HAL open science

Optique Intégrée pour les Communications Quantiques

Sébastien Tanzilli

To cite this version:

Sébastien Tanzilli. Optique Intégrée pour les Communications Quantiques. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Nice Sophia Antipolis, 2002. Français. NNT : . tel-00008814

HAL Id: tel-00008814

https://theses.hal.science/tel-00008814

Submitted on 21 Mar 2005

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Thèse

présentée à

l'Université de Nice–Sophia Antipolis

École Doctorale : Sciences et Technologies de l'Information et de la Communication

pour obtenir le grade de

Docteur en SCIENCES

dans la spécialité : **Physique**

par

Jean-Sébastien Tanzilli

Optique Intégrée Pour Les Communications Quantiques

Soutenue le 22 février 2002 devant la commission composée de :

Pascal Baldi	Maître de Conférence, Université de Nice	
Vincent Berger	Professeur, Université Paris VII	*Rapporteur*
Marc P. De Micheli	Directeur de recherche, CNRS	
Claude Fabre	Professeur, Université Paris VI	
Nicolas Gisin	Professeur, Université de Genève	
Ariel Levenson	Directeur de recherche, CNRS	*Rapporteur*
Daniel B. Ostrowsky	Professeur, Université de Nice	*Président*

à 11 heures au Laboratoire de Physique de la Matière Condensée

Thèse

présentée à

l'Université de Nice–Sophia Antipolis

École Doctorale : Sciences et Technologies de l'Information et de la Communication

pour obtenir le grade de

Docteur en SCIENCES

dans la spécialité : **Physique**

par

Jean-Sébastien Tanzilli

Optique Intégrée Pour Les Communications Quantiques

Soutenue le 22 février 2002 devant la commission composée de :

Pascal Baldi	Maître de Conférence, Université de Nice	
Vincent Berger	Professeur, Université Paris VII	*Rapporteur*
Marc P. De Micheli	Directeur de recherche, CNRS	
Claude Fabre	Professeur, Université Paris VI	
Nicolas Gisin	Professeur, Université de Genève	
Ariel Levenson	Directeur de recherche, CNRS	*Rapporteur*
Daniel B. Ostrowsky	Professeur, Université de Nice	*Président*

à 11 heures au Laboratoire de Physique de la Matière Condensée

Remerciements

Ce travail de thèse s'est fait par le biais d'une étroite collaboration entre l'équipe *Guides d'Ondes Optiques Actifs* du **Laboratoire de physique de la Matière Condensée (LPMC)** de l'Université de Nice, et l'équipe *Quantique* du **Groupe de Physique Appliquée (GAP)** de l'Université de Genève. C'est donc grâce à quelques voyages entre ces deux villes que les expériences présentées ci-après ont pu être réalisées et que j'ai pu bénéficier, en ces lieux de hautes compétences respectives, d'un soutient permanent et d'un partage du savoir de qualité.

Toutefois, il doit être noté que mes voyages ont été, la plupart du temps, assuré par une compagnie aérienne de couleur orange (voir www.e ? ? ?j ? ?.com) encore toute jeune à l'époque. J'ai donc eu accès à des tarifs ultra compétitifs (moins de 400 FF l'aller–retour, soit 60 Euros, ou 100.- CHF) permettant l'économie d'un argent précieux à mes deux laboratoires d'accueil, mais aussi grâce des horaires souvent respectés (enfin, par rapport à la précision des horloges helvétiques, ce n'est pas encore gagné...). C'est pour ces raisons que je lui témoigne ici l'expression de mes sincères remerciements et que je lui souhaite une bonne continuation.

Ah oui j'oubliais... je voudrais tout de même dédier ces lignes aux nombreuses personnes que j'ai fréquentées durant ces années.

Je tiens, en premier lieu, à remercier Jean-Pierre Romagnan, directeur du LPMC à mon arrivée, pour m'avoir accueilli au sein de son laboratoire avec la gentillesse et l'attention qui le caractérisent. J'aimerais aussi lui témoigner toute ma reconnaissance pour son implication dans l'attribution de mon allocation de recherche.
C'est à ce titre que je voudrais saluer et sincèrement remercier le Professeur Albert Papiernik pour avoir proposé un financement de son école doctorale à un étudiant qui n'en faisait pas partie. Les gestes gratuits se font rares de nos jours.

Au cours de mon travail, j'ai eu la chance d'être encadré par un Directeur de thèse qui a su m'apporter tout ce qu'un doctorant est en droit d'attendre. Avec l'enthousiasme qu'on lui connaît, Dan Ostrowsky m'a toujours honoré de sa confiance et m'a surtout laissé une grande liberté d'orientation. Nous avons très souvent partagé des discussions enrichissantes au cours desquelles nous n'avons eu de cesse de refaire le monde. Je garderai de cette interaction la signature d'un enseignement riche qui, j'en suis sûr, me marquera pour un bon nombre d'années. Enfin, outre ses qualités scientifiques et de management réputées, Dan ne serait pas Dan sans ses talents culinaires et son exceptionnel accent. Je profite donc de ces lignes pour certifier que "même Jean Rarité avec une guide PiPi-Hélène de le CI-ENE-AHR-ESSE n'aura pas pu faire le manip' en un semaine... "

Ce travail n'aurait évidemment pas pu être réalisé sans la présence forte de Marc De Micheli à qui je tiens à exprimer ma plus sincère reconnaissance pour avoir largement contribué à faire de moi le jeune docteur que je suis. Je garderai de lui le souvenir d'une interaction précieuse tant sur le plan scientifique que relationnel grâce à laquelle j'ai appris tous les jours. Bien qu'un peu méfiant quant à la "signification sous-jacente" de le mécanique quantique, Marc a toujours soutenu ce projet en faisant preuve d'une disponibilité et d'une ouverture étonnantes. Je lui souhaite vivement de réussir dans sa nouvelle aventure et j'espère que l'on verra très bientôt des modulateurs 40 Giga made in *Moduloptic*".

Je voudrais aussi remercier Pascal Baldi, dit Pascalou, pour l'encadrement expérimental et théorique de qualité qu'il a su m'apporter durant toutes ces années.

Au même titre que Dan, Pascal fut mon interlocuteur privilégié dès mon arrivée au LPMC avec mon bonnet rouge. Ensemble, nous sommes entrés dans le vif du sujet via de nombreuses discussions mêlant à la fois spontanéité et rigueur. Je tiens par ailleurs à saluer d'un bisou-f⋆ le travail de relecture exceptionnel qu'il a accordé à mon manuscrit (le surnom d'œil de lynx lui va si bien). Nous nous sommes aussi découvert quelques points communs : les parties de foot endiablées, le hard-rock et les olives (surtout à l'apéro). Je lui souhaite enfin beaucoup de bonheur avec sa petite famille, Nathalie, Vincent le bambinou tout joufflu, et la pieuvre verte.

"Septante huit" % des résultats expérimentaux présentés dans ce manuscrit ont été obtenus à Genève grâce notamment à l'appui de l'ensemble des collaborateurs que j'ai pu rencontrer là-bas. Ainsi, j'aimerai remercier tout particulièrement Nicolas Gisin, directeur du GAP-Optique, pour m'avoir chaleureusement accueilli au sein de son groupe et de m'avoir fait bénéficier, en outre, du savoir-faire expérimental de son équipe. Je lui témoigne aussi toute ma reconnaissance pour avoir participé au jury de ce travail. Par ailleurs, précisons ici que j'ai moi-même modestement contribué à la formation de Nicolas en lui apprenant, lors de la conférence Quick à Cargese en avril 2001, qu'en France un demi correspond à 25 *cl* de bière pression, qu'un pastis est un pastis mais qu'un demi-pastis n'existe pas, ou bien !

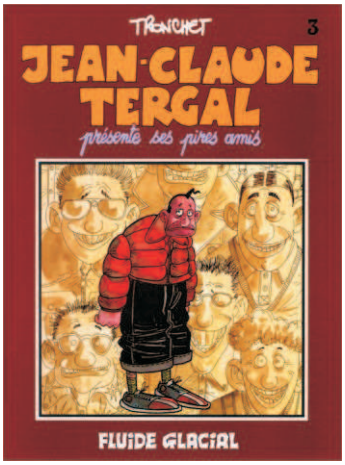
Je voudrais témoigner à Hugo Zbinden, Grand Manitou des expériences genevoise, l'expression de ma sincère reconnaissance pour l'implication dont il a fait preuve durant mes divers séjours genevois. Hugo est un physicien doté d'un feeling expérimental hors norme et son aide fut à tout instant des plus précieuses et des plus enrichissante. D'ailleurs, chez Hugo on ne parle pas d'optimisation mais plutôt d'optimalisation... ceci explique que ça marche toujours mieux avec lui. Je voudrais enfin préciser que même si mes origines sont lyonnaises, ce n'est pas moi qui ai volé ses 3 VTT.

Merci à Wolfgang Tittel, d'Allemagne (cf. sa thèse), pour son aide précieuse, sa rigueur d'allemand (qui tend quand même) mais surtout pour son amitié. Partis d'un statut de "co-galériens" expérimentateurs, nous avons fini au bar du fameux *Café des Lys* avec le goût du Kebab à Bodrum. J'ai particulièrement apprécié nos discussions aussi bien scientifiques que sociales et notamment celle que l'on a eu avec le douanier suisse lorsque Wolf tenta de lui faire croire que la libanaise qu'il cachait dans sa voiture

n'était pas méchante. Au fait, il paraît que la plus haute montagne à escalader au Danemark fait 160 m environ. Cmmnt ?

Pour continuer et finir dans la partie sérieuse de ces lignes, je voudrais exprimer toute ma reconnaissance aux rapporteurs, MM. Vincent Berger et Ariel Levenson pour avoir accepté de consacrer du temps à la lecture de cet épais manuscrit mais aussi pour leurs remarques constructives qui auront éclairé les débats.
Aussi, je voudrais tout particulièrement remercier Claude Fabre pour avoir participé au jury avec la disponibilité, la clarté et la simplicité qui le caractérisent. Ses questions à la fois pertinentes et profondes ont valorisé mon travail au delà de mes espérances.

Restent les autres, les amis, les collègues ou les connaissances... subtil mélange de niçois, genevois ou lyonnais ! J'adresse donc un grand Merci à (ou aux) :



Mes vieux potes du LPMC :

Guep, pour ton aide toujours en retard mais perpétuelle. Tu es quand même le seul type que je connaisse qui passe ses vacances de la toussaint en mon pays villeurbannais. Il suffit pour cela de ressembler à Michel, l'Ingénieur TG8-123 Informaticien ;

Melle V. pour les longues soirées d'hiver passées au chaud au bord du canal !! t'aurais pas pu trouver meilleur endroit pour qu'on se réchauffe ? ? elle fut aussi ma monitrice LaTeX particulière, autant dire qu'on n'a pas arrêté quoi !

Pecho, hermano para siempre, pour tous les moments énormes qu'on a passé ensemble et qui resteront (par contre, heureusement que les odeurs s'en vont). Désormais on va rider comme deux vieux banditos, et si tou vau venir, tou vien ;

Prag Bit Sampras, pour ses blagues pourries à 38 centimes d'Euros, et ses rythmes salsiens perpétuels qui ont égayé mes journées. Attention cependant aux grosses caillasses sur les routes et aux boules d'agneau du vieux Nice. Je te souhaite le plus grand bonheur pour ton union avec le Maire de Nice $\rightsquigarrow$ Champagne ! !

Puf, mon cher collègue, pour les quelques côtes de boeuf énormes que nous avons partagées mais aussi pour ta session de visites à l'hôpital. Cher Poufiñho, je te souhaite bon courage pour la fin et bonne chance surtout. Je t'adresse aussi mes meilleurs vœux de bonheur avec ta chérie (Delf, j'adore ta bombine) et votre petit bout de choux sauteur, Louise ma filleule (ah non merde c'est Mitch le parrain) ;

Baboliv, dit Arnold l'enquilleur de pegs, pour ton amitié et ta disponibilité à toute épreuve (c'est pas comme certains). Je te souhaite une bonne continuation en thèse, mais saches que tu ne pourras pas prendre 5 semaines de vacances par semestre !

Mitch, dit "Tiger Mitch" le baron, pour tous les groupes qu'on a monté... là, ça paraît compromis pour les deux prochaines années au moins. Bonheur énorme avec ta petite famille. Au fait, vivent les aigles ;

Shouni, l'homme-qui-chougne-tout-le-temps-à-mort, pour avoir essayé de me piquer ma copine. Je ne ferai pas de mauvaise blague sur tes racines stéphanoises à 2 balles. Quand vas-tu arrêter de parler pour te mettre à travailler ?

Le gamin, avec qui nous avons refait le monde tous les soirs depuis 6 mois. Serions-nous passés à côté d'une interaction forte ?

Etaboin, joli nom, pour ton aide guidante indispensable. Tous mes vœux de bonheur pour tes nouvelles vies avec Valérie, Pascal et Marc ;

Melle K pour ses Ahh et ses Haaa. Un jour, je te présenterai enfin St Thomas, je l'ai rencontré dans la sallamanip' ;

Piero, le ritale que toutes les femmes désirent, pour son encadrement intensif ;

Enfin, voici le Merci-Rébus : mon premier sort le tanz-du-ravin lors des sorties VTT, enquille des mètres de bières au De Klomp et course le TGV avec sa brouette. Mon second, un héros, éteint les flammes mais n'allume pas les femmes, a cassé sa $2\,l$

turbo et reçoit sans cesse la visite d'un extra-terrestre (bonnejouuhr). Mon tout est mordu de Counter Strike. Qu'est-ce que c'est ? Le U ? Non le Oire et le Jey.

Mes vieux potes de la république lyonnaise, qui finiront tous par crever seuls d'une overdose un soir de Noël :

Merlin pour son accueil et ses appels fréquents ;

La Fugeasse dit Oursiñho, pour son soutien et pour sa fraternité unilatérale à toute épreuve. Je crois que seuls Nephilim et le blanc (l'or des braves) qui rend fou sont des échappatoires. Vivent les courgettes longues, hein ?

Nien, el niño que no save lo que hacer para vivir en la realidad, pour avoir été mon ami 12. Je crois que je n'ai jamais été aussi proche de toi que depuis ton départ pour la Hollande. Ça va aller, un jour viendra où l'hélice... ouais ça doit être ça ;

Boub ou Kadour, pour tous ses lives et ses panneaux rigole. Vivement que tu achètes une vraie bécane (Merlin vend sa 125) qu'on aille se tirer l'arsouille. Tes coups de téléphone dominicaux auront rythmé ma vie comme la 5 du black album ;

Dub, pour m'avoir si souvent téléphoné et rendu visite à Nice. Heureusement que les grands amis ne se perdent jamais !

Riquet pour tous ses précieux documents. Ta quête d'absolu te mènera certainement à la voie... ferrée. As-tu pensé au mouvement raënien ? Nien est au courant ;

Et enfin Jean-Stef, dit Herbiv' do Brazil, petit et large d'épaules, qui comme Nanard a choisi de voyager chez les Cangaceiros en quête de coca (cola, bien sûr). Frère, sache que malgré la distance, je n'ai jamais senti ta présence à chaque instant ;

A un certain Fabrice M. la-terreur-des-étudiants-de-maîtrise, je souhaiterai transmettre ma profonde reconnaissance pour l'implication et le soutien qu'il a accordé à mes équations à 10 centimes. Bo blond, outre tes qualités scientifiques, j'ai apprécié ta chaleur humaine si bien que désormais, sans toi, je me sens seul et j'ai froid. Je voudrais aussi te remercier pour tes multiples réponses aux "Questions LaTeX du soir ?". Je me porte garant que Julien Lepers serait ravi de te voir dans son émission.

Il existe un genevois, surnommé Greg le baron, avec qui j'ai partagé play-lists, café-théâtre, match du Servette et de l'OL et surtout fondues au "Vieux Carrouge"

avec des rouillaves suivies de baisers volés au Chat Noir devant le patron. Qu'il trouve ici l'expression de mon amitié sincère. Je lui souhaite aussi beaucoup de suite dans ses idées quantiques.

Au passage, je vais profiter de la place qui m'est allouée ici pour enfin répondre à Eric Picholle sur ce qu'est la phase d'un photon : après discussion avec Carlos, je pense que le problème peut s'apparenter à une fréquence plasma non collective. Est-ce que çà va toujours là ? Merci à tous les deux pour votre sympathie et pour toutes les discussions passionnées que nous avons partagé, souvent tard dans la nuit.

Au LPMC, il y a un homme, Gérard Monnom, qui tire (les fibres) plus que vite que son ombre. S'il n'est pas en embuscade pour flinguer les doctorants qui errent dans les couloirs du labo, il est toujours disponible pour partager son savoir et pour donner des conseils précieux. Je le remercie pour sa gentillesse et j'aimerai lui souhaiter bonne chance pour ses nouvelles fonctions. Mes respects, Monsieur le directeur.

Mes années de thèse ont été rythmées par les membres du célèbre groupe PDOXT ("The Paul's Mother Lovers" – Paul, désolé...) avec lesquels j'ai partagé quelques soirées fulgurantes de Death Metal Progressive Dark Rock. En quelques mots, merci à Paul : fais gaffe aux arsouilles avec les gars en R1 ; Xav : il est tanz d'arrêter de faire la tarlouze avec tes jeans pattes d'eph ; Oliv : après Kill'em all la vie continue et la philosophie aussi ; et Davy plein de bonheur et de fondues savoyardes avec la p'tite nouvelle et laisse un peu tomber la mère à Paul, ça ne te mènera à rien cette affaire.

Je voudrais aussi remercier ma Maman pour m'avoir toujours soutenu dans ma vie d'étudiant et pour avoir toujours été là quand j'ai eu besoin d'elle. Je te souhaite une très agréable retraite bien méritée et j'en profite pour te dire que la cassette de ta médaille a malencontreusement disparue...

Je ne saurais terminer ces lignes sans avoir une douce pensée pour ma "petite copine". Dima, toi Alice, moi Bob : – ♡TQLMMJTAMQM♡ – But how can we be

sure in this quantum world ?

Recuerdo a mis abuelicos...

"[...] Je trouve que le plus beau des arguments de Bohr consista à utiliser la théorie de la relativité générale pour réfuter Einstein. [...]"
Werner Heisenberg
La grande unification : vers une théorie des forces fondamentales
par Abdus Salam, Werner Heisenberg et P. A. M Dirac.

Table des matières

INTRODUCTION GÉNÉRALE **19**

1 Des guides PPLN pour l'optique quantique **27**

1.1 La conversion paramétrique dans un guide PPLN 30

1.1.1 L'interaction lumière–matière pour un cristal non-linéaire . . . 30

1.1.2 La polarisation non-linéaire 32

1.1.3 La configuration guidée 33

1.1.4 Le terme de phase et le QAP 35

1.1.5 Les paramètres remarquables 40

1.2 Quelques éléments de technologie 47

1.2.1 Le substrat de niobate de lithium 47

1.2.2 La polarisation périodique du niobate de lithium 50

1.2.3 L'échange protonique doux ou SPE 52

1.3 La caractérisation de la fluorescence paramétrique 56

1.3.1 Le protocole expérimental 57

1.3.2 Les spectres de fluorescence 61

1.3.3 Les courbes de quasi-accord de phase 69

1.4 Validation numérique 72

1.4.1 Généralités sur les principes numériques utilisés 72

1.4.2 Modélisation du guide niçois 74

1.4.3 Modélisation du guide genevois 77

1.5 Conclusion du chapitre 1 80

2 L'efficacité d'un générateur paramétrique 81

2.1 Les différentes sources de paires de photons 83

2.2 L'efficacité en régime continu 86

2.2.1 Synoptique d'une expérience de comptage de paires de photons en coïncidence 86

2.2.2 Définition des paramètres utilisés 88

2.2.3 Calcul de la probabilité de conversion 88

2.2.4 Coïncidences en sortie d'un guide d'onde PPLN – résultats . . 93

2.2.5 Comparaison avec les autres sources existantes 100

2.2.6 Vérification expérimentale de l'immunité aux pertes des mesures d'efficacité 110

2.3 Efficacité en mode pulsé 117

2.3.1 Motivations 117

2.3.2 L'expérience de coïncidences avec un laser pulsé 118

2.3.3 Développement théorique 125

2.3.4 Interprétation des calculs 136

2.4 Conclusion du chapitre 2 144

3 Les interférences quantiques 147

3.1 La petite histoire des paires de particules 149

3.1.1 Les inséparables 149

3.1.2 Einstein et Bohr : les prémisses d'un débat 150

3.1.3 Einstein et Bohr : réalisme ou positivisme ? 152

3.2 Le paradoxe E.P.R. et le théorème de Bell 154

3.2.1 Ingrédients d'une situation E.P.R. 154

3.2.2 Le théorème E.P.R. 156

3.2.3 Mais où est donc le problème ? 157

3.2.4 L'inégalité de Bell 158

3.2.5 Les failles ou "loopholes" 161

3.3 L'intrication en énergie-temps: théorie et expérience 165

3.3.1 D'ou vient cet enchevêtrement ? 166

3.3.2 L'interféromètre de Franson 167

3.3.3 L'inégalité de Bell en énergie-temps 171
3.3.4 Calcul quantique du taux de coïncidences 178
3.3.5 Résultats expérimentaux avec un guide PPLN 183
3.4 L'intrication en "time-bins" 191
3.4.1 Extension de l'interféromètre de Franson 192
3.4.2 Résultats expérimentaux avec un guide PPLN 198
3.4.3 Motivations : la distribution quantique de clés à paires de photons 204
3.5 Conclusion du chapitre 3 207

CONCLUSION GÉNÉRALE 209

A Equation linéaire de propagation guidée 217

B Système régissant l'amplitude des ondes paramétriques 219

C Traitement semi-Q des puissances de fluorescence 223

D Quelques remarques sur l'électronique utilisée 227
D.1 Les détecteurs 227
D.2 La mise en forme des signaux 232
D.3 Le compteur de coïncidence 233

E Caractéristiques des APDs utilisées 235
E.1 Introduction 235
E.2 Quelques idées et rappels théoriques 237
E.2.1 Mesure classique de l'efficacité de détection 237
E.2.2 Mesure d'efficacité en mode passif ou actif 239
E.2.3 Mesure d'efficacité en mode gated 240
E.2.4 Les afterpulses ou échos d'avalanche 243
E.2.5 Modèle du détecteur 243
E.3 Protocole expérimental et résultats 246
E.3.1 Synoptique de la caractérisation de type gated 246
E.3.2 Quelles formes ont les signaux de détection ? 249
E.3.3 Résultats pour deux détecteurs 250

F Le traitement quantique du diviseur de faisceau 255

F.1 Introduction – traitement classique 255

F.2 Pourquoi une description quantique ? 258

F.3 Traitement quantique d'un BS sans perte 260

F.4 Transformation des états de Bell 264

F.5 Représentation en termes d'états de Fock 268

F.6 Juste pour finir... 271

G L'état intriqué en énergie-temps 275

H Origine du taux de coïncidences quantique 281

I Préparation et analyse des qu-bits 285

Introduction Générale

L'un des principaux accomplissements scientifiques du siècle dernier fut certainement d'avoir développé une théorie, la Physique Quantique[1], capable de décrire le comportement des systèmes dont la quantité d'action est comparable à $\hbar$ [69]. Cet avènement constitua une révolution tant d'un point de vue du formalisme que conceptuel puisque nombreuses sont ses propriétés qui nous paraissent complètement dénuées d'intuition. C'est pourquoi son interprétation aussi bien que sa complétude ont souvent faits l'objet de controverses philosophiques qui furent souvent déclinées sous la forme "d'expériences de pensée" destinées à réfuter certains de ses fondements. Toutefois, grâce à l'apport des technologies et d'idées originales, les physiciens ont pu tester les prévisions de la théorie quantique et répondre à l'ensemble des propositions faites à son encontre. Par exemple, le paradoxe E.P.R. [39] relatif à la non-localité des états intriqués[2] et les inégalités de Heisenberg relatives à la dispersion des systèmes font certainement partie des débats les plus connus. On retiendra notamment les nombreux tests des inégalités de Bell [10] qui montrèrent que la classe des théories locales ne peut fournir une description correcte des corrélations que montrent les paires de particules intriquées [10, 7, 5, 76, 84, 24, 59, 104].

En plus d'avoir vu naître et se développer la physique quantique, le siècle dernier a très souvent été qualifié de "siècle de l'information". C'est en effet grâce à l'ensemble des technologies qui y ont vu le jour (micro-électronique, optique guidée, etc.) que notre société est entrée dans l'ère de l'information qui requiert un traitement toujours plus puissant. Que ce soit les transactions bancaires, les communications téléphoniques ou encore les opérations chirurgicales à distance, plus rien ne se fait aujourd'hui sans ordinateur ou sans réseau de fibres télécoms. Cependant, l'édifice repose encore sur la théorie mathématique développée par Shannon au milieu du XXe siècle qui reste très découplée de la réalisation physique des calculs. De plus, bien que la théorie quantique soit nécessaire pour comprendre le fonctionnement d'un tran-

[1] De très bons ouvrages sont disponibles comme par exemple les inévitables Cohen-Tannoudji, Diu et Laloë [34], Levy-Leblond et Balibar [69], Landau et Lifshitz [67] ou encore Feynman [43].

[2] Dans tout ce qui suit, nous utiliserons indifféremment les mots *intrication* et *enchevêtrement* qui portent la même idée. Notons que le mot "verschränkung" fut initialement introduit par Schrödinger en 1935 [91].

sistor, les avancées ponctuelles en terme de puissance de calcul n'amènent aucune modification conceptuelle : l'unité d'information logique, le "bit", est toujours une variable purement classique souvent représentée par le niveau de tension (haut ou bas) appliquée sur la base d'un transistor ou par l'intensité d'une impulsion lumineuse au sein d'une fibre optique. Il est d'ailleurs possible à tout à instant d'en connaître la valeur puisque la mesure ne l'affecte pas.

Aujourd'hui, ce découplage entre théorie de l'information et réalisation physique des calculs semble disparaître grâce, notamment, à la miniaturisation des portes logiques qui bientôt ne seront plus composées que de quelques atomes. Alors, grâce à la superposition cohérente d'états possible pour les systèmes quantiques, adresser une telle porte peut offrir trois possibilités : l'état haut, l'état bas et la superposition des deux. On ne parle plus alors de bits, mais plutôt de "qu-bits" (quantum bits). Et comme l'adressage se fait à l'aide d'un photon l'état global du système est intriqué, rendant les possibilités de calculs extraordinaires lorsque la taille de celui-ci devient suffisamment grande. Shor montra même en 1994 qu'il existe un algorithme quantique susceptible de réduire à un temps polynomial la factorisation des grands nombres premiers[3] [94]. Et l'on parle déjà de l'"ordinateur quantique[4]"...

Dans le même temps, un nombre impressionnant d'idées théoriques regroupées sous l'appellation "communications quantiques" ont vu le jour ces dernières années. Elles utilisent d'ailleurs, pour la plupart, une seule et même ressource : l'intrication des qu-bits. Toutefois, mis à part la distribution quantique de clés pour la cryptographie à photons uniques [74, 105, 73] ou à paires de photons [53, 75, 103], les réalisations expérimentales sont encore loin d'accomplir les prouesses escomptées par la théorie. Et même si de récentes avancées ont mené aux premières démonstrations expérimentales du codage dense [15, 111], de la permutation d'enchevêtrement [80, 54], de la génération d'états GHZ[5] [22, 79] et de la téléportation d'état [23, 21, 56, 81], il subsiste

[3]Si cet effet était réellement possible, l'ensemble des protocoles de cryptage utilisés actuellement qui reposent justement sur ce type de factorisation deviendraient obsolètes.

[4]Un récent article dans la revue Nature parle d'ailleurs du premier résultat calculatoire d'un tel dispositif [106]. Les chercheurs en sont à $15 = 3 \times 5$...

[5]Du nom des auteurs Greenberger, Horne et Zeilinger, les états GHZ concernent les intrications

toujours de grands besoins d'implémentations originales qui requerront sans aucun doute l'apport des technologies actuelles comme, notamment, l'optique intégrée.

C'est dans cette lignée que s'inscrit ce travail de thèse dont l'objectif est double. D'un point de vue technologique, il s'agit de montrer la faisabilité d'une source de paires de photons corrélés compacte et efficace basée sur la génération paramétrique dans un guide d'ondes réalisé par échange protonique sur un substrat de niobate de lithium polarisé périodiquement[6] (PPLN) et régie par le quasi-accord de phase. D'un point de vue fondamental, il s'agit de mettre en évidence la qualité de l'état enchevêtré en énergie–temps propre à la génération paramétrique par l'intermédiaire d'expériences d'interférences quantiques qui repose sur le fameux protocole de Franson [44] que nous détaillerons. Plus encore, ce qui nous intéresse, c'est de véritablement conférer à notre source les caractéristiques essentielles qui lui permettront d'être l'un des composants clés des futures expériences de communications quantiques qui devraient, à n'en point douter, sortir d'ici peu des laboratoires afin d'échanger des qu-bits sur grandes distances via les fibres optiques [104].

En ces termes, les ingrédients requis pour la "source idéale" sont aux nombres de trois :

(i) Compacte, elle doit pouvoir s'insérer de façon simple, stable et efficace dans les systèmes de télécommunication à fibres disponibles actuellement. En effet, le couplage et le transport des photons (ou qu-bits) générés doit se faire avec le moins de pertes possibles ce qui implique de fait une longueur d'onde de travail centrée sur l'une des fenêtres préférentielles, à savoir 1310 ou 1550 nm.

(ii) Elle doit posséder une haute efficacité de conversion paramétrique. En effet, les protocoles comme notamment la permutation d'enchevêtrement sont actuellement limités par de trop faibles taux de création de paires de photons. Il s'ensuit

concernant plus de deux particules. Dans le cadre de la théorie quantique de l'information, ces états sont utiles aux codes correcteurs d'erreurs.

[6]En anglais Periodically Poled Lithium Niobate, d'où l'abréviation. Nous parlerons volontiers de "guides PPLN" dans tout ce qui suit.

non seulement des temps de mesures très longs mais aussi une faible probabilité de créer le nombre de paires requis.

(*iii*) Enfin, elle doit être capable de produire un état enchevêtré en énergie-temps de très bonne qualité, c'est à dire capable de montrer des interférences quantiques à contraste proche de 100%. Notons que cette condition est d'autant plus importante que l'état enchevêtré en énergie-temps est celui qui décohère le moins en fonction de la distance de transport dans les fibres [86, 104].

Les guides d'ondes PPLN que nous fabriquons depuis quelques années au laboratoire semblent s'adapter à l'ensemble des critères que nous venons d'énoncer. En effet, sachant que la configuration guidée offre un confinement des ondes sur une longueur pouvant atteindre plusieurs centimètres, il est possible d'obtenir des probabilités de conversion des photons de pompe en paires de photons encore jamais atteintes à l'aide d'un cristal massif [30]. Ceci permet par ailleurs de réduire considérablement la puissance de pompe requise et permet l'utilisation de simple diodes laser n'émettant pas plus de quelques micro-Watts. Aussi, le processus de génération paramétrique spontanée en quasi-accord de phase permet d'obtenir naturellement des paires de photons enchevêtrés en énergie-temps à pratiquement toutes les longueurs d'onde désirées. Enfin, l'insertion dans les réseaux de fibres peut se faire par simples "pigtailing" des guides.

Or, d'une façon générale, la caractérisation d'une nouvelle source paramétrique de paires de photons corrélés peut se décomposer en trois étapes majeures. Soit :

(*i*) L'étude classique de la fluorescence paramétrique. C'est elle qui permet de déduire la ou les courbes d'accord de phase et de définir, le cas échéant, un ou plusieurs points de fonctionnement pour nos applications.

(*ii*) La détermination expérimentale de son efficacité de conversion en mode comptage de photons. Celle-ci peut être vue comme la probabilité d'émettre une paire de photons par photon de pompe (mode continu) ou par impulsion laser.

(*iii*) L'examen de la qualité de l'intrication produite. Cela correspond à mettre en exergue les propriétés non-locales des paires de photons créées.

C'est grâce à une étroite collaboration entre le LPMC de l'Université de Nice et le GAP-Optique de l'Université de Genève que nous avons pu procéder, grâce au couplage des connaissances et de l'expérience de ces deux groupes dans leur spécialité respective, à l'ensemble de ces caractérisations. Les guides d'ondes PPLN ont en effet souvent voyagé, et nous aussi, entre Nice, lieu de fabrication, et Genève, lieu d'utilisation, et ont permis l'alimentation de ce "travail de thèse non-local" dont le contenu du présent manuscrit est le suivant :

Contenu du manuscrit

CHAPITRE 1

L'idée de cette partie sera de définir et de remplir un cahier des charges permettant la réalisation de guides PPLN utilisables pour des expériences d'optique quantique pour lesquelles nous avons besoin de paires de photons dégénérés à $1310\,nm$.

Ainsi, après avoir rappeler les bases théoriques qui mènent à la formulation des champs en interaction quadratique dans une structure guidante polarisée périodiquement, nous proposerons un aperçu des techniques de fabrication des composants mises au point au LPMC.

Par la suite, nous indiquerons comment caractériser expérimentalement la génération de fluorescence paramétrique pour deux guides que nous utiliserons respectivement à Genève et à Nice. Compte tenu des résultats obtenus, nous procéderons enfin à la modélisation de ces dispositifs dans le but de décrire les interactions modales qui les régissent et d'expliquer quelques particularités expérimentales.

CHAPITRE 2

Une fois les points de fonctionnement trouvés, nous déterminerons expérimentalement, partant d'une pompe en régime continu, les efficacités de conversion de ces guides PPLN en mode comptage de coïncidences. Cette technique, dont l'originalité réside dans son immunité aux pertes, donnera des résultats supérieurs à 10^{-6} ce qui représente une amélioration de 4 ordres de grandeur par rapport aux sources basées sur des cristaux massifs.

Puis, nous étendrons nos investigations expérimentales au cas du régime impul-

sionnel. Nous verrons dans cette situation comment l'histogramme des coïncidences, figure clé de l'expérience, nous permet de remonter de façon simple à la probabilité de créer une paire de photons, voire deux, par impulsion laser. Il faut savoir que la connaissance de la probabilité de créer deux paires de photons simultanément est de la plus haute importance puisque la plupart des protocoles de communication quantique actuels s'y réfère, que ce soit par nécessité (permutation d'intrication) ou par sécurité (distribution quantique de clé).

Chapitre 3

Dans cette dernière partie, nous développerons, autour de l'un de nos composants, deux sources de paires de photons corrélés, l'une produisant une intrication en énergie-temps (mode continu), et l'autre une intrication "time-bins" (mode impulsionnel). Après avoir défini les principes théoriques et les idées qui sous-tendent la non-localité et l'enchevêtrement en général, nous montrerons, pour nos deux sources, une violation des inégalités de Bell par le biais du protocole interférométrique de Franson [44]. Ce sont alors les contrastes des figures d'interférence obtenues qui nous permettrons de conclure quant à la qualité des intrications créées.

Enfin, nous conclurons quant aux apports de ce travail et nous proposerons deux nouvelles applications envisageables pour nos guides PPLN.

Chapitre 1

Des guides PPLN pour l'optique quantique

Les guides d'ondes obtenus par échange protonique sur un substrat de Niobate de Lithium Polarisé Périodiquement (PPLN) vont véritablement constituer le cœur des sources de paires de photons corrélés que nous comptons présenter dans la suite de ce manuscrit. Aussi, après plus d'une dizaine d'années d'investigations, leur fabrication arrive désormais à maturité au sein du LPMC. En effet, d'un point de vue technologique, il aura fallu réussir à mettre au point un processus de fabrication des guides d'ondes parfaitement contrôlable et qui ne détruise ou ne réduise pas les propriétés intrinsèques du substrat utilisé, comme notamment la susceptibilité non-linéaire d'ordre deux.

C'est la raison pour laquelle notre groupe a conduit des études poussées sur l'échange protonique [8, 49, 29] qui consiste, partant d'un substrat de niobate de lithium polarisé périodiquement ou non, à remplacer partiellement des atomes de Lithium (Li) par des protons (H^+) au travers d'un masque adéquat. Cet échange qui induit localement une augmentation de l'indice extraordinaire et une réduction de l'indice ordinaire du substrat, autorise la création de structures guidantes ne supportant que la seule polarisation TM.

Aujourd'hui, grâce à la technique de l'échange protonique "doux" (SPE)[1] dévelop-

[1] De l'anglais Soft Proton Exchange, d'où l'abréviation.

pée au laboratoire [29, 30], les guides que nous fabriquons présentent un accroissement d'indice satisfaisant ($\delta n_{max} \approx 0,03$) tout en présentant des pertes à la propagation raisonnables ($< 0,5\,dB/cm$).

D'autre part, afin de pouvoir utiliser le quasi-accord de phase et rendre les interactions quadratiques efficaces au sein des guides, la polarisation périodique du niobate de lithium a aussi fait l'objet de nombreux travaux dans notre groupe [1, 45]. Cette technique, qui consiste à réaliser une inversion périodique du signe du $\chi^{(2)}$, permet de corriger, périodiquement au cours de la propagation, le désaccord de phase qui intervient entre les ondes mis en jeu en raison de la dispersion. Cette solution, alternative à l'accord de phase par biréfringence difficilement réalisable en configuration guidée[2], permet aujourd'hui, grâce à des techniques de lithographie toujours plus performantes, de véritablement choisir la plage de conversion de fréquence désirée.

Le but de ce chapitre n'est évidemment pas de refaire ces dix années de recherche ni de proposer une revue d'ensemble des technologies mises au point pour la fabrication des guides PPLN. L'idée est plutôt de profiter de cette grande expérience pour tenter de répondre à un véritable cahier des charges que nous allons définir. En effet, nous voulions utiliser ces composants non-linéaires intégrés en tant que nouveaux générateurs de paires de photons corrélés pour les expériences d'Optique Quantique. C'est alors dans le cadre de la collaboration avec le GAP–Optique de l'Université de Genève que nous avons pu identifier les diverses particularités dont nous avions besoin. Aujourd'hui, pour que les expériences puissent de nouveau sortir hors des laboratoires, il nous faudrait remplir trois conditions :

(i) Bénéficier d'une haute *efficacité* d'interaction paramétrique qui reste encore le point critique de nombreuses expériences d'optique quantique ;

(ii) Créer *des paires de photons aux longueurs d'onde télécom* dans le but d'utiliser les fibres optiques pour les récolter et les transporter sur grandes distances ;

(iii) Générer *des paires de photons porteuses d'un état intriqué en énergie-temps*. En effet, lorsque les paires se propagent le long de fibres optiques, c'est l'état qui se montre le plus robuste face à la décohérence (voir par exemple la référence [104]).

[2] Surtout aux longueurs d'onde qui nous intéressent.

Nous allons voir que de par leur haute efficacité (rendue possible grâce à la structure guidante elle-même) et à l'accordabilité de l'interaction paramétrique, les guides d'ondes réalisés par SPE sur des substrats PPLN remplissent ces trois conditions.

Nous exposerons donc dans ce chapitre une discussion sur ces guides PPLN qui sera axée tout d'abord sur la description théorique qui permet d'établir les expressions des champs guidés et couplés par interaction non-linéaire, puis sur les techniques qui permettent leur fabrication, et enfin sur la caractérisation expérimentale de la fluorescence paramétrique qu'ils génèrent. Nous proposerons par ailleurs la modélisation numérique de nos résultats expérimentaux afin de remonter aux interactions modales qui régissent les transferts d'énergie entre les ondes de pompe, signal et idler.

1.1 La conversion paramétrique dans un guide PPLN

1.1.1 L'interaction lumière–matière pour un cristal non-linéaire

Pour appréhender le fonctionnement d'un générateur de paires de photons corrélés, il est nécessaire de comprendre comment la lumière interagit avec les atomes de la matière que l'on peut imaginer constitués "d'électrons reliés par des ressorts aux noyaux considérés fixes". Les photons du champ électrique optique traversant la matière vont être absorbés et mettre en vibration les électrons qui deviennent alors, avec les noyaux, autant de dipoles oscillants susceptibles de ré-émettre la lumière sans perte d'énergie. Cette réponse de la matière, ou *polarisation*, est parfaitement linéaire si les électrons vibrent à la fréquence d'excitation. Ils ré-émettent donc un champ identique au rayonnement incident. Toutefois, dans certains matériaux comme les cristaux non centro-symétriques, et ce pour des puissances incidentes suffisantes, les ressorts se comportent de façon non-linéaire[3]. Ainsi, dans la polarisation de la matière et donc dans le champ ré-émis, on trouve non seulement la fréquence du champ incident mais aussi toutes ses harmoniques. Dans le cas où plusieurs champs sont présents, soit injectés soit émanant du bruit, toutes les combinaisons de fréquences peuvent alors être accessibles[4] : on parle alors d'interactions paramétriques. De là, si on se limite à des interactions à trois ondes, plusieurs configurations peuvent encore être envisagées. Nous nous proposons d'étudier plus particulièrement le cas pour lequel un photon du faisceau incident dit de *pompe* est redistribué en deux photons de plus faibles énergies et alimentant deux nouveaux champs dits de *signal* et d'*idler* en satisfaisant le principe de conservation de l'énergie initiale [82, 92, 28][5].

Il y a donc une infinité de couples possibles, mais la dispersion du matériau, qui implique des vitesses de phase différentes pour les trois ondes couplées, fait que ce qui se crée en un point du cristal est généralement détruit par interférence avec ce qui se crée en un autre point. C'est pourquoi les ondes signal et idler ne peuvent croître efficacement que si, et uniquement, si une condition supplémentaire est vérifiée : c'est

[3] On dit que les électrons voient des puits de potentiel anharmoniques.

[4] Sous condition de respecter la loi de conservation de l'énergie...

[5] Les livres de Shen [92] et de Butcher [28] sont actuellement considérés comme des références.

l'accord de phase ou conservation de l'impulsion qui traduit le fait que chacune des ondes doit se propager à la même vitesse que la polarisation qui lui sert source. Ce système de deux équations (conservation de l'énergie et de l'impulsion) n'admet en général une solution que sur une plage restreinte de longueur d'onde de pompe pour laquelle les couples signal et idler sont parfaitement définis. Cette plage, dite d'accord de phase, est fixée par la dispersion du matériau et il faut savoir que la plupart des sources de paires de photons utilisées aujourd'hui utilisent la biréfringence pour la compenser. Ceci impose malheureusement de jouer avec un coefficient non-linéaire qui est rarement le plus élevé du matériau, comme c'est le cas du d_{31} dans le niobate de lithium.

Or, dès 1962, Armstrong et ses collaborateurs [2] ont montré que l'inversion périodique du signe du coefficient non-linéaire permet de compenser le déphasage accumulé au cours de la propagation par chacune des ondes par rapport à son terme de source. Ils ont alors proposé d'utiliser la technique du *quasi-accord de phase* (QAP) pour adapter le matériau aux longueurs d'ondes désirées. Il est ainsi possible de déplacer la plage d'accordabilité sur toute la fenêtre de transparence du matériau en ne faisant varier qu'un seul paramètre : *le pas d'inversion du signe du* $\chi^{(2)}$. La condition d'accord de phase est alors moins restrictive et il devient possible d'utiliser le coefficient non-linéaire le plus élevé du matériau (d_{33} dans le niobate de lithium).

Enfin, comme la plupart des interactions de type lumière–matière, la conversion paramétrique est d'autant plus efficace que la densité de lumière est élevée, d'où l'idée de confiner les ondes au sein d'une structure guidante. En effet, comme nous l'avons suggéré dans l'introduction de ce chapitre, l'Optique Quantique, qui se tourne aujourd'hui vers des expériences demandant la création de plus d'une paire de photons simultanément, est en quête de sources *compactes et efficaces*.

Voyons pour l'instant comment l'interaction paramétrique peut se traduire en terme d'équations et quelles sont les solutions pour les champs en configuration guidée. Nous établirons entre autres les relations qui intéressent directement les caractéristiques accessibles expérimentalement telles que la puissance de fluorescence ou encore la largeur de ligne.

1.1.2 La polarisation non-linéaire

Considérons un matériau diélectrique non centro-symétrique et ne présentant ni charge ($\rho = 0$) ni courant de conduction ($\vec{j} = \vec{0}$)[6]. Les champs électro-magnétiques au sein de ce matériau obéissent aux équations de Maxwell [2, 16, 87, 92, 107, 113] :

$$\begin{cases} div(\vec{D}) = & 0 \\ div(\vec{H}) = & 0 \\ \vec{rot}(\vec{E}) = & -\mu_0 \dfrac{\partial \vec{H}}{\partial t} \\ \vec{rot}(\vec{H}) = & \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t} \end{cases} \tag{1.1}$$

avec

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \tag{1.2}$$

$\vec{E}$ et $\vec{H}$ sont respectivement les champs électrique et magnétique alors que $\vec{D}$ et $\vec{B}$ sont généralement dénommés par les termes d'induction électrique et magnétique. Pour corroborer les mots employés au paragraphe 1.1.1 précédent, nous dirons que $\vec{P}$ est le vecteur polarisation acquis par le matériau sous l'incidence du champ $\vec{E}$. C'est lui qui va servir de source à l'induction électrique $\vec{D}$ au même titre que le champ $\vec{E}$. Enfin, μ_0 et ϵ_0 sont respectivement la perméabilité magnétique et la susceptibilité diélectrique du vide.

Or, lorsque les champs optiques sont importants (de l'ordre du champ interatomique, soit $10^{11}\, V.m^{-1}$), la polarisation $\vec{P}$ du milieu devient une fonction non-linéaire du champ électrique [2, 16]. Elle se développe alors comme suit :

$$\vec{P}(\vec{E}) = \epsilon_0 \left[\chi^{(1)}\right] \vec{E} + \epsilon_0 \left[\chi^{(2)}\right] \vec{E}\vec{E} + \epsilon_0 \left[\chi^{(3)}\right] \vec{E}\vec{E}\vec{E} + \ldots = \epsilon_0 \chi^{(1)} \vec{E} + \vec{P}^{NL}(\vec{E}) \tag{1.3}$$

où $\chi^{(1)}$ représente la susceptibilité au premier ordre du milieu considéré considéré. Dans toute la suite de notre étude, nous nous limiterons au terme du second ordre qui n'existent que le cas des matériaux non-centro-symétriques. Le terme $\left[\chi^{(2)}\right]$ dénote alors le tenseur susceptibilité d'ordre deux.

En prenant le rotationel de la troisième équation du système 1.1 ci-dessus et en y

[6] ρ et $\vec{j}$ sont respectivement désignés par les noms de densité volumique de charge et densité surfacique de courant.

injectant la relation 1.3, il vient l'équation de propagation relative au champ électrique que l'on appelle encore *équation de Helmoltz*. Soit :

$$\boxed{\triangle\vec{E} - \vec{grad}\left(div(\vec{E})\right) - \frac{\epsilon_r}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = \mu_0\frac{\partial^2\vec{P}^{NL}}{\partial t^2}} \tag{1.4}$$

où $\vec{P}^{NL}$ constitue un terme source justifiant la possibilité, dans un milieu quadratique $[\chi^{(2)}] \neq [0]$, d'un échange d'énergie au cours de la propagation pour trois ondes de fréquences différentes. Notons au passage que ϵ_r vaut $1 + \left[\chi^{(1)}\right]$ et représente la constante diélectrique relative du milieu considéré.

1.1.3 La configuration guidée

L'avantage d'une configuration guidée est de pouvoir confiner les ondes mises en jeu sur une plus grande distance d'interaction qu'avec un cristal massif. Il s'ensuit en théorie une plus grande efficacité de conversion des photons de pompe en paires de photons signal et idler.

Pour plus de clarté, adoptons le système de coordonnées décrit par la figure ci-dessous,

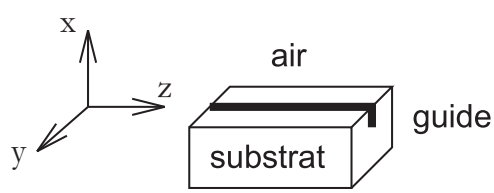


FIG. 1.1 – Choix d'un système de coordonnés en configuration guidée.

et pour lequel la correspondance expérimentale axes mathématiques (x, y, z) – axes cristallographiques (X, Y, Z) du niobate de lithium est la suivante :

$$\begin{cases} x = Z \\ y = X \\ z = Y \end{cases} \tag{1.5}$$

Supposons ensuite que la variation d'indice ne soit positive que suivant l'axe extraordinaire du cristal[7], à savoir Z. Il sera alors possible de considérer que le champ électrique est polarisé principalement selon l'axe x : on parle de modes *quasi-TM*.

Lorsque l'influence de la polarisation non-linéaire est négligeable, l'équation de propagation se réduit, pour la composante x de $\vec{E}$, à :

$$\boxed{\frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{n_x^2}{n_z^2}\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} - \beta^2 E_x + \frac{\omega^2 n_x^2}{c^2} E_x = 0} \quad avec \quad E_x(\omega) = \sum_{modes\ m} \mathbb{E}_{x,m}(x,y) e^{i(\omega t - \beta_m z)} \tag{1.6}$$

C'est cette équation qui va nous permettre de déterminer la forme des champs $\mathbb{E}_{x,m}(x,y)$ guidés au sein de la structure. Ils sont alors caractérisés par $\beta_m = \frac{n_{eff,m}\,\omega}{c}$ et $n_{eff,m}$ qui représentent respectivement la constante de propagation et l'indice effectif du m^{ieme} mode guidé. Notons qu'une démonstration de la déclinaison de cette équation est donnée en annexe A.

Revenons maintenant au cas où la terme non-linéaire de la polarisation n'est plus négligeable. Nous allons désormais réserver les indices p, s et i afin de référencer respectivement les ondes de pompe, signal et idler en interaction, et chercher des solutions de l'équation de propagation 1.4 sous la forme :

$$\boxed{E_x(\omega) = \sum_{modes\ m} A_m(z) \mathbb{E}_{x,m}(x,y) e^{i(\omega t - \beta_m z)}} \tag{1.7}$$

Notons que cette expression correspond à un développement du champ sur la base propre des modes guidés linéaires. Aussi, l'effet de la non-linéarité apparaît dans les poids $A_m(z)$ affectés à chaque contribution. Et dans le cas de notre guide d'onde, la polarisation non-linéaire peut se réduire à sa composante x, soit :

$$P_x^{NL}(\omega_p) = \epsilon_0 \chi_{xxx} E_x(\omega_s) E_x(\omega_i) \tag{1.8}$$

Rappelons que d'après la figure 1.1 ci-dessus, χ_{xxx} dans le repère mathématique équivaut à χ_{ZZZ} dans le repère des axes cristallins.

Avec ce type de solutions, nous voyons apparaître que le terme de gauche de l'équation de propagation 1.4 oscille à la pulsation ω_p alors que le terme de droite

[7] Ceci est l'une des conséquences du processus SPE que nous utilisons pour fabriquer nos guides. Nous en reparlerons au paragraphe 1.2 qui concerne l'ensemble des étapes technologiques nécessaires.

oscille à la pulsation $\omega_s + \omega_i$. Ainsi, comprenons bien que ce dernier ne pourra jouer le rôle de source à ω_p uniquement dans le cas où :

$$\boxed{\omega_p = \omega_s + \omega_i \quad \Leftrightarrow \quad \hbar\omega_p = \hbar\omega_s + \hbar\omega_i} \tag{1.9}$$

qui témoigne de la *conservation de l'énergie initiale du photon de pompe* au cours de l'interaction.

Enfin, en émettant quelques hypothèses sur les champs considérés, comme par exemple celle de l'enveloppe lentement variable, on aboutit au système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \dfrac{dA_p(z)}{dz} = -\alpha_p A_p(z) - i\chi_{33}\omega_p I_p A_s(z) A_i(z) e^{i\Delta\beta z} \\ \dfrac{dA_s(z)}{dz} = -\alpha_s A_s(z) - i\chi_{33}\omega_s I_s A_p(z) A_i^*(z) e^{-i\Delta\beta z} \\ \dfrac{dA_i(z)}{dz} = -\alpha_i A_i(z) - i\chi_{33}\omega_i I_i A_p(z) A_s^*(z) e^{-i\Delta\beta z} \end{cases} \tag{1.10}$$

pour lequel :

- La susceptibilité χ_{33} et le coefficient d_{33} (le plus élevé du tenseur associé au substrat) sont reliés par la relation $\chi_{33} = 2d_{33}$. Cette notation tient compte de la contraction des indices donnée par les relations de Kleinmann [87, 92].
- les α_j représentent les coefficients d'atténuation pour les amplitudes $A_j(z)$,
- $I_j = \frac{1}{n_{eff,j}c} \frac{\int\int \mathbb{E}_p(x,y)\mathbb{E}_s(x,y)\mathbb{E}_i(x,y)dxdy}{\int\int \mathbb{E}_j^2(x,y)dxdy}$ et représente l'intégrale de recouvrement inter-modes guidés,
- et enfin, $\Delta\beta = 2\pi(\frac{n_{eff,p}}{\lambda_p} - \frac{n_{eff,s}}{\lambda_s} - \frac{n_{eff,i}}{\lambda_i})$ témoigne du désaccord de phase entre les ondes dans la structure.

où l'indice j prend successivement les valeurs s, i ou p.

Notons que le lecteur intéressé pourra trouver un rappel complet des hypothèses considérées ainsi qu'une démonstration de la déclinaison du système 1.10 en annexe B.

1.1.4 Le terme de phase et le QAP

Dans le système 1.10 précédent apparaît le terme $e^{i\Delta\beta z}$ qui témoigne du déphasage entre les ondes de pompe, signal et idler accumulé au bout d'une certaine longueur

d'interaction z. Aussi, $\Delta\beta$ est généralement dénommé comme terme de *désaccord de phase* et joue un rôle fondamental dans l'efficacité de l'interaction non-linéaire. Dans la plupart des cas, ce désaccord est non nul et il est commode de l'écrire sous la forme $\Delta\beta \cdot \mathcal{L}_C = \pi$ de sorte à faire ressortir la nature oscillante de ce facteur de phase. En d'autres termes, après une *longueur* $\mathcal{L}_C$ dite de *cohérence*, l'interaction paramétrique devient destructive par interférence et les puissances des ondes signal et idler commencent à diminuer.
A titre d'exemple et pour se faire une idée du rôle fondamental du désaccord de phase (et donc du paramètre $\mathcal{L}_C$), la figure 1.2 ci-dessous montre, dans le cas de la génération de seconde harmonique[8], l'évolution de la puissance générée en fonction de la longueur d'interaction dans un cristal quadratique.

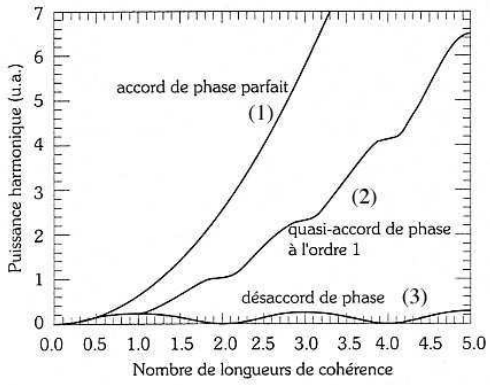


FIG. 1.2 – Les divers accords de phase envisageables.

Détaillons les trois cas possibles :

(i) Le cas idéal est celui où $\Delta\beta = 0$. On parle alors d'accord de phase parfait et l'évolution de la puissance de l'onde est donnée par la courbe (1). Cependant, en raison de la dispersion du matériau, cette condition est quasiment impossible à obtenir en configuration guidée surtout pour les longueurs d'ondes qui nous

[8]Cette interaction correspond exactement au processus inverse de la conversion paramétrique et permet à deux photons d'un champ de pulsation ω de s'unir en un nouveau photon de pulsation 2ω.

intéressent (655 et 1310 nm), et sachant que l'angle d'attaque du cristal est dans ce cas forcément nul.

Par contre, dans un cristal massif biréfringent, il est possible d'arriver à accorder les ondes grâce aux différences de vitesse de propagation de la lumière selon les axes ordinaire et extraordinaire [2, 87] qui ne présentent pas le même indice. On parle d'accord de phase par biréfringence. A ce titre, nous comparerons au chapitre 2 les efficacités de conversion paramétrique de nos guides avec celles de certains cristaux massifs accordés par biréfringence.

(*ii*) La courbe (3) donne en contrepartie l'exemple de l'évolution de la puissance harmonique pour un désaccord de phase donné qui détruit la cohérence du système et donc le phénomène d'interférences constructives. La puissance de l'harmonique oscille donc en fonction du nombre de $\mathcal{L}_C$ comme le prévoit les équations ci-dessus.

(*iii*) La courbe (2) est celle qui nous intéresse puisqu'elle présente le cas du QAP. Grâce à l'inversion périodique du signe du coefficient non-linéaire, on voit qu'il est possible de compenser le désaccord de phase accumulé entre chacune des ondes et son terme source. En effet, la courbe (3) indique par définition que le déphasage entre l'onde harmonique et la polarisation non-linéaire vaut π au bout d'une longueur de cohérence (la dérivée de la courbe s'annule). Ainsi, renverser le signe du $\chi^{(2)}$ en ce point particulier revient à adjoindre un facteur π à $\Delta\beta$ ce qui induit la remise en phase du système.

Dans l'hypothèse du QAP, considérons par exemple le cas simple d'une inversion où les domaines pour lesquels le signe du coefficient non-linéaire est constant ont une forme rectangulaire. La figure 1.3 en donne une représentation schématique.

Le coefficient χ_{33} peut alors se voir comme une fonction périodique de pas Λ et de facteur de forme a. Il est donc décomposable en série de Fourier que l'on écrit généralement sous la forme :

$$\chi(z) = \sum_{n\in\mathbb{Z}} \chi_n e^{-inKz} \tag{1.11}$$

avec :

$$K = \frac{2\pi}{\Lambda}, \quad \chi_n = \frac{2\chi_{33}}{n\pi} sin(n\pi a) \quad et \quad \chi_0 = (2a-1)\chi_{33}.$$

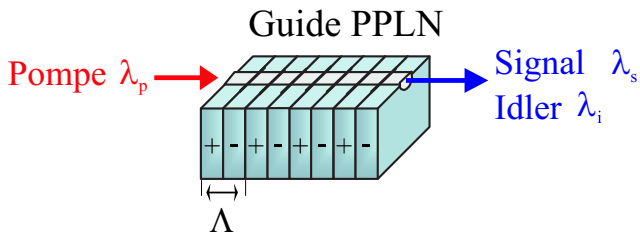


FIG. 1.3 – Un guide d'onde intégré sur un substrat PPLN. Les domaines à signe constant sont des parallélépipèdes rectangles. Le guide est inscrit de façon perpendiculaire à l'inversion périodique.

Ainsi, nous voyons que si nous posons

$$nK = \Delta\beta \tag{1.12}$$

les termes oscillants du système 1.10 disparaissent. Par exemple, la première équation peut se ré-écrire sous la forme simplifiée :

$$\frac{dA_p(z)}{dz} = -\alpha_p A_p(z) - i\chi_n \omega_p I_p A_s(z) A_i(z) \tag{1.13}$$

Et comme les coefficients χ_n dépendent à priori de x et y, il convient également de les inclure dans les termes intégrales I_j définis plus haut. Finalement, dans le cas du QAP, notre système 1.10 devient :

$$\begin{cases} \dfrac{dA_p(z)}{dz} = -\alpha_p A_p(z) - i\omega_p I_p A_s(z) A_i(z) \\ \dfrac{dA_s(z)}{dz} = -\alpha_s A_s(z) - i\omega_s I_s A_p(z) A_i^*(z) \\ \dfrac{dA_i(z)}{dz} = -\alpha_i A_i(z) - i\omega_i I_i A_p(z) A_s^*(z) \end{cases} \tag{1.14}$$

Avec maintenant : $I_j = \frac{1}{n_{eff,j} \cdot c} \frac{\int\int \chi_n(x,y)\mathbb{E}_p(x,y)\mathbb{E}_s(x,y)\mathbb{E}_i(x,y)dxdy}{\int\int \mathbb{E}_j^2(x,y)dxdy}$.

Remarquons qu'en prenant $n = 1$, la condition 1.12 devient $K = \Delta\beta = \pi/\mathcal{L}_C$ ce qui revient à choisir un pas d'inversion Λ égal à 2 longueurs de cohérence $\mathcal{L}_C$. Précisons ici que c'est de cette façon que nous obtenons le quasi-accord de phase au premier ordre dans nos guides d'ondes. Bien entendu, $\mathcal{L}_C$ dépend de la dispersion du matériau et donc des longueurs d'ondes mises en interaction.

Toutefois, il faut savoir que l'utilisation du QAP se fait dans l'acceptation d'un compromis en terme d'efficacité de conversion. D'un côté, il nous est possible de jouer avec le plus grand coefficient non-linéaire de notre substrat (χ_{33}), mais de l'autre, l'évolution de la puissance de sortie ne bénéficie pas du même taux de variation que celle donnée dans le cas de l'accord de phase parfait. En effet, comme le montre la figure 1.2, si l'on considère l'ordre 1 du QAP ($n = 1$), la puissance harmonique obtenue est celle de la courbe (2) et l'on remarque l'existence d'un facteur $\left(\frac{2}{\pi}\right)^2$ par rapport à la courbe (1) idéale. Notons que ce facteur de réduction provient directement de la définition de χ_n lui-même (voir relations 1.11) en sachant que les puissances des champs sont proportionnelles au carré de leurs modules.

Notons enfin que les longueurs d'onde des champs de pompe, signal et idler sont régies par le système d'équations relatant les conservations de l'énergie et de l'impulsion du photon de pompe initial, comme nous l'avons déjà suggéré. Dans le cas d'un QAP en configuration guidée, cela se traduit par :

$$\begin{cases} \dfrac{1}{\lambda_p} = \dfrac{1}{\lambda_s} + \dfrac{1}{\lambda_i} \\ \dfrac{n_{eff,p}}{\lambda_p} - \dfrac{1}{\Lambda} = \dfrac{n_{eff,s}}{\lambda_s} + \dfrac{n_{eff,i}}{\lambda_i} \end{cases} \tag{1.15}$$

La seconde équation de ce système traduit le fait que l'inversion périodique du signe du coefficient non-linéaire permet de compenser le désaccord de phase par l'introduction d'un vecteur $\vec{K}$ de type réseau. La figure 1.4 ci-dessous en donne une représentation schématique à l'ordre 1.

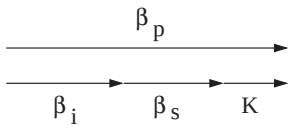


FIG. 1.4 – QAP à l'ordre 1. Les β_j sont les constantes de propagation des modes de pompe, signal et idler qui dépendent des indices vus par les ondes correspondantes.

De là, si le QAP à l'ordre 1 est possible pour un triplet donné de longueurs d'onde de pompe, signal et idler, alors l'ensemble des ordres supérieurs ($n = 2, 3, ...$) seront

forcément inutilisables dans ce cas, la seconde équation du système 1.15 n'étant plus vérifiée. Toutefois, pour cette même interaction, le QAP à l'ordre 2 (par exemple) sera tout à fait envisageable via un pas d'inversion double.

Ainsi, pour une température T de fonctionnement et un pas d'inversion donnés, l'ensemble des triplets $\{\lambda_p, \lambda_s, \lambda_i\}$ solution des équations couplées 1.15 forment ce que l'on appelle les courbes QAP que nous tracerons expérimentalement et numériquement dans les prochains paragraphes. Ces courbes sont d'une importance capitale car elles permettent de trouver le(s) point(s) de fonctionnement expérimental(aux) des futures applications auxquelles sont destinés nos composants. Par exemple, il est possible, grâce à elles, de définir le point de dégénérescence ($\lambda_s = \lambda_i$) que nous recherchons particulièrement.

En effet, précisons que pour nos expériences d'optique quantique, nous recherchions un point de dégénérescence autour de $1310\,nm$ en vue de collecter nos paires de photons corrélés dans une fibre optique monomode au standard télécom. Sachant que les valeurs des indices effectifs des modes guidés dépendent de la température T de fonctionnement du cristal, il est possible de déterminer un $\Delta\beta$ acceptable en terme de réalisation technologique. Il s'ensuit par conséquent la valeur Λ du pas d'inversion. Ainsi, grâce à des simulations numériques préliminaires basées sur l'ensemble des résultats expérimentaux obtenus au laboratoire, nous avons mis en évidence une valeur de Λ avoisinant les $11{,}1\,\mu m$ pour l'interaction désirée, ce qui est tout à fait accessible technologiquement parlant.

1.1.5 Les paramètres remarquables

Nous allons maintenant définir et décliner l'étude de quelques paramètres caractéristiques de la fluorescence paramétrique dont l'importance dépend de l'application pour laquelle le composant non-linéaire est destiné. Par exemple, dans un cadre optique quantique, les paramètres qui nous intéressent sont typiquement l'efficacité, la longueur d'onde et largeur de ligne de la fluorescence.

La constante de gain paramétrique

Considérons le système 1.14 précédent. Faisons alors, dans le cas de l'interaction paramétrique, l'hypothèse raisonnable pour laquelle les amplitudes des ondes signal et idler sont petites devant celle de l'onde de pompe. Mathématiquement, cela se traduit par l'inégalité $A_{s,i}(z) \ll A_{s,i}(z)$ qui permet dans un premier temps de simplifier la première équation de notre système en négligeant le terme source. Celle-ci devient :

$$A_p(z) = A_p(0)e^{-\alpha_p z} \tag{1.16}$$

De là, il est possible de donner une solution simple pour les amplitudes des champs signal $A_s(z)$ et idler $A_i^\star(z)$. Il découle alors :

$$\begin{cases} A_s(z) = e^{-\alpha z}\left[A_s(0)\cosh G(z) - i\dfrac{A_i^\star(0)}{\gamma}\sinh G(z)\right] \\ A_i^\star(z) = \gamma e^{-\alpha z}\left[\dfrac{A_i^\star(0)}{\gamma}\cosh G(z) + iA_s(0)\sinh G(z)\right] \end{cases} \tag{1.17}$$

pour $\alpha_s = \alpha_i = \alpha$ comme c'est la cas à la dégénérescence, et avec :

$$\begin{cases} G(z) = \frac{g}{\alpha_p}\left(1 - e^{-\alpha_p z}\right) \\ \gamma = \sqrt{\dfrac{n_{eff,s}\,\omega_i Z_i I_i A_p^\star(0)}{n_{eff,i}\,\omega_s Z_s I_s A_p(0)}} \end{cases} \tag{1.18}$$

Le paramètre g est généralement désigné par le nom de *constante de gain* qui, exprimée en cm^{-1}, traduit *l'efficacité de l'interaction paramétrique*. On montre alors que g peut s'écrire sous la forme :

$$\boxed{g^2 = \frac{2}{(\epsilon_0 c)^3} \cdot \frac{\omega_s \omega_i}{n_{eff,p}\, n_{eff,s}\, n_{eff,i}} \cdot P_p(0) I} \tag{1.19}$$

où :

- $P_p(0)$ représente la puissance injectée à l'entrée du guide.
- I correspond à l'intégrale de recouvrement entre les champs $E_{p,s}$ en interaction dans la structure guidante et le coefficient non-linéaire $d_n(x)$. Cette intégrale est ici donnée par la relation :

$$I = \left(\frac{2d_{33}}{n\pi}\right)^2 \frac{\left(\int\int \sin\left(n\pi a(x)\right)\mathbb{E}_p(x,y)\mathbb{E}_s(x,y)\mathbb{E}_i(x,y)dxdy\right)^2}{\int\int \mathbb{E}_p^2(x,y)dxdy \int\int \mathbb{E}_s^2(x,y)dxdy \int\int \mathbb{E}_i^2(x,y)dxdy} \tag{1.20}$$

On y voit que le recouvrement ne dépend pas seulement des caractéristiques du micro-guide considéré et des longueurs d'onde en interaction, mais qu'il dépend aussi de la forme de l'inversion des domaines[9].

On remarque que le terme G tend vers gz si α tend vers 0. Aussi, maximiser g revient à augmenter le recouvrement des modes de pompe, signal et idler.

Notons que nous n'avons pas voulu ici trop détailler ces calculs plutôt bien connus et souvent relatés par les travaux de thèse faits au sein de notre groupe. Toutefois, le lecteur désireux d'en savoir plus pourra se référer à tout bon ouvrage sur le sujet comme c'est le cas par exemple des références [92, 113], ou encore à l'annexe I de la référence [8] très complète.

Puissances et largeur à mi-hauteur de la fluorescence

Calcul classique des puissances générées

Calculons ici de façon classique les puissances générées par l'interaction paramétrique dans un guide d'onde polarisé périodiquement. A partir du système 1.17, il est facile de remonter aux puissances des ondes signal et idler par le biais de la relation $P_j = \frac{n_{eff,j} \cdot c}{2} \iint |A_j(z)|^2 \, \mathbb{E}_j^2(x,y) dxdy$. Il vient alors en z :

$$\boxed{\begin{cases} P_s(z) = \left(P_s(0) \cosh^2(G) + \frac{\omega_s}{\omega_i} P_i(0) \sinh^2(G) \right) e^{-2\alpha z} \\ P_i(z) = \left(P_i(0) \cosh^2(G) + \frac{\omega_i}{\omega_s} P_s(0) \sinh^2(G) \right) e^{-2\alpha z} \end{cases}} \tag{1.21}$$

Or, si nous regardons de près ce système d'équations, nous remarquons que si les puissances initiales de signal et idler sont nulles, aucune fluorescence ne sera générée. Cette incohérence montre que la modélisation théorique choisie ne peut convenir à la description de l'interaction considérée. Nous lèverons cette incohérence par un traitement semi-quantique qui fait l'objet de l'annexe C et qui permettra par la même occasion de mettre en évidence que les photons qui alimentent les modes signal et idler émergent véritablement des fluctuations quantiques du vide.

Toutefois, le système 1.21 ci-dessus permet d'interpréter qualitativement les résultats.

[9] Si l'on regarde la figure 1.3, les domaines sont les zones où le signe du $\chi^{(2)}$ est constant.

Nous remarquons par exemple que les puissances signal et idler sont des fonctions croissantes de la longueur d'interaction justifiant l'intérêt de réaliser, dans le cas de faibles pertes à la propagation, *des guides les plus longs possibles*. De la même façon, plus le recouvrement I est bon, plus la puissance obtenue après une longueur d'interaction donnée est élevée.
Aussi, les pertes à la propagation dans la structure constituent un paramètre critique pour la collection des paires de photons corrélés. En effet, elles concernent aussi bien l'absorption naturelle que *l'homogénéité du guide*. Cette dernière est d'ailleurs directement reliée à notre capacité de réaliser un échange protonique de qualité. Comme nous le verrons au chapitre 2, perdre l'un des deux photons d'une paire en mode "comptage de photon" revient tout simplement à perdre la coïncidence et à obtenir, le cas échéant, un coup sombre si le photon restant est vu par l'un des compteurs.

Largeur de ligne à mi-hauteur

Nous cherchons ici à déterminer la largeur à mi-hauteur des pics de fluorescence. Pour ce faire, considérons le système d'équations différentielles 1.14 pris pour $\Delta\beta \neq nK$ (nous poserons $2\Delta K = \Delta\beta - nK$). De là, en gardant les même hypothèses qu'au paragraphe précédent, celui-ci peut se ré-écrire sous la forme réduite suivante :

$$\begin{cases} \frac{dA_s}{dt} = -\alpha A_s - ig\frac{A_i^*}{\gamma}e^{i\frac{\Delta K z}{2}} \\ \frac{d\frac{A_i^*}{\gamma}}{dt} = -\alpha A_i^* + igA_s e^{i\frac{\Delta K z}{2}} \end{cases} \tag{1.22}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A_s = e^{-\alpha z}e^{-i\Delta K}\left[A_s(0)\left(\cosh(bz) + i\frac{\Delta K}{b}\sinh(bz)\right) - i\frac{gA_i^*(0)}{b\gamma}\sinh(bz)\right] \\ A_i^* = e^{-\alpha z}e^{i\Delta K}\left[A_i^*(0)\left(\cosh(bz) - i\frac{\Delta K}{b}\sinh(bz)\right) + i\frac{g\gamma A_i^*(0)}{b}\sinh(bz)\right] \end{cases} \tag{1.23}$$

où $b = \sqrt{g^2 - \Delta K^2} \xrightarrow[g \ll \Delta K]{} i\sqrt{\Delta K^2 - g^2} = ib'$

Dans le cas de la fluorescence paramétrique, la puissance du signal a pour origine uniquement les fluctuations de l'idler, et nous avons $A_s(0) = 0$ et $A_s = -ie^{-\alpha z}e^{-i\Delta K} \cdot \frac{gA_i^*(0)}{b\gamma}\sinh(bz)$. Il vient ainsi la densité de puissance suivante :

$$dPs(z) = e^{-2\alpha z}g^2 z^2 \frac{\omega_s}{\omega_i} dP_i(0) \cdot \mathrm{sinc}^2(b'z) \tag{1.24}$$

Cette expression montre que les pics de fluorescence attendus auront la forme *du carré d'un sinus cardinal*. Si nous désignons par ℓ la longueur totale de l'interaction, la largeur à mi-hauteur du pic est alors donnée pour la condition :

$$b'\ell = \pm\tfrac{\pi}{2} \qquad \Longleftrightarrow \qquad \Delta\beta - nK = 4\sqrt{g^2 + \tfrac{\pi^2}{4\ell^2}} \tag{1.25}$$

Puis en supposant une pompe monochromatique à ω_{p_0} et en dénotant β_{j_0} la valeur réalisant précisément le quasi-accord de phase ($\Delta\beta_0 - nK = 0$), nous pouvons, effectuer un développement limité pour les équations 1.25 autour de cette valeur centrale. On a donc :

$$\beta_j \simeq \beta_{j_0} + \left.\frac{\partial\beta_j}{\partial\omega_j}\right|_{\omega_{j_0}} d\omega_j, \ et \quad \Delta\beta = nK - \left.\frac{\partial\beta_s}{\partial\omega_s}\right|_{\omega_{s_0}} - \left.\frac{\partial\beta_i}{\partial\omega_i}\right|_{\omega_{i_0}}$$

Soit :

$$\Delta\omega_s = \Delta\omega_i = \frac{4c\sqrt{g^2 + \frac{\pi^2}{4\ell^2}}}{\left| n_{eff}(\omega_{i_0}) - n_{eff}(\omega_{s_0}) - \left.\frac{\partial n_{eff}}{\partial\omega}\right|_{\omega_{s_0}} \omega_{s_0} + \left.\frac{\partial n_{eff}}{\partial\omega}\right|_{\omega_{i_0}} \omega_{i_0} \right|} \tag{1.26}$$

De là, en supposant que $g \ll \frac{\pi}{2\ell}$ (typiquement, $g \approx 10^{-2}$–$10^{-1}\,cm^{-1}$ et $\frac{\pi}{2\ell} \approx 0,1$–$1\,cm^{-1}$), la largeur à mi-hauteur des pics de fluorescence s'écrit finalement :

$$\boxed{\Delta\omega_s = \Delta\omega_i = \frac{2\pi c}{\mathcal{N}\ell}} \tag{1.27}$$

où $\mathcal{N} = \left| n_{eff}(\omega_{i_0}) - n_{eff}(\omega_{s_0}) - \left.\frac{\partial n_{eff}}{\partial\omega}\right|_{\omega_{s_0}} \omega_{s_0} + \left.\frac{\partial n_{eff}}{\partial\omega}\right|_{\omega_{i_0}} \omega_{i_0} \right|$.

Notons que l'égalité entre $\Delta\omega_s$ et $\Delta\omega_i$ provient du principe de conservation de l'énergie lui-même. En effet, rappelons que $\omega_p = \omega_s + \omega_i$ qui se traduit autour de la dégénérescence par : $\omega_{s0} + \Delta\omega_s + \omega_{i0} + \Delta\omega_i = \omega_{p0} + \Delta\omega_p$. $\Delta\omega_p$ étant nul si la pompe est monochromatique, il vient naturellement $\Delta\omega_s = \Delta\omega_i$, puisque parler d'élargissements en fréquence négatifs n'a pas de sens physique.
En terme de longueur d'onde, il vient de même :

$$\boxed{\frac{\Delta\lambda_s}{\Delta\lambda_i} = \frac{\lambda_s^2}{\lambda_i^2}} \tag{1.28}$$

Calcul du rapport des puissances signal et idler

La connaissance de ce rapport sera un critère de vérification du bon comportement de nos guides lors de la caractérisation expérimentale au paragraphe 1.3.

Revenons au calcul des puissances précédemment commencé. Il est à ce titre possible de montrer que les équations du système 1.21 vérifient les relations de Manley–Rowe [71]. Dans le cas de la fluorescence paramétrique, il est possible par un traitement non rigoureux de dire que les puissances signal et idler sont proportionnelle aux nombres de photons contenus dans les champs correspondant. Sachant que le nombre de photons signal à ω_s est égal nombre de photons idler à ω_i (ils sont émis par paires), les puissances associées à l'entrée du cristal s'écrivent :

$$\begin{cases} P_s(0)=N\frac{\hbar}{2\pi}\omega_s\Delta\omega_s \\ P_i(0)=N\frac{\hbar}{2\pi}\omega_i\Delta\omega_i \end{cases} \tag{1.29}$$

Et comme nous venons juste de monter que $\Delta\omega_s = \Delta\omega_i$, il s'ensuit naturellement que :

$$\frac{P_s(0)}{P_i(0)} = \frac{\omega_s}{\omega_i} \tag{1.30}$$

Ainsi, en utilisant la relation 1.30, le rapport des équations du système 1.21 peut se réduire à la même expression simple :

$$\boxed{\frac{P_s(z)}{P_i(z)} = \frac{\omega_s}{\omega_i}} \tag{1.31}$$

Alors, si par convention nous repérons les fréquences telles que $\omega_s > \omega_i$, il s'ensuit pour les puissances associées que $P_s > P_i$. Cette caractéristique peut se vérifier expérimentalement puisque il est commun d'observer des pics de fluorescence plus haut au signal qu'à l'idler.

Ajoutons que le traitement semi-quantique présenté dans l'annexe C mène à l'expression des puissances dont le rapport donne un résultat identique à la relation 1.31 ci-dessus.

Les efficacités de conversion

Si l'on désire caractériser la capacité de nos composants non-linéaires à convertir des photons de pompe en paires de photons signal et idler, on peut définir une

efficacité de conversion brute (quantité sans dimension) que l'on écrit typiquement comme :

$$\boxed{\eta = \frac{P_s(\ell)}{P_p(0)}} \tag{1.32}$$

où ℓ est la longueur du guide considéré.
En reprenant l'expression de la puissance de signal 1.29 et en supposant que le gain et les pertes sont faibles, il vient :

$$\eta = \frac{e^{-2\alpha\ell}\hbar 2\omega_s^2\omega_i I\Delta\omega_s}{2\pi(\epsilon_0\, n_{sub}\, c)^3} \cdot \frac{\left(1-e^{-\alpha_p\ell}\right)^2}{\alpha_p^2} \tag{1.33}$$

où n_{sub} est l'indice du milieu dans la bande des fréquence de pompe, signal et idler (les indices effectifs varient peu autour de la valeur de l'indice du substrat).
Cette expression dépend de la fréquence du signal généré ainsi que de la longueur du guide sous test. Elle permet donc de caractériser l'efficacité de conversion d'un dispositif travaillant à certaines longueurs d'onde et offrant une certaine longueur d'interaction.

Toutefois, si l'on désire s'intéresser à la qualité de l'interaction du composant plutôt qu'à son efficacité, il faut s'affranchir de ces paramètres en normalisant l'expression précédente. On définit alors *l'efficacité normalisée* dont la dimension est le $\% \cdot W^{-1} \cdot cm^{-2}$ et qui s'écrit de la façon suivante :

$$\boxed{\eta_{norm} = \frac{\eta}{P_i(0)\ell^2} = \frac{P_s(\ell)}{P_p(0)P_i(0)\ell^2}} \tag{1.34}$$

Notons que cette définition sous-tend le fait que l'idler serve de terme source à la génération du signal par différence de fréquence avec la pompe.

De là, en reprenant les expressions des puissances, du gain paramétrique 1.19, et en supposant encore que le gain et les pertes sont faibles, nous obtenons :

$$\eta_{norm} = \frac{2\omega_s^2}{(\epsilon_0\, c\, n_{sub})^3} \cdot I \tag{1.35}$$

Nous obtenons alors une quantité qui ne dépend plus que de l'intégrale de recouvrement des modes guidés et de la fréquence du signal généré. Cette efficacité normalisée est donc principalement fonction de la valeur du coefficient non-linéaire du matériau, du confinement et du recouvrement des trois champs.

1.2 Quelques éléments de technologie

Comme nous l'avons vu dans l'introduction générale, la fabrication d'un guide d'ondes PPLN nécessite deux étapes technologique cruciales que sont l'inversion périodique du signe du coefficient non-linéaire d'ordre 2 (*poling*) et la réalisation du guide lui-même par échange protonique doux (*SPE*).
Bien entendu, à ces étapes viennent se greffer les indispensables phases de dépôt de et de retrait des masques de lithographie adéquats ainsi que de polissage des faces d'entrée et de sortie du guide. Toutefois, ces phases ne seront pas décrites ici et c'est pourquoi nous renvoyons le lecteur intéressé au chapitre 4 la référence [29, 45].

1.2.1 Le substrat de niobate de lithium

Les guides d'ondes que nous avons réalisés pour nos expériences d'optique quantique ont tous été intégrés sur des substrats de niobate de lithium ($LiNbO_3$) qui est aujourd'hui l'un des matériaux optiques les plus couramment utilisés. En effet, avec plus de 70 tonnes produites par an dans le monde, on retrouve ce matériau dans de plusieurs domaines de pointes ainsi que dans nombre de travaux de recherche en optique intégrée et en optique non-linéaire, au même titre que le KTP ou le $GaAs$. Il constitue l'un des substrats privilégiés pour la réalisation de modulateurs d'intensité utiles aux systèmes de télécommunications à hauts débits.

Rappelons ici quelques unes des propriétés du niobate de lithium :

- Tout d'abord, il est, comme le KTP, *ferro-électrique* ce qui autorise, comme nous le verrons par la suite, l'inversion périodique du signe de son coefficient non-linéaire le plus fort.
- C'est par ailleurs un matériau *biréfringent*. On peut donc, lorsque l'on dispose d'un cristal massif, utiliser l'accord de phase par biréfringence. Notons que cette propriété est aussi propre au KTP.
- Son *coefficient non-linéaire le plus élevé* (d_{33}), utilisable avec le QAP, est proche des $30\,pm/V$. Il est donc environ 5 fois meilleur que le coefficient d_{31} utilisé avec une accordabilité par biréfringence.
- Il est aussi *électro-optique* ce qui peut permettre une quasi-accordabilité rapide

par modulation de la dispersion.

- Il possède un *seuil de dommage* optique proche de $200\,MW/cm^2$ ce qui reste une valeur assez confortable.
- Il possède une *bande de transparence* comprise entre 0,4 et $5\,\mu m$ qui nous permet d'obtenir pratiquement toutes les interactions désirées, comme notamment la conversion paramétrique $655\,nm \mapsto 1310\,nm$ qui nous intéresse pour ce travail.
- Par contre, c'est un matériau *photo-réfractif* dont les effets s'observent dès $10\,kW$ de puissance optique par cm^2 à la température de $20^o\,C$. Bien que la photo-réfractivité puisse constituer un problème majeur pour les structures guidantes, il faut savoir qu'il est possible de s'en affranchir simplement en chauffant l'échantillon considéré à $\sim 80^oC$.

C'est naturellement pour l'ensemble de ces propriétés que le niobate de lithium constitue un très bon candidat pour réaliser des composants non-linéaires intégrés.

Aussi, il faut savoir qu'il existe aujourd'hui de nombreuses méthodes pour obtenir la configuration PPLN dont nous avons besoin pour utiliser la technique du quasi-accord de phase. Par exemple, on notera la polarisation par champ électrique ou par diffusion titane. Par ailleurs, l'intégration des guides peut aussi se faire via diverses méthodes, comme notamment la diffusion titane, l'implantation ionique, ou encore l'une des méthodes de type échange protonique et dont le SPE fait partie.
Cependant, toutes les techniques de poling et d'intégration des guides ne sont pas compatibles et les composants non-linéaires intégrés ne sont pas si simples à réaliser. En effet, il convient au préalable de s'assurer que l'intégration des guides ne soit pas susceptible d'effacer l'inversion périodique créée pour le QAP et qu'elle respecte la valeur du coefficient non-linéaire.

Détaillons en quoi le caractère ferro-électrique du $LiNbO_3$ nous intéresse et examinons au passage quelques autres particularités du cristal non citées ci-dessus.
Le niobate de lithium appartient au groupe rhomboédrique. La figure 1.5 ci-dessous en donne une représentation dans une phase ferro-électrique. En fait, la croissance du cristal[10] se fait à des températures supérieures à sa température de Curie (comprise

[10]Le niobate de lithium est un cristal de synthèse qui s'obtient par la méthode de Czochralski

entre 1130 et 1200°C) pour lesquelles le cristal est dans la phase para-électrique : les ions lithium sont contenus dans les plans d'oxygènes tandis que les ions niobium se trouvent entre deux plans d'oxygènes à égale distance de ceux-ci. Le cristal est ainsi localement neutre. Lorsque celui-ci refroidit, les forces d'interactions au sein du cristal deviennent prédominantes devant l'électro-neutralité si bien que les ions lithium et niobium sont déplacés par rapport au plans d'oxygènes induisant une polarisation spontanée P_s au sein du cristal.

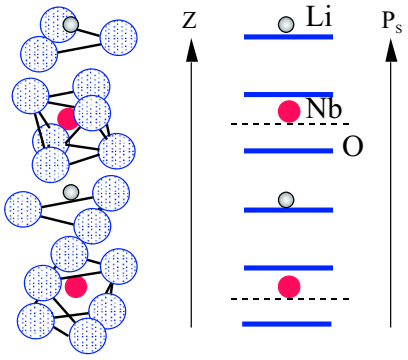


FIG. 1.5 – La structure cristalline du niobate de lithium.

On comprend alors que deux polarisations spontanées opposées sont possibles du fait de l'équiprobabilité qu'ont les ions de basculer d'un côté ou de l'autre des plans d'oxygènes, comme le montre la figure 1.6 ci-dessous. Or, l'orientation de la polarisation fixe le signe du coefficient non-linéaire (voir chapitre 6 de la référence [113]). C'est pourquoi, afin d'obtenir les conditions de QAP, il suffira d'inverser périodiquement cette polarisation spontanée dont découlera finalement celle du signe du coefficient non-linéaire d_{33}. On parle alors de *l'inversion des domaines ferro-électriques*.

Une dernière précision concerne la coupe du wafer à utiliser pour nos substrats. En effet, il existe trois différentes coupes possibles et qui se font selon les trois axes cristallins X,Y et Z. Comme nous l'avons représenté sur les figures 1.5 et 1.6 ci-dessus et 1.7 ci-dessous, seule la coupe selon l'axe Z porteur de l'indice extraordinaire propose la ferro-électricité dont nous avons besoin pour la polarisation périodique. Les autres coupes pourront permettre la réalisation de guides d'ondes mais pas de guides d'ondes

bien connues des gens qui font de la micro-électronique.

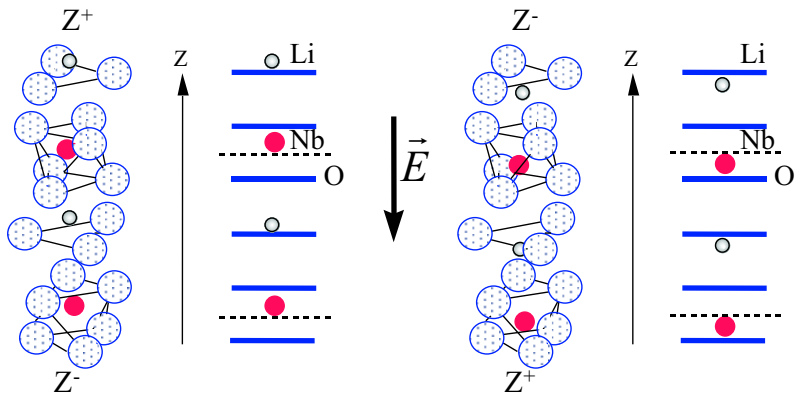


FIG. 1.6 – Phases ferro-électriques du niobate de lithium.

non-linéaires puisque ni l'accord de phase par biréfringence (beaucoup trop complexe à obtenir) ni le QAP ne seront réalisables sur ces puces.

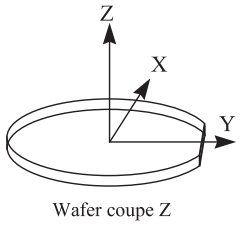


FIG. 1.7 – Représentation d'un wafer de niobate de lithium en coupe Z.

1.2.2 La polarisation périodique du niobate de lithium

Comme nous l'avons dit précédemment, de nombreuses méthodes existent (exo-diffusion du lithium, diffusion titane, bombardement par faisceau d'électrons) pour polariser périodiquement le niobate. Toutefois, l'application d'un champ électrique parallèlement à l'axe de la polarisation spontanée reste la méthode la plus directe et la plus simple que l'on connaisse actuellement. Notons que, mis à part pour l'indispensable étape de masquage, elle ne requière pas l'utilisation d'une salle blanche.

L'idée est donc ici d'appliquer un champ électrique dont la valeur soit supérieure

à celle du champ coercitif qui vaut environ $20\,kV/mm$ à température ambiante. De cette façon, partant d'un échantillon mono-domaine de $500\,\mu m$ d'épaisseur, on obtient une inversion de la polarisation spontanée au travers d'un masque diélectrique de période convenablement choisie et en rapport avec l'interaction désirée. La figure 1.8 ci-dessous présente le schéma du montage généralement nécessaire pour réaliser le poling. Pour information, le champ électrique est appliqué par le biais d'électrodes liquides.

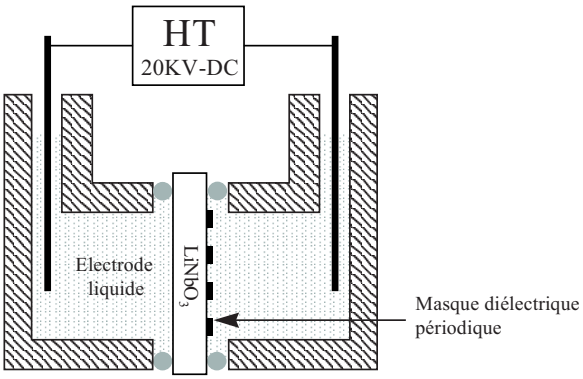


FIG. 1.8 – Dispositif permettant l'inversion des domaines ferro-électriques.

Dès lors, l'inversion se fait en trois étapes :

- *La formation et la nucléation* : il s'agit de l'apparition de domaines microscopiques sur les faces, en des endroits appelés sites de nucléation.
- *La propagation sous la forme d'une aiguille* : les micro-domaines créés vont ensuite se propager rapidement à travers toute l'épaisseur du cristal sous la forme d'une aiguille, tandis que leur base s'agrandit.
- *La propagation des murs* : les parois de l'aiguille se redressent jusqu'à devenir parallèles. Alors, les micro-domaines créés sur chaque face fusionnent dès qu'ils entrent en contact. Au final ils n'en forment plus qu'un qui remplit tout l'espace compris entre les électrodes.

Grâce à cette technique, on obtient une inversion du coefficient d_{33} dans toute la masse du matériau et non pas en surface uniquement comme c'est le cas avec des méthodes de diffusion titane par exemple [1, 45]. Notons qu'il est difficile de voir les

zones inversées à l'œil nu. Il est par contre possible de les observer en microscopie optique en transmission, les murs entre les domaines étant soumis à des contraintes que l'optique permet de mettre en évidence. Toutefois, le meilleur moyen de repérer les zones inversées et de vérifier que nos paramètres de poling sont bons consiste à réaliser une attaque chimique sur l'une des faces de l'échantillon grâce à un mélange d'acide fluoridrique (HF), d'acide nitrique (HNO_3) et d'un surfactant. La cinétique de l'attaque étant beaucoup plus forte sur les éléments polarisés négativement que sur ceux polarisés positivement, il va se produire le gravure d'un réseau en surface qui correspond à celui de l'inversion des domaines ferro-électriques. Bien sûr, après coup, le substrat PPLN testé n'est plus utilisable et il nous faut recommencer.

Notons enfin que les interactions qui nous intéressent requièrent un pas d'inversion du signe du $\chi^{(2)}$ dont la valeur se situe autour de 11,1 μm.

1.2.3 L'échange protonique doux ou SPE

Il s'agit désormais de réaliser une structure guidante qui respecte l'inversion périodique du signe du coefficient non-linéaire dont nous venons de décrire le protocole technologique ainsi que la valeur de ce coefficient. La méthode employée au laboratoire est l'échange protonique qui permet d'accroître l'indice selon l'axe extraordinaire et de le diminuer selon les axes ordinaires. C'est la raison pour laquelle seuls les modes TM sont supportés par la structure. Cette façon de procéder consiste à plonger le cristal dans un bain acide fondu à une température comprise entre 160 et 350°C. Il en résulte un échange ionique entre les atomes de lithium situés à la surface du cristal et les protons présents dans le bain. L'opération peut alors se résumer selon l'équation–bilan suivante :

$$LiNbO_3 + x\,H^+ \rightleftharpoons H_xLi_{1-x}NbO_3 + x\,Li^+ \tag{1.36}$$

où x représente le taux de substitution qui dépend de l'acidité du bain, de la coupe du substrat ainsi que de la température de travail.

Précisons que les échanges protoniques réalisés dans des bains fortement acides peuvent entraîner un effacement partiel ou complet de la périodicité des domaines ferro-électriques. Ceci est bien sûr inacceptable pour les applications que nous envi-

sageons qui requièrent l'utilisation du quasi-accord de phase. Ce critère fondamental constitue l'une des raisons pour lesquelles nous utilisons depuis quelques années un protocole à acidité affaiblie : l'échange protonique doux ou SPE (pour Soft Proton Exchange). Typiquement la source de protons que nous utilisons est l'acide benzoïque (AB) dont le taux d'acidité est contrôlé par l'adjonction d'une faible quantité de benzoate de lithium (BL). La composition du mélange est alors référencée par le titre massique de BL que l'on désigne généralement par :

$$\rho = \frac{m_{BL}}{m_{BL} + m_{AB}} \times 100 \tag{1.37}$$

où les variables m représentent les masses respectives d'AB et de BL en phase solide (poudre) mises en jeu pour réaliser le bain. Pour les guides dont nous avons besoin, ρ vaut typiquement entre 2,65 et 2,8%. Notons que le lecteur intéressé pourra trouver une description complète de ce protocole dans les références [29] et [30].

Afin de réaliser un guide "idéal", nous entendons un guide qui ne change pas les propriétés quadratiques du cristal, qui soit de bonne qualité optique et qui présente un confinement suffisant, il faut être capable de "maîtriser" un certain nombre de paramètres. Citons notamment :

(i) *La température d'échange.* Elle contrôle la cinétique de l'échange ainsi que la qualité optique du guide final. D'après de nombreux travaux effectués dans notre groupe, la cinétique optimale s'obtient aux environs des 300^oC. Cette température de travail permet non seulement de faire fondre l'AB mais aussi le BL dont le point de fusion est plus haut.
A ce titre, notons que l'échange est réalisé dans une ampoule de verre scellée munie d'un rétrécissement en son milieu comme le montre la figure 1.9 ci-dessous. Cette particularité permet de placer l'échantillon de PPLN masqué[11] ainsi que le mélange $AB + BL$ en phase solide respectivement dans deux compartiments différents. L'ampoule, elle-même encapsulée dans un tube en fonte, est ensuite placée dans un four à thermostat réglé sur la température de 300^oC désirée. Au moment de l'enfournement, le mélange acide est encore en phase solide et à l'état

[11] Les motifs du masque correspondent cette fois à des ouvertures perpendiculaires au réseau d'inversion des domaines.

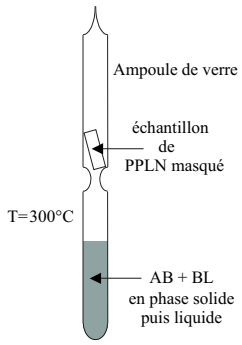


FIG. 1.9 – Protocole de l'échange protonique dans une ampoule de verre.

de poudre. Après quelques minutes à 300^oC, celui-ci est complètement liquéfié et un retournement de l'ampoule lui permet de couler jusqu'à l'échantillon et à l'échange protonique de débuter.

(*ii*) *La durée de l'échange.* Dans le cas d'un mélange $AB + BL$ homogène, celle-ci n'intervient à priori que sur la profondeur du guide final. Il faut savoir que plus le guide est profond, plus le nombre de modes guidés est important, et ce d'autant plus que la longueur d'onde considérée est basse. Dans notre cas, la configuration modale qui nous intéresse est *unique* au signal ($1310\,nm$) et donc multiple à la pompe[12] ($655\,nm$). En effet, nous désirons assurer un recouvrement maximal entre le mode guidé pour le signal de fluorescence et le mode de la fibre optique télécom que l'on placera en sortie du guide pour la récolte des paires de photons corrélés (voir chapitres 2 et 3). Cette précieuse caractéristique peut être obtenue grâce à une durée d'échange moyenne de *72 heures* environ. Toutefois, comprenons bien que cette durée est un paramètre délicat dans le sens où, si elle est rendue trop courte pour limiter par exemple le nombre de modes à la pompe, le mode fondamental escompté pour l'onde signal pourrait ne pas être supporté par la structure.

(*iii*) *Le titre massique de benzoate de lithium.* Il représente typiquement le paramètre

[12] La condition d'un guide monomode pour un signal à $1310\,nm$ ne nous laisse pas le choix sur le caractère mono ou multimode pour une pompe de longueur d'onde deux fois plus basse. Il est toutefois nécessaire de confiner l'onde de pompe dans le mode qui offre le meilleur recouvrement avec les modes signal et idler. C'est le plus souvent le cas du mode fondamental.

le "plus libre" du protocole d'échange. Il est d'ailleurs d'une importance capitale puisque de sa valeur dépendent l'accroissement d'indice, la qualité optique mais aussi la structure modale du guide dont nous venons de parler. On sait en effet qu'il existe un ρ_{seuil} ($\sim$ 2,6% en coupe Z) en dessous duquel les guides obtenus sont "archi-multimodes" à la pompe, de qualité optique médiocre et présentant de surcroît une annulation du coefficient non-linéaire (voir les références [29] et [49]). Le titre massique de BL permettant de protéger l'inversion périodique des domaines, d'obtenir de faibles pertes à la propagation (<0,5 dB/cm) ainsi que des guides unimodaux à 1310 nm est compris entre 2,65 et 2,8%. Il faut tout de même préciser que plus ce pourcentage est proche du seuil, plus fort est l'accroissement d'indice qui offre alors un meilleur confinement des ondes guidées. En revanche pour les raisons que nous venons de citer, le risque de rater l'échantillon est plus grand.

En résumé, bien que pour $\rho > \rho_{seuil}$ la méthode du SPE n'autorise pas des accroissements d'indice supérieur à 0,03, elle offre un confinement des ondes suffisamment bon qui, couplé au coefficient d_{33} utilisable avec le quasi-accord de phase, mène à des efficacités de conversion paramétrique exceptionnelles.

Ainsi, compte tenu de l'ensemble des conditions de fabrication détaillées ci-dessus, les guides d'ondes que nous avons réalisés pour nos expériences d'optique quantique ont subi 72 heures d'échange à la température de 300°C pour un titre massique de 2,75%. Les paramètres opto-géométriques typiquement obtenus sont les suivants :

- Une largeur dont la valeur à $1/e$ correspond à celle de l'ouverture du masque utilisé. Celle-ci peut valoir, selon le cas, entre 3 et 7 μm et le profil d'indice correspondant est de type gaussien.
- Une profondeur dont la valeur à $1/e$ vaut 2,1 μm et dont le profil d'indice est de type exponentiel.
- Enfin, un accroissement d'indice qui vaut pour sa part environ 0,026.

Nous allons voir maintenant comment caractériser expérimentalement la fluorescence paramétrique issue des guides conçus selon le cahier des charges discuté ci-dessus. Par ailleurs, notons que les simulations numériques du paragraphe 1.4 nous permettront de retrouver par la suite le jeu complet des paramètres mentionnés.

1.3 La caractérisation de la fluorescence paramétrique

Comme nous avons pu le dire précédemment, la réalisation de nos guides est résolument tournée vers les longueurs d'onde des télécommunications optiques. En effet, le but est de transporter les paires de photons corrélés via des fibres standards qui présentent des coefficients d'absorption et de dispersion raisonnables si l'on désire réaliser des expériences d'optique en dehors du laboratoire [102]. De plus, pour des raisons pratiques de détection en mode comptage de photons (via des photodiodes à avalanche, voir les chapitres 2 et 3 ainsi que les annexes D et E), nous nous sommes naturellement tournés vers la première fenêtre centrée sur $1310\,nm$. C'est pourquoi la conversion de fréquence utilisée sera du type $655\,nm$ à la pompe $\mapsto$ $1310\,nm$ au signal et à l'idler dégénérés.

Pourquoi la dégénérescence ?

Lorsque l'on construit une nouvelle source de paires de photons corrélés, l'une des premières expériences quantiques que l'on se doit de faire réside dans la caractérisation de la qualité de l'intrication proposée. En d'autres termes, cela revient à tester sa capacité à violer le théorème de Bell (voir paragraphe 3.2.4). Pour ce faire, et compte tenu du type de l'intrication dont nous disposons (observables énergie et temps d'émission des photons), ce test est de type interférométrique (voir paragraphe 3.3) et se fait à l'aide d'une pompe en mode continu. Il est alors fondamental que nos photons signal et idler restent *indiscernables* pour les observables considérées : on parle alors de photons jumeaux[13].

Si la conversion paramétrique assure toujours un instant d'émission identique pour les photons signal et idler d'une même paire, l'égalité des énergies n'est possible qu'au seul point de dégénérescence de la courbe QAP. Comme nous allons le voir, ce point de dégénérescence est donné pour un triplet de paramètres [longueur d'onde de pompe λ_p – pas d'inversion du réseau Λ – température T du guide] particulier. Toutefois, nous désirons également tracer l'ensemble de la courbe QAP relative à nos guides afin

[13] On comprendra aisément que deux photons qui diffèrent par leur longueur d'onde soient soumis à une dispersion chromatique non identique et que leurs temps de vols, dans les canaux quantiques, deviennent en conséquence identifiables.

de récolter toujours plus de données qui serviront à l'optimisation des paramètres des futurs échantillons.

C'est justement la caractérisation expérimentale de la fluorescence paramétrique qui va nous permettre de trouver le ou les point(s) de fonctionnement tant recherchés.

1.3.1 Le protocole expérimental

La figure 1.10 présente le synoptique du protocole expérimental disponible au laboratoire.

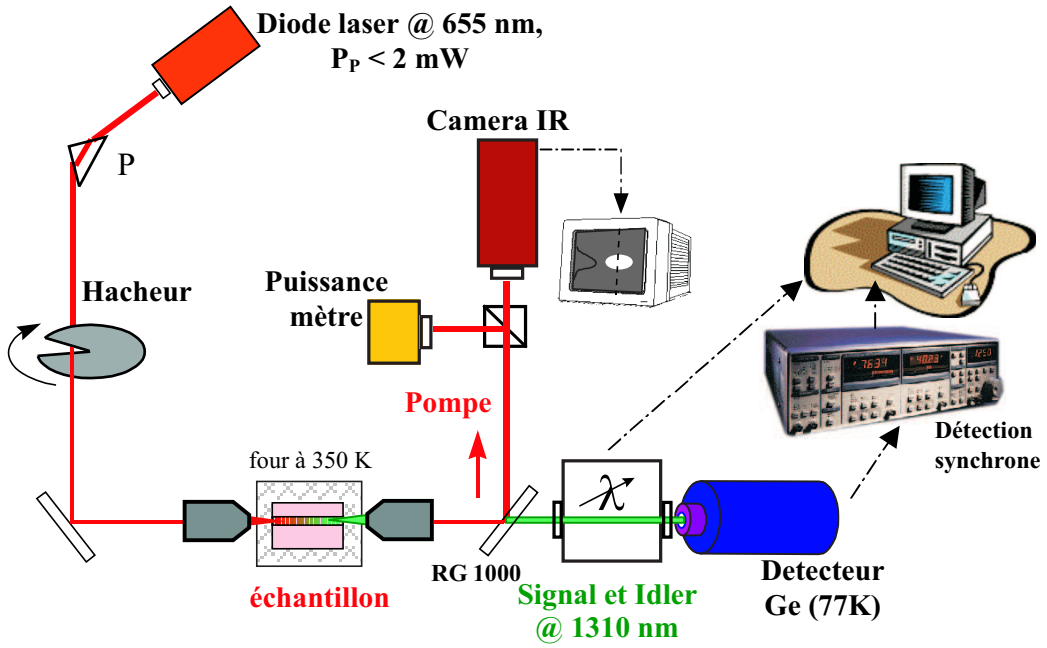


FIG. 1.10 – Montage expérimental utile à la caractérisation de la fluorescence paramétrique guidée.

Les éléments constitutifs sont principalement :

- *Une diode laser de pompe TUI Optics–DL 100* à cavité externe, monomode fréquentiel et longitudinal, accordable sur la plage 650,6–657 nm grâce à un réseau fermant la cavité. La puissance que nous utilisons pour cette expérience est d'environ $2\,mW$.

- *Un prisme de dispersion P* qui permet d'éliminer l'infra-rouge résiduel du faisceau de pompe. En effet, ces résidus pourraient perturber les mesures de fluorescence que nous attendons justement à ces longueurs d'onde. Notons que cela est surtout vrai en mode comptage de photons où le bruit dans les détecteurs est plus sensible.
- *Un système de chauffage* complet qui comprend un réchauffeur laminaire régulé en courant appliqué contre un four en dural dans lequel est introduit l'échantillon sous test. Afin d'éviter les gradients de température notamment en bord des guides, le four est placé dans une enceinte en bakélite elle-même recouverte de mousse de polyuréthane. La température y est contrôlée par l'intermédiaire d'une sonde semi-conductrice de type *Analog Device–590* préalablement étalonnée au voisinage de 100^oC. Un petit circuit électronique "maison" permet une lecture directe de la température en Kelvin.

  Rappelons que le chauffage des échantillons permet non seulement d'atteindre les conditions de quasi-accord de phase, mais aussi de s'affranchir de l'effet photo-réfractif inhérent au niobate de lithium.
- *Une caméra de contrôle des modes de pompe* injectés dans le guide (*Hamamatsu–C1000*) permet d'assurer l'interaction désirée. A ce titre, précisons de nouveau que nous cherchons le plus souvent à injecter le mode fondamental à la pompe.
- *Un système complet d'analyse du signal de fluorescence* comprenant un monochromateur (*SPEX–270M*) dont le réseau est monté sur un moteur pas à pas piloté par ordinateur, un détecteur Germanium refroidit à l'azote liquide (*North Coast–EO-817L*) et un dispositif permettant de synchroniser la détection (*Stanford–SR 830*) sur la fréquence du hacheur. On parle alors de *détection synchrone* qui permet l'augmentation significative du rapport signal sur bruit.
- *Un filtre de type RG 1000* est utilisé pour stopper la pompe qui ressort du guide. C'est aussi par son intermédiaire que nous observons les modes de pompe injectés grâce à l'onde qui s'y réfléchit.
- *Deux objectifs de couplage*, l'un traité pour le visible et utile à l'injection de la pompe, et le second, traité pour l'infra-rouge, utile à la collimation du signal de fluorescence.

- *Un banc de couplage Elliot–Martock* autorisant les réglages de précision dans pratiquement tous les sens. Bien qu'il constitue un élément clé du dispositif, ce système n'a pas pu être représenté sur la figure.
- Enfin, notons qu'un *spectromètre* (*Anritsu MS9701B*) non représenté sur la figure nous indique la valeur de la longueur d'onde de pompe utilisée.

Aussi, quelques remarques peuvent servir à la compréhension :

(i) La fréquence du hacheur, qui permet la synchronisation de la détection, est choisie à 80 Hz. Il s'agit en effet d'éviter les multiples de 50 Hz qui sont généralement source de bruit.

(ii) L'ordinateur acquiert deux paramètres simultanément : le signal de détection "synchronisé" ansi que la position du réseau du monochromateur qu'il contrôle. Il peut ainsi tracer le spectre de fluorescence, c'est à dire la puissance obtenue en fonction du continuum de longueurs d'onde du réseau.

(iii) Le détecteur Germanium est sans doute l'élément clé du montage et son choix fut surtout dicté par une faible tolérance au bruit compte tenu de l'ordre de grandeur des puissances à détecter (typiquement, quelques dizaines de pW comme nous allons le voir), ainsi que par une réponse maximale et homogène sur la plage de longueur d'onde 1200–1600 nm. Comme souvent pour le Germanium, sa température de fonctionnement idéale est celle de l'azote liquide.

(iv) Aussi, il faut s'intéresser à la réponse spectrale de l'ensemble de la chaîne de détection. La figure 1.11 ci-dessous, obtenue lors d'une étude antérieure [29], nous donne une représentation normalisée de cette réponse à la longueur d'onde de 1530 nm et pour une synchronisation sur la fréquence de 80 Hz. Ainsi, 1 V détecté correspond à une puissance optique de 1,84 nW. Toutefois, pour obtenir la correspondance relatant notre expérience, deux paramètres sont à modifier. D'une part, la longueur d'onde de nos signaux se situe autour de 1310 nm pour laquelle la réponse de la chaîne est de 0,84. D'autre part, nous avons remplacé un miroir dichroïque (de transmission 96%) et un filtre interférentiel (de transmission 71%) par le filtre RG1000 (de transmission 85%) cité plus haut. Avec ceci, 1 V détecté correspond désormais à $1,84 \times \dfrac{0,96 \times 0,71}{0,85 \times 0,84}$, soit à 1,76 nW.

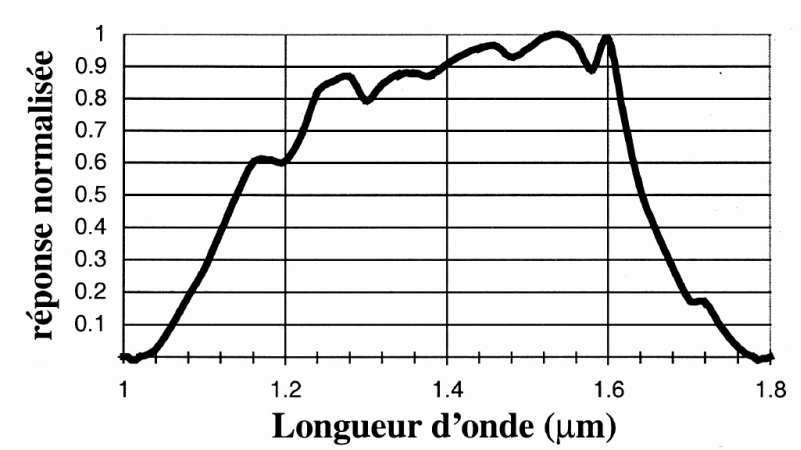


FIG. 1.11 – Réponse spectrale normalisée de la chaîne de détection à 1530 nm.

(v) Enfin, la résolution de la chaîne dépend essentiellement du celle du monochromateur d'analyse. Elle dépend donc naturellement de l'ouverture des fentes de diffraction placées en entrée et en sortie de celui-ci. Notons à titre indicatif que cette résolution vaut 6 nm pour des fentes ouvertes à 1 mm.

Comme on l'a vu lors de la présentation de la théorie, le pas d'inversion du signe du coefficient non-linéaire ainsi que la température d'utilisation des guides jouent un rôle essentiel en ce qui concerne les longueurs d'onde mis en jeu par le quasi-accord de phase. Aussi, avant de processer nos échantillons, nous procédons généralement à quelques simulations numériques afin de définir une plage de pas d'inversion confortable et susceptible de nous garantir les interactions recherchées.
Dès lors, le déroulement de l'expérience est relativement simple et systématique. Nous fixons pour commencer une température de fonctionnement correspondant à la valeur donnée par la simulation (pour notre cas, T =350 K). De plus, sachant que nous souhaitons obtenir une longueur d'onde de signal aux alentours de 1310 nm, nous plaçons le laser significativement en dessous de 655 nm dans le but "d'accrocher" un point de la courbe QAP relative aux paramètres sélectionnés. Nous n'avons alors plus qu'à tester l'ensemble des pas d'inversion présents sur l'échantillon jusqu'à trouver

l'interaction qui correspond à nos critères. Il faut savoir que pour une température de $350\,K$, nous nous attendons à trouver, partant d'une pompe à $655\,nm$ un signal de fluorescence dégénéré à $1310\,nm$ dans des guides présentant un pas d'inversion Λ du coefficient d_{33} d'environ $11{,}1\,\mu m$.
Puis, une fois qu'un premier signal de fluorescence[14] intéressant est acquis, il s'agit d'optimiser la puissance recueillie tout en s'assurant que le mode de pompe injecté dans la structure est bien un fondamental ($TM00$)[15]. Ceci se fait en ajustant la focale de l'objectif d'entrée ou en déplaçant le guide par rapport au faisceau laser. Par suite, l'opération est réitérée dans le même guide en ne modifiant que la longueur d'onde de pompe, nous autorisant ainsi à remonter à l'ensemble des bi-points ($\lambda_p \mapsto \{\lambda_s, \lambda_i\}$) de la courbe QAP.

1.3.2 Les spectres de fluorescence

Pour l'ensemble des expériences d'optique quantique que nous avons menées, nous avons utiliser deux échantillons composés de groupes de 6 guides présentant des pas d'inversion allant de 11 à $12{,}1\,\mu m$. Comme il existe quatre zones de pas identiques par échantillon, nombre de guides présentent les mêmes caractéristiques ce qui constitue une garantie de "survie" des expériences non négligeable.

Les premières expériences ont été réalisées à Genève et concernaient la caractérisation de l'efficacité de conversion paramétrique en mode comptage de coïncidence (voir chapitre 2) ainsi que des tests sur l'enchevêtrement (voir chapitre 3). Puis, de retour à Nice, nous avons poursuivi les expériences sur la caractérisation de l'efficacité de conversion et étendus les investigations les concernant (voir paragraphe 2.2.6).

Il faut noter que ce sont deux échantillons différents qui ont été utilisés à Genève et à Nice. Toutefois, bien qu'ils soient tous deux issus du même wafer et qu'ils aient subis exactement les mêmes conditions de fabrication, nous n'avons pas utilisé les mêmes caractéristiques opto-géométriques pour ces guides genevois et niçois. En voici les détails :

[14] Dans le cas non dégénéré, on obtient deux pics, l'un correspondant au signal, et l'autre à l'idler, et ce tant qu'un mode à la plus haute longueur d'onde est supporté par la structure.

[15] Nous verrons par la suite qu'il n'en va pas toujours de même.

(*i*) Le *guide genevois* présentait une largeur de $6\,\mu m$, une profondeur de $2{,}1\,\mu m$, une longueur de $3{,}2\,cm$ et un pas d'inversion périodique de $12{,}1\,\mu m$.

(*ii*) Le *guide niçois* présentait pour sa part une largeur de $4\,\mu m$, une profondeur de $2{,}1\,\mu m$, une longueur de $4{,}5\,cm$ mais un pas d'inversion périodique de $11{,}1\,\mu m$ comme prévus par nos simulations numériques antérieures.

(*iii*) Notons par contre qu'ils autorisent tous deux la même conversion paramétrique ($655\,nm \mapsto 1310\,nm$). Nous verrons comment cela est possible en vérifiant numériquement que les interactions modales au sein des deux guides sont de nature différente (paragraphe 1.4), sachant que leurs pas de poling varient de près d'un micron.

Pour le guide niçois

Nous avons donc recherché la dégénérescence pour un guide présentant les propriétés énoncées ci-dessus. L'ensemble des figures 1.12 ci-dessous présente trois spectres expérimentaux obtenus pour trois longueurs d'onde de pompe différentes.

Description générale des courbes

Notons que les puissances au signal et à l'idler mesurées sont exprimées en % de la sensibilité s utilisée pour la détection (en d'autres termes, le calibre). Pour les deux premières courbes ((a) et (b)), nous observons deux pics de fluorescence qui correspondent à une configuration de quasi-accord de phase la plus efficace où les trois ondes en interaction sont guidées. Le recouvrement intermodal est alors important et associé à un transfert d'énergie du mode fondamental de la pompe vers les modes fondamentaux au signal et à l'idler. A ce titre, la photographie 1.12(d) représente le mode de pompe injecté dans le guide et elle témoigne du caractère fondamental de celui-ci. Il ne faut cependant pas s'étonner de sa forme aplatie puisque les guides que nous fabriquons sont de forme elliptique causant de fait un grosse asymétrie spatiale. Il existe aussi une asymétrie au niveau des indices de réfraction puisque les guides sont échangés en surface du substrat ($n_{air-guide} \neq n_{guide-niobate}$).
En passant de la courbe 1.12(a) à 1.12(b), la longueur d'onde de pompe augmente et les pics correspondant au signal (longueur d'onde la plus faible par convention) et à

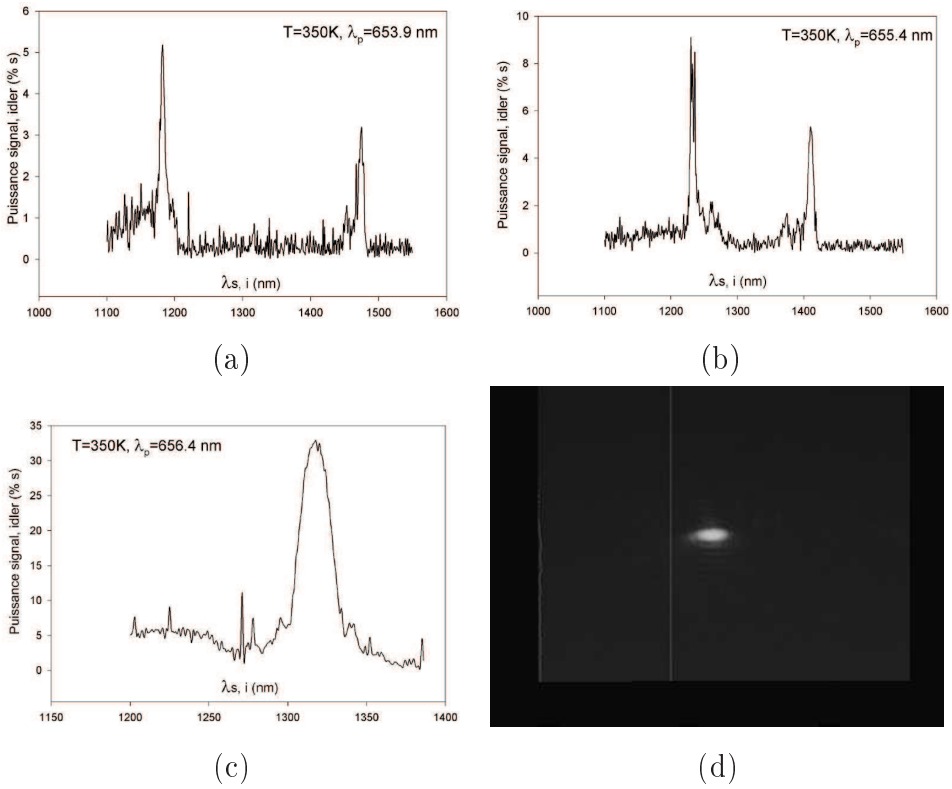


FIG. 1.12 – Spectres de fluorescence expérimentaux relatifs au guide niçois. (a) et (b) sont obtenus pour $\lambda_p < \lambda_p^\star$ et (c) est celui de la dégénérescence ; (d) Photographie du mode injecté relatif au spectre (a).

l'idler se rapprochent.

Par ailleurs, la courbe 1.12(c) a été tracé pour une longueur d'onde de pompe de 656,4 nm et correspond à la *dégénérescence* ($\lambda_p^\star$), la longueur d'onde de signal et d'idler valant toutes deux 1315 nm, ce qui conviendra parfaitement aux applications envisagées. Toutefois, nous remarquons que la valeur trouvée ne correspond pas au double de la valeur de la pompe, le décalage provenant du fait que nous utilisons deux appareils différents pour analyser les longueurs d'onde de pompe et de signal.

La forme du pic ressemble à celle du carré d'un sinus cardinal bien que les lobes secondaires n'apparaissent pas de façon significative. Précisons que malgré les apparences, les petits pics de part et d'autre du pic dégénéré ne correspondent ni à la longueur d'onde, ni à l'intensité des lobes secondaires. Ils restent d'ailleurs à ce jour

inexpliqués.
De plus, les courbes (a) et (b) vérifient l'équation 1.31 puisque le pic à la longueur d'onde du signal est plus haut que celui à la longueur d'onde d'idler. On a donc globalement $P(\omega_s) > P(\omega_i)$.

Si l'on s'attarde sur la courbe (c), on peut remarquer un large ventre présent aux faibles longueurs d'onde. Ce signal de fluorescence correspond pour sa part à une configuration de quasi-accord de phase particulière que l'on nomme généralement *Cerenkov*. Dans ce cas, seuls les modes pompe et de signal sont guidés tandis que celui de l'idler est rayonné dans le substrat PPLN. Cette configuration est moins efficace que la précédente en raison d'un faible recouvrement entre le mode rayonné et les modes guidés, mais elle est en revanche plus tolérante au niveau du désaccord de phase qui est compensé par ajustement naturel de l'angle avec lequel l'idler s'échappe dans le substrat. A cet effet, la figure 1.13 ci-dessous présente une schématisation des constantes de propagation correspondantes.

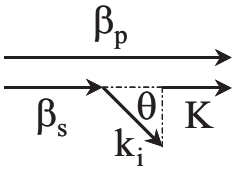


FIG. 1.13 – QAP en configuration Cerenkov. La constante de propagation k_i fait un angle θ avec la direction de propagation dans le guide.

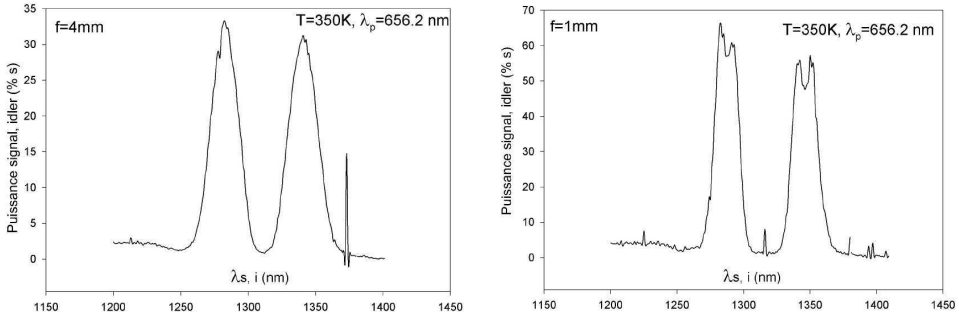
LARGEUR À MI-HAUTEUR ET EFFICACITÉ

⋆ Sur la figure 1.12(b), la mesure de la largeur à mi-hauteur ($\Delta\lambda_m$) du pic idler vaut environ $9\,nm$. En appliquant une correction en rapport avec la résolution du monochromateur (les fentes ouvertes à $1\,mm \Rightarrow 6\,nm$ de résolution), il vient pour cette largeur une valeur "supposée vraie" ($\Delta\lambda_s$) de $6{,}7\,nm$[16] qui est en rapport avec les

[16] Les détails de l'opération sont les suivants. On suppose que le signal de fluorescence peut être assimilé à une gaussienne de type $e^{-\frac{\lambda^2}{\Delta\lambda_s^2}}$ que l'on convolue à la réponse du monochromateur, elle-même définie par une gaussienne du type $e^{-\frac{\lambda^2}{\Delta\lambda_r^2}}$. On identifie alors le produit à une nouvelle gaussienne décrivant cette fois le signal mesuré que l'on écrit $e^{-\frac{\lambda^2}{\Delta\lambda_m^2}}$. Il en résulte simplement l'égalité

5,8 nm que l'on peut calculer à partir de la formule 1.27[17] établie lors de la description théorique.

Toutefois, on peut s'apercevoir de l'apparition de double pics visibles surtout sur le pic du signal. Cette remarque inquiétante a été confirmée pour l'ensemble des mesures de spectre que nous avons faites sur cet échantillon, mais aussi sur d'autres présentant exactement les mêmes conditions de fabrication car issus du même wafer. Seule la longueur des guides différait, allant de 1,2 à 4,5 cm.
Par exemple, les courbes de la figure 1.14 ci-dessous sont particulièrement explicites. Pour les obtenir, nous sommes simplement passés d'une configuration où le monochromateur possède ses fentes ouvertes à 4 mm ($\Rightarrow$ 14 nm de résolution) à une configuration où celles-ci sont ouvertes à 1 mm ($\Rightarrow$ 6 nm de résolution). Notons que l'impression que ces courbes sont plus "jolies" que les précédentes n'est qu'apparente. En effet, l'échelle en abscisse n'est pas la même.



(a) (b)

FIG. 1.14 – Suite de spectres de fluorescence expérimentaux relatifs au guide niçois. (a) et (b) sont obtenus pour des fentes ouvertes à 4 et 1 mm respectivement. Les doubles pics apparaissent.

L'augmentation de la résolution spectrale de la chaîne de détection met clairement en évidence l'apparition des doubles pics pressentis au signal et à l'idler. On peut donc dire que ce problème, apparemment reproductible, est certainement lié à un défaut de masquage propre aux guides qui aurait une influence sur l'accroissement

$\Delta\lambda_m^2 = \Delta\lambda_s^2 + \Delta\lambda_r^2$ d'où l'on tire la valeur de $\Delta\lambda_s$ "réel" qui vaut ici 6,7 nm.

[17] Vraie hors dégénérescence.

d'indice (δn). En effet, si l'inhomogénéité était due à des gradients de température, la conséquence aurait été un élargissement "lisse" des pics obtenus (voir les chapitres 4 des références [8, 29]) qui se serait d'autant plus fait sentir que l'échantillon eut été long. Comme on l'a vu, les pics signal et idler sont ici clairement plus larges qu'ils ne devraient l'être, mais la raison en incombe à la présence de ces doubles pics qui semblent écarter toute variation continue le long de la propagation. Nous verrons plus loin en simulation numérique qu'il paraît possible de trouver deux courbes QAP très proche l'une de l'autre s'obtenant pour des accroissement d'indice très voisins.
Cependant, les applications pour lesquelles cet échantillon est destiné nécessite l'utilisation du point de dégénérescence (voir courbe 1.12(c)) qui correspond donc à un QAP obtenu pour les pics signal et idler externes. Il s'ensuit qu'il n'y a donc pas d'accord de phase possible pour les pics internes à la longueur d'onde de pompe de dégénérescence. L'existence de ces doubles pics ne constitue donc pas un problème pour nous dans cette optique là. Il faudrait être en revanche plus méfiant si une application requérait une utilisation hors dégénérescence.

⋆ Par ailleurs, la courbe de la figure 1.14(a) va nous permettre de remonter à l'efficacité du guide testé. En effet, c'est lorsque les fentes sont ouvertes en grand que le détecteur reçoit le maximum de puissance (moins de pertes accordées à la chaîne de détection). Comme nous l'avons vu dans la partie théorique, rappelons tout d'abord que les puissances signal et idler peuvent s'exprimer en fonction des nombres de photons présents dans ces modes. On a donc $P_j = N_j \hbar \omega_j$ avec $j = \{s, i\}$, et en considérant que $N_s \approx N_i$, il vient :

$$\frac{P_s}{P_i} \approx \frac{\lambda_i}{\lambda_s} \tag{1.38}$$

La courbe expérimentale considérée donne $\frac{P_s}{P_i} = \frac{33{,}5}{31{,}5} \approx 1,06$ alors que $\frac{\lambda_i}{\lambda_s} = \frac{1343}{1280} \approx 1,05$. L'écart raisonnable provient du fait que l'optimisation du signal de détection s'est fait pour la longueur d'onde de $1280\,nm$.

De la mesure de la surface du pic signal et de la puissance correspondante, nous pouvons estimer l'efficacité brute du guide que l'on a précédemment défini par l'expression 1.32. Nous avions :

$$\eta = \frac{P_s(\ell)}{P_p(0)} \tag{1.39}$$

ℓ étant la longueur du guide et 0 son abscisse d'entrée. Notons que dans l'hypothèse de non-déplétion de la pompe, *la puissance injectée dans le guide est typiquement mesurée à sa sortie*. C'est en fait une façon de s'affranchir des pertes dues au couplage en entrée du guide, et donc de se rapprocher de l'efficacité réelle[18]. Toutefois, la valeur mesurée doit être corrigée par un facteur correspondant aux pertes dans la structure guidante que nous prendrons, dans le cas du processus SPE, égal à $0{,}4\,dB/cm$[19]. Or, compte tenu de la calibration de la chaîne de détection (voir figure 1.11 et les explications qui s'y rapportent), nous savons qu'une tension de $1\,V$ correspond à une puissance de $1{,}76\,nW$ de signal. De là, comme la courbe 1.14(a) nous montre que la hauteur du pic signal correspond à une tension de $17\,mV$[20] (33% de la sensibilité à $50\,mV$ choisie pour cette mesure), nous en déduisons que la puissance $P_s(\ell)$ associée vaut $\sim 33\,pW$. De plus, sachant qu'une mesure directe de la puissance de pompe en sortie du guide long de $3{,}2\,cm$ nous donne $\sim 22{,}4\,\mu W$, la puissance $P_p(0)$ injectée s'élève à $\dfrac{22,4}{10^{\frac{-0,4\times 3,2}{10}}}$, soit $\sim 30\,\mu W$.

Finalement, nous obtenons :

$$\boxed{\eta \approx 1 \cdot 10^{-6} \pm 20\%} \tag{1.40}$$

compte tenu des incertitudes sur la mesure. Notons que cette valeur n'est qu'une approximation de l'efficacité car l'optimisation des signaux ainsi que la calibration de la chaîne restent, de notre point de vue, bien peu précises. Il faut savoir à ce titre qu'il n'est jamais possible de connaître avec certitude les coefficients de transmission ou de perte des éléments optiques utilisés dans le montage. Nous verrons d'ailleurs au chapitre 2 une méthode originale basée sur le comptage en coïncidence des paires de photons générées au sein du guide menant à un affranchissement complet des pertes.

[18] Pour donner un ordre d'idée, nous dirons que le couplage est bon si 20% de la puissance incidente sur la face d'entrée est injectée dans la structure.

[19] Nous n'avons pas effectué de mesure de pertes sur nos échantillons. Aussi, la valeur annoncée représente une majoration des résultats couramment obtenus au laboratoire. Pour plus de détails sur la méthode utilisée au LPMC, on pourra se référer à la partie expérimentale de la référence [29].

[20] Pour cette mesure, les fentes du monochromateur sont ouvertes à $4\,mm$ offrant une résolution de $14\,nm$. Pour effectuer le calcul de l'efficacité, nous pouvons donc prendre la valeur crête de la puissance mesurée sachant que toutes les longueurs d'ondes contenues dans le pic de fluorescence sont transmises par le monochromateur.

Nous donnerons aussi, pour ce guide, la valeur de l'efficacité normalisée correspondante (voir relation 1.34).

Notons tout de même que la valeur obtenue ici compte parmi les toutes meilleures publiées. Toutefois, nous ne nous aventurerons pas à une tentative de correction de cette valeur par rapport à celle prévue par la théorie. Il est pourtant chose commune de trouver, dans la littérature, nombre de papiers dont les efficacités données sont corrigées par rapport à la "longueur efficace d'interaction" estimée par les expérimentateurs. Il nous paraît cependant évident que l'efficacité dont nous disposons est celle que nous mesurons et non pas celle que nous aimerions avoir. A ce titre, nous comparerons les efficacités des sources de paires de photons obtenues en mode comptage de coïncidences au chapitre 2.

Pour le guide genevois

Pour l'échantillon utilisé à Genève, nous n'avons malheureusement pas pris le temps de tracer plusieurs spectres nous permettant de remonter à la courbe QAP. En effet, nous ne cherchions à l'époque que le point de dégénérescence afin de débuter au plus vite les expériences d'optique quantique. Toutefois, les problèmes rencontrés à Genève pour les expériences sur l'intrication nous ont poussé à revoir nos prétentions à la baisse et à mieux caractériser les échantillons qui ont suivi. Nous ne présenterons donc ici que le spectre de dégénérescence (figure 1.15 ci-dessous) qui nous a permis de procéder aux premières investigations en mode comptage de coïncidences [99] puis d'enchaîner sur la caractérisation de l'enchevêtrement [100].
Ce spectre a été obtenu pour une longueur d'onde de pompe de $657\,nm$ et présente un point de dégénérescence autour de $1314\,nm$ pour une température d'utilisation de $375\,K$ et un pas d'inversion de $12{,}1\,\mu m$. Il est aussi caractérisé par une largeur à mi-hauteur d'environ $40\,nm$ qui est ici synonyme d'une inhomogénéité en température flagrante (nous nous attendions plutôt à une valeur proche de $30\,nm$). En effet, nous ne disposions pas à l'époque d'un système de chauffage aussi perfectionné que celui mis en place pour le guide niçois. Le genevois était simplement chauffé et recouvert d'un capot en plastique alors que le niçois était bien protégé dans son four en bakélite.

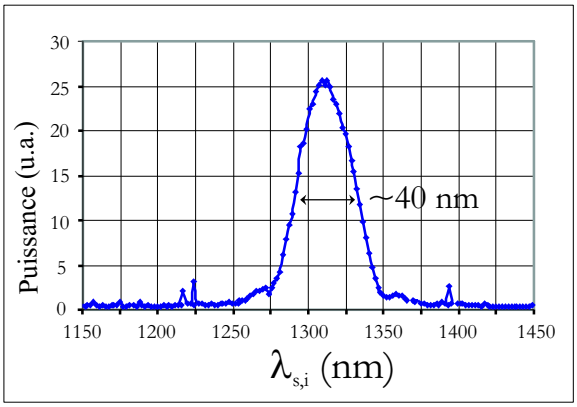


FIG. 1.15 – Spectre de fluorescence paramétrique mesuré en sortie du guide PPLN utilisé à Genève.

Notons qu'ici aussi apparaissent des sortes de lobes secondaires qui ne correspondent toujours pas à ceux qui sont attendus.

Malheureusement il n'est pas possible de déduire de ce spectre l'efficacité du guide concerné puisque celle-ci doit se faire hors dégénérescence. En effet, le terme $\mathcal{N}$ de la relation 1.27 est nul en ce point. De là, pour donner une expression de la largeur à mi-hauteur utile au calcul de la surface du pic dégénéré, il faudrait développer les dérivées secondes des indices effectifs ce qui est loin d'être évident. Ainsi, une mesure en ce point particulier ne serait donc pas significative et l'erreur sur la mesure ne saurait être estimée à sa juste valeur.

1.3.3 Les courbes de quasi-accord de phase

Suite aux spectres mesurés comme ceux que nous avons présentés dans la section précédente, nous pouvons porter sur un graphe, pour chaque longueur d'onde de pompe testée, les valeurs des longueurs d'onde signal et idler correspondantes. Il en résulte ce que l'on appelle la courbe QAP obtenue pour une température et un pas d'inversion du coefficient non-linéaire donnés. La figure 1.16 ci-dessous présente la courbe QAP du guide niçois obtenue pour une température de $350\,K$ et un pas de poling de $11{,}1\,\mu m$. Notons que celle-ci a été tracée pour les pics extérieurs des spectres

de fluorescence discutés plus haut.

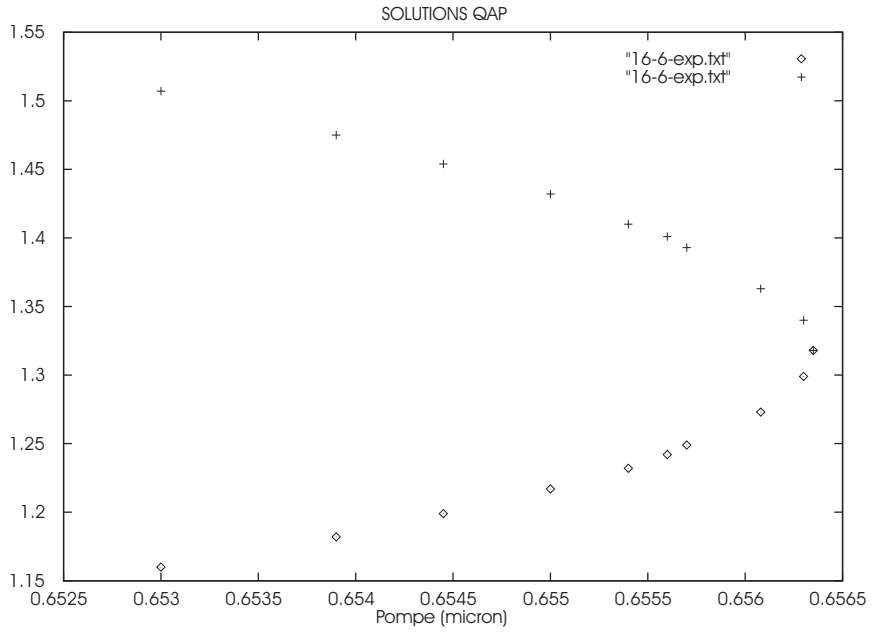


FIG. 1.16 – Courbe QAP du guide niçois ; $T = 350\,K$ et $\Lambda = 11{,}1\,\mu m$.

Bien entendu, une telle courbe QAP dépend d'un grand nombre de paramètres comme nous avons tenter de l'expliquer jusque là. Qualitativement, on peut les regrouper en deux classes :

(i) La forme du profil d'indice (gaussien, exponentiel ou à saut d'indice) et la profondeur du guide modifie essentiellement la forme de la parabole comme par exemple son "ouverture" et la pente au point de dégénérescence.

(ii) Par contre, les paramètres que nous qualifierons de fondamentaux tels le pas d'inversion Λ du réseau, la température d'utilisation ou encore l'accroissement d'indice guide–substrat agissent en décalant la parabole sur la gauche ou sur la droite (en λ_p) selon les valeurs relatives des paramètres modifiés.

Notons que ces remarques relèvent d'une grande importance car c'est la simulation numérique qui va nous permettre non seulement d'ajuster les paramètres du guide sous test, mais aussi de prévoir, le cas échéant, l'évolution de la courbe QAP en fonction des modifications apportées à Λ ou à T. A titre d'exemple et afin de se

faire déjà une idée sur ces influences, nous avons vérifié expérimentalement qu'une diminution de 0,1 μm sur la valeur du pas d'inversion provoque un déplacement du point de dégénérescence d'environ 2,7 nm sur la gauche ; la température ayant été laissée à 350 K comme précédemment.

Par ailleurs, des interactions mettant en jeu des modes de pompe différents du fondamental provoquent aussi des décalages de la parabole tout en laissant sa forme générale identique. En effet, s'il n'est pas facile de le vérifier expérimentalement en raison de la difficulté d'exciter de manière stable les modes d'ordres supérieurs ($TM01$ et $TM10$ par exemple), les simulations permettent facilement ce type d'opération et prévoient d'ailleurs un décalage vers la gauche.
Nous allons voir à ce titre que le cas du guide genevois correspond tout à fait à ce type d'interaction. En effet, tentons "avec les mains" de rapprocher les interactions des guides genevois et niçois. Le genevois possède un pas d'inversion environ 1 μm supérieur au niçois, ce qui induit, d'après ce qui a été dit, un décalage à droite du point de dégénérescence. De là, pour que les points de dégénérescence du niçois et du genevois soient presque les mêmes, il faut ramener la courbe QAP du genevois vers las basses longueurs d'onde de pompe en compensant exactement le décalage donné vers la droite par le pas d'inversion. Ceci est rendu possible si le mode de pompe n'est plus le fondamental. C'est aussi ce que nous nous proposons de vérifier dans la partie suivante grâce aux simulations numériques.

1.4 Validation numérique

1.4.1 Généralités sur les principes numériques utilisés

Dans la partie 1.1, nous avons décrit par des équations relativement simples les bases de la génération paramétrique guidée en quasi-accord de phase. Cependant, le fait de considérer une structure guidante complique énormément la recherche de solutions qui ne peuvent, dans la plupart des cas, être obtenues de façon analytique. La raison en incombe aux liens forts existant entre la génération paramétrique et les caractéristiques modales du guide. Ainsi, comme nous l'avons vu, l'accord de phase et le gain paramétrique dépendent directement de la dispersion des indices effectifs et du profil des modes. L'étude numérique qui suit a pour but de relier les courbes expérimentales obtenues pour la fluorescence aux paramètres géométriques et physiques des micro-guides utilisés. Nous avons donc traité numériquement le cas de micro-guides réalisés par SPE sur substrat PPLN en coupe Z, qui ne supportent que la polarisation TM. Nous avons par ailleurs tenu compte des profils d'indice de type gradient à faibles accroissements attendus avec la technologie SPE.

Il faut savoir que nous disposons au laboratoire d'un programme informatique développé dans le cadre d'études antérieures (se référer à [8] et à la référence 7 incluse) traitant les interactions paramétriques à partir des équations d'évolution dans le cas d'un guide homogène et dans des conditions de température homogène. Il permet ainsi de modéliser l'interaction entre le cristal et les champs électromagnétiques de pompe, signal et idler via les équations de Sellmeier [38] et la méthode des indices effectifs [108]. En effet, les paramètres opto-géométriques du guide conduisent pour chacune des trois ondes au calcul des indices effectifs (donc du désaccord de phase) ainsi qu'au calcul des profils de champs électriques (donc des intégrales de recouvrement) grâce aux équations 1.6. Ce calcul peut être assuré dans le cas d'un profil d'indice quelconque en le décomposant en un empilement bidimensionnel à saut d'indice comme le schématise la figure 1.17 ci-dessous. Les équations de Maxwell ont alors, pour chaque région à saut d'indice, des solutions analytiques particulières qui permettent donc de remonter, via les paramètres du guide et le pas du poling, aux courbes QAP correspondantes.

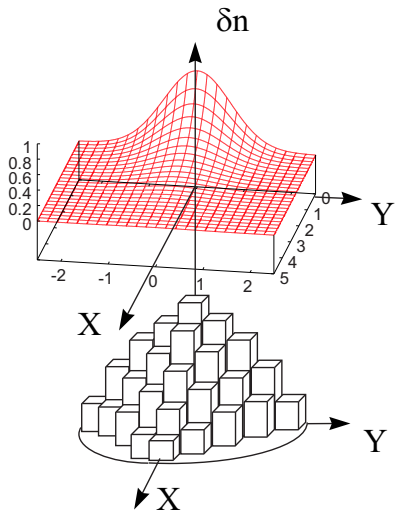


FIG. 1.17 – Modélisation du micro-guide par un empilement bidimensionnel de diélectrique à saut d'indice.

Compte tenu des nombreux échantillons et nombreuses simulations qui ont déjà pris place au laboratoire, nous ne partons pas dans le vide. Ainsi, nous savons qu'un échange SPE dont le titre massique vaut 2,75% mène à des guides présentant des profils à gradient d'indice, exponentiel en profondeur et gaussien en largeur. Par ailleurs, rappelons que la valeur à $1/e$ de la profondeur du guide doit être proche de $2{,}1\,\mu m$ pour 72 heures d'échange. Pour sa part, la largeur du guide est donnée par celle du masque qui a servi à sa fabrication, c'est à dire, dans le cas des guides genevois et niçois testés expérimentalement, respectivement 6 et $4\,\mu m$.
C'est avec ces paramètres que nous allons tenter, pour le guide niçois, de retrouver la courbe QAP expérimentale de la figure 1.16 sachant que nous ajusterons dans un premier temps la valeur de l'accroissement d'indice maximum (δn). Puis nous procéderons, le cas échéant, à un ré-ajustement de l'ensemble des autres paramètres. Nous veillerons simplement à rester "raisonnable" dans ces modifications. Enfin, nous tenterons de retrouver le bon transfert modal d'énergie régissant la conversion paramétrique au sein du guide genevois.

1.4.2 Modélisation du guide niçois

Paramètres associés à la courbe QAP expérimentale

Pour un pas d'inversion de 11,1 μm et une température de 350 K correspondant aux conditions expérimentales, nous avons procédé à une recherche dichotomique de la bonne valeur du δn. C'est ainsi que nous avons réussi à accorder presque parfaitement la courbe numérique et la courbe expérimentale 1.16 pour une valeur de *0,02565* comme l'indique la figure 1.18. Notons que le fit est représenté par des $\Diamond$ et que les parties signal et idler expérimentales sont respectivement représentées par des + et des $\square$.

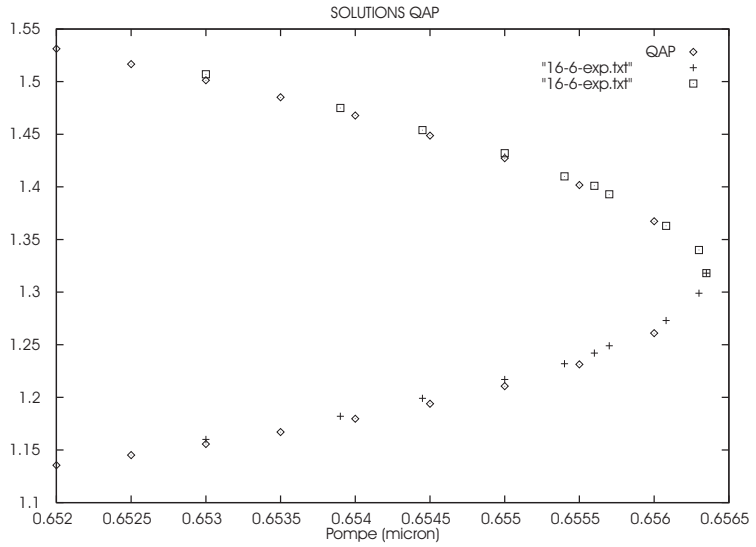


FIG. 1.18 – Fit de la courbe QAP expérimentale du guide niçois pour les pics externes.

Les valeurs de la largeur et de la profondeur du guide utilisées pour la simulation sont celles que l'on avait supposées vraies au départ. La preuve est donnée par l'ouverture de la parabole qui est exactement la même pour les deux courbes. Aussi, la valeur du δn qui ressort ici est en bon accord avec la valeur de 0,028 typique d'un titre massique de 2,65% souvent utilisé dans notre groupe (bain plus acide que le nôtre, d'où un δn plus élevé). Notons aussi que cet ajustement a été obtenu pour un transfert d'énergie du mode fondamental à la pompe vers les modes fondamentaux au signal et à l'idler,

comme le prévoyaient les simulations en amont de la fabrication des échantillons. C'est pourquoi le bon accord relatif entre les valeurs connues et celles démontrées ici nous amène non seulement à valider la courbe mesurée expérimentalement mais aussi nos simulations préliminaires.

Le problème des doubles pics

Nous avons vu lors de la caractérisation des spectres de fluorescence que nous obtenions des doubles pics aux longueurs d'onde signal et idler (voir paragraphe 1.3.2). Nous avions alors discuté les causes probables de cette apparition et nous avions tout de suite écarté l'idée d'une inhomogénéité en température. Restent alors deux hypothèses :

(i) L'interaction est assurée par d'autres modes que les fondamentaux. Nous avons donc procédé à des tests par simulation dont le résultat fut sans appel : soit il n'existe pas de solution (c'est le cas par exemple des transferts $TM01_{pompe} \mapsto TM01_{signal+idler}$ ou $TM00_{pompe} \mapsto TM01_{signal+idler}$), soit les résultats ne sont pas raisonnables dans le sens où il n'y a pas de correspondance avec l'observation expérimentale (c'est le cas par exemple du transferts $TM01_{pompe} \mapsto TM00_{signal+idler}$ qui présente un point de dégénérescence à $626\,nm$). Les transferts pour des modes d'ordres encore supérieurs ne sont pas envisageables tant le recouvrement est médiocre.

(ii) L'interaction est soumise à une inhomogénéité sur le δn créant de fait deux couples $\{\lambda_s, \lambda_i\}$ pour chaque λ_p sélectionnée[21]. Il en résulte l'existence de deux courbes QAP très rapprochées.

Rappelons que nous avons observé ce phénomène sur l'ensemble des guides testés sur cet échantillon ainsi que sur d'autres échantillons issus du même wafer. Le guide niçois en question n'est donc pas un cas unique et il faut "faire avec" jusqu'à la mise

[21] Nous pensons qu'un problème lié à une profondeur non homogène est à écarter. En effet, son profil exponentiel dépend essentiellement de la durée de l'échange. A partir du moment ou l'échantillon voit un bain acide homogène, ce que nous pensons, il n'est pas possible de graver deux profondeurs différentes. Reste l'hypothèse sur la largeur des guides qui est de son côté directement liée au masquage. On comprend qu'un défaut à ce niveau là puisse rendre le problème reproductible.

en œuvre du prochain wafer... mieux vaut donc comprendre de quoi il en retourne pour ne pas retomber sur cet écueil.

Notons que pour les expériences de comptage de coïncidences faites avec le guide niçois, nous avons logiquement choisi de travailler avec les pics externes dont le point de dégénérescence n'offre plus de solution QAP aux pics internes (λ_p trop élevée). La courbe QAP relative aux pics internes, à paramètres Λ et T identiques, est donc forcément décalée sur la gauche d'une fraction de λ_p par rapport à celle que nous venons de modéliser.

La figure 1.19 ci-dessous montre alors la meilleure approche numérique que nous ayons pu faire de cette nouvelle courbe.

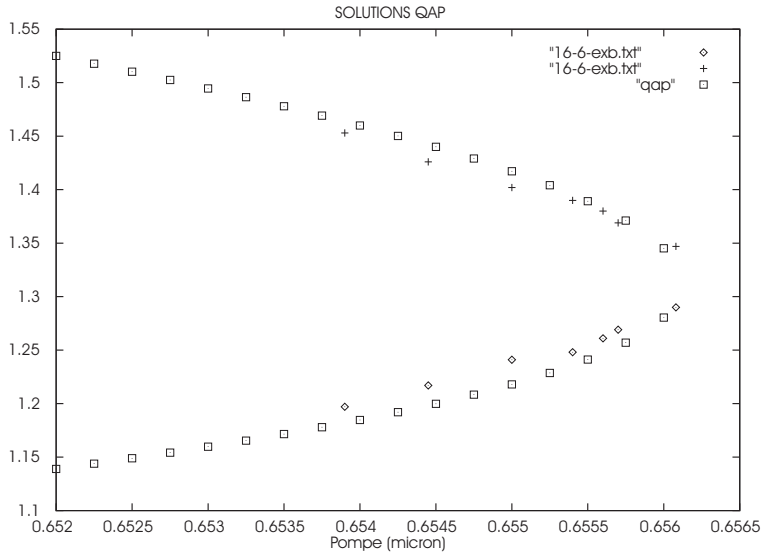


FIG. 1.19 – Fit de la courbe QAP expérimentale pour les pics internes.

Cette fois (attention), les $\square$ représentent le fit et les $\Diamond$ et les $+$ la courbe expérimentale correspondante. Elle a été obtenue pour un δn de *0,0255* pour la même température et le même pas d'inversion que le fit 1.18 précédent, et ce pour des interactions fondamentales. Bien que cette valeur paraisse acceptable, les paraboles présentent des ouvertures sensiblement différentes. Et cette différence est physiquement difficilement justifiable. En effet, l'ouverture de la parabole dépend fortement de la profondeur de l'échange. Même si le masque des guides possède un défaut en largeur, il ne peut avoir

une influence sur la profondeur de l'échange. Par contre, ce défaut de largeur a bien une incidence sur le δn.
Il semble donc que l'existence de ces doubles pics soit en partie due a une inhomogénéité du profil d'indice (dégénérescence identique pour le fit et l'expérience), mais nous ne sommes pas à l'abris d'une multiplicité des problèmes. La question reste donc malheureusement en partie ouverte.

1.4.3 Modélisation du guide genevois

Comme nous l'avons vu pour le spectre de fluorescence, le point de dégénérescence a été obtenu pour une longueur d'onde de pompe de $657\,nm$ mais pour une température d'utilisation et un pas d'inversion différents du guide niçois. En effet, les données sont cette fois : $T = 375\,K$ et $\Lambda = 12{,}1\,\mu m$ alors que la même conversion paramétrique est proposée, comme le montrent les spectres 1.12(c) et 1.15. Il paraît donc évident que le transfert d'énergie au sein du guide genevois se fait selon une configuration modale particulière et différente de celle du guide niçois.
La méthode de recherche de ce transfert fut simple. Tout d'abord, pour la température de $350\,K$ nous avons visualisé l'évolution des courbes QAP pour le transfert $TM00_{pompe} \mapsto TM00_{signal+idler}$ en incrémentant le pas d'inversion du poling de 0,1 en 0,1 depuis 11,1 jusqu'à $12{,}1\,\mu m$, pas extrêmes pour lesquels nous avons des données expérimentales. Nous avons donc obtenu un déplacement significatif de la courbe de départ vers la droite. Puis, nous avons de nouveau procédé à une simulation pour un pas de $12{,}1\,\mu m$ mais en tenant compte cette fois de la température expérimentale de $375\,K$ utilisée à Genève. Cela a donné de nouveau un décalage sur la droite. Enfin, nous avons simulé tous les transferts d'énergie possibles en tenant compte bien sûr de leur validité physique. Nous avons obtenus essentiellement deux courbes QAP possibles correspondant aux transferts $TM01_{pompe} \mapsto TM00_{signal+idler}$ et $TM10_{pompe} \mapsto TM00_{signal+idler}$ pour lesquels les recouvrements modaux sont plutôt corrects. Les couples 00, 10 et 01 sont en fait mis pour les indices LP signifiant "largeur–profondeur". La figure 1.20 ci-dessous présentent les résultats de ces simulations auxquels nous avons rajouté le fit expérimental du guide niçois en guise de comparaison.

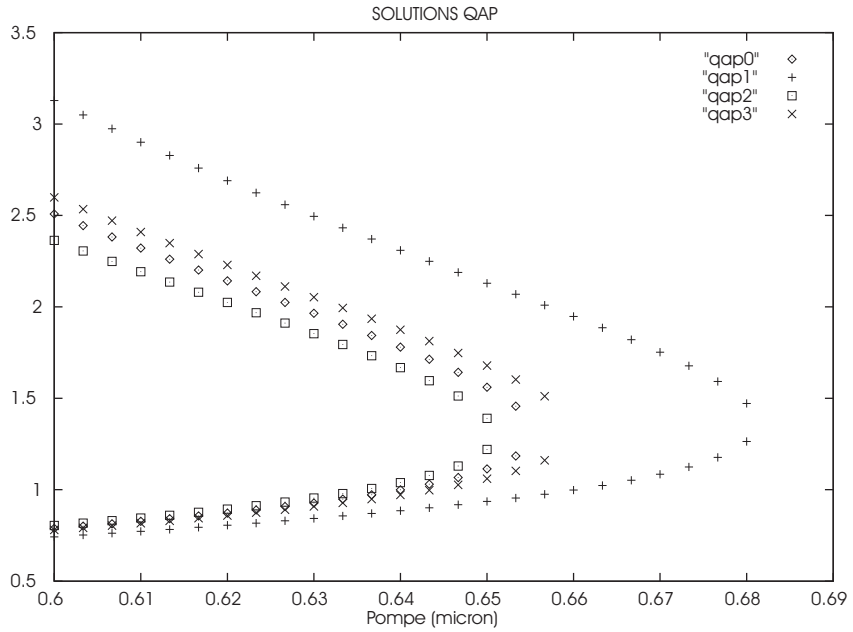


FIG. 1.20 – Recherche des transferts d'énergie possible pour le guide genevois.

L'inventaire des courbes est le suivant :

- "QAP0" représente le fit du guide niçois pour les paramètres $T = 350\,K$ et $\Lambda = 11{,}1\mu m$;
- "QAP1" est la courbe numérique obtenue pour $T = 375\,K$ et $\Lambda = 12{,}1\mu m$ et correspondant au transfert d'énergie $TM00_{pompe} \mapsto TM00_{signal+idler}$;
- "QAP2" est la courbe numérique obtenue pour $T = 375\,K$ et $\Lambda = 12{,}1\mu m$ et correspondant au transfert d'énergie $TM01_{pompe} \mapsto TM00_{signal+idler}$;
- enfin, "QAP3" est la courbe numérique obtenue pour $T = 375\,K$ et $\Lambda = 12{,}1\mu m$ et correspondant au transfert d'énergie $TM10_{pompe} \mapsto TM00_{signal+idler}$.

Si la courbe QAP1 ne correspond pas à l'interaction demandée compte tenu d'une trop haute dégénérescence, les courbes QAP2 et QAP3 sont en revanche des solutions numériques possibles. Elles présentent en effet des points de dégénérescence proche de $657\,nm$ à la pompe ce qui correspond à la mesure faite expérimentalement. Toutefois, la courbe QAP3 reste la moins probable en raison de la symétrie du guide en largeur qui induit un recouvrement entre les modes 10 à la pompe et 00 au signal proche de

0 (l'intégrale de recouvrement correspond à la somme de deux aires égales en valeur absolue mais de signes opposés comme le montre le schéma de gauche de la figure 1.21 ci-dessous). En revanche, bien que moins profond que large, le guide peut offrir un bon recouvrement entre les modes 01 à la pompe et 00 au signal grâce à des aires d'intégration non égales (voir schéma de droite de la figure 1.21 pour lequel le mode 01 est dissymétrique en raison de la différence entre les indices du guide et de l'air).

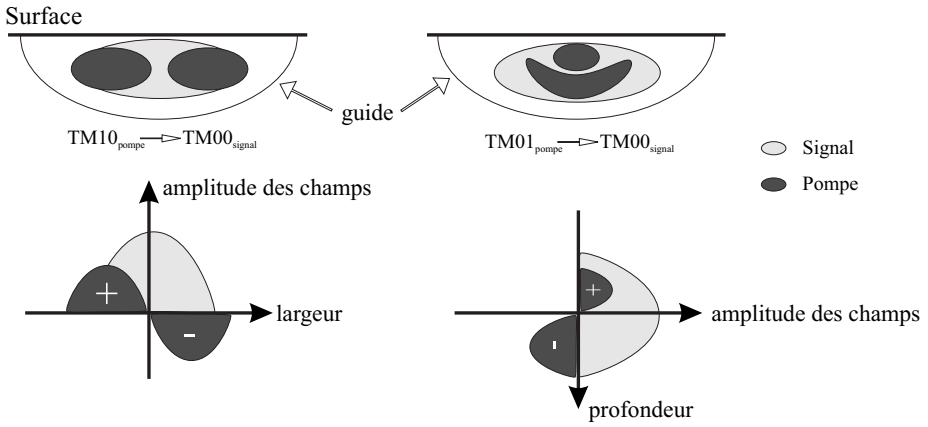


FIG. 1.21 – Transfert d'énergie entre les modes d'ordres supérieurs à la pompe vers le mode fondamental au signal.

Au LPMC, un travail antérieur (voir partie 4 de la référence [29]) a effectivement montré que, pour des guides similaires, l'efficacité de l'interaction $TM01_{pompe} \mapsto TM00_{signal+idler}$ valait environ la moitié de l'efficacité de l'interaction $TM00_{pompe} \mapsto TM00_{signal+idler}$.

Notons que nous vérifierons la très bonne efficacité du guide genevois, et par conséquent le bon recouvrement des modes, grâce à l'expérience du comptage de coïncidences présentée au paragraphe 2.2.4.

1.5 Conclusion du chapitre 1

Après avoir rappelé les fondements théoriques qui régissent la génération de fluorescence paramétrique en configuration guidée, nous avons défini un certain nombre de paramètres de fabrication résolument tournés vers le cahier des charges que nous nous étions imposés en vue d'applications quantiques. Une fois les échantillons fabriqués, nous avons proposé une méthode de caractérisation expérimentale des guides utilisés à Nice et à Genève pour l'interaction paramétrique permettant de convertir des photons de pompe à $655\,nm$ en paires de photons dont la longueur d'onde est centrée sur $1310\,nm$. De là, nous avons pu tracer une courbe QAP complète pour le premier et trouver le point de dégénérescence désiré pour le second.

Toutefois, les spectres expérimentaux obtenus ont montré quelques particularités qui ont fortement attiré notre attention : le guide niçois présente des structures à pics de fluorescence doubles et l'interaction au sein du guide genevois se fait par le biais d'un transfert d'énergie inter-modal non issu du fondamental à la pompe. C'est grâce aux simulations numériques post-expérimentales que nous avons pu confirmer nos intuitions et valider les courbes obtenues au préalable. Il en ressort que le guide niçois présente une inhomogénéité au niveau de l'accroissement d'indice[22] et que le guide genevois est régit par un transfert d'énergie de type $TM10_{pompe} \mapsto TM00_{signal+idler}$.

C'est grâce à l'ensemble de ces tests expérimentaux et numériques que nous avons appris comment atteindre les points de fonctionnement que nous recherchions pour les applications envisagées à Genève et à Nice. Ainsi, nous allons montrer au chapitre 2 comment caractériser l'efficacité de ces guides PPLN en mode comptage de coïncidences. Nous verrons pour ce faire la mise en œuvre d'une méthode originale puisque indépendante des pertes rencontrées sur les lignes de comptage, contrairement à la proposition que nous venons de voir dans ce chapitre. Puis, dans le but d'ouvrir notre activité aux communications quantiques naissantes, nous verrons au chapitre 3 comment révéler et caractériser l'état enchevêtré en énergie-temps donné par la génération paramétrique spontanée.

[22] Le guide genevois présente certainement les mêmes problèmes puisqu'il a été fabriqué dans les mêmes conditions. Toutefois, cette caractéristique ne peut être mise en évidence avec le seul point de dégénérescence.

Chapitre 2

L'efficacité d'un générateur paramétrique

D'une façon générale, nous possédons deux façons de caractériser une source de paires de photons. D'une part, on peut s'intéresser au type d'enchevêtrement qu'elle produit et à sa capacité à violer les inégalités de Bell : ceci fait l'objet du chapitre 3 dans lequel nous caractériserons successivement la qualité des intrication en énergie-temps et "time bins"[1]. D'autre part, on doit aussi être capable de poser une valeur expérimentale sur l'efficacité de cette source, c'est à dire sur la probabilité η_{conv} de créer une paire de photons intriqués par quantum d'énergie donné au générateur lui-même (milieu actif). C'est cette seconde caractéristique qui va nous intéresser dans ce présent chapitre.

A la suite d'un léger inventaire historique sur les sources successives de paires de photons intriqués, nous montrerons comment obtenir théoriquement et expérimentalement l'efficacité d'un générateur paramétrique, par photon de pompe (régime continu) ou par impulsion laser, grâce au comptage des paires en coincidence[2].

Tout d'abord, nous effectuerons *l'étude théorique* qui mène au calcul de l'efficacité en *régime continu*. Nous appuierons cette démonstration par les expériences que nous avons réalisées à l'aide des guides PPLN caractérisés au chapitre précédent et

[1] Nous définirons au chapitre 3 ce que signifie cette expression.

[2] Le lecteur pourra se reporter à l'annexe H qui relate la déclinaison quantique du taux de coïncidences à l'aide des opérateurs champ.

pour lesquels nous montrerons des valeurs d'efficacités supérieures à 10^{-6} [99, 100] pour la conversion de photons de pompe à $655\,nm$ en paires de photons dégénérés à la longueur d'onde télécom de $1310\,nm$. Aussi, afin de situer nos résultats dans le contexte international, nous procéderons à quelques comparaisons avec les sources paramétriques conçues autour de divers cristaux aussi bien massifs que de type "guide d'ondes". Enfin, pour clore le régime continu, nous testerons expérimentalement une prévision originale du modèle développé ici : l'immunité de la mesure de l'efficacité envers les pertes sur les lignes de comptage.

Par la suite nous verrons une autre façon de caractériser l'efficacité d'une source en se basant sur des résultats expérimentaux obtenus à l'aide d'un laser de pompe *impulsionnel* et du guide d'ondes genevois. Nous montrerons comment l'histogramme des paires de photons comptées en coïncidence nous permet de remonter à la probabilité de créer une ou plusieurs paires par impulsion de pompe.
Notons que la connaissance de cette nouvelle probabilité est de la plus haute importance puisqu'elle est au coeur de nombreuses expériences d'optique quantique fondamentales et appliquées. En effet, si certaines expériences nécessitent la création simultanée de deux paires de photons, comme notamment la *téléportation d'états* [23, 21, 56, 81], la permutation d'intrication [54, 80] ou encore la génération *d'états GHZ*[3] [22, 79], d'autres comme la distribution quantique de clés (QKD[4]) à paires de photons [40, 75, 53, 103] y voient au contraire l'effondrement de leur protocole de sécurité.

[3]Du nom des auteurs Greenberger, Horne et Zeilinger, ces états montrent des corrélations quantiques si fortes qu'il n'est même plus question d'inégalités de Bell... l'antagonisme est complet.

[4]Vient de l'abréviation anglaise de Quantum Key Distribution.

2.1 Les différentes sources de paires de photons

Au début des années 80, les premières expériences d'optique quantique destinées à prouver ou à réfuter l'existence de corrélations de type non-locales [10] utilisaient la plupart du temps des sources basées sur la double désexcitation en cascade d'atomes présentant trois niveaux d'énergie pouvant assurer la conservation du moment cinétique[5] ($\Delta J = 0$). Elles permettaient ainsi de générer des paires de photons enchevêtrés en polarisation et émis, dans le meilleur des cas, en sens contrapropagatif. Bien que la probabilité de créer une paire fût assez faible, on parlait déjà à l'époque de "haute efficacité" et de "compacité". Cependant, bien qu'un nombre conséquent de transitions atomiques put être atteint (environ 4×10^7 par seconde), une présélection importante par filtrage spatial et fréquentiel limitait considérablement le nombre de paires de photons utiles aux expériences (taux de coïncidences valant une vingtaine de Hertz).

Bien que l'optique non-linéaire [92] et ses diverses configurations [2, 16, 83] étaient apparues depuis presque trois décennies déjà, il fallu attendre pratiquement la fin des années 80 pour assister au couplage de cette science forte de nombreux résultats aux expériences d'optique quantique qui allaient entrer en véritable mutation. A ce titre, Ou et Mandel [76] d'une part, et Shih et Alley [93] d'autre part, furent les deux premières équipes à utiliser en 1988 la génération paramétrique spontanée dans un milieu quadratique[6] pour créer des paires de photons enchevêtrés en polarisation. Ces expériences montrèrent toutes deux une violation du théorème de Bell.

Bien entendu, ces premières réalisations "révolutionnaires" furent très vite imitées d'autant que l'on se rendit compte, grâce au protocole de Franson [44], qu'on allait pouvoir utiliser l'enchevêtrement en énergie-temps ainsi que le transport des paires de photons dans les fibres optiques. Les véritables tests sur l'hypothèse de localité allait maintenant devenir possibles grâce à des séparations physiques des paires toujours plus importantes. Cependant, la liste de ces réalisations ne saurait être exhaustive. Citons tout de même quelques exemples remarquables dont nous aurons l'occasion de reparler plus loin :

[5] Les expériences les plus connues et les plus probantes de l'époque sont certainement les expériences d'Orsay [6, 7].

[6] En l'occurrence un crystal de KDP pour les deux expériences.

- En 1994, Rarity et Tapster [86] montrèrent une violation des inégalités de Bell en énergie-temps grâce à des photons jumeaux séparés par $4\,km$ de fibres au sein de leur laboratoire. La source utilisée fut construite autour d'un crystal de Iodate de Lithium. Ils ne furent cependant pas les premiers à tester ce type d'intrication et à vérifier la théorie de Franson [44] puisqu'auparavant Brendel en 1992 [24] et Kwiat en 1993 [61] obtinrent des résultats similaires.
- Dès 1998, Tittel et ses collaborateurs mirent au point une source continue, fiable et transportable composée d'une simple diode laser et d'un crystal de $KNBO_3$ [104]. Ils montrèrent ainsi, grâce à une très bonne efficacité ($\sim 10^{-10}$) une violation des inégalités de Bell en énergie-temps sur plus de $10\,km$. En effet, c'est par le biais du réseau télécom suisse qu'ils ont analysé leurs photons jumeaux dans deux villes différentes. Cette expérience fut la première à véritablement tester la robustesse de l'intrication sur grande distance en dehors du laboratoire.
- La même année, Weihs et ses collaborateurs [110] élaborèrent à Vienne une source construite autour d'un crystal de BBO. Grâce à une bonne efficacité de conversion ($\sim 10^{-13}$), ils montrèrent qu'il devenait possible d'obtenir une manifestation de la non-localité quantique en quelques minutes seulement contrairement aux précédentes expériences.
- En 1999, Kwiat [62] obtint la source de paires de photons enchevêtrés en polarisation la plus efficace jamais conçue ($\sim 10^{-11}$). Par la judicieuse association en cascade de deux cristaux de BBO, il montra encore une violation du théorème de Bell et utilisa cette source pour la génération d'états enchevêtrés non maximaux [112].
- La même année, Bonfrate [19] et ses collaborateurs démontrèrent la faisabilité d'une source de paires de photons *fibrée* utilisant le quasi-accord de phase. En effet, la fibre de silice utilisée était polarisée périodiquement et offrait, pour la première fois, une très grande longueur d'interaction paramétrique. Cependant, bien que l'idée fût excellente, l'efficacité plafonna à $\sim 10^{-10}$ en raison d'une mauvaise homogénéité de la fibre.
- En 2000 fut mise au point la première source de paires de photons utilisant une configuration de type *optique intégrée*. En effet, grâce à un guide homogène

obtenu par échange protonique sur un substrat PPLN et à l'utilisation du QAP, nous avons démontré une amélioration de l'efficacité de plus de 4 ordres de grandeur par rapport aux sources massives précédemment conçues [99, 100]. Par la suite, nous avons utilisé ce guide PPLN pour concevoir deux sources de paires de photons à intrications différentes qui font l'objet du chapitre 3 [101].

Ainsi, les cristaux quadratiques, beaucoup plus compacts et simples d'emploi que les cascades atomiques, sont désormais unanimement utilisés dans les laboratoires d'optique quantique qui étudient ou qui utilisent l'intrication. C'est entre autre grâce à cette constante amélioration de l'efficacité des sources utilisées que l'on a considérablement pu augmenter les distances de tests de la non-localité quantique passant de quelques mètres en laboratoire à plusieurs kilomètres hors du laboratoire.

L'intérêt se focalise même aujourd'hui sur les nouveaux protocoles de communications quantiques qui requièrent la génération simultanée de deux paires de photons. Aussi, il faut noter que l'on assiste, depuis quelques années déjà, à la naissance de protocoles relatifs à la "métrologie quantique[7]" et qui utilisent la simultanéité de l'émission de photons signal et idler pour effectuer des mesures de dispersion chromatique dans les fibres [46] ou encore d'efficacités quantiques de détection [72]. Bien que le propos de ce manuscrit ne soit pas là, nous pensons qu'il est intéressant de savoir que les sources de paires de photons servent aussi à faire avancer la physique appliquée dans d'autres domaines que la distribution quantique de clés cryptographiques.

[7]Le terme n'est pas judicieux mais c'est ainsi que ces protocoles sont désignés.

2.2 L'efficacité en régime continu

Nous allons tout d'abord présenter le synoptique d'une expérience de comptage de paires de photons en coïncidence puis, après avoir défini les variables utilisées, nous montrerons comment remonter à l'efficacité d'un générateur via certains paramètres accessibles expérimentalement. L'originalité de l'expérience réside dans l'immunité de l'efficacité envers les pertes rencontrées sur les lignes de comptage. Dans les descriptions qui suivent, nous nous efforcerons de nous rapprocher le plus possible des réalités expérimentales qui furent les nôtres et qui seront présentées plus loin.

2.2.1 Synoptique d'une expérience de comptage de paires de photons en coïncidence

La figure 2.1 ci-dessous présente le schéma d'une expérience de comptage de coïncidences. Bien que le générateur de paires de photons puisse reposer sur n'importe quel processus d'émission, nous faisons ici l'hypothèse simplificatrice d'un milieu de type quadratique susceptible de générer les paires par fluorescence paramétrique spontanée.
Un faisceau de pompe CW de longueur d'onde λ_p et de puissance P_P attaque le cristal non-linéaire. Ces photons de pompe ont alors une probabilité η_{conv} d'être convertis en une paire de photons signal–idler de longueurs d'onde respectives λ_s et λ_i.

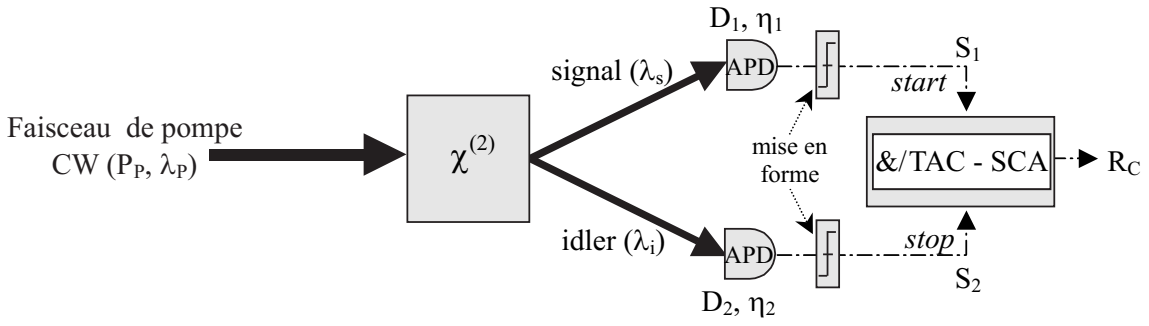


FIG. 2.1 – Comptage de paires de photons en coïncidence dans l'hypothèse d'un générateur paramétrique.

Après avoir été créées, le devenir des paires de photons dépend du type de source employé. En effet, on peut répertorier :

- Les sources pour lesquelles les deux photons d'une même paire sont émis dans deux modes spatiaux différents. Dans ce cas, aucun dispositif de séparation n'est requis. Les photons peuvent se propager à l'air libre ou par le biais de fibres optiques jusqu'aux détecteurs où ils sont comptés en coïncidence.
- Les sources pour lesquelles les deux photons d'une même paire sont émis de façon colinéaire. Ainsi, afin de compter des coïncidences, les photons appariés doivent être séparés. Si la propagation se fait en faisceau libre, on utilisera une lame séparatrice 50/50 alors que si les paires ont été préalablement couplées dans une fibre optique, on utilisera un coupleur directionnel 50/50 fibré. Après séparation, les photons sont détectés et comptés en coïncidence.

Notons que les fibres optiques unimodales sont typiquement utilisées lorsque le générateur permet l'obtention de paires de photons aux longueurs d'onde télécoms (1310 ou 1550 nm). Dans ces cas, les photons sont alors *collectés* par une lentille qui introduit évidemment des pertes pour les divers taux de comptage individuels (S_1 et S_2) mais aussi pour les coïncidences (R_C). Notons que dans toutes les expériences de comptage de photons, la détection est assurée par des photodiodes à avalanche (ici D_1 et D_2) et que les coïncidences sont la plupart du temps comptées à l'aide d'un convertisseur temps–amplitude plus connu sous l'appellation anglaise de *Time to Amplitude Converter (TAC)*. Ce dernier dispositif joue en fait le rôle d'une porte ET capable d'identifier deux événements (bits de start et de stop) lui arrivant simultanément. Mieux qu'une simple porte ET, le TAC est capable de donner, via le couplage avec une carte d'acquisition et un pc, l'histogramme des événements qui lui arrivent en coïncidence. Puis, en lui adjoignant un analyseur de voie unique ou *Single Channel Analyser (SCA)*, il devient possible de faire l'inventaire, en temps réel, du nombre d'événements reçus par TAC grâce à une fenêtre temporelle ajustable en position et en largeur. Pour plus de détails concernant les principes de fonctionnement et les caractéristiques des divers modules électroniques typiquement utilisés dans nos expériences, le lecteur pourra se reporter à l'Annexe D.

2.2.2 Définition des paramètres utilisés

Afin de procéder au calcul de l'efficacité (ou probabilité) de conversion, nous avons besoin de déclarer un certain nombre de paramètres. Soit :

- P_P la puissance du faisceau de pompe CW, $[P_P] = W$.
- λ_P la longueur d'onde de la pompe, $[\lambda_P] = m$.
- N_P le nombre de photons de pompe incidents sur le milieu non-linéaire par seconde, $[N_P] = s^{-1}$.
- N le nombre de paires de photons créées par seconde au sein du milieu actif, $[N] = s^{-1}$.
- S_1^{net} et S_2^{net} (voir figure 2.1) respectivement les taux nets[8] de coups simples dans le détecteur D_1 et D_2, $[S_{1,2}^{net}] = s^{-1}$.
- μ_1 et μ_2 respectivement les efficacités de collection des photons, incluant toutes les pertes possibles (pertes dans les fibres, filtres spectraux, transmission des lentilles de couplage, etc.) lors de leur propagation depuis la source jusqu'aux détecteurs.
- η_1 et η_2 respectivement les efficacités de détection des APDs fonctionnant en mode Geiger (ou mode comptage de photons).
- R_C^{net} le taux net de coïncidences, $[R_C^{net}] = s^{-1}$.

et enfin,

- η_{conv} l'efficacité de conversion de la source définie comme étant la *probabilité de créer une paire de photon par photon de pompe injecté dans le milieu actif (guide ou cristal massif)*. Notons que cette efficacité pourra être normalisée, selon le cas, à une distribution unimodale spatiale et/ou spectrale. η_{conv} représente bien sûr une quantité sans dimension.

2.2.3 Calcul de la probabilité de conversion

Compte tenu des définitions ci-dessus, on peut tout d'abord définir l'expression de cette efficacité η_{conv} en fonction du taux N de paires de photons créées et du nombre

[8] Net signifie que les coups accidentels (ou sombres) dus au bruit ont été retranchés.

de photons de pompe N_P utile à la génération de ces paires. Il vient simplement :

$$\eta_{conv} = \frac{N}{N_P} \tag{2.1}$$

L'idée est maintenant d'arriver à donner *une expression de cette efficacité de conversion uniquement en fonctions des paramètres qui nous sont accessibles expérimentalement* tels que R_C^{net}, $S_{1,2}^{net}$, P_P et λ_P.
Le nombre de photons de pompe N_P peut être facilement obtenu en fonction de la puissance de pompe P_P et de la longueur d'onde correspondante λ_P grâce à la relation de Planck liant l'énergie d'un photon à sa fréquence ($E = h\nu$). Comme la puissance correspond à l'énergie fournie à un système par unité de temps, on obtient pour une puissance P_P donnée :

$$N_P = \frac{P_P \cdot \lambda_P}{h \cdot c} \tag{2.2}$$

où h et c sont respectivement la constante de Planck et la célérité de la lumière dans le vide.
Reste alors à trouver l'expression du taux N de paires de photons créées dans le milieu actif.

Commençons tout d'abord par donner les expressions des taux de coups simples S_1^{net} et S_2^{net} pouvant être obtenus respectivement dans les détecteurs D_1 et D_2 à puissance de pompe constante. Nous avons vu au paragraphe 2.2.1 qu'en sortie du milieu actif, les deux photons d'une même paire pouvaient être émis dans un même mode spatial (cas colinéaire) et qu'il fallait dans ce cas procéder à une séparation passive des jumeaux à l'aide d'un diviseur de faisceau. Ce cas colinéaire est celui que nous rencontrons lorsque l'on travaille avec des guides d'ondes. Ainsi, après couplage des paires dans une fibre optique monomode, nous utilisons un coupleur directionnel fibré pour les séparer. Il faut bien voir que dans 50% des cas les deux photons d'une même paire sont transmis dans le même bras de sortie du coupleur (pertes de $3\,dB$) comme le représente la figure 2.2 ci-dessous. Afin de nous rapprocher de nos conditions expérimentales, nous proposons donc d'effectuer les calculs en tenant compte de la présence de ce dispositif. Pour plus de détails théoriques concernant le diviseur

de faisceau, on pourra trouver son traitement quantique et les principaux résultats associés en annexe F.

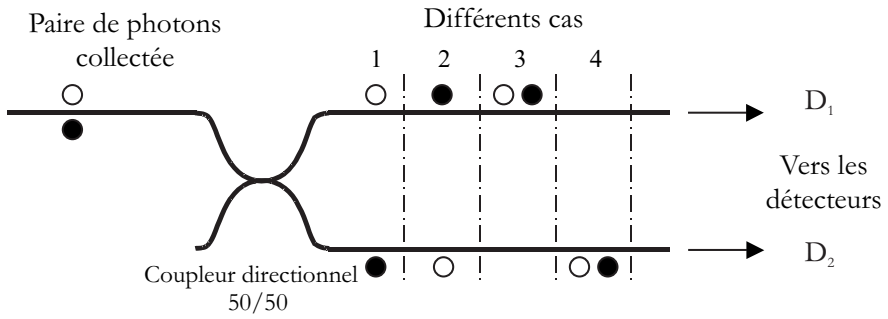


FIG. 2.2 – Schématisation des 4 cas possibles de séparation d'une paire de photons par un coupleur directionnel 50/50.

Calculons les probabilités p_1 et p_2 d'obtenir un "clic" respectivement dans les détecteurs D_1 et D_2 en tenant compte de la répartition des photons donnée par la figure 2.2, à savoir :

(i) dans la moitié des cas un seul photon se présente ;

(ii) dans 1/4 des cas 2 photons se présentent simultanément ;

(iii) et dans 1/4 des cas aucun photon ne se présente.

On a donc, compte tenu des paramètres définis plus haut :

$$\begin{cases} p_1 = \frac{1}{2} \cdot \mu_1 \cdot \eta_1 + \frac{1}{4} \cdot (1 - (1 - \mu_1 \cdot \eta_1)^2) + \frac{1}{4} \cdot 0 \\ p_2 = \frac{1}{2} \cdot \mu_2 \cdot \eta_2 + \frac{1}{4} \cdot (1 - (1 - \mu_2 \cdot \eta_2)^2) + \frac{1}{4} \cdot 0 \end{cases} \tag{2.3}$$

où la quantité $(1 - \mu_{1,2} \cdot \eta_{1,2})^2$ représentent la probabilité de ne pas avoir de "clic" dans les détecteurs lorsque deux photons sont incidents.
Comme il est mentionné dans l'annexe D, nous avons travaillé avec des photodiodes en Germanium présentant tout au plus 10% d'efficacité quantique de détection. Par ailleurs, quelle que soit la source étudiée, il est aussi tout à fait raisonnable de supposer que l'efficacité de collection est une quantité petite devant l'unité en raison des multiples filtres spatiaux et spectraux souvent adjoints aux canaux quantiques,

notamment en optique massive (cas des source de Kwiat et collaborateurs [62] et de Weihs et collaborateurs [110]). Dans le cas de nos guides d'ondes, la collection se verra limitée par le recouvrement entre les modes à $1310\,nm$ du guide d'ondes et de la fibre de récupération des paires[9] (voir détails de l'expérience sur la figure 2.3). De là, dans le cas des faibles probabilités ($\mu_{1,2} \cdot \eta_{1,2} \ll 1$), les termes $1-(1-\mu_{1,2} \cdot \eta_{1,2})^2$ peuvent être remplacés par $2 \cdot \mu_{1,2} \cdot \eta_{1,2}$ en utilisant un développement en série de Taylor à l'ordre 1. Les probabilités p_1 et p_2 deviennent alors :

$$\begin{cases} p_1 \approx \mu_1 \cdot \eta_1 \\ p_2 \approx \mu_2 \cdot \eta_2 \end{cases} \tag{2.4}$$

Ainsi, la probabilité d'avoir une coïncidence, compte tenu de la répartition des paires vue en figure 2.2, est donnée par :

$$p_C = \frac{1}{2} \cdot (\mu_1 \eta_1) \cdot (\mu_2 \eta_2) \tag{2.5}$$

où le facteur 1/2 représente les 50% de pertes d'événements coïncidents en raison de la séparation passive des paires.

Afin de remonter à l'efficacité de conversion, il faut donner les expressions des taux de comptage dans les photodiodes (S_1 et S_2) ainsi que le taux de coïncidences attendu. Pour cela, il suffit de multiplier les probabilités correspondantes par le nombre N de paires créées par seconde au sein du générateur. Les équation 2.4 et 2.5 deviennent donc :

$$\begin{cases} S_1^{net} \approx \mu_1 \eta_1 \cdot N \\ S_2^{net} \approx \mu_2 \eta_2 \cdot N \end{cases} \tag{2.6}$$

et

$$R_C^{net} \approx \frac{1}{2} \cdot (\mu_1 \eta_1) \cdot (\mu_2 \eta_2) \cdot N \tag{2.7}$$

Et de ces trois équations nous pouvons déduire la quantité N. Il vient simplement :

$$N \approx \frac{S_1^{net} \cdot S_2^{net}}{2 R_C^{net}} \tag{2.8}$$

[9] Rappelons à cet effet que nos guides sont fabriqués à la surface du substrat de $LiNbO_3$ et qu'ils présentent donc des modes non symétriques par rapport à ceux de la fibre de collection.

Il est déjà important de noter ici qu'à puissance de pompe fixe *le taux N de paires créées peut simplement être déduit des taux de coups simples dans chaque détecteur et du taux de coïncidence correspondant.* Quand à l'efficacité de conversion, elle se déduit du rapport des relations 2.2 et 2.8, autrement dit en pondérant N obtenu par le nombre de photons de pompe N_P donnés au générateur. Soit :

$$\boxed{\eta_{conv} = \frac{N}{N_P} = \frac{S_1^{net} \cdot S_2^{net}}{2R_C^{net}} \cdot \frac{hc}{P_P \cdot \lambda_P}} \tag{2.9}$$

La relation ci-dessus donne donc la probabilité d'obtenir une paire de photons en sortie d'un générateur paramétrique optique pour un faisceau de pompe continu incident de puissance P_P donnée. Cette probabilité est déduite d'une simple expérience de comptage des paires de photons en coïncidence. Contrairement à une caractérisation classique comme il a été proposé au chapitre 1, cette méthode permet de s'affranchir des pertes sur les lignes puisque les efficacités de collection et de détection des photons disparaissent au cours du calcul. Aussi le matériel à utiliser dans ce cas est moins lourd que l'association détecteur germanium – détection synchrone utilisés au paragraphe 1.3 (toutefois, la caractérisation classique permet d'obtenir de nombreuses autres informations).

Notons que dans le cas où le générateur paramétrique fournit des paires déjà séparées, le facteur 2 figurant au dénominateur doit être ôté (nous donnerons quelques exemples dans la partie 2.2.5).

Par ailleurs, il faut nous intéresser à l'incertitude sur la mesure de η_{conv} en mode comptage de coïncidences afin d'en comparer la valeur expérimentale avec le mode classique du chapitre 1. En prenant la différentielle logarithmique de l'équation 2.9 ci-dessus, il vient simplement :

$$\frac{\Delta\eta_{conv}}{\eta_{conv}} = \frac{\Delta S_1^{net}}{S_1^{net}} + \frac{\Delta S_2^{net}}{S_2^{net}} + \frac{\Delta R_C^{net}}{R_C^{net}} + \frac{\Delta P_P}{P_P} + \frac{\Delta\lambda_P}{\lambda_P} \tag{2.10}$$

Or, les mesures de tous les taux nets ci-dessus sont sujettes à des distributions de Poisson habituelles telles que les incertitudes associées sont données par les racines carrées des mesures. En notant désormais N_1^{net}, N_2^{net} et N_C^{net} les nombres nets de

coups simples et de coïncidences obtenus pendant un temps d'intégration t_i, nous obtenons donc :

$$\Delta\eta_{conv} = \eta_{conv} \cdot \left(\frac{\sqrt{N_1^{net}}}{N_1^{net}} + \frac{\sqrt{N_2^{net}}}{N_2^{net}} + \frac{\sqrt{N_C^{net}}}{N_C} + \frac{\Delta P_P}{P_P} + \frac{\Delta\lambda_P}{\lambda_P} \right) \tag{2.11}$$

Dans le cas de nos expériences (voir paragraphe suivant), nous utiliserons un laser de pompe continu cohérent sur une centaine de mètres. Dans ce cas, l'incertitude en longueur d'onde correspondant, obtenu via la relation $L_C^P = \lambda_P^2/\Delta\lambda_P$, est de l'ordre de $10^{-15}\,m$ ce qui rend négligeable le terme associé dans l'équation 2.11 ci-dessus. D'autre part, cette même équation montre clairement que les incertitudes relatives associées aux nombres de coups mesurés seront d'autant plus petites que le temps d'intégration sera long. La principale source d'erreur réside donc dans la mesure de la puissance de pompe qui se fera de la même façon (via un puissance-mètre optique) que dans la cas d'une expérience classique.

2.2.4 Coïncidences en sortie d'un guide d'onde PPLN – résultats

Les premières expériences de comptage de coïncidences que nous avons réalisées furent mises en place à Genève avec le guide correspondant. Cette étroite collaboration nous a permis par la suite de développer à Nice des expériences similaires et de poursuivre les investigations.

Nous présenterons donc ici les résultats concernant les efficacités de ces deux guides PPLN, respectivement de 3,2 cm pour le genevois [99, 100] et de 4,5 cm de long pour le niçois. Grâce à la caractérisation expérimentale de ces composants données au paragraphe 1.3, nous avons pu définir les points de dégénérescence que nous allons utiliser maintenant et qui sont respectivement situés à 1314 nm et 1313 nm (nous prenons ici le double de la longueur d'onde de pompe pour référence).

Voici tout d'abord le synoptique d'une expérience "réelle" de comptage de paires de photons en coïncidence, conçue ici autour d'un guide d'ondes PPLN. Le principe

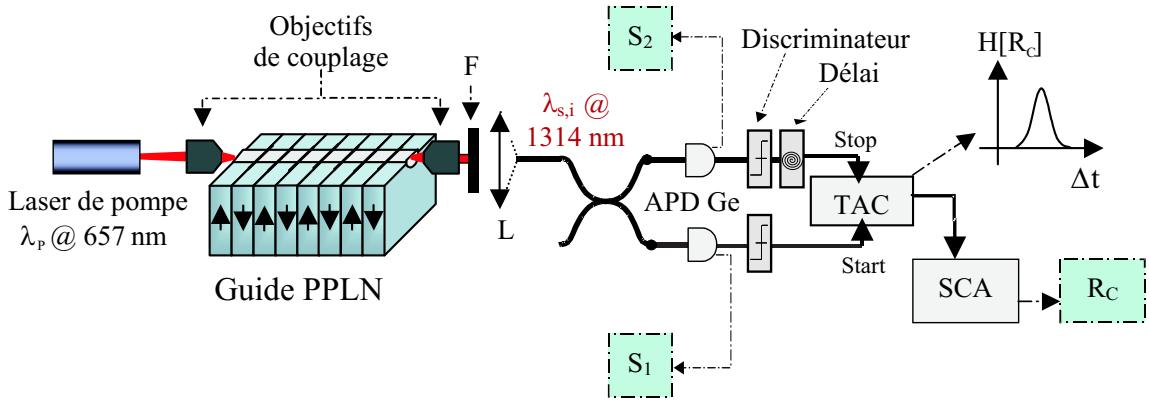


FIG. 2.3 – Comptage des coïncidences en sortie d'un guide PPLN.

est le même que pour le synoptique présenté dans la partie 2.2.1. On notera cependant la présence ou l'utilisation :

- d'objectifs de couplage à l'entrée et à la sortie du guide,
- de filtres de densité (non représentés) capables d'atténuer la puissance de la diode laser de pompe afin d'assurer la linéarité des réponses des détecteurs et du TAC,
- d'un filtre (F) de type $RG1000$ en sortie du guide capable d'absorber le faisceau de pompe qui ressort du guide ;
- d'une lentille (L) de couplage focalisant les paires de photons ($\lambda_{s,i} \approx 1314\,nm$) dans une fibre optique monomode ;
- de modules (discriminateurs) de mise en forme des signaux au format NIM placés en sortie des détecteurs,
- d'un délai électronique permettant de retarder le signal de détection de l'un des photons. Celui-ci servira de bit "stop" au TAC alors que son jumeaux servira de "start". Ce délai est nécessaire car le TAC n'est pas capable d'acquérir deux signaux s'ils ne sont pas séparés d'au moins $5\,ns$[10]. Notons qu'il aurait été tout à fait possible de placer une ligne à retard fibrée sur l'un des chemins optiques ;
- et enfin de trois compteurs (ou fréquence-mètres) permettant d'afficher les va-

[10]Pour plus de détails sur l'électronique utilisée, on pourra se reporter aux annexes D et E.

leurs des taux bruts[11] de coups simples (S_1 et S_2) et de coïncidences (R_C).

En sortie du module TAC – SCA, trois informations sont disponibles : la position et la largeur du pic de coïncidences ainsi que le taux brut de coïncidences R_C que l'on compte par seconde. Les deux premières sont déduites de *l'histogramme des coïncidences* donné par le TAC qui correspond au spectre $H[R_C] = f(\Delta t)$ (voir figure 2.4 ci-dessous) de la distribution des événements coïncidents détectés en fonction de l'intervalle de temps existant entre les impulsions start et stop reçues. Typiquement la largeur du pic est due à la gigue temporelle des détecteurs[12] et sa position Δt correspond à la valeur du délai électronique choisi pour retarder le bit de stop. Le taux de coïncidences est quant à lui fourni par le SCA qui procède à une analyse en temps réel du précédent pic. Par exemple, la figure 2.4 ci-dessous montre un pic de coïncidences obtenu avec un délai de 8 ns.

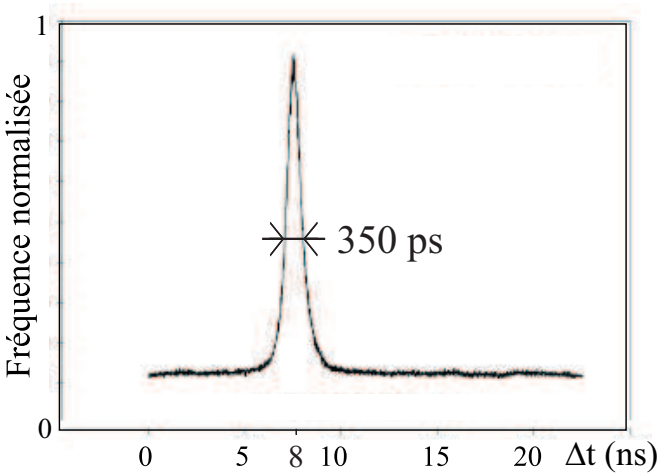


FIG. 2.4 – Histogramme des coïncidences pour un délai de 8 ns. Un délai supérieur (inférieur) provoquera le déplacement du pic vers la droite (vers la gauche). La largeur du pic (∼350 ps) est due au jitter des détecteurs.

[11]Taux dont on n'a pas retranché les coups sombres (bruit) qui s'obtiennent, pour les coups simples, en stoppant l'irradiation des détecteurs ou tout simplement en coupant la pompe.

[12]Venant de l'anglais "jitter", ce phénomène est dû essentiellement à un temps de réponse de type circuit RC, au temps de transit des porteurs dans la zone déplétée et au processus d'avalanche lui-même qui dépend de la structure de la jonction et des matériaux employés.

Cette figure présente un pic qui sort très nettement du bruit. Ce dernier correspond à ce que l'on appelle les *coïncidences accidentelles* qui proviennent :

- soit de deux photons détectés non issus de la même paire et donc émis à des instants différents ;
- soit de la détection d'un photon et d'un coup sombre simultanément ;
- ou encore de deux coups sombres dans chaque détecteur.

Ce taux de coïncidences accidentelles peut être connu simplement en déplaçant la fenêtre d'analyse du SCA à droite ou à gauche du pic. Le taux net de coïncidences R_C^{net} sera alors obtenu en soustrayant le taux accidentel au taux brut.

En suivant le protocole expérimental décrit ci-dessus, nous avons obtenu, pour les deux échantillons testés, les valeurs numériques regroupées dans le tableau ci-dessous :

	guide genevois	**guide niçois**
$longueur\ (cm)$	$3,2$	$4,5$
$période\ d'inversion\ \Lambda\ (\mu m)$	$12,1$	$11,1$
$largeur\ (\mu m)$	6	4
$profondeur\ (\mu m)$	$2,1$	$2,1$
$temp.\ de\ chauffage\ (K)$	373	350
$eff.\ des\ APDs\ (\%)$	10	4
$Puissance\ injectée\ (\mu W)$	$1,35$	$0,45$
$R_C^{net}\ (Hz)$	1550	1015
$S_{1,2}^{net}\ (kHz)$	150	102
$R_C^{net}/S_{1,2}^{net}\ (\%)$	1	1
eff. de conv. absolue η_{conv}	$\mathbf{1{,}6 \cdot 10^{-6}}$	$\mathbf{3{,}5 \cdot 10^{-6}}$
$\frac{\Delta\eta_{conv}}{\eta_{conv}}$	3%	4%
$eff.\ normalisée\ (\% \cdot W^{-1} \cdot cm^{-2})$	–	150

Table 2.1 : comparaison des résultats obtenus avec les deux échantillons.

Plusieurs remarques peuvent émerger du précédent tableau :

(i) Les puissances de pompe injectées sont issues de mesures en sortie des guides que l'on corrige par un facteur de pertes comme ce fut le cas au paragraphe

1.3.2. En se référant à la valeur de 0,4 dB/cm connue au laboratoire, ce facteur s'élève à 0,75 dans la cas du guide genevois et à 0,67 dans le cas du guide niçois. Les puissances données sont donc les valeurs à l'entrée des guides.

(*ii*) On observe des taux de coups simples et de coïncidences plus faibles dans le cas de l'échantillon niçois bien que celui-ci soit plus efficace. Toutefois, la puissance de pompe utilisée étant plus faible et les APDs étant deux fois moins efficaces, il n'y a rien d'anormal à cela.

(*iii*) Pour comparer les deux expériences plus explicitement, on peut s'intéresser aux pertes occasionnées sur les lignes qui sont typiquement matérialisées par le rapport entre les taux nets de coïncidence et de coups simples (voir équations 2.6 et 2.7 $\Rightarrow R_C^{net}/S_{1,2}^{net} = \mu_{2,1} \cdot \eta_{2,1}$). Les deux cas montrent un rapport de 1% ce qui signifie que le taux de collection est deux fois meilleur à Nice qu'à Genève (les APDs niçoises étant deux fois moins efficaces).

Cependant, les taux de collection des photons restent très faibles dans les deux cas. Ici le problème majeur provient du mauvais recouvrement entre les modes infrarouges dans le guide et dans la fibre de collection. En effet, le guide de surface présente des modes non symétriques alors que la fibre assure des modes symétriques grâce à sa circularité. Aussi, deux lentilles sont nécessaires (l'une pour collimater et l'autre pour focaliser) ce qui introduit des pertes. Mieux vaudra à l'avenir procéder à un pigtail direct de la sortie des guides.

Un second problème peut venir se greffer ici : la qualité du mode en sortie du guide d'onde dépend de la qualité du polissage de sa face de sortie. Or, le polissage représente une étape technologique très délicate qu'il convient de maîtriser mais qu'il est impossible de reproduire à l'identique.

Par ailleurs, pour expliquer cette différence, on aurait pu penser aux pertes dans de guide à la longueur de 1310 nm. L'effet de la perte d'une partie des paires (le signal ou l'idler) est quadratique sur les coïncidences alors qu'il est linéaire sur les coups simples. Logiquement si les pertes dans le guide jouaient un rôle quelconque sur le rapport $R_C^{net}/S_{1,2}^{net}$, celui-ci devrait être plus faible pour un guide plus long. Or à la vue des résultats expérimentaux ce n'est vraiment pas le cas, d'autant que les conditions de fabrication sont identiques.

(*iv*) L'écart entre les efficacités peut en partie s'expliquer par la différence de tailles des guides utilisés. Le rapport des longueurs L_{Nice}/L_{Geneve} est d'environ 1,4. Partant du résultat $1,6 \cdot 10^{-6}$ obtenu pour l'échantillon genevois, on devrait s'attendre à un chiffre autour de $2,3 \cdot 10^{-6}$ pour le second. Or on obtient une valeur de $3,5 \cdot 10^{-6}$.

D'autre part, les pas d'inversion utilisés (11,1 μm à Nice et 12,1 μm à Genève) pour les deux expériences ne sont pas les mêmes ce qui explique du coup la différence entre les températures de fonctionnement (350 K et 373 K). Nous avons mis en évidence au paragraphe 1.4 que les transferts d'énergie du mode guidé à la pompe vers les modes guidés au signal et à l'idler sont de natures différentes. En effet, la conversion est de type $TM00_{pompe} \mapsto TM00_{signal+idler}$ pour le guide niçois alors qu'elle est de type $TM01_{pompe} \mapsto TM00_{signal+idler}$ pour le guide genevois et qui offre un recouvrement modal deux fois moins bon.

Aussi, on peut penser ici que l'écart entre les valeurs mesurées provient de la différence des systèmes de chauffage employés. En effet, contrairement à l'expérience montée à Genève où le guide était placé sur une simple plaque chauffante et recouvert par un capot en mousse de polyuréthane, l'échantillon niçois a bénéficié de la mise au point d'un four dont la description est donnée au paragraphe 1.3.1. Notons simplement que la longueur du four est plus grande que la longueur de l'échantillon que l'on y place afin de limiter les gradients de température sur les bords du guide. Il s'ensuit que la longueur utile au QAP fut certainement plus importante à Nice qu'à Genève.

Un autre argument peut se trouver dans la largeur des guides (4 μm à Nice et 6 μm à Genève). Moins le guide est large, plus le confinement qu'il offre pour l'onde de pompe est important. On limite d'ailleurs le nombre de modes guidés à la pompe et il devient naturellement plus aisé d'injecter la majeure partie de la lumière dans le mode fondamental qui nous intéresse. L'interaction se voit du coup renforcée et l'efficacité aussi.

(*v*) Les incertitudes relatives données sur les mesures de η_{conv} ont été calculées grâce à la relation 2.11. Nous avons estimé pour cela une erreur de 5 nW sur la mesure de la puissance de pompe et intégré les nombres de coups simples

et coïncidents sur une seconde, ce qui peut paraître court. Il faut toutefois savoir que la mesure de P_P se fait en sortie du guide et qu'elle dépend donc du couplage qu'on ne saurait garantir stable sur des temps longs. Une solution serait d'employer un asservissement sur le couplage du laser dans le guide étudié. Toutefois, ce problème apparaît aussi lors des mesures classiques de l'efficacité et les incertitudes obtenues en mode comptage de photons sont, en comparaison, bien plus faibles.

(*vi*) Notons que les efficacités obtenues ici sont supérieures à 10^{-6} ce qui amènent une *amélioration respective de quatre et de deux ordres de grandeur* par rapport aux meilleures sources massives et guidées existantes. On pourra trouver à ce titre deux tableaux comparatifs dans la partie 2.2.5 ci-après.

(*vii*) Enfin, nous avons donné dans le cas du guide niçois la valeur de l'efficacité normalisée que nous avons calculé selon la définition donnée par la relation 1.34. Rappelons que celle-ci se calcule en pondérant l'efficacité brute par la puissance de l'onde idler considérée dans ce cas comme un terme source d'une part, et par le carré de la longueur de l'échantillon d'autre part. Nous avions donc :

$$\eta_{norm} = \frac{\eta_{conv}}{P_i(0) \cdot \ell^2} \tag{2.12}$$

ℓ étant la longueur du guide et η_{norm} ayant pour dimension le $\% \cdot W^{-1} \cdot cm^{-2}$. De là, sachant que la puissance contenue dans un pic de fluorescence de largeur à mi-hauteur $\Delta\lambda$ vaut $\frac{hc^2}{\lambda^3} \cdot \Delta\lambda$, il vient dans notre cas :

$$\eta_{norm} \approx 100\,\% \cdot W^{-1} \cdot cm^{-2} \tag{2.13}$$

avec $\ell = 4{,}5\,cm$, $\lambda_i \approx 1420\,nm$ et $\Delta\lambda_i \approx 8\,nm$ (voir figure 1.12(c)). Ce résultat est tout à fait conforme à ceux obtenus au laboratoire [30]. Notons que cette efficacité normalisée n'a bénéficié d'aucune correction de longueur efficace d'interaction.

Notons enfin qu'il n'est pas possible de faire de même pour le guide genevois puisque nous n'avons pas de spectre de fluorescence hors dégénérescence.

Conclusion

A l'époque où nous avons publié les résultats du guide genevois, l'efficacité d'un générateur de paires de photons passait pour la première fois la barre des 10^{-10} [100]. Cela laisse entrevoir la réalisation d'expériences efficaces, compactes et simples à mettre en œuvre pour lesquelles les fibres optiques et l'optique intégrée auraient une place prépondérante. En effet, il facile d'imaginer des composants non-linéaires intégrés complètement fibrés évitant du fait les problèmes d'alignement et de pertes en entrée et en sortie des guides.

Par ailleurs, ces résultats ouvrent la voie vers des expériences où le taux de création des paires reste le point faible et vers les protocoles nécessitant la création de deux paires de photons simultanées.

2.2.5 Comparaison avec les autres sources existantes

Nous procéderons ici à deux types de comparaison, l'une en rapport avec les sources conçues autour de cristaux massifs et l'autre, en rapport avec les sources présentant une structure guidante. Nous essayerons de donner brièvement un aperçu des configurations utilisées, notamment en ce qui concerne les cristaux employés et leurs conditions d'accord de phase.

Toutefois, nous ne pourrons pas dresser de liste exhaustive et nous nous contenterons d'effectuer les comparaisons avec les sources qui ont "marqué" la dernière décennie tant sur le plan fondamental que technologique. Enfin, nous ne nous intéresserons qu'aux sources récemment développées et qui s'appuient toutes sur la génération paramétrique optique.

Comparaison avec les sources massives :

⋆ L'une des premières sources à justifier une haute efficacité fut certainement celle développée à Insbrück [59] puis à Vienne [53] par l'équipe de Zeilinger. Ainsi, dès 1995 les auteurs montrèrent une violation des inégalités de Bell à l'aide de paires de photons intriqués en polarisation et issus d'un cristal non-linéaire de BBO pompé par un laser à Argon et dans une configuration d'accord de phase non colinéaire de

type II. Le principe de fonctionnement de cette source est rappelé sur la figure 2.5 ci-dessous.

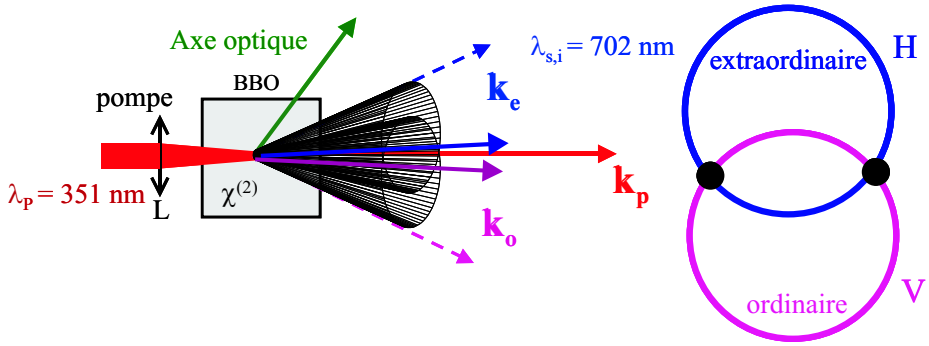


FIG. 2.5 – Source de paires de photons corrélés en polarisation utilisée à Insbrück puis à Vienne.

Le faisceau du laser à Argon à 351 nm fait un angle θ avec l'axe optique du cristal de BBO. Grâce à l'accord de phase utilisé ici, les faisceaux signal et idler dégénérés à 702 nm sont émis suivant deux cônes séparés, l'un polarisé ordinairement et l'autre extraordinairement. Pour des valeurs de θ convenablement choisies, les deux cônes se chevauchent le long de deux lignes au sein desquelles les paires de photons peuvent être décrites par un état d'enchevêtrement en polarisation tel que :

$$|\Psi_{ent}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (|H_1, V_2\rangle + \exp(i\alpha)|V_1, H_2\rangle) \tag{2.14}$$

où H et V dénotent respectivement les polarisations horizontale et verticale des photons 1 et 2. La phase α relative entre les deux termes de l'état est due à la biréfringence du cristal. De là, on voit qu'il est possible d'obtenir les fameux quatre états de Bell en polarisation[13] simplement en rajoutant des lames biréfrigentes sur le chemin des photons capable de modifier la phase et donc l'angle α (voir l'annexe F pour plus de détails sur les états de Bell).

[13]Ces états sont au nombre de quatre et sont ceux qui mènent à une violation maximale des inégalités de Bell. On dit donc que ce sont des états maximalement enchevêtrés et ils forment ce que l'on appelle la base complète des états de Bell en polarisation. On pourra se reporter au chapitre 3 pour plus de détails

⋆ Puis vint la source "ultrabright" de Paul Kwiat et son équipe à Los Alamos [62]. Ici, le but est toujours d'obtenir des paires de photons enchevêtrés en polarisation tout en évitant les limites imposées par la configuration précédente. En effet, on a vu précédemment (figure 2.5) que seules deux directions spatiales privilégiées offraient l'intrication. Les auteurs utilisèrent donc l'astuce présentée sur la figure 2.6 ci-dessous et qui consiste à pomper, via un laser à Argon à $351\,nm$, deux cristaux de BBO identiques (♯1 et ♯2) mis en cascade et alignés de sorte à ce que l'axe optique du premier (respectivement du second) définisse avec le faisceau de pompe le plan de polarisation vertical (respectivement horizontal). Comme dans la source précédente, les faisceaux

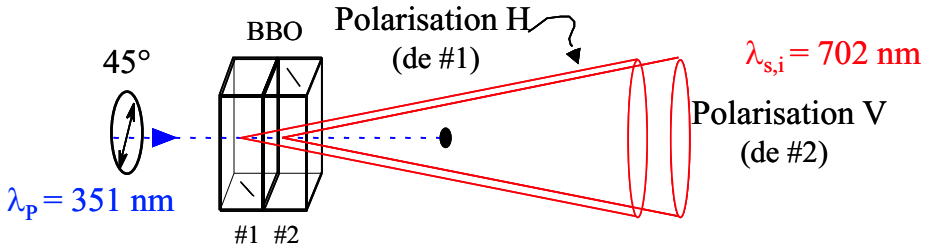


FIG. 2.6 – Source de paires de photons corrélés en polarisation utilisée à Los Alamos.

signal et idler créés sont dégénérés à la longueur d'onde de $702\,nm$. De là, en utilisant une configuration de type I, une pompe polarisée verticalement (respectivement horizontalement) peut donner naissance à une conversion paramétrique par couplage extraordinaire (respectivement ordinaire) dans le cristal ♯1 (respectivement ♯2). Et c'est grâce à la mise en cascade des deux cristaux que des photons de pompe polarisés linéairement à 45° pourront se convertir en paires de photons indifféremment dans les cristaux ♯1 et ♯2 avec une probabilité $\frac{1}{2}$ pour chacun. Ces deux processus étant mutuellement cohérents (il est impossible de connaître le cristal émetteur), les paires de photons émergeant des cristaux peuvent être décrites par l'état intriqué en polarisation suivant :

$$|\Psi_{ent}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (|H_1, H_2\rangle + \exp(i\phi)|V_1, V_2\rangle) \tag{2.15}$$

Ici la phase ϕ est déterminée par les détails de l'accord de phase (angle d'attaque du laser, etc.) et l'épaisseur (identique) des cristaux. Un des points clés de cette source

réside dans le rapport "taux de coups simples sur taux de coïncidences" qui s'élève après filtrage et correction d'erreurs à 75%. Cet excellent résultat témoigne des faibles pertes sur les lignes de détection.

Notons pour finir que cette source a servi aux auteurs pour de nombreuses expériences comme notamment la génération d'états enchevêtrés non maximaux [112] et la distillation d'enchevêtrement [58].

⋆ La dernière source massive que nous aimerions discuter ici est celle qui fut conçue à Genève (GAP) et qui a notamment servi à démontrer une violation des inégalités de Bell pour les observables énergie et temps sur plus de 10 km de fibres [104]. Ici le principe de fonctionnement est des plus simples comme le montre la figure 2.7. Une diode laser à 655 nm pompe un cristal de $KNbO_3$ pour lequel l'accord de phase employé est de type I. Les photons jumeaux générés par conversion paramétrique portent donc la même polarisation et sont dégénérés à 1310 nm.

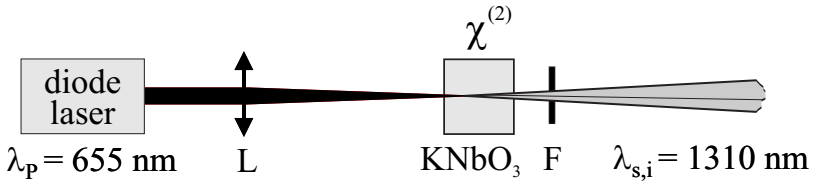


FIG. 2.7 – Source de paires de photons corrélés en énergie-temps utilisée à Genève. L est une lentille de focalisation et F un filtre pour couper la pompe.

Comme nous le verrons au chapitre 3, l'enchevêtrement en énergie-temps est "naturel" à la génération paramétrique spontanée car il découle de la conservation de l'énergie du photon de pompe initial et de la simultanéité des instants d'émission des photons jumeaux. Notons que pour les deux précédentes sources, l'enchevêtrement en énergie-temps est aussi disponible mais qu'il n'est simplement pas utilisé.

Par ailleurs, les auteurs utilisèrent pour la première fois l'association d'un cristal non-linéaire et d'une diode laser de pompe afin de rendre la plus compacte possible (donc transportable) la source qui allait servir à leurs expériences sur grandes distances. Aussi, le choix de 1310 nm se justifia bien sûr pour le transport des photons par fibres optiques, et ce en dépit de l'utilisation de détecteurs plutôt mauvais à cette

longueur d'onde.

⋆ Voici un tableau comparatif des trois sources massives présentées ci-dessus avec le guide PPLN que nous utilisons à Genève [99, 100].

	Genève *guide PPLN*	*Genève* $KNbO_3$ *massif*	*Los Alamos* *BBO en cascade*	*Vienne* *BBO massif*
accord de phase	*QAP type I*	*type I*	*type I*	*type II*
intrication	*énergie − temps*	*énergie − temps*	*polarisation*	*polarisation*
P_P (mW)	$0,00135$	10	150	350
$\lambda_P - \lambda_{s,i}$ (nm)	$657 - 1314$	$655 - 1310$	$351 - 702$	$351 - 702$
$eff.$ $APDs$ $(\%)$	10 (Ge)	10 (Ge)	60 (Si)	60 (Si)
$S_{1,2}$ net (kHz)	150	250	435	100
R_C net (c/s)	1550	5000	21000	20000
η_{conv}	$1,6 \cdot 10^{-6}$	$1,9 \cdot 10^{-10}$	$3,4 \cdot 10^{-11}$	$8 \cdot 10^{-13}$

Table 2.2 : comparaison avec les cristaux massifs.

Ici, les calculs ont été faits selon la méthode présentée au paragraphe 2.2.3 en tenant compte ou non de la présence d'un diviseur de faisceau passif. En effet, pour les sources utilisant l'intrication en polarisation les deux photons sortent séparés spatialement ce qui n'est pas le cas pour les deux sources genevoises. Par ailleurs, ces dernières utilisent une collection des paires par fibre optique monomode implicant une normalisation intrinsèque de l'efficacité à un mode spatial. A contrario, il est moins évident d'effectuer "à la main" cette normalisation pour les deux sources en polarisation. En effet, il faudrait connaître la distribution spatiale des paires émises ainsi que l'angle solide dans lequel les paires sont récupérées et détectées. D'un autre côté, les spectres dégénérés des sources genevoises montrent des largeurs de bande à mi-hauteur de 20 et 40 nm respectivement pour le cristal et le guide (voir la figure 1.15 pour la fluorescence du guide) alors que les deux autres ont des spectres de 5 nm de large. Les efficacités calculées ci-dessus ne prennent pas en compte les largeurs de bande et concernent donc l'ensemble des paires utiles aux expériences. Enfin, comme

on peut le voir, travailler avec des paires de photons dans le visible offre le confort d'une détection assurée par des photodiodes à avalanches au Silicium possédant plus de 60% d'efficacité et très peu bruitées.

Comparaison avec les sources guidées :

⋆ La première source guidée fut mise au point en 1999 par Bonfrate et ses collaborateurs [19]. Le générateur consiste en une fibre de silicium polarisé périodiquement (PPSF, abréviation anglaise de "Periodically Poled Silica Fiber") fonctionnant donc, à l'instar de nos guides PPLN, grâce à la technique du QAP. Avec un pas d'inversion de $\Lambda = 56,5\,\mu m$ et une pompe à $766\,nm$, les auteurs obtinrent des paires de photons dégénérés à $1532\,nm$ et présentant une intrication de type énergie-temps qu'il non pas testée. Bien entendu, la fibre utilisée n'a pas les caractéristiques d'une fibre télécom standard. Elle possède en outre une section transverse en "D" (signifiant qu'elle présente un méplat nécessaire au poling) située à $5\,\mu m$ d'un cœur mesurant $6\,\mu m$ de diamètre et ayant une ouverture numérique de 0,19. De plus, selon la quantité de fibre qui devait être "sacrifiée" durant le processus de fabrication, la longueur utile à l'accord de phase était d'environ 6 à $7\,cm$ pour une fibre mesurant entre 10 et $11\,cm$ [18]. Ainsi, malgré une efficacité de collection des paires créées par une fibre standard limitée par la forme spéciale du générateur, on eut pour la première fois une source entièrement fibrée énormément prometteuse en terme de compacité et de facilité d'emploi. Par ailleurs, l'efficacité du générateur depend de la longueur sur laquelle l'interaction non-linéaire prend place. On peut donc facilement penser que, moyennant une amélioration significative des techniques de poling sur fibre, les fibres PPSF feront de nouveau l'objet d'études à l'avenir.

⋆ Depuis quelques temps, un groupe de Tokyo (Sanaka et ses collaborateurs) travaille sur les guides d'ondes non-linéaires et ont récemment proposé une source de paires de photons enchevêtrés en énergie-temps à haute efficacité [90]. Leur source est construite de façon originale autour de deux guides d'ondes de $1\,cm$ de long intégrés sur des substrats de $MgO : LiNbO_3$ et régis par le quasi-accord de phase. Le premier guide sert à doubler un laser à $854\,nm$ et le second est utilisé pour la

génération des paires de photons intriqués par conversion paramétrique ($427\,nm \mapsto 854\,nm$). Cependant, le processus de fabrication des guides n'est pas précisé dans leur publication. Néanmoins, il est précisé que les guides font $5\,\mu m$ de largeur, $2{,}5\,\mu m$ de profondeur et que le substrat a subi un poling de période $3{,}2\,\mu m$. Les photons issus de la fluorescence paramétrique sont colinéaires, dégénérés à $854\,nm$ et présentent une largeur de ligne inférieure à $1\,nm$.

Malheureusement, le calcul de l'efficacité du générateur ne peut être effectué selon la formule 2.9 vu que les auteurs ne précisent ni les taux de coïncidences et de coups simples, ni la puissance de pompe guidée dans la structure. Ils estiment cependant à environ 10^5 le nombre de paires créées par seconde (voir tableau comparatif ci-dessous) qui constituera le point de départ de note calcul.

⋆ La dernière source guidée en date est celle de Banaszek [9] et ses collaborateurs (New-York). Elle consiste en un guide d'ondes en quasi-accord de phase intégré sur un substrat de $KTiOPO_4$ (ou plus simplement KTP) polarisé périodiquement. Le processus de fabrication des guides n'est pas non plus précisé mais les gens procèdent en général à une substitution des atomes de Potassium par des atomes de Rubidium pour créer la variation d'indice. Là aussi un premier cristal massif de BBO est utilisé pour doubler la fréquence du laser de pompe femtoseconde (Titane:sapphire) permettant d'attaquer un guide d'ondes de $1\,mm$ de long avec des impulsions à $418\,nm$, ayant $5\,nm$ de largeur spectrale et une puissance moyenne mesurée avant l'objectif de couplage de $22\,\mu W$. La très petite taille du guide peut s'expliquer par le fait que le KTP est un matériaux très dispersif[14] ce qui, couplé à une pompe femtoseconde, limite radicalement la longueur de la structure guidante à utiliser. Par ailleurs, le nombre de photons de pompe contenus dans une telle impulsion est si grand qu'un guide plus long augmenterait la probabilité de générer deux paires simultanément.

Les photons générés par conversion paramétrique ont la même polarisation que la pompe et montrent une largeur de ligne supérieure à $100\,nm$. Comme on peut le voir sur la figure 2.8 ci-dessous, les photons issus du guide sont séparés spatialement à l'aide d'un prisme. Dans le plan de Fourier ainsi créé, une partie de ceux-ci est

[14] Pour se faire une idée plus précise, le KTP est encore plus dispersif que le $LiNbO_3$ matériau pour lequel on sait que des impulsions de $200\,fs$ restreignent la taille de l'échantillon à $2\,mm$.

récupérée par une fibre optique multimode et envoyée vers un module de détection afin de servir de "trigger" au comptage des coïncidences. De plus, une lame de rasoir, également placée dans ce plan, sert à éliminer les photons de basse longueur d'onde non corrélés avec ceux récupérés par la fibre précédemment décrite. Ceci provoque la diminution du taux de comptage des photons "signal" (récupéré après focalisation dans un détecteur non fibré en sortie du second prisme) mais permet d'augmenter la rapport signal/bruit en éliminant les coïncidences accidentelles dues à deux photons n'appartenant pas à une même paire. Une série de mesure dépendant de la position de la fibre de collection des photons "trigger" a été effectué ayant pour effet de modifier la longueur d'onde centrale des photons recueillis ainsi que les divers taux de comptage.

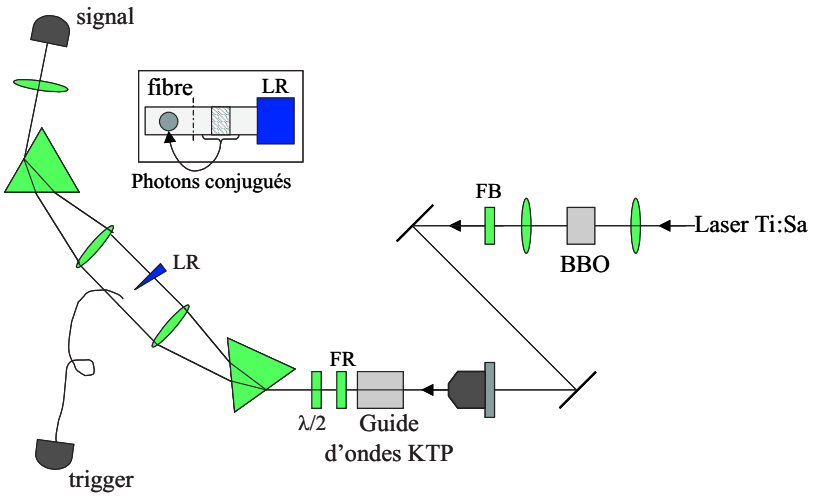


FIG. 2.8 – Source de paires de photons utilisant un guide d'onde en KTP. LR=lame de rasoir ; FB=filtre bleu ; FR=filtre rouge.

Ici, la quantité importante de l'expérience est le rapport "taux de coïncidences sur taux coups de simples" ($\frac{R_C}{S}$) qui atteint la valeur de 18,5%. Ce chiffre est le témoin d'une haute efficacité de collection et de détection dans les modules de comptage même s'il reste encore loin de celui de Kwiat et ses collaborateurs [62] décrit précédemment. Toutefois, il est logique que dans ce cas ce rapport soit assez élevé puisque un photon sert de trigger à la détection de son conjugué ce qui limite le taux de coups sombres dans ce détecteur ci (à l'inverse, nos détecteurs fonctionnent tous deux en

continu, voir annexe D).

Enfin, les auteurs parlent de paires de photons corrélés en modes spatiaux contrôlés. Ils entendent par là que ce rapport ($\frac{R_C}{S}$) augmente justement si les photons qu'ils récoltent dans le détecteur "signal" sont les correspondants de ceux détectés par le "trigger". C'est donc en modifiant la position de la fibre qu'ils peuvent, le cas échéant, augmenter le précédent rapport et donc les corrélations.

⋆ Tableau récapitulatif et comparatif :

	Genève *guide PPLN*	*Malvern* *PPSF*	*Tokyo* $MgO{:}LiNbO_3$	$New-York$ *KTP*
intégration	*SPE*	*fibre*	?	?
accord de phase	*QAP*	*QAP*	*QAP*	*QAP*
intrication	*énergie − temps*	*énergie − temps*	*énergie − temps*	*modes spatiaux*
P_P (mW)	$0,00135$	300	$0,1$	$0,022$
$\lambda_P - \lambda_{s,i}$ (nm)	$657-1314$	$766-1532$	$427-854$	$418-\Delta\lambda_{s,i} \gg 100$
$eff.\ APDs$ (%)	10 (Ge)	$1,4$ $(InGaAs)$	60 (Si)	60 (Si)
$S_{1,2}$ net (kHz)	150	?	?	$702-5.692$
R_C net (c/s)	1550	500	?	1055
N (MHz)	7.2	150	0.1	3.8
η_{conv}	$1,6 \cdot 10^{-6}$	$1,3 \cdot 10^{-10}$	$4,7 \cdot 10^{-10}$	$5 \cdot 10^{-8}$

Table 2.3 : comparaison avec les guides d'ondes. Les " ?" signifient que les informations ne sont pas disponibles.

Notons que les taux N de création des paires à Malvern et à Tokyo ont été estimés par les auteurs eux-mêmes. Par ailleurs, contrairement aux sources PPLN et PPSF, les puissances de pompe données pour Tokyo et New-York ont été mesurées en amont de l'objectif de couplage dans le guide d'ondes. Ce ne sont donc pas des puissances guidées et il faudrait tenir compte des pertes au couplage qui dépendent de chaque expérience et que nous ne connaissons pas. En générale, ces pertes sont dans le meilleur des cas égales à 50%. De plus, il est à noter le comportement monomode

des sources PPSF et PPLN aux longueurs d'ondes générées alors qu'il est multimode pour la source new-yorkaise (non précisé pour la source japonaise).

Conclusion

L'ensemble de ces comparaisons montre de toute évidence le progrès apporté par les sources non-linéaires guidées en termes d'efficacité de production de paires de photons[15] par rapport aux cristaux massifs. Deux raisons majeures peuvent être avancées :

- Premièrement, le confinement de l'onde de pompe dans la structure guidante offre une plus grande longueur d'interaction avec le cristal. Notons que dans le cas d'un cristal massif, cette longueur se résume essentiellement au point focal de la lentille servant à focaliser le laser de pompe.
- D'autre part, la technique du quasi-accord de phase permet d'utiliser le coefficient non-linéaire le plus fort du substrat.

Cependant, malgré les très hautes efficacités démontrées, il faut noter que l'emploi d'une source dépend de l'expérience que l'on veut mettre en place et qu'il ne suffit pas de générer des paires de photons dans tous les sens. Ainsi, il faudra en tout état de cause s'intéresser au type d'enchevêtrement désiré, à la distance spatiale sur laquelle va se faire l'expérience (ce qui conditionne les longueurs d'ondes utiles) mais aussi à la compacité de la source si besoin est. C'est la raison pour laquelle nous avons pris la place ici de développer les caractéristiques de chacune des sources proposées. Il paraît clair aujourd'hui que les expériences d'optique quantique à paires de photons tendent à prendre une orientation appliquée avec les nouvelle communications quantiques. On veut notamment distribuer des clés secrètes ou tester la fidélité de la téléportation d'états sur plusieurs kilomètres. Alors, seules les fibres optiques standards sont à même d'assurer le transport des paires de photons sur de grandes distances en assurant des pertes et une décohérence raisonnables. Chaque source possède donc ses propres limitations, que ce soit en termes de longueur d'ondes, de largeur spectrale,

[15] Ce n'est pas le cas chez Sanaka et collaborateurs. Peut-être ont-ils des guides à fortes pertes à la propagation ou alors un pas d'inversion mal défini limitant de fait le rôle du QAP. Ceci peut être le cas compte tenu de la faible valeur du pas d'inversion (3,2 μm) qui ne doit pas être évidente à obtenir technologiquement parlant.

de nombres de modes spatiaux ou tout simplement en terme d'efficacité. Cependant, pour sortir du laboratoire, le développement des sources devrait aller dans le sens de systèmes compacts, entièrement fibrés et émettant dans les fenêtres télécoms.

2.2.6 Vérification expérimentale de l'immunité aux pertes des mesures d'efficacité

Comme on a pu le voir précédemment lors du développement du calcul théorique (voir les relations 2.6 à 2.9), la mesure expérimentale de l'efficacité de conversion se fait indépendamment des pertes sur les lignes de comptage. Ceci s'obtient simplement par disparation des termes de pertes (μ_i et η_i, $i \in \{1, 2\}$) au cours de la déclinaison du calcul. Cependant, ceci est un critère qu'il faut valider expérimentalement afin de trouver les limites du modèle. Ainsi, nous allons procéder à plusieurs perturbations dans le but de déterminer la gamme de constance des efficacités associées en fonction des pertes induites. Notons que ces investigations sont proposées pour le guide d'ondes niçois qui présente une efficacité de $3,5 \cdot 10^{-6}$ (voir tableau 2.1).

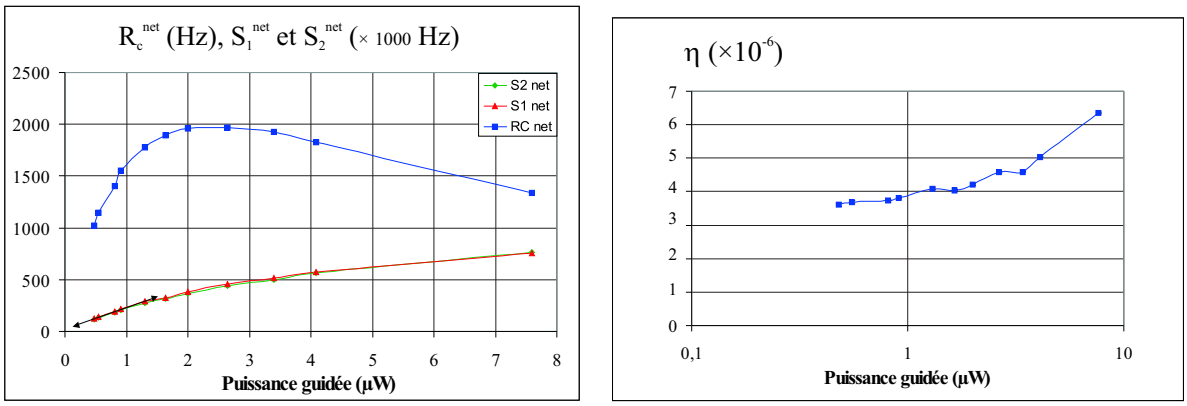
Mise en saturation du système de détection

Lorsque l'on propose de déterminer expérimentalement l'efficacité d'un nouveau générateur, le facteur qui peut causer le plus gros problème est la mise en saturation du système de détection, surtout lorsque le dispositif sous test est très efficace. Il est en effet aisé de comprendre que la mesure sera erronée si l'un des éléments de l'appareillage électronique sort de sa zone de fonctionnement linéaire. Pour commencer, nous proposons de mettre en évidence les limitations de notre propre système de détection par le biais de l'évolution des paramètres expérimentaux. Nous pourrons ainsi déduire la puissance de pompe maximale utilisable.

Le système de détection utilisé à Nice est essentiellement limité en "rapidité" par les photodiodes et le TAC. En effet, les discriminateurs utilisés peuvent être déclenchés jusqu'à $200\,MHz$ ce qui est mille fois supérieur aux taux de comptage simples donnés dans le tableau 2.1. Par contre, comme il a été reporté en annexe

D, le TAC n'est redéclenchable qu'environ $3\,\mu s$ ($\Leftrightarrow 333\,kHz$) après avoir compté un événement, ce qui nous donne cette fois une valeur comparable aux taux de coups simples du tableau 2.1. Aussi, on peut raisonnablement commencer à douter de la linéarité de la réponse des photodiodes Germanium (refroidies à $77\,K$) à partir de taux de comptage de l'ordre de $250\,kHz$, comme nous l'avons porté en annexe E lors de leur caractérisation.

Le dispositif expérimental utilisé ici est de nouveau celui de la figure 2.3 présenté au paragraphe 2.2.4. Lors des manipulations précédentes, la puissance de pompe injectée dans le guide PPLN valait typiquement quelques centaines de nW assurant la non saturation de l'électronique de comptage. Cela nécessitait la présence de quelques filtres de densité placés en amont de la face d'entrée du guide pour permettre l'atténuation de la puissance délivrée par la diode laser. De là, la mise en saturation de l'électronique peut se faire en ôtant tour à tour ces filtres jusqu'à ce que l'évolution des divers taux de comptage ne soit plus linéaire ou que la valeur de l'efficacité sorte de son régime de constance. La figure 2.9 propose donc l'évolution des taux nets de coups simples et de coïncidences ainsi que celle de l'efficacité de conversion en fonction de la puissance de pompe mesurée en sortie du guide.



(a) (b)

FIG. 2.9 – (a) Evolutions respectives des taux nets de coups simples et de coïncidences S_1^{net}, S_2^{net} et R_C^{net} en fonction de la puissance de pompe guidée (les courbes S_1^{net} et S_2^{net} sont confondues) ; (b) Evolution de l'efficacité de conversion correspondante.

Pour obtenir plus de précision sur la zone de constance de l'efficacité (graphe

2.9(b)), nous avons choisi une échelle semi-logarithmique. Notons aussi que pour ce graphe les barres d'erreurs sont bien présentes mais qu'elles n'apparaissent pas en raison de taux de comptage trop élevés par rapport aux incertitudes associées les rendant insignifiantes.

Comme on peut le voir sur le graphe 2.9(a), seuls les quatre premiers points des courbes S_1^{net} et S_2^{net} semblent appartenir à une droite. Cela implique que les photodiodes sortent de leur fonctionnement linéaire dès le point suivant, c'est à dire pour des taux nets de coups simples d'environ $280\,kHz$ obtenus pour une puissance de pompe guidée inférieure à $1\,\mu W$. Cela se vérifie d'ailleurs sur la courbe des coïncidences dont le taux de variation décroît dès le cinquième point pour lequel l'ordonnée vaut $1780\,Hz$. Notons que pour les points suivants les incidences de l'électronique sont cumulées. En effet, les taux de coups simples dépassent allègrement les $300\,kHz$ indiquant que le TAC entre à son tour en saturation. De son côté, l'efficacité (graphe 2.9(b)) ne reste constante que sur les 4 premiers points pour lesquels elle présente une valeur moyenne de $3,6 \cdot 10^{-6}$ et un écart type de $8,2 \cdot 10^{-8}$. La valeur moyenne pour ces points est donc conforme à celle mentionnée dans le tableau 2.1.

On peut finalement dire que l'effet visualisé ici était bien sûr attendu et que rien d'étonnant n'est apparu. Toutefois, cette manipulation constitue une bonne méthode pour déterminer le régime de fonctionnement nominal d'une expérience utilisant le comptage de coïncidences. Dans notre cas, on aura appris qu'au delà d'un μW de pompe dans le guide les mesures ne sont plus valables. Ainsi, on ne pourra espérer plus de $200\,kHz$ pour les coups simples et environ $1600\,Hz$ pour les coïncidences.

Pertes induites sur les deux lignes de comptage simultanément

Nous avons adjoint à l'expérience de comptage de coïncidences décrite par la figure 2.3 un banc en U fibré que l'on a placé juste avant le coupleur 50/50 (voir figure 2.10 ci-dessous) utilisé pour séparer les paires.
Ce dispositif en U permet d'introduire des éléments d'optique massive au sein d'une ligne fibrée par l'intermédiaire d'un petit gap d'air d'un centimètre environ monté entre deux pigtails collimatés. Une caractérisation préalable du banc seul a montré des pertes d'environ $0{,}8\,dB$ à $1310\,nm$. Tour à tour, nous avons donc inséré divers

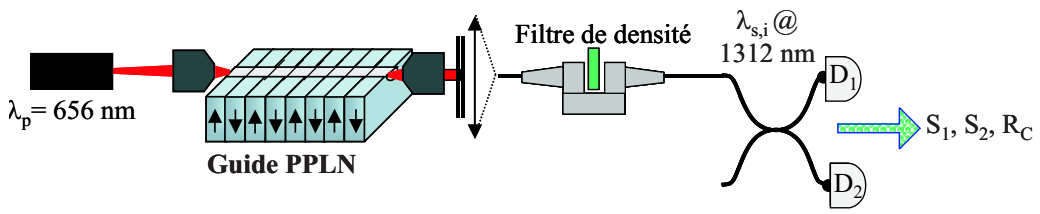


FIG. 2.10 – Pertes induites sur la ligne grâce à l'introduction d'un banc en U fibré et à l'insertion de différents filtres de densité.

filtres de densité d'un jeu allant de 0,04 à 0,8[16]. Le but est ici de faire chuter les deux taux de comptage simples simultanément et d'observer l'influence sur les coïncidences et sur l'efficacité de conversion.

La figure 2.11 présente les évolutions des taux nets de coups simples, du taux net de coïncidences ainsi que celle de l'efficacité en fonction de la valeur des pertes sur les lignes ($\mu_i = 10^{-\alpha}$ pour une seule ligne et $\mu_i^2 = 10^{-2\alpha}$ pour les deux).

Comme le suggèrent les équations 2.6 et 2.7 écrites plus haut, on remarque que le taux net de coïncidences (graphe 2.11(c)) décroît de façon quadratique lorsque les taux nets de coups simples paraissent chuter de façon linéaire (graphes 2.11(a) et (2.11b)). Cependant, il paraît clair que l'efficacité (courbe 2.11(d)) reste constante sur l'ensemble des mesures. Les barres d'incertitudes sur l'efficacité ont été calculées de façon classique, c'est à dire par l'intermédiaire de la dérivée logarithmique de l'équation 2.9 établie au paragraphe 2.2.3. Nous avons pris en compte ici des incertitudes de type Poisson pour les mesures des divers taux de comptage et estimé à $5\,nW$ l'erreur sur la puissance de pompe.

De la courbe 2.11(d), on note que la valeur moyenne de η est de $3,7 \cdot 10^{-6}$ et que l'écart type est de $7,5 \cdot 10^{-8}$. Il est important de voir que l'immunité aux pertes reste valable même pour de très faibles valeurs du taux de coïncidences et que seule l'incertitude sur la valeur mesurée augmente en raison d'un signal de plus en plus faible ramenant justement l'ordre de grandeur de l'incertitude au niveau de celui de la mesure. Par exemple, le dernier point sur la courbe est donné pour un taux net

[16] Rappelons à cet effet que pour un filtre de densité α, la puissance du signal incident est atténué d'un facteur $10^{-\alpha}$.

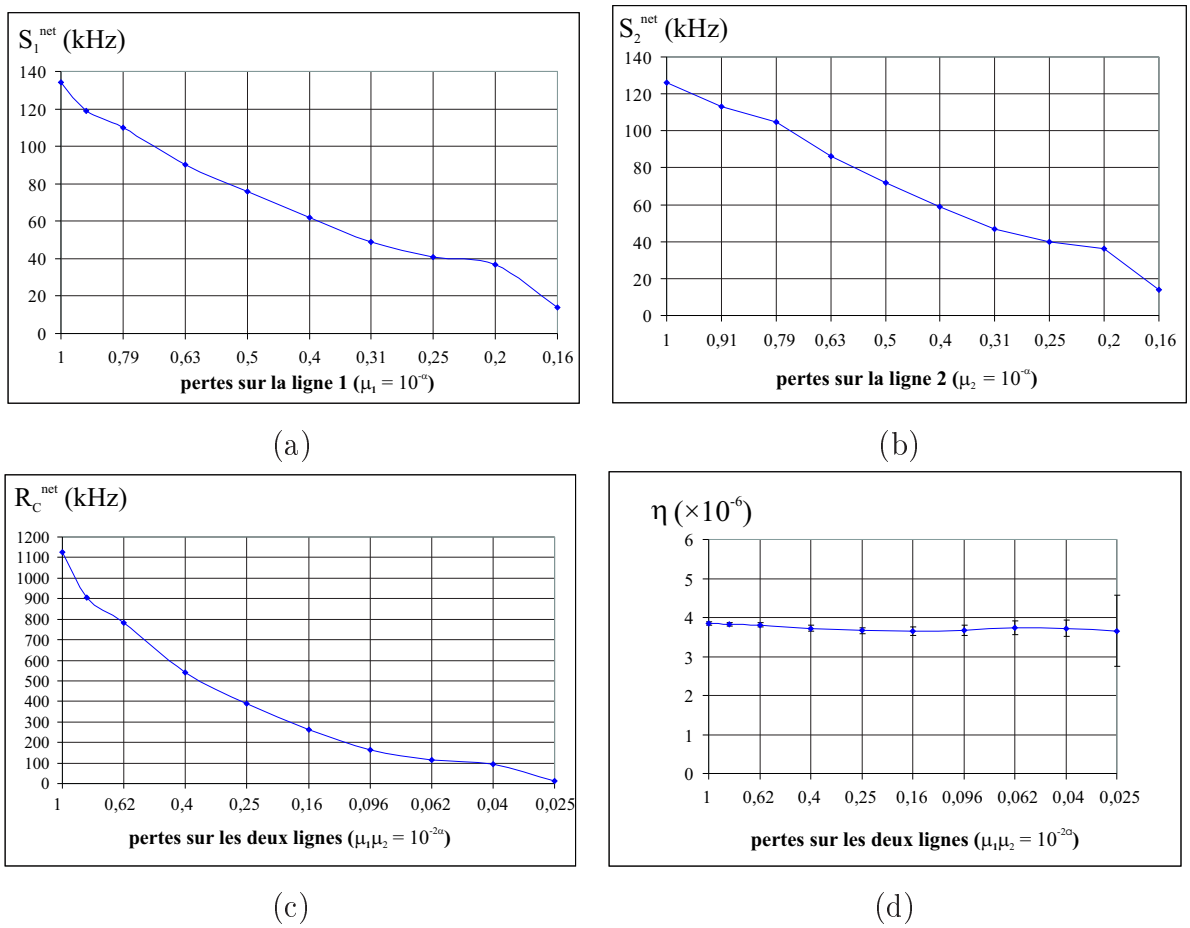


FIG. 2.11 – (a), (b) et (c) Evolutions respectives des taux nets de coups simples et de coïncidences S_1^{net}, S_2^{net} et R_C^{net} en fonction des pertes ; (d) Evolution de l'efficacité correspondante. L'abscisse 0 signifie qu'aucun filtre n'a été introduit dans le banc.

de coïncidences de $14\,Hz$ alors que le taux de coïncidences accidentelles s'élevait à $4\,Hz$ ce qui correspond à un faible rapport signal/bruit de 3,5. Par ailleurs, les taux nets de coups simples s'élèvent pour ce point à moins de $20\,kHz$ alors que le taux de coups sombres dans nos détecteurs sont d'environ $30\,kHz$.

Pertes induites sur une une seule ligne de comptage

Nous avons voulu connaître l'influence de la mise en déséquilibre des taux de comptage simples. Pour cela, on comprend aisément qu'il suffit de modifier la confi-

guration de l'expérience 2.10 en venant placer le banc en U entre l'un des bras de sortie du coupleur et le détecteur qui le suit (D_1 par exemple ; se reporter à la figure 2.12 ci-dessous pour une vision plus nette du dispositif).

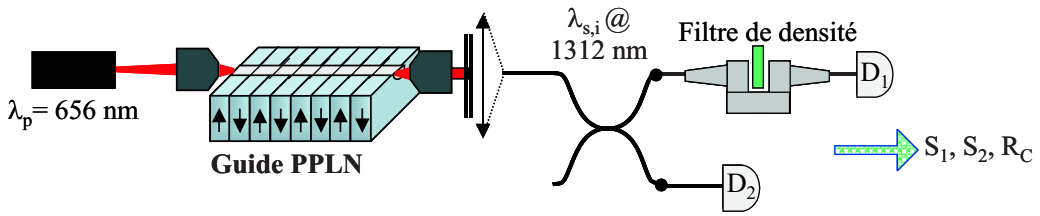


FIG. 2.12 – Pertes induites sur une seule ligne de comptage.

Les évolutions des divers taux mesurés ainsi que celle de l'efficacité sont exposées sur la figure 2.13 ci-dessous. En l'absence du U, les taux S_1^{net} et S_2^{net} (courbes 2.13(a) et (b) respectivement) démarrent logiquement à la même valeur, soit environ 130 kHz. Puis, après la mise en place du banc et des filtres successifs (allant cette fois de 0,04 à 1,5), on observe comme prévu les décroissances de S_1^{net} et de R_c^{net} (courbes 2.13(a) et (c) respectivement) selon les mêmes variations alors que S_2^{net} (courbe 2.13(b)) reste constant pour sa part. La courbe de l'efficacité (courbe 2.13(d)) montre quant à elle une zone d'immunité aux pertes induites avant de décrocher pour les deux dernières mesures. Notons que les barres d'erreurs sur η sont moins importantes que dans le cas précédemment étudié (pertes sur les 2 lignes) puisque l'incertitude sur la mesure de S_2 reste faible en raison du taux de comptage toujours élevé. La valeur moyenne de η s'élève à $3,6 \cdot 10^{-6}$ alors que l'écart type est de $1,5 \cdot 10^{-7}$. Remarquons que pour les deux dernières mesures, les taux nets dans le détecteur D_1 s'élèvent respectivement à 11 et 3 kHz menant à des rapports signal/bruit de $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{10}$ avec un taux de coups sombres constant à typiquement 30 kHz. On a donc affaire à une limitation du modèle puisque l'efficacité perd sa constance si les coups dus à des photons dans l'une des photodiodes sont noyés dans le bruit. L'augmentation de la valeur de l'écart type par rapport au cas précédent est essentiellement due à la divergence des deux points explicités. A ce titre, en omettant ces deux points critiques, les valeurs de l'efficacité moyenne et de l'écart type deviennent respectivement $3,7 \cdot 10^{-6}$ et $8 \cdot 10^{-8}$.

Notons enfin que ce type de pertes aurait pu être simulé simplement en abaissant

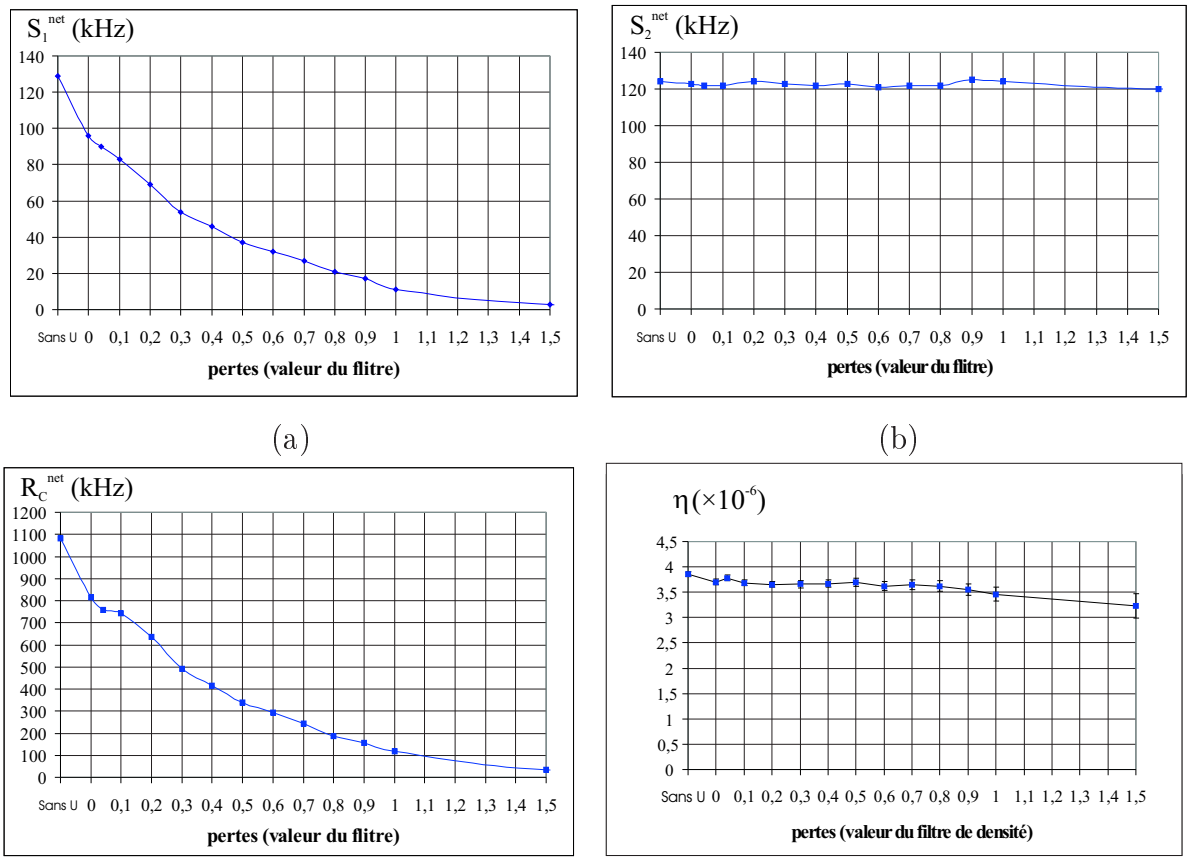


FIG. 2.13 – (a), (b) et (c) Evolutions respectives des taux nets de coups simples et de coïncidences S_1^{net}, S_2^{net} et R_C^{net} en fonction des pertes ; (d) Evolution de l'efficacité correspondante. Le premier point de chaque graphe est donné en l'absence du U.

la tension de polarisation de l'un des détecteurs[17].

Conclusion

L'immunité aux pertes est donc de mise pour ces expériences de détermination de l'efficacité de conversion en mode comptage de coïncidences. En effet, celle-ci à été mesurée avec une incertitude inférieure à 5% qui est 4 fois meilleure que celle rencontrée lors de l'expérience classique du chapitre 1. Ainsi, cette méthode s'inscrit dans la

[17] La tension de polarisation influe non seulement sur l'efficacité du détecteur mais aussi sur son taux de coups sombres (voir annexe E).

lignée des protocoles de métrologie quantique basés sur le comptage de coïncidences, comme par exemple la caractérisation de l'efficacité quantique des APDs [72][18].

2.3 Caractérisation expérimentale et théorique de la probabilité de créer une paire de photon en mode pulsé

2.3.1 Motivations

Le but de la mise au point d'une source de paires de photons intriqués est de l'utiliser pour les expériences de "communications quantiques" très à la mode actuellement et qui comprennent entre autres des protocoles tels que la téléportation d'états [14, 21, 56], la permutation d'intrication, la génération d'états GHZ [22, 79] et la distribution quantique de clés à paires de photons [53, 75, 103].

La caractérisation à l'aide d'une pompe continue nous a permis de déterminer expérimentalement la probabilité de créer une paire de photons par photon de pompe incident sur notre générateur intégré. Avec ceci nous verrons prochainement dans le paragraphe 3.3 comment construire et utiliser une source de paires de photons intriqués en énergie-temps. Cependant, mis à part les tests de non-localité et certains protocoles de cryptage basés sur l'observable polarisation (voir par exemple [53] et [75]), le mode continu n'offre guère de possibilités pour la réalisation d'expériences de communications quantiques. En effet, le duo téléportation d'états et permutation d'intrication requiert une pompe en régime impulsionnel afin d'augmenter la probabilité de créer deux paires de photons *simultanément*. Compte tenu de leur très haute efficacité, les guides PPLN semblent être des candidats à fort potentiel pour la génération des paires de photons utiles à ces protocoles. La connaissance exacte de la capacité de notre source à émettre deux paires par impulsion revêt donc un caractère fondamental, d'autant plus que cette "double création" menace d'autre part la sécurité des protocoles cryptographiques basés sur l'encodage du photon signal seul[19].

[18] $\frac{R_C^{net}}{S_i^{net}} = \mu_i \cdot \eta_i$ donne l'efficacité du détecteur i pondérée par les pertes sur la ligne de comptage.

[19] En fait, le photon complémentaire sert de de trigger et le signal porte la clé (qu-bit). Tout se

Aussi, au delà des intrications sur les observables polarisation[20] et énergie-temps obtenues en mode continu, il existe une autre façon de générer des états corrélés à partir de la fluorescence paramétrique spontanée. C'est ce que l'on appelle l'enchevêtrement en "time-bins" dont la faisabilité fut démontrée théoriquement en 1999 par Brendel [25] et qui fut testé expérimentalement en 2000 par Tittel [103] via un protocole de distribution quantique de clés à paires de photons. Nous verrons dans le paragraphe 3.4 comment produire et caractériser ce type d'états à partir d'un guide PPLN couplé à un laser pulsé.

Pour l'heure, nous allons modifier l'expérience de comptage de coïncidences (voir figure 2.3) en remplaçant le laser continu par un impulsionnel, et nous allons voir comment remonter expérimentalement à la probabilité de créer une paire de photons par impulsion laser à partir de l'histogramme des coïncidences.

2.3.2 L'expérience de coïncidences avec un laser pulsé

Considérons de nouveau le schéma de la figure 2.3 présentée en mode continu et pour laquelle on conserve l'ensemble des éléments électroniques présents. On procède uniquement au remplacement du laser continu par un laser de marque Pico-Quant PDL 800 émettant des impulsions d'une largeur temporelle $\Delta\tau_P$ de $400\,ps$ à un taux F_R de répétition de $80\,MHz$ et d'une puissance crête de quelques mW. Nous conservons bien sûr les caractéristiques qui nous sont chères, c'est à dire une longueur d'onde de pompe centrée autour de $657\,nm$ permettant une conversion paramétrique dégénérée autour de $1314\,nm$ pour le guide genevois.

Alors, sachant que la probabilité de créer une paire est de l'ordre de 10^{-6} en mode continu, que devient-elle lorsque notre guide est pompé par des impulsions de type sub-nanoseconde ? En effet, en appelant P_P la puissance crête du laser, le nombre N_p de photons compris dans une impulsion peut être approximé par la relation

$$N_P = P_P \cdot \frac{\lambda_P \Delta\tau_P}{hc} \tag{2.16}$$

passe comme si l'on était en présence d'un protocole de type BB84 à photon unique pour lequel la sécurité repose sur la capacité à émettre des états purs qu'ils soient uniques ou appariés.

[20]Rappelons que nos composants ne supportent que la seule polarisation TM. L'intrication en polarisation n'est donc pas accessible ici.

pour laquelle le terme $\frac{\lambda_P \Delta\tau_P}{hc}$ vaut environ $1,3 \cdot 10^9$ dans notre cas. On voit donc qu'une simple puissance crête de l'ordre du milli-Watt suffit pour concentrer un nombre de photons supérieur à 10^6 indiquant du coup une probabilité de conversion paramétrique par impulsion proche de l'unité. C'est pourquoi, l'éventualité de créer deux voire plusieurs paires de photons à la fois ne peut plus être négligée. Et nous allons voir comment une détection non parfaite permet de remonter expérimentalement à cette probabilité de conversion dans le cristal via l'histogramme des coïncidences.

L'histogramme des coïncidences en mode pulsé

Contrairement à ce que l'on a observé avec une pompe continue où l'histogramme des coïncidences donnait un pic unique d'événements, on obtient ici tout un ensemble de pics comme le montre la figure 2.14 ci-dessous. Afin d'éviter toute confusion, rappelons ici qu'un pic placé en un Δt donné sur l'histogramme signifie que l'intervalle entre les temps d'arrivées des bits de start et de stop sur le TAC vaut Δt. Dans la suite de l'exposé, on désignera le plus haut de ces pics par le nom de "pic central", et les autres, adjacents et équivalents, par le nom de "pics satellites". Notons que sur cette figure sont portés plusieurs histogrammes normalisés obtenus pour différentes valeurs moyennes de la puissance de pompe mesurée en amont du guide. Ces valeurs sont comprises entre 1,7 et $53\,\mu W$ (voir l'incrustation en haut à gauche de la figure) mais correspondent toujours à une largeur d'impulsion constante de $400\,ps$.

L'observation de l'histogramme 2.14 nous mène à deux remarques intéressantes :

(i) Plus la puissance moyenne injectée dans le guide est grande, plus le rapport entre les hauteurs du pic central et des pics satellites décroît. En d'autres termes, les pics satellites reçoivent d'autant plus d'événements coïncidents qu'il y a de paires créées dans le guide.

(ii) Tous les intervalles temporels entre les divers pics présents sur la figure ont une valeur exacte de $12{,}5\,ns$[21] qui correspond aux $80\,MHz$ de répétition du laser de

[21] Aux valeurs portées en abscisse de la figure 2.14 il faut ajouter celle du délai électronique que nous avons placé sur la ligne des bits de stop. Le TAC ne sait bien évidemment pas compter des intervalles de temps négatifs. Nous en reparlerons plus loin.

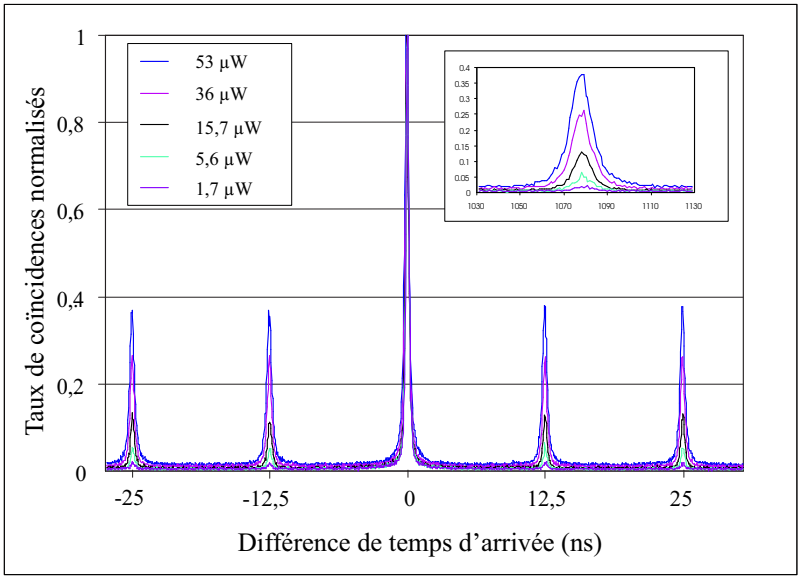


FIG. 2.14 – Histogrammes expérimentaux des multiples pics de coïncidences obtenus en mode impulsionnel pour diverses valeurs de la puissance de pompe moyenne.

pompe. A ce titre, en permutant ce taux de répétition de 80 à 40 MHz, nous avons pu vérifier que l'écart entre les pics était cette fois de 25 ns.

Par contre, le laser pouvant fournir des impulsions de largeur plus ou moins ajustable (100, 400 et 600 ps à mi-hauteur environ), nous avons testé l'influence d'un élargissement temporel conséquent de ces impulsions sur l'histogramme des coïncidences. Ainsi, la figure 2.15 représente deux histogrammes normalisés obtenus pour des impulsions larges de 100 et de 600 ps respectivement. Nous n'avons cependant porté sur cette figure que la partie correspondant aux pics centraux afin d'obtenir plus de précision pour la mesure de leur largeur à mi-hauteur.
Comme l'on pouvait s'y attendre, plus les impulsions de pompe sont larges plus le pic de coïncidence correspondant est large lui aussi. Ainsi, en passant de 100 à 600 ps sur la pompe, nous constatons un élargissement de pratiquement 400 ps sur le pic de coïncidences. Ces deux valeurs correspondent plutôt bien compte tenu des erreurs importantes que l'on doit faire aussi bien sur la mesure de la largeur de l'impulsion laser que sur la mesure de la largeur du pic obtenu. En tout cas, le sens de variation

observé est logique et peut s'expliquer comme suit. En faisant l'hypothèse que nous sommes en présence de la création de plusieurs paires par impulsions, augmenter la durée de ces impulsions va favoriser l'émission de paires de photons à des temps différents (tous compris dans la durée globale de l'impulsion). Alors, il devient pos-

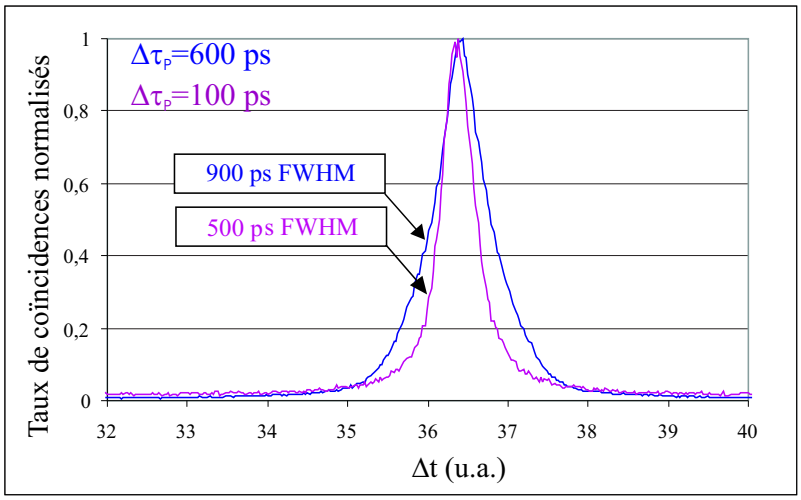


FIG. 2.15 – Histogrammes obtenus en mode impulsionnel pour deux valeurs (100 et 600 ps) de la largeur FWHM ($\Delta\tau_p$) des impulsions de pompe.

sible de détecter en coïncidence par exemple le signal d'une paire avec l'idler d'une autre, pourtant émises toutes deux émises grâce à la même impulsion de pompe. Les détecteurs et le TAC n'étant absolument pas capables de résoudre ces différences temporelles englobent tous les Δt correspondant dans le même pic de coïncidences.

Explications intuitives de l'apparition des histogrammes à pics multiples

Revenons à la figure 2.14. Bien que ce ne fût point une complète surprise, nous ne pensions pas observer ces figures à pics multiples en injectant des puissances moyennes si faibles dans notre guide d'ondes (53 μW au maximum). Nous avons donc voulu comprendre quels sont les mécanismes qui mènent à l'enregistrement d'un événement dans un pic plutôt que dans un autre, et notamment pourquoi tous les événements détectés ne sont-ils pas tous rangés dans le pic central comme dans le cas continu.

On a déjà vu que la probabilité de compter une coïncidence est une quantité loin de l'unité. Elle est en fait donnée par le produit des efficacités de collection et de détection induites sur les deux lignes de comptage, à savoir $\mu_1 \cdot \eta_1 \cdot \mu_2 \cdot \eta_2$ comme le montre la relation 2.5, et qui vaut dans notre cas environ 10^{-4}. Sachant cela, *l'émergence des multiples pics provient du couplage, sur le TAC, entre bits de start et de stop émanant de photons qui ne sont pas forcément issus de la même paire.* En s'aidant de la figure 2.16 ci-dessous schématisant les lignes de détection, nous pouvons distinguer les divers processus mis en jeu :

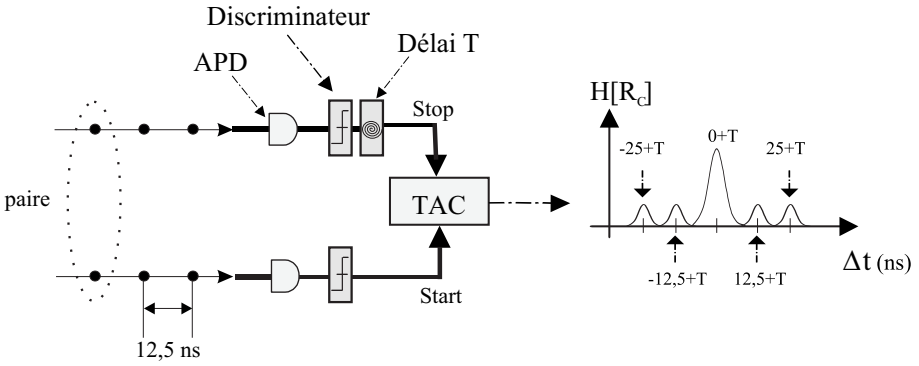


FIG. 2.16 – Le comptage des coïncidences en mode pulsé. Pour la compréhension, ce schéma présente le cas simplifié de paires arrivant sur les détecteurs déjà séparées. Le délai électronique permet de retarder le bit qui sert de "stop" au TAC.

(i) Les photons qui fournissent les bits de start et de stop au TAC appartiennent bien à la même paire de photons. Alors, la détection d'une coïncidence alimentera le pic central de la figure 2.14. Ce cas est analogue à celui obtenu en mode continu et peut se schématiser ainsi : on crée une paire, les photons jumeaux sont séparés et détectés simultanément, chacun dans une photodiode différente. L'abscisse temporelle du pic central correspond à la valeur du délai électronique (T, voir figure 2.16) placé sur la ligne du bit de stop (ce délai n'a pas été pris en compte sur la figure 2.14).

(ii) Les photons donnant au TAC les bits start et stop proviennent de deux paires différentes, chacune créée grâce à deux impulsions de pompe consécutives (séparées par 12,5 ns). Comprenons bien ici que les deux paires sont générées à

deux instants différents et que l'imperfection liée à la détection n'a pas permis d'enregistrer deux coïncidences dans le pic central. On distingue alors deux schémas possibles :

(a) Si le bit de stop arrive $T+12{,}5\,ns$ plus tard que le start, la coïncidence est orientée vers le premier pic satellite sur la droite du pic central. Cela signifie que le stop est fourni par une paire émise via l'impulsion de pompe qui est juste consécutive à celle qui donne le start.

(b) Par contre, si le bit de stop arrive $T-12{,}5\,ns$ plus tôt que le start, alors la coïncidence est acheminée vers le premier pic satellite sur la gauche du pic central. Le bit de stop est donc donné par une paire émise via l'impulsion de pompe qui précède celle qui fournit le start.

REMARQUE :

La valeur du délai électronique placé sur la ligne du bit de stop est suffisamment grande devant les $12{,}5\,ns$ qui séparent les impulsions pour permettre l'apparition de plusieurs pics sur la gauche du pic central (voir figure 2.14). Aussi, tous les délais référencés sur la figure 2.16 sont positifs et correspondent bien à un bit de stop arrivé après le bit de start associé. A la différence, la figure 2.14 ne tient quant à elle pas compte de la valeur de T.

(*iii*) Bien sûr, des explications similaires peuvent être données pour tous les autres pics satellites placés symétriquement autour du pic central sur l'histogramme des coïncidences. En généralisant, on peut même avancer que le $\pm n^{ieme}$ pic est alimenté par les coïncidences données par deux photons issus de paires dont les instants d'émission respectifs sont séparés par un intervalle de $n \times 12,5\,ns$.

Comme on vient de le voir "avec les mains", la création d'au moins deux paires de photons est indispensable pour alimenter nos pics satellites. Cependant pour ces explications simples, nous avons considéré le cas le plus basique stipulant qu'une seule paire de photons est créée par impulsion laser. Dans la réalité, il n'en est rien, et c'est justement cette quantité qui nous intéresse tant. On peut alors aisément imaginer, d'après ce que l'on vient d'énoncer, que la création simultanée de deux ou plusieurs paires à la fois va contribuer, non seulement au remplissage du pic central, mais

surtout à celui des pics satellites. Il paraît intuitif que le paramètre expérimental sur lequel va se porter notre attention est véritablement le rapport entre les hauteurs du pic central et des pics latéraux qui devrait directement nous informer sur cette fameuse probabilité de générer une paire de photons par impulsion laser.

Précisons encore que cette figure de type multi-pics est visible en raison du fonctionnement propre du TAC. En effet, dès que le TAC reçoit un bit de start, celui-ci reste valide[22] environ $1\,\mu s$ dans l'attente d'un bit de stop. C'est pourquoi des photons issus de paires émises en divers instants peuvent coïncider de la sorte. Ainsi, une porte ET ne donnerait pas le même diagramme des coïncidences[23].
Par ailleurs, rappelons qu'après avoir compter un événement, le TAC est régit par un temps mort[24] ne lui permettant pas d'enregistrer toutes les coïncidences qui lui arrivent (voir annexe D pour plus de détails techniques). Dans notre cas, même si la détection était parfaite, les impulsions laser sont si rapprochées dans le temps ($12{,}5\,ns$) que deux paires émises successivement ne sauraient être comptées en coïncidences en raison de ce défaut.

Enfin, notons que dans notre cas se pose encore le problème de la séparation des photons jumeaux par le coupleur directionnel fibré (voir figure 2.3). Ainsi, les cas pour lesquels les photons appariés empruntent le même bras de sortie du coupleur (voir figure 2.2 et l'annexe F pour plus de détails) vont contribuer à l'alimentation des pics satellites (jamais à celle du pic central d'après ce que l'on a énoncé plus haut). Nous en tiendrons compte dans le modèle présenté ci-dessous.

En conclusion de ces petites explications, on peut avancer l'assertion suivante : *si la détection était parfaite et si nos paires de photons étaient séparées dans 100% des cas, tous les événements coïncidents seraient enregistrés dans le pic central, à l'instar du cas continu.* Le mode pulsé permet donc aussi de se faire une idée sur la qualité de notre système de détection.

[22] On dit que le TAC reste ouvert.

[23] La sortie d'une porte ET donne "1" si ses deux entrées (ici start et stop) reçoivent un "1" simultanément. Si l'on enregistrait un histogramme, seul le pic central serait alimenté dans ce cas.

[24] De l'ordre de la μs.

2.3.3 Développement théorique

Nous allons développé un calcul permettant d'accéder aux probabilités de compter des événements coïncidents dans nos divers pics. Pour cela, nous avons besoin de définir à nouveau quelques variables et de faires quelques hypothèses préliminaires.

Définition des variables et formalisme

Le but premier du calcul est, comme nous l'avons dit, de déterminer la probabilité, notée $\mathcal{P}_{paire}$, de créer une paire de photons par impulsion de pompe fournie au guide d'ondes. Plusieurs points sont à noter :

- A l'instar du calcul en mode continu, nous avons affaire aux efficacités de collection et de détection des photons. Pour plus de simplicité dans les notations, nous regrouperons les termes de collection et de détection en un seul et même paramètre. Nous noterons donc η_{d1} et η_{d2} les efficacités globales de détection sur les lignes de comptage menant jusqu'aux détecteurs D_1 et D_2 ($\eta_{di} = \mu_i \eta_i$, voir figure 2.3). Ainsi par exemple, dans le cas parfait, la probabilité de détecter une coïncidence serait donnée par $\eta_{d1} \cdot \eta_{d2}$.
- Aussi, il faut connaître la probabilité d'obtenir un "clic" dans un détecteur lorsque deux ou n photons sont incidents. Dans le cas de deux photons, cette probabilité peut se schématiser par la figure 2.17.

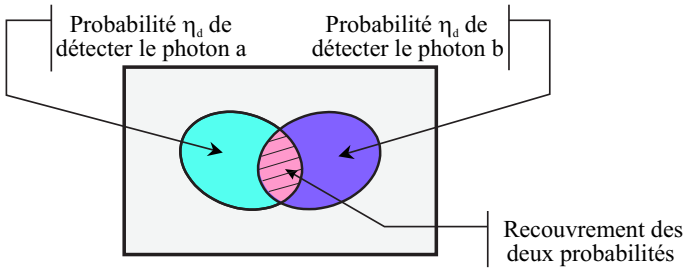


FIG. 2.17 – Représentation de la probabilité de faire "clic" si deux photons sont incidents. La partie commune représente la probabilité que les deux photons fassent "clic" ensemble : il ne faut pas la compter deux fois dans la probabilité de détection.

La probabilité de faire "clic" est alors donnée par $p_{clic}^{(2)} = p_a + p_b - p_{ab}$ où p_a et p_b représentent respectivement les probabilités de détecter les photons a et b,

et où p_{ab} est mise pour la probabilité de recouvrement (qui vaut 0 pour deux événements distincts). On a donc logiquement :

$$p_{clic}^{(2)} = 2\eta_d - \eta_d^2 \tag{2.17}$$

En généralisant au cas où n photons sont incidents, il est astucieux d'écrire la probabilité de faire "clic" sous la forme $p_{clic}^{(n)} = 1 - p_{\text{pas clic}}^{(n)}$ avec $p_{\text{pas clic}}^{(n)} = (1-\eta_d)^n$. On a donc :

$$p_{clic}^{(n)} = 1 - (1-\eta_d)^n \tag{2.18}$$

Les calculs seront faits dans l'hypothèse des *faibles probabilités*. En effet, celle-ci paraît raisonnable si l'on considère que nos η_d définis plus haut valent autour de 10^{-2}. On simplifiera donc nos relations 2.17 et 2.18 par les expressions approchées

$$p^{(2)} \approx 2\eta_d \tag{2.19}$$

et

$$p^{(n)} \approx n \cdot \eta_d \tag{2.20}$$

– Pour repérer les pics de détection, nous avons besoin de référencer les impulsions de pompe injectées dans le guide d'ondes. En d'autres termes, il nous faut une espèce d'origine des temps. La figure 2.18 ci-dessous propose une numérotation des temps d'émission de ces impulsions allant de la droite vers la gauche. L'impulsion émise à l'instant t_0 sera donc la première à pénétrer dans le guide.

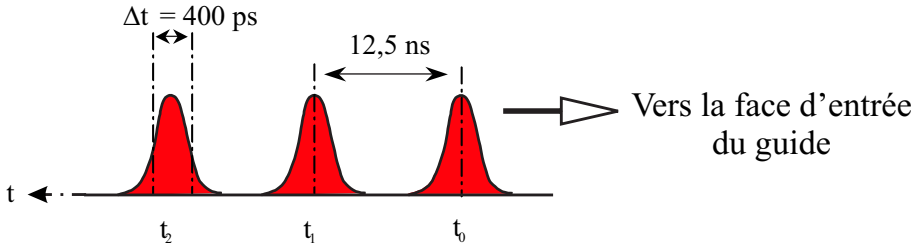


FIG. 2.18 – Numérotation des temps d'émission des impulsions de pompe.

Nous désignerons par $\mathcal{P}_{paire}^{t_i}$ la probabilité de créer une paire via l'impulsion laser émise à l'instant t_i.

- Comme le mentionne la figure 2.18 ci-dessus, le taux de répétition du laser est de $80\,MHz$. Or, le TAC qui compte les coïncidences ne peut pas être déclenché ou plutôt re-déclenché aussi rapidement. En d'autres termes, lorsque celui-ci compte une coïncidence (start et stop séparés d'un certain Δt), il observe un temps mort intrinsèque de quelques μs (voir annexe D) avant d'être de nouveau opérationnel. Cela signifie que même si la détection était parfaite, cet appareil ne serait pas capable d'enregistrer les coïncidences qui lui tombent dessus toutes les $12{,}5\,ns$. C'est pourquoi, le comptage d'une coïncidence à un instant et dans un pic donnés devra comprendre les probabilités des contributions de toutes les impulsions laser.
- Enfin, la notation générique $\mathcal{P}_n^{\Delta t}$ est choisie pour identifier les différentes probabilités que nous aurons à calculer. Δt référence le pic étudié (Δt prendra les valeurs 0, $\pm 12{,}5\,ns$, $\pm 25\,ns$, etc.) et n représente le nombre de paires générées par impulsion. Par exemple on désignera par $\mathcal{P}_{n=1}^{\Delta t=0}$ la probabilité de compter une coïncidence dans le pic central sachant que l'on crée une seule paire de photons par impulsion.

Nous allons donc calculer, à l'aide de ces hypothèses et du formalisme décrits ci-dessus, les probabilités de compter des événements coïncidents dans chacun des pics de l'histogramme de la figure 2.14. Aussi, nous essaierons de donner des simplifications raisonnables de nos équations en tenant compte des conditions expérimentales que nous rencontrons.

Remarque sur la terminologie :

Dans notre description, il nous arrivera souvent de confondre "un photon détecté" avec "un bit de start" ou de "stop" vu par le TAC. Ce jargon, faux mais pratique, permettra de donner des explications de façon plus commode.

Contribution de la GÉNÉRATION D'UNE PAIRE DE PHOTONS AU PLUS par impulsion laser

Décomposons l'ensemble des pics...

⋆ POUR LE PIC CENTRAL, on obtient la probabilité suivante :

$$\begin{aligned}
\mathcal{P}_{n=1}^{\Delta t=0} = & \ \tfrac{1}{2}\cdot\eta_{d1}\eta_{d2}\cdot\mathcal{P}_{paire}^{t_0} \\
+ & \ \tfrac{1}{2}\cdot\eta_{d1}\eta_{d2}\cdot\mathcal{P}_{paire}^{t_1}\ \left(\left(1-\mathcal{P}_{paire}^{t_o}\right)+\left(1-\eta_{d1}\right)\mathcal{P}_{paire}^{t_0}\right) \\
+ & \ \tfrac{1}{2}\cdot\eta_{d1}\eta_{d2}\cdot\mathcal{P}_{paire}^{t_2}\ \left(\left(1-\mathcal{P}_{paire}^{t_o}\right)+\left(1-\eta_{d1}\right)\mathcal{P}_{paire}^{t_0}\right)\ \left(\left(1-\mathcal{P}_{paire}^{t_1}\right)+\left(1-\eta_{d1}\right)\mathcal{P}_{paire}^{t_1}\right) \\
+ & \ \ldots
\end{aligned} \tag{2.21}$$

Donnons-en pour cette fois les détails :

- Les facteurs $\frac{1}{2}\cdot\eta_{d1}\eta_{d2}$ représentent la probabilité d'obtenir une coïncidence en tenant compte, comme à l'habitude, des 50% de pertes dues à la présence du coupleur directionnel.
- Le premier terme peut être traduit comme suit : "une paire est créée via l'impulsion référencée à l'instant t_0 *et* sa détection est assurée". Mathématiquement parlant, il vient $\frac{1}{2}\cdot\eta_{d1}\eta_{d2}\cdot\mathcal{P}_{paire}^{t_0}$.
- Le second terme de la somme peut être imagé de la sorte : "une paire est créée via l'impulsion référencée à l'instant t_1 *et* sa détection est assurée [$\rightarrow \frac{1}{2}\cdot\eta_{d1}\eta_{d2}\cdot\mathcal{P}_{paire}^{t_1}$] *sachant que* rien n'a été créé en t_0 [$\rightarrow \left(1-\mathcal{P}_{paire}^{t_0}\right)$] *ou* qu'il y a bien eu génération d'une paire en t_0 pour laquelle on a raté le bit de start [$\rightarrow \left(1-\eta_{d1}\right)\mathcal{P}_{paire}^{t_0}$] quel que soit le résultat sur le bit de stop. Notons ici qu'en toute rigueur nous aurions dû faire apparaître un terme représentant la création d'une paire en t_0 pour laquelle le bit de start aurait été acquis et le bit de stop raté [$\rightarrow \eta_{d1}\left(1-\eta_{d2}\right)\mathcal{P}_{paire}^{t_0}$]. Cependant cette contribution est écartée car elle n'est pas acceptable électroniquement. En effet, sachant qu'un start reste valide pendant environ $100\,ns$ (donnée constructeur), l'obtention d'un start via un photon émis en t_0 interdit l'enregistrement d'un autre start correspondant à un photon émis $12{,}5\,ns$ plus tard (t_1).
- Enfin, les ... signifient que l'on peut continuer ainsi très longtemps.

Nous pouvons alors proposer quelques simplifications.
En effet, en posant $\Gamma^{t_i} = \left(1 - \mathcal{P}^{t_i}_{paire}\right) + (1 - \eta_{d1})\,\mathcal{P}^{t_i}_{paire} = 1 - \eta_{d1}\mathcal{P}^{t_i}_{paire}$ quel que soit t_i, l'équation 2.21 devient :

$$\mathcal{P}^{\Delta t=0}_{n=1} = \frac{1}{2} \cdot \eta_{d1}\eta_{d2} \cdot \left(\mathcal{P}^{t_0}_{paire} + \Gamma^{t_0} \cdot \mathcal{P}^{t_1}_{paire} + \Gamma^{t_0} \cdot \Gamma^{t_1} \cdot \mathcal{P}^{t_2}_{paire} + ...\right) \tag{2.22}$$

où les Γ^{t_i} représentent donc les probabilités de ne pas créer ou de ne pas détecter en coïncidence les paires issues des impulsions de pompe émises aux instants t_i. Ecrite ainsi, notre équation 2.22 ressemble à une sorte de développement limité puisque chaque terme ajouté possède une pondération de plus en plus faible. D'autre part, si l'on considère que tous les $\mathcal{P}^{t_i}_{paire}$ sont homogènes[25] ($\rightarrow \mathcal{P}_{paire}$), l'équation se simplifie encore pour s'écrire :

$$\boxed{\mathcal{P}^{\Delta t=0}_{n=1} = \frac{1}{2} \cdot \eta_{d1}\eta_{d2} \cdot \mathcal{P}_{paire} \cdot \left(1 + \Gamma + \Gamma^2 + ...\right)} \tag{2.23}$$

On voit donc apparaître maintenant la somme des termes d'une suite géométrique[26] de premier terme $\frac{1}{2} \cdot \eta_{d1}\eta_{d2} \cdot \mathcal{P}_{paire}$ et de raison $\Gamma = (1 - \eta_{d1}\mathcal{P}_{paire})$.

⋆ Pour le premier pic satellite à droite du pic central ($\Delta t = +12{,}5\,ns$), on peut développer une argumentation similaire. En reprenant du début, c'est-à-dire avant les simplifications, et sachant que l'alimentation de ce pic requiert la création d'au moins deux paires émises en deux instants immédiatement successifs (voir explications intuitives au paragraphe 2.3.2), il vient logiquement :

$$\begin{aligned}
\mathcal{P}^{\Delta t=+12,5}_{n=1} = \quad & \left[\eta_{d1}\left(1 - \eta_{d2}\right) \cdot \mathcal{P}^{t_0}_{paire}\right]\left[\eta_{d2} \cdot \mathcal{P}^{t_1}_{paire}\right] \\
+ \quad & \left[\eta_{d1}\left(1 - \eta_{d2}\right) \cdot \mathcal{P}^{t_1}_{paire}\right]\left[\eta_{d2} \cdot \mathcal{P}^{t_2}_{paire}\right]\left[\left(1 - \mathcal{P}^{t_0}_{paire}\right) + (1 - \eta_{d1}) \cdot \mathcal{P}^{t_0}_{paire}\right] \\
+ \quad & \left[\eta_{d1}\left(1 - \eta_{d2}\right) \cdot \mathcal{P}^{t_2}_{paire}\right]\left[\eta_{d2} \cdot \mathcal{P}^{t_3}_{paire}\right]\left[\left(1 - \mathcal{P}^{t_0}_{paire}\right) + (1 - \eta_{d1}) \cdot \mathcal{P}^{t_0}_{paire}\right] \\
& \times \left[\left(1 - \mathcal{P}^{t_1}_{paire}\right) + (1 - \eta_{d1}) \cdot \mathcal{P}^{t_1}_{paire}\right] \\
+ \quad & ...
\end{aligned} \tag{2.24}$$

En guise d'interprétation, on peut par exemple avancer que :

[25] L'hypothèse est physiquement raisonnable puisque tous les pulses laser sont identiques et que le couplage dans le guide reste constant sur les quelques impulsions considérées.

[26] De type Σu_n avec u_n suite géométrique définie telle que $u_n = q^n u_0$. u_0 est le premier terme et q la raison de la suite.

- le premier terme de la somme indique que nous avons créé une paire en t_0 pour laquelle on a détecté le start et non le stop. Le stop complémentaire est alors donné par l'un des photons de la paire créée à l'instant t_1 ;
- le second terme peut être décrit de le même façon que le premier moyennant un décalage d'une unité en ce qui concerne les numéros d'impulsion. Start et stop sont donnés par les instants de création t_1 et t_2. Il est aussi pondéré par la probabilité de ne pas créer de paire en t_0 ou de ne pas détecter le start correspondant.

Remarquons que les facteurs $\frac{1}{2}$ présents précédemment ont ici disparu. Rappelons à ce titre que pour compter une coïncidence dans le pic central seuls les deux photons d'une même paires importent, quelle que soit l'impulsion de pompe qui leur a donné naissance. C'est pourquoi il nous faut tenir compte des pertes dues au coupleur. Ici, le problème est un peu différent. Peu importe ce que font les paires au sein du coupleur puisque leur séparation n'est pas déterminante pour compter une coïncidence. Dans le pire des cas, les deux paires utilisées peuvent ne pas être séparées car la coïncidence sera effective tant que l'un des deux photons de la première paire sert de start et que l'un des deux photons de la seconde sert de stop. Nous avons déjà vu au paragraphe 2.2.3 que les taux de coups simples ne sont en moyenne pas affectés par la présence du coupleur. Il n'aura donc pas d'incidence sur l'alimentation des pics satellites.

Aussi, notons que les facteurs Γ réapparaissent ici de la même façon que lors de la description du pic central. Cela dit, bien qu'il aient exactement la même forme, il n'ont pas tout à fait la même interprétation physique. En effet, pour le pic central, l'expression a été obtenu grâce à une considération électronique. Ce n'est pas le cas ici. En effectuant des simplifications similaires aux précédentes, on a donc directement, dans le cas où les $\mathcal{P}_{paire}^{t_i}$ sont homogènes :

$$\boxed{\mathcal{P}_{n=1}^{\Delta t=+12,5} = \eta_{d1}\eta_{d2}\left(1-\eta_{d2}\right)\cdot\mathcal{P}_{paire}^{2}\cdot\left(1+\Gamma+\Gamma^2+...\right)} \tag{2.25}$$

On a donc de nouveau affaire à la somme des termes d'une suite géométrique de premier terme $\eta_{d1}\eta_{d2}\left(1-\eta_{d2}\right)\cdot\mathcal{P}_{paire}^{2}$ et de raison Γ.

⋆ Pour le second pic satellite à droite du pic central ($\Delta t = +25\,ns$), on écrira directement grâce à l'observation des mêmes règles :

$$\boxed{\mathcal{P}_{n=1}^{\Delta t=+25} = \eta_{d1}\eta_{d2}\left(1-\eta_{d2}\right)\left(1-\eta_{d2}\mathcal{P}_{paire}\right)\cdot\mathcal{P}_{paire}^{2}\cdot\left(1+\Gamma+\Gamma^{2}+...\right)} \tag{2.26}$$

Start et stop sont fournis par des instants de création séparés par $25ns$. Ils proviennent par exemple des impulsions t_0 et t_2, ou plus généralement t_n et t_{n+2}.
Là encore on voit que $\mathcal{P}_{n=1}^{\Delta t=+25}$ prend la forme de la somme des premiers éléments d'une suite géométrique de premier terme $\eta_{d1}\eta_{d2}\left(1-\eta_{d2}\right)\left(1-\eta_{d2}\mathcal{P}_{paire}\right)\cdot\mathcal{P}_{paire}^{2}$ et de raison Γ.

⋆ Généralisation de la relation au n^{ieme} pic satellite à droite du pic central ($\Delta t = n\times 12{,}5\,ns$)

$$\boxed{\mathcal{P}_{n=1}^{\Delta t=n\times 12,5} = \eta_{d1}\eta_{d2}\left(1-\eta_{d2}\right)\left(1-\eta_{d2}\cdot\mathcal{P}_{paire}\right)^{n-1}\cdot\mathcal{P}_{paire}^{2}\cdot\left(1+\Gamma+\Gamma^{2}+...\right)} \tag{2.27}$$

Ici start et stop sont séparés de $n\times 12{,}5ns$ et comme on pouvait s'y attendre, nous sommes encore en présence de la somme des éléments d'une suite géométrique dont le premier terme est $\eta_{d1}\eta_{d2}\left(1-\eta_{d2}\right)\left(1-\eta_{d2}\mathcal{P}_{paire}\right)^{n-1}\cdot\mathcal{P}_{paire}^{2}$ et de raison Γ.

⋆ Remarque

Nous pourrions procéder à la même description pour l'ensemble des pics situés à gauche du pic central. Cela dit, la symétrisation étant complète, les calculs correspondant n'auraient rien apporté à notre affaire. Analysons plutôt la contribution de la création de deux paires de photons simultanément par impulsion de pompe.

Contribution de la GÉNÉRATION DE DEUX PAIRES DE PHOTONS AU PLUS par impulsion laser

⋆ HYPOTHÈSES PRÉLIMINAIRES

Afin de déterminer, pour une puissance de pompe donnée, les valeurs de la probabilité de créer une paire de photons ($\mathcal{P}_{paire}$) ainsi que le nombre ($\bar{n}$) moyen de paires créées, nous allons faire deux hypothèses que nous utiliserons pour simplifier les prochaines équations :

(i) Sachant que l'efficacité de détection η_d sur une ligne vaut $\sim 10^{-2}$ ($\eta_d \ll 1$), nous écrirons que la probabilité de détecter un photon vaut $2\eta_d$ si deux sont incidents.

(ii) Sachant que le laser est utilisé dans une configuration éloignée de la limite de Fourier, nous supposerons que le processus spontané de génération paramétrique suit une loi de distribution de type *Poisson*, contrairement à la distribution thermique à laquelle on s'attend généralement. Nous pensons en effet que l'existence d'un certain nombre de modes longitudinaux non cohérents en phase est à l'origine de ce changement dans la statistique des paires de photons [41]. Ainsi, pour une impulsion de pompe donnée, en désignant par n le nombre de paires escomptées et par $\overline{n}$ le nombre moyen de paires créées, cette distribution s'écrit généralement sous la forme (voir les chapitres 18.4 et 22.4 de [70]) :

$$p(n) = \frac{\overline{n}^n \cdot e^{-\overline{n}}}{n!} \ , \tag{2.28}$$

Les photons de pompe contenus dans une impulsion peuvent être associés à des événements (de type "conversion en une paire de photons") susceptibles d'être réalisés avec une faible probabilité. Avec ceci, nous allons pouvoir donner une expression de la probabilité de créer deux paires de photons ($n = 2$) en fonction de la probabilité d'en créer une seule ($n = 1$). A partir de la définition 2.28, il vient naturellement :

$$\begin{cases} P(1, \bar{n}) = \bar{n} \cdot e^{-\bar{n}} \\ P(2, \bar{n}) = \dfrac{\bar{n}^2}{2} \cdot e^{-\bar{n}} \end{cases} \tag{2.29}$$

De là, si l'on fait l'hypothèse que $\bar{n}$ est petit devant l'unité, le terme $e^{-\bar{n}} \rightarrow 1$ ce qui nous permet d'écrire simplement que $P(2,\bar{n}) \rightarrow \dfrac{P^2(1,\bar{n})}{2}$. Avec le formalisme utilisé jusque là, si l'on appelle $\mathcal{P}_{2\,paires}$ la probabilité de créer deux paires de photons, il vient :

$$\boxed{\mathcal{P}_{2\,paires} \rightarrow \frac{\mathcal{P}^2_{paire}}{2}} \tag{2.30}$$

Nous vérifierons cette seconde hypothèse plus loin dans l'exposé.

Avec ceci, la décomposition sur l'ensemble des pics, comme effectué dans la section précédente, s'écrit maintenant :

⋆ Pour le pic central

$$\begin{aligned}
\mathcal{P}^{\Delta t=0}_{n=1,2} = & \quad \tfrac{1}{2}\cdot\eta_{d1}\eta_{d2}\cdot\mathcal{P}^{t_0}_{paire} + \tfrac{1}{2}\cdot 2\eta_{d1}2\eta_{d2}\frac{\left(\mathcal{P}^{t_0}_{paire}\right)^2}{2} \\
+ & \left[\tfrac{1}{2}\eta_{d1}\eta_{d2}\mathcal{P}^{t_1}_{paire} + 2\eta_{d1}\eta_{d2}\frac{\left(\mathcal{P}^{t_1}_{paire}\right)^2}{2}\right]\left[1-\mathcal{P}^{t_0}_{paire}+(1-\eta_{d1})\,\mathcal{P}^{t_0}_{paire}+(1-2\eta_{d1})\,\frac{\left(\mathcal{P}^{t_0}_{paire}\right)^2}{2}\right] \\
+ & \left[\tfrac{1}{2}\eta_{d1}\eta_{d2}\mathcal{P}^{t_2}_{paire} + 2\eta_{d1}\eta_{d2}\frac{\left(\mathcal{P}^{t_2}_{paire}\right)^2}{2}\right]\left[1-\mathcal{P}^{t_0}_{paire}+(1-\eta_{d1})\,\mathcal{P}^{t_0}_{paire}+(1-2\eta_{d1})\,\frac{\left(\mathcal{P}^{t_0}_{paire}\right)^2}{2}\right] \\
& \times\left[1-\mathcal{P}^{t_1}_{paire}+(1-\eta_{d1})\,\mathcal{P}^{t_1}_{paire}+(1-2\eta_{d1})\,\frac{\left(\mathcal{P}^{t_1}_{paire}\right)^2}{2}\right] \\
+ & \quad \ldots
\end{aligned} \tag{2.31}$$

Plusieurs remarques peuvent être faites ici :

- Chaque ligne de l'expression 2.31 représentent la probabilité de détecter 1 paire en coïncidence si une ou deux sont créées à l'instant d'émission t_i sachant que pour les autres instants rien n'a été créé ou détecté.
- Les termes $1-\mathcal{P}^{t_i}_{paire}$ qui correspondent à l'image "ne pas créer de paire à l'instant t_i" intègrent le fait de ne pas en créer deux. En effet, il faut déjà créer une paire pour pouvoir en créer deux.
- Si nous avions voulu calculer la probabilité de détecter une coïncidence dans le pic central en considérant la création exacte de deux paires puis la sommer à l'équation 2.21 relatant la même probabilité pour une seule paire créée, nous

n'aurions pas obtenu le même résultat. En effet, nous aurions provoquer l'omission des termes croisés de notre relation de type "détecter une coïncidence avec une paire créée par l'impulsion 1" *et* "ne pas détecter une coïncidence alors que deux paires ont été créées par l'impulsion 0".

Maintenant, en appliquant les mêmes types de simplification qu'au paragraphe précédent, nous obtenons :

$$\boxed{\mathcal{P}_{n=1,2}^{\Delta t=0} = \frac{1}{2} \cdot \eta_{d1}\eta_{d2} \cdot \mathcal{P}_{paire}\left(1 + 2\mathcal{P}_{paire}\right)\left(1 + \Gamma + \Gamma' + \left(\Gamma + \Gamma'\right)^2 + ...\right)} \tag{2.32}$$

avec $\Gamma = 1 - \eta_{d1}\mathcal{P}_{paire}$ et $\Gamma' = \left(\frac{1}{2} - \eta_{d1}\right)\mathcal{P}_{paire}^2$.
$\mathcal{P}_{n=1,2}^{\Delta t=0}$ correspond à la somme des termes d'une suite géométrique ayant pour premier terme $\frac{1}{2} \cdot \eta_{d1}\eta_{d2} \cdot \mathcal{P}_{paire}\left(1 + 2\mathcal{P}_{paire}\right)$ et pour raison $\Gamma + \Gamma'$. On peut donc voir que par rapport au cas de la génération d'exactement une paire, le premier terme et la raison de la suite ont changé. En effet, le premier a été pondéré d'un facteur $1 + 2\mathcal{P}_{paire}$ et la raison s'est vue ajoutée une quantité corrective Γ'.

⋆ Pour le premier pic satellite à droite du pic central ($\Delta t = +12{,}5\,ns$), on peut écrire directement :

$$\begin{aligned}
\mathcal{P}_{n=1,2}^{\Delta t=+12,5} = & \left[\eta_{d1}\left(1-\eta_{d2}\right)\mathcal{P}_{paire}^{t_0} + \eta_{d1}\left(1-\eta_{d2}\right)^2\left(\mathcal{P}_{paire}^{t_0}\right)^2\right]\left[\eta_{d2}\cdot\mathcal{P}_{paire}^{t_1} + \eta_{d2}\left(\mathcal{P}_{paire}^{t_1}\right)^2\right] \\
+ & \left[\eta_{d1}\left(1-\eta_{d2}\right)\mathcal{P}_{paire}^{t_1} + \eta_{d1}\left(1-\eta_{d2}\right)^2\left(\mathcal{P}_{paire}^{t_1}\right)^2\right]\left[\eta_{d2}\cdot\mathcal{P}_{paire}^{t_2} + \eta_{d2}\left(\mathcal{P}_{paire}^{t_1}\right)^2\right] \\
& \times\left[1 - \mathcal{P}_{paire}^{t_0} + \left(1-\eta_{d1}\right)\mathcal{P}_{paire}^{t_0} + \frac{\left(1-2\eta_{d1}\right)}{2}\left(\mathcal{P}_{paire}\right)^2\right] \\
+ & \left[\eta_{d1}\left(1-\eta_{d2}\right)\mathcal{P}_{paire}^{t_2} + \eta_{d1}\left(1-\eta_{d2}\right)^2\left(\mathcal{P}_{paire}^{t_2}\right)^2\right]\left[\eta_{d2}\cdot\mathcal{P}_{paire}^{t_3} + \eta_{d2}\left(\mathcal{P}_{paire}^{t_3}\right)^2\right] \\
& \times\left[1 - \mathcal{P}_{paire}^{t_0} + \left(1-\eta_{d1}\right)\mathcal{P}_{paire}^{t_0} + \frac{\left(1-2\eta_{d1}\right)}{2}\left(\mathcal{P}_{paire}^{t_0}\right)^2\right] \\
& \times\left[1 - \mathcal{P}_{paire}^{t_1} + \left(1-\eta_{d1}\right)\mathcal{P}_{paire}^{t_1} + \frac{\left(1-2\eta_{d1}\right)}{2}\left(\mathcal{P}_{paire}^{t_1}\right)^2\right] \\
+ & \qquad ...
\end{aligned} \tag{2.33}$$

Nous avons gardé ici les termes en $\left(1-\eta_{d2}\right)^2$ plutôt que d'écrire directement $1 - 2\eta_{d2}$ afin de retrouver une forme analogue à celle de $\mathcal{P}_{n=1}^{\Delta t=+12,5}$ dans la relation 2.25.

De là, en utilisant les simplifications habituelles, il vient :

$$\boxed{\begin{aligned}\mathcal{P}_{n=1,2}^{\Delta t=+12,5} = \; & \eta_{d1}\eta_{d2}\left(1-\eta_{d2}\right)\left(1+\mathcal{P}_{paire}\right)\left(1+\left(1-\eta_{d2}\right)\mathcal{P}_{paire}\right)\mathcal{P}_{paire}^2 \\ & \times\left(1+\Gamma+\Gamma'+\left(\Gamma+\Gamma'\right)^2+...\right)\end{aligned}} \tag{2.34}$$

où les termes Γ et Γ' sont les mêmes que précédemment. $\mathcal{P}_{n=1,2}^{\Delta t=+12,5}$ s'écrit donc sous la forme de la somme des termes d'une suite géométrique ayant pour premier terme $\eta_{d1}\eta_{d2}\left(1-\eta_{d2}\right)\mathcal{P}_{paire}\left(1+\mathcal{P}_{paire}\right)\left(1+\left(1-\eta_{d2}\right)\mathcal{P}_{paire}^2\right)$ et pour raison $\Gamma+\Gamma'$.
De même que pour le pic central, on voit apparaître ici une correction des paramètres de la suite par rapport au cas de la création d'une paire exactement. Le premier est maintenant factorisé par $\left(1+\mathcal{P}_{paire}\right)\left(1+\left(1-\eta_{d2}\right)\mathcal{P}_{paire}^2\right)$ et la raison a subie le même ajout de type Γ' que l'on a introduit pour le pic central.

⋆ Pour le second pic satellite à droite du pic central ($\Delta t = +25\,ns$) En utilisant les mêmes règles de simplification que celles montrées jusque là, on obtient directement :

$$\boxed{\begin{aligned}\mathcal{P}_{n=1,2}^{\Delta t=+25} = \; & \eta_{d1}\eta_{d2}\left(1-\eta_{d2}\right)^2\left(1+\mathcal{P}_{paire}\right)^2\left(1+\left(1-\eta_{d2}\right)\mathcal{P}_{paire}\right)\mathcal{P}_{paire}^2 \\ & \times\left(1+\Gamma+\Gamma'+\left(\Gamma+\Gamma'\right)^2+...\right)\end{aligned}} \tag{2.35}$$

La suite géométrique dont la somme est écrite ci-dessus a cette fois pour premier terme $\eta_{d1}\eta_{d2}\left(1-\eta_{d2}\right)^2\left(1+\mathcal{P}_{paire}\right)^2\left(1+\left(1-\eta_{d2}\right)\mathcal{P}_{paire}\right)\mathcal{P}_{paire}^2$ et pour raison $\Gamma+\Gamma'$.

⋆ Généralisation de la relation au n^{ieme} pic satellite à droite du pic central ($\Delta t = n\times 12{,}5\,ns$)
De la même façon on obtient :

$$\boxed{\begin{aligned}\mathcal{P}_{n=1,2}^{\Delta t=n\times 12,5} = \; & \eta_{d1}\eta_{d2}\left(1-\eta_{d2}\right)^{n-1}\left(1+\mathcal{P}_{paire}\right)^{n-1}\left(1+\left(1-\eta_{d2}\right)\mathcal{P}_{paire}\right)\mathcal{P}_{paire}^2 \\ & \times\left(1+\Gamma+\Gamma'+\left(\Gamma+\Gamma'\right)^2+...\right)\end{aligned}} \tag{2.36}$$

Cette fois, le premier terme s'écrit
$\eta_{d1}\eta_{d2}\left(1-\eta_{d2}\right)^{n-1}\left(1+\mathcal{P}_{paire}\right)^{n-1}\left(1+\left(1-\eta_{d2}\right)\mathcal{P}_{paire}\right)\mathcal{P}_{paire}^2$, et la raison est toujours $\Gamma+\Gamma'$ logiquement. Ici, les corrections apportées sont du même ordre que celles du premier satellite étudié précédemment.

⋆ Remarque

Bien sûr, nous pourrions continuer ainsi encore longtemps et à chaque tour rajouter les termes correcteurs qui correspondent aux nouvelles hypothèses comme par exemple générer trois, quatre, etc. paires de photons par impulsion de pompe. Cela dit, comme nous pouvons le voir, les termes qui ont été adjoints en passant de l'hypothèse "générer une paire au plus" à "générer deux paires au plus" présentent déjà de plus faibles probabilités de réalisation. En effet, si l'on considère que $\eta_{d1} \ll 1$[27], il s'ensuit que $\Gamma \to 1$ et $\Gamma' \to \mathcal{P}^2_{paire}$, avec obligatoirement $\mathcal{P}^2_{paire} < 1$. De là, compte tenu de cette remarque et des faibles puissances de pompe injectées ($\sim 50\,\mu W$ au maximum), il paraît raisonnable de stopper là le développement. Nous justifierons à posteriori cette supposition.

2.3.4 Interprétation des calculs

Nous venons de calculer les probabilités d'obtenir une coïncidence pour l'ensemble des pics visualisés sur l'histogramme 2.14 donné par le TAC lorsque le guide est pompé en régime impulsionnel. Avec ceci, nous allons chercher à déterminer la valeur expérimentale de la probabilité de créer *une* paire de photons par impulsion laser ($\rightsquigarrow \mathcal{P}_{paire}$). Cela va être rendu possible en calculant tout d'abord les rapports de ces diverses probabilités pour les deux hypothèses étudiées, puis en les identifiant aux rapports entre les hauteurs des pics correspondant sur l'histogramme 2.14. Par exemple, le rapport entre la probabilité de compter un événement dans le pic central et la probabilité d'en compter un dans le premier pic satellite à droite sera identifié au rapport des amplitudes des pics associés pour une puissance de pompe donnée. Et c'est de cette identification que nous tirerons la valeur de $\mathcal{P}_{paire}$.

Remarquons que l'histogramme expérimental 2.14 est véritablement la figure clé de notre interprétation. En effet, chaque courbe qu'il contient à été tracée à puissance de pompe constante et il apparaît que le poids des pics satellites, rapporté au pic central normalisé, augmente avec la puissance.

[27] Dans notre cas, $\eta_{d1} = \mu_1\eta_1 \approx 10^{-2}$ comme nous l'avons vu pour le cas continu.

Rapports entre les diverses probabilités

Déterminons les rapports des probabilités calculées plus haut dans le cas de nos deux hypothèses, à savoir "créer une paire au plus" et "créer deux paires au plus". Nous jaugerons par la suite, en fonction de la puissance de pompe considérée, si les apports des termes correctifs de la seconde hypothèse sont significatifs. Il vient :

⋆ CAS DE LA GÉNÉRATION D'UNE PAIRE DE PHOTONS AU PLUS ↦ **HYPOTHÈSE 1**

On obtient simplement les deux relations suivantes :

$$\frac{\mathcal{P}_{n=1}^{\Delta t=0}}{\mathcal{P}_{n=1}^{\Delta t=+12,5}} = \frac{1}{2\left(1-\eta_{d2}\right)\mathcal{P}_{paire}} \tag{2.37}$$

qui témoigne du poids donné au premier pic satellite par rapport au pic central à puissance de pompe constante, et

$$\frac{\mathcal{P}_{n=1}^{\Delta t=+12,5}}{\mathcal{P}_{n=1}^{\Delta t=+25}} = \frac{1}{1-\eta_{d2}\mathcal{P}_{paire}} \tag{2.38}$$

qui indique le poids relatif entre les deux premiers pics à droite du pic central.

⋆ CAS DE LA GÉNÉRATION DE DEUX PAIRES AU PLUS ↦ **HYPOTHÈSE 2**

De la même façon, il vient les relations

$$\frac{\mathcal{P}_{n=1,2}^{\Delta t=0}}{\mathcal{P}_{n=1,2}^{\Delta t=+12,5}} = \frac{1+2\mathcal{P}_{paire}}{2\left(1-\eta_{d2}\right)\left[1+\mathcal{P}_{paire}\right]\left[1+\left(1-\eta_{d2}\right)\mathcal{P}_{paire}\right]\mathcal{P}_{paire}} \tag{2.39}$$

et

$$\frac{\mathcal{P}_{n=1,2}^{\Delta t=+12,5}}{\mathcal{P}_{n=1,2}^{\Delta t=+25}} = \frac{1}{\left(1-\eta_{d2}\right)\left(1+\mathcal{P}_{paire}\right)} \tag{2.40}$$

auxquelles on peut donner la même interprétation que pour l'hypothèse précédente.

⋆ SIMPLIFICATION

Sachant que dans notre cas $\eta_{d2} \approx 10^{-2}$ et que cette probabilité peut être négligée devant l'unité, les expressions 2.37, 2.38, 2.39 et 2.40 peuvent se réduire aux formes simplifiées suivantes :

$$\left\{\begin{array}{ll} \dfrac{\mathcal{P}_{n=1}^{\Delta t=0}}{\mathcal{P}_{n=1}^{\Delta t=+12,5}} = \dfrac{1}{2\mathcal{P}_{paire}} & (a) \\ & \textit{pour l'hypothèse 1} \\ \dfrac{\mathcal{P}_{n=1}^{\Delta t=+12,5}}{\mathcal{P}_{n=1}^{\Delta t=+25}} = \dfrac{1}{1-\eta_{d2}\mathcal{P}_{paire}} & (b) \end{array}\right. \tag{2.41}$$

et

$$\left\{\begin{array}{ll} \dfrac{\mathcal{P}_{n=1,2}^{\Delta t=0}}{\mathcal{P}_{n=1,2}^{\Delta t=+12,5}} = \dfrac{1+2\mathcal{P}_{paire}}{2\left(1+\mathcal{P}_{paire}\right)^2\mathcal{P}_{paire}} & (a) \\ & \textit{pour l'hypothèse 2} \\ \dfrac{\mathcal{P}_{n=1,2}^{\Delta t=+12,5}}{\mathcal{P}_{n=1,2}^{\Delta t=+25}} = \dfrac{1}{1+\mathcal{P}_{paire}} & (b) \end{array}\right. \tag{2.42}$$

Il apparaît donc une différence notoire entre les deux descriptions utilisées. En effet, il semble que les facteurs correctifs mis en évidence lors du développement de la seconde hypothèse (voir paragraphe 2.3.3) tendent à préciser la valeur de $\mathcal{P}_{paire}$. C'est ce que nous nous proposons de vérifier dans les paragraphes qui suivent.

Bien entendu, nous pourrions décliner des relations similaires pour l'ensemble des paires de pics satellites. Toutefois, le paramètre qui nous intéresse est contenu dans les équations ci-dessus rendant inutile leur développement.

⋆ Remarque :

Les relations 2.41(b) et 2.42(b) démontrées ci-dessus ne sont pas utilisables ici. En effet, il n'est pas possible de différencier les hauteurs des premier et second pics satellites sur la figure expérimentale 2.14, et ce quelle que soit la puissance de pompe donnée au guide PPLN. Si l'on posait les rapports correspondant égaux à 1, on trouverait une probabilité $\mathcal{P}_{paire}$ nulle, ce qui n'est clairement pas acceptable ici. Nous ne pouvons donc tirer aucune information quant à la valeur expérimentale de $\mathcal{P}_{paire}$ de cette façon. Toutefois, le fait que ce rapport soit égal à l'unité n'est pas étrange si l'on regarde à deux fois les relations 2.41(b) et 2.42(b). En effet, si l'on considère encore η_{d2} et $\mathcal{P}_{paire}$ faibles devant l'unité, il vient logiquement que $\frac{\mathcal{P}_{n=1,2}^{\Delta t=0}}{\mathcal{P}_{n=1,2}^{\Delta t=+12,5}} \rightarrow 1$. C'est ce que nous vérifions expérimentalement sur l'histogramme 2.14. Ainsi, grâce à ces constatations, nous pouvons penser que $\mathcal{P}_{paire}$ reste petite devant 1 pour l'ensemble

des puissances délivrées au guide.

Dès lors, ce sont les relations qui réfèrent aux rapports entre les hauteurs du pic central et du premier pic satellite (formules 2.41(a) et 2.42(a)) qui vont nous permettre de remonter, à puissance de pompe constante, à la probabilité de créer une paire de photons par impulsion laser.

Les équations à résoudre

Appelons α l'amplitude du premier pic satellite à droite du pic central tel que le rapport entre les hauteurs de ceux-ci puisse s'écrire $\dfrac{1}{\alpha}$ (la hauteur du pic central étant normalisée à 1). Ainsi, des relations 2.41(a) et 2.42(a) nous allons tirer deux équations de type $\mathcal{P}_{paire}(\alpha)$ pour nos deux hypothèses de départ. On a donc de façon triviale :

$$\begin{cases} \dfrac{1}{2\mathcal{P}_{paire}} = \dfrac{1}{\alpha} & (a) \\ \\ \dfrac{1+2\mathcal{P}_{paire}}{2\left(1+\mathcal{P}_{paire}\right)^2\mathcal{P}_{paire}} = \dfrac{1}{\alpha} & (a') \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathcal{P}_{paire} = \dfrac{\alpha}{2} & (b) \\ \\ \frac{2}{\alpha}\mathcal{P}_{paire}^3 + \frac{4}{\alpha}\mathcal{P}_{paire}^2 + 2\left(\frac{1}{\alpha}-1\right)\mathcal{P}_{paire} - 1 = 0 & (b') \end{cases} \tag{2.43}$$

où les équations (b) et (b') correspondent respectivement aux hypothèses 1 et 2.

De là, les deux dernières équations ((b) et (b')) vont nous permettre de déduire $\mathcal{P}_{paire}$ pour chacune des deux hypothèses puis d'en comparer les valeurs pour chaque puissance de pompe. Ainsi, nous pourrons observer, s'il existe, le point de convergence des deux descriptions.

Remarque :

Faisons l'hypothèse, presque raisonnable, selon laquelle $\mathcal{P}_{paire}^3 \ll \mathcal{P}_{paire}^2$. L'équation (b') du système 2.43 ci-dessus se réduit alors à une équation de second degré très facilement solvable et qui s'écrit :

$$\frac{4}{\alpha}\mathcal{P}_{paire}^2 + 2\left(\frac{1}{\alpha}-1\right)\mathcal{P}_{paire} - 1 = 0 \tag{2.44}$$

Le calcul du déterminant se symétrise parfaitement et mène à l'expression $\Delta =$

$4\left(\frac{1}{\alpha}+1\right)^2$. Les solutions $\mathcal{P}_{paire}$ associées sont donc :

$$\begin{cases} \mathcal{P}_{paire,1} = -\frac{1}{2} \\ \mathcal{P}_{paire,2} = \frac{\alpha^2}{2} \end{cases} \tag{2.45}$$

Si la première, indépendante de α, n'est pas viable en raison de son signe négatif, la seconde correspond exactement à celle donnée par l'hypothèse 1, à savoir "créer une paire au plus" (première relation du système 2.43). Nos hypothèses et nos simplifications sont donc en bon accord et notre modèle semble cohérent. On peut conclure de cette remarque que l'hypothèse 1 correspond à la limite de l'hypothèse 2 pour les faibles probabilités de créer une paire de photons.

Applications numériques et vérifications de la validité des hypothèses

Le tableau suivant présente les résultats des calculs pour nos deux hypothèses *en tenant compte, pour la seconde, du terme cubique.*

Puissance (μW)	α	$\mathcal{P}_{paire}$ *hyp.* 1	$\mathcal{P}_{paire}$ *hyp.* 2
53	$0,38$	$0,190$	$0,185$
36	$0,26$	$0,130$	$0,128$
$15,7$	$0,13$	$0,065$	$0,0648$
$5,6$	$0,05$	$0,025$	$0,0249$
$1,7$	$0,02$	$0,01$	$0,0099$

Table 2.4 : Calculs de $\mathcal{P}_{paire}$ pour chaque hypothèse en fonction des diverses puissances de pompe. Les valeurs de α sont déduites de l'histogramme 2.14 pour chaque puissance. Les solutions négatives de l'équation en $\mathcal{P}^3_{paire}$ relative à la seconde hypothèse ont bien sûr été écartées.

A la vue de ces résultats numériques, il apparaît que les deux hypothèses "convergent" à 10^{-3} près à partir de la puissance de pompe de $15{,}7\,\mu W$ ($\Leftrightarrow \alpha = 0,13$). Il s'ensuit qu'à partir de cette puissance la description donnée par l'hypothèse 1 est suffisante pour déterminer la probabilité recherchée. En revanche, pour les puissances supérieures, les valeurs données pour $\mathcal{P}_{paire}$ commencent à diverger pour arriver à une

différence de $1,3 \cdot 10^{-2}$ pour $53\,\mu W$. L'hypothèse 1 induit donc dans ces cas une surévaluation de $\mathcal{P}_{paire}$.

Bien entendu, si nous avions développé un calcul selon une hypothèse de type "créer trois paires au plus", nous aurions probablement obtenu plus de précision quant aux valeurs de $\mathcal{P}_{paire}$ et nous aurions ansi été capable de décrire la figure expérimentale pour des puissances encore plus élevées.

Calcul du nombre moyen de paires créées

Nous avons défini $\mathcal{P}_{paire}$ comme étant la probabilité de créer UNE *paire de photons.* Nous venons d'en calculer les valeurs numériques selon nos deux hypothèses qui ont mené, dans un premier temps, aux probabilités de compter des événements coïncidents dans le pic central et dans les pics satellites. Alors, en poussant un peu plus loin la démarche, il va être possible de remonter au nombre moyen de paires créées par impulsion de pompe en utilisant la distribution de Poisson (équation 2.28) qui régit la fluorescence paramétrique. De là, *en prenant dans notre cas $n = 1$* ($\rightsquigarrow$ hypothèse sur $\mathcal{P}_{paire}$), il nous est possible de représenter l'évolution de $P(1, \bar{n})$ (première équation du système 2.29). Ceci fait l'objet des figures 2.19(a) et 2.19(b) ci-dessous.

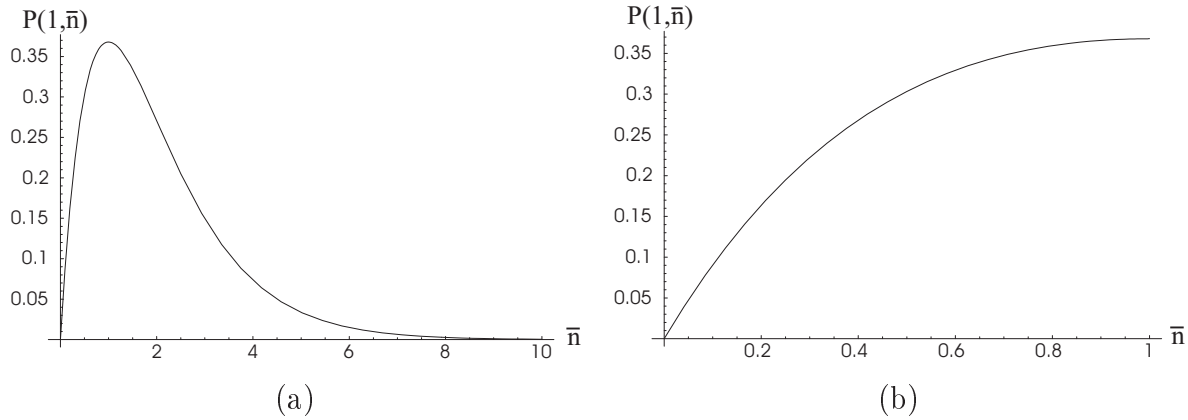


FIG. 2.19 – (a) : Distribution de Poisson pour $n = 1$. (b) est un grossissement de la fonction sur la plage $\bar{n} = [0, 1]$.

Avec ceci, nous allons procéder à une *résolution graphique des $\bar{n}$*. Pour cela, il

suffit de reporter en ordonnée de la courbe 2.19(a) ci-dessus les valeurs de $\mathcal{P}_{paire}$ calculées dans la table 2.4 pour en déduire les abscisses correspondantes ($\bar{n}$). Nous avons regroupé l'ensemble des solutions dans le tableau 2.5 qui suit.

$Puissance\ (\mu W)$	α	$\mathcal{P}_{paire}$ $hyp.$ 1	$\bar{n}$	$\mathcal{P}_{paire}$ $hyp.$ 2	$\bar{n}$
53	$0,38$	$0,190$	$0,242 - 2,626$	$0,185$	$0,233 - 2,669$
36	$0,26$	$0,130$	$0,151 - 3,204$	$0,128$	$0,148 - 3,227$
$15,7$	$0,13$	$0,065$	$0,0696 - 4,158$	$0,0648$	$0,0694 - 4,162$
$5,6$	$0,05$	$0,025$	$0,0256 - 5,369$	$0,0249$	$0,0255 - 5,374$
$1,7$	$0,02$	$0,01$	$0,01 - 6,472$	$0,01$	$0,01 - 6,473$

Table 2.5 : Calculs des nombres moyens $\bar{n}$ de paires de photons créées pour les valeurs de $\mathcal{P}_{paire}$ répertoriées dans le tableau 2.4. La forme de la courbe 2.19(a) induit deux solutions pour chaque valeur de $\mathcal{P}_{paire}$.

Comme on peut le voir, il existe, pour chaque hypothèse, un ensemble de solutions telles que $\bar{n} > 2$ et telles que $\bar{n}$ croît lorsque que $\mathcal{P}_{paire}$ diminue. Ceci étant en contradiction avec les observations expérimentales de la figure 2.14 (la probabilité de créer une paire diminue avec la puissance $\Rightarrow$ $\bar{n}$ ne peut peut pas augmenter), ces valeurs sont à écarter puisque dénuées de sens physique. Ainsi, nous supposerons vraies les valeurs qui correspondent à un nombre moyen compris entre 0,242 et 0,01 pour l'hypothèse 1 et entre 0,233 et 0,01 pour l'hypothèse 2. Notons par ailleurs que l'on observe toujours une convergence des deux descriptions autour de la puissance de 15,7 μW.

⋆ Retour sur l'hypothèse $\mathcal{P}_{2\,paires} \rightarrow \dfrac{\mathcal{P}^2_{paire}}{2}$ et extension du calcul

Nous avons vu plus haut que nous pouvions approximer $\mathcal{P}_{2\,paires}$ par $\dfrac{\mathcal{P}^2_{paire}}{2}$ dans le cas de $\bar{n}$ petit devant l'unité (voir équations 2.29 et 2.30). Toutefois, comme le montre le tableau 2.5 ci-dessus, les deux premières valeurs de $\bar{n}$ dans le cas de l'hypothèse 2 ne vérifient pas cette condition, invalidant de fait la simplification utilisée. Nous allons donc inclure ici la contribution du terme $e^{-\bar{n}}$ écarté jusque là.
Alors, en remarquant (via le système 2.29) que pour un $\bar{n}$ donné $\mathcal{P}_{2\,paires} = \dfrac{e^{\bar{n}}}{2}\mathcal{P}^2_{paire}$,

le développement des probabilités de compter des événements dans le pic central et dans le premier pic satellite mène aux équations :

$$\begin{cases} \mathcal{P}_{n=1,2}^{\Delta t=0} = \frac{1}{2}\eta_{d1}\eta_{d2}\mathcal{P}_{paire}\left(1+2e^{\bar{n}}\mathcal{P}_{paire}\right) & \textit{pour le pic central} \\ \\ \mathcal{P}_{n=1,2}^{\Delta t=+12,5} = \eta_{d1}\eta_{d2}\left(1+e^{\bar{n}}\mathcal{P}_{paire}\right)^2\mathcal{P}_{paire}^2 & \textit{pour le premier pic satellite} \end{cases} \tag{2.46}$$

Notons que nous avons déjà simplifié les termes en $(1-\eta_{d2})$ et que nous n'avons écrit que les premiers termes des suites numériques[28].

Maintenant, la démarche à suivre est inverse à celle que nous avons emprunté jusque là. En effet, le calcul du rapport de ces deux dernières relations va nous mener à une équation de type $\bar{n} = f(\alpha)$ qu'il faudra résoudre numériquement pour les différentes valeurs de α issues de la figure 2.14. Nous pourrons ensuite déduire, via la distribution de Poisson appliquée à chaque cas, la valeur de la probabilité $\mathcal{P}_{paire}$. Remplaçons $\mathcal{P}_{paire}$ par $\bar{n}e^{-\bar{n}}$ dans les deux équations 2.46. Alors, leur rapport donne simplement :

$$\boxed{\frac{1+2\bar{n}}{2\left(1+\bar{n}\right)^2\bar{n}e^{-\bar{n}}} = \frac{1}{\alpha}} \tag{2.47}$$

Ainsi, après résolution de l'équation 2.47 pour les différents α, nous pouvons dresser la table des résultats obtenus :

Puissance (μW)	α	$\bar{n}$	$\mathcal{P}_{paire}$ *hyp. 2 non simpl.*
53	0,38	0,2309	0,1833
36	0,26	0,1482	0,1278
15,7	0,13	0,06937	0,0647
5,6	0,05	0,02563	0,0250
1,7	0,02	0,0101	0,01

Table 2.6 : Calculs des valeurs de $\mathcal{P}_{paire}$ en fonction des $\bar{n}$ donnés par l'équation 2.47 dans le cas de l'hypothèse 2 non simplifiée.

[28] Comme nous l'avons vu, les sommes des raisons des suites (Γ et Γ') se simplifient toujours lors des calculs des rapports entre les probabilités.

En comparant ces résultats avec ceux de l'hypothèse 2 du tableau 2.5, nous voyons que seules les valeurs correspondant à $\alpha = 0,38$ diffèrent réellement. L'apport du calcul rigoureux est donc peu significatif mais permet de vérifier que l'on s'éloigne encore de l'hypothèse 1 (voir tableau 2.5), ce qui tend à nous rassurer quant à la validité de notre modèle.

Conclusion

Ce modèle simple, issu d'un calcul probabiliste visant à répertorier les événements coïncidents dans les divers pics de l'histogramme 2.14, nous a permis de déduire les valeurs expérimentales de la probabilité de créer une paire de photons ainsi que le nombre moyen de paires créées par impulsion laser incidente sur notre guide PPLN. La connaissance exacte de ces valeurs sera déterminante pour les protocoles de communications quantiques nécessitant ou refusant la création de plus d'une paire de photons simultanément.

2.4 Conclusion du chapitre 2

Dans ce chapitre, nous avons présenté le développement de deux modèles dérivant le calcul de l'efficacité d'une source paramétrique de paires de photons ainsi que les résultats expérimentaux correspondants.

Le premier, utilisé pour une pompe en mode continu, permet de mettre un chiffre sur l'efficacité intrinsèque (probabilité de créer une paire de photons par photon de pompe) de la source par le biais des taux de comptage simples et en coïncidence accessibles expérimentalement. Nous avons pu, via cette méthode, tester deux guides d'ondes PPLN et montrer que les valeurs des efficacités obtenues sont toutes deux supérieures à 10^{-6}, ce qui constitue une amélioration significative par rapport aux sources construites autour de guides d'ondes ou de cristaux massifs quadratiques. Par ailleurs, la méthode expérimentale utilisée propose des mesures d'efficacités immunes quant aux pertes rencontrées sur les lignes de comptage. Cette originalité a bien sûr fait l'objet de tests expérimentaux grâce à l'adjonction "volontaire" de pertes. Nous avons conclu que cette immunité était valable dans le cas de détecteurs non saturés

et montrant un rapport signal sur bruit au moins égal à deux.

Le second modèle, relatif à un régime de fonctionnement impulsionnel, permet quant à lui de mettre un chiffre expérimental sur le nombre moyen de paires de photons créées par impulsion de pompe au sein de notre guide optique. En effet, l'histogramme des coïncidences, figure clé de l'expérience, est de type multi-pics contrairement à celui obtenu pour le cas continu. Ainsi, c'est grâce au rapport entre les hauteurs du pic central et des pics satellites que nous avons pu déterminer la probabilité de créer une paire de photons par impulsion laser, et en déduire le nombre moyen de paires créées via la distribution de Poisson.

Remarquons enfin que les démarches scientifiques furent opposées pour les deux cas présentés ici. En effet, le premier modèle a fait l'objet d'une étude théorique visant à déterminer une façon simple de remonter à l'efficacité d'une source alors que le second s'est avéré nécessaire à la vue des observations expérimentales du mode pulsé (histogramme des coïncidences).

Chapitre 3

Les interférences quantiques

Nous avons vu au chapitre 2 comment caractériser l'efficacité d'une source de paires de photons. Ce paramètre ne permet cependant d'obtenir qu'une partie de l'information utile à l'utilisation de la source considérée à des fins d'expériences de communications quantiques. Il est en effet d'une importance capitale d'en caractériser l'enchevêtrement, c'est à dire d'en jauger la capacité à générer des états de type non-locaux capables de violer les inégalités de Bell [10].

Bien sûr, comme on a déjà eu l'occasion de le mentionner, il existe plusieurs types d'enchevêtrement dont le plus connu est sans doute l'enchevêtrement en polarisation. C'est en effet celui qui a été le plus expérimenté en espace libre (voir l'ensemble non exhaustif des références suivantes citées dans l'ordre chronologique d'apparition [6, 7, 5, 93, 59, 62, 110]), mais aussi celui qui est au cœur de la plupart des développements théoriques. Cela dit, depuis une dizaine d'années et parallèlement au développement des réseaux télécoms, les chercheurs se sont naturellement orientés vers le transports des photons dans les fibres optiques rendant du coup l'enchevêtrement en polarisation très difficilement utilisable en raison des problèmes liés à la Dispersion des Modes de Polarisation[1]. C'est pourquoi l'enchevêtrement en énergie-temps appliqué aux longueurs d'ondes télécoms s'est posé comme le candidat idéal pour les expériences mettant en œuvre plusieurs kilomètres de fibres (voir par exemple les références de Rarity [85, 86] et de Tittel [104, 102][2]). Toutefois, notons que l'enchevê-

[1] Vient de l'anglais Polarization Mode Dispersion ou PMD en abrégé.

[2] La dernière référence est une description générale des ingrédients théoriques et expérimentaux

trement en énergie-temps n'a pas toujours fait l'objet d'études sur grandes distances et l'on pourra trouver d'autres caractérisations le concernant notamment dans les références suivantes [24] et [61].

De notre côté, l'idée de départ fut d'adjoindre les atouts de l'Optique Intégrée aux expériences d'Optique Quantique en tentant notamment d'apporter une amélioration significative au niveau de la source, ce qui fut le cas en terme d'efficacité. Aussi, afin d'examiner la qualité de l'enchevêtrement produit au sein de nos guides, nous avons réalisé deux expériences d'interférométrie à paires de photons qui, nous allons le voir, conclurent toutes deux à une violation de l'inégalités de Bell [101] correspondante. La première, basée sur le protocole de Franson [44], a montré un haut degré d'enchevêtrement en énergie-temps en mode continu, tandis que la seconde, sur une idée originale établie au GAP en 1999 [25], nous a permis de mettre en évidence ce que l'on appelle l'enchevêtrement en "time-bins"[3] en mode impulsionnel.

Ainsi, nous proposerons tout d'abord de revenir sur quelques considérations théoriques et historiques axées sur le théorème de Bell [10] et le paradoxe E.P.R.[4] [39]. L'idée n'est pas d'éditer une n^{ieme} façon de présenter les choses mais plutôt de donner au lecteur une description synthétique et originale des éléments nécessaires à la compréhension des résultats expérimentaux que nous présenterons. Puis, nous nous focaliserons essentiellement sur les intrications en énergie-temps et en time-bins pour lesquelles nous développerons tour à tour la théorie sous-jacente ansi que les résultats que nous avons obtenus à Genève avec nos guides PPLN.

Avertissement préliminaire :

Les deux paragraphes qui suivent ne sont pas écrits pour "réchauffer" les controverses sur le paradoxe E.P.R. et les inégalités de Bell d'ailleurs réglées depuis de nombreuses années. Nous croyons simplement utile de proposer au lecteur un aperçu didactique des arguments E.P.R.–Bell auxquels nous opposerons plus loin dans l'exposé des résultats expérimentaux. Toutefois, le lecteur familier avec ces idées pourra directement se rendre à l'essentiel de notre travail qui débute au paragraphe 3.3.

---

utiles à la réalisation de tests de Bell sur grandes distances.

[3] Les lecteurs pardonneront, nous l'espérons, la non traduction en français de cette désignation...

[4] Du nom des auteurs Einstein, Podolsky et Rosen.

3.1 La petite histoire des paires de particules

3.1.1 Les inséparables

Les perroquets désignés par l'appellation d'"Agapornis à tête grise" sont plus généralement connus sous le nom "d'inséparables". Ils le doivent au comportement des membres de chaque couple qui ne se quittent pas et se tiennent serrés, l'un contre l'autre, sur leur perchoir[5,6].

Bien que les ornithologistes savent depuis longtemps qu'il existe dans la nature des perroquets inséparables, les physiciens se sont convaincus il y a à peine vingt ans qu'il en est de même pour certains systèmes quantiques. Notons à ce titre qu'Albert Einstein, qui fut pourtant l'un des pionniers de la compréhension des phénomènes quantiques[7], n'accepta jamais l'une des particularités de la physique quantique : la non-localité[8] portée par les paires de particules dans un état d'enchevêtrement. En effet, l'idée de localité des objets va de soi et toute chose nous apparaît située en une zone donnée de l'espace. Aussi lorsque deux objets se trouvent en des lieux différents, nous pensons que les effets de l'un sur l'autre décroissent avec la distance. Plus exactement, nous pensons que deux événements lointains ne peuvent s'influencer mutuellement que s'il existe une médiation de quelque ordre que ce soit...

Du coup, on a longtemps essayé d'appliquer ces idées directement issus de la mécanique classique aux paires de particules. Forts de l'assertion "un tout n'est-il pas la somme de ses parties ?", nous considérions que chacune des particules composant le système pouvait être décrite indépendamment de sa conjointe. Pourquoi pas ? Après tout, ces principes sont d'une logique implacable même en ce qui concerne nos perroquets : si nous arrachons une plume à l'un des inséparables, son comparse ne saurait s'en plaindre ! Sans doute, mais en ce qui concerne les particules, la physique quantique qui les décrit est à l'origine de nombreuses surprises qui tendent souvent à couper court aux idées les plus évidentes. En effet, l'essentiel va découler de la non-

[5] De Charles Ruhla, "La Physique du Hasard : de Blaise Pascal à Niels Bohr".

[6] D'ailleurs qui tente de les séparer se heurte à de fortes représailles, comme en rapporte le film "Les Oiseaux" d'Alfred Hitchcock.

[7] Il décrivit par exemple dès 1905 l'effet photo-électrique en termes d'échange de photons.

[8] Engendrée par la non-séparabilité de la fonction d'onde décrivant le système considéré.

séparabilité de la fonction d'onde qui représente la paire de particules. En d'autres termes, la partie représentative de l'une des particules ne peut être factorisée à celle qui décrit la seconde. C'est bien cette particularité qui est capable de mettre en défaut le caractère absolu de localité comme nous l'avons défini plus haut. Nous essayerons de comprendre ce principe au cours de la discussion qui suit.

3.1.2 Einstein et Bohr : les prémisses d'un débat

Encore quelques années avant sa mort, le père de la relativité faisait part à Louis De Broglie du côté insaisissable du sujet : "Je dois ressembler à une autruche qui sans cesse cache sa tête dans le sable pour ne pas faire face aux méchants quanta". Einstein considérait la physique quantique comme une théorie ingénieuse ; il reconnaissait par ailleurs son efficacité opératoire ainsi que sa portée pratique mais il niait néanmoins qu'elle put dépeindre les structures intimes du réel tel qu'il existe indépendamment de nous. Ses objections à son égard étaient de deux ordres. D'abord, une théorie idéale à ses yeux devait éliminer le hasard de ses propres principes. Ensuite, Einstein tenait au réalisme ordinaire des physiciens : la physique se doit de retrouver l'idée d'un monde réel dont les plus minuscules parcelles existent objectivement, que nous les observions ou non. Il existait donc pour lui des faits et des événements qui étaient réels, mais pas seulement des réalités pour nous, mais bien d'authentiques réalités tout court. Et c'est ce réalisme qui lui semblait être mis de côté par la physique quantique orthodoxe défendue par Bohr faisant plutôt explicitement intervenir la mesure dans la définition des propriétés des objets.

Aussi Einstein n'accepta jamais cette idée de non-localité quantique si bien qu'une célèbre controverse concernant la complétude du formalisme quantique prit place entre Bohr et lui-même. Il y avait d'un côté les idées réalistes et locales d'Einstein et de l'autre les idées probabilistes et non-locales de Bohr. C'est d'ailleurs en référant au fameux problème des particules jumelles que Einstein résuma comme suit ses conclusions à la fin d'une longue lettre à Bohm en 1949 :

" ...il faut abandonner l'une des deux assertions suivantes :

- la description au moyen de la fonction $|\Psi\rangle$ est complète ;
- les états réels de deux objets séparés spatialement sont indépendants l'un de

l'autre. "

Ne trouvant alors aucune raison convaincante d'abandonner la seconde assertion qui souligne irrémédiablement les principes de localité et de réalité, celui-ci préféra supposer que la mécanique quantique fût incomplète. Il n'avait pas formulé ses objections sous forme de généralités mais plutôt sous la forme d'une expérience de pensée (une de ses fameuses "Gedanken Experimenten") détaillée dans un article co-écrit en 1935 avec Podolsky et Rosen [39]. Dans cette expérience à deux particules corrélées, les auteurs proposent de violer l'inégalité de Heisenberg par le biais d'un astucieux jeu de mesures sur lequel nous reviendrons. Or, d'après la seconde assertion ci-dessus, l'opération de mesure sur le premier système ne peut avoir changé l'état du second : c'est donc que pré-existait dans celui-ci un certain "élément de réalité physique" qui détermine le résultat. Et Einstein, ne trouvant dans le formalisme quantique aucune contrepartie de cet état objectif conclut que la mécanique quantique fût incomplète. Cette expérience par la pensée prit une telle ampleur que l'on en trouva des échos jusque dans le New York Times.

Prenant au sérieux la conclusion d'Einstein, les gens commencèrent à s'intéresser aux théories locales à variables cachées (LHVT)[9]. Ce formalisme était destiné à apporter la partie manquante au problème en complétant la description quantique par des paramètres supplémentaires qui diffèrent d'un tir à l'autre pour des systèmes décrits par le même état quantique. Ainsi, lorsque ces paramètres supplémentaires sont connus, les résultats des mesures sont déterminés. Par conséquent, avec un tel formalisme, le problème E.P.R. était levé. Mieux, il semblait que l'on puisse résoudre du même coup l'une des plus sérieuses difficultés de la physique quantique : l'interaction entre les particules et les appareils de mesure. De nouvelles interprétations virent alors le jour comme notamment celle de Bohm en 1951 [17]. On était alors en présence d'un statu quo : chacun pouvait à sa guise suivre les "mouvements" LHVT ou quantique qui ne différaient que par leurs fondements mais non par leur prédictions.

C'est alors que John Bell, théoricien du CERN, fit en 1964 une découverte fondamentale : il montra, dans le cadre d'une situation E.P.R., que l'ensemble des théories locales à variables cachées était *incompatible avec certaines prédictions de la méca-*

[9] Vient de l'anglais "Local Hidden Variable Theories.

nique quantique [10]. Et le conflit entre les deux formalismes apparaît alors au travers des inégalités de Bell qui se pose comme la véritable frontière entre les descriptions locale (LHVT) et non-locale (théorie quantique) du réel. Notons qu'en 1969, la théorie de Bell fut étendue par Clauser, Horne, Shimony et Holt. L'inégalité correspondante porte maintenant le sigle d'inégalité BCHSH [32, 31]. Aussi, de façon générale, si le lecteur est intéressé par une vue globale des articles de Bell, il pourra se reporter à un volume de "collected papers" publié en 1987 [12].

Il faut cependant souligner l'efficacité du théorème de Bell. En effet, les physiciens possédaient désormais un paramètre testable expérimentalement et qui allait leur permettre de trancher en faveur de l'une des deux interprétations possibles ! Suite aux nombreuses expériences que nous avons déjà citées plus haut[10] et dont la liste n'est pas exhaustive, l'histoire allait donner raison à Bohr et à sa physique orthodoxe.

3.1.3 Einstein et Bohr : réalisme ou positivisme ?

A l'époque, les problèmes physiques dépendaient volontiers des courants de pensée en présence. Et bien sûr, Einstein et Bohr montraient de ce côté là des divergences fondamentales matérialisant les véritables enjeux de l'un des débats les plus passionnés du XX^{ieme} siècle.

De Côme à Bruxelles

Si Einstein était tourné du côté du réalisme et du déterminisme, Bohr lui s'entendait plutôt avec le probabilisme et le positivisme[11]. C'est lors des réunions scientifiques que les deux hommes, pourtant amis, s'affrontent avec virulence. Par exemple, le 26 septembre 1927, Niels Bohr prononça à Côme une conférence mémorable. Il y joua le rôle d'ardent promoteur de la jeune Mécanique Quantique. Tout particulièrement, il insista sur les nouvelles inégalités démontrées un an plus tôt par Heisenberg :

– l'inégalité position-impulsion $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$;

[10] Les premières expériences reconnues comme incontestables furent celles d'Aspect et ses collaborateurs menées à Orsay au début des années 80 [6, 7, 5].

[11] Une théorie physique se doit de décrire les relations entre les grandeurs mesurables. Elle n'indique pas s'il existe un objet caractérisé par ces grandeurs, ni même si cette question a un sens.

– l'inégalité énergie-temps $\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$ qui est identique à la relation de passage entre les deux espaces réciproques de Fourier.

Elles impliquent l'impossibilité de définir des conditions initiales précises pour un système quantique[12] donné et mieux encore, elles empêchent de connaître simultanément les valeurs précises de deux observables telles que la position et l'impulsion ou l'énergie et le temps d'émission. Ceci conduit à l'impossibilité de définir une mécanique déterministe de l'infiniment petit à l'image de la mécanique classique. Seule une théorie probabiliste est alors possible : c'est la Mécanique Quantique.
Einstein, radicalement opposé à ce point de vue, fera connaître sa position au congrès de Bruxelles en 1930 où il joua le rôle du contradicteur qui sait poser les questions pertinentes. Il chercha en vain à montrer que l'on peut transgresser ces inégalités. C'est alors au prix de nuits d'insomnie, employées à l'analyse des objections de son adversaire, que Bohr réfuta toutes les critiques d'Einstein et qu'il sortit grand vainqueur de la conférence.

Du retour de Bruxelles au paradoxe E.P.R.

Battu à Bruxelles, Einstein va chercher à préciser encore davantage le sens de ses objections. Puisqu'il pense que les observables position et quantité de mouvement peuvent exister réellement et simultanément, il considère la Mécanique Quantique comme incomplète et devant être dépassée. A ce stade du débat, il est possible de résumer les positions des deux protagonistes :

– Pour Einstein, une théorie physique doit être une représentation complète et déterministe[13] de la réalité d'un phénomène. Elle devra faire intervenir des variables connues, les observables, et d'autres variables, pour le moment inconnues, que l'on appellera les variables cachées ou supplémentaires. Ainsi, dans l'ignorance actuelle de ces nouvelles variables, le comportement de la matière au niveau de l'infiniment petit nous apparaît comme arbitraire, et nous utilisons pour le décrire une théorie incomplète et probabiliste.

[12] Système pour lequel la quantité d'action associée est de l'ordre de la constante de Planck [69].

[13] Nous verrons plus loin que le déterminisme est une conséquence de l'hypothèses de localité couplée à l'adjonction de variables supplémentaires et non une hypothèse fondamentale.

– Pour Bohr, une théorie physique n'a de sens que si elle met en relation des grandeurs observables. La Mécanique Quantique décrit correctement l'ensemble du comportement perceptible des objets infiniment petits, et c'est en ce sens une théorie complète. Le comportement du réel est probabiliste, ce qui veut dire que le hasard est dans l'essence même des phénomènes.

Entre le hasard par ignorance, défendu par Einstein, et le hasard par essence, proposé par Bohr, le débat ne va pas rester sur le seul plan philosophique. C'est tout naturellement qu'il va revenir sur le terrain de la physique expérimentale grâce à l'apport fondamental de Bell cité plus haut. A ce titre, la violation expérimentale du théorème de Bell a représenté l'un des grands challenges de l'histoire de la physique quantique puisqu'il aura fallu près de vingt ans, depuis Bell, pour arriver à démêler les difficultés[14] pour enfin montrer que la description des théories LHVT n'est pas bonne.

Nous allons maintenant décrire une situation de type E.P.R., la plus générale possible, pour laquelle nous développerons l'argument fort de Bell menant à sa fameuse inégalité. Nous verrons en quoi la description des théories locales diffèrent de celle de la physique quantique encore en vigueur aujourd'hui.

3.2 Le paradoxe E.P.R. et le théorème de Bell

3.2.1 Ingrédients d'une situation E.P.R.

La figure 3.1 ci-dessous représente la matérialisation de l'expérience de pensée initialement présentée par E.P.R. [39] et reprise plus tard par Bohm [17].

Nous avons donc besoin des éléments suivants :

(i) Une source S de paires de particules émettant par exemple des photons jumeaux intriqués en polarisation ou en énergie-temps ou encore des paires d'électrons corrélés en spin. L'essentiel du problème étant que ces paires de particules puissent être décrites par un état dit d'intrication que nous représenterons dans

[14] C'est le comble des états enchevêtrés...

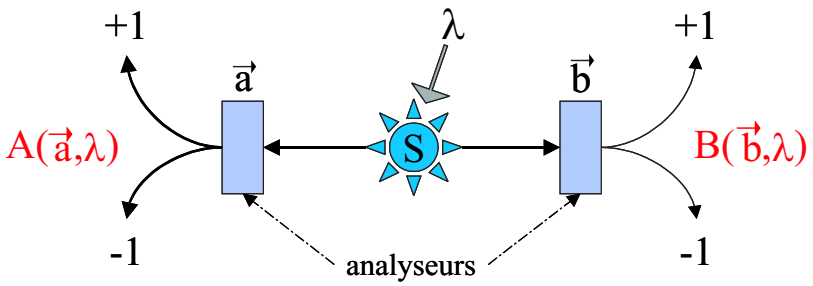


FIG. 3.1 – Schéma d'une situation E.P.R. comme proposée par Bohm.

sa forme générale :

$$|\Psi_{1,2}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|+_1,-_2\rangle + |-_1,+_2\rangle\right) \tag{3.1}$$

où les labels 1 et 2 référencent les particules constituant la paire. Notons que cet état appartient à la base des états de Bell (se reporter au paragraphe F.4 de l'annexe F pour plus de détails).

(*ii*) Un système de séparation des paires (non représenté sur la figure), si nécessaire, permettant d'envoyer les deux particules (en des sens opposés si nécessaire) vers leur système de mesure propre.

(*iii*) Des analyseurs qui seront tour à tour des polariseurs, des interféromètres de type Mach-Zehnder ou bien encore des aimants de Stern et Gerlach respectivement dans le cas des enchevêtrements cités plus haut. Notons que chaque particule est analysée avec son propre paramètre d'analyse (représenté par les variables $\overrightarrow{a}$ et $\overrightarrow{b}$ sur la figure) et qui peut être, selon le cas étudié, l'orientation du polariseur, la direction de l'axe de l'aimant ou encore la phase induite dans le bras long de l'interféromètre.

(*iv*) Enfin, des détecteurs et un système de comptage de coïncidences non représentés sur le schéma.

Notons que dans tous les cas, les réponses obtenues en sortie des analyseurs sont dichotomiques (± 1) c'est à dire que seuls deux résultats orthogonaux sont possibles. Par exemple, une composante de spin sera notée $+1$ si la déviation se fait vers le haut et -1 dans le cas contraire. Ces résultats dépendent bien sûr des paramètres

d'analyse associés et seront donc notés sous la forme $A(\overrightarrow{a}, \lambda)$ à gauche et $B(\overrightarrow{b}, \lambda)$ à droite où λ représente la variable supplémentaire. Nous y reviendrons plus loin.

3.2.2 Le théorème E.P.R.

Comme le souligne très justement Laloë [66], il semble que l'article E.P.R. soit l'un des plus cités dans la littérature scientifique. La situation paraît d'autant plus ironique que souvent les arguments d'Einstein sont mal interprétés. En effet, on croît souvent que l'argument le plus chèrement défendu par Einstein fut le déterminisme alors qu'il s'agit en fait d'espace-temps et de causalité, donc de localité. Aussi, Einstein voulait mettre en évidence plus qu'un simple paradoxe. Il désirait proposer un raisonnement solide et logique conduisant, par le biais de certaines hypothèses (comme la relativité et le réalisme[15]), à l'incomplétude du formalisme quantique. Pour insister sur ce qu'est le raisonnement E.P.R., nous parlerons volontiers, à l'instar du même Laloë du théorème E.P.R. que nous énoncerons sous la forme :

Théorème E.P.R. :
Si les prédictions de la mécanique quantique concernant les résultats des mesures sont correctes, et si la réalité physique peut être décrite de façon locale (ou séparable), alors la mécanique quantique n'est ps complète ; il existe des "éléments de réalité" dont elle ne rend pas compte.
Par cette présentation un peu formelle, nous cherchons à mettre en évidence le lien logique entre des hypothèses bien définies et des conclusions. On constate ici que seule l'idée de localité apparaît dans l'argument !
En d'autres termes, l'hypothèse forte de E.P.R. peut être vue comme suit : *la mesure effectuée sur l'une des particules est indépendante de celle effectuée sur sa jumelle.*

Notons enfin que pour illustrer le paradoxe E.P.R. de façon classique, il est de coutume d'utiliser des situations qui mettent en œuvre des dés, des paires de chaussettes, ou encore des jeux de cartes. Nous n'avons pas tenu à ré-éditer ici ce type

[15] La première induit à penser que des événements séparés par un intervalle du genre espace ne sauraient s'influencer et la seconde impose l'objectivité des phénomènes étudiés : ce sont les éléments de réalité chers à Einstein.

d'argumentation compte tenu du nombre de propositions existant dans la littérature. Toutefois, le lecteur intéressé trouvera l'un des meilleurs textes dans la référence [11] où Bell nous parle des chaussettes de son ami Bertlmann. Aussi, une version très didactique a été écrite par Laloë [66] et qui concerne des haricots et leurs gènes.

3.2.3 Mais où est donc le problème ?

Forts de leurs arguments, E.P.R. proposent donc, par leur expérience de pensée, de mettre en défaut le théorème de Heisenberg comme suit :

Considérons l'émission de paires de particules corrélées en spin[16] et que les analyseurs utilisés soient par conséquent des aimants de Stern et Gerlach. En se référant à la figure 3.1, remarquons alors la chose suivante :
Si l'on mesure la composante du spin de la particule de gauche selon la direction d'analyse $\overrightarrow{a}$ et que celle de sa jumelle de droite est mesurée selon la direction $\overrightarrow{b}$, alors, en choisissant particulièrement $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{b}$ et compte tenu de l'état initial 3.1 proposé, les déviations dans les aimants seront à coup sûr opposées. Ce résultat est bien entendu prédit par la mécanique quantique. En résumé, pour des aimants pointant dans la même direction, si le spin est $+1$ à gauche, il sera -1 à droite et inversement. Constatant cela, E.P.R. imaginèrent la situation suivante : supposons que l'on prenne désormais deux directions $\overrightarrow{a}$ (à gauche) et $\overrightarrow{b}$ (à droite) orthogonales et que l'on soumette le jumeau de droite à cette nouvelle direction $\overrightarrow{b}$. Avec ceci, si on mesure le spin du jumeau de gauche selon $\overrightarrow{a}$ et que l'on trouve par exemple $+1$, on peut penser que si l'on avait effectivement mesuré la composante du spin du jumeau de droite selon $\overrightarrow{a}$ on aurait trouvé -1 (à cause du résultat précédent). Et l'on est donc fondé à croire que le spin du jumeau de droite selon $\overrightarrow{a}$ est -1. D'autre part, en mesurant réellement le spin du jumeau de droite selon $\overrightarrow{b}$ ($\perp\overrightarrow{a}$), on trouve aussi un résultat qui vaut ± 1. Sachant alors que selon Heisenberg il n'est pas possible de connaître les composantes de spin selon deux directions orthogonales, l'astuce consistant à utiliser des paires de spins contourne ce théorème. Il y aurait donc des éléments de réalité dont la description quantique ne rend pas compte.

[16] On appelle communément cela une paire de spin $\frac{1}{2}$.

Et le débat reprend...

Insistons cependant bien sur le fait que tout part du principe de complémentarité de Heisenberg. En effet, il était hors de question pour Einstein de penser que deux observables puissent ne pas coexister simultanément et indépendamment de nous et de nos mesures ($\rightarrow$ réalisme). Heisenberg et Bohr, au contraire, stipulaient que toute mesure perturbait irrémédiablement le système quantique étudié, et ceci est d'ailleurs un problème sous-jacens au paradoxe E.P.R. En effet, s'il était possible de constater la déviation d'un quanton selon la direction $\overrightarrow{a}$ dans un premier aimant, puis de faire passer ce même quanton dans un second aimant d'orientation $\overrightarrow{b}$, une expérience si compliquée serait inutile !

3.2.4 L'inégalité de Bell

Nous commencerons par rappeler l'une des démonstrations de ce fameux théorème. Nous insisterons ensuite sur sa généralité.

Démonstration

Dans le cadre strict E.P.R., la démonstration du théorème de Bell tient en trois lignes très simples, le plus long étant en fait de poser les notations. Le cas le plus clair, comme nous l'avons suggéré au paragraphe 3.2.1, est celui de l'exemple de Bohm qui concerne une paire de deux spins $\frac{1}{2}$ émis dans des directions opposées, dans un état singulet comme nous l'avons supposé auparavant (voir la figure 3.1).

Mais quels sont dans ce cas les résultats prévus par la théorie quantique ? En notant par convention ± 1 les résultats possibles en sortie des Stern et Gerlach et en appelant θ l'angle que font entre elles les deux directions d'analyse, la probabilité d'une double détection de résultats $+1 \mid +1$ ou $-1 \mid -1$ prévue par la mécanique quantique est donnée par :

$$P_{(+,+)} = P_{(-,-)} = \sin\theta^2 \tag{3.2}$$

alors que celle d'obtenir deux résultats opposés s'écrit :

$$P_{(+,-)} = P_{(-,+)} = \cos\theta^2 \tag{3.3}$$

Notons que les démonstrations sont triviales et qu'il est notamment possible de les trouver dans le cas de la polarisation des photons dans la référence [3]. Oublions cependant un instant cette mécanique quantique et raisonnons plutôt dans le cadre du théorème E.P.R. A ce titre donnons tout d'abord (enfin !) la signification physique de la variable λ dont nous parlons depuis un moment. Nous dirons donc que la notation λ regroupe, avec toutes ses composantes si elles existent (λ peut être un vecteur de dimension quelconque), tous les éléments de réalité E.P.R. dont la valeur détermine les résultats des mesures A et B. Comme ces résultats dépendent également des conditions de mesure, nous noterons $A(\overrightarrow{a}, \lambda)$ et $B(\overrightarrow{b}, \lambda)$ les fonctions correspondantes. Notons que l'hypothèse de localité, qui doit être présente dans toute théorie LHVT, apparaît ici de façon non ambiguë : les résultats à gauche et à droite ne sauraient dépendre l'un de l'autre puisque les fonctions A et B ne dépendent pas, respectivement, de $\overrightarrow{b}$ et de $\overrightarrow{a}$. Si Bell ne précise pas la nature de λ, c'est pour atteindre le maximum de généralité. De plus, il la tient pour variable aléatoire car il admet implicitement que la création des jumeaux puisse ne pas être elle-même déterministe et trop difficile à prévoir à partir des détails du processus de génération. L'idée sous-jacente est que la connaissance préalable d'un état interne doit permettre de prédire l'issue de la mesure, même si λ est aléatoire. Cela se traduit mathématiquement par le fait que le signe de la déviation doit être pour chacune des deux particules une fonction de λ.

Il suffira en fait pour la suite du développement de se limiter à considérer deux directions d'analyse pour chaque mesure, par exemple $\overrightarrow{a}$ et $\overrightarrow{a'}$ pour l'analyseur de gauche, et $\overrightarrow{b}$ et $\overrightarrow{b'}$ pour celui de droite. On pose alors :

$$\begin{array}{rll} & A(\overrightarrow{a}, \lambda) = A & A(\overrightarrow{a'}, \lambda) = A' \\ et & B(\overrightarrow{b}, \lambda) = B & B(\overrightarrow{b'}, \lambda) = B' \end{array} \tag{3.4}$$

Les quatre nombres A, A', B et B' ont évidement des valeurs bien définies (± 1) pour chaque paire de particules. Il suffit alors de remarquer judicieusement que la somme de produits

$$M = AB + AB' - A'B + A'B' = (A - A')\, B + (A + A')\, B' \tag{3.5}$$

vaut toujours soit $+2$ soit -2. Cela découle immédiatement du fait que l'une des parenthèse du second membre est toujours nulle. Prenant maintenant la valeur moyenne,

comme il est d'usage, sur une grande quantité de paires d'un nombre qui ne peut prendre que ces deux valeurs, on ne peut évidemment trouver qu'un nombre compris entre +2 et -2. On écrira donc :

$$\boxed{-2 \leq \langle M \rangle \leq 2} \tag{3.6}$$

Nous avons là la forme BCHSH du théorème de Bell : *toutes les valeurs moyennes des mesures dont les résultats sont aléatoires à cause des fluctuations d'une cause commune (λ) obéissent nécessairement à cette inégalité.*

Il n'est cependant pas difficile de voir à partir des équations 3.2 et 3.3 que pour des choix judicieux des quatre directions d'analyse $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{a'}$, $\overrightarrow{b}$ et $\overrightarrow{b'}$, l'inégalité 3.6 précédemment démontrée est violée. Ainsi, les raisonnement E.P.R.–Bell conduisent à une contradiction avec les prévisions de la mécanique quantique qui n'est pas une théorie locale et réaliste. En clair, pour une situation E.P.R. donnée, les théories LHVT ne conviennent pas pour décrire ces phénomènes de corrélations et l'on peut dire que les paires de particules forment un objet quantique unique depuis leur création jusqu'à leur détection.
Aujourd'hui, les expérimentateurs ne s'étonnent plus de violer le théorème de Bell qui sert surtout à caractériser la qualité de l'enchevêtrement produit par une source de paires de particules. En effet, les corrélations mesurées doivent suivre les prédictions quantiques mais aussi dépasser les limites imposées par le théorème. Ainsi, plus l'écart entre les valeurs maximales mesurées et les limites supérieures et inférieures proposées sera grand, plus l'état d'enchevêtrement sera pur.

Notons pour conclure ce paragraphe que la démonstration que nous venons de développer est la plus simple mais surtout la plus didactique que nous ayons pu rencontrer. On pourra cependant en trouver une plus "mathématique" dans la référence [51].

Généralité du théorème

Diverses généralisations du théorème 3.6 sont possibles et sont d'ailleurs, dans la plupart des cas, assez simples mathématiquement parlant tout en ayant l'intérêt de couvrir des situations conceptuelles assez différentes. Dans ces généralisations, les résultats des mesures deviennent alors des conséquences à la fois des fluctuations d'une

cause commune passée (λ) mais aussi d'autres phénomènes aléatoires : fluctuations des appareils de mesure, perturbations des particules durant leur temps de vol, voire même d'un indéterminisme de caractère fondamental (voir [11]). De même, les fonctions A et B peuvent inclure, le cas échéant, une très grande variété de phénomènes physiques. Par exemple, on peut très bien imaginer que l'on n'a pas affaire à des particules mais à des champs décrits par une équation de propagation aussi complexe que voulu (voir appendice I de la référence [66]).
La seule chose importante dans l'histoire est *l'existence des fonctions A et B* décrites dans l'idée de localité à laquelle il ne faut surtout pas toucher et qui se manifeste mathématiquement par l'indépendance de A et de B envers les directions d'analyse $\overrightarrow{b}$ et $\overrightarrow{a}$ respectivement[17]. En revanche, si A et B deviennent toutes deux des fonctions de $\overrightarrow{a}$ et $\overrightarrow{b}$, tout change : ce ne sont plus quatre nombres qu'il faut associer à chaque émission de paires de particules, mais bien huit puisqu'il y aurait désormais deux résultats possibles pour chacune des quatre combinaisons possibles d'orientation des analyseurs. La démonstration du paragraphe précédent ne serait bien sûr plus valable. C'est en ce sens que le théorème de Bell est puissant : il intègre intrinsèquement toutes les classes de *théories locales* à variables cachées ou non.

Notons enfin qu'il existe une généralisation intéressante pour laquelle le *temps* remplace les paramètres de mesure. Nous voulons bien sûr parler de la version de Franson publiée en 1989 [44] prouvant du coup que le théorème de Bell ne s'applique pas uniquement à des états particuliers mais bien à tous les états qui ne sont pas des produits. Nous aurons l'occasion de revenir longuement dessus au paragraphe 3.3.

3.2.5 Les failles ou "loopholes"

Bien sûr, toutes les expériences ne sont pas parfaites, même celles (surtout celles diraient certains) qui ont tranché en faveur de l'interprétation quantique. Il est donc toujours logiquement possible d'invoquer des scénarios pour lesquels certains processus "conspirent" afin de nous donner l'illusion de la concordance entre les résultats expérimentaux et les prévisions quantiques. Citons donc deux conspirations fréquemment prononcées par les détracteurs de la théorie quantique.

[17] Notons que ces directions peuvent être choisies arbitrairement par les expérimentateurs.

Tout d'abord, il est impossible d'affirmer que toutes les paires de particules émises sont mesurées, la très grande majorité échappant tout simplement au processus de détection. Pour s'en convaincre, il suffit par exemple de se référer à notre expérience de comptage de coïncidences développée au chapitre 2 et dont le principe de détection est du même type que dans les expériences de Bell (aux analyseurs près). Les efficacités de collection et de détection sont si faibles que l'on espère détecter à peine $N \times 10^{-4}$ paires, N étant le nombre total de paires créées. Certains se sont d'ailleurs amusés à montrer que l'efficacité totale de détection minimale requise devait s'élever à 82,8% $(2\left(\sqrt{2}-1\right))$ pour fermer cet échappatoire (voir la très bonne référence publiée par Eberhard [37] en 1993).
On peut cependant appréhender le problème d'une façon plus fondamentale. Supposons que le rôle des couples analyseurs–détecteurs soit en fait de sélectionner une toute petite proportion de paires appartenant à une sous-classe bien définie. Ainsi, dès que les analyseurs seraient placés dans une configuration différente, c'est une autre sous-classe, peut-être complètement disjointe qui serait sélectionnée si bien qu'en affectant des propriétés particulières à chacune d'elles, on pourrait retrouver les prédictions quantiques concernant les corrélations. En effet, si par exemple la distribution de probabilité de λ dépend de $\overrightarrow{a}$, de $\overrightarrow{b}$ ou bien des deux, la démonstration mathématique du théorème de Bell devient impossible et l'on échappe à son universalité simplement en acceptant que les échantillons sont biaisés. De son côté, le théorème de Bell suppose soit que toutes les paires émises sont détectées, soit que les échantillons reçus ne sont pas trafiqués.
Il est toutefois bien difficile d'imaginer une conspiration des analyseurs destinée à tromper les expérimentateurs. D'ailleurs, même si cette conspiration reste logique et acceptable, aucune indication, même si petite soit-elle, ne vient tendre en sa faveur. Il est cependant correct de dire que les expériences réalisées à ce jour supposent un fonctionnement objectif non démontré des analyseurs utilisés.

L'autre faille peut être vue comme "une épreuve relativiste". En effet, quand le circuit de coïncidences compte un événement, cela signifie que deux particules se sont présentées à l'entrée des détecteurs avec un intervalle de temps au plus égal au temps de résolution du circuit (par exemple de l'ordre de quelques nanosecondes dans l'ex-

périence d'Orsay et sub-nanoseconde chez nous). Est-il alors possible, pendant cet intervalle de temps, que le détecteur qui fait "clic" en premier envoie un signal à son homologue capable d'influencer le résultat de la mesure ? Dans le cas le moins défavorable, l'information voyagerait à la vitesse de la lumière (vitesse maximale susceptible de véhiculer l'énergie selon le principe de la relativité restreinte). Si tel était le cas, il aurait fallu par exemple une dizaine de nanosecondes à celle-ci pour parcourir les 12 m séparant les détecteurs d'Aspect, c'est à dire beaucoup trop ! C'est donc en ce sens que l'on peut exclure un lien de causalité entre les deux détecteurs. Les événements se produisant à gauche et à droite sont alors séparés par un intervalle du genre espace[18]. On peut se demander alors si une action antérieure à l'émission des particules est susceptible d'introduire des corrélations. On peut par exemple imaginer que la création de la paire elle-même est préalablement influencée par l'orientation des analyseurs. On a là encore affaire à une sorte de conspiration entre la source et les analyseurs. Le processus est à priori de nature inconnue voire mystérieuse. Cependant, on est sûr dans ce cas que l'idée de séparabilité d'Einstein ne joue plus car cette influence peut débuter bien avant le processus de génération des paires. Pour s'affranchir de ce nouveau problème, les expérimentateurs ont dû trouver une astuce judicieuse pour que l'orientation des analyseurs soit choisie de manière aléatoire *après* l'émission de la paire détectée. Ainsi, les deux particules peuvent quitter la source sans savoir au préalable la position des directions d'analyses. En bref, c'est pendant leur temps de vol, depuis la source jusqu'aux détecteurs, qu'il faut pouvoir changer ces paramètres. Ce type de procédure a déjà été expérimenté plusieurs fois ; nous n'en retiendrons cependant que trois :

(i) La première, suggérée par Bell lui-même à Aspect dès 1982 [5], consista à modifier les directions des analyseurs de manière pseudo-aléatoire par le biais de commutateurs optiques. Les résultats furent encore conformes aux prévisions quantiques même si l'on peut regretter le caractère "pseudo-aléatoires" (sinusoïdal en fait) de la variation. En effet, on peut encore imaginer une sous-conspiration du système d'analyse avec la source permettant de prévoir le point

[18] Se dit d'événements si lointains dans l'espace et si proches dans le temps qu'une information voyageant à la vitesse de la lumière ne saurait les relier.

de la sinusoïde qui allait être sélectionné.

(*ii*) La seconde, qui fut réalisée par Tittel [104], proposa une distance de séparation physique de $10\,km$ entre les particules constituant les paires. Pour cette expérience dont les observables étaient l'énergie et le temps d'émission, les paramètres d'analyse (phases induites dans les bras de deux interféromètres) étaient contrôlés de façon linéaire permettant donc encore de prévoir dès la source la position sur la pente de variation. Bien sûr, les auteurs ont montré que les corrélations quantiques perduraient sur plusieurs kilomètres de séparation physique (analyseurs dans deux villes différentes).

(*iii*) La dernière que nous aimerions citer ici est toute récente et est considérée à ce jour comme la plus aboutie. Elle a été réalisée en 1998 par Weihs et ses collaborateurs [110] qui proposèrent une séparation des particules sur $400\,m$ et un choix des directions d'analyse piloté par un générateur de nombres aléatoires. Cette expérience a donc réuni les deux conditions pour refermer l'échappatoire relativiste : une séparation physique des particules ainsi qu'une orientation complètement aléatoire des directions d'analyse. Notons que ces résultats ont été repris dans un article de type grand public avec l'adjonction d'un petit historique sur ce type d'expériences [4].

3.3 L'intrication en énergie-temps : théorie et expérience

Comme nous l'avons déjà mentionné à plusieurs reprises, la violation des inégalités de Bell a été expérimentalement prouvée de nombreuses fois, et ce pour l'ensemble des observables polarisation, spin et énergie-temps. Néanmoins, il faut remarquer ici la place prépondérante qu'ont pu prendre les expériences utilisant les observables énergie-temps depuis l'apparition de la théorie de Franson en 1989 [44]. En effet, les expérimentateurs se sont soudain rendus compte qu'il devenait possible non seulement de s'offrir un nouveau test de la théorie quantique mais aussi de véritablement transporter leurs paires de particules en dehors des laboratoires via les fibres optiques télécoms (citons de nouveau les références prises dans l'ordre d'apparition [76, 60, 24, 86]). Il n'était plus alors question de décohérence des états enchevêtrés en polarisation et l'expérience suisse en 1998 menée par l'équipe du GAP montra, comme on l'a déjà vu, le maintient des corrélations sur plusieurs kilomètres [104].

Notons par ailleurs que dans ce nouveau type de manipulation des états enchevêtrés, les aimants de Stern et Gerlach sont remplacés par des interféromètres de Mach-Zehnder ou de Michelson. La violation des inégalités de Bell correspondante (nous en montrerons le développement) se constate alors expérimentalement par l'intermédiaire de franges d'interférence dites de second ordre et relatives au taux de coïncidences. Alors que la théorie quantique prévoit une figure d'interférence dont le contraste atteint les 100%, le théorème de Bell limite de nouveau les corrélations en plaçant cette fois la frontière entre les deux descriptions à 71% de contraste[19]. En effet, nous montrerons que ces franges d'interférences, purement quantiques, sont le fruit de l'existence de deux chemins optiques indiscernables que les photons appariés peuvent emprunter[20].

Aussi, nous verrons que l'une des particularités fondamentales de l'interféromètre de Franson est de proposer une figure d'interférence alors que les analyseurs possèdent

[19] En comparaison, notons que tous les modèles utilisant des champs "classiques" ne prévoient typiquement que 50% de contraste.

[20] Au sens de Feynman, nous dirons que le système d'interférence s'obtient en prenant le carré du module de la somme des amplitudes de probabilité reliées à ces deux voies d'analyse.

des différences de marche entre bras courts et bras longs explicitement choisies de sorte à écarter les interférences à photons individuels. Les interférences quantiques décrites ici émanent de la cohérence des paires de photons qui s'apparente, dans le cas de la génération paramétrique, à la longueur de cohérence du laser continu qui pompe le cristal.

3.3.1 D'ou vient cet enchevêtrement ?

Considérons un cristal possédant une non-linéarité $\chi^{(2)}$ pompé par un laser continu. D'une façon générale (voir chapitre 1), l'interaction paramétrique qui peut y prendre place est régie par les équations de conservation de l'énergie et de l'impulsion que l'on écrit comme suit :

$$\begin{cases} \omega_p = \omega_s + \omega_i \\ \overrightarrow{k_p} = \overrightarrow{k_s} + \overrightarrow{k_i} \end{cases} \tag{3.7}$$

où les indices p, s et i représentent respectivement les ondes de pompe, signal et idler. La seconde équation est encore appelée "condition d'accord de phase". Par ailleurs, il est important de savoir que les photons signal et idler sont émis de façon quasi simultanée.
En effet, bien que l'interaction soit globalement régie par l'équation de conservation de l'énergie, l'un des deux photons est émis avant l'autre. Or après l'émission de ce photon, l'état intermédiaire dans lequel est placé le système champ–matière n'existe pas. C'est pourquoi le second photon doit immédiatement suivre le premier afin de ne pas violer la loi de conservation de l'énergie. Dans le langage commun l'état intermédiaire est souvent qualifié de virtuel. A ce titre, Ou et Mandel furent les premiers à mesurer le temps séparant l'émission des deux photons qu'ils estimèrent valoir environ une centaine de femtosecondes grâce à des mesures de corrélations de photons interférant sur un diviseur de faisceau [52].

Ainsi, la simultanéité de l'émission des photons signal et idler couplée à la première équation du système 3.7 assure ce que l'on appelle *l'enchevêtrement en énergie-temps*. Notons que la parabole entre la génération de paires de photons par fluorescence paramétrique avec les sources à cascades atomiques n'est pas satisfaisante. Par exemple, les atomes utilisés par Aspect dans les années 80 sont des vrais systèmes à trois

niveaux pour lesquels l'état intermédiaire existe après l'émission du premier photon.

Toutefois, cette explication "avec les mains" ne saurait être suffisante pour comprendre plus en détails les propriétés de ce type d'intrication. Aussi, il n'est pas simple d'en donner une description en terme de vecteur d'état non factorisable comme c'est par exemple le cas pour l'intrication en polarisation (voir paragraphe 3.1). Pour y arriver, il faut pousser un peu plus loin la démarche et s'intéresser à l'opérateur Hamiltonien $\hat{\mathcal{H}}$ qui décrit l'interaction entre l'onde de pompe et le milieu non-linéaire. Puis, à l'aide d'une décomposition sur l'ensemble des modes du champ, il est possible, via une méthode perturbative, d'arriver à un état où les énergies des photons signal et idler sont clairement interdépendantes. Afin d'alléger la structure de ce manuscrit, la démonstration ainsi que les hypothèses du calcul sont proposées en annexe G dans laquelle nous avons aussi porté un exemple permettant de se figurer les conséquences de la non-factorisation de l'état obtenu.

3.3.2 L'interféromètre de Franson

Principe de l'expérience

Supposons que l'on dispose *d'une source paramétrique S de paires de photons composée d'un cristal non-linéaire pompé par un laser continu* et émettant des états intriqués en énergie-temps comme on l'a vu au paragraphe précédent. On se propose alors d'envoyer chacun des photons des paires émises vers un analyseur interférométrique après les avoir préalablement séparés à l'aide d'un diviseur de faisceau. Nous choisissons à cet effet la configuration où les photons signal et idler sont reçus respectivement par Alice et Bob qui vont effectuer les mesures. Chaque analyseur est en fait un interféromètre de Mach-Zehnder[21] que l'on référencera par les sigles MZ_A et MZ_B respectivement.

Bien qu'analogue à la situation E.P.R. présentée au paragraphe 3.1, quelques points remarquables peuvent être énoncés :

(i) Tout d'abord, les réponses en sortie des détecteurs sont ici aussi dichotomiques

[21] Ils peuvent être aussi bien des Michelson. Nous verrons d'ailleurs par la suite pourquoi il est préférable d'utiliser des Michelson pour nos expériences.

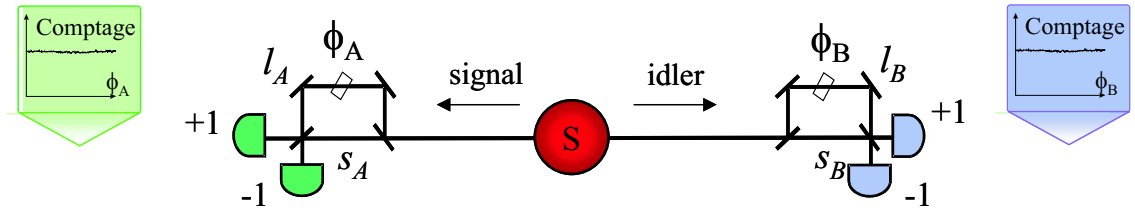


FIG. 3.2 – Synoptique de l'interféromètre de Franson. Les analyseurs sont maintenant des interféromètres de Mach-Zehnder.

(± 1). En effet, Alice et Bob possèdent chacun deux détecteurs et la valeur de la réponse dépend justement de l'endroit où se produit le "clic".

(ii) Ce type de manipulation nécessite donc encore un circuit électronique de comptage de coïncidences (TAC, etc.) que nous n'avons pas représenté ici.

(iii) Les phases variables ϕ_A et ϕ_B, accessibles grâce à des modulateurs, ont été introduites respectivement dans les bras longs des interféromètres d'Alice et Bob. Ces phases représentent maintenant nos paramètres d'analyse chers au théorème de Bell à l'instar des directions des polariseurs d'Aspect par exemple.

Nous aurons besoin de trois conditions fondamentales de fonctionnement :

(i) DIFFÉRENCE DE MARCHE ET LONGUEUR DE COHÉRENCE DES PHOTONS
Les différences de marche entre les bras court et long des interféromètres sont choisies comme largement supérieures aux longueurs de cohérence des photons individuels. Mathématiquement cela se traduit simplement par :

$$\Delta L_A = l_A - s_A, \Delta L_B = l_B - s_B \gg L_C^{s,i} \tag{3.8}$$

où l et s désignent respectivement les bras long et court des analyseurs chez Alice (A) et Bob (B). Ceci assure la protection de l'état enchevêtré vis à vis de l'effet décohérent que pourrait avoir des interférences au premier ordre. On dira que chaque photon "choisit" réellement un bras lorsqu'il se propage au sein de son analyseur. C'est la raison pour laquelle nous avons porté à titre indicatif sur la figure 3.2 des taux de comptage dans les détecteurs qui ne dépendent pas des phases respectives choisies par Alice et Bob.

(*ii*) Différence de bras et longueur de cohérence de la pompe
Comme nous l'avons dit dans l'introduction de ce chapitre, la cohérence qui entre en compte est celle des paires de photons elles-mêmes. Elle est d'ailleurs identique à la cohérence des photons de pompe initiaux. Afin d'observer ces interférences, il convient donc de choisir des dimensions d'analyseurs "plus courtes" que l'objet quantique à mesurer (les paires). On posera donc l'inégalité :

$$\Delta L_A, \Delta L_B \ll L_C^p \tag{3.9}$$

(*iii*) Egalité des différences de bras
Enfin, qui dit interférences dit deux voies indiscernables. Ici nous allons voir que ce sont deux chemins optiques qui constituent ces voies. Alors, afin d'assurer le maximum de visibilité, autrement dit une figure d'interférence à contraste maximal, il nous faut choisir des analyseurs parfaitement semblables quant à leurs effets. C'est pourquoi nous poserons l'égalité :

$$\Delta L_A = \Delta L_B \tag{3.10}$$

Nous aurons l'occasion de justifier ces trois conditions plus loin dans le texte.

Déroulement de l'expérience

Le principe est simple : chaque paire est analysée par l'interféromètre complet représenté ci-dessus. Plus particulièrement, et compte tenu de la relation 3.8 posée ci-dessus, chaque photon entrant dans son MZ emprunte donc soit le bras long (l_A chez Alice, l_B chez Bob), soit le bras court (s_A chez Alice, s_B chez Bob). Ensuite, les photons sont détectés et l'on répertorie (via un TAC comme à l'habitude) l'ensemble des coïncidences que nous obtenons. Celles-ci sont de quatre types :

(*i*) Soit le photon signal emprunte le bras court chez Alice et le photon idler le bras long chez Bob. Cela signifie que le photon signal est détecté en premier et l'on notera cette coïncidence $s_A - l_B$.

(*ii*) Soit il se produit exactement l'inverse. Cette fois c'est l'idler qui est détecté en premier et dans ce cas, la notation associée est $l_A - s_B$.

(*iii*) Une troisième possibilité est que les photons empruntent tous deux les bras courts chez Alice et Bob. Ils sont détectés simultanément et cette voie sera notée $s_A - s_B$.

(*iv*) Enfin, la dernière possibilité consiste en l'emprunt simultané des bras longs par nos deux photons. Ils sont là aussi détectés simultanément mais cette voie sera par contre notée $l_A - l_B$.

Toutefois, nous avons supposé que le laser de pompe joue en mode continu si bien qu'*il nous est impossible de connaître le temps d'émission des paires au sein du cristal*. En d'autres termes, nous savons simplement que le signal et l'idler sont émis simultanément sans pouvoir prédire leur instant d'arrivée sur les détecteurs. Mieux, supposons que deux photons appartenant à une même paire empruntent le même chemin optique dans leur analyseur respectif. Ayant été produits au même instant, ils sont aussi détectés au même instant, l'un chez Alice et l'autre chez Bob. Il est alors impossible pour nos opérateurs de déterminer lequel des doublets de chemins, $l_A - l_B$ ou $s_A - s_B$, ceux-ci ont choisi de prendre. C'est en cela que l'on parle de voies indiscernables au sens de Feynman. L'intervalle temporel séparant les arrivées des photons signal et idler passés par ces deux doublets est donc le même[22] et les coïncidences associées à ces paires sont donc répertoriées dans le même pic d'histogramme : on dit que ces deux possibilités interfèrent. Par contre, les deux possibilités restantes, c'est à dire $l_A - s_B$ et $s_A - l_B$, sont quant à elles parfaitement discernables puisque les instants d'arrivée des deux photons sont séparés par un délai correspondant à la différence de marche au sein des analyseurs. L'histogramme des coïncidences donné par un TAC comporte donc trois pics comme le suggère la figure 3.3 ci-dessous :
Notons que cette figure correspond bien à un résultat expérimental que nous avons obtenu avec le guide d'ondes genevois caractérisé au paragraphe 1.3.2. Précisons aussi que cette figure est donnée en prenant comme bits de start et de stop pour le TAC respectivement un photon détecté chez Alice et un photon détecté chez Bob.

[22] Il est en l'occurrence nul.

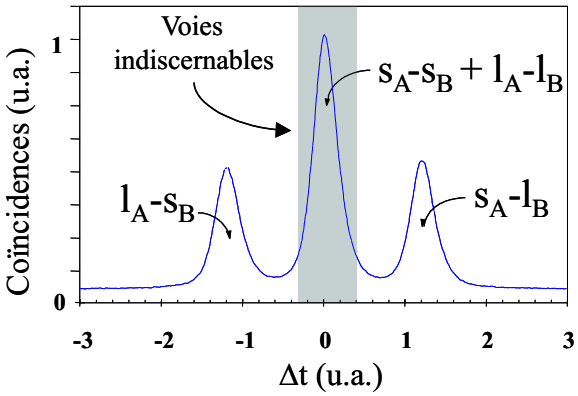


FIG. 3.3 – Histogramme des coïncidences mesuré en sortie de l'interféromètre de Franson construit autour d'un guide PPLN. Les petits pics à gauche et à droite sont les résultats de la transmission via les chemins $l_A - s_B$ et $s_A - l_B$ dans les analyseurs. Aussi, avec une pompe continue, le pic central réfère aux deux voies indiscernables. La largeur de ces pics est d'environ 350 ps.

C'est donc en analysant en temps réel le pic central à l'aide d'une fenêtre temporelle convenablement choisie (rôle d'un SCA) que l'on pourra mettre en évidence une figure d'interférence dont le taux de visibilité associé au taux de coïncidences viole la limite supérieure du théorème de Bell. Voyons désormais comment il est possible de calculer cette limite.

3.3.3 L'inégalité de Bell en énergie-temps

Nous avons vu que le protocole de Franson ci-dessus nous offre tous les ingrédients nécessaires pour faire un test du théorème de Bell. En particulier, nous avons affaire à des réponses dichotomiques dont on va noter les corrélations. Cependant il nous faut, dans un premier temps, donner une expression de la probabilité de compter une coïncidence après transmission d'une paire à travers notre interféromètre [24]. Notons que dans tous les calculs qui suivent, nous considérerons que la détection est parfaite.

Calcul de la probabilité d'obtenir une coïncidence

D'une façon générale, il est aisé de comprendre que cette probabilité peut s'obtenir en sommant les probabilités relatant les quatre processus de transmission possibles au travers des MZ vers les détecteurs de sortie. En supposant que les quatre diviseurs de faisceaux qui composent nos MZ soient rigoureusement identiques et que leurs coefficients de réflexion et de transmission en amplitude soient tous égaux à $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (normalisation), on peut écrire :

$$p(\phi_A, \phi_B) = \frac{1}{4}\left\{1 + e^{i\phi_A} + e^{i\phi_B} + e^{i(\phi_A+\phi_B)}\right\} \cdot \alpha_s \alpha_i \tag{3.11}$$

où $p(\phi_A, \phi_B)$ représente la somme des probabilités correspondant aux quatre chemins possibles et α_s et α_i sont les amplitudes complexes associées aux photons signal et idler[23].

De là, la probabilité de compter une coïncidence est donnée par la moyenne du carré du module de l'expression précédente. Il vient :

$$P(\phi_A, \phi_B) = \frac{1}{16}\left\langle \left|1 + e^{i\phi_A} + e^{i\phi_B} + e^{i(\phi_A+\phi_B)}\right|^2 \right\rangle \tag{3.12}$$

où l'on pourra considérer que les phases ϕ_A et ϕ_B s'écrivent :

$$\begin{cases} \phi_A = \phi_A^0 + \phi_A^r \\ \phi_B = \phi_B^0 + \phi_B^r \end{cases} \tag{3.13}$$

Les déphasages de type ϕ^r représentent ici des variations autour des ϕ^0 induits par les décalages en fréquence subis par nos photons en raison de la dispersion chromatique. Ces effets sont d'autant plus marqués que les photons ont une large bande passante et que la dispersion du milieu autour de la fréquence centrale est grande, comme c'est le cas dans certaines fibres optiques. On appellera à ce titre $\delta\omega_s$ et $\delta\omega_i$ les élargissements respectifs du signal et de l'idler. La probabilité 3.12 devient donc :

$$P(\phi_A, \phi_B) = \frac{1}{16}\left\langle \left|1 + e^{i(\phi_A^0+\phi_A^r)} + e^{i(\phi_B^0+\phi_B^r)} + e^{i(\phi_A^0+\phi_B^0+\phi_A^r+\phi_B^r)}\right|^2 \right\rangle \tag{3.14}$$

[23] Le traitement quantique des photons s et i n'est pas utile ici et nous verrons plus tard une théorie quantique rigoureuse. Aussi, il faut bien voir que les termes de l'équation 3.11 ne sont pas des amplitudes de probabilités mais bien des probabilités au sens commun du terme.

Il apparaît ainsi un terme $\phi_A^r + \phi_B^r$ qui est lui aussi aléatoire et pour lequel il nous faut trouver une expression simple.

Remarquons tout d'abord que les déphasages rencontrés par les photons dans les bras longs des analyseurs peuvent s'écrire comme suit :

$$\begin{cases} \phi_A = n_\omega \frac{\omega_s}{c} \cdot \delta l_A \\ \phi_B = n_\omega \frac{\omega_i}{c} \cdot \delta l_B \end{cases} \tag{3.15}$$

où les δl représentent la variation du chemin optique induite par modulation des bras longs, n_ω l'indice de réfraction aux pulsations considérées et c la vitesse de la lumière. De là, si l'on considère, pour simplifier, que les pulsations de nos photons signal et idler sont dégénérées autour d'une pulsation ω_0[24], il nous est possible de les définir comme suit :

$$\begin{cases} \omega_A = \omega_0 + \delta\omega_A \\ \omega_B = \omega_0 + \delta\omega_B \\ avec \;\; \delta\omega_A + \delta\omega_B = 0 \end{cases} \tag{3.16}$$

La dernière relation ci-dessus découle de la conservation de l'énergie énoncée dans le système 3.7 qui s'écrit ici $\omega_A + \omega_B = \omega_p$[25]. En effet, afin de respecter cette condition, les variations autour de la pulsation centrale pour le signal et l'idler doivent être symétriques. De là, en remplaçant le système 3.16 dans le système 3.15, on obtient :

$$\begin{cases} \phi_A = n_\omega \frac{\omega_0}{c} \cdot \delta l_A + n_\omega \frac{\delta\omega}{c} \cdot \delta l_A \\ \phi_B = n_\omega \frac{\omega_0}{c} \cdot \delta l_B + n_\omega \frac{\delta\omega}{c} \cdot \delta l_B \end{cases} \tag{3.17}$$

En identifiant les ϕ^0 aux termes $n_\omega \frac{\omega^0}{c} \delta l$ et les ϕ^r aux termes $n_\omega \frac{\delta\omega}{c} \delta l$, on montre que :

$$\begin{cases} \phi_A^r = \phi_A^0 \cdot \frac{\delta\omega}{\omega_0} \\ \phi_B^r = \phi_B^0 \cdot \frac{\delta\omega}{\omega_0} \end{cases} \tag{3.18}$$

Enfin, en sommant ces deux dernières équations et en s'aidant de la troisième relation du système 3.16, nous obtenons :

$$\boxed{\phi_A^r + \phi_B^r = \left(\phi_A^0 - \phi_B^0\right) \frac{\delta\omega}{\omega_0}} \tag{3.19}$$

[24] C'est le cas dans toutes nos expériences.

[25] Nous n'avons pas discerner ici les pulsations signal et idler par les notations ω_s et ω_i habituelles puisque il n'est pas possible de savoir, pour une paire, quel est le photon reçu par Alice ou par Bob.

Revenons maintenant à notre probabilité $P(\phi_A, \phi_B)$. Nous avons vu au paragraphe précédent que seules deux combinaisons $l_A - l_B$ et $s_A - s_B$ sont indiscernables et donnent une figure d'interférence lors de l'analyse du pic central de la figure 3.3. Nous allons donc, pour la suite du calcul, nous affranchir des possibilités $s_A - l_B$ et $l_A - s_B$. Cela revient à écarter les termes $e^{i\left(\phi_A^0+\phi_A^r\right)}$ et $e^{i\left(\phi_B^0+\phi_B^r\right)}$ dans l'expression 3.14. De là, en introduisant dans cette dernière le résultat de l'équation 3.19, la probabilité de transmission au travers des chemins indiscernables devient :

$$P_{ss+ll}(\phi_A, \phi_B) = \frac{1}{16}\left\langle \left| 1 + e^{i\ \phi_A^0+\phi_B^0+(\phi_A^0-\phi_B^0)\frac{\delta\omega}{\omega_0}} \right|^2 \right\rangle \tag{3.20}$$

Alors, en développant l'exponentielle complexe et en tenant compte de la parité du profil de raie d'émission de la fluorescence paramétrique (carré d'un sinus cardinal, voir chapitre 1), l'équation 3.20 ci-dessus peut se ré-écrire sous la forme simplifiée :

$$P_{ss+ll}(\phi_A, \phi_B) = \frac{1}{8}\left[1 + \cos\left(\phi_A^0 + \phi_B^0\right)\left\langle \cos\left(\left(\phi_A^0 - \phi_B^0\right)\cdot\frac{\delta\omega}{\omega_0}\right)\right\rangle\right] \tag{3.21}$$

où le terme moyenné $\left\langle \cos\left(\left(\phi_A^0 - \phi_B^0\right)\cdot\frac{\delta\omega}{\omega_0}\right)\right\rangle$ représente la visibilité V des franges d'interférences. Finalement, on écrira notre probabilité de la façon suivante :

$$\boxed{P_{ss+ll}(\phi_A, \phi_B) = \frac{1}{8}\left[1 + V\left(\phi_A, \phi_B\right)\cos\left(\phi_A + \phi_B\right)\right]} \tag{3.22}$$

où l'on a remplacé les notations ϕ^0 par ϕ.

Remarque :

Le début de cette démonstration aurait pu être amené de manière différente en écrivant directement la décomposition de l'état initial porté par la paire sur l'ensemble des quatre états finaux de transmission par l'interféromètre de Franson. L'état final de la paire est donc une superposition d'états et s'écrit comme suit :

$$|\Psi_{out}\rangle = \frac{1}{2}\left\{|s_A, s_B\rangle + e^{i\phi_A}|l_A, s_B\rangle + e^{i\phi_B}|s_A, l_B\rangle + e^{i(\phi_A+\phi_B)}|l_A, l_B\rangle\right\} \tag{3.23}$$

en supposant les mêmes conditions sur les coefficients de réflexion et de transmission des analyseurs que celles utilisées plus haut. Ici, les vecteurs ket représentent les quatre états de sortie possibles en notation de Dirac. Bien entendu, cela ne change

rien au calcul de la probabilité de coïncidence que l'on a décliné précédemment. Cependant notons que cette superposition d'états 3.23 n'est pas cohérente puisque seuls les chemins $s_A - s_B$ et $l_A - l_B$ sont indiscernables. C'est pourquoi l'on écrira l'état final qui mène aux interférences sous la forme :

$$|\Psi_{ss+ll}\rangle = \frac{1}{4}\left\{|s_A, s_B\rangle + e^{i(\phi_A+\phi_B)}|l_A, l_B\rangle\right\} \tag{3.24}$$

Ces deux voies interfèrent et le module au carré de la somme des amplitudes de probabilité des états associés mène directement à l'équation 3.22. Le facteur 1/4 correspond à une normalisation qui tient compte des voies écartés. De plus, on a ici la forme d'un état singulet pris dans la base des chemins optiques $\{|s\rangle, |l\rangle\}$. Enfin, notons qu'il est souvent dit que les analyseurs, partant de l'enchevêtrement en énergie-temps, "révèlent" un enchevêtrement en chemins optiques.

Violation du théorème de Bell

⋆ Quatre taux de coïncidences sont accessibles pour *les voies d'interférence* :

(i) Les deux premiers, qui sont de véritables coïncidences, témoignent des paires dont les photons font tous les deux "clic" dans les photodiodes référencées soit par la valeur $+1$, soit par la valeur -1. Ils seront notés R_C^{++} et R_C^{--}.

(ii) Le deux derniers, qui sont en fait des anti-coïncidences, révèlent les paires qui sortent dans les détecteurs référencés par des valeurs opposées. Ils seront notés R_C^{+-} et R_C^{-+}.

De là, nous pouvons estimer le fameux coefficient de corrélation cher aux théories LHVT. Par définissions, nous poserons donc à l'instar des références [32], [7] et [102] :

$$E\left(\phi_A, \phi_B\right) = \frac{R_C^{++}\left(\phi_A, \phi_B\right) - R_C^{+-}\left(\phi_A, \phi_B\right) - R_C^{-+}\left(\phi_A, \phi_B\right) + R_C^{--}\left(\phi_A, \phi_B\right)}{R_C^{++}\left(\phi_A, \phi_B\right) + R_C^{+-}\left(\phi_A, \phi_B\right) + R_C^{-+}\left(\phi_A, \phi_B\right) + R_C^{--}\left(\phi_A, \phi_B\right)} \tag{3.25}$$

$E\left(\phi_A, \phi_B\right)$ correspond à la probabilité d'avoir une corrélation ($++$ ou $--$) à laquelle on retranche les probabilités d'anti-corrélation ($+-$ ou $-+$). Chaque terme en $\frac{R}{\sum R}$ de l'expression 3.25 représente donc la probabilité de réaliser l'événement relaté qui est représenté par la relation 3.22 démontrée plus haut.

Aussi, pour évaluer ce coefficient, nous devons faire l'hypothèse que les paires détectées forment un *échantillon représentatif* de l'ensemble des paires créées (voir

la discussion sur les failles du paragraphe 3.2.5). Dans le cadre des théories LHVT, nous utiliserons l'une des formes les plus communes de l'inégalité de Bell connue sous le nom de l'inégalité BCHSH [32]. Pour des valeurs particulières de ϕ_A et ϕ_B, celle-ci peut s'écrire de la façon suivante :

$$S = E(\delta_A, \delta_B) + E(\delta_A, \delta'_B) + |E(\delta'_A, \delta_B) - E(\delta'_A, \delta'_B)| \leq 2 \tag{3.26}$$

Remarquons que cette expression est équivalente à celle, plus générale, déclinée par les équations 3.4–3.6 étudiées plus haut. Les δ_X et δ'_X ($X = \{A, B\}$) référencent les deux valeurs nécessaires pour les paramètres d'analyse ϕ_A et ϕ_B.

Or, on a vu que les deux voies indiscernables mènent à une probabilité de détection qui vaut $P_{ss+ll}(\phi_A, \phi_B) = \frac{1}{16}[1 + V(\phi_A, \phi_B)\cos(\phi_A + \phi_B)]$, pour laquelle $V(\phi_A, \phi_B)$ représente la visibilité des franges d'interférence attendues et dont le maximum vaut 100%[26]. La fonction de corrélation est donc donnée ici par :

$$E(\phi_A, \phi_B) = V(\phi_A, \phi_B)\cos(\phi_A + \phi_B) \tag{3.27}$$

Alors, en supposant que nous ayons $V = 1$ et en utilisant l'ensemble des valeurs $\delta_A = -\pi/4$, $\delta'_A = \pi/4$, $\delta_B = 0$ et $\delta'_B = \pi/2$, le premier membre de l'inégalité 3.26 devient :

$$S = 2\sqrt{2} \tag{3.28}$$

La valeur du paramètre S est ici supérieure à celle prévue par les théories LHVT donnée par l'inéquation 3.26.

⋆ Une façon différente de voir les choses fut donnée par Clauser et Horne en 1974 [31] qui dérivèrent une autre inégalité initialement prévue pour une expérience avec des polariseurs. Toutefois, il est possible de donner des arguments équivalents pour une expérience avec des interféromètres comme c'est le cas ici.

Les arguments sont les suivants : si nous trouvons expérimentalement que les taux de coups simples chez Alice et Bob sont constants respectivement en fonction de ϕ_A et ϕ_B, et que la fonction E est identifiée comme dépendante de la somme des phases

[26] On a vu que $V(\phi_A, \phi_B) = \left\langle \cos\left((\phi_A - \phi_B) \cdot \frac{\delta\omega}{\omega_0}\right)\right\rangle$. V est donc de la forme $V_{max} \cdot \cos(\phi)$ avec $V_{max} = 1$.

$\Delta = |\phi_A + \phi_B|$, l'équation 3.26 devient :

$$S = E\left[|\delta_A + \delta_B|\right] + E\left[|\delta_A + \delta'_B|\right] + \left|E\left[|\delta'_A + \delta_B|\right] - E\left[|\delta'_A + \delta'_B|\right]\right| \leq 2 \tag{3.29}$$

Notons que la première hypothèse signifie dans notre cas que nous n'observons pas d'interférence au premier ordre en sortie des interféromètres. Dans le cas de polariseurs, l'argument équivalent est l'invariance de la mesure par rotation.

De là, en choisissant δ_A, δ'_A, δ_B et δ'_B tels que

$$|\delta_A + \delta_B| = |\delta'_A + \delta_B| = |\delta'_A + \delta'_B| = \frac{1}{3}\left|\delta_A + \delta'_B\right| , \tag{3.30}$$

il vient naturellement via cette symétrie[27] :

$$S = |3E(\Delta) - E(3\Delta)| \leq 2 \tag{3.31}$$

Et par ailleurs, si l'on trouve aussi que la fonction E est une fonction sinusoïdale de forme 3.27, on montre simplement, en posant $\Delta = -\pi/4$[28], que l'inégalité 3.29 devient :

$$\boxed{S = \frac{4}{\sqrt{2}}V \leq 2} \tag{3.32}$$

Il s'ensuit que si l'on observe expérimentalement un taux de visibilité (ou contraste) supérieur à $1/\sqrt{2} \approx 0,71$, les correlations testées dans ce cas ne pourront être expliquées par une théorie de type LHVT quelle qu'elle soit. *Notons que c'est ce critère que nous testerons pour nos propres expériences relatives aux intrications en énergie-temps et en time-bins dans les paragraphes 3.3.5 et 3.4.2 respectivement.*

[27] Certaines démonstrations mathématiques sont exposées dans la référence [33] et dans les appendices A et B de la référence [31]. Elles n'ont pas été portées ici afin de ne pas alourdir la lecture.

[28] Valeur pour laquelle le terme de gauche de l'expression 3.31 est maximal.

3.3.4 Calcul quantique du taux de coïncidences

Le formalisme des opérateurs champ

Quand on décrit le champ électro-magnétique au moyen de la mécanique quantique, il faut voir les vecteurs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ comme étant des opérateurs obéissant aux équation de Maxwell. Les états (ket) et leurs adjoints (bras), sur lesquels les opérateurs agissent, contiennent l'information qui précise le champ.

Comme en théorie classique, il est commode de séparer l'opérateur champ $\Psi_T(\vec{r},t)$, qui est naturellement hermitique, en une somme de ses partie à fréquence positive (propagatif) et négative (contra-propagatif). Il vient alors la décomposition suivante :

$$\Psi_T(\vec{r},t) = \Psi(\vec{r},t) + \Psi^\dagger(\vec{r},t) \tag{3.33}$$

Bien que les opérateurs $\Psi(\vec{r},t)$ et $\Psi^\dagger(\vec{r},t)$ soient essentiellement indiscernables en mécanique classique, leurs rôles sont complètement dissociés en mécanique quantique. En effet, ils intègrent respectivement les opérateurs création et annihilation de photon bien connus et agissent sur les états de type Fock (on trouvera en annexe F les relations de commutation de ces opérateurs ainsi que celles permettant de prédire l'évolution des états de Fock).

Notons qu'avec ce formalisme d'opérateurs champ, tout se passe comme si l'on faisait passer nos systèmes à un nombre infini de particules tout en y ajoutant la notion d'indiscernabilité. Aussi, si ceux-ci évoluent dans l'espace ordinaire, il faut bien voir que les quantités qui se propagent ne sont plus des champs complexes mais des opérateurs agissant eux-mêmes dans un espace de dimension infinie.

Jusque là, nous avons considéré que compter une coïncidence n'était autre que le reflet de la probabilité de réaliser l'événement associé. Toutefois, l'origine du taux de coïncidence est plus profond et ancré dans la théorie quantique : il est véritablement lié au fameux problème de la mesure sur les systèmes quantiques. On trouvera à ce titre le développement de la formulation quantique du taux de coïncidences dans l'annexe H comme le montra Glauber en 1964 dans la référence [47].

Les interférences

Nous allons maintenant calculer le taux de coïncidences pour les deux chemins optiques indiscernables et montrer qu'il est possible d'obtenir une figure d'interférence possédant théoriquement une visibilité de 100%.

Faire un calcul quantique du taux de coïncidences pour une situation E.P.R. peut s'avérer relativement compliqué. En effet, la localisation des particules dans l'espace-temps est telle qu'elle requiert l'utilisation des opérateurs du second ordre de la théorie quantique des champs. Néanmoins, si un système quantique est supposé émettre des particules de masse nulle ne possédant ni spin ni polarisation, l'opérateur champ associé peut être écrit comme suit :

$$\Psi(\vec{r}) = \sum_{\vec{k}} \frac{e^{i\vec{k}\vec{r}}}{\sqrt{V}} \cdot \hat{a}_{\vec{k}} \tag{3.34}$$

C'est communément la forme générale associée à la description d'un photon pour laquelle $\hat{a}$ représente l'opérateur annihilation d'un photon de moment $\vec{k}$, et V est un volume suffisamment large pour contenir le système[29].

Aussi, pour la dépendance temporelle, il est commode d'utiliser la représentation de Heisenberg dans laquelle les opérateurs évoluent dans le temps alors que les états sur lesquels il agissent demeurent constants. Dans ce cas, l'opérateur champ dépendant du temps obéit à l'équation :

$$\Psi(\vec{r}, t) = e^{i\frac{\mathcal{H}t}{\hbar}} \Psi(\vec{r}) e^{-i\frac{\mathcal{H}t}{\hbar}} \tag{3.35}$$

où $\mathcal{H}$ représente l'Hamiltonien du système.
A $t = 0$, le champ associé à la particule est supposé dans l'état du vide $|0\rangle$ de sorte que l'amplitude de probabilité liée à une détection en la position $\vec{r}$ et au temps t est simplement donnée par $\Psi(\vec{r}, t)|0\rangle$. Le résultat de la mesure correspondante ne pourra donner qu'une valeur propre de l'observable associée à l'opérateur Ψ.

[29] Les calculs qui suivent seront basés sur l'opérateur de l'équation 3.34 ci-dessus au lieu de l'opérateur champ électrique approprié aux photons, ceci dans le but de montrer l'indépendance quant à la polarisation et d'autre part pour simplifier les calculs et les notations.

Afin de déterminer ces amplitudes, nous pourrions intégrer l'équation d'évolution 3.35 via une méthode perturbative. Cependant, les seules propriétés du champ dont nous avons besoin peuvent être déduites simplement à partir de phénomènes bien connus et vérifiés expérimentalement.
Par exemple, nous savons qu'une fois émis les photons se propagent à la vitesse c de la lumière. On peut alors écrire la propriété de propagation suivante :

$$\Psi(x + c\Delta t, t) = \Psi(x, t - \Delta t) \tag{3.36}$$

pour laquelle x représente la distance parcourue pendant un temps Δt.
De même, si on appelle $\Delta T_A = \Delta T_B = \Delta T$ la différence temporelle associée à la différence de marche entre les bras longs et courts des interféromètres de MZ identiques (se reporter à la figure 3.2 et aux explications jointes), et sachant que les photons appariés sont émis simultanément, il vient naturellement :

$$\Psi_0(\vec{r}_A, t)\Psi_0(\vec{r}_B, t \pm \Delta T)|0\rangle = 0 \tag{3.37}$$

où $\vec{r_A}$ et $\vec{r_B}$ représentent les localisations respectives des détecteurs chez Alice et Bob et où Ψ_0 est l'opérateur champ observable lorsque les diviseurs de faisceaux sont retirés (on imagine ici que les photons parcourent juste un chemin court chez Alice et un chemin long chez Bob). Le taux de coïncidences serait donc nul dans ce cas. Par conséquent, si le décalage temporel introduit par les bras longs des MZ est grand devant le temps séparant l'émission des deux photons, les événements pour lesquels les paires passent par les chemins relatifs à des bras différents (cas $l_A - s_B$ et $s_A - l_B$) ne sont pas répertoriés comme coïncidents, d'où le résultat nul de l'équation 3.37. Expérimentalement, l'éviction de ces événements non interférant peut se faire en sortie du TAC par l'intermédiaire d'une fenêtre d'analyse adéquat choisie à l'aide d'un SCA.

Avec ces notations, et en considérant qu'il y a deux chemins possibles pour chaque photons, il vient la décomposition naturelle :

$$\Psi(\vec{r}_X, t) = \tfrac{1}{2}\Psi_0(\vec{r}_X, t) + \tfrac{1}{2}e^{i\phi_X}\Psi_0(\vec{r}_X, t - \Delta T) \quad avec \quad X \in \{A, B\} \tag{3.38}$$

Or, comme nous l'avons défini dans l'annexe H, le taux de coïncidence peut s'écrire

sous la forme :

$$R_C = \eta_A \eta_B \langle 0|\Psi^\dagger(\vec{r}_A,t)\Psi^\dagger(\vec{r}_B,t)\Psi(\vec{r}_B,t)\Psi(\vec{r}_A,t)|0\rangle \tag{3.39}$$

où η_A et η_B représentent les efficacités quantiques des détecteurs respectivement chez Alice et Bob et où $|0\rangle$ est mis pour l'état initial du vide. De là, en utilisant les relations 3.37 et 3.38, celui-ci s'écrit également :

$$\begin{aligned} R_C = \frac{\eta_A\eta_B}{16}\langle 0|[&\Psi_0^\dagger(\vec{r}_A,t)\Psi_0^\dagger(\vec{r}_B,t) + e^{-i\phi_A}e^{-i\phi_B}\Psi_0^\dagger(\vec{r}_A,t-\Delta T)\Psi_0^\dagger(\vec{r}_B,t-\Delta T)] \\ &\times [\Psi_0(\vec{r}_A,t)\Psi_0(\vec{r}_B,t) + e^{i\phi_A}e^{i\phi_B}\Psi_0(\vec{r}_A,t-\Delta T)\Psi_0(\vec{r}_B,t-\Delta T)]|0\rangle \end{aligned} \tag{3.40}$$

Aussi, nous avions défini au paragraphe 3.3.2 trois conditions dont une donnée par la relation 3.9 et qui concerne la cohérence des photons de pompe en rapport avec la différence de marche des interféromètres. En notant maintenant T_C^p le temps de cohérence de la pompe, celle-ci peut se ré-écrire comme suit :

$$\Delta T \ll T_C^p \tag{3.41}$$

La conséquence de ce choix réside dans le fait que l'amplitude de probabilité liée à la détection d'une coïncidence à un instant $t - \Delta T$ sera équivalente à celle d'une coïncidence à l'instant t, les deux amplitudes ne différant que par un terme de phase.

Afin de montrer ceci, il nous faut définir la forme générale de l'opérateur champ, soit :

$$\Psi_0(\vec{r}_A,t)\Psi_0(\vec{r}_B,t) = \sum_{\vec{k}_s}\sum_{\vec{k}_i} c_{\vec{k}_s,\vec{k}_i} e^{i(\vec{k}_s\vec{r}_A-\omega_s t)} e^{i(\vec{k}_i\vec{r}_B-\omega_i t)} \tag{3.42}$$

Les indices s et i réfèrent aux photons signal et idler respectivement et les coefficients appariés $c_{\vec{k}_s,\vec{k}_i}$ sont déterminés par l'équation d'évolution 3.35 de Heisenberg. Remarquons toutefois que cette relation correspond à un opérateur champ décrivant une paire dont les photons passent tous deux par les bras courts de leur analyseur pour être détectés chez Alice et Bob respectivement. De là un raisonnement identique peut être appliqué aux bras longs et il s'ensuit :

$$\Psi_0(\vec{r}_A,t-\Delta T)\Psi_0(\vec{r}_B,t-\Delta T) = \sum_{\vec{k}_s}\sum_{\vec{k}_i} c_{\vec{k}_s,\vec{k}_i} e^{i(\omega_s+\omega_i)\Delta T} e^{i(\vec{k}_s\vec{r}_A-\omega_s t)} e^{i(\vec{k}_i\vec{r}_B-\omega_i t)} \tag{3.43}$$

En faisant maintenant intervenir la conservation de l'énergie lors du processus de fluorescence paramétrique (première équation du système 3.7), la relation 3.43 se réduit naturellement à :

$$\boxed{\Psi_0(\vec{r}_A, t-\Delta T)\Psi_0(\vec{r}_B, t-\Delta T) = e^{i(\omega_p \Delta T)}\Psi_0(\vec{r}_A, t)\Psi_0(\vec{r}_B, t)} \tag{3.44}$$

La phase relative entre ces deux amplitudes de probabilité est *constante* puisqu'elle ne dépend que de la pulsation des photons de pompe (raie considérée comme monochromatique) et de la différence temporelle entre les deux chemins indiscernables.
Nous verrons donc apparaître une figure d'interférence bien que la différence de marche entre les bras des interféromètres soit grande devant la longueur de cohérence des photons signal et idler (relation 3.8). Dès lors, en injectant l'équation 3.44 dans l'expression de R_C, il ne reste que :

$$R_C = \frac{R_0}{16}\left[1 + e^{-i(\omega_p \Delta T + \phi_A + \phi_B)}\right]\left[1 + e^{i(\omega_p \Delta T + \phi_A + \phi_B)}\right] \tag{3.45}$$

qui, après développement, devient :

$$\boxed{R_C = \frac{R_0}{8}\left[1 + \cos(\Phi_A + \Phi_B)\right]} \tag{3.46}$$

en ayant posé les quantités

$$\begin{cases} \Phi_A = \phi_A \text{ et } \Phi_B = \phi_B + \omega_p \Delta T \\ \\ et \quad R_0 = \eta_A \eta_B \langle 0|\Psi_0^\dagger\left(\vec{r_A}, t\right)\Psi_0^\dagger\left(\vec{r_B}, t\right)\Psi_0\left(\vec{r_B}, t\right)\Psi_0\left(\vec{r_A}, t\right)|0\rangle \end{cases} \tag{3.47}$$

R_0 correspond au taux de coïncidences moyen ($\Leftrightarrow$ interféromètres absents) qui est alors, en présence des interféromètres, modulé par une fonction de type sinusoïdal dépendant de la somme des phases induites par Alice et Bob.

Conclusion

Alors que nous avions expressément choisi une configuration écartant les interférences au premier ordre en sortie de chaque analyseurs, le taux de coïncidences montre de son côté un comportement typiquement non-local que seule la théorie quantique est

capable d'expliquer à ce jour. En effet, l'équation 3.46 montre justement que ce taux de coïncidences est une fonction de la somme des phases modulées indépendamment par Alice et Bob qui peuvent être séparés physiquement par des kilomètres de fibres [104]. Par ailleurs, cette même équation nous indique de par sa forme mathématique que le contraste maximal attendu pour la figure d'interférence est de 100% induisant du coup une violation flagrante de l'inégalité de Bell en énergie-temps discutée plus haut. Il s'ensuit, comme nous pouvions nous y attendre, que les théories LHVT ne sont pas capables de décrire judicieusement les corrélations mesurées.
Bien entendu, cette expression du taux de coïncidences est complètement équivalente à l'équation 3.22 montrée plus haut lors du calcul de la probabilité de coïncidence au taux de coïncidences moyen près. Toutefois, la démonstration qui vient juste d'être développée est basée sur une description quantique des systèmes mesurés par le biais des opérateurs champ.

Une remarque cependant : si nous avions intégré dans notre calcul l'ensemble des quatre chemins optiques possibles, l'expression du taux de coïncidences se serait vue modulée par un nouveau terme oscillant. Celui-ci, "témoin" d'un apport de discernabilité dans l'interféromètre complet, mène alors à des franges dont le taux de contraste se voit limité à 50% comme le prévoit les théories à champs classiques. Une description complète de cet autre calcul peut être trouvée dans la référence [98]. Expérimentalement, cela peut se vérifier en faisant l'analyse en temps réel des trois pics de coincidences de la figure 3.3 à la fois grâce à une fenêtre temporelle convenablement choisie (voir par exemple la référence [90]).

3.3.5 Résultats expérimentaux avec un guide PPLN

Mis à part le fait de présenter une haute efficacité de conversion paramétrique, une source de paires de photons destinée à être utilisée pour les communications quantiques doit être capable de produire des états *enchevêtrés*. Une des voies possibles permettant de remonter à l'état quantique des paires créées serait de reconstruire la matrice densité associée, comme l'ont montré expérimentalement White et ses collaborateurs [112]. Une autre possibilité, plus simple, est de procéder à une expérience de type "test de Bell" ou "test E.P.R" pour les observables énergie-temps et d'en

déduire la qualité de l'enchevêtrement mesuré via le contraste des franges d'interférences obtenues. En effet, plus ce contraste approchera les 100% prévu par la théorie, plus l'état porté par les paires sera maximal, c'est à dire proche de l'état singulet décrit par l'équation 3.1. Or, comme nous venons de le voir, le montage expérimental requis pour ces observables repose sur l'interféromètre de Franson (figure 3.2) dont l'interprétation théorique vient d'être développée. C'est de cette façon que nous avons procédé, à Genève, pour caractériser l'enchevêtrement produit par nos guides PPLN.

Voici les caractéristiques particulières de notre expérience [101] :

La source

Elle est bien sûr composée d'un guide d'ondes PPLN pompé par une diode laser émettant quelques micro-Watts en continu à la longueur d'onde de $657\,nm$. Aussi, la longueur de cohérence de cette diode est, selon le constructeur, de l'ordre de quelques centaines de mètres.

Rappelons que le guide présente une longueur d'environ $3{,}2\,cm$, une largeur et une profondeur à $1/e$ valant respectivement $6\,\mu m$ et $2{,}1\,\mu m$ ainsi qu'un pas d'inversion du coefficient non-linéaire de $12{,}1\,\mu m$. Aussi, ces caractéristiques opto-géométriques sont telles qu'elles nous permettent de convertir des photons à $657\,nm$ en paires de photons dégénérées dont la longueur d'onde est centrée sur $1314\,nm$. La caractérisation expérimentale de la fluorescence paramétrique générée au sein du guide nous a permis au chapitre 1 d'obtenir le spectre à la dégénérescence montrant que le signal possède une largeur à mi-hauteur de $40\,nm$ environ. A cet effet, le lecteur pourra se reporter à la figure 1.15. Cette remarque nous permet en outre, en utilisant la relation $L_C^{s,i} = \lambda_{s,i}^2/\Delta\lambda_{s,i}$ bien connue, de calculer la longueur de cohérence de nos photons individuels qui s'élève dans ce cas précis à environ $43\,\mu m$. Ce calcul nous sera utile plus loin pour la définition des différences de marche de nos interféromètres d'analyse qui devront être supérieures à cette valeur de $43\,\mu m$.

Comme dans les expériences de comptage de coïncidences présentées au chapitre 2, les paires de photons créées au sein du guide sont collectées par une lentille (L) et focalisées dans une fibre optique monomode au standard télécom après que la pompe résiduelle eut été filtrée (F). La figure 3.4 nous rappelle le synoptique de cette source.

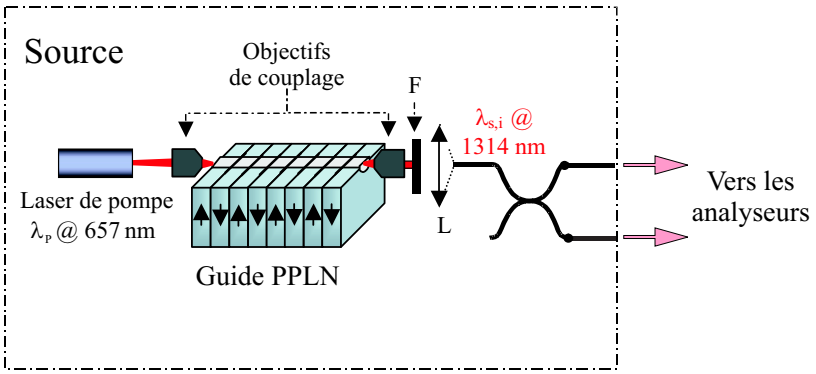


FIG. 3.4 – Synoptique de la source de paires de photons enchevêtrés conçue autour d'un guide d'ondes PPLN.

Puis, après avoir été couplés dans la fibre, les photons appariés sont séparés dans la moitié des cas grâce à un diviseur de faisceau fibré. Rappelons à cet effet que le lecteur pourra se reporter soit au chapitre 2 soit à l'annexe F pour plus de détails concernant ce dispositif.

Les analyseurs

Sitôt émis par la source, les photons sont envoyés via des fibres optiques vers les analyseurs qui sont, dans le cadre ce notre expérience, des interféromètres de Michelson contrairement à la proposition initiale de Franson [44]. Bien que le principe d'analyse soit équivalent à celui d'un Mach-Zehnder, le Michelson offre des caractéristiques particulièrement intéressantes pour les tests que nous voulons faire, comme les chercheurs du GAP l'ont d'ailleurs montré à plusieurs reprises [104, 102]. La figure 3.5 ci-dessous présente typiquement l'arrangement interne de ces interféromètres.
Ces deux analyseurs sont entièrement fibrés et sont faits à partir de coupleurs directionnels $3\,dB$ standard que l'on trouve dans le commerce. Pour les deux interféromètres, la différence de marche entre les bras longs et courts est de $20\,cm$ ce qui est équivalent à un écart temporel de $1\,ns$. Ces valeurs sont donc conformes aux conditions expérimentales requises pour observer la figure d'interférence quantique re-

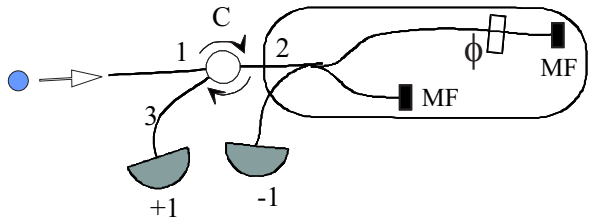


FIG. 3.5 – Un analyseur typiquement utilisé : l'interféromètre de Michelson. C représente un circulateur optique et les éléments MF sont des miroirs de Faraday.

cherchée. En effet, les 20 cm sont bien inférieurs à la cohérence de la pompe ($> 100\,m$) mais largement supérieurs à la cohérence des photons individuels ($\approx 43\,\mu m$).

Dans le but d'avoir des réponses dichotomiques en sortie, ces analyseurs présentent la particularité de posséder un circulateur optique en entrée rendant possible l'accès à deux ports de sortie. En effet, dans une configuration classique, les deux ports d'entrée d'un Michelson font aussi office de ports de sortie. Ici, grâce au circulateur, il n'en va pas de même (se référer à la figure 3.5) : un photon incident sur le port 1 est transmis via le circulateur vers le port 2 ; il choisit alors lequel des bras court ou long il va suivre par l'intermédiaire du coupleur ; après avoir été réfléchi en bout de ligne, il revient au niveau du coupleur afin de choisir sa voie de sortie ; s'il sort par le bas, il sera détecté par la photodiode labellisée -1 ; si par contre il revient au port 2, il sera finalement transmis au port 3 et détecté par la photodiode labellisée $+1$. Ajoutons que le principe de fonctionnement d'un circulateur repose sur l'effet Faraday et que le transfert entre les différents ports est indépendant de l'état de polarisation des photons.

Pour être en droit d'attendre de bonnes performances de la part de nos analyseurs, trois conditions doivent être remplies :

(i) Ces dispositifs doivent être *stables en température*. Pour ce faire, les fibres et les composants fibrés (C et MF) sont isolés dans une enceinte en mousse de polyuréthane et tenus à température constante. Cependant, afin d'accéder à une variation de la phase (paramètre d'analyse), une partie du bras long est placée dans un tube en cuivre dont on fait varier la température. La modulation de

la phase découle alors de la modulation de l'indice induite dans le tronçon de fibre chauffé.

(*ii*) Il faut pouvoir *s'affranchir de la biréfringence des fibres* qui composent les Michelson. En effet, l'indice vu par un photon, et donc sa vitesse de propagation, dépendent non seulement de sa longueur d'onde (dispersion chromatique) mais aussi de son état de polarisation (biréfringence). Ceci est d'autant plus embêtant que nos interféromètres sont fibrés et nous devons "préserver" l'indiscernabilité des voies $s_A - s_B$ et $l_A - l_B$ afin d'observer le maximum de visibilité. Cette condition pourra être vérifiée dans le cas unique où, pour les deux interféromètres, l'évolution d'un état de polarisation dans les deux bras différents est décrite par le même opérateur.
Expérimentalement, cela se traduit par l'utilisation de miroirs de Faraday (MF) en bout de chacun des bras. Ces miroirs sont constitués de rotateurs de Faraday orientés à 45° placés en amont de miroirs conventionnels. L'ensemble assure donc à tout photon incident, porteur d'un état de polarisation quelconque, de ressortir avec un état exactement orthogonal au premier annihilant du coup tous les effets biréfringents existant dans les analyseurs. Le résultat en est qu'aucun alignement de polarisation n'est alors nécessaire.

(*iii*) Enfin, les interféromètres doivent posséder exactement les mêmes différences de marche. En effet, afin d'éviter toute possibilité de discernement entre les chemins d'interférence, la différence des différences de marche doit être au pire de l'ordre de grandeur de la longueur de cohérence des photons individuels[30].
Pour se convaincre de l'importance de cette condition, nous pouvons remarquer que la *phase globale* vue par une paire de photon passant par l'un des chemins d'interférence ($s_A - s_B$ ou $l_A - l_B$) peut s'écrire comme une fonction de la somme et de la différence de chemins. Sachant qu'elle s'écrit aussi comme la somme des

[30] Même si les détecteurs ne sont pas capables de résoudre des différences temporelles associées à une dizaine de μm, le problème est ici d'ordre fondamental. On dit dans le jargon que les photons détectés en coïncidence doivent "se voir" ou "se sentir".

phases vues par les photons individuels chez Alice et Bob, nous avons donc :

$$\Phi = \omega_A \frac{\Delta L_A}{c} + \omega_B \frac{\Delta L_B}{c} = \frac{\omega_A + \omega_B}{2c} (\Delta L_A + \Delta L_B) + \frac{\omega_A - \omega_B}{2c} (\Delta L_A - \Delta L_B) \tag{3.48}$$

Or, dans le cas de paires de photons dégénérées, $\max |\omega_A - \omega_B| \approx 2\Delta\omega$ où $\Delta\omega$ est la largeur à mi-hauteur du pic de fluorescence. Sachant aussi que la longueur de cohérence des photons individuels s'écrit $L_C^{s,i} = \lambda^2/\Delta\lambda$ où $\Delta\lambda$ est cette fois la largeur à mi-hauteur en longueur d'onde, le second terme de l'équation 3.48 peut se ré-écrire comme :

$$\frac{\omega_A - \omega_B}{2c} (\Delta L_A - \Delta L_B) = \pi \frac{\Delta\lambda}{\lambda^2} (\Delta L_A - \Delta l_B) = \pi \frac{(\Delta L_A - \Delta l_B)}{L_C^{s,i}} \tag{3.49}$$

De là, si l'on s'arrange pour que la différence des différences de marche $\Delta L_A - \Delta L_B$ soit petite devant la longueur de cohérence des photons individuels (notée ici $L_C^{A,B}$), cette phase prend la forme simple suivante :

$$\boxed{\Phi \approx \frac{\omega_p}{2c} (\Delta L_A + \Delta L_B) \approx \frac{\omega_p}{c} \Delta L} \tag{3.50}$$

en utilisant la relation de conservation de l'énergie $\omega_A + \omega_B = \omega_p$ que l'on connaît. Le terme qui vient de disparaître est celui qui est porteur de l'incertitude car il est lié à la cohérence des photons individuels, alors que celui qui reste est très bien défini grâce à la grande cohérence de la pompe. Notons ici la correspondance entre cette condition et les calculs que nous avons montrés précédemment relatifs à la probabilité d'avoir une coïncidence dans le pic central. Il suffit pour cela d'identifier notre Φ à la somme $\phi_A + \phi_B$ dans les relations 3.22, 3.24 ou 3.46 démontrées plus haut.

Enfin, le lecteur intéressé trouvera dans la référence [102] une description de la méthode d'obtention de l'égalité des ΔL pour ces interféromètres fabriqués "maison" au GAP.

Les détecteurs

Ils sont du même type que ceux utilisés pour les expériences de caractérisation de l'efficacité décrites au chapitre 2. Ce sont donc des photodiodes en Germanium

présentant environ 10% d'efficacité à $1310\,nm$ à la température de l'azote liquide ($77\,K$). Elles fonctionnent dans un mode d'extinction passif très pratique lorsque le guide est pompé en continu. Notons que le principe de fonctionnement de ces détecteurs ainsi que les caractérisations expérimentales de deux d'entre eux ont été placés respectivement en annexes D et E.

La figure d'interférence

Nous savons déjà que nous avons accès expérimentalement à quatre taux de coïncidences respectivement notés $R_C^{++}(\phi_A, \phi_B)$, $R_C^{--}(\phi_A, \phi_B)$, $R_C^{+-}(\phi_A, \phi_B)$ et $R_C^{-+}(\phi_A, \phi_B)$ et qui varient en fonction des phases chez Alice et Bob. Les deux premiers reflètent les véritables coïncidences alors que les deux derniers témoignent des anti-coïncidences. Pour effectuer un véritable test expérimental de l'inégalité de Bell il faudrait donc mesurer simultanément l'ensemble de ces quatre taux afin de pouvoir calculer le coefficient de corrélation que nous avons défini par l'expression 3.25 comme l'ont fait Tittel et ses collaborateurs dans la référence [104]. Cependant, l'heure n'est plus vraiment au scepticisme quant à l'existence des effets non-locaux et, compte tenu du côté fastidieux en terme d'électronique de comptage (quatre détecteurs, quatre discriminateurs et surtout quatre portes ET), nous nous sommes contentés de caractériser l'enchevêtrement à partir d'un seul taux de coïncidences.

La figure 3.6 ci-dessous montre l'évolution du taux de coïncidences en fonction de la phase globale choisie par Alice et Bob. Chaque point expérimental représente une intégration des événements coïncidents sur deux secondes. En effet, cette courbe a été obtenue en faisant varier, au cours du temps, la température (et par conséquent la phase) de l'interféromètre d'Alice tout en maintenant l'interféromètre de Bob à température constante (donc à phase constante). Alors que les taux de comptage simple chez Alice et chez Bob demeurent constants, le taux de coïncidence, lui, varie comme une fonction sinusoïdale, comme le prévoit la théorie quantique. Nous tombons alors dans le cas de la théorie explicitée au paragraphe 3.3.3 et plus particulièrement par les inégalités de Clauser et Horne 3.31 et 3.32. A ce titre, notons que la courbe en trait plein représente le meilleur fit que nous ayons pu trouver. Celui-ci montre une visibilité brute de 92±1% et une visibilité nette de 97 ±1% (voir figure 3.6). Par brute

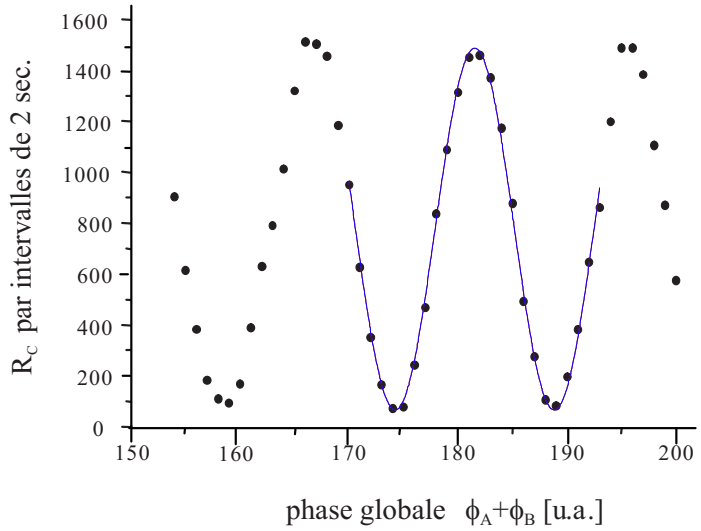


FIG. 3.6 – Figure d'interférence à deux photons obtenue en sortie de notre interféromètre de Franson.

nous entendons que les coïncidences accidentelles n'ont pas été retranchées alors que c'est justement le cas pour la visibilité nette. Notons que ces contrastes non égaux à l'unité ne sont pas dus à un degré réduit d'enchevêtrement des paires créées mais plutôt à une combinaison de plusieurs effets comme notamment une haute efficacité de conversion paramétrique (deux paires peuvent être créées simultanément brisant la corrélation si le signal de l'un et l'idler de l'autre font coïncidence), l'existence d'une dispersion chromatique non nulle au sein des fibres optiques ou encore l'utilisation de mauvais détecteurs (jitter). C'est pourquoi, afin de caractériser les performances de la source, il est nécessaire de se référer à la visibilité nette. Et compte tenu du fait que celle-ci approche les 100% théorique, on peut conclure que l'état d'enchevêtrement créé par notre source n'est pas très loin d'un état pur ou, en d'autres termes, d'un état maximalement enchevêtré. Aussi, dans le cas le plus défavorable, nous pouvons déduire de la visibilité brute que l'on observe bien une violation de l'inégalité de Bell par 21 standards de déviation, en supposant que les trois autres taux non mesurés suivent le même comportement sinusoïdal et que tous ne dépendent que de $\phi_A + \phi_B$, comme le requiert la théorie de Clauser et Horne [31].

3.4 L'intrication en "time-bins"

Nous avons appris dans la section 3.3 précédente comment caractériser l'enchevêtrement en énergie-temps qui est "naturel" à la génération de fluorescence paramétrique continue. Nous avons par ailleurs vu que l'interféromètre de Franson "révèle" un enchevêtrement en chemin optique pour les deux voies indiscernables correspondant aux possibilités $s_A - s_B$ et $l_A - l_B$. En d'autres termes, si les photons arrivent simultanément sur les détecteurs, nous entendons par là qu'ils font une véritable coïncidence, alors, compte tenu de l'incertitude liée à leur temps d'émission, l'état final de transmission avant le processus de détection s'écrivait comme une superposition cohérente des états mis pour les voies $s_A - s_B$ ou $l_A - l_B$. Malheureusement, mis à part sa caractérisation dans un test de Bell et quelques schémas de distribution quantique de clé à paire de photons [40], cet état d'enchevêtrement ne nous autorise pratiquement aucune utilisation, puisqu'aussitôt après avoir été révélé, il est détruit par le processus de détection.

Comment faire alors pour créer, partant de la fluorescence paramétrique, un enchevêtrement autre que ceux en polarisation et en énergie-temps, compatible avec l'utilisation des fibres optiques et que l'on pourrait utiliser directement en sortie de la source ? Nous nous proposons, dans ce qui suit, de discuter une extension originale de l'interféromètre de Franson consistant à modifier la source de sorte à ce que les photons de pompe, issus maintenant d'un *laser impulsionnel*, entrent dans un troisième interféromètre placé juste avant le cristal non-linéaire et qui porte le nom de "préparateur". Comme nous le verrons, ce nouveau protocole, dont la description théorique fut proposé à Genève en 1999 par Brendel et ses collaborateurs [25], permet via le circuit de préparation de re-créer, de façon artificielle, la cohérence des photons de pompe perdue lors du passage d'un laser continu à impulsionnel. Alors, en y ajoutant les interféromètres d'analyse, il est possible d'obtenir, à l'instar du cas continu, les deux voies indiscernables chères aux interférences.

Toutefois, l'intérêt de cette idée ne réside pas seulement dans le but de violer encore une fois l'inégalité de Bell. La source ainsi bâtie peut en effet se retrouver au cœur d'expériences nécessitant un laser impulsionnel ainsi qu'un enchevêtrement en énergie dont la cohérence est toujours présente et pas réduite à celle du laser impul-

sionnel. Nous pensons notamment aux expériences relatives à la téléportation d'états et à la permutation d'enchevêtrement qui sont actuellement étudiée à Genève pour ce nouvel enchevêtrement. Nous donnerons à ce titre, à la fin de notre description, un exemple d'application qui concerne la distribution quantique de clé à paires de photons.

3.4.1 Extension de l'interféromètre de Franson

Nous savons déjà que l'une des conditions nécessaire à la caractérisation d'un état enchevêtré en énergie-temps est que la longueur de cohérence des photons de pompe doit être supérieure à la différence de marche entre les bras courts et les bras longs des interféromètres utilisés.

Toutefois, si nous voulons désormais pomper notre guide d'ondes à l'aide d'un laser impulsionnel, cette cohérence va être perdue[31] si bien que la condition 3.9 ne sera plus vérifiée. De plus, connaissant désormais l'instant d'émission des photons de pompe ainsi que les instants de détection des photons signal et idler, il est possible de déduire le temps de vol de ces derniers et, par conséquent, les bras d'analyseurs empruntés.

C'est pourquoi, si nous voulons de nouveau posséder deux voies indiscernables susceptibles de donner naissance à une figure d'interférence, il nous faut trouver une façon artificielle de redonner une certaine cohérence à notre source. Considérons alors la figure 3.7 ci-dessous qui présente un interféromètre de Franson sur lequel a été adjoint un troisième interféromètre sur le chemin optique des photons de pompe, juste entre le laser et le cristal non-linéaire. Tout d'abord, précisons qu'Alice est désormais détentrice de la source complète, c'est à dire composée du laser impulsionnel, de "l'interféromètre de pompe", du cristal non-linéaire (qui peut être un guide d'ondes PPLN) et du diviseur de faisceau. Bob et son nouveau comparse Charly reçoivent, quant à eux, les paires de photons séparées et pratiquent les mesures. Aussi, l'ensemble du protocole peut être entièrement basé sur l'utilisation de fibres optiques comme c'est le cas pour notre expérience.

[31] Le laser utilisé pour l'expérience possède un $\Delta\lambda$ de 3nm lui associant une longueur de cohérence de $1{,}4{\cdot}10^{-4}\,m$.

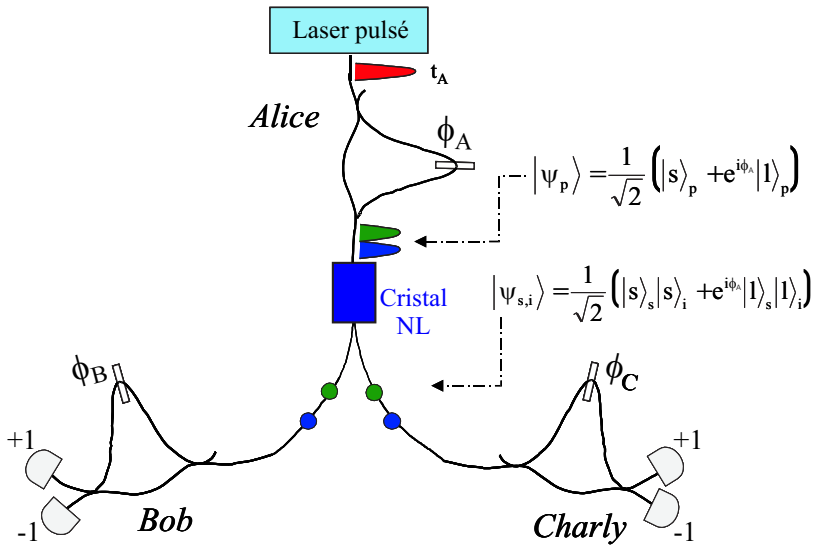


FIG. 3.7 – Synoptique du protocole utilisé pour la génération de l'enchevêtrement en time-bins mettant en œuvre trois interféromètres.

Principes théoriques

Une impulsion laser brève émise par Alice en un instant t_A entre dans l'interféromètre de pompe qui possède une différence de marche temporelle supérieure à la durée de l'impulsion. Cette dernière peut alors être divisée en deux nouvelles impulsions de plus petites amplitudes et se suivant l'une l'autre en sortie de l'interféromètre avec un rapport de phase fixe donné par ϕ_A.
Ainsi, comme nous avons encore une fois écarté ici la possibilité d'interférence au premier ordre, l'état quantique porté par les photons de pompe en sortie de ce dispositif peut être décrit par une superposition cohérente de la forme :

$$|\psi\rangle_p = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|s\rangle_p + e^{i\phi_A}|l\rangle_p\right) \tag{3.51}$$

où les vecteurs d'état $|s\rangle$ et $|l\rangle$ représentent les trajets possibles au sein de cet interféromètre. En d'autres termes, nous pouvons avancer que les photons de pompe sont désormais "préparés" dans un état cohérent bien que le laser possède lui-même une très faible longueur de cohérence. Il faut bien voir ici que cet état est typique

de la description des "qu-bits"[32] qui diffère fondamentalement de celle appliquée aux bits classiques justement par la particularité qu'ils ne se trouvent ni dans l'état bas ($|s\rangle$) ni l'état haut ($|l\rangle$) mais bien dans une superposition cohérente des deux. Nous avons juste défini ici une façon d'encoder l'information. De là, si l'on considère un référentiel temporel d'origine t_A, nous pouvons comprendre que le circuit de préparation nous permet de ranger les photons de pompe dans deux petits créneaux séparés par l'intervalle $\frac{\Delta L_A}{c}$, avec ΔL_A la différence de marche relative au préparateur. On peut alors procéder à l'analyse de l'information portée par les photons de pompe (ou qu-bits de pompe) et celle-ci peut être révélée selon deux bases :

(i) En plaçant un détecteur en sortie du préparateur, on fait une analyse dans le référentiel temporel. Connaissant le temps d'émission des photons (trigger du laser), il est aisé de déduire les chemins empruntés par ceux-ci.

(ii) Si l'on place maintenant un analyseur identique au préparateur (en terme de différence de marche), nous faisons une analyse dans un référentiel d'énergie. Nous recréons en fait ici un dispositif interférentiel capable de mettre en évidence des franges d'interférence via deux voies indiscernables. Cette démonstration fait l'objet de l'annexe I.

Toutefois, tant qu'aucune détection n'est réalisée sur les photons de pompe préparés, nous ne pouvons bien entendu pas connaître les chemins choisis dans l'interféromètre et par conséquent dans quel time-bin ceux-ci ont été placés.

Alors, si l'on se propose maintenant de focaliser ces photons préparés sur un cristal non-linéaire quadratique, nous pouvons créer, via la conversion paramétrique, un enchevêtrement en "time-bins" que l'on peut décrire comme suit :

$$|\psi\rangle_{s,i} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|s\rangle_s|s\rangle_i + e^{i\phi_A}|l\rangle_s|l\rangle_i\right) \tag{3.52}$$

En effet, si l'on s'intéresse de nouveau au référentiel temporel associé aux paires de photons et indiqué par la figure 3.8 ci-dessous, on constate que les photons signal et idler sont eux aussi rangés dans deux time-bins différents. Et bien que l'instant d'émission de l'impulsion laser, donc des photons de pompe, soit connu (t_A), la préparation de ceux-ci fait qu'il existe deux instants d'émission possibles pour les paires

[32] Correspond à l'abrégé de l'expression anglais *quantum bit*.

de photons ce qui se traduit par la superposition en chemins optiques notée ci-dessus.

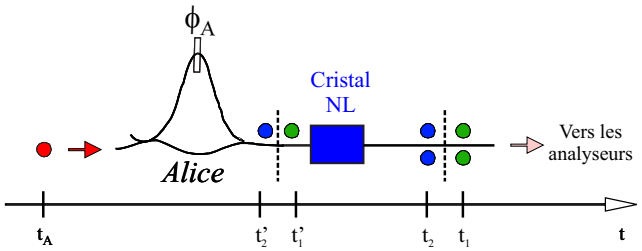


FIG. 3.8 – Processus de création de l'enchevêtrement en time-bins.

Notons que l'état 3.52 possède la forme d'un état singulet et que selon la valeur de la phase ϕ_A, nous pouvons obtenir deux des quatre états de Bell, à savoir :

$$\begin{cases} \Phi^{+}=\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot(|s\rangle_s|s\rangle_i+|l\rangle_s|l\rangle_i) & si\ \phi_A=0 \\ \Phi^{-}=\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot(|s\rangle_s|s\rangle_i-|l\rangle_s|l\rangle_i) & si\ \phi_A=\pm\pi \end{cases} \tag{3.53}$$

Les deux états manquant pour compléter la base de Bell (voir annexe F) peuvent en principe être obtenus via l'adjonction de lignes à retards et de switch optiques qui permettraient d'interchanger les vecteurs $|s\rangle$ et $|l\rangle$.

Aussi, remarquons qu'il est possible, à l'aide de cette nouvelle source, de générer ce que l'on appelle des états *enchevêtrés non maximaux*. En effet, en choisissant différentes amplitudes de transmission pour les chemins long et court au sein du préparateur (voir équation 3.51), il se produit une dissymétrie dans la normalisation de l'état 3.52 porté par les paires de photons créées. Notons que lorsqu'ils sont analysés, ces états ne sont pas capables de donner des interférences possédant un contraste de 100%. Pour s'en convaincre, il suffit de considérer une superposition de type $\alpha|s\rangle_S|s\rangle_i+\beta e^{i\phi_A}|l\rangle_S|l\rangle_i$ pour laquelle α et β représentent les poids affectés à la transmission à travers le circuit de préparation, et par conséquent aux deux time-bins. α et β vérifient bien sûr la condition de normalisation $|\alpha|+|\beta|^2=1$. La figure d'interférence pouvant, comme à l'habitude, se calculer par le carré du module de la somme des amplitudes de probabilité, il vient dans ce cas : $2\alpha\cos(\phi_A)+\alpha^2+\beta^2$. Dans le cas où $\alpha=\beta=\frac{1}{\sqrt{2}}$, on retrouve le cas habituel de l'enchevêtrement maximal.

Par contre si tel n'est pas le cas, il est évident que le taux de contraste n'est plus de 100% car le cosinus s'est vu affecté du poids α pendant l'opération.

Enfin, la caractérisation de cet enchevêtrement et sa capacité à violer l'inégalité de Bell peut se faire en adjoignant à notre source deux interféromètres possédant les mêmes caractéristiques que ceux précédemment étudiés dans le cas continu (voir paragraphe 3.3). On retrouve alors un dispositif analogue à celui de Franson mais pouvant jouer cette fois en régime impulsionnel.

La réponse du TAC

Plaçons un TAC entre deux détecteurs de Bob et Charly en leur affiliant respectivement les bits de start et de stop et étudions l'histogramme des coïncidences correspondant. Dans un premier temps, nous pensons que la figure sera identique à celle que l'on avait en régime continu et sans circuit de préparation. En effet, le TAC mesure toujours les différences temporelles entre les instants d'arrivée des photons et de ce côté-ci rien n'a changé : les photons des paires séparées peuvent toujours prendre au choix l'un des quatre chemins possibles chez Bob et Charly et qui sont notés cette fois $s_B - s_C$, $l_B - l_C$, $s_B - l_C$ et $l_B - s_C$. Pourtant, bien que l'histogramme soit véritablement identique, les événements $s_B - s_C$ et $l_B - l_C$ enregistrés dans le pic central peuvent avoir chacun deux passés différents, comme le montre la figure 3.9 ci-dessous. En effet, les paires de photons ont pu être créées dans l'un ou l'autre des time-bins relatifs au circuit préparateur et, si elles choisissent leurs voies d'analyse comme dans le cas continu, il faut désormais tenir compte du fait que les photons de pompe choisissent eux aussi leur voie de préparation que le TAC n'est pas capable de "voir".

En fait, comme nous l'avons représenté sur la figure, le pic central d'interférence existe toujours, mais il dénombre maintenant quatre événements coïncidents différents que l'on notera $s_A - s_B - s_C$, $l_A - s_B - s_C$, $s_A - l_B - l_C$ et $l_A - l_B - l_C$. Alors, compte tenu du fait que les chemins $s_A - s_B - s_C$ et $l_A - l_B - l_C$ sont identifiables par rapport aux deux autres simplement par leur temps de vol depuis l'émission du photon de pompe jusqu'à la détection chez Bob et Charly, l'analyse en temps réel du taux de coïncidences associé au pic central à l'aide d'un SCA offrira des franges

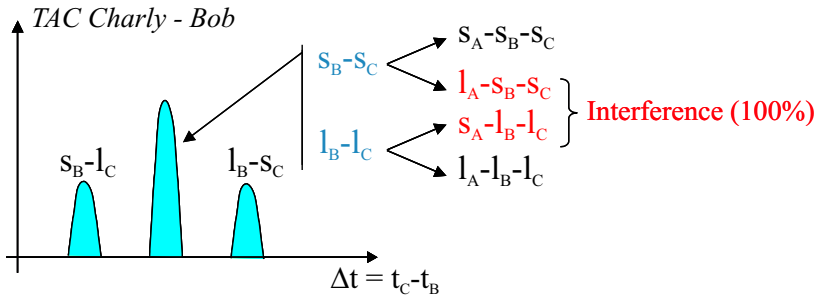


FIG. 3.9 – Histogramme typique des coïncidences en sortie de l'interféromètre de Franson modifié. Le pic central contient les deux voies indiscernables mais il faut compter des coïncidences triples pour retrouver les 100% de visibilité théoriques.

d'interférence limitées à un taux de contraste maximum de 50%. En effet, si l'on fait l'hypothèse fondamentale que $\Delta L_A = \Delta L_B = \Delta L_C$, les deux véritables voies indiscernables correspondent maintenant aux combinaisons $s_A - l_B - l_C$ et $l_A - s_B - s_C$. De là, l'adjonction des possibilités $s_A - s_B - s_C$ et $l_A - l_B - l_C$ perturbe le système en "noyant" les franges d'interférence quantiques dans du bruit. On se retrouve ici dans un cas analogue à l'analyse simultanée des trois pics de coïncidences du cas continu précédemment étudié (voir la remarque de la conclusion du paragraphe 3.3.4). C'est pourquoi, afin d'écarter les deux voies qui n'interfèrent pas et de retrouver les 100% de visibilité prévus par la théorie, il nous faut compter des *coïncidences triples* entre les signaux de détection des deux photons signal et idler chez Bob et Charly et l'instant d'émission du photon de pompe initial. C'est uniquement dans ce cas que nous pourrons perdre de nouveau l'information sur les chemins optiques empruntés. Pour ce faire nous utiliserons des portes ET à trois entrées.

Calcul de la fonction d'interférence

Montrons que les chemins $s_A - l_B - l_C$ et $l_A - s_B - s_C$ que nous venons d'identifier comme voies indiscernables peuvent mener à une figure d'interférence. Ecrivons pour cela l'état final porté par les paires de photons transmises au travers du dispositif complet et qui empruntent ces chemins particuliers. En s'aidant des équations 3.51

et 3.52 il vient simplement :

$$|\psi_{sll+lss}\rangle = \alpha \left\{ e^{i\phi_A}|l_A\rangle|s_B\rangle|s_C\rangle + e^{i(\phi_B+\phi_C)}|s_A\rangle|l_B\rangle|l_B\rangle \right\} \tag{3.54}$$

où α est une constante de normalisation qui vaut $\frac{1}{8}$ si les chemins sont parfaitement équilibrés tout en tenant compte des voies écartées. Puis, afin de trouver le terme d'interférence, il convient de prendre encore le carré du module de la somme des amplitudes de probabilité, qui nous mène à :

$$\boxed{P\left(\phi_A, \phi_B, \phi_C\right) = \alpha\left[1 + \cos\left(\phi_B + \phi_C - \phi_A\right)\right]} \tag{3.55}$$

Notons que $P\left(\phi_A, \phi_B, \phi_C\right)$ peut aussi être vue comme la probabilité d'obtenir une triple coïncidence pour les voies d'interférence. Elle est naturellement fonction de la somme des trois phases ajustables indépendamment dans les interféromètres et montre un taux de contraste théorique de 100% ce qui est en opposition avec la limite du théorème de Bell.

3.4.2 Résultats expérimentaux avec un guide PPLN

Les données de l'expérience

Le schéma de l'expérience que nous avons menée est présenté sur la figure 3.10 ci-dessous.

Voici quelques précisions quant aux éléments constitutifs :

(i) Tout d'abord, précisons que le laser impulsionnel utilisé ici est le même que celui que nous avions lors de l'expérience du comptage de coïncidence en mode pulsé (voir paragraphe 2.3). Il émet donc des impulsions d'une durée de $400\,ps$ à la longueur d'onde de $657\,nm$ et possède une largeur de bande d'environ $3\,nm$ de large. Toutefois, sachant que les courbes QAP de nos guides PPLN présentent une pente infinie aux abords de la dégénérescence, nous avons choisi de placer un réseau de diffraction en sortie du laser (non représenté sur la figure) dans le but de réduire la largeur spectrale de la pompe, et par conséquent celle de la fluorescence. Aussi, bien qu'un réseau de 600 traits par millimètre ait réduit la

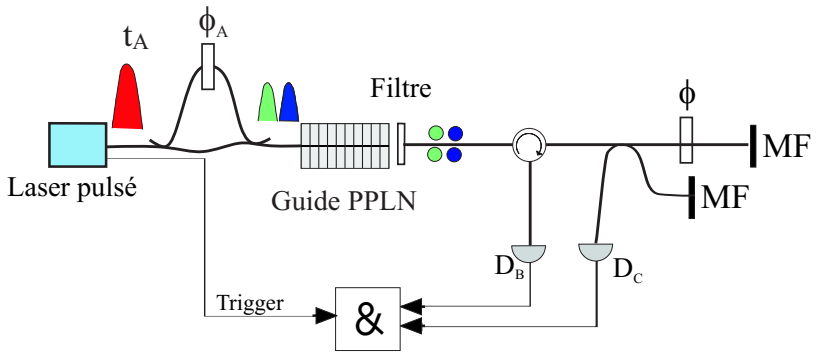


FIG. 3.10 – Schéma expérimental de la caractérisation de l'enchevêtrement en time-bins : utilisation d'un "Franson replié".

pompe à une largeur spectrale de 0,2 nm, la largeur temporelle des impulsions est restée la même puisque cette configuration n'est toujours pas limitée par l'inégalité de Fourier.

(*ii*) Ces impulsions laser sont ensuite focalisées dans l'un des port d'entré de l'interféromètre de pompe (cette fois de type Mach-Zehnder) qui est entièrement fait de fibres optiques monomodes à 655 nm. De plus, pour conférer un état d'enchevêtrement maximal à nos paires de photons, il faut nous assurer que les deux pulses de pompe en sortie de ce préparateur soient de même amplitude (c'est à dire de même poids dans la normalisation de l'état intriqué). Nous avons accès à ce paramètre par le biais de contrôleurs de polarisation que nous avons pris soin de placer entre les bras long et court du préparateur. Ainsi, grâce à une photodiode PIN et à un oscilloscope connectés au second port de sortie de l'interféromètre, nous pouvons contrôler en temps réel la hauteur des deux pulses subséquents assurant du coup la superposition cohérente maximale pour les photons préparés, et donc pour les paires de photons.
Notons aussi qu'à l'instar des analyseurs, le circuit de préparation est lui aussi contrôlé en température.

(*iii*) Le guide PPLN utilisé ici possède exactement les même caractéristiques que celui qui a servi pour l'expérience de Bell en continu (voir paragraphe 3.3.5) et dont la caractérisation est donnée au chapitre 1 (paragraphe 1.3.2). Rappelons

simplement que ce guide a été choisi pour obtenir la conversion paramétrique de photons à $657\,nm$ en paires de photons dégénérées autour de $1314\,nm$.

(iv) Précisons ici que l'énergie contenue dans les impulsions de pompe est contrôlée à l'aide d'atténuateurs de sorte à annuler la présence des pics satellites qui témoignent de la génération simultanée de multiples paires de photons (on pourra se reporter à la description expérimentale et théorique de ce problème traité au paragraphe 2.3). Bien entendu, si l'on s'attarde à regarder de nouveau l'histogramme des coïncidences, on observe, dans le cas de trop fortes puissances de pompe, l'apparition de *triplets* de pics satellites. Chaque triplet correspond alors aux trois possibilités d'événements coïncidents susceptibles d'être enregistrés par le TAC. Leur répétition indique quant à elle que la probabilité de créer plus d'une paire de photons à la fois existe.

(v) Comme le montre la figure 3.7, nous avons besoin de trois interféromètres : l'un servant à préparer l'enchevêtrement et les deux autres pour l'analyser. D'autre part, la relation d'interférence 3.55 montre clairement que la probabilité de compter une coïncidence dépend des trois phases induites chez Alice, Bob et Charly. Cependant, comme nous l'avons déjà expliqué, il sera possible d'obtenir un maximum de visibilité uniquement dans le cas où les interféromètres sont stables en température d'une part, et dont les ΔL sont égaux d'autre part. Ainsi, pour simplifier le protocole expérimental, nous avons utilisé ce que l'on appelle un interféromètre de Franson "replié" qui consiste à analyser les photons appariés via le même dispositif comme c'est le cas sur la figure 3.10.
Ce choix simplifie considérablement les manipulations, car non seulement nous n'avons plus que deux interféromètres à stabiliser, mais l'alignement nécessaire pour obtenir la condition sur les ΔL devient plus aisé. En effet, il aurait fallu ici que l'on valide la condition :

$$\Delta L_A|_{\lambda_p} = \Delta L_B|_{\lambda_s} = \Delta L_C|_{\lambda_i} \tag{3.56}$$

qui devient donc, dans le cas replié, $\Delta L_A|_{\lambda_p} = \Delta L|_{\lambda_{s,i}}$, avec $\lambda_s = \lambda_i$. Notons que pour obtenir cette dernière condition un bout de la fibre composant le bras long de l'interféromètre de pompe est enroulé sur d'un bloc rond solidaire d'un

moteur à déplacement piézo-électrique qui permet d'effectuer en temps réel un alignement de précision.

(*vi*) Enfin, les coïncidences sont quant à elles comptées en faisant le ET logique entre les signaux de détection issus de deux photodiodes D_B et D_C placées en sortie de l'analyseur et le trigger du laser.

La figure d'interférence

La figure 3.11 ci-dessous montre l'évolution du taux de coïncidences obtenu en faisant varier la phase ϕ de l'interféromètre d'analyse. Chaque point obtenu correspond à l'intégration des événements coïncidents sur 10 secondes. On observe alors que le taux de visibilité des fanges d'interférences est dans ce cas d'environ 84%. Notons qu'ici les taux net et brut sont équivalents puisque le comptage des coïncidences triples avec une porte ET rend négligeable le taux de coïncidences accidentelles.

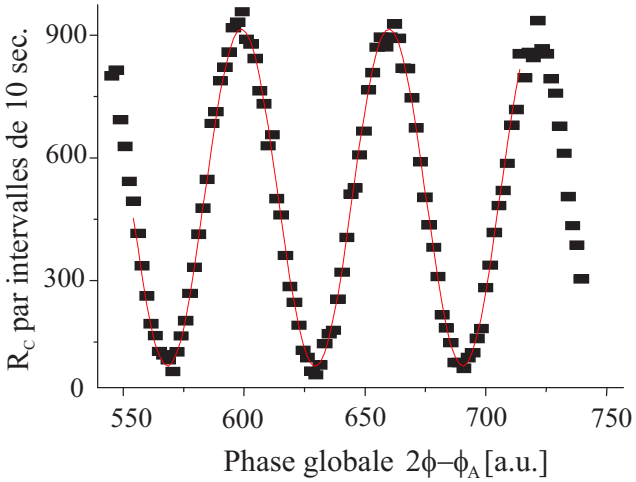


FIG. 3.11 – Figure d'interférence pour les coïncidences triples en sortie du Franson replié.

Ce contraste est ici encore supérieur aux 71% donnés par l'inégalité de Bell ce qui indique un comportement non-local de l'état enchevêtré créé. Toutefois, ce taux est nettement moins bon que celui que nous avions obtenu pour le cas continu (97% sans les coïncidences accidentelles).

Nous ne sommes pas sûr de bien comprendre actuellement la ou les raison(s) expliquant les 16% de visibilité perdus par rapport aux 100% théoriques possibles. Toutefois, il paraît clair que les états enchevêtrés créés sont non maximaux ou que la figure d'interférence voit son contraste réduit en raison d'une certaine discernabilité des voies qui lui donnent naissance. Nous avancerons alors plusieurs hypothèses :

- Tout d'abord le problème peut être dû à l'alignement des interféromètres. En effet, il est possible que nous rations la position d'équilibre des ΔL lors de l'ajustement de l'interféromètre de pompe provoquant du coup la mise hors cohérence de l'ensemble.
- On peut aussi penser à un problème spectral. En effet, comme nous l'avons déjà expliquer précédemment, les courbes QAP présentent des pentes infinies aux abords de la dégénérescence. Pomper le guide avec un laser dont la raie est loin d'être monochromatique va inéluctablement élargir le spectre des photons issus de la fluorescence paramétrique ce qui peut, en raison de la dispersion chromatique dans les fibres qui composent l'analyseur, amener une certaine discernabilité. En d'autres termes, les photons des paires qui normalement coïncident n'arrivent pas exactement en même temps sur les détecteurs provoquant ainsi une perte de la cohérence. Il faut comprendre que l'effet est ici de type fondamental et qu'il ne dépend pas de la résolution des détecteurs.

  Nous avons d'ailleurs pu vérifier cette hypothèse en enlevant le réseau de diffraction placé en sortie du laser. Avec des impulsions de $3\,nm$ de large, la visibilité maximale que nous ayons pu obtenir fut de 60% ce qui est inférieur à la limite de l'inégalité de Bell. De là, nous pouvons penser que la valeur de $0{,}2\,nm$ obtenue en présence du réseau n'est encore pas suffisante et qu'il faudrait de nouveau réduire ce spectre.

  Aussi, nous restons persuadés qu'il faudrait caractériser "classiquement" la fluorescence paramétrique issue du guide comme il a été fait au chapitre 1 mais cette fois à l'aide du laser pulsé.
- Une autre voie de réflexion se pose sur la dispersion chromatique dans l'interféromètre de pompe. Il est vrai que les fibres optiques monomodes à $655\,nm$ présente une dispersion plus élevée que les fibres au standard télécom. Ainsi,

les quelques cm de différence de chemin entre les bras court et long de celui-ci couplés à une raie de pompe non monochromatique provoquerait l'étalement des impulsions dans le temps. Même si cette hypothèse n'est pas vérifiable à l'oscilloscope placé en sortie du préparateur, nous pouvons penser que cet effet, si faible soit-il, induit un élargissement des time-bins, et par conséquent la perte d'une partie du caractère maximal de l'enchevêtrement.

A ce titre, suite à une discussion privée [48], nous avons conscience que nos impulsions laser ne sont pas "propres". Aussi, une diode laser dont la réponse spectrale dépend de la forme du courant d'injection dans la zone active semi-conductrice n'est certainement pas la meilleure solution pour créer un enchevêtrement de qualité. Nous sommes cependant tenus pas notre cahier des charges : nous voulons des paires de photons dégénérés à $1310\,nm$ et l'une des rares façons d'y arriver est d'utiliser la conversion paramétrique à partir d'une pompe à $655\,nm$. Or à notre connaissance, il n'existe malheureusement pas de laser tout solide, autre que semi-conducteur, à cette longueur d'onde.

– Enfin, la dernière hypothèse à laquelle nous pensons est directement reliée aux taux de création des paires au sein du guide. En effet, même si nous prenons la précaution d'annihiler les triplets de pics satellites en atténuant la puissance de pompe, il se peut que deux ou plusieurs paires soient quelques fois créées simultanément noyant par le fait les véritables coïncidences dans du bruit. Attention, cela ne veut pas dire qu'elles sont accidentelles au sens temporel du terme ; elles proviendraient bien de photons émis en même temps et passés par les bons chemins mais ne donnant tout simplement pas d'interférences en raison de la perte de la conservation de l'énergie ; on imagine par exemple une coïncidence entre le signal d'une paire et l'idler d'une autre émises toutes deux via la même impulsion de pompe. Il serait malheureusement loin d'être évident de placer un ordre de grandeur là-dessus.

Néanmoins, bien qu'encore dans l'expectative, nous avons peut-être des débuts d'éléments de réponse. En effet, nous avons récemment procéder au remplacement de l'interféromètre de pompe fibré par un nouveau fait en optique massive. Dans le même temps, nous avons encore réduit la puissance des impulsions de pompe à

quelques centaines de nW. L'effet cumulé de ces deux tentatives nous a amené à un taux de visibilité d'environ 91% pour les coïncidences triples. Malheureusement avec de si faibles puissances, et compte tenu des pertes sur les canaux quantiques, le taux de comptage moyen des triples coïncidences tourne autour de 100 ce qui reste assez faible vu le fort potentiel du guide. L'intérêt est donc perdu.

3.4.3 Motivations : la distribution quantique de clés à paires de photons

Comme Tittel l'a récemment montré expérimentalement à l'aide d'un cristal non-linéaire massif [103], cette configuration à trois interféromètres ouvre la voie à la distribution quantique de clé (QKD[33]) à paires de photons entre Bob et Charly. En fait, comme il est de rigueur dans ce type d'expériences, il est possible de mettre en évidence deux bases d'analyse des qu-bits : la base du temps et la base de l'énergie. Pour le comprendre, imaginons deux TAC placés entre Alice et Bob d'une part, et entre Alice et Charly d'autre part. Les événements répertoriés dans les histogrammes sont issus des coïncidences entre les signaux de détection chez Bob et Charly et le trigger du laser chez Alice. La figure 3.12 ci-dessous nous donne une représentation schématique des pics obtenus.
Comment est-il alors possible de distribuer une clé entre Bob et Charly ? Imaginons, à l'instar de l'expérience sur l'enchevêtrement en time-bins, qu'Alice émettent des photons de pompe aux instants t_A. Après avoir été séparés, les photons "jumeaux" arrivent chez Bob (signal) et Charly (idler), puis sont détectés. Les deux opérateurs ont alors deux possibilités chacun : soit leur photon arrive dans un pic satellite, soit il arrive dans le pic central. Comme nous l'avons dit dans la description du circuit de préparation, on peut voir ces détections comme étant le discernement entre deux bases, à savoir :

(i) Les pics satellites de la figure 3.12 représentent ici la *base du temps*. En effet, les chemins empruntés par les photons de pompe et les photons signal chez Bob ou idler chez Charly sont tout à fait discernables.

[33] Vient de l'anglais Quantum Key Distribution, d'où l'abréviation.

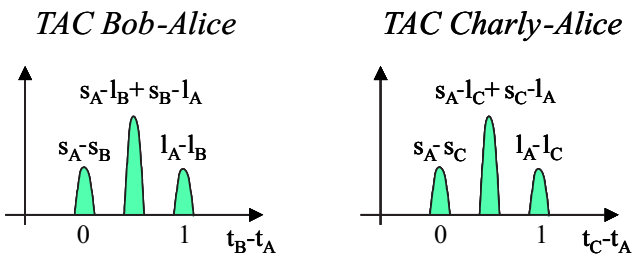


FIG. 3.12 – Les deux bases complémentaires pour le protocole de distribution quantique de clés à paires de photons. Les TAC mesurent les intervalles temporels entre l'arrivée du photon signal chez Bob et le départ du photon de pompe chez Alice ($t_B - t_A$), et les intervalles temporels entre l'arrivée du photon idler chez Charly et le départ du photon de pompe chez Alice ($t_C - t_A$) respectivement.

(ii) Les pics centraux de la figure 3.12 représentent la *base de l'énergie* car les voies empruntées par les photons de pompe et les photons signal chez Bob ou idler chez Charly ne sont pas discernables : ils interfèrent.

De là, lorsque Bob et Charly reçoivent leurs photons, ils enregistrent pour chacun la base dans laquelle ils ont été analysés. Puis, ils peuvent comparer la nature de ces bases en écartant bien sûr celles qui ne coïncident pas. Il vient alors :

(i) Si Bob et Charly trouvent tous deux leur photon dans la base temporelle, les deux photons appartiennent forcément tous deux au même type de pic, c'est à dire que, par exemple, le signal a alimenté le pic de gauche chez Bob et que l'idler a alimenté le pic de gauche chez Charly. Il en va de même pour les pics de droite. La raison en est que le signal et l'idler concernés sont nés du même photon de pompe qui a emprunté soit le bras court, soit le bras long du circuit préparateur. Or, les pics satellites de gauche dépendent du bras court chez Alice, et ceux de droite du bras long chez Alice.
Ainsi, en donnant respectivement les valeurs 0 aux pics de gauche et 1 aux pics de droite, nous pouvons obtenir un codage de l'information.

(ii) Si Bob et Charly détectent tous deux leur photon dans le pic central, cela signifie que les photons signal et idler ont choisi les voies d'interférence. Aussi, Bob et Charly peuvent, grâce au comptage des triples coïncidences et à un arrangement

adéquat des phases ϕ_A, ϕ_B et ϕ_C, choisir véritablement laquelle de leurs deux photodiodes respectives (voir figure 3.7) va faire "clic" (voir l'expression 3.55 pour la probabilité de compter une triple coïncidence). En affectant alors les valeurs 0 et 1 à ces mêmes photodiodes, on a là aussi, pour le pic central, un résultat binaire chez Bob et Charly (ils choisiront évidemment que les photons sortent par les mêmes détecteurs afin d'avoir les mêmes valeurs de bits).

Bien sûr, Bob et Charly ne révèlent pas les valeurs des bits mesurés mais uniquement la nature de la base. Aussi, précisons que ces deux bases complémentaires sont directement reliées au protocole de distribution initialement décrit par Bennett et Brassard en 1984 [13] (se référer à [103] pour obtenir une description détaillée sur le fonctionnement du protocole). Enfin, il est important de remarquer que le choix des bases se fait ici de façon complètement *passive*.

Le but initial de notre expérience sur l'enchevêtrement en time-bins était non seulement de caractériser la qualité de celui-ci, mais aussi de construire une source de paires de photons utile au protocole QKD que nous venons de décrire. Nous voulions, entre autre, séparer les analyseurs chez Bob et Charly par 10 km de fibres télécoms. En effet, nous pensions détenir entre nos mains, compte tenu des très bons résultats obtenus en mode continu, une source de paires de photons corrélés compacte, facile d'emploi et efficace, qui est une qualité qui fait souvent défaut dans les expériences de communications quantiques. Toutefois, avant de procéder à de telles manipulations, il faut vérifier que l'on obtient bien une violation de l'inégalité de Bell avec un résultat proche des 100% accessibles. En effet, il faut savoir que dans le cas des protocoles QKD à paires de photons, la sécurité des crypto-systèmes dépend des corrélations quantiques : on vérifie que l'espion n'est pas intervenu sur les canaux quantiques en testant, pour une partie des bits, que le taux de contraste vaut bien 100% signifiant que les interférences auxquelles on s'attend ne sont pas brisées par des mesures aléatoires. Ainsi, distribuer une clé avec seulement 84% de visibilité aurait automatiquement induit dès le départ un QBER[34] de 16%. Et cette valeur qui par défaut

[34]Vient de l'anglais Quantum Bit Error Rate, ou en français "taux d'erreurs sur les bits quantiques".

est attribuée à l'espion, demeure inacceptable du point de vue de la sécurité de notre crypto-système.

C'est pourquoi il nous faudra avoir résolu nos problèmes de taux de contraste avant de poursuivre les investigations cryptographiques.

3.5 Conclusion du chapitre 3

Après avoir rappelé les éléments théoriques nécessaires à la compréhension des phénomènes non-locaux portés par les états quantiques non factorisables, nous avons vu comment réaliser et caractériser deux sources de paires de photons enchevêtrés.

La première, qui proposait un enchevêtrement en énergie-temps, a montré des franges d'interférence possédant un taux de contraste de 97% par l'intermédiaire d'un test de Bell de type Franson. Ce taux, proche des 100% prévus par la théorie quantique, démontre le très bon degré d'enchevêtrement des paires de photons créées. Cette caractéristique couplée à la très haute efficacité démontrée à l'aide d'une pompe continue indiquait le fort potentiel que possèdent les guides PPLN pour être au cœur des futures sources de communications quantiques. Ajoutons que nous avons réalisé là une source de paires de photons compacte, efficace et simple d'emploi, mais qui opère en mode continu ce qui en limite l'intérêt.

Dans le cas de la source mettant en œuvre des paires de photons intriqués en time-bins, nous avons obtenu un taux de contraste d'environ 84%. Bien que supérieur aux 71% imposés par le théorème de Bell, cette visibilité limitée n'est pour le moment pas satisfaisante. C'est la raison pour laquelle il n'est par exemple pas possible de construire autour de cette source une expérience de distribution de clé à paires de photons. Cependant, bien qu'encore non maîtrisées, les raisons de ces limitations font l'objet d'actives investigations dans le but d'obtenir, en mode impulsionnel, des performances comparables à celles du cas continu. Aussi, la compacité et la haute efficacité des guides PPLN nous font penser que ce type de dispositif deviendra sans doute, à l'avenir, l'un des éléments clés des expériences pour lesquelles le point faible demeure l'efficacité de conversion paramétrique, comme c'est le cas notamment de la téléportation d'états et de la permutation d'enchevêtrement.

Conclusion Générale

Si les paires de photons et plus généralement l'intrication ne suscitent plus aujourd'hui la même verve philosophique qu'au cours du vingtième siècle, c'est parce que les physiciens ont su développer et apporter les évolutions nécessaires à leur expériences pour enfin répondre aux diverses interprétations des propriétés non-locales que montrent certains systèmes quantiques. Cette même intrication est désormais la clé de voûte de la nouvelle théorie de l'information quantique que certains voient déjà comme la révolution du XXIe siècle. Les enjeux sont d'ailleurs non seulement scientifiques mais aussi économiques dans le sens où la cryptographie quantique intéresse déjà les banques dont les transactions sont menacées par "l'ordinateur quantique".

Toutefois, avant d'arriver à ces fins, il faudra être capable de bien des prouesses expérimentales et la technologie aura certainement subi quelques mutations pour se fondre dans le contexte. C'est dans cette lignée que s'est inscrit ce travail de thèse dont l'originalité réside dans l'utilisation d'un guide d'ondes intégré sur un substrat de niobate de lithium polarisé périodiquement (PPLN) comme générateur de paires de photons intriqués. Nous avions à cœur de démontrer qu'une science appliquée telle que l'optique intégrée pouvait devenir un atout technologique au service d'une science à caractère plus fondamental qu'est l'optique quantique et ses protocoles d'échange de qu-bits. Pour ce faire, notre activité de recherche s'est décomposée en trois parties :

(i) Le point de départ fut le savoir-faire traditionnel du LPMC en matière de fabrication et de caractérisation des guides d'ondes non-linéaires réalisés par échange protonique doux sur substrat PPLN. Ces composants intégrés permettent non seulement un confinement des ondes de pompe, signal et idler sur plusieurs centimètres d'interaction, mais aussi l'utilisation de la technique du quasi-accord de phase avec le coefficient non-linéaire le plus élevé du substrat. Il en résulte une efficacité de génération paramétrique record et proche de la limite théorique [30].

Sachant alors que le point faible de certaines expériences d'optique quantique repose sur des sources paramétriques à faible efficacité, nous avons conçus deux générateurs de paires de photons pour lesquels nous avons déterminé les points de dégénérescence par caractérisation classique de la fluorescence. Nous avons

ainsi vérifié que l'interaction paramétrique spontanée que nous avons mis en œuvre permet la conversion de photons de pompe à $655\,nm$ en paires de photons dégénérés à $1310\,nm$ comme le demandait notre cahier des charges, validant de fait le couplage possible avec les fibres optiques standards.

Aussi, nous avons procédé à la modélisation des interactions modales qui régissent les transferts d'énergie entre les ondes au sein des structures guidantes dans le but d'expliquer certaines propriétés des spectres de fluorescence obtenus, et pour déterminer, le cas échéant, le devenir des points de dégénérescence pour des conditions différentes de fonctionnement.

(*ii*) Puis, c'est en bénéficiant de l'expérience du GAP en matière de détection de photons que nous avons débuté l'investigation de nos générateurs en mode comptage de coïncidences. En effet, en utilisant un laser continu, nous avons pu déterminer la probabilité de créer une paire de photons par photon de pompe par le biais d'une méthode expérimentale originale car indépendante des pertes. Les valeurs trouvées, supérieures à 10^{-6} pour les deux générateurs [99, 100], comptent parmi les meilleures au monde et indiquent le fort potentiel de nos composants pour jouer un rôle prépondérant dans les expériences requérant la création de plus d'une paire de photons simultanément.

D'autre part, nous avons proposé une voie simple de caractérisation de l'efficacité en mode impulsionnel. En effet, c'est grâce à l'étude de l'histogramme des coïncidences et de son caractère "multi-pics" que nous pouvons remonter à la probabilité de créer une paire ainsi qu'au nombre moyen de paires créées par impulsion laser. Le modèle théorique sous-jacent est simple et permet une description plutôt satisfaisante des résultats observés expérimentalement. Notons, par exemple, que la connaissance de ces valeurs est d'une importance capitale pour les protocoles de distribution quantique de clés à paires de photons basées sur le codage et l'analyse d'un seul des photons de la paire[35].

(*iii*) Enfin, les propriétés quantiques et non-locales des paires de photons créées au

[35] Pour ces protocoles, la sécurité de la clé dépend du caractère unique du photon encodé, donc de l'unicité de la paire. Notons que le second photon peut servir de trigger au déclenchement des détecteurs.

sein de l'un de nos composants non-linéaires ont été exploitées à Genève où nous avons développé deux sources[36] destinées à révéler la qualité de l'intrication produite.
La première source, basée sur le protocole interférométrique de Franson [44], était destinée à tester l'intrication en énergie-temps naturellement disponible en sortie du guide pompé en régime continu. En revanche, la seconde source visait à mettre en évidence une intrication dite en "time-bins" via une pompe en régime impulsionnel préparée dans un état cohérent. Nous avons, dans les deux cas, montré une violation du théorème de Bell via des figures d'interférence possédant respectivement 97% et 84% de contraste. Si la première source donne une très bonne qualité d'intrication (contraste proche des 100% théoriques), la seconde montre quant à elle des limitations qui font actuellement l'objet d'investigations [101]. Il faut savoir à cet effet que le mode impulsionnel régit la plupart des nouveaux protocoles de communications quantiques ce qui implique, dans notre cas, l'utilisation de l'intrication en time-bins.

L'ensemble des résultats que nous avons montrés dans ce travail constitue véritablement la première réalisation d'une source de paires de photons intégrée [99, 100]. Aussi, l'objectif premier de procéder aux premières expériences *d'optique quantique intégrée* semble aujourd'hui atteint. Aussi, si nos efforts se focalisent actuellement sur les problèmes expérimentaux rencontrés pour l'intrication en time-bins, nous procédons déjà au développement de nouveaux composants présentant l'intégration de plusieurs éléments utiles à la génération et au traitement des qu-bits. En effet, l'utilisation d'un point de fonctionnement particulier permettant la conversion de photons de pompe à $710\,nm$ vers le couple de photons signal et idler respectivement à 1310 et $1550\,nm$ [37] nous ouvrirait deux axes majeurs de recherche :

(i) La réalisation d'une source de photons uniques à $1550\,nm$ utile à la distribution quantique de clé. Cette idée, qui repose sur la simultanéité de l'émission des photons signal et idler, utilise la détection passive du photon à $1310\,nm$

[36] A partir du même générateur.

[37] Ce type d'interaction nécessite des caractéristiques d'utilisation du quasi-accord de phase différentes de celles mises en œuvre dans le présent travail.

comme trigger de l'encodage, de l'analyse et de la détection de son compagnon à $1550\,nm$.

(*ii*) La réalisation d'une "machine à permutation d'intrication" qui intègre, sur la même puce, deux générateurs $\{1310\,nm, 1550\,nm\}$ distincts ainsi que l'ensemble des éléments optiques nécessaires pour transférer l'intrication créée artificiellement sur les deux à $1310\,nm$ vers les deux autres à $1550\,nm$ alors qu'ils n'ont jamais interagit auparavant.

Enfin, nous retiendrons, et peut-être est-ce une pure coïncidence, que si l'optique intégrée a aujourd'hui accompli un pas dans un monde plus fondamental, l'optique quantique vient juste de faire un pas dans le monde de l'industrie avec la naissance d'une start'up à Genève qui commercialise déjà, pour les banques notamment, des crypto-systèmes quantiques de type Plug-and-Play [74]. A quand donc une start'up de type optique quantique intégrée ?

ANNEXES

Annexe A

Equation linéaire de propagation guidée

Dans cette annexe, nous allons démontrer comment obtenir la relation 1.6 qui correspond à l'équation linéaire de propagation en configuration guidée énoncée au paragraphe 1.1.3 [64].

Les équations de Maxwell donnent :

$$div(\vec{\mathcal{D}}) = 0, \qquad div(\vec{\mathcal{H}}) = 0, \qquad \vec{rot}(\vec{\mathcal{E}}) = -\mu_0 \frac{\partial \vec{\mathcal{H}}}{\partial t}, \qquad \vec{rot}(\vec{\mathcal{H}}) = \frac{\partial \vec{\mathcal{D}}}{\partial t},$$

$$\vec{\mathcal{D}} = \epsilon_0 \vec{\mathcal{E}} + \vec{\mathcal{P}} = \epsilon_0 [\epsilon_r] \vec{\mathcal{E}}$$

avec

$$[\epsilon_r] = [I] + [\chi^{(1)}] = \begin{bmatrix} n_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & n_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & n_z^2 \end{bmatrix} \vec{\mathcal{E}}$$

L'équation de Helmoltz s'écrit donc :

$$\Longrightarrow \qquad \boxed{\triangle \vec{\mathcal{E}} - \vec{grad}(div \vec{\mathcal{E}}) = \frac{[\epsilon_r]}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{\mathcal{E}}}{\partial t^2}}$$

Nous cherchons une solution de la forme : $\vec{\mathcal{E}} = \vec{E}(x, y) e^{j(\omega t - \beta z)}$ et pour cela nous n'étudions que la composante selon x, en supposant que seuls les modes TM sont guidés. On a donc :

$$(\triangle\vec{\mathcal{E}})_x = \left[\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} - \beta^2 E_x\right] e^{j(\omega t - \beta z)}$$

$$div(\vec{\mathcal{E}}) = \left[\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} - j\beta E_z\right] e^{j(\omega t - \beta z)}$$

$$\left(\vec{grad}\, div(\vec{\mathcal{E}})\right)_x = \frac{\partial}{\partial x}(div(\vec{\mathcal{E}})) = \left[\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Ey}{\partial x \partial y} - j\beta \frac{\partial E_z}{\partial x}\right] e^{j(\omega t - \beta z)}$$

$$\left(\frac{[\epsilon_r]}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{\mathcal{E}}}{\partial t^2}\right)_x = -\frac{\omega^2 n_x^2}{c^2} E_x e^{j(\omega t - \beta z)}$$

$$\Longrightarrow \qquad \boxed{\frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} - \beta^2 E_x - \frac{\partial^2 Ey}{\partial x \partial y} + j\beta \frac{\partial E_z}{\partial x} + \frac{\omega^2 n_x^2}{c^2} E_x = 0} \tag{A.1}$$

Ajoutons l'hypothèse TM : $\vec{\mathcal{H}} = \begin{pmatrix} 0 \\ \mathcal{H}_y \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\vec{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} \mathcal{E}_x \\ 0 \\ \mathcal{E}_z \end{pmatrix}$

Alors

$$\vec{rot}(\vec{\mathcal{H}}) = \frac{\partial \vec{\mathcal{D}}}{\partial t} = \epsilon_0 [\epsilon_r] \frac{\partial \vec{\mathcal{E}}}{\partial t} \qquad \Leftrightarrow \qquad \left\{ \begin{array}{l} -\frac{\partial \mathcal{H}_y}{\partial z} = \epsilon_0\, n_x^2\, \frac{\partial \mathcal{E}_x}{\partial t} \\ \frac{\partial \mathcal{H}_y}{\partial x} = \epsilon_0\, n_z^2\, \frac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial t} \end{array} \right. \tag{A.2}$$

Comme les solutions cherchées sont de la forme $\vec{\mathcal{E}} = \vec{E}(x,y)e^{j(\omega t - \beta z)}$ et $\vec{\mathcal{H}} = \vec{H}(x,y)e^{j(\omega t - \beta z)}$, on a les relations :

$$\left\{ \begin{array}{l} E_x = \frac{\beta}{\epsilon_0\, \omega\, n_x^2}\, H_y \\ E_z = \frac{1}{j\, \epsilon_0\, \omega\, n_z^2}\, \frac{\partial H_y}{\partial x} \end{array} \right.$$

Revenons à l'équation (A.1) :

$$\begin{array}{ll} \rightsquigarrow & \frac{\partial^2 Ey}{\partial x \partial y} = 0 \qquad (TM : E_y = 0) \\ \rightsquigarrow & j\beta \frac{\partial E_z}{\partial x} = \frac{n_x^2}{n_z^2} \frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} \end{array} \tag{A.3}$$

Soit au final :

$$\boxed{\frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{n_x^2}{n_z^2}\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} - \beta^2 E_x + \frac{\omega^2 n_x^2}{c^2} E_x = 0} \tag{A.4}$$

Annexe B

Système régissant l'amplitude des ondes paramétriques

Cette annexe propose de démontrer le plus rigoureusement possible le système 1.10 qui permet de déterminer les poids $A_j(z)$ des solutions de l'équation de propagation non-linéaire :

$$\boxed{\left(\triangle\vec{\mathcal{E}}\right)_x - \left(\vec{grad}(div\vec{\mathcal{E}})\right)_x - \left(\frac{[\epsilon_r]}{c^2}\frac{\partial^2\vec{\mathcal{E}}}{\partial t^2}\right)_x = \mu_0\left(\frac{\partial^2\vec{P}^{NL}}{\partial t^2}\right)_x} \tag{B.1}$$

avec $\vec{P}^{NL} = \epsilon_0\chi^{(2)}\vec{\mathcal{E}}\vec{\mathcal{E}}$. Ces solutions sont cherchées en décomposant le champ sur la base propre des modes guidés, soit :

$$\vec{\mathcal{E}}(\omega_j) = \sum_m A_{m,j}(z)\vec{\mathbb{E}}_{m,j}(x,y)\ e^{i(\omega_j t - \beta_{m,j} z)}$$

Par rapport à l'étude précédente, le membre de gauche de B.1 ne diffère que via la dépendance en z de l'amplitude ce qui conduit à des termes supplémentaires dans le Laplacien et dans la divergence de $\vec{\mathcal{E}}$. Ainsi ce membre s'écrit :

$$\sum_m\Bigg[\frac{\partial^2\mathbb{E}_{x,m,p}}{\partial y^2}A_{m,p} + \left(\frac{\partial^2 A_{m,p}}{\partial z^2} - 2i\beta_{m,p}\frac{\partial A_{m,p}}{\partial z} - \beta_{m,p}^2 A_{m,p}\right)\mathbb{E}_{x,m,p} - \frac{\partial^2\mathbb{E}_{y,m,p}}{\partial x\partial y}A_{m,p}$$
$$- \left(\frac{\partial A_{m,p}}{\partial z} - i\beta_{m,p}A_{m,p}\right)\frac{\partial\mathbb{E}_{z,m,p}}{\partial x} + \frac{\omega_p^2 n_x^2}{c^2}\mathbb{E}_{x,m,p}\Bigg]e^{i(\omega_p t - \beta_{m,p} z)} \tag{B.2}$$

Pour le membre de droite de B.1, on rappelle que $P_j^{NL}(\omega_p = \omega_s + \omega_i) = \epsilon_0 \chi_{jkh}(\omega_p) E_k(\omega_s) E_h(\omega_i)$. On adopte alors, pour la susceptibilité non-linéaire, les très pratiques notations de Kleinmann [87, 92].

$$P_{Z=x}^{NL}(\omega_p) = \epsilon_0 \big(\chi_{31} \mathcal{E}_{X=y}(\omega_s) \mathcal{E}_{X=y}(\omega_i) + \chi_{32} \mathcal{E}_{Y=z}(\omega_s) \mathcal{E}_{Y=z}(\omega_i) + \chi_{33} \mathcal{E}_{Z=x}(\omega_s) \mathcal{E}_{Z=x}(\omega_i) \big)$$

Et donc le membre de droite de B.1 s'écrit :

$$\begin{aligned} -\frac{(\omega_s+\omega_i)^2}{c^2} \sum_{m,n} & \chi_{33} A_{m,s} A_{n,i} \mathbb{E}_{x,m,s} \mathbb{E}_{x,n,i}\, e^{-i(\beta_{m,s}+\beta_{n,i})z} \\ & + \chi_{32} A_{m,s} A_{n,i} \mathbb{E}_{z,m,s} \mathbb{E}_{z,n,i}\, e^{-i(\beta_{m,s}+\beta_{n,i})z} \\ & + \chi_{32} A_{m,s} A_{n,i} \mathbb{E}_{y,m,s} \mathbb{E}_{y,n,i}\, e^{-i(\beta_{m,s}+\beta_{n,i})z} \end{aligned} \tag{B.3}$$

Nous allons maintenant supposer vraies quelques hypothèses, ce qui permettra de simplifier l'expression de l'équation de propagation :

(i) L'hypothèse des *modes quasi-TM* nous permet de poser $\mathcal{E}_y \simeq 0$ et donc de supprimer le terme de dérivation croisée dans le membre de gauche ainsi que la somme sur $\mathbb{E}_y$ dans le membre de droite. De plus, comme dans l'annexe A, la relation A.3 existe entre $\mathbb{E}_x$ et $\mathbb{E}_z$.

(ii) L'hypothèse de *l'enveloppe lentement variable* qui se traduit mathématiquement par :

$$\frac{\partial^2 A}{\partial z^2} \ll \beta \frac{\partial A}{\partial z} \tag{B.4}$$

(iii) Aussi, on peut montrer que [8] : $\dfrac{\mathbb{E}_z}{\mathbb{E}_x} = \dfrac{\sqrt{n_z^2 - n_{eff}^2}}{n_{eff}^2} \left(\dfrac{n_z}{n_x} \right)^2$

De là, en considérant, pour le mode fondamental du champ, les valeurs raisonnables des indices $n_x = 2.287$, $n_z = 2.229$ et $n_{eff} = 2.218$, il vient simplement : $\mathbb{E}_z \simeq 0.09\, \mathbb{E}_x$. Par conséquent, on peut ne conserver que les termes en $\mathbb{E}_x$ dans le membre de droite.

(iv) Enfin nous utilisons l'équation A.4 de l'optique linéaire pour ne garder, dans le membre de gauche, que les *contributions d'origine non-linéaire*.

L'équation B.1 se réduit désormais à :

$$\sum_m \left(-2i\beta_{m,p} \frac{\partial A_{m,p}}{\partial z} \mathbb{E}_{x,m,p} - \frac{n_x^2}{i\beta_{m,p} n_z^2} \frac{\partial A_{m,p}}{\partial z} \frac{\partial^2 \mathbb{E}_{x,m,p}}{\partial x^2} \right) e^{-i\beta_{m,p} z}$$
$$= -\frac{\omega_p^2}{c^2} \chi_{33} \sum_{m,n} A_{m,s} A_{n,i} \mathbb{E}_{x,m,s} \mathbb{E}_{x,n,i} e^{-i(\beta_{m,s}+\beta_{n,i})z} \quad \text{(B.5)}$$

Afin de simplifier encore notre équation, il faut à nouveau faire appel à un argument de type "ordre de grandeur" qui nous permettra de négliger le deuxième terme du membre de gauche de l'égalité. En effet, nous travaillons essentiellement avec des interaction expérimentales qui concernent les modes fondamentaux que l'on suppose gaussiens ; en ne considérant que la dépendance selon x, on écrit : $E(x) = E \exp(-\frac{x^2}{W^2})$ où W est typiquement la largeur du guide considéré. Ainsi, on peut écrire :

$$\frac{\frac{1}{\beta} \frac{n_x^2}{n_z^2} \left| \frac{d^2 E}{dx^2} \right|_{max}^{x=0}}{\beta \left| E \right|_{min}^{x=W}} = \frac{e}{2} \left(\frac{\lambda_p n_x}{\pi n_z n_{eff} W} \right)^2 \simeq \frac{1}{1260} \quad \text{(B.6)}$$

avec les valeurs des indices utilisées précédemment et $\lambda_p = 657\, nm$ et $W = 4\, \mu m$. Ces valeurs sont typiquement celles que nous avons utilisées au cours du paragraphe 1.3 relatif à la caractérisation expérimentale de la fluorescence paramétrique. Et l'équation de propagation s'écrit donc :

$$\sum_m -2i\beta_{m,p} \frac{\partial A_{m,p}}{\partial z} \mathbb{E}_{x,m,p}\, e^{-i\beta_{m,p}} = -\frac{\omega_p^2}{c^2} \chi_{33} \sum_{m,n} A_{m,s} A_{n,i} \mathbb{E}_{x,m,s} \mathbb{E}_{x,n,i}\, e^{-i(\beta_{m,s}+\beta_{n,i})z} \quad \text{(B.7)}$$

Utilisons la propriété de *l'orthogonalité des modes*. En Multipliant les deux membres de l'équation par $\mathbb{E}_{x,q,p}$ et en intégrant sur la section σ du guide, il nous reste :

$$-2i\beta_{q,p} \frac{\partial A_{q,p}}{\partial z} \left(\iint_\sigma \mathbb{E}_{x,q,p} \mathbb{E}_{x,q,p} dxdy \right) e^{-i\beta_{q,p} z}$$
$$= -\frac{\omega_p^2}{c^2} \chi_{33} \sum_{m,n} A_{m,s} A_{n,i} \left(\iint_\sigma \mathbb{E}_{x,m,s} \mathbb{E}_{x,n,i} \mathbb{E}_{x,q,p} dxdy \right) e^{-i(\beta_{m,s}+\beta_{n,i})z} \quad \text{(B.8)}$$

Or, le cas qui nous intéresse est celui où le signal et l'idler sont monomodes et présentent par ailleurs un QAP uniquement pour le mode fondamental de la pompe. Nous conservons donc implicitement q=0, m=M et n=N et l'équation s'écrit au final :

$$\boxed{-2i\beta_p \frac{\partial A_p}{\partial z} \left(\iint_\sigma \mathbb{E}_{x,p}\mathbb{E}_{x,p} dxdy \right) e^{-i\beta_p z} = -\frac{\omega_p^2}{c^2}\chi_{33} A_s A_i \left(\iint_\sigma \mathbb{E}_{x,s}\mathbb{E}_{x,i}\mathbb{E}_{x,p} dxdy \right) e^{-i(\beta_s+\beta_i)z}} \tag{B.9}$$

De là, en introduisant un terme $-\alpha_p A_p$ mis pour les pertes à la propagation, la relation ci-dessus est identique à la première équation du système 1.10. Les autres équations de ce système s'obtiennent simplement en considérant les interactions de type $\omega_s = \omega_p - \omega_i$ et $\omega_i = \omega_p - \omega_s$.

Annexe C

Traitement semi-quantique des puissances de fluorescence

La démarche que nous suivrons dans cette annexe sera la suivante : nous montrerons tout d'abord par un calcul quantique que l'on peut effectivement créer des photons signal et idler alors que rien n'est injecté dans le guide à ces longueurs d'onde. Puis, nous traiterons le problème classiquement en intégrant l'équation 1.24 du chapitre 1 sur chaque mode.

Dans le cas où il n'y a aucun photon incident dans les modes signal et idler, la théorie quantique indique qu'il existe un champ électrique nul en moyenne, mais dont l'écart quadratique moyen est non nul (voir par exemple la référence [34]). C'est justement ce champ qui assure la conversion des photons de pompe en photons signal et idler. Nous traiterons la pompe classiquement, et nous quantifierons le signal et l'idler en utilisant les opérateurs champ $\hat{E}_s$ et $\hat{E}_i$.

La densité volumique d'énergie étant proportionnelle à $E_p\hat{E}_s\hat{E}_i$, le couplage de ces trois champs par le tenseur susceptibilité non-linéaire d'ordre deux du cristal est traduit par l'Hamiltonien d'interaction (voir chapitre 3 et aussi le chapitre 8 de la référence [113]) :

$$\hat{H}_{int} = 2g\hbar cos(\omega_p t)(\hat{a}_s^\dagger - \hat{a}_s)(\hat{a}_i^\dagger - \hat{a}_i) \quad avec \quad g = \sqrt{\frac{c^2}{n_{eff,p}^2}\omega_s\omega_i I_s I_i}\,|A_p(0)|$$

où $\hat{a_j}^\dagger$ et $\hat{a_j}$ sont respectivement les opérateurs création et annihilation, et g le terme de couplage. Le champ de pompe, intense, est considéré classiquement. Par ailleurs,

l'Hamiltonien non perturbé s'écrit $\hat{H}_0 = \sum_{j=s,i} \hbar\omega_j \left(\hat{a}_j^\dagger \hat{a}_j + \frac{1}{2}\right)$ et l'Hamiltonien total vaut naturellement $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_{int}$.

Alors, dans la représentation de Heisenberg, les équations d'évolution de $\hat{a}_s^\dagger$ et $\hat{a}_i$ s'écrivent : $\frac{\hat{A}}{dt} = -\frac{i}{\hbar}[\hat{A}, \hat{H}]$ où $\hat{A}$ prend les valeurs $\hat{a}_s^\dagger$ ou $\hat{a}_i$. De plus, on a pour ces opérateurs les relations de commutation suivantes : $[\hat{a}_m, \hat{a}_n] = [\hat{a}_m^\dagger, \hat{a}_n^\dagger] = 0$ et $[\hat{a}_m, \hat{a}_n^\dagger] = \delta_{mn}$. En négligeant les termes non synchrones, nous pouvons alors intégrer le système d'équations d'évolution, soit :

$$\begin{cases} \hat{a}_s^\dagger(t) = (\hat{a}_s^\dagger(0) ch(Kt) + i\hat{a}_i(0) sh(Kt)) e^{i\omega t} \\ \hat{a}_s^\dagger(t) = (\hat{a}_i(0) ch(Kt) - i\hat{a}_s^\dagger(0) sh(Kt)) e^{i\omega t} \end{cases} \tag{C.1}$$

Or, nous cherchons les nombres de photons moyens contenus dans les modes à ω_s et à ω_i, soit : $\langle N_j(t)\rangle = \langle\psi(0)|\hat{a}_j^\dagger(t)\hat{a}_j(t)|\psi(0)\rangle$. Supposons que le champ injecté à $t = 0$ contienne N_{j_0} photons à ω_j et que le nombre de photons à ω_s soit à priori dé-corrélé de celui à ω_i (ceci est d'autant plus vrai que les champs émanent du bruit quantique). Ainsi, la fonction d'onde correspondante s'écrit $|\psi(0)\rangle = |N_{s_0}, N_{i_0}\rangle = |N_{s_0}\rangle|N_{i_0}\rangle$ où $|N_{i_0}\rangle$ et est équivalente à la fonction d'onde de l'oscillateur harmonique. L'énergie contenue dans le mode j du champ injecté est alors $\hbar\omega_j(N_{j_0} + \frac{1}{2})$. Aussi, les nombres de photons sont régis par les relations suivantes :

$$\hat{a}_j^\dagger|N_{j_0}\rangle = (N_{j_0}+1)^2 |N_{j_0}+1\rangle \qquad \hat{a}_j|N_{j_0}\rangle = (N_{j_0})^2 |N_{j_0}-1\rangle$$
$$\hat{a}_j^\dagger\hat{a}_j|N_{j_0}\rangle = N_{j_0} |N_{j_0}\rangle \qquad \langle N_{j+m}|N_{j+n}\rangle = \delta_{mn}$$

Ce qui donne par conséquent :

$$\begin{cases} \langle N_s(t)\rangle = N_{s_0} ch^2(\mathfrak{s}t) + (1 + N_{i_0}) sh^2(\mathfrak{s}t) \\ \langle N_i(t)\rangle = N_{i_0} ch^2(\mathfrak{s}t) + (1 + N_{s_0}) sh^2(\mathfrak{s}t) \end{cases}$$

On retrouve la dépendance en z en remarquant que $t = \frac{n_{eff,p}}{c} z$ et que $\frac{\mathfrak{s} n_{eff,p}}{c} z = gz$. Dans ces expressions, il apparaît un terme unité qui n'existe pas dans le traitement classique proposé au chapitre 1. On obtient donc des photons dans les champs signal et idler même si N_{s_0} et N_{i_0} sont nuls. Ce terme provient de la non commutation des opérateurs $\hat{a}^\dagger$ et $\hat{a}$ et traduit que les fluctuations quantiques du vide fournissent

un champ d'entrée effectif d'une intensité équivalente à un photon par mode. La puissance du mode signal est donc donnée par :

$$dP_i(0) = 1.\hbar\omega_i.\frac{d\omega_i}{2\pi} \tag{C.2}$$

En reportant ce résultat dans l'équation 1.24 et en considérant qu'une bonne approximation est donnée lorsque le carré du sinus cardinal est apparenté à une fonction porte de hauteur 1 et de largeur $\Delta\omega_i$, nous obtenons finalement :

$$\boxed{P_s(z) = e^{-2\alpha z}\hbar\omega_{s_0}g^2 z\frac{c}{\mathcal{N}}} \tag{C.3}$$

Annexe D

Quelques remarques sur l'électronique utilisée

Le lecteur familier des techniques de comptage de photons pourra aisément éviter la lecture de cette annexe.

Comme chacun sait, toute expérience de comptage de photons ne se fait malheureusement pas sans électronique. Cela requiert simplement quelques connaissances de bases notamment sur les jonction PN qui constituent les détecteurs mais aussi des connaissances un peu plus pointues sur la mise en forme et sur la synchronisation des signaux logiques qui servent aux divers dispositifs de comptage.

D.1 Les détecteurs

Dans tous les cas, la détection sera assurée par des photodiodes à avalanches (APD) dont le type dépend de la longueur d'onde portée par les photons individuels. Ce sont communément des jonctions semi-conductrices de type PN susceptibles de supporter des tensions de polarisation inverses. La caractéristique tension–courant inverse d'une jonction présente un front si raide (tension d'avalanche ou de claquage) que cette polarisation confère un véritable gain au système pour la détection (voir figure D.1). L'idée est alors de donner à l'APD une tension juste inférieure à sa

tension d'avalanche, l'énergie manquante pour déclencher l'avalanche étant fournie par le photon lui-même.

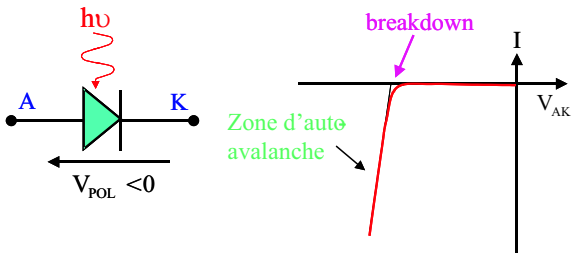


FIG. D.1 – Caractéristique schématique $I = f(V)$ où I est le courant inverse dans la jonction et V_{POL} la tension de polarisation inverse. L'avalanche ou "breakdown" correspond à l'énergie que doit recevoir la jonction pour se déclencher. Attention aux conventions : A est l'anode de la diode et est reliée à la zone dopée P et K est la cathode reliée à la zone dopée N.

De là, après interaction entre le photon et un défaut (ou impureté) du réseau cristallin (appelé communément centre de génération/recombinaison), il se produit la libération d'une paire électron–trou (e^-–h^+) qui va subir une accélération due au champ électrique présent dans la zone active. Ces deux porteurs se retrouvent alors respectivement aux abords des zones N et P ce qui a pour effet d'amorcer l'avalanche par collisions e^-–e^- en zone N et h^+–h^+ en zone P. Notons que les électrons en zone N et les trous en zone P sont majoritaires non seulement à cause du dopage adéquat qu'ont reçu ces zones mais aussi en raison du fort champ électrique qui les retient en bord de zone de charge d'espace[1] et ce grâce à la tension de polarisation (voir figure D.2).

Les paramètres importants auxquels il faut s'intéresser sont :

[1] Cette zone est aussi appelée zone active car elle possède la particularité d'être déplétée en porteur de charge en raison de la présence de la polarisation inverse. A ce titre, les porteurs sont repoussés par le fort champ électrique qui y règne et ainsi, les électrons et les trous résident majoritairement respectivement en zone N et P.

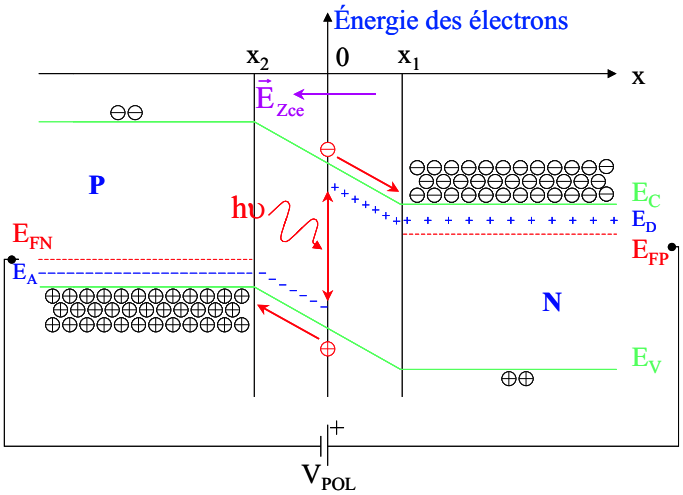


FIG. D.2 – Diagramme de bande en énergie simplifié à une dimension représentant l'amorçage de l'avalanche au sein de la zone de charge d'espace d'une APD. Cette zone est délimitée par les bornes x_1 et x_2. On reconnaît les parties semi-conductrices P (à gauche) et N (à droite) polarisées en inverse par la tension V_{pol} et encore à l'équilibre thermodynamique. Les niveaux E_C, E_V, E_A, E_D, E_{FP} et E_{FN} représentent respectivement les énergies de la bande de Conduction, de la bande de Valence, des ions accepteurs (P), des ions donneurs (N), du niveau de Fermi en zone P et du niveau de Fermi en zone N.

- *L'efficacité quantique de détection* qui dépend de la tension de polarisation appliquée et de la longueur d'onde des quanta incidents. Cette efficacité correspond en quelque sorte au gain cité plus haut.
- *Le taux de coups sombres* à tension de polarisation constante. Un coup sombre correspond à une avalanche déclenchée indépendamment d'un photon. Cela correspond à la rupture d'une liaison de valence par apport d'énergie thermique (vibration du réseau cristallin). Il s'ensuit la libération d'une paire (e^-/h^+) susceptible d'engendrer l'avalanche.
- *Comment stopper l'avalanche ?* Pour cela il faut savoir quel est la densité de défauts au sein du réseau cristallin de la jonction considérée. En effet, si très peu de défauts sont présents comme pour le Silicium (Si) ou le Germanium (Ge), il

est possible de polariser la jonction par le biais d'un simple pont de résistances fortement déséquilibré qui servira aussi à stopper l'avalanche comme le montre la figure D.3 ci-dessous. Une fois ce travail effectué, ce même circuit re-polarise automatiquement l'APD qui est de nouveau prête à déclencher. Et ainsi de suite... Ce principe est généralement désigné par le nom de "extinction passive" (qui vient de l'anglais *passive quenching*) et dont la figure D.3 montre le principe de fonctionnement.

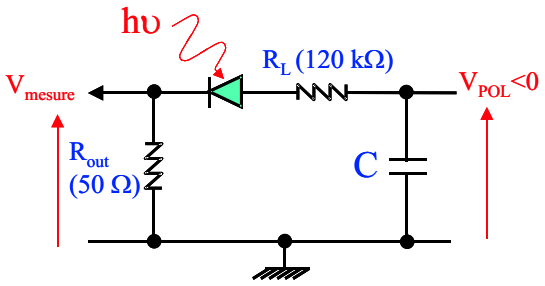


FIG. D.3 – Circuit de polarisation de type *passive quenching*. La tension inverse V_{POL} est appliquée de façon permanente via le pont de résistance. La capacité C joue un rôle de filtrage. Lorsqu'une avalanche se produit, l'APD se comporte comme un fil de jonction et on dit alors qu'elle se "vide" dans la résistance de $50\,\Omega$ aux bornes de laquelle se fait la mesure. La polarisation se trouve donc maintenant sur la résistance de $120\,k\Omega$ ce qui laisse à l'APD le temps de se décharger. Le temps de décharge est donnée par la constante de temps du circuit RC composé par la capacité interne de la photodiode et de la résistance de sortie et vaut typique quelques centaines de ns.

Cependant certains matériaux comme les semi-conducteurs de la famille III-V possèdent beaucoup de défauts ce qui provoque le piégeage des porteurs lors du passage de l'avalanche. C'est pourquoi un tel dispositif de re-polarisation automatique ne saurait être adapté puisqu'il favoriserait, dès que le gain serait à nouveau suffisant, ce que l'on appelle communément les "post-avalanches" (vient de l'anglais *after-pulses*). Ces effets correspondent en fait à de "fausses avalanches" uniquement dues à des paires e^-/h^+ piégées et ré-accélérées par le retour de la polarisation du mode passif. Pour ces dispositifs là, la solution est un fonctionnement en mode pulsé (de l'anglais *gated mode*), qui privilégie une

polarisation de la diode au moment même où le photon lui arrive. Cela nécessite évidemment la connaissance préalable du temps d'émission du photon...

Pour finir sur ces détecteurs, reste à savoir quel matériau faut-il choisir. Il dépend bien entendu de l'application à laquelle on le destine et on peut dresser ainsi la classification suivante :

- Les APDs en Silicium (Si) seront utilisées dans le cas de photons émis dans le visible et le très proche infrarouge ($< 1\,\mu m$). Elles possèdent de très bonnes efficacités quantiques de détection ($> 60\%$), de très faibles taux de coups sombres et fonctionnent très bien en mode passif et à température ambiante. La fabrication de ces photodiodes a bénéficié de l'énorme effort qui fût fait pour le développement des semi-conducteurs en Silicium suite à la découverte du Transistor dans les années 60. Ce développement se fit bien entendu au détriment du Germanium.
- Les APDs en Germanium (Ge) sont très utiles pour la détection de photons appartenant à la première fenêtre télécom, c'est à dire autour de $1310\,nm$. Bien qu'elles possèdent l'énorme avantage de fonctionner en mode passif, elles doivent par contre être impérativement refroidie par un bain d'azote liquide ($77\,K$). Malgré cela elles présentent des efficacités plutôt faibles ($\backsim 10\%$ pour les meilleures) et de forts taux de coups sombres (typiquement environ $30\,kHz$ pour 10% d'efficacité). A $77\,K$, ces dispositifs présentent une longueur d'onde de coupure à $1450\,nm$ rendant impossible leur utilisation pour la détection de photons à $1550\,nm$. Il faut préciser ici que ces APDs sont actuellement très difficiles à trouver sur le marché puisque les grandes marques telles NEC et $FUJITSU$ ont stoppé leur production faute de demande (seulement quelques laboratoires de recherche les utilisent dont le GAP et le LPMC).
- Les APDs en Arseniure de Gallium/Indium sur substrat de Phosphure d'Indium ($InGaAs$). Matériau en plein développement, l'InGaAs est très utilisé pour la détection de photons dans la seconde fenêtre télécom, c'est à dire autour de $1550\,nm$. Plus commodes à utiliser que les APDs en Germanium en termes de températures de fonctionnement (meilleur rendement obtenu typiquement entre -50^oC et -60^oC [88, 96]), elles possèdent cependant une densité de défauts

excessivement importante interdisant toute extinction passive des avalanches. Le mode pulsé est donc requis ce qui oblige du coup les expérimentateurs à connaître les instants d'arrivée des photons et ce qui compromet, par conséquent, toute expérience continue.

Par ailleurs, ces détecteurs présentent typiquement 20% d'efficacité à 1550 nm et sont aussi deux fois meilleures que les Germanium à 1310 nm qui restent malheureusement les seules à pouvoir fonctionner en extinction passive. Le mode pulsé a cependant l'avantage de limiter les taux de coups sombres puisque les photodiodes InGaAs ne sont actives uniquement lorsqu'elles sont tenues de l'être.

Notons finalement que dans toutes les expériences que nous avons menées, nous détections des photons ayant des longueurs d'onde centrées autour de 1310 nm. C'est pourquoi nous avons utilisés des photodiodes en Germanium de marque NEC ou $FUJITSU$ en mode d'extinction passive et refroidie à l'azote liquide. Elles présentaient environ 10% d'efficacité pour les premières et 6% d'efficacité pour les secondes. En annexe E sont fournies les caractéristiques de trois de ces détecteurs.

D.2 La mise en forme des signaux

Après détection, les signaux délivrés par les APDs sont tout d'abord amplifiés par des dispositifs rapides de qualité (très peu bruités). On utilise typiquement des amplificateurs $VT120C$ de chez $ORTEC$. Les signaux traités ici sont analogiques et non homogènes les uns aux autres. Ils faut donc prévoir un dispositif de mise en forme des signaux afin d'obtenir des formes identifiables par les systèmes de comptage : c'est le rôle des discriminateurs. Pour nos expériences nous avons utilisé soit des appareils "faits maisons" soit un discriminateur 4 entrées de marque $ORTEC$ modèle quad–935 qui peut fonctionner jusqu'à 200 MHz. Ceux-ci fonctionnent suivant un critère de seuil donnant lieu à un 1 logique si le signal franchit le seuil ou à un 0 logique dans le cas contraire. Le standard communément utilisé pour le comptage de photons est le même que celui utilisé pour le comptage des particules dans les accélérateurs tels que le CERN. Ce standard est désigné par le sigle *NIM* venant de l'anglais "Nuclear Instrumentation Module". La différence entre le NIM et le TTL ("Transistor

Transistor Logic" correspond au standard de l'électronique numérique habituelle) concerne les niveaux de tension. En effet, le NIM est un standard de logique négative dont le 0 vaut $-0{,}2\,V$ et le 1 $-0{,}8\,V$ alors que les valeurs TTL sont respectivement 0 et $5\,V$. L'écart entre les niveaux de tension étant plus faible en NIM il est possible de basculer les niveaux logiques plus facilement et donc plus rapidement qu'en TTL, le tout sous haute impédance.

D.3 Le compteur de coïncidence

C'est en gros une porte "ET logique" capable de reconnaître deux événements incidents simultanés. On peut alors utiliser soit une vraie porte ET soit un convertisseur temps–amplitude (plus connu sous le sigle anglais abrégé de *TAC*). Si la première offre plus de précision et de rapidité de rafraîchissement, elle présente l'inconfort d'être complètement aveugle, c'est à dire qu'elle ne permet pas de "chercher" les coïncidences. Le TAC de son côté est certes moins efficace en termes de rapidité mais permet via un couplage à une carte d'acquisition et un pc de véritablement dresser l'histogramme des événements lui arrivant simultanément. Son principe de fonctionnement est simple : il mesure la différence (Δt) entre les temps d'arrivée de deux événements (start et stop, voir figure 2.1) et les convertit en amplitude. La carte d'acquisition les récupère et procède alors à l'inventaire du nombre d'événements possédant les mêmes amplitudes menant à un histogramme de type *nombre de coïncidences* $= f(\Delta t)$. Les photons appairés étant émis simultanément, on doit s'attendre à un pic de coïncidence en $\Delta t = 0$. Cependant, aucun dispositif électronique analogique ne peut compter des événements coïncidents. A ce titre le TAC que nous avons utilisé permet de compter des Δt minimum de $5\,ns$ ce qui nous oblige à introduire un délai artificiel (du câble). L'histogramme verra donc un pic de coïncidences décalé sur la droite de la valeur du délai choisi. Par ailleurs, après avoir compté une coïncidence, c'est à dire avoir reçu un bit de start puis un bit de stop, le TAC est de nouveau utilisable après $3\,\mu s$ environ. Cela signifie que l'entrée start sature dès que le taux de comptage dans une APD devient supérieur à $300\,kHz$. Notons que pour nos expériences nous avons utilisés soit des portes ET "faites maison" soit un TAC

ORTEC modèle 567.

Annexe E

Caractéristiques des APDs utilisées

Note préliminaire : Un certain nombre d'idées ont déjà été définies dans le paragraphe consacré aux détecteurs de l'annexe D. Notamment on y trouve les principes de bases du fonctionnement des photodiodes à avalanche. Il pourra donc être utile de procéder à la lecture préliminaire de l'annexe D ou de s'y reporter le cas échéant. Aussi cette présente annexe est un peu longue et le lecteur familier avec les détecteurs pourra probablement s'en affranchir.

Cette annexe est consacrée à l'étude des caractéristiques des photodiodes à avalanches que nous avons utilisées à Nice pour les expériences de coïncidences. Le but est bien sûr de trouver le point de fonctionnement optimal de chaque détecteur qui dépend essentiellement de la tension de polarisation et de la température d'utilisation. Ces deux paramètres fixent alors les valeurs de l'efficacité quantique de détection, du taux de coups sombres ainsi que la zone où la diode répond sans saturer.

E.1 Introduction

Depuis quelques années, certains fabricants (comme EG&G) commercialisent des modules de détection "prêts à l'emploi", c'est à dire montés sur un circuit de polarisation adéquat et la plupart du temps refroidi par peltier. C'est le cas par exemple des photodiodes en Silicium ou en InGaAs qui ont fait l'objet de larges études grâce notamment à leur utilisation au sein des réseaux télécoms. Cependant, ces détecteurs

disponibles sur le marché ne sont pas prévus pour réunir les deux conditions de fonctionnement qui nous intéressent, à savoir une détection ciblée sur la longueur d'onde de 1310 nm et l'utilisation d'une extinction passive (c'est à dire en mode continu – voir annexe D ou plus loin dans cette annexe). En effet, si les Silicium acceptent le mode passif et sont d'excellentes photodiodes dans le visible (plus de 60% d'efficacité), elles deviennent complètement aveugles à partir de 1000 nm ; pour leur part, les InGaAs sont capables de voir les photons à 1310 nm mais ne peuvent fonctionner en continu qu'au prix d'un taux de coups sombres démesuré. Ainsi, les seuls détecteurs susceptibles de remplir le cahier des charges sont faites en Germanium, matériau qui n'a malheureusement pas bénéficié de l'engouement suscité par les deux précédents auprès des industriels. On se retrouve donc aujourd'hui dans nos laboratoires à "fouiller" les fonds de tiroirs dans l'espoir de retrouver un "bon détecteur" puisque les principaux fabricants (NEC, Fujitsu ou EG&G) en ont même stoppé la production afin de développer les deux autres technologies (argent oblige).

De leur côté, les chercheurs travaillant en Optique Quantique se sont rendus compte très tôt (milieu des années 80) de l'enjeu que représentent pour eux les systèmes de détection de photons uniques. Ainsi, après les expériences d'Orsay, les longueurs d'ondes utiles se sont peu à peu cadrées sur le visible et les fenêtres télécoms. Cependant, les photodiodes disponibles dans le commerce n'étaient pas prévues pour subir les traitements nécessaires pour atteindre le but voulu (nous pensons notamment au choc thermique dû au refroidissement par peltier ou pire par azote liquide). Il a donc fallu procéder à des études complètes et mettre au point les circuits de polarisation correspondants. Les "quasi" premiers à avoir tenté l'aventure furent Brown et ses collaborateurs qui caractérisèrent des photodiodes en Silicium éteintes par voies passive [27] puis active [26]. Vinrent ensuite les caractérisations par le même groupe de photodiodes en Germanium qui ouvrirent la voie du comptage de photons uniques à la longueur d'onde télécom de 1310 nm [78][1]. Enfin, avec la transposition des longueurs d'ondes vers la seconde fenêtre télécom (1550 nm), les photodiodes en InGaAs

[1]Notons à ce titre que d'autres groupes ont largement utilisé les photodiodes en Germanium lors d'expériences d'Optique Quantique (tests de Bell par exemple). Cependant la mise au point de leurs systèmes détection n'a pas toujours fait l'objet de publication particulières.

et leurs caractérisations se pointèrent dans le courant des années 90, avec notamment les publications de Muller [74] et Ribordy [88] pour des applications de cryptographie quantique "plug and play", de Lacaita [65] pour des applications de détection de photons uniques à température ambiante (autour de $1000\,nm$), ou encore de Stucki [96] toujours pour des applications cryptographiques à hauts débits et la liste est loin d'être exhaustive. Enfin, Duraffourg [36] et ses collaborateurs ont récemment reporté la caractérisation en mode impulsionnel d'une APD en Germanium montrant 1% d'efficacité à $1540\,nm$. Ce dernier résultat est un ordre de grandeur supérieur à ce que l'on attend typiquement d'un détecteur Germanium à cette longueur d'onde là. Aussi, le lecteur intéressé par ces problèmes pourra se référer à une publication de Cova et ses collaborateurs [35] qui traitent, en un seul papier très clair et détaillé, l'ensemble des utilisations possibles des photodiodes à avalanche disponibles dans le commerce ainsi que les diverses techniques de quenching associées.

E.2 Quelques idées et rappels théoriques

E.2.1 Mesure classique de l'efficacité de détection

L'idée est d'envoyer un faisceau lumineux de puissance P_{lum} connue et de mesurer le courant qui traverse la photodiode considérée. Le synoptique correspondant est donc le suivant :

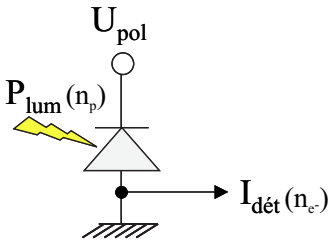


FIG. E.1 – Principe de caractérisation d'une photodiode en mode classique. U_{pol} représente la tension de polarisation appliquée à la diode, P_{lum} la puissance lumineuse incidente et I_{det} le photo-courant de détection.

L'efficacité, qui peut alors être définie comme le rapport entre la quantité d'électrons mesurés n_{e^-} et le nombre de photons envoyés n_p, s'écrit après l'application de quelques formules de base :

$$\eta = \frac{h\,c}{\lambda\,e} \cdot \frac{I_{det}}{P_{lum}} \tag{E.1}$$

e représente la charge de l'électron, c la célérité de la lumière, h la constante de Planck, λ la longueur d'onde de la lumière incidente et I_{det} l'intensité du photo-courant traversant la jonction et auquel on a accès à l'aide d'un ampèremètre. Malheureusement, ce type de caractérisation marche très mal avec les photodiodes à avalanche puisqu'en polarisation inverse leur efficacité varie typiquement avec la valeur de la tension appliquée[2]. Par ailleurs, d'autres effets sont à prendre en compte comme notamment la dépendance de la tension d'avalanche (ou de claquage) avec la température de fonctionnement qui varie en fonction des types de semiconducteurs constituant la photodiode.

Mais c'est le principe même de fonctionnement d'une APD qui est le plus contradictoire avec cette caractérisation. En effet, comme il est noté en annexe D, la polarisation inverse a pour but de conférer un gain (un potentiel) à l'avalanche. C'est donc grâce à elle que la paire électron–trou générée par un photon incident va être accélérée dans la zone de déplétion. Après l'avalanche, le nombre d'électrons utiles à la mesure est bien macroscopique mais il est concentré dans une impulsion. Par contre, il faut bien voir que ce nombre n'est pas proportionnel à la quantité de photons qui arrivent simultanément et qu'on ne pourra pas éclairer la diode avec beaucoup de photons. A l'inverse, dans un mode de fonctionnement en polarisation directe (partie où la caractéristique tension–courant est linéaire telle une diode normale) l'intensité du courant dépend essentiellement de la puissance incidente. C'est pourquoi ce type de caractérisation du couplage photons → électrons sera plus adapté à des systèmes dont la réponse est obtenue pour des tensions de polarisation directe et que l'on peu utiliser à température ambiante tels que les photodiodes PIN[3] par exemple. Pour les photodiodes à avalanches, le mode comptage de photons s'avère le plus approprié.

[2] Certaines APDs (notamment celles de marque EG&G) ont une efficacité qui varie par saut en fonction de U_{pol}. On définit alors l'efficacité absolue comme étant celle du premier plateau observé.

[3] C'est une jonction PN pour laquelle un morceau de semi-conducteur intrinsèque (I) a été inséré

E.2.2 Mesure d'efficacité en mode passif ou actif

On éclaire maintenant la photodiode avec une lumière très faible, c'est à dire dont l'intensité N_p exprimée en nombre de photons par seconde est plus faible que le taux de comptage pour lequel le détecteur entre en saturation. On compte le taux N_d détectés (nombre de coups bruts par seconde) sous éclairement ainsi que le taux N_s de coups sombres obtenu lorsque l'éclairement est coupé. Le synoptique correspondant est le suivant :

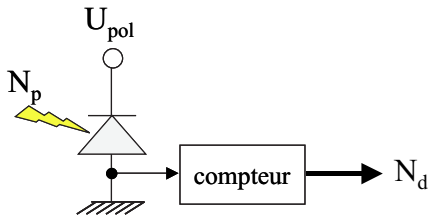


FIG. E.2 – Principe de caractérisation d'une photodiode en mode passif ou actif. U_{pol} représente la tension de polarisation inverse appliquée à la diode, N_p le nombre de photons incidents et N_d le nombre de coups détectés par seconde.

L'efficacité est alors donnée par la relation simple :

$$\eta = \frac{N_d - N_s}{N_p} \tag{E.2}$$

pour laquelle l'erreur, prise par la différentielle logarithmique, s'écrit :

$$\Delta\eta = \frac{1}{N_p} \cdot \left[\Delta N_d + \Delta N_s + \frac{N_d - N_s}{N_p} \cdot \Delta N_p \right] \tag{E.3}$$

Sachant que les mesures des taux de comptage sont soumises à des distributions de type Poisson, l'erreur associée est de l'ordre de leur racine carrée. Il vient donc dans ce cas :

$$\Delta\eta = \frac{1}{N_p} \cdot \left[\sqrt{\frac{N_d}{t_d}} + \sqrt{\frac{N_s}{t_s}} + \frac{(N_d - N_s)}{N_p} \sqrt{\frac{N_p}{t_d}} \right] \tag{E.4}$$

où cette fois

entre les parties N et P.

- N_p est le nombre de photons incidents pendant le temps de détection t_d,
- N_d est le nombre de coups détectés pendant le temps t_d,
- et N_s le nombre de coups sombres comptés pendant le temps t_s.

E.2.3 Mesure d'efficacité en mode gated

La limitation du cas précédemment étudié réside dans le fait qu'on ne connaît pas le nombre "exact" de photons envoyés au dispositif de détection. En effet, on envoie un flot continu de photons dont on ne connaît pas la répartition temporelle, ce qui implique que deux ou plusieurs photons peuvent être incidents simultanément. D'autre part, les modes passif et actif ne limitent pas les taux de coups sombres détectés qui dépendent, par conséquent, uniquement des qualités intrinsèques de la photodiode sous test.

Une façon élégante de procéder est de pulser la lumière incidente et de profiter dans le même temps de ce déclenchement pour activer la détection. La photodiode est alors polarisée grâce à la superposition de deux tensions (voir figure ci-dessous) : l'une dite de "biais" correspondant à une composante continue permanente (U_{biais}), et l'autre qui consiste en un créneau capable d'amener ce qu'il manque de tension au moment où il faut (U_{pulse}). Le biais est juste là pour ne pas avoir à jouer avec de trop gros fronts de tension ; il est en effet plus facile de moduler une tension entre 0 et $5\,V$ qu'entre 0 et $20\,V$.

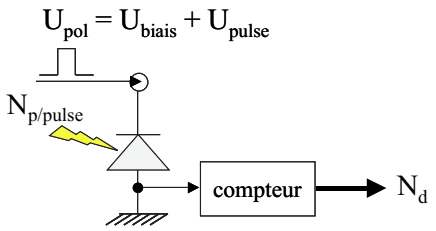


FIG. E.3 – Principe de caractérisation d'une photodiode en mode gated. U_{pol} représente la tension de polarisation inverse totale appliquée à la diode, $N_{p/pulse}$ le nombre de photons compris dans un pulse incident et N_d le nombre de photons détectés.

Que la lumière à analyser soit issue du rayonnement d'un laser ou que l'on ait af-

faire à un signal de fluorescence paramétrique, le nombre $N_{p/pulse}$ de photons contenus dans une impulsion est régit par une loi de distribution de Poisson de type :

$$p_{poisson}(n,m) = m^n \cdot \frac{e^{-m}}{n!} \tag{E.5}$$

où $p_{poisson}(n,m)$ représente la probabilité d'avoir n photons dans un pulse sachant qu'en moyenne il y en a m. De là, si l'on note η l'efficacité du détecteur, et b la probabilité d'obtenir un coup sombre dans la fenêtre d'activation, alors la probabilité p de "compter un coup" est donnée par :

$$p = e^{-m}b + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[1-(1-\eta)^n] \cdot (1-b) \cdot m^n e^{-m}}{n!} \tag{E.6}$$

où l'on dénote, dans un ordre utile à la compréhension :

(i) $(1-\eta)^n$ la probabilité *de ne pas détecter* un photon lorsque n sont incidents,

(ii) $1-(1-\eta)^n$ la probabilité *de détecter* un photon lorsque n sont incidents,

(iii) $(1-b)$ la probabilité de ne pas détecter un coup sombre,

(iv) et enfin le produit $(1-(1-\eta)^n) \cdot (1-b)$ qui représente donc la probabilité compter un coup dû à un photon et non au bruit.

Notons que la somme se fait alors sur toutes les valeurs possibles du nombre de photons n effectifs et que le terme $(1-(1-\eta)^n) \cdot (1-b)$ est logiquement pondérée à chaque incrément par la valeur de la distribution de Poisson correspondante. Par ailleurs, la probabilité d'obtenir un coup sombre dans la fenêtre active doit diminuer en fonction du nombre moyen de photons dans le pulse incident : c'est le rôle de la pondération e^{-m}.
En résolvant η selon n, il vient de façon non triviale :

$$\eta = \frac{\ln\left(\frac{b-1}{p-1}\right)}{m} \tag{E.7}$$

L'intérêt de la méthode réside alors dans le fait que les probabilités p et b sont très facilement accessibles expérimentalement et s'obtiendront par :

$$p = \frac{\text{nombre de coups mesurés}}{\text{nombre de coups totaux}} = \frac{N_m}{N_t}, \text{ laser allumé} \tag{E.8}$$

$$b = \frac{\text{nombre de coups sombres}}{\text{nombre de coups totaux}} = \frac{N_b}{N_t}, \text{ laser éteint} \tag{E.9}$$

Aussi le nombre moyen de photons m contenus dans une impulsion peut être simplement contrôlé en jouant sur la transmission variable d'un atténuateur. On a alors :

$$m = N_{p/pulses} \cdot T_{\text{atténuateur}} \tag{E.10}$$

L'expression de l'efficacité de détection devient alors :

$$\eta = \frac{1}{N_{p/pulse} \cdot T_{\text{atténuateur}}} \cdot \ln\left(\frac{N_b - N_t}{N_m - N_t}\right) \tag{E.11}$$

De là, en définissant les erreurs sur p, b et m par

$$\begin{cases} \Delta p = \frac{\sqrt{N_m}}{N_t} \\ \Delta b = \frac{\sqrt{N_b}}{N_t} \end{cases} \tag{E.12}$$

et

$$\Delta m = N_{\text{p/pulse initial}} \cdot \Delta T_{\text{atténuateur}} \tag{E.13}$$

on obtient, toujours à l'aide de la différentielle logarithmique, l'erreur sur η :

$$\Delta\eta = \frac{1}{m(b-1)} \cdot \Delta b + \frac{1}{m(p-1)} \cdot \Delta p + \frac{\ln\left(\frac{b-1}{p-1}\right)}{m^2} \cdot \Delta m \tag{E.14}$$

$$\Rightarrow \Delta\eta = \frac{1}{m} \cdot \left[\frac{\sqrt{N_b}}{N_b - N_t} + \frac{\sqrt{N_m}}{N_m - N_t} + \ln\left(\frac{N_b - N_t}{N_m - N_t}\right) \cdot \frac{\Delta T_{\text{atténuateur}}}{T_{\text{atténuateur}}}\right] \tag{E.15}$$

Rappelons si besoin est que toutes les quantités représentées dans les formules E.11 et E.15 sont accessibles expérimentalement.

E.2.4 Les afterpulses ou échos d'avalanche

Après l'extinction d'une avalanche, qu'elle soit passive, active ou gated, il se peut qu'une certaine quantité de porteurs restent piégés au sein de défauts (ou impuretés) présents dans le réseau cristallin. Ces défauts sont aussi dénommés par le terme "centre de génération–recombinaison" puisqu'ils contribuent au processus de libération ou au regroupement des paires e^-/h^+ dans les semiconducteurs. Les états énergétique correspondant sont intermédiaires à ceux des bandes de valence et de conduction. Et ces porteurs, qui seront libérés de nouveau si la tension de polarisation est trop tôt réactivée (l'énergie à fournir étant plus faible que celle d'un photon), peuvent être à l'origine du déclenchement d'une nouvelle avalanche qui ne sera, dans le cas présent, pas due à un photon.
Bien sûr, la pollution en afterpulses dépend de la valeur de la tension mais aussi de la qualité du matériau qui compose la photodiode. On comprendra aisément que les extinction active et gated sont de bons moyens pour remédier à ce problème grâce au choix possible et facile de la durée du temps où la diode n'est plus "en service" (c'est le temps mort). A contrario, le processus passif restera complètement inefficace puisqu'après une avalanche la diode est repolarisée de façon automatique avec une constante de temps qui correspond au temps de charge du circuit RC équivalent (voir annexe D). Il sera alors préférable dans ce cas d'adjoindre un temps mort artificiel à la chaîne de détection.
Aussi, pour un fonctionnement correct, il sera intéressant de caractériser ces afterpulses en situation réelle d'utilisation. Pour cela, le mode gated est le bon candidat puisqu'il peut permettre d'observer l'évolution de l'efficacité en fonction du taux de répétition des impulsions laser envoyés au détecteur sous test (celui-ci sera activé et désactivé autant de fois qu'il y a d'impulsions laser).

E.2.5 Modèle du détecteur

La détection d'un photon au sein d'une diode à avalanche est due à deux phénomènes : l'absorption du photon par le matériau avec création d'une paire e^-/h^+ et l'amplification du nombre de porteurs de charge par le processus d'avalanche. Déno-

tons par p_{e^-/h^+} la probabilité de créer une paire et par p_{av} la probabilité de déclencher une avalanche qui sera vue par l'électronique placée en aval (on admettra que cette condition est satisfaite pour les avalanches mettant en jeu un nombre de porteurs qui dépasse un certain seuil). Une avalanche peut également être déclenchée par une paire e^-/h^+ excitée thermiquement : c'est ce que l'on appelle un coup sombre. on dénote alors par p_b la probabilité d'obtenir un tel événement par unité de temps Δt. Comme on l'a déjà mentionné auparavant, les paramètres qui définissent l'état du détecteur à un instant donné sont la tension de polarisation U au dessus de la tension de breakdown et la température T de fonctionnement du détecteur. On peut alors tenter d'écrire un modèle menant à la probabilité de compter un coup sombre en fonction de l'efficacité de détection (ou vice versa) et dépendant des précédents paramètres [95] (voir aussi le chapitre 11.6 de la référence [89] pour le calcul complet du facteur de multiplication du courant de génération d'une APD). Rappelons que dans le paragraphe E.2.3 traitant du mode gated nous avons défini les quantités accessibles expérimentalement et qui sont justement les taux de coups sombres et de coups mesurés par unité de temps.

Ainsi, l'efficacité peut être donnée par :

$$\eta\left(U\right) = p_e \cdot p_{av}\left(U\right) \tag{E.16}$$

en faisant l'hypothèse que p_e ne dépend ni de T ni de U alors que p_{av} dépend seulement de U. Sachant que l'excitation thermique n'intervient pas dans le processus décrit par l'équation E.16 ci-dessus et que la tension peut être vue comme un facteur d'entretien de l'avalanche, l'hypothèse paraît plutôt raisonnable. D'ailleurs, on vérifie expérimentalement que η ne dépend pas de la température. Si tel était le cas, cela signifierait que le matériau subit des changements intrinsèques pour différentes températures comme par la taille du gap entre ses bandes de Valence et de Conduction. De même, la probabilité β de compter un coup sombre qui dépend de U et de T est donnée par :

$$\beta\left(T,U\right) = p_b\left(T,U\right) \cdot p_{av}\left(U\right) \cdot \Delta t \tag{E.17}$$

où il faut bien remarquer que p_b dépend de U puisqu'expérimentalement la quantité $\frac{\eta}{\beta} = \frac{p_e}{p_b \cdot \Delta t}$ dépend de U alors que ce n'est pas le cas de p_e[4]. Aussi, il est logique que p_b

[4]Physiquement, cela peut s'expliquer par le fait que si U augmente en valeur absolue, les bandes

dépende de T puisque les coups sombres sont les reflets de l'agitation thermique au sein du matériau semiconducteur.
Il s'agit désormais de trouver les dépendances en T et en U à partir des données expérimentales. A température fixe, la dépendance de l'efficacité en fonction de la tension peut être approchée par l'expression suivante :

$$\eta_{(Tfixe)}(U) = \eta_{max} \cdot \left(1 - e^{-\frac{U}{u}}\right) \tag{E.18}$$

où u qui a la dimension d'une tension est le facteur d'amplification qui comprend la constante de Boltzman (remarque : le facteur $\frac{k_B \cdot T}{e}$ a la dimension d'une tension).
Toujours à température fixe, on trouve une dépendance linéaire en U pour le rapport $\frac{\beta}{\eta}$ qui s'écrit alors :

$$\left(\frac{\beta}{\eta}\right)_{(Tfixe)} = A(T) \cdot U \tag{E.19}$$

où $A(T) = a \cdot e^{\frac{T}{b}}$ (a est une constante d'intégration et b a la dimension d'une température).
Ainsi, il vient par identification :

$$\frac{p_b(T,U)}{p_e} \cdot \Delta t = a \cdot e^{\frac{T}{b}} \cdot U \tag{E.20}$$

Donc la probabilité de compter un coup sombre s'écrit :

$$\beta(U,T) = a \cdot e^{\frac{T}{b}} \cdot U \cdot \eta_{max} \cdot \left(1 - e^{-\frac{U}{u}}\right) \tag{E.21}$$

Puis, en éliminant U dans l'expression précédente en y injectant la relation E.18, on arrive finalement à donner une expression de la probabilité de compter un coup sombre en fonction de l'efficacité pour une tension U et une température T données :

$$\boxed{\beta(\eta,T) = -2a \cdot e^{\frac{T}{b}} \cdot \ln\left(1 - \frac{\eta}{\eta_{max}}\right) \cdot \eta} \tag{E.22}$$

La dernière relation ci-dessus correspond donc bien au but initialement recherché. Il sera donc possible d'obtenir des fits des courbes expérimentales par le biais de ce modèle en trouvant les valeurs adéquates pour les constantes a et b..

d'énergie s'écartent tellement que les porteurs peuvent voir des états possibles de l'autre côté de la zone de déplétion et la franchir par effet tunnel.

E.3 Protocole expérimental et résultats

Pour les expériences que nous avons montées à Nice, nous avons utilisé des détecteurs Germanium que nous avons préalablement étudiés grâce au banc de caractérisation du GAP à Genève. Tout d'abord, nous avons utilisé la caractérisation en mode gated afin de tracer les courbes de l'efficacité de détection en fonction de la probabilité d'obtenir un coup sombre. Cette méthode nous a aussi permis de conclure sur la probabilité de générer des afterpulses. Nous les avons ensuite caractérisés en mode passif afin de trouver les points de fonctionnement [tension de polarisation – efficacité – coups sombres] les plus performants en vue de nos expériences. Enfin, cette étude s'est faite à la longueur d'onde de $1310\,nm$ qui est celle que l'on a communément utilisée lors de nos de expériences de coïncidences (Genève et Nice, voir chapitre 2) ou d'interférométrie (Genève, voir chapitre 3).

E.3.1 Synoptique de la caractérisation de type gated

Faire jouer une photodiode en mode gated nécessite beaucoup d'électronique (générateur de délais, divers générateurs d'impulsions et de tension) et bizarrement très peu d'optique. En effet, les besoins se limitent essentiellement à un laser émettant à $1310\,nm$ déclenchable électriquement et couplé à un atténuateur variable capable de donner en moyenne un photon par pulse[5].
L'ensemble de ces éléments est reporté sur la figure E.4 ci-dessous.

Pour rentrer quelque peu dans les détails :

- *Le générateur de délais* sert à donner les deux signaux de déclenchement pour la génération (laser) et la détection des photons (APD). Les délais entre ces signaux sont calculés en tenant compte des longueurs des différents câbles et fibres.
- *Le pulseur de photodiodes* fournit la tension dite de "breakdown" à l'APD considérée au moment où le photon est censé arriver. Il est déclenché par le générateur

[5] Typiquement, on mesure la puissance du laser et on choisit la valeur de l'atténuation en dBm de sorte à obtenir au total $-118,19\,dBm$ qui correspondent à la puissance d'un photon par pulse à $1310\,nm$.

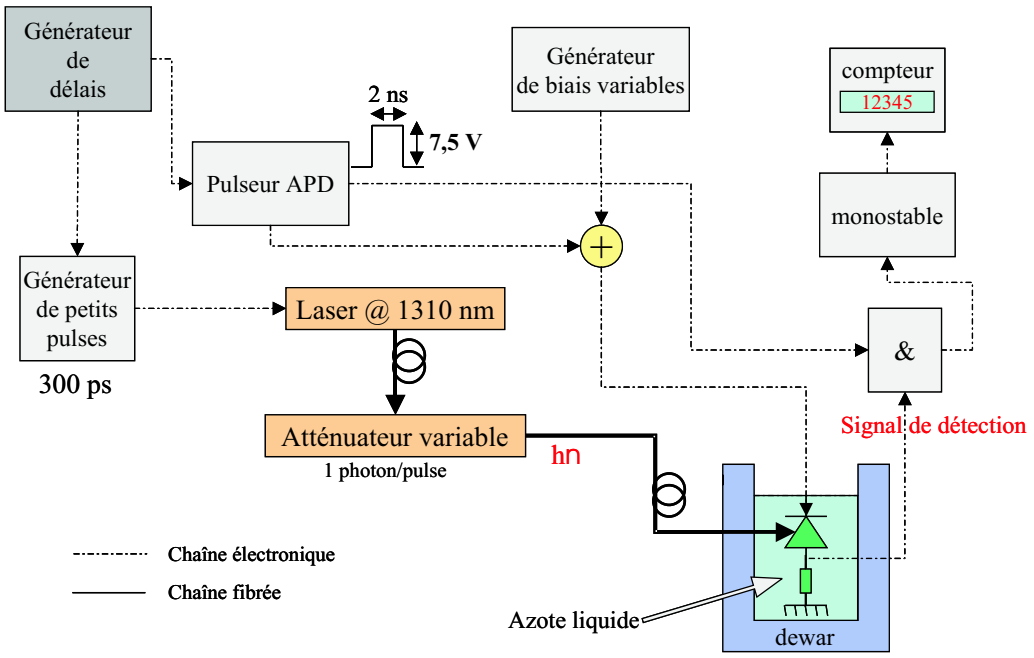


FIG. E.4 – Synoptique de la caractérisation d'une photodiode en mode gated.

de délais précédemment mentionné. La durée du pulse est de $2\,ns$ ce qui permet d'avoir un temps de polarisation suffisant pour espérer collecter le photon sans pour autant induire trop de coups sombres. La hauteur des créneaux est de $7{,}5\,V$ mais cette valeur n'a pas de signification particulière, c'est uniquement celle dont nous disposions.

- *Le générateur de tensions variables* est là pour "aider" le pulseur de diodes puisqu'il fournit l'essentiel de la tension de polarisation nécessaire (typiquement une trentaine de V pour les APDs en germanium). L'électronique de modulation est en effet beaucoup plus simple lorsqu'il ne s'agit que de quelques V.
- *L'additionneur de tension* permet de superposer les tensions modulées et continues décrites ci-dessus. Il constitue en quelques sortes l'élément clé de l'ensemble du dispositif. C'est un circuit que nous fabriquons nous-mêmes et dont le schéma est donné par la figure E.5 ci-après.

  Les tensions se superposent au nœud N via une capacité (C_{cc}) et une self-inductance (L_{ca}) qui servent respectivement à éviter le retour de l'alternatif

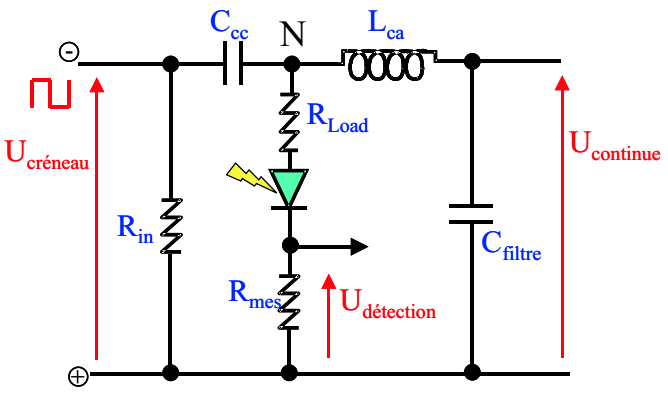


FIG. E.5 – Schéma d'un circuit électronique de polarisation en T utile au mode d'extinction de type gated.

vers le continu et vice-versa. De plus, la capacité C_{filtre} permet de filter l'ondulation résiduelle de la tension continue appliquée au détecteur. La lecture de l'image du courant d'avalanche se fait aux bornes d'une résistance de $50\,\Omega$ adaptée aux lignes électroniques classiques.

- *Le générateur de petits pulses*, placé en amont du laser à $1310\,nm$, émet des impulsions électriques d'une durée de $300\,ps$. La spécificité temporelle de ces impulsions découle de celle imposée au détecteur lui-même, l'idée étant que les $2\,ns$ sur le détecteur puissent contenir les $300\,ps$ laser.
- *Une porte ET rapide* qui témoigne des coïncidences entre le pulse qui alimente l'APD et le signal de détection lui-même. Cela permet de véritablement récupérer un signal dû à un photon et pas seulement l'impulsion de polarisation (voir explication plus loin avec la figure E.6).
- *Un monostable* permet de mettre en forme l'impulsion en sortie de la porte *ET* afin que le signal puisse être reconnu par les appareils de comptage habituels.

Remarque : la plupart des appareils mentionnés ici sont "made in GAP".

Notons qu'il est bien connu que les photodiodes Germanium présentent leurs meilleurs points de fonctionnement à la température de l'azote liquide (voir [78] et les références incluses). C'est pourquoi nous plongeons les détecteurs montés sur leur circuits de "polarisation – détection" dans un dewar rempli d'azote liquide.

E.3.2 Quelles formes ont les signaux de détection ?

La figure E.6 ci-dessous donne typiquement les signaux que l'on obtient à l'aide d'un oscilloscope[6] placé en sortie du pulseur ou aux bornes de la résistance de mesure de 50 Ω mise en série avec le détecteur.

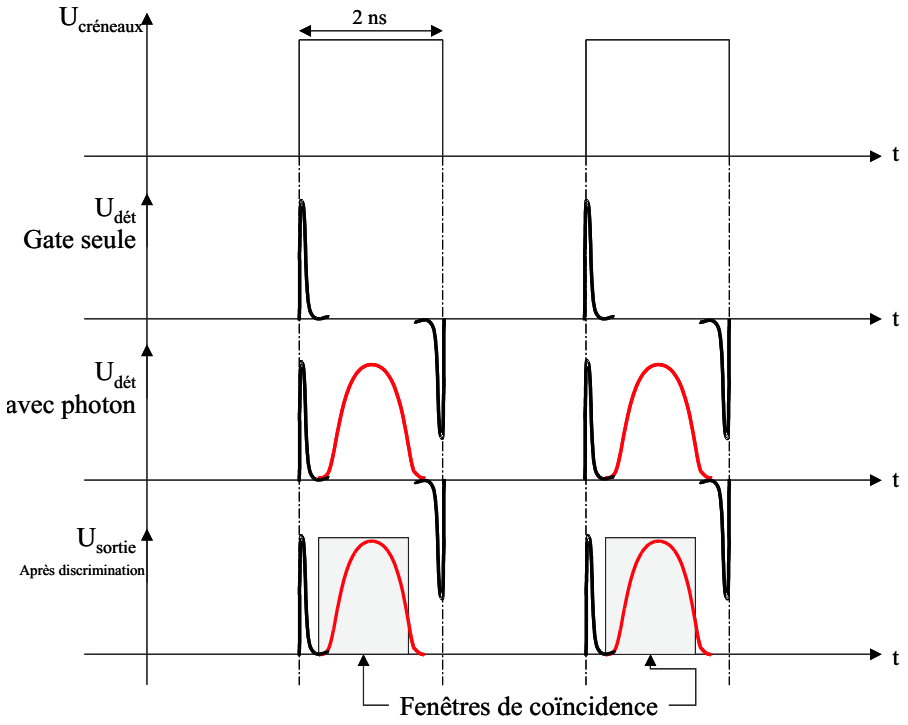


FIG. E.6 – Visualisation de la tension de polarisation en créneaux et de la tension de détection avec la gate seule, avec la gate et un photon et enfin avec la gate et un photon après coïncidence et discrimination.

Pour la recherche de la coïncidence entre le signal d'avalanche et la gate de polarisation, on procède typiquement à quatre visualisation :

(*i*) La gate seule en sortie du pulseur que l'on peut alors ajuster selon nos besoins (premier dessin).

(*ii*) La gate aux bornes de la résistance de mesure (second dessin). On observe

[6] La Bande passante de l'oscilloscope doit être supérieure à 1 GHz.

donc des fronts positif (à gauche) et négatif (à droite) qui ne sont autre que les dérivées des fronts montant et descendant de la gate[7]. Cela permet aussi de vérifier le bon fonctionnement du T de polarisation.

(*iii*) La gate plus le signal de détection provenant d'un coup sombre ou bien d'un photon (troisième dessin). On a alors la possibilité de venir placer ce signal au centre du créneau de polarisation grâce à l'ajustement des délais électroniques et câblés.

(*iv*) Enfin, on vient appliquer notre fenêtre de coïncidence ajustable en position et en largeur qui vient récupérer le signal désiré. Le reste étant discriminé, on ne voit plus la dérivée négative du front descendant de la gate sur le dernier dessin.

E.3.3 Résultats pour deux détecteurs

Par chance, nous avons pu nous procurer les huit derniers détecteurs Germanium que détenait l'importateur Fujitsu en France. Nous présentons ici les courbes obtenues pour les deux meilleures APDs, c'est à dire celles qui présentent les plus faibles probabilités de compter un coup sombre à efficacités données (donc à tension de polarisation données). Ces deux diodes sont référencées par les labels $CW825$ et $CW850$. Nous proposons aussi pour chacune d'elle une comparaison avec ce que nous appellerons un excellent détecteur Germanium de marque NEC utilisé au GAP depuis déjà plusieurs années. Le terme "excellent" doit être visualisé dans le contexte qui est le nôtre, c'est à dire que les performances correspondantes sont loin d'être comparables à celles des détecteurs au Silicium par exemple.

En mode gated

La figure E.7 ci-dessous présente les courbes de type "probabilité de coup sombre en fonction de l'efficacité" (voir relation E.22) en mode gated. Ces courbes ont été établies à température constante, à savoir celle de l'azote liquide. Le paramètre qui varie ici est donc la tension de polarisation que l'on ajuste grâce au générateur de

[7]En effet, l'association en série de la capacité interne du détecteur avec la résistance induit un comportement de circuit dérivateur de tension.

biais variables (voir description sur la figure E.4 et l'explication correspondante).
On voit qu'avec ce type d'extinction le comportement de nos deux détecteurs n'est pas si mauvais ! On pourra espérer des points de fonctionnement raisonnables à 6% (CW850) et 10% (CW825) d'efficacité pour une probabilité acceptable d'obtenir un coup sombre d'environ $5 \cdot 10^{-6}$. De son côté, la photodiode NEC présente une probabilité de coup sombre de seulement $2,5 \cdot 10^{-6}$ pour une efficacité avoisinant les 10%. Grâce à ce mode de fonctionnement, on peut aussi jauger la probabilité d'avoir des échos d'avalanche. Pour cela, on augment la fréquence de polarisation de l'APD sous test. Ainsi, après une avalanche due à un photon, la re-polarisation trop rapide de la diode pourra induire de nouveau une avalanche qui sera l'écho de la première. Bien que l'on puisse se faire une idée de ces échos grâce à leur visualisation sur l'oscilloscope rapide, il est très difficile de mettre des chiffres sur les probabilités d'obtenir des afterpulses. Dans tous les cas, pour une utilisation préconisée en mode passif, l'addition de temps mort électronique sub-μs permettra de s'affranchir de ces problèmes.

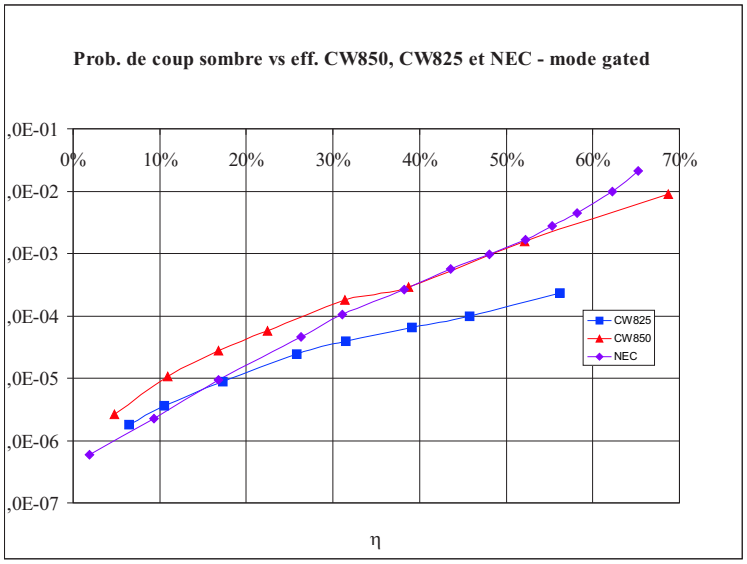


FIG. E.7 – Caractéristique de la photodiode CW825 et CW850 en mode gated. Comparaison avec un détecteur NEC de très bonne qualité.

En conclusion, ce test relate que nos photodiodes sont utilisables en mode gated.

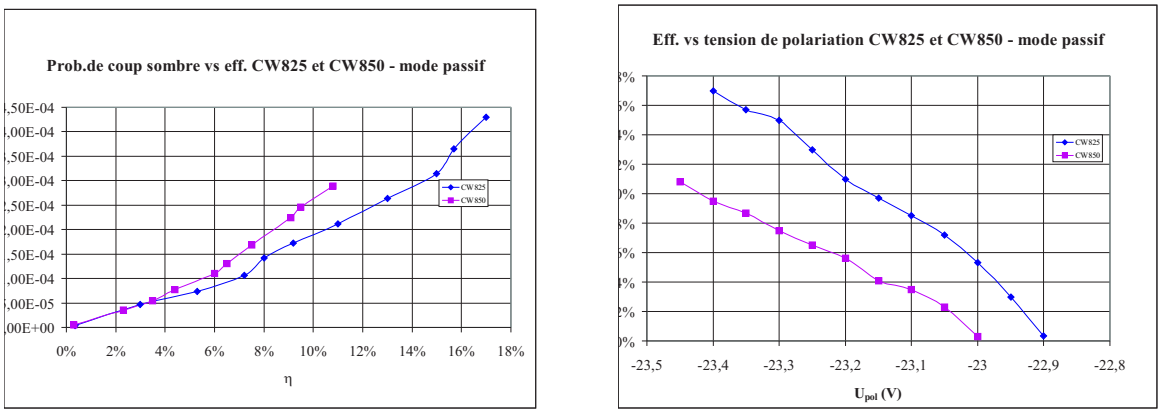
Il faut donc désormais connaître leurs caractéristiques en extinction passive qui reste le mode qui nous intéresse pour le comptage de coïncidence (voir chapitre 2) et les tests de Bell en énergie–temps (voir chapitre 3).

En mode passif

Afin de déterminer le comportement passif de nos détecteurs, nous modifions quelque peu la configuration expérimentale. En effet, mis à part le pulseur du laser, tous les éléments de déclenchement sont ôtés. Restent alors uniquement le laser et son pulseur, l'atténuateur dont le rôle est inchangé (1 photon/pulse), la diode et son circuit passif, un discriminateur (du type décrit dans l'annexe D) et un compteur. Bien sûr, le circuit de coïncidence est aussi laissé de côté. Nous n'avons pas jugé utile de joindre un synoptique du montage, le lecteur pouvant facilement imaginer à ce stade la configuration utilisée.
A ce niveau, deux types de mesures ont été effectués :

- le premier présenté sur la figure E.8–(a) montre l'évolution de la probabilité, mode passif, d'obtenir un coup sombre en fonction de l'efficacité de détection,
- et le second présenté sur la figure E.8–(b) montre l'évolution de l'efficacité de détection, toujours en mode passif, en fonction de la tension de polarisation appliquée à la jonction.

Là, les résultats sont largement moins bons qu'en mode gated. En effet, la courbe (a) indique que si l'on comptait faire jouer nos APDs à 10% d'efficacité, il est urgent d'oublier vu que la probabilité de coup sombre associée est supérieure à 10^{-4}. On sera donc clairement limité à un point de fonctionnement se situant autour de 3 à 4% d'efficacité pour une probabilité de l'ordre de 10^{-5} ce qui est déjà élevé. Malheureusement nous ne pouvons pas accéder à une comparaison avec l'APD NEC puisque nous n'avons pas pu retrouver les données correspondantes. Cependant, l'utilisation quotidienne en mode passif indique environ 12% d'efficacité pour une probabilité de l'ordre de 10^{-6} ce qui est excellent !
De là, après avoir choisi la bonne correspondance [efficacité – probabilité de coup sombre la courbe] sur la courbe (a), la courbe (b) indique naturellement quelles seront les tensions de polarisation inverse à appliquer aux jonctions.



(a) (b)

FIG. E.8 – (a) Evolution de la probabilité de coups sombre en fonction de l'efficacité à température constante ($77\,k$). (b) Evolution de l'efficacité de détection en fonction de la tension de polarisation appliquée à la diode.

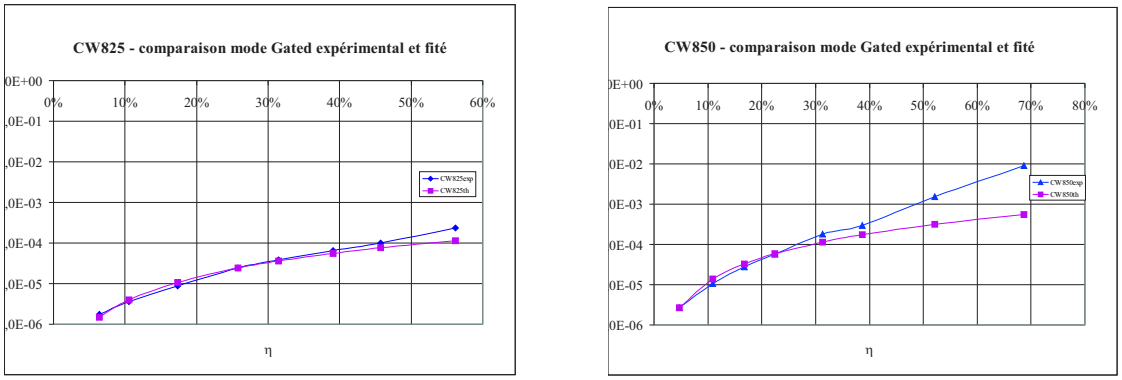
Notons enfin que la valeur de la résistance de pont insérée dans le circuit passif (voir figure D.3 de l'annexe D) peut avoir une influence sur ces courbes. Nous avons donc procédé à plusieurs tests avant de trouver la bonne valeur de $180\,k\Omega$.

Fit des courbes expérimentales par le modèle de l'extinction en mode gated

En utilisant la relation E.22 établie au paragraphe E.2.5, nous avons tenté de retrouver les courbes expérimentales en ajustant les paramètres de fit a et b définis alors. Le graphe de la figure ci-dessous E.9 montre une comparaison entre les valeurs obtenues expérimentalement et par calcul.

Les courbes concordent plutôt bien surtout aux basses efficacités. Comme on peut le voir dans la relation E.22 l'efficacité η est pondérée par une valeur maximale η_{max} qui prend d'autant plus d'importance que η devient grande. Physiquement, on s'attend à avoir une η_{max} proche de 100% et c'est donc la valeur que nous avons prise pour les deux fits. Enfin, les deux autres paramètres de calculs sont :

- $a = 0,01$ et $b = 130$ pour la CW825,
- $a = 0,03$ et $b = 115$ pour la CW850.



(a) (b)

FIG. E.9 – (a) Comparaison entre courbes expérimentale et calculée pour l'APD CW825 (T=77 k) ; (b) Comparaison entre courbes expérimentale et calculée pour l'APD CW850 (T=77 k).

Bien que les valeurs de a et b soient assez différentes pour les deux APDs testées, ces fits s'avéreront utiles à la prévision du comportement de nouveaux détecteurs de même marque (si l'on en trouve) qui ne pourraient être passés sur le banc de caractérisation. Aussi, grâce au travail des chercheurs du GAP sur les détecteurs depuis plusieurs années, nous commençons à posséder une banque de données plutôt fournie intégrant plusieurs marques et plusieurs types de détecteurs.

Annexe F

Le traitement quantique du diviseur de faisceau

Comme son nom l'indique, cette annexe est consacrée à la description quantique de ce qu'il se passe au sein d'un diviseur de faisceau (beam splitter pour les intimes (BS)). Bien que ces résultats soient connus et traités dans quelques uns des bons livres d'optique quantique, nous avons jugé utile de les rappeler ici afin que le lecteur puisse facilement en disposer. Il n'est bien sûr pas indispensable de se référer à cette annexe pour comprendre la séparation des paires de photons dans les expériences décrites dans ce manuscrit. Cependant, comme les phénomènes correspondant ne sont pas non plus triviaux, nous tenterons d'en donner une approche simple, intuitive et originale.

F.1 Introduction – traitement classique

Il est souvent nécessaire en optique d'utiliser des éléments pour atténuer, filtrer ou encore diviser les faisceaux. La description de ceux-ci en des termes "classiques" est plutôt simple et bien connue. Elle concerne la plupart du temps l'évolution des faisceaux incident, transmis et réfléchi. Il en va de même en optique quantique où notamment le BS a véritablement pris une place de choix dans les expériences. En effet, on le retrouve pratiquement partout, de la simple séparation des paires de photons à l'étude des phénomènes d'interférences, en passant par les tentatives de

construction des analyseurs des quatre états de Bell[1] (voir plus loin dans cette annexe pour plus de détails).

Considérons "classiquement" un BS *sans perte* pour lequel nous supposerons, à l'instar de Mandel et Wolf (voir paragraphe 12.12 de la référence [70]), que les faisceaux transmis et réfléchi sont toujours déphasés de $\pm\frac{\pi}{2}$[2]. Par ailleurs, sachant que la réflectivité et la transmissivité du BS peuvent dépendre de la fréquence, de la polarisation ou encore de l'angle d'incidence du faisceau entrant, il sera préférable de procéder à une décomposition modale des champs incident, réfléchi et transmis et d'analyser l'évolution des amplitudes correspondantes plutôt que de jouer avec les champs totaux. Cependant, pour un BS non symétrique, les coefficients de transmission et de réflexion peuvent être différents selon le port d'entrée sélectionné. La figure F.1 ci-dessous donne le détail de la problématique.

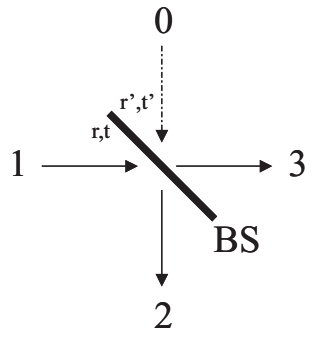


FIG. F.1 – Les entrées–sorties d'un BS. 1,2 et 3 représentent respectivement les modes classiques ou quantiques incident, réfléchi et transmis. Le mode 0 incident sur le port du haut signifie, dans le cas d'un traitement quantique, que le mode du vide y est couplé. r et t représentent les coefficients de réflexion et de transmission sur une face de la lame, et r' et t' sont leurs correspondants sur l'autre face.

De là, si r et t sont les amplitudes complexes de réflectivité et de transmissivité pour la lumière entrant par le port de gauche, et r' et t' les amplitudes correspondantes

[1] Notons ici que l'analyse des états de Bell est l'un des points expérimentaux clés du protocole de téléportation d'état quantique tel qu'il fût défini par Bennett et Brassard en 1993 [14].

[2] Nous admettrons cette idée indépendamment de la nature massive ou fibrée du BS considéré.

pour la lumière incidente le port du haut, alors ces paramètres doivent obéir aux relations réciproques de Stokes définies comme suit pour un mode du champ (on pourra se référer à la section 1.6 du fameux Born et Wolf [20]) :

$$\begin{cases} |r|=|r'| \\ |t|=|t'| \end{cases} \tag{F.1}$$

qui témoignent de la réversibilité du BS,

$$|r|^2 + |t|^2 = 1 \tag{F.2}$$

qui indique une conservation de l'énergie incidente vers les sorties (non absorption). Cette relation est aussi valable pour les coefficients primes. Et enfin on a :

$$rt^* + r'^*t' = 0 \tag{F.3}$$

Notons pour cette dernière relation que si les coefficients de réflexion et de transmission étaient les mêmes deux à deux (cas du BS symétrique), on aurait simplement l'égalité $r^*t + rt^* = 0$ qui peut être satisfaite par le choix $\arg(r) - \arg(t) = \pm\frac{\pi}{2}$ (se reporter à [42] ainsi qu'aux références incluses explicites à ce sujet). On aurait donc bien le fameux déphasage de $\pm\frac{\pi}{2}$ entre les faisceaux réfléchis et transmis comme supposé plus haut.

Il s'ensuit qu'une onde classique d'amplitude complexe ν_1, incidente sur le port de gauche, donne naissance à des ondes réfléchie et transmise d'amplitudes complexes respective ν_2 et ν_3 et telles que l'on ait :

$$\begin{cases} \nu_2=r \cdot \nu_1 \\ \nu_3=it \cdot \nu_1 \end{cases} \tag{F.4}$$

Le complexe i en facteur de t dans la seconde équation est ajouté "à la main" pour matérialiser le déphasage entre les ondes réfléchie et transmise. Puis, à l'aide des relations précédentes, on obtient facilement que :

$$|\nu_2|^2 + |\nu_3|^2 = \left(|t|^2 + |r|^2\right) \cdot |\nu_1|^2 = |\nu_1|^2 \tag{F.5}$$

qui témoigne de la conservation de l'énergie entre les ports d'entrée et de sortie du dispositif.

F.2 Pourquoi une description quantique ?

Supposons que nous voulions désormais traiter un mode quantique du champ avec des arguments similaires. Alors, comme il est de coutume, on se propose de remplacer les amplitudes complexes ν_1, ν_2 et ν_3 par les opérateurs annihilation de photons $\hat{a}_1$, $\hat{a}_2$ et $\hat{a}_3$ qui obéissent aux règles de commutation suivantes :

$$[\hat{a}_j, \hat{a}_j^\dagger] = 1,\ j = 1, 2, 3 \tag{F.6}$$

où les $\hat{a}_j^\dagger$ sont les hermitiques conjugués des $\hat{a}_j$ et sont appelés *opérateurs création de photon*. Notons aussi que l'opérateur $\hat{N} = \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_j$ est appelé *opérateur nombre de photons* et qui réfère, comme son nom l'indique, au nombre de photons contenus dans le mode j.
On a aussi :

$$[\hat{a}_2, \hat{a}_3^\dagger] = 0 \tag{F.7}$$

qui stipule que les modes de sortie sont découplés et qu'il est donc possible d'effectuer une mesure sur l'un des bras sans pour autant perturber l'autre.
Cependant, si l'on procède à la simple substitution des amplitudes ν_1, ν_2 et ν_3 par les opérateurs $\hat{a}_1$, $\hat{a}_2$ et $\hat{a}_3$ dans le système d'équations F.4, on ne retrouve pas les relations de commutations F.6 et F.7 énoncées ci-dessus. On trouve à la place :

$$\begin{cases} [\hat{a}_2, \hat{a}_2^\dagger] = |r|^2 \ [\hat{a}_1, \hat{a}_1^\dagger] = |r|^2 \\ [\hat{a}_3, \hat{a}_3^\dagger] = |t|^2 \ [\hat{a}_1, \hat{a}_1^\dagger] = |t|^2 \\ [\hat{a}_2, \hat{a}_3^\dagger] = rt^* [\hat{a}_1, \hat{a}_1^\dagger] = rt^* \end{cases} \tag{F.8}$$

On observe donc une *contradiction explicite* entre les relations de commutations F.6 et F.7 connues et celles (F.8) obtenues par simple substitution des amplitudes complexes par les opérateurs dans les équations initiales.

Démonstration

Avec les opérateurs, la première équation du système F.4 s'écrit :

$$\hat{a}_2 = r\hat{a}_1 \tag{F.9}$$

Si l'on conjugue cette relation, on obtient :

$$\hat{a}_2^\dagger = r^*\hat{a}_1^\dagger \tag{F.10}$$

Alors, en multipliant l'équation F.9 par l'équation F.10, puis en faisant exactement l'inverse, il vient le système :

$$\begin{cases} \hat{a}_2\hat{a}_2^\dagger = |r|^2\, \hat{a}_1\hat{a}_1^\dagger \\ \hat{a}_2^\dagger\hat{a}_2 = |r|^2\, \hat{a}_1^\dagger\hat{a}_1 \end{cases} \tag{F.11}$$

Enfin, en soustrayant ces deux nouvelles équations et en supposant que $[\hat{a}_1, \hat{a}_1^\dagger] = 1$ apparaît la relation de commutation erronée :

$$[\hat{a}_2, \hat{a}_2^\dagger] = |r|^2 \tag{F.12}$$

Bien sûr, il en va de même pour les deux autres relations du systèmes F.8. Il suffit pour cela de rééditer le même calcul pour $[\hat{a}_3, \hat{a}_3^\dagger]$ et de mixer les deux pour $[\hat{a}_2, \hat{a}_3^\dagger]$.

D'où vient l'erreur ?

La divergence vient du fait que nous avons ignoré jusque là la présence du second port d'entrée du BS référencé par le chiffre 0 (voir figure F.1). Dans une description classique cette omission peut être justifiée puisqu'aucune énergie n'entre dans le BS par ce port. Cependant, dans une description quantique, il n'en va pas de même : on ne peut pas ignorer le couplage avec le mode quantique du vide noté $|0\rangle$ et qui contribue aux deux modes de sortie. Avec ceci, on peut réécrire le système F.4 qui devient à l'aide des opérateur :

$$\begin{cases} \hat{a}_2 = r\hat{a}_1 + it'\hat{a}_0 \\ \hat{a}_3 = it\hat{a}_1 + r'\hat{a}_0 \end{cases} \tag{F.13}$$

où $\hat{a}_0$ est régit par les relations de commutations F.6 et F.7 et représentent l'opérateur

annihilation de photons associés au second port d'entrée du BS. Les complexes i indiquent là encore le déphasage de $\pm\frac{\pi}{2}$ entre les ondes transmise et réfléchie. De là, en recommençant le même type de calculs que ceux effectués dans la démonstration ci-dessus, on montre, avec l'aide des relations de Stokes, que l'on a finalement :

$$\left\{\begin{array}{rl} [\hat{a}_2, \hat{a}_2^\dagger] = & |r|^2 [\hat{a}_1, \hat{a}_1^\dagger] + |t|^2 [\hat{a}_0, \hat{a}_0^\dagger] \\ = & |r|^2 + |t|^2 \\ = & 1 \end{array}\right. \tag{F.14}$$

et de façon similaire que

$$\left\{\begin{array}{rl} [\hat{a}_2, \hat{a}_3^\dagger] = & rt^* [\hat{a}_1, \hat{a}_1^\dagger] + r'^* t' [\hat{a}_0, \hat{a}_0^\dagger] \\ = & rt^* + r'^* t' \\ = & 0 \end{array}\right. \tag{F.15}$$

comme nous le voulions.

Conclusion

On voit ici que le vide joue un rôle fondamental dans la description du BS lorsque l'une des entrées n'es pas utilisée. Rappelons que dans nos expériences nous avons affaire à la même situation lors de la séparation des paires de photons que nous comptons ensuite en coïncidence. Il est donc important de connaître le rôle du bras non utilisé et le fait d'annoncer que nos paires se séparent "bien" dans la moitié des cas implique une certaine physique sous-jacente. Nous allons d'ailleurs voir maintenant comment se comportent des paires de photons incidentes sur un BS, en fonction de l'état qu'elle portent et du nombre de photons sur chaque entrée.

F.3 Traitement quantique d'un BS sans perte

Avant d'entrer dans le vif du sujet, apportons quelques précisions sur le formalisme que nous allons utiliser dans ce paragraphe. L'idée serait que les équations à décliner puissent s'appliquer indifféremment à des bosons (par exemple les photons) ou à des fermions (comme les électrons). La raison principale à cela est que les phénomènes

d'interférences quantiques sont analogues pour les deux classes de particules. De là, au lieu de partir tout de suite sur la quantification du champ, nous adopterons le formalisme et la méthode décrits par Zeilinger dans les références [115], [116] et [117]. Ainsi, nous décrirons les particules considérées par des vecteurs d'état appartenant à un espace de Hilbert à deux dimensions. Par exemple, le vecteur $|a\rangle$ dénotera une particule dans un mode a et l'expression $\Psi_a|a\rangle$ indiquera que la particule a une probabilité Ψ_a^2 d'être dans l'état $|a\rangle$. Une telle approche peut s'appliquer aux deux classes de particules citées ci-dessus et la distinction pourra se faire uniquement avec la symétrisation propre des états qui décrivent des systèmes quantiques comportant plusieurs particules (voir plus loin le paragraphe F.4 qui traite le comportement des états de Bell). A l'inverse, un traitement "classique" d'optique quantique décrira l'interaction des fermions et des bosons avec un BS par des opérateurs de types différents. Les deux méthodes sont bien sûr complètement équivalentes au niveau des résultats mais elles abordent les problèmes selon différentes intuitions.

Considérons le BS *sans perte* de la figure F.2 ci-dessous. L'hypothèse "sans perte" nous autorise à le décrire à l'aide d'un opérateur unitaire[3] dans un espace de Hilbert à deux dimensions.

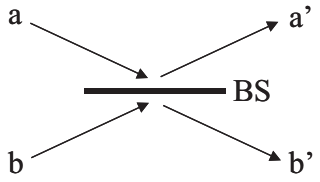


FIG. F.2 – Le BS vu comme un système à 4 ports. Les modes d'entrée sont référencées par a et b alors que les modes en sortie sont labellisés par a' et b'.

Dans le cas général, le vecteur d'état en entrée du BS peut être décrit par une pure superposition cohérente de type :

$$|\Psi_{in}\rangle = \Psi_a|a\rangle + \Psi_b|b\rangle \tag{F.16}$$

[3]Rappel : la transformation unitaire associée à un opérateur U conserve le produit scalaire et par suite la norme. Aussi la transformation par U d'une base orthonormée d'un espace ϵ donné est une base orthonormée de ϵ. De plus, on a $U^\dagger U = I$.

où les vecteurs $|a\rangle$ et $|b\rangle$ décrivent une particule dans les modes a et b du champ respectivement, et où les amplitudes de probabilité correspondantes sont régies par la relation de normalisation $|\Psi_a|^2 + |\Psi_b|^2 = 1$.
De même, il est possible d'écrire l'état de sortie par une superposition cohérente des modes a' et b' telle que :

$$|\Psi_{out}\rangle = \Psi_{a'}|a'\rangle + \Psi_{b'}|b'\rangle \tag{F.17}$$

où là encore la normalisation impose $|\Psi_{a'}|^2 + |\Psi_{b'}|^2 = 1$.
Notons que ces états d'entrée–sortie peuvent aussi être écrits en notation matricielle, soit :

$$\Psi_{in} = \begin{pmatrix} \Psi_a \\ \Psi_b \end{pmatrix}, \ \Psi_{out} = \begin{pmatrix} \Psi_{a'} \\ \Psi_{b'} \end{pmatrix} \tag{F.18}$$

Ainsi, l'opérateur général associé au BS couple donc l'état de sortie Ψ_{out} à l'état d'entrée Ψ_{in} par la relation $\Psi_{out} = U\Psi_{in}$. Les amplitudes Ψ_a, $\Psi_{a'}$, Ψ_b et $\Psi_{b'}$ témoignent bien entendu de la probabilité de présence d'une particule respectivement dans les modes a, a', b et b'.

Si l'on veut désormais exprimer notre opérateur unitaire de façon analogue à celle du paragraphes F.1 et F.2, il vient de façon générale pour un BS symétrique :

$$U = e^{i\chi} \begin{pmatrix} r & it^* \\ it & r^* \end{pmatrix} \tag{F.19}$$

où r et t sont les coefficients de réflexion et de transmission définis auparavant, et χ une phase quelconque.
Restreignons alors notre étude à un BS de type 50/50 à l'instar de ceux que nous utilisons expérimentalement. Cela signifie qu'une particule incidente sur l'un des deux ports d'entrée de ce dispositif symétrique possède une probabilité $p = \frac{1}{2}$ d'être trouvée dans l'un ou l'autre des ports de sortie. Il est bien connu que les opérateurs associés sont définis à un facteur de phase près entre les ports d'entrée et de sortie [42, 114]. Les représentation plus communément utilisées sont :

$$U_t = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \text{ ou } U_s = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} i & 1 \\ 1 & i \end{pmatrix} \tag{F.20}$$

On dit que U_t et U_s représentent respectivement des BS symétriques dans le temps et dans l'espace. En effet, U_t n'assure pas de symétrie spatiale puisque la réflexion d'une particule dans le mode a n'acquière pas de changement de phase tandis qu'une particule incidente dans le mode b prend un déphasage de π. La symétrie temporelle provient du fait que U_t et son hermitique conjugué sont égaux. D'autre part, U_s assure le même changement de phase pour les réflexions des deux modes a et b mais ce n'est pas un opérateur hermitique. Par exemple, après transformation par U_s d'un état d'entrée Ψ donné, il ne sera possible de reconstruire cet état par retour inverse des faisceaux, uniquement par le biais de l'utilisation de l'opérateur hermitique conjugué de U_s. Notons qu'il est possible de passer d'une matrice de transfert à l'autre par la simple adjonction de facteurs de phase en entrée et en sortie. Par exemple :

$$U_t = \begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} U_s \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} \tag{F.21}$$

Test de la transformation à l'aide d'un cas simple

Prenons un cas simple et voyons si la description obtenue est cohérente.
Soit un photon dans le mode a. Le vecteur d'entrée associé s'écrit $\Psi_{in} = |a\rangle$ ou encore

$$\Psi_{in} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{F.22}$$

L'état de sortie, par transformation à l'aide d'un BS symétrique spatiale, s'écrit alors de façon triviale $\Psi_{out} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|a'\rangle + |b'\rangle\right)$ ou bien

$$\Psi_{out} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} i \\ 1 \end{pmatrix} \tag{F.23}$$

Cet état de sortie qui est une pure superposition cohérente témoigne du fait que le photon possède comme prévu une probabilité $\frac{1}{2}$ d'émerger dans le mode a' ou dans le mode b', en tenant compte bien sûr du déphasage de $\pi/2$.

Les relations de passage

Les matrices des opérateurs énoncées plus haut conduisent naturellement aux relations suivantes :

(i) Pour le BS à symétrie temporelle

$$|a\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|a'\rangle + |b'\rangle\right), \ |b\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|a'\rangle - |b'\rangle\right) \tag{F.24}$$

(ii) Pour le BS à symétrie spatiale

$$|a\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}\left(i|a'\rangle + |b'\rangle\right), \ |b\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|a'\rangle + i|b'\rangle\right) \tag{F.25}$$

Nous allons maintenant nous servir de ces relations pour prévoir la transformation d'états bien connus et souvent utilisés en optique quantique.

F.4 Transformation des états de Bell

La base des états de Bell

Les états de Bell, au nombre de quatre, forment ce que l'on appelle la base complète des états maximalement enchevêtrés pour une observable donnée. Par exemple, pour des photons enchevêtrés en polarisation[4], ces états s'écrivent :

$$\begin{cases} |\Phi^+_{1,2}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\updownarrow_1\rangle|\updownarrow_2\rangle + |\leftrightarrow_1\rangle|\leftrightarrow_2\rangle\right) \\ |\Phi^-_{1,2}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\updownarrow_1\rangle|\updownarrow_2\rangle - |\leftrightarrow_1\rangle|\leftrightarrow_2\rangle\right) \\ |\Psi^+_{1,2}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\updownarrow_1\rangle|\leftrightarrow_2\rangle + |\leftrightarrow_1\rangle|\updownarrow_2\rangle\right) \\ |\Psi^-_{1,2}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\updownarrow_1\rangle|\leftrightarrow_2\rangle - |\leftrightarrow_1\rangle|\updownarrow_2\rangle\right) \end{cases} \tag{F.26}$$

Quelques points sont remarquables :

[4] C'est le type d'enchevêtrement qui a le plus été étudié que ce soit théoriquement ou expérimentalement. Comme nous l'avons mentionné dans le chapitre 2, de nombreux groupes utilisent ces états intriqués en polarisation pour des études d'interférométrie. Ils les génèrent grâce à la fluorescence paramétrique obtenu à l'aide de cristaux non-linéaire d'ordre 2.

(i) Ces états sont construits à partir de l'ensemble des produits $|\updownarrow_1\rangle|\updownarrow_2\rangle$, $|\updownarrow_1\rangle|\leftrightarrow_2\rangle$, $|\leftrightarrow_1\rangle|\updownarrow_2\rangle$ et $|\leftrightarrow_1\rangle|\leftrightarrow_2\rangle$ qui forment une base non orthogonale et pour lesquels les chiffres 1 et 2 représentent les particules appartenant à une même paire.

(ii) Les facteurs de type "$|X\rangle|Y\rangle$" sont en réalité des produits tensoriels puisque les photons 1 et 2 évoluent dans deux espaces de Hilbert différents représentés par les bases orthonormée respectives $\{|\updownarrow_1\rangle, |\leftrightarrow_1\rangle\}$ et $\{|\updownarrow_2\rangle, |\leftrightarrow_2\rangle\}$.

(iii) Ces états sont non factorisables, c'est à dire qu'on ne peut pas séparer ce qui appartient au photon 1 de ce qui appartient au photon 2. C'est cette non séparabilité qui est à l'origine des travaux théoriques et expérimentaux sur les inégalités de Bell (voir chapitre 3).

(iv) On s'assurera de l'orthogonalité de la base formée par les états de Bell en vérifiant que leurs produits scalaires pris deux à deux sont nuls. Le théorème de cloture (voir page 99 de la référence [34]) permet aussi la vérification de la complétude de la base.

(v) Enfin, on voit que les trois états $|\Phi^+_{1,2}\rangle$, $|\Phi^-_{1,2}\rangle$ et $|\Psi^+_{1,2}\rangle$ sont de type bosonique et qu'au contraire l'état $|\Psi^-_{1,2}\rangle$ est de type fermi-ionique. En effet, interchanger les indices associés aux photons 1 et 2 laisse *identiques* les états de nature bosonique alors que l'état fermi-ionique se transforme en $e^{i\pi}|\Psi^-_{1,2}\rangle$ en raison de l'anti-symétrie liée au signe négatif et aux produits croisés propres à cet état.

Dans le cas où nos particules sont des photons, comment ces bosons peuvent-ils être décrits par un vecteur d'état fermi-ionique ? En fait, le vecteur $|\Psi^-_{1,2}\rangle$ ne représente qu'une partie de la fonction d'onde totale associée à la paire de photons considérée. Cette fonction d'onde totale devant être de nature bosonique, le complément spatiale (par exemple) de $|\Psi^-_{1,2}\rangle$ aura donc aussi une forme fermi-ionique.

BS et états de Bell

Considérons un état Ψ_{in} incident sur un BS à symétrie spatiale[5] (voir figure F.2) et imaginons une paire incidente telle que les deux particules (des photons par exemple)

[5] Ce choix est ici complètement arbitraire pour le calcul.

pénètrent dans le dispositif d'analyse chacune par un port (ou mode a et b) différent. On peut alors intuiter que seule l'anti-symétrie spatiale de l'état fermi-ionique permettra à ces deux photons de ressortir chacun par dans un mode différent (a' ou b'). A l'inverse, une symétrie spatiale de type bosonique incitera les deux photons à emprunter le même bras de sortie. Voyons si le calcul vérifie cette intuition...

De façon générale et analogue au système F.26, l'état enchevêtré "en mode spatiaux" qui permet de décrire deux particules arrivant chacune dans un mode propre d'entrée du BS peut s'écrire :

$$|\Psi_{in}^{(\chi)}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|a_1\rangle|b_2\rangle + e^{i\chi}|a_2\rangle|b_1\rangle\right) \tag{F.27}$$

pour lequel χ est un réel donné[6] permettant de regrouper les deux états $|\Psi_{in}^{\pm}\rangle$ en une seule et même expression, et ou les chiffres 1 et 2 référencent les photons de la paire. Dans un langage de type "logique combinatoire", la signification de cet état non factorisable découle de la superposition cohérente présente ici :

[photon 1 dans le mode a] *AND* [photon 2 dans le mode b]

OR

[photon 1 dans le mode b] *AND* [photon 2 dans le mode a].

De là, en appliquant les mêmes relations de passage que celles démontrées précédemment, et qui s'écrivent ici

$$\begin{cases} |a_1\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|a_1'\rangle + |b_1'\rangle\right) \\ |a_2\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|a_2'\rangle + |b_2'\rangle\right) \\ |b_1\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|a_1'\rangle - |b_1'\rangle\right) \\ |b_2\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|a_2'\rangle - |b_2'\rangle\right) \end{cases} \tag{F.28}$$

on obtient des états de sortie $\Psi_{out}^{\pm}$ de la forme :

$$\boxed{|\Psi_{out}^{(\chi)}\rangle = \frac{1}{2\sqrt{2}}\left[\left(1+e^{i\chi}\right)\left(|a_1'\rangle|a_2'\rangle - |b_1'\rangle|b_2'\rangle\right) + \left(1-e^{i\chi}\right)\left(|a_2'\rangle|b_1'\rangle - |a_1'\rangle|b_2'\rangle\right)\right]} \tag{F.29}$$

[6] Par exemple, cette phase peut dépendre typiquement des conditions d'accord de phase lors de la génération de fluorescence paramétrique spontanée au sein d'un cristal non-linéaire.

De là, étudions cet état de sortie selon les valeurs de χ, soit :

(i) Si $\chi = 2n\pi$, n entier, on obtient $|\Psi_{out}^{(0)}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[(|a_1'\rangle|a_2'\rangle - |b_1'\rangle|b_2'\rangle)\right]$ qui montre que les deux particules sortent dans un enchevêtré mais dans un mode identique. En effet, la valeur de χ choisie ici fait correspondre un *état d'entrée de type bosonique*.

(ii) Si $\chi = (n+1)\pi$, n entier, on obtient $|\Psi_{out}^{(\pi)}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[(|a_2'\rangle|b_1'\rangle - |a_1'\rangle|b_2'\rangle)\right]$. Les deux particules sortent donc dans un état enchevêtré spatialement et *chacune dans un mode différent*. La valeur de χ menant à ce résultat est celle pour laquelle *l'état d'entrée correspondant est de type fermi-ionique*.

Remarquons enfin que l'état complémentaire $|\Phi_{in}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|a_1\rangle|a_2\rangle + e^{i\chi}|b_1\rangle|b_2\rangle\right)$ n'intéresse pas cette étude puisque les deux particules entrent par le même mode (a ou b) dans le BS : elles ne sont donc pas soumises aux interférences sur le BS et chacune possède la probabilité $\frac{1}{2}$ d'atterrir dans l'un ou dans l'autre mode de sortie.

Analyse des états de Bell et téléportation

Ces résultats sont d'une réelle importance pour la réalisation des analyseurs des états de Bell qui sont au cœur des protocoles de *téléportation*.

Rappelons-en brièvement le principe selon l'idée de Bennett [14] reprise et étendue plus tard par Bourennane [55]. Une opératrice, Alice, crée par exemple une paire de particules enchevêtrée en polarisation. Elle garde une des particules (notée 2) et envoie la seconde à son correspondant (notée 3), Bob. Une tierce personne, Charly, prépare un état pur qu'il confie à Alice (particule notée 1). Celle-ci procède alors à une mesure jointe sur les particules 1 et 2 et détermine lequel des quatre états de Bell elle a entre ses mains. Par réduction du paquet d'ondes, Bob possède maintenant un état pur sur sa particule 3 proche de celui que possédait la particule 1 de Charly. Alice envoie alors à Bob une information classique codée selon le résultat obtenu qui lui permettra de reconstruire l'état initial confié par Charly.

On peut maintenant comprendre que la partie importante est la mesure jointe

qu'effectue Alice sur ses deux particules. En effet, la façon la plus simple de faire reste d'amener ces deux particules sur les entrées d'un BS et ainsi de "mélanger" leur propriétés spatiales par exemple. Par suite, en sortie du BS, elle tente de déterminer l'état enchevêtré dans lequel elle vient de projeter ses particules.
Cependant, on vient de voir que pour deux particules incidentes sur les deux modes d'entrée d'un BS, seul l'état fermi-ionique pouvait être discriminé puisqu'il demeure le seul à offrir un mode de sortie différent aux deux particules. Les autres cas d'enchevêtrement, en mode spatial ou en polarisation, qui eux sont bosoniques, mènent toujours les deux particules dans le même mode de sortie rendant du coup leurs identifications impossibles.
Ainsi, comme il a été démontré plusieurs fois expérimentalement, les chercheurs ont donc recours à diverses astuces pour donner à leurs protocoles des taux de réussite plus élevés. Sans entrer dans les détails, notons les contributions de :

(*i*) Boschi [21] qui utilise un couplage original entre enchevêtrement en polarisation et vecteurs d'onde ;

(*ii*) Kim [56] qui utilise des interactions non-linéaires comme la génération de somme de fréquences. Dans le même genre, Vitali propose un protocole basé sur un interaction de type Kerr optique [109] ;

(*iii*) Lütkenhaus [68] qui propose l'utilisation, en plus d'un BS, d'éléments d'optique linéaire déclenchables électroniquement et de lignes à retards ;

(*iv*) ou encore de Kwiat [63] qui monte la faisabilité d'un analyseur pour des états intriqués sur plusieurs degrés de liberté comme la polarisation et l'énergie-temps.

F.5 Représentation en termes d'états de Fock

Depuis les fentes d'Young au protocole de Franson [44], les interférences font partie des effets les plus fondamentaux que l'on ait observés. Dans toutes ces expériences, le problème est toujours lié à la cohérence de l'objet étudié (le photon par exemple) en rapport avec la taille de l'appareil de mesure (la différence de marche entre les deux voies indiscernables). Comme le fit si bien remarquer Feynman dans son livre [43], c'est en voulant savoir par quel trou le photon est passé que l'on détruit les

franges d'interférence. Rappelons à ce titre les règles de Feynman pour calculer les probabilités associées à une mesure :

- pour des possibilités indiscernables, on somme les amplitudes de probabilités, dont le carré du module mène à la figure d'interférences ;
- au contraire, pour des possibilités discernables, on somme directement les probabilités de réaliser chacune des voies de façon incohérente. Il n'en résulte pas d'interférence.

C'est donc la discernabilité qui brise la cohérence, c'est à dire lorsque l'on devient capable de connaître l'information sur le trou ou sur le chemin emprunté par la particule considérée. Il en va de même pour le BS pour lequel nous allons voir comment il possible d'interpréter les résultats grâce à deux possibilités indiscernables.

Pour cela, nous allons utiliser le formalisme pratique des états de Fock, ou états représentant le nombre de photons contenus dans un mode du champ, et auxquels nous allons appliquer les opérateurs création et annihilation de photons. Cette méthode est particulièrement bien adaptée à la description du BS parce qu'elle est assez simple et intuitive. Elle s'inspire d'un cours que nous avons reçu de Mr Valerio Scarani, théoricien au GAP. Notons que l'on pourra trouver une description similaire par Kwiat [60] mais non complète.

Considérons le BS fibré (pour changer) décrit par la figure F.3 ci-dessous. Soit

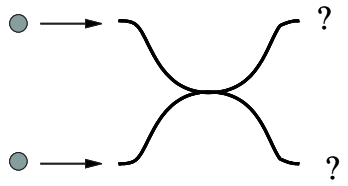


FIG. F.3 – Un BS fibré. Les boules représentent des photons incidents sur chacun des ports.

$|h, b\rangle$ le vecteur d'état représentant le nombre de photons incidents sur les ports haut (h) et bas (b) du BS. Dire alors que l'on a un photon dans le port du haut revient à

appliquer une fois l'opérateur création sur l'état du vide. Il s'ensuit :

$$|1,0\rangle = \hat{a}_h^\dagger|0\rangle \tag{F.30}$$

où $\hat{a}_h^\dagger$ représente notre opérateur agissant sur le port du haut. De même, avoir un photon en bas s'écrira :

$$|0,1\rangle = \hat{a}_b^\dagger|0\rangle \tag{F.31}$$

où là aussi $\hat{a}_b^\dagger$ représente notre opérateur agissant sur le port du bas. Bien entendu tous les opérateurs de type $\hat{a}^\dagger$ commutent. Aussi, appliquer plusieurs fois ces opérateurs nous soumet à la règle de normalisation bien connue $(\hat{a}^\dagger)^n|0\rangle = \sqrt{n!}|n\rangle$. Avec ceci, on peut décrire de nouveaux états d'entrée tels que :

$$|2,0\rangle = \frac{(\hat{a}_h^\dagger)^2}{\sqrt{2}}|0\rangle \tag{F.32}$$

ou

$$|0,2\rangle = \frac{(\hat{a}_b^\dagger)^2}{\sqrt{2}}|0\rangle \tag{F.33}$$

ou encore,

$$|1,1\rangle = \hat{a}_h^\dagger\hat{a}_b^\dagger|0\rangle \tag{F.34}$$

qui signifient respectivement "2 photons dans le port du haut", "2 photons dans le port du bas" et "1 photon dans chaque port".

Maintenant, de façon analogue à tout ce que l'on a déjà montré, on peut définir des relations de passage applicables cette fois directement aux opérateurs création eux-mêmes. Ainsi, il vient de suite :

$$\begin{cases} \hat{a}_h^\dagger \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left(\hat{a}_h^\dagger + i\hat{a}_b^\dagger\right) \\ \hat{a}_b^\dagger \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left(\hat{a}_b^\dagger + i\hat{a}_h^\dagger\right) \end{cases} \tag{F.35}$$

Une fois que l'on a les états de départ correctement normalisés ainsi que les bonnes relations de passage, le reste découle tout seul, simplement en remplaçant les opérateurs par l'identité associée.

Ainsi, pour un état d'entrée de type $|in\rangle = |2,0\rangle$, l'état de sortie prendra la forme de la superposition cohérente suivante :

$$|out\rangle = \frac{1}{2} \cdot \left(|2,0\rangle - |0,2\rangle + i\sqrt{2}|1,1\rangle\right) \tag{F.36}$$

qui signifie que les deux photons sortiront dans 50% des cas par le même bras. Rappelons que c'est exactement la configuration à laquelle nous avons affaire pour la séparation expérimentale de nos paires de photons. Il en va de même pour l'état $|in\rangle = |0,2\rangle$.
Si l'on si'intéresse désormais à l'état ou deux photons sont incidents chacun dans un port différent, c'est à dire un état décrit par le vecteur $|in\rangle = |1,1\rangle$, on obtient :

$$|out\rangle = \frac{i}{\sqrt{2}} \cdot (|2,0\rangle + |0,2\rangle + |1,1\rangle - |1,1\rangle) = \frac{i}{\sqrt{2}} \cdot (|2,0\rangle + |0,2\rangle) \tag{F.37}$$

où le terme $|1,1\rangle$ disparaît par interférences ! Elles furent mises en évidence expérimentalement par Hong-Ou-Mandel [52]. En effet, le résultat reflète deux possibilités indiscernables : soit les deux photons sont tous deux transmis, soit ils sont tous deux réfléchis. Notons qu'ici les interférences détruisent les deux autres voies de sortie. En revanche, on pourra retrouver une sortie dans deux bras différents simplement en décalant dans le temps l'arrivée d'un des deux photons sur le BS. En effet, si l'on arrive à mettre hors cohérence nos deux photons, c'est à dire faire en sorte "qu'ils ne se voient pas", on retrouvera un comportement indépendant pour chacun : c'est "l'effaceur quantique" (ou quantum eraser).

F.6 Juste pour finir...

Nous avons essayé de comparer les effets d'interférences quantiques du BS avec ce qu'il se passe en terme d'énergie lorsque l'on envoie deux ondes complètement classique sur chaque entrée du dispositif. Pour cela, nous avons adopté la matrice de transfert décrite en 1976 par Kogelnik [57] pour un BS symétrique fait à l'aide de guides d'ondes optique couplés (dispositifs similaires à nos BS fibrés décrits dans nos expériences). Après quelques étapes de calculs issus de la théorie des modes couplés, on arrive à montrer que cette matrice peut s'écrire sous la forme :

$$\begin{pmatrix} R \\ S \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -i \\ -i & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_0 \\ S_0 \end{pmatrix} \tag{F.38}$$

où (R_0, S_0) et (R, S) représentent respectivement les puissance dans les deux bras d'entrée et de sortie du dispositif. Notons que cette matrice est similaire à celle du

BS à symétrie spatiale décrite par la relation F.20.
De là, on considère plusieurs cas :

(i) On envoie la même puissance dans les deux bras d'entrée, sans déphasage. Le vecteur associé s'écrit donc :

$$\begin{pmatrix} R_0 \\ S_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{F.39}$$

Le vecteur de sortie prend la forme

$$\begin{pmatrix} R \\ S \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1-i \\ 1-i \end{pmatrix} \tag{F.40}$$

indiquant qu'on obtient la même puissance[7] dans les deux bras considérés.

(ii) On envoie la même puissance dans les deux bras d'entrée, mais cette fois avec un déphasage de π. Le vecteur associé s'écrit donc :

$$\begin{pmatrix} R_0 \\ S_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \tag{F.41}$$

et le vecteur de sortie prend la forme

$$\begin{pmatrix} R \\ S \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1+i \\ -1-i \end{pmatrix} \tag{F.42}$$

indiquant qu'on obtient encore la même puissance dans les deux bras considérés. Jusque là, rien d'anormal...

(iii) On envoie encore la même puissance dans les deux bras d'entrée, mais cette fois avec un déphasage de $\frac{\pi}{2}$. Le vecteur d'entrée associé s'écrit donc :

$$\begin{pmatrix} R_0 \\ S_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \tag{F.43}$$

et le vecteur de sortie prend la forme

$$\begin{pmatrix} R \\ S \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{F.44}$$

[7] La puissance s'obtient ici en prenant le module du nombre complexe présent pour chaque bras.

indiquant que toute la puissance sort dans le bras référencé par la lettre R et l'on obtient donc explicitement un cas d'interférence. En effet, si l'on écrivait de façon triviale les équations régissant cette interaction pour deux ondes planes progressives, on verrait clairement apparaître une destruction du signal dans le bras de sortie S en raison de la somme des phases de $\frac{\pi}{2}$ d'une part acquise à la réflexion et d'autre part conférée à notre onde incidente sur le port S_0.

Cela dit, malgré un comportement "très ressemblant" il ne faut pas se méprendre ! Ici, les interférences ne sont pas de la même nature que dans le cas de la description quantique présentée plus haut. En effet, dans le cas quantique, deux photons arrivant simultanément sur les deux ports d'entrée d'un BS interfèrent toujours de façon constructive dans le même bras de sortie : c'est un phénomène quantique causé par la présence de deux voies indiscernables. Au contraire, dans le cas classique, c'est un arrangement choisi des phases relatives des faisceaux qui nous permet de transférer toute la puissance d'un côté ou d'un autre. Notons enfin, si besoin est, que dans le cas quantique, l'opérateur ne choisit rien, la nature s'en charge seule.

Annexe G

L'état intriqué en énergie-temps

Dans cette annexe, nous allons montrer comment il est possible d'obtenir une expression du vecteur d'état intriqué en énergie-temps afin de faire apparaître, à l'instar de son correspondant en polarisation, une forme non factorisable à l'origine des propriétés non-locales. Toutefois, nous omettrons bien entendu les calculs trop fastidieux qui n'apporterait rien à la compréhension du problème.

Pour débuter la démarche, il faut s'intéresser à l'Hamiltonien $\hat{\mathcal{H}}$ décrivant l'interaction entre l'onde de pompe et le milieu non-linéaire. Comme on pourra le trouver dans tout bon ouvrage d'optique quantique et notamment dans la section 22.4 de la référence [70], cet opérateur s'écrit :

$$\hat{\mathcal{H}} = \sum_{j=p,s,i} \hbar\omega_j \left(\hat{n}_j + \frac{1}{2}\right) + \hbar g \left[\hat{a}_s^\dagger \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_p + c.c.\right] \tag{G.1}$$

pour lequel :

- le mode j est tour à tour mis pour les photons de pompe, signal et idler ;
- l'opérateur $\hat{n}_j$ représente le nombre de photons contenus dans le mode j ;
- la constante g représente le terme de couplage entre les modes comprenant la susceptibilité non-linéaire d'ordre 2 ;
- le terme *c.c.* correspond à l'abréviation de l'expression "complexe conjugué".

Il est aussi utile de préciser que les opérateurs $\hat{n}_j$ et $\hat{\mathcal{H}}$ obéissent à la relation de commutation suivante :

$$\left[\hat{n}_s + \hat{n}_i + 2\hat{n}_p, \hat{\mathcal{H}}\right] = 0 \tag{G.2}$$

qui indique que l'opérateur $\hat{n}_s + \hat{n}_i + 2\hat{n}_p$ est une constante du mouvement et qui reflète la "fissure" d'un photon de pompe en deux photons signal et idler.

Maintenant, si l'on suppose que le champ de pompe est suffisamment intense pour que l'on puisse le traiter de façon classique et lui appliquer l'hypothèse de non-déplétion, l'Hamiltonien peut se ré-écrire sous une forme simplifiée. En posant pour ce champ une amplitude complexe de la forme $a_p = \nu_p e^{-i\omega_p t}$, il vient :

$$\hat{\mathcal{H}} = \sum_{j=p,s,i} \hbar\omega_j \left(\hat{n}_j + \frac{1}{2}\right) + \hbar g \left[\hat{a}_s^\dagger \hat{a}_i^\dagger \nu_p e^{-i\omega_p t} + c.c.\right] \tag{G.3}$$

$\hat{\mathcal{H}}$ n'a donc plus que deux modes quantifiés, ceux du signal et de l'idler, et la contribution de la pompe n'apparaît plus en ces termes. Bien entendu, cette simplification n'est valable que pour les cas où $\langle \hat{n}_s \rangle, \langle \hat{n}_s \rangle \ll \mid \nu_p \mid^2$. Désormais, on a la relation de commutation $\left[\hat{n}_s - \hat{n}_i, \hat{\mathcal{H}}\right] = 0$ qui indique cette fois que c'est l'opérateur $\hat{n}_s - \hat{n}_i$ qui est une constante du mouvement. On peut donc logiquement écrire que :

$$\hat{n}_s(t) - \hat{n}_i(t) = \hat{n}_s(0) - \hat{n}_i(0) \tag{G.4}$$

Cette dernière relation nous indique que *les photons signal et idler sont toujours émis par paire* ce qui nous donne donc une première indication intéressante. Mais allons encore un peu plus loin dans le raisonnement.

Bien que l'opérateur Hamiltonien à deux champs quantifiés donné ci-dessus permette de décrire quelques particularités du processus de conversion paramétrique[1], il reste insuffisant pour en décrire d'autres comme par exemple la largeur spectrale de la lumière générée. En effet, si la somme des pulsations $\omega_s + \omega_i$ peut être parfaitement définie (elle dépend de la cohérence de la pompe), les deux photons créés possèdent en revanche une certaine largeur de bande. Ces nouveaux photons se comportent alors plus comme des petits paquets d'ondes que comme une onde monochromatique. Ainsi, afin de décrire correctement l'interaction paramétrique, il est utile d'appliquer, à l'instar de Ou et ses collaborateurs [77], une méthode perturbative de type multimode et de procéder à une décomposition en ondes planes de l'Hamiltonien $\hat{\mathcal{H}}_{int}$

[1] Il permet notamment, via l'équation du mouvement de Heisenberg, de calculer la forme des champs signal et idler ainsi que les statistiques photoniques associées.

correspondant sur tous les modes possibles du champ. Celui-ci s'écrit alors :

$$\begin{aligned}\hat{\mathcal{H}}_{int} = \tfrac{1}{L^3}\sum_{\vec{k'},s'}\sum_{\vec{k''},s''}\nu_l\chi^{(2)}_{lij}\left(\omega_p,\omega',\omega''\right)\left(\epsilon^{\star}_{\vec{k'},s'}\right)_i\left(\epsilon^{\star}_{\vec{k''},s''}\right)_j \\ \times\int_V e^{i(\vec{k_p}-\vec{k'}-\vec{k''})\cdot\vec{r}}e^{i(\omega'+\omega''-\omega_p)t}\hat{a}^{\dagger}_{\vec{k'},s'}\hat{a}^{\dagger}_{\vec{k''},s''}d^3\vec{r}+c.c.\end{aligned} \tag{G.5}$$

pour lequel :

- ω_p, $\vec{k_p}$ et ν représentent la pulsation, l'impulsion et l'amplitude complexe (traitée classiquement) de la pompe.
- Les couples $\left[\vec{k'},s'\right]$ et $\left[\vec{k''},s''\right]$ sont les jeux d'indices respectifs des impulsions et des pulsations des photons signal et idler ; ce sont sont sur eux que s'effectuent les sommes.
- $\chi^{(2)}$ représente la susceptibilité quadratique du milieu non-linéaire.
- Les $\epsilon^{\star}$ représentent les permitivités diélectriques du milieu relatives à tous les modes concernés.
- $V = L^3$ est le volume d'intégration correspondant à la région active du cristal.
- Les opérateurs $\hat{a}^{\dagger}$ sont les opérateurs création de photon agissant sur les modes $\left[\vec{k'},s'\right]$ et $\left[\vec{k''},s''\right]$.
- Enfin, les conditions d'accord de phase du système 3.7 sont représentées à chaque tour des sommes par les exponentielles complexes.

Si l'on appelle maintenant $|\psi(0)\rangle$ le vecteur d'état du champ à $t = 0$, l'état $|\psi(t)\rangle$ à l'instant t peut être donné par l'équation d'évolution de Heisenberg qui s'écrit dans ce cas :

$$|\psi(t)\rangle = \exp\left[\frac{1}{i\hbar}\int_0^t\hat{\mathcal{H}}_{int}(t')\right]|\psi(0)\rangle\,dt' \tag{G.6}$$

Si l'on s'attarde alors à résoudre cette équation compliquée en supposant une condition initiale particulière pour laquelle le champ se trouve dans l'état du vide ($|\psi(0)\rangle = |0\rangle_s|0\rangle_i$), on peut montrer que l'on obtient dans l'hypothèse où le temps d'intégration est court devant le temps séparant deux conversions paramétriques :

$$|\psi(t)\rangle = \alpha|0\rangle_s|0\rangle_i + \frac{\beta\nu\delta\omega}{2\pi}\sum_{\omega'}\sum_{\omega''}\phi\left(\omega',\omega''\right)\cdot\frac{\sin\frac{1}{2}(\omega'+\omega''-\omega_p)}{\frac{1}{2}(\omega'+\omega''-\omega_p)}\cdot e^{i(\omega'+\omega''-\omega_p)t/2}|\omega'\rangle_s|\omega''\rangle_i \tag{G.7}$$

où :

- $\phi(\omega', \omega'')$ représente la fonction spectrale de la lumière générée par conversion paramétrique. Elle est généralement choisie symétrique par rapport aux pulsations ω' et ω''. Aussi, elle est centrée en $\omega' = \omega'' = \omega_p/2$. Par ailleurs, l'écart en fréquence $\delta\omega$ entre les modes qui doit tendre vers 0 à l'infini suit simplement la normalisation suivante : $\frac{1}{2\pi}\int_0^\infty |\phi(\omega', \omega'')|^2 \, d\omega = 1$.
- La constante α est très proche de l'unité et témoigne du fait que l'émission des paires de photons ne se produit que très rarement. Elle ne peut toutefois pas être égale à 1 puisqu'une aucune conversion paramétrique n'aurait lieu dans ce cas.
- Le poids de la contribution de l'effet perturbatif est représenté par le paramètre β qui est sans dimension si l'on exprime l'amplitude du champ de pompe en terme de nombre de photons. On peut alors montrer que la validité de la méthode perturbative utilisée ici dépend de la condition $|\beta\nu|^2 t \ll 1$ où t doit être court devant le temps séparant deux conversions paramétriques.

L'état quantique représenté par l'équation G.7 décrivant la paire de photon générée par conversion paramétrique montre que les sommes sur l'ensemble des pulsations n'autorisent pas la factorisation en produit d'états appartenant respectivement aux photons signal et idler. On dit alors que ces photons sont *enchevêtrés dans le domaine des pulsations* (ou de l'énergie). Remarquons que la contribution de l'état du vide n'est pas obsolète puisqu'elle permet aux nouveaux photons d'obtenir les informations sur la phase de la pompe. Ces photons montrent donc des corrélations particulières et contre-intuitives, et ce au même titre qu'une intrication en polarisation par exemple.

Pour s'en convaincre supposons que l'on place un filtre F sur le chemin optique des photons signal qui ne transmette que la pulsation ω_F[2]. Appelons $\hat{P} = |\omega_F\rangle_{s\,s}\langle\omega_F|$ le projecteur associé à l'effet du filtre choisi. Avec ceci, l'état du champ généré par fluorescence paramétrique vu après le filtre peut être représenté par l'opérateur densité $\hat{\rho} = k\hat{P}|\psi(t)\rangle\langle\psi(t)|$ pour lequel $|\psi(t)\rangle$ est donné par l'équation G.7 et où k est un facteur de normalisation. Alors, l'état du photon idler seul, compte tenu de la présence du filtre peut être obtenu grâce à la trace de l'opérateur densité prise sur le

[2] Bien sûr, ceci est une supposition. Aucun filtre ne serait capable d'une telle prouesse malheureusement.

sous-espace du photon signal. Il vient :

$$\hat{\rho}_i = k\mathrm{Tr}_s\hat{P}|\psi(t)\rangle\langle\psi(t)| \tag{G.8}$$

De là, en faisant la même hypothèse que plus haut pour le temps d'intégration et en s'aidant de quelques simplifications notamment sur le fonction ϕ, on peut montrer que l'on obtient :

$$\hat{\rho}_i \rightarrow k\left|\eta\nu\right|^2\left|\phi\left(\omega_F, \omega_p - \omega_F\right)\right|^2 \left|\omega_p - \omega_F\right\rangle_{i\,i}\left\langle\omega_p - \omega_F\right| \tag{G.9}$$

En d'autres termes, cette dernière équation nous montre clairement que le fait d'avoir choisi la fréquence du photon signal amène le photon complémentaire dans un état dont la pulsation est tout aussi définie. C'est pourquoi on peut dire que l'état du photon idler est gouverné par les observations faites sur le photon signal même si les photons sont séparés par des kilomètres de fibres et qu'ils n'auraient par exemple pas le temps d'entrer en communication. La corrélation est donc clairement établie et il nous semble que cette exemple est beaucoup plus puissant que le simple fait de se baser sur la relation de conservation de l'énergie bien connus. En effet, si cette dernière est naturelle à la conversion paramétrique, l'exemple ci-dessus propose de forcer l'état de l'un des photons, et c'est en cela qu'apparaissent les propriétés des paires en terme d'objets uniques.

Cette affaire pose encore la question de la *non-localité* des états intriqués. Maintenant, nous proposons de retourner au chapitre 3 pour voir comment caractériser cet état d'énergie-temps et comment observer la non-localité associée via le protocole de Franson [44] (paragraphe 3.3.2).

Annexe H

Origine du taux de coïncidences quantique

Comme chacun sait, la détection ou la mesure fait partie intégrante de la théorie quantique. C'est pourquoi nous avons choisi de développer ici la formulation quantique du taux de coïncidences au sens de Glauber [47].

Nous utiliserons le formalisme des opérateurs champ introduit au paragraphe 3.3.4. Ainsi, toute mesure quantique relative au champ électro-magnétique s'effectuera sur l'opérateur hermitique $\Psi_T(\vec{r},t)$. Le résultat découlant ne pourra être que l'une des valeurs propres de cet opérateur. Comme en théorie classique, il est commode de séparer cet opérateur en une somme de ses parties à fréquence positive (propagatif) et négative (contra-propagatif). Il vient alors la décomposition suivante :

$$\Psi_T(\vec{r},t) = \Psi(\vec{r},t) + \Psi^\dagger(\vec{r},t) \tag{H.1}$$

où les opérateurs $\Psi^\dagger(\vec{r},t)$ et $\Psi(\vec{r},t)$ contiennent respectivement les opérateurs création et annihilation de photon (se reporter à l'annexe F pour leur description).

Or, dans la limite classique, il est commun de dire que les champs complexes correspondant ont des contributions identiques sur les mesures de champ que nous réalisons. D'un point de vue quantique, ces champs ont au contraire des contributions complètement différentes sur les quantités physiques mesurées : nous sommes en effet face à des amplitudes de transitions d'un état donné vers un autre. Par exemple, supposons que nous utilisions une photodiode dont le système atomique se trouve

initialement dans l'état fondamental. Ses atomes ne peuvent donc qu'absorber des photons et non en émettre. Dans ce cas, seul l'opérateur annihilation figure de manière significative dans la détermination des amplitudes de transition de l'état initial du champ vers l'un des états finaux possibles. Un calcul à partir de la théorie des perturbions au 1er ordre montrerait cependant que l'opérateur création contribue à une très petite amplitude mais variant si rapidement dans le temps qu'aucun effet n'est observable. L'opérateur création peut donc jouer un rôle seulement dans le cas d'un détecteur qui possède des atomes préalablement excités. Par exemple, les atomes excités thermiquement ne peuvent générer que des photons dont la fréquence appartient au domaine micro-onde. Il n'y a donc dans ce cas aucune contribution pour le champ électro-magnétique optique. Par ailleurs, bien que la théorie des perturbations élevée au second ordre donne à l'opérateur création un petit rôle dans une expérience d'absorption (par effet de correction radiative de la probabilité de transition prévue par la théorie du premier ordre), il paraît tout à fait correct de penser qu'une photodiode détecte le champ associé à l'opérateur annihilation plutôt que le champ associé à l'opérateur total.

Le taux de comptage total de photons

Pour obtenir plus d'informations sur la nature des quantités mesurées dans les expériences de comptage de photons, il faut examiner le rôle joué par l'opérateur champ dans le calcul des probabilités des transitions appropriées. Supposons alors que notre détecteur soit un système idéalement sélectif, sensible au champ annihilation en un point $\vec{r}$ de l'espace et à chaque instant t. La probabilité de transition associée au détecteur pour l'absorption d'un photon venant du champ incident à la position $\vec{r}$ et au temps t est donnée par la relation :

$$P_{i\to f} = \left|\langle f|\Psi\left(\vec{r},t\right)|i\rangle\right|^2 \tag{H.2}$$

dans laquelle :

- $|i\rangle$ représente l'état initial du champ incident avant le processus de détection ;
- $|f\rangle$ représente un état final possible du champ après le processus de détection.

En effet, on peut rappeler que lors de toute mesure sur un système quantique, l'appareillage fournit un résultat parmi un ensemble d'états finaux possibles. Après

la mesure, on dit alors qu'il s'est produit le phénomène de "réduction du paquet d'ondes", où encore de décohérence. Cependant, en réalité on ne mesure jamais l'état final du champ électro-magnétique. La seule chose que l'on soit capable de mesurer est la taux de comptage total des photons dans un état attendu. Afin de calculer ce taux, on doit sommer l'équation H.2 sur tous les états finaux possibles partant de l'état initial $|i\rangle$ du processus d'absorption. En notant R ce taux de comptage, et comte tenu de la sommation requise, on peut montrer qu'il s'écrit sous la forme :

$$R = \sum_f P_{i\to f} = \sum_f \left|\langle f|\Psi\left(\vec{r},t\right)|i\rangle\right|^2 = \langle i|\Psi^\dagger\left(\vec{r},t\right)\Psi\left(\vec{r},t\right)|i\rangle \tag{H.3}$$

La démonstration de cette relation peut se faire à l'aide du théorème de fermeture provoquant la disparition de l'état final.

Le taux de comptage est donc proportionnel à la probabilité par unité de temps qu'un photo-détecteur idéal, placé en la position $\vec{r}$, absorbe un photon au temps t. Par ailleurs, il est donné par la valeur attendue de l'opérateur hermitique défini positif $\Psi^\dagger\left(\vec{r},t\right)\Psi\left(\vec{r},t\right)$ pris dans l'état initial $|i\rangle$, état dans lequel se trouvait le champ avant le processus de mesure. De plus, cette formulation du taux de comptage total des photons montre clairement que le photo-détecteur n'est pas sensible au carré d'un champ réel (comme le prévoient de nombreux calculs semi-classiques), mais plutôt à un opérateur relatant la puissance du champ complexe associé qui est elle-même proportionnelle au nombre de photons dans le mode étudié.

Le taux de coïncidences quantique

Tout d'abord, nous pouvons dire que le taux de coïncidences quantique n'est autre qu'un taux de détection de particules à l'instar de celui que nous venons de définir. Il possède néanmoins la particularité de relater la détection de deux particules de façon simultanée, c'est à dire au même instant t et en deux positions $\vec{r_A}$ et $\vec{r_B}$ différentes. Afin d'en donner l'expression, il faut s'intéresser à l'opérateur champ régissant deux particules susceptibles d'être détectées par deux photodiodes différentes. Commençons alors par écrire les opérateurs champ associés à ces photons dans le cas où, comme précédemment, les détecteurs sont uniquement sensibles aux opérateurs d'annihilation. On a alors :

(i) pour le premier photon :

$$\Psi_{T_A}\left(\vec{r_A},t\right)=\Psi\left(\vec{r_A},t\right)+\Psi^{\dagger}\left(\vec{r_A},t\right) \tag{H.4}$$

(ii) pour le second photon :

$$\Psi_{T_B}\left(\vec{r_B},t\right)=\Psi\left(\vec{r_B},t\right)+\Psi^{\dagger}\left(\vec{r_B},t\right) \tag{H.5}$$

On peut maintenant donner l'opérateur total décrivant l'ensemble formé par les deux photons :

$$\Psi_T\left(\vec{r_B},\vec{r_A},t\right)=\Psi_{T_B}\left(\vec{r_B},t\right)\Psi_{T_A}\left(\vec{r_A},t\right) \tag{H.6}$$

Ce qui donne, en développant et en applicant la simplification au premier ordre du fait de l'hypothèse faite sur les opérateurs création de photons :

$$\Psi_T\left(\vec{r_B},\vec{r_A},t\right)=\Psi\left(\vec{r_B},t\right)\Psi\left(\vec{r_A},t\right) \tag{H.7}$$

D'où, en faisant la somme des amplitudes de transition sur tous les états finaux possibles, le taux R_C de détection des coïncidences peut s'écrire :

$$P_C=\sum_f\left|\langle f|\Psi\left(\vec{r_B},t\right)\Psi\left(\vec{r_A},t\right)|i\rangle\right|^2 \tag{H.8}$$

Et, en s'aidant des relations H.4, H.5 ainsi que de la relation de fermeture, il s'ensuit l'expression suivante :

$$R_C=\langle i|\Psi^{\dagger}\left(\vec{r_A},t\right)\Psi^{\dagger}\left(\vec{r_B},t\right)\Psi\left(\vec{r_B},t\right)\Psi\left(\vec{r_A},t\right)|i\rangle \tag{H.9}$$

où les états finaux disparaissent comme précédemment.
Finalement, en tenant compte des efficacités quantiques des détecteurs, on obtient la relation suivante :

$$\boxed{R_C=\eta_A\eta_B\langle i|\Psi^{\dagger}\left(\vec{r_A},t\right)\Psi^{\dagger}\left(\vec{r_B},t\right)\Psi\left(\vec{r_B},t\right)\Psi\left(\vec{r_A},t\right)|i\rangle} \tag{H.10}$$

Annexe I

Préparation et analyse des qu-bits

Cette annexe est destinée à mettre à éclaircir ce que nous entendons par "préparation" et "analyse" des qu-bits. Nous émettrons aussi quelques remarques originales.

Considérons pour cela la figure I.1 suivante pour laquelle on suppose que la source émet des *photons uniques* en des instants notés t_A.

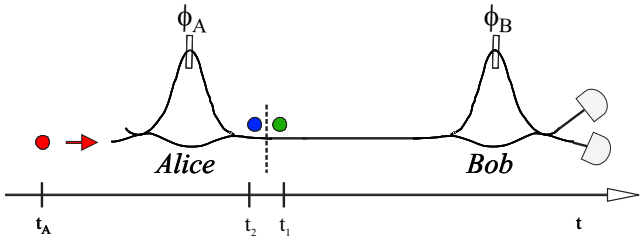


FIG. I.1 – Expérience de Bell à photons uniques.

On dispose alors de deux interféromètres, l'un de préparation et l'autre d'analyse, pour lesquels on choisit des différences de marche identiques et supérieures à la longueur de cohérence des photons individuels. On pourra se reporter au chapitre 3 pour la justification de ces hypothèses.

Un photon, émis par Alice à l'instant t_A, entre dans le circuit de préparation. Comme tenu de ce que nous avons avancé au chapitre 3, son état de sortie peut être décrit par la superposition cohérente suivante :

$$|\psi\rangle_p = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|s\rangle + e^{i\phi_A}|l\rangle\right) \tag{I.1}$$

où les vecteurs d'états $|s\rangle$ et $|l\rangle$ représentent les deux voies de préparation possibles. Les photons émis sont donc rangés dans des time-bins différents et une simple détection en sortie du préparateur procurera une analyse dans la base du temps.

Si maintenant le photon préparé entre dans le circuit d'analyse identique chez Bob, il va, là aussi, pouvoir choisir un chemin parmi deux. Mais si l'on regarde globalement le dispositif complet préparation–analyse ainsi constitué, on s'aperçoit que l'on vient de créer deux voies indiscernables et qui sont $s_A - l_B$ et $l_A - s_B$. On pourra donc logiquement visualiser une système d'interférence quantique car nous venons tout simplement de reconstruire un interféromètre de type Mach-Zehnder équilibré. Les amplitudes de probabilités données pour ces voies valent respectivement $\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot e^{i\phi_A}$ et $\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot e^{i\phi_B}$. La figure d'interférence est alors donnée par le carré du module de la somme des amplitudes de probabilité qui s'écrit :

$$\left| \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot e^{i\phi_A} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot e^{i\phi_B} \right|^2 = 1 + \cos\left(\phi_A - \phi_B\right) \tag{I.2}$$

Les franges associées présentent un taux de contraste de 100% d'après la forme mathématique ci-dessus. On dit alors que "les photons uniques interfère avec eux-mêmes".

Toutefois, il faut bien comprendre deux choses. Les interférences ne sont pas visibles en sortie de l'analyseur, c'est à dire que nous n'attendons pas de coïncidences. En effet, on travaille ici avec des photons uniques qui ne peuvent pas pas faire "clic" dans les deux détecteurs à la fois.
Aussi, il faut voir que l'on pourra obtenir la figure d'interférence uniquement en analysant les coïncidences cette fois entre le trigger du laser d'émission et le signal de détection de l'une des photodiodes. On prendra soin d'écarter les possibilités $s_A - s_B$ et $l_A - l_B$ qui sont tout à fait discernables.
A ce titre, remarquons qu'un TAC placé entre Alice et Bob donnerait un histogramme comportant trois pics d'événements : les deux pics externes correspondraient aux possibilités non discernables $s_A - s_B$ et $l_A - l_B$ alors que le pic central répertorierait les voies d'interférence qui sont données par les chemins $s_A - l_B$ et $l_A - s_B$. C'est donc encore une fois l'analyse de ce pic central qui permettrait de faire vivre ces interférences. On dit alors que l'analyse se fait dans la base de l'énergie.

Enfin, on peu très bien séparer les deux interféromètres par des kilomètres de

fibres optiques et rendre compte d'une visibilité théorique de 100% entre Alice et Bob sachant que chacun des dispositifs interdit les interférences au premier ordre. Certains y voient la mise en évidence de la non-localité d'un photon unique [97, 50]. Notons que ce type de système est à l'origine de nombreux système de distribution quantique de clé à photon unique.

Bibliographie générale

Bibliographie

[1] I. Aboud, *Polarisation périodique et échange protonique dans le niobate de lithium.*, PhD thesis, Université de Nice – Sophia Antipolis, juin 2000.

[2] J. A. Armstrong, N. Blœmbergen, J. Ducuing, and P. S. Pershan, *Interactions between light waves in a nonlinear dielectric*, Phys. Rev., **127** (1962), pp. 1918–1939.

[3] A. Aspect, *Trois tests expérimentaux des inégalités de Bell par mesure de corrélation de polarisation de photons*, thèse de troisième cycle, Université de Paris Sud, 1983.

[4] ——, *Bell's inequality test : more ideal than ever*, Nature, **398** (1999), pp. 189–190.

[5] A. Aspect, J. Dalibard, and G. Roger, *Experimental test of Bell's inequalities using time-varying analyzers*, Phys. Rev. Lett., **49** (1982), pp. 1804–1807.

[6] A. Aspect, P. Grangier, and G. Roger, *Experimental test of realistic theories via Bell's inequality*, Phys. Rev., **47** (1981), pp. 460–465.

[7] ——, *Experimental realization of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Gedankenexperiment : A new violation of Bell's inequalities*, Phys. Rev. Lett., **49** (1982), pp. 91–94.

[8] P. Baldi, *Génération de fluorescence paramétrique guidée sur niobate et tantalate de lithium polarisés périodiquement. Etude préliminaire d'un oscillateur paramétrique optique intégré.*, PhD thesis, Université de Nice – Sophia Antipolis, septembre 1994.

[9] K. Banaszek, A. B. U'Ren, and I. A. Walmsley, *Generation of correlated photons in controlled spatial modes by downconversion in nonlinear waveguides*, Opt. Lett., **26** (2001), pp. 1367–1369.

[10] J. S. Bell, *On the Einstein-Podolsky-Rosen Paradox*, Physics (Long Island City, N.Y.), **1** (1964), pp. 195–200.

[11] ——, *Bertlmann's socks and the nature of reality*, J. Phys. Coll., **C2** (1981), pp. 41–47.

[12] ——, *Speakable and unspeakable in quantum mechanics*, Cambridge University Press, 1987.

[13] C. H. Bennett and G. Brassard, *Quantum cryptography : Public key distribution and coin tossing*, Proceedings of the IEEE International Conference on Computers, Systems and Signal Processing, Bangalore, India, (1984), p. 175.

[14] C. H. Bennett, G. Brassard, and C. Crepeau, *Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels*, Phys. Rev. Lett., **70** (1993), pp. 1895–1899.

[15] C. H. Bennett and S. Wiesner, *Communication via one and two particle operations on Einstein-Podolsky-Rosen states*, Phys. Rev. Lett., **69** (1992), pp. 2881–2884.

[16] N. Blœmbergen and P. S. Pershan, *Light waves at the boundary of nonlinear media*, Phys. Rev., **128** (1962), p. 606.

[17] D. Bohm, *A suggested interpretation of the quantum theory in terms of "hidden" variables. I and II*, Phys. Rev., **85** (1951), pp. 166–193.

[18] G. Bonfrate, *Communications privées*, (2001).

[19] G. Bonfrate, V. Pruneri, P. G. Kazansky, P. Tapster, and J. G. Rarity, *Parametric fluorescence in periodically poled silica fibers*, App. Phys. Lett., **75** (1999), pp. 2356–2358.

[20] M. Born and E. Wolf, *Principle of Optics*, Cambridge University Press, Cambridge, seventh ed., 1999.

[21] D. Boschi, S. Branca, F. D. Martini, L. Hardy, and S. Popescu, *Experimental realization of teleporting an unknown pure quantum state via dual*

classical and einstein-podolsky-rosen channels, Phys. Rev. Lett., **80** (1998), pp. 1121–1124.

[22] D. Bouwmeester, J. W. Pan, M. Daniell, H. Weinfurter, and A. Zeilinger, *Observation of three-photon greenberger-horne-zeilinger entanglement*, Phys. Rev. Lett., **82** (1999), pp. 1345–1349.

[23] D. Bouwmeester, J. W. Pan, K. Mattle, M. Eibl, H. Weinfurter, and A. Zeilinger, *Experimental quantum teleportation*, Nature, **390** (1997), pp. 575–579.

[24] J. Brendel, E. Mohler, and W. Martienssen, *Experimental test of Bell's inequality for energy and time*, Europhys. Lett., **20** (1992), pp. 1923–1926.

[25] J. Brendel, W. Tittel, H. Zbinden, and N. Gisin, *Pulsed energy-time entangled twin-photon source for quantum Communication*, Phys. Rev. Lett., **82** (1999), pp. 2594–2597.

[26] R. G. W. Brown, R. Jones, J. G. Rarity, and K. D. Kidley, *Characterization of silicon avalanche photodiodes for photon correlation measurements. II. Active quenching*, Appl. Opt., **26** (1987), pp. 2383–2388.

[27] R. G. W. Brown, K. D. Kidley, and J. G. Rarity, *Characterization of silicon avalanche photodiodes for photon correlation measurements. I. Passive quenching*, Appl. Opt., **25** (1986), pp. 4122–4126.

[28] P. N. Butcher and D. Cotter, *The Elements of Nonlinear Optics*, Cambridge University Press, Cambridge, second ed., 1990.

[29] L. Chanvillard, *Interactions paramétriques guidées de grandes efficacité : utilisation de l'échange protonique doux sur niobate de lithium polarisé périodiquement.*, PhD thesis, Université de Nice – Sophia Antipolis, décembre 1999.

[30] L. Chanvillard, P. Aschieri, P. Baldi, D. B. Ostrowsky, M. D. Micheli, L. Huang, and D. J. Bamford, *Soft Proton Exchange on PPLN : a simple waveguide fabrication process for highly efficient non-linear interactions*, Appl. Phys. Lett., **76** (2000), pp. 1089–1091.

[31] J. F. Clauser and M. A. Horne, *Experimental consequences of objectives local theories*, Phys. Rev. D, **10** (1974), pp. 526–535.

[32] J. F. Clauser, M. A. Horne, A. Shimony, and R. A. Holt, *Proposed experiment to test Local Hidden-Variable Theories*, Phys. Rev. Lett., **23** (1969), pp. 880–884.

[33] J. F. Clauser and A. Shimony, *Bell's theorem : experimental tests and implications*, Rep. Prog. Phys., **41** (1978), pp. 1981–1985.

[34] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, and F. Laloë, *Mécanique quantique*, vol. 1, Hermann, Paris, seconde ed., 1996.

[35] S. Cova, M. Ghioni, A. Lacaita, and F. Zappa, *Avalanche photodiodes and quenching circuits for single-photon detection*, Appl. Opt., **35** (1996), pp. 1956–1976.

[36] L. Duraffourg, J. M. Mérolla, and J. P. Goedgebuer, *Photon counting in the 1540nm region with a germanium avalanche photodiode*, Journal of Quantum Electronics, **37** (2001), pp. 75–79.

[37] P. Eberhard, *Background level and counter efficiencies required for a loophole-free Einstein-Podolsky-Roser experiment*, Phys. Rev. A, **47** (1993), pp. R747–R750.

[38] G. J. Edwards and M. Lawrence, *A temperature-dependent dispersion equation for congruently grown lithium niobate*, Opt. Quantum Electron., **16** (1984), pp. 373–374.

[39] A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen, *Can quantum mechanical description of physical reality be considered complete ?*, Phys. Rev., **47** (1935), pp. 777–780.

[40] A. K. Ekert, *Quantum Cryptography based on Bell's theorem*, Phys. Rev. Lett., **97** (1991), pp. 661–664.

[41] C. Fabre and N. Gisin, *Communications privées sur les distributions régissant la conversion paramétrique spontannée en mode impulsionnel*, (2002).

[42] H. Fearn and R. Loudon, *Quantum theory of the lossless beam splitter*, Opt. Com., **64** (1987), pp. 485–490.

[43] R. Feynman, *Le cours de physique de Feynman, Mécanique Quantique*, vol. 3, InterEditions, Paris, french ed., 1992.

[44] J. D. Franson, *Bell inequality for position and time*, Phys. Rev. Lett., **62** (1989), pp. 2205–2208.

[45] K. Gallo, *Guides enterrés polarisé périodiquement et étude théorique d'un amplificateur paramétrique contrapropagatif.*, PhD thesis, Université de Nice – Sophia Antipolis, novembre 2001.

[46] N. Gisin, J. Brendel, and H. Zbinden, *Twin-photon technique for fiber measurements*, Proceedings symposium on optical fiber measurements, NIST Boulder Colorado, september, (1998), pp. 35–40.

[47] R. J. Glauber, *Quantum optics and electronics, lecture III*, Lectures delivered at Les Houches during the 1964 session of the summer school of theoretical physics, University of Grenoble, Gordon and Breach, 1964.

[48] P. Grangier, *Discussion privée sur les lasers de pompe existant*, Conférence QUICK, Cargèse, (2001).

[49] K. E. Hadi, *Interactions paramétriques dans les guides d'ondes réalisés par échange protonique sur niobate de lithium polarisé périodiquement.*, PhD thesis, Université de Nice – Sophia Antipolis, novembre 1996.

[50] L. Hardy, *The EPR argument and nonlocality without inequalities for a single photon*, Ann. N.Y. Acad. Sci., **755** (1995), pp. 600–615.

[51] J. Harthong, *Probabilités et statistiques. De l'intuition aux applications*, Diderot Editeur, Arts et Sciences, 1996.

[52] C. K. Hong, Z. Y. Ou, and L. Mandel, *Measurement of subpicosecond time intervals between two photons by interference*, Phys. Rev. Lett., **59** (1987), pp. 2044–2047.

[53] T. Jennewein, C. Simon, G. Weihs, H. Weinfurter, and A. Zeilinger, *Quantum Cryptography with entangled photons*, Phys. Rev. Lett., **84** (2000), pp. 4729–4732.

[54] T. Jennewein, G. Weihs, J. W. Pan, and A. Zeilinger, *Experimental nonlocality proof of quantum teleportation and entanglement swapping*, Phys. Rev. Lett., **88** (2002), p. 017903.

[55] A. Karlsson and M. Bourennane, *Quantum teleportation using three-particle entanglement*, Phys. Rev. A, **58** (1998), pp. 4394–4399.

[56] Y. H. Kim, S. P. Kulik, and Y. Shih, *Quantum teleportation of a polarization state with a complete bell state measurement*, Phys. Rev., **86** (2001), pp. 1370–1373.

[57] H. Kogelnik and R. V. Schmidt, *Switched directional couplers with alternating $\delta\beta$*, IEEE Journal of Quantum Electronics, **12** (1976), pp. 396–401.

[58] P. G. Kwiat, S. Barraza-Lopez, A. Stefanov, and N. Gisin, *Experimental entanglement distillation and "hidden" non-locality*, Nature, **409** (2001), pp. 22–26.

[59] P. G. Kwiat, K. Mattle, H. Weinfurter, A. Zeilinger, A. V. Sergienko, and Y. Shih, *New high-intensity source of polarization-entangled photon pairs*, Phys. Rev. Lett., **75** (1995), pp. 4337–4340.

[60] P. G. Kwiat, A. M. Steinberg, and R. Y. Chiao, *Observation of a "quantum eraser" : a revival of coherence in a two-photon interference experiment*, Phys. Rev. A, **45** (1992), pp. 7729–7739.

[61] ——, *High-visibility interference in a Bell-inequality experiment for energy and time*, Phys. Rev. A, **47** (1993), pp. R2472–R2475.

[62] P. G. Kwiat, E. Waks, A. G. White, I. Appelbaum, and P. H. Eberhard, *Ultrabright source of polarization-entangled photons*, Phys. Rev. A, **60** (1999), pp. R773–R776.

[63] P. G. Kwiat and H. Weinfurter, *Embedded Bell-state analysis*, Phys. Rev. Lett., rapid communication, **58** (1998), pp. R2623–R2626.

[64] P. Labeye, *Optique guidée*, Cours de DEA d'Optique, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1998.

[65] A. Lacaita, F. Zappa, S. Cova, and P. Lovati, *Single photon detection beyond 1 μm : performance of commercially available InGaAs/InP detectors*, Appl. Opt., **35** (1996), pp. 2986–2996.

[66] F. Laloë, *Do we really understand quantum mechanics ? strange correlations, paradoxes and theorems*, Am. J. Phys., **69** (2001), pp. 655–701.

[67] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Quantum Mechanics (Non-Relativistic Theory*, Pergamon Press, Cambridge, third ed., 1987.

[68] N. Lütkenhaus, J. Calsamiglia, and K. A. Suominen, *Bell measurements for teleportation*, Phys. Rev. A, **59** (1999), pp. 3295–3300.

[69] J. M. Lévy-Leblond and F. Balibar, *Quantique*, vol. 1, CNRS-InterEditions, Paris, 1984.

[70] L. Mandel and E. Wolf, *Optical Coherence and Quantum Optics*, Cambridge University Press, Cambridge, first ed., 1995.

[71] J. M. Manley and H. E. Rowe, *Some general properties of non-linear elements – Part I. General energy relations*, Proc. IRE, **44** (1956), pp. 904–913.

[72] A. Migdall, *Correlated-photon metrology without absolute standards*, Physics Today, **52** (1999), pp. 41–46.

[73] J. M. Mérolla, Y. Mazurenko, J. P. Goedgebuer, and W. T. Rhodes, *Single-photon interference in side-bands of phase-modulated light for quantum cryptography*, Phys. Rev. Lett., **82** (1999), pp. 1656–1659.

[74] A. Muller, T. Hertzog, B. Huttner, W. Tittel, H. Zbinden, and N. Gisin, *Plug and play systems for quantum cryptography*, Appl. Phys. Lett., **70** (1997), pp. 793–795.

[75] D. S. Naik, C. G. Peterson, A. G. White, A. J. Berglund, and P. G. Kwiat, *Entangled state quantum cryptography : Eavesdropping on the ekert protocol*, Phys. Rev. Lett., **84** (2000), pp. 4733–4736.

[76] Z. Y. Ou and L. Mandel, *Violation of Bell's inequality and classical probability in a two-photon correlation experiment*, Phys. Rev. Lett., **61** (1988), pp. 50–53.

[77] Z. Y. Ou, L. J. Wang, and L. Mandel, *Vacuum effects on interference in two-photon down conversion*, Phys. Rev. A, **40** (1989), pp. 1428–1435.

[78] P. C. M. Owens, J. G. Rarity, P. R. Tapster, and P. D. Townsend, *Photon counting with passively quenched germanium avalanche diodes*, Appl. Opt., **33** (1994), pp. 6895–6901.

[79] J. W. Pan, D. Bouwmeester, M. Daniell, H. Weinfurter, and A. Zeilinger, *Experimental test of quantum nonlocality in three-photon Greenberger-Horne-Zeilinger entanglement*, Nature, **403** (2000), pp. 515–519.

[80] J. W. Pan, D. Bouwmeester, and H. Weinfurter, *Experimental Entanglement Swapping : entangling photons that never interacted*, Phys. Rev. Lett., **80** (1998), pp. 3891–3894.

[81] J. W. Pan, M. Daniell, S. Gasparoni, G. Weihs, and A. Zeilinger, *Experimental demonstration of four-photon entanglement and high-fidelity teleportation*, Phys. Rev. Lett., **86** (2001), pp. 4435–4438.

[82] P. S. Pershan, *Nonlinear optical properties of solids : energy considerations*, Phys. Rev., **130** (1963), p. 919.

[83] P. S. Pershan and N. Blœmbergen, *Frequency response of the photomixing process*, App. Phys. Lett., **2** (1963), p. 117.

[84] J. G. Rarity and P. R. Tapster, *Experimental violation of Bell's inequality based on phase and momentum*, Phys. Rev. Lett., **64** (1990), pp. 2495–2498.

[85] P. R. Rarity, J. Burnett, P. R. Tapster, and R. Paschotta, *High-visibility two-photon interference in a single-mode-fibre interferometer*, Europhys. Lett., **22** (1993), pp. 95–100.

[86] P. R. Rarity, J. G. Tapster, and P. C. M. Owens, *Violation of Bell's inequality over 4 km of optical fiber*, Phys. Rev., **73** (1994), pp. 1923–1926.

[87] R. Reinisch, *Optique Non-linéaire*, Cours de DEA d'Optique, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1998.

[88] G. Ribordy, J. D. Gautier, H. Zbinden, and N. Gisin, *Performance of inGaAs/inp avalanche photodiodes as gated-mode photon counters*, Appl. Opt., **37** (1998), pp. 2272–2277.

[89] E. Rosencher and B. Vinter, *Optoélectronique*, Masson, Paris, first ed., 1998.

[90] K. Sanaka, K. Kawahara, and T. Kuga, *New high-efficiency source of photon pairs for engineering quantum entanglement*, Phys. Rev. Lett., **86** (2001), pp. 5620–5623.

[91] E. Schrödinger, *Die gegenwärtige situation in der quantenmachanik*, Naturwissenschaften, **23** (1935), pp. 807–812, 823–828, 844–849.

[92] Y. R. Shen, *Principle of Nonlinear Optics*, Wiley, New-York, 1984.

[93] Y. H. Shih and C. O. Alley, *New type of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm experiment using pairs of light quanta produced by optical parametric down conversion*, Phys. Rev. Lett., **61** (1988), pp. 2921–2924.

[94] P. Shor, *Polynomial-time algorithms for prime factorization and discrete logarithms on a quantum computer*, Proc. 35th IEEE Symp. on Foundations of Computer Science, Santa Fe, ed S. Goldwasser (1994), p. 124.

[95] A. Stefanov, *Discussions et communications privées*, (1999).

[96] D. Stucki, G. Ribordy, A. Stefanov, and H. Zbinden, *Photon counting for quantum key distribution with peltier cooled InGaAs/InP APD's*, Journal of Modern Optics, **43** (2001).

[97] S. M. Tan, D. F. Walls, and M. J. Collet, *Nonlocality of a single photon*, Phys. Rev. Lett., **66** (1991), pp. 252–255.

[98] S. Tanzilli, *Optique quantique intégrée*, Rapport de stage de DEA, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1998.

[99] S. Tanzilli, H. D. Riedmatten, W. Tittel, H. Zbinden, P. Baldi, M. D. Micheli, D. B. Ostrowsky, and N. Gisin, *Record efficient photon-pair source using a ppln waveguide*, IQEC-Nice proc., post deadline paper IPD1.8 (2000).

[100] ——, *Highly efficient photon-pair source using a Periodically Poled Lithium Niobate waveguide*, Electron. Lett., **37** (2001), pp. 26–28.

[101] S. Tanzilli, W. Tittel, H. D. Riedmatten, H. Zbinden, P. Baldi, M. D. Micheli, D. B. Ostrowsky, and N. Gisin, *PPLN waveguide for quantum communication*, Eur. Phys. J. D, **18** (2002), pp. 155–160.

[102] W. Tittel, J. Brendel, N. Gisin, and H. Zbinden, *Long distance Bell-type tests using energy-time entangled photons*, Phys. Rev. A, **59** (1999), pp. 4150–4163.

[103] ——, *Quantum Cryptography using entangled photons in energy-time Bell states*, Phys. Rev. Lett., **84** (2000), pp. 4737–4740.

[104] W. Tittel, J. Brendel, H. Zbinden, and N. Gisin, *Violation of Bell inequalities by photons more than 10 km apart*, Phys. Rev. Lett., **81** (1998), pp. 3563–3566.

[105] W. Tittel, G. Ribordy, and N. Gisin, *Quantum cryptography*, Physics World, special issue on quantum information, **11** (1998), pp. 41–45.

[106] L. M. K. Vandersypen, M. Steffen, G. Breyta, C. S. Yannoni, M. H. Sherwood, and I. L. Chuang, *Experimental realization of Shor's quantum factoring algorithm using nuclear magnetic resonance*, Nature, **44** (2002), pp. 883–887.

[107] C. Vassalo, *Electro-magnétisme classique dans la matière*, Dunod, Paris, 3 ed., 1980.

[108] K. V. D. Velde, M. Thienpont, and R. V. Green, *Extending the effective index method for arbitrarily shaped inhomogeneous optical waveguides*, IEEE JLT, **6** (1988), pp. 1153–1159.

[109] D. Vitali, M. Fortunato, and P. Tombesi, *Complete quantum teleportation with a Kerr nonlinearity*, Phys. Rev. Lett., **85** (2000), pp. 445–448.

[110] G. Weihs, T. Jennewein, C. Simon, H. Weinfurter, and A. Zeilinger, *Violation of Bell's inequality under strict Einstein locality conditions*, Phys. Rev. Lett., **81** (1998), pp. 5039–5043.

[111] K. M. H. Weinfurter, P. G. Kwiat, and A. Zeilinger, *Dense coding in experimental quantum communication*, Phys. Rev. Lett., **76** (1996), pp. 4656–4659.

[112] A. G. White, D. F. V. James, P. H. Eberhard, and P. G. Kwiat, *Nonmaximally entangled states : Production, characterization, and utilization*, Phys. Rev. Lett., **83** (1999), pp. 3103–3107.

[113] A. Yariv, *Quantum Electronics*, Wiley, New-York, 3 ed., 1989.

[114] A. Zeilinger, *General properties of lossless beam splitters in interferometry*, Am. J. Phys., **49** (1981), p. 882.

[115] ——, *Quantum correlations beyond Bell's inequalities*, Advances in Quantum Phenomena, (1995), pp. 215–228.

[116] A. Zeilinger, H. J. Benrstein, and M. A. Horne, *Information transfer with two-state two-particle quantum systems*, Journal of Modern Optics, **41** (1994), pp. 2375–2384.

[117] A. Zeilinger, M. Zukowski, M. A. Horne, H. J. Benrstein, and D. M. Greenberger, *Einstein-Podolsky-Rosen correlations in higher dimensions*, Proceedings of the Adriatico Workshop on Quantum Interferometry, World Scientific, (1994), pp. 159–169.