



Contributions théoriques et pratiques aux familles exponentielles

Célestin Kokonendji

► **To cite this version:**

Célestin Kokonendji. Contributions théoriques et pratiques aux familles exponentielles. Mathématiques [math]. Université de Pau et des Pays de l'Adour, 2004. tel-00007794

HAL Id: tel-00007794

<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00007794>

Submitted on 16 Dec 2004

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Célestin C. Kokonendji :
Contributions théoriques et pratiques aux familles exponentielles

Résumé. Les familles exponentielles de lois de probabilité offrent une panoplie de modèles très utiles en statistique ainsi qu'en probabilités. Les travaux résumés dans ce mémoire s'intéressent à leurs caractérisations et interprétations probabilistes, ainsi que leurs applications en statistique.

Dans la première partie, une nouvelle classe de familles exponentielles naturelles (FEN) est introduite puis décrite complètement. Elle s'appuie sur une transformation dite de Lindsay des FEN de fonctions variance cubiques. Des interprétations probabilistes par les lois de temps de frappe des processus stochastiques sont données. Enfin, à travers une notion de d -pseudo-orthogonalité des polynômes associés à une densité de FEN, plusieurs caractérisations des FEN de fonctions variance polynomiales de degré $2d - 1$ sont données pour $d = 2, 3, \dots$.

La deuxième partie est consacrée au déterminant des matrices de moments des lois multidimensionnelles. Deux aspects sont principalement explorés : le premier a trait à une caractérisation du déterminant de la hessienne d'une transformée de Laplace et ses conséquences ; le second concerne de meilleurs estimateurs de la variance généralisée ou du déterminant de la matrice de variance-covariance. Une nouvelle caractérisation des FEN Poisson-gaussiennes moyennant la variance généralisée est alors établie.

La troisième partie étudie des modèles exponentiels, de plus en plus appropriés et complémentaires, pour l'analyse statistique des données de comptage qui révèle une variabilité plus grande que la moyenne prédite. Ce phénomène dit de surdispersion par rapport à la loi de Poisson est examiné à travers des FEN binomiale négative généralisée et arcsinus stricte ainsi que d'une grande classe des FEN dite de Hinde-Demétrio, laquelle englobe la binomiale négative et l'arcsinus stricte. Des estimations et test d'hypothèses sur certains paramètres des modèles surdispersés sont proposés et appliqués sur des données réelles.

Dans la dernière partie, deux techniques d'estimation sont présentées. La première est relative à une loi implicite ou conditionnelle d'un paramètre connaissant les observations. La seconde est une approche pour montrer l'unimodalité de la vraisemblance dans un modèle de capture séquentielle. Cette dernière est appliquée à l'estimation de la biomasse des saumons dans le bassin de l'Adour.

Mots-clés : Capture séquentielle, caractérisation, déterminant, estimateur, fonction variance, indéfinie divisibilité, polynôme d -orthogonal, processus stochastique, surdispersion, transformée de Laplace, variance généralisée.