HAL
open science

Gouttes inertielles : de la caléfaction à l'étalement

Anne-Laure Himbert-Biance

To cite this version:

Anne-Laure Himbert-Biance. Gouttes inertielles : de la caléfaction à l'étalement. Dynamique des Fluides [physics.flu-dyn]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2004. Français. NNT : . tel-00009730

HAL Id: tel-00009730

https://theses.hal.science/tel-00009730

Submitted on 11 Jul 2005

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Thèse de doctorat présentée pour obtenir le titre de

Docteur de l'université de Paris VI

Spécialité : Physique des liquides

présentée par :

Anne-Laure HIMBERT BIANCE

Gouttes inertielles : de la caléfaction à l'étalement

Devant le jury composé de :

Mme Françoise Brochard-Wyart	
M. Christophe Clanet	
M. Yves Couder	
M. Pierre-Gilles de Gennes	
M. Philippe Gondret	Rapporteur
Mme Karin Jacobs	Rapporteur
M. David Quéré	

Ma thèse terminée, je tiens tout particulièrement à remercier les personnes avec qui j'ai pu travailler pendant ces quatre années.

Je remercie tout d'abord Pierre-Gilles de Gennes pour m'avoir accueillie au laboratoire et présider mon jury de thèse. Je remercie Philippe Gondret d'avoir pris une partie de ces vacances pour être rapporteur de mon travail. Je remercie également Karin Jacobs d'avoir rapporté consciencieux malgré la barrière de la langue, et d'avoir fait le déplacement jusqu'à Paris pour assister à ma soutenance. Je remercie enfin Francoise Brochard-Wyart et Yves Couder, dont j'ai eu la chance de suivre les cours en DEA, d'avoir accepté de faire partie du jury.

Pendant mon stage de DEA puis pendant ma thèse, j'ai eu l'opportunité de faire quelques séjours à Marseille dans l'équipe de Christophe Clanet. Il s'est intéressé à mon travail toujours avec enthousiasme, et son côté très rigoureux a été pour moi vraiment rassurant. Je le remercie pour son accueil, pour les nombreuses discussions que nous avons eu à Paris alors qu'il avait toujours un train à prendre, pour sa relecture attentive du manuscrit et pour avoir été là le jour de la soutenance.

Ce travail n'aurait bien évidemment pas abouti, mais n'aurait même pas été initié sans David Quéré. Je le remercie très sincèrement pour tout ce qu'il m'a appris, et pour m'avoir donner la chance de passer ces quatre années dans cette équipe où grâce à lui tout est merveilleux. Je lui suis redevable de beaucoup trop de choses pour pouvoir en faire la liste ici. Merci David.

Claudine Williams m'a accueillie au laboratoire. Je lui souhaite beaucoup de courage dans ces moments difficiles et un bon rétablissement. Élie Raphael, nouveau directeur, m'a également accueillie dans son bureau ; bien que ce soit un repère de théoriciens masculins, je m'y suis toujours sentie bien. Je le remercie d'avoir permis de garder au laboratoire une atmosphère détendue, surtout quand l'avenir restait incertain. Bonne chance pour la suite, Élie, où qu'elle soit.

Tout naturellement, mes remerciements vont aux *quérettes*, qui m'ont supportée pendant ces quatre années. Merci à José pour m'avoir aidée à faire mes premières gouttes caléfiées, aux anciennes reines pour avoir mis en place une monarchie où tout le monde trouvait sa place (Pasc, qui faisait régner Word et Excel dans le labo, Aurèle, qui m'a trouvé une nounou de confiance à un moment crucial, et Elise, pour sa gentillesse). Je remercie bien sûr Frédéric Restagno, le Bobsleigh de ces drôles de dames, et Fredéric Chevy, pour le croissant qu'il m'apporté par un matin *ensoleillé*. Pendant ma dernière année de thèse, Mathilde et Etienne ont su me faire oublier l'absence (que j'appréhendais un peu) des autres. Merci à tous les deux pour l'aide au moment de la soutenance, et surtout merci de m'avoir permis de remplir ma mission. Il en reste une, je compte sur vous. Je remercie aussi Maniya pour nous avoir apporté un peu de sa culture, ainsi que tous les jeunes qui

ont participé de près ou de loin à ce travail ; les X, Laurence, Nada, Virginie, qui a la chance de faire sa thèse au soleil et surtout Guillaume, qui a établit à Marseille le record des 960 rebonds. Merci enfin à Ko Okumura et Vance Bergeron pour diverses discussions.

Je voulais également remercier les autres membres du laboratoire. Marie-Alice Guedeau-Boudeville (pour sa gentille bonne humeur et tous ses conseils durant les diverses répétitions), Raymond Ober, (essentiellement pour tous ses logiciels ou programmes magiques), Damien Baigl (grâce à lui, le labo n'était jamais désert), Anne-Marie Cazabat (pour le temps qu'elle consacre à rendre la vie des étudiants plus faciles), Damien van Effenterre, Christophe Poulard (pour les trajets en métro à parler de gouttes qui s'évaporent), Geoffroy Guéna (bon courage pour l'optique), Olivier Bénichou, Marie-Pierre Valignat, Georges Debregeas (pour avoir tenté de sauver la recherche), Alexandre Kabla, Alexis Prévost, Julien Scheibert et Sébastien Besson (bonne installation dans votre nouveau labo), Yoav Tsori, Takahiro Sakaue, Andy Lau, Achod Aradian, Florent Saulnier et Thomas Vilmin (les grands théoriciens). Merci aussi à l'équipe du cinquième, Liliane Léger, Claire Laurens, Tatiana Schmatko, Josselin Vasquez, Marie Lamblet (alias Madame Worms), Laurianne Vagharchakian, Hélène Bondil, Gilles Jandeau et Hubert Hervet. Je remercie également Marie-France Jestin pour m'avoir sorti de situations administratives complexes, et surtout pour sa disponibilité alors qu'elle avait une charge de travail bien augmentée. Je remercie aussi Francoise David pour sa constante bonne humeur, Josélita Labirin, Martine Badeyan, ainsi que Florence Bonamy et Josette Come-Gary qui m'ont rendu accessibles tous les trésors de la bibliothèque. Enfin, un grand merci à Lahcène Cherfa pour son efficacité et son esprit pratique.

Je remercie également ma famille, en particulier Marie-Alice, Claire-Marine, Marion, Luce et Jean-Baptiste qui m'ont toujours donné envie d'avancer, et Madé qui me manque un peu tous les jours. Je remercie aussi mes amis, qui sont toujours là aux moments importants.

Enfin, merci Thomas. Il te ressemble quand même un peu, il a ce sourire qui me rend heureuse.

Table des matières

Introduction **11**

I La caléfaction : statique **13**

1 Introduction à la caléfaction **15**

1.1 Les gouttes caléfiées 15

1.1.1 Premières observations 15

1.1.2 Film de vapeur sous-jacent 16

1.1.3 Repères bibliographiques 17

1.2 La température de Leidenfrost 18

1.2.1 Observations 18

1.2.2 La température de Leidenfrost dans la littérature 19

1.2.3 Notre température de Leidenfrost par rapport aux données de la littérature. . 25

1.3 La température de la goutte caléfiée 25

1.3.1 Ordres de grandeur 25

1.3.2 Variabilité en fonction de la taille de la goutte 26

1.3.3 Conclusions sur la température d'une goutte en caléfaction 28

1.4 Conclusions et questions 28

2 Forme des gouttes en caléfaction **31**

2.1 Introduction 31

2.2 La tension de surface, la longueur capillaire 32

2.2.1 La tension de surface liquide-vapeur et la loi de Laplace 32

2.2.2 La longueur capillaire κ^{-1} 35

2.2.3 Le mouillage nul 35

2.3 Formes de gouttes en mouillage nul 36

2.3.1 Forme générale 36

2.3.2 Gouttes plus petites que la longueur capillaire $R < \kappa^{-1}$ 36

2.3.3 Gouttes plus grandes que la longueur capillaire $R > \kappa^{-1}$ 38

2.3.4 Expérience . . . 39
2.4 Apparition d'une instabilité . . . 40
2.4.1 Une cheminée . . . 40
2.4.2 Cheminées multiples . . . 43
2.4.3 Dynamique d'une cheminée . . . 48
2.5 Conclusion . . . 51

3 Le film de vapeur sous-jacent 53
3.1 Introduction . . . 53
3.2 Le film de vapeur : états stationnaires . . . 54
3.2.1 Expériences . . . 54
3.2.2 Résultats . . . 57
3.2.3 Interprétation : échange de chaleur dans le film de vapeur . . . 58
3.3 Mécanismes d'évaporation . . . 64
3.3.1 Grosses gouttes . . . 64
3.3.2 Petites gouttes . . . 66
3.4 Gouttes s'évaporant . . . 68
3.4.1 Temps de vie . . . 68
3.4.2 Le rayon de la goutte et le film de vapeur . . . 71
3.5 Conclusion . . . 73

4 Questions partiellement résolues 75
4.1 Introduction . . . 75
4.2 Formation du film de vapeur . . . 76
4.2.1 Expériences et observations . . . 76
4.2.2 Interprétations et discussions qualitatives des faits expérimentaux . . . 80
4.3 Oscillations d'une crêpe caléfiée . . . 83
4.3.1 Introduction . . . 83
4.3.2 Repères bibliographiques : oscillations de gouttes . . . 83
4.3.3 Oscillations de gouttes caléfiées : observations et expériences . . . 86
4.3.4 Discussion : mécanismes possibles . . . 90
4.4 Conclusion . . . 96

II La caléfaction : impacts 99

5 Rebonds à grand nombre de Weber 103
5.1 Introduction . . . 103
5.2 Caractéristiques des rebonds . . . 104

5.2.1 Description d'un rebond 104
5.2.2 Temps de contact, extension maximale, coefficient de restitution 104
5.3 L'analogie goutte-ressort 110
5.3.1 Compression 111
5.3.2 Décollage 111
5.3.3 Vitesse minimale de rebond et coefficient de restitution 113
5.4 Conditions de rebond : expériences 115
5.4.1 Rayon maximal de décollage 116
5.4.2 Décollage de gouttes écrasées 118
5.5 Conclusion 120

6 Rebonds à petit nombre de Weber 121
6.1 Introduction 121
6.2 Expériences 122
6.2.1 Premières observations : petites vitesses d'impact 122
6.2.2 Trajectoire et description des rebonds multiples (G. Lagubeau [61]) 125
6.2.3 Caractéristiques du régime périodique 126
6.3 Effet de la phase sur le rebond 129
6.3.1 Définition 129
6.3.2 Expériences 130
6.3.3 Résultats 131
6.4 Discussion 134
6.4.1 La phase $3\pi/2$ 134
6.4.2 Le régime périodique 135
6.4.3 L'énergie 139
6.5 Conclusion 141

III Étalement de gouttes 145

7 Étalement inertiel 151
7.1 Introduction 151
7.2 Étalement capillaire 152
7.2.1 Montage expérimental 152
7.2.2 Résultats 153
7.2.3 Dynamique du régime inertiel 154
7.2.4 Temps du régime inertiel 157
7.2.5 Remarques 158

7.3 Étalement gravitaire 161
7.3.1 Conclusion 161

8 Étalement visqueux **163**
8.1 Introduction 163
8.2 Étalement capillaire 164
8.2.1 Forme des gouttes 165
8.2.2 Cas des petits angles : $\theta < \frac{\pi}{2}$ [98] 165
8.2.3 Cas des grands angles 165
8.3 Étalement gravitaire 168
8.4 Conclusion 168

Conclusion générale **169**

Annexes **171**

A Instabilités **173**
A.1 Présentation du système 173
A.1.1 Instabilité de Rayleigh-Taylor 173
A.1.2 Instabilités de Kelvin-Helmholtz 174
A.1.3 Notations 174
A.2 Instabilité de Rayleigh-Taylor : Seuils 174
A.2.1 À deux dimensions 175
A.2.2 En géométrie radiale 175
A.2.3 Longueurs d'onde dynamiques : définition 176
A.3 Longueur d'onde dynamique : cas visqueux [47] 176
A.3.1 Approximation : cas visqueux 176
A.3.2 Équation de dispersion 176
A.3.3 Résultats 177
A.4 Longueur d'onde dynamique : cas inertiel 177
A.4.1 Approximation : cas inertiel 177
A.4.2 Équation de dispersion 178
A.4.3 Résultats 179

B Évaporation **183**
B.1 Introduction 183
B.2 Hypothèses 183
B.2.1 Le transfert de chaleur 184
B.2.2 Le film de vapeur 184

B.2.3 Les entrées et sorties de vapeur . . . 184
B.2.4 La goutte liquide . . . 185
B.3 Résultats . . . 185
B.3.1 Régime transitoire . . . 185
B.3.2 Évaporation de la goutte . . . 186
B.3.3 Relation entre e et R . . . 187
B.4 Discussion . . . 187
B.5 Conclusion . . . 188

C Impact sur un tas de lycopodes 189
C.1 Introduction . . . 189
C.2 Expériences . . . 190
C.2.1 Les lycopodes . . . 190
C.2.2 La montagne modèle . . . 191
C.2.3 Le montage expérimental et les expériences . . . 191
C.3 Résultats . . . 192
C.3.1 L'impact . . . 192
C.3.2 Le transfert de matière . . . 196
C.4 Conclusion . . . 198

D La loi de Tanner et la montée capillaire 201
D.1 Introduction . . . 201
D.2 La loi de Tanner . . . 201
D.2.1 Forme de la ligne de contact : le film précurseur . . . 202
D.2.2 La force motrice : la capillarité . . . 202
D.2.3 La dissipation dans le coin . . . 202
D.2.4 L'angle de contact dynamique . . . 203
D.3 Imprégnation d'un tube . . . 203
D.3.1 Expériences . . . 203
D.3.2 Résultats et discussion . . . 204

Bibliographie 205

Introduction

Lorsque la matière s'écoule sous l'effet de la pesanteur et qu'elle s'adapte à la forme du récipient dans lequel on la verse, on parle généralement d'état liquide. Cette définition banale est pertinente lorsque les effets liés au volume du système sont plus importants que les effets de surface, c'est-à-dire pour des systèmes de grande taille. En revanche, des gouttes liquides ne s'étalent pas toujours et ne s'adaptent donc pas vraiment à la forme de leur contenant. On peut définir la taille limite pour laquelle il convient de considérer que l'on est plutôt en présence d'un bain ou d'une goutte. C'est la longueur pour laquelle les forces de pesanteur (qui agissent uniformément sur tout le volume) sont du même ordre de grandeur que les forces de surface.

Pour simplifier l'approche permettant d'étudier la forme et la dynamique des gouttes, il est plus commode de considérer, dans un premier temps, que le liquide n'est entouré que de vapeur. Cette situation est celle d'une gouttelette dans un nuage, mais on peut en observer une bonne approximation dans la limite du mouillage presque nul (pour laquelle le liquide ne mouille pas le substrat sur lequel il repose). Cette situation et l'étude des surfaces permettant de l'obtenir (surfaces super-hydrophobes) a fait et fait encore l'objet de plusieurs études au laboratoire ([89], [14], [4], [60], [80], [21]). Une surface super-hydrophobe est en général une surface hydrophobe rugueuse. Ainsi, dans certains cas, le liquide est à sa base en contact surtout avec la vapeur piégée par la rugosité du substrat. Dans ce travail, nous avons utilisé une autre méthode pour placer un liquide dans cette situation inhabituelle, en le mettant en contact avec un substrat très chaud. Le liquide s'évapore au contact du substrat et un film de sa propre vapeur s'intercale entre le liquide et le substrat. Le liquide n'est donc au contact que de sa vapeur, ce qui engendre une situation de mouillage nul modèle. Cet effet est appelé caléfaction ou effet Leidenfrost.

Dans une première partie, nous nous sommes attachés à décrire ce qu'est la caléfaction, et à mettre à profit les études existantes sur le mouillage nul pour déterminer la forme des gouttes en caléfaction, sachant que l'existence de ces gouttes est essentiellement due aux propriétés de surface du liquide. Or l'évaporation est aussi un phénomène qui s'effectue en surface. Notre travail décrit ainsi comment la forme de la goutte et le phénomène d'évaporation sont corrélés ; il nous a permis de comprendre ce qui fixe l'épaisseur du film de vapeur qui soutient la goutte, et d'en déduire son temps de vie.

Ces petites gouttes ne s'étalent pas. Elles ressemblent donc à des solides qui gardent une certaine

cohésion. Et comme des billes, elles peuvent rebondir sur le substrat vers lequel elles sont lancées. Mais comme la cohésion de la goutte est due aux propriétés de surface, les caractéristiques du rebond sont différentes de celles du rebond d'un solide. Nous nous proposons ici de caractériser et de modéliser ces chocs liquides, en nous penchant tout spécialement sur les lois d'élasticité de ces chocs. Nous discutons en particulier la perte d'élasticité pour les impacts forts, et montrons l'existence d'un régime quasi-élastique à très faible vitesse d'impact.

Nous utilisons enfin le mouillage nul pour amener un globule de liquide au contact d'un solide mouillant. On peut ainsi accéder aux premières étapes de l'étalement, dont nous montrons qu'elles résultent d'un équilibre entre capillarité (qui tend à étaler la goutte) et inertie (qui résiste à l'étalement).

Première partie

La caléfaction : statique

Chapitre 1

Introduction à la caléfaction

Sommaire

1.1 Les gouttes caléfiées 15

1.1.1 Premières observations 15

1.1.2 Film de vapeur sous-jacent 16

1.1.3 Repères bibliographiques 17

1.2 La température de Leidenfrost 18

1.2.1 Observations 18

1.2.2 La température de Leidenfrost dans la littérature 19

1.2.3 Notre température de Leidenfrost par rapport aux données de la littérature. 25

1.3 La température de la goutte caléfiée 25

1.3.1 Ordres de grandeur 25

1.3.2 Variabilité en fonction de la taille de la goutte 26

1.3.3 Conclusions sur la température d'une goutte en caléfaction 28

1.4 Conclusions et questions 28

1.1 Les gouttes caléfiées

1.1.1 Premières observations

Quand on dépose une goutte liquide sur un solide, de nombreux phénomènes peuvent être observés, dépendant des natures et des états relatifs du liquide et du solide. Nous nous sommes intéressés au comportement de liquides volatils posés sur des plaques à très haute température. La figure 1.1 montre un exemple d'une telle situation : on y voit une goutte d'eau sur une pastille de silicium préalablement chauffée à 300°C.

Plusieurs observations peuvent être faites :

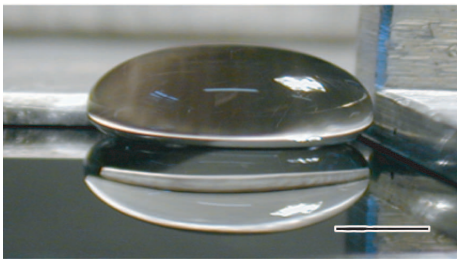

FIG. 1.1: Goutte d'eau (6 mL) posée sur une pastille de silicium à 300°C. La barre blanche indique 5 mm. La pastille étant un miroir, on observe aussi le reflet de la goutte.

- Le liquide met plusieurs minutes à s'évaporer et ne bout pas, alors que la température de la plaque chaude est bien supérieure à la température d'ébullition de l'eau.
- Le liquide a des bords très arrondis et n'adhère pas au substrat. La goutte est extrêmement mobile et s'échappe très facilement. Sur la photographie 1.1, une très légère pente la pousse vers des cales métalliques elles-mêmes chauffées, de façon à la piéger.
- La température de l'eau (mesurée en plongeant la pointe d'un thermocouple dans la goutte) vaut 99°C, une valeur très proche du point d'ébullition du liquide.

1.1.2 Film de vapeur sous-jacent

Une observation plus fine du dessous de la goutte, faite à l'aide d'une lunette grossissante, permet de comprendre ces observations. Comme le montre la photographie de la figure 1.2, un film de gaz est intercalé entre le solide chaud et le liquide. Il apparaît en clair sur la photographie, l'éclairage venant de derrière. Ce film, visible aussi à l'oeil nu en incidence rasante, a une épaisseur d'environ 100 μm.

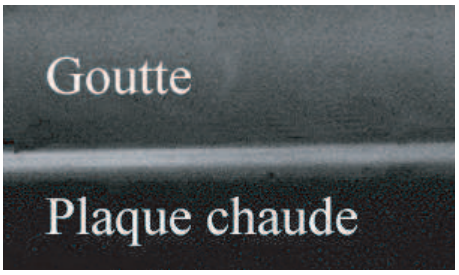

FIG. 1.2: Film de vapeur d'épaisseur environ 100 μm observé sous une goutte caléfiée.

La goutte d'eau est donc soutenue par un film de sa propre vapeur. La présence de ce film a pour conséquences :

- d'isoler thermiquement le liquide du solide, la vapeur d'eau étant bien moins conductrice de la chaleur que l'eau liquide. On comprend ainsi pourquoi l'eau ne s'évapore que lentement. La plupart des liquides ont une conductivité thermique plus grande que leur vapeur, comme

le montrent les valeurs du tableau 1.1. Bien que nous n'ayons pas de contre-exemple, on ne peut pas généraliser cette propriété. En effet, d'un point de vue microscopique, le transfert de chaleur (par diffusion) se fait grâce aux chocs entre les molécules. Ces chocs seront d'autant plus nombreux que le milieux est dense, mais une molécule ira aussi moins loin dans un milieu plus dense (le libre parcours moyen est inversement proportionnel à la densité du milieu). En définitive, la conductivité thermique sera indépendante de la densité [3] donc du caractère liquide ou gazeux du milieu.

- d'isoler physiquement le liquide du solide. Les défauts du solide constituent des sites de nucléation, permettant, au contact du liquide chaud, la formation de bulles de vapeur sur ces sites et donc l'ébullition du liquide. Ici, l'eau n'est pas en contact avec ces sites car elle est isolée du solide (qui est lisse) par le film de vapeur. Elle ne bout donc pas et s'amenuise seulement par évaporation.
- d'engendrer une extrême mobilité de la goutte, qui n'adhère pas à son substrat. En l'absence de ligne de contact, rien n'accroche le liquide qui glisse sur un coussin de vapeur.

Produit	eau	éthanol	azote
Température d'ébullition (K)	373	351	77
Conductivité thermique du liquide (mW/cm.K)	6.8	0.1	1.3
Conductivité thermique de la vapeur (mW/cm.K)	0.25	0.08	0.15

TAB. 1.1: Conductivité thermique de différents liquides et de leurs vapeurs, à leurs températures d'ébullition.

On dit qu'une goutte est en caléfaction lorsqu'un film de vapeur s'intercale ainsi entre elle-même et le solide qui la soutient.

1.1.3 Repères bibliographiques

De 1756 à 1924

On appelle souvent la caléfaction le "phénomène de Leidenfrost", du nom du médecin allemand Johann G. Leidenfrost qui y consacra une partie de ses travaux dans le courant du XVIIIième siècle [65]. Il remarqua que des gouttes d'eau liquide sur des coupelles chauffées au rouge ont les comportements particuliers que nous avons décrits (non adhérence, évaporation lente). Ces comportements apparaissent au-dessus d'une température limite, appelée aujourd'hui température de Leidenfrost. Au-delà de cette température, il observe que plus la plaque sous-jacente est chaude, plus les gouttes s'évaporent vite. Il préconise même d'utiliser le temps de vie d'une goutte d'eau posée sur une plaque comme thermomètre. L'étude du phénomène de Leidenfrost a continué au XIXième siècle, période pendant laquelle les scientifiques se sont attachés à prouver l'existence du film de vapeur directement ou par ses propriétés d'isolant électrique (Poggendorf [85]), à discuter la température de

la goutte en caléfaction (Boutigny [18] et Berger [10]), ainsi qu'à décrire le phénomène pour d'autres systèmes. Bouasse a consacré un chapitre à ce phénomène dans son ouvrage sur la capillarité [17], où il a résumé l'ensemble de ces expériences, en insistant sur le fait que les limites d'apparition de la caléfaction (en particulier la température de Leidenfrost) dépendent énormément du système étudié (du liquide mais aussi du solide utilisé).

Plus récemment

Depuis 1950, de nombreuses études ont porté sur le sujet, souvent en relation avec les multiples domaines appliqués où ce phénomène intervient : il s'agit de prédire comment refroidir de manière contrôlée des réacteurs ou des solides fabriqués à haute température, mais aussi de comprendre comment des individus téméraires ont pu marcher sur des braises sans se brûler.

Les études se sont attachées à comprendre les mécanismes d'évaporation à travers le film de vapeur (comme l'ont fait Gottfried [51] et Kistemaker [59] entre autres), que nous discuterons au chapitre 3, ainsi qu'à prédire la température de Leidenfrost (Baumeister [7] et plus récemment Bernardin [12]), ce que nous résumons au paragraphe suivant.

1.2 La température de Leidenfrost

1.2.1 Observations

Le système que nous avons étudié est celui d'une goutte d'eau liquide posée sur une plaque en duralumin. Les observations précédentes, en particulier l'existence d'un film de vapeur sous-jacent, ne peuvent être effectuées que si la plaque en duralumin a été suffisament chauffée au préalable. Nous avons cherché à déterminer la température limite pour laquelle il y a caléfaction. Pour cela, nous avons déposé une goutte d'eau millimétrique sur une surface en duralumin chauffée dont nous avons noté la température, avant et juste après l'expérience. La goutte d'eau est piégée dans une rondelle en cuivre, également chauffée au préalable et posée sur le duralumin. Avec un chronomètre, nous avons mesuré le temps de vie de cette goutte d'eau, c'est-à-dire le temps qu'elle met à disparaître, en fonction de la température de la plaque.

Les résultats de l'expérience sont portés sur la figure 1.3. L'observation principale est qu'au lieu de diminuer de façon continue, cette courbe admet un maximum aux alentours de 150°C. On peut distinguer quatre régimes d'évaporation :

- Entre 70 et 95°C, le liquide est au contact de la plaque et le temps de vie de la goutte diminue quand la température augmente, comme attendu.
- Vers 100°C, la température d'ébullition de l'eau, la goutte bout et s'évapore en environ 100 ms. Dans ce cas, l'évaporation de la goutte est accompagnée d'un bruit ressemblant à celui qu'on

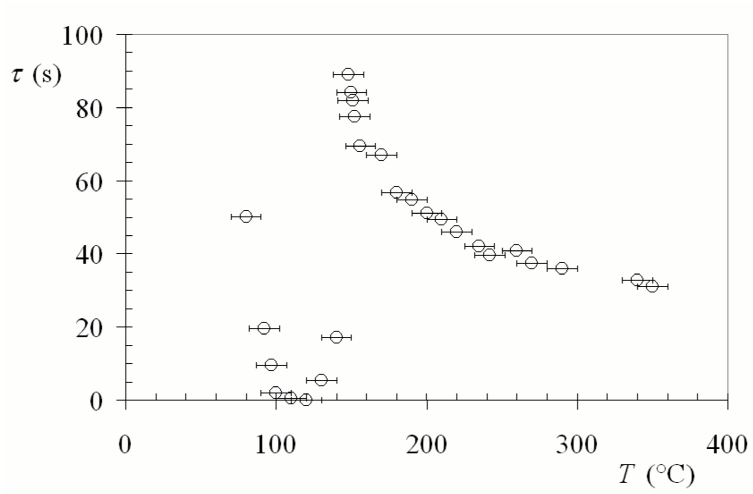

FIG. 1.3: Temps de vie τ d'une goutte d'eau de rayon initial 1 mm posée sur une plaque de Duralumin chauffée à une température T.

entend à l'ouverture d'une boisson gazeuse, et qui correspond à l'éclatement soudain des bulles de vapeur créées sur les sites de nucléation à la surface du solide.

- Entre 100 et 150°C, les mesures sont difficiles et peu reproductibles. Le temps de vie augmente avec la température. La goutte passe par des états où elle touche la plaque et s'évapore très vite (état accompagné du même bruit que précédemment), et des états où elle est caléfiée, et ne s'évapore que doucement et de façon silencieuse. Les temps respectifs passés dans ces états changent avec la température de la plaque.
- Au-dessus de 150°C, la goutte est systématiquement caléfiée, et son temps de vie est alors supérieur à la minute. Il est ainsi environ mille fois plus grand qu'à 110°C, au minimum de τ. Quand la température de la plaque augmente, le temps de vie de la goutte diminue lentement, pour rester de l'ordre de 40 secondes sur une plaque à 300°C.

1.2.2 La température de Leidenfrost dans la littérature

La température limite pour laquelle il y a caléfaction (ou température de Leidenfrost, T_{Leid}) est définie en général dans la littérature comme la température correspondant au maximum du temps de vie de la goutte. Pour notre système, une goutte d'eau millimétrique sur notre plaque en duralumin, la température de Leidenfrost est d'environ 150°C (figure 1.3).

De nombreuses expériences et modèles ont tenté de déterminer ce qui fixe T_{Leid}. À part déterminer la température de Leidenfrost de notre système particulier, nous n'avons fait aucune expérience sur ce point. Une revue très détaillée des résultats expérimentaux des 50 dernières années ainsi que des modèles existants a été faite par Bernardin et Mudawar [12] en 1999. Nous allons rappeler ici de façon non exhaustive les résultats nous paraissant importants.

On peut distinguer trois grandes classes de paramètres dont dépend la température de Leidenfrost : les propriétés physiques et thermodynamiques du liquide caléfié, les propriétés mécaniques et physiques du substrat sur lequel le liquide repose, ainsi que le mode opératoire du dépôt de liquide.

Les propriétés physiques et thermodynamiques du liquide caléfié

- *Observations :*

Liquide	azote	pentane	acétone	éthanol	benzène	eau	mercure	sodium
T_{Leid}(K)	91 – 200	370	410 – 470	410 – 600	420 – 600	420 – 673	850 – 950	1600
$T_{éb}$(K)	77	309	329	351	353	373	630	1156

Tab. 1.2: Températures de Leidenfrost et d'ébullition pour certains liquides [7] [12] [51].

On peut mettre en caléfaction de nombreux liquides du moment que l'on se place dans les bonnes conditions. Ainsi, de l'azote liquide sera caléfié sur le sol à température ambiante alors qu'il faudra une plaque à environ 150°C pour de l'eau. Il y a au moins autant de températures de Leidenfrost que de liquides étudiés, comme le montre le tableau 1.2. La température de Leidenfrost est toujours supérieure de 25 à 60 °/$_\circ$ à la température d'ébullition d'un liquide, mais il n'y a pas de corrélation directe entre les deux. On peut cependant penser que dans certaines limites, difficiles, voire impossibles à atteindre expérimentalement (ce que nous discuterons plus bas), la température de Leidenfrost est un paramètre uniquement thermodynamique d'un système, comme l'est la température critique ou la température d'ébullition. Des expériences de Nikolayev [76] ont aussi montré que la température de Leidenfrost augmente avec la pression extérieure.

- *Modèles thermodynamiques*

Lors du changement d'état liquide gaz, le liquide peut se retrouver dans un état métastable et avoir une température qui dépasse sa température d'ébullition, sans pour autant se vaporiser. Énergétiquement, ce serait plus favorable pour lui de se vaporiser mais rien n'amorce cette vaporisation. C'est ce qu'on appelle la surcondensation. Cependant, à partir d'une certaine température, le système pour des raisons mécaniques ou cinétiques, ne peut plus subsister à l'état liquide, et la transition de phase a lieu.

Spiegler en 1963 [82] identifie cette température de surcondensation à la température de Leidenfrost. En effet, au contact de la plaque, le liquide ne peut plus subsister, un film de vapeur est automatiquement créé et le liquide est en caléfaction.

Reprenons la définition de cette température de surcondensation dans le cas d'un gaz de Van der Waals [20]. L'équation d'état d'un gaz de Van der Waals est donnée par :

$$(P + \frac{a}{V^2})(V - b) = RT \tag{1.1}$$

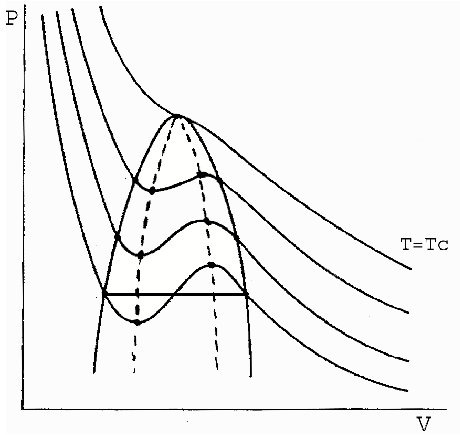

FIG. 1.4: Isothermes de Van der Waals dans un diagramme de Clapeyron (P,V).

On peut tracer dans un diagramme de Clapeyron (diagramme P,V) les isothermes d'Andrews (figure 1.4). La courbe de changement d'état est représentée en trait plein. Le changement d'état n'a lieu qu'en-dessous d'une certaine température (appelée température critique, qui dépend de a et b, donc du liquide considéré), et la courbe de changement d'état est obtenue par une construction de Maxwell, sachant qu'à l'équilibre entre les deux phases, le potentiel chimique de la vapeur et du liquide sont égaux, donc à une pression donnée,

$$\oint PdV = 0 \tag{1.2}$$

La limite de surcondensation du système est déterminée par un critère mécanique de stabilité du système, donné par

$$\frac{dP}{dV} \leq 0 \tag{1.3}$$

Ce critère peut être compris qualitativement à partir du principe de Le Châtelier : un système veut toujours tendre vers l'équilibre. Ainsi, une augmentation isotherme de la pression dans un système va pousser le milieu extérieur à avoir un équilibre de pression entre les deux milieux, ce qui ne pourra qu'entraîner une augmentation du volume. Ce critère limite (équation 1.3) est représenté par la courbe en pointillé, appelée aussi spinodale. On voit donc que pour chaque pression correspond une température limite de surcondensation, supérieure à la température de changement d'état. Des expériences faites par Baumeister et al. [7] ont testé ce modèle, qui ne s'avère satisfaisant que pour les liquides cryogéniques (hélium, azote, fréon).

Des modèles analogues ainsi que des corrections au modèle précédent ont été développés, prenant des critères de stabilité différents pour la limite de surcondensation. Cependant, ils ne décrivent pas la grande dispersion des températures de Leidenfrost obtenue pour un liquide donné.

Les propriétés physiques et mécaniques du substrat

- *Les propriétés thermiques du subtrat*

  En général, mettre au contact un liquide froid avec un subtrat chaud augmente la température du liquide, le vaporise, mais dans une certaine mesure refroidit localement le subtrat, qui n'est jamais un thermostat parfait. La température de Leidenfrost va dépendre de la capacité du substrat à rester chaud ou non, donc de sa chaleur spécifique et de sa capacité thermique entre autres. Baumeister et Simon [7] ont fait des expériences sur des subtrats variables (pyrex, aluminium, cuivre, téflon, platine, acier inoxydable). Ils ont développé un modèle empirique pour déterminer la température de Leidenfrost qui prend en compte les propriétés thermiques du solide. Michiyoshi et Makino [70] ont montré expérimentalement que la température de Leidenfrost augmentait avec la diffusivité thermique du substrat.

- *Les propriétés de surface du solide*

  Les propriétés de surface du solide influencent la température de Leidenfrost. De nombreuses expériences à rugosité variable ont été effectuées dans les années 1970-1980 par Baumeister [57], Wachters [106] et Chandra [26], ou plus récemment en 1999 par Bernardin [12], qui a regardé l'influence de la forme des cavités rugueuses. Il semblerait que sur des surfaces polies (rugosité inférieure à 0.1 μm), l'effet de la rugosité soit négligeable [26] [12]. En revanche, quand la rugosité passe de 0.1 μm à 3 μm, on note une augmentation de 80 degrés de la température de Leidenfrost de l'eau [26] [12].

  La présence de défauts ou d'aspérités à la surface du solide peut avoir des effets divers qui favorisent ou non la formation d'un film de vapeur continu entre le liquide et le solide. Les mécanismes mis en jeu vont dépendre de la forme, de la taille, et de la densité de ces défauts. Nous allons discuter ici les effets éventuels de ces aspérités de surface sur la formation du film de vapeur, et donc sur la température de Leidenfrost.

  - La présence de pointes ou de plots à la surface du solide impose la formation d'un film de vapeur d'une taille supérieure à la taille de ces objets, ayant pour conséquence une augmentation de la température de Leidenfrost. Bien que nous ne connaissions pas le mécanisme de formation du film de vapeur, son épaisseur vaut dans notre expérience environ 100 μm. L'échelle de la rugosité sur une surface est plutôt de l'ordre du micromètre, on peut donc considérer que cet effet est en général négligeable (figure 1.5).

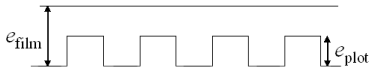

FIG. 1.5: Le film de vapeur doit avoir une épaisseur supérieure à l'épaisseur des aspérités de surface.

- De la vapeur en surpression est créée au contact du solide, ce qui soulève la goutte. Cette vapeur en surpression s'échappe radialement. La formation du film de vapeur résulte donc d'un compromis entre la détente verticale (formation du film) et radiale (figure 1.6) de la vapeur. La forme de la surface du solide va avoir un effet sur l'écoulement radial de vapeur. La présence de zones de vapeur dans les aspérités modifie la condition aux limites de l'écoulement de vapeur au contact du solide : l'écoulement de vapeur est alors plus facile. Le calcul détaillé du champ de vitesse avec et sans défauts de surface est fait par Prat, Schmitz et Poulikakos dans [68]. Ces auteurs montrent que la présence de cavités aura tendance à augmenter la température de Leidenfrost (le film de vapeur étant mieux chassé, il faut en fabriquer un plus efficacement pour qu'il soit continu).

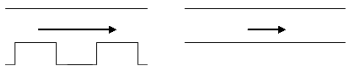

FIG. 1.6: La vitesse radiale moyenne de la vapeur (→) est augmentée par la présence d'aspérités.

- La présence de cavités a tendance à promouvoir la nucléation hétérogène, donc la croissance de bulles à l'interface liquide-solide, et ainsi à favoriser l'émergence d'un film de vapeur continu entre le liquide et le solide comme l'ont étudié Bernardin et Mudawar [13]. Ce mécanisme va dans le sens d'une diminution de la température de Leidenfrost avec la rugosité. C'est sans doute vrai à faible rugosité (figure 1.7). La présence de cavités rugueuses augmente aussi la surface de solide en contact avec le liquide. Cela entraîne la création d'une plus grande quantité de vapeur plus rapidement, et donc la formation plus facile d'un film continu qui soutient la goutte (diminution de la température de Leidenfrost).

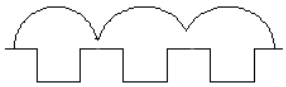

FIG. 1.7: Des bulles de vapeur, naissant dans les cavités à la surface du solide, sont à l'orgine de la fabrication d'un film continu de vapeur, quand elles se rencontrent.

- Cependant, l'augmentation de la surface de contact solide-liquide entraîne aussi un refroidissement plus efficace du solide. Le cas limite correspond à un tissu porté à haute température que le liquide dans un premier temps imprègne. Dans ce cas, le refroidissement est très sensible et la température de Leidenfrost très augmentée. Ce phénomène de refroidissement n'est pas uniquement lié à la quantité de surface de liquide éventuellement en contact avec le solide mais aussi à la forme et à la densité des aspérités à la surface du solide (figure 1.8). Une pointe fine isolée (non réchauffée par ses voisines) se refroidira

très vite, et le refroidissement d'une seule pointe suffira à empêcher la formation d'un film de vapeur continu. Si du liquide rentre entre les plots. Plus les plots seront denses (à droite sur la figure 1.8), moins il y aura de liquide entre eux pour les refroidir.

Fig. 1.8: Des plots minces et isolés (à gauche) se refroidissent plus vite qu'un tapis dense de plots (à droite).

En résumé, la présence d'aspérités modifie les propriétés cinétiques de la vapeur (formation mais aussi échappement plus rapides), les propriétés thermiques du solide en surface, et les propriétés de mouillage liquide/solide. On peut imaginer que moins le mouillage est bon, et plus il sera facile de former un film continu de vapeur. Aucune tendance nette sur l'influence de la rugosité sur la température de Leidenfrost ne peut cependant être dégagée, ce qui peut expliquer l'extrême hétérogénéité des résultats reportés pour un liquide donné (tableau 1.2).

- *La porosité du substrat*

  Avedisian et al. [6] ont mesuré la température de Leidenfrost sur des poreux. Elle augmente avec la porosité, ce qui peut se comprendre de deux façons. La première est analogue à ce qui se passe pour la rugosité (figure 1.8). La seconde est une conséquence du fait que le film de vapeur s'échappe à travers le poreux et doit donc être plus abondamment alimenté pour soutenir la goutte.

Le mode opératoire

Deux observations principales ont été faites :

- *La température et le volume du liquide déposé*

  La température de Leidenfrost augmente avec la quantité de liquide déposée [17] [77], [106], ainsi qu'avec la température du liquide déposé [7]. Plus on amène de liquide sur le substrat, plus ce dernier va se refroidir (l'effet thermostat du solide sera plus difficile à maintenir sur de grandes surfaces). Baumeister et Simon [7] observent un décalage de 5 degrés dans la mesure de leur température de Leidenfrost, pour deux gouttes d'eau de volumes respectifs 0.032 mL et 0.6 mL. Ensuite, plus la température initiale du liquide va être faible, plus la température de Leidenfrost sera grande. Bouasse [17] affirme qu'il ne peut mettre en caléfaction des flaques de 500 ml que s'il les a prélablement chauffées. Ces effets restent assez modestes, et ils ne sont pas observés par Gottfried [51].

- *La vitesse de la goutte déposée*

  La température de Leidenfrost dépend de la vitesse d'arrivée de la goutte déposée (Bell [8] et Wang [107]). Comme nous le verrons dans la partie II sur les impacts, une goutte liquide

peut dans certains cas rebondir sur une plaque très chaude [25]. Le rebond est différent si un film de vapeur se forme sous la goutte ou non. On peut alors définir une température de Leidenfrost dynamique, qui va augmenter avec la vitesse d'impact, et dont la limite à vitesse nulle sera la température de Leidenfrost statique définie précédemment.

En conclusion, il existe sans doute une limite thermodynamique à la température de Leidenfrost, dans le cas d'une goutte liquide de volume quasi-nul posée sans vitesse sur un solide tout à fait lisse, infiniment conducteur et parfaitement thermostaté. Cette limite paraît difficile à atteindre expérimentalement et n'a que peu d'intérêt pratique. On peut donc supposer qu'il existe une température de Leidenfrost pour chaque système expérimental, des tendances se dégageant en fonction de la nature du système étudié.

1.2.3 Notre température de Leidenfrost par rapport aux données de la littérature.

Notre système est une goutte d'eau millimétrique posée à température ambiante sur une plaque non poreuse en duralumin poli sur du papier de verre. Sa température de Leidenfrost vaut 150°C, un peu en-deça des valeurs de la littérature dont la plus grande partie sont situées entre 155 et 210°C, pour des systèmes semblables au nôtre (pour des sytsèmes différents, la température de Leidenfrost peut être bien supérieure, comme l'indique le tableau 1.2.2). Cette différence peut être expliquée par la mesure de la température de la plaque. Nous nous sommes contentés de placer un thermocouple dans la rondelle avant et après l'évaporation de la goutte (la seconde valeur étant généralement inférieure à la première de quelques degrés). Les mesures de température sont souvent effectuées dans la plaque elle-même et non à sa surface (un peu plus froide car en contact avec l'air), ce qui peut expliquer les différences observées.

1.3 La température de la goutte caléfiée

1.3.1 Ordres de grandeur

Une goutte caléfiée est en train de s'évaporer, et on peut donc légitimement penser que sa surface est à 100°C. Cependant, quand on la dépose, la goutte est à la température ambiante. On peut se demander comment varie la température de la goutte et si elle est homogène.

Nous avons mesuré à l'aide d'un thermocouple la température d'une goutte en caléfaction, en introduisant la pointe du thermocouple directement dans la goutte. Nous avons toujours effectué la mesure après un temps d'attente d'au moins 5 secondes et nous avons relevé une température de 98 ou 99°C, à 2° près.

Essayons d'évaluer un ordre de grandeur du temps t nécessaire pour que se réchauffe une goutte en caléfaction. Supposons une goutte d'eau de rayon $R = 1$ mm, dont la température à coeur est de 20°C et la température en surface 100°C. On suppose qu'elle est en contact avec un thermostat

à 100°C. Le thermostat correspond à l'air chaud qui l'entoure.

L'équation de Fourier en loi d'échelle est donnée par l'équation 1.4 :

$$\frac{\Delta T}{t} \sim D\frac{\Delta T}{R^2} \tag{1.4}$$

Sachant que le coefficient de diffusion thermique D pour de l'eau vaut environ 0.16 $mm^2.s^{-1}$, on peut en déduire que $t = 6$ s. Cette valeur est petite par rapport au temps de vie de la goutte (de 50 à 100 s), et l'eau devrait donc devenir homogène en température assez rapidement. De plus, ce calcul suppose négligeable le transfert thermique par convection, sans doute important vu les mouvements observés dans la goutte, qui eux aussi favorisent la thermalisation.

1.3.2 Variabilité en fonction de la taille de la goutte

Mentionnons tout d'abord une observation importante, que nous détaillerons dans le chapitre suivant : les petites masses de liquide en caléfaction ont l'aspect de gouttes rondes, alors que les grosses masses ont plutôt l'aspect de flaques.

Mesures de température dans la goutte ([17] et [105])

Bouasse [17] soulève cette question en se reposant sur les expériences de Boutigny [18].

- Grâce à des indicateurs colorés, il voit qu'une goutte d'eau à température ambiante posée en caléfaction se réchauffe pour passer au-dessus de 90°C.
- Avec de grandes masses de liquide (500 g) initialement bouillantes, mises en caléfaction, il observe une différence de température de 10°C entre le haut et le bas du liquide, le bas du liquide restant à 100°C (les indicateurs colorés ne virent qu'à la surface supérieure de la goutte).
- Ces dernières observations ne sont pas effectuées sur les petites gouttes, qui elles restent à une température proche de la température initiale de la goutte bouillante, c'est-à-dire proche de 100°C (pas de virage des indicateurs colorés). Nous avons tenté de refaire cette dernière expérience (chapitre 4), sans vraiment obtenir de résultats quantitatifs.

Il en conclut que l'énergie nécessaire à l'évaporation refroidit la goutte et que la chaleur rayonnante la réchauffe. La température de la goutte résulte donc d'un compromis entre les deux. On peut toutefois se demander si l'évaporation refroidit vraiment la goutte ou si elle empêche simplement l'atmosphère ambiante de se réchauffer.

D'autres mesures de la température de flaques caléfiées ont été effectuées plus récemment par Tokugawa [105]. Le résultat de la mesure est sur la figure 1.9. Il confirme les constatations précédentes, la température de la goutte variant entre 93°C, en haut de la goutte, et 100°C, en bas.

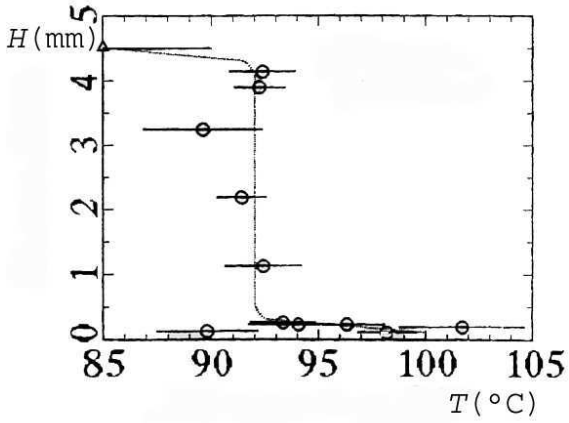

FIG. 1.9: Profil vertical de température au sein d'une grosse goutte en caléfaction, effectué par Tokugawa [105].

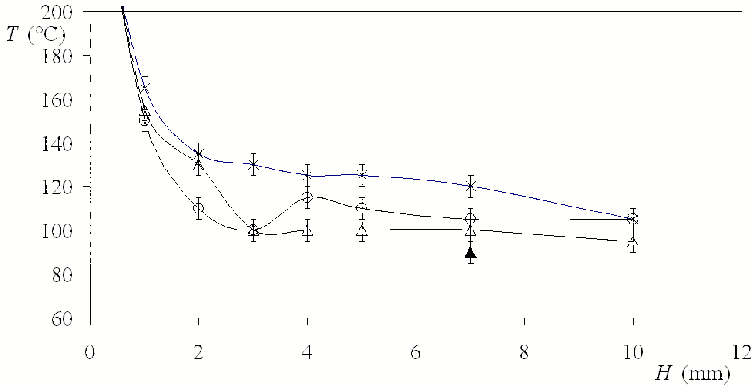

FIG. 1.10: Température T de l'atmosphère au-dessus d'une plaque à 300°C en fonction de la distance H par rapport à la plaque, sans goutte caléfiée (×), à côté (2 mm) d'une goutte de 1.5 mm de rayon (○), à côté (2 mm) d'une flaque de 8 mm de rayon (△), au-dessus d'une goutte de 8 mm de rayon (▲).

Mesures de température autour de la goutte

A l'aide d'un thermocouple, nous avons mesuré la température de l'atmosphère au-dessus d'une plaque à 300°C en présence d'une petite goutte en caléfaction et d'une grosse goutte en caléfaction. A l'infini, la température est de 26°C, et sur la plaque, la température vaut 300°C. Les résultats sont présentés sur la figure 1.10. Ces résultats restent assez imprécis (l'incertitude est de 10°), car nous ne nous plaçons pas dans une enceinte fermée. Nous pouvons cependant faire quelques constatations :

- Quand il n'y a pas de goutte caléfiée sur la plaque, la température de l'air au-dessus de la plaque chaude diminue doucement pour atteindre 120°C à 7 mm de la plaque chaude, valeur toujours supérieure à 100°C.
- La présence d'une petite goutte caléfiée modifie un peu ce profil. La température de l'atmosphère à côté d'elle est un peu plus basse, car la goutte pompe de la chaleur rayonnante pour se réchauffer et s'évaporer.
- La présence d'une grosse goutte caléfiée modifie aussi le profil, pour les mêmes raisons, mais de façon plus notable.
- La température juste au-dessus d'une grosse flaque en caléfaction est beaucoup plus basse (90°C au lieu de 120°C sans goutte).

1.3.3 Conclusions sur la température d'une goutte en caléfaction

- Une petite goutte d'eau en caléfaction initialement à température ambiante se réchauffe relativement vite, pour atteindre 100°C. L'atmosphère qui l'entoure a une température supérieure à 100°C, ce qui explique qu'elle soit vite thermalisée.
- Une grosse goutte en caléfaction (flaque) initialement posée à température ambiante se réchauffe aussi assez vite, pour atteindre une température moyenne d'environ 95°C. Cependant, sa température n'est pas homogène : elle est de 100°C dans la partie inférieure de la goutte et de 90 à 95°C dans sa partie supérieure. L'atmosphère au-dessus de cette flaque n'est pas à une température supérieure à 100°C, mais seulement à 90°C. À cause de sa masse élevée, la flaque prend plus efficacement la chaleur de la plaque chaude, et elle empêche cette dernière de rayonner.

1.4 Conclusions et questions

On comprend que l'étude de la caléfaction présente un intérêt d'un point de vue pratique ; elle peut être appliquée aux phénomènes de transferts thermiques et de refroidissement. Elle soulève ainsi de nombreuses questions dans le domaine de la physique thermique :

- À partir de quelle température induit-on le phénomène de caléfaction ?

- Comment une masse liquide en caléfaction refroidit-elle le substrat sur lequel elle repose ?
- Comment ce subtrat réchauffe-t-il la masse liquide sur laquelle elle est posée ? Quelle est la température de cette masse liquide ?

Nous avons tenté dans ce chapitre, grâce aux éléments de réponses proposés dans des études antérieures et à quelques expériences, de discuter ces différents points.

Cependant, l'étude une masse liquide en caléfaction présente aussi un intérêt d'un point de vue plus fondamental : un liquide, qui s'évapore très lentement, et qui est chimiquement et mécaniquement isolé du substrat sur lequel il repose, constitue un système modèle. La description des propriétés physiques d'un tel système sont plus complexes qu'on pourrait croire. Elles soulèvent elles aussi de nombreuses questions, auxquelles nous essaierons, grâce à des expériences diverses, de répondre dans la suite de ce travail. Ainsi :

- Quelles sont les caractéristiques d'une masse liquide en caléfaction ? En particulier, quelle forme prend-elle ? (Chapitre 2).
- Comment et en combien de temps s'évapore une goutte caléfiée ? Cette évaporation a-t-elle lieu principalement à travers le film de vapeur ? Qu'est-ce qui fixe l'épaisseur de ce film ? (Chapitre 3).
- Comment se forme le film de vapeur qui soutient la goutte ? La présence de ce film a-t-elle d'autres conséquences que d'isoler mécaniquement et thermiquement la masse liquide ? (Chapitre 4).

Chapitre 2

Forme des gouttes en caléfaction

Sommaire

2.1 Introduction **31**

2.2 La tension de surface, la longueur capillaire **32**

2.2.1 La tension de surface liquide-vapeur et la loi de Laplace 32

2.2.2 La longueur capillaire κ^{-1} 35

2.2.3 Le mouillage nul 35

2.3 Formes de gouttes en mouillage nul **36**

2.3.1 Forme générale 36

2.3.2 Gouttes plus petites que la longueur capillaire $R < \kappa^{-1}$ 36

2.3.3 Gouttes plus grandes que la longueur capillaire $R > \kappa^{-1}$ 38

2.3.4 Expérience 39

2.4 Apparition d'une instabilité **40**

2.4.1 Une cheminée 40

2.4.2 Cheminées multiples 43

2.4.3 Dynamique d'une cheminée 48

2.5 Conclusion **51**

2.1 Introduction

Nous avons décrit dans le chapitre 1 ce qu'était la caléfaction et comment obtenir des gouttes caléfiées. Sur la forme que prend le liquide mis en caléfaction, deux observations sont à retenir : cette forme varie en fonction du volume du liquide (les petites masses liquides sont plutôt rondes et les grosses masses liquides sont plutôt aplaties comme des flaques), tout en restant relativement stable (le liquide met plusieurs minutes à s'évaporer).

Quelle est la forme précise d'une goutte en caléfaction ? Le liquide est isolé du substrat sur lequel il repose, et n'est donc soumis qu'aux interactions avec sa vapeur (pression, tension de surface) ainsi qu'à la gravité. Dans de telles conditions, on s'attend à ce que la forme des globules soit celle de gouttes en mouillage nul [69], [89], [14], [4]. Nous verrons que si cela est vrai pour des petites gouttes, une instabilité spécifique aux gouttes caléfiées apparaît pour des plus grosses gouttes, et modifie leur forme.

2.2 La tension de surface, la longueur capillaire

2.2.1 La tension de surface liquide-vapeur et la loi de Laplace

La pression interne et la tension du surface [93]

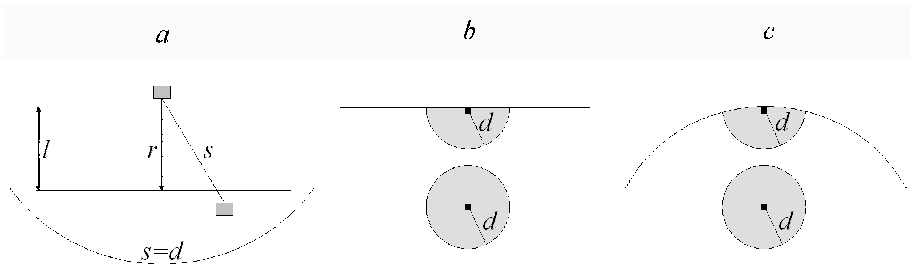

Fig. 2.1: Différentes interactions moléculaires dans des milieux plans (gauche) et courbes (droite)

Au sein d'un milieu, les molécules ont des interactions attractives mutuelles. Ce sont des interactions à courte portée comme les interactions de Van der Waals par exemple. Considérons deux domaines liquides semi-infinis, de densité ρ et séparés par une vapeur de densité négligeable et d'épaisseur l (figure 2.1 a). Soit $u(s)$ le potentiel des interactions intermoléculaires pour deux molécules situées à une distance s. Ce potentiel d'interaction est négatif pour $s < d$ (les interactions sont attractives) et nul pour $s \geq d$ (les interactions sont à courte portée). En intégrant sur un domaine puis sur l'autre, on peut calculer la force d'interaction entre ces deux domaines en fonction de la distance l qui les sépare, par unité de surface :

$$F(l) = -2\pi\rho^2 \int_l^d r(r-l)u(r)dr \tag{2.1}$$

On en déduit la force attractive par unité de surface entre deux surfaces planes en contact :

$$F(0) = -\frac{1}{2}\rho^2 \int_0^d u(r)4\pi r^2 dr \tag{2.2}$$

Pour créer deux interfaces, il a fallu faire travailler de 0 à l la force d'interaction entre les deux domaines. On peut donc définir une énergie par unité de surface correspondant au travail de cette force. Cette énergie ne dépend plus de la distance séparant les deux domaines si l'on se place plus

loin que la portée des interactions intermoléculaires, c'est-à-dire si $l > d$. Notée γ, elle est aussi appelée tension de surface :

$$\gamma = \frac{1}{2}\int_0^d F(l)dl = -\frac{1}{8}\rho^2 \int_0^d ru(r)d\vec{r} \tag{2.3}$$

Nous avons négligé ici les interactions du liquide avec la vapeur. En général, on définit la tension de surface entre deux milieux en prenant en compte ces interactions. Il faut alors dans le calcul inclure le potentiel d'interaction du liquide 1 avec le milieu interstitiel 2. On définit ainsi le travail nécessaire pour créer un élément de surface dA entre deux milieux comme :

$$\delta W = \gamma_{12} dA \tag{2.4}$$

Il existe de nombreuses méthodes expérimentales pour mesurer γ [1]. Pour les liquides usuels en équilibre avec leur vapeur, γ vaut entre 20 et 80 mN.m^{-1}.

La loi de Laplace

La pression interne du liquide peut être définie un peu différemment. Si l'on néglige à nouveau, pour simplifier, les interactions avec la vapeur, un élément de volume proche d'une surface plane ne sera pas soumis aux mêmes interactions cohésives que ne l'est un élément de surface dans le volume. Il ne sera soumis qu'à la moitié de ces interactions, comme le montre la figure 2.1. On peut définir une force par unité de surface comme précédemment, pour deux surfaces planes rejetés à l'infini. Comme on supprime la moitié des interactions, cette force s'écrit :

$$F(\infty) = \frac{1}{2}F(0) \tag{2.5}$$

La pression de Laplace s'écrit donc aussi :

$$F(0) = 2(F(0) - F(\infty)) = -2\pi\rho^2 \int_0^d r^2 u(r)dr \tag{2.6}$$

C'est une force par unité de surface, donc aussi une énergie par unité de volume. Elle correspond à la différence de densité d'énergie cohésive entre le volume et la surface.

Si la surface n'est pas plane, le calcul de la densité d'énergie cohésive est plus compliqué (il faut prendre en compte la forme de l'interface dans les bornes d'intégration du potentiel d'interaction : figure 2.1 droite). Il fait intervenir les rayons de courbure locaux (ou plutôt la courbure C) de l'interface [93] et la tension de surface. Alors, la pression à la surface s'écrit :

$$F(0) + \gamma C \tag{2.7}$$

Ainsi, une molécule à la surface d'une goutte ronde de rayon R a moins de voisines qu'une molécule à la surface d'une interface plane (figure 2.1). Son énergie cohésive en surface est plus faible, et de

ce fait la pression qui en résulte est plus importante. Une goutte ronde est donc en surpression par rapport au milieu extérieur, et cette surpression est donnée par la loi de Laplace :

$$p^{int} - p^{ext} = 2\frac{\gamma}{R} \tag{2.8}$$

De façon plus générale, il faut prendre en compte les interactions du liquide avec le milieu qui l'entoure et on peut introduire de la même manière la tension de surface entre les deux milieux.

La tension de surface et la transition de phase liquide-vapeur

La coexistence de deux phases (ici un liquide et sa vapeur) se traduit par l'égalité des potentiels chimiques entre ces deux phases :

$$\mu^l(p,T) = \mu^g(p,T) \tag{2.9}$$

Cette égalité impose une relation entre la pression et la température à la transition de phase, la pression étant continue. Comme c'est une transition de phase du premier ordre, la densité est par contre discontinue. Le liquide et le gaz coexistent (ils ont le même potentiel chimique), ils sont à la même pression, mais ils ont des densités différentes et des structures moléculaires différentes. Une interface existe donc entre le liquide et la vapeur, à laquelle on associe une tension de surface liquide-vapeur. Cette tension de surface est continue comme l'est la pression dont elle découle directement (cf. paragraphe précédent). En se rapprochant du point critique, les phases deviennent de plus en plus semblables pour finalement être identiques. La tension de surface diminue alors pour s'annuler au point critique.

Les variations de la tension de surface de l'eau liquide en équilibre avec sa vapeur en fonction de la température sont reportées sur la figure 2.2. À 100° C, γ vaut 58 mN.m^{-1}. On retrouve bien une tension de surface continue à 100° C, et qui s'annule vers 380° C, au point critique.

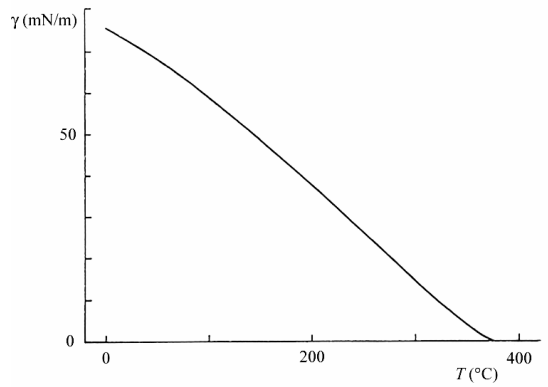

FIG. 2.2: Tension de surface γ (en mN.m^{-1}) de l'eau en fonction de la température T (en ° C), tiré de [93].

2.2.2 La longueur capillaire κ^{-1}

Nous discutons ici la forme d'une masse (donnée) de liquide.

- La tension de surface

  Créer de la surface a un coût énergétique ; un volume de liquide entouré de vapeur isolé de tout autre champ de force a donc tendance à prendre une forme qui minimise sa surface. La forme qui a une surface minimale à volume constant est la sphère.

- La gravité

  Un liquide est en général soumis à la gravité. L'effet de la gravité est de minimiser l'énergie potentielle de pesanteur du système, donc d'étaler le liquide au maximum.

La forme d'une masse liquide résulte dans un premier temps d'une compétition entre ces deux effets antagonistes. L'énergie de surface associée à un objet de dimension R s'écrit :

$$E_{surface} \sim \gamma R^2 \tag{2.10}$$

Son énergie potentielle de pesanteur s'écrit quant à elle :

$$E_{pesanteur} \sim \rho R^3 g R \tag{2.11}$$

Ces deux énergies sont donc du même ordre de grandeur si l'objet considéré a une taille κ^{-1}, appelée longueur capillaire :

$$\kappa^{-1} = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho g}} \tag{2.12}$$

Quand un objet est plus petit que la longueur capillaire, l'énergie de surface domine ; quand il est plus grand, c'est l'énergie potentielle de pesanteur qui est prépondérante. Pour notre système, une goutte d'eau liquide à 100° C, on a $\kappa^{-1} = 2.5$ mm.

2.2.3 Le mouillage nul

Dans les situations physiques usuelles, une goutte liquide est en interaction avec le gaz qui l'entoure mais aussi avec le substrat sur lequel elle repose (vitre, tissu...). En fonction des affinités relatives (ou plutôt des tensions de surface relatives) du liquide, du gaz et du solide, la goutte aura des comportements différents sur le substrat. Elle pourra s'y étaler totalement (on parle alors de mouillage total), partiellement (mouillage partiel), ou pas du tout (mouillage nul). Dans ce dernier cas, la surface de contact entre le liquide et le solide est réduite à son minimum. Il n'existe pas de solide sur lesquels l'eau est en mouillage totalement nul à température ambiante, mais de nombreux systèmes naturels et synthétiques permettent aujourd'hui de se rapprocher de cette situation [14] [89] [81]. Une goutte en caléfaction ne touche pas le solide chaud sur lequel elle repose, elle n'est en contact qu'avec sa propre vapeur. Une telle goutte est en situation de mouillage nul.

2.3 Formes de gouttes en mouillage nul

2.3.1 Forme générale

Une goutte en mouillage nul n'est soumise qu'à son propre poids et à la tension de surface du liquide avec le gaz qui l'entoure. La forme d'une goutte de volume V est obtenue par un équilibre de pression dans la goutte. La géométrie est axi-symétrique suivant (Oz). On note $r(z)$ le rayon de la goutte à l'altitude z. À chaque altitude z, et en particulier à la surface de la goutte, la pression s'écrit, d'après la loi de Laplace :

$$P(z) = P_{ext} + \gamma C(z) = P_{ext} + \gamma\left(\frac{-r_{zz}}{(1+{r_z}^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{1}{r(1+r_z^2)^{\frac{1}{2}}}\right) \tag{2.13}$$

Cette pression s'équilibre avec la pression hydrostatique. Si on appelle $P(0)$ la pression au sommet de la goutte, on a :

$$P(z) = P(0) - \rho g z \tag{2.14}$$

L'égalité de ces deux pressions nous donne une équation pour $r(z)$, ne dépendant plus que d'une constante $P_{ext} - P(0)$. Imposer cette constante revient à imposer le volume de la goutte. Cette équation n'admet pas de solution analytique, mais elle peut être intégrée numériquement pour différents volumes de goutte [4] [83] (figure 2.3).

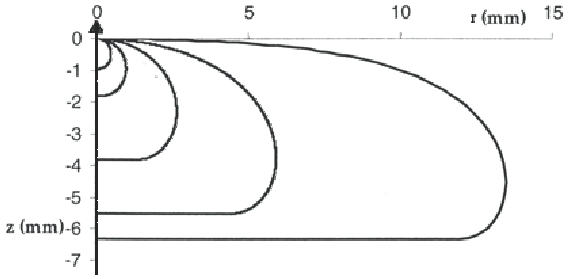

FIG. 2.3: Formes de gouttes en mouillage nul, intégrées numériquement à partir des équations 2.13 et 2.14, tiré de [4]. On a représenté ces formes pour des volumes différents, valant 0.52, 4.2, 58, 463 et 2850 μL, ce qui correspond pour une goutte sphérique à des rayons R_0 de 0.5, 1, 2.4, 4.8 et 8.8 mm.

Une démarche analogue peut être effectuée pour déterminer la forme des gouttes en mouillage partiel. Seules les conditions aux limites seront différentes. Dans le cas du mouillage nul, on peut considérer deux limites, selon que la goutte est plus petite ou plus grande que la longueur capillaire.

2.3.2 Gouttes plus petites que la longueur capillaire $R < \kappa^{-1}$

Quand une goutte est plus petite que la longueur capillaire, les forces de tension de surface dominent. La goutte minimise sa surface, et elle est donc quasi-sphérique, comme le montre la figure 2.4.

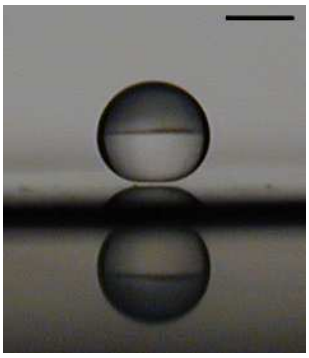

FIG. 2.4: Photographie d'une petite goutte en caléfaction. La barre représente 1 mm.

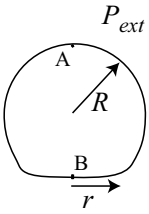

FIG. 2.5: Goutte en mouillage nul sous la longueur capillaire.

Cependant, elle est un peu aplatie à sa base par la gravité au prix d'une petite augmentation de surface. Pour calculer le rayon r du disque de "contact", on considère que la goutte est une sphère de rayon R aplatie en bas sur une surface πr^2. Le volume V du liquide s'écrit toujours au premier ordre :

$$V \simeq \frac{4}{3}\pi R^3 \tag{2.15}$$

On peut écrire la pression dans le liquide tout en bas de la goutte, juste à l'interface avec le film de vapeur (figure 2.5), au point B. La pression à l'extérieur de la goutte vaut P_{ext}. En A, la goutte est en surpression par rapport au milieu extérieur à cause de la courbure de l'interface (loi de Laplace). Cette surpression vaut $2\gamma/R$ car la goutte est quasiment une sphère de rayon R. La différence de pression entre A et B est uniquement due à la pression hydrostatique. La pression dans la goutte en B vaut :

$$P_B = P_A + 2\rho g R \tag{2.16}$$

ou encore :

$$P_B = P_{ext} + \frac{2\gamma}{R} + 2\rho g R \tag{2.17}$$

ce qui s'écrit, quand $R << \kappa^{-1}$:

$$P_B \simeq P_{ext} + \frac{2\gamma}{R} \tag{2.18}$$

Le film de vapeur est lui-même en surpression à cause du poids de la goutte

$$\Delta P = \frac{mg}{\pi r^2}$$

Comme l'interface liquide/vapeur est plane, il n'y a pas de saut de pression à sa traversée, et l'on trouve en équilibrant les pressions en B :

$$r = \sqrt{\frac{2}{3}\frac{R^2}{\kappa^{-1}}} \tag{2.19}$$

La dépendance quadratique en rayon nous montre que plus le rayon de la goutte sera petit devant la longueur capillaire, plus la déformation par rapport à la sphère sera négligeable. Ce résultat, prédit théoriquement par Mahadevan et Pomeau [69], a été validé quantitativement par Aussillous par des expériences sur des *billes liquides* [5], [4]. La surpression qu'exerce la goutte sur le film de vapeur qui la soutient est alors :

$$\Delta P = \frac{2\gamma}{R} \tag{2.20}$$

2.3.3 Gouttes plus grandes que la longueur capillaire $R > \kappa^{-1}$

Un volume V de liquide de taille caractéristique plus grande que la longueur capillaire a l'aspect d'une petite flaque, aplatie par la gravité, mais qui garde une certaine épaisseur à cause de la tension de surface (figure 2.6).

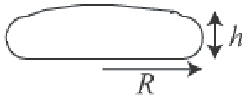

FIG. 2.6: Flaque en mouillage nul au-dessus de la longueur capillaire.

Pour déterminer cette épaisseur h, on considère que la flaque est un cylindre de rayon R et de volume $V = \pi R^2 h$. L'énergie d'un tel objet s'écrit :

$$E = E_{pesanteur} + E_{surface} \simeq \rho V g \frac{h}{2} + 2\gamma\pi R^2 \simeq \rho V g \frac{h}{2} + 2\gamma \frac{V}{h} \tag{2.21}$$

En minimisant cette énergie par rapport à h, on trouve

$$h \simeq 2\kappa^{-1} \tag{2.22}$$

.

On observe bien que les gouttes caléfiées ont à partir d'une certaine taille l'aspect de crêpes aplaties (figure 1.1). Quand on mesure l'épaisseur d'une grosse goutte d'eau en caléfaction (à l'aide d'une aiguille verticale soutenue par une vis micrométrique que l'on met en contact avec la partie supérieure de la goutte, puis avec le substrat), on trouve une épaisseur $h = 5.1 \pm 0.2$ mm. Cette valeur est proche de $2\kappa^{-1} = 5$ mm pour de l'eau à 100° C. Elle est néanmoins un peu supérieure à $2\kappa^{-1}$ à cause de la surpression due à la courbure équatoriale de la goutte (négligée dans l'équation 2.21) et qui tend à épaissir un peu la goutte par rapport à la formule 2.22 [4].

La surpression exercée par une crêpe en caléfaction sur le film de vapeur qui la supporte sera alors la surpression hydrostatique, c'est-à-dire :

$$\Delta P = 2\rho g \kappa^{-1} \tag{2.23}$$

.

2.3.4 Expérience

Afin de vérifier expérimentalement que la forme des gouttes en caléfaction correspond bien à la forme des gouttes en mouillage nul, nous avons déposé avec une micropipette un volume d'eau contrôlé et préalablement chauffé, sur une plaque à 300° C. Nous avons mesuré à l'aide d'une photographie le rayon de la goutte obtenue, en fonction du volume déposé. La photographie est prise environ deux secondes après le dépôt de la goutte, ce qui rend la variation de volume par évaporation presque négligeable. Les résultats sont reportés sur la figure 2.7.

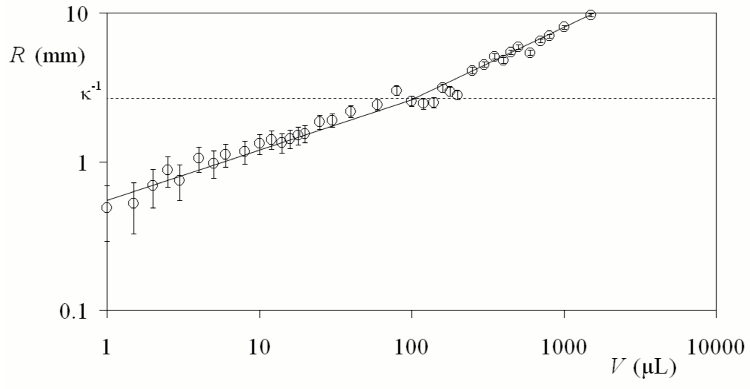

FIG. 2.7: Rayon apparent R en mm d'une goutte en caléfaction en fonction de son volume V en μL en coordonnées logarithmique-logarithmique. Les deux droites ont des pentes 1/3 et 1/2 conformément aux équations 2.24 et 2.25.

On attend les deux comportements limites précédents. Pour $R < \kappa^{-1}$, la goutte est une sphère et l'on a :

$$R \sim V^{\frac{1}{3}} \tag{2.24}$$

Pour $R > \kappa^{-1}$, c'est un cylindre de hauteur $2\kappa^{-1}$, d'où l'on déduit :

$$R \sim V^{\frac{1}{2}} \tag{2.25}$$

Nos résultats sont en accord avec ces deux régimes, représentés par les droites en trait plein sur la figure 2.7. Le volume à l'intersection de ces deux régimes vaut 85 μL, ce qui donne une longueur caractéristique de 2.7 mm, très proche de κ^{-1}.

Nos gouttes caléfiées ont donc l'aspect de gouttes en mouillage nul, à leur température d'ébullition. Une étude plus détaillée du profil devrait cependant montrer des différences avec le profil numérique

de gouttes en mouillage nul, à cause de la variation de température dans la goutte (qui entraîne une variation de tension de surface) ou à cause des mouvements internes de liquide. On peut évaluer l'ordre de grandeur de ces deux effets :

- Les variations de tension de surface : l'ordre de grandeur de cet effet est donné par le rapport $\delta\gamma/\gamma$. Si la différence de température entre le haut et le bas de la goutte est de 5 degrés, et connaissant les variations de la tension de surface de l'eau avec la température (figure 2.2), on trouve :
$$\frac{\delta\gamma}{\gamma} \sim \frac{1}{70} << 1$$
- Les mouvements internes : l'ordre de grandeur de l'effet des mouvements internes sur la forme de la goutte est donné par le nombre de Weber $We = \frac{\rho V^2 R}{\gamma}$, qui compare l'inertie du liquide et sa tension de surface. La vitesse caractéristique de l'écoulement est donnée par des termes de type convection forcée :
$$V^2 \sim \frac{\delta\rho}{\rho} gR \sim \frac{\delta T}{T} gR$$
On obtient alors (pour des gouttes de 2.5 mm et des variations de température au sein de la goutte de l'ordre de 5 degrés - $\delta T/T \sim 5/400$) :
$$We = \frac{\delta T}{T} R^2\kappa^2 \sim \frac{1}{80} << 1$$

2.4 Apparition d'une instabilité

2.4.1 Une cheminée

Observations et expériences

Quand on dépose un volume de liquide suffisamment grand sur une plaque chaude, on voit une instabilité spécifique aux gouttes caléfiées apparaître. La goutte (ou plutôt la crêpe) se bombe, la partie supérieure se draine ou s'évapore, jusqu'à obtenir un film assez mince (figure 2.8 *a* et *c*). Ce film éclate et on observe une zone sèche au centre de la crêpe (figure 2.8 *b*). La crêpe a momentanément l'aspect d'un beignet, mais elle finit par se refermer. Une nouvelle cheminée apparaît alors au centre de la goutte, disparaît, et ainsi de suite. La période d'apparition et de disparition des cheminées est d'environ une seconde. Cette instabilité n'apparaît que pour des crêpes dont le rayon dépasse une valeur critique que nous avons cherché à mesurer.

Pour cela, nous avons versé un grand volume de liquide sur une plaque chaude, et nous l'avons laissé s'évaporer tout en le filmant. Au départ, le rayon de la crêpe est grand (quelques centimètres) et des cheminées apparaissent régulièrement au sein du liquide. Pendant l'évaporation, le rayon de la crêpe diminue, et à partir d'une certaine taille, les cheminées ne se forment plus. Nous avons mesuré le rayon R_c de la crêpe ainsi que son épaisseur h juste après l'apparition de la dernière cheminée. Nous avons fait cette expérience pour différents liquides et différents mélanges de liquide.

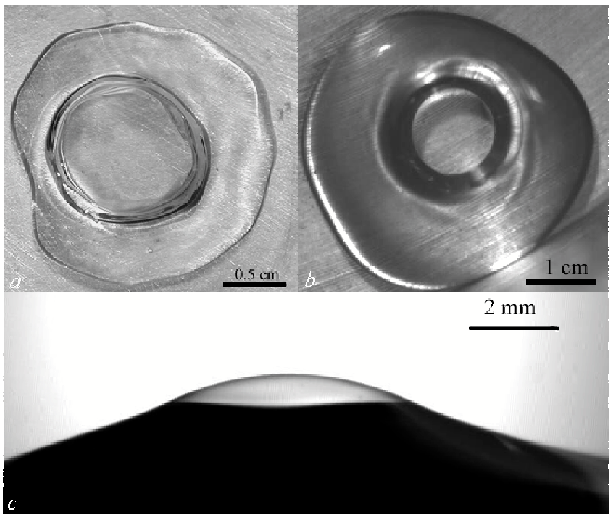

FIG. 2.8: Photographies d'une crêpe d'eau de plusieurs centimètres sur une plaque à 300° C : une cheminée apparaît au centre de la crêpe. À gauche (a), un film liquide est toujours présent au-dessus de la cheminée ; à droite (b), le film liquide s'est rompu et la goutte a l'aspect d'un beignet ; en bas (c), vue de profil d'une cheminée en cours de formation.

Résultats

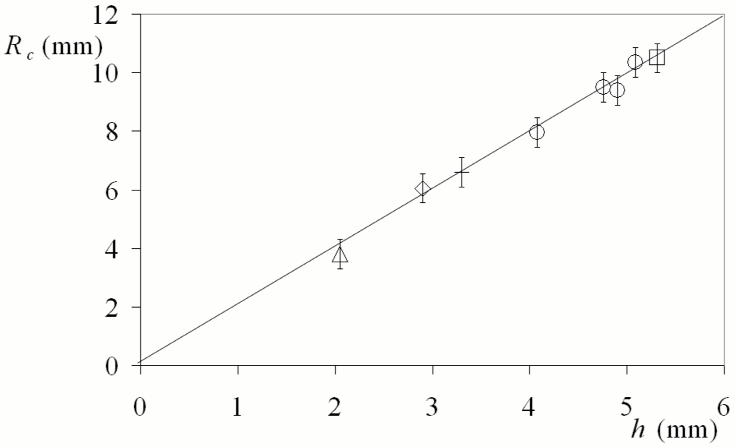

FIG. 2.9: Rayon critique R_c d'apparition des cheminées (en mm) en fonction de l'épaisseur h de la crêpe (en mm) pour différents liquides : azote ($\triangle$), éthanol ($\diamond$), acétone ($+$), mélanges eau-éthanol ($\circ$), eau ( ).

Nous avons reporté sur la figure 2.9 le rayon critique ainsi obtenu en fonction de l'épaisseur de la crêpe pour différents liquides. Ce rayon critique augmente linéairement avec l'épaisseur de la crêpe avec une pente est de l'ordre de 2.0 ± 0.1. L'incertitude de nos mesures est de 0.2 mm.

Interprétation

Une goutte en caléfaction est un liquide dense soutenu par un film de sa propre vapeur, moins dense, qui tend donc à remonter (figure 2.10). Mais cette ascension exige de courber la surface inférieure de la crêpe, ce qui crée une surpression de Laplace s'opposant à cette poussée, que l'on peut exprimer par unité de surface. Cette pression ne dépend pas du rayon de la crêpe. Par contre, la pression de Laplace s'y opposant en dépend, et diminue quand le rayon de la crêpe augmente. L'interface se déstabilise à partir d'un rayon critique, quand ces deux pressions sont égales.

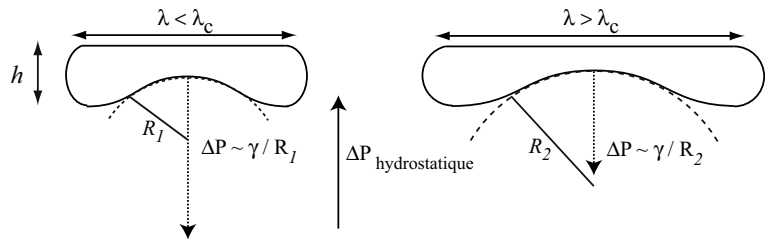

FIG. 2.10: Déstabilisation de l'interface inférieure d'une crêpe en caléfaction.

Nous interprétons donc cette instabilité comme une variante de l'instabilité de Rayleigh-Taylor [99] [43], qui se produit quand une peinture étalée sur un plafond se met à goutter de manière régulière. La longueur d'onde naturelle associée à l'instabilité est la longueur capillaire κ^{-1} qui est construite comme le rapport de la tension de surface (stabilisatrice ici) et de la gravité (cause de l'instabilité). Pour des petits systèmes, la tension de surface domine et l'interface liquide / vapeur sous la goutte reste stable (figure 2.4). Le seuil en taille à partir duquel l'instabilité se produit sera un multiple de la longueur capillaire dont nous montrons en annexe (annexe A) qu'il vaut, pour notre géométrie radiale :

$$\lambda_c \simeq 7.66\kappa^{-1} \tag{2.26}$$

Comme nous l'avons vu précédemment, l'épaisseur de la crêpe vaut $2\kappa^{-1}$, on attend donc :

$$R_c \simeq 1.92h \tag{2.27}$$

Nos résultats expérimentaux sont en bon accord avec cette équation. La différence de pente (2 au lieu de 1.9) peut être due au fait que la goutte n'est pas un cylindre parfait mais qu'elle a des bords arrondis.

Discussion

Nous avons effectué nos expériences à température constante (autour de 300°C), mais on s'attend à observer un léger effet de la température sur les résultats obtenus. En effet, la vapeur sous la goutte s'échappe radialement, la vapeur et le liquide ne vont pas à la même vitesse. Cet écoulement radial

de gaz à la surface d'un liquide induit une autre instabilité, connue sous le nom de Kelvin-Helmholtz. Si l'on souffle à la surface d'un liquide, comme le vent sur la mer, des vagues vont se former. La présence de cet écoulement est donc susceptible de modifier les longueurs d'onde de déstabilisation de l'interface (annexe A) et de diminuer la longueur d'onde seuil. Cette diminution va dépendre de la vitesse de la vapeur, qui est en partie contrôlée par la température de la plaque : nous verrons au chapitre 3 qu'une augmentation de la température de la plaque entraîne (logiquement) une augmentation de la vitesse de la vapeur.

On peut montrer (annexe A) qu'un écoulement de vapeur à la vitesse raisonnable de 1 m.s^{-1} entraîne une diminution de 4 $^{\circ}/_{\circ}$ de la longueur d'onde seuil de l'instabilité. On s'attend donc à observer une diminution du rayon critique quand la température de la plaque augmente, mais cette diminution reste dans l'incertitude de nos mesures.

2.4.2 Cheminées multiples

Observations et expériences

Si le volume de liquide en caléfaction est très grand ($\geq$ 10 cm^3), plusieurs cheminées peuvent apparaître simultanément dans la crêpe caléfiée.

Fig. 2.11: Instabilité de Rayleigh-Taylor dans une très grande crêpe d'eau en caléfaction : la barre en haut à droite indique une longueur de 2 cm.

Ainsi, quand on met en caléfaction de grosses crêpes d'eau (20 cm de diamètre), de nombreuses cheminées apparaissent (photographie 2.11). Nous avons filmé, vue de dessus, une grosse flaque d'eau en caléfaction pendant son évaporation (environ vingt minutes). Son rayon diminuait alors lentement avec le temps, ainsi que le nombre de cheminées. Deux observations principales peuvent être faites :

- Les cheminées se forment et disparaissent continûment, la dynamique de formation-disparition d'une cheminée étant assez lente (une à deux secondes). Elles peuvent disparaître avec le mécanisme décrit pour une cheminée seule, disparaître sur les bords, ou coalescer entre elles.

- Sur de grosses flaques, on peut voir apparaître localement un ordre dans la répartition des cheminées. Cet ordre à deux dimensions est hexagonal, chaque cheminée étant entourée de six voisines à égale distance (figure 2.12).

Fig. 2.12: Instabilité de Rayleigh-Taylor dans une crêpe d'eau en caléfaction : on peut voir apparaître un ordre local de répartition des cheminées.

Résultats

Nous avons, pour différentes tailles de gouttes, compté le nombre N de cheminées visibles sur une photographie. Nous avons reporté les résultats sur la figure 2.13, en fonction de la surface des crêpes.

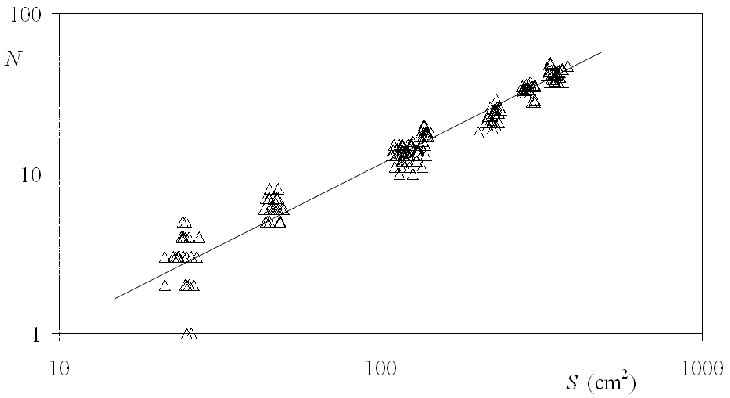

Fig. 2.13: Nombre N de cheminées observées au sein d'une goutte d'eau en caléfaction en fonction de sa surface S dans un diagramme logarithmique-logarithmique. La droite représentée a une pente 1.

Les résultats sont un peu dispersés, le nombre de cheminées étant un entier qui fluctue de façon significative autour de sa valeur moyenne. Mais cette valeur moyenne augmente linéairement avec la surface de la crêpe. On peut donc définir une distance caractéristique intercheminées analogue à la taille caractéristique du réseau hexagonal, sur la figure 2.12.

Pour chacune de nos expériences, nous avons calculé le nombre de cheminées par unité de surface (N/S). Il fluctue autour de l'inverse de la pente de la droite précédente. Les fluctuations sont évidemment plus importantes à faible surface. Afin de vérifier que ces fluctuations sont bien statistiques, nous avons reporté sur la figure 2.14 le nombre de valeurs obtenues (normé par le nombre total d'expériences : 204) dans l'intervalle défini en abscisse.

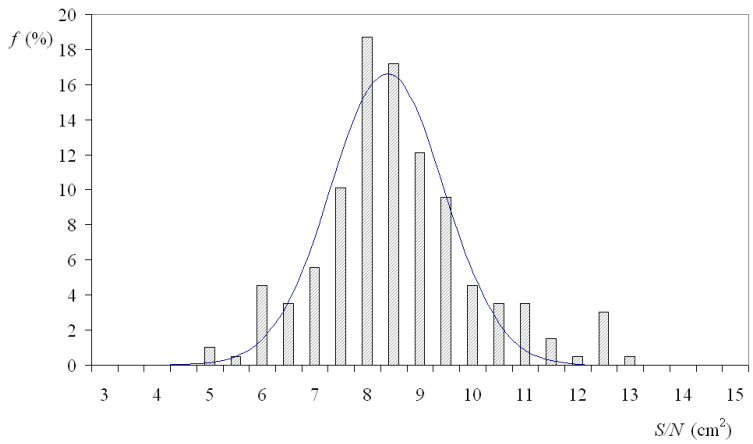

FIG. 2.14: Histogramme des pourcentages d'apparition du rapport S/N au cours de nos expériences dans l'intervalle S/N en cm^2 reporté en abscisse. La taille des intervalles est de 0.5 cm^2. La courbe en train plein est une gaussienne centrée sur 8.37 cm^2.

Cet histogramme a bien l'aspect d'une gaussienne, centrée sur une valeur moyenne $S_0 = 8.37$ cm^2, correspondant à la surface occupée en moyenne par une cheminée. S'il existe une cheminée, une autre cheminée n'apparaîtra en moyenne qu'à une distance :

$$\lambda = \sqrt{S_0} = 2.88 \text{ cm} \tag{2.28}$$

Interprétation

Cette longueur est une longueur d'onde dynamique de l'instabilité. Elle est différente et supérieure à la longueur d'onde critique, qui valait 1.9 cm pour de l'eau. C'est la longueur d'onde pour laquelle l'instabilité se développera le plus vite (annexe A). On peut calculer cette longueur d'onde dynamique dans deux cas limites, selon que la croissance de l'instabilité est régie par une dynamique inertielle ou visqueuse. Il faut aussi déterminer si c'est la mise en mouvement du liquide ou de la vapeur qui freine la croissance de l'instabilité. Calculons tout d'abord les nombres de Reynolds associés au mouvement de l'eau et de la vapeur d'eau :

- Pour l'eau, la cheminée se forme sur une distance de 1 cm en 1 s, la vitesse du liquide est donc de l'ordre de 1 cm.s^{-1} et la taille caractéristique de l'écoulement est de 1 cm. Le nombre de Reynolds qui en résulte s'écrit :
$$Re_l = \rho_l \frac{UL}{\eta} \simeq 10 \tag{2.29}$$
L'inertie du liquide domine donc le cisaillement visqueux.
- Pour la vapeur, la vitesse est la même, mais le cisaillement s'effectue sur une distance de l'ordre de l'épaisseur du film de vapeur, c'est-à-dire 100 μm environ. Le nombre de Reynolds associé vaut alors :
$$Re_v = 0.1 \tag{2.30}$$

Le cisaillement visqueux de la vapeur domine son inertie.

On doit alors comparer l'inertie I de l'eau :

$$I \sim \rho_l \frac{R}{t^2} \tag{2.31}$$

au cisaillement visqueux E de la vapeur :

$$E \sim \eta \frac{V}{e^2} \tag{2.32}$$

On peut construire le rapport entre les deux, il est de l'ordre de 1. On ne peut pas vraiment conclure sur le mécanisme qui freine le mouvement, bien que l'inertie du liquide semble dominer (la vapeur s'échappe déjà radialement par un autre mécanisme décrit au chapitre 3). On compare donc λ à la longueur d'onde dynamique inertielle de l'instabilité, qui vaut $\lambda_{dyn}^{in} = 2.70$ cm (annexe A).

Cette longueur d'onde dynamique est issue d'un calcul à deux dimensions, mais c'est celle que nous devons considérer. En effet, à partir du moment où nous cherchons la distance entre deux cheminées, il y a une direction qui est privilégiée (la direction cheminée 1-cheminée 2), et la géométrie radiale n'est plus conservée. Ce résultat est un peu en dessous de notre résultat expérimental, d'environ 5 $^\circ/_\circ$, mais en bon accord avec lui.

Berenson en 1961 [9] a mentionné l'existence de ce type d'instabilité au sein d'une goutte en caléfaction. Il a montré théoriquement que l'espacement entre deux bulles dans un liquide caléfié est contrôlé dynamiquement par une instabilité du type Rayleigh-Taylor (la longueur d'onde qu'il trouve est la longueur d'onde dynamique inertielle calculée précédemment). Il a aussi supposé, de façon très surprenante, que cette instabilité est à l'origine de la formation du film de vapeur (alors que ce film existe quand il n'y a pas d'instabilité, comme on l'a vu sur la figure 2.4).

Discussion

Notre résultat expérimental diffère donc un peu du résultat attendu. Cette différence peut avoir au moins deux origines : le mode de traitement des résultats et la géométrie considérée.

- Le traitement des résultats

  Nous avons considéré dans notre approche que les cheminées pouvaient apparaître sur toute la surface de la crêpe en caléfaction comme sur la figure 2.15. Ce n'est pas le cas dans le système expérimental réel, des cheminées ou demi-cheminées pouvant apparaître sur les bords de la crêpe. La vapeur préfère dans ce cas s'échapper par le bord sans percer la surface liquide. La surface que nous aurions dû considérer est donc une surface effective, qui correspond à la surface totale de la crêpe moins une zone interdite sur les bords, couronne de rayon R et d'épaisseur $\lambda/2$ (figure 2.15). La longueur d'onde que nous mesurons est donc plus grande que la longueur d'onde réelle $\tilde{\lambda}$ du système. Au premier ordre, ce décalage s'écrit :

$$\lambda = \tilde{\lambda}(1 + \frac{\sqrt{\pi}}{2N}) \tag{2.33}$$

N étant le nombre de cheminées comptées à la surface. Ce décalage est de l'ordre de 2 °/₀ pour nos plus grandes crêpes, mais peut atteindre 20 °/₀ pour nos plus petites mesures.

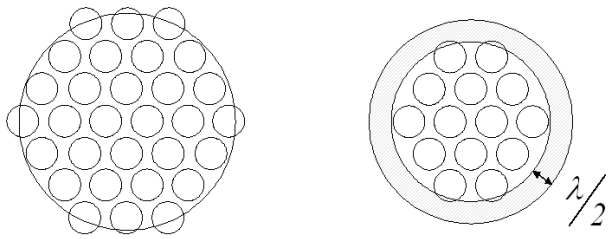

FIG. 2.15: Cheminées sur une crêpe en caléfaction : une couronne d'épaisseur $\lambda/2$ est inaccessible (gauche).

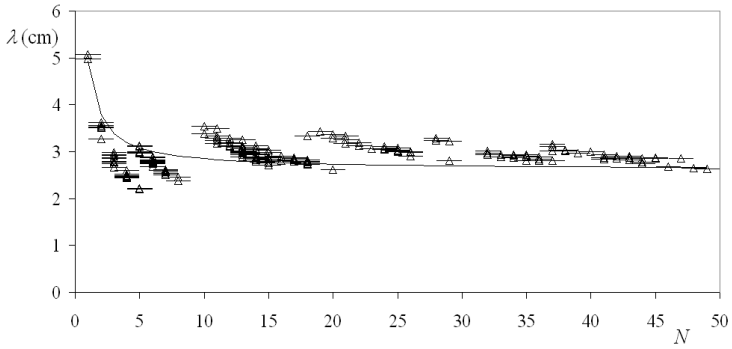

FIG. 2.16: Longueur d'onde mesurée $\lambda = \sqrt{S/N}$ en fonction du nombre de cheminées présentes à la surface de la crêpe. La courbe en trait plein est le meilleur ajustement vérifiant l'équation 2.33, avec $\tilde{\lambda} = 2.62$ cm.

Nous avons reporté sur la figure 2.16 la valeur de $\lambda = \sqrt{S/N}$ pour nos expériences en fonction du nombre de trous comptés N. On observe la décroissance attendue. La courbe en trait plein vérifie l'équation 2.33, avec $\tilde{\lambda} = 2.62$ cm. Cette valeur est une meilleure évaluation de la longueur d'onde dynamique du système. Elle est plus proche de la longueur d'onde attendue (écart de 3 °/₀), et largement incluse dans la zone d'incertitude de nos mesures.

- La géométrie du système

  Même si l'on ne considère que deux cheminées, on n'est pas vraiment à deux dimensions. Des élèves en projet à l'école polytechnique [37] ont essayé de voir l'influence de la géométrie du système en réalisant une expérience à une dimension. Ils ont mis en caléfaction un cylindre de liquide de grande longueur (une dizaine de centimètres) entre deux barres chaudes. L'instabilité ne peut avoir lieu que si la distance entre les barres est suffisante, supérieure à un seuil. Ce seuil (18 mm) est très proche de celui obtenu en géométrie radiale (19 mm), pour une goutte non confinée, et on ne peut donc parler là non plus d'expérience unidimensionnelle.

2.4.3 Dynamique d'une cheminée

Description

Quand un film mince de peinture se déstabilise sur un plafond, un réseau de gouttelettes apparaît. Ce réseau est stable et souvent ne se réarrange pas. Ce n'est pas le cas pour le réseau de cheminées au sein d'une crêpe en caléfaction. Une fois la cheminée formée, d'autres forces s'opposent à son maintien, elle disparaît, puis une autre réapparaît (généralement pas exactement au même endroit) et ainsi de suite. On observe alors au sein de la crêpe une dynamique de formation et fermeture des cheminées qui semble, à l'oeil, assez régulière dans le temps. On peut distinguer trois étapes dans ce mécanisme :

- Tout d'abord, la crêpe se bombe doucement. Le liquide ainsi surélevé en haut de la crêpe se draine et s'évapore jusqu'à ce qu'il ne reste qu'un film très mince comme on le voit sur la photographie du bas de la figure 2.8. Cette étape, assez longue (environ une seconde), est l'étape cinétiquement limitante du processus.
- Ensuite, le film mince ainsi formé éclate, en quelques millisecondes. La goutte a alors l'aspect d'un beignet (figure 2.8 droite).
- Le beignet ayant un excès de surface par rapport à une crêpe, il est instable. Il se referme, aussi en quelques millisecondes.

Nous allons tenter de décrire qualitativement la dynamique de formation et de disparition des cheminées.

Formation

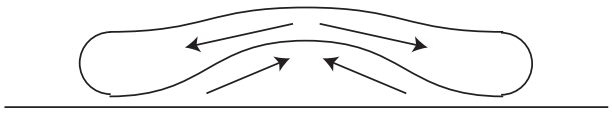

Fig. 2.17: Schéma du mécanisme de formation d'une cheminée. De la vapeur envahit le centre de la goutte, alors que le liquide se draine vers l'extérieur.

Nous avons vu que l'interface se bombe jusqu'à ce qu'il reste un film très mince de liquide. Ce film a une épaisseur d'environ 20 μm quand il éclate (paragraphe suivant). Son temps de vie est d'environ 1 seconde. Sa dynamique de formation peut être régie soit par le mouvement du liquide (la goutte se draine au cours du temps), soit par le mouvement de la vapeur (il faut que de la vapeur soit créée en quantité suffisante pour alimenter la cheminée). Évaluons les constantes de temps mises en jeu par ces deux mécanismes :

- Drainage du liquide (figure 2.17)

La surpression hydrostatique est à l'origine de l'instabilité. Cette surpression $\Delta P \sim \rho g h$ engendre un écoulement dans le liquide. Cet écoulement est inertiel. En effet, les échelles de longueur sont centimétriques et le phénomène dure moins d'une seconde. Le nombre de Reynolds de l'écoulement s'écrit donc :

$$Re > \frac{\rho R^2}{t\eta} \sim 100 \tag{2.34}$$

On peut alors estimer la vitesse de l'eau :

$$\rho V^2 \sim \Delta P \tag{2.35}$$

Cette vitesse vaut alors :

$$V \sim 0.3 \text{ m.s}^{-1} \tag{2.36}$$

Le temps associé à cette vitesse s'écrit :

$$\tau \sim \frac{R}{V} \tag{2.37}$$

Il vaut 0.03 secondes, et est donc bien inférieur au temps de nos observations expérimentales (1 seconde). Ce n'est donc pas le drainage du liquide qui régit la dynamique de formation des cheminées.

- Création de vapeur (figure 2.17)

  La chaleur est transmise de la plaque chaude à la goutte par diffusion, et cette chaleur permet l'évaporation de la goutte 3.2.3. En loi d'échelle, le temps τ nécessaire pour évaporer une masse m est donné par l'équation de Fourier :

$$\frac{m}{\tau} L \sim \lambda S \frac{\Delta T}{e} \tag{2.38}$$

  avec L la chaleur latente du liquide, λ la conductivité thermique de la vapeur, ΔT la différence de température entre la goutte et la plaque et e l'épaisseur du film de vapeur sous-jacent (environ 100 μm à l'équilibre, mais qui peut atteindre plusieurs millimètres quand la cheminée se forme). La masse m de vapeur à créer correspond à la masse contenue dans un cylindre de rayon 0.5 cm (rayon de la cheminée) et d'épaisseur 5 mm (épaisseur de la goutte). On estime alors le temps τ :

$$\tau \simeq 1\text{s} \tag{2.39}$$

  si l'on considère que le film de vapeur a une épaisseur millimétrique. Ce temps est du même ordre de grandeur que celui observé expérimentalement. Le temps de vie des cheminées pourrait être simplement le temps nécessaire à les gonfler de vapeur.

Éclatement du film

La fermeture peut avoir lieu à partir du moment où le couvercle de liquide éclate. En effet, l'équilibre de pression entre le milieu extérieur et le centre de la cheminée est alors réalisé, et il n'y a plus de surpression qui maintient la cheminée stable.

Une fois un trou formé (à cause de l'évaporation par exemple) dans le film de liquide, il croît à cause de sa tension de surface. Le liquide étant peu visqueux (eau) et la rétraction rapide, la dynamique de la rétraction est inertielle et obéit à la loi de Culick [35] :

$$v = \sqrt{\frac{2\gamma}{\rho e}} \tag{2.40}$$

Connaissant la vitesse de rétraction du film (environ 2 m.s^{-1}), on peut estimer son épaisseur. Celle-ci vaut environ 20 μm au moment où il éclate.

Fermeture des cheminées

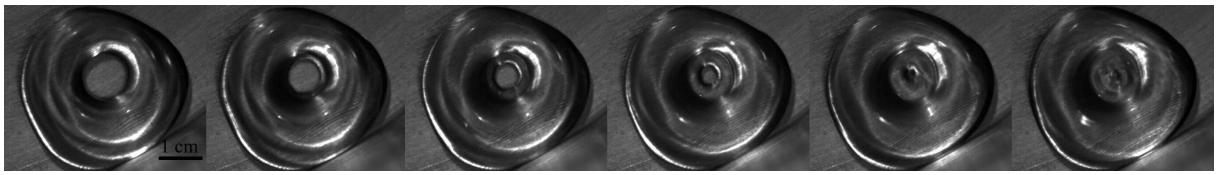

Fig. 2.18: Séquence de fermeture d'une cheminée : les images sont espacées de deux millisecondes.

Nous avons filmé la fermeture de la cheminée en fonction du temps, à l'aide d'une caméra rapide (1000 images/seconde) de résolution 512×1024 à cette fréquence. Une séquence d'images est reportée sur la figure 2.18. On remarque que le trou ne se referme pas d'un bloc. Une lame de liquide part du bas du trou et se referme d'abord sur la zone sèche, créant ainsi une marche, comme représenté en coupe sur la figure 2.19.

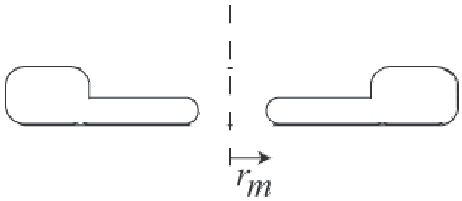

Fig. 2.19: Schéma en coupe de la lame liquide apparaissant lors de la fermeture d'une cheminée.

À cause de la géométrie radiale du système, nous n'avons pas pu mesurer l'épaisseur de cette lame. Elle est cependant visible à l'oeil, elle doit donc avoir une épaisseur d'une fraction de millimètre. Nous avons mesuré sa vitesse en traçant le rayon moyen r_m de la zone sèche au cours du temps. Les résultats sont reportés sur la figure 2.20.

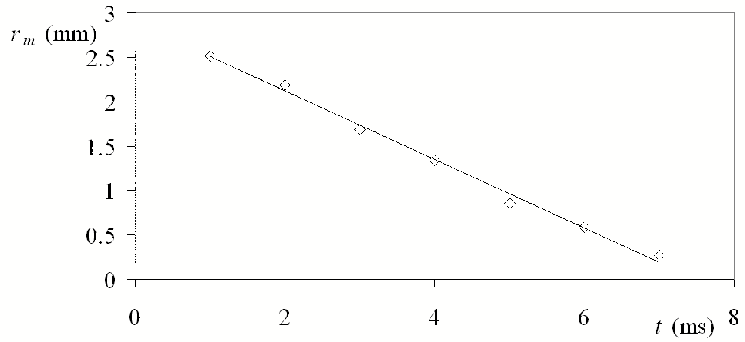

FIG. 2.20: Rayon de la zone sèche r_m en mm au cours du temps t en ms lors de la fermeture d'une cheminée.

On voit que la lame liquide progresse linéairement avec le temps. Sa vitesse est de l'ordre de 0.4 m.s^{-1} (droite en trait plein sur la courbe 2.20). De telles lames liquides ont été mentionnées dans d'autres situations similaires à celle-ci. Elles concernent aussi le retour vers l'équilibre de liquides peu visqueux soumis subitement à un champ de force :

- On observe une lame liquide se développer quand une goutte est lancée sur une surface solide. Au moment où la goutte touche le substrat, elle est soumise à une décélération subite qui la pousse à s'étaler, pour qu'elle atteigne sa forme d'équilibre (crêpe aplatie par la décélération). Au cours de l'impact, une lame de liquide se forme, qui précède l'étalement de la goutte [89], [91]. Ces phénomènes ont lieu sur des échelles de temps de l'ordre de 5 ms.
- On observe aussi une lame liquide similaire se former lors des oscillations spontanées que peut présenter une goutte en caléfaction (chapitre 4). La goutte a une forme d'étoile avec des branches. Cette forme est instable, car sa surface est élevée. Les lobes existant se rétractent et à l'intérieur des creux, des lobes se forment, afin de réduire l'énergie de surface de la goutte. Lors de la formation de ces lobes, une mince lame de liquide précède chaque lobe ([102]). Les échelles de temps du phénomène sont de l'ordre de 10 ms.

2.5 Conclusion

Nous avons décrit ici quelle était la forme des gouttes caléfiées. À cause du film de vapeur sous-jacent, on est en situation de mouillage nul. Les gouttelettes sont donc quasi-sphériques sauf à leur base et les grosses gouttes sont aplaties en crêpe dont la hauteur est très proche de κ^{-1}. Mais la présence du film de vapeur engendre aussi une instabilité quand les gouttes sont très grosses : la vapeur remonte alors en creusant des cheminées à travers le liquide, ce que nous interprétons comme une variété d'instabilité de Rayleigh-Taylor. On a vu le rôle prédominant du film de vapeur sur la forme des gouttes. Il joue aussi un rôle essentiel dans les mécanismes d'évaporation de ces gouttes, car il constitue un isolant thermique. C'est l'objet du chapitre 3.

Chapitre 3

Le film de vapeur sous-jacent

Sommaire

3.1 Introduction **53**

3.2 Le film de vapeur : états stationnaires **54**

3.2.1 Expériences 54

3.2.2 Résultats 57

3.2.3 Interprétation : échange de chaleur dans le film de vapeur 58

3.3 Mécanismes d'évaporation **64**

3.3.1 Grosses gouttes 64

3.3.2 Petites gouttes 66

3.4 Gouttes s'évaporant **68**

3.4.1 Temps de vie 68

3.4.2 Le rayon de la goutte et le film de vapeur 71

3.5 Conclusion **73**

3.1 Introduction

Comme nous l'avons vu précédemment, un film de vapeur s'intercale entre une goutte en caléfaction et la plaque chaude sous-jacente. Ce film est le lieu de nombreux échanges thermiques, et sa présence limite l'évaporation de la goutte. Nous avons tenté de caractériser l'épaisseur de ce film et d'en déduire un scénario pour comprendre l'évaporation des liquides caléfiés.

3.2 Le film de vapeur : états stationnaires

3.2.1 Expériences

Nous avons vu (figure 1.2) que le film de vapeur a une épaisseur de l'ordre de 100 μm. Nous avons cherché à mesurer plus finement cette épaisseur, et à comprendre de quels paramètres elle pouvait dépendre.

Rappels bibliographiques

Il existe quelques mesures de cette épaisseur dans la littérature. Tout d'abord, Poggendorf, en 1841 [85], prouve l'existence du film de vapeur par une mesure de capacité électrique entre une électrode plongée dans une goutte caléfiée et une électrode sur le substrat. Ensuite, on a plutôt tenté de faire des mesures directes de l'épaisseur du film. Ainsi, Kistemaker [59] en 1963 utilise des rayons X pour prendre une radiographie d'une goutte préalablement chargée en baryum. Il mesure une épaisseur de 60 μm pour une goutte d'eau de 0.05 mL. Enfin, Chandra et Aziz [26] en 1994 ont fait des mesures directes à la caméra vidéo, sous des gouttes d'azote liquide à température ambiante. L'incertitude de leur mesure (15 à 20 $^\circ/_\circ$) reste élevée, mais ils mesurent une épaisseur d'environ 100 μm, qui diminue avec le temps, c'est-à-dire au fur et à mesure que la goutte s'évapore.

De plus, la compréhension des mécanismes d'évaporation d'une goutte caléfiée, ou leur mesure, ont permis de faire des estimations théoriques et semi-empiriques de cette épaisseur. Ainsi, Pleteneva et al. [84] ont estimé une épaisseur de 90 μm pour de l'eau en caléfaction, et Wachters et al. [106] une épaisseur de 80 μm pour une goutte d'eau de rayon 3 mm sur une plaque à 400 °C.

Mesure de l'épaisseur du film de vapeur

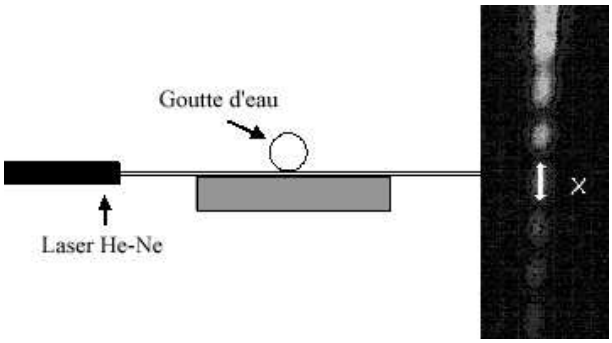

FIG. 3.1: Mesure de l'épaisseur du film de vapeur sous une goutte d'eau en caléfaction.

Pour mesurer l'épaisseur du film de vapeur sous une goutte caléfiée, nous avons utilisé le montage représenté sur la figure 3.1. Un rayon Laser He-Ne de longueur d'onde $\lambda = 633$ nm (rouge) passe entre la goutte et la plaque chaude. Le film de vapeur se comporte comme une fente épaisse, ce qui produit une figure de diffraction comme celle présentée sur la figure 3.1. On récupère cette image

sur un écran situé à une distance D d'environ deux mètres du montage. La mesure de l'écart X entre deux minima d'intensité sur la figure de diffraction nous permet de remonter à la largeur e de la fente, c'est-à-dire à l'épaisseur du film de vapeur :

$$e \sim \frac{\lambda D}{X} \tag{3.1}$$

Plusieurs points expérimentaux méritent d'être détaillés :

- Le piégeage de la goutte

  Une goutte caléfiée n'adhère pas au substrat sur lequel elle repose. Ici, la goutte est posée sur une plaque plane dont on contrôle l'horizontalité avec un support à trois pieds. Malgré ce réglage, toute perturbation (un courant d'air ou l'évaporation elle-même) pousse la goutte à s'échapper. Il faut donc la piéger tout en laissant passer le faisceau Laser dessous. Deux méthodes ont été utilisées, représentées sur la figure 3.2.

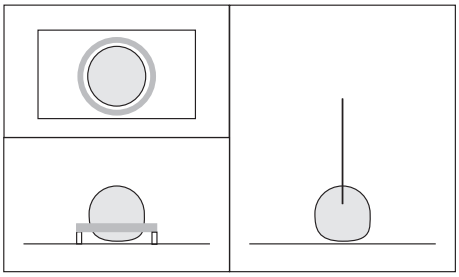

FIG. 3.2: Piégeage d'une goutte caléfiée. À gauche, la goutte est piégée dans une rondelle surélevée (vue de haut et vue de profil). À droite, elle est maintenue par une fibre métallique mouillante venant du dessus (vue de profil).

  Le liquide peut être piégé dans une rondelle chaude (au-dessus de la température de Leidenfrost pour qu'il n'y ait pas de mouillage) et surélevée de 1 à 2 mm par deux cales conductrices sur les côtés. Sinon, la goutte peut être retenue par capillarité par une aiguille métallique non chaude (donc mouillante) venant s'insérer à son sommet. Nos résultats ne dépendent pas du choix de la technique de piégeage.

- La figure de diffraction et l'étalonnage

  Comme le système liquide-vapeur-plaque chaude n'est pas une fente fine mais une fente épaisse, nous avons préféré étalonner le montage. Nous avons pour cela remplacé la goutte liquide par une plaque métallique supportée sur les bords par deux microcales (feuille de métal d'une épaisseur de 250 micromètres). Nous avons obtenu le même type de figure de diffraction qu'avec une goutte, et nous avons mesuré la distance $X_{réf}$ entre deux minima d'intensité de cette figure de diffraction. De plus, avec une lunette grossissante et une fois la plaque refroidie, nous avons mesuré l'épaisseur $e_{réf}$ de la fente étalon ainsi fabriquée. Nous avons alors déduit l'épaisseur du film de vapeur sous la goutte par la relation :

$$e = e_{réf} \frac{X_{réf}}{X} \tag{3.2}$$

- Les sources d'incertitude

  L'incertitude de nos mesures reste cependant assez élevée, de l'ordre de 10 °/$_\circ$. Tout d'abord, la présence d'une plaque à 300 °C engendre des gradients de température et donc d'indice, ainsi que des écoulements d'air chaud sur le trajet du Laser. La figure de diffraction n'est donc pas vraiment stable au cours du temps. Cependant, l'incertitude est due majoritairement à la goutte elle-même. Elle n'est pas parallélépipédique mais arrondie sur les bords, ce qui engendre des réflexions internes. De plus, on peut se poser la question de la planéité de la face inférieure de la goutte. Nous discuterons ce point par la suite, mais l'épaisseur mesurée correspondra de fait à la plus petite épaisseur rencontrée. Bien que piégée, la goutte n'est pas fixée et elle reste donc très mobile. On observe alors des variations de la figure de diffraction avec les mouvements de la goutte, et des fluctuations de l'épaisseur du film de vapeur lors de ces mouvements. Enfin, même si ce phénomène a lieu sur des échelles de temps assez grandes (de l'ordre de la minute), la goutte s'évapore, change de taille, ce qui entraîne aussi des variations temporelles de l'épaisseur du film de vapeur. L'état de la goutte n'est plus vraiment stationnaire. Nous avons tenté de remédier à ce dernier problème.

Gouttes nourries

Afin de travailler sur des gouttes de taille constante au cours du temps, nous avons fabriqué des gouttes "nourries". Le montage est détaillé sur la figure 3.3.

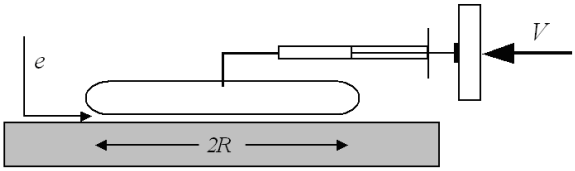

Fig. 3.3: Fabrication de gouttes nourries. Un pousse-seringue appuie sur une seringue à une vitesse V contrôlée : de l'eau est continûment injectée dans la goutte.

Un pousse-seringue injecte continûment de l'eau dans une goutte caléfiée, qui s'évapore elle-même continûment. On peut régler le débit du pousse-seringue, ce qui nous permet de fixer le rayon de la goutte. En effet, à chaque débit correspond un volume d'équilibre de goutte. Si, au départ, la goutte est plus petite que ce volume d'équilibre, l'injection de liquide sera plus rapide que la perte de liquide par évaporation, et la goutte grossira jusqu'à atteindre son volume d'équilibre. De même, si, au départ, le volume de la goutte est plus grand que ce volume d'équilibre, l'évaporation l'emportera sur l'injection et la goutte diminuera jusqu'à atteindre sa taille d'équilibre. Le temps nécessaire pour atteindre le volume d'équilibre dépend bien évidemment du volume initial, mais il vaut dans nos expériences de une à deux minutes. À cause de la course du pousse-seringue, on peut

obtenir des gouttes de volume constant pendant une quarantaine de minutes pour les débits les plus faibles. Kistemaker [59] et Gorton [49] ont utilisé une méthode analogue dans les années 60 pour mesurer le taux d'évaporation de gouttes caléfiées.

Pour chaque débit D, nous avons mesuré à l'aide d'un appareil-photo numérique le rayon d'équilibre R de la goutte ainsi obtenue. Cette courbe est reportée sur la figure 3.4.

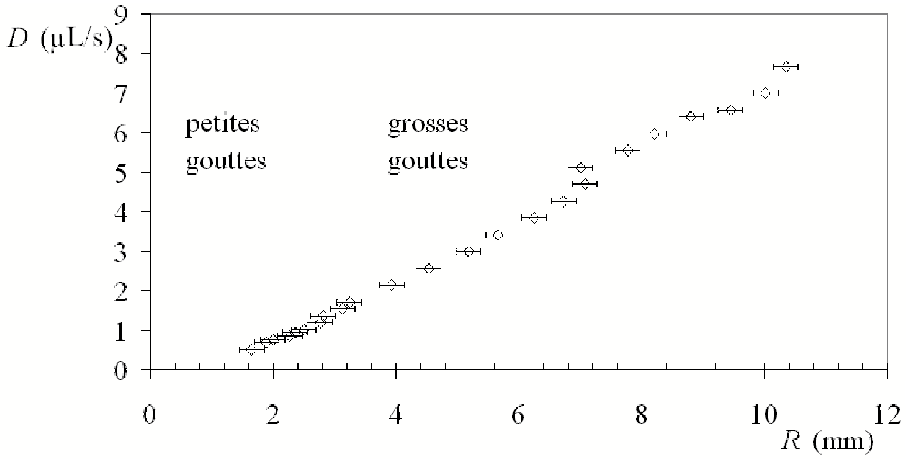

FIG. 3.4: Débit d'équilibre D du pousse-seringue en μL/s en fonction du rayon R (en mm) de la goutte stationnaire ainsi obtenue.

3.2.2 Résultats

Nous avons alors filmé avec un camescope numérique à 50 images par secondes la figure de diffraction obtenue pour différents débits de pousse-seringue. Nous en avons déduit l'épaisseur du film en fonction du temps (figure 3.5). À partir de ces résultats, nous avons déduit l'épaisseur moyenne du film en fonction du rayon R équatorial de la goutte (stationnaire). Ces résultats, portés sur la figure 3.6, suggèrent plusieurs observations :

- Les épaisseurs mesurées sont de l'ordre de 50 à 150 μm. Cela est en accord avec les observations précédentes et les données de la littérature.
- Pour un rayon de goutte fixé, l'épaisseur fluctue autour d'une valeur moyenne constante au cours du temps (figure 3.5). L'incertitude sur cette valeur moyenne est alors diminuée, et elle vaut 5 $^\circ/_\circ$.
- À chaque rayon de goutte correspond une épaisseur de film de vapeur. Cette épaisseur augmente avec le rayon de la goutte (figure 3.6).
- Les variations de l'épaisseur du film de vapeur avec le rayon de la goutte sont différentes pour les petites gouttes (plus petites que la longueur capillaire), et pour les grosses gouttes. Sur la courbe 3.6, en diagramme logarithmique-logarithmique, on observe en effet deux régimes. Le domaine de variation est limité en abscisse pour les petits rayons à cause du piégeage de la

goutte, et pour les grands rayons à cause de l'instabilité décrite dans le chapitre 2. Les lois d'échelle obtenues ne le sont donc que dans un domaine limité. Dans chacun de ces domaines, on trouve :

$$e \sim R^{1.3\pm0.1} \; pour \; R < \kappa^{-1} \tag{3.3}$$

$$e \sim R^{0.5\pm0.05} \; pour \; R > \kappa^{-1} \tag{3.4}$$

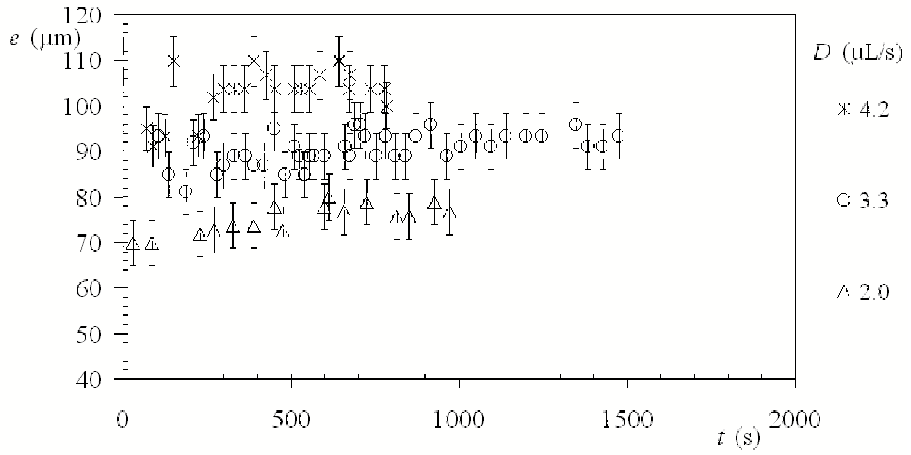

FIG. 3.5: Épaisseur e du film de vapeur sous une goutte caléfiée nourrie en fonction du temps t, pour différents débits D de pousse-seringue, notés dans la légende. La plaque chaude sous la goutte est à 300°C.

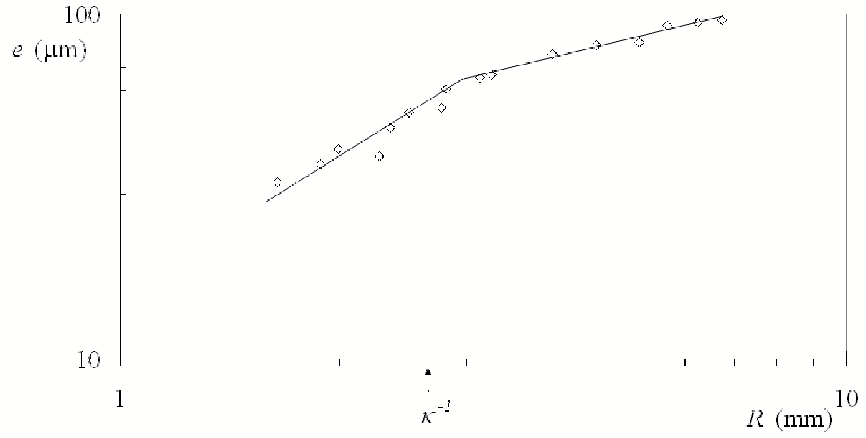

FIG. 3.6: Épaisseur e du film de vapeur sous une goutte en caléfaction en fonction de son rayon R, en diagramme logarithmique-logarithmique. Les deux droites ont des pentes 1.3 et 0.5. On a indiqué en abscisse la longueur capillaire, qui vaut 2.55 mm pour de l'eau à 100°C.

3.2.3 Interprétation : échange de chaleur dans le film de vapeur

Pour un rayon R de goutte donné, le film de vapeur a donc une épaisseur d'équilibre e. Afin de déterminer ce qui fixe cette épaisseur, on peut écrire un bilan de masse local dans le film de vapeur.

En effet, la vapeur est à la fois apportée dans le film par évaporation du liquide, et chassée du film, la goutte appuyant sur cette vapeur (figure 3.7).

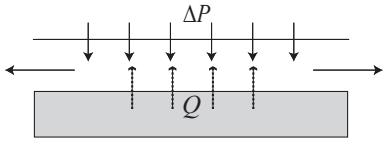

FIG. 3.7: Bilan de masse dans le film de vapeur d'une goutte caléfiée.

Entrée de vapeur

Pour déterminer quelle est la quantité de vapeur entrant dans le film, on peut faire plusieurs hypothèses :

- *Le transport de chaleur Q à travers le film se fait par diffusion.*

  En effet, le nombre de Péclet, qui compare les temps de convection et de diffusion de la chaleur, s'écrit :

  $$Pe = \frac{\rho_v c_p U e}{\lambda} \tag{3.5}$$

  ρ_v étant la masse volumique de la vapeur, c_p sa capacité thermique, λ sa conductivité thermique, U sa vitesse entre la plaque et la goutte, et e la distance qu'elle a à parcourir pour passer de l'une à l'autre, c'est-à-dire l'épaisseur du film de vapeur. En supposant qu'il y a un écoulement vertical de vapeur de l'ordre de 1 m/s (vitesse maximale possible vu l'évaporation), et comme l'épaisseur du film de vapeur vaut environ 100 μm, on trouve :

  $$Pe \sim 0.0001 \tag{3.6}$$

  Ce nombre étant très inférieur à 1, le transport de chaleur se fait donc par diffusion. En effet, il y a un gradient de température dans le film de vapeur, la plaque étant à une température T_p supérieure à la température de Leidenfrost du système, et la goutte étant à $T_{éb}$. De ce fait, la chaleur apportée à la goutte par le film est proportionnelle à ce gradient de température. Si l'on suppose que la goutte est en moyenne à une distance e de la plaque, et que le gradient de température est linéaire dans le film (la température obéit à la loi de Laplace), alors le flux de chaleur apporté par unité de surface s'écrit :

  $$q \sim \lambda \frac{\Delta T}{e} \tag{3.7}$$

  Cette hypothèse était déjà effectuée par [51] et [106].

- *Le transport de chaleur se fait à travers la surface S_c de liquide en contact avec le film.*

  On suppose que la chaleur qui va permettre l'alimentation du film par évaporation est apportée à travers le film de vapeur. Si on prend une valeur moyenne sur le film pour la conductivité

thermique λ de la vapeur (on choisit λ à $T_p - \frac{\Delta T}{2}$), la puissance sous forme de chaleur apportée à la goutte s'écrit :

$$Q_{apportée} = \lambda S_c \frac{\Delta T}{e} \tag{3.8}$$

- *Cette chaleur permet l'évaporation du liquide.*

  La chaleur transmise à travers le film permet l'évaporation du liquide dans le film (on considère que l'évaporation se fait *localement*). On peut alors écrire un bilan de puissance, si L est la chaleur latente du liquide à sa température d'ébullition :

$$\dot{m}L = \lambda S_c \frac{\Delta T}{e} \tag{3.9}$$

  où $\dot{m}$ est la masse de liquide qui s'évapore sous la goutte par unité de temps : c'est donc aussi la masse de vapeur qui entre dans le film par unité de temps.

Sortie de vapeur

Pour évaluer la quantité de vapeur qui s'échappe, nous avons fait plusieurs hypothèses :

- *La goutte exerce une surpression sur le film.*

  La goutte caléfiée repose sur le film de vapeur. À cause de son poids, elle exerce une surpression sur ce film. Cette surpression induit un écoulement radial de la vapeur vers le bord de la goutte. On suppose également que la goutte est toujours à l'équilibre (elle n'a pas de déplacement vertical). Cette hypothèse est discutée dans l'annexe B où l'on évalue l'influence du déplacement vertical de la goutte.

- *L'interface liquide-vapeur en haut du film est plane.*

  Nous avons cherché à déterminer expérimentalement la forme du film de vapeur sous la goutte. Cependant, la géométrie radiale de la goutte ne nous permettait pas d'accéder à un profil en coupe. De plus, la nécessaire présence d'une plaque chauffante sous la goutte nous rendait impossible une observation par dessous. Cependant, lorsqu'une cheminée (chapitre 2) apparaît, on peut voir une déformation du contraste de lumière en regardant par dessus, les zones les plus hautes devenant sombres, comme sur la photographie de la figure 3.8, ce qu'on n'observe jamais en dessous du rayon critique de déstabilisation. On peut en déduire que s'il y a des déformations de l'interface sous la goutte, celles-ci restent faibles.

  Plusieurs hypothèses peuvent être faites sur la forme de cette interface, que nous allons discuter ici.

  - La première, souvent proposée dans la littérature pour les petites gouttes, suppose que les gouttes sont sphériques et donc que l'interface l'est aussi [51] [75] [114]. Nous écarterons cette hypothèse (la photographie d'une petite goutte en caléfaction sur la figure 2.4 montre bien que la goutte n'est pas sphérique mais aplatie sur le dessous). L'interface

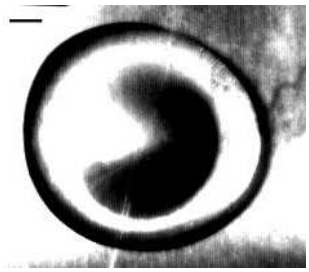

FIG. 3.8: Photographie aérienne d'une goutte caléfiée juste avant sa déstabilisation. La barre noire représente 0.5 cm.

semble alors quasi-plane. On supposera de même que l'interface reste quasi-plane (à quelques corrections près envisagées ci-après) pour les grosses gouttes ([50] [106] [26]). La plupart de nos observations s'accordent bien avec cette hypothèse.

- L'interface est concave.

  Plusieurs phénomènes peuvent déstabiliser l'interface et la courber. Tout d'abord, comme nous l'avons vu au chapitre précédent, il peut y avoir une instabilité de Rayleigh-Taylor. Si le rayon de la goutte est inférieur au rayon seuil de déstabilisation, l'interface sera presque plane, et ce d'autant plus que la goutte est petite.

  Ensuite, la goutte appuie sur un film de vapeur, qui va s'échapper sous l'effet d'un gradient de pression. Cela peut engendrer la création d'un *dimple* (terme utilisé en tôlerie qui signifie enfoncement), à l'interface entre la goutte et le film [73]. Comparons la pression nécessaire pour déformer la goutte (chapitre 2) et la pression nécessaire à l'écoulement. Dans le cas des petites gouttes, leur surpression vaut

$$2\frac{\gamma}{R} \sim 100 \text{ Pa} \tag{3.10}$$

  Pour les crêpes, l'ordre de grandeur est le même, la surpression hydrostatique valant :

$$2\rho g \kappa^{-1} \sim 50 \text{ Pa} \tag{3.11}$$

  La contrainte visqueuse liée au cisaillement de la vapeur s'écrit (sachant que $\eta_v \sim 10^{-4}$ Pa.s) :

$$\eta\frac{V}{e} \sim 1 \text{ Pa} \tag{3.12}$$

  Le rapport entre les deux reste donc grand devant 1, et ainsi l'interface de la goutte est quasiment plane. Une étude numérique assez détaillée comparant les hypothèses d'interface plane et d'interface courbée a été faite par Wachters, Bonne et Van Nouhuis [106]. Ils supposent que l'interface est soit plane, soit courbée à cause du gradient de pression qui règne sous la goutte (où ils fixent un gradient de pression constant). Ils en déduisent des taux d'évaporation qu'ils comparent avec leurs expériences. L'hypothèse d'interface plane est celle qui permet le mieux de rendre compte de leurs expériences.

- L'interface est ondulée

  À cause de l'écoulement de vapeur sous la goutte, des ondes de surface peuvent apparaître (annexe A). On peut considérer qu'en moyenne le film est plan, et que ces ondes sont à l'origine d'oscillations de la goutte que nous étudierons par la suite (chapitre 4). C'est une source d'erreur de notre mesure de e. Ensuite, le flux de vapeur peut entraîner une instabilité de Kelvin-Helmholtz, sans pour autant déstabiliser l'interface car on est aussi en-dessous du rayon critique de déstabilisation (chapitre 2).

- *L'écoulement dans le film est laminaire*

  On peut estimer la vitesse d'échappement de la vapeur dans le film. En effet, une crêpe de 1 cm de rayon met plusieurs minutes à s'évaporer. Ainsi, le débit massique d'eau s'évaporant mesurée dans les expériences précédentes (figure 3.5) vaut $\dot{m} \sim 5$ mg/s. Si la vapeur s'échappe avec une vitesse V sur une épaisseur e d'environ 100 μm et sur un périmètre $2\pi R$, on obtient :

$$V = \frac{\dot{m}}{\rho_v e 2\pi R} \sim 1 \text{ m.s}^{-1} \tag{3.13}$$

  Cette vitesse est assez élevée et la vapeur est peu visqueuse. Pour évaluer le nombre de Reynolds associé à cet écoulement, on doit comparer le terme inertiel ($\rho_v \frac{V^2}{R}$) et le terme visqueux ($\eta \frac{V}{e^2}$) de l'équation de Navier-Stokes. On trouve ainsi :

$$Re = \frac{\rho_v V e^2}{R\eta} \sim 0.1 \tag{3.14}$$

  qui est petit devant l'unité. Il est donc raisonnable de considérer un écoulement laminaire visqueux dans le film [51] [26] [106] [7]. C'est l'hypothèse la plus couramment admise, utilisée aussi pour calculer le flux de gaz sous une goutte en lévitation [83]. Pour écrire la vitesse du gaz dans le film de vapeur, on utilise l'approximation de lubrification (les dérivées par rapport à la verticale z sont bien plus grandes que les dérivées par rapport à la coordonnée radiale r). Dans ce cas, l'écoulement est un écoulement de Poiseuille, induit par un gradient de pression, et la vitesse de vapeur dans le film s'écrit :

$$v(z,r) = \frac{1}{2\eta}(\frac{\partial P}{\partial r})(r) z(z-e) \tag{3.15}$$

  On a supposé ici que la vitesse est nulle à l'interface vapeur solide et à l'interface vapeur liquide. Cette dernière condition est discutable, sachant qu'on peut observer des écoulement dans la goutte à l'aide de traceurs. Changer cette condition (considérer la contrainte tangentielle continue par exemple) ne ferait que modifier un peu le coefficient numérique du débit, ce qui aura une influence très faible sur les résultats [106].

  On peut alors estimer le flux de vapeur $\dot{m}$ qui sort d'un cylindre de vapeur de taille l sous la goutte :

$$\dot{m} \sim \rho_v \frac{\Delta P}{12\eta} e^3 \tag{3.16}$$

- *La vapeur est incompressible.*

  On suppose que les variations de densité de la vapeur avec la pression sont négligeables. En effet, la surpression sous la goutte est très faible par rapport à la pression totale, de l'ordre de 50 Pa comparé à 100 000 Pa. Si la densité varie linéairement avec la pression, les variations de densité seront donc très faibles aussi. On choisit alors une densité constante pour la vapeur, qui est celle de la vapeur d'eau à la pression atmosphérique et à la température moyenne de la vapeur. Une étude numérique qui suppose que la vapeur est un gaz parfait est présentée en annexe (annexe B).

Résultats

Pour une goutte nourrie de taille et de forme constantes, on peut écrire un bilan de masse dans le film à l'aide des équations 3.9 et 3.16 :

$$\lambda S_c \frac{\Delta T}{eL} \sim \rho_v \frac{e^3}{12\eta} \Delta P \tag{3.17}$$

S_c étant la surface du contact. Comme une goutte a une forme différente selon qu'elle est plus petite ou plus grande que la longueur capillaire, la surface totale de contact S_c n'est pas la même, ni la pression exercée par la goutte sur le film. Si l'on utilise les résultats du chapitre 2, on peut trouver ainsi deux régimes pour l'épaisseur du film :

- Pour les gouttes plus petites que la longueur capillaire ($R < \kappa^{-1}$), la surpression capillaire exercée par la goutte sur le film de vapeur vaut :

  $$\Delta P = \frac{2\gamma}{R} \tag{3.18}$$

  La surface de contact est obtenue à partir de l'équation 2.19 (chapitre 2) :

  $$S_c = \frac{2}{3} \frac{\pi R^4}{\kappa^{-2}} \tag{3.19}$$

  On en déduit l'épaisseur du film (le calcul exact de la pression sous la goutte nous permet de déterminer le coefficient numérique) :

  $$e = R^{\frac{5}{4}} \left(\frac{3\lambda\eta\Delta T}{\kappa^{-2} L\gamma\rho_v}\right)^{\frac{1}{4}} \tag{3.20}$$

- Pour les gouttes plus grandes que la longueur capillaire ($R > \kappa^{-1}$), la surpression hydrostatique exercée par la crêpe sur le film de vapeur vaut $2\rho g\kappa^{-1}$. La surface de contact valant $S_c = \pi R^2$, on en déduit :

  $$e = R^{\frac{1}{2}} \left(\frac{3\lambda\eta\Delta T}{4\rho g\kappa^{-1} L\rho_v}\right)^{\frac{1}{4}} \tag{3.21}$$

Les variations de e avec R sont en accord avec les résultats expérimentaux (figure 3.6), et les ordres de grandeur des épaisseurs ainsi calculées sont bons. On trouve en effet $e = 60$ μm pour une goutte de rayon $R = 5$ mm posée sur une plaque à 250° C. Les valeurs utilisées pour les paramètres sont indiquées dans le tableau 3.1, et sont évaluées pour un film de vapeur à T_p - $\frac{\Delta T}{2}$.

Grandeur	λ	η	ρ_v	κ^{-1}	ρ	L
Valeurs	3.2 mJ.K^{-1}.m^{-1}.s^{-1}	1.3 10^{-5} Pa.s	0.81 kg.m^{-3}	2.55 mm	958 kg.m^{-3}	2.25 10^{6} J.kg^{-1}

Tab. 3.1: Différentes valeurs des paramètres caractéristiques d'une goutte d'eau liquide à 100° C du film de vapeur qui la soutient en caléfaction sur une plaque à 250° C.

3.3 Mécanismes d'évaporation

3.3.1 Grosses gouttes

Hypothèses

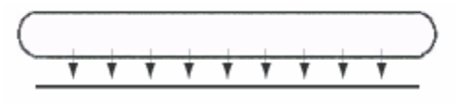

Fig. 3.9: Évaporation à travers le film de vapeur.

Comme la surface de contact est la partie de la goutte la plus proche de la plaque chaude, on peut supposer que la majorité de la chaleur apportée à la goutte se fait à travers cette surface (c'est là que les gradients de température sont les plus élevés). On suppose également que l'évaporation se fait principalement à travers cette surface (figure 3.9).

Résultats expérimentaux

Nous avons voulu vérifier que ce mécanisme d'évaporation était raisonnable. Pour cela, nous avons utilisé l'expérience de la goutte nourrie pour mesurer le taux d'évaporation d'une goutte de rayon donné : c'est simplement le débit D d'injection de liquide dans la goutte. Par ailleurs, nous pouvons estimer, grâce à la mesure de l'épaisseur du film de vapeur, la chaleur Q_{exp} apportée à la goutte :

$$Q_{exp} = \lambda S_c \frac{\Delta T}{e_{exp}} \tag{3.22}$$

On en déduit le taux d'évaporation $\dot{m}_{film}$ qui en découle :

$$\dot{m}_{film} = \frac{Q_{exp}}{L} \tag{3.23}$$

Nous avons porté sur la figure 3.10 le rapport entre ces deux débits en fonction du rayon de la goutte. On observe que ce rapport tend vers 1 à grand rayon, quand la goutte a l'aspect d'une crêpe, ce qui confirme que l'évaporation a lieu très majoritairement dans le film. Cependant, à petit rayon, ce rapport devient bien supérieur à 1, et d'autant plus que le rayon est petit. Le mécanisme d'évaporation est donc différent, ce que nous rediscuterons dans le paragraphe suivant

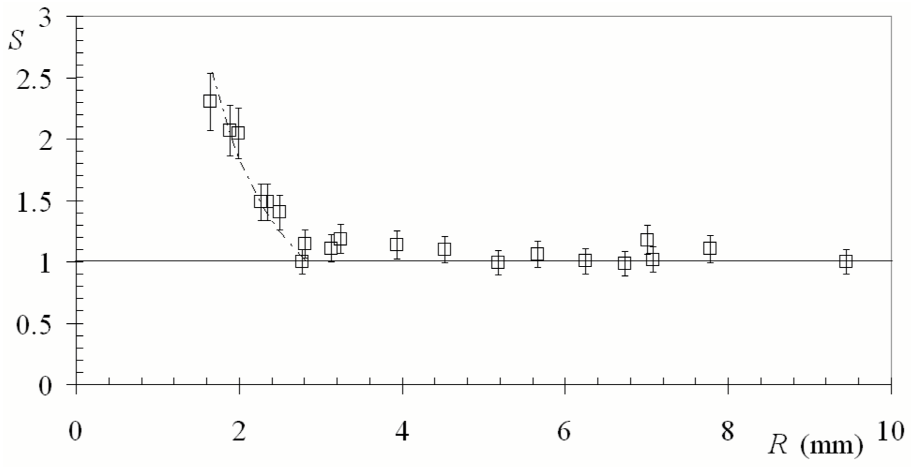

FIG. 3.10: Rapport S des débits massiques expérimentaux réels $\dot{m}_{exp}$ et dans le film de vapeur $\dot{m}_{film}$ en fonction du rayon R de la goutte.

(3.3.2). Notons enfin que la différence entre les deux régimes d'évaporation se fait bien pour des gouttes petites ou grandes devant la longueur capillaire (2.5 mm pour notre système).

Remarque : la relation 3.23 nous suggère que le débit D du pousse-seringue varie comme $R^{3/2}$. Ce résultat est compatible avec les résultats expérimentaux de la figure 3.4.

Goutte couverte

Pour confirmer que l'évaporation se fait principalement dans le film de vapeur dans le cas des crêpes, on peut mentionner une expérience complémentaire réalisée par des élèves en projet à l'école polytechnique [37]. Ils ont recouvert une goutte caléfiée d'une lamelle d'aluminium mouillante, empêchant ainsi l'évaporation par la surface supérieure de la goutte. Ils ont mesuré le diamètre de la goutte qui s'évapore en fonction du temps. Leurs résultats sont reportés sur la figure 3.11.

En supposant que le diamètre diminue linéairement avec le temps, ils en déduisent la vitesse d'évaporation en prenant la pente de leurs droites. Pour les gouttes recouvertes, la vitesse d'évaporation est égale à $v_c = -0.06$ mm/s. Pour les gouttes non couvertes, la vitesse ainsi mesurée est de $v = -0.07$ mm/s. La vitesse d'évaporation des gouttes recouvertes est légèrement plus faible que celle des gouttes non couvertes. Il y a donc une partie de l'évaporation qui se fait par la surface supérieure. Cependant, on observe un décalage de moins de 15 $^\circ/_\circ$ entre les deux expériences. L'évaporation dans le film est bien très largement dominante.

Rappelons d'ailleurs une observation rapportée au chapitre 1 : à sa surface supérieure, une crêpe n'est pas tout à fait à 100° C, et donc s'évapore nettement moins qu'à sa surface inférieure (qui, elle, est à 100°C).

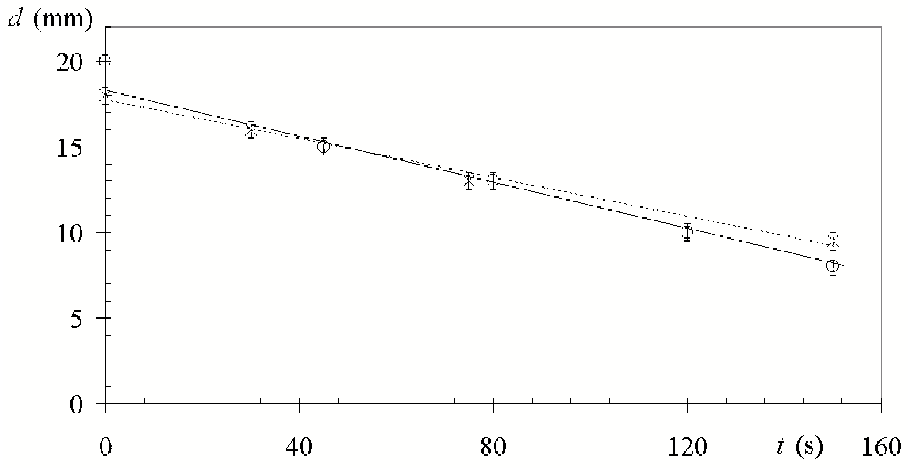

FIG. 3.11: Évaporation d'une crêpe caléfiée recouverte (×) ou non (∘) d'un morceau d'aluminium [37]. Les droites correspondent aux meilleures approximations linéaires des points expérimentaux, et permettent de déduire une vitesse d'évaporation.

3.3.2 Petites gouttes

Hypothèses

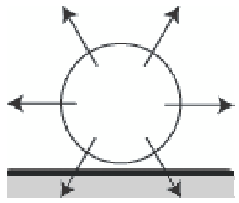

FIG. 3.12: Évaporation sur toute la surface de la goutte.

Pour les petites gouttes, l'évaporation ne se fait plus principalement dans le film de vapeur (figure 3.10). Deux observations peuvent expliquer cette différence : l'atmosphère qui les entoure est à une température supérieure à 100°C (chapitre 1), et la surface du contact près de la plaque chaude devient négligeable par rapport à la surface totale de la goutte (chapitre 2). On suppose donc que la goutte s'évapore sur toute sa surface, comme représenté sur la figure 3.12.

On considère qu'en moyenne, la goutte est, sur toute sa surface, entourée d'une vapeur à une température supérieure à 100° C, par exemple à une température $T = T_{éb} + \frac{\Delta T}{2}$. Dans une telle géométrie sphérique (la goutte est quasiment sphérique), on peut résoudre l'équation de Laplace :

$$\frac{1}{r}(\frac{\partial^2(rT)}{\partial r^2}) - 2\frac{T}{r^2} = 0 \tag{3.24}$$

avec comme conditions aux limites :

$$T = T_{éb} \; si \; r = R \tag{3.25}$$

et

$$T = T_{éb} + \frac{\Delta T}{2} \ si \ r = +\infty \tag{3.26}$$

Le gradient de température à la surface de la goutte varie alors comme $\frac{\Delta T}{R}$ et le taux d'évaporation $\dot{m}$ vaut :

$$\dot{m} \sim \frac{\lambda 4\pi R \Delta T}{L} \tag{3.27}$$

Si l'on compare la chaleur apportée sur toute la surface de la goutte ($\lambda \frac{\Delta T}{R} R^2$) à la chaleur apportée à travers le film de vapeur ($\lambda \frac{\Delta T}{e} S_c$), on trouve que le rapport des deux A s'écrit :

$$A \sim \frac{e\kappa^{-2}}{R^3}$$

Comme nous l'avons vu expérimentalement (figure 3.6), les variations de e avec R sont quasiment de l'ordre de R, on voit bien que ce rapport est très grand quand les gouttes deviennent petites. L'évaporation en surface est donc bien dominante dans ce régime, en accord avec la figure 3.10. On y voit que quand la taille de la goutte passe sous la longueur capillaire, l'évaporation croît fortement par rapport à ce qu'elle est par sa base.

Résultats expérimentaux : évaporation

Nous avons porté sur la figure 3.4 le débit mesuré pour les gouttes nourries (grâce au débit injecté) en fonction du rayon de la goutte, comme nous y invite l'équation 3.27. On obtient bien une courbe linéaire en rayon. La pente de la courbe vaut $p = 0.6 \times 10^{-3}$ kg.s^{-1}.m^{-1}. Le calcul donne $p = 0.1 \times 10^{-3}$ kg.s^{-1}.m^{-1}. À un coefficient numérique près, l'ordre de grandeur est le bon.

Ce qui s'évapore dans le film

On peut alors tenter de déterminer la quantité de vapeur qui s'échappe dans le film, sans avoir à considérer le phénomène comme local. De la chaleur est transmise à la goutte, et cette chaleur va globalement servir à évaporer toute la goutte. On suppose que ce qui rentre dans le film de vapeur vient de la surface de la goutte en contact avec ce film. Cette quantité est une fraction de l'évaporation totale, comme la surface en contact avec le film (donnée par l'équation 3.19) est une fraction de la surface totale ($4\pi R^2$). On a alors :

$$\frac{\dot{m}_{film}}{\dot{m}_{totale}} = \frac{S_c}{S_{totale}} \sim \frac{R^4}{\kappa^{-2} R^2} \tag{3.28}$$

Ce qui sort du film est toujours dû à la surpression exercée par le film de vapeur, donné par l'équation 3.16. En égalant ces deux termes, on en déduit que :

$$e \sim (\frac{16\pi\lambda\Delta T\eta}{L\kappa^{-2}\gamma\rho_v})^{\frac{1}{3}} R^{\frac{4}{3}} \tag{3.29}$$

L'ordre de grandeur ainsi trouvé pour l'épaisseur vaut $e = 60$ μm, qui est proche de nos résultats expérimentaux (on trouve expérimentalement $e = 40$ μm), et la variation de e avec R (e varie alors comme $R^{\frac{4}{3}}$) est en bon accord avec nos expériences, où l'on observe $e \sim R^{1.3}$ (figure 3.6).

L'équation 3.20 nous donnait une autre relation entre e et R pour les petites gouttes. Les épaisseurs obtenues avec cette autre relation étaient du même ordre de grandeur (60 μm), et la dépendance de e avec R était une dépendance très proche, en $R^{\frac{5}{4}}$. L'expérience directe de mesure de e ne nous permet pas de vérifier ou d'infirmer l'une ou l'autre des relations. Cependant, la relation 3.20 supposait que le mécanisme "apport de chaleur/évaporation" était limité à sa base, ce que nous avons vu être contredit par la figure 3.10 ($S > 1$ pour $R < \kappa^{-1}$). La relation 3.29 repose sur un mécanisme plus plausible (répartition de la chaleur apportée sur l'ensemble de la goutte) et elle est en bon accord avec nos résultats expérimentaux.

3.4 Gouttes s'évaporant

Nous avons jusqu'ici étudié les mécanismes d'évaporation de gouttes nourries dont l'état est stationnaire. Leur forme et leur taille ne changent pas avec le temps, ce qui nous a permis d'écrire un bilan de vapeur dans le film sans prendre en compte les variations de taille de ce dernier. Nous allons maintenant considérer la situation de gouttes non-nourries dont la masse diminue avec le temps.

3.4.1 Temps de vie

Approximation quasi-statique

Une goutte caléfiée met plusieurs minutes à s'évaporer, et sa taille change lentement avec le temps (son rayon diminue à une vitesse de l'ordre de 10^{-4} m/s). Or la vapeur va beaucoup plus vite ; sa vitesse, comme nous l'avons vu précédemment, est de l'ordre de 1 m/s. On peut considérer que nous sommes alors dans un régime quasi-stationnaire, et que l'équilibre de vapeur dans le film se fait de façon quasi-instantanée par rapport aux variations de rayon de la goutte. À chaque rayon de goutte correspond donc une épaisseur et un mode d'évaporation, ceux de l'état stationnaire décrits précédemment. Nous proposons en annexe (annexe B) une résolution numérique pour laquelle cette hypothèse n'est pas faite. Les résultats obtenus montrent que cette hypothèse est tout à fait raisonnable.

Petites gouttes

Nous avons mesuré au chronomètre le temps de vie d'une goutte de 1 μL (de rayon initial $R_0 = 0.6$ mm) déposée sur une plaque chaude, pour différentes températures de plaque (expérience analogue à celle du chapitre 1 paragraphe 1). Les résultats sont portés sur la figure 3.13.

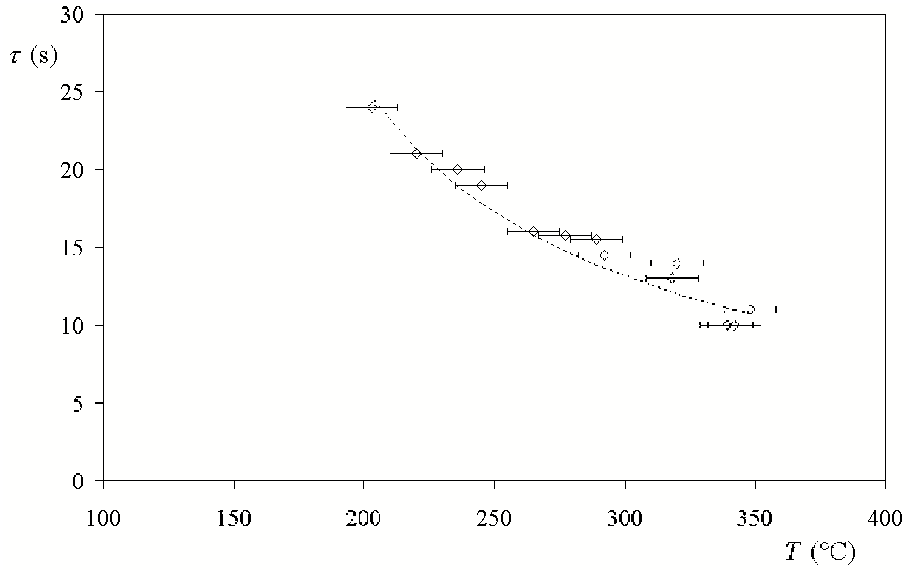

FIG. 3.13: Temps de vie τ d'une goutte de volume initial $V = 1$ μL en fonction de la température T de la plaque sur laquelle elle a été déposée. La courbe en pointillé correspond à $(\frac{1}{\Delta T})^{-0.95}$.

Le temps de vie de la goutte reste élevé (15 s), mais il diminue de façon conséquente avec la température de la plaque chaude : il varie comme $(\Delta T)^{-0.95\pm0.10}$. Pour les gouttes quasi-sphériques qui s'évaporent par toute leur surface, la variation de masse de la goutte au cours du temps s'écrit (équation 3.27) :

$$\frac{dm}{dt} = \rho 4\pi R^2 \frac{dR}{dt} \sim \frac{\lambda}{L} \Delta T R \tag{3.30}$$

On en déduit une loi de variation du rayon de la goutte avec le temps :

$$R(t) = R_0 (1 - \frac{t}{\tau_0})^{\frac{1}{2}} \tag{3.31}$$

avec

$$\tau_0 \sim \frac{\rho L}{4\pi\lambda\Delta T} R_0^2 \tag{3.32}$$

On remarque que la variation du temps de vie de la goutte avec la température est en accord avec cette expression et que l'ordre de grandeur obtenu est raisonnable. On calcule un temps de vie de 9 secondes pour une plaque à 300° C, au lieu des 14 secondes mesurées. De plus, la dépendance du temps de vie en R_0^2 nous montre que plus la goutte va être petite, plus sa vitesse d'évaporation sera grande. On voit ainsi dans l'équation 3.31 que lorsque t tend vers τ_0, la goutte disparaît de façon critique. Le rapport surface/volume devenant infini, la goutte s'évapore de plus en plus efficacement.

Crêpes

Nous avons fait la même expérience pour des crêpes de volume initial 5 mL ($R_0 = 17$ mm), et les résultats font l'objet de la figure 3.14. On peut tout d'abord remarquer que le temps de vie des crêpes est bien supérieur à celui des gouttes sphériques, et on peut considérer que pendant

son évaporation, la goutte reste essentiellement sous forme de crêpe : le temps passé sous forme goutte sphérique, quelques dizaines de secondes, est petit par rapport au temps total d'évaporation, qui vaut environ huit minutes. Le temps de vie de la crêpe diminue quand la température de la plaque augmente, mais cette diminution est différente de celle observée pour les petites gouttes ($\tau \sim (\frac{1}{\Delta T})^{0.6\pm0.2}$).

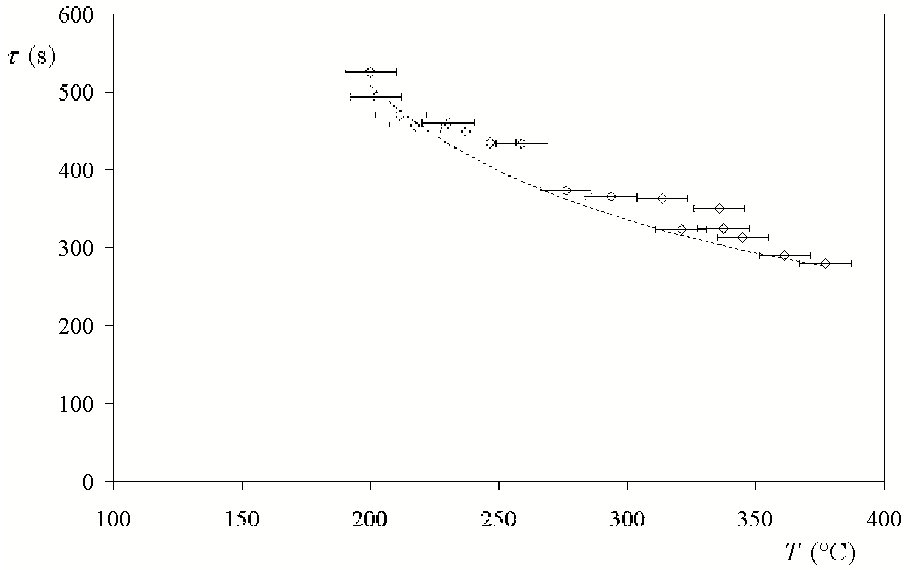

FIG. 3.14: Temps de vie τ d'une goutte de volume initial $V = 5$ mL en fonction de la température T de la plaque sur laquelle elle a été déposée. La courbe en pointillé correspond à $(\frac{1}{\Delta T})^{0.6}$.

On peut faire le même raisonnement que pour les petites gouttes, sachant que les crêpes s'évaporent principalement via le film de vapeur. En combinant les équations 3.9 et 3.21, et sachant que :

$$\frac{dm}{dt} = \rho 4\pi\kappa^{-1} R \frac{dR}{dt} \tag{3.33}$$

on obtient :

$$R(t) = R_0(1 - \frac{t}{\tau})^2 \tag{3.34}$$

avec

$$\tau = 2(\frac{4\rho\kappa^{-1}L}{\lambda\Delta T})^{\frac{3}{4}}(\frac{3\eta}{\rho_v g})^{\frac{1}{4}} R_0^{\frac{1}{2}} \tag{3.35}$$

Ces résultats sont en accord qualitatif avec les expériences même si la dépendance en température n'est pas vraiment la bonne ($(\Delta T)^{-0.6}$ au lieu de $(\Delta T)^{-0.75}$). Cependant, comme nous l'avons vu, nous ne mesurons pas vraiment le temps de vie d'une crêpe, mais le temps de vie d'une crêpe qui devient goutte sphérique puis qui disparaît. Cela peut entraîner des erreurs significatives. Même si le temps passé sous forme de goutte sphérique est faible (de l'ordre d'une minute sur huit minutes, c'est-à-dire environ 10 °/$_\circ$), les erreurs peuvent être plus importantes. Pour la crêpe, on s'attend à ce que l'évaporation diminue quand le rayon diminue ($\tau \sim R^{\frac{1}{2}}$), alors que pour les gouttes

sphériques c'est l'inverse ($\tau_0 \sim R^2$) : l'évaporation est beaucoup plus rapide quand la goutte est petite ($\tau >> \tau_0$) [26]. Ainsi, le temps de vie que l'on estime peut être nettement plus grand que le temps de vie mesuré. En outre, la loi d'échelle n'est obtenue que sur une demi-décade (on est limité en température), et l'incertitude sur l'exposant est significative (0.2).

On note en tout état de cause que la loi $\tau(T)$ est nettement différente dans le cas des crêpes et dans le cas des gouttes sphériques, et que l'ordre de grandeur du temps de vie est correctement évalué par les expressions 3.32 et 3.35 (par exemple, on attend à 250° C un temps de vie de 1100 s et on mesure 450 s, ce qui est du bon ordre de grandeur).

3.4.2 Le rayon de la goutte et le film de vapeur

Le rayon de la goutte : expériences et résultats

Nous avons mesuré comment varie le rayon d'une goutte caléfiée au cours du temps. Pour cela, nous avons filmé de dessus une goutte piégée dans une rondelle en cuivre en train de s'évaporer. Les données sont représentées sur la figure 3.15 pour deux températures de plaque.

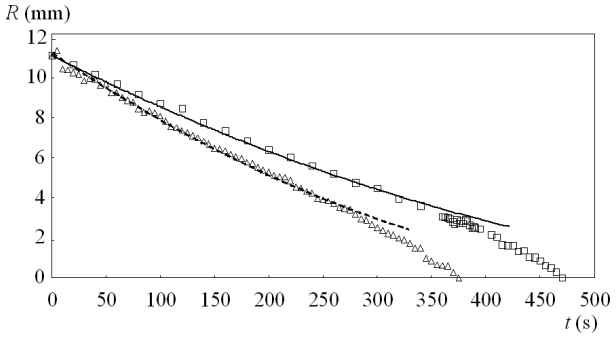

FIG. 3.15: Rayon R en fonction du temps t d'une goutte d'eau en caléfaction sur une plaque à 300 °C ( ) et sur une plaque à 380 °C (△). Les courbes en trait plein vérifient l'équation 3.34.

On observe que le rayon diminue avec le temps, et que cette décroissance est plus rapide quand la plaque est plus chaude. Sur la plus grande partie de la courbe, les données sont bien décrites par l'équation 3.34 (tracé noir sur la courbe). À temps court, c'est-à-dire quand le temps est assez petit devant le temps τ de caractéristique de cette loi ($\tau \sim 1100$ secondes), la décroissance du rayon avec le temps est quasiment linéaire ($r \sim (1 - 2t/\tau)$). C'est ce que l'on observe expérimentalement. Les variations du rayon avec le temps sont aussi en accord qualitatif avec l'expression 3.31. En effet, on voit que la courbure de la courbe expérimentale $R(t)$ change aux environs de la longueur capillaire, et qu'une loi en $\sqrt{1 - t/\tau}$, qui implique une accélération de l'évaporation, est compatible avec l'expérience (changement de courbure de la loi R(t)).

Le film de vapeur : expérience et résultats

Dans le régime stationnaire (gouttes nourries), nous avons vu qu'à chaque rayon de goutte correspond une épaisseur de film de vapeur, donnée par les équations 3.29 et 3.21 selon que la goutte est plus petite ou plus grande que la longueur capillaire. Comme le rayon de la goutte diminue avec le temps, cela suggère que l'épaisseur du film de vapeur varie aussi avec le temps. Nous avons mesuré par l'expérience de diffraction décrite sur la figure 3.1 cette épaisseur sous une goutte non nourrie, qui s'évapore, et reporté nos résultats sur la figure 3.16.

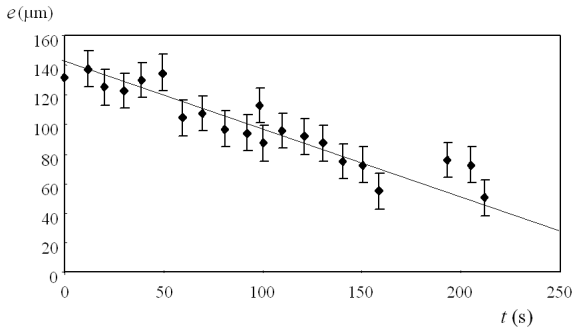

FIG. 3.16: Épaisseur e du film de vapeur sous une goutte en caléfaction posée sur une plaque à 350°C. La courbe en trait plein est une fonction affine de pente -0.3 μm/s.

Les incertitudes sur les mesures sont de l'ordre de 10 °/$_\circ$. Elles sont dues à l'extrême mobilité de la goutte. En effet, cette dernière est piégée dans une grande rondelle (la rondelle doit être plus grande que le rayon initial de la goutte) et va et vient dans le faisceau Laser. On constate cependant sans ambiguïté que l'épaisseur e du film de vapeur varie avec le temps, et qu'elle diminue quand la goutte s'évapore. Ce résultat est en accord avec une observation qualitative de Chandra [26]. Dans notre expérience, la goutte est principalement sous forme de crêpe, les mesures quand la goutte est sphérique étant quasiment impossibles : la zone de contact devient alors très petite et le film de vapeur très mince, ce qui limite l'intensité de la lumière diffractée. Ainsi, seuls un ou deux pics d'intensité sont observés, et seulement de temps en temps.

Toujours dans l'approximation quasi-statique, sachant qu'à chaque rayon correspond une épaisseur de film de vapeur (équation 3.21), et connaissant les variations du rayon de la goutte avec le temps (équation 3.34), on en déduit pour $e(t)$:

$$e(t) = (\frac{3\lambda\Delta T\eta R_0^2}{4L\rho_v\rho g\kappa^{-1}})^{\frac{1}{4}}(1-\frac{t}{\tau}) \tag{3.36}$$

avec τ défini par l'équation 3.35.

On attend donc une décroissance linéaire de l'épaisseur du film de vapeur avec le temps, ce qui est en bon accord avec l'expérience (figure 3.16). L'épaisseur initiale $e(0)$ ainsi obtenue correspond à l'épaisseur du régime stationnaire pour une goutte de rayon R_0. En ce qui concerne les ordres de grandeur, on s'attend à ce que le film de vapeur diminue à une vitesse de -0.21 μm/s (équation

3.36), proche de la vitesse de -0.3 ± 0.1 μm/s déterminée expérimentalement (figure 3.16). Enfin, si l'on extrapole le temps au bout duquel l'épaisseur s'annule, on obtient un temps de l'ordre de 400 ± 50 s, ce qui correspond au temps de vie d'une goutte caléfiée à cette température (on mesure environ $\tau = 400 \pm 30$ s sur la figure 3.15).

Une goutte caléfiée ne diminue pas seulement en taille, mais elle s'enfonce au cours du temps. Elle disparaît (son rayon devient nul) quand elle touche la plaque, c'est-à-dire quand l'épaisseur du film qui la soutient s'annule.

3.5 Conclusion

Nous avons étudié expérimentalement l'épaisseur du film de vapeur qui soutient une goutte caléfiée et déterminé de quels paramètres elle dépend. Nous avons observé que l'évaporation n'est pas la même pour les petites gouttes quasi-sphériques et pour les crêpes. Nous avons donc proposé des mécanismes d'évaporation différents (évaporation dans le film dans le premier cas ou par toute la surface de la goutte dans le second). Cependant, plusieurs questions sur le film de vapeur et sur les mécanismes d'évaporation de gouttes caléfiées restent en suspens :

- Le film de vapeur est-il réellement plat, et si oui comment l'observer expérimentalement ?
- L'apparition de cheminées dans les grosses crêpes modifie-t-elle les mécanismes d'évaporation ?
- Quand on pose une goutte liquide sur une plaque chaude, comment et à quelle vitesse se forme le film de vapeur ?

Nous tentons dans le chapitre 4 d'apporter des éléments de réponse à certaines de ces questions.

Chapitre 4

Questions partiellement résolues

Sommaire

4.1 Introduction **75**

4.2 Formation du film de vapeur **76**

4.2.1 Expériences et observations 76

4.2.2 Interprétations et discussions qualitatives des faits expérimentaux 80

4.3 Oscillations d'une crêpe caléfiée **83**

4.3.1 Introduction 83

4.3.2 Repères bibliographiques : oscillations de gouttes 83

4.3.3 Oscillations de gouttes caléfiées : observations et expériences 86

4.3.4 Discussion : mécanismes possibles 90

4.4 Conclusion **96**

4.1 Introduction

Nous allons discuter ici deux points qui restent incompris : le premier concerne la formation du film de vapeur sous la goutte. Nous nous demandons en particulier quelle est sa dynamique de croissance jusqu'à son épaisseur d'équilibre. Le second concerne un comportement remarquable des gouttes en caléfaction : elles se mettent parfois à osciller spontanément. Nous discutons ici les caractéristiques de ces oscillations (fréquences, modes) et nous envisageons certains mécanismes pouvant être à l'origine de leur formation.

4.2 Formation du film de vapeur

4.2.1 Expériences et observations

Nous avons tenté d'étudier comment varie l'épaisseur du film de vapeur aux tous premiers instants, après le dépôt de la goutte sur la plaque. La goutte n'arrive jamais sans vitesse initiale si bien que le dépôt d'une goutte peut aussi être considéré comme un impact. Nous avons pour cela effectué deux expériences, l'une permettant de mesurer l'épaisseur du film de vapeur par diffraction, l'autre de l'observer directement.

Expérience avec un laser

Description du montage

Un laser arrive en incidence rasante sur une plaque à 300° C. Une goutte liquide lâchée avec un pousse-seringue tombe sur la plaque dans le faisceau. On enregistre alors avec une caméra rapide (1000 images par seconde) la figure de diffraction obtenue directement sur le capteur CCD de la caméra (montage analogue à celui du chapitre 3). Le dispositif est détaillé sur la figure 4.1.

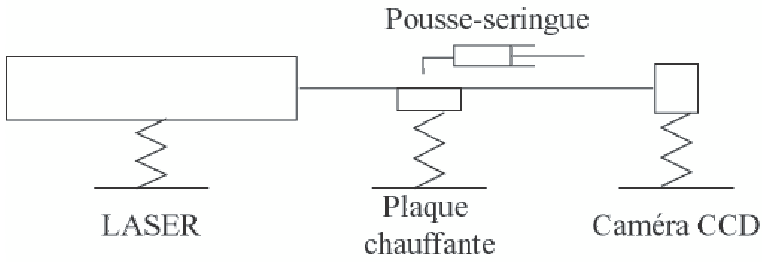

Fig. 4.1: Dispositif expérimental utilisé pour mesurer l'épaisseur du film de vapeur sous une goutte arrivant sur une plaque chauffante. L'alignement du faisceau laser avec la plaque se fait grâce à deux miroirs non représentés ici.

Difficultés rencontrées

Plusieurs problèmes ont été rencontrés :

- L'alignement de la goutte dans le faisceau laser aux premiers instants de l'expérience nous a obligés à réaliser cette expérience lors d'un impact. En effet, l'air chauffé par la plaque à la sortie de la seringue étant en dépression, des gouttes liquides se forment spontanément, ce qui nous a empêchés de les déposer de manière contrôlée. Nous avons donc placé le pousse-seringue à quelques centimètres de la plaque. De cette hauteur, les gouttes rebondissent sur la plaque, comme nous le verrons dans la section II.
- Le second problème réside dans la puissance du laser. En effet, la caméra utilisée à cette fréquence nécessite une certaine intensité lumineuse, ce qui nous a amenés à utiliser un autre laser, plus puissant (1 W) et de longueur d'onde 515 nm (vert).

- Lors de son arrivée, une goutte n'est pas encore aplatie mais sphérique. La réflexion sur ses bords arrondis dévie le faisceau laser, ce qui rend la figure de diffraction difficilement exploitable.

Observations

Les figures de diffraction observées font l'objet de la figure 4.2. On peut en déduire quelques observations, qui restent discutables, compte tenu des images :

- Au départ, le faisceau laser est diffracté par la plaque chaude uniquement, et on n'observe pas d'interférences (a).
- À l'arrivée de la goutte, on observe une figure d'interférences (très faible, soulignée par une flèche) dont l'interfrange augmente (l'épaisseur diminue, b).
- Ensuite, pendant quatre à cinq millisecondes, le faisceau laser ne passe plus (c).
- On observe sur une image que la lumière n'est plus diffractée mais diffusée (d).
- Enfin, au départ de la goutte, on observe à nouveau une figure d'interférences, puis le faisceau laser en entier.

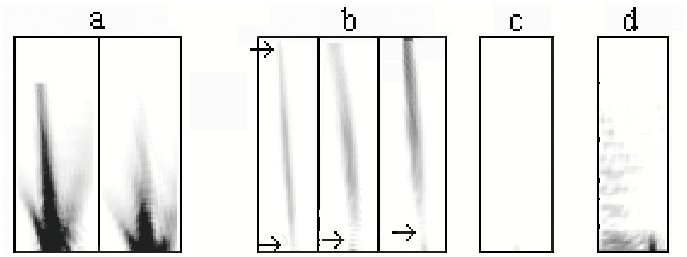

FIG. 4.2: Figures de diffraction observées à l'aide d'une caméra rapide lors de l'impact d'une goutte sur une plaque chaude. Les interférences sont soulignées par une flèche (zone b).

Expérience de visualisation directe

Description du montage et limites de l'expériences

La seconde expérience consiste à placer la caméra rapide sur une lunette grossissante et à filmer la partie inférieure de la goutte. Les gouttes glissent lentement le long d'une tige avant de se rapprocher tout près de la surface, le montage étant représenté sur la figure 4.3. La goutte, éclairée par derrière, apparaît en noir sur les images (contre-jour) et le film de vapeur en blanc. La résolution n'est pas très bonne, environ 20 μm.

Observations et résultats

La séquence d'images obtenue est reportée sur la figure 4.4. La formation du film de vapeur se fait en plusieurs étapes résumées sur la figure 4.5 :

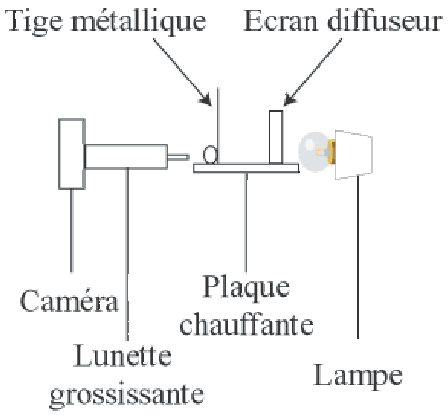

Fig. 4.3: Observation directe du film de vapeur sous une goutte en caléfaction : schéma de l'expérience.

Fig. 4.4: Séquence d'images représentant l'apparition du film de vapeur sous une goutte en caléfaction. Les images sont espacées de 200 ms.

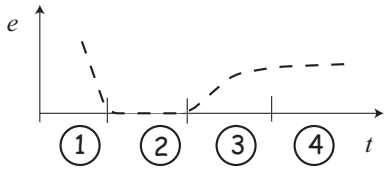

Fig. 4.5: Schéma des variations de l'épaisseur du film de vapeur au cours du temps, à temps court.

- Étape 1 : quand la goutte liquide arrive sur la plaque, l'image reste noire. On n'observe pas de film avec notre résolution. Cependant, les bords de la goutte sont arrondis, preuve que la goutte est immédiatement en mouillage nul. Il existe sans doute un film de vapeur non visualisable par cette expérience (images 1 à 3 de la figure 4.4).

- Étape 2 : si la goutte est initialement froide, elle reste dans cet état (en mouillage nul mais sans qu'un film de vapeur ne soit visible) pendant un temps τ d'environ 1 s. Ce temps dépend de la température initiale de la goutte (il diminue quand la température de la goutte augmente), de son volume (il augmente avec le volume de la goutte) et de la température de la plaque chaude (il diminue quand la température de la plaque augmente). Ce temps a été mesuré pour des gouttes de différents volumes initialement à température ambiante (environ 25 °C) posées sur une plaque à 300 °C. Les résultats sont représentés sur la figure 4.6.

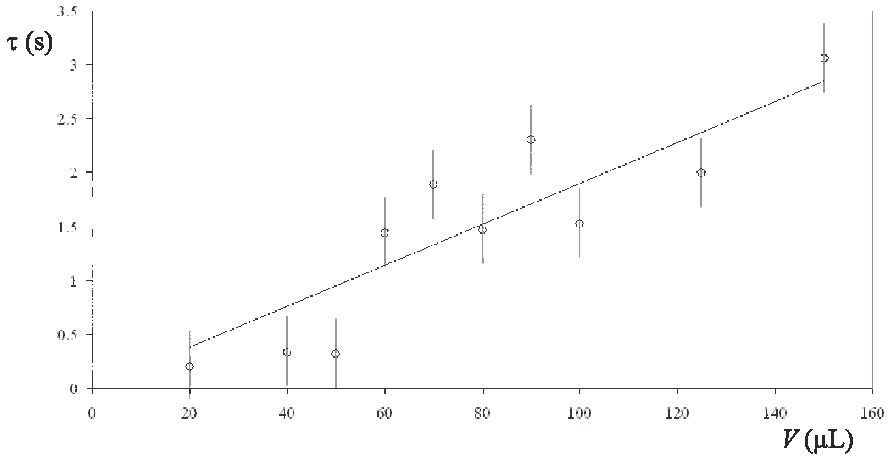

Fig. 4.6: Temps τ en secondes de l'étape 2 (figure 4.5) d'une goutte d'eau initialement à température ambiante (25 °C) en fonction de son volume V en μL. La droite représentée est la meilleure approximation linéaire des points expérimentaux. Elle a une pente de 0.02 s/μL.

- Étape 3 et 4 : le film de vapeur croît jusqu'à atteindre son épaisseur d'équilibre (images 3 à 6 de la figure 4.4), à laquelle il se fixe (images 7 et 8 de la figure 4.4).

Les images ont été binarisées (le seuil était fixé à la main selon la luminosité). L'épaisseur de la zone blanche sous la goutte a été mesurée de façon automatique, à l'aide du logiciel de traitement d'images "scion image".

La dynamique de croissance du film est reportée sur la figure 4.7. Les points sont assez dispersés, la résolution étant de plus ou moins un pixel, c'est-à-dire plus ou moins 10 μm. L'épaisseur d'équilibre est atteinte en environ 500 ms.

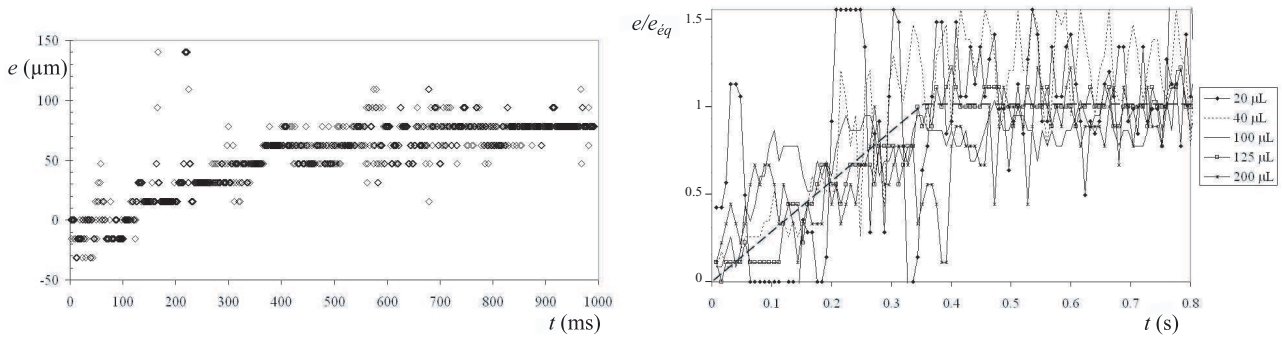

FIG. 4.7: Épaisseur e du film de vapeur sous une goutte en caléfaction au cours du temps. À gauche, l'épaisseur e est en micromètre, le temps t en millisecondes et les points sont espacés d'une milliseconde. La goutte a un volume initial de 40 μL. À droite, l'épaisseur e normalisée par l'épaisseur finale $e_{éq}$ est tracée en fonction du temps t en secondes, pour différents volumes de gouttes. Les points sont espacés de 1/125 seconde.

4.2.2 Interprétations et discussions qualitatives des faits expérimentaux

Au regard des résultats expérimentaux, voilà comment nous comprenons les étapes de la formation du film de vapeur. Elle a lieu en quatre étapes : tout d'abord la goutte touche la plaque où un film très mince de vapeur se forme. Ensuite, la chaleur se transmet à travers ce film très mince et permet le réchauffement du liquide. Enfin, l'épaisseur du film croît pour atteindre sa valeur d'équilibre. Chacune de ces étapes mérite d'être discutée.

Le contact

Au cours d'un impact ou du dépôt initial, la goutte se rapproche tout près de la plaque et semble même la toucher. On peut se demander s'il y a vraiment contact entre le solide et le liquide. Certains points nous suggèrent que le contact a bien lieu, mais d'autres laissent la question en suspens :

- L'expérience de visualisation avec le laser est pour nous en accord avec l'hypothèse d'un contact. En effet, sur la séquence d'images de la figure 4.2, on observe sur l'image d que la lumière du laser est diffusée. Cela suppose la présence d'objets diffuseurs, certainement des bulles de vapeur. Ces bulles se sont formées par nucléation hétérogène à la surface du solide. Ce mécanisme a été discuté dans le paragraphe 1.2.2 du chapitre 1. Pour qu'il y ait nucléation hétérogène, il faut qu'un contact s'établisse entre le liquide et le solide.
- Une expérience réalisée de façon qualitative par Stark en 1898 [94], puis par Makino et Michiyoshi de façon plus quantitative en 1984 [70] est aussi en accord avec cette hypothèse. Ils ont mesuré la différence de potentiel entre une électrode placée dans la goutte et une placée sur la plaque chaude. Leurs résultats, reportés sur la figure 4.8, montrent une diminution très importante de la capacité au cours d'un impact. Au départ, la différence de potentiel chute très fortement pour augmenter à nouveau au cours du contact avant de retrouver sa valeur

initiale lors du redécollage de la goutte. La première chute pendant un temps inférieur à la milliseconde prouve que le circuit est fermé et qu'il y a bien contact direct entre le liquide et le solide.

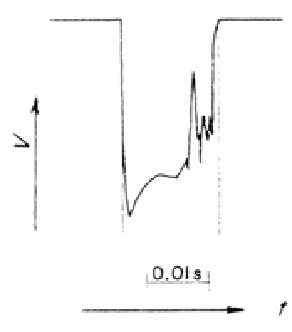

FIG. 4.8: Mesure de la différence de potentiel V entre une goutte d'eau liquide de diamètre 3.29 mm et une plaque chaude initialement à 330°C en fonction du temps t au cours d'un impact, effectuée par Makino [70].

- L'expérience de visualisation directe ne nous permet pas de dire s'il y a eu contact ou non. Au contraire, l'observation d'une goutte aux bords arrondis nous laisse penser qu'il subsiste un mince film de vapeur pour que la goutte reste en mouillage nul. S'il y a un contact, ce contact dure moins d'une milliseconde, ce qui reste concordant avec les observations précédentes.
- L'absence du bruit caractéristique d'éclatement de bulles (décrit au paragraphe 1.2.1 pour des gouttes posées sur une plaque à 100°C) au dépôt de la goutte laisse supposer qu'il n'y a pas de gouttes qui nucléent à la surface et qui éclatent. Cela ne prouve pas qu'elles sont inexistantes, mais elles sont peut-être si peu nombreuses que l'intensité du son émis n'est pas suffisante pour être perçue. De plus, elles peuvent exister sans éclater mais en coalescant simplement entre elles pour former un film de vapeur continu (chapitre 1 et référence [13]).

En conclusion, nos expériences n'ont pas permis de trancher sur l'existence ou non du contact de la goutte liquide avec le substrat. Cependant, la dépendance de la température de Leidenfrost avec la nature du substrat solide ainsi que les résultats obtenus sont plutôt en faveur d'un contact très bref (inférieur à la milliseconde) du liquide avec le solide.

Le film très mince

Malgré le contact, l'observation d'une goutte toujours en mouillage nul prouve qu'un film de vapeur très fin (d'une épaisseur inférieure à la plus petite épaisseur observable avec le laser et à la résolution de la lunette, c'est-à-dire environ 1 μm) se forme instantanément, empêchant l'adhérence et le mouillage de la goutte au substrat.

La chaleur qui passe à travers ce film sert sans doute dans un premier temps à réchauffer la goutte, et non à l'évaporer. Nous interprétons l'étape 2 de la figure 4.5 comme une étape de chauffage. En effet, le temps caractéristique de cette étape est plus ou moins long selon que la goutte

est initialement chaude ou froide, volumineuse ou non, comme observé expérimentalement (figure 4.6). Michiyoshi et Makino [72] ont mesuré la température de la goutte avec un microthermocouple chrome-aluminium de 25 μm. Ils notent que, pendant le contact, la température de la goutte augmente pour se stabiliser sur un temps d'environ 1 s. D'après ce temps τ, on peut estimer l'épaisseur initiale e_0 du film. La quantité de chaleur Q nécessaire pour chauffer une goutte d'eau de volume V de la température ambiante T_0 à la température d'ébullition $T_{éb}$ s'écrit :

$$Q = \rho_l V C_p (T_{éb} - T_0) \tag{4.1}$$

La chaleur transférée pendant un temps τ par diffusion à travers le film s'écrit (paragraphe 3.2.3) :

$$Q \sim \lambda S \frac{\Delta T}{e_0} \tau \tag{4.2}$$

On trouve

$$e_0 \sim \frac{\lambda S \Delta T}{\rho_l C_p (T_{éb} - T_0)} \frac{\tau}{V} \tag{4.3}$$

En prenant la pente de la courbe de la figure 4.6 représentant τ en fonction de V, on trouve une épaisseur de l'ordre de 140 nm, plausible à plusieurs titres. Cette épaisseur est inférieure à 1 μm, ce qui explique qu'on ne l'observe pas dans notre expérience. Elle est supérieure à 100 nm, ce qui est également raisonnable. En effet, 100 nm correspond à la portée typique des interactions de Van der Waals entre le liquide et le substrat. Ces interactions attractives auraient pour effet d'attirer le liquide sur le substrat, ce qui engendrerait un collage de la goutte à la plaque.

La dynamique de croissance

Une fois que la goutte est portée à 100°C, la chaleur qui lui est apportée sert à l'évaporer et à alimenter le film : l'épaisseur de ce dernier croît pour atteindre la valeur d'équilibre mesurée dans le chapitre 3. On peut tenter de déterminer la dynamique de croissance du film de vapeur par un raisonnement analogue à celui du chapitre 3, avec les mêmes hypothèses : on suppose que la vapeur est un gaz parfait et que la goutte appuie sur le film pour qu'il s'écoule. En revanche, on ne peut plus faire l'hypothèse quasi-statique car le volume de vapeur sous la goutte varie très vite. Avec ces hypothèses, on peut écrire (chapitre 3) :

$$\frac{dm_v}{dt} = \lambda \pi R^2 \frac{\Delta T}{eL} - \rho_v \frac{\Delta P}{12\eta} e^3 \tag{4.4}$$

avec :

$$\frac{dm_v}{dt} = \rho_v \pi R^2 \frac{de}{dt} + \rho_v e R \frac{dR}{dt} \tag{4.5}$$

La goutte étant très dense, elle s'évapore très peu et son rayon ne varie presque pas ($\frac{dR}{dt} \simeq 0$). On peut donc négliger le terme en $\frac{dR}{dt}$ dans les variations du volume de vapeur. On peut résoudre analytiquement cette équation. On trouve ainsi :

$$e(t) = e_0 \sqrt{Arctan(\frac{t}{\tau_c})} \tag{4.6}$$

avec

$$\tau_c = \sqrt{\frac{12\pi R^2 \rho_v L \eta}{\lambda \Delta T \Delta P}} \tag{4.7}$$

À temps court, cette loi est en $t^{\frac{1}{2}}$, dont la courbure est analogue à celle observée sur la figure 4.7. Puis elle conduit à une saturation vers l'épaisseur d'équilibre. Cependant, le temps caractéristique τ_c obtenu n'est pas du bon ordre de grandeur. On calcule τ_c= 10 ms pour une goutte centimétrique posée sur une plaque à 300° C, à comparer aux 200 ms observées expérimentalement.

Ce calcul suppose des échanges thermiques instantanés, ce qui sur ces échelles de temps est contestable. Une partie de la chaleur transmise sert à réchauffer la goutte, ce que nous n'avons pas pris en compte ici. De plus, on considère la goutte comme un cylindre rigide sans inertie. Une meilleure modélisation de la goutte elle-même ainsi que de la dynamique des échanges thermiques et des écoulements mis en jeu serait nécessaire pour comprendre quelle est la dynamique de formation du film de vapeur.

4.3 Oscillations d'une crêpe caléfiée

4.3.1 Introduction

Une crêpe en caléfaction n'adhère pas à son substrat. De ce fait, elle bouge énormément et on peut observer des instabilités qui se développent dans ou au bord de la goutte. Elles sont représentées sur la figure 4.9.

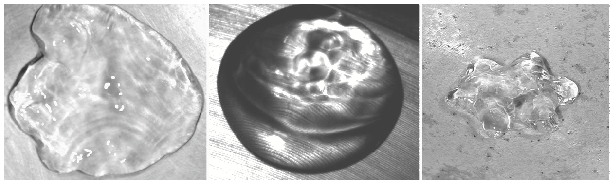

Fig. 4.9: Instabilités pouvant se développer dans une masse liquide en caléfaction : mouvements ondulatoires du bord d'une goutte d'eau (à gauche), rides ou ondes se propageant à la surface d'une goutte d'eau (au centre), instabilité en étoile (mode 6) d'une crêpe d'éthanol (à droite).

Une de ces instabilités correspond à la formation d'étoile à plusieurs branches, qui apparaissent spontanément. Ces formes sont oscillantes, les branches rentrant et se reformant au niveau des creux. Ces étoiles ont été observées [17], [106], [105], [102] par le passé, mais aucun mécanisme simple expliquant leur formation n'a été proposé.

4.3.2 Repères bibliographiques : oscillations de gouttes

L'oscillation de globules liquides est un phénomène très largement rencontré en physique, étudié par Kelvin [100], Rayleigh [87] et Bouasse [17] par exemple. Il a fait aussi l'objet de nombreuses études expérimentales [95], [108], [15], [83]. Les formes en étoiles que nous observons sont les formes

caractéristiques des oscillations de crêpes aplaties par la gravité (donc non sphériques). Ces formes ont aussi été observées expérimentalement dans des situations très différentes de la caléfaction.

Observations expérimentales de gouttes en forme d'étoile

Plusieurs montages expérimentaux permettent d'observer des crêpes étoilées.

- Gouttes en caléfaction

  Bien qu'on ne comprenne pas vraiment les mécanismes, les premières observations de crêpes oscillantes ont été faites sur des crêpes en caléfaction par Leidenfrost lui-même [65]. Ce phénomène a ensuite été parfois relevé [17], [106], mais il reste encore à comprendre aujourd'hui [105], [102] et [96].

- Gouttes vibrées

  Une autre méthode pour obtenir des gouttes oscillantes en forme d'étoile consiste à les poser sur un plan vibrant avec une amplitude suffisante et à une fréquence adaptée. Des expériences de gouttes vibrées sur des substrats non-mouillants ont permis l'observation et l'étude de gouttes en forme d'étoile (figure 4.10-[113], [11]). Une autre étude très détaillée de gouttes vibrées en mouillage partiel a été effectuée par X. Noblin [79]. Il observe le même type de gouttes en étoile, du moins pour les modes les plus bas (étoile à trois branches), mais se pose alors le problème du piégeage et du décrochage de la ligne de contact lors de ces vibrations.

Fig. 4.10: Observations de gouttes liquides en forme d'étoile. À gauche, goutte d'eau placée sur un substrat vibrant non mouillant [113]. Au centre, goutte d'eau en mouillage partiel placée sur un substrat vibrant [78]. À droite, goutte de mercure liquide soumise à un champ magnétique alternatif [42].

- Gouttes de métal liquide soumises à un champ magnétique

  Une autre méthode pour obtenir des gouttes en forme d'étoile est d'utiliser des gouttes de métal liquide (mercure par exemple) et de leur appliquer un champ magnétique alternatif à une fréquence adaptée (figure 4.10). Cette expérience a été réalisée par Fautrelle et al. [42].

- Gouttes en lévitation

  Deux méthodes sont possibles pour obtenir des gouttes en lévitation. La première est une lévitation aérodynamique ([83] et [48]) et la seconde une lévitation électrostatique ([29]). Dans les deux cas, l'oscillation de gouttes est possible, mais les études ne relatent pas l'apparition de formes en étoile, les gouttes devant être trop petites pour être aplaties par la gravité.

Fréquences propres d'oscillations des crêpes

Une goutte liquide a une tension de surface γ qui la pousse à reprendre sa forme d'équilibre quand elle est déformée (force de rappel) et une masse qui lui confère une certaine inertie quand elle est en mouvement. Une goutte liquide est donc un oscillateur, qui a une fréquence propre résultant de ces deux effets :

$$\omega \sim \sqrt{\frac{\gamma}{\rho R^3}} \tag{4.8}$$

La fréquence exacte de résonance peut être calculée ; elle dépend de la forme de la goutte et du mode observé. Pour des gouttes sphériques libres, si l est le mode observé, elle s'écrit, pour des déformations linéaires, ([64], [17], [62], [27]...) :

$$\omega^2 = l(l-1)(l+2)\frac{\gamma}{\rho R^3} \tag{4.9}$$

Dans le cas des crêpes, si on suppose que la goutte a une forme de cylindre de rayon R et de hauteur $2\kappa^{-1}$, on trouve ([42], [28], [22]) :

$$\omega^2 = l(l-1)(l+1)\frac{\gamma}{\rho R^3} \tag{4.10}$$

Au coefficient numérique près, on retrouve la formule 4.9, bien que la masse de la goutte ne soit pas ρR^3 mais $\rho R^2 \kappa^{-1}$. Ici, les mouvements s'effectuent radialement alors que force de rappel capillaire s'exerce sur toute l'épaisseur de la goutte. L'équilibre des forces s'écrit dimensionnellement :

$$\rho R^2 \kappa^{-1} \frac{R}{\tau^2} \sim \gamma \kappa^{-1} \tag{4.11}$$

On voit que la période d'oscillation est indépendante de κ^{-1}.

Oscillations paramétrées [78]

Une crêpe liquide constitue donc un oscillateur, mais c'est un oscillateur amorti à cause de la viscosité du liquide. Pour observer de façon continue des formes en étoile, il faut un mécanisme d'entretien de ces oscillations.

Dans le cas d'une goutte sur un plan vibrant ou d'une goutte métallique soumise à un champ magnétique, l'instabilité qui se développe est une instabilité paramétrique. Le principe et le calcul de ces oscillations sont détaillés dans [63]. L'équation d'un oscillateur linéaire non amorti à la fréquence ω_0 est la suivante :

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0 \tag{4.12}$$

La fréquence propre de l'oscillateur peut ne plus être une constante, mais varier avec le temps :

$$\ddot{x} + \omega(t)^2 x = 0 \tag{4.13}$$

avec :

$$\omega(t)^2 = \omega_0^2(1 + \epsilon cos(kt)) \tag{4.14}$$

On parle de résonance paramétrique quand la fréquence k de la perturbation de la fréquence propre est reliée à la fréquence propre par la relation suivante (n est un entier positif) :

$$k \simeq \frac{2\omega_0}{n} \tag{4.15}$$

La largeur du pic de résonance est d'autant plus grande que n est petit (il est donc plus facile d'observer une résonance paramétrique pour n=1). Ainsi, pour les gouttes vibrées, quand le plan vibre à une fréquence ω_{plan}, cela engendre une perturbation a de l'accélération à laquelle est soumise la goutte (au repos c'est la gravité g). Bien que dans la gamme de fréquence étudiée, la forme de la goutte n'est pas quasi-statique, une perturbation sinusoïdale de l'accélération verticale à laquelle est soumise la goutte engendre une perturbation sinusoïdale de R au premier ordre, à la fréquence ω_{plan}. Le paramètre à considérer est donc le rayon de la goutte.

La fréquence propre de l'oscillateur que constitue la crêpe liquide dépend de son rayon (équation 4.10). Une perturbation sinusoïdale du rayon de la goutte entraîne une perturbation de cette fréquence sinusoïdale. L'équation de l'oscillateur que constitue la crêpe devient alors :

$$\ddot{x} + \omega_0^2(1 + \epsilon cos(\omega_{plan}))x = 0 \tag{4.16}$$

Il y aura résonance paramétrique et les oscillations seront amplifiées si

$$\omega_{plan} \simeq 2\omega_0 \tag{4.17}$$

C'est ce qui a été observé expérimentalement : les formes étoilées apparaissent bien sous cette condition ([11], [113] et [78]). Pour les gouttes de métal liquide, le principe et la démarche sont analogues.

4.3.3 Oscillations de gouttes caléfiées : observations et expériences

Observations

En piégeant des crêpes caléfiées dans une plaque concave, nous avons pu observer la formation d'étoiles oscillantes à plusieurs branches, photographiées sur la figure 4.11.

Plusieurs observations méritent d'être mentionnées :

- Nous avons observé l'apparition spontanée de ces formes sans pouvoir en contrôler les paramètres (nombre de branches, conditions d'apparition...).
- En général, au cours d'une même expérience, le nombre de branches de l'étoile diminue lorsque le rayon de la crêpe diminue. Certains modes sont plus rares que les autres, comme le mode 7 par exemple, mais ils ont été observés.
- Ces oscillations spontanées n'apparaissent que quand la goutte est piégée. On les observe donc très facilement dans une coupelle concave, et parfois quand la goutte est maintenue sur une

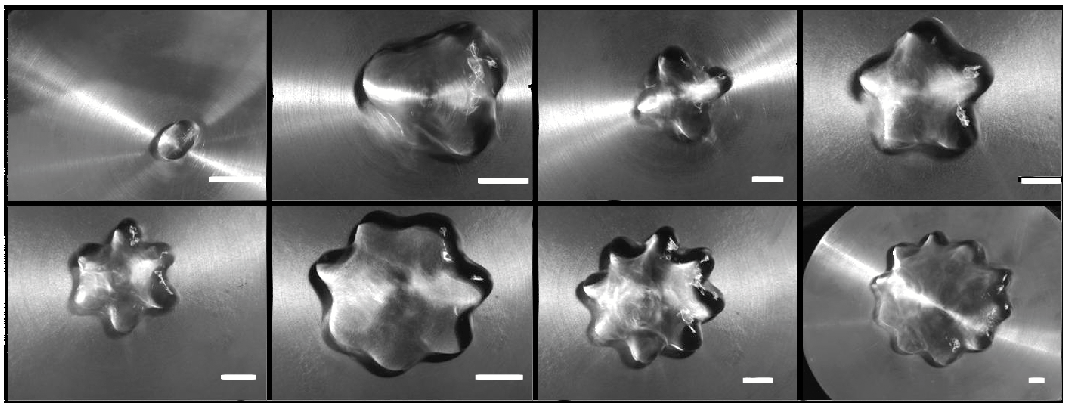

FIG. 4.11: Instabilités en étoile d'une crêpe caléfiée. La barre blanche représente 5 mm.

plaque horizontale par une aiguille. Quand la goutte peut bouger librement, sur une grande plaque horizontale à bords verticaux par exemple, nous n'avons jamais observé l'apparition de ces étoiles.

- Quand on met des marqueurs (poussières, craie) dans une goutte non piégée sur une surface plane, on observe des mouvements de convection du liquide dans la goutte, et plus précisément un mouvement circulaire vertical. Les résultats sont reportés sur la figure 4.12. La vitesse du liquide est de l'ordre de 3 cm/s.

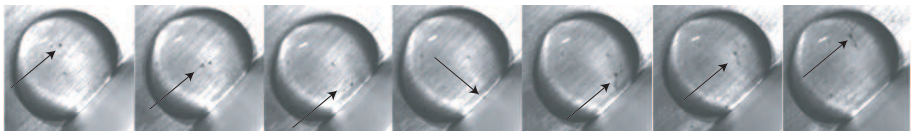

FIG. 4.12: Vue de dessus du mouvement interne d'une goutte d'eau en caléfaction sur une surface plane à 300°C : un marqueur indiqué par une flèche se déplace au sein du liquide. La goutte n'est pas piegée, mais est en "contact" avec le bord de notre surface. Les images sont espacées de 1/12 seconde, et la goutte a un diamètre de l'ordre de 1 cm.

- Nous avons tenté de forcer la formation de ces étoiles (vibration impulsionnelle de la plaque chauffante par exemple), mais sans succès. Une étude (élèves en projet à l'école polytechnique [37]) propose une méthode pour créer des oscillations non entretenues, en soufflant à travers un capillaire introduit dans la goutte.

Fréquences d'oscillation

En filmant ces formes avec une caméra rapide à 1000 images par seconde, nous avons pu mesurer la pulsation ω de vibration de ces étoiles, en fonction du rayon moyen de la goutte.

Nous avons reporté sur la figure 4.13 cette pulsation au carré (normalisé par la fréquence caractéristique ω_c du système) en fonction du mode observé. On pose :

$$\omega_c^2 = \frac{\gamma}{\rho R^3} \tag{4.18}$$

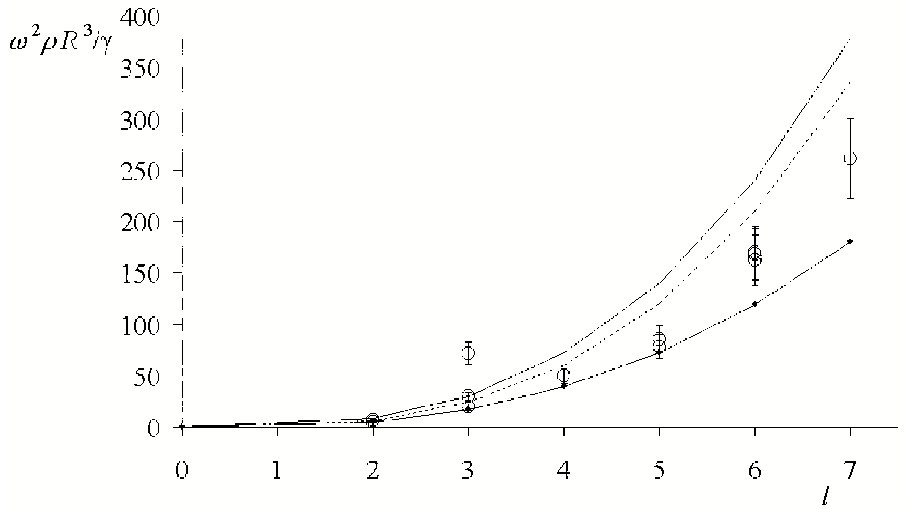

FIG. 4.13: Fréquence expérimentale ω^2 en (rad/s)^2 normé par la fréquence caractéristique du problème $\omega_c^2 = \gamma/(\rho R^3)$ en fonction du mode l observé. Le trait en pointillés correspond à la valeur attendue pour les oscillations libres d'une crêpe ($\omega/\omega_c = l(l+1)(l-1)$). Le trait plein correspond à la valeur attendue pour les oscillations libres d'une sphère ($\omega^2/\omega_c^2 = l(l+2)(l-1)$). Les points • correspondent à la valeur attendue pour les oscillations d'une goutte sphérique posée sur un substrat([34]).

Nous avons également reporté les valeurs de la pulsation attendues pour une sphère (pointillés), ou pour une crêpe (trait plein). Les fréquences mesurées sont un peu en dessous de ces valeurs. Cela peut être dû à la présence de la plaque. Les fréquences propres de gouttes sphériques posées sont en effet un peu en dessous de celles des gouttes libres ([34]). Une correction similaire mais moindre doit exister pour les crêpes. À cette correction près, nos résultats sont en accord avec la théorie. Ce point a déjà été vérifié par Wachters et al. en 1978 [106], par Takaki et al. en 1993 [112], et plus récemment (en 2004) par Thoroddsen et al. [102].

Longueur d'onde de déstabilisation

Comme le nombre de branches des étoiles diminue avec le rayon de la goutte, nous avons mesuré la longueur d'onde de la déstabilisation (la distance entre deux branches) pour chacune de nos expériences. Le périmètre moyen P de la goutte, c'est-à-dire son rayon moyen multiplié par 2π, est reporté en fonction du mode de l'instabilité (du nombre de branches de l'étoile). Les résultats sont représentés sur la figure 4.14.

Les résultats sont un peu dispersés mais on peut tout de même les aligner sur une droite, croissante. Il y aurait donc une longueur d'onde λ caractéristique de l'instabilité, quel que soit le mode. Le coefficient directeur de la droite correspondrait à cette longueur d'onde. Nous avons mesuré cette longueur d'onde pour différents liquides (eau, éthanol, acétone) et nous l'avons reporté en fonction de la longueur capillaire du liquide considéré. Les résultats sont reportés sur la figure 4.15. Nous avons également, à partir des clichés de la publication de Strier [96], mesuré cette longueur

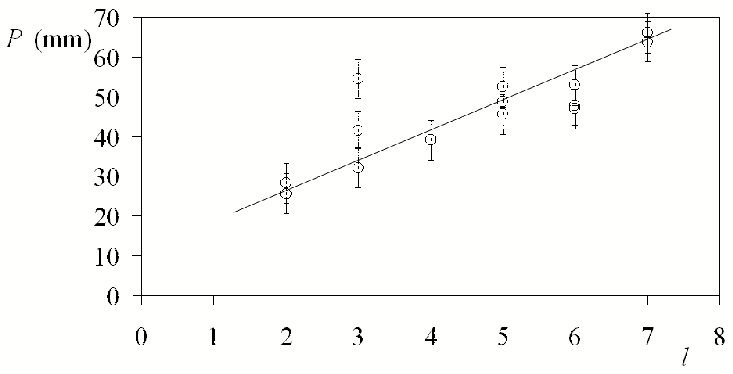

FIG. 4.14: Périmètre moyen P de gouttes d'eau caléfiées en forme d'étoile en fonction du nombre de branches l de l'étoile. Le trait plein correspond à une droite de pente 8 mm.

d'onde pour de l'azote liquide.

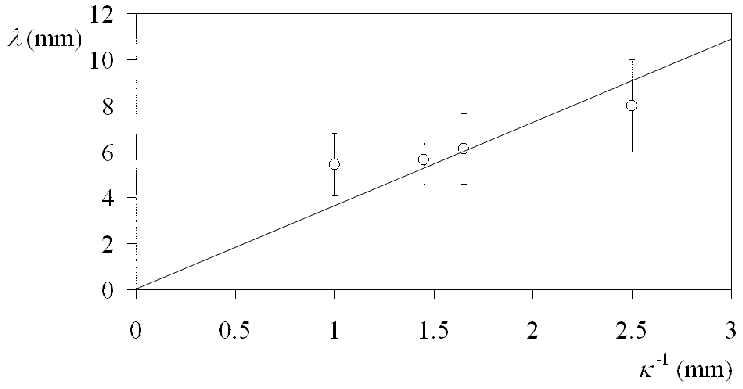

FIG. 4.15: Longueur d'onde moyenne λ de déstabilisation de gouttes en caléfaction en mm en fonction de la longueur capillaire κ^{-1} du liquide considéré en mm. La droite a une pente de 3.6.

Il semble y avoir une corrélation entre les deux longueurs, les points étant alignés. Le coefficient directeur de la droite passant le mieux par les points et par l'origine vaut 3.6.

Le film de vapeur

Afin de comprendre le mécanisme de formation des étoiles, nous avons mesuré l'épaisseur du film de vapeur pendant les oscillations. Les résultats sont reportés sur la figure 4.16. On remarque que l'épaisseur du film de vapeur varie (les variations sont de l'ordre de 50 $^\circ/_\circ$) pendant les oscillations. Ces variations n'existent pas quand il n'y a pas d'oscillation. Si on effectue une transformée de Fourier de ces points expérimentaux, aucune fréquence n'apparaît. Mais le nombre de points est sans doute trop faible (ou l'échantillonnage trop grand pour voir apparaître un pic dans le spectre de Fourier). Si l'on cherche une période graphiquement, on observe une période de l'ordre de 10-20 ms.

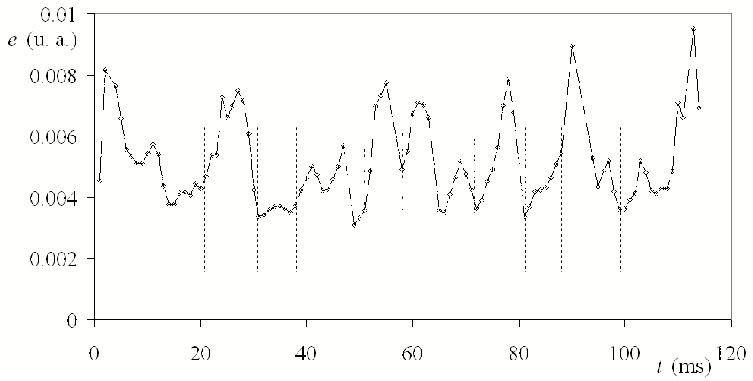

FIG. 4.16: Épaisseur e du film de vapeur sous la goutte pendant une oscillation de mode 3 d'une crêpe de rayon 17.5 mm. Les traits verticaux pointillés délimitent les périodes observées graphiquement.

Nous avons fait cette expérience pour différents diamètres de gouttes et différents modes, mais nous n'avons pas vraiment pu voir de différence dans les résultats.

4.3.4 Discussion : mécanismes possibles

Contrairement aux gouttes vibrées ou aux gouttes de métal liquide dans un champ électrique, ces oscillations ne sont pas forcées. Elles apparaissent spontanément : c'est donc un mécanisme intrinsèque au système qui permet cette déstabilisation et qui engendre ainsi ces formes étoilées. Nous avons vu que le film de vapeur vibrait aussi pendant ces oscillations. Deux hypothèses sont alors possibles :

- Le film de vapeur oscille. Cette oscillation a pour conséquence l'oscillation de la goutte.
- C'est l'oscillation de la goutte qui engendre les fluctuations de l'épaisseur du film de vapeur.

Nous proposons des mécanismes pouvant être à l'origine de l'oscillation du film d'une part, et de la goutte d'autre part. Dans chaque cas, nous allons déterminer quelles sont les indices expérimentaux en faveur ou en défaveur de ces mécanismes.

L'oscillation du film de vapeur

- *Causes de l'oscillation*
  - Une analyse qualitative nous permet de comprendre pourquoi le film de vapeur peut osciller : si son épaisseur est plus petite que l'épaisseur d'équilibre, le transfert de chaleur entre la goutte et la plaque est plus important et de la vapeur est créée en grande quantité. Ainsi, l'accumulation de vapeur sous la goutte engendrera une pression qui poussera le liquide vers le haut. Quand l'épaisseur du film de vapeur est plus grande que l'épaisseur d'équilibre, la vapeur n'est plus produite en quantité suffisante et la dépression ainsi produite résulte en une retombée du liquide vers le bas. Dans le modèle utilisé dans

l'annexe B, on peut regarder comment varie l'épaisseur du film de vapeur aux premiers instants si on se place hors de l'épaisseur d'équilibre. On trouve que l'épaisseur du film de vapeur oscille (c'est le régime transitoire décrit) pour se stabiliser à sa valeur d'équilibre en 0.02 secondes environ.

- Un autre mécanisme possible est représenté sur la figure 4.17. La goutte est un peu incurvée à cause de la surpression qui règne au centre ou à cause d'une fluctuation aléatoire. Pour conserver le débit, la vapeur s'écoule plus vite aux bords de la goutte où l'épaisseur est plus mince. Cet écoulement plus rapide va engendrer une dépression qui aspire les bords de la goutte vers le bas. De la vapeur est alors créé localement en grande quantité, et les bords vont remonter. Ce mécanisme (dépression de Bernoulli à cause d'un écoulement parallèle) est celui de l'instabilité de Kelvin Helmholtz. Nous avons vu (annexe A) que cette instabilité ne pouvait pas se développer car la tension de surface liquide-vapeur s'y opposait tant que le système n'était pas assez grand. À cause de sa tension de surface, à petite échelle, le liquide est donc analogue à un solide qui ne se déforme pas. Si la surface de ce liquide n'est pas plane, l'écoulement autour de lui va engendrer des différences de vitesse à différents endroits de la goutte donc des différences de pression et une oscillation. Ce mécanisme n'est donc pas analogue à celui qui fait flotter un drapeau dans le vent, mais plutôt à celui qui engendre les oscillations d'une balle de ping-pong dans un entonnoir dans lequel on souffle.

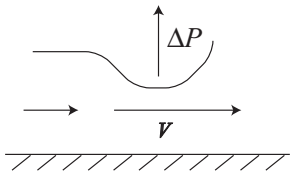

Fig. 4.17: Schéma d'un mécanisme pouvant engendrer l'oscillation du film de vapeur sous une goutte en caléfaction.

Ce mécanisme suppose que les écoulements sous la goutte sont inertiels (même si la vapeur avance dans une géométrie confinée, sa vitesse est de l'ordre de 1 m/s donc, on est presque dans cette limite). Il suppose aussi que la forme de l'interface sous la goutte est bombée, ce qu'elle doit être dans la limite des grosses crêpes. Si cette dépression s'équilibre avec l'inertie de la goutte, la période de l'oscillation s'écrit :

$$\tau^2 \sim \frac{\rho_l R^2 \kappa^{-1} e}{\rho_v v^2 R \kappa^{-1}} \sim \frac{\rho R e}{\rho_v V^2} \tag{4.19}$$

où V est la vitesse du flux de vapeur. On trouve une période de 30 ms, proche de nos observations expérimentales. Le rôle de l'écoulement de vapeur dans l'observation de ces oscillations paraît primordial. En effet, des oscillations de petites gouttes en lévitation ont pû être observée expérimentalement ([48]).

Toutefois, ce mécanisme ne permet pas de comprendre comment les oscillations sont auto-entretenues ni ce qui sélectionne un mode, mais il semble que le film de vapeur joue un rôle prédominant dans leur apparition.

- *Conséquences de l'oscillation sur la goutte*

  L'oscillation du film de vapeur a pour conséquence une variation de l'accélération à laquelle est soumise la goutte. Ceci engendre une variation du rayon moyen de la goutte avec le temps et donc dans certains cas (accord en fréquence) l'apparition d'une résonance paramétrique, qui a pour conséquence l'oscillation entretenue de la goutte (paragraphe 4.3.2).

- *Adéquation avec les résultats expérimentaux*

  - La ressemblance des formes obtenues entre des gouttes vibrées et des gouttes en caléfaction nous laisse suggérer que le film de vapeur sur lequel est posé la goutte agit comme un plan vibrant. L'observation expérimentale des fluctuations d'épaisseur du film de vapeur (figure 4.16) nous a confortés dans cette hypothèse.

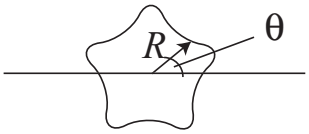

FIG. 4.18: Rayon R en fonction de l'angle θ d'une étoile en caléfaction.

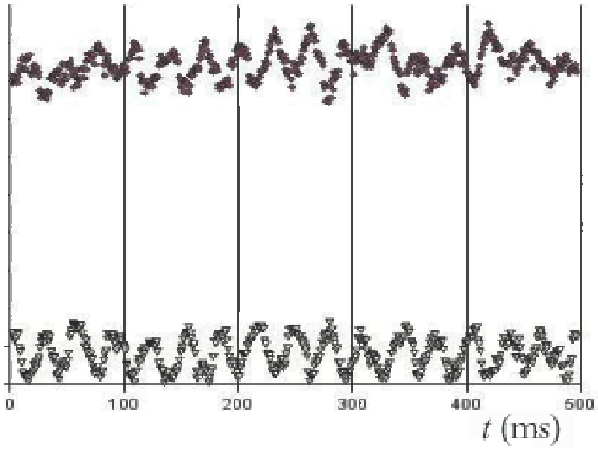

FIG. 4.19: Variations du premier coefficient de Fourier (▲ en haut) du rayon en fonction de l'angle (figure 4.18) et du quatrième (▽ en bas) pour une crêpe d'eau en caléfaction oscillante selon un mode 4, en fonction du temps t [37].

  - Une étude menée par des élèves en projet à l'école polytechnique ([37]) propose une démarche analogue à celle de l'étude des gouttes vibrées de X. Noblin [79]. Ils ont filmé des gouttes oscillantes à la caméra rapide (1000 images par seconde). Ils ont relevé le rayon R de la goutte en fonction de la direction θ (schéma 4.18). Ils ont fait la transformée de Fourier de cette courbe et tracé les coefficients de Fourier au cours du temps. Les résultats

sont reportés sur la figure 4.19, pour une étoile oscillante à quatre branches (mode 4). Ils ont remarqué que le premier coefficient de Fourier et le quatrième (dans le cas d'une étoile à quatre branches) oscillaient à une fréquence double de la fréquence d'oscillation de la goutte. Les autres coefficients ont des amplitudes négligeables. Les variations du quatrième coefficient de Fourier correspondent de façon naturelle aux oscillations de la goutte. Les variations du premier coefficient de Fourier sont plus surprenantes ; elles correspondent aux variations du rayon moyen de la goutte (donc à une variation de l'épaisseur de la goutte). Ce résultat est analogue à celui observé par X. Noblin dans le cas des oscillations paramétrées (paragraphe 4.3.2), pour des gouttes en mouillage partiel sur un plan vibrant. Une vibration de l'épaisseur du film de vapeur aurait alors un rôle analogue au plan vibrant.

L'oscillation de la goutte

- *Mécanismes possibles*

  Fluctuations de température et de tension de surface au sein de la goutte

  Comme nous l'avons vu au chapitre 1, une crêpe d'eau en caléfaction n'est pas homogène en température, la température à la surface supérieure de la goutte étant de quelques degrés plus faible que la température à la surface inférieure de la goutte. Cette différence de température peut être à l'origine de fluctuations de densité ou de tension de surface au sein du liquide et ainsi engendrer des instabilités.

  - Instabilités de Rayleigh-Bénard et de Bénard-Marangoni [52]

    La différence de température entre le haut et le bas de la goutte engendre une différence de densité au sein de la goutte, qui rend le système instable (les zones chaudes du bas de la goutte veulent remonter vers les zones froides). Cette instabilité (dite de Rayleigh-Bénard) ne se développera que pour des valeurs assez grandes du nombre sans dimension Ra caractéristique de l'instabilité :

    $$Ra = \frac{\alpha \Delta T g a^3}{\nu D} \tag{4.20}$$

    où α est le coefficient de dilatation thermique de l'eau, ΔT la différence de températures entre le haut et le bas de la goutte (ici 5 degrés), D la diffusivité thermique et ν la viscosité cinématique du liquide, a l'épaisseur de la goutte (5 mm). Pour une goutte d'eau en caléfaction, ce nombre vaut environ 1700. Il est du même ordre de grandeur que le nombre de Rayleigh critique ($Ra_c = 1708$) à partir duquel l'instabilité se développe. Mais cette instabilité n'est certainement pas à l'origine de la formation des formes étoilées car elle est inexistante dans le cas d'une goutte d'azote liquide qui refroidit le substrat sur lequel elle est posée : elle est alors froide sur le dessous et plus chaude en haut, et l'on observe aussi des étoiles d'azote liquide.

Si la surface supérieure du liquide est libre (cas de notre expérience), une autre instabilité connue sous le nom d'instabilité de Bénard-Marangoni peut aussi se développer. Dans ce cas, les zones plus chaudes de fluide à la surface coulent vers les zones froides, car ces dernières ont une tension de surface plus élevée. Cette instabilité est aussi caractérisée par un nombre sans dimension, le nombre de Marangoni :

$$Ma = \frac{b\gamma\Delta Ta}{\nu\rho D} \tag{4.21}$$

b étant le taux des variations relatives de tension de surface avec la température (en K^{-1}). Dans les systèmes de petite taille (pour lesquels les effets de surface sont grands devant la gravité), l'instabilité se développe plus facilement que celle de Rayleigh-Bénard : pour un volume d'eau d'épaisseur 5 mm, le nombre de Marangoni vaut 30 000, à comparer au nombre de Marangoni critique qui vaut 80.

Ces instabilités existent donc bien (surtout celle de Bénard-Marangoni) dans le cas d'une goutte d'eau en caléfaction. Elles engendrent des rouleaux de convection dans le liquide, dont la taille correspond à la hauteur du liquide : Strier et al. [96] ont observé grâce à une poudre d'aluminium des mouvements convectifs dans le liquide, qu'ils interprètent comme un rouleau convectif torique. Ce rouleau peut alors se déstabiliser en forme d'étoile, comme le fait une goutte liquide en rotation ([71], [111]).

- Fluctuations de température, donc de tension de surface, au cours d'une vibration

  Ce mécanisme est l'un de ceux proposés par Tokugawa et Takaki [105] : les fluctuations de température sur la périphérie sont causées par le contact avec l'air ou la vapeur entourant le liquide. En effet, le liquide s'évapore sur toute la surface de la goutte. Ainsi, la goutte est à sa surface en contact avec une mince couche de vapeur. Quand une branche se forme, elle pousse cette mince couche et le liquide se retrouve alors en contact avec l'air ambiant, plus chaud que la vapeur à 100° C. La tension de surface diminue alors. Lors de la rétraction de l'étoile, le bord de la goutte se retrouve en contact avec une importante couche de vapeur, le liquide est alors plus froid et la tension de surface augmente. Ce scénario permet également d'obtenir des oscillations auto-entretenues, comme le montre une analyse de stabilité linéaire [105].

  Ces mécanismes permettent d'expliquer pourquoi une fois qu'on a des oscillations, elles sont auto-entretenues, mais il n'explique pas ce qui sélectionne le mode de l'oscillation en fonction du rayon. Enfin l'observation d'oscillations dans une goutte en lévitation (sur coussin d'air) nous laisse suggérer que la température ne joue pas un rôle prépondérant dans le mécanisme de création de ces formes.

Friction de la vapeur

La vapeur qui s'échappe sous la goutte entraîne aussi du liquide par cisaillement. Ainsi, des

rouleaux de convection se forment dans la goutte, et un liquide en rotation peut se déstabiliser sous forme d'étoile [111]. Plusieurs constatations dans ce sens peuvent être effectuées :

- Les mouvements internes dans le liquide, quand la goutte n'oscille pas, sont circulaires et verticaux, donc en accord avec un entraînement du liquide par la vapeur. Sachant qu'on a déjà estimé la vitesse de la vapeur (chapitre 3), on peut calculer un ordre de grandeur de la vitesse du liquide qui en résulte :

$$\eta_{vap}\frac{v_{vap}}{e} \sim \eta_l \frac{v_l}{\kappa^{-1}} \tag{4.22}$$

  Sachant que e vaut environ 100 μm et que le rapport des viscosités η_l/η_v est égal à 0.2, on obtient alors une vitesse de 5 cm.s^{-1} pour le liquide, cohérente avec la vitesse de 3 cm.s^{-1} observée expérimentalement. De plus, pendant les oscillations, un rouleau convectif torique a été observé à l'aide d'une poudre d'aluminium par Strier et al. [96].

- Un tel rouleau n'est pas stable et se déstabilise à partir d'un nombre de Reynolds de 1000 si le rapport entre le coeur du vortex et la taille du tore ainsi formé vaut 5 [111]. Dans nos expériences, ce rapport est plutôt de l'ordre de 4, et le nombre de Reynolds vaut 250 (si l'on suppose que les écoulements se font sur l'épaisseur de la crêpe, donc sur 5 mm). L'ordre de grandeur reste quand même raisonnable dans l'hypothèse d'une déstabilisation. Dans ce cas, la longueur d'onde de déstabilisation dépend de la hauteur du rouleau, donc de la longueur capillaire, point observé expérimentalement (figure 4.15).

- Quand les branches des étoiles se créent, Thoroddsen et al. [102] ont remarqué que les lobes apparaissaient par le dessous de la goutte. La vapeur qui s'écoule radialement sous la goutte peut donc entraîner ces lobes.

- Les oscillations ne sont observées que quand la goutte est piégée, ce qui force la vapeur à s'échapper radialement sous la goutte et donc à créer un rouleau convectif torique et non une rotation en bloc associée à une translation de la goutte.

- Le cisaillement de liquide par la vapeur sera alors plus important quand la température de la plaque augmente (la vitesse de vapeur sera beaucoup plus rapide), donc les étoiles se formeront plus facilement, ce qu'on a observé expérimentalement.

Ce dernier mécanisme paraît raisonnable, les oscillations étant entretenues par le flux constant de vapeur. Cependant, une mise en évidence expérimentale de ces mouvements convectifs dans la goutte juste avant l'apparition des oscillations ainsi qu'une mesure de la vitesse du liquide est nécessaire.

Entretien de la force capillaire par évaporation

Si la goutte s'affaisse un peu à cause d'une perturbation quelconque, sa surface de contact sera augmentée et elle s'évaporera plus. Son épaisseur h diminuera alors, et le rapport de son énergie de surface (permettant les oscillations radiales) sur son énergie cinétique (permettant

des oscillations verticales) en sera augmenté. Ce phénomène est aussi couplé au film de vapeur. Quand la goutte s'affaisse, sa surface de contact croît, et elle va avoir une épaisseur d'équilibre plus grande (chapitre 3). Elle va donc remonter puis osciller et sa surface de contact sera alors plus faible, et la goutte va redescendre. Les oscillations sont donc entretenues par les vibrations du film de vapeur dues aux différences d'évaporation de la goutte pendant une oscillation.

- *Conséquences de l'oscillation sur le film*

  Le liquide dans la goutte est incompressible. Les oscillations de la goutte se font donc à volume constant. Or, pendant les oscillations, la surface moyenne du cylindre varie, donc l'épaisseur de ce cylindre varie également. L'accélération du bas de la goutte entraîne une variation de la pression qui comprime le film. Une oscillation de la goutte entraîne une fluctuation de l'épaisseur du film de vapeur au cours du temps.

Des mécanismes expliquant l'apparition spontanée d'étoiles vibrantes peuvent aussi être envisagés. Nous n'avons pas réussi à déterminer si les vibrations du film de vapeur étaient la cause ou la conséquence des vibrations de la gouttes. Une étude approfondie de gouttes sur coussin d'air nous permettrait de trancher : une telle goutte serait soumise aux mêmes écoulements qu'en caléfaction, tout en s'affranchissant des gradients thermiques. L'observation (ou non) d'oscillations nous permettrait donc de supprimer toute une classe de mécanismes possibles. Nous avons tenté de faire cette expérience en soufflant de l'air à travers un verre fritté (poreux). Nous n'avons réussi qu'à mettre des petites gouttes (sphériques) en lévitation, les autres s'échappant.

4.4 Conclusion

Sur la forme que prenne les gouttes caléfiées, deux questions n'ont été que partiellement résolues. La première concerne la dynamique de formation du film de vapeur. Une étude expérimentale plus approfondie, peut-être en ce qui concerne l'évolution de la température de la goutte, et sa corrélation avec l'évolution de l'épaisseur du film de vapeur nous donnerait des éléments de réponses plus précis. La seconde concerne l'observation d'un comportement particulier de la goutte, à savoir ses oscillations spontanées. Ces oscillations paraissent bien caractérisées d'un point de vue expérimental. Il reste cependant à proposer des solutions expérimentales permettant de déterminer quel est le mécanisme qui en est à l'origine.

Conclusion sur la caléfaction

Dans cette première partie, nous avons étudié certaines des propriétés statiques des gouttes en caléfaction (température, forme, évaporation).

Dans le premier chapitre, nous avons rappelé ce qu'était la caléfaction (ou phénomène de Leidenfrost), en nous attachant à décrire plus particulièrement le système utilisé dans la suite, de l'eau liquide sur une plaque en duralumin chauffée à 200 ou 300°C. Nous avons ensuite discuté la température qui règne au sein de la goutte (son homogénéité et sa valeur). La conclusion est qu'une petite goutte d'eau est très vite et entièrement à 100°C alors qu'une grosse flaque reste thermiquement inhomogène (températures de 100°C en bas de la goutte et de 90°C en haut).

Dans le second chapitre, nous avons décrit la forme des gouttes en caléfaction, dans la continuité d'études déjà existantes sur le mouillage nul. Elles sont quasi-sphériques en dessous de la longueur capillaire, puis aplaties en crêpe au-dessus. Mais pour les crêpes de rayon supérieur à 2 cm apparaît une instabilité originale : des cheminées de vapeur percent à intervalle régulier la surface, ce que nous avons interprété comme une instabilité de type Rayleigh-Taylor. Nous avons mesuré la longueur d'onde seuil et caractérisé la dynamique de cette instabilité ce qui nous a permis de conforter notre interprétation.

Dans le troisième chapitre, nous nous sommes penchés sur les mécanismes d'évaporation de la goutte, et nous les avons quantifiés en effectuant certaines hypothèses. Nous avons aussi accédé expérimentalement à l'épaisseur du film de vapeur qui soutient la goutte, et qui dépend directement du volume de cette dernière. Dans le cas des flaques, l'apport de chaleur ainsi que l'évaporation se font à travers ce film, alors que dans le cas d'une petite goutte, l'évaporation se fait sur toute sa surface.

Enfin, dans le quatrième chapitre, nous avons proposé des éléments de réponses à deux questions qui ne restent que partiellement résolues. La première concerne la dynamique initiale de formation du film de vapeur. Elle s'effectue sur des temps de l'ordre de 100 ms, et est précédée d'une période de chauffage. Ensuite, nous avons décrit un comportement particulier des crêpes en caléfaction, qui est leur oscillation spontanée. Nous avons proposé différents mécanismes permettant d'expliquer leur entretien ou leur apparition.

Deuxième partie

La caléfaction : impacts

Une goutte liquide posée sur une plaque à une température supérieure à la température de Leidenfrost n'adhère pas sur son substrat. Elle flotte et glisse sur un coussin de vapeur, comme nous l'avons décrit dans la partie I. Cette situation est par certains côtés analogue aux situations de mouillage presque nul, pour lesquelles on sait maintenant que l'air piégé dans les aspérités de la surface joue un grand rôle [14], [60]. Une goutte d'eau posée sur une surface superhydrophobe peut aussi glisser. Une autre caractéristique commune à ces deux situations concerne le comportement à l'impact : en effet, dans les deux cas, une goutte liquide lancée sur ces surfaces va le plus souvent rebondir.

Considérons une goutte liquide initialement sphérique qui arrive à une vitesse V sur une surface hydrophobe. La variation rapide de quantité de mouvement de la goutte la pousse à se déformer, voire à se fragmenter, alors que sa tension de surface exerce une force de rappel qui s'oppose à cette déformation. Le nombre sans dimension caractéristique de l'impact non visqueux est le nombre de Weber, rapport de l'énergie cinétique $\rho R_0^3 V^2$ de la goutte sur son énergie de surface γR_0^2.

$$We = \frac{\rho V^2 R_0}{\gamma} \tag{4.23}$$

Lors d'un impact, trois situations sont à envisager :

- Les impacts à petit nombre de Weber ($We < 1$) : la goutte se déforme très peu, elle reste quasiment sphérique et peut éventuellement rebondir. Mais un impact trop lent la fera se coller, dans le cas de surfaces super-hydrophobes.
- Les impacts à nombre de Weber assez grand ($1 < We < 50$) : la goutte s'écrase sur la surface, et se déforme notablement, en crêpe aplatie. Elle peut également rebondir.
- Les impacts à très grand nombre de Weber ($We > 50$) : la tension de surface n'est plus suffisante pour garder la goutte intègre. Celle-ci se fragmente et explose en éclaboussures. Le rebond devient plus difficile à définir.

Nous allons utiliser les plaques chauffantes comme surfaces non-mouillantes modèles pour étudier quelques caractéristiques des deux premiers cas (petit et assez grand nombre de Weber), c'est-à-dire du rebond intègre. La fragmentation a été largement étudiée par le passé ([44], [74]), y compris pour des rebonds sur des surfaces superhydrophobes [89]. Les principales questions que nous nous sommes posées concernent l'élasticité des chocs, un problème sur lequel il n'existait pas jusqu'à maintenant de réponse claire.

Chapitre 5

Rebonds à grand nombre de Weber

Sommaire

5.1 Introduction **103**

5.2 Caractéristiques des rebonds **104**

5.2.1 Description d'un rebond 104

5.2.2 Temps de contact, extension maximale, coefficient de restitution 104

5.3 L'analogie goutte-ressort **110**

5.3.1 Compression 111

5.3.2 Décollage 111

5.3.3 Vitesse minimale de rebond et coefficient de restitution 113

5.4 Conditions de rebond : expériences **115**

5.4.1 Rayon maximal de décollage 116

5.4.2 Décollage de gouttes écrasées 118

5.5 Conclusion **120**

5.1 Introduction

Le rebond de gouttes liquides sur des surfaces a été dans un passé récent l'objet de plusieurs études [44], [89], [88], [74], [25]. Nous proposons ici de nous focaliser sur la question de l'élasticité des chocs, et considérons d'abord le cas des impacts à grand nombre de Weber ($We > 1$). Nous utilisons des plaques chauffées à une température supérieure à la température de Leidenfrost comme substrats non-mouillants modèle.

5.2 Caractéristiques des rebonds

5.2.1 Description d'un rebond

Le rebond d'une goutte liquide se fait en plusieurs étapes. Tout d'abord, la goutte, sphérique, arrive en chute libre sur la surface avec une vitesse V. Elle se déforme ou s'étale, à cause de sa quantité de mouvement, pour atteindre une extension maximale R_{max}. Puis elle se rétracte, sous l'effet de sa tension de surface, avant de quitter la surface avec une vitesse V', au temps t_d. On observe alors qu'à sa translation se superpose un mouvement libre d'oscillations essentiellement quadrupolaires. Une séquence d'images caractéristiques d'un rebond d'une goutte d'eau ($R_0 = 1$ mm) arrivant sur une plaque à 300°C est représentée sur la figure 5.1. La vitesse à l'impact est de 80 cm.s^{-1}, le temps de contact t_c vaut environ 11 ms et le coefficient de restitution en vitesse $q = \frac{V'}{V}$ environ 0.6. Le mouvement d'oscillation de la goutte peut être observé sur les trois dernières images de la figure 5.1.

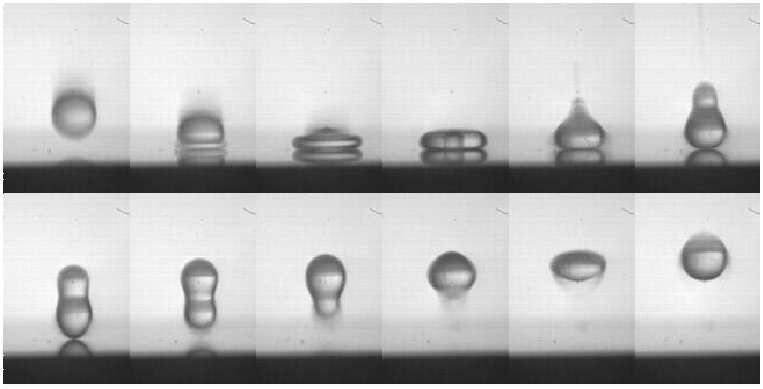

Fig. 5.1: Goutte d'eau millimétrique rebondissant sur une surface à 300° C. Les images sont espacées de 1.8 ms. La goutte a un rayon de 1 mm et une vitesse à l'impact de 80 cm.s^{-1}.

5.2.2 Temps de contact, extension maximale, coefficient de restitution

D. Richard, dans sa thèse [89], a étudié en détail le rebond de gouttes sur des surfaces super-hydrophobes. Nous avons vérifié dans un premier temps que les caractéristiques de nos rebonds sur des plaques chaudes sont bien identiques à celles qu'il a définies.

Temps de contact [90] [80]

Le temps de contact à grand nombre de Weber ne dépend pas de la vitesse d'impact V et correspond (en ordre de grandeur) à la période d'oscillation d'une goutte :

$$t_c \sim \sqrt{\frac{\rho R_0^3}{\gamma}} \tag{5.1}$$

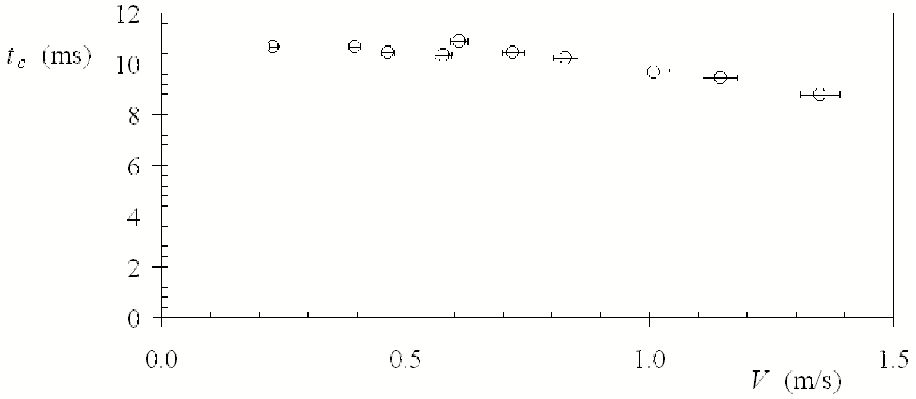

FIG. 5.2: Temps de contact t_c en s en fonction de la vitesse V d'impact d'une goutte d'eau de rayon $R_0 = 1.06$ en mm qui rebondit sur une plaque à 260° C.

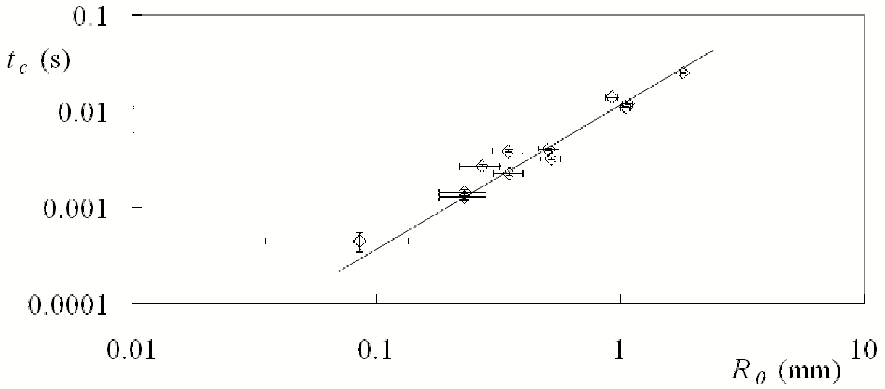

FIG. 5.3: Temps de contact t_c en s en fonction du rayon initial R_0 en mm d'une goutte d'eau qui rebondit sur une plaque à 260° C, dans un diagramme logarithmique-logarithmique. La droite en trait plein a une pente de 1.5, conformément à l'équation 5.1.

Nous avons vérifié expérimentalement cette indépendance de t_c avec V dans le régime des nombres de Weber supérieurs à l'unité (figure 5.2). On peut toutefois noter une très légère décroissance de t_c avec V, qui pourrait correspondre à une variation du temps de vibration dans des régimes de déformation fortement non-linéaires.

Nous avons aussi mesuré ce temps pour des gouttes d'eau de rayons différents. On observe dans un diagramme logarithmique-logarithmique (figure 5.3) qu'une droite de pente 1.5 (équation 5.1) décrit bien nos points expérimentaux. Plus précisément, on observe :

$$t_c \simeq 2.65\sqrt{\frac{\rho R_0^3}{\gamma}}$$

Le coefficient numérique de 2.65 est proche de celui observé par D. Richard, qui valait 2.6. On peut s'interroger sur sa signification : une goutte au contact avec la plaque est en effet obliger d'osciller. Elle s'étale et se rétracte une fois : elle effectue donc entre une moitié et les trois quarts d'une oscillation pendant le contact avec la plaque. La période d'oscillation du mode quadrupolaire ($l = 2$) d'une goutte libre dans l'air τ_o est donnée par l'équation 4.9 ([27]) :

$$\tau_o = \frac{\pi}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{\rho R_0^3}{\gamma}} \tag{5.2}$$

Le préfacteur vaut environ 2.2. On observe donc expérimentalement un temps de contact plus élevé qu'une période d'oscillation complète. Cependant, la présence du substrat induit une variation de la fréquence d'oscillation d'une goutte [89]. Courty et al. [34] ont calculé et mesuré la période d'oscillation d'une petite goutte posée τ_o'. Ils trouvent, pour le mode $l = 2$:

$$\tau_o' = \sqrt{\frac{2\pi(1+\sqrt{\frac{5}{4\pi}})}{8}}\sqrt{\frac{\rho R_0^3}{\gamma}} \tag{5.3}$$

Le préfacteur vaut à présente 2.8, et il est donc supérieur à nos résultats expérimentaux. La goutte, au contact, effectue donc bien une fraction d'oscillation de goutte posée.

Extension maximale [30]

Toujours dans la situation des grands nombres de Weber, une goutte initialement sphérique arrivant sur une surface se déforme et s'étale pour ressembler (un court instant) à une crêpe aplatie. Cette crêpe est analogue à la crêpe décrite au chapitre 2.3.3, pour des gouttes aplaties par la gravité. Elle est représentée sur le schéma de la figure 5.4.

La goutte est décélérée d'une vitesse V à une vitesse nulle sur une distance de l'ordre de son rayon R_0 si bien que l'accélération g^* à laquelle elle est soumise peut s'écrire :

$$g^* \sim \frac{V^2}{R_0} \tag{5.4}$$

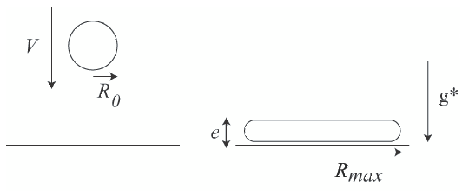

FIG. 5.4: Schéma d'une goutte s'aplatissant sous l'effet de sa quantité de mouvement.

On peut supposer que la crêpe qui se forme sous l'effet de cette accélération a alors une épaisseur e (chapitre 2.3.3) :

$$e = 2\sqrt{\frac{\gamma}{\rho g^*}} \tag{5.5}$$

qui s'écrit aussi :

$$e = R_0 We^{-\frac{1}{2}} \tag{5.6}$$

La goutte a donc une extension R_{max} déduite de l'équation 5.6 par la conservation du volume :

$$R_{max} = R_0 We^{\frac{1}{4}} \tag{5.7}$$

Dans notre système, les résultats expérimentaux sont en bon accord avec l'équation 5.7 comme le montre la figure 5.5. Plus précisément, on observe :

$$R_{max} \simeq 1.1 R_0 We^{\frac{1}{4}}$$

Ce résultat est très proche de celui observé par D. Richard [89].

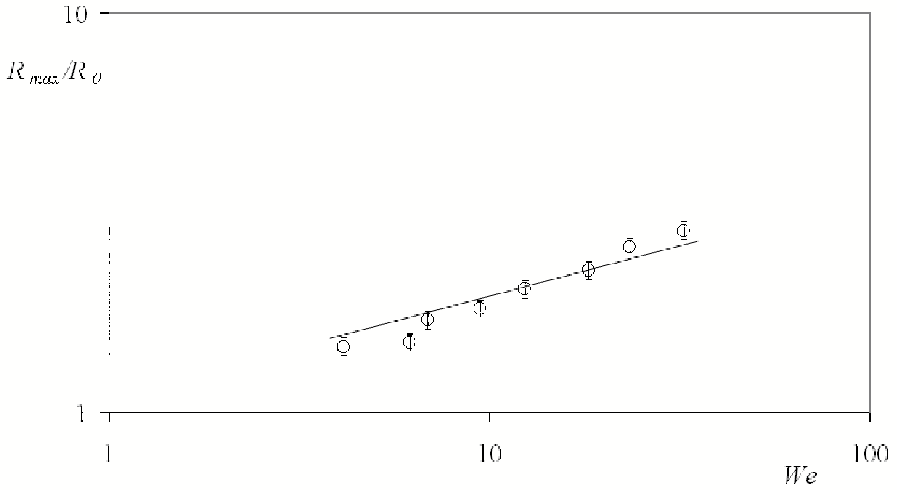

FIG. 5.5: Rayon maximal R_{max} en mm atteint par des gouttes de rayon initial $R_0 = 1.02$ mm tombant sur des plaques chaudes à différentes vitesses, en fonction du nombre de Weber We, dans un diagramme logarithmique-logarithmique. La droite en trait plein a une pente de 1/4, conformément à l'équation 5.7.

Coefficient de restitution

Nous avons filmé des rebonds de gouttes de rayon (0.8 mm $< R_0 <$ 3 mm), de vitesse (0.02 m.s^{-1} $< V <$ 1 m.s^{-1}) et de liquide (eau, éthanol, acétone et azote) variables, lancées sur des plaques chaudes horizontales (impact en incidence normale). La goutte avant le choc est sphérique et n'oscille pas, et nous avons mesuré sa vitesse d'impact en relevant la position x de sa base au cours du temps. Pour faire varier la vitesse d'impact, nous avons lâché les gouttes à l'aide d'une aiguille située à hauteur variable. Pour faire varier le rayon, nous avons utilisé des aiguilles de différentes tailles. Afin de déterminer la vitesse au décollage V', nous avons mesuré le temps de vol t_v au bout duquel la goutte touchait à nouveau la surface. En effet, pendant son vol, la goutte n'est soumise qu'à la gravité ; l'équation de son mouvement s'écrit donc :

$$x(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + V't \tag{5.8}$$

La goutte retouche la surface en t_v tel que $x(t_v = 0)$, d'où l'on déduit :

$$V' = \frac{gt_v}{2} \tag{5.9}$$

Cette mesure ne donne pas exactement la valeur de la vitesse du centre de gravité de la goutte au moment où elle touche la surface. En effet, les oscillations du bas de la goutte modifient la position du centre de gravité au moment de l'impact (si la goutte est aplatie, le centre de gravité de la goutte sera plus bas qu'un rayon de goutte au moment où elle touche la surface). Ceci engendre des erreurs sur la vitesse V', que l'on négligera en supposant dans le régime des grands nombres de Weber l'amplitude des oscillations petite par rapport à la hauteur du rebond. En effet, l'amplitude des oscillations est plus faible que R_0 alors que la goutte remonte de plusieurs fois sa hauteur. Les résultats expérimentaux sont reportés sur la figure 5.6, où l'on a tracé le coefficient de restitution $q = V'/V$ en fonction du nombre de Weber.

Cette courbe amène plusieurs remarques :

- Presque toutes les données s'y rassemblent, ce qui montre que le nombre de Weber est bien le paramètre déterminant du rebond.
- Cette courbe est décroissante : le coefficient de restitution diminue rapidement lorsque le nombre de Weber augmente. Ainsi, à rayon constant, l'élasticité du choc décroît avec la vitesse de l'impact. Si l'on cherche une dépendance en nombre de Weber (pour $We > 1$) sous la forme d'une loi d'échelle, on trouve :

  $$q \sim We^{-\frac{1}{2}} \tag{5.10}$$

  En effet, si l'on trace le coefficient de restitution q en fonction du nombre de Weber dans un diagramme logarithmique-logarithmique, une droite de pente -1/2 est le meilleur ajustement de nos points expérimentaux (figure 5.7).

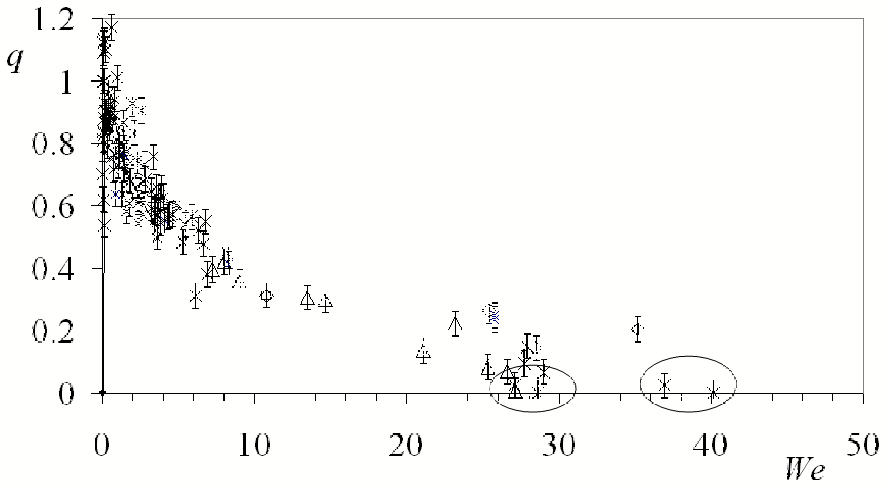

FIG. 5.6: Coefficient de restitution q du rebond de gouttes lancées sur des plaques chaudes en fonction du nombre de Weber We. L'expérience a été faite pour différents liquides (×-eau, △-acétone, ◇-éthanol, -azote), et des gouttes de rayon variant entre 0.8 mm et 3 mm, lâchées de plus ou moins haut (vitesse comprise entre 0.02 et 1 m.s^{-1}).

- À petit nombre de Weber, les points sont assez dispersés, et le coefficient de restitution tend vers un. Il peut même être supérieur à un. Ce point sera discuté dans le chapitre 6.
- À grand nombre de Weber, quelques points, entourés sur la figure 5.6, indiquent une élasticité nulle (collage). Nous reviendrons sur ce point à la fin de ce chapitre.

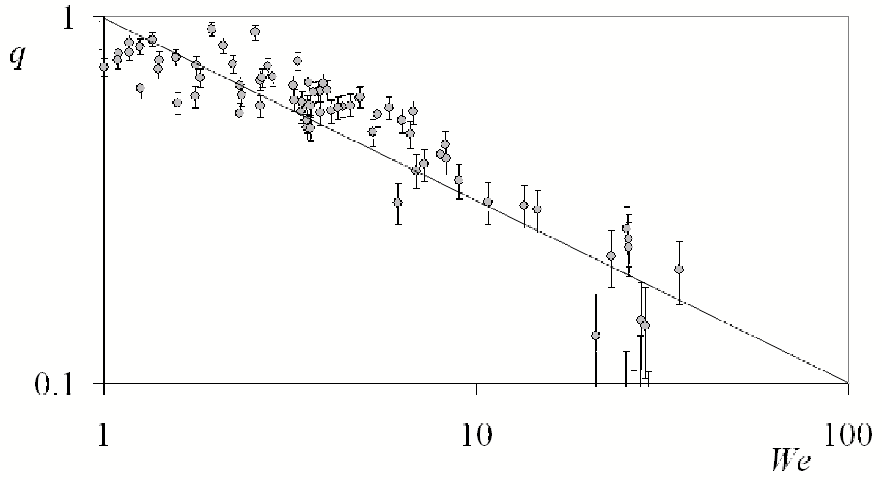

FIG. 5.7: Données de la figure 5.6 dans un diagramme logarithmique-logarithmique. La courbe en trait plein a une pente -1/2.

Ces résultats peuvent être comparés à ceux de Frohn et al. ([2], [44]) qui ont fait rebondir obliquement des gouttes d'éthanol sur des surfaces chaudes, ainsi qu'à ceux de D. Richard pour l'impact de gouttes sur des surfaces super-hydrophobes [89].

Frohn et al. définissent un nombre de Weber normal (prenant en compte la vitesse de la goutte

normale à la plaque chaude) et montrent que leurs résultats se regroupent en fonction de ce nombre. Leur coefficient de restitution diminue aussi quand le nombre de Weber augmente [58]. Leur plage d'étude est un peu plus réduite, le nombre de Weber variant entre 1 et 30.

Le coefficient de restitution pour des gouttes d'eau rebondissant sur des surfaces superhydrophobes [89] est un peu différent (figure 5.8) : à grande vitesse d'impact, le coefficient de restitution diminue aussi avec la vitesse, et de façon analogue, même si les observations ont été faites dans une plage de nombre de Weber un plus restreinte. À petite vitesse d'impact, une stagnation puis une chute brusque du coefficient de restitution quand la vitesse diminue est observée. Quand la vitesse est trop petite, la goutte ne rebondit plus : elle se colle à son support à cause de la nature de la surface super-hydrophobe, qui ne peut jamais être parfaitement non-mouillante. Les plaques chaudes sont toujours totalement non-mouillantes quelle que soit la vitesse, du fait de l'existence du film de vapeur qui sépare la goutte de la plaque. On pourrait imaginer de définir comme critère de super-hydrophobie d'une surface la vitesse critique en dessous de laquelle il n'y a plus de rebond. Plus cette vitesse sera faible, meilleure sera la qualité de la surface non-mouillante.

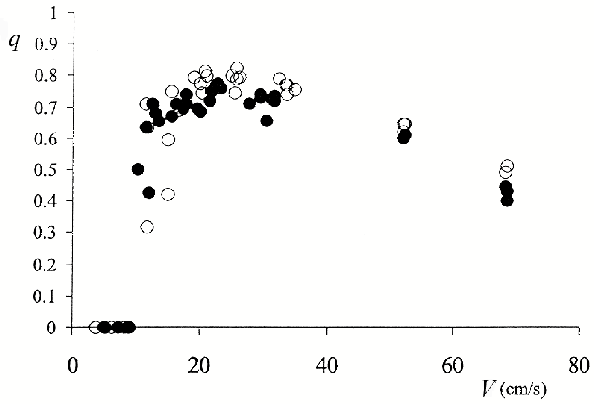

FIG. 5.8: Coefficient de restitution du rebond de gouttes de rayon R_0=0.5 mm d'eau (○) et de solution eau-glycérol de 2 mPa.s (●) lancées sur une surface super-hydrophobe en fonction de la vitesse d'impact, tiré de la thèse de D. Richard [89].

5.3 L'analogie goutte-ressort

Nous avons cherché à comprendre ce qui fixe le coefficient de restitution et dans quelles limites une goutte liquide peut rebondir sur une plaque chaude. Comme nous l'avons vu au chapitre 4, une goutte est un oscillateur et une analogie peut donc être faite entre une goutte et un ressort [80].

Le rebond peut être décomposé en deux phases :

- La compression (ou étalement) : pendant cette phase, la goutte s'écrase verticalement et s'étale horizontalement pour atteindre son rayon maximum R_{max} donné par l'équation 5.7. À la fin de l'étalement, la goutte a stocké une partie de son énergie cinétique en énergie de surface,

comme un ressort comprimé stocke de l'énergie élastique.

- La rétraction (ou décollage) : la goutte transforme son énergie de surface en énergie cinétique de translation pour redécoller et en énergie cinétique d'oscillation. De même, quand un ressort comprimé sur une surface est lâché, il décolle tout en oscillant (figure 5.9).

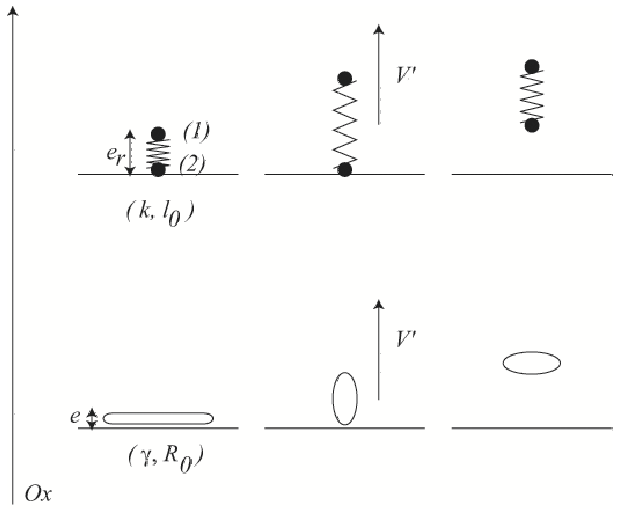

FIG. 5.9: Schéma d'un ressort comprimé qui décolle (en haut), analogue à une goutte aplatie qui rebondit (en bas).

5.3.1 Compression

Nous avons vu qu'à l'impact, une goutte s'aplatit en crêpe de rayon R_{max} et de hauteur e donnés par les équations 5.7 et 5.6. Elle est alors analogue à un ressort (de raideur k, de longueur à vide l_0 reliant deux masses $m/2$) qu'on aurait comprimé. La compression initiale du ressort est notée e_r.

5.3.2 Décollage

Pendant l'impact...

Écrivons le principe fondamental de la dynamique pour les deux masses (1) et (2), dont les positions sont notées x_1 et x_2 :

$$\frac{m}{2}\ddot{x}_1 = -\frac{m}{2}g - k(x_1 - x_2 - l_0) \tag{5.11}$$

$$\frac{m}{2}\ddot{x}_2 = -\frac{m}{2}g - k(x_2 - x_1 + l_0) + R \tag{5.12}$$

où R est la réaction du support sur la masse (2). Au départ, et tant que la force (somme de la force élastique et de la gravité) qui agit sur (2) est négative, on a $x_2(t) = 0$. La réaction du support compense cette force. L'équation du mouvement pour la masse (1) peut s'intégrer, avec comme condition initiale une vitesse nulle et une compression de e_r ($\dot{x_1}(0) = 0$ et $x_1(0) = e_r$) :

$$x_1(t) = l_0 - \frac{mg}{2k} + (e_r - l_0 + \frac{mg}{2k})cos(\omega t) \tag{5.13}$$

sachant que

$$\omega = \sqrt{\frac{2k}{m}} \tag{5.14}$$

Critère de décollage

La masse (2) du bas quitte la surface quand la force qui agit sur elle devient positive, c'est-à-dire quand :

$$-\frac{m}{2}g + k(x_1(t) - l_0) > 0 \tag{5.15}$$

En remplaçant $x_1(t)$ par sa valeur calculée précédemment, on détermine l'équation qui nous donne le temps t_d au bout duquel la masse décolle :

$$-mg + k(e_r - l_0 + \frac{mg}{2k})cos(\omega t_d) = 0 \tag{5.16}$$

Cette équation admet des solutions si $\mid cos(\omega t_d) \mid < 1$. Sachant que $e_r < l_0$, cette condition s'écrit :

$$\frac{mg}{k(l_0 - e_r - \frac{mg}{2k})} < 1 \tag{5.17}$$

ou encore

$$e_r < l_0 - \frac{mg}{k} \tag{5.18}$$

On observe que pour que le décollage du ressort ait lieu, il faut que celui-ci soit initialement suffisamment comprimé.

Vitesse au décollage

Si l'équation 5.18 est vérifiée, on peut déterminer la vitesse du centre de gravité du ressort au moment du décollage. On sait que $x_2(t_d) = 0$, et que :

$$\dot{x_1}(t_d) = -\omega(e_r - l_0 + \frac{mg}{2k})sin(\omega t_d) \tag{5.19}$$

Si on note $x(t)$ la position du centre de gravité du ressort, on trouve ainsi :

$$V' = \dot{x}(t_d) = \frac{\omega}{2}\sqrt{(e_r - l_0 - \frac{g}{\omega^2})(e_r - l_0 + \frac{3g}{\omega^2})} \tag{5.20}$$

Dans la limite où le ressort est très comprimé ($e_r << l_0$), la vitesse de décollage s'écrit :

$$V' \simeq \frac{\omega l_0}{2}\sqrt{(1 - \frac{g}{\omega^2 l_0})(1 + \frac{3g}{\omega^2 l_0})} \tag{5.21}$$

Enfin, dans la limite où la force élastique du ressort est grande devant la gravité ($kl_0 >> mg$), le terme dans la racine est voisin de 1 et la vitesse au décollage devient :

$$V' \simeq \frac{\omega l_0}{2} \tag{5.22}$$

Transfert d'énergie

Comme aucun frottement n'a été introduit, il n'y a pas de perte énergétique. Une partie de l'énergie élastique initiale est transformée en énergie cinétique de translation, et une partie en énergie d'oscillation. Calculons la fraction f d'énergie transférée en énergie cinétique de translation :

$$f = \frac{\frac{1}{2}mV'^2}{\frac{1}{2}k(e_r - l_0)^2} \tag{5.23}$$

Dans la limite où la force élastique est grande devant la gravité (équation 5.22), ce rapport vaut 1/2. Ce facteur 1/2 n'est pas vraiment général et il est dû à la symétrie du ressort, dont les deux masses sont identiques. C'est en réalité l'énergie cinétique de la masse du haut (qui est égale à l'énergie élastique stockée à la compression) qui est transféré au centre de gravité du ressort ($E_{c,g}$). Si les masses n'étaient pas identiques, on aurait :

$$E_{c,g} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} E_{c,1}$$

5.3.3 Vitesse minimale de rebond et coefficient de restitution

Caractéristiques du ressort équivalent

La correspondance entre les caractéristiques du ressort (raideur, longueur à vide, masse, compression) et de la goutte liquide peut se faire de manière dimensionnelle. Les analogies sont résumées dans le tableau 5.1.

Système	masse	raideur	longueur à vide	compression initiale
Goutte	ρR_0^3	γ	R_0	e
Ressort équivalent	m	k	l_0	e_r

TAB. 5.1: Correspondances entre un ressort reliant deux masses identiques et une goutte liquide de taille R_0.

On peut discuter l'analogie effectuée entre la compression e_r du ressort et la compression e de la goutte. Même si dimensionnellement les deux termes sont équivalents, le fait que la goutte soit bidimensionnelle alors que le ressort est unidimensionnel peut compliquer cette analogie. Il serait plus raisonnable de comparer l'énergie élastique du ressort avec l'énergie de surface de la goutte. Dans ces conditions, on obtient une relation non-linéaire entre e et e_r :

$$e_r \sim R_0(1 - \sqrt{\frac{R_0}{e} - 1})$$

On observe bien que e diminue quand e_r diminue. L'utilisation de cette nouvelle relation changerait un peu les résultats présentés dans la suite, mais pas la physique du système. Nous continuerons donc en supposant $e_r \sim e$.

Critère de rebond

Le ressort ne peut décoller que s'il a été suffisamment comprimé, le critère étant donné par l'équation 5.18. Pour une goutte, sachant que la compression initiale dépend de la vitesse d'impact et qu'elle est donnée par l'équation 5.6, on obtient comme critère :

$$R_0(\frac{\rho V^2 R_0}{\gamma})^{-\frac{1}{2}} < R_0 - \frac{\rho R_0^3 g}{\gamma} \tag{5.24}$$

La vitesse d'impact V de la goutte doit donc être supérieure à une vitesse critique V_c pour qu'on puisse observer un rebond. Cette vitesse s'écrit :

$$V_c \sim \frac{V_0}{(1 - R_0^2 \kappa^2)} \tag{5.25}$$

avec

$$V_0 \sim \sqrt{\frac{\gamma}{\rho R_0}}$$

Pour une goutte d'eau de rayon 1 mm, V_0 est égal à 25 cm.s^{-1}, et V_c est du même ordre de grandeur.

- Si le rayon de la goutte est bien plus petit que la longueur capillaire ($R_0 << \kappa^{-1}$), le dénominateur de la fraction vaut 1 et la condition de rebond s'écrit :

  $$We > 1 \tag{5.26}$$

  C'est toujours le cas dans notre modèle qui suppose un grand nombre de Weber (par exemple dans l'utilisation de l'équation 5.6).

- Si le rayon de la goutte tend vers κ^{-1} (à un coefficient numérique près), alors le dénominateur de la fraction peut s'annuler et la vitesse critique diverger. Quand le rayon de la goutte est plus grand qu'un rayon critique R_c, il doit alors être impossible d'observer un rebond, quelle que soit la vitesse d'impact. On a :

  $$R_c \sim \kappa^{-1} \tag{5.27}$$

  Au delà de R_c, les gouttes sont des crêpes aplaties par la gravité, trop lourdes pour redécoller (même si on les lance violemment).

En affinant l'analogie entre la compression de la goutte et la compression du ressort (paragraphe 5.3.3), on obtiendrait toujours une divergence de la vitesse critique quand $R_0 \sim \kappa^{-1}$, mais avec un exposant différent.

Coefficient de restitution

Toujours dans le cadre de l'analogie goutte-ressort, on peut déterminer le coefficient de restitution du rebond. Notre étude se faisant à grand nombre de Weber, on peut considérer $e << R_0$. Cette

limite pour le ressort est donnée par l'équation 5.21. On se place aussi dans le cas où le rayon de la goutte est plus petit que la longueur capillaire ($R_0 << \kappa^{-1}$, sinon la goutte ne rebondit pas). Ce cas implique pour le ressort une force élastique dominant la gravité. Dans ces deux limites (banales d'un point de vue pratique), la vitesse V' du ressort au décollage est donnée par l'équation 5.22, et s'écrit pour une goutte :

$$V' \simeq \sqrt{\frac{\gamma}{\rho R_0}} \tag{5.28}$$

On peut en déduire le coefficient de restitution en vitesse $q = V'/V$:

$$q \simeq \sqrt{\frac{\gamma}{\rho R_0 V^2}} \tag{5.29}$$

ou encore

$$q \sim We^{-\frac{1}{2}} \tag{5.30}$$

Les résultats expérimentaux reportés sur la figure 5.6 sont en accord avec une telle dépendance en nombre de Weber. On remarque ainsi que la hauteur à laquelle la goutte rebondit, si elle arrive assez vite, ne dépend plus de la vitesse d'impact de la goutte- un résultat surprenant. Elle quittera la surface avec une vitesse donnée par la relation 5.28. Cela correspond à une vitesse de 25 cm.s^{-1} donc à une hauteur de rebond de 3,5 mm, de l'ordre de grandeur des hauteurs observées. Dans ce cas, la vitesse de décollage ne dépend pas de la compression initiale, et elle est donc indépendante de l'analogie effectuée entre e et e_r.

On peut comparer l'élasticité du choc de gouttes liquides avec celles de billes visco-élastiques sur des surfaces [41]. Dans ce cas, la goutte se déforme (beaucoup moins) au contact et stocke de l'énergie élastique non plus en surface mais en volume. Le coefficient de restitution observé expérimentalement dans ce cas n'est pas du tout semblable. Il augmente quand la vitesse d'impact augmente pour être constant à grande vitesse d'impact, avant de diminuer très faiblement (dans certains cas) à très grande vitesse. Aucun modèle présenté ne propose que l'énergie perdue le soit dans les vibrations résiduelles de la goutte après la collision, car en ce qui concerne les solides, ce phénomène est négligeable devant la dissipation dans le solide, sous forme d'ondes élastiques à la surface du substrat ou de déformation plastique de la masse impactante.

5.4 Conditions de rebond : expériences

Les résultats obtenus suite à l'analogie goutte-ressort suggèrent deux expériences. La première consiste à vérifier s'il y a bien une taille limite pour une goutte au-dessus de laquelle elle ne peut plus rebondir. La seconde se propose de voir si l'on peut vraiment séparer le rebond en deux phases, et si en particulier une goutte initialement comprimée peut décoller de la surface.

5.4.1 Rayon maximal de décollage

Expérience

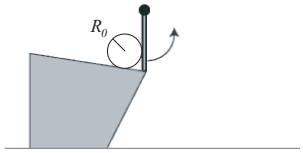

FIG. 5.10: Schéma de l'expérience permettant de mesurer le coefficient de restitution d'une goutte de rayon R_0 variable.

L'objectif de l'expérience est de mesurer, pour une vitesse d'impact donnée, le coefficient de restitution d'un rebond en fonction du rayon de la goutte. Lâcher des gouttes de rayon variable d'une seringue sans vitesse initiale étant impossible, nous avons imaginé le dispositif schématisé sur la figure 5.10. On place la goutte (caléfiée) sur un petit support métallique en contact avec la plaque chaude. On ouvre un clapet (également chaud, sur lequel la goutte n'adhère pas), ce qui entraîne la chute de la goutte, à cause d'une très légère pente du support (1 ou 2 °). Le rebond est filmé à l'aide d'une caméra rapide enregistrant 1000 images par seconde. Les vitesses à l'impact et au décollage sont mesurées comme précédemment (paragraphe 5.2.2), pour différents liquides : de l'eau, de l'éthanol, de l'acétone et de l'azote. Les gammes de vitesses d'impact étudiées sont reportées en fonction du liquide dans le tableau 5.2.

Produit	Eau	Éthanol	Acétone	Azote
Vitesse explorée en m/s	$0.15 - 0.18$	$0.43 - 0.49$	$0.42 - 0.49$	$0.47 - 0.51$

TAB. 5.2: Gamme des vitesses explorées en m.s^{-1}, en fonction du produit utilisé.

Résultats et interprétation

Pour chaque liquide, on mesure le coefficient de restitution q en fonction de la taille de la goutte. La diversité des vitesses d'impact (on ne peut considérer la vitesse d'impact comme constante qu'à 7-8 °/$_\circ$ près), ainsi que l'incertitude sur la vitesse de décollage (environ 5 °/$_\circ$) nous donnent des résultats un peu dispersés qui apparaissent sur la figure 5.11.

Pour un liquide donné, on remarque que le coefficient de restitution chute brutalement quand on approche une taille critique. Pour des gouttes trop grosses : le choc devient donc mou (q=0), et il existe bien un rayon critique R_c au-delà duquel une goutte liquide ne peut plus rebondir. Nous avons déterminé cette valeur R_c graphiquement pour les différents liquides (droites verticales en trait plein sur la figure 5.11), et avons porté cette valeur en fonction de la longueur capillaire du liquide considéré sur la figure 5.12.

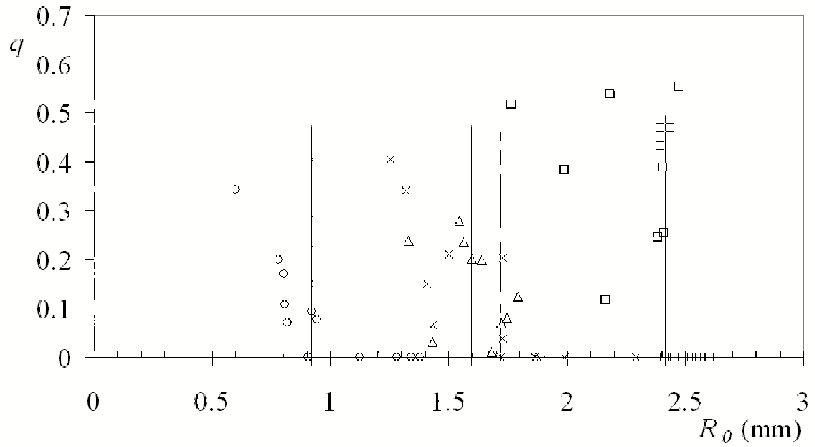

FIG. 5.11: Coefficient de restitution q pour différents liquides (∘-azote ×-acétone △-éthanol -eau) en fonction du rayon initial R_0 de la goutte. La vitesse d'impact est constante pour un liquide donné (tableau 5.2). Les droites verticales en trait plein correspondent aux valeurs pour lesquelles le coefficient de restitution s'effondre.

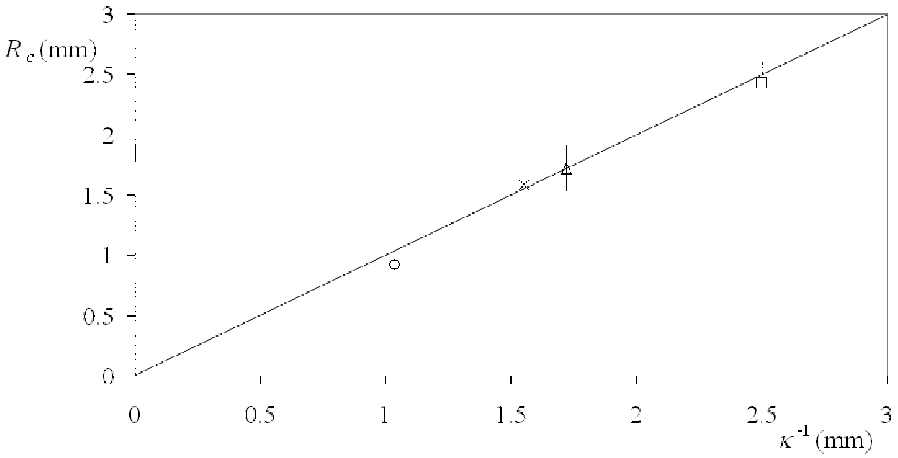

FIG. 5.12: Rayon critique R_c au-delà duquel une goutte ne rebondit plus, en fonction de la longueur capillaire κ^{-1} pour les quatre liquides (azote ∘, acétone ×, éthanol △ et eau). La droite en trait plein a une pente de 1.

On remarque sur la figure 5.12 que les points sont bien alignés. Le rayon critique de rebond dépend donc linéairement de la longueur capillaire, comme attendu par l'équation 5.27. Le coefficient de proportionnalité vaut 1. Ce résultat se comprend bien : une goutte plus grande que la longueur capillaire ne peut se maintenir sphérique et elle s'étale sous son propre poids. Elle n'aura donc pas assez d'énergie de surface pour lutter contre la gravité et redécoller. Elle n'a plus vraiment de force élastique.

5.4.2 Décollage de gouttes écrasées

Expérience

La seconde question que l'on peut se poser est de savoir si une goutte peut vraiment être considérée comme un ressort comprimé que l'on lâche et qui décolle. Pour cela, nous avons tenté de comprimer des gouttes, d'arrêter la compression et de filmer la goutte avec une caméra rapide.

Pour comprimer la goutte, nous l'avons mises entre deux plaques portées à une température supérieure à la température de Leidenfrost, et distantes d'une hauteur e que l'on peut contrôler. Ensuite, nous avons retiré à la main (avec un bras de levier) la plaque du haut, de façon aussi rapide que possible (la plaque part à une vitesse d'environ 1 m/s). Le schéma de l'expérience est représenté sur la figure 5.13.

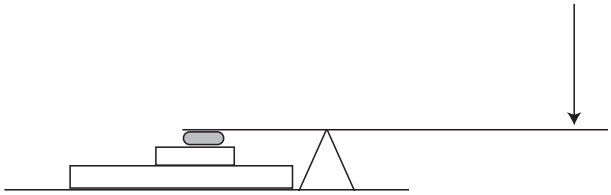

Fig. 5.13: Schéma de l'expérience permettant d'observer le comportement de gouttes initialement comprimées puis relâchées.

Observations

Une séquence d'images ainsi obtenue fait l'objet de la figure 5.14. Cette séquence suggère plusieurs remarques :

- La plaque du haut est enlevée de façon assez rapide par rapport au mouvement de la goutte. Une goutte non comprimée mais encore aplatie est observée sur l'image b).
- Une goutte ainsi comprimée peut décoller (images g à j), et elle remonte d'autant plus haut que la compression est forte.
- Elle ne remonte pas aussi haut que l'on pouvait l'escompter à partir des observations faites sur les rebonds. La vitesse d'impact qui conduirait à un écrasement tel que celui de la figure a vaut 0.37 m.s^{-1}, ce qui donnerait $q = 0.65$: la goutte repartirait avec une vitesse de 0.25

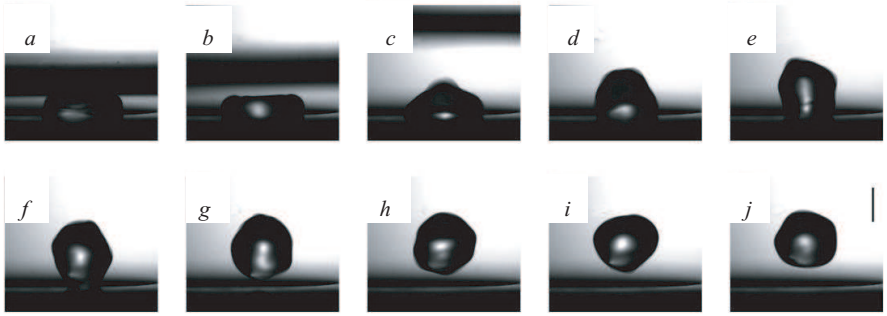

FIG. 5.14: Séquence d'images montrant la dynamique d'une goutte de Leidenfrost initialement comprimée par une plaque chauffante (image a). Les images sont espacées de 3 ms et le trait sur la dernière image correspond à 2 mm.

m.s^{-1} alors qu'elle ne repart qu'avec une vitesse de 0.16 m.s^{-1} (elle ne remonte qu'à 1.3 mm alors qu'on s'attendait à ce qu'elle remonte à 3 mm environ).

- De nombreux modes autres que le mode quadrupolaire d'oscillation sont observés (images g à j). Une origine possible de l'excitation de ces modes est la dissymétrie du lâcher (différent de l'impact).

Nous avons mesuré la compression initiale e de la goutte ainsi que son rayon R_{max} et nous en avons déduit l'excès d'énergie de surface E_s de la goutte comprimée :

$$E_s \simeq 2\gamma\pi R_{max}^2 + 2\gamma\pi R_{max} e \tag{5.31}$$

Nous avons mesuré la vitesse V' au décollage de la goutte comme précédemment et nous en avons déduit l'énergie cinétique de translation de la goutte E_c à ce moment-là :

$$E_c = \frac{1}{2} m V'^2 \tag{5.32}$$

Ces deux énergies, de l'ordre de 1 μJ, sont grandes devant l'énergie potentielle de pesanteur de la goutte mgR, qui est de l'ordre de 10^{-2} μJ. Nous avons fait l'expérience en faisant varier les différents paramètres (volume de la goutte et compression initiale), mais sans pouvoir les contrôler commodément : une goutte comprimée s'évapore très vite. Nous avons tracé l'énergie cinétique de la goutte en fonction de son énergie élastique stockée, et reporté nos résultats sur la figure 5.15.

Un transfert de l'énergie de surface de la goutte en énergie cinétique de translation vers le haut et en énergie d'oscillation a bien lieu. On remarque que l'énergie cinétique de la goutte au décollage est proportionnelle à l'énergie élastique stockée lors de la compression : les points sont en effet alignés sur une droite de pente 0.35. Une goutte toutefois rebondit beaucoup mieux que les autres et s'échappe de la courbe. En outre, comme à l'impact, une goutte de rayon initial supérieur à la longueur capillaire ne décolle pas (point ▲ sur la figure 5.15).

Pour le ressort, le coefficient de proportionnalité f entre l'énergie cinétique de translation au décollage et l'énergie élastique initiale peut être calculé. Nous avons vu qu'il vaut $\frac{1}{2}$ (équation

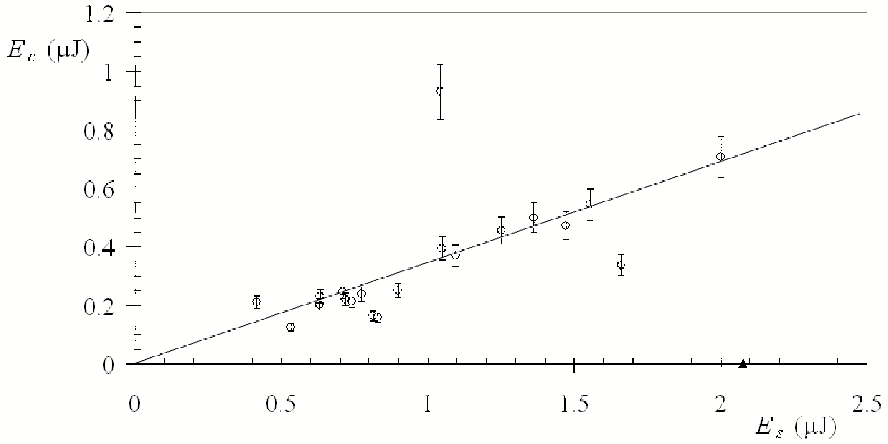

FIG. 5.15: Énergie cinétique E_c au décollage d'une goutte de Leidenfrost (1.15 mm $< R_0 <$ 2.2 mm) initialement comprimée, en fonction de son excès d'énergie de surface E_s en μJ dû à la compression. L'épaisseur pendant la compression va de 0.5 et 1.8 mm. La droite en trait plein passe par l'origine et a une pente de 0.35. Le point ▲ correspond à une goutte d'eau de rayon initial $R_0 = 2.66$ mm et comprimée à une épaisseur de 1.8 mm.

7.2). Nous l'avons mesuré pour nos gouttes en prenant la pente de la droite passant le mieux par nos points expérimentaux. Le transfert d'énergie est un peu moins efficace, tout en restant de l'ordre de grandeur attendu. On observe que de nombreux modes (autres que le mode quadrupolaire d'oscillation de la goutte) sont excités lors du décollage. Le liquide a donc besoin de plus d'énergie pour osciller et va plus en dissiper, rendant moins bon le transfert d'énergie de surface en énergie cinétique.

5.5 Conclusion

Le rebond d'une goutte peut donc être décomposé en deux phases : une phase de compression et une phase de restitution de l'énergie de surface stockée lors de la compression. Si la goutte est plus petite que la longueur capillaire, son énergie de surface est supérieure à son énergie gravitationelle et elle pourra rebondir. Au cours d'un rebond, une partie de l'énergie est dissipée à l'impact (mouvements internes de liquide dans la goutte), et une autre partie dans les oscillations propres de la goutte. Ceci engendre un coefficient de restitution qui diminue rapidement (en $1/V$) quand la vitesse de la goutte augmente. Le maximum d'élasticité est observé quand la vitesse d'impact est très petite, contrairement à ce qui se passe pour des surfaces super-hydrophobes (pour lesquelles un impact trop faible conduit au collage). Nous nous penchons à présent sur le régime quasi-élastique, en nous demandant (naïvement) si l'on va obtenir une infinité de rebonds, voire même observer des gouttes repartir plus vite qu'elles n'étaient arrivées.

Chapitre 6

Rebonds à petit nombre de Weber

Sommaire

6.1 Introduction **121**

6.2 Expériences **122**

6.2.1 Premières observations : petites vitesses d'impact 122

6.2.2 Trajectoire et description des rebonds multiples (G. Lagubeau [61]) 125

6.2.3 Caractéristiques du régime périodique 126

6.3 Effet de la phase sur le rebond **129**

6.3.1 Définition 129

6.3.2 Expériences 130

6.3.3 Résultats 131

6.4 Discussion **134**

6.4.1 La phase $3\pi/2$ 134

6.4.2 Le régime périodique 135

6.4.3 L'énergie 139

6.5 Conclusion **141**

6.1 Introduction

Nous avons étudié au chapitre précédent le rebond à grand nombre de Weber, c'est-à-dire quand l'énergie cinétique de la goutte arrivant sur une plaque est grande devant son énergie de surface. Nous nous sommes intéressés en particulier au coefficient de restitution du rebond, et avons observé (figure 5.6) qu'il tend vers 1 à basse vitesse ($We << 1$), et que les résultats étaient très dispersés. C'est ce régime de basse vitesse que nous allons décrire ici.

6.2 Expériences

6.2.1 Premières observations : petites vitesses d'impact

Déformation et temps de contact

Dans le régime des faibles nombres de Weber, une goutte peut aussi rebondir sur une surface : la goutte touche la surface, se déforme en s'aplatissant (un peu), se rétracte et redécolle (figure 6.1). Des expériences de rebonds à faibles vitesses d'impact ont été réalisées par D. Richard [89] et F. Chevy [80] sur des surfaces superhydrophobes.

Un rebond à faible nombre de Weber a des caractéristiques propres :

- La goutte ne s'aplatit plus en crêpe sous l'influence de son inertie. Elle est très peu déformée en ellipsoïde un peu écrasé.
- Le temps de contact est un peu différent ([80]). À l'équilibre inertie-capillarité qui permettait de l'obtenir précédemment s'ajoute une composante gravitaire. En effet, la déformation de la goutte au contact est petite. De ce fait, la force de rappel capillaire qui permet de rebondir est faible, et la gravité ne peut plus être négligée. Cette composante gravitaire a pour effet d'augmenter le temps de contact quand la vitesse d'impact diminue.

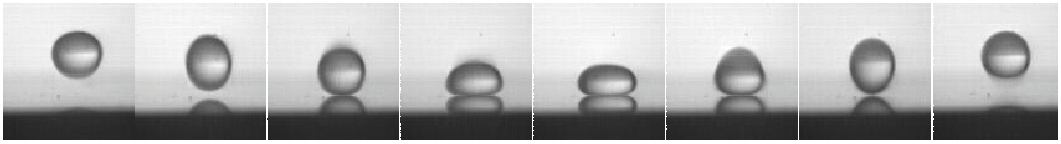

Fig. 6.1: Séquence d'images représentant l'impact d'une goutte d'eau de rayon 1 mm sur une plaque chaude à faible vitesse ($V = 7$ cm.s^{-1}). Le nombre de Weber vaut 0.1. Les images ont été obtenues avec une caméra rapide et sont espacées de 1.33 ms.

Nous avons vérifié ces deux points dans le cas du rebond de goutte sur des plaques chauffées au-dessus de la température de Leidenfrost. Sur les images de la figure 6.1, on voit que la déformation de la goutte est faible par rapport à celle observée pour des impacts à grand nombre de Weber (figure 5.1). On trouve également que le temps de contact augmente quand la vitesse d'impact diminue (figure 6.2).

Rebonds successifs

Lancer des gouttes à faible vitesse sur une plaque chaude n'est pas facile à cause de la gravité. Ainsi, une goutte de rayon $R = 1$ mm lâchée d'une hauteur $h = 5$ mm a déjà une vitesse d'impact de :

$$V = \sqrt{2gh} = 0.25 \text{ m.s}^{-1} \tag{6.1}$$

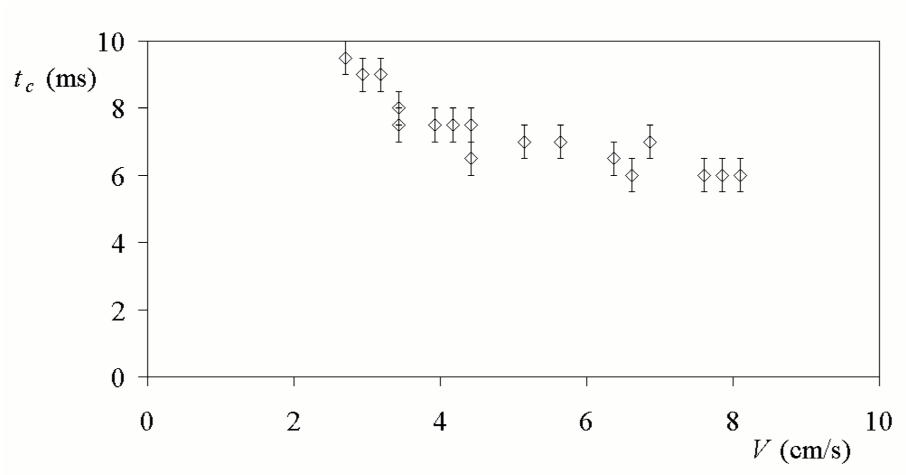

FIG. 6.2: Temps de contact t_c en fonction de la vitesse d'impact V pour une goutte de rayon $R_0 = 0.65$ mm rebondissant sur une plaque à 450°C [61].

Cela correspond à un nombre de Weber :

$$We = \frac{\rho V^2 R}{\gamma} = 1.1 \tag{6.2}$$

Mais une telle goutte rebondira plusieurs fois. Afin d'étudier le régime des basses vitesses, nous avons filmé, à l'aide d'une caméra rapide, les rebonds successifs et nous avons pu ainsi accéder à des vitesses d'impact assez faibles, de l'ordre de 0.1 m.s^{-1}.

Lâcher des gouttes à très basse vitesse et observer des rebonds multiples sont cependant des problèmes un peu différents. En effet, comme nous l'avons vu au chapitre 5, une goutte oscille après avoir décollé. Lors du deuxième rebond et des rebonds suivants, elle arrive sur la plaque chaude en oscillant. Nous verrons que cette propriété a des conséquences importantes, en particulier sur de l'élasticité du choc.

Coefficient de restitution et température

Dans un premier temps, nous avons mesuré le coefficient de restitution q (rapport de la vitesse au décollage sur la vitesse d'impact) en fonction du numéro n du rebond pour des gouttes millimétriques lâchées initialement d'une hauteur $h_0 = 16$ mm, pour différentes températures de plaque (figure 6.3).

Ces résultats suggèrent plusieurs remarques :

- On observe un grand nombre de rebonds (plusieurs dizaines ici). En général, la goutte ne s'arrête pas mais sort du champ de la caméra (soit elle s'échappe, soit le temps d'acquisition de la caméra est trop faible).
- Le coefficient de restitution tend vers 1, et ce, quelle que soit la température de la plaque, si elle est supérieure à la température de Leidenfrost : dès lors, la goutte rebondit toujours à la même hauteur h_c.

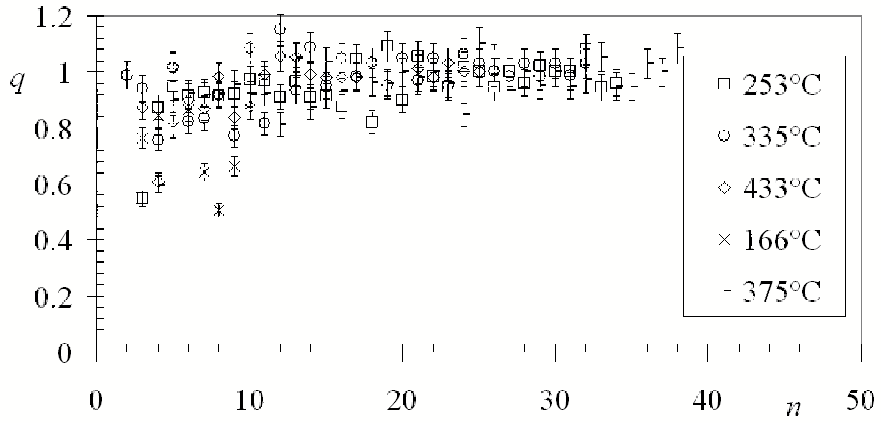

FIG. 6.3: Coefficient de restitution q en fonction du numéro du rebond pour des gouttes lâchées d'une hauteur initiale $h_0 = 16$ mm sur des plaques de températures variées, indiquées sur la figure.

- Il n'y a pas de corrélation entre le coefficient de restitution et la température de la plaque.

Hauteur initiale et hauteur finale

On observe donc un régime de rebonds multiples indépendant de la température de la plaque, que nous allons essayer de mieux caractériser ; un paramètre est la vitesse de la goutte au premier rebond. Nous avons donc lâché des gouttes de hauteurs initiales h_0 (hauteur du bas de la goutte) variées, et nous avons mesuré la hauteur h à laquelle elles rebondissent au cours de rebonds successifs. Les résultats sont reportés sur la figure 6.4.

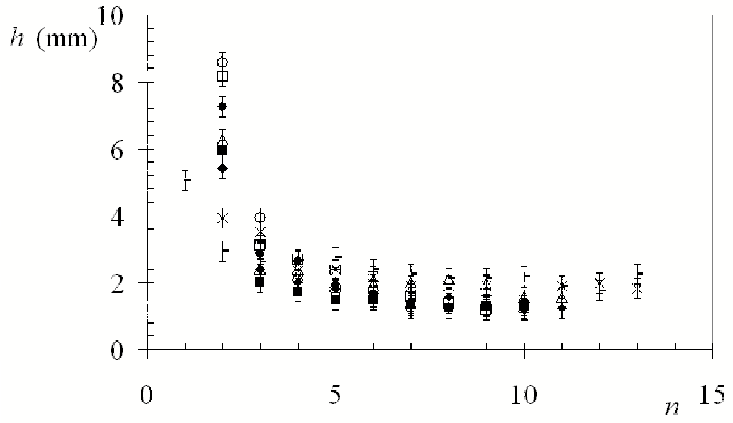

FIG. 6.4: Hauteur h du rebond en fonction du numéro du rebond n lors de rebonds successifs d'une gouttes de rayon $R_0 = 1$ mm lâchée sur une plaque à 400°C d'une hauteur h_0 ($h_0 = 5.1$ mm ($-$), $h_0 = 12.4$ mm ($\times$), $h_0 = 16$ mm ( ), $h_0 = 16.2$ mm ($+$), $h_0 = 25.6$ mm ($\bullet$), $h_0 = 28.7$ mm ( ), $h_0 = 36.7$ mm ($\triangle$), $h_0 = 45.3$ mm ($\circ$), $h_0 = 54.8$ mm ( ), $h_0 = 37$ mm ($*$)) .

On remarque qu'au bout d'un certain nombre de rebonds, les gouttes rebondissent à une hauteur

h_c indépendante de la hauteur initiale à laquelle on les lâche. Cette hauteur est de l'ordre de 2 mm pour une goutte de rayon R_0 =1 mm.

6.2.2 Trajectoire et description des rebonds multiples (G. Lagubeau [61])

Ces expériences ont été réalisées à Marseille à l'IRPHE, dans l'équipe de C. Clanet, à l'occasion du stage de licence de G. Lagubeau. Avec une caméra rapide, enregistrant jusqu'à 20 secondes de film à 2000 images par seconde, mais pouvant aller à des fréquences d'acquisition beaucoup plus élevées, nous avons filmé les rebonds d'une goutte en caléfaction lancée sur une plaque à 300°C. Nous avons observé pour une même goutte jusqu'à 990 rebonds. L'objectif est de mieux caractériser le régime où le coefficient de restitution est égal à un. La figure 6.5 présente des images de deux rebonds dans ce régime.

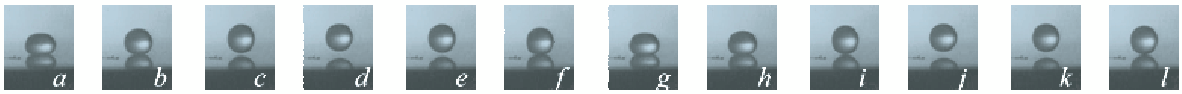

FIG. 6.5: Images obtenues à la caméra rapide montrant deux rebonds successifs d'une goutte en caléfaction dans le régime où le coefficient de restitution est égal à un. Les images sont espacées de 2 ms, et le rayon de la goutte est égal à 0.8 mm.

On remarque que :

- La goutte n'est que très peu déformée au contact de la plaque (régime des petits nombres de Weber).
- On n'observe pas de variation de rayon de la goutte avant et après l'impact. La goutte ne s'évapore que très peu pendant le temps total d'un rebond (environ 30 millisecondes à comparer aux 50 secondes de temps de vie de la goutte quand elle est posée sur la plaque à cette température).
- La goutte est toujours sphérique au moment où elle touche la surface (images f et l), s'aplatit au contact de la surface (image g), redécolle sous forme sphérique (images c et i), s'aplatit très légèrement une fois en l'air à cause de son mouvement d'oscillation (image d) puis redevient sphérique au moment de l'impact suivant : il semble y avoir une synchronisation entre le temps de vol et les oscillations de la goutte.

Nous avons relevé la position du centre de gravité de la goutte au cours du temps ainsi que les variations de son diamètre équatorial, grâce au logiciel matlab. Après soustraction d'un fond sans goutte, nous avons additionné les pixels de chaque ligne horizontale (l'image est projetée sur une ligne verticale). Le premier et le dernier pixel noir correspondent aux limites inférieures et supérieures de la goutte. On voit ces résultats sur la figure 6.6.

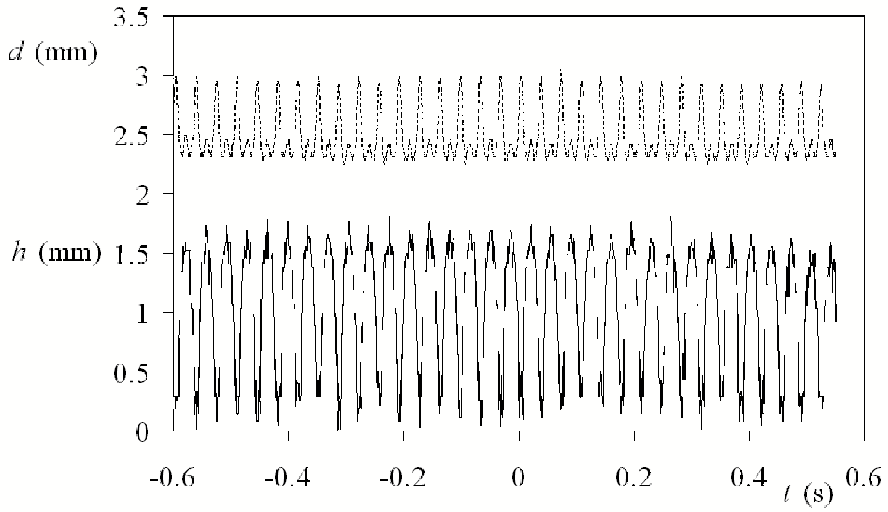

FIG. 6.6: Positions h du centre de gravité (trait plein) et du diamètre équatorial d (traits pointillés) d'une goutte de rayon initial 1.25 mm rebondissant sur une plaque à 350° C, dans le régime super-élastique.

Les deux courbes sont périodiques et elles ont la même période. La figure 6.7 est un zoom de ces résultats sur une échelle de temps plus courte (2 périodes du signal, soit environ 70 ms).

On observe bien une corrélation entre la période d'oscillation τ_o de la goutte et le temps de vol t_v entre deux impacts. La goutte s'aplatit une fois sur la plaque, une fois en l'air, une fois sur la plaque, une fois en l'air, comme représenté sur la figure 6.7. Elle effectue une demi-oscillation sur la plaque, et une oscillation et demi en l'air. Le coefficient de restitution est dans ce cas égal à un. On remarque que la période d'oscillation pendant le vol (oscillation libre) est bien inférieure à la période d'oscillation au "contact" (oscillation posée). Plus exactement, on observe un temps de vol de 25 ms, ce qui correspond à une période d'oscillation libre de 16.7 ms, et un temps de contact de 10 ms, donc une période d'oscillation posée qui vaut 20 ms. Le rapport entre les deux fait 1.2±0.1, ce qui est très proche des résultats de Courty et al. [34], qui par des calculs et des mesures trouvent 1.27.

6.2.3 Caractéristiques du régime périodique

Hauteur de rebond

Nous avons voulu mettre en évidence de façon plus quantitative ce régime périodique, et déterminer les paramètres contrôlant la hauteur h_c des rebonds. Le système est périodique, une période étant constituée d'un contact et d'un vol. Pendant le contact, on observe une demi-oscillation de la goutte posée. Le temps de contact est donc relié au rayon de la goutte par la formule 5.1. Pendant le vol, on observe une oscillation et demi. Le temps de vol t_v est relié à la hauteur h de rebond par la

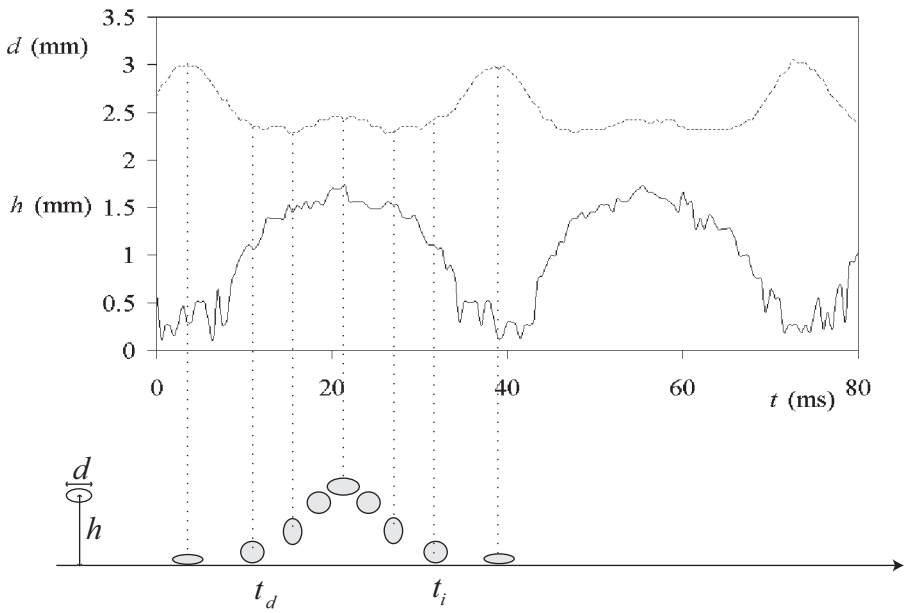

FIG. 6.7: Positions h du centre de gravité (trait plein) et diamètre équatorial d (traits pointillés) d'une goutte de rayon initial 1.25 mm rebondissant sur une plaque à 350° C. Nous avons schématisé la forme de la goutte à différents moments caractéristiques du vol et de l'impact.

formule 6.3 :

$$h = \frac{g t_v^2}{8} \tag{6.3}$$

Si le temps de vol est égal à une fois et demi le temps d'oscillation d'une goutte libre (donné par la relation 4.9), on en déduit une relation entre la hauteur h_c de rebond périodique et le rayon R_0 de la goutte

$$h_c = \frac{9\pi^2}{64} \frac{R_0^3}{\kappa^{-2}} \tag{6.4}$$

Nous avons mesuré la hauteur h_c de ce régime de rebond "élastique" en fonction du rayon de la goutte (nous n'avons pu étudier qu'une gamme limitée de rayons, la limite supérieure étant la longueur capillaire et la limite inférieure étant donné par le grossissement de notre objectif). Les résultats, reportés sur la figure 6.8, sont en bon accord avec cette loi.

Le coefficient de restitution tend vers un quand le temps de vol et les oscillations de la goutte sont corrélés. Cela signifie que pour que le rebond soit "élastique", il faut que la goutte arrive en oscillant avec une phase bien définie. On a également observé (moins fréquemment) d'autres "modes" de ce régime de rebonds quasi-élastiques. Les gouttes effectuent alors deux et même trois oscillations et demi pendant leur vol. Mais dans tous les cas, la goutte arrive sur la surface au même moment de sa période d'oscillation.

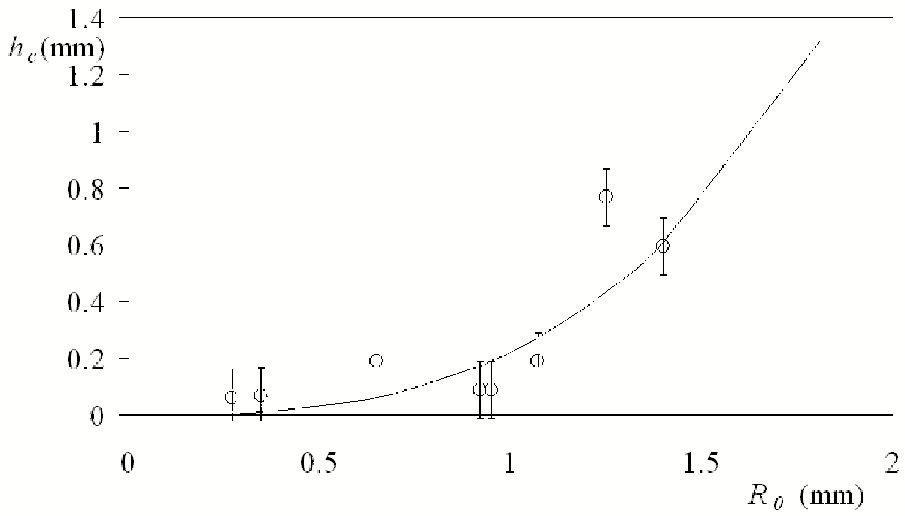

FIG. 6.8: Hauteur h_c de rebond dans le régime élastique en fonction du rayon R_0 de la goutte. La courbe en trait plein est l'équation 6.4.

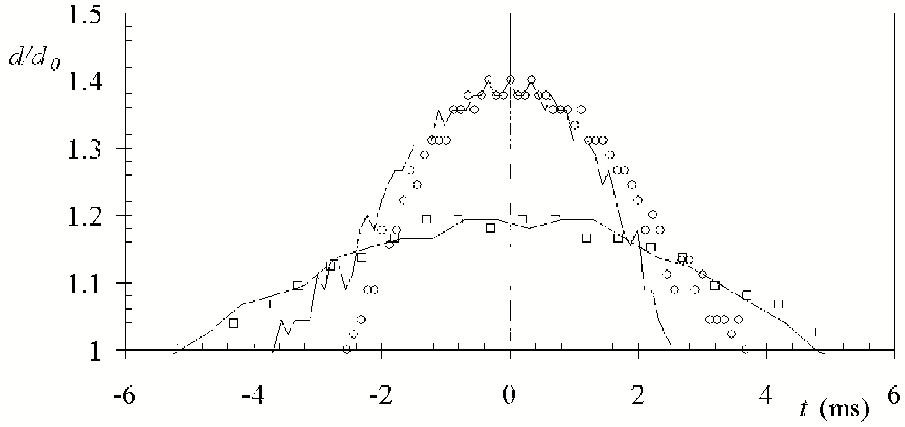

FIG. 6.9: Variations temporelles du diamètre d (normalisé par le diamètre initial d_0) au cours d'un contact pour une goutte calée ( ) ou non (∘) rebondissant sur une plaque à 300° C. L'origine des temps est choisie quand le diamètre de la goutte est maximal. Les courbes en trait plein sont les symétriques des points par rapport au temps (rebond vu à l'envers).

Symétrie du rebond

Une dernière caractéristique de ce régime est la symétrie du contact. En effet, le coefficient de restitution ne pourra être égal à 1 que si la goutte repart comme elle est arrivée. Nous avons porté sur la figure 6.9 les variations du diamètre de la goutte en fonction du temps, pendant le contact, dans un régime où elle est calée (figures 6.5 et 6.7) et dans un régime où elle ne l'est pas. L'origine des temps est prise au moment où le diamètre est maximal. Nous avons aussi tracé sur le graphique les symétriques de ces courbes par rapport au temps.

On remarque que dans le régime élastique (□), la courbe est paire en fonction du temps : le rebond est symétrique par renversement du temps. La goutte s'étale puis se rétracte avec la même dynamique. Quand ce régime n'est pas installé, le comportement au contact cesse d'être symétrique. La goutte quitte la surface dans un état différent de celui dans lequel elle est arrivée (la courbe ∘ et son symétrique ne se superposent pas).

Conditions d'apparition du régime périodique

On ne peut pas contrôler les conditions d'apparition de ce régime périodique. Cependant, ce régime s'installe spontanément dans 70 °/∘ des cas, et d'autant plus fréquemment que la goutte est petite, et que la plaque est chaude. Dans les autres cas, le coefficient de restitution diminue et la goutte finit par s'arrêter.

En conclusion, au bout d'un certain nombre de rebonds (5 à 10), le système entre le plus souvent dans un régime périodique, dans lequel les oscillations de la goutte sont corrélées au temps de vol. Le rebond devient alors très élastique (coefficient de restitution égal à 1), et symétrique. Dans ce régime périodique, la goutte arrive toujours sphérique (non allongée) sur la plaque et en repart sphérique. Ce n'est pas le cas dans le régime transitoire. On observe donc que les caractéristiques des oscillations de la goutte à l'impact ont des conséquences sur le rebond, non seulement sur son coefficient de restitution mais aussi sur sa cinétique (étalement-rétraction).

6.3 Effet de la phase sur le rebond

6.3.1 Définition

Le coefficient de restitution tend vers un uniquement lorsqu'il y a synchronisation entre l'oscillation de la goutte et son vol entre deux rebonds. On peut définir la phase d'une goutte oscillante avec la convention schématisée sur la figure 6.10. Nous avons voulu comprendre s'il y a une influence de la phase au moment de l'impact sur le coefficient de restitution. Il faut pour cela lancer des gouttes oscillantes ayant une phase différente au moment où elles touchent la surface, mais une vitesse d'impact (vitesse du centre de masse) identique.

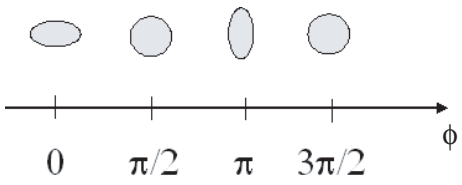

Fig. 6.10: Forme d'une goutte oscillante en fonction de sa phase ϕ selon notre convention.

6.3.2 Expériences

Une partie de ces expériences a été réalisée par F. Chevy à l'IRPHE (Marseille) avec une caméra pouvant atteindre 9000 images par secondes avec une résolution de 256*256 pixels carré, et une autre au laboratoire avec une caméra à 1000 images par secondes, de résolution 1024*512 pixels carré. Le principe de l'expérience est indiqué sur la figure 6.11. Une goutte d'eau issue d'une aiguille est lâchée d'une hauteur h_0 (par rapport à la surface chaude). Une plaque trouée (non chaude), dont le trou a un diamètre 0.5 mm, est placée entre la goutte et la plaque chaude, à une distance h_t de la plaque chaude. La distance aiguille-trou est suffisante pour permettre à la goutte de passer à travers le trou ([66], [67]). Elle se déforme à l'occasion de son passage, mais sans connaître de variations significatives de sa vitesse. La déformation de la goutte est longitudinale, et excite son mode quadrupolaire d'oscillation. À la sortie du trou et lors de son parcours entre le trou et la plaque chauffante, la goutte oscille. Le temps de ce trajet (donc la distance h_t) permet de contrôler la phase de la goutte au contact à vitesse d'impact constante.

Dans la pratique, on ne peut pas vraiment atteindre ainsi le régime des très faibles vitesses. En effet, si la vitesse est trop faible, la goutte sera soit capturée par la plaque trouée, soit extrêmement ralentie lors du passage à travers le trou ([66]). Nous avons donc complété cette première expérience en filmant les rebonds suivants pour lesquels le calage n'est pas encore effectué. Ainsi, statistiquement, on peut obtenir une large gamme de phase, mais au prix d'une grande dispersion des vitesses d'impact (paragraphe 6.3.3).

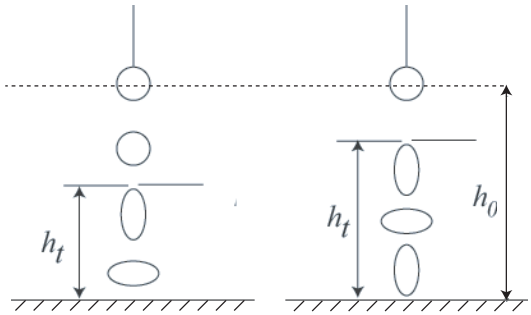

Fig. 6.11: Montage expérimental de fabrication de gouttes de vitesses d'impact analogues mais de phases différentes.

6.3.3 Résultats

Pour analyser les résultats, F. Chevy a réalisé un programme sous Delphi permettant de relever sur les images la position (x,y) des pixels de la goutte, qu'on peut moyenner sur toute la goutte ($< x >$,$< y >$) pour avoir la position de son centre de gravité, ainsi que les paramètres desquels on peut déduire son diamètre ($D = \sqrt{< x^2 > - < x >^2}$).

Phase

Pour déterminer la phase à l'impact, nous avons relevé le temps du contact t_c. Nous avons alors étudié les variations de diamètre de la goutte en fonction du temps, avant t_c. Une séquence est montrée sur la figure 6.12. On observe bien que le diamètre oscille autour d'une valeur moyenne, et que ces oscillations sont amorties (comme on l'a indiqué sur la figure 6.12 par des traits). Nous avons réalisé un ajustement de ces données, par une fonction oscillante dont l'amplitude diminue linéairement avec le temps. Cette fonction d_{app} s'écrit :

$$d_{app} = d_0 + (A - Bt) * cos(\omega t + \alpha) \tag{6.5}$$

d_0, A, B, ω et α étant des paramètres ajustables positifs. La fréquence ω correspond à la fréquence d'oscillation de la goutte. La "phase" ϕ de la goutte à un temps t est donnée par la valeur de $\omega t + \alpha$. On observe bien que le diamètre équatorial de la goutte est minimum quand ϕ vaut π et il est maximum quand ϕ vaut 0. Cette fonction est donc en accord avec notre convention de phase.

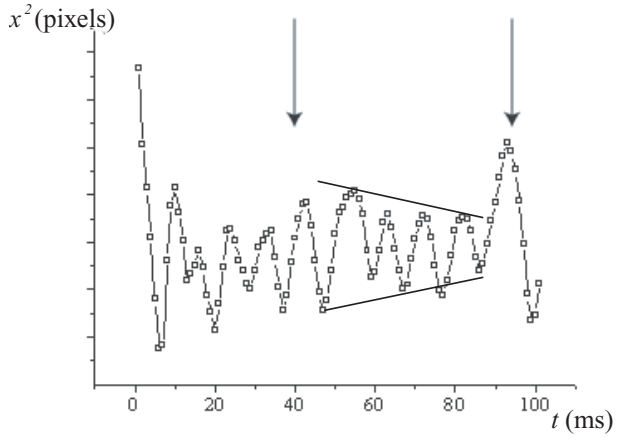

FIG. 6.12: x est l'abscisse d'un pixel noir (pixel représentant la goutte). Ici, nous avons représenté la valeur moyenne de x^2 sur tous les pixels de la goutte, en fonction du temps. Cela donne une indication sur les variations du diamètre au carré en fonction du temps. Les flèches représentent les instants où l'impact se produit.

On traite les données pour le premier rebond et les deux rebonds suivants. En général, l'incertitude sur la phase est assez importante pour le premier rebond (car on a simplement une fraction d'oscillation), mais beaucoup plus faible pour les rebonds suivants. Dans la pratique, on ajuste ω

avec les oscillations de la goutte au cours des rebonds secondaires et on fixe ω à cette valeur pour déterminer la phase du premier rebond.

Vitesses d'impact

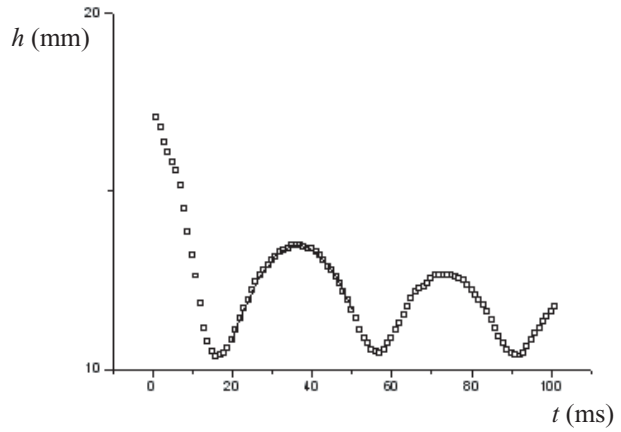

FIG. 6.13: Variation de la position h du centre de gravité d'une goutte de rayon initial $R_0 = 1$ mm, rebondissant deux fois sur une plaque chauffée, en fonction du temps t en ms. La courbe en trait plein qui passe sur la seconde arche est un ajustement parabolique des données.

On détermine la vitesse d'impact à partir de la trajectoire du centre de gravité de la goutte. Lors de rebonds successifs, on observe des arches (figure 6.13) que l'on ajuste avec des paraboles (les gouttes ne sont soumises qu'à la gravité pendant le vol). Cette méthode est plus précise que la mesure du temps de vol. Nous avons vérifié que notre mesure de g était sensée (on trouve g compris entre 9.76 et 9.86 m.s^{-2}), et nous avons pris la dérivée de la courbe au temps du contact t_c pour déterminer la vitesse. Une fois encore, l'incertitude est grande sur le premier impact (l'ajustement se fait sur huit points) mais la mesure est bien plus précise sur les suivants (l'ajustement se faisant sur une centaine de points). Les vitesses étudiées sont comprises entre 21 et 80 cm.s^{-1} et sont donc assez dispersées. Pour déterminer l'influence de la vitesse sur le coefficient de restitution, nous avons tracé sur la figure 6.14 le coefficient de restitution en fonction de la vitesse sans se préoccuper de la phase de la goutte à l'impact.

On observe que les points sont très dispersés. Cependant, la courbe est décroissante. On ajuste cette décroissance par une fonction affine $q_{aj}(V)$ (figure 6.14), de coefficient directeur $p = -0.0036$ s.m^{-1}, et d'ordonnée à l'origine 0.84. Cette fonction correspond à une dépendance moyenne du coefficient de restitution avec la vitesse, sur la faible gamme de vitesse explorée.

Coefficient de restitution en fonction de la phase

Afin de s'affranchir de la dépendance du coefficient de restitution avec la vitesse, nous avons normé les coefficients de restitution q obtenus à une vitesse d'impact V pour une phase ϕ par la

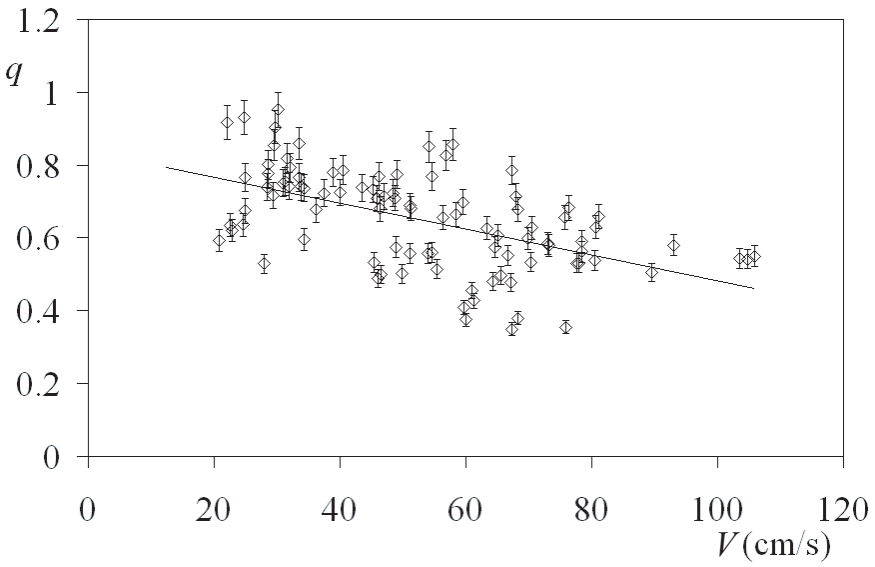

FIG. 6.14: Coefficient de restitution q en fonction de la vitesse d'impact V d'une goutte de rayon R_0 =1 mm lâchée sur une plaque à 300° C. La droite en trait plein est le meilleur ajustement linéaire $q_{aj}(V)$ de ces résultats. Elle a une pente p=-0.0036 s.m^{-1} et une ordonnée à l'origine 0.84.

fonction $q_{aj}(V)$. On peut alors tracer ce coefficient de restitution normé $q_{nor} = q(V, \phi)/q_{aj}(V)$ en fonction de la phase ϕ : c'est la figure 6.15.

Les points sont également dispersés, mais une tendance se dégage : il semble que le coefficient de restitution varie en fonction de la phase de la goutte à l'impact. Plusieurs facteurs peuvent être à l'origine de la dispersion des résultats :

- L'incertitude sur la phase qui est de l'ordre de 0.3 radian.
- La dépendance du coefficient de restitution avec la vitesse que nous n'avons pas caractérisée à faible vitesse d'impact.
- L'amplitude des oscillations : en effet, nous n'avons pas pu contrôler ce paramètre. Cela pourrait être fait en faisant varier la taille du trou de la plaque trouée, mais la plupart des résultats ont été obtenus pour des rebonds multiples.

Le coefficient de restitution est donc en moyenne maximum quand la phase est voisine de $3\pi/2$ (selon l'ajustement, le maximum est en 1.4 π). C'est aussi la phase que l'on observe dans le régime des gouttes calées : le système converge vers l'état où le coefficient de restitution est maximal, donc vers l'état pour lequel la perte énergétique est minimale. On note également que le coefficient tracé sur la figure 6.15 peut être supérieur à un car il s'agit d'un coefficient de restitution normé.

On peut relier ce résultat à ceux obtenus pour l'impact d'une goutte liquide dans un bain de liquide [92]. On observe alors (à l'aide de colorants par exemple) la formation d'un vortex qui avance dans le bain puis qui s'arrête. La profondeur de pénétration du vortex, qui dépend de la quantité de mouvement de la goutte à l'impact, dépend aussi de sa phase : le vortex ira plus loin si la phase

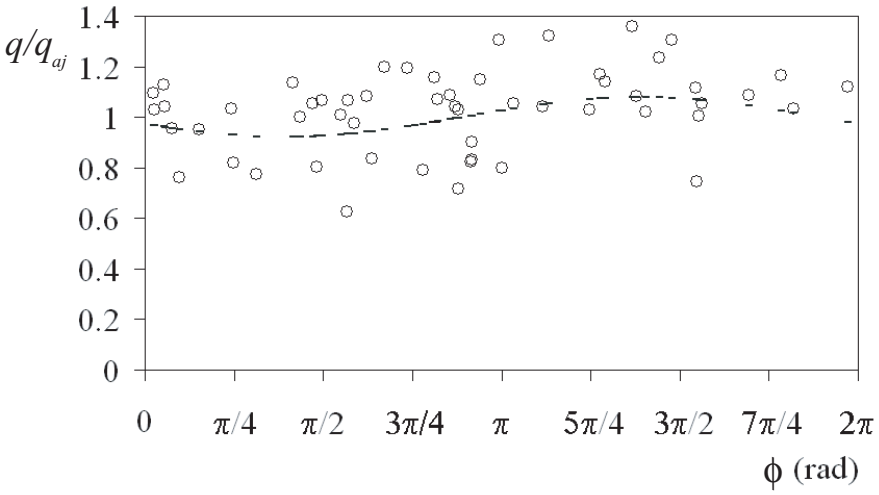

FIG. 6.15: Coefficient de restitution q normé par la fonction $q_{aj}(V)$ en fonction de la phase ϕ de la goutte ($\circ$). La courbe en pointillés correspond à un ajustement de nos données par une fonction sinusoïdale de période 2π et d'équation : $y = 1 - 0.078\ sin(\phi + 0.34)$.

de la goutte à l'impact est π.

6.4 Discussion

Ces expériences soulèvent plusieurs questions. La première est de savoir pourquoi le coefficient de restitution dépend de la phase au moment du contact, et pourquoi il est maximal quand la goutte arrive avec une phase $3\pi/2$. On peut ensuite s'interroger sur l'établissement du régime périodique, sur sa stabilité et sur ce qui l'entretient.

6.4.1 La phase $3\pi/2$

Vitesse du bas de la goutte

La phase de $3\pi/2$ correspond, selon notre convention, à l'état sphérique par lequel passe la goutte en train de s'aplatir. C'est donc le moment pour lequel la vitesse du bas de la goutte est la plus faible. En effet, dans le référentiel de la goutte, la vitesse du bas de la goutte est alors maximum, et dirigée vers le haut. Dans le référentiel du laboratoire, il faut ajouter la vitesse V de chute (figure 6.16). Lors du contact, le bas de la goutte passe instantanément d'une vitesse $-V$ à une vitesse 0. C'est pour $\phi = 3\pi/2$ que le choc est moindre, et donc qu'on minimisera la dissipation d'énergie. De même, la phase $\pi/2$ maximise la vitesse du bas de la goutte, et donc l'énergie dissipée (figure 6.15).

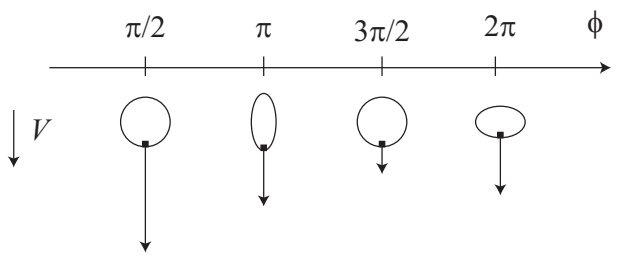

FIG. 6.16: Vitesse du bas d'une goutte oscillante tombant à une vitesse V, en fonction de sa phase ϕ.

Le contact : forçage de l'oscillation

Au moment du contact, la goutte est forcée de s'étaler à cause de la réaction de la plaque sur le bas de la goutte. Dans la limite des faibles nombres de Weber, elle va alors stocker son énergie cinétique de translation en énergie de surface.

Déterminons qualitativement l'énergie d'oscillation qui va être stockée et celle qui va être perdue :

- Si, au moment du contact, la goutte n'est pas sphérique, elle perdra son excès d'énergie de surface, car au contact elle est forcée de s'étaler : la goutte se retrouve instantanément dans la phase $3\pi/2$, sans excès d'énergie de surface. Au total, elle perd l'énergie de surface qu'elle avait à l'instant du contact.
- Au cours d'une oscillation, la goutte est sphérique à deux instants, dans les phases $\pi/2$ et $3\pi/2$. La perte d'excès d'énergie de surface est alors nulle. Dans un cas, le transfert d'énergie cinétique d'oscillation en énergie de surface aura lieu, dans l'autre cas il ne se fera pas. En effet, dans la phase $\pi/2$, la goutte est en train de s'allonger, alors que le contact la force à s'aplatir. Les mouvements de liquide sont de sens opposés et l'énergie cinétique ne pourra être conservée.

En résumé, le stockage de l'énergie d'oscillation (énergie de surface ou énergie cinétique) dépendra de la forme et du champ de vitesse de la goutte au moment de l'impact, donc de sa phase. Au décollage, l'énergie stockée sera restituée, une fraction (toujours la même) en énergie cinétique de translation, une fraction en énergie d'oscillation.

6.4.2 Le régime périodique

Rebonds d'une bille sur un plan vibrant [16]

On peut observer des situations de rebonds périodiques dans d'autres systèmes. Un exemple est le rebond d'une bille sur un plateau vibrant. Dans certaines conditions de fréquence et d'amplitude, la bille peut rebondir de façon périodique sur le plan. Il y a une corrélation entre le temps de vol de la bille et les oscillations du plan. Ce système a été étudié en détail [16] car il correspond à un système modèle simple pour étudier la transition vers le chaos.

Les données du problème sont les suivantes, si on appelle z la position du plan, V la vitesse d'arrivée de la bille sur le plan, et V' sa vitesse de départ :

- Le plan vibre à une fréquence ω imposée par l'expérimentateur :

$$z(t) = A_0 cos(\omega t) \tag{6.6}$$

- La bille rebondit sur le plan avec un coefficient de restitution en vitesse μ :

$$(V' - \dot{z}) = -\mu(V - \dot{z}) \tag{6.7}$$

- Le choc est instantané.

On peut rechercher les solutions périodiques du problème. Il en existe plusieurs, dont la période est imposée par la période du plan vibrant. Recherchons les conditions d'obtention du premier mode, pour lequel le temps de vol de la bille est égal à la période de vibration du plan. La bille repart à la vitesse à laquelle elle est arrivée :

$$V' = -V = \frac{gT}{2} \tag{6.8}$$

Cette équation combinée à l'équation 6.7 impose une condition entre l'amplitude des oscillations A_0 et τ_p la phase commune à tous les chocs :

$$A_0 \omega sin(\omega \tau_p) = -\frac{gT}{2}\frac{1-\mu}{1+\mu} \tag{6.9}$$

Il y a une amplitude critique A_c de l'oscillation du plan vibrant nécessaire pour observer un régime périodique :

$$A_c = \frac{gT}{2\omega}\frac{1-\mu}{1+\mu} \tag{6.10}$$

Au-dessus de cette amplitude, une infinité de solutions périodiques existent, qui sont données par une relation entre la phase du choc et l'amplitude du plan vibrant.

Rebonds d'une goutte vibrante sur un plan

Ce problème est similaire au nôtre. Une goutte qui vibre rebondit sur une plaque fixe. On suppose que la goutte vibre avec une amplitude A_0 et avec une fréquence correspondant à la fréquence propre du mode quadrupolaire d'oscillation de la goutte. On peut rechercher de façon analogue des solutions périodiques de rebonds.

Il faut dans un premier temps déterminer l'équation du choc (analogue à l'équation 6.7). On a observé (paragraphe 6.3) que le coefficient de restitution dépend de la phase ϕ de la goutte à l'impact, ainsi que de la vitesse d'impact. Le coefficient de restitution s'écrit donc, toujours avec la même convention de phase :

$$q \simeq q_0(1 - k\frac{A_0}{R_0}sin(\phi))(b + aV) \tag{6.11}$$

La vitesse d'impact est ici négative (l'axe des ordonnées dirigé vers le haut).

Si on néglige la variation du coefficient de restitution avec la vitesse (variation du second ordre), on peut écrire une relation entre la vitesse V' de redécollage et la vitesse V d'impact de la goutte :

$$V' = -Vq_0(1 - k\frac{A_0}{R_0}sin(\phi)) \tag{6.12}$$

Au moment du décollage, la phase de la goutte vaut $\pi/2$. Si on appelle t_v le temps de vol entre deux impacts, on peut déduire la phase ϕ de la goutte à l'impact :

$$\phi = \omega t_v + \frac{\pi}{2} \tag{6.13}$$

Pendant le vol, la goutte n'est soumise qu'à la gravité ; donc, si l'on veut qu'elle tombe sur la plaque avec la même vitesse V que celle du choc précédent (condition de périodicité), on obtient :

$$V = V' - gt_v \tag{6.14}$$

Enfin, il y a contact quand le bas de la goutte touche la surface. La trajectoire du bas de la goutte pendant le vol s'écrit :

$$x_b(t) = 0 - g\frac{t^2}{2} + V't + A_0cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) \tag{6.15}$$

Au contact, on a :

$$-g\frac{t_v^2}{2} + V't_v - A_0sin(\omega t_v) = 0 \tag{6.16}$$

On a donc un système de trois équations à trois inconnues (V, V', et t_v) que l'on peut résoudre. Si l'on pose $x = \omega t_v$ et a_0=A_0/R_0, l'équation vérifiée par x s'écrit :

$$(1 - q_0)\frac{x^3R_0^2\kappa^2}{16} + \frac{q_0}{2}a_0ksin(2x) + q_0\frac{R_0^2\kappa^2}{16}kx^2cos(x) + (1 - q_0)sin(x) = 0 \tag{6.17}$$

κ étant l'inverse de la longueur capillaire. On peut résoudre cette équation numériquement. Les solutions sont très peu dépendantes de k, on choisit donc $k = 1$. Les fonctions étant périodiques, il y a plusieurs solutions selon l'amplitude des oscillations. Les solutions en fonction de a_0 sont reportées sur la figure 6.17, pour une goutte d'eau à 100° C de rayon R_0=1.1 mm.

Si l'amplitude des oscillations est supérieure à une amplitude a_c donnée par :

$$a_c = \frac{1 - q_0}{q_0} \tag{6.18}$$

des solutions périodiques existent. Ces solutions tendent vers π, 3π et 5π à faible amplitude. Ces résultats décrivent bien nos résultats expérimentaux. Le régime périodique décrit plus haut correspond à $x = 3\pi$, et l'on a observé des gouttes oscillant deux fois en l'air ce qui correspond à $x = 5\pi$ (paragraphe 6.2.3). Un choix différent pour k aurait conduit à une amplitude seuil un peu différente.

On peut étudier la stabilité de ces solutions, en regardant l'évolution de la trajectoire après une perturbation du temps de vol de la goutte dans un référentiel centré sur la goutte et oscillant à la même fréquence et avec la même amplitude. La trajectoire du bas de la goutte sera alors une arche de parabole, et celle de la plaque chauffante une sinusoïde. Un exemple de l'évolution de la

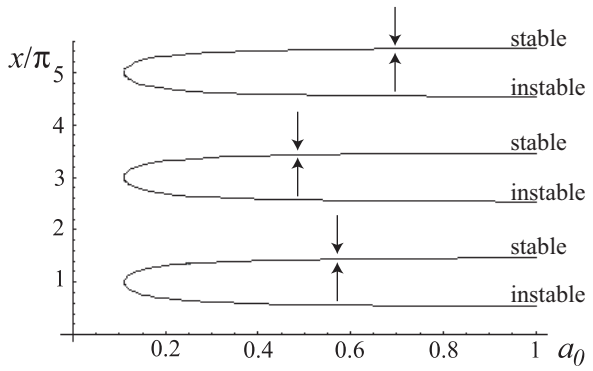

FIG. 6.17: Solution numérique de l'équation 6.17 en fonction de l'amplitude des oscillations de la goutte, de rayon initial R_0=1.1 mm, avec un coefficient de restitution μ pris égal à 0.9.

trajectoire après une augmentation du temps de vol est représenté sur la figure 6.18, pour la branche supérieure, tendant vers 3 π. On fait de même pour une diminution de temps de vol, et on détermine ainsi la stabilité des branches de solutions (figure 6.17).

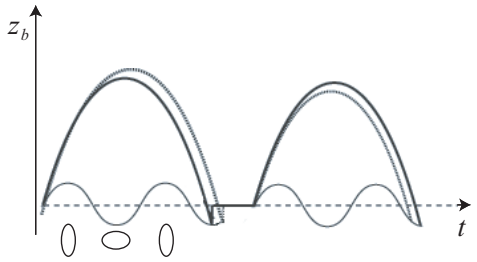

FIG. 6.18: Trajectoire périodique (trait plein) du bas de la goutte dans le référentiel oscillant comme la goutte. La plaque chaude dans ce référentiel a un mouvement périodique de fréquence ω_0. La solution périodique correspond à la solution juste supérieure à 3π. Trajectoire perturbée (traits pointillés) du bas de la goutte dans le même référentiel. On voit qu'à l'impact d'après, il y a un retour vers l'équilibre : la solution est stable.

On comprend donc qu'il est possible d'observer des régimes périodiques, comme il est possible de passer au travers (on observe des gouttes non calées). Il faut pour cela que l'amplitude des oscillations de la goutte soit suffisante. On observe expérimentalement dans le régime calé une amplitude de l'ordre de 0.15 R_0. Cette amplitude est tout juste supérieure à l'amplitude critique, si le coefficient de restitution vaut 0.9. C'est pourquoi la solution périodique se rapproche d'un temps de vol qui tend vers 3 π.

Nous avons supposé dans notre approche que l'amplitude A_0 des oscillations de la goutte reste constante. C'est ce que nous avons observé expérimentalement (figure 6.6). Cette hypothèse suggère plusieurs interrogations :

- Quels sont les facteurs de dissipation des oscillations, et sur quelles échelles de temps agissent-ils ?
- Y-a-t-il un mécanisme d'entretien des oscillations ?

- Quel est le rôle de l'évaporation de la goutte dans le mécanisme ?

6.4.3 L'énergie

Amortissement des oscillations

Les oscillations d'une goutte dans l'air sont amorties essentiellement par viscosité. On peut tenter d'estimer le temps d'amortissement de ces oscillations. Si on suppose que la dissipation est due à la viscosité du liquide (la viscosité de l'air est bien plus faible), et que pendant une oscillation, les écoulements se font sur l'ensemble de la goutte, la force F_d de dissipation s'écrit :

$$F_d \sim (\eta \frac{V}{R_0^2})(R_0^3) \tag{6.19}$$

On peut équilibrer cette force avec la variation de quantité de mouvement de la goutte au cours du temps :

$$\frac{dp}{dt} \sim \rho R_0^3 \frac{dV}{dt} \tag{6.20}$$

On obtient alors un amortissement exponentiel de l'amplitude des oscillations avec un temps caractéristique τ_a qui s'écrit :

$$\tau_a \sim \frac{\rho R_0^2}{\eta} \tag{6.21}$$

Ce temps τ_a vaut 3 secondes, pour une goutte d'eau de rayon 1.1 mm à 100 ° C (η= 0.28 mPa.s). Cela correspond à une centaine de rebonds. On observe expérimentalement plus de rebonds (jusqu'à 1000) et pas vraiment de diminution de l'amplitude des oscillations.

Un mécanisme d'entretien de ces oscillations existe donc. De plus, sur ces échelles de temps, l'évaporation de la goutte devient un paramètre qui n'est plus négligeable.

Entretien des oscillations

L'évaporation de la goutte peut être à l'origine de l'entretien des oscillations si l'on considère qu'elle s'évapore plus quand elle est en "contact" avec la surface chaude que pendant son vol.

Quand elle est étalée comme une crêpe, une goutte liquide s'évapore surtout sur le dessous (chapitre 3), donc sur un rayon R_{max}. Il en résulte une diminution du volume de la goutte, donc une diminution de son rayon R_0 tout en gardant R_{max} constant, comme représenté sur le schéma de la figure 6.19. Le rapport entre les deux va donc augmenter. La force capillaire f au contact s'écrit :

$$f \sim \gamma(R_{max} - R_0) \tag{6.22}$$

Cette force sera donc augmentée de :

$$\delta f \sim -\gamma \delta R_0 \tag{6.23}$$

On peut imaginer que cette augmentation va servir à entretenir les oscillations.

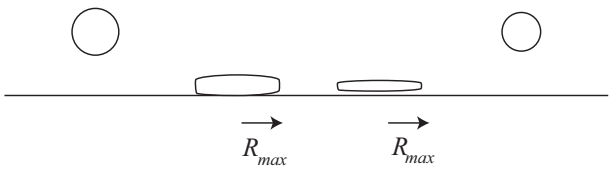

FIG. 6.19: Schéma représentant l'évaporation en épaisseur d'une goutte au contact avec une plaque chaude. Son épaisseur diminue, alors que son rayon maximal d'étalement reste constant.

Estimons son ordre de grandeur. Une goutte millimétrique posée sur une plaque à 300° C met environ un temps $\tau_{vie} \sim 50$ s à s'évaporer et l'évaporation s'opère sur toute la surface de la goutte (chapitre 3).

On peut imaginer que le mécanisme d'évaporation est un peu différent pour une goutte rebondissante. Au moment du contact, la surface de contact de la goutte avec la plaque devient importante, à cause de l'étalement. Elle est de l'ordre de πR_{max}^2, elle n'est donc plus négligeable devant la surface totale de la goutte (contrairement au cas d'une petite goutte posée, vu au chapitre 2). La goutte s'évapore donc principalement dans le film de vapeur. De plus, nous avons montré que le film de vapeur n'atteint pas son épaisseur d'équilibre instantanément (il met environ 100 ms- chapitre 4). Son épaisseur sur des temps de l'ordre du temps de contact varie entre 100 nm et 10 μm (chapitre 4). La variation d'amplitude des oscillations de la goutte s'écrit donc au cours d'un contact :

$$\frac{\delta R_0}{R_0} \sim \frac{\delta m}{m} \sim \frac{R_{max}^2 t_c}{e} \frac{R_0}{\tau_{vie} R_0^2} \tag{6.24}$$

Si le rayon R_{max} d'étalement est environ égal au rayon de la goutte, et que l'épaisseur e vaut 10 μm, ce rapport est de l'ordre de 1/100. Il est à peu près du même ordre de grandeur que l'amortissement de l'amplitude des oscillations par viscosité pendant un vol.

La goutte gagne donc à l'impact de l'énergie de surface qu'elle transforme en partie en énergie cinétique. Ce mécanisme pourrait expliquer l'entretien des oscillations. Cela explique aussi pourquoi on observe plus facilement le régime quasi-élastique quand la plaque est plus chaude. Il repose cependant sur quelques hypothèses sur la dynamique d'évaporation qui méritent d'être vérifiées expérimentalement.

On peut aussi imaginer des mécanismes analogues à ceux proposés pour la vibration spontanée de crêpes caléfiées (chapitre 4). Cette analogie suggère une expérience : poser des petites gouttes (de taille inférieure à la longueur capillaire) sur une surface super-hydrophobe vibrante. On s'attend à observer des oscillations paramétrées de la goutte par le plan vibrant (chapitre 4). Nous avons observé les mouvements d'une petite goutte posée sur une surface non-mouillante (une surface lycopodée [14], [89]) fixée sur un haut-parleur dont on peut faire varier la fréquence avec un générateur basse fréquence. Dans certaines gammes de fréquence et d'amplitude, la goutte n'oscille pas mais rebondit. Il faudrait caractériser ce régime de rebonds (hauteur de rebond, fréquence...). Enfin, des expériences de rebonds sur une surface liquide vibrante [33] ont aussi montré l'existence de régimes

de rebonds multiples.

L'effet fusée

L'effet fusée (augmentation de vitesse d'un système à masse variable par conservation de la quantité de mouvement) aurait presque la même origine que l'effet d'entretien des oscillations décrit précédemment et il serait dû à l'évaporation de la goutte à l'impact. Il modifierait de façon analogue l'énergie cinétique de la goutte, d'une quantité d'ordre $(\delta m)V^2$. Si on compare ce terme à la variation d'énergie de surface engendrée par l'évaporation $(\delta R_0)R_0\gamma$, on trouve que le rapport entre ces deux termes s'écrit :

$$\frac{\rho V^2 R_0}{\gamma} = We$$

Dans nos expériences, le nombre de Weber est plus petit que 1 et donc l'effet fusée est négligeable.

6.5 Conclusion

Le rebond d'une goutte sur une plaque chaude à petit nombre de Weber a des caractéristiques surprenantes. Dans certains régimes de rebonds successifs, il est quasi-élastique. D'une façon plus générale, le rebond est étroitement lié aux oscillations des gouttes rebondissantes :

- À grand nombre de Weber, une partie de l'énergie élastique stockée est restituée en énergie d'oscillations, ce qui explique pourquoi les coefficients de restitution peuvent être faibles.
- À petit nombre de Weber, l'adéquation entre les oscillations de la goutte et les rebonds peut permettre d'observer des régimes périodiques stables de rebonds.

Conclusion sur les impacts

Nous avons étudié ici le rebond de gouttes sur des plaques chaudes dans deux régimes, à grand et à petit nombre de Weber.

- À grand nombre de Weber, une goutte arrivant sur une surface est décélérée, et cette décélération engendre l'aplatissement de la goutte. Cette dernière est alors analogue à un ressort comprimé sur une table que l'on lâche subitement. Le ressort peut alors décoller (si la compression est suffisante pour vaincre la gravité), et à son mouvement de translation se superpose un mouvement d'oscillation. Il est en de même pour une goutte. Si elle est plus grande que la longueur capillaire, elle n'aura plus assez d'élasticité pour vaincre la gravité et rebondir. Par contre, si elle est plus petite, son mouvement aura les mêmes caractéristiques que celui du ressort. Nous avons donc ainsi caractérisé la perte d'élasticité quand la vitesse augmente.
- À faible nombre de Weber, le rebond est très élastique et le coefficient de restitution est proche de un. Il semble dépendre de la phase de la goutte à l'impact. De plus, lors de rebonds successifs, un régime périodique apparaît pour lequel la goutte qui rebondit arrive toujours dans la même phase à l'impact et de ce fait rebondit toujours à la même hauteur. Dans ce régime, le rebond et plus particulièrement le contact sont symétriques par renversement du temps.

Le lien étroit entre le rebond et les oscillations de la goutte avait déjà été mis en évidence dans l'évaluation du temps de "contact" de la goutte sur le substrat. Ici, nous montrons que ce lien a aussi des conséquences majeures sur l'élasticité du choc, qu'il soit à petit ou à grand nombre de Weber.

Troisième partie

Étalement de gouttes

Après avoir discuté des dynamiques spéciales de gouttes en situation de mouillage nul (dans le cas précis de la caléfaction), nous nous sommes intéressés à la limite opposée, qui est celle du mouillage total.

Nous avons introduit au chapitre 2 la notion de tension de surface γ entre deux phases. Quand on pose un liquide l entouré d'une vapeur v sur un solide s, plusieurs situations peuvent exister dépendant des tensions de surface relatives entre les différents milieux (figure 6.20).

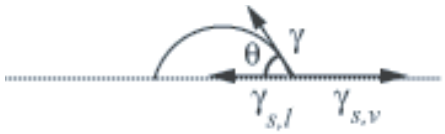

FIG. 6.20: Schéma des forces s'exerçant sur la ligne de contact, pour une goutte formant un angle de contact θ avec son substrat.

Déterminons la force qui s'exerce par unité de longueur sur la ligne de contact entre les trois milieux, projetée sur l'axe des abscisses :

$$f = \gamma_{s,v} - \gamma_{s,l} - \gamma cos\theta \tag{6.25}$$

θ est l'angle de contact du liquide avec le solide. On définit usuellement le paramètre d'étalement S comme :

$$S = \gamma_{s,v} - \gamma_{s,l} - \gamma \tag{6.26}$$

On a alors :

$$f = S + \gamma(1 - cos\theta) \tag{6.27}$$

À l'équilibre, cette force est égale à zéro, et l'on observe donc les cas suivants :

- Le cas du mouillage partiel pour lequel le paramètre d'étalement est négatif. Il existe alors un angle de contact d'équilibre, et quand cet angle tend vers π, on retrouve la limite du mouillage nul. Elle est bien atteinte quand le solide et la vapeur sont identiques ($s \equiv v$), soit $S = -2\gamma$ dans l'équation 6.26.
- Le cas du mouillage total ($S > 0$) : dans ce cas, on n'observe pas l'équilibre car la force est toujours positive et la goutte s'étale sur le substrat, jusqu'à ce que d'autres forces microscopiques (les forces de Van der Waals par exemple) limitent son étalement [56].

Nous nous plaçons ici dans le cas du mouillage total ($S > 0$). L'état d'équilibre de la goutte est d'être totalement étalée sur le substrat. La gravité a aussi pour effet d'aplatir les gouttes et de les étaler. Nous avons vu (chapitre 2) qu'il y avait une longueur limite au-dessus de laquelle les effets gravitaires dominent les effets capillaires. Cette longueur, notée κ^{-1}, est la longueur capillaire. On

peut associer à nos phénomènes un nombre sans dimension (appelé le nombre de Bond) qui compare la capillarité à la gravité. Il s'écrit :

$$Bo = \frac{\rho g R_0^2}{\gamma} \tag{6.28}$$

ρ étant la masse volumique du liquide, et R_0 sa taille. Si Bo est grand, les effets gravitaires dominent, et s'il est petit, ce sont les effets capillaires.

Nous nous intéressons ici à la dynamique d'étalement de gouttes sur des surfaces. Comme dans la plupart des problèmes relatifs à la dynamique des fluides, deux effets peuvent s'opposer au mouvement : l'inertie du liquide qu'il faut mettre en mouvement et le cisaillement visqueux. Le nombre sans dimension qui compare ces deux effets est le nombre de Reynolds, qui s'écrit :

$$Re = \frac{\rho U R}{\eta} \tag{6.29}$$

U étant la vitesse du liquide et η sa viscosité. À faible nombre de Reynolds c'est le cisaillement visqueux qui limite le mouvement, alors qu'à grand Reynolds c'est l'inertie du liquide.

Les différents régimes de la dynamique de l'étalement sont représentés dans le diagramme 6.21, selon les valeurs des nombres de Bond et de Reynolds.

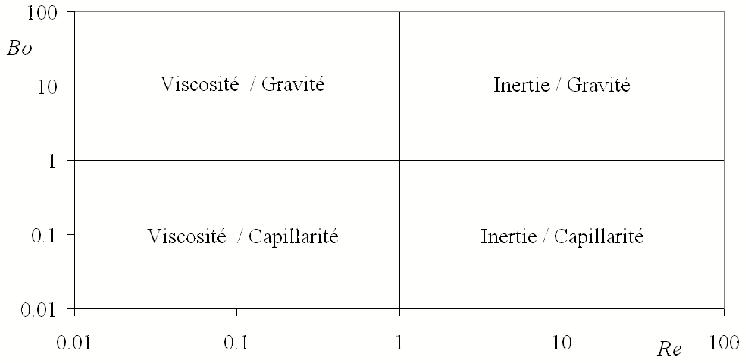

FIG. 6.21: Différents régimes d'étalement en fonction des nombres de Reynolds et de Bond.

De nombreuses études ont été faites dans la limite visqueuse (bas nombre de Reynolds) et à temps "longs" pour lesquels les gouttes sont très aplaties ([46], [54], [98]), et plus généralement pour caractériser l'avancée d'un front de liquide sur une surface.

Quand la force motrice de l'étalement est d'origine capillaire, la dissipation visqueuse s'effectue dans le coin, et l'équilibre entre ces deux forces nous donne une relation entre l'angle d'avancée du coin et la vitesse de ce coin. Cette relation, proposée par Tanner [98], est détaillée dans l'annexe D. De cette relation, on peut déduire les variations du rayon R du contact liquide/solide en fonction du temps, qui sont données par :

$$R(t) \sim R_0 (\frac{\gamma t}{\eta R_0})^{\frac{1}{10}} \tag{6.30}$$

On retrouve le temps caractéristique d'un équilibre capillaire-visqueux : $\eta R_0/\gamma$.

Quand la force motrice de l'étalement est d'origine gravitaire (cas des grands nombres de Bond), la dissipation visqueuse se fait en général essentiellement dans le volume de la goutte. En équilibrant ces deux forces, on trouve comme loi pour les variations du rayon de la goutte en fonction du temps [52] :

$$R(t) \sim R_0(\frac{\rho g R_0 t}{\eta})^{\frac{1}{8}} \tag{6.31}$$

On retrouve ici le temps caractéristique d'un écoulement gravitaire/visqueux : $\eta/\rho g R_0$. Ces résultats ont fait dans le passé l'objet d'études expérimentales qui ont permis de les confirmer [24].

Les exposants de ces deux lois sont faibles (0.1 et 0.125) : on peut donc dire que l'étalement est lent, à condition toutefois que le temps soit grand devant les temps caractéristiques visco-capillaire ou visco-gravitationnel mentionnés plus haut. À temps plus court, ces lois prédisent un étalement très rapide, avec une vitesse qui diverge quand $t \to 0$, en contradiction évidente avec l'hypothèse de bas nombre de Reynolds. On attend alors une résistance inertielle, que nous allons étudier dans le chapitre 7. Ensuite, nous étudierons dans le chapitre 8 quelques caractéristiques de l'étalement visqueux, dans la limite des grands angles de contact.

Chapitre 7

Étalement inertiel

Sommaire

7.1 Introduction **151**

7.2 Étalement capillaire **152**

7.2.1 Montage expérimental 152

7.2.2 Résultats 153

7.2.3 Dynamique du régime inertiel 154

7.2.4 Temps du régime inertiel 157

7.2.5 Remarques 158

7.3 Étalement gravitaire **161**

7.3.1 Conclusion 161

7.1 Introduction

Nous allons ici étudier la dynamique d'étalement de gouttes en mouillage total quand l'inertie du liquide limite le mouvement (grands nombres de Reynolds). Pour se placer dans un tel régime, il y a plusieurs possibilités :

- On peut utiliser des liquides très peu visqueux comme l'hélium superfluide par exemple. À moins de 2 K, l'hélium liquide est un fluide quasi-parfait et sa viscosité est négligeable. De plus, il mouille parfaitement la plupart des substrats. Le mouillage par l'hélium superfluide a fait l'objet d'études théoriques [56], et expérimentales (cas de l'amincissement de films d'hélium). Mais il n'existe pas, à notre connaissance, d'expériences caractérisant la dynamique d'étalement de gouttes d'hélium.
- Une alternative est de travailler avec des systèmes très grands, mais le champ de gravité limite la taille des gouttes (en tant que sphères) à la longueur capillaire κ^{-1} (chapitre 2). Des "grands" systèmes s'étaleront donc plutôt, à temps court, en suivant des lois gravito-inertielles.

- Une troisième possibilité est d'étudier des dynamiques à grande vitesse. Comme nous l'avons vu dans l'introduction, c'est ce qu'on attend aux premiers instants de l'étalement. Le nombre de Reynolds est alors grand et c'est bien l'inertie du liquide qui doit alors freiner le mouvement.

7.2 Étalement capillaire

Nous allons étudier ici la dynamique de l'étalement de petites gouttes liquides, pour lesquelles la capillarité domine (petits nombres de Bond).

7.2.1 Montage expérimental

L'objectif de l'expérience est d'observer les premiers pas de l'étalement capillaire d'une goutte sur un substrat. Il faut pour cela approcher une goutte sphérique sans vitesse initiale au contact d'une plaque qu'elle mouille totalement. Toute goutte lâchée d'une pipette a, au bout de quelques millimètres de chute, une vitesse qu'on ne peut négliger (de l'ordre de 20 cm.s^{-1}, pour une chute de 2 mm). Nous avons donc, pour nous préserver de tout régime d'impact, imaginé le montage schématisé sur la figure 7.1.

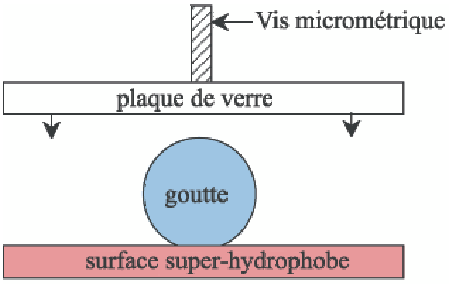

Fig. 7.1: Schéma du montage permettant d'observer les premiers pas de l'étalement.

Une petite goutte d'eau liquide est placée sur une surface superhydrophobe. Elle est alors en mouillage presque nul, et donc quasi-sphérique (chapitre 2). Une lamelle de verre, reliée à une vis micrométrique qui permet de la déplacer verticalement, est placée au-dessus de la goutte. On approche alors tout doucement (à vitesse contrôlée, de l'ordre de 0.5 mm.s^{-1}) la goutte de la surface. Au moment où le contact s'établit, la goutte quitte la surface et s'étale sur le verre sous l'effet de la capillarité.

Deux points méritent d'être précisés :

- La surface superhydrophobe est constituée de lycopodes (annexe C), préalablement silanisés et fixés à la surface par un ruban adhésif double-face.
- Pour que l'eau mouille totalement le verre, il faut que l'eau et la surface de verre soient propres. On utilise d'une part de l'eau tridistillée, et d'autre part des lamelles de microscope préalablement nettoyées : on les plonge une heure dans de l'acide sulfochromique, puis on les

rince à l'eau distillée. Enfin, juste avant chaque expérience, on les passe dans la flamme d'un bec Bunsen. On garde ainsi une surface mouillante pendant environ cinq minutes, un temps bien supérieur au temps de l'expérience.

On filme l'étalement de profil à la caméra rapide (1000 images par seconde). Quelques expériences ont été effectuées à l'IRPHE à Marseille avec une caméra plus rapide encore (9000 images par seconde).

On peut faire varier le rayon initial R_0 de la goutte. Dans la pratique, les petits volumes ont été obtenus par évaporation de la goutte initialement posée. La taille maximale accessible est la longueur capillaire (au-dessus de cette longueur, les gouttes ne sont plus quasi-sphériques). Dans notre système, de l'eau à 20°C, la longueur capillaire vaut 2.7 mm. On peut également faire varier la viscosité du liquide en utilisant non plus uniquement de l'eau mais des mélanges eau/glycérol. La viscosité varie alors entre 1 mPa.s (eau pure) et 1050 mPa.s (glycérol pur). La viscosité de ces mélanges est mesurée avec un rhéomètre de Couette. La tension de surface (obtenue par la méthode de l'anneau) varie entre 72 mN.m^{-1} (eau pure) et 62 mN.m^{-1} (glycérol pur). Elle est donc relativement insensible à la présence de glycérol, qui ne modifie pas la condition de mouillage (presque) nul.

7.2.2 Résultats

Une séquence de photographies relatant l'étalement d'une goutte d'eau de volume 5 μL ($R_0 \simeq$ 1 mm) est reportée sur la figure 7.2. L'intervalle entre chaque image est de 1.1 ms.

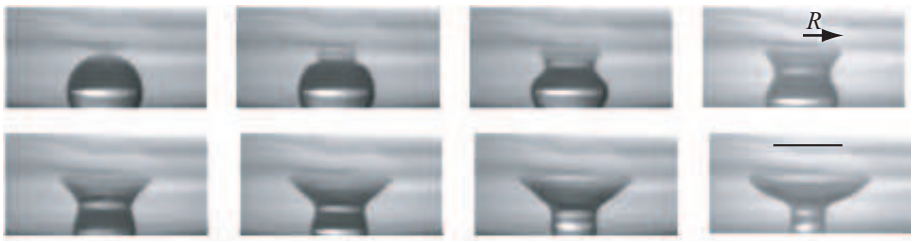

Fig. 7.2: Goutte d'eau liquide de volume 5 μL s'étalant sur une surface de verre (on note R le rayon du contact liquide/verre). L'intervalle de temps entre deux images vaut 1.1 ms et le trait représenté sur la dernière image est une mire de 2 mm.

La propagation du contact solide/liquide (de rayon R) est extrêmement rapide (environ 1 mm en 10 ms). La goutte perd instantanément sa forme sphérique. Une région de haute courbure apparaît près du contact, et une onde capillaire se propage du haut vers le bas de la goutte. La fin de l'étalement n'est pas représentée ici : le bas de la goutte se détache de la surface superhydrophobe et l'étalement continue sur la surface de verre jusqu'à ce que la gravité compense la force capillaire (jusqu'à ce que le contact ait un diamètre de l'ordre de 2 cm).

La figure 7.3 montre les variations du rayon de la goutte avec le temps, dans un diagramme

logarithmique-logarithmique, pour trois rayons initiaux R_0 différents. On observe que le rayon du contact augmente avec le temps, comme $t^{0,5}$ pendant un temps τ, puis comme $t^{0,1}$ à temps plus long ($t > \tau$). Ce dernier régime est en accord avec la dynamique observée classiquement pour l'étalement d'une goutte visqueuse par capillarité (équation 6.30).

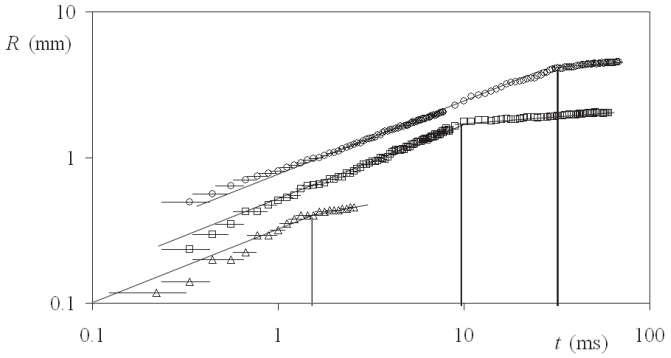

FIG. 7.3: Évolution du rayon R du contact entre le liquide et le verre en fonction du temps t pour trois gouttes d'eau de rayons initiaux R_0=1.2 mm (◇), R_0=0.7 mm ( ), et R_0=0.27 mm (△), dans un diagramme logarithmique-logarithmique. Dans chaque cas, les pentes 1/2 puis 1/10 sont représentées (équations 7.7 et 6.30).

Nous avons mesuré grâce à de telles courbes le temps τ caractérisant la transition entre les régimes pour des gouttes d'eau de rayons R_0 variés. Les résultats sont reportés sur la figure 7.4, dans un diagramme logarithmique-logarithmique. On observe que plus la goutte est grosse, plus ce temps est long : il varie comme $R_0^{1,62}$ (ligne en trait plein sur la figure 7.4).

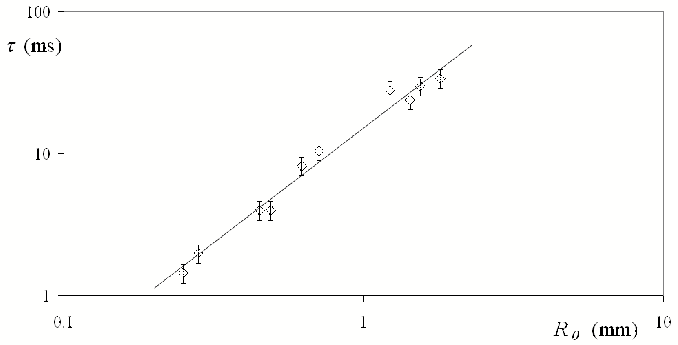

FIG. 7.4: Temps τ caractérisant la transition entre les régimes d'étalement en fonction du rayon initial R_0 de la goutte en coordonnées logarithmique-logarithmique. La droite en trait plein a une pente de 1.62.

7.2.3 Dynamique du régime inertiel

L'aspect de la goutte qui s'étale est représenté sur le schéma de la figure 7.5. C'est la courbure δ^{-1} de l'interface qui va engendrer le mouvement. À temps court, elle est reliée aux longueurs R et

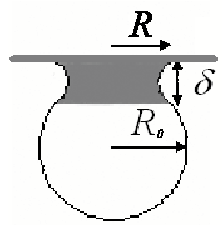

FIG. 7.5: Schéma d'une goutte de rayon initial R_0 s'étalant sur une surface de verre qu'elle mouille totalement. Le rayon du contact est noté R et le rayon de courbure de la zone grisée (zone en mouvement) δ.

R_0 par la relation géométrique :

$$\delta^{-1} \simeq \frac{R_0}{R^2} \tag{7.1}$$

Ce gradient de courbure induit un gradient de pression f sur la taille du contact qui s'écrit dimensionnellement :

$$f \sim \gamma \frac{R_0}{R^3} \tag{7.2}$$

C'est cette force volumique qui est le moteur du mouvement. La masse m qui va être mise en mouvement est représentée en grisée sur la figure 7.5. Elle s'écrit :

$$m \sim \rho R^2 \delta \sim \rho \frac{R^4}{R_0} \tag{7.3}$$

On en déduit la force qui va s'appliquer sur cette masse du fait du gradient de pression. Elle s'écrit (logiquement) :

$$F \sim f(R^2 \delta) \sim \gamma R \tag{7.4}$$

On peut donc écrire l'équation du mouvement de la partie grisée de la goutte au cours du temps dans la limite inertielle :

$$\frac{d(mv)}{dt} \sim F \tag{7.5}$$

ou encore :

$$\frac{d}{dt}(R^4 \frac{dR}{dt}) \sim \frac{\gamma R_0}{\rho} R \tag{7.6}$$

sachant que la vitesse du liquide est égale à $\frac{dR}{dt}$. Dans cette équation, la masse comme la force varient au cours du temps.

L'équation 7.6 admet comme solution :

$$R^2 \sim Dt \tag{7.7}$$

avec

$$D = \sqrt{\frac{\gamma R_0}{\rho}} \tag{7.8}$$

Le coefficient D, analogue dimensionnellement à un coefficient de diffusion, apparaît de façon assez naturelle. En effet, il peut s'écrire comme :

$$D \sim (\frac{R_0^2}{T})^{\frac{1}{2}} \tag{7.9}$$

avec $T = \sqrt{\rho R_0^3/\gamma}$, qui est le temps caractéristique des phénomènes inertio-capillaires, comme nous l'avons vu au chapitre 4 pour les oscillations d'une goutte.

Expérimentalement, on observe bien une croissance du rayon de contact en fonction du temps en $t^{1/2}$. Mais cela ne prouve pas que le modèle proposé soit le bon. En effet, une goutte arrivant à vitesse V sur une surface s'étalera aussi, aux premiers instants, avec une dynamique qualitativement analogue. En effet, l'épaisseur δ sur laquelle une goutte est déformée à l'impact s'écrit :

$$\delta = Vt \tag{7.10}$$

et la taille R du contact est liée à δ par la géométrie du système ($R^2 \sim R_0\delta$ pour $R << R_0$). On en déduit une loi d'étalement pour R qui s'écrit :

$$R^2(t) \sim R_0 V t \tag{7.11}$$

Dans nos expériences, V est de l'ordre de 0.5 mm.s^{-1}, ce qui engendrerait un coefficient D de l'ordre de 5.10^{-3} cm^2.s^{-1}, bien plus faible que celui prévu par l'équation 7.8 et observé expérimentalement (2 cm^2.s^{-1}). Nous avons étudié la structure du paramètre D. Pour chaque expérience, nous avons reporté R^2 en fonction du temps. Nous avons obtenu des droites dont nous avons pris la pente, notée D. Nous avons fait les expériences pour plusieurs rayons R_0 de gouttes, et porté les variations de D avec R_0 sur la figure 7.6.

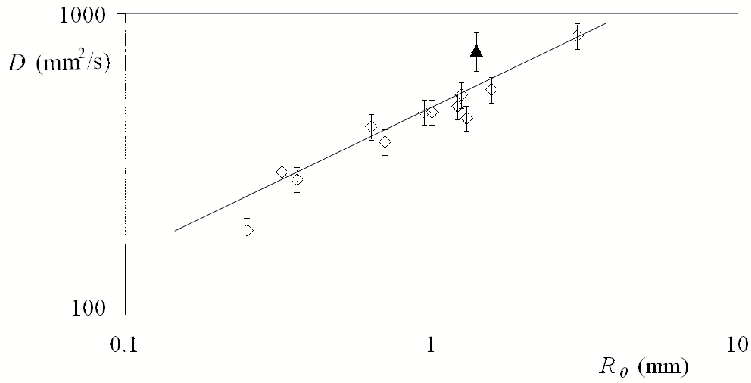

FIG. 7.6: Variations du coefficient D en mm^2.s^{-1} (pente des courbes $R^2(t)$), pour une goutte s'étalant sur un substrat sec (◇) en fonction de son rayon initial R_0 en mm, dans un diagramme logarithmique-logarithmique. La droite en trait plein a une pente de $0,52 \pm 0{,}05$. Le point expérimental (▲) correspond à l'étalement d'une goutte sur un substrat prémouillé par un film d'eau d'épaisseur 200 μm.

Les données obéissent à une loi d'échelle d'exposant 0.52±0.05 en bon accord avec l'équation 7.8. Le préfacteur numérique obtenu expérimentalement vaut 17.10^{-3} m.s^{-1}, qui est du même ordre de grandeur que $\sqrt{\gamma/\rho}$, qui vaut 8.10^{-3} pour de l'eau dans ces mêmes unités.

7.2.4 Temps du régime inertiel

D'un point de vue pratique, il est intéressant de déterminer la durée de ce régime inertiel. Au delà de cette durée, ce n'est plus l'inertie du liquide mais sa viscosité qui freine majoritairement le mouvement. La goutte a alors l'aspect d'une calotte sphérique qui rejoint la surface avec un angle dynamique θ donné par la loi de Tanner (annexe D). La dynamique du mouvement est alors connue et s'écrit [98] :

$$R(t) \sim R_0(\frac{\gamma t}{\eta R_0})^{\frac{1}{10}} \tag{7.12}$$

Le changement de régime s'établit quand les deux rayons sont égaux (équations 7.7 et 7.12). On en déduit donc la durée τ du régime inertiel :

$$\tau = (\frac{\gamma \rho R_0}{\eta^2})^{\frac{1}{8}} \sqrt{\frac{\rho R_0^3}{\gamma}} \tag{7.13}$$

avec $T = \sqrt{\frac{\rho R_0^3}{\gamma}}$, temps caractéristique des mouvements inertio-capillaires. Le nombre sans dimension qui apparaît est une puissance du nombre d'Ohnesorge (nombre de Reynolds adapté aux effets capillaires), qui s'écrit :

$$Oh = \frac{\eta}{\sqrt{\gamma \rho R_0}} \tag{7.14}$$

La puissance 1/8 rend ce préfacteur exceptionnellement peu sensible aux différents paramètres qui le composent. Il est donc toujours très proche de 1 (dans une gamme de viscosité raisonable, cette dernière pourvant varier sur plusieurs ordres de grandeurs). Pour une goutte d'eau millimétrique, le temps τ est de l'ordre de 10 ms, ce qui est en accord avec les résultats de la figure 7.3. Les variations de τ avec R_0, portées sur la figure 7.4, sont aussi en accord avec ce modèle. En effet, l'exposant attendu dans l'équation 7.13 est de $\frac{13}{8} = 1.625$, très proche de l'exposant obtenu expérimentalement qui vaut 1.62±0.05 (figure 7.4).

Les variations de τ avec η, γ et ρ sont faibles devant sa dépendance en rayon. En utilisant des mélanges eau/glycérol, nous avons mesuré ce temps τ pour des liquides de viscosités variées. Les résultats sont reportés sur la figure 7.7, là encore en coordonnées logarithmique-logarithmique.

La pente $-1/4$, représentée en trait plein sur la figure 7.7, est en bon accord avec nos données expérimentales. Nous avons négligé ici l'effet de la tension de surface, celle-ci ne variant que très peu d'un mélange à l'autre (au maximum 12 °/₀) par rapport aux trois décades de variation de la viscosité. La faible dépendance de τ avec la viscosité a une conséquence intéressante : si on introduit la valeur de τ dans l'équation du mouvement de la goutte (équation 7.7), on en déduit l'extension spatiale du régime inertiel. Ce rayon R_i varie comme :

$$R_i \sim R_0(\frac{\gamma \rho R_0}{\eta^2})^{\frac{1}{16}} \tag{7.15}$$

Cette expression est très peu dépendante de la viscosité du liquide, ce qui laisse suggérer (de façon assez inattendue) que l'extension spatiale du régime inertiel est toujours de l'ordre du rayon de la goutte, même pour les liquides assez visqueux.

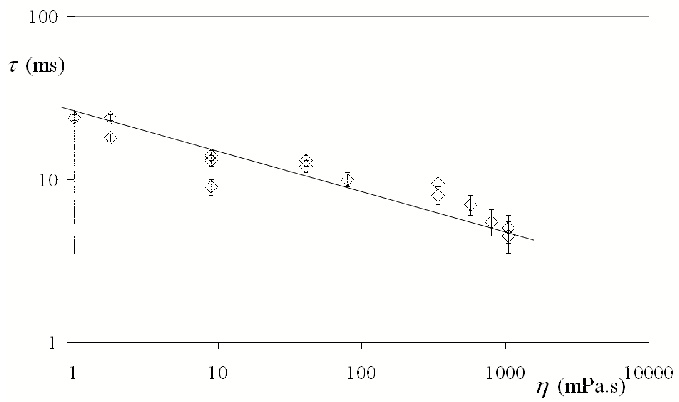

FIG. 7.7: Variation de la durée τ du régime inertiel pour des mélanges eau/glycérol de différentes viscosités η, dans un diagramme logarithmique-logarithmique. La droite en trait plein a une pente de -1/4, conformément à l'équation 7.13. Les gouttes ont toutes un rayon initial R_0 de 1.2 mm.

7.2.5 Remarques

La dynamique particulière de ce système suggère plusieurs remarques :

- À petite échelle, où les forces de surface sont dominantes, ce sont souvent les forces visqueuses qui freinent le mouvement et qui régissent la dynamique du système. Nous avons mis en évidence ici l'existence d'un autre régime à temps court, dû à l'inertie du liquide. Ce type de régime a déjà été observé précédemment, dans des expériences d'ascension de ménisques par exemple [31]. Il s'installe sur des temps très courts, de l'ordre de la milliseconde pour des gouttes de taille typique 1 mm. Les vitesses mises en jeu dans ce régime sont élevées, si bien qu'il s'applique sur des extensions non négligeables, de l'ordre du rayon de la goutte. Ce régime peut donc être celui qu'il faut considérer dans plusieurs applications pratiques, telles que la soudure, la détergence, la formation de ponts capillaires ou la coalescence de liquides peu visqueux.

- On peut déduire de l'équation 7.7 la vitesse à laquelle le centre de masse approche la surface. Si on appelle δ la position de ce point, et qu'on utilise la relation géométrique $\delta \sim \frac{R^2}{R_0}$, on trouve que la vitesse V est constante et qu'elle vaut $\sqrt{\gamma/(\rho R_0)}$. Cette expression exprime un transfert d'énergie de surface en énergie cinétique, qui existe dans d'autres mouvements inertiels d'interface, comme la montée capillaire [31], la coalescence [92] ou le rebond de gouttes [89]. Cela fixe aussi la vitesse d'impact au-dessus de laquelle l'étalement est dominé par l'inertie du liquide et non par la capillarité. Pour des petites gouttes (100 μm), cette vitesse n'est pas négligeable, puisqu'elle vaut environ 1 m.s^{-1} : la loi de contact pour des impacts à faible vitesse serait donc décrite également par l'équation 7.7.

- L'étalement est d'autant plus rapide que la goutte est volumineuse (figures 7.3 et 7.6, équations 7.7 et 7.8). Ce résultat peut surprendre dans un régime où c'est l'inertie (donc la masse) qui

freine le mouvement. Cependant, le caractère local du mouvement nous permet de comprendre ce résultat. En effet, la masse de liquide mise en mouvement ($m \sim \rho R^2 \delta$) diminue, pour un rayon de contact R donné, quand le rayon initial R_0 de la goutte augmente, alors que le reste de la goutte reste immobile.

- La loi d'étalement ne dépend pas de la nature du substrat, du moment que l'on est en mouillage total. Nous avons vérifié ce point en préparant des substrats liquides et non solides. Pour ce faire, nous avons utilisé des pièces cylindriques, représentées sur la figure 7.8, creusées d'une épaisseur e très fine et ajustable. Nous avons mouillé ces substrats avec de l'eau. La ligne de contact s'accroche sur les bords du cylindre. Nous enlevons l'eau en surplus pour avoir une lame liquide horizontale. Ensuite, nous retournons le substrat et nous approchons la goutte selon le montage décrit sur la figure 7.1. Les étapes de préparation sont reportées sur la figure 7.8. Pour ne pas que l'interface liquide se déstabilise sous l'effet de la gravité quand on la retourne (instabilité de Rayleigh-Taylor décrite dans l'annexe A), nous avons travaillé avec des petits systèmes : le disque liquide a un diamètre d égal à 1.2 cm, donc plus petit que la longueur critique de déstabilisation, qui vaut pour l'eau environ 2 cm.

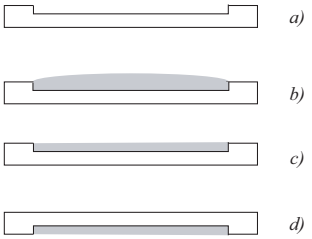

FIG. 7.8: Étapes de fabrication d'un substrat prémouillé. L'épaisseur e de la marche creusée dans la pièce métallique conditionne l'épaisseur du film liquide.

Nous avons fait l'expérience pour deux épaisseurs e de film (3 mm et 200 μm) et pour une goutte de rayon initial R_0= 1.4 mm. Les variations du rayon de contact au carré R^2 en fonction du temps t sont portées sur la figure 7.9, dans les cas prémouillés et secs. Nous avons filmé les images avec une caméra rapide à 1000 images par seconde. En ce qui concerne l'étalement sur un film de 200 μm, les résultats à temps courts (inférieur à 10 ms) se superposent bien avec ceux sur substrat sec. À temps plus long, on observe la transition vers le régime visqueux, donc un écart entre les rayons des deux expériences. Les résultats pour l'étalement sur le substrat liquide de 3 mm sont totalement différents. L'épaisseur du film liquide est alors du même ordre de grandeur que le rayon de la goutte. Les écoulements dans le film ne sont plus négligeables, si bien que le problème change de nature : c'est celui de la coalescence d'une goutte avec un bain de liquide, déjà étudié [92], [38], et qui obéit à des lois différentes.

En résumé, la dynamique d'étalement sur film mince obéit bien à la loi décrite par l'équation 7.7. Plus quantitativement, pour le mouillage sur un film liquide d'épaisseur de 200 μm,

on observe un coefficient $D = 7.5.10^{-4}$ m^2.s^{-1} (pente de la droite de la figure 7.9). Cette valeur est représentée par un triangle noir sur la figure 7.6. Elle s'ajuste bien avec les valeurs obtenues sur un substrat sec. Le fait que l'étalement soit identique sur des surfaces sèches et mouillées est dû à la présence d'un film précurseur dans le premier cas, ce qui rend la force motrice proportionnelle uniquement à la tension de surface [46]. Cela met aussi en évidence le caractère inertiel de l'étalement : un étalement visqueux/capillaire aurait été plus rapide sur des substrats prémouillés à cause de l'effet lubrifiant de la couche liquide.

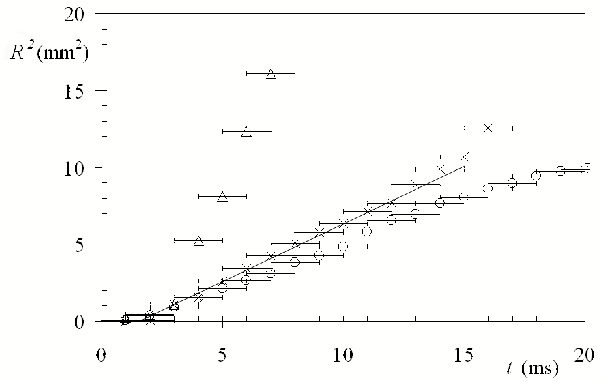

FIG. 7.9: Variations du rayon de contact au carré R^2 d'une goutte d'eau de rayon initial R_0=1.4 mm avec une surface sèche (∘), prémouillée par un film de 200 μm (×), et prémouillée par un film de 3 mm (△). L'ajustement des résultats (×) par une droite (conformément à l'équation 7.7) nous donne une pente de 0.75 mm^2.s^{-1}.

- Eggers et al. ont récemment proposé une loi d'échelle [39] qui décrit la dynamique de coalescence de deux gouttes liquides peu visqueuses, en prenant en compte le rôle de l'inertie. Ce modèle a été confirmé par des simulations numériques de Duchemin [38], et par des expériences de Thoroddsen sur la coalescence de deux gouttes [103]. Le régime inertiel de l'étalement décrit ici obéit également à cette loi. Dans les deux cas, la force motrice est fixée par la courbure de l'interface liquide/vapeur et non par la condition du contact. Cela peut aussi être compris par un argument géométrique : pour deux gouttes qui coalescent, la symétrie du système impose que le mouvement de liquide se fasse dans la direction perpendiculaire au contact, ce qui est aussi le cas pour l'étalement. Plus généralement, trois facteurs peuvent freiner le mouvement : le cisaillement visqueux dans la région de très grande courbure aux tout premiers instants de l'étalement, l'inertie de la goutte et le cisaillement visqueux sur toute l'épaisseur de la goutte. Nous avons observé ici les deux derniers régimes. Eggers et al. [39] suggèrent que le premier régime (effets visqueux dans la région de haute courbure) concerne les très petites longueurs (10^{-6} m pour l'eau), le rendant difficile à observer.

- Pour comparer les effets inertiels et visqueux d'un phénomène mis en mouvement par la force capillaire, on peut construire un nombre sans dimension, rapport entre les vitesses caractéristiques inertielle et visqueuse. La vitesse inertielle s'écrit $V \sim \sqrt{\gamma/(\rho R_0)}$ comme nous

l'avons vu précédemment. La vitesse visqueuse s'écrit $V \sim \gamma/\eta$. Le nombre sans dimension qui les compare est le nombre d'Ohnesorge :

$$Oh = \frac{\eta}{\sqrt{\gamma \rho R_0}} \tag{7.16}$$

Il apparaît dans de nombreux autres systèmes pour délimiter les régimes inertiels des régimes visqueux [74], [4]. Il apparaît aussi dans notre évaluation de la durée τ du régime inertiel (équation 7.13). Plus ce nombre est faible, plus le régime inertiel sera long. Plus précisément, le régime inertiel sera dominant longtemps si la vitesse inertielle est plus faible que la vitesse visqueuse, c'est-à-dire si $Oh < 1$- qui implique pour une goutte millimétrique une viscosité typiquement plus petite que 100 mPa.s, ce qui constitue une situation assez courante (l'eau, de nombreuses huiles et solvants, ainsi que les métaux liquides vérifient cette condition).

7.3 Étalement gravitaire

L'étalement inertiel de gouttes liquides à cause de la gravité est difficilement observable. L'inertie et la gravité sont les paramètres dominants pour les grandes masses liquides peu visqueuses, donc rarement observable à l'échelle de gouttes. En effet, ce régime est par exemple le régime à considérer dans le cas d'une rupture de digue, par exemple, où une masse de liquide s'étale sur le sol soudainement sous son propre poids. Une lame de liquide se créée et se propage radialement. Ce problème à deux dimensions a fait l'objet de nombreuses études théoriques et expérimentales, qui sont rappelées dans [36].

Il nous est impossible de créer des gouttes sphériques grandes devant la longueur capillaire, et de les mettre subitement dans le champ de gravité. Ce cas ne s'applique donc pas vraiment à la question de la dynamique des gouttes. En revanche, on peut par exemple partir d'une goutte quasi-sphérique, la placer sur un ressort comprimé, et lâcher soudainement ce ressort. La goutte sera soumise à une accélération que l'on peut considérer comme constante. Cette expérience, réalisée par Clanet et al. [30], montre également l'apparition d'une lame liquide.

Une situation semblable est celle de l'impact (chapitre 5). Une goutte arrive avec une vitesse V sur une surface où elle est subitement décélérée, pour passer à une vitesse nulle. Des études de la dynamique d'étalement de gouttes à l'impact ont été faites [89], [91]. On observe une fois encore la progression d'une lame liquide, comme celle qui existe dans le cas de la rupture de digue, mais dans tous les cas, la description de la lame liquide reste à faire.

7.3.1 Conclusion

Nous avons étudié les premiers pas de l'étalement d'une goutte initialement sphérique, et qui s'étale par capillarité. La dynamique de la goutte est alors inertielle, et elle est régie par la courbure de l'interface proche de la ligne de contact. On devrait observer une dynamique analogue, au moins

au départ, dans le cas du mouillage partiel. Le fait de travailler avec des liquides usuels (eau et glycérol) ne nous permet pas d'observer des effets inertiel à petits angles, quand la goutte est très étalée. Cette limite, discutée théoriquement par [56], pourrait être étudiée dans le cas de l'étalement de gouttes d'hélium superfluide.

Chapitre 8

Étalement visqueux

Sommaire

8.1 Introduction **163**

8.2 Étalement capillaire **164**

8.2.1 Forme des gouttes 165

8.2.2 Cas des petits angles : $\theta < \frac{\pi}{2}$ [98] 165

8.2.3 Cas des grands angles 165

8.3 Étalement gravitaire **168**

8.4 Conclusion **168**

8.1 Introduction

Nous nous intéressons dans ce bref chapitre à l'étalement de gouttes visqueuses, sous l'effet soit de la gravité, soit de la capillarité.

La force motrice qu'elle soit d'origine capillaire ou gravitaire est bien connue, et la force qui freine le mouvement est issue du cisaillement visqueux. Ce problème, de part son intérêt appliqué comme fondamental, a suscité l'attention des chercheurs d'un point de vue théorique ou expérimental depuis près de 50 ans. Le bord de la goutte qui avance est en réalité un coin de liquide. Ce coin est le siège d'une singularité, essentiellement en ce qui concerne la dissipation visqueuse.

Hoffman [54] et Tanner [98] se sont intéressés à la dynamique d'avancée d'un coin θ de liquide. En particulier, ils se sont attachés à décrire l'angle macroscopique du coin en fonction de sa vitesse, dans la limite des petits angles et dans la limite visqueuse. Cette relation, détaillée dans l'annexe D, est plus connue sous le nom de la loi de Tanner et s'écrit :

$$\theta^3 = 6Ca\ ln\frac{\xi_M}{\xi_m} \tag{8.1}$$

Ca est le nombre capillaire, caractéristique d'un écoulement visqueux induit par la capillarité :

$$Ca = \frac{\eta V}{\gamma} \tag{8.2}$$

Dans l'équation 8.1, ξ_M correspond à l'épaisseur maximale du coin, et ξ_m à l'épaisseur microscopique d'un film précurseur de liquide existant en avant du coin. En effet, le liquide s'étale en réalité sur un film précurseur de son propre liquide et d'épaisseur nanométrique. L'existence de ce film a été prouvée expérimentalement dès 1919 [53]. La forme exacte du raccord du liquide sur le substrat a aussi fait l'objet de différentes études [56] ainsi que l'évaluation de la dissipation dans de tels coins [45]. La loi de Tanner est obtenue en égalant la dissipation dans le coin et la force capillaire nécessaire pour faire avancer ce coin (annexe D).

Une goutte qui s'étale voit au cours du temps son rayon (donc sa taille) augmenter et son épaisseur diminuer. La force motrice peut être d'origine capillaire ou gravitaire. On a vu que les effets capillaires dominaient les effets gravitaires pour les systèmes de petite taille (plus petits que la longueur capillaire κ^{-1}), et que les effets gravitaires étaient dominants dans le cas contraire.

La dissipation visqueuse limite le mouvement. Elle a deux origines : elle s'effectue dans la zone proche de la ligne de contact (le coin) et dans tout le volume de la goutte. Du fait de la singularité (c'est-à-dire de l'existence d'un gradient de vitesse tendant à diverger près de la ligne), la dissipation visqueuse est très grande dans le coin. Cependant, le volume de la goutte augmente au cours de l'étalement comme R^2, alors que la taille du coin varie comme R. Après un régime de transition, il existe donc un rayon à partir duquel la dissipation visqueuse dans le volume va être la force prédominante qui freine le mouvement.

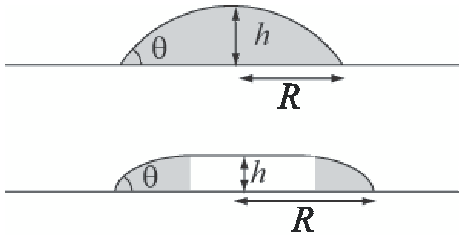

Fig. 8.1: Notations utilisées dans le cas des petites gouttes (calottes sphériques)-en haut- et des grosses gouttes (crêpes aplaties)-en bas. Les zones grisées correspondent au "coin" de la goutte.

Nous appellerons R le rayon de contact de la goutte avec le substrat, R_0 son rayon initial, θ l'angle de contact avec le substrat, h l'épaisseur de la goutte, Ω son volume initial et V la vitesse de la ligne de contact ($V = \frac{dR}{dt}$). Ces notations sont récapitulées sur la figure 8.1.

8.2 Étalement capillaire

Nous nous intéressons ici au régime où l'étalement se fait grâce à la force capillaire. Quand la goutte est petite devant la longueur capillaire, sa forme est une calotte sphérique (figure 8.1 en

haut), ou un coin à symétrie de révolution. La dissipation visqueuse se fait majoritairement dans le coin.

8.2.1 Forme des gouttes

Quand c'est dans le coin que se fait principalement la dissipation visqueuse, on peut supposer que le volume de la goutte s'adapte instantanément à la forme de coin (hypothèse quasi-statique). Cela signifie que la goutte a une forme d'équilibre, donc la condition de raccord à la surface est imposée par la forme du coin (ie l'angle de contact). Cette hypothèse proposée par Tanner dans le cas de l'avancée d'un front liquide, puis par De Gennes [45] dans le cas d'étalement de gouttes a été vérifiée par Clanet et al. [32] pour un ménisque mouillant un plan vertical en régime visqueux.

8.2.2 Cas des petits angles : $\theta < \frac{\pi}{2}$ [98]

Dans la limite des petits angles, la loi de Tanner (équation 8.1) nous donne une relation entre l'angle de contact et la vitesse du front. Le liquide étant incompressible, la conservation du volume impose une relation entre l'angle de contact et le rayon d'étalement R de la goutte :

$$\Omega \sim R^3\theta \tag{8.3}$$

On en déduit la loi de variation du rayon en fonction du temps :

$$R(t) \sim \Omega^{\frac{3}{10}}(\frac{\gamma}{\eta\ ln\frac{\xi_M}{\xi_m}})t^{\frac{1}{10}} \tag{8.4}$$

Cette loi a été vérifiée expérimentalement par Cazabat et al. [24]. Les données expérimentales que nous avons obtenues dans le cas de l'étalement visqueux d'une goutte sur un substrat (chapitre 7, la figure 7.3) sont également en bon accord avec cette loi.

8.2.3 Cas des grands angles

On peut dans le cas des grands angles, pratiquement pas étudié dans la littérature, vérifier que notre profil correspond bien au profil quasi-statique. Nous reprenons ici l'expérience décrite au chapitre 7 : la goutte initialement sphérique, car posée sur une surface qu'elle ne mouille pas, est mise en contact à son sommet avec un substrat qu'elle mouille totalement (figure 7.1). La goutte s'étale alors sous l'effet des forces capillaires. La dynamique de l'étalement est dans un premier temps inertielle (chapitre 7) et dans un second temps visqueuse. Nous nous attachons à décrire la forme des gouttes dans ce second régime, pour des gouttes de glycérol (pour lesquelles le régime visqueux apparaît plus vite). Une séquence d'images ainsi obtenue est reportée sur la figure 8.2.

La figure 8.3 montre une de ces gouttes en phase d'étalement, et son ajustement par une calotte sphérique. L'accord est très bon, ce qui confirme le rôle négligeable de la gravité (le contact étant

FIG. 8.2: Évolution du profil d'une goutte de glycérol qui s'étale sur une surface de verre qu'elle mouille totalement. La viscosité du glycérol est égale à 1052 cP, les images sont espacées de 11 ms et la barre représente 1 mm.

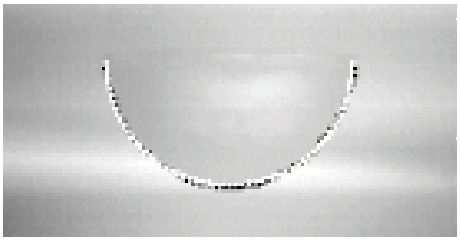

FIG. 8.3: Photographie et profil (en noir) d'une goutte de rayon initial R_0=0.7 mm d'un mélange eau/glycérol de 41 cP s'étalant sous une surface de verre mouillante. La courbe blanche est un ajustement du profil par une calotte sphérique.

millimétrique) et montre que la dynamique peut être décrite comme une suite d'états quasi-statiques, avec un angle de contact dynamique qui décroît avec le temps.

On peut vérifier cet ajustement sur une large gamme d'angle et de rayons. Pour une calotte sphérique de volume Ω, il existe une relation géométrique entre l'angle du raccord θ, le volume Ω et le rayon R du contact :

$$R = (\frac{3\Omega}{\pi(2 - 3cos\theta + cos^3\theta)})^{\frac{1}{3}} \mid sin\theta \mid \tag{8.5}$$

On mesure directement les valeurs de R et θ à partir de clichés tels que ceux de la figure 8.2 et on les porte sur la figure 8.4. On voit à nouveau que la goutte peut être vue comme quasi-statique. On observe cependant une déviation à grand angle. Dans cette région, le contact vient juste d'avoir lieu. La dynamique n'est pas encore visqueuse mais inertielle : l'hypothèse quasi-statique n'est plus vérifiée.

En intégrant numériquement la forme des gouttes compte-tenu de la gravité, on trouve des courbes très proches, comme on le voit sur la figure 8.4, ce qui confirme le rôle négligeable joué par cette dernière.

En conclusion, pour les petites gouttes et dans la gamme des grands angles de contact, l'approximation quasi-statique en gravité nulle rend bien compte de nos observations.

Dans cette limite des grands angles, la dissipation visqueuse dans le coin n'est pas connue (on ne peut plus faire l'approximation de lubrification). On peut néanmoins citer les expériences d'Hoffman [54] qui a regardé l'angle d'avancée d'un coin de liquide visqueux en fonction de sa vitesse. À basse vitesse ou angle faible, les données suivent la loi de Tanner ($\theta \sim Ca^{\frac{1}{3}}$). À grande vitesse (proche de γ/η), l'angle tend vers π sans que la loi $\theta(V)$ soit alors caractérisée. Les résultats d'Hoffman sont

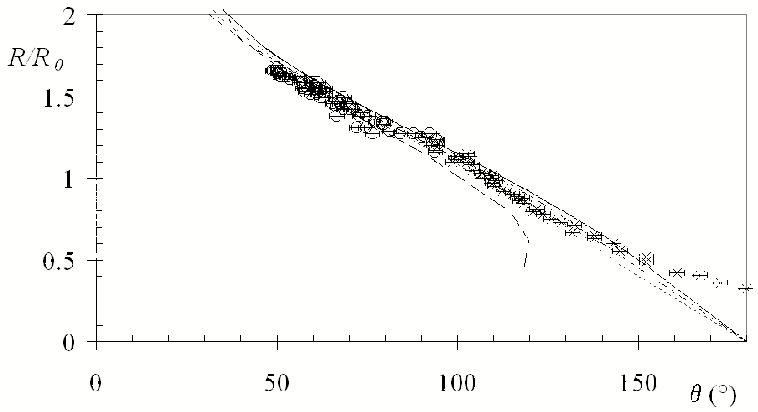

FIG. 8.4: Variations du rayon R de contact d'une goutte d'un mélange eau/glycérol ($\eta = 453$ mPa.s ($\circ$) et $\eta = 1052$ mPa.s ($\times$)) normé par son rayon initial R_0 en fonction de l'angle de contact θ avec la plaque de verre. La courbe en trait plein correspond aux valeurs attendues dans le cas d'une calotte sphérique (équation 8.5) et les courbes en pointillés à l'intégration numérique du profil d'équilibre en prenant en compte la gravité, pour différents volumes ($R_0^3 = \kappa^{-3}, R_0^3 = 0.1\kappa^{-3}, R_0^3 = 0.01\kappa^{-3}$). Plus le rayon est petit, plus on se rapproche de la courbe en trait plein.

reportés sur la figure 8.5.

Nous avons mesuré sur nos clichés le rayon R du contact en fonction du temps, et en avons déduit la vitesse d'avancée du coin V en interpolant la courbe $R(t)$ par un polynôme et en prenant sa dérivée. Nous avons alors porté l'angle d'avancée de la goutte en fonction du nombre capillaire Ca (proportionnel à sa vitesse) sur la figure 8.5. Il y a plutôt un bon accord entre nos résultats expérimentaux et ceux d'Hoffman. L'écart peut être dû à notre estimation de la vitesse d'avancée du coin.

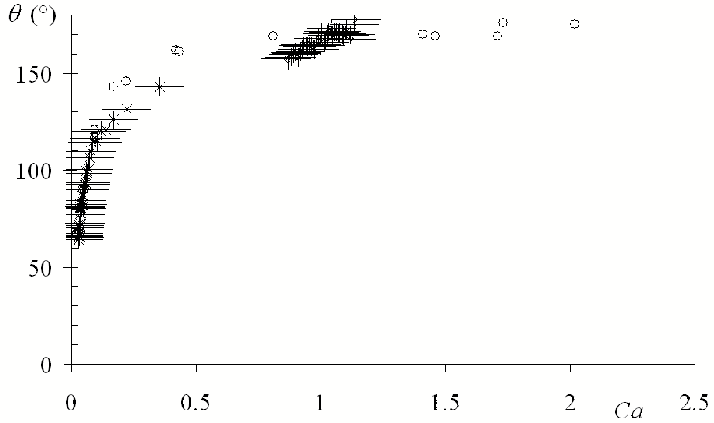

FIG. 8.5: Angle de contact dynamique θ d'un coin de liquide en fonction du nombre capillaire Ca ($Ca = \frac{\eta V}{\gamma}$). Les cercles ($\circ$) correspondent aux données expérimentales d'Hoffman, et les croix correspondent à nos données.

8.3 Étalement gravitaire

L'étalement gravitaire a lieu quand la goutte est aplatie et donc plus étalée. Quand la goutte est suffisamment grande, la dissipation se fait en volume et le régime est bien caractérisé théoriquement et expérimentalement [55], [23]. Par contre, le régime de transition (force motrice gravitaire/dissipation dans le coin) est plus difficile à étudier et a fait encore assez récemment l'objet de discussions [40] et [19].

On n'a pas pu accéder au profil (quasistatique ?) d'une flaque gravitaire dans notre expérience de goutte suspendue, la gravité n'étant plus un moteur mais un frein à l'étalement. Une goutte suspendue finit en effet par s'arrêter comme l'avait déjà observé Cazabat et al. [23]. Une autre limite qui pourrait être intéressante serait d'étudier l'étalement visqueux induit par la gravité (ou une autre accélération) mais quand l'angle de contact du liquide sur le substrat est encore grand. Les expériences décrites à la fin du chapitre 7, effectuées avec des liquides visqueux, pourraient sans doute permettre d'y accéder.

8.4 Conclusion

Nous avons étudié le profil des gouttes dans la limite où la viscosité dans le coin domine. On remarque que dans ce cas, le profil correspond au profil statique d'une goutte dont l'angle de raccord sur la plaque est donné par la dynamique du système. L'angle dynamique d'avancée d'un front de liquide est bien connue dans le cas des petits angles (loi de Tanner) et peut avoir des conséquences inattendues sur la dynamique d'avancée de fronts (annexe 8.1). La loi de Tanner, malgré les approximations effectuées pour l'obtenir, reste valable jusqu'à des angles assez grands ($\pi/2$). Cependant, dans la limite des très grands angles, aucune loi théorique simple n'a encore été proposée. La donnée d'une telle loi nous permettrait de spécifier complètement la loi d'étalement dans ce régime, la forme de la goutte étant alors connue (figures 8.3 et 8.5).

Conclusion

Les propriétés de surface des petites masses liquides (gouttes) conditionnent en général leur forme. Ces formes peuvent avoir de multiples conséquences sur les propriétés du liquide. Nous avons illustré ces conséquences dans deux cas particuliers :

- Le premier concerne l'évaporation de gouttes en caléfaction. L'évaporation s'opère sur la surface d'une goutte, et elle est donc très dépendante de sa forme. En outre, dans un milieu inhomogène en température, les mécanismes d'évaporation peuvent être différents si la goutte est petite et sphérique, ou grande et aplatie. La forme d'une goutte caléfiée va imposer la pression qu'elle exerce sur le film de vapeur sur lequel elle repose. En effet, la loi de Laplace nous dit qu'à la traversée d'une interface courbée existe un saut de pression : la pression qui règne dans la goutte sera donc très dépendante de sa taille. Cette pression a des conséquences sur l'écoulement de vapeur dans le film sous-jacent, et donc sur le temps de vie de la goutte.
- Le second concerne la dynamique de gouttes liquides dans des régimes inertiels. Que les gouttes rebondissent sur des plaques chaudes, oscillent ou s'étalent, tant que le nombre de Reynolds est grand, la dynamique du mouvement résultera d'un équilibre entre l'inertie de la goutte et sa tension de surface. Dans le cas du rebond ou des oscillations, il y aura un transfert (plus ou moins efficace), d'énergie cinétique en énergie de surface, donc entre la forme de la goutte et son mouvement. En ce qui concerne l'étalement inertio-capillaire, c'est aussi de la forme de la goutte que va dépendre la dynamique d'étalement : une région de haute courbure apparaît au contact et pousse le liquide à s'étaler. La goutte, initialement sphérique, va utiliser son réservoir d'énergie de surface pour se mettre en mouvement.

Plusieurs perspectives naturelles peuvent être envisagées :

- La caléfaction est un problème pratique en sidérurgie dans des questions de refroidissement, en particulier dans des procédés de laminage. Les liquides utilisés dans ce cas sont des gouttes complexes (émulsions), et il serait intéressant d'étudier les propriétés d'évaporation et de rebonds de ces liquides. Plus généralement, les gouttes caléfiées constituent des "micro-béchers" sans paroi, et on pourrait imaginer les utiliser comme micro-réacteurs (la température du réacteur ainsi formé peut varier en changeant le liquide utilisé - par exemple, on peut utiliser du pentane pour se placer à 37°C). Ils constituent aussi un lieu privilégié pour l'étude de la

nucléation, en permettant de s'affranchir de l'effet des parois sur cette dernière.

- Une goutte caléfiée avance avec une friction ultra-réduite. Plus généralement, ce type de dynamique est particulièrement intéressant compte-tenu du développement de dispositifs miniaturisés, pour lesquels la friction sur les parois limite souvent le mouvement. Il serait utile de caractériser cette friction plus complètement, et de voir dans quelle mesure le mouvement affecte les lois d'évaporation établies ici en statique.
- Un caractère commun à plusieurs expériences présentées dans ce travail (impacts, cheminées, oscillations) est la formation de lames liquides. L'étude de ces lames permettrait de comprendre la dynamique de toute une classe de phénomène, ceux pour lesquels une masse liquide est soudainement accélérée. Il serait également utile de connecter ce problème à l'éruption de jets qui se produit dans les situations d'impact solide-liquide ou liquide-liquide.
- Une perspective naturelle à l'étude de l'étalement inertiel est de caractériser la dynamique de coalescence de deux gouttes, pour lesquelles apparaissent, même dans des régimes visqueux, ces régions de haute courbure. La coalescence de gouttes s'effectue dans de nombreuses situations pratiques, allant du mûrissement des émulsions, à la formation des gouttes de pluie dans un nuage.

Annexes

Annexe A

Instabilités

Sommaire

A.1 Présentation du système 173

A.1.1 Instabilité de Rayleigh-Taylor 173

A.1.2 Instabilités de Kelvin-Helmholtz 174

A.1.3 Notations 174

A.2 Instabilité de Rayleigh-Taylor : Seuils 174

A.2.1 À deux dimensions 175

A.2.2 En géométrie radiale 175

A.2.3 Longueurs d'onde dynamiques : définition 176

A.3 Longueur d'onde dynamique : cas visqueux [47] 176

A.3.1 Approximation : cas visqueux 176

A.3.2 Équation de dispersion 176

A.3.3 Résultats 177

A.4 Longueur d'onde dynamique : cas inertiel 177

A.4.1 Approximation : cas inertiel 177

A.4.2 Équation de dispersion 178

A.4.3 Résultats 179

A.1 Présentation du système

A.1.1 Instabilité de Rayleigh-Taylor

L'instabilité de Rayleigh-Taylor correspond à la déstabilisation d'une interface entre deux milieux sous l'action du champ de gravité. En effet, si le liquide le plus dense se trouve au-dessus du fluide le moins dense (comme l'est l'eau au-dessus de sa vapeur pour une goutte en caléfaction), les forces de pesanteur vont s'opposer aux forces de surface pour déstabiliser l'interface. C'est ce qui se

passe quand on dépose un film de liquide sur un plafond ; au bout d'un certain temps, un réseau de gouttelettes apparaît. Cette instabilité fait partie de la classe des instabilités de Rayleigh (instabilités mettant en jeu les forces de surface, comme celle correspondant à la déstabilisation d'un cylindre de liquide) [86], et elle a été étudiée par G. I. Taylor dans les années 50 [99]. D'autres études détaillées, théoriques comme expérimentales, ont été faites par la suite [27] [43].

A.1.2 Instabilités de Kelvin-Helmholtz

L'instabilité de Kelvin-Helmholtz correspond à la déstabilisation d'une interface entre deux milieux qui vont à des vitesses relatives différentes, comme le vent à la surface de la mer (d'où l'apparition de vagues qui peuvent aller jusqu'à déferler).

Cette instabilité a tout d'abord été décrite qualitativement par Helmholtz à la fin du XIX^{éme} siècle, puis très quantitativement par Kelvin [101]. De nombreuses études expérimentales et théoriques [104] [27] ont suivi.

A.1.3 Notations

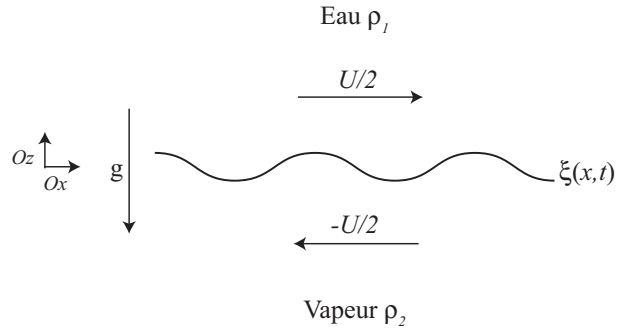

FIG. A.1: Interface se déstabilisant au bas d'une goutte caléfiée.

Considérons l'interface liquide/vapeur au bas d'une goutte en caléfaction. Nous allons la modéliser par deux milieux semi-infinis 1 (l'eau) et 2 (la vapeur) de densités différentes ρ_1 et ρ_2, avec $\rho_1 >> \rho_2$ se déplaçant à une vitesse relative U (figure A.1). La tension de surface entre les deux milieux est notée γ et la gravité g. On note $\vec{v}_{i(i=1,2)}$ la vitesse dans le milieu i. On note $\xi(x,t)$ la position de l'interface entre les deux milieux. Au départ, $\xi(x,0) = 0$. Notre système est donc susceptible de se déstabiliser à cause des forces de pesanteur et de la vitesse relative des deux fluides.

A.2 Instabilité de Rayleigh-Taylor : Seuils

Lors d'une déformation infinitésimale de la surface, l'interface se déstabilisera si la pression hydrostatique au somment de la bosse est plus importante que la pression de Laplace induite par la courbure, comme le montre la figure A.2.

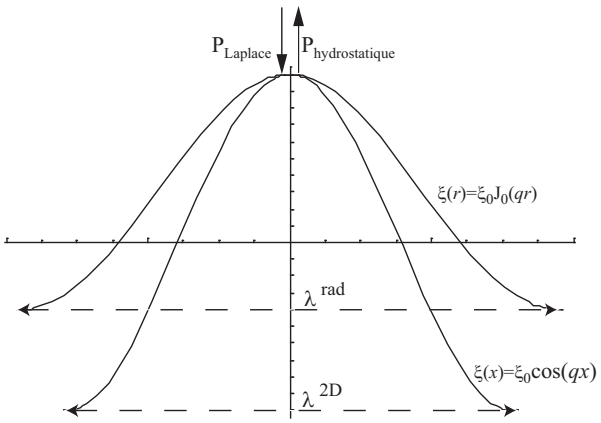

Fig. A.2: Longueur d'onde de déstabilisation d'une interface à deux dimensions et en géométrie radiale.

A.2.1 À deux dimensions

Supposons que l'interface soit modulée sinusoïdalement avec une longueur d'onde $\lambda = 2\pi/q$.

$$\xi(x) = \xi_0 \cos(qx) \tag{A.1}$$

La pression hydrostatique s'écrit alors, dans la limite où $\rho_1 >> \rho_2$:

$$P_{hydrostatique} = \rho_1 g \xi_0 \tag{A.2}$$

La pression de Laplace due à la courbure de l'interface s'écrit, dans la limite où $\xi_0 << \lambda$:

$$P_{Laplace} = -\gamma \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \gamma q^2 \xi_0 \tag{A.3}$$

L'interface ne se déstabilisera que si la pression hydrostatique est plus importante que la pression de Laplace, c'est-à-dire si $\lambda > \lambda_{seuil}$ avec :

$$\lambda_{seuil}^{2D} = 2\pi \sqrt{\frac{\gamma}{\rho_1 g}} = 2\pi \kappa^{-1} \tag{A.4}$$

C'est la plus petite longueur d'onde instable. Elle vaut 1.56 cm pour de l'eau à 100° C en équilibre avec sa vapeur.

A.2.2 En géométrie radiale

Une crêpe en caléfaction a l'aspect d'un cylindre de liquide. La géométrie du système est donc radiale (invariante par rotation). En géométrie radiale, le potentiel d'une onde monochromatique doit vérifier l'équation de Bessel d'ordre 0 ([64], chapitre 70). Ainsi, si l'on fait une analyse de stabilité linéaire, la perturbation de l'interface à une longueur d'onde q s'écrit : $\xi(r) = \xi_0 J_0(qr)$ (cf. figure A.2). C'est une fonction périodique de période $7.66/q$. De même que dans le cas à deux dimensions, l'interface est instable si la pression hydrostatique au sommet de la déformation l'emporte sur la pression de Laplace. La pression hydrostatique est toujours la même :

$$P_{hydrosatique} = \rho_1 g \xi_0 \tag{A.5}$$

La pression de Laplace fait intervenir les deux courbures au sommet de la déformation. Dans la limite où $\xi_0 << 1/q$,

$$P_{Laplace} = -2\gamma \frac{\partial^2 \xi}{\partial r^2} = \gamma q^2 \xi_0 \tag{A.6}$$

On peut en déduire un nombre d'onde seuil :

$$q_{seuil} = \kappa \tag{A.7}$$

La longueur d'onde associée à ce nombre d'onde s'écrit alors :

$$\lambda_{seuil}^{rad} \simeq \frac{7.66}{q_{seuil}} = 7.66\kappa^{-1} \tag{A.8}$$

Cette longueur d'onde seuil vaut 1.90 cm pour de l'eau à 100° C.

A.2.3 Longueurs d'onde dynamiques : définition

On a calculé dans le paragraphe précédent une longueur d'onde seuil de déstabilisation de l'interface. C'est la plus petite longueur d'onde pour laquelle le système va se déstabiliser. Cependant, lorsque l'on met de la peinture sur le plafond, les gouttes sont espacées régulièrement, mais la longueur d'onde est différente de la longueur d'onde seuil. Elle correspond à la longueur d'onde qui va se déstabiliser le plus vite, c'est-à-dire celle choisie cinétiquement par le système. Afin de la déterminer, il faut prendre en compte la dynamique du système.

A.3 Longueur d'onde dynamique : cas visqueux [47]

A.3.1 Approximation : cas visqueux

Nous allons considérer ici le cas limite correspondant à une dynamique visqueuse. Cela signifie que le nombre de Reynolds associé à l'écoulement est petit et que le terme inertiel est négligeable dans l'équation de Navier-Stokes. Cela reste le cas si les écoulements même peu visqueux restent parallèles (approximation de lubrification). Dans cette approximation, l'influence de la vitesse de la vapeur peut être négligée. En effet, l'instabilité de Kelvin-Helmholtz ne se développera pas dans un cas visqueux, le cisaillement induit par la différence de vitesse ne pourra pas être amplifié et sera dissipé par viscosité. Nous considérerons donc ici le cas $U = 0$.

A.3.2 Équation de dispersion

- Équation de Navier-Stokes dans l'approximation de lubrification

  En négligeant les termes inertiels et au sein du liquide en mouvement, l'équation de Navier-Stokes s'écrit :

$$\eta \triangle v = \vec{grad} P \tag{A.9}$$

Le gradient de pression est dû à la courbure de l'interface ($-\partial^2\xi/\partial x^2$) ainsi qu'à la pression hydrostatique ($\rho_1 g\xi$). On peut projeter cette équation sur x, dans l'approximation de lubrification (les dérivées par rapport à la distance transverse x sont négligeables par rapport à celles par rapport à z, car $\lambda >> \xi$). On obtient :

$$\eta\frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} = -\gamma\frac{\partial^3\xi}{\partial x^3} + \rho_1 g\frac{\partial\xi}{\partial x} \tag{A.10}$$

Si l'on suppose que les écoulements ont lieu sur une épaisseur e de liquide, on peut relier le débit Q de liquide à travers une tranche dx sur une l'épaisseur e :

$$Q \sim ve \sim (-\gamma\frac{\partial^3\xi}{\partial x^3} + \rho_1 g\frac{\partial\xi}{\partial x})\frac{e^3}{\eta} \tag{A.11}$$

- La conservation du volume

  Si l'on suppose le liquide incompressible, elle s'écrit :

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = -\frac{\partial\xi}{\partial t} \tag{A.12}$$

- Analyse de stabilité linéaire

  On suppose que l'interface se déforme sinusoïdalement avec une constante de temps $1/\sigma$:

$$\xi(x,t) = \xi_0\cos(qx)e^{\sigma t} \tag{A.13}$$

A.3.3 Résultats

En combinant A.11, A.12 et A.13, on obtient l'équation de dispersion, à un coefficient numérique près :

$$\sigma \sim \frac{\gamma e^3}{\eta}q^2(q^2-\kappa^2) \tag{A.14}$$

Cette équation est reportée sur la figure A.3. La perturbation sera amplifiée et le système se déstabilisera si $\sigma > 0$. On retrouve que l'interface ne va se déstabiliser que pour des longueurs d'onde supérieure à la longueur d'onde seuil calculée précédemment. On remarque aussi que σ passe par un maximum. Ce maximum correspond à la déstabilisation qui sera la plus rapide, et donc à la longueur d'onde qui sera cinétiquement choisie par le système. On peut calculer la longueur d'onde correspondant à ce maximum et on trouve :

$$\lambda_{dyn.}^{visq.} = 2\pi\sqrt{2}\kappa^{-1} \tag{A.15}$$

Elle vaut 2.21 cm pour de l'eau à 100° C.

A.4 Longueur d'onde dynamique : cas inertiel

A.4.1 Approximation : cas inertiel

On néglige dans ce cas les effets de viscosité. Ceci est raisonnable si les deux fluides sont peu visqueux (le nombre de Reynolds associé au mouvement doit être grand devant l'unité). On

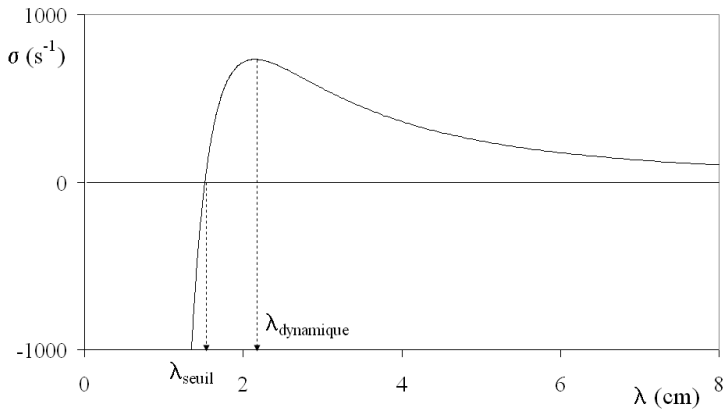

FIG. A.3: Variations du taux de croissance σ de l'instabilité en fonction de la longueur d'onde de déstabilisation du système λ.

considérera les fluides parfaits. L'analyse faite ici est tirée de [52] où est détaillée l'instabilité de Kelvin-Helmholtz, à laquelle nous avons rajouté les effets de gravité et de tension de surface.

On utilise alors les potentiels des vitesses Φ_i perturbatifs associés aux écoulements :

$$\vec{v_i} = \vec{grad}[\pm\frac{Ux}{2} + \Phi_i(x,z,t)] \tag{A.16}$$

On suppose toujours que les perturbations verticales de l'interface sont faibles devant la longueur d'onde.

A.4.2 Équation de dispersion

- Conditions aux limites : continuité de la vitesse

  Au niveau de l'interface, les vitesses normales sont égales :

$$v_{1\perp} = v_{2\perp} \simeq \frac{\partial \xi}{\partial t} \tag{A.17}$$

  En projetant sur x et y on obtient au premier ordre,

$$v_{iy} \simeq \frac{\partial \xi}{\partial t} + v_{ix}\frac{\partial \xi}{\partial x} \tag{A.18}$$

  c'est-à-dire :

$$\frac{\partial \Phi_i}{\partial y} = \frac{\partial \xi}{\partial t} \pm \frac{U}{2}\frac{\partial \xi}{\partial t} \tag{A.19}$$

- Discontinuité de la pression à travers l'interface

  Il y a une discontinuité de pression à la traversée de l'interface à cause de la courbure de l'interface (relation de Laplace) :

$$(p_1)_{y=\xi} = (p_2)_{y=\xi} + \gamma\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \tag{A.20}$$

- Relation de Bernoulli

  On peut écrire pour chacun des deux fluides la relation de Bernoulli à l'interface :

$$p_i + \rho_i \frac{\partial \Phi_i}{\partial t} + \rho_i g \xi + \frac{1}{2}\rho_i v_i^2 = constante \tag{A.21}$$

  Sachant que, au premier ordre,

$$v_i^2 = \frac{U^2}{4} \pm 2\frac{U}{2}\frac{\partial \Phi_i}{\partial x} \tag{A.22}$$

  En combinant les équations A.20 et A.21, que l'on écrit à l'interface se déstabilisant, on trouve, en ne gardant que les termes du premier ordre :

$$\gamma \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \rho_1 \frac{\partial \Phi_1}{\partial t} - \rho_2 \frac{\partial \Phi_2}{\partial t} + (\rho_1 - \rho_2) g \xi + \frac{1}{2}\rho_1 U \frac{\partial \Phi_1}{\partial x} + \frac{1}{2}\rho_2 U \frac{\partial \Phi_2}{\partial x} = 0 \tag{A.23}$$

- Analyse de stabilité linéaire : système

  On recherche pour les variables perturbatives des solutions de la forme :

$$\frac{\xi}{\xi_0} = \frac{\Phi_1}{B_1 e^{-qz}} = \frac{\Phi_2}{B_2 e^{qz}} = e^{iqx+\sigma t} \tag{A.24}$$

  La présence des termes $B_1 e^{-qz}$ et $B_2 e^{qz}$ est imposée par l'équation de Laplace que doivent vérifier les potentiels ($\triangle \Phi_i = 0$) ainsi que de la physique du système (le potentiel ne doit pas diverger à l'infini). En remplaçant ces formes de perturbation dans les équations A.23, on trouve un système de trois équations à trois inconnues ξ_0, B_1, B_2. Ce système n'admet des solutions non nulles que si son déterminant est nul, ce qui nous donne l'équation de dispersion :

$$(\sigma + i\frac{qU}{2})^2 \rho_1 + (\sigma - i\frac{qU}{2})^2 \rho_2 + q(\gamma q^2 + (\rho_2 - \rho_1) g) = 0 \tag{A.25}$$

  Ce déterminant est nul si ses parties réelle et imaginaire sont nulles. On recherche σ sous la forme $\sigma = a + ib$. La présence d'une valeur de b non nulle nous indique qu'il peut y avoir des ondes de surface stable. Cependant, pour savoir si une perturbation est amplifiée, seule la partie réelle de σ nous intéresse : il faut qu'elle soit définie et positive pour que l'interface soit instable. On trouve alors :

$$a^2 \simeq \frac{\rho_2}{\rho_1} q^2 U^2 - \gamma \frac{q^3}{\rho_1} + gq \ si \ \rho_1 >> \rho_2 \tag{A.26}$$

A.4.3 Résultats

- *Cas général*

  Le taux de croissance en fonction de la longueur d'onde de déstabilisation est reporté sur la figure A.4 pour deux vitesses $U = 0$ et $U = 1$ m/s. On remarque qu'il y a toujours un seuil. L'aspect de la courbe n'est que peu modifié par la présence d'un flux de vapeur sous la goutte, en dépit de sa vitesse élevée.

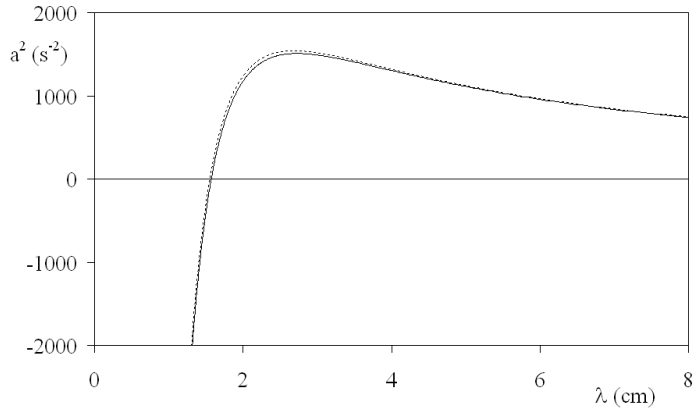

FIG. A.4: Variations du taux de croissance $a^2 = (Re(\sigma))^2$ de l'instabilité en fonction de la longueur d'onde de déstabilisation du système λ pour $U = 1$ m/s (...) et $U = 0$ (-) .

- *Seuils*

  Le seuil est un peu diminué par la prise en compte de la vitesse de la vapeur. La longueur d'onde seuil s'écrit :

$$\lambda_{seuil} = 2\pi\kappa^{-1}\frac{1}{\frac{U^2}{U_0^2} + \sqrt{\frac{U^4}{U_0^4} + 1}} \tag{A.27}$$

  avec :

$$U_0^2 = \frac{\rho_1}{\rho_2} 2g\kappa^{-1} \tag{A.28}$$

  U_0 est égal à 9 m/s pour notre système eau/vapeur à 100 degrés Celsius.

  - Dans le cas des petites vitesses ($U \to 0$), on retrouve bien la longueur d'onde seuil statique $\lambda = 2\pi\kappa^{-1}$ calculée précédemment (équation A.4).
  - Dans le cas des grandes vitesses, la longueur d'onde varie comme $\sim 1/U^2$, ce qui est le résultat de l'instabilité de Kelvin-Helmholtz sans la contribution capillaire [52]. Cette dépendance est très forte : dès que la vitesse est un peu supérieure à U_0, la longueur d'onde diminue fortement.

  Les variations de la longueur d'onde avec la vitesse sont reportées sur la figure A.5.

- *Longueur d'onde dynamique*

  On remarque que la courbe de la figure A.4 passe aussi par un maximum. Il correspond à la longueur d'onde dynamique choisie par le système. Il s'agit d'une longueur d'onde inertielle, qui est différente de la longueur d'onde dynamique visqueuse. On trouve :

$$\lambda_{dyn.}^{in.} = \frac{6\pi\kappa^{-1}}{2\frac{U^2}{U_0^2} + \sqrt{(2\frac{U^2}{U_0^2})^2 + 3}} \tag{A.29}$$

$$\lambda_{dyn.}^{in.} = 2\pi\sqrt{3}\kappa^{-1} \ si \ U = 0 \tag{A.30}$$

Elle vaut 2.70 cm pour de l'eau à 100° C. À grande vitesse, les variations de la longueur d'onde dynamique sont analogues à celles de la longueur d'onde seuil.

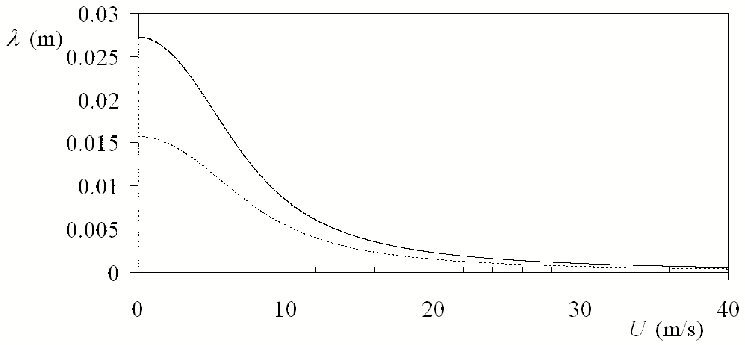

FIG. A.5: Variations des longueurs d'onde statique λ_{seuil} (...) et dynamique $\lambda_{dyn.}^{in.}$ (-) en fonction de la vitesse U de la vapeur sous le liquide.

Annexe B

Évaporation

Sommaire

B.1 Introduction **183**
B.2 Hypothèses **183**
B.2.1 Le transfert de chaleur 184
B.2.2 Le film de vapeur 184
B.2.3 Les entrées et sorties de vapeur 184
B.2.4 La goutte liquide 185
B.3 Résultats **185**
B.3.1 Régime transitoire 185
B.3.2 Évaporation de la goutte 186
B.3.3 Relation entre e et R 187
B.4 Discussion **187**
B.5 Conclusion **188**

B.1 Introduction

Afin de comprendre les mécanismes d'évaporation dans le film de vapeur, nous avons effectué un certain nombre d'hypothèses, qui peuvent être discutées. C'est l'objet du chapitre 3. Nous allons ici proposer une autre solution avec des hypothèses différentes (plus larges), afin de mieux quantifier ces mécanismes d'évaporation.

B.2 Hypothèses

Nous rappelons brièvement ici les hypothèses que nous avons faites pour quantifier comment une grosse goutte (crêpe) s'évapore (chapitre 3), et décrire comment certaines d'entre elles peuvent être modifiées.

B.2.1 Le transfert de chaleur

- Le transfert de chaleur se fait à travers le film de vapeur qui soutient la goutte.
- Le transfert de chaleur se fait par diffusion, à cause de la différence de température entre la goutte et la plaque. Cette différence de température induit un gradient de température dans le film.

On en déduit :

$$\vec{j} = -\lambda \vec{grad}(T) \tag{B.1}$$

B.2.2 Le film de vapeur

- Le film de vapeur est plat : il a une épaisseur e.
- La vapeur n'est plus considérée comme incompressible, mais comme un gaz parfait d'équation d'état :

$$P(t)\Omega(t) = \frac{m_v(t)}{M} RT \tag{B.2}$$

  T étant la température moyenne du film de vapeur, M la masse molaire de la vapeur, et Ω le volume de vapeur sous la goutte ($\Omega = \pi R(t)^2 e(t)$). On a donc :

$$P(t) = \frac{m_v(t)}{M\pi R(t)^2 e(t)} T \tag{B.3}$$

- Le gradient de température dans le film de vapeur est linéaire :

$$\vec{grad}(T) = \frac{\Delta T}{e(t)} \vec{e_z} \tag{B.4}$$

B.2.3 Les entrées et sorties de vapeur

- L'écoulement de vapeur sous la goutte est induit par la surpression de la vapeur et se fait dans l'approximation de lubrification sous l'effet de la différence de pression sous la goutte $P(t)$ et dans l'atmosphère P_0 :

$$\dot{m_s} = \rho_v(t) \frac{P(t) - P_0}{12\eta} e(t)^3 \tag{B.5}$$

  La densité de la vapeur $\rho_v(t)$ est donnée par la loi des gaz parfaits :

$$\rho_v(t) = \frac{P(t)M}{RT} \tag{B.6}$$

- La chaleur apportée à la goutte par la plaque sert à l'évaporation qui alimente le film :

$$\dot{m_e} = \frac{j\pi R(t)^2}{L} \tag{B.7}$$

- L'approximation quasi-statique (chapitre 3, paragraphe 3.4.1) permet d'écrire l'égalité entre les entrées et les sorties de vapeur. On abandonne cette hypothèse, et on suppose que la masse de vapeur sous la goutte varie au cours du temps :

$$\frac{dm_v(t)}{dt} = \dot{m}_e - \dot{m}_s \tag{B.8}$$

B.2.4 La goutte liquide

- La goutte liquide est toujours à l'équilibre. La surpression hydrostatique est égal au poids que divise la surface de contact. Nous allons modifier cette hypothèse et supposer que sa quantité de mouvement peut varier au cours du temps. On peut appliquer le principe fondamental de la dynamique à la goutte, sachant qu'elle est soumise à son poids $m_l(t)g$ et à la surpression de la vapeur $(P(t) - P_0)S_c$:

$$\frac{d(m_l(t)v_l(t))}{dt} = (P(t) - P_0)\pi R(t)^2 - m_l(t)g \tag{B.9}$$

  On appelle v_l la vitesse du centre de gravité la goutte. On suppose qu'elle est égale à la vitesse du bas de la goutte :

$$v_l = \frac{de}{dt} \tag{B.10}$$

- La goutte liquide a la forme d'une crêpe d'épaisseur 2 κ^{-1} et de rayon $R(t)$:

$$m_l(t) = \rho_l \pi R(t)^2 2\kappa^{-1} \tag{B.11}$$

- Le liquide s'évapore entièrement dans le film de vapeur :

$$\frac{dm_l}{dt} = -\frac{j\pi R(t)^2}{L} \tag{B.12}$$

B.3 Résultats

On obtient alors un système de trois équations différentielles couplées pour $e(t)$, $R(t)$ et $P(t)$ (équations B.12, B.8 et B.9) que l'on peut résoudre numériquement, avec le logiciel de calcul Mathematica. Les résultats pour une goutte de rayon 1 cm sur une plaque à 300° C sont reportés sur les figures B.1, B.4 et B.3.

B.3.1 Régime transitoire

On remarque que pendant un temps très court (compris entre 0.01 secondes et 0.05 secondes), qui dépend des conditions initiales, l'épaisseur du film de vapeur fluctue autour d'une valeur fixe. Ces oscillations sont amorties, et l'épaisseur atteint alors une épaisseur d'équilibre qui ne dépend plus des conditions initiales. Dans l'exemple présenté ici, la goutte liquide est initialement à une distance e égal à 100 μm de la plaque. Cette épaisseur fluctue pour atteindre sa valeur d'équilibre de 300 μm.

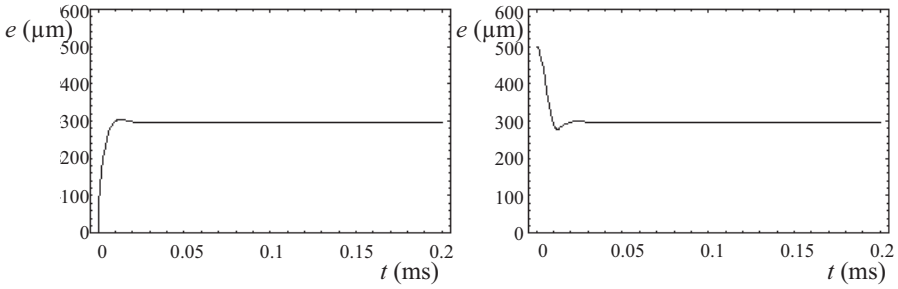

Fig. B.1: Calcul numérique de l'épaisseur e du film de vapeur sous une goutte caléfiée de rayon initial 1 cm posée sur une plaque à 300 °C en fonction du temps t. L'évolution dépend de l'épaisseur initiale qui ici est égale à 10 μm à droite et à 500 μm à gauche.

B.3.2 Évaporation de la goutte

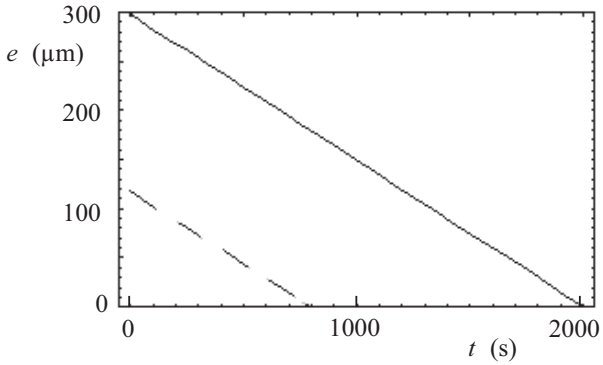

Fig. B.2: Calcul numérique de l'épaisseur e du film de vapeur sous une goutte caléfiée de rayon initial 1 cm posée sur une plaque à 300 °C en fonction du temps t, à temps long. La courbe en trait plein correspond à la résolution numérique proposée ci-dessus. La courbe en trait pointillé correspond aux résultats du chapitre 3.

Après le régime transitoire observé précédemment, la décroissance de l'épaisseur du film de vapeur est lente (la pente vaut $p = -0.15$ μm/s) et analogue à celle obtenue expérimentalement. On a représenté en pointillé la courbe obtenue à partir de l'équation 3.36 du chapitre 3. On observe que la dynamique est la même. Seule la valeur absolue de l'épaisseur (300 μm) pour une goutte de rayon initial 1 cm est un peu grande par rapport aux observations expérimentales (plutôt de l'ordre de 100 μm), quoique du même ordre de grandeur.

En ce qui concerne le rayon de la goutte, il décroît aussi avec le temps. L'aspect qualitatif de la courbe (presque linéaire un peu incurvé) est le même que celui de la courbe proposée dans le chapitre 3. Cette dernière est représentée en pointillés sur la figure B.3. Elle décrivait bien nos données expérimentales. L'évaporation calculée ici est un peu lente, ce qui est en accord avec l'épaisseur un peu trop importante obtenue ci-dessus.

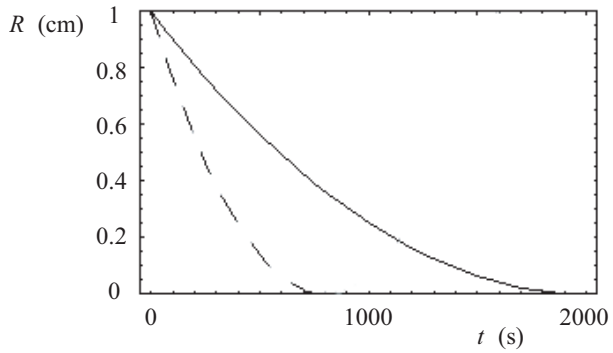

FIG. B.3: Variations du rayon R d'une goutte caléfiée de rayon initial 1 cm posée sur une plaque à 300 °C en fonction du temps t. La courbe en trait plein correspond à la résolution numérique proposée ci-dessus. La courbe en traits pointillés correspond aux résultats du chapitre 3.

B.3.3 Relation entre e et R

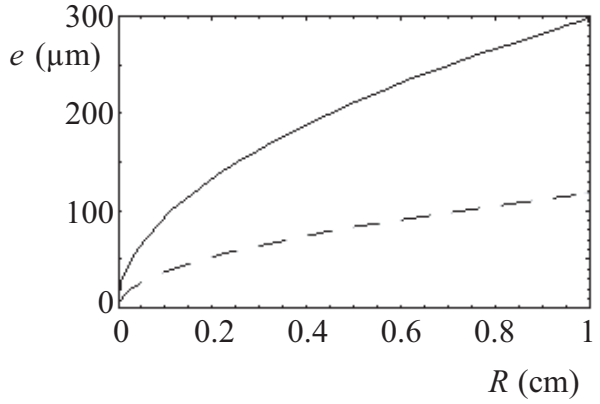

FIG. B.4: Épaisseur e (calculée numériquement) du film de vapeur sous une goutte caléfiée de rayon initial 1 cm posée sur une plaque à 300 °C, en fonction de son rayon R. La courbe en trait plein correspond à la résolution numérique proposée ci-dessus. La courbe en traits pointillés correspond aux résultats du chapitre 3 : $e \sim R^{\frac{1}{2}}$.

Les variations d'épaisseur avec le rayon sont toujours qualitativement en accord avec les résultats expérimentaux. L'épaisseur varie aussi comme la racine carré du rayon, ce qui a été observé expérimentalement. Après le rapide transitoire, on observe bien qu'il y a une relation fixe entre e et R, ce qui signifie que l'hypothèse quasi-statique est raisonnable. La valeur de l'épaisseur est toujours un peu au-dessus des valeurs attendues : à un coefficient numérique prêt, il y a bon accord entre les deux approches.

B.4 Discussion

Cette résolution nous permet d'affirmer que l'hypothèse de régime quasi-statique est raisonnable. Pour obtenir une simulation quantitative, il faudrait sans doute transformer un peu l'hypothèse de gaz parfait. En effet, si l'on calcule la densité de la vapeur donnée par cette équation, elle varie autour

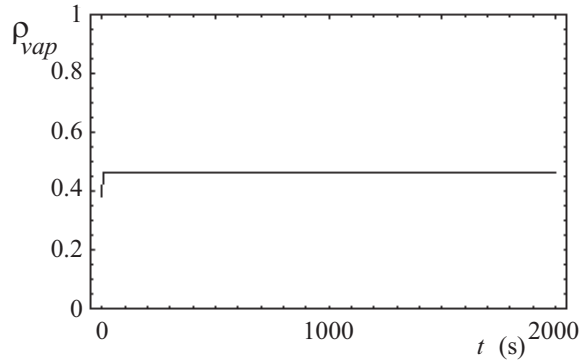

FIG. B.5: Densité ρ_v de la vapeur sous la goutte en kg/m^3 en fonction du temps t en secondes pour une goutte d'eau de rayon 1 cm posée sur une plaque à 300 ° C.

de 0.46 kg/m^3. Nous avons porté ses variations en fonction du temps sur la courbe B.5. Or, à ces températures, la vapeur a plutôt une densité de l'ordre de 0.75 kg/m^3 sous pression atmosphérique ([110]). Ici la pression est un peu plus grande que la pression atmosphérique ce qui devrait avoir pour effet de comprimer la vapeur, donc d'augmenter encore un peu sa densité.

Une augmentation de la densité résulte en une augmentation du débit de vapeur sous la goutte. De la vapeur en plus grande quantité doit donc être créée pour alimenter le film de vapeur. Pour créer plus de vapeur, il faut que la goutte se rapproche de la plaque : l'épaisseur d'équilibre de ce film serait alors plus faible, comme observé expérimentalement.

B.5 Conclusion

On remarque que l'hypothèse quasi-statique que nous avons effectuée au chapitre 3 est largement vérifiée. Il y a bien une relation fixe entre e et R. Nos résultats ne sont pas vraiment quantitatifs, car la densité de la vapeur est mal décrite, à ces températures, par une équation d'état de type gaz parfait. Des corrections à cette équation d'état (en prenant une équation de Van der Waals par exemple) permettrait sans doute de mieux décrire l'évaporation de la goutte.

Annexe C

Impact sur un tas de lycopodes

Sommaire

C.1 Introduction **189**

C.2 Expériences **190**

C.2.1 Les lycopodes 190

C.2.2 La montagne modèle 191

C.2.3 Le montage expérimental et les expériences 191

C.3 Résultats **192**

C.3.1 L'impact 192

C.3.2 Le transfert de matière 196

C.4 Conclusion **198**

C.1 Introduction

L'impact répété de gouttelettes d'eau sur une surface peut engendrer des transformations de cette surface. Ainsi, de la pluie tombant et ruisselant sur une montagne pendant plusieurs millénaires érodera la montagne. Une compréhension de l'impact de liquide peut donc être une première étape dans la compréhension du mécanisme d'érosion. Une étude (réalisée par deux élèves V. Strubel et Y. Thonnard en *modex* à l'école polytechnique [97]) a tenté d'apporter des éléments de réponse à cette question. Ils ont étudié le rebond de gouttes d'eau liquide sur une "montagne modèle" afin de comprendre les mécanismes mis en jeu dans le problème. Nous allons reprendre ici leurs résultats.

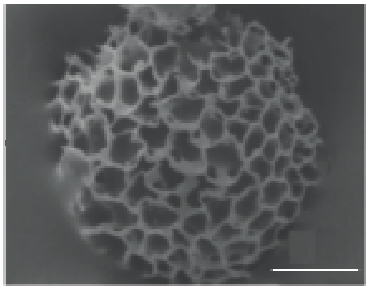

FIG. C.1: Grain de lycopode, tiré de [14]. La barre a une taille de 10 μm.

C.2 Expériences

C.2.1 Les lycopodes

Le matériau utilisé pour fabriquer la montagne est une spore de fougère, appelée lycopode, qui a la particularité d'être très alvéolé (figure C.1). Un grain de lycopode fait environ 20 μm, et sa structure lui confère des propriétés physicochimiques remarquables. En effet, un matériau constitué de grains de lycopodes est superhydrophobe ([14]). Une goutte lancée sur une surface constituées de lycopodes (une surface lycopodée) peut sous certaines conditions rebondir ([89]).

La qualité de poudre superhydrophobe confère aux lycopodes d'autres propriétés intéressantes. Ainsi, lorsqu'une goutte d'eau liquide est posée dans un tas de lycopodes, les grains s'adsorbent à la surface de la goutte et l'enrobent (figure C.2), formant ainsi des gouttes qui ont plutôt l'aspect de billes liquides. L'étude de ces billes liquides a fait l'objet d'une partie de la thèse de P. Aussillous ([4]). Elles ont des propriétés de mouillage remarquables, parce qu'elles sont isolées de tout substrat par les lycopodes à leur surface.

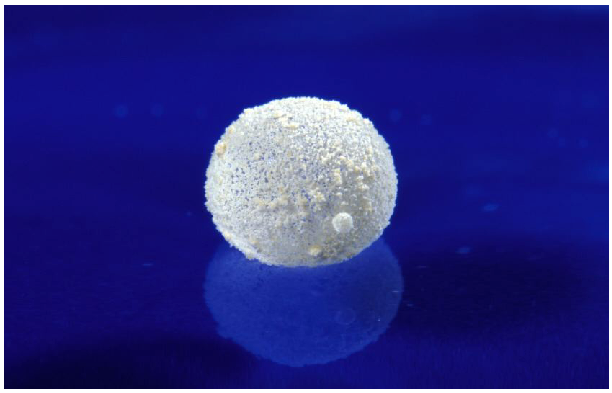

FIG. C.2: Goutte d'eau enrobée de lycopodes (P. Aussillous).

C.2.2 La montagne modèle

Une montagne de lycopodes

Les lycopodes sont donc un matériau modèle pour simuler le mécanisme d'érosion. Une goutte d'eau lâchée sur une montagne de lycopode pourra rebondir (grâce à la super-hydrophobicité du matériau), tout en emportant une partie des grains (comme le font les gouttes enrobées). Il faut se placer dans des conditions où la goutte rebondit (en-dessous du seuil de fragmentation) en emportant de la matière.

Une montagne tassée

La montagne modèle sera donc un tas de lycopodes. Comme dans la plupart des problèmes relatifs aux matériaux granulaires, reproduire la compacité du tas de lycopodes est un réel défi expérimental. Il est très difficile de fabriquer deux tas de lycopodes avec la même compacité. Un faible tassement de la montagne pose de nombreux problèmes expérimentaux :

- Il n'est que peu reproductible, surtout si l'on souhaite faire varier l'inclinaison de la montagne (l'angle d'avalanche sera plus petit).
- Les seuils de fragmentation à l'impact sur des montagnes non tassées sont plus faibles que sur des montagnes tassées. La gamme de vitesse que l'on peut étudier est donc moins grande.
- Enfin, une forte saltation (érosion par projection de spores) vient s'ajouter à l'emport de matière par le rebond, ce qui rend les résultats moins reproductibles.

C'est pourquoi les expériences ont été réalisées avec des tas de lycopodes tassés au maximum. Un récipient est rempli de lycopodes, puis secoué de façon répétée (des coups données sur les faces du récipient suffisent). Ensuite, on souffle sur le tas afin de chasser la couche de spores déposée en surface.

C.2.3 Le montage expérimental et les expériences

La montagne utilisée est représenté sur la figure C.3. Les gouttes sont formées à l'aide d'une seringue, leur vitesse d'impact sur la surface est contrôlée par la distance entre la seringue et la montagne. Des gouttes de rayons variés sont obtenues en utilisant différentes seringues ou capillaires. Enfin, l'inclinaison du tas peut être réglée à l'aide de cales de 0 à 40 °. Au delà de 40 °, une avalanche apparaît.

Avec une telle montagne, on observe le rebond de gouttes d'eau. Après le rebond, un cratère peu profond apparaît sur le tas de lycopode à l'endroit de l'impact. On observe également que la goutte emporte un peu de matière lors de son contact avec les lycopodes.

Les expériences ont trois objectifs :

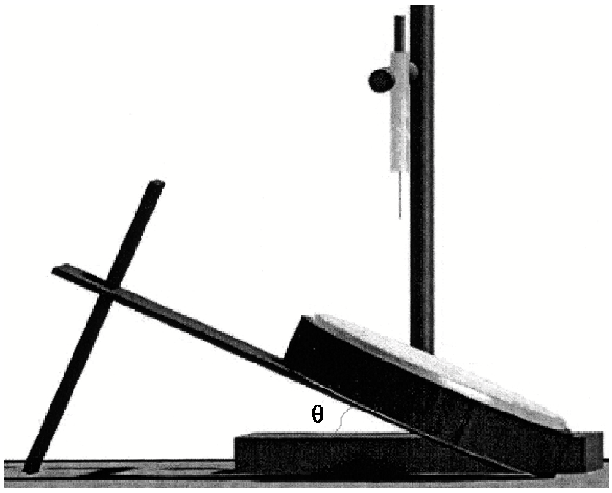

FIG. C.3: Montage expérimental utilisé pour étudier l'impact d'une goutte d'eau sur un tas de lycopodes.

- Le premier est de comparer la dynamique de l'impact sur une montagne de lycopodes tassée et sur une surface lycopodée (dans ce second cas, une couche de lycopodes est fixée à un substrat rigide, afin de le rendre superhydrophobe).
- Le second est d'observer ce qui se passe au moment du contact de la goutte avec la "montagne". Cette observation peut se faire directement (on observe le cratère formée par la goutte sur la montagne) ou à l'aide d'une caméra rapide à 1000 images par seconde.
- Le dernier est de mesurer la quantité de matière emportée à chaque impact. Pour cela, un récipient préalablement taré est placée en aval de la montagne et récolte les gouttes après un rebond. On récupère ainsi une centaine de gouttes puis on évapore l'eau par un léger chauffage du récipient. Les lycopodes restent et on les pèse avec une balance de précision.

C.3 Résultats

C.3.1 L'impact

Pour comprendre ce qui se passe à l'impact, la taille du cratère et le coefficient de restitution du rebond sont mesurés. À chaque fois, l'expérience a été faite sur une montagne de lycopodes et sur une surface lycopodée rigide (dans ce dernier cas, on observe pas de cratère). L'influence de deux paramètres a été étudiées : la vitesse d'impact et l'inclinaison de la surface.

Variations avec la vitesse d'impact

Les variations du coefficient de restitution avec la vitesse sont reportés sur la figure C.4.

On remarque tout d'abord que les coefficients de restitution sont identiques sur la surface lycopodée et sur la montagne de lycopode. On remarque également que le coefficient de restitution

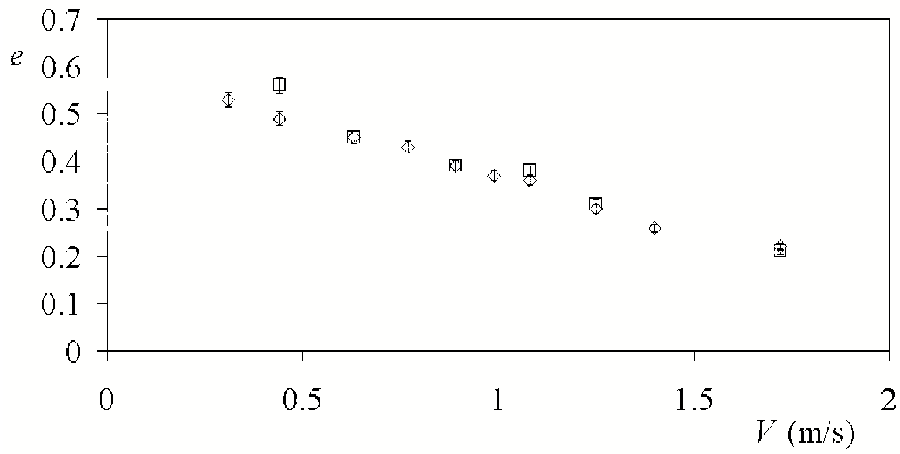

FIG. C.4: Coefficient de restitution e en fonction de la vitesse d'impact sur une montagne tassée de lycopode ◇ et sur une surface lycopodée , horizontale. La goutte a un diamètre de 2.95 mm.

diminue quand la vitesse d'impact augmente. Ce résultat est analogue à l'impact en incidence normale sur une plaque chaude (chapitre 5).

Enfin, les variations de la surface du cratère avec la vitesse d'impact V sont reportés sur la figure C.5. On remarque que cette surface augmente avec V. Pour des impacts en incidence normale, on s'attend à ce que le rayon maximal de l'étalement dépende de la vitesse d'impact conformément à la formule 5.7 (chapitre 5). Ainsi, la surface du cratère devrait varier comme :

$$S \sim R_0^2 \sqrt{\frac{\rho R_0}{\gamma}} V \tag{C.1}$$

Les résultats obtenus sont en bon accord avec cette dépendance en vitesse.

Le rebond sur une montagne lycopodée a donc les mêmes caractéristiques que celui sur des surfaces non mouillantes.

Variations avec la pente de la montagne

Plusieurs remarques peuvent être faites :

- Le coefficient de restitution est le même sur la montagne tassée de lycopodes et sur la surface non-mouillante (figure C.6).
- Le coefficient de restitution en énergie (rapport des énergies cinétiques avant et après l'impact) augmente quand l'angle d'inclinaison augmente (figure C.6).
- À vitesse normale donnée, le coefficient de restitution normal (rapport des vitesses normales avant et après l'impact) ne varie pas avec l'inclinaison (figure C.7). Ces résultats sont analogues à ceux obtenus par Frohn et Roth [44] pour le rebond de gouttes sur des plaques chaudes inclinées.

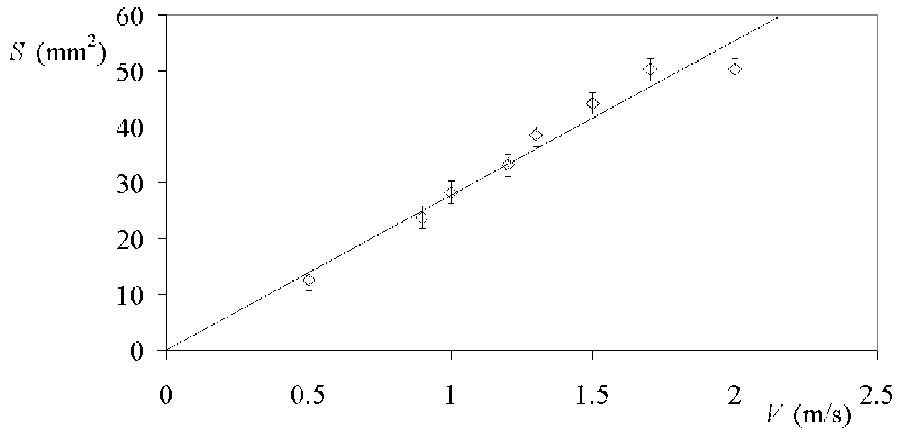

FIG. C.5: Surface S du cratère obtenu en fonction de la vitesse v d'impact d'une goutte de diamètre 2.95 mm rebondissant sur une montagne lycopodée inclinée à 21°.

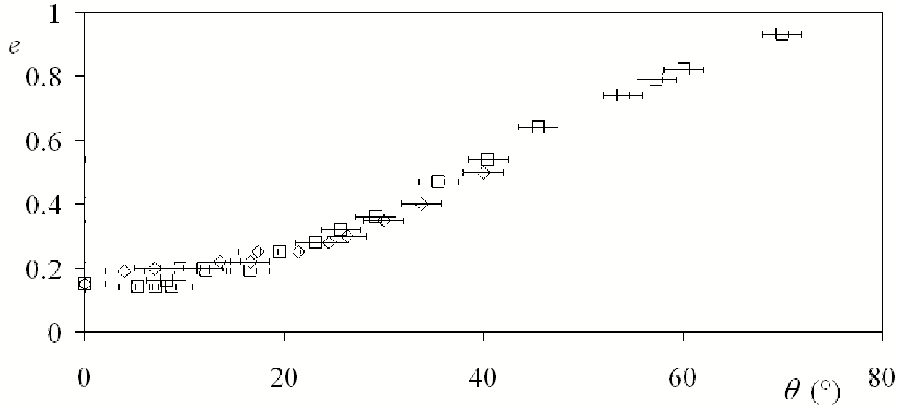

FIG. C.6: Coefficient e de restitution en énergie (rapport des énergies cinétiques avant et après l'impact) en fonction de l'angle θ d'inclinaison de la montagne de lycopodes ( ) et de la surface lycopodée ( ). La goutte a un diamètre de 2.95 mm, et une hauteur de chute initiale de 4 cm.

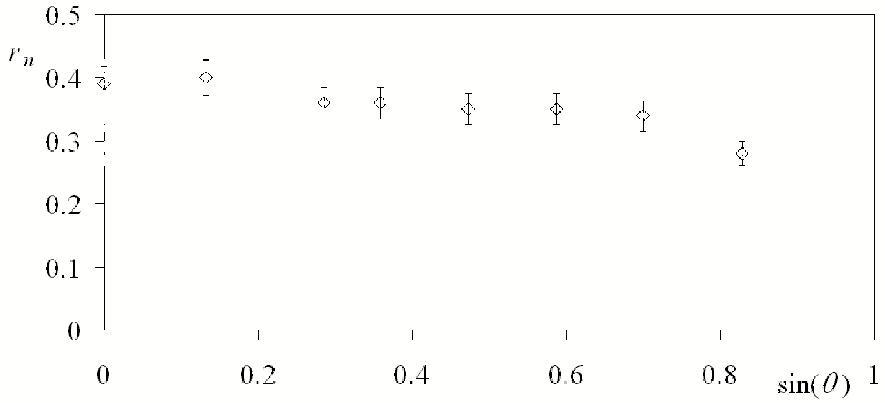

FIG. C.7: Coefficient de restitution r_n en vitesse normale en fonction du sinus de l'angle d'inclinaison θ, à vitesse normale $v_n = 0.88$ m/s constante.

- La vitesse tangentielle est presque entièrement conservée lors de l'impact (figure C.8). La dissipation pendant le contact est ainsi négligeable, la vitesse tangentielle de la goutte étant la même avant et après le contact.

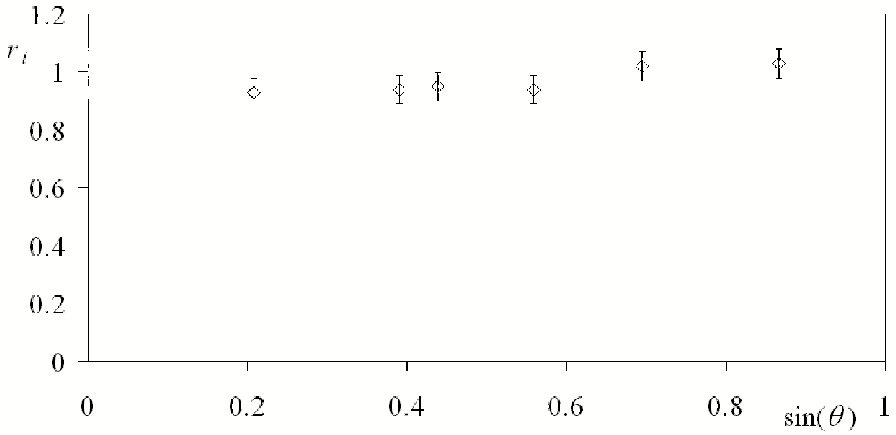

FIG. C.8: Coefficient de restitution r_t tangentiel (rapport des vitesses tangentielles après et avant l'impact) pour des gouttes de diamètre 2.95 mm en fonction du sinus de l'angle θ d'inclinaison du tas de lycopodes.

- Le cratère observé est un peu allongé quand l'angle d'incidence augmente. Si on observe à la caméra rapide ce qui se passe exactement au moment de l'impact, on observe que la goutte avance dans le sens de la pente pendant le contact. Elle semble cependant rouler et non glisser. Deux photographies illustrant ces observation sont reportées sur la figure C.9. La dynamique des gouttes enrobées sur des plans inclinés a été étudiée en détail par [4]. Pour des gouttes aplaties (crêpes), un léger glissement s'ajoute au roulement.

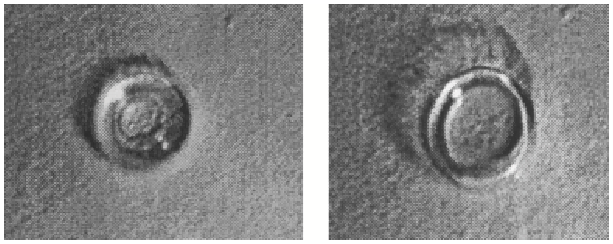

FIG. C.9: Photographie vue de dessus d'une goutte liquide rebondissant sur un tas de lycopodes. À gauche, la goutte se rétracte après s'être étalée. À droite, le ménisque est étendu et la goutte a roulé dans le sens de la pente.

En conclusion, un rebond sur un tas de lycopodes a les mêmes caractéristiques qu'un rebond sur une surface non mouillante. L'inclinaison de la montagne permet le roulement de la goutte sur la surface pendant le contact.

C.3.2 Le transfert de matière

Résultats expérimentaux

Pour déterminer comment s'effectue le transfert de matière au moment du contact, la quantité de matière emportée par 100 gouttes, rebondissant à chaque fois sur une zone vierge de la montagne (sur laquelle aucune goutte n'avait encore rebondi), est mesurée. On peut ainsi obtenir une valeur moyenne de la quantité emportée par une goutte. Cette expérience a été effectuée pour différentes vitesses d'impact, et deux diamètres de gouttes différents (2.95 mm et 3.6 mm). Parallèlement, la surface d'un cratère a été mesurée. Les résultats sont reportés sur la figure C.10.

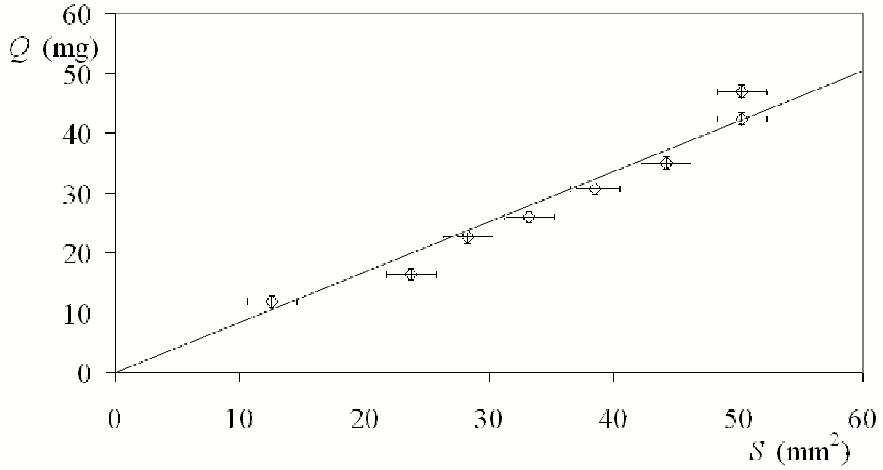

Fig. C.10: Quantité de matière Q emportée par 100 gouttes rebondissant sur un tas de lycopode en fonction de la surface moyenne S d'un cratère formé par l'impact d'une de ces gouttes. La droite a une pente de 0.83 mg/mm^2.

On remarque que la quantité de lycopodes emportée augmente quand la surface du cratère augmente. Cette croissance est linéaire. Le transfert de matière se fait donc sur la surface de liquide qui est en contact avec la montagne. La surface du cratère correspond bien à la surface totale de liquide en contact avec la montagne, car lorsque la goutte avance dans la pente, elle roule. Ainsi, lors du roulement, de la surface liquide neuve est en contact avec la montagne. C'est donc (logiquement) au niveau de la surface de contact que s'opère le transfert de matière.

Une observation à la caméra rapide permet de vérifier ce mécanisme. La photographie de la figure C.11 représente une goutte liquide après son rebond sur la montagne. Elle est redevenue sphérique, mais elle n'est que partiellement recouverte de lycopodes.

Interprétations

On peut tenter de déterminer l'épaisseur de lycopodes emportée par unité de surface. La quantité de lycopodes emportée par unité de surface de contact est donnée par la pente de la figure C.10. Pour en déterminer une épaisseur, il faut déterminer la compacité des lycopodes sur la montagne et

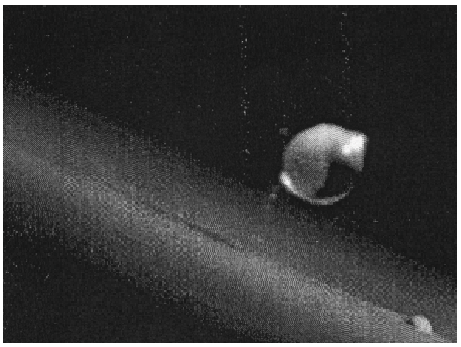

FIG. C.11: Photographie d'une goutte de diamètre 2.95 mm juste après son rebond sur une montagne de lycopodes.

à la surface de la goutte au moment du contact. La densité de la poudre compactée au maximum vaut 0.42. L'épaisseur e de lycopode transférée est donc donnée par la formule :

$$e = \frac{m}{S\rho} \tag{C.2}$$

On trouve une épaisseur de l'ordre de 20 μm. Cette épaisseur est très proche du diamètre moyen d'un lycopode, estimé à 22 μm. Une monocouche de lycopodes serait donc transférée au moment du contact avec le solide. Le mécanisme d'emport de matière proposé est donc le suivant :

- Lors de l'impact, l'étalement est analogue à celui d'un impact en mouillage nul. De plus, la goutte roule (le glissement semble faible) à la surface du tas de lycopode, sur une distance croissant avec l'inclinaison de la pente.
- L'étalement et le roulement conditionnent la surface totale du contact eau/lycopodes lors de l'impact. Cette surface se recouvre entièrement d'une monocouche de lycopodes.
- Les lycopodes formant cette monocouche restent accrochés lorsque la goutte quitte le tas et qu'elle reprend une forme sphérique. Les traînées de lycopodes qui peuvent suivre les gouttes après leur rebond (un exemple est montré sur la figure C.12) seraient des grains soulevés par l'impact ou par le rebond, et non des grains capturés par la surface liquide puis éjectés quand la goutte reprend sa forme sphérique.
- Dans le cas où la quantité de matière emportée est suffisante, les lycopodes se répartissent plus ou moins uniformément à la surface de la goutte lors de sa trajectoire, par exemple du fait de l'oscillation de cette dernière.

Discussion

Ces résultats suggèrent deux questions :

- La première est celle de la densité de la monocouche de lycopodes à l'interface air/eau. Nous avons considéré que c'était celle du tas de lycopodes. Pour vérifier cette hypothèse, on peut se demander si cette densité dépend donc du tassement des lycopodes ?

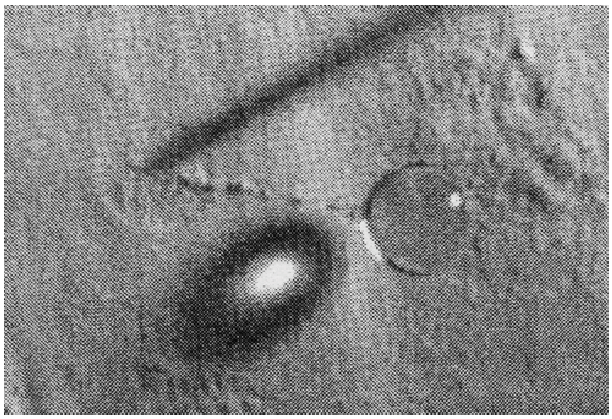

Fig. C.12: Traînée de lycopodes soulevés par l'impact de la goutte sur la montagne.

Des gouttes enrobées [4] ont été fabriquées sur une montagne faiblement tassée. La surface de contact liquide/lycopodes correspond alors à la surface totale de la goutte. La masse liquide obtenue est de 42 mg pour 100 gouttes de 2.95 mm de diamètre. La quantité de lycopodes transférées au liquide par unité de surface est environ deux fois plus faibles que pour l'impact sur des tas compacts. Si la compacité du tas est deux fois plus faible, ce résultat va dans le bon sens.

Cependant, l'impact sur des montagnes mal tassées donnent des résultats différents. La quantité de matière emportée est plus importante. Cette dernière question est plus complexe car elle met en jeu non plus l'interface entre un liquide et un matériau solide peu déformable, mais entre deux corps mous. La montagne se déforme alors autant que la goutte elle-même, on ne peut pas vraiment évaluer la surface de liquide en contact avec la montagne.

- La seconde concerne le réarrangement des lycopodes sur la surface de la goutte après l'impact. Pour des vitesses faibles, la surface de contact avec la plaque est plus faible que la surface finale de la goutte (quand elle est redevenue sphérique) ; les lycopodes peuvent donc se réarranger en une monocouche plus ou moins dense à la surface de la goutte. Pour les fortes vitesses d'impact, la surface de contact est plus importante que la surface de la goutte sphérique. Seule une partie des lycopodes pourra former un tapis dense à la surface de la goutte. On peut s'interroger sur le réarrangement des lycopodes en surplus. L'expérience n'a pas permis de déterminer si cette sursaturation se faisait selon un modèle spécifique, par exemple la formation d'une double couche de lycopodes séparées par une pellicule d'eau, ou par emprisonnement de lycopodes isolés à l'intérieur de la goutte.

C.4 Conclusion

Un mécanisme du transfert de matière entre un liquide et une montagne hydrophobe est présenté ici. Ce mécanisme peut constituer une étape dans la compréhension du phénomène d'érosion, ou tout

du moins du principe de fabrication de gouttes enrobées. Cependant, la limite des montagnes non tassées mérite d'être explorée, ainsi que le cas des rebonds multiples (une goutte peut-elle gagner de la matière au cours de rebonds successifs sur la surface ?). Enfin, le mécanisme principal à l'origine de l'érosion des sols reste le ruissellement. Des expériences analogues de mesures de quantité de matière emportée par ruissellement constitueraient une étape supplémentaire à cette étude.

Annexe D

La loi de Tanner et la montée capillaire

Sommaire

D.1 Introduction **201**

D.2 La loi de Tanner **201**

D.2.1 Forme de la ligne de contact : le film précurseur 202

D.2.2 La force motrice : la capillarité 202

D.2.3 La dissipation dans le coin 202

D.2.4 L'angle de contact dynamique 203

D.3 Imprégnation d'un tube **203**

D.3.1 Expériences 203

D.3.2 Résultats et discussion 204

D.1 Introduction

Nous rappelons ici la relation proposée par Tanner, qui relie l'angle dynamique d'un front de liquide à sa vitesse, et nous montrons ensuite comment cette loi peut permettre de caractériser le début de la montée capillaire pour un liquide visqueux.

D.2 La loi de Tanner

La relation qui lie l'angle de contact dynamique à la vitesse s'obtient en équilibrant la puissance fournie par la force capillaire et la puissance dissipée par la viscosité au niveau du coin liquide.

D.2.1 Forme de la ligne de contact : le film précurseur

En mouillage total, un front macroscopique de liquide est précédé par un film précurseur d'épaisseur nanométrique. La goutte s'étale donc sur un film de son propre liquide et la forme du front est schématisée sur la figure D.1. Nous allons déterminer quelles sont les forces agissant sur ce front.

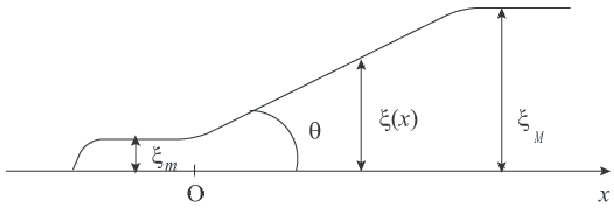

FIG. D.1: Schéma représentant le coin d'un liquide qui avance sur un substrat qu'il mouille totalement. On note ξ_m l'épaisseur du film précurseur.

D.2.2 La force motrice : la capillarité

Si on effectue un équilibre des forces au voisinage de la ligne de contact macroscopique (figure D.1), le liquide s'étale sur lui-même, donc la force qui agit sur cette *ligne* s'écrit :

$$f = \gamma(1 - cos\theta) \tag{D.1}$$

Si la ligne de contact, de périmètre $2\pi R$ avance à vitesse V, la puissance P_c fournie pour faire avancer la goutte s'écrit :

$$P_c = 2\pi R\gamma(1 - cos\theta)V \tag{D.2}$$

Dans le cas des angles assez faibles, cette expression peut se réécrire :

$$P_c \simeq 2\pi R\gamma\frac{\theta^2}{2}V \tag{D.3}$$

D.2.3 La dissipation dans le coin

On considère un coin liquide avançant sur son film précurseur à une vitesse V (figure D.1). Le coin est raccordé en $x = 0$ à un film précurseur d'épaisseur ξ_m et de l'autre côté à une flaque d'épaisseur ξ_M. L'angle du coin avec l'horizontale vaut θ. On note $\xi(x)$ l'épaisseur de la goutte à l'abscisse x. La puissance visqueuse dissipée P_v s'écrit alors :

$$P_v = 6\pi R\eta V^2 \int_0^{\xi_M} \frac{dx}{\xi(x)} \tag{D.4}$$

Si l'angle de contact est très faible, et que $\xi_m << \xi_M$, l'épaisseur de la goutte suivant l'abscisse x s'écrit :

$$\xi(x) = \theta x + \xi_m \tag{D.5}$$

On peut ainsi intégrer l'équation D.4 pour déterminer la dissipation visqueuse, ce qui donne :

$$P_V = 6\pi R \frac{\eta V^2}{\theta}\ ln\frac{\xi_M}{\xi_m} \tag{D.6}$$

D.2.4 L'angle de contact dynamique

On peut alors équilibrer ces deux puissances, pour obtenir une relation entre θ et V. On trouve :

$$\theta^3 \simeq 6Ca\ ln\frac{\xi_M}{\xi_m} \tag{D.7}$$

Cette relation universelle ne dépend que des propriétés du liquide (et pas de celles du substrat), du moment que le mouillage est total. Bien que la démonstration impose que l'on se place dans la limite des petits angles, l'équation D.7 a été validée expérimentalement jusqu'à des angles de 90° ([54]).

La valeur du rapport $ln\frac{\xi_M}{\xi_m}$ peut être évaluée : le film précurseur a une épaisseur de quelques nanomètres et l'épaisseur de la goutte est millimétrique. On trouve alors :

$$ln\frac{\xi_M}{\xi_m} \simeq 10$$

Nous allons observer les conséquences de cette loi dans une situation particulière : l'avancée de liquide dans un tube.

D.3 Imprégnation d'un tube

Considérons un tube de rayon r inférieur à la longueur capillaire. Si on le met en contact avec un réservoir de liquide mouillant, le liquide va monter dans le tube, à cause des forces capillaires :

$$F_c = 2\pi r\gamma cos\theta \tag{D.8}$$

où θ dépend de la vitesse et donc du temps. Il va s'arrêter à la hauteur h pour laquelle la gravité compense la force capillaire. C'est la loi de Jurin obtenue en prenant $\theta = 0$ dans l'équation D.8 (le liquide s'arrête et il est mouillant). On trouve ainsi :

$$h = \frac{2\kappa^{-2}}{r} \tag{D.9}$$

Plus le tube est petit, plus le liquide montera haut. On peut s'interroger sur la dynamique de cette montée. Afin de nous affranchir de la gravité, nous allons étudier l'avancée d'un front dans un tube horizontal. Ainsi, le liquide ne s'arrêtera pas.

D.3.1 Expériences

Ces expériences ont été réalisées dans le cadre d'un *modex* à l'école polytechnique par G. Romano et N. Osouf. Le montage expérimental est décrit sur la figure D.2. On observe à l'aide d'une

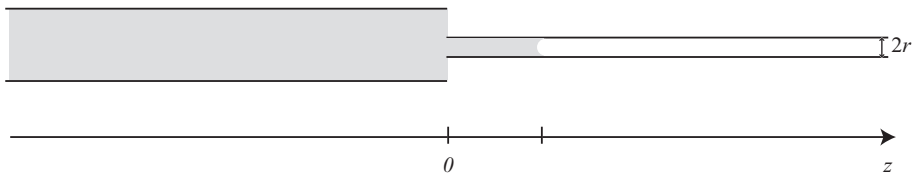

FIG. D.2: Avancée d'un ménisque dans un tube horizontal qu'il mouille totalement.

caméra l'avancée du front de liquide au cours du temps, pour trois huiles silicones de viscosité cinématique 1, 0.1 et 0.01 $m^2.s^{-1}$, s'engouffrant dans des tubes de différents rayons (0,13 mm - 0,30 mm - 0,42 mm - 0,69 mm). Les résultats sont portés sur la figure D.3, dans un diagramme logarithmique-logarithmique. L'engouffrement par une huile de faible viscosité est bien plus rapide que par une huile de plus grande viscosité. Afin de regrouper tous les résultats sur la même figure, nous avons représenté les variables z et t adimensionnées par les variables z_c et t_c caractéristiques de l'écoulement, telles que :

$$z_c = A\frac{r}{4} \tag{D.10}$$

et

$$t_c = A^2\frac{\eta r}{4\gamma} \tag{D.11}$$

où A est un coefficient numérique qui vaut 6 $ln\frac{\xi_M}{\xi_m}$. On observe que les courbes se regroupent sur une seule courbe maîtresse.

D.3.2 Résultats et discussion

De même que pour l'étalement d'une goutte, la dissipation visqueuse peut s'effectuer dans le coin (on a alors un régime quasistatique et la loi de Tanner est vérifié), ou dans le volume. Dans ce dernier cas, l'écoulement est de type Poiseuille et la force visqueuse s'écrit ([47]) :

$$F_\eta = 8\pi\eta V z \tag{D.12}$$

On attend deux régimes d'avancée :

- Au départ, la dissipation se fait principalement dans le coin (on peut appliquer la loi de Tanner) et l'angle de contact est proche de $\pi/2$. On doit alors avoir un front qui avance à une vitesse V constante donnée par la loi de Tanner :

$$V \simeq \frac{\gamma}{\eta}(\frac{\pi}{2})^3\frac{1}{6\ ln\frac{\xi_M}{\xi_m}} \tag{D.13}$$

- À temps plus long, l'angle de contact tend vers 0 et la dissipation se fait dans le volume. On obtient la loi d'avancée du front (plus connue sous le nom de loi de Washburn [109]) :

$$z^2(t) = \frac{\gamma r}{2\eta}t \tag{D.14}$$

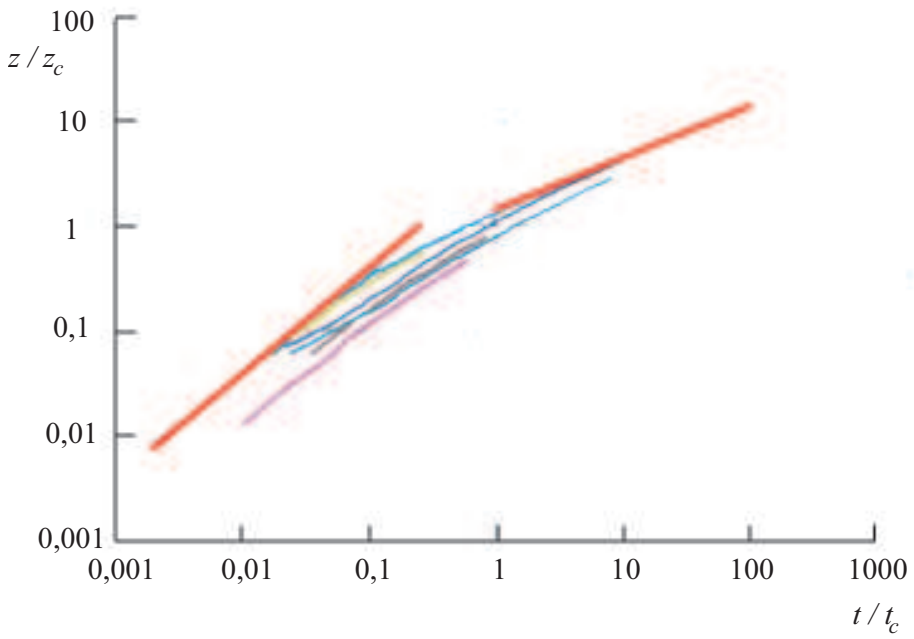

FIG. D.3: Position z d'un front de liquide s'engouffrant dans un capillaire horizontal de rayon r variés en fonction du temps t, pour des huiles silicones de viscosités variées, dans un diagramme logarithmique-logarithmique. Les variables sont adimensionées par les quantités z_c et t_c décrites par les équations D.10 et D.11. Les deux asymptotes en trait plein correspondent aux pentes 1 et 1/2 attendues par les équations D.13 et D.14.

On remarque que les données tendent bien à temps courts et à temps longs vers les comportements asymptotiques décrits par les équations D.13 et D.14, la transition entre les deux régimes se faisant autour du temps t_c et de la distance z_c. En pratique, le temps t_c pourra être assez grand : pour $\eta = 100$ mPa.s^{-1}, $r = 1$ mm et $\gamma = 20.10^{-3}$ N. m^{-1}, on trouve un temps de l'ordre de la seconde. Ce temps est grand devant le temps inertiel de mise en mouvement du liquide, qui correspond à l'installation d'une couche limite visqueuse dans le tube, et qui vaut : $t_i \simeq \frac{\rho r^2}{\eta}$, soit environ 1/100 s pour le même liquide. Ceci justifie bien l'existence d'un régime visqueux *de coin* à temps court, bien après le temps (très court) inertiel de mise en mouvement du liquide. Nous avons isolé sur la figure D.4 l'expérience réalisée avec l'huile la plus visqueuse ($\eta = 1000$ mPa.s) pour laquelle on observe nettement un régime visqueux de coin pendant plusieurs secondes.

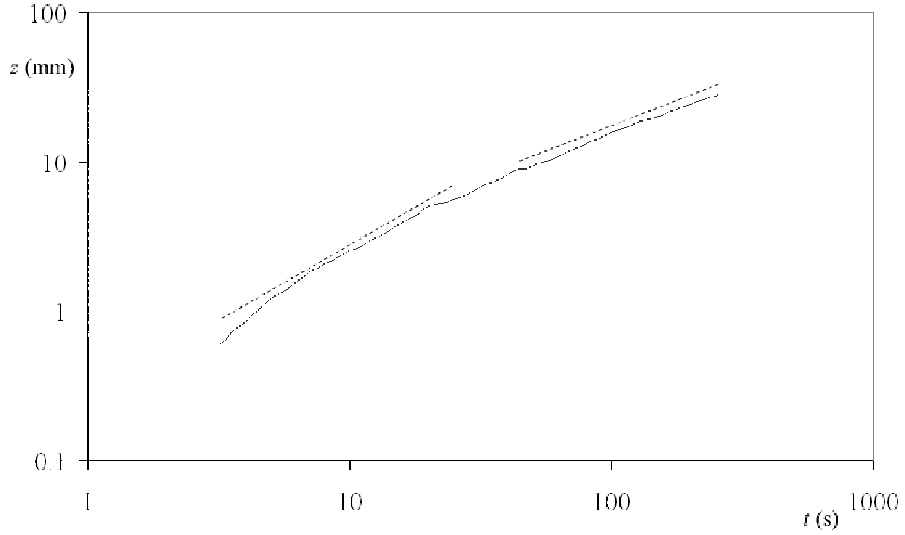

FIG. D.4: Position z d'un front de liquide s'engouffrant dans un capillaire horizontal de rayon r=0.3 mm en fonction du temps t, pour une huile silicone de viscosité 1000 mPa.s. Les deux asymptotes en trait plein correspondent aux pentes 1 et 1/2 attendues par les équations D.13 et D.14.

Bibliographie

[1] A. W. Adamson. *Physical Chemistry of Surfaces*. Wiley, New-York, 1976.

[2] K. Anders, N. Roth, and A. Frohn. The velocity change of ethanol droplets during collision with a wall analysed by image processing. *Experiments in Fluids*, 15 :91–96, 1993.

[3] P. W. Atkins. *Physical Chemistry*. Oxford University Press, Oxford, 1994.

[4] P. Aussillous. *Les gouttes enrobées*. PhD thesis, Université Paris VI, 2002.

[5] P. Aussillous and D. Quéré. Liquid marbles. *Nature*, 411 :924, 2001.

[6] C. T. Avedisian and J. Koplik. Leidenfrost boiling of methanol droplets on hot porous/ceramic surfaces. *Int. J. Heat Mass Transfer.*, 30(2) :379–393, 1987.

[7] K. J. Baumeister and F. F. Simon. Leidenfrost temperature-its correlation for liquid metals, cryogens, hydrocarbons, and water. *Transactions of the ASME - journal of heat transfer*, 95 :166–173, 1973.

[8] K. J. Bell. The leidenfrost phenomenon : A survey. *Chem. Eng. Prog. Symposium Series, AIChE, N-Y*, 63 :351–358, 1967.

[9] P. J. Berenson. Film-boiling heat transfer from a horizontal surface. *ASME Journal of Heat Transfer*, 83 :351–358, 1961.

[10] J. Berger. *Annal. Phys*, 119 :594, 1863.

[11] V. Bergeron and P. Aussillous. Gouttes enrôbées sur un substrat vibrant. *Discussion privée*, 2000.

[12] J. D. Bernardin and I. Mudawar. The leidenfrost point : Experimental study and assessment of existing models. *Transactions of the ASME- Journal of Heat Transfer*, 121 :894–903, 1999.

[13] J. D. Bernardin and I. Mudawar. A cavity activation and bubble growth model of the leidenfrost point. *Transactions of the ASME- Journal of Heat Transfer*, 124 :864–874, 2002.

[14] J. Bico. *Mécanismes d'imprégnation : surfaces texturées, bigouttes, poreux.* PhD thesis, Université Paris VI, 2000.

[15] C. Bisch. Les modes de vibrations axiales et tangentielles d'une sphère semi-libre. *C. R. Acad. Sc. Paris*, 293 :107–110, 1981.

[16] P. Boissel. La bille qui rebondit : une expérience simple pour aborder la physique du chaos. *Bulletin de l'union des physiciens*, 86(741), 1992.

[17] H. Bouasse. *Capillarité, phénomènes superficiels.* Delagrave, Paris, 1924.

[18] P. H. Boutigny. *Nouvelle branche de physique ou études sur les corps à l'état sphéroidal.* Paris, 1847.

[19] M.P. Brenner and A. Bertozzi. Spreading of droplets on a solid surface. *Phys. Rev. Lett.*, 71(4) :593, 1993.

[20] H. B. Callen. *Thermodynamics.* Wiley, New-York, London, Sydney, 1960.

[21] M. Callies. PhD thesis.

[22] P. Casal and H. Gouin. Vibrations of liquid drops in film boiling phenomena. *Int. J. of Engng. Sc.*, 32(10) :1553–1560, 1994.

[23] A.-M. Cazabat. How does a droplet spread ? *Contemp. Phys.*, 28(4) :347–364, 1987.

[24] A.-M. Cazabat and M.-A. Cohen-Stuart. Dynamics of wetting : Effects of surface roughness. *J. Phys. Chem.*, 90 :5845–5849, 1986.

[25] S. Chandra and C. T. Avedisian. On the collision of a droplet with a solid surface. *Proc. R. Soc. Lond. A*, 432 :13–41, 1991.

[26] S. Chandra and S. D. Aziz. Leidenfrost evaporation of liquid nitrogen droplets. *Journal of Heat Transfer*, 116 :999–1006, 1994.

[27] S. Chandrasekhar. *Hydrodynamic and hydromagnetic stability.* Clarendon Press, Oxford, 1961.

[28] F. Chevy. Discussion privée. 2001.

[29] S. Chung and E. Trinh. Internal flow of an electrostatically levitated droplet undergoing resonant shape oscillation. *Physics of fluids*, 12(2) :249–251, 2000.

[30] C. Clanet, C. Béguin, D. Richard, and D. Quéré. Maximal deformation of an impacting drop. *J. Fluid Mech.*, 2004.

[31] C. Clanet and J.C. Lasheras. Transition from dripping to jetting. *J. Fluid. Mech.*, 383 :307–326, 1999.

[32] C. Clanet and D. Quéré. Onset of a meniscii. *J. Fluid. Mech.*, 2002.

[33] Y. Couder. Gouttes rebondissantes. *Journées de la physique statistique, ESPCI, Paris*, 2004.

[34] S. Courty, G. Lagubeau, T. Tixier, and L. Costier. Eigenfrequencies of a spherical droplet on an oscillating surface. *à publier*, 2004.

[35] F.E.C. Culick. *J. Appl. Phys.*, 31 :1128, 1960.

[36] J. Deschamps. étude expérimentale de la rupture de digue. *Stage de DEA- systèmes complexes et phénomènes hors équilibre*, 2003.

[37] A. Dreyer, C. Gougoussis, J. Jaeck, C. Jin, M. Leocmach, and B. N. Nguyen. Projet shuidi : Instabilités dans les fluides lors du phénomène de caléfaction. *Projet Scientifique Collectif, Ecole Polytechnique*, 2004.

[38] L. Duchemin. *Quelques problèmes fortement non-linéaires de surface libre et leur résolution numérique*. PhD thesis, Université Aix-Marseille II, 2001.

[39] J. Eggers, J. Lister, and H. Stone. Coalescence of liquid drops. *J. Fluid Mech.*, 401 :293–310, 1999.

[40] C. Redon F. Rondelez F. Brochard-Wyart, H. Hervet. Spreading of "heavy" droplets. *Journal of Colloids and Interface Science*, 142(2), 1991.

[41] E. Falcon, C. Laroche, S. Fauve, and C. Coste. Behavior of one inelastic ball bouncing repeatedly off the ground. *The European Physical Journal B*, 3 :45–57, 1998.

[42] Y. Fautrelle and J. Etay. Dynamique d'une goutte de métal liquide soumise à un champ magnétique alternatif. *J. Phys. IV (France)*, 11(6) :43–48, 2001.

[43] M. Fermigier, L. Limat, J. E. Wesfreid, P. Boudinet, and C. Quilliet. *Journal of Fluid Mechanics*, 236 :349, 1992.

[44] A. Frohn and N. Roth. *Dynamics of droplets*. Springer, Berlin, 2000.

[45] P.-G. De Gennes. Wetting : statics and dynamics. *Rev. Mod. Phys.*, 57 :827–863, 1985.

[46] P.-G. De Gennes. *C. R. Acad. Sci. Paris*, 303 :1275, 1986.

[47] P.-G. De Gennes, F. Brochard-Wyart, and D. Quéré. *Gouttes, bulles, perles et ondes*. Belin, Paris, 2002.

[48] M. Goldshtik, V. Khanin, and V. Ligai. A liquid drop on an air cushion as an analogue of leidenfrost boiling. *J. Fluid Mech.*, 166 :1–20, 1985.

[49] C. W. Gorton. *Heat transfer to drops of liquid in the spheroidal state*. PhD thesis, Purdue University West Lafayette, Indiana, 1953.

[50] B. S. Gottfried and K. J. Bell. Film boiling of spheroidal droplets. *IEC Fundamentals*, 5 :561–568, 1966.

[51] B. S. Gottfried, C. J. Lee, and K. J. Bell. The leidenfrost phenomenon : Film boiling of liquid droplets on a flat plate. *Internatioanl Journal of Heat and Mass Transfer*, 9 :1167–1187, 1966.

[52] E. Guyon, J.-P. Hulin, and L. Petit. *Hydrodynamique Physique*. InterEditions/Edition du CNRS, Paris, 1994.

[53] W. B. Hardy. *Phil. Mag.*, 38 :49, 1919.

[54] R. Hoffman. A study of the advancing interface. *J. Colloid Interface Sci.*, 50 :228–241, 1975.

[55] H. Huppert. The propagation of two-dimensional and axisymmetric viscous gravity currents over a rigid horizontal surface. *J. Fluid Mech.*, 121 :43–58, 1982.

[56] J.-F. Joanny. *Le Mouillage : Quelques Problèmes Statiques et Dynamiques.* PhD thesis, Université Paris VI, 1985.

[57] R. E. Henry K. J. Baumeister and F. F. Simon. Role of the surface in the measurement of the leidenfrost temperature. *Augmentation in convective heat and mass transfer-ASME, New-York*, pages 91–101, 1970.

[58] A. Karl and A. Frohn. Experimental investigation of interaction processes between droplets and hot wall. *Phys. Fluids*, 12 :785–796, 2000.

[59] J. Kistemaker. *Physica*, 29 :96–, 1963.

[60] A. Lafuma and D. Quéré. Superhydrophobic states. *Nature Materials*, 2 :457–460, 2003.

[61] G. Lagubeau. Rebonds d'une goutte de leidenfrost. *Stage de licence Phytem - ENS Cachan*, 2003.

[62] H. Lamb. *Hydrodynamics.* Cambridge University Press, Cambridge, 1932.

[63] L. Landau and E. Lifchitz. *Mécanique.* Mir, Moscou, 1982.

[64] L. Landau and E. Lifchitz. *Mécanique des fluides.* Mir, Moscou, 1982.

[65] J. G. Leidenfrost. *De Aquae Communis Nonnullis Qualitatibus Tractatus.* Duisburg on Rhine, 1756.

[66] E. Lorenceau. *Interfaces en grande déformation : oscillations, impacts, singularités.* PhD thesis, Université Paris VI, 2003.

[67] E. Lorenceau and D. Quéré. Drops impacting a sieve. *Journal of colloids and interface science*, 263 :244–249, 2003.

[68] D. Poulikakos M. Prat, P. Schmitz. On the effect of surface roughness on the vapor flow under leidenfrost-levitated droplets. *Journal of Fluids Engineering*, 117 :519–525, 1995.

[69] L. Mahadevan and Y. Pommeau. Rolling droplets. *Physics of Fluids*, 11 :2449, 1999.

[70] K. Makino and I. Michiyoshi. The behavior of a water droplet on heated surfaces. *International journal of heat and mass transfer*, 27 :781–794, 1984.

[71] F. Melo, J. F. Joanny, and S. Fauve. Fingering instability of spinnig drops. *Physical Review Letter*, 63(18) :1958–1961, 1989.

[72] I. Michiyoshi and K. Makino. Heat transfer characteristics of evaporation of a liquid droplet on heated surfaces. *International journal of heat and mass transfer*, 21 :605–613, 1978.

[73] S. Middleman. *Modeling axisymmetric flows.* Academic Press, San Diego, 1995.

[74] N. Mourougou-Candoni. *Étude du mouillage forcé.* PhD thesis, Thèse de l'université Paris 6, 1998.

[75] T. K. Nguyen and C. T. Avedisian. Numerical solution for film evaporation of a spherical liquid droplet on an isothermal and adiabatic surface. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 30 :1497–1509, 1987.

[76] G. P. Nikolayev, V. V. Bychenkov, and V. P. Skripov. Saturated heat transfer to evaporating droplets from a hot wall at different pressures. *Heat Transfer - Soviet Research*, 6 :128–132, 1974.

[77] S. Nishio and M. Hirata. Direct contact phenomenon between a liquid droplet and high temperature solid surface. In *Sixth International Heat Transfer Conference, Toronto, Canada*, volume 1, pages 245–250, New-York, 1978. Hemisphere.

[78] X. Noblin, A. Buguin, and F. Bochart-Wyart. Vibrated sessile drops : vibrations between pinned and mobile contact line oscillations. *APS-Division of Fluid dynamics*, 2003.

[79] X. Noblin, A. Buguin, and F. Bochart-Wyart. Vibrated sessile drops : vibrations between pinned and mobile contact line oscillations. *J. Chem. Phys.*, 108(3) :1162–74, 2004.

[80] K. Okumura, F. Chevy, D. Richard, D. Quéré, and C. Clanet. Water spring : a model for bouncing drops. *Europhysics Letters*, 2003.

[81] T. Onda, S. Shibuichi, N. Satoh, and K. Tsujii. Super water-repellant-fractal structure. *Langmuir*, 12 :2125, 1996.

[82] M. Silberberg C. F. Bumpus P. Spiegler, J. Hopenfeld and A. Norman. Onset of stable film boiling and the foam limit. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 6 :987–994, 1963.

[83] M. Perez. *Mesure de viscosité sans contact par lévitation de gouttes sur film de gaz : application aux alliages métalliques*. PhD thesis, Institut National de Science Appliquée de Lyon, 2000.

[84] N. A. Pletenva and P. A. Rebinder. *J. Phys. Chem.*, 20 :961, 1946.

[85] J. C. Poggendorff. *Ann. Phys.*, 52 :497, 1841.

[86] Lord Rayleigh. On the instability of a cylinder of viscous liquid under capillary force. *Phil. Mag.*, 34 :145–154, 1892.

[87] Lord Rayleigh. *The theory of sounds*. Macmillan, 1894.

[88] M. Rein. Phenomena of liquid drop impact on solid and liquid surfaces. *Fluid Dyn. Res.*, 12 :61–93, 1993.

[89] D. Richard. *Situations de mouillage nul*. PhD thesis, Paris VI, 2000.

[90] D. Richard, C. Clanet, and D. Quéré. *Nature (London)*, 417 :811, 2002.

[91] R. Rioboo, M. Marengo, and C. Tropea. Time evolution of liquid drop impact onto solid, dry surfaces. *Experiments in Fluids*, 33 :112–124, 2002.

[92] F. Rodriguez and R. Mesler. The penetration of drop-formed vortex rings into pools of liquid. *J. Colloid Interface Sci.*, 121(1) :121–129, 1988.

[93] J.S. Rowlinsom and B. Widom. *Molecular Theory of Capillarity.* Clarendon Press, Oxford, 1982.

[94] J. Stark. *Ann. Phys.*, 65 :306, 1898.

[95] M. Strani and F. Sabetta. Free vibrations of a drop in partial contact with a solid support. *J. Fluid Mech.*, 141 :233–247, 1983.

[96] D. E. Strier, A.A. Duarte, H. Ferrari, and G.B. Mindlin. Nitrogen stars : morphogenesis of a liquid drop. *Physica A*, 283 :261–266, 2000.

[97] V. Strubel and Y. Thonnart. étude de l'impact d'une goutte d'eau sur un tas de lycopodes. *Modex de physique : matière molle*, 2002.

[98] L. H. Tanner. The spreading of silicon oil drops on horizontal surfaces. *J. Phys. D : Appl. Phys.*, 12 :1473–1484, 1979.

[99] G.I. Taylor. The instability of liquid surfaces when accelerated in a direction perpendicular to their planes. i. *Proc. R. Soc. Lond. A*, 101 :192–196, 1950.

[100] W. Thomson. *Mathematical and Physical Papers.* 1890.

[101] W. Thomson. *Influence of wind and capillarity of waves in water supposed frictionless- Mathematical and Physical Papers, Hydrodynamics and general dynamics.* 1910.

[102] S. Thoroddsen, I. Rozhkov, and K. Tan. Oscillations of leidenfrost drops. *to be published*, 2004.

[103] S. Thoroddsen, K. Takehara, and T. Etoh. The coalescence speed of a pendent and a sessile drop. *Under consideration for publication in J. Fluid Mech.*, 2004.

[104] S. A. Thorpe. Experiments on the instability of stratified shear flows : miscible fluids. *J. Fluid Mech.*, 46 :299–319, 1971.

[105] N. Tokugawa and R. Takaki. Mechanism of self-induced vibration of a liquid drop based on the surface tension fluctuation. *Journal of the Physical Society of Japan*, 63(5) :1758–1768, 1994.

[106] L. H. J. Wachters, H. Bonne, and H. J. van Nouhuis. The heat transfer from a hot horizontal plate to sessile water drops in the spheroidal state. *Chemical Engineering Science*, 21 :923–936, 1966.

[107] A-B. Wang, C-H. Lin, and C-C. Chen. The critical temperature of dry impact for tiny droplet impiging on a heated surface. *Physics of Fluids*, 12(6) :1622–1625, 2000.

[108] T. Wang, A. Anilkumar, and C. Lee. Oscillations of liquid drops : results from usml-1 experiments in space. *J. Fluid Mech.*, 308 :1–14, 1996.

[109] E.W. Washburn. The dynamics of capillary flow. *Phys. Rev.*, 17 :273–283, 1921.

[110] R. C. Weast. *Handbook of Chemsitry and Physics*. The Chemical Rubber Co, Cleveland, 1964.

[111] M. Widnall, M. Bliss, and M. Tsai.

[112] N. Yoshiyasu, K. Adachi, and R. Takaki. Effect of ambiant temperature on the self-induced vibration of boiling drop. *Journal of the Physical Society of Japan*, 62(7) :2314–2323, 1993.

[113] N. Yoshiyasu, K. Matsuda, and R. Takaki. Self-induced vibration of a water drop placed on an oscillating plate. *Journal of the Physical Society of Japan*, 65 :2068–2071, 1996.

[114] S. Zhang and G. Gogos. Film evaporation of a spherical droplet over a hot surface : Fluid mechanics and heat/mass transfer. *Journal of Fluid Mechanics*, 222 :543–563, 1991.