2 spectre de puissance angulaire

Le spectre de puissance angulaire estimé avec XSPECT sur les données Archeops couvre le plateau Sachs-Wolfe et les deux premiers pics acoustiques (fig. 16.11). Les barres d'erreur sont calculées analytiquement avec XSPECT. Elles sont compatibles avec celles des simulations à 5%. La variance cosmique (en gris) est associée au meilleur modèle ajusté sur la première estimation du spectre [Benoît et al. 2003a]. Le spectre est composé de 26 points allant de $\ell = 10$ à $\ell = 700$ (tab. 16.1). Les deux types de pondération ont été utilisés permettant de minimiser les barres d'erreur. La pondération uniforme donne les barres d'erreur les plus petites jusqu'à $\ell = 260$, ensuite on utilise la pondération inversement proportionnelle au bruit par pixel.

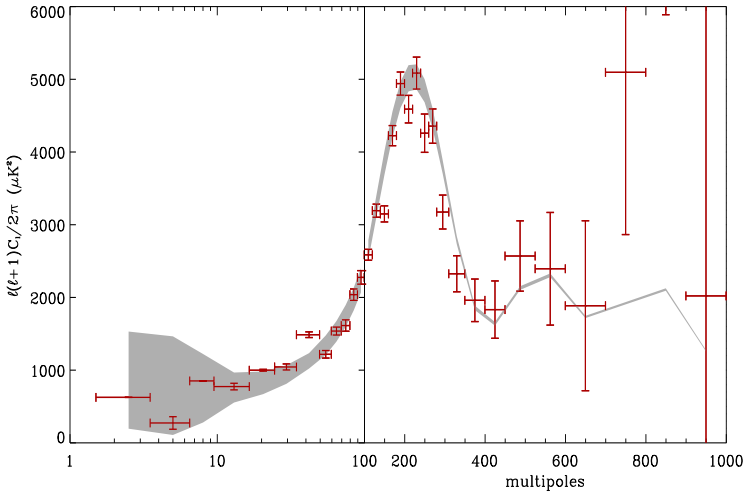


FIG. 16.11: **Spectre de puissance angulaire d'Archeops.** La variance d'échantillonnage est tracée en gris. La pondération est uniforme jusqu'à $\ell = 260$ puis inversement proportionnelle au bruit par pixel. On distingue clairement le plateau Sachs-Wolfe et les deux premiers pics acoustiques.

Les erreurs statistiques associées à ce spectre sont détaillées dans la figure 16.12. La variance d'échantillonnage domine pour $\ell < 100$ et reste supérieure à 50% jusqu'au premier pic ($\ell \sim 200$). Les erreurs systématiques dues au filtrage et au lissage des lobes sont largement inférieures aux erreurs statistiques.

16.5.3 matrice de covariance

La combinaison des spectres croisés à l'aide de l'approximation gaussienne de la fonction de vraisemblance néglige la corrélation entre les différents points mais permet également de l'estimer à travers la matrice de covariance. Celle-ci peut également être déduite des simulations (fig. 16.13). Elle donne le niveau de corrélation absolue entre les différents points du spectre de puissance angulaire final.
Les corrélations les plus importantes se situent à bas ℓ entre les premiers points du spectres et sont dus à la couverture partielle. Le niveau atteint 50% entre les deux premiers points ($\ell < 7$). En revanche, au-dessus du troisième point ($7 \leq \ell \leq 9$), les éléments non-diagonaux sont inférieurs à 12% ce qui justifie, au premier ordre, l'approximation de non-corrélation.

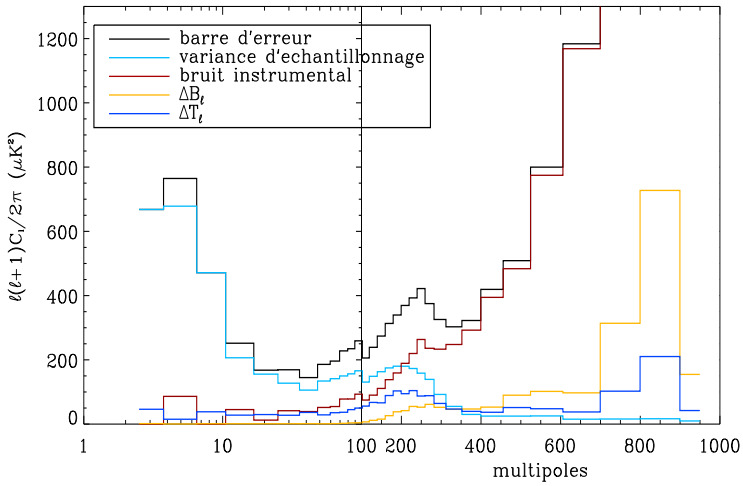


FIG. 16.12: **Détail des erreurs systématiques et statistiques du spectre d'Archeops.** Les erreurs statistiques (*en noir*) sont détaillées en variance d'échantillonnage (*en cyan*) et bruit instrumental (*en rouge*). Les erreurs systématiques sont liées aux incertitudes sur les fonctions de filtrage (*en bleu*) et des lobes (*en jaune*).

bin	ℓ_{min}	ℓ_{max}	$\ell(\ell+1)C_\ell/2\pi$	erreur totale	erreur instrumentale	variance d'échantillonnage
1	2	3	625	668	0	668
2	4	6	273	764	86	678
3	7	9	851	471	0	471
4	10	16	774	251	45	206
5	17	24	998	167	12	155
6	25	34	1043	168	41	127
7	35	49	1487	144	39	105
8	50	59	1217	185	51	134
9	60	69	1537	195	54	141
10	70	79	1613	227	78	149
11	80	89	2038	234	78	156
12	90	99	2275	258	93	165
13	100	119	2586	204	74	130
14	120	139	3193	238	90	148
15	140	159	3148	273	110	163
16	160	179	4225	312	138	174
17	180	199	4941	339	159	180
18	200	219	4589	369	189	180
19	220	239	5085	392	219	173
20	240	259	4258	421	263	158
21	260	279	4356	374	235	139
22	280	309	3174	325	233	92
23	310	349	2325	302	247	55
24	350	399	1960	322	292	30
25	400	449	1832	418	394	24
26	450	524	2569	507	483	24
27	525	599	2394	799	774	25
28	600	699	1885	1183	1168	15
29	700	799	5095	2246	2231	15
30	800	899	10331	4458	4442	16
31	900	999	2020	8731	8722	9

TAB. 16.1: **Points et barres d'erreur statistiques du spectre de puissance angulaire d'Archeops** en $(\mu\mathrm{K}_{\mathrm{CMB}})^2$. Les barres d'erreur statistiques sont détaillées en erreur instrumentale et variance d'échantillonnage.

16.6 Tests de cohérence

Le premier test est lié au choix arbitraire de l'échantillonnage. En effet, celui-ci est un compromis entre la minimisation de la corrélation entre les points, un bon échantillonnage et des barres d'erreur raisonnables à haut ℓ. Pour vérifier la présence des structures fines (en particulier à $\ell = 40$), deux échantillonnages différents mais non indépendants sont superposés (fig. 16.14). Les points sont fortement corrélés d'un spectre à

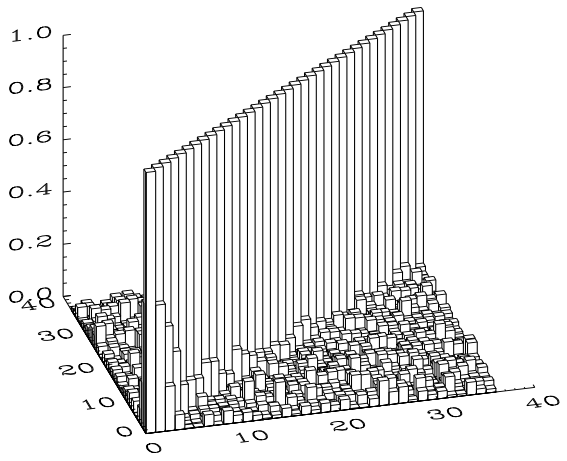


FIG. 16.13: **Matrice de covariance normalisée du spectre d'Archeops.** Les corrélations les plus importantes se situent entre les premiers points du spectre et sont dues à la couverture partielle. Entre le premier et le deuxième point ($\ell < 7$), la corrélation atteint 50%. Mais au-dessus du troisième point ($\ell > 10$), les termes non-diagonaux sont inférieurs à 12%.

l'autre mais l'existence des structures est clairement mise en évidence.

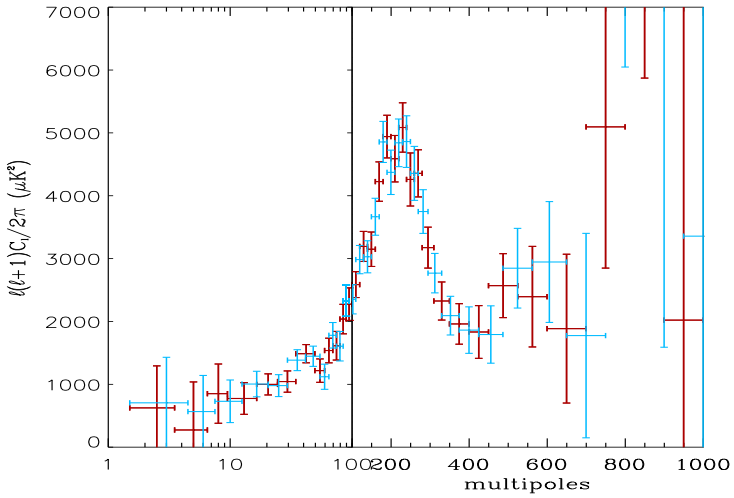
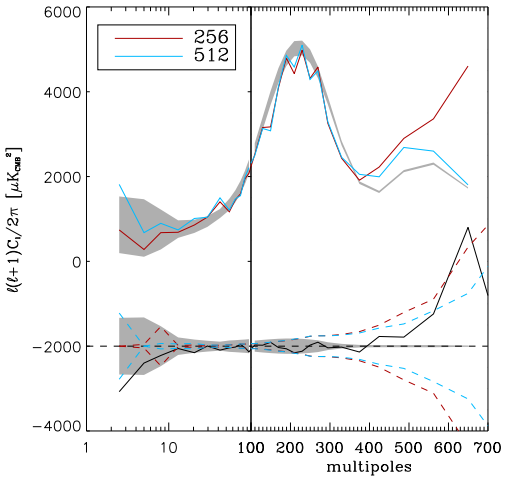


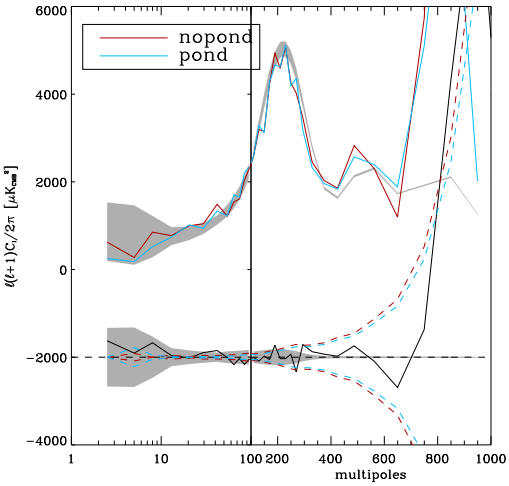
FIG. 16.14: **Spectre de puissance angulaire d'Archeops** utilisant deux échantillonnages différents.

De plus, toute une série de tests a été réalisée afin de vérifer la propreté des données d'Archeops. En particulier, nous avons recherché les traces d'effets systématiques résiduels en vérifiant que le spectre ne dépend pas de la résolution, de la pondération choisie, des fréquences de coupure du filtrage, du masque galactique, ou encore du choix des bolomètres.
Pour chacun de ces paramètres, les spectres (pages suivantes) sont comparés au spectre de référence réalisé à $N_{side} = 512$, avec la double pondération (uniforme jusqu'à $\ell = 260$ et par pixel ensuite), un filtrage passe-bande à [0.1,38] Hz, le masque galactique avec la coupure en intensité à 0.5 MJy.sr^{-1} et les 6 bolomètres. La différence par rapport à la référence est comparée aux barres d'erreur statistiques finales (en pointillés) et à la variance d'échantillonnage (en gris).

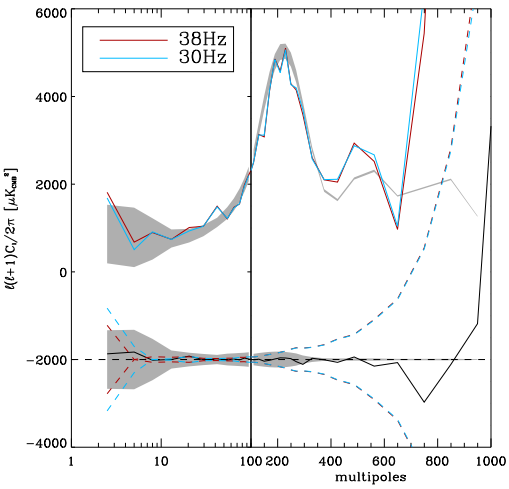
Variation de la résolution des cartes Archeops. *en rouge :* carte à $N_{side} = 512$, *en bleu :* carte à $N_{side} = 256$. La limite de validité de la décomposition en harmoniques sphériques par ANAFAST est de l'ordre de $\ell_{max} \simeq 2N_{side}$. Dans cette limite, les différences entre les deux spectres restent dans les barres d'erreur (*en pointillés*).



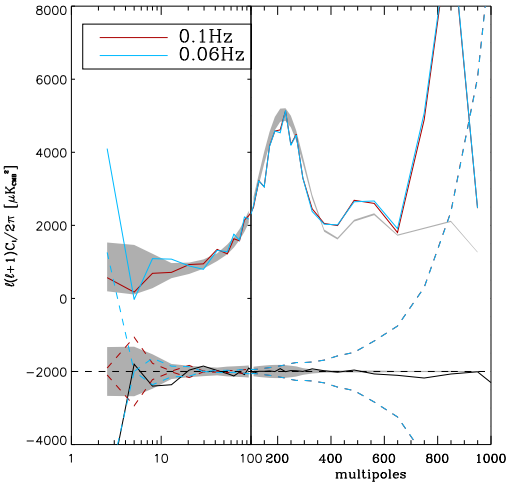
Variation de la pondération. *en rouge :* pondération uniforme, *en bleu :* pondération inversement proportionnelle au bruit par pixel. La combinaison des deux pondérations permet d'obtenir des barres d'erreur minimales. Les points du spectre ne dépendent pas de la pondération. Les spectres restent compatibles compte-tenu des barres d'erreur statistiques (*en pointillées*), ce qui nous permet de prendre comme spectre final la combinaison du spectre pondéré uniformément à bas ℓ et pondéré par pixel à haut ℓ.



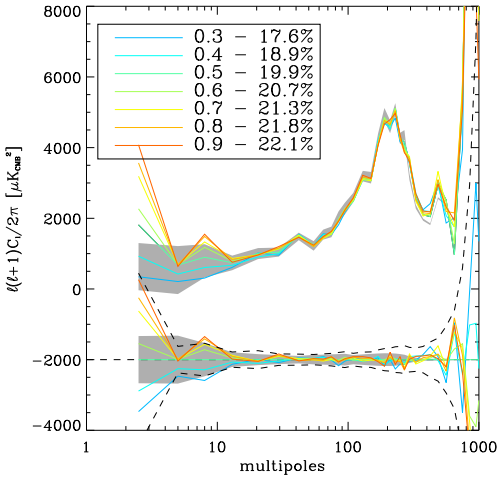
Variation de la fréquence de coupure du passe-bas $\mathbf{f_{max}}$. *en rouge :* coupure à 38 Hz, *en bleu :* coupure à 30 Hz. Les spectres restent dans les barres d'erreur statistiques (*en pointillés*). Sur Archeops, les spectres de Fourier des *timelines* mettent en évidence des bruit parasites au-delà de $\sim$40 Hz, ce qui nous oblige à couper avant. Le choix de 38 Hz est celui qui permet de conserver la plus grande partie du spectre.



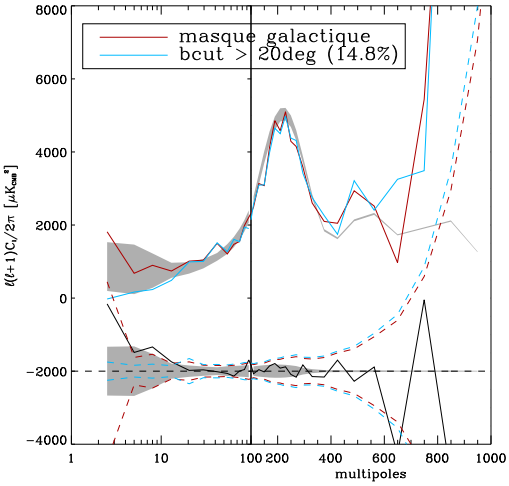
Variation de la fréquence de coupure du passe-haut $\mathbf{f_{min}}$. *en rouge :* coupure à 0.1 Hz, *en bleu :* coupure à 0.06 Hz (deux fois la fréquence de rotation). A bas ℓ, la perte de puissance due au filtrage est liée à la fréquence de coupure du passe-haut. Mais les données d'Archeops sont contaminées par des bruits basses-fréquences au niveau de la fréquence de rotation ($f_{spin} = 0.03$) et de ses harmoniques. Le choix de f_{min} est donc un compromis entre limiter la perte de puissance et filtrer ces effets systématiques. Hormis le premier point, contaminé par des résidus pour 0.06 Hz, les spectres sont compatibles.



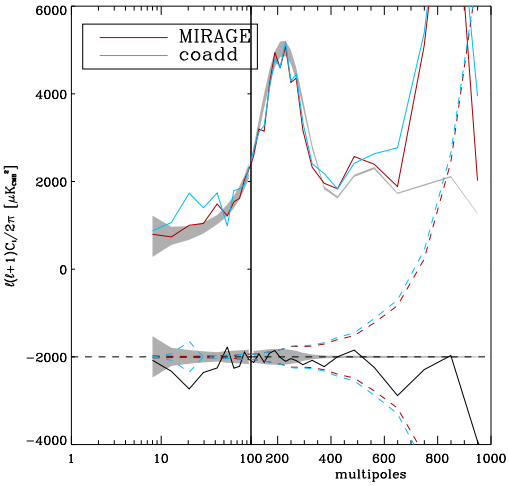
Variation du masque galactique. La coupure sur l'amplitude de l'émission galactique varie de 0.3 à 0.9 MJy.sr^{-1} (la valeur choisie est 0.5). La proportion de ciel vue par Archeops après application du masque varie alors de 17.6% à 22.1% (19.9% pour la valeur choisie). L'émission des poussières galactiques est le principal contaminant d'avant-plan d'Archeops. En faisant varier la taille du masque galactique, on teste l'effet des résidus galactiques sur le spectre de puissance. Si les premiers points varient beaucoup en fonction du masque, au-dessus de $\ell = 10$, les spectres ne sont pas significativement contaminés par les résidus galactiques.



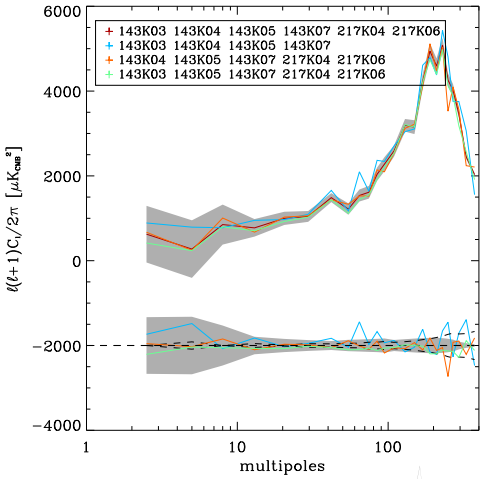
Application d'une coupure en latitude ($b > 20°$). La zone de l'hémisphère Sud de la couverture Archeops est plus fortement contaminée par l'émission des poussières galactiques. Pour vérifier que les résidus de la partie sud sont négligeables, on compare le spectre estimé avec le masque galactique (*en rouge*) avec celui estimé uniquement avec la partie Nord (*en bleu*). Cette coupure en latitude était celle utilisée pour la première estimation du spectre de puissance [Benoît et al. 2003a]. Encore une fois, au-dessus de $\ell = 10$, les spectres ne dépendent pas de la coupure galactique appliquée.



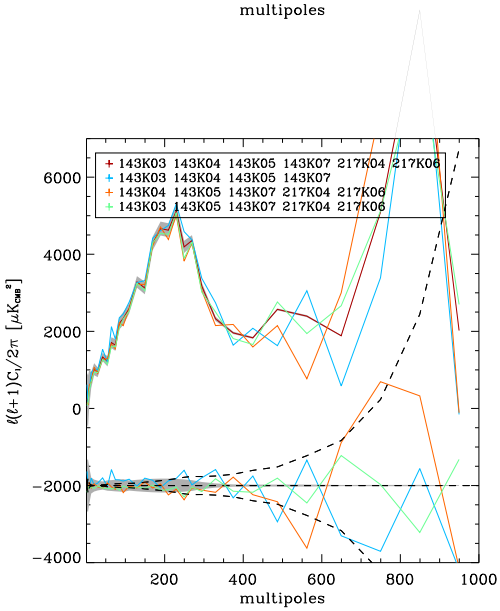
Variation de la méthode de projection. *en rouge :* MIRAGE, méthode optimale au sens de la maximisation de la fonction de vraisemblance. *en bleu :* projection simple par coaddition. Ce test permet de vérifier les corrections des effets de la projection et du filtrage (inclus dans la procédure MIRAGE) sur les spectres. Au-dessus de $\ell = 40$, les différences restent dans les barres d'erreur statistiques (*en pointillés*). Les écarts à bas ℓ peuvent être expliqués par la présence de bruit en $1/f$ et de rebonds galactiques sur les cartes coadditionnées (ces effets étant pris en compte dans la procédure optimale MIRAGE).



Variation des bolomètres utilisés au niveau du premier pic. Les différents canaux en fréquence ne sont pas soumis aux mêmes effets systématiques. Ici on compare, au niveau du premier pic acoustique, les spectres obtenus avec différents jeux de bolomètres. Les spectres sont compatibles à $\sim 1\sigma$ (*pointillés*). En particulier, le spectre estimé uniquement à l'aide des bolomètres à 143 GHz est compatible avec les autres ce qui montre que l'influence des résidus d'avant-plans sur les cartes à 217 GHz n'est pas significative dans le spectre final.



Variation des bolomètres utilisés au niveau du second pic. Les différents canaux en fréquence ne sont pas soumis aux mêmes effets systématiques. Ici on compare, au niveau du second pic acoustique, les spectres obtenus avec différents jeux de bolomètres. Les spectres sont compatibles compte-tenu des barres d'erreur statistiques (*en pointillés*). Pour obtenir une détection significative du deuxième pic acoustique, un grand nombre de détecteurs est nécessaire.



16.7 Contamination par les avant-plans

Comme toute expérience embarquée en ballon, Archeops est soumis aux fluctuations de l'émission atmosphérique. De plus, l'émission des poussières galactiques à 143 et 217 GHz est certes faible mais non-négligeable. Même si une décorrélation basée sur des modèles d'ozone et d'émission galactique a été réalisée pour supprimer ces avant-plans, les résidus dans les cartes sont la source dominante des erreurs systématiques sur le spectre de puissance angulaire.

- **émissions atmosphériques**
  La haute atmosphère contient encore de l'ozone sous la forme de nuages. L'ozone est particulièrement difficile à décorréler dans les cartes car les nuages bougent lentement avec le temps, ce qui oblige à effectuer un traitement en temps. Dans le spectre de Fourier, l'ozone forme des pics de bruit autour de la fréquence de rotation et de ses harmoniques. Pour tester l'effet résiduel de l'ozone dans le spectre de puissance angulaire, on a filtré les données en faisant varier la coupure à basse fréquence (cf. paragraphe 16.6). On a également utilisé une coupure très sévère (1 Hz), qui ne permet pas d'avoir accès aux bas multipôles ($\ell < 50$) mais qui a permis de montrer la stabilité du spectre sur les deux pics acoustiques. Ces tests prouvent que l'effet de l'ozone sur les hauts multipôles est négligeable comparé aux erreurs statistiques.
- **émissions galactiques**
  Pour estimer l'effet des résidus d'émission galactique, nous avons réalisé le spectre de puissance angulaire en utilisant uniquement la partie Nord de la couverture d'Archeops ainsi qu'en faisant varier la taille du masque galactique (cf. paragraphe 16.6). Les différences par rapport au spectre de référence sont faibles indiquant que les résidus d'émission galactique sont négligeables comparés aux erreurs statistiques sur une grande partie des multipôles ($17 \leq \ell < 700$). Néanmoins, les points inférieurs à $\ell = 17$ mettent en évidence la présence de résidus plus importants à grande échelle.

Pour pouvoir estimer précisément la contamination de la poussière et de l'ozone dans le spectre de puissance, nous avons utilisé deux méthodes :

– **XSPECT** [Tristram et al. 2005a]. Les cartes à 353 GHz d'Archeops peuvent être considérées comme des modèles pour les avant-plans d'Archeops. En effet, à cette fréquence, l'émission du CMB est dominée par celle de la Galaxie et de l'atmosphère. La corrélation des cartes à 143 et 217 GHz avec celles à 353 GHz donne alors une estimation de la contribution de ces avant-plans dans le spectre de puissance angulaire.

– **SMICA** [Patanchon 2003]. La méthode permet de séparer dans les cartes les composantes indépendantes. Dans le cas d'Archeops, l'utilisation des deux fréquences CMB permet d'estimer le spectre des composantes dont la dépendance spectrale n'est pas celle du CMB, en particulier l'émission des poussières galactiques et de l'atmosphère.

Les deux estimations (fig. 16.15) sont en bon accord à haut ℓ. A bas ℓ, l'estimation de XSPECT présente une détection de l'émission galactique qui n'est pas accessible à la séparation de composante avec uniquement les deux fréquences CMB d'Archeops. La contamination due à la poussière domine les grandes échelles angulaires. A haut ℓ, le spectre de la poussière n'est pas significatif et les contaminants sont certainement dominés par les résidus d'ozone. Les spectres des cartes de la poussière (cf. chapitre 18) et des simulations de nuages d'ozone reproduisent qualitativement cette estimée.
Le niveau de contamination est significativement plus faible que les erreurs statistiques au-dessus de $\ell = 16$. En revanche, le spectre est contaminé à bas ℓ par les résidus dont le niveau dépasse même les erreurs statistiques pour $\ell < 10$.

16.8 Conclusion

Grâce aux améliorations du traitement des données en temps et aux nouvelles méthodes appliquées sur les cartes (déstriage, projection optimale), on a pu obtenir des cartes des anisotropies du CMB nettoyées des avant-plans pour plusieurs détecteurs sur une couverture importante (20% du ciel). Ceci nous a permis d'estimer le spectre de puissance d'Archeops contenant 25 points et couvrant un domaine de multipôles

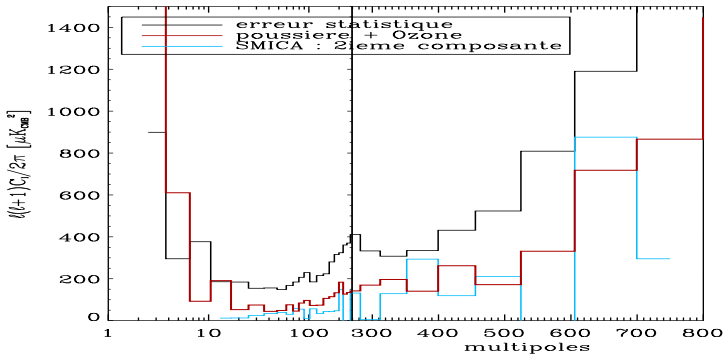


FIG. 16.15: **Contamination des avant-plans comparée aux erreurs statistiques** (*en noir*). *En rouge :* estimation à partir des spectres croisés entre les cartes CMB (à 143 et 217 GHz) et les cartes à 353 GHz considérées comme des modèles de l'émission d'avant-plan pour Archeops. *En bleu :* composante indépendante du CMB séparée à l'aide de SMICA. Les deux spectres sont compatibles à haut ℓ où l'émission atmosphérique domine. L'émission Galactique domine à bas ℓ.

étendu allant de $\ell = 10$ à $\ell = 700$. Le spectre a mis en évidence la présence du plateau Sachs-Wolfe et des deux premiers pics acoustiques centrés à $\ell \simeq 220$ et $\ell \simeq 550$ respectivement.
Les tests sur la taille du masque galactique, ainsi que l'estimation du niveau de résidus d'émission galactique ont montré que les premiers points (pour $\ell < 10$) sont significativement contaminés par la poussière. De plus, les tailles des barres d'erreur des points à haut ℓ réduisent la validité de la mesure à partir de $\ell \simeq 700$.

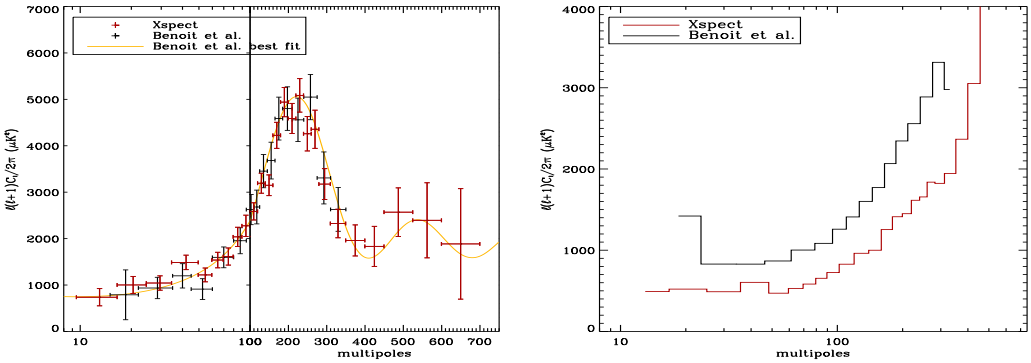


FIG. 16.16: **Comparaison entre les deux estimations du spectre de puissance angulaire du CMB d'Archeops**. *à gauche :* comparaison des spectres. *A droite :* comparaison des barres d'erreur.

Comparée à la première estimation du spectre (fig. 16.16) publiée par la collaboration en 2003 [Benoît et al. 2003a], cette nouvelle étude couvre plus de ciel (20% au lieu de 12.6%) avec plus de détecteurs (6 au lieu de 2) pour un résultat couvrant plus de multipôles ($\ell = 10 - 700$ au lieu de $\ell = 15 - 350$). La comparaison des barres d'erreur montre une amélioration de 30% en température (un facteur $\sim$1.7 en C_ℓ).

Le spectre de puissance d'Archeops a été publié une première fois en 2003 [Benoît et al. 2003a] et ensuite en 2005 [Tristram et al. 2005b]. Les spectres sont disponibles sur le site Web d'Archeops (http ://www.archeops.org).

Chapitre 17

Xpol, spectres polarisés

$\mathcal{X}$pol est l'extension de XSPECT *aux spectres polarisés. De la même façon qu'en température, les bruits sont décorrélés en polarisation et les spectres croisés sont alors des estimateurs non-biaisés des C_ℓ. La méthode a permis de mesurer le spectre de puissance polarisé de la poussière avec Archeops [Ponthieu et al. 2005]. Elle a également été appliquée à des simulations de WMAP et Planck.*

17.1 Spectres croisés en polarisation

Comme pour la température, les *pseudo*-spectres de polarisation D_ℓ^{EE} et D_ℓ^{BB}, estimés directement sur les cartes d'observations Q et U, sont biaisés par le bruit de détecteur. En revanche, grâce au fait que le bruit dans les cartes I, Q et U est décorrélé, les spectres croisés D_ℓ^{TE}, D_ℓ^{TB} et D_ℓ^{EB} sont des estimateurs non-biaisés des spectres C_ℓ^{TE}, C_ℓ^{TB} et C_ℓ^{EB}.
XPOL est la généralisation de la méthode XSPECT développée pour la température à la polarisation. Considérant un certain nombre de cartes d'observation (I, Q, U) indépendantes, nous avons construit les estimateurs des 6 spectres de puissance angulaire à partir des estimateurs *pseudo*-C_ℓ non-biaisés. Une fois tous les spectres croisés calculés, ils peuvent être combinés pour former les 6 estimateurs grâce à la matrice de cross-corrélation polarisée. Le calcul analytique de cette matrice permet une estimation rapide des spectres et donne également accès aux barres d'erreur et à la matrice de covariance pour chacun des 6 spectres.

17.1.1 *pseudo*-spectres polarisés

La décomposition des cartes polarisées Q et U fait appel aux harmoniques spinnées d'ordre 2 :

$$(Q \pm iU)(\vec{n}) = \sum_{\ell m} a_{\pm 2 \ell m} \, {}_{\pm 2}Y_\ell^m(\vec{n}) \tag{17.1}$$

Le lien entre Q, U et E, B s'écrit alors dans l'espace des harmoniques sphériques

$$e_{\ell m} = -\frac{a_{2\ell m} + a_{-2\ell m}}{2} \quad , \quad b_{\ell m} = i\frac{a_{2\ell m} - a_{-2\ell m}}{2} \tag{17.2}$$

A partir des coefficients $\tilde{e}_{\ell m}$ et $\tilde{b}_{\ell m}$ mesurés directement sur la carte, on définit les estimateurs *pseudo*-C_ℓ polarisés $\widehat{D}_\ell^{EE}$, $\widehat{D}_\ell^{BB}$, $\widehat{D}_\ell^{TE}$, $\widehat{D}_\ell^{TB}$ et $\widehat{D}_\ell^{EB}$, qui s'écrivent

$$\widehat{D}_\ell^{PP'} \quad = \quad \frac{1}{2\ell+1} \sum_{m=-\ell}^{\ell} d_{\ell m}^P d_{\ell m}^{P'*} \tag{17.3}$$

où P et P' sont les états T, E ou B. Chacun de ces estimateurs est biaisé par les mêmes effets que les estimateurs en température :

- l'effet de pixelisation traduit par la fonction de transfert p_ℓ,
- l'effet de lobe polarisé traduit par les fonctions de transfert B_ℓ^E et B_ℓ^B,
- l'effet de filtrage traduit par les fonctions F_ℓ^E et F_ℓ^B
- l'effet de couverture du ciel représenté par les matrices $M_{\ell\ell'}^{PP'}$ (où $(P, P') \in [T, E, B]$).

Les estimateurs des spectres de polarisation $\widehat{C}_{\ell'}^{PP'}$ sont liés aux *pseudo*-C_ℓ polarisés par l'équation

$$\widehat{D}_\ell^{PP'} = \sum_{\ell'} M_{\ell\ell'}^{PP'} |p_{\ell'}|^2 B_{\ell'}^P B_{\ell'}^{P'} F_{\ell'}^P F_{\ell'}^{P'} \widehat{C}_{\ell'}^{PP'} + \widehat{N}_\ell^{PP'} \tag{17.4}$$

17.1.2 *pseudo*-spectres croisés polarisés

Dans le cas de la polarisation, la plupart des *pseudo*-spectres ne sont pas biaisés par le bruit ($\widehat{N}_\ell^{PP'} = 0$). En effet, les bruits dans les cartes polarisées I, Q et U peuvent être considérés indépendants donc

$$\left\langle \tilde{n}_{\ell m}^T \tilde{n}_{\ell m}^{E*} \right\rangle = \left\langle \tilde{n}_{\ell m}^T \tilde{n}_{\ell m}^{B*} \right\rangle = \left\langle \tilde{n}_{\ell m}^E \tilde{n}_{\ell m}^{B*} \right\rangle = 0 \tag{17.5}$$

Si, en plus, on considère deux jeux de cartes $(I, Q, U)_1$ et $(I, Q, U)_2$ indépendants, on a également

$$\left\langle \tilde{n}_{\ell m}^{T_1} \tilde{n}_{\ell m}^{T_2 *} \right\rangle = \left\langle \tilde{n}_{\ell m}^{E_1} \tilde{n}_{\ell m}^{E_2 *} \right\rangle = \left\langle \tilde{n}_{\ell m}^{B_1} \tilde{n}_{\ell m}^{B_2 *} \right\rangle = 0 \tag{17.6}$$

Dans ces cas, les estimateurs des spectres polarisés ne sont pas biaisés par le bruit.

17.1.3 matrice de couplage des modes en polarisation

La couverture partielle du ciel entraîne une corrélation des coefficients $a_{\ell m}$ dans l'espace des harmoniques sphériques représentée en température par la matrice de couplage des modes $M_{\ell\ell'}$. Comme en température, les coefficients $e_{\ell m}$ et $b_{\ell m}$ sont également corrélés.
Le calcul fait en annexe D montre que les couplages dus à la couverture du ciel ne mélangent pas les spectres entre eux, exception faîte des spectres C_ℓ^{EE} et C_ℓ^{BB}. Si les spectres sont écrits bout-à-bout sous la forme d'un vecteur

$$C_\ell = \left(C_\ell^{TT}, C_\ell^{EE}, C_\ell^{BB}, C_\ell^{TE}, C_\ell^{TB}, C_\ell^{EB}\right) \tag{17.7}$$

la matrice totale de couplage des modes est alors diagonale par bloc [Hinshaw et al. 2003]

$$M_{\ell\ell'} = \begin{pmatrix} M_{\ell\ell'}^{TT,TT} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{\ell\ell'}^{EE,EE} & M_{\ell\ell'}^{EE,BB} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{\ell\ell'}^{BB,EE} & M_{\ell\ell'}^{BB,BB} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_{\ell\ell'}^{TE,TE} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_{\ell\ell'}^{TB,TB} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{\ell\ell'}^{EB,EB} \end{pmatrix} \tag{17.8}$$

Avec ces notations, l'effet de la couverture du ciel revient à l'équation simple

$$D_\ell = \sum_{\ell'} M_{\ell\ell'} C_{\ell'} \tag{17.9}$$

17.1.4 fonctions de transfert

Les effets systématiques instrumentaux qui interviennent dans l'estimation des spectres de puissance polarisés sont mal connus. Leur correction est par conséquent encore très spéculative.

- **fonction de transfert des lobes.** Les cartes polarisées des sources ponctuelles permettent d'estimer les lobes en Q et en U des détecteurs polarisés. Pour obtenir ces cartes polarisées, on a besoin d'au minimum trois détecteurs polarisés avec des orientations différentes. Le lobe associé à une carte Q ou U est donc un lobe effectif correspondant à la combinaison des lobes des trois détecteurs en tenant compte de leur orientation.
  A l'aide de simulations Monte-Carlo, on peut estimer les fonctions de transfert effectives des lobes $\left(B_\ell^T, B_\ell^E, B_\ell^B\right)$ associés à chaque jeu de cartes (I, Q, U).
- **fonction de transfert du filtrage.** En température, elle caractérise l'effet des filtrages (en temps et sur les cartes) dans le spectre de puissance. Même si l'effet d'un filtrage en temps est beaucoup plus complexe à interpréter sur les cartes en polarisation Q et U, la généralisation de la notion de fonction de transfert pour les cas polarisés permet de prendre en compte ces effets au premier ordre.

En ce qui concerne la polarisation, les objectifs ne sont pas les mêmes qu'en température. On a vu que l'incertitude sur la forme des lobes est devenue l'erreur dominante dans l'estimation du spectre de puissance angulaire en température. Dans le cas de la polarisation, ces effets (tout comme ceux du filtrage) sont encore mal connus mais les incertitudes sur l'estimation des spectres sont telles qu'elles ne nécessitent pas encore un niveau de précision comparable à celui des fonctions de transfert en température.

17.1.5 matrice de cross-corrélation polarisée

Le calcul analytique de la matrice de cross-corrélation Ξ des spectres polarisés se complique sensiblement par rapport au cas de la température. En effet, les termes sont beaucoup plus nombreux et le mélange entre les modes E et B introduit des termes supplémentaires.
Soit un jeu de données de N cartes (I, Q, U). On dispose alors de N coefficients $(t_{\ell m}, e_{\ell m}, b_{\ell m})$. A partir de ces coefficients, on peut toujours former $N(N-1)/2$ spectres croisés pour les modes TT, EE et BB. Mais en ce qui concerne les modes croisés en température/polarisation TE, TB et EB, on dispose alors de

- N estimations en considérant chaque triplet indépendamment
- $N(N-1)$ estimations en croisant les triplets

c'est à dire N^2 estimations non-biaisées. Au total, le nombre de spectres croisés passe donc de

$$N_{cross} = \frac{N(N-1)}{2} \qquad \text{à} \qquad N_{cross} = 3 \times [N^2 + N(N-1)/2]$$

La matrice de cross-corrélation Ξ doit donner les coefficients de corrélation entre tous ces spectres. Sa taille est donc en $N_{cross} \times N_{cross} \propto 81N^4/4$, c'est-à-dire 81 fois plus grande que celle en température.
De manière générale, les coefficients de Ξ s'écrivent

$$\begin{aligned} \Xi_{\ell\ell'}^{AB,CD} &\equiv \left\langle \Delta C_\ell^{AB} \Delta C_{\ell'}^{CD^*} \right\rangle \\ &= \frac{1}{(2\ell+1)(2\ell'+1)} \sum_{mm'} \left[\left\langle x_{\ell m}^A x_{\ell' m'}^{C*} \right\rangle \left\langle x_{\ell m}^{B*} x_{\ell' m'}^D \right\rangle + \left\langle x_{\ell m}^A x_{\ell' m'}^D \right\rangle \left\langle x_{\ell m}^{B*} x_{\ell' m'}^{C*} \right\rangle \right] \end{aligned} \quad (17.10)$$

où $x_{\ell m} = t_{\ell m}, e_{\ell m}, b_{\ell m}$.
Chaque corrélation entre deux $x_{\ell m}$ fait intervenir 4 termes de sorte que les coefficients de Ξ ont chacun 16 termes de couplage entre les modes T, E et B.
Pour effectuer le calcul analytique de la matrice de cross-corrélation en température (cf. annexe C), nous avons utilisé la relation de complétude pour les harmoniques sphériques

$$\sum_{\ell m} {}_sY_{\ell m}(\theta_i)\ {}_sY_{\ell m}^*(\theta_j) = \frac{1}{\Omega_i}\delta(\theta_i - \theta_j) \quad (17.11)$$

Celle-ci n'est valable que dans le cas de coefficients de même spin s, ce qui n'est plus nécessairement le cas en polarisation. Pour mener à bien le calcul analytique de la matrice Ξ, il faut donc trouver une approximation de cette relation. Les effets sur les estimateurs polarisés, en particulier sur les barres d'erreur, sont en cours de test.

17.2 WMAP et Planck : simulations des spectres polarisés du CMB

La méthode *Xpol* a été développée dans le but de pouvoir traiter les données des satellites WMAP et Planck. C'est pourquoi nous avons réalisé des simulations complètes du ciel incluant du bruit réaliste et du CMB afin de valider la méthode pour les deux expériences. Les résultats permettent également de comparer la précision obtenue sur les spectres avec chacune des missions.

17.2.1 simulations

Des jeux de 1000 simulations ont été réalisés pour WMAP et Planck-HFI. La période d'intégration considérée est de 1 an pour WMAP et de 14 mois pour Planck-HFI (2 *surveys*). Pour WMAP, nous avons considéré l'ensemble des 5 fréquences : 23, 33, 41, 61 et 94 GHz. Pour Planck, nous avons uniquement considéré les 4 canaux à basse fréquence de HFI : 100, 143, 217 et 353 GHz. Les résolutions et les sensibilités en $\Delta T/T$ sur le ciel pour la température et la polarisation sont données dans le tableau 17.1. Les cartes sont réalisées à la résolution de $\sim$7 arcmin ($N_{side} = 512$).

	WMAP					Planck-HFI			
Fréquences [GHz]	23	33	41	61	94	100	143	217	353
FWHM des lobes [arcmin]	49.2	37.2	29.4	19.8	12.6	9.5	7.1	5.0	5.0
$\Delta T/T$ (température) [(μK/K)$_{CMB}$)]	9.0	11.9	13.3	23.8	35.2	1.9	2.2	4.7	14.2
$\Delta T/T$ (polarisation) [(μK/K)$_{CMB}$)]	12.8	16.9	18.9	33.6	49.8	2.7	4.5	9.3	28.4

TAB. 17.1: **Résolution et sensibilité sur le ciel utilisées dans les simulations** (mesurées pour WMAP et attendues pour Planck). Les sensibilités en $\Delta T/T$ sont données pour des pixels dont le côté est égal à la FWHM du lobe. La sensibilité en polarisation est celle des cartes Q et U. La période d'intégration considérée est de 1 an pour WMAP et 14 mois pour Planck.

Les simulations ont été réalisées en considérant les critères suivants :

- le modèle de CMB utilisé pour les simulations est basé sur celui de WMAP [Spergel et al. 2003] avec un rapport tenseur/scalaire $r = 0.05$ afin d'augmenter l'amplitude du mode B
- les lobes sont supposés gaussiens
- aucun filtrage n'est simulé
- le bruit est ajouté sur les cartes à partir d'une sensibilité moyenne par fréquence σ_f et d'une carte de couverture donnant le nombre de points par pixel n_p. Le bruit sur la carte est une réalisation gaussienne dont la variance σ_p est donnée par pixel

$$\sigma_p = \frac{\sigma_f}{\sqrt{n_p}} \tag{17.12}$$

  Les sensibilités σ_f par canal sont calculées à partir des sensibilités sur le ciel ($\Delta T/T$) pour la température et la polarisation.
- la couverture considérée est celle utilisée par l'équipe de WMAP pour estimer les spectres de puissance (Kp0). Elle correspond à 77% du ciel en dehors du plan galactique et en masquant les sources ponctuelles intenses.

17.2.2 estimation des spectres polarisés

Pour chaque simulation, nous avons calculé $N(N+1)/2$ spectres croisés (où N est le nombre de fréquences) entre détecteurs et pour les différentes polarisations. Pour éviter l'estimation du spectre de bruit, nous avons utilisé uniquement les $N(N-1)/2$ spectres pour lesquels les deux fréquences sont différentes. Chacun de ces spectres est une estimation non-biaisée du spectre de puissance. Nous pouvons alors définir un estimateur simple des spectres de puissance à partir de la moyenne par simulation comme la moyenne des estimations sur chacun des spectres croisés.

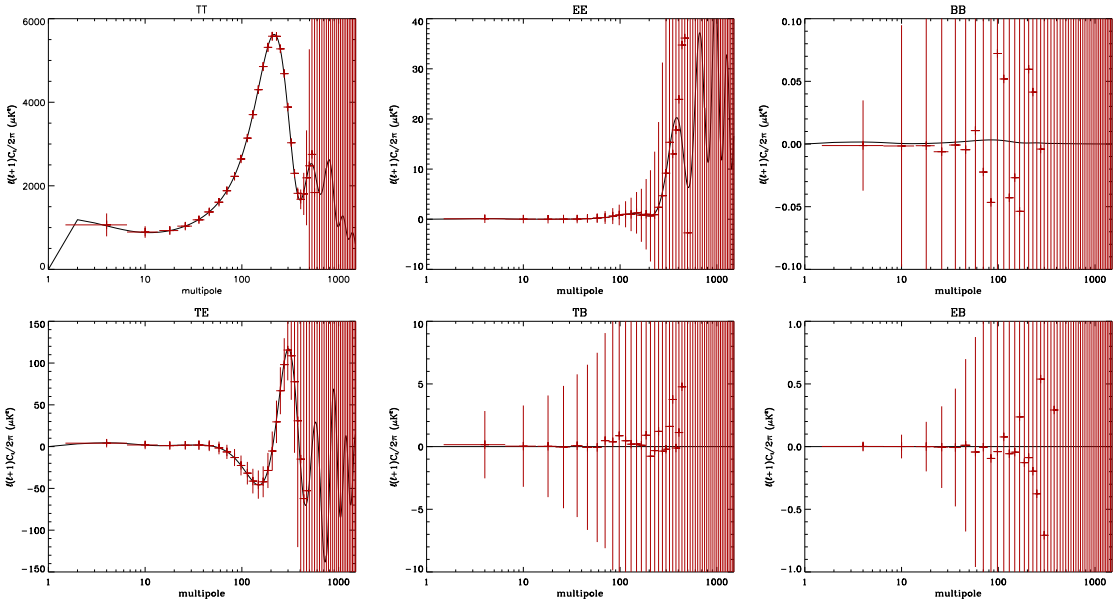


FIG. 17.1: **Spectres de puissance angulaire du CMB pour WMAP calculés avec** XPOL**.** *En haut :* les spectres en température C_ℓ^{TT} et en polarisation C_ℓ^{EE} et C_ℓ^{BB}. *En bas :* les spectres C_ℓ^{TE}, C_ℓ^{TB} et C_ℓ^{EB}. Le modèle (*en noir*) est issu de celui de WMAP [Spergel et al. 2003] avec $r = 0.05$. Le ré-échantillonnage utilisé est celui utilisé par WMAP pour le spectre polarisé C_ℓ^{TE} (différent de celui utilisé pour leur spectre C_ℓ^{TT}).

Ces estimateurs sont ensuite moyennés sur l'ensemble des 1000 simulations pour donner le spectre final. Les barres d'erreur sont obtenues par la dispersion des estimateurs. Les spectres en température, polarisation et température/polarisation sont réalisés pour WMAP (fig. 17.1) et Planck (fig. 17.2) indépendamment.

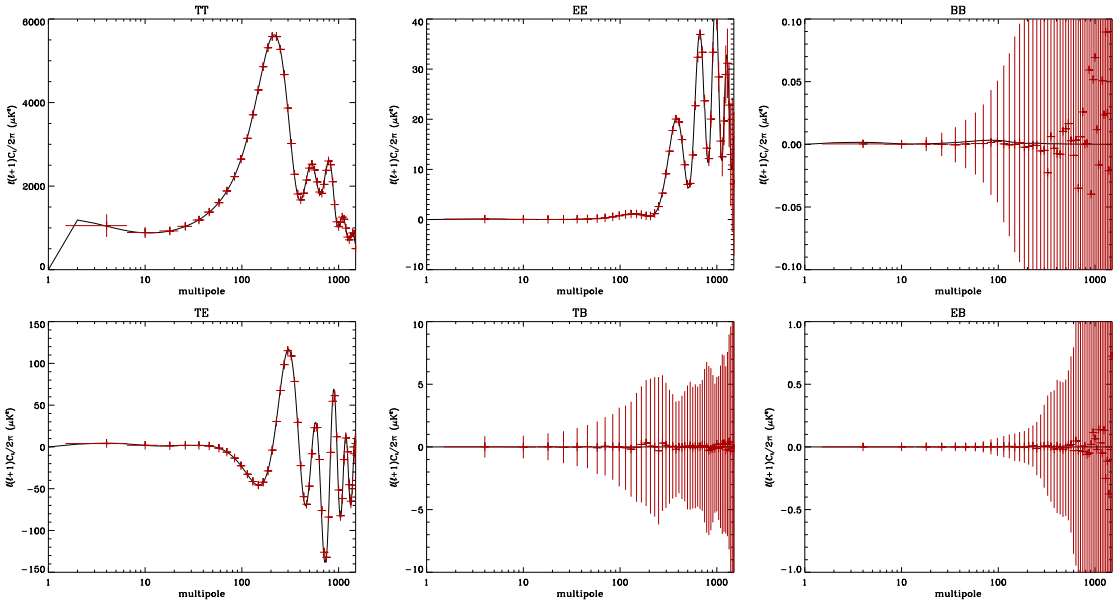


FIG. 17.2: **Spectres de puissance angulaire du CMB pour Planck calculés avec** XPOL**.** *En haut :* les spectres en température C_ℓ^{TT} et en polarisation C_ℓ^{EE} et C_ℓ^{BB}. *En bas :* les spectres C_ℓ^{TE}, C_ℓ^{TB} et C_ℓ^{EB}. Le modèle (*en noir*) est issu de celui de WMAP [Spergel et al. 2003] avec $r = 0.05$.

Les résultats obtenus illustrent le fait que l'estimateur XPOL est statistiquement non-biaisé pour l'ensemble

des 6 spectres de puissance. Le ré-échantillonnage utilisé est celui utilisé par WMAP pour le spectre polarisé C_ℓ^{TE} [Kogut et al. 2003]. Il est différent de celui utilisé pour leur spectres C_ℓ^{TT} [Hinshaw et al. 2003].

17.2.3 comparaison en terme de barres d'erreur

Ces simulations illustrent les prévisions sur les capacités de Planck par rapport à WMAP. En température, le spectre sera dominé par la variance cosmique jusqu'à $\ell = 2500 - 3000$. En ce qui concerne le spectre en polarisation C_ℓ^{EE}, WMAP devrait pouvoir mesurer jusqu'au premier pic avec les 4 ans de prise de données. Planck mesurera les 4 ou 5 premiers pics avec seulement 14 mois d'intégration.
WMAP a donné la première mesure du spectre TE jusqu'à $\ell = 500$ [Kogut et al. 2003] et devrait pouvoir atteindre le deuxième pic avec les 4 ans d'intégration. Planck sera uniquement limité par la variance cosmique jusqu'à $\ell = 1500$.
Le spectre des modes tenseurs C_ℓ^{BB} est inaccessible à WMAP, même après 4 ans d'intégration. En fonction de l'amplitude des modes tenseurs, Planck sera peut-être capable de mesurer quelques points à très grande échelle angulaire. Quoiqu'il arrive, Planck pourra mettre des limites supérieures significatives sur l'amplitude du spectre BB.
Quant aux modes TB et EB, à priori nuls pour le CMB, ils permettront néanmoins à Planck de vérifier le niveau de contamination dû aux avant-plans polarisés qui risquent de produire ce genre de modes.

La méthode XPOL *est en cours de développement essentiellement en ce qui concerne le calcul de la matrice de corrélation pour le calcul des barres d'erreur analytiques.*

Chapitre 18

Spectres polarisés de la poussière galactique mesurés par Archeops

Archeops n'avait pas pour ambition de mesurer la polarisation du CMB. En revanche, le canal polarisé à 353 GHz est sensible aux avant-plans galactiques. Ce chapitre présente l'estimation des spectres de puissance polarisés de l'émission des poussières galactiques mesurés par Archeops.
Ce travail a fait l'objet d'une publication [Ponthieu et al. 2005].

Dans les fréquences millimétriques, l'avant-plan dominant est dû à l'émission des poussières galactiques. L'intensité de cette émission a été mesurée dans les fréquences millimétriques et sub-millimétriques par IRAS et FIRAS [Finkbeiner et al. 1999] et peut être extrapolée aux fréquences d'Archeops grâce aux mesures à grandes échelles de FIRAS [Lagache et al. 1998]. Si la température est ainsi bien mesurée, on ne dispose que de très peu de mesures polarisées sur des échelles plus grandes que 10 arcmin.
Grâce à son canal polarisé à 353 GHz, Archeops a donné la première mesure polarisée à grande échelle angulaire de l'émission des poussières dans le plan galactique [Benoît et al. 2004]. Celle-ci montre une polarisation globale de l'ordre de 3-5% avec des nuages denses polarisés à plus de 10%. Elle indique que la radiation intrinsèque des poussières est fortement polarisée et que le mécanisme d'alignement des grains suivant le champ magnétique galactique est effectif. Compte-tenu de la cohérence de celui-ci sur des grandes échelles angulaires, l'émission des poussières est susceptible d'être un avant-plan important pour la mesure des spectres de puissance angulaires polarisés du CMB, et ce même à haute latitude galactique.
Dans le but d'estimer la contribution de cet avant-plan dans les spectres polarisés, Archeops a également donné la première mesure des spectres d'émission diffuse de la poussière en température et en polarisation sur 20% du ciel [Ponthieu et al. 2005].

18.1 Spectres polarisés

Avec les trois paires de détecteurs polarisés à 353 GHz d'Archeops, on peut, en principe, produire deux jeux de cartes (I, Q, U) et appliquer la méthode XPOL pour estimer les spectres de puissance. Malheureusement, dans le cas d'Archeops, la sensibilité instantanée et la faible redondance (donnant la répartition des angles des polariseurs sur le ciel) ne permettent pas d'échantillonner correctement les cartes polarisées de manière à obtenir un rapport signal-sur-bruit suffisant. Le bruit dans les spectres est trop important et la corrélation entre les deux cartes ne permet pas de négliger le terme de bruit croisé, même à la résolution de 2 degrés ($N_{side} = 32$).
Pour estimer les spectres polarisés de la poussière, on a donc réalisé un seul jeu de cartes (I, Q, U) en combinant les six détecteurs à 353 GHz pour réduire au maximum le bruit. A partir des *pseudo*-C_ℓ des données et en retranchant les spectres de bruit estimés à l'aide de simulations, on a pu donner les spectres

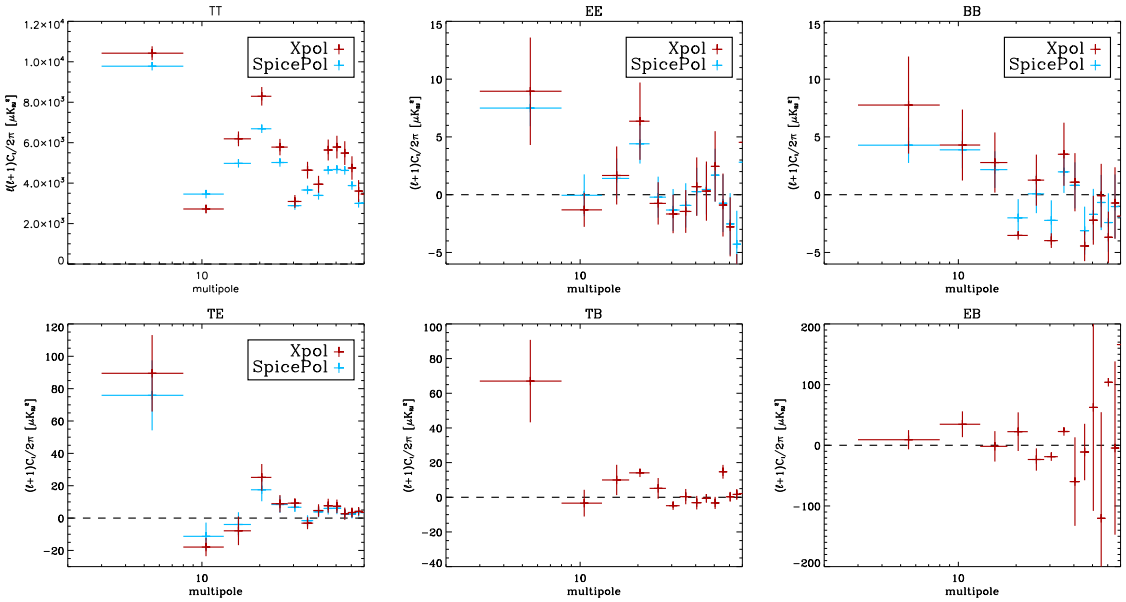


FIG. 18.1: **Spectres de puissance angulaire polarisés de la poussière** à 353 GHz d'Archeops. *en haut :* C_ℓ^{TT}, C_ℓ^{EE} et C_ℓ^{BB}, *en bas :* C_ℓ^{TE}, C_ℓ^{TB} et C_ℓ^{EB}. Les deux méthodes (SPICEPOL et XPOL) sont tracés pour chaque spectre (TB et EB ne sont pas calculés par SPICEPOL). La coupure galactique est $|b| > 10°$.

de puissance polarisés. Deux méthodes ont servi à l'estimation des spectres : SPICEPOL [Chon et al. 2004] et XPOL. Les spectres pour $|b| \geq 5°$ montrent des détections significatives dans les modes TT, EE, BB, TB et TE (fig. 18.1).

- **le mode TT** présente des oscillations que l'on peut comparer aux modèles galactiques.
- **le mode EE** présente une détection mieux que 2σ entre $\ell = 3$ et $\ell = 23$, puis est compatible avec zéro.
- **le mode BB** est compatible avec zéro pour $\ell \geqslant 19$ mais présente une détection significative de puissance à grande échelle.
- **le mode TE** présente une détection à 4σ sur le premier point ($3 \leq \ell \leq 8$) et 2σ pour $18 \leq \ell \leq 23$. Le reste du spectre est compatible avec zéro.
- **le mode TB** présente une détection à 3σ sur le premier point, le reste du spectre étant compatible avec zéro.
- **le mode EB** est compatible avec zéro.

Les deux méthodes sont en bon accord compte-tenu des barres d'erreur exception faite du spectre C_ℓ^{TT} pour lequel la méthode SPICEPOL montre un biais sur les simulations. Les spectres publiés [Ponthieu et al. 2005] sont les spectres C_ℓ^{TE}, C_ℓ^{EE} et C_ℓ^{BB} estimés avec SPICEPOL et le spectre C_ℓ^{TT} estimé à partir de XPOL.

18.2 Coupure galactique

L'émission des poussières est plus intense près du plan galactique. Pour vérifier ce comportement sur les spectres, différentes coupures galactiques ($|b| > 5$, 10, et 20°) ont été appliquées aux données pour le calcul des spectres polarisés (fig. 18.2).
Pour le premier point, à bas ℓ, la puissance des spectres C_ℓ^{TT}, C_ℓ^{TE}, C_ℓ^{TB} et C_ℓ^{EE} diminue quand $|b|$ augmente, conformément aux prédictions. En effet, la densité de poussière est plus forte près du plan galactique. En revanche, le spectre C_ℓ^{BB} est stable, ce qui suggère que sa nature n'est pas astrophysique. Il est certainement dû à des résidus d'effets systématiques.

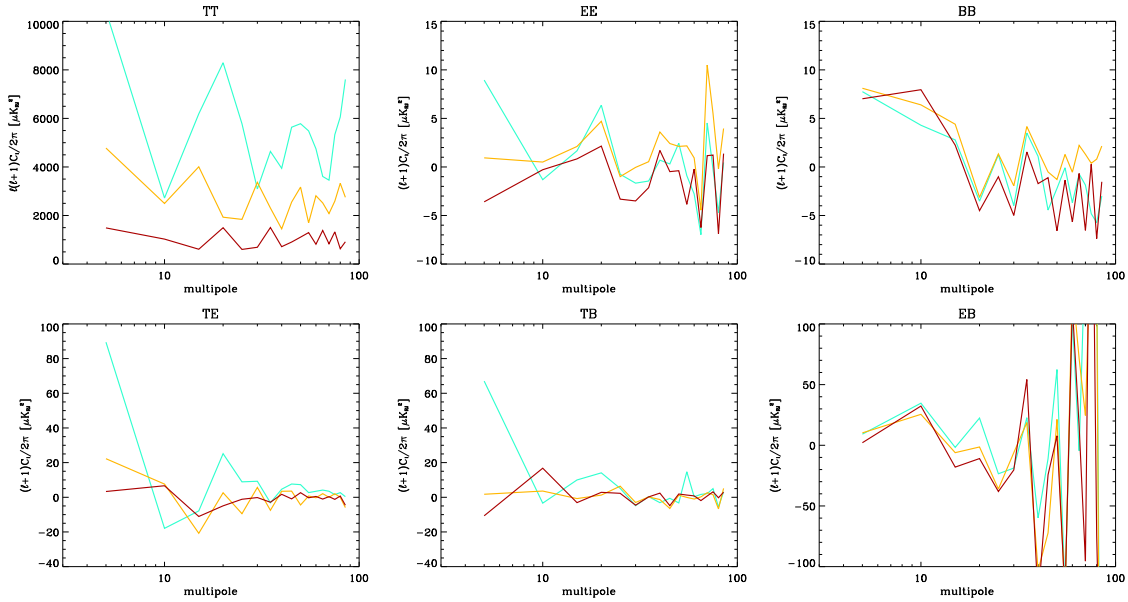


FIG. 18.2: **Variation de la coupure galactique sur les spectres de puissance angulaire polarisés de la poussière** à 353 GHz d'Archeops. Les trois coupures présentées sont $|b|$ >5, 10 et 20 degrés de latitude (*en bleu, jaune et rouge*). Le premier point des spectres TT, EE, TE et TB diminue quand $|b|$ augmente ce qui est compatible avec l'émission de poussière. En revanche, les modes BB et EB restent stables ce qui suggère la présence de systématiques.

18.3 Corrélation avec des modèles galactiques

Afin de vérifier qualitativement les spectres obtenus avec Archeops, nous les avons comparés à ceux estimés à partir de modèles d'émission galactique. Les cartes FDS issues des mesures d'IRAS à 100 μm extrapolées à 850 μm (353 GHz) [Finkbeiner et al. 1999] donnent une estimation assez précise de l'intensité sur le ciel à cette fréquence.
Le spectre en température d'Archeops a d'abord été comparé au spectre estimé à partir des cartes FDS et à partir d'un modèle en cosécante. Pour mettre en évidence l'absence de systématiques, nous avons ensuite réalisé avec XPOL les spectres croisés entre les cartes FDS d'intensité (T_{FDS}) et les modes T_A et E_A d'Archeops afin de former les spectres croisés $C_\ell^{T_{FDS}T_A}$ et $C_\ell^{T_{FDS}E_A}$.

18.3.1 température : modèle en cosécante

A cause de la forme en disque de la Galaxie, l'émission intégrée le long de la ligne de visée augmente lorsque la valeur absolue de la latitude $|b|$ diminue. Une bonne approximation consiste à utiliser une loi en cosécante $I(b) \propto 1/sin(b)$. Lorsque cette contribution est soustraite, le spectre angulaire des résidus de poussière est proportionnel à ℓ^{-3} [Gautier et al. 1992, Wright 1998].
Pour étudier l'influence en température d'un tel modèle sur les données d'Archeops, nous avons simulé de façon analytique des cartes dont l'amplitude est compatible avec les cartes FDS. Les résultats pour différentes coupures galactiques montrent des oscillations en accord avec les données d'Archeops (fig. 18.3), suggérant ainsi que la loi en cosécante domine l'émission galactique aux grandes échelles angulaires, c'est-à-dire que l'émission est proportionnelle à l'épaisseur optique.

18.3.2 température et polarisation : FDS-Archeops

Les spectres croisés C_ℓ^{TT}, C_ℓ^{TE} et C_ℓ^{TB} sont estimés à partir de la carte d'intensité FDS et des cartes d'intensité et de polarisation d'Archeops. Les résultats sont compatibles avec les spectres C_ℓ^{TE} et C_ℓ^{TB} d'Archeops seul (fig. 18.4). A cause des incertitudes sur les coefficients d'étalonnage d'Archeops, les spectres FDS ont été ré-étalonnés d'un facteur $\Delta T/T = 1.5$ en température. Ce résultat renforce la détection mesurée par

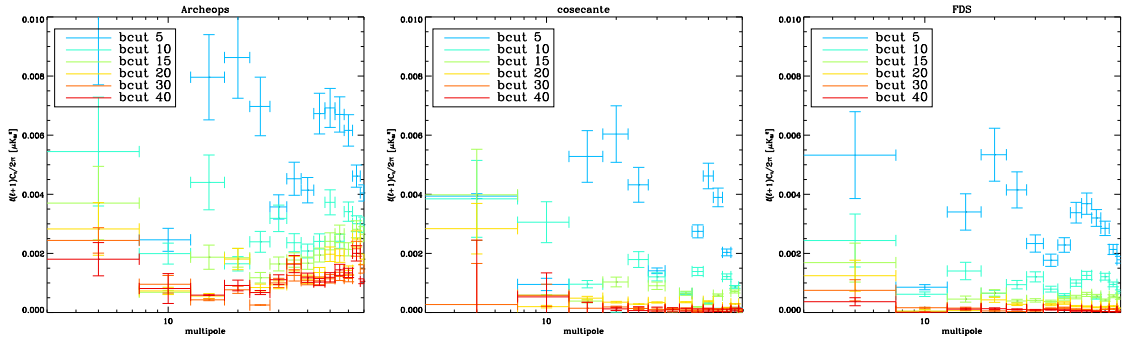


FIG. 18.3: **Spectres de puissance en température pour Archeops, un modèle en cosécante et les données FDS.** *De gauche à droite :* spectre d'Archeops à 353 GHz ; spectre du modèle en loi de cosécante $I(b) \propto 1/sin(b)$ normalisée sur l'amplitude des cartes FDS ; spectre des données FDS. Les spectres sont présentés pour différentes coupures galactiques ($|b| >$ 5, 10, 15, 20 et 30).

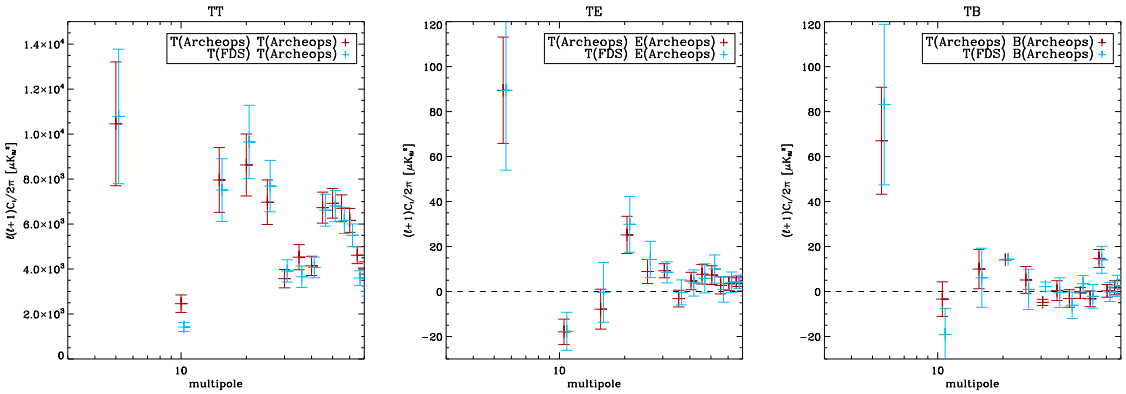


FIG. 18.4: **Spectres croisés de FDS et de Archeops à 353 GHz.** *A gauche :* spectre $T_{FDS}T_A$ croisé entre FDS et Archeops comparé au spectre TT d'Archeops seul. *Au centre :* spectre $T_{FDS}E_A$ croisé entre FDS et le mode E d'Archeops comparé au spectre TE d'Archeops seul. *A droite :* spectre $T_{FDS}B_A$ croisé entre FDS et le mode B d'Archeops comparé au spectre TB d'Archeops seul. Les spectres FDS sont ré-étalonnés d'un facteur $\Delta T/T = 1.5$ en température.

Archeops à bas ℓ pour les modes TE et TB. En effet, si celles-ci étaient dues à un effet systématique d'Archeops, celui-ci ne serait pas visible dans la corrélation avec FDS.

18.4 Conclusion

En plus de la mesure du spectre en température de la poussière galactique, Archeops a fourni la première détection significative des modes TE (à 4σ) et TB (à 3σ) dus à cet avant-plan.
Ce résultat est particulièrement important dans le cadre de WMAP. En effet, si l'émission des poussières galactiques n'est pas l'avant-plan dominant aux fréquences de WMAP, l'estimation de sa contamination dans les données n'en est que plus difficile. L'expérience Archeops a permis d'estimer un niveau maximum de contamination des spectres TE et TB pour la poussière à l'aide de la corrélation avec les cartes d'Archeops (cf. chapitre 20).
En ce qui concerne Planck, la mesure du mode E à la précision de la variance cosmique jusqu'à $\ell = 1000$ passe par la mesure précise des avant-plans polarisés pour permettre leur soustraction.

Sixième partie

Implications des résultats d'Archeops sur WMAP et Planck

Chapitre 19

Les anisotropies du CMB en température mesurées par Archeops et WMAP

Avec WMAP et COBE, Archeops est la seule expérience à mesurer les spectres du CMB à grandes échelles angulaires. De plus, ces expériences sont complémentaires en terme de fréquences et d'instrumentation, ce qui les rend sensibles à des avant-plans et à des systématiques différentes. La comparaison des données tant au niveau des cartes qu'au niveau des spectres de puissance en température montre la cohérence des mesures des anisotropies du CMB sur une grande échelle de fréquences (de 41 à 217 GHz).

Après avoir nettoyé les données ordonnées en temps et décorrélé les émissions d'avant-plans, nous avons construit les cartes du ciel. Même si celles-ci font apparaître des anisotropies, comment s'assurer que le CMB domine dans les cartes ? Pour répondre à cette question, nous avons comparé Archeops et WMAP, d'abord au niveau des cartes et ensuite à travers le spectre de puissance. En effet, les deux expériences ne sont soumises ni aux même systématiques (les instruments de mesure sont différents), ni aux mêmes avant-plans (les fréquences sont également différentes). Par conséquent, la comparaison des deux expériences permet de vérifier la domination du CMB dans les mesures.

19.1 Les cartes

La comparaison des cartes consiste à vérifier que les anisotropies correspondent, d'abord entre les deux fréquences d'Archeops et ensuite entre Archeops et WMAP. Pour cela, on réalise la demi-somme et la demi-différence des cartes observées. La demi-somme est dominée par le signal commun alors que la demi-différence fait apparaître les résidus de systématiques et d'avant-plans.

19.1.1 Archeops

Pour comparer les anisotropies du CMB mesurées par Archeops, nous avons combiné les cartes par fréquence. A 143 GHz, les 4 bolomètres les plus sensibles ont été utilisés, 2 seulement à 217 GHz. Les cartes sont pondérées par l'inverse de la sensibilité du détecteur. Ces cartes ont ensuite été lissées par une gaussienne de 1 degré de manière à faire ressortir le CMB par rapport au bruit. En effet, c'est au niveau du premier pic acoustique que la majeure partie de la puissance du ciel est concentrée. Celui-ci est centré à $\ell = 200$ ce qui correspond à environ 1 degré.
Nous avons alors construit la demi-somme et la demi-différence des cartes à 217 et 143 GHz (fig. 19.1). La déviation standard du signal dans la carte somme est de $\sim$60 alors que dans la carte différence elle vaut

$\sim$31. La rapport signal sur bruit est donc de $\sim$1.9.

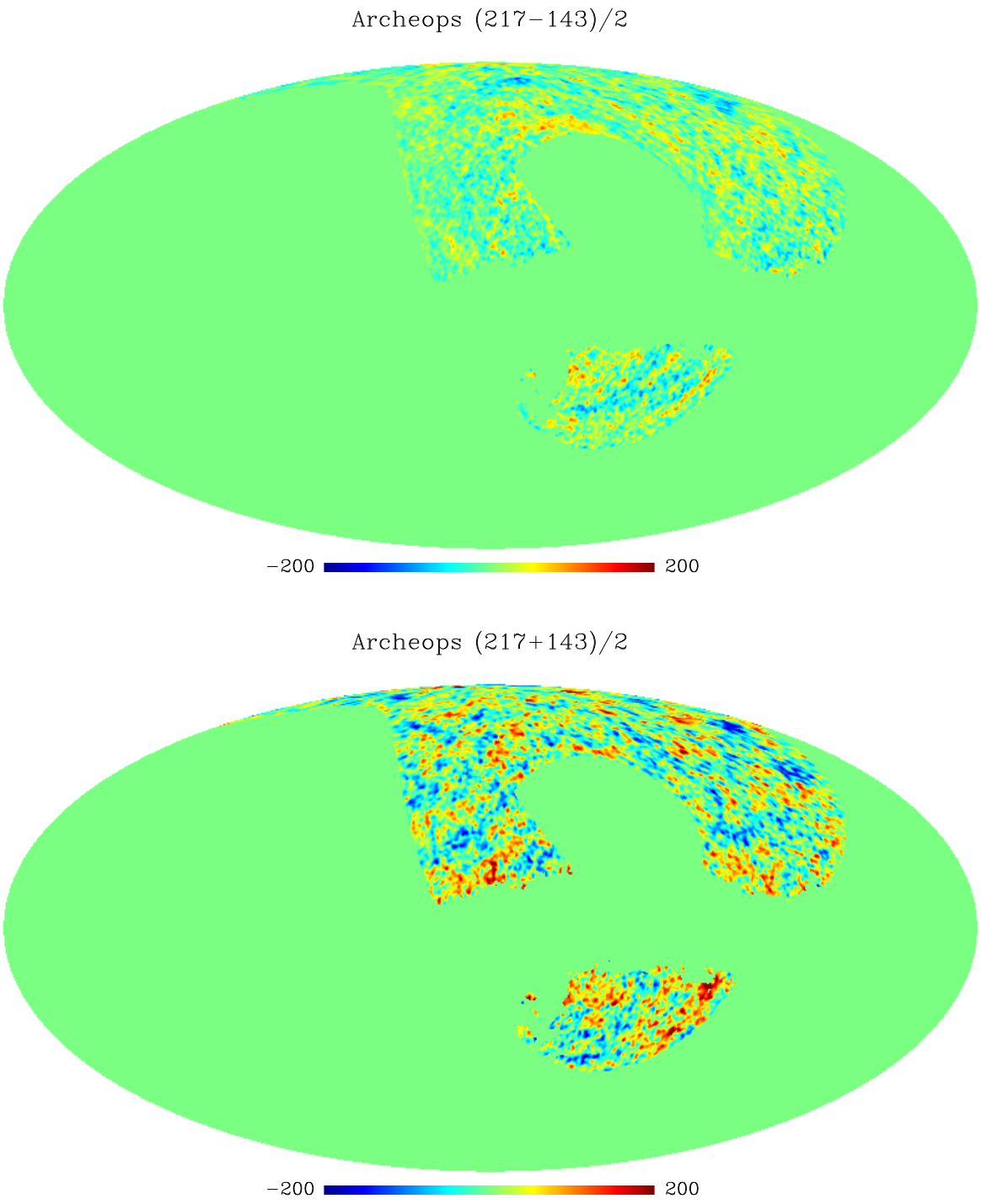


FIG. 19.1: **Cartes demi-différence et demi-somme du CMB d'Archeops à 143 et 217 GHz.** Les cartes sont la combinaison des 4 (resp. 2) bolomètres les plus sensibles à 143 et 217 GHz. *En haut :* demi-différence 143-217, *en bas :* demi-somme 143+217. Le rapport signal sur bruit est de 1.9. La demi-différence présente des résidus atmosphériques (à haute latitude) et galactiques (essentiellement dans l'hémisphère Sud).

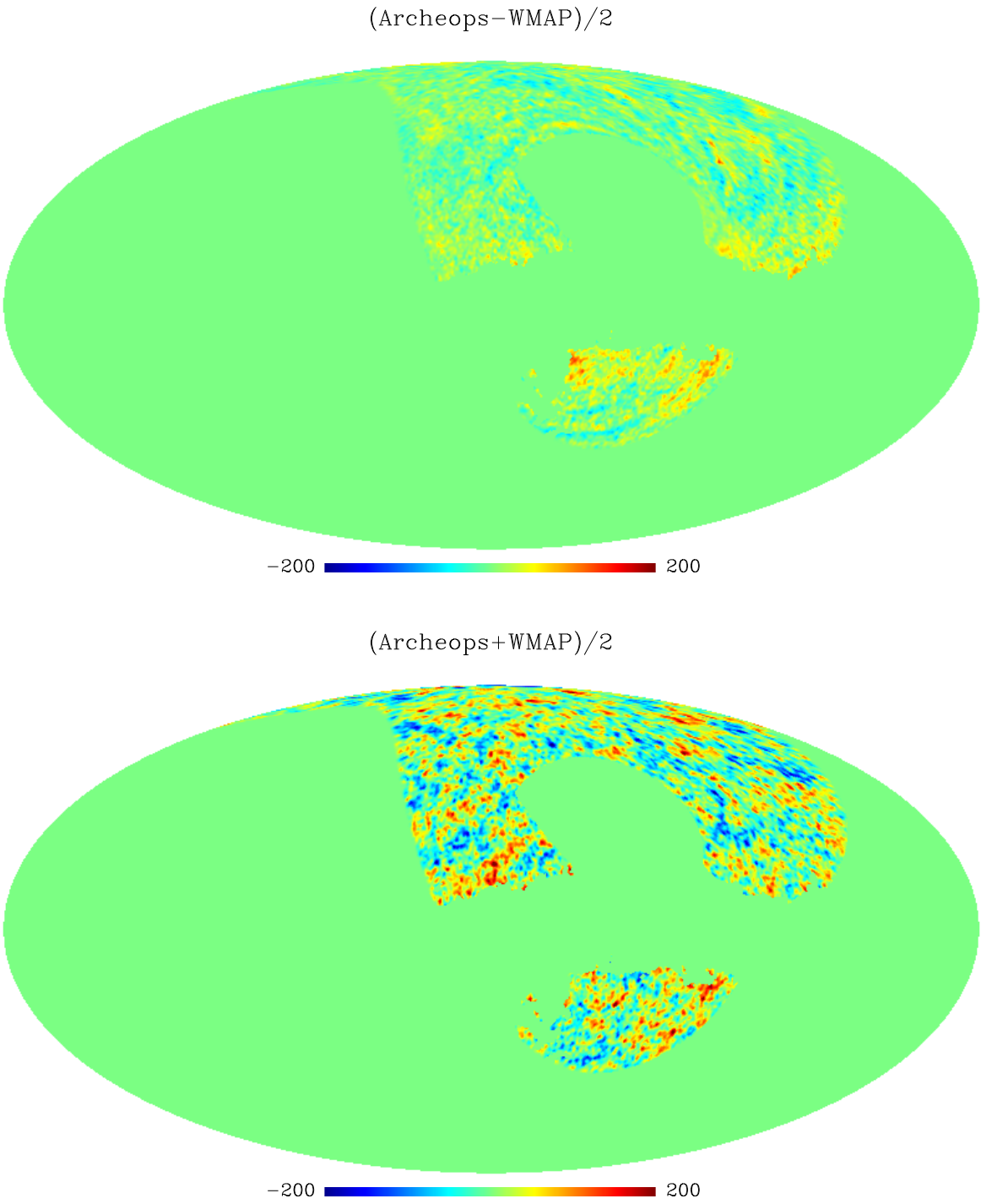


FIG. 19.2: **Cartes demi-différence et demi-somme du CMB avec Archeops et WMAP.** La carte Archeops est la combinaison des 6 bolomètres les plus sensibles des deux bandes CMB (143 et 217 GHz). La carte WMAP est réalisée à l'aide des données des 3 bandes CMB (41, 61 et 94 GHz) traitées "à la Archeops". *En haut :* demi-différence Archeops-WMAP, *en bas :* demi-somme Archeops+WMAP. Le rapport signal sur bruit est de 2.2. La demi-somme présente des résidus atmosphériques (à haute latitude) et galactiques (essentiellement dans l'hémisphère Sud).

19.1.2 WMAP-Archeops

Pour comparer les cartes d'Archeops aux cartes de WMAP, nous avons traité les données WMAP "à la Archeops".

- les cartes WMAP des 3 bandes CMB (41, 61 et 94 GHz) par détecteur ont été déprojetées suivant la stratégie de balayage des bolomètres d'Archeops. Pour chacun des 8 détecteurs de WMAP, le pointage d'un des 6 détecteurs d'Archeops lui a été associé. Ensuite les données ont été reprojetées en utilisant la même procédure que pour Archeops (MIRAGE [Yvon & Mayet 2005]) avec le même filtrage passe-bande à [0.1,38] Hz.
- Pour Archeops, les cartes sont celles des 6 bolomètres les plus sensibles ayant servies à l'estimation des C_ℓ.

Chaque carte est étalonnée en température CMB. Les cartes d'Archeops et de WMAP ont ensuite été combinées avec une pondération inversement proportionnelle à leur sensibilité et lissées par une gaussienne de 1 degré de manière à augmenter le signal sur bruit.
Les cartes de demi-différence et de demi-somme permettent de visualiser la cohérence des mesures entre les deux expériences (fig. 19.2). La déviation standard du signal dans la carte somme est de $\sim$55 alors que dans la carte différence elle vaut $\sim$25. Le rapport signal sur bruit est donc de $\sim$2.2.
On observe, sur la carte de la différence, les résidus de la décorrélation des avant-plans d'Archeops.

– à haute latitude galactique, on retrouve les résidus de l'émission atmosphérique observée sur la carte à 545 GHz. Les modèles de nuage d'Ozone reproduisent également les mêmes caractéristiques spatiales.

– proche du plan galactique, la carte présente un défaut de puissance qui peut être lié à des résidus d'émission galactique dans les cartes Archeops, spécialement à 217 GHz.

La carte somme montre que les deux expériences mesurent la même répartition spatiale des anisotropies sur le ciel. La carte différence révèle les systématiques des deux instruments (principalement d'Archeops compte-tenu du niveau de bruit).

19.2 Les spectres de puissance angulaire en température

Pour estimer les différences de la répartition de la puissance des anisotropies entre les cartes de WMAP et d'Archeops, on a recours aux spectres C_ℓ. Pour tenir compte des incertitudes sur l'étalonnage absolu d'Archeops (respectivement 4% et 8% en température à 143 et 217 GHz), l'amplitude des cartes est ajustée par un coefficient multiplicateur. Celui-ci est obtenu par comparaison des spectres à l'aide d'une procédure de moindre carré qui tient compte des erreurs sur les deux courbes à comparer [Press et al. 1988].

19.2.1 spectre d'Archeops par rapport au modèle WMAP

Le spectre de puissance angulaire en température d'Archeops estimé avec XSPECT a été comparé au modèle ΛCDM ajusté sur les données de WMAP [Spergel et al. 2003]. Le spectre d'Archeops est ré-étalonné en utilisant une procédure de moindre carré qui tient compte à la fois des erreurs systématiques d'Archeops et de la variance cosmique liée au modèle (fig. 19.3).
Le coefficient de ré-étalonnage est de 1.07 ± 0.01 en température. Le spectre d'Archeops est un bon accord avec le modèle (χ^2 = 21.6/24), en particulier au niveau du plateau Sachs-Wolfe et du premier pic. On observe néanmoins un excès de puissance systématique sur 4 points entre $\ell = 300$ et $\ell = 600$ à environ 1σ. La mesure d'Archeops est donc compatible avec des anisotropies du CMB issues du modèle de concordance avec constante cosmologique.

19.2.2 spectres sur la couverture Archeops

Afin de pouvoir comparer les spectres sur la même zone du ciel, les données de WMAP ont été traitées *à la* Archeops. Pour cela, nous avons déprojeté les cartes de CMB de WMAP suivant le pointage de 8 détecteurs d'Archeops, puis nous avons appliqué la procédure de réalisation des cartes MIRAGE avec le même filtrage

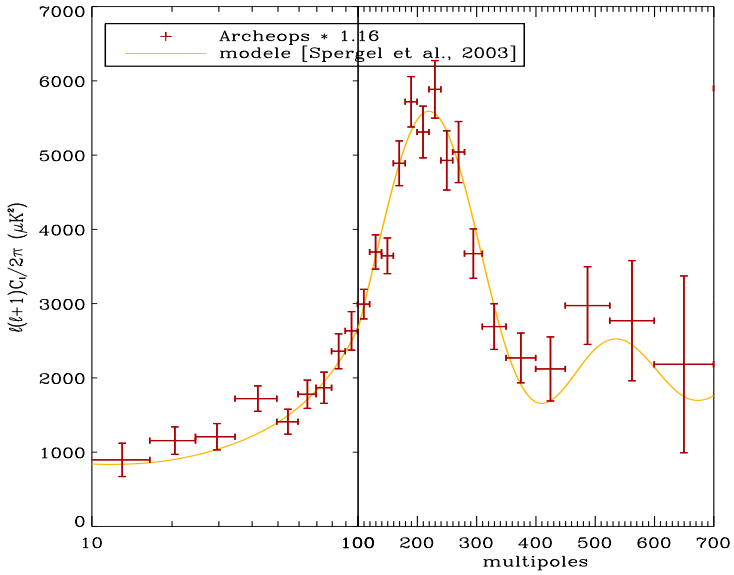


FIG. 19.3: **Spectre de puissance angulaire d'Archeops comparé au modèle ΛCDM WMAP** [Bennett et al. 2003a]. Le spectre d'Archeops est multiplié par une constante tenant compte de l'incertitude de l'étalonnage et ajustée sur le modèle. L'étalonnage est augmenté de 1.07 ± 0.01 en température. Le χ^2 entre les deux spectres vaut 21.6/24.

que pour les données Archeops. Le spectre de puissance angulaire a ensuite été estimé à partir de ces cartes avec XSPECT et comparé à celui obtenu avec les données d'Archeops (fig. 19.4).

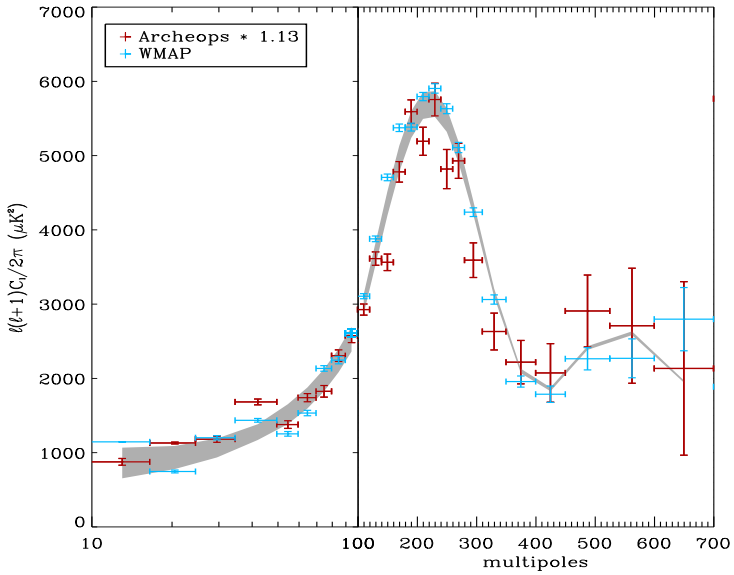


FIG. 19.4: **Spectres de puissance angulaire de Archeops et WMAP sur la couverture du ciel d'Archeops.** Les données de WMAP traitées "à la Archeops" ont servi à estimer le spectre (*en bleu*) avec XSPECT dans les mêmes conditions (couverture, filtrage). Celui-ci est comparé au spectre d'Archeops (*en rouge*) multiplié par 1.06 ± 0.01 en température pour tenir compte des incertitudes d'étalonnage. La variance d'échantillonnage (*en gris*) n'est pas incluse dans les barres d'erreur.

Encore une fois, les incertitudes sur l'étalonnage d'Archeops imposent l'ajustement d'une constante d'éta-

lonnage estimées à partir du spectre de WMAP par une méthode de moindre carré en tenant compte des erreurs dans les deux directions. Le coefficient est de 1.06 ± 0.01 en température.

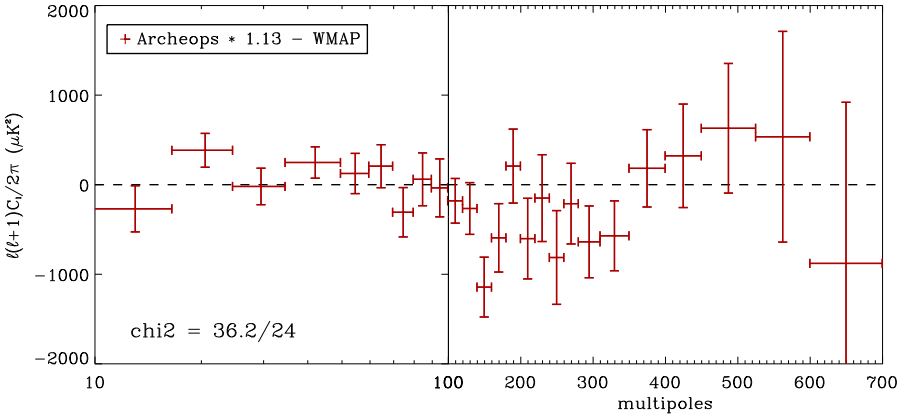


FIG. 19.5: **Différence entre les spectres de WMAP et Archeops sur la couverture Archeops.** Le spectre d'Archeops est multiplié par un facteur 1.06 ± 0.01 en température. Le χ^2 est de 36.2/24. Les erreurs tiennent compte de la variance d'échantillonnage.

La différence entre les deux spectres (fig. 19.5) illustre la valeur du χ^2 : 36.2/24. Les spectres sont en très bon accord sur le plateau Sachs-Wolfe. En revanche, le premier et le deuxième pic acoustique présentent des écarts plus importants qui tendent à montrer un excès de puissance au niveau du deuxième pic sur le spectre d'Archeops.
L'accord entre les deux spectres, réalisés à partir de 5 fréquences différentes de 40 GHz à 217 GHz, met en évidence que la dépendance spectrale des mesures d'Archeops et de WMAP correspond à celle du CMB.

19.2.3 spectre croisé Archeops/WMAP

La méthode XSPECT permet d'estimer la composante commune à deux jeux de cartes en calculant leur corrélation dans l'espace des harmoniques sphériques. Dans le cas des cartes CMB d'Archeops et de WMAP, la composante commune est le CMB puisque les effets systématiques sont décorrélés.
Le spectre croisé entre Archeops et WMAP est en très bon accord avec le spectre de WMAP sur la couverture Archeops (fig. 19.6). Le coefficient multiplicatif appliqué à Archeops vaut 1.12 ± 0.01 en température. En particulier, on retrouve les structures fines à $\ell = 40$ et au sommet du premier pic.
La différence entre les deux spectres donne un χ^2 de 11.4/24 (fig. 19.7). La différence est compatible avec zéro entre $\ell = 17$ et 450. On observe un excès de puissance au niveau du deuxième pic acoustique pour le spectre croisé qui reflète l'excès observé sur Archeops.
L'accord entre les deux spectres témoigne du fait que l'on observe les mêmes structures sur le ciel à la fois en amplitude et en phase, avec deux instruments indépendants.

19.2.4 coefficients de ré-étalonnage

Les coefficients de ré-étalonnage mesurés par rapport au modèle (1.07 ± 0.01) et par rapport au spectre de WMAP sur la couverture Archeops (1.06 ± 0.01) sont en bon accord. En revanche, le coefficient du spectre croisé Archeops-WMAP par rapport au spectre WMAP n'est pas compatible avec les autres (1.12 ± 0.01), même si les barres d'erreur de l'ajustement sont certainement sous-estimées.
Ceci suggère que les incertitudes sur l'étalonnage entre bolomètres ne permettent pas de considérer un coefficient global entre Archeops et WMAP. En effet, sur Archeops, les spectres à 217 GHz sont plus contaminés par les résidus d'avant-plans ce qui peut entraîner une sous-estimation de leur coefficient d'étalonnage. Ces spectres se révèlent plus corrélés que les autres et ne participent que peu dans la combinaison des spectres croisés d'Archeops. En revanche, les spectres croisés 217 GHz avec WMAP ne doivent pas être plus corrélés que les autres et doivent participer de manière sensiblement égale. Ceci peut expliquer la

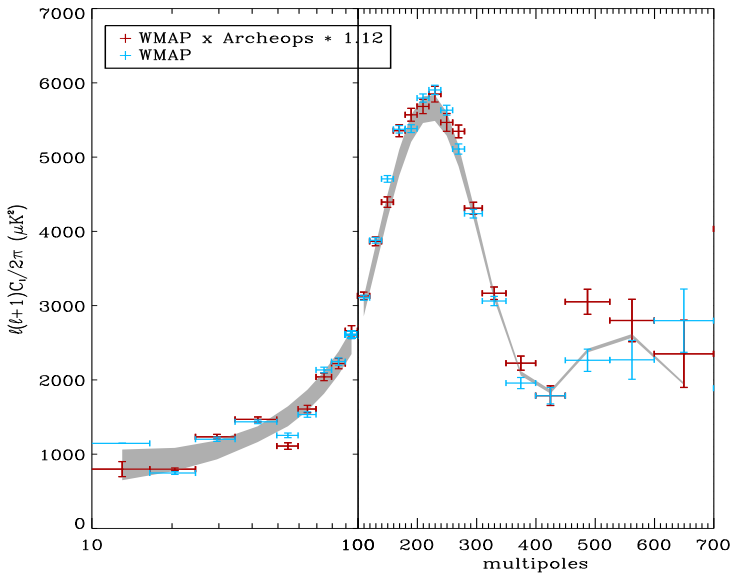


FIG. 19.6: **Spectre croisé Archeops/WMAP comparé au spectre de WMAP** sur la couverture Archeops. Le spectre croisé est multiplié par 1.12 pour tenir compte de l'incertitude d'étalonnage d'Archeops. La variance d'échantillonnage (*en gris*) n'est pas incluse dans les barres d'erreur.

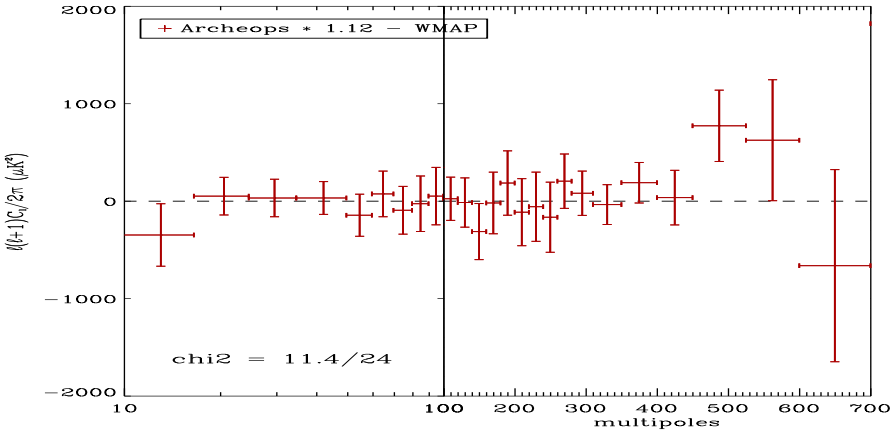


FIG. 19.7: **Différence entre le spectre croisé Archeops/WMAP et celui de WMAP sur la couverture Archeops.** Le spectre croisé est multiplié par un facteur 1.12 en température. Le χ^2 est de 11.4/24. Les erreurs tiennent compte de la variance d'échantillonnage.

différence observée sur le coefficient de ré-étalonnage entre le spectre croisé Archeops-WMAP et le spectre de WMAP.

19.3 Conclusion

La comparaison des cartes a permis de montrer qu'Archeops observe, à 143 et 217 GHz, les mêmes anisotropies que celles de WMAP.
De plus, après ré-étalonnage, le spectre d'Archeops présente les mêmes structures que celui de la première année de WMAP et est compatible avec le modèle ΛCDM ajusté sur leurs données. Le spectre croisé entre les cartes d'Archeops et de WMAP montre que les structures sur le ciel ont des caractéristiques semblables

à la fois en amplitude et en phase. Les mesures des anisotropies du CMB sont donc cohérentes sur une large plage de fréquences de 41 à 217 GHz.
Des petites structures fines autour du modèle ΛCDM ont été observées sur les spectres d'Archeops (à $\ell = 40$, $\ell = 150$ et $\ell = 200$-220) et de WMAP (à $\ell = 40$ et $\ell = 180$-200). La première à $\ell = 40$ reste significative sur le spectre croisé Archeops-WMAP. En revanche, au sommet du premier pic, celui-ci est compatible avec le modèle ΛCDM. La présence de ces structures à la fois sur Archeops, sur WMAP et sur le spectre croisé suggère que celles-ci sont liées au ciel et ne sont pas dues à des effets systématiques ou d'avant-plans. Pour l'instant, seules quelques explications physiques ont été proposées parmi lesquelles [Martin & Ringeval 2004].
Les coefficients de ré-étalonnage global d'Archeops par rapport au spectre (6%) et au modèle WMAP (7%) sont compatibles avec l'incertitude de l'étalonnage dipôle ($\sim$8% dans les cartes). Dans le cas de la corrélation Archeops$\times$WMAP, la différence peut être expliquée par des résidus d'émission d'avant-plans. En effet, la contamination, de l'ordre de 10% dans les spectres, n'apparaît pas dans cette corrélation. C'est pourquoi la coefficient de ré-étalonnage augmente à $\sim$12% dans ce cas. Le ré-étalonnage de chaque détecteur par rapport à WMAP est à l'étude, en particulier à l'aide d'une méthode de séparation de composantes permettant d'extraire les résidus et d'estimer les coefficients d'étalonnage par rapport au CMB.

Les résultats de la première année de WMAP sont dans [Bennett et al. 2003a] et [Hinshaw et al. 2003]. Les données de WMAP sont issues du site Web LAMBDA (Legacy Archive for Microwave Background Data Analysis) [http ://lambda.gsfc.nasa.gov]. Les cartes Archeops seront bientôt publiées dans [Macías-Pérez et al. 2005]. Les spectres ont été estimés à partir de la méthode XSPECT *[Tristram et al. 2005a].*

Chapitre 20

Contamination de la poussière dans les spectres de puissance polarisés

Archeops a donné les premières mesures polarisées de l'émission des poussières galactiques à 353 GHz. Celle-ci sera un contaminant important dans l'estimation des spectres polarisés du CMB. Pour estimer ce niveau de contamination dans les mesures de WMAP et les estimations de Planck, nous avons extrapolé la mesure des spectres d'Archeops aux fréquences des canaux CMB de ces deux instruments.

20.1 Le spectre d'émission de la poussière

L'émission des poussières galactiques est l'avant-plan dominant à haute fréquence (> 90 GHz) dans la mesure des anisotropies du CMB. L'instrument Planck-HFI sera donc particulièrement sujet à cette contamination.
La mesure des spectres angulaires polarisés de la poussière avec Archeops à 353 GHz permet de donner une estimation de la contamination de celle-ci dans les spectres de puissance angulaire polarisés du CMB.
Pour cela, il faut extrapoler le spectre calculé à 353 GHz à plus basse fréquence où le CMB domine. A hautes fréquences, l'émission des poussières peut être modélisée par un corps gris de température 17.5 K avec une émissivité en ν^2 [Boulanger et al. 1996]. A plus basse fréquence (100-300 GHz), le spectre est moins bien déterminé à cause du manque de mesures. Il est généralement modélisé par une loi de puissance dont l'indice spectral est déterminé à partir des mesures d'intensité à 353 GHz (donnée par FIRAS) et à 94 GHz (donnée par WMAP). Le rapport $I_\nu(353)/I_\nu(94) = 134$ sur la zone du ciel couverte par Archeops donne un indice spectral de 1.7. D'autres estimations basées sur les données de WMAP uniquement donnent un indice de $\sim$2.2 [Bennett et al. 2003b]. Afin de déterminer la contamination maximale dans les spectres, nous avons choisi d'utiliser la valeur 1.7.

20.2 Extrapolation à Planck

Pour extrapoler les spectres de poussière mesurés par Archeops aux fréquences de Planck, nous avons considéré les 3 canaux CMB à 100, 143 et 217 GHz. Nous avons supposé une pondération uniforme par fréquence. Le masque galactique appliqué est celui de WMAP (Kp2). Le modèle de CMB considéré est celui de WMAP avec un rapport tenseur sur scalaire $r = 0.1$.
L'extrapolation des spectres de la poussière d'Archeops montre qu'à grande échelle angulaire, la poussière domine le CMB aussi bien en température qu'en polarisation (fig. 20.1). En particulier, les modes polarisés EE et BB sont contaminés par un signal plus puissant de près de 3 ordres de grandeur.

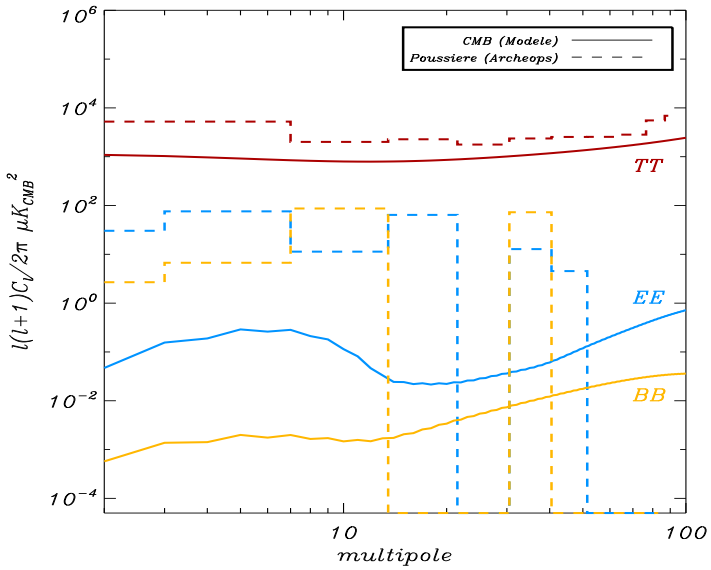


FIG. 20.1: **Spectres de puissance angulaire de la poussière extrapolés pour Planck** comparés aux spectres du CMB. Le modèle ΛCDM du CMB est celui de WMAP avec un rapport tenseur sur scalaire $r = 0.1$. Les spectres de poussière d'Archeops à 353 GHz ont été extrapolés aux fréquences CMB de Planck (moyenne pondérée de 100, 143 et 217 GHz) avec une loi de puissance d'indice spectral 1.7.

Ce résultat souligne l'importance de la soustraction des composantes d'avant-plans aussi bien en température qu'en polarisation pour l'estimation des spectres de puissance angulaire du CMB.
En particulier, la poussière sera un avant-plan très important pour la mesure des spectres polarisés de Planck. En effet, les spectres deviennent comparables pour des résidus de l'ordre de 10% en température. L'estimation précise des modes polarisés TE et EE nécessite donc une très bonne séparation des composantes.

20.3 Extrapolation à WMAP

Aucune soustraction de la poussière n'a été effectuée dans les cartes utilisées pour l'estimation des spectres de puissance angulaire du CMB avec WMAP. A priori, l'extrapolation du spectre de la poussière d'Archeops aux fréquences de WMAP est donc un bon estimateur de la contamination présente dans les spectres de WMAP. En réalité, l'estimation précise de cette contamination nécessite plus d'informations sur la manière dont les cartes ont été nettoyées des avant-plans (en particulier par la méthode de séparation de composantes), sur la façon dont les spectres TT et TE ont été construits (pondération, canaux utilisés), ainsi que sur la forme des lobes.
Pour illustrer la contamination, nous avons extrapolé le spectre de puissance de la poussière en T_{RJ} de 353 GHz aux fréquences de WMAP puis converti celui-ci en T_{CMB} (fig. 20.2). Nous avons supposé une pondération uniforme par fréquence.
En température, à grande échelle angulaire ($2 \leq \ell \leq 7$) le spectre de poussière ($36.5 \pm 1.3\ \mu\mathrm{K}^2_{CMB}$) est faible comparé au spectre du CMB ($C_\ell^{TT} = 689 \pm 248\ \mu\mathrm{K}^2_{CMB}$).
En ce qui concerne le spectre TE, la combinaison de leur 5 bandes en fréquences (entre 23 et 94 GHz) sur la totalité du ciel leur a permis d'estimer le spectre TE entre $2 \leq \ell \leq 7$: $C_\ell^{TE} = 2.87 \pm 0.59\ \mu\mathrm{K}^2_{CMB}$.
A grande échelle angulaire ($2 \leq \ell \leq 7$), l'amplitude du spectre de poussière est de $0.49 \pm 0.10\ \mu\mathrm{K}^2_{CMB}$ ce qui est 6 fois plus faible que l'estimation du spectre du CMB de WMAP. Ce résultat montre qu'une contamination maximale de la poussière n'est pas suffisante pour expliquer l'excès de puissance mesuré par WMAP à grande échelle angulaire.
Les autres spectres sont également fortement contaminés par la poussière. Ceci souligne l'importance de l'étude des avant-plans pour l'estimation des spectres polarisés du CMB, d'autant plus qu'à ces fréquences

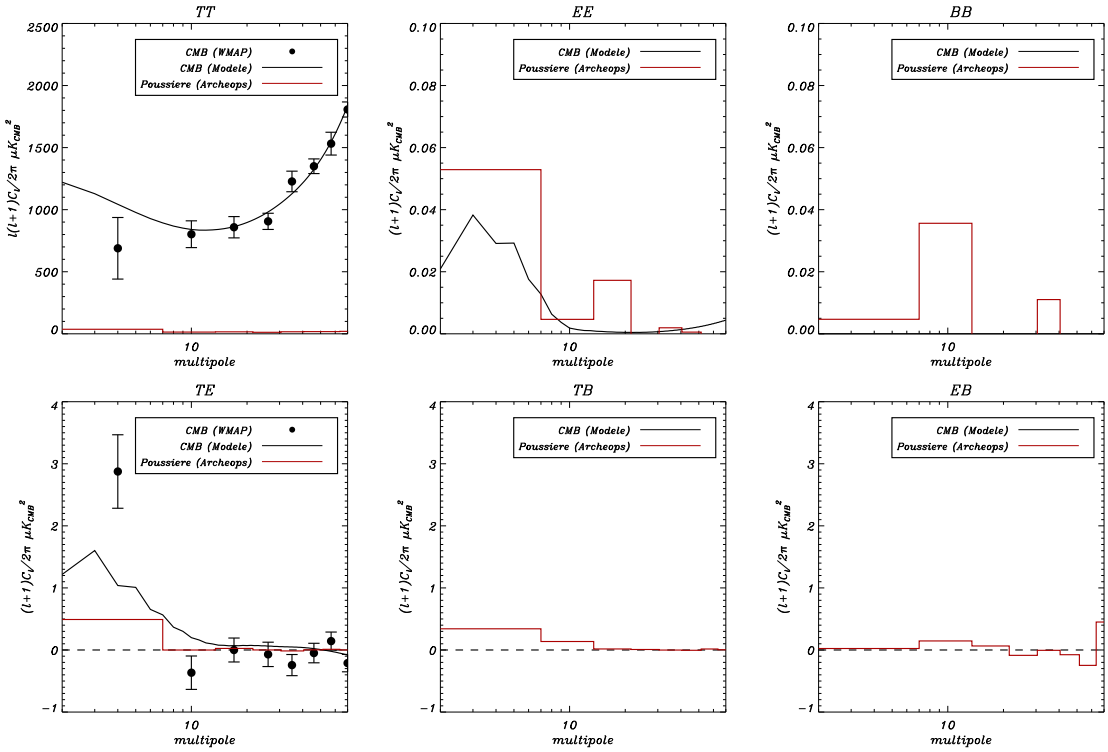


FIG. 20.2: **Spectres de puissance angulaire de la poussière extrapolés aux fréquences de WMAP** et comparés aux spectres de puissance du CMB (*en noir*). Les spectres de poussière d'Archeops à 353 GHz ont été extrapolés avec une loi de puissance d'indice spectral 1.7. A grande échelle angulaire ($2 \leq \ell \leq 7$), l'amplitude du spectre de poussière TE atteint 0.49 ± 0.10 comparée aux $C_\ell^{TE} = 2.87 \pm 0.59\ \mu\mathrm{K}^2_{CMB}$. Le même point pour le spectre TB vaut 0.34 ± 0.11.

(entre 23 et 94 GHz) l'émission des poussières galactiques n'est pas l'avant-plan dominant.

20.4 Conclusion

Les résultats présentés dans ce chapitre suggèrent que l'émission des poussières galactiques sera un avant-plan important dans l'estimation des anisotropies du CMB en polarisation particulièrement pour des latitudes galactiques inférieures à 10 degrés.

Néanmoins, les données d'Archeops ne couvrent que 20% du ciel et l'extrapolation à la totalité du ciel doit être considérée avec prudence à cause des propriétés non-gaussiennes de la poussière. De plus le spectre d'émission des poussières est relativement mal connu en température et n'a jamais été mesuré en polarisation. Pour faire l'extrapolation des fréquences d'Archeops vers les plus basses fréquences, nous avons utilisé un modèle en loi de puissance avec un indice spectral de 1.7 estimé entre les données FIRAS et celles WMAP. Si on considère uniquement les données WMAP, l'indice est plutôt de 2.2 [Bennett et al. 2003b]. L'erreur sur l'extrapolation en fréquence est alors d'un facteur $\sim$3.5 sur les spectres.
Le mode BB mesuré avec Archeops est certainement contaminé par des résidus de systématiques (cf. chapitre 18). En effet, l'amplitude du spectre n'augmente pas lorsqu'on diminue la coupure galactique, ce qui ne reflète pas la dépendance en fonction de la densité des poussières. A cause du couplage entre le mode EE et le mode BB, nous avons préféré publier uniquement l'extrapolation du spectre TE [Ponthieu et al. 2005]. Néanmoins, les mesures d'Archeops sont les seules mesures polarisées de la poussière à l'heure actuelle.
D'autre part, les niveaux de contamination présentés dans ce chapitre sont estimés pour des cartes contenant la totalité de l'émission des poussières. En réalité, pour réaliser des cartes du CMB, les avant-plans sont soustraits généralement à l'aide de modèles indépendants d'émissions ou par des méthodes de séparation

de composantes.

Le spectre TE du CMB mesuré par WMAP présente un excès important à grande échelle angulaire. L'équipe de WMAP explique cet excès à l'aide d'un modèle de réionisation qui présente une épaisseur optique importante ($\tau = 0.17 \pm 0.04$) et un *redshift* grand ($z_r = 20 \pm 10$). Plusieurs publications ont tenté de mettre en évidence la présence de résidus d'avant-plans dans les cartes de WMAP [Tegmark et al. 2003, Vielva et al. 2004]. L'extrapolation du spectre TE de la poussière aux fréquences de WMAP prouve qu'une contamination maximale de la poussière ne permet pas d'expliquer l'excès de puissance à grande échelle angulaire.

Les extrapolation pour WMAP ont été en partie publiées avec les spectres polarisés de la poussière d'Archeops dans [Ponthieu et al. 2005] et présentés lors de conférences sur le sujet. La réalisation d'un modèle réaliste de l'émission galactique à la fois en température et en polarisation sur l'ensemble du ciel est en cours de développement.

Chapitre 21

Détection de signal Sunyaev-Zel'dovich

La forme caractéristique de la dépendance spectrale des anisotropies secondaires engendrées par l'effet Sunyaev-Zel'dovich permet de les séparer des anisotropies primaires. Dans ce cadre, l'ajout des données d'Archeops à celles de WMAP permet d'obtenir plus d'informations à haute fréquence. Ce chapitre présente une détection statistique significative (4.5σ) de signal SZ à travers la corrélation des cartes de CMB avec les modèles de densité de galaxies construits à partir du catalogue 2MASS.
Ce travail a été réalisé en collaboration avec Carlos Hernandez-Monteagudo et devrait faire l'objet d'une publication très prochainement [Hernández-Monteagudo et al. 2005].

21.1 Effet Sunyaev-Zel'dovich

L'effet thermique Sunyaev-Zel'dovich (SZ) constitue un outil unique pour explorer la présence de matière baryonique dans l'Univers. Cet effet est la conséquence de la distorsion du spectre du CMB lorsque celui-ci traverse un plasma d'électrons chauds. Les électrons donnent de l'énergie aux photons du CMB par effet Compton inverse. Le spectre en énergie des photons du CMB est décalé vers les hautes énergies. Dans la limite non-relativiste, le décalage du spectre de la température du CMB est donné par

$$f_{tSZ}(\nu) = \frac{x}{\tanh(x/2)} - 4 \qquad \text{avec} \quad x = \frac{h\nu}{kT_{CMB}} \tag{21.1}$$

L'amplitude y de la distorsion est proportionnelle à la pression des électrons le long de la ligne de visée

$$y = \int dr \sigma_T n_e \frac{kT_e}{m_e c^2} \tag{21.2}$$

où σ_T est la section efficace Compton et n_e le nombre de densité, T_e la température et m_e la masse des électrons. L'écart de température dû à l'effet SZ s'écrit alors

$$\frac{\delta T_{tSZ}}{T_{CMB}} = y \cdot f_{tSZ}(\nu) \tag{21.3}$$

Comme son amplitude est liée à la densité des électrons, l'effet SZ est particulièrement sensible aux structures effondrées ou en cours d'effondrement qui contiennent des électrons chauds comme les amas de galaxies [Birkinshaw 1999].
Même si l'amplitude du signal SZ est plus faible que les autres anisotropies secondaires comme l'effet Sachs-Wolfe intégré, la forme de la dépendance en fréquence du signal SZ permet de le séparer.

Les dernières expériences de mesure des anisotropies du CMB comme BOOMERang [Mauskopf et al. 2000], VSA [Rubino-Martin et al. 2003], Archeops [Benoît et al. 2003a] et WMAP [Bennett et al. 2003a] ont atteint la sensibilité suffisante pour pouvoir détecter le signal SZ.
En particulier, le signal SZ a été mesuré dans WMAP à différents niveaux de confiance [Bennett et al. 2003a, Hernández-Monteagudo & Rubiño-Martín 2004, Myers et al. 2004, Hernández-Monteagudo et al. 2004, Afshordi et al. 2004].
En utilisant uniquement les données CMB de WMAP, les méthodes font appel aux corrélations spatiales entre les anisotropies du CMB et les catalogues de grandes structures. En utilisant la couverture spectrale d'Archeops et de WMAP, nous avons étudié le comportement en fréquence du signal autour des régions denses.

21.2 Méthode

La méthode appliquée sur Archeops a été utilisée auparavant sur les données de WMAP [Hernández-Monteagudo et al. 2004]. Elle a été développée par Carlos Hernandez-Monteagudo avec qui nous avons collaboré dans le cadre de la détection du signal SZ en utilisant également les données Archeops. Elle est basée sur la comparaison pixel-à-pixel des cartes CMB (d'Archeops et de WMAP) avec un modèle des grandes structures (construit à partir du catalogue de sources compactes infrarouges 2MASS-XSC). Le modèle, réalisé à la même résolution que les cartes d'Archeops et de WMAP (soit 7 arcmin, $N_{side} = 512$), représente la densité de galaxies du catalogue. Il a ensuite été convolué par le lobe de chaque détecteur considéré comme circulaire dans l'espace des harmoniques sphériques. Les cartes sont enfin sommées par fréquence en tenant compte du bruit par détecteur de manière à obtenir un modèle pour les 5 bandes en fréquence à 41, 61 et 93 GHz pour WMAP et 143 et 217 GHz pour Archeops.
Les pixels sont ensuite triés en fonction de la densité de galaxies et regroupés par paquets de différentes tailles ($n_{pix} = 32$, 64 et 128 pixels). Chaque paquet est ensuite traité indépendamment en le comparant au paquet correspondant dans les cartes de température.
Les cartes T en température de WMAP et Archeops par fréquence sont supposées contenir du CMB ainsi qu'une contribution du modèle M à travers

$$T = T_{CMB} + \alpha M + N \tag{21.4}$$

où N est le terme de bruit et α caractérise la contribution du modèle de signal SZ dans les données. Une solution optimale de α et de sa barre d'erreur $\delta\alpha$ est donnée en fonction de la matrice $\mathcal{C}$ de corrélation de T

$$\alpha = \frac{T\mathcal{C}^{-1}M^T}{M\mathcal{C}^{-1}M^T} \qquad \text{et} \qquad \delta\alpha = \sqrt{\frac{1}{M\mathcal{C}^{-1}M^T}} \tag{21.5}$$

A la résolution considérée (7 arcmin) le bruit domine dans la matrice de corrélation $\mathcal{C}$. Comme on traite les paquets indépendamment, la matrice de corrélation est de petite taille et son inversion ne pose pas de problèmes numériques. Contrairement aux barres d'erreur $\delta\alpha$, la mesure de α n'est pas biaisée par les incertitudes sur l'estimation de la matrice $\mathcal{C}$. Compte-tenu du niveau de bruit sur Archeops et de la difficulté d'estimer la matrice de corrélation dans les données, nous avons utilisé un majorant de l'erreur sur la détermination de α en considérant sa dispersion $\delta^{rms}\alpha$ sur l'ensemble des paquets disponibles.
L'estimation de α est réalisée uniquement sur la couverture Archeops.

21.3 Résultats

L'estimation de α montre une détection pour le premier des paquets de $n_{pix} = 32$ pixels qui correspond aux 32 pixels dont la densité de galaxies est la plus forte. Pour WMAP, les niveaux de détection atteignent 4σ dans la bande W (94 GHz) et 2σ dans les bandes Q et V, le reste des paquets étant compatible avec zéro. Pour le premier paquet sur Archeops, la détection est moins significative à 143 GHz (1σ) mais le canal à 217 est compatible avec zéro comme attendu pour le spectre SZ.
Pour rendre compte de la dépendance spectrale du signal observé, nous avons estimé l'amplitude y à partir des valeurs d'α pour les 5 fréquences avec le modèle

$$\alpha(\nu) = yT_{CMB} \cdot f_{tSZ}(\nu) + n(\nu) \tag{21.6}$$

où $n(\nu)$ est le bruit instrumental dans $\alpha(\nu)$. Dans le cas où le signal est compatible avec la dépendance spectrale SZ, le coefficient y est positif. Dans le cas contraire, sa valeur est compatible avec zéro. Les valeurs de α ont été normalisées pour un lobe moyen de 13 arcmin en calculant le facteur de dilution correspondant (approximation valable dans le cas des sources non-résolues).
Pour le premier paquet ($n_{pix} = 32$), l'amplitude mesurée atteint

$$y = (0.41 \pm 0.08) \cdot 10^{-4} \tag{21.7}$$

ce qui montre une détection de l'effet SZ à 5σ. Le reste des paquets est compatible avec zéro à 2σ (fig. 21.1).

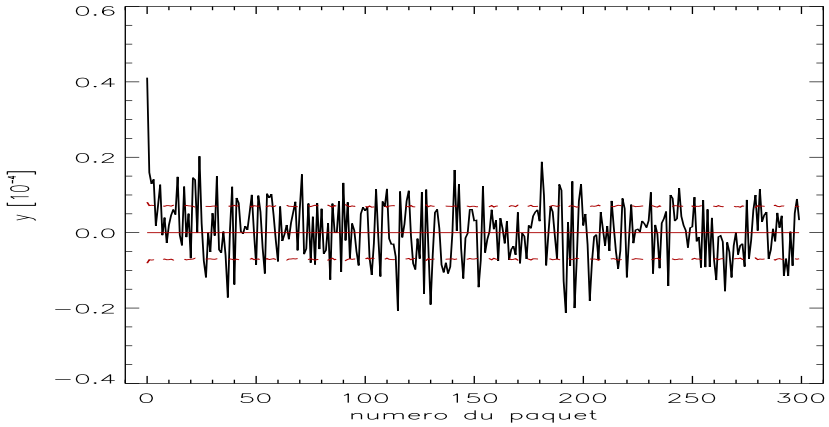


FIG. 21.1: **Valeurs de l'amplitude** y pour tous les paquets contenant 32 pixels ordonnés en fonction de la densité de galaxies. L'amplitude y pour le premier paquet est détectée à 5σ. Les barres d'erreur sont tracées en pointillés rouges.

La dépendance spectrale du coefficient α pour le premier paquet est compatible avec l'effet SZ (fig. 21.2). Le χ^2 de l'hypothèse nulle ($y = 0$) est de 28 pour 4 degrés de liberté.

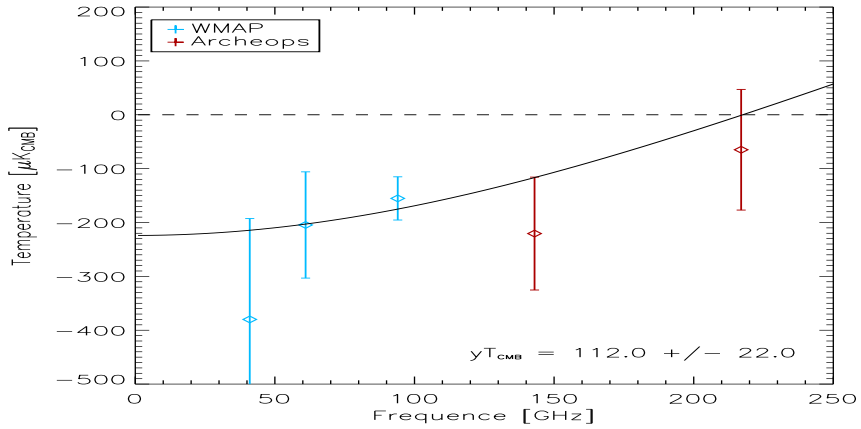


FIG. 21.2: **Dépendance spectrale de** α du premier paquet contenant les 32 pixels où la densité de galaxies est la plus forte. La valeur de α est normalisée à un lobe moyen de 13 arcmin pour les fréquences de WMAP (*en bleu*) et Archeops (*en rouge*). L'ajustement du modèle de SZ (*en noir*) donne une amplitude $y = (0.41 \pm 0.08) \cdot 10^{-4}$.

Les résultats en utilisant des paquets contenant plus de pixels ($n_{pix} = 64$ et 128) montrent une diminution du signal SZ aussi bien en terme de α qu'à travers l'amplitude y. Ceci vient du fait qu'en prenant des pixels supplémentaires moins denses en nombre de galaxies c'est-à-dire où l'effet SZ n'est pas significatif,

le signal total est dilué. La valeur de l'amplitude y passe alors à $y = (0.28 \pm 0.06) \cdot 10^{-4}$ et $y = (0.20 \pm 0.05) \cdot 10^{-4}$ pour des paquets de 64 et 128 pixels respectivement.

21.4 Conclusion

A partir de la corrélation pixel-à-pixel avec la densité de galaxies issues des catalogues 2MASS-XCS, nous avons pu détecter la présence de signal SZ dans les cartes de température du CMB mesurée à partir des expériences WMAP et Archeops. Cette détection est significative (5σ) uniquement pour les 32 pixels où la densité de galaxies est la plus forte [Hernández-Monteagudo et al. 2005].
Ce résultat n'est pas surprenant puisque le premier paquet contient 12 amas de galaxies identifiés qui sont des bons candidats à la détection de SZ à cause de leur masse importante et de leur distance relativement faible. Néanmoins, la même étude réalisées sans l'amas COMA (qui domine parmi les 12 amas identifiés) montre une détection toujours significative. Ceci souligne le fait que la détection de signal SZ n'est pas dominée par un seul amas.

La détection de signal Sunyaev-Zel'dovich autour des amas de Galaxies dans les anisotropies du CMB mesurées par Archeops et WMAP sera bientôt publiée dans [Hernández-Monteagudo et al. 2005]. La même méthode avait été appliquée auparavant aux données WMAP seule [Hernández-Monteagudo et al. 2004].

Chapitre 22

Extraction des paramètres cosmologiques

Le but de l'étude des anisotropies du CMB est de pouvoir contraindre les modèles d'Univers à travers la valeur des paramètres cosmologiques. Le spectre de puissance angulaire du CMB contient toute l'information des cartes d'anisotropies en température pour les modèles de fluctuations gaussiennes. Dans le cadre de ces modèles, la variation du spectre en fonction des paramètres cosmologiques permet de contraindre ceux-ci. Ce chapitre présente les résultats d'Archeops en terme de contraintes cosmologiques. A l'aide des spectres en polarisation et de l'augmentation de la précisions de mesure, Planck devrait permettre la mesure des paramètres à quelques pour-cent.

22.1 Archeops

22.1.1 Première estimation

A partir de la première estimation du spectre de puissance angulaire du CMB avec Archeops en 2003 [Benoît et al. 2003a], la collaboration a donné les contraintes sur les paramètres cosmologiques [Benoît et al. 2003b]. Celles-ci ont été réalisées dans le cadre d'un modèle ΛCDM adiabatique en considérant un spectre des fluctuations primordiales en loi de puissance. La méthode utilisée [Douspis et al. 2003] est une maximisation de la fonction de vraisemblance sur une grille à 7 dimensions correspondant à 7 paramètres cosmologiques : la densité totale Ω_{tot}, la densité d'énergie d'une constante cosmologique Ω_Λ, la densité de baryon $\Omega_b h^2$, la constante de Hubble normalisée $h = H_0/100$ km/s/Mpc, l'indice spectral des fluctuations scalaires n_s, la normalisation du spectre de puissance Q et l'épaisseur optique de réionisation τ.
Archeops a mesuré la position du premier pic acoustique avec une bonne précision $\ell = 220 \pm 6$ ainsi que sa taille et sa largeur. En utilisant d'autres contraintes cosmologiques comme la valeur de $H_0 = 72 \pm 8$ km/s/Mpc donnée par les mesures du HST [Freedman et al. 2001], les données CMB ont permis de contraindre également la densité totale

$$\Omega_{tot} = 1.00^{+0.03}_{-0.02} \tag{22.1}$$

En associant nos données à celles des autres expériences CMB pré-WMAP (COBE [Tegmark 1996], Boomerang [Netterfield et al. 2002], Dasi [Halverson et al. 2002], Maxima [Lee et al. 2001], VSA [Scott et al. 2003] et CBI [Pearson et al. 2003]), nous avons pu contraindre

- **la densité de baryon : $\Omega_b h^2$** (fig. 22.1)
  Les mesures du CMB donnent une bonne contrainte sur la valeur de $\Omega_b h^2$. En ajoutant la mesure

de H_0 par le HST, on obtient une contrainte compatible avec les prédictions de la nucléosynthèse primordiale et avec la même précision [O'Meara et al. 2001]

$$\Omega_b h^2 = 0.022^{+0.003}_{-0.004} \tag{22.2}$$

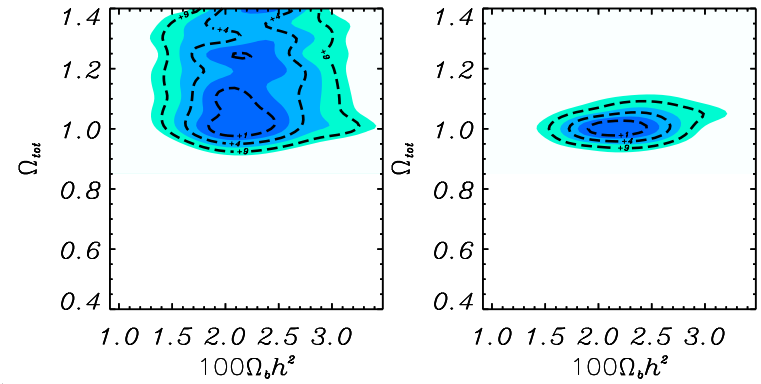


FIG. 22.1: **Estimation des paramètres Ω_{tot} et $\Omega_b h^2$** avec Archeops et les autres expériences CMB (*à gauche*). *A droite :* avec la valeur de H_0 donnée par le HST.

- **la densité d'énergie noire : Ω_Λ** (fig. 22.2)
  Ω_Λ est moins bien contrainte par les mesures du CMB seules. En revanche, avec la mesure de H_0, on retrouve les contraintes données par les mesures des supernovae de type Ia [Perlmutter et al. 1999]

$$\Omega_\Lambda = 0.73^{+0.09}_{-0.07} \tag{22.3}$$

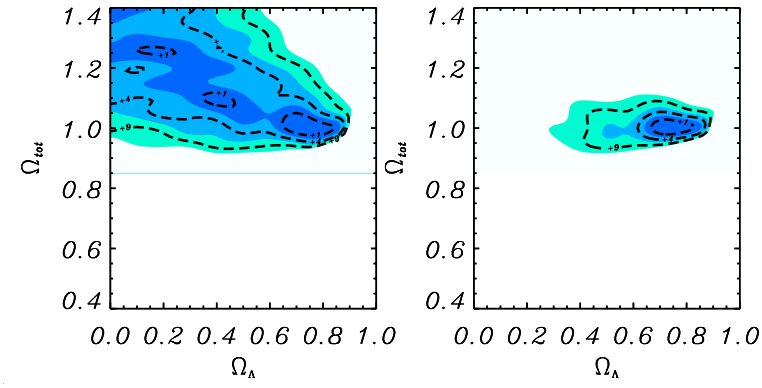


FIG. 22.2: **Estimation des paramètres Ω_{tot} et Ω_Λ** avec Archeops et les autres expériences CMB (*à gauche*). *A droite :* avec la valeur de H_0 donnée par le HST.

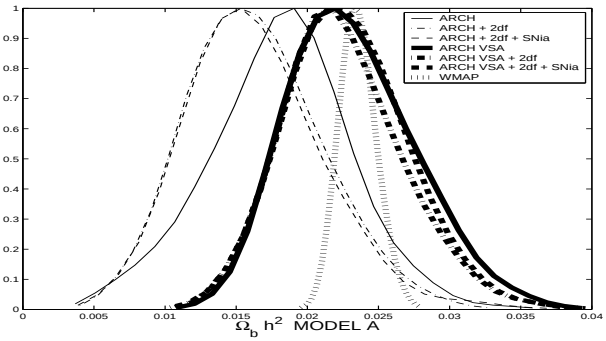
Archeops a également contraint l'indice spectral scalaire n_s. En prenant comme paramètre libre l'épaisseur optique τ, la mesure de l'indice spectral donne $n_s = 1.04^{+0.10}_{-0.12}$ et passe à $n_s = 0.96^{+0.03}_{-0.04}$ lorsque τ est fixé à zéro.

22.1.2 Nouvelle estimation

A partir de la nouvelle version du spectre de puissance angulaire d'Archeops, on pourrait ré-évaluer les contraintes sur les paramètres cosmologiques. Compte-tenu de la publication des résultats de WMAP et des fortes contraintes qu'ils impliquent [Spergel et al. 2003], la collaboration Archeops n'a pas jugé que

l'apport des données d'Archeops serait d'un intérêt scientifique substantiel. Ceci d'autant plus que les contraintes apportées par Archeops sont principalement liées à la mesure de la position du premier pic acoustique et que celle-ci n'a guère évoluée entre la première et la dernière version du spectre de puissance. Néanmoins, nous avons tout de même évalué les contraintes dans le cadre de modèles plats ($\Omega_{tot} = 1$) à 6 paramètres : la constante de Hubble normalisée (h), la densité de baryons (Ω_b), la densité de matière sombre (Ω_c), l'épaisseur optique de la réionisation (τ), l'indice spectral scalaire (n_s) et l'amplitude des fluctuations (A).
Pour compléter le spectre d'Archeops avec des données à hauts ℓ nous avons considéré les données de VSA [Rebolo et al. 2004]. Puis nous avons ajouté d'autres contraintes non-CMB comme celles du spectre de puissance de matière estimé à partir du catalogue des galaxies 2dF [Percival et al. 2002] et des supernovae de type Ia [Perlmutter et al. 1999]. Les contours ont été obtenus à l'aide de la méthode COSMOMC [Lewis & Bridle 2002]. Celle-ci permet de reconstruire la fonction de vraisemblance en réduisant le nombre d'estimations de spectres théoriques à l'aide d'un algorithme de type chaînes de Markov.
Avec les contraintes apportées par 2dF et les SNIa, les résultats sont comparables à ceux de WMAP pour deux paramètres : Ω_b et Ω_Λ. Pour chaque paramètre, la figure présente les résultats obtenus avec les différentes combinaisons d'observations comparés à l'estimation de WMAP seul.

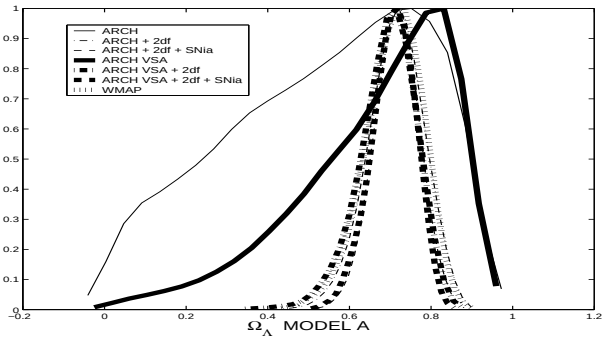
- **densité de baryons Ω_b**



$$\Omega_b h^2 = 0.022^{+0.004}_{-0.004} \qquad \left(\text{WMAP seul } \Omega_b h^2 = 0.023^{+0.001}_{-0.001}\right) \tag{22.4}$$

Les grandes structures ne contraignent pas significativement Ω_b. En revanche, avec une bonne contrainte sur H_0, le CMB permet d'obtenir une mesure précise à travers le rapport des amplitudes des premier et deuxième pics. Celles-ci sont données par Archeops, pour le premier, et VSA, pour le second. Par rapport à la première estimation, nous n'avons pas gagné en précision essentiellement parce que la mesure des amplitudes des pics n'a pas changé. Néanmoins, la valeur est stable alors que la méthode d'estimation est différente et que la contrainte directe sur H_0 a été remplacée par une contrainte donnée par les SNIa dans le cadre d'un modèle plat.

- **densité d'énergie noire Ω_Λ**



$$\Omega_\Lambda = 0.71^{+0.05}_{-0.05} \qquad \left(\text{WMAP seul } \Omega_\Lambda = 0.70^{+0.07}_{-0.07}\right) \tag{22.5}$$

L'estimation du spectre de densité de matière avec le catalogue de galaxies 2dF permet d'augmenter sensiblement la précision sur la mesure. De plus, dans le plan $(\Omega_M, \Omega_\Lambda)$, la contrainte donnée par les SNIa est complémentaire à celle du CMB, ce qui permet d'obtenir déjà une précision plus importante qu'avec WMAP seul.

Ces résultats montrent qu'en utilisant différentes observables cosmologiques, on arrive à lever les dégénérescences et à réduire les incertitudes. Cependant, il est important de remarquer que le CMB à lui seul est une observable très efficace. En effet, les mesures précises des spectres TT et TE ont permis à WMAP de fournir des résultats au moins aussi bons que ceux estimés à partir du CMB pre-WMAP (COBE-Archeops-VSA) conjugués avec les observations des SNIa et la mesure du spectre de densité de matière avec 2dF.

22.2 Planck

Archeops, accompagnée des autres mesures du CMB et de la valeur de H_0, a permis de contraindre à 10% $\Omega_b h^2$ et Ω_Λ ainsi que Ω_{tot} à 5% favorisant ainsi fortement les modèles d'Univers plat.
La mesure du spectre de puissance par WMAP a apporté un niveau de précision supplémentaire sur la valeur des paramètres [Spergel et al. 2003]. Conjuguées aux autres observables cosmologiques comme le spectre de densité de matière (estimé à partir des catalogues de galaxies ou des mesures Lyα), les mesures des anisotropies du CMB par WMAP, ACBAR et CBI ont fourni un jeu commun de paramètres cosmologiques mettant en évidence la cohérence des mesures en cosmologie. Celles-ci confirment la platitude de l'Univers ($\Omega_{tot} = 1.02 \pm 0.02$) et la domination d'une forme d'énergie noire ($\Omega_\Lambda = 0.73 \pm 0.04$). La surprise des résultats de WMAP se trouve dans la mesure du spectre polarisé TE. Celui-ci présente un excès à très bas ℓ uniquement reproduit par des modèles à réionisation précoce ($z \simeq 20$).
L'ambition de Planck est de confirmer la valeur des paramètres avec un niveau de précision sans précédent de l'ordre de quelques pour-cent (fig. 22.3). C'est le début de la cosmologie de précision qui permettra de contraindre les paramètres cosmologiques sans avoir recours aux autres observations.

22.3 Discussion

L'estimation des paramètres cosmologiques est réalisée à partir d'un ensemble d'observables. C'est ainsi que trois résultats importants ont émergé : l'existence de matière sombre non-baryonique, la quasi-platitude de la géométrie et la domination de la densité de l'Univers par un fluide gravitationnel répulsif. Ces découvertes sont à la base de la formation du modèle standard basé plutôt sur la concordance des observations que sur des preuves directes indépendantes. Pour les deux premiers points, on trouve des preuves directes permettant de justifier indépendamment la valeur du paramètre considéré. En revanche, pour la densité d'énergie noire, les preuves directes sont encore sujettes à controverses [Blanchard et al. 2003].

- Les modèles de formation des grandes structures basés sur les observations des courbes de rotation des galaxies mettent directement en évidence la présence de matière sombre non-baryonique. Celle-ci pourra toujours être remise en cause tant qu'aucune détection directe en laboratoire n'aura été effectuée mais elle est maintenant considérée comme un fait établi.
- La géométrie de l'Univers est très bien contrainte par les mesures des anisotropies du CMB. Les modèles reproduisent la forme du spectre de puissance angulaire et plus particulièrement la position des pics acoustiques liée à la densité totale. Les différentes mesures fournissent une indication statistique significative de la platitude de l'Univers. La remise en cause de cette conclusion entraînerait une modification des lois fondamentales de la physique telles que nous les connaissons.
- L'existence d'une forme d'énergie noire dominant la densité totale de l'Univers est révolutionnaire pour la physique fondamentale. Elle émerge du modèle de concordance basé sur les mesures des paramètres cosmologiques avec une précision de $\sim$10%. Celui-ci reproduit un nombre impressionnant de données parmi lesquelles : les estimations locales de la densité de l'Univers, le spectre de puissance du CMB, la mesure de la constante de Hubble par le HST et le spectre des fluctuations primordiales de matière.

  Mais les preuves directes sur la valeur de Ω_Λ restent discutables. En effet, l'introduction d'une constante cosmologique est nécessaire pour reproduire le diagramme de Hubble des SNIa lointaines

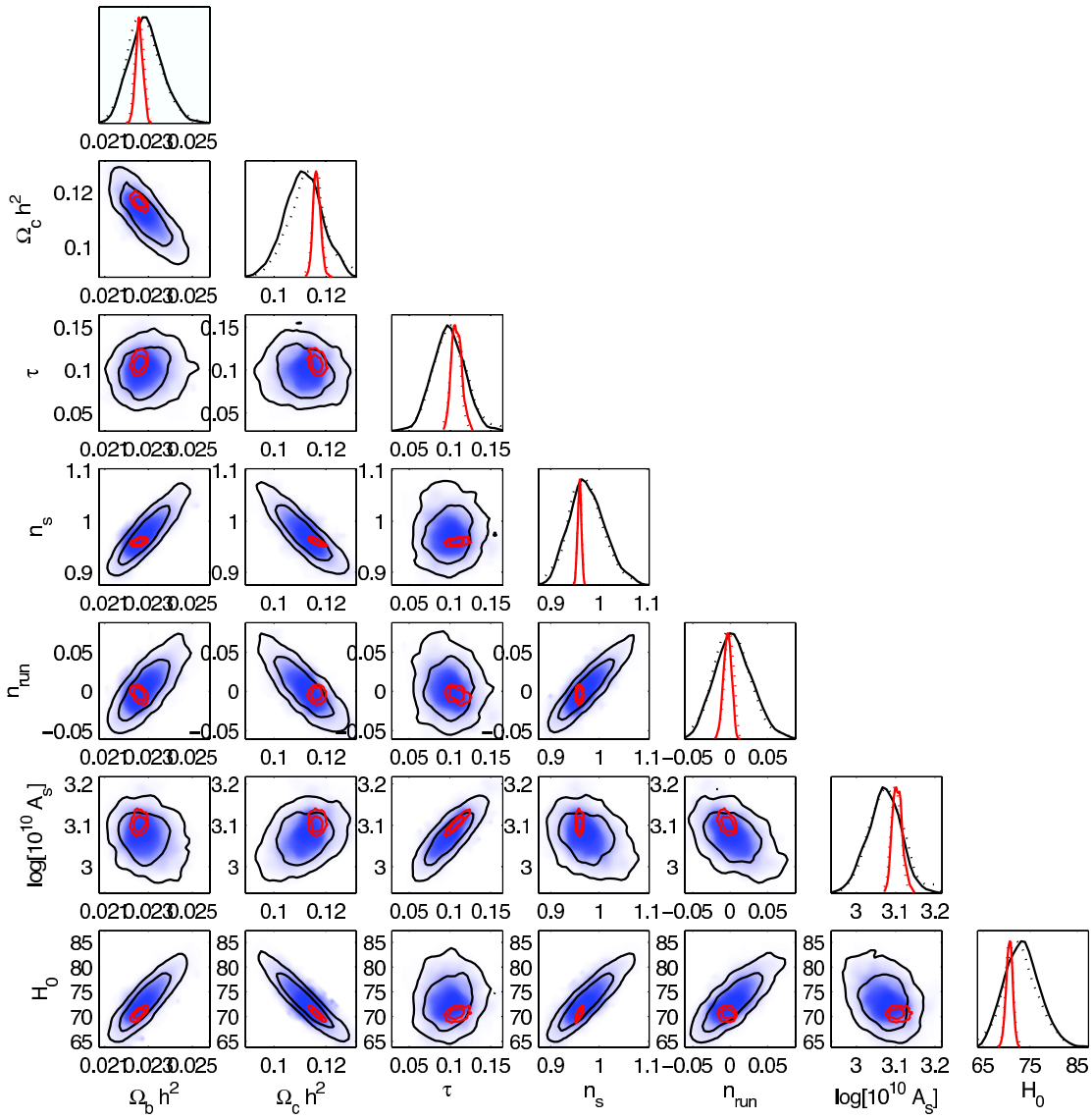


FIG. 22.3: **Contraintes sur les paramètres cosmologiques apportés par WMAP (4 ans) et Planck (1 an)**. Les contours à 1σ de Planck sont représentés en rouge. Le modèle considéré est une modèle ΛCDM plat à 7 paramètres. *figure extraite de ["Bluebook" 2004].*

mais sous l'hypothèse que leur luminosité est conforme à celle mesurée sur les SNIa locales. Pour le spectre de puissance des anisotropies du CMB, la comparaison entre la mesure de WMAP et le spectre ΛCDM donne un mauvais χ^2 mettant en doute soit le modèle soit la propreté des cartes de WMAP. De plus, les données récentes des amas de galaxies lointaines observées par XMM et Chandra favoriseraient un modèle de Einstein-de Sitter c'est-à-dire avec $\Omega_\Lambda = 0$ [Blanchard et al. 2005]. Celui-ci reproduit également le spectre de puissance du CMB si on considère $H \sim 46$ km/s/Mpc. Cette valeur est exclue à 3σ par les mesures du HST mais plusieurs mesures basées sur les Céphéides suggèrent une constante de Hubble 20% plus faible que celle estimée par le HST.

La diversité des modèles cosmologiques est telle qu'on pourra toujours trouver un modèle plus complexe reproduisant mieux les observables. Il est donc important de continuer à rechercher des preuves directes permettant de justifier indépendamment la valeur d'un paramètre.
En particulier, pour Ω_Λ, la mesure précise des spectres en température mais également en polarisation du CMB avec Planck devrait permettre de valider ou d'exclure l'existence d'énergie noire.

De plus les mesures polarisées donneront accès à l'estimation de l'indice des fluctuations scalaires n_s ainsi qu'à l'épaisseur optique τ qui permettra de préciser les modèles de réionisation.

Les estimations des paramètres cosmologiques pour la première version du spectre de puissance angulaire d'Archeops se trouvent dans [Benoît et al. 2003b]. Les estimations pour Planck sont issues de ["Bluebook" 2004].

Conclusion

Pendant ma thèse, j'ai eu la chance de pouvoir participer activement aux traitements des données du dernier vol de l'expérience Archeops. Les échanges avec la collaboration m'ont permis non seulement d'apprendre la physique du fond diffus cosmologique mais également de participer à un grand nombre d'étapes de l'analyse de données.

L'étude des *glitchs* m'a permis de me familiariser avec les données ordonnées en temps et d'appréhender leur nettoyage. J'ai pu mettre en évidence des problèmes de statistiques à la fois sur Archeops et Planck qui, si ils ne sont pas encore résolus, nécessitent une attention toute particulière dans le cadre de l'étalonnage du modèle de vol de Planck. L'estimation des temps de réponse des bolomètres a révélé la présence de deux constantes distinctes faisant intervenir différents liens thermiques de l'instrument. Les mesures d'étalonnage de Planck-HFI ont montrée les mêmes caractéristiques.
J'ai également été confronté aux effets instrumentaux de l'optique que sont les lobes et leur déformation due aux constantes de temps. Pour des stratégies de balayage comme celles d'Archeops et de Planck, ces deux effets sont intrinsèquement dégénérés. Dans le cas d'Archeops, nous avons estimé les temps de réponse des bolomètres, à partir des observations de Jupiter, en supposant les lobes les plus symétriques possibles. Là encore, deux constantes différentes ont été observées sur certains bolomètres. Chacune d'entre elles a été prise en compte pour l'étude des anisotropies du CMB. Les lobes obtenus après déconvolution des constantes de temps ont montré des asymétries importantes. C'est pourquoi j'ai développé une méthode, ASYMFAST, pour tenir compte de leur forme dans l'analyse des anisotropies du CMB [Tristram et al. 2004]. Dans notre cas, la modélisation en multi-gaussiennes permet d'estimer l'effet de l'asymétrie sur la convolution des cartes. A l'heure actuelle, les études portent sur la déconvolution des lobes asymétriques dans les procédures de réalisation des cartes en utilisant la même idée. Si cet effet n'était pas dominant dans le cas d'Archeops, il sera l'un des effets systématiques principaux à haute résolution pour Planck.
J'ai ensuite participé à l'étalonnage des données de l'instrument en utilisant les sources ponctuelles (Jupiter et Saturne). Les résultats sur le flux de ces planètes sont en bon accord (10%) avec les étalonnages effectué sur le dipôle cosmologique et sur la Galaxie.

Puis, une grande partie de ma thèse fut consacrée à l'estimation des spectres de puissance angulaire à partir des cartes des anisotropies du CMB d'Archeops. Pour cela, j'ai développé une méthode originale, XSPECT, basée sur la cross-corrélation des cartes [Tristram et al. 2005a] et qui a été appliquée dans le même temps aux données WMAP. Elle est particulièrement intéressante car elle permet le calcul analytique des barres d'erreur et de la matrice de covariance qui donne la corrélation entre les modes. Dans le cadre des futures matrices de bolomètres, la rapidité de cet estimateur en fera un atout important.
Appliquée aux données d'Archeops couvrant 30% du ciel, cette méthode a permis de fournir la dernière estimation du spectre de puissance angulaire du CMB par Archeops de $\ell = 10$ à $\ell = 700$ [Tristram et al. 2005b]. Celui-ci couvre le plateau Sachs-Wolfe et les deux premiers pics acoustiques. Les données d'Archeops sont contaminées par des résidus d'émission d'avant-plan, essentiellement les poussières galactiques et l'atmosphère, dont nous avons pu estimer l'amplitude.
L'étude des avant-plans est primordiale pour la mesure des anisotropies du CMB avec Planck. En particulier, comme Archeops, HFI sera sensible à l'émission des poussières galactiques. C'est pourquoi les données polarisées à 353 GHz d'Archeops sont de la première importance. Ainsi, nous avons estimé les spectres de puissance polarisés de la poussière grâce à la généralisation de XSPECT à la polarisation. Ces données d'Archeops montrent une détection significative de puissance à grande échelle angulaire aussi bien

pour les modes E que B [Ponthieu et al. 2005].

Enfin, j'ai eu l'occasion de comparer les résultats d'Archeops avec ceux de WMAP, mettant ainsi en évidence la cohérence des mesures de CMB sur une grande plage en fréquence. La comparaison a également permis de mettre un évidence un problème d'inter-calibration des données d'Archeops certainement lié à la présence de lobes secondaires.
L'étude jointe des données des deux expériences a montré la détection statistique d'anisotropies secondaires locales dues à l'effet Sunyaev-Zel'dovich à plus de 4.5σ [Hernández-Monteagudo et al. 2005]. La dépendance spectrale est compatible avec un paramètre de Compton $y = 0.49\ 10^{-4}$ à la résolution de 13 arcmin. En revanche, la contamination du spectre de puissance angulaire du CMB en température par un effet SZ diffus a pu être évaluée à moins de 5% [Patanchon 2005].
De plus, l'extrapolation des spectres polarisés de la poussière galactique aux fréquences de WMAP a montré que l'excès de puissance observé par WMAP dans le spectre TE n'est pas du à des résidus de cet avant-plan [Ponthieu et al. 2005]. En revanche, le niveau de contamination aux fréquences de Planck est particulièrement important nécessitant une séparation efficace des composantes.

Pour atteindre les objectifs de Planck, l'analyse des données devra atteindre des précisions importantes. L'expérience acquise sur Archeops est particulièrement importante puisque les instruments sont très similaires. Ainsi, les méthodes développée pour Archeops sont les bases des outils d'analyse développés pour Planck-HFI. Mais l'augmentation significative de la sensibilité des détecteurs et de la redondance nécessitent le développement de méthodes plus performantes capables de traiter des tailles de données gigantesques.

Annexes

Annexe A

Les lobes

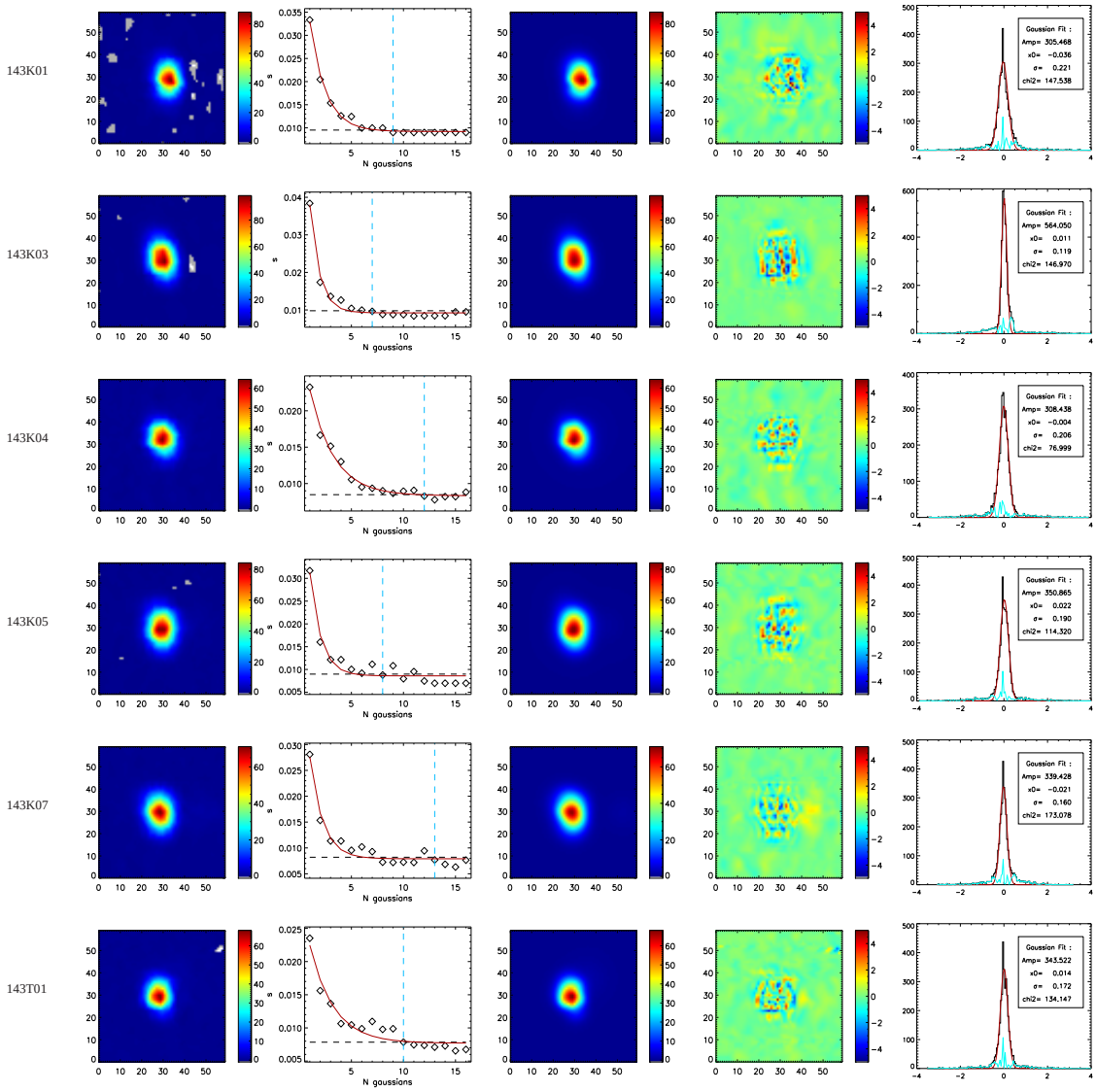


FIG. A.1: **Décomposition des lobes d'Archeops** (en μV) pour les 6 détecteurs à 143 GHz. *De gauche à droite :* la carte du lobe ; la dispersion quadratique S en fonction de N (la ligne rouge représente l'ajustement exponentiel et la ligne bleue le nombre de gaussiennes retenu pour la décomposition) ; la carte du lobe reconstruit ; la carte du résidu (en %) ; et la distribution du résidu (la ligne rouge correspond à la gaussienne ajustée dont les paramètres figures en haut à droite et le résidu en bleu).

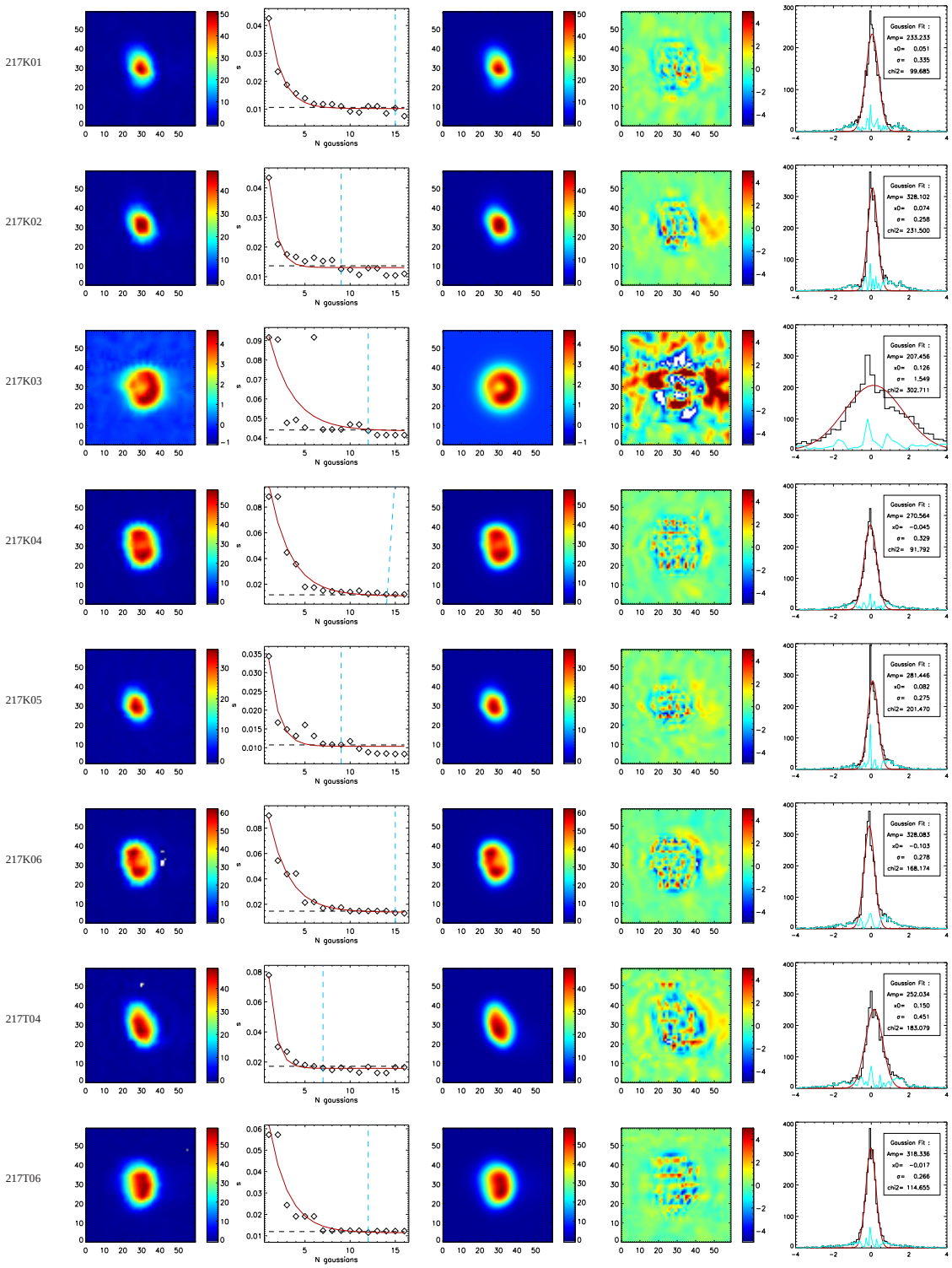


FIG. A.2: **Décomposition des lobes d'Archeops** (en μV) pour les 8 détecteurs à 217 GHz. *De gauche à droite :* la carte du lobe ; la dispersion quadratique S en fonction de N (la ligne rouge représente l'ajustement exponentiel et la ligne bleue le nombre de gaussiennes retenu pour la décomposition) ; la carte du lobe reconstruit ; la carte du résidu (en %) ; et la distribution du résidu (la ligne rouge correspond à la gaussienne ajustée dont les paramètres figures en haut à droite et le résidu en bleu).

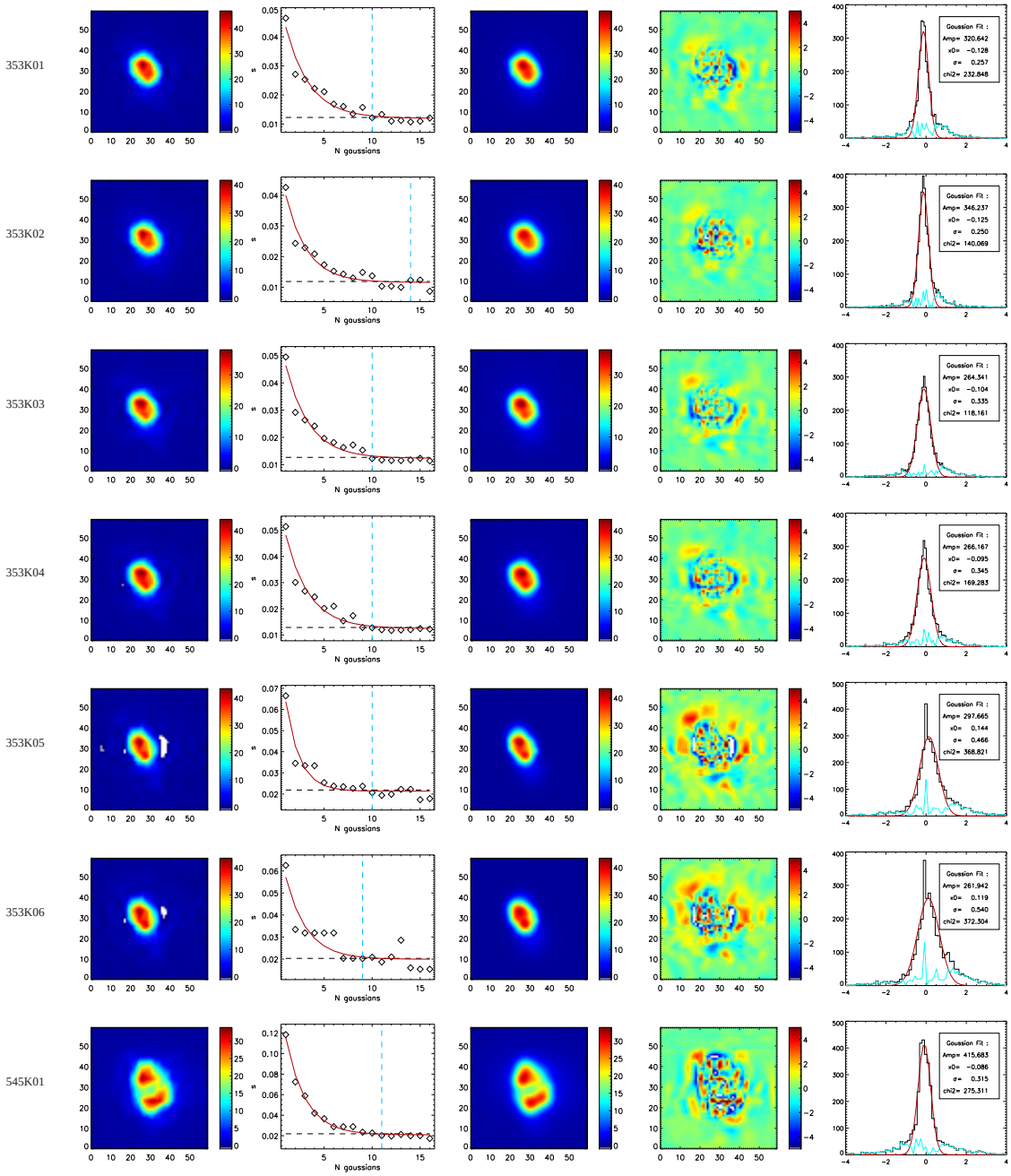


FIG. A.3: **Décomposition des lobes d'Archeops** (en μV) pour les 6 détecteurs à 353 GHz et le détecteur à 545 GHz. *De gauche à droite :* la carte du lobe ; la dispersion quadratique S en fonction de N (la ligne rouge représente l'ajustement exponentiel et la ligne bleue le nombre de gaussiennes retenu pour la décomposition) ; la carte du lobe reconstruit ; la carte du résidu (en %) ; et la distribution du résidu (la ligne rouge correspond à la gaussienne ajustée dont les paramètres figures en haut à droite et le résidu en bleu).

Annexe B

Les cartes CMB d'Archeops

Les figures présentent les cartes des 6 détecteurs utilisés pour les études CMB : 143K03 (B.1), 143K04 (B.2), 143K05 (B.3), 143K07 (B.4) et 217K04 (B.5), 217K06 (B.6).

Le signal sur bruit sur ces cartes est lié au nombre de points par pixel. On distingue clairement sur chacune des cartes les zones les plus redondantes, particulièrement le triangle à gauche du trou central. Les cartes des bolomètres 143K07 et 217K04 présentent encore des stries importantes que nous n'avons pas pu nettoyer. Les résidus de la décorrélation de la Galaxie sont visibles sur les cartes à 217 GHz et également dans la région du Cygne (à droite du plan galactique couvert par Archeops).

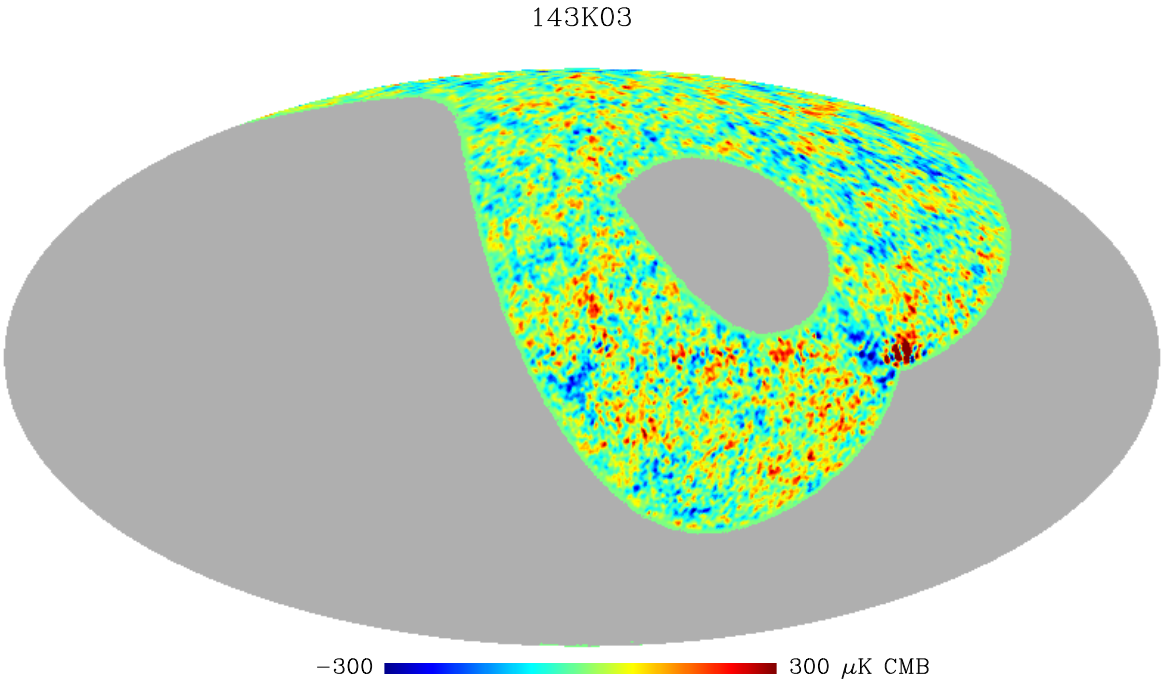


FIG. B.1: **Carte des anisotropies vues par le détecteur 143K03** à la résolution de $N_{side} = 256$ et lissée par une gaussienne de 1 degré.

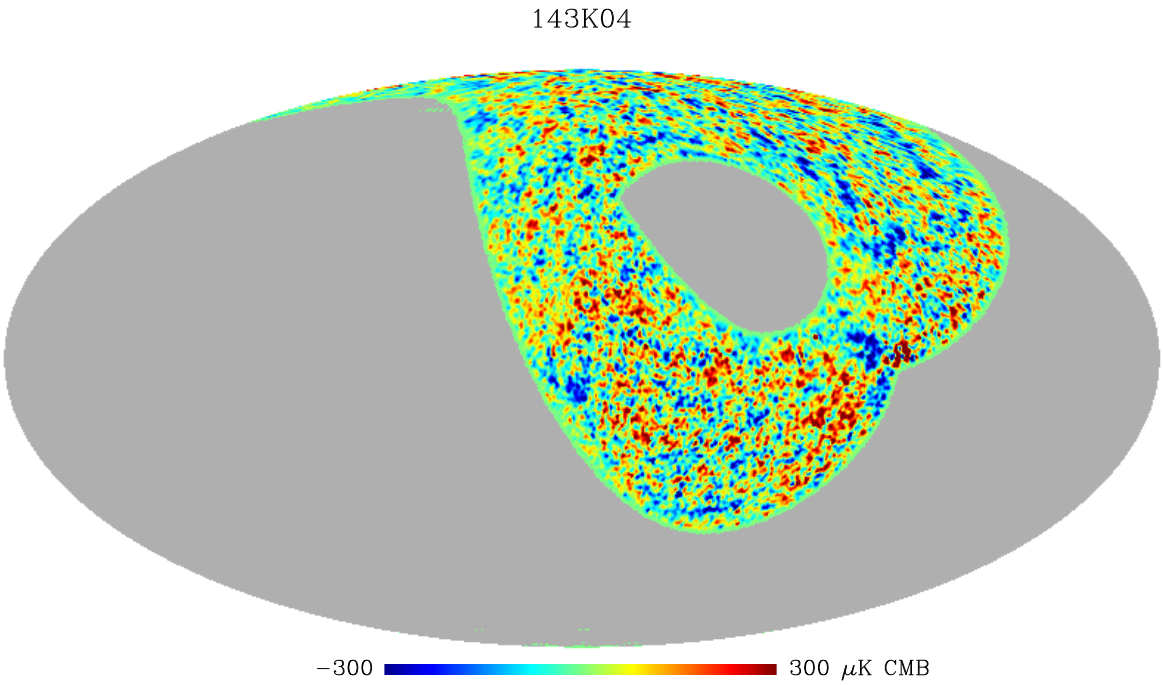


FIG. B.2: **Carte des anisotropies vues par le détecteur 143K04** à la résolution de $N_{side} = 256$ et lissée par une gaussienne de 1 degré.

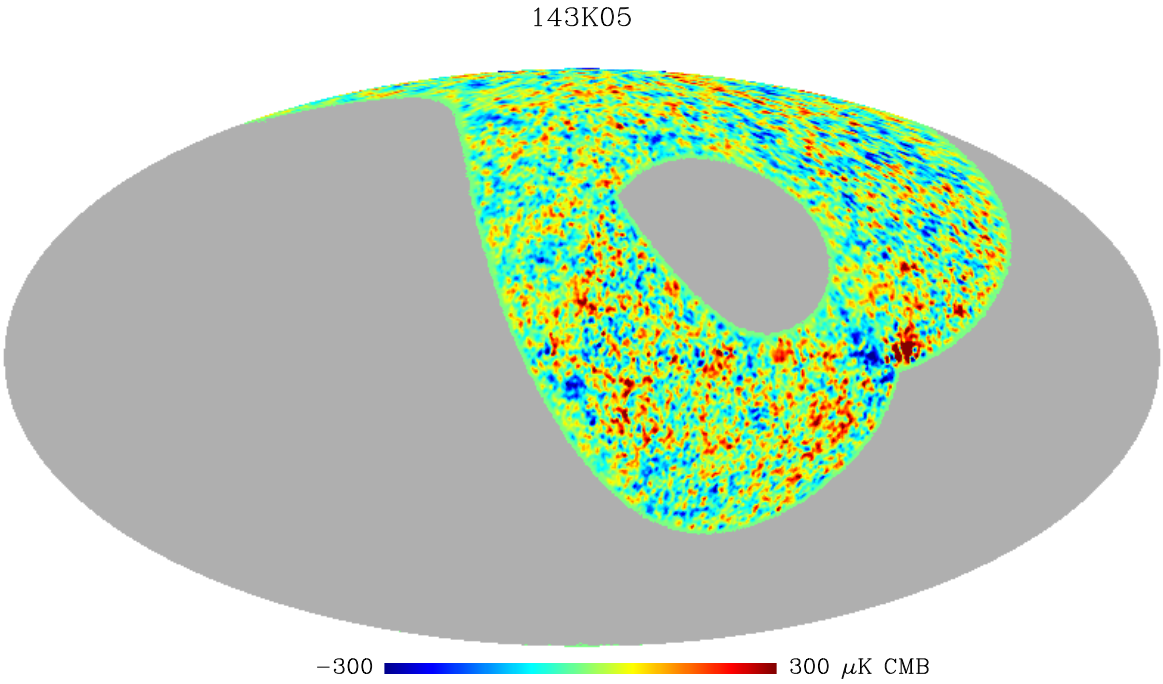


FIG. B.3: **Carte des anisotropies vues par le détecteur 143K05** à la résolution de $N_{side} = 256$ et lissée par une gaussienne de 1 degré.

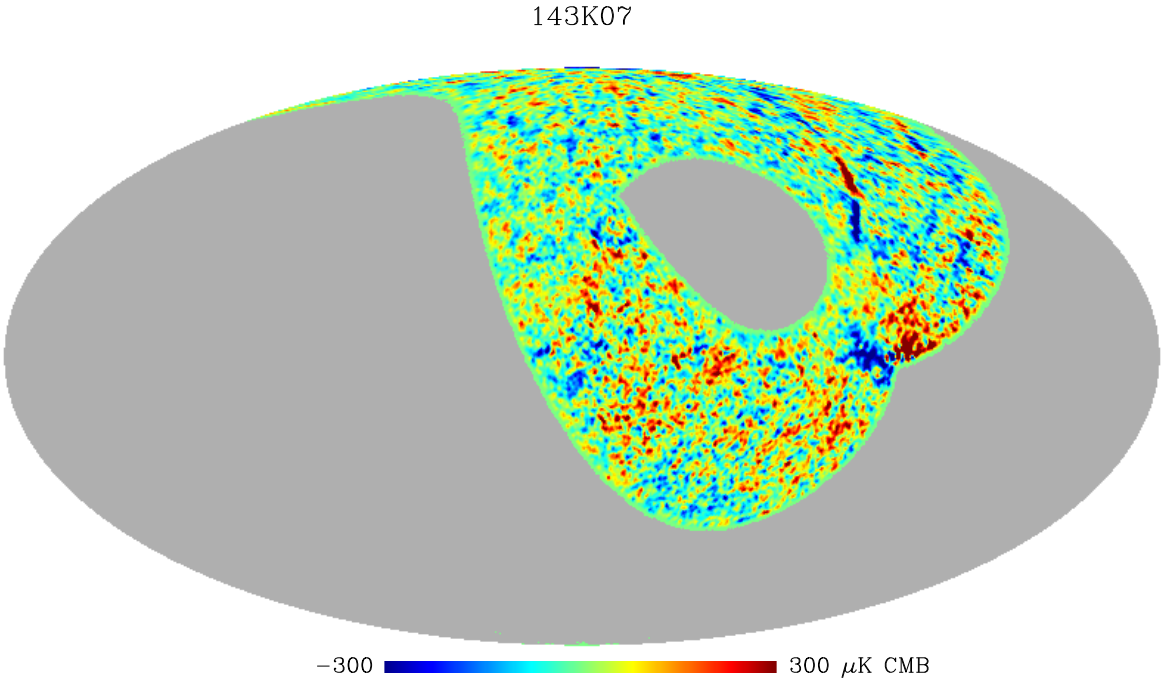


FIG. B.4: **Carte des anisotropies vues par le détecteur 143K07** à la résolution de $N_{side} = 256$ et lissée par une gaussienne de 1 degré.

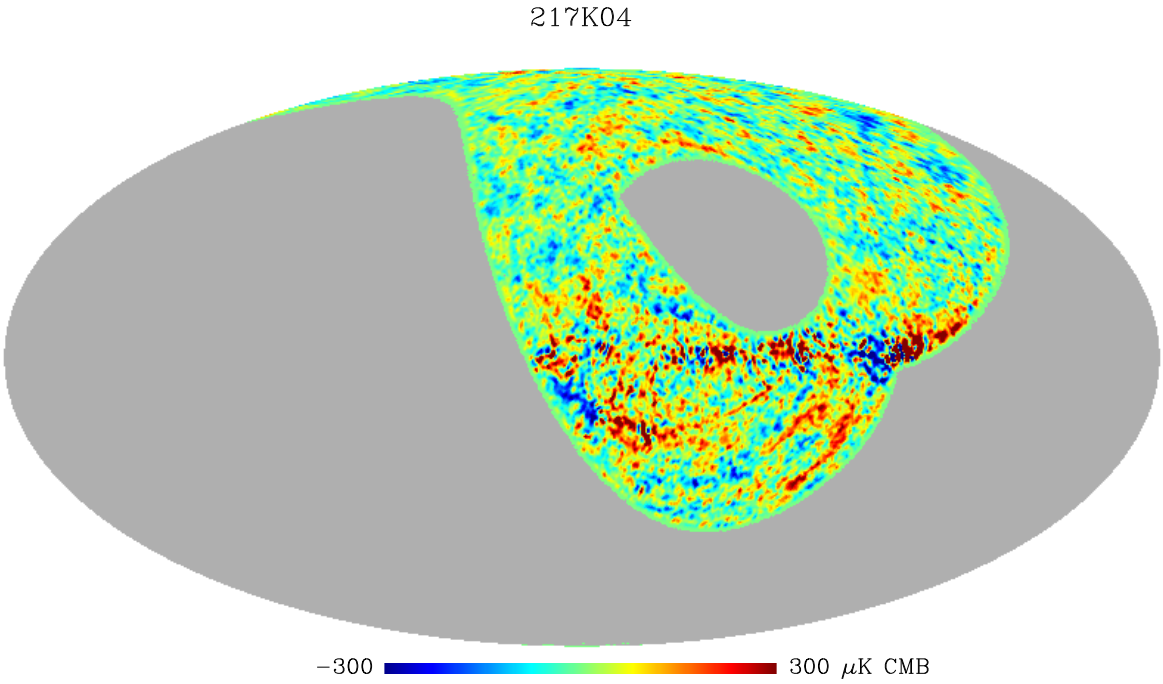


FIG. B.5: **Carte des anisotropies vues par le détecteur 217K04** à la résolution de $N_{side} = 256$ et lissée par une gaussienne de 1 degré.

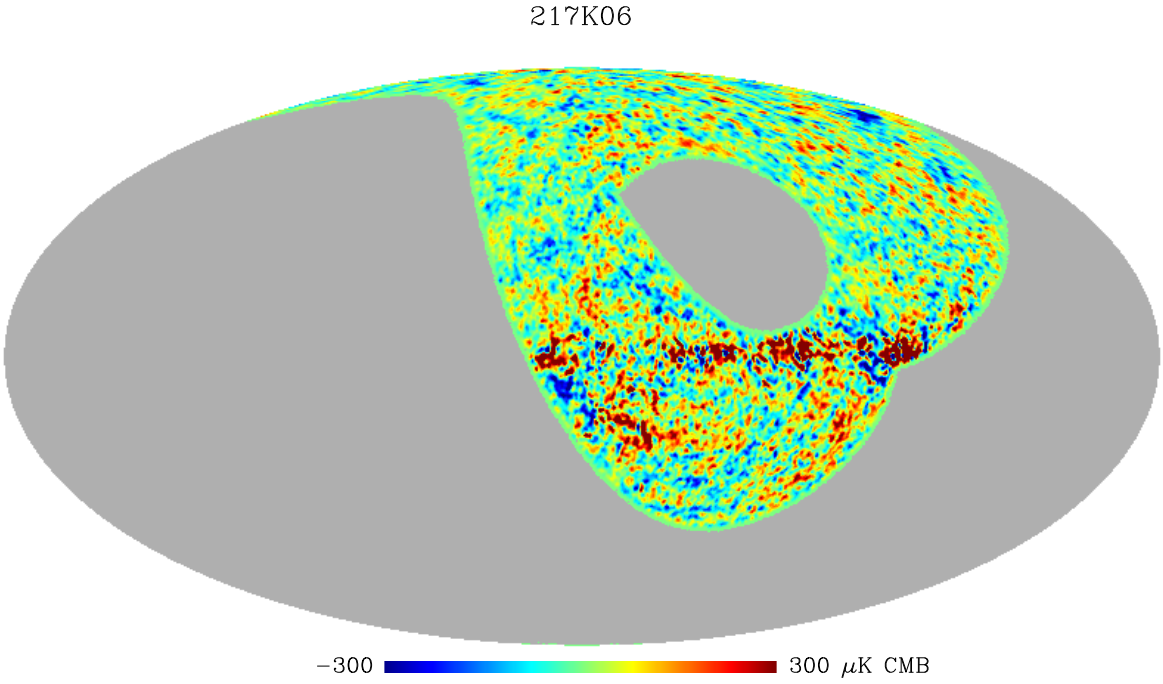


FIG. B.6: **Carte des anisotropies vues par le détecteur 217K06** à la résolution de $N_{side} = 256$ et lissée par une gaussienne de 1 degré.

Annexe C

Matrice de corrélation

Cette annexe décrit en détail le calcul de la matrice de cross-corrélation $\Xi_{\ell\ell'}^{AB,CD}$. Sous l'hypothèse d'une large couverture de ciel, on peut écrire la cross-corrélation des spectres croisés C_ℓ^{AB} en fonction de celle des *pseudo*-spectres croisés D_ℓ^{AB}

$$\begin{aligned}\Xi_{\ell\ell'}^{AB,CD} &\equiv \left\langle \Delta C_\ell^{AB} \Delta C_{\ell'}^{CD\,*} \right\rangle && \text{(C.1)}\\ &= \mathcal{M}_{\ell\ell_1}^{AB\,-1} \left\langle \Delta D_{\ell_1}^{AB} \Delta D_{\ell_2}^{CD\,*} \right\rangle (\mathcal{M}_{\ell'\ell_2}^{CD\,-1})^T \text{ where } \Delta X = \hat{X} - \langle X \rangle && \text{(C.2)}\end{aligned}$$

Pour des variables distribuées de façon gaussienne x_i, de variance $\langle x_i x_j \rangle = \sigma_{ij}^2$, la quadri-variance est donnée par

$$\begin{aligned}\langle x_i x_j x_k x_l \rangle &= \langle x_i x_j \rangle \langle x_k x_l \rangle + \langle x_i x_k \rangle \langle x_j x_l \rangle + \langle x_i x_l \rangle \langle x_j x_k \rangle \\ &= \sigma_{ij}^2 \sigma_{kl}^2 + \sigma_{ik}^2 \sigma_{jl}^2 + \sigma_{il}^2 \sigma_{jk}^2 && \text{(C.3)}\end{aligned}$$

En utilisant (eq. C.3), la cross-corrélation des *pseudo*-spectres croisés s'écrit

$$\begin{aligned}\left\langle \widehat{D}_{\ell_1}^{AB} \widehat{D}_{\ell_2}^{CD*} \right\rangle &= \frac{1}{(2\ell_1+1)(2\ell_2+1)} \sum_{m_1 m_2} \left\langle d_{\ell_1 m_1}^A d_{\ell_1 m_1}^{B*} d_{\ell_2 m_2}^{C*} d_{\ell_2 m_2}^D \right\rangle \\ &= \sum_{m_1 m_2} \frac{\left\langle d_{\ell_1 m_1}^A d_{\ell_1 m_1}^{B*} \right\rangle \left\langle d_{\ell_2 m_2}^{C*} d_{\ell_2 m_2}^D \right\rangle + \left\langle d_{\ell_1 m_1}^A d_{\ell_2 m_2}^{C*} \right\rangle \left\langle d_{\ell_1 m_1}^{B*} d_{\ell_2 m_2}^D \right\rangle + \left\langle d_{\ell_1 m_1}^A d_{\ell_2 m_2}^D \right\rangle \left\langle d_{\ell_1 m_1}^{B*} d_{\ell_2 m_2}^{C*} \right\rangle}{(2\ell_1+1)(2\ell_2+1)} \\ &= D_{\ell_1}^{AB} D_{\ell_2}^{CD} + \frac{1}{(2\ell_1+1)(2\ell_2+1)} \sum_{m_1 m_2} \left[\left\langle d_{\ell_1 m_1}^A d_{\ell_2 m_2}^{C*} \right\rangle \left\langle d_{\ell_1 m_1}^{B*} d_{\ell_2 m_2}^D \right\rangle + \left\langle d_{\ell_1 m_1}^A d_{\ell_2 m_2}^D \right\rangle \left\langle d_{\ell_1 m_1}^{B*} d_{\ell_2 m_2}^{C*} \right\rangle \right]\end{aligned}$$

où les $d_{\ell m}$ sont les coefficients de la décomposition en harmoniques sphériques des cartes du ciel incluant le masque

$$d_{\ell m} = \sum_{\ell_1 m_1} a_{\ell_1 m_1} K_{\ell m \ell_1 m_1} \qquad \text{(C.4)}$$

avec

$$\begin{aligned}K_{\ell_1 m_1 \ell_2 m_2} &= \sum_i w_i \Omega_i Y_{\ell_1 m_1}(\theta_i) Y_{\ell_2 m_2}^*(\theta_i) && \text{(C.5)}\\ &= \sum_{\ell_3 m_3} (-1)^{m_2} w_{\ell_3 m_3} \left(\frac{(2\ell_1+1)(2\ell_2+1)(2\ell_3+1)}{4\pi} \right)^{1/2} \begin{pmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_3 \\ m_1 & -m_2 & m_3 \end{pmatrix} && \text{(C.6)}\end{aligned}$$

où Ω_i est l'aire du pixel i. w_i représente le masque appliqué à la carte du ciel et $w_{\ell m}$ sont les coefficients de la décomposition en harmoniques sphériques du masque

$$w_{\ell m} = \sum_i w_i \Omega_i Y_{\ell m}(\theta_i). \qquad \text{(C.7)}$$

La matrice de cross-corrélation peut alors s'écrire simplement

$$\left\langle \Delta D_{\ell_1}^{AB} \Delta D_{\ell_2}^{CD\,*} \right\rangle = \frac{1}{(2\ell_1+1)(2\ell_2+1)} \sum_{m_1 m_2} \left[\left\langle d_{\ell_1 m_1}^A d_{\ell_2 m_2}^{C*} \right\rangle \left\langle d_{\ell_1 m_1}^{B*} d_{\ell_2 m_2}^D \right\rangle + \left\langle d_{\ell_1 m_1}^A d_{\ell_2 m_2}^D \right\rangle \left\langle d_{\ell_1 m_1}^{B*} d_{\ell_2 m_2}^{C*} \right\rangle \right] \qquad \text{(C.8)}$$

Il reste encore à développer chacun des termes de l'équation (C.8). Pour alléger les calculs, on note $E_\ell = p_\ell B_\ell \sqrt{F_\ell}$. Alors

$$\begin{aligned}\left\langle d^X_{\ell m} d^{Y*}_{\ell' m'} \right\rangle &= \sum_{\ell_1 m_1} \sum_{\ell_2 m_2} \left\langle a^X_{\ell_1 m_1} a^{Y*}_{\ell_2 m_2} \right\rangle E^X_{\ell_1} E^Y_{\ell_2} K^X_{\ell m \ell_1 m_1} K^{Y*}_{\ell' m' \ell_2 m_2} \\ &= \sum_{\ell_1 m_1} C^{XY}_{\ell_1} E^X_{\ell_1} E^Y_{\ell_1} K^X_{\ell m \ell_1 m_1} K^Y_{\ell_1 m_1 \ell' m'} \\ &= \sum_{\ell_1 m_1} C^{XY}_{\ell_1} E^X_{\ell_1} E^Y_{\ell_1} \sum_{ij} w^X_i w^Y_j \Omega_i \Omega_j Y_{\ell m}(\theta_i) Y^*_{\ell_1 m_1}(\theta_i) Y^*_{\ell' m'}(\theta_j) Y_{\ell_1 m_1}(\theta_j)\end{aligned}$$

Telle quelle, la matrice Ξ ne peut pas être utilisée en pratique pour $\ell \leqslant 10$ car le calcul de $\left\langle \Delta D^{AB}_{\ell_1} \Delta D^{CD\,*}_{\ell_2} \right\rangle$ est numériquement instable [Varshalovich et al. 1988]. Néanmoins, pour des multipôles plus grands et des couvertures de ciel importantes (comme c'est le cas pour les satellites WMAP et Planck), cette expression peut être approximée en remplaçant $C^{XY}_{\ell_1}$ par C^{XY}_{ℓ} [Efstathiou 2004] . On peut alors appliquer les relations de complétude pour les harmoniques sphériques [Varshalovich et al. 1988]

$$\sum_{\ell m} Y_{\ell m}(\theta_i) Y^*_{\ell m}(\theta_j) = \frac{1}{\Omega_i} \delta(\theta_i - \theta_j) \tag{C.9}$$

grâce au fait que les termes $K_{\ell m \ell' m'}$ sont quasiment diagonaux dans le cas des couvertures importantes. On obtient alors

$$\begin{aligned}\left\langle d^X_{\ell m} d^{Y*}_{\ell' m'} \right\rangle &= C^{XY}_{\ell} E^X_{\ell} E^Y_{\ell} \sum_i \left(w^X_i w^Y_i \right) \Omega_i Y_{\ell m}(\theta_i) Y^*_{\ell' m'}(\theta_i) \\ &= C^{XY}_{\ell} E^X_{\ell} E^Y_{\ell} K^{(2)\,XY}_{\ell m \ell' m'} \end{aligned} \tag{C.10}$$

On peut ainsi écrire l'équation (C.8) sous la forme

$$\left\langle \Delta D^{AB}_{\ell_1} \Delta D^{CD\,*}_{\ell_2} \right\rangle = \frac{E^A_{\ell_1} E^C_{\ell_1} E^B_{\ell_2} E^D_{\ell_2}}{(2\ell_1+1)(2\ell_2+1)} \sum_{m_1 m_2} \left[K^{(2)\,AC}_{\ell_1 m_1 \ell_2 m_2} K^{(2)\,BD}_{\ell_1 m_1 \ell_2 m_2} C^{AC}_{\ell_1} C^{BD}_{\ell_2} + K^{(2)\,AD}_{\ell_1 m_1 \ell_2 m_2} K^{(2)\,BC}_{\ell_1 m_1 \ell_2 m_2} C^{AD}_{\ell_1} C^{BC}_{\ell_2} \right] \tag{C.11}$$

L'expression ci-dessus est équivalente à celle de l'expression de la matrice de couplage $M_{\ell\ell'}$ [Hivon et al. 2002] et peut se simplifier de la même façon

$$\begin{aligned}\sum_{mm'} K^{(2)\,AC}_{\ell m \ell' m'} K^{(2)\,BD}_{\ell m \ell' m'} &= \sum_{mm'} \sum_{\ell_1 m_1} \sum_{\ell_2 m_2} w^{AC}_{\ell_1 m_1} w^{BD}_{\ell_2 m_2} \frac{(2\ell+1)(2\ell'+1)}{4\pi} \left((2\ell_1+1)(2\ell_2+1)\right)^{1/2} (-1)^{m_1+m_2} \\ &\quad \begin{pmatrix} \ell & \ell' & \ell_1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell & \ell' & \ell_2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell & \ell' & \ell_1 \\ m & -m' & -m_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell & \ell' & \ell_2 \\ m & -m' & -m_2 \end{pmatrix} \\ &= (2\ell+1) M^{(2)}_{\ell\ell'} \left(W^{AC,BD} \right)\end{aligned} \tag{C.12}$$

où $M^{(2)}$ est la matrice quadratique de couplage des modes

$$M^{(2)}_{\ell_1 \ell_2} \left(W^{AB,CD} \right) = (2\ell_2+1) \sum_{\ell_3} \frac{(2\ell_3+1)}{4\pi} W^{AB,CD}_{\ell_3} \begin{pmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 \tag{C.13}$$

associée au spectre croisé $W^{AB,CD}_{\ell}$ du produit des masques $w^{XY}_i = w^X_i * w^Y_i$ pour chaque spectre croisé AB et CD

$$W^{AB,CD}_{\ell} = \frac{1}{2\ell+1} \sum_m w^{AB}_{\ell m} w^{CD*}_{\ell m} \tag{C.14}$$

En remplaçant C.12 dans C.11, on obtient l'expression suivante

$$\left\langle \Delta D^{AB}_{\ell_1} \Delta D^{CD\,*}_{\ell_2} \right\rangle = \frac{E^A_{\ell_1} E^C_{\ell_1} E^B_{\ell_2} E^D_{\ell_2}}{2\ell_2+1} \left[M^{(2)}_{\ell_1 \ell_2} \left(W^{AC,BD} \right) C^{AC}_{\ell_1} C^{BD}_{\ell_2} + M^{(2)}_{\ell_1 \ell_2} \left(W^{AD,BC} \right) C^{AD}_{\ell_1} C^{BC}_{\ell_2} \right] \tag{C.15}$$

Et enfin, en utilisant la notation $\mathcal{M}^{(2)}_{\ell_1 \ell_2} \left(W^{AC,BD} \right) = E^A_{\ell_1} E^C_{\ell_1} M^{(2)}_{\ell_1 \ell_2} \left(W^{AC,BD} \right) E^B_{\ell_2} E^D_{\ell_2}$, la matrice de cross-corrélation s'écrit

$$\Xi^{AB,CD}_{\ell\ell'} = \mathcal{M}^{AB\,-1}_{\ell\ell_1} \left[\frac{\mathcal{M}^{(2)}_{\ell_1 \ell_2} \left(W^{AC,BD} \right) C^{AC}_{\ell_1} C^{BD}_{\ell_2} + \mathcal{M}^{(2)}_{\ell_1 \ell_2} \left(W^{AD,BC} \right) C^{AD}_{\ell_1} C^{BC}_{\ell_2}}{2\ell_2+1} \right] (\mathcal{M}^{CD\,-1}_{\ell' \ell_2})^T \tag{C.16}$$

Annexe D

Matrice de couplage des modes polarisée

La décomposition de vecteurs sur la sphère se fait à l'aide des harmoniques sphériques spinnées $a_{\pm 2,\ell m}$. La décomposition des cartes I, Q et U s'écrit alors

$$T(\hat{n}) = \sum_{\ell m} a_{\ell m} Y_{\ell m}(\hat{n}) \tag{D.1}$$

$$Q(\hat{n}) \pm iU(\hat{n}) = \sum_{\ell m} a_{\mp 2,\ell m}\, {}_{\mp 2}Y_{\ell m}(\hat{n}) \tag{D.2}$$

On préfère définir les quantités scalaire E et pseudo-scalaire B dont les coefficients $a^E_{\ell m}$ et $a^B_{\ell m}$ sont définis par

$$a_{\pm 2,\ell m} = a^E_{\ell m} \pm i a^B_{\ell m} \tag{D.3}$$

En utilisant les propriétés des harmoniques spinnées et les définitions (D.2) et (D.3), on peut écrire

$$E_{\ell m} = \frac{1}{2}\int d\hat{n}\,[Q(\hat{n})\,({}_2Y^*_{\ell m}(\hat{n}) +_{-2} Y^*_{\ell m}(\hat{n})) - iU(\hat{n})\,({}_2Y^*_{\ell m}(\hat{n}) -_{-2} Y^*_{\ell m}(\hat{n}))] \tag{D.4}$$

$$B_{\ell m} = -\frac{1}{2}\int d\hat{n}\,[U(\hat{n})\,({}_2Y^*_{\ell m}(\hat{n}) +_{-2} Y^*_{\ell m}(\hat{n})) + iQ(\hat{n})\,({}_2Y^*_{\ell m}(\hat{n}) -_{-2} Y^*_{\ell m}(\hat{n}))] \tag{D.5}$$

Comme dans le cas de la température [Hivon et al. 2002], on peut estimer les termes de couplage dans l'espace des harmoniques sphériques dus au masque $W(\hat{n})$ appliqué aux données

$$\tilde{T}_{\ell m} = \int d\hat{n}\, W^T(\hat{n})\, T(\hat{n}) Y^*_{\ell m}(\hat{n}) \tag{D.6}$$

$$\tilde{E}_{\ell m} = \frac{1}{2}\int d\hat{n}\, W^P(\hat{n})\,[Q(\hat{n})\,({}_2Y^*_{\ell m}(\hat{n}) +_{-2} Y^*_{\ell m}(\hat{n})) - iU(\hat{n})\,({}_2Y^*_{\ell m}(\hat{n}) -_{-2} Y^*_{\ell m}(\hat{n}))] \tag{D.7}$$

$$\tilde{B}_{\ell m} = -\frac{1}{2}\int d\hat{n}\, W^P(\hat{n})\,[U(\hat{n})\,({}_2Y^*_{\ell m}(\hat{n}) +_{-2} Y^*_{\ell m}(\hat{n})) + iQ(\hat{n})\,({}_2Y^*_{\ell m}(\hat{n}) -_{-2} Y^*_{\ell m}(\hat{n}))] \tag{D.8}$$

La décomposition du masque en harmoniques sphériques est notée

$$W(\hat{n}) = \sum_{\ell m} w_{\ell m} Y_{\ell m}(\hat{n}), \tag{D.9}$$

En remplaçant $Q(\hat{n})$ et $U(\hat{n})$ par les coefficients $a^E_{\ell m}$ et $a^B_{\ell m}$ (eq. D.2) on obtient alors

$$\tilde{a}^T_{\ell m} = \sum_{\ell' m' \ell'' m''} w^T_{\ell'' m''} T_{\ell' m'} \int d\hat{n}\, Y_{\ell' m'}(\hat{n}) Y_{\ell'' m''}(\hat{n}) Y^*_{\ell m}(\hat{n}) \tag{D.10}$$

$$\begin{aligned}\tilde{a}^E_{\ell m} = \frac{1}{2} \sum_{\ell' m' \ell'' m''} w^P_{\ell'' m''} \Big[& \\ & a^E_{\ell' m'} \int d\hat{n}\, Y_{\ell'' m''}(\hat{n}) \left({}_2Y_{\ell' m'}(\hat{n})\, {}_2Y^*_{\ell m}(\hat{n}) + {}_{-2}Y_{\ell' m'}(\hat{n})\, {}_{-2}Y^*_{\ell m}(\hat{n}) \right) \\ & + i a^B_{\ell m} \int d\hat{n}\, Y_{\ell'' m''}(\hat{n}) \left({}_2Y_{\ell' m'}(\hat{n})\, {}_2Y^*_{\ell m}(\hat{n}) - {}_{-2}Y_{\ell' m'}(\hat{n})\, {}_{-2}Y^*_{\ell m}(\hat{n}) \right) \Big]\end{aligned} \tag{D.11}$$

$$\begin{aligned}\tilde{a}^B_{\ell m} = \frac{1}{2} \sum_{\ell' m' \ell'' m''} w^P_{\ell'' m''} \Big[& \\ & a^B_{\ell' m'} \int d\hat{n}\, Y_{\ell'' m''}(\hat{n}) \left({}_2Y_{\ell' m'}(\hat{n})\, {}_2Y^*_{\ell m}(\hat{n}) + {}_{-2}Y_{\ell' m'}(\hat{n})\, {}_{-2}Y^*_{\ell m}(\hat{n}) \right) \\ & - i a^E_{\ell m} \int d\hat{n}\, Y_{\ell'' m''}(\hat{n}) \left({}_2Y_{\ell' m'}(\hat{n})\, {}_2Y^*_{\ell m}(\hat{n}) - {}_{-2}Y_{\ell' m'}(\hat{n})\, {}_{-2}Y^*_{\ell m}(\hat{n}) \right) \Big]\end{aligned} \tag{D.12}$$

Les intégrales se réduisent grâce à

$$\begin{aligned}& \int d\hat{n}\, {}_NY^*_{lm}(\hat{n})\, {}_{N'}Y_{\ell' m'}(\hat{n})\, {}_{N''}Y_{\ell'' m''}(\hat{n}) \\ & = (-1)^{N+m} \left[\frac{(2\ell+1)(2\ell'+1)(2\ell''+1)}{4\pi} \right]^{1/2} \begin{pmatrix} \ell & \ell' & \ell'' \\ -N & N' & N'' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell & \ell' & \ell'' \\ -m & m' & m'' \end{pmatrix}\end{aligned} \tag{D.13}$$

L'orthogonalité et les symétries de symboles 3-$j$wigner [Rotenberg et al. 1959] permet d'annuler les termes imaginaires dans (D.11) et (D.12). La somme des 3-$j$wigner sur m, m' et m'' vaut alors $1/(2\ell''+1)$.

A la fin, les matrices de couplages s'écrivent

$$M^{TT,TT}_{\ell\ell'} = \frac{(2\ell'+1)}{4\pi} \sum_{\ell''} \mathcal{W}^{TT}_{\ell''} \begin{pmatrix} \ell & \ell' & \ell'' \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2$$

$$\begin{aligned}M^{TE,TE}_{\ell\ell'} &= M^{TB,TB}_{\ell\ell'} \\ &= \frac{(2\ell'+1)}{8\pi} \sum_{\ell''} \mathcal{W}^{TP}_{\ell''} \begin{pmatrix} \ell & \ell' & \ell'' \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \left[\begin{pmatrix} \ell & \ell' & \ell'' \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \ell & \ell' & \ell'' \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix} \right]\end{aligned} \tag{D.14}$$

$$\begin{aligned}M^{EE,EE}_{\ell\ell'} &= M^{BB,BB}_{\ell\ell'} \\ &= \frac{(2\ell'+1)}{16\pi} \sum_{\ell''} \mathcal{W}^{PP}_{\ell''} \left[\begin{pmatrix} \ell & \ell' & \ell'' \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \ell & \ell' & \ell'' \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix} \right] \\ &\times \left[\begin{pmatrix} \ell & \ell' & \ell'' \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \ell & \ell' & \ell'' \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix} \right]\end{aligned} \tag{D.15}$$

$$\begin{aligned}M^{EE,BB}_{\ell\ell'} &= M^{BB,EE}_{\ell\ell'} \\ &= \frac{(2\ell'+1)}{16\pi} \sum_{\ell''} \mathcal{W}^{PP}_{\ell''} \left[\begin{pmatrix} \ell & \ell' & \ell'' \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \ell & \ell' & \ell'' \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix} \right]\end{aligned} \tag{D.16}$$

$$\times \left[\begin{pmatrix} \ell & \ell' & \ell'' \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \ell & \ell' & \ell'' \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix} \right] \tag{D.17}$$

avec

$$\mathcal{W}^{PP'}_{\ell} = \sum_m w^P_{\ell m} w^{P'*}_{\ell m}, \tag{D.18}$$

où P et P' sont les états de polarisation T, E ou B

Les autres termes sont nuls. Par conséquent, la matrice de couplage total peut s'écrire

$$\begin{pmatrix} \tilde{c}_\ell^{TT} \\ \tilde{c}_\ell^{EE} \\ \tilde{c}_\ell^{BB} \\ \tilde{c}_\ell^{TE} \\ \tilde{c}_\ell^{TB} \\ \tilde{c}_\ell^{EB} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{\ell\ell'}^{TT,TT} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{\ell\ell'}^{EE,EE} & M_{\ell\ell'}^{EE,BB} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{\ell\ell'}^{BB,EE} & M_{\ell\ell'}^{BB,BB} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_{\ell\ell'}^{TE,TE} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_{\ell\ell'}^{TB,TB} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{\ell\ell'}^{EB,EB} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{\ell'}^{TT} \\ c_{\ell'}^{EE} \\ c_{\ell'}^{BB} \\ c_{\ell'}^{TE} \\ c_{\ell'}^{TB} \\ c_{\ell'}^{EB} \end{pmatrix}. \tag{D.19}$$

Note : si les masques de pondération appliqués aux cartes I, Q et U sont différents, le couplage entre les modes E et B augmente.

Bibliographie

[Abbott et al. 1982] Abbott L.F., Farhi E., Wise M.B., 1982, Phys. Rev. Lett., **117**, 29

[Afshordi et al. 2004] Afshordi N. et al., 2004, ApJ, soumis, `astro-ph/0408560`

[Albrecht et al. 1982] Albrecht A. et al., 1982, Phys. Rev. Lett., **48**, 1437

[Albrecht & Steinhardt 1982] Albrecht A. & Steinhardt P.J., 1982, Phys. Rev. Lett., **48**, 1220

[Alpher & Herman 1948] Alpher R. & Herman R., 1948, Nature, **162**, 774

[Amblard & Hamilton 2004] Amblard A., Hamilton J. C., 2004, A&A, **417**, 1189

[Ansari et al. 2003] Ansari R. *et al.*, 2003, MNRAS, **343**, 552

[Baccigalupi et al. 2004] Baccigalupi C. et al., 2004, MNRAS, **354**, 55

[Bandiera et al. 2002] Bandiera R. et al., 2002, A&A, **386**, 1044

[Barkats et al. 2005] Barkats D. et al., 2005, ApJ, **619**, L127

[Barnes 2003] Barnes C., 2003, ApJS, **148**, 51

[Bennett et al. 2003a] Bennett C.L. et al., 2003, ApJS, **148**, 1

[Bennett et al. 2003b] Bennett C. L. et al., 2003, ApJS, **148**, 97

[Benoît et al. 1994] Benoît A., Caussignac M., Pujol S., 1994, PhyB, **197**, 48

[Benoît et al. 2002] Benoît A., et al., 2002, Astroparticle Physics, **17**, 101

[Benoît et al. 2003a] Benoît A., et al., 2003, A&A, **399**, L19

[Benoît et al. 2003b] Benoît A., et al., 2003, A&A, **399**, L25

[Benoît et al. 2004] Benoît A. et al., 2004, A&A, **424**, 571

[Bersanelli & Mandolesi 2000] Bersanelli M. & Mandolesi N., 2000, Astroph. Lett. & Comm., **37**, 171

[Bhandari et al. 2000] Bhandari P. et al., 2000, Astroph. Lett. & Comm., **37**, 227

[Bhandari et al. 2001] Bhandari P. et al., 2001, Cryocooler, **11**, 541

[Bichsel et al. 2002] Bichsel H. et al., 2002, Phys. Lett. B, **592**, 242

[Birkinshaw 1999] Birkinshaw M., 1999, Phys. Rep., **310**, 97

[Blanchard et al. 2003] Blanchard A. et al., 2003, A&A, **412**, 35

[Blanchard et al. 2005] Blanchard A. et al., 2005, New Astronomy Review, **49**, 69

["Bluebook" 2004] *The Scientific Program of Planck - 2004*

[Bock et al. 1995] Bock J.J. et al., 1995, Space Sci. Rev., **74**, 229

[Bond et al. 1998] Bond J.R., Jaffe A.H., Knox L., 1998, Phys. Rev. D, **57**, 2117.

[Borrill 1999a] Borrill J., 1999a, Phys. Rev. D, **59**, 27302.

[Borrill 1999b] Borrill J., 1999b, in EC-TMR Conf. Proc. 476, 3K Cosmology, eds. L. Maiani, F. Melchiorri and N. Vittorio, Woodbury AIP, 277.

[Bouchet et al. 1999] Bouchet F.R. et al., 1999, MNRAS, **302**, 663

[Bouchet & Gispert 1999] Bouchet F.R. & Gispert R., 1999, New Astronomy, **4**, 443

[Boulanger et al. 1996] Boulanger F. et al., 1996, A&A, **312**, 256

[Bourrachot 2004] Bourrachot A., 2004, thèse, *Contributions à l'analyse des données dans l'expérience Archeops et à la mesure de la masse des neutrinos avec les expériences CMB*, Université Paris XI

[Brandt 1970] Brandt S., 1970, *Statistical and Computational Methods in Data Analysis*, Ed. North-Holland, 204

[Carmona et al. 1998] Carmona R. et al., 1998, *Practical Time-Frequency Analysis : Wavelets and Gabor Transforms with Implementation in S*, série `Wavelet analysis and its applications`, Academic Press

[Challinor et al. 2002] Challinor A.D et al., 2002, MNRAS, **331**, 994

[Chon et al. 2004] Chon G. *et al.*, 2004, MNRAS, , **350**, 914

[Colless et al. 2003] Colless M.M. et al., 2003, `astro-ph/0306581`

[Cruz et al. 2004] Cruz M. et al., 2004, MNRAS, **356**, 29

[de Bernadis et al. 2002] de Bernadis P. et al., 2000, Nature, **404**, 955

[Delabrouille et al. 1998] Delabrouille, J., Gorski, K. M., Hivon, E., 1998, MNRAS, **298**, 445

[Delabrouille et al. 2003] Delabrouille J., Cardoso J.-F., Patanchon G., 2003, MNRAS, **346**, 1089

[de Zotti et al. 1999] de Zotti G. et al., 1999, AIP Conf. Proc., **476**, 204

[Dodelson 2003] Dodelson S., 2003, *Modern Cosmology*, Academic Press

[Dolgov & Linde 1982] Dolgov A.D. & Linde A.D., 1982, Phys. Rev. Lett., **116**, 329

[Doran 2003] Doran M., 2003, `arXiv :astro-ph/0302138`.

[Doré et al. 2001] Doré O. et al., 2001, A&A, **374**, 358

[Douspis et al. 2001] Douspis M., Bartlett J.G., Blanchard A. and Le Dour M., 2001, A&A, **368**, 1

[Douspis et al. 2003] Douspis M. et al., 2003, A&A, **410**, 11

[Efstathiou 2004] Efstathiou G., 2004, MNRAS, **349**, 603

[Felder 2001] Felder G., 2001, PhD, *Mechanisms of reheating after inflation*, Stanford University

[Finkbeiner et al. 1999] Finkbeiner D.P. et al., 1999, ApJ, **524**, 867

[Fixsen & Mather 2002] Fixsen D.J., & Mather J.C., 2002, ApJ, **581**, 817

[Fosalba et al. 2002] Fosalba P. et al., 2002, Phys. Rev. D, **65**, 063003

[Freedman et al. 2001] Freedman W.L. et al., 2001, ApJ, **553**, 47

[Frenk 2002] Frenk C., 2002, Phil. Tran. Roy. Soc., **300**, 1277, `astro-ph/0208219`

[Frigo & Johnson 2005] Frigo M. & Johnson S.G., 2005, *Proceeding of the IEEE*, **93-2**, 216-231

[Ganga 1994] Ganga K.M., 1994, PhD, *Exploring the large scale anisotropy in the cosmic microwave background radiation at 170 GHz*, Princeton University

[Gamow 1946] Gamow G., 1946, *Expanding Universe and the Origin of Elements*, Phys. Rev. Lett., **70**, 512

[Gautier et al. 1992] Gautier T.N.I. *et al.*, 1992, AJ, **103**, 1313

[Giardino et al. 2002] Giardino G. et al., 2002, A&A, **387**, 82

[Gnedin & Gnedin 1998] Gnedin N.Y. & Gnedin O.Y., 1998, ApJ, **509**, 11

[Goldin et al. 1997] Goldin A.B. et al., 1997, ApJ, **488**, L161

[Gorski et al. 1999] Gorski K.M., Hivon E. & Wandelt B.D., 1999, Proceed. of the MPA/ESO Conf. *Evolution of Large-Scale Structure*, eds. A.J. Banday, R.K. Sheth and L. Da Costa, `astro-ph/9812350`

[Gunn & Peterson 1965] Gunn J.E. & Peterson B.A., 1965, ApJ, **142**, 1633

[Guth 1981] Guth A. H., 1981, Phys. Rev. D, **23**, 347

[Halverson et al. 2002] Halverson N.W. et al., 2002, ApJ, **568**, 38

[Hanany et al. 1998] Hanany S. et al., 1998, MNRAS, **299**, 653

[Hanany et al. 2000] Hanany S. et al., 2000, ApJ, **545**, L5

[Hannestad 2003] Hannestad S., 2003, JCAP, **0305**, 4

[Hansen et al. 2002] Hansen F., Górski K. M., Hivon E., 2002, MNRAS, **336**, 1304

[Hansen & Górski 2003] Hansen F., Górski K. M., 2003, MNRAS, **343**, 559

[Henriques & Moorhouse 2002] Henriques A.B. & Moorhouse R.G., 2002, Phys. Rev. D, **65**, 103524

[Hernández-Monteagudo et al. 2004] Hernández-Monteagudo C. et al., 2004, ApJ, **613**, L89

[Hernández-Monteagudo et al. 2005] Hernández-Monteagudo C., Macias-Perez J.-F., Tristram M., Desert F.-X., 2005, A&A, soumis, `astro-ph/0506530`

[Hernández-Monteagudo & Rubiño-Martín 2004] Hernández-Monteagudo C. & Rubiño-Martín J.A., 2004, MNRAS, **347**, 403

[Hindmarsh et al. 2005] Hindmarsh A.C. et al., 2005, ACM Transactions on Mathematical Software, *à paraitre*

[Hinshaw et al. 2003] Hinshaw G. et al., 2003, ApJ, **148**, 135

[Hivon et al. 2002] Hivon E. *et al.*, 2002, ApJ, **567**, 2

[Hobson & Lasenby 1998] Hobson M.P. & Lasenby A.N., 1998, MNRAS, **298**, 905

[Hu 1995] Hu W., 1995, *Ph. D. thesis*, UC Berkeley

[Hu 1995a] Hu W., Scott D., Sugiyama N., White M., 1995, Phys. Rev. D, **52**, 5498

[Hu 1995b] Hu W., Sugiyama N., Silk J., 1995, Nature, **386**, 37

[Hu et al. 1997] Hu W., Spergel D.N., White M., 1997, Phys. Rev. D, **55**, 3288

[Hubble 1929] Hubble E., 1929, Proc. Natl. Acad. Sci., **15**, 168

[Jones et al. 2003] Jones W.C. et al., 2003, Proc. SPIE, **4855**, 227

[Khlebnikov & Tkachev 1996] Khlebnikov S.Yu. & Tkachev I.I., 1996, Phys. Rev. Lett., **77**, 219

[Kofman et al. 1994] Kofman L., Linde A.D., Starobinsky A. A., 1994, Phys. Rev. Lett., **73**, 3195

[Kofman et al. 1997] Kofman L., Linde A.D., Starobinsky A. A., 1997, Phys. Rev. D, **56**, 3258

[Kogut et al. 2003] Kogut A. et al., 2003, ApJS, **148**, 161

[Kolb & Turner 1990] Kolb E.W. & Turner M.S., 1990, *The Early Universe*, New York : Addison Wesley

[Komatsu et al. 2003] Komatsu E. et al., 2003, ApJS, **148**, 119

[Kovac et al. 2002] Kovac J. et al., 2002, Nature, **420**, 772

[Kuo et al. 2004] Kuo C.-L. et al., 2004, ApJ, **600**, 32

[Lagache et al. 1998] Lagache G. et al., 1998, A&A, **333**, 709

[Lamarre et al. 2002] Lamarre J.-M. et al., 2002, AIP Conf. Proc.*Low Temperature Detectors*, Madison (Wiscn.), July 23-28, 2001

[Lamarre et al. 2003a] Lamarre J.-M. et al., 2003, SPIE, **4850**, 730

[Lamarre et al. 2003b] Lamarre J.-M. et al., 2003, New Astronomy Review, **47**, 1017

[Landau & Lifshits 1976] Landau L.D. & Lifshits L., 1976, *Mechanics*, Pergamon, New York

[Lange et al. 2001] Lange A. E. et al., 2001, Phys. Rev. D, **63**, 042001

[Langlois 2004] Langlois D., 2004, *Inflation, Quantum Fluctuations and Cosmological Perturbations*, `hep-th/0405053`

[Lee et al. 2001] Lee A.T. et al., 2001, ApJ, **561**, L1

[Leitch et al. 2004] Leitch E. et al., 2004, soumis ApJ, `astro-ph/0409357`

[Lesgourgues & Pastor 1999] Lesgourgues J. & Pastor S., 1999, Phys. Rev. D, **60**, 103521

[Lewis et al. 2000] Lewis A., Challinor A., Lasenby A., 2000, ApJ, **538**, 473

[Lewis & Bridle 2002] Lewis A. & Bridle S., 2002, Phys. Rev. D, **66**, 103511

[Liddle & Lyth 2000] Liddle A.R., Lyth D.H., 2000, *Cosmological Inflation and Large-Scale Structure*, Cambridge University Press, Cambridge.

[Linde 1982] Linde A.D., 1982, Phys. Rev. Lett., **108**, 389

[Linde 1983] Linde A.D., 1983, Phys. Rev. Lett., **129**, 177

[Linde 1990] Linde A.D., 1990, *Particule physics and Inflationary Comology*, Hardwood, Chur

[Linde 1994] Linde A.D., 1994, Phys. Rev. D, **49**, 748

[Linde et al. 1999] Linde A., Sasaki M., Tanaka T., 1999, Phys. Rev. D, **59**, 123522

[Lineweaver 1997] Lineweaver C.H., 1997, Astronomical Society of the Pacific Conference Series, **126**, 185

[Lineweaver 2003] Lineweaver C.H., 2003, `astro-ph/0305179`

[Lyth & Riotto 1998] Lyth D.H. & Riotto A., 1998, Phys. Rept., **314**, 1

[Macías-Pérez et al. 2005] Macías-Pérez, J.F. et al., 2005, A&A, it en préparation

[Madet 2002] Madet K., 2002, thèse, *Mesure du rayonnement cosmologique : Préparation et Etalonnage des intruments Archeops et Planck*, Université Joseph-Fourier, Grenoble

[Maino et al. 2002] Maino D. et al., 2002, MNRAS, **334**, 53

[Martin & Ringeval 2004] Martin J. & Ringeval C., 2004, Phys. Rev. D, **69**, 127303

[Mather et al. 1990] Mather J.C. et al., 1990, ApJ, **354**, L37

[Mauskopf et al. 2000] Mauskopf P.D. et al., 2000, ApJ, **536**, L59

[Mennella et al. 2004] Mennella A. et al., 2004, AIP Conf. Proc., **703**, 401

[Miller et al. 2002] Miller A.D. et al., 2002, ApJS, **140**, 115

[Mitra et al. 2004] Mitra S., Sengupta A. S., Souradeep T., 2004, Phys. Rev. D, accepté, `astro-ph/0405406`

[Moreno 1998] Moreno R., 1998, thèse, *Observations millimétriques et submillimétriques des planètes géantes.*, Université Paris VI

[Myers et al. 2004] Myers A.D. et al., 2004, MNRAS, **347**, L67

[Netterfield et al. 2002] Netterfield C.B. et al., 2002, ApJ, **571**, 604

[O'Meara et al. 2001] O'Meara J.M. et al., 2001, ApJ, **552**, 718

[Page et al. 2003] Page L. et al., 2003, ApJS, **148**, 39

[Patanchon 2003] Patanchon G., 2003, New Astronomy Review, **47**, 871

[Patanchon 2005] Patanchon G., Tristram M. et al., 2003, *en préparation*

[Peacock 1999] Peacock J.A., 1999, *Cosmological Physics*, Cambridge University Press

[Peacock et al. 2001] Peacock J.A. et al., 2001, Nature, **410**, 169

[Pearson et al. 2003] Pearson T.J. et al., 2003, ApJ, **591**, 556

[Peebles 1973] Peebles P.J.E., 1973, ApJ, **185**, 431

[Peebles 1993] Peebles P.J.E., 1993, *Principles of Physical Cosmology*, Princeton University Press

[Peebles & Hauser 1974] Peebles P.J.E., Hauser M.G., 1974, ApJS, **28**, 19.

[Percival et al. 2002] Percival W.J. et al., 2002, MNRAS, **337**, 1068

[Perlmutter et al. 1997] Perlmutter S. et al., 1997, ApJ, **483**, 565

[Perlmutter et al. 1999] Perlmutter S. et al., 1999, ApJ, **517**, 565

[Plaszczynski & Couchot 2003] Plaszczynski S., Couchot F., 2003, MNRAS, soumis, `astro-ph/0309526`

[Ponthieu et al. 2005] Ponthieu N., Macias-Perez J.-F., Tristram M. et al., 2005, A&A, accepté, `astro-ph/0501427`

[Press et al. 1988] Press W.H. et al., 1988, *Numerical Recipies : The Art Of Scientific Computing*, Cambridge University Press

[Readhead et al. 2004] Readhead A. et al., 2004, Science, **306**, 836

[Rebolo et al. 2004] Rebolo R. et al., 2004, MNRAS, **353**, 747

[Rees & Sciama 1968] Rees M.J. & Sciama D.W., 1968, Nature, **511**, 611

[Revenu 2000] Revenu B., 2000, thèse, *Anisotropies et polarisation du rayonnement fossile : méthode de détection et traitement de données*, Université Paris VII

[Rotenberg et al. 1959] Rotenberg M. et al., 1959, *The 3-j and 6-j Symbols*, Cambridge : MIT

[Rubino-Martin et al. 2003] Rubino-Martin J.A. et al., 2003, MNRAS, **341**, 1084

[Ruhl et al. 2003] Ruhl J.E. et al., 2003, ApJ, **599**, 786

[Sachs & Wolfe 1967] Sachs R.K. & Wolfe A.M., 1967, ApJ, **147**, 73

[Schlegel et al. 1998] Schlegel D., Finkbeiner D., Davis M., 1998, ApJ, **500**, 525

[Schmidt et al. 1998] Schmidt B.P. et al., 1998, ApJ, **507**, 46

[Scott et al. 2003] Scott P.F. et al., 2003, **341**, 1076

[Seljak 1996] Seljak U., 1996, ApJ, **436**, 509

[Seljak & Zaldarriaga 2000] Seljak U. & Zaldarriaga M., 2000, ApJ, **538**, 57

[Souradeep & Ratra 2001] Souradeep T. & Ratra B., 2001, ApJ, **560**, 28

[Spergel et al. 2003] Spergel D.N. et al., 2003, ApJS, **148**, 175

[Starobinsky 1980] Starobinsky A. A., 1980, Phys. Lett. B, **91**, 99

[Starobinsky 1982] Starobinsky A. A., 1982, Phys. Lett. B, **117**, 175

[Stolyarov et al. 2002] Stolyarov V. et al., 2002, MNRAS, **336**, 97

[Szapudi et al. 2001] Szapudi I. *et al.*, 2001, ApJ, **548**, L115

[Tegmark 1996] Tegmark M., 1996, ApJ, **464**, L35

[Tegmark 1997] Tegmark M., 1997, Phys. Rev. D, **55**, 5895.

[Tegmark & de Oliveira-Costa 2001] Tegmark M., de Oliveira-Costa A., 2001, Phys. Rev. D, **64**, 63001.

[Tegmark et al. 2003] Tegmark M. et al., 2003, Phys. Rev. D, **68**, 123523

[Tegmark et al. 2004] Tegmark M. et al., 2004, Phys. Rev. D, **69**, 103501

[Traschen & Brandenberger 1990] Traschen J.H. & Brandenberger R.H., 1990, Phys. Rev. D, **42**, 2491

[Tristram et al. 2004] Tristram M., Hamilton J-Ch., Macías-Peréz J.F., Renault C., 2004, Phys. Rev. D, **69**, 123008

[Tristram et al. 2005a] Tristram, M., Macías-Peréz, J. F., Renault, C. et al., 2005, MNRAS, **358**, 833

[Tristram et al. 2005b] Tristram M., Patanchon G., Macías-Peréz J.F. et al., 2005, A&A, **436**, 785

[Tsujikawa & Bassett 2002] Tsujikawa S. & Bassett B.A., 2002, Phys. Lett. B, **536**, 9

[van Leeuwen et al. 2002] van Leeuwen F. *et al.*, 2002, MNRAS, **331**, 975.

[Varshalovich et al. 1988] Varshalovich D.A., Moskalev A.N., Khersonoskii V.K., 1988, *Quantum theory of Angular Momentum*, World Scientific, Singapore.

[Verde et al. 2003] Verde L. *et al.*, 2003, ApJS, **148**, 195

[Vielva et al. 2004] Vielva P. et al., 2004, ApJ, **609**, 22

[Vishniac 1987] Vishniac E. T., 1987, ApJ, **322**, 597

[Wade et al. 2000] Wade L.A. et al., 2000, Advances in Cryogenic Eng., **45**, 499

[Wandelt et al. 2001] Wandelt B. D., Hivon E., Gorski K. M., 2001, Phys. Rev. D, **64**, 083003

[Wandelt & Gorski 2001] Wandelt B.D. & Gorski K.M., 2001, Phys. Rev. D, **63**, 123002

[Wandelt & Hansen 2003] Wandelt B. D. & Hansen F. K., 2003, Phys. Rev. D, **67**, 023001

[Watson et al. 2005] Watson R.A. et al., 2005, ApJ, **624**, L89

[Wright 1998] Wright E.L., 1998, ApJ, **496**, 1

[Wu et al. 2000] Wu J. H. P. et al., 2000, ApJS, **132**, 1

[Yvon & Mayet 2005] Yvon D. & Mayet F., 2005, A&A, **436**, 729

[Zaldarriaga 2002] Zaldarriaga M., 2002, *Pasadena 2002, Measuring and modeling the universe*, 309-329, Cambridge University Press, `astro-ph/0305272`

[Zaldarriaga et al. 1998] Zaldarriaga M., Seljak U., Bertschinger, E., 1998, ApJ, **494**, 491

[Zaldarriaga & Seljak 2000] Zaldarriaga M., Seljak U., 2000, ApJS, **129**, 431

[Zel'dovich & Sunyaev 1969] Zel'dovich Y.B., Sunyaev R.A., 1969, Ap&SS, **4**, 301

Résumé

L'analyse des anisotropies du fond diffus cosmologique (CMB) en température et en polarisation permet de contraindre une grande partie des paramètres cosmologiques décrivant le modèle du Big-Bang et l'Univers primordial. Cette thèse s'articule autour des mesures de l'expérience embarquée en ballon Archeops et de la future mission satellite Planck dont Archeops est le prototype.
Après une description générale du modèle standard en cosmologie et de la physique du CMB, cette thèse aborde plus particulièrement le mécanisme de "reheating" qui, à la fin de l'inflation, permet le réchauffement de l'Univers et la formation de la matière.
La suite de ce travail présente les expériences Archeops et Planck et l'analyse de leurs données. Dans ce cadre, j'ai développé plusieurs méthodes permettant l'étude des signaux des rayons cosmiques, la mesure des temps de réponse des bolomètres ainsi que la prise en compte de l'asymétrie des lobes optiques.
L'étude des anisotropies passe par l'estimation des spectres de puissance en température et polarisation. Je présente une méthode rapide et non-biaisée donnant également une estimation analytique précise des barres d'erreur sans avoir recours aux simulations Monte-Carlo. Cette méthode a fourni la dernière estimation du spectre de puissance d'Archeops.
Enfin, la dernière partie traite de l'implication des résultats d'Archeops pour WMAP et Planck. Une analyse jointe Archeops-WMAP montre la cohérence des mesures CMB sur une large gamme de fréquences et la détection de l'effet Sunyaev-Zel'dovich. Par ailleurs, l'extrapolation des spectres polarisés des avant-plans galactiques mesurés par Archeops sert de référence pour Planck.

Mots clefs – Cosmologie, Fond Diffus Cosmologique, CMB, Planck, Archeops, analyse de données

Summary

The analysis of cosmic microwave background anisotropies in both temperature and polarisation allows one to constrain the cosmological parameters that describe the Big-Bang model and the early Universe. This thesis is focused on the measurements obtained with the Archeops balloon borne experiment as well as on the future space mission Planck for which Archeops is a test-bench.
After a general description of the standard cosmological model and of the CMB physics, this thesis deals more precisely with the reheating mechanism that produces matter at the end of inflation.
The next part presents the Archeops and Planck experiments and their data analysis. I have developed various methods designed to study parasitic signals by cosmic rays, to evaluate the bolometer time response and to take into account the asymmetry of the optical beam.
The CMB fluctuations analysis is performed by estimating the power spectra in both temperature and polarisation. For this purpose, I present a method that provides a fast unbiased estimation of the power spectra as well as analytic error bars not relying on Monte Carlo simulations. This method has been used to obtain the latest estimate of the Archeops CMB temperature power spectrum.
Finally, the last part deals with the implications of the Archeops results for WMAP and Planck. A joint Archeops-WMAP analysis shows the consistency of the CMB measurements through a large frequency range and allows for the detection of the Sunyaev-Zel'dovich effect. In addition, the extrapolation of the Galactic dust polarised power spectra is used as a reference for Planck.

Keywords – Cosmology, Cosmic Microwave Background, CMB, reheating, Planck, Archeops, data analysis