



Amplification paramétrique et réduction du bruit quantique dans des microcavités semiconductrices

Augustin Baas

► To cite this version:

Augustin Baas. Amplification paramétrique et réduction du bruit quantique dans des microcavités semiconductrices. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2003. Français. NNT : . tel-00007954

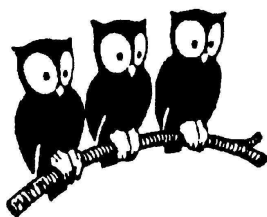
HAL Id: tel-00007954

<https://theses.hal.science/tel-00007954>

Submitted on 7 Jan 2005

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



LABORATOIRE
KASTLER BROSSEL



THÈSE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ PARIS 6

Spécialité: LASERS ET MATIÈRE

présentée par
Augustin BAAS

pour obtenir le grade de
DOCTEUR de l'UNIVERSITÉ PARIS 6

Sujet de la thèse :

**Amplification paramétrique et réduction de bruit quantique
dans les microcavités semi-conductrices**

soutenue le 31 octobre 2003 devant le jury composé de :

M. Izo ABRAM	<i>rapporteur</i>
M. Cristiano CIUTI	<i>membre invité</i>
M. Claude DELALANDE	<i>président</i>
M. Benoît DEVEAUD-PLÉDRAN	<i>examineur</i>
M. Jean-Michel GERARD	<i>rapporteur</i>
Mme. Elisabeth GIACOBINO	<i>directeur de thèse</i>
M. Claude WEISBUCH	<i>examineur</i>

Table des matières

Table des matières	1
Introduction	5
1. Réduction de bruit quantique dans les microcavités	13
A Microcavités semi-conductrices	13
A.1 Résonance excitonique	13
A.2 Résonance de cavité	16
A.3 Régime de couplage fort	17
B Réduction du bruit quantique	21
B.1 Les états comprimés	21
B.2 Génération d'états non-classiques par des processus paramé-	
triques	27
B.3 Méthode entrée-sortie	31
C Réduction de bruit quantique dans les microcavités semi-conductrices	33
C.1 Origine des non-linéarités	33
C.2 Amplification paramétrique dans le cas non-dégénéré	35
C.3 Amplification paramétrique dans le cas dégénéré	36
C.4 Equation de Langevin quantique pour le mode exciton	38
C.5 États non-classiques d'un champ mixte rayonnement-matière	39
2. Présentation générale de l'expérience	41
A Le dispositif expérimental	41
A.1 Le laser	41
A.2 Analyse spectrale	43
A.3 Le cryostat	44
A.4 Définition du faisceau d'excitation	44
A.5 Schéma général	45
B Description des microcavités	47
B.1 Principe de la mesure en fonction du désaccord	47
B.2 Caractérisation de l'échantillon	47
B.3 Largeurs de raies	50

3. Bistabilité et réduction de bruit quantique	55
A Introduction	55
B Modèle	58
B.1 Étude des champ moyens	58
B.2 Étude des fluctuations	64
C Mise en évidence expérimentale de la bistabilité: résultats préliminaires	72
C.1 Montage expérimental	72
C.2 Courbes de réflectivité et de transmission	74
C.3 Comparaison quantitative avec le modèle: effet 2D	76
D Etude des effets transverses	76
D.1 Images en champ proche	76
D.2 Etude théorique	77
D.3 Etude expérimentale	82
E Réduction des fluctuations du champ sortant	85
E.1 Premiers résultats	86
E.2 Mesure de la compression de bruit en dessous de la limite quantique standard	92
E.3 Compression de bruit des polaritons	97
E.4 Conclusion	102
4. Bistabilité à l'"angle magique"	103
A Bistabilité	103
A.1 Résultats préliminaires	103
A.2 Bistabilité	107
B Modèle	110
B.1 Régime de bistabilité dans les OPO	111
B.2 Bistabilité dans une microcavité	111
B.3 Comparaison avec les expériences précédentes	120
C Motifs complexes	120
C.1 Images en champ lointain	121
C.2 Images en champ proche	121
C.3 Instabilité spatiale	122
C.4 Conclusion	122
5. Cohérence spatiale des polaritons	125
A Introduction générale	125
A.1 Cohérence optique et cohérence totale	125
A.2 Effets cohérents dans les microcavités	127
A.3 Largeur de cohérence dans une cavité plan-plan	128
A.4 Largeur de cohérence dans une microcavité semi-conductrice	131
A.5 Enjeux du chapitre	133
B Mesure directe de la cohérence spatiale	133

B.1	Principe de l'expérience	133
B.2	Interprétation	135
B.3	Interférences type fentes de Young	138
C	Introduction à l'optique quantique dans le plan transverse	139
C.1	Bases théoriques	139
C.2	Principe des expériences	145
D	Mesure du caractère monomode de l'émission non linéaire dans le cas dégénéré	146
D.1	Introduction	146
D.2	Mesure des corrélations transverses	148
D.3	Mesure type "lame de rasoir"	151
D.4	Diffusion paramétrique dégénérée à l'incidence normale	152
D.5	Mesure du caractère monomode de l'émission non linéaire à l'angle magique	152
E	Discussion	154
E.1	Vérification d'un résultat annoncé	154
E.2	Taille du mode et localisation forcée	154
E.3	Contexte expérimental actuel	155
Conclusion		157
Annexe A		161
A	Bases de l'électrodynamique quantique	161
A.1	Quantification du champ électromagnétique	161
A.2	Inégalités de Heisenberg pour le champ électromagnétique	163
B	Fluctuations d'un faisceau lumineux	165
B.1	Définitions	166
B.2	Inégalité de Heisenberg	167
B.3	Représentation matricielle	169
C	Equation d'évolution du champ électromagnétique dans une cavité optique	170
D	Mesures des états comprimés	171
D.1	Définitions	172
D.2	La détection homodyne	173
D.3	Le dispositif expérimental	177
Annexe B		181
A	Amplification paramétrique à l'angle magique: effets de renormalisation des énergies	181
B	Principe de la diffusion quasi-résonante	182
C	Energies propres en régime de diffusion quasi-résonante	183
D	Conclusion	185
D.1	Divergence en régime de diffusion quasi-dégénéré	185

D.2	Caractère multimode en régime de diffusion quasi-dégénéré	186
Bibliographie		187

Introduction

Les hétérostructures semi-conductrices offrent depuis quelques années la possibilité d'étudier l'interaction rayonnement-matière dans des systèmes prometteurs en optoélectronique. Ce travail de thèse est consacré à l'étude des modifications des propriétés quantiques de la lumière dans les microcavités semi-conductrices en régime de couplage fort, à partir de prédictions qui reposent sur une description fondamentale des processus cohérents dans le système. La détermination des propriétés de la lumière permet de remonter aux propriétés du champ de polariton dans le système, de nature mixte rayonnement-matière. L'optique quantique permet ainsi de décrire à la fois les états non-classiques de la lumière, produits par interaction résonante avec le système, et de comprendre certains des aspects quantiques des processus non linéaires et en particulier des propriétés du champ de polariton. Les processus non linéaires dans les microcavités semi-conductrices présentent des analogies profondes avec des systèmes bien connus de l'électrodynamique quantique en cavité et avec les oscillateurs paramétriques optiques, à la base des prédictions d'optique quantique. Les microcavités semi-conductrices présentent de plus des propriétés nouvelles, non accessibles dans ces systèmes ou dans les semi-conducteurs massifs, qui en font un système modèle pour l'étude de l'interaction rayonnement-matière.

L'étude expérimentale d'un système quantique simple, par exemple un atome dans une cavité, nécessite de comprendre les modifications à apporter à la description du système par rapport au cas idéal du système dans le vide. La modification de la densité d'états accessibles pour le champ électromagnétique modifie les propriétés du système, i.e. la position des raies et leurs largeurs pour un atome. Inversement, une modification de l'environnement peut être utilisée pour contrôler ces propriétés du système. Ce retournement du point de vue est à la base de la prédiction de Purcell d'exaltation de l'émission spontanée [Purcell 46], qui a ouvert le domaine de l'électrodynamique quantique en cavité. Les travaux de Purcell ont été rapidement suivis par de nombreuses prédictions dans deux régimes distincts d'interaction. En régime de couplage faible, la durée de vie d'un niveau peut être artificiellement augmentée ou diminuée une fois ce dernier placé dans une cavité résonante. C'est un régime perturbatif, régi par la règle d'or de Fermi, dans lequel la densité de modes du champ électromagnétique est modifiée, mais reste continue. L'environnement peut aussi être suffisamment modifié pour pouvoir envisager un autre régime, dit de couplage fort, dans lequel une résonance

matérielle est couplée à un mode unique du champ. Dans ce cas, le champ induit une excitation et une désexcitation périodiques de l'état excité du système matériel à une fréquence caractéristique, appelée la fréquence de Rabi [Rabi 36]. Le régime de couplage fort correspond à un processus cohérent dans lequel l'énergie est échangée de façon périodique entre un degré de liberté matériel et un mode du champ électromagnétique. On n'a alors plus de connexion simple entre le taux d'émission spontanée et la densité spectrale. C'est sur ce régime que se concentre ce travail.

L'exemple type de système en régime de couplage fort est celui de deux pendules oscillants, dont les extrémités, liées par un ressort, sont couplées par une force de rappel. Le régime de couplage fort intervient lorsque la constante de couplage est grande devant toutes les constantes de relaxation dans le système, i.e. ici une constante de raideur du ressort grande devant les taux de relaxation des pendules liés aux frottements. Les modes propres d'oscillation ne correspondent plus alors au mouvement harmonique découplé de chacun des pendules.

En mécanique quantique, le couplage linéaire entre deux systèmes est décrit par le hamiltonien de Jaynes Cummings [Jaynes 63], caractérisé par une constante de couplage. Dans le cas de la résonance d'un système matériel couplé à un mode du champ électromagnétique, la fréquence de Rabi, qui définit la constante de couplage, s'exprime en fonction du moment er de la transition dipolaire considérée: $\Omega_{Rabi} = erE/\hbar$, avec E l'amplitude du champ électrique, et r la distance entre les constituants du dipole.

Les premières réalisations du régime de couplage fort en électrodynamique quantique en cavité ont été obtenues avec des milieux atomiques ou moléculaires ([Haroche 92, Raimond 95] et les références citées). Seule une transition atomique est considérée et le système peut être traité comme un système à deux niveaux. Le régime de couplage fort se manifeste dans un diagramme des énergies du système par une courbe typique d'anticroisement. Au point où l'énergie du champ coïncide avec la résonance atomique considérée, les énergies des nouveaux modes propres sont les plus proches possibles et sont séparées de l'énergie d'interaction $2\hbar\Omega_{Rabi}$. La description dans la base des modes propres, qui peuvent se voir comme des atomes habillés par le champ [Cohen 88], permet en premier lieu de simplifier la description et l'interprétation des expériences [Haroche 92].

De nombreux autres effets d'électrodynamique quantique, prédits rapidement après l'article historique de Purcell cité plus haut, ont aussi été démontrés dans les milieux atomiques: augmentation et inhibition de l'émission spontanée, décalage en énergie, oscillation maser Les expériences ont été réalisées avec des atomes de Rydberg [Haroche 92] puis avec des faisceaux d'atomes [Raizen 89], respectivement dans le domaine micro-onde et le domaine optique.

Le régime de couplage fort est aussi atteint dans les cristaux semi-conducteurs [Hopfield 58]. Dans ces systèmes, les résonances de la matière correspondent à l'excitation de paires liées électron-trou, appelées excitons, formées par des électrons de la bande de conduction couplés par interaction attractive coulombienne, aux

trous correspondant dans la bande de valence. Les états couplés exciton-photon du cristal massif, analogues aux états atomiques habillés, sont appelés les polaritons. L'oscillateur matériel peut être décrit comme un atome, de fort moment dipolaire, un ordre de grandeur plus grand typiquement que celui de l'atome d'hydrogène, et d'énergie de liaison de l'ordre d'une dizaine de meV, à comparer aux 25 meV de l'énergie thermique à température ambiante; ce qui le rend intrinsèquement visible uniquement à basse température. Mais le régime de couplage fort dans le cristal massif n'est pas exploitable. L'émission de la lumière, dominée par les phénomènes de transport du mode couplé vers la surface, est très faible. Les expériences d'électrodynamique sont donc difficilement envisageables dans ce système. Cependant, on dispose depuis quelques années de structures bi-dimensionnelles, les microcavités semi-conductrices, dans lesquelles le régime de couplage fort est accessible et exploitable. Les microcavités semi-conductrices sont des structures monolithiques où les photons et les oscillateurs matériels sont tous les deux confinés. Dans ces dispositifs, des expériences d'électrodynamique quantique en régime de couplage fort peuvent être réalisées.

La nature du couplage au champ électromagnétique dans les microcavités semi-conductrices est profondément différente de celle dans le cristal massif. Dans le semi-conducteur massif, l'invariance par translation dans les trois directions de l'espace fait du polariton un état stationnaire du cristal. Dans la microcavité semi-conductrice, le confinement des excitons fait perdre le régime de couplage fort, que la cavité permet de retrouver. Les excitons sont confinés dans un ou plusieurs puits quantiques, placés dans une cavité résonante à miroirs de Bragg. Le puits quantique est réalisé par la juxtaposition de trois couches de semi-conducteur, avec l'énergie de "gap" de la couche centrale inférieure à l'énergie de "gap" des deux couches entre lesquelles elle est placée. Cette structure en couches fait perdre l'invariance par translation dans la direction de croissance que l'on avait dans le matériau massif; l'exciton confiné dans le puits est à présent couplé à un continuum de modes du champ à l'extérieur de la cavité, de même vecteur d'onde dans le plan des couches, et possède donc une largeur radiative intrinsèque. On place ensuite le puits quantique dans une cavité Fabry-Pérot résonante, d'intervalle spectral libre suffisamment grand pour que la résonance matérielle ne soit couplée qu'à un mode unique du champ. Le continuum du champ est alors discrétisé par la cavité Fabry-Pérot. Le régime de couplage fort est atteint si la fréquence de Rabi du système exciton-photon est grande devant les taux de relaxation de l'exciton et du photon. Par excitation résonante d'une microcavité semi-conductrice, on crée alors des polaritons de cavité, états mixtes exciton-photon à deux dimensions [Weisbuch 92]. La condition à satisfaire pour le régime de couplage fort fait intervenir dans les semi-conducteurs des phénomènes de relaxation qui sont absents pour les systèmes atomiques¹. L'excitation dans un système semi-conducteur est sensible aux por-

1. En fait, bien que le régime de couplage fort soit atteint dans les microcavités semi-conductrices, ces sources de relaxation sont responsables d'une différence importante entre ces

teurs libres, aux phonons acoustiques et optiques et aux défauts du cristal ou du puits. Ces différents processus couplent les états directement excités à d'autres états et élargissent les raies. De manière générale, les difficultés viennent du fait que le couplage à l'environnement ne peut pas être négligé.

Malgré ces difficultés, les microcavités semi-conductrices, et plus largement, les dispositifs nanométriques à base de semi-conducteurs, ont permis de redémontrer dans des structures solides des effets de l'électrodynamique quantique en cavité comme l'exaltation et l'inhibition de l'émission spontanée [Yablonovitch 88, Yokoyama 90, Bjork 91, Gerard 98] ou le régime de couplage fort déjà cité [Weisbuch 92]. De manière générale, la recherche dans les structures semi-conductrices est motivée par les applications possibles dans la production de dispositifs compacts, tels que les émetteurs de grande efficacité, les lasers sans seuil, les sources de photons uniques [Moreau 01], les sources de lumière non-classique [Brokmann 03] ou encore les portes logiques (voir pour l'ensemble les articles de revue [Burstein 95, Rarity 96, Gerard 02, Weisbuch 03]), plus difficiles à réaliser dans les systèmes atomiques.

De plus, les propriétés originales des polaritons de cavité dans les microcavités semi-conductrices, dues à leur nature mixte exciton-photon, permettent d'observer de nouveaux effets, non accessibles pour les photons ou les excitons seuls; ainsi, suite aux progrès récents, aussi bien théoriques qu'expérimentaux, on envisage aujourd'hui la réalisation de condensats de Bose-Einstein dans ces systèmes ([Moskalenko 00], [Noeks7] et en particulier [Snoke 03]). Les propriétés du polariton dépendent du poids des composantes photoniques et excitoniques. A faible densité d'excitation, les excitons se comportent comme des bosons et la nature fermionique de ses constituants peut être prise en compte par des termes correctifs dans une description bosonique du système. La composante excitonique des polaritons est à l'origine des interactions effectives non linéaires, issues de l'inter-

deux systèmes en régime de couplage fort. En effet, le régime de couplage fort peut être divisé en un régime classique et un régime quantique, aujourd'hui atteint dans les systèmes atomiques. L'observation d'un échange d'énergie de façon oscillatoire entre deux systèmes résonants en régime de couplage fort est entièrement compris classiquement. Même le cas du régime de couplage fort dans une cavité vide, où l'écart en énergie au point de désaccord nul est appelé la séparation de Rabi du vide, peut être expliqué dans le cadre d'une théorie de la dispersion linéaire [?]. Par contre, lorsque le nombre d'oscillateurs matériels et le nombre de photons sont suffisamment petits, le système présente des comportements nouveaux que même une théorie semi-classique ne peut expliquer. La réalisation du régime quantique peut être précisément caractérisée par des nombres critiques de photons et d'oscillateurs matériels dans la cavité [Hood 99]. En physique atomique, où le nombre moyen d'atomes et de photons peut même descendre en dessous de l'unité, les expériences rentrent dans le domaine quantique du régime de couplage fort. La recherche atomique en électrodynamique quantique en cavité porte ainsi sur les tests fondamentaux de la mécanique quantique, motivée notamment par l'application potentielle de ces dispositifs pour le calcul, la préparation et la communication quantiques (voir les cours d'Haroche [Haroche 02a, Haroche 02a] et les séminaires du cours). Dans les structures semi-conducteurs de faible "dimensionnalité", la puissance d'excitation et la densité de porteurs, ainsi que les problèmes de relaxation, nous éloignent radicalement pour l'instant de ce régime quantique.

action coulombienne entre les particules chargées. La dispersion du polariton est beaucoup plus importante que celle de l'exciton et ouvre la possibilité de réaliser de nombreux processus de diffusion. La composante photonique de ces états est responsable du couplage au champ électromagnétique extérieur, qui permet de manipuler et de sonder les états mis en jeu dans des processus non linéaires par excitation laser résolue en énergie et en angle. Le poids des composantes photoniques et excitoniques du polariton dépend du désaccord entre la résonance de cavité et la résonance excitonique. Dans une cavité plan-plan, ce désaccord est fixé par la longueur de cavité. Mais les échantillons peuvent être réalisés avec un petit angle entre les miroirs et le désaccord exciton-cavité peut alors être ajusté en fonction de la longueur de cavité, sélectionnée par la position du spot d'excitation sur l'échantillon. Ainsi, c'est simplement la position d'excitation qui détermine la nature du polariton, et donc le poids relatif des coefficients non linéaires et du coefficient de couplage à l'extérieur. Un des avantages de ce système tient donc à la facilité avec laquelle les paramètres de l'interaction rayonnement-matière peuvent être modifiés.

Le cadre général de ce travail est le régime d'amplification paramétrique de polaritons, étudié activement depuis quelques années. Les premières observations d'émission non linéaire dans les microcavités semi-conductrices en régime de couplage fort ont été réalisées par Dang et al. [Dang 98], dans lesquelles ils mesuraient le rétrécissement spectral de l'émission non linéaire et le décalage vers le bleu. L'expérience de Huang [Huang 00] a peu après ouvert le domaine des expériences résolues en angle [Senellart 00]. Dans cette expérience, la microcavité est excitée de façon symétrique par deux faisceaux pompes à grand angle, avec un faisceau sonde à l'incidence normale. Les premières observations de mélange à quatre ondes cohérents en phase ont été obtenues dans le groupe de Baumberg ([Savvidis 00a] et [Savvidis 00b]). La microcavité est pompée à résonance avec la branche basse de polaritons, avec un angle d'incidence variable, et sondée à l'angle nul par un faisceau résonant. Pour un angle d'excitation appelé l'"angle magique", une très forte émission non linéaire est observée. Deux polaritons dans le mode pompé diffusent vers deux autres modes, appelés par analogie avec les oscillateurs paramétriques optiques les modes signal et complémentaire, avec transfert cohérent de populations. On constate un décalage vers le bleu, comme dans le cas non résonant [Dang 98]. La plupart de ces expériences ont été décrites dans un cadre théorique développé par Ciuti et al [Ciuti 03], avec un bon accord théorie-expérience. Aujourd'hui, l'amplification paramétrique est étudiée dans de nombreux groupes, aussi bien dans des expériences en continu que résolues en temps.

Ce travail de thèse porte sur des effets non linéaires et quantiques en régime d'amplification paramétrique, où l'optique quantique joue un rôle déterminant. Les expériences sont effectuées sous excitation laser continue. Le mémoire est organisé de la façon suivante:

-Chapitre 1. Ce chapitre a pour but d'introduire l'étude de la ré-

duction de bruit dans les microcavités semi-conductrices. Les états comprimés du champ sont obtenus par l'application de l'opérateur compression sur un état cohérent, qui permet d'introduire les processus paramétriques comme une méthode possible de génération d'états non-classiques du champ. Ce mélange cohérent en phase permet de produire, suivant la configuration, des champs dans deux types d'états non-classiques, dont l'équivalence est démontrée.

On présente aussi le cadre général dans lequel est dérivé le hamiltonien d'interaction entre polaritons à l'origine du mélange paramétrique à quatre ondes dans les microcavités, obtenu à partir des interactions effectives entre excitons. On décrit les processus non linéaires dans la configuration dégénérée du mélange paramétrique à quatre ondes et dans la configuration non dégénérée dite de l'angle magique. La possibilité de produire des états non-classiques est envisagée dans les deux cas. On insiste sur les différences à apporter par rapport au cas des amplificateurs paramétriques optiques du fait de la nature mixte exciton-photon du champ intra-cavité. Le cadre théorique est la méthode semi-classique entrée-sortie, qui permet le traitement des fluctuations du champ mixte intra-cavité.

-Chapitre 2. Les expériences présentées dans ce mémoire ont été faites dans différentes configurations, et font appel à des montages de détections multiples (analyse spectrale, imagerie en champ proche ou champ lointain, filtrage spatial et détection de bruit). Ce chapitre est consacré à la partie commune à toutes ces expériences. On commence par la description du montage commun, constitué d'un laser Ti-Saphir monomode, continu et accordable, stabilisé en fréquence et en intensité et filtré spatialement. On expose le principe de l'étude en fonction de la position du spot sur l'échantillon, i.e. du désaccord, à énergie fixée. Enfin, on donne la description des échantillons et les méthodes d'ajustement des paramètres. Une attention particulière est portée à la question des largeurs, qui prendra toute son ampleur dans l'étude des sources de bruit au chapitre suivant.

-Chapitre 3. On présente dans ce chapitre la première expérience de compression de bruit dans les microcavités en régime de couplage fort, dont le principe a été exposé au premier chapitre. La prédiction s'appuie sur une analogie profonde avec l'expérience de réduction de bruit dans un nuage d'atomes froids en cavité [Lambrecht 95b]. La richesse du système permet d'étudier les processus non linéaires pour des polaritons de nature différente, simplement en changeant le point d'excitation sur l'échantillon. Les études sont donc menées en fonction du désaccord exciton-cavité. On estime ainsi la région de désaccord dans laquelle les processus non linéaires sont susceptibles de donner lieu à une compression, à partir de la vérification expérimentale de certaines des hypothèses du modèle. L'étude détaillée des résultats expérimentaux met en évidence des effets transverses, issus de la distribution en intensité non-uniforme du spot d'excitation et de l'angle de cavité. Un modèle simple permet de comprendre ces effets transverses, qui jouent un rôle crucial dans l'achèvement de la mesure de compression de bruit.

-Chapitre 4. Ce chapitre décrit l'étude d'un régime bistable dans la configuration non dégénérée. Le modèle développé montre l'analogie profonde avec le régime de bistabilité dans les oscillateurs paramétriques optiques et permet de rendre compte des principales observations. Une étude systématique en champ proche et en champ lointain de l'émission non linéaire révèle la prédominance d'effets transverses dans le profil transverse de l'émission, identiques à ceux décrits au chapitre précédent.

-Chapitre 5. On aborde dans ce dernier chapitre la question délicate de la cohérence spatiale des polaritons. Le pompage résonant de la microcavité crée une population macroscopique cohérente, caractérisée par un vecteur d'onde dans le plan transverse. Cette description suppose une cohérence spatiale sur l'extension dans le plan transverse de la zone d'émission et une émission monomode. On se propose de vérifier ces deux propriétés de l'émission. La première est testée dans une mesure interférométrique qui révèle une cohérence spatiale à l'échelle de $80\ \mu\text{m}$. L'étude du caractère monomode-multimode transverse nécessite l'introduction d'éléments d'optique quantique dans le plan transverse pour donner une définition rigoureuse du caractère monomode transverse d'un champ. Le principe d'un critère monomode-multimode est exposé et appliqué au faisceau signal en régime d'amplification paramétrique. On verra comment la mesure du caractère monomode de l'émission non linéaire dans la configuration dégénérée permet de valider le traitement à un seul mode du chapitre 3. Les deux mesures nécessitent de tenir compte une fois de plus des effets transverses.

Les mesures d'optique quantique aux chapitre 3 et 5 s'appuient sur des résultats standards de l'optique quantique, présentés succinctement dans l'annexe A. La seconde annexe présente le détail du calcul de l'amplification paramétrique quasi-dégénérée dans le cas de l'excitation à l'incidence normale, dont l'éventualité est discutée au chapitre 5.

Réduction de bruit quantique dans les microcavités

Le couplage fort exciton-photon dans les microcavités semi-conductrices produit de nouveaux objets de nature mixte rayonnement-matière, décrits à faible densité comme des quasi-particules bosoniques. On présente le cadre général dans lequel sont décrits les processus non linéaires de mélange paramétrique à quatre ondes de polaritons. Le hamiltonien de couplage paramétrique intervient aussi dans la définition des états comprimés du champ à partir des états cohérents, ce qui permet d'introduire la possibilité de générer des états non-classiques du champ mixte de polaritons, dans les deux configurations accessibles du mélange paramétrique. Les effets d'optiques quantique sont décrits dans le cadre de la méthode semi-classique entrée-sortie.

A.1 Résonance excitonique

Un matériau semi-conducteur massif possède une bande interdite d'énergie qui sépare la dernière bande remplie d'électrons de la bande de conduction. L'excitation lumineuse de l'échantillon révèle un spectre d'absorption continu au-delà de l'énergie de bande interdite, correspondant au passage d'électrons de la bande de valence dans la bande de conduction. Au manque d'un électron dans la bande de valence est associée la création d'un trou dans la mer de Fermi, pseudo particule de charge opposée à celle de l'électron. Le trou et l'électron s'apparient par interaction coulombienne en paires et peuvent être suffisamment couplés pour donner des états liés, responsables de résonances discrètes dans le spectre d'absorption. Ces résonances apparaissent en dessous de l'énergie de bande interdite; le décalage en énergie correspondant à l'énergie de liaison de la paire.

Les règles de sélection du couplage des paires au champ lumineux s'expliquent dans le cadre d'une description simple de la paire électron-trou liée: un seul électron dans la bande de conduction et un seul trou dans la bande de valence¹. La

1. On ne considère ici que le couplage de l'électron avec la bande de trou lourd.

paire présente une série de niveaux d'énergie entre lesquels elle peut effectuer des transitions:

$$E_n = -\frac{R_y^*}{n^2}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (1-1)$$

où l'on définit par analogie avec l'atome d'hydrogène une constante de Rydberg effective $R_y^* = \frac{\mu}{m_0} \frac{\epsilon_0^2}{\epsilon^2} R_y$, fonction de la constante de Rydberg R_y . L'énergie de liaison est fonction de la constante diélectrique du milieu ϵ , qui diminue par un effet d'écrantage l'interaction coulombienne, et de la masse réduite du système electron trou notée μ . ϵ_0 est la constante diélectrique dans le vide. On définit aussi un rayon de Bohr de l'exciton $a_B = \hbar^2 \epsilon / \mu e^2$, qui donne l'extension de la fonction d'onde (de la particule relative) dans l'état fondamental. Le dipôle ainsi obtenu est de taille bien supérieure au dipôle atomique. L'exciton est considéré comme un état de type hydrogénoïde, mais l'état fondamental correspond à la disparition de la paire. L'exciton se rapproche davantage en ce sens du positronium [CDL 73].

Grâce aux récents progrès des techniques de croissance, la dimensionnalité des structures semi-conductrices peut être abaissée jusqu'à atteindre la dimension nulle dans les boîtes quantiques, où les électrons sont confinés dans les trois directions de l'espace. Dans ces systèmes, les propriétés optiques et électroniques sont complètement modifiées par rapport au cas du semi-conducteur massif. La modification du couplage des états électroniques avec l'environnement permet ainsi d'observer des effets inaccessibles dans les semi-conducteurs massifs.

On considère ici la structure de confinement la plus simple, parmi les différentes géométries disponibles, dans laquelle le mouvement des électrons est confiné suivant une seule direction de l'espace. Cette structure à deux dimensions est le puits, conçu par une couche de semi-conducteur placée entre deux couches d'un semi-conducteur d'énergie de gap supérieure. Dans un puits de InGaAs, dopé à 0,05 % avec des parois en GaAs, l'énergie de liaison est de 7 meV; l'électron et le trou sont confinés sur des distances de l'ordre de quelques nanomètres, i.e. nettement inférieure au rayon de l'exciton 3D correspondant. Le confinement est suffisamment fort pour structurer les bandes en sous-bandes, de séparation énergétique de quelques meV plus grande que l'énergie de liaison de l'exciton 3D. L'énergie de ces états liés a pour expression:

$$E_n = -\frac{R_y^*}{(n + 1/2)^2}, \quad \text{avec } n = 0, 1, \dots \quad (1-2)$$

L'expression (1-2) montre un meilleur contraste entre le pic de l'état 1S de l'exciton et le continuum de paires non-liées par rapport au cas du cristal massif. Ces états se distinguent d'un atome à deux niveaux par aux moins deux caractéristiques essentielles: la dispersion parabolique des bandes de conduction et de valence et

le continuum d'énergie cinétique. Un exciton de vecteur d'onde $\mathbf{k}$ dans le plan transverse a pour énergie:

$$E_n(\mathbf{k}) = \frac{\hbar^2 \mathbf{k}^2}{2M} - \frac{R_y^*}{(n + 1/2)^2} \quad (1-3)$$

où M est la somme des masses effectives des bande de conduction et de valence.

L'existence de ces paires est aussi conditionnée par la densité de porteurs, i.e. la densité d'excitation. Une forte densité entraîne une diminution de l'énergie de liaison pour deux raisons: le remplissage de l'espace des phases conditionné par le principe de Pauli et l'écrantage de l'interaction coulombienne électron-trou. Aux très fortes densités, on tend vers la disparition de la transition excitonique. Par la suite, on ne considère que des régimes d'excitations où les effets de saturation sont négligeables.

Cependant, les effets de densité sont présents même à très faible intensité d'excitation. En toute rigueur, l'état excitonique est modifié dès que plus d'un exciton est présent dans le système. Il apparaît des corrélations entre les constituants fermioniques des différentes paires, responsables d'une interaction effective entre excitons. La description de l'exciton comme un boson suppose de tenir compte dans des termes correctifs de la nature fermionique de ses constituants.

A.1.1 L'exciton traité comme un quasi-boson: la transformation d'Usui

On introduit habituellement l'exciton comme une paire électron-trou liée par l'interaction coulombienne. Il parait alors naturel de construire l'opérateur de création d'un exciton de vecteur d'onde $\mathbf{k}$, noté $\hat{b}_{\mathbf{k}}$, comme une simple combinaison linéaire des opérateurs de création d'un électron et d'un trou:

$$\hat{b}_{\mathbf{k}} = \sum_{\mathbf{k}_e, \mathbf{k}_h} \langle \mathbf{k}_e, \mathbf{k}_h | \mathbf{k} \rangle (c_{\mathbf{k}_e}^e)^\dagger (c_{\mathbf{k}_h}^h)^\dagger \quad (1-4)$$

où $(c_{\mathbf{k}_e}^e)^\dagger$ ($(c_{\mathbf{k}_h}^h)^\dagger$) est l'opérateur de création d'un électron (trou) de vecteur d'onde $\mathbf{k}_e$ ($\mathbf{k}_h$) dans le plan des couches. Mais l'opérateur exciton ainsi obtenu ne satisfait pas la relation de commutation des bosons, et la théorie des perturbations ne peut plus être appliquée. L'expression de la valeur moyenne du commutateur de cet opérateur, au premier ordre en densité excitonique, est [Haugh 98]:

$$\langle [\hat{b}_{\mathbf{k}}, \hat{b}_{\mathbf{k}}^\dagger] \rangle \approx 1 - O(n \cdot a_B^2) \quad (1-5)$$

où n est le nombre d'exciton par unité de surface et a_B le rayon de Bohr de l'exciton. L'écart au comportement bosonique est proportionnel au nombre moyen

d'électrons et de trous dans une surface de l'ordre de l'extension de l'exciton. Lorsque le recouvrement spatial entre deux fonctions d'onde d'exciton devient non négligeable, on est sensible à la nature fermionique des constituants de l'exciton.

Pour pouvoir traiter l'exciton comme un boson, dans un système constitué d'un grand nombre d'excitons en interaction, on effectue une transformation pour passer d'un espace fermionique vers un espace bosonique. Cette transformation unitaire est la transformation d'Usui, conçue comme "une méthode systématique qui permet de décrire un gaz d'électrons en termes de bosons" [Usui 60]. La nature fermionique des électrons et des trous est responsable de termes supplémentaires à tous les ordres. Un hamiltonien d'interaction entre excitons prend donc la forme d'un hamiltonien d'interaction entre bosons, auquel on doit rajouter des termes correctifs. Dans un traitement limité au second ordre en densité électronique, comme on le verra au paragraphe C.1 de ce chapitre, les termes à quatre opérateurs de l'interaction de Coulomb sont transformés en une somme de produits d'opérateurs bosoniques à tous les ordres [Rochat 00].

Cette méthode permet d'obtenir des équations de Bloch excitoniques. Ces équations rappellent les équations de Bloch à deux niveaux de la physique atomique, mais elles contiennent de façon consistante les non-linéarités fermioniques dues à la nature composite à plusieurs corps de l'exciton, dans des termes correctifs: la renormalisation de l'énergie cinétique, la saturation de la force d'oscillateur (le blocage de Pauli) et l'interaction Coulombienne exciton-exciton dépendante du spin. Cette description [Rochat 00] est adoptée implicitement dans quasiment toutes les descriptions des expériences effectuées dans les microcavités en régime de couplage fort à faible densité, où l'exciton est systématiquement considéré comme un boson. Cette approche prend toute sa dimension dans la description des expériences de plus en plus nombreuses portant sur une éventuelle condensation des polaritons, particule mixte exciton-photon.

A.2 Résonance de cavité

Pour obtenir le régime de couplage fort, on place le puits quantique dans une cavité optique Fabry-Pérot. A cause de la transmission finie des miroirs, les modes photons pour un mode polariton de vecteur d'onde dans le plan donné, forment encore un continuum, même si ce continuum est structuré en pics étroits, ceux de la cavité Fabry-Pérot. Les excitons ont donc une probabilité de recombinaison par unité de temps finie [Devaud 91], qui limite la durée de l'échange d'énergie entre les deux systèmes en régime de couplage fort.

On se propose dans cette section de décrire brièvement les propriétés de la cavité. Les miroirs de la cavité sont des miroirs diélectriques multicouches. Une succession de paires de couches de deux semi-conducteurs d'indices différents, de même épaisseur optique $\lambda_0/4$, où λ_0 est la longueur d'onde de la résonance de la cavité, constituent par un jeu d'interférences constructives en réflexion et destructives en transmission un très bon réflecteur, appelé miroir de Bragg. Les pertes par

absorption sont négligeables, contrairement au cas des miroirs métalliques pour lesquels la réflectivité ne dépasse pas les 95 % dans le proche infra-rouge. L'efficacité des miroirs de Bragg augmente avec le nombre de couches empilées et atteint typiquement des valeurs voisines de 99,95 % [Rosencher 98, Savona 95, Savona 99]. Ces miroirs sont très correctement décrits par la méthode des matrices de transfert [Savona 99]². Ils atteignent leur réflectivité maximale sur une plage en énergie appelée bande interdite. En dehors de cet intervalle, la réflectivité oscille et présente de nombreux minima qui correspondent aux modes de fuite [Savona 99].

Une cavité Fabry-Pérot plan-plan à miroirs de Bragg est constituée de deux miroirs de Bragg, séparés par la longueur optique $L_c = p\lambda_0/2$, avec p entier. Pour une excitation à l'incidence normale, la résonance de cette cavité apparaît dans la bande interdite des miroirs de Bragg, le plus souvent au centre. L'épaisseur typique de la longueur de cavité, appelée aussi espaceur, de l'ordre de la longueur λ_0 , fait que l'intervalle spectral libre de la cavité est supérieur à la bande interdite des miroirs. Un seul mode optique peut donc apparaître dans la bande interdite. En dehors de la bande, on retrouve les pics secondaires. Ces modes de fuite ont un coefficient de réflexion plus faible que le mode principal et sont donc plus larges spectralement. On les retrouve pour n'importe quel vecteur d'onde dans le plan, et leur dispersion est similaire à celles des modes de cavité. Ils sont un canal très efficace d'émission dans le substrat, où la lumière est absorbée et par conséquent perdue. De manière générale, ils jouent un rôle crucial dans les dispositifs semi-conducteurs émetteurs de lumière [Savona 99].

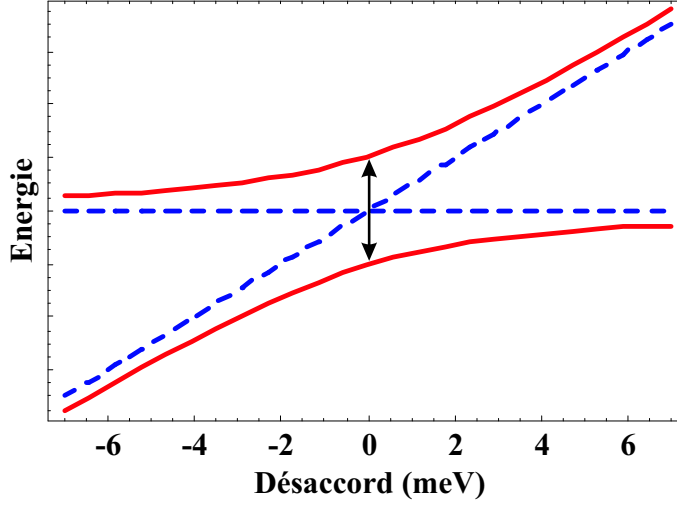
La cavité Fabry-Pérot présente une dispersion, fonction de la constante diélectrique du semi-conducteur. On dérive une masse effective pour le photon à partir de la dispersion supposée parabolique des énergies. Certaines distinctions sont à apporter à cause de la nature des miroirs. La pénétration du champ dans les miroirs entraîne une dépendance en énergie de la phase à la réflexion. La longueur de pénétration des miroirs, appelé longueur de Bragg, est responsable d'un terme correctif à la longueur de cavité dans la définition d'une longueur de cavité effective [Savona 99].

A.3 Régime de couplage fort

A.3.1 Introduction

Une microcavité semi-conductrice est une cavité optique à miroirs de Bragg résonante avec une transition unique d'un puits quantique. La position du puits dans la cavité dépend de la longueur de cavité. Le positionnement du puits (ou des puits) est choisi pour maximiser l'interaction. La cavité optique permet de mo-

2. Les résultats de l'application de cette méthode au cas des échantillons utilisés dans cette thèse sont présentés dans les références [Messin 00], [Karr 01], et Houdré.

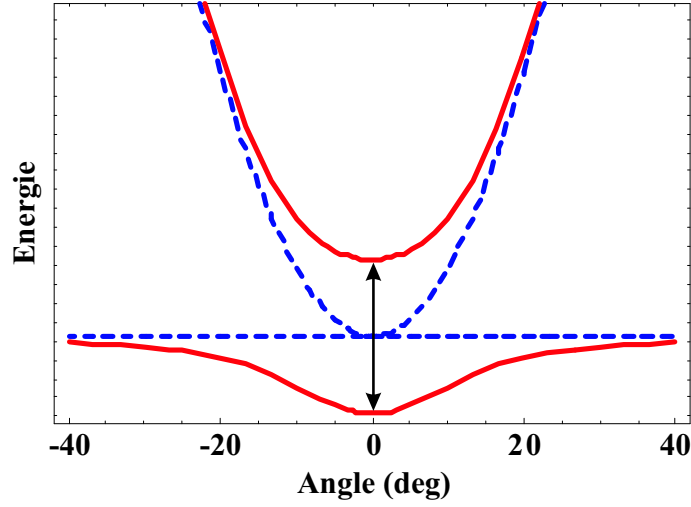


difier les propriétés de la réponse lumineuse du milieu amplificateur. Elle permet avant tout ici de se placer en régime de couplage fort. La condition de régime de couplage fort impose une constante de couplage exciton-photon g grande devant les largeurs du photon de cavité γ_a et de l'exciton γ_b . De façon générale, le régime de couplage fort est atteint soit en augmentant le couplage entre le mode de cavité et la résonance matérielle, soit en diminuant les taux de relaxation. En physique atomique, les deux solutions sont exploitées dans le choix des atomes, d'une part avec les atomes de Rydberg et d'autre part avec les atomes froids. La finesse de la cavité peut dans le premier cas atteindre des valeurs considérables -plus de 10^7 -, pour des miroirs supraconducteurs [Raimond 95]. Dans les microcavités à puits quantiques, on peut aussi bien augmenter la réflectivité des miroirs que le nombre de puits. En effet, la force d'oscillateur, qui donne l'intensité du couplage, augmente avec la racine carrée du nombre de puits [Houdré 96].

A.3.2 Hamiltonien de couplage linéaire

Les modes exciton et photon sont traités comme des oscillateurs harmoniques bosoniques, couplés linéairement. Ce traitement suppose pour l'exciton l'utilisation de la transformation d'Usui. On effectue donc un développement perturbatif du hamiltonien total dans l'espace bosonique, arrêté à l'ordre deux en densité excitonique. Le hamiltonien d'interaction est développé dans l'approximation dipolaire, ce que justifie un très petit rayon de Bohr en comparaison de la longueur d'onde.

On ne considère que les états excitonique et photonique ayant une polarisation circulaire bien définie, qui sont les seuls à jouer un rôle dans le cas d'une excitation polarisée circulairement (ce qui sera toujours le cas dans ce travail). Le vecteur



$$\begin{array}{ccc} \mathbf{K} & & \mathbf{K} = (\mathbf{k}, k_z) \\ \theta & & \\ \mathbf{k} & & |\mathbf{k}| = |\mathbf{K}| \sin \theta \end{array}$$

d'onde dans le plan des couches est noté $\mathbf{k}$. Comme les états de différents $\mathbf{k}$ ne sont pas couplés, à cause de l'invariance par translation dans le plan des couches, le hamiltonien apparaît comme une somme de termes sur les $\mathbf{k}$:

$$H = \sum_{\mathbf{k}} \{ E_{exc}(\mathbf{k}) b_{\mathbf{k}}^{\dagger} b_{\mathbf{k}} + E_{cav}(\mathbf{k}) a_{\mathbf{k}}^{\dagger} a_{\mathbf{k}} + \frac{\Omega_R}{2} (a_{\mathbf{k}}^{\dagger} b_{\mathbf{k}} + b_{\mathbf{k}}^{\dagger} a_{\mathbf{k}}) \} \quad (1-6)$$

où $a_{\mathbf{k}}$ et $b_{\mathbf{k}}$ sont les opérateurs d'annihilation d'un photon dans le mode $\mathbf{k}$ et d'un exciton dans le mode $\mathbf{k}$. $a_{\mathbf{k}}^{\dagger}$ et $b_{\mathbf{k}}^{\dagger}$ sont les opérateurs de création correspondants. Les énergies des modes photoniques et excitoniques sont notées respectivement $E_{cav}(\mathbf{k})$ et $E_{exc}(\mathbf{k})$. Le dernier terme décrit le couplage linéaire exciton-photon de type Jaynes-Cummings. Les modes propres s'expriment comme des combinaisons linéaires des deux oscillateurs initiaux:

$$\begin{pmatrix} p_{\mathbf{k}} \\ q_{\mathbf{k}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_{\mathbf{k}} & -C_{\mathbf{k}} \\ C_{\mathbf{k}} & X_{\mathbf{k}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{\mathbf{k}} \\ a_{\mathbf{k}} \end{pmatrix} \quad (1-7)$$

Les coefficients de Hopfield $C_{\mathbf{k}}$ et $X_{\mathbf{k}}$ dépendent du désaccord entre la résonance de cavité et la résonance excitonique $\delta_{\mathbf{k}} = E_{cav}(\mathbf{k}) - E_{exc}(\mathbf{k})$:

$$X_{\mathbf{k}} = \left(\frac{\delta_{\mathbf{k}} + \sqrt{\delta_{\mathbf{k}}^2 + \Omega_R^2}}{2\sqrt{\delta_{\mathbf{k}}^2 + \Omega_R^2}} \right)^{1/2} \quad (1-8)$$

$$C_{\mathbf{k}} = \left(\frac{\Omega_R^2}{2\sqrt{\delta_{\mathbf{k}}^2 + \Omega_R^2} (\delta_{\mathbf{k}} + \sqrt{\delta_{\mathbf{k}}^2 + \Omega_R^2})} \right)^{1/2} \quad (1-9)$$

Ils vérifient la condition de normalisation $C_{\mathbf{k}}^2 + X_{\mathbf{k}}^2 = 1$. Le hamiltonien dans la base des modes couplés prend une forme diagonale:

$$H = \sum_{\mathbf{k}} \{ E_{LP}(\mathbf{k}) p_{\mathbf{k}}^\dagger p_{\mathbf{k}} + E_{UP}(\mathbf{k}) q_{\mathbf{k}}^\dagger q_{\mathbf{k}} \} \quad (1-10)$$

où les énergies des modes propres, indexées LP et UP pour "lower" et "upper" polaritons, s'expriment:

$$E_{LP}(\mathbf{k}) = E_{exc}(\mathbf{k}) + \frac{\delta_{\mathbf{k}}}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{\delta_{\mathbf{k}}^2 + \Omega_R^2} \quad (1-11)$$

$$E_{UP}(\mathbf{k}) = E_{exc}(\mathbf{k}) + \frac{\delta_{\mathbf{k}}}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\delta_{\mathbf{k}}^2 + \Omega_R^2} \quad (1-12)$$

Ce couplage cohérent entre les deux oscillateurs initiaux entraîne un anticroisement caractéristique dans le diagramme des énergies des modes propres du système (voir figure 1.1). L'anticroisement est aussi visible dans l'espace des $\mathbf{k}$. La dispersion de l'exciton apparaît comme plate par rapport à celle du photon, ce que l'on peut réexprimer en disant que la masse effective du photon est beaucoup plus petite que celle de l'exciton. La figure 1.2 a été tracée en fonction de l'angle d'incidence par rapport à l'incidence normale, pour un désaccord nul à $\mathbf{k} = 0$. La position relative de la dispersion des modes découplés, et par conséquent la dispersion des modes propres, dépend du désaccord à l'incidence normale. Une description des propriétés linéaires des polaritons de cavité est donnée au paragraphe B du second chapitre.

Le couplage fort donne donc lieu à de nouveaux objets qui peuvent être excités individuellement par un faisceau laser avec l'énergie et le vecteur d'onde adaptés. La nature mixte de ces objets peut être modifiée simplement en fonction du désaccord exciton-cavité. Les expériences considérées par la suite ne font intervenir que la branche basse de polaritons. Sa forme en cuvette explique qu'elle soit parfois considérée comme un "piège" pour les polaritons. Le mode $\mathbf{k} = 0$ est le bas du piège.

Après avoir rappelé l'expression d'un champ quantique monomode, on montre que le principe d'incertitude d'Heisenberg conduit à des fluctuations dans les mesures dont l'ordre de grandeur est donné par la limite quantique standard. On explique ensuite comment construire des états du champ qui présentent des fluctuations inférieures à la limite quantique standard appelés états comprimés. Cette construction introduit naturellement les processus paramétriques comme une méthode de génération d'états non-classiques du champ. La dernière section est consacrée au traitement semi-classique des fluctuations.

B.1 Les états comprimés

B.1.1 Champ électrique monomode

On se place dans le cadre de la seconde quantification. On considère un champ monomode, de fréquence, de direction et de polarisation fixées:

$$\hat{E}(t) \hat{=} -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \hat{A}(t) = i \frac{\mathcal{E}_0}{2} (\hat{a} e^{-i\omega t} - \hat{a}^\dagger e^{i\omega t}) \quad (1-13)$$

$\hat{a}$ et $\hat{a}^\dagger$ sont respectivement les opérateurs d'annihilation et de création d'un photon dans le mode du champ de fréquence ω . Ils vérifient la relation de non-commutation $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1$. La constante de normalisation $\mathcal{E}_0$ vaut $\sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\epsilon_0 V}}$, où ϵ_0 est la constante diélectrique du vide et V le volume de quantification. Cette constante donne l'ordre de grandeur du champ électrique correspondant à un photon dans le volume de quantification.

On introduit les opérateurs de quadrature, équivalents aux grandeurs utilisées en optique classique pour la représentation d'un champ dans le repère de Fresnel:

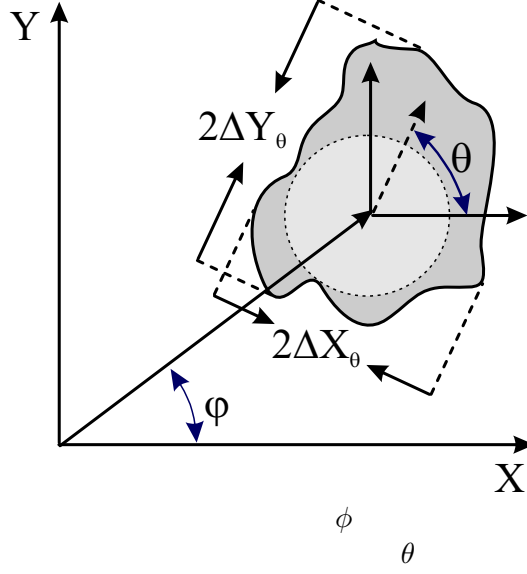
$$\hat{X} = \mathcal{E}_0(\hat{a} + \hat{a}^\dagger) \quad (1-14)$$

$$\hat{Y} = i\mathcal{E}_0(\hat{a} - \hat{a}^\dagger) \quad (1-15)$$

que l'on remplace dans l'expression du champ électrique:

$$\hat{E}(t) = \hat{X} \sin(\omega t) + \hat{Y} \cos(\omega t) \quad (1-16)$$

Les opérateurs $\hat{X}$ et $\hat{Y}$ ne commutent pas. Ils n'ont pas d'états propres communs et le champ électrique, combinaison linéaire de ces opérateurs, n'a donc pas d'état propre. Il ne peut être exactement mesuré. Cette indétermination fondamentale se traduit par des fluctuations intrinsèques, dont on ne peut affranchir le champ.



Plus précisément, on montre que les variances des fluctuations des opérateurs de quadrature vérifient une inégalité d'Heisenberg:

$$\Delta \hat{X} \Delta \hat{Y} \geq \mathcal{E}_0^2 \quad (1-17)$$

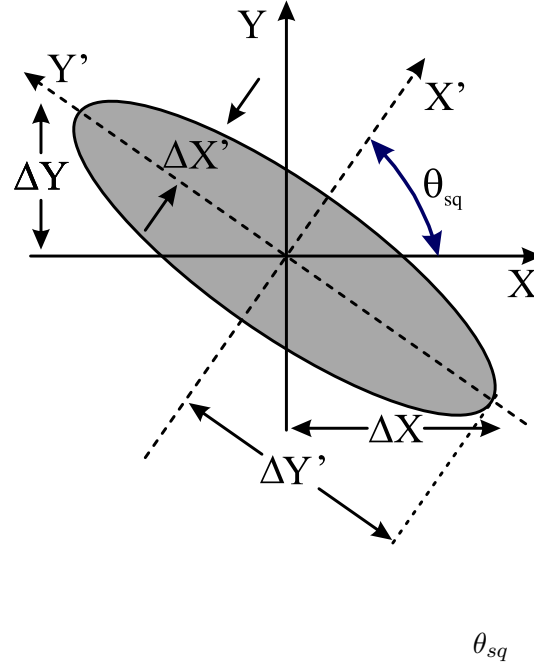
$\mathcal{E}_0^2$ correspond à la limite quantique standard, donnée par le commutateur des deux quantités conjuguées pour lesquelles l'inégalité est écrite. Cette inégalité est vérifiée pour un couple quelconque de quadratures conjuguées. Un couple de quadratures est caractérisé par l'angle θ (voir figure 1.3):

$$\hat{X}_\theta = \mathcal{E}_0(\hat{a}_w e^{i\theta} + \hat{a}_w^\dagger e^{-i\theta}) \quad (1-18)$$

$$\hat{Y}_\theta = i\mathcal{E}_0(\hat{a}_w e^{i\theta} - \hat{a}_w^\dagger e^{-i\theta}) \quad (1-19)$$

B.1.2 États cohérents

L'état du vide joue le rôle d'état de référence du point de vue des fluctuations quantiques. La valeur moyenne du champ dans cet état est nulle. Les fluctuations du champ dans cet état sont les mêmes pour toutes les quadratures et prennent la valeur minimale autorisée par les inégalités de Heisenberg. Ces propriétés des fluctuations du champ du vide définissent la classe des états cohérents, pour lesquels les fluctuations sont à la limite quantique standard quelque soit la quadrature. On parle ainsi de fluctuations de point zéro ou fluctuations du vide pour les états cohérents. Ces fluctuations constituent la limite inférieure pour les fluctuations



de la lumière des sources classiques. Cette limite est atteinte par exemple par un champ laser très au-dessus du seuil.

Les fluctuations d'un couple quelconque de quadratures du champ dans un état cohérent, noté $|\alpha\rangle$, vérifient ainsi les relations suivantes:

$$\Delta \hat{X}_{|\alpha\rangle, \theta} = \Delta \hat{Y}_{|\alpha\rangle, \theta} = \mathcal{E}_0^2 \quad (1-20)$$

La figure 1.3 montre les fluctuations d'un champ dans un état quelconque, que l'on peut comparer aux fluctuations d'un champ dans un état cohérent, de même amplitude et de même phase. L'aire des fluctuations d'un état cohérent est la plus petite possible autorisée par les inégalités de Heisenberg.

B.1.3 États comprimés

Un champ est dit dans un état comprimé au sens large si une de ses quadratures a des fluctuations inférieures à la limite quantique standard. On va construire ici des états comprimés qui ont de plus la propriété d'être minimaux, i.e. l'aire des fluctuations du champ dans cet état est égal à l'aire minimale d'incertitude. L'état comprimé peut se construire formellement à partir de l'action de l'opérateur de compression sur un état cohérent:

$$|\alpha, \xi\rangle = \hat{S}(\xi)|\alpha\rangle \quad (1-21)$$

où on définit l'opérateur de compression:

$$\widehat{S}(\xi) = \exp \left[\frac{1}{2} (\xi^* \widehat{a}^2 - \xi \widehat{a}^{\dagger 2}) \right] \quad (1-22)$$

$\xi = r e^{2i\theta_{sq}}$ est un nombre complexe arbitraire. On représente sur la figure 1.4 l'état final obtenu par la transformation unitaire. La compression maximale, et donc l'élongation maximale, sont obtenues pour le couple de quadratures d'angle θ_{sq} :

$$\Delta X_{\theta_{sq}}^2 = \mathcal{E}_0^2 e^{-2r} \quad \text{et} \quad \Delta Y_{\theta_{sq}}^2 = \mathcal{E}_0^2 e^{2r} \quad (1-23)$$

r est appelé le paramètre de compression [Ryan 03]. La variance du champ est réduite en dessous de la limite quantique standard d'un facteur e^{2r} , appelé facteur de compression [Grynberg 97]: l'état $|\xi\rangle$ est un état comprimé du champ. La limite quantique standard est atteinte pour $|\xi| = 0$. Dans ce cas, l'action de l'opérateur de compression sur un état cohérent est sans effet.

B.1.4 Effets des pertes: passage à travers une lame partiellement réfléchissante

Les états comprimés sont des états fragiles. Ils sont très sensibles aux pertes, qui ramènent les fluctuations à la limite quantique standard, que celles-ci soient d'ailleurs au-dessous ou en dessous de la limite quantique standard. On peut décrire l'effet des pertes comme le passage du faisceau à travers une lame partiellement réfléchissante³, de coefficient de réflexion égal au taux de pertes.

On considère une lame sans pertes, avec un angle de mélange ϕ , en fonction duquel on peut exprimer les facteurs de transmission et de réflexion en intensité, $T = \cos^2 \phi$ et $R = \sin^2 \phi$ (voir la figure 1.5). Du point de vue quantique, les modes (d'onde plane) des deux voies d'entrée, notés $\widehat{a}$ et $\widehat{b}$, sont couplés par une transformation unitaire $\widehat{U}(\phi)$. Les modes $\widehat{p}$ et $\widehat{q}$ sur les voies de sorties s'expriment comme des combinaisons linéaires des modes sur les voies d'entrée:

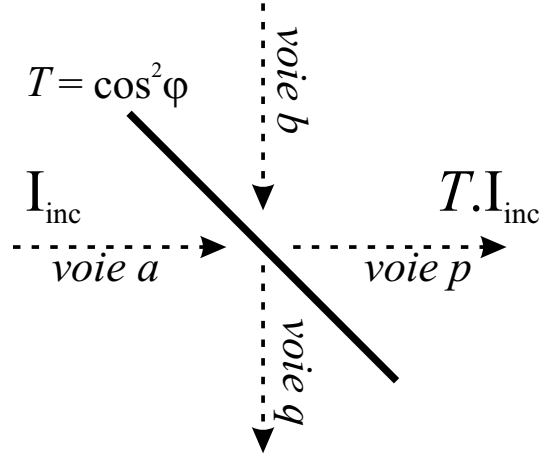
$$\widehat{p} = \widehat{U}^\dagger(\phi) \widehat{a} \widehat{U}(\phi) = \cos \phi \widehat{a} + i \sin \phi \widehat{b}; \quad (1-24)$$

$$\widehat{q} = \widehat{U}^\dagger(\phi) \widehat{b} \widehat{U}(\phi) = i \sin \phi \widehat{a} + \cos \phi \widehat{b} \quad (1-25)$$

$\widehat{U}(\phi)$ peut se voir comme l'opérateur d'évolution unitaire associé au hamiltonien:

$$\widehat{H} = -\hbar g (\widehat{a} \widehat{b}^\dagger + \widehat{a}^\dagger \widehat{b}) \quad (1-26)$$

avec action pendant un temps $t = \phi/g$. On reconnaît ici le hamiltonien de Jaynes-Cummings, introduit plus haut à la relation (1-6).



$$1 - T = \sin^2 \phi$$

Cette représentation⁴ montre que les fluctuations en sortie résultent du mélange des fluctuations du champ initial avec les fluctuations du vide, i.e. du couplage entre les modes sur les deux voies d'entrée. On calcule ainsi simplement l'effet des pertes sur un état comprimé. On a initialement un champ dans l'état $|\alpha, \xi\rangle$ qui subit des pertes d'un facteur $\sin^2 \phi$. Le nombre moyen de photons transmis, équivalent à l'intensité classique pour un grand nombre de photons, est égal au nombre moyen de photons incidents que multiplie le coefficient de transmission $\cos^2 \phi$. Les fluctuations normalisées du champ transmis s'expriment comme une combinaison linéaire des fluctuations normalisées entrantes:

$$\frac{(\Delta \hat{N}_{out})^2}{\langle \hat{N}_{out} \rangle} = \cos^2 \phi \frac{(\Delta \hat{N}_{\alpha, \xi})^2}{\langle \hat{N}_{\alpha, \xi} \rangle} + \sin^2 \phi^2 \quad (1-27)$$

Le premier terme du membre de droite correspond aux fluctuations entrantes par la voie a atténuées, le second aux fluctuations du vide qui entrent par la voie b. La lame ramène les fluctuations du faisceau d'entrée (voie a) aux fluctuations du vide (voie b). La deuxième voie de sortie (la voie q) peut être considérée comme un autre mode, le mode de pertes, dans lequel est envoyée une partie du champ.

L'effet des pertes peut aussi se voir d'un point de vue temporel. Un faisceau comprimé en intensité a des fluctuations du nombre de photons inférieures à celles

3. Voir la 3^{ème} leçon de la référence [Haroche 02b]: *Lames séparatrices linéaires, couplage entre modes et interférences en optique quantique*.

4. Cette description en termes de lame partiellement réfléchissante peut être généralisée à l'étude des effets non linéaires avec l'introduction d'une lame non linéaire (voir la quatrième leçon de la référence [Haroche 02b] *Génération de superpositions macroscopiques d'états du champ par processus non linéaires*).

d'un état cohérent. La distribution des photons dans le temps dans cet état est donc plus régulière que celle d'un état cohérent. Dans un état cohérent, on montre que la distribution des photons, donnée par une statistique poissonnienne, est aléatoire dans le temps.

Ce traitement des pertes avec une lame semi-réfléchissante s'appuie en fait sur l'équivalence entre les effets de l'absorption et de la réflexion partielle. En effet, l'absorption correspond au prélèvement aléatoire de photons. Ainsi, au passage à travers une lame semi-réfléchissante, i.e. lorsque le faisceau subit des pertes, la distribution régulière des photons dans le temps pour un état comprimé tend vers la distribution aléatoire des photons dans un état cohérent.

B.1.5 Quelques applications des états comprimés

On dispose à présent de sources compactes d'états comprimés, avec des taux de réduction de bruit de 70 % par exemple pour les diodes lasers [Kilper 97]. Le principe de la mesure des états comprimés (les détections homodyne et équilibrée) est présenté en détail dans la première annexe.

Les états comprimés trouvent notamment leur intérêt dans les mesures optiques. La réduction du bruit sur une des quadratures du champ permet d'améliorer la précision des mesures en choisissant la bonne quadrature lors de la mesure. On peut ainsi augmenter par exemple la sensibilité des détecteurs d'ondes gravitationnelles [Meystre 83].

Les perspectives dans la recherche sur les états non-classiques du champ s'orientent entre autres sur les états non-classiques multimodes [Kolobov 99], comme pour la génération d'images quantiques [Lugiato 02], et sur l'utilisation de ces états dans les expériences d'information quantique. On abordera certaines de ces notions au chapitre 5.

On peut aussi citer des travaux de plus en plus nombreux sur les états non-classiques de la matière. Des ondes de matières, extraites des condensats de Bose-Einstein, sont manipulées dans des expériences d'optique atomique. La réalisation d'un laser à atomes [Hänsch] et de mélange paramétrique à quatre ondes d'onde de matière [Deng 99] permet d'envisager dans un futur proche la génération d'états non-classiques pour ces ondes de matière. Dans les microcavités semi-conductrices en régime de couplage fort, les expériences d'optique quantique portent sur les polaritons, ondes mixte rayonnement-matière. Ces expériences présentent une certaine analogie avec les expériences sur les ondes de matières issues des condensats. Une expérience sur des états non-classiques des ondes mixtes de polaritons est présentée au chapitre 3.

B.2 Génération d'états non-classiques par des processus paramétriques

On introduit l'amplification paramétrique par quelques considérations sur la question du rôle du bruit quantique dans le processus d'amplification. On montre alors que l'opérateur de compression introduit au paragraphe B.1.3 fait apparaître naturellement les processus paramétriques comme une méthode de génération d'états non-classiques. On discute des deux types d'états non-classiques produits dans les deux configurations différentes possibles de mélange paramétrique.

B.2.1 Amplification sans bruit

Un système paramétrique est un système résonant (avec une ou plusieurs résonances) dont un paramètre (relié au stockage de l'énergie) est modulé périodiquement par une source extérieure. La modulation est responsable soit d'un échange périodique d'énergie entre les systèmes résonants soit d'un transfert continu de l'énergie de la source de modulation vers les systèmes résonants. L'exemple type est celui de la modulation de la longueur d'un pendule, qui permet de mettre le pendule en oscillation. Les processus paramétriques peuvent être utilisés avec la lumière pour l'amplification cohérente de la lumière, i.e. l'amplification dans laquelle à la fois la phase et l'amplitude du champ entrant sont reproduites. Du point de vue de la mécanique quantique, on doit considérer l'ajout nécessaire dans tout processus d'amplification d'une certaine indétermination de la phase et/ou de l'amplitude qui peut dégrader la quantité d'information portée par l'onde [Louisell 61]. Dans un laser par exemple, l'émission spontanée peut se voir comme la source fondamentale de bruit quantique responsable d'un bruit ultime. Le photon supplémentaire de l'émission spontanée constitue de ce point de vue un terme incohérent ou un terme de bruit, complètement décorrélé des termes cohérents, comme les termes d'émission stimulée dans le laser.

L'amplification sensible à la phase peut être utilisée pour favoriser une quadrature du champ en produisant un état où une quadrature est déamplifiée en dessous de la limite quantique standard. La quadrature conjuguée porte alors l'excès de bruit nécessaire pour ne pas violer les inégalités de Heisenberg.

B.2.2 Réduction de bruit par couplage entre modes: amplification paramétrique dégénérée

Les états comprimés ont été introduits par l'application de l'opérateur de compression sur un état cohérent. On peut associer à cet opérateur un hamiltonien, de la même manière que la transformation unitaire qui décrit le mélange des champs sur une lame partiellement réfléchissante a été reliée au hamiltonien de couplage linéaire de Jaynes-Cummings entre les modes (paragraphe B.1.4). Comme l'opérateur de compression a une dépendance quadratique avec l'opérateur champ, le

hamiltonien associé est non linéaire. L'opérateur de compression de bruit produit donc le même état que celui vers lequel évolue un état quasi-classique sous l'action du hamiltonien $\hat{\mathbf{H}}$ pendant un temps T :

$$\hat{\mathbf{H}} = \frac{\hbar}{2}(\eta^* \hat{a}^2 + \eta \hat{a}^{\dagger 2}) \quad (1-28)$$

Cet hamiltonien décrit un processus de création ou de destruction simultanée de deux photons dans un mode du champ. Le paramètre ξ est relié à la constante de couplage η par la relation: $\xi = i\eta T$ [Ryan 03]. Les processus physiques décrits par $\hat{\mathbf{H}}$ sont des processus non linéaires dégénérés.

Si $\eta = \chi^2 E_P$, où E_P est l'amplitude du champ pompe, $\hat{\mathbf{H}}$ décrit un mélange paramétrique dégénéré, dans lequel la fréquence de la pompe est le double de la fréquence du signal (le complémentaire et le signal sont dégénérés). En effet, dans un traitement quantique de la pompe, le hamiltonien d'un mélange paramétrique qui transforme un photon de la pompe de fréquence ω_p , sous l'action de l'opérateur de destruction $\hat{a}_P$, en deux photons de fréquence moitié s'écrit:

$$\hat{\mathbf{H}}_{para,deg}^3 = \alpha_{3,deg}(\hat{a}_P^\dagger \hat{a}^2 + \hat{a}_P (\hat{a}^\dagger)^2) \quad (1-29)$$

où $\alpha_{3,deg}$ est le coefficient d'interaction non linéaire, et $\hat{a}$ l'opérateur d'annihilation d'un photon dans le mode de fréquence $\omega_p/2$.

Si $\eta = \chi^3 E_P^2$ (dans (1-28)), le mélange paramétrique dégénéré est à quatre ondes. Deux photons de la pompe produisent un photon signal et un photon complémentaire, tous de même fréquence. Le hamiltonien quantique correspond s'écrit maintenant:

$$\hat{\mathbf{H}}_{para,deg}^4 = \alpha_{4,deg}(\hat{a}^{\dagger 2} \hat{a}^2 + \hat{a}^2 \hat{a}^{\dagger 2}) \quad (1-30)$$

où $\alpha_{4,deg}$ est le coefficient d'interaction non linéaire. Les processus paramétriques, à trois ou quatre ondes, apparaissent ainsi naturellement dans la génération d'états non-classiques. Il est souvent nécessaire de placer ces milieux amplificateurs dans des cavités optiques résonantes, qui exaltent l'interaction avec le champ lumineux. On verra dans la section suivante les états non-classiques produits par mélange paramétrique non dégénéré.

Cependant, d'autres processus non linéaires permettent de modifier les fluctuations quantiques, comme l'interaction avec un milieu non linéaire Kerr. L'effet correspond en fait à un mélange paramétrique à quatre ondes complètement dégénéré, dans lequel deux photons de la pompe donnent deux photons signal, tous de même fréquence. Il s'agit du second processus paramétrique dégénéré considéré, décrit par le hamiltonien 1-30. L'effet Kerr sera discuté plus en détail dans le chapitre 3, consacré à l'étude la compression de bruit par interaction avec une

microcavité, qui peut être traitée sous certaines conditions comme un milieu Kerr effectif.

On peut citer aussi le cas du laser, dans lequel n'intervient pas de processus non linéaire, qui produit en principe des photons dans une distribution sub-poissonnienne. Le bruit de diffusion de phase Shallow-Tones, du à l'émission spontanée, est responsable d'une grande valeur de la variance de la phase, qui peut être suffisamment importante pour que la variance sur le nombre de photons passe en dessous de la limite quantique standard. Pour les lasers à cristaux ou à colorants, les pertes et le bruit de pompage ramènent la distribution vers la distribution de l'état cohérent. En revanche, le principe de la pompe régulière, qui consiste en un pompage électrique faiblement bruité en intensité [Golubev 84], peut être utilisé dans les laser à semi-conducteur et permet de générer des champs comprimés en intensité (voir par exemple la référence [Kilper 97], avec un taux record de 70 %).

B.2.3 Amplification paramétrique non-dégénérée

Dans un processus d'amplification non-dégénéré, le champ produit est dans un état à deux modes, notés 1 et 2. Le hamiltonien quantique correspondant s'écrit:

$$\hat{\mathbf{H}}_{para,non-deg}^3 = \alpha_{3,deg}(\hat{a}_P^\dagger \hat{a}_1 \hat{a}_2 + \hat{a}_P \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2^\dagger) \quad (1-31)$$

où $\alpha_{3,deg}$ est le coefficient d'interaction non linéaire, et $\hat{a}_i$ l'opérateur d'annihilation d'un photon dans le mode i . Les deux photons émis simultanément diffèrent par au moins une de leurs caractéristiques: la direction de propagation, la polarisation ou la fréquence, et peuvent être dans tous les cas séparés spatialement. L'état général du champ produit a pour expression [Fabre 99]:

$$|\psi\rangle = \sum_{n_1, n_2} C_{n_1, n_2} |n_1, n_2\rangle \quad (1-32)$$

où n_1 et n_2 sont respectivement le nombre de photons dans le mode 1 et 2. Il est possible d'avoir dans certains cas des fluctuations réduites dans la mesure d'un des deux modes, comme au paragraphe précédent. Par contre, des nouvelles propriétés quantiques apparaissent si l'état du champ produit, $|\psi\rangle$, est un état non factorisable [Fabre 99]. Dans ce cas, l'état du champ ne peut pas s'exprimer comme le produit de deux états:

$$|\psi\rangle \neq \left(\sum_{n_1} C_{n_1} |n_1\rangle\right) \otimes \left(\sum_{n_2} C_{n_2} |n_2\rangle\right) \quad (1-33)$$

On peut comprendre facilement le caractère nouveau de ces états en considérant par exemple la cas de la conversion paramétrique spontanée, restreint à deux modes. Le champ produit est dans l'état [Fabre 99]:

$$|\psi\rangle = C_0|0, 0\rangle + C_1|1, 1\rangle \quad (1-34)$$

C'est un état de photons jumeaux, la population dans les deux modes est toujours la même. La présence d'un photon dans un mode assure de la présence d'un photon dans l'autre. En pratique, les processus spontanés sont de faible efficacité, et comme on l'a déjà remarqué pour les processus dégénérés, on travaille souvent avec une cavité résonante, qui pourra être résonante avec un ou plusieurs des modes mis en jeu. On produit alors des faisceaux jumeaux.

Ces faisceaux présentent des corrélations quantiques. Deux types de critère de corrélations quantiques peuvent être considérés [Fabre 02]: l'un est un critère sur la variance conditionnelle [Reid 89], que l'on ne discutera pas; l'autre s'appuie sur la comparaison avec une expérience classique. Pour ce dernier, on compare l'expérience considérée et l'expérience équivalente faite avec des états cohérents et des lames semi-réfléchissantes. Les corrélations quantiques peuvent par exemple être mises en évidence dans une mesure de différence de bruit d'intensité mesurés sur chacun des faisceaux. L'état du champ est un état propre de l'opérateur différence de photons dans les deux modes, de valeur propre zéro. Le nombre de photon dans les deux modes est toujours le même. Au niveau des fluctuations quantiques, cela signifie que les fluctuations du nombre de photons sont exactement les mêmes dans les deux modes, et s'annulent complètement dans la différence. Dans l'expérience "classique" équivalente, la différence de bruit d'intensité est à la limite quantique standard, donnée par la somme des bruits quantiques standards sur chacune des deux voies. Ce critère est aussi appelé critère de "gémellité quantique" [Fabre 02]. On pourra se reporter à la référence [Karr 03b] pour une comparaison de ce critère avec le critère sur la variance conditionnelle.

Expérimentalement, la mesure la plus simple consiste à effectuer la différence des bruits d'intensité sur les deux faisceaux, qui donne des informations sur les corrélations en intensité. Dans les milieux paramétriques, on peut citer l'expérience historique de mélange à quatre ondes dans les faisceaux atomiques [Slusher 85]. La réduction de bruit sur la différence des intensités du signal et du complémentaire a atteint le taux record de 86 % dans un OPO avec cristal de LiNbO_3 [Mertz 91] et a aussi été mis en évidence dans les fibres optiques, avec un taux de 12% de réduction de bruit [Shelby 86].

B.2.4 Relation intrinsèque entre compression de bruit et intrication quantique

On a distingué jusqu'ici deux types d'états non-classiques: les états comprimés et les états corrélés. Les états corrélés, pour lesquels la fonction d'onde n'est pas factorisable, sont aussi appelés des états intriqués. Les deux dénominations, états comprimés et états intriqués, correspondent en fait à deux points de vue du même phénomène. On passe d'une description à l'autre par un changement de base. On

pourra trouver dans [Scully 97] l'équivalence entre des états corrélés au niveau quantique et un état à deux modes comprimés. On donne ici la transformation unitaire développée dans [Lugiato 02]. On part du hamiltonien $\hat{\mathbf{H}}_{para,non-deg}^3$, qui produit un champ dans un état non factorisable. On effectue le changement de base:

$$\hat{a}_1 = \frac{\hat{b}_1 + \hat{b}_2}{\sqrt{2}}, \quad \hat{a}_1 = \frac{\hat{b}_1 - \hat{b}_2}{\sqrt{2}} \quad (1-35)$$

et on réexprime $\hat{\mathbf{H}}_{para,non-deg}^3$:

$$\hat{\mathbf{H}}_{para,non-deg}^3 = \alpha_{3,deg}(\hat{a}_P^\dagger \hat{b}_1^2 + \hat{a}_P(\hat{b}_1^\dagger)^2) - \alpha_{3,deg}(\hat{a}_P^\dagger \hat{b}_2^2 + \hat{a}_P(\hat{b}_2^\dagger)^2) \quad (1-36)$$

Cet hamiltonien s'exprime comme la somme de deux hamiltoniens de type $\hat{\mathbf{H}}_{para,deg}^3$. Chacun de ces hamiltoniens donne lieu à un faisceau comprimé. Comme on a un signe moins devant le second terme du membre de droite, les faisceaux produits par les deux hamiltoniens de type $\hat{\mathbf{H}}_{para,deg}^3$ sont comprimés sur des quadratures orthogonales. Ainsi, la transformation unitaire (1-35) montre l'équivalence entre des faisceaux EPR, pour lesquels on a des corrélations quantiques sur deux couples de quadrature conjuguées et un couple de faisceaux comprimés sur des quadratures orthogonales. La transformation montre que l'on passe d'un point de vue à l'autre par un simple changement de base. Elle s'adapte évidemment au cas de faisceaux présentant des corrélations sous la limite quantique sans pour autant être EPR.

B.3 Méthode entrée-sortie

On termine cette introduction à la réduction de bruit quantique par la méthode qui sera utilisée pour le traitement des fluctuations quantiques. C'est une méthode semi-classique développée en partie au laboratoire, qui permet de calculer les fluctuations à partir des relations simples- et intuitives- de couplage des champs sur une lame semi-réfléchissante.

B.3.1 Une transformation linéaire semi-classique entrée sortie pour les fluctuations quantiques

On considère une cavité optique, qui contient ou non un milieu non linéaire. Dans cette méthode, les fluctuations du champ sortant de la cavité sont obtenues à partir des fluctuations du champ entrant par une transformation linéaire issue des équations pour les champs classiques [Reynaud 89b]. L'équivalence de cette méthode avec l'approche quantique standard a été démontrée dans le cas particulier où les champs entrants sont des champs cohérents (notamment le champ

du vide), pour la génération de faisceaux jumeaux dans un OPO non dégénéré, pour la réduction du bruit de photon dans un système bistable et pour une large classe d'OPO. L' analogie obtenue dans ces différents systèmes permet de valider l'utilisation de cette méthode.

La méthode consiste en une linéarisation des fluctuations autour d'un point de stationarité puis à la description du couplage des champs sur les miroirs à partir des équations classiques de réflexion et de transmission d'un miroir. Elle permet de calculer les fluctuations sortantes en considérant toutes les fluctuations gouvernées par les champs fluctuants incidents sur les miroirs de couplage. Dans ce traitement, les fluctuations sont traitées comme des variables aléatoires "classiques".

Il existe d'autres méthodes semi-classiques de traitements des fluctuations [Scully 97]. Mais ces méthodes n'offrent pas une représentation aussi intuitive que celle décrite ci-dessus, dans laquelle les champs entrants A^{in} s'interprètent comme les champs fluctuants incidents.

B.3.2 Équation de Heisenberg-Langevin du champ intra-cavité

Ces champs fluctuants constituent des sources de bruit dans le système. L'équation d'évolution d'un système couplé à un réservoir est bien connue dans le cas d'un couplage linéaire. Dans le cas d'un couplage non linéaire, il devient alors difficile de séparer explicitement les termes de fluctuations et les termes de relaxation. Cela est néanmoins possible grâce à la méthode des projecteurs, dont l'application aux microcavités semi-conductrices a été abordée dans la référence [Karr 01].

La relaxation d'un mode propre d'une cavité Fabry-Pérot correspond au cas linéaire et peut être traitée par cette méthode. On considère le couplage entre le mode de cavité, représenté par un oscillateur harmonique, avec un réservoir harmonique unidimensionnel, constitué par tous les modes en dehors de la cavité. Le couplage entre un mode de cavité et un mode en dehors de la cavité se fait au niveau des miroirs. On retrouve le hamiltonien de type Jaynes-Cummings, comme au paragraphe B.1.4, dans le hamiltonien global d'interaction:

$$H_I = i\hbar \int \frac{d\omega}{2\pi} \kappa_1(\omega) (\hat{a}_{cav}^\dagger \hat{A}_{ext,\omega} - \hat{A}_{ext,\omega}^\dagger \hat{a}_{cav}) \quad (1-37)$$

où $\hat{a}_{cav}^\dagger$ est l'opérateur de création d'un photon dans le mode de cavité et $\hat{A}_{ext,\omega}^\dagger$ l'opérateur de création d'un photon dans le mode caractérisé par la fréquence ω à l'extérieur de la cavité. Le coefficient de couplage $\kappa_1(\omega)$ est directement relié à la transmission du miroir. On peut le supposer indépendant de la fréquence sur une bande d'énergie autour de la fréquence de travail. L'équation de Heisenberg pour le champ à l'intérieur de la cavité s'écrit [Karr 01]:

$$\frac{d\hat{a}(t)}{dt} = -(\gamma_1 + i\delta_a)\hat{a}(t) + \sqrt{2\gamma_1}\hat{A}_{in}(t) \quad (1-38)$$

γ_1 est le taux de relaxation à travers le miroir de couplage, δ_a le désaccord entre la fréquence de la pompe et la fréquence de résonance de la cavité et $\hat{A}_{in}(t)$ le champ incident sur le miroir de couplage. Le premier terme du membre de droite décrit la propagation avec pertes dans la cavité. Le second terme décrit les champs extérieurs incidents et les fluctuations entrantes directement reliée à la relaxation. Cette équation est dérivée dans l'annexe A dans une approche basée sur le calcul du champ dans une cavité Fabry-Pérot. L'équivalence entre les deux approches est discutée en détail dans les références [Karr 01, Courty 90]). On verra dans la section suivante quelles hypothèses sont nécessaires à la dérivation d'une équation d'Heisenberg pour le mode exciton.

On s'intéresse aux effets non linéaires cohérents dans les microcavités, obtenus par excitation résonante de la branche basse de polaritons. Sous certaines conditions, la microcavité est le lieu de processus de mélange paramétrique à quatre ondes, dans les configurations dégénérée ou non dégénérée. En se référant aux expériences standard d'optique quantique dans les milieux paramétriques, on discute de la génération d'états non-classiques dans les deux configurations et du traitement théorique des fluctuations pour le champ mixte rayonnement-matière de polariton.

C.1 Origine des non-linéarités

On décrit le hamiltonien d'interaction non linéaire du système couplé exciton-photon à partir du hamiltonien bosonique d'interaction entre excitons, obtenu par la transformation d'Usui [Rochat 00]. Ce traitement de l'exciton comme un boson a été introduit initialement dans les semi-conducteurs pour le traitement du cristal massif [Hanamura 74]. On peut trouver une description détaillée du cadre général défini plus bas dans les références [Ciuti 00, Ciuti 01]. L'interaction coulombienne entre les porteurs est responsable de deux termes supplémentaires par rapport au hamiltonien linéaire (1-6): un terme effectif d'interaction exciton-exciton et un terme de saturation anharmonique dans le couplage exciton-photon. Le terme d'interaction exciton-exciton s'écrit:

$$H_{exc-exc} = \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{q}} V_q b_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^\dagger b_{\mathbf{k}'-\mathbf{q}}^\dagger b_{\mathbf{k}} b_{\mathbf{k}'} \quad (1-39)$$

avec $V_q \simeq V_0 = 6e^2 a_{exc} / \epsilon_0 A$ pour $q a_{exc} \ll 1$, a_{exc} est le rayon de Bohr de l'exciton, ϵ_0 la constante diélectrique des puits quantiques et A l'aire de quantification. $\mathbf{k}$

et $\mathbf{q}$ sont des vecteurs d'onde dans le plan des couches. Le terme de saturation s'écrit:

$$H_{sat} = - \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{q}} V_{sat} \left(a_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^\dagger b_{\mathbf{k}'-\mathbf{q}}^\dagger b_{\mathbf{k}} b_{\mathbf{k}'} + a_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} b_{\mathbf{k}'-\mathbf{q}} b_{\mathbf{k}}^\dagger b_{\mathbf{k}'}^\dagger \right)$$

avec $V_{sat} = \Omega_R/2n_{sat}A$. $n_{sat} = 7/(16\pi a_{exc}^2)$ est la densité de saturation de l'exciton. Tant que les termes non linéaires sont petits devant le couplage de Rabi Ω_R , il est possible de négliger l'interaction non linéaire entre la branche haute et la branche basse, qui donne des termes non résonants. Les deux polaritons sont donc virtuellement découplés et il est plus approprié de travailler dans la base des polaritons. De plus, on considère une excitation résonante avec la branche basse de polaritons par un champ laser quasi-monochromatique et on cherche à déterminer l'évolution du polariton de branche basse. En termes d'opérateurs polariton de branche basse, le hamiltonien total du système est $H = H_{LP} + H_{PP}^{eff}$. Le terme libre est $H_{LP} = \sum_{\mathbf{k}} E_{LP}(\mathbf{k}) p_{\mathbf{k}}^\dagger p_{\mathbf{k}}$. L'interaction effective entre polaritons de branche basse est:

$$H_{PP}^{eff} = \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{q}} V_{\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{q}}^{PP} p_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^\dagger p_{\mathbf{k}'-\mathbf{q}}^\dagger p_{\mathbf{k}} p_{\mathbf{k}'} \quad (1-40)$$

avec

$$V_{\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{q}}^{PP} = V_0 X_{|\mathbf{k}'-\mathbf{q}|} X_{\mathbf{k}} X_{|\mathbf{k}+\mathbf{q}|} X_{\mathbf{k}'} + 2V_{sat} X_{|\mathbf{k}'-\mathbf{q}|} X_{\mathbf{k}} (C_{|\mathbf{k}+\mathbf{q}|} X_{\mathbf{k}'} + C_{\mathbf{k}'} X_{|\mathbf{k}+\mathbf{q}|}) \quad (1-41)$$

Pour les paramètres typiques $\Omega_R=3$ meV, $a_{exc}=100$ Å et $\epsilon_0=(3.5)^2 \epsilon_0^{vacuum}$ on trouve $V_{sat}/V_0 \simeq 0.012$. C'est pourquoi on peut négliger le terme de saturation devant le terme d'interaction coulombienne (excepté dans le cas d'un très fort désaccord négatif, où on a $C_k \gg X_k$):

$$V_{\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{q}}^{PP} \simeq V_0 X_{|\mathbf{k}+\mathbf{q}|} X_{\mathbf{k}'} X_{|\mathbf{k}'-\mathbf{q}|} X_{\mathbf{k}} \quad (1-42)$$

Cet hamiltonien d'interaction décrit des processus de diffusion entre polaritons par mélange à quatre ondes. On ne considère pas ici les diffusions multiples, i.e. on suppose que les modes finaux du processus initial de diffusion, enclenché par le pompage résonant, ne sont pas suffisamment peuplés pour servir de modes de départ pour des diffusions à l'ordre suivant. On peut ainsi décomposer les interactions non linéaires en trois processus distincts [Karr 01]:

$$\begin{aligned}
H_{PP}^{eff} &= \frac{1}{2} V_{\mathbf{k}_L, \mathbf{k}_L, 0} p_{\mathbf{k}_L}^\dagger p_{\mathbf{k}_L}^\dagger p_{\mathbf{k}_L} p_{\mathbf{k}_L} \\
&+ \sum_{\mathbf{k} \neq \mathbf{k}_L} V_{\mathbf{k}_L, \mathbf{k}_L, \mathbf{k}_L - \mathbf{k}} (p_{2\mathbf{k}_L - \mathbf{k}}^\dagger p_{\mathbf{k}}^\dagger p_{\mathbf{k}_L} p_{\mathbf{k}_L} + h.c.) \\
&+ \sum_{\mathbf{k} \neq \mathbf{k}_L} V_{\mathbf{k}, \mathbf{k}_L, 0}^{PP} p_{\mathbf{k}_L}^\dagger p_{\mathbf{k}}^\dagger p_{\mathbf{k}_L} p_{\mathbf{k}}
\end{aligned} \tag{1-43}$$

Le premier terme du membre de droite décrit l'interaction des polaritons dans le mode pompe. Le second terme décrit la diffusion des deux polaritons excités par la pompe vers deux autres, avec conservation de l'énergie et accord de phase -ce terme correspond aux processus d'amplification paramétrique par mélange à quatre ondes de polaritons-. Le dernier terme est responsable de la renormalisation des énergies. Il décrit l'interaction de n'importe quel mode avec la population du mode pompé⁵.

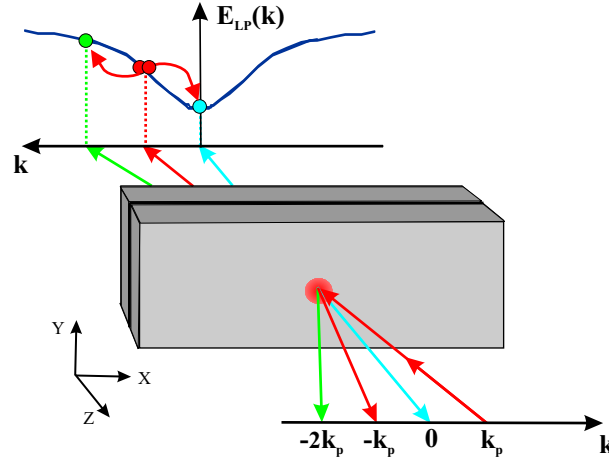
Le processus paramétrique correspond à la diffusion de deux polaritons dans le mode pompe vers deux autres modes, que l'on appelle, par analogie avec les OPO, les modes signal et complémentaire. Le processus de diffusion s'écrit de façon générale: $\{\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_p\} \rightarrow \{\mathbf{k}, 2\mathbf{k}_p - \mathbf{k}\}$ avec conservation de l'énergie $2E_{LP}(\mathbf{k}_p) = E_{LP}(2\mathbf{k}_p - \mathbf{k}) + E_{LP}(\mathbf{k})$. Deux solutions sont alors possibles. Une solution triviale, dans laquelle seul le mode pompé est mis en jeu et une solution non-triviale où trois modes distincts entrent en jeu. La solution triviale a été jusqu'à présent très peu étudiée, en comparaison avec le grand nombre d'expériences qui ont été faites dans la configuration non-dégénérée.

C.2 Amplification paramétrique dans le cas non-dégénéré

Cette configuration est couramment appelée la configuration de l'"angle magique". Ce terme est apparu pour la première fois dans [?], et désigne simplement l'angle pour lequel la condition d'accord de phase est réalisée dans la configuration non-dégénérée. Ce processus est efficace seulement si les modes signal et complémentaire qui vérifient aussi la condition de conservation de l'énergie, sont résonants avec la branche basse. La solution de la condition de conservation de l'énergie dans le plan $(\mathbf{k}_x, \mathbf{k}_y)$ a une forme de huit (représentée figure 4.13 au chapitre 4). En principe, pour une excitation à l'angle magique, une infinité de couples de modes sont donc susceptibles d'osciller. En pratique, seul le couple $\{0, 2\mathbf{k}_p\}$ oscille, sans doute parce que le mode $\mathbf{k} = 0$ a les pertes les plus faibles⁶. Au-dessus du seuil, seuls trois modes sont concernés: le mode pompé $\mathbf{k}_p$ et les modes signal 0 et complémentaire $2\mathbf{k}_p$. La figure 1.6 représente le schéma de l'amplification

5. Ce déplacement vers le bleu est à l'origine d'effets spatiaux dans le spot d'excitation, qui seront étudiés par la suite.

6. On note qu'il est cependant possible dans une certaine mesure de stimuler un autre couple proche du couple $\{0, 2\mathbf{k}_p\}$, avec une sonde résonante avec le mode du signal voulu.



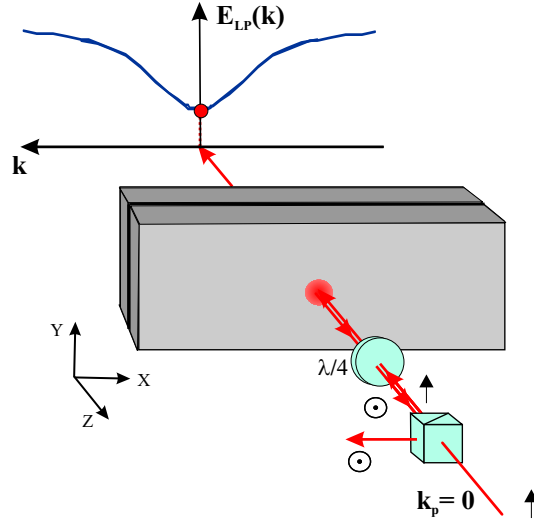
$$0 \quad 2k_p$$

paramétrique non dégénérée, adapté de la référence [Kundermann 03].

Cette diffusion est semblable au processus d'amplification paramétrique dans l'OPO non dégénéré. Dans ce cas, la microcavité, considérée comme un "micro-OPO" [Baumberg 00], peut être utilisée pour générer des états non-classiques à deux modes. Plusieurs propositions théoriques ont été faites. Schwendimann et al. ont étudié les états non-classiques pour la fluorescence paramétrique [Schwendimann 02], i.e. en régime d'amplification paramétrique sous le seuil. Nous nous sommes intéressés aux corrélations quantiques au-dessus du seuil [Karr 03b], en utilisant les différents critères introduits plus haut. Dans tous les cas, de nombreuses distinctions sont à faire avec le cas des OPO (voir le paragraphe C.5). On note en particulier que la nature composite des polaritons, fonction du vecteur d'onde dans le plan, entraîne un fort désaccord en intensité entre le mode signal et le mode complémentaire, qui complique la mesure et nécessite d'adapter les critères de corrélations [Karr 03b].

C.3 Amplification paramétrique dans le cas dégénéré

L'amplification paramétrique peut aussi avoir lieu dans une configuration dans laquelle on n'a plus de transfert cohérent de populations du mode pompé vers d'autres modes. Cette autre solution correspond à une configuration complètement dégénérée, dans laquelle un mode unique intervient: $\{\mathbf{k}, \mathbf{k}\} \rightarrow \{\mathbf{k}, \mathbf{k}\}$. La conservation de l'énergie est satisfaite de façon triviale. En principe, ce processus non linéaire peut s'observer pour une excitation à n'importe quel angle. En pratique, les expériences dans la configuration dégénérée, présentées au chapitre 3, se font à l'incidence normale, à résonance avec le mode du bas du piège.



$$\mathbf{k} = 0$$

On considère donc une excitation à l'incidence normale. Le processus de diffusion est $\{0, 0\} \rightarrow \{0, 0\}$. Le hamiltonien d'interaction s'écrit alors:

$$H_{PP}^{eff} = \frac{1}{2} V_0 p_0^\dagger p_0^\dagger p_0 p_0 \quad (1-44)$$

On reconnaît ici le hamiltonien d'un milieu Kerr (voir la relation (1-30)). Dans le cas d'une excitation à l'incidence normale résonante avec la branche basse de polariton, la microcavité peut être décrite comme un milieu Kerr effectif en cavité -elle présente un seuil de bistabilité-, ce qui signifie, du point de vue de l'optique quantique, que ce milieu est un candidat potentiel pour générer des états comprimés du champ. En effet, il est bien connu qu'au voisinage d'un point tournant de bistabilité, qui est un point de transition de phase, certaines fluctuations divergent. Dans le cas de la bistabilité optique, ce sont les fluctuations d'une quadrature particulière du champ électromagnétique qui divergent. Dans le même temps, la quadrature conjuguée voit ses fluctuations fortement réduites. Pour un milieu Kerr idéal, la compression de bruit est parfaite.

L'amplification paramétrique conduit ici à un terme d'interaction de type Kerr, qui constitue l'un des types de milieu possibles déjà cité pour produire des états non-classiques du champ. On trouve aussi dans les OPO des cas où l'amplification paramétrique conduit à des termes d'interaction de type Kerr. C'est par exemple le cas d'un OPO de type deux dans un milieu non linéaire d'ordre deux [Zhang 00], où l'interaction de la pompe avec l'émission non linéaire réduit le bruit d'intensité de la pompe réfléchiée de 38% en dessous de la limite quantique standard. Mais

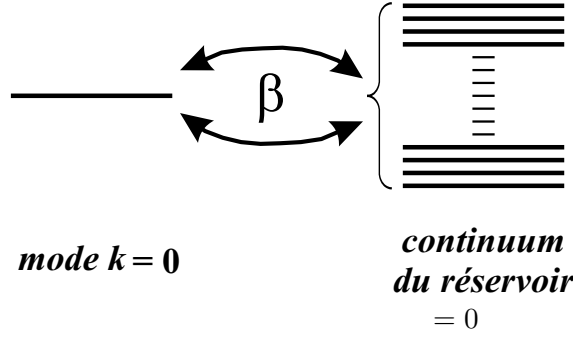
on n'a pas d'équivalent dans les OPO de mélange paramétrique à quatre ondes complètement dégénéré donnant lieu à une interaction de type Kerr⁷.

C.4 Equation de Langevin quantique pour le mode exciton

L'étude de la relaxation du mode polariton est un problème difficile, qui nécessite des approximations. Le cas le plus simple consiste à ne supposer aucune source de bruit particulière. La source de bruit dans l'équation de Langevin pour le mode polariton, appelée aussi la force de Langevin, correspond alors simplement aux fluctuations du vide, i.e. le bruit du vide rentre sur chacune des voies excitonique et photonique. Pour cette dernière, l'hypothèse d'un bruit entrant égal au bruit du vide est très bien vérifiée expérimentalement (dans la bande de fréquence considérée d'environ 10 MHz). En effet l'échantillon est excité par un laser dans un état cohérent, dont les fluctuations sont à la limite quantique standard. En revanche, l'hypothèse est simpliste pour le mode excitonique. Plusieurs processus sont responsables d'un excès de bruit, qui dépend entre autres de l'intensité d'excitation. La comparaison d'un modèle avec les expériences nécessite d'intégrer autant que possible ces processus. La difficulté de l'étude de la relaxation du mode polariton réside donc dans la modélisation des sources de bruit du mode excitonique. On écrit les termes de bruit pour les voies exciton et photon et le bruit sur la voie polariton est donné par une combinaison linéaire des bruits excitoniques et photoniques. Ce traitement des sources de bruit dans la base découplée suppose implicitement que le couplage exciton-photon n'a pas d'influence sur les processus de relaxation.

On discute ici des différentes sources de bruit, et on indique la voie suivie dans l'étude de la compression de bruit au chapitre 3. Ce travail théorique a été effectué en grande partie pendant la thèse de Jean-Philippe Karr [Karr 01]. Trois sources d'élargissement peuvent être isolées: le désordre [Savona 99, Savona 03], l'interaction coulombienne entre excitons ([Sermage 96], [Tassone 99]) et l'interaction avec les phonons ([Tassone 99], [Ciuti 98]). L'élargissement associé au désordre sera pris en compte dans une largeur effective dans l'ajustement de la courbe d'anticroisement, mais sera négligé dans la fin de ce paragraphe. L'interaction entre excitons comprend des termes conduisant à l'effet non linéaire cohérent et des termes incohérents, qui provoquent un élargissement de type collisionnel. Cet élargissement est aussi traité avec une largeur effective, déterminée à partir de mesures annexes. La difficulté de la mesure des largeurs est discutée au paragraphe B.3.2 du chapitre suivant. L'élargissement collisionnel peut être négligé au voisinage du désaccord nul, en particulier pour des échantillons de très bonne qualité. Il reste enfin l'interaction avec les phonons ([Messin 00], [Messin 02]), res-

7. Dans l'expérience citée, le milieu est d'ordre deux, les champs n'ont pas tous la même fréquence. On peut aussi citer une expérience d'amplification paramétrique à quatre ondes, où le mélange quasi-dégénéré dans une vapeur de Sodium conduit à un terme d'interaction de type Kerr [Grandclément 89].



β

ponsable d'un couplage de chaque mode excitonique avec un continuum de modes excitoniques et un continuum de mode de phonons acoustiques (en supposant que l'on travaille à basse température). Les deux réservoirs peuvent être confondus en un par une transformation simple et l'interaction est ramené à un couplage linéaire avec un réservoir unique [Steyn-Ross 83].

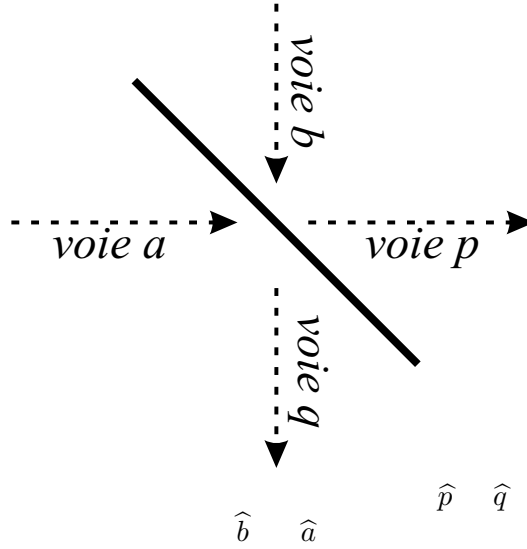
Le traitement complet de ce problème est délicat; on pourra se reporter à la référence [Karr 01] pour une discussion détaillée. Différentes approximations sont possibles, suivant le problème étudié. On restreint ici la discussion au cas d'une excitation résonante avec le polariton à $\mathbf{k} = 0$, à température basse fixée. L'état du bas du piège subit une relaxation incohérente des autres modes de la branche basse, tous d'énergies supérieures. Ces états sont peuplés par les collisions des excitons dans le mode pompé avec les phonons. La relaxation est d'autant plus importante que le nombre de polaritons excités est important. On considère l'interaction du mode excitonique $\mathbf{k} = 0$ avec un réservoir (voir la figure 1.8). On suppose un couplage linéaire de type Jaynes-Cummings. Le hamiltonien d'interaction entre ce mode et le réservoir est similaire à celui introduit dans la relaxation du mode de cavité (relation 1-37). Ainsi on aboutit à une équation de relaxation du mode excitonique:

$$\frac{d\hat{b}(t)}{dt} = -(\gamma_b + i\delta_b)\hat{b}(t) + \sqrt{2\gamma_b}\hat{B}_{in}(t) \quad (1-45)$$

δ_b est le désaccord du laser par rapport à la fréquence du mode. Les fluctuations entrantes $\hat{B}_{in}(t)$ dépendent du coefficient β . Plus la constante β est grande et plus l'excès de bruit sur le mode $\mathbf{k} = 0$ est grand. On dérivera au chapitre 3 une équation d'évolution pour le mode polariton $\mathbf{k} = 0$.

C.5 États non-classiques d'un champ mixte rayonnement-matière

Une discussion qualitative du traitement des fluctuations des polaritons, effectuée dans le cadre de la méthode entrée-sortie, peut être menée en s'aidant



de la représentation de la lame partiellement réfléchissante (voir le paragraphe B.1.4); le principe étant toujours de considérer les fluctuations d'un mode sur une des voies de sortie, comme un mélange des fluctuations des modes d'entrée. On représente sur la figure 1.9 le schéma du couplage exciton-photon avec une lame partiellement réfléchissante.

La possibilité de produire des états non-classiques du champ dans une microcavité en régime de couplage fort est offerte par le processus non linéaire d'amplification paramétrique. Suivant la configuration envisagée, on produit des champs corrélés dans deux modes distincts ou dans un seul mode. La non-linéarité, donnée par la composante excitonique du mode polariton pompé, doit être suffisamment efficace pour compenser l'excès de bruit rajouté dans une excitation résonante, par le processus décrit au paragraphe précédent. Les fluctuations du mode polariton, considéré comme un des modes de sortie (la voie p), sont données par une combinaison linéaire des fluctuations des modes sur les deux voies d'entrée (les voies a et b), le mode photonique et le mode excitonique, avec des poids donnés par le désaccord exciton-cavité, en fonction duquel s'exprime le coefficient de couplage de la lame. Si les sources de bruit sur le mode excitonique sont trop importantes (C.4), les effets escomptés sur les fluctuations quantiques du polariton seront perdus.

Présentation générale de l'expérience

A.1 Le laser

La source laser est un laser titane saphir monomode et accordable entre 820 et 850 nm, conçu par François Biraben au laboratoire Kastler Brossel. Plusieurs modèles sont utilisés dans sa propre équipe et sur beaucoup d'autres expériences au laboratoire. On pourra ainsi trouver une description détaillée de ce laser, de la fabrication aux réglages fins, dans de nombreuses thèses effectuées au laboratoire (voir par exemple [Bouyer 95, Messin 00]). Nous nous bornerons ici à une présentation des caractéristiques principales nécessaires à la compréhension des expériences discutées dans les chapitres suivants.

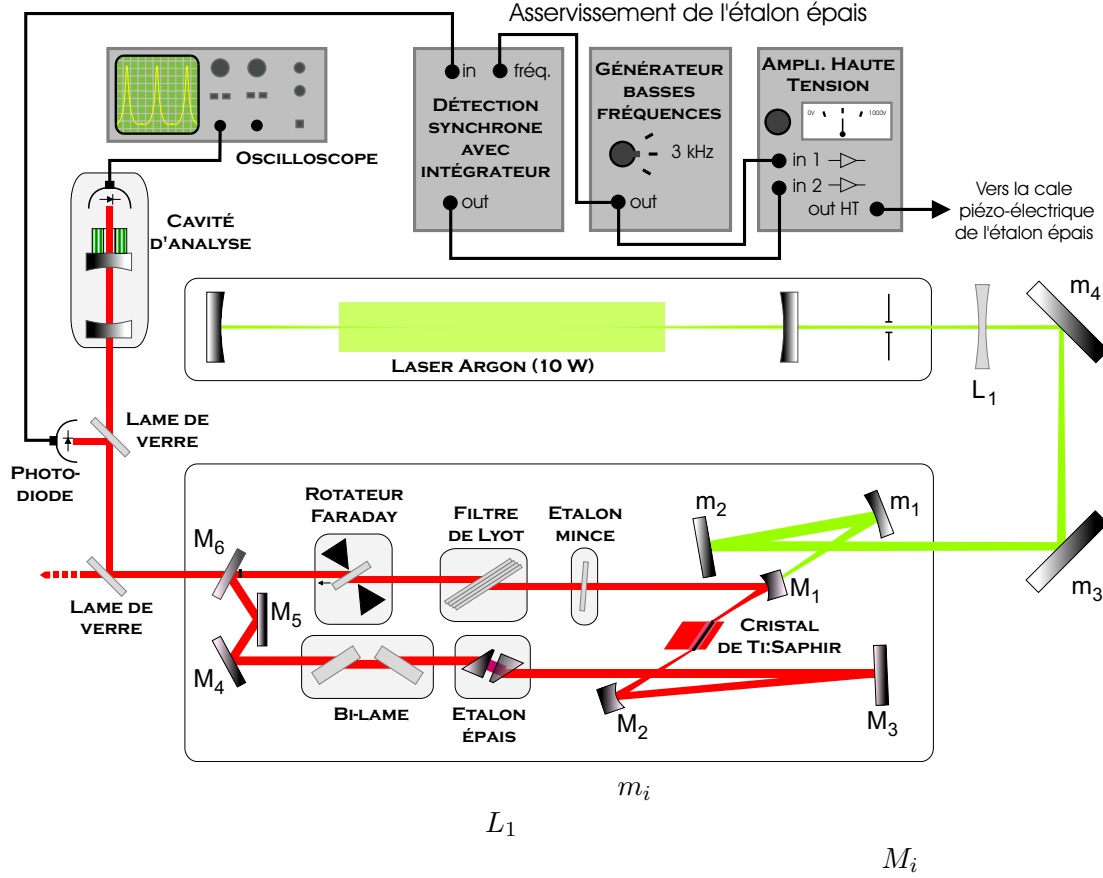
A.1.1 Schéma de la cavité laser

La cavité laser en anneau est constituée de six miroirs. Deux miroirs sphériques, de rayon de courbure 15 cm, sont placés de part et d'autre du cristal. Ils définissent le mode gaussien d'oscillation laser. Le cristal est pompé à travers le miroir M_1 . Les quatre autres miroirs sont plans. La lumière sort de la cavité par le miroir M_6 , avec 4 % de transmission. Le couplage est optimisé pour 810 nm. Le miroir M_3 est monté sur une cale piézo-électrique, utilisée pour un asservissement destiné à éviter les sauts de mode.

Le milieu amplificateur est un cristal de titane saphir, taillé à Brewster pour une longueur d'onde de 800 nm. Du fait de sa large courbe de gain, qui couvre approximativement la fenêtre 700 – 1100 nm, il offre une grande accordabilité. Les traitements des miroirs sont optimisés pour un fonctionnement entre 828 nm et 855 nm.

La courbe d'absorption du cristal s'étale entre 400 et 600 nm environ. Le cristal est pompé par un laser à Argon ionisé à 532 nm, délivrant jusqu'à 15 Watts de puissance.

Le fonctionnement unidirectionnel nécessite d'introduire une diode optique dans la cavité. Il est assuré par un rotateur de Faraday: on place un verre de Hoya à l'incidence de Brewster dans l'entrefer d'un électro-aimant. Au passage à travers



cet élément, la polarisation de la lumière tourne d'un angle θ indépendamment du sens de propagation. A l'inverse, la réflexion sur l'ensemble des miroirs M_4, M_5 et M_6 , placés dans un plan distinct de celui dans lequel se trouvent les autres miroirs, fait tourner la polarisation du même angle θ mais avec un signe qui dépend du sens de parcours. Les rotations se compensent dans un sens et s'ajoutent dans l'autre. Comme la cavité possède de nombreux éléments orientés à l'incidence de Brewster, la lumière subit des pertes pour un des sens de parcours. On favorise ainsi un des sens de parcours.

A.1.2 Fonctionnement monomode

Dans ces conditions, la largeur de la courbe de gain est beaucoup plus grande que l'intervalle spectral libre (que l'on note I.S.L. par la suite). Le laser peut donc osciller sur un grand nombre de modes de cavité. Le régime monomode d'oscillation est atteint par l'introduction dans la cavité d'éléments sélectifs en fréquence. On force ainsi le laser à osciller sur un mode unique de la cavité laser. Trois filtres sont nécessaires:

- le filtre de Lyot, d'I.S.L. 17000 GHz et de largeur spectrale 2000 GHz. Il est

constitué de quatre lames biréfringentes de différentes épaisseurs. Le filtre se règle en jouant sur l'orientation relative des lames. Elles sont placées à l'incidence de Brewster pour minimiser les pertes.

- l'étalon mince, d'I.S.L. 200 GHz et de largeur spectrale 40 GHz. C'est un filtre de type Fabry-Pérot, constitué d'une lame de silice de 0,7 mm d'épaisseur. Il se base sur le principe de la dispersion d'une cavité optique. On joue sur l'orientation de la lame par rapport au faisceau laser pour changer la fréquence de résonance de la cavité.

- l'étalon épais, d'I.S.L. 20 GHz et de largeur spectrale 500 MHz. C'est aussi un filtre de type Fabry-Pérot, constitué de deux prismes (voir le schéma pour la disposition). L'un des deux est monté sur une cale piézoélectrique.

On atteint ainsi un fonctionnement monomode, avec une largeur spectrale inférieure au mégahertz. On accorde la fréquence du laser par sauts de modes du filtre Lyot et de l'étalon mince. Un ajustement continu est possible avec le bilame sur une plage de 15 GHz, (qui correspond au balayage de 28 pics de l'étalon épais).

A.1.3 Asservissement de l'étalon épais

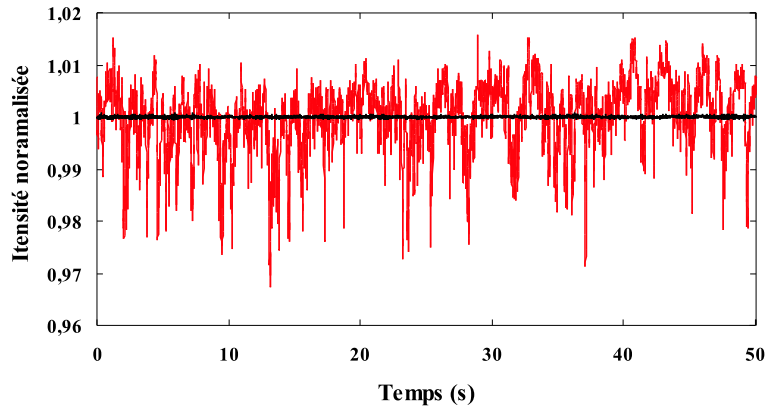
L'asservissement se fait au niveau de l'étalon épais. On module la tension appliquée à la cale piézo-électrique sur laquelle est monté le miroir M_3 . On mesure la modulation de la puissance du laser sur une photodiode en sortie. Une détection synchrone délivre un signal de correction appliqué directement sur la cale. On s'asservit ainsi sur un maximum de la courbe de transmission de l'étalon épais. Le laser est monté sur une grande plaque de marbre qui assure une bonne stabilité mécanique. L'ensemble du montage, de la pompe à la sortie du Titane, est placé dans une enceinte en plexiglass mise sous une faible surpression. La température de la pièce est contrôlée par une climatisation.

A.1.4 Asservissement en intensité

Les vibrations mécaniques des supports ont par contre un effet non négligeable sur les fluctuations d'intensité à basse fréquence. On asservit l'intensité en sortie du laser avec un électro-optique. On utilise une boucle de contre réaction, conçue au laboratoire par Antoine Heidmann [Hadjar 98]. Elle permet de s'affranchir des fluctuations de l'intensité du laser de fréquence inférieure à quelques dizaines de kilohertz (voir la figure 2.2). La fibre optique, nécessaire au filtrage spatial du faisceau d'excitation (voir le paragraphe A.4), est incluse dans la boucle d'asservissement en intensité.

A.2 Analyse spectrale

L'analyse spectrale se fait avec un spectromètre. On peut utiliser soit un photomultiplicateur, placé en sortie du spectromètre après une fente de même ouverture



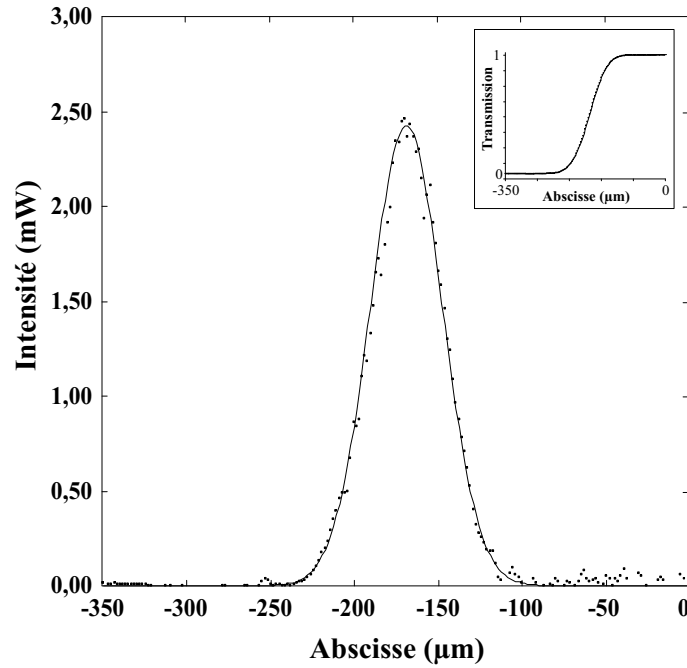
que la fente d'entrée, soit une barrette de caméra CCD pour mesurer un spectre sur une plage de 9,6 nm. Elle est placée sur l'autre voie de sortie où la fente a été retirée. L'étalonnage se fait avec une raie à 828,01 nm d'une lampe au Xénon. La résolution est de 0,02 nm avec le photomultiplicateur. La résolution de la caméra est de l'ordre du dixième de nanomètre. Elle est limitée par le nombre de pixels. Cette précision est suffisante pour contrôler la longueur d'onde du laser et résoudre les largeurs de raie des résonances de polaritons en régime linéaire. Par contre elle est insuffisante pour la résolution des largeurs de l'émission non linéaire au-dessus du seuil, à cause du rétrécissement spectral.

A.3 Le cryostat

On travaille avec un cryostat à doigt froid à circulation d'hélium. Le thermocouple indique une température de 4 K; qui en réalité doit se trouver quelques degrés au-dessus au niveau de l'échantillon. La température peut être asservie au centikelvin sur plusieurs heures, ce qui permet de comparer toutes les mesures, bien que la mesure absolue de température ne soit pas sûre. Les fenêtres sont de part et d'autre de l'échantillon, parallèles à l'échantillon. Le diamètre des fenêtres est 2,5 cm; elles sont distantes de 1 cm. L'échantillon est placé à égale distance des deux fenêtres. Le principal avantage de ce cryostat sur un cryostat à bain d'hélium est que les fenêtres offrent une ouverture angulaire de plus de 45°. On peut descendre un peu en dessous de la température de l'Hélium liquide en jouant sur le flux de circulation d'hélium pour atteindre la limite liquide-gaz.

A.4 Définition du faisceau d'excitation

En sortie du laser la lumière se propage en principe dans un mode gaussien T.E.M. 00. L'analyse du profil transverse à l'aide d'un appareil Mode-Master révèle de l'astigmatisme. Il est introduit par les miroirs de la cavité utilisés hors d'axe,

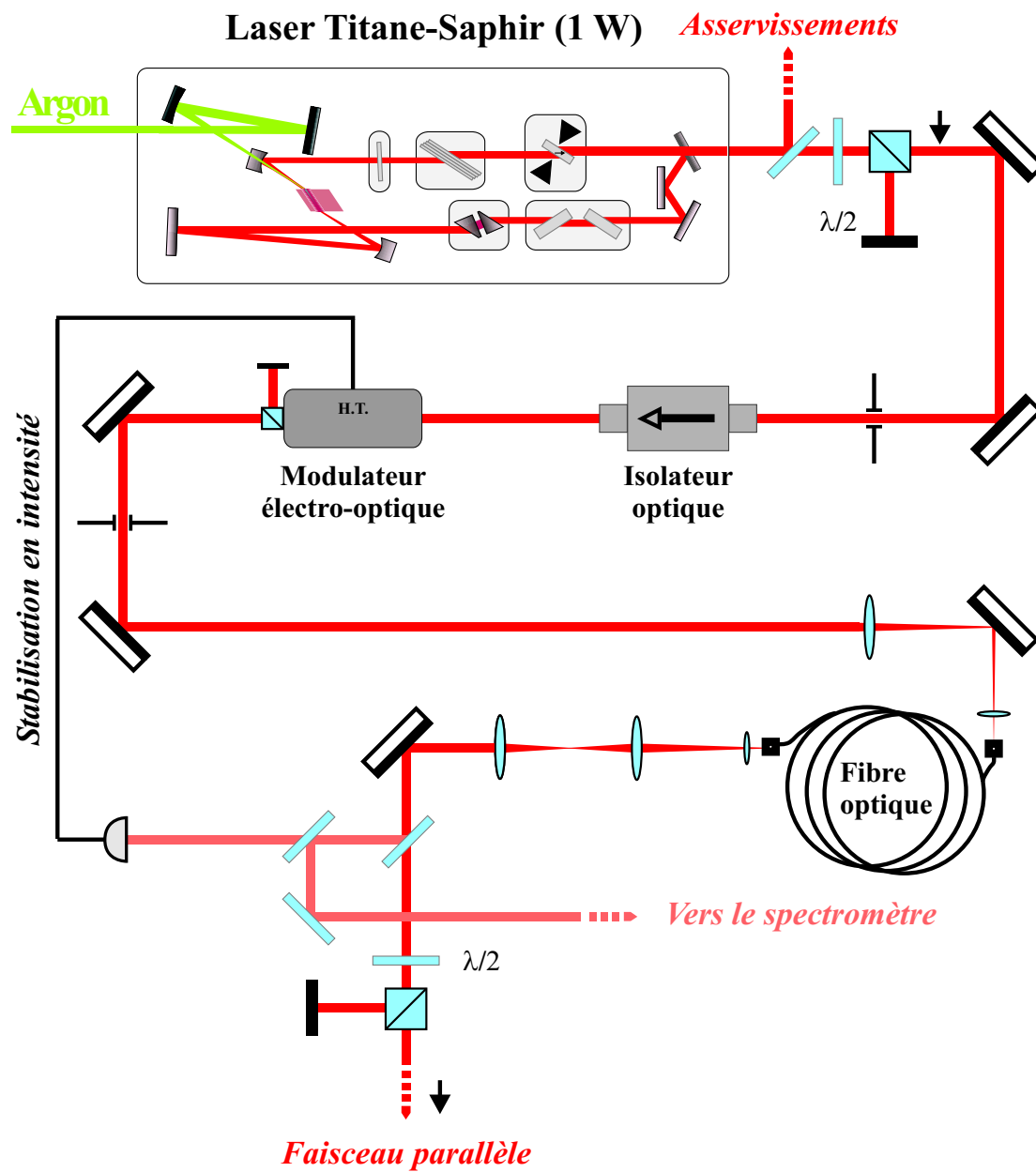


28 μ

et est en partie compensé par l'astigmatisme introduit par le cristal de Saphir taillé à l'incidence de Brewster. Le profil transverse peut être corrigé par filtrage spatial. On a retenu la solution du filtrage par passage par une fibre optique. La fibre utilisée a un rayon de $7,7 \mu\text{m}$ pour le coeur. Le faisceau laser est adapté au rayon de la fibre par un système standard de lentilles de collimation. On atteint un taux de couplage de 70 %. En sortie de la fibre, on obtient un mode très proche d'un mode gaussien dont le profil transverse est représenté sur la figure 2.3.

A.5 Schéma général

On donne sur la figure 2.4 le schéma de la partie commune à tous les montages expérimentaux présentés dans les chapitres suivants. Après le dernier cube polariseur, qui permet d'ajuster l'intensité d'excitation sans modifier l'asservissement en intensité et qui définit la polarisation linéaire de la lumière, on dispose ainsi d'un faisceau laser monomode, dans un mode TEM 00 sans défauts et stable en intensité.



B.1 Principe de la mesure en fonction du désaccord

Pour obtenir un spectre optique de l'échantillon (par exemple de réflectivité) en régime d'excitation résonante continue, on procède habituellement par spectroscopie d'excitation, i.e. en faisant varier l'énergie d'excitation. Notre montage expérimental ne nous permet pas de suivre cette méthode. Le laser titane-saphir n'est pas accordable continûment sur une plage suffisante. L'énergie peut être ajustée par sauts mais l'écart entre deux valeurs voisines ne permet pas d'atteindre la résolution nécessaire pour les largeurs spectrales, qui sont un paramètre crucial dans notre modèle (voir le chapitre 3). On écarte ainsi la spectroscopie d'excitation (à position fixée) et on adopte une spectroscopie par déplacement de l'échantillon (à énergie du laser fixée). On appellera donc désormais spectres les courbes obtenues par variation de la position de l'échantillon, bien qu'elles ne correspondent pas au sens habituel de spectre en fréquence.

L'échantillon est fixé dans le cryostat de manière à ce que la ligne d'égale épaisseur soit quasi-verticale. Précisément, ces lignes suivent des paraboles (pour des raisons de fabrication), mais peuvent être considérées, à l'échelle de la taille du spot d'excitation, comme un segment rectiligne. Une translation horizontale de l'échantillon correspond à un changement de l'énergie des résonances de polaritons, à cause du gradient d'épaisseur de la cavité. A une valeur de l'énergie d'une résonance correspond une position horizontale de l'échantillon. Comme la ligne d'égale épaisseur n'est jamais parfaitement verticale¹, on réalise les expériences toujours sur la même ligne horizontale, pour être sûr d'avoir la même correspondance énergie-position.

En fait, pour remonter d'un spectre en position à un spectre en fréquence, il faut surtout disposer d'une cartographie précise d'une ligne horizontale de l'échantillon.

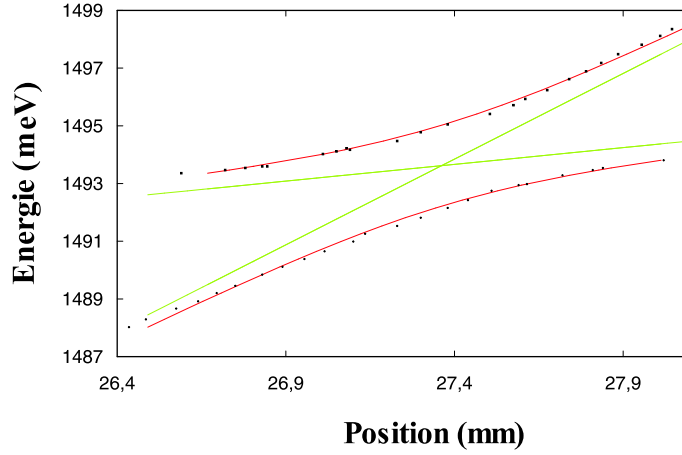
Le principe de la modulation de la position autour de la résonance est équivalent à celui de la modulation de la longueur de cavité autour de la résonance, couramment utilisé dans les OPO ou les gaz d'atomes en cavité. Il sera utilisé par la suite pour mettre en évidence la bistabilité (voir les chapitres 3 et 4).

B.2 Caractérisation de l'échantillon

B.2.1 Description des échantillons

On a utilisé dans ce travail deux échantillons, notés E1 et E2, fournis par Romuald Houdré de l'école polytechnique fédérale de Lausanne. Les miroirs de Bragg sont composés de couches alternées de GaAs et de AlAs, d'épaisseur optique $\lambda_0/4$,

1. L'image en champ proche à faible intensité permet de mesurer l'angle entre la ligne d'égale épaisseur matérialisée par la raie d'absorption et la direction verticale. Cet angle, qui est petit mais non nul, est responsable d'un facteur correctif pris en compte dans nos ajustements.



où λ_0 est la longueur de fonctionnement, qui vaut 830 nm (soit 1,49 eV). L'échantillon E1 a un miroir de 40 couches et l'autre de 53 (celui collé au substrat), avec des coefficients de réflectivité en intensité de 99,85 % et 99,95 % respectivement. Le puits quantique d' $In_{0,05}Ga_{0,95}As$ de 80 Å est placé au centre de la cavité de longueur λ_0 . Dans l'échantillon E2 ce sont trois puits quantiques d' $In_{0,04}Ga_{0,96}As$ de 80 Å qui sont placés dans une cavité de longueur $2\lambda_0$.

B.2.2 Cartographie de l'échantillon: courbe d'anticroisement

On mesure les énergies des polaritons bas et haut en fonction de la position x sur une ligne horizontale de l'échantillon. Plus précisément, on mesure les énergies des minima de réflectivité. La courbe d'anticroisement obtenue pour l'échantillon E1 est représentée figure 2.5. Son ajustement permet de déterminer certaines des caractéristiques de l'échantillon. La procédure d'ajustement des courbes d'anticroisement est présentée en détail dans la thèse de Jean-Philippe Karr [Karr 01]. On reproduit ici les résultats obtenus pour l'échantillon E1, sur lequel les expériences de compression de bruit par excitation à l'incidence normale ont été faites (voir chapitre 3).

Il est important de noter que les énergies des minima de réflectivité ne coïncident pas exactement avec les énergies des polaritons bas et haut $E_{LP/UP}$ (définies aux relations (1-11) et (1-12)), en raison des largeurs finies des résonances [Karr 01]. L'ajustement présenté correspond donc à un calcul des énergies des minima de réflectivité, tenant compte des largeurs homogènes de la cavité, ainsi que de la largeur inhomogène de l'exciton. On suppose de plus des variations linéaires de l'énergie de la cavité et de l'énergie de l'exciton avec la position sur l'échantillon, hypothèse probablement mal vérifiée en ce qui concerne l'exciton (c'est ce facteur qui limite la qualité de l'ajustement). Au final, l'ajustement donne les valeurs des

cinq paramètres suivants: la position de désaccord nul x_0 , l'énergie de l'exciton au point de désaccord nul $E_{exc}(x_0)$, les pentes de cavité et d'exciton p_{cav} et p_{exc} et la fréquence de Rabi Ω_{Rabi} . Les pentes de l'exciton p_{exc} et de la cavité p_{cav} se définissent de la façon suivante:

$$E_{exc}(x) = E_{exc}^0 + p_{exc}(x - x_0) \quad (2-1)$$

$$E_{cav}(x) = E_{exc}^0 + p_{cav}(x - x_0) \quad (2-2)$$

où x_0 est la position de l'échantillon correspondant au point de désaccord nul. Pour l'échantillon E1, dont la courbe d'anticroisement est présentée figure 2.5, les valeurs obtenues pour les cinq paramètres sont:

$$\begin{aligned} E_{exc}(x_0) &= 1493,62 \pm 0.05 \text{ meV} \\ p_{cav} &= 5,94 \pm 0.09 \text{ meV/mm} \\ p_{exc} &= 1,16 \pm 0.06 \text{ meV/mm} \\ \Omega_{Rabi} &= 2,78 \pm 0.11 \text{ meV} \end{aligned}$$

La valeur de x_0 ($x_0 = 27,36$ mm obtenu par l'ajustement montré sur la figure 2.5) est lue sur la platine de translation sur laquelle est montée le cryostat. A partir de ces valeurs, il est possible d'obtenir une expression approchée de E_{LP} .

De manière générale, on remonte d'un spectre en position à un spectre en fréquence grâce à la pente locale de la branche excitée (seule la branche basse de polaritons est considérée dans ce travail). La pente du polariton de branche basse $p_{LP}(x)$ dépend du désaccord entre la cavité et l'exciton:

$$p_{LP}(x) = \frac{d}{dx} E_{LP}(x) \quad (2-3)$$

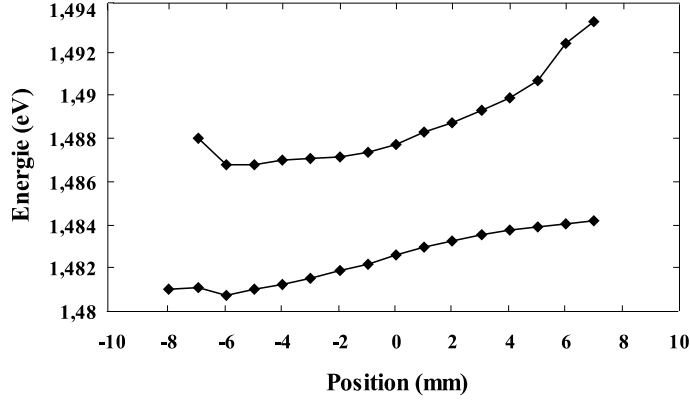
où l'énergie de branche basse a pour expression (relation (1-11) du chapitre 1):

$$E_{LP}(x) = E_{exc}(x) + \frac{\delta}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{\delta^2 + \Omega_R^2} \quad (2-4)$$

En utilisant $\delta = p_{cav}(x - x_0) - p_{exc}(x - x_0)$, on obtient:

$$p_{LP}(x) = \frac{1}{2}(p_{cav} + p_{exc}) - \frac{1}{2} \frac{(p_{cav} - p_{exc})^2(x - x_0)}{\sqrt{[(p_{cav} - p_{exc})(x - x_0)]^2 + \Omega_R^2}} \quad (2-5)$$

On a effectué des mesures sur l'échantillon E2, décrit dans les références [Houdré 00a, Houdré 00b], aux chapitres 4 et 5. On reproduit simplement sur la figure 2.6 la caractérisation fournie par R. Houdré.



B.3 Largeurs de raies

B.3.1 Cadre général

On a déjà noté l'importance de la mesure des largeurs, qui permettra de comparer les résultats expérimentaux aux prédictions du modèle dans le chapitre 3. Les largeurs utilisées dans l'ajustement de la courbe d'anticroisement et par la suite dans l'étude de la bistabilité à l'angle nul (au chapitre 3) sont des largeurs mesurées, utilisées ensuite dans les modèles.

La difficulté vient de la détermination de ces largeurs. Avant tout, elles doivent être déterminées dans des conditions les plus proches possibles du régime dans lequel elles sont utilisées dans le modèle. On remarque par exemple que les largeurs de l'échantillon E1 mesurées en lumière blanche (données fournies par Romuald Houdré), qui donnent des valeurs extrêmement faibles ($\gamma_{cav} = 0,12$ meV et $\gamma_{exc} = 0,075$ meV), diffèrent des valeurs mesurées par excitation laser et ne peuvent donc pas être directement utilisées dans l'ajustement des résultats des expériences faites sous excitation laser. Les largeurs mesurées sont modifiées par deux sources d'élargissements présentées dans les deux paragraphes suivants: la taille de tache et l'intensité d'excitation.

Enfin, une autre source d'élargissement peut encore être considérée. Stanley et al. ont étudié dans la référence [Stanley 98] l'influence d'une illumination antérieure sur les largeurs des raies. On a vérifié par une étude détaillée que les spectres mesurés dans l'obscurité n'étaient pas sensibles à une illumination antérieure.

B.3.2 Élargissement par la tache

La taille non nulle du spot et la distribution non uniforme d'intensité dans le spot sont responsables d'un élargissement apparent des raies. La taille finie du spot a pour conséquence un effet de moyenne sur les spectres de réflectivité et de transmission, dont il peut être tenu compte dans l'ajustement des courbes expéri-

mentales. En effet, la variation des énergies de résonance avec la position implique que la réflectivité mesurée est une moyenne des intensités réfléchies pour chaque point de la tache, correspondant chacun à une énergie de résonance différente. De plus, à cause de la distribution en intensité non uniforme du spot d'excitation, chacun de ces points voit une intensité différente. La réflectivité est alors donnée par la convolution de la réflectivité locale par la distribution en intensité. Cette convolution peut être réalisée à une dimension seulement, puisque l'énergie des résonances ne dépend que de la position horizontale, les lignes d'égale épaisseur de l'échantillon étant verticales². Ce modèle donne des résultats probants à désaccords négatifs pour la branche basse de polaritons. La largeur et la hauteur du creux de réflectivité sont reproduits sans paramètres ajustables. Lorsqu'on s'éloigne des désaccords négatifs, les élargissements homogène et inhomogène de l'exciton interviennent et la correction ne suffit pas pour rendre compte de l'écart des spectres mesurés avec le cas idéal.

On peut définir une taille de tache limite [Messin 00], à partir de laquelle la taille non nulle du spot doit être prise en compte. La taille de tache est négligeable tant que les variations de l'énergie de résonance à l'échelle du spot sont petites devant la largeur en position de la résonance de cavité (des arguments similaires sont développés dans la référence [Cassabois 99]). Les variations de la longueur d'onde de résonance avec la position x dépendent de l'angle de la cavité α_{cav} :

$$\lambda_{cav}(x) = \lambda_0 \left(1 + \frac{x \alpha_{cav}}{L_{Bragg} + L_{cav}} \right) \quad (2-6)$$

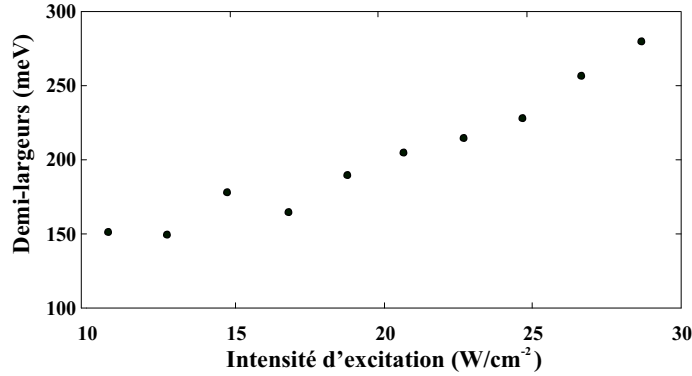
où L_{Bragg} , L_{cav} et λ_0 sont respectivement la longueur de Bragg (qui correspond à la longueur de pénétration dans les miroirs [Savona 99]) et la longueur d'onde de la résonance à $x = 0$. Le rayon limite $R_{critique}$ est atteint quand le déplacement en fréquence vaut la largeur en fréquence de la cavité $2\gamma_{cav}$:

$$R_{critique} = \frac{\gamma_{cav}}{\omega_0} \frac{(L_{Bragg} + L_{cav})}{\alpha_{cav}} \approx \frac{1 - R}{\alpha_{cav}} \frac{\lambda_0}{2\pi n_c} \quad (2-7)$$

où $R = |r_1 r_2|$, avec r_1 et r_2 les coefficients de réflexion en amplitude des miroirs de Bragg. $\omega_0 = 2\pi/\lambda_0$ et n_c l'indice de la cavité. La dernière expression est obtenue en supposant que les coefficients de réflexion des miroirs de Bragg sont proches de l'unité. Dans le cas de l'échantillon E1, $R_{critique} = 23 \mu\text{m}$.

A haute intensité, les spectres sont aussi modifiés par un effet de déplacement des résonances directement lié la distribution non-uniforme en intensité. Le déplacement vers le bleu a été introduit dans le paragraphe C.1 du chapitre 1. Lorsque ces effets de renormalisation de l'énergie ne sont plus négligeables - on se situe

2. Même si elles ne sont pas verticales, cela ne change rien, pourvu que la distribution en intensité soit de symétrie de révolution autour du centre de la tache.



à des intensités inférieures aux intensités de seuil non linéaire - la raie d'absorption n'est plus verticale. Le déplacement vers le bleu n'est pas le même au centre de la tache, où l'intensité est maximum, que dans les ailes. On perd la symétrie de la figure de réflectivité suivant l'axe perpendiculaire à l'axe des désaccords. La convolution mentionnée ci-dessus ne peut plus se faire à une seule dimension. Dans ce cas, l'énergie des résonances dépend non seulement de x mais aussi de y . L'intensité limite au-delà de laquelle les raies sont déformées est atteinte lorsque les déplacements en énergie, et donc en position, égalent la largeur en position de la raie verticale à faible intensité. Le déplacement maximal est obtenu au centre du spot, où l'intensité locale est notée I_{centre} . L'intensité critique $I_{critique}^{centre}$ s'exprime donc en fonction de la largeur de la cavité:

$$\Delta E(I_{critique}^{centre}) = 2\gamma_{cav} \quad (2-8)$$

où $\Delta E(I)$ est le déplacement en énergie pour une intensité I^3 . Dans le cas de l'échantillon E1, $I_{critique}^{centre} \simeq 20 \text{ W/cm}^2$. Cette condition impose des intensités faibles, or il est nécessaire de mesurer les largeurs à des intensités plus élevées pour la détermination des seuils de bistabilité et dans l'ajustement des mesures quantiques (voir chapitre 3). Les effets de renormalisation ne peuvent donc pas être simplement éliminés.

B.3.3 Élargissement avec la puissance de pompe

On s'intéresse ici à la dépendance en intensité des largeurs à taille de tache fixée. La figure 2.7 représente l'évolution de la largeur des polaritons avec l'intensité d'excitation. L'augmentation des largeurs avec la puissance de pompe a pour origine l'interaction entre excitons. Ces mesures semblent en désaccord avec les prédictions de la référence [Ciuti 98], qui prévoit un effet de seuil. Le désaccord

3. Une expression détaillée est développée dans l'annexe B.

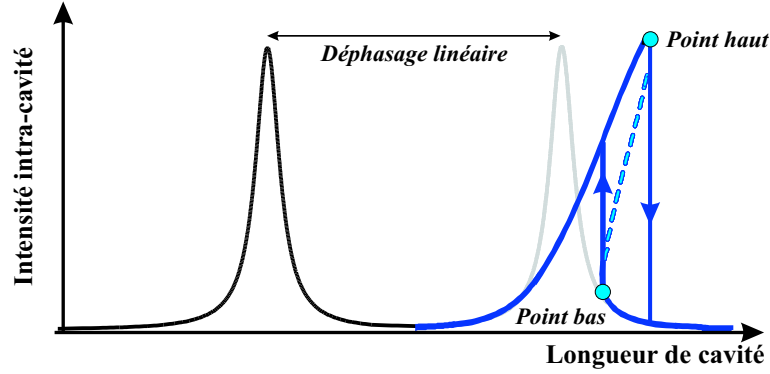
n'est pas surprenant sachant que nos spectres sont déformés par l'effet combiné de la taille de tache, de la distribution non-uniforme en intensité et de l'élargissement collisionnel. Il est en fait très difficile d'isoler les différentes contributions des sources d'élargissement dans nos mesures. Un ajustement des courbes nécessite un calcul complet à deux dimensions.

Par la suite, les largeurs sont prises en compte de façon phénoménologique, avec une taille de tache aussi faible que possible pour s'affranchir de l'élargissement de taille de tache. L'élargissement collisionnel sera pris en compte dans le modèle des fluctuations quantiques au chapitre 3.

Bistabilité et réduction de bruit quantique

La bistabilité optique est la possibilité d'avoir deux états méta-stables de l'intensité émise par un système pour une même valeur de l'intensité d'excitation. Elle apparaît pour un ensemble particulier de valeurs des paramètres du système et le choix entre les deux états dépend de l'histoire du système. La bistabilité optique est l'exemple le plus simple des instabilités optiques, obtenues en combinant des fortes non-linéarités matérielles et une boucle optique de recyclage [Gibbs85]. La possibilité de commuter entre deux états dans un système optique bistable permet l'utilisation d'un tel système comme mémoire optique binaire [Haugh 98]. La bistabilité dans les microcavités semi-conductrices en couplage fort a été prédite par Tredicucci et al. [Tredicucci 96], à partir de la saturation de la force d'oscillateur de l'exciton, observé à haute densité d'excitation [Houdré 95]. Elle a aussi été observée en régime de couplage faible [Sfez 90]. Dans nos expériences, la densité d'excitation est suffisamment faible pour s'affranchir d'effets non linéaires effectifs à des densités plus élevées [Khitrova 99], comme la saturation de la force d'oscillateur de l'exciton [Houdré 95] ou les corrélations quantiques entre porteurs [Ell 00].

Nous reportons dans ce chapitre la première observation de bistabilité polaritonique et de réduction de bruit de polaritons dans les microcavités en régime de couplage fort [Karr 01, Karr 03a, Baas 03]. La bistabilité a pour origine l'interaction effective polariton-polariton, donnant lieu à un mélange paramétrique cohérent en phase à quatre ondes de polaritons dégénéré. Dans la configuration dégénérée, le processus non linéaire est de type Kerr et permet de produire des états comprimés du champ lumineux. En régime de couplage fort, les mélanges non linéaires portent sur des ondes de nature mixte exciton-photon. La bistabilité polaritonique permet de produire un nouveau type de compression de bruit, qui porte sur un champ couplé rayonnement-matière. La mise en évidence de la modification des fluctuations du champ de polarisation se fait de façon indirecte par la mesure des propriétés de la lumière émise. Ces propriétés ne sont pas directement mesurables, contrairement au cas des ondes de matière obtenues à partir des condensats d'atomes, qui sont directement manipulables et mesurables dans

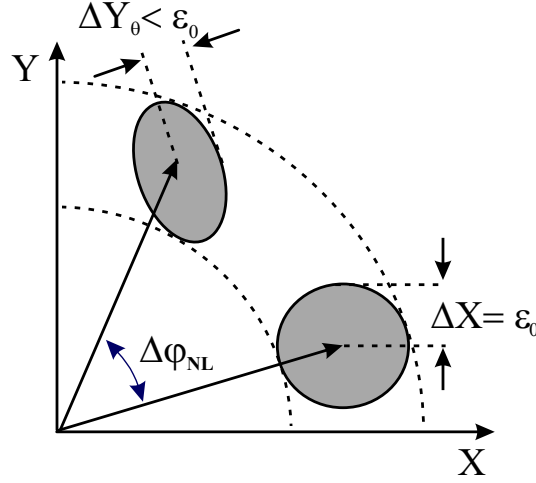


des expériences d'optique atomique.

Un milieu Kerr est un milieu non linéaire d'ordre trois, caractérisé par son indice: $n = n_0 + n_2 I$. n_0 est l'indice linéaire et n_2 l'indice non linéaire. L'interaction avec le milieu Kerr peut être augmentée en insérant le milieu non linéaire dans une cavité optique résonante. On obtient alors de la bistabilité optique, qui peut s'observer sur les variations de l'intensité du champ sortant en fonction de l'intensité d'excitation, changée dans les deux sens. Il apparaît alors un cycle d'hystérésis. Dans le cas d'un milieu Kerr en cavité, la signature de la bistabilité optique peut aussi se voir sur le champ sortant en changeant la longueur de la cavité [Lambrecht 95a]. Le principe de ce phénomène est présenté sur la figure 3.1. L'indice linéaire n_0 est à l'origine d'un déphasage linéaire qui se traduit par une translation de la résonance sans déformation. L'indice non linéaire $n_2 I$ est à l'origine d'un déphasage non linéaire, responsable de la distorsion du pic. La courbe en pointillés est instable; le système saute pour deux longueurs caractéristiques différentes, qui définissent les points bas et haut de bistabilité.

La bistabilité est ainsi habituellement mise en évidence dans une expérience où la longueur de cavité est modulée. Dans notre expérience, la cavité est une microcavité semi-conductrice à miroirs de Bragg, i.e. une structure monolithique, dont la longueur ne peut être modifiée. Cependant, les échantillons utilisés présentent un petit angle entre les miroirs, qui permet d'ajuster la résonance de la cavité sur celle de l'exciton, en fonction de la position du spot d'excitation. Le cycle d'hystérésis est donc visible par une modulation effective de la longueur de cavité, correspondant à un déplacement de l'échantillon par rapport au spot d'excitation.

De nombreux articles ont prédit la possibilité de générer des états non-classiques dans les microcavités semi-conductrices (voir entre autres [Schwendimann 02, Tassone 99] et [Messin 99, Giacobino 02]). Une des possibilités consiste à utiliser la



non-linéarité de type Kerr pour produire des états comprimés. L'effet se comprend aisément dans une représentation dans le repère de Fresnel, donnée sur la figure 3.2. On part initialement avec un champ cohérent, obtenu par un laser très au-dessus du seuil. Les fluctuations de ce champ sont représentées par un disque de rayon minimal autorisé par les inégalités d'Heisenberg sur les quadratures d'un champ électromagnétique. L'indice non linéaire est responsable d'un déphasage fonction de l'intensité, i.e. le déphasage des fluctuations dépend de la quadrature. Le passage au travers du milieu se décrit comme une transformation géométrique du disque en ellipse avec conservation de l'aire d'incertitude. Certaines quadratures ont des fluctuations amplifiées et d'autres comprimées en dessous de la limite quantique standard.

Dans la plupart des expériences, la réduction de bruit par effet Kerr est obtenue dans des milieux passifs, où l'excitation est loin des résonances du milieu et donc l'effet est alors purement dispersif. La figure 3.2 correspond au cas passif, où les fluctuations quantiques ne sont modifiées que par l'effet non linéaire, et aucun excès de bruit n'est considéré. La réduction de bruit attendue est totale au point de transition de phase, qui correspond ici au point tournant de bistabilité [Lambrecht 95a]. Sur la quadrature conjuguée, le bruit diverge.

Lorsqu'on se rapproche d'une résonance, on doit tenir compte du bruit rajouté par l'absorption et la réémission de lumière par le milieu, qui augmente avec l'intensité d'excitation, et vient contrer la réduction engendrée par l'effet non linéaire. La rotation du champ dans le repère de Fresnel s'accompagne alors d'une augmentation de l'aire du disque. La puissance de pompe est donc l'objet d'un compromis entre un effet non linéaire suffisamment efficace et un excès de bruit suffisamment faible pour ne pas annihiler la réduction de bruit.

Enfin, on rappelle que dans un système en régime de couplage fort, le champ intra-cavité est un champ mixte rayonnement-matière. Le champ représenté dans

le repère de Fresnel à la figure 3.2 est le champ de polariton. L'effet non linéaire modifie les fluctuations quantiques du champ mixte exciton-photon et les fluctuations réduites se mesurent sur la composante photonique de ce champ, qui sort de la cavité.

L'amplification paramétrique dans la configuration dégénérée est étudiée dans le cadre théorique présenté dans le chapitre d'introduction, où il a été montré qu'un traitement au second ordre de l'interaction polariton-polariton donne dans ce cas un terme effectif d'interaction Kerr¹. Des résultats préliminaires révèlent la bistabilité attendue, mais présentent des différences importantes qui imposent une étude plus détaillée. Les effets transverses ainsi mis en évidence sont bien compris qualitativement dans un modèle simple et jouent un rôle déterminant dans la production d'états comprimés du champ. On détermine en fin de chapitre le taux de compression de bruit correspondant du champ de polariton, obtenu à partir de la mesure de bruit quantique sur la lumière émise.

Dans un premier temps, on calcule l'état stationnaire du système, ce qui permet de dériver les spectres de réflectivité et le seuil de bistabilité, ainsi que leur dépendance avec le désaccord exciton-cavité. On calcule ensuite le spectre de bruit de la lumière émise par la microcavité dans un traitement semi-classique des fluctuations, en tenant compte des sources de bruit dans le système.

B.1 Étude des champ moyens

B.1.1 Relations de passage

Pour obtenir l'équation d'évolution du mode p , on se sert des équations d'évolution des modes a et b . On part des équations des modes a et b données au chapitre 1 ((B.3.2) et (C.4)), que l'on complète d'un terme de couplage linéaire et pour l'exciton d'un terme d'interaction Kerr (se reporter au paragraphe 1-43 du chapitre 1 pour les définitions):

$$\frac{da}{dt} = -(\gamma_1 + i\delta_a)a - igb + \sqrt{2\gamma_1}A_1^{in} + \sqrt{2\gamma_2}A_2^{in} \quad (3-1)$$

$$\frac{db}{dt} = -(\gamma_b + i\delta_b)b - iga - \frac{iV_0}{\hbar}b^\dagger bb + \sqrt{2\gamma_b}B^{in} \quad (3-2)$$

On considère à présent deux miroirs de couplage pour la cavité, notés 1 et 2. Le miroir 1 est le miroir avant, par lequel est excitée la microcavité. On rappelle

1. La partie B de ce chapitre reproduit en grande partie des travaux présentés par Jean-Philippe Karr dans sa thèse [Karr 01].

que la méthode qui consiste à obtenir l'équation des modes couplés à partir de l'équation des modes découplés, suppose que le couplage exciton-photon n'a pas d'influence sur les hypothèses de relaxation faites dans la base découplée. La relation de passage utilisée fait intervenir les modes complexes, ou la partie imaginaire représente le taux de relaxation du mode [Cohen 88]:

$$\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X & -C \\ C & X \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b \\ a \end{pmatrix} \quad (3-3)$$

où X et C sont maintenant définis de la manière suivante:

$$X = \left(\frac{\delta - i\gamma_- + \sqrt{(\delta - i\gamma_-)^2 + \Omega_R^2}}{2\sqrt{(\delta - i\gamma_-)^2 + \Omega_R^2}} \right)^{1/2} \quad (3-4)$$

$$C = \left(\frac{\Omega_R^2}{2\sqrt{(\delta - i\gamma_-)^2 + \Omega_R^2} \left(\delta - i\gamma_- + \sqrt{(\delta - i\gamma_-)^2 + \Omega_R^2} \right)} \right)^{1/2} \quad (3-5)$$

avec $\gamma_- = \gamma_a - \gamma_b$.

B.1.2 Equation d'évolution

En utilisant la relation de passage (3-3), on obtient l'équation d'évolution du mode p :

$$\frac{dp}{dt} = -(\gamma_p + i\delta_p)p - i\alpha_p p^\dagger pp + \sqrt{2\gamma_p} p^{in} \quad (3-6)$$

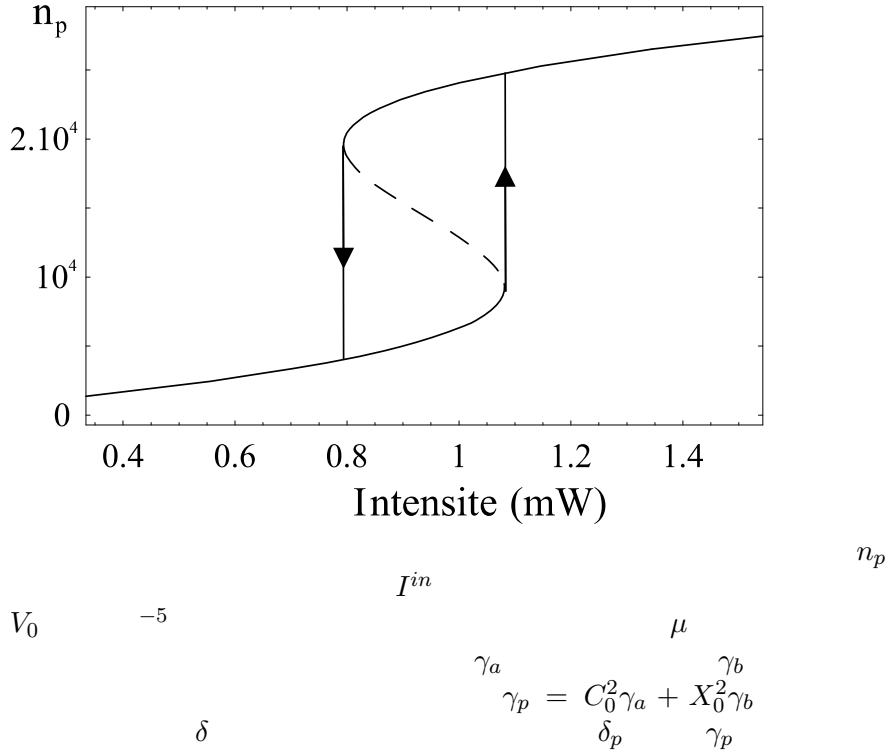
où

$$\sqrt{2\gamma_p} p^{in} = -C_0 \sqrt{2\gamma_1} A_1^{in} - C_0 \sqrt{2\gamma_2} A_2^{in} + X_0 \sqrt{2\gamma_b} B^{in} \quad (3-7)$$

et $\delta_p = E_{LP}(0)/\hbar - \omega_L$, le désaccord en fréquence entre la résonance polariton et le laser. γ_p est la largeur du polariton, qui s'exprime dans notre modèle simple d'oscillateurs couplés comme:

$$\gamma_p = C_0^2 \gamma_a + X_0^2 \gamma_b \quad (3-8)$$

où γ_a et γ_b sont respectivement les largeurs de la cavité vide et de l'exciton. La valeur obtenue est correcte dans le régime de faible densité d'excitation pour un intervalle limité de désaccords autour du désaccord nul. A haute intensité d'excitation, l'élargissement collisionnel doit être pris en compte. Il sera introduit



de façon phénoménologique dans la dernière partie de ce chapitre. γ_1 et γ_2 sont les largeurs associées à la relaxation par les miroirs 1 et 2 de la cavité, et $\gamma_1 + \gamma_2 = \gamma_a$. On précisera plus bas les champs entrants sur la voie photonique A_1^{in} et A_2^{in} , et la voie excitonique B^{in} . On peut noter dès à présent que l'excitation lumineuse se fait à travers le miroir de couplage d'indice 1; donc seul ce champ a une valeur moyenne non nulle. α_p est le coefficient effectif d'interaction non linéaire donné par:

$$\alpha_p = \frac{X_0^4 V_0}{\hbar} \quad (3-9)$$

L'équation (3-6) sera le point de départ pour l'étude des interactions non linéaires.

B.1.3 Régime stationnaire

On réécrit cette equation pour les valeurs moyennes des champs et on cherche sa solution en régime stationnaire:

$$\frac{d \langle p \rangle}{dt} = -(\gamma_p + i\delta_p) \langle p \rangle - i\alpha_p n_p \langle p \rangle - C_0 \sqrt{2\gamma_1} \langle A_1^{in} \rangle = 0 \quad (3-10)$$

où $n_p = | \langle p \rangle |^2$ est le nombre moyen de polaritons. La multiplication de cette équation par l'équation conjuguée donne une équation similaire à celle d'un milieu Kerr passif en cavité:

$$n_p(\gamma_p^2 + (\delta_p + \alpha_p n_p)^2) = 2\gamma_1 C_0^2 I_1^{in} \quad (3-11)$$

On obtient donc de la bistabilité, comme sur la figure 3.3 qui représente le nombre moyen de polaritons en fonction de l'intensité d'excitation. On montre que la branche en pointillé est instable et que le système "saute" aux points tournants de bistabilité, définis par $\frac{dI^{in}}{dn_p} = 0$:

$$3\alpha_p^2 n_p^2 + 4\alpha_p n_p + \gamma_p^2 + \delta_p^2 = 0 \quad (3-12)$$

Ce sont en ces points qu'ont lieu les phénomènes physiques intéressants.

La bistabilité apparaît si le désaccord entre l'énergie du laser et l'énergie de la branche basse de polariton satisfait la relation suivante:

$$\delta_p < -\sqrt{3}\gamma_p, \text{ i.e. } \omega_L > \omega_p + \sqrt{3}\gamma_p \quad (3-13)$$

L'intensité correspondant au point tournant "bas" s'écrit:

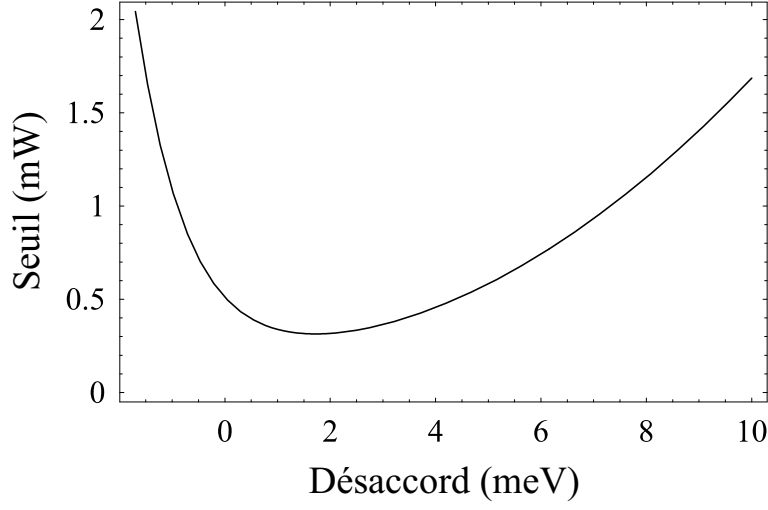
$$I^{in} = \frac{-(2\delta_p + \sqrt{\delta_p^2 - 3\gamma_p^2})}{\alpha_p C_0^2 \gamma_1} \times \left(\delta_p^2 + 3\gamma_p^2 - \delta_p \sqrt{\delta_p^2 - 3\gamma_p^2} \right) \quad (3-14)$$

B.1.4 Seuil de bistabilité

L'intensité de seuil dépend du désaccord entre l'énergie du laser et l'énergie de résonance. On peut choisir la fréquence d'excitation de façon à minimiser le seuil. On montre que le seuil le plus bas est obtenu pour δ_p égal à $-\sqrt{3}\gamma_p$. Il est aussi intéressant d'étudier les variations du seuil en fonction du désaccord exciton-cavité, i.e. en fonction de la nature du polariton excité, qui dépend du point d'excitation sur l'échantillon. En remplaçant les expressions de X_0 , C_0 , γ_p et α_p , (voir respectivement les relations (3-4), (3-5), (3-8) et (3-9)), le seuil minimum de bistabilité s'écrit:

$$I_{thr}^{in} = \frac{8 \left(\delta^2 \gamma_b + 2(\gamma_a + \gamma_b) g^2 + \delta \gamma_b \sqrt{\delta^2 + 4g^2} \right)^3}{\left(3\sqrt{3}g^2 \left(\delta + \sqrt{\delta^2 + 4g^2} \right)^4 \alpha_{exc} \gamma_1 \right)} \quad (3-15)$$

Les variations du seuil en fonction du désaccord sont montrées figure 3.4. La remontée du seuil lorsqu'on s'éloigne de la région du désaccord nul se comprend aisément. La composante photonique du polariton donne le couplage du champ

 δ_0

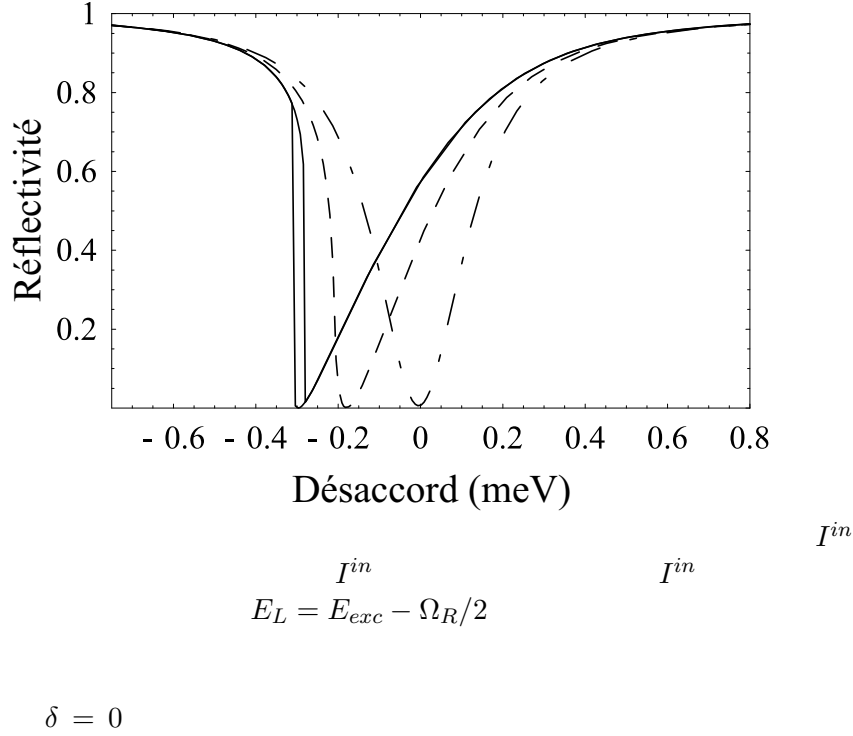
intra-cavité au champ extérieur alors que la composante excitonique donne l'intensité de l'interaction non linéaire. La valeur du seuil de bistabilité est le résultat d'un compromis entre un bon couplage avec l'extérieur et une forte non-linéarité. La valeur minimum est atteinte pour:

$$\delta_0 = \frac{2\gamma_a - \gamma_b}{\sqrt{2\gamma_a\gamma_b}}g \quad (3-16)$$

Comme le couplage au champ extérieur est donné par la fraction photonique C_0^2 , alors que le coefficient non linéaire effectif est proportionnel au carré de la fraction excitonique X_0^4 , le seuil minimum remonte plus vite du côté des désaccords négatifs. En considérant aussi la différence entre les largeurs photoniques et excitoniques, on comprend pourquoi le seuil minimum n'est pas atteint exactement au désaccord exciton-cavité nul, pour lequel le polariton est moitié photon, moitié exciton.

B.1.5 Réflectivité et transmission

On calcule les coefficients de réflectivité et de transmission en fonction de la position du spot sur l'échantillon, à énergie du laser fixée. On rappelle que le balayage de la position de l'échantillon est équivalent à un balayage de la longueur de la cavité. Les coefficients de réflectivité et de transmission sont obtenus de la façon suivante. D'abord on calcule la valeur moyenne stationnaire du champ de polariton, à partir de l'équation (3-10). Puis on calcule la valeur moyenne du champ lumineux intra-cavité en utilisant la matrice de passage de la base des modes couplés à la base des modes découplés (relation (A.3.2)). Dans cette matrice, il intervient le mode polariton haut q . Comme l'excitation est résonante avec



la branche basse et les largeurs petites devant la fréquence de Rabi, la population dans le mode polariton haut $\langle q^\dagger q \rangle$ est négligeable. On peut écrire une équation d'évolution comme pour le mode p (voir la relation (3-6)), dans laquelle les termes non linéaires peuvent donc être négligés:

$$\frac{dq}{dt} = -(\gamma_q + i\delta_q)q + \sqrt{2\gamma_q}q^{in} \quad (3-17)$$

où $\gamma_q = C^2\gamma_b + X^2\gamma_a$ et $\delta_q = E_{UP} - \omega_L$ (voir la relation (1-12) pour l'expression de E_{UP}). La résolution de l'état stationnaire donne $q = \frac{q^{in}}{\gamma_q + i\delta_q}$. L'énergie du polariton haut est séparée de la fréquence du laser (résonante avec la branche basse) au minimum de deux fois la fréquence de Rabi $2\Omega_R$. Comme on est loin de la résonance pour la branche haute, le mode q est négligeable; la branche haute n'intervient pas. On a donc la relation simple $a = -C_0p$. Finalement, les spectres de réflectivité et de transmission sont calculés en utilisant les relations entrée-sortie $A_i^{out} = \sqrt{2\gamma_i}a - A_i^{in}$ pour $i=1,2$. Les coefficients R , T et A sont simplement donnés par I_1^{out}/I^{in} , I_2^{out}/I^{in} et $1-R-T$ respectivement.

La figure 3.5 montre les variations de R avec le désaccord exciton-cavité pour trois valeurs de I^{in} (proche de zéro, en dessous et au-dessus de l'intensité de seuil). Pour la plus grande, le spectre de réflectivité présente le cycle caractéristique de bistabilité. La puissance émise chute brutalement lorsque la position de l'échantillon est modifiée. Le cycle d'hystérésis peut aussi se voir sur les spectres de

transmission et d'absorption.

Notre modèle théorique prévoit que l'interaction exciton-exciton dans les microcavités semi-conductrices donne lieu à un régime de bistabilité optique à des fréquences autour de la résonance de polariton. Un mécanisme alternatif pour obtenir de la bistabilité optique a été proposé dans la référence [Tredicucci 96], qui se base sur la saturation de la séparation de Rabi. Contrairement à ce cas, nous obtenons l'effet présent lorsque le terme d'interaction exciton-exciton est plus petit que le couplage de Rabi. On note aussi que cet effet diffère de la bistabilité optique qui a été démontrée dans les microcavités semi-conductrices en couplage faible à température ambiante [Oudar 90, Pellat 93], où le mode propre est de type photon uniquement. On s'intéresse ici à de la bistabilité polaritonique en régime de couplage fort à relativement faible densité d'excitation.

B.2 Étude des fluctuations

B.2.1 Introduction

Le cadre général pour le traitement des fluctuations est la méthode semi-classique entrée-sortie introduite dans le premier chapitre. On calcule les fluctuations du champ lumineux réfléchi par la microcavité, après avoir précisé les hypothèses sur les sources de bruit. On discute les prédictions de réduction de bruit, et particulièrement la dépendance des résultats avec le désaccord exciton-cavité, ainsi que le principe de la validation des hypothèses sur la relaxation excitonique. Le modèle développé dans ce chapitre néglige tout effet lié à la branche haute. La relaxation est traitée dans la base des modes découplés et le mode $\hat{q}$ est pris égal à zéro. Elle a été également vérifiée en comparant les prédictions du modèle avec celle d'un calcul complet où la branche haute n'est pas négligée (le calcul se fait dans la base exciton-photon). Les deux modèles donnent des résultats similaires pour la position des pics de bruit. On constate certains écarts, notamment une sur-(sous-) évaluation de l'excès de bruit à désaccord positif (négatif), sans influence majeure sur les prédictions de réduction de bruit.

B.2.2 Fluctuations du champ sortant

On décompose les champs en champs moyens et fluctuations: $p = \langle p \rangle + \delta p$. On linéarise l'équation (3-6) autour du point de fonctionnement, calculé dans la section précédente, au premier ordre des fluctuations et on prend la transformée de Fourier. On obtient des équations algébriques pour les composantes de Fourier des fluctuations du champ intra-cavité:

$$\begin{aligned}
-i\Omega\delta p(\Omega) &= -i(\gamma_p + i\delta_p)\delta p(\Omega) - 2i\alpha_p n_p \delta p(\Omega) \\
&- C_0 \left(\sqrt{2\gamma_1} \delta A_1^{in}(\Omega) + \sqrt{2\gamma_2} \delta A_2^{in}(\Omega) \right) \\
&- i\alpha_p p_0^2 \delta p^\dagger(\Omega) + X_0 \sqrt{2\gamma_b} \delta B^{in}(\Omega)
\end{aligned} \tag{3-18}$$

où p_0 est la valeur stationnaire du champ obtenue à partir de l'équation (3-10). On obtient une équation similaire pour l'opérateur création $\delta p^\dagger(\Omega)$. On passe en représentation matricielle, définie au paragraphe B.3 de l'annexe A, dans laquelle ces deux équations s'écrivent:

$$|\delta p(\Omega)] = U^{-1}(\Omega) |F^{in}(\Omega)] \tag{3-19}$$

où

$$U(\Omega) = \begin{bmatrix} \gamma_p + i(\delta_p + 2\alpha_p n_p) - i\Omega & i\alpha_p p_0^2 \\ -i\alpha_p p_0^{*2} & \gamma_p - i(\delta_p + 2\alpha_p n_p) - i\Omega \end{bmatrix} \tag{3-20}$$

et

$$\begin{aligned}
|F^{in}(\Omega)] &= -C_0 \left(\sqrt{2\gamma_1} |\delta A_1^{in}(\Omega)] + \sqrt{2\gamma_2} |\delta A_2^{in}(\Omega)] \right) \\
&+ X_0 \sqrt{2\gamma_b} |\delta B^{in}(\Omega)]
\end{aligned} \tag{3-21}$$

Les fluctuations du champ intra cavité se déduisent simplement des fluctuations du champ de polaritons en utilisant la relation:

$$|\delta a(\Omega)] = -C_0 |\delta p(\Omega)] \tag{3-22}$$

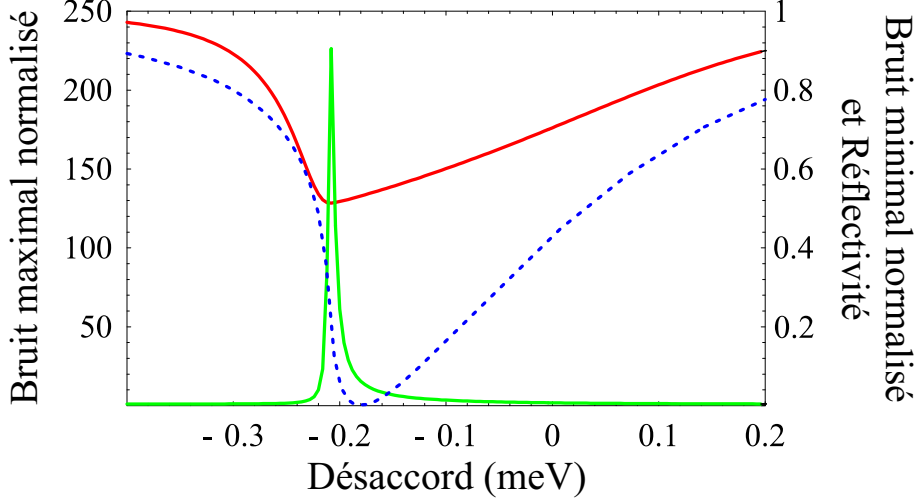
On calcule alors simplement les fluctuations du champ réfléchi avec les relations entrée-sortie:

$$|\delta A_1^{out}(\Omega)] = \sqrt{2\gamma_1} |\delta a(\Omega)] - |\delta A_1^{in}(\Omega)] \tag{3-23}$$

Finalement, les équations (3-19), (3-22) et (3-23) nous permettent d'écrire les fluctuations sortantes en fonction des fluctuations entrantes:

$$\begin{aligned}
|\delta A_1^{out}(\Omega)] &= (-I + 2\gamma_1 C_0^2 U^{-1}) |\delta A_1^{in}(\Omega)] \\
&+ \sqrt{4\gamma_1 \gamma_2} C_0^2 U^{-1} |\delta A_2^{in}(\Omega)] \\
&- \sqrt{4\gamma_1 \gamma_b} X_0 C_0 U^{-1} |\delta B^{in}(\Omega)]
\end{aligned} \tag{3-24}$$

Le spectre de bruit normalisé au bruit quantique standard pour une quadrature E_θ d'un champ $a(t)$ est (voir la relation (B-33) de l'annexe A):



$$\beta \quad \delta \quad I_1^{in}$$

$$S_{E_\theta}(\Omega) = [V_a(\Omega)]_{1,1} + [V_a(\Omega)]_{2,2} + 2\text{Re}([V_a(\Omega)]_{1,2}e^{2i\theta}) \quad (3-25)$$

Le spectre du bruit d'amplitude (ou bruit d'intensité) s'obtient en remplaçant θ par zéro dans cette expression. En utilisant les définitions données dans l'annexe A (relations (B-29), (B-30) et (B-32)) et l'équation (3-25), la matrice de corrélation du champ sortant peut s'exprimer en fonction des matrices de corrélation des champs entrants:

$$\begin{aligned} V_{A_1}^{out}(\Omega) &= (-I + 2\gamma_1 C_0^2 U^{-1}) V_{A_1}^{in}(\Omega) (-I + 2\gamma_1 C_0^2 U^{-1})^{*T} \\ &+ 4\gamma_1 \gamma_2 C_0^4 U^{-1} V_{A_2}^{in}(\Omega) (U^{-1})^{*T} \\ &+ 4\gamma_1 \gamma_b C_0^2 X_0^2 U^{-1} V_B^{in}(\Omega) (U^{-1})^{*T} \end{aligned} \quad (3-26)$$

où $*T$ signifie que l'on prend le conjugué hermitique de la matrice transposée.

B.2.3 Cas idéal

On doit à présent considérer le bruit entrant sur chacun des modes exciton et photon. Le cas idéal correspond à l'hypothèse d'un bruit minimal sur chacune des voies. Comme le laser d'excitation est dans un état cohérent, le bruit rentrant par la voie A_1 est effectivement le bruit du vide. Le bruit rentrant par la voie A_2

est aussi celui du vide, puisque le miroir arrière n'est pas excité. La matrice de corrélation pour les champs entrants par le miroir de couplage et par le miroir arrière est donc celle d'un état cohérent:

$$V_{A_1}^{in}(\Omega) = V_{A_2}^{in}(\Omega) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3-27)$$

Par contre, la voie excitonique présente un excès de bruit dont on tiendra compte dans le paragraphe suivant. On s'intéresse ici au cas idéal et on suppose donc que la matrice de corrélation du champ excitonique entrant prend la forme donnée dans la relation (3-27).

Dans ce cas, l'évolution du système correspond à la description effectuée dans le repère de Fresnel dans l'introduction du chapitre. On note que cette représentation dans le repère de Fresnel n'est valable que pour le bruit à fréquence nulle. Les fluctuations du champ réfléchi, données par l'inversion de la matrice U (voir la relation (3-26)), divergent pour $Det(U) = 0$. Le déterminant de la matrice U s'écrit:

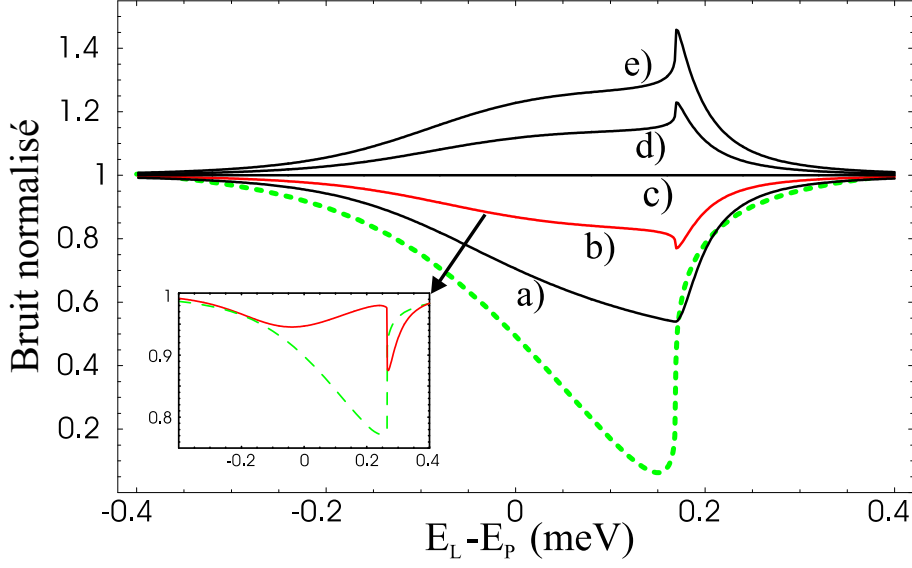
$$Det(U) = 3\alpha_p^2 n_p^2 + 4\alpha_p \delta_p n_p + \gamma_p^2 + \delta_p^2 - \Omega^2 - 2i\Omega\gamma \quad (3-28)$$

A fréquence nulle, on trouve:

$$Det(U) = 3\alpha_p^2 n_p^2 + 4\alpha_p \delta_p n_p + \gamma_p^2 + \delta_p^2 \quad (3-29)$$

L'équation $Det(U) = 0$ correspond en fait exactement à l'équation (3-12) donnant les points tournants de bistabilité. Les fluctuations divergent au point tournant de bistabilité. Le modèle prévoit donc bien une divergence des fluctuations au point de transition de phase. Cependant, la linéarisation au premier ordre n'est plus valable et en toute rigueur les calculs de bruit sont valables partout, sauf au voisinage du point critique.

La figure 3.6 représente les variations du bruit maximal, du bruit minimal et de la réflectivité en fonction du désaccord exciton-cavité, pour une intensité juste inférieure à l'intensité de seuil. Ces courbes correspondent expérimentalement à une mesure à intensité et énergie du laser fixées en fonction de la position relative de l'échantillon par rapport au spot d'excitation. Le bruit maximal subit une forte amplification au point tournant de bistabilité. Sur la quadrature conjuguée, qui donne le bruit minimal, on observe une réduction de bruit en dessous de la limite quantique standard. La réduction de bruit est totale au point bas de bistabilité pour le champ de polariton. Sur le champ lumineux, la réduction de bruit est limitée par la composante photonique du polariton. On rappelle que le champ photonique peut se voir comme le champ résultant du passage du champ polariton à travers une lame partiellement réfléchissante de coefficient de transmission en intensité C_0^2 (voir le paragraphe C.5 du chapitre 1). Les fluctuations sont donc



$$\begin{array}{ccccccc}
 & & & & E_L - E_P & & \\
 & & & & \beta & \beta & \beta_c & \beta & \beta_c & \beta & \beta_c \\
 \beta & \beta_c & & & & & & & & & \delta \\
 & & & & I_1^{in} & & & & & & \\
 & & & & & & S_{min} & & & & \\
 & & \beta & \beta_c & & & & & & & \\
 n_b & & & & & & \gamma_{exc}(\mu eV) = 75 + 1,8 \cdot 10^{-3} n_b & & & &
 \end{array}$$

ramenées vers la limite quantique standard, d'autant plus que la composante photonique est faible. Pour le polariton de branche basse, la composante photonique tend vers zéro pour les désaccords positifs. On traite au paragraphe suivant le milieu comme un milieu actif; l'excès de bruit rajouté par l'excitation à résonance vient encore diminuer la réduction de bruit attendue.

B.2.4 Hypothèse d'un excès de bruit issu du couplage avec un réservoir excitonique

On abandonne à présent l'hypothèse d'un bruit du vide entrant sur la voie excitonique. On considère un couplage linéaire du mode avec un réservoir de modes excitoniques. Cette hypothèse est discutée dans le chapitre d'introduction, au paragraphe C.4 où l'on donne un schéma du couplage (figure 1.8). Si n_{exc} est le nombre moyen d'excitons par mode dans le réservoir, la matrice de corrélation pour le champ excitonique entrant s'écrit [Cohen 88]:

$$V_B^{in}(\Omega) = \begin{bmatrix} 1 + n_{exc} & 0 \\ 0 & n_{exc} \end{bmatrix} \quad (3-30)$$

Le réservoir excitonique est peuplé par différents processus de diffusion dans le mode pompe. On fait l'hypothèse que le nombre moyen d'excitons dans le réservoir est proportionnel à la densité d'excitons dans le mode pompe:

$$n_{exc} = \beta n_b = \beta X_0^2 n_p \quad (3-31)$$

où β est un paramètre phénoménologique qui représente le rapport du nombre moyen d'excitons par mode dans le réservoir sur le nombre moyen d'excitons dans le mode $\mathbf{k}=0$. Lorsque le réservoir est vide, la matrice (3-30) prend la même forme que (3-27): on a du bruit entrant égal au bruit du vide.

B.2.5 Excès de bruit issu du réservoir

La compression de bruit diminue avec β , jusqu'à la situation où le faisceau sortant présente de l'excès de bruit sur toutes les quadratures. On peut montrer qu'il existe une valeur critique du paramètre de bruit, qui correspond à l'annulation complète de la réduction de bruit quantique:

$$\beta_c = \frac{\alpha_{exc}}{2\gamma_b} \quad (3-32)$$

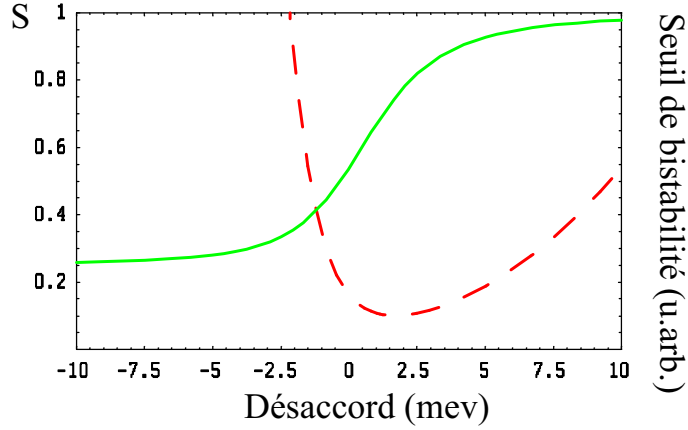
Les fluctuations du champ sortant sont représentées sur la figure 3.7 en fonction de l'énergie du laser, à intensité fixée. La courbe tracée pour β_c est une droite horizontale, confondue avec la droite $S = 1$ du champ cohérent. Tant que la valeur de β est inférieure à β_c , le champ reste comprimé. La mesure de β_c (voir plus bas le paragraphe B.2.8) donne une indication de la possibilité de compression de bruit dans le système.

B.2.6 Traitement phénoménologique de l'élargissement collisionnel

L'élargissement collisionnel est considéré dans un traitement phénoménologique, de la manière la plus simple possible dans une première approche. On a présenté au paragraphe B.3.3 du chapitre 2 les mesures de la largeur en fonction de l'intensité. La valeur de l'élargissement collisionnel de l'exciton est déduite de cette mesure. En notant n_b le nombre moyen d'excitons, on a:

$$\gamma_{exc}(meV) = 75 + 1,8 \cdot 10^{-3} n_b \quad (3-33)$$

On recalcule l'état stationnaire avec cette valeur de γ_{exc} à partir de l'équation (3-10). Puis on recalcule le bruit avec le nouvel état stationnaire obtenu. L'effet de l'élargissement collisionnel est représenté dans l'encart de la figure 3.7. La réduction de bruit est diminuée de presque la moitié. On remarque aussi que la réduction de bruit est maintenant limitée à une petite zone au voisinage du point


 β_c

tournant; au-dessus du seuil, elle se produit uniquement à côté du point bas de bistabilité.

B.2.7 Dépendance avec le désaccord

Jusqu'à présent, on s'est intéressé aux fluctuations quantiques du champ sortant pour une résonance de polariton donnée, et à leurs variations en fonction de l'énergie du laser (ou du désaccord, à énergie fixée). Pour bien exploiter la richesse du système, on doit encore s'intéresser à la nature du polariton excité. Suivant les composantes excitoniques et photoniques, les fluctuations de la lumière sortante ne seront pas modifiées de la même façon. On regarde donc la dépendance avec le désaccord exciton-cavité. Pour chaque désaccord, auquel correspond une résonance de polariton, on fait l'étude précédente et on cherche la compression de bruit maximale. L'excès de bruit rajouté par l'élargissement collisionnel n'a pas été considéré ici.

Les résultats sont présentés sur la figure 3.8. De manière à faciliter la discussion, on redonne sur le même graphique l'allure de la courbe de seuil de bistabilité, déjà présentée à la figure 3.4. Le taux de compression de bruit maximum s'obtient aux désaccords négatifs, pour lesquels le polariton excité est de type photon. Cela se comprend bien en considérant que le passage du champ polariton au champ photon peut se schématiser comme le passage au travers d'une lame partiellement réfléchissante, dont le coefficient de transmission est égal au poids de la composante photonique du polariton (voir le paragraphe C.5 du chapitre d'introduction). En revanche, les seuils non linéaires sont très élevés. D'un point de vue expéri-

mental, on remarque que l'excès de bruit augmente rapidement avec l'intensité. De ce point de vue, le choix du désaccord est le résultat d'un compromis entre un bon couplage du champ intra-cavité avec le champ extérieur et une intensité d'excitation, et donc un excès de bruit, aussi faible que possible.

B.2.8 Cas linéaire: test de l'hypothèse sur le bruit excitonique entrant

On donne le principe de la vérification de l'hypothèse sur le bruit excitonique entrant. On ne considère pas ici l'élargissement collisionnel. On se place dans le régime de très faibles excitations tel que les non-linéarités ne soient pas effectives. On pose $\alpha_{exc} = 0$ et on recalcule la matrice de corrélation du champ sortant dans ces conditions:

$$V_{A_1}^{out}(\Omega) = \begin{bmatrix} 1 + An_{exc} & 0 \\ 0 & An_{exc} \end{bmatrix} \quad (3-34)$$

Elle est exprimée en fonction du coefficient d'absorption de la microcavité:

$$A = \frac{4C_0^2 X_0^2 \gamma_1 \gamma_b}{\delta_p^2 + \gamma_p^2} \quad (3-35)$$

On peut démontrer que le nombre moyen d'excitons n_b a pour expression:

$$n_b = \beta \frac{AI_1^{in}}{2\gamma_b}$$

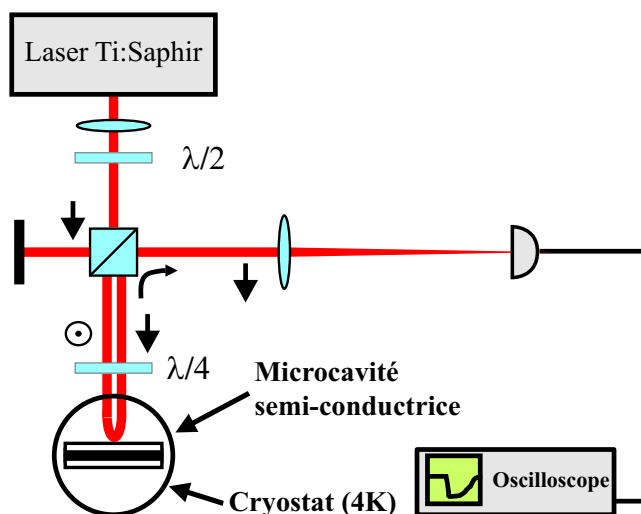
Selon notre hypothèse, le nombre moyen d'excitons par mode dans le réservoir est donc donné par:

$$n_{exc} = \beta n_b = \beta \frac{AI_1^{in}}{2\gamma_b} \quad (3-36)$$

Finalement on obtient une expression simple pour le spectre de bruit normalisé pour une quadrature $E_{1,\theta}^{out}$ du champ sortant:

$$S_{E_{1,\theta}^{out}}(\Omega = 0) = 1 + 2An_{exc} = 1 + \frac{\beta A^2 I_1^{in}}{\gamma_b} \quad (3-37)$$

A faible intensité, le champ réfléchi présente un excès de bruit indépendant de la quadrature et proportionnel au carré du coefficient d'absorption. On n'est pas surpris de ne pas avoir de dépendance en θ pour un processus indépendant de la phase. Le bruit augmente linéairement avec l'intensité d'excitation, comme le suppose l'hypothèse sur la source de bruit. Cette hypothèse peut se vérifier expérimentalement en comparant l'excès de bruit au carré de l'absorption. On discutera alors du poids à donner au résultat de cette mesure.

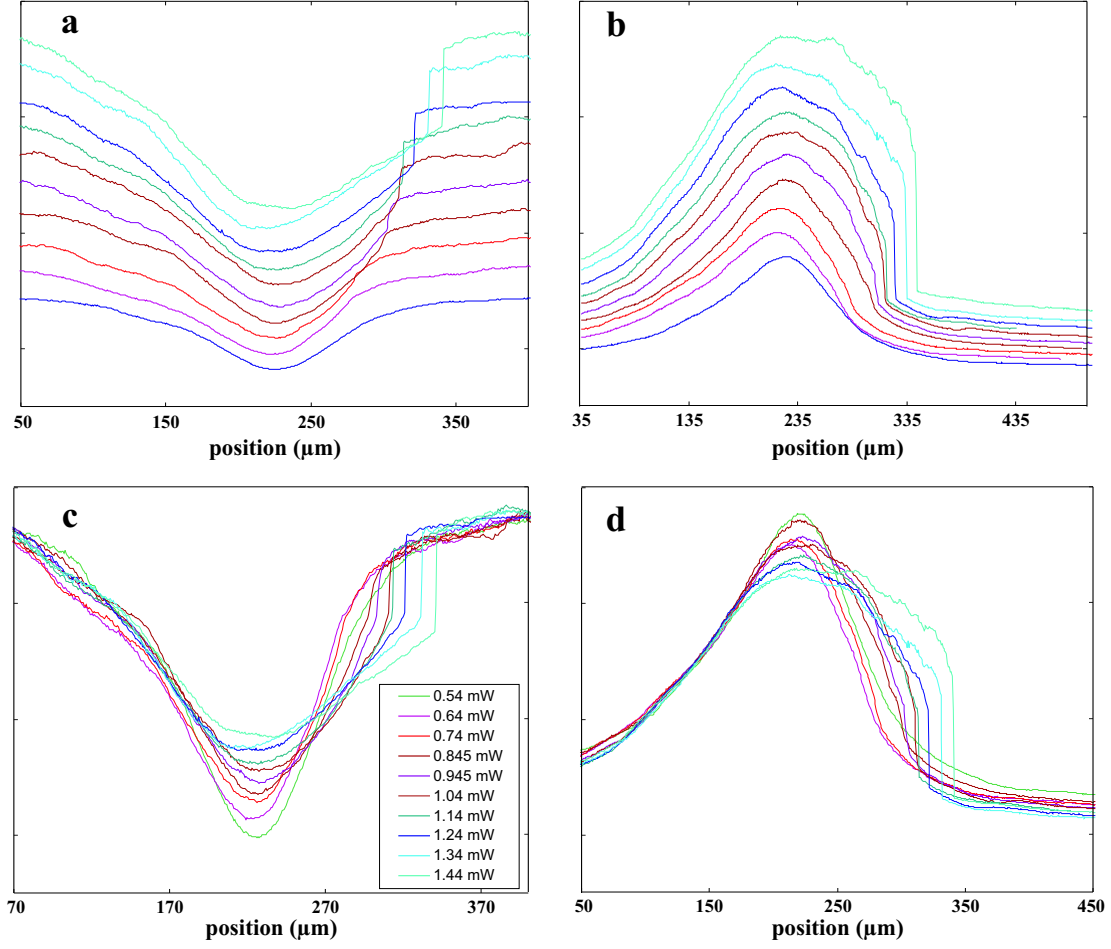


$$25 \pm 2 \mu$$

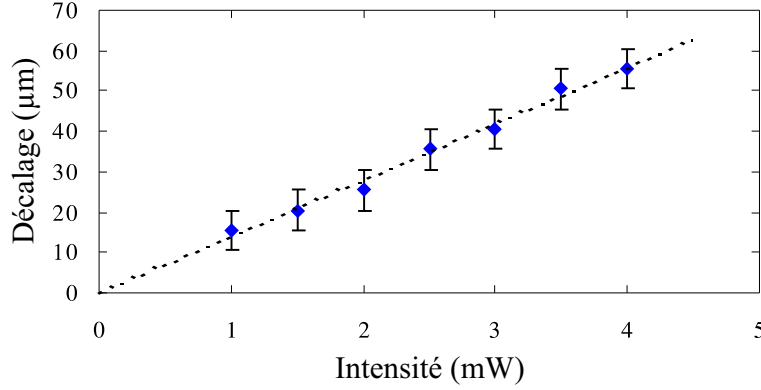
On se place dans les conditions d'excitation sur lesquelles sont basées les hypothèses du modèle: excitation à incidence normale par un laser monomode polarisé circulairement. On met en évidence le régime de bistabilité sur les courbes de réflectivité et de transmission, ainsi que le décalage vers le bleu des résonances.

C.1 Montage expérimental

On excite l'échantillon avec un laser monomode, stabilisé en intensité, de profil gaussien et de polarisation circulaire (voir la description de la partie commune à tous les montages expérimentaux au paragraphe A.5 du chapitre 2). La lumière émise est distinguée du laser incident grâce au circulateur optique. L'échantillon est positionné dans le col du faisceau. La position de l'échantillon est contrôlée au centième de millimètre par la platine de translation sur laquelle est monté le cryostat.



$$\delta = \frac{x}{E_L = E_{exc} - 0.37 \Omega_R \frac{I_1^{in}}{I_1^{in}}}$$



$$E_L = E_{exc} - 0.37\Omega_R$$

$$\delta =$$

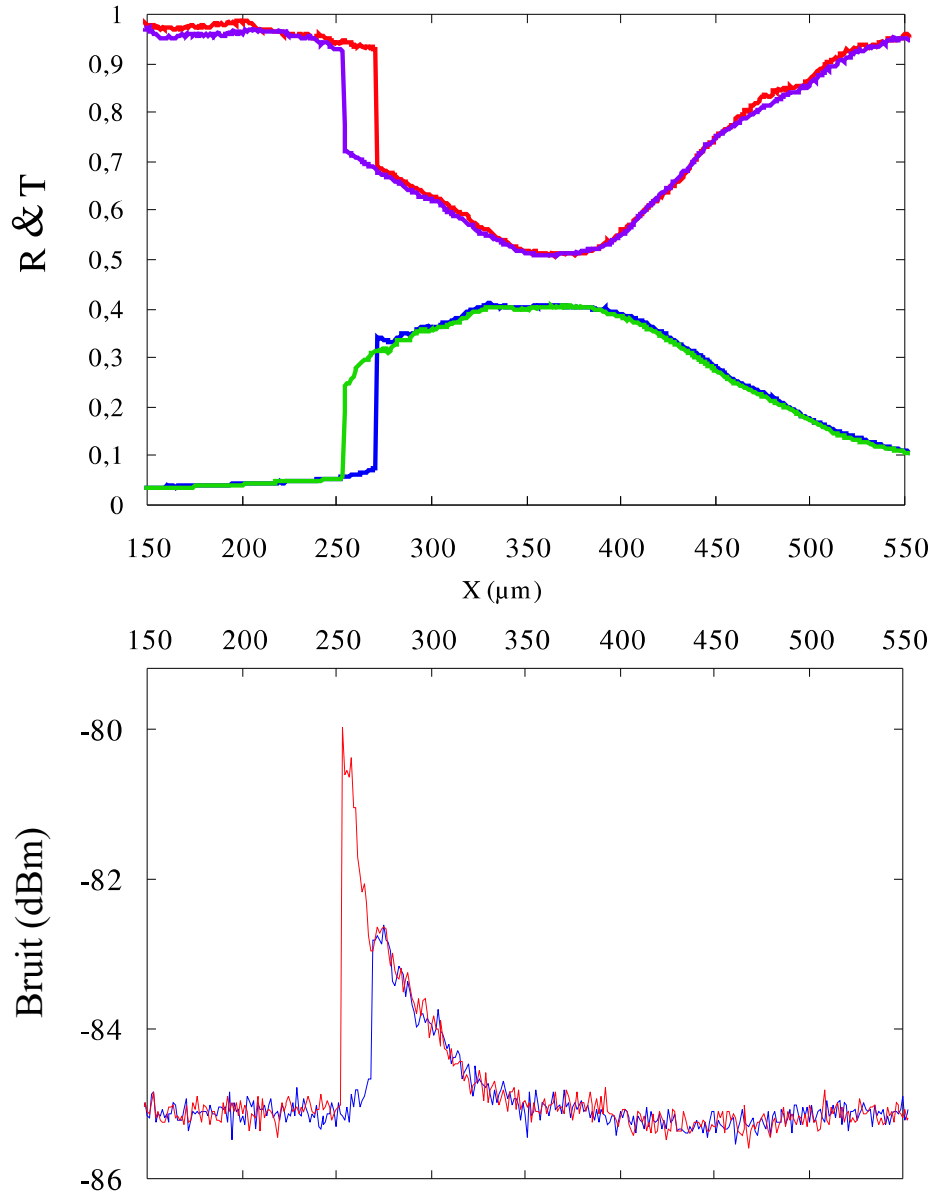
C.2 Courbes de réflectivité et de transmission

Deux photodiodes permettent de mesurer les intensités des champs réfléchi et transmis. L'intensité incidente est mesurée avec la photodiode de transmission (l'échantillon est décalé pour ne pas couper le faisceau), en tenant compte des pertes à travers les fenêtres du cryostat. Chaque spectre est obtenu à énergie du laser fixée et intensité fixée, en déplaçant l'échantillon relativement au spot d'excitation, ce qui équivaut à un balayage de la longueur de cavité. La qualité des mesures est limitée par les défauts éventuels sur la surface de l'échantillon. Sur la figure 3.10 sont représentés une série de spectres de réflectivité et de transmission en intensité (en unités arbitraires), pris simultanément. A faible intensité les spectres sont symétriques. Ils se déforment lorsque l'intensité augmente et présentent au-dessus du seuil non linéaire le flanc raide typique de la bistabilité, en une position qui correspond au point tournant.

On observe un déplacement du minimum de réflectivité, ou du maximum de transmission, avec l'intensité vers les désaccords négatifs, correspondant à un décalage vers le bleu. Le décalage est prédit par le modèle à partir du hamiltonien effectif de la relation (1-43) du chapitre 1, dont le troisième terme correspond à une renormalisation des énergies. Il a été systématiquement retranché des spectres de la figure 3.10, qui atteignent tous leur extremum à la même position. Le décalage des minima de réflectivité est présenté figure 3.11. Il est linéaire avec l'intensité.

Au-dessus de l'intensité de seuil, on peut observer un cycle d'hystérésis en déplaçant l'échantillon sur la résonance dans les deux sens de parcours. Dans le cas de la figure 3.10, $I_{seuil}^{in} = 0.84$ mW. Pour une intensité suffisamment au-dessus de l'intensité de seuil, le cycle d'hystérésis est clairement visible et on observe un flanc raide sur les spectres de réflectivité et de transmission à deux positions différentes, suivant le sens de déplacement de l'échantillon (voir figure 3.12).

La figure 3.12 montre aussi un spectre typique de bruit d'intensité. La mesure est prise simultanément avec les spectres de réflectivité, à intensité et énergie du laser fixées, en balayant la position du spot d'excitation sur la surface. On peut



$$E_L = E_{exc} - 0.37 \frac{\Omega_R}{I_1^{in}} =$$

$$\delta =$$

noter que la forme de la courbe de bruit est similaire à celle prévue par le modèle (voir la figure 3.6). Une discussion détaillée du montage expérimental est donnée plus bas au paragraphe E.1.1.

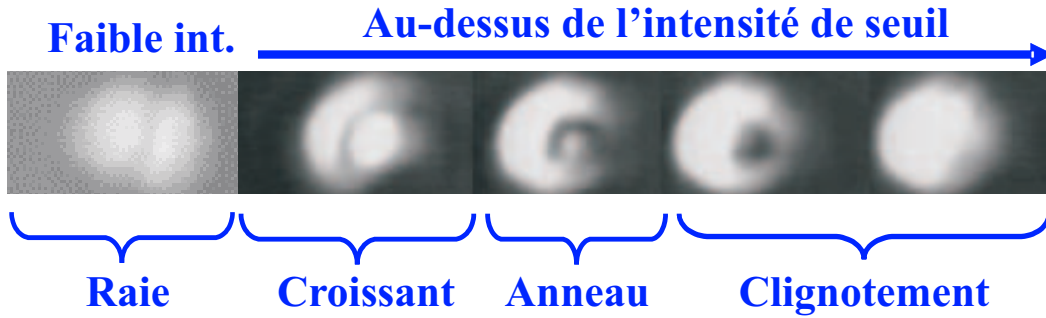
C.3 Comparaison quantitative avec le modèle: effet 2D

Bien que le décalage corresponde aux prédictions théoriques, la forme du creux de réflectivité présente des différences significatives avec le spectre obtenu par notre modèle simple. En particulier, la région bistable apparaît dans le flanc droit du spectre, alors qu'elle devrait être localisée près du minimum de réflectivité. Ce désaccord provient d'effets spatiaux, i.e. du fait que l'on excite la microcavité avec un spot de taille finie, de distribution gaussienne en intensité. Comme on l'a mentionné plus haut, la résonance de polariton subit un décalage vers le bleu dépendant de l'intensité, ce qui signifie que l'énergie du polariton dépend de la position dans la zone d'excitation. Les mesures présentées correspondent à un moyennage des spectres de réflectivité et de transmission sur la surface du spot. Finalement, ces premières mesures illustrent la nécessité de prendre en compte les effets dans le plan transverse.

On présente en premier lieu les résultats expérimentaux avant d'exposer un modèle qui rend bien compte qualitativement des images observées.

D.1 Images en champ proche

Le montage expérimental est modifié de manière à pouvoir observer et enregistrer les images en champ proche du spot d'excitation sur l'échantillon en réflexion, représentées sur la figure 3.13. A suffisamment faible intensité, l'image en champ proche présente une raie verticale sombre qui correspond à la résonance du polariton. La variation de l'absorption avec la position est due au petit angle entre les miroirs. La raie verticale matérialise la ligne d'égale épaisseur de la microcavité. A plus haute intensité, même en dessous de l'intensité de seuil, on observe une grande déformation de la raie verticale d'absorption, comme le montre la figure 3.13. Lorsqu'on balaye la position de l'échantillon autour de la position de résonance, on évolue d'une forme en croissant à une forme en "point", en passant par une forme en anneau.


 δ

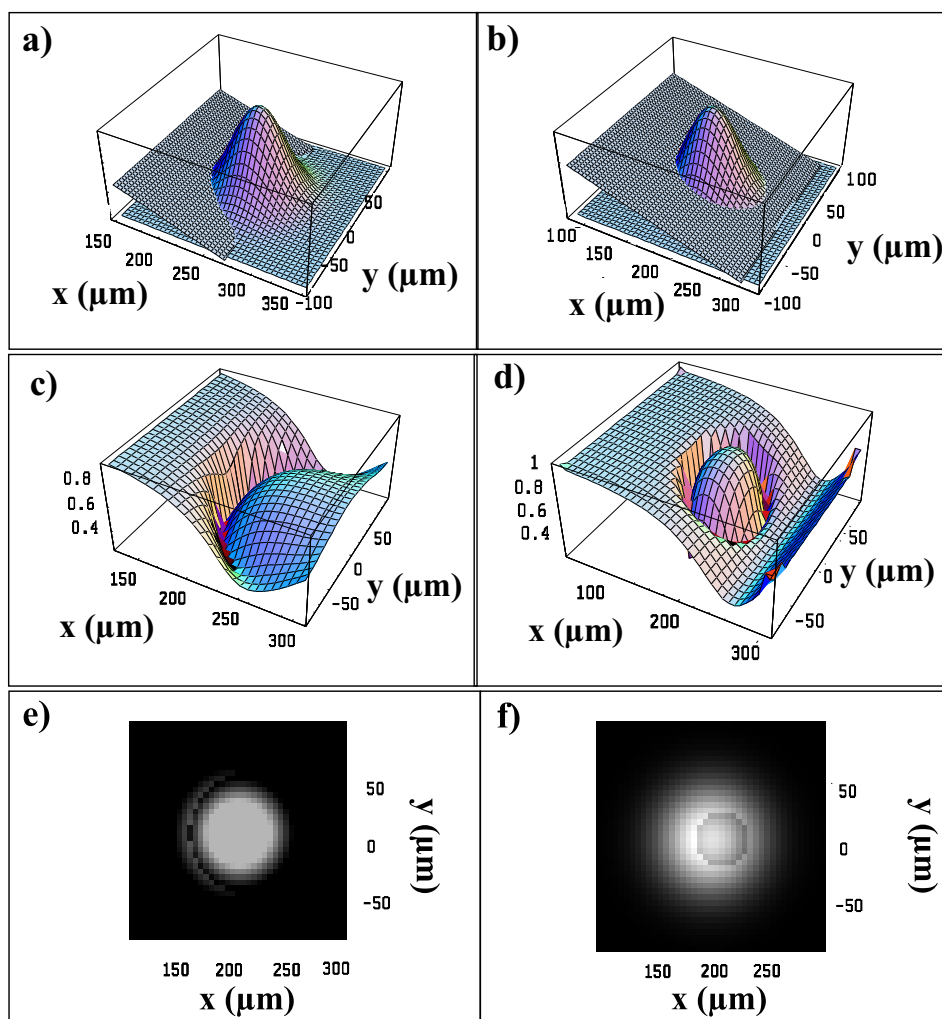
D.2 Etude théorique

D.2.1 Principe du calcul

Pour comprendre ces résultats, on calcule la réflectivité dans le plan transverse, en tenant compte de la distribution gaussienne en intensité du spot d'excitation et du petit angle de la cavité. Le spot d'excitation est discrétisé en petits spots avec des densités locales d'excitation différentes. L'angle de cavité est choisi constant à l'échelle de la taille du spot. Les pixels sont supposés indépendants les uns des autres. Pour chaque petit spot on calcule la réflectivité, de la même manière qu'elle l'a été dans la section théorique au début de ce chapitre (voir le paragraphe B.1.5)). Ce traitement est le plus simple possible. Il ne considère ni la structure en modes transverses de la microcavité, puisqu'il est basé sur l'approximation d'onde plane, ni les effets de diffraction. Cependant il donne une bonne compréhension qualitative de la forme de la zone d'absorption.

D.2.2 Résultats

La distribution non-uniforme en intensité du spot d'excitation et l'angle de la cavité sont les deux effets responsables du déplacement en énergie de la résonance. Une zone de résonance est obtenue lorsque ces deux déplacements se compensent exactement, ce qui est illustré sur les figures a) et b) de la figure 3.14 pour deux positions différentes du spot d'excitation sur l'échantillon. Sur cette figure, la distribution en intensité est celle mesurée. En effet, on rappelle que notre dispositif expérimental nous permet de mesurer directement la distribution en intensité en



$$\mu \quad \mu \quad -\Delta E_{NL} \quad \Delta E_L$$

$$\mu$$

déplaçant horizontalement (suivant x) à l'aide d'un moteur le bord vertical de l'échantillon à travers le spot dans le plan de focalisation et en mesurant l'intensité transmise (voir le paragraphe A.4 du chapitre 2 et la figure 2.3). En réalisant un ajustement par l'intégrale d'une gaussienne, on a montré que la distribution correspond bien à une gaussienne. Le déplacement non linéaire en énergie -le déplacement vers le bleu- étant proportionnel à l'intensité, il a également une distribution gaussienne:

$$\Delta E_{NL}(x, y) \propto I_{pompe}(x, y) \propto e^{-\frac{x^2+y^2}{R^2}} \quad (3-38)$$

R correspond au rayon de la tache, déterminé par la mesure décrite au paragraphe A.4 du chapitre 2. Le déplacement linéaire en énergie est donné par la pente du polariton p_{LP} (voir la relation (2-5)), supposée constante à l'échelle de la taille du spot d'excitation. On choisit la valeur au centre du spot, noté x_{centre} , obtenue à partir de la mesures de la pente de cavité et de la pente de l'exciton mises dans la relation (2-5). Le déplacement linéaire ΔE_L est donc proportionnel à x :

$$\Delta E_L(x) = p_{LP}(x_{centre})(x - x_{centre}) \quad (3-39)$$

La compensation exacte entre les déplacements linéaire et non linéaire ($\Delta E_L + \Delta E_{NL} = 0$) est donc simplement donnée par l'intersection entre une gaussienne et un plan incliné (voir les images a) et b) de la figure 3.14). On peut définir une énergie effective d'excitation, qui correspond à $E_{Laser} - \Delta E_{NL}$. Le décalage vers le bleu des résonances est traité comme un décalage effectif vers le rouge du laser d'excitation. Les positions de résonances sont donc déterminées par l'équation:

$$E_{Laser} - \Delta_{NL}E(x, y) = E_{LP}(x) + \Delta E_L(x) \quad (3-40)$$

Suivant la position du spot d'excitation sur l'échantillon, l'intersection peut prendre des formes très différentes. En particulier, il apparaît une résonance supplémentaire en plus de la résonance non décalée, qui elle prend toujours la forme d'une raie verticale. Le déplacement non linéaire, qui dépend de y , est à l'origine de la perte d'invariance suivant y . Mais la zone d'absorption reste symétrique par rapport à la droite $y = 0$.

Sur l'image c), obtenue pour la position $x=245 \mu\text{m}$, la raie d'absorption prend la forme d'un croissant autour de la position du spot, mais il reste une raie verticale (non représentée) à des distances supérieures à $100 \mu\text{m}$ du centre du spot, où l'intensité d'excitation est quasi-nulle et donc les déplacements complètement négligeables. La taille de la zone de résonance est réduite par les déplacements en énergie. Pour la position $x=180 \mu\text{m}$, deux zones séparées spatialement sont résonantes sur l'échantillon, correspondant aux deux zones d'intersection distinctes de

la figure b). Une des deux régions prend la forme d'un anneau, à l'intérieur duquel se trouve nécessairement le centre du spot. Là aussi la largeur de la résonance est réduite. L'autre région de résonance correspond à la résonance non décalée, où l'intensité est suffisamment faible pour que le déplacement non linéaire soit négligeable.

Enfin on calcule les images en champ proche correspondantes (images e) et f)), par convolution de la réflectivité avec la distribution en intensité. On obtient des régions de résonances de la forme d'un croissant et d'un anneau, qui peuvent être comparées à la deuxième et la troisième image de la figure 3.13. On note que la raie verticale d'absorption, qui correspond à la résonance non décalée, n'est pas visible sur la figure f), car l'intensité à cet endroit est trop faible. L'accord qualitatif entre les images calculées et les images mesurées est bon. En continuant à déplacer le spot sur l'échantillon, l'anneau se ferme sur lui-même jusqu'à apparaître comme un point, et disparaît.

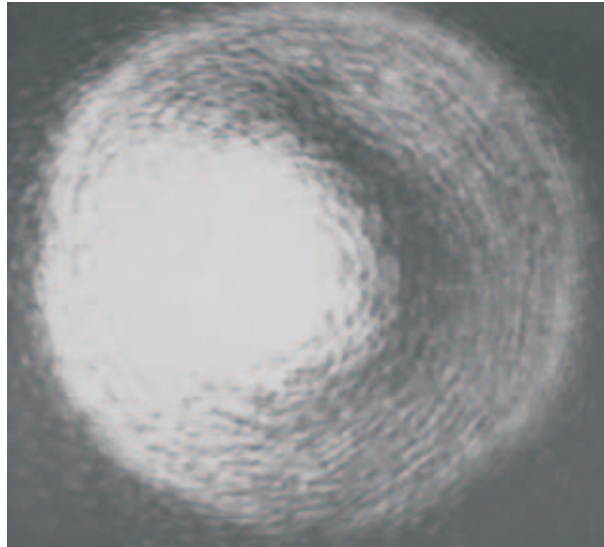
De façon plus générale, on note que la variété des effets spatiaux qui se produisent sur cet échantillon provient du fait que les déplacements linéaire et non linéaire sont du même ordre. Si la pente de la cavité était beaucoup plus grande, le rôle du déplacement non linéaire serait négligeable et les zones d'absorption seraient des droites. À l'inverse, si la cavité était de géométrie parfaitement plan-plan, les zones d'absorption prendraient la forme d'anneaux centrés dans le spot d'excitation.

D.2.3 Aspects transverses de la bistabilité

Le saut du signal en régime bistable, correspondant au flanc raide sur les spectres de réflectivité et de transmission, apparaît ici comme le passage d'une zone d'absorption (en apparence en forme de "point") à une réflexion quasi-totale. Comme on vient de l'expliquer, elle apparaîtrait différemment si la pente de la cavité était beaucoup plus importante ou proche de zéro. Expérimentalement, la résolution n'est pas suffisante pour mettre en évidence une différence sur les images en champ proche (ou en champ lointain D.2.4) suivant le sens de parcours sur l'échantillon. Le cycle d'hystérésis n'est pas visible dans les images. Il apparaît par contre très clairement sur l'intensité moyenne réfléchie.

D.2.4 Taille limite de la zone d'absorption: image en champ lointain

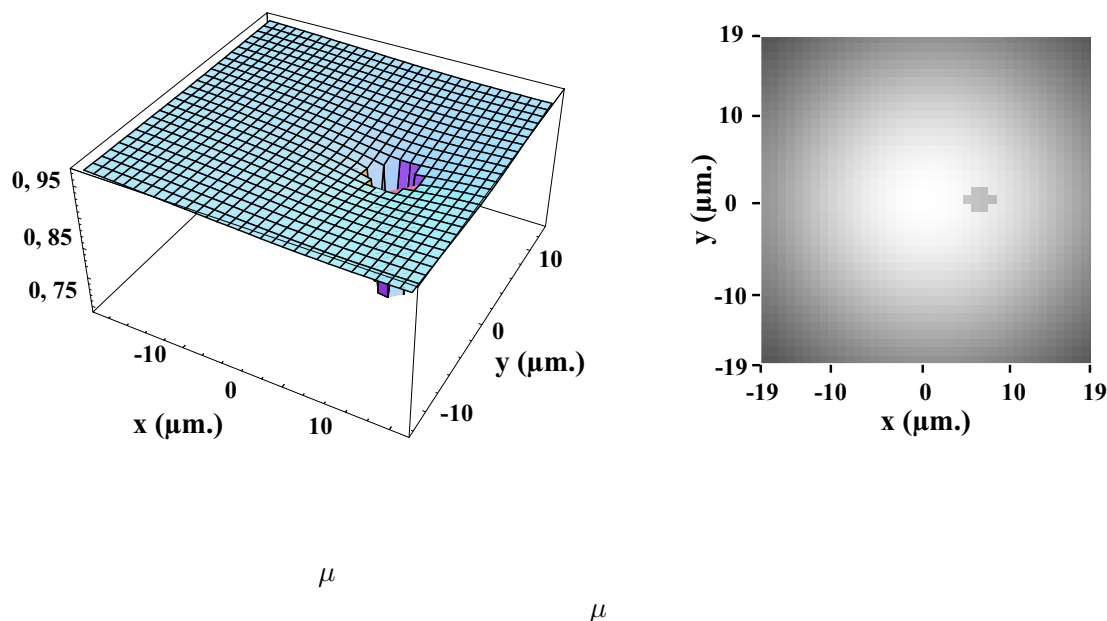
La figure en champ proche indique que la zone d'absorption obtenue juste avant le point tournant apparaît comme une petite tache (à peu près circulaire). Cette zone limite d'absorption correspond au premier contact entre le plan incliné et le flanc droit de la gaussienne (voir les images a) et b) de la figure 3.14). On peut se demander ce qui détermine les dimensions de la zone limite d'absorption. En fait, les dimensions suivant x et y n'ont aucune raison a priori d'être égales, et



donc la zone limite d'absorption n'est pas forcément une tache circulaire. Sur une ligne verticale -suivant y -, le désaccord exciton-cavité est par définition constant. Le seul paramètre qui varie est l'intensité. La taille de la zone de résonance est déterminée uniquement par la distribution en intensité. Suivant x , la position et la dimension de la résonance sont contraintes à la fois par l'angle de la cavité et par les variations locales d'intensité².

Cette zone limite d'absorption peut aussi se voir en champ lointain. Pour cela, on construit un faisceau parallèle à partir de l'image en champ proche du spot. La figure 3.15 montre le champ lointain obtenu pour une position de l'échantillon correspondant au point tournant (le point haut). On observe la tache circulaire du laser réfléchi non résonant et une émission en forme d'anneau. Cet anneau en champ lointain correspond à l'émission non linéaire de la microcavité à la position limite. Il indique très clairement que la zone limite d'absorption est un anneau et non un "point" (la transformée de Fourier d'un anneau est un anneau). Comme la zone limite en champ proche est décalée par rapport au centre, l'anneau est légèrement décentré par rapport à la tache du laser réfléchi. L'image en champ lointain permet de distinguer nettement la lumière émise par la microcavité du laser réfléchi, alors qu'en champ proche, la lumière provenant de la zone d'émission est beaucoup moins intense que le laser non résonant et la zone d'émission apparaît

2. Une discussion détaillée des dimensions de la zone de résonance est présentée dans le dernier chapitre.



donc comme une zone sombre.

L'image de la zone d'émission sur la surface de l'échantillon peut s'obtenir en filtrant spatialement le laser réfléchi en champ lointain, avant de construire une image en champ proche. On obtient une zone d'émission plus petite que la taille du spot d'excitation. On vérifie bien que la zone d'émission est légèrement décalée par rapport au centre du spot, comme l'est la zone d'absorption sur la figure 3.13.

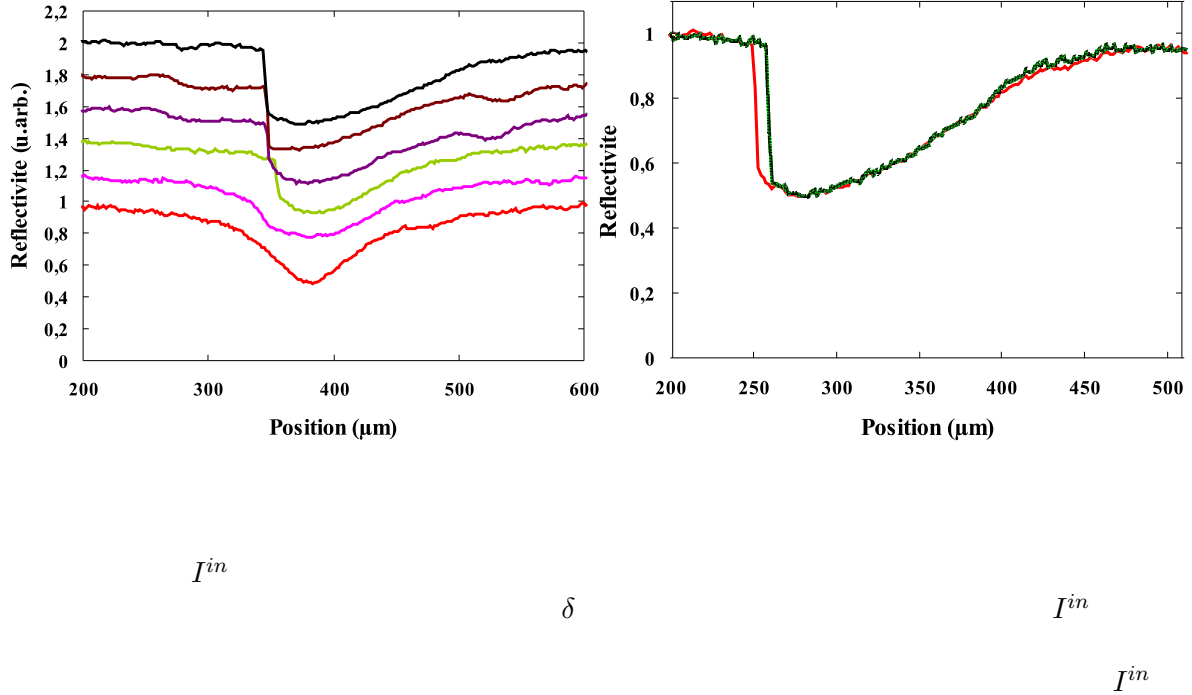
D.2.5 Détermination numérique de la taille limite de la zone d'absorption: limitations du modèle

Comme le modèle suppose des pixels indépendants, chaque pixel a priori son propre point de bistabilité et deux pixels différents n'ont pas de raison de "sauter" ensemble. Ainsi, la taille de la "zone bistable" va dépendre du pas de discrétisation choisi, ce que l'on vérifie sur la figure 3.16. En conclusion, le modèle ne permet pas de prédire la taille limite de la zone d'absorption, parce qu'il ne tient pas compte de la cohérence spatiale, i.e. des corrélations entre pixels.

D.3 Etude expérimentale

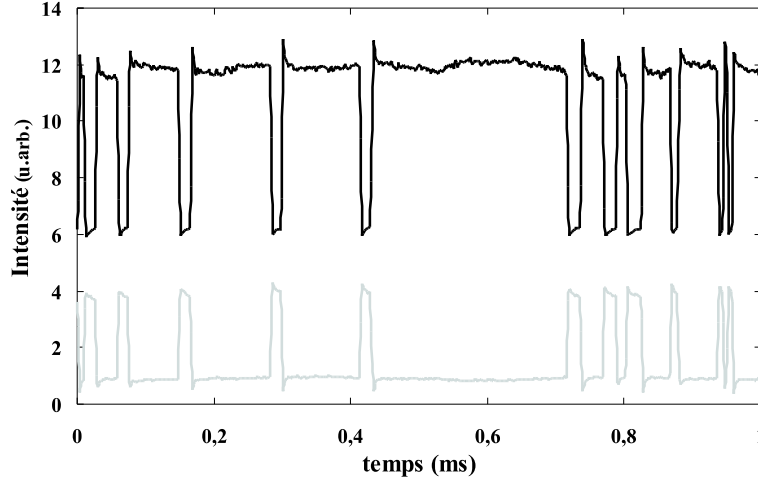
D.3.1 Spectres de réflectivité

Le modèle développé ci-dessus ne permet donc pas de rendre compte des phénomènes observés au voisinage du point de bistabilité. Il est nécessaire de prendre en compte les corrélations spatiales, ou bien de trouver un moyen d'éliminer les



effets transverses dans la mesure. Cela est possible en filtrant la lumière réfléchie au travers d'une petite ouverture, à l'échelle de laquelle l'intensité du spot d'excitation peut être considérée constante. La taille du filtre limite le rapport signal sur bruit de la mesure, car l'intensité du faisceau mesuré baisse quand on diminue la taille du filtre. La taille du filtre choisie correspond aux dimensions de la zone limite d'absorption (de $10 \mu\text{m}$ sur la surface du spot), en tenant compte bien évidemment du grandissement de l'image en champ proche. Une autre solution consiste à exciter l'échantillon avec un spot de distribution uniforme en intensité et suffisamment petit pour négliger les effets liés à l'angle de la cavité. La solution retenue est bien plus simple à mettre en oeuvre et offre des résultats concluants.

Les spectres de réflectivité obtenus après filtrage spatial sont représentés figure 3.17. Pour une intensité au-dessus de l'intensité de seuil, le flanc raide de bistabilité apparaît sur le spectre de réflectivité au minimum de réflectivité, comme le prévoit le modèle. Comme précédemment, le minimum du spectre de réflectivité se déplace linéairement avec l'intensité et ce déplacement a été retranché sur les spectres de la figure 3.17 à gauche. Le balayage de la position du spot d'excitation dans les deux sens de parcours met en évidence le cycle d'hystérésis. Un accord quantitatif donnant la forme de raie ne peut pas être obtenu dans le cadre de ce modèle pour deux raisons. D'une part, le choix d'une spectroscopie en déplaçant l'échantillon rend les mesures sensibles aux inhomogénéités de surface et d'épaisseur des puits quantiques. D'autre part, la forme de raie de l'exciton n'est pas prise en compte; on ne la caractérise que par sa largeur, en la supposant lorentzienne.

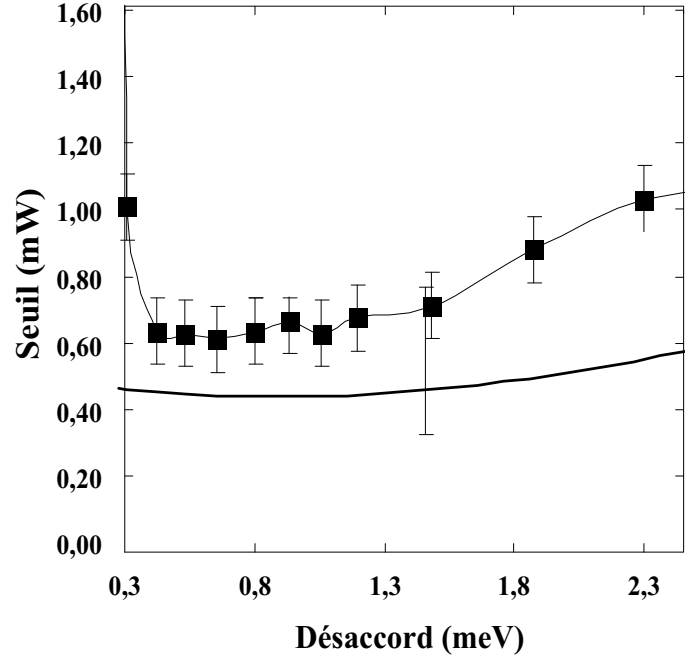


D.3.2 Seuil de bistabilité

Le seuil de bistabilité peut être déterminé avec une très bonne précision en observant le clignotement entre les deux états stables, dû aux fluctuations d'intensité ou aux vibrations mécaniques des éléments optiques du montage. La figure 3.18 montre un exemple d'un tel signal. Les variations du seuil de bistabilité avec le désaccord exciton-cavité sont représentées sur la figure 3.19. On n'utilise pas ici de filtre spatial.

Dans un modèle qui repose sur l'hypothèse de pixels indépendants, un calcul précis du seuil de bistabilité n'est pas possible puisque le modèle prévoit que chaque pixel du spot d'excitation a son propre seuil de bistabilité. Cependant, nous pouvons faire une estimation grossière en supposant que la bistabilité apparaît dès que la densité d'excitation locale au centre du spot dépasse le seuil de bistabilité calculé à partir de la relation (3-15). En conséquence, on divise le seuil (3-15) par le rapport de la densité locale au centre du spot sur la densité moyenne d'excitation, que l'on trouve égal à $\sqrt{2}$ pour une distribution gaussienne.

La valeur du coefficient non linéaire est calculée en utilisant l'expression (3-9) et la mesure du diamètre du spot d'excitation $d_{spot} = 38 \pm 4 \mu\text{m}$. La largeur du polariton γ_p est estimée à partir de la mesure de réflectivité à $\delta = 1.5 \text{ meV}$, qui doit être prise au seuil sachant que la largeur augmente avec la densité d'excitation à cause de l'élargissement collisionnel. Pour simplifier, nous avons négligé les variations de γ_p avec le désaccord exciton-cavité (inférieures à 10% sur l'intervalle considéré). Le trait épais de la figure 3.19 est le résultat du modèle. Elle est compatible avec la courbe expérimentale, compte tenu des incertitudes sur les paramètres du modèle. A titre d'illustration, les barres d'erreur ont été rajoutées pour le point de la courbe théorique à $\delta = 1.5 \text{ meV}$ correspondant aux incertitudes dans les

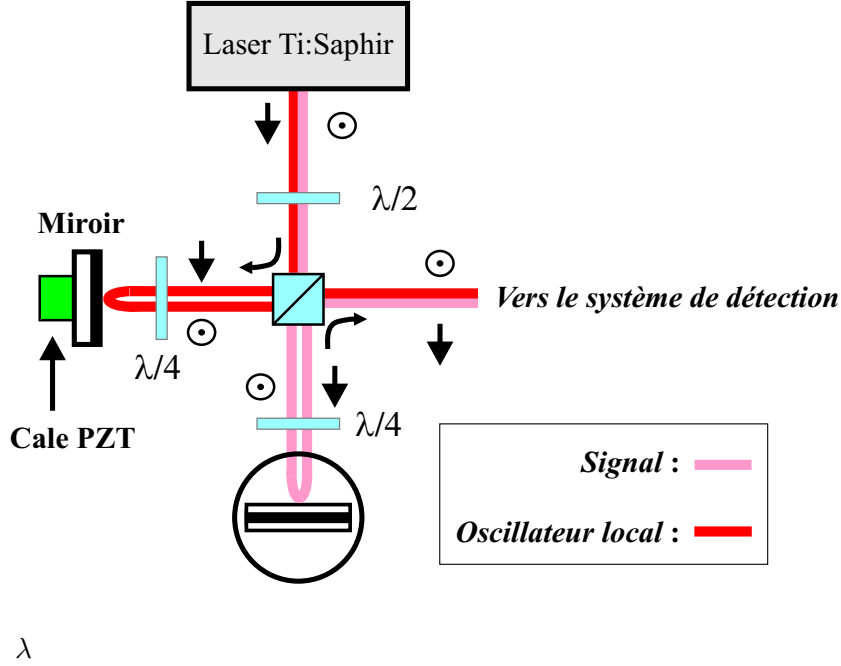


$$\frac{d_{spot}}{\delta} \quad \mu \quad \gamma_p$$

mesures des paramètres du fit α_{exc} et γ_p .

La forme générale de la courbe correspond au comportement attendu, sauf lorsque le désaccord tend vers zéro où l'intensité de seuil remonte très rapidement; elle est supérieure à 25 mW pour $\delta=0.3$ meV. Un modèle plus élaboré prenant en compte la structure des modes transverses de la microcavité et la diffraction est sans doute nécessaire pour comprendre cet effet. Le seuil minimal de bistabilité est obtenu à un désaccord légèrement positif, proche de la valeur théorique donnée par la relation (3-16).

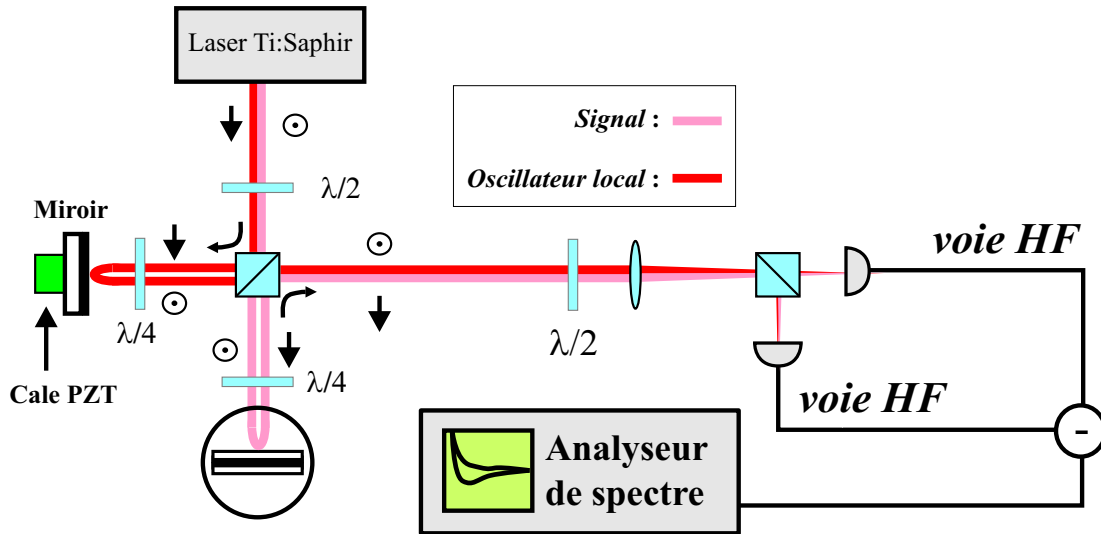
Les expériences précédentes ont permis de caractériser le régime de bistabilité. On s'intéresse à présent aux modifications des fluctuations quantiques dans le processus non linéaire. L'étude des fluctuations va nous permettre de mettre en évidence la cohérence du processus d'amplification. La compréhension des effets spatiaux nous offrira la clé pour observer de la compression de bruit. Les résultats obtenus sont comparés avec le modèle, qui permet finalement d'estimer la réduction de bruit sur le champ intra-cavité de polaritons.



E.1 Premiers résultats

E.1.1 Montage expérimental

On excite l'échantillon à l'incidence normale avec une polarisation circulaire σ^+ , à résonance avec la branche basse de polariton. Comme précédemment, l'utilisation combinée d'un cube polariseur et d'une lame quart d'onde permet de distinguer la lumière réfléchie du laser d'excitation (voir la figure 3.20). Le faisceau qui arrive sur l'autre voie du circulateur optique est maintenant utilisé comme oscillateur local, i.e. comme un faisceau de référence à la fréquence du laser d'excitation que l'on fait battre (interférer) avec la lumière réfléchie. Le système de détection est représenté sur la figure 3.21. Le principe de la mesure est présenté dans l'annexe A. Utilisé sans oscillateur local, le montage, appelé détection équilibrée, permet de mesurer le bruit d'intensité. Avec un oscillateur local, il permet de mesurer le bruit sur n'importe quelle quadrature du champ. Le recouvrement entre les deux faisceaux se règle au niveau du miroir de l'oscillateur local, monté sur une cale piézoélectrique qui permet de faire varier la longueur du chemin optique du bras de l'oscillateur par rapport à celle du bras de la microcavité. Sur la voie de sortie du circulateur optique, l'oscillateur local et la lumière réfléchie ont des polarisations linéaires croisées; ils n'interfèrent pas. Le mélange des deux champs s'obtient avec la lame demi-onde, réglée de manière à séparer en deux



parties égales chacun des champs sur les deux photodiodes.

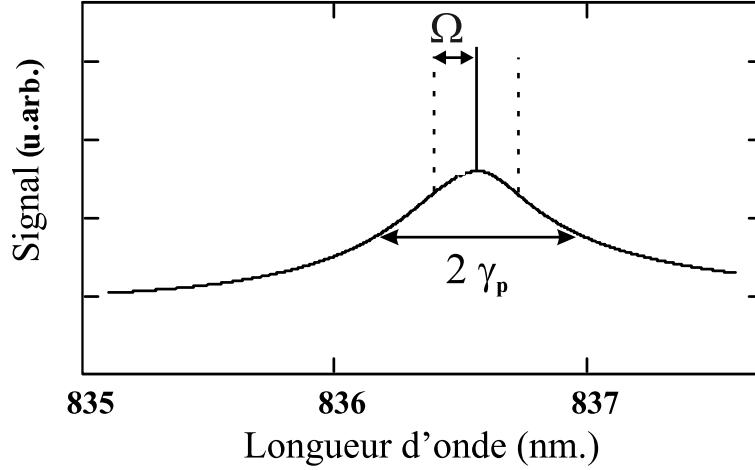
E.1.2 Fréquence d'analyse et largeur de raie

Le système de détection permet de mesurer les fluctuations du signal, amplifiées par le battement avec l'oscillateur local, dans un certain domaine de fréquence que l'on va préciser.

Ce domaine est limité vers les basses fréquences par le bruit technique -en dessous de 1 MHz- et vers les hautes fréquences par la rapidité de l'électronique de détection, inférieure à quelques dizaines de MHz. Il est aussi limité à basse fréquence par la largeur spectrale du laser, qui est de 1 MHz. En effet, le même laser étant utilisé pour l'excitation et comme oscillateur local, si la fréquence d'analyse est inférieure à la largeur du laser, on mesurera un signal d'interférence du laser avec lui-même. On peut donc choisir à l'analyseur de spectre une fréquence d'analyse entre 2 MHz et 20 MHz. Dans notre cas, on s'attend à une modification des fluctuations à fréquence nulle, i.e. la fréquence d'analyse doit être choisie aussi proche que possible de zéro.

Toutes les mesures de bruit présentées sont effectuées à 7 MHz, soit à une fréquence supérieure à celle du bruit technique et à la largeur du laser. Or comme une fréquence de 7 MHz, qui correspond à une énergie de l'ordre de 30 neV, est beaucoup plus petite que la largeur des résonances du système, on peut très justement considérer que les fluctuations sont mesurées à fréquence nulle (voir la figure 3.22).

Dans une mesure de bruit d'intensité, on regarde les fluctuations de l'amplitude

 Ω γ_p

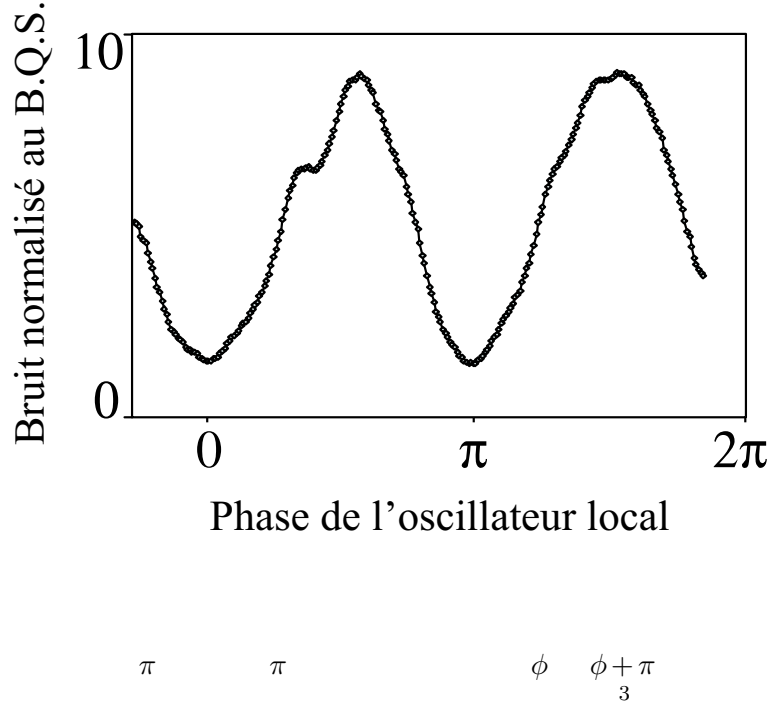
du champ, le signal est envoyé directement sur une paire de photodiodes, sans être mélangé à l'oscillateur local. C'est alors le faisceau réfléchi qui joue le rôle d'oscillateur local. La différence de phase entre le signal détecté et l'oscillateur local est nulle, puisque la lumière émise et le laser réfléchi suivent exactement le même chemin. On note que l'on détecte ainsi une lumière émise dans la même direction que le laser réfléchi, à une fréquence très proche (7 MHz de différence), ce qui serait très difficile par une mesure optique directe.

E.1.3 Bruit et luminescence quasi-résonante

On discute ici de l'équivalence entre le bruit d'intensité et la luminescence [Messin 02]. Une étude détaillée de la réponse optique d'une microcavité montre qu'en plus du champ réfléchi, de la photoluminescence quasi-résonante est émise, dans des directions très proches de celles du signal réfléchi et à des énergies très proches du laser [Stanley 97]. Le signal de bruit d'intensité correspond à de la luminescence quasi-résonante, émise à une fréquence très proche de la fréquence d'excitation; ce que l'on peut voir aussi en remarquant que le battement entre le laser à la fréquence ω_L et la lumière incohérente à la fréquence $\omega_L \pm \Omega$ donne lieu à un signal de bruit à la fréquence Ω (voir la figure 3.22). On peut montrer que ce signal de bruit est simplement proportionnel à $I_{PL}(\omega_L + \Omega) + I_{PL}(\omega_L - \Omega)$, où I_{PL} est l'intensité de photoluminescence [Messin 01].

E.1.4 Dépendance en phase

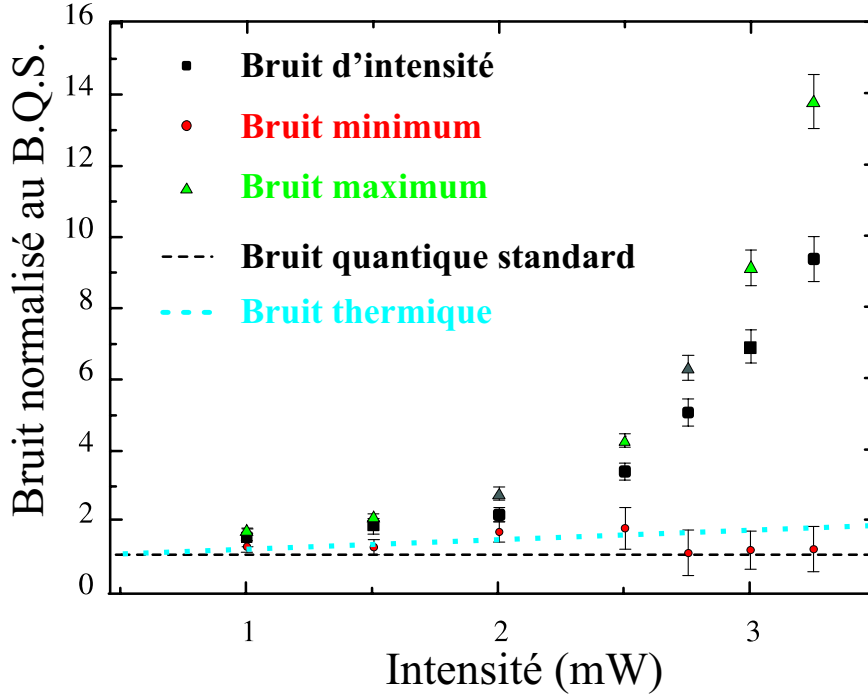
On présente à la figure 3.24 une série de mesures de détection homodyne pour une excitation résonante, à différentes intensités d'excitation, où la position



de l'échantillon est fixée (choisie pour avoir une intensité d'émission maximale). Chaque courbe est obtenue en modulant la cale piézoélectrique sur laquelle est montée le miroir du bras de l'oscillateur local. A basse intensité, toutes les quadratures de la lumière émise sont équivalentes. L'effet non linéaire n'est pas efficace, la polarisation subit un déphasage linéaire, accompagné d'un excès de bruit indépendant de la phase, donc équivalent sur toutes les quadratures. Ce bruit provient de la photoluminescence quasi-résonante. Dans le repère de Fresnel, l'aire d'incertitude reste un disque dont le diamètre augmente linéairement avec la puissance de pompe.

En augmentant la puissance de pompe, on observe une oscillation du signal de détection homodyne en fonction de la phase de l'oscillateur local³. Une mesure typique est présentée sur la figure 3.23, à un désaccord exciton-cavité nul, à une intensité au-dessus de l'intensité de seuil. Ce signal démontre clairement la dépendance en phase des fluctuations du champ de polariton, comme on s'y attend dans une amplification paramétrique dégénérée [Yariv 89]. L'interaction entre polaritons dans le mode $\mathbf{k}$, à l'origine de l'amplification observée, est donc cohérente, comme le prévoit le modèle de mélange à quatre ondes présenté.

3. L'axe des abscisses correspond en fait à l'axe des temps. L'échelle en phase n'est pas strictement linéaire car le mouvement de la cale piézoélectrique n'est pas uniforme. Pour avoir une échelle en abscisse linéaire sur la figure 3.23, il aurait fallu enregistrer les variations de la phase de l'oscillateur avec le temps [Josse 03].



Cette mesure écarte donc l'explication de l'émission non linéaire à partir d'une amplification non-sensible à la phase comme pour un amplificateur de type laser ([Mu 92] et chap. 21 de [Scully 97]). En particulier, elle écarte l'explication par des effets stimulés faisant intervenir les phonons, comme l'effet "boson" [Imamoglu 96a, Imamoglu 96b]. En considérant le polariton comme un quasi-boson, Imamoglu et ses collaborateurs envisageaient dans leur article une expérience de pompage non résonant à grands angles, dans laquelle la stimulation de la relaxation par les phonons vers l'état du bas de la courbe de dispersion serait rendue possible lorsque le facteur d'occupation dans cet état dépasse l'unité. Il s'agit donc d'une amplification de la lumière assurée par un processus de gain incohérent. Mais sous excitation non résonante, on doit aussi considérer un effet de "goulot d'étranglement", étudié par Tassone et al. [Tassone 96, Tassone 97, Tassone 99], qui apparaît dans la relaxation des polaritons et qui constitue une forte limitation pour le facteur d'occupation de l'état émetteur. Il a été observé sous excitation non résonante dans les semi-conducteurs III-V [Tartakovskii 99, Senellart 00] et dans les

semi-conducteurs II-VI [Müller 00]. Cet effet dépend fortement de la température du système [Savvidis 02, Porras 02]. L'effet "boser" a donné lieu à une certaine polémique, aujourd'hui terminée, dont on pourra trouver un compte-rendu historique dans la référence [Senellart 01]. On note que très récemment, l'utilisation de semi-conducteurs II-VI a permis de réduire considérablement l'effet de goulot d'étranglement et laisse de grands espoirs pour une réalisation à court terme d'un laser à polaritons [Andre 03].

Depuis cette mesure de la dépendance en phase publiée dans la référence [Messin 01], d'autres mesures directes de la dépendance en phase de l'émission non linéaire ont été publiées [Kundermann 03]. Dans cette référence, l'amplification paramétrique de polaritons est étudiée dans la configuration non dégénérée du mélange à quatre ondes, où l'excitation se fait à l'angle magique. Les auteurs mettent en évidence la cohérence du mode $\mathbf{k} = 0$ vis à vis du mode de la pompe, dans une expérience de contrôle cohérent avec des impulsions dont l'intensité est plus de deux ordres de grandeur en dessous de l'intensité de l'émission amplifiée [Saba 02].

La figure 3.24 montre les minima et les maxima des oscillations, telles que celles de la figure 3.23, en fonction de la puissance de pompe. L'amplitude de l'oscillation croît rapidement avec le champ pompe lorsqu'on s'approche du seuil d'oscillation. La position de l'échantillon est modifiée pour chaque point de mesure, pour suivre le déplacement des résonances avec l'intensité d'excitation. Les maxima d'oscillation ont une croissance quasi exponentielle, alors que les minima tendent vers la limite quantique standard, avant de remonter pour des intensités supérieures typiquement à deux fois l'intensité de seuil (la fenêtre en intensité de la figure 3.24 n'est pas assez grande pour voir la remontée).

A faible intensité, c.à.d. lorsque les effets non linéaires n'interviennent pas, on observe un excès de bruit, qui augmente proportionnellement avec la puissance de pompe, correspondant au bruit thermique. La ligne en pointillé montre une extrapolation du bruit thermique aux puissances de pompe où les effets non linéaires ne sont plus négligeables, à partir des premiers points de mesure. On observe ainsi une dé-amplification en dessous du niveau thermique. Comme le minimum de l'oscillation atteint la limite quantique standard, l'incertitude sur la pente de bruit thermique ne met en aucun cas en doute ce résultat.

E.1.5 Discussions

Cette mesure de détection homodyne constitue une preuve directe de la cohérence du processus d'amplification, par la mise en évidence de la dépendance en phase. Elle met aussi en évidence une très forte amplification d'une des quadratures du champ et une dé-amplification en dessous du bruit thermique. Elle valide le modèle d'amplification paramétrique, i.e. une amplification dépendante de la phase. Du point de vue de l'optique quantique, une grande attention a été portée à la quadrature minimale dans l'espoir d'obtenir une réduction de bruit

en dessous de la limite quantique standard. Les valeurs minimales des fluctuations du champ sortant sont obtenues expérimentalement suivant la procédure suivante. On se place au voisinage du point tournant de bistabilité, juste avant le saut. L'énergie du laser est fixée, l'intensité est fixée, et on ajuste la position de l'échantillon. Cette procédure est analogue à celle de l'expérience de compression de bruit dans un gaz d'atomes froids en cavité [Lambrecht 95b], où on ajuste directement la longueur de la cavité Fabry-Pérot résonante. Mais contrairement à cette expérience, ces mesures n'ont pas permis d'atteindre le domaine quantique. Il est nécessaire pour cela de regarder précisément quel est le champ envoyé dans le système de détection homodyne.

L'image en champ proche au point bas de bistabilité montre une zone d'absorption apparaissant comme un "point" (voir D.2.4), petit par rapport à la taille du spot d'excitation. On envoie dans la détection homodyne l'émission non linéaire issue de la zone d'absorption, dont les fluctuations sont supposées être sous la limite quantique standard, et le laser réfléchi, dont les fluctuations sont celles du vide. La détection homodyne analyse donc les fluctuations d'un champ, somme d'un champ supposé comprimé et d'un champ cohérent beaucoup plus intense: les fluctuations éventuellement comprimées sont ramenées à celles d'un état cohérent. La solution consiste simplement à filtrer spatialement la lumière réfléchie de manière à minimiser le poids du laser réfléchi et à ne conserver idéalement que l'émission non linéaire.

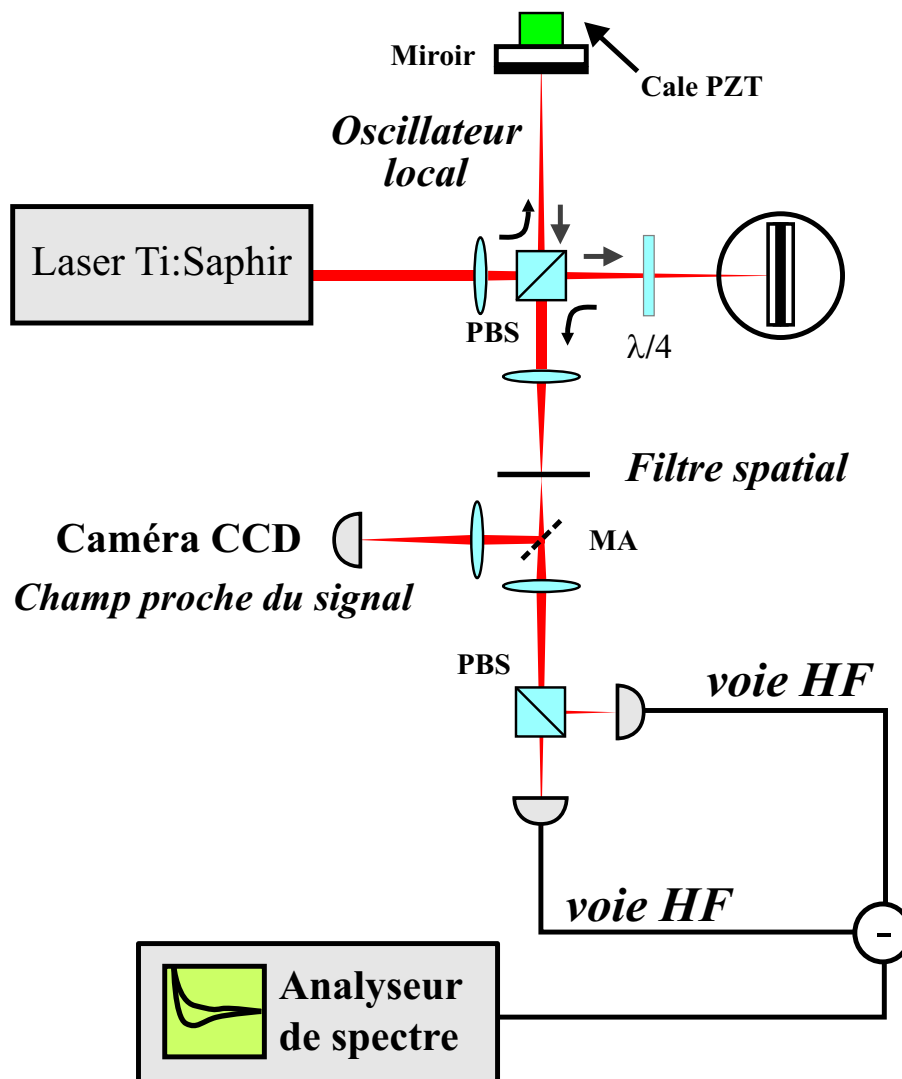
E.2 Mesure de la compression de bruit en dessous de la limite quantique standard

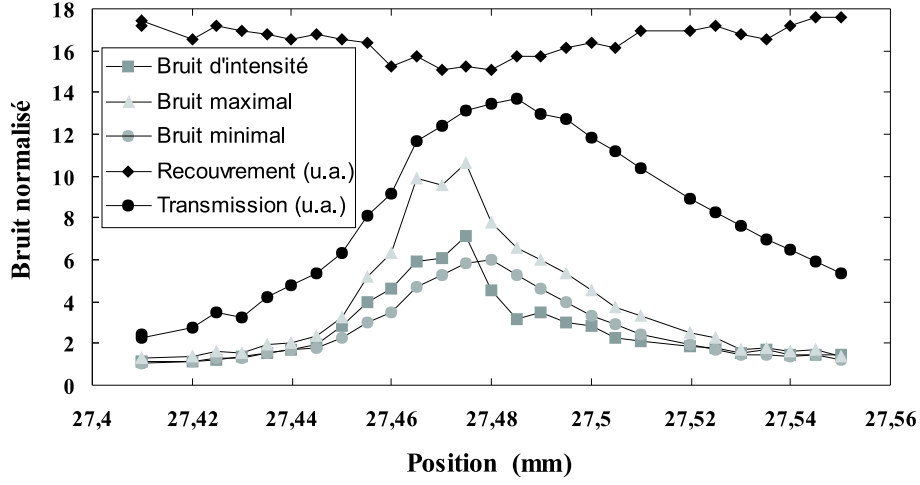
E.2.1 Montage expérimental

On assemble les montages de détection homodyne de la figure 3.21 et le montage de filtrage spatial de la figure 3.9, pour obtenir le montage représenté sur la figure 3.25. On utilise comme filtre spatial une fente de spectromètre, dont l'ouverture peut être ajustée par une vis micrométrique, montée sur un support qui permet de régler l'orientation de la lame. On choisit la taille horizontale de la fente avec deux plaquettes noires positionnées dans le même plan que la fente.

E.2.2 Recouvrement de l'oscillateur local et de l'émission non linéaire

Le recouvrement de l'oscillateur avec le faisceau réfléchi, que l'on règle au niveau du miroir de l'oscillateur local, est fonction de la position de l'échantillon. En effet, une fois le recouvrement ajusté, un balayage de l'échantillon montre, à la caméra CCD, des variations de la direction du laser réfléchi de l'ordre du demi-degré. Pour illustrer l'importance d'un réglage soigneux du recouvrement, on présente une série de mesures autour d'une position de résonance, où sont enregistrées le signal de détection homodyne et de détection équilibrée, le recouvrement et l'ab-



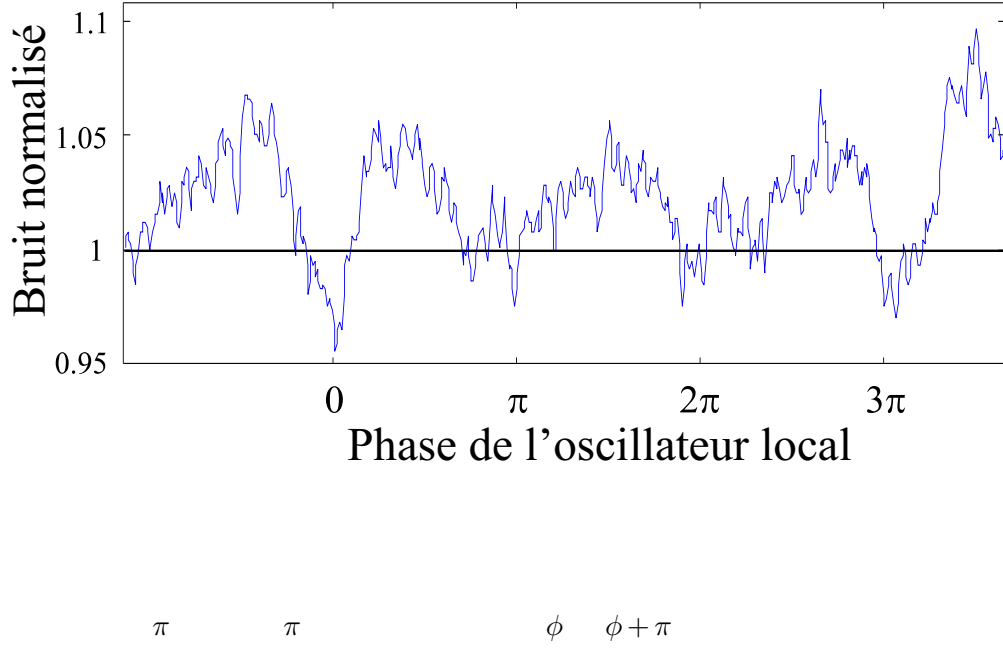


sorption, où le recouvrement a été optimisé une seule fois au début de l'expérience (au point de plus grande abscisse). Autour de la position $x = 27,48$ mm, le bruit d'intensité mesuré passe en dessous du minimum de l'oscillation du signal de détection homodyne, correspondant à une chute du recouvrement de près de 10%. Cette incohérence apparente confirme que la baisse du recouvrement fausse la mesure de détection homodyne. Il faut donc ajuster le recouvrement pour chaque position de l'échantillon.

Une conséquence du filtrage spatial est que l'amplitude des signaux de bruit est beaucoup plus faible, puisqu'on mesure des faisceaux d'intensité nettement plus faible.

E.2.3 La mesure de détection homodyne

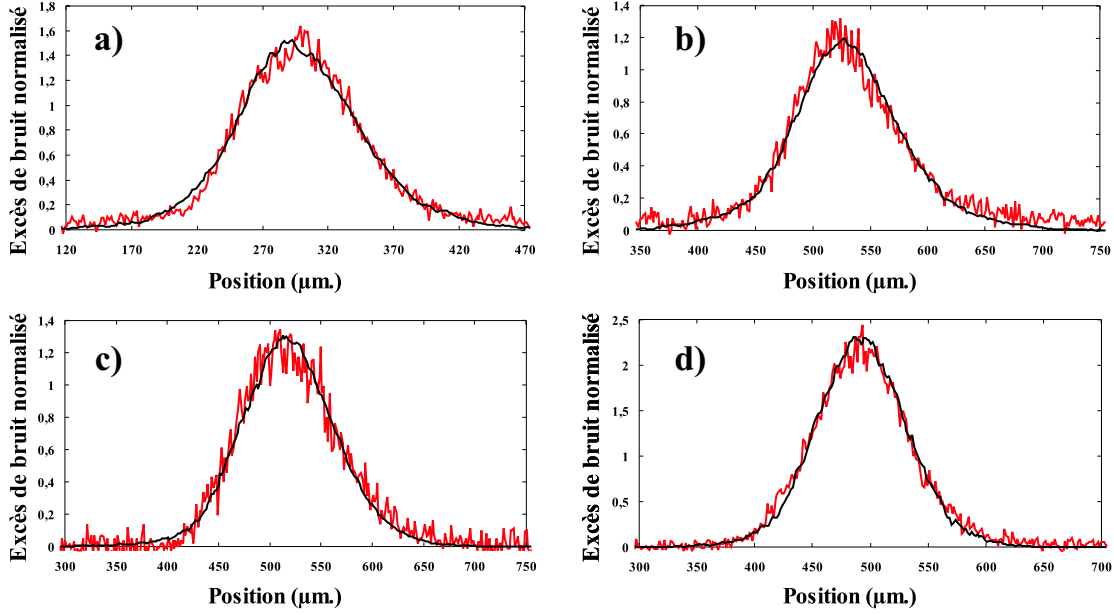
La mesure se fait suivant la séquence suivante. On positionne l'échantillon au point bas de bistabilité, à la limite où le "point" d'absorption disparaît. On règle le filtre spatial, positionné dans le champ proche du champ réfléchi, de manière à ne conserver que la zone d'absorption, grâce à la caméra CCD sur laquelle l'image du filtre se superpose à l'image du champ proche de la tache sur l'échantillon. Une fois le réglage effectué, on modifie légèrement la position de l'échantillon, pour passer le flanc raide de bistabilité et atteindre la position optimale pour la compression de bruit. L'absorption y est trop faible pour être visible sur la caméra, et c'est pourquoi on a dû préalablement régler le filtre spatial sur le point bas de bistabilité, en supposant raisonnablement que la position de la zone d'émission ne change quasiment pas entre la position de réglage du filtre et la position de



mesure de détection homodyne.

Le réglage du filtre est l'objet d'un compromis, entre un filtre trop grand qui laisse passer le laser réfléchi et un filtre trop petit qui coupe une partie de l'émission non linéaire. Dans les deux cas, que se soit la contribution des fluctuations du laser réfléchi, ou la perte d'une partie du faisceau comprimé (voir la discussion du paragraphe B.1.4 du chapitre 1), les fluctuations du faisceau mesuré sont ramenées à la limite quantique standard. Le réglage se fait de façon empirique, en fonction du résultat de la mesure de détection homodyne.

La réduction de bruit a été obtenue à un désaccord de 0.3 meV. Un exemple de mesure de réduction de bruit est représenté sur la figure 3.27. Après les corrections de l'efficacité de détection, dues aux pertes par passage du faisceau comprimé au travers des différents éléments optiques (une vitre de l'échantillon, deux cubes polariseurs, trois lentilles; soit 19 %), on mesure une compression de bruit de 4%. La compression de bruit n'est accessible que dans une très petite fenêtre de désaccord (quelques dixièmes de meV autour de $\delta = 0.3$ meV) et pour des intensités laser juste au-dessus du seuil de bistabilité. Cette fenêtre de désaccord se situe là où le seuil de bistabilité est le plus bas, à résonance avec un polariton dont la composante excitonique est un peu plus importante que la composante photonique. La petite taille de cette fenêtre est certainement liée à deux causes: d'une part la dépendance du paramètre β (qui donne l'excès de bruit sur la voie excitonique) avec le désaccord, et d'autre part le bruit non linéaire. La prise en compte de l'élargissement collisionnel permet de comprendre pourquoi la réduction



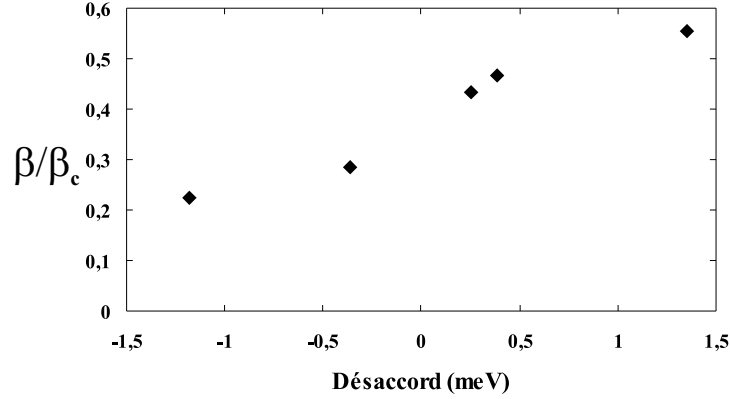
$$\begin{array}{ccccccc} & \delta & & \lambda_{Laser} = 831,71 & & \delta & \lambda_{Laser} = 831,66 \\ \lambda_{Laser} = 832,02 & & \delta & & \lambda_{Laser} = 832,32 & & \delta \end{array}$$

de bruit est obtenue seulement au voisinage immédiat du point bas de bistabilité (voir l'encart de la figure 3.7).

E.2.4 Validation du modèle théorique

On montre dans ce paragraphe que certaines des hypothèses du modèle présenté à la section B peuvent être vérifiées directement par l'expérience. Le calcul des fluctuations dans une microcavité en régime de couplage fort nécessite de prendre en compte les sources de bruit pour les deux modes couplés photon et exciton. Les hypothèses sur le bruit entrant par la voie photonique sont simples, sachant que l'on excite l'échantillon avec un laser dont les fluctuations sont mesurées à la limite quantique standard, aux fréquences d'analyse considérées. Le traitement de la relaxation est délicat et nécessite plusieurs hypothèses. On a adopté une approche phénoménologique de l'élargissement collisionnel, et on a fait l'hypothèse d'un bruit provenant du couplage linéaire avec un réservoir excitonique, dont la population augmente proportionnellement à l'intensité d'excitation. On est capable de démontrer la validité de cette hypothèse en montrant que l'excès de bruit est proportionnel au carré de l'absorption, en régime linéaire (voir le paragraphe B.2.8 de ce chapitre).

L'hypothèse implique que l'excès de bruit d'intensité varie linéairement avec la puissance de pompe en régime linéaire. Cette hypothèse se vérifie effectivement



et on peut déduire de la mesure la valeur du paramètre de bruit et donc la compression de bruit maximale que l'on peut espérer. Ce paramètre est déterminé en comparant le spectre de l'excès de bruit d'intensité avec le carré du spectre d'absorption, obtenus à énergie du laser et intensité fixées, en fonction de la position de l'échantillon. D'après l'équation (3-37), la détermination de la constante de proportionnalité donne la valeur du coefficient β .

La figure 3.28 montre la très bonne validation de l'hypothèse. Les mesures ont été effectuées pour différents valeurs du désaccord exciton-cavité. Le bilan de ces mesures est représenté sur la figure 3.29. On remarque que notre approche ne nous permet en aucun cas de prédire la dépendance du paramètre de bruit avec le désaccord. L'hypothèse d'un niveau couplé à un réservoir excitonique cache toute la complexité du phénomène de relaxation, dont l'efficacité dépend de la dispersion du polariton. D'après les valeurs mesurées, représentées sur la figure 3.29, et en l'absence d'autres sources de bruit, une compression de bruit est attendue sur toute la gamme de désaccords, et en particulier au désaccord correspondant à la mesure de compression de bruit. Comme il a été remarqué au paragraphe E.2.3, l'étroitesse de la game des paramètres où on obtient de la réduction de bruit reste à expliquer.

E.3 Compression de bruit des polaritons

E.3.1 Principe du calcul

Le champ polariton est relié au champ lumineux en dehors de la cavité par deux transformations. La première est donnée par la relation de passage entre le champ polariton intra-cavité et le champ photon intra-cavité (voir le paragraphe

B.1.5 plus haut) :

$$a = -C_0 p \quad (3-41)$$

Cette relation peut simplement être obtenue à partir de la représentation du couplage des champ a et b sur une lame partiellement réfléchissante (voir la figure 1.5 du chapitre d'introduction). La deuxième transformation correspond au passage du champ intra-cavité au champ extérieur:

$$A^{out} = \sqrt{2\gamma_1} a - A^{in} \quad (3-42)$$

On peut ainsi déterminer les fluctuations du champ polariton à partir de la mesure des fluctuations du champ lumineux émis. Comme notre système est similaire en certains points à un OPO dégénéré, on décrit les résultats sur les fluctuations du champ intra-cavité dans ce cas.

E.3.2 État du champ intra-cavité dans un OPO complètement dégénéré

Dans un OPO dégénéré, le champ sortant peut être idéalement comprimé de 100% au seuil d'oscillation. La méthode entrée-sortie permet de calculer les propriétés du champ intra-cavité et montre une compression du champ intra-cavité de 50% en dessous de la limite quantique standard [Yurke 84, Milburn 81], soit réduite de moitié.

L'effet s'explique en considérant les fluctuations du vide qui rentrent par le miroir de couplage. Les fluctuations du champ intra cavité sont corrélées à ces fluctuations. Ces corrélations font que en sortie, les fluctuations résiduelles du champ de cavité transmis s'annulent avec les fluctuations correspondantes dans le champ entrant réfléchi, ce qui permet d'atteindre ainsi une réduction de bruit totale [Scully 97]. Dans notre cas, on doit en plus considérer la nature mixte du champ intra-cavité, c'est à dire le passage dans la cavité du champ photon intra-cavité au champ polariton.

E.3.3 Evaluation du taux de compression des polaritons

Le spectre de bruit du champ de polariton intra-cavité est calculé à partir du spectre de bruit du champ extra-cavité, en passant par le spectre du champ photonique intra-cavité. Mais il faut au préalable déterminer la quadrature pour laquelle le bruit est minimum, au point de la mesure, i.e. à fréquence nulle, au seuil de bistabilité. D'après l'expression du spectre de bruit d'une quadrature θ (relation B-33 de l'annexe A):

$$S_{E_\theta}(\Omega) = [V_{E_\theta}(\Omega)]_{1,1} + [V_{E_\theta}(\Omega)]_{2,2} + 2Re([V_{E_\theta}(\Omega)]_{1,2}e^{2i\theta}), \quad (3-43)$$

La quadrature de bruit minimum à fréquence nulle est celle pour laquelle $[V_{E_\theta}(\Omega = 0)]_{1,2}e^{2i\theta}$ est un nombre réel négatif. On doit donc déterminer l'argument de $[V_{E_\theta}(\Omega = 0)]_{1,2}$ au seuil de bistabilité, c'est à dire avec:

$$\delta_p = -\sqrt{3}\gamma_p \quad (3-44)$$

$$I_{seuil}^{in} = \frac{4\gamma_p^3}{3\sqrt{3}\alpha_p C_0^2 \gamma_1} \quad (3-45)$$

$$n_p = \frac{2\gamma_p}{\sqrt{3}\alpha_p} \quad (3-46)$$

obtenu d'après les relations (3-11), (3-14) et (3-13) de ce chapitre. On remplace ces trois valeurs dans l'expression générale de l'état stationnaire pour obtenir la valeur moyenne stationnaire p_0 du champ de polaritons au seuil de bistabilité:

$$p_0^2 = \frac{3i + \sqrt{3}}{3\alpha_p} \gamma_p \quad (3-47)$$

En prenant l'expression (3-30) de la matrice de corrélation des fluctuations entrantes pour le mode excitonique, obtenue pour une relaxation issue du couplage avec un réservoir excitonique, la matrice de corrélation du champ sortant $[V_{E_\theta}(0)]_{1,2}$ (voir la relation 3-26) a pour expression:

$$\begin{aligned} [V_{E_\theta}(0)]_{1,2} &= \frac{2iC_0^2 p_0^2 \alpha_p \gamma_1}{|DetU(\Omega)|^2} (DetU(\Omega = 0) - 2\gamma_p^2 + 4in_p \alpha_p \delta_p + 2i\gamma_p \delta_p) \\ &+ \frac{8C_0^2 X_0^2 p_0^2 \alpha_p \gamma_1 \gamma_b}{|DetU(\Omega)|^2} (2n_p \alpha_p + i\gamma_p + \delta_p) n_{exc} \end{aligned} \quad (3-48)$$

où l'expression de la matrice $U(\Omega)$ est donnée par la relation (3-20). Le déterminant de la matrice est donné par:

$$DetU(\Omega) = 3n_p^2 \alpha_p^2 + 4n_p \alpha_p \delta_p + \delta_p^2 + \gamma_p^2 - 2i\Omega \gamma_p - \Omega^2 \quad (3-49)$$

En remplaçant les expressions des différentes variables au seuil de bistabilité, on obtient:

$$\begin{aligned} [V_{12}(\Omega)] &= \frac{1}{\Omega^4 + 4\Omega^2 \gamma_p^2} \left[\frac{8}{3} C_0^2 \gamma_1 \gamma_p^3 + 2\Omega^2 C_0^2 \gamma_1 \gamma_p - i \left(\frac{8C_0^2 \gamma_1 \gamma_p^3}{\sqrt{3}} + \frac{2\Omega^2 C_0^2 \gamma_1 \gamma_p}{\sqrt{3}} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{16}{3} (1 - i\sqrt{3}) C_0^2 X_0^2 \gamma_1 \gamma_b \gamma_p^2 n_{exc} \right] \end{aligned} \quad (3-50)$$

Lorsque Ω est suffisamment petite:

$$[V_{12}(\Omega)] \simeq \frac{1}{\Omega^4 + 4\Omega^2\gamma_p^2} \left[\frac{8}{3}(1 - i\sqrt{3})C_0^2\gamma_1\gamma_p^2(\gamma_p + 2X_0^2\gamma_b n_{exc}) \right] \quad (3-51)$$

Ainsi, on trouve que l'argument de $V_{12}(\Omega)$ tend $Arctan(-\sqrt{3}) = -\frac{\pi}{3}$ lorsque Ω tend vers zéro. On définit la quadrature qui minimise le bruit par l'angle θ_{sqz} . Cet angle satisfait l'équation:

$$Arg([V_{12}(\Omega = 0)]e^{2i\theta_{sqz}}) = \pi = -\frac{\pi}{3} + 2\theta_{sqz} \quad (3-52)$$

soit,

$$\theta_{sqz} = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6} \quad (3-53)$$

Finalement, on aboutit à l'expression du spectre de bruit de la quadrature θ_{sqz} au point tournant de bistabilité:

$$\begin{aligned} S_{E_{\theta_{sqz}}}(\Omega) &= \frac{\Omega^4 + 4\Omega^2\gamma_p^2 + 4C_0^2\gamma_1(2X_0^2\gamma_b n_{exc} - \gamma_p)\Omega^2}{\Omega^4 + 4\Omega^2\gamma_p^2} \\ &= 1 - \frac{4C_0^2\gamma_1(\gamma_p - 2X_0^2\gamma_b n_{exc})}{\Omega^2 + 4\gamma_p^2} \end{aligned} \quad (3-54)$$

E.3.4 Taux de compression de bruit optimal

Le spectre de bruit (3-54) est déjà normalisé à la limite quantique standard. Le taux de compression de bruit optimal pour le champ sortant à fréquence nulle se déduit immédiatement de l'expression précédente:

$$\tau_{photon}^{opt} = \frac{C_0^2\gamma_1}{\gamma_p} - \frac{2C_0^2X_0^2\gamma_1\gamma_b n_{exc}}{\gamma_p^2} \quad (3-55)$$

Le premier terme du membre de droite correspond au bruit optimum en négligeant toutes les sources de bruit sur le mode excitonique, i.e. en ne tenant compte que du bruit du vide sur les modes excitoniques et photoniques (voir la discussion au paragraphe C.4 du chapitre 1). Lorsqu'on va vers les désaccords négatifs, le polariton devient de type exciton: C_0^2 tend vers 1 et γ_p tends vers γ_a . Ce terme tend donc vers γ_1/γ_a , ce qui est connu pour un milieu Kerr passif dans une cavité à deux miroirs. Si on avait un seul miroir, $\gamma_1 = \gamma_a$, et la compression de bruit serait parfaite. Le second terme du membre de droite est l'excès de bruit qui ramène les fluctuations à la limite quantique standard pour $\beta = \beta_{critique}$ (β apparaît dans l'expression de n_{exc} ; voir la relation (3-30)).

E.3.5 Variance du champ de polariton

Il reste maintenant à évaluer le taux de compression de bruit du champ de polariton, à partir des résultats obtenus pour le champ sortant. Les deux relations de passage nécessaires font intervenir le taux de relaxation à travers le miroir de couplage et le poids de la composante photonique du polariton mis en jeu. La variance du champ sortant dans l'ordre normal est donnée par l'intégrale du spectre de bruit dans l'ordre normal [Gardiner 00]:

$$\begin{aligned} : \Delta A^{out} : &= \int \frac{d\omega}{2\pi} \frac{-4C_0^2 \gamma_1 (\gamma_p - 2X_0^2 \gamma_b n_{exc})}{\Omega^2 + 4\gamma_p^2} \\ &= -C_0^2 \gamma_1 + \frac{2C_0^2 X_0^2 \gamma_1 \gamma_b n_{exc}}{\gamma_p} \end{aligned} \quad (3-56)$$

La variance dans l'ordre normal du champ photonique intra-cavité est reliée à la variance du champ sortant par le taux de relaxation du miroir de couplage [Gardiner 00]:

$$: \Delta A^{out} := 2\gamma_1 : \Delta a : \quad (3-57)$$

En remplaçant l'expression (3-56) dans l'expression précédente, on obtient l'expression:

$$: \Delta a := -\frac{C_0^2}{2} + \frac{C_0^2 X_0^2 \gamma_b n_{exc}}{\gamma_p} \quad (3-58)$$

de la variance du champ a , qui représente la composante photonique du champ polaritonique de variance:

$$: \Delta p := -\frac{1}{2} + \frac{X_0^2 \gamma_b n_{exc}}{\gamma_p} \quad (3-59)$$

Finalement, l'expression du taux optimal de compression de bruit pour le champ polaritonique intra-cavité s'exprime:

$$\tau_{polariton}^{opt} = \frac{1}{2} - \frac{X_0^2 \gamma_b n_{exc}}{\gamma_p} \quad (3-60)$$

On note que si le couplage au réservoir excitonique est négligé, on retrouve un taux de 1/2 comme dans le cas idéal d'une cavité Kerr normale. En comparant les expressions (3-55) et (3-60), on remarque que la valeur du taux de compression de

bruit des polaritons se déduit de la mesure sur le champ sortant en multipliant le taux de réduction de bruit mesuré par le facteur $\frac{\gamma_p}{2C_0^2\gamma_1}$. On évalue ce facteur à partir du poids de la composante photonique ($C_0^2 = 0,46$) au désaccord de la mesure donné par l'énergie du laser ($\lambda_{Laser} = 831,68$ nm, soit $\delta = 0.3$ meV), de la valeur effective de la largeur du polariton mesuré au seuil de bistabilité ($\gamma_p = 120\mu\text{eV}$) et de la largeur calculée du miroir de couplage ($\gamma_1 = 90\mu\text{eV}$). Du taux de réduction de bruit mesuré (4%, corrigé des pertes), on déduit une compression d'environ 6% pour le champ polaritonique:

$$\tau_{polariton}^{opt} \approx 0,06 \quad (3-61)$$

Dans le passage du champ de polariton au champ sortant extra-cavité, on gagne un facteur 2, comme dans le cas de l'amplificateur paramétrique dégénéré, mais on perd un facteur C_0^2 , qui représente la perte de la partie excitonique, et un facteur γ_1/γ_p , qui correspond au désaccord entre la largeur de résonance et la largeur du miroir de couplage.

E.4 Conclusion

On a présenté une expérience de compression de bruit de la lumière émise par un milieu amplificateur semi-conducteur. Le taux de compression obtenu est faible et difficile à obtenir au regard d'autres expériences d'optique quantique dans les semi-conducteurs [Fox 95], ou dans les lasers à semi-conducteur. Mais le champ comprimé est dans notre cas de nature mixte exciton-photon.

Le taux de compression de bruit pourrait être amélioré, d'une part en se rapprochant autant que possible d'une cavité à un miroir de couplage ($\gamma_2 = 0$), et d'autre part en abaissant au mieux la température. L'utilisation des semi-conducteurs de type II-VI, pour lesquels l'interaction exciton-photon est plus importante que dans les III-V pourrait éventuellement améliorer le taux de compression de bruit, en réduisant l'intensité d'excitation et donc en partie l'excès de bruit. En tous les cas, le modèle prédit une compression de bruit limitée entre 10% et 20%. Cette mesure constitue avant tout une première démonstration du principe de compression de bruit d'une onde mixte rayonnement-matière dans les semi-conducteurs, qui prouve le contrôle possible des fluctuations au niveau quantique.

Bistabilité à l'"angle magique"

On se place dans le cadre de l'amplification paramétrique de polaritons dans la configuration non-dégénérée. Dans cette configuration, l'analogie avec les OPO a souvent été mentionnée [Baumberg 00, Yamamoto 00, Messin 01]. On présente dans ce chapitre la mise en évidence d'un régime de bistabilité pour une excitation à l'angle magique, analogue au régime de bistabilité connu dans les OPO [Lugiato 88, Richy 95]. Ce régime est expliqué par un modèle inspiré de ceux développés pour les OPO [Fabre 90].

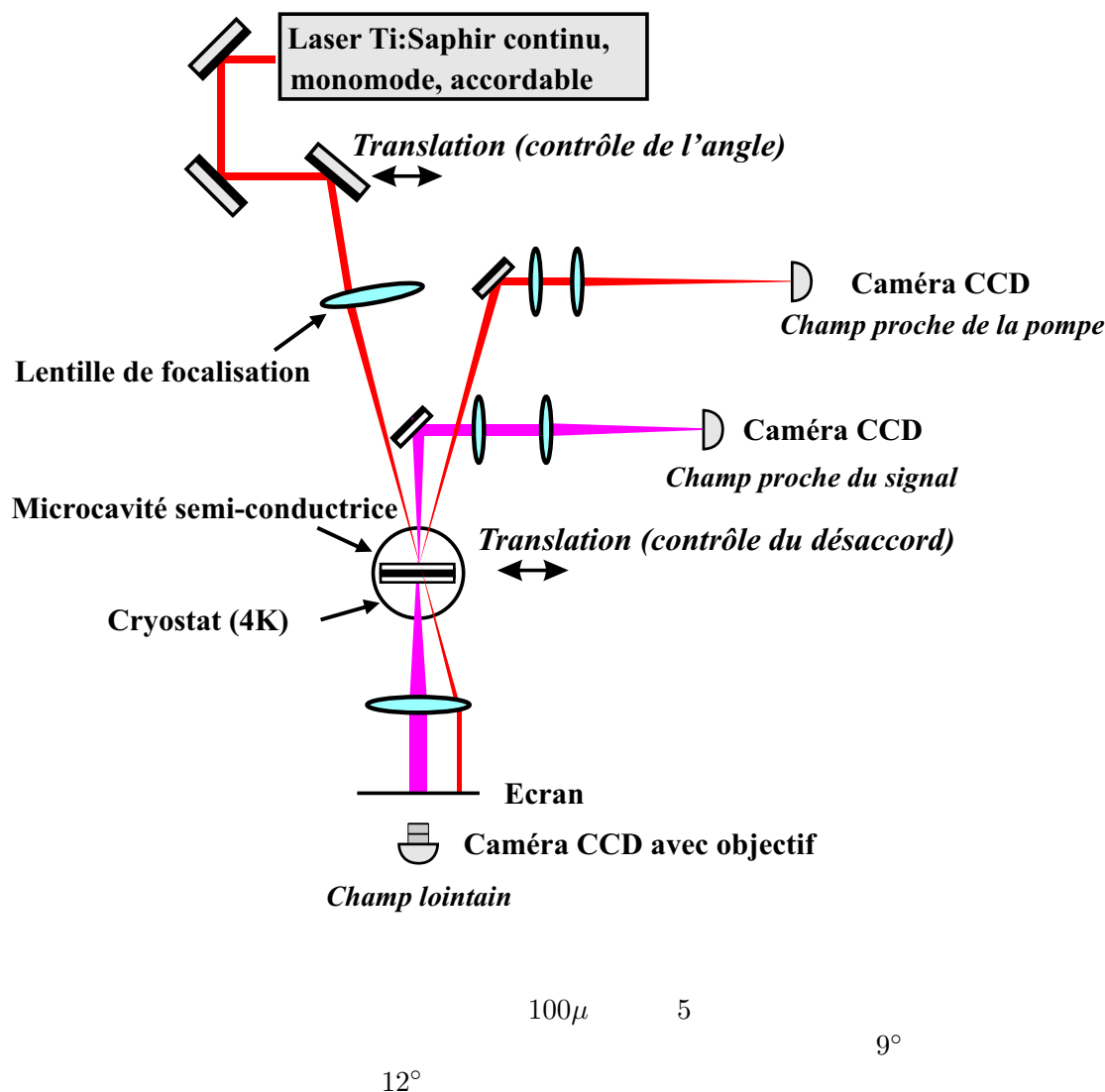
On porte aussi une attention particulière au profil transverse de l'émission non linéaire, par une étude systématique du champ proche et du champ lointain, qui révèle la prédominance des effets spatiaux décrits au chapitre précédent. La configuration d'excitation permet ici de distinguer le faisceau pompe réfléchi du faisceau "signal".

Les expériences ont été faites sur les échantillons E1 et E2, définis au paragraphe B.2.2 du chapitre 2. Le schéma du montage est représenté sur la figure 4.1. On excite l'échantillon à des angles compris entre 9° et 12° , avec un faisceau de polarisation linéaire focalisé sur un spot de rayon $(30 \pm 1) \mu m$. Les figures en champ lointain sont obtenues en transmission, avec une lentille positionnée de manière telle à avoir l'échantillon dans son foyer. On obtient les images en champ proche du signal émis autour de $k = 0$ et de la pompe en réflexion. Avant de construire l'image en champ proche, on construit l'image en champ lointain, et on place un diaphragme qui permet de ne regarder en champ proche que la zone qui émet avec une divergence angulaire limitée par l'ouverture du diaphragme.

A.1 Résultats préliminaires

A.1.1 Seuil d'émission non linéaire

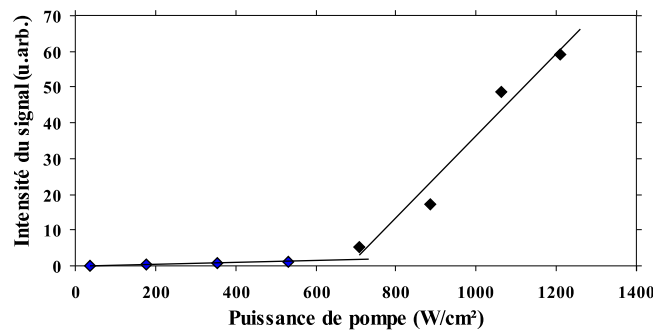
On excite l'échantillon avec un laser d'angle d'incidence et d'énergie tels que les conditions d'accord de phase et de résonance soient remplies. Le puissance de



l'émission non linéaire est mesurée soit à la sortie du spectromètre sur un photomultiplicateur, soit directement avec une photodiode (Fig. 4.2). Dans ce dernier cas, la photodiode est mise en transmission à la place de la caméra du champ proche, et l'émission non linéaire est focalisée dessus. La mesure de l'émission est alors intégrée spectralement. Les rendements (taux de transfert du mode pompé vers le mode signal) obtenus sont de l'ordre du pour cent. Par exemple, on obtient 92 μ W de signal pour 12.7 mW de pompe à un désaccord de -1.8 meV. Le faisceau complémentaire n'est pas visible aux intensités utilisées dans les expériences décrites dans ce chapitre. Les résultats expérimentaux de ce chapitre ne porteront donc que sur les faisceaux pompe et signal.

A.1.2 Décalage vers le bleu et largeur spectrale

L'amplification paramétrique est accompagnée d'un déplacement linéaire des résonances avec l'intensité d'excitation (voir la relation (1-43)). Dans la configura-



$k = 0$

832.02

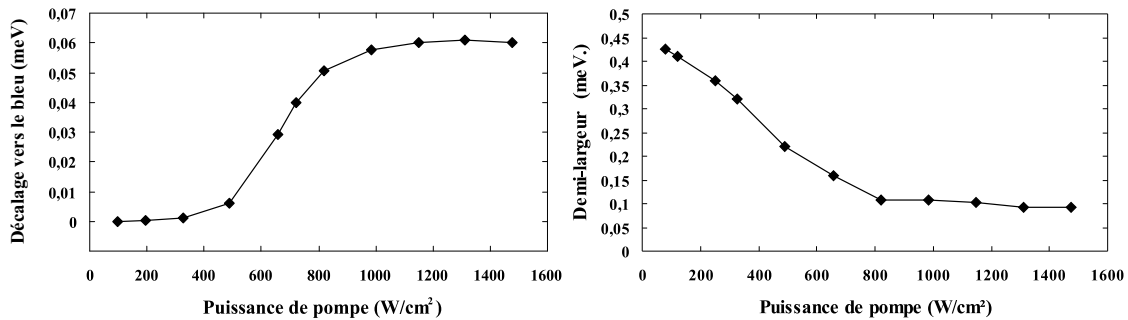
-2, 2

700 W.cm^{-2}

tion dégénérée, on a mesuré cet effet sur le déplacement en position des minimums de transmission avec l'intensité d'excitation. La dépendance linéaire est très bien vérifiée.

On mesure ici directement le décalage vers le bleu de l'énergie de l'émission non linéaire avec l'intensité d'excitation (figure 4.3 à gauche). Le déplacement est donné en meV. Il est linéaire aux faibles intensités mais sature un peu au-dessus du seuil non linéaire.

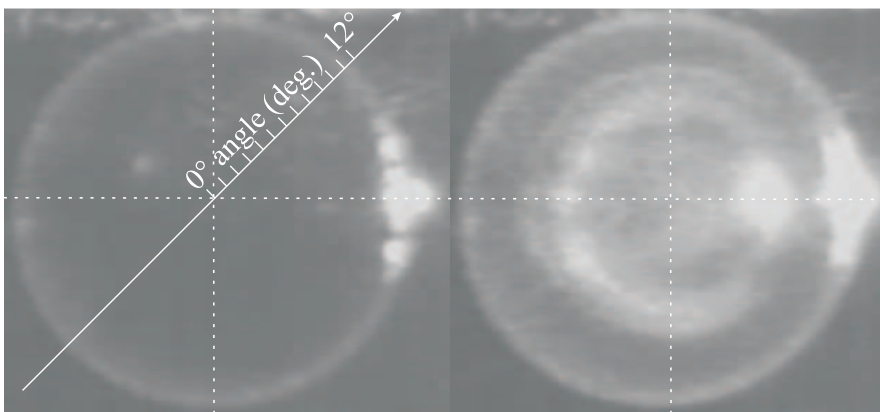
Sur la figure 4.3 à droite, on représente la largeur spectrale de l'émission non linéaire en fonction de la puissance d'excitation (on rappelle que c'est une demi-largeur à mi-hauteur). L'émission non linéaire présente un rétrécissement spectral très net (figure 4.3). Là aussi on observe la saturation une fois le seuil dépassé



831.81

831.81

La saturation avec la puissance de pompe, observée simultanément pour le déplacement non linéaire et la largeur de raie, est un effet direct de la déplé-



836.35

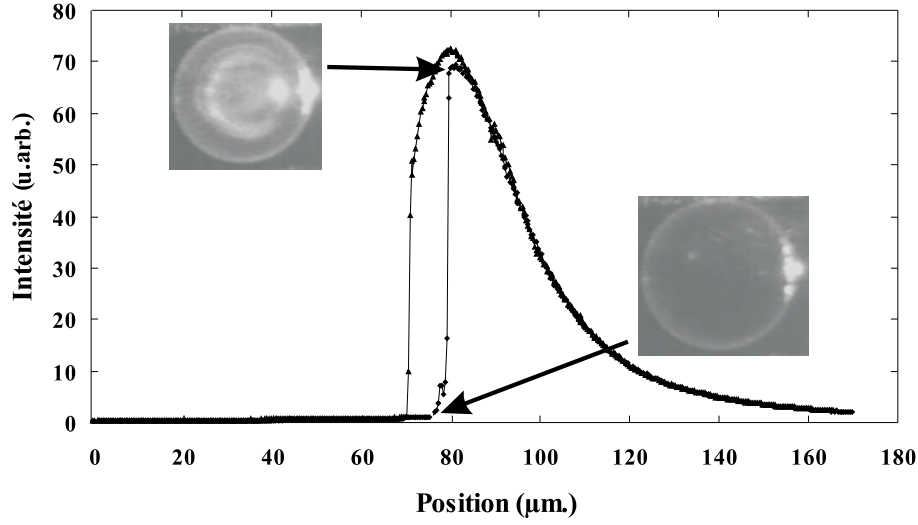
tion de la pompe. Il est systématiquement observé à l'angle magique (voir par exemple [Baumberg 00, ?, Kundermann 03]). Il ne s'observe pas dans la configuration dégénérée de l'amplification paramétrique, où seul le mode du bas de la courbe de dispersion est mis en jeu.

A.1.3 Images en champ lointain

Les images en champ lointain sont prises en transmission et non en réflexion comme dans [Houdré 00a]¹. En régime linéaire, on observe l'anneau Rayleigh de diffusion élastique et la photoluminescence de la branche basse de polaritons (voir la figure de gauche de la figure 4.4 et la figure 4.8). En régime non linéaire, la diffusion paramétrique est responsable d'une émission non linéaire autour de l'angle nul (voir la figure de droite de la figure 4.4). L'élargissement inhomogène se manifeste par des effets de localisation, responsables d'une structure de speckle dans l'anneau de diffusion Rayleigh.

Ces résultats préliminaires confirment les résultats obtenus par Houdré et al. sur le même échantillon et permettent de s'assurer du bon fonctionnement du montage expérimental. On se référera à l'article [Houdré 00b] pour une discussion détaillée.

1. Toutes les images en champ lointain sont obtenues avec l'échantillon E1.



832.02

-2, 2

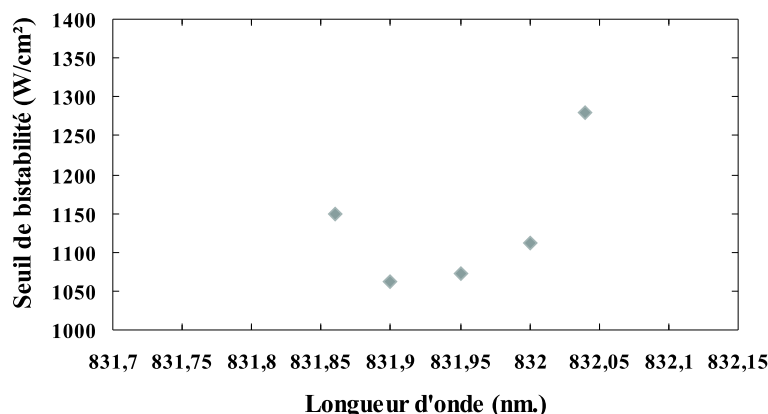
A.2 Bistabilité

A.2.1 Conditions d'observation

On part d'une configuration d'excitation résonante à l'angle magique pour un désaccord exciton-cavité donné. Tous les paramètres sont optimisés pour que le seuil d'amplification paramétrique soit le plus bas possible. Sans modifier l'angle d'incidence, on désaccorde la pompe vers le bleu. On cherche la position de l'échantillon, à laquelle correspond un nouveau désaccord exciton-cavité, pour laquelle la pompe est à nouveau résonante. Pour un désaccord de la pompe suffisant, on observe de la bistabilité sur l'émission non linéaire.

La bistabilité se manifeste par un cycle d'hystéresis, qui peut s'observer en transmission (voir figure 4.5) ou en réflexion sur les variations de l'intensité du signal émis avec la position sur l'échantillon, à intensité de pompe constante. On verra au paragraphe A.2.4 le cycle d'hysteresis sur les variations de l'intensité du signal émis en fonction de l'intensité du signal de pompe, à position fixée.

Les images en champ lointain de la figure 4.5 sont prises pour deux positions de l'échantillon qui correspondent au point bas et au point haut de bistabilité. Les conditions d'observation sont les mêmes dans les deux figures. La densité optique nécessaire pour ne pas saturer la caméra au point haut de bistabilité ne permet pas de voir la photoluminescence au point bas, que l'on pourra observer sur la figure 4.8.

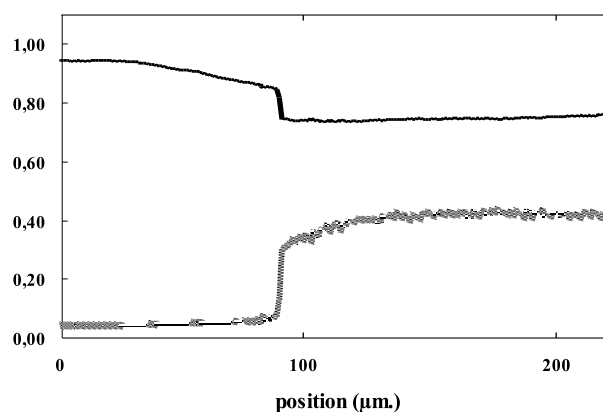


$$\begin{aligned} & [831.83 - 832.08] \\ & 1600 W cm^{-2} \end{aligned}$$

A.2.2 Variation du seuil avec le désaccord

La bistabilité n'est observée que dans une plage limitée de longueur d'onde d'excitation (figure 4.6). Dans cette plage, le seuil varie relativement peu. Il remonte brutalement sur les extrémités de la fenêtre. Le régime de bistabilité est très sensible aux conditions d'excitation. On se place dans des conditions où l'émission non linéaire présente de la bistabilité. Si on modifie très légèrement la position du spot et l'angle d'incidence, il est possible de perdre le régime bistable tout en conservant une émission non linéaire. Dans ce cas, le seuil d'émission non linéaire (non bistable) est plus bas que le de bistabilité dans les conditions initiales.

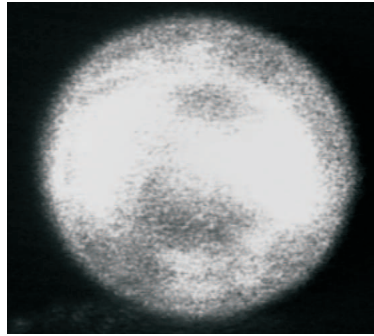
A.2.3 Variations simultanées de la pompe et du signal



836.35

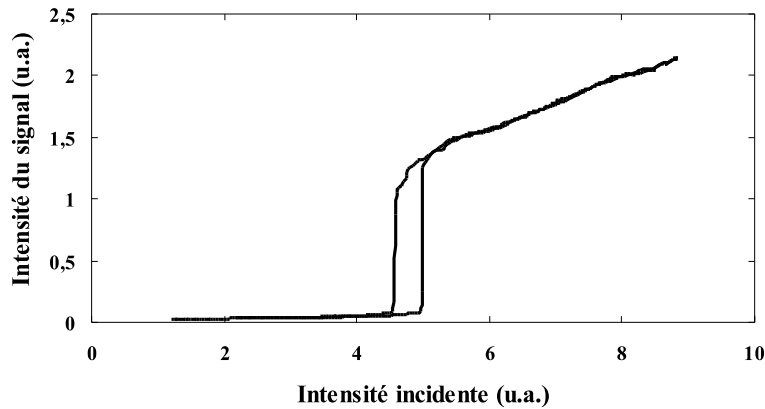
La bistabilité est aussi visible sur le signal de pompe réfléchi (figure 4.7). L'émission non linéaire et le signal de pompe sautent simultanément. On remarque

avant le saut de la pompe (obtenu au point tournant de bistabilité) une baisse graduelle de la réflectivité. Cette baisse de la réflectivité correspond en partie à la lumière émise dans l'anneau de diffusion Rayleigh et à la luminescence de la branche basse de polariton, avant que l'émission non linéaire ne s'observe. Elle correspond à l'émission observée sur la figure de gauche de la figure 4.4 (on doit aussi considérer les pertes dans les modes de fuite; voir la discussion dans la référence [Houdré 00b]). Sur la figure 4.8, on se place à la même position qu'à la figure de gauche de la figure 4.4. L'anneau de diffusion Rayleigh est coupé pour ne pas saturer la caméra. On voit la luminescence à tous les angles.



A.2.4 Distribution angulaire de l'émission non linéaire

La distribution en intensité n'est pas uniforme dans l'espace des k . Elle dépend de la structure spatiale de la zone d'émission et peut être sévèrement modifiée par des petits défauts de surface ou des inhomogénéités de la microcavité dans la composition et l'épaisseur des couches.

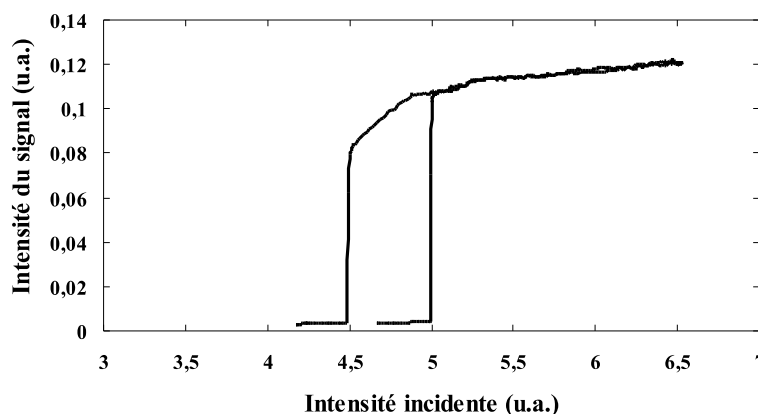


836.36

La distribution angulaire de l'émission dépend de façon complexe de l'intensité d'excitation. La figure 4.9 représente l'émission non linéaire intégrée angulaire-

ment, en fonction de l'intensité d'excitation. Elle croît linéairement en dessous du point bas et au-dessus du point haut de bistabilité.

Si on ne conserve que la lumière émise dans un petit cône (ici 2°), on observe une saturation de l'intensité émise une fois le seuil dépassé. En ce sens, la bistabilité est responsable pour la lumière émise dans un petit cône autour de l'angle nul d'un état "quasi-binaire" pour le signal (voir la figure 4.10). Une fois le seuil dépassé, l'émission non linéaire est distribuée à des angles non-nuls. Elle n'augmente plus dans le cône angulaire de 2° .



836.36

 $\pm 2^\circ$

Cette dépendance angulaire correspond à une déformation de la zone d'émission avec l'intensité d'excitation, telle que la lumière émise sort préférentiellement à des angles non nuls au-dessus du seuil non linéaire². Ce n'est pas une propriété intrinsèque de la bistabilité à l'angle magique. Comme pour la bistabilité dans la configuration dégénérée, elle provient des effets combinés de déplacement en énergie des résonances.

Le cycle d'hysteresis observé à la figure 4.9 pourra être comparé plus tard au modèle. Comme l'émission est intégrée angulairement, on n'est pas sensible aux détails de la distribution angulaire de l'émission non linéaire.

On présente un modèle simple, inspiré des OPO, de bistabilité en régime d'amplification paramétrique dans la configuration non dégénérée. Après avoir rappelé les résultats des OPO, on démontre la possibilité d'obtenir de la bistabilité sous des conditions similaires à celles dans les OPO. On précise les distinctions à apporter entre les deux systèmes.

2. Les images en champ proche ne sont pas suffisamment nettes pour être exploitées.

B.1 Régime de bistabilité dans les OPO

L'OPO avec cavité résonante rentre sous certaines conditions dans un régime bistable. Un OPO triplement résonant est constitué d'un milieu paramétrique placé dans une cavité résonante pour le mode pompe, le mode signal et le complémentaire. Le processus paramétrique est $\{2\omega\} \rightarrow \{\omega + \Delta\omega, \omega - \Delta\omega\}$. Pour simplifier la discussion, on considère le processus dégénéré, dans lequel le mode signal et le mode complémentaire sont identiques, soit $\Delta\omega = 0$.

On part de la configuration où la cavité est résonante avec le mode pompe et le mode signal. On note ω_p et ω_s les fréquences du mode pompe et du mode signal dans cette configuration. Lorsqu'on change la longueur de cavité, la cavité n'est plus résonante avec les modes pompe et signal. On introduit alors les désaccords pour la pompe et le signal (ou complémentaire), normalisés aux taux de relaxation γ_p et γ_s du mode pompe et du mode signal:

$$\Delta_p = \frac{\omega_p - 2\omega}{\gamma_p}, \quad \Delta_s = \frac{\omega_s - \omega}{\gamma_s} \quad (4-1)$$

Une étude des solutions stationnaires montre que le système présente de la bistabilité si les désaccords normalisés de la pompe et du signal vérifient la relation [Lugiato 88]:

$$\Delta_p \Delta_s > 1 \quad (4-2)$$

Ce régime de bistabilité a été mis en évidence dans les OPO [Richy 95], avec un bon accord théorie-expérience.

B.2 Bistabilité dans une microcavité

B.2.1 "Micro OPO" non équilibré

Les équations d'évolution des modes pompe, signal et complémentaire sont déduites du hamiltonien non linéaire (1-43). Comme on ne s'intéresse pas aux fluctuations des champs, on écrit directement les équations pour les champs moyens. On se place dans le référentiel tournant à la fréquence du laser et on introduit la valeur moyenne de l'opérateur lentement variable $\tilde{p}_j$ associé au polariton bas de vecteur d'onde $\mathbf{k}_j$ dans le plan des couches et d'énergie $E_{LP}(\mathbf{k}_j)$:

$$\tilde{p}_j(t) = \langle p_{\mathbf{k}_j}(t) \rangle e^{iE_{LP}(\mathbf{k}_j)t/\hbar} \quad (4-3)$$

On obtient alors l'ensemble fermé des trois équations suivantes pour les modes pompe, signal et complémentaire:

$$\frac{d\tilde{p}_s}{dt} = -(\delta_s + i\gamma_s)\tilde{p}_s + \frac{V_{\mathbf{k}_L, \mathbf{k}_L, \mathbf{k}_L}^{PP}}{\hbar}\tilde{p}_i^*\tilde{p}_p^2 \quad (4-4)$$

$$\frac{d\tilde{p}_p}{dt} = -(\delta_p + i\gamma_p)\tilde{p}_p - 2\frac{V_{\mathbf{k}_L, \mathbf{k}_L, \mathbf{k}_L}^{PP}}{\hbar}\tilde{p}_p^*\tilde{p}_s\tilde{p}_i - C_0\sqrt{2\gamma_a}A_p^{in} \quad (4-5)$$

$$\frac{d\tilde{p}_i}{dt} = -(\delta_i + i\gamma_i)\tilde{p}_i + \frac{V_{\mathbf{k}_L, \mathbf{k}_L, \mathbf{k}_L}^{PP}}{\hbar}\tilde{p}_s^*\tilde{p}_p^2 \quad (4-6)$$

où δ_j et γ_j sont respectivement le désaccord et la largeur du mode j et A_p^{in} le champ laser incident résonant avec le mode p . La renormalisation des énergies n'est pas prise en compte. En introduisant les normalisations:

$$P_s = \frac{g}{\gamma_p}\sqrt{\frac{\gamma_s}{\gamma_i}}\tilde{p}_s \quad (4-7)$$

$$P_p = \sqrt{\frac{2g}{\sqrt{\gamma_s\gamma_i}}}\tilde{p}_p \quad (4-8)$$

$$P_i = \frac{g}{\gamma_p}\sqrt{\frac{\gamma_i}{\gamma_s}}\tilde{p}_i \quad (4-9)$$

$$P_p^{in} = -\sqrt{\frac{2g}{\sqrt{\gamma_s\gamma_i}}}C_0\sqrt{2\gamma_a}A_p^{in} \quad (4-10)$$

avec $g = V_{\mathbf{k}_L, \mathbf{k}_L, \mathbf{k}_L}^{PP}/\hbar$, le système s'écrit:

$$\frac{1}{\gamma_s}\frac{d}{dt}P_s = -(1 + i\Delta_s)P_s + P_p^2P_i^* \quad (4-11)$$

$$\frac{1}{\gamma_p}\frac{d}{dt}P_p = -(1 + i\Delta_p)P_p - P_sP_iP_p^* + P_p^{in} \quad (4-12)$$

$$\frac{1}{\gamma_i}\frac{d}{dt}P_i = -(1 + i\Delta_i)P_i + P_p^2P_s^* \quad (4-13)$$

Les Δ_j sont les désaccords normalisés aux taux de relaxation: $\Delta_j = \delta_j/\gamma_j$. Ces équations sont identiques à celles décrivant la dynamique d'un OPO non dégénéré non équilibré, i.e. avec des taux de relaxation pour le mode signal et le complémentaire différents. Le régime stationnaire est décrit par le système:

$$0 = -(1 + i\Delta_s)P_s + P_p^2P_i^* \quad (4-14)$$

$$0 = -(1 + i\Delta_p)P_p - P_sP_iP_p^* + P_p^{in} \quad (4-15)$$

$$0 = -(1 + i\Delta_i)P_i + P_p^2P_s^* \quad (4-16)$$

En combinant l'équation (4-14) et l'équation conjuguée complexe de l'équation (4-16), on obtient l'équation:

$$P_s[|P_p|^4 - (1 + \Delta_s \Delta_i + i(\Delta_s - \Delta_i))] = 0 \quad (4-17)$$

On en déduit la condition d'oscillation

$$\Delta_s = \Delta_i \quad (4-18)$$

et l'intensité du mode pompé:

$$|P_p|^2 = \sqrt{1 + \Delta^2} \quad (4-19)$$

où l'on note désormais $\Delta_s = \Delta_i = \Delta$. L'évolution des modes signal et complémentaire est décrit par le système d'équations (4-14-4-16) qui peut en fait se réduire à un système de deux équations. En effet, les équations (4-14) et (4-16) donnent $|P_s|^2 = |P_i|^2$. D'après la relation (4-15), la somme des phases des modes signal et complémentaire est fixée: $\varphi_s + \varphi_i = 0$, avec $P_s = |P_s|e^{i\varphi_s}$ et $P_i = |P_i|e^{i\varphi_i}$. Par contre la différence de phase n'est pas fixée. En faisant le choix $\varphi_s - \varphi_i = 0$, on obtient $P_s = P_i$ et on se ramène donc au système:

$$0 = P_p^{in} - (1 + i\Delta_p)P_p - gP_s^2P_p^* \quad (4-20)$$

$$0 = -(1 + i\Delta)P_s + gP_p^2P_s^* \quad (4-21)$$

On obtient les mêmes équations que pour un mélange à quatre ondes dégénéré, puisque il existe une relation fixe entre les valeurs moyennes des champs signal et complémentaire. La recherche des états stationnaires de notre mélange à quatre ondes non dégénéré se ramène donc à l'étude des solutions stationnaires d'un mélange à quatre ondes dégénéré ($P_s = P_i$)³.

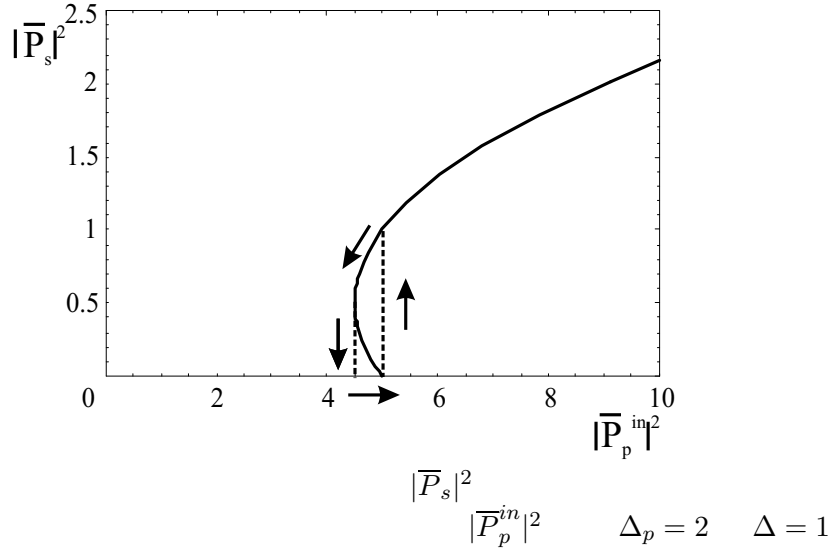
B.2.2 Condition du régime de bistabilité

En utilisant les variables:

$$\overline{P}_p^{in} = P_p^{in}(1 + \Delta^2)^{-1/4}, \quad \overline{P}_s = P_s(1 + \Delta^2)^{-1/4} \quad (4-22)$$

on montre à partir du système (4-20) et (4-21) que les solutions non triviales obéissent à l'équation:

3. Notons cependant que ce mélange dégénéré doit être distingué du mélange paramétrique à quatre ondes étudié au chapitre 3, où seul un mode est mis en jeu. Ici, le mode pompé et le mode signal ont la même fréquence mais il s'agit de deux modes distincts.



$$|\bar{P}_p^{in}|^2 = (1 + \Delta^2)|\bar{P}_s|^4 + 2(1 - \Delta_p\Delta)|\bar{P}_s|^2 + 1 + \Delta_p^2 \quad (4-23)$$

On voit que $|\bar{P}_s|^2$ vérifie une équation du second degré. La solution de cette équation est une parabole dans le repère $(|\bar{P}_s|^2, |\bar{P}_p^{in}|^2)$. La bistabilité apparaît lorsqu'à une valeur de l'intensité incidente $|\bar{P}_p^{in}|^2$ correspondent deux valeurs possibles pour l'intensité du champ signal $|\bar{P}_s|^2$. Il faut donc que le minimum de la parabole soit atteint pour une valeur positive de $|\bar{P}_s|^2$. Si on trace les valeurs stationnaires de $|\bar{P}_s|^2$ en fonction de $|\bar{P}_p^{in}|^2$ pour $\Delta_p\Delta > 1$, on obtient une courbe représentée figure 4.11. On peut montrer que la partie de pente négative est instable alors que les parties de pente positive sont stables. En fait, on a de la bistabilité dans l'intervalle

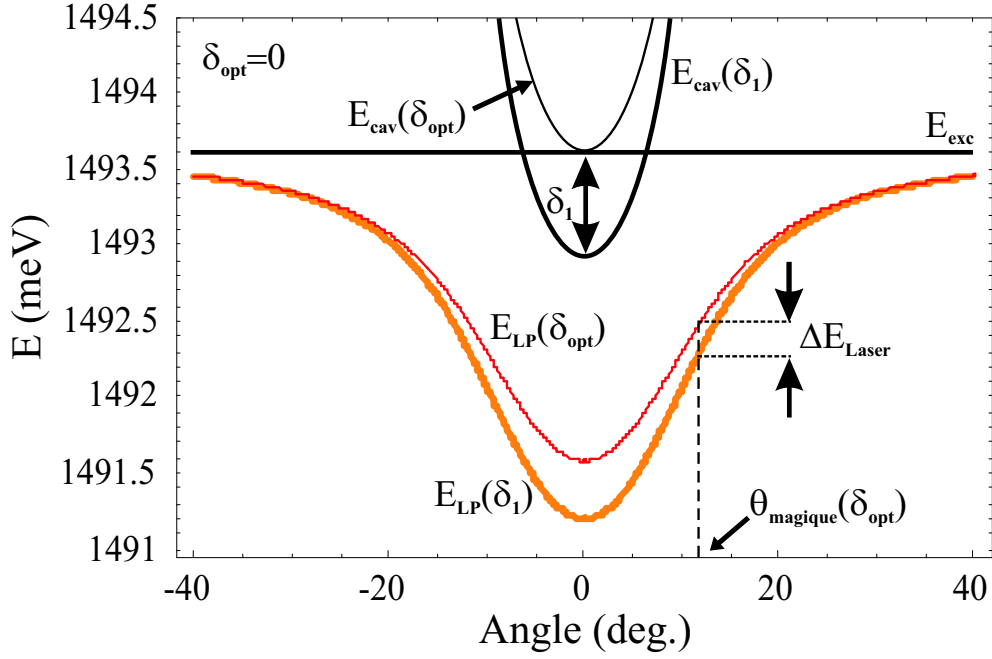
$$\frac{(\Delta_p + \Delta)^2}{1 + \Delta^2} < |\bar{P}_p^{in}|^2 < 1 + \Delta_p^2 \quad (4-24)$$

Un calcul détaillé et une démonstration de l'instabilité peuvent être trouvés dans les références [Lugiato 88, Fabre 90].

B.2.3 Définition des désaccords

On reprend ici les étapes de la procédure utilisée pour atteindre le régime de bistabilité (déjà décrite plus haut au paragraphe A.2.1) en donnant les détails qui permettront de comprendre comment définir des désaccords pour la pompe, le signal et le complémentaire. On pourra s'aider de la figure 4.12.

Pour observer de la bistabilité, on se place initialement, pour un désaccord exciton-cavité noté δ_{opt} , dans la configuration optimale, pour laquelle, à désaccord



$$\begin{aligned} \delta_{opt} &= 0 \\ \delta_1 &= -0.5 \\ \Delta E_{Laser} & \\ \theta_{magique}(\delta_{opt}) &= 12^\circ \end{aligned}$$

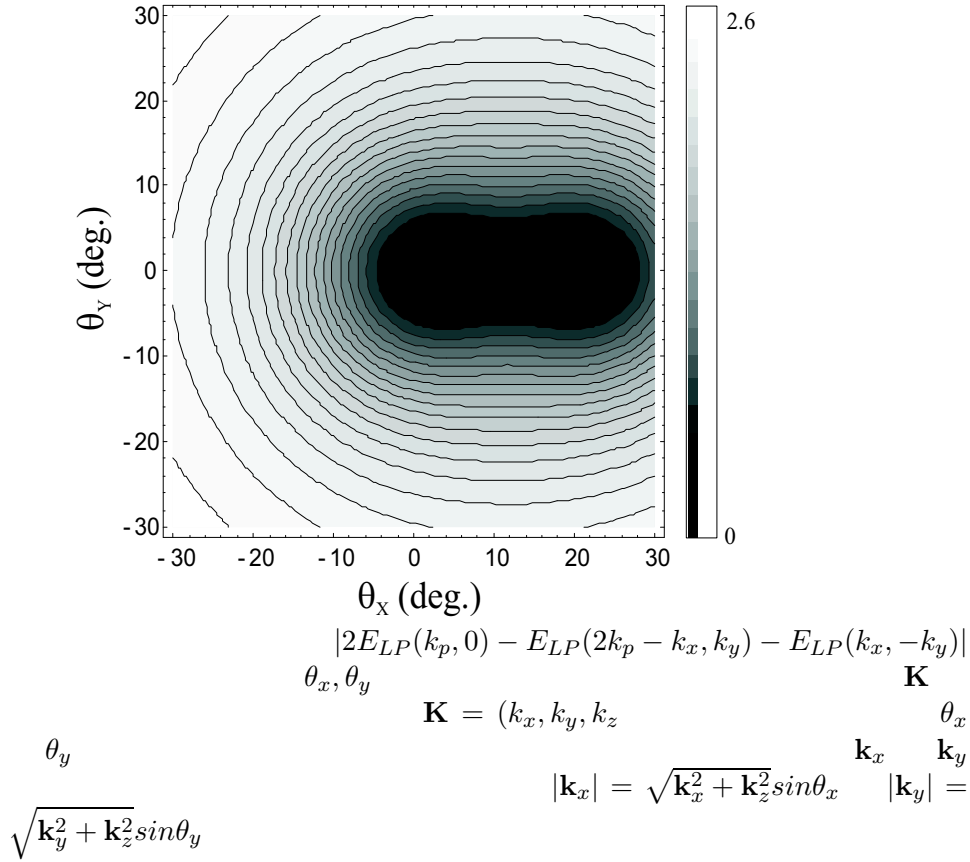
exciton-cavité fixé, le seuil est minimal. L'angle magique correspondant est noté $\theta_{magique}(\delta_{opt})$ sur la figure 4.12. Dans ce cas, on a déjà mentionné au paragraphe C.2 du chapitre 1, qu'en principe, il existe une infinité de couples qui peuvent osciller pour une excitation à l'angle magique. Pour voir cela, on regarde la conservation de l'énergie dans le processus $\{\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_p\} \rightarrow \{\mathbf{k}, 2\mathbf{k}_p - \mathbf{k}\}$, avec $\mathbf{k} \in (k_x, k_y)$, donnée par l'équation:

$$|2E_{LP}(\mathbf{k}_p, 0) - E_{LP}(2\mathbf{k}_p - \mathbf{k}_x, \mathbf{k}_y) - E_{LP}(\mathbf{k}_x, -\mathbf{k}_y)| = 0 \quad (4-25)$$

La figure 4.13 montre les variations de la fonction $|2E_{LP}(\mathbf{k}_p, 0) - E_{LP}(2\mathbf{k}_p - \mathbf{k}_x, \mathbf{k}_y) - E_{LP}(\mathbf{k}_x, -\mathbf{k}_y)|$ dans le plan (k_x, k_y) [Ciuti 01]. Les solutions qui vérifient la conservation de l'énergie donnent un huit. En pratique, seul le couple $\{(0, 0), (2\mathbf{k}_p, 0)\}$ oscille, comme on l'observe.

Ensuite, on désaccorde le laser, en excitant toujours au même angle. Pour la nouvelle énergie du laser, on cherche la position de résonance pour laquelle le laser est résonant avec la branche basse. Le désaccord exciton-cavité correspond à cette nouvelle position est noté δ_1 . Les modes signal et pompe qui oscillent pour ce nouveau désaccord exciton-cavité ont des fréquences différentes changées par rapport au désaccord exciton-cavité initial δ_{opt} .

On note δ_s (δ_i) le désaccord entre l'énergie du mode signal (complémentaire)



au désaccord exciton-cavité δ_1 et l'énergie du mode signal (complémentaire) au désaccord exciton-cavité δ_{opt} . On définit de la même manière le désaccord de la pompe, qui correspond à la différence d'énergie entre les modes pompés pour $\delta = \delta_{opt}$ et $\delta = \delta_1$, i.e. à la différence d'énergie entre les énergies du mode polariton bas de vecteur d'onde dans le plan $(\mathbf{k}_p, 0)$ pour un désaccord exciton-cavité δ_{opt} et pour un désaccord exciton-cavité δ_1 . On introduit pour la pompe, le signal et le complémentaire, des désaccords normalisés aux taux de relaxation:

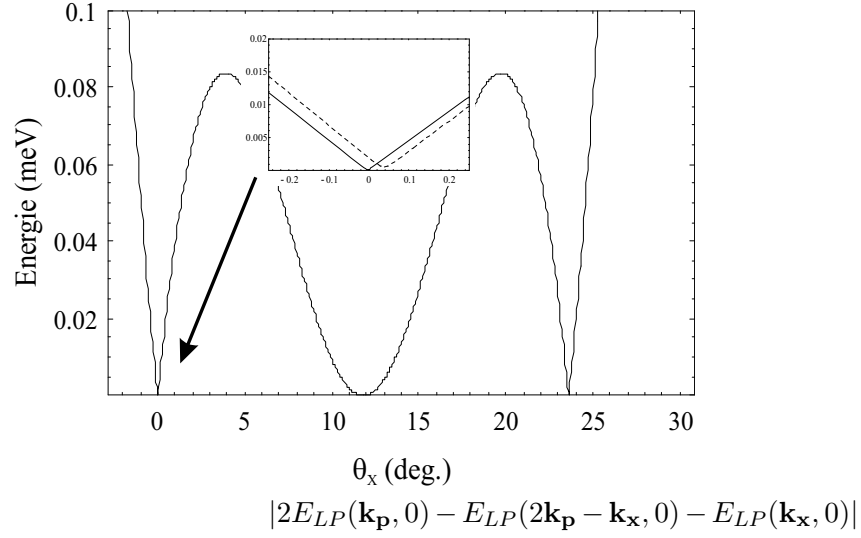
$$\Delta_j = \frac{\delta_j}{\gamma_{\mathbf{k}_j}} \quad (4-26)$$

où $\gamma_{\mathbf{k}}$ est la largeur du mode polariton bas de vecteur d'onde dans le plan $\mathbf{k}$:

$$\gamma_{\mathbf{k}} = C_{\mathbf{k}}^2 \gamma_a + X_{\mathbf{k}}^2 \gamma_b \quad (4-27)$$

B.2.4 Détermination des solutions

La question est de savoir quels sont les couples signal complémentaire $\{(\mathbf{k}_x, \mathbf{k}_y), (2\mathbf{k}_p - \mathbf{k}_x, -\mathbf{k}_y)\}$ qui peuvent osciller. On peut commencer par regarder comme



0, 26

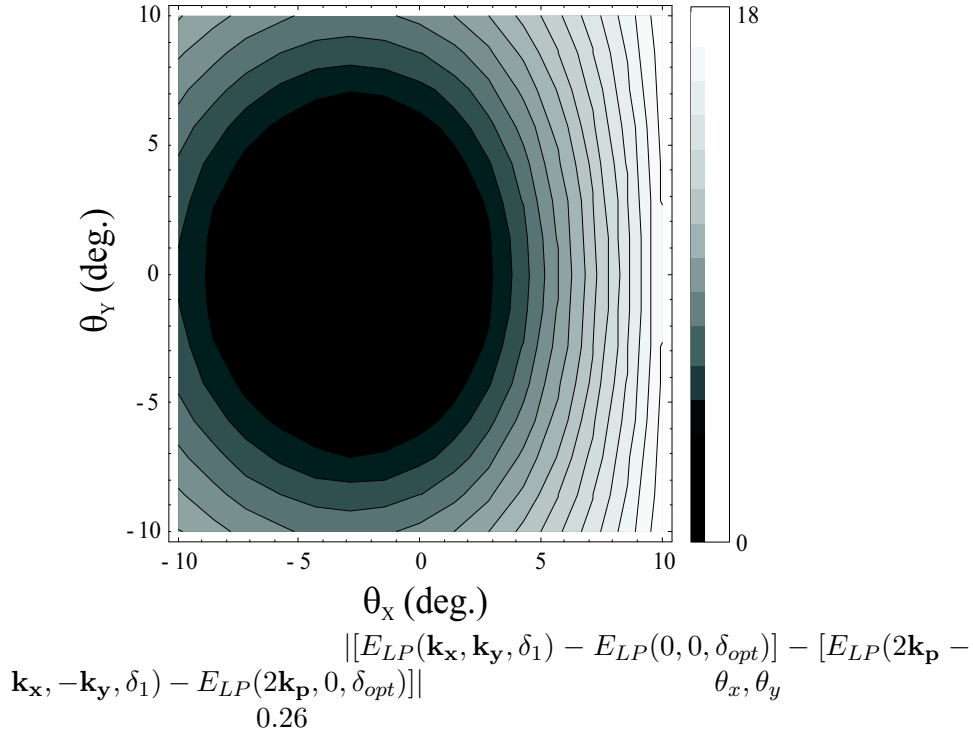
précédemment l'ensemble des couples pour lesquels la conservation de l'énergie est satisfaite. Comme on force le système à osciller dans les mêmes conditions, mais à un désaccord exciton-cavité différent, les solutions ne sont plus les mêmes que celles présentées sur la figure 4.13. En particulier, le couple $\{(0, 0), (2\mathbf{k}_p, 0)\}$ n'est plus solution.

On montre sur la figure 4.14 les variations de la fonction $|2E_{LP}(\mathbf{k}_p, 0) - E_{LP}(2\mathbf{k}_p - \mathbf{k}_x, 0) - E_{LP}(\mathbf{k}_x, 0)|$ dans les conditions optimales, caractérisées par le désaccord exciton-cavité δ_{opt} , que l'on compare avec le cas d'un désaccord exciton-cavité δ_1 dans l'encart. Il apparaît clairement que le faisceau signal ne sort plus exactement à l'incidence normale.

On doit aussi tenir compte dans la détermination des couples qui peuvent osciller de la condition d'oscillation $\Delta_p = \Delta_s$. On peut représenter les couples signal complémentaire dans le plan (k_x, k_y) comme pour la conservation de l'énergie. Pour comprendre précisément la fonction à étudier, on écrit explicitement la dépendance de l'énergie de branche basse avec le désaccord exciton-cavité. La condition d'oscillation s'écrit:

$$\begin{aligned} E_{LP}(\mathbf{k}_x, \mathbf{k}_y, \delta_1) - E_{LP}(0, 0, \delta_{opt}) = \\ E_{LP}(2\mathbf{k}_p - \mathbf{k}_x, -\mathbf{k}_y, \delta_1) - E_{LP}(2\mathbf{k}_p, 0, \delta_{opt}) \end{aligned} \quad (4-28)$$

La membre de gauche correspond au désaccord pour le mode signal et le membre de droite au désaccord pour le mode complémentaire. La figure 4.15 montre les variations de la fonction $||E_{LP}(\mathbf{k}_x, \mathbf{k}_y, \delta_1) - E_{LP}(0, 0, \delta_{opt})| - |E_{LP}(\mathbf{k}_x, \mathbf{k}_y, \delta_1) - E_{LP}(2\mathbf{k}_p, 0, \delta_{opt})||$.

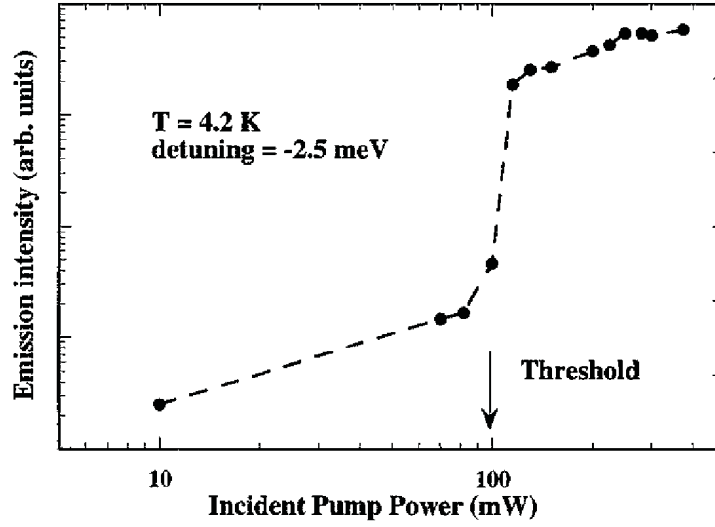


La réunion des deux conditions (4-25) et (4-28) permet de déterminer quel couple oscille. On obtient un ensemble de couples possibles, de faible vecteur d'onde dans le plan suivant y . On suppose que le couple qui oscille est celui pour lequel le mode signal est le plus proche du bas de la courbe de dispersion, comme cela s'observe expérimentalement de façon générale (voir le paragraphe C.2 du chapitre 1). Pour chaque désaccord exciton-cavité, on peut ainsi déterminer le produit des désaccords de la pompe et du signal. Lorsque leur produit est supérieur à un, le système présente de la bistabilité.

B.2.5 Comparaison théorie expérience

La procédure théorique est la suivante. On part d'une valeur donnée de δ_{opt} et on décale l'énergie du laser d'une quantité ΔE_L . Pour cette nouvelle énergie du laser, on cherche la position de l'échantillon telle que le laser soit résonant avec la branche basse de polaritons. On calcule pour chaque désaccord, correspondant à un décalage du laser ΔE_L , le produit $\Delta_p \Delta$. Le régime de bistabilité est atteint lorsque $\Delta_p \Delta > 1$, soit dans notre cas pour $\delta_1 - \delta_{opt} = 0.26$ meV. On trouve que le mode signal du couple qui oscille n'a pas de composante dans le plan suivant y et sort avec un angle de 1.4° suivant x .

Expérimentalement, un éventuel changement de la direction de la lumière émise est difficile à déceler à cause du profil complexe et étendu dans le plan transverse. Une étude détaillée dans ce sens pourrait être menée. La figure 4.6



montre les seuils de bistabilité obtenus en fonction de l'énergie du laser (soit du désaccord exciton-cavité). On trouve que le seuil minimum de bistabilité est atteint pour une différence $\delta_1 - \delta_{opt} \simeq 0.18$ meV. Cette valeur de la différence $\delta_1 - \delta_{opt}$ est relativement proche de la valeur, obtenue par le modèle, au-delà de laquelle on rentre dans le régime bistabilité. La forte remontée du seuil vers les désaccords exciton-cavité négatifs (vers les longueurs d'onde positives sur la figure), non prévue par le modèle, rappelle la forte remontée du seuil observée au chapitre 3. Des raisons équivalentes peuvent sans doute être ici invoquées.

La comparaison du cycle d'hysteresis de la figure 4.9 avec celui de la figure 4.11 montre un bon accord théorie-expérience. La taille et la hauteur du cycle d'hysteresis ont sensiblement les mêmes proportions sur les deux figures (l'échelle de la figure 4.9 a été choisie de manière à faciliter cette comparaison).

Cette étude montre que le modèle développé plus haut rend bien compte de certaines des caractéristiques du régime de bistabilité observé. Ce modèle est complètement équivalent à celui développé dans les OPO. La différence importante, outre que le mélange est à quatre ondes et non à trois, est qu'il n'est pas possible ici de faire l'hypothèse au départ que les largeurs des modes signal et complémentaire sont les mêmes.

On note que cette analogie avec le régime de bistabilité dans les OPO pourrait être étendue à d'autres régimes d'instabilités. On pense en particulier à un régime de bistabilité dynamique, dans lequel est mis en évidence un délai temporel non nul au démarrage de l'oscillation paramétrique [Richy 95].

B.3 Comparaison avec les expériences précédentes

Le régime de bistabilité est atteint en modifiant légèrement les paramètres à partir d'une situation optimale de stimulation de l'amplification paramétrique dans la configuration non-dégénérée. Lorsque Houdré et al. ont publié leur article [Houdré 00b], l'amplification paramétrique n'était pas encore mise en évidence et les conditions d'excitation dans lesquelles ils s'étaient placées ne correspondaient pas exactement à la situation optimale. Cet écart était apparemment suffisant pour que la courbe de seuil non linéaire présenté dans leur article présente une discontinuité que l'on n'observe pas habituellement à l'angle magique (voir la reproduction de la courbe à la figure 4.16). Cette discontinuité fait naturellement penser au flanc raide de bistabilité présenté plus haut.

Dans un premier temps, nous avons cherché à reproduire cette courbe. On s'est placé dans des conditions très proches de celles dans lesquelles a été mesurée cette courbe de seuil: un angle d'excitation de 9° , une taille de tache de $30\text{ }\mu\text{m}$, une polarisation linéaire et un désaccord de $-1,5\text{ meV}$. La courbe de seuil mesurée dans ces conditions est qualitativement identique à celle de la figure. Ensuite, on s'autorise à modifier uniquement l'angle d'incidence et la position de l'échantillon. Typiquement, l'angle est modifié de moins de 1° et la position d'une vingtaine de microns au plus. En jouant ainsi sur ces deux paramètres, on atteint alors le régime de bistabilité.

On peut donc raisonnablement supposer que Houdré *et al.* n'étaient pas loin de la région bistable. Le régime bistable peut vite être perdu avec des petits défauts sur la surface ou un petit écart angulaire. Mais surtout, on peut facilement ne pas voir les signes de la bistabilité (le flanc raide et a fortiori le cycle d'hystérésis), si on ne s'intéresse pas à la bistabilité. L'observation de ces signatures typiques suppose de travailler à intensité constante et de balayer l'échantillon, ou de regarder l'intensité émise en faisant varier continûment la puissance de pompe.

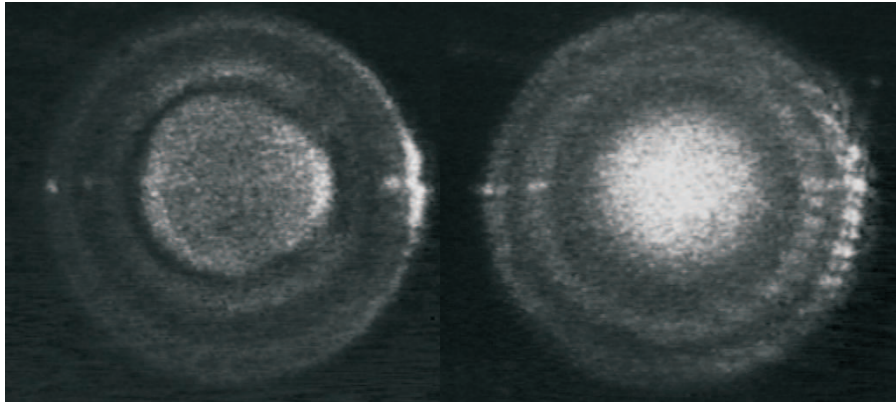
On a vu dans l'étude expérimentale au début de ce chapitre que la structure transverse de l'émission non linéaire pouvait être complexe. Elle est déterminée par les effets transverses présentés en détail au chapitre précédent. Ces effets sont toujours présents, indépendamment de l'existence d'une zone de bistabilité.

A titre d'illustration, on présente dans cette section certaines images significatives en champ lointain et les images en champ proche correspondantes du signal émis et de la pompe, dans lesquelles on retrouve les structures en croissant, en anneau ou en "point" observées au chapitre 3. Ces observations soulignent l'importance à accorder à ces effets transverses.

C.1 Images en champ lointain

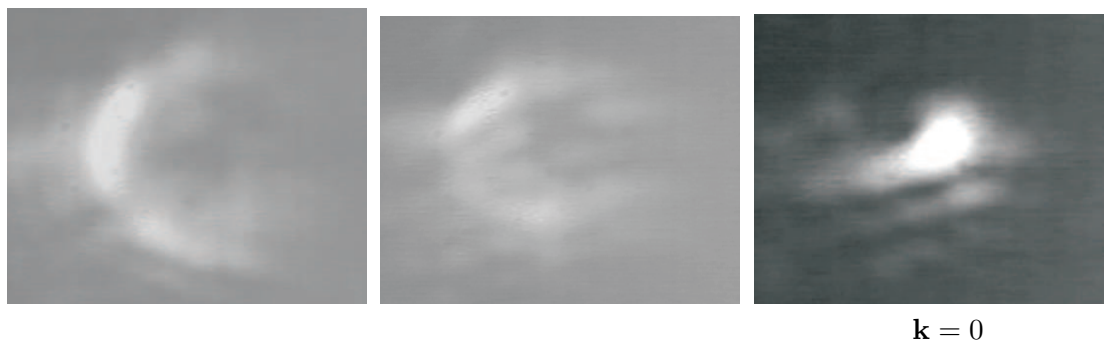
On a déjà vu qu'en régime linéaire, on observe l'anneau de diffusion élastique Rayleigh et la photoluminescence de la branche basse de polaritons. Au-dessus du seuil non linéaire, les structures peuvent prendre la forme d'un anneau, de disques ou des formes composées, toujours incluses à l'intérieur de l'anneau de diffusion Rayleigh. Ces observations sont semblables à celles reportées dans [Houdré 00a]. Mais on observe aussi des structures plus inhabituelles:

- une tache intense sur l'anneau non linéaire, du côté de la tache de la pompe transmise (figure 4.4)
- des structures en anneaux concentriques (figure 4.17)
- un clignotement entre deux régions de résonance séparées spatialement (figure 4.19).



C.2 Images en champ proche

On cherche à relier les structures en champ lointain à la forme de la zone d'émission du signal. Le champ proche est obtenu par collection de la lumière émise autour de $k = 0$ (voir figure 4.1). On ne voit donc pas la tache de la pompe. On retrouve des formes semblables à celles observées dans le cas de l'excitation à l'incidence normale (voir la figure 4.18): le croissant, l'anneau et le "point", et des structures tout aussi complexes que celles observées en champ lointain. La géométrie des zones d'émission est déterminée par l'angle de la cavité et par la distribution non-uniforme en intensité du spot d'excitation, ainsi que par la rugosité des puits (variation de l'énergie de l'exciton et donc du polariton) et des défauts de surface (dépôts sur la surface). Lorsque ces formes ont une géométrie simple, on a pu vérifier que la figure en champ proche de la zone d'émission et la figure en champ lointain se déduisent l'une de l'autre par transformée de Fourier.



C.3 Instabilité spatiale

On se place ici en régime de bistabilité à un peu moins de deux fois le seuil. On trouve un désaccord exciton-cavité pour lequel le laser est résonant quasi-simultanément en deux zones sur l'échantillon, séparées d'un trentaine de microns. On observe un clignotement de l'émission entre les deux zones d'émission. La figure 4.19 montre trois images en champ proche de la zone d'émission prises successivement. On voit le passage d'une zone d'émission en forme de croissant à une zone d'émission en forme de point. Cette série d'images prises à des intervalles de temps d' $1/24$ de seconde n'indique pas que le temps de commutation du système est supérieur à $1/24$ de seconde, puisqu'elles sont moyennées sur la durée d'acquisition. L'instabilité entre ces deux états s'observe aussi en champ lointain.



836.36

$1/24sec.$

C.4 Conclusion

L'ensemble de ces images illustrent les effets de localisation forcée des polaritons. Elles prouvent que ces effets se retrouvent aussi bien dans le processus d'amplification paramétrique dégénéré que non-dégénéré. Les zones d'émission ne

correspondent donc pas simplement à la taille du faisceau d'excitation, comme cela est souvent supposé. Elles ne peuvent se déduire facilement de la divergence de l'émission non linéaire. Inversement, la divergence de la lumière est déterminée en autres par les effets de localisation forcée des résonances. Ces questions sont discutées plus en détail dans le dernier chapitre.

Cohérence spatiale des polaritons

A.1 Cohérence optique et cohérence totale

Le concept de cohérence intervient depuis longtemps dans de nombreux domaines de la physique. En optique, les expériences d'Hanbury-Brown et Twiss [Hanbury 56] et les développements du maser (voir par exemple [Haroche 92]) ont motivé une re-définition plus générale du concept. En particulier, le traitement de la cohérence dans un cadre quantique a fait l'objet d'une série d'articles de Roy J. Glauber [Glauber 63a, Glauber 63b, Glauber 63c, Glauber 65].

La cohérence est la relation, ou une famille de relations, entre un signal en un endroit donné et en un temps donné, et le même signal ou au autre signal, en d'autres points de l'espace et du temps. Si deux signaux sont cohérents, leur superposition éventuelle, par des techniques optiques, montre une figure d'interférences. La possibilité de produire de telles franges dans une expérience hypothétique de superposition apparaît en fait comme une très bonne définition de la cohérence optique [Glauber 63b]. L'expérience type de superposition de champs cohérents est l'expérience des fentes de Young.

Quantitativement, la cohérence est évaluée par des degrés de corrélations. Pour un champ cohérent, au sens de l'optique classique, les amplitudes en deux points sont en phase et ont les mêmes variations ou les mêmes fluctuations. On définit le degré de cohérence à partir des corrélations entre ces fluctuations. Ainsi, on peut caractériser la cohérence optique temporelle d'un champ (supposé stationnaire) à partir de la fonction de corrélation normalisée bien connue définie de la façon suivante:

$$g^{(1)}(\tau) = \frac{\langle E^*(t)E(t+\tau) \rangle}{\langle E^*(t)E(t) \rangle} \quad (5-1)$$

Cette fonction évalue les corrélations entre l'amplitude du champ en deux instants différents séparés de l'intervalle de temps ou délai τ . A délai nul, cette fonction vaut un. Le temps typique avec lequel la fonction $g^{(1)}(\tau)$ tends vers zéro, appelé le

temps de cohérence, détermine le degré de cohérence optique temporelle du champ. On peut en déduire une longueur de cohérence, reliée au temps de cohérence par la vitesse de propagation du signal. La fonction $g^{(1)}(\tau)$ est un cas particulier de la fonction de corrélation d'ordre un, définie de façon générale pour un champ stationnaire entre deux points de l'espace $g^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \tau)$:

$$g^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \tau) = \frac{\langle E(\mathbf{r}, t)E(\mathbf{r}', t + \tau) \rangle}{\langle E(\mathbf{r}, t)E(\mathbf{r}', t) \rangle} \quad (5-2)$$

qui permet aussi de caractériser la cohérence spatiale. La cohérence spatiale est caractérisée par une distance typique, que l'on appellera la largeur de cohérence, et que l'on prendra garde à bien distinguer de la longueur de cohérence, qui caractérise la cohérence temporelle. Cette largeur est définie de la même manière que le temps de cohérence, comme la distance caractéristique dans le plan transverse avec laquelle la fonction de corrélation d'ordre un $g^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \tau)$ tend vers zéro.

Au sens de l'optique, un champ est dit totalement cohérent si sa largeur de cohérence et son temps de cohérence sont infinis, ce qui signifie que la fonction $g^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \tau)$ associée vérifie la relation suivante pour tout couple de points $(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$, quelque soit τ :

$$|g^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \tau)| = 1 \quad (5-3)$$

La cohérence optique est une cohérence au premier ordre. On peut avoir des corrélations dans le champ différentes d'une simple relation de phase. On introduit alors des fonctions de corrélation d'ordres supérieurs. Un champ cohérent à l'ordre 2 satisfait la condition (5-3) pour la fonction de corrélation à l'ordre un et la condition suivante:

$$|g^{(2)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \tau)| = 1 \quad (5-4)$$

où la fonction $g^{(2)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \tau)$ est définie comme:

$$g^{(2)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \tau) = \frac{\langle I(\mathbf{r}, t)I(\mathbf{r}', t + \tau) \rangle}{\langle I(\mathbf{r}, t)I(\mathbf{r}', t) \rangle} \quad (5-5)$$

$$= \frac{\langle E^*(\mathbf{r}, t)E^*(\mathbf{r}', t + \tau)E(\mathbf{r}, t)E(\mathbf{r}', t + \tau) \rangle}{\langle E^*(\mathbf{r}, t)E(\mathbf{r}, t)E^*(\mathbf{r}', t)E(\mathbf{r}', t) \rangle} \quad (5-6)$$

La cohérence au second ordre peut être mesurée dans une expérience de corrélations en intensité. Lorsqu'on s'intéresse à la cohérence spatiale d'un faisceau, on mesure des corrélations en intensité entre deux parties dans le plan transverse de ce faisceau, le délai temporel τ étant fixé à zéro.

Dans ce chapitre, la cohérence spatiale des polaritons sera abordée par deux expériences distinctes, dans lesquelles sont testées la largeur de cohérence spatiale et le caractère monomode transverse de l'émission, dont on donnera plus loin une définition rigoureuse. Les montages utilisés sont respectivement un montage interférométrique de type fentes de Young et un montage de corrélations en intensité. Le premier montage donne accès à la largeur de cohérence, i.e. à la taille de la zone d'émission. La mesure de corrélations intensités, qui portent sur la fonction de corrélation d'ordre deux, donne des informations sur la répartition des photons dans le plan transverse, qui permet d'en déduire le caractère monomode de l'émission.

A.2 Effets cohérents dans les microcavités

Les effets cohérents dans les microcavités semi-conductrices font l'objet de nombreux travaux, motivés en particulier par la réalisation d'émetteurs de lumière à faible seuil et de forte "directionnalité" (en régime de couplage faible) et l'éventuelle condensation de Bose-Einstein des excitons-polaritons (en régime de couplage fort).

La lumière peut être amplifiée par des processus non linéaires de deux types différents, caractérisés par les propriétés de cohérence. Dans un amplificateur laser, l'amplification est assurée par un milieu actif de gain incohérent, alors que dans un amplificateur paramétrique, l'amplification dérive d'un mélange cohérent entre les ondes dans le milieu. Les différences entre les deux types de processus apparaissent dans les propriétés statistiques de la lumière émise.

On a vu au chapitre 3 la preuve directe de la cohérence du processus d'amplification paramétrique par la mise en évidence de la dépendance en phase de l'émission non linéaire et on a noté les progrès récents vers une réalisation d'un amplificateur de type laser pour les polaritons [Andre 03]. En régime de couplage faible, le laser à photons a déjà été bien étudié dans les microcavités.

On présente dans ce chapitre des expériences de mesure de la statistique dans le plan transverse, pour caractériser le comportement monomode-multimode de l'émission et la cohérence spatiale à l'échelle de la zone d'émission. Dans ces expériences, la microcavité est soumise à une excitation résonante, à l'incidence normale ou à l'angle magique, suivant que l'on considère la configuration dégénérée ou non dégénérée du processus paramétrique. La cohérence spatiale vient à l'origine de la cohérence spatiale de la pompe, un laser titane saphir très au-dessus du seuil, dans un état cohérent. Après avoir défini la largeur de cohérence dans une cavité Fabry-Pérot plan-plan (A.3), on considérera la largeur de cohérence du mode propre d'une microcavité en régime de couplage fort (A.4).

A.3 Largeur de cohérence dans une cavité plan-plan

On considère une cavité Fabry-Pérot de géométrie plan-plan contenant un milieu émetteur. On note L_c la longueur de cavité, R_1 et R_2 les coefficients de réflectivité en intensité des miroirs. On peut définir un mode propre de cavité qui caractérise la largeur angulaire de l'émission, comme par exemple, dans le processus d'émission spontanée [Bjork 93] ou dans la génération de seconde harmonique [Aiello 98].

La largeur du pic de transmission est le point de départ du calcul de la largeur angulaire du mode de cavité. La relation de dispersion de la cavité doit être utilisée pour convertir la largeur en énergie de la transmission en une largeur angulaire. Cette transformation est le pivot qui permet de définir une largeur de cohérence à partir de la divergence de l'émission.

A.3.1 Largeur angulaire

La longueur d'onde de résonance de cavité se déplace avec l'angle d'incidence θ de propagation dans la cavité (exprimé par rapport à l'incidence normale), selon la loi de dispersion:

$$\lambda(\theta) = \lambda(0)\cos(\theta) \quad (5-7)$$

Un développement de Taylor aux faibles angles donne:

$$\Delta\lambda = \lambda(0) - \lambda(\theta) \approx \lambda(0) \theta^2/2 \quad (5-8)$$

On obtient ainsi le déplacement de la longueur d'onde de résonance par rapport au cas de l'excitation à l'incidence normale pour un angle d'incidence θ_0 dans le vide¹:

$$\Delta\lambda_0 \approx \frac{\lambda_0(0) \theta_0^2}{2n_{cav}^2} \quad (5-9)$$

où apparaît la longueur d'onde dans le vide λ_0 , et l'indice de réfraction de la cavité n_{cav} .

Cette expression va permettre de relier la largeur angulaire de l'émission à sa largeur spectrale, que l'on va maintenant calculer. Cette relation est à la base de la définition de la largeur de cohérence.

La transmission d'une cavité Fabry-Pérot plan-plan a pour expression [Grynborg 97]:

1. Dans le cas des microcavités, nous supposons que la phase à la réflexion sur les miroirs de Bragg est indépendante de θ [Bjork 93].

$$T = \frac{(1 - R_1)(1 - R_2)}{1 + R_1 R_2 - 2\sqrt{R_1 R_2} \cos(k_z L_{cav})} \quad (5-10)$$

R_1 et R_2 sont les coefficients de réflexion des miroirs de la cavité. L_{cav} est la longueur de la cavité. On obtient sa mi-largeur à mi-hauteur en vecteur d'onde:

$$\Delta k = \frac{1 - \sqrt{R_1 R_2}}{L_{cav} (R_1 R_2)^{1/4}} \quad (5-11)$$

dont on déduit la largeur en longueur d'onde:

$$\Delta \lambda = \frac{c_0 \Delta k}{2\pi n_{cav}} \quad (5-12)$$

Finalement, en utilisant l'expression de la finesse, notée F :

$$F = \pi \frac{(R_1 R_2)^{1/4}}{1 - \sqrt{R_1 R_2}} \quad (5-13)$$

et les relations (5-12) et (5-9), on obtient la largeur angulaire correspondante:

$$\Delta \theta = \frac{1}{\sqrt{FN}} \quad (5-14)$$

N est l'ordre de la cavité, défini par la relation $L_c = N \frac{\lambda_0}{2}$.

A.3.2 Relation entre la largeur spatiale et la largeur angulaire de l'émission

La divergence de l'émission est déterminée par la diffraction à travers une aire finie. La largeur angulaire est donc reliée à une aire d'émission dans un plan parallèle à la surface des miroirs, caractérisée par un rayon effectif r_c à cause de la symétrie cylindrique imposée par la cavité. La largeur angulaire et la largeur spatiale transverse sont simplement reliées de la manière suivante:

$$r_c = \frac{a \lambda_0}{\Delta \theta} = a \lambda_0 \sqrt{FN} \quad (5-15)$$

a est une constante sans dimensions. Deux voies distinctes peuvent être suivies pour aboutir à la valeur de a ; l'une part de la densité de modes transverses et l'autre s'appuie sur les inégalités de Heisenberg. La valeur obtenue dépend de la méthode utilisée, mais cette différence reflète simplement une certaine latitude dans la définition de la largeur angulaire. Les deux méthodes sont fondamentalement équivalentes. Comme les hypothèses de ce calcul seront discutées plus bas, on explicite les deux méthodes.

A.3.3 Détermination par les inégalités de Heisenberg

On suit ici les références [Aiello 98] et [DeMartini 90]. On définit l'aire d'incertitude à partir de l'inégalité position-impulsion d'Heisenberg:

$$\Delta A = \Delta x \Delta y \simeq \frac{\hbar^2}{\Delta p_x \Delta p_y} \quad (5-16)$$

On exprime l'incertitude sur les impulsions en fonction de celles sur les vecteurs d'onde:

$$\Delta p_x = \hbar \Delta \mathbf{k}_x \hat{=} \hbar \Delta k_x \quad (5-17)$$

Comme précédemment, on mesure les angles par rapport à l'incidence normale. Le développement autour de $\theta = 0$ donne:

$$\Delta \mathbf{k}_x \simeq \mathbf{k} \sin(\theta_0) \cong \mathbf{k} \theta_0 \quad (5-18)$$

On relie ainsi l'aire d'incertitude ΔA à la largeur angulaire:

$$\Delta A \simeq \left(\frac{\lambda_0 \sqrt{FN}}{2\pi} \right)^2, \text{ soit } \Delta x \cong \Delta y \cong 2r_c \cong \frac{\lambda_0 \sqrt{FN}}{2\pi} = \frac{\lambda_0}{2\pi \Delta \theta} \quad (5-19)$$

Le résultat final ne dépend pas de $\hbar$, donc on peut s'attendre à retrouver le même résultat avec la théorie classique de la diffraction.

A.3.4 Détermination par la densité de modes transverses

La distribution en intensité du champ lointain d'une ouverture circulaire illuminée uniformément est donnée par la formule d'Airy. La théorie de la diffraction permet ainsi d'aboutir à une valeur approximative de a . On préfère ici une détermination plus rigoureuse, obtenue à partir de la densité de modes transverses.

On s'intéresse au nombre de modes dans une microcavité de longueur fixe, dans une aire A , et dans un intervalle de fréquence donné autour de la fréquence de résonance. La densité de modes transverses par unité de fréquence est [Bjork 93]:

$$\rho(\nu) = \frac{4\pi n_{cav}^2 \nu A}{c_0^2} \quad (5-20)$$

En utilisant l'expression (5-12) de la largeur en fréquence de l'émission, on obtient le nombre de modes $n(\nu)$ dans la bande passante de la cavité:

$$n(\nu) = \frac{2n_{cav}A(1 - \sqrt{R_1 R_2})}{\lambda_0 L_{cav} (R_1 R_2)^{1/4}} = \frac{2A}{\pi \frac{\lambda_0 L_{cav} (R_1 R_2)^{1/4}}{\pi n_{cav} (1 - \sqrt{R_1 R_2})}} \quad (5-21)$$

Par excitation de la cavité sur une aire A plus grande que πr_c^2 , le nombre de modes excités est $2A/\pi r_c^2$ (avec un facteur 2 pour la dégénérescence de polarisation), soit :

$$r_c = \sqrt{\frac{\lambda_0 L_{cav} (R_1 R_2)^{1/4}}{\pi n_{cav} (1 - \sqrt{R_1 R_2})}} \quad (5-22)$$

A.3.5 Comparaison

On peut à présent comparer le rayon obtenu par l'optique ondulatoire,

$$r_c^{class} = \sqrt{\frac{\lambda_0 L_{cav} F}{\pi^2 n_{cav}}} \quad (5-23)$$

avec celui obtenu à partir des inégalités de Heisenberg :

$$r_c^{quant} = \sqrt{\frac{\lambda_0 L_{cav} F}{8\pi^2 n_{cav}}} \quad (5-24)$$

Les expressions diffèrent d'un facteur $\sqrt{8}$, de l'ordre de l'unité comme l'indiquent Björk et al [Bjork 93]. Ce facteur s'explique par la différence des hypothèses de départ : la géométrie de la zone d'émission (de forme circulaire ou carrée) et la définition de la largeur angulaire.

A.4 Largeur de cohérence dans une microcavité semi-conductrice

A.4.1 Largeur de cohérence des polaritons

La taille du mode polariton est habituellement déduite des propriétés de la cavité supposée plan-plan suivant la méthode que l'on vient de dériver. Les propriétés de l'exciton ne sont pas prises en compte dans la taille transverse du mode polariton.

La largeur de cohérence des polaritons a été introduite principalement dans le cadre des expériences d'amplification paramétrique de polaritons dans la configuration non dégénérée. La largeur de cohérence du mode polariton est définie comme l'extension spatiale transverse sur laquelle le champ polariton est cohérent. Cette définition de la largeur de cohérence correspond à celle donnée au paragraphe d'introduction A.1. Bien que la zone d'émission soit d'extension transverse finie, on introduit un seul vecteur d'onde dans le plan, qui définit le mode, auquel correspond une population macroscopique cohérente de polaritons. Le mode polariton est donc supposé cohérent à l'échelle de la zone d'émission. A notre connaissance, cette cohérence spatiale du mode n'a jamais été testée directement.

Cependant, des questions se posent déjà quant à la taille du mode. Elle est habituellement supposée indépendante des conditions d'excitation (contrairement à ce qu'on a vu aux deux chapitres précédents). Elle est déterminée à partir de la largeur angulaire [Baumberg 00], par la relation (5-15) et intervient de façon cruciale dans la détermination des facteurs d'occupation [Stevenson 00].

A.4.2 Détermination du facteur d'occupation

Le facteur d'occupation est le nombre de polariton par état d'un même mode; il se calcule à partir du nombre de polaritons dans le mode et du nombre d'états disponibles dans le mode. On débute avec l'évaluation de la densité de pompe:

$$D_{pompe} = \frac{I_{pompe}}{4\pi R_{spot}^2 C_{\mathbf{k}_{pompe}}^2} \quad (5-25)$$

Elle s'exprime en fonction de l'intensité de pompe I_{pompe} , du rayon noté R_{spot} et de la composante photonique $C_{\mathbf{k}_{pompe}}$ du polariton excité, qui se calcule à partir du désaccord exciton-photon au point d'excitation et de l'angle d'excitation (voir la relation (3-5) au chapitre 1). On détermine de la même manière la densité pour le mode signal D_{signal} :

$$D_{signal} = \frac{I_{signal}}{4\pi R_{spot}^2 C_{\mathbf{k}_{signal}}^2} \quad (5-26)$$

Les deux densités diffèrent typiquement de deux ordres de grandeur². On obtient le nombre de polaritons créés par unité de surface et par unité de temps, en divisant la densité de puissance par l'énergie du mode considéré. Finalement, la durée de vie du mode $\mathbf{k} = 0$, notée τ_0 , permet de déduire le nombre de polaritons par unité de surface dans le mode signal (polaritons/cm²):

$$N_{signal} = \frac{I_{signal} \cdot \tau_0}{4\pi R_{spot}^2 \cdot C_{\mathbf{k}_{signal}}^2 \cdot \tilde{E}_{LP}(\mathbf{k} = 0)} \text{ polaritons/cm}^2 \quad (5-27)$$

Le nombre d'états disponibles dans un mode est déterminé en fonction de la divergence angulaire de la lumière issue du mode. On déduit facilement la densité d'états du mode dans l'espace réciproque à partir de la dispersion parabolique $\frac{dn}{dk} = \frac{\mathbf{k}}{2\pi}$, que l'on doit juste intégrer, pour obtenir l'expression du nombre d'états accessibles dans le mode en fonction de la largeur angulaire $\Delta\mathbf{k}$:

$$n = \frac{(\Delta\mathbf{k})^2}{4\pi} \quad (5-28)$$

2. Ce résultat est corroboré par des mesures annexes qui donnent une absorption de la pompe de 5% pour une excitation résonante, et un transfert de 20% dans le mode signal [Stevenson 00].

Cette méthode peut s'appliquer en régime pulsé [?]. Dans ce cas, il n'intervient évidemment pas de durée de vie du mode ou de nombre de polaritons par unité de temps, mais un nombre de polaritons par impulsion.

A.5 Enjeux du chapitre

On se propose dans ce chapitre de comprendre ce qui détermine effectivement l'échelle de cohérence spatiale du polariton (B) et de démontrer la caractère monomode de l'émission non linéaire (D), ce qui valide tous les traitements où chaque mode est représenté par un seul opérateur. Ces expériences nécessitent de regarder dans le détail la structure transverse du polariton. On retrouve alors les effets transverses, présentés aux chapitres 3 et 4, respectivement dans les configurations dégénérée et non dégénérée de l'amplification paramétrique. La taille du mode déterminée uniquement à partir des propriétés géométriques de la cavité donne la taille maximale possible du polariton. A priori, les effets transverses, que l'on a aussi appelés effets de localisation forcée, réduisent la taille du polariton en dessous de cette taille maximale. On verra dans quelle mesure on pourrait envisager de reconsidérer les résultats des expériences dans lesquelles intervient la largeur de cohérence (A.4.2), alors que ces effets transverses ne sont pas pris en compte. De plus, on montrera pourquoi la preuve du caractère monomode de l'émission non linéaire pour une excitation à l'incidence normale permet d'assurer la dégénérescence du processus d'amplification paramétrique étudié au chapitre 3 (D.1.1).

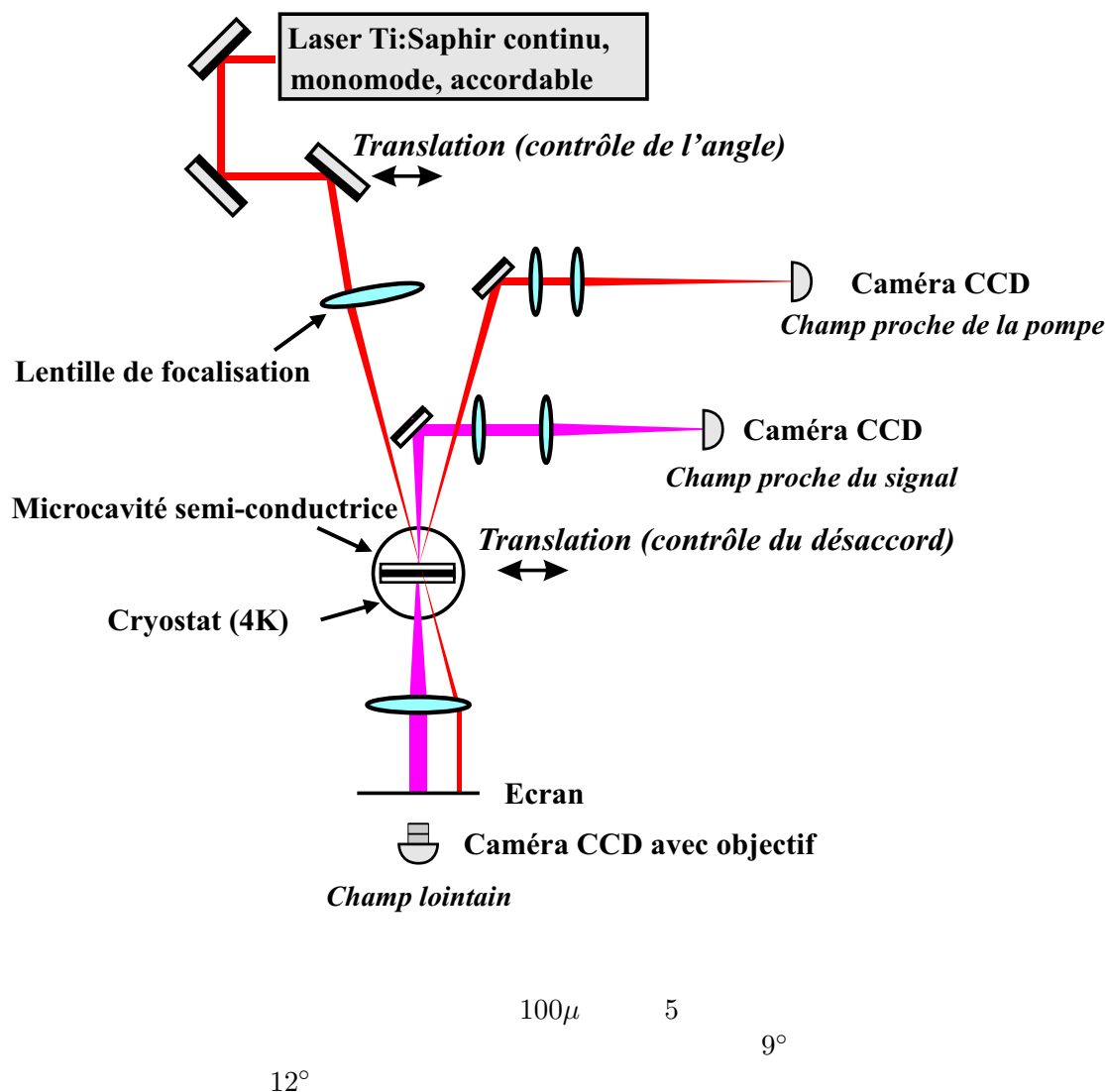
On aborde dans cette section une expérience d'interférométrie qui met en évidence la cohérence spatiale à l'échelle de plusieurs dizaines de microns. Cette expérience tire profit de défauts de surface de l'échantillon.

B.1 Principe de l'expérience

B.1.1 Continuité de la zone d'absorption

On excite à résonance à l'angle magique, comme dans le chapitre 4. On utilise le même montage expérimental, reproduit figure 5.1. On est en régime d'amplification paramétrique non bistable.

Au chapitre 3, on a vu comment déterminer la zone d'émission par l'intersection d'une gaussienne et d'un plan incliné, dont la position relative est donnée par la position du spot d'excitation sur l'échantillon. La zone ainsi obtenue est connexe. Or il est possible d'avoir deux zones résonantes quasi-simultanément (voir le paragraphe C.3 du chapitre précédent) ou des régions d'émission de la forme d'un croissant coupé en son centre (voir le paragraphe C.2 du chapitre précédent). On invoque alors les défauts de surface et les inhomogénéités de la microcavité pour



expliquer la brisure de la continuité attendue. Dans un cas bien particulier, on va voir comment on a su tirer avantage de cette discontinuité dans l'étude de la cohérence spatiale des polaritons.

B.1.2 Les trois résonances

Pour une petite fenêtre de longueur d'onde d'excitation 865-872 nm, le laser est résonant sur une zone inhomogène de l'échantillon (l'expérience est faite sur l'échantillon E2). L'image en champ proche de la lumière émise autour de l'incidence normale montre trois zones distinctes d'émission, notées 1, 2 et 3 (figure 5.2). On sélectionne ici la lumière émise dans un cône angulaire de $2\circ$; on ne voit pas la pompe réfléchi, qui se trouve à -12° . Les petites taches de lumière correspondent à la diffusion de la pompe.

En déplaçant l'échantillon autour de la position de résonance, on arrive à "allumer" à la suite les trois zones. L'observation du champ lointain correspondant

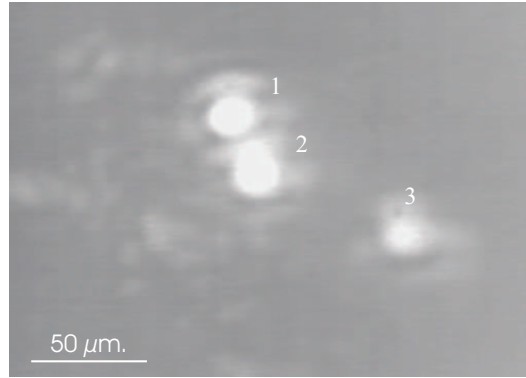
révèle des effets intéressants. Dans un souci de clarté, on ne considère pour l'instant que les zones notées 1 et 2. On reviendra plus tard sur la troisième zone.

B.1.3 Interférences en champ lointain

On observe la modification de l'émission en champ lointain avec la position de l'échantillon. Tous les paramètres sont fixés (intensité d'excitation, focalisation sur l'échantillon, température, angle d'incidence); c'est la position de l'échantillon qui est balayée. Les images sont prises en transmission.

Le passage sur la résonance est représenté figure 5.3. On voit d'abord apparaître une première tache dont la divergence augmente (a-b). Elle correspond à l'émission de la zone 1. Une tache apparaît (c) dans le centre de la première; elle correspond à la zone 2. Elle s'étale aussi (c-d) alors que la première diminue (d-e). En f, les deux taches ont sensiblement la même divergence, les intensités émises par ces deux zones sont comparables. Il se forme une figure d'interférence à franges parallèles (peu visible sur la figure 5.3; voir la figure 5.4) dans cette petite fenêtre en position où le recouvrement des deux émissions est bon. Puis la première tache diminue encore (g-h) jusqu'à l'extinction (j); la seconde tache suit la même séquence en décalé.

La série d'images correspondante en champ proche montre les deux taches s'allumer successivement. Au point d'interférences, les deux zones émettent avec la même intensité.

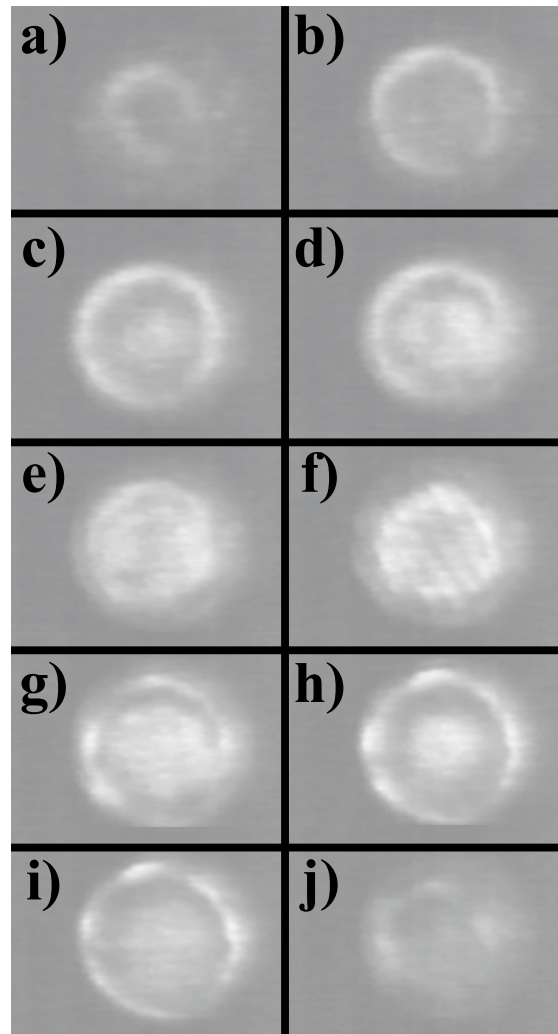


2°

836.70

B.2 Interprétation

On montre dans ce paragraphe que les interférences observées correspondent à l'interférence entre la lumière émise par deux parties isolées d'un même mode polariton. On présente ici des arguments basés sur des considérations sur le temps et la largeur de cohérence. On reviendra sur ce résultat au paragraphe D.5 dans la mesure directe du caractère monomode de l'émission non linéaire.



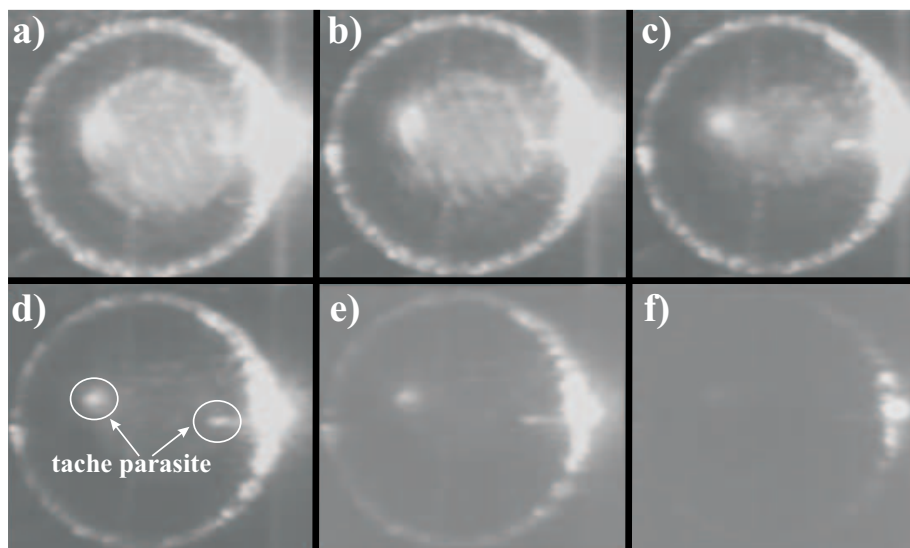
On s'appuie sur deux expériences de référence d'interférométrie. Dans la première, on fait interférer un faisceau cohérent avec lui-même, au moyen d'un montage interférométrique de type Michelson. On observe la figure d'interférence tant que la différence de chemin entre les deux bras est inférieure à la longueur de cohérence de l'émission. C'est le cas dans une expérience de détection homodyne, dont le montage est semblable à celui d'un interféromètre de Mach-Zender (pour lequel les champs ne sont pas recombinaés au même endroit où ils sont séparés). Dans les expériences présentées, la longueur de cohérence du laser utilisé atteint plusieurs centaines de mètres. Si cette condition sur la différence de chemin inférieure à la longueur de cohérence de l'émission est vérifiée, les temps de cohérence ne limitent pas la durée d'observation des franges.

Dans la seconde expérience, on fait interférer deux faisceaux cohérents identiques (fréquence, largeur spectrale et distribution transverse) indépendants. On observe une figure d'interférence pendant le temps de cohérence des faisceaux. Au bout de ce temps, la diffusion de phase pour chacun des faisceaux brouille la phase relative. Bien qu'il n'existe initialement aucune relation de phase, on sait maintenant très clairement expliquer comment la phase se construit au fur et à mesure de l'expérience ([Glauber 65, Cohen 99]).

Dans notre expérience, les faisceaux sont émis dans le même plan; la différence de chemin est complètement négligeable devant la longueur de cohérence de la polarisation, et a fortiori devant celle du laser d'excitation. Le fait d'observer des franges indique juste que les faisceaux émis ont des fréquences identiques. Elle n'offre aucune information sur la cohérence temporelle du mode polariton à $\mathbf{k} = 0$. Comme les franges sont observées pendant un temps infini, cela signifie que l'on n'est pas sensible au temps de cohérence du champ dans la cavité. Les deux zones d'émission ne peuvent donc pas correspondre à deux modes distincts, dont les interférences disparaissent au bout du temps de cohérence. Il s'agit donc de deux parties d'un même mode polaritonique.

Ainsi, on peut se représenter le mode polariton dans un potentiel effectif à double puits, dont sont responsables les effets combinés de la distribution non uniforme en intensité et de l'angle de cavité. En changeant la position du spot sur l'échantillon, on modifie la forme de ce potentiel, car les effets transverses dépendent de la position du spot sur l'échantillon. On arrive ainsi à passer continûment d'un potentiel à un seul minimum à un potentiel à deux minimums (émission de la première zone puis de la seconde). En fait, on a vu sur la figure en champ proche qu'il est même possible d'obtenir une troisième zone d'émission. On est ainsi capable de placer un mode dans un potentiel à trois puits³. Pour une position judicieusement choisie, on peut obtenir de la même manière que pour les zones 1 et 2 des intensités comparables pour les zones notées 2 et 3 et observer

3. Pour des raisons techniques, la mesure des résonances en régime linéaire n'a pas été encore effectuée. Cette mesure permettrait de s'assurer que la microcavité présente effectivement des inhomogénéités au point de la mesure des interférences.



ainsi une deuxième figure d'interférences.

Le paragraphe suivant présente un calcul simple de type fentes de Young qui permet de rendre compte des interfranges mesurées pour les couples de points 1-2 et 2-3. Les images de l'interférence pour le couple 2-3 ne sont pas suffisamment nettes pour être reproduites. Elles ne sont vraiment visibles que lorsqu'on regarde en continu le passage sur la résonance.

B.3 Interférences type fentes de Young

On propose un calcul simple de l'interfrange avec un modèle type fente de Young. Dans ce modèle, les deux fentes sont considérées comme des sources ponctuelles. Les franges s'observent sur un écran placé à une distance D du plan des fentes.

Dans notre expérience, la figure d'interférence est observée dans le champ lointain, dans une zone finie de l'espace et d'intensité moyenne uniforme. Le taille de cette zone est déterminée par l'étendue de la région d'émission et par le système d'imagerie.

La distance entre les différentes sources d'émission est très petite devant la focale

de la lentille en transmission pour le champ lointain. On peut donc utiliser la même lentille pour le champ lointain des différentes zones d'émission. Expérimentalement, on observe effectivement qu'il est impossible de distinguer le centre des différentes taches d'émission en champ lointain produites par les différentes zones d'émission (voir la figure 5.3).

On calcule la taille de l'interfrange attendue à partir de la mesure de la distance en champ proche des zones d'émission, que l'on compare à l'interfrange mesurée. La distance D est donnée par la focale de la lentille du champ lointain, f_{cl} . A la sortie de la lentille, le faisceau est parallèle; la taille de l'interfrange ne dépend donc pas de la position de l'écran sur lequel on image.

Les points sources 1 et 2 et 2 et 3 sont séparés d'une distance l qui vaut respectivement $27 \mu m$ et $65 \mu m$. En supposant que les intensités des deux faisceaux qui interfèrent sont égales, on peut utiliser l'expression: $i = \frac{\lambda D}{l}$ [Siegman 86], avec $D = f_{cl}$ dans les deux cas. Les interfranges attendues sont:

$$i_{1-2} = (2,28 \pm 1,03) \text{ mm et } i_{2-3} = (0,98 \pm 0,31) \text{ mm}$$

que l'on compare aux interfranges mesurées:

$$i_{1-2}^{exp} = (1,94 \pm 0,59) \text{ mm et } i_{2-3}^{exp} = (0,97 \pm 0,20) \text{ mm}$$

L'accord est relativement bon. Dans les deux cas, l'orientation des franges correspond bien à la direction donnée par la normale aux segments qui joignent les deux sources d'émission mises en jeu.

Cette mesure interférométrique révèle directement la cohérence spatiale du polariton sur toute la zone d'émission. La cohérence spatiale des populations macroscopiques des polaritons est mesurée à une échelle d'environ $80 \mu m$ (distance entre les points 1 et 3).

On présente ici les rudiments d'optique quantique dans le plan transverse nécessaires à la définition rigoureuse d'un champ monomode transverse et à la compréhension du principe d'une mesure du caractère monomode ou multimode d'un champ.

C.1 Bases théoriques

C.1.1 Définition classique des états monomode et multimode

On considère l'enveloppe de fréquence positive (cf. la relation B-9 de l'annexe A) d'un champ classique, que l'on décompose sur une base de modes transverses⁴:

4. On écrit explicitement la dépendance spatiale transverse.

$$\mathcal{E}(\vec{\rho}, z) = i \frac{\mathcal{E}_0}{2} \sum \alpha_i u_i(\vec{\rho}, z) \quad (5-29)$$

u_i est l'élément de base générique de la base transverse, $\vec{\rho}$ est le vecteur polaire dans le plan transverse.

Un champ est dit monomode s'il se décompose suivant un vecteur unique d'une base complète des modes transverses. Dans ce cas, seul un α_i est différent de zéro. Un champ pour lequel au moins deux des coefficients de la décomposition sont non nuls, ne satisfait pas à cette condition; il est multimode.

Cependant, si les coefficients α_i sont constants -le champ est alors dans une superposition cohérente de modes⁵-, on peut toujours trouver une base dans laquelle il satisfait cette condition. On passe ainsi d'un champ multimode à un champ monomode par un simple changement de base. Une base peut être préférée à d'autres, comme la base des modes gaussiens pour un champ en cavité, ou la base des ondes planes pour une propagation libre. Mais fondamentalement la physique classique n'offre pas de définition pertinente des caractères monomode ou multimode d'un champ. En particulier elle ne donne aucune indication qui permette de distinguer expérimentalement un champ monomode et un champ multimode.

C.1.2 Définition quantique des états monomode et multimode

En optique quantique, le champ monomode est l'objet d'un théorème qui définit sans ambiguïté ses propriétés [Fabre 00, Treps 01, Martinelli 03]: "un champ quantique est monomode si et seulement si, pour toute base de l'espace, toutes ses projections sur les vecteurs de base sont proportionnelles entre elles". Pour se familiariser avec cette définition, on peut donner un des deux sens de l'équivalence du théorème.

On considère la décomposition d'un champ monomode $|\psi\rangle$ sur la base $\{\hat{a}_i, u_i\}$:

$$\hat{a}_0|\psi\rangle = |\psi_0\rangle \text{ et } \hat{a}_i|\psi\rangle = 0 \quad \forall i \neq 0 \quad (5-30)$$

$\hat{a}_i$ est le vecteur d'annihilation d'un photon dans le mode i . On considère un combinaison linéaire des opérateurs $\hat{a}_i$: $\hat{b} = \sum_i c_i \hat{a}_i$. La projection de $\hat{b}$ est:

$$\hat{b}|\psi\rangle = \sum_i c_i \hat{a}_i|\psi\rangle = c_0|\psi_0\rangle \quad (5-31)$$

Elle est proportionnelle à celle de $\hat{a}_0$. Ceci démontre que si le champ est dans un état monomode, toutes ses projections sur les vecteurs de base sont proportionnelles. La démonstration complète du théorème peut être trouvée dans la référence [Treps 01].

5. Ce résultat n'est évidemment plus valable pour une superposition statistique.

Comme il est possible de donner une définition non ambiguë d'un champ monomode, on peut aussi définir correctement un champ multimode. Un champ multimode est défini comme non monomode. Autrement dit, pour s'assurer du caractère multimode d'un champ, il suffit de montrer que dans au moins une base de modes transverses, les propriétés du champ monomode, déduites du théorème énoncé, ne sont pas vérifiées. Inversement cela suggère qu'il n'existe pas rigoureusement de condition suffisante pour démontrer le caractère monomode d'un champ. Il faudrait en principe vérifier ses propriétés dans toutes les bases transverses. Cependant, on peut en pratique mesurer le caractère monomode d'un champ en vérifiant que dans la base dans laquelle on pourrait s'attendre à ce qu'il soit multimode, le champ est dans un état monomode. Cette mesure indique très fortement le caractère monomode, et est couramment acceptée comme preuve [Martinelli 03].

C.1.3 Critère expérimental monomode-multimode

L'analyse de la structure transverse au niveau quantique conduit à s'intéresser à la répartition du bruit quantique dans le plan transverse. Un état monomode peut avoir une structure transverse complexe, mais comme l'état est décrit par un seul degré de liberté, la répartition des photons dans le plan transverse est aléatoire. Cela signifie que les corrélations entre deux points dans le plan transverse sont indépendantes de la position des points dans ce plan. Si le champ monomode est dans un état cohérent, les corrélations dans le plan transverse sont nulles, aussi bien du point de vue classique que du point de vue quantique. Si le champ est dans un état comprimé, on a des anti-corrélations. Cette idée servira de base dans la compréhension d'une des deux mesures des caractères monomode ou multimode transverse: la mesure des corrélations entre deux parties du faisceau -on discutera en particulier de la dépendance du signal avec la taille des deux zones de filtrage- (C.2.1)

Une autre propriété importante des champs monomodes est que le filtrage spatial du faisceau est équivalent à une atténuation globale du signal, indépendamment du caractère bruité, cohérent ou comprimé du champ. En prenant le point de vue sur les pertes développé dans le chapitre d'introduction (voir le paragraphe B.1.4), couper la moitié du faisceau a le même effet sur le bruit total que le passage par une lame semi-réfléchissante. L'excès de bruit du faisceau est donc divisé d'un facteur 2 après un tel filtrage. Cette idée servira dans le deuxième type de mesure du caractère monomode ou multimode transverse: la mesure type lame de rasoir (C.2.2), qui consiste à observer les variations globales du bruit et de l'intensité du faisceau en fonction de la zone sélectionnée par le filtrage spatial.

Dans la section suivante on considère un champ monomode. On présente l'expression des corrélations en intensité entre deux points dans le plan transverse (introduites au paragraphe A.1), de manière à établir, en vue d'une mesure, les corrélations entre deux parties d'aire finie dans le plan transverse.

C.1.4 Fonction de corrélation spatiale de la variance du nombre de photons pour un champ monomode

On part avec un champ quantique :

$$\hat{\mathcal{E}}(\vec{\rho}, z) = i \frac{\mathcal{E}_0}{2} \sum_i \hat{a}_i u_i(\vec{\rho}, z) \quad (5-32)$$

Par la suite on ne s'intéresse qu'aux effets dans le plan transverse et donc on oublie la dépendance en z . On suppose ce champ dans un état monomode, c'est à dire tous les modes sont vides, sauf un, le mode u_0 ⁶. L'opérateur intensité et l'opérateur nombre de photons associé sont par définition (relations A-9 et A-10):

$$\hat{I}_{tot} \hat{=} \hbar \omega_0 \sum \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i \quad (5-33)$$

$$\hat{N}_{tot} \hat{=} \sum \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i \quad (5-34)$$

On décompose les opérateurs en valeurs moyennes et fluctuations (cf. chapitre 2). Le nombre moyen de photons est dans cet état⁷:

$$\langle \hat{N}_{tot} \rangle = \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_0 = N_0 \quad (5-35)$$

On en déduit la fonction de corrélation en intensité:

$$\langle \hat{N}(\vec{\rho}) \hat{N}(\vec{\rho}') \rangle = \sum_{k,k',l,l'} \langle \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_{k'} \hat{a}_l^\dagger \hat{a}_{l'} \rangle u_k^*(\vec{\rho}) u_{k'}(\vec{\rho}) u_l^*(\vec{\rho}') u_{l'}(\vec{\rho}') \quad (5-36)$$

Cette fonction de corrélation fait intervenir des termes à quatre opérateurs. Les seuls à être non nuls sont:

$$\langle \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_0 \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_0 \rangle = \langle \hat{a}_0^{\dagger 2} \hat{a}_0^2 \rangle + \langle \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_0 \rangle \quad (5-37)$$

$$\langle \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_k \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_0 \rangle \underset{k \neq 0}{=} \langle \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_0 \rangle \quad (5-38)$$

d'où l'on déduit:

6. Les propriétés liées au caractère monomode n'apparaissent que dans la décomposition sur une certaine base de modes transverses. Elles n'interviennent pas dans l'expression 5-32 et a fortiori dans les expressions 5-33 et 5-34.

7. On utilise ici les propriétés de l'état monomode.

$$\begin{aligned}
\langle \hat{N}(\vec{\rho}) \hat{N}(\vec{\rho}') \rangle &= N_0 u_0^*(\vec{\rho}) u_0(\vec{\rho}') \sum_i u_i^*(\vec{\rho}') u_i(\vec{\rho}) + \langle \hat{a}_0^{\dagger 2} \hat{a}_0^2 \rangle |u_0(\vec{\rho})|^2 |u_0(\vec{\rho}')|^2 \\
&= N_0 |u_0(\vec{\rho})|^2 \delta(\vec{\rho}' - \vec{\rho}) + \langle \hat{a}_0^{\dagger 2} \hat{a}_0^2 \rangle |u_0(\vec{\rho})|^2 |u_0(\vec{\rho}')|^2 \quad (5-39)
\end{aligned}$$

En utilisant la relation:

$$\langle \hat{N}(\vec{\rho}) \hat{N}(\vec{\rho}') \rangle = \langle \hat{N}(\vec{\rho}) \rangle \langle \hat{N}(\vec{\rho}') \rangle + \langle \delta \hat{N}(\vec{\rho}) \delta \hat{N}(\vec{\rho}') \rangle \quad (5-40)$$

on obtient finalement la fonction de corrélation des fluctuations du nombre de photons, notées $\delta \hat{N}$, entre deux points du plan transverse situés en $\vec{\rho}$ et $\vec{\rho}'$ pour un champ monomode:

$$\langle \delta \hat{N}(\vec{\rho}) \delta \hat{N}(\vec{\rho}') \rangle = N_0 |u_0(\vec{\rho})|^2 \delta(\vec{\rho} - \vec{\rho}') + R_0 |u_0(\vec{\rho})|^2 |u_0(\vec{\rho}')|^2 \quad (5-41)$$

où

$$R_0 = \langle \hat{a}_0^{\dagger 2} \hat{a}_0^2 \rangle - \langle \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_0 \rangle^2 \quad (5-42)$$

R_0 est la réduction de bruit d'intensité. Elle donne l'écart à la limite quantique standard, définie par le second membre de droite de l'expression (5-41). Elle est positive pour un état présentant de l'excès de bruit et négative pour un état comprimé. Elle s'annule pour un état cohérent, qui ne présente aucune corrélation spatiale (dans ce cas, la distribution des photons dans le plan transverse est complètement aléatoire). Effectivement, on vérifie que la fonction de corrélation des fluctuations d'un état cohérent, donnée par le premier membre de droite, est différente de zéro seulement pour $\vec{\rho} = \vec{\rho}'$.

C.1.5 Variance de la différence du nombre de photons

On considère deux détecteurs qui mesurent chacun une partie du faisceau. L'intensité correspondante à une surface S est notée $\mu(S)$. $\mu(S)$ est normalisé à l'intensité totale du faisceau et correspond donc au poids en intensité de la surface S . On donne aux détecteurs les indices 1 et 2 et on note S_1 et S_2 les surfaces respectives vues par les détecteurs. On s'intéresse au signal de corrélation entre les intensités mesurées par les deux détecteurs.

Pour un état monomode cohérent, on a vu que la fonction de corrélation à deux points pour deux points distincts est nulle. De manière équivalente, la variance de la différence du nombre de photons entre deux zones d'aire finie distinctes et de même $\mu(S)$ est au bruit quantique standard pour un état cohérent. Si les deux zones n'ont pas le même $\mu(S)$, la variance de la différence du nombre de photons

est donnée par le nombre total de photons que multiplie la différence des recouvrements.

Les résultats sont les mêmes que l'on fasse la somme ou la différence des photocourants (variance de la somme ou de la différence du nombre de photons), puisque les parties détectées sont complètement décorréées. Autrement dit, le bruit, dans une mesure partielle d'intensité d'un état cohérent, est toujours proportionnel à la racine de l'intensité que voient l'ensemble des détecteurs.

L'état cohérent est la base de la définition de la limite quantique standard. Comme précédemment, on fait apparaître explicitement la limite quantique dans l'expression générale de la variance de la différence du nombre de photons pour un état monomode quelconque [Treps 01]:

$$\langle \Delta N_-^2 \rangle = \langle \Delta(N_1 - N_2)^2 \rangle \quad (5-43)$$

$$= N_0(\mu(S_1) + \mu(S_2)) + R_0(\mu(S_1) - \mu(S_2))^2 \quad (5-44)$$

$$= N_0 D_+ + R_0 D_-^2 \quad (5-45)$$

où $D_+ = \mu(S_1 + S_2)$ et $D_- = \mu(S_1 - S_2)$. $R_0 D_-^2$ donne l'écart à la limite quantique standard $N_0 D_+$. $N_0 D_+$ correspond au nombre de photons mesurés. Le bruit est à la limite quantique standard si les deux zones détectées ont la même aire.

La mesure partielle d'un faisceau lumineux dans un état monomode comprimé donne un taux de compression de bruit réduit par le poids de la surface mesurée. On retrouve ici l'idée intuitive que la perte d'une partie du faisceau abaisse le niveau de compression de bruit. Cependant, ce résultat n'est valable que pour des faisceaux monomodes. Il est fort probable que dans un avenir proche, on saura générer des faisceaux lumineux dans des états comprimés (nécessairement) multimodes tel que le taux de réduction de bruit ne dépende pas de la fraction spatiale mesurée [Treps 02, Martinelli 03, Treps 03b, Lugiato 02] (et les références données dans [Lugiato 02]). Dans ce cas, on parle de "squeezing local" [Lugiato 02].

C.1.6 Bruit classique

Jusqu'à présent seul le bruit de nature quantique a été considéré. On précise juste les différences à apporter pour le bruit classique, en se concentrant sur l'intensité. Le bruit classique est responsable des fluctuations de la valeur moyenne de l'opérateur intensité. Il correspond à une fluctuation du nombre moyen de photons δN_0 ⁸. Tenant compte de cette fluctuation, la variance du nombre de photons sur un détecteur a pour expression:

8. Expérimentalement, on mesure une densité spectrale de bruit. La fluctuation du nombre moyen de photons dépend alors de la fréquence. L'expression 5-46 a simplement pour but de donner une description de la dépendance avec la surface S.

$$\langle \Delta N^2 \rangle = (N_0 + \delta N_0) \mu(S) + R_0(\mu(S))^2 \quad (5-46)$$

Le bruit classique, comme l'intensité, varie linéairement avec la surface S de la zone détectée et non pas avec son carré. La dépendance avec la surface de la zone détectée est fonction de la nature classique ou quantique du bruit. Ce traitement se généralise évidemment à n'importe quelle quadrature du champ.

C.2 Principe des expériences

C.2.1 Mesure des corrélations transverses

Elle consiste à envoyer sur deux détecteurs la lumière issue de deux zones sélectionnées dans le plan transverse du faisceau étudié. On compare ensuite électroniquement les deux photocourants, en fonction de la position des deux zones dans le plan transverse. Précisément, on mesure le spectre de bruit de la différence des photocourants des photodiodes $S_{i-}(\Omega)$, que l'on compare à la limite quantique standard, égale à la somme des limites quantiques standard sur chacune des voies $S_{i1,-}(\Omega) + S_{i2,-}(\Omega)$ ⁹ :

$$S_{diff}(\Omega) = \frac{S_{i-}(\Omega)}{S_{i1,-}(\Omega) + S_{i2,-}(\Omega)} \quad (5-47)$$

Cette expérience correspond exactement à la mesure de la variance de la différence du nombre de photons vus par deux détecteurs. Elle donne accès à toute l'information disponible sur la structure transverse d'un faisceau et permet donc d'identifier le caractère monomode ou multimode du champ. La mesure des corrélations se fait dans une bande étroite de fréquence, limitée essentiellement par des raisons techniques (voir la discussion du paragraphe E.1.2 au chapitre 3 sur la fréquence d'analyse). Cependant, cette mesure peut être délicate à mettre en oeuvre et c'est pourquoi on lui préfère parfois une mesure plus simple à effectuer, qui offre des informations qualitatives sur le faisceau étudié.

C.2.2 Mesure type "lame de rasoir"

Dans cette mesure, on envoie tout le faisceau sur une seule photodiode (ou deux pour obtenir la normalisation du bruit à la limite quantique standard). De façon schématique, on coupe progressivement le faisceau avec une lame de rasoir dans son plan transverse et on observe les variations du signal haute fréquence (fluctuations à quelques MégaHertz) de la photodiode en fonction de celles du

9. Comme cela est expliqué dans l'annexe A au paragraphe D.2.6, on doit tenir compte des bruits d'obscurité.

signal basse fréquence (composante continue). On mesure donc les variations du spectre de bruit $S_+(\Omega, \mu(S))$ en fonction de l'intensité détectée $\mu(S)$. Pour un état monomode, la variation du bruit avec l'intensité est linéaire, que le faisceau présente de l'excès de bruit ou soit comprimé. Pour un état multimode, on s'écarte du comportement monomode; la variation du bruit avec l'intensité détectée n'est pas linéaire.

Cette expérience permet de s'assurer du caractère multimode d'un faisceau ou d'indiquer très fortement le caractère monomode du faisceau. Dans le premier cas, il faut couper le plan transverse de manière adéquate, en fonction de la symétrie de la distribution du champ transverse, afin de ne pas couper simultanément les modes transverses; sinon on ne distingue pas le caractère multimode de l'émission. On peut donner deux exemples simples. Pour deux modes TEM00 complètement séparés dans l'espace, quelque soit la façon dont on coupe le faisceau, on mettra en évidence les deux modes (cas trivial d'un faisceau multimode sans corrélations entre modes). Par contre, dans le cas de deux modes centrés corrélés, il est préférable d'utiliser une lame de rasoir. L'utilisation d'un diaphragme centré sur les deux faisceaux pourrait couper simultanément les deux modes et ne pas mettre en évidence le caractère multimode du faisceau total.

D.1 Introduction

D.1.1 Test de la géométrie de l'amplification paramétrique

On a vu au chapitre 3 que la réponse de la microcavité à une excitation résonante à l'incidence normale présente une forte divergence angulaire, qui peut dépasser celle du faisceau d'excitation. Au point bas de bistabilité par exemple, la lumière est émise dans un anneau, au-delà du laser réfléchi (voir le paragraphe D.2.4 du chapitre 3). La plupart des résultats du chapitre 3, en particulier les images en champ proches, ont été expliqués de façon satisfaisante par des effets de "localisation" provenant de la distribution d'intensité dans la tache d'excitation (via la renormalisation des énergies) et de l'angle de cavité.

Cependant, il se pourrait que d'autres processus non linéaires interviennent et soient à l'origine d'une autre source d'élargissement du spectre angulaire. En effet, les effets d'aplatissement de la courbe de dispersion autour $\mathbf{k} = 0$, observés pour un pompage à l'angle magique [Tartakovskii 02], sont expliqués par un régime de diffusion paramétrique au second ordre. Dans ce régime, la population des modes signal et complémentaire est suffisamment importante pour que ces modes soient le lieu d'une diffusion à l'ordre supérieur, responsable de branches multiples de diffusion [Savvidis 01a]. La modification de la dispersion, en particulier autour

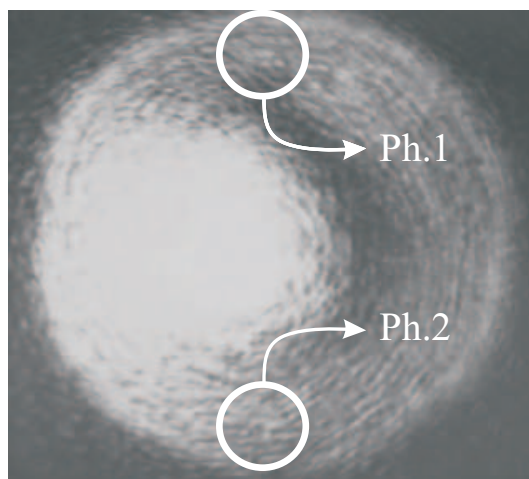
de l'angle nul, tient au caractère particulier (anti-hermitique) de la matrice de diffusion paramétrique [Ciuti 01]. De la même manière, on peut considérer des processus non linéaires faisant intervenir plus d'un mode polariton -et non pas un seul, comme au chapitre 3- qui auraient le même effet sur la courbe de dispersion. Au premier ordre de diffusion, on aurait un processus quasi dégénéré $\{0, 0\} \rightarrow \{\pm\epsilon, \mp\epsilon\}$, avec $|\epsilon|$ le module du vecteur d'onde des modes signal et complémentaire. On montre dans l'annexe B, par un calcul détaillé qui suit les hypothèses de la référence [Savvidis 01a], que cette diffusion quasi-dégénérée est responsable d'une augmentation de la divergence de l'émission non linéaire.

On peut maintenant raisonnablement se poser la question de savoir si la forte émission non linéaire observée dans une excitation à l'incidence normale, peut s'expliquer par un processus de diffusion quasi-dégénérée. Dans ce cas, d'autres modes que le mode $\mathbf{k} = 0$ sont peuplés, et l'émission non linéaire est multimode (transverse). Or il est possible expérimentalement de vérifier le caractère monomode ou multimode d'un champ. Une étude des corrélations transverses en intensité entre différentes parties du faisceau peut donc trancher entre les deux géométries de diffusion envisagées. Cette question est d'autant plus importante que la réponse nous permettra de valider le traitement théorique du chapitre 3, où seule la diffusion dégénérée a été considérée.

D.1.2 Principe de la mesure

On cherche à mesurer les corrélations dans le plan transverse de l'émission non linéaire. Dans le cas de l'excitation à l'incidence normale, la zone d'absorption prend la forme d'un croissant qui se ferme pour donner un anneau, dont le diamètre diminue quasiment jusqu'à zéro au point tournant de bistabilité. En principe la mesure peut être faite quelque soit la position du spot d'excitation sur l'échantillon. En pratique, il est préférable de choisir une position de l'échantillon tel que l'on se place juste avant le point bas de bistabilité (comme pour la mesure de compression de bruit), là où le bruit est relativement bas. Plus l'intensité est élevée, plus la mesure est sensible à un léger désaccord entre la taille des deux zones sélectionnées, supposées extraire du faisceau deux parties de mêmes intensités.

Les images en champ lointain montrent que la zone limite d'absorption au point tournant est un anneau dans l'espace des $\mathbf{k}$ (voir le paragraphe D.2.4 du chapitre 3). Dans ce cas, on distingue relativement bien l'émission non linéaire du laser réfléchi (figure 5.5). Le filtrage spatial se fait donc naturellement en champ lointain, une fois le laser réfléchi éliminé.



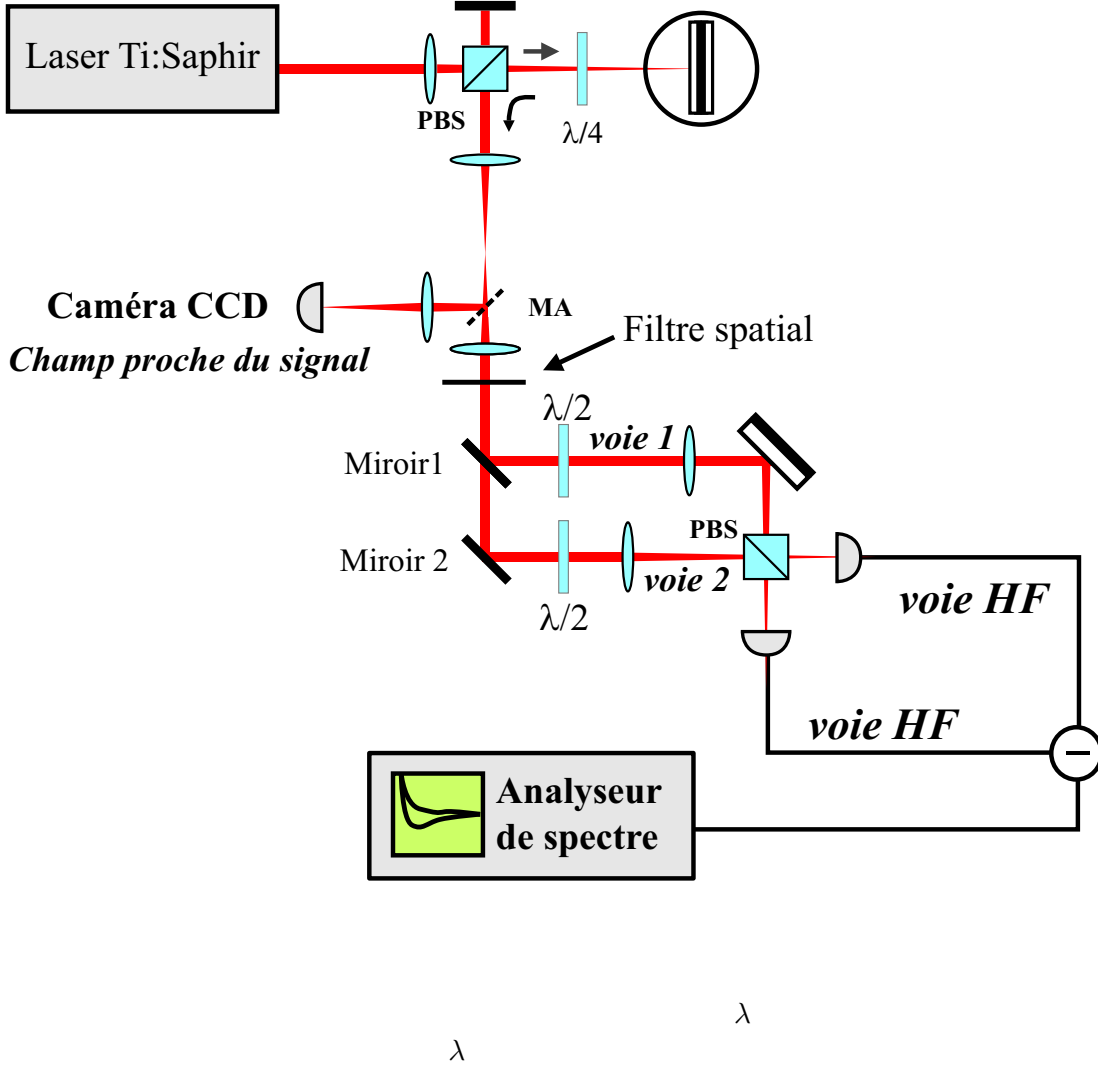
D.2 Mesure des corrélations transverses

D.2.1 Dispositif expérimental

Le schéma de l'expérience est présenté figure 5.6. L'intensité des faisceaux mesurés est de l'ordre de quelques dizaines de microWatts. On a légèrement modifié le montage électronique des photodiodes de manière à diminuer leur bruit d'obscurité [Bramati 02]. Comme le bruit d'obscurité est retranché dans les mesures (voir le paragraphe D.2.6 de l'annexe A et le paragraphe C.2.1 de ce chapitre), le rapport signal sur bruit n'est pas amélioré; on distingue seulement mieux le bruit du bruit de fond. On évite ainsi des erreurs d'équilibrage entre les intensités détectées sur les deux voies dans la mesure de la limite quantique standard. Une erreur d'équilibrage fait remonter artificiellement la limite quantique standard mesurée.

Le filtre spatial est une plaque noire dans laquelle ont été percées deux ouvertures identiques. Les photons issus des deux zones sélectionnées sont détectés sur des voies distinctes. Le cube polariseur, combiné à une lame $\lambda/2$, est l'élément clé de la mesure; il permet d'envoyer chacune des voies sur une photodiode (mesure des corrélations) ou de distribuer également les photons issus d'une voie sur les deux photodiodes (mesure du bruit quantique standard de la voie considérée).

Le spectre de bruit de la différence des photocourants normalisée à la limite quantique standard est obtenu en trois étapes. $S_{diff}(\Omega)$ est obtenu en envoyant chaque partie filtrée sur une photodiode et en mesurant la différence des photocourants. Pour cela, on retire les lames demi-onde positionnées après les miroirs 1 et 2, pour que les signaux sur les deux voies d'entrée 1 et 2 du cube polariseur ne soient pas mélangés. On a ainsi le spectre de bruit de la différence des photocou-



rants $S_{i-}(\Omega)$, mais il n'est pas normalisé à la limite quantique standard. La limite quantique standard est obtenue en deux mesures. La limite quantique standard $S_{i1,+}(\Omega)$ de la voie 1 est obtenue avec la lame demi-onde de cette voie positionnée pour séparer le signal de la voie 1 en deux faisceaux d'intensités égales. La voie 2 est obstruée. Dans ces conditions, la mesure de la différence des photocourants donne la limite quantique standard $S_{i1,-}$. On effectue la même mesure sur la voie 2. La limite quantique standard associée au spectre de bruit de la différence des photocourants est égale à la somme des limites quantiques des deux voies: $S_{i1,-}(\Omega) + S_{i2,-}(\Omega)$. Au final, le spectre de bruit de la différence des photocourants normalisé à la limite quantique standard est obtenu à partir de ces trois mesures, suivant l'expression (5-47).

Le nombre d'opérations nécessaires à la mesure peut-être ramené à deux. On règle préalablement l'équilibrage des lames $\lambda/2$ sur chacune des deux voies. On peut

Excès de bruit normalisé à la L.Q.S. sur la voie 1	1.28 ± 0.03
Excès de bruit normalisé à la L.Q.S. sur la voie 2	1.28 ± 0.03
Bruit de la différence des intensités normalisé à la L.Q.S.	1.00 ± 0.03

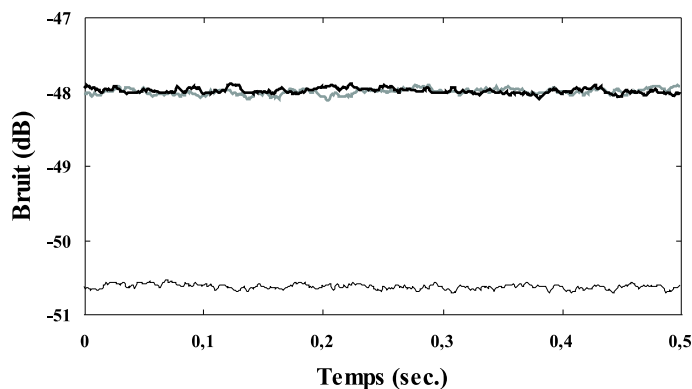
5.1 –

ainsi mesurer simultanément le bruit quantique standard de chacune des deux voies. Dans ce cas, le signal de bruit quantique standard est enregistré en une mesure et le signal de corrélation peut-être directement comparé à la limite quantique standard sur l'écran de l'analyseur de spectre.

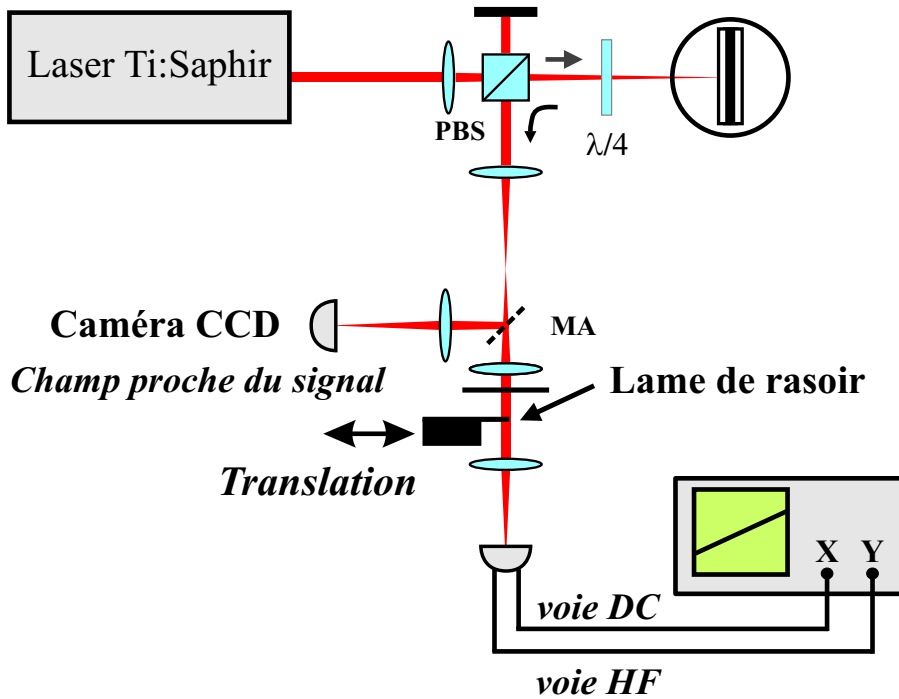
L'équilibrage de l'intensité des deux zones détectées est effectué avec une précision meilleure que un pour mille. Les résultats ont été vérifiés pour différentes valeurs des paramètres d'acquisition de l'analyseur de spectre (ajustement de la bande vidéo et de la largeur de résolution; voir le paragraphe D.3.2 de l'annexe A).

D.2.2 Résultats de la mesure

La mesure est très délicate car elle suppose que les intensité des deux zones sélectionnées soit identiques. L'image en champ lointain montre que la distribution en intensité dans l'anneau de l'émission non linéaire n'est pas partout uniforme.



On présente le résultat final dans le tableau 5.1. Au point de mesure, le faisceau présente un excès de bruit de 28% au-dessus de la limite quantique standard. Par contre, le signal de différence est à la limite quantique standard. Le résultat de

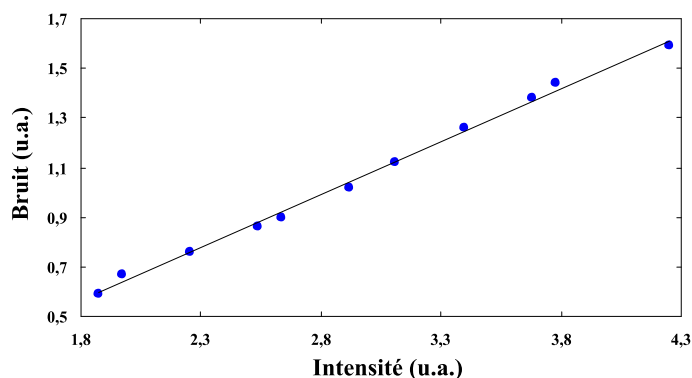


la mesure ne dépend pas de la position des ouvertures dans le plan transverse. Elles peuvent être diamétralement opposées ou sur le même quart de cercle. La comparaison directe à l'écran de l'analyseur de spectre du signal de différence et de la limite quantique standard, obtenue par une mesure simultanée de la limite quantique standard sur chacune des voies, montre les deux signaux complètement confondus (figure 5.7).

Le signal de différence des bruits d'intensité des deux voies est à la limite quantique pour tous les désaccords et pour toutes les intensités de pompe qui ont été testées. Cela signifie, d'après le critère monomode-multimode présenté plus haut, que l'émission non linéaire est dans un seul mode. Si l'émission non linéaire était multimode, les différents modes seraient générés par paires et seraient donc corrélés (voir l'annexe B). La mesure réalisée écarte cette possibilité.

D.3 Mesure type "lame de rasoir"

On peut enfin vérifier ce résultat par la mesure de type "lame de rasoir". Pour cela on positionne un filtre de la forme d'un disque, de rayon inférieur à celui de l'anneau de l'émission non linéaire légèrement décentré, pour couper la tache du laser réfléchi. Après le filtre, on ne garde que l'émission non linéaire. Une lame de rasoir, montée sur un support motorisé, permet de couper progressivement l'anneau de l'émission non linéaire. On mesure l'évolution du bruit en fonction



de l'intensité transmise, que l'on fait varier avec la position de la lame de rasoir. Une courbe typique est présentée figure. 5.9. La variation du signal de bruit est remarquablement linéaire avec l'intensité. Cela signifie que l'émission non linéaire est monomode.

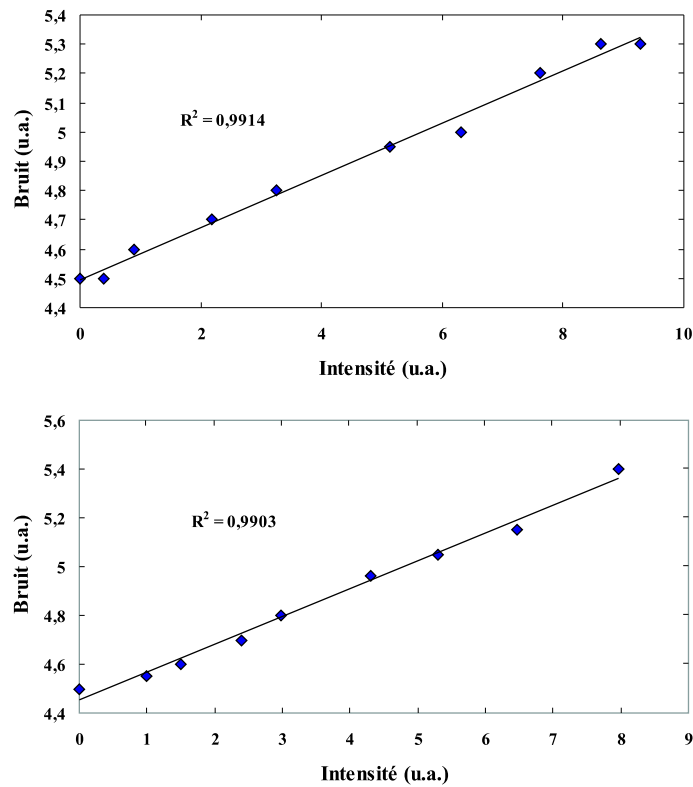
D.4 Diffusion paramétrique dégénérée à l'incidence normale

Les mesures indiquent le caractère parfaitement monomode de l'émission non linéaire et donc la dégénérescence du processus de diffusion. On écarte la participation au signal d'émission non linéaire à l'incidence normale de processus quasi-dégénérés, étudiés dans l'annexe B. L'étalement angulaire de l'émission non linéaire observé n'implique pas de renormalisation de la courbe de dispersion des polaritons et s'explique entièrement à partir de la localisation forcée des polaritons, par le jeu combiné des déplacements en énergie induits par l'angle de la cavité et la distribution non uniforme en intensité du spot d'excitation.

Le processus non linéaire étudié au chapitre 3 correspond à la solution triviale du processus de diffusion paramétrique, dans laquelle le champ polariton, dans un seul mode, subit un déphasage non linéaire, à l'origine de la bistabilité. Cette mesure valide le traitement théorique du chapitre 3 où seul le mode $\mathbf{k} = 0$ a été considéré.

D.5 Mesure du caractère monomode de l'émission non linéaire à l'angle magique

On termine cette section en revenant sur l'expérience d'interférométrie présentée plus haut. Chacune des trois taches étudiées correspond à une partie du même mode (voir la figure 5.2). La lumière émise par chacune de ces taches doit donc



être monomode. On vérifie ce résultat dans une mesure de type lame de rasoir. Le faisceau est coupé progressivement avec un diaphragme, placé dans le champ lointain du signal.

On ne considère que les taches 1 et 2. Les mesures sont prises pour deux positions distinctes de l'échantillon, pour lesquelles seule une des taches en champ proche est visible. Les résultats sont présentés figure. 5.10. La mesure montre une variation remarquablement linéaire du bruit avec l'intensité dans les deux cas. Chacun des spots, issu du même mode, correspond bien à une émission non linéaire monomode. On peut en fait vérifier aussi par une mesure de type lame de rasoir qu'à la position de l'échantillon pour laquelle on observe des interférences, l'émission non linéaire est dans un seul mode. De cette mesure, on déduit directement que les émissions non linéaires sont toutes issues du même mode, sans avoir à faire intervenir la durée d'observation de la figure d'interférences, comme au paragraphe B.2.

On revient dans cette dernière section sur les résultats du chapitre (E.1) et on montre en quoi ils remettent en cause certains résultats sur la cohérence spatiale des polaritons (E.2). Les effets transverses, qui jouent un rôle prédominant dans les expériences présentées, peuvent être en partie évités (E.3).

E.1 Vérification d'un résultat annoncé

Dans une expérience d'amplification paramétrique avec un pompage résonant de la microcavité, l'interaction des polaritons est responsable d'un transfert cohérent de population du mode pompé vers les modes signal et complémentaire ou d'un déphasage non linéaire de la polarisation. L'émission non linéaire issue de ce processus se fait à partir d'une aire finie sur la surface de l'échantillon. On s'attend à ce que la lumière émise soit cohérente à l'échelle de la surface d'émission (voir par exemple dans [Baumberg 00] et [Stevenson 00]). En particulier, Houdré et al [Houdré 00b], qui observent l'émission en champ lointain et discutent de la taille déduite de la zone d'émission, notent la cohérence attendue à l'échelle de plusieurs dizaines de microns. C'est encore ce que suppose implicitement l'utilisation indifférenciée des termes "mode" et "population macroscopique cohérente", caractérisés par un vecteur d'onde dans le plan des couches. Les mesures de corrélations en intensité offrent ici la vérification du caractère monomode transverse de l'émission non linéaire.

Les résultats des différentes mesures présentées dans ce chapitre répondent donc à une hypothèse faite implicitement dans l'étude des microcavités, aussi bien dans la description des expériences que dans le traitement théorique, où les populations macroscopiques de polariton sont caractérisées par un vecteur d'onde dans le plan. En revanche, les détails de ces expériences, révèlent la prise en compte nécessaire des effets de localisation, jamais considérés jusqu'à présent.

E.2 Taille du mode et localisation forcée

A notre connaissance, les effets transverses discutés dans ce travail n'ont jamais été observés, exceptées les expériences en champ lointain de Houdré et al. [Houdré 00a]. On admet ainsi couramment que la zone d'émission est de symétrie circulaire et de taille donnée par le spot d'excitation, avec des modifications éventuelles mises en évidence par l'augmentation de la divergence de l'émission, sans entamer la symétrie.

Or il est connu que l'image en champ proche en régime linéaire présente une zone d'absorption qui ne correspond pas à la tache du laser d'excitation mais à une raie verticale. Précisément, une taille limite du spot est déduite au chapitre 2 -voir la relation (2-7)-, fonction de l'angle de la cavité, au-dessus de laquelle le laser n'est plus résonant sur la toute surface d'excitation. L'angle de cavité

implique une limitation spatiale transverse de la zone de résonance responsable d'un confinement latéral du polariton. C'est un effet simple de localisation forcée. On rappelle à ce propos les remarques sur la largeur de la zone limite d'absorption au chapitre 3, où on notait, que suite à l'effet de l'angle de cavité¹⁰, les largeurs suivant x et y ne sont pas a priori les mêmes. Il nous semble que les expériences effectuées sur les microcavités avec un angle entre les miroirs se font la plupart du temps avec des spots d'excitation de rayon supérieur au rayon critique.

E.3 Contexte expérimental actuel

La largeur de cohérence, introduite par Baumberg et al. dans les microcavités semi-conductrices, intervient dans la détermination des facteurs d'occupation [Stevenson 00]. La détermination des facteurs d'occupation des modes signal et complémentaire au seuil d'amplification paramétrique, qui donne des valeurs autour de l'unité -soit un effet de stimulation-, révèle la nature bosonique des particules mixtes mises en jeu. La nature bosonique a aussi été mise en évidence dans d'autres groupes et de manière différente [Dunbar 02]. Ce résultat n'est en aucun cas mis en cause par nos expériences. Les facteurs d'occupation mesurés seront d'autant plus supérieurs à l'unité si la taille du polariton est diminuée (voir l'expression (5-27)).

Par contre, la largeur de cohérence, nécessaire dans la détermination des facteurs d'occupation, ne peut être assimilée simplement à la taille du spot d'excitation, ne serait-ce que parce que la divergence du faisceau émis est différente de celle du faisceau d'entrée. Elle ne peut être directement déterminée à partir de la divergence de l'émission non linéaire, si les effets transverses interviennent. D'après la taille du faisceau, il semble que dans la majorité des cas l'angle de la cavité ne puisse être négligé, ce qui nécessite de revoir l'expression de la largeur de cohérence¹¹, qui repose sur l'hypothèse d'une cavité plan-plan et de la symétrie associée. L'expérience la plus simple consisterait évidemment à vérifier en champ proche la géométrie de la zone d'émission, comme nous l'avons fait. On devrait alors calculer la densité de modes en prenant en compte la géométrie de la zone d'émission observée.

Cependant, on note que ces limitations dans la taille de la zone d'émission du aux caractéristiques du faisceau d'excitation n'interviennent pas dans un pompage non résonant. On considère en particulier les expériences de pompage non résonant motivées par la réalisation d'un laser à polaritons. La microcavité est pompée à grand angle hors résonance. Les polaritons relaxent vers la branche

10. Elles dépendent aussi de variations d'intensité, qui ne sont pas les mêmes suivant x et y ; excepté au centre de la gaussienne, mais on n'est jamais résonant en ce point.

11. On se permet de noter que la valeur du a utilisée dans la référence [Baumberg 00] (a est le facteur numérique qui intervient dans la relation entre la largeur de cohérence à la divergence du mode 5-15), ne correspond à aucune des deux relations ((5-23) ou (5-24)) dérivées dans la section A.3.

basse puis vers le bas du piège. On a déjà noté que les semi-conducteurs de type II-VI permettent de suffisamment réduire le fameux goulot d'étranglement pour observer de l'émission non linéaire à l'incidence normale [Andre 03], avec rétrécissement spectral au-dessus du seuil. La zone d'absorption est toujours limitée par la distribution transverse en intensité du spot d'excitation, mais la zone d'émission n'est plus contrainte par les propriétés du faisceau d'excitation. La cohérence, aussi bien temporelle que spatiale, attendue pour le mode polariton dans lequel le laser à polaritons émettrait, n'est pas apportée par le faisceau d'excitation. La taille transverse du mode est uniquement conditionnée par les propriétés de la microcavité.

Conclusion

Ce travail de thèse présente des résultats théoriques et expérimentaux d'optique quantique dans l'étude des effets cohérents dans des structures semi-conductrices bi-dimensionnelles en régime de couplage fort. Les propriétés originales des modes propres du système, de nature mixte rayonnement-matière, permettent d'atteindre un régime d'amplification paramétrique, dans lequel, par analogie avec les oscillateurs paramétriques optiques et les gaz d'atomes froids, nous avons décrit théoriquement et mis en évidence expérimentalement deux processus distincts de bistabilité et la réduction de bruit quantique du champ intra-cavité en dessous de la limite quantique standard. Ces résultats ont pu être obtenus en tenant compte d'effets transverses, qui modifient l'extension transverse du polariton, dont on a caractérisé les propriétés de cohérence spatiale.

L'amplification paramétrique de polaritons est bien connue dans la configuration non dégénérée, où deux polaritons excités à résonance diffusent vers deux modes, d'énergie et vecteur d'onde différents. Ce mélange à quatre ondes de polaritons, analogue au mélange non dégénéré dans les oscillateurs paramétriques optiques, permet de considérer la microcavité comme un "micro oscillateur paramétrique optique" [Baumberg 00]. Nous avons mis en évidence au chapitre 4 un régime de bistabilité, lorsqu'on force le système à osciller à un désaccord exciton-cavité suffisamment éloigné du désaccord optimum, pour lequel le seuil d'oscillation est le plus bas. Un oscillateur paramétrique optique triplement résonant, dont la longueur de cavité est modifiée, peut présenter aussi sous certaines conditions de la bistabilité [Lugiato 88, Fabre 90, Richy 95]. L'analogie entre les deux régimes est établie formellement en montrant que les conditions de bistabilité sont les mêmes dans les deux systèmes. Par contre la procédure expérimentale pour observer de la bistabilité n'est pas la même et comme les ondes mises en jeu, de nature mixte rayonnement-matière, n'ont pas les mêmes composantes photoniques et excitoniques, elles ont des pertes très différentes. Ces distinctions sont prises en compte dans le modèle, qui donne des résultats préliminaires en bon accord avec l'expérience.

L'amplification paramétrique de polariton peut aussi avoir lieu dans une autre configuration, très peu étudiée, dans laquelle seul le mode pompé est mis en jeu. On démontre au chapitre 3 que le mélange à quatre ondes dégénéré correspond à un processus non linéaire de type Kerr. De façon analogue avec les gaz d'atomes froids en cavité [Lambrecht 95a, Lambrecht 96], on prédit de la bistabilité et de

la réduction de bruit quantique en dessous de la limite quantique standard, au voisinage du point tournant de bistabilité. On met en évidence la bistabilité sous excitation à incidence normale, par un balayage de la longueur de cavité. Les fluctuations quantiques de la lumière sont étudiées dans un montage standard de détection homodyne. Au point bas de bistabilité, on mesure une réduction de bruit de 4% en dessous de la limite quantique standard.

Là encore, les distinctions à apporter entre les deux systèmes viennent en particulier de la nature mixte du champ polariton. Les effets non linéaires portent sur le champ mixte intra cavité, ce qui signifie que l'on observe indirectement de la bistabilité polaritonique et de la compression de bruit du champ polariton. Expérimentalement, seule la partie photonique du champ est directement observable. Le traitement théorique permet de déduire de la mesure des fluctuations quantiques en dehors de la cavité l'état du champ de polariton. On déduit un taux de réduction de bruit de 6% pour le champ polariton, en accord raisonnable avec celui obtenu par le modèle, dont certaines hypothèses ont pu être vérifiées expérimentalement. Cette mesure de la réduction de bruit correspond à la première expérience de contrôle des fluctuations au niveau quantique dans des microcavités semi-conductrices en régime de couplage fort.

Dans les deux configurations du régime d'amplification paramétrique, la nature mixte des polaritons rend complexe l'estimation de l'extension spatiale transverse des résonances. Habituellement, la taille de la zone d'émission est évaluée à partir de la divergence de l'émission, en utilisant une relation obtenue pour une cavité Fabry-Pérot plan-plan. Or on observe des zones d'émission de géométrie complexe, fonction de la position du spot sur l'échantillon. On a développé un modèle simple qui permet de comprendre qualitativement, comment les zones d'émission sont déterminées par les effets combinés de déplacement des résonances avec la position et avec l'intensité d'excitation. Ces effets ont pour origine l'angle entre les deux miroirs de la cavité et la renormalisation des énergies. Ils expliquent les formes complexes des zones d'émission et donc les distributions angulaires de l'émission non linéaire.

Ces effets ont été étudiés en champ proche et en champ lointain dans les deux configurations de l'amplification paramétrique. Leur prise en compte dans une excitation à l'angle nul, permet d'obtenir un bon accord théorie-expérience sur les spectres de réflectivité et les seuils de bistabilité. La modification de la zone d'émission au voisinage du point tournant de bistabilité impose un filtrage spatial qui est la clé de la mesure de réduction de bruit quantique.

Enfin, ces effets transverses nous offrent la possibilité de tester directement la cohérence spatiale des polaritons, dans une expérience d'interférométrie. Le recouvrement en champ lointain de l'émission non linéaire issue de deux parties du même mode montre une figure d'interférences, qui révèle la cohérence spatiale à l'échelle de la distance entre les deux zones d'émission, soit environ $80\text{ }\mu\text{m}$. On étudie aussi le caractère monomode transverse de l'émission dans une expérience de corrélations en intensités entre différentes parties dans le plan transverse de l'émis-

sion non linéaire. Cette expérience s'appuie sur un critère monomode-multimode d'optique quantique développé au laboratoire [Kolobov 99, Treppe 01, Martinelli 03]. Ces deux expériences de mesures des corrélations dans le plan transverse présentées au chapitre 5, sur la cohérence spatiale d'une part et sur le caractère monomode transverse d'autre part, permettent de vérifier deux hypothèses faites implicitement mais jamais vérifiées.

Les expériences effectuées pendant ce travail de thèse montrent que grâce à la qualité des échantillons disponibles aujourd'hui, on réalise des expériences où les effets cohérents dominent et permettent de modifier les propriétés quantiques du système. L'optique quantique permet d'aborder ces nouveaux régimes et interviendra sans doute de plus en plus dans l'étude des microcavités, comme ce fut le cas aux débuts de l'électrodynamique quantique en cavité avec des atomes. Dans un futur proche, une mesure d'optique quantique attendue est celle des corrélations quantiques entre polaritons signal et complémentaire, dans la configuration non dégénérée du processus d'amplification paramétrique [Schwendimann 02, Karr 03b]. La difficulté principale de la mesure vient du désaccord entre les composantes photoniques des deux faisceaux. La réalisation de l'expérience sera peut être possible dans une configuration dans laquelle on pourrait s'affranchir du déséquilibre signal-complémentaire. Les outils introduits dans ce travail de thèse interviendront sans doute dans les expériences sur d'éventuels lasers à polaritons ou condensats de polaritons.

Annexe A :

Introduction théorique et expérimentale au bruit quantique

Cette annexe donne les éléments d'optique quantique nécessaires à la compréhension des expériences et des modèles présentés dans cette thèse. Après avoir rappelé quelques bases de l'électrodynamique quantique, on explique comment passer de la description d'un champ monomode à celle d'un faisceau lumineux. On introduit la fonction d'auto-corrélation, la densité spectrale de bruit et les matrices de corrélations. La méthode semi-classique entrée-sortie est appliquée au cas d'un champ lumineux dans une cavité Fabry-Pérot. On termine cette annexe par la description des montages de mesures de bruit.

A.1 Quantification du champ électromagnétique

A.1.1 Quantification canonique du champ électromagnétique libre

On considère le potentiel vecteur d'un champ électromagnétique. On le décompose en série de Fourier dans un repère cartésien:

$$\widehat{\vec{A}}(t) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\vec{k}, i} \vec{e}^{(i)} q_{\vec{k}}^{(i)}(t) e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} \quad (\text{A-1})$$

La somme porte sur les vecteurs d'onde $\vec{k}$ et sur les polarisations notées i : 1 pour la composante longitudinale, 2 et 3 pour les composantes transverses. $\vec{e}^{(i)}$ est le vecteur unitaire dans la direction i . V est le volume de quantification. Les coordonnées généralisées et les moments correspondants sont notés respectivement $q_{\vec{k}}^{(i)}(t)$ et $p_{\vec{k}}^{(i)}(t)$; ils sont reliés par la relation $\dot{q}_{\vec{k}}^{(i)}(t) = c^2 p_{-\vec{k}}^{(i)}(t)$. On se place en jauge de Coulomb, ce qui impose un potentiel vecteur transverse, soit $q_{\vec{k}}^{(1)}(t) = 0$ quelque soit $\vec{k}$. L'équation de Maxwell pour le champ électromagnétique libre s'obtient à partir des équations de Lagrange:

$$\ddot{q}_{\vec{k}}^{(i)}(t) + c^2 k^2 q_{\vec{k}}^{(i)}(t) = 0, \quad i = 2, 3 \quad (\text{A-2})$$

La quantification du champ transforme les coordonnées généralisées en opérateurs (que l'on distingue avec un chapeau), qui vérifient la relation de commutation suivante:

$$[\hat{q}_{\vec{k}}^{(i)}, \hat{p}_{\vec{k}'}^{(j)}] = i\hbar \delta_{ij} \delta_{\vec{k}, \vec{k}'} \quad (\text{A-3})$$

Le hamiltonien pour le champ électromagnétique libre en jauge de Coulomb a pour expression:

$$\hat{H}_{libre} = \frac{1}{2} \sum_{\vec{k}, i} \{ c^2 \hat{p}_{\vec{k}}^{(i)} \hat{p}_{-\vec{k}}^{(i)} + k^2 \hat{q}_{\vec{k}}^{(i)} \hat{q}_{-\vec{k}}^{(i)} \} \quad (\text{A-4})$$

A.1.2 Quanta du champ électromagnétique libre

On suppose à présent une polarisation linéaire et on cesse d'écrire l'indice i . On change de base et on introduit les opérateurs de création et d'annihilation d'un photon de fréquence ω en fonction desquels on exprime H_{libre} :

$$\hat{H}_{libre} = \sum_{\omega} \hbar \omega \left(\hat{a}_{\omega}^{\dagger} \hat{a}_{\omega} + \frac{1}{2} \right) \quad (\text{A-5})$$

avec

$$\hat{a}_{\omega} = \sqrt{\frac{k}{2\hbar c}} \hat{q}_{\omega} + i \sqrt{\frac{c}{2\hbar k}} \hat{p}_{\omega} \quad (\text{A-6})$$

$$\hat{a}_{\omega}^{\dagger} = \sqrt{\frac{k}{2\hbar c}} \hat{q}_{\omega}^{\dagger} - i \sqrt{\frac{c}{2\hbar k}} \hat{p}_{\omega}^{\dagger} \quad (\text{A-7})$$

Ils vérifient la relation de commutation des bosons:

$$[\hat{a}_{\omega}, \hat{a}_{\omega}^{\dagger}] = 1 \quad (\text{A-8})$$

On reconnaît ici les opérateurs introduits dans la quantification de l'oscillateur harmonique. On note que l'équation (A-2) est celle d'un oscillateur harmonique. Le hamiltonien du champ fait apparaître ce dernier comme un ensemble d'oscillateurs harmoniques. Les quanta de ce champ, qui correspondent aux modes normaux, sont appelés les photons.

A.1.3 Principaux observables de la théorie quantique de la lumière

D'autres observables de la théorie quantique de la lumière nous seront utiles par la suite. On définit l'opérateur intensité et l'opérateur nombre:

$$\hat{I}_{tot} = \sum_{\omega} \hbar \omega \hat{a}_{\omega}^{\dagger} \hat{a}_{\omega}, \quad (\text{A-9})$$

$$\hat{N}_{tot} = \sum_{\omega} \hat{a}_{\omega}^{\dagger} \hat{a}_{\omega} \quad (\text{A-10})$$

que l'on peut décomposer en somme d'opérateurs $\hat{N}_{\omega} = \hat{a}_{\omega}^{\dagger} \hat{a}_{\omega}$, défini comme l'opérateur nombre de photons dans le mode du champ ω . On introduit aussi l'opérateur champ électrique¹, pour un champ monomode, de fréquence, de direction et de polarisation données:

$$\widehat{\vec{E}}(t) \hat{=} -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \widehat{\vec{A}}(t) = i \frac{\mathcal{E}_0}{2} (\hat{a}_{\omega} e^{-i\omega t} - \hat{a}_{\omega}^{\dagger} e^{i\omega t}) \hat{e}_i \quad (\text{A-11})$$

avec $\mathcal{E}_0 = \sqrt{\frac{\hbar \omega}{2\epsilon_0 V}}$, qui donne l'ordre de grandeur du champ électrique correspondant à un photon dans le volume de quantification V .

A.2 Inégalités de Heisenberg pour le champ électromagnétique

A.2.1 Inégalités de Heisenberg

On introduit les opérateurs de quadrature -équivalents aux opérateurs utilisés en optique classique pour la représentation d'un champ dans le repère de Fresnel-:

$$\hat{E}_P = \mathcal{E}_0 (\hat{a}_{\omega} + \hat{a}_{\omega}^{\dagger}) \quad (\text{A-12})$$

$$\hat{E}_Q = i \mathcal{E}_0 (\hat{a}_{\omega} - \hat{a}_{\omega}^{\dagger}) \quad (\text{A-13})$$

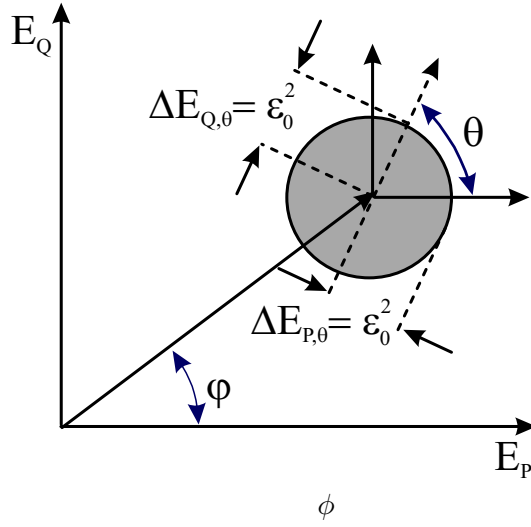
que l'on remplace dans l'expression (A-11) du champ électrique:

$$\hat{E}(t) = \hat{E}_P \sin(\omega t) + \hat{E}_Q \cos(\omega t) \quad (\text{A-14})$$

Les opérateurs $\hat{E}_P$ et $\hat{E}_Q$ ne commutent pas:

$$[\hat{E}_P, \hat{E}_Q] = 2i \mathcal{E}_0^2 \quad (\text{A-15})$$

1. On n'écrit plus explicitement la dépendance spatiale.



$$\hat{E}_{P\theta} \quad \hat{E}_{Q\theta}$$

Leurs variances vérifient l'inégalité:

$$\Delta \hat{E}_P \Delta \hat{E}_Q \geq \varepsilon_0^2 \quad (\text{A-16})$$

L'inégalité est vérifiée pour un couple quelconque de quadrature conjuguées:

$$\Delta \hat{E}_{P\theta} \Delta \hat{E}_{Q\theta} \geq \varepsilon_0^2 \quad (\text{A-17})$$

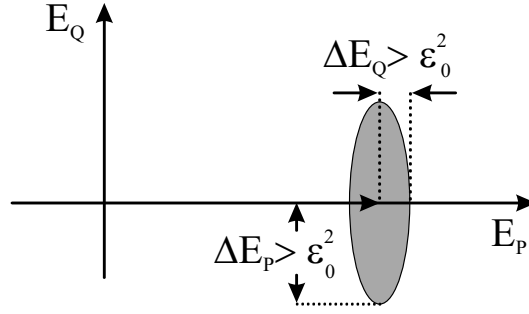
avec la définition suivante du couple de quadratures caractérisée par l'angle θ :

$$\hat{E}_{P\theta} = \varepsilon_0 (\hat{a}_w e^{i\theta} + \hat{a}_w^\dagger e^{-i\theta}) \quad (\text{A-18})$$

$$\hat{E}_{Q\theta} = i\varepsilon_0 (\hat{a}_w e^{i\theta} - \hat{a}_w^\dagger e^{-i\theta}) \quad (\text{A-19})$$

Une représentation intuitive des fluctuations quantiques d'un champ est donnée dans le repère de Fresnel. La quadrature $\hat{E}_{P\theta}$ s'interprète géométriquement comme l'amplitude des fluctuations du champ dans la direction qui fait un angle θ avec l'axe des abscisses. La quadrature $\hat{E}_{Q\theta}$ concerne les fluctuations dans la direction perpendiculaire. On considère souvent la quadrature $\theta = 0$ et sa conjuguée qui vérifient l'inégalité d'Heisenberg nombre phase. Cette inégalité nécessite une définition rigoureuse d'un opérateur de phase, délicate à écrire pour des champs de faible intensité [Fabre 99, Reynaud 90]. Pour un état $|\psi\rangle$ correspondant à un champ intense ($\langle \psi | \hat{N} | \psi \rangle \gg 1$), ou pour une phase classique de valeur moyenne non nulle ($\langle \psi | \hat{E}_Q | \psi \rangle \gg 1$), on peut montrer que les fluctuations de phase sont proportionnelles aux fluctuations de $\hat{E}_Q$ autour de zéro. L'inégalité phase-énergie ou phase-nombre écrite pour les valeurs moyennes a alors pour expression:

$$\Delta N \Delta \varphi \geq \frac{1}{2} \quad (\text{A-20})$$



Par exemple, un état de Fock a par définition un nombre de photons parfaitement déterminé, mais en contrepartie une phase complètement indéterminée.

A.2.2 État du vide et états cohérents

Les états cohérents définissent la limite quantique standard. L'état cohérent est un état minimal, i.e. l'aire des fluctuations prend la valeur minimale autorisée par les inégalités de Heisenberg. De plus, les fluctuations sont les mêmes quelque soit la quadrature considérée. L'aire de fluctuations prend donc la forme d'un disque dans le repère de Fresnel (voir figure 6.1).

A.2.3 États comprimés

Un champ est dans un état comprimé si une de ses quadratures a des fluctuations inférieures à la limite quantique standard. L'inégalité d'Heisenberg impose que les fluctuations de la quadrature conjuguée dépassent la limite quantique standard.

On donne pour exemple la cas d'un état comprimé en intensité, discuté à partir de l'inégalité phase-nombre. On suppose un grand de photons dans le champ: $\langle E_P \rangle \gg \epsilon_0$. Si le nombre de photons est parfaitement défini, le signal correspondant de photodétection n'a aucune fluctuation, puisque la mesure de photodétection consiste à compter le nombre de photons détectés. Le champ est alors dans un état propre de l'opérateur nombre. L'inégalité de Heisenberg, relation (6.2), impose une indétermination totale de la projection de l'opérateur conjugué sur cet état. On ne possède aucune information sur la phase du champ.

On se soucie ici de donner une description des propriétés quantiques de la lumière qui puisse répondre à une situation expérimentale concrète. Jusqu'à présent on a considéré des champs monomodes. Les inégalités d'Heisenberg portent sur les variances des fluctuations du champ.

On passe à l'étude d'un champ quasi-monomode, avec une porteuse et des fluctuations sur une gamme de fréquence petite devant la fréquence de la porteuse et centrée autour de cette fréquence. Ce traitement est spécifiquement adapté à la description d'un champ laser très au-dessus du seuil. Comme précédemment, on discute des inégalités de Heisenberg, qui portent ici sur la densité spectrale de bruit. On donne au préalable les définitions de l'opérateur enveloppe, de la densité spectrale et de la matrice de corrélation d'un champ.

B.1 Définitions

B.1.1 Opérateur enveloppe

On considère un champ laser de valeur moyenne non nulle, avec une porteuse de fréquence ω_L et une largeur spectrale $\Delta\omega$:

$$\hat{E}(t) = i \int_{\Delta\omega} \frac{d\omega}{2\pi} \frac{\mathcal{E}_0(\omega)}{2} (\hat{a}_\omega e^{-i\omega t} - \hat{a}_\omega^\dagger e^{i\omega t}) \quad (\text{B-1})$$

On effectue une décomposition du champ en parties de fréquences positive et négative:

$$\hat{E}(t) = \hat{E}^+(t) + \hat{E}^-(t) \quad (\text{B-2})$$

Si on suppose $\Delta\omega \ll \omega_L$, $\mathcal{E}_0(\omega)$ varie peu sur $\Delta\omega$. On obtient ainsi:

$$\hat{E}^+(t) = i\mathcal{E}_0(\omega_L) \int_{\Delta\omega} \frac{d\omega}{2\pi} \hat{a}_\omega e^{-i\omega t} \quad (\text{B-3})$$

$$= i\mathcal{E}_0(\omega_L) e^{-i\omega_L t} \int_{\Delta\Omega} \frac{d\Omega}{2\pi} \hat{a}_{\Omega+\omega_L} e^{-i\Omega t} \quad (\text{B-4})$$

$$= \mathcal{E}_0(\omega_L) e^{-i\omega_L t} \int_{\Delta\Omega} \frac{d\Omega}{2\pi} \hat{A}(\Omega) e^{-i\Omega t} \quad (\text{B-5})$$

$$= \mathcal{E}_0(\omega_L) \hat{A}(t) e^{-i\omega_L t} \quad (\text{B-6})$$

$$= \hat{\mathcal{E}}(t) e^{-i\omega_L t} \quad (\text{B-7})$$

où $\hat{a}_\omega = e^{-i\omega_L t} \hat{a}_{\Omega+\omega_L}$, $\hat{A}(\Omega) = i\hat{a}_{\Omega+\omega_L}$ et $\hat{A}(t) = \int_{\Delta\Omega} \frac{d\Omega}{2\pi} \hat{A}(\Omega) e^{-i\Omega t}$. $\hat{A}(t)$ est l'opérateur enveloppe lentement variable du champ complexe autour de la fréquence ω_L . Le champ peut donc s'écrire sous la forme suivante:

$$\hat{E}(t) = \mathcal{E}_0(\omega_L) (\hat{A}(t) e^{-i\omega_L t} + \hat{A}^\dagger(t) e^{i\omega_L t}) \quad (\text{B-8})$$

$$= \hat{\mathcal{E}}(t) e^{-i\omega_L t} + \hat{\mathcal{E}}^\dagger(t) e^{i\omega_L t} \quad (\text{B-9})$$

B.1.2 Fonction d'autocorrélation et densité spectrale de bruit

En comparant les expressions (A-11) et (B-9), on voit que les facteurs de l'exponentielle dépendent à présent du temps, d'où la nécessité d'introduire une nouvelle quantité, appelée la densité spectrale de bruit, qui tient compte des propriétés spectrales. Les inégalités d'Heisenberg porteront sur la densité spectrale de bruit.

Les définitions sont données pour l'opérateur de quadrature E_θ du champ électrique. Dans le cas d'un processus stationnaire, la densité spectrale de bruit est définie de la manière suivante:

$$S_E(\Omega) = \int C_E(\tau) e^{i\Omega\tau} d\tau \quad (\text{B-10})$$

avec

$$C_E(t, t') = \langle E(t)E(t') \rangle - \langle E(t) \rangle \langle E(t') \rangle = \langle \delta E(t) \delta E(t') \rangle \quad (\text{B-11})$$

et pour un processus stationnaire:

$$C_E(t, t') = C_E(t - t') = C_E(\tau) \quad (\text{B-12})$$

$C_E(\tau)$ est la fonction d'auto-corrélation du champ; elle est réelle et paire. $S_E(\Omega)$ est une fonction réelle, positive et paire. Le spectre de bruit est relié à la transformée de Fourier $\delta E(\Omega)$ des fluctuations $\delta E(t)$ du champ par le théorème de Wiener-Kinchine [Mandel 95]:

$$\langle \delta E(\Omega) \delta E(\Omega') \rangle = 2\pi \delta(\Omega + \Omega') S_E(\Omega) \quad (\text{B-13})$$

Les variances de bruit sont données par:

$$C_E(\tau = 0) = \int \frac{d\Omega}{2\pi} S_E(\Omega) \quad (\text{B-14})$$

Pour un bruit blanc ($S_E(\Omega) = S_E$), cette quantité diverge. En pratique, les fluctuations sont mesurées sur une bande de fréquence, fonction du détecteur. Cette bande passante est choisie en fonction des caractéristiques du processus étudié. On renvoie au paragraphe D.3.2 de cette annexe pour le choix des paramètres des montages de bruit.

B.2 Inégalité de Heisenberg

Comme précédemment, la limite quantique standard s'obtient à partir de la relation de commutation:

$$[\hat{E}^+(t), \hat{E}^-(t')] = [\hat{\mathcal{E}}(t), \hat{\mathcal{E}}(t')] \quad (\text{B-15})$$

$$= \mathcal{E}_0^2(\omega_L) [\hat{A}(t), \hat{A}^\dagger(t')] \quad (\text{B-16})$$

$$= \mathcal{E}_0^2(\omega_L) \delta(t - t') \quad (\text{B-17})$$

On passe dans l'espace des fréquences par transformée de Fourier:

$$\widehat{\mathcal{E}}[\Omega] = \int dt \widehat{\mathcal{E}}(t) e^{i\Omega t} \text{ avec } \widehat{\mathcal{E}}^\dagger[\Omega] = (\widehat{\mathcal{E}}[-\Omega])^\dagger \quad (\text{B-18})$$

Dans l'espace des fréquences la relation de commutation s'écrit:

$$[\widehat{\mathcal{E}}[\Omega], \widehat{\mathcal{E}}[\Omega']] = \mathcal{E}_0^2(\omega_L) \delta(\Omega + \Omega') \quad (\text{B-19})$$

Plus généralement, les relations de commutation pour un couple quelconque de quadratures conjuguées s'écrivent :

$$[\widehat{\mathcal{E}}_{P\theta}(t), \widehat{\mathcal{E}}_{Q\theta}(t')] = 2i\mathcal{E}_0^2(\omega_L) \delta(t - t') \quad (\text{B-20})$$

$$[\widehat{\mathcal{E}}_{P\theta}[\Omega], \widehat{\mathcal{E}}_{Q\theta}[\Omega']] = 4i\pi\mathcal{E}_0^2(\omega_L) \delta(\Omega + \Omega') \quad (\text{B-21})$$

L'inégalité d'Heisenberg correspondante s'écrit:

$$\Delta \widehat{\mathcal{E}}_{P\theta}[\Omega] \Delta \widehat{\mathcal{E}}_{Q\theta}[\Omega] \geq \mathcal{E}_0^2(\omega_L) \quad (\text{B-22})$$

On peut finalement obtenir l'expression de l'inégalité d'Heisenberg pour les spectres de bruit:

$$S_{\widehat{E}_{P\theta}}(\Omega) S_{\widehat{E}_{Q\theta}}(\Omega) \geq \mathcal{E}_0^4(\omega_L) \quad (\text{B-23})$$

La valeur limite de l'égalité stricte est atteinte par n'importe quelle quadrature d'un champ électrique dans un état cohérent $|\alpha\rangle$:

$$S_{|\alpha\rangle_{P\theta}}(\Omega) = S_{|\alpha\rangle_{Q\theta}}(\Omega) = \mathcal{E}_0^2(\omega_L) = \sqrt{C_{|\alpha\rangle}^2} \quad (\text{B-24})$$

Le spectre normalisé à la limite quantique standard est donné par:

$$S_{E_\theta}^{norm}(\Omega) = \frac{S_{E_\theta}(\Omega)}{\mathcal{E}_0^2(\omega_L)} \quad (\text{B-25})$$

On parle maintenant d'état comprimé dans une certaine bande de fréquence $[\Omega_1, \Omega_2]$:

$$S_{\widehat{E}_{P\theta}}(\Omega) < \mathcal{E}_0^2(\omega_L) \text{ (pour } \Omega_1 \leq \Omega \leq \Omega_2) \quad (\text{B-26})$$

B.3 Représentation matricielle

On termine cette section par la représentation matricielle, qui allège les expressions. Il est commode de représenter le champ A par un vecteur colonne:

$$|A(\Omega)\rangle = \begin{bmatrix} A(\Omega) \\ A^\dagger(\Omega) \end{bmatrix} \quad (\text{B-27})$$

Son adjoint est le vecteur ligne:

$$\langle A(\Omega) | = [(A(\Omega))^\dagger (A^\dagger(\Omega))^\dagger] = [A^\dagger(-\Omega) \quad A(-\Omega)] \quad (\text{B-28})$$

On introduit une matrice de corrélation entre les composantes positive et négative du champ:

$$\langle |\delta A(\Omega)| |\delta A(\Omega')| \rangle = 2\pi\delta(\Omega - \Omega') [V_A(\Omega)] \quad (\text{B-29})$$

Les corrélations de la quadrature E_θ s'obtiennent directement à partir des définitions A-13 et B-9:

$$\begin{aligned} \langle |\delta E_\theta(\Omega)| |\delta E_\theta(\Omega')| \rangle &= \langle |(\delta \mathcal{E}(\Omega)e^{i\theta} + \delta \mathcal{E}^\dagger(\Omega)e^{-i\theta})| |(\delta \mathcal{E}(\Omega')e^{i\theta} + \delta \mathcal{E}^\dagger(\Omega')e^{-i\theta})| \rangle \\ &= \langle \delta \mathcal{E}(\Omega)\delta \mathcal{E}^\dagger(\Omega') \rangle + \langle \delta \mathcal{E}^\dagger(\Omega)\delta \mathcal{E}(\Omega') \rangle \\ &\quad + \langle \delta \mathcal{E}(\Omega)\delta \mathcal{E}(\Omega') \rangle e^{2i\theta} + \langle \delta \mathcal{E}^\dagger(\Omega)\delta \mathcal{E}^\dagger(\Omega') \rangle e^{-2i\theta} \\ &= \mathcal{E}_0^2(\omega_L) (\langle \delta A(\Omega)\delta A^\dagger(\Omega') \rangle + \langle \delta A^\dagger(\Omega)\delta A(\Omega') \rangle) \\ &\quad + \langle \delta A(\Omega)\delta A(\Omega') \rangle e^{2i\theta} + \langle \delta A^\dagger(\Omega)\delta A^\dagger(\Omega') \rangle e^{-2i\theta} \end{aligned} \quad (\text{B-30})$$

On suppose le champ $A(t)$ stationnaire; le commutateur, comme la fonction d'auto-corrélation, ne dépend que de l'intervalle de temps τ . Dans l'espace des fréquences:

$$[\hat{A}(\Omega), \hat{A}^\dagger(\Omega')] = 2\pi\delta(\Omega + \Omega') \quad (\text{B-31})$$

Par comparaison des relations (B-29) et (B-30) et en utilisant la relation (B-31), on trouve l'expression des éléments de la matrice de corrélation V en fonction des corrélations de la quadrature E_θ :

$$\begin{aligned} \langle |\delta E_\theta(\Omega)| |\delta E_\theta(\Omega')| \rangle &= \\ 2\pi\delta(\Omega + \Omega') \mathcal{E}_0^2(\omega_L) \{ [V(\Omega)]_{1,1} + [V(\Omega)]_{2,2} + 2\text{Re}([V(\Omega)]_{1,2}e^{2i\theta}) \} \end{aligned} \quad (\text{B-32})$$

Finalement, on obtient l'expression du spectre de bruit de la quadrature E_θ en fonction des éléments de la matrice de corrélation associée (d'après B-13):

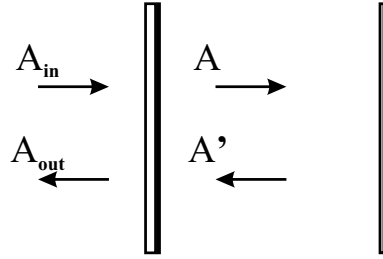
$$S_{E_\theta}(\Omega) = \mathcal{E}_0^2(\omega_L) \{ [V(\Omega)]_{1,1} + [V(\Omega)]_{2,2} + 2\text{Re}([V(\Omega)]_{1,2}e^{2i\theta}) \} \quad (\text{B-33})$$

On peut noter que le spectre de bruit en amplitude est obtenu pour $\theta = 0$ dans cette expression. En pratique, on calcule le spectre de bruit des champs à partir de cette expression, connaissant la matrice de corrélation. Par exemple, la matrice de corrélation d'un état cohérent (pour lequel seul $\delta A^\dagger(\Omega)\delta A(-\Omega)$ diffère de zéro) est :

$$[V_{|\alpha\rangle}(\Omega)] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B-34})$$

On vérifie que l'on obtient bien un spectre de bruit normalisé égal à l'unité pour toute quadrature.

Le traitement adopté des fluctuations est un traitement semi-classique, basé sur la méthode entrée-sortie [Collet 84, Reynaud 89b]. Cette méthode est discutée dans le chapitre introductif de ce mémoire au paragraphe B.3.2. On a vu comment obtenir l'équation d'évolution en décrivant le mode de cavité par un oscillateur harmonique couplé à un réservoir. On démontre ici l'équation d'évolution d'un mode d'une cavité dans une approche basée sur un calcul du champ dans une cavité Fabry-Pérot.



Les différents champs considérés, définis sur la figure 6.3, sont couplés par les deux relations suivantes :

$$\hat{A}(t) = t\hat{A}_{in}(t) + r\hat{A}'(t) \quad (\text{C-1})$$

$$\hat{A}_{out}(t) = t\hat{A}'(t) - r\hat{A}_{in}(t) \quad (\text{C-2})$$

où r et t sont les coefficients de réflexion et de transmission en amplitude du miroir de couplage. On introduit le temps de parcours dans la cavité de longueur L :

$$\tau = \frac{2L}{c} \quad (\text{C-3})$$

qui permet de donner la relation entre les champs intra-cavité se propageant vers la gauche et vers la droite:

$$\hat{A}'(t) = \hat{A}(t - \tau) \quad (\text{C-4})$$

D'après l'expression (A-11) d'un champ monomode de fréquence ω_L :

$$\hat{A}'(t) = \hat{A}(t - \tau)e^{i\omega_L\tau} \quad (\text{C-5})$$

Le désaccord entre la fréquence du champ laser incident et la fréquence de la cavité est $\delta_a = \omega_{cav} - \omega_L$. D'après la définition de τ (relation (C-3)) on peut remplacer la phase $\omega_L\tau$ par $-i\delta_a\tau$, car $\omega_{cav}\tau$ est un multiple de 2π . En effectuant un développement limité à l'ordre 1 de l'exponentielle ($|\delta_a\tau| \ll 1$) on obtient:

$$\frac{d\hat{A}(t)}{dt} = -(\gamma_1 + i\delta_a)\hat{A}(t) + \sqrt{\frac{2\gamma_1}{\tau}}\hat{A}_{in}(t) \quad (\text{C-6})$$

On a introduit ici le taux de relaxation associé au miroir de couplage:

$$\gamma_1 = \frac{T_1}{2\tau} \quad (\text{C-7})$$

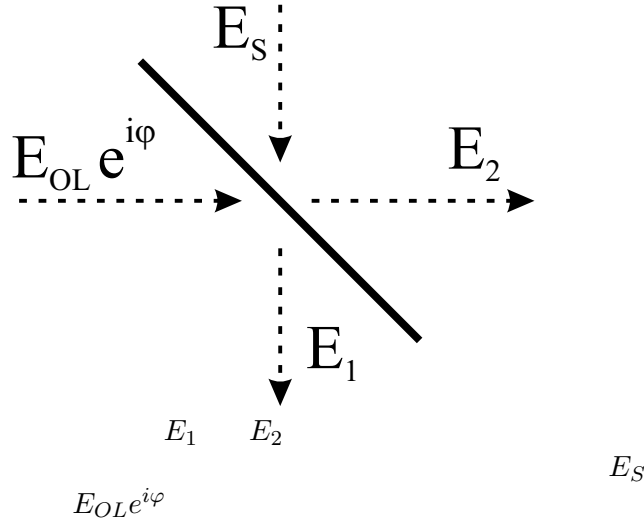
On choisit la normalisation $\hat{a}(t) = \sqrt{\tau}\hat{A}(t)$, tel que $\langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle$ représente le nombre de photons dans la cavité. On aboutit finalement à l'équation d'évolution suivante:

$$\frac{d\hat{a}(t)}{dt} = -(\gamma_1 + i\delta_a)\hat{a}(t) + \sqrt{2\gamma_1}\hat{A}_{in}(t) \quad (\text{C-8})$$

Le premier terme du membre de droite décrit la propagation avec pertes dans la cavité. Le second terme décrit le pompage extérieur et les fluctuations entrantes associées à la relaxation.

La section présente est consacrée à la caractérisation expérimentale des propriétés quantiques présentées dans la section B.2. On utilise habituellement un montage de détection homodyne qui permet de déterminer les fluctuations sur n'importe quelle quadrature d'un champ, et de les comparer à la limite quantique standard. La mesure du bruit d'un faisceau sur une photodiode donne le bruit d'intensité du faisceau (ou bruit de grenaille). Pour comparer ce bruit à la limite quantique standard, il est nécessaire d'utiliser un montage avec deux photodiodes. Enfin, pour mesurer le bruit sur une quadrature quelconque du champ, on doit disposer d'un faisceau auxiliaire de référence.

L'élément fondamental des mesures de bruit quantique est la lame semi-réfléchissante.



Elle permet de mélanger le champ mesuré avec le faisceau auxiliaire pour la détection homodyne, et dans tous les cas elle est nécessaire dans la détermination de la limite quantique standard.

On aura besoin par la suite des relations entre les champs entrants et les champs sortant sur une lame semi-réfléchissante, définis sur la figure 6.4:

$$E_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}[E_{OL}e^{i\varphi} + E_S] \quad (D-1)$$

$$E_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}[E_{OL}e^{i\varphi} - E_S] \quad (D-2)$$

Les relations pour les opérateurs quantiques à la sortie de la lame linéaire sont identiques à celles pour les amplitudes classiques des champs².

D.1 Définitions

D.1.1 L'opérateur photocourant

On décompose le champ E , donné par l'équation (B-9), en composantes positive et négative de fréquence:

$$E(t) = E^+(t) + E^-(t) \quad (D-3)$$

L'opérateur intensité, défini à la relation (A-9)), s'écrit:

$$\hat{I} = \hat{E}^- \hat{E}^+ = \hat{\mathcal{E}}^\dagger \hat{\mathcal{E}} \quad (D-4)$$

2. Le signe $-$ est nécessaire à la conservation de l'énergie au passage de la lame.

On connaît la relation classique entre le photocourant $i(t)$, le courant photonique $N(t)$ et l'intensité instantanée -ou puissance instantanée- $I(t)$. On peut montrer que la relation quantique s'obtient à partir de la relation classique:

$$\hat{i} = q\hat{N}(t) = \frac{q}{\hbar\omega_L}\hat{I}(t) = \frac{q}{\mathcal{E}_0^2(\omega_L)}\hat{\mathcal{E}}^\dagger\hat{\mathcal{E}} \quad (\text{D-5})$$

où q est le rendement quantique du détecteur. Si il vaut un, chaque photon est transformé en un électron. On rappelle que $\mathcal{E}_0^2(\omega_L)$ est la valeur du commutateur de l'équation B-17. L'opérateur photocourant ne contient que des fréquences temporelles petites; les détecteurs sont incapables de suivre les variations des champs à des fréquences optiques. L'opérateur photocourant se décompose en un photocourant moyen et des fluctuations. Les fluctuations du photo-courant sont proportionnelles aux fluctuations d'intensité. Les fluctuations quantiques du champ sont donc déterminées à partir de la mesure des fluctuations des photocourants à l'analyseur de spectre. On présente les deux types de montage de bruit utilisés dans ce mémoire, la détection homodyne et la détection équilibrée, cas particulier de la détection homodyne.

D.2 La détection homodyne

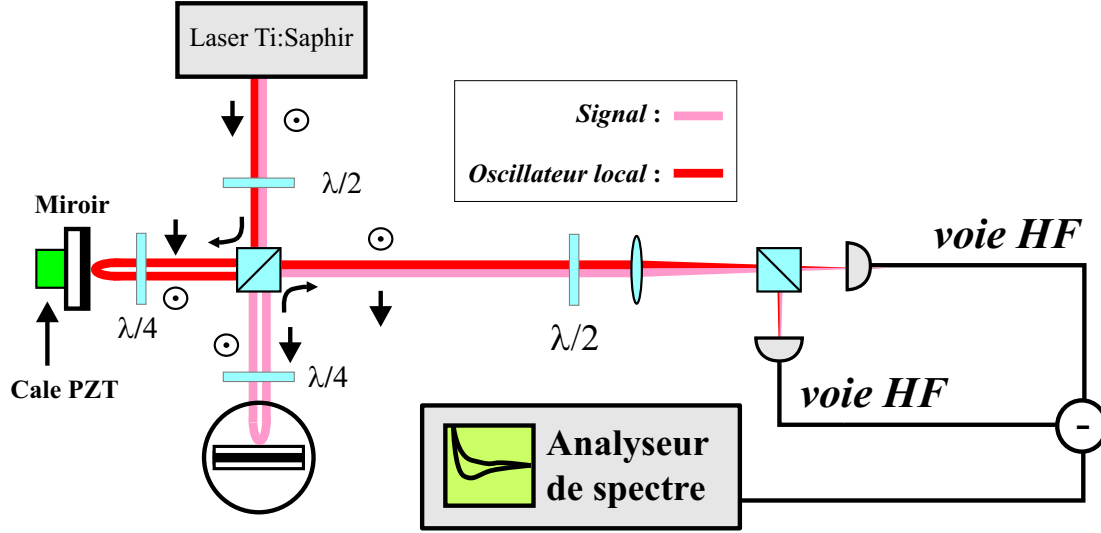
D.2.1 Schéma du montage

La figure 6.5 représente le schéma de principe d'une détection homodyne, dans la configuration particulière utilisée au chapitre 3. Les deux champs incidents sur la lame demi-onde sont sur des polarisations linéaires croisées. La lame demi-onde est orientée pour répartir en parts égales chaque champ sur les deux voies du cube polariseur. Le cube polariseur associé à la lame demi-onde ainsi orientée est équivalent à une semi-réfléchissante, qui aurait sur ses deux voies d'entrée les deux champs ici considérés. Sur les deux voies de sortie, on place une photodiode. La mesure de détection homodyne nécessite un faisceau auxiliaire, de même fréquence que le signal mesuré. On montre au paragraphe E.1.1 du chapitre 3 (figures 3.20 et 3.21) comment on construit notre oscillateur local, sur une polarisation orthogonale, grâce au circulateur optique.

D.2.2 Photodétection

On va voir à présent comment la mesure de la somme et de la différence des photocourants permet de remonter à la mesure des fluctuations quantiques du champ. L'oscillateur local est un faisceau de référence, dont on peut faire varier la phase relative à celle du champ signal en contrôlant la tension d'une cale piézoélectrique. On note ψ cette phase relative (voir la figure 6.4).

On part des champs E_1 et E_2 donnés aux relations D-1 et D-2 et on calcule à partir de la relation D-5 la différence des photocourants, qui donne le signal



d'interférences (on suppose le rendement quantique égal à l'unité):

$$\begin{aligned} i_- &= i_1 - i_2 \\ &= \mathcal{E}_{OL}(t)\mathcal{E}_S^\dagger(t) + \mathcal{E}_S(t)\mathcal{E}_{OL}^\dagger(t) \end{aligned} \quad (\text{D-6})$$

Avant la lame $\lambda/2$, les faisceaux sont sur des polarisations croisés. Ils ne se voient pas et ne peuvent donc pas interférer. La somme des intensités s'écrit:

$$i_- = i_{OL} + i_S \quad (\text{D-7})$$

En supposant que les fluctuations sont petites devant les valeurs moyennes des champs, on obtient d'après D-6 les fluctuations de la différence des photocourants:

$$\delta(i_1 - i_2) = E_{OL}(\delta E_S^\dagger e^{-i\varphi} + \delta E_S e^{i\varphi}) + E_S(\delta E_{OL}^\dagger e^{i\varphi} + \delta E_{OL} e^{-i\varphi}) \quad (\text{D-8})$$

$$= E_{OL}a_{OL,\varphi} + E_S a_{S,-\varphi} \quad (\text{D-9})$$

avec:

$$a_\varphi = \delta E^\dagger e^{-i\varphi} + \delta E e^{i\varphi} \quad (\text{D-10})$$

qui représente les fluctuations de la quadrature $\varphi \pmod{2\pi}$ du champ E . On remarque les termes croisés du signal d'interférences. Si les fluctuations de l'oscillateur local sont celles d'un état cohérent, elles ne dépendent pas de la phase:

$$a_{OL,\varphi} = a_{OL} \quad (\text{D-11})$$

Les variances de la différence et de la somme des photocourants se calculent facilement (avec $[a_{OL,\varphi}, a_{S,-\varphi}] = 0$):

$$[\delta(i_1 - i_2)]^2 = i_{OL}\langle a_{S,\varphi}^2 \rangle + i_S\langle a_{OL,-\varphi}^2 \rangle \quad (\text{D-12})$$

$$[\delta(i_1 + i_2)]^2 = i_{OL}\langle a_{OL,\varphi=0}^2 \rangle + i_S\langle a_{S,-\varphi=0}^2 \rangle \quad (\text{D-13})$$

Les expressions D-12 et D-13 sont les formules les plus importantes. La variance de la somme correspond évidemment au bruit mesuré avec un seul détecteur. Dans la variance de la différence, le premier terme du membre de droite contient les fluctuations de la quadrature φ du signal, multipliées par l'intensité de l'oscillateur local. On voit ainsi qu'en faisant varier la phase relative entre l'oscillateur local et le signal à mesurer, on a accès aux fluctuations de n'importe quelle quadrature du champ signal. Le second terme du membre de droite est négligeable dans le cas d'un oscillateur local très fort devant le signal ($i_{OL} \gg i_S$).

D.2.3 La définition de la limite quantique standard

Les expressions D-12 et D-13 correspondent à des mesures absolues. La limite quantique standard pour les fluctuations d'un faisceau correspond à un faisceau de même intensité moyenne avec les fluctuations du vide. La limite quantique standard pour le signal est obtenue en mesurant la différence des photocourants sans oscillateur local, notée $[\delta(i_1 - i_2)]_{LQS,S}^2$:

$$[\delta(i_1 - i_2)]_{LQS,S}^2 = i_S\langle a_{vide,-\varphi}^2 \rangle \quad (\text{D-14})$$

Cette expression est obtenue à partir de la relation (D-12) avec $i_{OL} = 0$. Elle donne les fluctuations d'un faisceau d'intensité moyenne égale à celle du signal avec les fluctuations du vide.

De même, la limite quantique standard pour l'oscillateur est obtenue en mesurant la différence des photocourants sans le signal, notée $[\delta(i_1 - i_2)]_{LQS,OL}^2$:

$$[\delta(i_1 - i_2)]^2 = i_{OL}\langle a_{vide,\varphi}^2 \rangle \quad (\text{D-15})$$

On note que comme l'oscillateur local est dans notre cas dans un état cohérent, la somme des photocourants donne le même résultat.

D.2.4 Expressions finales

L'expression générale du spectre de bruit de la quadrature ϕ du champ signal, normalisé à la limite quantique standard, est :

$$S_{S,\varphi} = \frac{S_{i-}(\Omega) - S_{i-,S}(\Omega)}{S_{i-,OL}(\Omega)} \quad (\text{D-16})$$

$S_{i-,S}(\Omega)$ ($S_{i-,OL}(\Omega)$) est le spectre de bruit obtenu en faisant la différence des photocourants avec la voie de l'oscillateur local (du signal) obstruée, ce qui revient à prendre i_{OL} (i_S) égal à zéro dans l'expression (D-12). Dans le cas d'un oscillateur local fort:

$$S_{S,\varphi} = \frac{S_{i-}(\Omega)}{S_{i-,OL}(\Omega)} \quad (\text{D-17})$$

D.2.5 La détection équilibrée

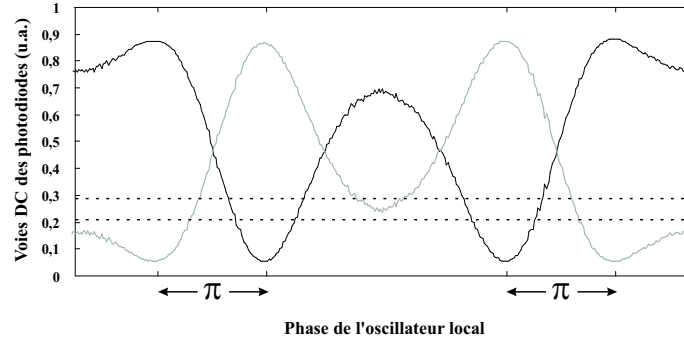
Elle consiste à mesurer les fluctuations d'amplitude du faisceau. Elle ne nécessite pas d'oscillateur local. Dans la figure 6.4, on a le signal à mesurer sur une des voies d'entrée et rien sur l'autre voie. Précisément, l'intensité moyenne entrante est nulle mais on doit considérer les fluctuations du vide. C'est pourquoi on dit que sur l'autre voie rentre le vide. En se référant au calcul de détection homodyne, le signal joue à présent le rôle d'oscillateur local pour les fluctuations du vide (cas d'un oscillateur local fort). On peut directement utiliser les expressions précédentes; cette fois-ci les fluctuations recherchées sont données par la somme.

$$S_{S,0} = \frac{S_{i+}(\Omega)}{S_{i-}(\Omega)} \quad (\text{D-18})$$

D.2.6 Bruit électronique des détecteurs

Le bruit électronique vient s'ajouter au bruit optique des faisceaux optiques mesurés. Dans notre cas, ce bruit correspond typiquement au bruit quantique standard d'un faisceau de 2 mW. Il s'observe à l'analyseur, sans aucun faisceau incident, i.e. dans l'obscurité. Les puissances moyennes mesurées sont au mieux un ordre de grandeur plus élevées. Il est donc nécessaire de retrancher ce bruit. L'expression du spectre de bruit normalisé, corrigé des spectres de bruit d'obscurité indexés "obs", devient donc:

$$S_{S,\varphi} = \frac{(S_{i-}(\Omega) - S_{obs-}(\Omega)) - (S_{i-,S}(\Omega) - S_{obs-}(\Omega))}{(S_{i-,OL}(\Omega) - S_{obs-}(\Omega))} \quad (\text{D-19})$$



98%

D.2.7 Recouvrement de l'oscillateur local et du signal

La mesure de détection homodyne suppose un recouvrement parfait de l'oscillateur local avec le champ étudié. Le recouvrement est déterminé à partir du signal d'interférences entre le champ signal et l'oscillateur local. On s'est intéressé plus haut aux fluctuations des photocourants, obtenues en sortie des voies HF de nos photodiodes. Les photodiodes ont aussi une sortie DC, qui donnent l'intensité moyenne du faisceau mesuré (voir le paragraphe suivant). Le signal d'interférence se mesure à partir des voies DC. Dans le cas idéal, le signal d'interférence a pour expression:

$$V_{int}^{DC} = \langle V_{OL} \rangle + \langle V_S \rangle \pm 2\sqrt{\langle V_{OL} \rangle \langle V_S \rangle} \cos(\phi) \quad (D-20)$$

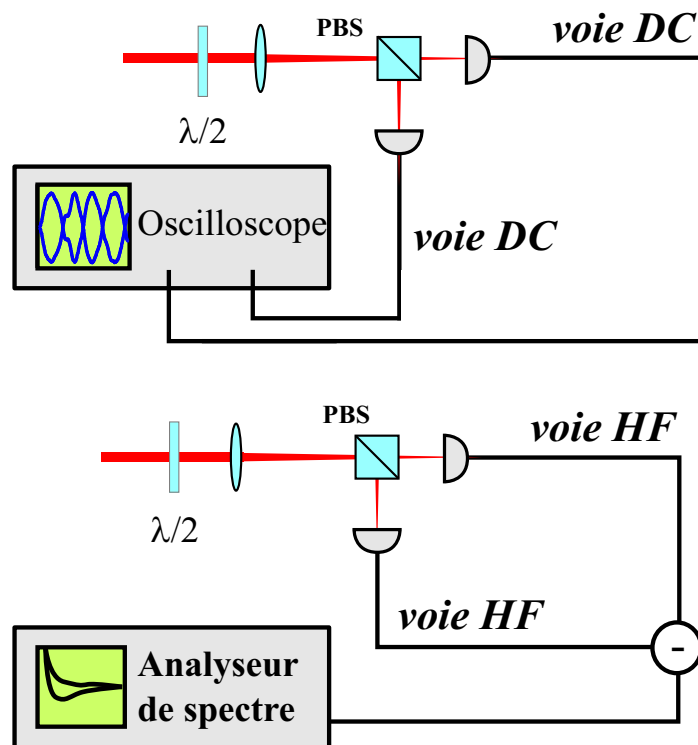
où ϕ est la phase de l'oscillateur local par rapport au signal. V_{OL} (V_S) correspond à l'intensité de l'oscillateur (du signal). On compare l'amplitude des oscillations mesurées à sa valeur dans le cas idéal, à savoir $4\sqrt{\langle V_{OL} \rangle \langle V_S \rangle}$. Un exemple de mesure de recouvrement est donné à la figure 6.6.

D.3 Le dispositif expérimental

D.3.1 Éléments du montage

Les photodiodes utilisées sont de type EG&G FND 100. Leur efficacité quantique est de 90% aux longueurs d'ondes où l'on travaille (autour de 830 nm)³. Le montage d'amplification a été élaboré par Antoine Heidmann au laboratoire. Ces montages d'amplification présentent deux voies: une voie basse fréquence et une voie haute fréquence. Le signal dit DC mesure les champs moyens ($\Omega < 10$ kHz). Le signal dit HF mesure les fluctuations (sans atténuation au delà de 4

3. Le rendement quantique peut être pris en compte dans les expressions théoriques établies plus haut.



MHz). La technique d'équilibrage des photodiodes, qui permet de s'assurer que les circuits des deux photodiodes sont équivalents, est présentée en détail dans la référence [Hadjar 98].

Le dispositif sommateur-soustracteur principalement utilisé dans les expériences est un système actif, dont une description détaillée peut être trouvée dans la référence [Messin 00]. Il permet d'effectuer la somme et la différence des composantes hautes fréquences des photocourants (voie HF). La différence des voies DC est simplement mesurée sur un voltmètre. Le dispositif actif dégrade très légèrement le rapport signal sur bruit par rapport à un sommateur passif. Les résultats de mesures de bruit présentés ont été obtenus indifféremment avec les deux types. La mesure des fluctuations des photocourants est faite à l'analyseur de spectre. Le modèle utilisé est de la marque HP, modèle 8520 E.

D.3.2 Choix des paramètres de la mesure

On termine cette section expérimentale par les différents paramètres dans une mesure de détection homodyne:

- la fréquence de balayage de la phase de l'oscillateur local. Un compromis est nécessaire entre une fréquence suffisamment lente pour résoudre le signal d'oscillation et une fréquence assez rapide pour que les autres paramètres (intensité d'excitation ...) ne varient pas pendant la mesure. Les vibrations dans le système doivent être aussi faibles que possible, pour ne pas brouiller le signal d'interférences.

- l'amplitude de la modulation de l'oscillateur local. Elle doit être suffisante pour sonder toutes les quadratures du champ (soit au moins π).

- l'intensité de l'oscillateur local. Elle est choisie assez grande devant celle du faisceau étudié mais elle est limitée par l'intensité de saturation des photodiodes. Dans notre cas, la condition confortable d'un oscillateur local fort ne peut pas être satisfaite.

- la fréquence d'analyse à l'analyseur de spectre. Elle est choisie en fonction des propriétés spectrales du système étudié. Elle est aussi limitée par des contraintes techniques (voir le paragraphe E.1.2 de chapitre 3). Elle vaut 7 MHz dans nos expériences.

- la "Video Band Width". Elle effectue une moyenne glissante du signal de bruit mesuré. Elle permet de s'affranchir du bruit parasite sur le bruit. Elle ne doit pas être trop basse pour éviter de trop lisser la courbe. On choisit une largeur de bande vidéo 30 Hz dans nos expériences.

- la "Resolution Band Width". Elle donne la largeur de la bande de fréquence sur laquelle on intègre le bruit. Elle est prise égale à 1 MHz dans nos expériences.

Tous les détails sur les méthodes théoriques et expérimentales d'optique quantique peuvent être trouvés dans de nombreux ouvrages, en plus des références mentionnées. On pourra consulter notamment les références [Yurke 84, Grynberg 97, Scully 97, Bachor 98, Gardiner 00].

Annexe B : Diffusion quasi-résonante à l'incidence normale

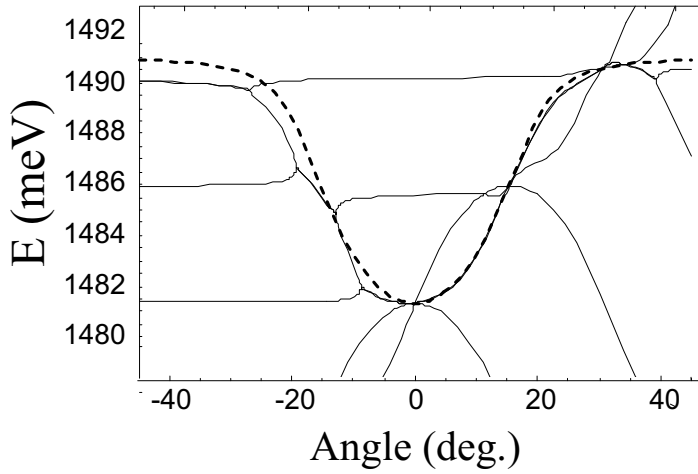
On s'intéresse dans cette annexe aux conséquences d'une diffusion polariton-polariton quasi-résonante pour un pompage résonant à $\mathbf{k} = 0$, et en particulier aux effets de renormalisation des énergies. La diffusion paramétrique quasi-dégénérée est abordée en suivant la méthode de la référence [Savvidis 01a].

De manière générale, les énergies de résonance sont déplacées vers le bleu par l'interaction répulsive entre polaritons. On a vu au paragraphe C.1 du chapitre 1, que le hamiltonien 1-43 obtenu avec l'hypothèse de diffusions limitées à l'ordre un: $\{\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_p\} \rightarrow \{\mathbf{k}, 2\mathbf{k}_p - \mathbf{k}\}$, contient un terme qui donne lieu à une renormalisation des énergies. Pour un champ pompe de vecteur d'onde $\mathbf{k}_P$, l'énergie de chaque mode $\mathbf{k}$ est renormalisée:

$$\tilde{E}_{LP}(\mathbf{k}) = E_{LP}(\mathbf{k}) + (V_{\mathbf{k}, \mathbf{k}_P, 0}^{PP} + V_{\mathbf{k}, 0, \mathbf{k}_P - \mathbf{k}}^{PP}) |p_{\mathbf{k}_P}|^2 \quad (\text{A-1})$$

L'énergie des modes est déplacée vers les hautes énergies, linéairement avec l'intensité d'excitation. La courbe de dispersion garde la même allure. En montant l'intensité, sans toutefois dépasser l'intensité de saturation, le système peut atteindre le régime de diffusion paramétrique à l'ordre deux.

Dans ce régime, la population du mode pompé est si importante que le transfert cohérent de population peuple de façon macroscopique les états finaux du processus de diffusion. On peut maintenant avoir par exemple une diffusion d'un polariton dans le mode signal avec un polariton dans le mode complémentaire. Comme précédemment, on doit considérer l'effet de ces nouvelles populations macroscopiques (les populations des modes signal et complémentaire) sur chaque mode de polariton. La figure 7.1 présente les branches de diffusions multiples, issues des processus de diffusion au premier et second ordres, calculées en suivant la méthode de l'article [Savvidis 02].



$$0.08 \quad \frac{\tilde{E}_{LP}(\mathbf{k})}{|\langle p_{2\mathbf{k}_P} \rangle|^2 / |\langle p_{\mathbf{k}_P} \rangle|^2} = 0.04 \quad |\langle p_0 \rangle|^2 / |\langle p_{\mathbf{k}_P} \rangle|^2 =$$

On s'intéresse dans cette annexe à aux conséquences des effets de renormalisations des énergies sur la divergence de l'émission non linéaire. Dans le cas considéré ici du pompage à l'angle magique, la dispersion de la branche basse, au premier ordre de diffusion, montre une tendance vers un aplatissement autour de $k = 0$ [Tartakovskii 02], qui se traduit par une augmentation de la divergence de l'émission. A l'ordre suivant (figure 7.1), on retrouve parmi toutes les branches, une branche avec un aplatissement conséquent autour de l'incidence normale. Cet effet est fonction de la population relative entre les modes signal et complémentaire. On va voir à présent dans le cas d'un pompage à l'angle nul, comment des processus non linéaires où interviennent d'autres modes que le mode $\mathbf{k} = 0$, peuvent être responsables, de la même manière que pour un pompage à l'angle magique, d'une augmentation de la divergence de l'émission.

Dans le cas d'une excitation à l'angle nul, on n'a jusqu'ici considéré que le processus dégénéré $\{0, 0\} \rightarrow \{0, 0\}$. Cependant, des processus quasi-dégénéré, du type $\{0, 0\} \rightarrow \{\mathbf{k}_d, -\mathbf{k}_d\}$, avec $\mathbf{k}_d$ tel que $\tilde{E}_{LP}(\mathbf{k}_d) \simeq \tilde{E}_{LP}(0)$, peuvent aussi se produire. Trois modes distincts interviennent alors: le mode p_0 , d'énergie $\tilde{E}_{LP}(0)$, le mode signal $p_{\mathbf{k}_d}$, d'énergie $\tilde{E}_{LP}(\mathbf{k}_d)$ et le mode complémentaire, déterminé par la conservation de l'énergie et l'accord de phase, $\tilde{p}_{-\mathbf{k}_d}$, d'énergie $2\tilde{E}_{LP}(0) - \tilde{E}_{LP}(\mathbf{k}_d)$. Symétriquement, on doit aussi considérer la diffusion quasi-résonante du mode p_0 vers les modes $p_{-\mathbf{k}_d}$ et $\tilde{p}_{\mathbf{k}_d}$, d'énergie $\tilde{E}_{LP}(\mathbf{k}_d)$ et $2\tilde{E}_{LP}(0) - \tilde{E}_{LP}(-\mathbf{k}_d)$. Ces processus de diffusion sont responsables d'une renormalisation des énergies, que nous allons calculer dans le paragraphe suivant. Contrairement au cas de la dif-

fusion résonante dans la configuration non-dégénérée, la diffusion quasi-résonante implique cinq modes distincts. La symétrie du problème permet cependant dans une première approche de ne considérer qu'une seule des deux diffusions mentionnées pour déterminer les énergies propres. Cette hypothèse ne peut être faite dans le régime de diffusion multiple, où doivent être considérées les populations macroscopiques des cinq modes peuplés.

La dynamique de la diffusion quasi-résonante pour une excitation à l'incidence normale est décrite par l'ensemble fermé des trois équations d'évolution des modes p_0 , $p_{\mathbf{k}_d}$ et $\tilde{p}_{-\mathbf{k}_d}$:

$$\begin{aligned} \frac{dp_{\mathbf{k}_d}}{dt} &= -i(\tilde{E}_{LP}(k_d) - i\gamma_{\mathbf{k}_d})p_{\mathbf{k}_d} + E_{int}\tilde{p}_{-\mathbf{k}_d}^\dagger p_0^2 \\ &\quad - C_{k_d}\sqrt{2\gamma_a}A_{\mathbf{k}_d}^{in} + X_{k_d}\sqrt{2\gamma_b}B_{\mathbf{k}_d}^{in} \end{aligned} \quad (\text{C-1})$$

$$\begin{aligned} \frac{dp_0}{dt} &= -i(\tilde{E}_{LP}(0) - i\gamma_0)p_0 + 2E_{int}p_0^\dagger p_{\mathbf{k}_d}\tilde{p}_{-\mathbf{k}_d} - \\ &\quad - C_0\sqrt{2\gamma_a}A_0^{in} + X_0\sqrt{2\gamma_b}B_0^{in} \end{aligned} \quad (\text{C-2})$$

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{p}_{-\mathbf{k}_d}}{dt} &= -i(2\tilde{E}_{LP}(0) - \tilde{E}_{LP}(k_d) - i\gamma_{-\mathbf{k}_d})\tilde{p}_{-\mathbf{k}_d} + E_{int}p_{\mathbf{k}_d}^\dagger p_0^2 \\ &\quad - C_{-k_d}\sqrt{2\gamma_a}A_{-\mathbf{k}_d}^{in} + X_{-k_d}\sqrt{2\gamma_b}B_{-\mathbf{k}_d}^{in} \end{aligned} \quad (\text{C-3})$$

ou l'énergie d'interaction a pour expression:

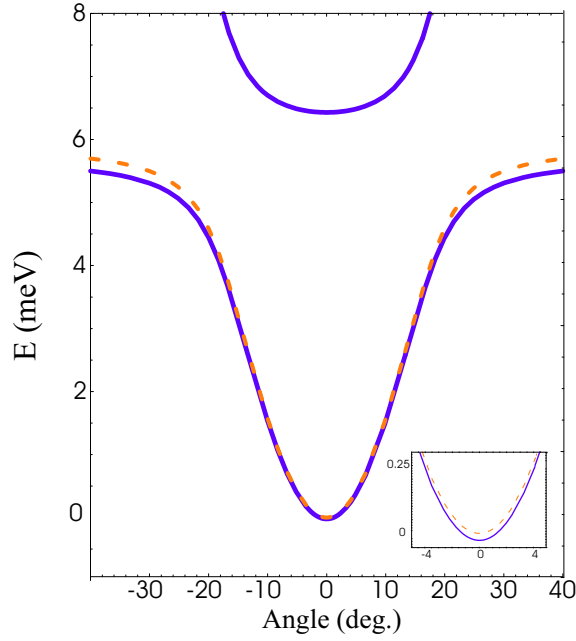
$$E_{int} = V_{0,0,0}^{PP} \quad (\text{C-4})$$

Les modes polaritoniques présentent un élargissement noté γ_k ¹; γ_a et γ_b sont respectivement les largeurs du mode de cavité et du mode excitonique. Les champs entrants par les voies photonique et excitonique sont notés $A_{\mathbf{k}}^{in}$ et $B_{\mathbf{k}}^{in}$. Les énergies sont déplacées vers le bleu par l'interaction répulsive entre polaritons. Les énergies renormalisées sont données par la relation (A-1) avec $\mathbf{k}_p = 0$:

$$\tilde{E}_{LP}(\mathbf{k}) = E_{LP}(\mathbf{k}) + (V_{\mathbf{k},0,0}^{PP} + V_{\mathbf{k},0,-\mathbf{k}}^{PP})|p_0|^2 \quad (\text{C-5})$$

La diffusion quasi-résonante est le plus efficace pour la pompe résonante avec l'énergie du mode $\mathbf{k} = 0$ renormalisée. On se place dans le référentiel tournant. On recherche les solutions stationnaires: le champ pompe $\mathbf{k} = 0$ évolue à la fréquence pompe, le champ signal évolue à la fréquence $\tilde{E}_{LP}(\mathbf{k}_d)$ et le champ complémentaire

1. On peut prendre $\gamma_{-\mathbf{k}_d} = \gamma_{\mathbf{k}_d}$ comme élargissement pour le mode $\tilde{p}_{-\mathbf{k}_d}$



$$\begin{array}{cc} E_{LP}(k) & E_{HP}(k) \\ E_{LP}(k) & \end{array}$$

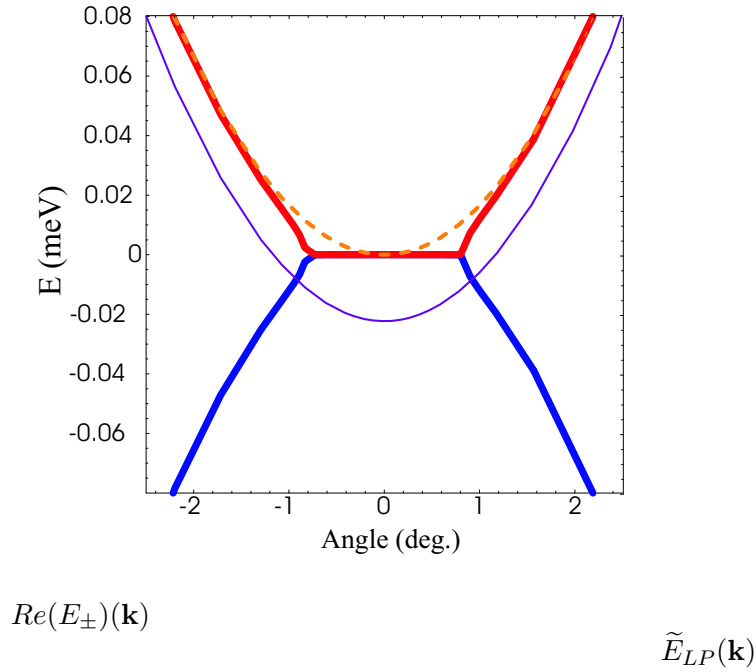
à la fréquence $2\tilde{E}_{LP}(0) - \tilde{E}_{LP}(\mathbf{k}_d)$. En prenant l'équation (C-1) et le complexe conjugué de l'équation (C-3) pour les valeurs moyennes, on obtient le système fermé qui couple signal et complémentaire. La matrice de couplage paramétrique s'écrit:

$$M_{\mathbf{k}_d}^{para} = \begin{pmatrix} \tilde{E}_{LP}(\mathbf{k}_d) - i\gamma_{\mathbf{k}_d} & E_{int} < p_0 >^2 \\ -E_{int}(< p_0 >^*)^2 & 2\tilde{E}_{LP}(0) - \tilde{E}_{LP}(\mathbf{k}_d) - i\gamma_{\mathbf{k}_d} \end{pmatrix} \quad (C-6)$$

Les nouvelles résonances du système sont obtenues par diagonalisation de la matrice paramétrique. Elles ont pour expression:

$$\begin{aligned} E_{\pm}(\mathbf{k}_d) &= \frac{1}{2}[\tilde{E}_{LP}(-\mathbf{k}_d) + 2\hbar\omega_p - \tilde{E}_{LP}(\mathbf{k}_d)] \\ &- [i\gamma_{\mathbf{k}_d} \pm \sqrt{(\tilde{E}_{LP}(\mathbf{k}_d))^2 - (E_{int} < p_0 >^2)^2}] \end{aligned} \quad (C-7)$$

L'énergie du mode $\tilde{p}_{-\mathbf{k}}$ est hors de la branche basse de polariton. La conservation de l'énergie impose qu'un des modes finaux du processus de diffusion soit hors résonance avec la branche basse. Cet écart par rapport à la résonance de polariton est donné par la différence entre l'énergie du mode $\tilde{p}_{-\mathbf{k}}$ et l'énergie du mode polariton de branche basse correspondant $p_{-\mathbf{k}}$: $2|\tilde{E}_{LP}(\mathbf{k}) - \tilde{E}_{LP}(0)|$. Tant que



cette différence est en dessous d'une certaine valeur limite, les parties réelles des nouvelles résonances sont confondues. Au-dessus de cette valeur, elles bifurquent. La bifurcation s'observe lorsque $2|\tilde{E}_{LP}(\mathbf{k}) - \tilde{E}_{LP}(0)| \simeq 5 \text{ meV}$ pour les paramètres de l'échantillon E1. On note que dans le cas de l'excitation à l'angle magique, la bifurcation s'observe aussi pour un désaccord en énergie d'environ 5 meV. Les nouvelles résonances ont pour asymptotes les éléments diagonaux de la matrice paramétrique. La symétrie du processus de diffusion se retrouve dans la dispersion des résonances: $|E_+(\mathbf{k}) - \tilde{E}_{LP}(0)| = |E_-(\mathbf{k}) - \tilde{E}_{LP}(0)|$. Pour une intensité de 10mW et un rayon de tache de 30 μm , la dispersion est aplatie sur la zone $\pm 0.8^\circ$. Cette effet augmente avec l'intensité; l'aplatissement s'étend sur la fenêtre $\pm 2.2^\circ$ pour une intensité de pompe de 100mW.

D.1 Divergence en régime de diffusion quasi-dégénéré

La divergence du faisceau d'excitation n'est pas prise ici directement en compte. En supposant que le traitement ci-dessus reste valable dans ce cas, on prévoit donc une augmentation de la divergence de l'émission non linéaire par rapport à celle du faisceau incident.

Si le mode excité est le lieu d'une diffusion quasi-résonante vers deux couples de modes auxiliaires, la population de ces modes peut devenir macroscopique pour des intensités d'excitation suffisantes. On retrouve alors la situation décrite plus

haut, d'un ensemble de modes avec des populations cohérentes macroscopiques. Les modes auxiliaires peuvent alors servir de modes de départ pour un processus de diffusion à l'ordre suivant. La détermination des énergies propres dans ce nouveau régime présente des nouvelles branches, les branches de diffusions multiples. Parmi ces branches, on retrouve deux branches avec une dispersion plate au voisinage du désaccord nul. L'effet augmente avec l'intensité de pompe et l'efficacité du transfert de populations du mode pompé vers les modes auxiliaires². Le phénomène ne dépend que très peu de la valeur choisie pour le vecteur d'onde des modes auxiliaires. A la limite où il est pris quasi nul, on trouve une dispersion plate sur la même fenêtre angulaire que dans la section précédente. Pour une intensité de pompe de 100mW et un transfert donné par $|\langle p_{\mathbf{k}_d} \rangle|^2 / |\langle p_0 \rangle|^2 = 0.03$, les diffusions multiples donnent un aplatissement de $\pm 3.8^\circ$, à comparer au $\pm 2.2^\circ$ obtenu au premier ordre des diffusions. L'augmentation de la divergence à l'incidence normale est augmentée au second ordre en diffusion, comme à l'angle magique.

D.2 Caractère multimode en régime de diffusion quasi-dégénéré

L'amplification quasi-dégénérée à l'incidence normale fait intervenir quatre modes de polaritons distincts, en plus du mode pompé. Dans ce cas, l'émission non linéaire est issue de plusieurs populations macroscopiques cohérentes de polaritons. Elle est donc multimode transverse. On montre au paragraphe C.1.3 du chapitre 5, qu'il est possible de déterminer expérimentalement le caractère monomode ou multimode d'un champ. On peut donc savoir si une diffusion quasi-résonante pour un pompage à l'angle nul est en partie à l'origine de l'émission non linéaire observée autour de l'incidence normale (voir la section D du chapitre 5).

2. On peut montrer que l'effet augmente avec le rapport de la population du mode complémentaire sur la population du mode signal: $|\langle p_{2\mathbf{k}_d} \rangle|^2 / |\langle p_0 \rangle|^2$.

Bibliographie

- [Aiello 98] A. Aiello, D. Fargion et E. Cianci *Parametric fluorescence and second-harmonic generation in planar Fabry-Perot microcavity*, Phys. Rev. A **58**, 2446 (1993).
- [Andre 03] R. André, Le Si Dang, J. Kasprzak, M. Richard et R. Romestain, *Vers le laser à polaritons: apport des microcavités semi-conductrices à puits quantique CdTe*, conférence Coloq 8, Toulouse, à paraître dans le Journal de Physique (2003).
- [Baas 03] A. Baas, J.-Ph. Karr and E. Giacobino, *Optical Bistability in Semiconductor Microcavities*, cond-mat/0306473, à paraître dans Phys. Rev. A, (2003).
- [Bachor 98] Hans . A. Bachor, *A Guide to Experiments in Quantum Optics*, Wiley, Weinheim, pp. 181-183 (1998).
- [Baumberg 00] J. J. Baumberg, P. G. Savvidis, R. M. Stevenson, A. I. Tartakovskii, M. S. Skolnick, D. M. Whittaker et J. S. Roberts⁴, *Parametric oscillation in a vertical microcavity: a polariton condensate or micro-optical parametric oscillation*, Phys. Rev. B **62**, R16247 (2000).
- [Bouyer 95] Philippe Bouyer, *Confinement par laser d'atomes froids dans une cavité gravitationnelle et dans un piège à pompage optique*, thèse de doctorat de l'Université Paris XI, Laboratoire Kastler-Brossel (1995).
- [Brokmann 03] X. Brokmann, J.-P. Hermier, G. Messin, P. Desbiolles, J.-P. Bouchaud et M. Dahan, *Statistical aging and nonergodicity in the fluorescence of single nanocrystals*, Phys. Rev. Lett. **90**, 120601 (2003).
- [Burstein 95] Elias Burstein et Claude Weisbuch eds., *Confined electrons and photons: new physics and applications*, Plenum Press, New-York (1995).
- [Bramati 02] Alberto Bramati, communication privée.
- [Bjork 91] G. Björk, Y. Yamamoto, S. Mashida et K. Igeta *Modification of spontaneous emission rate in planar dielectric microcavity structures*, Phys. Rev. A **44**, 669 (1991).
- [Bjork 93] G. Björk, H. Heitmann et Y. Yamamoto *Spontaneous-emission coupling factor and mode characteristics of planar dielectric microcavity lasers*, Phys. Rev. A **47**, 4451 (1993).

- [Butte 02] R. Butté, G. Delalleau, A. I. Tartakovskii, M. S. Skolnick, V. N. Astratov, J. J. Baumberg, G. Malpuech, A. Di Carlo, A. V. Kavokin et J. S. Roberts, *Transition from strong to weak coupling and the onset of lasing in semiconductor microcavities*, Phys. Rev. B **65**, 205310 (2002).
- [Cagnac 02] Bernard Cagnac et Jean-Pierre Faroux *Lasers, interaction lumière-atome*, CNRS éditions et EDP sciences (2002).
- [Cassabois 99] G. Cassabois, A. L. C. Triques, D. Larousserie, C. Delalande, Ph. Roussignol, P. Senellart-Mardon, J. Bloch, V. Thierry-Mieg et R. Planel, *Stationary coherence in semiconductor microcavities*, Phys. Rev. B **59**, R10429 (1999).
- [Chen 99] X. Chen *et al.*, J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt. **1**, 524 (1999).
- [Ciuti 98] C. Ciuti, V. Savona, C. Piermarocchi, A. Quattropani et P. Schwendimann, *Threshold behavior in the collision broadening of microcavity polaritons*, Phys. Rev. B **58**, R10123 (1998).
- [Ciuti 00] C. Ciuti, P. Schwendimann, B. Deveaud et A. Quattropani, *Theory of the angle-resonant polariton amplifier*, Phys. Rev. B **62**, R4825 (2000).
- [Ciuti 01] C. Ciuti, *Non-linear dynamics of excitons and photons in semiconductor planar structures*, thèse de doctorat de l'école polytechnique fédérale de Lausanne (2001).
- [Ciuti 03] C. Ciuti, P. Schwendimann et A. Quattropani, *Theory of the polariton parametric interactions in semiconductor microcavities*, à paraître (généreusement communiqué) (2003).
- [Cohen 88] Claude Cohen-Tannoudji, Jacques Dupont-Roc et Gilbert Grynberg, *Processus d'interaction entre photons et atomes*, InterEditions/Editions du CNRS (1988).
- [Cohen 99] Claude Cohen-Tannoudji, *Emergence d'une phase relative sous l'effet des processus de détection*, cours du collège de France, chaire de physique atomique (Novembre 1999).
- [CDL 73] Claude Cohen-Tannoudji, Bernard Diu et Franck Laloë, *Mécanique quantique*, Hermann (1973).
- [Collet 84] M. J. Collett and C. W. Gardiner, *Squeezing of intracavity and traveling-wave light fields produced in parametric amplification*, Phys. Rev. A **30**, 1386 (1984).
- [Collett 85] M. J. Collett and D. F. Walls, *Squeezing spectra for nonlinear optical systems*, Phys. Rev. A **32**, 2887 (1985).

- [Courty 90] Jean-Michel Courty, *Les fluctuations quantiques dans l'interaction d'un système non linéaire avec un réservoir harmonique*, thèse de doctorat de l'Université Paris VI, Laboratoire Kastler-Brossel (1990).
- [Courty 96] J.-M. Courty et A. Lambrecht *Transverse-mode coupling in a Kerr medium*, Phys. Rev. A **54**, 5243 (1996).
- [DeMartini 90] F. De Martini, M. Marrocco et D. Murra, *Spontaneous emission in the optical microscopic cavity*, Phys. Rev. Lett. **65**, 1853 (1990).
- [Dang 98] Le Si Dang, D. Heger, R. André, F. Boeuf et R. Romestain, *Stimulation of polariton photoluminescence in semiconductor microcavity*, Phys. Rev. Lett. **81**, 3920 (1998).
- [Deng 99] L. Deng, E. W. Hagley, J. Wen, M. Trippenbach, Y. Band, P. S. Julienne, J. E. Simsarian, K. Helmerson, S. L. Rolston et W. D. Philipps, *Four-wave mixing with matter waves*, Nature **398** 218 (1999).
- [Deng 02] H. Deng, G. Weihs, C. Santori, J. Bloch et Y. Yamamoto, *Condensation of semiconductor microcavity exciton polaritons*, Science **298** 199-202 (2002).
- [Devaud 91] B. Devaud, F. Clérot, N. Roy, K. Satzke, B. Sermage et D. S. Katzer, *Enhanced radiative recombination of free excitons in GaAs quantum wells*, Phys. Rev. Lett. **67**, 2355 (1991).
- [Dini 03] D. Dini, R. Köhler, A. Tredicucci, G. Biasiol et L. Sorba, *Microcavity polariton splitting of intersubband transitions*, Phys. Rev. Lett. **90**, 116401 (2003).
- [Dunbar 02] L. A. Dunbar, R. P. Stanley, M. Lynch, J. Hegarty, U. Oesterle, R. Houdré et M. Illegems, *Excitation-induced coherence in a semiconductor microcavity*, Phys. Rev. B **66**, 195307 (2002).
- [Ell 00] C. Ell, P. Brick, M. Hübner, E. S. Lee, O. Lyngnes, J. P. Prineas, G. Khitrova, H. M. Gibbs, M. Kira, F. Jahnke, S. W. Koch, D. G. Deppe et D. L. Huffaker, *Quantum correlations in the nonperturbative regime of semiconductor microcavities*, Phys. Rev. Lett. **85**, 5392 (2000).
- [Fabre 90] C. Fabre, E. Giacobino, A. Heidmann, L. Lugiato, S. Reynaud, M. Vadamchino et W. Kaige, *Squeezing in detuned degenerate optical parametric oscillators*, Quantm Opt. **2**, 159 (1990).
- [Fabre 97] Claude Fabre, *Quantum fluctuations in Light Beams in Quantum fluctuations*, cours de l'école d'été des Houches, session LXIII ed. North Holland, eds. S. Reynaud, E. Giacobino et J. Zinn-Justin, Les Houches (1997).
- [Fabre 99] Claude Fabre, *Basics of Quantum Optics and Cavity Quantum Electrodynamics in Confined Photon Systems: fundamentals and applications*, cours de l'école d'été, ed. Springer, eds. H. Benisty, J.-M. Gérard, R. Houdré, J. Rarity et C. Weisbuch, Cargèse (1999).

- [Fabre 00] C. Fabre, J.-B. Fouet et A. Maître *Quantum limits in the measurements of very small displacements in optical images*, Optics Lett. **25**, 67 (2000).
- [Fabre 02] Claude Fabre, communication privée.
- [Fox 95] A. M. Fox, J. J. Baumberg, M. Dabbicco, B. Huttner et J. F. Ryan, *Squeezed light generation in semiconductors*, Phys. Rev. Lett. **74**, 1728 (1995).
- [Gardiner 00] C. W. Gardiner and P. Zoller, *Quantum Noise*, Springer, Berlin, pp. 326-328 (2000).
- [Gerard 98] J. M. Gérard, B. Sermage, B. Gayral, B. Legrand, E. Costard et V. Thierry-Mieg, *Enhanced spontaneous emission by quantum boxes in a monolithic optical microcavity*, Phys. Rev. Lett. **83**, 1319 (1999).
- [Gerard 02] J.-M. Gérard, E. Moreau, I. Robert, I. Abram et B. Gayral, *Les boîtes quantiques semi-conductrices: des atomes artificiels pour l'optique quantique*, C. R. Physique **3**, 29 (2002).
- [Giacobino 02] E. Giacobino, J.-Ph. Karr, G. Messin, H. Eleuch et A. Baas, *Quantum optical effects in semiconductor microcavities*, C. R. Physique **3**, 41 (2002).
- [Giacobino 03] Elisabeth Giacobino, *Quantum optical effects in semiconductor microcavities*, in *Electron and photon confinement in semiconductor nanostructures*, école internationale de physique Enrico Fermi, éd. B. Devaud, A. Quatropiani et P. Schwendimann, IOS press (2003).
- [Gibbs85] H.M. Gibbs, *Optical bistability: controlling light with light*, Academic Press (1985).
- [Glauber 63a] Roy J. Glauber, *Photon correlations*, Phys. Rev. Lett. **10**, 84 (1963).
- [Glauber 63b] Roy J. Glauber, *The quantum theory of optical coherence*, Phys. Rev. **130**, 2529 (1963).
- [Glauber 63c] Roy J. Glauber, *Coherent and incoherent states of the radiation field*, Phys. Rev. **131**, 2766 (1963).
- [Glauber 65] Roy J. Glauber, leçon XVI *Interference of independant light beams* du cours *Optical coherence and photon statistics*, in *Quantum optics and electronics*, les Houches, ed. C. de Witt, A. Blandin et C. Cohen-Tannoudji, Gordon and Breach, New-York (1965).
- [Golubev 84] Y. M. Golubev and I. V. Sokolov, *Photon antibunching in a coherent light source and suppression of the photorecording noise*, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **87**(2), 408 (1984).
- [Grandclément 89] D. Grandclément, G. Grynberg, M. Pinard, *Parametric oscillation in sodium vapor*, Phys. Rev. Lett. **59**, 44 (1989).

- [Grynberg 97] Gilbert Grynberg, Alain Aspect et Claude Fabre, *Introduction aux lasers et à l'optique quantique*, Ellipses, Ecole Polytechnique (1997)
- [Hadjar 98] Yacine Hadjar, *Etude du couplage optomécanique dans une cavité optique de grande finesse*, thèse de doctorat de l'Université Paris VI, Laboratoire Kastler-Brossel (1998).
- [Hald 99] . Hald, J. L. Sørensen, C. Schori et E. S. Polzik, *Spin squeezed atoms: a macroscopic entangled ensemble created by light*, Phys. Rev. Lett. **83**, 1319 (1999).
- [Hanamura 74] E. Hanamura, *Theory of many Wannier excitons I*, J. Phys. Soc Japan **37**, 1545 (1974).
E. Hanamura, *Theory of many Wannier excitons II. Absence of self-induced transparency*, J. Phys. Soc Japan **37**, 1553 (1974).
- [Hanbury 56] R. Hanbury-Brown et R. Q. Twiss, *Correlation between photons in two coherent beams of light*, Nature, **177**, 27 (1956).
- [Haroche 92] Serge Haroche, in *Fundamental systems in quantum optics*, ed. Dalibard, Elsevier, Amsterdam (1992).
- [Haroche 02a] Serge Haroche, *Intrication, complémentarité et décohérence: des expériences de pensée à l'information quantique*, cours du collège de France, chaire de physique quantique (2001-2002).
- [Haroche 02b] Serge Haroche, *Décohérence et limite classique-quantique*, cours du collège de France, chaire de physique quantique (2002-2003).
- [Haugh 98] Hartmut Haug et Stephan W. Koch, *Quantum theory of the optical and electric properties of semiconductors*, World Scientific, Singapore (1998).
- [Hilico 92] L. Hilico, C. Fabre, S. Reynaud et E. Giacobino, *Linear input-output method for quantum fluctuations in optical bistability with two-level atoms*, Phys. Rev. A **46**, 4397 (1992).
- [Hood 99] C. J. Hood, T. W. Lynn, M. S. Chapman, H. Mabuchi, J. Ye et H. J. Kimble, *Cavity QED- Where's the Q?*, cours de l'école d'été, ed. Springer, eds. H. Benisty, J.-M. Gérard, R. Houdré, J. Rarity et C. Weisbuch, Cargèse (1999).
- [Hopfield 58] J. J. Hopfield, *Theory of the contribution of excitons to the complex dielectric constant of crystals*, Phys. Rev. **112**, 1555 (1958).
- [Hopfield 66] J. J. Hopfield, *Aspects of polaritons*, reprinted in [Burstein 95] (1966).
- [Houdré 94] R. Houdré, C. Weisbuch, R. P. Stanley, U. Oesterle, P. Pellandini et M. Illegems, *Measurement of cavity-polariton dispersion curve from angle-resolved photoluminescence Experiments*, Phys. Rev. Lett. **73**, 2043 (1994).

- [Houdré 95] R. Houdré, J. L. Gibernon, P. Pellandini, R. P. Stanley, U. Oesterle, C. Weisbuch, J. O'Sgorman and B. Roycroft et M. Ilegems, *Saturation of the strong-coupling regime in a semiconductor microcavity: free-carrier bleaching of cavity polaritons*, Phys. Rev. B **52**, 7810 (1995).
- [Houdré 96] R. Houdré, R. P. Stanley et M. Ilegems, *Vacuum-field rabi splitting in the presence of inhomogeneous broadening: resolution of a homogeneous linewidth in a inhomogeneous broadened system*, Phys. Rev. A **53**, 2711 (1996).
- [Houdré 00a] R. Houdré, C. Weisbuch, R. P. Stanley, U. Oesterle et M. Ilegems, *Coherence effects in light scattering of two-dimensional photonic disordered systems: elastic scattering of cavity polaritons*, Phys. Rev. Lett. **61**, R13333 (2000).
- [Houdré 00b] R. Houdré, C. Weisbuch, R. P. Stanley, U. Oesterle et M. Ilegems, *Nonlinear emission of semiconductor microcavities in the strong coupling regime*, Phys. Rev. Lett. **85**, 2793 (2000).
- [Huang 00] R. Huang, F. Tassone et Y. Yamamoto, *Experimental evidence of stimulated scattering of excitons into microcavity polaritons*, Phys. Rev. B **61**, R7854 (2000).
- [Huang 02] R. Huang, Y. Yamamoto, *Exciton-polariton lasing and amplification based on exciton-exciton scattering in CdTe microcavity quantum wells*, Phys. Rev. B **65**, 165314 (2002).
- [Huynh 02] A. Huynh, J. Tignon, Ph. Roussignol, C. Delalande, R. André, R. Romestain, D. Le Si Dang, *Experimental determination of intrinsic nonlinearities in semiconductor microcavities*, Phys. Rev. B, **66**, 113301 (2002).
- [Huynh 03] A. Huynh, J. Tignon, O. Larsson, Ph. Roussignol, C. Delalande, R. André, R. Romestain, D. Le Si Dang, *Polariton parametric amplifier pump dynamics in the coherent regime*, Phys. Rev. Lett., **90**, 106401 (2003).
- [Imamoglu 96a] A. Imamoglu, R. J. Ram, S. Pau et Y. Yamamoto *Nonequilibrium condensates and lasers without inversion: Exciton-polariton lasers*, Phys. Rev. A, **53**, 4250 (1996).
- [Imamoglu 96b] A. Imamoglu et R. J. Ram, *Quantum dynamics of exciton lasers*, Phys. Rev. A, **214**, 193 (1996).
- [Jaynes 63] E. T. Jaynes et F. W. Cummings *Comparison of Quantum and Semi-classical Radiation Theories with Application to the Beam Maser*, Proc. IEEE **51**, 89 (1963).
- [Josse 03] V. Josse, A. Dantan, L. Vernac, A. Bramati, M. Pinard et E. Giacobino *Polarization squeezing with cold atoms*, Phys. Rev. Lett. **85**, 2793 (2003).

- [Karr 01] Jean-Philippe Karr, *Effets non linéaires et quantiques dans les microcavités semiconductrices*, thèse de doctorat de l'Université Paris VI, Laboratoire Kastler-Brossel (2001).
- [Karr 03a] J.-Ph. Karr, A. Baas, R. Houdré et E. Giacobino, *Polariton squeezing in semiconductor microcavities*, cond-mat/0306473. (2003).
- [Karr 03b] J.-Ph. Karr, A. Baas, R. Houdré et E. Giacobino, *Twin polaritons in semiconductor microcavities*, cond-mat/0306236. (2003).
- [Khitrova 99] G. Khitrova, H. M. Gibbs, F. Jahnke, M. Kira et S. W. Koch, *Nonlinear optics of normal- mode-coupling semiconductor microcavities*, Rev. Mod. Phys. **71**, 1591 (1999).
- [Kilper 97] D. C. Kilper, D. G. Steel, R. Craig et D. R. Scifres, Squeezed light generation by a microcavity laser, Opt. Lett. **21**, 1283 (1997).
- [Kira 99a] M. Kira *et al.*, Progr. Quant. Electr. **23**, 189 (1999).
- [Kira 99b] M. Kira, F. Jahnke et S. W. Koch *Quantum theory of secondary emission in optically excited semiconductor quantum wells*, Phys. Rev. Lett. **82**, 3544 (1999).
- [Kolobov 99] M. I. Kolobov, The spatial behavior of nonclassical light, Rev. Mod. Phys. **71**, 1539 (1999).
- [Kundermann 03] S. Kunderman, M. Saba, C. Ciuti, T. Guillet, U. Oesterle, J.-L. Staehli et B. Devaud, *Coherent control of polariton parametric scattering in semiconductor microcavities*, Phys. Rev. Lett. **91**, 107402 (2003).
- [Lambrecht 95a] A. Lambrecht, J.M. Courty, S. Reynaud, E. Giacobino, Appl. Phys. B **60**, 129 (1995).
- [Lambrecht 95b] Astrid Lambrecht, *Atomes froids et fluctuations quantiques*, thèse de doctorat de l'Université Paris VI, Laboratoire Kastler-Brossel (1995).
- [Lambrecht 96] A. Lambrecht, T. Coudreau, A. Steinberg et E. Giacobino, Europhys. Lett. **36**, 93 (1996).
- [Louisell 61] W. H. Louisell, A. Yariv et A. E. Siegman *Quantum fluctuations and Noise in Parametric Processes. I.*, Phys. Rev. **124**, 1646 (1961).
- [Lugiato 88] L. A. Lugiato, C. Oldano, C. Fabre, E. Giacobino et R. J. Horowicz, *Bistability, self- pulsing and chaos in optical parametric oscillators*, Il Nuovo Cimento **10**, 959 (1988).
- [Lugiato 02] L. A. Lugiato, A. Gatti et E. Brambilla *Quantum Imaging*, quant-ph/O2O3O46, (2002).

- [Malpuech 02] G. Malpuech, A. Kavokin, A. Di Carlo et J. J. Baumberg, *Polariton lasing by exciton- electron scattering in semiconductor microcavities*, Phys. Rev. B **65**, 1553310 (2002).
- [Mandel 95] L. Mandel et E. Wolf, *Optical coherence and quantum optics*, ed. Cambridge University Press, p. 56-59 (1995).
- [Martinelli 03] M. Martinelli, N. Treps, S. Ducci, S. Gigan, A. Maître et C. Fabre *Experimental study of the spatial distribution of quantum correlations in a confocal optical parametric oscillator*, Phys. Rev. A **67**, 023808 (2003).
- [Mertz 91] J. Mertz, T. Debuisschercht, A. Heidmann, C. Fabre et E. Giacobino, , Opt. Lett. **16**, 1234 (1991).
- [Messin 99] G. Messin *Parametric Polariton Amplification in Semiconductor Microcavities* , J. Phys. Condens. Matter **11**, 6069 (1999).
- [Messin 00] Gaétan Messin, *Luminescence, bruit et effets non-liénaires dans les microcavités semi-conductrices*, thèse de doctorat de l'Université Paris VI, Laboratoire Kastler-Brossel (2000).
- [Messin 01] G. Messin, J. Ph. Karr, A. Baas, G. Khitrova, R. Houdré, R. P. Stanley, U. Oesterle et E. Giacobino , *Parametric polariton amplification in semiconductor microcavities*, Phys. Rev. Lett **87**, 127403 (2001).
- [Messin 02] G. Messin, J.-Ph. Karr, A. Baas et E. Giacobino, *Quasi-resonant luminescence in semiconductor microcavities*, non publié (2002).
- [Meystre 83] Pierre Meystre et Murray Scully, *Quantum optics, experimental gravity and measurement theory*, Plenum, New York (1983).
- [Meystre 90] Pierre Meystre et Murray Sargent III, *Elements of quantum optics*, Springer verlag (1990).
- [Milburn 81] G. J. Milburn et D. F. Walls, Optics Commun. **39**, 401 (1981).
- [Moreau 01] E. Moreau, I. Robert, J. M. Gérard, I. Abram, L. Manin et V. Thierry-Mieg *Single-mode solid-state single photon source based on isolated quantum dots in pillar microcavities*, Appl. Phys. Lett. **79**, 2865 (1990).
- [Moskalenko 00] S.A. Moskalenko et D.W. Snoke, *textitBose-Einstein Condensation of Excitons and Excitons*, Cambridge University Press (2000).
- [Mu 92] Y. Mu et C. M. Savage, *Parametric amplifiers in phase-noise-limited optical communications*, J. Opt. Soc. Am. B **9**, 65 (1992).
- [Müller 00] M. Müller, J. Bleuse et R. André, *Dynamics of the cavity polariton in CdTe- based semiconductor microcavities: Evidence for a relaxation edge*, Phys. Rev. B, **62**, 16886 (2000).

- [Noeks7] *Proceedings of the 7th international workshop on nonlinear and excitation kinetics in semiconductor*, Karlsruhe, Phys. Stat. Sol., **238**, 1381-1564 (2003).
- [Norris 94] T. B. Norris, J.ŨK. Rhee, C.ŨY. Sung, Y. Arakawa, M. Nishioka et C. Weisbuch, *Time-resolved vacuum Rabi oscillations in a semiconductor quantum microcavity*, Phys. Rev. B, **50**, 14663 (1994).
- [Oudar 90] B.G. Sfez, J.L. Oudar, J.C. Michel, R. Kuszelewicz, R. Azoulay, Appl. Phys. Lett. **57**, 324 (1990).
- [Pellat 93] D. Pellat, R. Azoulay, G. Leroux, L. Dugrand, Y. Raffle, R. Kuszelewicz et J.-L. Oudar, *Optical bistability at 980nm in a strained InGaAs/GaAs multiple quantum well microcavity with resonant periodic nonlinearity*, Appl. Phys. Lett., **62** (20), 2489 (1993).
- [Porras 02] D. Porras, C. Ciuti, J. J. Baumberg et C. Tejedor, *Polariton dynamics and Bose-Einstein condensation in semiconductor microcavities*, Phys. Rev. B **66**, 85304 (2002).
- [Purcell 46] E. M. Purcell, *Spontaneous emission probabilities at radio frequencies*, Phys. Rev. **69**, 681 (1946).
- [Rabi 36] I. I. Rabi, *On the process of space quantization* Phys. Rev. **49**, 324 (1936).
- [Raimond 95] J.-M. Raimond et S. Haroche, *Atoms in cavities*, in [Burstein 95] (1995).
- [Raizen 87] M. G. Raizen, L. A. Orozco, Min Xiao, T. L. Boyd, et H. J. Kimble, *Squeezed-state generation by the normal modes of a coupled system*, Phys. Rev. Lett. **59**, 198 (1987).
- [Raizen 89] M. G. Raizen, L. A. Orozco, Min Xiao, T. L. Boyd, et H. J. Kimble, *Squeezed-state generation by the normal modes of a coupled system*, Phys. Rev. Lett. **63**, 240 (2000).
- [Rarity 96] John Rarity et Claude Weisbuch, *Microcavities and photonics band-gaps: physics and applications*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht (1996).
- [Reid 89] M. D. Reid *Demonstration of the Einstein-Podolsky-Rosen paradox using non degenerate parametric amplification*, Phys. Rev. A **40**, 913 (1989).
- [Reynaud 89a] S. Reynaud, C. Fabre, E. Giacobino et A. Heidmann, *Photon noise reduction by passive optical bistable systems*, Phys. Rev. A **40**, 1440 (1989).
- [Reynaud 89b] Serge Reynaud et Antoine Heidmann, *A Semiclassical Linear Input Output Transformation for Quantum Fluctuations*, Opt. Com. **71** 209 (1989).

- [Reynaud 90] Serge Reynaud, *Introduction à la réduction du bruit quantique*, Ann. Phys. Fr. **15**, 63-112 (1990).
- [Richy 95] C. Richy, K. I. Petsas, E. Giacobino, C. Fabre et L. Luigiato, *Observation of bistability and delayed bifurcation in an triply resonant optical parametric oscillator*, J. Opt. Soc. B **12**, 456 (1995).
- [Rochat 00] G. Rochat, C. Ciuti, V. Savona, C. Piermarocchi, A. Quattropani et P. Schwendimann, *Excitonic Bloch equations for a two-dimensional system of interacting excitons*, Phys. Rev. B. **61**, 13856 (2000).
- [Rosenbluh 91] M. Rosenbluh et R. M. Shelby, *Squeezed optical solitons*, Phys. Rev. B **66**, 153 (1991).
- [Rosencher 98] Emmanuel Rosencher et Borge Winter, *Optoélectronique*, Masson, Paris (1998).
- [Ryan 03] J. F. Ryan, M. B. Ward et J. Brown, *Squeezed light generation in semiconductor waveguides*, in *Electron and photon confinement in semiconductor nanostructures*, école internationale de physique Enrico Fermi, éd. B. Devaud, A. Quattropani et P. Schwendimann, IOS press (2003).
- [Saba 01] M.Saba, C. Ciuti, J. Bloch, V. Thierry-Mieg, R. André, Le Si Dang, S. Kundermann, A. Mura, G. Bongiovanni, J.-L. Staehli et B. Devaud, *High temperature ultrafast polariton parametric amplification in semiconductor microcavities*, Nature, **414**, 731 (2001).
- [Saba 02] Michele Saba, *Optical coherence and stimulated scattering in semiconductor microcavities*, thèse de doctorat de l'école polytechnique fédérale de Lausanne (2002).
- [Savvidis 00a] P. G. Savvidis, J. J. Baumberg, R. M. Stevenson, M. S. Skolnick, D. M. Whittaker et J. S. Roberts , *Angle-resonant stimulated polariton amplifier*, Phys. Rev. Lett. **84**, 1547 (2000).
- [Savvidis 00b] P. G. Savvidis, J. J. Baumberg, R. M. Stevenson, M. S. Skolnick, D. M. Whittaker et J. S. Roberts , *Asymmetric angular emission in semiconductor microcavities* , Phys. Rev. B **62**, R13278 (2000).
- [Savvidis 01a] P. G. Savvidis, C. Ciuti, J. J. Baumberg, M. S. Skolnick, D. M. Whittaker et J. S. Roberts, *Off-branch polaritons and multiple scattering in semiconductor microcavities*, Phys. Rev. B **64**, 075311 (2001).
- [Savvidis 01b] Pavlos G. Savvidis, *Polariton dynamics in semiconductor microcavities*, thèse de doctorat de l'université de Southampton (2001).
- [Savvidis 02] P. G. Savvidis, J. J. Baumberg, D. Porras, D. M. Whittaker, M. S. Skolnick et J. S. Roberts, *Ring emission and exciton-pair scattering in semiconductor microcavities* , Phys. Rev. B **65**, 73309 (2002).

- [Savona 95] V. Savona, *Solid. State. Commun.* **93**, 733 (1995).
- [Savona 99] Vincenzo Savona, *Linear optical properties of semiconductor microcavities with embedded quantum wells* in *Confined Photon Systems: fundamentals and applications*, cours de l'école d'été, ed. Springer, eds. H. Benisty, J.-M. Gérard, R. Houdré, J. Rarity et C. Weisbuch, Cargèse (1999).
- [Savona 03] J. F. Ryan, M. B. Ward et J. Brown, *Optical properties of semiconductor nanostructures in the presence of disorder*, école internationale de physique Enrico Fermi, éd. B. Devaud, A. Quattropani et P. Schwendimann, IOS press (2003).
- [Schrodinger 26] E. Schrödinger, *Naturwiss.* **14**, 664 (1926).
- [Scully 97] M. O. Scully et M. S. Zubairy, *Quantum Optics*, Cambridge University Press (1997).
- [Schwendimann 02] P. Schwendimann, C. Ciuti et A. Quattropani, in *Radiation-matter Interaction in Confined Systems* eds. L. C. Andreani, G. Benedek and E. Molinari, Soc. Italiana di Fisica, Bologna, pp. 273-286 (2002).
- [Senellart 00] P. Senellart, J. Bloch, B. Sermage et J. Y. Marzin, *Microcavity polariton depopulation as evidence for stimulated scattering*, *Phys. Rev. B* **62**, R16263 (2000).
- [Senellart 01] Pascale Senellart, *Etude de l'émission non linéaire de microcavités à base de semi-conducteurs III-V en régime de couplage fort*, thèse de doctorat de l'université Paris VI, Laboratoire de physique des nanostructures (2001).
- [Sermage 96] B. Sermage, S. Long, I. Abram, J. Y. Marzin, J. Bloch, R. Planel, et V. Thierry-Mieg, *Time-resolved spontaneous emission of excitons in a microcavity: Behavior of the individual exciton-photon mixed states*, *Phys. Rev. B* **53**, 16516 (1996).
- [Sfez 90] B. G. Sfez, J.-L. Oudar, J.-C. Michel, R. Kuselewicz et R. Azoulay, *et al.*, *Appl. Phys. Lett.* **57**, 324 (1990).
- [Shelby 86] R. M. Shelby, M. D. Levenson, S. H. Perlmutter, R. G. DeVoe, et D. F. Walls, *Broad-band parametric deamplification of quantum noise in an optical fiber*, *Phys. Rev. B* **57**, 691 (1986).
- [Siegman 86] Anthony E. Siegman, *Lasers*, Oxford university press (1986).
- [Slusher 85] R. E. Slusher, L. W. Hollberg et B. Yurke, J. C. Mertz, and J. F. Valley, *Observation of squeezed states generated by four-wave mixing in an optical cavity*, *Phys. Rev. Lett.* **55**, 2409 (1985).
- [Snoke 03] D. W. Snoke, *When should we say we have observed Bose condensation of excitons*, *Phys. Stat. Sol.*, **238**, 389 (2003).

- [Stanley 97] R. P. Stanley, S. Pau, U. Osterle, R. Houdré et M. Ilegems, *Resonant photoluminescence of semiconductor microcavities: The role of acoustic phonons in polariton relaxation*, Phys. Rev. B **55**, R4867 (1997).
- [Stanley 98] R. P. Stanley, R. Houdré, U. Osterle et M. Ilegems, *Photoquenching of excitonics inhomogeneous linewidth in semiconductor microcavities*, Solid State Comm. **106**, 485 (1998).
- [Steyn-Ross 83] M. L. Steyn-Ross et C. W. Gardiner, *Quantum theory of excitonic optical bistability*, Phys. Rev. A **27**, 310 (1983).
- [Stevenson 00] R.M. Stevenson, V. N. Astratov, M. S. Skolnick, D. M. Whittaker, M. Ismail Emam, A. I. Tartakovskii, P. G. Savvidis, J.J. Baumberg et J. S. Roberts *Continuous wave observation of massive polariton redistribution by stimulated scattering in semiconductor microcavities*, Phys. Rev. Lett. **85**, 3680 (2000).
- [Tartakovskii 99] A. I. Tartakovskii, V. D. Kulakovskii, D. N. Krizhanovskii, M. S. Skolnick, V. N. Astratov, A. Armitage et J. S. Roberts *Nonlinearities in emission from the lower polariton branch of semiconductor microcavities*, Phys. Rev. B **60**, R11293 (1999).
- [Tartakovskii 02] A. I. Tartakovskii, D. N. Krizhanovskii, D. A. Kurysh, V. D. Kulakovskii, M. S. Skolnick et J. S. Roberts, *Polariton parametric scattering processes in semiconductor microcavities observed in continuous wave experiments*, Phys. Rev. B **65**, 081308 (2002).
- [Tassone 96] F. Tassone, C. Piermarocchi, V. Savona, A. Quattropani et P. Schwendimann, *Photoluminescence decay times in strong-coupling semiconductor microcavities*, Phys. Rev. B **53**, R7642 (1996).
- [Tassone 97] F. Tassone C. Piermarocchi, V. Savona et A. Quattropani, *Bottleneck effects in the relaxation and photoluminescence of microcavity polaritons*, Phys. Rev. B **59**, 10830 (1999).
- [Tassone 99] F. Tassone et Y. Yamamoto, *Exciton-exciton scattering dynamics in a semiconductor microcavity and stimulated scattering into polaritons*, Phys. Rev. B **59**, 10830 (1999).
- [Tassone 00] F. Tassone et Y. Yamamoto, *Lasing and squeezing of composite bosons in a semiconductor microcavity*, Phys. Rev. A **62**, 063809 (2000).
- [Tredicucci 96] A. Tredicucci, Y. Chen, V. Pellegrini, M. Börger, F. Bassani, Phys. Rev. A **54**, 3493 (1996).
- [Trops 01] Nicolas Trops, *Effets quantiques dans les images optiques*, thèse de doctorat de l'Université Paris VI, Laboratoire Kastler-Brossel (2001).

- [Treps 02] N. Treps, U. Anderses, B. Buchler, P. K. Lam, A. Maître, H.-A. Bachor et C. Fabre *Surpassing the standard quantum limit for optical imaging using nonclassical multimode light*, Phys. Rev. Lett. **88**, 203601 (2002).
- [Treps 03a] Nicolas Treps, *Eigenstates of quantum optical measurements*, non publié (2003).
- [Treps 03b] N. Treps, N. Grosse, W. P. Bowen, C. Fabre, H.-A. Bachor et P. K. Lam *A quantum laser pointer*, Science, sous presses (2003).
- [Usui 60] Tunemaru Usui, *Excitations in a high density electron gas. I*, Prog. Theor. Phys. **23**, 787 (1960).
E. Fijita et T. Usui, *Excitations in a high density electron gas. II*, Prog. Theor. Phys. **23**, 799 (1960).
- [Weisbuch 92] C. Weisbuch M. Nishioka, A. Ishikawa et Y. Arakawa, *Observation of the coupled exciton-photon mode splitting in a semiconductor quantum microcavity*, Phys. Rev. Lett. **69**, 3314 (1992).
- [Weisbuch 03] Claude Weisbuch et Henry Benisty, *Electron and photon confinement in semiconductor nanostructures: devices*, école internationale de physique Enrico Fermi, éd. B. Devaud, A. Quattropani et P. Schwendimann, IOS press (2003).
- [Yamamoto 00] Yoshihisa Yamamoto, *Half-matter, half-light amplifier*, Science **405**, 629 (2000).
- [Yablonovitch 88] E. Yablonovitch, T. J. Gmitter, and R. Bhat *Inhibited and enhanced spontaneous emission from optically thin AlGaAs/GaAs double heterostructures*, Phys. Rev. Lett. **61**, 2546 (1988).
- [Yariv 89] A. Yariv, *Quantum electronics*, chap. 17, troisième édition, John Wiley, New York (1989).
- [Yokoyama 90] H. Yokoyama, K. Nishi, T. Anan, H. Yamada, S. D. Brorson et E. P. Ippen *Enhanced spontaneous emission from GaAs quantum wells in monolithic microcavities*, Appl. Phys. Lett. **57**, 2814 (1990).
- [Yurke 84] B. Yurke *Use of cavities in squeezed state generation*, Phys. Rev. A **29**, 408 (1984).
- [Zamfirescu 02] M. Zamfirescu, A. Kavokin, B. Gil, G. Malpuech et M. Kaliteevski, *Polariton lasing by exciton-electron scattering in semiconductor microcavities*, Phys. Rev. B **65**, 161205 (2002).
- [Zhang 00] K. S. Zhang, T. Coudreau, M. Martinelli, A. Maître et C. Fabre, *Generation of bright squeezed light at 1.06 μm . using cascaded nonlinearities in a triply resonant cw periodically-poled lithium niobate parametric oscillator*, Phys. Rev. A **64**, 033815 (2001).