Effets non-perturbatifs en théorie des champs et dualité avec la théorie des cordes

Alessandro Tanzini

UNIVERSITE DE PARIS VI

THESE

Spécialité : Physique théorique

Présentée

pour obtenir le titre de

HABILITATION A DIRIGER DES RECHERCHES

de L'UNIVERSITE Paris VI

par

Alessandro Tanzini

Effets non–perturbatifs en théorie des champs et dualité avec la théorie des cordes

Soutenue le 8 Décembre 2003 devant la Commission d'examen :

C.P. Bachas	Rapporteur
L. Baulieu	Examinateur
P. Di Vecchia	Rapporteur
K.S. Stelle	Rapporteur
P. Windey	Examinateur
J-B. Zuber	Examinateur

Remerciements

C'est un plaisir de remercier toutes les personnes avec qui j'ai pu partager l'aventure exceptionnelle de la recherche en physique théorique. Mes pensées vont à M. Greco, qui a guidé mes premiers pas dans la recherche, à F. Fucito et à tous les membres du groupe de physique théorique de l'Université de Tor Vergata, dont la compétence et l'enthousiasme m'ont beaucoup stimulé pendant les années de mon doctorat, et à S.P. Sorella qui m'a donné la possibilité de continuer mon aventure dans la recherche après mon doctorat. Un merci spécial à L.Baulieu pour m'avoir accueilli au sein du L.P.T.H.E. et m'avoir donné l'opportunité de passer ici à Paris une période précieuse pour ma maturation scientifique et pour l'élargissement de mes connaissances.

Je tiens à remercier aussi tous les autres collègues et collaborateurs avec qui j'ai pu partager les joies et les souffrances de la recherche.

Un grand merci a M. Bellon qui a très gentiment accepté de relire ce travail. Je lui exprime ma gratitude pour les nombreux conseils et les corrections apportées. Je voudrais remercier aussi M. Cacciari pour d'intéressantes conversations sur l'état des lieux en QCD perturbative.

Je sais gré à C.P. Bachas, P. Di Vecchia et K.S. Stelle d'avoir accepté d'être rapporteurs de cette thèse, et à L. Baulieu, P. Windey et J.-B. Zuber d'avoir accepté de faire partie du jury.

Je remercie enfin l'ensemble des membres du L.P.T.H.E. et mes collègues en stage post-doctoral, avec lesquels j'ai pu travailler dans une atmosphère agréable et stimulante. J'en profite pour remercier Élisée Mackagny qui m'a aidé pour l'informatique, Marie–Christine Lévy, Sylvie Dalla-Foglia et Annie Richard qui se sont toujours montrées disponibles à résoudre mes problèmes administratifs, et Denis Bernia qui m'a aidé pour le tirage des copies et pour le champagne !

Table des matières

Introduction

La théorie quantique des champs donne un cadre très solide pour la description d'un grand nombre de phénomènes, de la physique statistique et de la matière condensée aux théories des interactions fondamentales. Par exemple le Modèle Standard des interactions électro–faibles et fortes reste encore aujourd'hui la théorie la mieux vérifiée par des expériences de très haute précision. Tous ces succès ont pu être remportés essentiellement grâce au fait que les couplages dans ces théories sont souvent faibles, ce qui donne la possibilité de calculer les quantités physiques en utilisant un développement perturbatif.

Il y a cependant de nombreux phénomènes qui échappent à une description perturbative, et dont la compréhension reste un problème très important (et difficile !). Cette situation est particulièrement évidente pour la physique des interactions fortes. En effet, grâce à la propriété de *liberté asymptotique*, c'est–à–dire au fait que le couplage tend vers zéro quand l'échelle de distance L tend elle aussi vers zéro (ou quand l'échelle d'énergie $\mu = 1/L$ tend vers l'infini), la chromo-dynamique quantique (QCD) donne une description assez précise des processus à haute énergie. Pourtant, on est encore loin d'une description satisfaisante des phénomènes qui apparaissent aux énergies proche de l'échelle de couplage fort Λ (qui pour la QCD est de l'ordre de 100 MeV), comme le confinement et la brisure de la symétrie chirale, et l'on n'a pas trouvé jusqu'à présent une méthode pour calculer dans l'espace–temps continu le spectre des hadrons et les trajectoires de Regge.

À un niveau plus spéculatif, un problème semblable et même plus profond se manifeste dans la tentative de construire une théorie quantique de la gravité. Dans ce cas la série perturbative n'est même pas bien définie, et un cadre conceptuellement nouveau a été conçu, la théorie des cordes. La définition non–perturbative de cette théorie reste encore en grand partie un mystère, si bien que la théorie candidate pour une description unifiée des cinq théories de cordes perturbatives connues a été appelée M–théorie.

Heureusement, nous avons trouvé deux guides valables qui nous ont fait beaucoup avancer dans la compréhension de la physique non–perturbative dans ces dernières années : la supersymétrie et la dualité couplage fort/couplage faible. Pour les théories supersymétriques, on est arrivé à décrire le confinement et la brisure de la symétrie chirale avec des solutions analytiques. Dans le cadre de la dualité AdS/CFT entre théorie de cordes et théorie de jauge, on est parvenu à construire pour la première fois des modèles concrets qui réalisent les conjectures de 't Hooft et Polyakov sur la limite de grand nombre de couleurs des théories de l'interaction forte. La découverte de cette dualité a aussi montré un lien inattendu entre les efforts pour construire une théorie consistante de la gravité et les études des théories de jauge dans le régime de couplage fort.

Mon travail de recherche a commencé avec des études en phénomélogie des particules. Pendant ma thèse de "laurea" (maîtrise) j'ai appris l'utilisation des techniques perturbatives dans le cadre de la théorie de QCD, voir *Chapitre 1*. Ensuite, au début de mon doctorat, je me suis intéressé à l'étude de la dynamique non–perturbative des théories de jauge et au confinement des quarks, voir *Chapitre 2*. Ce parcours m'a amené à l'étude de sujets plus formels, comme la supersymétrie et la théorie des cordes. Ces domaines de recherche sont à présent très actifs, et surtout dans les deux dernières années on a eu des progrès fort encourageants. J'ai eu l'opportunité de participer activement à la recherche dans ces sujets. Pour certaines théories supersymétriques on est arrivé à calculer exactement l'action effective de basse énergie directement à partir du lagrangien microscopique en utilisant des méthodes semiclassiques, voir *Chapitre 3*. Dans la dualité AdS/CFT on a franchi pour la première fois la barrière de la limite de basse énergie (supergravité) et l'on a pu comparer des quantités dynamiques de la théorie des champs directement avec la théorie des cordes, voir *Chapitre 5*.

À un niveau plus formel, il a été possible de formuler des théories quantiques de la gravité en dimensions $D \geq 4$ dont l'intégrale sur les chemins est bien définie grâce à la présence d'un type spécial de symétrie, la symétrie topologique, voir *Chapitre 4*. Cela suggère que la symétrie topologique pourrait être un bon candidat comme symétrie fondamentale de la M–théorie.

Chapitre 1

Chromo–dynamique quantique perturbative

La plus grande partie des preuves expérimentales en faveur de la théorie de chromo–dynamique quantique (QCD) vient de l'étude des processus à haute énergie. L'exemple classique est la collision électrons–hadrons avec grand moment transféré $q^2 \gg \Lambda^2$ (*deep inelastic scattering*), qui représente un moyen naturel pour sonder la structure interne des hadrons. Ces expériences permettent de mesurer la distribution en impulsion et en énergie des partons (quarks et gluons) qui composent le hadron, $F(x, q^2)$, où x représente la fraction d'énergie–impulsion du parton. Bjorken a montré il y a longtemps que si les partons sont libres et sans masse cette distribution ne dépend pas de l'énergie transféré q^2 (*Bjorken scaling*). Bien évidement celle–ci n'est qu'une première approximation, et dans les expériences on peut mésurer les deviations par rapport à cette loi. Les fonctions de distribution des partons ont en effet une évolution en fonction de q^2 : à cause des interactions chaque parton tend à se partager en d'autres partons avec une fraction d'impulsion x plus petite. Grâce à la propriété de liberté asymptotique, il est possible de calculer cette évolution en QCD perturbative. En particulier, on peut écrire des équations du groupe de renormalisation pour les fonctions de structure $F(x, q^2)$ et pour ses moments $M_J(q^2)$, les équations de Dokshitzer–Gribov–Lipatov–Altarelli–Parisi (DGLAP) [1]. Avec ces équations, on peut calculer les fonctions de structure à une échelle quelconque $q^2 \gg \Lambda^2$ si l'on connaît les conditions initiales à une échelle de référence μ. Ces conditions initiales doivent par contre être extraites de la comparaison avec des données expérimentales. L'évolution des fonctions de structure permet de calculer des violations logarithmiques au *Bjorken scaling* de la forme $\alpha_s \log(q^2/\mu^2)$. En effet, il y a aussi d'autres corrections qui apparaissent. En utilisant le développement en produit d'opérateurs (OPE) pour les courants à l'intérieur du hadron, on peut montrer que les moments des fonctions de structure reçoivent en general des corrections de la forme $M_J(q^2) \sim \sum_n C_{n,J} \left(\frac{\Lambda^2}{q^2}\right)^{\frac{1}{2}T_{n,J}-1}$, où $T_{n,J} \equiv \Delta_{n,J} - J$ est le *twist*, défini comme la différence entre la dimension et le spin des opérateurs qui apparaissent dans l'OPE. Les opérateurs dominants dans ce développement ont un twist proche de 2 et donnent lieu aux corrections logarithmiques, les autres donnent des corrections supprimées par des puissances de q^2, qui sont en general liées à des effets non–perturbatifs (*higher twists*).

1.1 Fragmentation des quarks lourds

D'autres quantités physiques importantes en QCD perturbative sont les fonctions de fragmentation $D(x, q^2)$, qui décrivent le processus de transmutation d'un parton en hadrons (*hadronisation*). La variable x dans ce cas indique la fraction de l'impulsion du hadron par rapport à celle du parton. Grâce au *théorème de factorisation* [2] on peut calculer la production de particules dans les collisions hadroniques en séparant le processus en une partie de haute énergie où le partons sont produits, et une partie de hadronisation. La section efficace de collision à haute énergie pour les partons peut être calculée avec les techniques perturbatives ordinaires de QCD. L'autre partie dependant de processus à grandes échelles de distance contient aussi des informations non–perturbatives. Pour les fonctions de fragmentation de quarks légers (*up, down, strange*) la seule chose qu'on peut faire c'est de mesurer la fonction de fragmentation à une certaine échelle d'énergie et calculer son évolution avec les équations DGLAP. En fait la présence de divergences infrarouges empêche le calcul des conditions initiales. En revanche, pour la fragmentation des quarks lourds (*charm, bottom, top*) la masse du quark agit comme un régulateur infrarouge, et rend applicable la théorie des perturbations. Les techniques du groupe de renormalisation permettent de contrôler les corrections logarithmiques du type $\alpha_s \log(p_T/m)$, où p_T est le moment transverse du quark et m sa masse. Pour les moments les plus bas de la fonction de fragmentation, on obtient ainsi des résultats assez proches des données expérimentales. Pour exemple, pour le quark *bottom* l'erreur est de 5–10% environ. Cet erreur est dû au fait que, comme les fonctions de structure, les fonctions de fragmentation aussi ont des corrections non–perturbatives liées aux *higher twists*. Ces corrections ont été estimées par l'étude des *renormalons* devoir être de la forme $N_J(q^2) \sim (J\Lambda^2/m^2)^{\frac{1}{2}T_{n,J}-1}$ pour le J–ième moment de $D(x, q^2)$ [3]. Le principal avantage est donc que la masse du quark lourd permet de bien séparer les effet perturbatifs (corrections logarithmiques) et non–perturbatifs (higher twists), et de vérifier avec une bonne précision la validité du développement perturbatif, tandis que pour les quarks légers il n'y a pas moyen de distinguer une partie perturbative dans le processus d'hadronisaton.

Le sujet de ma thèse de "laurea" (maîtrise) a été le calcul des fonctions de fragmentation pour les mésons avec un quark *charm* [**T2**] En particulier, j'ai considéré la fragmentation dans un quark *charm* d'un parton quelconque produit à grand moment transverse p_T et l'hadronisation du charm en mésons qui suit. Grâce à la différence de l'échelle de temps des deux processus, plus courte pour la fragmentation perturbative du parton dans le charm et plus longue pour l'hadronisation du charm dans le meson, on peut factoriser la fonction de fragmentation totale d'un parton i dans un méson H comme une convolution $D_i^H(x,\mu,m_c) = D_i^c(x,\mu,m_c) \otimes D_{np}^H(x)$. La fonction $D_i^c(x,\mu,m_c)$ a été calculée avec des techniques perturbatives à une échelle proche de la masse du charm $\mu \sim m_c$. J'ai ensuite calculé ces fonctions à l'échelle appropriée $O(p_T)$ avec les équations d'évolution DGLAP à l'ordre *next–to–leading*. Cela permet de tenir sous contrôle les logarithmes du type $\alpha_s \log(p_T/m_c)$, qui deviennent grands dans la limite de grand p_T et pourraient autrement donner une grande incertitude à la prévision théorique.

Les effet non–perturbatifs dans ce processus sont assez importants, en particulier pour les mésons avec un quark charm, qui a une masse de l'ordre de 1.5 GeV, c'est à dire un rapport $\Lambda/m_c \sim 0.1$. On a assumé que ces effets peuvent être décrits par une fonction *universelle* $D_{np}^H(x)$ qui ne dépend pas des détails du processus à haute énergie, *i.e.* du parton qui produit le quark charm, ni de l'échelle de la fonction de fragmentation perturbative. À présent on ne connaît pas de méthodes pour calculer $D_{np}(x)$, qui est extraite de la comparaison avec les données expérimentales. L'hypothèse d'universalité est donc très importante pour garder le caractère predictif de la théorie.

Les fonctions de fragmentation ainsi calculées ont été comparées avec les résultats de simulations numériques effectuées par le programme HERWIG (Hadron Emission Reaction With Interfering Gluons).

Pour la comparaison avec les données expérimentales, on a utilisé nos fonctions de fragmentation pour calculer la production inclusive à grand moment transverse des mésons D, D^* dans les collisions proton-proton [**T2**]. Ces prédictions théoriques nous ont permis aussi d'évaluer la contribution de la production de mésons avec *charm* dans les gerbes atmosphériques engendrées par la composante de haute énergie des rayons cosmiques [**T1**,**T20**]. Ces études étaient intéressantes pour l'expérience MACRO aux Laboratoires Nationaux du Gran Sasso, INFN, Italie. L'accord qu'on obtient avec les expériences est à environ 10% près, ce qui est normal pour les prédictions de la QCD perturbative. On pourrait remarquer que cette erreur reste quand même assez grande comparée avec les résultats du Modèle Standard qui ne dépendent pas de la physique hadronique. Les principales sources d'erreur sont données par le couplage de QCD, qui à une échelle de 100 GeV est environ dix fois plus grand que le couplage électro–faible, et par la difficulté d'estimer les effets non–perturbatifs. Ce dernier point reste un problème ouvert depuis longtemps.

Récemment, des études ont été faits pour le *deep inelastic scattering* dans des théories de jauge qui ont une description duale en théorie des cordes [4]. Cela permet d'évaluer les fonctions de structure des hadrons dans la région de couplage fort. Même si l'on est encore bien loin des applications phénoménologiques pour ces résultats, ils pourraient donner d'une part une nouvelle perspective pour l'analyse en théorie de champs de ces processus, et de l'autre des informations utiles sur la possible forme de la théorie des cordes duale à la QCD.

Chapitre 2

Phases des théories de jauge

L'information la plus essentielle qu'on peut donner sur le comportement infrarouge d'une théorie de champ est la façon dans laquelle ses symétries sont réalisées dans son état fondamental. Cela permet d'identifier la *phase* dans laquelle la théorie se trouve. La phase d'une théorie est souvent caractérisée par la valeur moyenne de certains opérateurs. Pour les théories de jauge, une description concise et élégante peut être donnée en termes des opérateurs d'ordre–désordre. Avant d'introduire ces opérateurs, il convient de rappeler brièvement la description du confinement des quarks comme supraconductivité duale, qui est la source d'inspiration de ces études [5].

Les expériences de spectroscopie hadronique donnent des informations sur le potentiel qui confine les quarks. Plus précisément, la relation entre l'énergie et le moment angulaire des résonances hadroniques (*trajectoires de Regge*) indique que les quarks et antiquarks sont confinés dans les mésons par un potentiel linéaire. L'analogie avec les supraconducteurs de type II suggère que les lignes de force du champ de couleur sont forcées à former des tubes de flux dans le vide de QCD par un effet analogue à l'effet Meissner. Dans les supraconducteurs la condensation des paires de Cooper brise l'invariance $U(1)$ électromagnétique de la théorie effective décrivant le phénomène. Le photon prends alors une masse m_γ et le champ magnétique ne peut pénétrer dans le supraconducteur que sur une longueur caractéristique de $1/m_\gamma$. Pour les supraconducteurs de type II, quand le champ magnétique atteint une certaine valeur critique, il peut néanmoins pénétrer dans le volume du matériau à travers des tubes de flux magnétiques dits de Abrikosov. Dans une version duale de la supraconductivité les paires de Cooper sont remplacées par des monopôles, l'effet Meissner s'applique au champ électrique et les tubes d'Abrikosov sont des tubes de flux du champ électrique. Deux particules électriquement chargées reliées par un tel tube seraient liées par un potentiel linéaire, caractéristique du confinement. Dans les cas vraiment réalistes, le champ électrique est coloré et plusieurs complications interviennent.

2.1 Opérateurs d'ordre–désordre et théorie de BF-YM

Dans le but de décrire d'une façon quantitative ce phénomène pour les théories de jauge non–abéliennes, 't Hooft a suggéré l'introduction de l'analogue magnétique de l'opérateur de Wilson [6]. Comme la boucle de Wilson $W(C) = \mathrm{Tr} P \exp(iq \oint_C A)$ décrit la propagation le long du chemin C de charges de couleur qui sondent le vide de QCD, ainsi l'opérateur de 't Hooft $M(C')$ décrit la propagation de monopôles le long d'un chemin C' [(a)]. La valeur moyenne dans le vide de l'opérateur de Wilson donne pour de grands chemins l'énergie potentielle entre les quarks, celle de l'opérateur de 't Hooft donne l'énergie potentielle entre les monopôles.

Pour une théorie de Yang–Mills avec groupe de jauge $SU(N)$, les opérateurs d'ordre–désordre obéissent à une algèbre de tresse (*braiding*), $W(C)M(C') = \exp\left[\frac{2\pi i}{N} Link(C,C')\right] M(C')W(C)$, où $Link(C,C')$ est l'en-

[(a)] L'opérateur de 't Hooft est donc le dual de celui de Wilson. La terminologie est prise des systèmes statistiques, où l'on désigne les couples d'opérateurs duals l'un de l'autre comme opérateurs d'*ordre–désordre*.

trelacement (*linking number*) entre les deux courbes C et C'. Cette algèbre contient toutes les informations nécessaires pour décrire les phases de la théorie, et permet de déduire l'existence de quatre possibilités [6] caractérisées par différentes valeurs moyennes des opérateurs :

- la phase de confinement des monopôles ou de *Higgs*, caractérisée par les valeurs moyennes $< W(C) >\sim e^{-P(C)}$ et $< M(C') >\sim e^{-A(C')}$, où $A(C')$ est la mesure de la surface minimale avec bord C' et $P(C)$ est la longueur de la courbe C,
- la phase de confinement des charges électriques où *confinée*, avec $< W(C) >\sim e^{-A(C)}$ et $< M(C') >\sim e^{-P(C')}$,
- la phase de *Coulomb*, dans laquelle toutes les charges sont libres, avec $< W(C) >\sim e^{-P(C)}$ et $< M(C') >\sim e^{-P(C')}$,
- enfin une phase intermédiaire de *Higgs/confinement*, avec $< W(C) >\sim e^{-A(C)}$ et $< M(C') >\sim e^{-A(C')}$. Cette phase ne peut pas être réalisée en QCD, mais elle a été observée pour des modèles avec des champs de Higgs dans la représentation fondamentale [7] [b].

En principe, une fois défini l'opérateur de 't Hooft, le calcul de sa valeur moyenne permettrait de vérifier si effectivement une condensation de monopôles est à l'origine du confinement dans la théorie de Yang–Mills. Tous cela est fort captivant, sauf que la représentation explicite dans l'espace–temps continu pour l'opérateur de 't Hooft n'est pas connue ! La charge des monopôles est une charge topologique, il faut donc définir un opérateur qui change la topologie des champs de jauge.

Dans ma thèse de doctorat j'ai proposé une nouvelle formulation de la théorie de Yang-Mills comme déformation de la théorie topologique BF, qui permet d'écrire une expression analytique pour l'opérateur de désordre de 't Hooft. L'idée à la base de cette formulation est que les observables natu-

[b] Dans ce cas les opérateurs d'ordre–désordre ne peuvent pas être utilisés pour identifier les phases de la théorie et l'on doit utiliser d'autres méthodes.

relles de la théorie BF coïncident avec les opérateurs d'ordre–désordre. De plus, l'action classique de Yang-Mills peut être écrite comme une perturbation de l'action de BF. Le terme de perturbation apparaît multiplié par le couplage g_{YM} de la théorie de Yang–Mills. On peut donc envisager de calculer ces opérateurs en utilisant un développement perturbatif autour de la théorie topologique [**T4**,**T5**].

En deux dimensions, la déformation de la théorie BF vers la théorie de Yang–Mills a une interprétation très claire, car on ne doit pas ajouter de degrés de liberté, et l'espace de Hilbert des deux théories est le même. Le terme de déformation dépend de la métrique et change l'énergie des états d'une façon similaire au champ magnétique dans l'effet Zeeman : dans la théorie topologique tous les états sont dégénérés et ont une énergie nulle, mais en présence d'un terme de perturbation ils acquièrent une énergie proportionnelle à la distance entre les sources, typique de la phase confinante [8].

En quatre dimensions le relation entre les deux théories est beaucoup plus complexe. De fait, elles ont un nombre de degrés de liberté différent et la limite de couplage nul $g_{YM} \to 0$ est singulier. Pour formuler correctement la déformation de la théorie topologique il faut ajouter un champ vectoriel [**T4**]. Ce champ possède une invariance par translations typique des théories topologiques [9]. Cela fait que l'ensemble des champs et des symétries de la théorie BF–YM est plus grand que celui de la théorie de Yang-Mills ordinaire. La procédure de quantification est donc plus subtile et requiert le recours à la méthode de Batalin–Vilkoviski. L'équivalence quantique de la BF-YM avec la YM n'est pas triviale. Cependant, il a été possible de la montrer à tous les ordres de la théorie des perturbations en étudiant la cohomologie des charges BRST respectives [**T3**], et étudiant aussi la formulation par l'intégrale de chemins [**T4**]. Le même résultat sur nôtre modèle a été obtenu par M. Henneaux [10].

Le calcul de la valeur moyenne de l'opérateur de 't Hooft en BF-YM peut être fait dans la jauge de *projection abélienne*. Cela revient à choisir une condition qui préserve le sous–groupe maximal abélien de la symétrie de jauge. À ce moment là, les particules chargées par rapport à ce sous–groupe peuvent acquérir une masse et l'action effective de basse énergie devient une action abélienne. Dans cette approximation, la valeur moyenne de l'opérateur de 't Hooft est $< M(C') >\sim \exp[-P(C')]$, indicant la présence d'une phase de *confinement* pour les charges électriques.

2.2 Condensats chiraux en QCD

Les états hadroniques peuvent être classifiés selon un groupe de symétrie global $SU(3)_f \times U(1)_B$. Le groupe $SU(3)_f$ est associé au nombre quantique de saveur (*up, down, strange*), et le groupe $U(1)_B$ au nombre quantique baryonique. Pourtant, la symétrie globale du lagrangien de QCD est $U(3)_L \times U(3)_R$, si l'on néglige la masse des trois quarks légers, , c'est à dire les transformations unitaires séparées des trois quarks de chaque chiralité. Donc un sous–groupe $SU(3) \times U(1)$ doit être brisé. La symétrie $U(1)$ axiale, avec courant $J^5_\mu = -\bar{q}^f_L \bar{\sigma}_\mu q^f_L + \bar{q}^f_R \sigma_\mu q^f_R$ [c], est réduite à un sous–groupe discret $\mathbf{Z}_{2N_f}$ à cause des instantons, $\partial_\mu J^5_\mu = \frac{i}{32\pi^2} 2N_f (F^a_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu}_a)$, où $N_f = 3$ est le nombre de saveurs. De plus, la dynamique de couplage fort semble impliquer la formation de *condensats chiraux*. Ce phénomène cause la brisure du groupe $SU(3)$ et l'apparition de bosons de Goldstone associés, qui peuvent être identifiés avec les huit mésons pseudo–scalaires $\pi, K, \bar{K}, \eta$. La symétrie $U(1)$ est en revanche brisée par les instantons, et il n'y a pas de boson de Goldstone associé à cette brisure : c'est la résolution du problème $U(1)$. Les instantons jouent donc un rôle dans la compréhension qualitative de la physique non–perturbative de la QCD, mais il n'ont pas permis d'effectuer de calculs quantitatifs à cause des

[c] J'adopte la représentation de Weyl pour les spineurs, avec les matrices σ euclidiennes $\sigma_\mu \equiv (\mathbf{1}, i\tau^i)$ et $\bar{\sigma}_\mu \equiv (\mathbf{1}, -i\tau^i)$, où $\tau^i, i = 1, 2, 3$ sont le matrices de Pauli.

divergences infrarouges associées à l'intégration sur les instantons de grande taille. Ce problème disparaît dans les théories supersymétriques, comme on le verra dans le *Chapitre 3*.

2.3 Un possible état superfluide de la lumière ?

Il est amusant d' observer que même la théorie de jauge la plus simple, la QED, pourrait se manifester dans certaines conditions très particulières dans une phase différente de celle de Coulomb. En collaboration avec S.P. Sorella, j'ai étudié dans [**T6**] l'action effective pour des photons dans une cavité de Fabry-Perot en présence d'un milieu à polarisation non-linéaire, qui introduit des interactions effectives à quatre photons. Si avec un laser on injecte des photons dans cette cavité, qui est formée de deux miroirs parallèles, l'impulsion des photons aura sa plus grande part dans la direction perpendiculaire aux miroirs, et des composantes très petites dans le plan transverse parallèle aux miroirs. Ce système peut être décrit comme un gaz de bosons massifs faiblement couplés en (2+1) dimensions, la masse étant donnée par la composante perpendiculaire du moment. Ces bosons effectifs pourraient former un condensat, donnant lieu à un état *superfluide* de la lumière. La réalisation expérimentale de ce système est à l'étude par l'équipe du Prof. Chiao, du MIT, Boston [11].

Chapitre 3

Instantons et théories supersymétriques

Les théories de jauge supersymétriques sont un laboratoire très riche pour l'étude des effets non–perturbatifs. En fait, d'un côté elle présentent des phénomènes qualitativement similaires à ceux de la QCD, comme le confinement et la brisure de la symétrie chirale, et de l'autre leur haut degré de symétrie permet d'obtenir des résultats exacts avec des méthodes analytiques. En outre, beaucoup d'entre elles admettent une description duale en terme de théorie des cordes, voir *Chapitre 5*.

Seiberg et Witten [12] ont montré que les théorèmes de non–renormalisation et la propriété d'*holomorphie* permettent de déduire complètement l'action effective de basse énergie pour les théories supersymétriques avec huit ($\mathcal{N} = 2$) et quatre ($\mathcal{N} = 1$) supercharges.

Dans la dernière année, on est même parvenus à calculer les mêmes actions effectives *directement* à partir du lagrangien microscopique ! Pour les théories $\mathcal{N} = 2$ cela a été possible par le recours à des méthodes semiclassiques (instantons) [13, 14] [**T18**], pour les théories $\mathcal{N} = 1$ par des calculs perturbatifs des diagrammes planaires inspirés par des modèles de matrices [15].

Pour les instantons, la supersymétrie a deux implications fondamentales qui permettent de calculer exactement la contribution de ces configurations à l'intégrale de chemins :

1. la compensation des déterminants associés aux fluctuations bosoniques et fermioniques autour de l'instanton

2. la convergence de l'intégration sur les coordonnées collectives (*modules*), au contraire de ce qui se passe en QCD, où cette intégration engendre des divergences infrarouges.

Quand est-ce que l'on peut utiliser les instantons pour calculer des quantités physiques ? Souvenons–nous qu'il s'agit d'un développement semiclassique, il faut donc être dans une région de couplage faible. Pour les théories supersymétriques, il y a plusieurs possibilités :

– les théories *superconformes* : dans ce cas la fonction bêta est nulle, et le couplage est un paramètre qu'on peut choisir librement. L'exemple le plus important est la théorie de Super Yang–Mills $SU(N)$ avec seize supercharges ($\mathcal{N} = 4$ SYM). Dans ce cas il existe une description duale en théorie de cordes via la correspondance AdS/CFT, voir *Chapitre 5*, qui permet d'identifier les instantons de la théorie de jauge avec les D–instantons de la théorie des cordes. Pour $N \to \infty$ on trouve un parfait accord entre les deux [16]. De plus, on peut montrer que l'identification entre les instantons et les D–instantons persiste aussi pour N fini [**T18**].

– les théories *asymptotiquement libres* où le groupe de jauge est brisé à un *sous–groupe abélien*. Celui–ci est le domaine incontestable des théories de jauge $\mathcal{N} = 2$, avec de la matière dans la représentation adjointe du groupe de jauge ou dans la représentation fondamentale, et un nombre de saveurs $N_f < 2N$. Dans ce cas on peut utiliser la valeur moyenne a des champs scalaires pour se poser dans le régime de couplage faible, $a \gg \Lambda$, et le calcul d'instanton permet d'obtenir l'action effective de Seiberg et Witten directement à partir du lagrangien microscopique [13, 14], [**T18**].

– les théories *asymptotiquement libres* où le groupe de jauge est *complètement brisé* : c'est le cas de la théorie de SQCD $\mathcal{N} = 1$ avec $N_f = N - 1$, où les effets d'instanton engendrent le superpotentiel de Affleck–Dine–Seiberg. Il faut remarquer que pour $N_f < N - 1$ il reste un sous–group de jauge non–abélien fortement couplé, ce qui rend moins évident l'étude des instantons. On peut cependant rajouter des multiplets massifs et après effectuer la limite de masse infinie sur les résultats. Les quantités ainsi obtenues coïncident avec celles de la théorie d'origine grâce à la propriété d'holomorphie de l'action effective (*découplage holomorphe*).

Quelles sont les quantités physiques que l'on peut calculer ? Il faut considérer que les instantons brisent une moitié chirale des supersymétries, donc on est forcement concernés par des observables chirales, c'est à dire des quantités qui s'expriment comme des intégrales sur la moitié des variables de Grassman du super–espace. Il s'agit donc, comme l'on a déjà remarqué, du prépotentiel de Seiberg–Witten dans $\mathcal{N} = 2$ [(a)] ou du superpotentiel dans $\mathcal{N} = 1$, mais aussi des *condensats chiraux*. Ceux–ci jouent un rôle important dans la brisure de la symétrie chirale des théories supersymétriques. Il est important de souligner que ces condensats sont *nuls* à tous les ordres de la théorie des perturbations car la symétrie chirale est exacte dans le vide perturbatif, où la charge de l'instanton est zéro. Donc leur existence est un effet typiquement non–perturbatif qui peut être vu aussi dans la limite de grands N, où d'habitude les instantons sont supprimés. Plus précisement, pour des raisons dimensionelles le calcul de condensats ne peut que donner une quantité proportionnelle à la juste puissance de l'échelle de couplage fort $\Lambda = \mu e^{-\frac{8\pi^2}{\beta_1 g^2}}$, où β_1 est la fonction bêta à une boucle de la théorie. Cette quantité reste fixée dans la limite de grand N de 't Hooft.

[(a)] En realité le prepotentiel de $\mathcal{N} = 2$ a aussi une contribution perturbative à une boucle. Dans ces notes, je fais toujour référence à la partie non–perturbative du prepotentiel.

Tous ces observables sont annihilés par une moitié chirale des supersymétries, $[\bar{Q}^{\dot{\alpha}}, \mathcal{O}] = 0$. Les fonctions de correlation de ce type d'observables montrent une propriété fort intéressante : dérivons l'une de ces fonctions par rapport à une position x_i, $\partial^i_\mu < \mathcal{O}(x_1) \ldots \mathcal{O}(x_i) \ldots \mathcal{O}(x_n) >$. Grâce à l'algèbre de supersymétrie, cette dérivée peut être écrite comme $< \mathcal{O}(x_1) \ldots \{\bar{Q}^{\dot{\alpha}}, [Q^\alpha, \mathcal{O}(x_i)]\} \ldots \mathcal{O}(x_n) >$. On peut maintenant utiliser la définition même d'opérateur chiral pour commuter la charge $\bar{Q}^{\dot{\alpha}}$ jusqu'à ce qu'elle agisse sur le vide, et si la supersymétrie n'est pas brisée on a $\bar{Q}^{\dot{\alpha}}|0>= 0$. On a donc finalement montré que *les fonctions de correlation des observables chirales dans les théories supersymétriques sont indépendantes de l'espace–temps.*

3.1 Théories $\mathcal{N} = 2$

Witten a montré qu'il existe une version topologique de la théorie de $\mathcal{N} = 2$ Super Yang–Mills [9], dont les fonctions de correlation représentent des invariants topologiques (les invariants de *Donaldson*). La théorie $\mathcal{N} = 2$ et celle de Witten sont liés par un changement de variables linéaire (*twist*). Les deux théories sont parfaitement équivalentes sur l'espace–temps plat. C'est pourquoi, en collaboration avec F.Fucito, nous avons pensé d'utiliser la version *twistée* de $\mathcal{N} = 2$ pour simplifier le calcul d'instanton. En effet les intégrales sur l'espace de modules des instantons sont très compliqués déjà pour un nombre d'instanton petit, $k = 2$. De plus, pour $k \geq 3$ on ne connaît même pas la forme explicite de la solution classique. Tous cela rend impossible d'avancer par “force brute”. L'avantage de la version twistée est qu'il existe une charge de supersymétrie scalaire Q. L'idée est de se servir de cette symétrie pour montrer des propriétés de localisation de l'intégrale des instantons. En effet, nous avons montré que la charge Q a une interprétation géométrique comme dérivée extérieure sur le super–espace des modules [**T14**], et que le prépotentiel de Seiberg–Witten est une forme exacte sur cet espace [**T7**,**T10**, **T22**]. D'autres analyses sur l'interprétation géométrique de nôtre construction ont été faites par R. Flume et al.[17]. Ces études nous ont permis de montrer que toute la contribution des instantons au prépotentiel est concentrée sur le bord de l'espace des modules, qui est constitué par des instantons de taille nulle. Pour simplifier le calcul, on peut régulariser cet espace en donnant une taille minimale aux instantons, par exemple en considèrant la version non–commutative de la théorie de jauge. Il est en effet possible montrer que le résultat pour les observables ne dépende pas du parametre de regularisation. De toute façon, même ainsi on se ramène à une intégration sur des variétés assez compliquées, car les instantons peuvent bouger librement dans l'espace. Pour un instanton de charge k cela donne le produit symmétric de k–points, $(\mathbf{R}^4)^k/S_k$ (*Hilbert schemes*) [b].

Une amélioration importante de la technique de localisation peut être obtenue en considerant la théorie de $\mathcal{N} = 2$ SYM en présence d'un potentiel gravitationnel [13]. Dans ce cas l'intégrale sur l'espace des modules est ramené à une somme sur des points fixes isolés. Dans la limite de potentiel nul, on obtient ainsi le prépotentiel de Seiberg–Witten à tous les ordres dans la charge d'instanton k. Nous avons presenté dans [**T18**] une formule de localisation générale pour toute théorie admettant une symétrie scalaire Q dont le carré se ferme sur un group de transformations avec points fixes isolés x_0 *i.e.* $Q^2\phi = \delta_x\phi$ et $\delta_{x_0}\phi = 0$ pour certaines configurations de l'ensemble des champs ϕ de la théorie. Cette formule peut être appliquée aussi à la théorie $\mathcal{N} = 4$, éventuellement brisée à $\mathcal{N} = 2$ par un terme de masse pour l'hypermultiplet. Les résultats obtenus sont en accord avec les prédictions de Seiberg–Witten [**T18**].

[b] Par exemple, pour $k = 2$ la varieté correspondante est la résolution de $\mathbf{R}^4/\mathbf{Z}_2$, qui coïncide avec un espace ALE, la variété de Eguchi–Hanson.

3.2 Théorie $\mathcal{N} = 4$

La même formule de localisation peut être utilisée pour calculer la contribution des instantons à la fonction de partition de la théorie de SYM $\mathcal{N} = 4$ pour un nombre de couleurs N fini. Le résultat qu'on obtient dans [**T18**] est en accord avec la correction de l'action effective d'une $D3$–brane induite à l'ordre α'^4 par les effets des D–instantons, comme elle a été calculé par Green et Gutperle [18]. Ça vaut la peine de souligner que l'identification entre les instantons en théorie de jauge $\mathcal{N} = 4$ et les D–instantons dans la théorie de cordes de type IIB est donc valide aussi pour N fini. Nous allons revenir sur cette relation dans le *Chapitre 5.*

Chapitre 4

Gravité topologique

Dès la formulation des premières théories topologiques, une des applications à la physique les plus intéressantes a été la description de la gravité quantique. Beaucoup de travail a été fait dans cette direction pour les théories topologiques en dimension $D < 4$. En deux dimensions les théories topologiques de la gravité, eventuellement couplées à de la matière, ont un intéressant lien avec les théories des cordes. En trois dimensions, Witten a montré que la théorie de la gravité peut être exactement résolue en la reliant à la théorie topologique de Chern–Simons [19]. L'interaction entre les particules est décrite dans cette théorie par des opérateurs de Wilson [20], qui obéissent à une algebre de tresse tout à fait similaire à celle des opérateurs d'ordre–désordre qu'on a discuté dans le *Chap.2.* En effet, la théorie BF en trois dimensions est elle aussi équivalente à la gravité. De plus, il est très facile dans cette formulation d'ajouter une constante cosmologique [(a)].

Pour les théories en dimension plus grande $D \geq 4$ la situation reste moins claire. C'est pourquoi après mon arrivée au LPTHE, nous avons pensé avec L. Baulieu d'analyser ces théories d'une manière systèmatique. Nous avons formulé d'abord une théorie topologique de la gravité en quatre dimensions

[(a)] Pour autant que je sache, l'interpretation des opérateurs d'ordre–désordre dans ce contexte n'a pas été étudiée pour le moment, et il semble être un problème intéressant.

[**T16**], et nous avons montré qu'une construction similaire peut être effectuée en huit dimensions [**T17**]. Il est aussi possible de coupler ces théories à des formes de degré supérieur [**T19**].

Les théories topologiques qu'on a étudiées ont un lien très étroit avec la supergravité. En effet, elles correspondent à une version *twistée* des théories de supergravité. Pour le cas de $D = 4$, l'opération de twist est pareille à celle definie par Witten pour les théories avec supersymétrie globale [9]. Pour la gravité topologique, l'analyse du twist est néanmoins rendue plus subtile par le fait que le groupe de jauge est le groupe de Lorentz fois les difféomorphisms, qui doit être relié à la supersymétrie locale. On a montré que pour les varietés avec un groupe d'holonomie speciale G l'operation de twist est bien définie grâce à la presence d'un ou plusieurs spineurs constants [**T16**]. La charge BRS scalaire Q de la théorie topologique peut être obtenue en projectant la charge de supersymétrie le long de ces spineurs. Cela rend possible la formulation de théories de gravité topologiques sur des variétés de dimension $D \geq 4$ [**T17**]. Ce type de construction reste valide aussi pour des variétés avec torsion, connues dans la litérature mathematique comme variétés avec G–structure, pour lequelles les spineurs sont constants par rapport à une connession de spin modifiée [**T19**].

D'ailleurs, on peut s'attendre à ce que ces modèles ne soient que des cas particuliers et qu'un cadre plus général puisse être formulé. Une indication dans cette direction est le fait que toutes les théories de supercordes peuvent être obtenues formellement à partir de modèles sigma topologiques par une procedure de *untwisting* [21]. Il est donc raisonable de supposer que les théories de basse énergie correspondantes soient liées à des modèles topologiques. En outre, dans ces modèles on parvient à décrire géométriquement les symétries de la supergravité. Tout cela suggère que la symétrie topologique pourrait être un bon candidat comme symétrie fondamentale de la M–théorie. Il faut remarquer que les modèles qu'on a étudiées en huit dimensions sont directement liées à la compactification de la M–théorie sur des varietés avec groupe de structure

$G \equiv Spin(7)$.

4.1 Équations d'auto–dualité et compactifications avec flux

Les équations d'auto–dualité jouent un rôle très important dans le contexte des théories topologiques. Elles déterminent les conditions de jauge qu'on impose d'une façon BRS–invariante pour construir le modèle topologique. Dans un espace de dimension D, on peut penser en toute généralitée à imposer des equations pour une $p+1$–forme G_{p+1} du type ${}^*G_{p+1} = T \wedge G_{p+1}$, où T est un tenseur invariant par rapport à un sous–groupe de $SO(D)$. Le comptage des degrès de liberté donne les conditions sur les decompositions possibles de l'algèbre de Lorentz.

Pour la gravité euclidienne en quatre dimensions, T est tout simplement le tenseur de Levi–Civita et les conditions d' auto–dualité peuvent être imposées directement sur la connection de spin, $\omega^{ab^-} = 0$ [22]. La théorie de gravité topologique ainsi définie correspond à la version twistée de la supergravité $N = 2$ en $D = 4$ [**T16**]. Cette théorie peut décrire l'espace des modules des instantons gravitationnels, autrement connus comme espaces ALE (asymptotiquement localement euclidiens).

En huit dimensions, des équations d'auto–dualité pour une deux–forme peuvent être écrites en présence d'une quatre–forme Ω_4. Un exemple intéressant est connu depuis longtemps pour la théorie de Yang–Mills, pour laquelle on peut construire des instantons octonioniques [23]. La forme Ω_4 est invariante seulement sous un sous-groupe $Spin(7)$ du groupe de Lorentz $SO(8)$. En imposant des équations analogues sur la connection de spin on obtient des varietés avec holonomie $Spin(7)$. La théorie topologique correspondente est liée à une version tronquée de la supergravité $N = 1$ en $D = 8$ [**T17**], dans laquelle la deux–forme du multiplet gravitationnel est posée à zéro. Il est donc naturel de se demander s'il y a un modèle topologique qui peut incluire aussi la description de la deux–forme. En effet un tel modèle existe, et correspond à des varietées avec torsion non nulle. C'est justement la torsion qui peut être identifiée avec la courbure de la deux–forme [**T19**]. Cette théorie topologique correspond à la version twistée de la supergravité $N = 1$, $D = 8$.

Il est intéressant de remarquer qu'un cadre tout à fait symétrique vient de se former dans l'étude des compactifications supersymétriques des théories des cordes et de la M–théorie. L'existence d'un tenseur invariant T est de fait liée à la présence d'un (ou plus) spineurs avec dérivée covariante nulle, qui peuvent être interpretés à leur tour comme des supersymétries preservées par la solution auto–duale. Un effort particulier a été concentré ces dernières années dans l'étude des variétés qui preservent une seule supersymétrie en huit dimensions, c'est–à–dire les variétés avec holonomie $Spin(7)$, et ses petites soeurs en sept dimensions, d'holonomie G_2. La compactification de la M–théorie sur ces variétés donne des théories avec une seule supersymétrie, respectivement en trois et quatre dimensions. Surtout la compactification avec flux est très étudiée à present, car elle donne de nouvelles possibilités pour les applications phénomènologiques. La presence de flux non–triviaux peut être accomodé en admettant que le tenseur T n'est plus constant, mais toujours globalement defini. Cela permet de definir sur la variété un *groupe de structure* G, donné par le sous–groupe de Lorentz sous lequel T est invariant. Pour $G = Spin(7)$, on obtient le même type de solutions qu'on a utilisées pour la formulation de la théorie topologique en huit dimensions [**T19**].

L'avantage de la formulation topologique dans l'analyse de ces solutions est d'abord qu'elle permet de ramener l'étude des solutions des équations de supergravité à l'etude d'équations du premier ordre. Il est important dans ce but de montrer que le carré des conditions BPS ou d'auto–dualité donne exactement la partie bosonique de l'action de supergravité. Ceci n'est pas toujours un résultat evident et demande parfois une bonne gymnastique avec les tenseurs [**T19**], [24]. Un autre avantage est que la presence d'une charge BRS Q pourrait simplifier fortement le calcul des corrections aux actions effectives qu'on obtient avec la compactification, d'une manière analogue à ce que l'on a vu dans le *Chapitre 3* pour les théories avec supersymétrie globale. Mais il s'agit dans ce cas d'un terrain nouveau encore à explorer.

Chapitre 5

Dualité entre théories des champs et théories des cordes

L'une des propriétés les plus intéressantes des interactions fondamentales découvertes dans les dernières années est l'équivalence entre les théories des champs et les théories des cordes pour la description des certains systèmes physiques. Deux arguments assez généraux ont amené a cela.

Pour les théories de jauge, 't Hooft a montré que dans la limite de grand nombre de couleurs N avec le paramètre $\lambda \equiv g_{\mathrm{YM}}^2 N$ fixé, les amplitudes d'une théorie $SU(N)$ ont un développement du type $\sum_{g=0}^{\infty} N^{2-2g} f_g(\lambda)$, où la fonction f_g représente la somme de tous les diagrammes de genre g [25]. Un tel développement ressemble à celui d'une théorie des cordes avec couplage $g_s = 1/N$. Cette observation est en accord avec l'intuition provenant des données de la spectroscopie hadronique, qui indiquent la formation de tubes de flux de couleur reliants les quarks en QCD. Il faut cependant observer que l'argument de 't Hooft est plus général, et peut être appliqué aussi à des théories dans lesquelles le phénomène de confinement n'a pas lieu.

D'autre côté, l'étude de la thermodynamique des trous noirs a suggéré que le nombre de degrés de liberté d'une théorie quantique de la gravité sur une variété est proportionnel à la surface de la variété et non pas à son volume. Cela a fait surgir le concept d'*holographie* [26], selon lequel une théorie quantique de la gravité sur une certaine variété peut être décrite par une théorie *non*–gravitationnelle définie sur le bord de cette variété.

D'un point de vue plus technique, la découverte d'exemples où cette équivalence est réalisée concrètement a été possible grâce à l'étude des D–branes. Dans les théories de cordes perturbatives, les Dp–branes sont des objets étendus dans p dimensions, sur lesquels les cordes ouvertes peuvent s'attacher [27]. Dans la limite de basse énergie où la tension des cordes tend vers l'infini, $T_s = 1/2\pi\alpha' \to \infty$, et le couplage des cordes g_s est fixé, l'action effective pour une Dp–brane correspond à une théorie de jauge $U(1)$ supersymétrique en p+1 dimensions. Pour N Dp–branes superposées, le groupe de jauge est élargi à $U(N)$.

Par ailleurs, les Dp–branes sont des objets massifs qui agissent comme sources pour le champ gravitationnel et courbent la géométrie de l'espace–temps. Puisque leur tension est de l'ordre de l'inverse du couplage de cordes, $T_{\mathrm{D}} \sim 1/g_s$, les Dp–branes sont des états *non*–perturbatifs du spectre de cordes fermées. Du point de vue de l'action effective de supergravité, les D–branes sont des solutions qui représentent une généralisation de dimensions plus hautes des trous noirs ; comme les trous noirs, elles ont un horizon causal.

L'existence de ces deux descriptions complémentaires peut être vue comme une manifestation de la dualité entre cordes ouvertes et cordes fermées. Ces considérations suggèrent d'utiliser les propriétés géométriques des D–branes pour décrire des quantités en théorie de jauge. Cela donne une nouvelle perspective parfois très utile pour une meilleure compréhension de la dynamique des théories de jauge. Un exemple élégant est la construction de l'espace de modules des instantons, qu'on discutera dans la *Section 5.2*. Viceversa, on peut utiliser la théorie des champs quantiques pour décrire la dynamique non–perturbative d'objets étendus.

Il y a un cas très important où cette correspondance peut être précisée jusqu'à établir une vraie équivalence entre deux théories indépendantes. Si on considère un ensemble de N D3–branes coïncidantes dans un espace–temps plat à dix dimensions, la géométrie effective à proximité de l'horizon est celle d'un espace $AdS_5 \times S^5$. Dans la limite de proximité à l'horizon les degrés de liberté de jauge sur la brane (cordes ouvertes) et les degrés de liberté sur l'espace transverse (cordes fermés) sont découplés.

Cela a amené Maldacena à conjecturer que la théorie de $\mathcal{N} = 4$ Super Yang–Mills et la théorie des cordes de type IIB sur l'espace $AdS_5 \times S^5$ sont équivalentes [28]. Il s'agit d'une réalisation explicite du principe de holographie, car la théorie de jauge est définie sur le bord de l'espace AdS, où la théorie gravitationnelle vit. Le dictionnaire entre les paramètres de théorie de jauge et de cordes peut être fait en comparant le résultat de l'interaction effective à basse énergie de trois cordes ouvertes sur les D3–branes et le vertex à trois gluons de SYM[(a)]. La relation entre l'angle du vide θ de SYM et l'axion peut être trouvée en comparant l'action des D(-1)–branes (*D–instantons*) en supergravité de type IIB et celle des instantons en SYM. Cela donne $\tau_{\mathrm{YM}} = \frac{\theta}{2\pi} + i\frac{4\pi}{g_{\mathrm{YM}}^2} = \chi_0 + \frac{i}{g_s}$, [(b)] où g_s est le couplage de corde et χ_0 l'axion constant sur $AdS_5 \times S^5$. Le rayon de l'espace AdS_5 dans les unités typiques de la corde est $R^4/\alpha'^2 = 4\pi N g_s$. Il est donc directement lié au couplage de 't Hooft λ, $R^4/\alpha'^2 = g_{\mathrm{YM}}^2 N = \lambda$. Cette relation implique que les deux théories décrivent deux régimes complémentaires. De fait, la théorie des champs est valable dans la région de couplage faible $\lambda \ll 1$. La solution classique $AdS_5 \times S^5$ est en revanche une bonne approximation quand le rayon de AdS est très grand, $R/\sqrt{\alpha'} = \lambda^{1/4} \gg 1$. Dans cette limite la seule description de supergravité est suffisante à décrire la dynamique des cordes. On pourrait se demander si la relation entre les paramètres des

[(a)] Une autre méthode souvent mentionnée est le développement de l'action de Dirac–Born–Infeld pour les D3–branes en puissances de α', qui donne le même résultat.

[(b)] Les matrices de $U(N)$ sont normalisées comme $\mathrm{Tr}\left[T^a T^b\right] = \frac{1}{2}\delta^{ab}$.

deux théories peut être modifiée en dehors de ce régime. La théorie de $\mathcal{N} = 4$ SYM est fortement contrainte par ses symétries, et son couplage $\tau_{\rm YM}$ ne prend pas de corrections, ni perturbativement ni par les instantons [c]. De l'autre coté, la solution $AdS_5 \times S^5$ a une supersymétrie maximale (32 supercharges). Cela permet de montrer qu'il s'agit d'une solution exacte de la théorie des cordes à tous les ordres en α' [29]. Par conséquent, la relation entre le rayon de AdS_5 et le couplage de 't Hooft ne semble pas avoir de corrections en α'.

La relation de dualité entre les couplages rend la correspondance AdS/CFT charmante mais difficile à saisir. Il y a cependant des fonctions de correlation protegées par la supersymétrie, qui ne dépendent pas du couplage λ. Pour ces fonctions de correlation, une comparaison entre les résultats des deux théories est possible grâce à l'existence d'une prescription précise pour l'holographie [30]. Cela a fait resurgir un fort intérêt pour les propriétés de non–renormalisation des théories de jauge supersymétriques, qu'on va discuter dans la *Section 5.1.*

Il est possible d'établir une correspondance aussi pour des opérateurs non–locaux, comme les opérateurs d'ordre–désordre discutés dans la *Section 2.1.* La valeur moyenne dans le vide de la boucle de Wilson correspond à la fonction de partition de la corde fondamentale avec conditions aux bord de l'espace AdS fixées par le contour de la boucle de quarks [31]. L'opérateur de 't Hooft peut être obtenu en appliquant une transformation de dualité $SL(2, \mathbf{Z})$ qui, en théorie de corde, échange la corde fondamentale avec la D1–brane [32]. Ces observables ont une dépendance du couplage λ, et il doit y avoir une fonction d'interpolation non–triviale entre les résultats obtenus dans les deux régimes. Malheureusement, cette fonction n'est pas encore connue.

Plus récemment, il a été possible de comparer des quantités dynamiques, c'est–à–dire *dépendant* du couplage, pour des opérateurs avec de grands nombres quantiques. Dans ce cas en effet la présence de nouveaux paramètres permet

[c] Nous rappelons qu'il n'y a pas d'anomalie chirale en SYM $\mathcal{N} = 4$.

de trouver des régions de superposition entre les développements perturbatifs de la théorie de champs et de la théorie des cordes, voir la *Section 5.3*. Cela a ouvert de nouvelles perspectives pour une compréhension plus profonde des deux théories et de leur relation.

5.1 Propriétés de non–renormalisation en supersymétrie

Pendant mon premier an de post-doc, je me suis intéressé à l'étude des propriétés de non–renormalisation dans les théories de jauge supersymétriques. Une analyse attentive des effets quantiques dans les théories supersymétriques montre qu'il y a de nombreuses subtilités surtout en relation avec le choix de la fixation de jauge. Pour le formalisme en superchamps de $\mathcal{N} = 1$, les calculs sont d'habitude effectués dans la jauge de Fermi–Feynman. Si on choisit une jauge différente les fonctions de corrélations à deux et trois points développent des singularités infrarouges d'interprétation difficile. Pour le formalisme en composantes dans la jauge de Wess–Zumino, les transformations de supersymétrie sont non–linéaires et l'algèbre se ferme seulement grâce aux équations du mouvement et à des transformations de jauge dépendants des champs. On peut fermer l'algèbre sans les équations du mouvement, mais pour les théories $\mathcal{N} = 2$ on paye le prix de l'introduction d'une tour infinie de champs auxiliaires [33]. L'analyse de l'extension quantique de l'algèbre de supersymétrie est beaucoup simplifiée par l'introduction d'un opérateur de BRS généralisé qui contient la symétrie BRS ordinaire plus les transformations de supersymétrie et de translation [**T21**]. Le calcul des classes de cohomologie de cet opérateur dans l'espace des polynômes locaux dans les champs et leurs dérivées donne une caractérisation complète de toutes les anomalies et contretermes possibles de la théorie. Cette méthode, qui a été introduite à l'origine par Wess et Zumino pour l'étude des anomalies chirales [34], a l'avantage de mettre en évidence les aspects géométriques du problème et de permettre une analyse à tous les ordres du développement perturbatif. Son application nous a permis de donner une démonstration rigoureuse des théorèmes de non-renormalisation pour la fonction *bêta* perturbative des théories $\mathcal{N} = 2, 4$ [**T8**,**T9**], [**T11**,**T12**].

Avec la même méthode j'ai montré en collaboration avec N. Maggiore que dans ces théories certains opérateurs composites des champs scalaires (*single-trace et multi-trace*) n'ont pas de dimensions anormales à tous les ordres de la théorie des perturbations [**T15**]. Pour les théories $\mathcal{N} = 4$ ce résultat confirme les prévisions basées sur la dualité AdS/CFT. Il s'agit en effet des opérateurs primaires des multiplets courts du groupe superconforme $SU(2, 2|4)$, qui correspondent aux champs de supergravité et ses descendants de Kaluza–Klein associés à la réduction sur la sphère S^5. Ces opérateurs et leurs fonctions de corrélation à deux et trois points sont fortement contraintes par l'algèbre superconforme.

Pour les théories $\mathcal{N} = 2$ il s'agit par contre d'une nouvelle prédiction. Il paraît surprenant que dans une théorie non–conforme comme $\mathcal{N} = 2$ il puissent y avoir des opérateurs non–renormalisés. En effet, leur existence est liée à la présence d'un secteur topologique dans la théorie, comme on l'a vu dans le *Chapitre 3*; du point de vue géométrique, ils représentent les classes de Chern d'un fibré universel défini dans le secteur topologique [**T15**].

5.2 D–instantons et dualité pour les théories $\mathcal{N} = 2$

La dualité AdS/CFT a été bien vérifiée même dans le secteur non–perturbatif. Des tests précis ont été fait dans la limite de grand N en comparant les fonctions de corrélation dominées par les instantons en SYM avec les corrections à l'action effective des D3–branes induites par les D–instantons [16]. La cadre qui émerge de cette analyse est que le k–instanton en théorie de jauge peut être traité dans la limite de grand N dans une sorte d'approximation de Born–Oppenheimer dans laquelle le centre de masse bouge dans une géométrie effective courbée, et les excitations internes vivent dans un espace plat. Le résultat fort intéressant, qui a d'ailleurs permis d'effectuer le calcul jusqu'au bout en théorie de jauge, est que la géométrie effective vue par le centre de masse est exactement celle de l'espace $AdS_5 \times S^5$, et les excitations internes sont décrites par l'action effective de k D–instantons dans l'espace plat à dix dimensions.

Le calcul d'instanton est donc un moyen efficace de sonder la géométrie des D–branes. Dans [**T13**], nous avons pensé utiliser ce moyen pour étudier la géométrie des configurations de branes qui réalisent des théories de jauges non–conformes. En particulier, nous avons étudié l'action effective des D(-1)-branes en présence de D3-branes dans des espaces courbes (*orbifold spaces*), sur lesquels le nombre de supersymétries est réduit et l'invariance conforme peut être brisée. Les objets élémentaires dans ces espaces sont les branes *fractionnaires*, et les théories de jauge qui vivent sur leur volume d'univers sont non–conformes. La géométrie des D3-branes sur ces espaces est modifiée et ne correspond plus à l'espace AdS_5 usuel. Dans [**T13**] nous nous sommes focalisés sur les théories $\mathcal{N} = 2$ et nous avons montré que la modification de la géométrie AdS_5 correspond à l'évolution du couplage de jauge dans la théorie duale. Dans [**T23**], j'ai montré que aussi l'anomalie chirale de la théorie de jauge peut être décrite en ce termes. La fonction *bêta* et le coefficient de l'anomalie chirale ainsi calculés coïncident avec les résultats de la théorie des champs. Un résultat intéressant de cette analyse est que la séparation du centre de masse de l'instanton pour l'analyse des propriétés géométriques peut être faite aussi pour N fini. La différence est que dans ce cas la théorie effective pour les excitations internes de l'instanton est plus compliquée et difficile à résoudre. D'ailleurs, contrairement à ce qui ce passe pour la théorie $\mathcal{N}=4$, l'extension de la dualité du type AdS/CFT pour $\mathcal{N}=2$ reste encore un problème ouvert. La difficulté principale est que toutes les solutions de supergravité étudiées jusqu'à présent (comme par exemple les branes fractionnaires) ont des singularités. Même si on a proposé un mécanisme de résolution de la singularité par l'apparition de nouveaux degrés de liberté probablement liés à des excitations de corde (*enhançon*) aucun exemple explicite n'est connu.

Les progrès récents dans le calcul d'instanton ont pourtant ouvert une nouvelle direction pour l'étude de la dualité. Dans [13] la fonction de partition des instantons pour la théorie $\mathcal{N}=2$ en présence d'un potentiel gravitationnel avec paramètre $\hbar$, $Z(a,\hbar,-\hbar)$, a été reliée aux amplitudes de la théorie de cordes topologique de type A définie sur une variété de Calabi–Yau, $\log Z(a,\hbar,-\hbar) = -\sum_{g=0}^{\infty} \hbar^{2g-2}\mathcal{F}_g(a)$, où $\hbar$ est le couplage de la corde et $\mathcal{F}_g$ est la fonction de partition de la théorie topologique pour le genre g. Il faut remarquer que, au contraire de la dualité AdS/CFT usuelle, cette dualité est valable pour un nombre de couleurs N *fini*. Il s'agit d'une manifestation de la dualité entre théorie de cordes topologiques et F–termes de la théorie de jauge proposée dans [35]. Cette dualité a été beaucoup étudiée surtout pour les théories avec une seule supersymétrie $\mathcal{N}=1$, et a amené des progrès très intéressants dans le calcul du superpotentiel effectif [36].

Les caractéristiques assez spectaculaires de cette dualité, comme la validité pour N fini et la possibilité de calculer les amplitudes de cordes pour un genre quelconque, sont probablement à relier aux propriétés spéciales des F–termes en supersymétrie. Pour les théories $\mathcal{N}=2$, comme on l'a discuté dans le *Chapitre 3*, le prépotentiel de Seiberg–Witten peut être calculé exactement avec un développement semiclassique autour des instantons [(d)]. Pour les théories

[(d)] Je voudrais souligner en passant que la description de l'espace des modules des instantons par la construction de branes aide beaucoup l'intuition dans les calcules. Par exemple, l'ensemble des point fixes isolés dans la formule de localisation coïncide avec l'ensemble des

$\mathcal{N} = 1$, on peut montrer que les diagrammes planaires contiennent toute l'information sur le superpotentiel, et que les corrections en $1/N$ sont nulles à tous les ordres de la théorie des perturbations [15].

5.3 La limite de l'onde gravitationnelle

La limitation principale de la dualité AdS/CFT est qu'on ne sait pas quantifier la théorie de cordes sur $AdS_5 \times S^5$ et même le spectre des cordes libres n'est pas connu sur cet espace. Il existe pourtant une limite, la limite de Penrose, dans laquelle la géométrie de cet espace est beaucoup plus simple et prend la forme d'une onde gravitationnelle [37]. Il s'agit d'un nouveau *background* avec supersymétrie maximale (32 supercharges) pour la théorie des cordes. Dans la jauge de cône de lumière, la théorie de cordes dans l'onde gravitationnelle est réduite à l'action de huit bosons et huit fermions massifs libres, qui décrivent les excitations dans les directions transverses au cône de lumière. Le spectre de ces excitations est exactement calculable [38]. En ayant recours au dictionnaire AdS/CFT usuel, Berenstein, Maldacena et Nastase ont identifié la limite correspondante dans la SYM $\mathcal{N} = 4$ et trouvé les opérateurs qui décrivent la propagation de la corde libre dans l'onde gravitationnelle [39]. La limite sur l'espace $AdS_5 \times S^5$ correspond à se concentrer sur les fluctuations autour de la geodésique d'une corde située au centre de AdS_5 et qui tourne le long de l'equateur de la sphère S^5 avec un grand moment angulaire $J \to \infty$. Les opérateurs correspondants en théorie de champs (opérateurs BMN) sont composés par un grand nombre J de champs scalaires. Dans la limite de Penrose, le rayon de AdS_5 tend vers l'infini. Pour la théorie de jauge, il s'agit donc d'une limite differente de celle de 't Hooft, car $\lambda \to \infty$. On peut cependant définir un paramètre effectif $\lambda' \equiv \lambda/J^2 = 1/(\mu\alpha' p^+)^2$, où μ est la courbure de l'onde gravitationnelle et p^+ l'impulsion de la corde dans le cône de lumière.

partitions des k D–instantons sur les N D3–branes [**T18**].

Ce paramètre reste fini dans la limite de Penrose, et le spectre de la théorie des cordes en dépend analytiquement. La chose vraiment intéressante est que le développement perturbatif pour les opérateurs BMN est lui aussi défini en termes de λ'. Cela permet de reconstruire le spectre de la théorie des cordes avec un calcul perturbatif en théorie de jauge [39]. On peut donc pour la première fois comparer des quantités dynamiques, c'est–à–dire *dépendantes* du couplage, entre les deux théories. Je veux souligner que la région perturbative en théorie de jauge $\lambda' \ll 1$ correspond à un background fortement courbé en théorie des cordes $\mu \gg 1$. Le cadre physique qui en sort est particulièrement suggestif, car les opérateurs BMN fournissent un modèle discretisé de la corde fermé, où les J champs scalaires de l'opérateur representent les J "morceaux" de la corde. Le hamiltonien de la théorie des cordes est identifié par dualité avec le nombre quantique de *twist* (voir *Chapitre 1*) des opérateurs invariants de jauge[e].

Le *background* d'onde gravitationnelle est donc un laboratoire très utile pour l'étude de la dualité AdS/CFT au niveau de la dynamique des cordes. Cette dernière année, je me suis intéressé au problème de l'inclusion de l'interaction à trois cordes dans l'onde gravitationnelle et de sa description en théorie de jauge. Dans une collaboration entre Paris et Durham, on a d'abord observé [**T24**] que la présence dans l'onde gravitationnelle d'une symétrie discrète $\mathbf{Z}_2$ qui échange les deux groupes $SO(4)$ de l'espace transverse au cône de lumière a des conséquences importantes sur la correspondance avec la théorie de jauge. En effet, la façon dont cette symétrie est realisée dans l'interaction des cordes se reflète directement sur les amplitudes correspondantes en théorie des champs. D'autre part, la définition de l'interaction des cordes sur l'onde gravitationnelle est un problème delicat, car on n'a pas à sa disposition une charge BRS sur la surface d'univers de la corde avec laquelle définir le vertex d'interaction.

[e] Dans ce cas le moment angulaire est défini par rapport au groupe de symétrie interne $SU(4)$ de $\mathcal{N} = 4$.

Dans la jauge du cône de lumière, on doit suivre une autre procédure, appliquée d'abord par Mandelstam, Cremmer et Gervais dans le cas de la corde bosonique [40]. Il s'agit d'associer à chaque corde qui participe à l'interaction un espace de Hilbert, et de definir l'interaction comme un état dans le produit tensoriel des trois espaces. On obtient ainsi une fonctionnelle génératrice des amplitudes entre les trois cordes. L'idée est d'imposer les symétries (la continuité de la surface d'univers, la conservation de l'impulsion au point d'interaction, l'algèbre de supersymétrie) sur l'état d'interaction pour en déterminer la forme spécifique. Malheureusement, comme on a montré dans [**T25**], cette procédure ne semble pas donner une réponse unique dans le cas de l'onde gravitationnelle. En collaboration avec Copenhagen on a aussi développé une méthode alternative pour déterminer l'état d'interaction comme un état coherent dans le formalisme de l'intégrale de chemins. L'ambiguité se manifeste dans ce cas par la possibilité de choisir différentes conditions de bord pour les états initiaux et finaux. Cette ambiguité peut néanmoins être fixée en choisissant la parité de l'état de vide de la théorie de cordes $|v>$ par rapport au groupe discret $\mathbf{Z}_2$. Il est assez naturel de penser que le vide soit invariant par rapport à toutes les symétries de l'onde gravitationnelle, y compris $\mathbf{Z}_2$. De plus, ce choix de parité est compatible avec la dualité, puisque l'opérateur de la théorie des champs correspondant à $|v>$ est lui aussi invariant sous $\mathbf{Z}_2$. Dans [**T26**], nous avons donc formulé un vertex d'interaction supersymétrique bâti sur un vide $\mathbf{Z}_2$–invariant. Nous avons aussi calculé des amplitudes pour les cordes avec des excitations bosoniques et fermioniques et les avons comparées avec les fonctions de corrélation à trois points en théorie des champs, selon une correspondance proposée par Constable et al.[41]. Les résultats obtenus sont en accord à l'ordre dominant de la théorie des perturbations. Cet accord a aussi une explication intuitive, car dans la limite de $\mu \to \infty$ le terme cinétique dans l'action des cordes sur l'onde gravitationnelle est négligeable et on se réduit à un ensemble d'oscillateurs decouplés point par point sur la corde. À ce point on peut bien discrétiser la surface d'univers de la corde en J morceaux et se ramener au calcul de la même combinatoire que dans la théorie des champs libres. Cela confirme la déscription intuitive des cordes fermées comme opérateurs de *single trace*. La comparaison des résultats à l'ordre sous–dominant reste cependant un problème ouvert, et on ne sait pas si cette déscription continue à être valable.

Il faut mentionner que l'autre option de parité $\mathbf{Z}_2$ *négative* pour le vide $|v>$ mène aussi à un vertex supersymétrique [42]. À l'inverse du précédent, le vertex ainsi défini a une limite régulière dans l'espace plat, car létat correspondant à $|v>$ dans l'espace plat a une parité negative. La correspondance proposée dans [41] ne peut plus être appliquée, et on a élaboré d'autres méthodes pour vérifier la correspondence [43]. Dans ce cas, on identifie les états à plusieurs cordes avec les opérateurs *multi–trace* en théorie des champs. À cause du mélange entre opérateurs de single–trace et opérateurs de multi–trace, cette correspondance est moins prédictive, et pour avoir des vrais tests il faut aller à l'ordre supérieur dans le couplage de corde. Le problème est qu'à cet ordre on est parvenu à faire seulement des calculs approximatifs en tronquant les états intermediaires dont on ne savait pas évaluer la contribution [44]. Cela rend les tests de la dualité effectués dans ce contexte assez subtiles. L'inclusion des interactions des cordes dans le dictionnaire AdS/CFT pour l'onde gravitationnelle n'est donc pas encore un problème complétement résolu.

Perspectives

Les progrès obtenus dans les deux dernières ans dans l'étude des effets non–perturbatifs en théorie de jauge supersymétrique et de la dualité avec la théorie de cordes rendent ce champ de recherche très actif et passionant. Il y a d'un côté de nombreux problèmes qui méritent une discussion plus approfondie, mais aussi de nouvelles directions dont l'exploration semble être très prometeuse.

L'étude de la dualité dans la limite de l'onde gravitationnelle a été une source d'inspiration importante. On a compris que les états de corde accessibles par la quantification autour de l'onde gravitationnelle représentent en realité un sous–secteur d'une classe plus générale d'états de cordes fortement excités [45]. Ces états peuvent être décrits par des solutions semiclassiques (*solitons*) du modèle sigma de la corde sur $AdS_5 \times S^5$. Leur caractéristique commune est qu'ils ont de grand moments angulaires J_i sur la sphère S^5 et/ou sur l'espace AdS_5. Le dictionnaire AdS/CFT permet d'identifier les opérateurs correspondants en théorie de jauge : comme les opérateurs BMN, il sont formés d'une longue chaîne de $J = \sum_i J_i$ champs élémentaires de SYM $\mathcal{N} = 4$. Chaque champ différent correspond à une excitation différente de la corde, et peut bouger le long de la chaîne ; une proprieté remarquable est que ce mouvement peut être décrit en termes d'un système intégrable [46]. Ces résultats ont fait surgir de nouvelles études sur l'intégrabilité de la théorie des cordes sur $AdS_5 \times S^5$ [47] et de la théorie des champs duale SYM $\mathcal{N} = 4$ [48]. De plus, il ont permis de tester la dualité dans une région du spectre de la corde loin des états protégés par la supersymétrie. Il est donc raisonnable que des propriétés semblables puissent être découvertes aussi dans des théories où une partie des supersymétries est brisée et l'invariance conforme est perdue. J'envisage d'étudier ce sujet dans le futur proche pour des modèles spécifiques.

Je voudrais quand même souligner que la comparaison du spectre n'est qu'une partie de l'histoire dans la dualité AdS/CFT. L'étude de cette dualité à un niveau dynamique, rendu possible pour la première fois dans la limite de l'onde gravitationnelle, a mis en évidence qu'il n'est pas suffisant de savoir résoudre la théorie de cordes pour avoir des informations sur la théorie de jauge correspondante. En fait, comme je l'ai discuté dans la *Section 5.3*, la contruction d'un dictionnaire entre les deux théories au niveau des interactions s'est revélé être un problème assez délicat. Je suis en train de travailler activement sur ce sujet. Il y a eu un certain nombre de propositions pour la définition d'un principe d'holographie [49], mais aucune d'entre elles n'a été assez développée pour pouvoir la tester avec des calculs explicites. Même s'il peut s'agir d'un problème specifique de l'onde gravitationnelle (qui n'est qu'un "bout" de l'espace $AdS_5 \times S^5$ loin du bord de AdS_5), sa solution pourrait donner des information importantes aussi pour les cas plus généraux, et fournir des tests précis de certaines conjectures faites à partir de la dualité AdS/CFT usuelle.

En ce qui concerne plus spécifiquement la théorie des champs, on vient de développer de puissantes méthodes de calcul, d'une part pour le développement semiclassique autour des instantons comme on l'a vu dans le *Chapitre 3*, et de l'autre pour le calcul des diagrammes planaires avec des modèles de matrices en théories $\mathcal{N} = 1$. Il est important de pouvoir insérer ces résultats dans un cadre plus général. Par exemple, on ne comprend pas encore quelle est la relation entre les modèles de matrices et le calcul d'instanton. Cela est dû aussi au fait que les techniques de localisation sur l'espace de modules de l'instanton ne sont pas encore disponibles pour les théories $\mathcal{N} = 1$. En outre, il serait intéressant de mieux comprendre comment les exemples spécifiques de dualité entre théorie des cordes topologiques et F–termes qu'on vient de découvrir dans ce domaine prennent place dans le contexte plus vaste de la dualité AdS/CFT. Dans ce but, l'étude des théories topologiques de gravité comme théories effectives de la corde topologique pourrait jouer un rôle.

Enfin, l'un des aspects les plus captivants à présent est la possibilité que les résultats obtenus jusqu'à présent puissent donner des informations utiles sur les théories *non*–supersymétriques. Il semble y avoir des voies praticables dans cette direction, même si le chemin est encore long. L'une est de trouver des observables qui, dans certaines limites de grand N, peuvent être calculé avec une bonne approximation directement dans des théories supersymétriques. De bons candidats sont les condensats chiraux. Une autre possibilité est liée au fait que certaines propriétés qu'on vient de découvrir ne sont pas nécessairement liées à la supersymétrie. Par exemple, l'apparition de structures intégrables dans le calcul de certaines observables a été déjà observée aussi dans la limite de grand N en QCD [50]. Ainsi la présence de corrections logarithmiques aux trajectoires de Regge pour les opérateurs de *twist* 2, qui a été reproduite par des calculs semiclassiques en théorie des cordes [45], est une caractéristique générale de QCD connue depuis longtemps [51]. Dans ces cas, l'information est pour le moment plutôt de nature qualitative et beaucoup de travail est encore à faire pour comprendre enfin quelle est la théorie qui décrit la corde de QCD.

Liste des Publications

[**T1**] G.Battistoni, C.Bloise, C.Forti, M.Greco, J.Ranft and A. Tanzini, "Calculation of the TeV Prompt Muon Component in Very High Energy Cosmic Ray Showers", *Astropart.Phys.* **4** (1996) 351.

[**T2**] M. Cacciari, M. Greco, S. Rolli and A.Tanzini, "Charmed meson fragmentation functions", *Phys.Rev.* **D55** (1997) 2736, [hep-ph/9608213].

[**T3**] F. Fucito, M. Martellini, S. P. Sorella, A. Tanzini, L. C. Q. Vilar and M. Zeni, "Algebraic Renormalization of the BF Yang–Mills Theory", *Phys.Lett.* **B404** (1997) 94, [hep-th/9704034].

[**T4**] A. S. Cattaneo, P. Cotta-Ramusino, F. Fucito, M. Martellini, M. Rinaldi, A.Tanzini and M. Zeni, "Four-Dimensional Yang-Mills Theory as a Deformation of Topological BF Theory", *Commun.Math.Phys.* **197** (1998) 571, [hep-th/9705123].

[**T5**] V.E.R. Lemes, S.P. Sorella, A. Tanzini, O.S. Ventura and L.C.Q. Vilar, "Linking observables in perturbed topological field theories", *Phys.Lett.* **B470** (1999) 112, [hep-th/9910069].

[**T6**] A.Tanzini and S.P. Sorella, "Bose-Einstein condensation and superfluidity of a weakly interacting photon gas in a nonlinear Fabry-Perot cavity", *Phys.Lett.* **A263** (1999) 43, [hep-th/9907073].

[**T7**] D. Bellisai, F. Fucito, A. Tanzini and G. Travaglini, "Multi-Instantons, Supersymmetry and Topological Field Theories", *Phys.Lett.* **B480** (2000) 365, [hep-th/0002110].

[**T8**] A. Blasi, V.E.R. Lemes, N. Maggiore, S.P. Sorella, A. Tanzini, O.S. Ventura and L.C.Q. Vilar, "Perturbative Beta Function of $N = 2$ Super Yang–Mills Theories", *JHEP* **0005** (2000) 039, [hep-th/0004048].

[**T9**] S.P. Sorella, A. Tanzini, O.S. Ventura and L.C.Q. Vilar, "BRST quantization of the Twisted N=2 Super-Yang-Mills Theory in 4D", *Journ.Phys.* **G26** (2000) 1117, [hep-th/9811191].

[**T10**] D. Bellisai, F. Fucito, A. Tanzini and G. Travaglini, “Instanton Calculus, Topological Field Theories and N=2 Super Yang-Mills Theories”, *JHEP* **0007** (2000) 017, [hep-th/0003272].

[**T11**] V.E.R. Lemes, M.S. Sarandy, S.P. Sorella, A. Tanzini and O.S. Ventura, “The action of N=4 Super Yang-Mills from a chiral primary operator”, *JHEP* **0001** (2001) 016, [hep-th/0011001].

[**T12**] V.E.R. Lemes, N. Maggiore, M.S. Sarandy, S.P. Sorella, A. Tanzini and O.S. Ventura, “Nonrenormalization theorems for N=2 Super Yang–Mills”, *Concise Encyclopedia of SUPERSYMMETRY*, Editors : J. Bagger, S. Duplij, W. Siegel, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, [hep-th/0012197].

[**T13**] F. Fucito, J.F. Morales and A. Tanzini, “D-instanton probes of $\mathcal{N} = 2$ non-conformal geometries”, *JHEP* **0107** (2001) 012, [hep-th/0106061].

[**T14**] U. Bruzzo, F. Fucito, A. Tanzini and G. Travaglini, “On the Multi-Instanton Measure for Super Yang–Mills Theories”, *Nucl.Phys.* **B611** (2001) 205, [hep-th/0008225].

[**T15**] N. Maggiore and A. Tanzini, “Protected operators in N = 2,4 supersymmetric theories,” *Nucl.Phys.* **B613** (2001) 34, [hep-th/0105005].

[**T16**] L. Baulieu and A. Tanzini, “Topological gravity versus supergravity on manifolds with special holonomy,” *JHEP* **0203** (2002) 015, [hep-th/0201109].

[**T17**] L. Baulieu, M. Bellon and A. Tanzini, “Eight-dimensional topological gravity and its correspondence with supergravity”, *Phys.Lett.* **B543** (2002) 291, [hep-th/0207020].

[**T18**] U. Bruzzo, F. Fucito, J.F. Morales and A. Tanzini, “Multi-Instanton Calculus and Equivariant Cohomology”, *JHEP* **0305** (2003) 054, [hep-th/0211108].

[**T19**] L. Baulieu, M. Bellon and A. Tanzini, “Supergravity and the Knitting of the Kalb–Ramond Two-Form in Eight-Dimensional Topological Gravity”, *Phys. Lett.* **B565** (2003) 211, [hep-th/0303165].

Actes de Conférences

[**T20**] G. Battistoni, C. Bloise, C. Forti, M. Greco, J. Ranft and A. Tanzini, "Prompt Muons in Cosmic Ray Showers", *Proceedings of the 7th Rencontres De Blois : Frontiers In Strong Interactions*, Blois, France, 20-24 June 1995.

[**T21**] F. Fucito, C.A.G. Sasaki, S.P. Sorella, A. Tanzini, O.S. Ventura and L.C.Q. Vilar, "Algebraic Renormalization : Perturbative Twisted considerations on Topological Yang-Mills theory and on N=2 Supersymmetric Gauge Theories", *Proceedings of the First School on Field Theory and Gravitation*, Vitória, Espírito Santo, 15-17 April 1997, [hep-th/9707209].

[**T22**] D. Bellisai, F. Fucito, A. Tanzini and G. Travaglini, "Non-Perturbative Results in Global SUSY and Topological Field Theories", *Proceedings of the XXIX International Conference on High Energy Physics*, UBC, Vancouver, B.C., Canada, 23-29 July 1998, [hep-th/9812145].

[**T23**] A. Tanzini, "D-instantons on orbifolds and gauge/gravity correspondence", *Proceedings of the Corfú Summer Institute on Elementary Particle Physics"*, meeting of the European RTN network "The quantum structure of spacetime and the geometric nature of fundamental interactions", Corfú, 13-20 September 2001, [hep-th/0201102].

[**T24**] C.-S. Chu, M. Petrini, R. Russo and A. Tanzini, "String interactions and discrete symmetries of the pp-wave background", *Proceeding of the 35th Symposium Ahrenshoop Aug 2002*, *Fortsch.Phys.***51** (2003)684-689, and of the *Leuven RTN-workshop Sept 2002*, *Class.Quant.Grav.* **20** (2003) S457-S464, [hep-th/0211188].

Travaux à paraître

[**T25**] C.-S. Chu, V.V. Khoze, M. Petrini, R. Russo and A. Tanzini, *"A note on string interaction on the pp-wave background"* `hep-th/0208148`.

[**T26**] P. Di Vecchia, J. L. Petersen, M. Petrini, R. Russo and A. Tanzini, *"The 3–string vertex and the AdS/CFT duality in the PP–wave limit"*, `hep-th/0304025`.

Bibliographie

[1] V.N. Gribov, L.N. Lipatov, *Yad.Fiz.* **15** (1972) 781 [*Sov.J.Nucl.Phys.* **15** (1972) 438] ; G. Altarelli, G. Parisi, *Nucl.Phys.***B126** (1977) 298 ; Y. L. Dokshitzer, *Sov.Phys.JETP* **46** (1977) 641 [*Zh.Eksp.Teor.Fiz.* **73** (1977) 1216].

[2] J.C. Collins, D.E. Soper, G. Sterman, *Phys.Lett.* **B438** (1998) 184 ; *Perturbative QCD*, editeur A.H. Mueller, World Scientific, Singapore, 1989.

[3] P. Nason, B.R. Webber, *Phys.Lett.* **B395** (1997) 355 ; M. Cacciari, E. Gardi, *Nucl.Phys.* **B664** (2003) 299.

[4] J. Polchinski, M.J. Strassler, *JHEP* **0305** (2003) 012.

[5] S. Mandelstam, *Phys.Rep.* **23C** (1976) 245 ; G. Parisi, *Phys.Rev.* **D11** (1975) 971 ; A.M. Polyakov, *JETP Lett.* **20** (1974) 894 ; G. 't Hooft, in *High Energy Physics*, EPS International Conference, Palermo 1975, ed. A.Zichichi ; *Physica Scripta*, **25**(1982)133 ; F. Englert, P. Windey, *Nucl.Phys.* **B135** (1978) 529 ; *Phys.Rept.* **49** (1979) 173.

[6] G. 't Hooft, *Nucl.Phys.* **B138** (1978) 1.

[7] T. Banks, E. Rabinovici, *Nucl.Phys.* **B160** (1979) 349 ; E. Fradkin, S. Shenker, *Phys.Rev.* **D19** (1979) 3682.

[8] D. Amati, S. Elitzur, E. Rabinovici, *Nucl.Phys,* **B418** (1994) 45.

[9] E. Witten, *Comm.Math.Phys.* **117** (1988) 353.

[10] M. Henneaux, *Phys.Lett.* **B406** (1997) 66.

[11] R.Y. Chiao and J. Boyce, `quant-ph/9905001`.

[12] N. Seiberg, E. Witten, *Nucl. Phys.* **B426** (1994) 19 ; *Nucl. Phys.* **B431** (1994) 484.

[13] N.A. Nekrasov, `hep-th/0206161`.

[14] R. Flume, R. Poghossian, *Int.J.Mod.Phys.* **A18** (2003) 2541.

[15] R. Dijkgraaf, M.T. Grisaru, C.S. Lam, C. Vafa, D. Zanon, *Phys.Lett.* **B573** (2003) 138.

[16] N. Dorey, T.J. Hollowood, V.V. Khoze, M.P. Mattis, S. Vandoren, *Nucl.Phys.* **B552** (1999) 88.

[17] R. Flume, R. Poghossian, H. Storch, `hep-th/0110240` ; *Mod.Phys.Lett.* **A17** (2002) 327.

[18] M.B. Green, M. Gutperle, *JHEP* **0002** (2000) 014.

[19] E. Witten, *Nucl.Phys.***B311** (1988) 46.

[20] S. Carlip, *Nucl.Phys.***B324** (1989) 106.

[21] L. Baulieu, M.B. Green, E. Rabinovici, *Nucl.Phys.* **B498** (1997) 119 ; *Phys.Lett.* **B386** (1996) 91.

[22] T. Eguchi, A.J. Hanson, *Annals Phys.* **120** (1979) 82.

[23] E. Corrigan, C. Devchand, D.B. Fairlie, J. Nuyts, *Nucl.Phys.* **B214** (1983) 452.

[24] G.L. Cardoso, G. Curio, G. Dall'Agata, D. Lust, *JHEP* **0310** (2003) 004.

[25] G. 't Hooft, *Nucl.Phys.* **B72** (1974) 461.

[26] G. 't Hooft, `gr-qc/9310026` ; L. Susskind, *J.Math.Phys.* **36** (1995) 6377.

[27] J. Polchinski, *Phys.Rev.Lett.* **75** (1995) 4724.

[28] J.M. Maldacena, *Adv.Theor.Math.Phys.* **2** (1998) 231 [*Int.J.Theor.Phys.* **38** (1999) 1113].

[29] R. Kallosh, A. Rajaraman, *Phys.Rev.* **D58** (1998) 125003.

[30] E. Witten, *Adv.Theor.Math.Phys.* **2** (1998) 253 ; S.S. Gubser, I.R. Klebanov, A.M. Polyakov, *Phys.Lett.* **B428** (1998) 105.

[31] J.M. Maldacena, *Phys.Rev.Lett.* **80** (1998) 4859.

[32] J. Polchinski, M.J. Strassler, `hep-th/0003136`.

[33] P. Breitenlohner, D. Maison, "Renormalization Of Supersymmetric Yang-Mills Theories," Cambridge 1985, Proceedings, *Supersymmetry and its applications.*

[34] B. Zumino, "Chiral Anomalies And Differential Geometry : Lectures Given At Les Houches, August 1983".

[35] M. Bershadsky, S. Cecotti, H. Ooguri, C. Vafa, *Commun.Math.Phys.* **165** (1994) 311.

[36] R. Dijkgraaf, C. Vafa, `hep-th/0208048`.

[37] M. Blau, J. Figueroa-O'Farrill, C. Hull, G. Papadopoulos, *Class.Quant.Grav.* **19** (2002) L87.

[38] R.R. Metsaev, *Nucl.Phys.* **B625** (2002) 70.

[39] D. Berenstein, J.M. Maldacena, H. Nastase, JHEP **0204** (2002) 013.

[40] S. Mandelstam, *Nucl.Phys.* **B69** (1974) 77 ; E. Cremmer, J.L. Gervais, *Nucl.Phys.* **B76** (1974) 209 ; *Nucl.Phys.* **B90** (1975) 410.

[41] N.R. Constable, D.Z. Freedman, M. Headrick, S. Minwalla, L. Motl, A. Postnikov, W. Skiba, JHEP **0207** (2002) 017.

[42] M. Spradlin, A. Volovich, *Phys.Rev.* **D66** (2002) 086004 ; A.Pankiewicz, B.J. Stefanski, *Nucl.Phys.* **B657** (2003) 79.

[43] D.J. Gross, A. Mikhailov, R. Roiban, *JHEP* **0305** (2003) 025.

[44] R. Roiban, M. Spradlin, A. Volovich, JHEP **0310** (2003) 055.

[45] S.S. Gubser, I.R. Klebanov, A.M. Polyakov, *Nucl.Phys.* **B636** (2002) 99.

[46] J.A. Minahan, K. Zarembo, *JHEP* **0303** (2003) 013.

[47] I. Bena, J. Polchinski, R. Roiban, hep-th/0305116.

[48] N. Beisert, M. Staudacher, *Nucl.Phys.* **B670** (2003) 439 ; N. Beisert, *JHEP* **0309** (2003) 062 ; L. Dolan, C.R. Nappi, E. Witten, *JHEP* **0310** (2003) 017.

[49] S.R. Das, C. Gomez, S.J. Rey, *Phys.Rev.* **66** (2002) 046002 ; E. Kiritsis, B. Pioline, *JHEP* **0208** (2002) 048 ; R.G. Leigh, K. Okuyama, M. Rozali, *Phys.Rev.* **D66** (2002) 046004 ; D. Berenstein, H. Nastase, hep-th/0205048 ; S. Dobashi, H. Shimada, T. Yoneya, Nucl. Phys. B **665** (2003) 94.

[50] L.N. Lipatov, *JETP Lett.* **59** (1994) 596 [*Pisma Zh.Eksp.Teor.Fiz.* **59** (1994) 571].

[51] G.P. Korchemsky, G. Marchesini, *Nucl.Phys.* **B406** (1993) 225.

Travaux publiés

Actes de conférences

Travaux à paraître