



Écoulements gravitaires de matériaux granulaires

Nicolas Taberlet

► To cite this version:

Nicolas Taberlet. Écoulements gravitaires de matériaux granulaires. Physique [physics]. Université Rennes 1, 2005. Français. NNT: . tel-00010108

HAL Id: tel-00010108

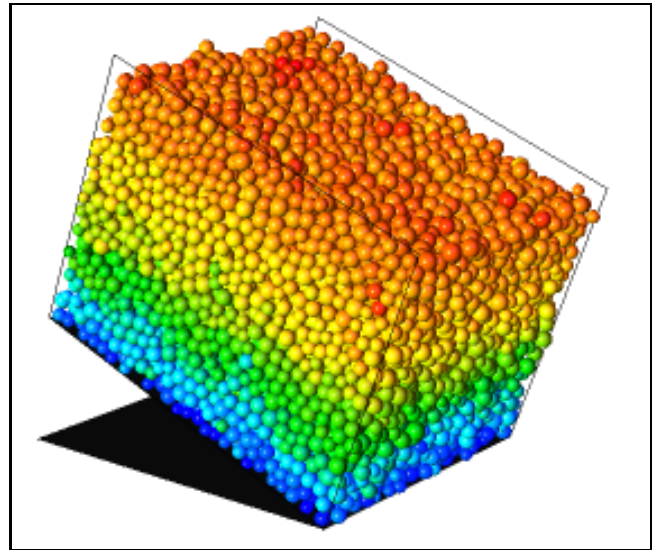
<https://theses.hal.science/tel-00010108>

Submitted on 12 Sep 2005

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Écoulements gravitaires de matériaux granulaires



Nicolas Taberlet

Thèse de doctorat



N° Ordre : 3199

THÈSE

présentée

DEVANT L'UNIVERSITÉ DE RENNES 1

pour obtenir

le grade de : *DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE RENNES 1*

Mention : Physique

PAR

Nicolas TABERLET

Équipe d'accueil : Groupe Matière Condensée et Matériaux

École Doctorale : Sciences de la Matière

Composante universitaire : U.F.R. Structure et Propriétés de la Matière

TITRE DE LA THÈSE :

**Écoulements gravitaires
de matériaux granulaires modèles**

soutenue le 23 juin 2005 devant la commission d'examen

COMPOSITION DU JURY :

M. François CHEVOIR	Ingenieur en Chef, L.C.P.C. Marne-la-vallée	Rapporteur
M. Renaud DELANNAY	Professeur, Université Rennes I	Directeur de thèse
M. John HINCH	Professeur, Université de Cambridge	Président
M. Hamid KELLAY	Professeur, Université Bordeaux I	Rapporteur
M. Olivier POULIQUEN	Chargé de recherche, Université de Provence	
M. Patrick RICHARD	Maître de conférences, Université Rennes I	

Remerciements

Je tiens à remercier ici tous ceux qui ont participé de près ou de loin à mon travail de thèse. Mes premiers remerciements vont à mes directeurs de thèse Patrick Richard et Renaud Delannay. Ils ont su m'orienter et me conseiller tout au long de ma thèse. Ils ont su me diriger sans jamais être directifs. Je les remercie de la confiance qu'ils m'ont accordée et de la grande liberté dont j'ai bénéficié pendant ces trois années. Ils ont toujours été à l'écoute de mes idées et, dès le début, ils m'ont encouragé à présenter moi-même nos résultats aussi bien au cours de rencontres informelles que de conférences internationales. Je crois que cette confiance est précieuse et je tiens à leur exprimer toute ma gratitude.

Je voudrais également remercier Wolfgang Losert qui m'a accueilli pendant près de 10 mois dans son groupe à l'université du Maryland aux Etats-Unis. Les séjours que j'y ai fait ont été pour moi très intéressants tant sur le plan scientifique que personnel. Merci également aux autres thésards du groupe américain, Mike, Masa et Justin pour l'amitié qu'ils m'ont témoignée. Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à nos collègues de l'université de Cornell, Michel Louge et Jim Jenkins. Nos échanges scientifiques ont été des plus fructueux et leur accueil des plus chaleureux à chacune de nos visites.

Je voudrais remercier les membres et les responsables du GdR Midi. Les nombreuses rencontres informelles et initiatives communes ont été très intéressantes pour moi. De plus, l'ambiance particulièrement conviviale du GdR Midi a contribué à me donner envie de poursuivre une carrière dans la recherche universitaire.

Je tiens à remercier MM. François Chevoir et Hamid Kellay d'avoir accepté d'être rapporteurs de ma thèse et MM. John Hinch et Olivier Pouliquen pour avoir accepté d'être membres du jury.

Je voudrais bien sûr remercier Jennifer qui m'a accompagné tout au long de ces trois années aussi bien aux Etats-Unis qu'en Bretagne. Merci pour ton soutien de tous les instants. Merci à mes parents qui m'ont permis de poursuivre des études dans les meilleures conditions. Un grand merci à Vincent qui a partagé mon quotidien pendant de nombreuses années et a su être un colocataire idéal et un véritable ami. Sans eux, ma thèse n'aurait certainement pas été aussi agréable.

Merci à Stéphane Bourlès pour son aide technique et sa bonne humeur permanente. Merci aux thésards (et assimilés) du laboratoire : Emmanuel, Philippe, Franck, Jérôme et Vincent. Grâce à eux, j'ai pris un plaisir quotidien à venir travailler. Je tiens à remercier les stagiaires et ATER avec qui j'ai eu la chance de collaborer : Etienne, Jef et Ivana. Leur aide et leurs idées m'ont été très précieuses. Merci enfin aux autres membres de l'équipe granulaire/mousse du GMCM, Isabelle, Alexandre, Luc, Madani, Gérard, Cédric, Janine, Djaoued et Daniel pour leurs aide et leurs conseils.

To see a World in a Grain of Sand
And a Heaven in a Wild Flower
Hold Infinity in the palm of your hand
And Eternity in an hour.

William Blake,
"Auguries of Innocence,"
in Poems from the Pickering Manuscript (1800)

Table des matières

Introduction	1
Chapitre 1 Écoulements denses de matériaux granulaires : état des connaissances	3
1.1 Écoulements sur fond rigide	4
1.1.1 L'influence des conditions d'alimentation	4
1.1.2 Seuil d'écoulement	5
1.1.3 Lois d'échelle	7
1.1.4 Front de propagation d'un écoulement granulaire	7
1.1.5 Effets du frottement sur les parois latérales	9
1.2 Écoulements sur fond meuble	9
1.2.1 Les différents montages classiquement étudiés	9
1.2.2 Propriétés des écoulements	10
1.2.3 Variation de l'inclinaison	11
1.2.4 Modèle d'érosion/accrétion pour les écoulements sur fond meuble	13
1.3 Avalanches à longue portée (<i>long-runout avalanches</i>)	15
1.3.1 Observations géologiques	15
1.3.2 Les différents mécanismes proposés	17
1.3.3 Simulations numériques d'avalanches à longue portée	19
1.3.4 Régime d'écoulement supporté	20
Chapitre 2 Simulations numériques de dynamique moléculaire de sphères molles	23
2.1 Introduction	23
2.1.1 Les différents types de simulations	23
2.1.2 La méthode Event-driven	23
2.1.3 La dynamique des contacts	24
2.1.4 La dynamique moléculaire	24
2.2 Dynamique Moléculaire : présentation générale	25
2.2.1 Algorithme	25
2.2.2 Initialisation	25
2.2.3 À la recherche des contacts	26
La liste de Verlet	26
Les cellules	27
Les cellules liées	27
2.2.4 Calcul des forces	30

2.2.5	Composante élastique de la force normale	30
	Composante dissipative de la force normale	31
2.2.5	Composante tangentielle de la force	34
	Loi d'Amontons-Coulomb régularisée	34
	Modèle de Cundall : un ressort tangentiel	35
2.2.6	Intégration des équations du mouvement	36
	L'algorithme de Verlet	37
	L'algorithme Prédicteur-Correcteur	37
2.3	Remarques diverses	39
2.3.1	Les limites de la simulation	39
2.3.2	Mesures de grandeurs moyennées	41
2.3.3	Conditions aux limites périodiques	41
2.3.4	Conditions particulières à nos simulations	42
Chapitre 3 Méthodes Expérimentales		45
3.1	Canaux d'écoulement de matériaux granulaires	45
3.1.1	Canal bidimensionnel	45
	Le montage	46
	Propriétés du socle	46
	Ecartement et parallélisme des parois latérales	48
	Débit à la sortie du réservoir	52
3.1.2	Canaux tridimensionnels	53
	Description	53
	Les matériaux granulaires utilisés	54
	Contrôle des conditions de l'expérience	54
3.1.3	Méthode de suivi des particules	55
	Principe	55
	Précision de la mesure	56
	Autre méthode : la P.I.V.	58
3.2	Mesure de compaction par γ -métrie	59
3.2.1	Principe de la mesure	59
3.2.2	Montage	60
	Source de césium	60
	Description	61
	Scintillateur	61
3.2.3	Précision de la mesure	62
Chapitre 4 Écoulements bidimensionnels		65
4.1	Propagation du front granulaire	65
4.1.1	Introduction	65
4.1.2	Diagramme spatio-temporel	67
4.1.3	Structure interne du front de propagation	68
4.2	Propriétés des écoulements stationnaires et établis	70
4.2.1	Profils	71
4.2.2	Relations constitutives	74
4.2.3	Influence de la rugosité du socle	75
4.2.4	Cristallisation au sein de l'écoulement	75
4.3	Empilements à stabilité dynamique bidimensionnels	78

4.3.1	Evolution spatio-temporelle	78
4.3.2	Diagramme de phase	79
4.3.3	Profils de vitesse	80
Chapitre 5	Empilements à Stabilité Dynamique : Super Stable Heaps	83
5.1	Approche expérimentale	83
5.1.1	Observations expérimentales	84
5.1.2	Profils de vitesse	84
5.1.3	Relaxation vers l'angle de repos	88
5.1.4	Diagramme de phase	89
5.1.5	L'origine du phénomène : le frottement aux parois	91
5.1.6	Modélisation	91
	Modèle	91
	Validité du modèle	93
	Loi d'échelle	94
5.2	Simulations numériques d'empilements à stabilité dynamique	95
5.2.1	Simulation de système ouvert	96
5.2.2	Simulation avec Conditions aux Limites Périodiques (CLP)	98
5.2.3	Equivalence des deux types de simulation	100
5.2.4	Comparaison avec les mesures expérimentales	102
5.3	Croissance de l'empilement : problèmes d'érosion et accrétion	106
5.3.1	Grandeurs mesurées et notations	106
5.3.2	Remarques préliminaires	107
5.3.3	Modèle théorique	108
5.3.4	Validité du modèle théorique	109
5.3.5	Mesure du taux d'échange entre populations γ	109
5.3.6	Ondes de trafic	110
Chapitre 6	Propriétés des écoulements confinés	115
6.1	Propriétés des écoulements SSH	116
6.1.1	Vitesse	116
	Profil de vitesse moyenne par grain	116
	Cisaillement entre les parois	117
6.1.2	Compacité	117
	Organisation en couches verticales	118
	Profil de compacité	119
6.1.3	Nombre de contacts	120
6.1.4	Température	122
6.1.5	Rotation	123
6.1.6	Contraintes normales et tangentielles à la paroi	126
	Simulation étudiée	126
	Pression et frottement à la paroi	127
6.2	Influence des paramètres de la simulation	131
6.2.1	Influence de la restitution des collisions	131
6.2.2	Fond lisse	131
6.2.3	Cas rotation bloquée	131
6.3	Effet des propriétés de frottement aux parois	133
6.3.1	Effet sur les empilements SSH	133

6.3.2	Profil de vitesse et compacité	135
6.3.3	Un nombre sans dimension pour l'effet des parois	136
Chapitre 7	Inversion de la compacité dans les écoulements rapides	139
7.1	Système ouvert	139
7.1.1	Description de la simulation	139
7.1.2	Les différents régimes	140
	Écoulements dilués	140
	Écoulements partout denses	140
	Régime "supporté"	141
	Évolution spatio-temporelle de l'énergie cinétique	143
7.2	Simulations avec conditions limites périodiques	144
7.2.1	Description de la simulation	144
7.2.2	Profils de vitesse, compacité et température granulaire	145
7.2.3	Évolution temporelle de l'écoulement	147
7.2.4	Évolution spatio-temporelle de la vitesse et de l'énergie cinétique	148
7.3	Modélisation par un patin frottant	150
7.3.1	Coefficient de frottement effectif	150
7.3.2	Frottement effectif et frottement micromécanique	151
7.4	Application aux écoulements naturels	152
7.4.1	Une lubrification de l'écoulement ?	152
7.4.2	Mesures de terrain : l'effet volumétrique	153
7.4.3	Une explication pour l'effet volumétrique	154
7.4.4	Discussion	157
Conclusions et perspectives		159
Annexe A	Simulations numériques de ségrégation axiale dans un tambour rotatif	163
Annexe B	Variation de la compacité au sein d'un écoulement SSH : conséquences sur l'équation SSH	171
Annexe C	Liste des publications	177
Bibliographie		179

Introduction

Les matériaux granulaires

Les matériaux granulaires rassemblent une classe gigantesque de matériaux de natures, tailles et formes très différentes. On appelle généralement matériau granulaire un ensemble constitué d'un grand nombre de particules solides indépendantes. Les grains peuvent être faits de verre ou de métal (pour des billes), de silice (sable), de roche (éboulements naturels) ou de matière organique (céréales). Les formes sont très variées : rondes pour des billes ou des grains de pavot, elliptiques pour des gélules, anguleuses pour des roches ou encore allongées pour le riz. La taille peut varier d'une centaine de microns pour les sables les plus fins à quelques dizaines de kilomètres pour les nuages d'astéroïdes en passant par toutes les échelles intermédiaires ; on peut citer par exemple la semoule fine ($500\ \mu m$), les "médicaments" homéopathiques ($1\ mm$), les grains de maïs ($1\ cm$), le ballast de ligne de chemins de fer ($5\ cm$), les boulets à broyeur utilisés dans la fabrication du ciment ($40\ cm$) et les roches trouvées dans les pierriers en montagne (de $10\ cm$ à $10\ m$).

Les matériaux granulaires dont il sera question dans cet exposé sont secs et non-cohésifs. Ces propriétés seront sous-entendues pour tous les matériaux granulaires dans le reste de cette thèse. Les matériaux granulaires sont plongés dans un fluide dit interstitiel (souvent l'air ou un liquide) et on parle de matériaux secs lorsque l'influence de cet environnement est négligeable. Le matériau est dit non-cohésif s'il n'existe aucune force d'attraction entre les grains. Ceci exclut donc les poudres (diamètre de grain inférieur à une centaine de microns) car les effets électrostatiques et les ponts capillaires créés par la condensation de l'humidité de l'air peuvent induire une cohésion entre les grains. Les matériaux tels que la farine, le sucre glace, la neige ou le sable mouillé ne font pas partie de la famille des matériaux granulaires secs et non-cohésifs.

On dit souvent que les matériaux granulaires possèdent des comportements allant de solide à gazeux en passant par liquide. Le comportement d'une assemblée de grains est en fait le plus souvent intermédiaire. Ainsi, lorsque l'on verse du sable dans un récipient celui-ci épouse ses formes (ce qui est propre aux liquides) mais sa surface libre n'est pas horizontale en général (ce qui est propre aux solides). Dans le cas d'une forte agitation des grains (en secouant une boîte dans laquelle on a placé quelques billes par exemple), le comportement des grains est celui d'un gaz de sphères dures. Même si les matériaux granulaires sont constitués de particules solides, ils peuvent donc présenter une large gamme de comportements macroscopiques.

Plan de l'exposé

Le premier chapitre dresse un état des lieux des connaissances actuelles sur les écoulements denses de grains. Le chapitre 2 décrit ainsi en détail la méthode de dynamique moléculaire de sphères molles appliquée aux milieux granulaires. Nous verrons le principe de la méthode, décrirons les différents modèles de forces employés et expliquerons comment les équations du mouvement sont intégrées. Nous verrons ensuite comment réaliser une simulation aux conditions aux limites périodiques, comment obtenir des grandeurs moyennes sans artéfact et nous discuterons des problèmes de loi d'échelle et de grandeurs adimensionnées dans les simulations numériques. Le troisième chapitre décrit les montages expérimentaux que nous avons réalisés et utilisés. Nous expliquerons également les méthodes de mesure employées, en particulier la méthode de suivi de particule et la mesure de compacité d'un milieu granulaire par absorption de rayons γ .

Le chapitre 4 présente les résultats obtenus pour les écoulements bi-dimensionnels. Nous nous intéresserons tout d'abord à la propagation du front de l'écoulement. Nous étudierons ensuite les propriétés des écoulements stationnaires et établis et en particulier, les profils de vitesse et compacité, les relations constitutives, l'influence de la rugosité du socle et la question de la cristallisation au sein de l'écoulement. Enfin, nous décrirons un régime observé à fort débit.

Les chapitres 5 et 6 présentent des résultats expérimentaux et numériques pour les écoulements tri-dimensionnels confinés. Nous étudierons plus particulièrement l'apparition d'un empilement à stabilité dynamique (ou SSH pour *Super Stable Heap*). La croissance de cet empilement fera elle aussi l'objet d'une étude poussée. Nous décrirons ensuite les propriétés des écoulements dans ce régime SSH et mettrons en évidence le rôle majeur du frottement aux parois latérales sur les écoulements confinés.

Le dernier chapitre traite d'un sujet relativement différent et indépendant du reste de l'exposé. Nous étudierons par simulation numérique 2D un régime d'écoulement rapide dans lequel il existe une couche basale fortement cisailée, diluée et agitée. Les propriétés de ce régime (baptisé régime supporté) seront étudiées et nous verrons qu'il ne conduit pas à une lubrification effective de l'écoulement, comme cela a été parfois suggéré. Nous proposerons enfin une explication simple (soutenue par des résultats numériques) à la diminution du frottement effectif des écoulements massifs.

Chapitre 1

Écoulements denses de matériaux granulaires : état des connaissances

Présentation générale

Les écoulements de matériaux granulaires ont fait l'objet de nombreux travaux (Brown et Richards, 1970; Duran, 1999; Herrmann et al., 1998; Chevoir et Roux, 2000; de Gennes, 1998; Tüzün et al., 1982; Savage, 1989; Hutter et Rajagopal, 1994; Rajchenbach, 2000; GdR-MiDi, 2004). Les six montages classiquement étudiés sont présentés sur la figure 1.1 : (a) cisaillement plan où les grains sont cisailés par la plaque supérieure en mouvement, (b) cellule de Couette (ou annulaire) dans laquelle le cisaillement est induit par la rotation des cylindres, (c) écoulement en conduite verticale, (d) écoulement sur plan incliné, (e) écoulement surfacique avec alimentation ponctuelle et (f) tambour rotatif. Dans les trois dernières situations, l'écoulement est à surface libre et le matériau granulaire s'écoule sous l'effet de la gravité et non du fait du mouvement d'une paroi (comme c'est le cas pour (a) et (b)). Ce sont ces situations qui seront étudiées ici.

Dans ce chapitre, nous verrons d'abord quelques résultats présentés dans la littérature pour les écoulements sur fond rigide (i.e. sur plan incliné). Nous décrirons en particulier l'influence des conditions d'alimentation, les seuils d'écoulement et leur implication dans les lois d'échelle, les différents fronts de propagation et l'effet des parois sur les propriétés de l'écoulement. Dans une deuxième partie, quelques résultats obtenus pour des écoulements sur fond meuble (situations (e) et (f)) seront présentés et en particulier les profils de vitesse et l'inclinaison de la surface libre. Le modèle d'échange entre populations roulante et statique (modèle BCRE) et ses variantes seront ensuite décrits. Enfin, la troisième partie traite des observations géologiques d'avalanches à longue portée et des diverses hypothèses avancées pour expliquer leur existence.

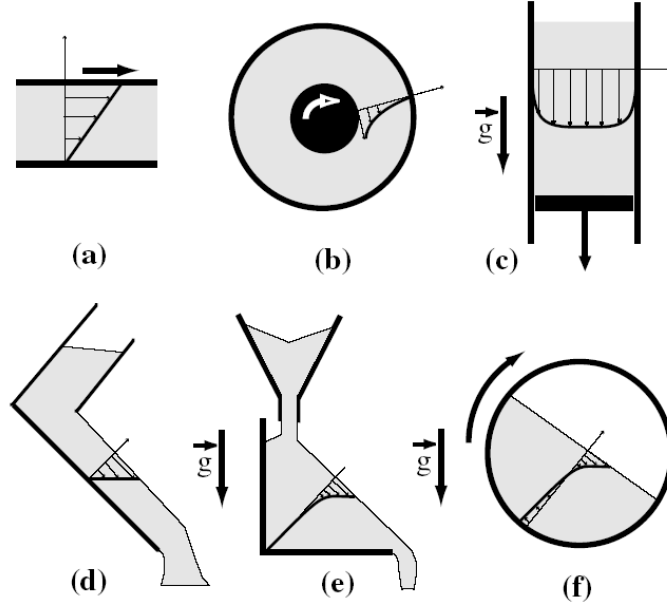


FIG. 1.1 – (d’après (GdR-MiDi, 2004)) Les six montages classiquement utilisés pour l’étude des écoulements granulaires. (a) cisaillement plan, (b) cellule de Couette, (c) écoulement en conduite verticale, (d) plan incliné, (e) empilement avec un alimentation ponctuelle, (f) tambour rotatif

1.1 Écoulements sur fond rigide

1.1.1 L’influence des conditions d’alimentation

Deux configurations peuvent être utilisées pour les écoulements sur fond rigide (i.e. sur plan incliné). La figure 1.2 présente deux montages dont les conditions d’alimentation sont différentes. Dans le premier cas (a), le débit est déterminé par l’ouverture du réservoir et indépendant des conditions de l’écoulement (et constant) alors que dans le deuxième (b), le débit n’est pas entièrement contrôlé (même s’il est déterminé) par l’ouverture du réservoir car c’est le système qui choisit l’épaisseur et la vitesse de l’écoulement.

Johnson et al. (Johnson et al., 1990) ont étudié l’influence des différents types d’alimentation. Ils ont construit deux montages en utilisant des matériaux identiques et ils ont mesuré le débit massique $\dot{m}$ et une grandeur $m^\dagger$ qu’ils nomment *mass hold-up*. Le *mass hold-up* est la masse de grains capturée lorsque l’on appuie une boîte de surface S sur l’écoulement, c’est-à-dire la masse de grains située dans le canal, au-dessus de la surface S . En fait, $m^\dagger$ peut s’écrire :

$$m^\dagger = \rho S \int_0^h \nu(y) dy \quad ,$$

où ρ est la masse volumique du matériau, h l’épaisseur de l’écoulement et ν la compacité (ou fraction volumique). La figure 1.3 est un schéma des résultats obtenus par Johnson

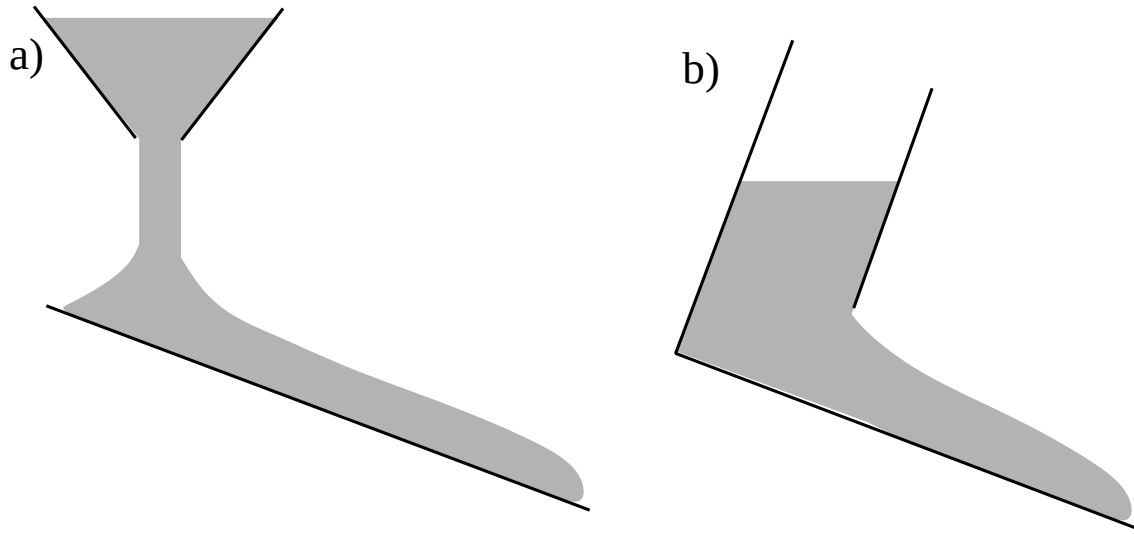


FIG. 1.2 – Les deux types d'alimentations possibles pour les écoulements granulaires

et al. Ils ont ainsi observé que pour les faibles débits, les deux montages sont équivalents mais deux branches apparaissent à un débit critique. Les écoulements réalisés dans la configuration (a) se situent dans le prolongement de la branche commune alors que ceux de la configuration (b) se placent sur la nouvelle branche. Les propriétés des écoulements peuvent donc dépendre du type d'alimentation. Nous avons choisi dans nos expériences et simulations une alimentation indépendante des conditions d'écoulement, c'est-à-dire la situation (a) de la figure 1.2.

1.1.2 Seuil d'écoulement

Des expériences réalisées sur un plan incliné dans la situation (b) ont montré qu'il existe un seuil d'écoulement pour le matériau granulaire. Pour de faibles inclinaisons, le matériau ne s'écoule pas. La transition entre le régime d'écoulement et le régime bloqué est fonction de l'inclinaison du plan θ et de l'épaisseur de l'écoulement (ou du lit statique) h . Pour un angle fixé, on définit deux épaisseurs critiques : h_{start} et h_{stop} (Pouliquen, 1999b). La première h_{start} est l'épaisseur à partir de laquelle un lit de grains statiques commence à s'écouler. La deuxième, h_{stop} , correspond à la transition inverse où des grains initialement en écoulement s'arrêtent. L'épaisseur critique h_{stop} peut être mesurée de deux façons (Pouliquen, 1999b). On peut partir d'un écoulement stationnaire et établi sur un plan d'inclinaison fixée et on coupe subitement l'alimentation. Les grains s'écoulent alors et laissent un dépôt dont l'épaisseur est $h_{stop}(\theta)$. La deuxième méthode consiste à partir d'un écoulement stationnaire et établi et à diminuer l'inclinaison en gardant l'épaisseur constante jusqu'à ce que l'écoulement se bloque. On mesure alors l'angle $\theta_{stop}(h)$ pour lequel cette transition a lieu. Les deux méthodes donnent des valeurs identiques, c'est-à-dire que $\theta_{stop}(h)$ est la fonction réciproque de $h_{stop}(\theta)$.

Les premières mesures de h_{stop} ont été réalisées par O. Pouliquen. Depuis, de nombreuses

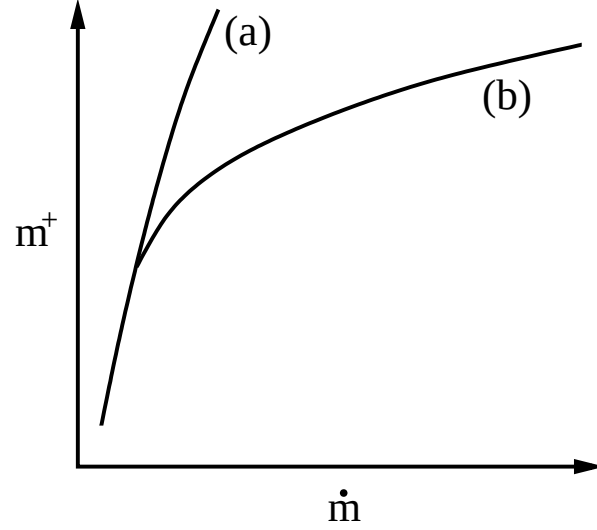


FIG. 1.3 – (d’après (Johnson et al., 1990)) Mesures de $\dot{m}$ et m^+ dans les deux configurations de la figure 1.2

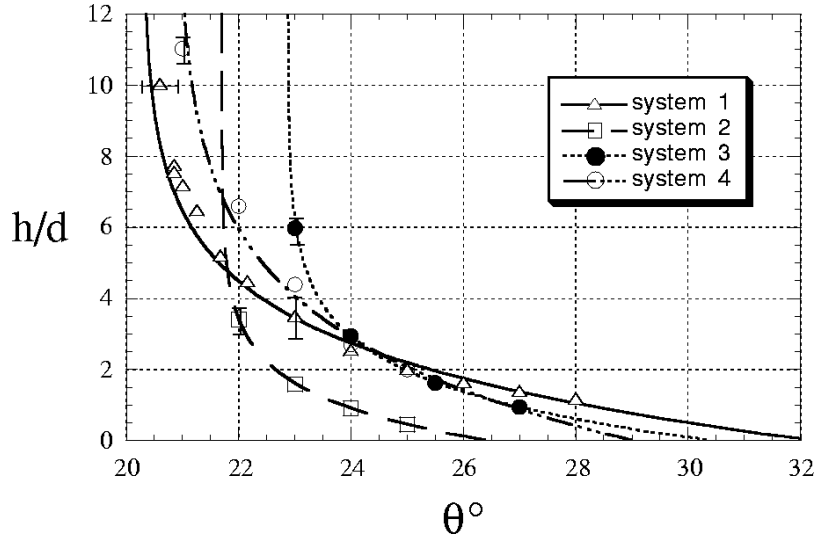


FIG. 1.4 – (d’après (Pouliquen, 1999b)) Mesures de h_{stop} pour différents matériaux granulaires et différentes rugosités du plan incliné

autres mesures ont été effectuées expérimentalement (GdR-MiDi, 2004; Rognon, 2002; da Cruz, 2004) et numériquement (Silbert et al., 2001; Prochnow, 2002). La figure 1.4 issue de (Pouliquen, 1999b) montre les résultats obtenus pour différents matériaux et différentes rugosités du plan. Cet auteur a de plus proposé un "fit" pour la fonction h_{stop} :

$$h_{stop}(\theta) / d = B \frac{\tan \theta_2 - \tan \theta}{\tan \theta - \tan \theta_1} \quad ,$$

où θ_1 , θ_2 et B sont des constantes qui dépendent du matériau granulaire et de la rugosité du plan. La signification physique des deux angles θ_1 et θ_2 est simple : h_{stop} diverge en θ_1 , et donc si l'inclinaison est inférieure à cette valeur, alors l'écoulement est bloqué quelque soit la valeur de h . A l'inverse, si l'inclinaison est supérieure à θ_2 , alors il ne peut exister de dépôt statique sur le plan incliné.

De nombreux travaux (GdR-MiDi, 2004) ont montré que le profil de vitesse, pour les écoulements sur plan incliné dans le régime stationnaire et établi, suit la loi de Bagnold :

$$V(y) = A(\theta) (1 - (1 - y/h)^{3/2}) \quad ,$$

où $A(\theta)$, la vitesse en surface de l'écoulement, est une fonction de l'inclinaison et h est l'épaisseur de l'écoulement.

1.1.3 Lois d'échelle

O. Pouliquen a proposé une application très surprenante de l'épaisseur h_{stop} . En étudiant la dépendance de la vitesse moyenne de l'écoulement $\langle V \rangle$ avec les deux paramètres de contrôle h et θ , il a trouvé la loi d'échelle suivante :

$$\frac{\langle V \rangle}{\sqrt{g h}} = \beta \frac{h}{h_{stop}(\theta)} \quad ,$$

où β est une constante qui dépend du matériau granulaire et de la rugosité du plan incliné mais pas de l'inclinaison θ . Cette loi d'échelle montre que pour un angle donné, la vitesse moyenne varie comme $h^{3/2}$, c'est-à-dire (en considérant que la compacité est constante) que le débit Q varie comme $h^{5/2}$. Le résultat le plus surprenant de cette étude est que toute la dépendance en θ est comprise dans la fonction $h_{stop}(\theta)$. La fonction $h_{stop}(\theta)$ ne caractérise donc pas seulement le seuil d'écoulement mais intervient également directement dans l'expression de la vitesse moyenne des écoulements stationnaires et établis. Récemment, O. Pouliquen a suggéré que la longueur h_{stop} est une longueur caractéristique des corrélations au sein des écoulements (Pouliquen, 2004).

1.1.4 Front de propagation d'un écoulement granulaire

Selon la configuration de l'écoulement, il peut exister quatre types de fronts granulaires (Douady et al., 2001). La figure 1.5 montre des schémas de ces quatre types. Dans tous les cas, les grains s'écoulent bien sûr vers le bas de la pente. Deux fronts sont obtenus lorsque l'on verse (a) des grains ou bien lorsque l'on coupe l'alimentation (b). Dans ces

deux situations, le front est descendant, c'est-à-dire qu'il se propage dans la direction de l'écoulement. Un autre type front peut apparaître lorsque l'on déstabilise un empilement statique par le bas (c). L'écoulement crée une dépression qui "aspire" des grains situés en amont en on voit apparaître un front de déstabilisation qui remonte la pente. Enfin, lorsqu'un écoulement s'arrête naturellement (d)(ou sur un obstacle), on observe un front d'onde qui se propage dans le sens inverse des grains, à la manière d'un embouteillage de véhicules. Il est à noter que ces quatre fronts peuvent être observés à la fois sur fond rigide et meuble.

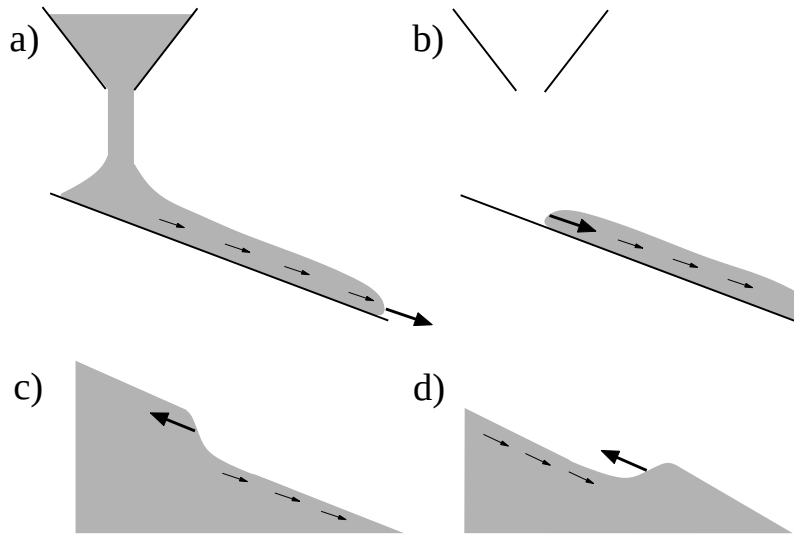


FIG. 1.5 – Les quatre types de fronts granulaires : (a) front descendant de propagation lorsque des grains sont versés sur un fond rigide, (b) front descendant d'érosion lorsque l'alimentation est coupée, (c) front remontant de mobilisation d'un empilement statique, (d) front remontant d'arrêt d'un écoulement

Douady et al. ont étudié les quatre types de fronts et ont retrouvé des résultats précédemment obtenus en employant le modèle D.A.D.¹ (une variante du modèle de Saint-Venant, voir 1.2.4) qu'ils avaient développé dans le cas d'un profil de vitesse linéaire (Douady et al., 1999). La situation (d) a été étudiée par Boudet et al. (Boudet et al., 2003) en injectant des grains sur une surface horizontale avec un débit constant. Après une certaine longueur, les grains s'arrêtent et il se forme un empilement statique qui est alimenté en permanence. Ces auteurs ont montré que la forme de l'empilement statique est auto similaire lors de la croissance et ont établi l'équation du front grâce aux modèles d'échange entre populations roulante et statique (voir 1.2.4). Enfin, (Pouliquen, 1999a) a étudié la situation (a) en versant du sable sur un plan incliné. Cet auteur a établi l'équation du front $h(x)$ par un bilan de forces et en utilisant une loi rhéologique qu'il avait mis en évidence (Pouliquen, 1999b). Les prédictions de la forme du front sont en très bon accord avec les mesures expérimentales. Cet auteur a également montré que les profils réalisés dans différentes conditions

¹du nom des auteurs : Douady, Andreotti et Daerr

d'inclinaisons et de débit se superposent si les distances (l'épaisseur $h(x)$ et la position de long de l'écoulement x) sont renormalisées par l'épaisseur de l'écoulement dans le régime stationnaire atteint après le passage du front.

1.1.5 Effets du frottement sur les parois latérales

Signalons enfin quelques travaux qui se sont intéressés à l'influence des parois latérales d'un canal sur les propriétés des écoulements. Hutter et Koch (Hutter et Koch, 1991) ont repris un calcul proposé d'abord par (Roberts, 1969) puis par (Savage, 1979) pour quantifier le frottement au parois. Les hypothèses du modèle sont que le milieu est continu, que la pression y est hydrostatique et isotrope et que le frottement aux parois est de type solide. Ces auteurs calculent une contribution équivalente du frottement sur les parois sous la forme d'une augmentation du frottement effectif de l'écoulement sur le fond rigide du canal. Plus récemment, (Bonamy, 2001; du Pont et al., 2003a) ont repris ce modèle pour calculer l'augmentation de la stabilité d'un empilement statique. Nous avons également utilisé ce modèle pour calculer la variation de l'inclinaison d'un empilement confiné avec le débit (Taberlet et al., 2003). Enfin, très récemment, Jop et al. (Jop et al., 2005) ont mesuré expérimentalement des profils de vitesse de surface pour des écoulements sur fonds meubles confinés entre deux parois.

1.2 Écoulements sur fond meuble

1.2.1 Les différents montages classiquement étudiés

Les écoulements sur fond meuble (ou écoulements superficiels), c'est-à-dire sur un substrat constitué de grains de même nature que ceux de l'écoulement, ont fait l'objet de très nombreuses études expérimentales, numériques et théoriques. Ces écoulements sont fondamentalement différents de ceux sur fond rigide car la topographie du fond n'est pas imposée par l'expérimentateur. L'écoulement peut ainsi modéliser l'interface entre les phases statique et roulante. De plus, le volume de l'avalanche peut varier au cours de l'écoulement par érosion du substrat ou accrétion de grains initialement en mouvement. Les deux montages classiquement étudiés sont les montages (e) et (f) de la figure 1.1 : l'alimentation ponctuelle (Douady et al., 2001; Zhou et al., 2001; Zhou et al., 2002; Grasselli et Herrmann, 1997; Liu et al., 1991; Lemieux et Durian, 2000; Boudet et al., 2003) et le tambour rotatif (Evesque et Rajchenbach, 1988; Nakagawa et al., 1993; Caponeri et al., 1995; Khakhar et al., 1997; Elperin et Vikhanski, 1998; Dury et al., 1998; Yamane et al., 1998; Komatsu et al., 2001; Khakhar et al., 2001; Orpe et Khakhar, 2001; Bonamy et al., 2002b; Bonamy et al., 2002a; Félix et Thomas, 2004; du Pont et al., 2003a; du Pont et al., 2003b; Lemieux et Durian, 2000; Hill et al., 2003).

Les mesures effectuées sur un empilement alimenté par une source ponctuelle permettent d'étudier des écoulements stationnaires et établis (i.e. uniformes le long de la direction principale de l'écoulement x). Il est cependant difficile d'atteindre des épaisseurs d'écoulement importantes. À l'inverse, les écoulements en tambour autorisent des épaisseurs importantes mais l'écoulement n'est jamais établi. En effet, l'écoulement est alimenté

sur toute sa longueur par la base grâce à la rotation du tambour. Le débit d'alimentation (ou de déposition) est d'autant plus important que l'on est loin du centre du tambour. Les deux situations présentent cependant des caractéristiques communes. L'article commun du GdR MiDi (GdR-MiDi, 2004) recense un grand nombre de résultats sur les écoulements sur fond meuble.

1.2.2 Propriétés des écoulements

Les profils de vitesse dans les écoulements sur fond meuble présentés dans l'article (GdR-MiDi, 2004) montrent une localisation de l'écoulement en surface de l'empilement. Dans sa partie supérieure, le profil de vitesse peut être considéré comme linéaire. Dans toutes les mesures réalisées, il n'existe pas de frontière nette entre les phases roulante et statique. En fait, la vitesse décroît rapidement au sein de l'empilement statique mais il existe tout de même un mouvement rampant. Ceci a été mis en évidence de façon spectaculaire par (Komatsu et al., 2001). La figure 1.6 (issue de leur article) montre des images prises avec des temps d'exposition croissants. Sur la première image (prise avec un temps d'exposition de 1 seconde), la transition entre les phases roulante et statique semble nette. On voit cependant que pour un temps d'exposition de 1 heure, la transition semble s'être déplacée et que l'épaisseur de la phase roulante a plus que doublé.

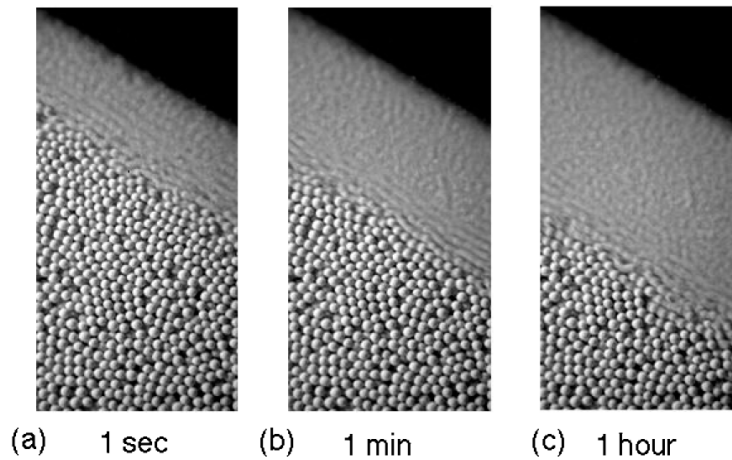


FIG. 1.6 – (d'après (Komatsu et al., 2001)) Images d'un écoulement superficiel prises avec des temps d'exposition croissants : (a) 1 *s*, (b) 1 *min* et (c) 1 *h*.

Ces auteurs ont montré que le mouvement rampant suit en fait un profil de vitesse exponentiellement décroissant. La figure 1.7 tirée de leur article montre les profils de vitesse en échelle semi-logarithmique obtenus pour différents matériaux granulaires. On y voit très clairement que la vitesse décroît exponentiellement dans l'empilement dit statique. Un résultat essentiel de ces mesures est que la taille caractéristique de la décroissance exponentielle est de l'ordre de grandeur du diamètre des grains, et ceci pour tous les matériaux testés.

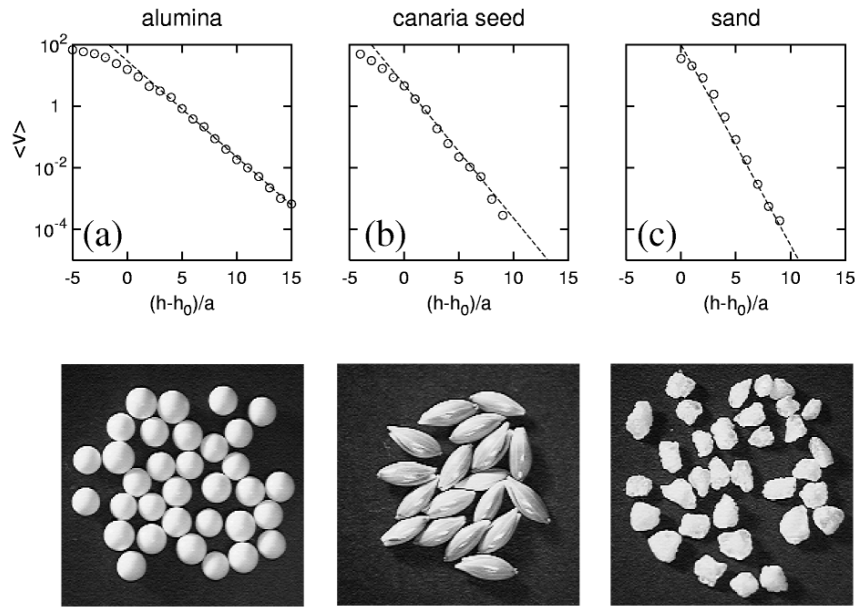


FIG. 1.7 – (d’après (Komatsu et al., 2001)) Profils de vitesse en échelle semi-log pour différents matériaux granulaires : (a) billes d’aluminium, (b) grains de céréale et (c) sable naturel. On note a le diamètre des grains et h_0 l’épaisseur de l’écoulement.

1.2.3 Variation de l’inclinaison

Une caractéristique importante des écoulements sur fond meuble est que l’inclinaison de la surface libre est choisie par le système et non fixée par l’expérimentateur comme c’est le cas des écoulements sur fond rigide. On définit souvent deux angles particuliers : l’angle d’avalanche θ_a et l’angle de repos θ_r . L’angle d’avalanche est l’angle maximal de stabilité d’un empilement statique. Au-delà, le système est instable et il se produit une avalanche. Le matériau s’écoule alors le long de la pente et finit par s’arrêter. L’inclinaison de l’empilement après arrêt de l’écoulement est appelée angle de repos. Les angles de repos et d’avalanche des sables naturels ont souvent des valeurs proches de 30° et peut être encore plus faibles pour des billes lisses et sphériques. De plus, les angles θ_r et θ_a sont souvent proches : on observe typiquement une différence de quelques degrés. Notons que dans le cas d’un milieu granulaire humide, cette différence peut être bien plus importante (Restagno et al., 2002).

On considère parfois que les écoulements sur fond meuble se produisent à des angles compris entre les deux valeurs θ_r et θ_a . La situation est en fait plus compliquée : dans de nombreuses expériences, on a observé que l’inclinaison de la surface libre de l’écoulement varie avec le débit. Dans les tambours, lorsque la vitesse de rotation est grande, la surface libre prend une forme "en S". L’inclinaison maximale de la surface libre (mesurée au milieu du "S") est une fonction croissante du débit (GdR-MiDi, 2004). Khakhar et al. ont également observé une augmentation de l’inclinaison avec le débit dans le cas d’un empilement alimenté par une source ponctuelle (Khakhar et al., 2001). Les angles observés

peuvent atteindre des valeurs très élevées (jusqu'à 70°), bien supérieures aux valeurs de θ_r et θ_a . Nous avons également observé ce phénomène dans des expériences et simulations similaires à celles de D. Khakhar (Taberlet et al., 2003). Nous proposons dans cet article une explication à l'augmentation de l'inclinaison avec le débit fondée sur le frottement aux parois latérales. Ce point sera détaillé aux chapitres 5 et 6.

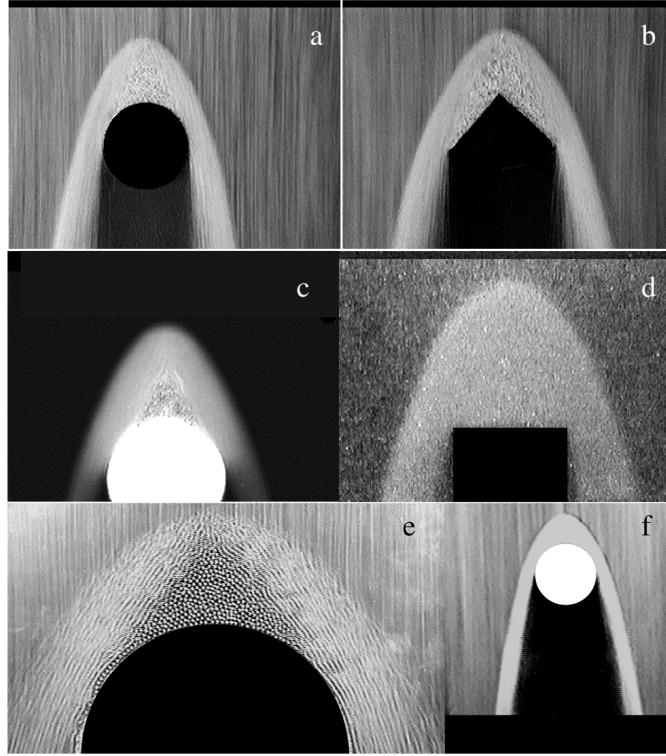


FIG. 1.8 – (d'après (Amarouchene et al., 2001)) "Dunes dynamiques" créées par une pluie de grains sur un obstacle confiné entre deux parois

Amarouchene et al. ont également décrit une expérience originale d'écoulement sur fond meuble (Amarouchene et al., 2001). Dans leurs expériences, une pluie de grains est lâchée entre deux plaques parallèles. Un obstacle est placé entre les plaques et les auteurs étudient l'apparition de ce qu'ils nomment une "dune dynamique" sur l'obstacle. La figure 1.8 (issue de leur article) montre différentes formes de "dunes" observées pour les différents obstacles. Autour de l'obstacle, l'écoulement se décompose en deux zones : une région triangulaire dans laquelle les grains sont pratiquement statiques et une zone d'écoulement de forme globale parabolique. Bien que la géométrie de ce système soit différente des systèmes précédemment discutés, on retrouve certaines caractéristiques. En particulier, l'inclinaison de la partie statique peut atteindre des valeurs très élevées (jusqu'à 80°). Comme dans les résultats en tambour ou sur les écoulements superficiels (GdR-MiDi, 2004; Khakhar et al., 2001; Taberlet et al., 2003), l'inclinaison de cette interface statique/écoulement dépend du débit d'alimentation.

1.2.4 Modèle d'érosion/accrétion pour les écoulements sur fond meuble

Plusieurs modèles ont été proposés pour décrire les écoulements de grains (Aradian et al., 1999; Aradian, 2001). Le modèle de Savage et Hutter (Savage et Hutter, 1989) décrit l'écoulement d'un matériau granulaire sur un fond de topographie donnée. Ce modèle établit deux équations hydrodynamiques de conservation de la masse et de la quantité de mouvement portant sur des grandeurs intégrées dans l'épaisseur. Ces équations sont nommées équation de Saint-Venant (de Barré Saint-Venant, 1850). Leur résolution permet de prédire pour une topographie donnée les vitesses et épaisseurs moyennes de l'écoulement. Ce modèle est parfaitement adapté au cas d'une masse constante en écoulement mais il exclut par construction le cas d'un écoulement sur fond meuble. Dans ce cas, le substrat peut être érodé et la frontière entre écoulement et empilement statique n'est pas fixe. L'accrétion ou l'érosion peuvent alors faire varier la masse totale de l'avalanche au cours de l'écoulement.

Un autre modèle développé spécifiquement pour les écoulement superficiels considère qu'il existe deux phases distinctes : la phase roulante et la phase statique. Ce modèle a été proposé par Bouchaud, Cates, Ravi Prakash et Edwards (Bouchaud et al., 1994; Bouchaud et al., 1995) et est connu sous l'acronyme BCRE. Par la suite, une variante de ce modèle a été proposée (Boutreux et al., 1998) et des modèles mélangeant l'approche de Saint-Venant et l'idée d'échange entre phases roulante et statique ont été proposés (Douady et al., 1999; Khakhar et al., 2001; Gray, 2001).

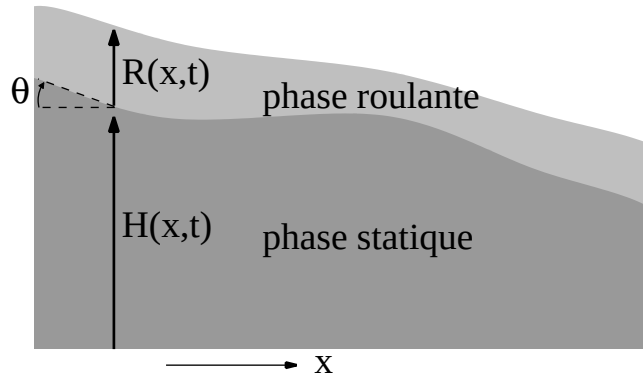


FIG. 1.9 – Schéma et notations du modèle BCRE

Le modèle BCRE consiste en un ensemble de deux équations couplées. On note $R(x)$ l'épaisseur de la couche roulante, $H(x)$ la position de l'interface écoulement/statique et $\theta(x)$ l'inclinaison locale de l'interface (voir figure 1.9). Les auteurs BCRE proposent alors une équation de convection-diffusion pour l'épaisseur roulante R :

$$\frac{\partial R(x, t)}{\partial t} = \frac{\partial v_d R(x, t)}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial \mathcal{D} R(x, t)}{\partial x} + \Gamma(R, h) \quad ,$$

où $\mathcal{D}$ est une constante de diffusion, v_d la vitesse des grains dans l'écoulement et $\Gamma(R, h)$ le terme d'échange entre populations. On peut donc également écrire :

$$\frac{\partial H(x, t)}{\partial t} = -\Gamma(R, h)$$

Le point crucial du modèle BCRE est la construction du terme d'échange Γ . Les échanges sont de deux types : l'accrétion des grains roulants lorsque l'écoulement se fait sur un angle faible et l'érosion des grains statiques lorsque l'inclinaison est importante. De plus, il est naturel d'imaginer que les échanges sont d'autant plus fréquents que le nombre de chocs entre phases est grand. Les auteurs proposent donc d'écrire le terme d'échange sous la forme :

$$\Gamma = \alpha R (\theta - \theta_n) \quad ,$$

où α est une constante qui a la dimension d'une fréquence et θ_n un angle baptisé angle neutre. Cet angle est celui pour lequel l'érosion compense exactement l'accrétion. Si l'inclinaison locale est grande ($\theta > \theta_n$), alors l'empilement statique est érodé et si l'inclinaison locale est faible ($\theta < \theta_n$), alors les grains roulant se déposent et contribuent à la croissance de la phase statique.

Le terme de diffusion est souvent négligé lorsque l'on applique le modèle BCRE. De plus, on considère souvent que v_d est une constante indépendante de x . En pratique on utilise donc :

$$\begin{cases} \frac{\partial H(x, t)}{\partial t} = -\alpha R (\theta - \theta_n) \\ \frac{\partial R(x, t)}{\partial t} = v_d \frac{\partial R(x, t)}{\partial x} + \alpha R (\theta - \theta_n) \end{cases}$$

Notons ici que θ peut être exprimé en fonction de H par : $\tan \theta(x, t) = \partial H(x, t) / \partial x$.

Le modèle BCRE prévoit également que le taux d'échange est proportionnel à la vitesse d'une perturbation qui remonte le courant. Dans une variante du modèle BCRE, Boutreux et al. (Boutreux et al., 1998) ont suggéré que pour les écoulements épais (typiquement $R > 5$ diamètres de grains), le terme d'échange "sature", c'est-à-dire qu'il n'est plus proportionnel à R . Ils proposent alors de considérer uniquement le lien entre Γ et la vitesse d'une perturbation remontante v_{up} , indépendante de R :

$$\Gamma = v_{up} (\theta - \theta_n) \quad ,$$

Cette variante sera discutée à la fin du chapitre 5.

Le modèle BCRE peut sembler trop simple car il considère qu'il existe deux populations séparées par une frontière bien nette. Nous avons vu au 1.2.2 que les grains supposés statiques ont en fait un mouvement rampant qui suit un profil de vitesse exponentiellement décroissant. Cependant, la longueur caractéristique de la décroissance exponentielle

est très faible (de l'ordre du diamètre des grains), ce qui garantit que le mouvement rampant peut être négligé en première approximation. Pour conclure cette présentation du modèle BCRE, signalons qu'il a été appliqué avec succès dans de nombreuses situations : métastabilité de la surface d'un tas (Bouchaud, 1994; Bouchaud et al., 1995), remplissage lent d'un silo (Boutreux et al., 1998), dynamique d'un empilement dans un tambour tournant (de Gennes, 1995), arrêt d'un écoulement sur une pente faible (Boutreux et de Gennes, 1998) ou contre un mur (Boutreux et Raphaël, 1998), étalement d'une marche de sable (Boutreux et de Gennes, 1997), ségrégation et saturation dans les mélanges granulaires (Boutreux et de Gennes, 1996; Boutreux et de Gennes, 1998; Boutreux et al., 1999), avalanches descendantes et remontantes (Bouchaud et Cates, 1998), construction d'un tas à partir d'une alimentation ponctuelle (Dorogovtsev et Mendes, 1999; Dorogovtsev et Mendes, 2000), formation de rides sous l'effet du vent (Terzidis et al., 1998) etc.

1.3 Avalanches à longue portée (*long-runout avalanches*)

1.3.1 Observations géologiques

Avalanches Blackhawk et Sherman

Il existe dans la nature des écoulements de matériaux granulaires secs qui semblent s'être propagés sur de très longues distances. Ces écoulements sont appelées avalanches à longue portée ou *long-runout avalanches*. Les figures 1.10 et 1.11 montrent deux exemples classiques de long run-out. Le premier est l'avalanche Blackhawk, en Californie, déclenchée par une secousse sismique. L'écoulement s'est propagé (et étalé) sur une distance de 9 km alors que la hauteur de chute n'est que de 1200 m. La figure 1.11 est une photographie de l'avalanche du glacier Sherman, en Alaska, déclenchée elle aussi par une secousse sismique. La distance parcourue par l'écoulement semble être effectivement très grande.

Une mesure du frottement effectif

Afin de quantifier la distance d'arrêt, les géophysiciens calculent souvent le rapport de la hauteur de chute H par la longueur parcourue L . Deux définitions sont possibles (voir figure 1.12). On peut mesurer la dénivelée H_{max} entre le point le plus haut de l'empilement initial et le point le plus bas de l'empilement final. De même, on définit L_{max} comme la distance entre le point le plus en amont de l'empilement initial et le point le plus en aval de l'empilement final. Dans cette exposé nous noterons α le rapport de ces deux longueurs $\alpha = H_{max}/L_{max}$. L'autre définition consiste à mesurer les distances horizontale et verticale parcourue par le centre de gravité du milieu en écoulement. On note H et L ces distances et β leur rapport. F. Legros a récemment publié un article (Legros, 2002) dans lequel il explique pourquoi le coefficient β est plus pertinent que α . Il est en effet plus naturel d'étudier la position du centre de masse. Sur le terrain, le calcul de β s'avère pourtant plus difficile que celui de α car il faut alors déterminer les répartitions volumiques initiales et finales des grains qui se sont effectivement écoulés. Pour cette raison, la plupart des relevés géologiques sont des mesures de α .

Il est souvent considéré que si $\alpha < 0.2$, alors l'avalanche est à longue portée et que

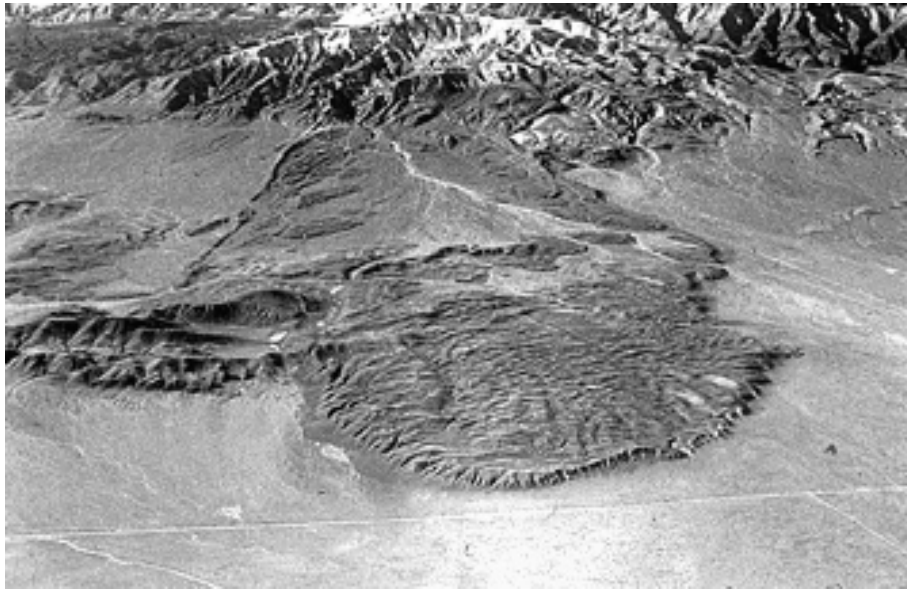


FIG. 1.10 – Photographie de l'avalanche Blackhawk en Californie



FIG. 1.11 – Photographie de l'avalanche du glacier Sherman en Alaska

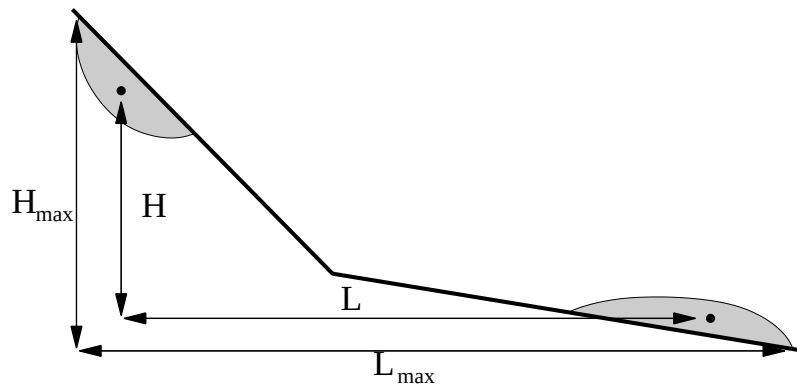


FIG. 1.12 – Schéma et notations pour les mesures de terrain

l'écoulement est anormalement lubrifié (Campbell, 1989). Nous allons présenter les résultats publiés dans la littérature ainsi que les différentes théories qui ont été avancées pour expliquer la diminution du frottement effectif des avalanches à longue portée.

Mesures de terrain

F. Legros (Legros, 2002) a rassemblé dans son article des données issues de nombreux articles (Hampton et al., 1996; Hazlett et al., 1991; Iverson, 1997; Iverson et al., 1997; Lipman et al., 1988; McEwen et Malin, 1989; Mothes et al., 1998; Siebe et al., 1992; Siebert, 1984). Parmi toutes ces données, nous avons représenté sur la figure 1.13 celles issues d'écoulements obtenus sur Terre mais d'autres études montrent des données similaires pour les écoulements sous-marins et martiens. On voit que pour de nombreux écoulements (les plus volumineux), la valeur de α est très faible. Ceci semble donc indiquer qu'il existe des avalanches avec un frottement effectif très faible. Un autre résultat majeur visible sur ces mesures est que le rapport d'aspect α diminue avec le volume total de l'avalanche V . On voit en effet sur la figure 1.13 que les valeurs les plus basses de H/L sont atteintes pour des volumes très importants. L'insert montre les mêmes données en échelle logarithmique. La corrélation entre α et V apparaît alors très clairement. Ce phénomène est nommé effet volumétrique.

Dans les différents travaux cités précédemment, les auteurs considèrent souvent qu'il doit exister un mécanisme spécifique qui apparaît dans les avalanches très volumineuses. Nous apporterons au chapitre 7 une explication simple de la décroissance de α avec V .

1.3.2 Les différents mécanismes proposés

De très nombreuses hypothèses ont été avancées pour expliquer les avalanches à longue portée. Elles sont résumées dans l'article de revue (Shaller et Smith-Shaller, 1996). Plusieurs hypothèses évoquent l'influence d'un fluide tel que l'air, l'eau, des vapeurs et gaz volcaniques ou encore une suspension de poudre fine. Kent (Kent, 1966) a proposé que

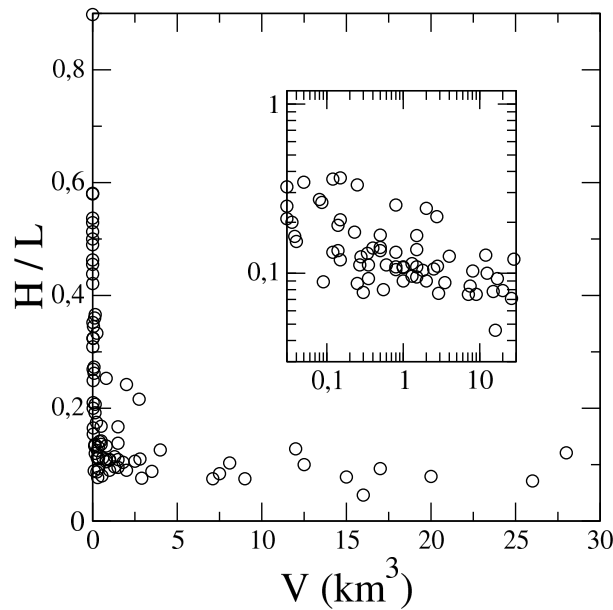


FIG. 1.13 – Données de terrain montrant la corrélation entre le rapport α et le volume de l'avalanche V

l'air circulant au sein de l'écoulement puisse fluidiser le milieu. Shreve (Shreve, 1968a; Shreve, 1968b) a suggéré qu'une couche d'air puisse être piégée sous l'écoulement. Le milieu s'écoulerait alors sur un hypothétique coussin d'air plutôt que d'être fluidisé de l'intérieur. Hsu (Hsu, 1975) a suggéré que la seule présence d'une poudre fine (et négligeant l'air ambiant) puisse créer un nuage de pseudo-gaz et fluidise le milieu granulaire. Dans certains écoulements volcaniques, la fluidisation par émission de gaz volcaniques a été évoquée par Voight (Voight et al., 1983). Goguel (Goguel, 1978) a suggéré que la vaporisation de l'eau à la base des écoulements puisse produire une surpression est ainsi réduire le frottement apparent. Johnson (Johnson, 1978) a d'ailleurs mis en évidence la présence d'une couche saturée en eau à la base de l'avalanche Blackhawk. À l'opposé, d'autres théories ont tenté d'expliquer l'existence d'avalanches à longue portée par des effets purement mécaniques, c'est-à-dire en ignorant la présence d'un éventuel fluide interstitiel. Parmi celles-ci on trouve la fluidisation acoustique (Melosh, 1979), l'étalement des écoulements rapides (Davies, 1982; Straub, 1997), une pseudo auto-lubrification (Campbell, 1989; Cleary et Campbell, 1993; Straub, 1996; Straub, 1997) (voir paragraphe suivant) et l'étalement d'un régime intermédiaire entre les régimes frictionnels et collisionnels (Campbell et al., 1995). D'autres modèles ont étudié la question par une approche de type milieux continus en attribuant aux milieux granulaires des propriétés rhéologiques telles qu'une viscosité et sans faire d'hypothèse sur les mécanismes microscopiques (Voight et al., 1983; McEwen et Malin, 1989; McEwen, 1989; Dade et Huppert, 1998). Des modèles prenant en compte la variation de masse de l'avalanche pendant l'écoulement (par érosion de la base ou dépôt d'une partie des grains) ont été proposés (Cannon et Savage, 1988; Gassen et Cruden, 1989; Voight et Sousa, 1994; Hungr et Evans, 1997). Si certains de ces mécanismes

ont pu jouer un rôle important dans quelques événements géologiques particuliers, aucun n'est reconnu comme un phénomène universel et le débat sur les avalanches à longue portée n'est pas clos.

1.3.3 Simulations numériques d'avalanches à longue portée

Des simulations numériques ont été réalisées par Campbell afin d'étudier les avalanches à longue portée (Campbell et al., 1995). La méthode de simulation est celle de la dynamique moléculaire de sphères molles (décrite au chapitre 2 de cet exposé). La simulation est bi-dimensionnelle et le milieu mono-disperse. Une masse de grains est lâchée sur une pente (inclinée à 45° dans la plupart des expériences). Les grains s'écoulent avant de s'arrêter sur une surface horizontale. Dans son article, C. Campbell ne précise pas la nature du fond, et en particulier s'il est lisse ou rugueux. La configuration est présentée sur la figure 1.14. Dans ses simulations, C. Campbell a utilisé entre 40 000 et 1 000 000 particules en gardant H_{max} constante.

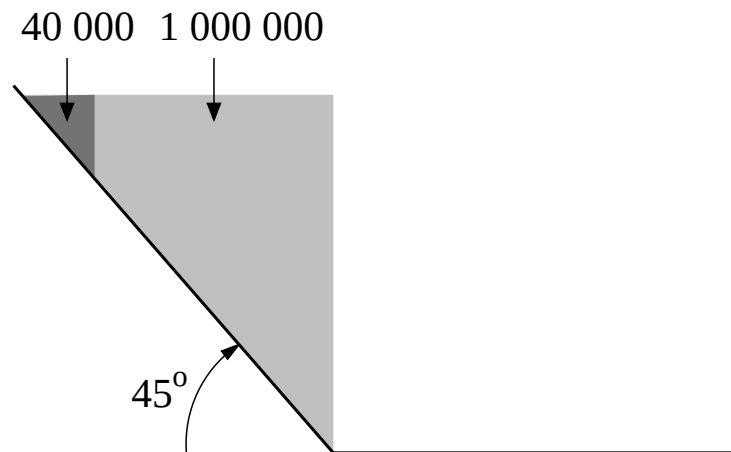


FIG. 1.14 – Schéma des simulations réalisées par C. Campbell (Campbell, 1989)

Ces simulations ont permis de retrouver la diminution du rapport d'aspect α (souvent nommé coefficient de frottement équivalent) avec le volume de l'écoulement. Pour la simulation de 1 000 000 de particules, la valeur de α est très faible et vaut environ 0.14. Le fait que la simulation reproduise la relation entre α et le volume de l'avalanche semble indiquer que l'effet volumétrique est d'origine purement mécanique. En effet, l'air est absent de la simulation, ce qui invalide les hypothèses de lubrification par une couche d'air ou d'une fluidisation par écoulement d'air au sein de l'écoulement. De même, dans la simulation, les grains ne cassent pas et ne fondent pas. On peut donc également écarter l'hypothèse d'une lubrification par fusion de la roche à la base de l'écoulement. Notons tout de même que ces différents mécanismes ont pu jouer un rôle dans certains écoulements géologiques. Sans évoquer un mécanisme particulier, nous proposerons au chapitre 7 une explication simple de la diminution de α avec le volume.

1.3.4 Régime d'écoulement supporté

Un régime d'écoulement rapide a été décrit dans la littérature (Campbell, 1989; Cleary et Campbell, 1993; Straub, 1996; Straub, 1997). Dans ce régime, les grains s'écoulent à grande vitesse sur un socle rugueux. Sous certaines conditions de vitesse, inclinaison ou restitution des collisions, il se forme à la base de l'écoulement une couche cisailée, diluée et agitée. Cette couche est surmontée d'une zone dense qui s'écoule en bloc. La figure 1.15 montre un schéma de ce régime, nommé régime supporté. La dynamique d'arrêt des écoulements dans ce régime sera étudiée en détails au chapitre 7.

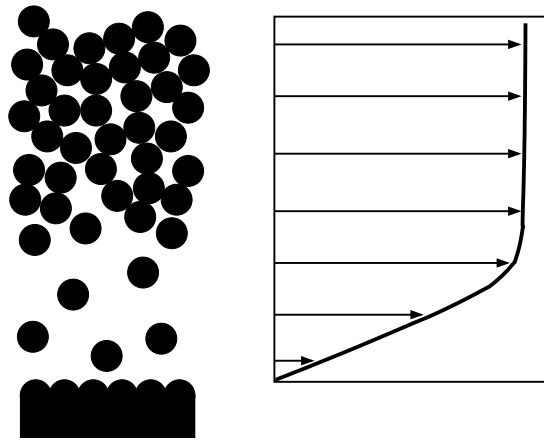


FIG. 1.15 – Schéma du régime d'écoulement supporté. Il existe une couche basale fortement cisailée, diluée et agitée qui supporte un écoulement dense en bloc.

L'article de C. Campbell (Campbell, 1989) présente les premiers résultats sur le régime supporté. Là encore, la simulation étudiée est bi-dimensionnelle et le milieu granulaire mono-disperse. Les grains sont placés dans une cellule périodique (voir chapitre 2 pour plus de détails) avec une vitesse initiale uniforme. Dans certaines simulations, la cellule est inclinée d'un angle de 40° alors que dans d'autres (Cleary et Campbell, 1993) la cellule est horizontale. Ces auteurs ont montré que le régime supporté existe également dans le cas d'un mélange fortement poly-disperse. S. Straub a lui aussi étudié le régime supporté à l'aide de simulations 2D périodiques (Straub, 1996; Straub, 1997). Cet auteur a montré que l'existence du régime supporté dépend de l'inélasticité des collisions entre grains. Lorsque celle-ci est importante (c'est-à-dire lorsque la perte d'énergie est importante à chaque collision), le régime supporté ne peut exister.

Le régime supporté rappelle le phénomène de caléfaction (ou *leidenfrost effect*). Ce phénomène apparaît lorsqu'une goutte de liquide est versée sur une surface très chaude. Le liquide en contact avec la surface est vaporisé et la goutte se retrouve supportée par un coussin de gaz. La goutte se déplace alors rapidement sans frottement apparent. On peut en faire l'expérience en jetant quelques gouttes d'eau sur une poêle très chaude ou bien en prenant quelques gouttes d'azote liquide dans la paume de la main. La figure 1.16 montre une photographie d'une goutte d'eau supportée par une couche de vapeur.

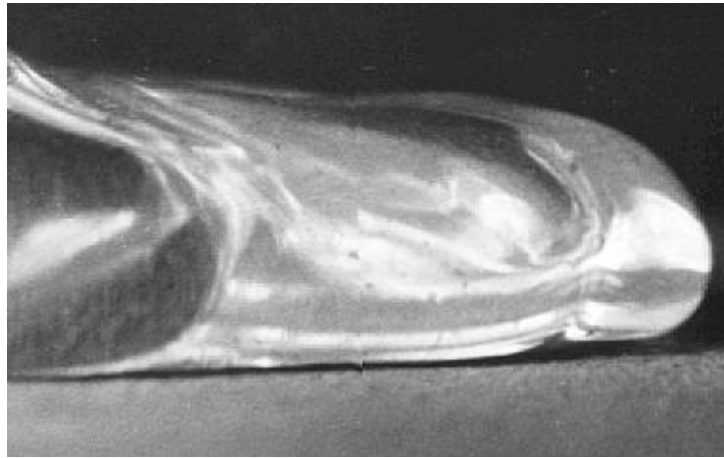


FIG. 1.16 – Photographie du phénomène de caléfaction pour une goutte d'eau

Puisque le régime supporté présente d'étonnantes similitudes avec le phénomène de caléfaction, il est naturel de se demander si les écoulements supportés conduisent à une réduction du frottement apparent. C. Campbell et P. Cleary se sont intéressés à cette question (Campbell, 1989; Cleary et Campbell, 1993). Ils parlent de *self-lubrication* des écoulements mais n'avancent aucun argument convainquant en faveur d'une diminution effective du frottement apparent. Ils modélisent le régime supporté par le cas très simplifié d'une seule particule piégée entre deux plaques rugueuses. La plaque du bas est fixe et on impose à la plaque du haut une altitude et une vitesse constante (voir figure 1.17). Ils

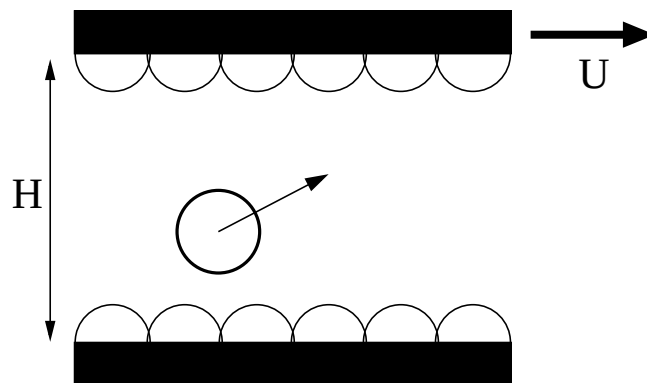


FIG. 1.17 – Système étudié par C. Campbell (Campbell, 1989) pour "simuler" les propriétés des écoulements supportés

montrent que dans cette situation, le coefficient de frottement effectif (qui n'est pas défini clairement) diminue lorsque le diamètre de l'unique grain est petit devant la rugosité des parois. Ce résultat est discutable car dans les modèles de forces classiquement employés en dynamique moléculaire, l'inélasticité des collisions dépend des diamètres des grains. Les

auteurs ne précisent pas s'ils ont pris soin de modifier le modèle de force afin de palier ce problème. D'autre part, même si ces résultats sont valides, on peut se demander dans quelle mesure la situation très simplifiée d'une unique particule est représentative des écoulements supportés. En effet, dans le régime supporté, les collisions entre grains sont nombreuses au sein de la couche basale gazeuse et la vitesse des grains n'y est pas uniforme. Un système constitué d'une unique particule ne saurait donc simuler correctement le régime supporté. De plus, les positions des plaques rugueuse étant fixées, la pseudo-épaisseur de la couche gazeuse est imposée. Pour toutes ces raisons, nous estimons que la situation simple étudiée par C. Campbell est très éloignée du régime supporté et qu'aucune preuve d'une véritable lubrification des écoulements supportés n'a été apportée. En fait, nous montrerons au chapitre 7 que l'apparition d'une couche basale cisailée, diluée et agitée ne conduit pas à une lubrification de l'écoulement et que ce mécanisme, même s'il est intéressant, ne semble pas expliquer le phénomène des avalanches à longue portée.

Chapitre 2

Simulations numériques de dynamique moléculaire de sphères molles

2.1 Introduction

2.1.1 Les différents types de simulations

Il existe de très nombreuses méthodes de simulations numériques de matériaux granulaires (Wolf, 1996). Une méthode simple à mettre en œuvre est celle des automates cellulaires. Dans ce type de modélisation, le système consiste en des cellules qui contiennent une ou plusieurs particules et l'on se donne des règles pour faire évoluer l'état du système. Ce modèle a par exemple été appliqué à la ségrégation axiale d'un milieu bidisperse dans un tambour rotatif (Yanagita, 1999). Les automates cellulaires permettent de tester des mécanismes qui seraient à l'origine du phénomène étudié. On peut également chercher à résoudre numériquement des équations qui décrivent le système, comme celles de Saint-Venant (de Barré Saint-Venant, 1850). Les automates cellulaires et la résolution numérique d'équations sont plutôt à ranger dans la catégorie des modélisations que des simulations à proprement parler car on impose des mécanismes ou des équations dont on pense qu'elles peuvent décrire le système. Une autre approche consiste à résoudre les équations fondamentales de la physique appliquées à chaque particule dans le but de calculer explicitement leurs trajectoires individuelles. Ces simulations nécessitent de considérer chaque grain de façon individuelle et sont ainsi nommées Méthodes d'Eléments Discrets (DEM). Dans ce chapitre, nous allons brièvement présenter les trois types de simulations DEM avant de détailler la méthode de Dynamique Moléculaire (DM).

2.1.2 La méthode Event-driven

La méthode dite Event-Driven (ED) consiste à simuler un système de sphères dures, i.e. indéformables. Les collisions sont supposées instantanées et binaires. En ED on ne calcule pas de force et il n'y a pas d'équation à intégrer. On utilise à la place un opérateur de collision qui agit sur les vitesses et qui rend compte de l'inélasticité des chocs (Dippel,

1998). Dans les matériaux granulaires, les interactions ne se font que par contact. Ceci implique qu'entre deux chocs, les particules ont des trajectoires rectilignes (paraboliques en présence de la gravité). La structure du programme est la suivante :

- On détermine d'abord à quel instant t_1 et entre quelles particules $\{ij\}$ le prochain choc va avoir lieu.
- On se place alors au temps $t = t_1$, i.e. on amène toutes les particules à leurs positions à $t = t_1$ en suivant leurs trajectoires rectilignes.
- On applique l'opérateur aux vitesses $\vec{V}_i$ et $\vec{V}_j$, c'est-à-dire qu'on leur assigne de nouvelles valeurs et directions.

Ces opérations sont répétées jusqu'à atteindre la durée prévue. Cette méthode est parfaitement adaptée à l'étude des gaz granulaires puisque les collisions sont alors binaires. Cependant, l'ED n'est que peu efficace dans les cas d'empilements denses car le taux de collision diverge alors. De plus, par construction, l'ED ne peut pas traiter les contacts persistants qui existent dans les milieux denses.

2.1.3 La dynamique des contacts

La méthode de dynamique des contacts a été développée pour traiter des ensembles de particules rigides, frottantes et inélastiques (Moreau, 1993; Radjai, 1995). Son principe est le suivant. Les particules sont considérées indéformables et les forces sont calculées d'après l'hypothèse de non-interpénétration en appliquant la loi de Coulomb (voir plus loin) de façon exacte. Cette méthode est cependant assez compliquée à mettre en œuvre et si elle est communément utilisée en sciences des matériaux et en mécanique, les physiciens lui préfèrent souvent la méthode de dynamique moléculaire de sphères molles. De plus, selon la géométrie et le nombre de grains, le temps de calcul peut être supérieur à celui des méthodes ED et de dynamique moléculaire. La dynamique des contacts représente une alternative intéressante à la dynamique moléculaire.

2.1.4 La dynamique moléculaire

Historiquement, la méthode de dynamique moléculaire fut développée pour réaliser des simulations de systèmes liquides et gazeux en analysant les mouvements individuels des atomes ou molécules du matériau (Allen et Tildesley, 1987). L'application de cette méthode aux milieux granulaires a été proposée par Cundall et Strack (Cundall et Strack, 1979). Dans le cas particulier des milieux granulaires, cette méthode de dynamique moléculaire considère des sphères déformables. Les particules interagissent lors de chocs décrits par des lois de répulsion et de frottement. Dans cette méthode, les trajectoires individuelles sont calculées explicitement en intégrant les équations du mouvement. Avec les moyens de calculs modernes, cette méthode s'est développée de façon importante et est probablement la plus utilisée aujourd'hui pour les simulations de milieux granulaires. Elle n'est bien sûr pas exempte de problèmes ou critiques. La modélisation des frottements est un point très délicat et tout à fait discutable. Afin de garder des temps de calcul dans la limite du raisonnable, on peut être amené à modifier les propriétés mécaniques des matériaux. En particulier, abaisser le module d'Young permet de gagner en temps de calcul car on

peut alors augmenter le pas d'intégration. Enfin, d'un point de vue pratique, il semble assez difficile de simuler des assemblées de plus de 10 millions de grains pendant plusieurs secondes avec les moyens informatiques actuels dont disposent les physiciens.

2.2 Dynamique Moléculaire : présentation générale

2.2.1 Algorithme

La meilleure introduction à la méthode de Dynamique Moléculaire est de considérer un programme simple. L'algorithme schématisé ci-dessous permet de saisir la structure du programme et d'illustrer les principales caractéristiques de la méthode de DM. Le programme est construit de la façon suivante :

1. L'initialisation positionne les grains et leur donne une vitesse de rotation et de translation initiale.
2. Les forces agissant sur chaque grain sont calculées (gravité, chocs, frottement).
3. Les équations du mouvement sont intégrées de façon simultanée pour l'ensemble des grains.
4. On enregistre les grandeurs utiles (positions, vitesses, rotations).

Les étapes 2 à 4 sont répétées jusqu'à atteindre la durée désirée.

Nous allons maintenant détailler les différentes fonctions qui apparaissent dans l'algorithme simplifié ci-dessus.

2.2.2 Initialisation

La première étape d'un programme de DM consiste à donner à chaque particule i un rayon R_i , une masse m_i , un moment d'inertie I_i , une position $\{x_i, y_i, z_i\}$, une vitesse de translation V_i^α et une vitesse de rotation ω_i^α initiaux, où α désigne une coordonnée d'espace. Les positions doivent être bien sûr compatibles avec la géométrie du système simulé mais il faut aussi veiller à ce que les grains ne se chevauchent pas. C'est pourquoi, la plupart du temps, les particules sont initialement placées dans un réseau régulier auquel il est possible d'ajouter un bruit. Dans nos simulations, nous avons choisi de placer les grains dans un réseau cubique. Ce réseau est fortement instable et s'effondre rapidement sans laisser aucune trace de la structure initiale. Comme nous allons le voir plus loin, les vitesses ne sont pas à proprement parler utiles pour l'intégration des équations du mouvement par la méthode de Verlet (voir section 2.6.1), à l'exception des vitesses initiales. Dans cette méthode, on utilise les positions aux instants t et $t - dt$, ainsi que la résultante des forces et des moments pour calculer les positions à l'instant $t + dt$. À l'instant initial, on choisit donc une position $x_i(t = 0)$ et une position fictive $x_i(t = 0 - dt) \equiv x_i(t = 0) - dt V_i^x(t = 0)$. Cette définition est une approximation grossière de la position $x_i(t = -dt)$ et pourrait être améliorée mais ceci ne présenterait que peu d'intérêt dans la procédure d'initialisation. Les remarques faites ici pour la vitesse de translation sont également valables pour la vitesse de rotation.

2.2.3 À la recherche des contacts

Le calcul des forces est de loin la partie du programme la plus coûteuse en temps de calcul. Afin de calculer les forces qui s'exercent entre particules, il faut déterminer lesquelles sont en contact. L'idée la plus simple consiste à examiner l'ensemble des $N(N-1)/2$ paires possibles et de calculer la distance entre les particules pour chaque paire. Cette méthode simpliste nécessite donc un temps de calcul proportionnel à N^2 , pour N grand. Nous allons détailler plusieurs techniques qui permettent de gagner un temps considérable dans le calcul des forces.

La liste de Verlet

Dans une simulation de DM appliquée aux milieux granulaires, les interactions se font uniquement à très courte portée puisque deux grains n'interagissent que lorsqu'ils sont en contact. Il est donc parfaitement inutile de rechercher un contact possible entre deux particules fortement éloignées. La méthode de la liste de Verlet consiste à établir pour chaque particule i une liste L_i de particules "proches" qui constituent des contacts potentiels. Une fois cette liste établie, on la conserve pendant plusieurs pas de temps, car les mouvements des grains sont infinitésimaux entre deux pas de temps consécutifs. Il faut bien sûr actualiser la liste après un certain laps de temps. La figure 2.1 montre un exemple de liste de Verlet.

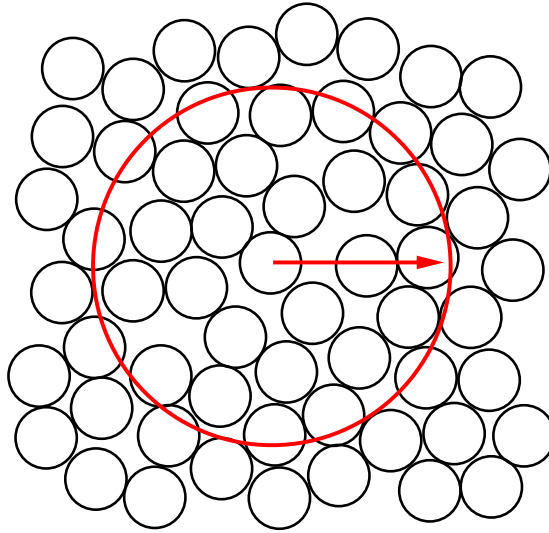


FIG. 2.1 – La liste de Verlet : on cherche les contacts possibles parmi les particules situées dans un rayon R_{Verlet}

On commence d'abord par calculer pour chaque particule les éléments de la liste de Verlet. Il faut donc examiner chacune des $N(N-1)/2$ paires et sélectionner les particules dont le centre est située à une distance inférieure à R_{Verlet} . Cette étape coûte un temps de calcul "en N^2 ". La liste de Verlet cesse d'être valable dès qu'une quelconque particule j

s'est déplacée d'une distance $\Delta_j > \Delta_{update} \equiv 1/2 R_{Verlet} - R_{max}$ ¹, où R_{max} est le maximum des rayons de particules. En effet, si tel est le cas, cette particule j pourrait entrer en collision avec une particule i alors que $j \notin L_i$, et que j n'est pas identifiée comme contact possible. Il faut donc actualiser toutes les listes de Verlet dès qu'une particule s'est déplacée d'une distance supérieure à Δ_{update} . Ceci permet de profiter au mieux de la liste de Verlet en la réactualisant au moment opportun. La recherche de voisins parmi la liste L_i coûte un temps proportionnel à N . La valeur de R_{Verlet} doit être choisie de façon précise. En effet, si R_{Verlet} est trop important, la recherche de contacts dans les listes prendra beaucoup de temps car celles-ci contiendront beaucoup de particules. À l'inverse, si R_{Verlet} est très petit, il faudra actualiser les listes trop fréquemment. Dans les conditions particulières de nos simulations, la valeur optimale de R_{Verlet} est de l'ordre de quelques rayons. En résumé, le temps de calcul des forces T_{forces} suit une loi :

$$T_{forces} = \alpha N^2 + \beta N$$

Le premier terme correspond à la création des listes, le deuxième à la recherche des contacts dans les listes. Les coefficients α et β dépendent de R_{Verlet} . Une optimisation de ce dernier doit donc conduire à une valeur de α extrêmement petite devant β . On voit cependant apparaître les limites de la méthode de la liste de Verlet : pour des systèmes contenant un nombre très important de particules, le temps de calcul redevient proportionnel à N^2 .

Les cellules

La méthode des cellules consiste à diviser l'espace en cellules virtuelles de taille R_{cell} (voir figure 2.2). Si on prend soin de choisir pour R_{cell} une valeur supérieure à R_{max} , il suffit de rechercher les contacts dans les 27 cellules contiguës. À chaque instant, on dresse pour chaque cellule la liste des éléments qu'elles contient. Lors du calcul des forces qui s'exercent sur une particule, il suffit d'identifier la cellule à laquelle elle appartient pour trouver les contacts possibles.

La méthode des cellules semble efficace car elle demande un temps de calcul proportionnel à N . Cependant, elle peut être très coûteuse en mémoire ce qui ralentit le programme et nécessite des ordinateurs adaptés. Le tableau qui répertorie les éléments appartenant aux différentes cellules est un tableau à 4 dimensions : $Table[Nb_{cell}^x][Nb_{cell}^y][Nb_{cell}^z][Nb_{part.}]$, où Nb_{cell}^α représente le nombre de cellules dans la direction α et $Nb_{part.}$ le nombre maximal de particules dans une cellule. Le nombre de cellules est donné par $Nb_{cell}^\alpha \approx L^\alpha / R_{cell}$, où L^α est la taille du système dans la direction α et $Nb_{part.} \propto R_{cell}^3$. On pourrait être tenté de choisir une grande valeur pour R_{cell} dans le but de diminuer la taille du tableau mais les cellules contiendraient alors beaucoup plus de particules, ce qui limiterait l'efficacité de cette méthode.

Les cellules liées

Il existe une variante élégante de la méthode des cellules qui remédie aux problèmes de mémoires évoqués au paragraphe précédent ; c'est la méthode des cellules liées. Nous

¹Dans toute la suite le signe $\equiv$ signifie "égal par définition"

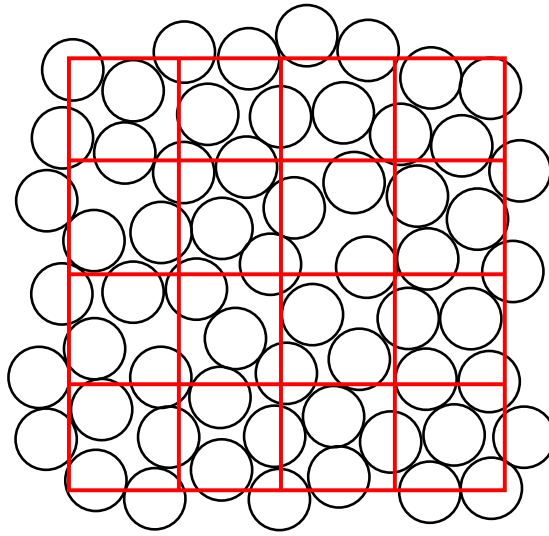


FIG. 2.2 – La méthode des cellules : l'espace est divisé en cellules virtuelles. Les contacts ne peuvent exister qu'entre particules de cellules contiguës

allons d'abord présenter l'algorithme avant de l'illustrer sur un exemple simple.

```
initialisation des deux listes :
Liens[], Tête de liste[]
```

```
boucle itérative sur les particules i
```

```
    on identifie la cellule Ci à laquelle appartient la particule i
    on assigne à la liste Liens : Liens[i]= Tête de liste[Ci]
    on assigne : Tête de liste[Ci]=i
```

```
fin de la boucle
fin de la fonction
```

La figure 2.3 présente un cas simple de $N=9$ particules à 1D. On applique le programme ci-dessus. TdL (pour Tête de Liste) est une liste de 4 éléments (i.e. le nombre de cellules); Liens est une liste de $N=9$ éléments.

- On initialise TdL :
 - for $i=1..9$
 - TdL[i]=0
- cas $i=1$
 - on trouve la case à laquelle la particule appartient :
 - $I_{cell} = (\text{int}) (x_i / R_{cell}) = 3$
 - liens[1]=TdL[3]=0
 - TdL[3]=1

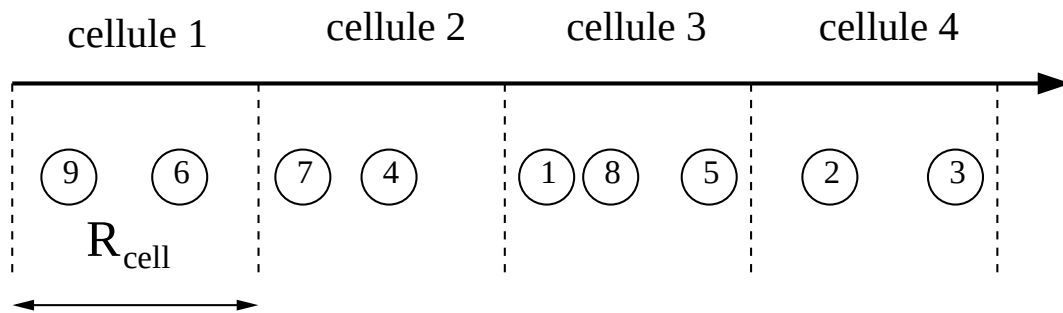


FIG. 2.3 – Illustration de la méthode des cellules liées sur un cas particulier à 1D

- cas $i=2$
- cas $i=5$
 $I_{cell} = (\text{int}) (x_i / R_{cell}) = 3$
 $liens[5] = TdL[3] = 1$
 $TdL[3] = 5$
- cas $i=6$
- cas $i=8$
 $I_{cell} = (\text{int}) (x_i / R_{cell}) = 3$
 $liens[8] = TdL[3] = 5$
 $TdL[3] = 8$
- cas $i=9$

On obtient ainsi les résultats suivants :

$TdL[3] = 8$

$liens[8] = 5$

$liens[5] = 1$

$liens[1] = 0$

Lorsque l'on cherche les voisins de la particule 1, on trouve d'abord la cellule à laquelle elle appartient (cellule 3 dans notre exemple). On regarde ensuite quelle particule est "à la tête" de cette cellule (Head Of Cell) (particule 8 ici). Il suffit ensuite de dérouler la liste des particules liées par la liste "Liens" pour identifier toutes les particules de la cellule considérée. On recommence ensuite l'opération pour les cellules voisines.

Cette méthode conduit à un gain de temps considérable puisque qu'elle utilise un tableau à 3 dimensions (contre 4 précédemment) et une liste de N éléments. Après avoir longtemps utilisé la méthode de la liste de Verlet, nous avons intégré la méthode des cellules liées dans notre programme.

2.2.4 Calcul des forces

Après avoir identifié les candidats possibles pour les collisions, on cherche dans cette liste lesquels sont en contact avec une particule considérée. Pour cela, on regarde si la distance qui sépare les deux particules est inférieure à la somme de leurs rayons. Après avoir identifié les contacts, il faut calculer la force de répulsion qui s'exerce entre les particules. Nous allons dresser une liste non exhaustive des différents types de forces et de leurs variantes. La force se décompose en une force normale notée $\vec{F}_{ij}^n$, dirigée selon le vecteur normal au contact $\vec{n}_{ij} \equiv \vec{r}_{ij}/r_{ij}$ ($\vec{r}_{ij}$ est le vecteur reliant le centre de j à celui de i), et une force tangentielle notée $\vec{F}_{ij}^t$, dirigée selon le vecteur, tangent au contact, défini par $\vec{t} \equiv \vec{V}_{ij}^s/V_{ij}^s$, où $\vec{V}_{ij}^s$ est la vitesse de glissement de i par rapport à j . Cette vitesse est définie par :

$$\vec{V}_{ij}^s \equiv \vec{V}_i - \vec{V}_j - \vec{n}_{ij} [(\vec{V}_i - \vec{V}_j) \cdot \vec{n}_{ij}] - (R_i \vec{\omega}_i + R_j \vec{\omega}_j) \wedge \vec{n}_{ij}$$

La figure 2.4 montre une vue schématique d'une collision et des vecteurs $\vec{n}$ et $\vec{t}$.

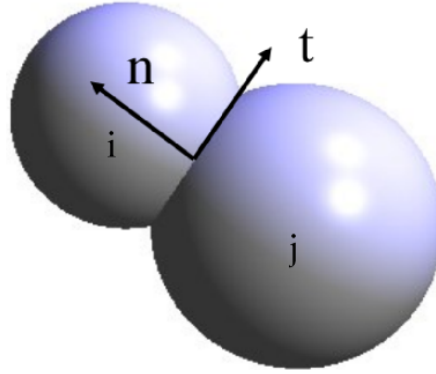


FIG. 2.4 – Directions normale et tangentielle lors d'une collision

La force normale se décompose elle-même en une composante élastique (i.e. répulsion entre particules) et une force dissipative qui reproduit l'inélasticité des collisions. Nous allons détailler les différents modèles de force proposés dans la littérature (Schäfer et al., 1996).

Composante élastique de la force normale

Le contact de Hertz

Hertz (Hertz, 1882) a établi la loi donnant la force qui s'exerce sur une sphère déformable en collision avec un plan. Cette loi peut s'adapter au cas d'une collision entre deux sphères i et j . Cette force s'exprime en fonction des rayons R_i et R_j des particules ainsi que des paramètres du matériau :

$$F_{ij}^{Hertz} = \frac{2Y}{3(1-\nu^2)} \sqrt{R_{ij}^{eff}} \delta_{ij}^{3/2} \equiv \kappa_n \delta_{ij}^{3/2},$$

où Y et ν sont les modules de Young et de Poisson du matériau, R_{ij}^{eff} le rayon effectif tel que $1/R_{ij}^{eff} = 1/R_i + 1/R_j$ et δ_{ij} le recouvrement défini par : $\delta_{ij} = R_i + R_j - r_{ij}$.

La loi de Hooke

Bien que la force de Hertz soit la plus correcte pour décrire les contacts entre deux sphères, la loi de Hooke est couramment utilisée. Cette loi peut s'écrire de la façon suivante (Timoshenko et Goodier, 1970) :

$$\sigma_x = \epsilon_x Y ,$$

où σ_x est la contrainte normale, ϵ_x la déformation normale et Y le module d'Young. On choisit donc d'ignorer la géométrie particulière des sphères et on considère que la force de répulsion s'écrit :

$$F_{ij}^{Hooke} = k_n \delta_{ij} ,$$

où k_n est fonction des rayons des grains et du module d'Young. Puisque beaucoup de simulations de DM sont réalisées avec un milieu monodisperse ou faiblement polydisperse, la constante de raideur k_n est l'analogue du module d'Young.

La force de Hooke présente un avantage technique important sur celle de Hertz : la durée des collisions Δt^{coll} est indépendante des vitesses des particules avant le choc. Or, afin de traiter d'éventuelles collisions multiples de façon satisfaisante, il faut choisir un pas de temps dt très inférieur à Δt^{coll} (typiquement un centième). Le choix d'un modèle de force linéaire en δ_{ij} assure donc que le pas de temps reste suffisamment petit pour toutes les collisions. C'est la raison pour laquelle ce type de force est largement employé bien que la loi de Hertz convienne mieux aux cas de deux sphères (Gallas et al., 1992; Haff et Werner, 1986; Schäfer et Wolf, 1995; Taguchi, 1992; Thompson et Grest, 1991; Zhang et Campbell, 1992). Notons que dans le cas de la force de Hertz, la durée d'une collision est proportionnelle à $V_i^{4/5}$. Une estimation des vitesses dans la simulation permet donc de définir un pas de temps correct.

Composante dissipative de la force normale

Les chocs entre objets réels sont inélastiques, c'est-à-dire qu'une partie de l'énergie est dissipée au cours d'une collision. La figure 2.5 montre un diagramme de déformation/contrainte typique. L'énergie dissipée pendant la collision $W = \int F_n d\delta$ correspond à l'aire hachurée sur cette figure. On définit le coefficient de restitution normal : $e_n \equiv V_n^f / V_n^i$, où V_n^i et V_n^f sont les composantes normales de la vitesse avant et après le choc. Des expériences ont montré que ce coefficient varie peu avec les vitesses initiales. Les modèles de forces dissipatives doivent donc conduire à une valeur de e_n indépendante des vitesses avant le choc.

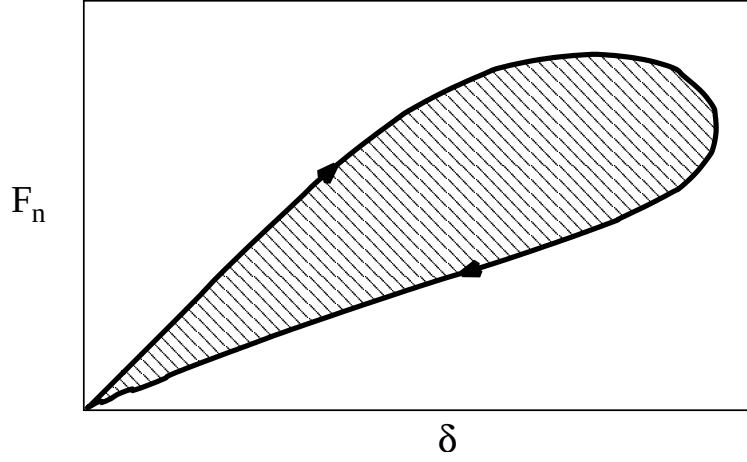


FIG. 2.5 – Diagramme déformation/contrainte typique pour une collision inélastique. La surface hachurée donne le travail dissipé au cours du choc.

Dissipation visqueuse

L'idée la plus simple consiste à rajouter une force de frottement visqueuse :

$$F^{visqueuse} = -\gamma_n \frac{d\delta}{dt}$$

Associée à une force élastique linéaire, cette force conduit à une équation linéaire du second ordre que l'on sait résoudre exactement :

$$m_{eff} \frac{d^2\delta}{dt^2} + \gamma_n \frac{d\delta}{dt} + k_n \delta = 0$$

En résolvant cette équation on peut exprimer la durée des chocs Δt^{coll} et le coefficient de restitution e_n :

$$\Delta t^{coll} = \pi \sqrt{\frac{m_{eff}}{k_n}} \left(1 - \frac{\gamma_n^2}{4 m_{eff} k_n} \right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$e_n = \exp\left(-\frac{\gamma_n}{2 m_{eff}} \Delta t^{coll}\right)$$

On peut ainsi relier les grandeurs mesurables que sont Δt^{coll} et e_n aux constantes de la simulation k_n et γ_n . Ce modèle n'est pas très "physique" puisque rien ne justifie un frottement visqueux mais il peut être vu comme la forme mathématique la plus simple pour ce problème. On notera que bien qu'ayant rajouté un terme de dissipation, la durée des collisions reste indépendante des vitesses avant le choc, ce qui n'est pas le cas de la force de Hertz. On peut également remarquer que le coefficient de restitution s'exprime en fonction du rapport $\gamma_n^2/(k_n m_{eff})$, ce qu'on aurait pu prévoir par analyse dimensionnelle.

Modèle de Walton

Le modèle de Walton (Walton et Braun, 1986) est un modèle de force linéaire dans lequel la raideur du ressort dépend de l'état de compression des particules. Lors de la phase de compression, on assigne une valeur k_1 à la raideur et lors de la décompression, on lui assigne une valeur $k_2 > k_1$. La figure 2.6a résume cette idée. Le coefficient de restitution s'écrit alors : $e_n = \sqrt{k_1/k_2}$. Si la particule se retrouve dans la phase de compression après avoir amorcé une décompression, on reprend la valeur k_1 comme l'illustre la figure 2.6b.

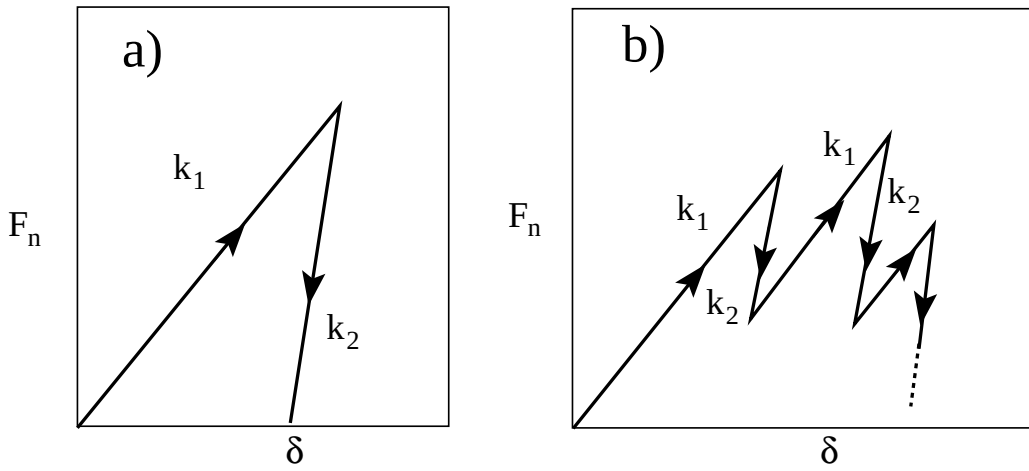


FIG. 2.6 – Modèle de force de Walton. a) La raideur du ressort varie selon le mode de compression/décompression du contact. b) Cycles de compression/décompression successifs.

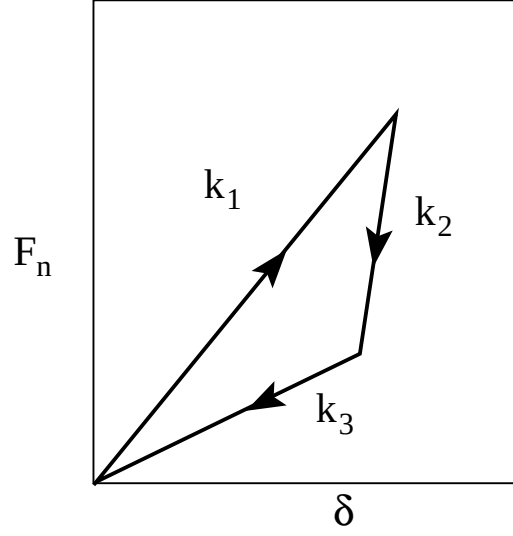
Le modèle peut être encore raffiné pour se rapprocher du cas réel présenté sur la figure 2.5. On peut par exemple introduire une troisième valeur de la raideur k_3 (Pournin et al., 2002) afin de raccorder la courbe au point d'origine (voir figure 2.7).

Le coefficient de restitution s'écrit alors :

$$e_n = \frac{1}{\sqrt{k_1(k_2 - k_3)}} \sqrt{k_3(k_2 - k_1)^2 + k_2(k_1 - k_3)^2 + 2k_3(k_1 - k_3)(k_2 - k_1)}$$

Modèle de force visco-élastique

Les deux modèles présentés ci-dessus sont les plus utilisés. Nous allons cependant brièvement mentionner le modèle de dissipation visco-élastique (Mindlin, 1949; Kuwabara et Kono, 1987; Brilliantov et al., 1996; Poeschel et al., 2001). Il suppose que la partie élastique du tenseur des contraintes est proportionnelle à la déformation et que la partie dissipative est une fonction linéaire du tenseur de taux de déformation. On trouve alors (en notant $\eta_{1/2}$ les constantes de viscosité du matériau) :

FIG. 2.7 – Modèle de force de Walton à trois valeurs de k

$$F^{visco-ela.} = \frac{1}{3} \frac{(3\eta_2 - \eta_1)^2}{3\eta_2 + 2\eta_1} \frac{(1 - \nu)(1 - 2\nu)}{(1 - \nu^2)\nu^2} \sqrt{R^{eff}} \sqrt{\delta_{ij}} \frac{d\delta_{ij}}{dt} \equiv A \sqrt{\delta_{ij}} \frac{d\delta_{ij}}{dt}$$

Cette force donne e_n décroissant en fonction de la vitesse relative avant impact. Les valeurs de e_n obtenues avec cette force ne sont pas satisfaisantes, à la fois pour les petites et pour les grandes vitesses normales d'impact (Labous et al., 1997).

2.2.5 Composante tangentielle de la force

Loi d'Amontons-Coulomb régularisée

La composante tangentielle de la force est due aux frottements entre particules. Dans les milieux granulaires secs que nous simulons ici, le frottement est de type solide et obéit à la loi d'Amontons-Coulomb (Coulomb, 1773). La figure 2.8a montre le graphe de Coulomb. La force tangentielle F_{ij}^t est proportionnelle à la force normale F_{ij}^n . La constante de proportionnalité μ est appelée coefficient de frottement dynamique. Si la vitesse de glissement V_{ij}^s est nulle, alors la valeur de F_{ij}^t est indéterminée. Ceci pose un problème dans la simulation car il est nécessaire d'attribuer une valeur à F_{ij}^t pour intégrer les équations. Pour palier ce problème la loi de Coulomb peut être régularisée. Les deux branches sont raccordées par un segment de pente finie notée γ_t (voir figure 2.8b). La valeur de γ_t doit être choisie suffisamment grande pour éviter que les contacts ne se situent sur le raccord. Cette loi régularisée est évidemment mal adaptée aux cas statiques ou quasi-statiques puisque la force tangentielle est alors nulle. Le modèle présenté au paragraphe suivant permet de remédier à ce problème.

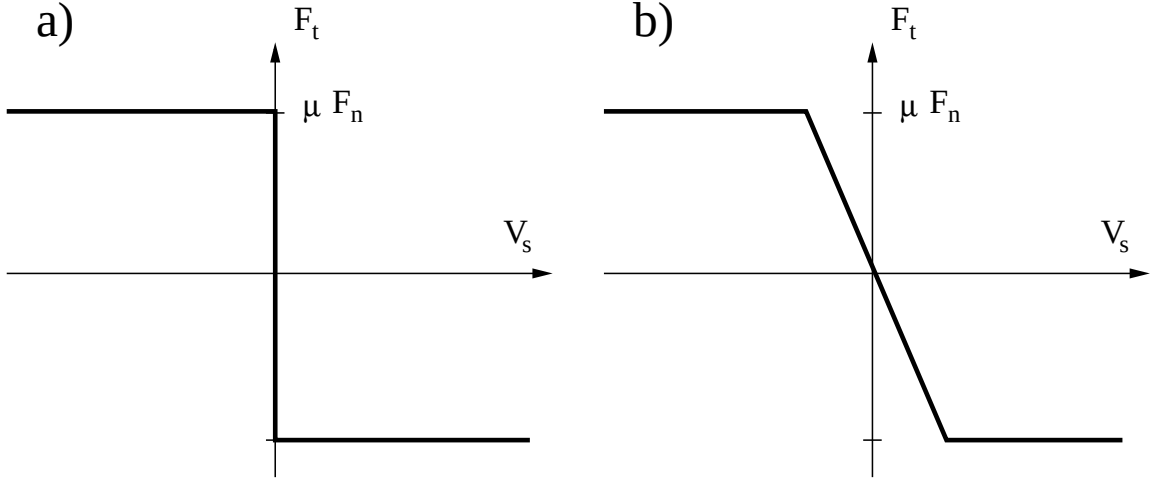


FIG. 2.8 – a) Loi du frottement solide de Amontons-Coulomb. b) Loi régularisée par un segment de pente γ_t

Modèle de Cundall : un ressort tangentiel

Dans la loi de Hooke, la force normale est proportionnelle au recouvrement δ_{ij} . Le modèle de Cundall (Cundall et Strack, 1979) propose d'utiliser une loi similaire pour le calcul de la force tangentielle :

$$F_{ij}^{ressort} = -\min(|k_t u_t|, |\mu F_{ij}^n|)$$

Le recouvrement tangentiel u_t est défini ainsi :

$$u_t = \int_{traj.} \vec{t} \cdot d\vec{l}$$

On voit ici que la force dépend de l'histoire du contact. L'avantage de ce modèle est qu'il produit une force de frottement non-nulle dans le cas statique. Il a été montré dans la littérature que c'est le rapport k_t/k_n , et non les valeurs individuelles de k_t et k_n , qui caractérise le choc. Ce rapport a été estimé par de nombreux auteurs (Schäfer et al., 1996). Silbert (Silbert et al., 2001), notamment, propose de choisir $k_t/k_n = 2/7$. C'est cette valeur particulière que nous avons utilisée dans nos simulations.

Pour conclure cette partie sur le calcul des forces, on peut noter qu'il existe de très nombreux modèles à la fois pour les composantes normale et tangentielle. Il est bien sûr possible de les combiner *ad infinitum*. Le choix des modèles employés peut donc paraître difficile. Cependant, si certains types de modèles sont à éviter dans des situations particulières (cas statique par exemple), il semble que tous conduisent à des résultats qualitativement équivalents pour l'étude des écoulements granulaires secs et denses (Silbert et al., 2001). Dans nos

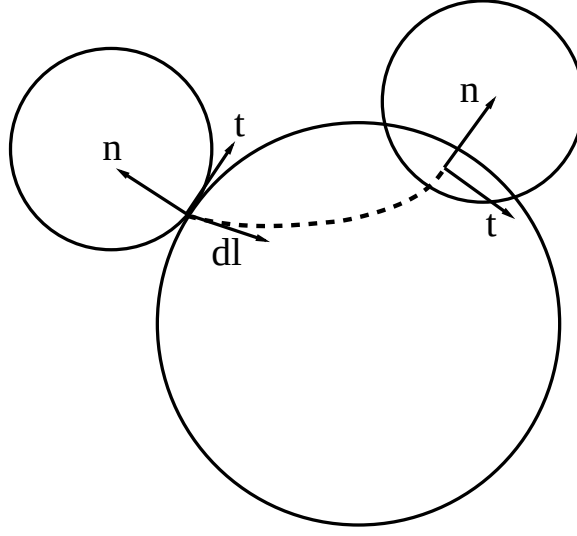


FIG. 2.9 – Modèle de ressort tangentiel de Cundall. La force tangentielle exercée sur les particules est proportionnelle au recouvrement tangentiel u_t .

simulations, nous avons testé les modèles de Hertz et de Hooke pour la force normale, et les modèles visqueux et de Cundall pour la force tangentielle. Les résultats obtenus avec ces différentes forces étaient toujours qualitativement et parfois quantitativement identiques.

2.2.6 Intégration des équations du mouvement

La force totale qu'exerce la particule j sur la particule i s'écrit donc :

$$\vec{F}_{j \rightarrow i} = F_{ij}^n \vec{n}_{ij} + F_{ij}^t \vec{t}_{ij}$$

Le moment de cette force au centre de la particule i s'écrit :

$$\vec{M}_{j \rightarrow i} = R_i \vec{F}_{j \rightarrow i} \wedge \vec{n}_{ij}$$

On cherche maintenant à résoudre les équations du mouvement :

$$\left\{ \begin{array}{l} m_i \frac{d\vec{V}_i}{dt} = \sum_{contacts\{ij\}} \vec{F}_{j \rightarrow i} + m_i \vec{g} \\ I_i \frac{d\vec{\omega}_i}{dt} = \sum_{contacts\{ij\}} \vec{M}_{j \rightarrow i} \end{array} \right.$$

La résolution numérique consiste à calculer les coordonnées (positions et angles) X à l'instant $t + dt$ à partir de celles à t (et $t - dt$ dans le cas de la méthode d'intégration de Verlet). L'idée la plus basique (parfois nommée méthode d'Euler) est de considérer que :

$$X(t + dt) = X(t) + dt \partial_t X(t)$$

La précision de cette méthode est de l'ordre de $o(dt)$, ce qui n'est pas véritablement satisfaisant. Les erreurs introduites par cette méthode s'amplifient au cours de la simulation et peuvent conduire à des résultats erronés. Il existe de nombreuses autres méthodes qui conduisent à une meilleure précision (Allen et Tildesley, 1987; Press et al., 1992). Nous allons présenter les deux plus connues.

L'algorithme de Verlet

L'algorithme de Verlet est l'un des plus simples mais aussi l'un des plus efficaces (Frenkel et Smit, 1996). Il utilise les valeurs des coordonnées aux instants t et $t - dt$ et la force f qui s'exerce sur la particule. On écrit d'abord le développement de Taylor pour la coordonnée x aux instants $t + dt$ et $t - dt$:

$$x(t + dt) = x(t) + \partial_t x(t) dt + \frac{f}{m} \frac{dt^2}{2} + \partial_t^3 x(t) \frac{dt^3}{3!} + o(dt^3)$$

$$x(t - dt) = x(t) - \partial_t x(t) dt + \frac{f}{m} \frac{dt^2}{2} - \partial_t^3 x(t) \frac{dt^3}{3!} + o(dt^3)$$

En sommant ces équations on trouve :

$$x(t - dt) + x(t + dt) = 2x(t) + \frac{f}{m} dt^2 + o(dt^3)$$

On peut donc ainsi calculer la nouvelle position x_{new} à partir des positions précédentes x et x_{old} avec une précision de l'ordre de dt^4 :

$$x_{new} = 2x - x_{old} + \frac{f}{m} dt^2$$

Pour calculer la vitesse, on utilise :

$$V^x = \frac{x(t + dt) - x(t - dt)}{2dt} + o(dt)$$

L'algorithme Prédicteur-Correcteur

Le principe de l'algorithme prédicteur-correcteur (Frenkel et Smit, 1996) est d'utiliser les positions et leurs n dérivées temporelles au temps t pour prédire grâce au développement de Taylor leurs valeurs au temps suivant $t + dt$. Ce calcul naïf conduit inévitablement à des erreurs. Or il est possible de calculer la force (i.e. l'accélération) que la particule subit à la position prédite. On compare alors cette valeur à l'accélération prédite par le développement de Taylor. L'écart entre ces deux valeurs notée Δx_2 quantifie l'erreur

commise. On utilise alors cette erreur pour ajuster les prédictions des autres dérivées. Cette correction s'effectue grâce à des coefficients, nommés coefficients de Gear, qui seront présentés plus bas.

Considérons le développement de Taylor de $x(t + dt)$ à l'ordre 4 :

$$x(t + dt) = x(t) + \partial_t x(t)dt + \partial_t^2 x(t)\frac{dt^2}{2} + \partial_t^3 x(t)\frac{dt^3}{3!} + \partial_t^4 x(t)\frac{dt^4}{4!} + o(dt^4)$$

On utilise les notations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{lcl} x_0(t) & = & x(t) \\ x_1(t) & = & dt \partial_t x(t) \\ x_2(t) & = & \frac{dt^2}{2!} \partial_t^2 x(t) \\ x_3(t) & = & \frac{dt^3}{3!} \partial_t^3 x(t) \\ x_4(t) & = & \frac{dt^4}{4!} \partial_t^4 x(t) \end{array} \right.$$

À l'instant initial, on attribue aux grains une position et une vitesse initiale. Les grains ne sont pas en contact et on a donc : $\partial_t^2 x(t) = g$ et $\partial_t^3 x(t) = \partial_t^4 x(t) = 0$. De façon générale, on prédit les valeurs à l'instant $t + dt$ à partir de celles à l'instant t :

$$\left\{ \begin{array}{lcl} x_0^{pred}(t + dt) & = & x_0(t) + x_1(t) + x_2(t) + x_3(t) + x_4(t) \\ x_1^{pred}(t + dt) & = & x_1(t) + 2x_2(t) + 3x_3(t) + 4x_4(t) \\ x_2^{pred}(t + dt) & = & x_2(t) + 3x_3(t) + 6x_4(t) \\ x_3^{pred}(t + dt) & = & x_3(t) + 4x_4(t) \\ x_4^{pred}(t + dt) & = & x_4(t) \end{array} \right.$$

Maintenant que l'on a prédit les valeurs, on peut calculer l'accélération corrigée définie par l'accélération à la position $x^{predict}$:

$$x_2^{corrigé} = \frac{2}{dt^2} \frac{f(x_0^{predict}, x_1^{pred})}{m}$$

L'écart entre la valeur de l'accélération prédite et celle calculée à la position x^{pred} permet de quantifier l'erreur qui a été introduite lors du calcul naïf de x_2^{pred} . On définit l'erreur :

$$\Delta x_2 = x_2^{corrigé} - x_2^{pred}$$

On corrige ensuite les autres dérivées en utilisant des coefficients nommés coefficients Gear.

$$x_2^{corrigé} = x_2^{pred} + C_n \Delta x_2$$

Les coefficient de Gear dépendent de l'ordre de l'algorithme (5 ici) et réalisent un compromis entre précision et stabilité (Frenkel et Smit, 1996). Leur détermination est empirique.

$$\left\{ \begin{array}{l} C_0 = 19/120 \\ C_1 = 3/4 \\ C_2 = 1 \\ C_3 = 1/2 \\ C_4 = 1/12 \end{array} \right. \quad (\text{bien sûr})$$

L'algorithme prédicteur-correcteur a une précision de l'ordre de dt^5 ce qui est très satisfaisant. Une telle précision peut être primordiale dans les simulations de réaction nucléaire par exemple mais cet algorithme reste très utilisé pour les matériaux granulaires. Nous avons testé cette méthode ainsi que la méthode d'intégration de Verlet dans nos simulations. Les différences entre les deux méthodes d'intégration sont minimales et les résultats sont qualitativement identiques et quantitativement très proches. Même si la position exacte de chaque grain varie selon la méthode, la vitesse moyenne par exemple reste la même. Pour des raisons de temps de calcul, nous avons néanmoins choisi la plupart du temps la méthode d'intégration de Verlet.

2.3 Remarques diverses

2.3.1 Les limites de la simulation

Quelle valeur choisir pour κ_n ou k_n ?

Il est très important d'utiliser des valeurs réalistes des coefficients κ_n ou k_n dans le but d'obtenir des durées de collisions réalistes. Certains effets parasites peuvent apparaître si les valeurs de ces paramètres sont mal choisies. Un exemple classique consiste à étudier une colonne unidimensionnelle de N grains de même taille et même constitution, parfois appelée colonne de Newton. La colonne est projetée contre un socle et l'on étudie la dynamique du système. Luding et al. (Luding et al., 1995) ont montré que le coefficient de restitution effectif e_{eff} dépend du rapport $\Delta t^{choc}/\Delta t^{coll}$, où Δt^{choc} est la durée moyenne entre les chocs. Dans le cas limite où $\Delta t^{choc}/\Delta t^{coll} \gg 1$, l'impact sur le socle conduit à un grand nombre de collisions binaires (en fait N^2). Le coefficient effectif est alors considérablement plus

faible que celui d'une seule collision. À l'inverse, si $\Delta t^{choc}/\Delta t^{coll} \ll 1/N$, les contacts sont persistants et il apparaît un couplage parasite entre grains. Le coefficient effectif est alors proche de 1 et les grains se détachent. Ce phénomène est connu sous le nom d'effet de détachement.

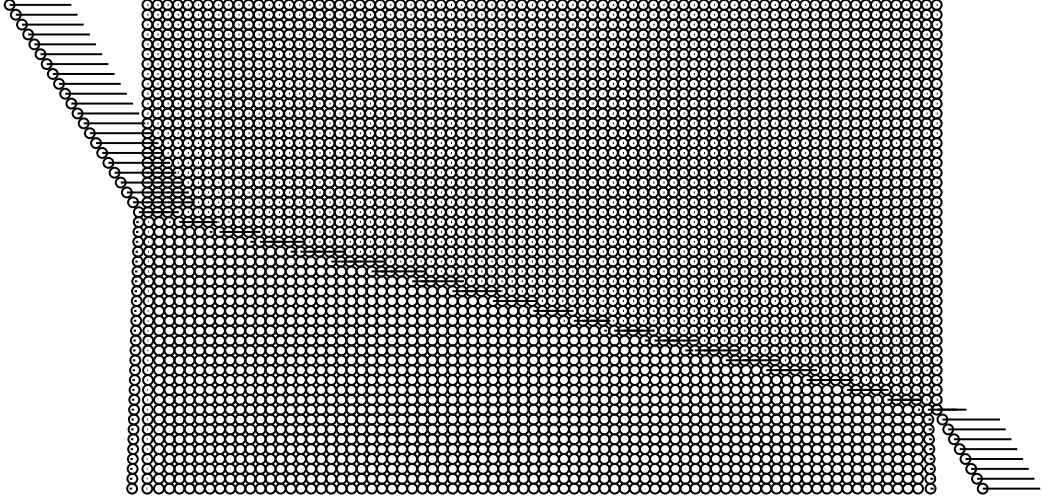


FIG. 2.10 – Images successives d'une colonne statique heurtée par une particule. Les traits représentent les vecteurs vitesse des grains. On peut voir l'onde de choc se propager dans le milieu ce qui donne une mesure de la célérité du son.

Un moyen de vérifier que l'on a choisi des valeurs raisonnables pour les paramètres de la simulation est de mesurer la célérité du son c dans le milieu. Nous avons réalisé des simulations dans lesquelles une particule vient percuter une colonne de particules immobiles en contact. Dans ces simulations, nous avons employé le modèle de Hooke avec frottement visqueux. Sur la figure 2.10 on a représenté verticalement des images prises à des instants successifs. On voit clairement l'onde de choc se propager dans le milieu avant d'expulser la particule finale. On peut ainsi mesurer c dans un milieu ordonné. Notons que dans le cas d'un empilement désordonné, c dépend du nombre de contact moyen (Gilles et Coste, 2003). Nous avons d'abord vérifié que c est indépendante de la vitesse de la particule d'impact. Nous avons ensuite observé que c est également indépendante du coefficient de restitution, i.e. de la constante de dissipation γ_n . En fait, la colonne se comporte comme une chaîne d'oscillateurs couplés malgré la présence d'une force dissipative. Nous avons vérifié pour plusieurs valeurs des paramètres que la vitesse du son suit la loi classique :

$$c = d \sqrt{\frac{k_n}{m}}$$

Les valeurs des paramètres de la simulation sont raisonnables si la célérité du son c

dans le milieu est très supérieure à la vitesse caractéristique $d\dot{\gamma}$, où $\dot{\gamma}$ est le cisaillement typique du matériau en écoulement.

Un autre critère que l'on peut utiliser est de calculer la déformation (c'est-à-dire l'interpénétration) des grains. On peut par exemple calculer la déformation d'un grain sous son propre poids ($\delta = m g / k_n$) ou bien mesurer la déformation maximale au cours de la simulation. Il faut alors adapter k_n selon que l'on cherche à modéliser des balles de tennis ou des billes d'acier.

2.3.2 Mesures de grandeurs moyennées

Lors de l'exécution du programme on sauvegarde les positions et vitesses (de rotation et de translation) à intervalle de temps régulier. Une fois que le programme s'est arrêté, on analyse ces résultats pour en déduire des grandeurs moyennes telles que les profils de vitesse, de vitesse de rotation, de compacité, les fluctuations de vitesse, les composantes du tenseur des contraintes etc. Si la plupart des moyennes temporelles ou spatiales peuvent s'effectuer naïvement, le fait de moyenner une grandeur peut parfois conduire à des artéfacts dans la mesure (Xu et al., 2004). Nous allons illustrer ce problème sur la mesure de la température granulaire. Cette température est définie par analogie avec celle des gaz, i.e. à partir des fluctuations de vitesse : $T = \langle v^2 \rangle - \langle v \rangle^2$. Considérons le cas simple d'un système cisailé uniformément dans une direction :

$$V(x, y, z) = V(y) = \dot{\gamma} y$$

Dans ce cas idéal, la température granulaire est nulle. Nous allons néanmoins la calculer. Pour obtenir une mesure exploitable il faut moyenner les grandeurs. L'espace est ainsi divisé en tranches virtuelles d'épaisseur 2Δ . Calculons la valeur de la température en une position y_0 :

$$T(y_0) = \frac{1}{2\Delta} \int_{y_0-\Delta}^{y_0+\Delta} V(y)^2 dy - \left(\frac{1}{2\Delta} \int_{y_0-\Delta}^{y_0+\Delta} V(y) dy \right)^2$$

$$T(y_0) = \frac{1}{2\Delta} \int_{-\Delta}^{\Delta} (V(y_0) + \dot{\gamma} y)^2 dy - V(y_0)^2$$

$$T(y_0) = \frac{\dot{\gamma}^2 \Delta^2}{3}$$

On voit ainsi que la moyenne sur une tranche conduit à un artéfact pour la mesure de la température. Cet artéfact disparaît pour une faible taille des tranches mais le nombre de grains limite la résolution de la mesure. Il existe d'autres effets indésirables décrits dans la littérature (Babić, 1993). Il convient donc de vérifier la méthode de mesure avant de discuter les résultats qu'elle produit.

2.3.3 Conditions aux limites périodiques

De nombreuses simulations utilisent des Conditions aux Limites Périodiques (CLP). Le principe consiste à réintroduire une particule, qui sort de la cellule par une extrémité,

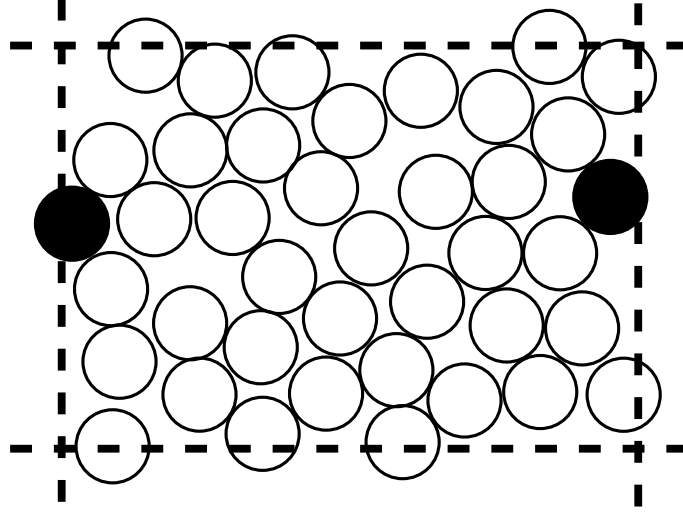


FIG. 2.11 – Système avec conditions limites périodiques : les deux particules noires sont en contact

à l'extrémité opposée. Cela revient à dupliquer le système dans l'espace. Le but de cette technique est de s'affranchir des effets de bords et de tenter de simuler un système infini dans une direction. La figure 2.11 montre une vue schématique d'un système avec CLP. Dans cet exemple, les deux particules noires sont en contact. Ceci peut induire des effets indésirables si la longueur du système est plus petite que la longueur typique des corrélations. Dans nos simulations CLP nous avons systématiquement testé plusieurs tailles pour le système afin de vérifier qu'une particule ne puisse pas interagir avec elle-même.

Un moyen astucieux et rapide de simuler un système périodique est de redéfinir les distances. On calcule d'abord la distance réelle entre particules puis on applique la fonction suivante :

$$CLP(x) = \begin{cases} x + L & \text{si } x < 0 \\ x - L & \text{si } x > L \\ x & \text{sinon} \end{cases}$$

Il suffit alors d'utiliser cette définition chaque fois que l'on veut calculer une distance : la distance dans la direction x entre deux particules i et j sera donc $CLP(x_i - x_j)$. De plus, à chaque pas de temps on applique la fonction CLP à l'ensemble des positions des particules : $x_i = CLP(x_i)$. Le système est ainsi automatiquement "périodisé" selon x .

2.3.4 Conditions particulières à nos simulations

Commençons par donner quelques ordres de grandeurs. Les systèmes que nous avons simulés contiennent entre 10 000 et 500 000 particules et nécessitent entre 10^6 et 10^7 pas

d'intégration. Dans le cas des systèmes ouverts, afin de gagner du temps, les particules sont recyclées en sortie du système et réinjectées dans le réservoir. On peut ainsi laisser tourner un même programme à l'infini tout en gardant un nombre raisonnable de particules. Les simulations ont été réalisées sur quatre ordinateurs indépendants équipés de processeurs AMD64. Sur ces machines, le temps de calcul physique est de l'ordre de quelques heures pour les systèmes les plus petits jusqu'à 2 mois pour les plus gros.

Comme nous allons le voir par la suite, nous avons étudié par simulation numérique l'influence des parois latérales d'un canal sur les propriétés des écoulements. Les particules sont alors confinées entre des parois contre lesquelles elles peuvent rebondir. Les collisions contre ces parois sont traitées de la même manière que celles entre particules. On utilise donc indifféremment les mêmes modèles de force à la différence près que dans le cas des chocs contre une paroi, l'une des deux particules possède une masse et un rayon infinis. Notons qu'il est bien sûr possible de changer les propriétés micromécaniques des parois (frottement, restitution) sans affecter celles des particules. On peut ainsi par exemple simuler des écoulements de grains frottants dans un canal aux parois non-frottantes.

Chapitre 3

Méthodes Expérimentales

Dans ce chapitre nous allons détailler les montages et méthodes de mesure employés dans l'étude des écoulements de grains. La première partie concerne les canaux d'écoulement bidimensionnels et tridimensionnel. Nous y détaillerons les méthodes de mesure par suivi de particules et par P.I.V. Dans une deuxième partie nous présenterons le montage de densimétrie basée sur l'absorption de rayon γ .

3.1 Canaux d'écoulement de matériaux granulaires

3.1.1 Canal bidimensionnel

Afin d'étudier en détail les propriétés physiques des écoulements granulaires, le montage expérimental doit nous permettre d'accéder aux caractéristiques individuelles des particules. Il reste très délicat d'atteindre les grandeurs caractéristiques telles que la vitesse ou la compacité au sein d'un écoulement à trois dimensions. Des méthodes existent (microtomographie X (Richard et al., 2003), photo-élasticité (Howell et Behringer, 1999), microscopie confocale (Toiya et al., 2004)) mais ne peuvent s'appliquer qu'aux cas statiques ou quasi-statiques. Il est également possible d'utiliser des techniques d'imagerie par résonance magnétique (I.R.M.) dans l'étude des écoulements de grains (Prochnow, 2002).

Nous avons réalisé un montage d'écoulement bidimensionnel, ce qui permet de visualiser l'ensemble des grains. Bien que les résultats obtenus ne soient guère directement transportables au cas d'un écoulement tridimensionnel, la géométrie 2D préserve l'essentiel des processus physiques de transfert de moment et de dissipation d'énergie intervenant dans les écoulements granulaires même si certains phénomènes n'apparaissent que dans des géométries tridimensionnelles. Le montage a été conçu de façon à diminuer les problèmes techniques classiquement rencontrés dans la géométrie 2D : forces électrostatiques (en reliant le montage à une prise terre) et influence du fluide interstitiel (air) (Drake, 1991). La structure ouverte du canal d'écoulement permet à l'air de s'échapper et de réduire ainsi l'influence des frottements visqueux de l'air sur les particules. Nous avons conservé au mieux le confinement bidimensionnel en s'efforçant de maintenir parallèles les parois.

Le montage

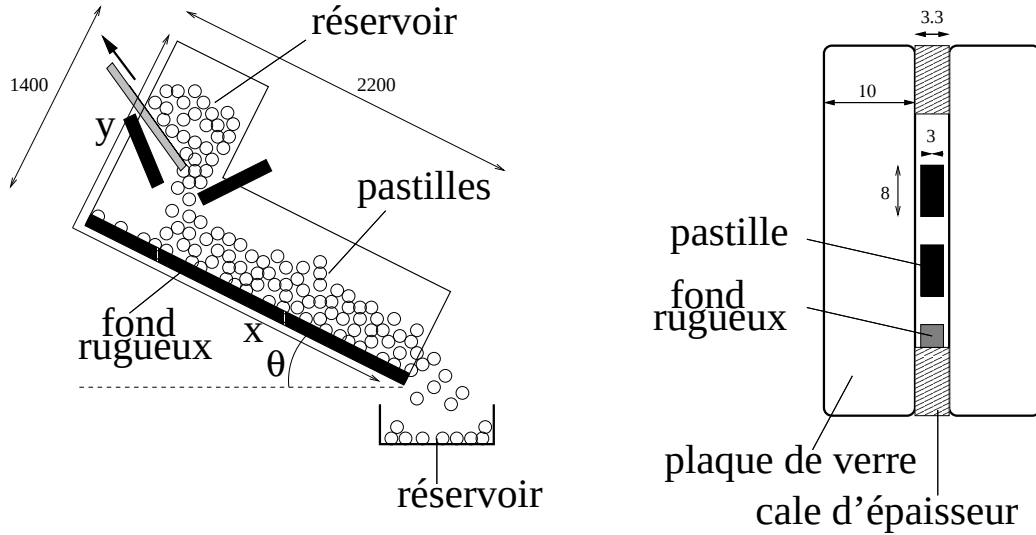


FIG. 3.1 – Vues de face et de profil de la cellule d'écoulement

Les parois de la cellule d'écoulement se composent de deux plaques de verre de 700 mm de hauteur, 2200 mm de longueur et 10 mm d'épaisseur, espacées d'environ 3.3 mm. Un bâti en aluminium monté sur un plan incliné actionné par un vérin hydraulique soutient les plaques de verre. Des pastilles sont stockées dans le réservoir supérieur grâce à un dispositif mécanique de remplissage. Le plan est alors incliné d'un angle θ pouvant varier entre 0° et 55° . Le réservoir est ouvert en retirant une baguette et les particules s'écoulent sur un fond rugueux (cf. paragraphe ci-dessous). À l'issue du canal, les particules s'échappent librement et sont recueillies dans un réservoir. La figure 3.1 montre un schéma de principe, et la figure 3.2 une photo du montage réalisé au laboratoire.

Le milieu granulaire est constitué d'environ 10 000 pastilles cylindriques de polystyrène-choc de 8 mm de diamètre et 3 mm d'épaisseur et de masse 0.16 g. Des marques sont tracées sur les pastilles afin de repérer leur orientation et de mesurer leur vitesse de rotation. La figure 3.3 montre des vues de face et de côté des pastilles.

Propriétés du socle

La rugosité du socle de l'écoulement est un paramètre déterminant. Des études précédentes ont mis en évidence son influence (Pouliquen, 1999b). Le socle est d'abord une source de dissipation d'énergie par chocs inélastiques mais également une source d'agitation thermique. En effet, les particules des couches inférieures de l'écoulement subissent le relief accidenté du socle. La température granulaire, la compacité ou encore la vitesse de l'écoulement peuvent être modifiées. Les différents fonds rugueux que nous utilisons sont présentés sur la figure 3.4.

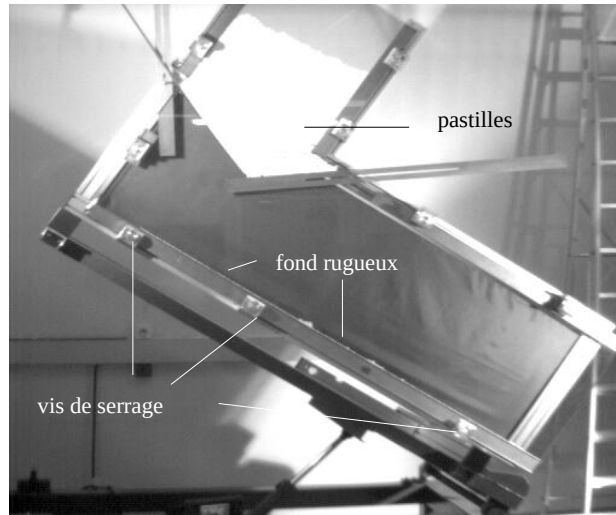


FIG. 3.2 – Canal d'écoulement bidimensionnel

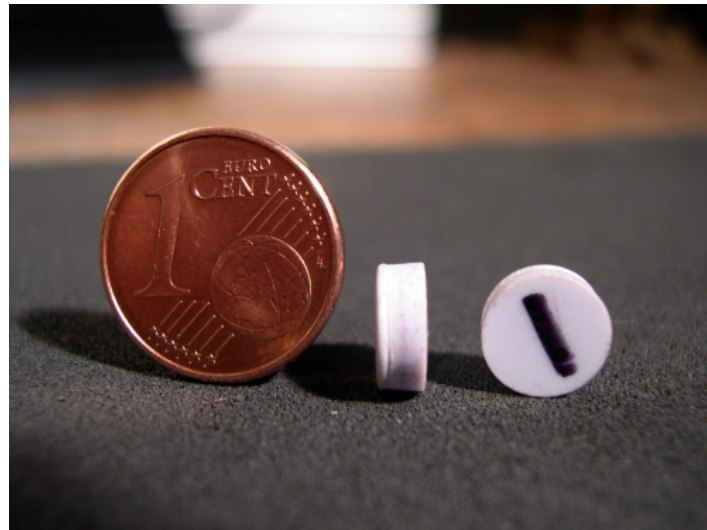


FIG. 3.3 – Disques de polystyrène-choc : épaisseur=3 mm, diamètre=8 mm. La marque sur la bille permet de repérer son orientation.

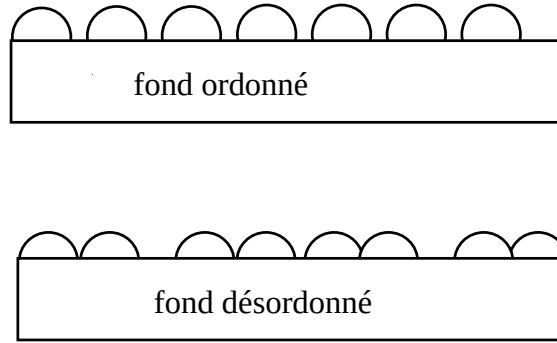


FIG. 3.4 – Schémas des différents socles utilisés

Les matériaux (PVC, polystyrène) et les procédures utilisées (demi-pastilles collées pour le fond désordonné, découpe haute-pression pour le fond ordonné) pour leur fabrication varient d'un socle à l'autre. Le fond ordonné est formé d'une succession de demi-disques de même diamètre que les pastilles (8 mm), régulièrement espacés de 2 mm. Pour le fond désordonné, nous avons découpé l'espace en cases de 1 cm de largeur. Dans chacune de ces cases, une demi-pastille est placée de façon aléatoire et de sorte qu'elle ne "dépasse" pas de sa case. Ainsi, les deux socles ont une même densité (une demi-pastille par centimètre).

Au-delà de l'aspect géométrique, les caractéristiques mécaniques des différents fonds peuvent varier. Pour quantifier ces effets nous avons réalisé une étude comparée du coefficient de restitution normal défini par :

$$e_n = \frac{V_n^+}{V_n^-}$$

où V_n^- et V_n^+ sont les vitesses selon la normale au choc respectivement avant et après l'impact. L'impact d'une pastille sur le fond est filmé par une caméra rapide afin de mesurer les vitesses avant et après l'impact.

La figure 3.5 présente les résultats de cette étude. On y voit que les coefficients de restitution des deux fonds sont proches et une loi d'ajustement linéaire donne une valeur de $e_n \simeq 0.4$. Cette valeur faible indique que les fonds utilisés sont très absorbants. Ceci est probablement dû au fait que les socles peuvent vibrer, plutôt qu'aux propriétés des matériaux utilisés. Puisqu'il n'existe pas de différence majeure entre les propriétés mécaniques des différents fonds rugueux, la seule différence entre les fonds est la répartition des demi-pastilles.

Ecartement et parallélisme des parois latérales

Effets de l'écartement

Comme nous l'avons indiqué au début de ce chapitre, le parallélisme des parois joue un rôle prépondérant dans l'étude des écoulements. On cherche bien sûr à conserver le confinement bidimensionnel dans la cellule mais des impératifs techniques nous obligent à

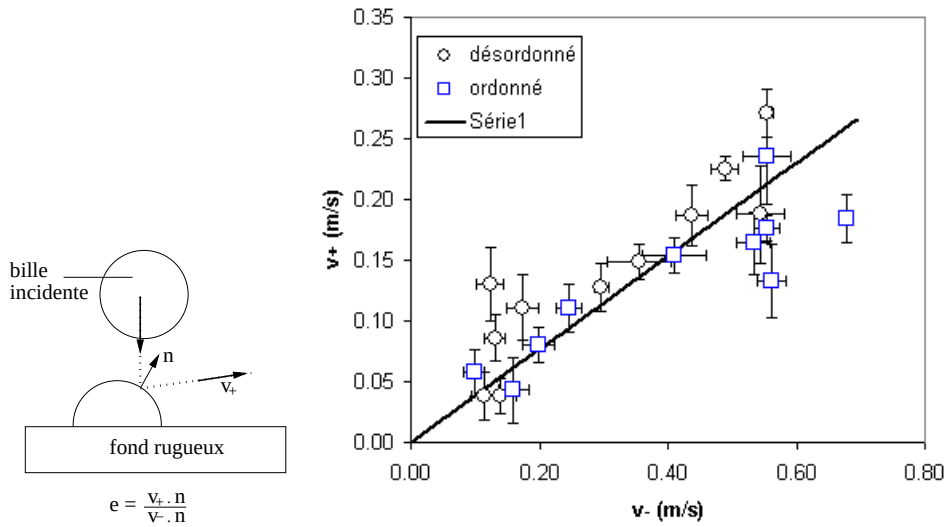


FIG. 3.5 – Coefficient de restitution en vitesse normale

adapter la géométrie. Idéalement, l'écart entre parois devrait être égal à l'épaisseur des pastilles du milieu granulaire mais les défauts des pastilles ainsi que des poussières introduites dans le canal créeraient alors des problèmes : certaines particules resteraient coincées entre les plaques de verre. Pour remédier à ce problème, un écart entre parois plus important que l'épaisseur des pastilles a été choisi. Les parois de verre sont écartées par des cales en acier de 3 mm placées sur le pourtour de la cellule. Les parois sont fixées à la structure d'aluminium à l'aide de six vis de serrage réparties le long de la cellule (voir la figure 3.2) et afin d'augmenter l'écart entre parois, des feuilles de cuivre de 0.1 mm d'épaisseur sont intercalées entre les cales et le verre au niveau des vis. Nous avons choisi une épaisseur e de 3.3 mm. Cette méthode présente deux inconvénients majeurs. Premièrement, l'énergie dissipée par les chocs contre les parois augmente considérablement avec l'écartement des plaques car les particules gagnent alors en liberté de mouvement et ont une plus grande tendance à vibrer entre les parois (Azanza, 1998). Deuxièmement, le serrage des vis sur les plaques de verre ne se fait pas de façon uniforme. Les contraintes exercées au voisinage des vis de serrage sont plus importantes qu'ailleurs et déforment les plaques. Ainsi, il existe des domaines du canal d'écoulement où l'écart entre parois est plus important que la valeur souhaitée.

Mesure de l'écartement e

Nous avons réalisé des mesures de l'écartement des plaques de verre à plusieurs endroits de la cellule. Pour cela, nous avons projeté un faisceau laser en incidence oblique sur la première plaque de verre. En relevant la position des rayons réfléchis par les interfaces successives et en mesurant l'angle d'incidence, nous avons pu évaluer la valeur de l'écartement entre parois. Nous avons constaté que l'écart varie de façon sensible selon que l'on se place au voisinage ($e = 3.3 \text{ mm}$) ou loin ($e = 3.6 \text{ mm}$) d'une vis. La figure 3.6 montre un schéma

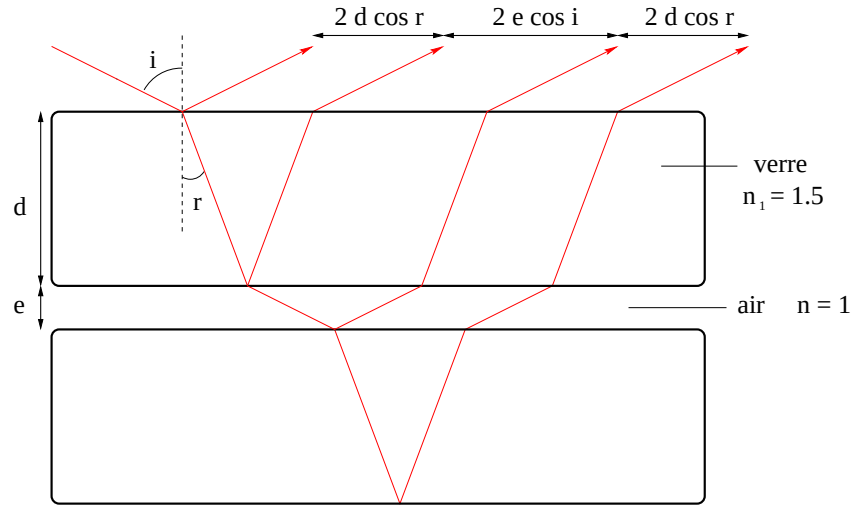


FIG. 3.6 – Technique de réflexion-transmission multiples

de la technique de réflexion-transmission multiples utilisée pour la mesure de l'écartement.

Vibration des pastilles

En étudiant la trajectoire d'une pastille en chute libre dans la cellule, nous nous sommes aperçus qu'au-delà d'une valeur critique de la vitesse (environ 2 m.s^{-1}) la particule était brusquement freinée dans son mouvement (voir figure 3.7). Une explication a été trouvée à ce phénomène. Nous avons pu observer des variations d'orientation dans la direction perpendiculaire aux parois en suivant un reflet parasite. En effet, puisque l'écartement entre les parois est supérieur à l'épaisseur des pastilles, celles-ci peuvent s'incliner dans le canal. De plus, les pastilles peuvent entrer en vibration très rapide et ainsi dissiper une grande partie de leur énergie. Ce phénomène peut également provoquer des "embouteillages" et bloquer ou ralentir artificiellement l'écoulement.

La figure 3.8 montre une image brute d'une particule ainsi que l'image seuillée correspondante. On voit qu'il existe un reflet sur le bord de la pastille et qu'il est possible de l'isoler par seuillage. La position de ce reflet est une indication de l'orientation parasite de la particule.

On a reporté sur la figure 3.9 la position du reflet dans le référentiel de la pastille en fonction du temps. Les vibrations apparaissent très clairement. On voit que le mouvement ralentit et passe d'une fréquence d'environ 100 Hz à environ 20 Hz. Après plusieurs vibrations, la pastille reprend sa trajectoire parabolique. Les chocs entre pastilles ou avec le socle peuvent eux-aussi provoquer des vibrations. Ce phénomène semble inéluctable. Il faut donc veiller à ne pas étudier d'écoulements rapides dans ce système, car la vitesse doit rester inférieure à environ 2 m.s^{-1} .

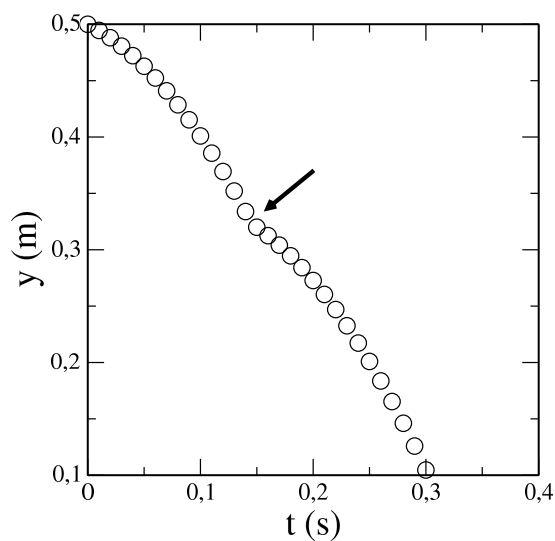


FIG. 3.7 – Trajectoire d'une pastille. La pastille est brusquement freinée lorsqu'elle atteint une vitesse d'environ 2 m.s^{-1} .

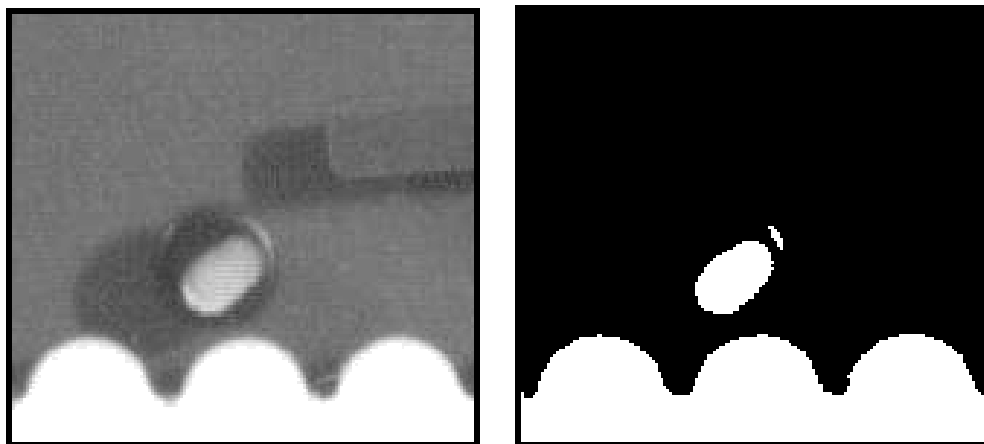
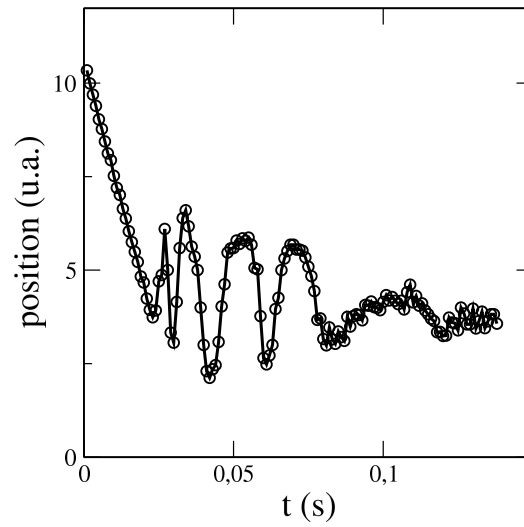


FIG. 3.8 – Images brute et seuillée d'une pastille proche du socle. La pastille est peinte en noir, et une marque blanche y est peinte en blanc. Le reflet qui apparaît nettement en haut à droite de la pastille donne une indication sur l'orientation de celle-ci.

FIG. 3.9 – Variation de la position selon x du reflet.

Débit à la sortie du réservoir

Contrairement à une clepsydre, dans laquelle le réservoir contient un liquide, le débit est constant dans le cas du sablier. La figure 3.10 montre le débit Q en sortie du réservoir en fonction du temps. On voit qu'il reste à peu près constant jusqu'à ce que le réservoir se soit entièrement vidé. Le débit dépend de l'ouverture à la sortie du réservoir mais aussi de son inclinaison. La figure 3.11 illustre un montage où l'ouverture est solidaire du canal. En faisant varier l'inclinaison du canal, on fait également varier le débit d'entrée. Nous

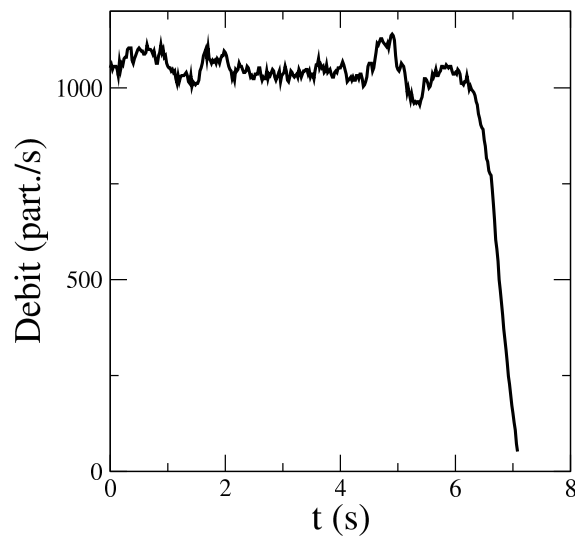


FIG. 3.10 – Evolution temporelle du débit en sortie du réservoir

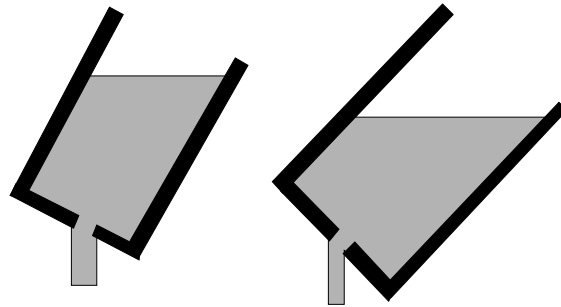


FIG. 3.11 – Variation du débit avec l'inclinaison dans le cas d'un réservoir solidaire du canal

avons donc choisi de toujours garder l'ouverture du réservoir horizontale. Ceci permet de contrôler précisément le débit d'entrée quelle que soit l'inclinaison du canal.

3.1.2 Canaux tridimensionnels

Description

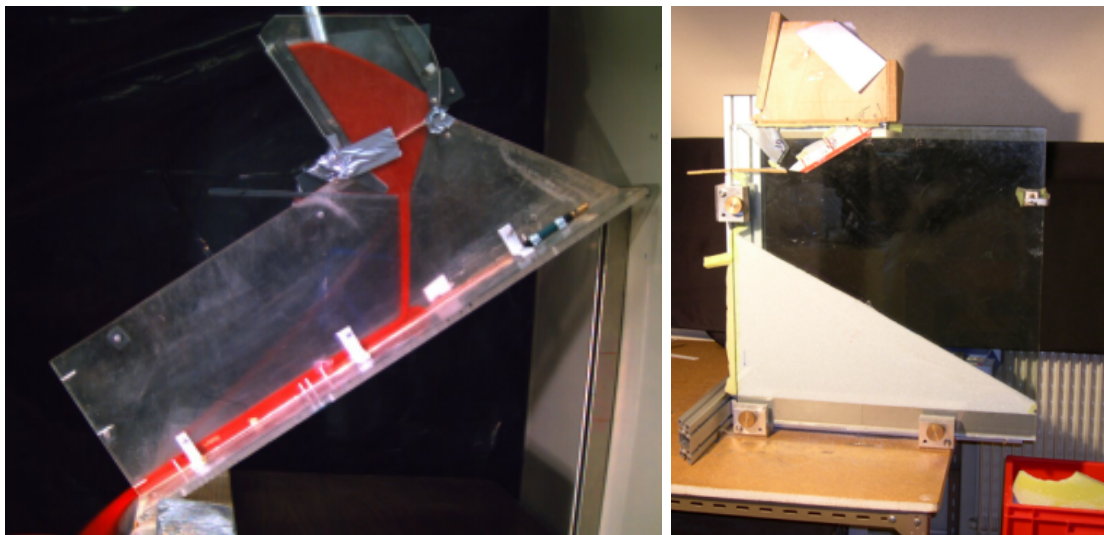


FIG. 3.12 – Photographies des différents montages utilisés

Nous avons construit deux modèles de canal d'écoulement tridimensionnel. Ces canaux sont de taille plus modeste que notre canal bidimensionnel. Pour l'un (figure 3.12a), nous avons utilisé des plaques de verre d'une longueur de 100 cm, d'une hauteur de 40 cm et d'une épaisseur de 10 mm placées sur un socle d'inclinaison réglable. Dans l'autre montage (figure 3.12b), nous avons utilisé des plaques de verre carrées de longueur de 80 cm et d'une

épaisseur de 10 mm posées sur un socle fixe. L'écartement entre les plaques varie de 2 mm à 10 cm dans nos expériences. L'ouverture du réservoir que nous avons construit doit donc s'adapter aux diverses largeurs du canal.

Les matériaux granulaires utilisés

Nous avons utilisé deux types de grains (voir figure 3.13). Le premier est du sable de Fontainebleau. Les grains sont de taille variable (comprise entre 150 μm et 500 μm) et de forme complexe bien que globalement sphérique (pas d'anisotropie nette). Nous avons également utilisé des billes de verre¹ (figure 3.13b). Ces billes sont très sphériques et leur taille ($500 \pm 50 \mu\text{m}$) est mieux calibrée que pour le sable de Fontainebleau. Les billes de verre présentent un avantage considérable sur le sable puisqu'il est possible à l'aide d'une caméra rapide d'identifier chacun des grains et d'autoriser ainsi le suivi de particules.

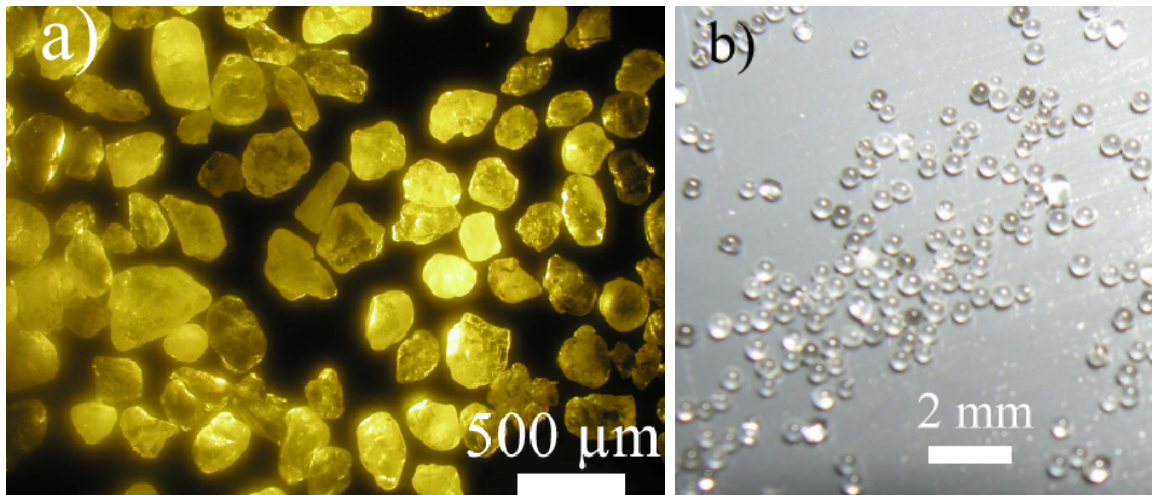


FIG. 3.13 – a) Photographie au microscope du sable de Fontainebleau. b) Photographie des billes de verre.

Contrôle des conditions de l'expérience

Il existe de nombreux phénomènes parasites qui peuvent perturber les mesures expérimentales sur les milieux granulaires. Les variations de température entraînent une dilatation ou une contraction des grains ce qui peut changer les propriétés du matériau. Un effet bien plus spectaculaire est celui de l'humidité de l'air ambiant. L'eau sous forme gazeuse peut se condenser entre deux grains et former des ponts capillaires (voir figure 3.14). Cette cohésion entre les grains affecte profondément le comportement global du milieu granulaire (Bocquet et al., 2002). Pour palier ces problèmes, nos expériences sont menées dans une

¹Fabricant : Sigmund Lindner

salle dont l'humidité et la température sont contrôlées. Un climatiseur doublé d'un brumisateur et d'un déshumidificateur permettent de garder une température constante à $22\text{ }^{\circ}\text{C}$ et une hygrométrie constante à 55%.

L'électricité statique peut également induire des changements dans le comportement des matériaux granulaires (Azanza, 1998). Les forces subies par les grains peuvent être suffisantes pour les soulever ou les coller aux parois par exemple. Ce phénomène est particulièrement important lorsque l'on utilise des matériaux plastiques tels que le PVC. C'est pourquoi nous avons choisi des billes et des parois de verre. De plus, les parois du réservoir sont recouvertes d'une feuille de métal reliée à la prise terre. Ceci permet d'évacuer les charges parasites.

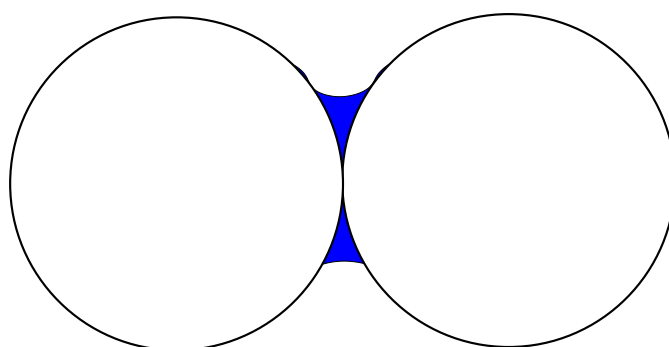


FIG. 3.14 – Schéma d'un pont capillaire : l'humidité de l'air se condense entre deux billes.

3.1.3 Méthode de suivi des particules

Principe

Le but de la méthode de suivi des particules est de reconstituer les trajectoires des particules. Il faut pour cela identifier chacune des particules sur une image, et trouver sa position sur l'image suivante. Pour que cette méthode soit efficace, il faut que les déplacements entre deux instants successifs soient très faibles (typiquement plus faible qu'un rayon de grain). Nous avons filmé les écoulements à l'aide d'une caméra rapide² pouvant atteindre une fréquence de 1000 Hz. Nous avons utilisé le logiciel de traitement d'image Visilog[®]. La figure 3.15 montre un exemple d'image traitée. Le logiciel réussit à identifier toutes les particules à l'exception de celles situées près des bords de l'image. Une fois qu'on a noté la position d'un grain sur l'image n , on cherche le grain le plus proche sur l'image $n + 1$. Si la fréquence d'acquisition de la caméra est assez élevée, on trouve ainsi la nouvelle position du grain considéré. Cette méthode permet non seulement de mesurer un champ de vitesse mais également de calculer les profils de compacité et de température. De plus, dans le cas des écoulements bidimensionnels, le logiciel Visilog[®] nous permet de repérer l'axe principal d'un motif anisotrope. En utilisant un éclairage de face, il est ainsi possible

²Fastcam Super 10K, Photron

d'isoler les traits tracés sur les disques (voir figures 3.3 et 3.16). On peut ainsi mesurer les profils de vitesse et température de rotation.

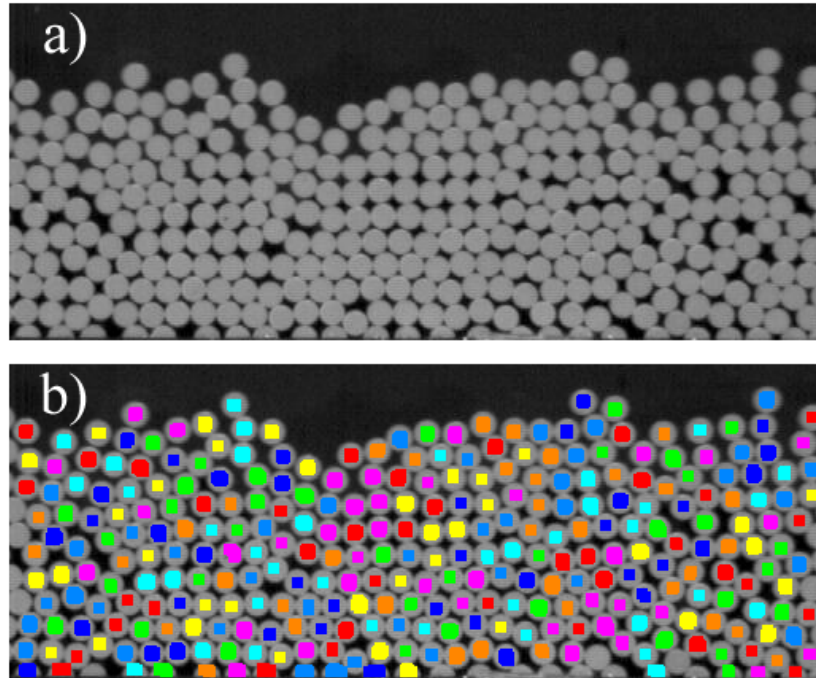


FIG. 3.15 – Images d'un écoulement bidimensionnel : a) image brute, b) image traitée avec le logiciel Visilog®

Précision de la mesure

La mesure des positions des objets dépend des paramètres du logiciel de traitement d'images. En particulier, au cours du traitement, on est amené à binariser l'image, c'est-à-dire passer d'une image codée sur 256 niveaux de gris à une image binaire, c'est-à-dire en noir et blanc. Selon les valeurs choisies pour les seuils de binarisation, on peut trouver des résultats différents pour les positions. Ceci est particulièrement vrai lorsque les projecteurs éclairent le canal en biais. L'éclairage est alors asymétrique et un changement de la valeur du seuil entraîne une "translation globale". Ce phénomène peut être gênant si l'éclairage n'est pas uniforme. Certaines régions de l'image se trouvent alors artificiellement translatées. Nous avons pu estimer l'erreur produite en utilisant plusieurs valeurs de seuil. L'incertitude sur les positions s'avère être faible puisqu'elle vaut environ $0.06d$.

La détection des disques est parfois difficile et le logiciel crée artificiellement des défauts. On voit sur la figure 3.16b que certains disques sont brisés. Il est cependant très facile d'éliminer ces défauts en mesurant la taille de grains et en imposant une taille minimale et/ou maximale pour les objets détectés.

En jouant sur les valeurs de seuillage, il est possible d'identifier pour une même image les disques et les marques tracées sur ceux-ci. La figure 3.16 montre une image et les deux

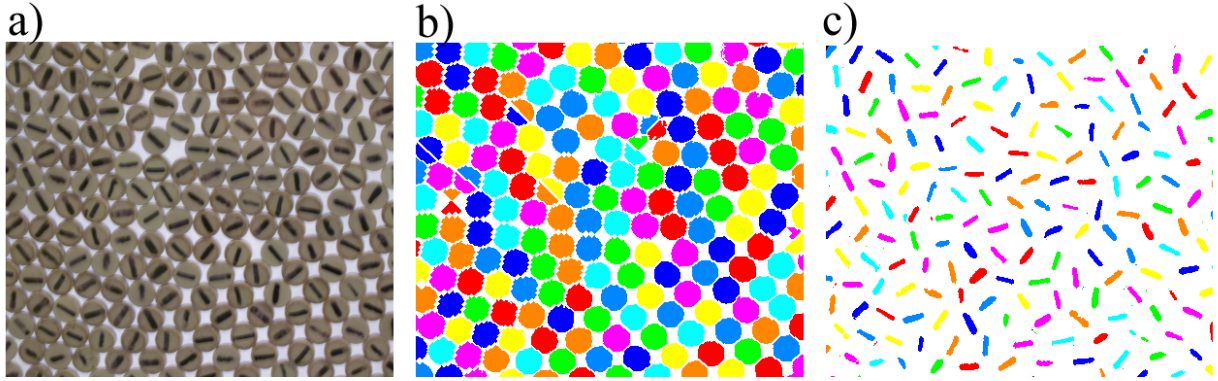


FIG. 3.16 – Images d'un empilement bidimensionnel : a) image brute, b) identification des disques, c) identification des marques

types d'objets isolables. La détection des marques est nécessaire pour l'étude de la rotation des grains. Cependant, la taille, la forme et la position des marques peuvent varier d'une particule à l'autre. Il est ainsi intéressant de comparer les mesures des positions des disques et des marques, ce qui donne une estimation de leur décalage. Nous avons mesuré l'écart moyen en valeur absolue δ entre ces deux positions et les résultats sont très concluants. Il vaut environ $\delta = 0.1 d$, ce qui est de même ordre de grandeur que l'incertitude induite par la valeur arbitraire du seuillage binaire. Si l'on cherche à mesurer les positions, vitesses ou compacités, cette précision est largement satisfaisante. Néanmoins, si l'on cherche à mesurer les fluctuations de vitesses (i.e. la température granulaire), le fait que les marques soient décentrées en moyenne d'une distance δ peut conduire à des résultats erronés (Xu et al., 2004) si on calcule les températures en utilisant le centre de la marque au lieu de celui du grain. Un calcul simple montre qu'il peut apparaître une température artificielle.

Notons x la position du centre d'un grain selon l'axe du canal, X celle de la marque et θ son orientation mesurée par rapport à l'axe x . On suppose ici, pour simplifier, que δ est constant et que la droite joignant les deux centres fait un angle θ avec l'axe x . On peut alors écrire :

$$X = x + \delta \cos \theta$$

d'où :

$$\langle X \rangle = \langle x \rangle + \delta \langle \cos \theta \rangle = \langle x \rangle$$

La position moyenne n'est donc pas affectée.

De même,

$$\dot{X} = \dot{x} - \delta \dot{\theta} \sin \theta$$

or, $\dot{\theta}$ et $\sin \theta$ ne sont pas corrélés d'où :

$$\langle \dot{X} \rangle = \langle \dot{x} \rangle - \delta \langle \dot{\theta} \rangle \langle \sin \theta \rangle = \langle \dot{x} \rangle$$

Calculons maintenant la température granulaire définie par :

$$T_X = \langle \dot{X}^2 \rangle - \langle \dot{X} \rangle^2$$

$$T_X = \langle (\dot{x} - \delta \dot{\theta} \sin \theta)^2 \rangle - \langle \dot{x} \rangle^2$$

en supposant encore que $\dot{x}$ et $\sin \theta$ ne sont pas corrélés, on obtient :

$$T_X = \langle \dot{x}^2 \rangle - 2 \delta \langle \sin \theta \rangle \langle \dot{x} \dot{\theta} \rangle + \delta^2 \langle \sin^2 \theta \rangle \langle \dot{\theta}^2 \rangle - \langle \dot{x} \rangle^2$$

$$T_X = T_x + \frac{\delta^2}{2} \langle \dot{\theta}^2 \rangle$$

On crée donc une température artificielle $T_{artif} = 1/2 \delta^2 \langle \dot{\theta}^2 \rangle$. Cependant, en utilisant les valeurs typiques des vitesses et températures ainsi que la valeur mesurée de δ on trouve :

$$\frac{T_{artif}}{T_x} = 10^{-5} \langle \dot{\theta}^2 \rangle$$

En considérant que tous les disques tournent à la même vitesse, il faut donc que la vitesse de rotation reste inférieure à environ 100 rad.s^{-1} , i.e. 15 tr.s^{-1} . Au-delà de cette valeur critique, la mesure de la température granulaire est erronée, en admettant une précision de 10 %, quand on utilise le centre des marques au lieu de celui des pastilles.

Autre méthode : la P.I.V.

Il n'est pas toujours possible d'employer la méthode de suivi des particules. La fréquence d'enregistrement de la caméra peut ne pas être assez élevée dans le cas d'écoulements rapides. Il est également possible que la définition de la caméra soit trop faible pour des grains de petites tailles. Enfin, si le mélange est trop uniforme (du sable blanc par exemple) il est impossible d'identifier les grains de façon individuelle. Il existe une méthode d'inter-corrélation d'images. Le principe de cette méthode, nommée P.I.V. pour Particle Image Velocimetry, est le suivant (Daerr, 2000) : on souhaite connaître la vitesse à une position donnée. On identifie pour cela un domaine autour de cette position, suffisamment grand pour qu'il contienne plusieurs particules appelées traceurs. Dans de bonnes conditions, la configuration de ces quelques particules est suffisamment unique pour la retrouver sur l'image suivante. Cette recherche se fait en translatant le domaine sur l'image suivante à chaque position possible et en comparant la concordance des deux domaines par l'intermédiaire d'une fonction de corrélation classique des niveaux de gris. La position retenue est celle qui donne la meilleure corrélation. On peut ainsi calculer un champ de vitesse à partir d'une image inexploitable par suivi de particule. Il est possible de raffiner la recherche en autorisant, en plus de la translation, la rotation et la dilatation du domaine. Cependant, la recherche devient alors plus longue et cela ne présente que peu d'intérêt dans l'étude des écoulements granulaires.

Nous avons pu utiliser la méthode de suivi des particules dans le système bidimensionnel dans lequel coulent les disques de la figure 3.3 ainsi que dans le système tridimensionnel

en utilisant les billes de verre (figure 3.13b). Nous avons dû employer la méthode de P.I.V. pour le sable de Fontainebleau (figure 3.13a). Pour que le contraste soit suffisant, nous avons ajouté au sable blanc quelques grains peints en noir afin de réaliser des traceurs.

3.2 Mesure de compaction par γ -métrie

3.2.1 Principe de la mesure

La mesure est fondée sur l'absorption d'un rayonnement γ à travers l'empilement, ce qui permet de déduire la compacité dans la zone de mesure (voir figure 3.17). Selon la compacité du milieu, l'atténuation du faisceau est plus ou moins importante.

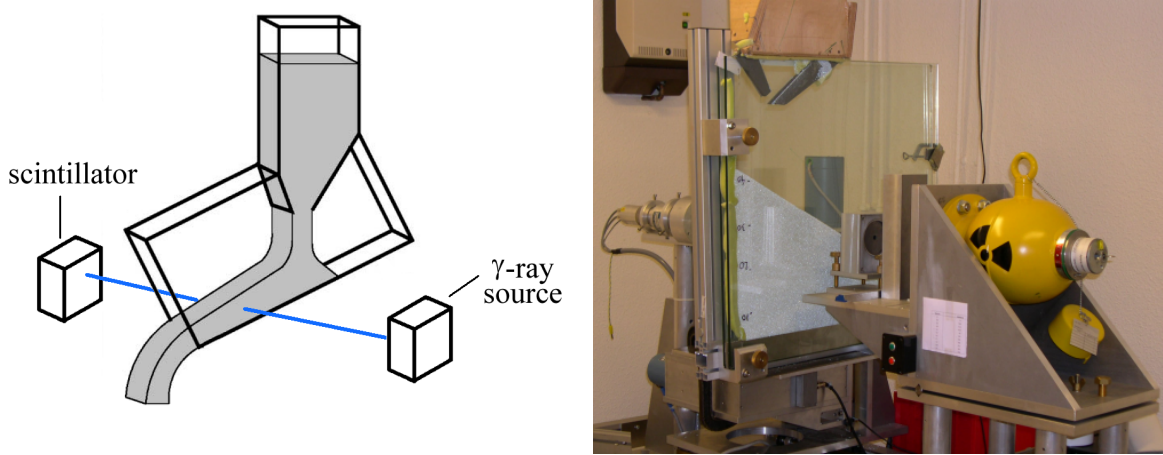


FIG. 3.17 – Principe de la mesure de compacité par absorption de rayons γ

Lorsque des rayons γ traversent la matière, chaque photon γ peut soit ne pas interagir soit être définitivement éliminé du faisceau par absorption ou diffusion. Ceci entraîne une atténuation exponentielle de l'intensité du faisceau avec l'augmentation d'épaisseur de l'absorbant. Cette atténuation peut être interprétée comme une probabilité d'interaction lors de la traversée d'un matériau. Ainsi, si un faisceau incident d'intensité I traverse un matériau homogène d'épaisseur dx , la perte d'intensité du faisceau est donnée par :

$$dI = -\mu I dx \quad (3.1)$$

La constante de proportionnalité μ est le *coefficient d'atténuation linéaire* mais elle est souvent appelée coefficient d'absorption linéaire bien que la diffusion et l'absorption contribuent à l'atténuation du faisceau. Notons aussi que l'on utilise en général le *coefficient massique*, $\mu' = \mu/\rho$, où ρ est la masse volumique du milieu traversé. μ s'exprime généralement en cm^{-1} et μ' en $\text{cm}^2.\text{g}^{-1}$. Connaissant la composition massique du matériau (fractions massiques x_i) et les coefficients massiques de chaque élément (μ'_i), il est alors possible d'évaluer le coefficient massique du matériau par :

$$\mu' = \sum x_i \mu'_i \quad (3.2)$$

Pour un milieu d'épaisseur totale L , l'équation (3.1) s'intègre et donne la loi exponentielle suivante, appelée loi de Beer-Lambert :

$$I = I_0 e^{-\mu L} \quad (3.3)$$

3.2.2 Montage

Source de césium

La réaction radioactive génératrice des photons γ est la désintégration du $^{137}_{55}\text{Cs}$ en $^{137}_{56}\text{Ba}$. Cette désintégration se passe en deux étapes : transition β^- vers un état excité puis réorganisation à l'intérieur du noyau et désexcitation vers l'état stable avec émission d'un photon γ d'énergie $E = h\nu = 662 \text{ keV}$. Il s'agit donc d'un rayonnement électromagnétique classique mais à haute énergie. L'émission est aléatoire et suit une loi de Poisson (Gauthier, 1970). Ce rayonnement interagit avec la matière environnante et s'atténue progressivement. Selon la gamme d'énergie des photons incidents et la densité du milieu traversé, les différents processus d'interaction envisageables sont la diffusion moléculaire (effet Rayleigh), la diffusion Compton, l'effet photoélectrique et la production de paires (effet de matérialisation).

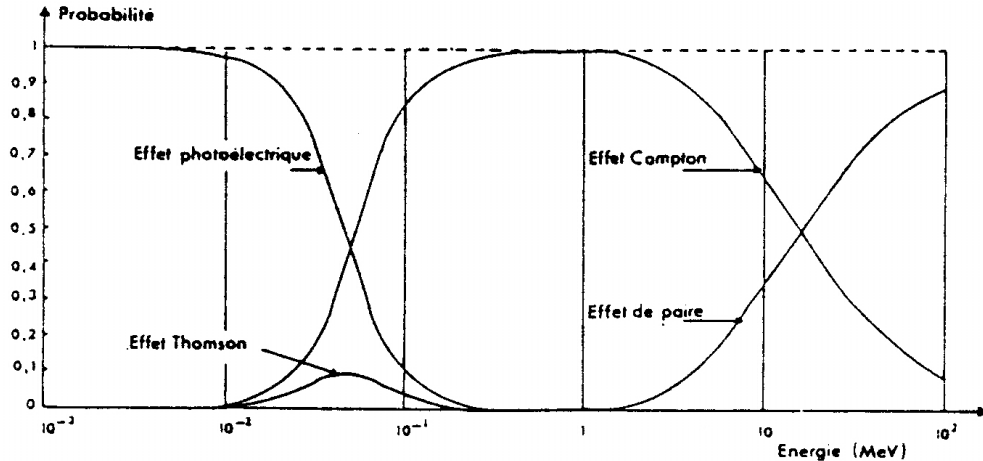


FIG. 3.18 – Probabilités des quatre principaux phénomènes d'interaction des photons pour une cible en aluminium et en fonction de l'énergie des photons incidents. Pour les photons d'énergie 662 keV provenant du ^{137}Cs , on vérifie bien que l'interaction prédominante est, de loin, l'effet Compton.

La figure 3.18 compare l'importance relative de ces processus en fonction de l'énergie du rayonnement pour une cible en aluminium. Pour la source de césium d'énergie 662 keV , seuls l'effet photoélectrique et l'effet Compton peuvent être envisagés. De plus, dans le

cas d'un milieu constitué d'éléments légers ayant des numéros atomiques Z inférieurs à 20 comme l'aluminium, l'effet photoélectrique est nul. Il reste nettement négligeable devant l'effet Compton tant que $Z \leq 26$. Dans notre dispositif, le faisceau collimaté ne traverse que du verre et un alliage d'aluminium. Ces matériaux ne contenant que des éléments "légers" ($Z \leq 20$), l'interaction rayonnement-matière est limitée à l'effet Compton. Ce processus correspond à une collision élastique entre un photon incident et un électron que l'on peut considérer comme libre et au repos (son énergie de liaison dans l'atome est négligeable devant celle du photon). Après la collision, le photon est diffusé avec un angle φ par rapport à sa direction incidente tandis que l'électron est émis avec un angle θ par rapport à cette même direction. La conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement montre que le photon diffusé a perdu de l'énergie : il y a donc changement de longueur d'onde en fonction de l'angle φ :

$$\lambda - \lambda_0 = \Lambda(1 - \cos \varphi) \quad (3.4)$$

Λ est la longueur d'onde Compton et vaut $\Lambda = \frac{h}{m_e c} = 0,0243 \text{ \AA}$.

Description

Le canal d'écoulement est placé entre la source de rayon γ et un détecteur. Le montage est placé sur un châssis que l'on peut déplacer dans les trois dimensions de l'espace afin de "scanner" le milieu granulaire. Une source de césium enfermée dans une chape de plomb émet un faisceau de photons d'énergie $E = 662 \text{ keV}$ avec une activité totale d'environ 330 mCi soit $1,22 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$ (400 mCi au moment de son achat il y a près de 8 ans). A la sortie de la source, ce faisceau est de forme conique avec une ouverture d'environ 4° . Il est ensuite collimaté à l'aide de trois briques de plomb de 5 cm d'épaisseur et percées en leur centre d'un trou circulaire (diamètre 5 mm). Ces briques de collimation et de protection absorbent, en dehors des trous de guidage, plus de 99 % des photons qui les traversent. Les deux premiers collimateurs sont placés entre la source et l'échantillon. Pour des raisons de sécurité, le premier est accolé à la source et sert également d'obturateur (un électro-aimant commandé par un interrupteur permet de déplacer la brique pour ouvrir ou fermer le faisceau). Le troisième collimateur est fixé devant le détecteur de mesure. Le faisceau de mesure est un cône de très faible ouverture et on peut donc le considérer à bords quasiment parallèles lorsqu'il traverse l'empilement de billes. Une brique en alliage d'aluminium (on la distingue sur la photographie de la figure 3.17) est placée dans le faisceau, au début de la chaîne de collimation, pour l'atténuer légèrement afin d'éviter la saturation du détecteur à vide, c'est-à-dire en l'absence de billes dans le canal. Ce détecteur est un scintillateur couplé à un photo-multiplicateur. Le signal mesuré est traité par un compteur qui donne au final le nombre de coups obtenu et le temps de comptage. Cette chaîne de détection est présentée plus en détail ci-dessous.

Scintillateur

L'appareillage de détection est constitué d'un scintillateur couplé à un photo-multiplicateur, et d'un spectromètre mono-canal (modèle SEP 1620 de marque NOVELEC). Le

scintillateur est un matériau qui devient fluorescent par absorption d'énergie incidente (Simonnet et Oria, 1990; Blanc, 1993). Pour des photons γ , on utilise un cristal d'iodure de sodium (NaI) activé au thallium. Le principe du détecteur à scintillation est le suivant : un photon incident est converti en un "flash" lumineux, ou scintillation (le taux de conversion est de l'ordre de $4 \cdot 10^4$ photons lumineux pour un photon γ d'énergie 662 keV (Miyajima et al., 1993)). Les photons lumineux ainsi créés sont transformés en électrons au contact d'une photocathode, puis ces électrons sont accélérés et amplifiés par les dynodes multiplicatrices du photo-multiplicateur. Le signal électrique obtenu est une impulsion très brève dont l'amplitude maximale est directement proportionnelle à l'énergie du photon incident. Ce signal est alors traité par le spectromètre : un amplificateur à gain variable et un sélecteur d'amplitude permettent de ne compter que les impulsions d'amplitude correspondant à la gamme présélectionnée. Un module de comptage affiche soit le nombre d'impulsions captées à l'entrée du module pendant un temps donné (t compris entre $0,01 \text{ s}$ et 100 h), soit le temps nécessaire à l'obtention d'un nombre donné d'impulsions (N compris entre 1 et 10^4).

La limitation de la mesure provient du temps de scintillation ou "temps mort" du détecteur : ce temps τ_m , intrinsèque au scintillateur, est estimé à $1,6 \mu\text{s}$ par le constructeur. L'observation d'une impulsion à l'oscilloscope montre effectivement que $\tau_m \approx 2 \mu\text{s}$. Les effets de temps mort apparaissent lorsque l'intensité du faisceau incident devient trop importante. Le détecteur ne parvient plus à suivre le débit de photons. On montre que la mesure d'activité saisie par le détecteur est liée à l'activité incidente par $A_{mes} = \frac{A_{inc}}{1 + \tau_m A_{inc}}$ (Shollenberger et al., 1997). Tant que A_{inc} reste inférieure à $3 \cdot 10^4 \text{ Bq}$, l'écart relatif entre la mesure et la valeur réelle ne dépasse pas $0,5 \%$. On travaillera toujours dans cette gamme et c'est pour cette raison qu'une brique d'aluminium est intercalée dans le faisceau, afin d'éviter la saturation du scintillateur à vide.

3.2.3 Précision de la mesure

La radioactivité naturelle constitue une source d'incertitude pour la mesure. Cependant, il est très facile de se débarrasser de ce bruit naturel en moyennant les grandeurs sur une longue durée. De plus, l'intensité du bruit est très faible par rapport à celle de la source de césium utilisée dans notre montage. Le diamètre assez élevé du collimateur (5 mm dans notre montage) peut conduire à une erreur systématique assez gênante. Si les variations de compacité sont importantes sur une distance de 5 mm , alors la mesure n'est plus qu'une moyenne spatiale. Ceci peut induire des erreurs importantes si l'on n'en tient pas compte. Par exemple, la compacité d'un empilement statique passe d'une valeur constante (random close packing) à une valeur nulle de façon instantanée à la surface de l'empilement. Or, si l'on effectue une mesure avec une taille importante de faisceau, on trouve une diminution progressive de la compacité à la surface.

La compacité mesurée, $\nu_{mes}(y)$ peut être calculée d'après la valeur de la compacité réelle, $\nu(y)$:

$$\nu_{mes}(y) = \int_{y-R}^{y+R} g(y') \nu(y') dy' ,$$

où $g(y')$ est une fonction qui dépend de la géométrie du collimateur. Pour un orifice circulaire de rayon R , $g(y')$ s'écrit :

$$g(y') = \sqrt{R^2 - y'^2}$$

La grandeur mesurée est donc le produit de convolution de la grandeur réelle et d'une fonction qui dépend de la géométrie du détecteur :

$$\nu_{mes} = \nu * g$$

Il est donc possible de retrouver la compacité réelle en déconvoluant le signal mesuré. Pour cela, il faut calculer la transformée de Fourier de la fonction $g(y')$: $\hat{g}(k)$ et calculer :

$$\nu(y) = \text{TF}^{-1}(\hat{\nu}_{mes}(k) / \hat{g}(k))$$

La figure 3.19 présente des graphiques des fonctions g et $\hat{g}$.

Pour que cette méthode déconvolution soit efficace, il faut disposer de nombreuses mesures sur une longueur de 5 mm. Ceci est très contraignant et il est préférable, quand c'est possible, d'utiliser un orifice plus petit pour le détecteur afin de s'affranchir de ce problème.

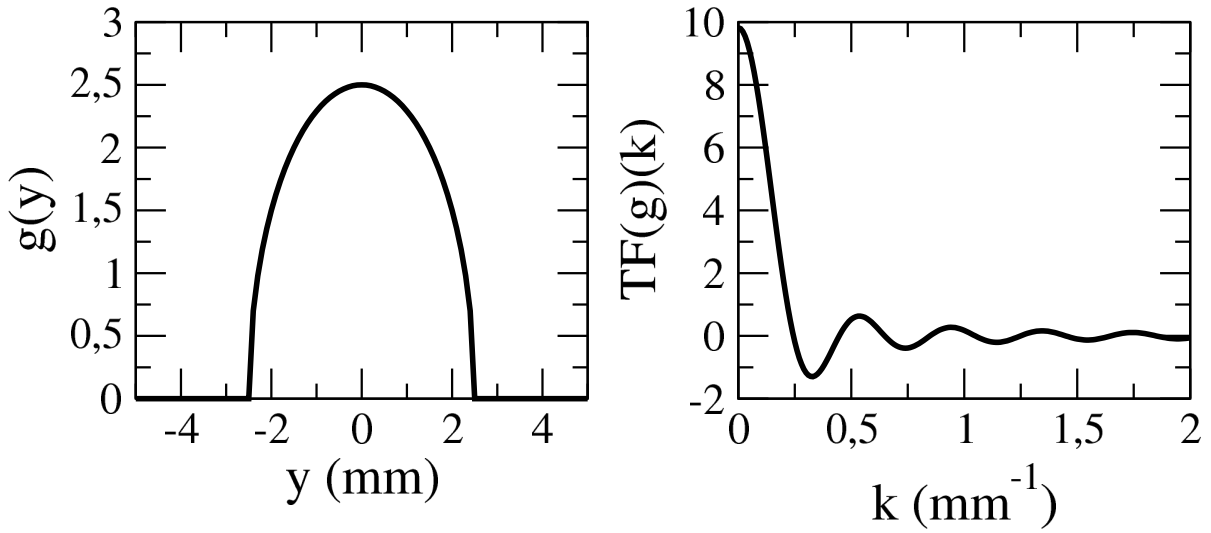


FIG. 3.19 – Fonction g et sa transformée de Fourier

Chapitre 4

Écoulements bidimensionnels

Dans ce chapitre, nous allons discuter les résultats expérimentaux obtenus sur les écoulements bidimensionnels denses. Une partie de ces résultats ont été obtenus lors de mon stage de DEA. J'ai également inclus des mesures réalisées par W. Bi lors de son séjour postdoctoral au laboratoire afin de donner une vision plus complète des caractéristiques des écoulements 2D. Les manipulations ont été effectuées avec un mélange monodisperse de disques filmé par caméra rapide (cf. chapitre précédent). Nous allons d'abord étudier la propagation du front de grains qui avance dans le canal après que le réservoir ait été ouvert. Dans une deuxième partie, nous présenterons les propriétés des écoulements stationnaires et établis. Enfin, nous décrirons un régime nouveau qui apparaît aux forts débits et qui mène naturellement à l'étude des écoulements tridimensionnels.

4.1 Propagation du front granulaire

4.1.1 Introduction

Dans cette première partie nous allons discuter de la propagation du matériau granulaire dans le canal initialement vide. En hydrodynamique, ce problème est connu sous le nom de problème de rupture de barrage. La figure 4.1 montre deux géométries classiquement étudiées. La forme et la vitesse du front demeurent sujet à débat même si plusieurs théories simplifiées ont été proposées pour les décrire (Hunt, 1987; Fraccarollo et Capart, 2002).

Lorsque l'on ouvre l'alimentation, les grains tombent dans le canal et, pour un angle supérieur à l'angle de repos, commencent à s'écouler. Ce front de propagation est visible sur la figure 4.2. Pour obtenir ces images, la caméra a été inclinée à l'angle du canal. La forme du front du milieu granulaire est qualitativement différente de celle d'un liquide (voir figure 4.1) et a déjà fait l'objet de plusieurs travaux (Pouliquen, 1999a; Andreotti et al., 2002). Grâce aux mesures réalisées à l'aide de la caméra rapide, nous allons décrire le champ de vitesse au sein du front.

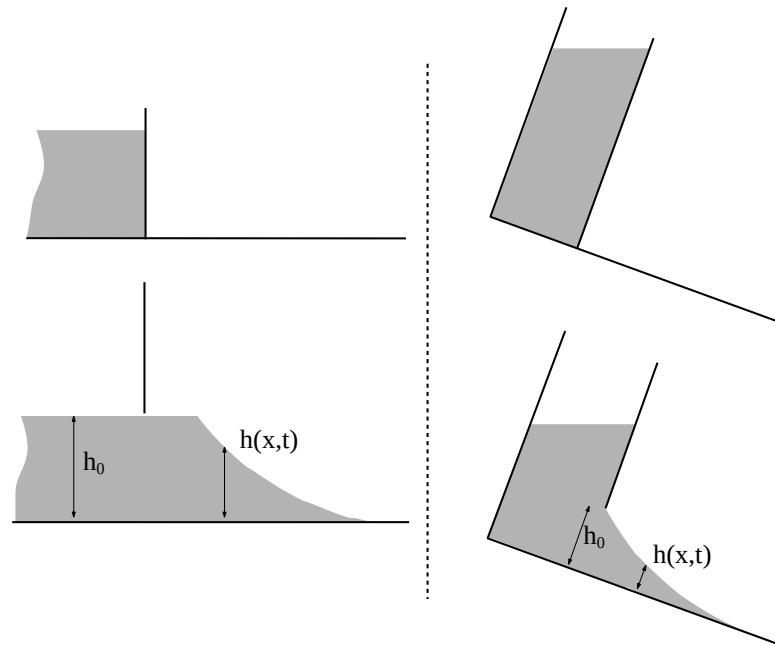


FIG. 4.1 – Expériences classiques de rupture de barrage hydraulique

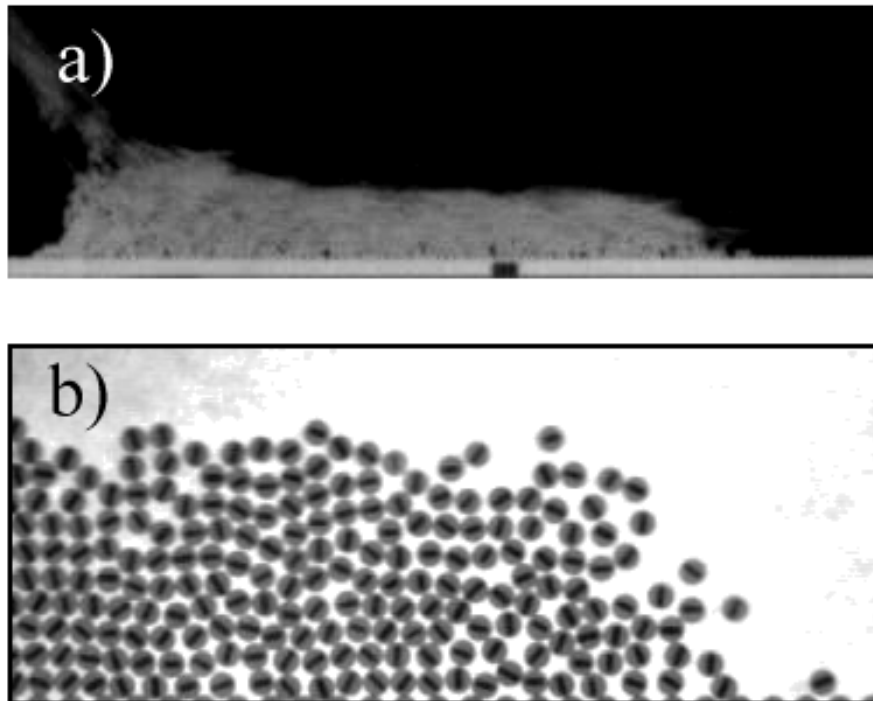


FIG. 4.2 – a) Vue d'ensemble du canal. b) Vue rapprochée du front de propagation.

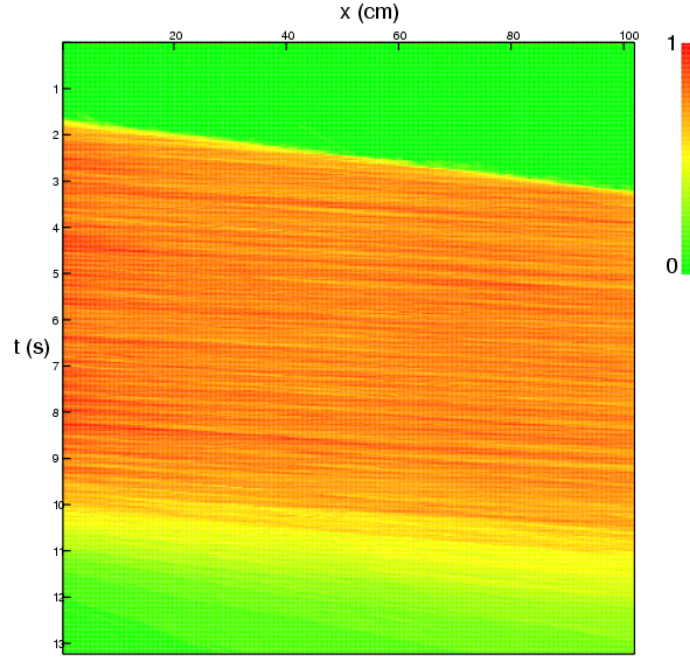


FIG. 4.3 – Diagramme spatio-temporel de l'épaisseur de l'écoulement $h(x, t)$ réalisé à $\theta = 42^\circ$ et $Q=1100$ part/s

4.1.2 Diagramme spatio-temporel

La première mesure que nous avons effectuée est celle de l'épaisseur de l'écoulement $h(x, t)$. Les écoulements 2D que nous avons observés sont toujours denses. Afin de déterminer l'épaisseur de l'écoulement $h(x, t)$, le canal est filmé dans son ensemble (voir figure 4.2a). L'image est ensuite seuillée ce qui permet de mesurer l'épaisseur de l'écoulement en tout point du canal et à tout instant. La figure 4.3 montre le diagramme spatio-temporel de $h(x, t)/h_{max}$ (où h_{max} est le maximum de $h(x, t)$ lors de l'écoulement) pour un écoulement typique ($\theta = 42^\circ$ et débit $Q=1100$ part/s).

Sur ce diagramme on voit une nette distinction entre le canal vide (en vert uniforme) et l'écoulement (de jaune à rouge). La transition est nette à cause de la forme "en marche d'escalier" du front. Un premier résultat qui peut être déduit du diagramme est que la vitesse du front est constante puisque la transition entre le domaine vert et le domaine orangé (c'est-à-dire entre canal vide et plein) est une droite. De plus, la pente α de cette droite constitue une mesure de la vitesse du front $v_{front} = 1/\alpha$. Dans l'exemple de la figure 4.3 cette vitesse vaut environ $v_{front}=0.92$ m/s. On peut voir ensuite dans le domaine de l'écoulement toute une série de lignes à peu près parallèles de couleur plus foncée. Ces lignes correspondent en fait à des perturbations de la surface des écoulements. Elles se comportent comme un objet flottant sur fleuve, c'est-à-dire emporté par le courant à la vitesse de la surface. La pente β des ces multiples lignes parallèles constitue donc une mesure directe de la vitesse à la surface de l'écoulement : $V_{surface} = 1/\beta$. Ces lignes sont

moins inclinées que celle correspondant à la propagation du front, indiquant une vitesse plus élevée. On voit d'ailleurs sur le diagramme des perturbations "rattraper" le front. On peut enfin remarquer que si l'on fait abstraction des perturbations de surface, l'épaisseur de l'écoulement atteint un régime stationnaire presque immédiatement après le passage du front. En effet, en dessous de la ligne de transition entre le canal vide et l'écoulement, la couleur est rapidement uniforme. Notons enfin que la partie gauche du diagramme est plus foncée que le reste. Ceci s'explique par une légère surépaisseur près de l'alimentation.

Puisqu'un régime stationnaire semble être atteint juste après le passage du front et que la forme du front est invariante, on peut considérer que la vitesse de front est égale à la vitesse moyenne au sein de l'écoulement stationnaire. En effet, par conservation du débit, les deux vitesses doivent être identiques. Après mesure, il s'avère que la vitesse de surface vaut environ le double de la vitesse du front : $V_{surface} \simeq 2 v_{front}$. Cette propriété reste valable pour tous les écoulements qui sont stationnaires après le passage du front, et établis entre l'alimentation et le front. Ceci est une indication (mais pas une preuve) que le profil de vitesse est linéaire. En effet, si tel est le cas la vitesse en surface est bien le double de la vitesse moyenne de l'écoulement. Un profil souvent rencontré dans les écoulements granulaires denses est celui proposé par Bagnold (Bagnold, 1956). Dans ce modèle, le profil de vitesse s'écrit :

$$V(y) = V_{surface} \left[1 - \left(1 - \frac{y}{h} \right)^{3/2} \right]$$

On peut alors calculer la vitesse moyenne de l'écoulement définie par :

$$\langle V \rangle = \frac{1}{h} \int_0^h V(y) dy$$

On peut alors exprimer simplement la vitesse du front (égale à la vitesse moyenne) en fonction de la vitesse de surface :

$$v_{front} = \langle V \rangle = \frac{3}{5} V_{surface}$$

Nous avons mentionné plus haut que les lignes correspondant aux perturbations de surface sont à peu près parallèles. En fait, leur pente dépend de l'amplitude des perturbations. Ainsi, la mesure précise de $V_{surface}$ s'avère être délicate car β ne prend pas une valeur unique. Il est donc difficile de se décider à partir du diagramme de phase pour le profil de vitesse linéaire ou pour le profil Bagnoldien, c'est-à-dire de mesurer un rapport de 1/2 ou 3/5.

La figure 4.4 montre un profil de vitesse correspondant au diagramme spatio-temporel de la figure 4.3. Sur cette figure, on voit que le profil de vitesse est de type Bagnoldien. Nous reviendrons sur ce point dans la suite de ce chapitre.

4.1.3 Structure interne du front de propagation

Nous allons maintenant nous intéresser à la structure interne du front, c'est-à-dire aux champs de vitesse. Afin de mesurer les champs de vitesse, nous avons d'abord filmé la propagation du front dans le référentiel du laboratoire. Au moment d'effectuer le suivi de

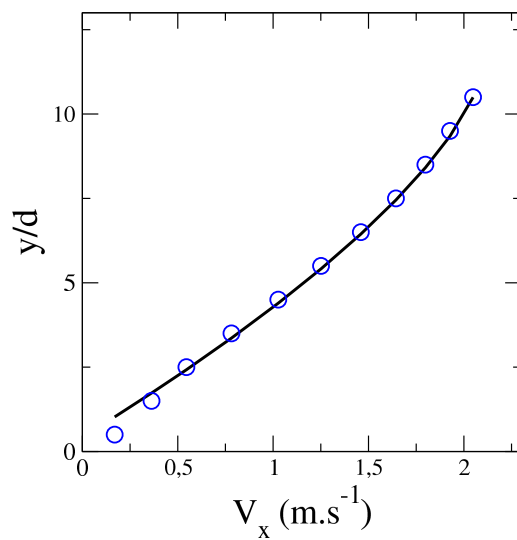


FIG. 4.4 – Profil de vitesse dans l'état stationnaire à $\theta = 42^\circ$ et $Q=1100$ part/s. La courbe est un fit Bagnoldien : $V(y) = V_{surface}[1 - (1 - \frac{y}{h})^{3/2}]$.

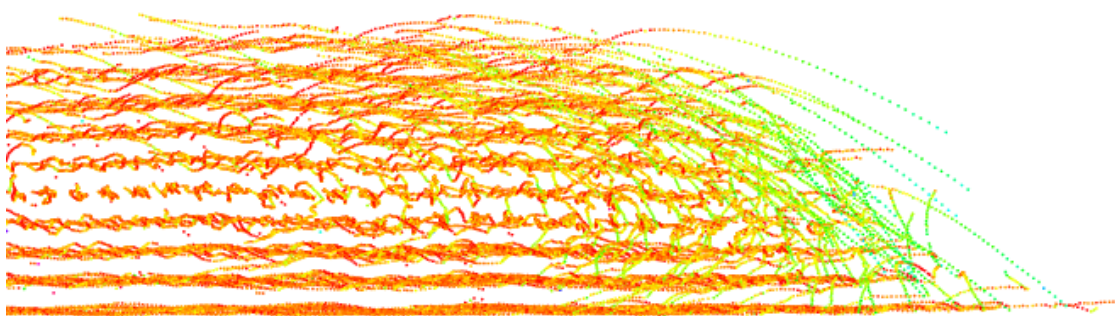


FIG. 4.5 – Trajectoires des grains dans le référentiel lié au front. La couleur correspond à la vitesse verticale.

particules, on retranche à toutes les vitesses la vitesse moyenne de l'écoulement mesurée sur le diagramme spatio-temporel. On se place ainsi artificiellement dans un référentiel lié au front. La figure 4.5 montre les trajectoires ainsi obtenues. Les couleurs correspondent à la vitesse verticale : en rouge, les trajectoires sont horizontales, en vert, elles sont verticales. Grâce à ce code de couleur, on voit que la longueur de front est assez faible, c'est-à-dire que rapidement après le front, l'écoulement devient établi. On pourrait définir la taille du front en mesurant par exemple la distance sur laquelle la composante verticale de la vitesse moyenne n'est pas nulle. Cependant, il a déjà été montré dans la littérature que cette longueur est proportionnelle à l'épaisseur de l'écoulement stationnaire et établi (Pouliquen, 1999a).

La figure 4.5 permet de visualiser la taille du front mais il est difficile d'y distinguer des trajectoires individuelles. Nous avons donc mesuré les vitesses moyennes temporelles en différents points de l'espace. La figure 4.6 présente les résultats obtenus.

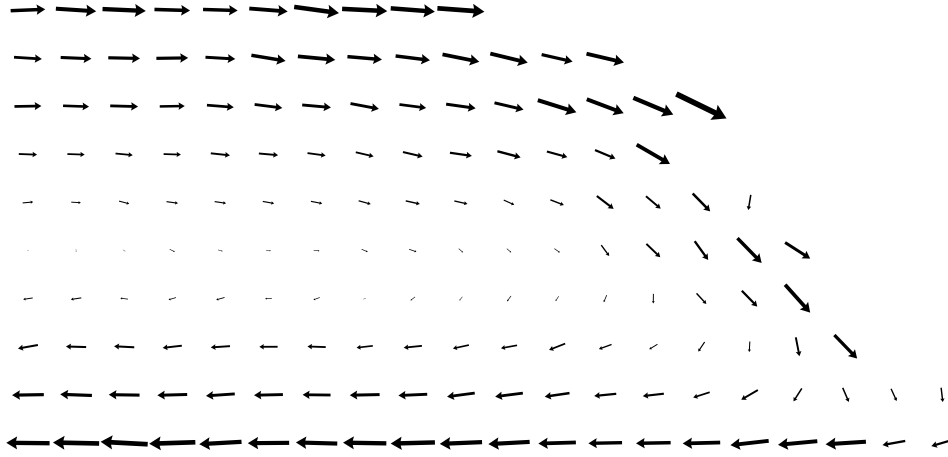


FIG. 4.6 – Champ de vitesse moyenne dans le référentiel lié au front

Cette figure confirme d'abord que le régime établi apparaît immédiatement après le front. La taille du front est en effet, de l'ordre de l'épaisseur h_0 . Au-delà de cette distance, la composante verticale de la vitesse moyenne devient négligeable devant la composante horizontale. De plus, cette figure permet de visualiser la structure du front. Dans le référentiel du laboratoire, les grains arrivent en surface avant de chuter vers le socle où ils restent bloqués et sont ensuite recouverts par de nouveaux grains. Le mouvement est donc analogue à celui d'une chenille de char et est constitué d'un unique vortex.

4.2 Propriétés des écoulements stationnaires et établis

Nous avons montré que l'écoulement atteint immédiatement après le passage du front un régime stationnaire et établi (i.e. invariant dans le temps et selon la position amont x). Nous

allons maintenant détailler les propriétés des ces écoulements pour plusieurs valeurs du débit et de l'inclinaison. En particulier, nous avons mesuré les profils de compacité, vitesse de translation, vitesse de rotation et température. Les relations entre débit, épaisseur, vitesse moyenne et inclinaisons sont ensuite présentées. Nous verrons enfin l'influence de la structure des deux fonds utilisés avant d'étudier succinctement l'apparition de domaines d'ordre cristallin au sein de l'écoulement.

4.2.1 Profils

Compacité

Un paramètre important dans l'étude des milieux granulaires est la compacité. Elle est définie comme la fraction surfacique (volumique dans le cas tridimensionnel) occupée par les grains. Il existe une situation extrême dans les empilements denses désordonnés : le *random close packing*. Cet état est défini comme l'état le plus dense dans lequel il n'existe pas d'ordre cristallin. La compacité d'un tel empilement vaut environ $\nu_{RCP} = 0.82$ (Bideau et al., 1986).

Afin d'obtenir des mesures exploitables, les grandeurs sont moyennées dans l'espace et dans le temps. On découpe donc l'espace en tranches virtuelles parallèles au socle du canal. On identifie ensuite chaque grain et on le modélise par un disque parfait. On calcule ensuite la contribution à la compacité de chaque disque aux différentes tranches virtuelles, c'est-à-dire la part de la surface du disque comprise dans la tranche. Pour l'étude de la compacité, il est important de choisir des tranches assez fines afin de mesurer d'éventuelles variations à courte échelle. Le pas que nous avons choisi est environ $1/10 d$. Les résultats sont présentés sur la figure 4.7.

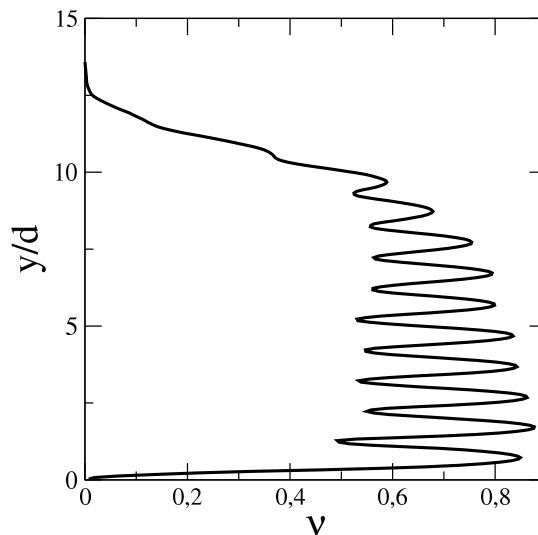


FIG. 4.7 – Profils de compacité obtenus pour $Q=540$ part/s et $\theta = 40^\circ$

Que nous apprend le profil de compacité ? Premièrement, il présente des oscillations

marquées. Celles-ci sont dues à une organisation en couches horizontales du milieu granulaire. La longueur d'onde λ de ces oscillations est très légèrement inférieure à d ($\lambda \simeq 0.96 d$). Ceci montre que l'organisation en couches successives ne correspond pas à un cristal hexagonal car on aurait alors $\lambda = \sqrt{3}/2 d \simeq 0.87 d$. Deuxièmement, en faisant abstraction des oscillations, la compacité reste constante au sein de l'écoulement avant de chuter brutalement à la surface libre. Cette diminution est assez brutale mais s'étale sur une distance de quelques diamètres : la compacité s'annule sur une distance de typiquement $3 d$. On peut donc voir le phénomène comme un écoulement dense surmonté d'une couche diluée dans laquelle les collisions sont plus fréquemment binaires. Cette couche sera appelée couche gazeuse et ses propriétés sont fondamentalement différentes de celles de l'écoulement dense. Notons enfin que la compacité n'est que faiblement influencée par une variation de l'inclinaison. Il a été montré en fait que dans le cas bi-dimensionnel la compacité ne pouvait guère varier (Bideau et al., 1986).

Vitesse de translation

Dans ce paragraphe nous allons discuter des profils de vitesse de translation. Comme pour la mesure de la compacité, l'espace est divisé en tranches virtuelles horizontales sur lesquelles la vitesse est moyennée. On identifie les différents grains et on affecte la vitesse de la pastille à la tranche virtuelle à laquelle le centre de la pastille appartient. Une fois que l'on a traité tous les grains, on normalise les vitesses dans les tranches virtuelles par le nombre de grains qui leur appartiennent. La figure 4.8 montre des profils de vitesse obtenus pour différentes valeurs du débit Q et de l'inclinaison θ . Ici, l'épaisseur de l'écoulement est définie à partir des valeurs moyennées dans le temps de la compacité. On définit h comme la position à laquelle la compacité vaut 0.4.

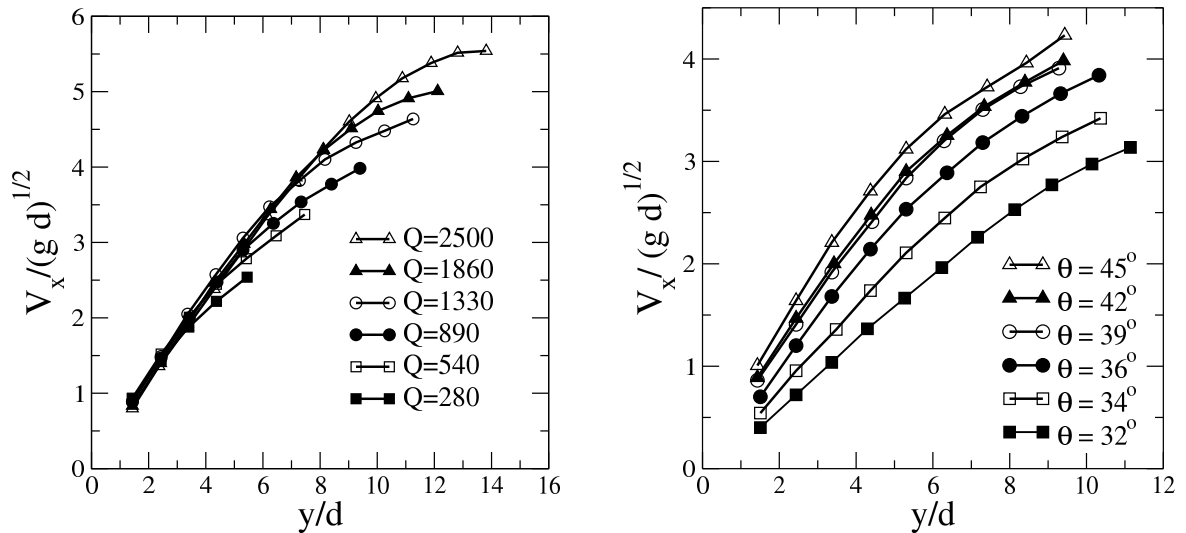


FIG. 4.8 – a) Profils de vitesse réalisés pour $\theta = 42^\circ$ et diverses valeurs de débit Q . b) Profils de vitesse réalisés pour $Q = 890 \text{ part/s}$ et diverses valeurs de θ .

On peut faire plusieurs remarques sur ces différents profils.

- Premièrement, on voit que la vitesse augmente partout au sein de l'écoulement lorsque le débit augmente (à angle fixé). L'épaisseur h de l'écoulement (soit la valeur de $h(x, t)$ après le passage du front) augmente également avec Q . Ainsi, la vitesse en $y = h$ (i.e. la vitesse de surface) augmente avec Q .
- Deuxièmement, on voit sur la figure 4.8a qu'à angle fixé et à une position y donnée, le gradient de vitesse $\dot{\gamma} \equiv \partial V_x / \partial y$ est à peu près indépendant de Q .
- Troisièmement, à débit fixé la vitesse augmente partout au sein de l'écoulement lorsque l'inclinaison augmente. En particulier, $V_{surface}$ augmente avec θ .
- Enfin, la courbure des différents profils suggère qu'ils suivent un profil "à la Bagnold".

La figure 4.9 montre les profils de vitesse de la figure 4.8 après avoir adimensionné les vitesses par $V_{surface}$ et la position par h . Tracés de la sorte, tous les profils se rassemblent en un profil unique. La ligne est un tracé théorique du profil Bagnoldien : $V(y) = V_{surface} \left[1 - \left(1 - \frac{y}{h} \right)^{3/2} \right]$. Il existe un bon accord entre les données expérimentales et le profil théorique de Bagnold, en particulier pour les valeurs élevées de θ . Lorsque l'inclinaison est plus faible, on peut tout aussi bien considérer que le profil de vitesse est linéaire. Notons que l'on peut déduire de la loi de Bagnold le profil de taux de cisaillement :

$$\dot{\gamma} = \frac{3}{2} \frac{V_{surface}}{h} \sqrt{1 - \frac{y}{h}}$$

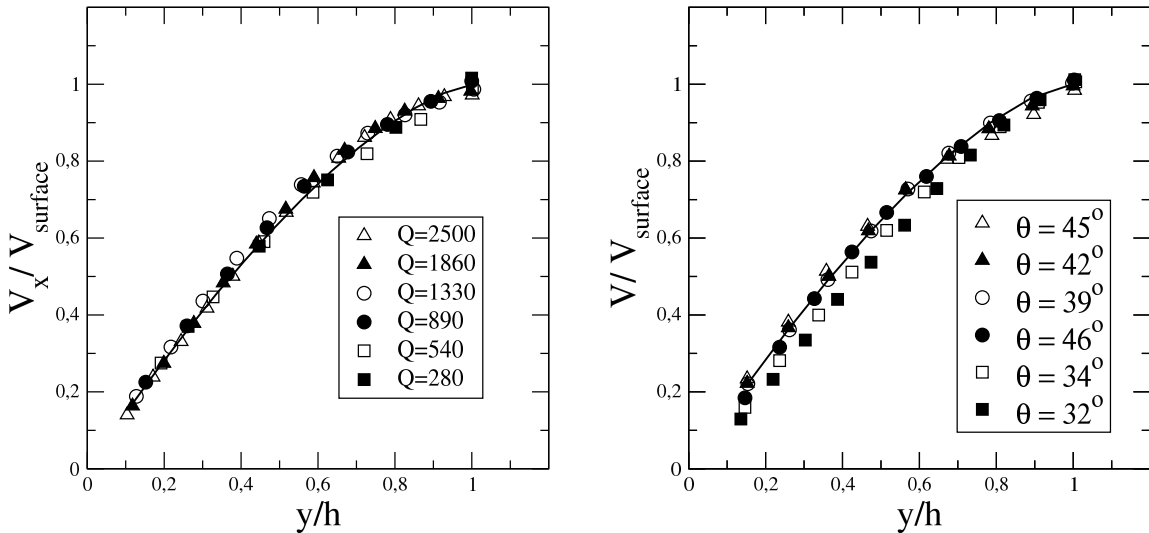


FIG. 4.9 – Profils de vitesse adimensionnés. On a repris les données de la figure 4.8. Les lignes montrent le profil de Bagnold : $V(y) = V_{surface} \left[1 - \left(1 - \frac{y}{h} \right)^{3/2} \right]$.

4.2.2 Relations constitutives

Puisque la vitesse suit la loi de Bagnold, son profil est entièrement déterminé par deux paramètres : la vitesse de surface $V_{surface}$ et l'épaisseur d'écoulement h . On peut également utiliser comme paramètre la vitesse moyenne de l'écoulement puisqu'il existe une relation simple entre les deux vitesses : $\langle V \rangle = 3/5 V_{surface}$. En résumé, l'expérimentateur impose les valeurs de deux paramètres de contrôle Q et θ et le système choisi les valeurs de deux paramètres libres h et $\langle V \rangle$. On dispose donc de quatre paramètres pour décrire les écoulements. Cependant, tous ces paramètres ne sont pas indépendants. Nous avons vu précédemment que la compacité reste constante lorsque l'inclinaison et le débit varient. Il existe donc une relation entre le débit, l'épaisseur et la vitesse moyenne : $Q = \alpha \langle V \rangle h$, où α est une constante proportionnelle à la compacité et donc indépendante de Q et de θ . En fait, ceci est vrai que si on néglige la couche très gazeuse à la surface de l'écoulement. En résumé, les écoulements sont entièrement déterminés par les relations entre trois paramètres : l'inclinaison d'une part, et, au choix, deux grandeurs parmi la vitesse moyenne, l'épaisseur et le débit. Ces relations sont appelées relations constitutives. Nous les avons mesurées dans notre système et avons choisi de les présenter sous la forme : $h = h(\theta)$ à Q fixé sur la figure 4.10. Toute autre relation (par exemple $\langle V \rangle = \langle V \rangle(\theta)$ ou $Q = Q(h, \theta)$) peut être déduite de la relation précédente. Les courbes pleines ne sont qu'un guide. On voit d'abord qu'à débit fixé, l'épaisseur h diminue quand l'inclinaison augmente, ce qui est d'ailleurs visible sur la figure 4.8. De plus, on sait qu'à débit fixé la vitesse moyenne augmente avec l'inclinaison. Ceci implique que la décroissance de h en fonction de θ à Q fixé est plus lente qu'une fonction inverse car il faut que $\langle V \rangle \propto Q/h$ soit une fonction croissante de θ .

On retrouve également le fait qu'à angle fixe, h augmente avec Q . La ligne en pointillés désigne la transition entre un régime d'écoulement stationnaire et établi et un régime non-établi. La transition entre ces deux régimes est abordée dans la dernière partie de ce

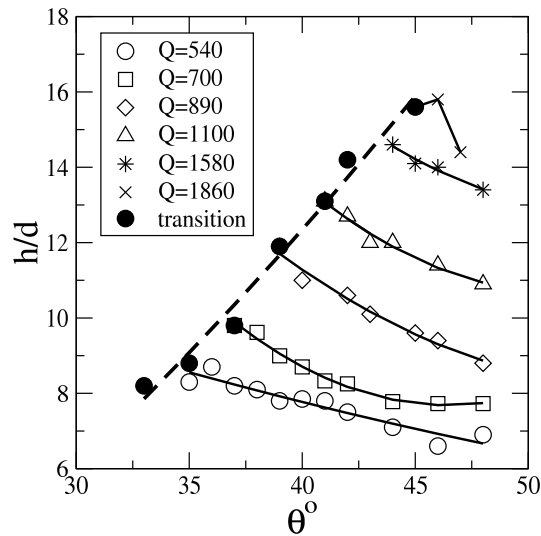


FIG. 4.10 – Relations constitutives des écoulements

chapitre et sera étudiée en détail dans le chapitre suivant.

4.2.3 Influence de la rugosité du socle

Nous allons comparer succinctement dans ce paragraphe les profils obtenus pour les différents socles (ordonné et désordonné) décrits au chapitre précédent. À inclinaison et débit identiques, les profils de vitesses et de compacité sont très proches pour les deux socles. Des différences apparaissent pourtant sur les profils de vitesse de rotation, ω et de température de rotation T_ω définie comme la fluctuation de la vitesse de rotation :

$$T_\omega = \frac{d^2}{8} \langle (\omega - \langle \omega \rangle)^2 \rangle$$

La figure 4.11b montre les profils de vitesse de rotation ω et de température de rotation T_ω obtenus pour une inclinaison $\theta = 42^\circ$ et un débit $Q = 550 \text{ part/s}$. On voit que les profils sont assez semblables sauf à la base de l'écoulement. En fait, le socle n'a d'influence que sur les quelques premières couches de l'écoulement et ne semble pas modifier de façon spectaculaire les profils de vitesse ou de compacité. Une étude beaucoup plus complète est présentée dans (Bi et al., 2005).

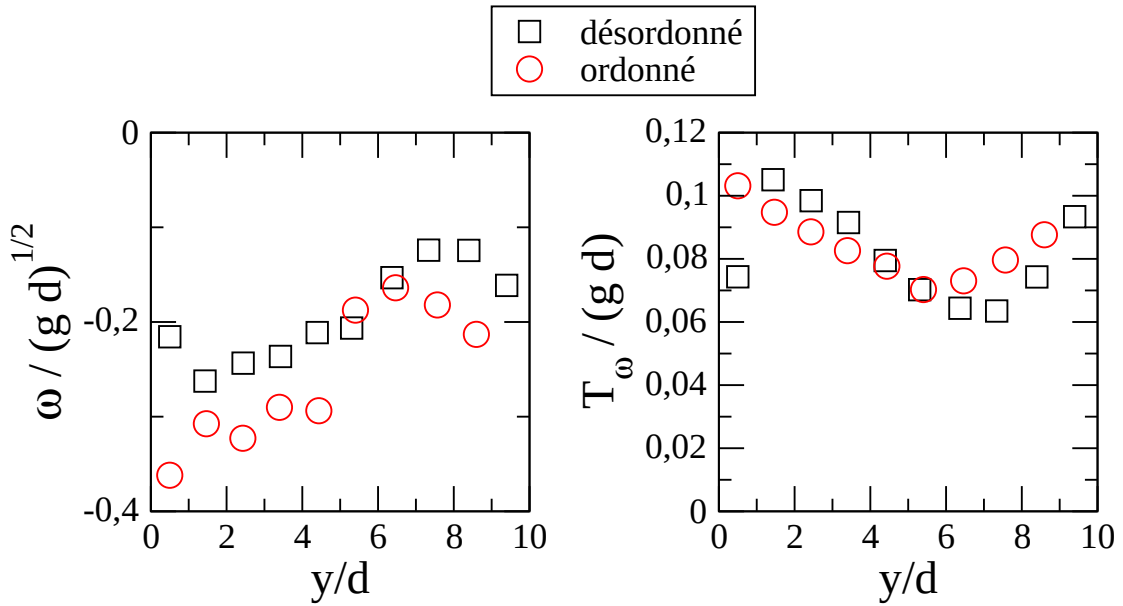


FIG. 4.11 – Profils de vitesse de rotation et de température de rotation obtenus pour différents fonds rugueux

4.2.4 Cristallisation au sein de l'écoulement

Le milieu granulaire que nous avons utilisé dans les expériences bidimensionnelles est monodisperse. À cause de cela, et malgré le cisaillement et l'agitation, des régions d'ordre

cristallin peuvent apparaître. La configuration la plus stable pour un empilement monodisperse bidimensionnel est un cristal hexagonal (parfois nommé triangulaire). Cette structure peut apparaître au sein de l'écoulement et créer des artefacts. Il est donc important de surveiller l'apparition de zones d'ordre. On peut par exemple mesurer la coordinance Z c'est-à-dire le nombre de voisins de chaque grain, définis comme les grains situés à une distance inférieure à $d + 10\%$ par exemple. La valeur 10% est arbitraire. Idéalement, il faudrait tenir compte des grains qui sont véritablement en contact avec le grain considéré. Cependant, en pratique, il existe une incertitude expérimentale sur la position des grains et il faut tolérer un écart faible (10% par exemple) pour tenir compte de tous les voisins. Nous avons également testé d'autres valeurs de la tolérance (5% et 20%) et nous avons obtenu des résultats presque parfaitement identiques. Cette mesure simple n'est cependant pas toujours efficace, en particulier lorsque le cristal possède des défauts. Afin de quantifier de façon précise le degré de cristallisation du milieu granulaire, nous allons introduire un paramètre d'ordre cristallin hexagonal défini par une fonction de corrélation angulaire (McTague et al., 1980) :

$$\Psi_6 = \frac{1}{Z} \sum_{\text{voisins } j=1}^Z e^{6i\theta_j} ,$$

où θ_j est l'angle que fait le vecteur reliant le centre du grain et celui de son voisin j avec un axe de référence. Les voisins, définis comme précédemment, sont les grains situés à une distance inférieure à $d + 10\%$. Le module de Ψ_6 donne le degré de cristallisation. Il vaut 1 pour un cristal hexagonal et diminue au fur et à mesure que l'on introduit du désordre dans la structure. Notons que dans le cas particulier du réseau carré, on a : $\Psi_6 = 0$. De plus, dans le cas d'un cristal hexagonal, l'argument de Ψ_6 donne la direction principale du réseau. Ceci permet donc de distinguer des domaines hexagonaux d'orientations différentes. Enfin, ce paramètre d'ordre est plus performant que la simple mesure de la coordinance car il tolère les défauts, c'est-à-dire que sa valeur ne change pas si l'on retire quelques grains à un cristal. La figure 4.12 illustre toutes ces remarques.

Nous allons maintenant calculer le paramètre d'ordre Ψ_6 dans le cas d'un écoulement dense (figure 4.13a). On calcule Ψ_6 pour chaque particule. Les résultats sont présentés sur la figure 4.13b en utilisant un code de couleurs. On voit clairement apparaître de larges zones d'ordre. Même si ces zones ont une durée de vie limitée, la cristallisation est donc tout à fait possible malgré l'agitation des grains. Il serait intéressant de mesurer la taille moyenne de ces zones et leur durée de vie mais nous n'avons pas eu le temps d'approfondir ces questions. L'apparition d'ordre peut conduire à des mesures erronées, en particulier dans l'étude des corrélations (champ de vitesse, de température). Cependant, il a été montré que les comportements de matériaux polydisperse et monodisperse en écoulement sont qualitativement identiques (Prochnow, 2002), c'est-à-dire que l'apparition d'ordre ne bouleverse pas les propriétés fondamentales des écoulements.

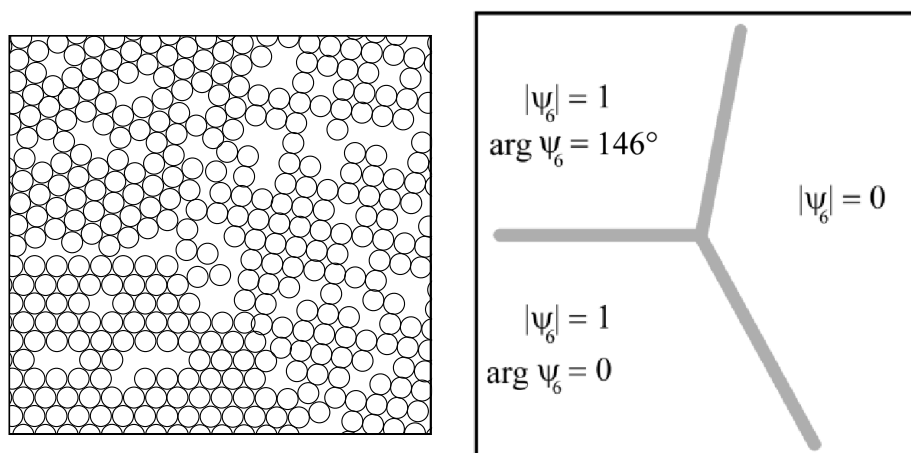


FIG. 4.12 – Paramètre d'ordre cristallin hexagonal Ψ_6 . En calculant Ψ_6 pour chaque particule on peut identifier les différents domaines malgré la présence de défauts.

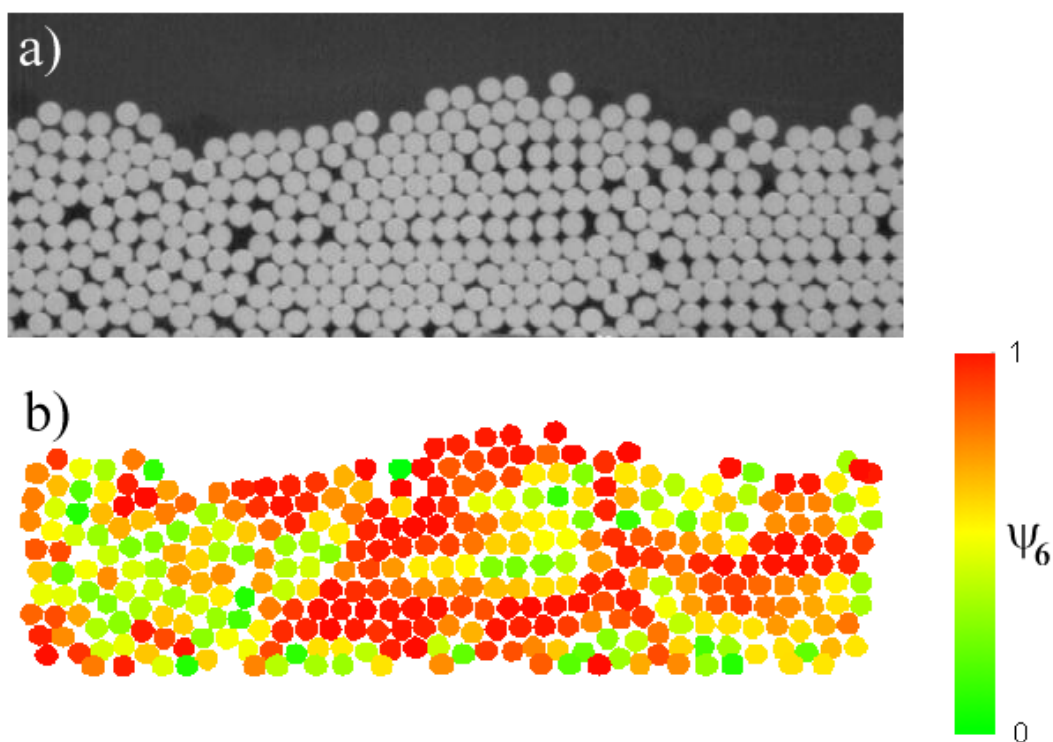


FIG. 4.13 – Paramètre d'ordre cristallin hexagonal Ψ_6 calculé au sein d'un écoulement

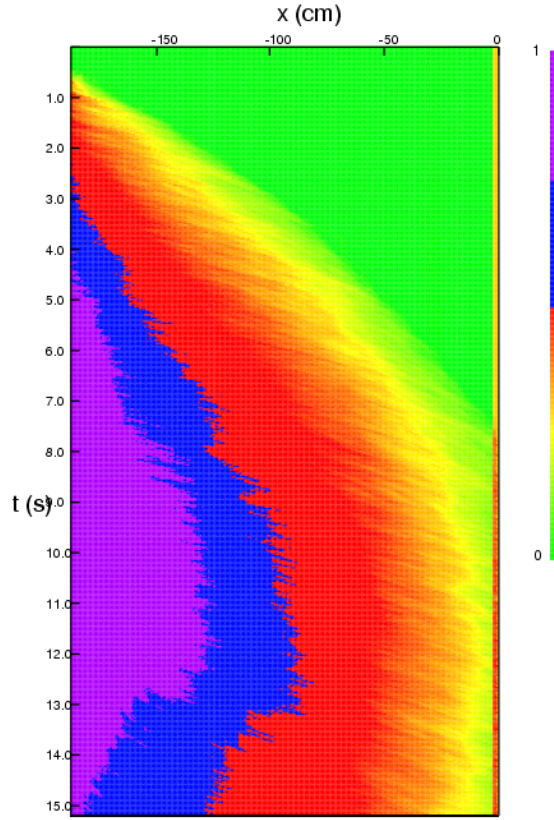


FIG. 4.14 – Diagramme spatio-temporel de l'épaisseur d'écoulement pour $\theta = 30^\circ$ et $Q = 1100$ part./s

4.3 Empilements à stabilité dynamique bidimensionnels

Après avoir étudié les écoulements stationnaires et établis, intéressons nous maintenant aux cas instationnaires ou non établis. Ces situations sont rencontrées dans les écoulements bidimensionnels. Nous allons d'abord illustrer l'existence de tels régimes en étudiant l'évolution spatio-temporelle de l'épaisseur de grains dans le canal. Nous identifierons ensuite les conditions dans lesquelles les écoulements sont non établis avant de présenter les profils de vitesse mesurés à différentes positions réparties le long du canal.

4.3.1 Evolution spatio-temporelle

En utilisant le même montage expérimental bidimensionnel que précédemment, nous avons observé des régimes d'écoulement radicalement différents des écoulements stationnaires et établis présentés dans la partie précédente. La figure 4.14 montre un diagramme spatio-temporel de l'épaisseur de l'écoulement réalisé pour une inclinaison du canal $\theta = 30^\circ$ et un débit $Q = 1100$ part./s. La dynamique est très différente : tout d'abord, la transition

entre le canal vide et l'écoulement n'est pas linéaire. Ceci montre que le front de grains ne se propage pas à vitesse constante comme c'est le cas pour les écoulements stationnaires et établis. On voit ensuite que jamais au cours de l'évolution l'épaisseur n'est uniforme dans le canal, c'est-à-dire que l'écoulement n'est pas établi. En effet, la couleur change le long d'une quelconque ligne horizontale. L'épaisseur est constamment plus élevée à l'entrée du canal (à gauche sur le diagramme) qu'à la sortie (à droite). Enfin, on voit que l'écoulement peine à s'établir dans un régime stationnaire. L'épaisseur de l'écoulement continue d'évoluer longtemps après le passage du front. En fait, elle ne cesse de croître, quelque soit la position, jusqu'à ce que le réservoir soit vide (à $t \approx 13s$). Il existe cependant une courte fenêtre temporelle dans laquelle le régime peut être considéré comme stationnaire (entre $t = 10s$ et $t = 12s$). Dans cette région, le diagramme présente une relative invariance temporelle.

En conclusion, il existe donc de nombreuses différences entre les deux types de régimes. Dans le premier cas, les écoulements sont stationnaires et établis immédiatement après le passage du front se propageant à vitesse constante. Ce premier régime sera appelé régime SFD pour *Steady and Fully-Developed*. Dans l'autre cas, l'état stationnaire n'est atteint qu'après un transitoire beaucoup plus long (de l'ordre d'une dizaine de secondes dans l'exemple de la figure 4.14). De plus, l'épaisseur de grain n'est jamais uniforme dans le canal. Ce deuxième régime sera appelé régime SSH pour *Super Stable Heap* (cf. chapitre suivant). Il est donc facile de déterminer à partir de son diagramme spatio-temporel l'appartenance d'un écoulement à l'un ou l'autre des deux régimes.

4.3.2 Diagramme de phase

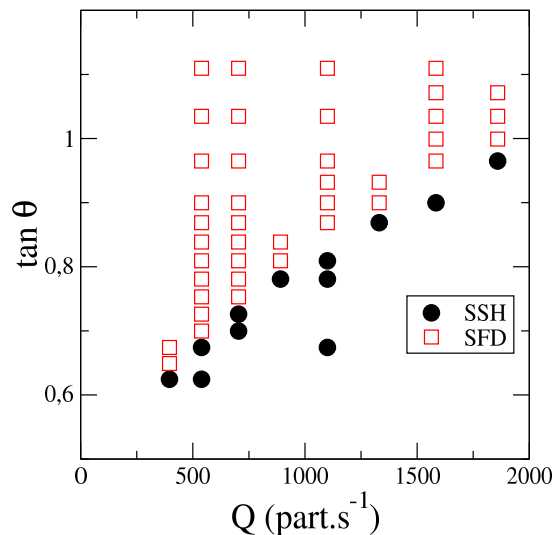


FIG. 4.15 – Diagramme de phase pour les écoulements bidimensionnels. Symboles carrés : régime stationnaire établi (SFD pour *Steady and Fully-Developed*). Symboles ronds : régime non établi (SSH pour *Super Stable Heap*).

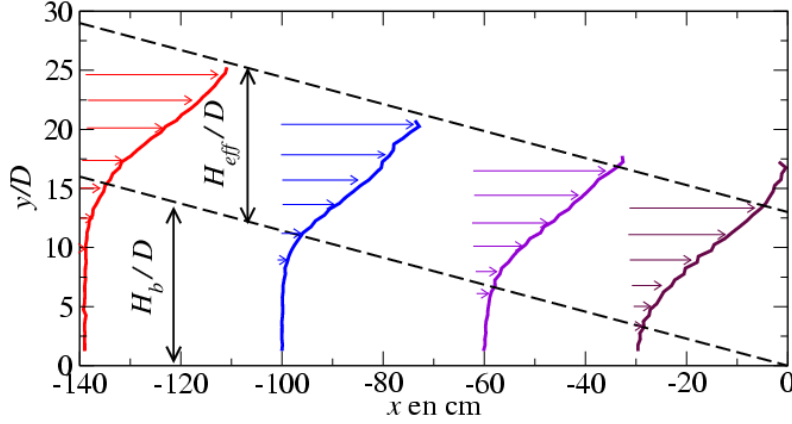


FIG. 4.16 – Profils de vitesses réalisés à différentes positions x le long du canal

Nous allons voir maintenant sous quelles conditions les écoulements sont SFD ou SSH. Nous disposons de deux paramètres de contrôle : l'inclinaison du canal θ et le débit d'entrée Q . Ce sont donc les valeurs de ces deux paramètres qui vont déterminer le régime d'écoulement. Nous avons réalisé des mesures pour de nombreuses valeurs de θ et de Q . La figure 4.15 résume les résultats.

Il existe une transition nette entre les deux régimes et nous n'avons pas observé de phénomène d'hystérésis pour cette transition. Expérimentalement, en partant d'un écoulement SFD on peut atteindre le régime SSH de deux façons. La première consiste à diminuer l'inclinaison θ . On voit que quelque soit la valeur du débit, il existe un angle critique au-dessous duquel le régime est SSH. La deuxième façon consiste à augmenter le débit Q . Quelque soit l'inclinaison, il existe un débit critique Q_c au-delà duquel le régime est SSH. On peut donc conclure que le régime SSH apparaît aux faibles inclinaisons et aux forts débits. De plus, on note que la valeur de Q_c augmente avec l'angle. Pour atteindre le régime SSH, le débit doit ainsi être d'autant plus important que l'inclinaison est élevée.

4.3.3 Profils de vitesse

Comme mentionné plus haut, les écoulements SSH n'atteignent un état stationnaire qu'après un régime transitoire relativement long (de l'ordre d'une dizaine de secondes). Dans notre montage, il est difficile d'atteindre un régime véritablement stationnaire à cause de la capacité restreinte du réservoir de grains, c'est à dire du nombre de grains à disposition (environ 10000). Cependant, selon les valeurs de θ et Q choisies, le système atteint un état que l'on peut considérer comme stationnaire pendant une période très courte (voir section précédente). Nous avons réalisé des mesures de l'épaisseur totale de l'empilement (i.e. la position de la surface libre) et de profils de vitesse dans cet état quasi-stationnaire. Nous avons tout d'abord remarqué que l'épaisseur diminue linéairement avec la position le long du canal. Les profils de vitesses mesurés à différentes positions réparties le long du canal sont présentés sur la figure 4.16.

Tous les profils de vitesse sont linéaires près de la surface libre puis atteignent une

valeur quasiment nulle en s'approchant du socle. Il y a donc un écoulement en surface d'un empilement pratiquement statique. Comme le montre la figure 4.16, l'épaisseur de l'empilement statique diminue linéairement avec la position alors que celle de l'écoulement semble rester uniforme. Signalons également que lorsque l'alimentation est coupée (ou que le réservoir est vide) l'empilement statique s'érode et les grains finissent par évacuer complètement le canal.

Sur la figure 4.17 on a reporté les résultats de la figure 4.16. Les différents profils ont été translatés de façon à faire coïncider les positions de la surface libre. La superposition des différentes courbes montre que l'écoulement est uniforme en surface de l'empilement statique. Non seulement l'épaisseur reste la même mais les vitesses sont également conservées tout au long du canal. La seule partie du profil qui semble changer est celle qui correspond à la couche gazeuse, car celle-ci s'épaissit le long de l'écoulement.



Après avoir observé des écoulements de type SSH dans notre géométrie bidimensionnelle, nous avons cherché à expliquer leur existence. L'idée que nous avons explorée est celle des frottements induits par les parois latérales. Nous avons alors décidé d'étudier ce phénomène dans un canal tridimensionnel afin de varier l'écartement entre parois et de mesurer ainsi leur influence. L'étude détaillée de cette situation fait l'objet des deux chapitres suivants.

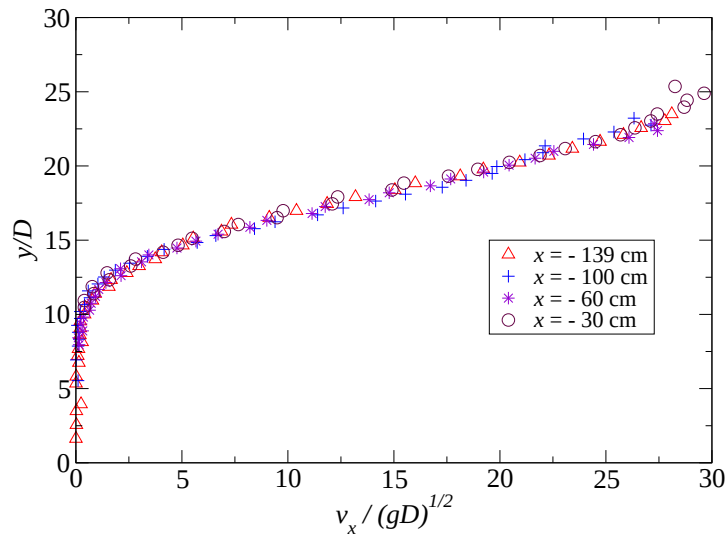


FIG. 4.17 – Profils de vitesse réalisés à différentes positions le long du canal. On a translaté les différentes courbes afin de faire coïncider les positions de la surface libre.

Chapitre 5

Empilements à Stabilité Dynamique : Super Stable Heaps

Nous avons vu à la fin du chapitre précédent qu’au-delà d’un débit critique, il se forme dans le canal une zone statique dont l’angle est plus important que celui du canal. Dans ce chapitre, nous allons étudier en détail les propriétés de cet empilement à stabilité dynamique ou SSH pour *Super Stable Heap*. Nous utilisons également l’expression *Side-walls Stabilized Heap* qui est plus explicite quant à l’origine du phénomène. Nous allons tout d’abord présenter les résultats expérimentaux obtenus dans un canal tridimensionnel. Un modèle simple fondé sur des lois de frottement solide nous permettra d’identifier une loi d’échelle pour le phénomène et de souligner l’influence du frottement aux parois latérales. Dans une deuxième partie, nous présenterons deux types de simulations numériques de dynamique moléculaire, l’une simulant le canal complet, l’autre simulant une cellule périodique dans la direction principale de l’écoulement. Nous allons montrer que ces deux simulations sont équivalentes. Nous comparerons ensuite les résultats numériques et expérimentaux afin de valider la simulation. Enfin, dans une troisième partie, nous nous intéresserons au régime transitoire conduisant à l’état stationnaire. Nous présenterons un modèle de type BCRE (Bouchaud et al., 1994) régissant les échanges entre les populations statiques et mobiles. Après avoir validé le modèle grâce à des mesures expérimentales et numériques, nous discuterons du comportement du taux d’échange entre les deux populations. Enfin, nous décrirons des ondes de trafic qui se propagent dans l’écoulement et leur lien avec le modèle BCRE sera discuté.

5.1 Approche expérimentale

Les résultats expérimentaux présentés dans ce chapitre ont été obtenus en faisant s’écouler soit du sable de Fontainebleau, soit des billes de verre de $500\ \mu\text{m}$ dans un canal dont les parois sont faites de deux plaques de verre. Un réservoir contrôle le débit d’entrée par unité de largeur Q . L’inclinaison θ et la largeur W du canal sont choisies par l’expérimentateur. Le chapitre 3 détaille les matériaux utilisés et les méthodes de mesures employées ici.

5.1.1 Observations expérimentales

En réalisant plusieurs expériences dans un canal d'inclinaison θ et de largeur W fixées, il est possible d'observer plusieurs régimes en changeant le débit Q (voir figure 5.1). En deçà d'une valeur critique du débit (notée Q_c), l'écoulement s'effectue directement sur le fond rugueux du canal (a). L'écoulement peut être uniforme, accéléré ou instable (turbulent) selon les conditions d'inclinaison et de débit. Au-delà de la valeur critique Q_c , il se forme un empilement statique en surface duquel les grains s'écoulent (b et c). On reproduit ainsi les résultats obtenus à forts débits dans notre système bidimensionnel (voir paragraphe 4.3).

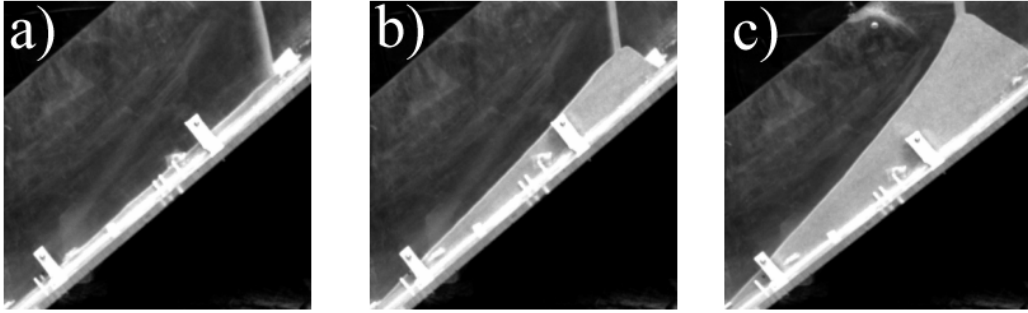


FIG. 5.1 – Photographies réalisées avec du sable de Fontainebleau dans un canal d'inclinaison $\theta = 40^\circ$ et de largeur $W = 10 \text{ mm}$. a) $Q = 3 \text{ g.mm}^{-1}.\text{s}^{-1}$, b) $Q = 10 \text{ g.mm}^{-1}.\text{s}^{-1}$, c) $Q = 15 \text{ g.mm}^{-1}.\text{s}^{-1}$

Lorsque les grains sont injectés dans le canal dans le régime SSH, une partie d'entre eux s'écoule et une partie contribue à la formation de l'empilement statique. Après un régime transitoire (qui sera étudié à la fin de ce chapitre), le système atteint un état stationnaire. La figure 5.2 montre des photographies prises à des instants réguliers au cours de la croissance de l'empilement et la figure 5.3 montre une photographie d'un écoulement de sable dans le régime SSH stationnaire. On voit très nettement la zone statique par-dessus laquelle les grains s'écoulent. L'épaisseur de la zone statique diminue lorsqu'on se rapproche de la sortie du canal. L'inclinaison φ de la surface libre (et donc celle de l'interface mobile/statique) est supérieure à celle du canal. Un fait remarquable est que la valeur de φ est bien supérieure aux angles habituellement rencontrés dans les empilements ou écoulements de grains. En effet, l'angle φ vaut environ 57° sur la figure 5.3, ce qui est très supérieur à l'angle de repos du sable de Fontainebleau (environ 31° , sans parois) ou à l'angle d'avalanche (i.e. l'angle maximal de stabilité) qui vaut environ 34° , sans parois également. De telles observations ont déjà été signalées dans la littérature (Amarouchene et al., 2001).

5.1.2 Profils de vitesse

Nous avons mesuré le profil de vitesse au sein de l'écoulement par suivi de particule (cf. chapitre 3). Ces mesures ont été effectuées sur des billes de verre de $500 \mu\text{m}$ de diamètre. Il

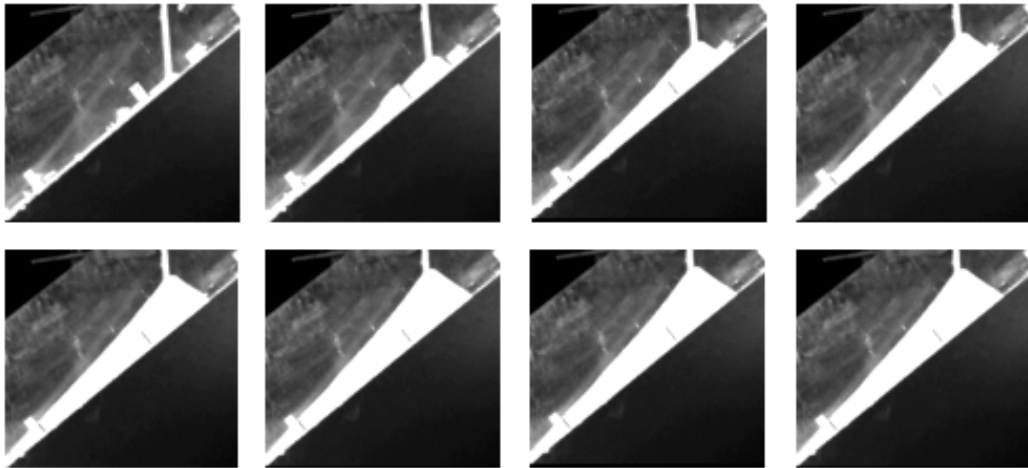


FIG. 5.2 – Photographies prises à 4 s d'intervalle au cours du régime transitoire

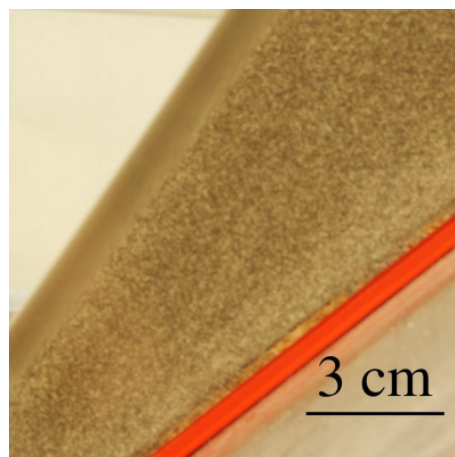


FIG. 5.3 – Photographie d'un écoulement de sable dans le régime SSH

est en effet plus facile d'identifier individuellement des billes sphériques que des grains de sable. Le résultat est présenté sur la figure 5.4. Nous avons tracé la vitesse selon la direction principale de l'écoulement x en fonction de la position mesurée perpendiculairement à la surface libre y . Le profil de vitesse se décompose en trois parties distinctes. Près de la surface libre, la vitesse est indépendante de la position y . Ceci correspond à une couche de faible épaisseur dans laquelle le milieu est très dilué et les collisions sont binaires. Cette couche superficielle sera par la suite appelée couche gazeuse. Sous cette couche gazeuse, l'écoulement est dense et le profil de vitesse devient plus linéaire. Cette zone correspond aux grains en mouvement rapide. Enfin, si l'on s'enfonce dans l'empilement, la vitesse décroît rapidement pour atteindre une valeur nulle. Cette dernière zone correspond donc à l'empilement quasi-statique au sein duquel le mouvement est rampant.

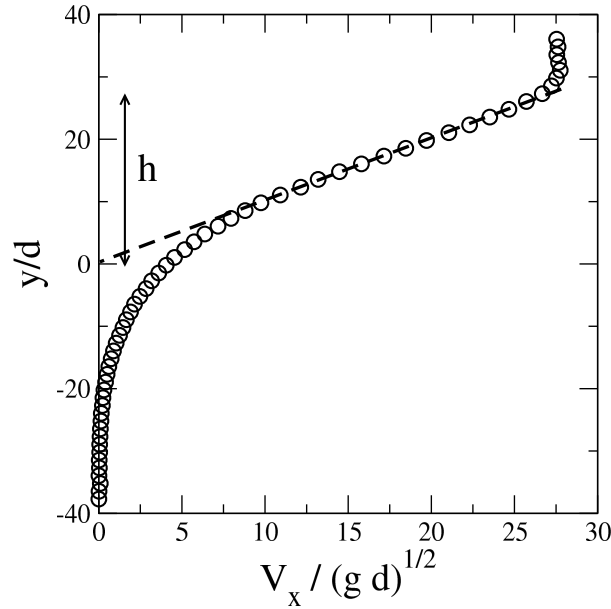


FIG. 5.4 – Profil de vitesse V_x réalisé pour des billes de verre avec une largeur de canal $W = 12.5 \text{ mm}$ et un débit $Q = 90 \text{ g.mm}^{-1}.\text{s}^{-1}$. L'inclinaison de la surface libre vaut alors $\varphi = 40.5^\circ$.

En fait, la vitesse décroît exponentiellement dans l'empilement statique. Cette décroissance a déjà fait l'objet d'une étude approfondie (Komatsu et al., 2001). Ces auteurs ont montré que la distance caractéristique de la décroissance exponentielle est environ $2d$, où d est le diamètre des grains. Dans nos expériences réalisées avec des billes de verre, nous avons trouvé une longueur caractéristique de l'ordre de $2.5 d$. Il existe donc une transition bien définie entre la couche en écoulement dans laquelle le profil de vitesse est apparemment linéaire et l'empilement statique dans lequel le profil décroît exponentiellement. Ceci nous permet de définir de façon non arbitraire l'épaisseur de la couche en écoulement. En pratique, on prolonge la tangente à la partie linéaire de la courbe, c'est-à-dire près de la surface libre (voir figure 5.4). L'épaisseur h est mesurée entre l'interface gaz/liquide et l'intersec-

tion de cette droite avec l'axe y . Dans le cas du sable, la transition entre les zones roulante et statique est très rapide car le diamètre des grains est faible. Nous avons donc déterminé l'épaisseur de l'écoulement en prenant des images avec un temps d'exposition de $1/30$ s. La zone apparaissant floue est assimilée à la zone d'écoulement. En résumé, l'écoulement se décompose en trois phases : une phase solide sur laquelle s'écoule une phase liquide, elle-même surmontée d'une fine couche gazeuse.

Même si la figure 5.3 n'est pas une vue d'ensemble du canal, on peut y voir que la surface libre est rectiligne. Expérimentalement, il est très facile de le vérifier en plaçant par exemple une règle parallèlement à la surface libre. En fait, il peut exister une zone de transition entre l'alimentation et la zone de régime établi, où la surface libre peut ne pas être rectiligne. Pour une valeur donnée du débit, le système choisit une inclinaison et donc une vitesse moyenne V_1 pour l'écoulement. Donc, si la vitesse d'arrivée des grains dans le canal V_0 est plus faible que V_1 , ceux-ci doivent accélérer et si V_0 est supérieure à V_1 , les grains doivent ralentir. On observe alors une zone transitoire près de l'alimentation qui peut être concave ou convexe. La figure 5.5 illustre ce fait. Cependant, après quelques centimètres, la surface libre redevient parfaitement rectiligne. Ainsi, les conditions d'injections des grains n'ont pas d'influence sur les propriétés de l'écoulement stationnaire et établi et le seul paramètre important est le débit.

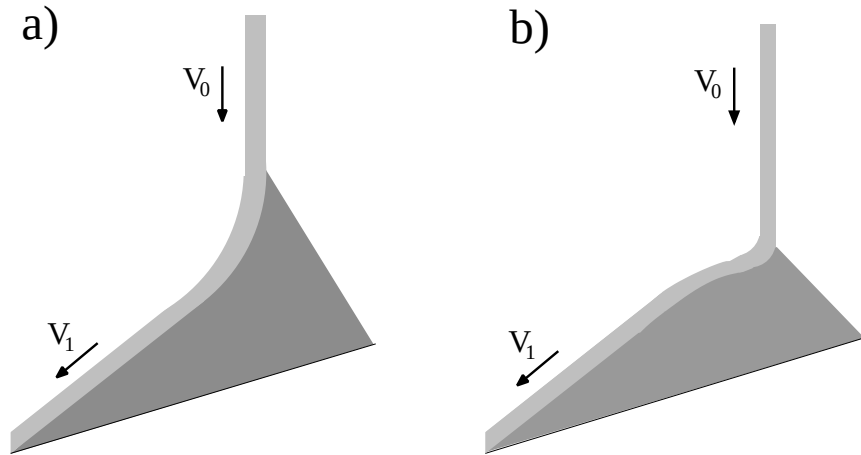


FIG. 5.5 – Schéma de la zone de transition entre l'alimentation et l'écoulement établi. Selon la valeur de la vitesse d'injection la transition peut être soit concave (a : $V_1 < V_0$) soit convexe (b : $V_1 > V_0$)

Nous n'avons observé aucune courbure de la surface libre perpendiculairement aux parois latérales. La surface libre semble donc plane. Nous avons mesuré la vitesse de surface en fonction de la distance aux parois z en filmant l'écoulement par le haut. Les résultats sont présentés sur la figure 5.6. On voit que la vitesse n'est pas parfaitement constante et qu'il existe un cisaillement selon la direction z . Cependant, la vitesse de glissement à la paroi est très élevée. Si l'écoulement était réalisé avec un fluide Newtonien, le profil de vitesse serait parabolique selon la direction z . Ici, il n'en est rien puisque la différence entre

la vitesse de glissement à la paroi et la vitesse au milieu du canal reste assez faible (environ 15 % sur la figure 5.6 contre 100 % pour un fluide Newtonien) . Dans la suite, nous allons donc considérer que les propriétés sont invariantes dans la direction z . En particulier, nous considérerons que la vitesse des grains mesurée à la paroi est une mesure correcte de la vitesse de grains situés au milieu du canal. Notons cependant que des expériences récentes (Jop et al., 2005) ont montré que dans des systèmes très larges (typiquement $W = 500 d$), la vitesse au milieu du canal peut être bien supérieure à la vitesse des grains aux parois.

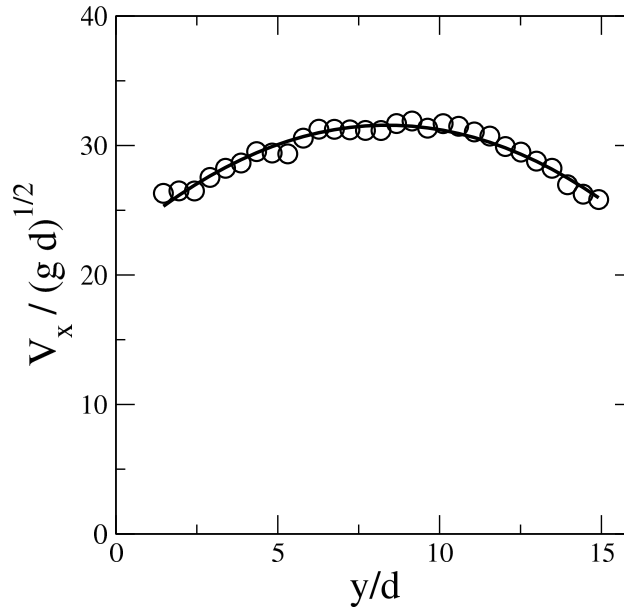


FIG. 5.6 – Variation de la vitesse de surface selon z , soit perpendiculairement aux parois, dans des conditions identiques à celles de la figure précédente. La ligne représente un "fit" parabolique.

Le fait que la surface libre soit rectiligne indique que l'écoulement est uniforme dans la direction principale de l'écoulement x . Pour le vérifier, nous avons mesuré le profil de vitesse à différentes positions x dans le canal. Nous avons ainsi vérifié que les vitesses (vitesse moyenne ou vitesse de surface) et donc par conséquent l'épaisseur d'écoulement restent constantes le long du canal.

5.1.3 Relaxation vers l'angle de repos

La figure 5.7 montre des photographies prises à 4 secondes d'intervalle après que l'alimentation ait été coupée. On voit que l'empilement est petit à petit érodé et fini par évacuer entièrement le canal. Notons que si l'inclinaison du canal était plus petite que l'angle de repos θ_r du matériau, alors l'empilement relaxerait vers θ_r . On peut donc conclure que la zone statique doit sa stabilité exceptionnelle au fait que des grains s'écoulent à sa surface.

En effet, lorsque cet écoulement disparaît, l'empilement disparaît également. C'est la raison pour laquelle nous parlons d'empilement à stabilité dynamique.

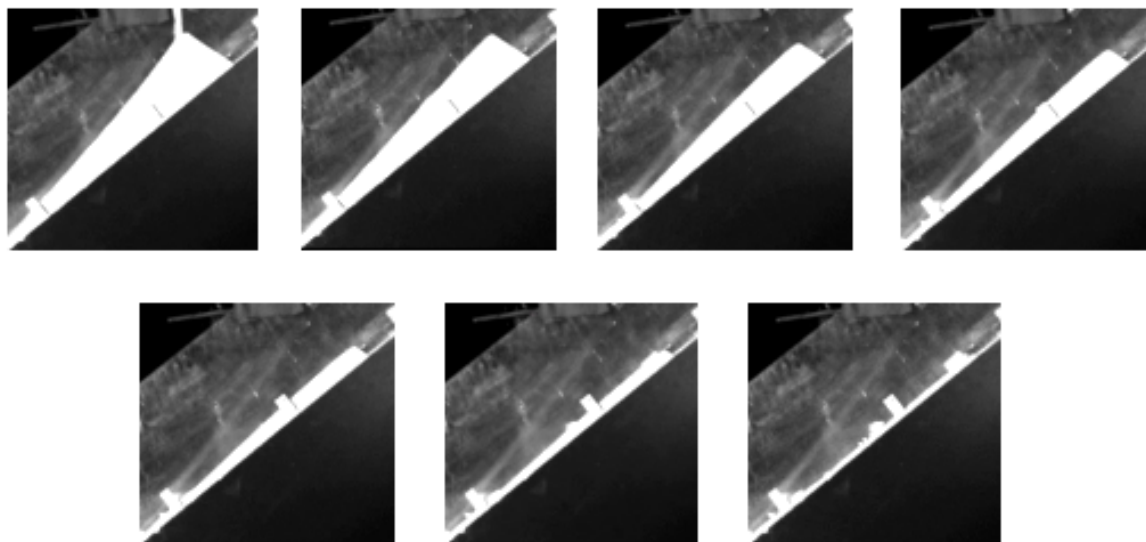


FIG. 5.7 – Photographies prises à 4 s d'intervalle après que l'alimentation ait été coupée

5.1.4 Diagramme de phase

Comme nous l'avons signalé plus haut, il existe une valeur critique du débit (notée Q_c) au-delà de laquelle l'écoulement s'effectue en surface d'un empilement statique (ce qui est compatible avec les résultats en 2D présentés au 4.3). Or, la valeur de Q_c dépend de l'inclinaison θ . En d'autres termes, le régime SSH n'existe que pour une gamme donnée d'inclinaisons et de débits. Il est donc possible de tracer un diagramme de phase. La figure 5.8 présente les résultats obtenus pour le sable de Fontainebleau avec une largeur de canal $W = 10\text{ mm}$. Le domaine (I) est celui où les écoulements s'effectuent directement sur le fond rugueux du canal. Notons que l'inclinaison du canal est toujours choisie supérieure à l'angle de repos du sable. Le domaine (II) représente le domaine d'existence des empilements à stabilité dynamique, c'est-à-dire du régime d'écoulement SSH. Notons que si la rugosité du fond joue un rôle important pour les écoulements (I), il semble qu'elle n'ait aucune influence sur les écoulements de types SSH. On peut faire deux remarques à propos de ce diagramme. Tout d'abord, on voit que quelle que soit l'inclinaison, il existe toujours une valeur critique du débit au-delà de laquelle on entre dans le régime SSH. Ainsi, les empilements à stabilité dynamique semblent pouvoir exister pour n'importe quelle inclinaison du canal. On remarque ensuite que le débit critique Q_c est une fonction croissante de l'inclinaison. Cela signifie que plus le canal est incliné, plus le débit doit être important pour obtenir le régime SSH.

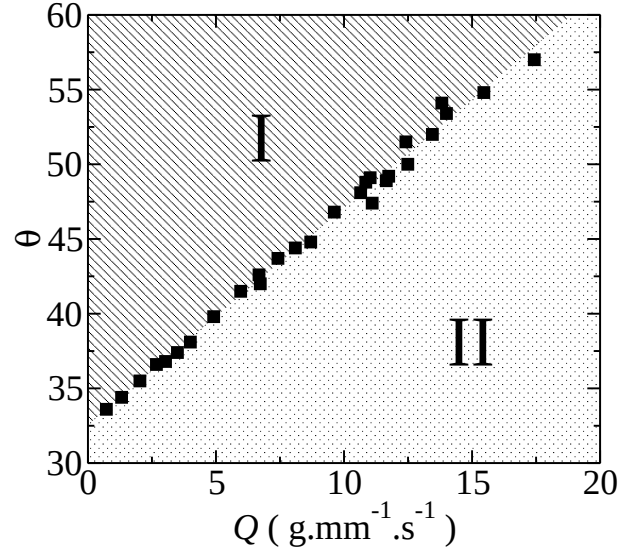


FIG. 5.8 – Diagramme de phase pour le sable de Fontainebleau avec $W = 10 \text{ mm}$. Le domaine I correspond aux écoulements sur les fond du canal, le domaine II aux écoulements en surface d'un empilement statique, i.e. dans le régime SSH.

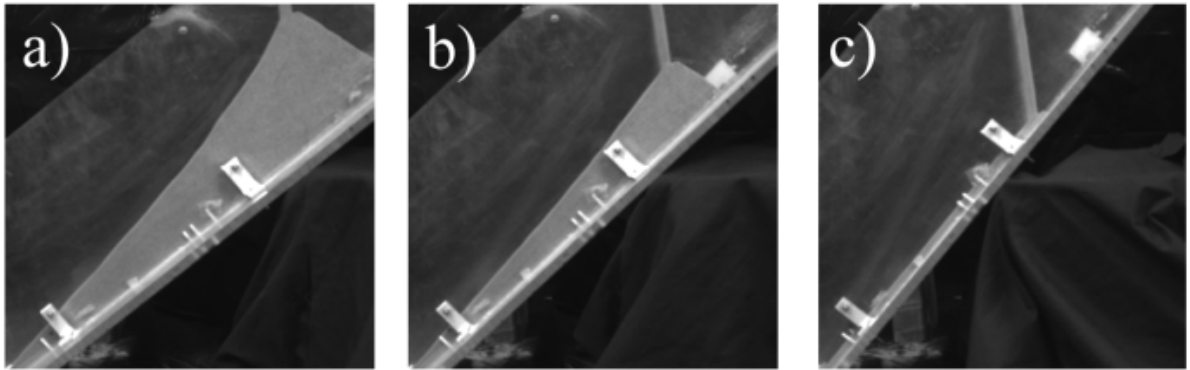


FIG. 5.9 – Photographies réalisées avec du sable de Fontainebleau dans un canal de largeur $W = 10 \text{ mm}$ avec un débit $Q = 12 \text{ g.mm}^{-1}.\text{s}^{-1}$ pour des inclinaisons variées : a) : $\theta = 39.4^\circ$, b) : $\theta = 44.2^\circ$, c) : $\theta = 51.5^\circ$

La figure 5.9 montre des photographies réalisées avec du sable de Fontainebleau dans un canal de largeur $W = 10\text{ mm}$ pour plusieurs valeurs de l'inclinaison θ et pour un débit fixé $Q = 12\text{ g.mm}^{-1}.\text{s}^{-1}$. On voit tout d'abord qu'il existe un angle au-delà duquel l'empilement statique disparaît. Cela correspond à la transition entre les domaines I et II pour un débit fixé. Dans les cas a) et b) il est possible de mesurer l'angle de la surface libre φ . On s'aperçoit alors que sa valeur ne dépend pas de l'inclinaison du canal θ et vaut 50.2° pour cette valeur du débit Q . Le système choisi donc librement la valeur de φ et, tant que θ imposé par l'expérimentateur reste inférieur à cette valeur de φ , le régime est de type SSH. Ainsi, la frontière entre les deux domaines du diagramme de phase (i.e. $Q_c(\theta)$) constitue une mesure de l'angle de la surface libre $\varphi(Q)$ dans le régime SSH. Notons néanmoins que lorsque θ tend vers ϕ (c'est-à-dire lorsque que l'on se rapproche de la transition), la rugosité du socle pourrait jouer un rôle important, même si nous ne l'avons pas directement observé.

5.1.5 L'origine du phénomène : le frottement aux parois

En cherchant à identifier l'origine de la stabilité des empilements SSH, nous avons compris que les parois latérales jouent un rôle primordial. Pour le vérifier, nous avons réalisé plusieurs expériences en faisant varier la largeur du canal. Ainsi, si les parois latérales ont un rôle important, les propriétés des écoulements doivent dépendre de l'écart entre ces parois. Nous avons mesuré les courbes $\varphi(Q)$ pour des écoulements de sable avec trois largeurs de canal ($W = 5\text{ mm}$, $W = 10\text{ mm}$ et $W = 20\text{ mm}$). En augmentant la largeur W nous avons veillé à ce que la largeur de la sortie du réservoir augmente également. Le sable est ainsi versé uniformément sur toute la largeur du canal. La figure 5.10 présente les différentes courbes $\varphi(Q)$. La première conclusion évidente est que les courbes ne se superposent pas, ce qui met donc en évidence l'effet important de parois. En effet, pour un débit par unité de largeur Q donné, φ diminue quand W augmente. De plus, si l'on se souvient que $\varphi(Q)$ constitue la frontière entre les domaines (I) et (II) du diagramme de phase, on voit que le domaine d'existence du régime SSH se réduit lorsque W augmente. Ainsi, plus les parois sont écartées, moins leur influence est grande.

5.1.6 Modélisation

Modèle

Nous allons maintenant présenter un calcul simple qui permet de rendre compte de l'influence des parois. Nous adoptons la vision d'un écoulement en surface d'un empilement statique d'inclinaison φ . Considérons une tranche de la couche en écoulement de longueur L , de largeur W et bien sûr d'épaisseur h . Les forces qui s'exercent sur cette tranche sont : son poids $m\vec{g}$, les frottements sur les parois latérales $\vec{F}_W$, la force normale sur les parois latérales, le frottement à la base de l'écoulement $\vec{F}_{SSH}$ et la force normale à la base $\vec{N}$. La figure 5.11 illustre ces notations.

Afin de calculer ces forces nous allons faire plusieurs hypothèses. Nous verrons au chapitre suivant que les propriétés de frottement des parois latérales peuvent provoquer des variations de la compacité au sein de la couche en écoulement. Nous présenterons en annexe

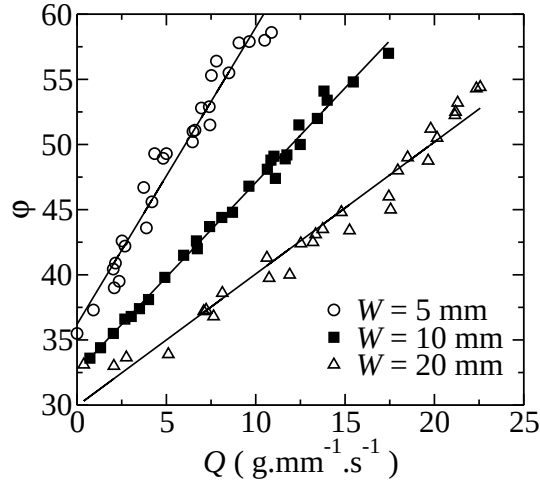


FIG. 5.10 – Courbes $\varphi(Q)$ pour des écoulements de sable pour trois largeurs de canal : $W = 5 \text{ mm}$, $W = 10 \text{ mm}$ et $W = 20 \text{ mm}$

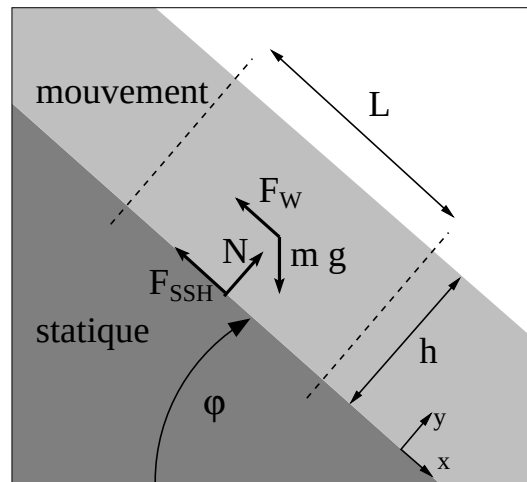


FIG. 5.11 – Schéma de l'écoulement. On applique l'équilibre des forces à une tranche d'épaisseur h , de profondeur W et de longueur L .

B le calcul dans le cas d'une compacité variable mais pour l'instant, nous allons considérer en première approximation que la masse volumique de l'écoulement $\bar{\rho}$ (i.e. le produit de la compacité et de la masse volumique du matériau) reste constante. La deuxième hypothèse que nous avons formulée est que la pression au sein de l'écoulement $P(y)$ est hydrostatique et isotrope. Ces deux points sont discutables mais des simulations numériques nous ont confirmé qu'il s'agit d'une bonne approximation (voir chapitre suivant). Enfin, nous allons supposer que les frottements aux parois latérales et entre la couche en écoulement et l'empilement statique sont de type solide, c'est-à-dire qu'ils obéissent à la loi d'Amontons-Coulomb. On introduit donc deux coefficients de frottement effectif μ_w et μ_i pour le calcul de F_W et F_{SSH} . Ces hypothèses ont déjà été utilisées à plusieurs reprises pour quantifier l'effet du frottement aux parois des écoulements (Roberts, 1969; Savage, 1979; Hutter et Koch, 1991) ou des empilements statiques (du Pont et al., 2003b).

D'après ces hypothèses on peut écrire :

$$\left\{ \begin{array}{l} m g = \bar{\rho} g L W h \\ P(y) = \bar{\rho} g \cos \varphi (h - y) \\ N = L W P(y = 0) = \bar{\rho} g L W h \cos \varphi \\ F_{SSH} = \mu_i N \\ F_W = 2 \mu_w L \int_0^h P(y) dy = \bar{\rho} g \mu_w L h^2 \cos \varphi \end{array} \right.$$

Nous avons vu précédemment que l'écoulement est établi, c'est-à-dire invariant selon la direction principale de l'écoulement x . Cela signifie donc que la résultante des forces qui s'appliquent sur la tranche considérée est nulle. Le mouvement de cette tranche se fait uniquement selon l'axe x (même si ce n'est pas le cas des grains pris individuellement). Nous considérons donc que la force de frottement aux parois latérales $\vec{F}_W$ est dirigée selon x . On peut donc écrire (en projection selon l'axe de l'écoulement) :

$$F_{SSH} + F_W = m g \sin \varphi$$

Après simplification, on obtient une formule simple reliant l'inclinaison du canal φ à l'épaisseur h de l'écoulement et à la largeur du canal W :

$$\tan \varphi = \mu_i + \mu_w \frac{h}{W} \quad (\text{équation SSH})$$

Validité du modèle

Avant de discuter des conséquences de l'équation SSH nous allons vérifier expérimentalement le modèle. Pour cela, nous avons mesuré l'épaisseur de l'écoulement et l'inclinaison

de la surface libre en faisant varier le débit et la largeur du canal. La figure 5.12 présente les résultats obtenus avec le sable de Fontainebleau. L'inclinaison φ varie linéairement avec le rapport h/W et les courbes réalisées pour différentes valeurs de W se rassemblent sur une même droite. Ces résultats valident donc le modèle simple présenté au paragraphe précédent.

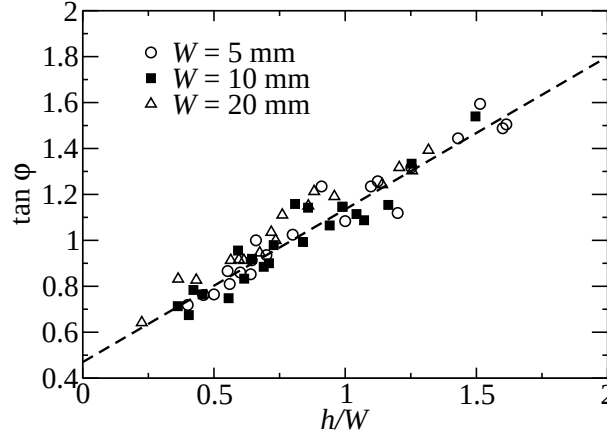


FIG. 5.12 – Inclinaison φ en fonction du rapport h/W mesurée expérimentalement avec du sable pour plusieurs valeurs de largeur de canal.

L'expérience donne les valeurs suivantes pour le sable de Fontainebleau coulant dans un canal aux parois de verre : $\mu_w = \tan 37^\circ$ et $\mu_i = \tan 23^\circ$. Rappelons ici que le modèle ne tient pas compte de la variation de la compacité (qui sera discutée au prochain chapitre). De plus, les coefficients μ_w et μ_i employés dans les modèles sont des coefficients effectifs qui rendent compte d'interactions complexes. Par conséquent, la détermination expérimentale de μ_w et μ_i ne constitue pas une mesure directe des coefficients de frottements sable/verre et sable/sable mêmes s'ils y sont intimement liés. Les valeurs des constantes μ_i et μ_w sont plus faibles si l'on utilise des grains sphériques comme des billes de verre ou d'acier par exemple.

Loi d'échelle

L'écart entre parois apparaît donc explicitement dans l'équation SSH. Si le débit n'apparaît pas explicitement, il est cependant implicitement pris en compte dans l'épaisseur h . En effet, plus le débit est important, plus h est grande. L'équation SSH donne donc une loi d'échelle pour le phénomène. Le simple rapport h/W suffit à déterminer l'angle de l'écoulement. Nous verrons au chapitre suivant qu'il détermine aussi les propriétés des écoulements telles que les profils de vitesse ou de compacité. Ainsi, l'influence des parois est moindre lorsque la largeur du canal est grande devant l'épaisseur h . Il faut noter que le diamètre des grains n'intervient pas directement dans l'équation SSH même si les coefficients μ_w et μ_i dépendent bien sûr des matériaux utilisés et donc, indirectement, du diamètre des grains. En d'autres termes, le seul rapport important est W/h et non pas W/d . S'il est commode

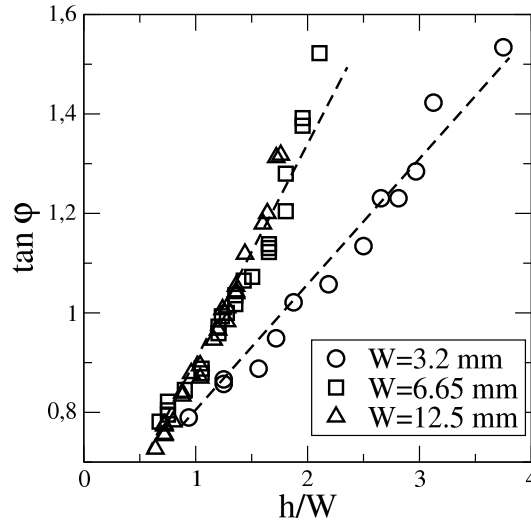


FIG. 5.13 – Inclinaison φ en fonction du rapport h/W mesurée expérimentalement avec des billes d'acier et des parois de plexiglas pour plusieurs valeurs de largeur de canal.

de mesurer la largeur du canal en unité de d , il est faux de considérer que si W/d est très grand (par exemple avec des billes de 1 mm dans un canal de 1 m de large), alors les parois n'ont aucune influence. Le seul rapport valide pour mesurer l'effet des parois est celui de la largeur sur l'épaisseur d'écoulement.

Notons tout de même que cette analyse doit être revue dans le cas particulier où W/d est très faible (typiquement $W/d < 5$). Dans ce cas, des phénomènes d'arches peuvent venir bloquer les grains et on ne peut plus considérer que le milieu est continu. De plus, les frottements effectifs sont modifiés à cause des changements dans les interactions grain/grain et grain/paroi. Nous avons réalisé des expériences avec une très faible valeur de $W/d = 3.2$ en utilisant des billes d'acier et des parois de plexiglass. La figure 5.13 montre les résultats. Les courbes $W = 12.5$ mm et $W = 6.65$ mm se rassemblent sur une même droite (comme sur la figure précédente) mais la loi d'échelle ne fonctionne plus pour $W = 3.2$ mm = $3.2d$. Notons cependant que les points obtenus pour $W = 3.2$ mm = $3.2d$ se situent sur une droite (certes différente de celle obtenue pour $W = 12.5$ mm et $W = 6.65$ mm). On mesure les valeurs suivantes : pour $W = 12.5$ mm et $W = 6.65$ mm, $\mu_w = \tan 22.8^\circ$ et $\mu_i = \tan 31.4^\circ$, pour $W = 3.2$ mm, $\mu_w = \tan 12.5^\circ$ et $\mu_i = \tan 32.6^\circ$. On voit donc apparaître les limites de notre modèle.

5.2 Simulations numériques d'empilements à stabilité dynamique

Les simulations présentées dans cette section sont basées sur la méthode de dynamique moléculaire (voir chapitre 2). Nous avons fait varier de nombreux paramètres mais certains sont identiques pour toutes les simulations. Nous avons ainsi utilisé : $d = 8$ mm, masse

$m = 0.16 \text{ g}$, $k_n = 40000 \text{ N/m}$, $k_t = 2/7 k_n$, $\gamma_t = 5000 \text{ kg/s}$, $dt = 2.10^{-7} \text{ s}$ et sauf mention contraire : $\gamma_n = 1 \text{ kg/s}$ ce qui conduit à un coefficient de restitution $e_n = 0.4$.

5.2.1 Simulation de système ouvert

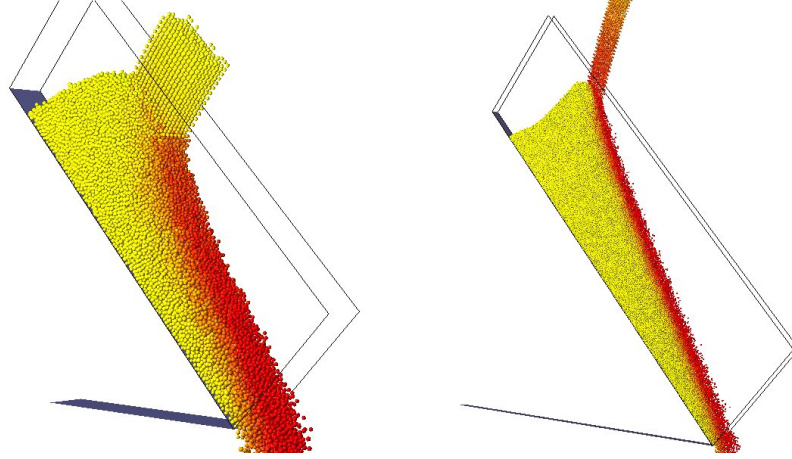


FIG. 5.14 – Simulations pour diverses valeurs du débit et de la largeur du canal. Image de gauche : $W = 10 d$, $L = 100 d$ et $N = 50000$. Image de droite : $W = 5 d$, $L = 500 d$ et $N = 300000$.

Nous avons réalisé des simulations numériques d'empilements dynamiquement stabilisés en utilisant la méthode de Dynamique Moléculaire décrite au chapitre 2. La figure 5.14 montre des images issues de nos simulations. Rappelons brièvement que cette méthode traite les chocs entre particules sphériques déformables. Les collisions sont inélastiques et les contacts frottants peuvent induire une rotation des grains. Le canal est tridimensionnel et comporte des parois latérales rigides. Les seules forces présentes dans la simulation sont la gravité et les forces de contact lors d'une collision avec d'autres particules, le socle rugueux ou les parois. Il n'y a donc aucun effet électrostatique et on néglige totalement l'influence d'un éventuel fluide interstitiel. Les grains sont lancés dans le canal avec une vitesse perpendiculaire au socle. Les dimensions du jet initial et la vitesse d'injection contrôlent donc le débit d'entrée. Ainsi, la simulation n'a pas de véritable réservoir mais un flot continu de particule entrant dans le canal. Notons que comme dans l'expérience, le débit est librement choisi et ne dépend pas des conditions d'écoulement dans le canal. Les grains traversent le canal et chutent librement à la sortie.

La figure 5.15 présente l'évolution temporelle du nombre de grains dans le canal. Ce nombre augmente, ce qui correspond à la croissance de l'empilement statique, et finit par se stabiliser. On voit donc que le système atteint un état stationnaire.

La figure 5.14 montre deux exemples de simulations avec des longueurs et largeurs de canal différentes. Les couleurs représentent la vitesse (rouge=rapide, jaune=statique). La figure montre très clairement l'existence d'empilements à stabilité dynamique. Ceci consti-

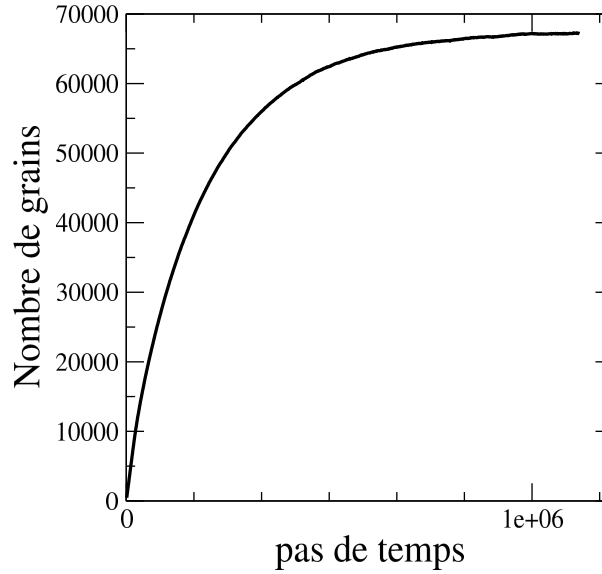


FIG. 5.15 – Nombre de grains dans le canal en fonction du nombre de pas de temps effectués pour $W = 5d$, $Q = 9000$ part/s, les coefficients de frottement grain/parois $\mu_{G/P} = 0.8$ et grain/grain $\mu_{G/G} = 0.8$.

tue déjà un résultat important puisqu'il prouve que les effets parasites comme l'électricité statique ou l'humidité de l'air ne jouent pas un rôle déterminant dans l'existence des SSH.

La figure 5.16 est une vue de côté d'une simulation tridimensionnelle. On y voit très nettement la zone statique surmontée d'un écoulement uniforme. Des mesures plus précises nous ont permis de vérifier que la vitesse moyenne et l'épaisseur de l'écoulement restent effectivement constantes tout au long du canal.

Mesure de h et φ

Pour cela, il faut mesurer l'épaisseur de l'écoulement et l'inclinaison de la surface libre. L'épaisseur h est mesurée de la même façon que dans les expériences, c'est-à-dire à partir du profil de vitesse (voir figure 5.22). L'inclinaison est calculée à partir de la direction des vitesses des grains. On utilise ici les coordonnées (X et Y) attachées au socle du canal. Trois définitions ont été utilisées pour la mesure numérique de φ . Nous avons calculé pour chaque grain $\alpha_i = \arctan(V_Y/V_X)$ et nous en avons déduit $\varphi_1 = 1/N \sum_i \alpha_i$ moyenné sur plusieurs instants. Nous avons également découpé l'espace en cases virtuelles de taille $1.5d$ et mesuré les composantes de la vitesse moyennée dans le temps. Nous avons ensuite calculé la moyenne spatiale de $\varphi_2 = \arctan(\langle V_Y \rangle / \langle V_X \rangle)$. Enfin, nous avons également utilisé : $\varphi_3 = \arctan(1/N \sum_i V_Y^i / V_X^i)$. Les trois définitions donnent des résultats très proches et indiquent une incertitude de 1° .

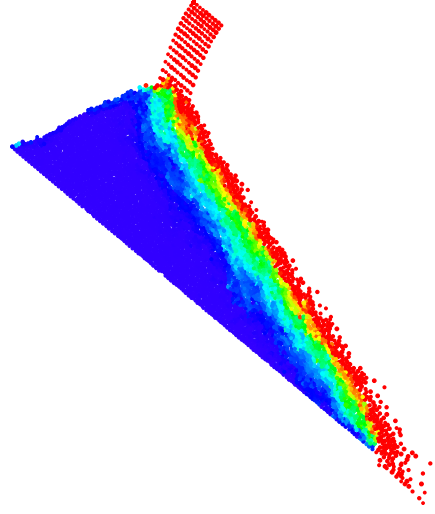


FIG. 5.16 – Vue de côté d’une simulation 3D. Les couleurs représentent les vitesse de translation : rouge=rapide, bleu=statique. Les conditions sont : $W = 5d$, $Q = 9000$ part/s, les coefficients de frottement grain/parois $\mu_{G/P} = 0.8$ et grain/grain $\mu_{G/G} = 0.8$. On observe que $\varphi = 59^\circ \pm 1^\circ$.

5.2.2 Simulation avec Conditions aux Limites Périodiques (CLP)

Nous avons également réalisé des simulations avec des conditions aux limites périodiques dans la direction principale de l’écoulement. Dans la direction z deux parois assurent le confinement de l’écoulement. Lorsque les grains sortent de la cellule par la droite, ils sont réinjectés à la même altitude et avec la même vitesse par la gauche. En fait, un grain à l’extrémité droite de la cellule peut être en contact avec un grain situé à l’extrémité gauche. Pour plus de détails on pourra se reporter au chapitre 2. Des grains sont placés dans une cellule inclinée (on donne un angle à la gravité) et sont libres de s’écouler. Plusieurs procédures initiales ont été essayées. Dans la première, les grains sont initialement répartis sur un réseau cubique et on leur donne une vitesse initiale dans la direction x . La deuxième procédure est identique à la précédente à la différence près que la vitesse initiale est nulle. Enfin, dans la troisième procédure, les grains sont lâchés sans vitesse initiale dans une cellule horizontale. On attend que les grains se soient tassés en un empilement compact avant d’incliner la cellule. Nous avons constaté que toutes ces procédures conduisent systématiquement au même état stationnaire. La figure 5.17 montre l’évolution de l’énergie cinétique totale pour $W = 5d$, $N = 6000$ et des coefficients de frottement grain/parois $\mu_{G/P} = 0.8$ et grain/grain $\mu_{G/G} = 0.8$ avec la première procédure. On voit qu’après un régime transitoire le système atteint un état stationnaire.

La figure 5.18 montre des simulations périodiques réalisées avec $W = 5d$, et $W = 40d$, $\varphi = 40^\circ$ et des coefficients de frottement grain/parois $\mu_{G/P} = 0.8$ et grain/grain $\mu_{G/G} = 0.8$. On y voit que l’écoulement est localisé en surface. L’ensemble du matériau est libre de s’écouler mais seulement une couche superficielle coule et ceci malgré l’inclinaison élevée

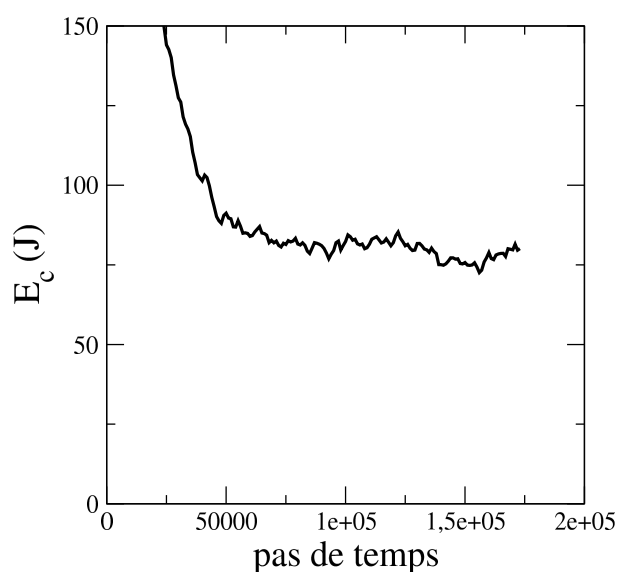


FIG. 5.17 – Energie cinétique totale en fonction du nombre de pas de temps effectués pour $W = 5d$, $N = 6000$ et des coefficients de frottement grain/parois $\mu_{G/P} = 0.8$ et grain/grain $\mu_{G/G} = 0.8$.

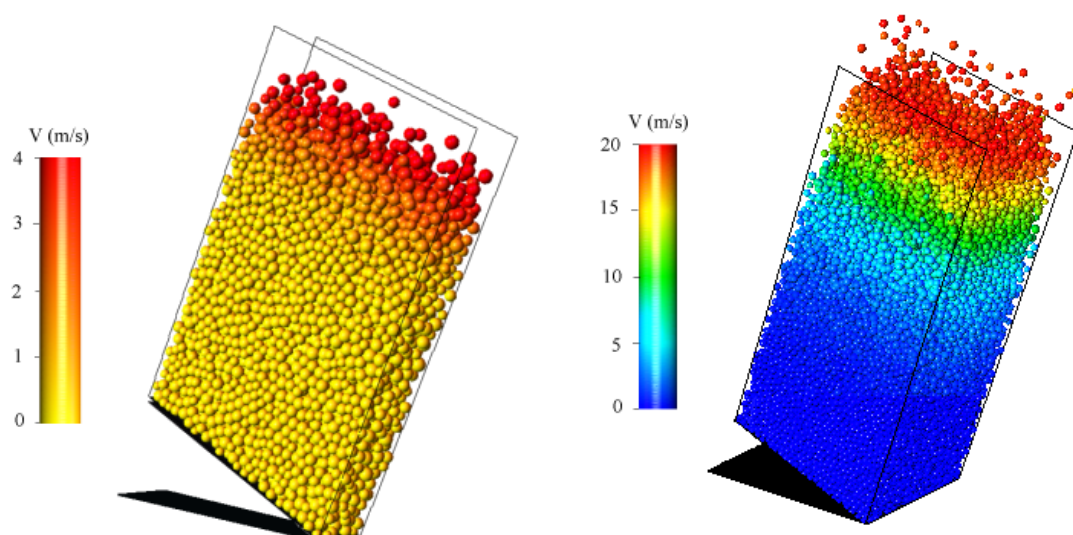


FIG. 5.18 – Simulations avec conditions aux limites périodiques. Les couleurs représentent les vitesses. Image de gauche : $W = 5d$, $N = 6000$. Image de droite : $W = 20d$, $N = 60000$. Dans les deux cas : $L = 25d$, $\varphi = 40^\circ$, $\mu_{G/P} = 0.8$ et $\mu_{G/G} = 0.8$.

($\varphi = 40^\circ$). Cette situation correspond donc à un empilement à stabilité dynamique avec conditions aux limites périodiques. En conclusion, il est possible d'obtenir un écoulement SSH dans les deux types de simulations.

5.2.3 Equivalence des deux types de simulation

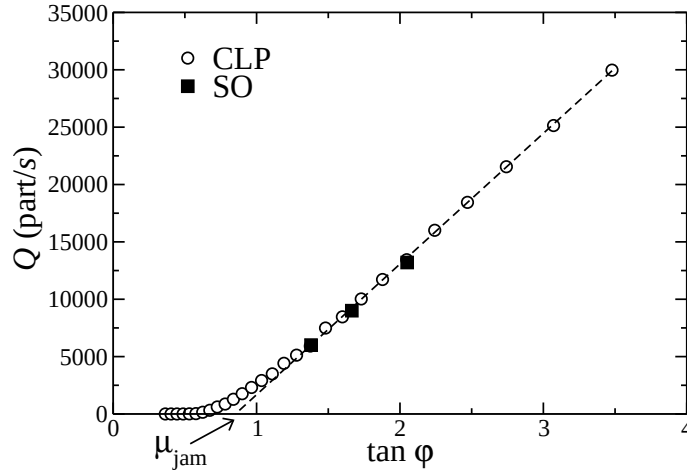


FIG. 5.19 – Relation entre débit Q et inclinaison φ pour les deux types de simulations. Cercles : CLP, carrés pleins : système ouvert.

Puisque les deux types de simulations produisent des écoulements SSH, il est naturel de se demander si les propriétés sont identiques dans les deux cas. Il existe bien sûr une différence fondamentale entre les deux types de simulation : dans le cas du système ouvert, le débit Q est imposé et l'angle φ s'adapte alors que dans les simulations périodiques, l'angle φ est imposé et Q s'adapte. Nous avons voulu vérifier que les relations entre φ et Q sont identiques dans les deux simulations. Sur la figure 5.19 nous avons reporté les valeurs de ces deux grandeurs. On voit que les données issues des deux types de simulations coïncident. Cela montre que les deux simulations sont parfaitement équivalentes. Si l'on impose un débit Q_0 dans le système ouvert et que l'on mesure un angle φ_0 , en imposant cette valeur de l'inclinaison dans la simulation périodique on retrouve le débit Q_0 .

En fait, il existe quelques différences entre les deux types de simulations. Tout d'abord, le nombre de grains dans la simulation ouverte varie avec le temps (il augmente au fur et à mesure que le tas se forme). Dans la simulation périodique, le nombre de grains est fixé. Johnson et al (Johnson et al., 1990) ont montré que les propriétés d'un écoulement dépendent non seulement du débit (*mass flow rate*) mais aussi du *mass hold-up*, $m^\dagger$. Le *mass hold-up* est défini comme la masse contenue dans la cellule, c'est-à-dire que $m^\dagger = \rho W L \int_0^\infty \nu(y) dy$ où ρ est masse volumique du matériau et $\nu(y)$ la compacité (ou fraction volumique locale). Pour un débit donné (et une inclinaison donnée), il est possible

d'observer plusieurs régimes, c'est-à-dire différentes valeurs de $m^\dagger$. Dans la simulation périodique, $m^\dagger$ se calcule très simplement à partir de la masse d'un grain m , du nombre de grains N , de la largeur du canal W et de la longueur de la cellule périodique L : $m^\dagger = m N$. En conclusion, dans la simulation ouverte le *mass hold-up* est libre alors qu'il est contraint dans le cas périodique.

Une conséquence évidente du nombre constant de grains dans la simulation périodique est qu'il est impossible d'étudier la croissance de l'empilement. L'étude de ce phénomène sera présentée au paragraphe 5.3 et se fera donc uniquement avec le système ouvert.

Il existe enfin une différence qui présente un avantage. Dans le cas périodique, nous n'avons observé que des régimes invariants selon x . La simulation périodique pourrait produire artificiellement des solutions de période L (ou d'un sous-multiple de L) mais nous n'en avons jamais observé. De plus, en changeant la longueur de la cellule, les résultats restent inchangés. Le fait que l'on puisse observer un régime SSH stationnaire dans la simulation périodique signifie donc que l'écoulement est parfaitement établi dans le cas du système ouvert. Nous avons déjà observé ce fait mais il est difficile d'affirmer avec certitude que l'écoulement est parfaitement établi. La simulation périodique apporte donc une confirmation indiscutable.

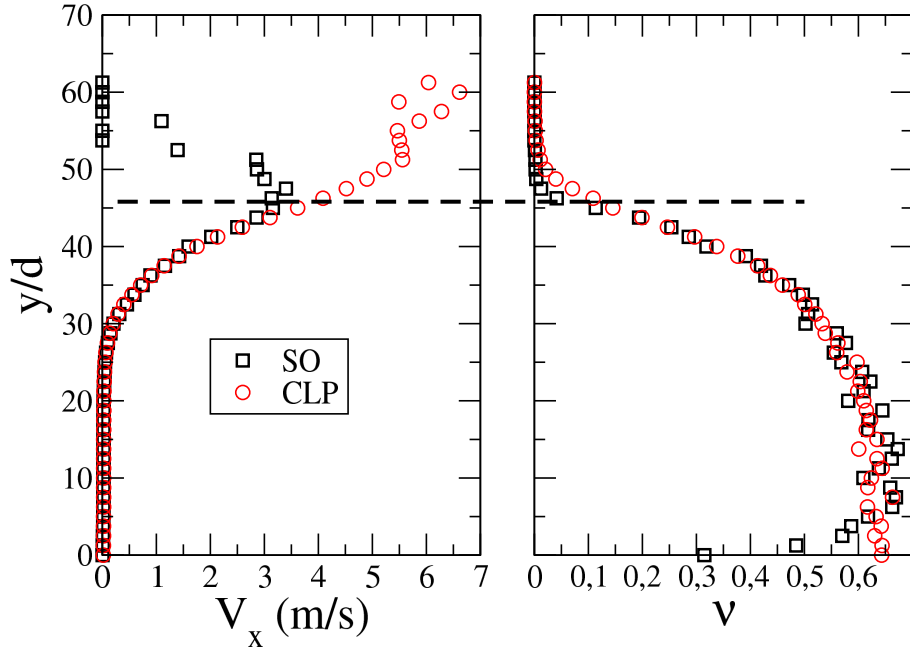


FIG. 5.20 – Profils de vitesse et de compacité obtenus pour une simulation ouverte (SO) et une simulation avec conditions aux limites périodiques (CLP). Dans les deux cas, $W = 5d$, $\mu_{G/P} = 0.8$ et $\mu_{G/G} = 0.8$. (SO) : on impose $Q = 9000$ part/s et on mesure $\varphi = 59^\circ \pm 1^\circ$, (CLP) : on impose $\varphi = 59^\circ$ et on mesure $Q = 9400$ part/s.

Nous allons comparer les profils de vitesse et compacité réalisés dans des conditions identiques dans les simulations ouverte et périodique ($W = 5d$, $\mu_{G/P} = 0.8$ et $\mu_{G/G} = 0.8$).

Nous avons réalisé une simulation ouverte avec un débit $Q=9000$ part/s et avons mesuré un angle $\varphi = 59^\circ \pm 1^\circ$. Nous avons ensuite imposé $\varphi = 59^\circ$ dans la simulation périodique et avons mesuré $Q=9400$ part/s. On ne retrouve pas exactement le même débit mais en choisissant des angles 58° et 60° on trouve respectivement $Q = 8800$ et $Q = 10100$ part/s. Le débit mesuré se trouve donc dans la marge d'incertitude de la mesure. Les profils sont présentés sur la figure 5.20. Ils ont été décalés pour faire coïncider les zones rampantes où le profil est exponentiel. Ils se superposent au sein de l'écoulement et dans l'empilement, ce qui est une indication supplémentaire de l'équivalence des deux types de simulation. On voit pourtant que les profils de vitesses sont sensiblement différents dans la couche gazeuse : la vitesse est plus importante dans la simulation périodique que dans la simulation ouverte. La différence provient probablement du fait que l'écoulement n'est pas véritablement établi dans la simulation ouverte. Pour cela, il faudrait simuler un canal plus long, ce qui serait très coûteux en temps de calcul. Cependant, la compacité à laquelle cette divergence apparaît est très faible (voir la ligne pointillée sur la figure 5.20). Ainsi la différence même si elle est spectaculaire sur les profils de vitesse ne concerne qu'une très faible fraction des grains. En conclusion, nous pouvons donc raisonnablement considérer que les simulations ouvertes et périodiques sont équivalentes.

5.2.4 Comparaison avec les mesures expérimentales

Dans cette section nous allons comparer les résultats expérimentaux et numériques. Les paramètres de la simulation (masse et taille de grains, frottement, module d'Young etc) n'ont pas été choisis dans le but de reproduire quantitativement mais seulement qualitativement les mesures expérimentales. Les grains sont idéalement sphériques dans la simulation alors que les grains de sable sont anguleux (voir chapitre 3). Le fait que l'on retrouve les mêmes comportements non seulement valide la simulation mais montre également que nos résultats sont robustes, c'est-à-dire qu'ils ne dépendent pas crucialement du type de matériau granulaire employé.

La simulation reproduit qualitativement les comportement expérimentaux. Par exemple, l'inclinaison de la surface libre φ augmente avec le débit. La figure 5.21 montre les états stationnaires obtenus pour des valeurs croissantes du débit. Tout comme dans l'expérience, φ augmente avec Q .

Les profils des vitesses mesurés perpendiculairement à la surface libre sont similaires à ceux observés expérimentalement. On retrouve les trois régions de l'écoulement : une couche superficielle peu épaisse où la vitesse reste constante, une zone d'écoulement avec un profil presque linéaire et une zone quasi-statique où le mouvement est rampant. La figure 5.20 présente le profil de vitesse obtenu dans l'état stationnaire avec $W = 5d$, $Q = 9000$ part/s, un coefficient de frottement entre grains de $\mu = 0.8$, et un angle $\varphi = 59^\circ$, c'est-à-dire des conditions identiques à celles de la figure 5.16.

La figure 5.20 montre également les profils de compacité obtenus par simulation numérique. On voit que la compacité varie fortement au sein de l'écoulement. Ce phénomène est très intéressant et sera étudié plus en détail au chapitre suivant. Nous avons réalisé des mesures expérimentales de la compacité par densimétrie- γ . Cette technique basée sur l'absorption de rayons γ par le matériau granulaire (ici nous avons utilisé des billes de

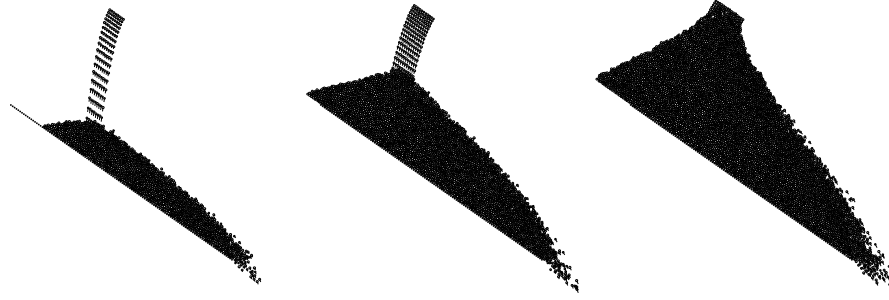


FIG. 5.21 – Simulations avec des valeurs croissantes du débit pour une inclinaison fixée.

verre) est présentée en détail au chapitre 3. La figure 5.22 montre un profil typique obtenu avec les billes de verre pour une largeur de canal $W = 5d$ et une inclinaison $\varphi = 46^\circ$. Tout comme dans les simulations, la compacité décroît continûment au sein de l'écoulement. La concordance entre simulation et expérience est très satisfaisante.

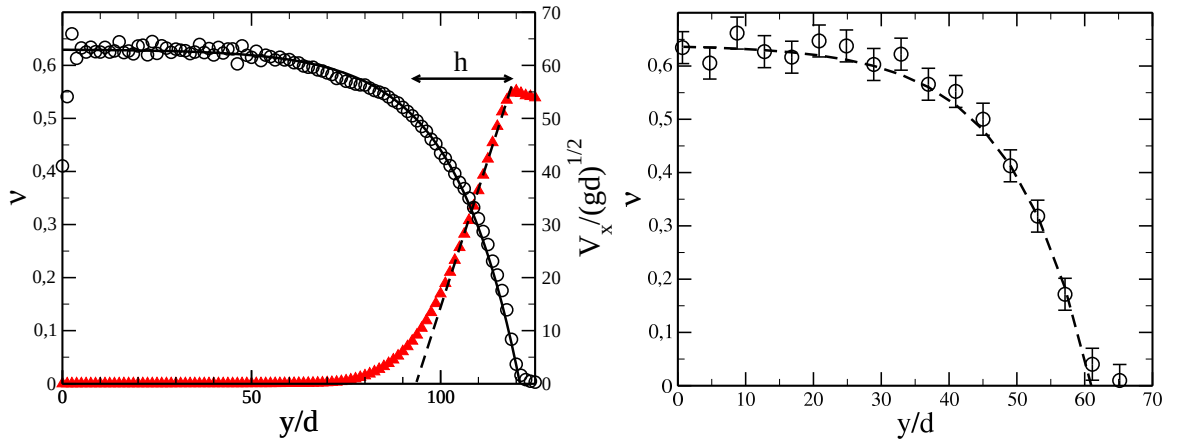


FIG. 5.22 – Comparaison des profils de compacité mesurés dans la simulation et l'expérience. Figure de droite : compacité et vitesse mesurée pour $\varphi = 45^\circ$ et $W = 20d$. Figure de gauche : mesure expérimentale de la compacité par technique de densimétrie γ avec $W = 5d$ et une inclinaison $\varphi = 46^\circ$. Les lignes correspondent à un fit du type : $\nu(y) = \nu_0 (1 - e^{-(y-h)/\lambda})$

Nous avons également vérifié que les résultats numériques satisfaisaient l'équation SSH. La figure 5.23 montre des courbes de $\tan \varphi$ en fonction du rapport h/W mesurées numériquement pour plusieurs débits et plusieurs largeurs de canal. Les points se rassemblent à peu près sur une même droite, c'est-à-dire que l'écoulement obéit à l'équation SSH.

Les résultats numériques et expérimentaux sont concordants. Les profils de vitesse et compacité sont similaires et l'équation SSH est vérifiée dans les deux cas. Nous avons

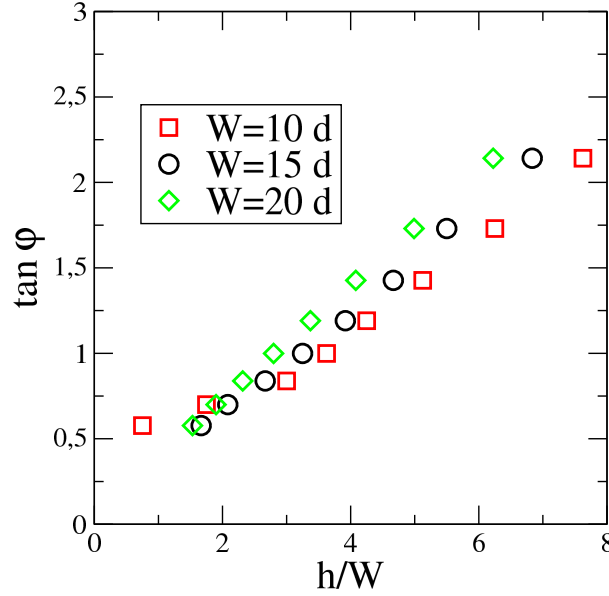


FIG. 5.23 – Tangente de l'inclinaison φ en fonction du rapport h/W pour deux diverses valeurs de h et W mesurées dans la simulation périodique

cependant observé une différence dont nous n'avons pas trouvé l'origine. Il s'agit de la dépendance du débit total Q_{tot} avec la largeur de canal W . Sur la figure 5.24a nous avons reporté des mesures expérimentales présentées plus haut sur la figure 5.10. Nous avons cherché (par tâtonnement) la loi d'échelle qui lie Q_{tot} et W et nous avons trouvé : $Q_{tot} \propto W^2$. La figure 5.24b montre le débit total rapporté au carré de la largeur mesuré pour plusieurs valeurs du débit et de la largeur (i.e. plusieurs valeurs de h et φ). Les données se rassemblent sur un même profil ce qui confirme la loi d'échelle proposée.

Nous avons ensuite réalisé les mêmes mesures dans la simulation. Les courbes $Q_{tot}(\varphi)$ sont présentées sur la figure 5.25a. On voit tout d'abord qu'elles ne sont pas similaires aux courbes expérimentales car la courbure n'est pas la même. De plus, dans le cas de la simulation, nous avons trouvé la loi d'échelle suivante (par tâtonnement) : $Q_{tot} \propto W^{3.9}$. La figure 5.25b montre que les différentes courbes se rassemblent lorsque le débit est rapporté à $W^{3.9}$. Afin de confirmer la mesure de cet exposant nous avons réalisé des simulations à inclinaison φ fixée en faisant varier la largeur du canal. Les résultats sont présentés sur la figure 5.26. Les données tracées en échelle log-log montrent clairement que $Q_{tot}(W)$ est une loi de puissance et la détermination de l'exposant par mesure de la pente donne : $Q_{tot} \propto W^{3.7}$. L'exposant est très proche du 3.9 proposé sur la figure 5.25 mais très éloigné de l'exposant 2 trouvé expérimentalement. Il est possible que le comportement des sphères soit assez différents de celui de sable et il aurait peut-être fallu comparer les résultats numériques à des résultats expérimentaux obtenus avec des billes de verre par exemple.

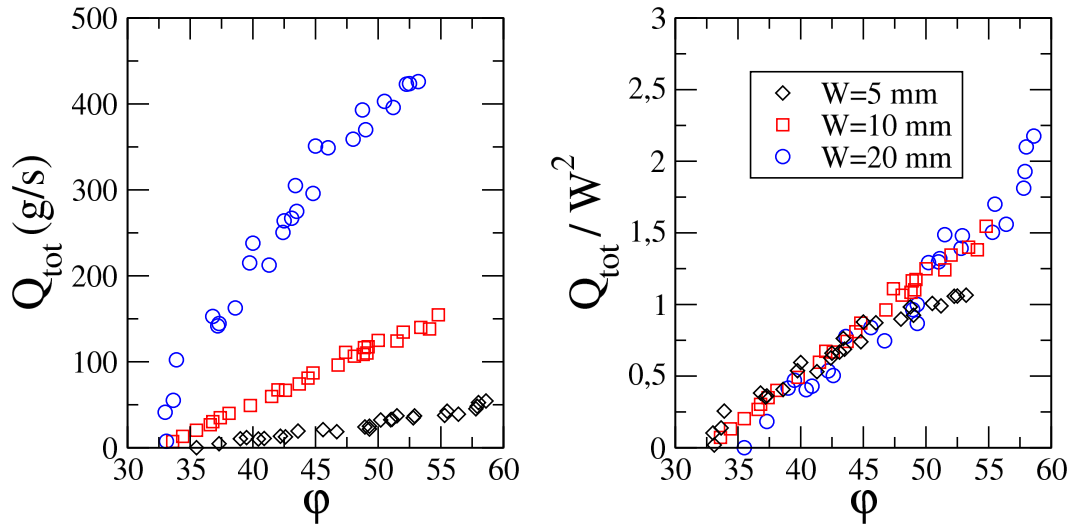


FIG. 5.24 – Débit total Q_{tot} en fonction de l'inclinaison de la surface libre ϕ pour le sable de Fontainebleau pour diverses largeurs de canal. La figure de gauche montre les mêmes données rapportées au carré de la largeur Q_{tot}/W^2 .

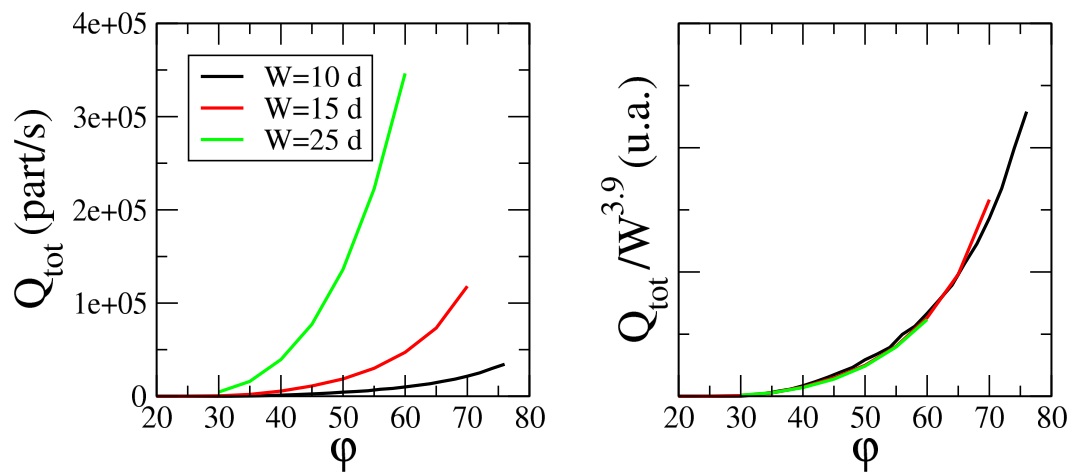


FIG. 5.25 – Débit total Q_{tot} en fonction de l'inclinaison de la surface libre ϕ mesuré par simulation numérique périodique. La figure de droite montre les mêmes données rapportées à $W^{3.9}$.

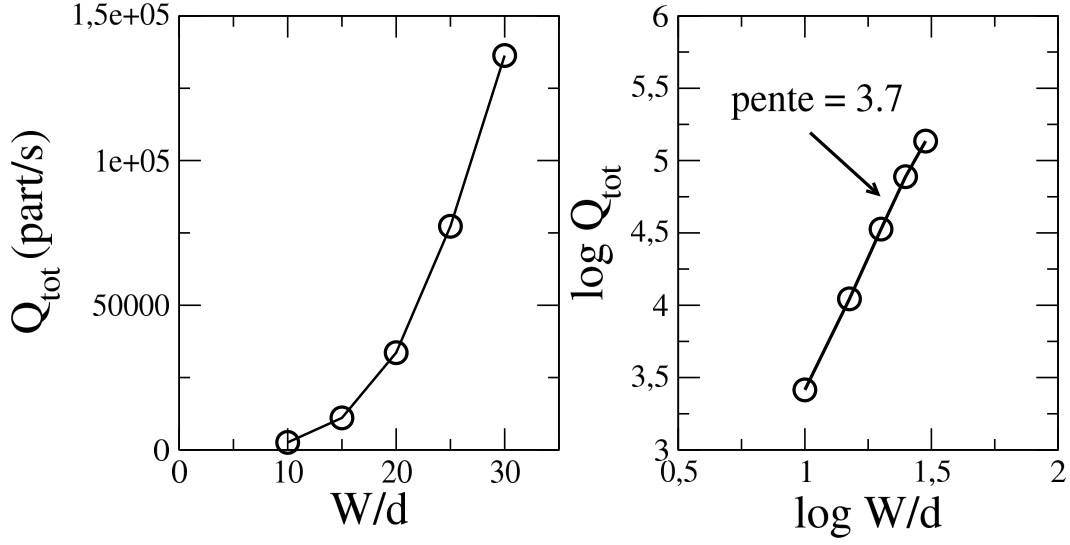


FIG. 5.26 – Courbes Q_{tot} en fonction de la largeur W à $\varphi = 45^\circ$ fixée mesurées par simulation numérique. La figure de droite présente les données en échelle log-log et confirme la loi d'échelle proposée sur la figure 5.25.

5.3 Croissance de l'empilement : problèmes d'érosion et accrétion

Dans cette dernière partie nous allons étudier la croissance de l'empilement statique, c'est-à-dire le régime transitoire qui conduit à l'état stationnaire. Lorsque les grains sont injectés dans le canal, la plupart d'entre eux s'écoulent et certains contribuent à la formation du SSH. L'étude de la croissance permet donc d'étudier les échanges entre les populations de grains mobiles et de grains statiques et de tester ainsi les différentes variantes du modèle BCRE.

5.3.1 Grandeurs mesurées et notations

Pour suivre la croissance du SSH il est possible de mesurer la différence entre les débits d'entrée et de sortie, l'angle de la surface libre ou encore le volume de l'empilement statique. Dans la simulation ouverte nous avons tout simplement compté le nombre de grains présents dans le canal et dans l'expérience nous avons filmé le canal de côté et mesuré l'aire occupée par l'empilement. Ceci revient donc à négliger le volume de la couche en écoulement par rapport à celui de l'empilement statique. On voit sur la figure 5.27 que cette hypothèse est raisonnable car la longueur du canal L est grande devant h .

Nous allons maintenant chercher à établir un modèle de croissance de l'aire latérale de l'empilement A_t . On peut écrire une expression géométrique simple de l'aire car la surface libre reste toujours pratiquement plane au cours de l'évolution :

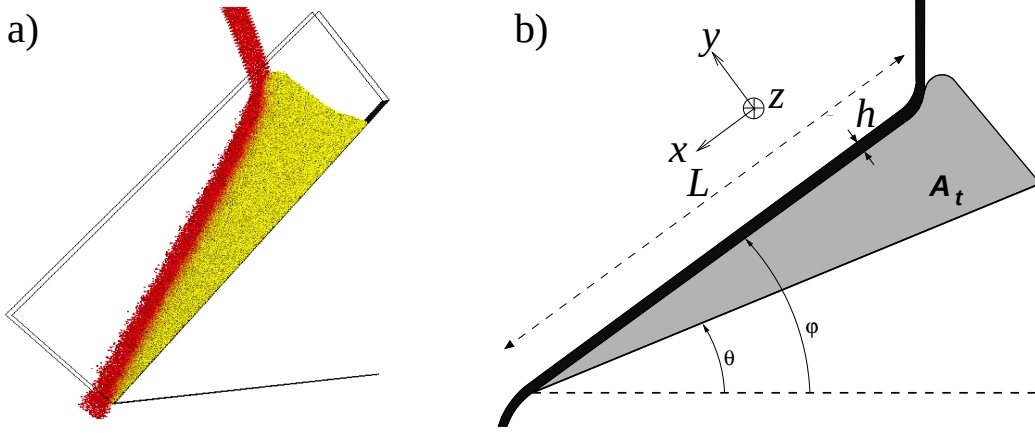


FIG. 5.27 – a) Image issue de la simulation. On voit que l'aire de la couche en écoulement est négligeable devant celle de l'empilement statique. b) Schéma du système et notations.

$$A_t \approx \frac{1}{2} L^2 \tan(\varphi_t - \theta) \quad (5.1)$$

Dans nos expériences et simulations l'inclinaison du canal θ est toujours choisie supérieure à 30° et l'inclinaison de la surface libre ne dépasse pas 60° . La différence $\varphi_t - \theta$ reste donc toujours inférieure à 30° et on peut considérer que $\tan(\varphi_t - \theta) \approx \varphi_t - \theta$. On obtient alors :

$$A_t \approx \frac{1}{2} L^2 (\varphi_t - \theta) \quad (5.2)$$

5.3.2 Remarques préliminaires

Quelques remarques préliminaires peuvent être faites avant de présenter le modèle. Tout d'abord, la croissance de l'empilement est un phénomène lent. Qu'entendons nous par là ? Le régime stationnaire est atteint après typiquement 30 s (à la fois dans l'expérience et dans la simulation) alors qu'il faut typiquement une seconde à un grain pour traverser le canal. De plus, parmi les nombreux grains injectés dans le canal, un grand nombre d'entre eux s'écoulent jusqu'à la sortie, c'est-à-dire que très peu d'entre eux contribuent à la formation de l'empilement. Pour vérifier cette affirmation, nous avons mesuré la masse de grains ayant traversé le canal $m_{out}(t)$. La dérivée temporelle de cette fonction indique donc le débit de sortie. La figure 5.28 présente les résultats. On y voit que, rapidement après le passage du front, la différence entre les débits d'entrée et de sortie $Q_{SSH} = Q_{in} - Q_{out}$ est faible devant Q_{in} ou Q_{out} . Ceci nous permet de négliger les effets de retard dans l'étude de la croissance.

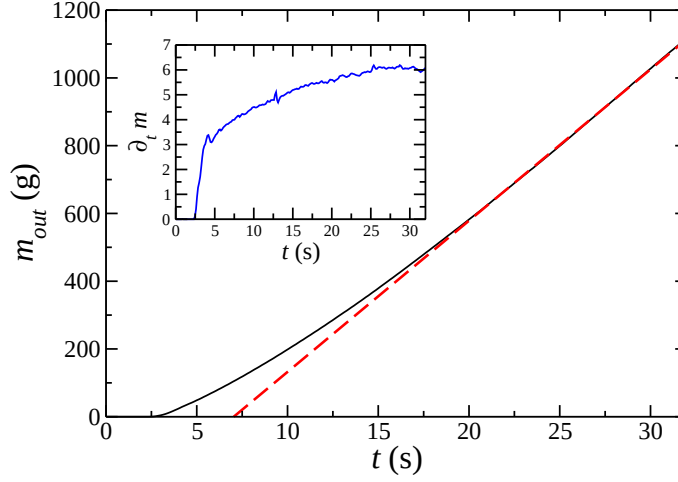


FIG. 5.28 – Masse mesurée à la sortie du canal. Insert : débit de sortie.

5.3.3 Modèle théorique

Notre idée était d'appliquer le modèle local BCRE à la croissance globale de l'empilement statique. Dans le modèle BCRE (Bouchaud et al., 1994), le terme d'échange s'écrit :

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \alpha h (\varphi_t - \varphi_n) ,$$

avec H l'épaisseur de la zone statique, h l'épaisseur de la zone mobile et α une constante positive homogène à l'inverse d'un temps. L'angle φ_n (appelé angle neutre) est l'angle pour lequel l'érosion compense exactement l'accrétion. Les échanges entre populations sont alors nuls en moyenne. L'hypothèse centrale de notre modèle est donc qu'il existe une loi de variation de l'aire latérale similaire à celle du modèle BCRE. Dans notre étude, l'équivalent de l'angle neutre est φ_∞ , l'angle de la surface libre dans l'état stationnaire, car c'est dans l'état stationnaire que l'érosion compense exactement l'accrétion. On écrira donc :

$$\partial_t A_t = \Gamma(\varphi_\infty - \varphi_t) , \quad (\Gamma > 0) \quad (5.3)$$

On peut alors combiner les équations 5.2 et 5.3, et on obtient une équation différentielle du premier ordre pour l'aire :

$$\partial_t A_t = \Gamma(\varphi_\infty - \theta) - \Gamma \frac{2}{L^2} A_t \quad (5.4)$$

On résout facilement cette équation et on trouve la loi d'évolution suivante :

$$\left\{ \begin{array}{lcl} A_t & = & A_\infty (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \\ \text{avec :} & & \\ A_\infty & = & \frac{L^2}{2} (\varphi_\infty - \theta) \\ \tau & = & \frac{L^2}{2\Gamma} \end{array} \right. \quad (5.5)$$

On constate que la largeur du canal n'apparaît pas dans l'équation 5.5. En fait, toute la dépendance du phénomène en W est incluse dans la valeur de φ_∞ . Dans l'état stationnaire, le système vérifie l'équation SSH et on peut donc écrire :

$$\tan \varphi_\infty = \mu_i + \mu_w \frac{h}{W} \quad (5.6)$$

Nous allons supposer que l'épaisseur h , en plus d'être uniforme, reste constante au cours de la croissance. Cette hypothèse est discutable mais les observations expérimentales ont montré que h ne varie que très peu le long de l'écoulement et au cours de la formation de l'empilement statique.

5.3.4 Validité du modèle théorique

Afin de valider le modèle théorique nous avons mesuré l'évolution temporelle de l'aire de l'empilement statique à la fois expérimentalement et numériquement. Les courbes $A(t)$ sont présentées sur la figure 5.29 pour différentes valeurs des paramètres (W , Q , h , φ_∞ etc). La figure 5.29a (respectivement 5.29b) présente les résultats expérimentaux (respectivement numériques). Notons encore une fois que les paramètres de la simulation n'ont pas été ajustés dans le but de reproduire quantitativement les résultats expérimentaux. Nous cherchons seulement à étudier le comportement qualitatif d'un milieu granulaire en général. L'aire semble suivre la loi issue du modèle, ce qui est confirmé par les courbes présentées en insert. On y a tracé $(A_\infty - A_t)/A_\infty$ en fonction du temps sur une échelle semi-logarithmique. Les courbes sont des droites ce qui valide notre prédiction théorique.

En conclusion, le modèle inspiré du modèle BCRE (Bouchaud et al., 1994) est capable de prédire l'évolution temporelle de l'aire de l'empilement statique, et par conséquent de l'inclinaison de la surface libre. Une conséquence de ce résultat est qu'il est possible, en déterminant la valeur de la constante de temps τ , de mesurer directement la valeur de taux d'échange Γ . Nous allons nous intéresser aux mesures de Γ dans la suite de ce chapitre.

5.3.5 Mesure du taux d'échange entre populations γ

Avant de discuter plus en détails le comportement de taux d'échange, nous allons définir une grandeur plus pertinente : $\gamma = \frac{2}{L^2} \Gamma = 1/\tau$. Cette définition permet de s'affranchir de

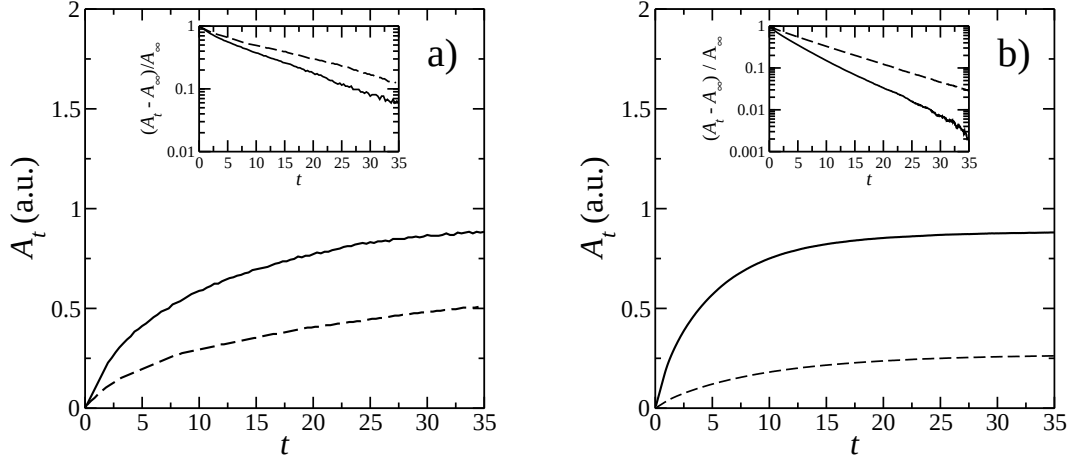


FIG. 5.29 – Mesures de l'évolution temporelle de l'aire de l'empilement statique. a) expériences. ligne pleine : $L = 1\text{ m}$, $W = 5\text{ mm}$, $Q = 2.4\text{ g.s}^{-1}.\text{mm}^{-1}$, ligne pointillée : $L = 1\text{ m}$, $W = 10\text{ mm}$, $Q = 11.1\text{ g.s}^{-1}.\text{mm}^{-1}$. b) simulations. ligne pleine : $L = 200\text{ R}$, $W = 10\text{ R}$, $Q = 225\text{ part.s}^{-1}.\text{mm}^{-1}$, ligne pointillée : $L = 200\text{ R}$, $W = 20\text{ R}$, $Q = 650\text{ part.s}^{-1}.\text{mm}^{-1}$. Les inserts présentent les mêmes données sous la forme : $(A_\infty - A_t)/A_\infty$ en fonction du temps en échelle semi-log

la dépendance "en L^2 " de τ . Les quantités mesurées sont des aires. La loi d'échelle "en L^2 " n'a donc rien de surprenant mais nous l'avons tout de même vérifiée numériquement. Il est donc possible de mesurer soit expérimentalement soit numériquement la constante de temps τ , c'est-à-dire la valeur du taux d'échange γ . À notre connaissance, nos travaux constituent la première mesure de ce taux d'échange. Il est donc très intéressant d'étudier les variations de γ avec les paramètres tels que l'inclinaison de la surface libre dans l'état stationnaire φ_∞ ou l'épaisseur de l'écoulement. Nous avons réalisé de nombreuses expériences en faisant varier le débit (i.e. φ_∞ et h) et la largeur du canal. Les résultats sont présentés sur la figure 5.30 sur laquelle nous avons tracé τ en fonction de φ_∞ . Il est difficile d'interpréter ce graphique. Or, il est facile de calculer γ à partir de τ ($\gamma = 1/\tau$) et h à partir de φ_∞ et W par l'équation SSH. On peut donc représenter les mêmes données en traçant γ en fonction de h . Le résultat est présenté sur la figure 5.30. On voit que les données s'alignent sur un profil à peu près linéaire. Ceci montre donc que γ est proportionnel à h et que la constante de proportionnalité est indépendante de la largeur du canal. S'il y a un lien entre notre modèle et le modèle BCRE, alors cette mesure constitue la première confirmation expérimentale du terme d'échange entre les populations roulantes et statiques employé dans le modèle BCRE.

5.3.6 Ondes de trafic

Dans cette dernière section nous allons nous intéresser à une instabilité des écoulements de surface. Nous verrons ensuite le lien entre ces ondes et les modèles de type BCRE. Sous

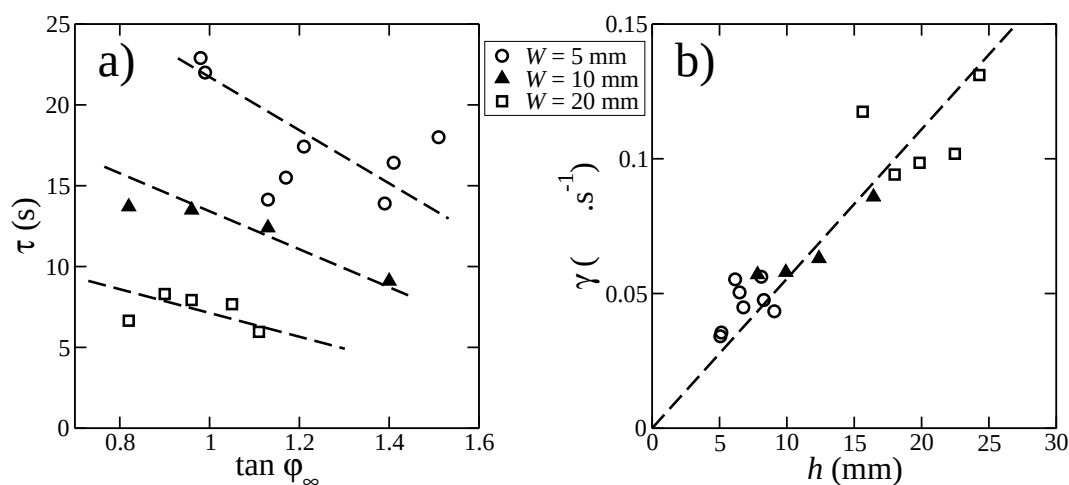


FIG. 5.30 – a) Mesures expérimentales de la constante de temps τ en fonction de φ_∞ pour différents débits et largeurs. b) les mêmes données sont tracées en calculant γ et h .

certaines conditions (encore mal identifiées), la surface libre peut onduler. Il se forme des vagues qui remontent la pente. Ces ondes sont appelées ondes de trafic car elle rappellent les ralentissements sur la route. Si le trafic est dense et qu'une voiture freine, alors les voitures qui la suivent se mettent à freiner. On déclenche ainsi une onde qui se propage dans la direction inverse de celle du courant. La figure 5.31 montre une image d'une onde de trafic obtenue avec le sable de Fontainebleau. Le trait indique la position moyenne de la surface libre.

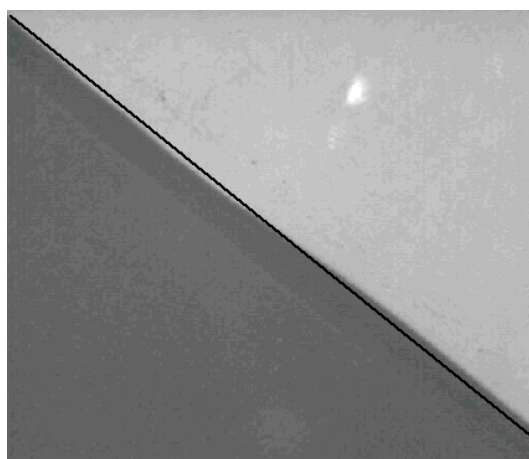


FIG. 5.31 – Photographie d'une onde de trafic pour le sable de Fontainebleau. La ligne indique la position moyenne de la surface libre.

Afin d'étudier les propriétés des ondes de trafic (longueur d'onde, période, vitesse), nous

avons mesuré les fluctuations locales de la surface libre. On définit $\delta H \equiv H(x, t) - \langle H(x) \rangle$, où $\langle H(x) \rangle$ est la position moyenne de la surface libre. Notons que δH n'indique pas si l'épaisseur d'écoulement h varie. En fait, des observations précises semblent montrer que h reste constant et que l'interface écoulement/statique se déplace avec la surface libre. Les variations de δH sont présentées sous la forme d'un diagramme spatio-temporel. Pour construire ce diagramme, nous avons codé les valeurs de δH sur une échelle de couleur. Lorsque δH est positive (respectivement négative) la couleur tend vers le rouge (respectivement bleu). Ainsi, le sommet d'une vague apparaît en rouge et le creux d'une vague en bleu comme illustré sur la figure 5.32. Ces mesures sont effectuées à divers instants afin de tracer l'évolution spatio-temporelle de δH . Les résultats obtenus pour $W = 5 \text{ mm}$, $Q = 4 \text{ g.mm}^{-1}.\text{s}^{-1}$ (et donc $\varphi = 45^\circ$) sont présentés sur la figure 5.33.

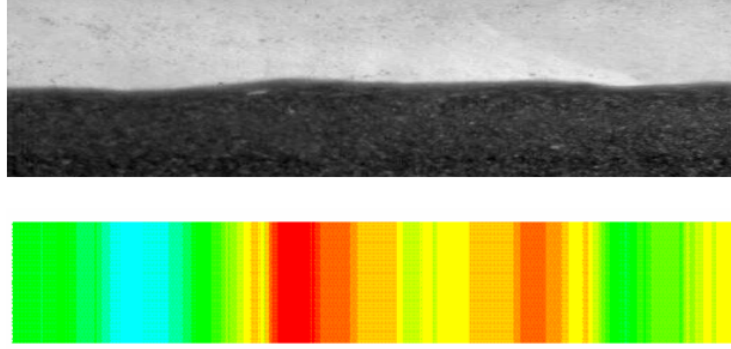


FIG. 5.32 – Code couleur employé pour décrire les fluctuations de l'épaisseur totale de l'empilement

On distingue deux motifs principaux sur la figure 5.33. Le premier consiste en une série de lignes fines, parallèles et presque verticales (traits noirs) et le deuxième en une série de larges bandes obliques parallèles elles-aussi (traits bleus). L'orientation des lignes et des bandes nous indique que dans le premier cas la perturbation se propage vers la sortie du canal et dans le deuxième cas vers le haut de canal, c'est-à-dire à contre-courant. Les lignes quasi-verticales correspondent en fait à des déformations de la surface libre qui sont entraînées par le courant à la manière d'un bouchon flottant sur un fleuve. L'inclinaison de ces lignes constituent donc une mesure de la vitesse de surface v_{surf} . Rappelons que cette méthode de mesure de la vitesse de surface a déjà été employée au chapitre 4. Les larges bandes obliques correspondent donc aux ondes de trafic décrites plus haut. La mesure de leur inclinaison permet de mesurer leur vitesse v_{up} . On peut également mesurer leur longueur d'onde λ et leur période T et on a bien sûr : $v_{up} = \lambda/T$. Le fait que les larges bandes soient obliques alors que les lignes fines sont presque verticales indique que la vitesse de surface est supérieure à la vitesse des ondes de trafic. Sur la figure 5.33 on mesure : $v_{surf} = 0.82 \text{ m/s}$ et $v_{up} = 0.12 \text{ m/s}$. La vitesse v_{up} est donc bien plus faible que v_{surf} . Rappelons ici que le modèle BCRE propose :

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \Gamma(\varphi_t - \varphi_\infty) ,$$

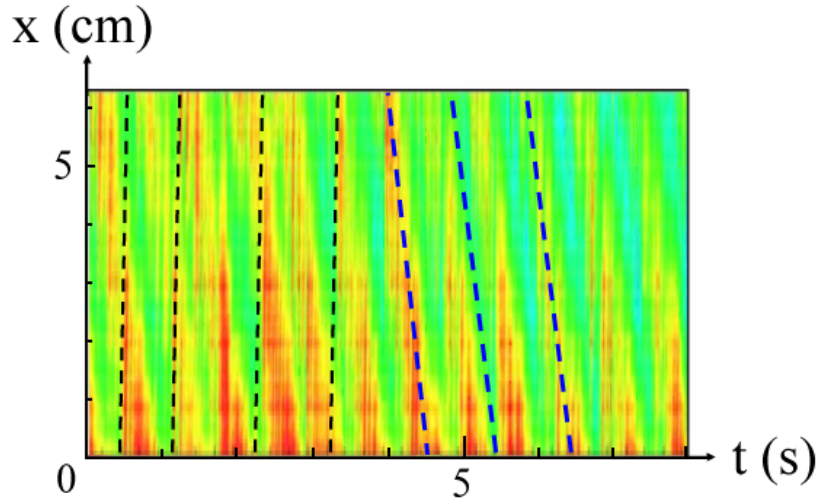


FIG. 5.33 – Diagramme spatio-temporel des fluctuations de l'épaisseur totale de l'empilement.

avec $\Gamma = \alpha h$ et α une constante positive. Une variante a ensuite été proposée par Boutreux et al (Boutreux et al., 1998). Ces auteurs suggèrent que le terme d'échange de BCRE doit être modifié pour des écoulement épais (typiquement $h > 5d$ (Aradian et al., 1999)).

Dans le modèle BCRE, les auteurs montrent que le taux d'échange Γ , en plus d'être proportionnel à l'épaisseur roulante h , est proportionnel à la vitesse d'une perturbation se propageant à contre-courant. Boutreux et al. suggèrent que le taux d'échange "sature" pour les écoulements épais et que seule la proportionnalité avec la vitesse des perturbations remontantes reste valide. Le taux d'échange Γ s'écrit alors : $\Gamma = \beta v_{perturb}$, où β est une constante et $v_{perturb}$ la vitesse d'une quelconque perturbation. La nature de ces perturbations n'est pourtant pas clairement définie.

Nous avons mesuré la vitesse des ondes de trafic mais nous n'avons pas observé de relation simple entre v_{up} et Γ . Plusieurs conclusions sont possibles. Premièrement, notre modèle n'est pas identique au modèle BCRE original. Il est donc possible que notre version produise des résultats différents de ceux du modèle original. La deuxième explication possible est que les ondes de trafic que nous observons sont des phénomènes beaucoup plus complexes que la simple perturbation se propageant vers l'amont de l'écoulement envisagée par Boutreux et al (Boutreux et al., 1998). Comme on le voit sur le diagramme spatio-temporel, les ondes sont très régulières, c'est-à-dire qu'elles possèdent une longueur d'onde et une période temporelle bien définie. On pourrait en conclure qu'il ne faut pas identifier les vitesses v_{up} et $v_{perturb}$. Enfin, une conclusion possible est que la version de Boutreux et al (Boutreux et al., 1998) du modèle BCRE n'est pas valide. Nos mesures indiquent que le taux d'échange Γ reste proportionnel à h et ceci pour des écoulements très épais ($h = 50d$) et nous n'avons pu établir aucune loi simple entre Γ et v_{up} .

Chapitre 6

Propriétés des écoulements confinés

Dans ce chapitre nous allons étudier les propriétés des écoulements confinés. Les résultats présentés ici sont tous issus des simulations numériques. Dans une première partie, nous allons discuter des propriétés des écoulements en surface d'un empilement à stabilité dynamique, c'est-à-dire des profils de vitesse, température, compacité, nombre moyen de contacts et de vitesse de rotation des grains. Plutôt que de présenter un catalogue de simulations, nous avons choisi de décrire en détails les résultats d'une simulation qui est, à nos yeux, caractéristique des écoulements SSH (voir figure 6.1). Il sera ainsi facile de comparer les différents profils. L'expérience numérique que nous avons choisie a des conditions aux limites périodique et possède les paramètres suivants : $d = 8 \text{ mm}$, $W = 20 d$, $L = 25 d$, $\varphi = 45^\circ$, $N = 60000$, $\mu_{G/G} = 0.8$, $\mu_{G/G} = 0.8$, $m = 0.16 \text{ g}$, $k_n = 40000 \text{ N/m}$, $\gamma_n = 1. \text{ kg/s}$, $\gamma_t = 5000 \text{ kg/s}$, ce qui conduit à $e_n = 0.4$.

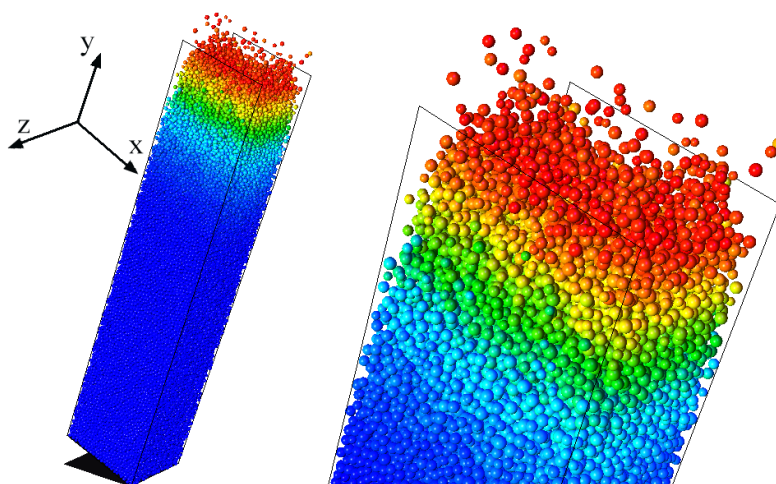


FIG. 6.1 – Images de la simulation dont les résultats sont présentés dans cette partie. La couleur représente la vitesse (rouge : rapide, bleu : statique).

Nous verrons ensuite l'influence de certains de ces paramètres tels que la rugosité du fond, la restitution des collisions et le cas d'une simulation dans laquelle la rotation des grains est bloquée. Enfin, nous présenterons le cas particulier des écoulements entre parois non frottantes. Nous décrirons les profils de vitesse et de compacité avant de proposer un nombre sans dimension destiné à quantifier l'effet de paroi et à déterminer le régime d'écoulement.

6.1 Propriétés des écoulements SSH

6.1.1 Vitesse

Profil de vitesse moyenne par grain

Le profil de vitesse longitudinale V_x pour un écoulement SSH (i.e. en surface d'un empilement à stabilité dynamique) a déjà été décrit au chapitre précédent. Notons que moyennées dans l'épaisseur et selon x , les composantes V_y et V_z de la vitesse sont nulles. Rappelons ici que le profil se décompose en trois zones (voir figure 6.2). À la surface libre se trouve une couche gazeuse très diluée dans laquelle la vitesse varie peu. En dessous, le milieu est dense et les grains s'écoulent rapidement. Enfin, plus profond, se trouve un empilement quasi-statique au sein duquel le mouvement est rampant. Les statistiques peuvent être mauvaises dans la couche gazeuse car celle-ci est très diluée. Ceci peut introduire des fluctuations importantes et pour des questions de lisibilité nous avons parfois pondéré les mesures par la compacité, ce qui revient en pratique à négliger la couche gazeuse.

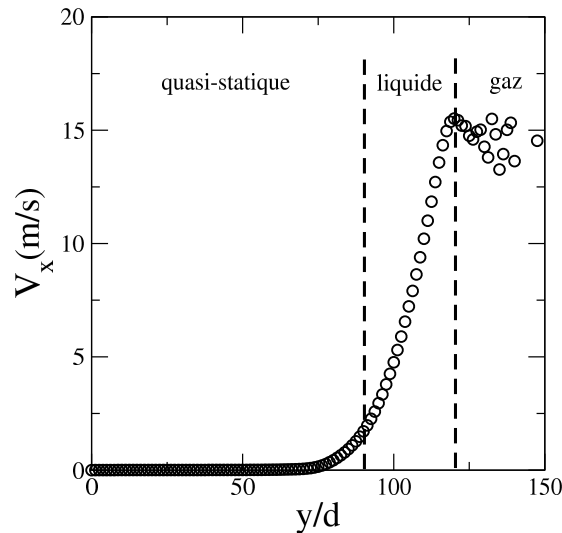


FIG. 6.2 – Profil de vitesse V_x moyennée dans l'épaisseur

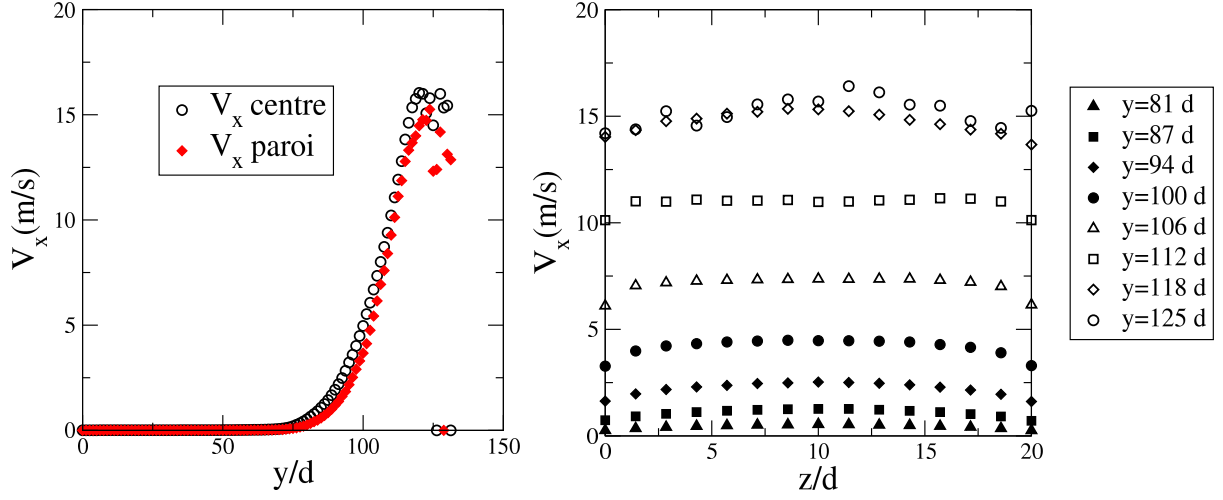


FIG. 6.3 – gauche : Vitesse V_x en fonction de y à la paroi et au centre du canal. droite : vitesse V_x en fonction de z pour différentes altitudes y

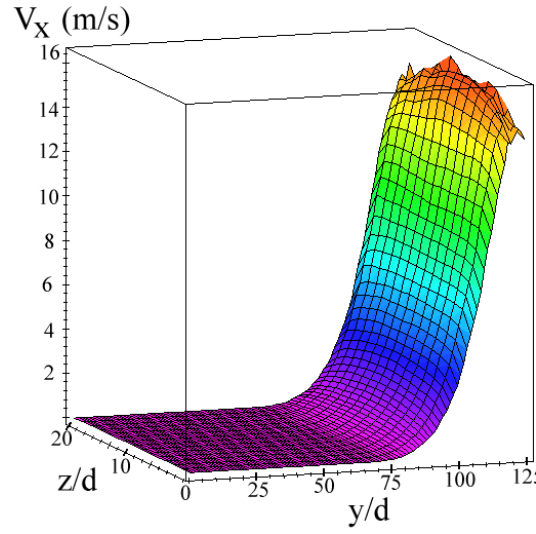
Cisaillement entre les parois

Nous avons vu au chapitre précédent que l'écoulement était faiblement cisailé dans la direction z , c'est-à-dire perpendiculairement aux parois latérales. Pour vérifier que cela reste vrai dans la simulation, nous avons tracé sur la figure 6.3 un profil de vitesse réalisé à la paroi (i.e. en tenant compte des grains situés à moins de $1d$ d'une des parois) et un profil réalisé dans une tranche verticale de largeur $1d$ situé au milieu du canal. On voit que la vitesse aux parois est partout plus faible que celle au cœur du canal mais la différence reste très faible. Nous avons également tracé la vitesse V_x en fonction de la position z pour plusieurs altitudes y . On voit que quelque soit la position y , le cisaillement est très faible. Il semble être légèrement plus important dans la couche gazeuse qu'ailleurs (voir $y = 125d$) mais même dans ce cas, la vitesse au centre est très proche de la vitesse à la paroi.

Sur la figure 6.4 nous avons représenté la vitesse V_x en fonction de y et de z . On peut à nouveau voir que la vitesse augmente avec y et qu'elle est légèrement plus faible aux parois qu'au centre du canal.

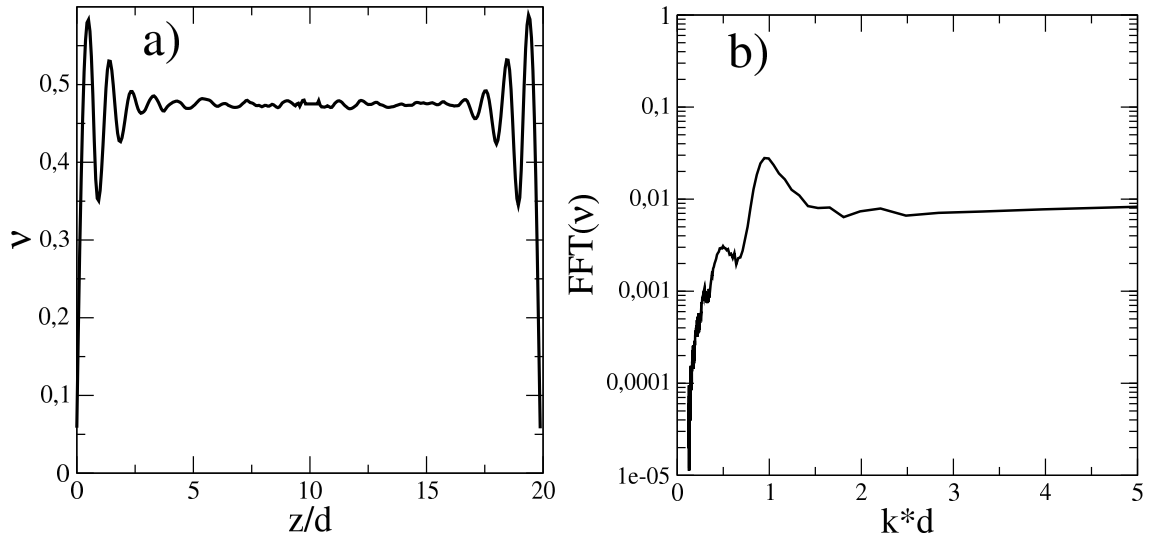
6.1.2 Compacité

Dans ce paragraphe nous allons présenter des profils de compacité locale ν . Celle-ci est définie comme la fraction volumique occupée par les grains dans un volume test. Comme toutes les grandeurs issues de la simulation périodique, la compacité est indépendante de x . Nous allons d'abord étudier ses variations perpendiculairement aux parois latérales (selon z) puis perpendiculairement à la surface libre (selon y).

FIG. 6.4 – Vitesse V_x en fonction de y et z

Organisation en couches verticales

La figure 6.5a présente l'évolution de la compacité selon la direction z . Ce profil a été moyenné entre les altitudes $y = 100d$ et $y = 120d$, c'est-à-dire dans la couche en écoulement. La largeur du canal est $W = 20d$, c'est-à-dire que les parois sont situées à $z = 0$ et $z = 20d$. On remarque deux choses sur ce profil. La première est que si l'on fait

FIG. 6.5 – a) Compacité $\nu(z)$ mesurée perpendiculairement aux parois latérales. b) Transformée de Fourier de $\nu(z)$.

abstraction des oscillations, la compacité reste constante selon z . La deuxième remarque est qu'il existe des oscillations très nettes de la compacité près des parois latérales. L'intensité des ces oscillations diminue au fur et à mesure que l'on s'éloigne des parois mais reste visible. Ainsi, même au milieu du canal on observe encore de petites oscillations. Ceci traduit le fait que l'écoulement est organisé en couches verticales. La présence de parois lisses induit forcément une structuration de l'écoulement aux parois mais on voit aussi que l'écoulement est structuré en couches partout dans le canal. Bien sûr, cette structure n'apparaît que sur les grandeurs moyennées (dans le temps et dans l'espace). Sauf si l'on se place près des parois, les couches sont donc plus une vue de l'esprit qu'une réalité physique.

La figure 6.5b montre la transformée de Fourier de $\nu(z)$. On voit un pic très net apparaître et on peut mesurer ainsi la longueur d'onde des oscillations de $\nu(z)$, c'est-à-dire l'épaisseur des couches. On trouve que cette épaisseur vaut précisément $1d$. En conclusion, à proximité des parois les grains sont organisés en couches verticales disposées régulièrement tous les $1d$. Cette structuration s'estompe ensuite en se rapprochant du milieu du canal.

Profil de compacité

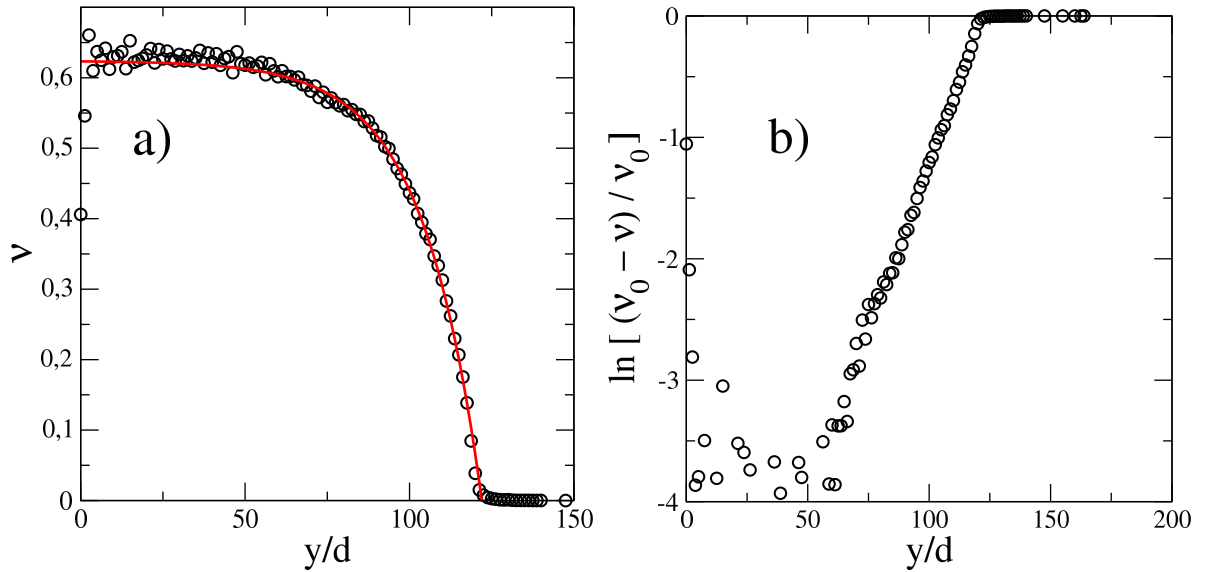


FIG. 6.6 – a) Profil de compacité $\nu(y)$ en fonction de la position y . La ligne montre un "fit" de la forme : $\nu(y) = \nu_0(1 - e^{(y-y_0)/\lambda})$ avec $\nu_0 = 0.63$, $y_0 = 122.4d$ et $\lambda = 18.2d$. b) $\ln((\nu_0 - \nu)/\nu_0)$ en fonction de y . On mesure ainsi avec précision les valeurs de y_0 et λ .

Nous avons tracé sur la figure 6.6a le profil de compacité moyennée dans l'épaisseur (ainsi que selon x et dans le temps). La compacité reste à peu près constante au sein de l'empilement quasi-statique et sa valeur $\nu_0 = 0.63$ correspond à la compacité d'un empilement aléatoire dense (ou *Random Close Packing*). Cependant, la compacité décroît doucement

dans la zone d'écoulement. Elle passe donc continûment de ν_0 à 0 entre l'empilement quasi-statique et la surface libre. La ligne montre un "fit" de la forme : $\nu(y) = \nu_0(1 - e^{(y_0-y)/\lambda})$ (suggéré par M. Louge). On trouve les paramètres suivants : $\nu_0 = 0.631$, $y_0 = 122.4 d$ et $\lambda = 18.2 d$. Sur la figure 6.6b nous avons représenté $\ln((\nu_0 - \nu)/\nu_0)$ en fonction de y en utilisant $\nu_0 = 0.631$. Les points forment une belle droite ce qui confirme l'accord entre les données et le "fit". De plus, on peut mesurer précisément la longueur caractéristique λ et la position de la surface libre y_0 . Sur la figure 6.6b on trouve $\lambda = 18.2 d$. Il est intéressant de noter que cette valeur est proche de la largeur du canal $W = 20 d$. Nous avons vérifié que ceci reste vrai quelle que soit la valeur de W tant que l'écoulement est en régime SSH. Le "fit" que nous avons proposé ($\nu(y) = \nu_0(1 - e^{(y_0-y)/\lambda})$) est heuristique. Son équation n'est pas issue d'un calcul théorique mais nous avons tout simplement constaté un excellent accord avec les données numériques (et expérimentales, voir chapitre précédent). On en déduit donc que la compacité suit l'équation différentielle :

$$\frac{\partial \nu(y)}{\partial y} = \frac{1}{W} (\nu_0 - \nu(y))$$

Il nous semble important de comprendre pourquoi on observe cette loi exponentielle et ceci devrait faire l'objet d'une étude approfondie.

6.1.3 Nombre de contacts

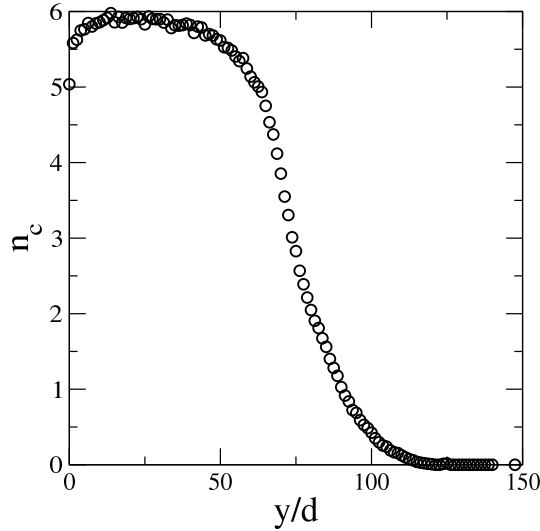


FIG. 6.7 – Nombre moyen de contacts par particule en fonction de y

Il est très facile dans la simulation de mesurer le nombre moyen de contacts par particule n_c . On compte le nombre de particules qui touchent chacune des particules (définie comme les particules qui exercent une force sur la particule considérée) puis on divise par le nombre total de grains et on moyenne dans le temps. La figure 6.7 présente le profil de n_c moyenné

dans l'épaisseur. Dans l'empilement quasi-statique, le nombre de contacts vaut environ 6, à l'exception du voisinage du socle de la cellule où il baisse légèrement pour des raisons d'encombrement stérique. Plus on se rapproche de la surface libre, plus n_c est petit, ce à quoi on pouvait s'attendre au vu du profil de compacité. Cependant, il est intéressant de constater que n_c décroît plus rapidement que la compacité. En effet, à $y = 75d$, n_c a déjà diminué de moitié ($n_c = 3$) alors que la compacité est encore assez proche de ν_0 ($\nu = 0.58$). De même, à $y = 100d$, le nombre de contact moyen est très faible ($n_c = 0.5$) alors que la compacité vaut encore $\nu = 0.44$. Cette comparaison souligne le fait qu'une très faible variation de ν signifie un important changement dans la structure de l'écoulement.

L'étude du profil de n_c permet également de voir qu'il existe des variations importantes au sein de l'empilement quasi-statique. Si l'on regarde le profil de vitesse, il est naturel de penser que la frontière entre l'empilement statique et l'écoulement se situe vers $y = 75d$. Aucune variation de la vitesse n'est en effet visible avant $y = 75d$. Or, on voit clairement sur la figure figure 6.7 que le nombre de contact chute bien avant $y = 75d$ et qu'il vaut seulement $n_c = 3$ pour $y = 75d$. Ceci montre à quel point la dynamique dans l'empilement quasi-statique n'est pas figée et à quel point la transition entre la zone statique et la zone d'écoulement définie grâce au profil de vitesse est arbitraire.

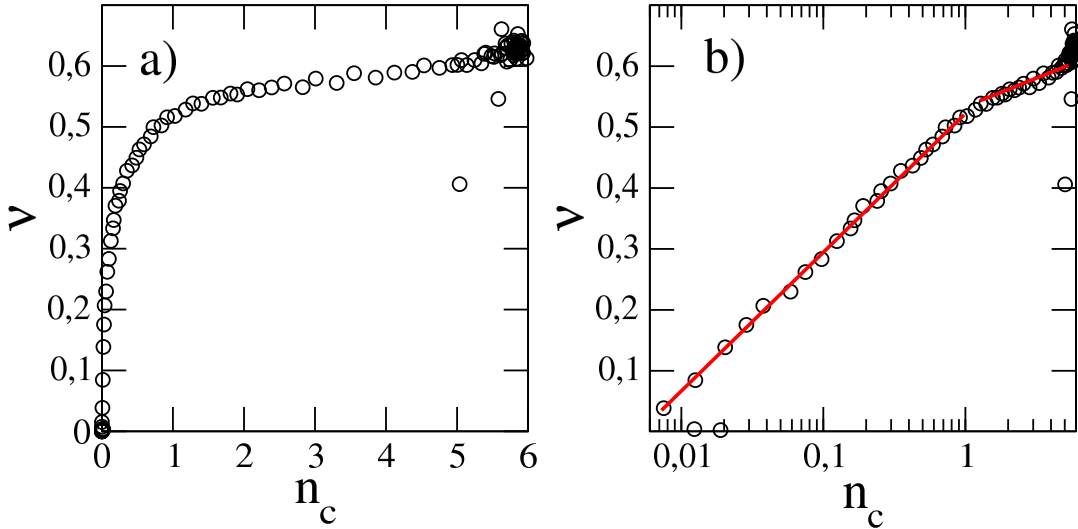
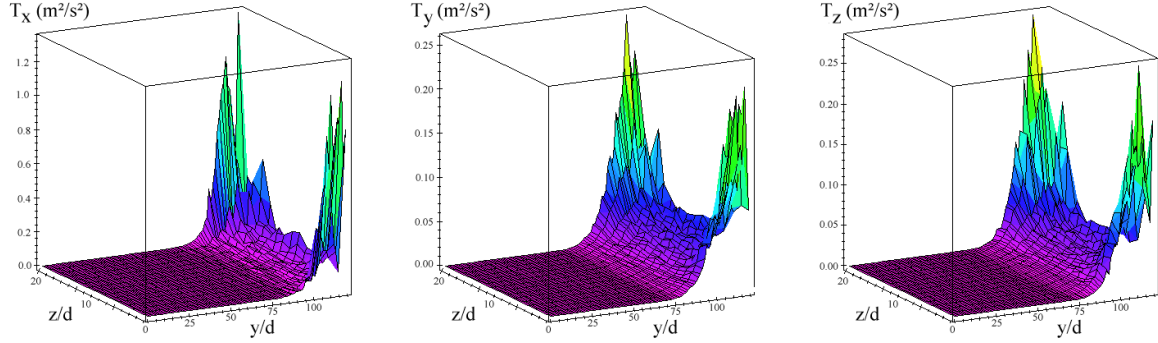


FIG. 6.8 – Compacité en fonction du nombre moyen de contacts par particule

Il est également intéressant de tracer la compacité en fonction du nombre de contacts (figure 6.8a). On voit tout d'abord qu'une faible variation de la compacité autour de sa valeur maximale correspond à une forte variation de n_c . Nous avons également tracé les données en échelle semi-logarithmique (figure 6.8b). On voit alors apparaître un résultat intéressant : la compacité est une fonction exponentielle de n_c et il existe deux régimes distincts. On voit que la transition a lieu pour la valeur $n_c = 1$. Cette valeur est très particulière car elle délimite le régime dans lequel les contacts sont persistants. En effet, si $n_c < 1$, cela signifie qu'à un instant donné, en moyenne, les grains sont en contact avec

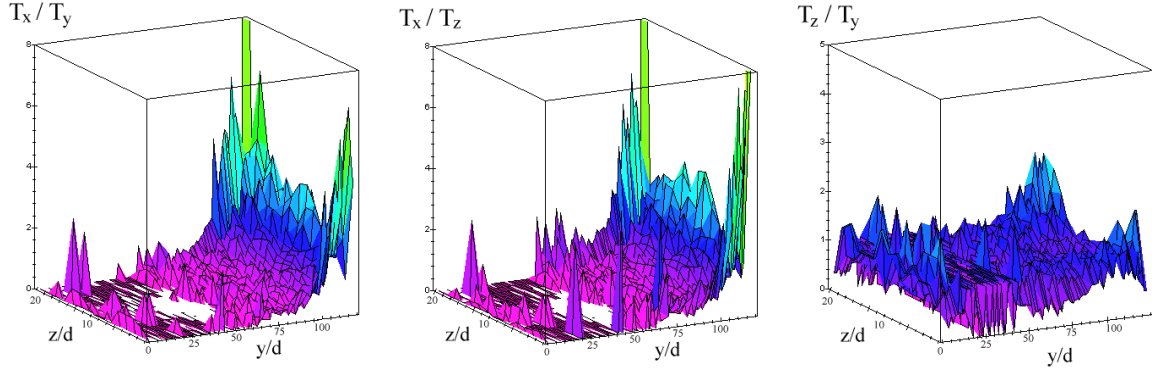
FIG. 6.9 – Températures granulaires en fonction de y et z

moins d'un voisin. À l'inverse, si $n_c > 1$, alors les grains sont en moyenne toujours en contact avec au moins un autre grain. Il reste à savoir si cette transition est une propriété générale de la relation entre ν et n_c ou bien si elle est particulière à notre régime d'écoulement SSH.

6.1.4 Température

Par analogie avec la physique statistique on peut définir la température granulaire grâce aux fluctuations de vitesse : $T_x = \langle V_x^2 \rangle - \langle V_x \rangle^2$ (et de même pour T_y et T_z). Cette température granulaire quantifie ainsi l'agitation des grains tout comme la température d'un gaz quantifie l'agitation de ses molécules. Pour la mesurer, il faut d'abord déterminer le champ des vitesses moyennées dans le temps. Puis, on retranche à la vitesse instantanée de chaque grain la vitesse moyennée temporellement à la position du grain, avant d'élever le tout au carré et de moyenner. On calcule donc : $T_x = \langle (V_x - \langle V_x \rangle)^2 \rangle$, ce qui est équivalent à la définition précédente. Les données obtenues sont présentées sur la figure 6.9. On voit que les trois températures ont le même comportement qualitatif : la température augmente avec y quelque soit z et elle est plus élevée aux parois qu'au centre de la cellule quelque soit y . En conclusion, l'agitation est de plus en plus importante lorsque qu'on se rapproche de la surface libre et elle est d'autant plus grande que l'on est proche d'une paroi. Il est à noter que ces résultats sont différents des écoulements sur fond rigide dans lesquels la rugosité du socle peut induire une forte température à la base de l'écoulement (GdR-MiDi, 2004).

On peut également étudier l'anisotropie de l'agitation en comparant les valeurs de T_x , T_y et T_z . Sur la figure 6.10 nous avons tracé les rapports T_x/T_y , T_x/T_z et T_z/T_y . On voit qu'il existe une anisotropie importante entre la direction x et les directions y et z . Au sein de l'écoulement, la température T_x peut être jusqu'à 6 fois plus grande que T_y ou T_z . De plus, cette anisotropie augmente quand on se rapproche de la surface libre ou des parois latérales. On voit par contre que l'anisotropie reste faible entre les directions y et z . Il semble que $T_z > T_y$ mais ceci n'est qu'une impression. Près de la surface libre on dispose de moins de statistique et il apparaît des pics. En moyenne, le rapport T_z/T_y reste toujours

FIG. 6.10 – Rapport des températures granulaires en fonction de y et z

proche de 1.

6.1.5 Rotation

Nous allons maintenant étudier la vitesse de rotation de grains $\vec{\omega}$ et en particulier ses composantes ω_y et ω_z car la composante ω_x est en moyenne nulle quelque soit la position (y, z) . La gravité et les parois latérales doivent induire des rotations selon y et z mais rien ne donne un sens préférentiel à la rotation autour de l'axe x .

Composante ω_y

Nous avons d'abord cherché à savoir comment ω_y varie selon z . La figure 6.11 présente trois profils $\omega_y(z)$ obtenus à différentes positions y . On voit que chaque courbe est symétrique par rapport au centre du canal. La vitesse de rotation est plus élevée aux parois et son signe change d'une paroi à l'autre. Ceci traduit le fait que les grains roulent sur les parois : le frottement sur les parois entraîne une importante rotation dont la direction est bien sûr opposée sur les deux parois. De plus, plus on se rapproche de la surface libre, plus la vitesse de rotation près de la paroi devient élevée. Ceci est lié à l'augmentation de la vitesse de translation des grains lorsque y augmente.

Il est intéressant de comparer la vitesse des grains V_x et la vitesse de rotation ω_y . Prenons l'exemple du profil $y = 100d$ de la figure 6.11. La vitesse de rotation à la paroi est $\omega_y = 290 \text{ rad/s}$ et la vitesse de translation $V_x = 4.75 \text{ m/s}$ (voir figure 6.3). On peut donc calculer la vitesse de glissement du contact selon x définie par $V_x^g = V_x - d/2 \omega_y$ et on trouve : $V_g = 3.6 \text{ m/s}$. La vitesse de glissement est donc loin d'être négligeable, ce qui signifie que les grains glissent à la paroi. Cette valeur est très proche de la valeur de la vitesse. Nous avons représenté sur la figure 6.13 le profil de vitesse de glissement à la paroi. On voit que cette vitesse reste toujours très proche de la vitesse à la paroi, ce qui indique que malgré les vitesses de rotation importantes, les grains glissent à la paroi et sont en fait assez loin de la condition de non glissement ($V_x^g = 0$).

Nous avons ensuite tracé le profil de ω_y en fonction de y pour les deux premières couches. Les couches sont définies comme les grains dont le centre est situé à $z < d$ (couche 1) et ceux pour lesquels $d < z < 2d$ (couche 2) et correspondent aux deux premiers pics de compacité de la figure 6.5. La figure 6.12 présente les résultats. On voit tout d'abord que pour la couche 1, ω_y augmente avec y comme nous l'avons déjà signalé en étudiant la figure précédente. Pour la couche 2 cependant, il apparaît quelque chose de surprenant : la composante ω_y change de signe aux alentours de $y = 100d$. Cela signifie que pour les grains situés à $y > 100d$, les grains des deux premières couches tournent selon y dans des directions opposées. Notre explication est que la rotation de la première couche est très importante et elle entraîne une contra-rotation sur la couche 2 (Khidas et al., 2003). La figure 6.14 illustre ce phénomène. La vitesse de rotation ω_y diminue ensuite fortement lorsque l'on s'éloigne des parois et on n'observe plus de contra-rotation.

Une question se pose : pourquoi la contra-rotation intervient-elle seulement à partir de $y = 100d$? Notre interprétation est qu'en dessous de $y = 100d$, le milieu est dense. Il suffit de regarder les profils de compacité ou de nombre de contact pour s'en convaincre. Les contraintes sont importantes sur les grains et il leur est difficile de tourner librement. À l'inverse, lorsque le milieu est plus dilué, les grains sont libres de tout mouvement et la couche 1 peut alors induire une contra-rotation sur la couche 2.

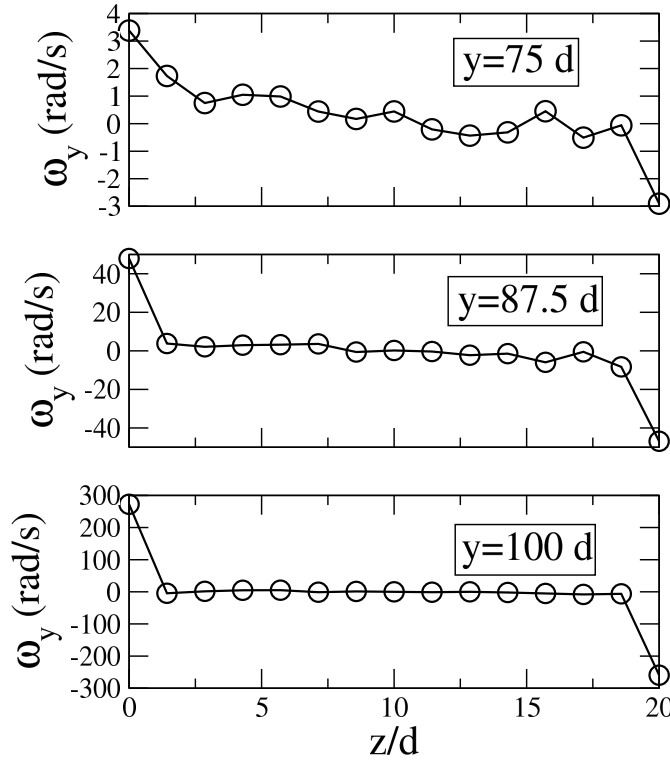


FIG. 6.11 – Vitesse de rotation autour de l'axe z en fonction de z pour trois valeurs de y

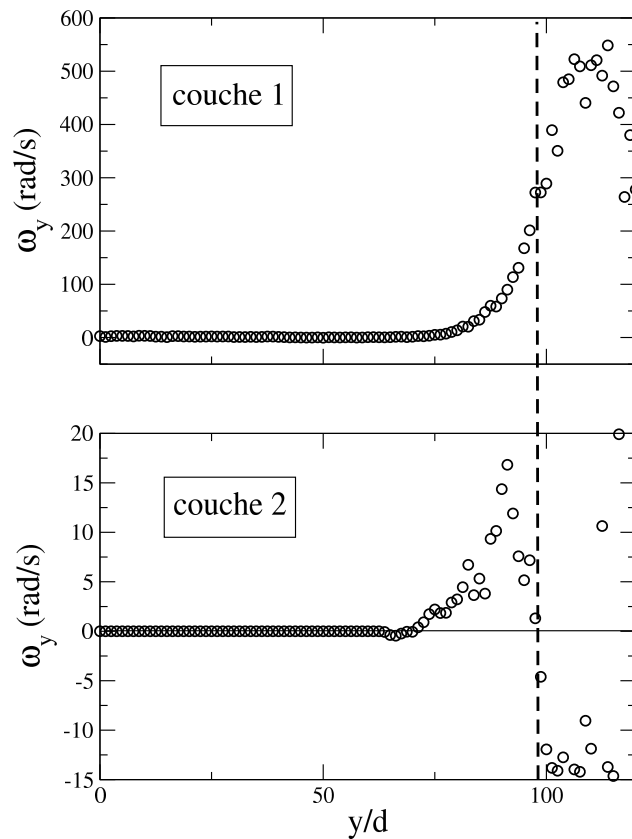
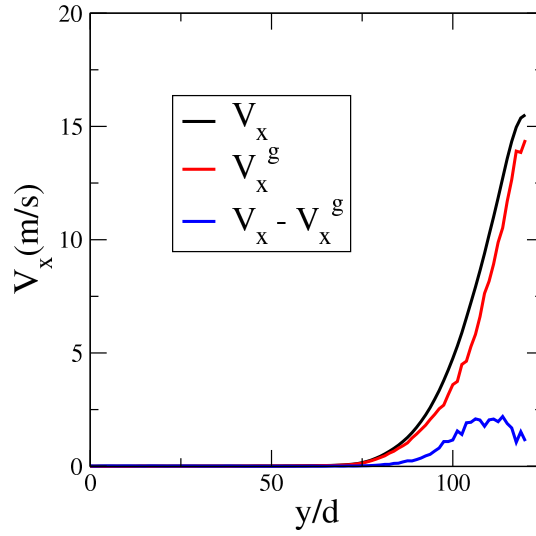


FIG. 6.12 – Vitesse de rotation autour de l'axe y en fonction de y pour les deux premières couches verticales

Composante ω_z

Tout comme la composante ω_x , la composante ω_z ne varie pas selon z . Nous avons donc représenté ses variations avec y sur la figure 6.15. On y voit que ω_z augmente avec z . Si l'on compare les valeurs de ω_y et ω_z à position y égale, on s'aperçoit que ω_z est beaucoup plus grand que ω_y sauf à proximité des parois où ω_y domine. Ainsi, à l'exception des deux premières couches, le vecteur rotation $\vec{\omega}$ se confond avec sa composante ω_z . Nous avons également tracé sur la figure 6.15 la composante selon z de la vorticité définie comme $\vec{I} = 1/2 \vec{rot} \vec{V}$. Dans notre cas particulier, $I_z = -1/2 \partial V_x / \partial y$. On voit que les deux courbes se superposent, ce qui correspond à ce que prévoit la théorie cinétique et à l'hypothèse habituelle en mécanique des milieux continus. En mécanique des milieux continus, on néglige la partie antisymétrique du tenseur des contraintes, ce qui revient ici à supposer que $\vec{I} = 1/2 \vec{rot} \vec{V}$. On voit que cette hypothèse est bien vérifiée sur presque tout l'écoulement, en dehors de la couche gazeuse soumise à un régime ballistique.

FIG. 6.13 – Vitesse de translation et de glissement à la paroi en fonction de y

6.1.6 Contraintes normales et tangentielles à la paroi

Simulation étudiée

Dans ce paragraphe nous allons étudier les contraintes tangentielles et normales exercées par les grains sur les parois latérales. Ces grandeurs sont très sensibles aux paramètres de la simulation et en particulier aux propriétés de frottement. Les résultats présentés jusqu'à présent dans ce chapitre ont été obtenus avec des coefficients grain/grain et grain/paroi très élevés ($\mu_{G/G} = \mu_{G/P} = 0.8$). Cette valeur est peu réaliste mais a été choisie pour forcer le trait et obtenir aisément des écoulements SSH. Pour l'étude des contraintes tangentielles et normales à la paroi présentée ici nous avons choisi une valeur plus faible et raisonnable des coefficients de frottement : $\mu_{G/G} = \mu_{G/P} = 0.3$. La figure 6.16 montre les profils de vitesse et de compacité obtenus avec cette valeur pour une inclinaison de 40° . On voit qu'ils sont quantitativement identiques à ceux présentés précédemment pour des valeurs plus importantes des coefficients $\mu_{G/G}$ et $\mu_{G/P}$.

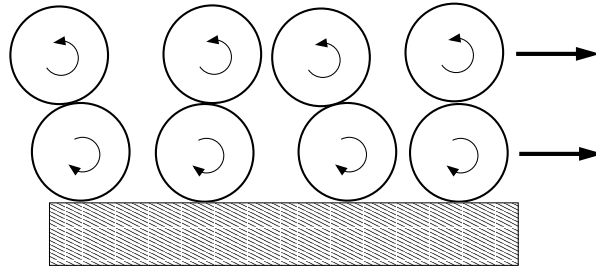


FIG. 6.14 – Schéma de la contra-rotation induite par le première couche sur la deuxième

Pression et frottement à la paroi

Afin de mesurer les contraintes exercées sur les parois, nous avons mesuré à un instant donné et pour chaque contact la norme de la force normale $\vec{F}_n$ et la norme et direction de la force de frottement tangentielle $\vec{F}_t$. La pression normale p_n exercée sur les parois est définie comme la somme des forces normales par unité de surface latérale. Les résultats sont ensuite moyennés sur plusieurs instants. Le profil de pression normale est présenté sur la figure 6.17. On voit que la pression augmente lorsque l'on s'éloigne de la surface libre. Le profil est légèrement concave, ce qui est cohérent avec la diminution de la compacité au sein de l'écoulement. Nous avons également tracé la pression hydrostatique p_h définie à partir de l'intégrale de la compacité à partir de la surface libre. On voit que les deux pressions sont identiques, c'est-à-dire que la force normale suit une loi hydrostatique. L'insert est un graphe de p_h en fonction de p_n et montre que ces deux grandeurs sont quasiment identiques.

Notons que l'on n'observe pas de saturation de la pression, c'est-à-dire que l'effet Janssen (Janssen, 1895) n'est pas visible. Ceci est peut-être dû au fait que le modèle de force tangentielle que nous avons choisi (force de Coulomb régularisée) ne décrit pas correctement les empilements parfaitement statiques (voir chapitre 2 pour plus de détails).

Il est intéressant de comparer les valeurs de F_t/F_n à $\mu_{G/P}$. Si le contact est pleinement sollicité alors l'égalité $F_t/F_n = \mu_{G/P}$ est vérifiée pour tous les contacts. Sur la figure 6.18 nous avons reporté, pour chaque contact grains/paroi, la norme de $\vec{F}_n$ en abscisse et celle de $\vec{F}_t$ en ordonnée. On voit que tous les points se rassemblent sur la droite d'équation $F_t = \mu_{G/P} F_n$. On peut donc en conclure que le frottement est pleinement sollicité pour chacun des contacts.

Il est également intéressant d'étudier le rapport des valeurs moyennes des contraintes normales et tangentielles aux parois. Nous venons de voir que : $\langle F_t/F_n \rangle = \mu_{G/P}$ mais la

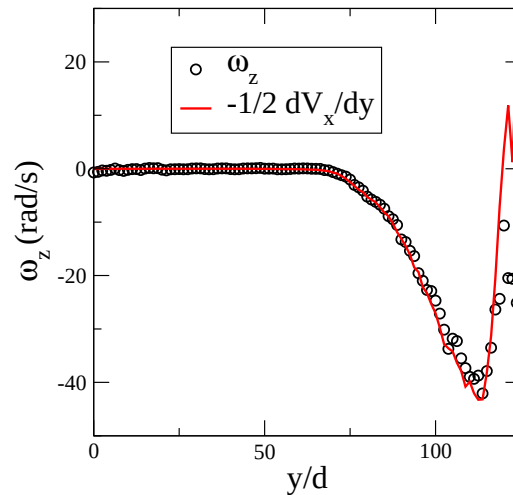


FIG. 6.15 – Profil de vitesse de rotation autour de l'axe z . La ligne continue montre la composante selon z de la vorticité.

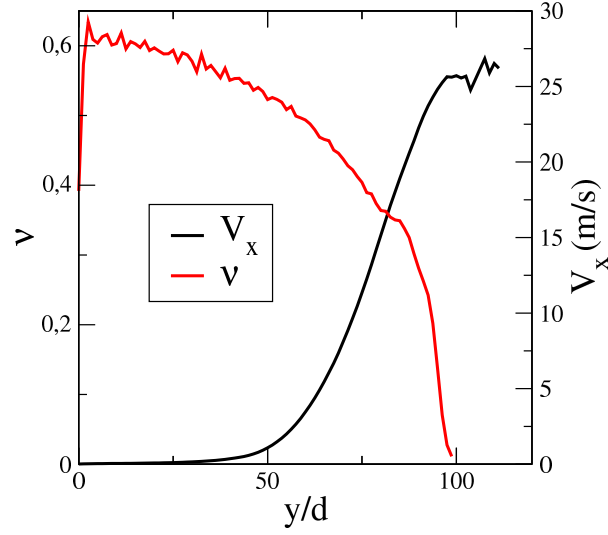


FIG. 6.16 – Profils de vitesse obtenus pour $W = 20 d$, $\varphi = 40^\circ$, $N = 10200$, $\mu_{G/G} = \mu_{G/P} = 0.3$

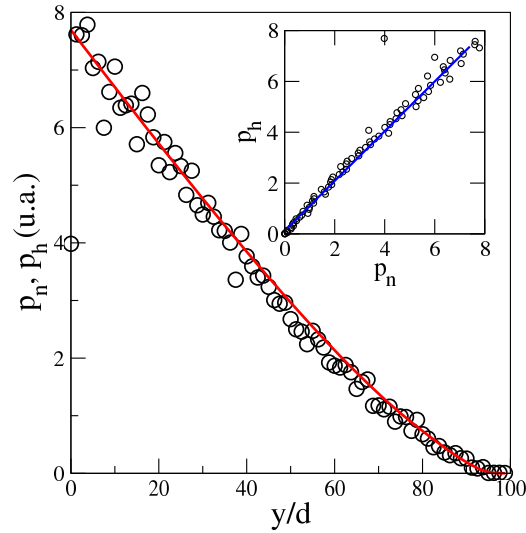


FIG. 6.17 – Pression normale exercée à la paroi latérale et pression hydrostatique en fonction de la position y

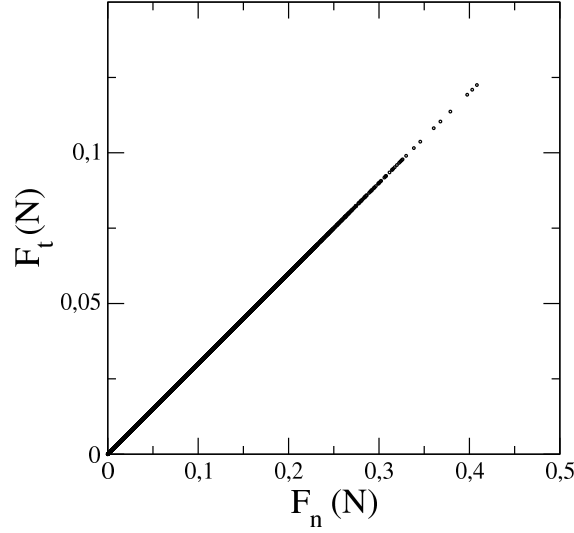


FIG. 6.18 – Force tangentielle F_t en fonction de la force normale F_n pour chaque contact grain/paroi

valeur de $\mu^* \equiv ||\langle \vec{F}_t \rangle|| / ||\langle \vec{F}_n \rangle||$ peut être différente de $\mu_{G/P}$. Le profil de μ^* est présenté sur la figure 6.19. On y voit que μ^* reste constant dans la zone d'écoulement (avec une valeur proche de $\mu_{G/P}$) avant de chuter dans l'empilement statique.

Nous avons vu plus haut que tous les contacts grain/paroi sont pleinement mobilisés. La diminution de μ^* n'est donc pas due à une diminution du rapport $\langle F_t/F_n \rangle$. La raison de cette diminution est en fait à chercher dans l'orientation des vecteurs $\vec{F}_t$. Dans notre modèle de force, le vecteur $\vec{F}_t$ est opposé à la vitesse du glissement du contact entre la particule et la paroi. Notons ici α l'angle que fait cette vitesse avec le socle de la cellule périodique (voir figure 6.20). La force tangentielle s'écrit donc :

$$\vec{F}_t = \mu_{G/P} F_n \left(\cos \alpha \vec{i} + \sin \alpha \vec{j} \right)$$

Nous allons supposer que l'angle α et F_n ne sont pas corrélés. De plus, même si la distribution de α est inconnue, on peut raisonnablement penser que $\langle \alpha \rangle = 0$, par symétrie. On peut donc ainsi calculer la moyenne de $\vec{F}_t$ sur une tranche horizontale de paroi à l'altitude y :

$$\langle \vec{F}_t \rangle = \mu_{G/P} \langle F_n \rangle \langle \cos \alpha \rangle \vec{i}$$

Le rapport μ^* est en fait une mesure de $\mu_{G/P} \langle \cos \alpha \rangle$ et donne donc une indication sur la distribution de l'orientation des forces tangentielles. Ainsi, la diminution de μ^* observée sur la figure 6.19 indique que $\langle \cos \alpha \rangle$ diminue, c'est-à-dire que $\vec{F}_t$ devient plus isotrope dans l'empilement quasi-statique alors que dans l'écoulement, $\vec{F}_t$ est toujours parallèle à $\vec{i}$.

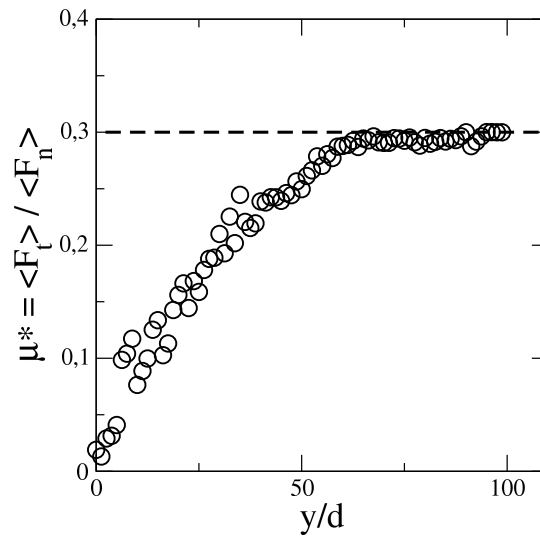


FIG. 6.19 – Rapport des contraintes normales et tangentielles moyennes en fonction de y

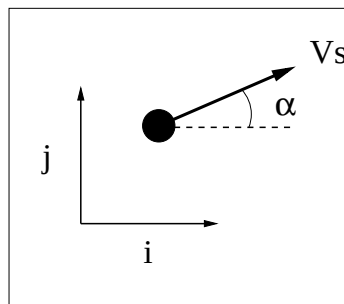


FIG. 6.20 – Schéma et notations pour la vitesse de glissement du contact grain/paroi

6.2 Influence des paramètres de la simulation

6.2.1 Influence de la restitution des collisions

Dans la simulation il est possible de faire varier de nombreux paramètres. Nous avons réalisé deux simulations dont la seule différence est le coefficient de restitution. Dans la première simulation, $e_n = 0.4$ (soit la valeur utilisée jusqu'à présent dans ce chapitre), et dans la deuxième, $e_n = 0.9$. Les profils de vitesse et nombre moyen de contacts sont présentés sur la figure 6.21. On voit tout d'abord que le profil de nombre moyen de contact n'est quasiment pas modifié. La compacité (non représentée ici) reste elle aussi inchangée lorsque l'on fait varier e_n . Quant au profil de vitesse, il reste inchangé dans l'empilement quasi-statique mais une différence apparaît près de la surface libre. La vitesse est plus élevée lorsque le coefficient de restitution est plus élevé. Cette divergence intervient donc lorsque l'écoulement devient très dilué. Dans cette zone, les collisions sont de plus en plus souvent binaires et le coefficient de restitution joue un rôle important. Dans les zones plus denses où les contacts sont persistants, le coefficient de restitution effectif du milieu tend rapidement vers zéro. On peut remarquer que puisque la divergence des deux profils intervient alors que la compacité est très faible, le débit est identique dans les deux simulations. En conclusion, la valeur du coefficient de restitution ne modifie les propriétés que d'une couche superficielle de l'écoulement. Les profils sont identiques non seulement qualitativement mais aussi quantitativement sur la majeure partie de l'écoulement.

6.2.2 Fond lisse

Nous allons maintenant examiner l'influence de la nature du fond sur l'écoulement. Pour cela, il est nécessaire de se placer dans un régime où l'écoulement opère dans toute l'épaisseur (dans le régime SSH, le fond n'exerce aucune influence). La figure 6.22 montre des images obtenues avec un socle rugueux (a) et un socle lisse (b). On voit directement sur la figure que les images sont semblables même si la vitesse est plus élevée avec le socle lisse. La figure 6.23 montre les profils de vitesse et de compacité pour les deux écoulements. La différence principale est qu'il existe un glissement sur le socle dans le cas d'un socle lisse. La vitesse de glissement est d'environ 4 m/s . Hormis cette différence, les deux profils de vitesse sont similaires. En fait, si l'on translate les profils de façon à faire coïncider la position de la surface libre (par exemple), alors les profils sont pratiquement superposés. Les profils de compacité sont eux quasiment confondus (sauf à la base de l'écoulement). En conclusion, le fond lisse induit seulement un glissement à la base de l'écoulement mais ne provoque aucun changement fondamental.

6.2.3 Cas rotation bloquée

Il est également possible d'étudier par simulation numérique des situations non physiques. On peut par exemple bloquer la rotation des grains. Ceci est non physique mais il est intéressant d'étudier ce cas particulier afin de comprendre si la rotation des grains joue un rôle important. La figure 6.24 montre deux images obtenues avec la simulation ouverte.

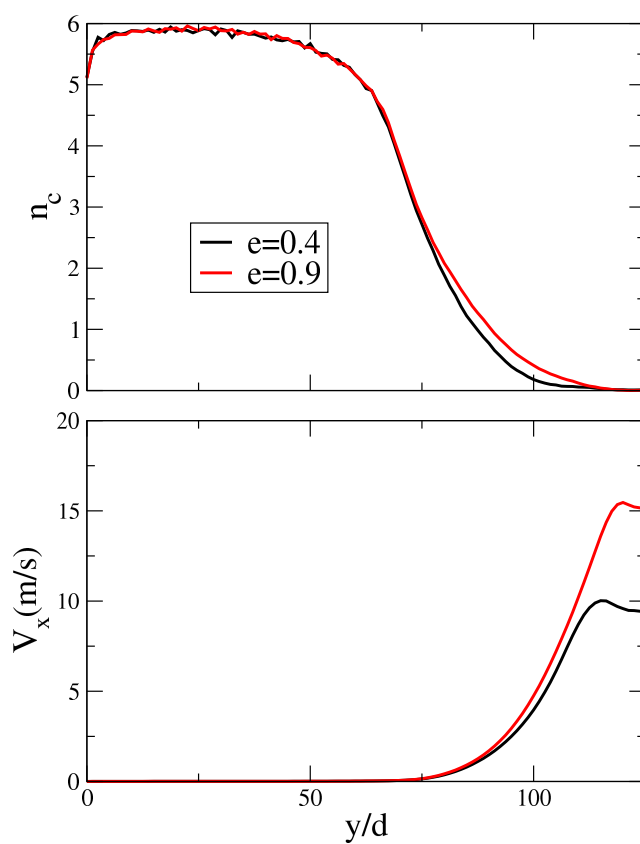


FIG. 6.21 – Profils de vitesse et compacité obtenus dans les conditions de la figure 6.1 pour deux valeurs du coefficient de restitution

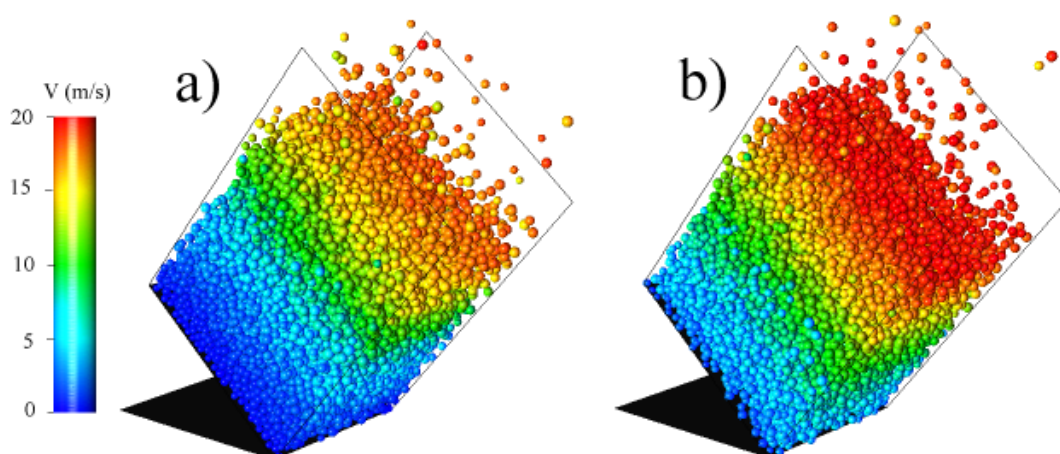


FIG. 6.22 – Images d'écoulements obtenus avec un socle rugueux constitué de demi-cylindres de diamètre d disposés tous les $1.25 d$ (a) et un socle lisse mais frottant (b)

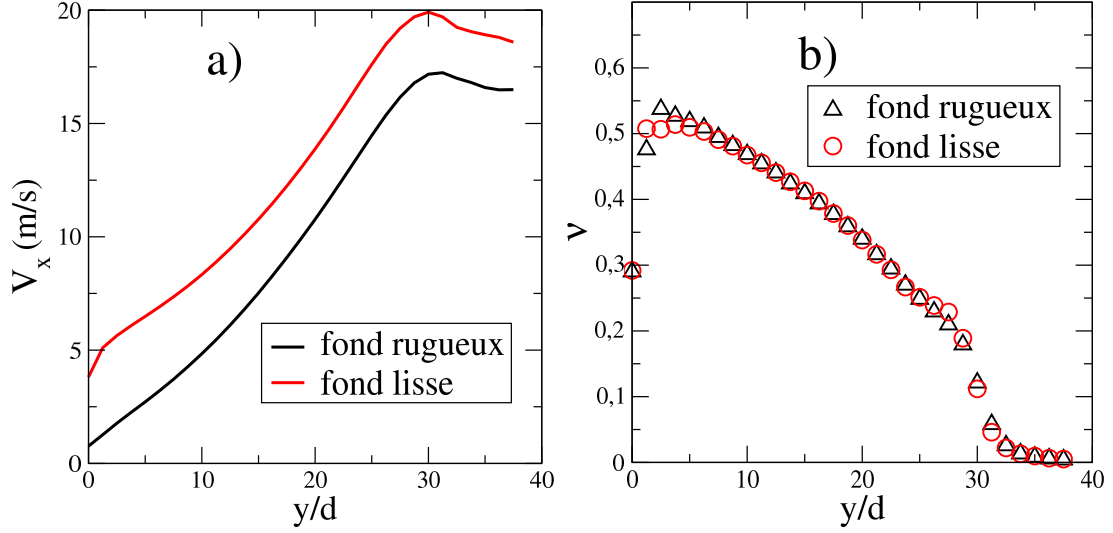


FIG. 6.23 – Profils de vitesse (a) et compacité (b) obtenus pour les deux socles (rugueux et lisses) avec un coefficient de frottement grain/socle identique à $\mu_{G/G}$

La première image est celle de la simulation classique, la deuxième celle de la simulation où la rotation des grains est bloquée. On voit que les propriétés de l'écoulement sont fondamentalement modifiées lorsque la rotation est bloquée. En fait, les grains ont beaucoup de mal à s'écouler dans le canal et peuvent rester coincés entre les parois. Ce résultat montre à quel point la rotation des grains est un ingrédient essentiel de la simulation.

6.3 Effet des propriétés de frottement aux parois

6.3.1 Effet sur les empilements SSH

Nous avons établi au chapitre précédent que le frottement aux parois joue un rôle prépondérant dans la stabilité des empilements SSH. Il est donc particulièrement intéressant d'étudier le cas où les parois latérales sont non frottantes. Il est très facile de réaliser cette situation dans la simulation car il suffit de choisir $\mu_{G/P} = 0$. La figure 6.25 montre une image obtenue avec des parois non frottantes écartées de $W = 20d$. L'inclinaison choisie $\varphi = 20^\circ$ est beaucoup plus faible que dans les cas précédents car la gamme d'angles pour lesquels le régime est stationnaire diminue quand le frottement aux parois diminue. La première chose que l'on observe sur la figure 6.25 est que l'ensemble du milieu granulaire est cisailé. Il n'y a pas de zone quasi-statique ou de localisation du cisaillement. Ceci reste vrai pour des écoulements très épais. Nous avons obtenu des écoulements d'une épaisseur d'une centaine de grains et l'ensemble du matériau était cisailé. En fait, quelque soit le nombre de grains introduits dans la simulation, on n'observe jamais de localisation du cisaillement. En d'autres termes, il est impossible d'obtenir des empilements à stabilité dynamique avec des parois latérales non frottantes. Ceci vient confirmer les conclusions du

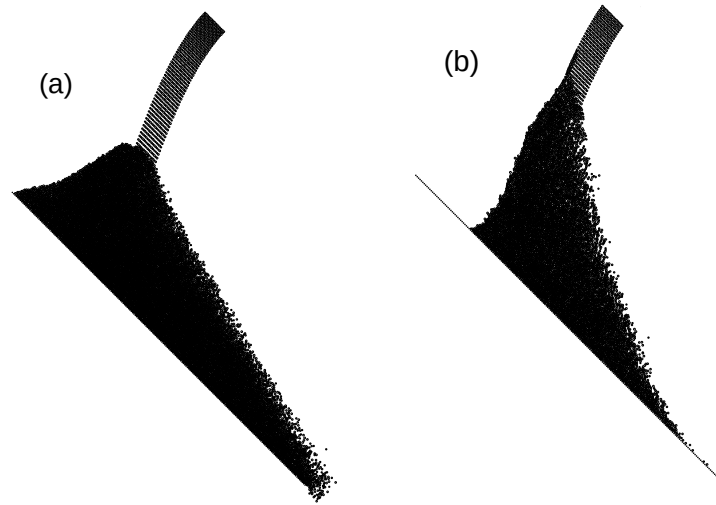


FIG. 6.24 – a) Vue de la simulation ouverte pour $W = 5d$, $Q = 9000 \text{ part/s}$, $\mu_{G/G} = \mu_{G/P} = 0.8$. b) Simulation dans les mêmes conditions que pour (a) mais dans le cas où la rotation des grains est bloquée.

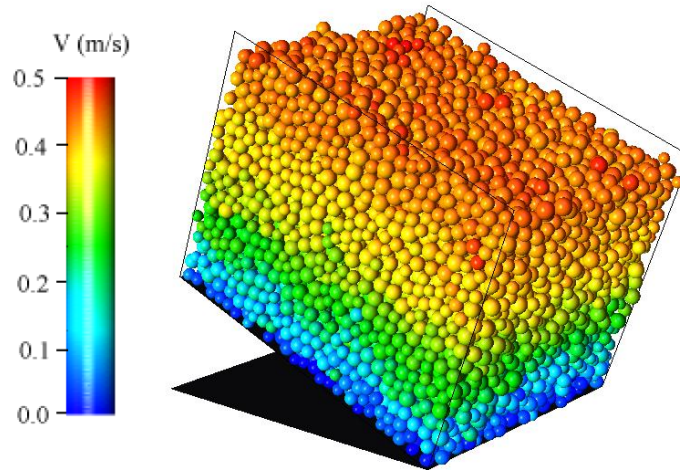


FIG. 6.25 – Image d'un écoulement sur fond rugueux et frottant entre des parois latérales non-frottantes ($W = 20d$, $\varphi = 20^\circ$, $N = 10200$, $\mu_{G/P} = 0.8$ et $\mu_{G/G} = 0$)

chapitre précédent sur le rôle primordial joué par le frottement aux parois latérales dans les écoulements SSH.

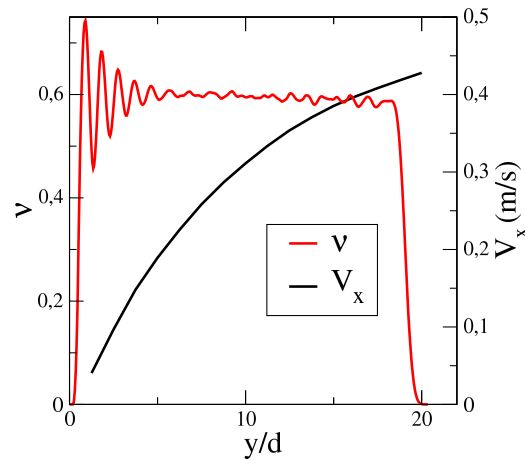


FIG. 6.26 – Profils de vitesse et compacité pour l'écoulement de la figure précédente

6.3.2 Profil de vitesse et compacité

Sur la figure 6.26 nous avons tracé les profils de vitesse et de compacité mesurés sur la simulation de la figure 6.25. On voit qu'ils sont fondamentalement différents de ceux décrits jusqu'à présent. Le profil de vitesse est convexe alors qu'il est concave dans le cas de parois frottantes. On voit ici très clairement que le milieu est cisailé dans sa totalité. En fait, le profil suit assez bien la loi de Bagnold dont il a déjà été question au chapitre 4. La compacité est elle aussi fondamentalement modifiée. On observe une structuration près du socle de la cellule périodique mais la valeur moyenne reste parfaitement constante au sein de l'écoulement avant de chuter brutalement à la surface libre. La compacité passe ainsi de sa valeur constante à zéro sur une distance de l'ordre d'un diamètre de grain alors que dans le cas de parois frottantes, la décroissance est continue et se fait sur une distance de quelques dizaines de diamètres de grains. Ces remarques sont d'ailleurs visibles si l'on compare les figures 6.22 et 6.25.

En résumé, la vitesse suit la loi de Bagnold ($V(y) = V_{max}(1 - (1 - y/h)^{3/2})$) et la compacité est constante au sein de l'écoulement. Ces caractéristiques ont déjà été observées par Silbert et al. (Silbert et al., 2001) dans le cas d'une simulation bi-périodique, c'est-à-dire périodique dans les directions de l'écoulement et de la vorticité (voir figure 6.27) et M. Prochnow dans une simulation bidimensionnelle (Prochnow, 2002). Il n'y a donc pas de parois latérales dans cette simulation. Les profils de vitesses obtenus dans notre simulation avec des parois non frottantes sont  tonnemment similaires à ceux obtenus par Silbert et al. Ce résultat est surprenant car si le frottement aux parois est nul, l'écoulement n'en reste pas moins confiné latéralement. Ainsi on observe encore la structuration en couches verticales décrite sur la figure 6.5a. En conclusion, le frottement aux parois latérales semble être un paramètre crucial pour les propriétés des écoulements confinés. Non seulement il augmente la stabilité des empilements mais il modifie profondément les profils de vitesse et compacité des écoulements confinés. Le confinement à proprement parler ne semble pas jouer de rôle car les propriétés de notre simulation à parois non frottantes sont similaires

à celles de Silbert et al.

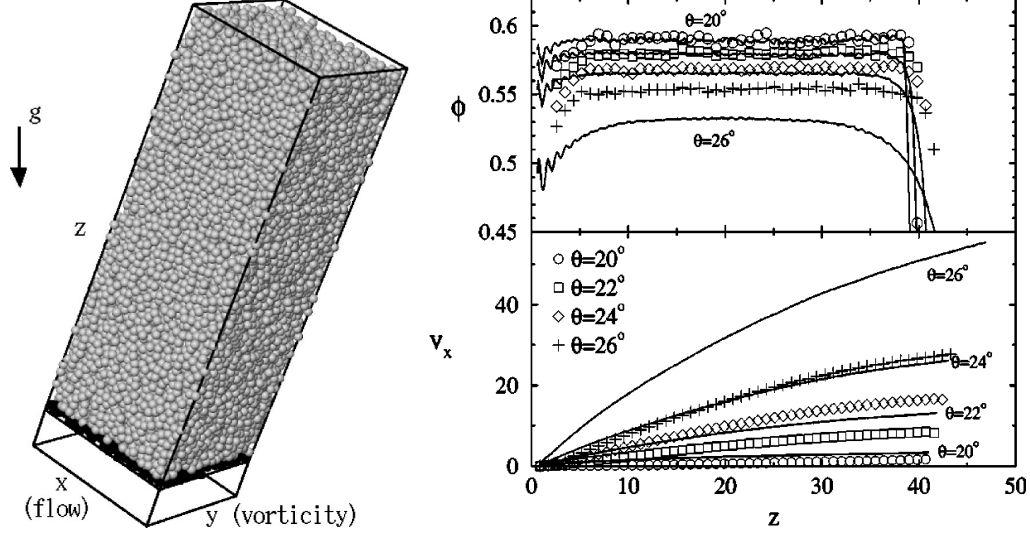


FIG. 6.27 – Images et profils obtenus par Silbert et al. (Silbert et al., 2001) avec une simulation bi-périodique

6.3.3 Un nombre sans dimension pour l'effet des parois

Nous avons vu que, selon les propriétés de frottement aux parois, il est possible d'obtenir deux régimes très différents avec le même matériau granulaire. Lorsque le frottement est important, la compacité décroît lentement au sein de l'écoulement et si le nombre de grains est suffisamment grand, seule une couche superficielle s'écoule en surface d'un empilement quasi-statique (on parlera de régime SSH). À l'inverse, si les parois sont non frottantes, la compacité reste constante au sein de l'écoulement et le milieu est partout cisailé, et ceci même pour des écoulements très épais (on parlera alors de régime Bagnold). On peut donc passer du régime SSH au régime Bagnold en diminuant le coefficient de frottement grain/paroi $\mu_{G/P}$ mais il existe d'autres façons de passer d'un régime à l'autre. Ainsi, plus les parois sont écartées, moins leur influence est grande. Le nombre de grains N (i.e. le *mass hold-up* $m^\dagger$) et donc l'épaisseur de l'écoulement, peuvent aussi jouer un rôle important. D'autres paramètres encore, tels que les propriétés de frottements entre grains, l'inclinaison ou le débit, ont également une influence sur le régime. Nous voudrions ici proposer un nombre sans dimension, basé sur l'équation SSH, qui permet de quantifier l'influence des parois latérales (i.e. de leur frottement) sur les propriétés de l'écoulement. Rappelons l'équation SSH :

$$\tan \varphi = \mu_i + \mu_w h/W ,$$

où μ_i et μ_w sont deux constantes qui dépendent des propriétés de frottement des matériaux utilisés. Le coefficient μ_i est relié au frottement inter-grains et le coefficient μ_w au

frottement grain/paroi (voir chapitre 5 et annexe B). Afin de quantifier l'effet des parois, nous définissons ξ par :

$$\xi = \frac{\mu_w h}{\mu_i W}$$

Le nombre sans dimension ξ contient de façon explicite quelques paramètres (épaisseur d'écoulement h et largeur du canal W) mais aussi tous les autres paramètres de façon implicite. Le débit et le nombre de grains sont présents à travers h . Les propriétés de frottement $\mu_{G/G}$ et $\mu_{G/P}$ le sont à travers μ_i et μ_w . L'inclinaison peut être exprimée grâce à l'équation SSH. La définition de ξ permet donc de regrouper en un unique nombre les différents paramètres.

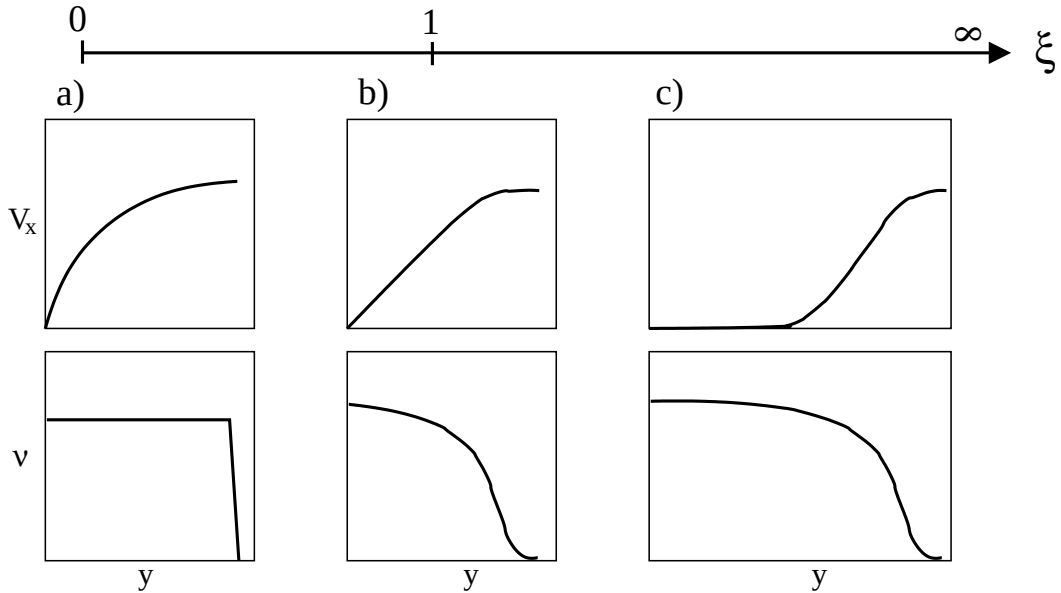


FIG. 6.28 – Les différents régimes selon la valeur du nombre sans dimension ξ

Lorsque ξ est faible, l'effet des parois est faible et le régime est de type Bagnold. Ceci peut être obtenu par exemple en utilisant des parois non frottantes (ce qui fait tendre μ_w vers 0), ou dans un canal très large (W tend vers l'infini) ou encore avec un écoulement peu épais (h petit). À l'inverse, lorsque ξ est grand, le régime est de type SSH, c'est-à-dire que les parois ont une influence majeure sur les propriétés de l'écoulement. Ce cas est obtenu avec un frottement aux parois élevée (ce qui conduit à un μ_w élevé), dans un canal très étroit (W petit), ou encore avec un écoulement très épais (h grand). Lorsque ξ a une valeur intermédiaire (typiquement 1), les propriétés de l'écoulement sont elles aussi intermédiaires. La compacité n'est jamais vraiment constante mais décroît tout de même très rapidement à la surface libre et la vitesse n'est pas linéaire, et ne suit pas non plus la loi de Bagnold. Ce régime peut être atteint par exemple en diminuant le nombre de grains d'une simulation à parois frottantes. La zone statique ne peut pas se former faute de matière et l'on obtient un régime intermédiaire. La figure 6.28 résume les différents régimes

obtenus pour différentes valeurs du nombre sans dimension ξ . Il faut noter une fois encore que le diamètre des grains n'intervient pas directement dans l'expression du paramètre ξ . Cependant, si les longueurs h ou W deviennent de l'ordre de $5d$, l'influence des parois peut être qualitativement différente, et il est possible que la caractérisation par le nombre ξ ne soit alors plus suffisante.

L'idée d'un nombre unique qui suffit à identifier le régime d'écoulement est séduisante. Il faut cependant nuancer la vision proposée ci-dessus. Le nombre de paramètres qui influent sur les propriétés de l'écoulement est très grand et il est impossible d'étudier toutes les combinaisons possibles pour valider l'emploi du nombre ξ . Les résultats ci-dessus sont donc en partie spéculatifs et il faut voir notre proposition de nombre sans dimension comme une première tentative pour quantifier l'influence des parois latérales dans les écoulements confinés. La définition du nombre ξ pourrait être modifiée en utilisant par exemple les coefficients $\mu_{G/G}$ et $\mu_{G/P}$ ou bien le *mass hold-up* (normalisé par l'aire du socle) en lieu et place de h .

Chapitre 7

Inversion de la compacité dans les écoulements rapides

Dans ce chapitre nous allons décrire un régime qui apparaît dans le cas d'écoulements rapides. Lorsque la vitesse des grains est assez grande, il peut se développer à la base de l'écoulement une couche diluée et très agitée (cf. chapitre 1). Nous présentons ici des résultats numériques sur ce type de régime. Tout d'abord, nous allons détailler les résultats issus d'une simulation de système ouvert dans lequel les grains sont injectés sur un socle rugueux. En sortie, les grains tombent dans un réservoir. Nous verrons les limites de cette simulation et présenterons un système périodique qui permet d'étudier les différents régimes de façon plus satisfaisante. Les profils de vitesse, compacité et température granulaire seront ensuite étudiés et nous proposerons une définition pour l'épaisseur de la couche basale. La dynamique d'arrêt de l'écoulement dans ce régime sera étudiée en détail et nous discuterons de l'effet de l'apparition d'une couche basale diluée et agitée sur le frottement apparent de l'écoulement. Enfin, nous discuterons de la pertinence de la notion de coefficient de frottement effectif souvent utilisée dans la littérature de géophysique.

7.1 Système ouvert

7.1.1 Description de la simulation

Le premier système que nous avons utilisé consiste en un système ouvert bidimensionnel. Nous avons choisi une géométrie bidimensionnelle afin de gagner en temps de calcul. Les grains sont injectés en permanence à une vitesse unique V_0 à l'entrée d'un "canal horizontal", c'est-à-dire que l'écoulement y est de type bouchon. En sortie, les grains s'écoulent librement et tombent dans un "réservoir" virtuel. Notons que la vitesse initiale est également horizontale. En fait, le canal consiste simplement en un socle rugueux composé de billes immobiles de diamètre d , régulièrement disposés tous les $5/4 d$. L'écoulement est purement bidimensionnel et il est donc inutile d'introduire des murs pour confiner les grains. Les chocs sont dissipatifs et le coefficient de restitution est ici fixé à $e_n = 0.9$. Les paramètres suivants ont été utilisés : $g = 9.81 \text{ m.s}^{-2}$, masse moyenne des grains $m = 160 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$,

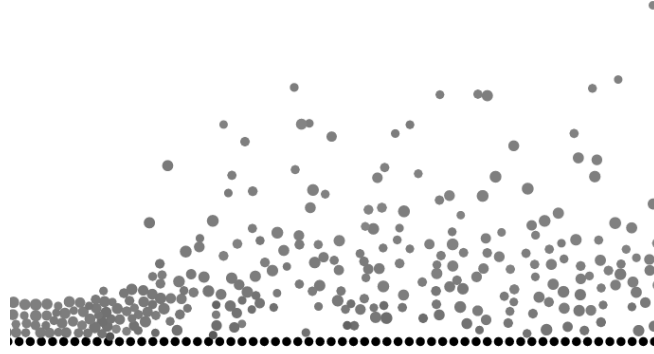


FIG. 7.1 – Régime totalement dilué. En raison d’une grande vitesse d’injection ($V_0 = 100 \text{ m/s}$ pour cette image) l’écoulement ne peut rester dense.

diamètre moyen des grains $d = 4 \text{ mm}$, moment d’inertie moyen $I = 1.024 \cdot 10^{-9} \text{ kg.m}^2$, $k_n = 4000 \text{ kg.s}^{-2}$, $\gamma_n = 0.04 \text{ kg.s}^{-1}$, $\gamma_t = 5 \text{ kg.s}^{-1}$, pas d’intégration $dt = 15 \cdot 10^{-6} \text{ s}$ et une polydispersité de $\pm 20\%$ en taille de grain.

Puisque les chocs sont dissipatifs et que le canal est horizontal, l’écoulement est voué à l’arrêt. Dans un canal infiniment long, tous les écoulements s’arrêtent quelle que soit la valeur de V_0 . Il se forme alors un front d’arrêt qui remonte dans le canal et vient boucher l’alimentation d’entrée. La simulation est alors arrêtée. Dans un canal de longueur finie L , il est possible d’atteindre un régime stationnaire. En effet, si L est suffisamment petite, les grains n’ont pas perdu toute leur vitesse en atteignant la sortie. Il est donc possible dans ce cas, d’obtenir des profils moyens et d’étudier les différents régimes.

7.1.2 Les différents régimes

Écoulements dilués

Dans la suite de ce chapitre nous nous intéressons aux écoulements partout denses ou partiellement denses. Il faut cependant signaler que dans le cas d’un écoulement très rapide, il peut exister un régime complètement dilué. La figure 7.1 montre un exemple d’un tel régime. Ce cas particulier est obtenu en injectant des grains à grande vitesse ($V_0 = 100 \text{ m/s}$). Dans ce régime, les collisions sont rares et les trajectoires sont balistiques.

Écoulements partout denses

Lorsque les grains sont injectés à une vitesse plus faible, l’écoulement est partout dense. La compacité reste à peu près constante au sein du matériau en écoulement alors qu’il ralentit. La figure 7.2a montre une image issue d’une simulation réalisée avec une vitesse d’entrée $V_0 = 6 \text{ m/s}$, une épaisseur d’entrée $h_0 = 30 d$ (soit 30 couches) et une longueur de canal $L = 1250 d$ après 3 s de simulation. Les couleurs représentent la vitesse de translation le long du canal. La figure 7.2b a été dilatée selon la direction verticale pour une meilleure

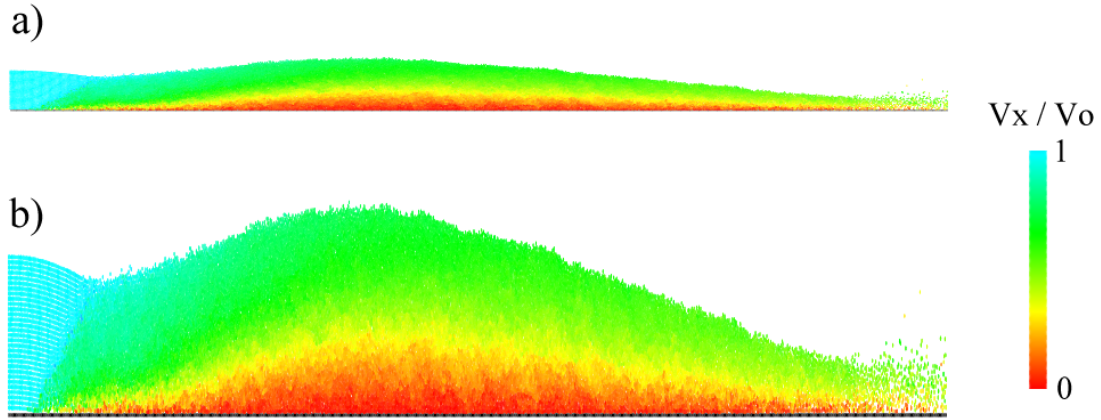


FIG. 7.2 – Régime d'écoulement partout dense après 3 s de simulation. Les paramètres suivants ont été utilisés pour cette simulation : $V_0 = 6 \text{ m/s}$, $h_0 = 30 d$ et $L = 1250 d$.

visualisation. Dans les conditions de cette simulation, le régime stationnaire n'est jamais atteint. Les grains s'arrêtent et forment un bouchon qui remonte dans le canal.

La figure 7.3 est un zoom de l'image 7.2a dans la zone où l'écoulement est le plus épais. On y voit clairement que le milieu est dense partout au sein de l'écoulement. Des mesures plus précises montrent que la compacité est en fait légèrement plus faible dans la région supérieure où la vitesse est plus élevée (Silbert et al., 2001).

Régime "supporté"

La figure 7.4a montre une image d'une simulation obtenue avec une épaisseur d'entrée $h_0 = 30 d$ (i.e. 30 couches), une vitesse $V_0 = 16 \text{ m/s}$ et une longueur de canal $L = 1250 d$. La figure 7.4b montre la même image dilatée verticalement pour une meilleure compréhension. Ces images correspondent à un état stationnaire du système : les grains sont injectés en permanence dans le canal et en ressortent après avoir perdu une partie de leur énergie. Les débits d'entrée et de sortie sont donc identiques. Dans cet état stationnaire, on observe plusieurs régions : près de l'entrée du canal, les trajectoires sont paraboliques. Puis, l'écoulement forme un ressaut hydraulique après avoir "rebondi" sur le socle. Enfin, dans une région qui s'étend d'environ la moitié jusqu'au bout du canal, l'épaisseur de l'écoulement est à peu près uniforme. C'est cette dernière région qui nous intéresse. Rappelons que la vitesse ne peut pas être uniforme le long du canal car les grains ralentissent en avançant.

La figure 7.5 montre une vue rapprochée de l'écoulement dans cette région. On y voit une couche diluée surmontée d'un écoulement dense. La vitesse des grains dans la couche diluée est plus faible que dans la couche dense mais l'agitation y est plus élevée (voir section 7.2.2). Cette couche gazeuse supporte ainsi un écoulement dense avançant en bloc.

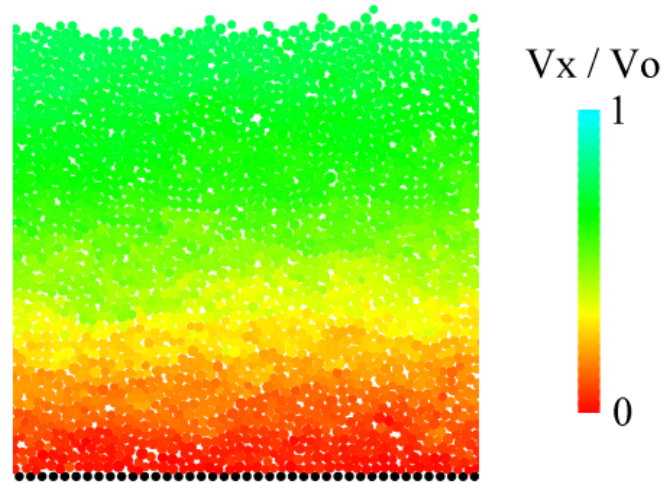
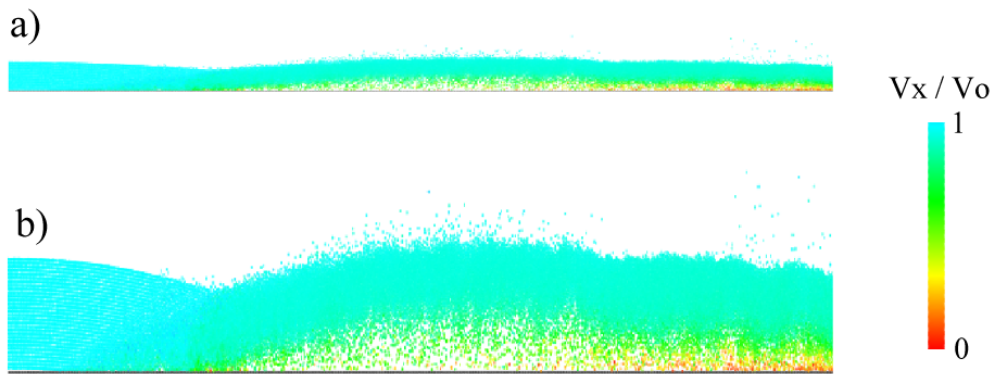


FIG. 7.3 – Vue rapprochée de l'image 7.2a

FIG. 7.4 – Régime d'écoulement supporté obtenu pour $V_0 = 16 \text{ m/s}$, $h_0 = 30 d$ et $L = 1250 d$

Évolution spatio-temporelle de l'énergie cinétique

Il est intéressant d'étudier l'évolution spatio-temporelle de grandeurs telles que l'énergie cinétique ou la vitesse moyenne. La figure 7.6 montre les profils d'énergie cinétique le long du canal. Les profils réalisés à divers instants sont décalés verticalement pour une meilleure visualisation. On peut ainsi visualiser directement l'évolution spatio-temporelle de l'énergie cinétique. L'épaisseur d'entrée et la longueur du système sont identiques dans les deux simulations ($h_0 = 30d$ et $L = 1250d$) mais les vitesses d'injection diffèrent ($V_0 = 4m/s$ sur la figure a et $V_0 = 16m/s$ sur la figure b). La première valeur conduit à un régime partout dense alors que la deuxième conduit à un régime supporté partout dans le canal. Dans le premier cas, on voit que le front de propagation s'arrête au milieu du canal et finit par disparaître. Dans le deuxième cas, le front se propage jusqu'à la sortie du canal et l'écoulement atteint un état stationnaire dans lequel l'énergie cinétique décroît linéairement avec la position dans le canal x . On remarque que dans le cas a), le profil d'énergie n'est jamais linéaire.

Il semble donc qu'il existe deux régimes distincts. L'un où le milieu reste toujours dense, et l'autre où une couche diluée et agitée apparaît à la base de l'écoulement. Cependant, le régime d'écoulement dépend fortement de la longueur du canal L . Si le canal est suffisamment court, tout écoulement peut atteindre un état stationnaire alors que s'il est suffisamment long, tout écoulement est voué à l'arrêt. Cette dépendance est artificielle car la valeur choisie pour L est arbitraire. Nous avons donc décidé de réaliser des simulations avec conditions limites périodiques dans la direction de l'écoulement (voir chapitre 2) afin de s'affranchir de ce problème. Ainsi, au lieu de suivre l'évolution spatiale de l'écoulement dans un régime stationnaire on étudie l'évolution temporelle d'un écoulement invariant selon x . Il est à noter que la simulation périodique pourrait produire des solutions périodiques mais que nous n'en avons pas observé. Toutes nos mesures ont montré que les propriétés

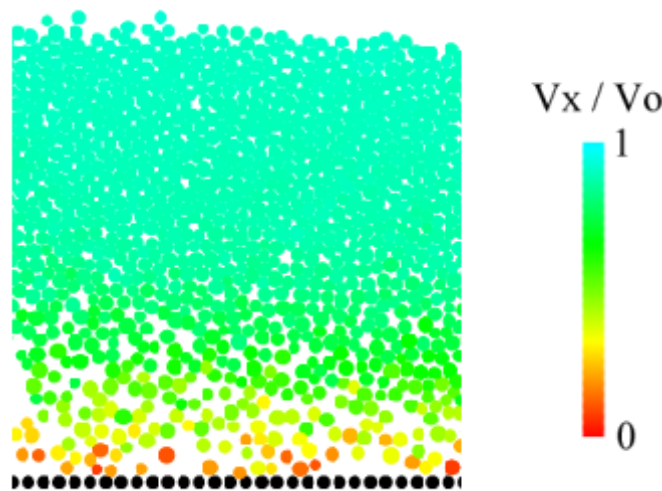


FIG. 7.5 – Vue rapprochée de l'image 7.4a

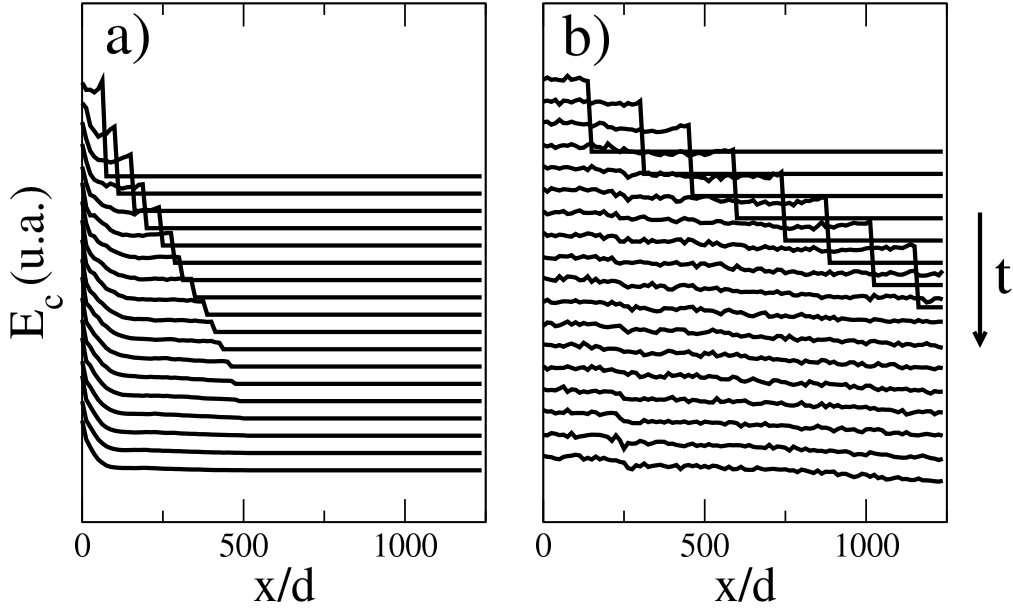


FIG. 7.6 – Evolution spatio-temporelle de l'énergie cinétique moyenne par grain dans le cas d'un écoulement partout dense qui s'arrête (a) et dans le cas d'un écoulement supporté et stationnaire (b)

des écoulements sont vraiment invariantes selon x .

7.2 Simulations avec conditions limites périodiques

7.2.1 Description de la simulation

Nous allons maintenant présenter la simulation avec conditions limites périodiques. Le canal est constitué d'une cellule de longueur $L = 25d$. Lorsqu'un grain sort de la cellule par la droite, il est réinjecté par la gauche à la même altitude et avec la même vitesse (voir chapitre 2 sur les méthodes numériques pour plus de détails). Le système reste bidimensionnel et le socle est identique à celui du système ouvert présenté au début de ce chapitre. Sauf dans le cas très artificiel d'une cellule de taille réduite (typiquement $L < 10d$) les résultats ne dépendent pas de la longueur L choisie. Il faut en fait que L soit supérieure à la longueur typique des corrélations au sein de l'écoulement (Pouliquen, 2004).

Les grains sont initialement placés dans un réseau carré qui remplit la cellule sur toute sa longueur. On leur attribue une vitesse horizontale uniforme V_0 . Le milieu subit d'abord une compaction sous l'effet de la gravité. Au cours de l'évolution, les grains ralentissent à cause du frottement entre grains et de l'inélasticité des collisions et finissent par s'arrêter.

En utilisant la simulation périodique, on retrouve les différents régimes observés dans la simulation ouverte. La figure 7.7 montre ainsi des images de simulations périodiques

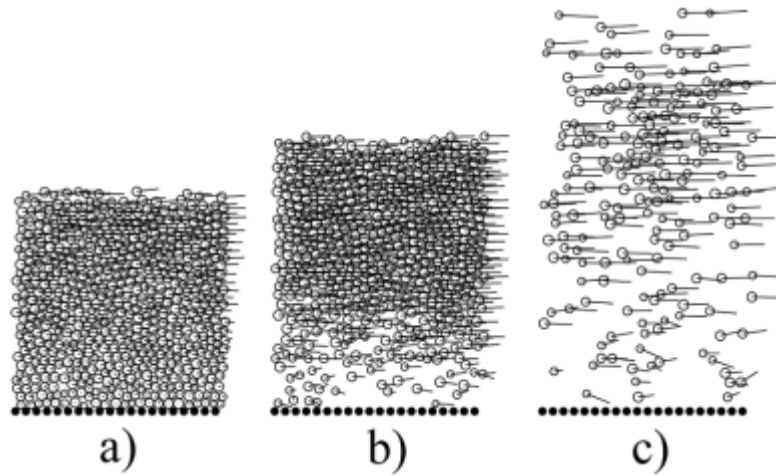


FIG. 7.7 – Les différents régimes observés : a) partout dense ($h_0 = 30 d$ et $V_0 = 1 m/s$), b) supporté ($h_0 = 30 d$ et $V_0 = 16 m/s$), c) gazeux ($h_0 = 5 d$ et $V_0 = 100 m/s$)

réalisées pour diverses valeurs des vitesses et épaisseurs initiales. On retrouve les régimes partout denses, supportés et dilués. Nous allons maintenant étudier plus en détail le régime supporté.

7.2.2 Profils de vitesse, compacité et température granulaire

Dans le système ouvert, les grandeurs peuvent être moyennées dans le temps en un point fixe alors que dans le système périodique, elles sont moyennées selon la direction de l'écoulement x . Aussi, afin d'obtenir des moyennes satisfaisantes, les mesures ont été réalisées sur un système de largeur $L = 250 d$. Les profils de vitesse selon la direction x , de compacité et de température granulaire selon x sont présentés sur la figure 7.8. La couche basale diluée apparaît très nettement sur chacun de ces profils. Le profil de vitesse montre un cisaillement très important près du socle. On remarque également que la vitesse des grains à l'altitude $y = 0$ n'est pas nulle, c'est-à-dire qu'il existe une vitesse glissement sur le socle. La vitesse est uniforme au sein de la couche dense, c'est-à-dire qu'elle coule en bloc par-dessus la couche diluée et agitée. La distinction entre les deux couches est également très nette sur les profils de compacité puisqu'on y observe une rapide décroissance lorsqu'on s'approche de la base de l'écoulement. On voit enfin que la température granulaire est très élevée dans la couche basale, c'est-à-dire que les grains y sont fortement agités. L'écoulement peut donc être vu comme une couche liquide (voire solide) coulant en bloc par-dessus une surface gazeuse fortement cisailée et agitée.

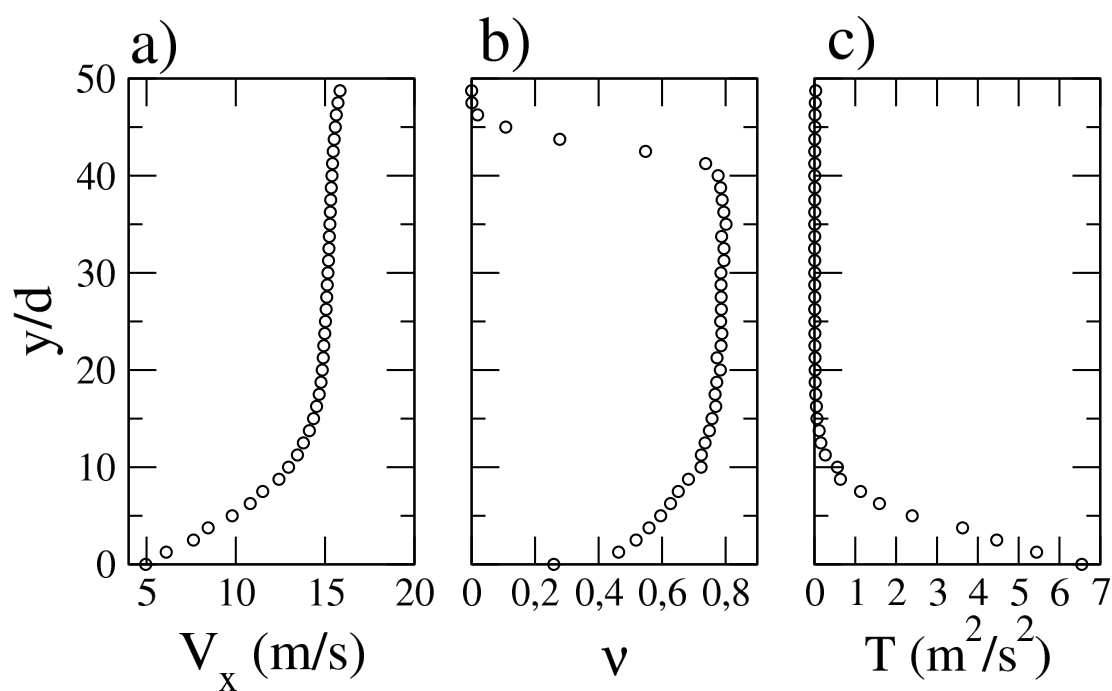


FIG. 7.8 – Profils de vitesse moyenne (a), compacité (b) et température granulaire (c) pour $V_0 = 16 \text{ m/s}$ et $h_0 = 30 d$ après 2 s d'écoulement.

7.2.3 Évolution temporelle de l'écoulement

Il est possible d'exploiter les profils précédents pour définir l'épaisseur de la couche diluée. Il est plus aisé d'utiliser le profil de compacité car dans la zone dense de l'écoulement, la compacité a toujours une valeur proche de 0.8 (Bideau et al., 1986). On retrouve cette même valeur au sein de la zone dense quelle que soit la vitesse. Il suffit alors de trouver l'altitude à laquelle la compacité dévie de cette valeur. Une façon de procéder est de choisir arbitrairement une valeur ν_c de la compacité proche mais inférieure à 0.8 et de trouver l'altitude h_c à laquelle cette valeur est atteinte. Nous avons choisi $\nu_c = 0.75$ mais d'autres valeurs ont été testées (0.7 et 0.65) et ont conduit à des résultats similaires.

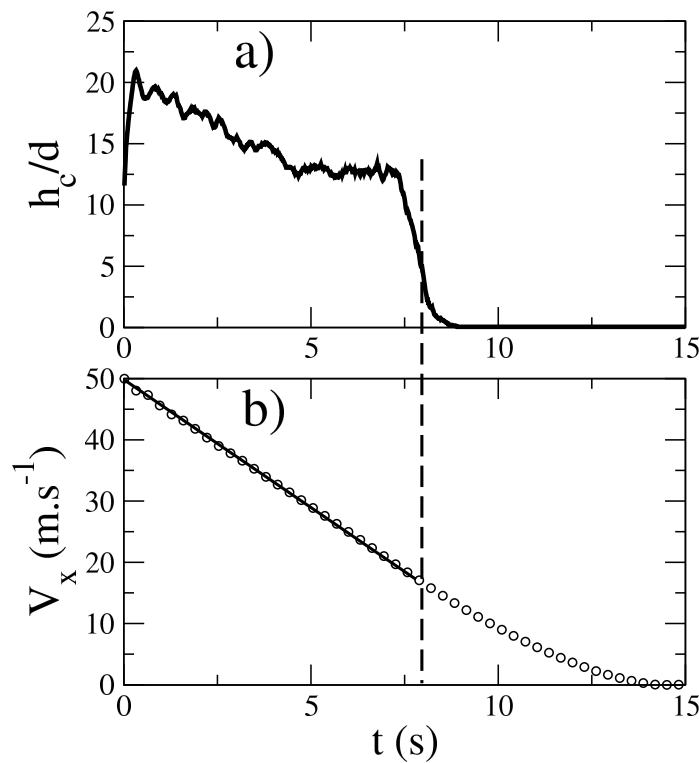


FIG. 7.9 – Evolution temporelle de l'épaisseur de la couche basale h_c (a) et de la vitesse moyenne des grains (b) pour $V_0 = 50 \text{ m/s}$ et $h_0 = 60 d$. L'instant auquel la couche basale disparaît est noté t^* et la vitesse correspondante V^* .

Sur la figure 7.9a nous avons tracé l'évolution temporelle de l'épaisseur h_c de la couche basale pour un écoulement de vitesse initiale $V_0 = 50 \text{ m/s}$ et d'épaisseur initiale $h_0 = 60 d$. Après un régime transitoire, h_c atteint une valeur à peu près constante avant de chuter brutalement à zéro. Cependant, cet instant ne correspond pas à l'arrêt de l'écoulement. En fait, les grains s'écoulent encore longtemps après que la couche basale ait disparue. L'écoulement passe donc brusquement d'un régime supporté à un régime partout dense au cours de son évolution temporelle.

Nous avons également représenté l'évolution de la vitesse moyenne par grain V_x sur la figure 7.9b. Comme mentionné ci-dessus, l'instant où la couche diluée s'écroule ne correspond pas à l'arrêt car la vitesse n'est pas nulle à cet instant. Un résultat important est que le comportement de l'écoulement change lorsque l'on passe du régime supporté au régime partout dense. En effet, la vitesse décroît linéairement avec le temps dans le régime supporté, ce qui n'est plus le cas dans le régime partout dense. Le régime supporté possède donc une dynamique d'arrêt (soit la façon dont il ralenti) différente de celle du régime partout dense.

7.2.4 Évolution spatio-temporelle de la vitesse et de l'énergie cinétique

Dans le cas périodique, la position selon x des grains n'a pas de signification. On peut cependant définir une grandeur utile : la distance moyenne parcourue $D(t)$ définie comme l'intégrale de la vitesse des grains au cours de l'évolution temporelle du système rapportée au nombre de grains. Elle correspond donc à la distance moyenne parcourue par chaque grain. En fait, la distance $D(t)$ mesurée dans la simulation périodique joue un rôle équivalent à la position le long du canal ouvert x . La distance D est une grandeur pertinente car, dans le régime supporté, elle correspond véritablement à la distance parcourue par la plupart des grains. En effet, les grains de la zone dense en écoulement sur la couche basale diluée coulent en bloc. De plus, les grains de la couche diluée sont beaucoup moins nombreux que les autres et contribuent ainsi peu à la distance D . Il est intéressant d'étudier l'évolution temporelle et "spatiale" (i.e. la variation avec D) de la vitesse moyenne et de l'énergie cinétique de translation moyenne.

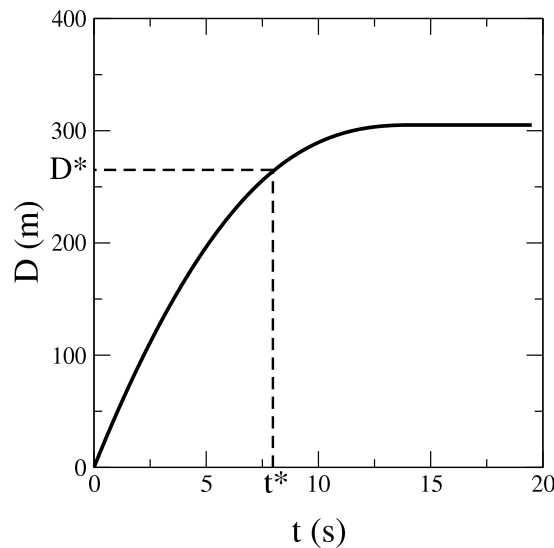


FIG. 7.10 – Distance moyenne parcourue D en fonction du temps

Dans ce paragraphe nous allons discuter de résultats obtenus avec $V_0 = 50 \text{ m/s}$ et

$h_0 = 60 d$, c'est-à-dire dans les mêmes conditions que celles de la figure 7.9. Les remarques faites sur ce cas particulier sont en fait valables pour tous les écoulements supportés. Nous avons tracé sur la figure 7.10 la distance D en fonction du temps. L'instant t^* a été mesuré sur la figure 7.9a et correspond à l'effondrement de la couche basale diluée. La distance correspondante est notée D^* . On voit encore une fois que l'instant t^* ne correspond pas à l'arrêt puisque la distance continue d'augmenter après t^* . Notons que l'arrêt complet est atteint après environ 14 s.

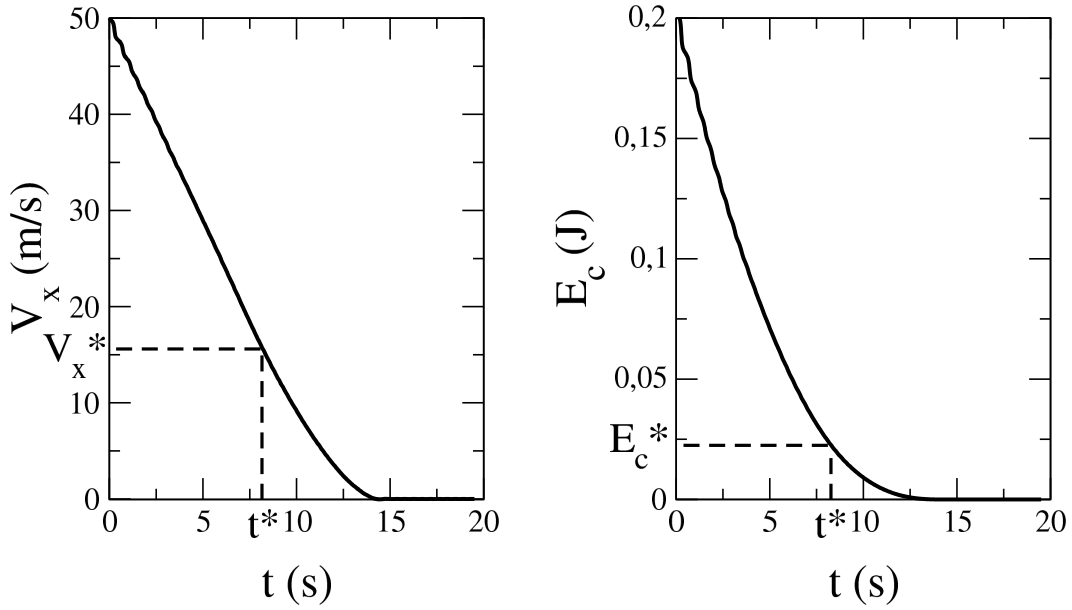


FIG. 7.11 – Evolution temporelle des vitesses et énergies cinétiques moyennes par grain pour $V_0 = 50 m/s$, $h_0 = 60 d$ et $L = 500 d$

La vitesse moyenne par grain et l'énergie cinétique moyenne par grain s'avèrent être des grandeurs très utiles. On peut représenter leur évolution soit temporelle, soit "spatiale", en traçant les grandeurs en fonction de $D(t)$. Les différentes courbes sont présentées sur les figures 7.11 et 7.12. Sur la première figure on voit que la dynamique de l'écoulement change à l'instant t^* comme nous l'avons déjà signalé au paragraphe précédent. La vitesse décroît linéairement dans le régime supporté mais pas dans le régime partout dense. La vitesse moyenne des grains à l'instant t^* est notée V_x^* . Cette vitesse est un paramètre important car c'est elle qui détermine l'instant auquel la couche basale disparaît. En effet, il semble que pour une épaisseur h_0 donnée, l'effondrement ait toujours lieu autour d'une même valeur V_x^* et ceci quelle que soit la valeur de V_0 . Il serait intéressant de vérifier ce fait et d'étudier un éventuel phénomène d'hystérésis dans la transition autour de la valeur critique V_x^* , ce que nous n'avons pas pu faire faute de temps.

La figure 7.12 montre la vitesse et l'énergie cinétique en fonction de la distance parcourue D . On voit que cette fois, l'énergie cinétique est une fonction linéairement décroissante de la distance D . Rappelons ici que ce résultat a été observé pour un régime supporté dans

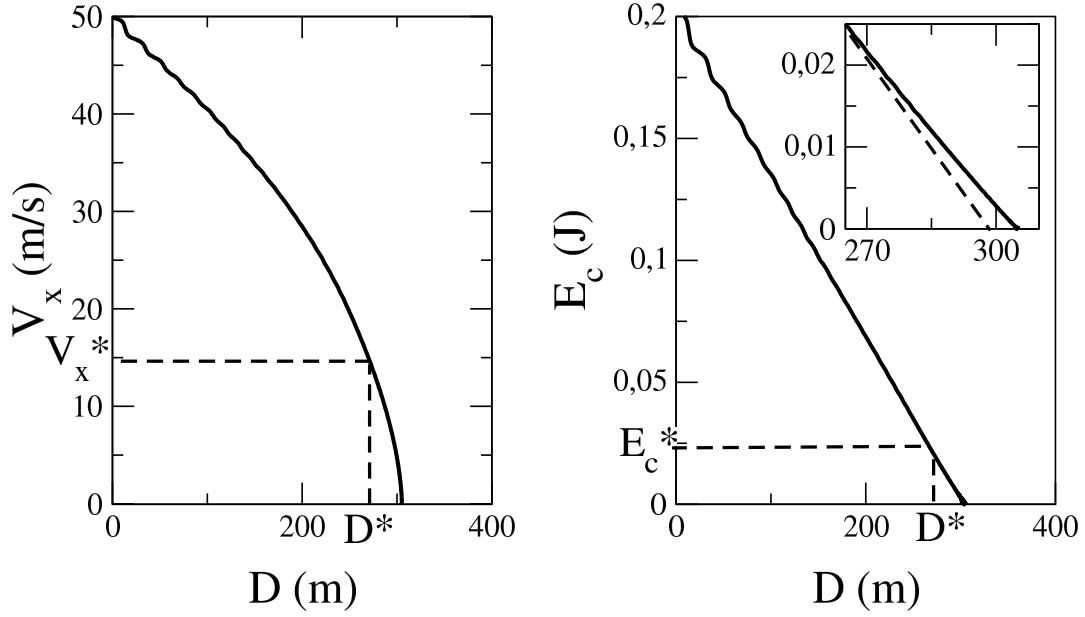


FIG. 7.12 – Evolution "spatiale" des vitesses et énergies cinétiques moyennes par grain pour $V_0 = 50 \text{ m/s}$, $h_0 = 60 d$ et $L = 500 d$. L'insert est un zoom de la fonction $E_c(D)$ après la transition D^* .

la simulation ouverte, ce qui tend à montrer que les deux systèmes (ouvert et périodique) sont équivalents. Si la transition supporté/partout dense est nette sur la courbe $V_x(t)$, elle est beaucoup moins visible sur la courbe $E_c(D)$ car elle intervient pour une valeur faible de E_c . Il est en effet difficile de distinguer une quelconque différence de comportement en dessous de la valeur E_c^* . L'insert de la figure 7.12 montre un zoom de cette fonction après la transition. La ligne pointillée montre le "fit" linéaire issu de la zone supportée. On voit clairement que $E_c(D)$ n'est plus une fonction linéaire.

7.3 Modélisation par un patin frottant

7.3.1 Coefficient de frottement effectif

En résumé, dans le régime supporté la vitesse décroît linéairement dans le temps et l'énergie cinétique décroît linéairement avec la distance moyenne parcourue D . Ceci n'est plus valable après l'effondrement de la couche basale, c'est-à-dire dans le régime partout dense. Notons que la deuxième relation de linéarité peut être déduite de la première si l'on suppose que :

$$E_c^{tot} \equiv \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} m_i V_i^2 = \frac{1}{2} m_{tot} V_x^2$$

Cette relation est bien sûr fausse en général mais elle est néanmoins valide dans le cas particulier de notre simulation. En effet, à part les quelques grains de la couche basale agitée, toutes les particules ont quasiment la même vitesse. En la considérant constante, il est donc possible de "sortir" la vitesse de la somme.

Donc :

$$\frac{dE_c^{tot}}{dD} = \frac{dE_c^{tot}}{dt} \frac{dt}{dD} = \langle m_{tot} \rangle V_x \frac{dV_x}{dt} \frac{1}{V_x} = \langle m_{tot} \rangle \frac{dV_x}{dt} = \mu \langle m_{tot} \rangle g$$

D'où :

$$E_c = E_0 - \mu \langle m \rangle g D(t)$$

Ces résultats (linéarité de $V(t)$ et $E_c(D)$) sont identiques à ceux d'un patin de masse m glissant sur une surface frottante. Dans ce cas simple, le frottement est de type solide, c'est-à-dire que la force tangentielle de frottement est proportionnelle à la force normale. La constante de proportionnalité μ est appelée coefficient de frottement. On obtient alors des relations simples entre la vitesse et l'énergie cinétique et la masse m du patin :

$$V_x(t) = V_x(t=0) - \mu g t$$

$$E_c(D) = E_c(D=0) - \mu m g D$$

En conclusion, dans le régime supporté (et uniquement dans ce régime), l'écoulement se comporte comme un patin solide glissant sur une surface frottante. Il est donc possible de définir un coefficient de frottement effectif μ_{eff} constant, à partir de la pente des droites $V_x(t)$ ou $E_c(D)$:

$$\mu_{eff} \equiv \frac{1}{m g} \frac{\partial E_c}{\partial D}$$

où m est la masse d'un grain. On peut remarquer qu'en utilisant les grandeurs adimensionnées $\tilde{E}_c \equiv E_c/(m g d)$ et $\tilde{D} = D/d$, le coefficient effectif est directement la pente de $\tilde{E}_c(\tilde{D})$.

7.3.2 Frottement effectif et frottement micromécanique

Si l'analogie avec un patin frottant est pertinente, il faut cependant noter que dans nos simulations, l'énergie est dissipée non seulement par le frottement entre grains (avec la constante de frottement micromécanique μ_{micro}) mais également lors des chocs inélastiques entre les grains. Il ne faut donc pas identifier le coefficient de frottement effectif μ_{eff} défini à partir de la perte d'énergie cinétique et le coefficient μ_{micro} imposé dans la simulation. Nous avons mesuré les valeurs de μ_{eff} pour différentes valeurs de μ_{micro} dans les mêmes conditions initiales ($V_0 = 10 \text{ m/s}$ et $h_0 = 30 d$). Les résultats sont présentés sur la figure 7.13.

On voit en effet que le coefficient de frottement effectif n'est pas assimilable au coefficient μ_{micro} . En fait, μ_{eff} ne dépend que faiblement de μ_{micro} . En dehors du cas très particulier et non physique $\mu_{micro} = 0$, μ_{eff} reste compris entre 0.35 et 0.45 quand μ_{micro} varie de 0 à 1. De plus, même dans le cas où μ_{micro} est nul, μ_{eff} a une valeur non nulle (0.27). On peut donc conclure que la contribution des frottements micromécaniques à la dissipation totale

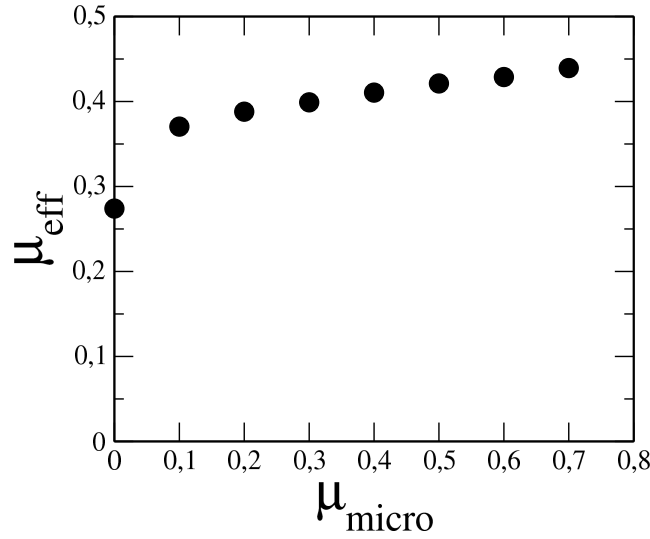


FIG. 7.13 – coefficient de frottement effectif en fonction du coefficient de frottement micro-mécanique pour $V_0 = 10 \text{ m/s}$ et $h_0 = 30 d$

est faible. Ceci a déjà été observé dans des simulations d'écoulements cisailés réalisées au L.C.P.C. de Marne-la-Vallée (GdR-MiDi, 2004). De plus, la masse totale de l'écoulement semble n'avoir aucune influence. Nous avons varié la masse en changeant le nombre de grains et nous avons obtenu des valeurs quasi-identiques de μ_{eff} .

7.4 Application aux écoulements naturels

7.4.1 Une lubrification de l'écoulement ?

Le régime d'écoulement supporté rappelle le phénomène de caléfaction (ou *leidenfrost effect* chez les anglophones). Ce phénomène consiste en l'apparition d'une couche de gaz lorsqu'une goutte de liquide est versée sur une surface dont la température est bien supérieure à la température d'ébullition. La goutte est alors littéralement supportée par une couche de gaz et n'est jamais en contact avec la surface chaude. Il en résulte un très faible frottement entre la goutte et la surface. Chacun a vu des gouttes d'eau tombées sur une plaque chauffante se déplacer très rapidement sans aucun frottement apparent. On peut également en faire l'expérience en versant une goutte d'azote liquide dans la paume de sa main. Il est donc naturel de se demander si le régime supporté pour les écoulements granulaires secs peut conduire à une réduction du coefficient de frottement effectif. Il existe dans la nature des écoulements de roches qui semblent se propager sur de très longues distances (voir chapitre 1). Ces écoulements sont qualifiés d'avalanche à longue portée, ou *long run-out avalanches*. La question est donc de savoir si le régime supporté peut ou non apporter une explication et proposer un mécanisme de lubrification pour les avalanches à longue portée.

Nos simulations ont été effectuées avec une valeur très importante du coefficient de restitution, $e_n = 0.9$, ce qui correspond à des billes d'acier. Dans les écoulements naturels, les collisions se font entre des blocs de roche et e_n est plus faible que dans le cas de l'acier. De plus, les blocs peuvent se fracturer en absorbant une partie de l'énergie du choc. Cela contribue donc à diminuer la valeur de e_n . Or, même en utilisant la valeur élevée $e_n = 0.9$, μ_{eff} reste très élevé (autour de 0.4 d'après la figure 7.13). Il apparaît donc que l'existence d'une couche basale diluée ne provoque aucune lubrification dans notre système. Ainsi, il semble que ce régime ne puisse pas expliquer l'existence d'avalanches à longue portée. Il faudrait cependant confirmer cette conclusion en faisant varier les différents paramètres de la simulation (par exemple, la restitution e_n).

7.4.2 Mesures de terrain : l'effet volumétrique

Nous avons vu au paragraphe précédent que le coefficient de frottement effectif n'est constant que dans le régime supporté. Toutefois, les géophysiciens qui étudient les avalanches de roches ont coutume de mesurer le rapport de la hauteur de chute sur la distance horizontale parcourue : $\beta \equiv H/L$. La figure 7.14 illustre cette mesure. On peut choisir de mesurer la hauteur et la distance horizontale du centre de masse du matériau qui s'écoule. Notons que la détermination pratique des centres de masses est très délicate car il faut non seulement identifier le matériau qui s'est effectivement écoulé mais aussi connaître les répartitions initiale et finale. On peut également mesurer la hauteur maximale et la longueur maximale parcourue par les grains, ce qui est beaucoup plus facile en pratique et on définit le rapport $\alpha = H_{max}/L_{max}$ (voir chapitre 1).

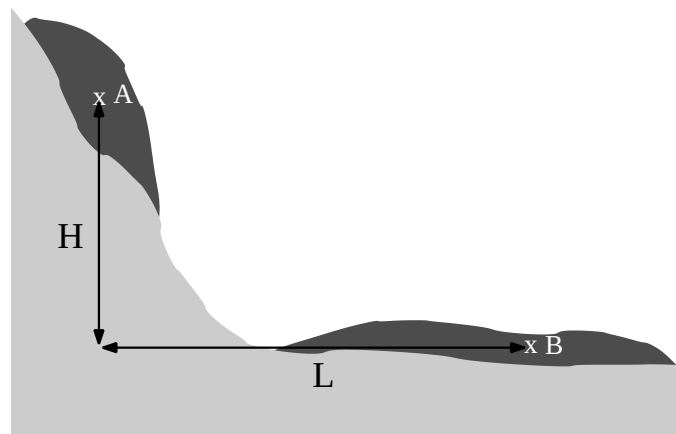


FIG. 7.14 – Schéma d'un écoulement naturel avec les positions initiale et finale du matériau. Les points A et B marquent le centre de gravité respectivement avant et après l'avalanche.

Des mesures de terrain montrent qu'il existe une corrélation entre α et la masse (i.e.

le volume) qui s'est écoulé : plus la masse est grande, plus α est petit (voir chapitre 1 ou figure 7.15). On en a donc conclu qu'une masse importante est une condition nécessaire à la diminution du frottement effectif des avalanches et à l'existence d'avalanches à longue portée. Nous proposons ici une explication simple à la décroissance de α en fonction du volume total de l'avalanche.

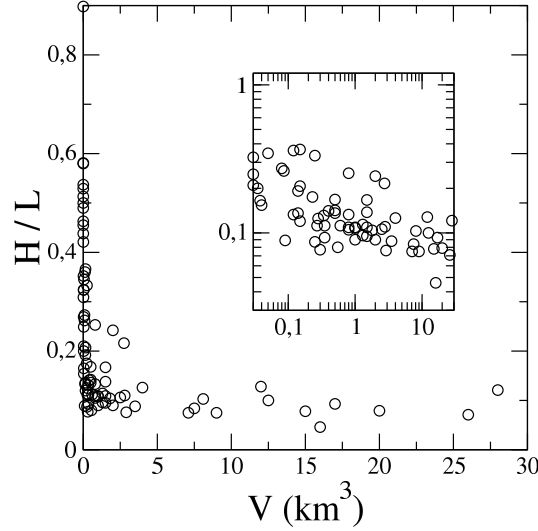


FIG. 7.15 – Données géologiques du rapport $\alpha = H_{max}/L_{max}$ en fonction du volume de l'avalanche. Ces données proviennent d'écoulements volcaniques et non-volcaniques dans l'atmosphère (Legros, 2002). L'insert présente les mêmes données en échelle log-log. La décroissance de H/L avec le volume de l'avalanche est très nette.

7.4.3 Une explication pour l'effet volumétrique

Afin d'expliquer la diminution de α avec le volume de l'écoulement V , nous avons effectué des simulations numériques 2D similaires à celles de Campbell présentées au chapitre 1 (Campbell et al., 1995). La figure 7.16 montre un schéma de nos simulations. Le milieu est légèrement polydisperse et les socles de l'écoulement (incliné et horizontal) sont constitués de grains immobiles régulièrement disposés tous les $1.25 d$. Les grains sont lâchés d'une hauteur de $1800 d$. Le nombre de grains N varie de 20 000 à 1 600 000. Les chocs sont dissipatifs et le coefficient de restitution est ici fixé à $e_n = 0.9$. Les paramètres suivants ont été utilisés : $g = 9.81 m.s^{-2}$, masse moyenne des grains $m = 160 \cdot 10^{-6} kg$, diamètre moyen des grains $d = 4 mm$, moment d'inertie moyen $I = 1.024 \cdot 10^{-9} kg.m^2$, $k_n = 4000 kg.s^{-2}$, $\gamma_n = 0.04 kg.s^{-1}$, $\gamma_t = 5 kg.s^{-1}$, pas d'intégration $dt = 15 \cdot 10^{-6} s$ et une polydispersité de $\pm 20\%$ en taille de grain. Cette expérience numérique rappelle les problèmes de rupture de barrage et de collapse d'une colonne de grains dans lesquelles des résultats similaires ont été observés (Kerswell, 2004; Lajeunesse et al., 2004; Lube et al., 2004b; Lube et al., 2004a; Staron et Hinch, 2005; Larrieu et al., 2005).

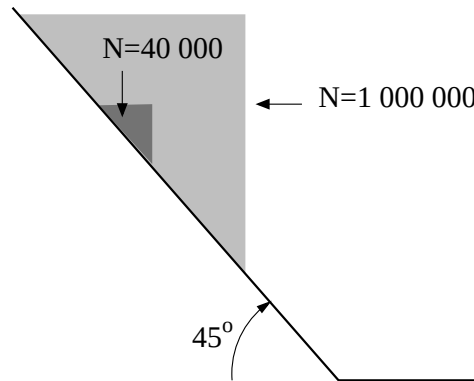
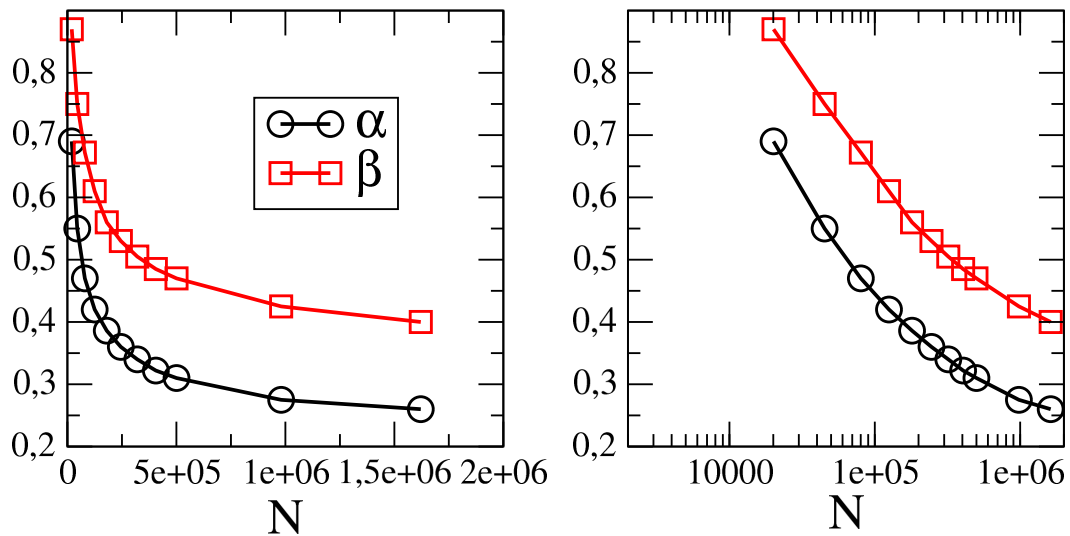


FIG. 7.16 – Schéma des simulations 2D que nous avons réalisées

Nous avons mesuré dans cette simulation les deux rapports d'aspect α et β . Les valeurs que nous obtenons ne sont pas aussi faibles que celles de Campbell mais ceci est probablement dû au fait que le socle de ses simulations est lisse. Nos simulations sont néanmoins capables de reproduire la décroissance de α (et β) avec le volume de l'écoulement (ici le nombre de grains) (voir figure 7.17).

FIG. 7.17 – Mesures numériques des rapports $\alpha = H_{max}/L_{max}$ et $\beta = H/L$ en fonction de volume de l'avalanche (i.e. le nombre de grains N) en échelle linéaire et semi-logarithmique

Lorsqu'un patin est lâché du haut d'une pente, la vitesse qu'il a acquise en bas de la pente ne dépend pas de sa masse. De plus, la décélération d'un patin ayant une vitesse initiale sur une surface horizontale est non seulement constante au cours de l'arrêt (i.e. indépendante de la vitesse moyenne de l'écoulement) mais elle est également indépendante de la masse de l'écoulement. Ces deux propriétés singulières sont fausses dans le cas d'un

écoulement granulaire dense. En effet, il existe une règle très simple : plus l'écoulement est épais, plus il est rapide. Ainsi, dans la configuration de la figure 7.16, la vitesse moyenne que les grains ont acquise en bas de la pente est d'autant plus importante qu'ils sont nombreux. Pour le prouver nous avons mesuré la valeur maximale de la vitesse moyenne par grain $\langle v \rangle_{max}$ atteinte lors de l'écoulement. Cette grandeur donne une idée de la vitesse que les grains ont acquise lorsqu'ils atteignent le bas de la pente. Nous avons représenté sur la figure 7.18 $\langle v \rangle_{max}$ en fonction du volume total de l'avalanche. On voit que la vitesse moyenne des grains est d'autant plus importante que l'écoulement est volumineux, ce qui confirme que les écoulements épais se propagent plus vite. Cependant la vitesse n'augmente pas spectaculairement avec le volume. Entre $N=45\,000$ et $N=1\,600\,000$, $\langle v \rangle_{max}$ passe de 8 m/s à 10.4 m/s , soit une augmentation de 30 %. Le maximum d'énergie cinétique moyenne augmente ainsi de près de 70 %. Or, comme on le voit sur la figure 7.19, L_{max} augmente de près de 300 %. L'augmentation de la vitesse avec le volume de l'avalanche ne suffit donc pas à expliquer les valeurs importantes de L_{max} .

Signalons ici que dans nos simulations, le centre de gravité initial est d'autant plus haut que le nombre de grains est grand. Ainsi, pour $N = 45\,000$, le centre de gravité est situé à une hauteur de 15.5 m alors que pour $N = 1\,600\,000$, il est situé à 18 m . L'énergie potentielle augmente donc avec N . Cependant, cette augmentation est faible et ne peut pas expliquer l'augmentation d'énergie cinétique acquise en bas de la pente.

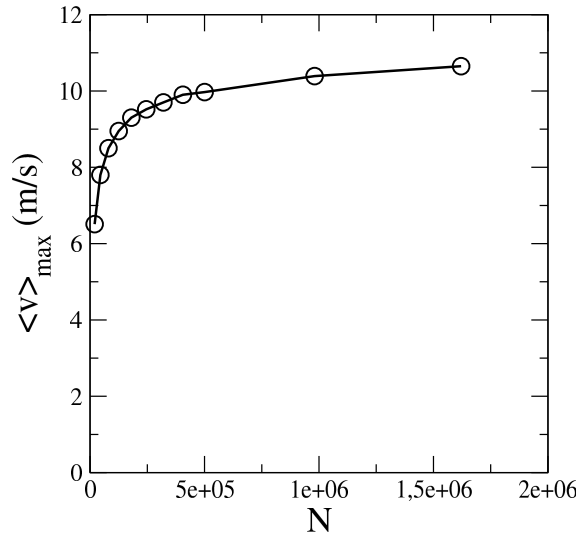


FIG. 7.18 – Maximum de la vitesse moyenne par grain $\langle v \rangle_{max}$ en fonction du volume de l'avalanche N

Dans les écoulements granulaires denses, la perte d'énergie cinétique par unité de longueur n'est pas *a priori* constante. Elle ne devrait pas non plus être indépendante de la masse de l'écoulement. Nous avons tracé sur la figure 7.19 la distance horizontale parcourue par l'écoulement L_{max} en fonction du nombre de grains. Entre $N = 45\,000$ et $N = 1\,600\,000$ la distance augmente de 300 % alors que l'énergie n'a augmenté que de 70 %. Ceci apporte

la preuve que dans le cas des écoulements granulaires, la perte d'énergie n'est pas indépendante de la masse de l'écoulement : elle diminue avec la masse de l'écoulement. En d'autres termes, à une vitesse donnée, plus il y a des grains, plus la distance d'arrêt est grande.

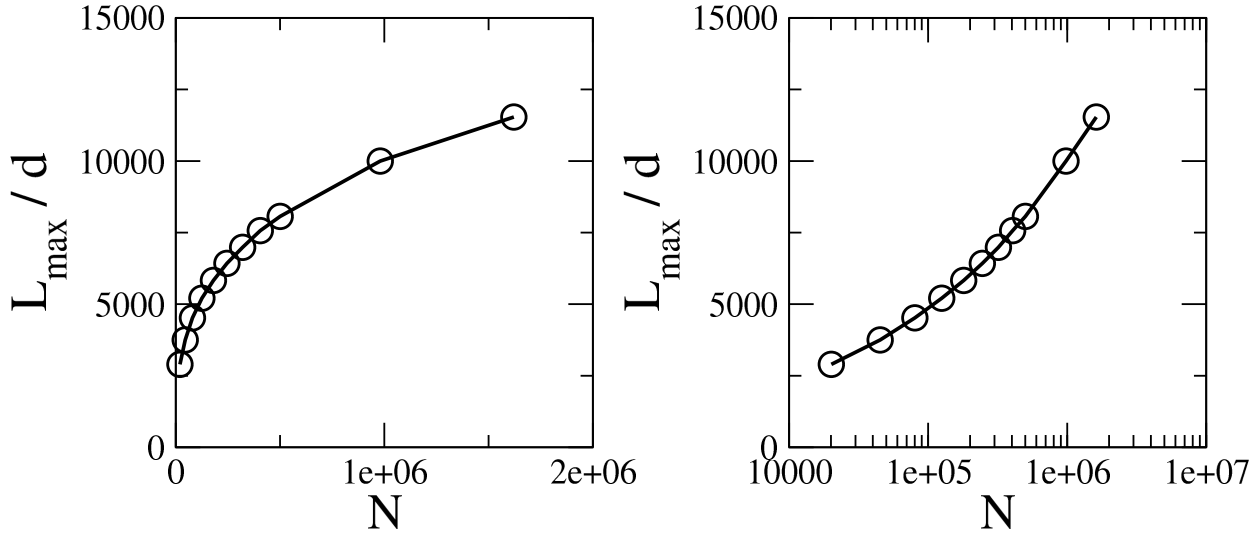


FIG. 7.19 – Distance maximale parcourue $L_{\max}$ en fonction du volume de l'avalanche en échelle linéaire et semi-logarithmique

En conclusion, nos simulations indiquent que l'effet volumétrique peut être expliqué par des idées simples. Dans les simulations de lâcher d'une masse, nous n'avons jamais observé de régime supporté. Quelques soient les conditions de la simulation, l'écoulement reste dense. Il n'est donc pas nécessaire d'évoquer des mécanismes complexes pour expliquer l'effet volumétrique.

7.4.4 Discussion

À la vue de nos résultats, on peut se poser la question de savoir si les rapports α et β constituent des mesures pertinentes dans l'étude des écoulements granulaires. Ces rapports quantifient la dissipation au sein de l'écoulement mais également l'étalement de la masse sur la surface horizontale. Ainsi, on peut se demander s'il est judicieux d'assimiler ces taux de dissipation à des coefficients de frottement effectifs. Ne faudrait-il pas plutôt chercher à mesurer une viscosité ? Imaginons une expérience similaire à celle de la figure 7.16 réalisée avec de l'eau, par exemple la rupture d'un barrage. On conçoit aisément que plus le barrage est volumineux, plus l'eau se propagera sur une longue distance. On chercherait alors à mesurer la viscosité du fluide et non pas un coefficient de frottement qui n'aurait que peu de signification physique. Si l'effet volumétrique se prolonge, c'est-à-dire si l'on obtient des valeurs très faibles de α et β pour des écoulements très volumineux, il faudra se poser la question de la pertinence des grandeurs α et β . Il faudrait alors remettre en question l'idée même d'avalanches à longue portée puisque celles-ci sont définies à partir des valeurs de α .

Les avalanches dites à longue portée pourraient ainsi n'être que des avalanches volumineuses régies par les lois classiques des écoulements denses.

Cette discussion est bien sûr spéculative et devrait être étayée par de nouvelles simulations. Il serait primordial de simuler des systèmes très volumineux pour espérer obtenir des valeurs faibles de α et β . Cependant, pour des raisons de temps et de capacité de calcul, nous n'avons pas pu mener à terme ce projet.

Conclusions et perspectives

Au cours de ce travail nous avons étudié les écoulements gravitaires de matériaux granulaires. Cette étude a été menée à la fois expérimentalement (par méthode de suivi des particules et densimétrie- γ) et numériquement (par simulation de sphères molles en dynamique moléculaire).

Nous avons tout d'abord présenté des résultats obtenus dans un système 2D. La structure interne du front de propagation (lorsque des grains sont lâchés dans un canal) a été examinée. Nous avons ainsi montré que le front se compose d'un vortex simple et que son mouvement est analogue à celui d'une chenille de tracteur. Les profils de vitesse et de compacité ont également été mesurés. La loi proposée par Bagnold pour les profils de vitesse décrit très fidèlement nos mesures expérimentales. L'influence de la rugosité du fond du canal d'écoulement a été brièvement discutée. Nous avons étudié le phénomène de cristallisation au sein d'un écoulement monodisperse de grains et montré qu'il existe des zones d'ordre même dans un milieu cisailé. Enfin, nous avons décrit un régime dans lequel une zone statique se forme à la base de l'écoulement.

Les propriétés de ce régime (que nous avons nommé empilement à stabilité dynamique) sont étudiées dans le cas 3D aussi bien expérimentalement que numériquement. Dans un premier temps, nous avons exposé les observations expérimentales et en particulier les variations de l'angle d'inclinaison de la surface libre avec le débit de l'écoulement. Nos expériences ont mis en évidence le rôle majeur du frottement aux parois dans les propriétés des empilements à stabilité dynamique. Un modèle simple a été proposé et présente un bon accord avec les données expérimentales et numériques. Deux types de simulations ont ensuite été décrits. Dans un cas, le système est ouvert et reproduit un canal avec une alimentation et une sortie. Dans l'autre cas, la cellule d'écoulement est périodique (c'est-à-dire infiniment dupliquée), ce qui reproduit un écoulement infiniment long. Nous avons montré que les deux simulations sont équivalentes et qu'elles reproduisent les observations expérimentales. Enfin, la croissance des empilements à stabilité dynamique a été étudiée en détails. Ce régime transitoire permet de mieux comprendre les mécanismes d'érosion et d'accrétion qui ont lieu lorsqu'un matériau granulaire s'écoule sur un substrat de même nature. Un modèle théorique inspiré du modèle BCRE a été présenté. Le bon accord de ce modèle avec les mesures expérimentales et numériques permet de mesurer directement le taux d'échange entre les populations mobiles et statiques. Enfin, nous avons examiné des ondes de surface qui se propagent à contre-courant et leur lien avec le modèle BCRE et ses variantes a été discuté.

Les propriétés des écoulements confinés ont ensuite été étudiées, principalement par si-

mulation numérique. Les profils de vitesse, compacité, nombre moyen de contacts, température, vitesse de rotation et contraintes normales et tangentielles à la parois ont été calculés. La simulation numérique permet de déterminer chacune de ces grandeurs à n'importe quel endroit du canal. Les simulations permettent également de faire varier de très nombreux paramètres, ce qui est très difficilement réalisable expérimentalement. Nous avons ainsi fait varier le coefficient de restitution des collisions et montré que sa valeur importe peu pour les écoulements denses mais qu'elle modifie les propriétés d'un écoulement dilué. Les cas particuliers d'un fond lisse et d'une simulation dans laquelle la rotation des grains est bloquée ont été étudiés. Enfin, nous avons réalisé des simulations en imposant un frottement nul aux parois latérales. Les propriétés des écoulements (notamment les profils de vitesse et de compacité) sont alors similaires à ceux obtenus sans parois, et ceci malgré le confinement. Ces résultats nous ont amenés à proposer un nombre sans dimension visant à quantifier l'influence du frottement aux parois latérales.

Enfin, des simulations numériques 2D ont été réalisées pour des écoulements rapides sur fond rugueux. Nous avons montré qu'il peut exister à la base de l'écoulement une couche cisailée, diluée et agitée qui supporte un écoulement en bloc dense. Ce régime d'écoulement est nommé régime supporté. Là encore, nous avons réalisé deux types de simulations : une simulation ouverte et une simulation périodique. Les profils de vitesse, compacité et température ont été calculés et ont permis de définir l'épaisseur de la couche basale diluée et agitée. La dynamique d'arrêt des écoulements dans le régime supporté a été étudiée et nous avons montré que ce régime ne semble pas conduire à une lubrification des écoulements. Ce régime ne semble pas pouvoir expliquer l'apparente diminution du frottement des avalanches à longue portée. Des observations géologiques montrent qu'il existe une corrélation entre le volume des avalanches et la distance qu'elles ont parcourue : plus l'avalanche est volumineuse, plus elle se propage loin. Nos simulations numériques reproduisent cet effet volumétrique pour des écoulements de granulaires secs et denses. Ces résultats indiquent qu'il n'est pas nécessaire d'évoquer des mécanismes complexes pour comprendre l'effet volumétrique.



Ce travail ouvre de nombreuses perspectives. En ce qui concerne les écoulements 2D, il serait intéressant d'étudier comment la structure interne varie avec les paramètres de l'écoulement tels que l'épaisseur, la vitesse ou l'inclinaison du canal. On pourrait aussi chercher à comprendre comment varie l'angle que forme la pointe du front avec le fond. Est-il constant ? L'angle mesuré par rapport à l'horizontale est-il un meilleur paramètre ? La cristallisation au sein de l'écoulement n'a été étudiée que succinctement au cours de nos travaux. On pourrait certainement définir une taille moyenne d'agrégat cristallin en calculant la fonction de corrélation de paires, et en mesurant une longueur caractéristique. L'évolution de cette taille moyenne avec la vitesse ou l'inclinaison pourrait être étudiée. Il serait également intéressant d'étudier la durée de vie de ces agrégats.

Des nombreuses questions restent ouvertes pour les écoulements en surface d'un empilement à stabilité dynamique. Il faudrait par exemple chercher à comprendre comment le modèle est modifié lorsque la largeur est de l'ordre de quelques diamètres de grains. Il faudrait aussi identifier l'origine des (quelques) divergences entre les simulations numériques

et les observations expérimentales. Dans ce but, on pourrait étudier par simulation un matériau constitué des grains de forme plus complexe que des billes, ce qui se rapprocherait des systèmes expérimentaux. La simulation permet également de mesurer bien d'autres grandeurs que celles présentées dans cet exposé. En particulier, il est possible d'étudier les différentes composantes du tenseur des contraintes. Les simulations pourraient ainsi servir à étudier les propriétés rhéologiques fondamentales des écoulements de grains. Toutes ces questions sont importantes mais à nos yeux, il est primordial d'expliquer la décroissance de la compacité au sein d'un écoulement confiné entre deux parois frottantes. Nous avons identifié une décroissance exponentielle de la compacité mais aucun mécanisme ou modèle qui puisse expliquer ce fait n'a été proposé.

L'étude du régime supporté ouvre également la voie à des travaux futurs. On pourrait étudier l'influence de la masse de l'écoulement en modifiant l'épaisseur d'entrée. Il serait également très intéressant de faire varier le coefficient de restitution dans les simulations. Ces deux points sont facilement réalisables mais faute de temps, nous n'avons pas pu les étudier. Une question importante est de savoir si le régime supporté peut être obtenu en régime stationnaire. Ceci est bien sûr impossible sur une surface horizontale car l'écoulement est alors voué à l'arrêt mais cela est tout à fait envisageable si le fond rugueux est incliné. Il serait très intéressant d'obtenir des écoulements supportés dans un montage expérimental. Nous avons pour cela construit un canal d'écoulement dont le réservoir est placé en hauteur, ceci dans le but de donner aux grains une grande vitesse. Cependant, des problèmes techniques et le manque de temps nous ont empêchés de mener à bien ces expériences. Enfin, il serait très intéressant de réaliser des expériences d'avalanches très volumineuses. Nos simulations, si elles expliquent l'effet volumétrique, ne conduisent pas à des valeurs aussi faibles des rapports d'aspect α et β que dans les avalanches réelles. Pour les obtenir, il faudrait simuler des systèmes beaucoup plus volumineux que ceux déjà étudiés, mais nous sommes pour l'instant limités par les capacités de nos stations de calcul.

Annexe A

Simulations numériques de ségrégation axiale dans un tambour rotatif

Dans cette annexe je voudrais présenter une étude numérique de la ségrégation axiale dans un tambour rotatif. Ce travail est assez éloigné du reste de ma thèse et nous avons jugé préférable de le présenter en annexe. Nos travaux ont produit beaucoup de résultats nouveaux et nous avons publié un article sur le sujet dans *Europhysical Letters* (*Europhys. Lett.*, **68**, p. 522 (2004)). Cet article est reproduit dans cette annexe. Notre travail constitue l'une des toutes premières études numériques de la ségrégation axiale. Le fait que les bandes de ségrégation apparaissent dans la simulation est déjà un résultat important car il confirme que la ségrégation peut être induite par une différence de taille seulement. De plus, l'outil numérique permet d'explorer des pistes et de mesurer des grandeurs inaccessibles dans l'expérience.

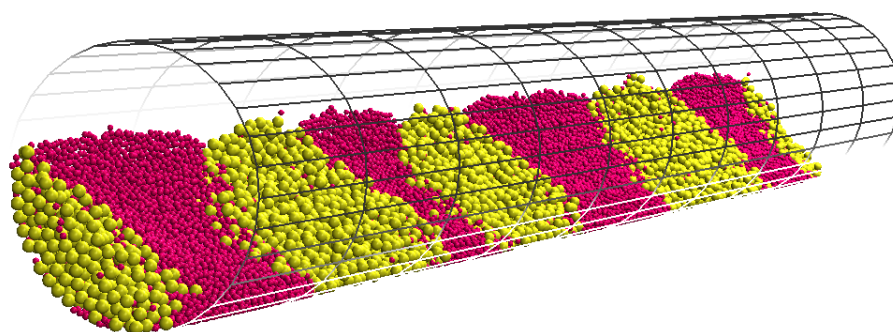


FIG. A.1 – Image de la ségrégation axiale (ou *banding*) issue de nos simulations de dynamique moléculaire

Understanding the dynamics of segregation bands of simulated granular material in a rotating drum

NICOLAS TABERLET^{1,2}, WOLFGANG LOSERT² and PATRICK RICHARD¹

¹ *G.M.C.M., Université Rennes 1, UMR 6626, 35042 Rennes, France*

² *I.R.E.A.P., University of Maryland at College Park, College Park MD 20742, USA*

PACS. 45.70.Mg – Granular flow: mixing, segregation and stratification.

PACS. 83.10.Mj – Molecular dynamics in rheology.

Abstract. – Axial segregation of a binary mixture of grains in a rotating drum is studied using Molecular Dynamics (MD) simulations. A force scheme leading to a constant restitution coefficient is used and shows that axial segregation is possible between two species of grains made of identical material differing by size. Oscillatory motion of bands is investigated and the influence of the frictional properties elucidated. The mechanism of bands merging is explained using direct imaging of individual grains.

Introduction. – Among the many puzzling phenomena exhibited by granular media, axial segregation [1] aka. banding is one of the least understood. Due to the fundamental interest as well as the numerous industrial applications [2], a great deal of both experimental [3–7] and theoretical [7–10] work has been devoted to the topic, but full understanding is still lacking. Molecular Dynamics simulation provides new insights in the understanding of the phenomenon since it allows one to vary all parameters and measure any physical property. The only large scale numerical study of axial segregation [11] reports remarkable results but interactions between grains are derived from the Lennard-Jones potential, which is not well-suited for granular material. Our simulation uses a modified spring-dashpot force scheme leading to a restitution coefficient independent of the species of grains colliding. Here we show that axial segregation is possible between two species of grains made of identical material differing by size. We observe that a difference in the frictional properties of the two species of grain is not necessary to the onset of banding but does triggers oscillatory instabilities. Finally, the mechanism of bands merging is elucidated using direct imaging of individual grains. We also propose under which conditions coarsening may stop or slow significantly.

Simulation Methods. – This letter presents results based on the Molecular Dynamics method (MD), a.k.a. Discrete Elements Method (DEM). This method deals with soft (but stiff) frictional spheres colliding with one another. Although not flawless, this method has been widely used in the past two decades and has proven to be very reliable. The drum is partially filled with a mixture of small and large beads (with respective radius $R_S = 2.4$ mm and $R_L = 2R_S$). The total volumes of small and large grains are equal. The number of grains

varies from 5×10^4 to 5×10^5 . The length of the drum, l , varies from $200 R_S$ ($\simeq 50$ cm) to $1000 R_S$ ($\simeq 250$ cm) and its radius is set to $40 R_S \simeq 10$ cm. The density is the same for both kinds of beads: $\rho = 0.6 \text{ g/cm}^3$. The rotation speed is set to 0.5 rot.s^{-1} .

The force scheme used is a dashpot-spring model for the normal force, F_{ij}^n , and a regularized Coulomb solid friction law for the tangential force [12], F_{ij}^t : $F_{ij}^n = k_{ij}^n \delta_{ij} - \gamma_{ij}^n \dot{\delta}_{ij}$, $F_{ij}^t = \min(\mu_{ij} F_{ij}^n, \gamma^t v_{ij}^s)$ where δ_{ij} is the virtual overlap between the two particles in contact defined by: $\delta_{ij} = R_i + R_j - r_{ij}$. The force acts whenever δ_{ij} is positive and its frictional component is oriented in the opposite direction of the sliding velocity. k_{ij}^n is a spring constant, γ_{ij}^n a viscosity coefficient producing inelasticity, μ_{ij} a friction coefficient, γ^t a regularization viscous parameter and v_{ij}^s is the sliding velocity of the contact. If k_{ij}^n and γ_{ij}^n are constant, the restitution coefficient, e , depends on the species of the grains colliding. In order to keep e constant the values of k_{ij}^n and γ_{ij}^n are normalized using the effective radius R_{eff} defined by $1/R_{eff} = 1/R_i + 1/R_j$: $k_{ij}^n = k_0^n R_0/R_{eff}$ and $\gamma_{ij}^n = \gamma_0^n R_{eff}^2/R_0^2$. The particle/wall collisions are treated in the same fashion as particle/particle collisions, but with one particle having infinite mass and radius. The friction coefficient $\mu_{\alpha\beta}$ can take five different values corresponding to collisions between the small grains, the large ones, and the wall ($\alpha, \beta \in [S, L, W]$). The following values are used: $R_0 = 4 \text{ mm}$, $k_0^n = 400 \text{ N.m}^{-1}$, $\gamma_0^n = 0.012 \text{ kg.s}^{-1}$ (leading to $e \simeq 0.9$), $\gamma^t = 6 \text{ kg.s}^{-1}$ and $0.1 < \mu_{\alpha\beta} < 1$.

The equations of motion are integrated using the Verlet method using a time step $dt = 1/30 \Delta t$, where Δt is the duration of a collision ($\Delta t \approx 10^6 - 3$ s). The simulations are typically run for 10^7 time steps, corresponding to a few hundred rotations. The drum is filled by randomly pouring grains from above all the way along the drum axis, z . Rotation of the drum is started after the grains have settled. The drum is always less than half-filled (filling fraction between 20% and 50%) in order to speed up the dynamics.

Axial Segregation. – Prior to discussing any results on axial segregation, let us mention that radial segregation [13] is observed throughout the length of the drum after only a few rotations. This type of segregation is of great importance for axial segregation since the latter can be seen as a fluctuation of the inner core, made of small grains in most cases. Some previous experimental work [4,5] showed that the inner core is still present in the final steady state as some others [14,15] showed that the core disappears meaning that the bands are pure. Both situations were observed in our simulation, depending on the size of the drum, the filling fraction and the material properties.

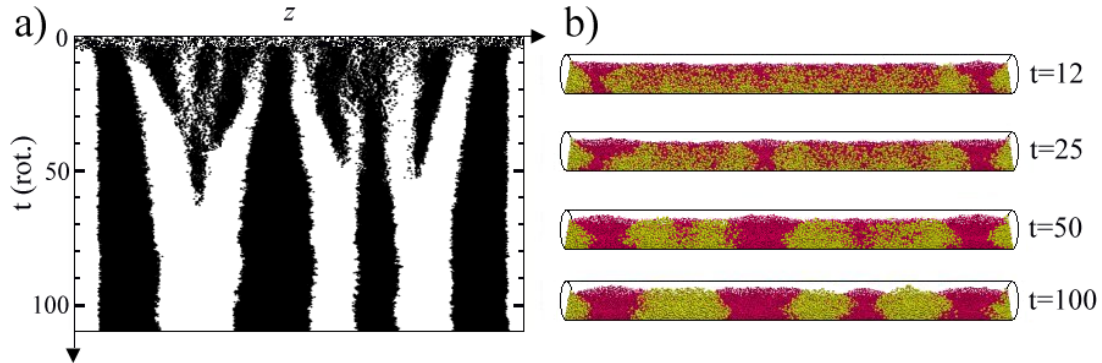


Fig. 1 – (in color online) a) Space-time plot for run A showing regions of high small-bead concentration. b) Snapshots of the drum during the coarsening of run A.

TABERLET ET AL.: THE DYNAMICS OF SEGREGATION BANDS OF GRAIS IN A ROTATING DRUM **3**

A wide range of parameters (drum length, radius, filling fraction, friction coefficients etc) was investigated and showed that our results are robust with respect to these parameters. In this letter, our goal is not to present a catalog of runs but to discuss the main features of the dynamics of axial segregation. Therefore, we would like to present only a limited number of runs which are in our opinion representative of many others.

The first run we would like to discuss consists of roughly 50,000 grains, with drum length, $l=160$ cm (run A). All the friction coefficients used for this run are equal ($\mu_{\alpha\beta} = 0.5$). This means that the two species of grains made of identical material differ by size and not by frictional properties nor restitution coefficient. Figure 1a is a space-time diagram showing the evolution of this system. The drum is virtually divided in thin cylindrical slices perpendicular to the rotation axis, each one corresponding to one pixel on fig. 1a. The pixel is black if the concentration in small beads is higher than its average value (i.e. $\# \text{beads in slice} > N_s/\#\text{slices}$). The space-time plot shows a rich dynamics with bands appearing shortly after the rotation starts, with bands disappearing and merging with one another. The system seemingly reaches a steady state consisting of bands somewhat regularly spaced. The simulation was run for much longer than shown on fig. 1a and no evolution was observed. However, it is well-known that coarsening can take place over several thousands of drum rotations. Let us mention here that the dynamics changes drastically when the seed of the random function is changed. The evolution shows the same features (banding, merging...) but can lead to a different meta-stable state. Figure 1b shows snapshots of the drum at different times during the coarsening. The birth and merging of bands can be clearly seen. The last snapshot corresponds to the final steady state and shows 5 bands of large grains (L-bands), and 4 of small grains (S-bands). A plot of the concentration in small beads shows that in this final state, the bands are pure, i.e. the radial core has disappeared. Let us mention that the bands next to the walls are always S-bands in our simulations.

The first conclusion that can be drawn is that segregation by size only (with constant density ρ) is possible. Since the micromechanical properties of grains may depend on their size, it is very difficult to experimentally study segregation by size only. As discussed below, a difference in frictional (or collisional) properties can affect the dynamics of segregation. Yet, our simulations show that such a difference is not necessary for axial segregation.

Let us now define a segregation function with the aim of quantifying the degree of axial segregation, regardless of the radial segregation. Our definition is similar to that of [16] :

$$\Delta^{seg}(t) = \frac{1}{l} \int_0^l \frac{|c_s(z, t) - \bar{c}_s|}{\bar{c}_s} dz$$

where $c_s(z, t)$ is the local concentration in small beads along the axis (i.e. the number of small beads per unit of length), and $\bar{c}_s \equiv N_s/l$ the average value of $c_s(z, t)$. When the two types of grains are mixed together, the concentration of small beads is uniform in the z direction, meaning that $\Delta^{seg}(t) = 0$, whereas if the grains are segregated in any number of pure bands (i.e. no radial core), $\Delta^{seg}(t) = 1$. Figure 2 is a plot of $\Delta^{seg}(t)$. The degree of segregation increases steadily until it reaches a plateau when two L-bands merge into one (i.e. disappearance of one S-band). The transition between the growth and the plateau is very sharp, meaning that the dynamics freezes. This shows that if further coarsening exists, it must occur on a much longer time-scale.

Oscillations. – In this section we will discuss the sideways oscillatory motion of bands described several times in the literature([3,6] with binary mixtures, [5] with ternary mixtures) but never explained. Such oscillations are observed in a wide range of drum lengths and radii but a drum shorter than that of run A is used here with the aim of saving computation

but correspond to actual oscillations of the bands. This can be confirmed by performing a 2D-Fourier transform of fig. 3: there exists a neat peak for run C and none for run B. We find the position of a L-band to oscillate as the width remains constant, whereas the position of a S-band remains constant as its width oscillates (as described in [5]). Moreover, two neighboring bands of a kind (i.e. separated by a band of the other kind) are out of phase (see fig. 4b). The absence of oscillations in run B shows that the oscillatory motion originates from the difference of frictional properties between species: when $\mu_{\alpha\beta}$ is independent of the species, the oscillations disappear.

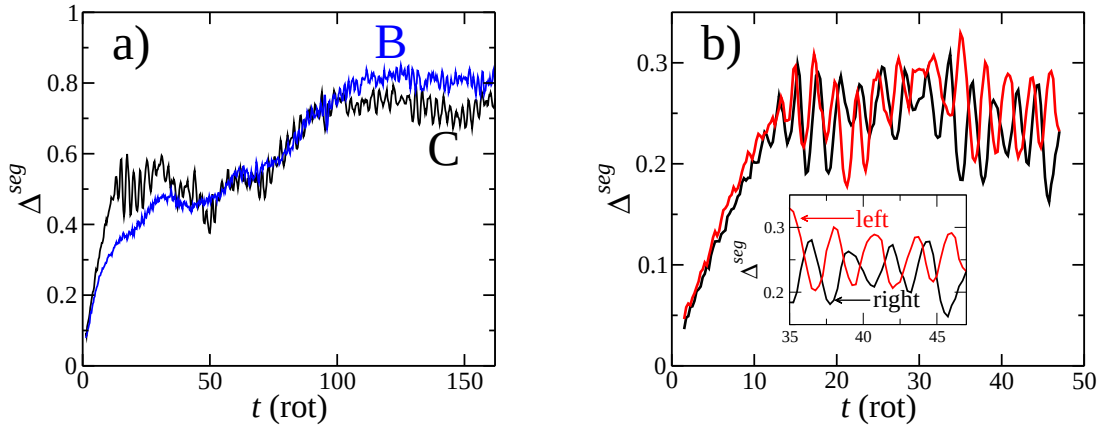


Fig. 4 – a) Segregation function Δ^{seg} vs. time for runs B and C. b) Partial segregation functions Δ^{seg}_{left} and Δ^{seg}_{right} vs. time for run C.

Figure 4a is a plot of the segregation function for runs B and C. It shows a two-step dynamics: after a rapid increase the function reaches a first plateau which is succeeded by a second plateau due to the merging event. Moreover, the oscillations mentioned above are clearly visible. In order to study the oscillations of only one S-band at a time, one can define a partial segregation function $\Delta^{seg}_{left}(t)$ using the same definition as $\Delta^{seg}(t)$ but integrating from 0 to only $l/2$ ($\Delta^{seg}_{right}(t)$ being the integral on the $[l/2, l]$ interval). Figure 4b presents the evolution of $\Delta^{seg}_{left}(t)$ and $\Delta^{seg}_{right}(t)$ for run C prior merging and shows very clear oscillations. The inset is a closer view of these functions just before the merging of the two S-bands. One can see that the oscillations of the two S-bands are out of phase, which as been observed experimentally [5].

Merging. – In this last section we would like to discuss the mechanisms of merging. When a band disappears, what becomes of its grains ? Are they distributed to the neighboring bands or do they merge with only one of their neighbors ? The simulation is a powerful tool to address these questions. Indeed, most experiments focus only on the free surface of the media, which is not satisfactory. It is experimentally possible (but difficult) to measure the subsurface concentrations using MRI [4] or optical techniques [6]. It is however impossible to identify the original location of a grain (i.e. no particle tracking is possible). For the same reason, the space-time plots are of little help in understanding the mechanisms of merging. Moreover, the apparent mass (or width) of a band on a space-time plot is not a reliable source of information. For instance, the mass of the final S-band on fig. 3 (for both runs B and C) seems to be much larger than the total mass of the bands it originates from, which is absurd.

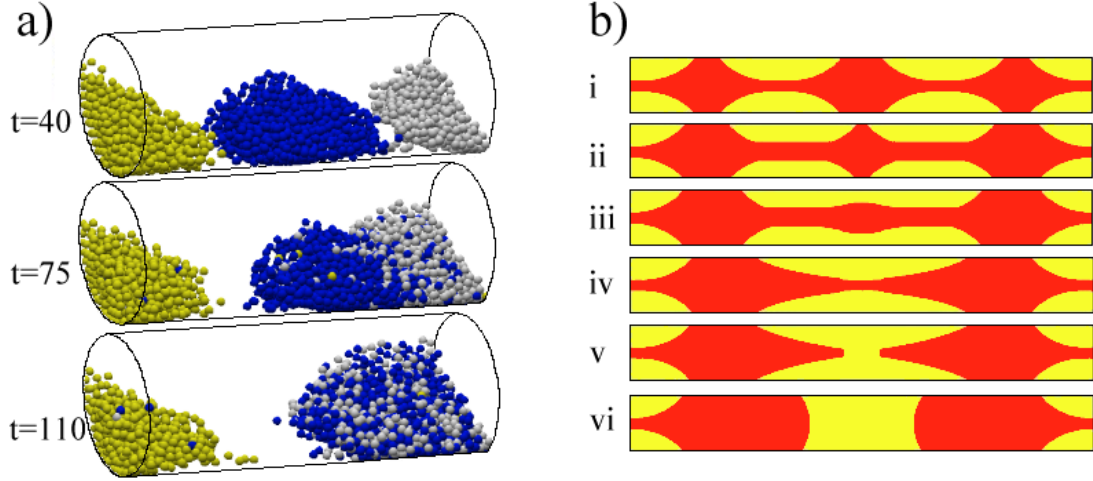


Fig. 5 – (in color online) a) Snapshots of the large beads in run C. The color of each grain is chosen according to the position at $t=40$ rot. b) Schematic cross sections showing a typical merging event.

Figure 5a presents three snapshots of run C, before, during and after merging (respectively $t = 40$, 75 and 110 rotations). For clarity, the small grains are not shown on these snapshots, but would fill in the voids left by the L-bands. Note that radial segregation still exists at time $t = 40$ rot. (see fig. 3), i.e. a core of small beads runs through the middle L-band. The color of each grain is chosen according to its position at time $t = 40$ rot. (yellow for the left band, blue for the middle one and gray for the right one). The origin of each grain is then visible throughout the duration of the run. The composition of the two final L-bands is surprising. The left L-band in the final state is made of almost exclusively yellow beads whereas the right L-band is a well-mixed combination of blue and gray beads. More than 99% of the middle (blue) particles choose the right side. Conversely, less than 1% of the yellow particles are dragged to the right. The initial middle and right L-bands merge together as the left one is completely ignored.

This tendency for a L-band to merge with only one of its neighbors holds in longer systems (such as run A). In run C, there exist only 2 S-bands before merging. Therefore, the outcome of the merging for those is clear: the 2 bands must mix. Using longer drums (as in run A), we found that during a merging event, a S-band splits and feeds both the left and right neighboring S-bands. This is of course possible only if the S-band is not located next to a wall (like for run C). To summarize, a merging event consists of the loss of one band of each kind, but with two distinct mechanisms. Two neighboring L-bands collapse, ignoring all the others as one S-band splits and feeds its neighbors on both sides.

Figure 5b is a schematic view of a typical merging event, showing a cross section of the granular media. In the initial state (i), there are 3 S-bands connected through a radial core. As the middle S-band shrinks its grains are shared between the two other S-bands (ii). From the large particles standpoint, this means that the two central L-bands merge together (iii). The left and right S-bands form insurmountable obstacles for the large grains. The evolution can either stop in the state (iv), where radial segregation still exists or continue and lead to a state where radial segregation has disappeared. Let us mention that as suggested by recent experiments [17], the radial core could possibly reform but this was never the case in our

simulations. In run A, the death of the radial core coincides with the sudden arrest of the evolution (fig. 2). This suggests that the exchanges between S-bands are possible only if the latter are connected through a radial core. Whenever this communication line is broken, the S-bands cannot interact and the evolution stops.

Conclusion. – In this letter granular axial segregation is numerically studied using 3D molecular dynamics simulations. We show that this type of segregation can occur in a mixture of two species of grains differing by size only (i.e. equal densities, frictional properties, Young modulus etc). Although a difference in frictional properties between the two species is not necessary to observe axial segregation, it leads to the onset of oscillations in the band position or width. This suggests that the oscillations observed in experiments may originate from a difference in the frictional properties between species of grains. The mechanisms of band merging are elucidated by tracking the positions of individual grains during a merging event. They consists of two complementary events. On one hand, the disappearance of one S-band : its grains are shared between the two neighboring S-bands through the radial core, on the other hand, the collapse of two L-bands : the two L-bands surrounding the decaying S-band mix together and are oblivious to the other L-bands. Finally, we introduce a segregation function that measures the degree of axial segregation in the medium. This function is a powerful tool to study the dynamics of banding. It allows for precise measurement of the period of band oscillations and shows that the coarsening process can stop or slow dramatically when the radial core breaks.

* * *

The authors acknowledge support from NASA grant NAG32736.

REFERENCES

- [1] OYAMA Y., *Bull. Inst. Phys. Chem. Res. Rep.*, **5** (1939) 600.
- [2] JAEGER H.M., NAGEL S.R. and BERINGER R.P., *Rev. Mod. Phys.*, **68** (1996) 1259.
- [3] CHOO K., MOLTEA T.C.A. and MORRIS S.W., *Phys. Rev. Lett.*, **79** (1997) 2975.
- [4] HILL K.M., CAPRIHAN A. and KAKALIOS J., *Phys. Rev. Lett.*, **78** (1997) 50.
- [5] NEWWEY M., OZIK J., VAN DER MEER S.M., OTT E. and LOSERT W., *Europhys. Lett.*, **66** (2004) 205.
- [6] KHAN Z.S., TOKARUK W.A. and MORRIS S.W., *Europhys. Lett.*, **66** (2004) 212.
- [7] ZIK O., LEVINE D., LIPSON S.G., SHTRIKMAN S. and STAVANS J., *Phys. Rev. Lett.*, **73** (1994) 644.
- [8] SAVAGE S.B., *Disorder and Granular Media*, edited by BIDEAU D. and HANSEN A. (North-Holland, Amsterdam) 1993, p. 255.
- [9] ARANSON I.S. and TSIMRING L.S., *Phys. Rev. Lett.*, **82** (1999) 4646.
- [10] PURI S. and HAKAWA H., *Physica A*, **290** (2001) 218.
- [11] RAPAPORT D.C., *Phys. Rev. E*, **65** (2002) 061306.
- [12] FRENKEL D. and SMIT B., *Understanding Molecular Simulation* (Academic Press, San Diego) 1996.
- [13] CANTELAUBE F. and BIDEAU D., *Europhys. Lett.*, **30** (1995) 133 and references therein.
- [14] NAKAGAWA M., ALTABELLI S.A., CAPRIHAN A. and FUKUSHIMA E., *Chem. Eng. Sci.*, **52** (1997) 4423.
- [15] CHICHARRO R., PERALTA-FABI R. and VELASCO R.M., *Powders and Grains*, edited by BEHRINGER R.P. and JENKINS J.T. (Balkema, Rotterdam) 1997, p. 479.
- [16] SHOICHI S., *Mod. Phys. Lett. B*, **12** (1998) 133.
- [17] FLATEN J.A., *Private communication*.

Annexe B

Variation de la compacité au sein d'un écoulement SSH : conséquences sur l'équation SSH

Dans cette annexe je voudrais présenter un article que nous avons préparé pour la conférence Powders and Grains 2005 en collaboration avec Michel Louge de l'université de Cornell, aux États-Unis. Ce papier traite des écoulements confinés et présente une analyse théorique basée sur les résultats numériques présentés au chapitre 5. Cette analyse reprend la calcul issue de l'équilibre des forces dans une tranche d'un écoulement SSH. Cette fois, la variation de la compacité est prise en compte dans le modèle. Nous utilisons la loi empirique exponentielle décrite au chapitre 5. Le profil de compacité dans le couche ballistique près de la surface libre est également étudié.

Volume fraction profile in channeled granular flows down an erodible incline

M. Y. Louge

Sibley School of Mechanical and Aerospace Engineering, Cornell University, Ithaca, NY 14853 USA

A. Valance, N. Taberlet, P. Richard & R. Delannay

Groupe Matière Condensée et Matériaux, UMR CNRS 6626, F-35042 Rennes cedex, France

We use a momentum balance to interpret numerical simulations of dense, steady, fully-developed inclined granular flows of spheres on an erodible base confined between flat frictional side walls. We observe an exponential profile of mean volume fraction in the direction perpendicular to the base and suggest a scaling for its characteristic length. We also predict volume fraction and mean velocity profiles in the ballistic region above the free surface.

1 INTRODUCTION

Taberlet et al. (2003) recently reported experiments in which grains poured in a channel confined by flat, frictional side walls establish a rectilinear flowing layer of fixed height above a deep static heap. Because the flow inclination is considerably larger than the angle of repose, they referred to this phenomenon as a “Super Stable Heap” (SSH). In a companion paper appearing elsewhere in these proceedings, Taberlet et al. (2005) describe numerical simulations revealing details that the physical experiments could not record. Beside reproducing already identified features of the phenomenon, the simulations prove that the mobilized layer is steady and fully-developed (SFD). In this article, we interpret the new results with a momentum balance that is informed by the simulations. We also outline a theory for the dilute surface layer where grains undergo ballistic trajectories with rare collisions. We begin with a summary of observations.

2 OBSERVATIONS

Figure 1 shows simulation profiles for the volume fraction ν and the streamwise velocity $u_x/\sqrt{gd}$ made dimensionless with the gravitational acceleration g and the spherical grain diameter d from Taberlet et al. (2005). These variables are averaged in the direction z perpendicular to side walls separated by a width W . Their profiles are shown along the downward direction s perpendicular to the free surface. In SFD flow, all flow variables are independent of the streamwise direction x , and the free surface and erodible base form a common angle α with the horizontal. In the simulations, the Coulomb friction coefficient of a sphere with another sphere or with the side walls is μ .

We locate the free surface where the velocity pro-

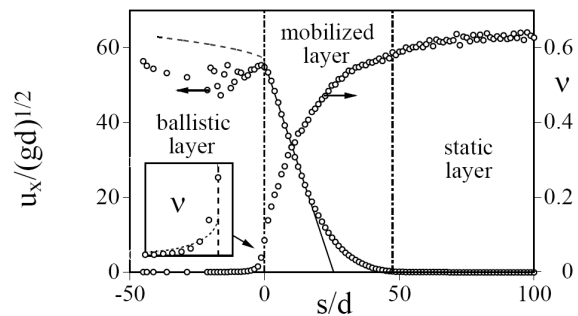


Figure 1. Profiles of dimensionless mean velocity and volume fraction. Conditions are $\mu = 0.8$, $W/d = 20$, $\alpha = 45^\circ$. We find $\nu_s \sim 0.62$, $\nu_0 \sim 0.08$ and $s_m/d \sim 48$. Flow regions are separated by vertical dashed lines. The slanted line determines the intercept $h/d \sim 26$. The dashed curve is the model of Eq. 23 for $s < 0$. The insert shows a detail of ν near the free surface, with the superimposed prediction of Eq. 19.

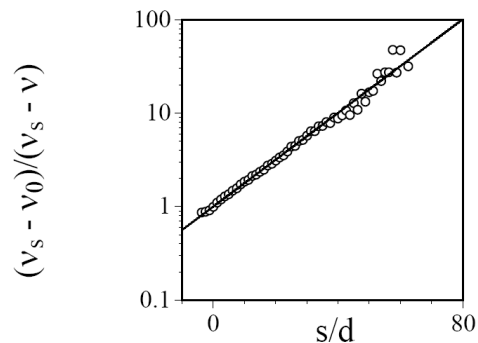


Figure 2. $-\log_{10}[(\nu_s - \nu_0)/(\nu_s - \nu)]$ vs. s/d with conditions of Fig. 1. We find $\ell/d \sim 17$.

file exhibits a sharp change in slope. We place the origin of our coordinate system (x, s, z) there and on the centerline of the channel. Above the free surface, grains are thrown upwards in ballistic trajectories to a dilute region experiencing rare collisions. In this ballistic layer where $s < 0$, $u_x/\sqrt{gd}$ varies little and ν decreases away from the free surface with $d^2\nu/ds^2 > 0$.

Below, the mean volume fraction rises exponentially from the volume fraction ν_0 at the free surface to the random loose packing $\nu_s \approx 0.62$ on a characteristic length scale ℓ

$$\nu = \nu_0 + (\nu_s - \nu_0)[1 - \exp(-s/\ell)] \quad (1)$$

Here, $d^2\nu/ds^2 < 0$. In this region, the profile of $u_x/\sqrt{gd}$ also resembles an exponential decay along s with characteristic length h (Komatsu et al. 2001), which provides a convenient measure of depth of the mobilized layer in physical experiments (Taberlet et al. 2003). At $s = s_m$ where most grains are no longer mobilized, we expect that the volume fraction is $\nu = \nu_m \approx 0.59$ i.e, just above the glass transition for hard spheres $\nu_{glass} \sim 0.58$. This value of ν_m is also the largest volume fraction that Silbert et al. (2001) observed in their own simulations.

Taberlet et al. (2003) invoke a force balance assuming constant volume fraction and constant wall friction to explain their empirical observation of

$$\tan \alpha = \mu_m + \mu_w(h/W). \quad (2)$$

They then interpret μ_w as an effective friction coefficient at the side walls that accounts for rolling or sliding contacts. Thus, because such interactions produce a ratio of tangential to normal force no greater than μ , these authors expect $\mu_w \leq \mu$. Simulations confirm the trends predicted by Eq. 2 (Taberlet et al. 2005). Next, we refine the force balance by incorporating new information on the volume fraction profile.

3 MOMENTUM EQUATIONS

We consider the regime in which side walls affect the fbw. Taberlet, et al. (2005) suggest that this is where $\xi \equiv (h\mu_w)/(W\mu_m) \geq 1$. The momentum balances for this two-dimensional SFD fbw are

$$\frac{\partial \tau_{xs}}{\partial s} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = -\rho_s g \nu \sin \alpha \quad (3)$$

along x and, assuming that the s -component of the contact forces between particles and side walls are negligible (no “Janssen effect”),

$$\frac{\partial \tau_{ss}}{\partial s} = +\rho_s g \nu \cos \alpha \quad (4)$$

along s . In these Eqs., τ_{ij} is the stress tensor along i on surfaces of normal j , and ρ_s is the material density of the grains. We invoke the following assumptions: the normal stress is isotropic, $\tau_{ss} = \tau_{zz}$; $\nu = \nu(s)$; the

fbw surface is flat and perpendicular to s ; τ_{xs} depends only on s ; and side walls are identical. We define the ratio $\mu_\tau(s)$ of shear to normal stress at the walls such that $\tau_{xz} \equiv \mp \mu_\tau(s) \tau_{zz} \equiv \mp \mu_\tau(s) \tau_{ss}$ at $z = \pm W/2$.

Integrating Eq. 3 along z and Eq. 4 along s yields

$$\frac{d\tau_{xs}}{ds} = -\rho_s g \nu \sin \alpha + 2\mu_\tau \frac{\tau_{ss}}{W} \quad (5)$$

and

$$\tau_{ss} = \rho_s g \cos \alpha \int_{-\infty}^s \nu d\theta. \quad (6)$$

Substituting in Eq. 5, integrating further along s , and dividing by Eq. 6, we find the effective friction on surfaces at constant s

$$\mu_{eff} \equiv -\frac{\tau_{xs}}{\tau_{ss}} = \tan \alpha - \frac{\sigma_\mu}{W}, \quad (7)$$

where we define the “friction depth” as

$$\sigma_\mu(s) \equiv 2 \frac{\int_{-\infty}^s \mu_\tau(\zeta) d\zeta \int_{-\infty}^s \nu d\theta}{\int_{-\infty}^s \nu d\theta}. \quad (8)$$

Comparing Eqs. 2 and 7, we identify

$$\mu_m \equiv \mu_{eff}(s = s_m) \quad (9)$$

and

$$h\mu_w \equiv \sigma_\mu(s = s_m). \quad (10)$$

We evaluate the integrals in Eq. 6 and 8 to estimate μ_w . To that end, we invoke further simplifying assumptions. First, because volume fractions are small in the rarefied ballistic layer, we ignore the contribution of $s \in]-\infty, 0]$ to these integrals. Second, we take the point of contact at the wall to be engaged in gross slip throughout the mobilized depth with constant $\mu_\tau(s) = \mu_\tau, \forall s \leq s_m$, from which we expect $\mu_\tau \leq \mu$. Third, we simplify Eq. 1 using $\nu_0 \ll \nu_s$. Accordingly,

$$\sigma_\mu \approx s \mu_\tau \left[\frac{1 - 2(\ell/s) + 2(\ell/s)^2(1 - e^{-s/\ell})}{1 - (\ell/s)(1 - e^{-s/\ell})} \right] \quad (11)$$

for $s \leq s_m$. Remarkably, σ_μ is nearly linear in s , and thus the effective friction decreases with distance from the free surface. Expanding Eq. 11 near $s/\ell \sim 0$,

$$\sigma_\mu = \frac{2}{3} \mu_\tau s \left[1 + \frac{1}{12} \left(\frac{s}{\ell} \right) - \frac{1}{180} \left(\frac{s}{\ell} \right)^2 + O\left(\frac{s}{\ell} \right)^3 \right] \quad (12)$$

with relative error from Eq. 11 $< 0.5\%$ at $s/\ell \leq 5$. Thus in general, σ_μ depends weakly on ℓ , ν_s or ν_0 . Combining Eqs. 10 and 11 with $\nu = \nu_m$ at $s = s_m$,

$$\frac{h\mu_w}{\ell} = \mu_\tau r_m \left[\frac{1 - (2/r_m) + (2/r_m^2)(\nu_m/\nu_s)}{1 - (\nu_m/\nu_s)(1/r_m)} \right], \quad (13)$$

where $r_m \equiv \ln \nu_s - \ln(\nu_s - \nu_m)$. Thus, comparing the measured value of $h\mu_w/\ell$ with the predictions of

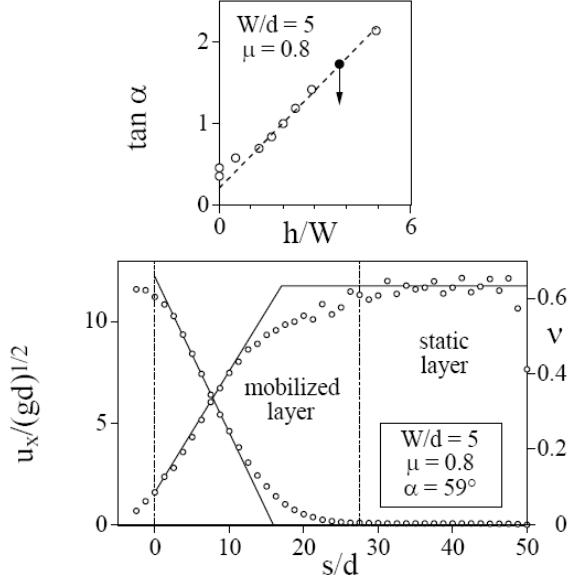


Figure 3. Bottom: Profiles of $u_x/\sqrt{gd}$ and ν for the conditions shown. We find $\nu_s \sim 0.63$, $\nu_0 \sim 0.09$, $s_m/d \sim 28$, $h/d \sim 16$, and $\ell/d \sim 15$. Lines and symbols, see Fig. 1. Top: $\tan \alpha$ vs. h/W . The filled circle refers to conditions of the bottom graph. We find $\mu_w \sim 0.4$ and $\mu_m \sim 0.21$.

Eq. 13 lets us relate μ_τ to μ . We expect $\mu_\tau \sim \mu$ for $W/d \gg 5$. However, we find sharp reductions in μ_τ when $W/d \leq 5$ (Taberlet et al. 2003). For example, we find $\mu_\tau \sim 0.18 \ll \mu$ with $W/d = 5$ (Fig. 3), which may betray the presence of rolling contacts at the side walls, or fluctuations in the direction of the contact velocity leading to a smaller projection along x of the average friction force.

We now discuss the origin of the intercept μ_m in Eq. 2. To that end, we first refer to experiments (Pouliquen 1999) and simulations (Silbert et al. 2001) for inclined fbws on a bumpy base without side walls. Those SFD fbws only exist above a minimum inclination $\tan \alpha_{min}$, which Louge (2003) calculated using a SFD energy balance of fluctuation energy in the core,

$$-\nabla \cdot q + \tau : \nabla u - \gamma = 0, \quad (14)$$

where the gradient of the fluctuation energy flux q is negligible compared with the working of the shear stress τ through the velocity gradient ∇u or with the volumetric dissipation rate of fluctuation energy γ . Louge (2003) then expressed $\tan \alpha_{min}$ in terms of the internal friction μ_E of the granular assembly and coefficients of the dense kinetic theory that appear in the granular viscosity, $a_1 = 8(1 + \pi/12)/(5\sqrt{5})$; in the volumetric dissipation rate of fluctuation energy, $a_3 = (12/\sqrt{\pi})(1 - e^2)$, where e is a restitution coefficient; and in the equation of state, $a_4 = 4$,

$$\tan \alpha_{min} = \frac{\mu_E}{1 + \frac{\mu_E^2 a_1^2}{4a_1 a_3}}. \quad (15)$$

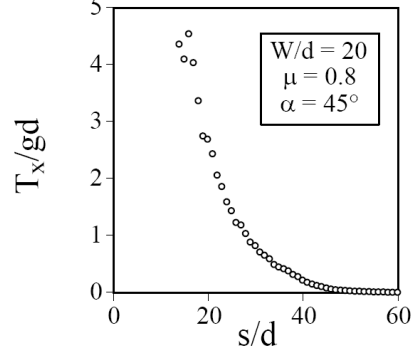


Figure 4. Granular temperature in the x -direction made dimensionless with $\sqrt{gd}$ vs. s/d for conditions of Fig. 1. Simulations of Taberlet, et al. (2005).

In the absence of side walls, the effective friction on planes parallel to the base is constant, $\mu_{eff} = \tan \alpha$ (Louge 2003). As Eq. 7 shows, the side walls modify the force balance by subtracting the friction depth σ_μ , which is roughly proportional to s . Thus, the side walls progressively reduce the effective friction from $\tan \alpha$ at the free surface down to the minimum value μ_m at which the flow begins to be mobilized. In this light, our conjecture is that μ_m is nearly given by Eq. 15,

$$\mu_m \sim \tan \alpha_{min}. \quad (16)$$

However, μ_m may be somewhat smaller. The reason is that, while the term $-\nabla q \sim 0$ in the core of a fbw without side walls, it is positive near $s \sim s_m$ in the SSH, $-\nabla q \propto d^2 T/ds^2 > 0$, as Fig. 4 suggests. Thus, the flux gradient term in Eq. 14 may contribute to grain mobilization at effective friction $< \tan \alpha_{min}$.

4 BALLISTIC LAYER

The steep inclination of SSH fbws produces an agitated free surface from which spheres are ejected to a “ballistic” layer where they undergo mostly independent trajectories. Our objective is not to calculate boundary conditions for momentum and energy at the interface between a dense collisional fbw and a region of freely flying grains (Jenkins & Hanes 1993). Here, we seek profiles of volume fraction and mean velocity in the ballistic layer. To model the latter, we ignore collisions and assume that the free surface has a number density $n_0 = 6\nu_0/\pi d^3$ with Maxwellian velocity distribution $\mathcal{M}_0$

$$\mathcal{M}_0 = \frac{n_0}{(2\pi T_0')^{3/2}} e^{-\frac{u_{0x}^2}{2T_0'}} e^{-\frac{u_{0y}^2}{2T_0'}} e^{-\frac{u_{0z}^2}{2T_0'}} \quad (17)$$

such that the average of a quantity ψ is

$$\langle \psi \rangle = \frac{1}{n} \iiint \psi \mathcal{M}_0 du'_{0x} du'_{0y} du'_{0z} \quad (18)$$

In these expressions, $x, y \equiv -s, z$ represent the three cartesian directions, and the subscript 0 indicates con-

ditions at the free surface. For convenience, we subtracted the mean velocity u_0 of the free surface to find $\mathcal{M}_0$. Our objective is to derive the corresponding distribution $\mathcal{M}$ at a distance η from that surface. To reach such distance, spheres must have $u_{0y} \geq \sqrt{2g\eta \cos \alpha}$. Primes in Eqs. 17 denote velocities and temperature made dimensionless with $\sqrt{g\eta \cos \alpha}$ and $g\eta \cos \alpha$, respectively. Thus, the number density at η is

$$n = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{n_0}{(2\pi T'_0)^{1/2}} e^{-\frac{u_{0y}^2}{2T'_0}} du'_{0y} = \frac{n_0}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{1}{T'_0}}\right) \quad (19)$$

We relate the dimensionless velocities at the free surface to those at the distance η using ballistic relations

$$u'_{0x} = u'_x - \frac{2 \tan \alpha}{u'_y + \sqrt{u_y'^2 + 2}} \quad (20)$$

and

$$u'_{0y} = \sqrt{u_y'^2 + 2}. \quad (21)$$

We then carry out the change of variables in Eqs. 17 and 18 and normalize the result to find

$$\begin{aligned} \mathcal{M}(\eta) = & \frac{n}{(2\pi T'_0)^{3/2}} \exp\left[-\frac{1}{T'_0}\right] \frac{1}{\operatorname{erfc}(1/\sqrt{T'_0})} \times \\ & \exp\left[-\frac{u_x'^2}{2T'_0}\right] \exp\left[+\frac{(2 \tan \alpha / T'_0) u'_x}{u'_y + \sqrt{u_y'^2 + 2}}\right] \times \\ & \frac{|u'_y|}{\sqrt{u_y'^2 + 2}} \exp\left[-\frac{2 \tan^2 \alpha / T'_0}{(u'_y + \sqrt{u_y'^2 + 2})^2}\right] \times \\ & \exp\left[-\frac{u_y'^2}{2T'_0}\right] \exp\left[-\frac{u_z'^2}{2T'_0}\right]. \quad (22) \end{aligned}$$

From the first moment of this distribution, we calculate the mean velocity in the x -direction at $y = \eta$,

$$\langle u_x \rangle = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \tan \alpha \frac{\exp[-g\eta \cos \alpha / T_0]}{\operatorname{erfc}\left(\sqrt{g\eta \cos \alpha / T_0}\right)}, \quad (23)$$

to which we add the mean velocity u_{0x} of the free surface that we omitted from Eq. 17. Although the corresponding momentum per unit volume decreases as $\exp[-g\eta \cos \alpha / T_0]$ from the free surface, Eq. 23 predicts a slight increase in the mean velocity. We plot the corresponding predictions for ν and u_x in the ballistic layer in Fig. 1 using $T_0/gd \sim 4.5$ (Fig 4) and $\nu_0 \sim 0.08$ (Fig. 1) from simulations. Despite inevitable discontinuities at the free surface, both predictions agree reasonably well with data, although it is unclear whether the actual velocity remains constant or increases slightly with η as this model predicts.

5 CONCLUSIONS

We have begun to refine the momentum balance of the ‘‘Super Stable Heap’’ of Taberlet et al. (2003). In doing so, we pointed out the exponential form of the volume fraction profile in the depth, and related its characteristic length to that of the velocity profile. We also proposed a simple model for the ballistic layer above the fbw. It remains to explain why the volume fraction exhibits this behavior, to check the predictions of Eqs. 13 and 16 with additional simulations, and to predict profiles of velocity and temperature in terms of particle properties.

Acknowledgements. This work was supported by NASA grant NAG3-2705 and by US-France Cooperative Research grant NSF-INT-0233212.

REFERENCES

- Jenkins, J. & Hanes, D. 1993. The balance of momentum and energy at an interface between colliding and freely flying grains in a rapid granular fbw. *Phys. Fluids A* 5: 781–783.
- Komatsu, T., Inagaki, S., Nakagawa, N., & Nasuno, S. 2001. Creep motion in a granular pile exhibiting steady surface fbw. *Phys. Rev. Lett.* 86(9): 1757–1760.
- Louge, M. 2003. Model for dense granular fbws down bumpy inclines. *Phys. Rev. E* 67: 061303.
- Pouliquen, O. 1999. Scaling laws in granular fbws down rough inclined planes. *Phys. Fluids* 11: 542–548.
- Silbert, L., Ertas, D., Grest, G., Halsey, T., Levine, D., & Plimpton, S. 2001. Granular fbw down an inclined plane: Bagnold scaling and rheology. *Phys. Rev. E* 64: 051302.
- Taberlet, N., Richard, P., Delannay, R., & Louge, M. 2005, July. How sidewalls influence granular fbws. In H.Herrmann, G. Gudehus, S. Luding, & K. Sommer (eds), *Powders and Grains 2005*: Stuttgart, Germany. AEMMG: A.A. Balkema.
- Taberlet, N., Richard, P., Valance, A., Losert, W., Pasini, J.-M., Jenkins, J. T., & Delannay, R. 2003. Superstable granular heap in a thin channel. *Phys. Rev. Lett.* 91(26): 264301.

Annexe C

Liste des publications

Publications dans des revues à comité de lecture

1. "Density inversion in rapid granular flows : a granular Leidenfrost effect ?"
N. Taberlet, P. Richard, E. Henry, R. Delannay,
soumis
2. "On the origin of the different regimes of dry granular flows"
N. Taberlet, P. Richard, R. Delannay,
soumis
3. "Dense granular flows down inclines"
R. Delannay, J. Jenkins, M. Louge, P. Richard, **N. Taberlet**, A. Valance,
soumis
4. "2D and 3D Confined Granular Flows : Experimental and Numerical Results"
W. Bi, R. Delannay, P. Richard, **N. Taberlet**, A. Valance,
à paraître dans J. Phys. Cond. Mat.
5. "Rock avalanche dynamics : Insights from the granular physics experiments"
J. Friedmann, **N. Taberlet**, W. Losert,
à paraître dans Int. J. Earth Sci.
6. "The growth of a super stable heap : an experimental and numerical study"
N. Taberlet, P. Richard, E. Henry, R. Delannay,
Europhys. Lett. 68, 515 (2004).
7. "Understanding the dynamics of segregation bands of simulated granular material in a rotating drum"
N. Taberlet, P. Richard, W. Losert,
Europhys. Lett. 68, 522 (2004).
8. "Super Stable Granular Heap in a Channel"
N. Taberlet, P. Richard, A. Valance, W. Losert, JM. Pasini, J.T. Jenkins, R. Delannay,
Phys. Rev. Lett. 91, 264301 (2003).

9. "Two-dimensional inclined chute flows : transverse motion and segregation"
G. Berton, R. Delannay, P. Richard, **N. Taberlet**, A. Valance,
Phys. Rev. E 68, 051303 (2003).

Publications dans des compte-rendus de conférence

1. "Axial segregation of dry grains in a rotating drum : a numerical study"
N. Taberlet, P. Richard, W. Losert
Powders and Grains 2005, Stuttgart, Allemagne.
2. "How sidewalls influence granular flows"
N. Taberlet, P. Richard, R. Delannay, M. Louge,
Powders and Grains 2005, Stuttgart, Allemagne.
3. "Volume fraction profile in channeled granular flows down an erodible incline"
M. Louge, A. Valance, **N. Taberlet**, P. Richard, R. Delannay,
Powders and Grains 2005, Stuttgart, Allemagne.
4. "Segregation Transients in a Tumbler Flow "
M. Newey, **N. Taberlet**, P. Richard, W. Losert,
Powders and Grains 2005, Stuttgart, Allemagne.

Bibliographie

- Allen, M. P. et Tildesley, D. J. (1987). Oxford University Press.
- Amarouchene, Y., Boudet, J., et Kellay, H. (2001). Dynamic sand dunes. *Phys. Rev. Lett.*, **86**, 4286.
- Andreotti, B., Daerr, A., et Douady, S. (2002). On scaling laws in granular flows down a rough plane. *Phys. Fluids*, **14**, 415.
- Aradian, A. (2001). *Quelques problèmes de dynamique d'interfaces molles*. PhD thesis, Université Denis Diderot Paris 7.
- Aradian, A., Raphaël, E., et de Gennes, P.-G. (1999). Thick surface flows of granular materials : Effect of the velocity profile on the avalanche amplitude. *Phys. Rev. E*, **60**, 2009.
- Azanza, E. (1998). *Écoulements granulaires bidimensionnels sur un plan incliné*. PhD thesis, École Nationale des Ponts et Chaussées.
- Babić, M. (1993). *J. Fluid Mech.*, **254**, 127.
- Bagnold, R. A. (1956). *Phil. Transactions A*, **249**, 235.
- Bi, W., Valance, A., Richard, P., et Delannay, D. (2005). Experimental study of two-dimensional frictional-collisional granular flows down an inclined chute. preprint.
- Bideau, D., Gervois, A., Oger, L., et Troadec, J. (1986). *J. Physique*, **47**, 1697.
- Blanc, D. (1993). *Physique nucléaire*. Abrégés. Masson.
- Bocquet, L., Charlaix, E., et Restagno, F. (2002). Physics of humid granular media. *Compte-Rendus de Physique*, **3**, 1.
- Bonamy, D. (2001). *Phénomènes collectifs dans les matériaux granulaires*. thèse de doctorat, Université Paris XI.
- Bonamy, D., Daviaud, F., et Laurent, L. (2002a). Experimental study of granular surface flows via a fast camera : a continuous description. *Phys. of Fluids*, **14**, 1666–1673.
- Bonamy, D., Daviaud, F., Laurent, L., Bonetti, M., et Bouchaud, J. (2002b). Multi-scale clustering in granular surface flows. *Phys. Rev. Lett.*, **89**.
- Bouchaud, J. P. (1994). Statics and dynamics of sandpiles : some phenomenological ideas. In Bardhan, K. K., Chakrabarti, B. K., et Hansen, A., editors, *Lecture Notes in Physics*, volume Non Linearity and Breakdown in Soft Condensed Matter, 47–53. Springer-Verlag.
- Bouchaud, J.-P., Cates, M., Prakash, J. R., et Edwards, S. (1995). Hysteresis and metastability in a continuum sandpile model. *Phys. Rev. Lett.*, **74**, 1982–1985.
- Bouchaud, J.-P. et Cates, M. E. (1998). Triangular and uphill avalanches of a tilted sandpile. *Granular Matter*, **1**, 101.

- Bouchaud, J. P., Cates, M. E., Prakash, J. R., et Edwards, S. F. (1994). A model for the dynamics of sandpile surfaces. *J. Phys. I (France)*, **4**, 1383.
- Boudet, J., Gauthier, S., Amarouchene, Y., et Kellay, H. (2003). Self-similar quasi-two-dimensional sand fronts. *Phys. Rev. E*, **67**, 010303.
- Boutreux, T. et de Gennes, P.-G. (1996). Surface flows of granular mixtures : I. general principles and minimal model. *J. Phys. I France*, **6**, 1295.
- Boutreux, T. et de Gennes, P.-G. (1997). étalement d'une marche de sable : le problème du sinaï. *C. R. Acad. Sci. Paris*, **325**, 85.
- Boutreux, T. et de Gennes, P.-G. (1998). Arrêt d'un écoulement granulaire sur une pente faible. *C. R. Acad. Sci. Paris*, **326**, 257.
- Boutreux, T., Makse, H., et de Gennes, P.-G. (1999). Surface flows of granular mixtures : Iii. canonical model. *Eur. Phys. J. B*, **9**, 105.
- Boutreux, T. et Raphaël, E. (1998). From thin to thick granular surface flows : The stop flow problem. *Phys. Rev. E*, **58**, 7645.
- Boutreux, T., Raphaël, E., et de Gennes, P.-G. (1998). Surface flows of granular materials : A modified picture for thick avalanches. *Phys. Rev. E*, **58**, 4692.
- Brilliantov, N., Spahn, F., Hertzsch, J., et Pöschel, T. (1996). Model for collisions in granular gases. *Phys. Rev. E*, **53**, 5382.
- Brown, R. L. et Richards, J. C. (1970). *Princip of Powder Mechanics*. Pergamon.
- Campbell, C. (1989). The stress tensor for simple shear flows of a granular material. *J. Fluid Mech.*, **203**, 449–473.
- Campbell, C., Cleary, P., et Hopkins, M. (1995). Large-scale landslide simulations : global deformation, velocities and basal friction. *J. Geophys. Res.*, **100**, 8267–8273.
- Cannon, S. et Savage, W. (1988). A mass-change model for the estimation of debris-flow runout. *J. Geol.*, **96**, 221–227.
- Caponeri, M., Douady, S., Fauve, S., et Laroche, C. (1995). Dynamics of avalanches in a rotating cylinder. In Guazzelli, E. et Oger, L., editors, *Mobile particulate systems*, 331–366. Kluwer Academic Publisher.
- Chevoir, F. et Roux, J., editors (2000). *Colloque physique et mécanique des matériaux granulaires, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées*.
- Cleary, P. et Campbell, C. (1993). Self-lubrication for long-runout landslides : examination by computer simulations. *J. Geophys. Res.*, **98**, 21911–21924.
- Coulomb, C. A. (1773). *Acad. R. Sci. Mem. Math. Phys. par Divers Savants*, **7**, 343.
- Cundall, P. A. et Strack, O. D. L. (1979). A discrete numerical model for granular assemblies. *Géotechnique*, **29**, 47.
- da Cruz, F. (2004). *Ecoulements de grains secs : frottement et blocage*. PhD thesis, École nationale de ponts et chaussées.
- Dade, W. et Huppert, H. (1998). Long-runout rockfalls. *Geology*, **26**, 803–806.
- Daerr, A. (2000). *Dynamique des avalanches*. PhD thesis, Université Paris 7.
- Davies, T. (1982). Spreading of rock avalanche debris by mechanical fluidization. *Rock Mech.*, **15**, 9–24.
- de Barré Saint-Venant, A. (1850). Memoire sur des formules nouvelles pour la solution des problèmes relatifs aux eaux courantes. *C. R. Acad. Sci. Paris*, **13**, 283.

- de Gennes, P. (1998). Reflections on the mechanics of granular matter. *Physica A*, **261**, 267–293.
- de Gennes, P.-G. (1995). Dynamique superficielle d'un matériau granulaire. *C. R. Acad. Sci. Paris*, **321**, 501.
- Dippel, S. (1998). *Microscopic dynamics of granular materials*. PhD thesis, Forschungszentrum Jülich.
- Dorogovtsev, S. N. et Mendes, J. F. F. (1999). How sandpiles spill : Sandpile problem in a thick flow regime. *Phys. Rev. Lett.*, **83**, 2946.
- Dorogovtsev, S. N. et Mendes, J. F. F. (2000). Evolution of a sandpile in a thick-flow regime. *Phys. Rev. E*, **61**, 2909.
- Douady, S., Andreotti, B., et Daerr, A. (1999). On granular surface flow equations. *Euro. Phys. J. B*, **11**, 131.
- Douady, S., Andreotti, B., Daerr, A., et Cladé, P. (2001). The four fronts and the two avalanches. 443–446. Lisse, Swets and Zeitlinger.
- Drake, T. (1991). Granular flow : physical experiments and their implications for micro-structural theories. *J. Fluid Mech.*, **225**, 121.
- du Pont, S. C., Gondret, P., Perrin, B., et Rabaud, M. (2003a). Granular avalanches in fluids. *Phys. Rev. Lett.*, **90**.
- du Pont, S. C., Gondret, P., Perrin, B., et Rabaud, M. (2003b). Wall effects on granular heap stability. *Europhys. Lett.*, **61**, 492.
- Duran, J. (1999). *Sand, Powders and Grains*. Springer-Verlag.
- Dury, C. M., Ristow, G. H., Moss, J. L., et Nakagawa, M. (1998). Boundary effects on the angle of repose in rotating cylinders. *Phys. Rev. E*, **57**, 4491–4497.
- Elperin, T. et Vikhanski, A. (1998). Granular flow in a rotating cylindrical drum. *Europhys. Lett.*, **42**, 619.
- Evesque, P. et Rajchenbach, J. (1988). Caractérisation d'avalanches de billes dans un cylindre tournant. *C. R. Acad. Sci. Paris*, **307**, 223.
- Félix, G. et Thomas, N. (2004). Relation between dry granular flow regimes and morphology of deposits : formation of levees in pyroclastic deposits. *Earth Planet. Sc. Lett.*
- Fraccarollo, L. et Capart, H. (2002). Riemann wave description of erosional dam-break flows. *Journal of Fluid Mechanics*, **461**, 183.
- Frenkel, D. et Smit, B. (1996). Academic Press.
- Gallas, J. A. C., Herrmann, H. J., et Sokolowski, S. (1992). Convection cells in vibrating granular media. *Phys. Rev. Lett.*, **69**, 1371.
- Gassen, W. V. et Cruden, D. (1989). Momentum transfer and the friction in the debris of rock landslides. *Can. Geotech. J.*, **26**, 623–628.
- Gauthier, C. (1970). *Optimisation des mesures de rayonnement - Application aux mesures des masses volumiques*. Rapport interne du Laboratoire Central des Ponts et Chaussées.
- GdR-MiDi (2004). On dense granular flows. *Euro. Phys. J. E*, **14**, 341–365.
- Gilles, B. et Coste, C. (2003). Low-frequency behavior of beads constrained on a lattice. *Phys. Rev. Lett.*, **90**, 174302.
- Goguel, J. (1978). *Scale-dependent rockslides mechanisms, with emphasis on the role of pore fluid vaporization*, 693–705. Elsevier.

- Grasselli, Y. et Herrmann, H. J. (1997). On the angles of dry granular heaps. *Physica A*, **246**, 301–312.
- Gray, J. (2001). Granular flow in partially filled slowly rotating drums. *J. Fluid Mech.*, **441**, 1.
- Haff, P. K. et Werner, B. T. (1986). Computer simulation of the mechanical sorting of grains. *Powder Technology*, **48**, 239–245.
- Hampton, M., Lee, H., et Locat, J. (1996). Submarine landslides. *Review of Geophysics*, **34**, 33–59.
- Hazlett, R., Buesch, D., Anderson, J., Elan, R., et Scandone, R. (1991). Geology, failure conditions, and implications of seismogenic avalanches of the 1944 eruption at vesuvius, italy. *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, **47**, 249–264.
- Herrmann, H. J., Hovi, J.-P., et Luding, S., editors (1998). *Physics of Dry Granular Media*. Kluwer Academic Publishers.
- Hertz, H. (1882). *J. für die reine u. angew. Math.*, **92**, 136.
- Hill, K. M., Gioia, G., et Tota, V. V. (2003). Structure and kinematics in dense free-surface granular flow. *Phys. Rev. Lett.*, **91**, 064302.
- Howell, D. et Behringer, R. P. (1999). Stress fluctuations in a 2d granular couette experiment : A critical transition. *Phys. Rev. Lett.*, **82**, 5241.
- Hsu, K. (1975). Catastrophic debris streams (sturzstroms) generated by rockfalls. *Geol. Soc. Am. Bull.*, **86**, 129–140.
- Hungr, O. et Evans, S. (1997). A dynamic model for landslides with changing mass. *Eng. Geol. Environ*, **47**, 719–722.
- Hunt, B. (1987). An inviscid dam-break solution. *J. Hydr. Res.*, **25**, 313.
- Hutter, K. et Koch, T. (1991). Motion of a granular avalanche in an exponentially curved chute : experiments and theoretical predictions. *Phil. Trans. : Phys. Sci. Eng.*, **334**, 93–138.
- Hutter, K. et Rajagopal, K. (1994). On flows of granular materials. *Continuum Mechanics and Thermodynamics*, **6**, 81–139.
- Iverson, R. (1997). The physics of debris flows. *Rev. Geophys.*, **35**, 245–296.
- Iverson, R., Reid, M., et Lahusen, R. (1997). Debris-flow mobilization from landslides. *Annu. Rev. Earth Planet. Sci.*, **25**, 85–138.
- Janssen, H. A. (1895). Versuche ueber getreidedruck in silozellen. *Zeitschr. Vereines deutscher Ingenieure*, **XXXIX**, 1045–1049.
- Johnson, B. (1978). *Blackhawk landslide, California, U.S.A.*, 481–504. Elsevier.
- Johnson, P. C., Nott, P., et Jackson, R. (1990). Frictional-collisional equations of motion for particulate flows and their application to chutes. *J. Fluid Mech.*, **210**, 501.
- Jop, P., Forterre, Y., et Pouliquen, O. (2005). Thick surface flows of granular materials : Effect of the velocity profile on the avalanche amplitude. preprint.
- Kent, P. (1966). The transport mechanism in catastrophic rock falls. *J. Geol.*, **74**, 79–83.
- Kerswell, R. (2004). Dam break with coulomb friction : a model for granular slumping? preprint.
- Khakhar, D., Orpe, A., Andresen, P., et Ottinon, J. (2001). Surface flow of granular materials : model and experiments in heap formation. *J. Fluid Mech.*, **441**, 255.
- Khakhar, D. V., McCarthy, J. J., Shinbrot, T., et Ottino, J. M. (1997). Tranverse flows and mixing of granular materials in a rotating cylinder. *Phys. Fluids*, **9**, 31–43.

- Khidas, Y., Ammi, M., Delannay, R., et Oger, L. (2003). Friction and rotation modes in a packing of cylinder under shear stress. *Eur. Phys. J. E.*, **10**, 387–391.
- Komatsu, T. S., Inagasaki, S., Nakagawa, N., et Nasuno, S. (2001). Creep motion in a granular pile exhibiting steady surface flow. *Phys. Rev. Lett.*, **86**, 1757–1760.
- Kuwabara, G. et Kono, K. (1987). Restitution coefficient in a collision between two spheres. *Jap. J. App. Phys.*, **26**, 1230.
- Labous, L., Rosato, A. D., et Dave, R. N. (1997). Measurements of collisional preperities of spheres using high-speed video analysis. *Phys. Rev. E*, **56**, 5717.
- Lajeunesse, E., Mangeney-Castelneau, A., et Vilotte, J.-P. (2004). Spreading of a granular mass on an horizontal plane. *Phys. of Fluids*, **16**, 2731–2381.
- Larrieu, E., Staron, L., et Hinch, E. (2005). Raining into shallow water as a description of the collapse of a column of grains. preprint.
- Legros, F. (2002). The mobility of long-runout landslides. *Eng. Geo.*, **63**, 301.
- Lemieux, P.-A. et Durian, D. J. (2000). From avalanches to fluid flow : A continuous picture of grain dynamics down a heap. *Phys. Rev. Lett.*, **85**, 4273–4276.
- Lipman, P., Normark, W., Moore, J., Wilson, J., et Gutmacher, C. (1988). The giant submarine alika debris slide, mauna loa, hawaii. *J. Geophys. Res.*, **93**, 4279–4299.
- Liu, C.-H., Jaeger, H. M., et Nagel, S. R. (1991). Finite-size effects in a sandpile. *Phys. Rev. A*, **43**, 7091.
- Lube, G., Huppert, H., Sparks, R., et Freundt, A. (2004a). Collapse of granular columns. preprint.
- Lube, G., Huppert, H., Sparks, R., et Hallworth, M. (2004b). Axisymmetric collapses of granular columns. *J. Fluid Mech.*, **508**, 175199.
- Luding, S., Clément, E., Blumen, A., Rajchenbach, J., et Duran, J. (1995). *Interaction Laws and the Detachment Effect in Granular Media*, volume 367, page 495. Materials Research Society, Symposium Proceedings.
- McEwen, A. (1989). Mobility of large rock avalanches : evidence from valles marineris, mars. *Geology*, **17**, 1111–1114.
- McEwen, A. et Malin, M. (1989). Dynamics of mount st. helens 1980 pyroclastic flows, rockslide-avalanche, lahars and blast. *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, **37**, 205–231.
- McTague, J., Frenkel, D., et Allen, M. (1980). Simulation studies of the 2-d melting mechanisms. In Sinha, S., editor, *Ordering in two dimensions*, page 147.
- Melosh, H. (1979). Acoustic fluidization - a new geologic process? *J. Geophys. Res.*, **84**, 7513–7520.
- Mindlin, R. D. (1949). Compliance of elastic bodies in contact. *JAM*, **16**, 259.
- Miyajima, M., Sasaki, S., et Tawara, H. (1993). Numbers of scintillation photons produced in *NaI(Tl)* and plastic scintillator by gamma-rays. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, **40**, 417–423.
- Moreau, J. J. (1993). *New computation methods in granular dynamics*, page 227. Balkema.
- Mothes, P., Hall, M., et Janda, R. (1998). The enormous chillos valley lahar : an ash-flow-generated debris flow from cotopaxi volcano, ecuador. *Bull. Volcanol.*, **59**, 233–244.
- Nakagawa, M., Altobelli, S. A., Caprihan, A., et Fukushima, E. (1993). *Non-invasive Measurements of Granular Flows by Magnetic Resonance Imaging*, page 383. Balkema.
- Orpe, A. V. et Khakhar, D. V. (2001). Scaling relations in quasi 2d cylinders. *Phys. Rev E*, **64**, 031302.

- Poeschel, T., Saluena, C., et Schwager, T. (2001). *Phys. Rev. E*, **64**, 011308.
- Pouliquen, O. (1999a). On the shape of granular fronts down rough inclined planes. *Phys. Fluids*, **11**, 1956.
- Pouliquen, O. (1999b). Scaling laws in granular flows down rough inclined planes. *Phys. Fluids*, **11**, 542–548.
- Pouliquen, O. (2004). Velocity correlations in dense granular flows. *Phys. Rev. Lett.*, **93**, 248001.
- Pournin, L., Liebling, T. M., et Mocellin, A. (2002). Molecular-dynamics force models for better control of energy dissipation in numerical simulations of dense granular media. *Phys. Rev. E*, **65**, 011302.
- Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., et Flannery, B. P. (1992). Cambridge university press.
- Prochnow, M. (2002). *Ecoulements denses de grains secs*. PhD thesis, École nationale de ponts et chaussées.
- Radjai, F. (1995). *Dynamique des rotations et frottement collectif dans les systèmes granulaires*. PhD thesis, Université Paris-Sud.
- Rajchenbach, J. (2000). Granular flows. *Advances in Physics*, **49**, 229–256.
- Restagno, F., Ursini, C., Gayvallet, H., et Charlaix, E. (2002). Aging in humid granular media. *Phys. Rev. E*, **66**, 021304.
- Richard, P., Philippe, P., Barbe, F., Bourles, S., Thibault, X., et Bideau, D. (2003). Analysis by x-ray microtomography of a granular packing undergoing compaction. *Phys. Rev. E*, **68**, 020301.
- Roberts, A. W. (1969). An investigation of the gravity flow of noncohesive granular materials through discharge chutes. *J. Eng. Ind.*, **91**, 373.
- Rognon, P. (2002). Ecoulements granulaires sur plan incliné : étude expérimentale de la transition vers l'arrêt. *Rapport de stage de DEA*.
- Savage, S. (1989). Flow of granular materials. In Germain, P., Piau, M., et Caillerie, D., editors, *Theo. App. Mech.*, 241–266. North Holland.
- Savage, S. et Hutter, K. (1989). The motion of a finite mass of granular material down a rough incline. *J. Fluid Mech.*, **199**, 177.
- Savage, S. B. (1979). Gravity flow of cohesionless granular materials in chutes and channels. *J. Fluid Mech.*, **92**, 53.
- Schäfer, J., Dippel, S., et Wolf, D. (1996). Force schemes in simulations of granular materials. *J. Phys. I France*, **6**, 5–20.
- Schäfer, J. et Wolf, D. E. (1995). Bistability in granular flow along corrugated walls. *Phys. Rev. E*, **51**, 6154.
- Shaller, P. et Smith-Shaller, A. (1996). *Review of proposed mechanisms for Sturzstroms (long-runout landslides)*, 185–202. South Coast Geol. Soc.
- Shollenberger, K. A., Torczynski, J. R., Adkins, D. R., O'Hern, T. J., et Jackson, N. B. (1997). Gamma-densitometry tomography of gas holdup spatial distribution in industrial-scale bubble columns. *Chemical Engineering Science*, **52**, 2037–2048.
- Shreve, R. (1968a). The blackhawk landslide. *Geol. Soc. Am. Spec. Pap.*, **108**, 1–7.
- Shreve, R. (1968b). Leakage and fluidisation in air-layer lubricated avalanches. *Geol. Soc. Am. Bull.*, **79**, 653–658.

- Siebe, C., Komorowski, J., et Sheridan, M. (1992). Morphology and emplacement of an unusual debris-avalanche deposit at jocotitlan volcano, central mexico. *Bull. Volcanol.*, **54**, 573–589.
- Siebert, L. (1984). Large volcanic debris avalanches : characteristics of source areas, deposits, and associated eruptions. *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, **22**, 163–197.
- Silbert, L., Ertas, D., Grest, G., et Halsey, T. (2001). *Phys. Rev. E*, **64**, 051302.
- Simonnet, G. et Oria, M. (1990). *Les mesures de radioactivité à l'aide des compteurs à scintillateur liquide*. Eyrolles.
- Staron, L. et Hinch, E. (2005). Discrete simulation of the collapse of granular columns. preprint.
- Straub, S. (1996). Self-organisation in the rapid flow of granular material : evidence for a major flow mechanism. *Geol. Rundsch.*, **85**, 85–91.
- Straub, S. (1997). Predictability of long runout landslide motion : implications from granular flow mechanics. *Geol. Rundsch.*, **86**, 415–425.
- Taberlet, N., Richard, P., Valance, A., Losert, W., Pasini, J. M., Jenkins, J. T., et Delannay, R. (2003). Superstable granular heap in a thin channel. *Phys. Rev. Lett.*, **91**, 264301.
- Taguchi, Y. H. (1992). New origin of a convective motion : Elastically induced convection in granular materials. *Phys. Rev. Lett.*, **69**, 1367.
- Terzidis, O., Claudin, P., et Bouchaud, J.-P. (1998). A model for ripples instabilities in granular media. *Eur. Phys. J. B*, **5**, 245.
- Thompson, P. A. et Grest, G. S. (1991). Granular flow : Friction and the dilatancy transition. *Phys. Rev. Lett.*, **67**, 1751.
- Timoshenko, S. P. et Goodier, J. N. (1970). McGraw-Hill International.
- Toiya, M., Stambaugh, J., et Losert, W. (2004). Transient and oscillatory granular shear flow. *Phys. Rev. Lett.*, **93**, 088001.
- Tüzün, U., Houlsby, G., Nedderman, R., et Savage, S. (1982). The flow of granular material - velocity distribution in slow flow. *Chem. Eng. Sci.*, **37**, 1691–1709.
- Voight, B., Janda, R., Glicken, H., et Douglass, P. (1983). Nature and mechanics of the mount st. helens rockslide-avalanche of may 1980. *Geotechnique*, **33**, 243–273.
- Voight, B. et Sousa, J. (1994). Lessons from ontake-san : a comparative analysis of debris avalanche dynamics. *Eng. Geol.*, **38**, 261–297.
- Walton, O. et Braun, R. (1986). Viscosity, granular-temperature, and stress calculations for shearing assemblies of inelastic, frictional disks. *Journal of Rheology*, **30**, 949–980.
- Wolf, D. E. (1996). *Modelling and computer simulation of granular media*. Springer.
- Xu, H., Reeves, A., et Louge, M. (2004). Measurement errors in the mean and fluctuation velocities of spherical grains from a computer analysis of digital images. *Rev. Sci. Inst.*, **75**, 811.
- Yamane, K., Nakagawa, M., Altobelli, S. A., Tanaka, T., et Tsuji, Y. (1998). Steady particulate flows in a horizontal rotating cylinder. *Phys. Fluids*, **10**, 1419–1427.
- Yanagita, T. (1999). Three-dimensional cellular automaton model of segregation of granular materials in a rotating cylinder. *Phys. Rev. Lett.*, **82**, 3488.
- Zhang, Y. et Campbell, C. S. (1992). The interface between fluid-like and solid-like behaviour in two-dimensional granular flows. *J. Fluid Mech.*, **237**, 541.
- Zhou, Y. C., Xu, B. H., et Yu, A. B. (2001). Numerical investigation of the angle of repose of monosized spheres. *Phys. Rev. E*, **64**, 021301.
- Zhou, Y. C., Xu, B. H., Yu, A. B., et Zulli, P. (2002). An experimental and numerical study of the angle of repose of coarse spheres. *Powder Tech.*, **125**, 45.

Résumé :

Cet exposé présente des résultats expérimentaux et numériques sur les écoulements denses de matériaux granulaires secs dans un canal.

Nous détaillons la méthode de dynamique moléculaire de sphère molles et les techniques expérimentales de suivi des particules et de densimétrie- γ . Les résultats expérimentaux issus d'un système bidimensionnel sont ensuite présentés. Nous étudions en particulier la cristallisation d'une assemblée monodisperse au sein de l'écoulement, les profils de vitesse et compacité ainsi que la structure du front d'avalanche. Les empilements à stabilité dynamique (ou *Super Stable Heaps*) sont ensuite étudiés aussi bien expérimentalement que numériquement. Le rôle prépondérant du frottement aux parois latérales est mis en évidence. Nous nous intéressons également à la croissance d'un tel empilement, c'est-à-dire aux problématiques d'érosion et d'accrétion. Les profils de vitesse, compacité, vitesse de rotation etc sont étudiés par simulations numériques. Les simulations confirment également l'influence majeure du frottement aux parois latérales sur les propriétés de l'écoulement.

Enfin nous étudions un régime d'écoulement rapide dans lequel une zone dense s'écoule en bloc sur une couche basale cisailée, diluée et agitée. Nous montrons que ce régime d'écoulement ne semble pas expliquer les avalanches dites "à longue portée". De plus, nos simulation reproduisent l'apparente lubrification des écoulements géophysiques très volumineux pour des écoulements granulaires secs et partout denses.

Mots clefs :

milieux granulaires, écoulement, densimétrie- γ , dynamique moléculaire, frottement, confinement, régime supporté, avalanches à longue portée.

Abstract :

This dissertation reports experimental and numerical results on dense, dry granular flows in an inclined channel. We describe the molecular dynamics method for soft spheres as well as the particle tracking and γ -densitometry techniques. Experimental results on 2D flows are then presented. We focus on crystal ordering of a monodisperse medium within the flow, the velocity and packing fraction profiles and the structure of a propagating front of grains.

Numerical and experimental results on super stable heaps are presented and the crucial role played by side-wall friction is pointed out. The growth of such a heap is also studied which gives insights into the erosion and accretion phenomena. Velocity, packing fraction and rotation speed profiles are investigated through numerical simulations. The major influence of side-wall friction on the properties of the flow is confirmed by the simulations.

Finally, we study a regime in which a dense plug flow rides atop a basal, sheared, dilute and agitated layer. It is shown that the basal layer does not lead to any lubrication of the flow and that it does not seem to explain the mobility of the so-called long-runout avalanches. The low values of the apparent friction coefficient of voluminous landslides can be numerically reproduced through simulations of dry and dense granular flows.

Keywords :

granular media, flow, γ -densitometry, molecular dynamics, friction, side-walls, confinement, supported flows, long-runout avalanches.