

ECOULEMENT DES FLUIDES MAGNETIQUES DANS DES CAPILLAIRES ET MILIEUX POREUX SOUS L'EFFET D'UN CHAMP MAGNETIQUE

Pavel Kuzhir

▶ **To cite this version:**

Pavel Kuzhir. ECOULEMENT DES FLUIDES MAGNETIQUES DANS DES CAPILLAIRES ET MILIEUX POREUX SOUS L'EFFET D'UN CHAMP MAGNETIQUE. Matière Condensée [cond-mat]. Université Nice Sophia Antipolis, 2003. Français. NNT : . tel-00008824

HAL Id: tel-00008824

https://theses.hal.science/tel-00008824

Submitted on 20 Mar 2005

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

LABORATOIRE DE PHYSIQUE DE LA MATIERE CONDENSEE
UNIVERSITE DE NICE – SOPHIA ANTIPOLIS

THESE

Présentée pour obtenir le titre
de docteur en Sciences Physiques

Spécialité: Matière Condensée

ECOULEMENT DES FLUIDES MAGNETIQUES DANS DES CAPILLAIRES ET MILIEUX POREUX SOUS L'EFFET D'UN CHAMP MAGNETIQUE

Par **PAVEL KUZHIR**

Soutenue le 2 Décembre 2003 devant le jury composé de MM:

V. Bashtovoi
G. Bossis
P. Flaud — Rapporteur
L. Petit
D. Salin — Rapporteur
O.Volkova

RESUME

Le but de ce travail est d'établir les lois de comportement régissant l'écoulement de fluides magnétiques dans des capillaires et des milieux poreux et d'étudier les mécanismes de contrôle de ces écoulements par l'application d'un champ magnétique. Deux types de fluides magnétiques sont utilisés à cet effet: les ferrofluides et les fluides magnétorhéologiques (MR).

Le contrôle de l'écoulement est réalisé par l'effet du champ sur la surface libre ou sur la rhéologie de ces fluides et également par l'intermédiaire des forces magnétiques qui attirent le fluide dans les régions où le champ est le plus fort. On a établi les lois de comportement statique et dynamique de la surface d'un ferrofluide dans un capillaire en présence d'un champ magnétique homogène. Une diminution par un facteur deux du saut de pression sur le ménisque a lieu dans un fort champ longitudinal appliqué suivant l'axe du capillaire. La diminution du saut de pression dans un champ transversal induit un ralentissement de la pénétration capillaire du ferrofluide, ce qui permet de contrôler le temps de remplissage dans une plage de 60%.

On a généralisé le modèle de cisaillement simple d'un fluide MR, avec des agrégats en forme de chaînes, au cas d'un champ magnétique d'orientation quelconque par rapport à l'écoulement. Sur la base de ce modèle on a obtenu la dépendance théorique de la contrainte seuil dynamique en fonction de l'orientation du champ. Cette dépendance est utilisée pour calculer les profils de vitesse et les caractéristiques débit-pression dans des écoulements de Poiseuille d'un fluide MR dans des capillaires et des milieux poreux en présence d'un champ homogène d'orientation quelconque. Les courbes expérimentales débit-pression confirment bien la théorie et indiquent une possibilité d'augmenter la pression de trois ordres de grandeur.

On a appliqué un modèle d' écoulement biphasique pour simuler un blocage de l'écoulement d'un fluide MR dans un capillaire en présence d'une forte inhomogénéité de champ magnétique. Expérimentalement et théoriquement on a montré que la pression de blocage est à peu près 2 fois moins grande que la pression nécessaire pour relancer un écoulement bloqué.

Les résultats de ce travail forment une base théorique pour le développement de systèmes hydrauliques adaptatifs, et plus particulièrement de systèmes de vibroprotection.

ABSTRACT

The objective of the study is to establish the laws of the magnetic field effect on the flow of magnetic fluids in capillaries and capillary-porous media as well as to investigate mechanisms of the flow control. We study two types of magnetic fluids, namely ferrofluid and magnetorheological fluid.

The efficiency of the control of the magnetic fluid flows in capillaries and capillary-porous media by means of the magnetic field has been proofed and three mechanisms of such control have been considered, namely the magnetic field effect on a free surface, on the rheology of these fluids, and the effect of the magnetic force that attracts the fluid or its components to the domain of higher fields. The behavior of the uniform magnetic field effect on static and dynamic characteristics of a magnetic fluid free surface in a capillary have been established. A two times decrease in the pressure jump on the meniscus takes place in the magnetic field longitudinal relative to the capillary axis. A decrease in the pressure jump in the transverse magnetic field causes a deceleration of the magnetic fluid penetration into capillary. It points out a possibility of the fill-up time control within the range of 60%.

The theoretical model of the plane shear flow of a MR fluid with suspended chain-like structures has been generalized to the case of an uniform magnetic field making an arbitrary angle with the velocity gradient. The dynamic yield stress versus the magnetic field orientation dependencies have been obtained on the base of this model. These dependencies allowed us to calculate velocity profiles and discharge curves of the pressure driven flows of MR fluids in capillaries and capillary-porous media in the presence of uniform magnetic field of an arbitrary orientation. Experimental discharge curves have also been obtained; they confirmed the theoretical ones reasonably well and pointed out a possibility to control the pressure difference within the range of 1000 times.

We have applied the model of multiphase flows in order to simulate a blockage of MR fluid flow through a capillary under highly non-uniform magnetic field. We have found theoretically and experimentally that the pressure where the flow stops is near two times less than the pressure required to restart the flow.

Results of the study present a theoretical base for making new adaptive technical systems including active systems of vibroprotection.

REMERCIEMENTS

Je remercie tout d'abord mes deux directeurs de thèse Prof. Georges Bossis et Prof. Victor Bashtovoi qui m'ont mis sur la voie de ces sujets scientifiques très intéressants. Je suis très reconnaissant à tout le personnel des deux laboratoires où j'ai travaillé : le– Laboratoire de Physique de la Matière Condensée à l'Université de Nice-Sophia Antipolis et le Laboratoire de Thermomécanique des fluides magnétiques à l'Université Technique Nationnal du Bélarus – et plus personnellement à Dr. Aleksandre Reks, Dr. Olga Volkova et Dr. Alain Meunier pour leur assistance dans l'exécution des expériences et la discussion des résultats, à Valery Samoylov, André Audoly, Jérôme Mauro et Jonathan Blanchard pour l'aide à la fabrication et la maintenance des dispositifs expérimentaux, également à Dr. Françoise Giuliéri , Cathérine Laye, Liudmila Suloyeva, et Olga Safonenko pour l'approvisionnement en fluides magnétiques. Je suis également reconnaisant à prof. Zinoviy Shulman, prof. Yevgeniya Korobko, prof. Mikhail Krakov, prof. Alexey Baev, prof. Vladimir Dragun, Dr. Anatoly Vislovich, Dr. Victor Polevikov et tout les autres chercheurs qui ont participé activement aux discussions des résultats de la thèse et qui m'ont fait des remarques précieuses.

Je remercie mes parents qui m'ont soutenu pendant ce travail de thèse.

Les recherches étaient financées par le Ministère de l'Education de la République du Bélarus, la Fondation des Recherches Fondamentales du Bélarus et par l'Association Internationale INTAS.

TABLE DES MATIERES

LISTE DE NOTATIONS…… 1

INTRODUCTION……... 3

CHAPITRE 1. EFFETS CAPILLAIRES ET RHEOLOGIQUES DANS DES FLUIDES MAGNETIQUES: POSITION DU PROBLEME…….. 7
1.1. Problèmes généraux de mécanique des fluides non-magnétiques et magnétiques…….. 7
1.2. Hydrodynamique de la surface libre de ferrofluides 8
1.2.1. Hydrostatique et l'instabilité de la surface…….. 8
1.2.2. Tension superficielle et effets de bord…….…… 9
1.2.3. Comportement de la surface libre dans des capillaires et milieux poreux 11
1.3. Rhéologie des fluide magnétiques…..…….…….. 12
1.3.1. Modèles physiques des fluides magnétiques……. 12
1.3.2. Ecoulements de cisaillement…….…….. 14
1.3.3. Ecoulements de Poiseuille dans des canaux et milieux poreux 16
1.4. Applications techniques des écoulements des fluides magnétiques dans des capillaires et milieux poreux ……...…….. 18
1.5. Conclusion: la problématique de notre étude…… 20

CHAPITRE 2. METHODOLOGIE DE L'ETUDE…….…… 21
2.1. Propriétés physiques des fluides étudiés..…… 21
2.2. Choix des modèles pour les fluides utilisés……..…. 27
2.2.1. Ferrofluides…….……... 27
2.2.2. Fluides magnétorhéologiques…….……. 28
2.3. Méthodes des études expérimantales…….…… 30
2.3.1. Etudes de la surface libre du ferrofluide…….. 30
2.3.2. Etudes des écoulements du fluide magnétorhéologique…….. 34
2.4. Méthode de définition des erreurs……. 41
2.5. Conclusions…… 42

CHAPITRE 3. STATIQUE ET DYNAMIQUE DE LA SURFACE LIBRE DU FERROFLUIDE DANS DES CAPILLAIRES …… 43
3.1. Formulation mathématique…… 43
3.1.1. Statique de la surface libre…….. 43
3.1.2. Dynamique de la surface libre……. 47

3.2. Statique de la colonne semi-limitée du ferrofluide…… 48
3.3. Statique de la colonne limitée du ferrofluide……. 51
3.4. Influence de l'angle de contact sur la statique du ménisque de ferrofluide……. 54
3.4.1. Colonne semi-limitée…….. 54
3.4.2. Colonne limitée…… 58
3.5. La hauteur d'équilibre d'ascension capillaire du ferrofluide…….. 59
3.6. Dynamique de pénétration du ferrofluide dans des capillaires…….. 62
3.7. Conclusion…….. 66
ANNEXE 3.1. The uniform magnetic field influence on the magnetic fluid meniscus motion in the cylindrical capillary…… 67

CHAPITRE 4. ECOULEMENT DU FLUIDE MAGNETORHEOLOGIQUE DANS DES CAPILLAIRES ET MILIEUX POREUX… 68
4.1. Ecoulement de cisaillement plat……. 68
4.1.1. Modélisation des microstructures du fluide magnétorhéologique 70
4.1.2. Contrainte associée aux agrégats…….. 75
4.2. Ecoulement de Poiseuille dans un capillaire plat…… 79
4.3. Ecoulement de Poiseuille dans un capillaire de section circulaire……. 85
4.4. Ecolement dans un milieu poreux…….. 91
4.5. Analyse de l'efficacité d'utilisation des capillaires et des milieux poreux pour le contrôle de la chute de pression…… 96
4.6. Conclusion……. 100
ANNEXE 4.1. Effect of the orientation of the magnetic field on the flow of magnetorheological fluid. II- Cylindrical channel…… 102
ANNEXE 4.2. Flow of magnetorheological fluid through porous media…. 103

CHAPITRE 5. ECOULEMENT DE FLUIDE MAGNETO-RHEOLOGIQUE DANS DES CAPILLARES SOUS UN CHAMP NON HOMOGENE……. 104
ANNEXE 5.1. Capillary flow of a suspension of non-magnetic particles in a ferrofluid under highly non-uniform magnetic field…….. 108
CONCLUSION…….. 109

BIBLIOGRAPHIE……. 111

LISTE DE NOTATIONS

Coordonnées

x, y, z	coordonnées Cartésiennes
r, ϕ, z	coordonnées cylindriques
r, ϕ, θ	coordonnées sphériques

Symboles latins

$\mathbf{B}, B$	induction du champ magnétique
$f(\theta)$	fonction de distribution des orientations de canaux d'un milieu poreux
$\mathbf{H}, H$	intensité du champ magnétique
$\mathbf{H}_0, H_0$	intensité du champ magnétique homogène externe
h	hauteur d'équilibre d'ascension capillaire
$\mathbf{M}, M$	aimantation d'une matière
M_S	aimantation de saturation
p	pression
Q, q	débit volumique dimensionné et adimensionné
R	rayon d'un capillaire
R_e	rayon équivalent de pores
t	temps
V	volume
v	vitesse
v_0	vitesse superficielle dans un milieu poreux

Symboles grecs

Δp	chute de pression
δ	angle hélicoïdal d'un capillaire spiral
ε	porosité
Φ	concentration volumique de particules magnétiques des fluides magnétiques
γ	angle de contact
$\dot{\gamma}$	taux de cisaillement
η	viscosité
ϑ	angle entre le champ magnétique et le gradient de vitesse
λ	allongement relatif du ménisque
μ	perméabilité magnétique relative
μ_0	perméabilité magnétique de la vide

Θ	angle entre la vitesse moyenne et le champ magnétique dans un milieu poreux
ρ	densité
σ	tension superficielle
$\boldsymbol{\tau}$, τ	tenseur de contraintes visqueuses et contrainte de cisaillement
τ_B	contrainte seuil dynamique
ξ	tortuosité
ψ	angle entre un écoulement local et le champ magnétique dans un milieu poreux

Critères adimensionnés

$f_d = \langle H_f \rangle / H_0$	facteur qui caractérise l'effet de démagnétisation dans un fluide MR qui remplit un milieu poreux
$Mn = 8\eta_p \dot{\gamma} / (\mu_0 \mu_d H^2)$	nombre de Mason qui caractérise le rapport d'une force hydrodynamique à une force magnétique
$P = \tau_B / \tau_w$	paramètre qui caractérise le rapport de la contrainte seuil sur la contrainte sur les mur d'un capillaire
$S = \mu_0 H_0^2 R/\sigma$, $S_M = \mu_0 M^2 R/(2\sigma)$	paramètres qui caractérisent le rapport d'une force magnétique à une force capillaire

Indices

f	phase liquide d'un milieu poreux
s	phase solide d'un milieu poreux

INTRODUCTION

L’ intérêt concernant le développement et l'étude des matériaux possédants des propriétés physiques contrôlables provient de leurs importantes potentialités d'utilisation technologique. Les fluides magnétiques font partie de ces matériaux. Il existe deux grands types de fluides magnétiques: les ferrofluides et les fluides magnétorhéologiques. Tout les deux sont étudiés dans ce travail.

Le ferrofluide est une solution colloïdale de particules ferromagnétiques d'une taille de quelques nanomètres dans un fluide dispersif. Les particules magnétiques de ferrofluide sont recouvertes d'une couche de surfactant pour éviter leur agglomération. Le premier ferrofluide stable a été obtenu par Rosensweig et al (1965). Par la suite la technologie de synthèse des ferrofluides s’est perfectionnée et le ferrofluide lui-même a trouvé de nouvelles applications en particulier dans l’hydraulique et la médicine. Les ferrofluides sont actuellement appliqués à des appareils d’échange de chaleur, des joints, des séparateurs magnétiques, des systèmes de vibroprotection aussi bien qu'à la médicine pour le transport de médicaments.

Le fluide magnétorhéologique (MR) est une suspension de particules magnétiques multidomaines d'une taille voisine de 1 μm dans un fluide suspendant. Afin d'éviter une sédimentation et une agrégation des particules, il est stabilisé par différents types de polymère. Le fluide MR possède des propriétés magnétiques et rhéologiques beaucoup plus fortes que le ferrofluide, il est donc utilisé dans les dispositifs qui demandent le contrôle de grandes contraintes de cisaillement. L'effet magnétorhéologique consiste en une augmentation brusque des propriété mécaniques (viscosité, plasticité, élasticité) du fluide MR sous l'effet du champ magnétique. Cet effet a été découvert par Rabinow (1948). On a proposé d'utiliser ce fluide magnétorhéologique dans des dispositifs hydrauliques contrôlables. Récemment le fluide MR a été appliqué industriellement dans des amortisseurs semi-actifs, dans la technologie de polissage de surfaces et dans la robotique.

Pour une optimisation des dispositifs déjà existants et pour un développement de nouveaux dispositifs utilisant les fluides magnétiques, il est nécessaire d'étudier plus complètement les processus physiques qui ont lieu dans ces fluides. Les problèmes généraux de l'hydrodynamique et du transfert de masse et de chaleur des fluides magnétiques sont déjà bien développés. Il reste néanmoins plusieurs problèmes actuels qui ne sont pas encore résolus. Nous décrivons par la suite un problème pratique actuel lié avec une application des fluides magnétiques et décrivons les sujets d'étude nécessaires à la résolution de ce problème.

Les applications des études que nous avons faites sont orientées vers le développement de systèmes contrôlables adaptatifs. L’un des examples est un système contrôlable de vibroprotection. Les systèmes de vibroprotection sont utilisés dans la

construction des automobiles et des trains, dans la technique spatiale (l'amélioration en vibroisolation de constructions flexibles – antennes, panneaux de batteries solaires, amortissement des appareils de mesures, de techniques laser durant le régime de lancement), dans les appareils de micro mécanique (augmentation de la précision de positionnement, d'appareils optiques), dans l'industrie de radio-électronique (production de la micro- et nano-électronique).

L'une des méthodes de développement de ces systèmes est liée à l'utilisation de fluides magnétiques dont les propriétés physiques sont contrôlées par un champ magnétique. Actuellement la compagnie d'automobile Cadillac et la compagnie spatiale Lavochkin Association réalisent le développement d'amortisseurs à fluides magnétiques. Nous proposons d'utiliser des milieux capillaire-poreux pour augmenter l' efficacité de la dissipation d'énergie dans des absorbeurs de chocs ou des amortisseurs contrôlables de vibroprotection. Par conséquent, notre étude des écoulements de fluides magnétiques dans des capillaires et des milieux poreux est orientée vers le développement de systèmes adaptatifs qui utilisent des milieux capillaires-poreux. Les résultats de cette étude donnerons une base théorique pour le développement des systèmes en question. Outre cela ces résultats pourront être utilisés pour des études d'autres systèmes techniques où les fluides magnétiques doivent s'écouler au travers de capillaires ou de milieux poreux. Ces systèmes sont décrits en détails dans le paragraphe 1.4 de la thèse.

Le but de cette thèse est d'établir des lois de comportement concernant l'effet d'un champ magnétique sur l'écoulement de fluides magnétiques dans des capillaires et des milieux poreux.

Le champ magnétique peut agir sur l'écoulement de fluides magnétiques de plusieurs façons : 1) par son effet sur la surface libre, 2) par son effet sur la rhéologie des fluides, 3) par l'intermédiaire de la force magnétique dans un gradient de champ qui agit soit, sur tout le fluide soit sur un de ses constituants. Comment ces mécanismes agissent dans des capillaires et des milieux poreux? C'est la question à laquelle nous essayerons de répondre.

Le fluide, dans des appareils utilisant des processus capillaires, doit posséder une basse viscosité. C'est pourquoi il est préférable d'utiliser un ferrofluide comme fluide dont la surface libre peut être modifiée par application d'un champ. Le fluide dans des appareils hydrauliques magnéto-contrôlables doit pouvoir changer sa viscosité de plusieurs ordres de grandeurs en quelques dixièmes de seconde. C'est pourquoi il est nécessaire d'utiliser des fluides MR. On étudiera donc ces deux types de fluides magnétiques – le ferrofluide et le fluide MR. Plus précisément on étudiera les points suivants: 1) des processus liés à la surface libre du ferrofluide dans des capillaires, 2) la rhéologie du fluide MR dans des capillaires et des milieux poreux, 3) l'écoulement biphasique d'un fluide MR dans un capillaire sous un champ non homogène.

Ces trois mécanismes concernant l'effet du champ magnétique sur le comportement des fluides magnétiques sont assez bien étudiés pour différents systèmes (l'instabilité de la surface, la propagation des ondes capillaires, écoulements dans des canaux, magnétophorèse dans des ferrofluides, etc.). Mais ils n'ont pas été étudiés complètement pour des capillaires et milieux poreux. En particulier, il n'y a pas de méthode et de résultats sur l'ascension capillaire du ferrofluide, il n'y a pas non plus d'étude systématique sur l'effet de l'orientation du champ magnétique sur la rhéologie des fluides MR dans des capillaires et des milieux poreux. Dans le but de mieux étudier ces problèmes nous allons traiter les sujets suivants:

1. Etudier le mécanisme et établir des lois de comportement de l'effet d'un champ homogène sur la statique de la surface libre du ferrofluide dans des capillaires.
2. Etablir les lois de comportement de l'imprégnation du ferrofluide dans des capillaires en champ magnétique homogène.
3. Développer un modèle rhéologique pour l' écoulement de cisaillement simple d'un fluide MR en présence d'un champ magnétique d'orientation quelconque.
4. Etablir les lois de comportement de l'écoulement d'un fluide MR dans des capillaires et des milieux poreux dans un champ magnétique homogène d'orientation quelconque.
5. Etablir des lois de comportement de l'effet d'un champ magnétique non homogène sur l'écoulement d'un fluide MR dans des capillaires.
6. Développer les méthodes et les installations expérimentales pour ces études sur la statique et la dynamique des fluides magnétiques dans des capillaires et milieux poreux.
7. Donner des indications pratiques sur les dispositifs à utiliser pour augmenter l'efficacité de résistances hydrauliques magnéto-contrôlables.

Les solutions proposées sont exposées dans les chapitres suivants de la thèse. Dans le premier chapitre nous faisons une revue des résultats connus sur l'influence d'un champ magnétique homogène sur la surface libre et la rhéologie de fluides magnétiques. Dans le deuxième chapitre nous décrivons les fluides magnétiques utilisés dans nos expériences et exposons la méthodologie suivie. Dans le chapitre trois nous reportons les résultats de l'étude sur le comportement de la surface libre (ménisque) du ferrofluide dans des capillaires cylindriques. On considère d'abord la statique de la colonne semi-limitée (avec un seul ménisque) puis de la colonne limitée (avec deux ménisques) du ferrofluide dans un capillaire. Ensuite on étudie la dynamique de l'imprégnation capillaire du ferrofluide. Dans le chapitre quatre nous reportons les résultats de l'étude des écoulements de fluide MR dans des capillaires et des milieux poreux sous un champ magnétique orienté arbitrairement par rapport à la vitesse du fluide MR. On considère en premier lieu un écoulement de cisaillement simple. A partir des résultats sur l'écoulement de cisaillement simple on modélise des écoulement de Poiseuille. A la fin de ce chapitre

on expose des recommandations pratiques sur l'optimisation de vannes utilisant des fluides MR. Dans le chapitre cinq nous considérons l'effet d'un champ magnétique non homogène sur l'écoulement d'un fluide MR dans un capillaire.

CHAPITRE 1. EFFETS CAPILLAIRES ET RHEOLOGIQUES DANS DES FLUIDES MAGNETIQUES: POSITION DU PROBLEME

Dans ce chapitre les problèmes généraux de mécanique des fluides non-magnétiques et magnétiques sont présentés, les résultats connus concernant l'influence d'un champ magnétique sur la surface libre et sur rhéologie de ces fluides sont exposés; une revue des applications techniques des écoulements contrôlables des fluides magnétiques dans des capillaires et milieux poreux est donnée. En conclusion les problèmes encore ouverts dans ce domaine sont listés et notre étude est introduite par rapport à ce contexte.

1.1. Problèmes généraux de mécanique des fluides non-magnétiques et magnétiques

Dans cette étude les modèles théoriques utilisés sont basés sur les relations générales de l'hydrodynamique et de l'électrodynamique des milieux continus aimantés et de leurs surfaces. Un large spectre de problèmes relatifs à l'écoulement de fluides non-magnétiques Newtoniens est considéré dans les livres de Lamb (1947) et Landau, Lifshitz (1988). Les problèmes généraux de l'hydrodynamiques des milieux non-magnétiques rhéologiques sont exposés dans les monographies de Reiner (1965), Shulman (1976), Astarita, Maccurri (1978). L'hydrodynamique et la thermodynamique des surfaces non-polarisées est considérée dans des ouvrages de Levich (1959), Adamson (1997) et dans un livre de revue "Modern theory of capillarity" (1980). Les problèmes de filtration des fluides Newtoniens à travers des milieux poreux sont généralisés dans des livres de Sheidegger (1960), Barenblat et al (1972), Bear (1972) et ceux des fluides non-Newtoniens dans le monographie de Bernadiner (1975) et dans des revues de Savins (1965); Chhabara et al (2001). Les problèmes de l'électrodynamique des milieux continus sont considérés dans le livre de Tamm (1989) aussi bien que dans le livre de Landau, Lifshitz (1982), y compris des questions de l'hydrodynamique magnétique. L'Electrodynamique dans des systèmes dispersés, en particulier des milieux poreux, est exposée dans la monographie de Berthier (1993).

La première formulation des équations de l'hydrodynamique des ferrofluides en tant que continuum est donnée par Rosensweig (1985); dans sa monographie il considère les questions de synthèse des ferrofluides, de lévitation dans des ferrofluides, la stabilité de la surface, les effet magnétovisqueux, la thermodynamique des colloïdes magnétiques, le mouvement des systèmes biphasés magnétiques. Beaucoup d'autres problèmes liés avec la physique des ferrofluides et leurs applications techniques et médicales sont considérés avec plus de détails dans Magnetic Fluids and Applications Handbook (1996). Une revue plus complète des études de micromécanique et thermomécanique des ferrofluides est donnée dans les livres de Fertman (1978), Bashtovoi et al (1985),

Berkovsky et al (1989), Blums et al (1989), Baev et al (1999) et dans un article de Gogosov et al (1981).

La revue la plus détaillé des problèmes de mécanique, transport de chaleur et de masse, synthèse et application technique des fluides magnétorhéologiques (MR) est donnée dans les monographies de Shulman et Kordonski (1982) et également dans les articles de Shulman et al (1978, 1979, 1986(a,b), 1990)) Bossis et al (1999, 2002), Carlson (2002). La même problématique dans des fluides électrorhéologiques est considérée par Korobko (1996).

Les résultats les plus récents dans le domaine des fluides magnétiques ont été présentés aux conférence de Nice (ER fluids and MR suspensions (2001)) et de Brême (9^{th} International Conference on Magnetic Fluids: Abstracts (2001)).

Nous allons tout d'abord exposer les résultats connus sur les écoulements des fluides magnétiques (y compris en présence d'une surface libre) et sur certaines application techniques de ces écoulements.

1.2. Hydrodynamique de la surface libre des ferrofluides

1.2.1. Hydrostatique et l'instabilité de la surface

L'approche classique de dynamique de la surface qui sépare deux fluides est basée sur le modèle suivant: la zone de séparation entre les deux phases est considérée comme une surface géométrique avec des valeurs physiques présentant une discontinuité en traversant la surface. Donc le saut de la tension normale sur la surface entre deux fluides au repos est égal au saut de pression $[p]$ et provient des forces capillaires et du saut de la composante normale de l'aimantation des fluides (Bashtovoi et al (1985), p.37):

$$[p] = \sigma \cdot k - (1/2)\mu_0(M_{1n}^2 - M_{2n}^2), \qquad (1.1)$$

avec σ – coefficient de tension superficielle,
k – courbure de la surface,
$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Henry/m – perméabilité magnétique du vide,
M_n –composante, normale par rapport à la surface, de l'aimantation d'un fluide magnétique; les indices "1" et "2" correspondent aux fluides 1 et 2.

Le premier terme de la partie droite de l'équation (1.1) correspond au saut capillaire de pression, connu comme la pression de Laplace. Le second terme est le saut de pression magnétique. Il provient de l'action du champ magnétique non-homogène sur les particules magnétiques situées à l'interface. Un équilibre de la surface entre les deux fluides est déterminée par un équilibre des forces superficielles et volumiques. La

densité des forces superficielles, capillaires et magnétiques, est déterminée par l'équation (1.1). Les forces volumiques sont d'habitude celles de gravité et magnétiques $\mathbf{f}_m=\mu_0 M\nabla H$ qui apparaissent dans un champ non-homogène avec le terme ∇H.

L'équation (1.1) décrit un large spectre de phénomènes capillaires dans des ferrofluides, en particulier, la déformation de gouttes de ferrofluide libres, reposant sur une paroi, comprimées (Bashtovoi (1996), Bacri, Salin (1983-a,b)) ou de gouttes (bulles) non magnétiques dans un ferrofluide (Blums et al (1989), p. 176); l'instabilité topologique des gouttes déposées (Bashtovoi (1996)); l'instabilité elliptique et de labyrinthe dans des fentes (Blum et al (1989), p. 204), l'instabilité de la surface d'un ferrofluide dans un champ orthogonal (Rosensweig (1985), p. 186; Blums et al (1989), p. 192); l'excitation et la propagation des ondes capillaires (Barkov, Bashtovoi (1977), Baev et al (2001-b), Bashtovoi et al (2002-b)). L'analyse théorique de l'instabilité de la surface de ferrofluide peut être réalisé par l'une des trois méthodes suivantes: la méthode des petites perturbations (Bashtovoi et al (1985), p. 77, Rosensweig (1985)), le principe de variation d'énergie (Blums et al (1989), p. 176), l'analyse numérique (Papathanasiou, Boudouvis (2002), Bashtovoi et al (2002-e)).

1.2.2. Tension superficielle et effets de bord

Tous les problèmes décrits dans le paragraphe précédent ont été résolus en supposant que le coefficient de tension superficielle ne dépend pas du champ magnétique. De plus les résultats théoriques obtenus prédisaient bien les résultats expérimentaux. Cependant il existe une série de travaux théoriques où l'on considère l'influence du champ sur la tension superficielle. Golubyatnikov, Subkhankulov (1986) et Gogosov et al (1986) ont introduit les caractéristiques superficielles comme l'aimantation, la densité de surface, la vitesse superficielle. En utilisant une approche thermodynamique ils ont formulé des équations décrivant l'hydrostatique et la dynamique de l'interface. La différence entre les hypothèses utilisées dans ces deux types d'approche génère des lois de comportement différentes pour la tension superficielle en fonction du champ magnétique.

Golubyatnikov, Subkhankulov (1986) ont montré que le champ provoque une asymétrie de la tension superficielle. Dans cette théorie interviennent deux coefficients phénoménologiques qui décrivent le tenseur des tensions superficielles, ces auteurs ont conclu que les deux coefficients peuvent devenir négatifs pour certaines directions du champ magnétique par rapport à l'interface; cela pour une valeur du champ à peu près égale à 12 kA/m. Pourtant un tel comportement de la tension superficielle en fonction du champ doit induire des différences essentielles dans les phénomènes d'instabilité de surface par rapport au cas où la tension superficielle ne dépend pas du champ.

Selon Gogosov et al (1986), la correction du coefficient de tension superficielle est toujours positive et uniquement déterminée par la composante du champ tangentiel par rapport à la surface. Les estimations de tension superficielle effective ne sont pas données.

Bashtovoi, Taitz (1985) ont étudié ce problème du point de vue de la théorie cinétique, où l'on considère l'interaction des particules magnétiques entre elles-mêmes et les molécules des fluides non magnétiques situées dans une couche superficielle. La correction à la tension superficielle est proportionnel à la carré de l'aimantation du ferrofluide et, en pratique négligeable en présence d'un champ modéré.

Les difficultés de la définition expérimentale de la dépendance de la tension superficielle en fonction du champ magnétique sont liées à l'impossibilité d'utiliser les méthodes classiques (méthodes de la goutte pendante, détachement de la goutte, détachement d'un anneau, Adamson (1997)) à cause du saut de pression magnétique sur la surface de ferrofluide. Kagan (1985), Chekanov et al (1990) ont donné la dépendance de la tension superficielle en fonction de la concentration du ferrofluide en l'absence de champ magnétique. Chekanov et al (1989, 1990) ont également calculé la tension superficielle dans un champ magnétique en utilisant leurs résultats expérimentaux sur les configurations de goutte libre de ferrofluide. Ils ont conclu que la tension superficielle ne dépendait pas du champ: ils passent en revue les résultats théoriques obtenus précédemment et trouvent que toutes les corrections obtenues pour la tension superficielle doivent être négligeables. Cebers (2002) essaye d'expliquer une série de phénomènes s'accompagnant de transitions de phases dans les ferrofluides par une anisotropie de la tension superficielle. Avec sa théorie il a obtenu des configurations de microgouttes de ferrofluides qui ne pouvaient pas être prédites avec les théories classiques.

La formation d'ondulations à la surface d'un ferrofluide a été étudiée par plusieurs auteurs. Bashtovoi et al (1990) ont observé une variation de l'angle de contact d'une goutte de ferrofluide déposée sur une surface solide en présence d'un champ magnétique normal par rapport à la surface solide: avec l'augmentation du champ les angles de contact de gouttes de ferrofluide mouillant et non mouillant s'approchaient de 90^0. Il apparaît que le changement brutal de l'angle de contact a lieu tout près de la ligne de contact entre les trois phases, il s'agit donc bien de l'angle de contact 'macroscopique'. Cette hypothèse est confirmée par les résultats des simulations numériques de Boudouvis et al (1988) et Papathanasiou, Boudouvis (1999). A partir de considérations thermodynamiques et moléculaires, Bacri et al (1988 a,b), Zimmels et al (1993) ont déterminé la dépendance théorique de l'angle de contact autour d'un fil conducteur plongeant dans le ferrofluide en fonction du courant dans le fil. Bacri et al (1990) ont confirmé expérimentalement cette dépendance qui mène à un mouillage complet du fil par le ferrofluide aux champ forts. Les effets de mouillage magnétique ont lieu dans une

couche très fine de ferrofluide (50 μm) à cause de la présence d'un champ très inhomogène (le gradient est de l'ordre de 500 T/m). Pour des échelles caractéristiques de 1 mm le comportement du ménisque de ferrofluide, lors de l'ascension capillaire le long d'un fil électrique, correspond bien aux résultats théoriques obtenus en supposant que la tension de surface ne dépend pas du champ magnétique (Bashtovoi et al (1984), Berkovsky et al (1986)).

Dans les fluides MR la tension de surface provenant du changement de champ magnétique local sur les particules magnétiques situées sur la surface peut être évalué et intervient sur la forme des domaines lors des séparations de phase induites par le champ (Bossis et al 2002). Dans des fluides électrorhéologiques Baykov, Korobko (2002) ont trouvé une influence du champ électrique sur la tension superficielle et l'angle de contact: les deux valeurs augmentent en présence du champ. Ces effets doivent être pris en compte pour expliquer le processus d'étalement d'une goutte en présence d'un champ électrique.

1.2.3. Comportement de la surface libre dans des capillaires et milieux poreux

Dans leurs articles Bashtovoi et al (1987-a,b), Cebers (1987-b), Drozdova et al (1990) ont décrit une série d'effets liés à l'instabilité de gouttes stationnaires d'un ferrofluide dans des capillaires cylindriques. Bashtovoi et al (1987-a,b) ont trouvé que, en présence d'un champ homogène longitudinal, l'allongement des ménisques d'une goutte de fluide non mouillant mène à la séparation de la goutte des parois du capillaire. En présence d'un champ transversal le volume cylindrique de ferrofluide se transforme en une pellicule plate parallèle au champ. Pour certaines valeurs du champ cette pellicule commence à se tordre et prend une forme sinusoïdale lorsqu'elle interagit avec les extrémités du capillaire. Lorsqu'on augmente encore le champ cette pellicule forme une structure aléatoire de labyrinthe. Cebers (1987-b) a étudié théoriquement ces phénomènes. Un comportement de ce type s'observe en présence de gouttes de ferrofluide au sein d' un fluide non magnétique et placées dans un capillaire de sorte que la goutte ne touche pas les parois du capillaire. Drozdova et al (1990) ont trouvé que la surface de cette goutte devient instable en présence d'un champ homogène transversal quand elle commence à toucher les parois.

L'ascension capillaire d'un ferrofluide dans des tubes cylindriques en présence d'un gradient de champ a été étudiée par Derzhavina (1988) et Dikanskiy et al (1997). Ils ont trouvé que le ferrofluide se déplaçait vers la région de plus fort champ et que la hauteur et la vitesse de l'ascension capillaire augmentaient ou diminuaient en fonction de la géométrie du champ. L'influence d'un champ magnétique homogène sur l'ascension capillaire n'a pas été étudiée. Shaposhnikova (1993) a considéré la dynamique d'une

colonne cylindrique de ferrofluide dans un capillaire en présence d'un champ non homogène. Elle a proposé une méthode de définition de l'angle du contact des ménisques de ferrofluide en utilisant des courbes de réponse de l'amplitude du déplacement en fonction de la fréquence du champ, tirées de l'expérience.

Rosensweig et al (1996) ont indiqué qu'on peut observer une instabilité de Saffman –Taylor du front de ferrofluide lors de l'écoulement au travers d'un milieu poreux. Un champ homogène normal à ce front amplifie l'instabilité, mais un champ tangentiel au front et parallèle à la gravité la réduit. La dynamique du développement de l'instabilité et les configurations du front dépendent de la valeur et de la direction du champ (Cebers (1987-a, 1997), Chen, Wen (2002)). Pradhan et Verma (1998) ont considéré théoriquement la dynamique de la pénétration des ferrofluides dans des milieux poreux en présence de forces capillaires et d'un champ inhomogène. Ils ont étudié l'effet de la force magnétique volumique sur la pénétration du ferrofluide mais pas l'effet capillaire sur le front du ferrofluide. Des études similaires ont été menées par Oldenburg et al (2000) et Borglin et al (2000). Ils ont considéré l'écoulement du ferrofluide avec des bords libres dans un milieu poreux mais sans regarder l'influence du champ sur la surface libre.

1.3. Rhéologie des fluide magnétiques

1.3.1. Modèles physiques des fluides magnétiques

Les ferrofluides les plus répandus sont les solutions colloïdales de particules stabilisées contre l'agrégation même dans les champs les plus forts. Pour ces fluides non structurés il existe deux modèles qui considèrent différemment les processus du transport entre le champ et le ferrofluide. Le premier modèle appelé l'approche de quasi-équilibre considère que l'aimantation du ferrofluide est en équilibre partout dans le fluide (Bashtovoi et al (1985), Rosensweig (1985)). L'échange de moment angulaire entre le champ et le ferrofluide est absent, l'échange de quantité de mouvement est pris en considération par l'introduction de la force magnétique volumique $\mathbf{f}_m=\mu_0 M\nabla H$ dans l'équation de Navier-Stokes. Ce modèle peut être appliqué pour décrire la dynamique des ferrofluides à particules magnétiques «molles» (pour lesquelles le moment magnétique peut se réorienter sans rotation de la particule) aussi bien que pour la résolution de problèmes de statique, de propagation des ondes et de convection thermomagnétique dans des ferrofluides.

Le deuxième modèle appelé «approche de l'aimantation hors équilibre» tient compte de la relaxation de l'aimantation du ferrofluide (Berkovsky et al (1980), Bashtovoi et al (1985), Rosensweig (1985)). Ce phénomène est lié au retard de la vitesse

de rotation du couple magnétique sur une particule par rapport à la vitesse de rotation du champ. La rotation des particules a toujours lieu lors de l'écoulement du ferrofluide, donc même en présence d'un champ homogène stationnaire il doit y avoir une relaxation de l'aimantation du ferrofluide. On tient compte de l'échange de moment angulaire entre le champ et le ferrofluide en introduisant une terme supplémentaire à l'équation de Navier-Stokes: le couple $(1/2)\mu_0\nabla\times(\mathbf{M}\times\mathbf{H})$. La force volumique responsable de l'échange de quantité de mouvement prend la forme $\mathbf{f}_m=\mu_0(\mathbf{M}\cdot\nabla)\mathbf{H}$. Shliomis (1974) a considéré les processus de relaxation de l'aimantation de façon plus détaillée. Ce modèle décrit bien les effets magnétovisqueux avec des particules colloïdales magnétiques «dures» (pour lesquelles le moment magnétique est attaché à un axe d'aimantation de la particule et donc ne peut pas se réorienter) et donne une confirmation de l'effet de l'entraînement en rotation du ferrofluide par le champ magnétique tournant (Moskowitz, Rosensweig (1967), Zaytsev, Shliomis (1969)).

A la différence des ferrofluides, dans des fluides MR les forces d'interaction dipolaire prévalent sur celles du mouvement Brownien, c'est pourquoi les particules d'un fluide MR s'agrègent facilement en présence d'un champ magnétique. Comme indiqué par Shulman et al (1977, 1980), la structuration du fluide MR induit une anisotropie de ses propriétés physiques. L'hydrodynamique de ces fluides ressemble à celle des cristaux liquides; la différence étant que les agrégats de fluide MR peuvent se détruire et se reformer en cours de l'écoulement et que leurs dimensions dépendent du champ appliqué et de l'intensité de l'écoulement. Shulman et al (1984, 1986) ont proposé d'utiliser un modèle de suspension de particules ellipsoïdales pour déduire la tenseur des tensions visqueuses dans le fluide MR. Ce modèle développé par Pokrovskiy (1978) est en fait l'analogue du modèle de Leslie-Ericksen (voir de Gennes (1977)) pour des cristaux liquides. Cette approche a été utilisée aussi par Halsey et al (1992), Martin, Anderson (1996), Volkova et al (2000). Notons également une étude de Shulman et al (1985) du processus de relaxation de l'aimantation d'un fluide MR. A la différence des ferrofluides non agrégés la relaxation de l'aimantation d'un fluide MR est lié à la dynamique de structuration des particules dans un champ variable mais pas au retard du couple magnétique par rapport au champ.

Les suspensions de particules non magnétiques dans un ferrofluide appartiennent aussi aux fluide MR. Ces systèmes possèdes toutes les propriétés des fluides MR classiques (suspensions des particules magnétiques dans un fluide non magnétique): ils s'agrègent à cause de l'interaction dipolaire, leurs propriétés physiques sont anisotropes, le comportement rhéologique en présence du champ magnétique est aussi viscoplastique. Les modèles physiques de ces suspensions se construisent de la même façon que pour des fluides MR classiques (voir Volkova et al (2000)).

1.3.2. Ecoulements de cisaillement

Le type le plus simple d'écoulement est le cisaillement simple. La majorité des méthodes de viscosimétrie est basée sur ce type de l'écoulement. Il y a beaucoup de travaux théoriques sur les écoulements de cisaillement de ferrofluides en absence de forces volumiques basés sur le modèle de l'aimantation hors équilibre (voir Bashtovoi et al (1985), Shliomis (1971), Suvyazov (1983), Vislovich et al (1984), Kasevskiy, Novikov (1986)). Dans ces études, Vislovich et al (1984) et Bashtovoi et al (1985) ont développé un analyse de la stabilité de l'écoulement en présence d'un champ magnétique d'orientation arbitraire. Rosensweig et al (1969) ont réalisé les premières études expérimentales de l'écoulement d'un ferrofluide à base du pétrole et de particules de magnétite de taille égale à 13 nm. Ils ont observé une augmentation de la viscosité effective du ferrofluide dans une large gamme de taux de cisaillement: 0–230 s^{-1}; en même temps le ferrofluide restait Newtonien. L'augmentation de la viscosité est maximale (jusqu'à 100 %) sous un fort champ magnétique quand le ferrofluide a son aimantation de saturation. Ces résultats ont été confirmés par d'autres chercheurs (voir par exemple Weser, Stierstadt (1985)) pour des ferro-colloïdes des particules sphériques ou non sphériques mais de petite taille comme des particules de magnétite de taille 5-15 nm. Cebers (1984) a montré que les ferrofluides à particules non sphériques peuvent avoir un comportement non Newtonien si l'action du champ magnétique sur l'orientation de la particule est du même ordre que l'action du mouvement Brownien. Mayorov (1980) a trouvé que la viscosité effective des colloïdes de particules de magnétite et ferrite de cobalt de taille voisine de 30 nm diminuait considérablement avec l'augmentation du taux de cisaillement.

On a étudié théoriquement les écoulements en cisaillement de fluides MR en utilisant deux approches.

La première, appelée approche dynamique, considère le comportement d'un seul agrégat ou d'un ensemble d'agrégats dans un fluide en écoulement de cisaillement simple. Pour une forme et une orientation données de l'agrégat on sait en principe calculer la contrainte hydrodynamique générée par le cisaillement. Différentes formes d'agrégats ont été utilisés: Shulman et al (1986-b), Halsey et al (1992) considèrent des ellipsoïdes de révolution, Martynov (1989), Martin, Anderson (1996) considèrent des chaînes linéaires ou sinusoïdales, Volkova et al (2000) représentent les agrégats par des corps minces (slender bodies). Les paramètres géométriques caractérisant la structure du fluide MR (orientation moyenne et dimension des agrégats) sont calculés respectivement à partir d'un équilibre des couples hydrodynamiques et magnétiques sur les agrégats et de leur stabilité mécanique en tension. En utilisant cette approche pour l'écoulement de fluides MR dilués sous fort champ magnétique (ou pour un taux de cisaillement faible) on obtient une loi rhéologique qui coïncide avec celle de Bingham: $\tau=\mathrm{sign}(\dot{\gamma})\tau_B+\eta\dot{\gamma}$ où τ

et γ sont la contrainte et le taux de cisaillement. Shulman et al (1984) ont noté que, pour les fluides MR, la terme τ_B représente la densité d'énergie mécanique dissipée sur les agrégats lors de la modification des lignes d 'écoulement dans leur voisinage; pour les matériaux viscoplastiques τ_B est la contrainte seuil.

La seconde approche, statique, considère la déformation en cisaillement de la structure du fluide MR en présence du champ magnétique mais en absence d'écoulement. La contrainte seuil est déterminée par une approche mécanique en suivant l'évolution de la contrainte magnétique en fonction de la déformation de l'agrégat (modèle de Clercx, Bossis (1993)) ou de sa rotation (modèles de Volkova et al (1996), Bossis et al (1997)). Volkova et al (1996) supposent que le seuil d'écoulement correspond à la destruction complète de la structure du fluide MR, puisque après rupture, le fluide suit une loi de Bingham.

Demchuk et al (1977), Volkova et al (1998), Volkova et al (2000) ont montré expérimentalement que le fluide MR a un comportement viscoplastique non linéaire. En présence d'un taux de cisaillement assez grand (de l'ordre de 100-200 s^{-1}) la courbe d'écoulement devient linéaire et peut être approchée par la loi de Bingham. Volkova et al (1996) ont montré que la loi rhéologique de Casson représente mieux la courbe d'écoulement du fluide MR dans toute la gamme de taux de cisaillement. Les calculs théoriques de contrainte seuil réalisés par Bossis et al (1997) sont en bonne correspondance avec l'expérience dans une large gamme de concentration des particules magnétiques. Il faut noter que l'approche dynamique sous-estime largement la viscosité car elle ne prend pas en compte les interactions entre agrégats.

Parmi les études rhéologiques de suspensions de particules non magnétiques dans un ferrofluide nous mentionnerons les travaux de Kashevskiy et al (1988) et Volkova et al (2000). Ces travaux montrent que la structure et les courbes d'écoulement de ces suspensions inverses ressemblent à celles des suspension de particules magnétiques. Cependant l'effet magnétorhéologique est beaucoup plus faible dans des suspension des particules non magnétique. En effet l'énergie d'interaction dipolaire entre particules non-magnétique dans un ferrofluide est beaucoup moins grande que celle entre particules magnétiques d'un fluide MR classique.

Dans la plupart des études on considère un cisaillement simple avec le champ perpendiculaire à la vitesse de fluide MR et à la vorticité. Nous connaissons un seul article de Takimoto et al (1999) consacré à une étude de l'écoulement de cisaillement d'un fluide MR en présence d'un champ d'orientation arbitraire. Sur la base de leurs résultats expérimentaux les auteurs concluent que la contrainte seuil du fluide MR est maximum pour un champ magnétique qui n'est pas perpendiculaire à l'écoulement mais incliné d'un certain angle voisin de 45° dans la direction opposée au flot. Ils ont aussi établi une relation théorique entre la contrainte seuil et l'angle entre le champ et le

gradient de vitesse, mais leur théorie n'a pas permis de retrouver ce maximum de la contrainte seuil dans un champ non perpendiculaire à la vitesse.

1.3.3. Ecoulements de Poiseuille dans des canaux et milieux poreux

Il y a de nombreuses études de l'écoulement de ferrofluides dans des canaux de différentes sections en tenant compte de la force magnétique volumique et des tensions visqueuses asymétriques. Bashtovoi et al (1985), Blums et al (1989) ont considéré des écoulements dans des canaux rectangulaires et cylindriques, Nalyotova, Shkel (1987) et Komiyama, Kioke (1996) ont étudié cet écoulement dans des canaux cylindriques, Vislovich, Sinitsyn (1978) – dans des canaux rectangulaires. Ils ont montré que l'écoulement restait symétrique par rapport au plan central dans des canaux plats et par rapport à un axe d'un canal cylindrique quelle que soit l'orientation du champ magnétique externe. Pourtant, comme indiquaient Berkovsky, Vislovich (1981) et Bashtovoi et al (1985), l'écoulement en présence d'un champ incliné peut devenir instable à cause d'apparition de gradients de pression transversaux, dans ce cas la symétrie d'écoulement est rompue. Chen et al (2002), Suchi et al (2002) ont montré que la symétrie de l'écoulement du ferrofluide dans un tube était rompue à cause de champs non homogènes de viscosité ou de concentration de la phase magnétique en présence de champs magnétiques non homogènes. McTague (1969), Mozgovoy et al (1973) ont fait des expériences avec un écoulement de Poiseuille de ferrocolloïdes bien stabilisés constitués de particules de taille inférieure à 15 nm; ils ont obtenu des courbes débit-pression linéaires et trouvé une bonne correspondance avec les calculs théoriques. Mayorov (1980), Kamiyama, Kioke (1996) ont montré que les courbes débit-pression devenaient bien non linéaires pour des ferrofluides contenant des particules de taille plus grande que 15-20 nm. Ils expliquent ce comportement des ferrofluides par une agrégation de leurs particules et aussi par une anisotropie de la formes des particules.

Il y a un autre effet intéressant qui apparaît pendant l'écoulement d'un ferrofluide sous un champ alternatif: Shliomis, Morozov (1994) ont prédit une réduction de la viscosité effective jusqu'à des valeurs négatives. Cet effet a lieu parce que le champ magnétique variable provoque la rotation des particules magnétiques et leur vitesse de rotation peut devenir supérieure à la vorticité. Donc une partie du moment angulaire des particules est transmis au fluide. Cet effet appelé «viscosité négative» a été confirmé expérimentalement par Bacri et al (1995), Zeuner et al (1999).

Les problèmes de filtration des ferrofluides dans des milieux poreux ont été considérés théoriquement par Taktarov (1980, 1981, 1983). Il a formulé un système complet d' équations de l'hydrodynamique des ferrofluides dans des milieux poreux en prenant en compte la force magnétique volumique. Les effet magnétovisqueux n'étaient

pas considérés. Plus tard Ivanov, Taktarov (1990) ont décrit l'écoulement du ferrofluide dans un milieu poreux en utilisant un modèle des capillaires droits pour un milieu poreux (modèle de Carman (1937)). Les auteurs ont conclu que la loi de Darcy était valide pour la filtration du ferrofluides en présence d'un champ non homogène.

Si on considère les écoulements d'un ferrofluide en présence d'un champ externe non homogène dans le cadre du modèle de l'aimantation d'équilibre, l'effet du champ apparaît simplement comme la pression effective $p = p(H=0) + \mu_0 \int M \mathrm{d}H$ dans l'équation de Navier-Stokes (voir Bashtovoi et al (1985), Rosensweig (1985)). Donc le champ exerce une influence sur le gradient de pression qui détermine le débit du ferrofluide dans les écoulements de Poiseuille. Dans le cadre du modèle de l'aimantation hors équilibre le problème d'écoulement du ferrofluide dans un champ non homogène devient assez compliqué. Ceci car l'aimantation dépend aussi du champ de vitesse. Donc il faut résoudre simultanément les équations de Navier-Stokes et de l'aimantation. Bashtovoi et al (1985) ont considéré théoriquement les écoulements 1-D et trouvé que les configurations de profils de vitesse dans un champ non homogène diffèrent de ceux obtenus en présence d'un champ homogène.

A la différence des colloïdes magnétiques, la viscosité effective du fluide MR peut augmenter de plusieurs ordres de grandeurs pendant son écoulement dans des canaux. Spasojević et al (1974), Shulman, Kordonski (1982), Kolomentsev et al (1988), Wang, Gordaninejad (1999) ont fait un analyse théorique de l'écoulement dans des canaux plats et cylindriques. Ils ont considéré l'écoulement sous champ perpendiculaire ou parallèle à la vitesse et conclu que le profil de vitesse restait symétrique par rapport au plan central du canal plat et par rapport à l'axe du canal cylindrique. Pourtant Mayorov (1980) a mis en doute cette conclusion concernant la symétrie axiale de l'écoulement dans un canal cylindrique, mais sans donner une argumentation théorique ou une confirmation expérimentale.

Les études expérimentales de Shulman et al (1986-a), Kolomentsev et al (1988) ont montré une grande influence du champ magnétique sur les courbes débit-pression des fluides MR; l'effet du champ transversal était beaucoup plus fort que celui du champ parallèle à l'écoulement. Kordonsky et al (1989) ont étudié quelques aspects de l'effet de l'orientation du champ magnétique pendant l'écoulement du fluide MR dans un canal circulaire à section rectangulaire. Ils ont considéré trois orientations du champ: 1)parallèle à la vorticité et perpendiculaire à la vitesse, 2) perpendiculaire à la vorticité et à la vitesse, 3) perpendiculaire à la vorticité, avec l' angle entre le champ et la vitesse variant continuellement le long du canal. Les auteurs ont montré que la résistance hydraulique du canal était maximale dans le second cas et minimale dans le premier cas. Il n' y a pas encore eu d'études détaillées de l'écoulement de Poiseuille d'un fluide MR sous un champ d'orientation arbitraire.

Des écoulements de fluides MR dans des jeux circulaires ont été également considérés en vue d'application dans des manchons et des joints (voir Boullough et al (1999), Carvin (2001)). Shulman, Kordonski (1982) ont étudié l'écoulement de fluide MR dans des milieux poreux. Dans leur analyse théorique ils utilisaient la loi de Darcy pour des matériaux viscoplastiques sans avoir calculé les coefficients rhéologiques du fluide MR dans un milieux poreux. Pourtant les résultats sur l'écoulement du fluide MR dans des canaux simples indiquent que les propriétés rhéologiques varient en fonction de l'orientation du champ. Cela doit impliquer l'utilisation de coefficients rhéologiques moyens sur le volume des pores. Shulman, Kordonski (1982) ont montré que les courbes débit-pression dans des milieux poreux étaient similaires à celles obtenues pour des canaux simples.

Mentionnons aussi les travaux de Lukashevich et al (1988), Blums et al (1989), Flores et al (1999) sur les écoulement de ferrofluides et fluides MR en présence d'un fort champ non homogène quand apparaît l'effet de redistribution de la concentration de particules magnétiques, c'est à dire le magnétophorèse. Nous ne connaissons pas de travaux sur cette effet dans les suspension de particules non magnétiques dans un ferrofluide. Il est donc intéressant d'étudier un écoulement de Poiseuille de cette suspension sous l'effet d'un champ non homogène qui peut induire des gradients de concentration de particules.

1.4. Applications techniques des écoulements des fluides magnétiques dans des capillaires et milieux poreux

L'écoulement de fluides magnétiques dans des capillaires et milieux poreux est appliqué dans plusieurs techniques. Une des application est un élément magnétorésistif formé d' un container plat rempli de sphères en polystyrène placées dans un ferrofluide. En l'absence de champ magnétique les particules de polystyrène sont réparties de façon aléatoire dans le ferrofluide et ne se touchent pas car l'empilement n'est pas dense. En présence d'un champ les sphères s'alignent sous forme de chaînes orientées parallèlement au champ magnétique et on observe alors une réduction de la résistance électrique par un facteur 40 (cf Rosensweig, 1996).

Dans des séparateurs à ferrofluide la séparation des mélanges de particules en fonction de leur densité s' effectue due à la force répulsive induite par le ferrofluide en présence d'un gradient de champ sur les inclusions non magnétiques du mélange (Fujita (1996)). Ronesweig (1989) a décrit la dynamique du processus de séparation dans des ferrofluides de la même façon que pour un milieu poreux mobile. Remarquons aussi le processus de magnétophorèse qui peut être utilisé pour boucher des vaisseaux sanguins par des particules magnétique en présence de fort gradients de champ. Flores et al

(1999), Liu et al (2001) ont noté que la dynamique de cet écoulement dépendait beaucoup des propriétés rhéologiques de la suspension de particules magnétiques. On peut aussi appliquer le ferrofluide pour la fluidisation des couches granulaires dans les réacteurs chimique utilisés pour séparer des substances semblables par leur composition chimique. Stevens et al (1988), Rosensweig, Cyprios (1988) ont prouvé que l'utilisation de ferrofluide permettait de stabiliser une couche fluidisée et contribuait ainsi à l'amélioration de la qualité de la séparation. Rosensweig (1985) a aussi proposé d'utiliser un fluide aimanté pour la récupération de pétrole. En effet, durant le déplacement du pétrole dans les pores du sol, environ 2/3 du pétrole reste piégé à cause de l'instabilité de Saffman-Taylor (finger instability) du front mouvant à travers des pores. Si le pétrole était déplacé par un fluide aimanté, on pourrait supprimer cette instabilité par application d'un champ magnétique. Nous avons déjà mentionné l'étude de ce phénomène (par Rosensweig et al (1996)).

Kirey (2002) a proposé la réalisation de joints à ferrofluide dotés d'un système d'alimentation en ferrofluide (pour compenser les pertes) à base de milieux poreux ou d' éléments cellulaires imprégné de ferrofluide. Le bon fonctionnement de ce système est déterminé par les propriétés capillaires et visqueuses d'un ferrofluide dans un élément poreux.

Le comportement spécifique des ferrofluides les rend aussi intéressant pour le développement des écrans matriciels où le ferrofluide, soit imprègne, soit se déplace dans les microcapillaires de l'écran pendant la formation de l'image sous champ magnétique (voir Rosensweig (1996)). Les gouttes de ferrofluide dans des tubes cylindriques sont utilisés comme des éléments sensibles de jauges de déplacement et force (voir par exemple Bashtovoi et al (1987-a, 1999), Piso (1999)). Bashtovoi et al (1987-a) ont remarqué qu'il fallait tenir compte des effet capillaires dans le ferrofluide pour développer ces appareils de mesure. Bacri et al (1996), Buioca et al (2002) ont proposé d'utiliser le contrôle magnétique des processus de mouillage et d'étalement des ferrofluides dans des actionneurs à ferrofluide. Atarashi et al (1990) ont réalisé une imprimante à encre magnétique. Sudo et al (1999, 2002-a,b) ont souligné la nécessité d'études détaillées des processus d 'imprégnation d'un ferrofluide dans un capillaire.

L'un des principes du contrôle non destructif de matériaux est basé sur la mesure des propriétés magnétiques du matériau dont des micropores et microfissures sont remplies de ferrofluide. Gray (1974), Buioca et al (2002) ont successivement appliqué cette méthode pour une analyse des ailettes de turbines et d'outils de découpe de rochers. Un autre principe proposé par Prohorenko et al (1990), Baev et al (1999, 2001-a) est basé sur l'utilisation du ferrofluide comme conducteur du son dans des appareillages de détection de défauts par ultrasons. Ils ont montré que le contrôle de la surface du ferrofluide améliorait les performances de la détection des défauts. Cela devient possible

car la déformation de la surface du ferrofluide sous l'action d'un champ magnétique permet de focaliser les ultrasons.

Kato, Umehara (1996) ont développé une méthode de polissage de surface solides en utilisant une suspension des particules abrasives non magnétiques dans des colloïdes magnétiques. Kordonski, Golini (2002) utilisent des fluides MR avec leurs particules magnétiques abrasives pour le polissage. L'utilisation de fluides magnétiques permet de bien contrôler la pression exercée par les particules abrasives sur la surface traitée. Dans un ferrofluide cette pression augmente à cause de la force répulsive agissant sur des particules non magnétiques dans un champ non homogène. Dans un fluide MR la pression augmente à cause des contraintes normales très fortes dans le canal cunéiforme où est entraîné le fluide. Les écoulements de fluides magnétiques dans les micropores d'une surface traitée sont assez importants pour un bon fonctionnement de ces appareillages.

Finalement, l'écoulement des fluides MR dans des canaux et milieux poreux est largement appliqué dans des appareils hydrauliques contrôlables: les tubes d'étranglement à fluide MR (Shulman (1996), Gorodkin et al (1998)), les actionneurs (Shulman (1996)), les amortisseurs et les étouffoirs (voir par exemple Shulman, Kordonski (1982), Dyke et al (1998), Kamath et al (1999), Yang et al (2002)). L'augmentation de l'efficacité de ces systèmes est possible en faisant une optimisation méticuleuse de leurs paramètres.

1.5. Conclusion: la problématique de notre étude

L'analyse de la bibliographie nous permet de formuler plusieurs problèmes scientifiques concernant les écoulements de fluides magnétiques dans des capillaires et milieux poreux qui ont été peu ou pas étudiés. Tout d'abord il y a peu de résultats sur l'influence d'un champ magnétique homogène sur les processus de pénétration des ferrofluides dans des capillaires. Ensuite il n'existe pas d'étude complète de l'influence de l'orientation du champ sur l'écoulement d'un fluide MR dans des capillaires et milieux poreux. On ne sait pas encore si les écoulements de fluide MR sont symétriques ou non dans des canaux plats et cylindriques en présence d'un champ incliné. La description théorique de l'écoulement du fluide MR dans des milieux poreux est inexistante. Enfin les écoulements de suspensions des particules non magnétiques dans le ferrofluide sous le champ non homogène ne sont pas étudiés. Nous avons déjà remarqué que la résolution de ces problèmes fondamentaux est très importante pour le développement et l'optimisation de plusieurs appareillages techniques. En particulier, les problèmes concernant l'augmentation de l'efficacité des vannes à fluide MR utilisant des canaux spiraux ou des empilements poreux sont très actuels. En conclusion l'étude de l'influence d'un champ magnétique homogène sur le comportement de la surface libre d'un ferrofluide au sein d'un capillaire, et des propriétés rhéologiques d'un fluide MR sont les sujets de notre étude.

CHAPITRE 2. METHODOLOGIE DE L'ETUDE

Dans ce chapitre nous décrivons les fluides étudiés, leurs propriétés physiques, puis nous choisissons les modèles physiques et en donnons une brève description. A la fin du chapitre nous décrivons les méthodes utilisées dans les expériences et faisons l'estimation des erreurs de mesures.

2.1. Propriétés physiques des fluides étudiés

Nous avons utilisé les ferrofluides MK38, MS30 et les fluides magnétorhéologiques CS30, MS30-S13, MS30-S30.

Les ferrofluides MK38 et MS30 sont respectivement une solution colloïdale de particules de magnétite de taille égale à environ 8 nm dans du kérosène et de l'huile silicone 45V10. Les particules de magnétite sont été synthétisées en utilisant la méthode de précipitation chimique de sels de fer bi- et trivalent. La concentration des particules de magnétite dans les deux ferrofluides est de 8%. Les colloïdes magnétiques sont stabilisés par une acide oléique de degré de purification égal à 99.5%. Les ferrofluides sont donc stables par rapport à la sédimentation gravitationnelle et magnétique pendant plusieurs années. Leurs particules ne s'agrègent pas.

Le fluide magnétorhéologique CS30 est une suspension des particules du fer ex-carbonyle OTE (fourni par BASF) dans l'huile silicone 45V20. Le fluide est stabilisé par le polymère Aerosil-300. D'après les résultats de microscopie électronique la taille des particules est située dans une gamme 0.5-1.5 μm. La concentration volumique des particules est de 30%. Le fluide est stable contre la sédimentation gravitationnelle pendant 6 – 8 heures. Cela suffit pour des expériences d'écoulement de fluide MR qui ne durent que quelques minutes.

Les fluides magnétorhéologiques MS30-S13, MS30-S30 sont des suspensions de particules d'une poudre de silice (fournie par Lancaster) de taille égale à environ 1.5 μm dans du ferrofluide MS30. La concentration volumique de particules est de 13% pour le fluide MS30-S13 et de 30% pour le fluide MS30-S30. Pour disperser les particules de silice dans le ferrofluide nous immergeons dans la suspension une sonde ultrason de capacité 20W pendant 15 minutes. Afin de réduire au minimum l'effet d'agrégation des particules sous l'effet des forces de Van-der-Waals, ces suspensions étaient préparées juste avant les expériences.

Les propriétés physiques des fluides magnétiques ont été mesurées avant et après les expériences. La densité ρ a été mesurée en utilisant un densimètre, l'erreur absolue était inférieure à 0.5 %. Le coefficient σ de tension superficielle a été déterminé en absence de champ magnétique en utilisant la méthode de pesage de gouttes (voir

Adamson (1997)), on utilisait pour cela une micropipette graduée. L'erreur de mesure sur σ était 0.5 %. Pour éviter une action de la gravité sur la surface de ferrofluide nous mettions le ferrofluide en contact avec une solution aqueuse de chlorure de calcium de même densité. Dans ce cas on mesurait la dépendance de la tension superficielle en fonction de la différence $\Delta\rho$ des densités des deux fluides, ensuite la valeur cherchée était obtenue par une extrapolation de cette dépendance à $\Delta\rho$=0. La courbe d'aimantation (l'aimantation en fonction de l'intensité du champ) des ferrofluides était déterminée en utilisant la méthode balistique mise au point à l'Université Technique National de Bélarus. L'erreur absolue des mesures d'aimantation était 0.2 kA/m. L'aimantation du fluide MR a été mesurée sur le magnétomètre vibrant du laboratoire d'optique et magnétisme de l'Université de Versailles. L'erreur de mesure était inférieure à 3 % pour la gamme d 'aimantation 10 – 1500 kA/m. Les mesures ont été effectuées pour deux états: le fluide MR non structuré, figé par trempe dans l'azote liquide et le fluide MR structuré par le champ magnétique.

Les courbes d'écoulement (la dépendance de la contrainte τ en fonction du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$) étaient déterminées en utilisant la rhéométrie rotationnelle à l'aide du rhéomètre Haake RS-150 en mode de contrainte imposée dans la géométrie cône-plan (l'angle est 1^0). Comme source de champ magnétique homogène d 'intensité H_0, perpendiculaire à la vitesse et à la vorticité, nous utilisions une bobine coaxiale avec l'axe de rotation du cône. L'erreur maximale de ces mesures dans le champ magnétique était inférieure à 5 % dans les gammes des contraintes 5 – 1000 Pa et champs internes 0 – 75 kA/m.

Les courbes d'aimantation des fluide magnétiques sont présentées sur Fig. 2.1a pour le ferrofluide MK38 et sur Fig. 2.1b pour le fluide magnétorhéologique CS30. Le fluide MR structuré (courbe 1 sur la figure. 2.1b) montre une aimantation plus forte que le fluide MR non structuré (courbe 2 sur Fig. 2.1b). Cela correspond aux résultats des études de Shulman et al (1980) et de Volkova (1998). Ces courbes sont approchées par la formule de Frohlish-Kennelly (voir Bozorth (1951)) qui contient deux paramètres: μ_i – la perméabilité magnétique initiale (dans la champ faible quand la courbe d'aimantation est linéaire) et M_S – l'aimantation de saturation:

$$M(H)=(\mu_i-1)/(1+(\mu_i-1)H/M_S)\cdot H \qquad (2.1)$$

La partie linéaire de la loi d'aimantation correspond à la gamme d'intensité du champ magnétique 0 – 20 kA/m pour les ferrofluides et fluides MR à la base du ferrofluide MS30 et 0 – 50 kA/m pour le fluide CS30.

Les courbes d'écoulement de ces fluides dans un champ magnétique perpendiculaire à la vitesse et au taux de cisaillement sont présentées sur la figure. 2.2a pour le ferrofluide MK38 et sur la figure. 2.2b pour le fluide CS30.

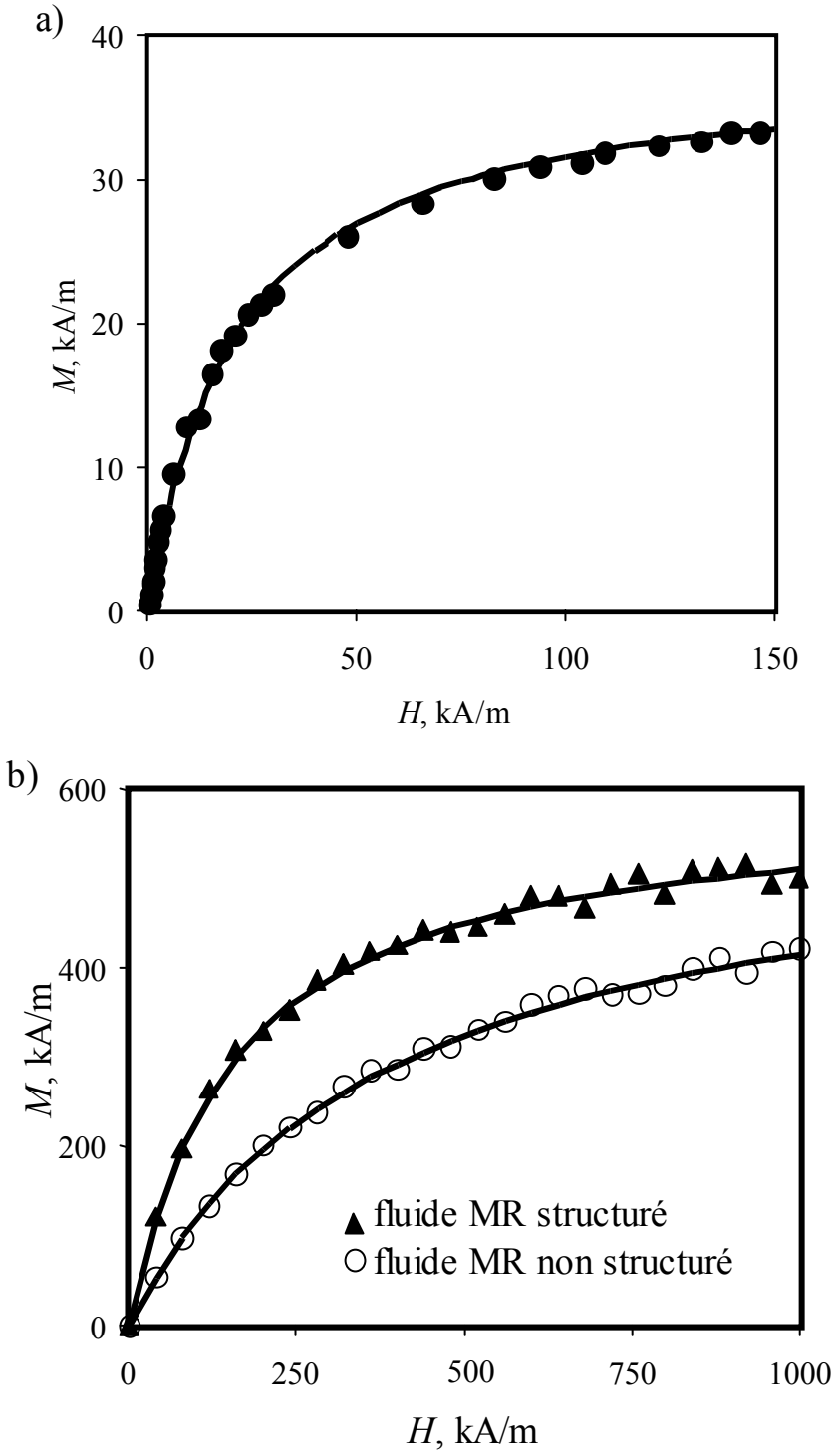


Fig. 2.1. Courbes d'aimantation des fluides magnétiques: a) ferrofluide MK38, b) fluide magnétorhéologique CS30

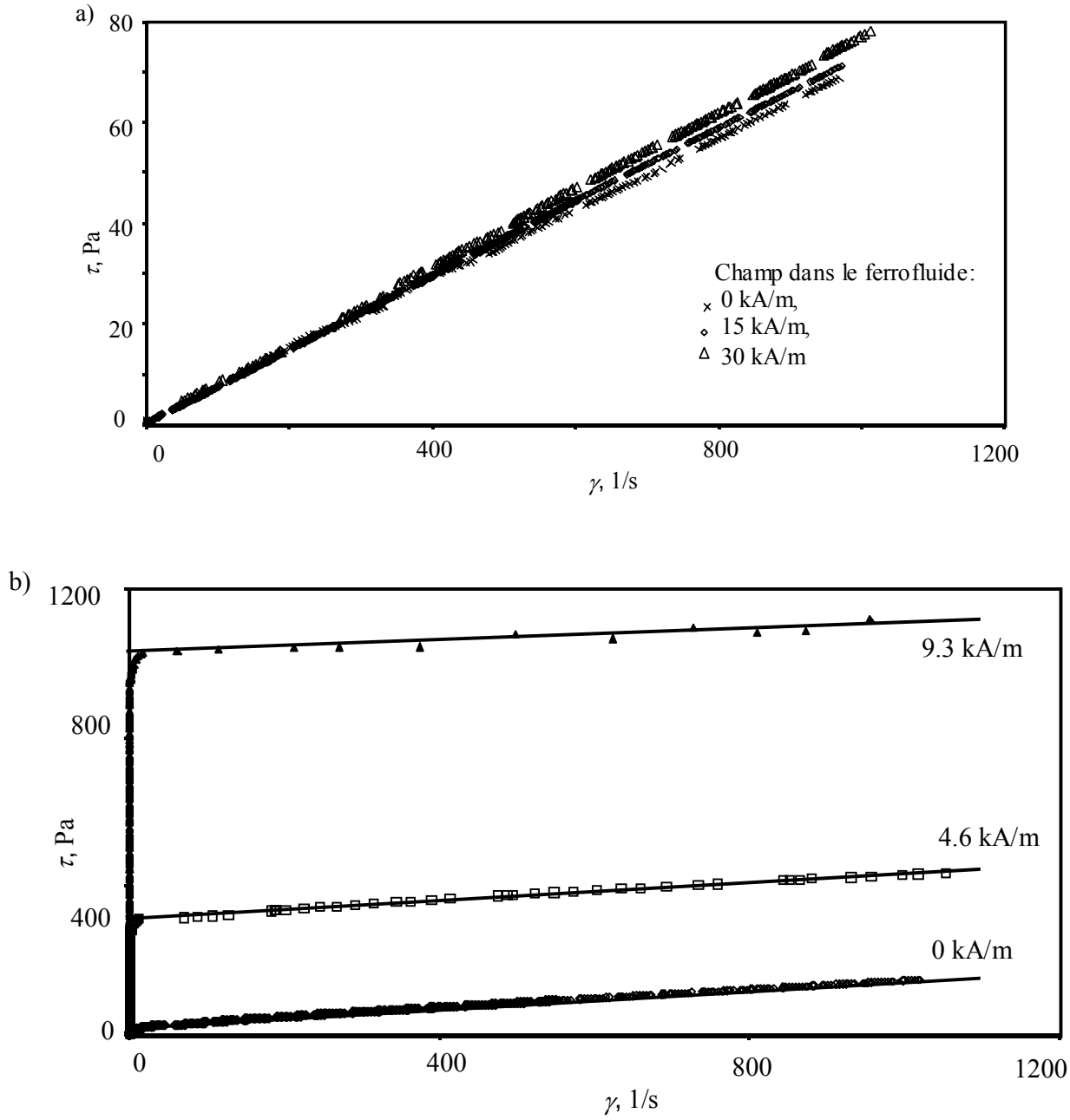


Fig. 2.2. Courbes d'écoulement des fluides magnétiques:
a) ferrofluide MK38; b) fluide magnétorhéologique CS30 (points – données expérimentales, lignes – approximation par la loi de Bingham)

Dans la gamme de champ magnétique 0 – 30 kA/m utilisé pour nos expériences, la courbe d'écoulement de deux ferrofluides est toujours linéaire et l'incrément de la viscosité η en présence du champ (l'effet magnétovisqueux) est inférieur à 5%. Les fluides MR sont d'abord caractérisé par sa contrainte seuil τ_Y. Dans la gamme des taux de cisaillement $100<\dot{\gamma}<1200$ 1/s les courbes d'écoulement des trois fluides MR sont approximées par la loi de Bingham: $\tau=\tau_B+\eta_p\dot{\gamma}$. Ici la contrainte seuil dynamique τ_B est obtenue par l'extrapolation linéaire de la courbe d'écoulement à taux de cisaillement nul. La valeur τ_B excède la vraie contrainte seuil par un facteur 1.5-à 2 fois parce que la courbe d'écoulement est très non linéaire sur la section initiale. Pour τ_B on obtient la dépendance empirique suivante:

$$\tau_B = C\cdot\mu_0 H^2 \qquad (2.2)$$

avec C – un facteur dépendant de la concentration et des propriétés magnétiques des fluides MR, dont la valeur est donnée dans le tableau 2.1.

Lors du calcul du champ magnétique $H=H_0/\mu$ au sein du fluide MR contenu dans un jeu étroit entre cône et plan, il existe une incertitude liée à l'absence d'information précise sur des propriétés magnétiques du fluide MR dans le flot de cisaillement. Le paramètre qui caractérise le processus de destruction de la structure du fluide MR dans un écoulement est le nombre de Mason $Mn=8\eta_p\dot{\gamma}/(\mu_0 H^2)$. Ce critère représente le rapport de la force de résistance hydrodynamique à la force dipolaire magnétique. Dans la section linéaire de la courbe d'écoulement le nombre de Mason varie dans la gamme 1 – 6, comme première approximation, nous prendrons donc la valeur μ=2.5 pour le fluide MR non structuré pour calculer le champ à l'intérieur du fluide MR. La viscosité plastique η_p des trois fluides MR reste à peu près constante, quelque soit le champ magnétique. Les dépendances des paramètres τ_B et η_p du champ magnétique sont présentées dans la figure 2.3 pour le fluide CS30. Les propriétés physiques de tous les fluides magnétiques sont données dans le tableau 2.1.

Dans le paragraphe suivant nous choisissons le modèle physique pour les fluides magnétiques à partir des propriétés physiques mesurées pour ces fluides.

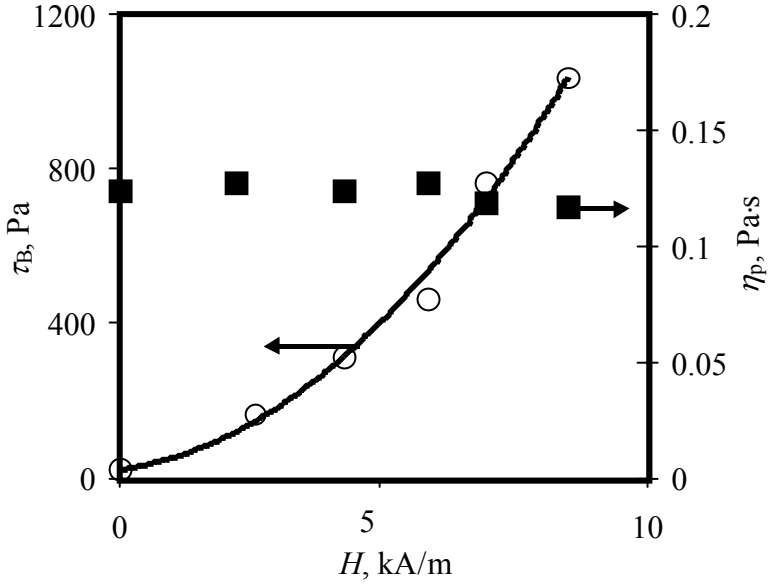


Fig. 2.3. Dépendance de la contrainte seuil et de la viscosité plastique du fluide magnétorhéologique CS30 en fonction de l'intensité du champ magnétique pour la gamme des taux de cisaillement 100< $\dot{\gamma}$ <1200 1/s

Tableau 2.1

Propriétés physiques des fluides magnétiques (valeurs entre parenthèses – propriétés magnétiques du fluide MR non structuré)

Fluide	Densité	Tension superficielle	Perméabilité magnétique initiale	Aimantation de saturation	Contrainte seuil dynamique (H=0)	Viscosité plastique (H=0)	Facteur C de la dépendance $\tau_B=C\cdot\mu_0 H^2$
	ρ,kg/m^3	σ, N/m	μ_i	M_S, kA/m	τ_B, Pa	η_p, Pa·s	C
ferrofluide MK38	1273±1	0.0290± ±0.0002	2.70±0.08	38.2±1.2	0	0.0055± ±0.0003	0
ferrofluide MS30	1250±1	0.0300± ±0.0002	2.70±0.08	30.2±1.0	0	0.015± ±0.001	0
fluide MR CS30	2988±1	-	4.80±0.14 (2.50±0.08)	590±18 (575±17)	25±1	0.120± ±0.005	10.0± ±0.2
fluide MR MS30-C13	1370±1	-	2.40±0.08	25.8±1.0	1.50± 0.02	0.020± ±0.001	0.045± ±0.005
fluide MR MS30-C30	1540±1	-	1.93±0.08	22.0±1.0	2.45± 0.02	0.029± ±0.001	0.065± ±0.005

2.2. Choix des modèles pour les fluides utilisés

2.2.1.Ferrofluides

On a déjà indiqué que le ferrofluide utilisé est constitué de particules stables contre la sédimentation gravitationnelle et magnétique. A partir des résultats de la rhéométrie des ferrofluides dans le champ magnétique on peut conclure que notre ferrofluide ne s'agrège pas et que la relaxation de l'aimantation est négligeable. Donc pour décrire la dynamique de nos ferrofluides nous prenons le modèle de Rosensweig (1985) d'aimantation en quasi-équilibre. Pour les processus isothermiques étudiés dans la thèse, ce sont les équations de continuité, de Navier-Stokes et de magnétostatique qui déterminent complètement le mouvement du ferrofluide:

$$\nabla\cdot\mathbf{v} = 0, \tag{2.3}$$

$$\rho(\partial\mathbf{v}/\partial t + (\mathbf{v}\cdot\nabla)\mathbf{v}) = -\nabla p + \rho\mathbf{g} + \eta\nabla^2\mathbf{v} + \mu_0 M\nabla H, \tag{2.4}$$

$$\nabla\times\mathbf{H} = 0, \qquad \nabla\cdot\mathbf{B} = 0, \qquad \mathbf{B} = \mathbf{H} + \mathbf{M}, \tag{2.5}$$

où $\mathbf{v}$ – le vecteur de la vitesse du fluide,
t – temps,
p – pression,
$\mathbf{g}$ – le vecteur de l'accélération de la pesanteur, $g = 9.81$ m/s^2,
$\mu_0 = 4\pi\cdot10^{-7}$ Henry/m – la perméabilité magnétique de la vide,
$\mathbf{M}$ и M – le vecteur de l'aimantation du fluide et son module,
$\mathbf{H}$ и H – le vecteur du champ magnétique et son module,
$\mathbf{B}$ – le vecteur de l'induction magnétique.

Le système d'équations (2.3) – (2.5) est complémenté par la loi d'aimantation du ferrofluide (2.1), qui est déterminée expérimentalement.

Dans le sous-paragraphe 1.2.2 nous avons décrit plusieurs modèles de dynamique de la surface libre du ferrofluide. Pour l'instant il n'y a ni confirmation ni démenti expérimental des modèles théoriques considérant la dépendance de la tension superficielle en fonction du champ magnétique. Deuxièmement la taille typique de nos expériences dans des capillaires est de l'ordre de 0.1-1 mm. A cette échelle on n'observe pas d'effets de mouillage magnétique. C'est pourquoi nous choisissons le modèle le plus simple qui ne considère qu'une seule caractéristique superficielle – la tension superficielle. Comme déjà remarqué, ce modèle décrit assez précisément la plupart des phénomènes capillaire ayant lieu dans les ferrofluides. Le modèle est basé sur l'équilibre des tensions sur la surface et postule l'indépendance de la tension superficielle et de l'angle de contact du ferrofluide au champ magnétique. Les équations de dynamique de la surface s'obtiennent en prenant en compte les conditions aux limites des équations (2.3)

– (2.5). Pour la surface entre le ferrofluide et fluide non magnétique ces conditions prennent la forme:

$$v_{1\tau} = v_{2\tau}, \qquad \partial\varsigma/\partial t + \mathbf{v}\cdot\nabla\varsigma = v_z, \tag{2.6}$$

$$[p_1 - p_2 - \sigma k + (1/2)\mu_0 M_n^2] \cdot \mathbf{n} = \eta[\nabla\mathbf{v} + (\nabla\mathbf{v})^T] \cdot \mathbf{n} - \nabla\sigma, \tag{2.7}$$

$$B_{1n} = B_{2n}, \qquad H_{1n} - H_{2n} = -M_{1n}, \tag{2.8}$$

où $z=\varsigma(x,y)$ – l'équation de la surface libre du ferrofluide dans les coordonnées cartésiennes (x, y, z),
k – la courbure de la surface,
$\mathbf{n}$ – le vecteur unitaire normal à la surface et pointant dans le fluide 2.
Les indices 1 et 2 correspondent au ferrofluide et au fluide non magnétique, les indices τ et n correspondent aux composants (d'une certaine valeur) tangentielles et normales à la surface.

Pour la surface à l'état de repos l'équation (2.4) avec la condition (2.7) donne l'équation de la surface libre du ferrofluide (voir Bashtovoi et al (1985), formule (3.23)):

$$p_1 - p_2 = \sigma k - (1/2)\mu_0 M_n^2 + (\rho_1 - \rho_2)gz - \mu_0 \int_{H_1}^{H_\Gamma} M dH, \tag{2.9}$$

où H_Γ - l'intensité du champ magnétique dans le ferrofluide sur la surface libre,
l'indice 1 pour l'aimantation est omis .

2.2.2.Fluides magnétorhéologiques

Nous allons tout d'abord considérer le cas d'un fluide MR placé dans un champ magnétique homogène quand, en absence de gradient de champ, les particules de la suspension ne sédimentent pas. Les particules s'agrègent sous l'effet de l'interaction dipolaire mais, si on considère une plus grande échelle que la dimension typique d'un agrégat le fluide MR reste homogène et peut être considéré à cette échelle comme un milieu continu. Nous appliquerons cette hypothèse au fluide CS30 qui est placé dans un champ homogène dans toutes nos expériences. Résumons cette approche comme suit:

Contrairement au ferrofluide, l'énergie d'interaction dipolaire entre les particules du fluide MR excède de beaucoup l'énergie thermodynamique kT, c'est pourquoi les particules magnétiques du fluide MR s'agrègent même pour un champ magnétique faible (de l'ordre de 1 kA/m). Les particules de notre fluide CS30 sont composées de fer carbonyle qui est un matériau magnétique mou. On peut donc ne pas tenir compte des processus de relaxation de l'aimantation des particules. Nous indiquions déjà que la

relaxation de l'aimantation d'une suspension du fer carbonyle était observée par Shulman et al (1985) et était due à la reconstruction de la structure du fluide MR en présence d'un champ non stationnaire mais pas au retard de l'aimantation des particules par rapport au champ local. Comme tous les processus étudiés dans la thèse sont stationnaires on admet que la structure du fluide MR ne change pas pendant le temps caractéristique de l'expérience. Une action déstructurante des forces Browniennes sur le mouvement de la particule de diamètre $2a$ est caractérisée par le nombre de Péclet hydrodynamique: $Pe_h = 3\pi(2a)^3 \eta\dot{\gamma}/(4kT)$. Les estimations montrent que l'action du mouvement Brownien n'exerce plus d'influence sur le mouvement des particules du fluide MR au taux de cisaillement $\dot{\gamma} > 10^{-4}$ 1/s quand $Pe_h >> 1$. Le temps caractéristique de la sédimentation gravitationnelle excède de beaucoup le temps d'expérience, c'est pourquoi on considère le fluide MR comme une suspension ayant une concentration homogène de particules magnétiques.

En tenant compte de ces facteurs nous prendrons le modèle de Volkova et al (2000) d'agrégats en forme de chaînes pour étudier les écoulements isothermes de fluide MR. Ce modèle est une modification des modèles de Martin, Anderson (1996) et Shulman et al (1984). Les agrégats de fluide MR sont de longues chaînes droites de particules magnétiques sphériques. La forme des agrégats est approximée par un long corps cylindrique, c'est à dire par un corps fin (slender body), avec un diamètre égal au diamètre d'une particule. On considère le contournement de corps fins à Reynolds nul par un écoulement de la phase liquide du fluide MR. On prend l'approximation d'un fluide MR dilué, donc on ne tient pas compte de l'interaction entre les agrégats. Le tenseur des tensions visqueuses est donnée par la théorie de Batchelor (1970) des corps fins. On néglige les forces Browniennes dans cette théorie. Comme $Pe_h >> 1$ on ne tient pas compte de la cinétique d'agrégation. Le couple imposé par le champ magnétique sur un agrégat est donné par le couple des forces d' interaction dipolaire entre les particules de l'agrégat. Contrairement au cas d'une chaîne, le couple sur un agrégat ellipsoïdal apparaît globalement par l'intermédiaire du non alignement des vecteurs champ externe et aimantation de l'agrégat (voir Shulman et al (1984)). La solidité d'un agrégat est caractérisée par la force maximale nécessaire pour la rupture d'une chaîne lors de la déformation de dilatation ou pour sa destruction par les forces de compression; la solidité est donc déterminée par la force d'attraction dipolaire entre des particules de la chaîne. Les paramètres des agrégats (la longueur et l'orientation par rapport au champ magnétique) sont définis par l'équilibre des couples et par la solidité des agrégats. Les domaines de validité de ce modèle sont déterminés dans la chapitre 4 où l'on étudie les écoulements de cisaillement et de Poiseuille du fluide MR.

Considérons maintenant un fluide MR placé dans un champ non homogène dont l'influence sur l' écoulement du fluide MR va se faire par les deux mécanismes suivants: 1) l'agrégation des particules à cause des interactions dipolaires qu'on vient de décrire, 2)

la redistribution de concentration du fluide MR en présence de gradient de champ. Prendre en compte simultanément ces deux mécanismes est assez compliqué. On peut cependant simplifier les calculs dans le cas où l'énergie $E_m \propto \mu_0 M_p |\nabla H| V_p r$ d'interaction d'un particule avec le gradient de champ ∇H excède de beaucoup l'énergie $E_d \propto \mu_0 M_p^2 V_p$ de l'interaction dipolaire. Ici M_p est l'aimantation d'une particule, dans le cas d'une suspension de particules non magnétiques dans du ferrofluide M_p est l'aimantation du ferrofluide, V_p est le volume d'une particule, r est sa rayon. A condition que $E_m/E_d >> 1$ on peut ne considérer que le deuxième mécanisme et donc négliger le comportement rhéologique du fluide MR. Le modèle proposé par Rosensweig (1985, chapitre 9) décrit la dynamique de systèmes magnétiques biphasés en présence d'un champ non homogène sans prendre en compte la dépendance de la viscosité locale en fonction du champ. Ce modèle utilise un système d'équations de transport pour les propriétés moyennes des deux phases d'un système. Nous appliquerons ce modèle à notre expérience concernant un écoulement de Poiseuille de la suspension de particules non magnétiques dans du ferrofluide en présence d'un champ non homogène.

2.3.Méthodes expérimentales

2.3.1.Etude de la surface libre du ferrofluide

On étudie l'équilibre de la surface libre du ferrofluide dans des capillaire cylindriques et la dynamique de pénétration du ferrofluide dans un capillaire à partir d'un réservoir sous l'effet des forces capillaires et d'un champ magnétique homogène. Pour cette étude une méthode expérimentale a été développée. Cette méthode permet de distinguer le mécanisme de l'influence du champ homogène sur la surface libre (ménisque) du ferrofluide tout en évitant des effets de désaimantation dans le ferrofluide.

Deux installations expérimentales ont été mises au point (fig. 2.4a,b) où l'on maintient la meilleure homogénéité possible du champ magnétique dans le ferrofluide. Les installations se composent d'un réservoir avec le ferrofluide et le capillaire cylindrique dont le bout est placé dans le ferrofluide du réservoir. La forme du réservoir est choisie de telle sorte que les champs magnétiques dans le ferrofluide situé dans le capillaire et dans le réservoir soient égaux, cela veut dire que les forces magnétiques volumiques sont exclues. Si ce n'était pas le cas ces forces pousseraient la colonne du ferrofluide dans le domaine où le champ magnétique est le plus fort.

La première installation est un réservoir cylindrique en verre et un capillaire cylindrique attaché co-axialement à un bout du réservoir (Fig. 2.4a). Le réservoir est situé horizontalement et a un diamètre 20 mm et une longueur 120 mm.

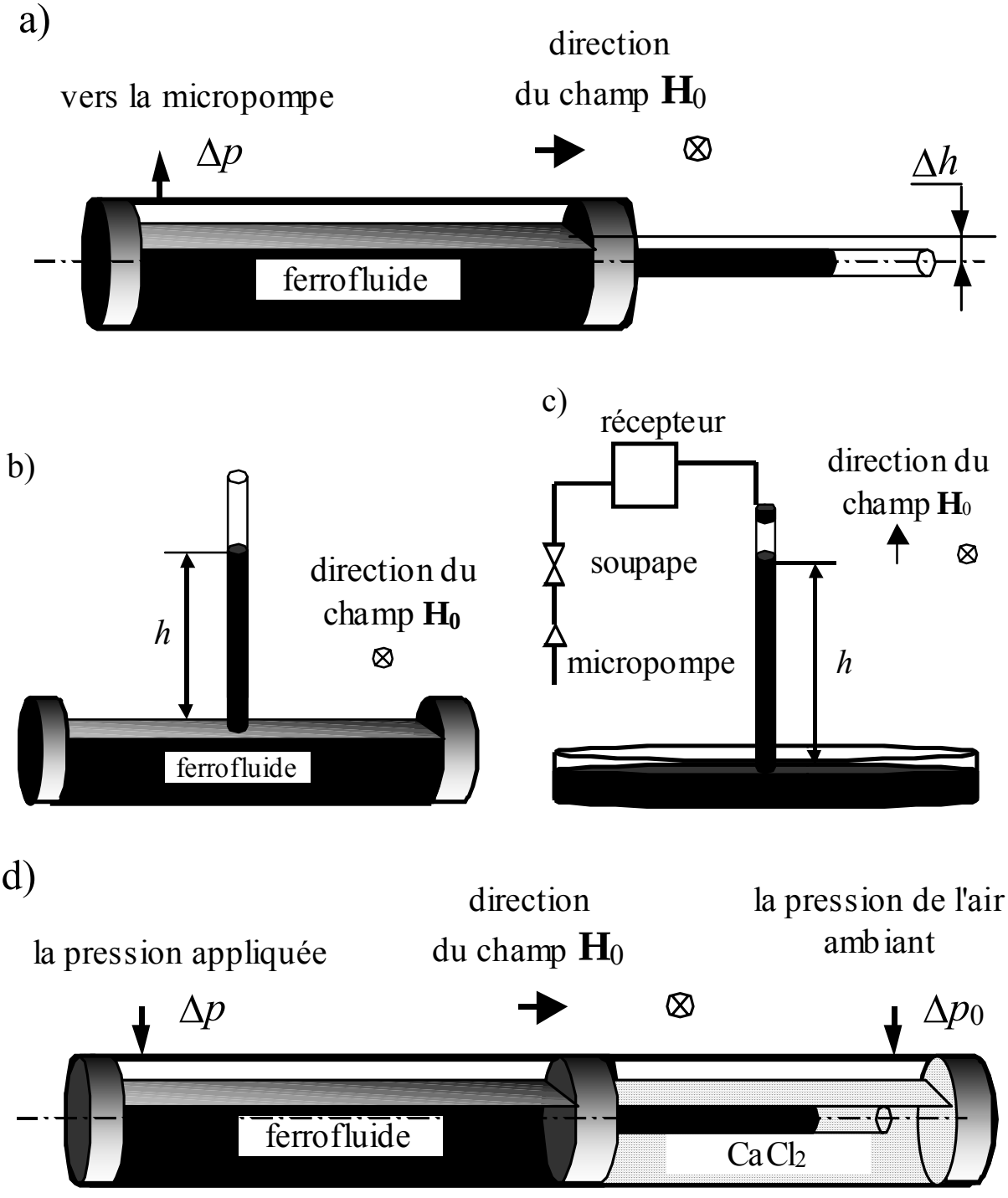


Fig. 2.4. Installations expérimentales pour des études de statique et dynamique de pénétration du ferrofluide dans un capillaire horizontal (a,d) et vertical (b,c)

Le ferrofluide remplit le capillaire de telle sorte que la longueur de la colonne excède largement son diamètre. Le réservoir est rempli jusqu'à 75% de son volume de telle manière qu'on puisse considérer le volume du ferrofluide dans le réservoir comme un cylindre et la surface du ferrofluide comme un plan parce que les effets de bord sont négligeables. On représente le volume commun du ferrofluide dans le capillaire et le réservoir comme deux longs cylindres joints co-axialement. Le champ magnétique H dans ces cylindres est donc homogène (excepté les domaines près des bouts des cylindres) et relié au champ H_0 externe homogène par des relations suivantes: $H = H_0$ pour le champ longitudinal et $H + (1/2)M(H) = H_0$ pour le champ transversal. Le champ H_0 externe homogène est toujours appliqué tangentiellement à la surface libre du ferrofluide dans le réservoir. Cela donne une égalité des pressions dans le ferrofluide sur la surface dans le réservoir et dans le capillaire loin du ménisque, c'est à dire, le réservoir n'exerce pas d'influence sur le comportement du ménisque du ferrofluide dans le capillaire.

Dans la deuxième installation le réservoir est un long cylindre placé horizontalement de diamètre 20 mm et longueur 150 mm (Fig. 2.4b). Le champ externe est appliqué horizontalement et perpendiculaire à l'axe du capillaire. Les champs magnétiques dans les volumes de ferrofluide dans le capillaire et dans le réservoir sont égaux et déterminés par un facteur démagnétisant ½ du long cylindre: $H + (1/2)M(H) = H_0$. C'est pourquoi la présence du réservoir n'exerce pas d' influence sur la chute de pression dans le capillaire et les résultats obtenus en utilisant la première ou la deuxième installations doivent coïncider dans le cas du champ transversal.

On a aussi fait des études de l'influence des effets démagnétisants dans le ferrofluide sur son ascension capillaire. Pour cette raison on a utilisé une installation expérimentale représentée sur la figure. 2.4c. Le réservoir de l'installation est une cuvette cylindrique de diamètre 120 mm et de hauteur 8 mm. Le champ externe homogène est appliqué longitudinalement ou transversalement au capillaire. Les champs magnétiques internes dans le capillaire et le réservoir ne sont pas égaux. Cela crée une force magnétique volumique qui pousse la colonne de ferrofluide dans le domaine du champ le plus fort.

Lors des études de statique du ménisque de ferrofluide dans le capillaire horizontal (Fig. 2.4a) on a mesuré la chute de pression sur le ménisque. Cette valeur est la différence des pressions dans le ferrofluide et l'air en des points bien éloignés du ménisque où s'amortissent les perturbations du champ. Les force capillaires agissantes sur le ménisque induisent la pénétration du ferrofluide mouillant les parois du capillaire et l'extrusion du ferrofluide non mouillant. Pour faire les mesures, les forces capillaires s'équilibraient par application d'un vide ou d'une pression au-dessus de la surface libre du ferrofluide dans le réservoir (Fig. 2.4a). Ce vide ou cette pression était créée par une micro-pompe à piston et contrôlée de telle façon que le ménisque reste à l' état de repos sans changer de

position dans le capillaire. La valeur du vide ou de la pression était mesurée par un micro manomètre avec une précision de 3 Pa .Cette valeur est égale à la chute de pression Δp cherchée avec déduction de la pression hydrostatique à cause de la différence des niveaux Δh du ferrofluide dans le réservoir et le capillaire.

Le ferrofluide en contact avec l'air ambiant mouille les parois du capillaire. Dans certaines expériences nous avions besoin d'une absence de mouillage du ferrofluide. Dans ce cas on mettait le ferrofluide en contact avec de l'eau distillée ou avec une solution aqueuse de chlorure de calcium de densité égale à celle du ferrofluide pour avoir l'équivalent d'un 'état d'apesanteur du ménisque dans le capillaire. L'installation consiste en un réservoir cylindrique divisé en deux parties – l'une pour un ferrofluide, l'autre pour un fluide non magnétique (Fig. 2.4d). Le capillaire est placé co-axialement par rapport au réservoir et connecte ses deux parties, la plus grande partie du capillaire est remplie par le fluide non magnétique. Le niveau hydrostatique des fluides magnétiques et non magnétiques s'équilibre dans le réservoir. Pour tenir le ménisque du ferrofluide à une certaine position dans le capillaire on exerce une pression sur la surface du ferrofluide dans le réservoir, la surface du fluide non magnétique est connectée à l'air ambiant.

Pour observer la forme du ménisque de ferrofluide qui ne mouillait pas le capillaire, on a utilisé un enregistrement vidéo avec l'aide d'une caméra vidéo Panasonic S-VHS-C NV-S88 liée avec un port série RS-232 d'un PC. On disposait une échelle de mesure avec la division 2 μm près du capillaire afin de définir les échelles de l'image. Le traitement de l'image s'effectuait en utilisant les logiciels Movie Studio II et Adobe PhotoShop 5.0. L'erreur de définition des dimensions linéaires était de 10 μm.

Lors des études de statique du ferrofluide qui mouillait le capillaire vertical, on mesurait la hauteur d' équilibre de l'ascension capillaire. Les mesures s'effectuaient à l'aide d'un cathétomètre à 0.01 mm près.

On a étudié la dynamique de pénétration du ferrofluide dans des capillaires en utilisant les installations représentées sur la figure. 2.4a,c. La méthode de mesure était la suivante: on ajuste la pression pour que la position initiale du ménisque de ferrofluide soit localisée à l'extrémité du capillaire plongé dans le réservoir. Puis on baisse brusquement la pression et le ferrofluide monte dans le capillaire. Un réservoir vide de volume égal à 8 litres servait à atténuer les oscillations de pression lors de son changement brutal. Le déplacement du ménisque est enregistré par une caméra vidéo avec la vitesse de 50 images/s et une durée d'exposition de 0.002 s. Ces paramètres d' enregistrement donnent une assez bonne image du déplacement du ménisque et l'erreur sur la mesure du temps écoulé est de l'ordre de 0.02 s.

On a utilisé des capillaires en verre borosilicate de diamètre $2R$ = 0,270±0,002 et 0,80±0,01 mm (produit de Corning, No 7099S-10 и 7099S-80). Le rapport de la force gravitationnelle à la force capillaire est caractérisé par le nombre de Bond $Bo=\rho g R^2/\sigma$. Pour les capillaires de diamètres utilisés ce nombre est égal à 0,008 et 0,068. Donc

l'influence de la gravité sur la forme du ménisque sera partout négligée. Le rapport du saut de pression magnétique au saut de pression capillaire est caractérisé par le paramètre $S_M=\mu_0 M^2 R/(2\sigma)$; son ordre de grandeur est de 0 à 15 pour nos conditions expérimentales. Les forces capillaires sont donc comparables aux forces magnétiques fonctionnant sur le ménisque du ferrofluide. Le saut de pression capillaire est égal à 320 et 110 Pa pour le ferrofluide remplissant les capillaires de diamètres 0.27 et 0.80 mm respectivement.

Des bobines de Helmholtz assurent un champ magnétique homogène d'intensité H_0 = 0 – 25 kA/m. Le degré de non homogénéité du champs dans le domaine de mesure était de 0.05%. L'induction du champ magnétique $B_0=\mu_0 H_0$ dans les bobines de Helmholtz est mesurée par un teslamètre avec une jauge de Hall. L'erreur de mesure du champ était de 0.01 mT dans une gamme 0 – 18 mT et 0.1 mT dans une gamme 18 – 200 mT.

L'angle de contact γ sur le bord entre les trois milieux – le ferrofluide, l'air ambiant (ou un autre fluide) et la paroi du capillaire – est aussi la quantité importante pour la pénétration du ferrofluide dans le capillaire. Pour le ferrofluide qui ne mouillait pas le capillaire cette valeur était déterminée par la mesure directe de l'image enregistrée du ménisque. On a trouvé que $\gamma = 166^0 \pm 5^0$. La méthode de mesure directe n'est pas possible pour le ferrofluide qui mouillait le capillaire à cause de l'opacité du ferrofluide. Dans ce cas l'angle de contact était déterminé par la hauteur h d'ascension capillaire en absence de champ magnétique: $\cos(\gamma) = \rho g h R/(2\sigma)$. On a trouvé que $\gamma \approx 0^0$ pour des capillaires de diamètre 0.27 et 0.80 mm.

2.3.2.Etudes des écoulements du fluide magnétorhéologique

Dans cette section nous décrivons les installation expérimentales et la méthode utilisée pour étudier l'écoulement du fluide MR dans un capillaire de section circulaire ou à travers un milieu poreux en présence d'un champ magnétique homogène et l'écoulement capillaire du fluide MR dans un champ non homogène. Dans le cas d'un champ homogène le champ est orienté arbitrairement par rapport à l'axe du capillaire et parallèlement à l'écoulement moyen dans le milieu poreux. On mesure les courbes pression-débit Δp(Q).

Le schéma de l'expérience avec le champ homogène est présenté sur la Fig 2.5a. Cette installation est composée d'un piston, de deux chambres séparées par des membranes en caoutchouc, l'une contenant un huile hydraulique et l'autre le fluide MR, de deux bobines et d'un tube connectant les bobines. Le fluide MR s'écoule au travers d' un capillaire ou d' un milieu granulaire placé dans les bobines. Le piston exécute un mouvement alternatif avec une vitesse imposée qui ne dépend pas de la résistance hydraulique du canal.

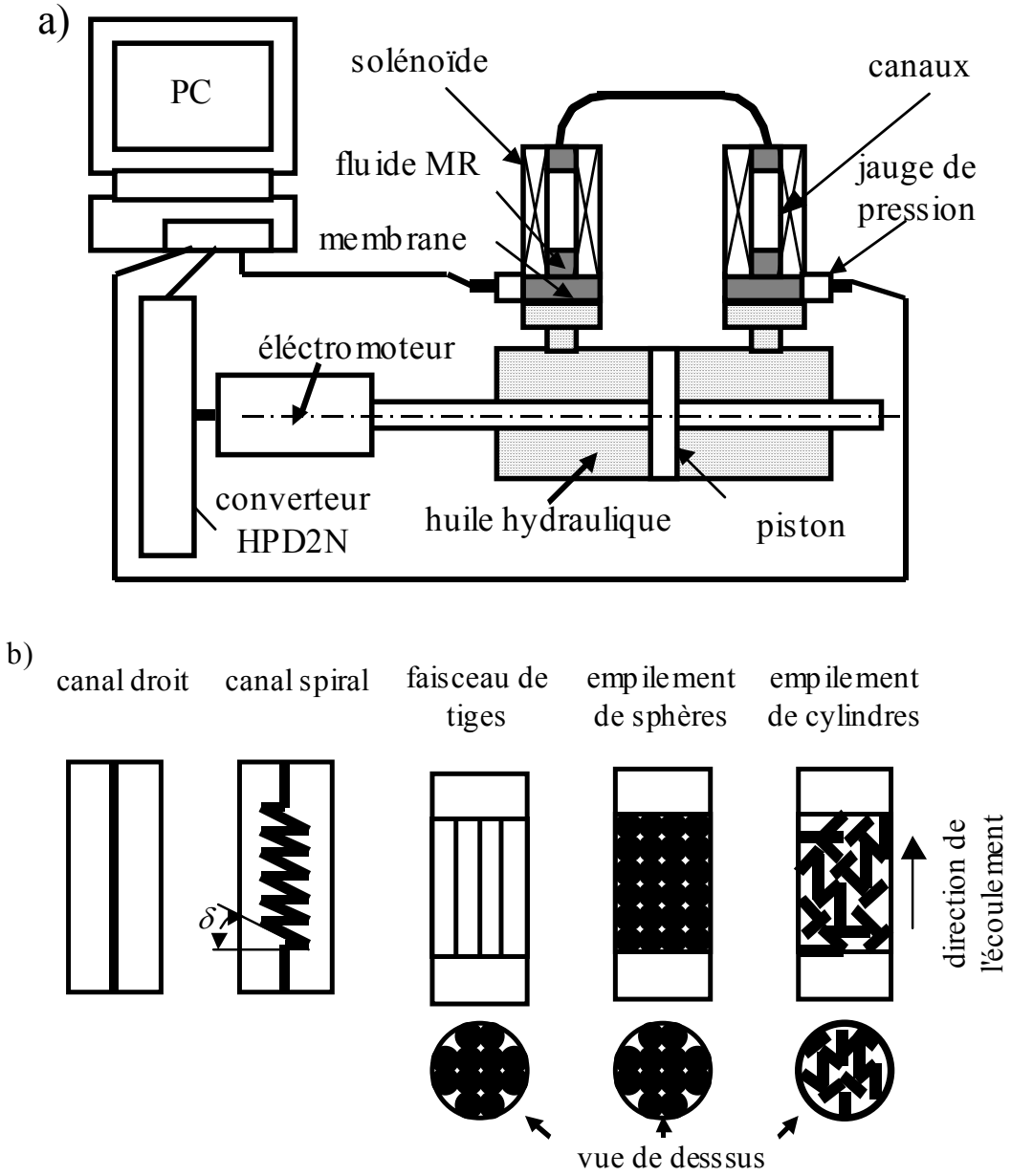


Fig. 2.5. a) Installation expérimentale pour des études de la rhéologie des fluides MR. b) Canaux hydrauliques placés dans un solénoïde

La chute de pression nécessaire pour pousser le fluide MR à travers le canal est mesurée par deux jauges de pression piézo-électrique fixées sur les deux extrémités du canal (sous les bobines). Les gammes de valeurs mesurées sont Δp=0 – 2 MPa et Q=0,02 – $4\cdot10^{-6}$ m^3/s. Le courant électrique dans les bobines atteignait 8 A, ce qui correspond à un champ magnétique de 64 kA/m dans la bobine vide. Nous avons utilisé le dispositif d'automatisation des mesures qui est décrit en détails dans les Annexes 4.1 et 4.2.

Des tuyaux à haute pression en acier inoxydable non magnétique ont été utilisés comme capillaires à section circulaire. Ces tuyaux étaient enroulés en forme de spirale avec différents pas de façon à changer l'angle entre le champ magnétique et la direction de l'écoulement (Fig. 2.5b). Le diamètre interne des tuyaux était 1.20±0.05 mm, la longueur 70 à 200 mm; les angles caractérisant la spirale étaient: $\delta=3^0$ (le flot est presque transverse au champ), 25^0, 45^0, 69^0 et 90^0 (capillaire droit aligné sur le champ). Les parois externes du capillaire sont pratiquement en contact avec le noyau interne de la bobine, l'axe du capillaire en spirale s'enroule sur la surface d'un cylindre de rayon R_a = 4.5 mm. Comme le rapport du rayon R du capillaire au rayon R_a est assez petit on peut considérer le capillaire comme quasi rectiligne et orienté par rapport au champ externe $\mathbf{H}_0$ avec un angle $\pi/2 - \delta$. Dans cette approximation on peut définir le champ magnétique $\mathbf{H}$ à l'intérieur du capillaire comme le champ à l'intérieur d'un cylindre infini d'aimantation homogène (le calcul du champ est présenté dans la Section 3 de l'Annexe 4.1).

Pour réaliser des milieux poreux on a utilisé des particules de formes et de dimensions différentes compactées au sein d'un tube placé au centre de la bobine. On a réalisé des empilements anisotropes formés de faisceaux de longues tiges cylindriques parallèles à l'axe de la bobine aussi bien que des empilement isotropes formés de sphères ou de petits cylindres orientés aléatoirement (Fig. 2.5b). Outre ces composants granulaires non magnétiques on a aussi utilisé des empilements de sphères en acier magnétique doux. La courbe d'aimantation de l'acier composant ces sphères a été mesurée à l'aide d'un magnétomètre vibrant et approchée par l'équation (2.1). Les paramètres de l'ajustement sont: μ_i=250±10, M_s=1360±50 kA/m.

Les empilements poreux sont caractérisés par les paramètres suivants: la porosité ε, la tortuosité ξ et le rayon R_e équivalent des pores. La porosité est la fraction volumique de vide dans un milieu poreux. La porosité des faisceaux de N cylindres est égale à $\varepsilon=1-Nd^2l/(D^2L)$, où d, l sont respectivement le diamètre et la longueur des tiges, D, L sont le diamètre et la longueur des colonnes poreuses. Pour des empilements isotropes on a mesuré la porosité avec une méthode gravimétrique dont l'erreur était 1%. La tortuosité d'un milieu poreux modélisé par des canaux tortueux est le rapport de la vraie longueur de ces canaux à la longueur d'un échantillon poreux. La tortuosité du faisceau de tiges cylindriques est égale à l'unité par définition. La tortuosité des empilements isotropes a été déterminée à partir des résultats de mesures des courbes pression-débit de deux

liquides d'étalon similaire au fluide suspendant de la suspension MR par sa composition chimique (huile silicone de viscosité 0.1 et 1 Pa·s). Ces deux liquides ont donné les mêmes résultats pour la tortuosité des empilements. Ces liquides étaient également utilisés afin de définir les pertes dynamiques des capillaire droits et spiraux et des milieux poreux pendant leur test. Les courbes pression-débit des liquides d'étalon et du fluide MR correspondaient bien aux courbes théoriques (formule de Poiseuille). Le rayon équivalent R_e des pores est déterminé comme le rayon d'un capillaire cylindrique dont le volume est égal au volume V_f de la phase liquide dans le milieu poreux et la surface égale à la surface mouillée de la phase solide (voir Durst (1987)). Les expressions pour R_e sont données dans la Section 2 de l'Annexe 4.2. Tous les paramètres des échantillons poreux sont présentés dans le Tableau 2.2.

Tableau 2.2

Paramètres des empilements poreux

No	1	2	3	4	5	6	7
Type de l'échantillon poreux	rouleau de cylindres	rouleau de cylindres	empilement de sphères	empilement de sphères	empilement de sphères	empilement de sphères	empilement de cylindres
Matière	acier non magn.	acier non magn.	Al_2O_3-ZrO_2	verre de quartz	acier magn.	acier magn.	acier non magn.
Dimension des granules, mm	∅2×70	∅1×70	∅1.40± ±0.05	∅0.90± ±0.05	∅2	∅1	∅1×5
Dimension de l'échantillon, mm	∅10× ×70	∅10× ×70	∅10× ×70	∅7.5× ×20	∅10× ×70	∅7.5× ×20	∅10× ×70
Porosité ε	0.24	0.25	0.40± ±0.01	0.42± ±0.01	0.42± ±0.01	0.41± ±0.01	0.48± ±0.01
Tortuosité ξ	1	1	1.45± ±0.05	1.44± ±0.05	1.41± ±0.05	1.44± ±0.05	1.63± ±0.06
Rayon équivalent des pores, R_e, mm	0.41± ±0.02	0.26± ±0.01	0.31± ±0.01	0.22± ±0.01	0.48± ±0.02	0.23± ±0.01	0.52± ±0.02

On admet que l'intensité du champ magnétique $\mathbf{H}_f$ dans le fluide MR dans un faisceau de longues tiges alignées dans un champ externe homogène $\mathbf{H}_0$ est égale à l'intensité $\mathbf{H}_0$. Pour des empilements isotropes le champ $<\mathbf{H}_f>$ moyen sur le volume de la phase liquide a été calculé à partir des théories de champ moyen (voir paragraphe 4.4).

On a déjà montré que le fluide MR se comportait comme un matériau

vicoplastique dans le champ magnétique. Cela doit se répercuter sur la courbe pression-débit pour des écoulements dans des capillaires et milieux poreux. On peut faire une estimation préliminaire de la contribution du champ magnétique sur la chute de pression le long des canaux en calculant le rapport de la contrainte seuil dynamique τ_B (Eq. (2.2)) à la contrainte $\tau_w=\Delta pR/(2L)$ sur les parois des canaux. Le calcul montre que le rapport τ_B/τ_w prend des valeurs entre 0 et 0.5 dans un champ de 30 kA/m et dans la gamme de débit Q=0,02 – $4\cdot10^{-6}$ m^3/s. Autrement dit, la composante τ_B de la contrainte induite par le champ magnétique est comparable avec la composant Newtonienne $\eta_p\dot{\gamma}$.

Afin d'estimer la possibilité d'une perturbation de l'écoulement laminaire dans des capillaires et milieux poreux, déterminons les valeurs des nombres de Reynolds *Re* et de Dean *Dn* maximales correspondantes à nos expériences. Le nombre de Reynolds caractérise le rapport la force d'inertie à la force visqueuse. Une valeur $Re=2\rho vR/\eta$ calculée pour un fluide Newtonien donne une estimation de la valeur maximale de *Re* pour le fluide MR aux grands taux de cisaillement. L'expression pour le nombre de Reynolds pour des empilement poreux de particules de forme arbitraire est donnée par Chhabara et al (2001): $Re=2\rho\xi v_0R_e/\eta$. Le nombre maximal de Reynolds correspondant à la destruction de l'écoulement laminaire est de l'ordre de 2000 pour des capillaires droits à section circulaire (Landau, Livshitz (1988)) et 4 pour des empilements granulaires (Chhabara et al (2001)). Le nombre de Dean $Dn=Re\cdot(R/R_a)^{1/2}$ caractérise l' intensité des flots secondaires normaux à l'axe d'un canal curviligne. Pour des fluides Newtoniens la valeur seuil de *Dn* correspondant à l'apparition de flots secondaires est égal à environ 14 (Shulman, Kordonski (1982)). Nos estimations donnent les valeurs maximales suivantes: *Re*=85, *Dn*=13 pour des capillaires droits et spiraux et *Re*=3 pour des empilements poreux. On peut donc conclure que les écoulement étudiés restent laminaires.

D'autres effets qui peuvent fausser les résultats de mesures sont liés avec une possibilité de concentration des particules magnétiques à la sortie des bobines à cause du gradient de champ négatif ∇H et aussi aux pertes de pression dans l' entrée et la sortie des canaux. Shulman, Kordonski (1982) ont considéré ces effets en détails et développé des recommandations afin de les éviter et ainsi d'augmenter la précision des mesures. Pour éviter le «stockage» des particules on limite le débit du fluide MR en dessous d' une valeur $Q=\max\{2\pi\mu_0M_p|\nabla H|r^2R_{ex}^2/9\}$ où M_p et r sont respectivement l'aimantation et le rayon d'une particule, R_{ex} est le diamètre de la sortie de la bobine. Nos estimation montre que le débit inférieur seuil est égal à $Q = 0.005\cdot10^{-6}$ m^3/s pour le champ maximal H = 64 kA/m accessible à l'expérience. Nous avons pris en pratique un seuil inférieur égal à $0.02\cdot10^{-6}$ m^3/s.

Pour diminuer les pertes de pression à l' entrée et à la sortie des capillaire spiraux, on a soudé à leurs extrémités des parties coniques. En même temps ces cônes ont servi à attacher les capillaires dans la bobine. Pour la même raison de réduction des pertes de pression, les extrémités des tiges cylindriques (en ce qui concerne les faisceaux de tiges)

étaient arrondis.

Considérons maintenant les méthodes utilisées pour étudier le comportement d'un fluide MR en présence d'un champ non homogène. Nous avons fait ces études avec les fluides MS30-S13 et MS30-S30 qui sont des suspensions de particules de silice dans du ferrofluide MS30. On considère les trois cas suivants ,(en relation avec une application potentielle de destruction de cellules cancéreuses par embolie): 1) la statique d'une goutte de fluide MR dans un capillaire, 2) la statique d'une colonne de fluide MR dans un capillaire, 3) l'écoulement de fluide MR à travers un capillaire placé entre deux aimants permanents. L'installation expérimentale est montrée sur la figure 2.6a,b. Un capillaire cylindrique en verre borosilicate de diamètre interne 0.32 mm est placé entre deux aimants cylindriques en cobalt-samarium. Un système mécanique permet de déplacer les aimants le long de leur axe ; la distance maximale entre aimants étant 30 mm et celle minimale de 1.5 mm. Pour cette dernière position le champ magnétique maximal entre les aimants est égal à 0.75 T, le gradient maximal est de l'ordre de 0.5-1 T/mm. Nous présentons la description plus détaillée de cette installation dans l'Annexe 5.1, ici nous expliquerons brièvement son fonctionnement.

Lors de la première étude, une goutte de fluide MR est placée dans un capillaire (Fig. 2.6a). L'un des bords du capillaire est connecté à un ballon d'air comprimé. Nous appliquions la pression avec l'aide d'une micro-vanne et regardions la pression critique à laquelle la goutte sortait du capillaire. Cette expérience modélise une embolie d'un vaisseau sanguin par une goutte de ferrofluide.

Pendent la deuxième étude le fluide MR remplissait tout le capillaire et le champ magnétique n'était appliqué que le long d'une courte section au milieux du capillaire (Fig. 2.6b). L'un des bords du capillaire est connecté à un réservoir de ferrofluide qui, à son tour, est connecté au ballon d'air comprimé. Nous appliquions la pression peu à peu et enregistrions la pression critique correspondant au départ de l'écoulement.

Dans le dernier cas, nous appliquions d'abord la pression et puis, quelques minutes après, quand le fluide MR coulait déjà dans le capillaire, nous appliquions le champ magnétique. Nous enregistrions la dépendance du débit en fonction du temps écoulé à partir de l'application du champ. Pour cela nous mesurions la masse du ferrofluide sortant du capillaire en utilisant une balance électronique Presisa 40SM-200A (Fig. 2.6b). Les deux dernières expériences simulent une situation d' embolie dans le cas où le ferrofluide est dilué dans le sang; les particules de silice sont assimilables aux globules rouges qui peuvent se concentrer dans un vaisseau et former un bouchon au voisinage de l'endroit où le champ magnétique est appliqué.

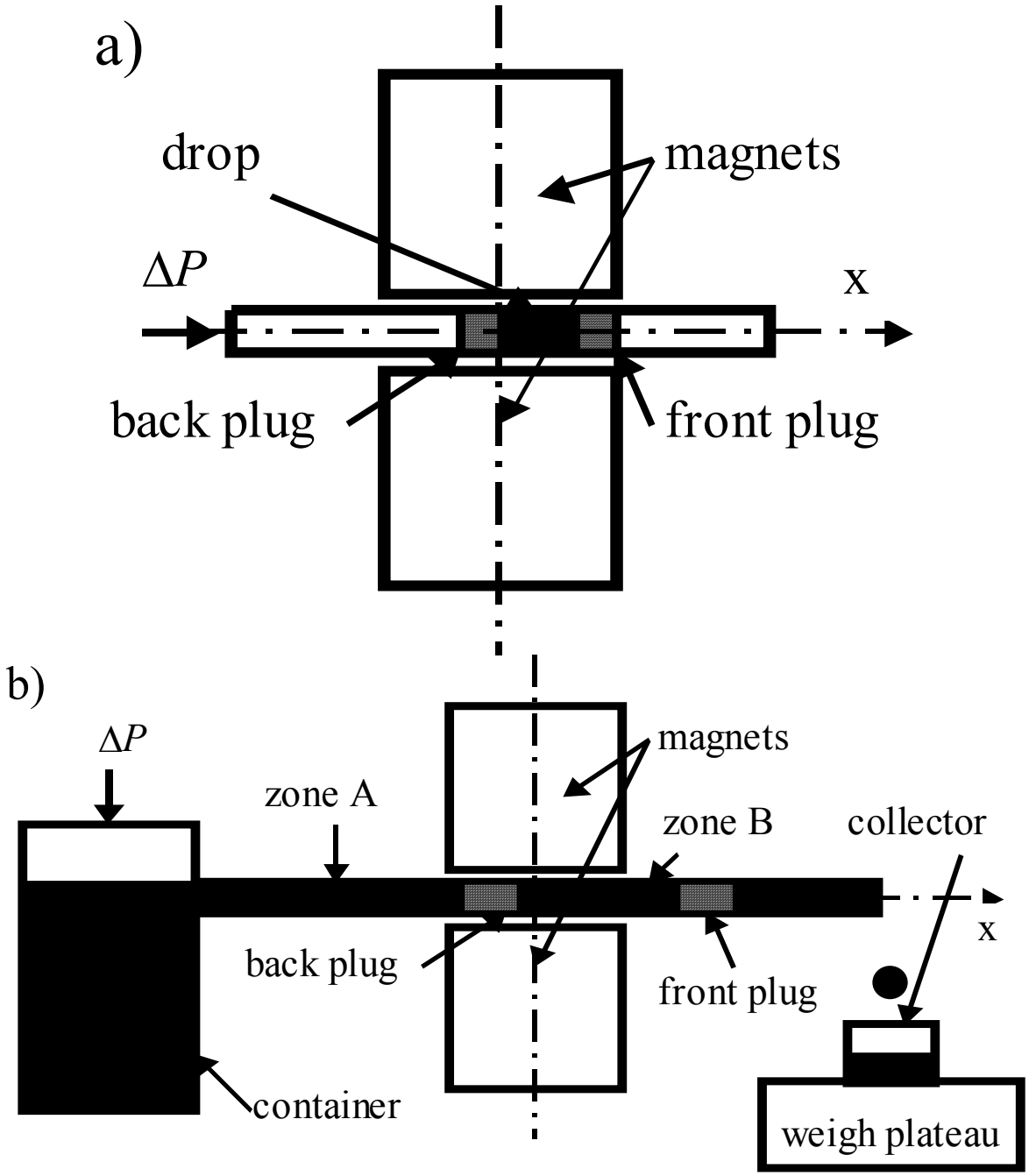


Fig. 2.6. Installations expérimentales pour l'étude du comportement d'une suspension de particules non magnétiques dans un ferrofluide en présence d'un champ non homogène, notamment pour l'étude de la statique d'une goutte de suspension dans un capillaire (a) et de la statique et la dynamique de la suspension remplissant tout le capillaire (b).

2.4. Méthode de définition des erreurs

Dans ce paragraphe nous donnons une méthode de définition des erreurs des mesures directes et indirectes faites dans la thèse aussi bien qu'une méthode de comparaison des données théoriques et expérimentales.

Toutes les mesures des propriétés physiques des fluides et des matériaux étaient répétées entre 4 et 6 fois. Lors des mesures directes avec l'aide des appareils commerciaux, l'erreur absolue Δ_s d'un certain appareillage et la probabilité associée α sont indiquées dans la documentation technique. Dans le cas contraire on admet que α=0.95. L'erreur aléatoire Δ_r de mesures multiples est estimée à l'aide de la distribution de Student $t_{\alpha,n-1}$ en fonction de α et du nombre de mesures n: $\Delta_r = (S/\sqrt{n})\cdot t_{\alpha,n-1}$ avec $S=\{1/(n-1)\cdot\Sigma(X_i-\langle X\rangle)^2\}^{1/2}$, X_i – le i-ème résultat de la mesure d'une valeur X, $\langle X\rangle$ est la valeur moyenne arithmétique (voir Kalosha et al (1982)). Le bord d'un intervalle de confiance Δ était déterminé par la formule $\Delta=[\Delta_s^2+\Delta_r^2]^{1/2}$. Le résultat finale de la mesure d'une valeur X prenait donc la forme suivante: $X = \langle X\rangle\pm\Delta$. L'erreur relative est égale à $\Delta/\langle X\rangle$ et n'excédait pas 5-7 % pour toutes les mesures de cette thèse.

Tout les résultats expérimentaux généraux de la thèse ont été obtenus à l'aide de mesures indirectes. La valeur X de la mesure indirecte est liée avec des valeurs $X_1, X_2, \ldots, X_n$ des n mesures directes. La fonction F établit cette relation: $X = F(X_1, X_2, \ldots, X_n)$. Le bord de l'intervalle de confiance Δ de la valeur X est déterminée par des erreurs Δ_{Xi} (i=1÷n) des mesures directes (voir Bolshakov (1983)):

$$\Delta = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left[(\partial F/\partial X_i)\Delta_{Xi}\right]^2}\ . \qquad (2.10)$$

Cette expression est valide en absence de relation fonctionnelle entre les erreurs de mesures directes.

Lors de la comparaison des donnée théoriques et expérimentales, on a choisi l'écart maximal entre points expérimentaux et courbe théorique comme la mesure de divergence entre théorie et expérience. On a ajusté les points expérimentaux avec des relations empiriques avec l'aide de la méthode des moindres carrés en utilisant les fonctions standard des logiciels Microsoft Excel 97 et MicroCal Origin5.0.

2.5.Conclusions

1. A partir des propriétés physiques des fluides magnétiques et en tenant compte des dimensions caractéristiques des capillaires et des pores des milieux poreux utilisés dans nos expériences, on a choisi les modèles physiques de ces fluides: le modèle d'aimantation en quasi-équilibre pour le ferrofluide, le modèle des agrégats en forme de chaînes pour le fluide MR en présence d'un champ magnétique homogène et le modèle de systèmes biphasés magnétiques pour le fluide MR en présence d'un fort champ non homogène.
2. On a développé une méthodologie et des cellules de mesure pour les études expérimentales de statique et dynamique d'un ménisque de ferrofluide dans des capillaires. La méthode permet d'étudier uniquement l' influence d'un champ magnétique homogène sur la pénétration du ferrofluide dans des capillaires. L'influence des effets démagnétisant dans le ferrofluide est réduite au minimum en choisissant une configuration adéquate formée d'un réservoir d'où le ferrofluide monte dans un capillaire.
3. Afin d'étudier l'écoulement du fluide MR dans des capillaires et milieux poreux en présence d'un champ homogène, on a mis au point une installation qui permettait de contrôler le débit volumique du fluide. Pour étudier l'écoulement non stationnaire du fluide MR dans un capillaire en présence d'un champ non homogène on a fabriqué une installation qui permettait de contrôler la pression imposée et d'enregistrer le débit du fluide en fonction du temps.

CHAPITRE 3. STATIQUE ET DYNAMIQUE DE LA SURFACE LIBRE DU FERROFLUIDE DANS DES CAPILLAIRES

On sait que l'influence d'un champ magnétique homogène sur le comportement de la surface du ferrofluide se caractérise par l' apparition d'un saut de pression magnétique sur la surface (voir Bashtovoi et al (1985), Rosensweig (1985)). Ce mécanisme induit une déformation de la surface libre et un changement du saut de pression total (capillaire et magnétique) sur la surface. Ce chapitre est donc consacré à l'étude de ce phénomène. On considère la statique de colonnes semi-limitées (avec un seul ménisque) et limitée (avec deux ménisques) de ferrofluide dans un capillaire cylindrique et également la dynamique de l'imprégnation du ferrofluide dans un capillaire.

3.1. Formulation mathématique

3.1.1. Statique de la surface libre

Considérons des colonnes semi-limitées (Fig. 3.1a,c) et limitées (Fig. 3.1 b,d) de ferrofluide dans un capillaire cylindrique de rayon R. Le modèle d'une colonne semi-limitée revient à négliger l'influence de la surface libre dans le réservoir sur la pression sous laquelle le ferrofluide s'introduit dans le capillaire. Ce modèle est réalisé expérimentalement avec l'aide des installations décrites dans le chapitre 2 (Fig. 2.4 a,b). Le ferrofluide mouille le capillaire (Fig. 3.1c,d) ou ne le mouille pas (Fig. 3.1a,b), l'angle de contact est $0 \le \gamma \le \pi$. Les forces volumiques externes sont absentes. Le champ magnétique homogène externe d'intensité H_0 est longitudinal par rapport à l'axe du capillaire. Dans ces conditions l'équation (2.9) de la surface libre du ferrofluide prend la forme:

$$p_1 - p_2 = \sigma \cdot k - (1/2)\mu_0 M_{\mathrm{n}}^2 - \mu_0 \int_{H_0}^{H_\Gamma} M dH \,. \qquad (3.1)$$

Les trois composantes de la partie droite de l'éq. (3.1) expriment trois effets différents de l'influence du champ magnétique sur la chute de pression $\Delta p = p_1 - p_2$ sur le ménisque. Rappelons que la chute de pression en question est la différence des pressions entre le ferrofluide et l'air en des points éloignés du ménisque où les perturbations du champ sont amorties.

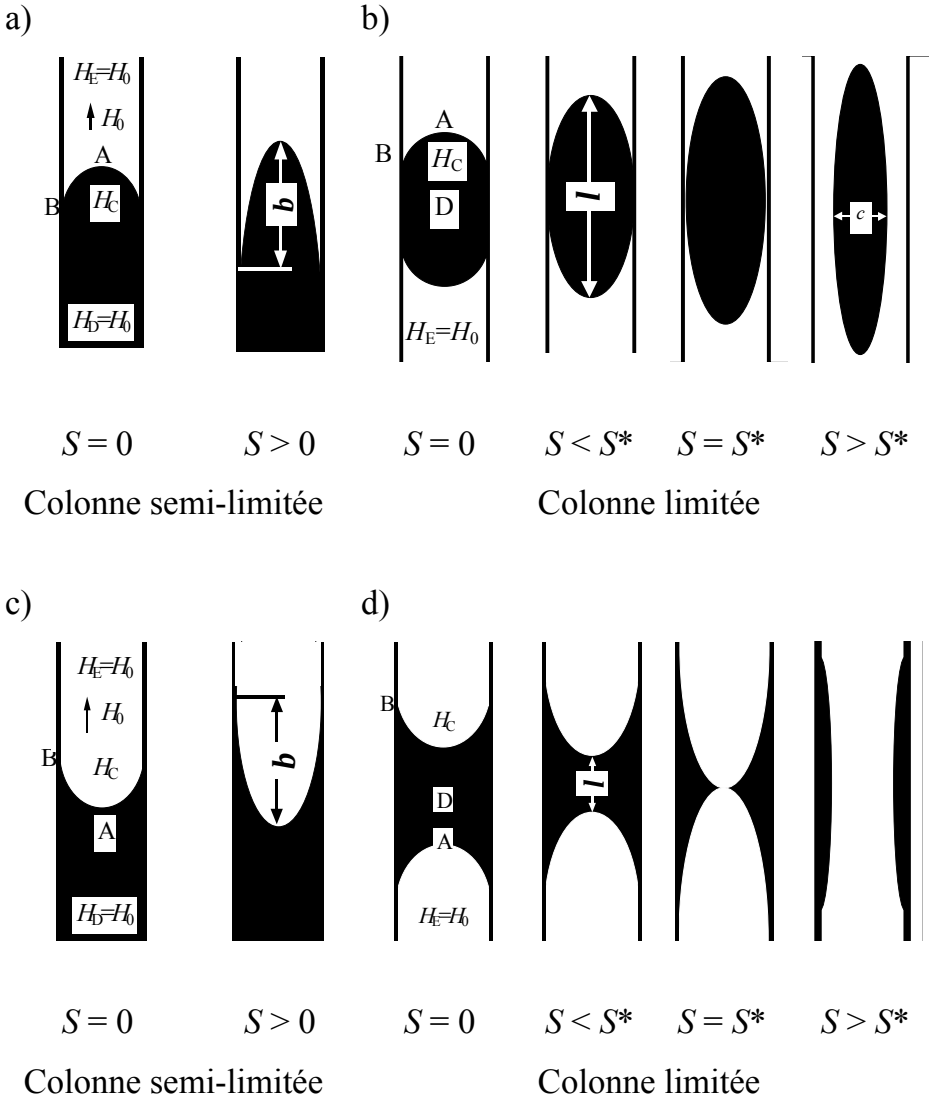


Fig. 3.1. Déformation du ménisque dans un champ magnétique longitudinal: a), b) le ferrofluide ne mouille pas la paroi du capillaire, c), d) le ferrofluide mouille le capillaire

Nous avons déjà remarqué que l'influence du champ est liée à l'apparition d'un saut de pression magnétique sur le ménisque (deuxième terme) qui change à son tour le saut de pression capillaire (premier terme) à cause de la déformation du ménisque. De plus la déformation du ménisque fait apparaître des perturbation du champ magnétique dans le ferrofluide, qui induisent une force magnétique volumique responsable de la différence de pression (troisième terme) le long de la colonne du ferrofluide dans le capillaire.

A l'aide de simulations numériques, on pourrait obtenir une solution précise de l'équation (3.1) en tenant compte de la perturbation du champ et de l'apparition probable d'une instabilité. On peut effectuer des calculs analytiques pour un champ magnétique parallèle à l'axe du capillaire si on admet que le champ magnétique H_C dans la concavité du ménisque (c'est à dire dans le ferrofluide en l'absence de mouillage ou en dehors dans le cas de mouillage) est homogène. La valeur du champ H_C est déterminée par la solution connue pour un ellipsoïde de rotation situé dans un champ externe H_0 et ayant comme demi axe de rotation la hauteur du ménisque et l'autre égale au rayon du capillaire. Par la suite on appellera cette approche l'approximation de champ homogène, soit l'approximation H_C=const.

Malgré l'homogénéité du champ H_C dans la concavité du ménisque, il y a de faibles gradients du champ dans le fluide situé d'un côté convexe du ménisque parce que l'intensité du champ dans un point très éloigné du ménisque est égale à l'intensité H_0 du champ externe. Nous avons montré que la différence de pression le long d'une colonne de ferrofluide était du même ordre de grandeur que le saut de pression magnétique sur le ménisque. Cette différence de pression est due à la différence des champs $H_0 - H_C$. La non homogénéité du champ magnétique dans le fluide situé du côté concave du ménisque est assez forte surtout près de l'interface.

Dans les cas particuliers $\gamma = 0^0$ ou 180^0 (mouillage ou non mouillage complets) il y a deux approches pour résoudre l'équation (3.1) dans le cadre de l'approximation H_C=const. La première approche est générale pour tous les angles de contact, elle donne une solution précise de l'équation. (3.1). Dans la deuxième approche la forme du ménisque est approchée par une moitié d'un ellipsoïde de rotation allongé suivant l'axe du capillaire. Cet ellipsoïde a un semi-axe majeur b et mineur, égal au rayon R du capillaire. Par la suite on appellera cette approche l'approximation de l'ellipsoïde. Elle est au point de départ de plusieurs études de la déformation de gouttes conductrices (voir Taylor (1964), Sherwood (1988), Sherwood (1991)) soit de gouttes de ferrofluide et de gouttes ou bulles non magnétiques dans un ferrofluide (voir Bacri, Salin (1983 a,b), Blums et al (1989), Bashtovoi (1996)). Considérons d'abord l'approximation d'ellipsoïde pour définir les configurations d'équilibre du ménisque de ferrofluide. Puis on fera des calculs basés sur l'approximation H_C=const et on comparera les résultats obtenus par les deux approches.

Pour définir les valeurs de l'allongement du ménisque b et de la chute de pression sur le ménisque $\Delta p=p_E-p_D$, il suffit d'appliquer l'Eq. (3.1) pour le sommet A du ménisque et pour son point latéral B:

$$\Delta p = \pm(\sigma / R)\cdot 2(b/R) + (1/2)\mu_0 M_A{}^2 + \mu_0 \int_{H_D}^{H_A} M dH, \tag{3.2}$$

$$\Delta p = \pm(\sigma / R)\cdot (1 + (b/R)^{-2}) + \mu_0 \int_{H_D}^{H_B} M dH\ , \tag{3.3}$$

où le signe «+» devant le premier terme de la partie droite des Eqs. (3.2) et (3.3) correspond à un ferrofluide mouillant, le signe «-» correspond à un ferrofluide non mouillant, les indices A, B, C, D, E indiquent qu'on prend la valeur au point correspondant (voir Fig. 3.1).

Pour une colonne semi-limitée, le point D correspond à un domaine dans le ferrofluide éloigné à une distance suffisante du ménisque pour que le champ soit égal au champ externe: $H_D = H_0$. Pour une colonne limitée, ce point est un point arbitraire dans le ferrofluide, par exemple le point central de la colonne; dans le cas général $H_D \neq H_0$ mais on verra que la valeur du champ H_D ne joue pas de rôle pour les dimensions du ménisque. Les équations (3.2), (3.3) forment un système d' équations algébriques d'où on peut tirer les valeurs cherchées b et Δp. Lors d'un calcul de la longueur l de toute la colonne limitée, il faut appliquer une condition supplémentaire – la constance du volume:

$$l \pm (2/3)b = l_0 \pm (2/3)R, \tag{3.4}$$

où l_0 est la longueur initiale de la colonne en absence de champ,
les signes "+" et "–" correspondent aux conditions de mouillage et de non mouillage.

Dans le cadre de l'approximation générale H_C=const, la solution analytique de l'équation (3.1) existe pour les angles de contact $\pi/2<\gamma\leq\pi$ (ferrofluide non mouillant). L'équation (3.1) prend la forme sans dimension suivante dans les coordonnées cylindriques r-z-ϕ:

$$\Pi = (1/r)\cdot[rz'/(1+z'^2)^{1/2}]' + S_M/(1+z'^2)\,, \tag{3.5}$$

où $\Pi = \left(\Delta p - \mu_0 \int_{H_D}^{H_C} M dH\right)/(\sigma/R)$ est la chute de pression sans dimension,

$S_M=\mu_0 M_C{}^2 R/(2\sigma)$ est un paramètre qui caractérise le rapport du saut de pression magnétique au saut de pression capillaire, l'apostrophe signifie la différenciation sur r;
les coordonnées r, z sont normalisées par le rayon R du capillaire.

Les conditions de résolution sont l'unicité de la surface, la constance de l'angle de contact et la constance du volume pour la colonne limitée de ferrofluide. La formulation

mathématique des conditions aux limites prend la forme (3.6) pour la colonne semi-limitée et (3.7) pour la colonne limitée de ferrofluide:

$$z'(0) = 0, \qquad z'(1) = \mathrm{cotan}(\gamma), \qquad z(1) = 0, \tag{3.6}$$

$$z'(0) = 0, \quad \begin{cases} z'(1) = \mathrm{cotan}(\gamma), \quad \int_0^1 zr\ dr = V, & S_M \le S_M{}^*, \\ z'(\mathrm{c}) = -\infty, \quad z(c) = 0, \quad \int_0^c zr\ dr = V, & S_M > S_M{}^* \end{cases}, \tag{3.7}$$

où $V = (1/2)\cdot\{l_0/(2\mathrm{R})-\tan((\gamma-\pi/2)/2)-\tan^2((\gamma-\pi/2)/2)/\cos(\gamma)-(1/3)\tan^3((\gamma-\pi/2)/2)\}$ est le volume d'une colonne limitée normalisée par $4\pi R^3$.

La solution $z(1) = 0$ correspond à la jonction des deux périmètres de mouillage d'une colonne limitée et à la rupture de la colonne de la paroi du capillaire pour une certaine valeur critique $S_M=S_M{}^*$. Si $S_M>S_M{}^*$ l'autre configuration d'équilibre se réalise: une goutte libre de dimension transversale $c<1$.

3.1.2. Dynamique de la surface libre

On considère le mouvement du ferrofluide dans un capillaire cylindrique sous l'effet de la force capillaire en présence d'un champ magnétique homogène externe. La description précise du mouvement du ferrofluide avec une surface libre est basée sur l'équation de Navier-Stokes (2.4) et les conditions aux limites (2.6), (2.7) sur la surface libre.

L'approche usuelle de la dynamique de pénétration capillaire de fluides non magnétiques Newtoniens contient les hypothèses suivantes: 1). Le profil de vitesse est le profil de Poiseuille loin du ménisque. 2). Le ménisque se déplace à une vitesse moyenne sur la section du capillaire. 3). On connaît la dépendance de l'angle de contact en fonction du temps de pénétration (la relaxation de l'angle de contact) ou de la vitesse du ménisque (l'angle de contact dynamique). Porkhayev (1949) a déduit une équation générale d'imprégnation capillaire en tenant compte de ces hypothèses. Blake, Haynes (1969), Martynov et al (1983), Kuzmitch et al (1986), Moshinskiy (1989) et d'autres auteurs ont donné des solutions précises ou approximatives de cette équation. De nombreuses études expérimentales de Tchizmadzhev et al (1971), Den'schikova et al (1977), Summ et al (1979) confirment complètement la validité de cette approche.

Si le ferrofluide monte dans un capillaire en présence d'un champ homogène externe, le champ reste homogène dans presque tout le volume de la colonne sauf aux extrémités à proximité du ménisque et du bout du capillaire plongé dans le réservoir. C'est pourquoi la force magnétique volumique n'intervient pas dans l'équation de

Navier-Stokes (2.4). On peut donc appliquer l'approche de Porkhayev (1949) pour étudier la pénétration capillaire du ferrofluide. L'équation d'imprégnation pour le ferrofluide va coïncider complètement avec celle de Porkhayev (1949) pour des fluides simples.

En négligeant les forces d'inertie et la relaxation de l'angle de contact dans une section initiale du capillaire, on obtient les résultats les plus simples sur la dynamique de pénétration capillaire. Washburn (1921) a été le premier à déduire la loi d'imprégnation capillaire valide pour un temps de pénétration $t>>\rho R^2/\eta$:

$$(8\eta/R^2)\cdot dz/dt - \Delta p/z + g_z = 0, \qquad (3.8)$$

où z est la coordonnée axiale du capillaire, elle correspond à la position du sommet de ménisque dans le capillaire,
g_z est la projection de l'accélération de la pesanteur sur l'axe du capillaire,
Δp est la chute de pression le long de la colonne du ferrofluide dans le capillaire.

Pour le fluide non magnétique la chute de pression Δp est égale au saut de pression capillaire sur le ménisque. Pour le ferrofluide Δp est la somme du saut de pression sur le ménisque et de la chute de pression entre ménisque et surface libre du ferrofluide dans un réservoir (voir le paragraphe 3.5 pour les détails). En l'absence de forces magnétiques liées à une inégalité des champs magnétiques dans le ferrofluide du réservoir par rapport au capillaire, la chute de pression Δp est égale à la chute de pression sur le ménisque. Si l'angle de contact ne dépend pas de la vitesse du ménisque, la valeur Δp est constante et déterminée par la solution de l'équation. (2.9) de la surface libre du ferrofluide.

Dans les deux cas d'imprégnation du ferrofluide dans un capillaire horizontal et vertical on prend la condition initiale $z(t=0) = 0$. Pour le capillaire horizontal on a $g_z=0$.

Ci-dessous on expose des résultats sur la statique du ferrofluide dans des capillaires. Dans les paragraphes 3.2 et 3.3 on considère les cas de mouillage et de non mouillage complets. Dans le paragraphe 3.4 on considère la statique du ferrofluide qui ne mouille que partiellement le capillaire, c'est à dire quand l'angle de contact est $\pi/2<\gamma\leq\pi$.

3.2. Statique de la colonne semi-limitée du ferrofluide

Sur les Figs. 3.1a,c on montre la déformation du ménisque de la colonne semi-limitée de ferrofluide dans un champ magnétique parallèle à l'axe du capillaire. L'intensité du champ magnétique aux points A, B, C est déterminée par une solution des équations (2.5) de magnétostatique. Cette solution prend la forme (3.9) pour le ménisque ellipsoïdal de ferrofluide non mouillant et (3.10) pour le ferrofluide mouillant:

$$H_A = H_B = H_C, \qquad H_C + NM(H_C) = H_0; \qquad (3.9)$$

$$H_A = H_C - M(H_A), \quad H_B = H_C, \qquad H_C + (1 - N)M(H_C) = H_0 + M(H_0), \tag{3.10}$$

où $N = [(1-e^2)/e^3]\cdot[\mathrm{Atanh}(e)-e]$ à $b/R>1$ et $N = [(1-e^2)/e^3]\cdot[\mathrm{atan}(e)-e]$ à $b/R<1$ est le facteur de démagnétisation d'un ellipsoïde de rotation dans la direction de son axe de rotation (d'après Landau, Livshitz (1982), Eqs. (4.32), (4.34));
$e = |1-(b/R)^{-2}|^{1/2}$ est l'excentricité de l'ellipsoïde.

On ajoute la loi d'aimantation du ferrofluide $M=M(H)$ aux expression (3.9), (3.10); puis on calcule les valeurs H_A, H_B qu'on introduit dans le système (3.2) – (3.3). On obtient ainsi la solution pour les valeurs cherchées b et Δp. Considérons la solution pour deux cas extrêmes de l' aimantation du ferrofluide – la loi linéaire $M=(\mu-1)H$ et la saturation de l'aimantation M_S. Dans le premier cas nous avons obtenu les dépendances suivantes concernant l'allongement relatif $\lambda=b/R-1$ et la chute de pression Δp sur le ménisque par rapport au champ magnétique externe (voir Bashtovoi et al (2001), Bashtovoi et al (2002-a)):

$$S = \alpha\,[1 + 2\lambda - (1 + \lambda)^{-2}], \tag{3.11}$$

$$\Delta p = \pm(\sigma/R)\,[1 + (1 + \lambda(S))^{-2} + \beta S], \tag{3.12}$$

où $S = \mu_0 H_0^2 R/\sigma$ est un paramètre qui caractérise le rapport des forces magnétique aux force capillaires,
$\alpha = 2[1/(\mu-1)+N]^2$, $\beta = [(\mu-1)/2]\{1-[1+(\mu-1)N]^{-2}\}$ pour le ferrofluide non mouillant,
$\alpha = (2/\mu)[\mu/(\mu-1)-N]^2$, $\beta = [(\mu-1)/2]\{[1-((\mu-1)/\mu)N]^{-2}-1\}$ pour le ferrofluide mouillant.

En l'absence de champ magnétique les équations. (3.11), (3.12) donnent le saut de pression capillaire sur le ménisque: $\Delta p_0 = \pm 2\sigma/R$. Les équations (3.11), (3.12) prennent la forme suivante pour les petites et grandes valeurs du paramètre S:

$$\lambda = \begin{cases} S/(4\alpha), & S << 1, \\ S/(2\alpha), & S >> 1. \end{cases} \tag{3.13}$$

$$\Delta p = \begin{cases} \pm(\sigma/R)\cdot[2 + (\beta - 1/(2\alpha))S], & S << 1, \\ \pm(\sigma/R)\cdot\{1 + 8[\ln(S/\alpha) - 1]/(S/\alpha)\}, & S >> 1. \end{cases} \tag{3.14}$$

Dans ces formules le facteur N intervenant dans les coefficients α et β est égal à 1/3 pour $S<<1$ et à 0 pour $S>>1$. Les section initiales et finales des courbes $\lambda = \lambda(S)$ sont des lignes droites (Fig. 3.2). Le ménisque de ferrofluide mouillant (la courbe inférieure) s'allonge plus faiblement que le ménisque de ferrofluide non mouillant (la courbe supérieure). On peut donc remarquer une analogie entre le comportement du ménisque convexe et d'une goutte de ferrofluide et aussi entre le ménisque concave et une goutte ou bulle non magnétique dans le ferrofluide. Blums et al (1989) ont établi qu'une goutte non magnétique s'allonge plus faiblement qu'une goutte magnétique.

Dans un champ faible la valeur absolue de la chute de pression augmente proportionnellement au paramètre S (lignes continues sur la figure. 3.3). Puis en augmentant le champ la chute de pression devient maximale, ensuite elle diminue et tend vers la moitié de sa valeur initiale, $\Delta p_0=2\sigma/R$ (pour un champ nul). Cette asymptote peut être expliquée par les considérations suivantes. Dans un champ magnétique fort le ménisque prend la forme d'un ellipsoïde très allongé, donc le champ dans le ferrofluide devient presque homogène. Cela exclut la chute de pression due à la force magnétique volumique (dans Eq. (3.12) $N \to 0$ et $(\beta S) \to 0$). Par ailleurs la courbure du ménisque au point latéral B (cf. Fig. 3.1a,c) tend vers $1/R$ au lieu de $2/R$ comme en l'absence de champ. Le saut de pression magnétique en ce point est toujours zéro, donc le saut de pression total est égal au saut de pression capillaire $\Delta p(S\to\infty) = \sigma/R$. C'est évident maintenant que $\Delta p(S\to\infty)/\Delta p_0=1/2$. Remarquons aussi que dans un fort champ (S>>1), la chute de pression Δp est égale au saut de pression sur le ménisque parce que la chute de pression le long de la colonne de ferrofluide disparaît.

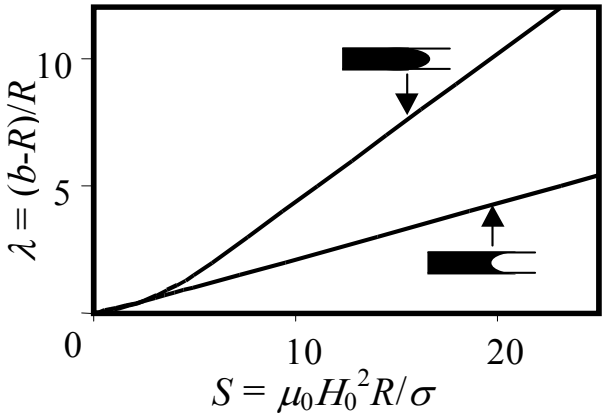


Fig.3.2. L'allongement relatif du ménisque dans un champ magnétique longitudinal (selon Eq. (3.11))

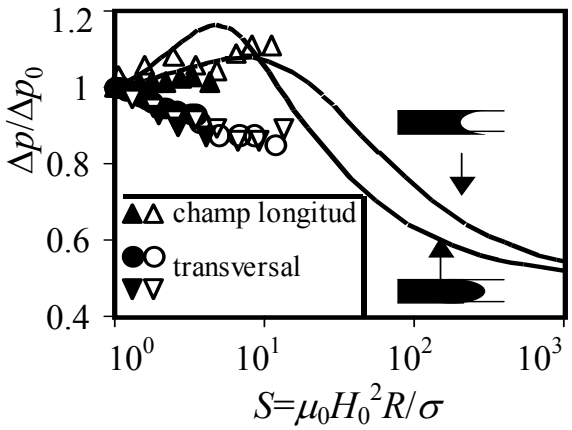


Fig.3.3. Dépendance de la chute de pression sur le ménisque en fonction de S. Les lignes correspondent à la théorie pour le champ longitudinal. Symboles pleins: expérience dans le capillaire de diamètre 0.27 mm. Symboles vides: expérience dans le capillaire de 0.80 mm. Les points expérimentaux pour le champ longitudinal (triangles) sont obtenus dans le capillaire horizontal et pour le champ transversal ils sont obtenus dans des capillaires horizontaux (cercles) et verticaux (triangles retournés)

Nous avons obtenu les données expérimentales sur la chute de pression dans le champ longitudinal et transversal pour le ferrofluide mouillant presque complètement les

parois des capillaires; le cosinus de l'angle de contact étant égal à $\cos(\gamma) = 0.97\pm0.1$. L'erreur maximale de mesures des valeurs $\Delta p/\Delta p_0$ et S présentées sur la Fig. 3.3 est 3 et 2% respectivement. Pour les capillaires de deux diamètres 0.27 et 0.80 mm il y a une correspondance des résultats théoriques et expérimentaux avec une différence de moins de 7%. Pour le champ transversal on a obtenu des résultats expérimentaux en utilisant les deux installation (cf. Figs. 2.4a,b) et des capillaires de deux diamètres 0.27 et 0.80 mm. On voit que tous les points correspondants au champ transversal se rassemblent sur une seule courbe et montrent une réduction de la chute de pression dans le champ (à 15 % quand $S = 15$).

Les résultats théoriques (3.11), (3.12) sont valides pour des valeurs du paramètre S telles que la loi d'aimantation du ferrofluide reste encore linéaire. Bashtovoi et al (1987-c), Chekanov et al (1988) ont remarqué que la forme d'une goutte libre de ferrofluide commence à s'écarter brusquement de la forme ellipsoïdale quand l'allongement relatif est $\lambda>7$. C'est pourquoi il faudrait appliquer les solutions obtenues dans ce paragraphe non pas pour toute la gamme d'allongement mais, en première approximation, pour $\lambda<7$. Cette condition correspond à $S<15$ pour le ferrofluide non mouillant et à $S<35$ pour le ferrofluide mouillant.

Dans le cas de saturation de l'aimantation l'allongement du ménisque et la chute de pression prennent leurs valeurs extrêmes et sont déterminées par les équations. (3.11), (3.12) avec $\alpha=1$, $\beta=2N(\lambda)$ et le paramètre $S_M = \mu_0 M_S^2 R/(2\sigma)$ au lieu du paramètre S. A la différence du ferrofluide non saturé, les courbes $\lambda(S)$ et $\Delta p(S)$ pour le ferrofluide mouillant saturé coïncident avec les courbe correspondantes du ferrofluide non mouillant saturé.

La chute de pression diminue au maximum de deux fois dans le champ longitudinal si l'aimantation de saturation du ferrofluide est assez grande pour avoir le paramètre $S_M\to\infty$. Si l'aimantation de saturation n'est pas assez grande ou si le rayon du capillaire est trop petit, on n'arrivera pas à l'asymptote $(\Delta p/\Delta p_0)\to1/2$. Rappelons que la forme du ménisque s'écarte de la forme ellipsoïdale pour un fort allongement: $\lambda>>7$. La configuration finale du ménisque dans le champ $S_M\to\infty$ est quand même similaire à celle prédite par l'approximation de l'ellipsoïde. Elle présente une forme très allongée. Pour cette configuration non ellipsoïdale et le champ $S_M\to\infty$ l'asymptote $(\Delta p/\Delta p_0)\to1/2$ reste toujours valide pour la même raison que dans le cas du ménisque ellipsoïdal.

3.3. Statique de la colonne limitée du ferrofluide

Le comportement de la colonne de ferrofluide limitée par deux ménisques a ses particularités dans le champ magnétique longitudinal. Quand la colonne de ferrofluide non mouillant s'allonge ses périmètres de mouillage s'approchent l'un de l'autre et se

lient (Fig. 3.1b). A ce moment-là la colonne se sépare du mur du capillaire pour une certaine valeur du paramètre $S = S^*$. Ensuite cette colonne se comporte comme une goutte libre de ferrofluide. La déformation du ferrofluide mouillant s'accompagne d'un éloignement des périmètres de mouillage et d'un rapprochement des sommets des ménisques. Quand les ménisques se lient dans le champ critique S^* la colonne se détruit (Fig. 3.1d). Dans le champ supercritique $S>S^*$ le ferrofluide se répand sur le mur du capillaire comme une couche fine. Nous avons montré que l'allongement critique λ^* du ménisque correspondant à ces deux situations dépend de la longueur initiale $l_0 = l(H_0=0)$ de la colonne du ferrofluide et se définit par la formule suivante (voir Bashtovoi et al (2001)):

$$\lambda^* = \begin{cases} (3/2)\cdot[l_0/(2R)-1], & l_0/(2R)\geq 1, \quad \gamma=\pi; \\ 3\cdot l_0/(2R), & l_0/(2R)\geq 0, \qquad \gamma=0. \end{cases} \tag{3.15}$$

Comme les équations. (3.2), (3.3) sont également valables pour les cas des colonnes semi-limitées et limitées, les solutions pour l'allongement du ménisque b sont les mêmes pour les colonnes semi-limitées et limitées. Dans le champ précritique $S<S^*$ l'allongement relatif λ du ménisque s'obtient à partir de (3.11). Selon la condition (3.4) de la constance du volume, l'allongement relatif de la colonne est égal à $|l-l_0|/(2R)=\lambda/3$ et ne dépend pas de la longueur initiale l_0 (voir Bashtovoi et al (2002-a)). La valeur critique du paramètre S^* est déterminée à partir de (3.11) en y substituant la valeur λ^*. Dans le champ supercritique $S>S^*$ l'allongement de la goutte libre formée d'une colonne de ferrofluide non mouillant est égal à $|l-l_0|/(2R)=\lambda+1-l_0/(2R)$ et dépend de la longueur (ou du volume) initiale de la colonne. La valeur $\lambda=b/R-1$ pour la goutte libre est déterminée par la formule suivante:

$$S = \alpha\,[2(1+\lambda)^2\cdot(1+\lambda^*)^{-1} - (1+\lambda)^{-5/2}\cdot(1+\lambda^*)^{1/2} - (1+\lambda)^{1/2}\cdot(1+\lambda^*)^{-1/2}]. \tag{3.16}$$

Tandis que l'allongement de la colonne du ferrofluide non mouillant est proportionnel au paramètre S dans le champ fort $S>>1$ (cf. Eq. (3.13)) l'allongement de la goutte libre est proportionnel à $S^{1/2}$. Cela signifie que la goutte libre s'allonge plus faible que la colonne:

$$\lambda = [(1+\lambda^*)S/(2\alpha)]^{1/2},\ S >> 1 \tag{3.17}$$

Les dépendances théoriques et expérimentales de l'allongement relatif $|l-l_0|/(2R)$ de la colonne en présence d'un champ magnétique sont présentées sur la figure. 3.4. La courbe 1 correspond au ferrofluide non mouillant, la courbe 3 correspond au ferrofluide mouillant, les points correspondent aux données expérimentales de Bashtovoi et al (1987-a) pour le cas de non mouillage complet. La courbe 2 montre l'allongement de la goutte

libre formée à partir de la colonne de ferrofluide non mouillant (on l'a calculée à l'aide de l'équation (3.16) pour la longueur initiale $l_0/(2R)$=4.2). Le point où la colonne du ferrofluide non mouillant se sépare de la paroi du capillaire est marqué par une étoile vide sur la courbe 1. Après s'être séparée de la paroi, la colonne suit la courbe 2 correspondant à l'allongement de la goutte libre. Notons que la courbe 1 illustre l'allongement de la colonne pour n'importe quelle longueur initiale l_0. Pourtant la position du point critique (étoile) sur cette courbe dépend de la longueur initiale. Sur la figure 3.4 ce point correspond à $l_0/(2R)$=4.2. Par analogie, nous marquons le point critique sur la courbe 3 d'allongement de la colonne de ferrofluide mouillant (étoile pleine). La section de la courbe 3 située à gauche de l'étoile correspond à une colonne avant la transition en couche, celle à droite devient inaccessible pour la colonne de la longueur $l_0/(2R)$=4.2 (mais accessible pour $l_0/(2R)$>4.2) parce qu'elle se répand sur le mur du capillaire. Les points expérimentaux montrent une bonne correspondance avec la théorie et confirment la conclusion théorique que l'allongement de la colonne du ferrofluide ne dépend pas de sa longueur initiale.

Les dépendances théoriques du champ critique S^* par rapport à la longueur initiale réduite: $l_0/(2R)$ de la colonne de ferrofluide sont présentées sur la Fig. 3.5. On voit que pour une même longueurs initiale, le champ de transition colonne-couche pour le ferrofluide mouillant (la courbe supérieure) est plus fort que celui d'une transition colonne-goutte pour le ferrofluide non mouillant (la courbe inférieure). La courbe du ferrofluide non mouillant part du point $l_0/(2R)$=1, qui correspond à la restriction $l_0/(2R)\geq 1$.

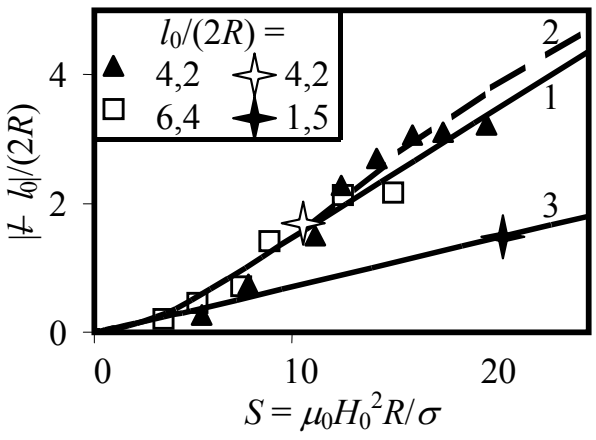


Fig.3.4. L'allongement relatif de la colonne limitée de ferrofluide dans un champ longitudinal (points: expérience de Bastovoi et al (1987-a); lignes: théorie: 1- la colonne de ferrofluide non mouillant, 2- la goutte libre après la séparation de la paroi, 3- la colonne de ferrofluide mouillant, les étoiles correspondent aux états critiques)

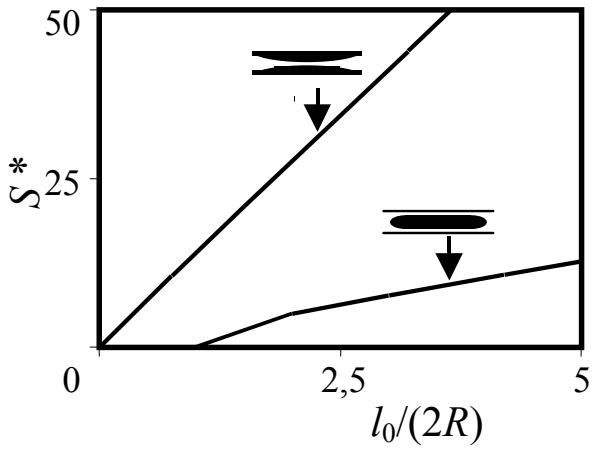


Fig.3.5. Dépendance de la valeur critique S en fonction de la longueur initiale de la colonne limitée de ferrofluide*

Si l'aimantation du ferrofluide est saturée dans le champ précritique les transitions colonne-goutte ou colonne-couche deviendront impossibles.

3.4. Influence de l'angle de contact sur la statique du ménisque de ferrofluide

3.4.1. Colonne semi-limitée

Une solution intégrale de l'équation (3.7) prend la forme suivante sous la condition $z'(0)=0$:

$$z = \int z'(r)dr + C_2, \quad z'(r) = -C_1 \, \mathrm{I}_1(C_1 r) / [S_M{}^2 \, \mathrm{I}_0{}^2(C_1 r) - C_1{}^2 \, \mathrm{I}_1{}^2(C_1 r)]^{1/2}, \tag{3.18}$$

où I_0 et I_1 sont les fonctions modifiées de Bessel, les constantes C_2 et $C_1=|S_M(\Pi-S_M)|^{1/2}$ sont déterminées par des conditions aux limites (3.6).

Les solutions pour la forme de ménisque et la chute de pression de la colonne semi-limitée prennent la forme finale suivante (voir Bashtovoi et al (2002-d)):

$$z = -\int_r^1 z'(r)dr, \quad (C_1 \, \mathrm{I}_1(C_1)) / (S_M \, \mathrm{I}_0(C_1)) = -\cos(\gamma), \tag{3.19}$$

$$\Delta p = (\sigma/R)\cdot[(1-\beta_M)S_M - C_1{}^2(S_M)/S_M], \tag{3.20}$$

où le coefficient est égal à $\beta_M= [(1+(\mu-1)N)^2-1]/(\mu-1)$ dans le cas où la loi d'aimantation est linéaire et à $\beta_M=2N$ dans le cas du ferrofluide à l'état de saturation.

Les solutions (3.19), (3.20) caractérisent le comportement du ménisque de ferrofluide en fonction de l'aimantation M_C (paramètre S_M). D'un point de vue théorique il est important d'établir les dépendances de la forme et de la pression directement en fonction du champ magnétique externe H_0 (paramètre $S=\mu_0 H_0{}^2 R/\sigma$). Pour celà on suit la procédure suivante concernant le calcul avec une loi d'aimantation linéaire. Premièrement on prend une certaine valeur du paramètre S_M. Puis on détermine la valeur C_1 en fonction de S_M et $\cos(\gamma)$ en résolvant l'équation transcendantale (3.19). On substitue la constante C_1 dans $z'(r)$, ce qui permet de calculer la forme du ménisque (Eqs. 3.18-3.19). Ensuite on calcule le facteur de démagnétisation N en prenant la coordonnée $z(0)$ du sommet de ménisque pour le rapport des axes d'ellipsoïde dans l'expression de N. On détermine le paramètre β_M et la chute de pression Δp à l'aide de la formule (3.20). Enfin on met en correspondance univoque le paramètre S_M avec le paramètre $S=2[1/(\mu-1)+N]^2 S_M$. Remarquons que pour l'angle de contact $\gamma=180^0$ la partie sous l'intégrale (3.19) tend vers l'infini si $r=1$, c'est pourquoi on prend la limite supérieure de l'intégrale égale à

$r=1-\nu$, où la valeur du paramètre infinitésimal, ν, est déterminé pour une erreur de calcul inférieure à 0.1%.

Nous avons fait ces calculs pour les angles de contact $\gamma=166^0$, 173^0, 180^0 et la loi d'aimantation linéaire avec $\mu=2{,}7$. Les formes de ménisque de la colonne semi-limitée du ferrofluide sont présentées sur la figure 3.6a pour $\gamma=166^0$. Sur cette figure on voit que la forme du ménisque est similaire à un ellipsoïde pour un champ magnétique tel que $S<5$. Mais le ménisque s'écarte de la configuration ellipsoïdale dans un champ plus fort et prend la forme d'un cône avec la coordonnée au sommet $z(0)\rightarrow -\text{cotan}(\gamma)$. La courbe $z(r)$ n'a pas de points d'inflexion quelque soit la valeur du champ magnétique. Expérimentalement, avec $\gamma=166^0$ on pouvait distinguer une faible inflexion de la forme du ménisque près du mur du capillaire, pourtant cela n'a pas provoqué de grande divergence entre les résultats théoriques et expérimentaux.

La dépendance de l'allongement relatif du ménisque $\lambda=z(0)-z_0$ au paramètre S est montrée sur la figure3.6b ($z_0=\tan(\gamma)-1/\cos(\gamma)$) est la coordonnée du sommet de ménisque en absence de champ). On voit que la courbe $\lambda(S)$ devient plus raide avec une augmentation de l'angle de contact, c'est à dire que le ménisque s'allonge plus fortement. Si $\gamma\neq 180^0$ les courbes $\lambda(S)$ ont une asymptote $\lambda(S\rightarrow\infty)=-\text{cotan}(\gamma)-z_0$ qui correspond au sommet d'un cône avec l'angle de base égal à $\gamma-\pi/2$.

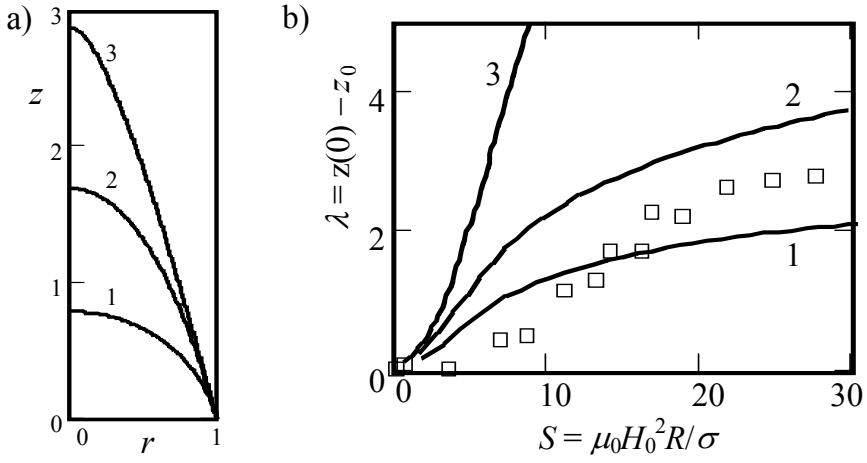


Fig. 3.6. Comportement du ménisque de la colonne semi-limitée de ferrofluide non mouillant:
a) formes du ménisque pour l'angle de contact $\gamma=166^0$ et le paramètre S égal à: 1 – 0; 2 – 4.5; 3 – 27; b) dépendance de l'allongement relatif du ménisque au paramètre S pour γ égal à: 1 – 166^0; 2 – 173^0; 3 – 180^0 (points: expérience pour $\gamma=166^0$)

Sur la figure. 3.6b les données expérimentales correspondent à l'angle de contact $\gamma=166^0$ et sont représentées par des carrés. L'erreur maximale sur les mesures de λ et S est de 7 et 2% respectivement. La différence entre les courbes théoriques et expérimentales est inférieure à 20% pour $10<S<30$ mais en dehors des erreurs expérimentales. A notre

avis, ce désaccord est lié à l'approximation d'un champ homogène qui devient plus grossière quand la forme de la surface s'écarte de celle d'un ellipsoïde.

La dépendance du rapport de la chute de pression Δp à celle $\Delta p_0 = -2\sigma\cdot\cos(\gamma)/R$ en l'absence de champ magnétique en fonction du paramètre S est présentée sur la figure. 3.7. On voit que le rapport $\Delta p/\Delta p_0$ augmente avec le champ magnétique quelque soit l'angle de contact. Expérimentalement nous mettions le ferrofluide en contact avec de l'eau distillée ou une solution aqueuse de chlorure de calcium afin d'obtenir le non-mouillage du ferrofluide. La tension superficielle entre ces fluides est plus petite d' un ordre de grandeur que celle relative à la surface entre le ferrofluide et l'air ambiant. Dans ces conditions, le changement de chute de pression en présence du champ magnétique est comparable avec l' erreur de mesure. C'est pourquoi nous n'avons pas réussi à obtenir la valeur précise du rapport $\Delta p/\Delta p_0$ dans ces expériences.

Pour le cas $S_M>3$ l'équation transcendante (3.19) a une solution approximative par rapport à C_1 (l'erreur est moins de 3%): $C_1(S_M)=-\cos(\gamma)S_M + 1/2$. Donc l'équation (3.20) pour la chute de pression se simplifie:

$$\Delta p = -(\sigma/R)\cdot[-\cos(\gamma)+1/(4S_M)+(-1+\cos^2(\gamma)+\beta_M)S_M] \text{ à } S_M>3 \qquad (3.21)$$

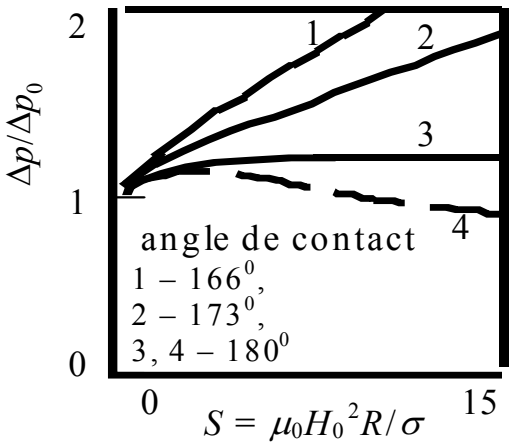


Fig. 3.7. Dépendance théorique de la chute de pression sur le ménisque en fonction de S pour le ferrofluide non mouillant et différents angles de contact (ligne pointillée 4 – approximation d'ellipsoïde pour $\gamma = 180^0$)

On peut reformuler cette expression pour le cas de non mouillage complet et d'une loi d'aimantation linéaire:

$$\Delta p = -(\sigma/R)\cdot[1+\alpha/(4S)+\beta S] \text{ pour } S>3, \qquad (3.22)$$

où les coefficients α et β prennent les mêmes valeurs que les coefficients correspondants dans les équations (3.11), (3.12).

L'équation (3.22) est également valable pour le ferrofluide avec une aimantation

saturée, il faut y substituer les coefficients α=1, β=2N et le paramètre $S_M=\mu_0 M_S^2 R/(2\sigma)$ au lieu du paramètre S.

Les solutions (3.19) – (3.22) sont utilisables pour les gammes de champ magnétique dans lesquelles la forme du ménisque ne s'écarte pas trop d'un ellipsoïde de rotation, autrement dit, quand l'approximation de champ homogène reste valide. En pratique cette condition est réalisée pour des angles de contact $150^0<\gamma\leq180^0$ et la limite supérieure de validité de ces solutions augmente linéairement de S=1 quand $\gamma=150^0$ à 15 quand $\gamma=180^0$. En fait pour des angles de contact inférieurs à 180^0 l'approximation du ménisque par un ellipsoïde de rotation est valide dans une gamme de champ magnétique beaucoup plus étroite.

Comparons maintenant les résultats sur la forme de ménisque et la chute de pression obtenue pour $\gamma=180^0$ dans le cadre des deux approches: l'approximation d'ellipsoïde et l'approximation H_C=const. Dans la zone de validité, S<15 de la solution, on observe une divergence maximale entre les deux courbes $\lambda(S)$ égale à 25% quand S = 15 (Fig. 3.8). Pour S<7 l'approximation H_C=const (courbe 1) donne de plus grandes valeurs de λ que l'approximation d'ellipsoïde (courbe 2), la différence entre les deux courbes n'excède pas 2%. Pour S>7 les courbes $\lambda(S)$ se séparent assez brusquement et l'approximation H_C=const donne de plus petites valeurs de λ. Cette tendance vient d'un comportement asymptotique de l'allongement relatif pour S>>1: l'approximation d'ellipsoïde donne $\lambda = S/(2\alpha)$ tandis que l'approximation H_C=const donne $\lambda=(S/\alpha)^{1/2}$.

La différence entre les dépendances de la chute de pression en fonction du champ devient majeure pour S>5 (courbes 3, 4 sur Fig. 3.7). Une analyse des équations (3.12) et (3.22) pour Δp montre que l'approximation H_C=const donne de plus grandes valeurs de la chute de pression pour S>5. Pourtant en fort champ (S>>1) les équations (3.12), (3.22) correspondant à ces deux approches prennent la forme équivalente: $\Delta p = -(\sigma/R)\cdot[1+\beta S]$. C'est pourquoi ces formules donnent la même asymptote $\Delta p/\Delta p_0\rightarrow 1/2$ pour $S\rightarrow\infty$.

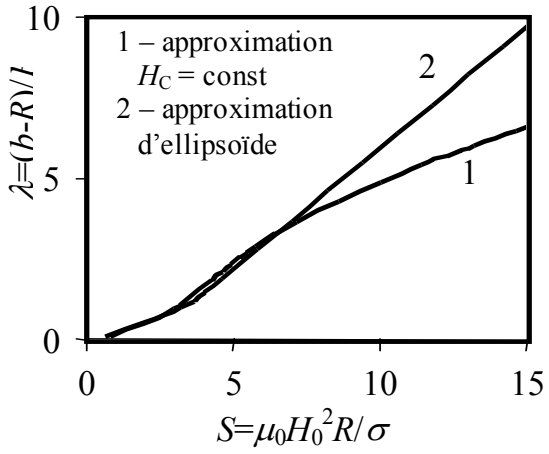


Fig. 3.8. Comparaison des résultats théoriques sur l'allongement du ménisque donnés par l'approximation H_C=const et par l'approximation d'ellipsoïde

3.4.2. Colonne limitée

En substituant les conditions aux limites (3.7) dans l'équation (3.18) nous avons obtenu la solution suivante pour les ménisques d'une colonne limitée de ferrofluide (voir Bashtovoi et al (2002-d)):

$$z=\int_c^r z'(r)dr-(2/c)\int_0^c r\int_0^r z'(r)drdr+2V/c, \qquad (a)$$
$$\begin{cases}(C_1\,\mathrm{I}_1(C_1))/(S_M\,\mathrm{I}_0(C_1))=-\cos(\gamma), \quad c=1 \qquad S_M\le S_M{}^*, \quad (b)\\ (C_1\,\mathrm{I}_1(C_1))/(S_M\,\mathrm{I}_0(C_1))=1, \qquad z(c)=0, \qquad S_M>S_M{}^*. \quad (c)\end{cases} \qquad (3.23)$$

Dans cette expression la relation entre les paramètres S et S_M est la même que pour une colonne demi-limitée. Remarquons que le facteur de démagnétisation N intervenant dans l'expression de S est la fonction de la hauteur $z(0)$ du ménisque mais pas de la longueur l de toute la colonne.

Nous avons fait les calculs pour le ferrofluide avec la loi d'aimantation linéaire et pour les angles de contact γ=166^0 и 180^0. Sur la figure 3.9a les formes de ménisque avec l'angle de contact γ=166^0 sont représentées. Il est évident que pour un certain angle de contact le ménisque d'une colonne limitée de ferrofluide a la même forme que le ménisque d'une colonne semi-limitée. Sur la figure 3.9a on voit que pour le paramètre S=11 il y a deux formes d'équilibre du ménisque: l'une correspond à la colonne avec les périmètres de contact liés (courbe 2) et l'autre correspond à la goutte libre de ferrofluide (courbe 3). Cette transition colonne-goutte s'accompagne de changements saccadés des dimensions longitudinales et transversales de la colonne. Le champ critique de la transition directe $S^*=S^{*+}$ est donnée par la solution de l'équation $z(r=1,S)=0$ avec la fonction $z(r)$ déterminée par la condition (3.23b).

En diminuant le champ, la goutte libre s'aplatit jusqu'à ce qu'elle se mette en contact avec la paroi du capillaire. L'instant où la goutte touche la paroi du capillaire correspond à l'état instable du volume de ferrofluide dans le capillaire, c'est à dire que la goutte de ferrofluide se transforme en colonne cylindrique dans le capillaire avec deux ménisques. Cette transition goutte-colonne s'accompagne d'une réduction saccadée de la dimension transversale de la colonne et d'un augmentation de la distance entre les périmètres de mouillage. Le champ critique $S^*=S^{*-}$ de la transition inverse est déterminé par l'équation $c(S)=1$ sous la condition (3.23c). Le champ de la transition colonne-goutte est plus grand que le champ de la transition inverse ($S^{*+}>S^{*-}$), c'est pourquoi on observe un hystérésis de l'état de la colonne limitée du ferrofluide dans le capillaire. Cet hystérésis est présenté sur la figure 3.9b où les dépendances de l'allongement relatif $(l-l_0)/(2R)$ de la colonne de ferrofluide en fonction du paramètre S sont illustrées. Les

courbes 1 et 2 correspondent au cas de non mouillage partiel (γ=166^0) avec $l_0/(2R)$=1.4. La courbe 1 représente l'allongement de la colonne de ferrofluide qui est en contact avec la paroi du capillaire; pour un angle de contact donné cette courbe est universelle pour n'importe quelle longueur l_0 initiale de la colonne. La courbe 2 correspond à la goutte libre de ferrofluide, «libre» voulant dire que la goutte ne touche pas la paroi du capillaire. L'allongement relatif de la goutte libre dépend de la longueur initiale l_0 de la colonne. La transition colonne-goutte est marquée par une flèche sur Fig. 3.9b. Lors de la transition inverse goutte-colonne, le saut de l'allongement est trop petit pour pouvoir être visible sur la figure 3.19b ($\Delta(l - l_0)/(2R)$= –0.04).

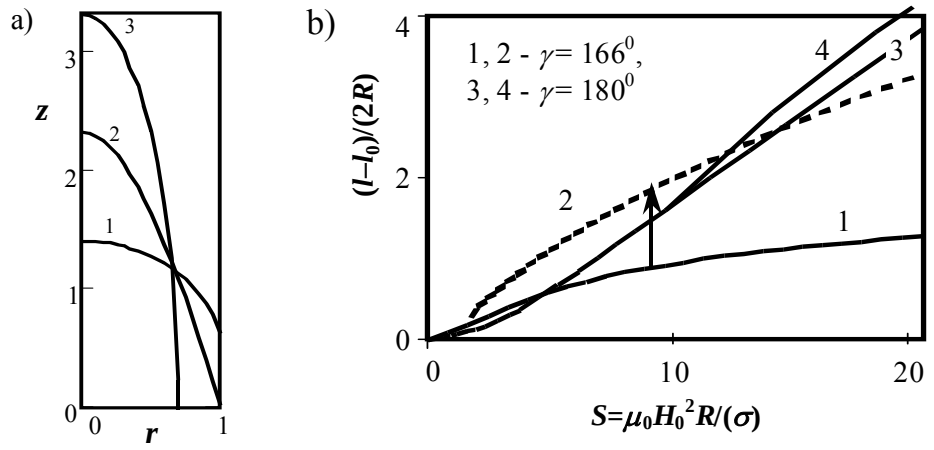


Fig. 3.9. Comportement du ménisque de la colonne limitée de ferrofluide non mouillant: a) formes du ménisque pour l'angle de contact γ=166^0 : 1 – S=0, 2 – S=11, la colonne avant la séparation de la paroi du capillaire, 3 – S=11, la goutte libre; b) dépendance de l'allongement relatif de la colonne en fonction du paramètre S pour une longueur initiale relative $l_0/(2R)$=1.4: Courbes 1, 3: allongement de la colonne en contact avec la paroi du capillaire. Courbes 2,4 – Allongement de la goutte libre

Dans le cas de γ=180^0 on n'observe pas d'hystérésis parce que dans l'état pré critique, la colonne et la goutte touchantes la paroi du capillaire sur une seule ligne sont équivalentes. Les transitions colonne-goutte (courbe 3) et goutte-colonne (courbe 4) ont lieu aux mêmes valeurs du paramètre $S=S^{*+}=S^{*-}$ et s'accompagnent d'un changement continu des dimensions linéaires. Les résultats expérimentaux de Bashtovoi et al (1987-a) confirment ce comportement de la colonne de ferrofluide ayant un angle de contact γ=180^0 (voir Fig. 3.4).

3.5. La hauteur d'équilibre d'ascension capillaire du ferrofluide

Dans les paragraphes précédents on a considéré la statique de la colonne du ferrofluide dans le capillaire dans le cas où on pouvait négliger l' effet de

démagnétisation du réservoir. Dans ce paragraphe on considère l'ascension du ferrofluide dans un capillaire vertical à partir d'un réservoir rempli d'un volume du ferrofluide dont l'épaisseur est beaucoup moins grande que ses dimensions transversales (voir Fig. 2.4c). La hauteur d'équilibre h d'ascension capillaire est déterminée en tenant compte des deux composantes suivantes – la chute de pression sur le ménisque et la chute de pression due à la différence des champs magnétiques dans le capillaire et le réservoir.

La chute de pression $p_1–p_2$ entre le point arbitraire 1 dans le volume de ferrofluide et le point 2 dans l'air est déterminée par l'équation de statique (2.9) de la surface du ferrofluide. On peut choisir le point 1 sur la surface libre du ferrofluide dans le réservoir. Donc la chute de pression $p_1–p_2$ est égale au saut de pression sur la surface du ferrofluide dans le réservoir: $p_1–p_2=\sigma k_1–(1/2)\mu_0 M_{n1}{}^2$. Posons maintenant cette chute de pression égale à la chute de pression donnée par l'équation.(2.9) et choisissons le niveau d'origine sur la surface du ferrofluide dans le réservoir. Nous obtenons finalement une expression pour la coordonnée verticale z du ménisque:

$$\rho g z = -\sigma k_2 + (1/2)\mu_0 M_{n2}{}^2 + \mu_0 \int_{H_1}^{H_2} M dH + \sigma k_1 - (1/2)\mu_0 M_{n1}{}^2, \qquad (3.24)$$

où les indices 1 et 2 correspondent respectivement aux valeurs des quantités physiques sur la surface de ferrofluide dans le réservoir et sur le ménisque dans le capillaire.

Dans le cas de la longue colonne du ferrofluide dans le capillaire ($z>>R$) la non homogénéité du champ dans le ferrofluide près du ménisque est beaucoup plus grande que celle loin du ménisque. Donc on peut séparer la chute de pression Δp_1 due à la présence du réservoir et la chute de pression sur le ménisque Δp_2 dans les termes de l'équation (3.24). La chute de pression Δp_2 présente une différence de pressions entre l'air et un point dans le ferrofluide assez loin du ménisque où la non homogénité du champ est négligeable. Pour la longue colonne du ferrofluide la gravité n'exerce pas d'influence sur la forme de ménisque; on peut donc substituer la coordonnée z d'un point arbitraire du ménisque par la hauteur h de l'ascension capillaire qui est déterminée comme le niveau du sommet de ménisque:

$$\rho g h = \Delta p_1 + \Delta p_2, \qquad (3.25)$$

$$\Delta p_1 = \mu_0 \int_{H_1}^{H_D} M dH - (1/2)\mu_0 M_{n1}{}^2 + \sigma k_1, \qquad (3.26)$$

$$\Delta p_2 = -\sigma k_2 + (1/2)\mu_0 M_{n2}{}^2 + \mu_0 \int_{H_D}^{H_2} M dH, \qquad (3.27)$$

Afin de définir la chute de pression Δp_2 sur le ménisque on peut utiliser la solution (3.12) pour la colonne semi-limitée du ferrofluide. Dans ce cas on admet que l'intensité

du champ magnétique H_D (qui intervient dans les équations. (3.26), (3.27)) dans le ferrofluide loin du ménisque soit égale à l'intensité du champ dans le ferrofluide de la colonne semi-limitée pour un éloignement infini du ménisque. Par exemple dans le cas particulier du champ externe H_0 longitudinal nous avons $H_D = H_0$.

Dans les réservoirs montrés sur les figures 2.4a,b la surface libre du ferrofluide est plate et le champ est parallèle à cette surface. Dans ces conditions le saut de pression magnétique est nul sur cette surface. Les champs magnétiques dans les volumes du ferrofluide dans le réservoir H_1 et le capillaire H_D sont égaux parce que ces volumes ont la forme régulière d'un cylindre. Donc tous les termes de l'équation (3.26) sont nuls, Δp_1 est nul, et la présence du réservoir n'exerce pas d' influence sur l'ascension capillaire. Cependant dans le cas général d'une forme arbitraire du réservoir et d'une orientation quelconque du champ magnétique, la chute de pression Δp_1 n'est pas nulle. L'un des exemples les plus courants d'ascension capillaire avec une influence du réservoir est l'ascension d'une couche fine plate de ferrofluide, c'est à dire quand l'épaisseur de ferrofluide dans le réservoir est beaucoup moins grande que les dimensions transversales (Fig. 2.4c).

Dans ce cas les intensités du champ magnétique H_1 et H_D sont déterminé par les facteurs de désaimantation de cylindres court et long respectivement: $H_1+M(H_1)=H_0$, $H_D=H_0$ pour le champ longitudinal par rapport à l'axe du capillaire et $H_1=H_0$, $H_D+(1/2)M(H_D)=H_0$ pour le champ transversal. Nous avons donc déduit des expressions pour une correction Δp_1 de la chute de pression sur le ménisque dans les cas suivants: 1) une loi linéaire d'aimantation du ferrofluide avec un champ longitudinal (3.28), ou transversal (3.29) (voir Bashtovoi et al (2002 – c)); 2) un ferrofluide avec une aimantation saturée (3.30):

$$\Delta p_1 = [(\mu-1)^2/(2\mu)] \cdot \mu_0 H^2 = (\sigma/R)\cdot[(\mu-1)^2/(2\mu)] \cdot S, \qquad (3.28)$$

$$\Delta p_1 = -(1/2)(\mu-1)[1 - 4/(\mu+1)^2] \cdot \mu_0 H^2 = -(\sigma/R)\cdot(1/2)(\mu-1)[1 - 4/(\mu+1)^2]\cdot S, \qquad (3.29)$$

$$\Delta p_1 = \pm\mu_0 M_S^2/2 = \pm(\sigma/R)\cdot S_M. \qquad (3.30)$$

Dans l'équation. (3.30) le signe "+" correspond au champ longitudinal, le signe "–" correspond au champ transversal. Nos estimations montrent qu'en champ faible (S<1) la chute de pression Δp_1 due à la présence du réservoir est comparable avec la chute de pression Δp_2 sur le ménisque. Dans un champ plus fort (S>10) Δp_1 excède nettement Δp_2, c'est à dire que l'effet de démagnétisation du réservoir exerce une influence prépondérante sur la hauteur d'ascension capillaire du ferrofluide.

Les dépendances expérimentales de la pression hydrostatique réduite $\Delta p/\Delta p_0=h/h_0$ de la colonne de ferrofluide dans le capillaire en fonction du paramètre S sont présentées sur la figure 3.10 pour le cas de l'ascension capillaire d'une couche fine. h_0 est la hauteur de la colonne en l'absence de champ magnétique. On voit que la hauteur d'ascension

augmente dans le champ longitudinal (de 33% quand $S \approx 0.9$) et diminue dans le champ transversal (de 50% quand $S \approx 4$). Les données pour le champ longitudinal sont obtenues jusqu'à la valeur du champ externe égale à $H \approx 7.0$ kA/m déterminée par un saut de l'instabilité de surface du ferrofluide dans le réservoir.

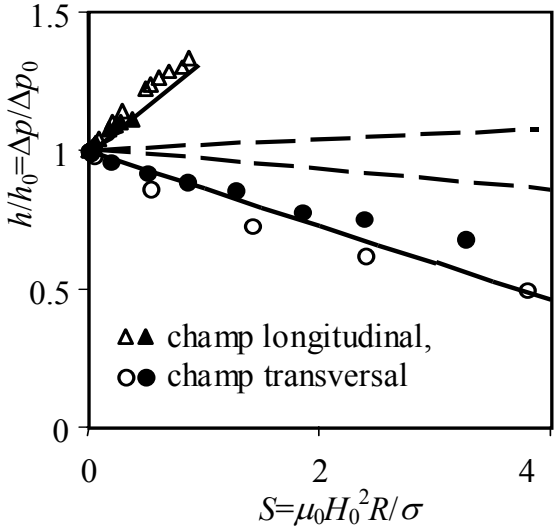


Fig. 3.10. Dépendance de la hauteur normalisée d'ascension capillaire du ferrofluide en fonction du champ magnétique (symboles vides – expérience pour le capillaire de diamètre 0.80 mm, symboles pleins – expérience pour le capillaire de diamètre 0.27 mm, lignes continues – théorie, lignes pointillées –approximation (fit) linéaire des données expérimentales (Fig. 3.3) obtenues en absence d'effet de démagnétisation du réservoir)

Nous avons ajouté sur la figure 3.10 les dépendances expérimentales pour la chute de pression en absence d'effet de démagnétisation du réservoir (lignes pointillées) afin de voir la contribution de la chute de pression au ménisque sur la hauteur d'ascension. On voit que dans les deux cas (champ longitudinal ou transversal), la chute de pression sur le ménisque ne contribue pas beaucoup à la chute de pression totale. Pour représenter les courbes $\Delta p/\Delta p_0(S)=(\Delta p_1+\Delta p_2)/\Delta p_0$ (lignes continues) on a pris l'approximation (fit) linéaire des valeurs expérimentales de la chute de pression sur le ménisque $\Delta p_2(S)$ présentées sur la figure 3.3 et calculé la fonction $\Delta p_1(S)$ avec l'aide des équations (3.28), (3.29). Une bonne correspondance entre les données théoriques et expérimentales est obtenue avec une erreur inférieure à 7%.

3.6. Dynamique de pénétration d'un ferrofluide dans des capillaires

On considère la dynamique de pénétration du ferrofluide mouillant dans des capillaires horizontaux et verticaux sous l'effet de la force capillaire et du champ magnétique homogène, longitudinal ou transversal par rapport à l'axe d'un capillaire. On établit l' effet du champ magnétique sur le temps et la vitesse de remplissage des

capillaires.

Nous avons déjà dit que la dynamique de la pénétration capillaire d'un ferrofluide est identique à celle d'un fluide non magnétique, et donc décrite par la même équation d'imprégnation capillaire. Le champ magnétique peut quand même changer la dynamique au niveau de la chute de pression Δp sur le ménisque. D'après l'équation de Washburn, Δp est la seule valeur qui dépend du champ. Nous avons déjà obtenu les dépendances théoriques et expérimentales $\Delta p(H_0)$ (ou $\Delta p/\Delta p_0(S)$). Donc nous allons voir expérimentalement si l'imprégnation capillaire du ferrofluide correspond bien entièrement à la fonction statique $\Delta p(H_0)$.

Les solutions de l'équation de Washburn (3.8) donnent des dépendances du temps t de la position $z(t)$ du ménisque dans le capillaire. Ces solutions sont présentées dans l'Annexe 3.1. Afin de les regrouper pour n'importe quelle valeur du champ on introduit les normalisations de la hauteur et du temps: $[z]=L$, $[t]= (4\eta/\Delta pR^2)\cdot L^2$ pour le capillaire horizontal (L est la longueur du capillaire, on néglige la viscosité η_2 de l'air ambiant qui intervient dans l'équation (3) de l'Annexe 3.1); $[z]=h$, $[t]= (8\eta h)/(\rho g R^2)$ pour le capillaire vertical (h est la hauteur d'équilibre d'ascension). On obtient les relations suivantes entre le temps $T=t/[t]$ et la position du ménisque $Z=z/[z]$ pour le capillaire horizontal (3.31) et le capillaire vertical (3.32):

$$T = Z^2, \tag{3.31}$$

$$T = -Z - \ln(1-Z), \tag{3.32}$$

Les courbes $Z(T)$ théoriques et expérimentales sont présentées sur les figures. 3.11a,b. Expérimentalement, avec le capillaire horizontal, on a déterminé le temps T comme le rapport du temps écoulé au temps de remplissage total du capillaire. Sur la figure. 3.11a on voit que pour le capillaire horizontal les points expérimentaux pour les différentes valeurs et orientations du champ s'alignent bien sur une courbe (3.31) théorique unique. Dans le cas du capillaire vertical la valeur h qui dépend du champ magnétique n'intervient pas dans l'équation (3.32); donc toutes les courbes expérimentales $Z(T)$ doivent se mettre sur la courbe unique (3.32). Sur la figure 3.11b on voit que, dans le champ longitudinal, les courbes $Z(T)$ coïncident l'une avec l'autre et avec la courbe pour le champ nul. Dans le champ transversal il y a une divergence entre les courbes $Z(T)$, cette divergence augmente avec l' accroissement de la valeur du champ. Remarquons aussi que la courbe expérimentale pour le champ nul ne coïncide pas avec la courbe théorique donnée par l'équation (3.32) (ligne pointillée). Nous discuterons ces divergences par la suite.

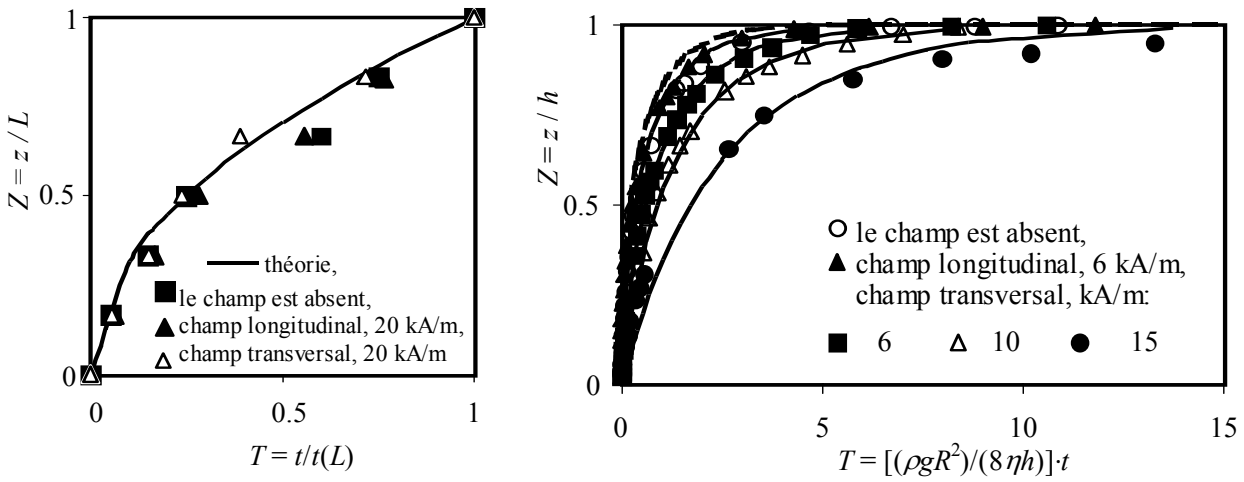


Fig. 3.11. Dépendance en unités réduites de la position du ménisque en fonction du temps pendant la pénétration du ferrofluide dans un capillaire horizontal (a) et vertical (b) de diamètre 0.27mm

Considérons maintenant l'influence du champ magnétique sur la vitesse d'imprégnation capillaire du ferrofluide. Les deux cas du capillaire horizontal et vertical sont considérés en détails dans l'Annexe 3.1, c'est pourquoi nous analyserons brièvement le cas du capillaire vertical. Introduisons la notion de vitesse caractéristique d'imprégnation. C'est le rapport d'une certaine position z du ménisque dans le capillaire au temps $t(z)$ nécessaire pour que le ménisque arrive à cette position. Si on choisit la position z proportionnelle à la hauteur h d'équilibre d'ascension, on obtiendra, d'après Eq. (4) de l'Annexe 3.1, une vitesse caractéristique qui ne dépend que du rapport z/h mais pas de h. Prenons donc z=0.9h; nous obtenons l'expression théorique suivante pour la vitesse caractéristique: $v_c=gR^2/(11.2\eta)$. On voit bien que la vitesse v_c ne doit pas dépendre du champ magnétique et que le rapport de la vitesse v_c à la vitesse v_{c0} en champ nul doit être égal à l'unité: $v_c/v_{c0}=1$. Les dépendances expérimentales du rapport v_c/v_{c0} en fonction de l'intensité H_0 du champ magnétique externe sont présentées sur la figure 3.12.

Dans le champ longitudinal la vitesse caractéristique oscille autour de sa valeur initiale v_{c0} avec un écart de 15 %: $v_c/v_{c0}=1\pm0.15$. L' absence d'influence du champ longitudinal sur la vitesse v_c confirme la théorie. Dans le champ transversal la vitesse caractéristique diminue (de 75% quand H_0=15 kA/m). Ce comportement du ménisque contredit qualitativement la théorie qui prédit une constance de la vitesse v_c.

Les raisons possibles du ralentissement de l'ascension capillaire du ferrofluide sont les suivantes: 1) l'effet magnétovisqueux, 2) une dépendance de la chute de pression par rapport à la position du ménisque dans le capillaire à cause de l'effet de démagnétisation du réservoir, 3) une dépendance de l'angle de contact à la vitesse du ménisque. Pour établir l' existence de l'effet magnétovisqueux on a fait une expérience sur l'écoulement de Poiseuille d'un ferrofluide dans le même capillaire qui était utilisé pour l'étude de l'ascension capillaire. On a montré que le champ magnétique n'exerçait pas d' influence

sur la caractéristique débit-pression dans une large gamme de vitesses. Cela indique une absence d'effet magnétovisqueux. Nous éliminons aussi la deuxième raison possible parce que nous avons expérimentalement montré l' absence de dépendance de la chute de pression par rapport à la position du ménisque à l'état du repos (le ménisque étant tenu dans une certaine position par une pression externe exercée en haut du capillaire). C'est pourquoi raison la plus probable de ralentissement de l'ascension capillaire du ferrofluide est une dépendance de l'angle de contact en fonction de la vitesse du ménisque.

Dans l'article par Bashtovoi et al (2002-c) (voir aussi l'Annexe 3.1) nous avons mentionné cette raison, maintenant nous allons estimer l' influence de l'angle de contact dynamique sur le changement de la dynamique d'ascension capillaire du ferrofluide dans un champ magnétique. En introduisant une dépendance linéaire $\cos(\gamma(v))/\cos(\gamma(0)) = 1 - \zeta \mathrm{d}Z/\mathrm{d}T$ de l'angle de contact en fonction de la vitesse adimensionnée $\mathrm{d}Z/\mathrm{d}T$ du ménisque, la vitesse caractéristique d'ascension prendra la forme: $v_c/v_{c0}=[1.4+2.3\zeta]/[1.4+2.3(h_0/h)\zeta]$. Cette expression explique qualitativement la réduction de la vitesse caractéristique dans le champ transversal, car l'augmentation du rapport h_0/h en présence du champ correspond à la réduction de v_c/v_{c0}. Dans le champ magnétique longitudinal le rapport h_0/h ne change pas autant que dans le champ transversal. C'est peut-être la raison pourquoi la dépendance $\gamma(v)$ ne joue pas de rôle pour l'ascension dans le champ longitudinal.

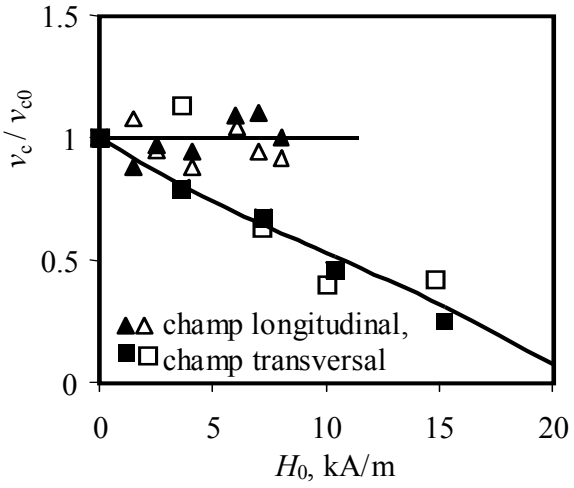


Fig. 3.12. Dépendance de la vitesse caractéristique d'ascension en fonction du champ magnétique pour les capillaires de diamètre 0.27 mm (symboles pleins) et 0.80 mm (symboles vides)

Les résultats théoriques et expérimentaux obtenus dans ce paragraphe nous permettent de conclure que le mécanisme de l'influence du champ magnétique homogène sur la dynamique de pénétration du ferrofluide dans des capillaire consiste en un changement de la chute de pression sur le ménisque, sous lequel s'effectue la pénétration. En plus une existence d'une dépendance de l'angle de contact à la vitesse de ménisque

peut avoir une influence sur la vitesse d'imprégnation.

3.7. Conclusion

1. Le ménisque de ferrofluide dans un capillaire s'allonge en présence d'un champ magnétique homogène longitudinal par rapport à l'axe du capillaire. La forme du ménisque est celle d'un ellipsoïde de rotation si le champ est faible et tend vers un cône dans un champ plus fort; la valeur seuil de la longueur du ménisque est égale à la hauteur d'un cône d'angle $|\pi/2-\gamma|$.

2. Pour certaines valeurs du champ magnétique longitudinal la colonne de ferrofluide non-mouillant se transforme en goutte libre dans le capillaire; au contraire la colonne de ferrofluide mouillant se transforme en couche qui mouille les parois du capillaire. Pour les angles de contact différents de 0 ou 180^0, cette transition s'accompagne d'hystérésis.

3. On a établit les comportements suivants concernant l'effet d'un champ magnétique homogène sur la chute de pression au niveau du ménisque de ferrofluide dans un capillaire pour les angles de contact 0 et 180^0: dans un champ longitudinal faible ($S=\mu_0 H_0^2 R/\sigma<15$) la chute de pression augmente, dans un champ fort ($S\sim10^3$) elle diminue de deux fois; dans un champ transversal elle diminue de 15% quand $S\approx15$.

4. Quand le ferrofluide monte dans un capillaire à partir d'un réservoir de forme quelconque, la force magnétique volumique exerce un effet sur la colonne de ferrofluide dans le capillaire. Cette force apparaît par l'intermédiaire du champ démagnétisant dans le ferrofluide. Si le volume du ferrofluide dans le réservoir a la forme d'une couche plate fine, la force magnétique exercera une influence primordiale sur le changement de la hauteur d'ascension en comparaison avec la chute de pression sur le ménisque. Pour cette géométrie la hauteur d'ascension augmente dans le champ longitudinal et diminue dans le champ transversal, dans les deux cas proportionnellement au carré de l'intensité du champ externe.

5. Dans la gamme de paramètre $0<S<5$ la vitesse caractéristique d'imprégnation du ferrofluide dans un capillaire horizontal augmente de 50% dans le champ longitudinal et diminue de 50% dans le champ transversal. Pour un capillaire vertical elle est constante dans le champ longitudinal et diminue de 75% dans le champ transversal.

ANNEXE 3.1

THE UNIFORM MAGNETIC FIELD INFLUENCE ON THE MAGNETIC FLUID MENISCUS MOTION IN THE CYLINDRICAL CAPILLARY

V. BASHTOVOI, P. KUZHIR AND A. REKS

UNESCO Chair "Energy Conservation and Renewable Energies",
Belarussian State Polytechnic Academy, 65 F. Skaryna Ave., Minsk, 220027, Belarus
E-mail: Bashv@itmo.by

G. BOSSIS AND O. VOLKOVA

Laboratoire de Physique de la Matière Condensée, CNRS U.M.R. 6622,
Université de Nice-Sophia Antipolis, Parc Varlose – 06108, Nice, Cedex 2, France
E-mail: Bossis@unice.fr

An improvement of liophobic capillary-porous systems using magnetic fluids is proposed. The cycle of non-wetting liquid penetration and displacement is realized experimentally in the presence of the uniform magnetic field. Experimental investigations of the effect of the external uniform magnetic field on dynamics of capillary penetration of the Newtonian magnetic fluid into cylindrical capillaries at zero gravity and under gravity are presented. It is found that the pressure difference in the magnetic fluid between a meniscus and a free surface in a vessel increases in the field longitudinal to the capillary and decreases in the transverse one. In the longitudinal field, the velocity of penetration increases at zero gravity and does not vary under gravity. The transverse field slows down the process.

1 Introduction

Processes of capillary penetration and displacement of magnetic fluids have good prospects of their application in heat-mass transfer technique, apparatuses of chemical technology and mining engineering. The most interesting application of these processes can be found in devices operating on the base of liophobic capillary-porous systems.

These systems represent a capillary-porous body and a non-wetting liquid [1]. The latter penetrates into micro-pores of the body under high external pressure and is displaced under its capillary pressure. This penetration-displacement cycle was proposed to be used in some power devices, such as heat-engines, accumulators, dampers [2]. Non-wetting conditions are created by covering micro-pores with a thin molecular layer of organophobic material. That is rather complicated from the technology standpoint.

In order to except these difficulties, we propose to use two immiscible liquids, which wet pores in contact with the ambient air. In contact with each other, one of the liquids will be wetting and the other will be non-wetting if their surface tensions on the liquid-solid interface are different [3]. By analogy with systems of one liquid, while penetrating of the non-wetting liquid, the work is done under the system, and while displacing, the system does work returning the energy accumulated. Liophobic capillary-porous systems are purely dynamic ones and energy dissipation takes place. As for dissipation mechanisms, they can be the viscous one in volumes and on the interface of the liquids as well as viscous friction of the wetting perimeter. The latter determines the dynamic wetting angle of the system.

Using a magnetic fluid as one of the liquids makes possible to control capillary and dynamic processes in these systems by magnetic controlling capillary and viscous properties of magnetic fluids. Detailed investigations of magnetic fluid penetration and dis-

placement are necessary for development of devices operating on the base of the principle described above.

Theoretical and experimental development of this problem is not completed yet. Investigations of statics and dynamics of capillary rise of the magnetic fluid under the non-uniform magnetic field have shown that a fluid column is drawn in the domain of a stronger field, and the main factor of the magnetic field effect is the volume magnetic force caused by the external magnetic field gradient [4,5]. As has been shown in [6], the effect of the external uniform magnetic field on statics of ascension into a cylindrical capillary is defined by effects of internal uniform and of induced non-uniform fields. The second effect is dominant in case of ascension from a thin layer of the magnetic fluid, the capillary rise height increases in the magnetic field longitudinal to the capillary and decreases in the transverse one as the square of the induction of the field.

Experimental studies of dynamics of penetration of wetting Newtonian magnetic fluid into a cylindrical capillary as well as results on experimental realization of penetration-displacement cycle are presented here. The velocity and the time of penetration are determined.

One of the mechanisms of the external uniform field effect on dynamics of magnetic fluid penetration is the same as the effect on statics of a fluid column in a capillary i.e. influence of the magnetic field on the pressure difference in the magnetic fluid. This pressure difference is regarded as that between free surfaces inside the capillary (meniscus) and outside it. Other mechanisms, such as the magneto-viscous effect, the field effect on wetting hysteresis, are not considered here.

2 Experiment

The experimental cell used for cycle realization and for investigation of magnetic fluid penetration at zero gravity is shown in Fig. 1a. A glass cylindrical vessel of diameter 25 mm with a vertically adjusted capillary both filled with the magnetic fluid are placed in a rectangular plexiglass box filled with aqueous solution of calcium chloride. Equal densities of liquids and their equal levels in the vessels (the layer depth of the magnetic fluid is 20 mm) provide conditions of hydroimponderability.

The experimental cell used for investigation of magnetic fluid penetration into a vertical capillary under gravity is shown in Fig. 1b. A glass cylindrical dish 120 mm in diameter is filled with the magnetic fluid, the layer depth is 8 mm. The capillary is stationary adjusted to the vertical position. The lower capillary end is immersed into the magnetic fluid.

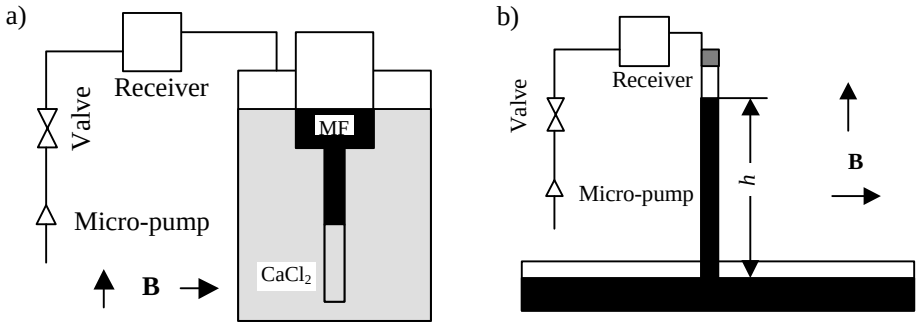


Fig. 1. Experimental cells for investigation of magnetic fluid penetration at zero gravity (a) and under gravity (b)

In contact with the ambient air as well as with solution of calcium chloride, the magnetic fluid wets capillary walls. The borosilicate glass cylindrical capillaries of diameter d = 0.27 mm or 0.80 mm and length l = 40 mm are used. The box of the first cell (Fig. 1a) and the capillary of the second one (Fig. 1b) are connected with the piston micro-pump. It produces pressure required to hold the meniscus at a given position in the capillary. This pressure determines the pressure difference Δp in the magnetic fluid and it is measured by the micro-manometer.

A method of cycle realization follows. A meniscus is initially situated on the capillary end immersed into the non-magnetic liquid. The pressure in this liquid is adjustable continuously from zero to the value such that the meniscus "breaks away" from the capillary end. This pressure exceeds slightly the pressure difference in wetting magnetic fluid. Under this pressure, the meniscus moves slowly along the capillary and quasi-stationary penetration of the non-wetting non-magnetic liquid takes place. The pressure is released drastically by the valve when the meniscus reaches the opposite capillary end. At this instant the meniscus changes direction of its way and returns to its initial position displacing the non-wetting liquid. The receiver smoothes pressure oscillations after valve opening.

While studying penetration dynamics of the wetting magnetic fluid under gravity (Fig. 1b), the meniscus is held at its initial position on the capillary end immersed into the magnetic fluid. Pressure is released drastically and the meniscus begins to move over the wetted surface of the capillary. The meniscus stops having reached the maximal capillary rise height h. Dynamics of the process is recorded by the video camera at 50 frames/sec and at exposure of 0.002 sec.

The uniform magnetic field longitudinal or transverse to a capillary (the induction B = 0 - 25 mT) is produced by Helmholtz coils. The magnetic fluid on the magnetite and kerosene base has density ρ = 1320 kg/m^3, surface tension σ = 0.029 N/m on the border with air and σ = 0.012 N/m on the border with solution of calcium chloride, wetting angle θ = 25 - 30^0 in contact with glass and air and θ = 45 - 50^0 in contact with glass and solution of calcium chloride, dynamic viscosity η_1 = 0.0054 Pa × sec, magnetization of saturation M_s = 38.2 kA/m. The magnetic fluid magnetization law is linear over the experimental range of the magnetic field, relative magnetic permeability is μ = 2.7. Evaluation of the magneto-viscous effect shows that the latter does not exceed 2% within the field range considered. Aqueous solution of calcium chloride has density ρ = 1320 kg/m^3, dynamic viscosity η_2 = 0.0022 Pa × sec.

3 Results

3.1. Penetration-displacement cycle

This cycle realized in the absence and in the presence of the magnetic field is presented in z-Δp coordinates in Fig. 2. Here z is the meniscus coordinate. The area inside closed curves of the cycle multiplied by the cross-section of the capillary presents the work expended on non-wetting liquid penetration and the work done in the process of displacement: $A = \Delta p \cdot (\pi d^2/4) \cdot l$. In the absence of the magnetic field, this work is given by $A = (\sigma \cdot \cos\theta) \cdot (\pi d l)$. As is seen from Fig. 3, the pressure Δp exerted on the non-wetting liquid and required for meniscus break from the capillary end increases in the longitudi-

nal field (by two times at B = 25 mT) and remains almost constant in the transverse field. That points to a possibility of magnetic control of processes in such liophobic systems.

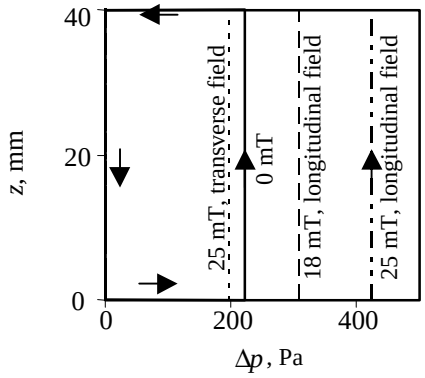


Fig. 2. The cycle of penetration and displacement of the non-wetting liquid contacting with wetting magnetic fluid

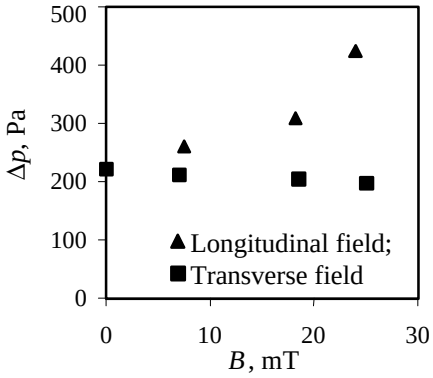


Fig. 3. Dependency of the pressure required for penetration of the non-wetting liquid into the capillary on the induction of the magnetic field

3.2 Effect of field on dynamics of magnetic fluid penetration

Penetration curves of the magnetic fluid (dependence of the meniscus position z on the time t) are presented in Fig. 4 for the case of zero gravity. Data point to the influence of the magnetic field on the penetration characteristics: the whole time of penetration T decreases in the longitudinal field (two times) and increases in the transverse one (by 50%) (Fig. 5). Accordingly, the velocity of penetration defined as $V = l / T$ increases in the longitudinal field and decreases in the transverse one.

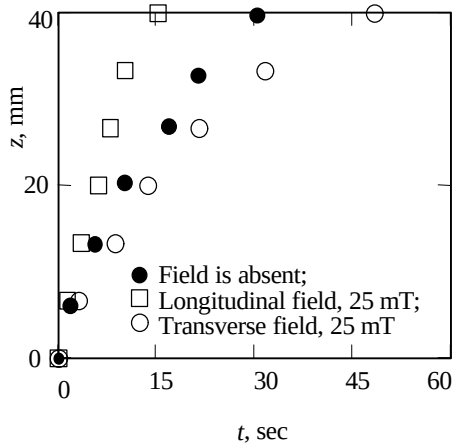


Fig. 4. Penetration curves of the magnetic fluid at zero gravity

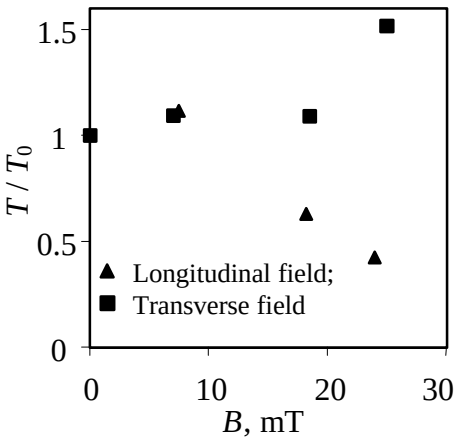


Fig. 5. Dependency of the dimensionless whole time of penetration on the induction of the magnetic field (zero gravity)

In case of capillary rise from a thin layer of the magnetic fluid under gravity, pene-

tration curves have a saturation section with an asymptote h that is function of the magnetic field (Fig. 6). The maximal rise height h is given by the following semi-empirical expressions [6] for longitudinal and transverse fields respectively:

$$rgh = 4s \cos g / d + (m - 1)^2 / (2m) \cdot (B^2 / m_0), \quad (1)$$

$$rgh = 4s \cos g / d - (m - 1) / 2 \cdot [1 - 4 / (m + 1)^2] \cdot (B^2 / m_0), \quad (2)$$

where g is gravity acceleration, m_0 is magnetic permeability of vacuum.

At $h > 0.5d$ these dependencies fit the experimental data well (Fig. 7) The experimental range of the vertical field is limited by the threshold value of the induction $B \approx 8.5$ mT such that the fluid surface in the vessel becomes unstable.

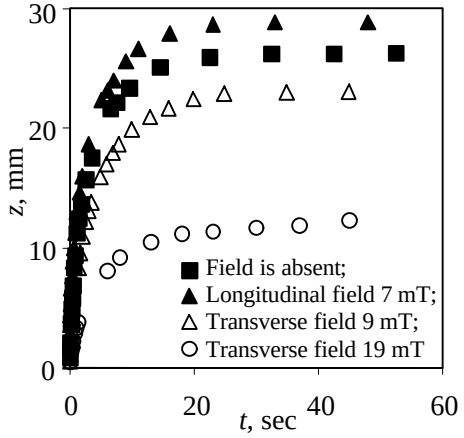


Fig. 6. Penetration curves of the magnetic fluid under gravity

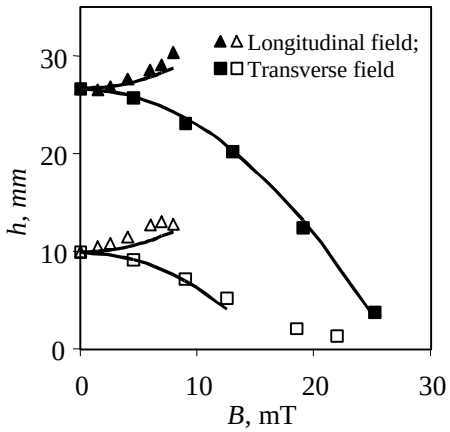


Fig. 7. Dependencies of the capillary rise height on the induction of the field

Since the whole time of the process is infinite, define the characteristic time T of penetration in terms of the period of meniscus passage of 90% of its maximal height. The characteristic velocity V of the meniscus will be $V = 0.9h / T$. It is found that the time T increases both in the longitudinal field (by 35% for 0.80 mm capillary at $B = 8$ mT) and in the transverse one (by 80% for 0.27 mm capillary at $B = 19$ mT) (Fig. 8). The velocity V decreases in the transverse field (by 75% for 0.27 mm capillary at $B = 19$ mT) (Fig. 9). Influence of the longitudinal field on the velocity V is not found.

In Fig. 5, 8, 9 T_0, V_0 are values of T and V respectively in the absence of field. In liquid-liquid system (Fig. 1a) T_0=32 sec, V_0=1.2 mm/sec (0.27 mm capillary); in liquid-gas system (Fig. 1b) T_0=10 sec, V_0=2.4 mm/sec (0.27 mm capillary) and T_0=0.66 sec, V_0=13 mm/sec (0.80 mm capillary). In Fig. 5, 7, 8, 9 solid dots correspond to 0.27 mm capillary, open dots correspond to 0.80 mm capillary. In Fig. 7 lines correspond to the theory (1), (2).

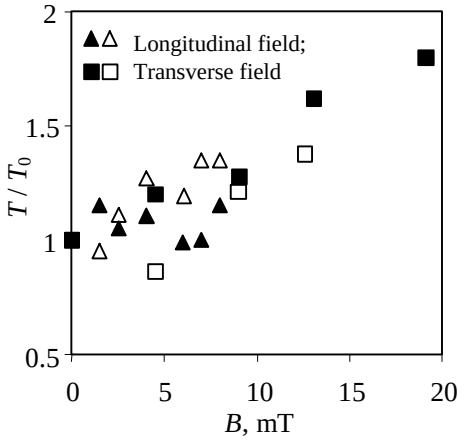


Fig. 8. Dependencies of the dimensionless characteristic time of penetration on the induction of the magnetic field (under gravity)

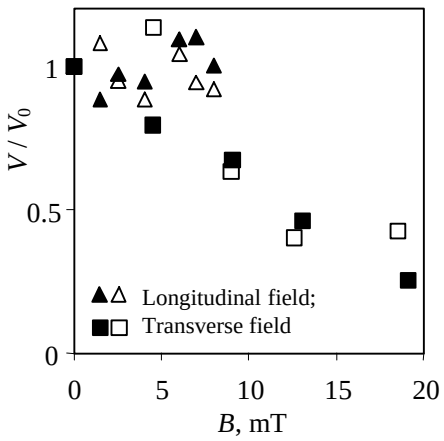


Fig. 9. Dependencies of the dimensionless characteristic velocity of penetration on the induction of the magnetic field (under gravity)

In the presence of the external uniform magnetic field, penetration of the Newtonian magnetic fluid is given by classical Washburn equation [7]. Assuming the pressure difference Δp in the magnetic fluid to be constant during penetration, this equation gives the following t vs. z dependencies:

$$t = 32 / (\Delta p d^2) \cdot [(h_1 - h_2) \cdot (z^2/2) + h_2 l z] \quad (3)$$

for the case of liquid-liquid system at zero gravity and

$$t = (32 h_1 h) / (\rho g d^2) \cdot [-z/h - \mathrm{Ln}(1 - z/h)] \quad (4)$$

for the case of liquid-gas system under gravity.

So, the expressions for the time of penetration will be:

$$T = 16 l^2 \cdot (h_1 + h_2) / (\Delta p d^2) \quad (5)$$

for the case of liquid-liquid system at zero gravity and

$$T = (44.8 h_1 h) / (\rho g d^2) \quad (6)$$

for the case of liquid-gas system under gravity.

As is seen from analyses of (5), at zero gravity, the time of penetration should decrease in the longitudinal field and remain constant in the transverse one according to the dependence of the pressure difference Δp on the magnetic field. That is supported by the experiment in case of the longitudinal field (Δp gives double increase, T gives double decrease at B = 25 mT) but it is not absolutely true for the transverse field (Fig. 3, 5).

As for penetration under gravity, equation (6) gives linear dependence of the time T on the capillary rise height h and suggests that the velocity $V = 0.9h / T$ is independent of h. Hence, the characteristic time of penetration should increase in the longitudinal field and decrease in the transverse one. The characteristic velocity of penetration should remain constant at any field values and directions. That is qualitatively supported by the experiment in case of the longitudinal field. The experimental data show an opposite tendency in the transverse field (Fig. 8, 9).

Unexpected deceleration of penetration in the transverse field in both cases is probably connected with dynamic hysteresis of the wetting angle. Assuming the dynamic wetting angle to be field independent, taking into account relations between the latter and the velocity in Washburn equation does not explain this result. Possibly, the transverse magnetic field influences on the mechanism of wetting perimeter viscous friction, decreasing the dynamic wetting angle so that the pressure difference Δp at a given meniscus position decreases together with the velocity of the meniscus.

4 Conclusions

1. The proposed improvement of liophobic capillary-porous systems is 1) use of two immiscible wetting liquids with different interfacial tensions, 2) use of magnetic fluids for magnetic control of capillary and dynamic processes in these systems.
2. "Motive power" of magnetic fluid penetration is the pressure difference in the fluid between the meniscus and the free surface in the vessel. The pressure difference increases in the field longitudinal to the capillary and decreases in the transverse one. In the longitudinal field, the velocity of penetration increases at zero gravity and does not vary under gravity. In the transverse field, it decreases in both situations.

5 Acknowledgements

This work has been supported by the Foundation of Fundamental Researches of the Republic of Belarus and INTAS Fellowship Grant for Young Scientists. We are very grateful to V. Samoilov for making experimental setups and to O. Safonenko and L. Suloeva for provision us with magnetic fluids.

References

1. V.A. Yeroshenko in *Doklady AN USSR* (Reports of the Academy of Science of the Ukrainian SSR) **Ser. A, 10** (1990) p. 77 (Russ).
2. Ye.N. Serdun, A.G. Portianoy, A.P. Sorokin and G.A. Portianoy, *Teploenergetika* (Heat and power engineering) **12** (2000) p. 64 (Russ).
3. A. W. Adamson, *Physical Chemistry of Surfaces* (John Wiley and Sons, Inc., New York, 1976).
4. Yu.I. Dikansky, M.A. Bedzhanyan and O.V. Borisenko in *Fiziko-khimicheskie i Prikladnye Problemy Magnitnyh Zhidkostey* (Phisico-chemical and Applied Problems of Magnetic Fluids) (SGU, Stavropol, 1997), p. 28 (Russ.).
5. Ye.V. Dzerzhavina in *Tez. Dokl. 5 Vses. Konf. po Magn. Zhidk. 1* (Abstracts of Reports of the 5th All-Union Conference on Magnetic Fluids 1) (Plyos, 1988), p. 80 (Russ.).
6. V. Bashtovoi, P. Kuzhir and A. Reks, *J. Magn. Magn. Mater.* (2001) (to be published).
7. E.W. Washburn, *Phys. Rev.* **Ser.2, 17** (1921) p. 273.

CHAPITRE 4. ECOULEMENT D'UN FLUIDE MAGNETORHEOLOGIQUE DANS DES CAPILLAIRES ET MILIEUX POREUX

Dans ce chapitre on considère des écoulements de Poiseuille d'un fluide MR dans des capillaires plats et cylindriques en présence d'un champ magnétique orienté arbitrairement par rapport à l'axe du capillaire. Nous utilisons ensuite les résultats obtenus pour les écoulements dans des capillaire afin de modéliser une écoulement dans des milieux poreux. Par ailleurs, afin de résoudre le problème des écoulements de Poiseuille d'un fluide MR il faut déterminer la dépendances des coefficients rhéologiques d'un fluide MR en fonction de l'intensité et de la direction du champ magnétique. Pour cela on considère un écoulement de cisaillement simple d'un fluide MR avec un champ magnétique perpendiculaire au vortex hydrodynamique mais incliné d'un angle ϑ par rapport au gradient de vitesse. A la fin de ce chapitre on fait une analyse de l'efficacité d'utilisation de capillaires et de milieux poreux pour contrôler la chute de pression dans des systèmes hydrauliques.

4.1. Ecoulement de cisaillement simple

On considère en premier lieu un écoulement de cisaillement simple. La géométrie du problème est représentée sur la figure 4.1. Le profil de vitesse **v** est linéaire et l'axe Oz est orientée le long du vecteur **v**. Le champ magnétique, **H**, est homogène et situé dans le plan Oxz; il fait un angle $-\pi/2 \le \vartheta \le \pi/2$ avec l'axe Ox qui est orienté le long du gradient de vitesse $\dot{\gamma} = dv/dx$. On cherche une dépendance de la contrainte τ en fonction du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ et de l'intensité et de la direction du champ magnétique.

Ce problème se résout en deux étapes: 1) la définition des caractéristiques microstructurales du fluide MR, 2) la définition de la contrainte à partir de l'information obtenue à la première étape sur la structure du fluide MR.

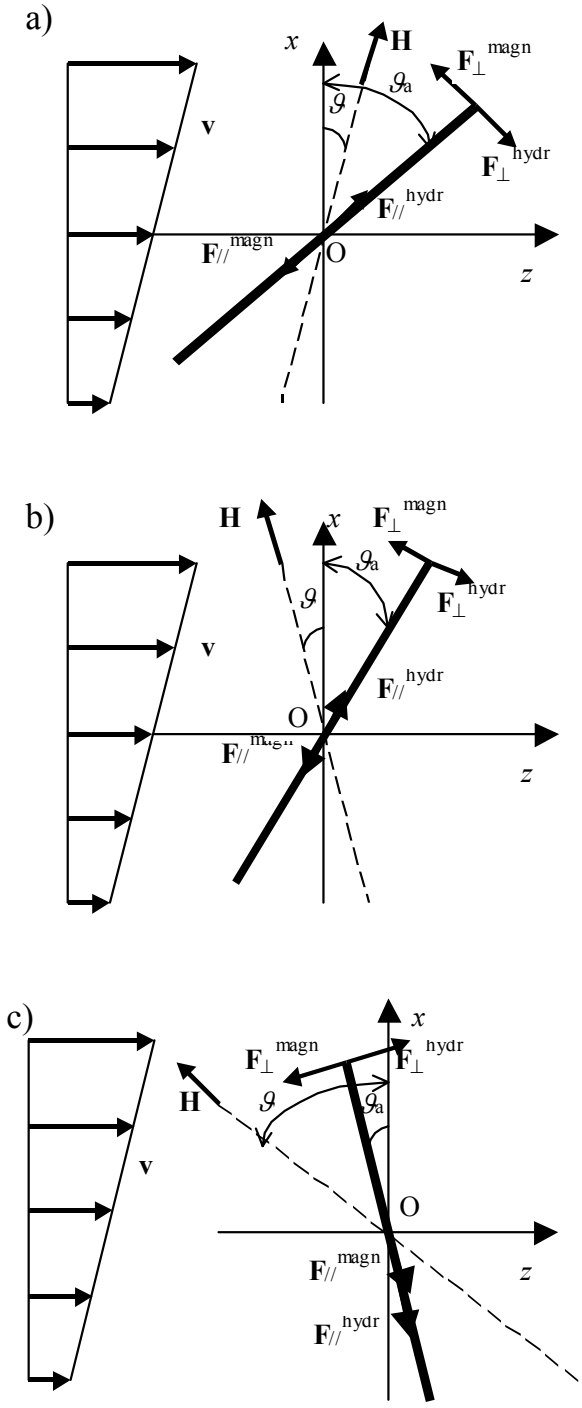


Fig. 4.1 Le trait plein représente une chaîne de particules magnétiques dans un écoulement de cisaillement pour trois orientations différentes du champ magnétique (selon le modèle, les chaînes sont représentées par des tiges «slender body theory»): a) $\vartheta>0$, $\vartheta_a>0$; b) $\vartheta<0$, $\vartheta_a>0$; c) $\vartheta<0$, $\vartheta_a<0$

4.1.1. Modélisation des microstructures du fluide magnétorhéologique

Nous avons déjà considéré le modèle de chaînes dans la section 2.2.2. Rappelons que ce modèle considère le comportement d' agrégats linéaires de particules dans un écoulement de cisaillement avec une viscosité effective qui augmente avec le champ à cause de la grande résistance hydraulique induite par la présence de ces agrégats. On modélise ces agrégats par des cylindres de longueur $2l$ très supérieure à leur diamètre $2a$ qui est pris égal au diamètre moyen des particules magnétiques. On suppose aussi que la longueur d'agrégat est très inférieure à la largeur $2w$ du capillaire: $2a<<2l<<2w/\cos(\vartheta_a)$. Dans cette inégalité on a introduit l'inclinaison des chaînes par leur angle d'inclinaison ϑ_a. On ne tient pas compte de l'interaction des agrégats avec les parois du capillaire. On ne considère pas non plus de forces Browniennes ou de cinétique d'agrégation car les forces hydrodynamiques excèdent largement les forces Browniennes: $Pe_h=3\pi(2a)^3\eta_p\dot{\gamma}/(4kT)>>1$. La longueur et l'angle d'inclinaison de ces agrégats sont déterminés par leur équilibre mécanique et leur stabilité à la rupture induite par les forces hydrodynamiques.

L'équilibre mécanique est déterminé par une égalité des moments des forces hydrodynamiques $\mathbf{F}_\perp^{hydr}$ et magnétiques $\mathbf{F}_\perp^{magn}$ perpendiculaires à l'axe d'un agrégat. A l'équilibre les agrégats ne sont pas parallèles au champ magnétique **H**. On peut néanmoins considérer que le moment magnétique **m** de chaque particule de la chaîne est parallèle au champ **H**, et donc que le couple $\mu_0\mathbf{m}\times\mathbf{H}$ est égal à zéro. La quantité qui équilibre le moment des forces hydrodynamiques est en fait le couple des forces $\mathbf{F}_\perp^{magn}$ d'interaction dipolaire, et non le couple $\mu_0\mathbf{m}\times\mathbf{H}$ comme dans le modèle de Shulman et al (1986-b) d' agrégats ellipsoïdaux ou dans le modèle de Zaltzgendler, Kordonsky (1979) de chaînes composées de particules magnétiques dures(avec un moment magnétique rigidement lié à la particule).

La théorie des corps minces de Batchelor (1970) donne une expression pour la couple hydrodynamique sur un agrégat:

$$\mathbf{L}_y^{hydr} = (8\pi l^3)/(3\ln(2l/a))\cdot\eta_d\dot{\gamma}\cos^2(\vartheta_a)\cdot\mathbf{i}_y, \qquad (4.1)$$

où η_d est la viscosité du fluide suspendant; supposé Newtonien $\mathbf{i}_y$ est le vecteur unitaire de l'axe Oy parallèle à la vorticité.

Le moment des forces magnétiques est déterminé à la même façon que dans le cas du champ magnétique perpendiculaire à l'écoulement ($\vartheta=0$). Il faut simplement substituer ϑ_a dans l'équation (4.24) de Volkova (1998) par $(\vartheta_a-\vartheta)$:

$$\mathbf{L}_y^{magn} = -(3/2)\pi\mu_0\mu_f\beta^2 la^2H^2\sin(2(\vartheta_a-\vartheta))\cdot\mathbf{i}_y, \qquad (4.2)$$

où $\beta=(\mu_p-\mu_d)/(\mu_p+2\mu_d)$,

μ_d et μ_p sont les perméabilité magnétiques relatives du fluide suspendant et des particules magnétiques du fluide MR.

En égalant les valeurs absolues des moments (4.1) et (4.2), nous obtenons donc une expression pour l'angle ϑ_a définissant l'orientation des agrégats de longueur $2l$ fixée:

$$\sin(2(\vartheta_a-\vartheta))/\cos^2(\vartheta_a) = [16(l/a)^2/(9\ln(2l/a))] \cdot [(\eta_d \dot{\gamma})/(\mu_0\mu_d\beta^2H^2)]. \quad (4.3)$$

Considérons maintenant les conditions de stabilité mécanique d'un agrégat pour lesquelles on peut utiliser l'équation (4.3). Dans tous les cas représentés sur la figure 4.1 la force magnétique axiale est attractive et donc cohésive pour la chaîne. Si $\vartheta_a>0$ (Fig. 4.1a, b), les composantes $\mathbf{F}_{//}^{hydr}$ et $\mathbf{F}_{//}^{magn}$ (parallèles à l'axe de la chaîne) des forces hydrodynamiques et magnétiques sont orientées en sens opposé. Dans ce cas on aura une instabilité de l'agrégat par rapport à l'action de la force hydrodynamique de rupture $\mathbf{F}_{//}^{hydr}$. Le seuil de l'instabilité est déterminé par l'égalité de la force de rupture $\mathbf{F}_{//}^{hydr}$ et de la force attractive $\mathbf{F}_{//}^{magn}$ agissantes entre deux particules voisines se trouvant au centre de la chaîne. Si $\vartheta_a<0$ (Fig. 4.1c) les composantes $\mathbf{F}_{//}^{hydr}$ et $\mathbf{F}_{//}^{magn}$ des forces hydrodynamiques et magnétiques sont orientées dans le même sens. Dans ce cas une instabilité de flambage de la chaîne peut apparaître sous l'action des forces de compression $\mathbf{F}_{//}^{hydr}$ et $\mathbf{F}_{//}^{magn}$. Il n'y a pas encore de description théorique complète de ce type d'instabilité d'une chaîne linéaire mais les résultats expérimentaux de Tao et al (2002) indiquent une stabilité des agrégats par rapport à de grandes contraintes en compression. On ne considèrera donc que l'instabilité par rapport à la rupture en élongation qui apparaît pour $\vartheta_a>0$. les forces $\mathbf{F}_{//}^{hydr}$ et $\mathbf{F}_{//}^{magn}$ sont déterminées par les équations suivantes, Martin, Anderson (1996),:

$$\mathbf{F}_{//}^{hydr} = (\pi\eta_d\dot{\gamma}l^2)/(2\ln(2l/a)) \cdot \sin(2\vartheta_a) \cdot \mathbf{i}_n, \quad (4.4)$$

$$\mathbf{F}_{//}^{magn} = -(3/4)\pi\mu_0\mu_d\beta^2a^2H^2[3\cos^2(\vartheta_a-\vartheta) - 1] \cdot \mathbf{i}_n, \quad (4.5)$$

où $\mathbf{i}_n$ est le vecteur unitaire parallèle à l'axe de l'agrégat.

Résolvons les équations (4.3) – (4.5) avec la condition $|\mathbf{F}_{//}^{hydr}|=|\mathbf{F}_{//}^{magn}|$ déterminant le seuil de rupture de l'agrégat. Nous obtenons l' expression suivante pour l'angle critique d'inclinaison de la chaîne quand elle se casse:

$$\tan(\vartheta_r) =(4/3)\cdot(3\cos^2(\vartheta_r-\vartheta) - 1)/\sin(2(\vartheta_r-\vartheta)). \quad (4.6)$$

Comme la condition de stabilité d'agrégat prend la forme $|\mathbf{F}_{//}^{hydr}|\leq|\mathbf{F}_{//}^{magn}|$, la chaîne peut exister pour des angles $\vartheta\leq\vartheta_a\leq\vartheta_r$ par rapport à l'axe Ox. L'équation (4.3) détermine une relation entre les deux inconnues: la longueur 2l de la chaîne et son orientation ϑ_a. Pour une définition univoque de ces deux paramètres il nous manque une relation supplémentaire entre ϑ_a et $2l$. Martin, Anderson (1996), Volkova et al (2000) ne

considéraient que des chaînes au seuil de stabilité par rapport à la rupture et donc avec un angle d'inclinaison égal à l'angle critique: $\vartheta_a=\vartheta_r$ donné par l'équation 4.6 avec $\vartheta=0$ correspondant à un champ perpendiculaire à l'écoulement. Dans notre cas plus général ($\vartheta\neq0$) cette condition n'est pas toujours valide puisque, pour $\vartheta_a<0$, les chaînes sont stables quel que soit le taux de cisaillement (cf. figure 4.1c). Afin d'étudier plus en détail la dépendance de la longueur de chaîne par rapport à son orientation d'équilibre, nous introduisons le paramètre $\Lambda=[16(l/a)^2/(9\ln(2l/a))]\times\times[(\eta_d\dot\gamma)/(\mu_0\mu_d\beta^2H^2)]$ qui est la partie droite de l'équation (4.3). Pour des valeurs données du taux de cisaillement $\dot\gamma$ et de l'intensité H du champ magnétique, le paramètre Λ est une fonction croissante de la longueur $2l$ de la chaîne. Pour un angle ϑ_a fixé, la valeur $\Lambda(\vartheta_a)$, donnée par la partie gauche de 4.3, détermine donc la longueur l de la chaîne . Les dépendances $\Lambda(\vartheta_a)$ sont présentées sur la figure 4.2. Si l'angle ϑ d'inclinaison du champ est positif la longueur de chaîne augmentera avec l' augmentation de son angle d'inclinaison, ϑ_a , et deviendra infinie quand $\vartheta_a=\pi/2$ (courbe 1). La longueur maximale de la chaîne correspond au seuil d'instabilité quand elle se rompt à l'angle ϑ_r. Pour les angles $\vartheta < 0$ d'inclinaison du champ, la fonction $\Lambda(\vartheta_a)$ (courbe 2) a un maximum Λ_m au point ϑ_m déterminé par la condition:

$$\{\partial[\sin(2(\vartheta_a-\vartheta))/\cos^2(\vartheta_a)]/\partial\vartheta_a\}|_{\vartheta=\vartheta_m}=0. \qquad (4.7)$$

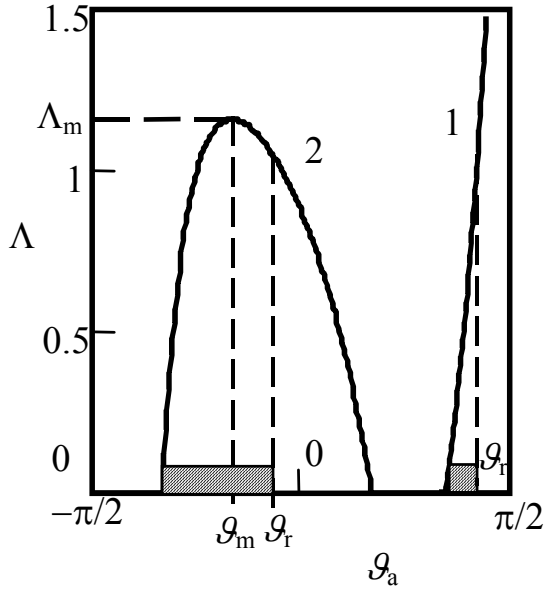


Fig. 4.2. Dépendance du paramètre Λ (qui est une mesure de la longueur de chaîne) en fonction de l'orientation de la chaîne dans un écoulement de cisaillement:
1 – l'angle ϑ d'inclinaison du champ est positif: $\vartheta=\pi/3$; 2 – l'angle ϑ est négatif $\vartheta=-\pi/3$ (la zone hachurée représente les angles ϑ_a d'inclinaison de la chaîne, pour lesquels la chaîne est stable vis à vis de la rupture)

Les deux cas suivants sont alors possibles: 1). L'angle ϑ_r de rupture de la chaîne (Eq. (4.6)) est plus petit que l'angle ϑ_m. Alors, la longueur maximale de la chaîne

correspond à sa valeur à la rupture, donnée par $\Lambda(\vartheta_r)$. 2). L'angle de rupture ϑ_r est plus grand que l'angle ϑ_m. Dans ce cas-là la longueur maximale de la chaîne correspond à l'angle ϑ_m (situation de la courbe 2).

En pratique les agrégats de particules magnétiques vont se comporter de la manière suivante. Si $\vartheta_a<0$ (dans ce cas l'angle ϑ d'inclinaison du champ est également négatif) il n'y a pas de force hydrodynamique de rupture, donc les particules libres qui se trouvent dans le fluide suspendant s'agglomèrent aux chaînes dont la longueur augmente rapidement. Dès que la longueur de chaîne excède la valeur maximale correspondante à Λ_m, l' égalité des couples, représentée par l'équation (4.3), n'est plus possible. L'écoulement de cisaillement va alors faire pivoter la chaîne jusqu'à un certain angle positif ϑ_a qui correspond à la rupture de la chaîne. Les deux parties de la chaîne détruite soit se divisent encore si leur longueur excède une valeur critique soit pivotent en sens inverse lorsque le couple magnétique l'emporte. Finalement elles trouvent leur position d'équilibre avec un angle $\vartheta_a<0$ qui est déterminé par l'équation (4.3). Ensuite les chaînes grossissent à nouveau, perdent leur équilibre, pivotent et se détruisent etc. Pour les angles ϑ_a positifs le processus de la formation-destruction des agrégats est aussi périodique. La longueur critique d'équilibre de chaîne est toujours déterminée par l'équation (4.3) avec $\vartheta_a=\vartheta_r$. Si la chaîne est plus courte elle peut avoir un état d'équilibre avec un angle $\vartheta_a<\vartheta_r$. Cependant la chaîne va s'allonger sous l'effet des forces magnétiques attractives et atteindra finalement la longueur critique et l'angle de rupture ϑ_r. Puis la chaîne se divisera en deux parties qui à leur tour pivoteront en sens inverse par rapport à l'écoulement, grossiront, pivoteront à nouveau dans le sens de l'écoulement jusqu'à l'angle ϑ_r puis se rompront, etc. En pratique nous aurons une certaine distribution des longueurs de chaîne au cours du temps. Cependant il est raisonnable de penser que les chaînes ayant leur longueur maximale au seuil de rupture sont prédominantes dans l'établissement de la contrainte.

Nous revenons à la caractérisation de la microstructure du fluide MR. Comme indiqué ci-dessus, l'angle critique ϑ_c entre la chaîne et le gradient de vitesse sera donné par:

$$\vartheta_c = \begin{cases} \min[\vartheta_r, \vartheta_m], & \vartheta < 0, \\ \vartheta_r, & \vartheta \geq 0. \end{cases} \qquad (4.8)$$

Afin de définir les dépendances des angles ϑ_r et ϑ_m en fonction de l'angle ϑ d'inclinaison du champ magnétique, nous avons résolu les équations (4.3) et (4.4) analytiquement. On obtient une dépendance inverse $\vartheta(\vartheta_r)$ (4.9) pour l'angle ϑ_r et une dépendance directe (4.10) pour l'angle ϑ_m:

$$\vartheta(\vartheta_r) = \operatorname{atan}\left(\frac{(7/4)\tan(\vartheta_r) - \operatorname{sign}(\vartheta_r)\sqrt{(3/4)\tan^2(\vartheta_r) + 2}}{\operatorname{sign}(\vartheta_r)\tan(\vartheta_r)\sqrt{(3/4)\tan^2(\vartheta_r) + 2} + 1 - (3/4)\tan^2(\vartheta_r)} \right), \qquad (4.9)$$

$$\vartheta_{\mathrm{m}}(\vartheta) = 2\vartheta + \pi/2. \qquad (4.10)$$

La dépendance de l'angle ϑ_c d'orientation de la chaîne en fonction de l'angle ϑ d'inclinaison du champ magnétique est présentée sur la figure 4.3. De même que dans les modèles de Shulman et al (1986-b), Volkova et al (2000), l'angle critique ne dépend que de l'orientation du champ mais pas de son intensité. Pour un champ magnétique perpendiculaire à la vitesse du fluide MR (ϑ=0) la solution (4.8) donne le même résultat que le modèle de Volkova et al (2000): $\vartheta_c = \operatorname{atan}(2/\sqrt{5})$. Un changement de la pente de la courbe $\vartheta_c(\vartheta)$ pour ϑ<0 correspond à la transition d'un angle critique à l'autre, c'est à dire de ϑ_r à ϑ_m ou vice-versa. Le point anguleux est déterminé par la condition $\vartheta_r = \vartheta_m$ et correspond aux angles $\vartheta \approx -39^0$ et $\vartheta_c \approx 13^0$. L'angle critique ϑ_c=0 correspond à des chaînes perpendiculaires à la vitesse et à l'angle d'inclinaison du champ égal à $\vartheta = -\pi/4$. Selon notre modèle, si le champ magnétique est parallèle à l'écoulement, les chaînes sont aussi orientées le long de l'écoulement et ont une longueur infinie.

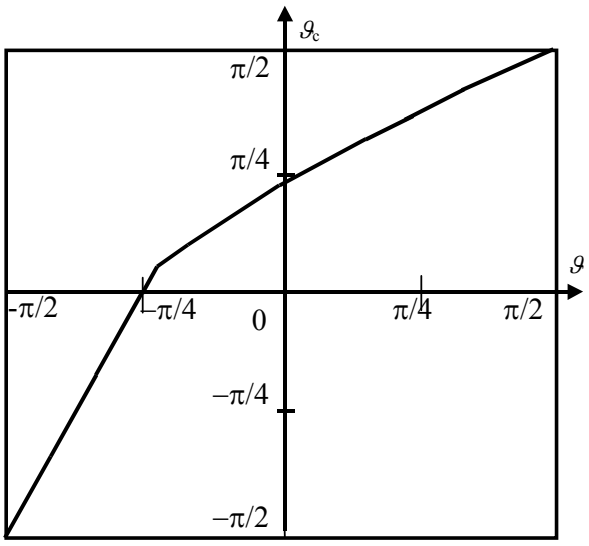


Fig. 4.3. Dépendance de l'angle critique d'orientation d'une chaîne en fonction de l'angle d'inclinaison du champ

A la différence de l'angle ϑ_c qui détermine l'orientation de la chaîne, sa longueur va dépendre non seulement de la direction ϑ du champ magnétique, mais aussi de l'intensité du champ H et du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$. Selon l'équation (4.3), la longueur de la chaîne est proportionnelle au carré de l'intensité du champ et inversement proportionnelle au taux de cisaillement.

4.1.2. Contrainte associée aux agrégats

Batchelor (1970) a déterminé une expression pour la contrainte associée à la présence d'objets «minces et allongés» dans un fluide Newtonien et dans un cisaillement simple:

$$\tau^{ch} = \eta_d \dot{\gamma} \cdot (l/a)^2/\ln(2l/a) \cdot \Phi \cdot \cos^4(\vartheta_c), \qquad (4.11)$$

où Φ est la fraction volumique des particules magnétiques du fluide MR et $\theta=\theta_c$ est l'angle d'inclinaison de l'objet –dans notre cas une chaîne de particules- par rapport au gradient de vitesse.

On substitue l'équation (4.3), pour la longueur de chaîne, dans (4.11) et on y ajoute une terme $\eta_d \dot{\gamma}$ responsable de la dissipation d'énergie dans le fluide suspendant. On obtient alors l' expression suivante pour la contrainte effective dans le fluide MR :

$$\tau = (9/16)\Phi\mu_0\mu_d\beta^2H^2 \cdot \sin(2(\vartheta_c-\vartheta))\cos^2(\vartheta_c) + \eta_d \dot{\gamma}\,. \qquad (4.12)$$

Afin de réécrire cette expression dans une forme sans dimension nous introduisons le nombre de Mason: $Mn=(8\eta_d\dot{\gamma})/(\mu_0\mu_dH^2)$ qui caractérise le rapport des forces hydrodynamiques aux forces dipolaires agissantes entre deux particules du fluide MR, et la contrainte relative: $\hat{\tau}=\tau/(\eta_d\dot{\gamma})$. L'équation (4.12) s'écrit alors:

$$\hat{\tau} = \{(9/2)\Phi\beta^2 \cdot \sin(2(\vartheta_c-\vartheta))\cos^2(\vartheta_c)\} \cdot Mn^{-1} + 1. \qquad (4.13)$$

Les équations (4.12) et (4.13) coïncident avec la loi rhéologique de Bingham pour un matériau visco-plastique: $\tau=\text{sign}(\dot{\gamma})\tau_B+\eta_p\dot{\gamma}$ (ou $\hat{\tau}=C\cdot Mn^{-1}+1$ dans la forme sans dimension). Ici la contrainte seuil $\tau_B=(9/16)\Phi\cdot\sin(2(\vartheta_c-\vartheta))\cos^2(\vartheta_c)\cdot\mu_0\mu_d\beta^2H^2$ est une fonction de la valeur et de la direction du champ magnétique .La viscosité plastique η_p est égale à la viscosité du fluide suspendant et ne dépend pas du champ. La loi de Bingham pour un fluide MR en présence d'un champ magnétique a été aussi obtenu par Zaltzgendler, Kordonsky (1979), Shulman et al (1984, 1986-b), Volkova et al (2000). dans le cadre de leurs modèles d' agrégats ellipsoïdaux ou en forme de chaîne. Shulman et al (1984) ont noté une différence entre la loi rhéologique du fluide MR et la loi de Bingham. Pour le fluide MR le coefficient τ_B représente la densité d'énergie mécanique dissipée lors de contournement des agrégats par le fluide suspendant tandis que pour les matières visco-plastique τ_B est la contrainte de rupture du matériau. Comme la dépendance linéaire (4.12) est valide dans une certaine gamme de taux de cisaillement (on obtient la valeur τ_B en interpolant la courbe d'écoulement sur l'axe $\dot{\gamma}=0$) on appellera par la suite τ_B la contrainte seuil dynamique. Remarquons que les modèles de

Clercx, Bossis (1993), Volkova et al (1996) Bossis et al (1997), Bossis et al (2002), Bossis et al (2003) qui considèrent la déformation d'un fluide MR structuré à l'état solide donnent aussi une contrainte seuil du fluide MR en présence d'un champ magnétique. Mais pour ces modèles τ_B est la vraie contrainte seuil correspondante à la transition solide-liquide de fluide MR.

Dans le cas du champ magnétique perpendiculaire à la vitesse (ϑ=0), l'équation (4.12) donne un résultat qui coïncide avec celui de Volkova et al (2000):

$$\tau(\vartheta=0) = (5\sqrt{5}/36)\Phi\mu_0\mu_d\beta^2H^2 + \eta_d\dot{\gamma}\,. \qquad (4.14)$$

L' influence de l'orientation du champ magnétique sur la contrainte seuil est mieux illustrée si on considère la valeur τ_B/τ_{B0}, où τ_{B0} est la contrainte seuil dynamique dans le champ perpendiculaire à l'écoulement:

$$\tau_B/\tau_{B0} = 0.81\sqrt{5}\cdot\sin(2(\vartheta_c-\vartheta))\cos^2(\vartheta_c). \qquad (4.15)$$

Cette dépendance est représentée par la courbe en trait plein sur la figure. 4.4. La contrainte seuil maximale est obtenu pour l'angle d'inclinaison du champ: $\vartheta = -\pi/4$ qui correspond à l'angle d'orientation $\vartheta_c = 0$ pour l'agrégat (cf. Fig. 4.3). Pour cet angle les chaînes sont perpendiculaires à l'écoulement et donc opposent la plus grande résistance à l'écoulement. La contrainte seuil dynamique maximale excède sa valeur τ_{B0} en champ perpendiculaire d'un facteur 1.8. Quand les chaînes prennent une orientation plus proche de la direction d'écoulement, la contrainte seuil dynamique diminue brusquement et arrive à zéro pour un champ magnétique parallèle à l'écoulement. Notre modèle ne tient pas compte de perturbations du champ de vitesse du fluide suspendant par les longues chaînes fines parallèles à l'écoulement. C'est pourquoi ce modèle donne une contrainte associée nulle dans un champ magnétique parallèle (ϑ=0, π).

Les expériences de Takimoto et al (1999) (points sur Fig. 4.4) confirment qualitativement notre dépendance théorique (Eq. 4.15): Takimoto et al (1999) observaient un maximum de τ_B au même angle $\vartheta = -\pi/4$. Cependant dans un champ magnétique de 40 kA/m la valeur maximale τ_B/τ_{B0}=1.25 est nettement plus petite que le facteur 1.8 prédit par notre modèle. Dans leur article Takimoto et al (1999) ont également proposé un modèle théorique d' agrégats en forme de chaîne pour décrire l'effet de l'orientation du champ magnétique sur la contrainte seuil. Ils utilisent une expression approximative pour la force hydrodynamique et pour la contrainte associée et ne considèrent pas l' extremum de la fonction $l(\vartheta_a)$. C'est probablement pourquoi leur modèle ne prédit pas d' maximum bien identifiable pour un angle différent de ϑ=0 (champ perpendiculaire).

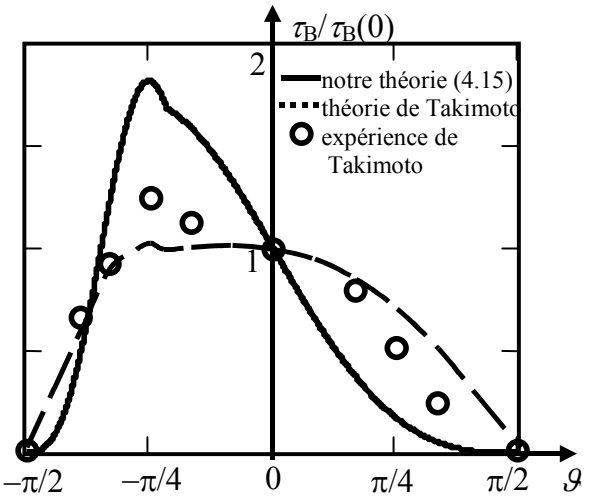


Fig. 4.4. Dépendance de la contrainte seuil dynamique par rapport à l'angle d'inclinaison du champ

Il est intéressant de comparer les résultats théoriques et expérimentaux concernant la contrainte seuil dynamique dans le champ magnétique perpendiculaire à l'écoulement. Dans leur étude Takimoto et al (1999) prennent la valeur de la contrainte seuil égale à la contrainte de cisaillement pour: $\dot{\gamma}$ =1–2 1/s. Ils ont ainsi obtenu les valeurs suivantes de la contrainte seuil pour le fluide MR avec une fraction volumique Φ =0.1 de particules de fer: τ_B = 25 Pa pour un champ H = 20 kA/m et τ_B = 70 Pa pour H = 40 kA/m. En utilisant l' équation. (4.14) de notre théorie nous obtenons les valeur τ_B = 16 et 63 Pa pour ces mêmes valeurs de champ. Donc notre modèle donne une assez bonne correspondance avec l'expérience.

Dans ce paragraphe on a exprimé tous les résultats en fonction du champ magnétique **H** dans le fluide MR. Si l'intensité H_0 et l'angle d'inclinaison ϑ_0 du champ externe sont donnés, on utilisera les formules suivantes afin de déterminer la valeur et l'orientation du champ à l'intérieur du fluide MR:

$$H = [\sin^2(\vartheta_0) + \cos^2(\vartheta_0)/\mu^2]^{1/2} \cdot H_0, \tag{4.16}$$

$$\sin(\vartheta) = \sin(\vartheta_0)/[\sin^2(\vartheta_0) + \cos^2(\vartheta_0)/\mu^2]^{1/2}, \tag{4.17}$$

où on admet que la perméabilité magnétique relative μ du fluide MR est une valeur connue et indépendante du champ magnétique.

Remarquons que l'approche dipolaire de l'interaction entre les particules magnétiques qu'on utilise dans notre modèle peut donner des valeurs trop faibles des forces magnétiques. L'approche multipolaire permet de mieux décrire les interactions entre les particules magnétiques mais, comme indiqué dans Volkova et al (2000), elle prédit des valeurs beaucoup moins grandes de la contrainte seuil dynamique. Ceci est dû à ce qu'une augmentation de la force magnétique d'attraction impose une rupture des chaînes à de plus grands angles critiques ϑ_c et donc à des contraintes seuil dynamiques

plus faibles, puisqu'elle diminue comme $\cos^4(\vartheta_c)$ (cf. Eq. (4.11)). En pratique même si la concentration des particules magnétiques est relativement basse, les chaînes ne peuvent pas tourner à de grands angles dans l'écoulement sans rentrer en contact l'une avec l'autre. L'angle critique correspondant à la destruction des chaînes va donc plutôt être déterminé par une distance entre chaînes que par un angle de rupture. Le problème devient alors beaucoup plus compliqué s'il faut prendre en compte les interactions entre agrégats. Pourtant nous montrerons dans le paragraphe 4.3 que notre modèle décrit assez bien la dépendance de la contrainte seuil normalisée en fonction de l'orientation des chaînes.

Pour conclure cette section déterminons les limites de validité du modèle proposé. Dans la section précédente on a posé la restriction suivante sur la longueur de la chaîne: $2a<<2l<2w/\cos(\vartheta_a)$. En regroupant les termes dans l'équation. (4.3) et en substituant ϑ_a par ϑ, nous obtenons l' expression suivante pour le nombre de Mason en fonction de la longueur de chaîne:

$$Mn = \{9\beta^2 \ln(2l/a)/[2(l/a)^2]\} \cdot \sin(2(\vartheta_c - \vartheta))/\cos^2(\vartheta_c). \qquad (4.18)$$

La théorie des corps allongés de Batchelor (1970) est valable lorsque le rapport des axes est au moins plus grand que 6:1. Nous posons donc une limite inférieure pour la longueur de chaîne égale à $l/a=6$. Une limite supérieure est déterminée par la largeur $2w$ du capillaire. Pour des valeurs caractéristique $2w$=1 mm et $2a$=1 μm on aura: $l/a = (w/a)/\cos(\vartheta_c) = 10^2/\cos(\vartheta_c)$. Les valeur limites du nombre de Mason correspondantes aux bords de l'intervalle $2a<<2l<<2w/\cos(\vartheta_c)$ sont déterminées par l'équation. (4.18) dans laquelle on substitue $l/a=6$ et $l/a = 10^2/\cos(\vartheta_c)$. La dépendance de la limite supérieure du nombre de Mason Mn en fonction de l'angle ϑ d'inclinaison du champ est présentée sur la Fig. 4.5.

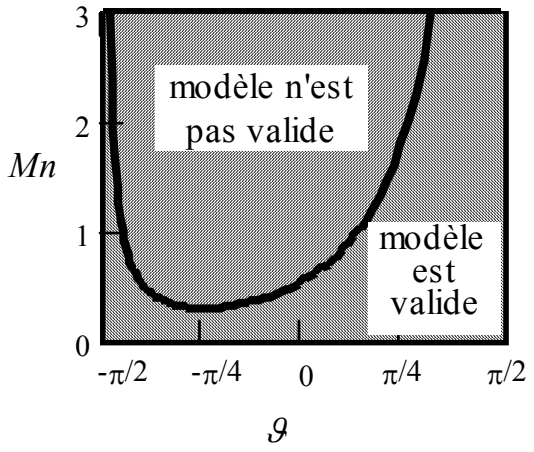


Fig. 4.5. Limites de validité du modèle rhéologique développé en fonction de l'angle d'inclinaison du champ

Dans un champ perpendiculaire la limite supérieure est égale à Mn=0.6, la valeur minimale de la limite supérieure est égale à Mn=0.3 et correspond à l'angle $\vartheta = -\pi/4$. Quand l'orientation du champ s'approche de la direction de l'écoulement la limite supérieure de Mn augmente brusquement. Nous avons obtenu pour la limite inférieure de Mn un ordre de grandeur de 10^{-4} dans presque toute la gamme des angles ϑ. Donc, par exemple, dans le cas particulier du champ perpendiculaire à l'écoulement et avec un rapport de la largeur du capillaire au diamètre des particules magnétiques égal à 10^3, les solutions obtenues sont valables pour $10^{-4}<Mn<0.6$.

4.2. Ecoulement de Poiseuille dans un capillaire plat

On considère théoriquement un écoulement du fluide MR dans un capillaire plat de largeur $2w$ et de longueur $L>>2w$ somis à une différence de pression Δp. La géométrie du problème est présentée sur la figure. 4.6. Les lignes du champ magnétique homogène d'intensité **H** se trouvent dans le plan Oxz formé par un axe Oz parallèle à la vitesse **v** et un axe Ox perpendiculaire aux parois du capillaire. Ces lignes font un angle positif $0 \le \vartheta \le \pi/2$ avec l'axe Ox. On cherche le profile du vitesse $v(x)$ du fluide MR et son débit Q en fonction de la différence de pression Δp.

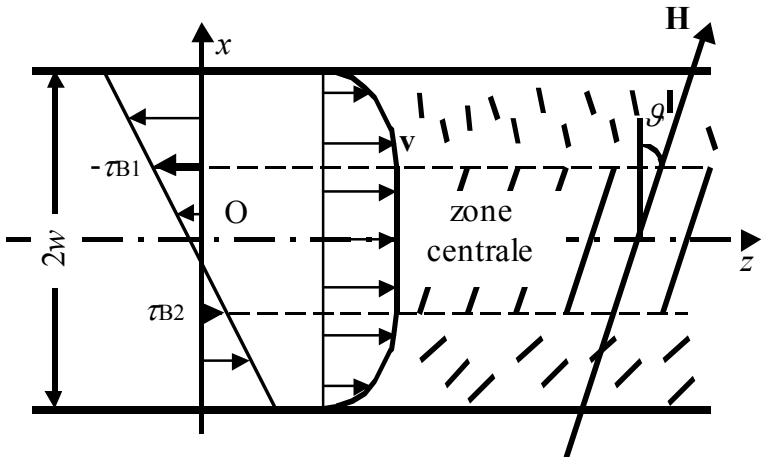


Fig. 4.6. Géométrie de l'écoulement de Poiseuille du fluide MR dans un capillaire plat. Profils schématiques de la contrainte (à gauche) et de la vitesse (à droite)

Nous donnons une solution sous l'hypothèse que la longueur $2l$ des chaînes de particules excède largement le diamètre des particules, $2a$, mais reste bien moins grande que la largeur $2w$ du capillaire de sorte que le gradient de vitesse dv/dx change pas beaucoup le long d'une chaîne. Dans ce cas-là on peut appliquer comme relation rhéologique l'équation (4.12) déduite pour un cisaillement simple du fluide MR. Le cas des angles ϑ négatifs dans le problème de cisaillement simple ($\vartheta<0$, $\dot{\gamma}>0$) va correspondre au gradient de vitesse négatif dans l'écoulement de Poiseuille ($\vartheta>0$, $\dot{\gamma}<0$).

Pour un certain angle $\vartheta>0$ d'inclinaison du champ il y a deux contraintes seuil dynamiques: l'une $\tau_{B1}=\tau_B(-\vartheta)$ correspond au domaine du gradient de vitesse négatif contre la paroi supérieure, l'autre correspond au domaine du gradient de vitesse positif contre la paroi inférieure.

L'équations des moments pour un écoulement dans un capillaire plat avec un gradient de pression constant prend la forme simple:

$$\mathrm{d}\,\tau_{xz}/\mathrm{d}x = -\Delta p/L. \tag{4.19}$$

D'où l' expression pour la composante xz du tenseur des contraintes visqueuses:

$$\tau_{xz}= -(\Delta p/L)\cdot x + C, \tag{4.20}$$

où C est une constante inconnue.

La loi rhéologique $\tau=\mathrm{sign}(\dot\gamma)\tau_B+\eta_p\dot\gamma$ du fluide MR dans un capillaire plat prend la forme suivante:

$$\mathrm{d}\,v/\mathrm{d}\,x=\begin{cases}(\tau_{xz}+\tau_{B1})/\eta_p, & \tau_{xz}\le-\tau_{B1}\le 0,\\ 0, & -\tau_{B1}<\tau_{xz}<\tau_{B2},\\ (\tau_{xz}-\tau_{B2})/\eta_p, & 0\le\tau_{B2}\le\tau_{xz}.\end{cases} \tag{4.21}$$

Cette équation détermine deux zones d'écoulement – la zone centrale où dv/dx=0 et la vitesse est constante et la zone pariétale avec une vitesse variable. Introduisons des échelles suivantes pour la vitesse v et la coordonnée x: $[v]=\Delta p w^2/(2\eta_p L)$ est la vitesse du fluide MR Newtonien en absence de champ magnétique; $[x] = w$ est la demi-largeur du capillaire. En substituant (4.20) dans (4.21) et en ajoutant la condition de non glissement sur les parois du capillaire, on obtient les équations adimensionnelles suivantes:

$$\mathrm{d}\,v/\mathrm{d}\,x=\begin{cases}-2x+C_1+2P_1, & 0\le x_1\le x,\\ 0, & x_2<x<x_1,\\ -2x+C_1-2P_2, & x\le x_2\le 0,\end{cases}\qquad v(\pm1)=0, \tag{4.22}$$

où $P_1= \tau_{B1}L/(\Delta p w)$, $P_2= \tau_{B2}L/(\Delta p w)$ sont des paramètres exprimant le rapport de la contrainte seuil à la contrainte sur les murs du capillaire,

$C_1 =C\cdot 2L/(\Delta p w)$ est une constante inconnue,

$x_1= P_1 + C_1/2$ и $x_2 = -P_2 + C_1/2$ sont des coordonnées des bords supérieur et inférieur de la zone centrale d'écoulement.

La solution du problème (4.22) donne la constante $C_1 =P_2 - P_1$ et le profil de vitesse (voir Kuzhir et al (a)):

$$v=\begin{cases}[1-(P_1+P_2)/2]^2, & |x|<(P_1+P_2)/2,\\ 1-x^2-(P_1+P_2)(1-|x|), & |x|\ge(P_1+P_2)/2.\end{cases} \tag{4.23}$$

C'est une valeur moyenne $P=(P_1+P_2)/2$ des paramètres P_1 et P_2 (en fait c'est la contrainte seuil dynamique moyenne $<\tau_B>=(\tau_{B1}+\tau_{B2})/2$) qui intervient dans l'expression (4.23). Le profil de vitesse est ainsi symétrique par rapport au plan central du capillaire même si le profil de contrainte n'est lui pas symétrique. On peut déduire les expressions pour les contraintes τ_{w1} sur la paroi supérieure et τ_{w2} sur la paroi inférieure du capillaire en utilisant l'équation (4.20): $\tau_{w1}=-\Delta pw/L+(\tau_{B2}-\tau_{B1})/2$ et $\tau_{w2}=\Delta pw/L+(\tau_{B2}-\tau_{B1})/2$. Les profils de vitesse et de contrainte sont présentés schématiquement sur la figure 4.6. Le profil de vitesse reste symétrique car la différence entre les contraintes sur la paroi supérieure et sur la paroi inférieure est compensée par une différence des contraintes seuil: $|\tau_{w1}|-|\tau_{w2}|=\tau_{B1}-\tau_{B2}$. Mayorov (1980) avait fait l'hypothèse qu'on puisse perdre la symétrie de l'écoulement plat dans le champ incliné. Cela supposerait que des écoulements asymétriques apparaissent pour les fluides magnétiques avec des coefficients rhéologiques variables sur la section du capillaire.

Sur la figure 4.7 on a présenté une dépendance théorique de la contrainte seuil moyenne relative $\hat{\tau}=<\tau_B/\tau_{B0}>=(\tau_{B1}+\tau_{B2})/(2\tau_{B0})$ en fonction de l'angle ϑ d'inclinaison du champ. Cette courbe a un maximum local assez peu marqué $\hat{\tau}\approx 1$ au point $\vartheta=\pi/4$. Pour $\vartheta<\pi/4$ la valeur $\hat{\tau}$ est proche de l'unité, mais elle baisse rapidement jusqu'à zéro pour $\vartheta>\pi/4$. Les données expérimentales obtenues pour une écoulement de fluide MR dans un capillaire de section ronde sont marquées par un trait pointillé sur la figure. 4.7. On discutera ces résultats dans le paragraphe 4.3.

Les profils de vitesse du fluide MR pour un champ magnétique de même intensité mais d'orientation variable sont illustrés sur la figure 4.8. La courbe 1 correspond au champ perpendiculaire aux parois du capillaire et à une contrainte seuil dynamique sans dimension: $P_0=\tau_{B0}L/(\Delta pw)=0.5$. La courbe 2 correspond au champ incliné ($\vartheta=\pi/3$) et au paramètre $P=P_0\cdot<\tau_B/\tau_{B0}>=0.37$. La courbe 3 correspond au champ parallèle à l'écoulement et au paramètre $P=0$. Ces trois courbes montrent la tendance suivante: la zone centrale d'écoulement devient plus étroite et la vitesse du fluide MR augmente quand l'orientation du champ magnétique change continuement de l'orientation perpendiculaire à l'écoulement jusqu'à celle parallèle à l'écoulement. Dans le champ parallèle le fluide MR se comporte comme un fluide Newtonien, c'est à dire que la zone centrale de vitesse constante est absente et la vitesse sans dimension $v(0)$ dans le plan central du capillaire est égale à l'unité.

Afin de définir le débit volumique Q du fluide MR nous intégrons la vitesse sur la section transversale du capillaire: $Q=s\int_{-w}^{w}v(x)dx$. Ici $s>>w$ est la dimension latérale du capillaire. Comme échelle du débit Q nous choisissons celui: $[Q]=2\Delta pw^3s/(3\eta_pL)$ du

fluide MR Newtonien en absence de champ et nous obtenons la caractéristique débit-pression $q=Q/[Q]=f(P)$ suivante (voir Kuzhir et al (a)):

$$q = 1 - (3/2)P + (1/2)P^3. \qquad (4.24)$$

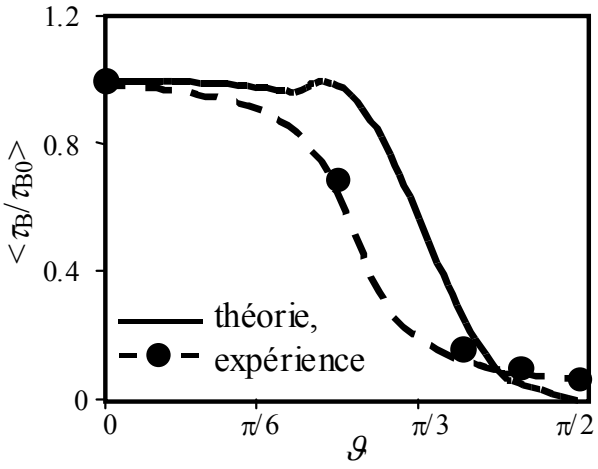


Fig.4.7. Dépendance de la contrainte seuil moyenne par rapport à l'angle d'inclinaison du champ

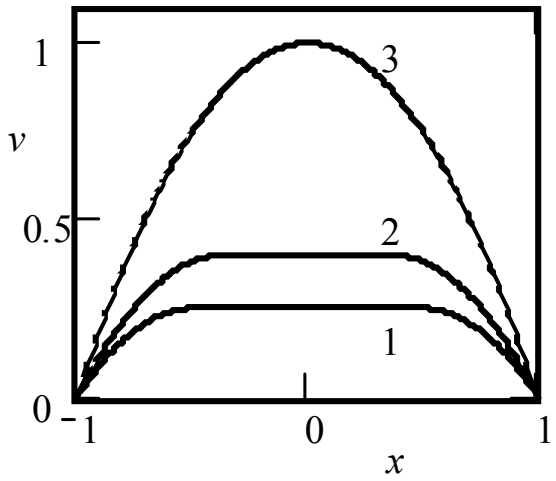


Fig.4.8. Profils de vitesse dans un capillaire plat calculés pour le paramètre P_0=0.5 et pour différents angles ϑ d'inclinaison du champ: 1– 0; 2– π/3; 3– π/2

Introduisons maintenant le taux de cisaillement apparent $\dot\gamma_N = Q/(4sw^2)$, qui est le taux de cisaillement sur la paroi du capillaire plat de l'écoulement d'un fluide Newtonien avec un débit Q. On peut maintenant présenter l'équation (4.24) sous la forme de la formule connue de Buckingham-Reiner (voir Shulman, Kordonski (1982)) pour un écoulement d'un fluide visco-plastique isotrope dans un capillaire plat:

$$\dot\gamma_N = (<\tau_w>/\eta_p)\cdot[1 - (3/2)<\tau_B>/<\tau_w> + (1/2)(<\tau_B>/<\tau_w>)^3], \qquad (4.25)$$

où $<\tau_w>=(\tau_{w1}+\tau_{w2})/2=\Delta pw/L$ est la contrainte moyenne sur les parois du capillaire.

A la différence de l'écoulement d'un fluide visco-plastique isotrope, le profil de contrainte pour le fluide MR est asymétrique et la contrainte seuil dynamique prend des valeurs différentes des deux côtés du plan central du capillaire. C'est pourquoi les valeurs moyennes arithmétiques $<\tau_w>$ et $<\tau_B>$ interviennent dans l' équation. (4.25) au lieu des valeurs locales.

La courbe débit-pression $q(P)$ est présentée sur la figure. 4.9a. En absence de champ magnétique ou dans un champ parallèle à l'écoulement, la contrainte seuil dynamique est égale à zéro, c'est à dire P=0, et le débit est maximal: q=1. Le paramètre $P\geq 1$ correspond à l'état solide du fluide MR quand l'écoulement n'apparaît pas sous l'effet du gradient de pression et q=0. En pratique la loi rhéologique $\tau=\text{sign}(\dot\gamma)\tau_B+\eta_p\dot\gamma$, qu'on

utilise pour l' écoulement du fluide MR dans un capillaire plat, n'est valide que dans une certaine gamme de taux de cisaillement. C'est pourquoi une conclusion concernant l'absence d'écoulement pour $P \geq 1$ n'est pas tout à fait correcte. Les limites de validité des résultats obtenus sont déterminés à la fin de ce paragraphe. Si $P < 1/3$ on peut négliger le dernier terme de l'équation. (4.24) avec une erreur inférieure à 3.5%; la dépendance $q(P)$ prendra alors la forme linéaire $q = 1 - (3/2)P$.

On pourra mieux illustrer l' influence de l'orientation du champ magnétique sur la caractéristique débit-pression si on considère la dépendance $q(\vartheta)$ présentée sur la figure 4.9b. La courbe en trait plein correspond à la valeur du champ magnétique quand $P_0 = \tau_{B0}L/(\Delta p w) = 0.5$, la courbe en pointillé correspond au paramètre $P_0 = 0.75$. Dans la gamme des angles d'inclinaison du champ $0 \leq \vartheta \leq \pi/4$ le débit est presque constant et peu différent du débit dans le champ perpendiculaire; cela correspond au rapport $<\tau_B/\tau_{B0}> \approx 1$ constant. Pour une certaine valeur du champ (ou également du paramètre P_0), le débit du fluide MR augmente rapidement jusqu'à la valeur maximale $q=1$ quand l'angle ϑ augmente de $\pi/4$ à $\pi/2$. Une comparaison des deux courbes sur la figure 4.9b montre que pour une orientation donnée du champ magnétique, le débit diminue lorsque le champ augmente.

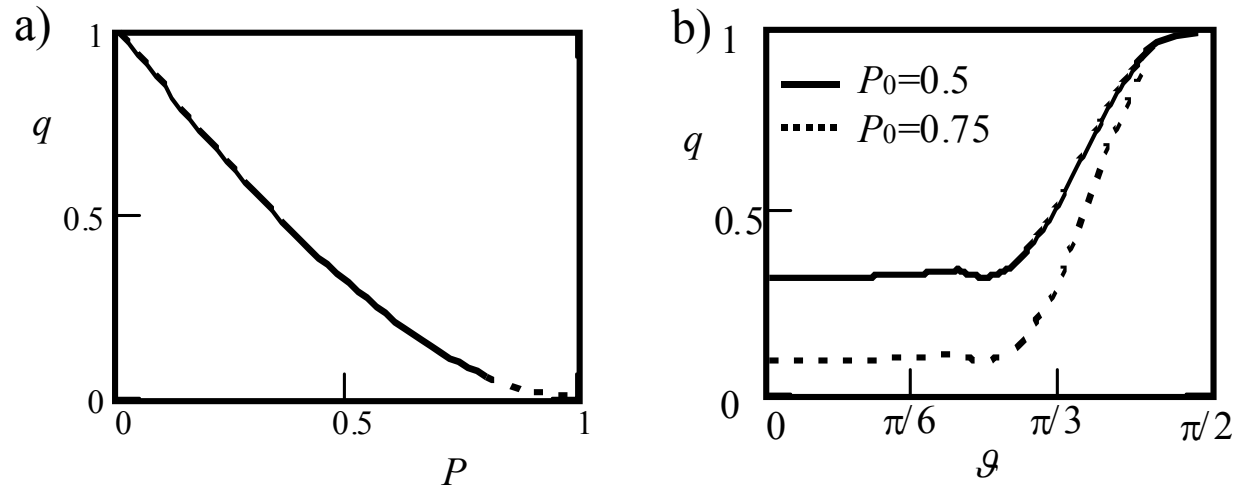


Fig. 4.9. Dépendances du débit adimensionné du fluide MR dans un capillaire plat en fonction de:
a) paramètre P, b) angle d'inclinaison du champ. La section pointillée de la courbe q(P) correspond au paramètre P>0.8 qui est en dehors de l'intervalle de validité de la théorie considérée

En ce qui concerne le comportement des agrégats dans l' écoulement, ils sont parallèles les uns aux autres dans les zones des parois supérieures et inférieures. Mais si on compare les zones supérieures et inférieures, l'orientation des chaînes sera différente (voir Fig. 4.6). Dans la zone centrale d'écoulement les chaînes sont parallèles au champ magnétique. Comme l'orientation des chaînes est différente dans les trois zones

d'écoulement (la zones pariétales supérieure et inférieure et la zone centrale), la structure du fluide MR lors de son écoulement dans un capillaire plat dans un champ incliné est analogue à la structure d'un cristal liquide smectique. Il est évident que les propriétés magnétiques du fluide MR seront différentes dans les trois zones d'écoulement. C'est pourquoi, même en présence d'un champ magnétique externe homogène, les champs magnétiques internes dans ces trois zones ne seront pas égaux. En première approximation nous négligeons ces différences et utilisons les équations. (4.16), (4.17) pour calculer le champ magnétique **H** dans le fluide MR dans un capillaire en fonction de l'intensité H_0 et de l'angle ϑ_0 d'inclinaison du champ externe.

En partant des parois et en s'approchant de la zone centrale d'écoulement la longueur des chaînes augmente et, d'après l'équation. (4.3), devient infinie à la limite des deux zones où $\dot{\gamma}=\mathrm{d}v/\mathrm{d}x=0$. Donc la solution obtenue pour le profil de vitesse est valide pour la partie de la zone pariétale, dans laquelle le taux de cisaillement change peu le long des chaînes. Nous posons donc la restriction suivante pour la longueur des chaînes: $2a<<2l<<(2w-2x_1)/\cos(\vartheta_c)$, ici $2x_1=2w(1-P)$ est la largeur de la zone centrale. Dans la section 4.1.2 on a déjà considéré une restriction $2a<<2l$ qui donne une dépendance de la limite supérieure du nombre de Mason (ou également du gradient de vitesse sur le mur du capillaire) en fonction de l'orientation du champ (Fig. 4.5).

Prenons comme longueur limite de chaîne $l/a=0{,}1(w/a)\cdot(1-P)/\cos(\vartheta_c)$ pour la condition $2l<<(2w-2x_1)/\cos(\vartheta_c)$. En tenant compte de l'équation (4.8) pour ϑ_c et de la relation $P=P_0\cdot<\tau_B/\tau_{B0}>$, et en substituant la valeur limite l/a dans l' équation. (4.17) nous obtenons une dépendance du nombre de Mason limite en fonction du paramètre P_0 et de la direction du champ magnétique. On peut montrer que la limite inférieure de Mn est égale à peu près à 0.05 pour $w/a=10^3$, pour toute la gamme des angles d'inclinaison du champ $0\le\vartheta\le\pi/2$ et pour une large gamme $0\le P_0\le 0.8$ des paramètres P_0. Estimons maintenant la largeur du domaine de la zone pariétale pour laquelle la condition $Mn>0.05$ est valide. Pour celà nous reformulons la relation rhéologique pour un écoulement dans un capillaire plat sous la forme suivante :

$$\eta_p\dot{\gamma}=\Delta px/L-<\tau_B>, \tag{4.26}$$

$$Mn(x)=Mn_N(x-x_1), \tag{4.27}$$

où $Mn=8\eta_p\dot{\gamma}/(\mu_0\mu_d H^2)$ et $Mn_N=8\eta_p(\Delta pw/L)/(\mu_0\mu_d H^2)$ sont les nombres de Mason en un point arbitraire de la zone pariétale de coordonnée x et sur les parois du capillaire pour un fluide MR Newtonien en absence de champ.

On détermine une coordonnée sans dimension x^* qui correspond à la limite de validité $0\le|x|<x^*$ de la solution (4.23) en résolvant l'équation (4.27) par rapport à x et en y substituant la valeur limite $Mn=0.05$: $x^*=x_1+Mn/Mn_N$. La loi rhéologique de Bingham n'est pas applicable pour le fluide MR dans le domaine $x_1<|x|<x^*$ correspondant

aux petits taux de cisaillement. Pourtant dans des capillaires, dont la largeur excède largement le diamètre des particules du fluide MR ($w/a=10^3$), la largeur (x^*-x_1) de la section de la zone centrale avec $Mn<0.05$ représente seulement 0.1% de la largeur totale du capillaire dans la gamme des paramètres $0\le P_0\le 0.8$. Donc on considère que la solution (4.23) pour le profil de vitesse est correcte pour toute la section $0\le|x|\le 1$ du capillaire avec une erreur de l'ordre de 0.1%. Dans le cas particulier du champ magnétique transversal, les limites de validité de cette solution sont les suivantes: $0\le P_0\le 0.8$, $0.05<Mn<0.6$.

4.3. Ecoulement de Poiseuille dans un capillaire de section circulaire

Dans ce paragraphe on reporte brièvement les résultats théoriques et expérimentaux correspondant à l' écoulement d'un fluide MR dans un capillaire de section circulaire. Un développement plus détaillé de ce problème est présenté dans l'Annexe 4.1. On considère tout d'abord un écoulement laminaire dans un capillaire cylindrique de diamètre $2R$ et de longueur $L>>2R$ sous l'effet d'une différence de pression Δp. La géométrie du problème est présentée sur Fig. 1 de l'Annex 4.1. Les lignes du champ homogène d'intensité **H** se trouvent dans le plan Oxz et font un angle positif $0\le\vartheta\le\pi/2$ avec l'axe Ox. La vitesse **v** du fluide MR est partout parallèle à l' axe Oz du capillaire. On cherche le profil du vitesse $v(x,y)$ et la caractéristique débit-pression $Q(\Delta p)$.

Comme dans le cas du capillaire plat, on admet que les agrégats du fluide MR prennent la forme de chaînes droites d'une longueur $2l$ qui est beaucoup plus grande que le diamètre $2a$ des particules magnétiques mais beaucoup plus petite que le diamètre $2R$ du capillaire. On admet également que les agrégats ne sont pas en rotation dans l'écoulement et que leur équilibre est déterminé par une égalité des moments des forces hydrodynamiques et magnétiques. On suppose que la force hydrodynamique agissante sur chaque particule d'une chaîne ne dépend pas de la présence des particules voisines. C'est pourquoi elle est proportionnelle à la différence des vitesses **v** de l'écoulement non perturbé et $\mathbf{v}_b$ de la particule elle-même: $\mathbf{F}^{hydr}\sim(\mathbf{v}-\mathbf{v}_b)$. Comme les vecteurs **v** et $\mathbf{v}_b$ sont parallèles, la force $\mathbf{F}^{hydr}$ est parallèle à la vitesse **v**. On peut montrer facilement qu'une égalité des moments des forces hydrodynamique et magnétiques est possible uniquement si les agrégats se trouvent tout entier dans les plans parallèles au plan Oxz.

Le tenseur $\boldsymbol{\tau}$ des contraintes visqueuses est déterminé par une condition de stabilité des agrégats de la même façon que dans le cas du cisaillement simple. Donc la composant xz du tenseur $\boldsymbol{\tau}$ prend la même forme (4.12) que pour le cisaillement simple: $\tau_{xz}=\tau_B(H,\ \vartheta)+\eta_p\partial v/\partial x$. La composante yz n'est déterminée que par la dissipation visqueuse dans le fluide suspendant si on néglige l'épaisseur des agrégats: $\tau_{yz}=\eta_p\partial v/\partial y$.

La contrainte seuil dynamique τ_B prend deux valeur différentes en fonction du signe de la composante $\partial v/\partial x$ du gradient de vitesse: $\tau_B = -\tau_{B1}<0$ si $\partial v/\partial x<0$ et $\tau_B = \tau_{B2}>0$ si $\partial v/\partial x>0$. Alors, la relation rhéologique du fluide MR pour un écoulement laminaire dans un capillaire cylindrique s'écrit:

$$\tau_{xz} = \begin{cases} -\tau_{B1} + \eta_p \partial v/\partial x, & \tau_{xz} < -\tau_{B1}, \\ \tau_{B2} + \eta_p \partial v/\partial x, & \tau_{xz} > \tau_{B2}, \end{cases} \tag{4.28}$$

$$\partial v/\partial x = 0, -\tau_{B1} \le \tau_{xz} \le \tau_{B2}, \tag{4.29}$$

$$\tau_{yz} = \eta_p \cdot \partial v/\partial y. \tag{4.30}$$

Dans le capillaire cylindrique on peut aussi distinguer deux zones d'écoulement pareillement au cas d'un fluide de Bingham non magnétique – la zone des parois (Eq. (4.28)) et la zone centrale avec une vitesse constante le long de l'axe Ox (Eq. (4.29)). L'équation des moments prend la forme suivante pour l'écoulement laminaire dans un capillaire cylindrique en absence de forces volumiques:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} = -\frac{\Delta p}{L}. \tag{4.31}$$

Introduisons des échelles suivantes pour les coordonnées x, y et pour la vitesse v: $[x]=[y]=R$ – rayon du capillaire, $[v]=\Delta p R^2/(4\eta_p L)$ – la vitesse sur l'axe du capillaire lors de l'écoulement d'un fluide Newtonien sous l'effet du gradient de pression $\Delta p/L$. En substituant les équations. (4.28), (4.30) dans (4.31) et en ajoutant une condition de non glissement sur la paroi, on obtient le système d'équations suivant:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[2P + \frac{\partial v}{\partial x}\right] + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = -4, \quad v\Big|_{x^2+y^2=1} = 0 \quad \text{si} \quad \tau_{xz} < -\tau_{B1} \text{ ou } \tau_{xz} > \tau_{B2}; \tag{4.32}$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad v_{\Gamma+} = v_{\Gamma-} \quad \text{si} \quad -\tau_{B1} \le \tau_{xz} \le \tau_{B2}, \tag{4.33}$$

où $P=2\tau_B L/(\Delta p R)$ est un paramètre qui caractérise le rapport de la contrainte seuil τ_B à la contrainte moyenne sur la paroi du capillaire $\tau_w=\Delta p R/(2L)$; comme précédemment ce paramètre prend deux valeurs: $P_1=-2\tau_{B1}L/(\Delta p R)$ si $\tau_{xz}>0$ et $P_2=2\tau_{B2}L/(\Delta p R)$ si $\tau_{xz}<0$,
les indices "Γ+" et "Γ–" de v indiquent que la vitesse est prise sur la limite Γ entre les deux zones d'écoulement d'un côté ou de l'autre.

Nous avons résolu le problème (4.32), (4.33) analytiquement (les détails du calcul sont exposés dans l'Annexe 4.1). Nous avons obtenu les expressions (4.34) pour le profil de vitesse dans la zone des parois et (4.35) pour celui de la zone centrale, tous les deux sont exprimés dans les coordonnées polaires r, ϕ (voir Kuzhir et al (2003-b)):

$$v = 1 - r^2 - \frac{4 < P >}{\pi}(1 - r) - \frac{8 < P > r}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{4n^2 - 1}(1 - r^{2n-1}) \cos(2n\phi), \qquad r > r_\Gamma(\phi), \qquad (4.34)$$

$$v(r,\phi) = v(r_\Gamma(\phi_1), \phi_1), \qquad r \le r_\Gamma(\phi), \qquad (4.35)$$

où $<P>=(P_1+P_2)/2$ est une valeur moyenne arithmétique du paramètre P,
$r=r_\Gamma(\phi)$ est une équation du bord Γ entre les deux zones d'écoulement,
ϕ_1 est une fonction $\phi_1(r,\phi)$ qui est déterminée par la condition suivante: $\sin^2(\phi_1(r,\phi))=r^2 \cdot \sin^2(\phi)/[r_1^2+(1-r_1^2)r^2\sin^2(\phi)]$ avec r_1 un point d'intersection du bord Γ avec l'axe Ox.

La ligne $r=r_\Gamma(\phi)$ de la limite entre les zones d'écoulement est déterminée par la condition $\partial v/\partial x=0$ et peut être approchée par un ellipse $r_\Gamma^2(\phi)=1/[\cos^2(\phi)/r_1^2+\sin^2(\phi)]$ dans la gamme $0<<P><0.5$ des paramètres $<P>$; ici $r_1=10<P>/(3\pi+8<P>)$.

Analysons maintenant la solution obtenue (4.34) – (4.35) avec l'aide de la figure. 4.10 où on présente des isolignes de vitesse dans la section transversale du capillaire pour une valeur donnée $<P>=0.25$. Sur cette figure on voit que le profil de vitesse perd sa symétrie axiale mais garde la symétrie par rapport aux deux axes Ox et Oy.

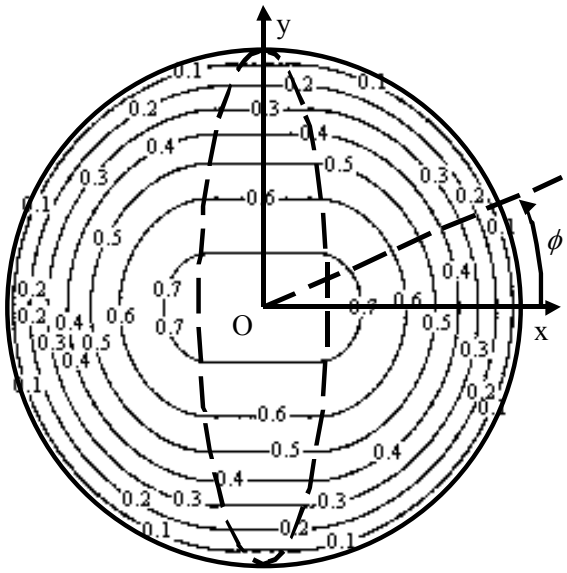


Fig. 4.10. Isolignes de vitesse du fluide MR dans la section transversale d'un capillaire cylindrique (le paramètre <P> est égal à 0.25; la ligne pointillée représente la limite entre deux zones d'écoulement)

La symétrie par rapport à Ox vient d'une symétrie de la structure du fluide MR par rapport au plan Oxz. La symétrie par rapport à l'axe Oy est de même nature que dans le cas du capillaire plat. La contrainte seuil prend des valeurs constantes dans les deux domaines de la zone pariétale (τ_{B2} pour $x<0$ et τ_{B1} pour $x>0$), et la différence $\tau_{B1} - \tau_{B2}$ est ,là encore, compensée par la différence des contraintes τ_{xz1} et τ_{xz2} prises aux points de coordonnées $(-x, y)$ et (x, y). Le paramètre $<P>$ est donc l'unique quantité qui détermine

l' influence du champ magnétique sur l'écoulement du fluide MR. Cette influence est exprimée quantitativement comme une dépendance du paramètre $<P>=2<\tau_B>L/(\Delta pR)$ par rapport à l'intensité H et à l'angle ϑ d'inclinaison du champ. La dépendance théorique $<P>(H, \vartheta)$ peut être obtenue si on substitue la fonction $<\tau_B>=\tau_{B0}(H)\cdot<\tau_B/\tau_{B0}>(\vartheta)$ à $<P>$. Dans un champ magnétique longitudinal par rapport à l'axe du capillaire on a $<P>=0$; l'écoulement a une symétrie axiale et est équivalent à celui d'un fluide Newtonien en l'absence de champ. Dans le champ transversal ,pour une certaine intensité du champ, le paramètre $<P>$ est maximal, c'est pourquoi la résistance hydraulique dans le capillaire est aussi maximale.

Revenons à la figure 4.10. La limite entre les deux zones d'écoulement indiquée par un pointillé prend la forme d'une ellipse avec le grand axe suivant Oy et égal au diamètre du capillaire. Dans la zone centrale les isolignes de vitesse sont parallèles à l'axe Ox car la vitesse ne dépend pas de la coordonnée x. Dans la zone des parois les isolignes de vitesse prennent la forme d'un ovale allongé le long de la direction de la composante du champ magnétique normal à l'axe du capillaire, c'est à dire le long de l'axe Ox.

Considérons de plus près les limites de validité de la solution (4.34) – (4.35) pour le profil de vitesse. L'analyse de la structure du fluide MR montre que la longueur des chaînes a le même ordre de grandeur que le rayon du capillaire si le centre d'une chaîne se trouve tout près de la zone centrale d'écoulement. Nous posons encore une fois la restriction $2a<<2l<<2R/\cos(\vartheta_c)$ pour la longueur des chaînes. La largeur du domaine de la zone pariétale, où les chaînes sont longues, est égale à $w^*=Mn/Mn_N$. Ici $Mn=8\eta_p\dot{\gamma}/(\mu_0\mu_d H^2)=0.05$ est le nombre de Mason minimal possible pour la zone des parois et $Mn_N=8\eta_p(\Delta pR/(2L))/(\mu_0\mu_d H^2)$ est le nombre de Mason sur la paroi du capillaire et pour un fluide Newtonien. Nous avons estimé que la largeur w^* était égale à quelques millièmes du diamètre du capillaire pour le paramètre $<P> < 0.5$ et pour un rapport du rayon du capillaire au rayon d'une particule magnétique égal à $R/a = 10^3$. La restriction $2a<<2l$ qui donne $Mn<0.6$ ne doit pas être considérée que dans le cas où on veut calculer la contrainte seuil dynamique à l'aide de l'éq. (4.12). Sinon nous considérons que notre solution est valable pour toute la section $r\le R$ du capillaire pour $<P> < 0.5$ et $Mn>0.05$.

Une autre caractéristique importante de l' écoulement du fluide MR est la dépendance débit-pression $Q(\Delta p)$. Introduisons une échelle du débit: $[Q]=\pi\Delta pR^4/(8\eta_p L)$ – le débit du fluide MR Newtonien en absence de champ magnétique. Nous calculons le débit en intégrant le profil de vitesse sur la section du capillaire. Nous obtenons ainsi des relations approximatives pour les caractéristiques débit-pression sans dimension: $q=Q/[Q]=f(<P>)$ et normales: $\Delta p(Q)$ avec une erreur inférieure à 6% dans la gamme $0<<P><0.5$ des paramètres $<P>$ (voir Kuzhir et al (b)):

$$q = 1 - (8/(3\pi))\cdot<P>. \qquad (4.36)$$

$$\Delta p/L = [16/(3\pi R)]<\tau_B> + [8\eta_p/(\pi R^4)]\cdot Q. \qquad (4.37)$$

Comme conclusion de cette partie théorique de notre étude, nous pouvons généraliser les caractéristiques débit-pression pour un capillaire plat et un capillaire cylindrique en présence d'un champ magnétique. Dans les deux cas ces caractéristique deviennent linéaires quand $<P>=<\tau_B>/<\tau_w> < P_c$:

$$q = Q(\mathbf{H})/Q(0) = 1 - C \cdot <\tau_B>/<\tau_w>, \qquad (4.38)$$

où C= 3/2, P_c=1/3 pour un capillaire plat et C= 8/(3π) et P_c=1/2 pour un capillaire cylindrique.

Comparons maintenant les résultats théoriques et expérimentaux sur la courbe q=f(<P>) pour l'écoulement du fluide MR dans un capillaire de section circulaire. Nous avons mesuré les caractéristiques débit-pression du fluide MR dans des capillaires spiraux avec l'aide de l'installation expérimentale décrite dans la section 2.3.2 et dans l'annexe 4.1. Toutes les caractéristiques expérimentales $\Delta p/L$ en fonction du débit Q pour toutes les valeurs et orientations du champ sont linéaires et ont presque la même pente (Fig. 4 de l'Annex 4.1). Considérons de plus près les caractéristiques du débit adimensionnel q=f(<P>) expérimentales et théoriques qui sont présentées sur la figure. 4.11. Dans l'Annexe 4.1 nous définissons les paramètres q et <P> de la façon suivante: $q = Q(\Delta p,H)/Q(\Delta p,0)$ et $<P>=(\pi/2)\cdot\Delta p(0,H)/\Delta p(Q,H)$. On voit sur Fig. 4.11 que toutes les courbes expérimentales se mettent alors sur une seule droite définie par: $q = 1–(0{,}69\pm0{,}03)\cdot<P>$ avec une pente légèrement différente de celle: $–8/(3\pi)\approx–0.85$ prédite par l'équation de (4.36) (courbe solide). La courbe en pointillé avec la pente –4/3 correspond au modèle du fluide de Bingham isotrope où on ne tient pas compte de l'anisotropie de l'écoulement induite par la présence du champ (fig.4.10). On voit ici que le modèle de Bingham isotrope surestime l' influence du champ magnétique sur la réduction du débit.

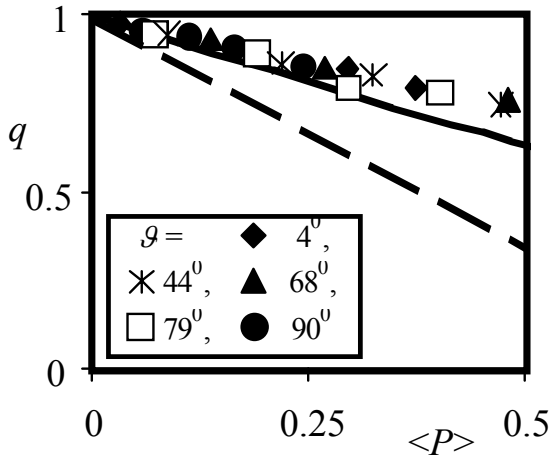


Fig. 4.11. Courbe débit-pression en unités réduites pour un écoulement de fluide MR dans un capillaire de section circulaire en présence d'un champ magnétique avec différents angles d'inclinaison et une intensité H=19 kA/m (trait plein: – notre théorie (Eq.4.36) qui tient compte d'une anisotropie du fluide MR, trait pointillé– théorie classique de Bingham)

Une autre information utile qu'on peut tirer des courbes expérimentales débit-pression est la dépendance des coefficients rhéologiques du fluide MR au champ magnétique. Si on approche les courbes expérimentales par l'équation. (4.37), on peut facilement en tirer les valeurs $<\tau_B>$ et η_p en fonction de l'intensité et de l'orientation du champ. Ces dépendances sont discutées en détails dans l'Annexe 4.1; mentionnons ici que pour toutes les valeurs de l'angle ϑ la contrainte seuil dynamique $<\tau_B>$ augmente proportionnellement au carré de l'intensité H: $<\tau_B> = C\cdot\mu_0 H^2$ tandis que la viscosité plastique reste pratiquement constante $\eta_p \approx \eta_{pi}=0.13\pm0.1$ Pa·s. De plus, il y a une bonne correspondance entre les deux courbes $<\tau_B>(H) \approx 10\mu_0 H^2$ obtenues pour un champ perpendiculaire à l'écoulement dans deux situations très différentes : l'écoulement de Poiseuille dans un capillaire et l'écoulement de cisaillement dans un rhéomètre rotationnel. Remarquons que c'est la contrainte seuil moyenne $<\tau_B> = [\tau_B(\vartheta)+\tau_B(-\vartheta)]/2$ qui était mesurée dans des capillaires spiraux.

Il est également intéressant d'établir une dépendance expérimentale de la contrainte seuil dynamique moyenne $<\tau_B>$ en fonction de l'angle d'inclinaison ϑ du champ magnétique. On l' obtient en utilisant l' approximation $<\tau_B> = C\cdot\mu_0 H^2$ avec C , une fonction de ϑ. La contrainte seuil dynamique relative est donc égale à $\hat{\tau}(\vartheta)=<\tau_B/\tau_{B0}>=C(\vartheta)/C(0)=C(\vartheta)/10$. Cette dépendance est illustrée sur la figure 4.7 du paragraphe précédent et peut être approchée par la formule suivante:

$$\hat{\tau}_B(\vartheta) = <\tau_B/\tau_{B0}> = a_1\cdot\mathrm{acotan}(a_2\vartheta - a_3) \qquad (4.39)$$

avec des coefficients $a_1=0.34\pm0.01$; $a_2=7.6\pm0.2$; $a_3=6.3\pm0.1$. Une divergence de 25% entre la dépendance empirique (4.39) (courbe pointillée sur la Fig. 4.7) et la dépendance théorique (4.12) (courbe en trait plein) indique une correspondance satisfaisante si on tient compte de ce que la théorie néglige les interactions entre les agrégats.

Finalement on peut présenter la dépendance empirique $<\tau_B>(H,\vartheta)$ comme un produit de la contrainte seuil τ_{B0} dans le champ perpendiculaire et la contrainte seuil relative $\hat{\tau}_B$:

$$<\tau_B>(H,\vartheta) = \tau_{B0}(H)\cdot\hat{\tau}_B(\vartheta). \qquad (4.40)$$

Pour la fonction $\tau_{B0}(H)$ on peut prendre le résultat (2.2) de la rhéométrie rotationnelle d'un fluide MR dans un champ perpendiculaire à l'écoulement et pour la fonction $\hat{\tau}_B(\vartheta)$ on peut utiliser l'équation. (4.39).

4.4. Ecoulement dans un milieu poreux

Dans ce paragraphe nous décrivons brièvement les principaux résultats théoriques et expérimentaux obtenus sur un écoulement de fluide MR dans des milieux poreux. Le développement détaillé de ce problème est donné dans l'Annexe 4.2. L'écoulement du fluide MR dans des milieux poreux a ses particularités. Les écoulements locaux dans des canaux tortueux d'un milieu poreux ne sont pas parallèles l'un à l'autre et le champ magnétique local prend des orientations arbitraires par rapport à la vitesse du fluide MR, c'est pourquoi les propriétés rhéologiques du fluide MR varient le long des canaux du milieu poreux. L'approche classique du calcul de la caractéristique débit-pression d'un fluide MR dans des milieux poreux a été développé par Shulman, Kordonski (1982). Elle ne tient pas compte de la non-homogénéité des propriétés rhéologique dans le volume du milieux poreux. Elle est basée sur la loi de Darcy pour des fluides visco-plastiques ou à loi de puissance avec des coefficients rhéologiques fixés. Dans ce paragraphe nous moyennons les coefficients rhéologiques du fluide MR et établissons les dépendances de ces coefficients en fonction de la valeur et de l'orientation du champ magnétique externe.

Commençons par des résultats expérimentaux sur la caractéristique pression débit du fluide MR dans des milieux poreux. Nous avons fait les expériences avec l'aide de l'installation décrite dans la section 2.3.2 et montrée sur la figure 1 de l'Annexe 4.2. Comme milieux poreux nous utilisons des faisceaux de tiges, des empilements de sphères et de cylindres. Le champ magnétique est dans la même direction que l'écoulement moyen. Les courbes pression-débit sont présentées sur la figure. 2 de l'Annexe 4.2. Toutes les courbes, pour tous les types de milieux poreux, sont linéaires et correspondent à un taux de cisaillement de l'ordre de 10^4 1/s. Une extrapolation de ces courbes à débit nul donne le gradient de pression seuil $(\Delta p/L)_{v=0}$. Cette valeur correspond à la contrainte seuil dynamique du fluide MR et est plus grande que la vraie contrainte seuil. Une dépendance du gradient de pression seuil dynamique en fonction de l'intensité du champ magnétique externe est présentée sur la figure. 4.12 pour différents empilements.

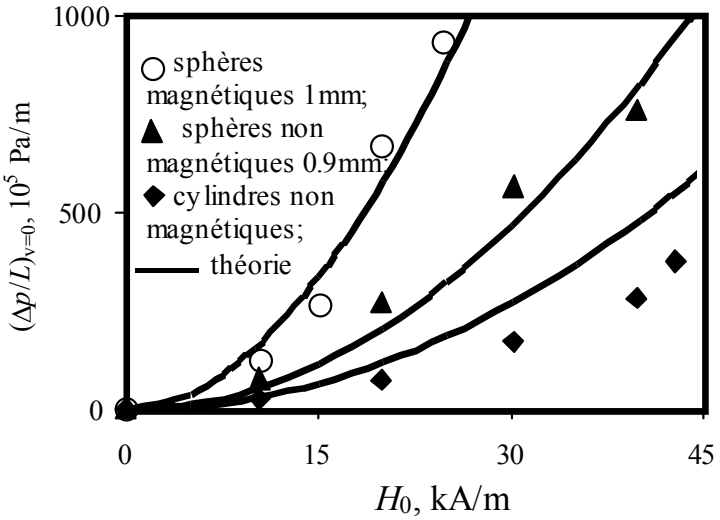


Fig. 4.12. Dépendance de la valeur seuil du gradient de pression pour un écoulement de fluide MR dans différents milieux poreux en fonction de l'intensité du champ magnétique externe, appliqué parallèlement à l'écoulement

Le gradient de pression seuil augmente proportionnellement au carré du champ; il est maximal pour un empilement de sphères magnétique. Les lignes en trait plein sur la figure. 4.12 correspondent à la théorie qu'on discutera à la fin de ce paragraphe.

La linéarité des courbes débit-pression avec l'existence d' une pression seuil confirme le comportement de type Bingham du fluide MR dans des milieux poreux. Pour décrire quantitativement l'écoulement du fluide MR dans un milieux poreux nous utiliserons l' approche décrite ci-après.

En étendant le modèle classique de Carman (1937) au cas général des fluides non Newtoniens, Savins (1965) a proposé d'utiliser la contrainte sur la paroi $\tau_w=\Delta p R_e/(2\xi L)$ et le taux de cisaillement sur la paroi $\dot{\gamma}_N=4v_0\xi/(\varepsilon R_e)$ déterminés de la même façon que pour un canal tortueux à section circulaire et de rayon égal au rayon équivalent R_e des pores. Ici $v_0=4Q/(\pi D^2)$ est appelée la vitesse superficielle, D est le diamètre de la colonne contenant l' empilement poreux. Nous avons établi une relation linéaire entre la contrainte et le taux de cisaillement dans un canal cylindrique: $\tau_w=8\tau_B/(3\pi)+\eta_p\dot{\gamma}_N$ pour $\tau_B/\tau_w<0.5$. Dans cette formule τ_B est la moyenne arithmétique de deux contraintes seuil τ_{B1} et τ_{B2} pour les gradients de vitesse positif et négatif. Nous admettons que cette relation rhéologique est également utilisable pour le fluide MR dans un milieu poreux. Une différence apparaîtra au niveau des valeurs numériques des coefficients rhéologiques τ_B et η_p qui devront être moyennés sur les différentes orientations des écoulements locaux:

$$\tau_w=[8/(3\pi)]\cdot<\tau_B>+<\eta_p>\dot{\gamma}_N. \qquad (4.41)$$

Avec cette relation rhéologique la caractéristique pression-débit du fluide MR

dans un milieu poreux prendra la forme:

$$\frac{\Delta p}{L} = \frac{16\xi}{3\pi} \cdot \frac{<\tau_B>}{R_e} + \frac{8<\eta_p>\xi^2}{\varepsilon R_e^{\,2}} v_0 \,. \tag{4.42}$$

On pourra tirer les valeurs des coefficients $<\tau_B>$ et $<\eta_p>$ en fonction du champ magnétique des données expérimentales si on approche les courbes expérimentales pression-débit par l'équation (4.42). Les dépendances $<\tau_B>(<H_f>)$ et $<\eta_p>(<H_f>)$ sont présentées sur la figure 3 de l'Annexe 4.2. Le calcul du champ magnétique $<H_f>$ moyenné sur le volume du fluide MR dans un milieu poreux est présenté ci-dessous. Remarquons que la contrainte seuil moyenne est toujours proportionnelle au carré de l'intensité $<H_f>$ du champ pour n'importe quel empilement. Mais en présence d'un champ parallèle à l'écoulement moyen, elle est plus grande pour des empilements des sphères ou de petits cylindres (empilements à canaux tortueux) que pour des faisceaux de tiges (canaux rectilignes). La viscosité plastique moyenne reste à peu près constante quelque soit le champ magnétique: $<\eta_p>=0.14\pm0.1$ Pa·s$\approx\eta_{pi}$.

Nous avons obtenu expérimentalement les caractéristiques linéaires pression-débit et la dépendance de la contrainte seuil dynamique moyenne dans un milieu poreux en fonction du champ magnétique. Maintenant nous allons essayer de prédire cette dépendance. Pour cela il est nécessaire de déterminer le champ magnétique moyen dans un milieu poreux. Les calculs sont basés sur la théorie du champ moyen, décrite en détail dans un monographie de Berthier (1993). Cette théorie considère les notion de champs moyens suivants: le champ $<\mathbf{H}>$ moyenné sur le volume total d'un milieu poreux, le champ $<\mathbf{H}_f>$ dans la phase liquide du milieu (dans notre cas –le fluide MR) moyenné sur le volume de la phase liquide et le champ $<\mathbf{H}_s>$ dans la phase solide (particules granulaires constituant le milieu poreux) moyenné sur le volume de la phase solide. Le champ moyen $<\mathbf{H}>$ est déterminé de la même façon que pour un milieu continu, c'est à dire qu'il est tiré de la solution des équations de magnétostatique (2.5) avec les conditions aux limites (2.8) sur la surface d'un échantillon poreux. Pour la valeur du champ moyen $<\mathbf{H}_f>$ dans un milieu poreux isotrope nous avons déduit l' expression suivante (voir Kuzhir et al (c) et annexe 4.2):

$$<\mathbf{H}_f> = (\mu_s - <\mu>)/[\varepsilon(\mu_s - \mu_f)] \cdot <\mathbf{H}>, \tag{4.43}$$

où μ_s et μ_f sont les perméabilités magnétique relatives des phases solide et liquide du milieu poreux,

$<\mu>$ est la perméabilité magnétique relative effective du milieu poreux.

La perméabilité effective est déterminée de la même façon que pour un milieu continu, c'est à dire comme un coefficient de proportionnalité entre l'induction et l'intensité du champ: $<\mu>=<\mathbf{B}>/<\mathbf{H}>$. La perméabilité $<\mu>$ dépend des propriétés

magnétiques μ_s et μ_f des deux composantes du milieu poreux aussi bien que de la porosité ε. Les théories du champ moyen donnent des expressions théoriques pour $<\mu>$. Nous utilisions la formule de Maxwell-Garnet (voir Berthier (1993)) pour l'empilement de sphères non magnétiques et la formule de Looyenga (1965) pour l'empilement de sphères magnétiques. Nous avons aussi déduit une expression pour $<\mu>$ dans le cas plus général d'un empilement isotrope d'ellipsoïdes et l'avons utilisé pour calculer $<\mu>$ d'un empilement aléatoire de petits cylindres qu'on a utilisé expérimentalement (voir Annexe 4.2). En ce qui concerne le calcul du champ $<\mathbf{H}>$, pour des empilements poreux sous forme de longues colonnes , utilisés expérimentalement, le champ $<\mathbf{H}>$ est égal au champ externe homogène $\mathbf{H}_0$ parallèle à l'écoulement.

Les calculs du champ donnent le résultat général suivant: plus grand est le rapport μ_s/μ_f , plus grand est le champ $<H_f>$ dans la phase liquide du milieu poreux; si $\mu_s<\mu_f$ (fluide MR dans un empilement non magnétique), le champ $<H_f>$ est plus petit que le champ moyen $<H>$, si $\mu_s>\mu_f$ (fluide MR dans un empilement magnétique), $<H_f> > <H>$.

Nous proposons le modèle suivant pour moyenner la contrainte seuil dynamique du fluide MR dans un milieu poreux. On représente le milieu comme un système de canaux tortueux de section circulaire et de même rayon égal au rayon équivalent R_e des pores. On admet que le champ magnétique est homogène dans tout le volume des canaux remplis de fluide MR et égal au champ moyen $<\mathbf{H}_f>$. On considère également le cas général de l'orientation arbitraire du champ externe en introduisant un angle $0\le\Theta\le\pi$ entre le champ $<\mathbf{H}_f>$ (ou $<\mathbf{H}>$) et la vitesse moyenne $\mathbf{v}_0$ de l'écoulement. Les sections des canaux tortueux sont orientées aléatoirement dans l'espace et font un angle θ avec le vecteur $\mathbf{v}_0$ et un angle polaire ϕ dans le plan perpendiculaire à $\mathbf{v}_0$. L'orientation des canaux par rapport à l'angle polaire ϕ est considérée isotrope et l'orientation par rapport à θ est décrite par une fonction de distribution $f(\theta)$. Pour cette fonction nous prenons une fonction de Gauss à deux paramètres λ_1 et λ_2 qui sont déterminés par la condition de normalisation et par l' expression $\xi = 1/<\cos(\theta)>$ pour la tortuosité des canaux:

$$f(\theta) = \begin{cases} 0, & \theta \notin [0,\pi], \\ \lambda_1 \exp(-\lambda_2 \theta^2), & \theta \in [0,\pi]. \end{cases} \tag{4.44}$$

Comme valeur locale de la contrainte seuil dynamique τ_B sur une certaine section du canal tortueux, on utilise les valeurs expérimentales obtenues pour canal cylindrique en fonction de l'orientation du champ. La dépendance empirique des valeurs locales τ_B du champ magnétique en fonction de l'angle entre l'écoulement et le champ est donnée par les équations (4.39)-(4.40). Donc τ_B est une fonction de la valeur et de l'orientation ψ du champ magnétique $<\mathbf{H}_f>$, où ψ est un angle entre l'écoulement local et le champ $<\mathbf{H}_f>$. L'angle ψ dépend de trois autres angles θ, ϕ et Θ (voir Eq. (21) de l'Annex 4.2 où l'angle Θest nommé α). Nous moyennons la contrainte seuil sur toutes les orientations

d'un canal tortueux définies par f(θ),et obtenons les expression suivantes (voir Kuzhir et al (c)):

$$<\tau_B> = \tau_{B0}(<H_f>)\cdot <\hat{\tau}_B(\vartheta)> \tag{4.45}$$

$$<\hat{\tau}_B> = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} f(\theta)\hat{\tau}_B(\psi)\sin(\theta)d\theta d\phi\,. \tag{4.46}$$

Dans le cas d'un milieu poreux la contrainte seuil relative est déterminée comme $<\hat{\tau}_B(\vartheta)> = <\tau_B(<H_f>,\vartheta)>/\tau_B(<H_f>,0)$. L' influence de l'orientation du champ magnétique <**H**> par rapport à l'écoulement du fluide MR dans un milieu poreux est illustrée sur la figure 4.13 où la dépendance de la contrainte seuil moyenne $<\hat{\tau}_B>$ en fonction de l'angle Θ entre le champ <**H**> et la vitesse $\mathbf{v}_0$ est présentée. La valeur $<\hat{\tau}_B>=1$ correspond à des canaux droits avec un champ magnétique perpendiculaire à leur axe. Dans le cas des canaux droits la tortuosité est égale à l'unité et la dépendance $<\hat{\tau}_B>(\Theta)$ est déterminée par l'équation (4.39) (courbe 4). Avec l' augmentation de la tortuosité les différentes orientations des écoulements locaux entraînent une atténuation de la dépendance $<\hat{\tau}_B>(\Theta)$, autrement dit la gamme de variation de $<\hat{\tau}_B>$ devient plus étroite. Par exemple, pour l'empilement de sphères la différence $<\hat{\tau}_B>(\pi/2) - <\hat{\tau}_B>(0)$ est égale à 0.35 (ξ=1.44, courbe 1) tandis que pour l'empilement de cylindres elle est égale à 0.25 (ξ=1.63, courbe 2). Dans le cas d'un milieu poreux de tortuosité infinie (courbe 3), tous les écoulements locaux sont équivalents et la contrainte seuil moyenne relative est égale à 0.73 et ne dépend plus de l'orientation du champ <**H**>. Dans notre situation expérimentale Θ=0 (le champ <**H**> est aligné avec la vitesse moyenne) et $\psi=\theta$.

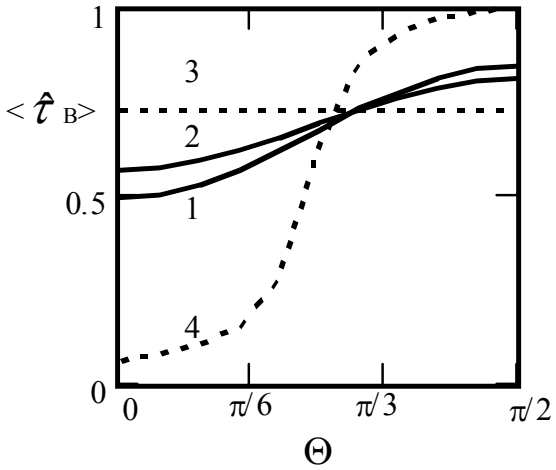


*Fig. 4.13. Contrainte seuil relative moyenne en fonction de l'angle entre la direction du champ magnétique <**H**> et la vitesse moyenne $\mathbf{v}_0$ de l'écoulement du fluide MR dans un milieu poreux. 1 –empilement de sphères, ξ=1.44; 2 –empilement de cylindres, ξ=1.63; 3 – milieu poreux de tortuosité infinie, $\xi\to\infty$; 4 –canaux droits, ξ=1*

Finalement nous pouvons estimer la valeur du gradient de pression seuil en substituant la contrainte seuil calculée $<\tau_B>$ à partir de (4.45)-(4.46) avec $\psi=\theta$ dans (4.42):

$$\left(\frac{\Delta p}{L}\right)_{v=0} = \frac{16\xi}{3\pi R_e} \cdot C \cdot \mu_0 {f_d}^2 {H_0}^2 \cdot < \hat{\tau}_B >, \qquad (4.47)$$

où $C\approx 10$ pour le fluide MR utilisé dans nos expériences,
Nous avons introduit le facteur $f_d = <H_f>/H_0$ qui caractérise l' effet démagnétisant dans le milieu poreux (cf Eq. 4.43 et table 1 de l'Annexe 4.2).

Sur la figure 4.12 on compare les résultats théoriques (Eq.4.47) (courbes solides) et expérimentales (points) sur la dépendance $(\Delta p/L)_{v=0}(H_0)$. On voit que les courbes théoriques correspondent aux points expérimentaux pour les empilements de sphères avec une erreur inférieure à 4%. Pour l'empilement de cylindres non magnétiques il y une divergence plus prononcée d'environ 25% entre la théorie et l'expérience. C'est probablement parce que les cylindres sont, en moyenne, plus alignés avec la direction de l'écoulement que prédit par la fonction de distribution $f(\theta)$ des écoulements locaux.

4.5. Analyse de l'efficacité d'utilisation des capillaires et des milieux poreux pour le contrôle de la chute de pression

Dans ce paragraphe on évalue l' efficacité du contrôle de pression dans des résistances hydrauliques magnéto-contrôlables. La résistance hydraulique la plus simple est constitué d'une partie de capillaire. Pour pousser un fluide à travers le capillaire il faut excercer une certaine pression sur le fluide; si ce fluide est magnétique on peut contrôler la pression dans cette résistance hydraulique qui est l'élément de base de différents dispositifs: tubes de restriction magnéto-contrôlables, actionneurs, amortisseurs. Dans ce paragraphe on considère les résistances hydrauliques réalisées à partir de canaux spiraux et d'empilements isotropes de particules magnétiques ou non magnétiques de forme sphérique ou cylindrique. Les capillaires et les empilements poreux sont placés à l'intérieur d' un solénoïde.

Comparons l'efficacité des résistances hydraulique de ces différents systèmes pour des valeurs données de l'intensité H_0 du champ magnétique, du débit volumique Q et des dimensions du solénoïde. On impose au dispositif les spécifications suivantes: 1) Il doit donner une certaine chute de pression Δp_0 en absence de champ magnétique, 2) Il doit donner une large gamme de variation de la chute de pression Δp dans une gamme donnée de champ magnétique. La valeur Δp_0 détermine les dimensions des canaux. La gamme de réglage de pression est caractérisée par un paramètre $\chi=(\Delta p - \Delta p_0)/\Delta p_0$. Pour calculer ce

paramètre prenons les caractéristiques suivantes du dispositif: 1) le débit Q = $0.5\cdot10^{-6}$ m^3/s, la chute de pression $\Delta p_0=5\cdot10^5$ Pa; 2) les dimensions du solénoïde: longueur L^c=0.1 m, volume du canal à l'intérieur du solénoïde : $V^c=8\cdot10^{-6}$ m^3; 3) le champ magnétique du solénoïde à vide: H_0=20 kA/m; 4) les propriétés rhéologiques du fluide MR: loi de Bingham avec une contrainte seuil dynamique $\tau_B(H, \vartheta)$ déterminée par les équations. (4.39) – (4.40), $\tau_B(H=0)=0$ et la viscosité plastique $\eta_p(H, \vartheta)=\eta_p(H=0)$=0,12 Pa·s; 5) les propriétés magnétiques du fluide MR: μ_f=const=2.5. Nous pouvons alors faire l'analyse pour des propriétés du fluide MR proches de celles correspondantes à nos expériences et décrites dans les deux paragraphes précédents.

Tout d'abord, considérons l'efficacité d'un canal spiral d' angle hélicoïdal: δ. La chute de pression est déterminée par l'équation (4.37) où on substitue la longueur $L=L^c/\sin(\delta)$ du canal: $\Delta p = [16L^c/(3\pi R\sin(\delta))]\cdot\tau_B + \Delta p_0$. Dans cette formule $\Delta p_0=[8\eta_p L^c/(\pi R^4\sin(\delta))] \cdot Q$. On peut exprimer le rayon R du canal par la chute de pression Δp_0:

$$R=[8\eta_p QL^c/(\pi\cdot\sin(\delta)\Delta p_0)]^{1/4}. \qquad (4.48)$$

En substituant cette expression dans celle de Δp, on obtient une valeur du paramètre χ pour le canal en spirale:

$$\chi^{spir}=(16/3\pi)\,\tau_B\cdot[8\eta_p Q\Delta p_0{}^3\sin^3(\delta))/(\pi(L^c)^3)]^{-1/4}. \qquad (4.49)$$

Afin de définir χ^{spir} en fonction du champ H_0 du solénoïde, il faut exprimer le champ **H** à l'intérieur du capillaire en fonction du champ $\mathbf{H}_0$, car c'est **H** qui intervient dans l'expression de la contrainte seuil dynamique $\tau_B = \tau_{B0}(H)\cdot\hat{\tau}_B(\vartheta)$. Pour cette raison nous utilisons les relation (16), (17) de l'Annex 4.1 entre H et H_0, ϑ et $\vartheta_0=\delta$. L'équation (4.49) prend la forme finale suivante:

$$\chi^{spir}=\{(16/3\pi)\cdot(C\cdot\mu_0 H_0{}^2)\cdot[8\eta_p Q\Delta p_0{}^3/(\pi(L^c)^3)]^{-1/4}\} \cdot \hat{\tau}_B(\delta)\cdot f_d^2(\delta)\cdot\sin^{-3/4}(\delta), \qquad (4.50)$$

où C est un coefficient empirique de la dépendance $\tau_{B0}(H,\vartheta=0)$; ce coefficient est déterminé expérimentalement; il est égal à 10 pour notre fluide MR.
$f_d(\delta)=H/H_0=[\sin^2(\delta)+4\cos^2(\delta)/(1+\mu_f)^2]^{1/2}$ est un facteur qui caractérise l'effet démagnétisant dans un capillaire en forme de spirale.

Pour des capillaires spirales avec des valeurs fixées de Q, Δp_0, L^c, H_0, le paramètre $\chi^{spir} \sim \hat{\tau}_B(\delta)f_d^2(\delta)\sin^{-3/4}(\delta)$. L'analyse montre que χ^{spir} diminue rapidement avec l'augmentation de δ. Par conséquent la valeur optimale de χ^{spir} correspondra à l'angle minimal de l'hélice δ_{min} compatible avec le «bobinage» le plus serré possible du capillaire spiral. On peut exprimer l'angle minimal δ_{min} en fonction des rayons respectifs R et $R^c=(V^c/\pi L^c)^{1/2}$ du capillaire et de la cavité interne au solénoide: $\tan(\delta_{min})=1{,}2R/[\pi(R^c$-

1,2R)]. On a considéré un diamètre externe du capillaire 1.2 fois plus grand que le diamètre interne 2R. En substituant l'équation (4.48) pour $R(\delta)$ dans l'expression pour $\tan(\delta_{\min})$, on obtient une équation transcendante par rapport à $\delta_{\min}$. Cette équation donne l'angle minimale $\delta_{\min}=4.4^0$ et le diamètre interne du capillaire $2R$ = 1.6 mm. Le paramètre $\chi^{spir}=8.7$ correspond à ces valeurs de $\delta_{\min}$ et de $2R$.

Considérons maintenant l'efficacité d'empilement poreux isotropiques. On ne considère pas des échantillons formés par des faisceaux de tiges car ils ont une résistance hydraulique très faible dans le champ magnétique par rapport aux canaux spiraux ou aux milieux poreux. Pour un milieu poreux nous faisons les mêmes calculs que pour des capillaires spiraux et obtenons l' expression suivante pour le paramètreχ:

$$\chi^{por} = \{(16/3\pi)\cdot(C\cdot\mu_0 H_0^2)\cdot[8\eta_p Q\Delta p_0/V^c)]^{-1/2}\} \cdot <\hat{\tau}_B>\cdot f_d^2\cdot\varepsilon^{1/2}, \qquad (4.51)$$

où $<\hat{\tau}_B>$ est déterminé par l'équation (4.46) en fonction de la tortuosité ξ,
$f_d=<H_f>/H_0$ est déterminé par l'équation (4.43) en fonction de la porosité ε, et des perméabilités magnétiques μ_f et μ_s respectivement du fluide MR et de la matrice poreuse ou éventuellement de la forme des particules granulaires formant la matrice poreuse.

Pour les valeurs Q, Δp_0, V^c, H_0, fixées on a $\chi^{por} \sim <\hat{\tau}_B>\cdot f_d^2\cdot\varepsilon^{1/2}$. Comme le facteur f_d prend de plus grandes valeurs pour des empilements magnétiques que pour ceux non magnétiques, l'efficacité des empilements magnétiques est beaucoup plus grande. Un autre paramètre qui exerce une influence sur l'efficacité des empilements poreux est la forme des particules granulaires. Plusieurs données expérimentales, Chhabara et al (2001), montrent que les empilements de particules non sphériques donnent une plus grande tortuosité que des empilements de sphères. Comme $<\hat{\tau}_B>\cdot$est une fonction croissante de ξ, le paramètre χ^{por} augmente aussi avec ξ.

Pour effectuer une comparaison de l'efficacité des empilement poreux on calcule le paramètre χ^{por} pour des empilements de particules sphériques et cylindriques avec un rapport de la longueur au diamètre l/d=0.5 (cylindres courts) et 5 (cylindres longs). On utilise les données expérimentales de Yu, Standish (1993) pour la porosité et de Sabiri, Comiti (1995) pour la tortuosité d'empilements de cylindres. Le facteur f_d est déterminé par l'équation (4.43) avec la perméabilité magnétique $<\mu>$ donnée par les équations. (13), (15), (16) de l'Annexe 4.2 pour des empilements de sphères non magnétique, de cylindres non magnétiques et de sphères magnétiques. Il n'existe pas de formule exacte pour la perméabilité d'un empilement de cylindres magnétiques. Pour cet empilement nous estimons $<\mu>$ à partir de l'équation (15) qui s'applique normalement aux cylindres non magnétiques. Cependant cette formule venant de la théorie classique de Maxwell-Garnett surévalue d'un facteur 3/2 la valeur de f_d pour les empilements de sphères magnétiques avec $\mu_s>>1$ par rapport à la formule plus exacte donnée par la théorie de Looyenga (formule (16) de l'Annexe 4.2). Donc pour les cylindres magnétiques nous utiliserons la formule de Maxwell-Garnett (15) en la multipliant par un facteur 2/3 qui

est le rapport de f_d obtenu par la théorie de Looyenga à f_d obtenu par la théorie de Maxwell-Garnett pour le cas de sphères: $f_d=(2/3)f_d$(Eq.15). Notons que les deux théories donnent les mêmes résultats pour des empilements non magnétiques, donc nous n'avons besoin d'introduire aucune correction pour les cylindres non magnétiques.

Les résultats du calcul du paramètre χ^{por} sont présenté dans le Tableau 5.1. L'influence de la forme des particule granulaires non magnétiques se traduit par une augmentation du paramètre d'efficacité χ^{por} de 20% si on utilise des cylindres au lieu des sphères. L'efficacité des empilements magnétiques est maximale si on utilise des cylindres courts. Remarquons qu'il faudrait utiliser des matériaux de type fer doux si on veut obtenir l'efficacité maximale χ^{por} des empilement magnétiques. Ces matériaux ne n'ont pas d'aimantation rémanente, par conséquent un tel empilement est non magnétique en absence de champ externe et la viscosité effective est minimale quand on coupe le champ. Dans ce cas le paramètre $\chi^{por}=(\Delta p(H) - \Delta p(0))/\Delta p(0)$ sera plus grand car la chute de pression $\Delta p(0)$, proportionnelle à la contrainte seuil, sera minimale en l'absence de champ rémanent. L'utilisation de matériaux magnétiques doux permet donc d'augmenter la gamme de réglage des pressions .

Pour conclure comparons l'efficacité des capillaires spiraux avec celle des empilements poreux. Le Tableau 5.1 montre que l'efficacité des empilements non magnétiques χ^{por} est à peu près égale à l'efficacité des capillaires spiraux χ^{spir} tandis que l'efficacité des empilements magnétiques est environ trois fois plus grande que pour des empilements non magnétiques. Donc, pour la série considérée des paramètres de travail: Q, Δp_0, V^c, H_0, les empilement poreux de particules en fer doux sont les plus efficaces; de plus l'utilisation de petits cylindres avec un rapport longueur sur diamètre égal à 0.5 donne la plus grande efficacité.

Tableau 4.1

Comparaison de l'efficacité des canaux hydrauliques contenant des empilements poreux et des capillaires spiraux pour une intensité de champ magnétique égale à 20 kA/m à l'intérieur du solénoïde

Type de canaux	d/l	ε	ξ	$<H_f>/H_0$	$\hat{\tau}_B$	χ
empilement en sphères non magnétiques	1	0.36	1.44	0.86	0.49	9.9
empilement en cylindres non magnétiques	0.5	0.32	1.90	0.85	0.63	12
empilement en cylindres non magnétiques	5	0.36	1.85	0.85	0.62	12
empilement en sphères magnétiques	1	0.36	1.44	1.63	0.49	36
empilement en cylindres magnétiques	0.5	0.32	1.90	1.57	0.63	40
empilement en cylindres magnétiques	5	0.36	1.85	1.31	0.62	30
capillaire spirale	–	1	1	0.58	0.98	8.7

Pour analyser l'efficacité des résistances hydrauliques qui travaillant avec d'autres paramètres, il faudrait refaire ces calculs analytiques. Cependant nous pensons que les conclusions qualitatives obtenues pour ce cas particulier s'appliquent de façon assez générale.

4.6. Conclusion

1. Dans une gamme de nombres de Mason $0.05<Mn<0.6$ la rhéologie d'un fluide MR dans les écoulements de cisaillement et de Poiseuille en présence d'un champ magnétique d'orientation quelconque est bien décrite par la loi de Bingham. Dans cette loi la contrainte seuil dynamique τ_B est déterminée par l'interpolation de la courbe d'écoulement au taux de cisaillement nul.

2. Pour établir une dépendance des coefficients rhéologiques du fluide MR en fonction de l'orientation du champ magnétique et du taux de cisaillement, on a développé un modèle d' agrégats linéaires. Selon ce modèle les chaînes ne sont pas parallèles au champ magnétique et leur orientation est déterminée par une égalité des moments des force hydrodynamiques et magnétiques. La contrainte seuil dynamique est maximale quand les agrégats du fluide MR sont perpendiculaires à l'écoulement et donc opposent la plus grande résistance à l'écoulement. Cette situation correspond à l'angle $\vartheta = -\pi/4$ entre

le champ magnétique et le taux de cisaillement. La valeur maximale de $\tau_B(-\pi/4)$ excède d'un facteur 1.8 la contrainte seuil $\tau_B(0)$ correspondant au champ perpendiculaire à l'écoulement. Le modèle rhéologique proposé est appliqué pour des écoulements de Poiseuille dans des capillaires plats et cylindriques.

3. Si le fluide MR s'écoule dans un capillaire plat en présence d'un champ magnétique incliné, la contrainte seuil dynamique τ_B prend deux valeurs différentes qui correspondent aux angle ϑ positifs et négatifs entre le champ magnétique et le gradient de vitesse. Le profil de vitesse est symétrique par rapport au plan central du capillaire et déterminé par la valeur moyenne $<\tau_B>=(\tau_B(\vartheta)+\tau_B(-\vartheta))/2$ de la contrainte seuil dynamique. La résistance hydraulique augmente rapidement si l'orientation du champ magnétique varie de l'orientation parallèle à l'écoulement jusqu'à celle perpendiculare à l'écoulement.

4. En présence d'un champ magnétique non parallèle à l'axe d'un capillaire cylindrique, l' asymétrie de la structure du fluide MR induit la perte de symétrie axiale pour l' écoulement. On conserve cependant une symétrie de l'écoulement par rapport à deux axes de coordonnées Ox et Oy qui se trouvent dans la section transversale du capillaire. L'un de ces axes est orientée le long de la composante $\mathbf{H}_\perp$ du champ normal à l'axe du capillaire. Les isolignes de vitesse dans la section transversale prennent la formes d'ovales allongés le long de la composante $\mathbf{H}_\perp$ du champ magnétique. Les résultats expérimentaux sur le débit du fluide MR dans un capillaire cylindrique correspondent à la théorie proposée avec une erreur inférieure à 20%.

5. Pour un écoulement du fluide MR dans des milieux poreux on a utilisé la loi linéaire de filtration avec un gradient de pression seuil. La moyenne de la contrainte seuil dynamique sur les orientations d'écoulements locaux a été réalisée en utilisant le modèle de canaux tortueux d'un milieu poreux. On a établi le comportement suivant pour la contrainte seuil moyenne $<\tau_B>$ en fonction de l'orientation du champ magnétique: $<\tau_B>$ diminue rapidement si l'orientation du champ magnétique varie de l'orientation perpendiculaire à la vitesse moyenne jusqu'à celle parallèle à la vitesse moyenne. La viscosité plastique moyenne reste constante dans le champ magnétique.

6. Pour réaliser des résistances hydrauliques contrôlables par un champ magnétique, il est recommandé d'utiliser des empilements poreux de particules magnétiques avec une perméabilité magnétique initiale la plus grande possible et l'absence d'aimantation rémanente. Les empilement de cylindres magnétiques avec un rapport longueur sur diamètre égal à 0.5 donnent la plus large gamme de réglage de pression.

ANNEXE 4.1

PROOF COPY 008306JOR

Effect of the orientation of the magnetic field on the flow of magnetorheological fluid. II. Cylindrical channel

P. Kuzhir[a)]

Belarussian National Technical University, 65, F. Skaryna Avenue, Minsk 220013, Belarus

G. Bossis[b)]

Université de Nice–Sophia Antipolis, CNRS, UMR 6622, UNSA, Parc Valrose 06108, Nice Cedex 2, France

V. Bashtovoi

Belarussian National Technical University, 65, F. Skaryna Avenue, Minsk 220013, Belarus

O. Volkova

Université de Nice–Sophia Antipolis, CNRS, UMR 6622, UNSA, Parc Valrose 06108, Nice Cedex 2, France

(Received 24 January 2003; find revision received 29 July 2003)

Synopsis

We consider the flow of a magnetorheological (MR) fluid in a cylindrical channel in the presence of a magnetic field inclined relatively to the channel axis (O_z). The stress tensor in the MR fluid is derived by assuming that chain structures are located in the planes parallel to the velocity and the magnetic field (plane O_{xz}). We show that the velocity field has two orthogonal axes of symmetry, O_x and O_y, in the plane perpendicular to O_z and that the plug zone can be approximated by an ellipsoid of major axis O_x. The plug zone is not defined in the usual way since inside the plug each line perpendicular to the O_y axis is moving at a different velocity. The experiments in a cylindrical capillary at high Mason numbers are compared for different angles between the flow and the field to theoretical predictions. We still recover Bingham behavior and all the pressure versus flow rate curves obtained at different field angles gather on a single straight line when represented against an average normalized yield stress. The slope of this master curve (-0.69) differs slightly from the prediction of the model (-0.85) but is closer than the prediction of the usual model ($-4/3$) for axial-symmetric flow. The channel hydraulic resistance is maximum for field perpendicular ($\theta = 0$) to the axis of the channel and decreases drastically when the angle θ of inclination of the field is larger than 45°; this behavior is reproduced well by our model. © *2003 The Society of Rheology.*
[DOI: 10.1122/1.1619378]

a)Electronic mail: pavelkuzhir@rambler.ru
b)Author to whom correspondence should be addressed; electronic mail: bossis@unice.fr

© 2003 by The Society of Rheology, Inc.

PROOF COPY 008306JOR

PROOF COPY 008306JOR

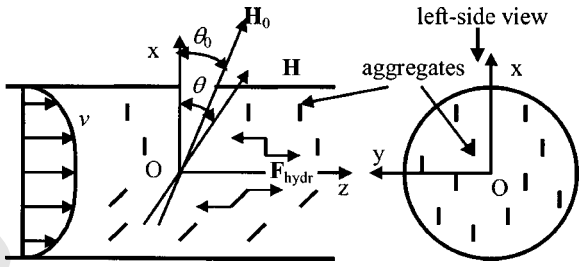


FIG. 1. Sketch of the different orientations. Note that the inclination of external field $\mathbf{H}_0$ is different from the inclination of the internal one, $\mathbf{H}$, and they are both in the O_{xz} plane. Also the hydrodynamic torque changes sign when crossing the origin along O_x.

I. INTRODUCTION

Pressure driven flow of magnetorheological (MR) fluids in straight and spiral channels of a circular section has been investigated experimentally in pioneering work by Shulman and Kordonsky (1982). They found that the difference in pressure over the channel length in the magnetic field transverse to the flow exceeds the one in the longitudinal field and they proposed a magnetorheological throttle based on use of a spiral channel and presented static and dynamic characteristics of this device. More recently, magnetic blockage of MR fluid flow through a cylindrical tube and its medical application have been studied by Liu *et al.* (2001). Theoretical analysis assuming axial symmetry of the flow has been performed by Wang and Gordaninejad (1999). Calculations of ferrofluid pipe flows taking into account the anisotropy of the rheological properties have also given axial symmetry of the velocity profile. Complex flows of MR fluids were mainly investigated for MR fluid seals and clutches [see, for instance, work by Bullough *et al.* (2001)].

For better understanding of magnetic control of hydraulic devices, more detailed investigations of MR fluid flow in cylindrical channels are required that take into account the orientation effect of the magnetic field. Results on cylindrical channels give information necessary for studying MR fluid flow through porous media.

Due to existence of an internal structure aligned on the magnetic field, the rheological properties are anisotropic. We shall see that this leads to the loss of axial symmetry of the unidirectional flow in a cylindrical channel. It is an important point for MR fluid capillary rheometry, although to our knowledge one that is always neglected, since the standard Mooney–Rabinowitch procedure, which considers only the radial velocity gradient, cannot be used. In this paper, we present in Sec. II determination of the velocity profile and flow rate of a MR fluid in a cylindrical channel, taking into account the inclination of the field relative to the channel axis. In Sec. III we describe the experiments, present the results, and compare them with the theoretical predictions derived in Sec. II.

II. VELOCITY PROFILE IN THE ABSENCE OF AXIAL SYMMETRY

Consider unidirectional flow in a cylindrical channel with velocity $\mathbf{v} = v(x,y)\mathbf{i}_z$ directed along the z axis (Fig. 1). The uniform magnetic field (of intensity H) inside MR fluid is situated in the xz plane and forms an angle $\theta \leqslant \pi/2$ with axis O_x. Hereafter angle θ is referred to as the inclination angle. It should be noted that this angle is different from θ_0 that defines the direction of the external field $\mathbf{H}_0$. Assume that aggregates take the form of linear chains with the length much larger than the particle diameter but much smaller than the channel radius R, so that the velocity gradient does not vary too much

PROOF COPY 008306JOR

PROOF COPY 008306JOR

over the chain length. According to the chain model of Martin and Anderson (1996), the hydrodynamic forces $\mathbf{F}_{\text{hydr}}$ acting on particles inside chains are directed parallel to both the velocity of the undisturbed flow and the magnetic field. Under this assumption, equilibrium of hydrodynamic and magnetic torque acting on aggregates takes place only if aggregates are situated in planes that contain both the velocity and the magnetic field, that is to say, parallel to the xz plane. The stress tensor $\boldsymbol{\tau}$ is determined from stability analysis of the chains, in the same manner as in the case of simple shear in a plane channel. With the chain in the xz plane, the yz component of the stress tensor is defined only by viscous dissipation in the volume of the suspending fluid: $\tau_{yz} = \eta_f \partial v/\partial y$. The xz component of $\boldsymbol{\tau}$ is determined in the same way as that for the plane channel. For τ_{xz}, we can use Eq. (9) in Part I [Kuzhir *et al.* (2003)] with respect to the orientation effect in a plane channel:

$$\tau_{xz} = (9/16)\,\phi\mu_0\mu_f\beta^2H^2\sin[2(\theta_c-\theta)]\cos^2(\theta_c)+\eta_p\partial v/\partial x, \tag{1}$$

where ϕ is the volume fraction of MR fluid, $\beta = (\mu_p-\mu_f)/(\mu_p+2\mu_f)$, μ_0 is the magnetic permeability of vacuum, μ_f and μ_p are the relative magnetic permeabilities of the liquid-carrier and magnetic particles of MR fluid, respectively, η_p is the viscosity of the suspending fluid, and θ_c is the angle between the chains and the O_x axis.

This formula shows Bingham behavior of $\tau_{xz} = \tau_B+\eta_p\partial v/\partial x$ with the yield stress τ_B depending on the value of H and inclination θ of the magnetic field. As explained in Part I, if the inclination angle is different from 0, the resistance to the flow of aggregates is different for opposite directions of the x component of velocity gradient $\partial v/\partial x$, and two different values of the yield stress take place, namely, τ_{B1} for $\partial v/\partial x < 0$ and τ_{B2} for $\partial v/\partial x > 0$, with the absolute value of τ_{B1} higher than τ_{B2}.

Finally, the rheological law for unidirectional flow of MR fluid takes the form of

$$\tau_{xz} = \begin{cases} -\tau_{B1}+\eta_p\partial v/\partial x, & \tau_{xz} < -\tau_{B1}, \\ \tau_{B2}+\eta_p\partial v/\partial x, & \tau_{xz} > \tau_{B2}, \end{cases} \tag{2}$$

$$\partial v/\partial x = 0, \quad -\tau_{B1} \leqslant \tau_{xz} \leqslant \tau_{B2}, \tag{3}$$

$$\tau_{yz} = \eta_p\partial v/\partial y. \tag{4}$$

Similar to in flow of a Bingham isotropic fluid in a cylindrical channel, we can distinguish two zones. The wall zone is characterized by Eq. (2) for τ_{xz}. In the second zone, the velocity is constant along the O_x axis [see Eq. (3)] or, in other words, viscous friction between fluid layers perpendicular to axis O_x is absent so we shall call this zone the plug zone, although inside this plug there is a velocity gradient along the y axis.

The momentum equation for the unidirectional flow in the absence of volume forces takes the following form:

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} = -\frac{\Delta P}{L}, \tag{5}$$

where ΔP is the difference in pressure over channel length L.

Substituting Eqs. (2) and (4) for the stress tensor components into Eq. (5), one obtains the equation for the velocity of MR fluid in the wall zone,

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\tau_B+\eta_p\frac{\partial v}{\partial x}\right]+\eta_p\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = -\frac{\Delta P}{L}, \quad \tau_{xz} < -\tau_{B1} \text{ or } \tau_{xz} > \tau_{B2}, \tag{6}$$

PROOF COPY 008306JOR

PROOF COPY 008306JOR

with yield stress $\tau_B = -\tau_{B1}$ for $\tau_{xz} < 0$ $(x > 0)$, and $\tau_B = \tau_{B2}$ for $\tau_{xz} > 0$ $(x < 0)$.

We are looking for a solution to Eq. (6) which, once substituted in Eqs. (2) and (4), gives smooth finite functions $\tau_{xz}(x,y)$ and $\tau_{yz}(x,y)$ in the whole domain of definition $x^2+y^2 \leqslant R^2$. Finiteness of stress components requires finiteness of the velocity derivatives, and that is one of the conditions of the problem. The second condition is no slip at the channel wall. The border Γ between the two zones is determined by substituting the solution of Eq. (6) in Eq. (3). Merging the solutions for the two zones of the flow is performed for the velocity on the border $v_{\Gamma+} = v_{\Gamma-}$, where the plus sign stands for the plug zone, and the minus sign for the wall zone. Furthermore, the condition of continuity of velocity derivatives on borderline Γ is satisfied automatically.

Let us introduce the following scales for coordinates x, y, and the velocity v:$[x] = [y] = R$ and $[v] = \Delta P R^2/(4\eta_p L)$. The latter is the maximum velocity of a Newtonian liquid of viscosity η_p under the same pressure gradient. The equations for the velocity take the following dimensionless form:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[2P+\frac{\partial v}{\partial x}\right]+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = -4, \quad v\big|_{x^2+y^2=1} = 0, \quad \text{at } \tau_{xz} < -\tau_{B1} \text{ or } \tau_{xz} > \tau_{B2}; \tag{7}$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad v_{\Gamma+} = v_{\Gamma-}, \quad \text{at } -\tau_{B1} \leqslant \tau_{xz} \leqslant \tau_{B2}. \tag{8}$$

Here, the parameter $P = 2\tau_B L/(\Delta P R)$ characterizes the ratio between the yield stress and the wall stress, $\tau_w = \Delta P R/(2L)$, of an isotropic Bingham fluid having the same plastic viscosity η_p and yield stress τ_B. Parameter P takes two values, $P_1 = -2\tau_{B1}L/(\Delta P R)$ for $\tau_{xz} > 0$ and $P_2 = 2\tau_{B2}L/(\Delta P R)$ for $\tau_{xz} < 0$.

Rewriting Eq. (7) in polar coordinates r and ϕ, we obtain

$$\nabla^2 v = -4-2\frac{\partial P}{\partial r}\cos(\phi)+2\frac{1}{r}\frac{\partial P}{\partial \phi}\sin(\phi), \quad v\big|_{r=1} = 0. \tag{9}$$

Analytical integration of Eq. (9) is based on Fourier-series expansion of velocity v and step function P. Since v is a periodic even function of ϕ with period 2π, $v(r,\phi) = v(r,2\pi-\phi)$, both the velocity v and the function P can be expanded in cosine Fourier series to $v(r,\phi) = v_0+\Sigma_{n=1}^{\infty} v_n(r)\cos(n\phi)$ and $P(r,\phi) = p_0 + \Sigma_{n=1}^{\infty} p_n(r)\cos(n\phi)$. To expand the latter, the curve $r_\Lambda(\phi)$, where τ_{xz} changes sign, should be defined.

To begin with, consider the simplest case where the magnetic field is normal to the channel axis. As the velocity profile must be symmetric about axes O_x and O_y, the condition $\tau_{xz} = 0$ takes place on axis O_y. The yield stress now has the same absolute value of $\tau_{B1} = \tau_{B2} = \tau_{B0}$ for positive and negative derivatives $\partial v/\partial x$, so function P takes the form of

$$P = \begin{cases} -P_0, & 0 \leqslant \phi < \pi/2, \\ P_0, & \pi/2 < \phi \leqslant \pi, \end{cases}$$

where $P_0 = 2\tau_{B0}L/(\Delta P R)$. Its Fourier-series expansion is

$$P = \frac{4P_0}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{2n-1}\cos[(2n-1)\phi].$$

PROOF COPY 008306JOR

PROOF COPY 008306JOR

Having performed differentiation of function P, Eq. (9) reduces to the Dirichlet form [Korn and Korn (1961)] of the Poisson equation,

$$\nabla^2 v = -4+\frac{4P_0}{\pi r}+\frac{8P_0}{\pi r}\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\cos(2n\phi), \quad v|_{r=1}=0. \tag{10}$$

Each component v_n of the Fourier-series expansion of velocity v is determined by the following set of simple boundary value problems:

$$\frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(r\frac{\mathrm{d}v_n}{\mathrm{d}r}\right)-\frac{(2n)^2 v_n}{r^2}=g_n(r), \quad v_n(1)=0 \quad (n=0,1,...,). \tag{11}$$

Here $g_0 = -4+4P_0/(\pi r)$, $g_n = (-1)^n 8P_0/(\pi r)(n = 1,2,...,)$. Solving Eq. (11) for v_n and substituting v_n in the expression for v we obtain the following formula for the velocity profile:

$$v = 1-r^2-\frac{4P_0}{\pi}(1-r)-\frac{8P_0 r}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{4n^2-1}(1-r^{2n-1})\cos(2n\phi). \tag{12}$$

Borderline Γ between the two zones is a function of $r(\phi)$ that can be found from the condition imposed by Eq. (3):

$$\frac{\partial v}{\partial x}=\left(-2r+\frac{4P_0}{\pi}\right)\cos(\phi)-\frac{8P_0}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{4n^2-1}[(1-2nr^{2n-1})\cos(2n\phi)\cos(\phi)$$
$$+2n(1-r^{2n-1})\sin(2n\phi)\sin(\phi)]=0. \tag{13}$$

The solution of this transcendental equation can be approximated by an ellipse (recall that the lengths are normalized by R): $r_\Gamma^2(\phi) = 1/[\cos^2(\phi)/r_1^2+\sin^2(\phi)]$, where r_1 (the point of intersection of the borderline with axis O_x) is obtained by a fit of Eq. (13) with an ellipse. For $P_0 < 0.5$, we can restrict ourselves to the first term of the infinite series in Eq. (13), and r_1 is determined by the approximate formula $r_1 = 10P_0/(3\pi+8P_0)$.

Domain $r > r_\Gamma(\phi)$ corresponds to the wall zone, domain $r \leqslant r_\Gamma(\phi)$ to the plug zone. According to Eq. (8), the velocity in the plug zone is independent of coordinate x. At a given point (x,y), it is determined by the velocity on the borderline: $v(x,y) = v[x_\Gamma(y),y)]$, where $x_\Gamma(y)$ is the equation of the borderline written in Cartesian coordinates.

The largest velocity is located on line $y = 0$ in the plug zone and is determined by substitution of $r = r_1$ and $\phi = 0$ in Eq. (12), with the approximate value being $v_{\max} = (3\pi-2P_0)(3\pi+[18-4/\pi)P_0+(80/3\pi)P_0^2]/(3\pi+8P_0)^2$.

In the general case of inclined magnetic field, we can solve in the same way Eqs. (7) and (8) and find that the velocity profile is still symmetric about axis O_y and that all the results obtained for the transverse magnetic field ($\theta = 0$) can be applied for the inclined field after replacing P_0 by the arithmetic mean $\langle P\rangle = (P_1+P_2)/2$ in Eqs. (12) and (13) (see the Appendix for details of the derivation). Actually the situation is the same in nature as in the case of planar Poiseuille flow (cf. Part I) where the existence of two different yield stresses in the upper and lower wall zones does not prevent the velocity profile from being symmetric relative to the middle plane. This is because the yield stress is constant everywhere in their respective parts (τ_{B2} for $x < 0$ for and τ_{B1} for $x > 0$), so the change in velocity in each zone from one edge of the plug to the wall is the same since the derivative of the velocity field in the wall zone does not depend on the

PROOF COPY 008306JOR

PROOF COPY 008306JOR

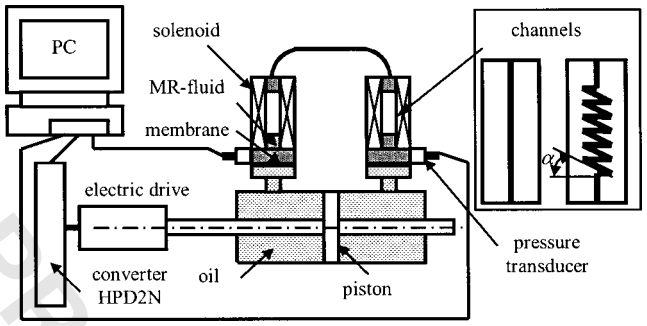


FIG. 2. Experimental setup. The fluid is pushed through a spiral channel whose axis is that of the magnetic field. Angle $\alpha = 0$ corresponds to a field perpendicular to the velocity ($\theta_0 = \pi/2$).

yield stress; this implies that the velocity is symmetric about axis O_y. The symmetry about O_x is, of course, always verified since plane O_{xz}, to which the field belongs, is a symmetry plane.

Now we can calculate the flow rate as a function of the magnetic field applied. Introducing the scale $[Q] = \pi \Delta P R^4/(8\eta_p L)$, that is, the flow rate in the absence of a magnetic field, the dimensionless expression for the flow rate is

$$Q = \frac{2}{\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^1 rv(r,\varphi)\mathrm{d}r\,\mathrm{d}\varphi. \tag{14}$$

Integration of Eq. (14) is performed separately for wall and plug zones. Analysis shows that for $\langle P\rangle < 0.5$, if we replace the velocity of the plug zone by extensing the wall zone velocity the difference in integral, Eq. (14), is less than 6%. So, substituting the result, Eq. (12), into Eq. (14), we obtain the following analytical expression for the flow rate:

$$Q = 1-[8/(3\pi)]\langle P\rangle. \tag{15}$$

All calculations presented here in Sec. II were performed with the help of built-in functions of MATHCAD 2000 professional software. While calculating sums S_n of infinite series, the number n of terms in the series is chosen so as to give convergence $(S_n - S_{n-1})/S_n \leqslant 0.01$.

III. EXPERIMENTS AND RESULTS

The objectives of the experiment are to obtain flow curves (the pressure difference versus the flow rate) of MR fluid in a cylindrical channel and to determine the rheological coefficients as a function of the amplitude and orientation of the magnetic field.

The experimental setup is shown in Fig. 2. The hydraulic loop consists of a two-chamber piston filled with hydraulic oil, two rubber membranes, and two solenoids filled with MR fluid, connected by a plastic tube. The membranes separate MR fluid from the oil and transmit motion from the piston to the MR fluid. The use of two different fluids prevents possible damage of the piston caused by MR fluid abrasive particles. The volume displaced by the membrane is about 9.5 cm^3 and the corresponding total strain in the capillary of 1.2 mm diameter is 7000. The working channel is placed in the region of uniform magnetic field inside the solenoids. While filling with MR fluid, the system is degassed by a vacuum pump. Pressure is measured as the piston displaces from one end position to the other with given constant velocity independent of the hydraulic resistance

PROOF COPY 008306JOR

PROOF COPY 008306JOR

of the hydraulic loop. Then the piston returns to its initial position. The difference in pressure over the working section is up to 2 MPa and is measured by two pressure transducers. Flow rate up to $6\times10^{-6}\,\mathrm{m}^3/\mathrm{s}$ is controlled by an electric drive of the piston.

We have used a brushless electric motor, SBC Electronica SPA NB707001, a frequency converter, SBC Electronica SPA HPD2N, that drives the motor, and a frequency converter, RS-422/RS-485, to link the HPD2N converter to a PC acquisition card Intelligent Instumentation PCI-20428W. Electric current in the solenoids reaches 8 A, corresponding to magnetic field of 64 kA/m.

In the experiments, a suspension of OTE carbonyl iron particles supplied by BASF, dispersed in silicon oil (45V20) and stabilized by Aerosil-300, is used; the volume fraction of magnetic particles is 30% and their mean diameter is about 1 μm. MR fluid has density $\rho = 3000\ \mathrm{kg/m}^3$ and relative magnetic permeability $\mu = 4.8$ in structured media and $\mu = 2.5$ in nonstructured one. Rheological properties in the absence and in the presence of the magnetic field transverse to the shear flow are measured in cone-plane geometry with a rheometer (Haake RT-150). At shear rates $\dot{\gamma} = 100-1000\,\mathrm{s}^{-1}$, the flow curves are Bingham ones with the yield stress τ_B obtained by flow curve interpolation to $\dot{\gamma} = 0$. The yield stress τ_B increases strongly with the magnetic field [dashed line in Fig. 6(a)] and the plastic viscosity η_p also does slightly [dashed line in Fig. 6(b)]. At small shear rates, flow curves have a rounded shape so the real yield stress is lower than the Bingham one. In the absence of the magnetic field, $\tau_{Bi} = 25\,\mathrm{Pa}$ and $\eta_{pi} = 0.14\,\mathrm{Pa\,s}$.

High pressure tubes of nonmagnetic stainless steel are used to make the channels. In order to vary the magnetic field orientation with respect to the channel axis, it is convenient to use spiral tubes with different spiral angles α (Fig. 2). This angle is equal to the inclination angle θ_0 of the external magnetic field. Tubes have internal diameters of 1.2 mm, lengths of 70–200 mm, and spiral angles of $\alpha = 3°$ (almost transverse field), 25°, 45°, 69°, and 90° (parallel field, straight channel). So, the diameter of MR fluid particles is three orders of magnitude less than the channel diameter. The axis line of spiral channels is situated on the surface of the cylinder of radius 4.5 mm.

The flow in channels is not turbulent because the highest Reynolds number $Re = \rho v^2/\tau_w$ and Dean number $D = Re(R/R_a)^{1/2}$ are less than the corresponding critical values, 2000 and 13.5. The Dean number is a criterion for secondary flow in a curved channel. Since the value of $R/R_a < 0.2$ (the ratio of channel radius R to radius R_a of the curvature of the axis line) is rather low, the flow in such spiral channels is similar to that in a cylindrical channel (considered theoretically in Sec. II) subjected to a magnetic field of inclination angle $\alpha = \theta_0$. In order to decrease the pressure loss of the inlet and outlet of channels, their ends were soldered to bushes with a fluently divergent flowing channel. It allowed us to neglect the entrance effect.

The external magnetic field $\mathbf{H}_0$ forms angle $\alpha = \theta_0$ with the x axis. The H value of magnetic field $\mathbf{H}$ in the MR fluid and its inclination angle θ are determined through the use of demagnetization factors [cf. Landau and Lifshitz (1970)] of an infinitely magnetized cylinder. For the components of fields $\mathbf{H}_0$ and $\mathbf{H}$, we have $H_{0z} = H_0\sin(\theta_0)$, $H_{0x} = H_0\cos(\theta_0)$, $H_z = H_{0z}$, $H_x = H_{0x}/[1+(1/2)(\mu-1)] = H_0\cos(\theta_0)/[1+(1/2)(\mu-1)]$. The H value of field $\mathbf{H}$ is $H = [H_x^2+H_z^2]^{1/2}$; angle θ is related to the magnetic field components through the expression $\sin(\theta) = H_z/H$. Finally, the following formulas are obtained:

$$H = [\sin^2(\theta_0)+4\cos^2(\theta_0)/(1+\mu)^2]^{1/2}H_0\,, \tag{16}$$

$$\sin(\theta) = \sin(\theta_0)/[\sin^2(\theta_0)+4\cos^2(\theta_0)/(1+\mu)^2]^{1/2}. \tag{17}$$

PROOF COPY 008306JOR

PROOF COPY 008306JOR

Since the shear rates are rather high in our pressure driven flow experiments (as we shall see the Mason number is always larger than unity), the wall zone area with nonstructured MR fluid should dominate over the plug zone area with structured MR fluid. Therefore in Eqs. (16) and (17), we take the value $\mu = 2.5$ for the nonstructured state of MR fluid. But in rotational rheometry measurements, the shear rate is an order of magnitude less, and structures can be observed inside the gap of the rheometer, therefore the value $\mu = 4.8$ (for structured fluid) is taken when calculating the internal magnetic field in rotational rheometry.

For the given set of inclination angles $\alpha = \theta_0$ of the external magnetic field, the following θ values for the internal field are obtained from Eq. (17): $\theta = 4°$, 44°, 68°, 79°, and 90°.

Before measurement, each channel was tested with two Newtonian fluids similar to the MR fluid base (silicon oil of viscosity 0.1 and 1 Pa s). The viscosity obtained with rotational rheometry (cone-plane geometry) agrees well with the one obtained from pressure versus flow rate measurements in the channel. Similar agreement is obtained with MR fluid in the absence of the magnetic field.

As has been shown above, the velocity distribution of MR fluid in the cylindrical channel is symmetric about both coordinate axes, O_x and O_y (parallel and perpendicular to the magnetic field component normal to the channel axis line). The parameter $\langle P \rangle$ (the arithmetic mean of dimensionless yield stress for $\partial v/\partial x > 0$ and $\partial v/\partial x < 0$) is the only quantity that determines the magnetic field effect on the flow. The orientation effect is determined by the dependence of parameter $\langle P \rangle$ on inclination angle θ of the magnetic field. Theoretical dependence $\langle P \rangle(\theta) = [\tau_{B1}(\theta) + \tau_{B2}(\theta)]L/(\Delta PR)$ is expressed through the functions $\tau_{B1}(\theta) = \tau_B(-\theta)$ and $\tau_{B2}(\theta) = \tau_B(\theta)$, which are represented by the first term on the right-hand side of Eq. (1). In the longitudinal magnetic field, $\langle P \rangle = 0$ and the Poiseuille flow is identical to that in the absence of the field. In a transverse magnetic field, parameter $\langle P \rangle$ takes the maximal value that corresponds to the highest hydraulic resistance of the channel. The velocity distribution, calculated from Eq. (12), is shown in Fig. 3 for $\langle P \rangle = 0.25$. At the same distance from the center, the velocity on axis O_x ($\phi = 0$) exceeds that on axis O_y ($\phi = \pi/2$) [Fig. 3(a)]. The borderline between the two zones of the flow takes the form of an ellipse of major axis O_y and is shown by a dotted line in Fig. 3(b). In the center zone, the velocity is independent of coordinate x, and velocity isolines are parallel to axis O_x. In the wall zone, velocity isolines take the form of ovals that extend along the direction of the magnetic field component normal to the channel axis line.

The solutions given in this paper are valid for MR fluid with aggregates having length $2l \ll 2R$. So we can estimate the range of validity for Mason number $Mn = 8\eta_{pi}\dot{\gamma}_w/(\mu_0\mu_f\beta^2H^2)$ and parameter $\langle P \rangle$: $0.05 < Mn$, $\langle P \rangle < 0.5$. Here $\dot{\gamma}_w = 4Q/(\pi R^3)$ is the average wall shear rate. For higher values of $\langle P \rangle$ extension of the present theory to the point where the flow stops cannot be safely considered. It is worth noting that the other limit ($2l \gg 2a$) only needs to be considered if we want to express the yield stress with the help of the chain model considered in Part I.

We have mesured the flow curves (absolute value of the pressure gradient versus the flow rate) for five values of inclination angle θ as well as for five values of magnetic field intensity H. All the curves correspond to shear rates of the order of magnitude of $10^4\,s^{-1}$; they are linear and have almost the same slope. As an example, a set of these curves is plotted in Fig. 4 for $H = 12$ kA/m at various field orientations. The linearity of curves $\Delta P/L$ vs Q with nonzero intersection on the pressure axis confirms that we have Bingham behavior for the flow of a MR fluid in the cylindrical channel at high shear

PROOF COPY 008306JOR

PROOF COPY 008306JOR

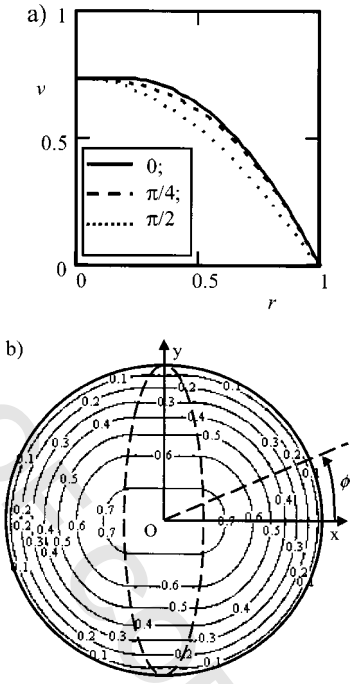


FIG. 3. MR fluid flow under magnetic field for $\langle P \rangle = 0.25$: (a) velocity profile along the radius for different polar angles; (b) velocity isolines (the dotted line is the borderline defining the plug zone).

rates. The closer the magnetic field to the transverse orientation, the higher the hydraulic resistance of the channel for the same flow rate.

The theoretical flow rate, Eq. (15), can be presented in terms of average wall shear stress $\tau_w = \Delta PR/(2L)$ and average wall shear rate $\dot{\gamma}_w = 4Q/(\pi R^3)$ as follows:

$$\dot{\gamma}_w = (\tau_w/\eta_p)[1-8/(3\pi)(\langle \tau_B \rangle/\tau_w)]. \tag{18}$$

This dependence is similar to the well-known Buckingham–Reiner formula written for $\langle \tau_B \rangle/\tau_w < 0.5$ except for the slope that here is $-8/(3\pi)$ instead of $-4/3$ for an isotropic fluid.

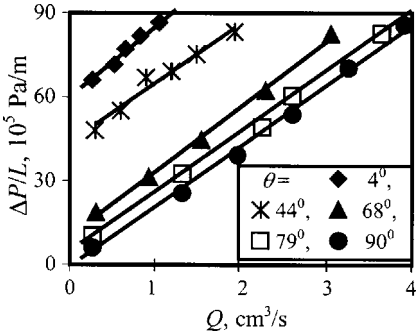


FIG. 4. Pressure drop vs the flow rate for magnetic field amplitude $H = 12$ kA/m and different orientations of the magnetic field ($\theta = 90°$ corresponds to the field aligned with the velocity).

PROOF COPY 008306JOR

PROOF COPY 008306JOR

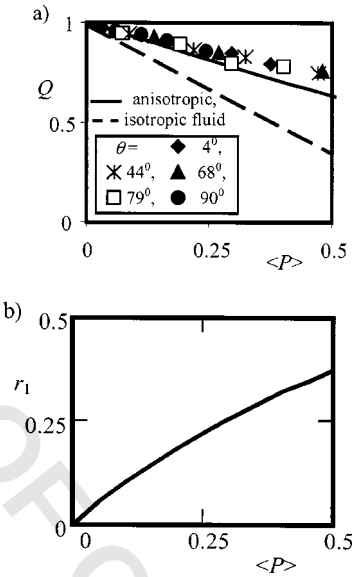


FIG. 5. (a) Dimensionless flow rate vs parameter $\langle P\rangle$ for magnetic field $H = 12$ kA/m with different orientations (the upper line corresponds to theory with ellipsoidal plugs and the lower one to circular plugs; points are the experimental results). (b) Dimension of the plug zone along the O_x axis (along O_y the dimension is the radius of the capillary) vs the average normalized yield stress $\langle P\rangle$.

All experimental flow curves for different H and θ reduce to a single master curve if we plot the dimensionless flow rate $Q^* = Q(\Delta P)/Q_{H=0}(\Delta P)$ versus the parameter $\langle P\rangle$. Here subscript $H = 0$ indicates that the flow rate is taken at zero magnetic field. The parameter $\langle P\rangle = \langle \tau_B\rangle/\tau_w$ can be obtained from the pressure at zero flow rate, $\Delta P_{Q=0}$, divided by the pressure ΔP corresponding to the flow rate considered. Actually we always have (from force equilibrium between pressure force and friction force on the wall) $\tau_w = \langle \tau_{rz}\rangle_w = \Delta PR/(2L)$; on the other hand, the magnetic yield stress acts only in the O_{xz} plane, so, $\langle \tau_{rz}\rangle_w = \langle \tau_B \cos(\phi)\rangle_w + \eta_p\langle \dot{\gamma}_{rz}\rangle_w$. Since τ_B is equal either to $-\tau_{B1}$ for $-\pi/2 < \phi < \pi/2$ or to τ_{B2} for $\pi/2 < \phi < 3\pi/2$ and the shear rate is zero before the onset of flow, we have $\langle \tau_{rz}\rangle_w = 2\langle \tau_B\rangle/\pi$ and finally $\langle P\rangle = \langle \tau_B\rangle/\tau_w = (\pi/2)\Delta P/\Delta P_{Q=0}$. $\Delta P_{Q=0}$ is obtained from extrapolation to the zero flow rate of the curves in Fig. 4. We see in Fig. 5(a) that by representing the reduced flow rate versus parameter $\langle P\rangle$, all the points gather on a single master curve having a slope slightly higher (-0.69) than the theoretical one ($-8/(3\pi) \approx -0.85$. The lower dashed line with a slope of $-4/3$ corresponds to the isotropic model (cylindrical plug) and quite strongly overestimates the effect of the magnetic field. In Fig. 5(b) we have plotted the evolution of the minor axis of the plug (normalized by the radius of the tube) verus $\langle P\rangle$. We see that in our working range the size of the plug remains smaller than the one of the wall zone.

The dependence of the rheological coefficients calculated from the flow curves, Eq. (18), on the magnetic field intensity are shown in Fig. 6 for different orientations of the magnetic field. The Bingham yield stress $\langle \tau_B\rangle = (\tau_{B1} + \tau_{B2})/2$ increases quadratically with the magnetic field and decreases strongly from the maximum at $\theta = 0$ (field perpendicular to the velocity) to the minimum at $\theta = \pi/2$ [field aligned with the velocity, Fig. 6(a)]. It is worth noting that, even with a field aligned on the velocity, there is still an increase of yield stress with the field, most likely because of the formation and rupture of

PROOF COPY 008306JOR

PROOF COPY 008306JOR

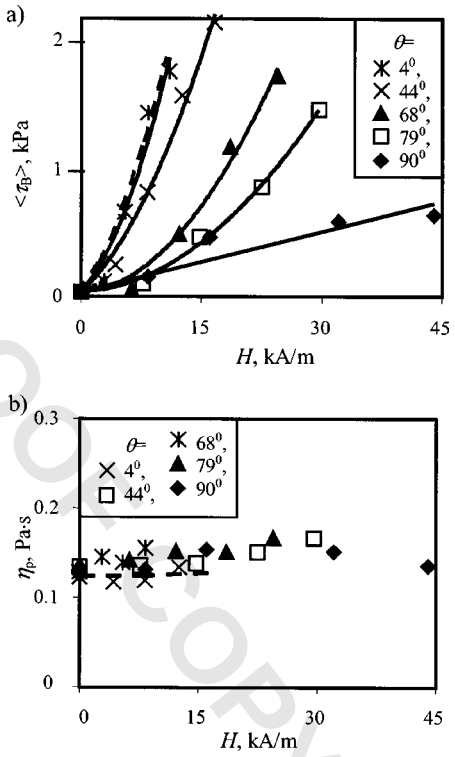


FIG. 6. Dependence of (a) the Bingham yield stress and (b) the plastic viscosity on the intensity of the internal magnetic field, *H*, for different inclination angles [the dashed curve corresponds to the results of rotational rheometry in (a) and (b)].

transient bonds between aggregates. The quadratic behavior of the yield stress with the field is quite usual at low field since it is proportional to the magnetostatic energy stored in MR fluid: $\langle \tau_B \rangle \propto \mu_0 \mu_f H^2$. When the magnetic field is transverse to the flow we find experimentally $\langle \tau_B \rangle = 10 \mu_0 \mu_f H^2$. This value is more than one order of magnitude larger than the yield stress that can be predicted from the chain model. This discrepancy was already raised by Volkova *et al.* (2000) and is likely due to the fact that the chain model does not account for stress generated during the rupture or the recombination of aggregates. We nevertheless suppose that this rupture stress has the same angle dependence as that in the chain model. We shall see in Fig. 8 that the experimental results comfirm this hypothesis. Note that, although we have worked at very high shear rates in Poiseuille flow, we recover the same values from cone-plane experiments at low shear rate (dashed curve). The plastic viscosity remains roughly constant whatever the direction of the field [Fig. 6(b)], which is consistent with Bingham law.

All rheological curves for each inclination angle are presented in Fig. 7 in dimensionless form. We have introduced the normalized stress $\tau^* = (\tau_w - \tau_{Bi})/(\eta_{pi}\dot{\gamma}_w) - \eta_p/\eta_{pi}$ and the Mason number $Mn = 8\eta_{pi}\dot{\gamma}_w/(\mu_0 \mu_f \beta^2 H^2)$, which expresses the ratio of hydrodynamic force to magnetic force between two dipoles; τ_{Bi} and η_{pi} are, respectively, the yield stress and plastic viscosity in the absence of a field. Bingham rheological law takes the following dimensionless form in terms of these normalized quantities: $\tau^* = C\,Mn^{-1}$, where $C = 8(\langle \tau_B \rangle - \tau_{Bi})/(\mu_0 \mu_f \beta^2 H^2)$ is a constant independent of the shear rate. We see that in the logarithmic scale of Fig. 7, the experimental

PROOF COPY 008306JOR

PROOF COPY 008306JOR

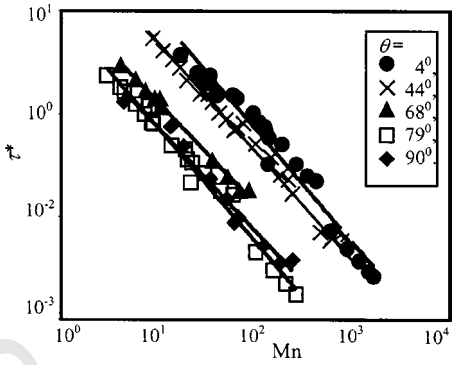


FIG. 7. Normalized stress vs the Mason number for different inclination angles of the magnetic field.

points are grouped into straight lines $\tau^* = C\,Mn^{-n}$ with $0.95 < n < 1$. We see in Fig. 7 that experimental values of the Mason number are very high (still several thousand). It is clear that in such intense shear flow aggregates cannot span the entire diameter of the channel and that our model can be applied safely with respect to this condition.

The ratio of constant C to its value in the perpendicular field gives the experimental dependence of the relative yield stress $(\langle \tau_B \rangle - \tau_{Bi})/(\tau_{B0} - \tau_{Bi})$ on the magnetic field orientation (Fig. 8). We obtain the following empirical dependence from experimental data: $(\langle \tau_B \rangle - \tau_{Bi})/(\tau_{B0} - \tau_{Bi}) = 0.3353\,\mathrm{acotg}(7.594\theta - 6.263)$. The experimental dependence is compared to the theoretical one (solid curve in Fig. 8) that can be obtained from Eq. (1) and knowledge of θ_c [Kuzhir *et al.* (2003)]. The agreement for the angular dependence of the yield stress is quite reasonable, even if the chain model strongly underestimates its amplitude.

IV. CONCLUSION

We have dealt here in Part II with two problems related with the flow of a MR fluid in a cylindrical channel: the prediction of flow in the presence of anisotropic stress and the effect of the inclination of the magnetic field relative to the flow velocity, and experiments were carried out in order to check these models.

With respect to the effect of asymmetric magnetic stress, we have shown that it should lead to the formation of an unusual plug of quasiellipsoidal shape and formation of sheets moving at different velocities (the highest velocity for the center sheet belonging to the

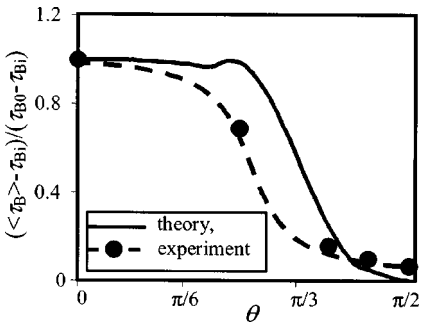


FIG. 8. Dependence of the relative yield stress (with respect to that in the transverse magnetic field) on inclination angle θ. Comparison between theory and experiment.

PROOF COPY 008306JOR

PROOF COPY 008306JOR

plane formed by the axis of the channel and the axis of the field). Calculation of the velocity field and of the flow rate was realized and was found to be in better agreement with our experimental results than the usual derivation based on isotropic Bingham stress.

For the effect of the inclination angle of the magnetic field we found maximum yield stress when the field is perpendicular to the velocity lines; the angle dependence of the normalized yield stress is correctly described by the theoretical model developed in Part I.

Besides these main results it is worth noting that these experiments were made at a high Mason number ($1 > Mn > 1000$) with a good precision for determination of the field dependence of the yield stress. We find that the Bingham behavior is better satisfied (the exponent of the power law is between -0.95 and -1) than for $Mn < 1$ where it is between -0.8 and -0.9. This domain of high Mason number is of interest for many applications and pure Bingham law allows one to safely use the model we have developed to predict the flow rate in a cylindrical capillary with any spiral angle relative to the direction of the field.

ACKNOWLEDGMENTS

This work was supported by the European association INTAS and the Belarussian Foundation of Fundamental Research. The authors are very grateful to A. Audoly and J. Blanchard for fabrication and maintenance of the experimental equipment and to C. Laye for MR fluid preparation.

APPENDIX: VELOCITY PROFILE UNDER INCLINED MAGNETIC FIELD

Let perform a change of variables in Eq. (7): $\partial u/\partial x \equiv 2P + \partial v/\partial x$. Hence, $u = 2Px + v$ and $\partial^2 u/\partial y^2 = \partial^2 v/\partial y^2$. The problem, Eq. (7), takes the following form of polar coordinates:

$$\nabla^2 u = -4, \quad u|_{r=1} = 2P|_{r=1}\cos(\phi). \tag{A1}$$

Note that $\partial v/\partial x = 0$ in the point with coordinates $r = 1$ and $\phi = \pi/2$. In fact, since the velocity v is expanded into a Fourier series, the condition $\partial v/\partial x|_{r=1,\phi=\pi/2} = -\partial v/\partial\phi|_{r=1,\phi=\pi/2} = v_1(1)\sin(1\pi/2) + v_2(1)\sin(2\pi/2) + \cdots = 0$ is satisfied. Therefore step function P takes the following values on the wall of the channel:

$$P|_{r=1} = \begin{cases} -P_1, & 0 \leqslant \phi < \pi/2, \\ P_2, & \pi/2 < \phi \leqslant \pi. \end{cases}$$

The solution to Eq. (A1) is presented as the infinite Fourier series. It gives the following expression for the velocity $v = u - 2P(r,\phi)r\cos(\phi)$ in the wall zone:

$$v = 1 - r^2 - \frac{4\langle P\rangle}{\pi} - (P_1 - P_2)r\cos(\phi) + \frac{8\langle P\rangle}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{4n^2-1}r^{2n}\cos(2n\phi) - 2P(r,\phi)r\cos(\phi). \tag{A2}$$

The condition $\tau_{xz} = 0$ defines a curve where step function $P(r,\phi)$ has a jump. This curve belongs to the plug zone of the flow where $\partial v/\partial x = 0$. Therefore function P is equal to $-P_1$ on one side of the plug in the wall zone and to P_2 on the other side. So, if the plug contains also the line $x = 0$, then function P in the wall zone of the flow will be symmetric relative to axis O_y:

PROOF COPY 008306JOR

PROOF COPY 008306JOR

$$P(r,\varphi) = \begin{cases} -P_1, & 0 \leqslant \varphi < \pi/2, \\ P_2, & \pi/2 < \varphi \leqslant \pi. \end{cases}$$

However this function takes another form in the plug zone. By substituting $P(r,\phi)$ into Eq. (A2) we obtain the final expression for the velocity profile showing its symmetry relative to coordinate axes O_x and O_y:

$$v = 1-r^2-\frac{4\langle P\rangle}{\pi}(1-r)-\frac{8\langle P\rangle r}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{4n^2-1}(1-r^{2n-1})\cos(2n\varphi). \qquad \text{(A3)}$$

The borderline Γ and the velocity in the plug zone are found in the same way as the flow in the transverse magnetic field.

References

Bullough, W. A., R. J. Atkin, S. Urang, T. G. Kum, C. Musch, and T. Rober, ''Two-dimensional flow of an ERF: Experiment, CFD, Bingham plastic analysis,'' Int. J. Mod. Phys. B **15**, 745–757 (2001).

Korn, G. A., and T. M. Korn, *Mathematical Handbook for Scientists and Engineers* (McGraw–Hill, New York, 1961), p. 435.

Kuzhir, P., G. Bossis, and V. Bashtovoi, ''Effect of the orientation of the magnetic field on the flow of magnetorheological fluid. I. Plane channel,'' J. Rheol. ■, ■■■ (2003).

Landau, L. D., and E. M. Lifshitz, *Electrodynamics of Continuous Media*, 2nd ed. (Butterworth, Heineman, 1970), Vol. 8.

Liu, J., G. A. Flores, and R. S. Cheng, ''*In-vitro* investigation of blood embolization in cancer treatment using magnetorheological fluids,'' J. Magn. Magn. Mater. **225**, 209–217 (2001).

Martin, J. E., and R. A. Anderson, ''Chain model of electrorheology,'' J. Chem. Phys. **104**, 4814–4827 (1996).

Naletova, V. A., and Yu. M. Shkel, ''Pipe flow of a magnetic fluid with allowance for anisotropy of the fluid in a magnetic field,'' Magnitnaya Gidrodinamika **23**, 51–57 (1987).

Shulman, Z. P., and W. I. Kordonsky, *Magnetorheological Effect* (Nauka i Tehnika, Minsk, 1982), p. 72; 146 (in Russian).

Shulman, Z. P., and W. I. Kordonsky, *Magnetic Fluids and Applications Handbook*, edited by B. Berkovski and V. Bashtovoi, (Begell House, New York, 1991).

Volkova, O., G. Bossis, M. Guyot, V. Bashtovoi, and A. Reks, ''Magnetorheology of magnetic holes compared to magnetic particles,'' J. Rheol. **44**, 91–104 (2000).

Wang, X., and F. Gordaninejad, ''Herschel–Bulkley analysis of electro- and magnetorheological controllable fluids in flow mode,'' Proceedings of the 7th International Conference on ER Fluids and MR Suspensions, Honolulu, 1999, pp. 568–578.

PROOF COPY 008306JOR

ANNEXE 4.2

Available online at www.sciencedirect.com
SCIENCE DIRECT®
ELSEVIER
European Journal of Mechanics B/Fluids 22 (2003) 331–343
EUROPEAN JOURNAL OF MECHANICS B/FLUIDS

Flow of magnetorheological fluid through porous media

Pavel Kuzhir [a], Georges Bossis [b,*], Victor Bashtovoi [a], Olga Volkova [b]

[a] *UNESCO chair "Energy Conservation and Renewable Energies", Belarusian National Technical University, 65, F. Skaryna Ave., Minsk 220013, Belarus*
[b] *Laboratoire de physique de la matière condensée, Université de Nice-Sophia Antipolis, CNRS, UMR 6622, UNSA, Parc Valrose 06108, Nice cedex 2, France*

Received 26 February 2003; received in revised form 6 May 2003; accepted 12 May 2003

Abstract

Flow of a magneto-rheological (MR) fluid through different types of porous media (bundle of cylinders, packed beds of magnetic and non-magnetic spheres and cylinders) is considered, both theoretically and experimentally. The theory is based on averaging the magnetic and rheological properties of MR fluid in tortuous channels making different angles between local field and local velocity. A comparison of the pressure drop through porous beds and spiral channels is analyzed and practical recommendations are developed. It is shown that the mean yield stress of Bingham MR fluid (as well as the pressure drop, ΔP) depends on the mutual orientation of the external magnetic field and the main axis of the flow. This theory is tested against our experimental results and is shown to well predict the pressure drop obtained in different porous media.
© 2003 Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS. All rights reserved.

Keywords: Magnetorheology; Magnetic suspensions; Active damping; Bingham fluid; Porous media

Notation

$\mathbf{B}$	magnetic field induction
D	diameter of porous column
d	diameter of granular particles
e	eccentricity of an ellipsoid of revolution
$\mathrm{f}(\theta)$	frequency distribution function of the channel orientation
$f_\mathrm{d} = \langle H_\mathrm{f} \rangle / H_0$	factor characterizing demagnetization effect in porous sample
$\mathbf{H}$, H	magnetic field intensity
$\mathbf{H}_0$, H_0	intensity of the external uniform magnetic field
L	length of the cylindrical porous column
l	length of ellipsoidal or cylindrical granular particle
Mn	Mason number
$\mathbf{N}$ (N)	tensor (value) of demagnetization factors
P (ΔP)	pressure (pressure drop)
Q	volume flow rate
R_e	equivalent radius of pores
V	volume
v	velocity of MR fluid in a tortuous channel

* Corresponding author.
E-mail addresses: kuzhir@biobel.bas-net.by (P. Kuzhir), bossis@unice.fr (G. Bossis).

0997-7546/$ – see front matter © 2003 Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS. All rights reserved.
doi:10.1016/S0997-7546(03)00040-2

v_0 superficial velocity
$x,\ y,\ z$ coordinates of the Cartesian system

Greek letters

α angle between the main axis of the flow and the direction of the mean field $\langle \mathbf{H} \rangle$ in a porous medium
$\dot{\gamma}_w$ wall shear rate
ε porosity
$\phi,\ \theta$ angles of spherical coordinate system
η_p plastic viscosity
μ relative magnetic permeability
μ_0 magnetic permeability of vacuum
τ_B Bingham yield stress
τ_{B0} Bingham yield stress in the magnetic field perpendicular to the flow
τ_w wall shear stress
ξ tortuosity
ψ angle between the local flow and magnetic field in a porous medium

Subscripts

f liquid phase of a porous medium
s solid phase of a porous medium

Superscripts

$*$ normalized values

1. Introduction

Magneto-rheological (MR) fluids are used to control, by the mean of a magnetic field, the flow rate or the pressure drop inside hydraulic devices. A key problem for practical use is to find the best design of the channels where the magnetic fluid will flow. This poses the problem of the orientation of the field relatively to the velocity. It is possible to demonstrate that, for a pressure driven flow inside a straight channel, the best configuration is the one where the field is perpendicular to the velocity. This configuration can be obtained by using a spiral channel inside a coil. An other simple device could be obtained with the tortuous channels that naturally exist in porous media. Flow of MR fluids through packed beds of non-magnetic spheres filling a solenoid has been investigated by Shulman et al. [1,2]. From their measurements they conclude that porous beds were more efficient than spiral channels. Actually at the scale of the pore size (micro-scale), the flow is not unidirectional, and the local field has various orientations relatively to the velocity of MR fluid. Furthermore, high local non-uniformity of the magnetic field can take place, especially if we use a magnetic porous media, because of demagnetization effect in irregular porous matrix. At the micro-scale local values of the magnetic field depend on the configuration and size of pores. At scale of the whole porous matrix (macro-scale), mean values of the field depend on magnetic properties and configuration of the porous matrix, so both scales are important to model the behavior of a MR fluid in a porous media.

In the second section of this paper we have presented the experimental device and materials we have used for investigation of the flow of MR fluid through a porous medium. In the third part we have described the experimental results we have obtained for different kinds of porous media. The section four is devoted to the presentation of the model we have used to predict the discharge curve (a volume flow rate versus pressure gradient dependence) for different magnetic fields and any kind of porous media (made of spheres or cylinders of different aspects ratio and also made of magnetic or non-magnetic materials); a comparison between theoretical predictions and experimental results is also presented in this section.

2. Experimental device and materials

For the investigation of MR fluid flow through porous media in magnetic field parallel to the flow, the following experimental setup has been used Fig. 1(a). The hydraulic loop consists of a double-acting piston filled with hydraulic oil, two rubber membranes, and two solenoids surrounding a core filled by MR fluid and connected by a plastic tube. The membranes separate MR fluid from oil and transmit motion from the piston to MR fluid. The use of two different fluids prevents a possible damage of the piston caused by MR fluid abrasive particles. The porous samples having the shape of a cylindrical column were placed in a tube at the center of the solenoids in the region of uniform magnetic field. While filling with MR fluid, degassing of the system was performed with a vacuum pump. The pressure was measured as the piston moved from one extremity to the other with a given constant velocity independent of the hydraulic resistance of the hydraulic loop. Then the piston returned to its initial position. The pressure difference over the working section is up to 2 MPa and measured by two pressure transducers. The flow rate (up to $6 \times 10^{-6}\ \mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{s}^{-1}$) was controlled by an electric drive of the piston.

We have used a brushless electric motor SBC Electronica SPA NB707001, a frequency converter SBC Electronica SPA HPD2N, that drives the motor, a frequency converter RS-422/RS-485 for linking HPD2N-converter with a PC acquisition card Intelligent Instrumentation PCI-20428W. Electric current in the solenoids reached 8 A corresponding to the magnetic field intensity $H = 64\ \mathrm{kA} \cdot \mathrm{m}^{-1}$.

Two kinds of porous samples have been used, namely isotropic and anisotropic ones. Anisotropic media are made of packed bundles of long non-magnetic cylinders of two sizes, placed parallel to the solenoid axis (Fig. 1(b)-(1)). Isotropic samples are either packed beds of non-magnetic or magnetic spheres (Fig. 1(b)-(2)) or also randomly oriented non-magnetic cylinders (Fig. 1(b)-(3)). Magnetic spheres used are made from magnetically soft bulk steel with the field dependence of relative permeability given by Frolisch–Kennelly law:

$$\mu^{\mathrm{b,s}}(H) = 1 + \frac{(\mu_{\mathrm{i}} - 1)M_{\mathrm{s}}}{M_{\mathrm{s}} + (\mu_{\mathrm{i}} - 1)H}, \tag{1}$$

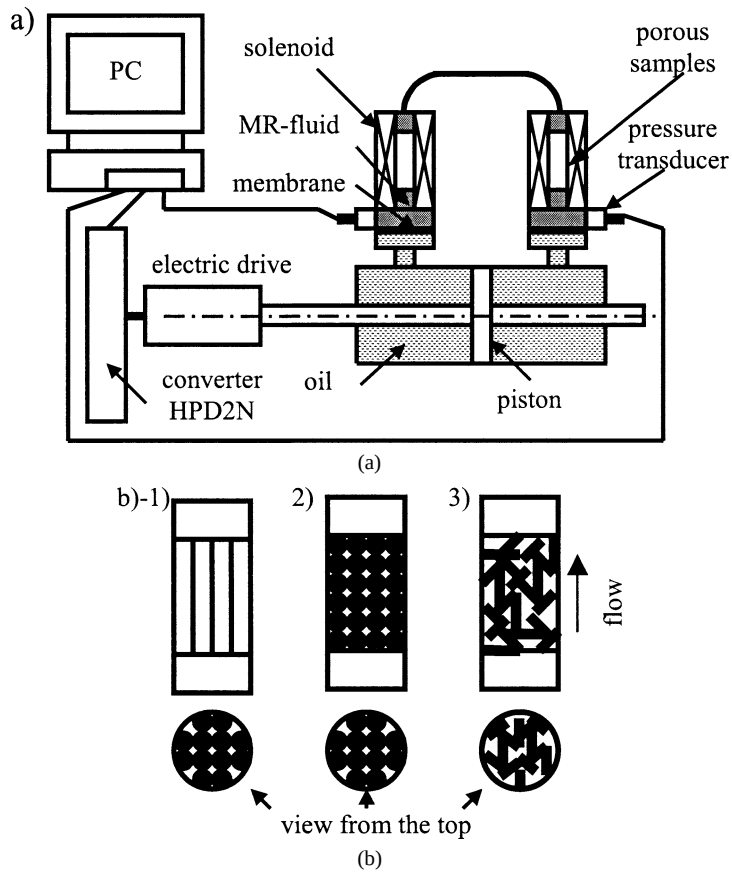


Fig. 1. (a) Experimental setup; (b) Different kinds of porous beds.

where $\mu_i = 250$ is the initial magnetic permeability, $M_s = 1360\ \mathrm{kA \cdot m^{-1}}$ is the saturation magnetization.

Following the Kozeny–Carman model [3] of porous medium (model of tortuous channels), the latter is characterized by porosity, ε, tortuosity, ξ, and equivalent radius R_e of pores. The porosity of a bundle of N cylinders is given by the formula $\varepsilon = 1 - Nd^2 l/(D^2 L)$. Hereafter, d, l stand respectively for the diameter and length of cylinders and D, L do for the dimensions of the cylindrical porous bed. Porosity of beds was determined by the gravimetric method. The tortuosity $\xi \geqslant 1$ is the ratio of the length of a tortuous channel of a porous sample to the length of the sample. For a bundle of cylinders the tortuosity is unity ($\xi = 1$) by definition; for packed beds it was determined from the pressure measurements of the flow of two standard fluids (silicon oil of viscosity 0.1 and 1 Pa · s) as well as of MR fluid in the absence of field. For each of these three fluids we have obtained the same result on ξ.

The equivalent radius R_e of pores is defined as the radius of the cylindrical channel having the volume equal to the volume V_f of the liquid phase of the porous medium and the surface equal to the total wetted surface S_s of the solid phase: $R_e = 2V_f/S_s = 2(V_p/S_p) \cdot (\varepsilon/(1-\varepsilon))$ with V_p and S_p being the volume and surface of particles. This definition follows from the capillary model of porous media [4]; for a cylindrical capillary R_e is the radius of the capillary. Some authors utilize the "hydraulic radius" R_h, which is connected with the equivalent radius through the expression $R_h = R_e/2$ [3]. The following formulas are used for R_e: $R_e = d\varepsilon/(2(1-\varepsilon))$ for the bundle of cylinders, $R_e = d\varepsilon/(3(1-\varepsilon))$ for the bed of spheres and $R_e = d\varepsilon/[(2 + d/l)(1-\varepsilon)]$ for the bed of cylinders. All characteristics and dimensions of porous matrixes are presented in Table 1.

In experiments we have used a MR fluid made of OTE carbonyl iron particles supplied by BASF, dispersed in silicon oil 47V20 and stabilized by a silicagel Aerosil-300, the volume fraction of magnetic particles is 30%. MR fluid has a density $\rho = 3000\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, a relative magnetic permeability: $\mu_f = 4.8$ in structured media and $\mu_f = 2.5$ in non-structured one, a yield stress $\tau_{Bi} = 25$ Pa and plastic viscosity $\eta_{pi} = 0.14$ Pa · s, both in the absence of field. Rheological properties in the presence of the magnetic field transverse to the shear flow were measured in cone-plane geometry with a rheometer Haake RS-150. In the range $200 < \dot{\gamma} < 1500\ \mathrm{s^{-1}}$ and for fields $0 < H < 15\ \mathrm{kA \cdot m^{-1}}$, we observed a Bingham behavior with the yield stress following the empirical law:

$$\tau_{B0} = 10\mu_0 H^2, \tag{2}$$

where μ_0 is the permeability of vacuum.

The plastic viscosity η_p remains practically constant within the field range considered. At low shear rates (below $100\ \mathrm{s^{-1}}$), flow curves are no longer linear and indicate that the real yield stress can be significantly lower than the one given by Eq. (2), which was obtained by the linear interpolation of a flow curve to zero shear rate. In any event, in the range of shear rates that we use, Eq. (2) well represents the rheological behavior of our fluid.

For a given external magnetic field, $\mathbf{H}_0$, the field $\mathbf{H}_f$ inside MR fluid for the bundle of long cylinders is supposed to be undisturbed and equal to the external one. For porous beds, the mean field in MR fluid $\langle \mathbf{H}_f \rangle$ will be determined as specified in Section 4.1.

Table 1
Characteristics of the porous samples used in experiments

No of sample	1	2	3	4	5	6	7
Type of sample	bundle of cylinders	bundle of cylinders	bed of spheres	bed of spheres	bed of spheres	bed of spheres	bed of cylinders
Material	inox. steel	inox. steel	$A1_2O_3$-ZrO_2	silica glass	bulk steel	bulk steel	inox. steel
Dimension of grains, mm	∅2 × 70	∅1 × 70	∅1.4	∅0.9	∅2	∅1	∅1 × 5
Dimension of sample, mm	∅10 × 70	∅10 × 70	∅10 × 70	∅7.5 × 20	∅10 × 70	∅7.5 × 20	∅10 × 70
Porosity ε	0.24	0.25	0.40	0.42	0.42	0.41	0.48
Tortuosity ξ	1	1	1.45	1.44	1.41	1.44	1.63
Equivalent radius, R_e, mm	0.41	0.26	0.31	0.22	0.48	0.23	0.52
Internal-to-external field ratio $\langle H_f \rangle / H_0$ at $H_0 = 20\ \mathrm{kA \cdot m^{-1}}$	1	1	0.87	0.87	1.45	1.55	0.89
Fit coefficients of $\tau^* = C \cdot \mathrm{Mn}^{-n}$:							
n	0.92	0.94	0.93	0.90	0.92	0.89	0.96
C	4.90	6.12	16.9	25.2	21.2	19.9	33.3

3. Experimental results

In porous media, the discharge curves are usually presented as the dependence of the pressure drop ΔP (or the pressure gradient value $\Delta P/L$) on the superficial velocity v_0. The latter is the ratio of the flow rate Q to the porous sample cross-section and is connected with the mean velocity v in a tortuous channel through the relation $v_0 = v\varepsilon/\xi$. Discharge curves for different types of porous samples and with different values of the external magnetic field H_0 are shown in Fig. 2. All the discharge curves including those not shown in Fig. 2 are linear and correspond to wall shear rate up to 10^4 s^{-1} inside the porous channels. The extrapolation of these curves to the axis $v_0 = 0$ gives the yield pressure gradient $(\Delta P/L)_{v=0}$. This value is the apparent threshold where the MR fluid begins to flow. As already pointed, the real yield stress is smaller than the one obtained from this extrapolation, which corresponds to the dynamic yield stress of a Bingham model. Therefore true value of the initial pressure gradient should also be lower than the apparent one.

Comparing Fig. 2(b) for porous bed of nonmagnetic spheres to Fig. 2(c) corresponding to magnetic spheres of nearly the same diameter, we see that the magnetic bed gives a much higher pressure drop for a same external magnetic field. We shall see in the following Section 4.1 that this result is due to the fact that the mean magnetic field $\langle \mathbf{H}_f \rangle$ in MR fluid is higher for a magnetic porous matrix than for a nonmagnetic one, due to different demagnetization effects. Therefore for the same external field, the mean yield stress as well as the pressure gradient are higher for the magnetic porous media. The pore radius R_e of the bed of non-magnetic cylinders is more than 2 times larger than that of non-magnetic spheres, therefore the pressure gradient is higher for spheres, for a same magnetic field, as can be seen by comparing Figs. 2(b) and 2(d). At least we see in Fig. 2(a), that a bundle of cylinders gives the lowest pressure gradient as we could expect, since in this case we have straight channels with the field aligned on the velocity.

We wish now to determine a rheological law for MR fluid flow in a porous medium. According to [3], the rheological behavior of non-Newtonian fluids in porous media can be characterized by quantities, like wall shear stress τ_w and wall shear rate $\dot{\gamma}_w$:

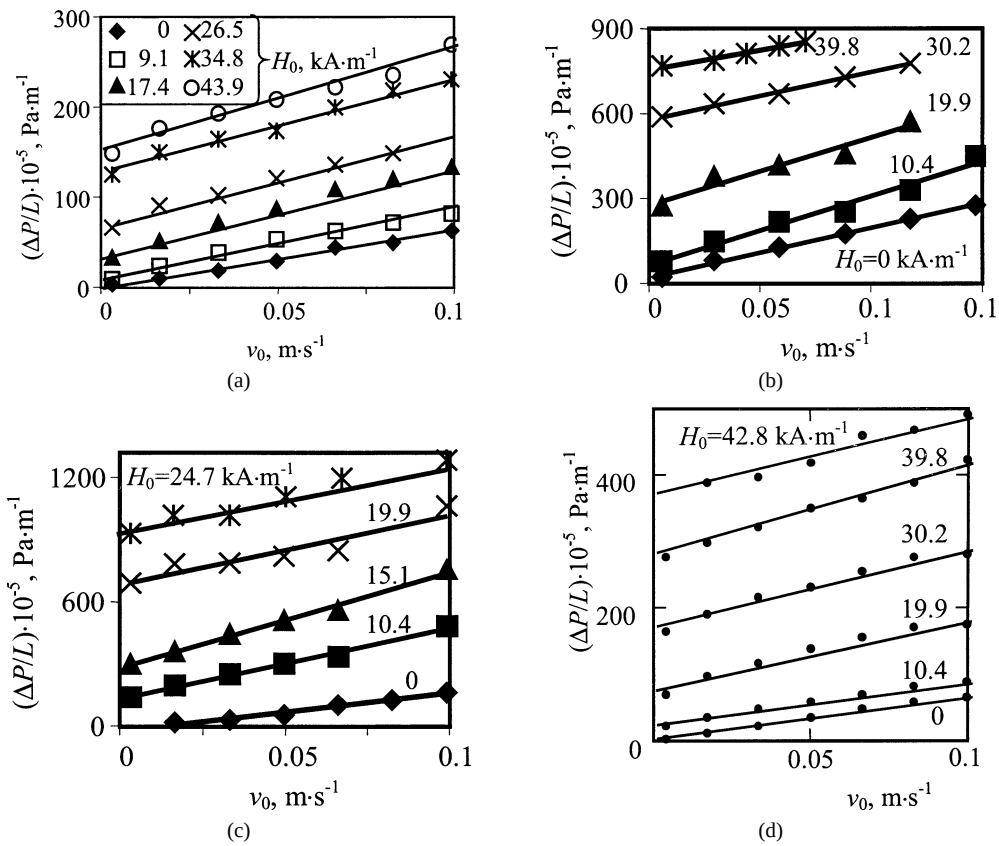


Fig. 2. Dependence of the pressure gradient value on the superficial velocity for the following porous samples: (a) bundle of cylinders ∅1 mm, (b) bed of non-magnetic spheres ∅ 0.9 mm; (c) bed of magnetic spheres ∅1 mm, (d) bed of non-magnetic cylinders: ∅1 mm, length 5 mm.

$$\tau_{\mathrm{w}} = \frac{\Delta P R_{\mathrm{e}}}{2\xi L}, \tag{3}$$

$$\dot{\gamma}_{\mathrm{w}} = \frac{4\nu_0 \xi}{\varepsilon R_{\mathrm{e}}}. \tag{4}$$

The last expression is the apparent wall shear rate $\dot{\gamma}_{\mathrm{w}}$, calculated for a Newtonian fluid. For other fluids the true value of wall shear rate is determined by Mooney–Rabinowitch procedure [1]. In a previous work [5], we have defined the rheological behavior of MR fluid in a single cylindrical capillary subjected to an inclined magnetic field. At high shear rates, we have found a Bingham behavior:

$$\tau_{\mathrm{w}} = \frac{8}{3\pi}\tau_{\mathrm{B}} + \eta_p \dot{\gamma}_w, \tag{5}$$

with a yield stress $\tau_{\mathrm{B}} = (\tau_{\mathrm{B1}} + \tau_{\mathrm{B2}})/2$ (in fact, there are two yield stresses τ_{B1} and τ_{B2}, which correspond to zones of positive and negative velocity gradient: see [5] for details) and plastic viscosity η_{p}. The factor $8/(3\pi)$ in front of τ_{B} in Eq. (5) differs from unity because we deal with apparent wall shear rate $\dot{\gamma}_{\mathrm{w}}$ and because of the anisotropy of the plug [5]. So, for a system of tortuous channels, we expect that the rheological law will have the same form as (5) with $\langle\tau_{\mathrm{B}}\rangle$ averaged over the different orientations between field and flow. Substituting the expressions (3), (4) for τ_{w} and $\dot{\gamma}_{\mathrm{w}}$ into Eq. (5), we obtain the pressure gradient vs. velocity dependence:

$$\frac{\Delta P}{L} = \frac{16\xi}{3\pi} \cdot \frac{\langle\tau_{\mathrm{B}}\rangle}{R_{\mathrm{e}}} + \frac{8\langle\eta_{\mathrm{p}}\rangle\xi^2}{\varepsilon R_{\mathrm{e}}^2}\nu_0. \tag{6}$$

Using this formula, unknown values of the mean yield stress and mean plastic viscosity can be obtained from the fit of experimental discharge curves shown in Fig. 2. Dependencies of these quantities on the magnetic field $\langle H_{\mathrm{f}}\rangle$ in MR fluid are shown in Fig. 3 for various porous samples. It appears that all experimental points $\langle\tau_{\mathrm{B}}\rangle(\langle H_{\mathrm{f}}\rangle)$ are grouped into two series of points represented by the two solid lines in Fig. 3(a). The lower curve corresponds to results on porous samples made of straight channels, the upper curve corresponds to results on packed beds. As expected, the yield stress for packed beds is far larger than for straight channels. It comes from the change of relative orientation of the flow with respect to the one of the magnetic field in tortuous channels of packed beds, so that the average yield stress $\langle\tau_{\mathrm{B}}\rangle$ is higher than in the case where the field and the flow are aligned. Within the whole range of magnetic fields (up to 50 kA/m), the plastic viscosity has a constant value: $\langle\eta_{\mathrm{p}}\rangle = 0.16 \pm 0.03$ Pa · s, that is close to its value $\eta_{\mathrm{pi}} = 0.14$ Pa · s in the absence of field (Fig. 3(b)).

Finally, we present all the discharge curves in normalized form $\tau^* = \mathrm{f(Mn)}$. Here $\tau^* = (\tau_w - \tau_{Bi})/(\eta_{pi}\dot{\gamma}_w) - \eta_p/\eta_{pi}$ is the normalized stress, $\mathrm{Mn} = (8\eta_{pi}\dot{\gamma}_w)/(\mu_0\langle H_f\rangle^2)$ is the Mason number, which characterizes the ratio of hydrodynamic to magnetic forces. Similarly to the field dependence of the yield stress, normalized flow curves $\tau^* = \mathrm{f(Mn)}$ for packed beds and for straight channels form two separate groups (Fig. 4). All the curves are approximated by the dependence $\tau^* = C \cdot \mathrm{Mn}^{-n}$. Experimental values of coefficients C and n are presented in Table 1. Slopes n of each curve are close to the unity, that corresponds to Bingham behavior.

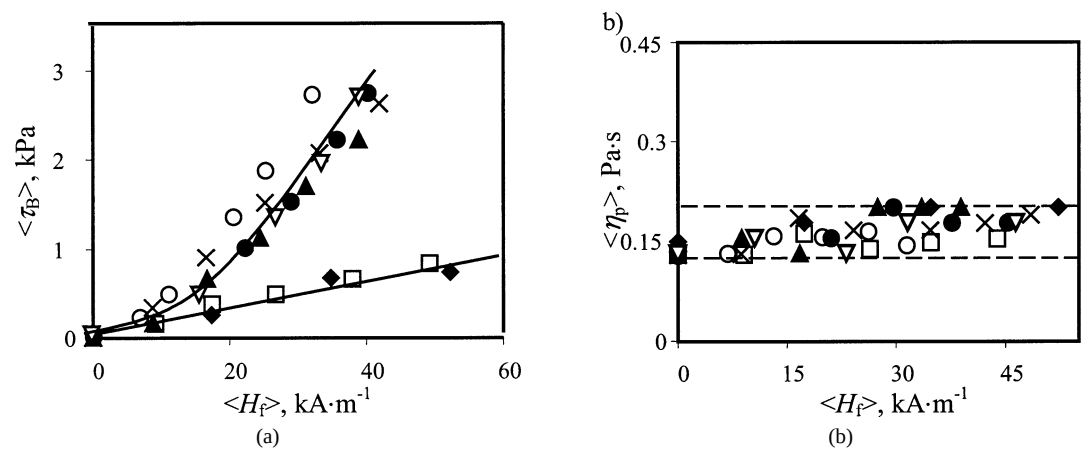


Fig. 3. Dependencies of the mean Bingham yield stress (a) and the mean plastic viscosity (b) on the magnitude of the internal magnetic field $\langle H_{\mathrm{f}}\rangle$ for different porous samples: bundle of cylinders, ∅ mm: ♦ 2, □ 1; bed of non-magnetic spheres ∅ mm: ▲ 1.4, × 0.9; bed of magnetic spheres ∅ mm: ● 2, ▽ 1; bed of cylindrical particles ○ ∅1 × 5 mm.

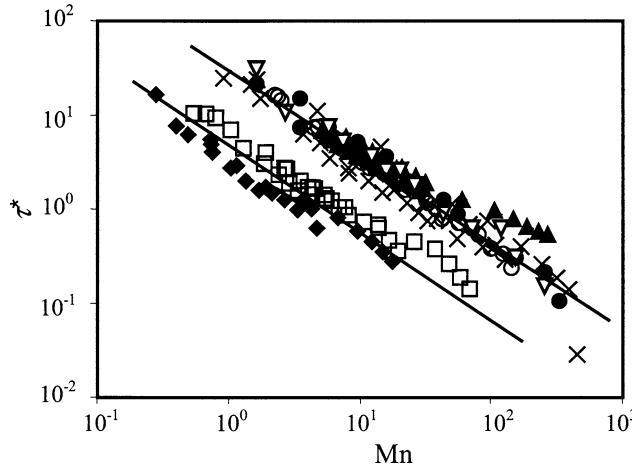


Fig. 4. Normalized stress versus Mason number in porous media (Notations are the same as in Fig. 3.)

4. Theory

The average yield stress $\langle\tau_B\rangle$ has been obtained from the experiments, through a fit of Eq. (6), as a function of magnetic field intensity and porous media characteristics. Now we are going to see how we can predict this average yield stress.

4.1. Magnetic field $\langle H_f\rangle$ inside the MR fluid

First, we need to average the magnetic field in the volume of a porous medium filled with MR fluid. We are in the case where the dimension of pores is much smaller than the one of the whole porous sample, but much larger than the diameter of MR fluid magnetic particles. Thus, at scale of pore dimension, MR fluid can be considered as an homogeneously magnetized medium. The porous medium is therefore a two-phase disperse system containing liquid phase (MR fluid with relative magnetic permeability μ_f) and solid phase (particles making the porous bed with permeability μ_s).

While averaging, we use three mean values of the magnetic field intensity, namely, the field $\langle\mathbf{H}\rangle$ averaged over the whole volume V of the porous medium, the field $\langle\mathbf{H}_f\rangle$ in the liquid phase averaged over the volume V_f of the liquid phase and the field $\langle\mathbf{H}_s\rangle$ in the solid phase averaged over the volume V_s of the solid phase. These values are connected with each other through the following relationship

$$\langle\mathbf{H}\rangle = \varepsilon\langle\mathbf{H}_f\rangle + (1-\varepsilon)\langle\mathbf{H}_s\rangle. \tag{7}$$

According to [6], the magnetic field $\langle\mathbf{H}\rangle$ in a porous medium is determined in the same way as for a continuous medium, i.e., using Maxwell equations. In the general case of a porous sample of arbitrary shape subjected to uniform external field $\mathbf{H}_0$, the field $\langle\mathbf{H}\rangle$ is non-uniform at the scale of sample dimension. But it is assumed to be uniform at the scale of a pore. If the porous sample has a regular shape, in our case a cylindrical column, the magnetic field $\langle\mathbf{H}\rangle$ can be considered as uniform, and is related to the external uniform field $\mathbf{H}_0$ through the tensor $\mathbf{N}^p$ of demagnetization factors of the porous sample [7]:

$$\langle\mathbf{H}\rangle + \big(\langle\mu\rangle - 1\big)\mathbf{N}^p\cdot\langle\mathbf{H}\rangle = \mathbf{H}_0, \tag{8}$$

where $\langle\mu\rangle$ is the effective relative magnetic permeability of the porous bed. For composite isotropic materials, the effective magnetic permeability is $\langle\mu\rangle = \langle\mathbf{B}\rangle/\langle\mathbf{H}\rangle$ by definition [7]. So, to calculate $\langle\mu\rangle$, we have to average the magnetic field induction $\mathbf{B}$ over the volume V of the porous sample. Following Landau–Lifchitz [7], we use the identical relation $\langle\mathbf{B}\rangle - \mu_f\langle\mathbf{H}\rangle \equiv \frac{1}{V}\int_V(\mathbf{B}-\mu_f\mathbf{H})\,dV$. The integral is calculated separately over the volumes V_s and V_f of solid and liquid phases

$$\frac{1}{V}\int_V(\mathbf{B}-\mu_f\mathbf{H})\,dV = \frac{1}{V}\int_{V_f}(\mathbf{B}-\mu_f\mathbf{H})\,dV + \frac{1}{V}\int_{V_s}(\mathbf{B}-\mu_f\mathbf{H})\,dV$$

with $\mathbf{B}=\mu_f\mathbf{H}$ in the liquid phase and $\mathbf{B}=\mu_s\mathbf{H}$ in solid phase. We suppose that the permeabilities μ_f and μ_s are field independent. So, the integral over the volume V_f is zero and the one over V_s gives

$$\frac{1}{V}\int_{V_s}(\mathbf{B}-\mu_f\mathbf{H})\,dV = (\mu_s-\mu_f)\frac{1}{V}\int_{V_s}\mathbf{H}\,dV.$$

Since $\langle \mathbf{H}_s \rangle = \frac{1}{V_s} \int_{V_s} \mathbf{H}\, dV$ and $V_s/V = 1 - \varepsilon$, we obtain the following relations for $\langle \mathbf{B} \rangle$ and $\langle \mu \rangle$ respectively:

$$\langle \mathbf{B} \rangle = \mu_f \langle \mathbf{H} \rangle + (\mu_s - \mu_f)(1 - \varepsilon)\langle \mathbf{H}_s \rangle, \tag{9}$$

$$\langle \mu \rangle = \mu_f + (1 - \varepsilon)(\mu_s - \mu_f) \cdot \langle H_s \rangle / \langle H \rangle. \tag{10}$$

In the last expression we have replaced vectors $\langle \mathbf{H} \rangle$ and $\langle \mathbf{H}_s \rangle$ by scalars because $\langle \mu \rangle$ does not depend on magnetic field orientation in an isotropic medium.

Now we have two equations (7) and (10) to express the unknown quantities $\langle \mathbf{H}_s \rangle$, $\langle \mathbf{H}_f \rangle$ as functions of $\langle \mathbf{H} \rangle$. For linear magnetic materials (MR fluid and particles of porous bed), we obtain:

$$\langle \mathbf{H}_s \rangle = \frac{\langle \mu \rangle - \mu_f}{(1 - \varepsilon)(\mu_s - \mu_f)} \cdot \langle \mathbf{H} \rangle, \tag{11}$$

$$\langle \mathbf{H}_f \rangle = \frac{\mu_s - \langle \mu \rangle}{\varepsilon(\mu_s - \mu_f)} \cdot \langle \mathbf{H} \rangle. \tag{12}$$

The last step of the magnetic field calculation is the derivation of the effective magnetic permeability $\langle \mu \rangle$, which intervenes into Eqs. (8), (11), (12). There is a large amount of mean field theories (see [8,9]) for calculating the dielectric or magnetic constants of composite materials. We have to keep in mind that these mean field theories are not adapted for densely packed magnetic beds. They do not take into account the contacts of magnetic grains and closure of magnetic field lines on grains. Only numerical simulations are able to give accurate results. When magnetic properties of the different phases do not differ much, the effect of contacts between grains is not very important and, in practice, all the theories give a good agreement with simulation results [9] when $\mu_s/\mu_f < 4{-}5$. So, for non-magnetic porous beds used in our experiments, we shall use Maxwell–Garnett theory. This theory considers spherical grains dispersed randomly in a carrier medium and subjected to a local field, called Lorentz field [8]. Such representation of a porous medium seems to well represent the real situation of densely packed beds. For a bed of spherical grains it gives the following results for the effective permeability [8]:

$$\langle \mu \rangle = \frac{\mu_f(1 + 2(1 - \varepsilon)\beta)}{1 - (1 - \varepsilon)\beta}, \tag{13}$$

with $\beta = (\mu_s - \mu_f)/(\mu_s + 2\mu_f)$.

Inserting Eq. (13) into Eq. (12) reads:

$$\langle \mathbf{H}_f \rangle = \frac{1}{1 - (1 - \varepsilon)\beta} \cdot \langle \mathbf{H} \rangle, \tag{14}$$

Eq. (13) can be easily extended to the case of non-spherical grains. Since the majority of granular particles can be approximated by a triaxial ellipsoid, we have calculated $\langle \mu \rangle$ for a packed bed of ellipsoidal grains (see Appendix for details of derivation):

$$\langle \mu \rangle = \mu_f \cdot \left[1 + (1 - \varepsilon) \sum_{i=1}^{3} (1 - N_i)\beta_i \right] \Big/ \left[1 - (1 - \varepsilon) \sum_{i=1}^{3} N_i \beta_i \right], \tag{15}$$

where N_i $(i = 1, 2, 3)$ are demagnetization factors of an ellipsoid along its main axes, and $\beta_i = (1/3) \cdot (\mu_s - \mu_f)/(\mu_f + N_i(\mu_s - \mu_f))$.

For a bed of spherical grains, $N_i = 1/3$ $(i = 1, 2, 3)$, and Eq. (15) reduces to Eq. (13). For non-magnetic cylindrical particles (of length-to-diameter ratio l/d) used in experiments, we calculate demagnetization factors as for an ellipsoid of revolution with the same major-to-minor semi-axis ratio l/d. Values of N_i are given by formulas [7]: $N_1 = [(1 - e^2)/e^3][\operatorname{atanh}(e) - e]$ for $l/d > 1$, $N_1 = [(1 + e^2)/e^3](e - \operatorname{atan}(e))$ for $l/d < 1$, $N_2 = N_3 = (1 - N_1)/2$ with $e = |1 - 1/(l/d)^2|^{1/2}$ being the eccentricity of an ellipsoid.

For high ratios μ_s/μ_f most of the mean field theories fail but some of them give an unexpectedly good correspondence with the numerical result. For instance, Looyenga theory gives a very simple analytical expression for spherical particles with $\mu_p/\mu_f < 100$ [10]:

$$\langle \mu \rangle = \left[\varepsilon \mu_f^{1/3} + (1 - \varepsilon)\mu_s^{1/3} \right]^3. \tag{16}$$

Analyzing Eqs. (16) and (12), one can conclude that, if the solid phase has higher magnetic permeability than the liquid phase ($\mu_s > \mu_f$ case of MR fluid in a magnetic porous matrix), then the mean field $\langle H_f \rangle$ in the liquid phase exceeds the mean one $\langle H \rangle$. On the contrary, in non-magnetic matrix ($\mu_s < \mu_f$) the mean field $\langle H_f \rangle$ is always lower than $\langle H \rangle$. It supports our previous hypothesis (see Section 3) that the field $\langle H_f \rangle$ in magnetic porous bed exceeds the one in non-magnetic bed for the same external field H_0.

We shall use the formula (16) for calculation of magnetic fields in a packed bed of magnetic spheres, that we have used in experiment. Despite the simplicity of the result (16), its extension to the case of ellipsoidal grains seems to be quite difficult. Furthermore, we are not sure that this modification will give a correct result for such high ratios μ_s/μ_f. Thus, we restrict ourselves only to theoretical consideration of magnetic grains of spherical shape.

While calculating mean fields in beds of spherical magnetic grains, we take into account the magnetization law (1) of bulk steel. Since grains are packed inside a long cylindrical column subject to a longitudinal external field $\mathbf{H}_0$, demagnetization effect of the column is absent, so $\langle \mathbf{H} \rangle = \mathbf{H}_0$. First, as Eq. (1) applies to the solid phase we use the mean field $\langle H_s \rangle$ into Eq. (1) for obtaining $\mu_s(\langle H_s \rangle)$. Then we substitute the function $\mu_s(\langle H_s \rangle)$ into Eqs. (16) and (11) for $\langle \mu \rangle$ and $\langle \mathbf{H}_s \rangle$ respectively. Eq. (11) becomes therefore a transcendental equation for $\langle H_s \rangle$ that we solve numerically. So, for a given value $\langle H_s \rangle$ we obtain the corresponding value of $\mu_s(\langle H_s \rangle)$. Finally, substituting the result for $\mu_s(\langle H_s \rangle)$ into Eqs. (16) and (12), we obtain numerical results for $\langle \mu \rangle$ and $\langle \mathbf{H}_f \rangle$ respectively, versus the field $\langle H \rangle = H_0$.

The most important value obtained from this calculation is the factor $f_d = \langle H_f \rangle / H_0$ for each porous sample that is given in Table 1. For magnetic beds this factor is calculated for the external field $H_0 = 20\ \mathrm{kA \cdot m^{-1}}$.

4.2. Yield stress and pressure gradient

Let us consider the model of tortuous channels represented in Fig. 5. Magnetic field is assumed to be uniform inside the MR fluid and equal to the mean field $\langle \mathbf{H}_f \rangle$ in the liquid phase. For the sake of completeness, we shall study the general case where the direction of mean field $\langle \mathbf{H}_f \rangle$ (as well as of $\langle \mathbf{H} \rangle$) makes an angle $0 \leqslant \alpha \leqslant \pi$ with the mean flow direction (superficial velocity $\mathbf{v}_0$). Channels have all the same radius equal to the equivalent radius R_e of pores. One given channel can be represented by a broken line consisting of a large number, m, of rectilinear segments having the same length h. Segments are randomly oriented in space and their orientation is defined by the angles θ and ϕ with θ the angle between the velocity $\mathbf{v}_0$ and a segment of the channel, and ϕ the polar angle in the plane perpendicular to $\mathbf{v}_0$. The reference axis for ϕ is the magnetic field component $\langle \mathbf{H}_f \rangle_\perp$ normal to the velocity $\mathbf{v}_0$ (cf. Fig. 5(b)).

In isotropic medium any channel orientation is equivalent with respect to the polar angle ϕ and is described by the only frequency distribution function $\mathrm{f}(\theta)$. In order to determine this function, we take into account the following considerations.

1. Since the primary direction of the flow corresponds to the angle $\theta = 0$, and the less probable direction does to $\theta = \pi$, the frequency distribution function $\mathrm{f}(\theta)$ should take maximal and minimal values in points $\theta = 0$ and $\theta = \pi$ correspondingly.

2. For porous media formed by straight channels the only direction of the flow is $\theta = 0$, so the frequency distribution function should take the form

$$\mathrm{f}(\theta) = \begin{cases} \infty, & \theta = 0, \\ 0, & \theta \neq 0. \end{cases}$$

3. In a porous medium with infinite tortuosity, each direction of local flow has equal probability, so the function $\mathrm{f}(\theta)$ should be uniform:

$$\mathrm{f}(\theta) = \begin{cases} 1/2, & \theta \in [0, \pi], \\ 0, & \theta \notin [0, \pi]. \end{cases}$$

4. The number of unknown parameters of the function $\mathrm{f}(\theta)$ is two (λ_1 and λ_2). They are determined from the normalization condition and the expression for channel tortuosity. According to the model of tortuous channels, tortuosity is defined as

$$\xi = \frac{mh}{h \sum_{i=1}^{m} \cos(\theta_i)} = \frac{1}{\langle \cos(\theta) \rangle}. \tag{17}$$

Therefore the equations for determinig the parameters λ_1 and λ_2 takes the form:

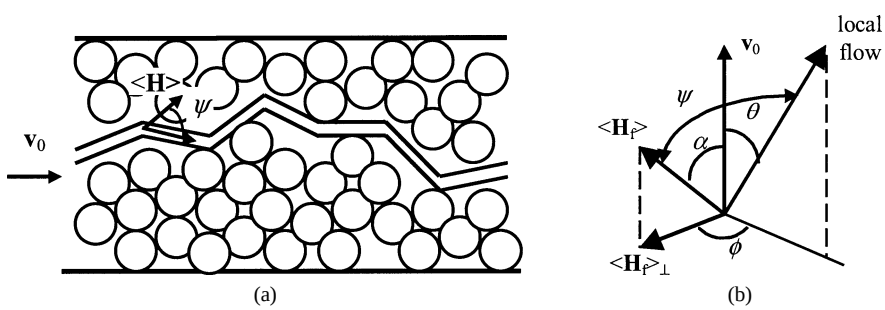


Fig. 5. (a) Model of a porous medium; (b) Sketch of the angle ψ between local flow and field in the MR fluid.

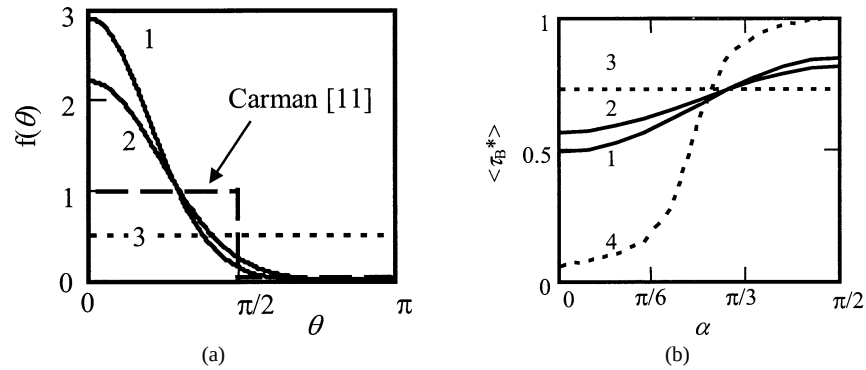


Fig. 6. (a) The distribution function $f(\theta)$ of channel orientations; (b) Dependence of the mean reduced yield stress of a MR fluid in porous media on the magnetic field orientation angle, α, relative to the mean flow direction. 1 – bed of spheres: $\xi = 1.44$, 2 – bed of cylinders: $\xi = 1.63$, 3 – channels of infinite tortuosity: $\xi \to \infty$, 4 – straight channels: $\xi = 1$.

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(0)\sin(\theta)\,d\theta = 1, \tag{18}$$

$$\frac{1}{\int_0^{\pi} f(\theta)\cos(\theta)\sin(\theta)\,d\theta} = \xi. \tag{19}$$

In a classical work [11] the author postulates that all directions of local flows corresponding to $\theta \leqslant \pi/2$ in a packed bed of spheres are equal and that reverse flows ($\theta > \pi/2$) do not occur. Thus, the distribution function is

$$f(\theta) = \begin{cases} 1, & \theta \in [0, \pi/2], \\ 0, & \theta \notin [0, \pi/2]. \end{cases}$$

He calculates tortuosity using mean angle $\langle\theta\rangle = \pi/4$ between streamlines of local flows and mean flow: $\xi = 1/\cos\langle\theta\rangle = \sqrt{2}$. This result is in an excellent agreement with experiments, although the correct expression Eq. (17) for tortuosity gives $\xi = 2$.

We choose a Gauss like function $f(\theta)$, that keeps some resemblance with the shape of the step-function proposed in [11] (the curve marked 'Carman' in Fig. 6(a)) and satisfies all the requirements specified above:

$$f(\theta) = \begin{cases} 0, & \theta \notin [0, \pi], \\ \lambda_1 \exp(-\lambda_2 \theta^2), & \theta \in [0, \pi]. \end{cases} \tag{20}$$

The distribution function $f(\theta)$ is shown in Fig. 6(a). The peak value $f(0)$ is higher for the bed of spheres ($\xi = 1.44$, curve 1) compared to the bed of cylindrical grains ($\xi = 1.63$, curve 2). The probability of reverse local flows ($\theta > \pi/2$) is almost zero for both beds. The higher tortuosity, the closer is the distribution function to the uniform one $f(\theta) = 1/2$ applied to a porous medium of infinite tortuosity (curve 3).

As local values of τ_B and η_p on a given segment of a channel, we take those obtained experimentally for a long cylindrical channel [5]. Therefore τ_B and η_p are functions of the value and orientation ψ of the field $\langle \mathbf{H}_f \rangle$, where ψ is the angle between the channel axis line and magnetic field lines (cf. Fig. 5(b)). It can be expressed through known values θ, ϕ, α, if we consider the scalar production of two unite vectors $\mathbf{i}_C$ and $\mathbf{i}_H$ in the direction of the local flow and of the field correspondingly (Fig. 5(b)). The coordinates of these vectors are $(\sin(\theta)\cos(\phi),\ \sin(\theta)\sin(\phi),\ \cos(\theta))$ and $(\sin(\alpha),\ 0,\ \cos(\alpha))$, the angle between them is ψ. So, for $\cos(\psi)$ we obtain:

$$\cos(\psi) = \sin(\theta)\cos(\phi)\sin(\alpha) + \cos(\theta)\cos(\alpha). \tag{21}$$

The empirical dependence of the yield stress τ_B on the field $\langle H_f \rangle$ and angle ψ takes the form [5]:

$$\tau_B = \tau_{B0}\big(\langle H_f \rangle\big) \cdot \tau_B^*(\psi), \tag{22}$$

$$\tau_B^* = \begin{cases} q(\psi), & 0 \leqslant \psi \leqslant \dfrac{\pi}{2}, \\ q(\pi - \psi), & \dfrac{\pi}{2} < \psi \leqslant \pi, \end{cases} \qquad q(\psi) = 0.3353\,\mathrm{acot}\left[7.594\left(\frac{\pi}{2} - \psi\right) - 6.263\right]. \tag{23}$$

Here, the reduced yield stress $\tau_B^* = \tau_B/\tau_{B0}$ is the ratio of the yield stress for the given field orientation to that τ_{B0} for the transverse field ($\psi = \pi/2$). The empirical dependence $\tau_{B0}(\langle H_f \rangle)$ is given by Eq. (2). The symmetry of the function $\tau_B^*(\psi)$

relatively to $\psi = \pi/2$ corresponds to the equivalency of ψ and $\pi - \psi$ for the magnetic field orientation with respect to the velocity $\mathbf{v}_0$. There is no obvious dependence of the plastic viscosity on the magnitude and orientation of the field. In both experiments with single channel [5] and porous media (Section 3 of the present paper) η_p (or $\langle\eta_p\rangle$) does not varies significantly with the orientation of the magnetic field. Thus, we assume that η_p is constant over the whole volume V_f of MR fluid in a porous medium and equal to its value in the absence of the field.

The yield stress τ_B is averaged over the random orientation of a tortuous channel, i.e., over the solid angle 4π:

$$\langle\tau_B\rangle = \tau_{B0} \cdot \langle\tau_B^*\rangle, \tag{24}$$

$$\langle\tau_B^*\rangle = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} f(\theta)\tau_B^*(\psi)\sin(\theta)\,d\theta\,d\phi. \tag{25}$$

The angle ψ is given by Eq. (21) and $\tau_B(\psi)$ by Eqs. (22), (23).

To demonstrate the orientation effect of the external magnetic field or, rather, the field $\langle\mathbf{H}\rangle$, on MR fluid flow in a porous medium, we plot the dependence of the mean yield stress $\langle\tau_B^*\rangle$ on the angle α between the field $\langle\mathbf{H}\rangle$ and the velocity $\mathbf{v}_0$ (Fig. 6(b)). The value of unity corresponds to straight channel in a perpendicular field. In this case, where the tortuosity is unity, the dependence on α is shown by the dotted curve (curve 4). When the tortuosity increases, the different orientations of the channels characterized by $f(\theta)$ contribute to smooth the angular dependence of the yield stress; nevertheless, there is still a factor of about 1.5 for the bed of cylinders (curve 2 with $\xi = 1.63$) between aligned field ($\alpha = 0$) and perpendicular field ($\alpha = \pi/2$). The absence of dependence is obtained for infinite tortuosity (curve 3) but with a value of 0.73 instead of unity for straight channels in perpendicular field. The case of a bed of spheres (curve 1) is quite close to the one of long cylinders.

For the external field longitudinal to the flow, as in our experiment, we have $\alpha = 0$, so $\psi = \theta$, and the expression (25) reduces to

$$\langle\tau_B^*\rangle = \int_0^{\pi} f(\theta)\tau_B^*(\theta)\sin(\theta)\,d\theta. \tag{26}$$

In a general way we can conclude that the higher the tortuosity of a porous medium, the narrower the range of mean yield stress variation.

To calculate the pressure gradient, we should substitute the mean yield stress given by Eqs. (24), (25) into Eq. (6). In order to obtain $\Delta P/L$ as a function of the external magnetic field H_0, we should express the field H_f intervening in τ_{B0}: $\tau_{B0} = 10\mu_0 H_f^2 = 10\mu_0 f_d^2 H_0^2$. The calculation of factor $f_d = \langle H_f\rangle/H_0$ has been described in Section 4.1. For long columns of porous beds subjected to the longitudinal field, $\langle H\rangle = H_0$, f_d is determined either with Eqs. (12), (15) for non-magnetic grains or with Eqs. (12), (16) for magnetic ones. For the bundle of long cylinders $f_d = 1$. Finally, we obtain the following formula for the mean yield pressure gradient $(\Delta P/L)_{v=0}$:

$$\left(\frac{\Delta P}{L}\right)_{v=0} = \frac{16\xi}{3\pi R_e} \cdot 10\mu_0 f_d^2 H_0^2 \cdot \langle\tau_B^*\rangle. \tag{27}$$

We have compared in Fig. 7 the experimental values of $(\Delta P/L)_{v=0}$ to the theoretical predictions given by Eq. (27). The theory, represented by the solid curve, is quite close to the experimental results. The slight difference for cylinders could come

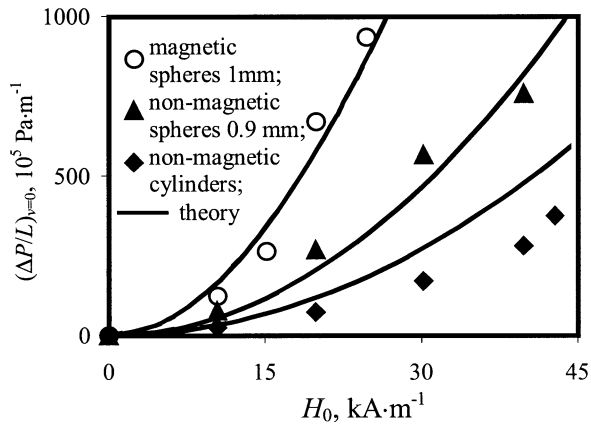


Fig. 7. Dependence of the yield pressure gradient in different porous beds on the external magnetic field H_0; comparison theory-experiment.

from the channel distribution function f(θ) that, for cylinders, likely underpredicts the number of channels aligned with the main axis of flow.

5. Conclusions

We have given new experimental results concerning the flow of a MR fluid through different kinds of porous media. A model aiming to predict the pressure drop versus magnetic field in porous media has been presented, that well reproduces our experimental results. This model emphasizes the role of tortuosity on the increase of pressure drop, through the dependence of yield stress on the angle between field and flow. It also shows that a packed bed of magnetic grains gives a much higher pressure drop than a bed of non-magnetic grains. Using this model we are able to compare the efficiency of various kinds of porous beds and spiral channels for the control of pressure drop with a MR fluid. This will be the subject of a future work.

Acknowledgements

This work is supported by the European association INTAS and the Belarussian Foundation of Fundamental Researches. We are very grateful to A. Audoly and J. Blanchard for fabrication and maintenance of the experimental equipment and to C. Laye for MR fluid preparation.

Appendix A. Calculation of the effective magnetic permeability of a packed bed of ellipsoidal grains

In order to determine $\langle\mu\rangle$ we need to know the mean field $\langle H_s\rangle$ in the solid phase (see Eq. (10)). First we calculate the magnetic field $\mathbf{H}_s$ inside an arbitrary ellipsoidal grain. According to Maxwell Garnett, each grain is immersed into a medium with permeability μ_f and an external field $\mathbf{H}^L$ called the Lorenz field [8]. Thus, the field $\mathbf{H}_s$ inside a grain is determined by the following expression:

$$\mu_f\mathbf{H}_s + (\mu_s - \mu_f)\mathbf{N}\cdot\mathbf{H}_s = \mu_f\mathbf{H}^L, \tag{A.1}$$

where $\mathbf{N}$ is the tensor of demagnetization factors of an ellipsoidal grain. The Lorenz field for spherical particles is given by the formula [8] $\mathbf{H}^L = (2\mu_f + \langle\mu\rangle)\langle\mathbf{H}\rangle/(3\mu_f)$, that can be extended to the general case of ellipsoidal particles:

$$\mathbf{H}^L = \left(\frac{1}{\mu_f}\right)\cdot\left[\mu_f\langle\mathbf{H}\rangle + \left(\langle\mu\rangle - \mu_f\right)\mathbf{N}\cdot\langle\mathbf{H}\rangle\right]. \tag{A.2}$$

We choose a Cartesian coordinate system (x, y, z) in such a way that the axis z coincides with the direction of the magnetic field $\langle\mathbf{H}\rangle$. The second Cartesian coordinate system (x', y', z') is adjusted to the axes of an ellipsoidal grain. The system (x', y', z') is formed from the original one (x, y, z) by rotation of an angle θ about the axis y followed by a rotation of angle ϕ around axis z'. The rotation matrix of these transformations takes the form [12]:

$$\boldsymbol{\Omega} = \begin{pmatrix} \cos(\theta)\cos(\phi) & -\sin(\phi) & \sin(\theta)\cos(\phi) \\ \cos(\theta)\sin(\phi) & \cos(\phi) & \sin(\theta)\sin(\phi) \\ -\sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{pmatrix}. \tag{A.3}$$

Projections of the magnetic field $\langle\mathbf{H}\rangle$ on coordinate axes x', y' and z' of a grain are determined from the following matrix relation: $\langle\mathbf{H}'\rangle = \boldsymbol{\Omega}\cdot\langle\mathbf{H}\rangle$. Hereinafter all vector and scalar magnitudes considered in the coordinate system (x', y', z') are denoted by a stroke. Projections of the magnetic field $\mathbf{H}_s$ on axes x', y' and z' are calculated from Eqs. (A.1), (A.2):

$$H'_{si} = a_i\cdot\langle H'\rangle_i, \tag{A.4}$$

with $a_i = [\mu_f + N_i(\langle\mu\rangle - \mu_f)]/[\mu_f + N_i(\mu_s - \mu_f)]$ and N_i $(i = 1, 2, 3)$ being demagnetization factors of an ellipsoidal particle in directions of particle axes.

Components $(H'_s)_i$ of the field $\mathbf{H}'_s$ are transformed into the original coordinate system (x, y, z) using the following relation: $\mathbf{H}_s = \boldsymbol{\Omega}^{-1}\cdot\mathbf{H}'_s$. So, we obtain the following expressions for the components of the field $\mathbf{H}_s$ inside a grain:

$$\begin{aligned} H_{sx} &= \left[a_1\cos(\theta)\sin(\theta)\cos^2(\phi) + a_2\cos(\theta)\sin(\theta)\sin^2(\phi) - a_3\cos(\theta)\sin(\theta)\right]\cdot\langle H\rangle, \\ H_{sy} &= \left[-a_1\sin(\theta)\sin(\phi)\cos(\phi) + a_2\sin(\theta)\sin(\phi)\cos(\phi)\right]\cdot\langle H\rangle, \\ H_{sz} &= \left[a_1\sin^2(\theta)\cos^2(\phi) + a_2\sin^2(\theta)\sin^2(\phi) + a_3\cos^2(\theta)\right]\cdot\langle H\rangle. \end{aligned} \tag{A.5}$$

Now we perform the averaging of components H_{si} over the solid angle 4π using the following relation: $\langle H_{si}\rangle = \frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi} \mathrm{d}\phi \int_0^{\pi} H_{si}\sin(\theta)\,\mathrm{d}\theta$. As expected, we obtain zero x- and y-components of $\langle \mathbf{H}_s\rangle$ and non-zero z-component. The final result for the mean field $\langle \mathbf{H}_s\rangle$ is:

$$\langle \mathbf{H}_s\rangle = \left[\frac{a_1 + a_2 + a_3}{3}\right] \cdot \langle \mathbf{H}\rangle = \langle a\rangle \cdot \langle \mathbf{H}\rangle. \tag{A.6}$$

Note that the relation [8] $\langle \mathbf{m}\rangle = \langle \alpha\rangle \cdot \mathbf{E}$ between the mean dipole moment $\langle \mathbf{m}\rangle$ of randomly oriented ellipsoidal particle and the external electric field $\mathbf{E}$ is similar to (A.6), i.e., the proportionality factor (polarizability α) is the arithmetic mean of its values for the main axes of the ellipsoid. Substituting $\langle \mathbf{H}_s\rangle$ from Eq. (A.6) into Eq. (10), we obtain a linear equation on $\langle \mu\rangle$ that we can solve (see Eq. (15)).

References

[1] Z.P. Shulman, W.I. Kordonsky, Magnetorheological Effect, Nauka i Tehnika, Minsk, 1982 (in Russian).
[2] Magnetic Fluids and Applications Handbook, B. Berkovski, V. Bashtovoi (Eds.), Begell House, New York, 1991.
[3] T.G. Savins, Nonlinear flow in porous media, Ind. Eng. Chem. 61 (1969) 18–47.
[4] N.-E. Sabiri, J. Comiti, Pressure drop in non-Newtonian purely viscous fluid flow through porous media, Chem. Engrg. Sci. 50 (1995) 1193–1201.
[5] P. Kuzhir, G. Bossis, V. Bashtovoi, O. Volkova, Effect of the orientation of the magnetic field on the flow of magnetorheological fluid. II. Cylindrical channel, submitted.
[6] N.G. Taktarov, Magnetizable fluid flow in porous media, Magmit. Gidrodinamika 16 (1980) 38–42.
[7] L.D. Landau, E.M. Lifchitz, Electrodynamics of Continuous Media, Nauka, Moscow, 1982 (in Russian).
[8] S. Berthier, Optique des milieux composites, Polytechnica, Paris, 1993.
[9] J. Widjajakusuma, B. Biswal, R. Hilter, Quantitative comparison of mean field mixing laws for conductivity and dielectric constants of porous media, Physica A 318 (2003) 319–333.
[10] H. Looyenga, Dielectric constants of heterogeneous mixtures, Physica 31 (1965) 401–406.
[11] P.C. Carman, Flow of Gases Through Porous Media, Butterworth, London, 1956.
[12] G.A. Korn, T.M. Korn, Mathematical Handbook for Scientists and Engineers, McGraw-Hill, New York, 1961.

CHAPITRE 5. ECOULEMENT DE FLUIDE MAGNETORHEOLOGIQUE DANS DES CAPILLAIRES SOUS UN CHAMP NON HOMOGENE

Dans ce chapitre on considère un écoulement non stationnaire dans un capillaire cylindrique d'une suspension de particules non-magnétiques dans du ferrofluide. Ce sujet est lié à une application potentielle concernant le blocage local du flux sanguin dans des vaisseaux capillaires. Ci-dessous est exposé le principe du blocage de l'écoulement capillaire d'un fluide MR. On considère un fluide MR (constitué de particules non magnétiques dans un ferrofluide) qui s'écoule à travers un capillaire cylindrique sous un gradient de pression et un débit constant. A un certain moment on applique un champ magnétique non homogène quelque part dans le capillaire en posant, par exemple, deux aimants permanents au-dessus et au-dessous du capillaire. Une force magnétique répulsive commence à agir sur les particules non magnétiques du fluide MR. Elles constituent des «trous» non magnétiques entourés d'un milieu magnétique (le ferrofluide) et sont donc repoussées du domaine où le champ est le plus fort. Si la force hydrodynamique qui entraîne les particules excède la force magnétique qui les repousse, les particules passeront au travers de la région où agit le champ magnétique. Cependant si on veut avoir le même débit qu'en l'absence de champ, il faudra augmenter la pression. Dans le cas contraire les particules s'arrêteront et bloqueront ainsi l'écoulement. La pression de blocage et le temps nécessaire pour bloquer l'écoulement sont très importants pour des application à l'embolie de vaisseaux sanguins. C'est pourquoi nous étudierons la statique et la dynamique de ce processus.

La pression d'embolie sera déterminée pour les trois cas suivants: une goutte de fluide MR, une longue colonne de fluide MR, l'arrêt de l'écoulement d'un fluide MR à travers le capillaire par application du champ. Dans le premier cas un volume de fluide MR est placé dans un capillaire entre deux aimants, tout le volume est situé dans le champ des aimants et nous appelons ce volume une goutte (Fig. 2.6a). On exerce la pression à l'un des bouts du capillaire et la goutte commence à se déplacer vers l'autre extrémité du capillaire. La goutte s'arrête à une certaine position, dans la région entre aimants, qui correspond à un équilibre de la force magnétique et de la force externe (pression exercée). Dès que la force externe devient plus grande que la force magnétique maximale correspondant au champ maximal, la goutte est chassée rapidement du capillaire. Ceci nous donne une valeur de la pression critique d'embolie.

Dans le deuxième cas le volume du fluide MR dans le capillaire est beaucoup plus long que la partie du capillaire où le champ est appliqué. Donc nous appelons ce volume une longue colonne. Par analogie avec le cas d'une goutte, on applique la pression à l'un des bouts du capillaire et on enregistre la pression pour laquelle l'écoulement commencera. Le mécanisme de blocage est différent de celui du premier cas pour la goutte. Deux bouchons composés de particules non magnétiques se forment dans le ferrofluide juste avant et juste après la partie du capillaire où le champ est maximal

(Fig.2.6b). Quand on exerce la pression les bouchons se déplacent un peu et s'arrêtent dans une position où la force magnétique équilibre la force externe. A la pression critique quand la force magnétique agissant sur le bouchon est maximale cet équilibre devient impossible, et le fluide MR commence à s'écouler à travers le capillaire. Notons que c'est le bouchons non magnétique qui n'entre pas dans le champ magnétique, tandis que dans le cas de goutte, c'est la goutte du ferrofluide qui ne veut pas quitter le champ.

Dans le troisième cas on considère le problème inverse: l'arrêt de l'écoulement après avoir appliqué le champ. Dans ce dernier cas nous étudierons également la dynamique de blocage de l'écoulement.

La dépendance de la pression d'embolie en fonction de la concentration de particules non magnétiques est présentée sur la figure Fig. 5.1. On voit que dans le cas de la goutte la pression critique prend des valeurs presque constantes quelle que soit la concentration de particules. Si la position de la goutte entre des aimants est stable, le maximum de champ est toujours situé entre les deux extrémités de la goutte. En effet on observe deux bouchons de particules non magnétiques aux deux extrémités de la goutte et la partie centrale de la goutte ne contient pas de particules (Fig. 2.6a). La différence entre les valeurs du champ magnétiques entre ces deux extrémités détermine la force magnétique qui tient la goutte. C'est important qu'il n'y ait pas d'écoulements internes (déplacements de particules non magnétiques par rapport au ferrofluide) dans la goutte située dans le capillaire, même à pression non nulle. Dans ce cas les «bouchons» représentent un milieux poreux immobile et la pression magnétostatique dans le ferrofluide remplissant ces «bouchons» ne dépend pas de leur concentration: $P=\mu_0\int M_f \mathrm{d}H$ avec M_f – l'aimantation du ferrofluide pur. Si le ferrofluide a son aimantation de saturation $M_\mathrm{f}^\mathrm{sat}$ dans le fort champ des aimants et si le champ ne varie que le long de l'axe du capillaire, la pressions magnétique équilibrant la pression externe devient égale à

$$\Delta P= \mu_0 M_\mathrm{f}^\mathrm{sat}(H_{\mathrm{f}2} - H_{\mathrm{f}1}). \qquad (5.1)$$

avec $H_{\mathrm{f}1}$ et $H_{\mathrm{f}2}$ – le champ aux deux extrémités de la goutte.

Dans le cas d'une longue colonne, la pression d'embolie ne dépend pas de concentration de particules sauf pour les concentrations très faibles (Fig. 5.1). Si la pression est appliquée mais le débit apparent est nul, le ferrofluide s'écoule au travers du bouchon qui se trouve en amont des aimants. Ce faible écoulement crée une grande force de friction. La pression critique peut être simplement estimée si on considère la balance entre la force externe est la force magnétique répulsive agissante sur le bouchon.

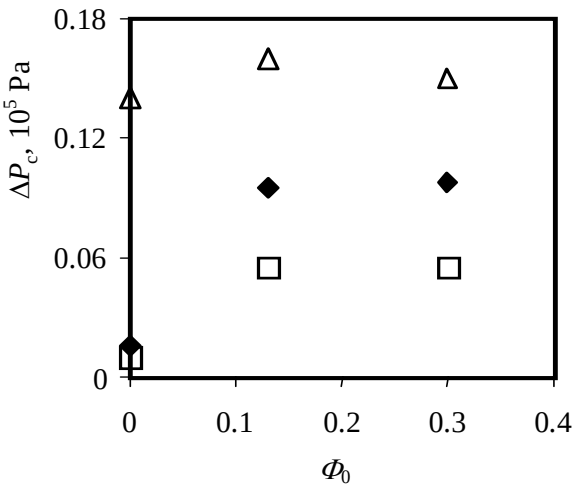


Fig. 5.1. Pression d'embolie en fonction de concentration de particules non magnétiques du fluide MR: triangles – goutte, losanges – longue colonne, carrés – arrêt de l'écoulement

En supposant à nouveau que le ferrofluide a l'aimantation de saturation M_f^{sat}, cette condition prendra la forme $\Delta P \cdot S = \mu_0 \Phi_s M_f^{sat}(H_{f2} - H_{f1}) \cdot S$ avec S – la section du capillaire et Φ_s – la concentration de particules non magnétiques dans le bouchon. Donc la pression critique sera égale à

$$\Delta P = \mu_0 \Phi_s M_f^{sat}(H_{f2} - H_{f1}), \qquad (5.2)$$

avec H_{f1} et H_{f2} – le champ dans les deux extrémités du bouchon.

Comme la concentration Φ_s de particules dans le bouchon ne doit pas dépendre de la concentration initiale Φ_0 de particules dans le fluide MR, la pression ΔP ne dépend pas, là aussi, de la concentration initiale du fluide MR. Cependant il doit y avoir une limite à très faible concentration au-dessous de laquelle la pression critique devient sensible à la concentration Φ_0. En effet, si $\Phi_0=0$, on a un ferrofluide pur dont la pression critique est un ordre de grandeur inférieur à celle pour le ferrofluide contenant des particules non magnétiques.

La pression critique nécessaire pour bloquer l'écoulement ($3^{ième}$ cas) ne dépend pas non plus de la concentration Φ_0 sauf aux concentrations faibles (Fig. 5.1).

Notons que les pressions critiques sont différentes dans les trois cas. La pression d'une goutte est la plus grande, la pression de blocage de l'écoulement est la moins grande. La différence entre les pressions critiques d'une goutte et d'une longue colonne est donnée par les formules (5.1), (5.2). Les expériences confirment que la pression critique d'une goutte excède celle d'une longue colonne d'un facteur $1/\Phi_s$. La différence entre pressions critiques de lancement de l'écoulement (longue colonne) et de blocage peut être expliquée si on considère la dynamique de blocage.

Dans les expériences nous gardions la pression constante. Dès qu'on applique le champ magnétique, le débit commence à diminuer jusqu'à une valeur stationnaire qui

peut être nulle ou non nulle. La pression appliquée est nécessaire pour vaincre la résistance visqueuse du fluide MR qui s'écoule à travers le capillaire et pour pousser les particules non magnétiques à travers le champ magnétique: $\Delta P=\Delta P_{visq} + \Delta P_m$. En augmentant le débit, la résistance hydraulique de l'écoulement augmente mais la force magnétique agissante sur les particules diminue car le profil de concentration devient plus homogène. Donc la vitesse du fluide MR a une valeur critique correspondante à une pression minimale au-dessous de laquelle l'écoulement s'arrête complètement. La pression ΔP_m à vitesse nulle est la pression critique nécessaire pour relancer l'écoulement bloqué. Maintenant on voit bien que cette pression est plus grande que la valeur minimale correspondante au blocage de l'écoulement. En fait il y a un hystérésis de l'état "lancement-arrêt" de l'écoulement qui s'accompagne de sauts de vitesse lors de petits changements de la pression. Cette hystérésis est présenté sur la courbe pression-débit (Fig. 5.2) et est assez bien reproduit par la théorie proposée.

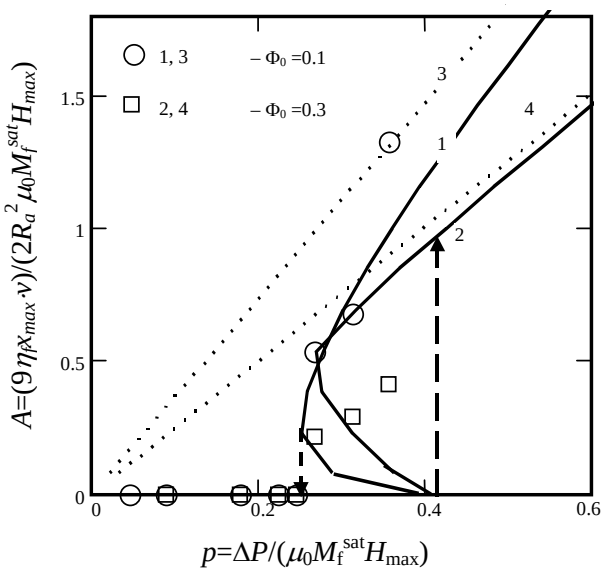


Fig. 5.2. Courbe pression-débit normalisée pour l'écoulement stationnaire en présence du champ magnétique (traits pleins: théorie; symboles creux: points expérimentaux) et pour l'écoulement de Poiseuille en absence de champ (droites pointillées); les flèches montrent le saut de vitesse pendant le lancement et l'arrêt de l'écoulement

Dans l'Annexe 5.1 nous donnons une description plus détaillée de ce problème, y compris les calculs théoriques.

ANNEXE 5.1

Capillary flow of a suspension of non-magnetic particles in a ferrofluid under highly non-uniform magnetic field

P. Kuzhir[1], G. Bossis[2], V. Bashtovoi[1], L. Vekas[3]

[1] Belarussian National Technical University, 65, F. Skaryna Ave., Minsk 220013, Belarus
E-mail: pavelkuzhir@rambler.ru

[2] Université de Nice-Sophia Antipolis, CNRS, U.M.R. 6622, UNSA, Parc Valrose 06108, Nice Cedex 2, France
E-mail: bossis@unice.fr

[3] Romanian Academy-Timisoara Branch, 24 Mihai Viteazul Bd., Timisoara, 1900 Romania
E-mail: vekas@flumag2.mec.utt.ro

Abstract

Problems of statics and dynamics of a ferrofluid suspension in a cylindrical capillary placed between two small strong permanent magnets are considered with regard to formation of a plug of non-magnetic particles. This plug appears due to magnetic forces acting upon non magnetic particles which tend to be extruded from the zone of high magnetic field. The critical pressure when the plug is destroyed is determined by the maximal magnetic force acting upon it and is proportional to particle concentration in the plug. This pressure is found to be independent of initial particle concentration in the suspension (except for zero concentration) but is about two times larger for the case of a seal (pressure is applied after the plug has been formed) than for flow blockage (the plug forms during the flow). An increase of the hydraulic resistance of a suspension flow is mainly due to friction of particles, which do not move with the flow in a non-uniform field. So, at supercritical pressures, as soon as the magnetic field is applied, the flow rate begins to decrease and finally takes some steady value. A model is built which explains these experimental observations.

On the contrary, if the suspension is entirely contained in the region of high field, it behaves as a drop of a pure ferrofluid; i.e. the formation of plugs near meniscus does not influence the critical pressure needed to push out the drop.

1. Introduction

Study of a magnetic fluid flow in highly non-uniform magnetic field is of great practical interest because of numerous technical and medical applications. The main feature of such a flow is that a non-uniform field causes non-uniform distribution of concentration of magnetic (or non-magnetic) particles in the fluid that will change its magnetic and rheological properties. For instance, redistribution of the magnetic phase concentration in magnetic fluid seals [1] and printers [2] is an undesirable effect. Also, in magnetic fluid separators, after a long period of work the diffusion of ferrofluid nanoparticles can also change the characteristics of the device [3]. This redistribution can be used to block the flow of blood in blood vessels which could be useful to kill tumor cells [4].

Hydrodynamics and heat and mass transfer in colloids and suspension of magnetic particles is studied in details in [5,6]. We are interested by an other kind of magnetic suspension made of micron-sized non-magnetic particles in a ferrofluid which can, for magnetic effects, mimic the presence of red cells in blood. Magnetorheology of such a system is investigated in [7,8]. Applications about non-magnetic particles' separation are considered in [9]. In this paper we study the capillary flow of such a suspension in highly non-uniform magnetic field. Namely, we consider statics of a suspension drop and long column in a cylindrical capillary as well as dynamics of the flow through a capillary.

The behavior of a pure ferrofluid drop in cylindrical channels placed in uniform and non-uniform fields have been studied in [10,11]. It has been found that a cylindrical configuration of a non-wetting ferrofluid drop becomes unstable at some critical uniform magnetic field transverse to a capillary, and that the drop transforms to a plane thin film parallel to the field. Such an instability, which, in fact, destroys a drop, should be taken into account in force transducers [11] and in processes of blood embolization [12]. The flow of pure ferrofluid through a capillary is also widely studied in relation with magnetoviscous effects and with the action of volume magnetic force (see, for example, [13]). A special feature of suspension of non-magnetic particles in a ferrofluid is the quite fast diffusion of micron-sized particles in non-uniform field, that can influence much the flow of a suspension right up to the flow blockage.

In our experiments, kinetics of a suspension flow blockage is studied. The critical pressure, at which a seal forms or destroys, is measured and a theoretical evaluation of this critical pressure is given.

2. Experiments

The experimental setup is shown in Figs. 1a,1b. A cylindrical capillary is placed between two cylindrical cobalt-samarium magnets in such a way that the capillary axis crosses at right angle the axis of magnets. Magnets have diameter 13 mm and height 15 mm. A special device allows to move quicly the magnets along their axes. Thus, distance between magnets can change from 30 cm to the minimal value 1.5 mm bounded by external diameter of the capillary.

Magnetic field induction inside and outside the gap between magnets is measured by Hall gauge. Results of measurements show that inside the gap the magnetic field component B_z parallel to the axis of magnets is much larger than the radial component B_r. The field B_z varies weakly along the width of the gap and strongly along the radial direction: $\partial B_z/\partial z >> \partial B_z/\partial r$. Dependence of the magnetic field induction on the radial coordinate r is presented in Fig. 1c. The maximum $(B_z)_{max}$=0.75 T of the field induction takes place on the magnets' axis. Outside the gap, the field B_z decreases from 0.2 T on the border r_b=6.5 mm of the gap to 5 mT at 10 mm from the border r_b. We obtained a good fit of the experimental distribution of magnetic field by the following function:

$$g(r) = B_z(r)/(B_z)_{max} = 1/(1+a\cdot(r/r_{max})^6)$$

with a=588 and r_{max}=16.5 mm being the point where the field is 5 mT. The solid line in Fig. 1c shows this curve.

As cylindrical capillaries, we used PYREX micro-sampling pipets (Corning Glass Works, USA) made of borosilicate glass. The length of tubes is L=127 mm, the volume is 10 ml, that corresponds to internal diameter d=0.32 mm.

The ferrofluid used is a colloidal suspension of magnetite particles in silicon oil 47V10. Ferrofluid is stabilized by oleic acid and stable against gravitational sedimentation during several years. Diameter of particles is about 8 nm and mass concentration about 25%. Physical properties are the following: density ρ_f=1250 kg/m^3, saturation magnetization M_f^{sat}=30 kA/m, initial relative magnetic permeability (permeability at low fields when the magnetization law is linear) μ_f^i=2.7. Magnetization curve is represented by the Frolisch-Kennelly approximation:

$$M_f(H)=(\mu_f^i-1)/(1+(\mu_f^i-1)H/M_f^{sat})\cdot H \qquad (1)$$

with H being the magnetic field intensity.

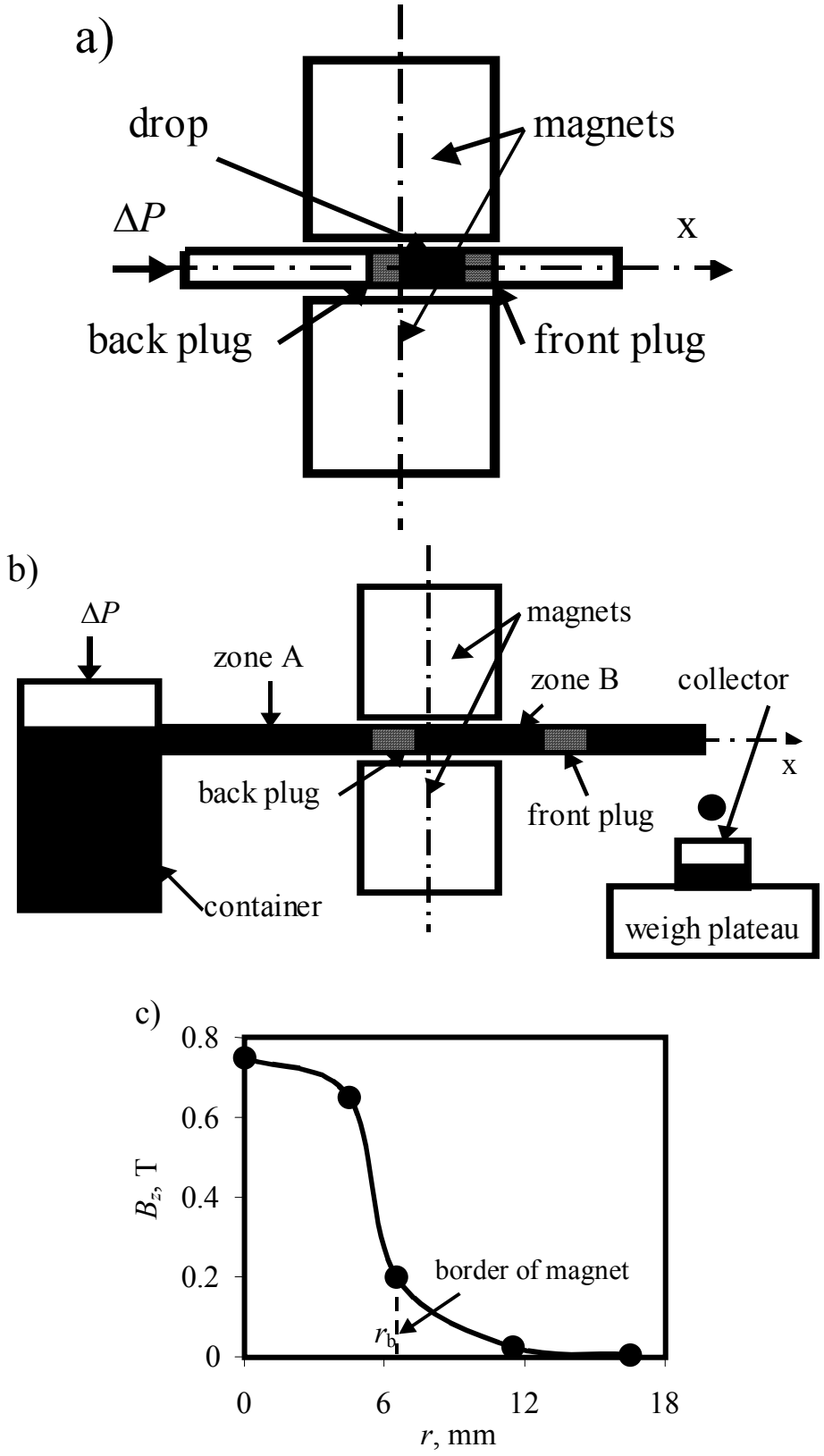


Fig.1. Experimental setups for investigation of statics of a suspension drop (a) and of statics and dynamics of a suspension filling the whole capillary (b). Distribution of z-component of the magnetic field induction produced by a pair of magnets is shown in figure (c).

Viscosity measurements of ferrofluid are performed in a cone-plate geometry of rotational stress-controlled rheometer Haake RS-150. Both in absence and in presence of the magnetic field (up to 30 kA/m) perpendicular to the shear flow, ferrofluid behaves as a Newtonian fluid with the field-independent viscosity η_f=0.015 Pa·s.

We used silica powder particles supplied by Lancaster of mean diameter D_p=1.5 μm as non-magnetic inclusions. The density of the particle material is ρ_s=2200 kg/m^3. Silica particle dispersion in ferrofluid is performed with the help of an ultrasound tip of capacity 20 W during 15 min. Suspensions of two volume concentrations of silica particles Φ_0=13 and 30% were made. The experiment is performed just after the preparation of a suspension.

When studying statics of a suspension drop, a drop of a given volume is placed into capillary (Fig. 1a). Ferrofluid wets well the capillary, so, the length of the drop is determined as the distance between wetting perimeters and is equal to 6 mm for all drops. Then we approach quickly the two magnets till they are in contact with the capillary in order to obtain the strongest possible field. One of capillary ends is connected with the compressed air cylinder. A micro-valve allows controlling pressure very smoothly. We increase the pressure stepwise until some critical value when the drop darts off and extrudes from the capillary. When approaching the critical pressure we increase the pressure with steps of 100 Pa and wait 10 minutes before next step.

While studying statics of suspension filling the whole capillary (so called long column), the field is applied only to a short middle section of a column and one end of the capillary is connected with a ferrofluid container (Fig. 1b). The compressed air cylinder is also used to apply the external pressure to the ferrofluid surface in the container. Magnetic field is applied 30 min before the application of pressure. We increase the pressure smoothly and record the critical pressure when the flow starts.

While studying dynamics of suspension flow through the capillary, the pressure is applied a few minutes before the field. In other words, when suspension already flows through the capillary under a given pressure, we approach quickly the magnets (the minimal gap width 1.5 mm is established) and measure the time dependence of the flow rate. The volume of ferrofluid in the container is far in excess of the one in the capillary, therefore, ferrofluid flow in the container does not influence the flow in the capillary. Ferrofluid drips out from the free capillary end to a collector sitting atop a weigh plateau of the electronic balance Precisa 40SM-200A (Fig 1b). The balance is connected to a personal computer through serial port RS-232 that allows us to register the mass G of collected fluid each 0.5s. The instantaneous value of the flow rate is calculated from the experimental curve $G(t)$: $Q=(1/\rho)\mathrm{d}G(t)/\mathrm{d}t$ with ρ being suspension density and t being the time.

3. Results

3.1. Statics of a drop (Fig. 1a)

When the magnetic field is applied, the distance between wetting perimeters of the drop increases from 6 to 8 mm, that is connected with a change of meniscus configuration (the volume of the drop remains constant). Thus, the whole drop remains in the domain of high magnetic field in the center between magnets. For ferrofluid with silica particles, we can clearly see that two white spots appear at extremities of the drop, a few minutes after the magnetic field has been applied (Fig. 1a). These spots indicate domains of high concentration of silica particles (hereinafter we call them plugs). Such a phase separation happens due to magnetic forces, which tend to repel non-magnetic particles outside the high field zone.

As the pressure increases, the suspension drop moves a little and takes its equilibrium position somewhere farther from the center. At some critical pressure, there is no more equilibrium and the drop leaves the capillary very quickly. It happens when the back meniscus of the drop reaches the magnets' axis. This process has some particularities for the drop of ferrofluid containing silica particles. When the front of the back plug crosses the center, the repulsive magnetic force acting on the front part of non-magnetic plug changes its direction. Therefore silica particles begin to flow from the back plug to the front plug. Thus, just before the drop darts off, we observe a front white spot much longer and more contrasted than the back one. It indicates that almost all particles have been concentrated near the front meniscus. For the drops of the same length and three values of silica particle concentration (Φ_0=0, 13 and 30%) we obtain approximately the same critical pressure 15000 Pa (triangles in Fig. 2).

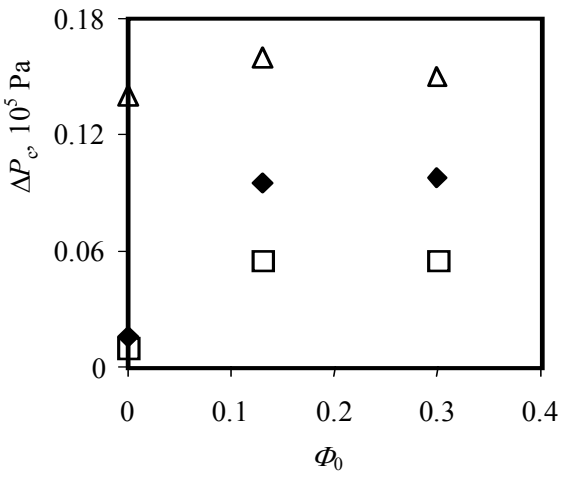


Fig.2. The critical pressure versus the concentration of silica particles in a suspension. Triangles correspond to a drop, diamonds to a long column, squares to flow through a capillary, the field being applied after the flow.

In order to predict this pressure, we use averaged momentum equations of two-phase medium formulated by Rosensweig [5] for a suspension of solid magnetic particles in non-magnetic liquid. For a stationary laminar flow ,and neglecting gravity, these equations take the form:

$$\nabla\cdot(\Phi_f\boldsymbol{\tau}_f) - \mathbf{f}_{fs} + \mathbf{f}_{fm} = \mathbf{0}, \tag{2}$$

$$\nabla\cdot(\Phi_s\boldsymbol{\tau}_s) + \mathbf{f}_{fs} = \mathbf{0}. \tag{3}$$

Hereinafter subscripts f and s stand for fluid (ferrofluid) and solid (silica particles) phases of the suspension. In Eqs. (2) - (3) Φ is the volume fraction ($\Phi_s+\Phi_f=1$), $\boldsymbol{\tau}$ is the stress tensor, $\mathbf{f}_{fs}$ is the force of interaction between phases, $\mathbf{f}_{fm}$ is magnetic force acting on ferrofluid.

Stress tensors $\boldsymbol{\tau}_f$ and $\boldsymbol{\tau}_s$ in fluid and solid phases take the form $\boldsymbol{\tau}_f = -P_f\cdot\mathbf{I}$ and $\boldsymbol{\tau}_s = -P_s\cdot\mathbf{I}$ (P is the pressure, $\mathbf{I}$ is the unite dyadic) i.e. shearing stresses in both phases are neglected. The force of interaction between phases is formed by the friction force and the hydrostatic force [5]: $\mathbf{f}_{fs}=\Phi_f\beta(\mathbf{v}_f-\mathbf{v}_s) - P_f\nabla\Phi_f$. The friction force is proportional to the difference between velocities $\mathbf{v}_f$ and $\mathbf{v}_s$ of phases, i.e. expressed by the Darcy law with a friction coefficient β. The expression for the magnetic force in ferrofluid phase takes the form $\mathbf{f}_{fm}= \Phi_f\mu_0 M_f\nabla H_f$, with μ_0 being the magnetic permeability of vacuum, M_f and H_f being the magnetization and the field intensity in the fluid phase.

Coming back to the problem of statics of a suspension drop, Eq. (2) for $\mathbf{v}_f=\mathbf{v}_s=\mathbf{0}$ will be :

$$\nabla P_f = \mu_0 M_f \nabla H_f. \tag{4}$$

Solution of this equation gives the well-known result that the external pressure ΔP applied to a ferrofluid drop is balanced by the magnetostatic pressure in ferrofluid:

$$\Delta P = -\mu_0 \int_{H_{f1}}^{H_{f2}} M_f dH_f \ , \tag{5}$$

where subscripts 1 and 2 correspond to the back and front meniscuses of a drop.

The effect of silica particles on the pressure ΔP appears through the dependence of the mean magnetic field H_f and magnetization M_f on concentration Φ_s of silica particles. On the basis of mean-field theories, we have studied such dependence for linearly magnetized fluids [15]. In the present experiment, almost the whole drop is situated in the domain of high external magnetic field

$H_0 >> M_f^{sat}$. Thus, we can neglect demagnetization effects in a suspension and take the field H_f equal to the external one H_0 and magnetization M_f equal to the saturation magnetization M_f^{sat} of ferrofluid. Under these assumptions, Eq. (4) transforms to

$$\Delta P = \mu_0 M_f^{sat}(H_{01} - H_{02}). \quad (6)$$

So, the maximum possible magnetostatic pressure ΔP_c takes place when the difference of fields H_{01} and H_{02} on the back and front meniscuses is maximum, i.e. when the back meniscus of a drop reaches the magnets' axis. For drops of lengths corresponding to $\mu_0 H_{01}$=0.75 T and $\mu_0 H_{02}$≈0.2 T (cf. Fig 1c), the estimated value of the critical pressure ΔP_c is 16500 Pa and does not depend on presence or absence of non-magnetic particles. This theoretical value is in fair agreement with experimental results (15000 Pa).

Finally note that a cylindrical shape of a suspension drop remains stable for any equilibrium position of a drop between magnets. Similarly to the case of non-wetting ferrofluid drop [11], the highly non-uniform magnetic field near meniscus prevents the drop from extension along the capillary axis, that would happen in uniform field.

3.2. Statics of a long column (Fig. 1b)

In the presence of magnetic field and without applied pressure, we observe two plugs of silica particles located symmetrically relative to the magnets' axis at a distance of 4-5 mm from the lateral face of magnets i.e. in domains of low magnetic field (Fig. 1b). The plugs' length is about 5 mm. For a pressure less than some critical value, the flow does not occur. Plugs displace and one of them (back plug) takes an equilibrium position closer to magnets' axis and the other one (front plug) farther. We have not observed a change of the plugs' length while displacing along the capillary. As soon as the back plug front crosses the central line, the whole plug is quickly expelled from the magnet's area and the flow occurs. This flow extrudes both plugs from the capillary. The critical pressure when the flow starts is found to be almost the same for the to initial volume fractions of silica: Φ_0=13 and 30% and equal to 10000 Pa (diamonds in Fig. 2).

For an estimation of the critical pressure, we note that under a given external pressure ΔP, the ferrofluid flows through the capillary with very low velocity $\mathbf{v}_f$, even though the apparent flow rate is zero. Such a weak flow cannot influence pressure differences on capillary sections not occupied by silica particle plugs. However this flow in micron size channels of plugs can create a high friction force $\mathbf{f}_{fr}=\varepsilon_f \beta \mathbf{v}_f$ with β being inversely proportional to the square of the particle diameter

(Darcy law: $\beta \propto 1/D_p^2$). In the presence of a magnetic force, we have to add $\mathbf{f}_{fm}$; summing Eqs. (2) - (3) and integrating over the length of plugs give us the equation for pressures in both plugs:

$$\Delta(\Phi_f P_f + \Phi_s P_s) = -\mu_0 \int_{H_{f1}}^{H_{f2}} \Phi_f M_f dH_f \ . \qquad (7)$$

Here subscripts 1 and 2 correspond to the back and front borders of the plugs.

The front plug is always located in zero magnetic field, therefore normal components of stress tensors $\boldsymbol{\tau}_f$ and $\boldsymbol{\tau}_s$ on the front plug borders are equal to each other. So, $P_f=P_s$ and the left-hand side of Eq. (7) represents the pressure difference ΔP_{II} over the length of the front plug; the right-hand side being zero, therefore $\Delta P_{II}=0$. The back plug is located in the domain of high non-uniform magnetic field. In the approximation $H_f >> M_f^{sat}$, we can neglect a jump of normal stress components on the borders of a back plug (this jump is conditioned by the jump of normal components of the field intensity), therefore we also have $P_f=P_s$. The pressure difference ΔP_I over the length of the back plug is expressed by the right hand side of Eq. (7). Adding magnetostatic pressure in the rest capillary (zones A before the back plug and B between plugs) to ΔP_I, we obtain the resulting pressure ΔP:

$$\Delta P = -\mu_0 \int_0^{H_{f1}} \Phi_f M_{Af} dH_{Af} - \mu_0 \int_{H_{f1}}^{H_{f2}} \Phi_f M_f dH_f - \mu_0 \int_{H_{f2}}^{0} \Phi_f M_{Bf} dH_{Bf} \ . \qquad (8)$$

Magnetizations M_{Af}, M_{Bf} and fields H_{Af}, H_{Bf} in zones A and B depend on the concentration Φ_s of silica particles. In zone A, Φ_s is equal to the initial concentration of suspension, i.e. we have $\Phi_f=1-\Phi_0$ in the first integral of Eq. (8). In zone B between plugs, there is no particles and $\Phi_f=1$ in the third integral. However to simplify our estimations, we shall use the approximation $H_f >> M_f^{sat}$ for zones A and B too and set $M_A=M_B=M_f=M_f^{sat}$, $H_{f1}=H_{01}$, $H_{f2}=H_{02}$, with H_0 being the external magnetic field. Assuming that the volume fraction of ferrofluid, Φ_f, in the back plug is uniform and corresponds to the disordered packed bed of spherical particles ($\Phi_s^{pack}=0.64$), Eq. (8) takes the form:

$$\Delta P = \mu_0 M_f^{sat} [\Phi_s^{pack} (H_{02} - H_{01}) + \Phi_0 H_{01}]. \qquad (9)$$

Theoretically a very weak flow still exists under this pressure difference, and the silica particles migrate with this flow until they join to the back plug. So, the plug grows slowly and in some moment its back front reaches a point of zero magnetic field H_{01}=0. Further grows of the plug does not influence the pressure difference ΔP, which is now equal to $\Delta P = \Phi_s^{pack} \mu_0 M_f^{sat} H_{02}$. This result can be also obtained from the simple consideration of the balance of the external force $\Delta P \cdot S \cdot \mathbf{i}_x$ acting on the back plug and the magnetic repulsive force $\mu_0 \int_{V_I} \Phi_s{}^{pack} M_f \nabla H_f dV = \mu_0 \Phi_s{}^{pack} M_f{}^{sat} S \cdot H_{02} \cdot \mathrm{i}_x$. Here S is the cross-section of the capillary, V_I is the volume of the back plug, $\mathbf{i}_x$ is the unit vector in the direction of the capillary axis.

According to Eq. (9), the critical pressure takes place when the front border of the back plug reaches the central line where the field is maximal. The last point to be refined is the volume fraction Φ_s of particulate phase of a suspension. Here we should take into account that the formation of plugs under magnetic field can be accompanied by the aggregation of silica particles due to their dipole-dipole interaction. Thus the structure of a plug presents a densely packed bed of aggregates with volume fraction about 0.64 and the aggregates themselves are porous bodies having some volume fraction Φ_a of silica particles. So the concentration of the particulate phase of a suspension is now $\Phi_s = 0.64 \Phi_a$. For Φ_a=0.64 and a length of the back plug corresponding to $\mu_0 H_{01}$=0T and $\mu_0 H_{02}$=0.75T we shall have the pressure ΔP = 9230 Pa that is in good agreement with the experimental value 10000 Pa.

In pure ferrofluid we can also observe some "blocking" effect. If the pressure is applied immediately after the application of the field, flow occurs at pressures larger than 600 Pa. For two hours interval before the pressure application, we obtain the critical pressure ΔP_c=1600 Pa (diamond in Fig. 2). Since the process of magnetic sedimentation in ferrofluids is quite slow [3], the result ΔP_c=600 Pa is supposed to be due to non-Newtonian yielding behavior of the fluid because of structuring in high magnetic fields. As has been discussed in Section 2, the ferrofluid remains Newtonian in weak fields up to 30 kA/m. We can thus estimate the mean yield stress in the domain of high magnetic field in ferrofluid (capillary length situated in high field is l=13 mm which is the magnets' diameter): $\tau_Y = \Delta P_c d/(4l)$ = 3.7 Pa. The observation of an increase of the critical pressure with time can be due to both redistribution of magnetite particle concentration in highly non-uniform field and to an increase of the yield stress because of long-lasting process of structure formation.

3.3. Flow through a capillary

In this section we study the case where the field is applied after the pressure difference, so during the flow. This is the case of interest, if we want to stop the blood flow in capillaries. We observe that, below some subcritical pressure the flow stops completely. As in previous case, we can observe two plugs on each side of the magnets' axis when the flow is already stopped. The critical pressure is also found to be almost the same for both particle volume fraction: Φ_0=13 and 30% (ΔP_c=5500 Pa, squares in Fig.2), but it is near two times less than the critical pressure in case when the field is applied a long time before the pressure (see Section 3.2). This discrepancy cannot be explained from the simple consideration of the balance of forces acting upon a plug. We shall explain it in the following section where we take into account the dynamics of suspension flow.

The critical pressure of the blockage of pure ferrofluid flow is about 1000 Pa (square in Fig.2) that is by 60% less than the corresponding pressure for a magnetic field applied long before the pressure.

At supercritical pressure the flow do not stop and we no longer see the plugs clearly. Time-dependence of the flow rate for different pressures is shown in Fig. 3a for pure ferrofluid and in Figs. 3b, 3c for ferrofluids with silica particles of volume fraction 13 and 30% correspondingly. All the three figures have the same appearance. Within a wide range of subcritical pressures, the flow stops almost immediately (drops stop to fall into collector just after the abrupt approach of the magnets to the capillary, thus, the sealing time is a few seconds). A long-time blockage process can be observed only at pressures close to the critical one. At supercritical pressures, the flow rate decreases up to some steady value Q^{st} after a lapse of time. This time is about 0.5 to 2 min for ferrofluid with silica particles and 0.5 hours for pure ferrofluid. Dependence of the steady flow rate Q^{st} on the applied pressure ΔP is shown in Fig. 4 for a ferrofluid with particles (points). For pressure up to 8000 Pa, Q^{st} is still much smaller than the initial flow rate $Q^{H=0}$ in the absence of the field (lines). Such a strong decrease of the flow rate is explained first of all by the friction between silica particles and ferrofluid due to a large difference between velocities $\mathbf{v}_s$ and $\mathbf{v}_f$ of different phases. The other reason can be connected with yielding rheological behavior of a suspension of non magnetic particles in a magnetic field. We can estimate the yield stress using the chain model of a ferrosuspension in uniform magnetic field [8]:

$$\tau_Y=(9\Phi_0/8)\cdot[\tan(\theta_c)/(1+\tan^2(\theta_c))^2]\cdot\mu_0\mu_f(H)\beta_m^2H^2, \qquad (10)$$

where θ_c is the angle of the chain inclination relative to the magnetic field direction, $\tan(\theta_c)=2/\sqrt{5}$ in dipole-dipole approach, $\beta_m=(1-\mu_f)/(2+\mu_f)$. In high magnetic fields $H>>M_f^{sat}$, the magnetic permeability of a ferrofluid is $\mu_f(H)=1+M_f^{sat}/H$ and $\beta_m=-M_f^{sat}/(3H)$.

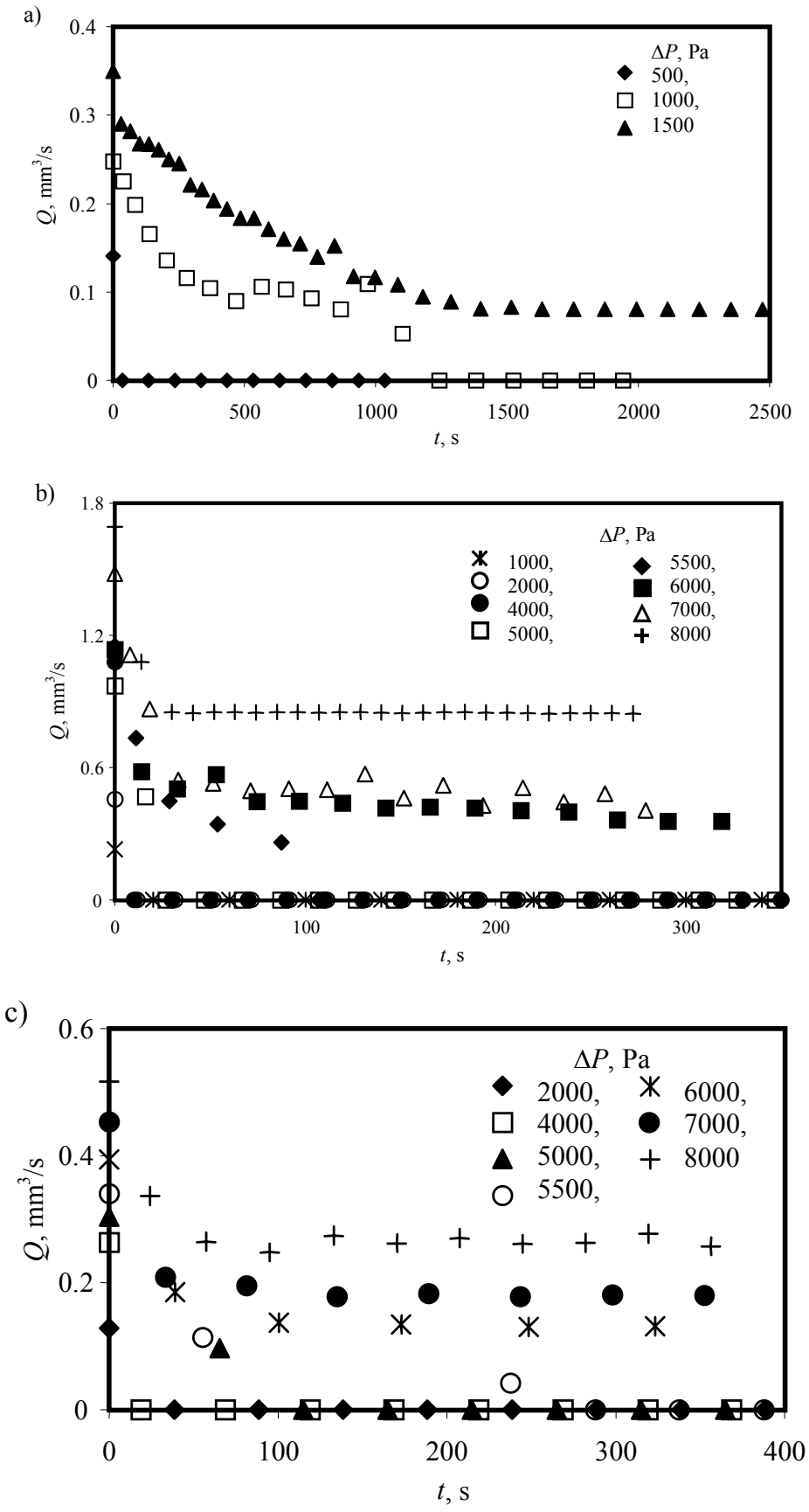


Fig.3. Time dependence of the flow rate in a capillary for pure ferrofluid (a), and suspension of silica particles in ferrofluid with particle concentration Φ_0=13 % (b) and 30% (c).

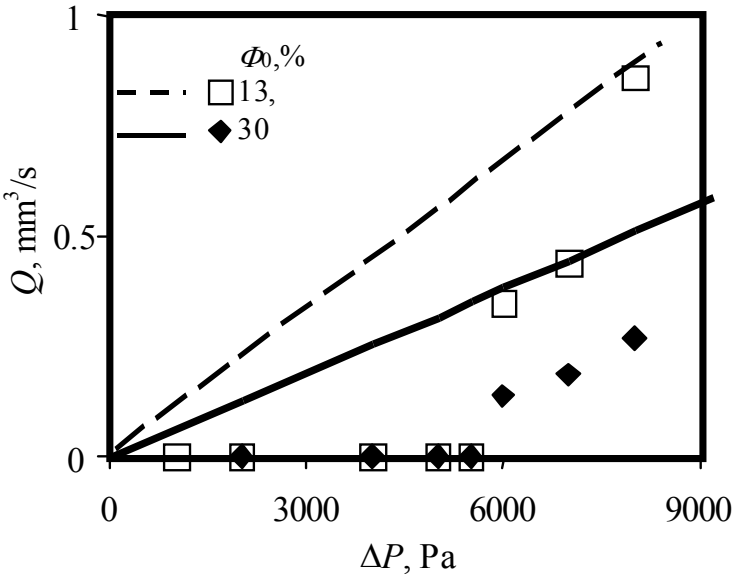


Fig.4. Dependence of the steady value of the flow rate versus the applied pressure. Lines correspond to the flow rate in the absence of the magnetic field.

So, taking $M_f^{sat}/H=0$, we obtain an asymptotic expression for the yield stress in infinite magnetic field:

$$\tau_Y=(5\sqrt{5}\ \Phi_0/324)\cdot\mu_0(M_f^{sat})^2. \qquad (11)$$

Thus, we obtain $\tau_Y\approx5$ Pa for $\Phi_0=13\%$ and $\tau_Y\approx12$ Pa for $\Phi_0=30\%$. Estimation of the pressure loss due to the yield stress of a suspension gives $\Delta P_Y \approx 700$ Pa for $\Phi_0=13\%$ and $\Delta P_Y \approx 1500$ Pa for $\Phi_0=30\%$. It means that it does not play the major role in the blockage of the flow.

Finally note that linearity of the flow rate $Q^{H=0}$ on the pressure ΔP shows Newtonian behavior of suspensions in the absence of magnetic field. Thus, the flow rate versus the pressure is represented by the Poiseuille formula:

$$Q = \pi d^4/(128\,\eta L)\Delta P, \qquad (12)$$

where the suspension viscosity is expressed through the viscosity η_f of ferrofluid and volume fraction Φ_0 of spherical silica particles by Wand formula [16] $\eta=\eta_f\cdot\exp[(2.5\Phi_0-2.7\Phi_0^2)/(1-0.609\Phi_0)]$. We found a good agreement between theoretical (Eq.(12)) and experimental flow curves in the absence of field.

4. Theory

In the previous section we have seen that the critical pressure in three different situations (statics of a drop, statics of a long column, flow through a capillary) was not the same. We have already predicted the values of the critical pressure for the two first situations, but still do not have a model to predict the volume fraction inside the plug in the last case. So, we are going now to consider more carefully the case where the flow slows down after the magnetic field has been applied. It will allow us to predict the dependence of the steady flow rate Q^{st} on the applied pressure ΔP.

We take into account the following considerations:

1). Due to the repulsive magnetic force acting on non-magnetic particles, two phases of the suspension will move with different velocities. Energy dissipation of such a flow is determined by shearing forces due to shear flow of the ferrofluid as well as by friction Stokes forces due to the relative motion of solid particles in a ferrofluid. In fact we should consider both mechanisms of dissipation that is usually quite complicated. In order to simplify, we divide the capillary into sections where we consider either only Stokes forces (the middle zone II, where the magnetic field is high) or only shearing forces (zones I, III, where the magnetic field is low, see Fig.5). Width of the middle zone II is defined by the points where the magnetic field becomes negligible relatively to its maximal value B_{max}=0.75 T(cf Fig. 1c). We put the origin of the capillary axis Ox in the center between magnets and chose the borders of the 2nd section x_{max}=±16.5 mm corresponding to the magnetic field $B(x_{max})$=5mT. Actually we neglect the transition zones of the flow where Stokes and shearing forces are of the same order of magnitude. The choice of the width of the 2nd section is arbitrary but, as we shall see, it does not affect a lot the results of calculations.

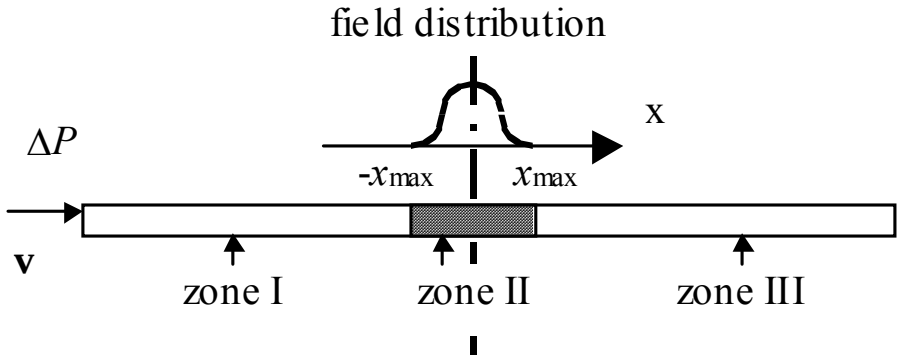


Fig. 5. The different zones of flow. In zones I and III the volume fraction of particles is constant. In zone III the volume fraction and the field depend on position, x.

2). Since the silica particles used in experiments are of micron size, we do not consider Brownian motion of particles. However we consider a possibility of aggregation of silica particles due to dipole-dipole interactions in the presence of magnetic field. Previous investigations of magnetorheology of suspensions of non-magnetic particles in a ferrofluid showed that under the shear flow particles form chain-like or ellipsoidal aggregates, which dimensions depend on the shear rate and on the magnetic field. Furthermore, the aggregation process in the moving suspension in non-uniform magnetic field is not steady and kinetics of aggregation should be taken into account. But, for the sake of simplicity, we consider aggregates of spherical shape, with a radius R_a and an internal volume fraction Φ_a of silica. Both R_a and Φ_a are assumed to be constant over the whole middle section II. The concentration Φ_a is taken to be 0.64 like for the porous medium formed by disordered packing of spherical particles, and the radius R_a is the unknown parameter of our system.

According to our assumptions, the flow in sections I and III is a purely Poiseuille flow of a suspension with a concentration Φ_0 of silica particles. The discharge curve of such a flow is given by the Poiseuille formula

$$\Delta P_i=(8\eta(\Phi_0)L_i/R^2)\cdot v \qquad (13)$$

Here the suspension viscosity $\eta(\Phi_0)$ is expressed through the viscosity η_f of ferrofluid and concentration Φ_0 of spherical silica particles by Wand formula given above; subscript "i" denotes sections I or III of the capillary.

To describe the flow in the middle section II we use averaged transport equations of two-phase medium formulated by Rosensweig [5] for a suspension of solid magnetic particles in non-magnetic gas. Under applied magnetic field, our system presents the suspension of spherical porous aggregates in a ferrofluid. Therefore we have to take into account both magnetic forces acting on the liquid phase (ferrofluid) and on the solid phase (aggregates containing a volume fraction $(1-\Phi_a)$ of ferrofluid). For a stationary laminar flow at zero gravity these equations take the form:

$$-\nabla(\Phi_f P_f) - \Phi_f\beta(\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_s) + P_f\nabla\Phi_f + \Phi_f\mu_0 M_f\nabla H_f, = \mathbf{0}, \qquad (14)$$

$$-\nabla(\Phi_s P_s) + \Phi_f\beta(\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_s) - P_f\nabla\Phi_f + \Phi_s\cdot(1-\Phi_a)\cdot\mu_0 M_{fa}\nabla H_{fa} = \mathbf{0}, \qquad (15)$$

$$\partial\Phi_f/\partial t + \nabla\cdot(\Phi_f\mathbf{v}_f) = 0 \qquad (16)$$

$$\partial\Phi_s/\partial t + \nabla\cdot(\Phi_s\mathbf{v}_s) = 0 \qquad (17)$$

$$\Phi_f+\Phi_s=1 \qquad (18)$$

Hereinafter subscripts f and s stand for fluid (ferrofluid) and solid (silica particles) phases of a suspension. Subscript "fa" in Eq. (15) correspond to the ferrofluid phase inside a porous aggregate. We have to emphasize that, now, Φ_s is the volume fraction of aggregates of silica particles of radius R_a and not the volume fraction of silica; in the same way Φ_f is the volume fraction of ferrofluid between these aggregates and not the whole volume fraction of ferrofluid.

In Eqs. (14) – (15) β is the friction coefficient, which is independent of the velocity for the purely Stokes flow and is given by the following expressions for low and high (near the state of the packed configuration) concentrations of spheres (in our case spherical aggregates): $\beta=(9/2)\cdot(\eta_f/R_a^2)\cdot\Phi_s(1-\Phi_s)$ and $\beta=45\cdot(\eta_f/R_a^2)\cdot\Phi_s^2/(1-\Phi_s)^2$. For the moderate concentrations we use the results [17] of numerical simulations of the Stokes flow past a periodic array of spheres. They present a discharge curve in the form $\Delta P/L = (9/2)\cdot(\eta_f/R_a^2)\cdot\Phi_s\cdot K(\Phi_s)\ v_0$ with $v_0=v_f\cdot\Phi_f$ being a superficial velocity i.e. the velocity of fluid averaged over the total volume of the porous medium, and $K(\Phi_s)$ being a drag coefficient, which is unity for zero concentration Φ_s. Expressing the last formula through v_f we obtain a formula for the friction coefficient:

$$\beta=(9/2)\cdot(\eta_f/R_a^2)\cdot\Phi_s(1-\Phi_s)K(\Phi_s). \qquad (19)$$

In their paper [17] the authors indicate that for the face central cubic (FCC) structure they obtain the better agreement with the Carman formula for high concentration of particles. We have approximated their tabulated function $K(\Phi_s)$ by the exponent $K(\Phi_s)=\exp(b\cdot\Phi_s)$ with the free parameter $b=8.08$.

In contrast to the Rosensweig's suspension of magnetic particles in non-magnetic medium, we have both phases affected by a magnetic force. In the ferrofluid phase this force takes the form [14] $\Phi_f\mu_0 M_f\nabla H_f$. For the suspension of solid magnetic particles in non-magnetic fluid, it is the gradient ∇H of the mean field $H=\Phi_f H_f+\Phi_s H_s$ in suspension, which intervenes into the expression for the magnetic force [5]. This is because the force acting on a magnetic particle is proportional to the gradient of the field H external relative to a particle, while the force acting on an elementary volume of a continuous ferrofluid is proportional to the gradient of the internal field H_f (see also [14]). The magnetic force $\mathbf{f}_{ms}$ in the phase of aggregates is Φ_s times the force $\mathbf{f}_{ma}=(1-\Phi_a)\mu_0 M_{fa}\nabla H_{fa}$ in a ferrofluid phase of an aggregate itself. Thus we obtain the term $\Phi_s\cdot(1-\Phi_a)\cdot\mu_0 M_{fa}\nabla H_{fa}$, which intervenes into the formula (15).

Finally to close the system (14) – (15) we need the relation between P_f and P_s. In the absence of contact of particles both pressures are assumed to be equal [5]. We introduce this

relation with the limitation for the aggregate concentration $\Phi_s<0.64$ corresponding to contact of aggregates:

$$P_f = P_s = P \text{ if } \Phi_s<0.64, \tag{20}$$

In case of contact P_f is no longer equal to P_s and we close the system (14) – (15) by fixing the concentration $\Phi_s=0.64$.

For further simplification of the solution we assume that all ferrofluid filling the section II of the capillary is saturated: $M_f=M_{fa}=M_f^{sat}$. Under this approximation, we do not have to take into account demagnetization effects in the suspension as well as inside aggregates, i.e. $H_f= H_{fa}=H_s=H$.

First two equations (14), (15) give the pressure gradient as well as the relation between velocities:

$$\nabla P = (1-\Phi_a\Phi_s)\cdot\mu_0 M_f^{sat}\nabla H = f(x) \tag{21}$$

$$\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_s = (\Phi_a\Phi_s/\beta)\cdot\mu_0 M_f^{sat}\nabla H \tag{22}$$

The second pair of equations (16) – (18) gives the following relation:

$$\Phi_f\mathbf{v}_f + \Phi_s\mathbf{v}_s = \mathbf{v} = Q(t)/(\pi R^2)\cdot\mathbf{i}_x. \tag{23}$$

with $\mathbf{v} = \mathbf{v}(t) = Q(t)/(\pi R^2)\cdot\mathbf{i}_x$ being the superficial velocity defined by the flow rate Q.

Using Eqs. (22) and the first equality of (23), we express velocities $\mathbf{v}_f$ and $\mathbf{v}_s$ through known quantities and substitute them inside Eq. (17). Finally we obtain the following equation for the time-depending concentration profile of our suspension:

$$\partial\Phi_s/\partial t + \nabla\cdot[\Phi_s\mathbf{v} - \Phi_s^2(1-\Phi_s)\Phi_a/\beta\cdot\mu_0 M_f^{sat}\nabla H] = 0. \tag{24}$$

The pressure difference ΔP_{II} over the length of the middle section is defined by integrating Eq. (21). The pressure loss due to viscous shearing forces can be evaluated by the Poiseuille formula (Eq.13) with the suspension viscosity taken for the initial concentration Φ_0 of silica particles. Thus, summation of the pressure losses over the 3 sections of the capillary will give the following discharge curve:

$$\Delta P = (8\eta(\Phi_0)L/R^2)\cdot v - \mu_0 M_f^{sat}\int_{-x_{\max}}^{x_{\max}}(1-\Phi_a\Phi_s)\cdot(dH/dx)dx \qquad (25)$$

In the latter expression we have taken into account that the magnetic field depends only on axial coordinate x of the capillary.

An analytical solution for the concentration profile can be obtained for the steady flow at $t\to\infty$ and $\partial\Phi_s/\partial t=0$. For this case Eq. (24) for the concentration profile, Φ_s, is solved with the boundary condition: $\Phi_s(\pm x_{max})=\Phi_0/\Phi_a$. This condition denotes that the concentration $\Phi_s(\pm x_{max})$ of aggregates on the borders of the middle section corresponds to the initial concentration Φ_0 of particles. Introducing the dimension scales $[x]=x_{max}$ for the distance and $[H]=H_{max}$ for the magnetic field intensity and using Eq. (19) for β, we obtain the dimensionless solution of this problem:

$$\Phi_0/(\Phi_a\cdot\Phi_s(x)) = 1 - (\Phi_a\cdot g'(x))/(A\cdot K(\Phi_s)), \qquad (26)$$

with

$$A=(9\eta_f x_{max}\cdot v)/(2R_a^2\mu_0 M_f^{sat}H_{max}). \qquad (27)$$

Here $g'(x) = -6ax^5/(1+ax^6)$ is the gradient of the dimensionless field distribution $g(x)$ defined in section 2 and A is the parameter characterizing the ratio of Stokes force and magnetic repulsive force acting on a non-magnetic spherical aggregate. In the previous equations Φ_s is the volume fraction of aggregates of radius R_a and internal volume fraction $\Phi_a=0.64$, if the radius R_a is the one of a single particle then Φ_s is the volume fraction of silica particles and we have just to put $\Phi_a=1$ in Eq. (26).

The equation (26) is solved numerically for two initial concentrations $\Phi_0 = 0.1$ and 0.3 and various values of A (Eq. 27). The results are presented in Figs. 6a and 6b. We see that the concentration profile is asymmetric about the origin $x=0$. It follows from the fact that non-magnetic particles are repelled by the magnetic field when they arrive in the high field zone (fig.1b); so they slow down and concentrate in the left-hand part of the capillary. Having passed the region of the maximal field they are pushed away by the magnetic field, so the concentration in the right-hand part of the capillary decreases well below the initial volume fraction. At high values of the parameter A, the particles do not more feel influence of the magnetic field and the concentration remains almost constant and equal to the initial one (that is to say $\Phi_0/0.64$). At low values of A, i.e. at low velocities, all the particles tend to be concentrated before the center and to be repulsed from

the right side of the middle section II. The asymptotic solution for A=0 is Φ_s=0.64 at $-1<x<0$ and Φ_s=0 at $0<x<1$. Here we keep in mind that the coordinate x is normalized by the half of the length x_{max}=16.5 mm of the middle section II (cf. Fig. 5).

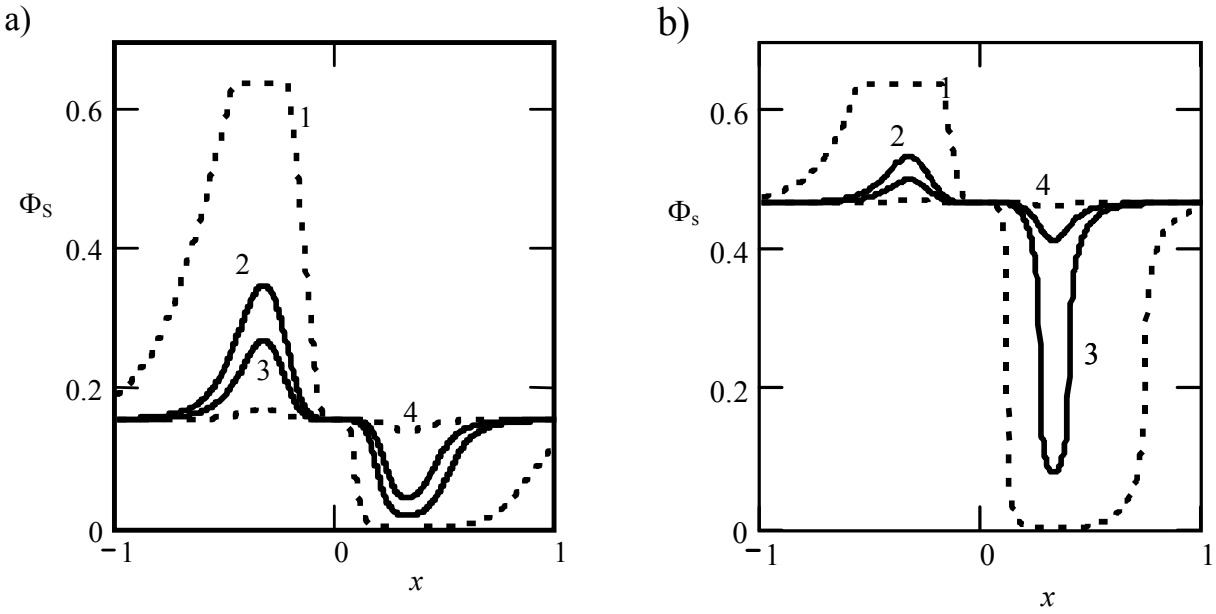


Fig. 6. Concentration profile for initial concentrations Φ_0=0.1 (a) and Φ_0=0.3 (b) and different values of parameter A (Eq.(27)): 1 – 0.0077, 2 – 0.31, 3 – 0.77, 4 – 7.7.

Substituting the solution (26) for Φ_s into Eq. (25), and normalizing ΔP by the magnetic pressure $\mu_0 M_f^{sat} H_{max}$ ($p=\Delta P/(\mu_0 M_f^{sat} H_{max})$) we obtain the dimensionless discharge curve $p(A)$:

$$p(A) = \frac{16}{9} \cdot \left(\frac{R_a}{R}\right)^2 \cdot \left(\frac{\eta(\Phi_0)}{\eta_f}\right) \cdot \left(\frac{L}{x_{max}}\right) \cdot A - \int_{-1}^{1} (1 - \Phi_a \Phi_s) g'(x) \mathrm{d}x \qquad (28)$$

Theoretical and experimental curves $p(A)$ are presented in Fig.7. To obtain the better agreement between theory and experiment, we put the radius of aggregates R_a=20 μm, that seems quite reasonable compared to the diameter, 1.5μm, of the particles. We see that the function $p(A)$ has a minimum corresponding to some critical value A_{crit} of the parameter A. The existence of this minimum can be predicted from the Eq. (28). The first term of this equation presents the pressure versus velocity dependence in the absence of the field, and is a linearly increasing function of A. The second term (including the minus sign) presents the contribution of the magnetic field to the pressure difference, and is a decreasing function of the velocity (the concentration profile tends to be uniform with the increase of the velocity, therefore the integral in Eq. (28) decreases up to zero when $A\to\infty$). So, the sum of increasing and decreasing terms of Eq. (28) gives this minimum in the function $p(A)$ that we can see in Fig.(7).

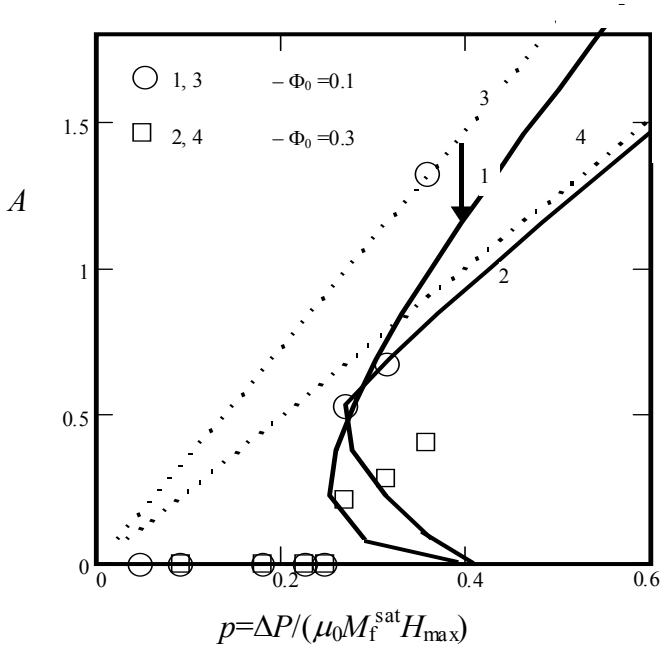


Fig. 7. Dimensionless discharge curves for the steady flow in the presence of the magnetic field (solid: theoretical curves) compared to experimental points. The dashed curves are Poiseuille flow in the absence of the magnetic field. Arrow denotes the change of velocity between initial time where the field is imposed to the equilibrium situation, for a given constant pressure

In our experiments we controlled the pressure and measured the flow rate. At the initial moment, when we switch on the field, we have purely Newtonian flow. Then the flow rate decreased and after some long time period we observed either steady flow or a total blockage of the flow. The importance of the decrease of the flow rate, at constant applied pressure, between t=0 and the steady situation is represented in Fig.(7) by the arrow between the dashed curve(3), corresponding to the initial flow for a volume fraction Φ_0=0.1 of silica particles, and the solid curve for a given value of the normalized pressure p. At some critical pressure, corresponding to the minimum of the solid curve, the steady solution no longer exists, i.e. suspension is concentrating without finding any equilibrium profile. In this case, as already discussed, the flow stops, the plugs are formed, and their positions inside the capillary are determined by the balance between the external pressure and magnetic repulsive force. We should note that the critical pressure, below which the flow stops completely, does not correspond to the balance between magnetic and Stokes forces acting upon a solid phase of the suspension. At the critical point when the steady flow is still possible, the Stokes force is still larger then the magnetic one and particles do not stop. This jump from a finite velocity to a zero velocity when decreasing the applied pressure (parameter p) is actually what we observe experimentally (see empty symbols in Fig.7).

In practice, if we control the pressure, only the branch of the curve $p(A)$ which is higher than the critical pressure is reachable. On the contrary, if we control the velocity and measure the

pressure, the whole curve can be described and the starting point at $A=v=0$ corresponds to the static case where the pressure is applied after the formation of the plug. So, at very low velocity we shall have the normalized pressure $p=\Phi_a \cdot 0.64=0.41$ (cf. Eq.(9) taking into account that in our model we have aggregates of internal volume fraction Φ_a, which, at rest, are packed with the same volume fraction Φ_s). This pressure corresponds to the force necessary to remove the plugs –built in the absence of flow- from the capillary. So we see that the shape of the function $p(A)$ predicted by our model, well explains the difference between critical pressures obtained for the cases where the flow is started before or after the magnetic field application. At high velocities the pressure tends to the one in the absence of the magnetic field.

Theoretically the critical pressure in the case of the flow deceleration depends slightly on the initial concentration Φ_0, that intervenes into Eq. (26) (cf. solid curves in Fig.(7)), but in practice we were not able to observe this difference in our experiments.

5. Conclusions

From this study we arrive at the following conclusions

1). The equilibrium position of a magnetic drop in a capillary placed between magnets is determined by the balance of external pressure and magnetostatic pressure in a ferrofluid phase; it is shown that the critical pressure, when the drop is expelled from the high field domain, almost does not depend on the concentration of non-magnetic particles and is practically equal to the one of pure ferrofluid. For the saturation magnetization of 30kA/m and a maximum induction of 0.75 T the critical pressure is 15000Pa.

2). If, instead of a drop placed between the magnets, the whole capillary is filled with a ferrofluid containing non magnetic particles, then two plugs form on each side of the high field region; when the pressure is increased these plugs move slowly till the back one passes the maximum of the field and is expelled suddenly. The critical pressure corresponding to this situation is lower than in the preceding case (about 10000Pa). This is because we have an inverse situation where it is the non-magnetic part, which creates the force in the inhomogeneous magnetic field. This force is thus proportional to the volume fraction of non-magnetic material inside the plug and the critical pressure is lowered in the same proportion (cf . Eq.(9)). The critical pressure, above which the flow cannot be stopped, does not depend on the concentration of particles in a suspension (except for zero concentration), but of course the time needed to form the plug after the application of the magnetic field will depend on it.

3). When the field is applied in the presence of a flow – the case that would apply for cell embolization – the critical pressure for flow blockage is still less important that in the preceding case (about 5500Pa). For supercritical pressures, the flow rate decreases to some steady value. Decrease of the flow rate is mainly due to the friction between two phases of a suspension and, possibly, due to the rheological behavior of a suspension in a strong magnetic field. We have developed a model, which explains the main features of the experiments. In particular we predict a velocity/versus pressure with a reentrant branch that explains the difference of behavior between critical pressures observed when the field is turned on after or before the application of the pressure. Note that the existence of two equilibrium velocities for a given applied pressure is the indication of a structural instability that is often observed in the rheology of complex fluids (in particular those presenting a yield stress which show a plateau in the shear stress versus shear rate curve). The fact that the order parameter is just the volume fraction of silica particles and that the magnetic force acting on it is well known, has allowed us to do some quantitative prediction which represents fairly well the experimental behavior.

Acknowledgements

This work is supported by the European association INTAS, Centre Nationnal d'Etudes Spatiales and the Belarussian Foundation of Fundamental Researches. The cooperation conditions ensured through the NATO Linkage grant Nr.LST.CLG. 977500 are acknowledged

References

1. S. Taketomi. Motion of ferrite particles under a high gradient magnetic field in a magnetic fluid shaft seal. Jap. J. Appl. Phys. 19-10 (1980) p. 1929-1936.
2. S. Maruno, K. Yabakami, M. Soga. Plain paper recording process using magnetic fluids "Magneto-fluid-graphy". J. Magn. Magn. Mater 39-1/2 (1983) p.187-191.
3. M.V. Lukashevich, V.A. Naletova, S.N. Gurikov. Redistribution of magnetic fluid concentration in a non-uniform magnetic field. Magnitnaya Gidrodinamika 24-3 (1988) p. 64-69.
4. G.A. Flores, J. Liu. Embolization of blood vessels as a cancer therapy using magnetorheological fluids; Proceedings of the 8th Int. Conf. on ER fluids and MR suspensions; Nice 9-13 July 2001, p. 146-152, ed. G. Bossis, World Scientific, 2001.
5. R. Rosensweig. Ferrohydrodynamics, Chapter 9. Cambrige University Press, Cambrige, 1985.

6. E. Ya. Blums, M.M. Mayorov, A.O. Cebers, Magnetic fluids, Zinatne, Riga, 1989.
7. B. Eh. Kashevskij, V. I. Kordonskij, I. V. Prohorov. On the magnetorheological effect in suspensions of non-magnetic particles in a magnetic fluid. Magnitnaya Gidrodinamika 24-3 (1988) p.121-124.
8. O. Volkova, G. Bossis, M. Guyot, V. Bashtovoi, A. Reks. Magnetorheology of magnetic holes compared to magnetic particles, J. Rheol. 44-1 (2000) p. 91-104.
9. S.E. Khalafalla, G.W. Reimers. Magnetogravimetric separation of nonmagnetic solids. AIME Trans. Soc. Mining Eng. 254- 2 (1973) p.193-198.
10. V.G. Bashtovoi, V.P. Mihalev, A.G. Reks, Ye.M. Taitz. Instability of bounded volumes of a magnetic fluid in channels. Magnitnaya Gidrodinamika 23-1 (1987) p. 58 - 62.
11. V.G. Bashtovoi, V.P. Mihalev, A.G. Reks. Investigation of magnetic fluid behavior in distance and force transducers. Magnitnaya Gidrodinamika 23-3 (1987) p. 81-85.
12. P. K. Khizhenkov, V. M. Bilorobov, S. V. Eremenko. Test of the application of magnetizable fluids and suspensions in experimental medicine. 2. Embolization of blood vessels. Magnitnaya Gidrodinamika 29-1 (1993) p. 105-106.
13. Magnetic fluids and Applications Handbook, eds. B. Berkovski, V. Bashtovoi (Begell House Inc. Publishers, New York, 1991).
14. N.G. Taktarov. Magnetizable fluid flow in porous media. Magnitnaya Gidrodinamika 26-3 (1980) p. 38-42.
15. P. Kuzhir, G. Bossis, V. Bashtovoi, O. Volkova. Flow of a magnetorheological fluid trough porous media. European Journal of Mechanics / B Fluids (accepted).
16. V.G. Bashtovoi, B.M. Berkovski, A.N. Vislovich. Introduction to termomechanics of magnetic fluids. IVTAN, Moscow, 1985.
17. A.A. Zick, G.M. Homsey. Stokes flow through periodic arrays of spheres. J. Fluid Mech. 115 (1982) p. 13-26.

CONCLUSION

Nous avons présenté les résultats théoriques et expérimentaux sur l'écoulement des fluides magnétiques dans des capillaires et des milieux poreux sous l'effet d'un champ magnétique. Nous avons confirmé expérimentalement qu'il était possible de contrôler les écoulements de fluides magnétiques avec un champ magnétique par le biais de son influence sur la surface libre, sur la rhéologie et sur l'homogénéité de concentration des particules au sein du fluide MR. Les résultats généraux obtenus peuvent être résumés comme suit:

1. On a développé une méthode et mis au point des installations pour l'étude expérimentale du comportement de la surface libre d'un ferrofluide dans des capillaires. La géométrie du volume de ferrofluide a été choisie de telle façon qu'on puisse garder l'homogénité maximale du champ magnétique dans le ferrofluide et éviter les forces magnétiques volumiques liées avec une inhomogénéité du champs magnétique dans le ferrofluide. Les dimensions des capillaires ont été choisies de telle manière que l'effet de la gravité sur le ménisque du ferrofluide soit minimal ($Bo=\rho g R^2/\sigma \ll 1$) et qu'on ait la plus large gamme possible du rapport de saut de pression magnétique sur le ménisque au saut de pression capillaire ($0 < S_M=\mu_0 M^2 R/(2\sigma) <25$). (Bashtovoi et al (2001)).
2. On a étudié le mécanisme de l'influence du champ magnétique homogène sur la statique de la surface libre (ménisque) du ferrofluide dans un capillaire. Ce mécanisme consiste en l'apparition d'un saut de pression magnétique sur le ménisque du ferrofluide. Il détermine les lois suivantes du comportement de ferrofluides dans des capillaires placés dans un champ magnétique homogène longitudinal par rapport à l'axe du capillaire: 1) les ménisques des ferrofluides mouillant et non mouillant s'allongent et prennent la forme d'un cône; 2) le saut de pression (la somme des sauts capillaire et magnétique) sur le ménisque diminue de 2 fois pour $S_M=\mu_0 M^2 R/(2\sigma) \gg 1$ et des angles de contact égaux à 0^0 ou 180^0; 3) dans un champ critique, la colonne limitée (avec deux ménisques) de ferrofluide non mouillant se transforme en une goutte libre, tandis que la colonne de ferrofluide mouillant se transforme en une couche mouillant les parois du capillaire (Bashtovoi et al (2001, 2002-a,d)).
3. On a établi le mécanisme décrivant l'influence du champ magnétique homogène sur la dynamique de l'imprégnation capillaire du ferrofluide. Ce mécanisme est le suivant: le champ change la chute de pression sur le ménisque du ferrofluide sous l'effet duquel le ferrofluide entre dans un capillaire. Le temps de remplissage d'un capillaire horizontal diminue de 50% dans un champ magnétique longitudinal par rapport à l'axe du capillaire et augmente 1.5 fois dans un champ transversal dans une gamme $0< S_M <5$ du paramètre $S_M=\mu_0 M^2 R/(2\sigma)$ (Bashtovoi et al (2002-c)).
4. On a développé un modèle pour les écoulements de cisaillement simple avec des agrégats en forme de chaînes pour le cas général d'un champ magnétique orienté arbitrairement par rapport à l'écoulement. On a déterminé une dépendance de la

contrainte seuil dynamique du fluide MR en fonction de la direction du champ magnétique par rapport au gradient de vitesse lorsque le champ reste perpendiculaire à la vorticité. Cette dépendance a un maximum pour un champ non perpendiculaire à l'écoulement mais faisant un angle de -45^0 par rapport au gradient de vitesse. La viscosité plastique du fluide MR ne dépend pas du champ magnétique (Bossis et al (2003), Kuzhir et al (a)).

5. On a établi des lois de comportement sur l'effet de la direction du champ magnétique homogène sur le profil de vitesse et la caractéristique débit-pression du fluide MR lors de son écoulement dans des capillaires et milieux poreux. On a montré que le profil de vitesse dans un capillaire cylindrique perd sa symétrie axiale à cause d'une asymétrie de sa structure. Pour calculer la caractéristique débit-pression du fluide MR dans des milieux poreux, on a développé un modèle théorique basé sur la moyenne de la contrainte seuil dynamique sur l'orientation arbitraire d'écoulements locaux. La contrainte seuil dynamique moyenne $<\tau_B>$ augmente lors du changement de l'angle entre le champ externe et la vitesse moyenne de 0 jusqu'à $\pi/2$. La différence entre les valeurs maximale et minimale de $<\tau_B>$ diminue avec l' augmentation de la tortuosité ξ du milieu poreux et tend vers zéro lorsque $\xi \to \infty$. (Kuzhir et al (a,b,c)).

6. On a comparé l'efficacité d'utilisation des capillaire spiraux et des milieux poreux, des empilement isotropes en particules sphériques et cylindriques, pour le contrôle de pression dans des résistances hydrauliques. Parmi ces types de canaux hydrauliques, les empilements de cylindres courts avec un rapport des axes de 0.5 et en matériau magnétique doux, donnent la plus large gamme de réglage de pression. On recommande ces empilements pour réaliser des vannes hydrauliques magnéto-contrôlables (Kuzhir et al (c)).

7. On a étudié le mécanisme principal de l'effet du champ magnétique non homogène sur l'écoulement du fluide MR dans un capillaire. Le fluide MR était constitué d' une suspension de particules non magnétiques dans du ferrofluide. Dans un champ non homogène, la force magnétique répulsive agit sur les particules non magnétiques du fluide MR qui se concentrent dans les domaines de plus faible champ. Cela induit une friction visqueuse entre les particules et le ferrofluide, d'où une diminution du débit. On a trouvé que la dépendance de la pression au débit a un minimum qui correspond à la pression critique à laquelle l'écoulement s'arrête complètement. Cette pression est moins grande que la pression nécessaire pour relancer l'écoulement bloqué, on observe donc un hystérésis de l'état «lancement-blocage» (Kuzhir et al (d)).

BIBLIOGRAPHIE

1. 9th International Conference on Magnetic Fluids: Abstracts / Bremen: ZARM, 2001.
2. Adamson A.W. Physical Chemistry of Surfaces, 6th edition. – New York: John Wiley and Sons, Inc., 1997 – 568 p.
3. Astarita J., Machurri. Fundamaental hydromechanics of non-Newtonoan liquids. – Moscow: Mir, 1978. – 311 p.
4. Atarashi T., Imai T., Shimoizaka J. On the preparation of the colored water-based magnetic fluids (red, yellow, blue and black) // J. Magn. Magn. Mater. – 1990. – Vol. 85, Nos. 1-3. – P. 3 – 6.
5. Bacri J.-C., Frenois C., Perzynski R., Salin D. Magnetic drop-shealth transition of a ferrofluid on a wire // Journal de Physique. – 1988(a) – Vol. 23, No. 6, P. 1017–1022.
6. Bacri J.-C., Perzynski R., Salin D. Magnetic wetting // Magnetic fluids and applications handbook; Eds. B. Berkovsky, V. Bashtovoi. – New York: Begell House Inc., 1996. – P. 144 – 154.
7. Bacri J.-C., Perzynski R., Salin D., Tourinho F. Magnetic wetting transition of a ferrofluid on a wire // Europhys. Lett. – 1988(b). – Vol. 5, No. 6, P. 547 – 552.
8. Bacri J.-C., Perzynski R., Shliomis M.I., Burde G.I. "Negative viscosity" effect in a magnetic fluid // Phys. Rev. Lett. – 1995. – Vol. 11, No. 11, P. 2128 – 2131.
9. Bacri J.-C., Rosen M., Salin D. Capillary hyperdiffusion as a test of wettability // Europhys. Lett. – 1990. – Vol. 11, No. 2, P. 127 – 132.
10. Bacri J.-C., Salin D. Dynamics of the shape transition of a ferrofluid drop // J. Phys. Lett. – 1983(a). – Vol. 44. – P. 415 – 420.
11. Bacri J.-C., Salin D. Bistability of ferrofluid magnetic drops under magnetic field // J. Magn. Magn. Mater. – 1983(b). – Vol. 39, No. 1-2. – P. 48-50.
12. Baev A.R., Konovalov G.E, Mayorov A.L. Magnetic fluids in technological acoustics and nondestructive test. / Ed. P.P. Prokhorenko.– Minsk: Tekhnalogiya, 1999.– 299p.
13. Baev A.R., Konovalov G.E., Asadchaya M.V. Magnetic fluid using for acoustic focussing // 9th International Conference on Magnetic Fluids: Abstracts – Bremen: ZARM, 2001(a).
14. Baev A.R., Mayorov A.L., Asadchaya M.V., Matoussevitch N.P. Use of magnetic fluid to excite surface and subsurface waves in solids // 9th International Conference on Magnetic Fluids: Abstracts. - Bremen: ZARM, 2001(b).
15. Barenblatt G.I., Yentov V.M., Ryzhik V.M. Theory of non-steady filtration of liquid and gas. – Moscow: Nedra, 1972. – 288 p.
16. Barkov Yu.D., Bashtovoi V.G. Experimental study of an instability of plane layers of magnetizable fluid // Magnitnaya Gidrodinamika. – 1977. Vol. 13, No.4.–P.137–144.
17. Bashtovoi V. Statics of magnetic fluids // Magnetic fluids and applications handbook; Eds. B. Berkovski,. Bashtovoy. – New York: Begell House Inc., 1996. – P. 395 – 464.

18. Bashtovoi V., Kuzhir P., Reks A. Capillary ascension of magnetic fluids // J. Magn. Magn. Mater. – 2002(a). – Vol. 252, Nos. 1 – 3. P. 265-267.
19. Bashtovoi V., Kuzhir P., Reks A. Statics of magnetic fluid drop in channels of the various forms // J. Magn. Magn. Mater. - 1999. - Vol. 201, Nos. 1 – 3. - P. 328-331.
20. Bashtovoi V., Kuzhir P., Reks A. The impact between a magnetic fluid drop and a magnetic fluid surface // J. Magn. Magn. Mater. – 2002(b). – Vol. 252, Nos. 1 – 3.– P. 280 – 282.
21. Bashtovoi V., Kuzhir P., Reks A., Bossis G., Volkova O. The uniform magnetic field influence on the magnetic fluid meniscus motion in the cylindrical capillary tube // Int. J. Mod. Phys. B. – 2002(c). – Vol. 16, Nos. 17 – 18. – P. 2590-2596.
22. Bashtovoi V.G., Berkovsky B.M., Vislovich A.N. Introduction to thermomechanics of magnetic fluids. – Moscow: IVTAN, 1985. – 188 p.
23. Bashtovoi V.G., Budnik A.M., Polevikov V.K., Reks A.G. Study of doubly-connected equilibrium forms of a magnetic fluid in the magnetic field of a vertical conductor // Magnitnaya Gidrodinamika. - 1984. – Vol. 20, No. 2. - P. 47-53.
24. Bashtovoi V.G., Kuzhir P.P., Reks A.G. Forms of meniscus of a non-wetting magnetic fluid in a capillary // 10^{th} annyversary international Plios' conference on magnetic fluids: collected articles. – Plios, 2002(d). – P. 194-199 (in Russian).
25. Bashtovoi V.G., Kuzhir P.P., Reks A.G. Statics of magnetic fluids in cylindrical capillaries // «New "intelligent" materials, electro- and magneto-sensible fluides, and their application for energy efficient thecnologies»: Materials of international conference and school-seminar, Minsk 11-13 September 2001 / Eds. Ye.P. Sapjolkin, V.G. Bashtovoi. – Minsk: Tekhnoprint, 2001. – P. 59-71 (in Russian).
26. Bashtovoi V.G., Lavrova O.A., Polevikov V.K., Tobiska L. Computer modeling of the instability of a horizontal layer in a uniform magnetic field // J. Magn. Magn. Mater. – 2002(e). – Vol. 252, Nos. 1 - 3, P. 299 – 301.
27. Bashtovoi V.G., Mihalyov V.P., Reks A.G. Investigation of magnetic fluid behavior in distance and force transducers // Magnitnaya Gidrodinamika. – 1987(a). – Vol. 23, No. 3. - P. 81 - 85.
28. Bashtovoi V.G., Mihalyov V.P., Reks A.G., Taitz Ye.M. Instability of bounded volumes of a magnetic fluid in channels // Magnitnaya Gidrodinamika. – 1987(b). – Vol. 23, No. 1. – P. 58 - 62.
29. Bashtovoi V.G., Pogirnitskaya S.G., Reks A.G. Semibounded magnetic fluid drop in the uniform magnetic field // Magnitnaya Gidrodinamika. – 1990. Vol. 26, No. 2. – P.20 – 26.
30. Bashtovoi V.G., Pogirnitskaya S.G., Reks A.G. To the definition of a form of a free magnetic fluid drop in the uniform magnetic field // Magnitnaya Gidrodinamika. – 1987(c). – Vol. 23, No. 3. – P. 23 – 26.

31. Bashtovoi V.G., Taitz Ye.M. On some effects connetcted with the magnetization drop on the interface between magnetic fluids // Magnitnaya Gidrodinamika. – 1985. – Vol. 21, No. 2. – P. 54 – 60.
32. Batchelor G.K. Slender body theory for particles of arbitrary cross section in Stokes flow // J. Fluid. Mech. – 1970. – Vol. 44. – P. 419-440.
33. Baykov V.I., Korobko E.V. Kinetics of electrorheological fluid spreading over a horizontal surface // Int. J. Mod. Phys.B.–2002.–Vol.16,Nos.17–18.– P. 2711 – 2717.
34. Bear J. Dynamics of fluids in porous media. – American Elsevier, Enviromental Science Series. – 1972.
35. Berkovsky B.M, Vislovich A.N, Kashevsky B.E. Magnetic fluid as a continuum with internal degrees of freedom // IEEE Trans. Magn. MAG – 16. – 1980. – Vol. 16, No.2. – P. 329 – 342.
36. Berkovsky B.M., Bashtovoi V.G., Reks A.G. On some new equilibrium forms of a free surface of magnetic fluid bounded volumes // Magnitnaya Gidrodinamika. – 1986. – Vol. 22, No.4. - P. 11-16.
37. Berkovsky B.M., Medvedev V.F., Krakov M.S. Magnetic fluids. – Moscow: Khimiya, 1989. – 240 p.
38. Berkovsky B.M., Vislovich A.N. Effects of volume force couples at ferrofluids' motion in magnetic fields. – Moscow, 1981. – 52 p. – (Preprint / IVT AN SSSR, No.3-154).
39. Bernadiner M.G., Yentov V.M. Hydrodynamic theory of anomalous fluids filtration. – Moscow: Nauka, 1975, 199 p.
40. Berthier S. Optique des milieux composites. – Paris: Polytechnica, 1993.
41. Blake T.D., Haynes J.M. Kinetics of liquids/liquid displacement // J. Coll. Interf. Sci. – 1969. – Vol. 30. – P. 421 – 423.
42. Blums E., Mayorov M.M., Cebers A.O. Magnetic fluids. – Riga: Zinatne, 1989. – 386p.
43. Bolshakov V.D. Theory of errors and observations. – 2nd edition. – Moscow: Nedra, 1983. – 223 p.
44. Borglin Sh.E., Mordis G.J. Oldenburg C.M. Experimental studies of the flow of ferrofluid in porous media // Transport in Porous Media. – 2000. – Vol. 41. – P. 61 – 80.
45. Bossis G., Ablo C., Cutillas S. et al. Advances in ER and MR fluids: smart material systems // Advances in science and technology: Proceedings of the symposium, Florence, 14 – 19 June, 1998. – Florence, 1999. – P. 125 – 136.
46. Bossis G., Khuzir P., Lacis S., Volkova O. Yield behavior of magnetorheological suspensions // J. Magn. Magn. Mater. – 2003. – Vols. 258 – 259. – P. 456 – 458.
47. Bossis G., Lacis S., Meunier A., Volkova O. Magnetorheological fluids // J. Magn. Magn. Mater. – 2002. – Vol. 252, Nos. 1-3. – P. 224 – 228.

48. Bossis G., Lemaire E., Volkova O., Clercx H. Yield stress in magnetorheological and electrorheological fluids: A comparison between microscopic and macroscopic structural models // J. Rheol. – 1997. – Vol. 41, No. 3, P. 687 – 704.
49. Bossis G., Volkova O., Lasis S., Meunier A. Magnetically controlable fluids and thier application / Lect. notes in physics, ed. S. Odenbach. – LPN 594 Springer: New York, Heidelberg, 2002. – P. 186 – 218.
50. Boudouvis A.G., Puchalla J.L., Scriven L.E. Interaction of capillary wetting and fringing magnetic field in ferrofluid systems // J. Colloid Interface Sci. – 1988. – Vol. 124, No. 2, P. 677 – 687.
51. Boullough W.A., Atkin R.J., Urang S. et al. Two dimensional flow of an ESF: experiment, CFD, Bingham plastic analysis // Electro-rheological fluids, magneto-rheological suspensions and their applications: Proceedings of the Int. Conf., Honolulu, July, 1999 - Honolulu, 1999. – P. 202 – 214.
52. Bozorth R.M. Ferromagnetism. – New York: van Nostrand, 1951.
53. Buioca C.D., Iusan V, Pirlea R. Mqgnetofluidic testing of rock cutting knives // J. Magn. Magn. Mater. – 2002. – Vol. 252, Nos. 1 – 3. P. 333 – 335.
54. Buioca C.D., Iusan V., Stanci A., Zoller C. A new type magnetofluidic actuator // J. Magn. Magn. Mater. – 2002. – Vol. 252, Nos. 1 – 3. P. 318 – 320.
55. Carlson J.D. What makes a good MR fluid? // J. Intel. Mater. Systems and Structures. – 2002. – Vol. 13, Nos. 7-8. – P. 431 – 435.
56. Carman P.C. Fluid flow through granular beds // Trans. Inst. Chem. Eng. – 1937. Vol. 15. – P. 150 – 156.
57. Carving H.P. Annular Poiseuille flow of electrorheological and magnetorheological materials // J. Rheol. – 2001. – Vol. 45, No. 4, P. 983 – 994.
58. Cebers A. Numerical simulation of the Saffman-Teylor instability in magntetic fluids // Magnitnaya Gidrodinamika. – 1987(a). – Vol. 23, No. 1. - P. 15 - 23.
59. Cebers A. Stability of the diffusion front of magnetic particles in a porous medium (Hele-Show cell) under the action of external magnetic field // Magnitnaya Gidrodinamika. – 1997. – Vol. 33, No. 1. - P. 67 - 74.
60. Cebers A. The anisotropy of the surface tension of magnetic field induced phase transformations // J. Magn. Magn. Mater. – 2002. – Vol. 252, Nos. 1 – 3, P. 259–261.
61. Cebers A.O. MHD-instability of a magnetic fluid drop in a cylindrical capillary // Magnitnaya Gidrodinamika. – 1987(b). – Vol. 23, No. 4. - P. 59 - 62.
62. Cebers A.O. Sumulation of magnetorheology of a diluted suspension of ellipsoidal particles in a numerical experiment // Magnitnaya Gidrodinamika. – 1984. – Vol. 20, No. 4. – P. 23 – 29.
63. Chekanov V.V., Khalupovskiy M.D., Tchuyenkova I.Yu., Malyutin V.V. On the forme of a drop and the interfacial tension of a magnetic fluid in the uniform magnetic field // Magnitnaya Gidrodinamika. – 1988. – Vol. 24, No. 3, P. 124 – 128.

64. Chekanov V.V., Tchuyenkova I.Yu., Fogileva R.S., Yaremenko S.V. Study of surface and interfacial tensions of magnetic fluids // Magnitnaya Gidrodinamika. – 1990. – Vol. 26, No. 1, P. 43 – 48.
65. Chen Ch.-Y., Wen C.-Y. Numerical simulations of miscible magnetic flows in a Hele-Shaw cell radial flows // J. Magn. Magn. Mater. – 2002. – Vol. 252, Nos. 1–3. – P.296–298.
66. Chen Ch.-Ya., Hong Ch.-Yi., Wang Sh.-W. Magnetic flows in a tube with the effects of viscosity variation // J. Magn. Magn. Mater. – 2002. – Vol. 252, Nos. 1 – 3. – P.253–255.
67. Chhabara R.P., Comiti J., Machač I. Flow of non-Newtonian fluids in fixed and fluidised beds // Chem. Eng. Sci. – 2001. – Vol. 56. – P. 1 – 27.
68. Clercx H.J.H., Bossis G. Many-body electrostatic in electrorheological fluids // Phys. Rev. E. – 1993. – Vol. 48, No. 4, P.2721 – 2738.
69. De Gennes P. Physics of liquid crystals. – Moscow: Mir, 1977. – 400 p.
70. Demchuk S.A., Kordonsky W.I., Shulman Z.P. Magnetorheological characteristics of ferrosuspensions // Magnitnaya Gidrodinamika. – 1977. – Vol. 13, No. 2. – P.35–38.
71. Den'schikova G.I., Goryunov Yu.V., Summ B.D. et al. Regularities of the wetting liquid flow on a capillary inlet // Vestnik MGU Ser. Khimiya. – 1977. – Vol. 18, No.4. – P. 419 – 422.
72. Derzhavina Ye.B. Dynamics of a magnetic fluid ascension in a capillary // Abstracts of the 5th All-Union Conf. on magnetic fluids, Plios, September 1988. – Plios, 1988. – Vol.1. – P. 80 – 81.
73. Dikanskiy Yu.I., Benjayan M.A., Borisenko O.V. Study of the surface tension and capillary ascension of magnetic fluids // Physicochemical and applied problems of magnetic fluids: Collection of articles. – Stavropol: SGU, 1997, P. 28 – 30.
74. Drozdova V.I., Cebers A.O., Shagrova G.V. Magnetic instabilities of microdrops in thin capillaries // Magnitnaya Gidrodinamika. – 1990. – Vol. 26, No. 3. - P. 55 - 62.
75. Durst F. The nature of flows through porous media // J. Non-Newtonian Fluid Mech. – 1987. – Vol. 22. – P. 169 – 189.
76. Dyke S.J., Spencer B.F., Sain M.K. An experimental study of MR dampers for seismic protection // Smart Mater. Struct. – 1998. – Vol. 7. – P. 693 – 703.
77. ER fluids and MR suspensions: Proceedings of the 8th International Conference, Nice, 9 – 13 July 2001; Ed. G. Bossis. – Nice, 2002. - 904p.
78. Fertman V.Ye. Magnetic fluid - free convection and heat transfer. – Minsk: Nauka i tekhnika, 1978. – 208 p.
79. Flores G.A, Sheng R., Liu J. Medical applications of magnetorheological fluids – a possible new cancer therapy // Electro-rheological fluids, magneto-rheological suspensions and their applications: Proceedings of the Int. Conf., Honolulu, July, 1999. – Honolulu, 1999. – P. 716-723.

80. Fujita T. Separation of nonmagnetic particles with magnetic fluid // Magnetic fluids and applications handbook; Eds. B. Berkovski, V. Bashtovoy. – New York: Begell House Inc., 1996. – P. 755 – 789.
81. Gogosov V.V., Nalyotova V.A., Shaposhnikova G.A. Hydrodynamics of magnetizable fluids // Itogi Nauki i Tekhniki. Mekhanika Zhidkosti i Gaza: Collection of articles – Moscow, VINITI. – 1981. – Vol. 16. – P. 76 – 208.
82. Gogosov V.V., Nalyotova V.A., Za Bin' Ch., Shaposhnikova G.A. Surface hydrodynamics of magnetizable media // Magnitnaya Gidrodinamika. – 1986. – Vol. 22, No. 2. – C. 79 – 89.
83. Golubyatnikov A.N., Subkhankulov G.I. On the surface tension of a magnetic fluid // Magnitnaya Gidrodinamika. – 1986. Vol. 22, No. 1. – P. 73 – 78.
84. Gorodkin S.R., Lukianovich A., Kordonski W., Bullough W.A. Magneto-rheological throttle valve in passive damping systems // J. Intel. Mater. Systems and Structures. – 1998. – Vol. 9, No. 8, P. 637 – 641.
85. Gray R.J. Magnetic etching with ferrofluid // Proceedings of Metallurgy Symposium; Eds. J.L. McCall, W.M. Mueller – New York, 1974. – P. 155 – 157.
86. Halsey T.C., Martin J.E., Adolf D. Rheology of electrorheological fluids // Phys. Rev. Lett. – 1992, Vol. 68, № 10, P. 1519 – 1522.
87. Ivanov A.B., Taktarov N.G. To the investigqtion of magnetic fluids filtration // Magnitnaya Gidrodinamika. – 1990. – Vol. 26, No. 3. – P. 138 – 139.
88. Kagan I.Ya. Definition of the surface tension of magnetic fluids // Magnitnaya Gidrodinamika. – 1985. – Vol. 21, No. 4. – P. 135 – 136.
89. Kalosha V.K., Lobko S.I., Tchikova T.S. Mathematical treatment of results of the experiment. – Minsk: Vysheyshaya Shkola, 1982. – 103 p.
90. Kamath G.M., Wereley N.M., Jolly M.R. Characterization of magnetorheological helicopter lag dampers // J. Am. Helicopter Soc. – 1999. – Vol. 44. – P. 234 – 248.
91. Kamiyama S., Koike K. Pipe flow problems // Magnetic fluids and applications handbook; Eds. B. Berkovsky,. V. Bashtovoi. – New York: Begell House Inc., 1996. – P. 471 – 503.
92. Kashevsky B.E., Kordonsky W.I., Prokhorov I.V. On the magnetorheological effect in suspensions of non-magnetic particles in a magnetic fluid // Magnitnaya Gidrodinamika. – 1988. – Vol. 24, No. 3. – P. 121 – 124.
93. Kashevsky B.E., NovikovV.A. Couette flow of a ferrofluid with variable coefficients: viscous stress, heating and stability // Magnitnaya Gidrodinamika. – 1986. – Vol. 22, No. 4. – P. 29 – 36.
94. Kato K., Umehara N. Magnetic fluid grinding // Magnetic fluids and applications handbook; Eds. B. Berkovski, V. Bashtovoy. – New York: Begell House Inc., 1996. – P. 797 – 811.

95. Kirey P.S. Adjustment of magnetic fluid seal parameters // 10th Int. Plios Conf. on Magnetic Fluids: Collection of articles / Ed. Yu.Ya Schelykalov. – Plios, 2002. – P.421–426.
96. Kolomentsev A.V., Kordonski V.I., Protasevitch N.A., Prokhorov I.V. Hydrodynamic demagnetization and its influence on the magnetorheological suspension flow in a plane channel // Magnitnaya Gidrodinamika. – 1988. – Vol. 24, No. 4. – P. 25 – 28.
97. Kordonski V.I., Gorodkin S.R., Protasevitch N.A. Orientation effects at the magnetorheological suspensions flow in magnetic field // Magnitnaya Gidrodinamika. – 1989. – Vol. 25, No. 2. – P. 133 – 135.
98. Kordonski V.I., Shulman Z.P., Gorodkin S.R. et al. Physical properties of magnetizable structure-reversible media // J. Magn. Magn. Mater. – 1990. – Vol. 85, Nos. 1-3. – P. 114 – 120.
99. Kordonski W.I., Golini D. Fundamentals of magnetorheological fluid utilization in high precision finishing // J. Intel. Mater. Systems and Structures. – 1999. – Vol. 10, No. 9. P. 683 – 689.
100. Korobko Ye.V. Electrostructured (electrorheological) fluids: particularities of hydromechanics and application possibilities. – Minsk: ANK ITMO NANB, 1996. – 180 p.
101. Kuzhir P., Bossis G., Bashtovoi V. Effect of the orientation of the magnetic field on the flow of a magnetorheological fluid. I. Plane channel. // J. Rheol. – 2003. – Vol.47, No. 6. – P. 1373-1384 (a).
102. Kuzhir P., Bossis G., Bashtovoi V., Volkova O. Effect of the orientation of the magnetic field on the flow of a magnetorheological fluid. II. Cylindrical channel // J.Rheol. – 2003. – Vol.47, No. 6. – P. 1385-1398 (b).
103. Kuzhir P., Bossis G., Bashtovoi V., Volkova O. Flow of magnetorheological fluid through porous media // European J. Mech. B – Fluids. – 2003. – Vol. 22, No. 4. – P.331-343 (c).
104. Kuzhir P., Bossis G., Bashtovoi V., L. Vekas. Capillary flow of a suspension of non-magnetic particles in a ferrofluid under highly non-uniform magnetic field (submitted) (d).
105. Kuzmitch A.V., Novikov P.A., Novikova V.I. Analysis of an initial stage of capillary imbibition // Inzhenerno-fizicheskiy Zhurnal. – 1986. – Vol. 50, No. 2. – P.294–299.
106. Lamb G. Hydrodynamics. – Moscow-Leningrad: Gostekhizdat, 1947. – 928 p.
107. Landau L.D., Lifshitz Ye.M. Theoretical physics: Vol. 6. Hydrodynamics. – 4th edition / Moscow: Nauka, 1988. – 736 p.
108. Landau L.D., Lifschitz E.M. Theoretical physics: Vol. 8. Electrodynamics of continuous media. – 2nd edition / Moscow: Nauka, 1982. – 624p.
109. Levich V.G. Physicochemical hydrodynamics. – Moscow: Fizmatgiz, 1959. – 381p.

110. Liu J., Flores G.A., Cheng R.S. In-vitro investigation of blood embolization in cancer treatment using magnetorheological fluids // J. Magn. Magn. Mater. – 2001 – Vol. 225, Nos. 1-2. – P. 209-217.
111. Looyenga H. Dielectric constants of heterogeneous mixtures // Physica. – 1965. – Vol. 31, No. 3. – P. 401 - 406.
112. Lukashevich M.V., Naletova V.A., Gurikov S.N. Redistribution of magnetic fluid concentration in a non-uniform magnetic field // Magnitnaya Gidrodinamika. – 1988. – Vol.24, No.3. – P. 64-69.
113. Magnetic fluids and applications handbook; Eds. B. Berkovsky,. V. Bashtovoi. – New York: Begell House Inc., 1996. – 832 p.
114. Martin J.E., Anderson R.A. Chain model of electrorheology // J. Chem. Phys. – 1996. – Vol. 104, No. 12, P. 4814 – 4848.
115. Martynov G.A., Malev V.V., Gribanova Ye.V. Kinetics of capillary rise of fluids // Kolloidnyy zhurnal. – 1983. – Vol. 45, № 45. –C. 245 –250.
116. Martynov S.I. Effect of formation and destruction of aggregates on magnetic fluid viscosity - // Magnitnaya Gidrodinamika. – 1989. – Vol. 25, No. 1. – P. 47 – 52.
117. Mayorov M.M. Measurement of the ferrofluid viscosity in magnetic field // Magnitnaya Gidrodinamika. – 1980. – Vol. 16, No. 4. – P. 11 – 18.
118. McTague J.P. Magnetoviscosity of magnetic colloids // J. Chem. Phys. – 1969. – Vol. 51, No. 1, P. 133 – 136.
119. Modern theory of capillarity; Eds. A.I. Rusanov, F.Ch. Gudrich. – Leningrad: Hhimiya, 1980. – 343 p.
120. Moshinskiy A.I. Effect of the limiting wetting angle relaxation on ascension of a liquid in a capillary // Kolloidnyy zhurnal. – 1989. – Vol. 51, No. 1. – P. 56 – 61.
121. Moskowitz R., Rosensweig R.E. Nonmechanical torque-driven flow of a ferromagnetic fluid by an electromagnetic field // Appl. Phys. Lett. – 1967. – Vol. 11, No. 10, P. 301 – 303.
122. Mozgovoy Ye.N., Blums E.Ya., Cebers A.O. Ferromagnetic fluid flow in magnetic field // Magnitnaya Gidrodinamika. – 1973. – Vol. 9, No. 1. – P. 61 – 67.
123. Nalyotova V.A., Shkel Yu.A. Pipe flow of a magnetic fluid with allowance for anisotropy of the fluid in a magnetic field // Magnitnaya Gidrodinamika. – 1987. – Vol. 23, No. 4. – P. 51 – 57.
124. Oldenburg C.M., Borglin Sh.E., Mordis G.J. Numerical simulation of ferrofluid flow for subsurface environmental engineering applications // Transport in Porous Media. – 2000. – Vol. 38. – P. 319 – 344.
125. Papathanasiou A.G., Boudouvis A.G. Pre-labirinthine, cross-sectional instabilities of captive ferrofluid drops: computations and experiments // Magnitnaya Gidrodinamika. – 1999. – Vol. 35, No. 4. – P. 314 – 327.

126. Papathanasiou A.G., Boudouvis A.G. Wetting effects on magneto-hydrostatics of rotating ferrofluid drops: experimental and computational analysis // J. Magn. Magn. Mater. – 2002. – Vol. 252, Nos. 1 – 3, P. 262 – 264.
127. Piso M.I. Application of magnetic fluids for inertial sensors // J. Magn. Magn. Mater. – 1999. – Vol. 201, Nos. 1 – 3, P. 380 – 384.
128. Pokrovskiy V.N. Statistical mechanics of diluted suspensions. – Moscow: Nauka, 1978. – 135 p.
129. Porkhayev A.D. Kinetics of liquid imbibition by elementary capillaries and porous materials // Kolloidnyy zhurnal – 1949. – Vol. 11, No. 5. – P. 346 –353.
130. Pradhan V.H., Verma A.P. Finite element treatment of imbibition phenomenon involving magnetic fluid // Indian J. Eng. Mater. Sci. – 1998. – Vol. 5. – P. 465 – 468.
131. Prohorenko P.P., Baev A.R., Grinevich E.M. Physical principles and application of magnetic fluids to ultrasonic testing // J. Magn. Magn. Mater. – 1990. – Vol. 85, Nos. 1 – 3. – P. 261 – 263.
132. Rabinow J. The magnetic fluid clutch // AIEE Trans. – 1948. – Vol.67. – P.1308-1315.
133. Reiner M. Rheology. – Moscow: Nauka, 1965. – 223 p.
134. Rosensweig R. Ferrohydrodynamics. – Cambrige University Press, Cambrige, 1985. – 360 p.
135. Rosensweig R.E. Conceptual applications of magnetic fluids // Magnetic fluids and applications handbook; Eds. B. Berkovsky, V. Bashtovoi. – New York: Begell House Inc., 1996. – P. 589 - 654.
136. Rosensweig R.E., Kaiser R., Miskolczy G. Viscosity of a magnetic fluid in a magnetic field // J. Colloid Interface Sci. – 1969. – Vol. 29, No. 4, P. 680 – 686.
137. Rosensweig R.E., Nestor J.W., Timmins R.S. Ferrohydrodynamic fluids for direct conversion of heat energy // Mater. Assos. Direct Energy Convers. Proc. Symp. AIChE – I. Chem. Eng. Ser. – 1965. – Vol. 5. – P. 104 – 118.
138. Rosensweig R.E., Zahn M., Vogker T. Stabilization of fluid penetration through a porous medium using a magnetizable fluid // Thermomechanics of magnetic fluids; Eds. B. Berkovski – New York: Begell House Inc., 1996. – P. 195 – 211.
139. Rosensweig. R., Cyprios G. Magnetic fluid stabilization of a homogenious fluidization state // Magnitnaya Gidrodinamika. – 1988. – Vol. 24, No. 4. – P. 3 – 9.
140. Sabiri N.-E., Comiti J. Pressure drop in non-Newtonian purely viscous fluid flow through porous media // Chem. Eng. Sci. – 1995. – Vol. 50, No. 7. – P. 1193-1201.
141. Savins J.G. Non Newtonian flow through porous media // Ind. Eng. Chem. – 1969. – Vol. 61, No. 10. – P. 18 – 47.
142. Shaposhnikova G.A. Hydrodynamic flows and resonance phenomena in a capillary with an oscillating magnetic field // J. Magn. Magn. Mater. – 1993. – Vol.122, Nos. 1-3. – P. 210 – 213.

143. Sherwood J.D. Breakup of fluid droplets in electric and magnetic fields // J. Fluid Mech. – 1988. – Vol. 188. – P. 133 – 146.
144. Sherwood J.D. The deformation of a fluid drop in an electrical field: a slender body analysis // J. Phys. A. – 1991. – Vol. 24, No. 17. – P. 4047 – 4053.
145. Sheydegger A.E. Physics of flow of the liquides through porous media. – Moscow: Gostoptekhizdat, 1960. – 249 p.
146. Shliomis M.I. Effective viscosity of magnetic suspensions // Zhurnal Eksperimental'noy i Teoreticheskoy Fiziki. – 1971. – Vol.61, No. 3. – P.1125–1134.
147. Shliomis M.I. Magnetic fluids // Uspekhi Fizicheskih nauk. – 1974. – Vol. 112, No.3, P. 427 –458.
148. Shliomis M.I., Morozov K.I. Negative viscosity of ferrofluid under alternating magnetic field // Phys. Fluids. – 1994. Vol. 6, No. 8. – P. 2855 – 2861.
149. Shuchi S., Shimada K., Kamiyama S., Yamaguchi H. Hydrodynamic characteristics of steady magnetic fluid flow in a straight tube by taking into account the non-uniform distribution of mass concentration // J. Magn. Magn. Mater. – 2002. – Vol. 252, Nos. 1 – 3. – P. 166 – 168.
150. Shulman Z. Magnetorheological systems and their application // Magnetic fluids and applications handbook; Eds. B. Berkovsky, V. Bashtovoi. – New York: Begell House Inc., 1996. – P. 188 – 229.
151. Shulman Z.P. Conversation on rheophysics. – Minsk. - 1976.
152. Shulman Z.P., Kordonski V.I. Magnetorheological effect. – Minsk: Nauka i Tekhnika, 1982. – 184 p.
153. Shulman Z.P., Kordonski V.I., Demchuk S.A. Magnetic field effects on mechanical behavior of ferrosuspensions // Rheol. Acta. – 1978. – Vol.17, No. 2, P.166 – 171.
154. Shulman Z.P., Kordonski V.I., Demchuk S.A. The mechanism of heat transfer in MR systems // Int. J. Heat and Mass Transfer. – 1979. – Vol. 22, No. 3. – P.389–394.
155. Shulman Z.P., Kordonski V.I., Gorodkin S.R. Turbulent flow and heat transfer in magnetorheological suspensions // Magnitnaya Gidrodinamika. – 1986(a). – Vol. 22, No.3. – P. 19 – 24.
156. Shulman Z.P., Kordonski V.I., Novichyonok L.N., Demchuk S.A. Study of the magnetic field effect on the thermophysical characteristics of ferromagnetic suspensions // Inzhenerno-fizicheskiy Zhurnal. – 1977. – Vol. 32, No.5. – P.835–839.
157. Shulman Z.P., Kordonski V.I., Prokhorov I.V., Khusid B.M. Magnetic relaxation in ferrosuspensions // Magnitnaya Gidrodinamika. – 1985. – Vol. 21, No.3.–P.18–24.
158. Shulman Z.P., Kordonski V.I., Prokhorov I.V., Smol'skiy M.B. magnetic characteristics of magnetorheological suspensions // Magnitnaya Gidrodinamika. – 1980. – Vol. 16, No. 3. – P. 31 – 37.

159. Shulman Z.P., Kordonski V.I., Zaltsgendler E.A. et al. Dynamic and physical properties of ferrosuspensions with a structure rearrangeable by the external magnetic field // Magnitnaya Gidrodinamika. – 1984. – Vol. 20, No. 4. – P. 30 – 38.

160. Shulman Z.P., Kordonski V.I., Zaltsgendler E.A. et al. Structure, physical properties and dynamics of magnetorheological suspensions // Int. J. Multiphase Flow. – 1986(b). – Vol. 12. – P. 935 - 955.

161. Spasojević D., Irvine T.F., Afgan N. The effect of a magnetic field on the rheodynamic behavior of ferromagnetic suspensions // Int. J. Multiphase Flow. – 1974. – Vol. 1, No. 5. – P. 607 – 622.

162. Stevens J.G., Siegell J.H., Rosensweig R., Milens T. Magnetically stabilized fluidized beds with time –varying magnetic fields // Powder Technol. – 1988. – Vol. 56, No. 2, P. 119 – 128.

163. Sudo S., Funaoka M., Nishiyama H. Impact of droplets of magneto-rheological suspension under applied magnetic fields // J. Intel. Mater. Systems and Structures. – 2002(a) – Vol. 13, No. 7/8. – P. 409 – 413.

164. Sudo S., Funaoka M., Nishiyama H. Sequential Impact of two magnetic fluid droplets on a paper surface // J. Magn. Magn. Mater. – 2002(b). – Vol. 252, Nos. 1–3. – P. 283 – 286.

165. Sudo S., Wakamatsu N., Ikohagi T. et al. Magnetic field effects in the impact of a magnetic fluid drop // J. Magn. Magn. Mater. – 1999.–Vol.201, Nos.1–3. P.285 – 289.

166. Summ B.D., Raud E.A., Goryunov Yu.V. Initial stage of capillary imbibition // Kolloidnyy Zhurnal. – 1979. – Vol. 41, No. 3. – P. 601 – 604.

167. Suvyazov V.M. To hydrodynamics of a ferromagnetic emulsion et the effective viscosity. II. Shear flow // Magnitnaya Gidrodinamika. – 1983. – Vol. 19, No. 3. – P.12 – 24.

168. Takimoto J., Takeda H., Masubuchi Y., Koyama K. Stress rectification in MR fluids under titled magnetic field // Int. J. Mod. Phys. B. – 1999. – Vol. 13, Nos. 14-16. – P. 2028-2035.

169. Taktarov N.G. Convection of magnetizable fluids in a porous medium // Magnitnaya Gidrodinamika. – 1981. – Vol. 17, No. 4. – P. 33 – 36.

170. Taktarov N.G. Filtration of magnetizable fluids in conducting porous media // Magnitnaya Gidrodinamika. – 1983. – Vol. 19, No. 3. – P. 25 – 30.

171. Taktarov N.G. Motion of magnetizable fluids in porous media // Magnitnaya Gidrodinamika. – 1980. – Vol. 16, No. 3. – P. 38 – 43.

172. Tamm I.Ye. Basis fundamental theory of electricity. – Moscow: Science, 1989. – 504p.

173. Tao R., Lan Y.C., Xu X. Structure enhanced yield shear stress in electrorheological fluids // Int.J.Mod.Phys.B.–2002.–Vol.16, Nos.17–18, P.2622-2628.

174. Taylor G. Disintegration of water drops in an electric field // Proc. Roy. Soc. – 1964. – Vol. 280, No. 1382. – P. 383 – 397.

175. Tchizmadzhev Yu.A., Markin V.S., Tarasevich M.S., Tchirkov Yu.G. Macrokinetics of the processes in porous media. – Moscow: Nauka, 1971. – 364 p.

176. Vislovich A.N., Sinitzyn A.K. Helix flow of a ferromagnetic colloid in the uniform magnetic field of an arbitrary orientation // Magnitnaya Gidrodinamika. – 1978. – Vol. 14, No. 2. – P. 14 – 18.

177. Vislovich A.N., Sinitzyn A.K., Timanovich V. Instability of a plane Couette flow in the uniform magnetic field // Magnitnaya Gidrodinamika. – 1984. – Vol. 20, No.2. – P. 32 – 37.

178. Volkova O. Study of the rheology of suspensions of magnetic particles: Ph.D. thesis / University of Nice. – Nice, 1998. – 156 p.

179. Volkova O., Bossis G., Guyot M., Bashtovoi V., Reks A. Magnetorheology of magnetic holes compared to magnetic particles // J. Rheol. – 2000. – Vol. 44, No. 1, P. 91–104.

180. Volkova O., Bossis G., Lemaire E. et al. Magnetorheology in strongly structured media // Magnitnaya Gidrodinamika. – 1996. – T. 32, No. 4. C. 304 – 310.

181. Volkova O., Bossis G., Lemaire E. Magnetorheology of model suspensions // Electro-rheological fluids, magneto-rheological suspensions and their applications: Proceedings of the Int. Conf., Singapore, July 1997; Eds. N. Nakano, K. Koyama. – Singapore: World Scientific, 1998. – P. 528 – 534.

182. Wang X., Gordaninejad F. Herschel-Bulkley analysis of electro- and magnetorheological controllable fluids in flow mode // Electro-rheological fluids, magneto-rheological suspensions and their applications: Proceedings of the Int. Conf., Honolulu, July, 1999. – Honolulu, 1999. – P. 568-578.

183. Washburn B.W. The dynamics of capillary flow // Phys. Rev. – 1921. Vol. 17. – P.273 – 283.

184. Weser T., Stierstadt K. Magnetoviscosity of concentrated ferrofluids // Ztschr. Phys. B: Condensed Matter. – 1985. Vol. 59, No. 3, P. 257 – 260.

185. Yang G., Spencer B.F., Carlson J.D., Sain M.K. Large-scale MR fluid dampers: modeling and dynamic performance considerations // Engineering structures. – 2002. – Vol. 24, No. 3. – P. 309 – 323.

186. Yu A.B., Standish N. Characterisation of non-spherical particles from their packing behaviour // Powder Technol. – 1993. – Vol. 74. P. 205-213.

187. Zaltsgendler E.A., Kordonski V.I. To the construction of a theory of the magnetorheological effect // Heat and Mass Transfer. Physical basis and methods: Collection of articles. – Minsk: ITMO AN BSSR, 1979. – P. 63 – 65.

188. Zaytsev V.M., Shliomis M.I. Entrainment of a ferromagnetic suspension with a rotating field // Zhurnal Prikladnoy Mekhaniki i Tekhnicheskoy Fiziki – 1969. – Vol.5. – P. 11 – 16.

189. Zeuner A., Richter R., Rebberg I. Weak periodic excitation of a magnetic fluid capillary flow // J. Magn. Magn. Mater. – 1999. – Vol. 201, Nos. 1 – 3. – P. 321– 323.
190. Zimmels Y., Cabuil V., Bacri J.-C., Perzynski R. Termodynamics of wetting of solid surfaces by magnetizable fluids // J. Magn. Magn. Mater. – 1993. Vol. 122, Nos. 1 – 3, P. 241 – 247.