

Modélisation et optimisation des alternateurs à griffes. Application au domaine automobile

Laurent Albert

▶ **To cite this version:**

Laurent Albert. Modélisation et optimisation des alternateurs à griffes. Application au domaine automobile. Energie électrique. Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, 2004. Français. NNT : . tel-00007091

HAL Id: tel-00007091

https://theses.hal.science/tel-00007091

Submitted on 12 Oct 2004

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE

N° attribué par la bibliothèque
/__/__/__/__/__/__/__/__/__/__/

THESE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'INPG

Spécialité : « Génie électrique »

Préparée au Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble

dans le cadre de l'Ecole Doctorale
« Electronique, Electrotechnique, Automatique, Télécommunication, Signal »

présentée et soutenue publiquement

par

Laurent ALBERT

Ingénieur ENSIEG

Le 13 juillet 2004

Titre

Modélisation et optimisation des alternateurs à griffes Application au domaine automobile

Directeur de thèse :

Christian CHILLET

JURY

M. Yves BRUNET ,Président
M. Pascal BROCHET ,Rapporteur
M. Bernard MULTON ,Rapporteur
M. Christian CHILLET ,Directeur de thèse
M. Frédéric WURTZ ,Co-encadrant
M. Antoine JAROSZ ,Examinateur

à Audrey,

Remerciements

Les travaux de recherche présentés dans ce mémoire sont issus d'une convention CIFRE entre le Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble (LEG) et la société PSA PEUGEOT CITROËN. Je remercie ces deux organismes pour leur support matériel et financier.

Je tiens particulièrement à remercier MM. Jean Bigeon et Gérard Dancygier qui sont les initiateurs de cette thèse. Je les remercie aussi pour m'avoir motivé à la réaliser.

Je remercie M. Yves Brunet, directeur du laboratoire, pour m'avoir accueilli au sein du LEG, et qui m'a fait l'honneur de présider le jury de cette thèse.

Je remercie également les rapporteurs de ces travaux, MM. Pascal Brochet et Bernard Multon, pour l'intérêt qu'ils y ont porté.

Je veux souligner le grand plaisir que j'ai eu à travailler avec M. Christian Chillet. Son sens critique aiguisé, sa grande disponibilité et sa culture scientifique sont des atouts majeurs pour guider un doctorant dans ses recherches. Je lui exprime toute ma gratitude et j'espère que nous aurons l'occasion de collaborer à nouveau dans le futur.

Je remercie également M. Frédéric Wurtz pour avoir co-encadré cette thèse. Son obstination constante pour l'optimisation a sans doute apporté de la valeur à cette thèse.

Je souhaite aussi exprimer ma reconnaissance à M. Antoine Jarosz qui, par sa passion et son opiniâtreté, a contribué fortement à la réalisation de ces travaux de thèse.

Merci à Bruno et Djidji, pour m'avoir aidé à désosser des alternateurs, à Jean Claude Perrier, pour les mesures sur les aimants, à Afef, pour les données sur les pertes fer et à Steph pour notre tentative de cuisine d'un redresseur au four.

Je voudrais remercier l'ensemble du personnel du LEG pour le cadre de travail idéal et plus particulièrement le service informatique. Merci à Patrick, Corinne et Vincent pour m'avoir permis de réaliser cette thèse dans d'excellentes conditions informatiques.

J'ai eu un grand plaisir à travailler dans l'équipe « Conception et Dimensionnement Intégré » du LEG. Je remercie l'ensemble des personnes de cette équipe et plus particulièrement son chef, Laurent Gerbaud. Merci à Nuts, le dictateur, P'tit Ben, le têtu, David, le psycho, Vince, l'agité, Tramb, Imen, Gus, Rémy et Francky, qui doit garder son calme s'il veut me battre un jour à Counter ;-). Merci aussi aux trois Guillaume, aux deux Bertrand, aux deux Seb, à Hervé, Franck, KiKi, Nataliya, Mariya, Xavier, Rico, Olivier, Jpeg, Malik, Thierry, Manuela, Gareth, Damien, Raph, Big Ben, Eric, Armando, Jean Mich, Max, Petit Lu, Goubs et les autres…

Merci aux serveurs de la KFET, Kamel et Marco, pour l'approvisionnement en café.

Merci aussi aux Lions indomptables du LEG (Joël, Steph, Orphée, Nicolas, Jiri, Bruno, Charles…) pour les belles parties de foot.

Pour finir, je voudrais remercier mes parents pour leur soutien tout le long de ces années d'études et ma compagne, Audrey, qui a rendu cette aventure plus facile par ses encouragements, sa compréhension et son dévouement.

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION GENERALE 9

CHAPITRE I - PRESENTATION DE L'ALTERNATEUR AUTOMOBILE ET DES MODELES EXISTANTS 13

1 - L'ELECTRICITE DANS L'AUTOMOBILE 15
2 - LE GENERATEUR D'ELECTRICITE ACTUEL : L'ALTERNATEUR A GRIFFES 16
2.1 - Les différents organes de l'alternateur à griffes 16
2.1.1 - Le stator des alternateurs à griffes 17
2.1.2 - Le rotor des alternateurs à griffes 19
2.1.3 - Le redresseur des alternateurs à griffes 20
2.1.4 - Le régulateur des alternateurs à griffes 20
2.1.5 - Le refroidissement des alternateurs à griffes 21
2.2 - Le principe de fonctionnement 21
2.3 - Bilan énergétique de l'alternateur à griffes 23
3 - OBJECTIF DE L'ETUDE 23
4 - LES MODELES RENCONTRES DANS LA LITTERATURE 24
4.1 - Les modèles utilisant la méthode des éléments finis 25
4.1.1 - Le modèle de Henneberger, Block et Küppers 25
4.1.2 - Le modèle de Hecquet et Brochet 25
4.2 - Les modèles issus d'expressions analytiques 26
4.2.1 - Le modèle de Bai 26
4.2.2 - Le modèle d'Ostovic 26
4.2.3 - Le modèle de Rakotovao 27

CHAPITRE II - MODELISATION ANALYTIQUE DE L'ALTERNATEUR A GRIFFES EN VUE DE L'OTIMISATION 29

1 - INTRODUCTION 31
2 - MODELISATION DU COUPLAGE ELECTROMAGNETIQUE 31
2.1 - Décomposition structurelle de la modélisation de l'alternateur à griffes 31
2.2 - La réaction magnétique d'induit d'un alternateur 32
2.3 - Les diagrammes vectoriels de réaction d'induit utilisés 33
2.3.1 - Le diagramme de Potier 33
2.3.2 - Le diagramme de Blondel 34
3 - MODELISATION DU CIRCUIT MAGNETIQUE 35
3.1 - Introduction 35
3.2 - Construction du réseau de réluctances 36
3.3 - Description analytique des réluctances 38
3.3.1 - Expressions des réluctances dans le fer 38
3.3.2 - Expression de la réluctance de l'entrefer 40
3.3.3 - Expressions des réluctances de fuites 41
3.4 - Prise en compte de la réaction magnétique d'induit dans le réseau de réluctances 48
3.4.1 - Expression du flux d'induit dans l'axe d en régime non saturé 48
3.4.2 - Expression du coefficient d'équivalence des ampères tours 49
3.5 - Prise en compte de l'effet de peau 49
3.6 - Modifications du modèle pour la variante à aimants 51
3.6.1 - Modélisation d'un aimant permanent 51
3.6.2 - Prise en compte des aimants permanents dans le réseau de réluctance 52
3.7 - Méthodologie de résolution du réseau de réluctances 52
3.8 - Validation du modèle du circuit magnétique 53
3.8.1 - Essai à vide : Calcul de la force électromotrice 53
3.8.2 - Essai en court-circuit : Calcul du courant de court-circuit 55
3.8.3 - Remarques sur les flux magnétiques 55
4 - MODELISATION DU CIRCUIT ELECTRIQUE 57
4.1 - Introduction du redresseur triphasée de courant 57
4.2 - Une première approche : Le modèle du premier harmonique 59
4.3 - Une méthode plus élaborée : Résolution symbolique des équations différentielles 60

4.3.1 - Présentation de la méthode 60
4.3.2 - Intégration dans le modèle global 63
4.4 - Validation du modèle du circuit électrique 64
4.4.1 - Validation du modèle du redresseur 64
4.4.2 - Cartographies des zones de conduction du redresseur 66
4.4.3 - Comparaisons sur le débit maximum de l'alternateur 67
4.4.4 - Comparaisons sur les débits à charges partielles 69
4.4.5 - Remarque sur le choix de l'inductance et validité de l'approche 70
5 - MODELISATION DES PERTES 71
5.1 - Modélisation des pertes dans le circuit électrique 71
5.1.1 - Pertes Joule au stator 71
5.1.2 - Pertes dans le redresseur 74
5.1.3 - Pertes de l'excitation 75
5.2 - Modélisation des pertes fer 75
5.2.1 - Modélisation des pertes fer au stator 75
5.2.2 - Modélisation des pertes fer au rotor 78
5.3 - Modélisation des pertes mécaniques et aérauliques 83
5.4 - Validation du modèle des pertes 84
5.4.1 - Evaluation des différentes pertes 84
5.4.2 - Evaluation et comparaison du rendement 86
6 - CONCLUSION 89

CHAPITRE III - APPORT DE L'OPTIMISATION SUR LA CONCEPTION DES ALTERNATEURS. 91

1 - LA DEMARCHE DE CONCEPTION UTILISEE 93
2 - LE CAHIER DES CHARGES GENERAL 93
3 - LES DIFFERENTES OPTIMISATIONS 96
3.1 - Optimisation sur un point de fonctionnement 97
3.1.1 - Le cahier des charges 97
3.1.2 - Résultats de l'optimisation à vitesse moyenne 97
3.1.3 - Résultats de l'optimisation à vitesse basse 100
3.1.4 - Conséquence de l'optimisation sur un point de fonctionnement unique 102
3.2 - Optimisation sur trois points de fonctionnement 103
3.2.1 - Le cahier des charges 103
3.2.2 - Résultats de l'optimisation 104
4 - LES COURBES DE PARETO : UN OUTIL D'AIDE A LA DECISION 106
4.1 - Présentation des courbes de Pareto 106
4.2 - Courbe de Pareto « masse / rendement » 107
4.2.1 - Minimisation de la masse 107
4.2.2 - Détermination d'un compromis masse / rendement 109
4.3 - Courbe de Pareto à encombrement illimité 111
4.3.1 - Influence d'un encombrement illimité 111
4.3.2 - Présentation de la solution à masse initiale constante 112
4.4 - Courbe de Pareto avec une nouvelle technologie de bobinage 113
4.4.1 - Influence d'une technologie de bobinage en épingles 113
4.4.2 - Evolution de la cartographie de rendement de la solution à masse initiale constante 114
5 - CONCLUSION 116

CONCLUSION GENERALE 117

REFERENCES 121

ANNEXE A – MODELISATION DU REDRESSEUR 125

ANNEXE B – COMPLEMENTS SUR LA MODELISATION 155

ANNEXE C – COMPLEMENTS SUR LES OPTIMISATIONS 169

ANNEXE D – COMPLEMENTS SUR L'ALTERNATEUR A 179

Introduction générale

Le secteur de l'automobile est un marché très concurrentiel entraînant les constructeurs d'automobiles à améliorer sans cesse leurs produits. Ainsi, l'électricité et l'électronique prennent une grande importance dans les automobiles d'aujourd'hui. L'électrification de l'habitacle permet d'améliorer le confort et l'agrément des véhicules. De plus, les automobiles deviennent de plus en plus sûres par l'introduction de nouveaux dispositifs électriques qui permettent d'améliorer la sécurité active (système antiblocage des roues) et la sécurité passive (airbags). Enfin, les remplacements de dispositifs mécaniques ou hydrauliques, comme par exemple la direction assistée, par des actionneurs électriques permettent de diminuer les coûts, de limiter l'encombrement et d'être plus facile à commander.

La croissance de ces dispositifs électriques embarqués entraîne inévitablement une augmentation de la consommation électrique dans les véhicules. Le générateur d'électricité des automobiles, qui est actuellement un alternateur à griffes, doit donc être amélioré pour répondre à cette demande. Ces alternateurs, qui ont un intérêt économique certain, présentent des rendements médiocres. Si la production d'électricité augmente tout en conservant le rendement actuel des alternateurs, l'impact de la génération d'électricité sur la consommation de carburant sera de plus en plus important. Or la baisse de la consommation est devenue une priorité pour les constructeurs d'automobiles dans un but de respecter des normes antipollution de plus en plus strictes. Il devient donc important d'améliorer le rendement des alternateurs à griffes et de connaître les limites de cette technologie en terme de rendement maximal.

Les travaux présentés dans cette thèse visent donc cet objectif par l'utilisation d'outils d'optimisation. Outre l'obtention du meilleur rendement à technologie et encombrement donnés, ces outils peuvent donner un ensemble de solutions pour déterminer un compromis optimal entre le rendement et la puissance massique.

Le premier chapitre présentera l'alternateur à griffes et ses modèles existants. Tout d'abord, nous détaillerons les éléments constitutifs de l'alternateur à griffes et son principe de fonctionnement. Ensuite, après avoir présenté nos objectifs, nous nous positionnerons par rapport aux modèles rencontrés dans la littérature.

Nous présenterons, dans le deuxième chapitre, un modèle analytique d'alternateur à griffes adapté à l'optimisation. Le couplage électromagnétique fondé sur un diagramme vectoriel de réaction magnétique d'induit entraînera une séparation de la modélisation en deux parties. Nous détaillerons ainsi un modèle du circuit magnétique utilisant un réseau de réluctances analytiques, et un modèle du circuit électrique avec le redresseur fondé sur la résolution symbolique des équations différentielles des courants de l'alternateur. Ensuite, nous présenterons une modélisation analytique de l'ensemble des pertes qui nous permettra d'estimer le rendement global de l'alternateur. Nous associerons à chaque partie de ce chapitre une validation qui comparera les résultats du modèle à des mesures expérimentales.

Le dernier chapitre présentera, finalement, l'utilisation du modèle dans un processus d'optimisation. Ainsi nous observerons les résultats des optimisations visant à améliorer le rendement de l'alternateur selon plusieurs cahiers des charges. Ces résultats montreront les évolutions de la géométrie et des paramètres des bobinages selon les différentes optimisations. A la fin de ce chapitre,

nous présenterons une méthodologie fondée sur les courbes de Pareto qui permettra de traiter les optimisations multi objectifs. Nous observerons alors des ensembles de solutions répondants aux cahiers des charges qui permettront de déterminer le meilleur compromis entre un rendement élevé et une forte puissance massique.

Finalement, une conclusion générale sur ces travaux sera présentée et des perspectives seront abordées.

Chapitre I

Présentation de l’alternateur automobile et des modèles existants

SOMMAIRE – Chapitre I

1 - L'ELECTRICITE DANS L'AUTOMOBILE 15
2 - LE GENERATEUR D'ELECTRICITE ACTUEL : L'ALTERNATEUR A GRIFFES 16
2.1 - Les différents organes de l'alternateur à griffes 16
2.1.1 - Le stator des alternateurs à griffes 17
2.1.2 - Le rotor des alternateurs à griffes 19
2.1.3 - Le redresseur des alternateurs à griffes 20
2.1.4 - Le régulateur des alternateurs à griffes 20
2.1.5 - Le refroidissement des alternateurs à griffes 21
2.2 - Le principe de fonctionnement 21
2.3 - Bilan énergétique de l'alternateur à griffes 23
3 - OBJECTIF DE L'ETUDE 23
4 - LES MODELES RENCONTRES DANS LA LITTERATURE 24
4.1 - Les modèles utilisant la méthode des éléments finis 25
4.1.1 - Le modèle de Henneberger, Block et Küppers 25
4.1.2 - Le modèle de Hecquet et Brochet 25
4.2 - Les modèles issus d'expressions analytiques 26
4.2.1 - Le modèle de Bai 26
4.2.2 - Le modèle d'Ostovic 26
4.2.3 - Le modèle de Rakotovao 27

1 - L'électricité dans l'automobile

L'électricité dans l'automobile d'aujourd'hui a pris beaucoup d'importance. En effet, l'électricité et l'électronique offrent la possibilité de rajouter des dispositifs permettant d'améliorer certaines caractéristiques des automobiles comme le confort (électrification des vitres et des sièges, chauffage, désembuage), la sécurité active (système antiblocage des roues ABS, contrôle de stabilité ESP), la sécurité passive (airbags, prétensionneurs de ceintures de sécurité) et enfin la consommation d'essence et la pollution (gestion électronique du moteur, soupapes électromagnétiques, catalyseur). Pour des raisons de poids, de coût et de contrôle optimal, certains organes hydrauliques et mécaniques sont progressivement remplacés par des dispositifs électrotechniques. C'est le cas de la direction assistée, des freins, des suspensions actives, de la climatisation… Finalement, l'électricité est aussi utilisée, dans certains véhicules, comme moyen de propulsion dans le but de diminuer la consommation d'essence et la pollution.

La multiplication de ces consommateurs électriques a entraîné une croissance constante de la consommation électrique dans les véhicules au cours des dernières années (figure I-1).

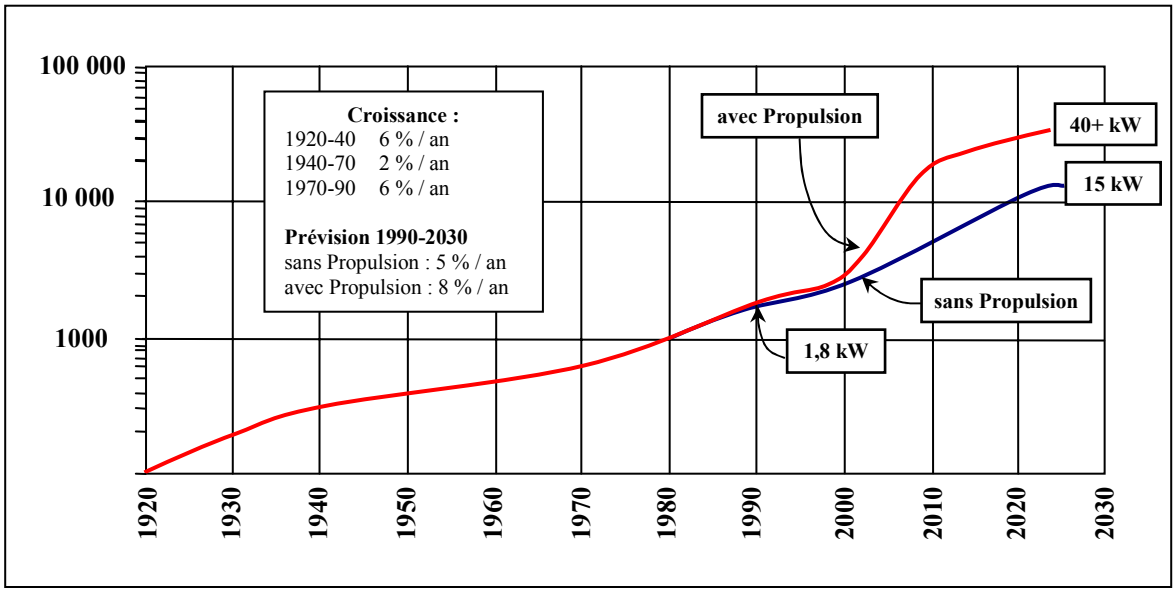


figure I-1 : Evolution de la consommation électrique dans un véhicule (source : SAE – Society of Automotive Engineers)

Cette électricité consommée est produite par un générateur qui est actuellement un alternateur à griffes. Ces alternateurs sont très compétitifs d'un point de vue économique et présentent une bonne puissance massique. En contrepartie, ils ont un rendement médiocre, de l'ordre de 50%.

La figure I-1 nous montre la nécessité d'améliorer l'alternateur actuel pour qu'il délivre plus de puissance. En même temps, il faut aussi veiller à accroître le rendement de celui-ci pour maîtriser la surconsommation d'essence.

2 - Le générateur d'électricité actuel : l'alternateur à griffes

2.1 - Les différents organes de l'alternateur à griffes

Les alternateurs à griffes (figure I-2) sont classés dans la famille des alternateurs synchrones triphasés. La spécificité de ces alternateurs provient de la construction atypique du rotor en forme de griffes.

En général, les alternateurs à pôles en forme de griffes ont un diamètre plus grand et une longueur plus faible que les machines synchrones classiques. La particularité technologique utilisée dans les alternateurs à griffes (un seul enroulement d'excitation) permet de diminuer les coûts de fabrication et d'avoir une machine robuste par rapport aux forces centrifuges qui s'exercent dans le rotor.

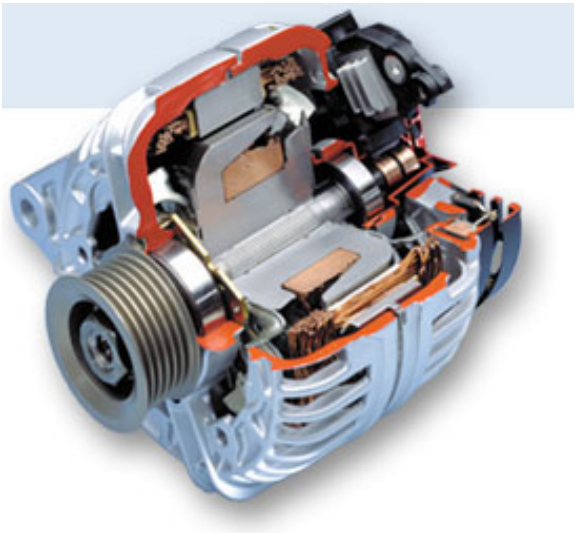


figure I-2 : Vue en coupe d'un alternateur à griffes

Nous allons détailler dans ce qui suit, les différents organes d'un alternateur à griffes. Pour les illustrer, nous montrerons des photographies de deux alternateurs actuels d'un équipementier automobile. Nous présenterons donc un alternateur à griffes classique, que nous appelons « alternateur A », et un autre, plus particulier, que nous appelons « alternateur B ». Cet alternateur B présente des spécificités comme un refroidissement par eau et une excitation hybride avec des aimants permanents au rotor. Un alternateur à griffes est donc constitué d'un stator, d'un rotor, d'un redresseur et d'un régulateur.

2.1.1 - Le stator des alternateurs à griffes

Le stator est constitué de tôles isolées pourvues d'encoches pour le bobinage. L'épaisseur des tôles est généralement de 0,5 mm et parfois de 0,35 mm. Les enroulements sont triphasés et le couplage est souvent en triangle. La plupart des alternateurs ont une encoche par pôle et par phase, cependant certains en présentent deux. En général, ces alternateurs sont bobinés avec deux fils en main.

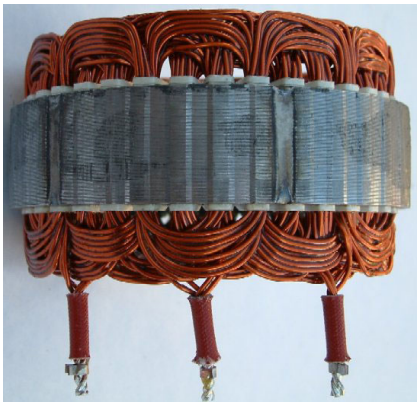


figure I-3 : Stator de l'alternateur A



figure I-4 : Coupe du stator de l'alternateur A

Certains stators d'alternateurs à griffes sont fabriqués avec un process un peu spécial. En effet, le process slinky permet de réduire les chutes de matière première. Au lieu de découper les tôles du stator une par une, on découpe un ruban qui sera ensuite enroulé en hélice pour former le circuit magnétique du stator (figure I-5). Cette technologie permet de réduire les chutes de matière première car on peut découper deux stators avec le même ruban en utilisant les espaces des encoches de l'un comme dents de l'autre. Ensuite le bobinage, ondulé, est mis en forme (figure I-6) avant d'être inséré dans le paquet de tôle en une fois ou en plusieurs fois (figure I-7 et figure I-8).

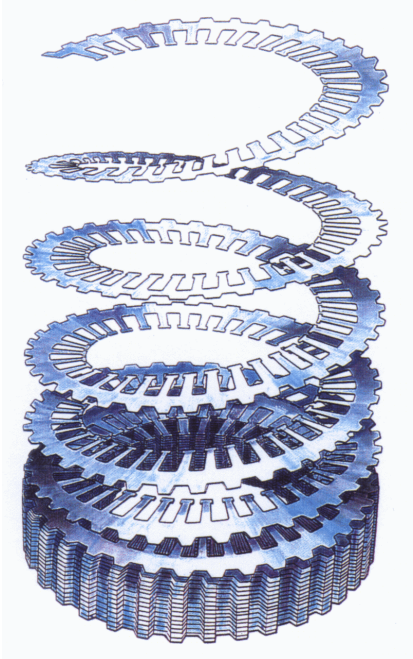


figure I-5 : Process slinky, construction du stator en hélice

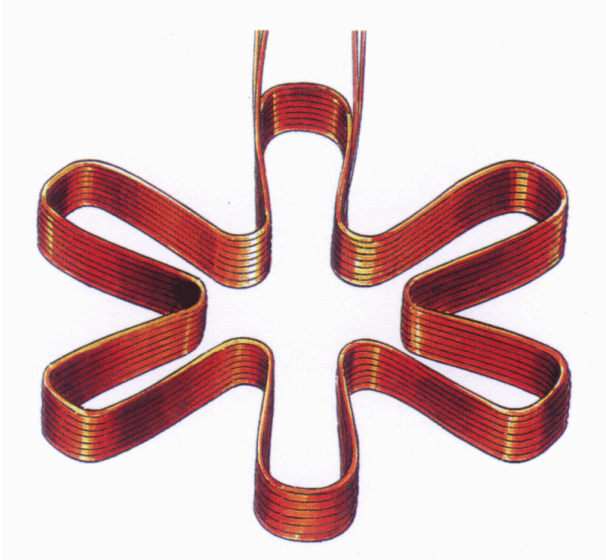


figure I-6 : Marguerite, mise en forme du bobinage ondulé d'une phase



figure I-7 : Insertion du bobinage d'une phase dans le paquet de tôles

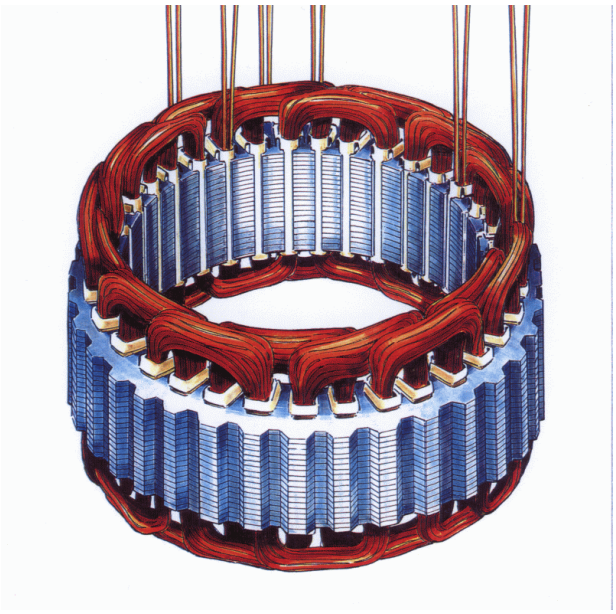


figure I-8 : Insertion des bobinages des autres phases

L'équipementier automobile Denso a breveté une technologie de bobinage assez particulière. Il s'agit d'un bobinage en épingles avec des conducteurs à section rectangulaire qui sont enfilés dans les encoches par translation axiale (figure I-9). Ensuite, les conducteurs sont pliés puis soudés entre eux pour former les têtes de bobines (figure I-10). Cette technologie permet d'accroître considérablement le remplissage des encoches (qui passe de 45% pour une technologie classique à 70%), tout en diminuant la longueur des têtes de bobines.

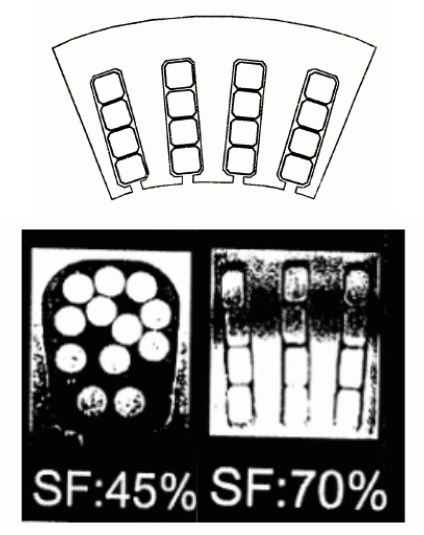


figure I-9 : Encoches de l'alternateur Denso (à droite) et encoches d'un alternateur classique (à gauche) (Source : Denso)

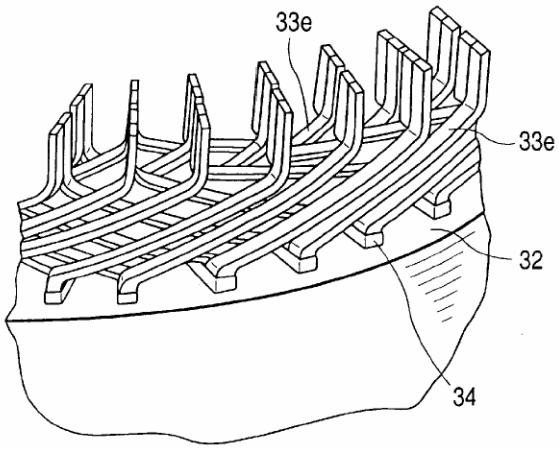


figure I-10 : Vue des têtes de bobines (source : brevet US5998903)

2.1.2 - Le rotor des alternateurs à griffes

Le rotor a un enroulement d'excitation, qui est constitué d'une seule bobine, alimentée par deux bagues. Cette bobine est placée entre des plateaux à griffes, permettant de créer les pôles. Ces plateaux à griffes sont réalisés avec un matériau ferromagnétique massif (il n'y a pas de feuilletage, donc les pertes fer seront importantes, notamment à cause des courants de Foucault). Généralement le nombre de pôles est de 12, voire de 16 pour certains modèles de puissances importantes.



figure I-11 : Rotor de l'alternateur A

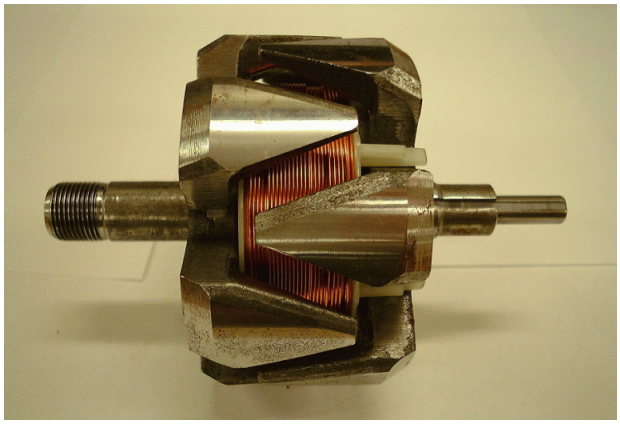


figure I-12 : Rotor d'un autre alternateur à griffes



figure I-13 : Vue d'une griffe de l'alternateur A



figure I-14 : Vue de la bobine d'excitation et du noyau de l'alternateur A

L'alternateur B présente un rotor hybride, associant un bobinage et des aimants permanents. Ces aimants permanents sont placés entre les griffes et ont une aimantation tangentielle. L'intérêt des aimants sera présenté dans le paragraphe suivant.

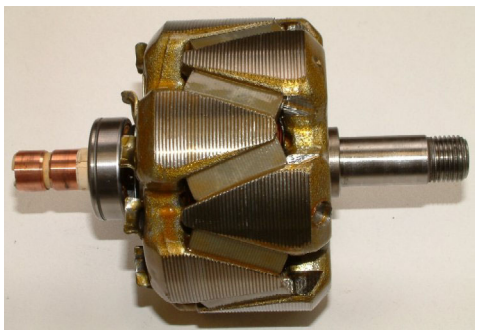


figure I-15 : Rotor de l'alternateur B

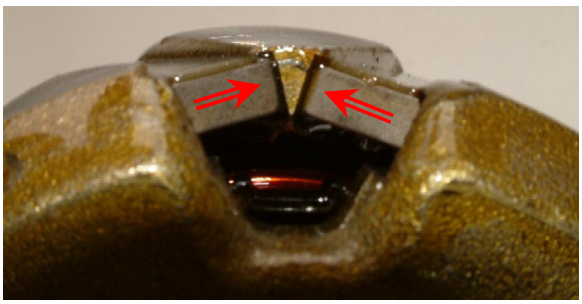


figure I-16 : Vue du bout d'une griffe de l'alternateur B

2.1.3 - Le redresseur des alternateurs à griffes

La plupart des alternateurs ont un redresseur qui possède six diodes de puissance pour redresser le courant triphasé.

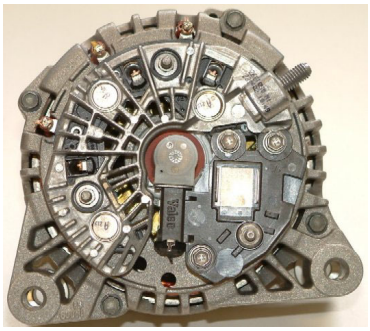


figure I-17 : Redresseur de l'alternateur A

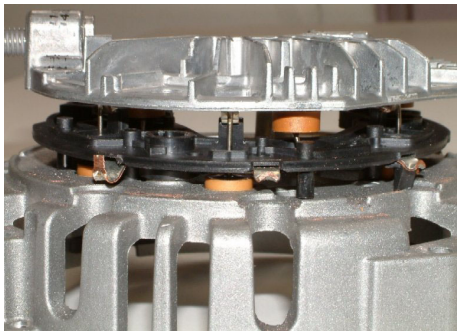


figure I-18 : Vue de coté du redresseur de l'alternateur A (pièces métalliques écartées volontairement)

Certains alternateurs, comme par exemple l'alternateur Denso dont le stator a été présenté précédemment, possèdent deux redresseurs à six diodes pour diminuer les ondulations du courant fourni au réseau de bord. Ceci est particulièrement important pour améliorer la qualité de la tension du réseau de bord surtout si la batterie est implantée à l'arrière du véhicule. Ces alternateurs présentent alors deux bobinages au stator décalés de 30°, qui sont chacun connecté à un redresseur (figure I-19) et qui permettent donc d'effectuer un redressement dodécaphasé.

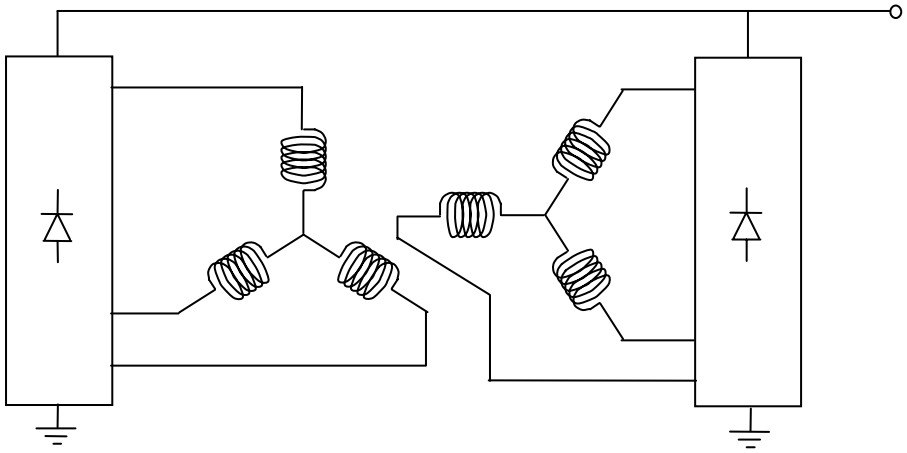


figure I-19 : Schéma électrique d'un alternateur à deux redresseurs

2.1.4 - Le régulateur des alternateurs à griffes

Le régulateur électronique permet de réguler la tension du réseau de bord en fonction de la charge de la batterie. Cet organe contrôle donc, à la manière d'un hacheur série, le courant d'excitation de l'alternateur afin que le débit de l'alternateur, quelle que soit sa vitesse de rotation, s'adapte à la charge de la batterie. En général, le régulateur est couplé avec les balais de l'excitation.



figure I-20 : Régulateur de l'alternateur A

2.1.5 - Le refroidissement des alternateurs à griffes

Les alternateurs nécessitent d'être refroidis à cause des pertes induites. Selon les technologies employées, ils peuvent être refroidis par deux ventilateurs internes entraînés par le rotor (ils sont placés aux deux extrémités du rotor, figure I-11), ou alors par eau (circulation d'eau autour de la carcasse de l'alternateur, figure I-21).

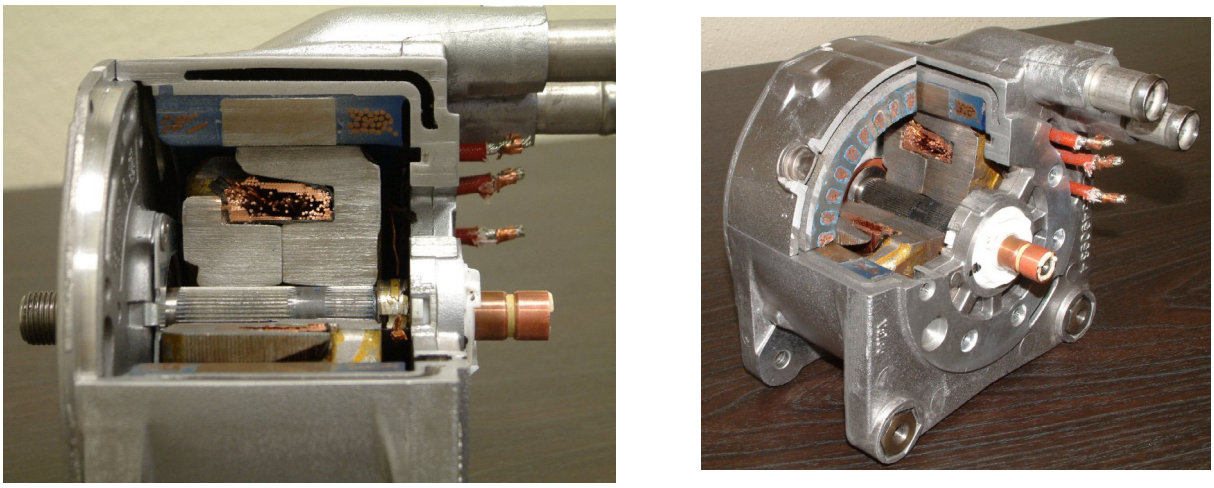


figure I-21 : Coupes de l'alternateur B

2.2 - Le principe de fonctionnement

La première difficulté lorsque l'on cherche à comprendre le fonctionnement d'un alternateur à griffes est de bien savoir par où passe le flux inducteur. Le trajet de ce flux est décrit sur la figure I-22.

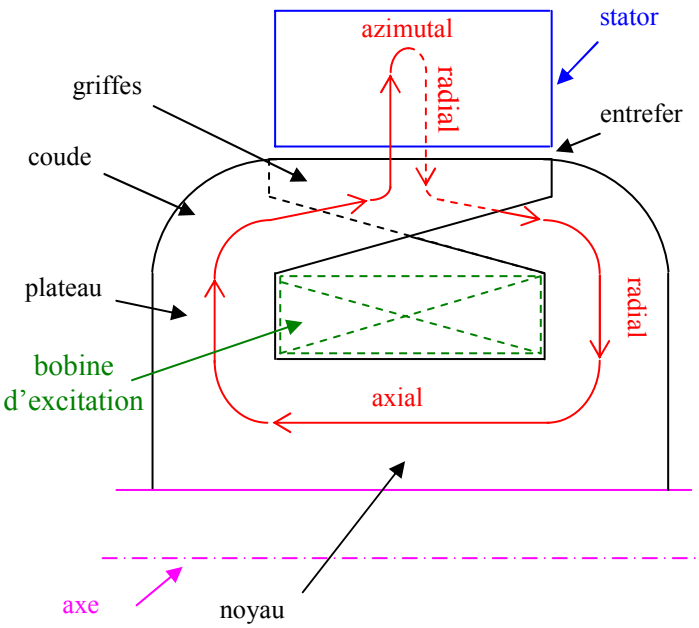


figure I-22 : Ligne moyenne du flux inducteur sur un pas polaire

La bobine d'excitation crée un champ axial dans le noyau, et il apparaît donc aux extrémités du noyau (qui sont les plateaux à griffes) une polarisation magnétique « nord » et une polarisation magnétique « sud ». Les plateaux à griffes sont réalisés de façon à ce que lorsqu'on assemble le rotor, les griffes viennent s'intercaler les unes entre les autres. On obtient donc finalement au niveau de l'entrefer, une succession de pôles nord et sud. L'alternateur à griffes est donc une machine synchrone hétéropolaire à p paires de pôles et à pôles saillants.

Sur la figure I-22, on comprend aisément le trajet du flux inducteur : il traverse axialement le noyau, devient radial dans le plateau et est axial et radial dans la griffe. Après, il traverse l'entrefer, passe dans la denture statorique (tout cela dans une direction radiale) et passe dans la culasse où là le champ a une direction azimutale (dans le sens du feuilletage). Il faut remarquer que le flux qui « sort » d'une griffe se sépare en deux pour « rentrer », après le passage dans le stator, dans les deux griffes adjacentes (figure I-24).

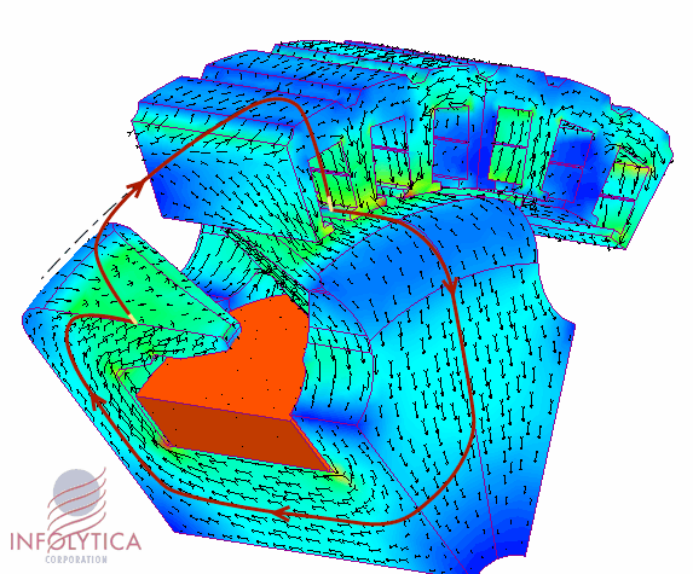


figure I-23 : Trajets des flux magnétiques dans un alternateur à griffes.

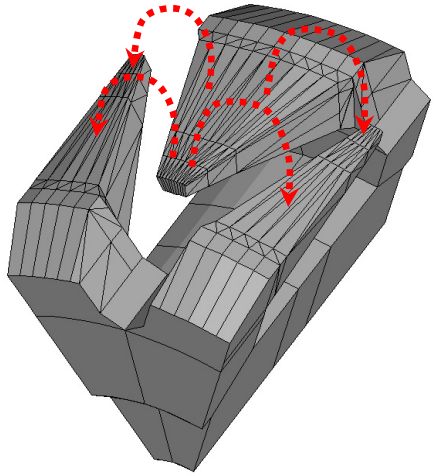


figure I-24 : Coupe du rotor

L'entraînement mécanique du rotor induit un champ tournant au stator qui va créer aux bornes de chaque enroulement du stator, une force électromotrice proportionnelle à la vitesse de rotation du rotor et au flux embrassé par chaque spire. Un système de tensions triphasées est alors généré aux bornes de l'induit car le bobinage du stator est un bobinage triphasé ondulé à pas diamétral.

La forte excitation magnétique du rotor combinée avec la spécificité de la géométrie implique des fuites magnétiques importantes, surtout entre griffes. Ces fuites prennent de l'importance lorsque le matériau magnétique est saturé. Pour mieux exploiter l'excitation magnétique de l'inducteur, certains alternateurs sont munis d'aimants permanents entre griffes qui permettent de polariser magnétiquement le rotor en inverse. Ainsi, la saturation magnétique est diminuée dans le rotor, ce qui permet d'obtenir plus de flux utile. Cette amélioration sera quantifiée dans la partie 3.8 du chapitre II « validation du modèle du circuit magnétique ».

Conséquence du trajet du flux sur la modélisation

Il est important de remarquer que, pour ce type de machine, le flux magnétique est plus concentré dans la base de la griffe que dans son extrémité et que l'induction dans l'entrefer varie tout le long de l'axe de rotation, ce qui n'est pas le cas dans les machines conventionnelles. De plus, les lignes de champ rotoriques ne sont pas dans les mêmes plans que les tôles statoriques.

Tout ceci implique que l'on ne peut pas restreindre l'étude de l'alternateur à griffes à une étude 2D (dans un plan perpendiculaire à l'axe de rotation) comme pour les machines classiques. Il faut donc utiliser une modélisation en trois dimensions beaucoup plus difficile à mettre en œuvre.

2.3 - Bilan énergétique de l'alternateur à griffes

L'alternateur A peut fournir une puissance électrique maximale d'environ 2 kW. Cependant, cet alternateur est très rarement utilisé à pleine charge. Il fonctionne assez souvent à demi charge et à vitesse moyenne. Il délivre alors, dans ces conditions, environ 1kW. Or, à cette vitesse et à cette charge, l'alternateur A présente un rendement de l'ordre de 60%. D'où, pour ce point de fonctionnement particulier, il absorbe une puissance mécanique d'environ 1,7 kW (soit 2,2 chevaux) qui est directement imputée au moteur thermique. La répercussion de ce prélèvement de puissance sur la consommation d'essence est alors importante. La figure ci-contre présente une cartographie de rendement d'un alternateur à griffes à rendement élevé. Il présente un rendement nettement supérieur à l'alternateur A, son rendement est proche de 70 % pour le point de fonctionnement décrit ci-dessus.

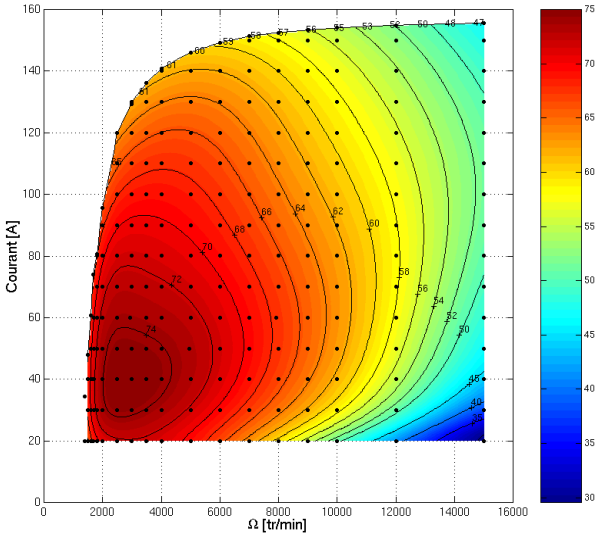


figure I-25 : Cartographie de rendement d'un alternateur à griffes à fort rendement

De manière assez qualitative il est possible d'estimer la surconsommation de carburant engendrée par l'alternateur. Sous certaines conditions de fonctionnement, une règle empirique de conception automobile indique qu'une consommation de 100 Watts électriques engendre une surconsommation de l'ordre de 0,1 litre au 100 km en parcours urbain. Ainsi, si l'alternateur fourni 1kW d'électricité, il entraîne une surconsommation de 1 litre au 100 km. Cette surconsommation est non négligeable, et une amélioration du rendement global de l'alternateur permettrait de diminuer la consommation de carburant, et donc la pollution de l'automobile.

3 - Objectif de l'étude

L'objectif de cette thèse est de modéliser l'alternateur à griffes pour déterminer son rendement en fonction de nombreux paramètres de construction. Ainsi, le couplage de la connaissance contenue dans le modèle développé avec des outils informatiques d'optimisation permettra d'extraire des directions de conception optimales.

Le travail peut alors se décomposer en deux parties.

Dans un premier temps, il faut construire un modèle adapté au dimensionnement et à l'optimisation. Pour cela, nous avons choisi d'utiliser une modélisation analytique pour deux raisons.

Tout d'abord, les modèles analytiques ont la caractéristique d'être beaucoup plus rapides à calculer que des modèles fondés sur des simulations numériques. Ostovic présente dans son article [1], un facteur d'environ 10^6 entre le temps de calcul de son modèle analytique et celui d'une simulation par éléments finis 3D. Une simulation de l'alternateur à griffes sous le logiciel d'éléments finis Flux3D nous montre que le temps de calcul dépasse le mois avec un Pentium 4 1,8 Ghz, 1 Go de RAM (avec des éléments finis d'ordre 2 et des matériaux magnétiques non linéaires). Ce temps de calcul peut être réduit à une semaine si on utilise des éléments finis d'ordre 2 et des matériaux magnétiques linéaires et à une journée avec des éléments finis d'ordre 1. Dans un processus d'optimisation, la rapidité de calcul des modèles analytiques permet d'explorer un espace des solutions beaucoup plus large. De plus, cette rapidité permet d'adapter le cahier des charges durant le processus de conception. En effet, l'élaboration d'un cahier des charges est un processus dynamique, et il ne peut pas être établi, d'une manière optimale, du premier coup.

La deuxième raison qui nous pousse à utiliser les modèles analytiques est que ceux-ci présentent la possibilité d'expliciter formellement la sensibilité des grandeurs de sortie par rapport aux paramètres d'entrée du modèle. Cette connaissance sur la sensibilité ne peut pas être obtenue, d'une manière explicite, lorsqu'on utilise des modèles fondés sur des simulations numériques. Cette sensibilité peut être obtenue par la méthode des différences finies, mais cette méthodologie est très coûteuse en temps de calcul et est parfois instable numériquement.

La deuxième partie du travail consiste à exploiter au mieux la connaissance incluse dans le modèle. Les outils d'optimisation permettent cela car ils utilisent la sensibilité des grandeurs objectives et des contraintes par rapport aux paramètres de construction pour converger vers des solutions qui sont, à priori, optimales. Dans certains cas, ces solutions, même si elles ne sont pas forcements réalisables, permettent d'éclairer le concepteur vers de nouvelles directions de conception qui sont difficiles à dénicher sans l'aide de l'outil informatique.

4 - Les modèles rencontrés dans la littérature

Dans la littérature on rencontre deux grandes familles de modèles. Les méthodes utilisant des simulations numériques fondées sur les éléments finis sont souvent utilisées car elles permettent de calculer avec une bonne précision les performances des dispositifs. De plus, l'utilisation de ces méthodes permet de s'affranchir de l'expertise et des hypothèses faites pour établir un modèle analytique souvent long et fastidieux à construire. L'autre famille rencontrée est donc l'ensemble des méthodes fondées sur les modèles analytiques. Les auteurs qui ont utilisé ces méthodes mettent surtout en avant la rapidité de calcul de leurs modèles. Cette rapidité leur permet ainsi de tester une grande variété de configurations pour trouver la meilleure solution.

Il faut remarquer qu'une méthode n'est pas meilleure que l'autre car les objectifs visés sont différents : elles sont complémentaires. Les modèles analytiques permettent de faire des études de

conception préliminaires alors que les simulations numériques offrent la possibilité de valider et de parfaire les solutions issues des méthodes analytiques.

4.1 - Les modèles utilisant la méthode des éléments finis

4.1.1 - Le modèle de Henneberger, Block et Küppers

Le but de leur modélisation [2] [3] est de calculer le débit à la sortie du pont de redressement à partir des formes d'ondes. Pour cela, le circuit magnétique est modélisé à l'aide de simulations par éléments finis 3D en magnétostatique, pour différentes positions du rotor. Ce modèle est couplé à une charge faiblement inductive par le diagramme de Blondell et une résolution alternée est effectuée jusqu'à l'équilibre électromagnétique. Cette simulation permet ainsi de déterminer les évolutions temporelles des inductances de phase. La résolution finale, avec le redresseur, est effectuée sous le logiciel PSPICE.

Leurs résultats sont très corrects sur les flux et les courants, cependant cette méthode est très longue en temps de calcul. En effet, à chaque changement de géométrie, cette approche utilise plusieurs simulations en éléments finis. Il semble alors impossible d'implémenter cette méthode dans un processus d'optimisation.

4.1.2 - Le modèle de Hecquet et Brochet

Leur modélisation [4] a pour but de calculer les efforts locaux d'origine électromagnétique afin de déterminer les bruits magnétiques générés par ceux-ci. Pour modéliser le circuit magnétique, ils établissent un réseau de perméances dépendantes de la position du rotor (figure I-26), à partir de plusieurs simulations par éléments finis 3D en magnétostatique. Par la suite, ils utilisent la modélisation Bond-Graph pour simuler l'ensemble « alternateur + redresseur » (la modélisation Bond-Graph est une approche pour modéliser des systèmes multi physiques par des transferts d'énergie). Plus récemment [5], ils ont utilisé une méthode pour établir une équation différentielle matricielle régissant l'ensemble du circuit magnétique et du circuit électrique.

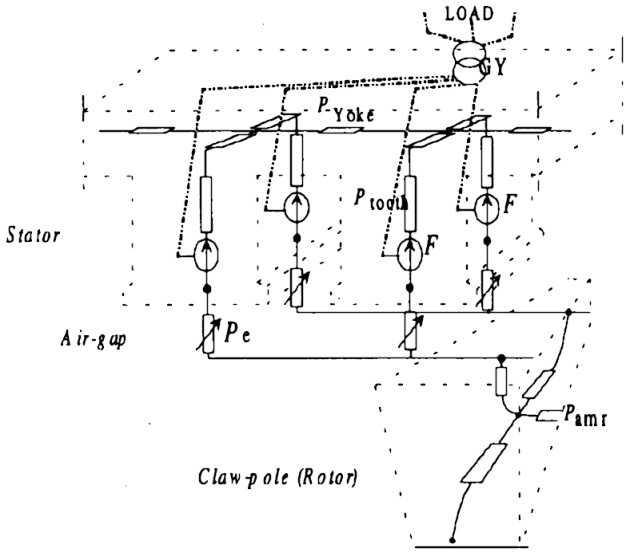


figure I-26 : Réseau de perméances de la modélisation de Hecquet et brochet

Leurs résultats sont aussi très corrects et la méthode semble être plus rapide que la précédente, mais reste assez lourde, et un calcul d'optimisation utilisant cette méthode semblerait assez gourmand en temps de calcul.

4.2 - Les modèles issus d'expressions analytiques

4.2.1 - Le modèle de Bai

Cet auteur [6] s'intéresse ici à la modélisation analytique des inductances de phase. Pour déterminer ces inductances, il décompose en série de Fourier les forces magnétomotrices de l'induit sous certaines hypothèses : la saturation magnétique est négligée et les conducteurs d'une encoche sont ramenés à un conducteur ponctuel à la surface du stator. Cette série de Fourier est ensuite modulée par deux autres séries de Fourier représentant la variation de perméance d'entrefer : une série de Fourier 2D liée à la saillance et à la géométrie des griffes et une autre série liée aux ouvertures d'encoches. Les inductances présentent alors, outre les termes constants, des harmoniques deux et quatre. Finalement, la simulation de l'alternateur avec le redresseur est réalisée avec ces inductances dans un logiciel de type PSPICE.

Cette approche semble donner de bons résultats et permet même de simuler des phénomènes transitoires. Cependant, le nombre restreint de paramètres et l'utilisation d'un logiciel de simulation numérique rend cette méthode inadaptée à l'optimisation.

4.2.2 - Le modèle d'Ostovic

Vlado Ostovic présente un modèle intéressant fondé sur les réseaux de réluctances analytiques [1]. Son approche est adaptée à la simulation. Il multiplie alors les réluctances pour obtenir une bonne précision tout en gardant un temps de calcul très court par rapport à une simulation par éléments finis. Le réseau de réluctances développé est alors assez complexe avec un nombre de réluctances élevées (supérieure à 95). La modélisation du redresseur et le couplage avec le réseau de réluctances ne sont pas détaillés.

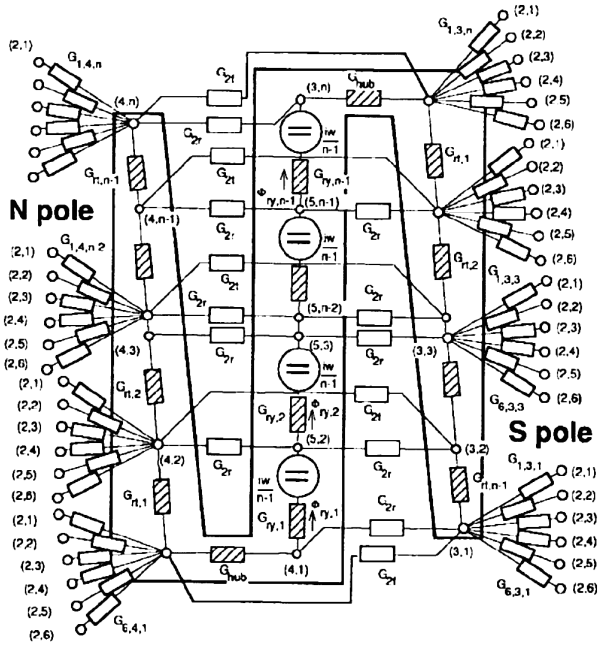


figure I-27 : Réseau de réluctances du rotor de la modélisation d'Ostovic

Cette méthode est sûrement précise, mais nous pensons qu'une telle complexité dans la modélisation du circuit magnétique n'est pas nécessaire pour réaliser des études préliminaires de dimensionnement et pour obtenir les directions optimales de conception.

4.2.3 - Le modèle de Rakotovao

Le but de sa modélisation [7] est de calculer le débit à la sortie du pont de redressement dans l'hypothèse du premier harmonique. Tout d'abord, une simulation du circuit magnétique par éléments finis en magnétostatique est réalisée pour une position du rotor donnant le flux maximal. A partir de là, un réseau de réluctances est établi (figure I-28). Ce réseau traduit un modèle comportemental du flux en fonction du courant d'excitation. Le circuit électrique est, quant à lui, modélisé par un modèle équivalent au premier harmonique. Le couplage est réalisé par le diagramme de Potier et les conditions thermiques sont prises en compte.

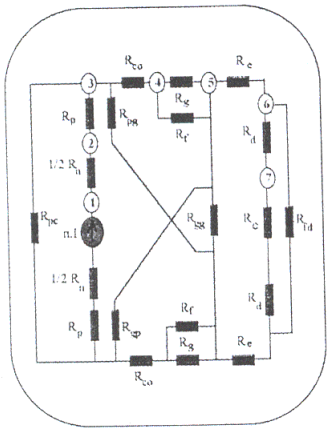


figure I-28 : Réseau de réluctances de la modélisation de Rakotovao

Les résultats sont corrects et ils sont obtenus assez rapidement, mais ils ne donnent pas les formes d'ondes et donc ne permettent pas de faire une étude harmonique. Rakotovao présente dans sa thèse [7] une estimation des temps de calcul des différents modèles. Ceux-ci sont présentés dans le tableau suivant.

Auteurs des démarches	**Henneberger, Block et Küppers**	**Hecquet et Brochet**	**Rakotovao**
Temps de calcul en simulation	180 heures par vitesse	70 heures	10 min pour la courbe de débit de 1000 t/min à 18000 t/min

tableau I-1 : Temps de calcul éstimé par Rakotovao sur les différents modèles

Il faut remarquer que l'utilisation de ces modèles sur un ordinateur actuel doit être beaucoup plus rapide car ces estimations ont été réalisées au plus tard en 1996. De plus le temps de calcul du modèle de Rakotovao, qui est résolu par le tableur Excel, peut être optimisé par l'utilisation d'un code informatique plus approprié aux calculs rapides.

Nous pensons que la démarche de Rakotovao est la plus adaptée à notre objectif. C'est pourquoi, nous avons choisi son approche comme base pour notre modélisation du circuit magnétique.

Chapitre II

Modélisation analytique de l’alternateur à griffes en vue de l’optimisation

SOMMAIRE – Chapitre II

1 - INTRODUCTION 31
2 - MODELISATION DU COUPLAGE ELECTROMAGNETIQUE 31
2.1 - Décomposition structurelle de la modélisation de l'alternateur à griffes 31
2.2 - La réaction magnétique d'induit d'un alternateur 32
2.3 - Les diagrammes vectoriels de réaction d'induit utilisés 33
2.3.1 - Le diagramme de Potier 33
2.3.2 - Le diagramme de Blondel 34
3 - MODELISATION DU CIRCUIT MAGNETIQUE 35
3.1 - Introduction 35
3.2 - Construction du réseau de réluctances 36
3.3 - Description analytique des réluctances 38
3.3.1 - Expressions des réluctances dans le fer 38
3.3.2 - Expression de la réluctance de l'entrefer 40
3.3.3 - Expressions des réluctances de fuites 41
3.4 - Prise en compte de la réaction magnétique d'induit dans le réseau de réluctances 48
3.4.1 - Expression du flux d'induit dans l'axe d en régime non saturé 48
3.4.2 - Expression du coefficient d'équivalence des ampères tours 49
3.5 - Prise en compte de l'effet de peau 49
3.6 - Modifications du modèle pour la variante à aimants 51
3.6.1 - Modélisation d'un aimant permanent 51
3.6.2 - Prise en compte des aimants permanents dans le réseau de réluctance 52
3.7 - Méthodologie de résolution du réseau de réluctances 52
3.8 - Validation du modèle du circuit magnétique 53
3.8.1 - Essai à vide : Calcul de la force électromotrice 53
3.8.2 - Essai en court-circuit : Calcul du courant de court-circuit 55
3.8.3 - Remarques sur les flux magnétiques 55
4 - MODELISATION DU CIRCUIT ELECTRIQUE 57
4.1 - Introduction du redresseur triphasée de courant 57
4.2 - Une première approche : Le modèle du premier harmonique 59
4.3 - Une méthode plus élaborée : Résolution symbolique des équations différentielles 60
4.3.1 - Présentation de la méthode 60
4.3.2 - Intégration dans le modèle global 63
4.4 - Validation du modèle du circuit électrique 64
4.4.1 - Validation du modèle du redresseur 64
4.4.2 - Cartographies des zones de conduction du redresseur 66
4.4.3 - Comparaisons sur le débit maximum de l'alternateur 67
4.4.4 - Comparaisons sur les débits à charges partielles 69
4.4.5 - Remarque sur le choix de l'inductance et validité de l'approche 70
5 - MODELISATION DES PERTES 71
5.1 - Modélisation des pertes dans le circuit électrique 71
5.1.1 - Pertes Joule au stator 71
5.1.2 - Pertes dans le redresseur 74
5.1.3 - Pertes de l'excitation 75
5.2 - Modélisation des pertes fer 75
5.2.1 - Modélisation des pertes fer au stator 75
5.2.2 - Modélisation des pertes fer au rotor 78
5.3 - Modélisation des pertes mécaniques et aérauliques 83
5.4 - Validation du modèle des pertes 84
5.4.1 - Evaluation des différentes pertes 84
5.4.2 - Evaluation et comparaison du rendement 86
6 - CONCLUSION 89

1 - Introduction

Nous allons présenter, dans ce chapitre, une modélisation analytique de l'alternateur à griffes en vue de l'optimisation. De ce fait, nous avons porté un soin particulier à la robustesse du modèle. La robustesse d'un modèle est la qualité de celui-ci à garder sa précision de calcul lors des changements des paramètres de construction. Dans une démarche d'optimisation, cette robustesse est capitale, et bien plus importante qu'une très bonne précision. Ainsi nous ne chercherons pas le pourcent de précision, mais plutôt un modèle robuste avec une précision moyenne (de l'ordre de 10%). De plus, nous introduirons des bouts de modèle qui n'apportent pas un gain significatif sur la précision de calcul de l'alternateur initial, mais qui garantissent la robustesse du modèle en cours d'optimisation.

Ce chapitre est décomposé en quatre parties. Tout d'abord, nous introduirons la modélisation du couplage électromagnétique qui permettra de faire le lien entre deux sous modèles : le modèle du circuit magnétique présenté dans la troisième partie et le modèle du circuit électrique décrit, quant à lui, dans la quatrième partie. Finalement, la dernière partie exposera la modélisation analytique de l'ensemble des pertes de l'alternateur pour pouvoir estimer le rendement global.

2 - Modélisation du couplage électromagnétique

2.1 - Décomposition structurelle de la modélisation de l'alternateur à griffes

Pour des raisons de compréhension phénoménologique et de simplicité de mise en oeuvre, nous avons choisi de décomposer la modélisation de l'alternateur à griffes en deux parties : la modélisation du circuit magnétique a donc été séparée de la modélisation du circuit électrique.

Le circuit électrique de l'alternateur à griffes peut être représenté par le schéma électrique présenté en figure II-1. La première hypothèse pour résoudre ce circuit électrique concerne les forces électromotrices délivrées par l'alternateur. Elles sont supposées sinusoïdales et calculées à partir du modèle du circuit magnétique par la loi de Lenz. Le fonctionnement du circuit magnétique est, quant à lui, résolu par le théorème d'Ampère et de ce fait, les courants, inducteur et induit, sont nécessaires à sa résolution. On peut représenter très simplement le couplage entre les deux modèles par un synoptique (figure II-2).

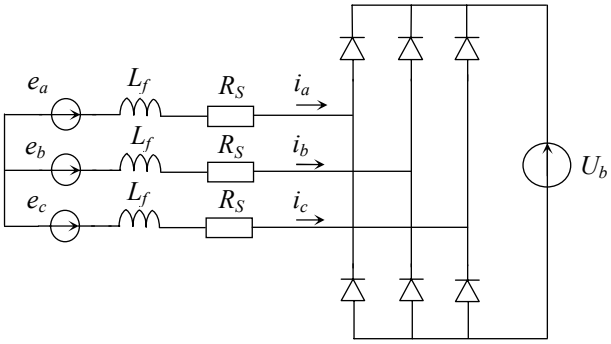


figure II-1 : Schéma électrique équivalent d'un alternateur à griffes

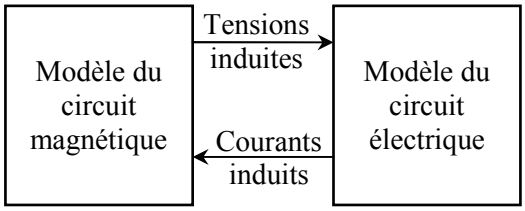


figure II-2 : Synoptique du couplage du modèle électrique et du modèle magnétique

2.2 - La réaction magnétique d'induit d'un alternateur

Une des principales difficultés dans la modélisation des alternateurs est la prise en compte du phénomène de réaction magnétique d'induit. Les courants déterminés par la charge de l'alternateur parcourent le bobinage d'induit et créent une force magnétomotrice qui influence plus ou moins l'état magnétique du système. Le flux magnétique créé par l'induit ne peut pas s'ajouter simplement au flux magnétique créé par l'inducteur à cause de la non linéarité des matériaux magnétiques. On comprend alors qu'on est en présence d'un système implicite et qu'un calcul itératif est nécessaire pour résoudre ce système.

En première approche, on peut expliciter ce système dans le cas où on fait des hypothèses fortes de linéarité. C'est le modèle de Behn-Eschenbourg. Ce modèle suppose que le flux magnétique d'induit est proportionnel au courant d'induit, donc que le matériau magnétique est linéaire. Ce coefficient de proportionnalité définit alors une inductance dite « inductance synchrone » qui s'insère dans un schéma électrique équivalent par phase de l'alternateur (figure II-3). L'hypothèse du premier harmonique sur la force électromotrice à vide, souvent justifiée, et le schéma électrique équivalent permettent de dresser un diagramme vectoriel de réaction d'induit (figure II-4). Le calcul du courant devient alors évident.

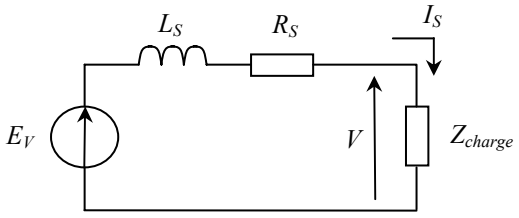


figure II-3 : Schéma équivalent par phase d'une machine synchrone, modèle de Behn-Eschenbourg

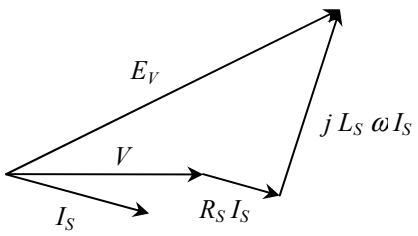


figure II-4 : Diagramme vectoriel de réaction d'induit du modèle de Behn-Eschenbourg

Dans le cas de l'alternateur à griffes, ce modèle ne peut prétendre avoir une précision satisfaisante pour deux raisons. La première raison provient du fait que dans une large plage de fonctionnement, le circuit magnétique de l'alternateur est saturé et donc l'hypothèse de linéarité du

modèle de Behn-Eschenbourg n'est plus respectée. La deuxième raison vient de la géométrie du rotor : la présence d'une saillance implique une variation de l'entrefer et donc de la réaction magnétique d'induit suivant la position angulaire. La définition d'une inductance synchrone constante devient alors impossible.

Dans ce qui suit, nous allons présenter des diagrammes vectoriels de réaction d'induit mieux adaptés à la modélisation de l'alternateur à griffes.

2.3 - Les diagrammes vectoriels de réaction d'induit utilisés

2.3.1 - Le diagramme de Potier

Le diagramme vectoriel de réaction d'induit de Potier est une amélioration du modèle de Behn-Eschenbourg. Cette méthode permet de prendre en compte la saturation du matériau magnétique. Dans cette approche, les flux de fuites de l'induit sont supposés être indépendants de la saturation magnétique. De ce fait, une inductance L_f est définie pour ces flux de fuites. Le lecteur pourra se reporter à l'annexe B pour trouver l'expression analytique de cette inductance de fuite ainsi que celle de la résistance d'une phase (R_S). Les figures II-5 et II-6 décrivent respectivement le diagramme vectoriel de Potier et le schéma électrique équivalent par phase qui lui est associé.

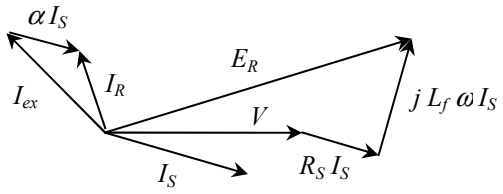


figure II-5 : Diagramme vectoriel de réaction d'induit du modèle de Potier

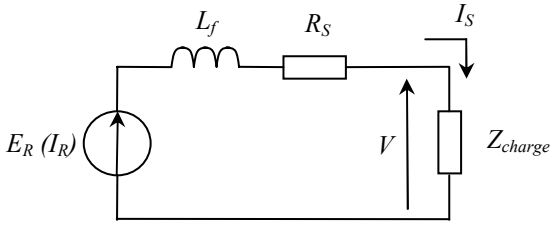


figure II-6 : Schéma équivalent par phase d'une machine synchrone, modèle de Potier

La saturation magnétique rend la relation entre B et H non linéaire, il devient alors impossible de superposer le flux créé par l'excitation et le flux de réaction d'induit. Dans la méthode du diagramme de Potier, on combine les forces magnétomotrices (ou les courants) plutôt que les flux (ou les tensions). La force électromotrice utilisée dans le diagramme de Potier est une « force électromotrice en charge », intégrant la réaction d'induit. Elle est calculée à partir d'un « courant d'excitation résultant », en utilisant la même relation qui relie la force électromotrice à vide au courant d'excitation. Ce courant d'excitation résultant est calculé par une combinaison vectorielle du courant d'excitation et du courant induit pondéré par le coefficient de Potier (α). Ce coefficient, qui est en fait un coefficient d'équivalence des forces magnétomotrices, permet de « ramener » la force magnétomotrice d'induit à une force magnétomotrice équivalente au rotor.

Cette combinaison linéaire implique une hypothèse forte : le phénomène de réaction d'induit ne doit pas être influencé par la position dans l'entrefer. Autrement dit, ce modèle est surtout valable pour des machines synchrones à entrefer lisse. Dans notre cas, cette approche donne des résultats avec une précision variable. Nous avons préféré par la suite utiliser le modèle de Blondel car il tient compte de

la saillance du rotor. En effet, comme notre objectif est d'obtenir un modèle robuste en optimisation, il nous est impératif d'avoir un modèle sensible à la saillance du rotor.

2.3.2 - Le diagramme de Blondel

Dans les alternateurs synchrones à pôles saillants, le phénomène de réaction magnétique d'induit n'est pas uniforme en tout point de l'entrefer. En effet l'épaisseur de l'entrefer varie suivant la position angulaire. Dans le cas classique, l'entrefer est beaucoup plus grand sur l'axe inter polaire que sous un pôle. En conséquence, dans ce type de machine, l'induction magnétique dans l'entrefer engendrée par les courants d'induits est déformée par rapport à une machine à entrefer lisse. Une manière de prendre en compte ce phénomène est de décomposer la réaction d'induit dans un repère tournant synchrone avec le rotor (repère de Park). L'axe d (direct) est aligné avec l'axe polaire, alors que l'axe q (quadrature) est décalé de $\pi/2$ électrique, donc confondu avec l'axe inter polaire. Le diagramme de Blondel repose sur deux hypothèses. La première est la même que celle du diagramme de Potier, c'est-à-dire que les fuites magnétiques d'induit sont indépendantes de la saturation. Pour simplifier les calculs, une seconde hypothèse est faite : on suppose que le flux magnétique d'induit dans l'axe q est proportionnel au courant d'induit dans l'axe q, d'où la définition d'une inductance L_q. Cette hypothèse se justifie car le circuit magnétique présente une réluctance élevée au passage du flux dans l'axe q. Les figures II-7 et II-8 décrivent respectivement le diagramme vectoriel de Blondel et le schéma électrique équivalent par phase associé.

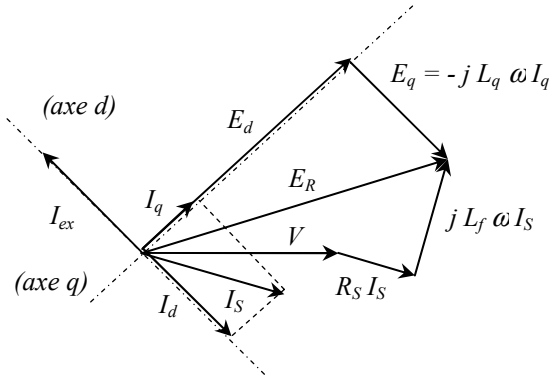


figure II-7 : Diagramme vectoriel de réaction d'induit du modèle de Blondel

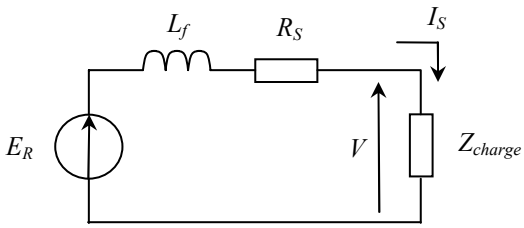


figure II-8 : Schéma équivalent par phase d'une machine synchrone, modèle de Blondel

Le but du diagramme est de calculer la force magnétomotrice résultante E_R à partir du courant d'excitation et du courant d'induit. Il suffit, pour la déterminer, de calculer ses deux composantes (E_d et E_q) dans le référentiel de Park. La composante en quadrature (E_q) est très facile à calculer car, d'après les hypothèses, une inductance L_q a été définie. La f.e.m. d'axe q a donc pour expression : $E_q = L_q\,\omega\,I_q$. Le calcul analytique de l'inductance transversale (L_q) utilisée dans notre modèle est détaillé dans l'annexe B. Pour le calcul de la composante d'axe d, c'est plus délicat. En effet, la forte saturation du circuit magnétique dans cet axe ne permet pas de faire d'hypothèse de linéarité. Nous allons donc utiliser un modèle de circuit magnétique dans l'axe d pour obtenir les flux magnétiques résultants.

En première approche, nous avons utilisé une méthode similaire au modèle de Potier. A l'aide du coefficient de Potier α, un « courant d'excitation résultant » peut être calculé :

$I_r = I_{ex} - \alpha I_d$, avec I_{ex} le courant d'excitation et I_d le courant d'induit d'axe d.

Ce « courant d'excitation résultant » est ensuite utilisé à la place du courant d'excitation dans le modèle donnant la f.e.m. à vide pour déterminer la composante E_d. Cette méthode est intéressante en première approche, mais elle ne prend pas en compte la majoration des flux de fuites créée par une réaction d'induit démagnétisante. Nous ne présenterons pas, dans ce mémoire, de résultats issus de cette approche.

Pour calculer la composante E_d, nous avons décidé, au final, d'élaborer un modèle du circuit magnétique prenant en compte séparément le courant d'excitation et le courant d'induit d'axe d. Ce modèle est l'objet de la partie suivante.

3 - Modélisation du circuit magnétique

3.1 - Introduction

Comme il a été décrit au chapitre I, il existe plusieurs méthodes pour modéliser le circuit magnétique de l'alternateur à griffes. Compte tenu de notre objectif qui est l'optimisation et le dimensionnement, nous pensons que la modélisation à base de réseaux de réluctances est la mieux adaptée pour modéliser l'alternateur à griffes. En effet, cette méthode permet d'obtenir une bonne précision de calcul à condition de bien construire la topologie du réseau et de bien estimer les réluctances. Par ailleurs, cette méthode présente l'avantage d'être beaucoup plus rapide à calculer qu'une méthode par éléments finis. Enfin, cette méthode apporte un plus en ce qui concerne la sensibilité du modèle à la géométrie. Cette sensibilité est due aux calculs analytiques des réluctances et permet de relier explicitement les paramètres géométriques de construction aux flux magnétiques et donc aux performances de l'alternateur.

La théorie des réseaux de réluctances permet de modéliser des circuits magnétiques par des circuits électriques équivalents. Elle provient d'une équivalence entre des grandeurs magnétiques et des grandeurs électriques. Les flux magnétiques sont ainsi équivalents aux courants électriques, les réluctances aux résistances et les forces magnétomotrices aux tensions. Chaque maille du réseau de réluctances correspond, en fait, à l'application du théorème d'Ampère sur le contour décrit par la maille. La principale hypothèse des modèles utilisant les réseaux de réluctances est la discrétisation spatiale des lignes de flux en tubes de flux. En effet, pour définir une réluctance, on est obligé de lui associer un tube de flux, défini par : « un tube de flux est constitué par un ensemble de ligne de flux s'appuyant sur un contour fermé » (figure II-9).

La figure II-9 présente un tube de flux délimité par deux surfaces équipotentielles (S_1) et (S_2) qui sont respectivement aux potentiels magnétiques V_1 et V_2. La réluctance associée à ce tube de flux est alors définie par :

$$\Re = \frac{V_2 - V_1}{\phi}$$

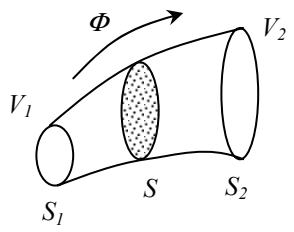


figure II-9 : un tube de flux

Dans l'optique d'utiliser le diagramme de réaction d'induit de Blondel, nous devons donc construire un modèle du circuit magnétique dans l'axe d équivalent au sens du premier harmonique. Nous modéliserons donc le circuit magnétique dans la position pour laquelle le flux magnétique embrassé par les bobines du stator est maximal.

3.2 - Construction du réseau de réluctances

La construction d'un réseau de réluctances pour modéliser un circuit magnétique présente deux difficultés majeures : la topologie du réseau et l'estimation des réluctances.

Il faut dans un premier temps définir une topologie du réseau. Le nombre de réluctances du réseau doit être fonction de la précision souhaitée. On peut par exemple affiner un réseau en ajoutant des réluctances pour gagner en précision. Il faut quand même faire attention à ne pas trop affiner le réseau car au delà d'une certaine limite, la précision stagne alors que le temps de calcul augmente. La deuxième contrainte dans la construction de la topologie du réseau est plus délicate et demande un minimum d'expertise en électromagnétisme. En effet, Il faut faire des hypothèses sur les trajets des flux de fuites. Lorsque le matériau magnétique est peu saturé, le flux magnétique est très bien canalisé par le fer et donc le réseau de réluctances devient facile à construire car les tubes de flux suivent le circuit magnétique. Cependant, une saturation importante du circuit magnétique implique une augmentation très importante des flux de fuites. Or, ceux-ci ont une dispersion importante et changent même de direction en fonction de la saturation ; on comprend alors aisément la difficulté de construire un réseau de réluctances à topologie constante.

Une fois la topologie du réseau établie, l'estimation des réluctances est tout aussi cruciale dans la précision du modèle. On peut séparer le calcul des réluctances en deux groupes : les réluctances qui modélisent les tubes de flux dans le fer et celles qui modélisent les tubes de flux dans l'air.

Tout d'abord, avant de commencer à construire le réseau de réluctances appliqué à notre alternateur, il faut réduire le domaine d'étude. Dans notre cas, les symétries du problème permettent de ramener l'étude du circuit magnétique de l'alternateur à une seule paire de pôles.

Ensuite, il faut établir la maille principale correspondante au trajet du flux magnétique principal. Ce trajet a été décrit dans la partie « principe de fonctionnement » du chapitre I. La figure II-10 rappelle la figure I-22 du chapitre I. Nous nous sommes inspirés, pour construire le réseau de réluctances, de simulations par éléments finis en 3D ainsi que des travaux de Rakotovao [7]. La figure II-11 présente la maille principale du réseau de réluctances.

Le circuit magnétique de l'alternateur est découpé en six zones distinctes : le noyau, les plateaux, les coudes, les griffes, les dents et la culasse. Chacune des zones est modélisée par une réluctance. Le flux d'excitation traverse deux fois l'entrefer, il y a donc une réluctance qui modélise ce passage dans l'entrefer. Les expressions analytiques de ces réluctances seront présentées dans la partie suivante. La source d'ampères tours du rotor ($N_{ex}\, I_{ex}$) représente les ampères tours de la bobine d'excitation (N_{ex} spires parcourues par un courant continu I_{ex}). La réaction magnétique d'induit d'axe d est modélisée par deux sources d'ampères tours ($K_{ri}\, N_c\, I_d$), qui seront présentées plus en détail dans la partie 3.4 : « Prise en compte de la réaction magnétique d'induit dans le réseau de réluctances ».

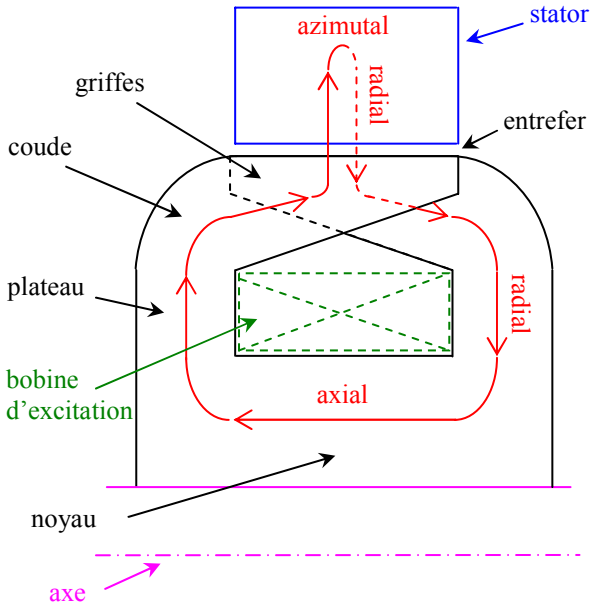


figure II-10 : Ligne moyenne du flux inducteur sur un pas polaire

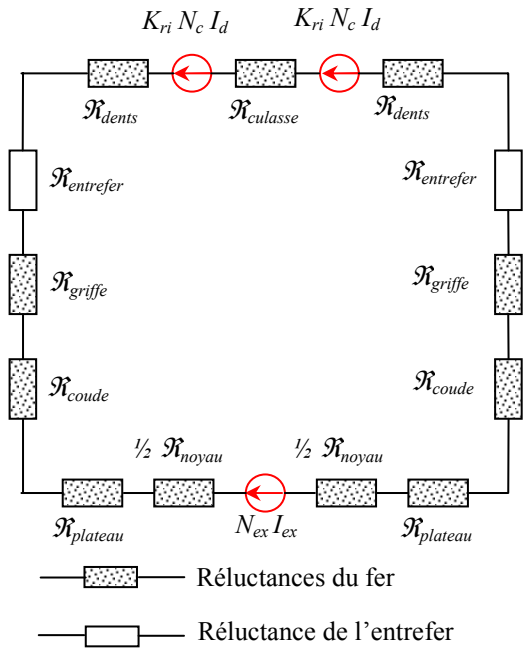


figure II-11 : Maille principale correspondante à la ligne moyenne du flux principal

La forte excitation magnétique (plus de 1000 ampères tours pour un courant d'excitation de 3A) combinée avec la structure particulière du rotor de l'alternateur à griffes engendre des flux de fuites importants. Il faut donc, pour être précis en régime saturé, prendre en compte ces flux de fuites par des ajouts de réluctances sur la maille principale. Après avoir ajouté ces réluctances, nous obtenons le réseau de réluctances présenté sur la figure II-12.

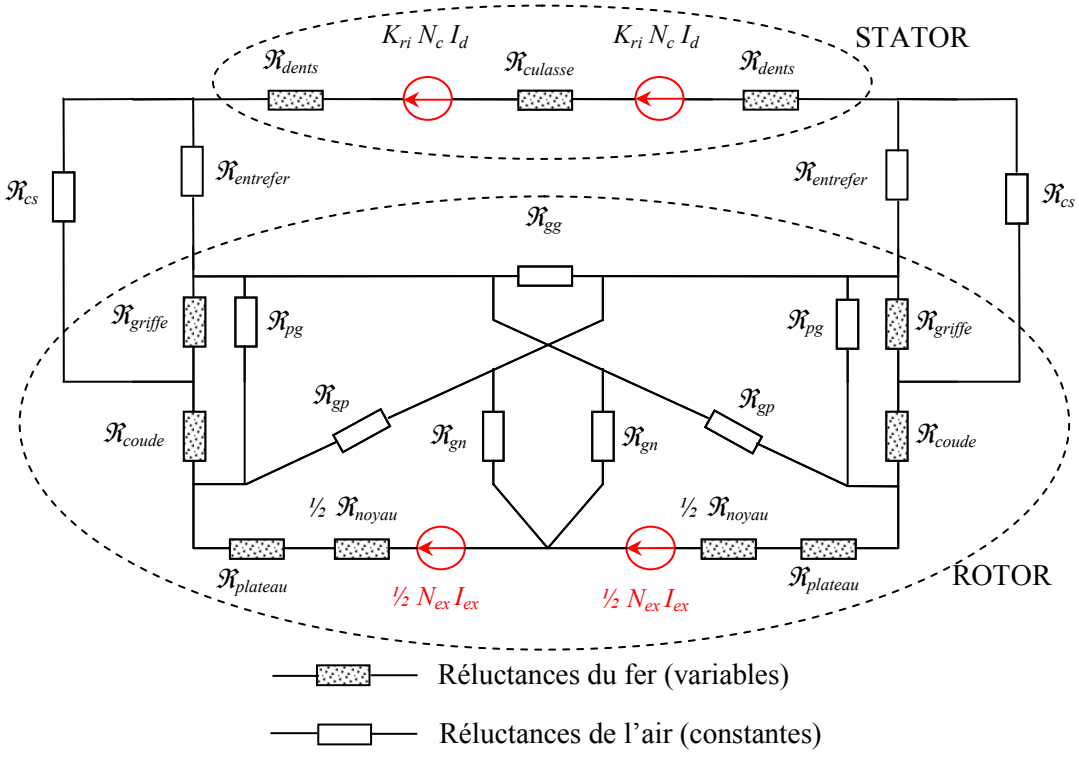


figure II-12 : le réseau de réluctances dans l'axe d de l'alternateur à griffes

Les principales fuites de l'alternateur à griffes sont les fuites entre griffes. Elles sont modélisées par la réluctance $\mathfrak{R}_{gg}$, et seront détaillées dans la partie suivante. Les autres flux de fuites pris en compte sont au nombre de quatre. Ainsi, quatre réluctances sont définies pour modéliser les flux de fuites entre un plateau et la griffe adjacente ($\mathfrak{R}_{pg}$), entre une griffe et le plateau opposé ($\mathfrak{R}_{gp}$), entre une griffe et le noyau ($\mathfrak{R}_{gn}$) et enfin, entre un coude et le coté du stator ($\mathfrak{R}_{cs}$). Les expressions analytiques de ces quatre réluctances sont détaillées dans l'annexe B.

Nous avons choisi de ne pas intégrer les flux de fuites d'encoches dans le réseau de réluctances. Les flux de fuites de l'induit, qui correspondent aux flux de fuites d'encoches, zigzag et des têtes de bobines, sont alors modélisés par une inductance déterminée analytiquement dont l'expression est présentée dans l'annexe B.

3.3 - Description analytique des réluctances

3.3.1 - Expressions des réluctances dans le fer

Les réluctances des zones ferromagnétiques prennent de l'importance avec la saturation. En effet, la valeur de la réluctance augmente avec la saturation parce que la perméabilité relative diminue. De ce fait, elles ne sont plus négligeables devant la réluctance d'entrefer qui est la réluctance déterminante lors des calculs en régime non saturée. Plus la saturation est importante, plus les réluctances des zones ferromagnétiques sont difficiles à déterminer, surtout si le trajet du flux n'est pas rectiligne. La perméabilité relative devient alors non uniforme et il est difficile d'évaluer la forme des tubes de flux ainsi que leurs réluctances associées. Par souci de simplicité du modèle, nous avons choisi de définir des réluctances approchées en définissant pour chaque zone ferromagnétique une longueur et une surface équivalentes du tube de flux associé. Les expressions des réluctances dérivent donc de la loi d'Hopkinson :

$$R(\Phi)\,\Phi = H(B)\,L \quad \Rightarrow \quad R(\Phi) = \frac{L}{\Phi} H\left(\frac{\Phi}{S}\right)$$

Dans cette approche, une réluctance d'une zone ferromagnétique est donc définie par les paramètres L et S qui sont respectivement la longueur et la surface équivalente du tube de flux associé. Elle est aussi fonction du flux magnétique associé ainsi que de la loi du matériau magnétique $H(B)$ (loi donnant le champ magnétique en fonction de l'induction magnétique).

Exemple de calcul pour la zone ferromagnétique correspondant au noyau :

La réluctance correspondant au noyau est définie par :

$$R_{noyau}(\Phi_{noyau}) = \frac{L_{noyau}}{\Phi_{noyau}} H_R\left(\frac{\Phi_{noyau}}{S_{noyau}}\right)$$

L_{noyau} et S_{noyau} correspondent respectivement à la longueur et la surface du tube de flux associé au noyau. On peut les expliciter simplement à partir de la géométrie :

$$L_{noyau} = l_n + e_p \qquad S_{noyau} = \frac{\pi\left(R_n{}^2 - R_a{}^2\right)}{p}$$

Avec : l_n : longueur du noyau.
e_p : épaisseur du plateau.
R_n : rayon extérieur du noyau.
R_a : rayon de l'axe.
p : Nombre de paires de pôles.

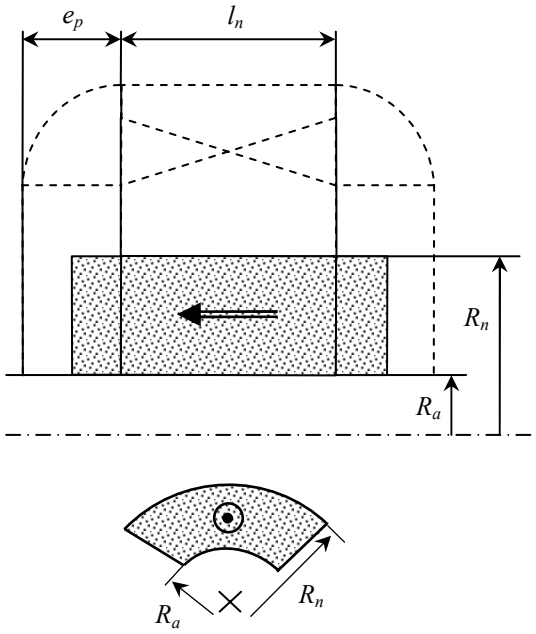


figure II-13 : Tube de flux correspondant au noyau. (coupe axiale du rotor en haut et section du tube en bas)

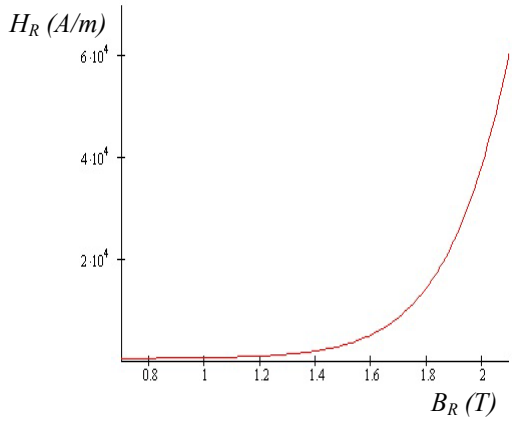


figure II-14 : Caractéristique magnétique du rotor (acier extra doux)

$H_R(B)$ correspond à la loi donnant le champ en fonction de l'induction pour toutes les zones ferromagnétiques du rotor. Après identification par une méthode des moindres carrés des mesures expérimentales, on utilise la formulation suivante [8] :

$$H_R(B) = 556\ B^{0.58} + \frac{\left(\exp(B-2.37)\right)^{2.95}}{1+\left(\exp(B-2.37)\right)^{2.95}}\ 4105\ B^{5.2}$$

La loi utilisée pour le stator est différente car elle prend en compte le phénomène d'effet de peau. Elle est détaillé dans la partie 3.5 « prise en compte de l'effet de peau ».

Le lecteur pourra se reporter à l'annexe B pour trouver les expressions des autres réluctances correspondantes aux plateaux, aux coudes, aux griffes, aux dents et à la culasse.

3.3.2 - Expression de la réluctance de l'entrefer

En régime non saturé, la réluctance d'entrefer présente une valeur largement supérieure aux autres réluctances de la maille principale qui sont définies sur des zones ferromagnétiques (figure II-11). C'est donc elle qui fixera la valeur du flux inducteur en régime non saturé, d'où son calcul influera sur la précision du modèle.

Nous utilisons le coefficient de Carter pour prendre en compte la variation de perméance d'entrefer qu'il y a entre les dents et les encoches du stator. On suppose alors qu'on a un stator « lisse » avec une valeur de l'entrefer corrigée. La correction de cette valeur est fournie par la relation : $e_c = K_c\, e$, avec e la valeur réelle et e_c la valeur corrigée. On peut trouver dans la littérature différentes formulations du coefficient de Carter (K_c) [9].

On choisit par exemple la formulation suivante : $$K_c = \frac{t_d}{t_d - \frac{t_e^{\,2}}{t_e + 5\,e}}$$

Avec t_d le pas dentaire, t_e l'ouverture d'encoche et e l'épaisseur de l'entrefer

Grâce à cette valeur corrigée de l'entrefer, on peut définir une expression simplifiée de la réluctance d'entrefer :

$$R_{entrefer} = \frac{e_c}{\mu_0\, S_{entrefer}}$$

La surface d'échange du flux au niveau de l'entrefer peut se calculer facilement en supposant la surface d'une griffe trapézoïdale (figure II-15) :

$$S_{entrefer} = l_n \left(\frac{l_{base\ griffe} + l_{bout\ griffe}}{2} \right)$$

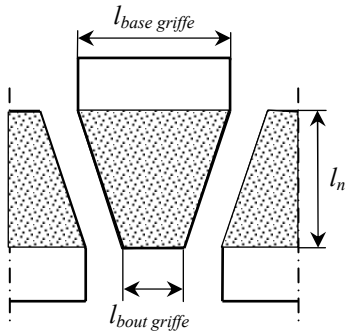


figure II-15 : Surface d'échange du flux au niveau de l'entrefer

Il faut remarquer que la plupart des alternateurs à griffes ont des bords de griffes chanfreinés. De ce fait, l'épaisseur de l'entrefer augmente sur les bords des griffes et donc la réluctance d'entrefer doit être légèrement majorée. Nous présentons dans ce qui suit une méthode pour évaluer cette majoration. En fait, nous allons remplacer la valeur de l'entrefer par une valeur moyenne. Ensuite, cette valeur moyenne sera corrigée par le coefficient de Carter et introduite dans l'expression de la réluctance d'entrefer ci-dessus. Le chanfrein est paramétré suivant la figure II-16.

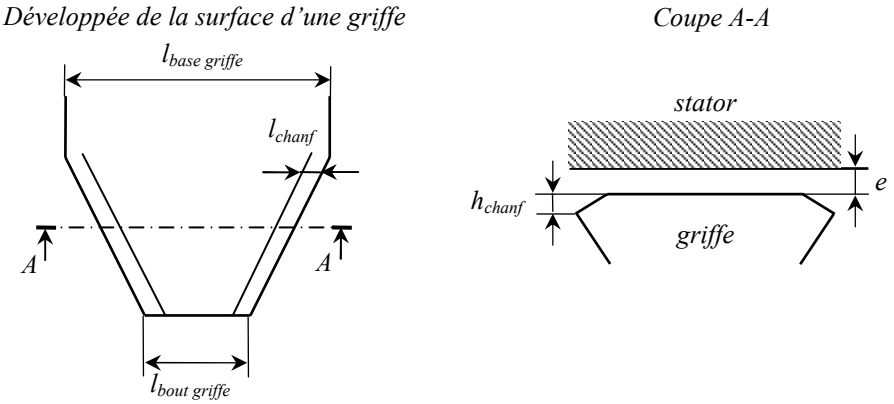


figure II-16 : Paramétrage du chanfrein

La valeur moyenne de l'entrefer se calcule alors facilement à partir des surfaces :

$$\langle entrefer \rangle = \frac{1}{Surface_{totale}} \left(Surface_{sans\ \ chanfrein} \times e + Surface_{chanfrein} \times \left(e + \frac{h_{chanf}}{2} \right) \right)$$

Ce qui donne :

$$\langle entrefer \rangle = \frac{2}{l_{base_griffe} + l_{bout_griffe}} \left(\left(\frac{l_{base_griffe} + l_{bout_griffe}}{2} - 2\,l_{chanf} \right) e + 2\,l_{chanf} \times \left(e + \frac{h_{chanf}}{2} \right) \right)$$

3.3.3 - Expressions des réluctances de fuites

Le calcul des réluctances de fuites ne doit pas être négligé, essentiellement pour garder de la précision en régime saturé. De plus, l'introduction des réluctances de fuites permet de garantir la robustesse du modèle. En effet, certaines réluctances de fuites peuvent étendre le domaine de validité du modèle et ainsi influer sur le processus de dimensionnement. Les trois paragraphes suivant traiteront de la réluctance de fuites la plus importante : la réluctance de fuites entre griffes. Le lecteur pourra se reporter à l'annexe B pour trouver les expressions des autres réluctances de fuites.

3.3.3.1 - Expression de la réluctance principale de fuites entre griffes

Nous avons décidé de décomposer ces flux de fuites entre griffes en trois tubes de flux distincts. La réluctance utilisée dans le réseau de réluctances sera alors une mise en parallèle de trois réluctances correspondantes aux trois tubes de flux. Dans ce paragraphe, nous allons détailler la réluctance principale de fuites entre griffes ($R_{gg\ p}$). Les deux paragraphes suivant traiteront des fuites intérieures entre griffes ($R_{gg\ int}$) et des fuites entre griffes par le stator ($R_{gg\ stator}$).

Avant de détailler le calcul, nous présentons sur les figures II-17, II-18 et II-19 le tube de flux et le paramétrage de la géométrie :

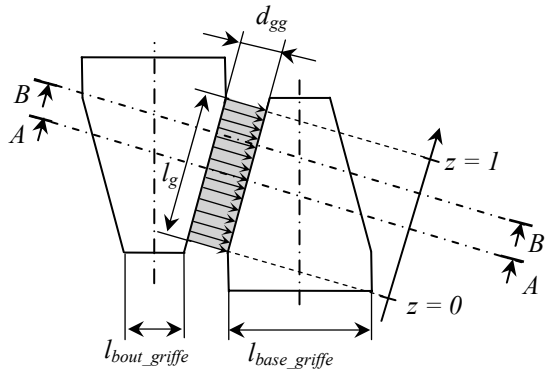


figure II-17 : Développé de la surface du rotor pour deux griffes

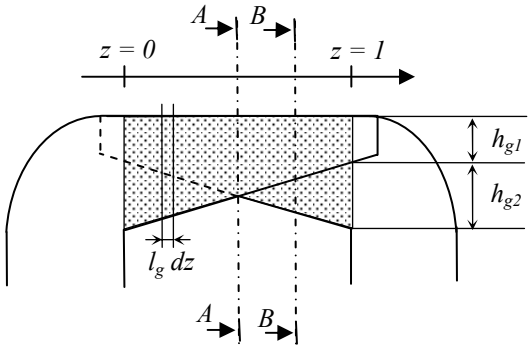


figure II-18 : Projection des 2 griffes sur le plan transversal au trajet du flux

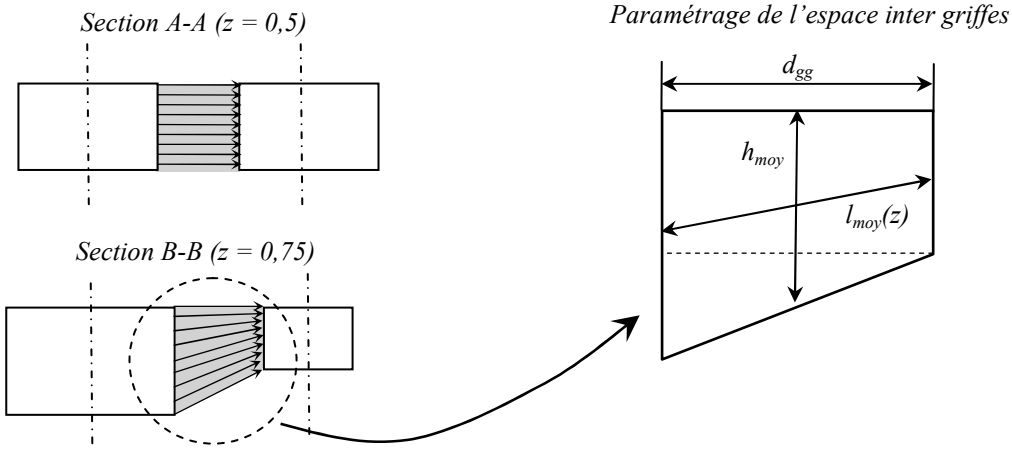


figure II-19 : Sections de deux griffes et paramétrage de la réluctance

Pour calculer cette réluctance, nous utilisons la perméance qui est plus facile à intégrer.

Avec le paramétrage de la géométrie décrit sur les figures ci-dessus, on peut exprimer aisément une perméance élémentaire de fuites entre griffes de largeur $l_g\ dz$:

$$dP_{gg\,p}(z) = \mu_0 \frac{h_{moy}\, l_g\, dz}{l_{moy}(z)}$$

$$\text{avec}: \quad l_{moy}(z) = \sqrt{\left(\frac{h_{g2}(1-2z)}{2}\right)^2 + {d_{gg}}^2} \quad \text{et} \quad h_{moy} = h_{g1} + \frac{h_{g2}}{2} \quad \text{pour} \quad 0 \le z \le \frac{1}{2}$$

Comme les perméances élémentaires sont placées en parallèles, la perméance principale de fuites entre griffes se déduit alors par :

$$P_{gg\,p} = 2 \cdot 2 \int_0^{\frac{1}{2}} dP_{gg\,p}(z)$$

Le premier facteur deux provient de la mise en parallèle de la perméance correspondante à l'intégration de zéro à un demi avec celle correspondante à l'intégration entre un demi et un. Le

deuxième facteur deux provient du fait que ce flux de fuite se partage en deux vers les deux griffes adjacentes.

Tous calculs faits, on trouve l'expression analytique suivante pour la réluctance principale de fuites entre griffes :

$$R_{gg\,p} = \frac{1}{P_{gg\,p}} \quad \text{avec:} \quad P_{gg\,p} = \frac{4\mu_0 l_g \left(h_{g1} + \frac{h_{g2}}{2} \right)}{h_{g2}} \ln \left(\frac{d_{gg}}{\sqrt{{d_{gg}}^2 + \frac{{h_{g2}}^2}{2}} - \frac{h_{g2}}{2}} \right)$$

3.3.3.2 - Expression de la réluctance de fuites intérieures entre griffes

Pour calculer la réluctance de flux de fuites intérieures entre griffes, nous devons, comme précédemment, définir un tube de flux correspondant. La figure II-20 détaille la géométrie utilisée pour le calcul. Elle repose sur le même paramétrage que les figures II-17, II-18 et II-19 précédentes.

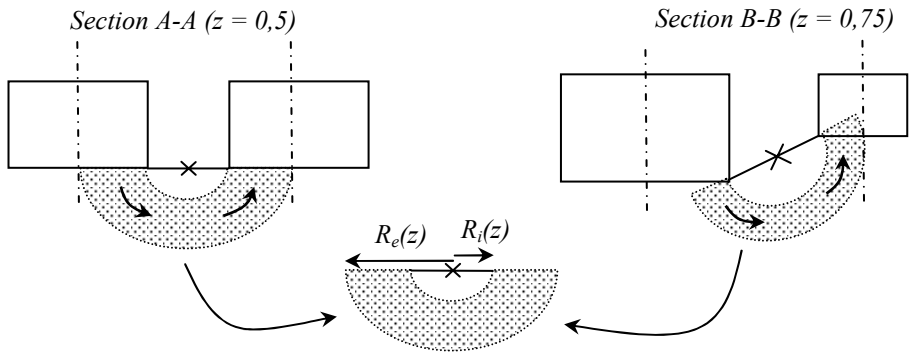


figure II-20 : Tube de flux des fuites intérieures entre griffes

Pour calculer ces fuites, on suppose que le noyau est suffisamment éloigné des griffes, car sinon une partie de ces fuites devrait être intégrées dans la réluctance de fuites entre une griffe et le noyau ($\mathcal{R}_{gn}$).

Le tube de flux présenté sur la figure II-20 est un tube de flux classique. Sa réluctance associée a déjà été calculée par Roters [10]. On définit alors une perméance élémentaire de largeur $l_g\,dz$:

$$dP_{gg\,\mathrm{int}} = \frac{\mu_0 l_g\, dz}{\pi} \ln \left(\frac{R_e(z)}{R_i(z)} \right) \quad \text{Avec pour } 0 \le z \le \frac{1}{2}:$$

$$R_i(z) = \frac{1}{2} \sqrt{\left(h_{g2}\,(1-2z) \right)^2 + {d_{gg}}^2} \quad \text{et} \quad R_e(z) = R_i(z) + \frac{1}{2} \left(z\, l_{base_griffe} + (1-z)\, l_{bout_griffe} \right)$$

Par intégration, on peut comme précédemment, calculer la perméance de fuites intérieures entre griffes :

$$P_{gg\,\mathrm{int}} = 4 \int_0^{\frac{1}{2}} dP_{gg\,\mathrm{int}}(z)$$

Nous n'avons pas réussi à résoudre formellement cette intégrale. On a donc choisi de simplifier le calcul par linéarisation de la perméance élémentaire. On fait l'hypothèse que la perméance élémentaire ($dP_{gg\ int}$) évolue linéairement entre $z = 0$ et $z = 0,5$. On calcule alors l'expression linéarisée grâce à deux points particuliers qui correspondent à l'évaluation de $dP_{gg\ int}$ en $z = 0$ et en $z = 0,5$.

A partir de cette hypothèse, on peut alors calculer formellement l'intégrale et on trouve pour expression :

$$R_{gg\,\mathrm{int}} = \frac{1}{P_{gg\,\mathrm{int}}} \quad \text{avec :} \quad P_{gg\,\mathrm{int}} = \frac{\mu_0\, l_g}{\pi} \ln\left(\frac{d_{gg} + \dfrac{l_{bout_griffe} + l_{base_griffe}}{2}}{d_{gg}} \frac{\sqrt{{h_{g2}}^2 + {d_{gg}}^2} + l_{bout_griffe}}{\sqrt{{h_{g2}}^2 + {d_{gg}}^2}} \right)$$

Grâce à un logiciel de calcul, on peut estimer l'erreur due à la linéarisation. Avec les données d'un alternateur existant, l'erreur ne dépasse pas 4 % entre l'expression linéarisée et le calcul de l'intégrale par une méthode numérique. Cette erreur est tout à fait acceptable car le choix de ce type de tube de flux pour ces fuites induit déjà une incertitude importante.

3.3.3.3 - Expression de la réluctance de fuites entre griffes par le stator

Nous avons décidé de compléter les deux réluctances précédentes par une troisième qui modélise un flux de fuites entre griffes qui passe par les dents du stator. Ce flux est classé dans les flux de fuites car il ne participe pas au flux utile pour la création de la force électromotrice. Ce flux est supposé traverser l'entrefer et les dents du stator transversalement. Le tube de flux choisi est décrit sur les figures II-21 et II-22. Le calcul de cette réluctance revient donc à calculer trois réluctances en série. Deux réluctances pour modéliser le passage du flux dans l'entrefer ($R_{S1}(\theta)$ *et* $R_{S2}(\theta)$) et une réluctance représentant le passage du flux dans une dent du stator ($R_{dent\ transversale}$).

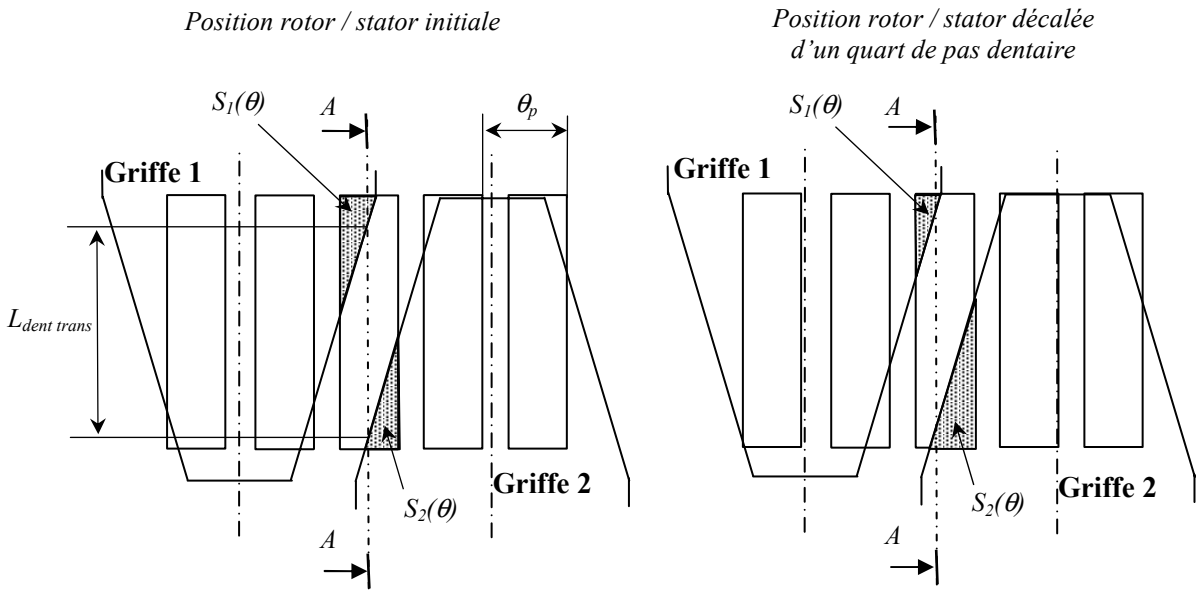


figure II-21 : Surface d'échange du flux de fuites au niveau de l'entrefer

La surface d'échange du flux au niveau de l'entrefer varie en fonction de la position relative du stator par rapport au rotor (figure II-21). Nous avons alors décidé de moyenner la réluctance sur un pas dentaire (θ_p). Pour calculer cette moyenne, nous utilisons les perméances qui permettent d'éviter les calculs avec des termes infinis. En effet, lorsque une dent n'est plus en regard avec une griffe, la surface d'échange est nulle et la réluctance devient infinie alors que la perméance s'annule.

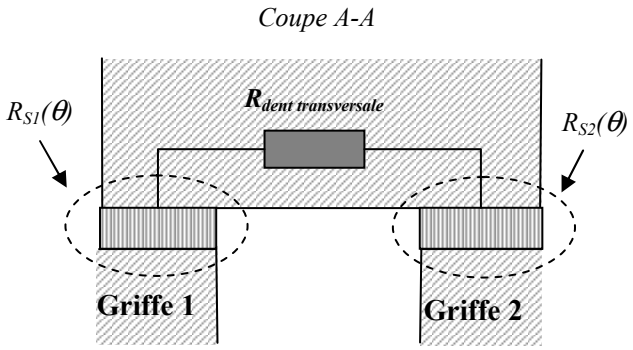


figure II-22 : Décomposition du flux de fuites en trois réluctances

Pour simplifier les calculs, on peut supposer que les lignes de flux sont perpendiculaires à la surface du rotor, et donc qu'il n'y a pas d'épanouissement du flux sur les bords des griffes. Ces perméances d'entrefer ($P_{S1}(\theta)$ *et* $P_{S2}(\theta)$) sont proportionnelles aux surfaces d'échanges du flux ($S_1(\theta)$ *et* $S_2(\theta)$). Leurs évolutions en fonction de la position angulaire sont montrées sur la figure II-23. Ces perméances font intervenir les paramètres suivants : $P_{S\,MAX}$, qui est la perméance maximale (lorsqu'une dent est totalement couverte par une griffe) et α et β qui sont deux positions angulaires particulières dépendant de la géométrie.

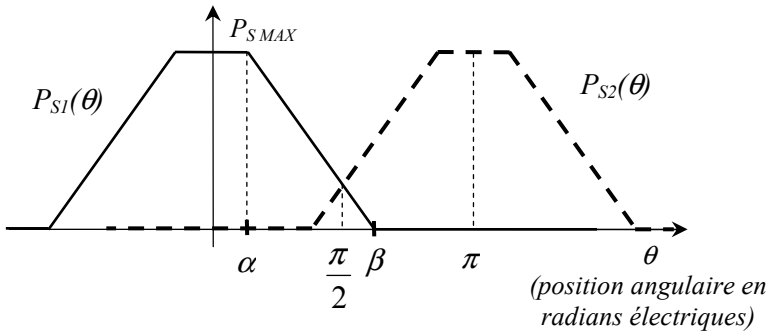


figure II-23 : Evolution des perméances d'entrefer en fonction de la position angulaire

$$P_{S\,MAX} = \frac{\mu_0 S_{dent}}{e}$$

S_{dent} est la surface d'une dent et e l'épaisseur de l'entrefer.

Pour calculer la valeur moyenne sur un pas dentaire (θ_p) de la perméance correspondant au passage du flux dans l'entrefer on intègre autour de la position initiale décrite sur la figure II-21 qui correspond à un angle électrique de $\pi/2$. En remarquant que les perméances $P_{S1}(\theta)$ *et* $P_{S2}(\theta)$ sont placées en série on obtient :

$$\langle P_S \rangle = \frac{1}{\theta_p} \int_{\frac{\pi}{2}-\frac{\theta_p}{2}}^{\frac{\pi}{2}+\frac{\theta_p}{2}} \frac{P_{S1}(\theta) P_{S2}(\theta)}{P_{S1}(\theta) + P_{S2}(\theta)} d\theta$$

Tous calculs faits, on trouve l'expression analytique suivante :

$$\langle P_S \rangle = \frac{\mu_0 S_{dent}}{e} \frac{2\left(\beta^2 - \frac{\pi}{p}\beta + \frac{1}{4}\left(\frac{\pi}{p}\right)^2\right)}{3\,\theta_p\,(\beta - \alpha)}$$

Pour finir le calcul de cette réluctance de fuite, il nous reste à calculer la réluctance correspondant au trajet du flux dans la dent.

Sans prendre en compte le phénomène d'effet de peau, on peut facilement approcher cette réluctance avec une perméabilité relative de 20. Cette perméabilité correspond à une épaisseur d'isolant de l'ordre du vingtième de l'épaisseur de la tôle. L'expression de cette réluctance choisie est donc de la forme :

$$R_{dent\,transversale} = \frac{L_{dent\,trans}}{20\,\mu_0\,S_{dent\,trans}}$$

Dans cette expression, $L_{dent\,trans}$ est la longueur supposée du tube de flux (figure II-21) et $S_{dent\,trans}$, la section transversale d'une dent.

Ce flux de fuite traverse les tôles en travers à une fréquence élevée qui est identique à la fréquence du fondamental du flux utile. Le phénomène d'effet de peau magnétique devient alors non négligeable. De ce fait, les courants induits dans les tôles vont confiner le flux de fuite sur les bords de la section transversale de la dent (voir la figure II-24).

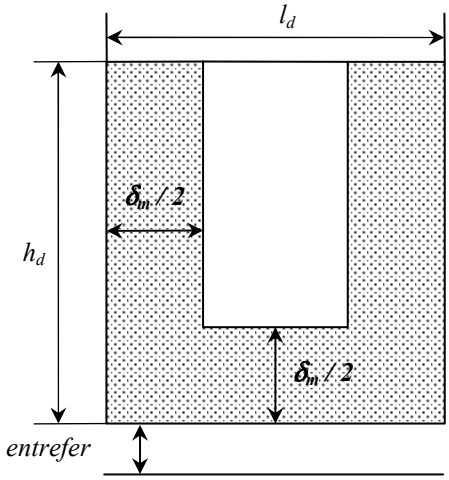


figure II-24 : Section du tube de flux des fuites entre griffe par le stator

L'épaisseur de peau magnétique est définie par l'expression : $\delta_m = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{10^7\,\rho_{fer}}{\mu_r\,f_e}}$

Avec ρ_{fer} : la résistivité de la tôle, f_e : la fréquence du flux de fuite et μ_r : la perméabilité relative de la tôle. Attention, cette perméabilité relative doit être différente de celle utilisée dans l'expression de la réluctance (ie : 20) car les courants de Foucault se développent dans le sens du feuilletage. Les dents qui participent à ces flux de fuites sont proches de l'axe inter polaire, on peut ainsi supposer que la saturation magnétique est faible pour cette position angulaire. Nous avons donc choisi une perméabilité relative de 1000 pour calculer cette épaisseur de peau.

Des résultats classiques montrent qu'il suffit, pour bien modéliser le phénomène, de choisir une section pour le passage du flux d'une profondeur égale à la moitié de l'épaisseur de peau. On obtient alors la section décrite sur la figure II-24 dont l'expression analytique peut se formuler par :

$S_{dent\,trans}(\lambda_{dent}) = \frac{l_d\,h_d}{\lambda_{dent}} + \frac{(\lambda_{dent}-1)\,l_d^{\,2}}{2\,\lambda_{dent}^{\,2}}$ avec l_d et h_d, qui sont respectivement, la largeur et la hauteur d'une dent.

λ_{dent} est la largeur réduite de la dent et est définie à partir de l'épaisseur de peau par l'expression : $\lambda_{dent} = \frac{l_d}{\delta_m}$

Nous nous inspirons des travaux de Liwschitz [11] pour établir une fonction (Γ) qui permettra de pondérer la réluctance en fonction de la fréquence. Cette fonction est décrite ci-dessous et tracée sur la figure II-25.

$$\Gamma(\lambda) = \lambda \frac{\sinh(2\lambda) + \sin(2\lambda)}{\cosh(2\lambda) - \cos(2\lambda)}$$

La fonction Γ tend vers λ quand λ tend vers l'infini. Pour que la fonction de pondération utilisée « colle » sur la bonne asymptote, nous introduisons un coefficient ξ. Le calcul de ce coefficient s'obtient par identification des deux limites asymptotiques suivantes :

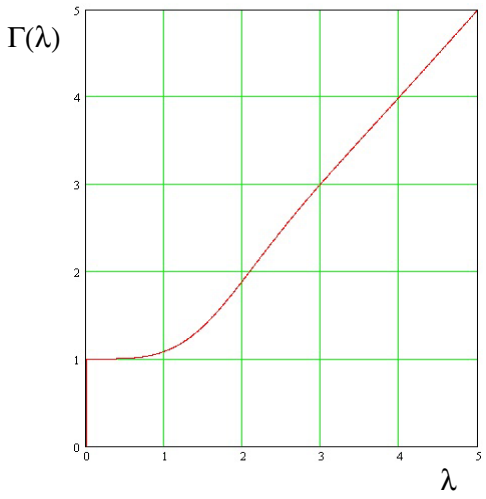


figure II-25 : Fonction de pondération de la surface en fonction de l'effet de peau

$$\frac{\Gamma(\xi\,\lambda_{dent})}{l_d\,h_d} \xrightarrow[\lambda_{dent}\to\infty]{} \frac{\xi\,\lambda_{dent}}{l_d\,h_d} \text{ et } \frac{1}{S_{dent\,trans}(\lambda_{dent})} \xrightarrow[\lambda_{dent}\to\infty]{} \frac{2\,\lambda_{dent}}{(2h_d + l_d)\,l_d} \text{ donnent : } \xi = \frac{h_d}{h_d + \frac{l_d}{2}}$$

Au bilan, compte tenu du fait que le flux de fuite se sépare en deux vers les griffes adjacentes, nous pouvons donner une expression pour la réluctance de fuites entre griffes par le stator :

$$R_{gg\,stator} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{20\mu_0} \frac{L_{dent\,trans}}{l_d\,h_d} \Gamma(\xi\,\lambda_{dent}) + \frac{e}{\mu_0\,S_{dent}} \frac{3\theta_p\,(\beta-\alpha)}{2\left(\beta^2 - \frac{\pi}{p}\beta + \frac{1}{4}\left(\frac{\pi}{p}\right)^2\right)} \right)$$

Il faut remarquer que si la réluctance augmente à cause de l'effet de peau et donc des courants induits, alors ceux-ci sont générateurs de pertes. Nous avons décidé de ne pas les modéliser dans cette étude.

3.3.3.4 - Evaluation numérique des réluctances de fuites

Dans le tableau suivant, nous présentons l'application numérique sur l'alternateur A des expressions des trois réluctances de fuites entre griffes.

$R_{gg\,p}$	$R_{gg\,int}$	$R_{gg\,stator}$ *à 150 Hz*	$R_{gg\,stator}$ *à 1500 Hz*
17 A/µWb	56 A/µWb	93 A/µWb	268 A/µWb

tableau II-1 : Réluctances de fuites entre griffes de l'alternateur A

La réluctance de fuites principale est effectivement la plus faible et donc la plus importante. Cependant les autres réluctances ne sont pas négliger compte tenu des ordres de grandeur. On pourrait négliger la réluctance de fuites entre griffes par le stator à hautes fréquences grâce à l'effet de peau, mais alors le modèle pourrait perdre sa robustesse par exemple pour des géométries de griffes différentes.

3.4 - Prise en compte de la réaction magnétique d'induit dans le réseau de réluctances

La réaction magnétique d'induit d'axe d est modélisée par deux sources d'ampères tours équivalentes ($K_{ri}\, N_c\, I_d$) intégrées dans le réseau de réluctances, en série dans la branche « dents - culasse » (figure II-12). Le coefficient K_{ri} sur les ampères tours est nécessaire pour adapter les ampères tours d'une encoche aux ampères tours vus par le réseau de réluctances. Pour déterminer ce coefficient, nous allons calculer une équivalence sur le flux d'induit dans l'axe d par deux approches.

3.4.1 - Expression du flux d'induit dans l'axe d en régime non saturé

Pour un bobinage à une encoche par pôle et par phase, et si on suppose que le fer est infiniment perméable, l'amplitude du fondamental de la force magnétomotrice d'axe d créée dans l'entrefer par une phase est : $\frac{4}{\pi}\frac{N_c\, I_d}{2}$ avec I_d, le courant maximum dans l'axe d et N_c, le nombre de conducteurs dans une encoche.

On déduit donc l'amplitude du fondamental de la force magnétomotrice d'axe d créée dans l'entrefer par les trois phases : $\frac{3}{\pi} N_c\, I_d$

On désigne par θ la position angulaire par rapport à l'axe d (l'axe d correspond à l'axe passant par le milieu d'une griffe). On peut donc exprimer la fmm de l'induit dans l'axe d : $F_d(\theta) = \frac{3}{\pi} N_c\, I_d \cos(p\,\theta)$ avec p, le nombre de paires de pôles.

A partir de cette force magnétomotrice, nous pouvons exprimer l'induction et donc le flux magnétique d'induit dans l'axe d. La forme trapézoïdale de la surface des griffes ne permet pas de calculer ce flux simplement. Nous avons donc choisi de le calculer par une intégration.

L'induction magnétique d'axe d créée dans l'entrefer se déduit simplement par :

$$B_{entrefer\ d}(\theta) = \mu_0 \frac{F_d(\theta)}{e_c}$$

e_c est la valeur de l'entrefer corrigée par le coefficient de Carter.

La définition du flux magnétique est :

$$\Phi = \int B\, dS$$

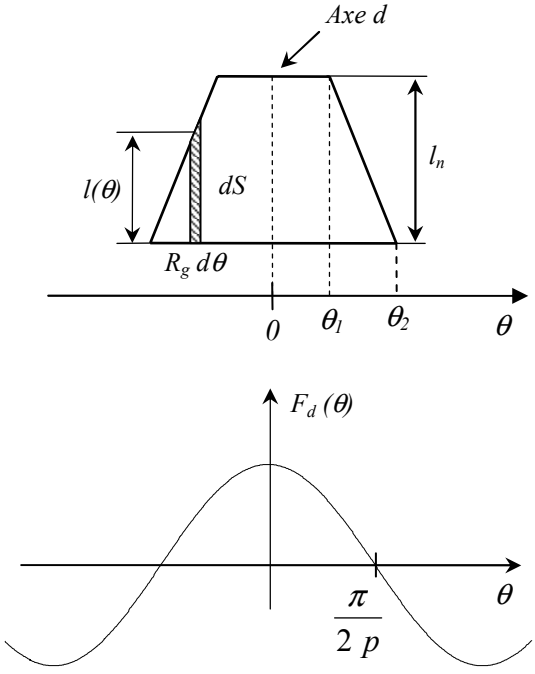


figure II-26 : développé de la surface d'une griffe (en haut) et distribution de la fmm d'induit dans l'axe d (en bas)

On peut donc calculer le flux de la réaction magnétique d'induit d'axe d :

$$\Phi_d = \int_{-\theta_2}^{\theta_2} R_g \; l(\theta) \; B_{entrefer\,d}(\theta) \, d\theta \quad = \quad \int_{-\theta_2}^{\theta_2} R_g \; l(\theta) \, \frac{\mu_0 \; F_d(\theta)}{e_c} \, d\theta$$

R_g est le rayon extérieur d'une griffe.

En substituant la longueur $l(\theta)$ et la fmm $F_d(\theta)$, l'intégrale précédente donne :

$$\Phi_d = \frac{3 \, \mu_0 \; R_g \; l_n \; N_c \; I_d}{\pi \; e_c} \left\{ \int_{-\theta_1}^{\theta_1} \cos(p\,\theta) \, d\theta + 2 \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos(p\,\theta) \, \frac{\theta_2 - \theta}{\theta_2 - \theta_1} \, d\theta \right\}$$

On aboutit alors à une expression qui donne le flux de réaction magnétique d'induit d'axe d en régime non saturé en fonction de la géométrie des griffes :

$$\Phi_d = \frac{6 \, \mu_0 \; R_g \; l_n \; N_c \; I_d \; \left(\cos(p\,\theta_1) - \cos(p\,\theta_2)\right)}{\pi \; e_c \; (\theta_2 - \theta_1) \; p^2}$$

3.4.2 - Expression du coefficient d'équivalence des ampères tours

En régime non saturé, on peut supposer le fer infiniment perméable. De ce fait les réluctances associées aux zones ferromagnétiques sont supposées nulles et le réseau de réluctances décrit sur la figure 12 permet d'exprimer simplement le flux d'induit d'axe d :

$$\Phi_d = \frac{K_{ri} \; N_c \; I_d}{R_{entrefer}} \quad \Rightarrow \quad K_{ri} = \frac{R_{entrefer}}{N_c \; I_d} \Phi_d$$

Par identification avec le flux exprimé dans le paragraphe précédent, et en remplaçant la réluctance d'entrefer par son expression, on trouve la formule du coefficient d'équivalence des ampères tours :

$$\boxed{K_{ri} = \frac{6 \left(\cos(p\,\theta_1) - \cos(p\,\theta_2)\right)}{\pi \left(\theta_2 - \theta_1\right)\left(\theta_2 + \theta_1\right) p^2}}$$

On remarque que ce coefficient dépend du nombre de paires de pôles et de la forme des griffes.

3.5 - Prise en compte de l'effet de peau

Les fréquences de fonctionnement des alternateurs à griffes actuels peuvent atteindre 1800 Hertz avec une technologie à 6 paires de pôles. Ces fréquences relativement élevées induisent un phénomène d'effet de peau magnétique non négligeable. Ce phénomène est pris en compte en utilisant une caractéristique magnétique des tôles du stator fonction de la fréquence d'utilisation. A partir de mesures expérimentales, nous avons trouvé une relation empirique pour décrire le comportement du champ magnétique (H) en fonction de l'induction (B) et de la fréquence (f). La loi empirique trouvée est une somme de 4 termes.

Un exemple d'expression pour des tôles d'un alternateur (0,5 mm d'épaisseur, M800-50A) est :

$$H(B,f) = 60\arctan(13\,B)\left(1+\frac{f}{2000}\right) \quad \text{(terme 1)}$$

$$+150\,B^2\left(\left(1+\arctan\left(\frac{f-970}{345}\right)\frac{2.25}{\pi}\right)6.5\right) \quad \text{(terme 2)}$$

$$+\left(\frac{B}{1.58}\right)^{10} 900\left(1+\arctan\left((B-1.6)15\right)\frac{2}{\pi}\right) \quad \text{(terme 3)}$$

$$+\left(\frac{B}{2.1}\right)^{18} 18500\left(1-\arctan\left((B-2.33)\,6.8\right)\frac{2}{\pi}\right) \quad \text{(terme 4)}$$

Le terme 1 permet de modéliser le champ magnétique pour des inductions faibles (inférieures à 0,1 Tesla). L'ajout du terme 2 étend la validité du modèle jusqu'à environ 1,2 Tesla. Ensuite le terme 3 permet d'ajuster le modèle pour des inductions comprises entre 1,2 Tesla et 2 Tesla. Enfin, une correction finale (le terme 4) ajuste la loi pour les champs élevées (supérieurs à 2 Tesla). Sur la figure II-27, on montre le comportement de cette loi par rapport aux mesures pour des champs inférieurs à 1,8 Tesla.

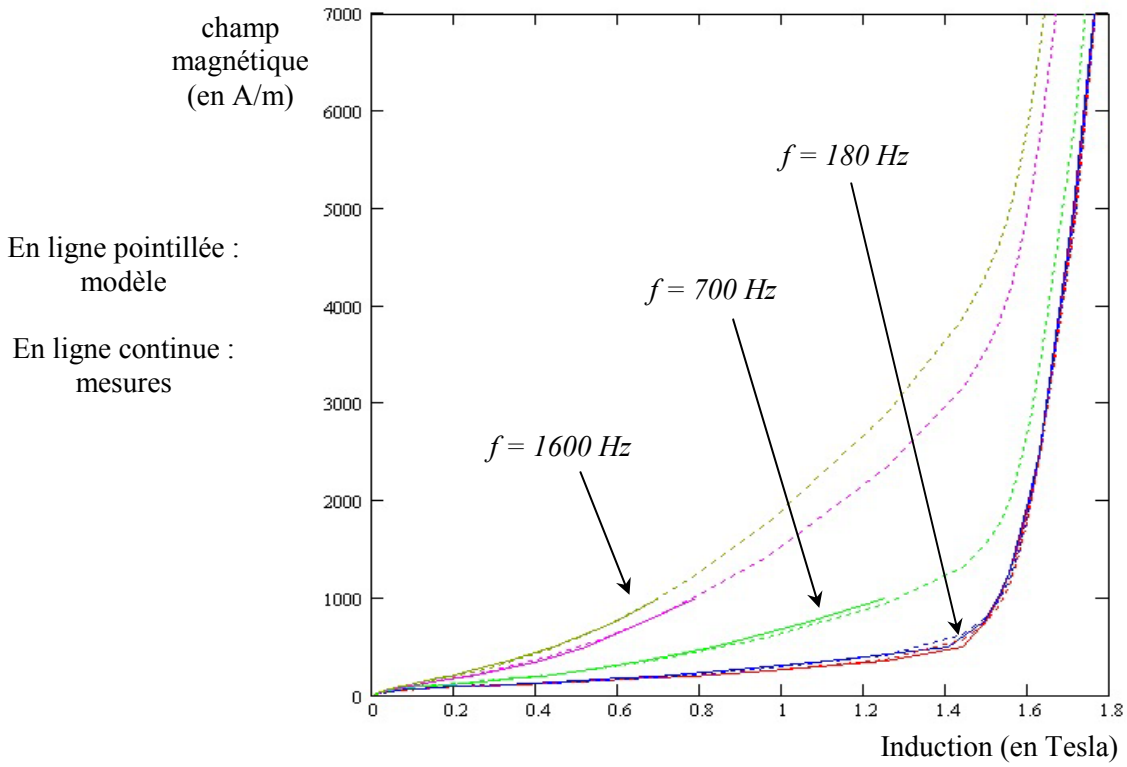


figure II-27 : Evolution du champ magnétique en fonction de l'induction et de la fréquence (tôles de 0,5 mm d'épaisseur, M800-50A)

Cette loi est ainsi utilisée pour calculer les réluctances correspondantes aux dents et à la culasse. Ces réluctances deviennent alors dépendantes de la fréquence et donc de la vitesse de rotation de l'alternateur.

3.6 - Modifications du modèle pour la variante à aimants

Dans le chapitre I, nous avons présenté un type d'alternateur à griffes présentant une amélioration de la conception du rotor par l'adjonction d'aimants permanents entre les griffes. L'aimantation de ces aimants est tangentielle, dans la même direction que le flux de fuites entre griffes. Le but est principalement de contrebalancer les fuites du rotor et donc d'augmenter le flux utile. Les aimants permanents utilisées sont des Néodyme Fer Bore pour garantir une polarisation suffisante et donc être efficace. Nous allons rappeler tout d'abord la modélisation d'un aimant permanent en vue de l'insertion dans un réseau de réluctances. Puis, nous présenterons l'adaptation du modèle du circuit magnétique de l'alternateur au cas des alternateurs avec aimants permanents.

3.6.1 - Modélisation d'un aimant permanent

Un aimant permanent de forme parallélépipédique peut être modélisé par une branche d'un réseau de réluctances. On peut le représenter comme une source d'ampères tours en série avec une réluctance (figure II-28).

Pour la modélisation, la perméabilité relative de l'aimant est supposée constante (μ_{ra}).

La relation $B_a = \mu_0 \mu_{ra} H_a + J_r = \Phi_a / S_a$ nous donne :

$$H_a = \frac{1}{\mu_0 \mu_{ra} S_a} \Phi_a - \frac{J_r}{\mu_0 \mu_{ra}}$$

On peut alors en déduire la différence de potentiel magnétique entre les deux extrémités de l'aimant :

$$U_a = H_a L_a = \frac{L_a}{\mu_0 \mu_{ra} S_a} \Phi_a - \frac{J_r L_a}{\mu_0 \mu_{ra}}$$

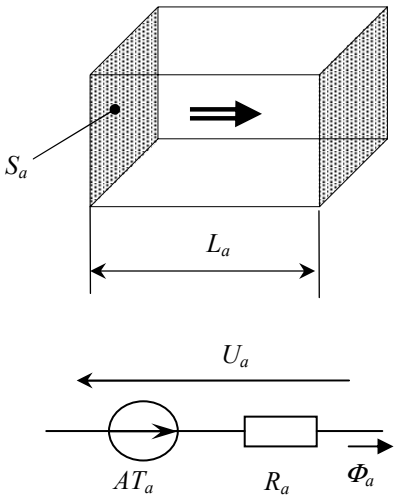


figure II-28 : Aimant permanent et modèle associé

Le modèle choisi implique la relation : $U_a = R_a \Phi_a - AT_a$

En identifiant, on peut déduire les expressions analytiques du modèle :

$$AT_a = \frac{J_r L_a}{\mu_0 \mu_{ra}} \qquad et \qquad R_a = \frac{L_a}{\mu_0 \mu_{ra} S_a}$$

Influence de la température sur les paramètres du modèle de l'aimant

Les caractéristiques des aimants permanents sont fortement influencées par la température. Cette influence doit être prise en compte car ces aimants, placés au rotor, peuvent atteindre de fortes températures en fonctionnement (> 150°C).

Les constructeurs d'aimant permanent fournissent dans leurs documentations un coefficient de variation de la polarisation rémanente en fonction de la température. Par exemple, les aimants de l'alternateur étudié ont un coefficient proche de 0,11 % / K.

La perméabilité relative est très peu sensible à la température donc la réluctance pourra être supposée constante. La modification du modèle devient donc :

$$AT_a(T) = \frac{J_{r\,20}\ L_a}{\mu_0\ \mu_{r\,a}} k_t(T) \quad avec : k_t(T) = 1\text{-}0{,}0011(T\text{-}20),\ T\ en\ °C$$

$J_{r\,20}$ est la polarisation magnétique rémanente à 20°C.

3.6.2 - Prise en compte des aimants permanents dans le réseau de réluctance

Les aimants permanents utilisés dans l'alternateur considéré sont presque parallélépipédiques. Nous utilisons donc le modèle du paragraphe précédent. La réluctance de fuites entre griffes principale ($R_{gg\,p}$), décrite au paragraphe 3.3.3.1, est alors remplacée par la moitié de la réluctance de l'aimant R_a (la moitié car le flux se sépare en deux vers les griffes adjacentes). Les autres réluctances de fuites entre griffes (réluctances de fuites intérieures et par le stator) sont supposées être en parallèle avec la branche correspondant à l'aimant. On aboutit alors à la figure II-29 qui représente la partie du réseau à substituer à la réluctance R_{gg} du réseau de réluctances de la figure II-12.

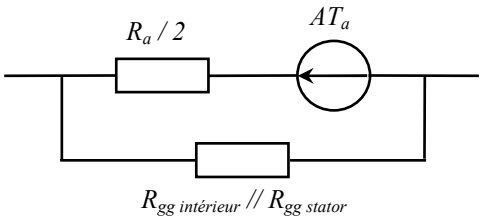


figure II-29 : Intégration des aimants dans le réseau de réluctances

Pour éviter la formation d'une maille supplémentaire et donc pour simplifier la résolution du réseau de réluctance, nous appliquons le théorème de Thevenin pour déterminer une branche équivalente (figure II-30). Celle-ci s'insère ainsi facilement dans le réseau de réluctances de l'alternateur en se substituant à la réluctance R_{gg}.

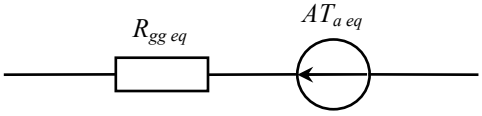


figure II-30 : Branche du réseau de réluctances équivalente

L'application du théorème de Thevenin au circuit décrit sur la figure II-29 donne le circuit de la figure II-30 dont les paramètres sont :

$$R_{gg\ eq} = R_a / 2\ //\ R_{gg\ intérieur}\ //\ R_{gg\ stator} \quad et \quad AT_{a\,eq} = \frac{R_{gg\,int\acute{e}rieur}\ //\ R_{gg\ stator}}{\frac{R_a}{2} + R_{gg\,int\acute{e}rieur}\ //\ R_{gg\ stator}} AT_a$$

3.7 - Méthodologie de résolution du réseau de réluctances

La mise en équation du réseau de réluctances se fait par l'équivalent des lois de Kirchoff. Ce réseau de réluctances comporte 18 branches et 9 nœuds, donc le système peut se réduire à 10 mailles indépendantes. La mise en équation d'un tel circuit sans méthode appropriée est longue et fastidieuse. C'est pourquoi nous utilisons une méthodologie matricielle qui est présentée dans [12], ainsi que dans l'annexe B. Nous utilisons ainsi la matrice des mailles, qui décrit la topologie du réseau, pour établir une équation matricielle réduite représentant la loi d'ohm équivalente.

Les caractéristiques non linéaires des matériaux magnétiques impliquent des réluctances non linéaires. De ce fait, nous ne pouvons pas expliciter directement les flux magnétiques, le système matriciel est donc implicite. La résolution d'un tel système se fait alors par des algorithmes itératifs. Dans notre cas nous avons utilisé, pour résoudre le système implicite, soit des algorithmes de résolution des systèmes non linéaires, soit des algorithmes d'optimisation déterministes.

3.8 - Validation du modèle du circuit magnétique

A ce stade de la modélisation, nous pouvons déjà commencer à valider le modèle du circuit magnétique. Nous allons donc comparer les résultats du modèle par rapport aux relevés expérimentaux de la force électromotrice à vide et du courant de court-circuit.

3.8.1 - Essai à vide : Calcul de la force électromotrice

Une bonne corrélation des résultats du modèle avec les relevés de la force électromotrice à vide est primordiale pour la validité du modèle. Cela permet de mesurer l'influence de tous les paramètres du réseau de réluctances et plus particulièrement d'estimer la mutuelle rotor stator. Dans la suite, nous allons comparer le modèle aux mesures pour les deux alternateurs introduits au chapitre I.

3.8.1.1 - Force électromotrice de l'alternateur A

La figure II-31 montre la comparaison du relevé de la fem à vide de l'alternateur A avec les résultats du modèle. On remarque alors une bonne corrélation du modèle avec les mesures (avec une erreur de 2 % pour un courant d'excitation de 4 A, et de 5 % pour un courant d'excitation de 1,5 A). La zone linéaire (courant d'excitation inférieur à 1,5 A) montre la bonne estimation de la réluctance d'entrefer, tandis que la zone saturée présente une appréciation correcte des flux de fuites et des saturations des réluctances.

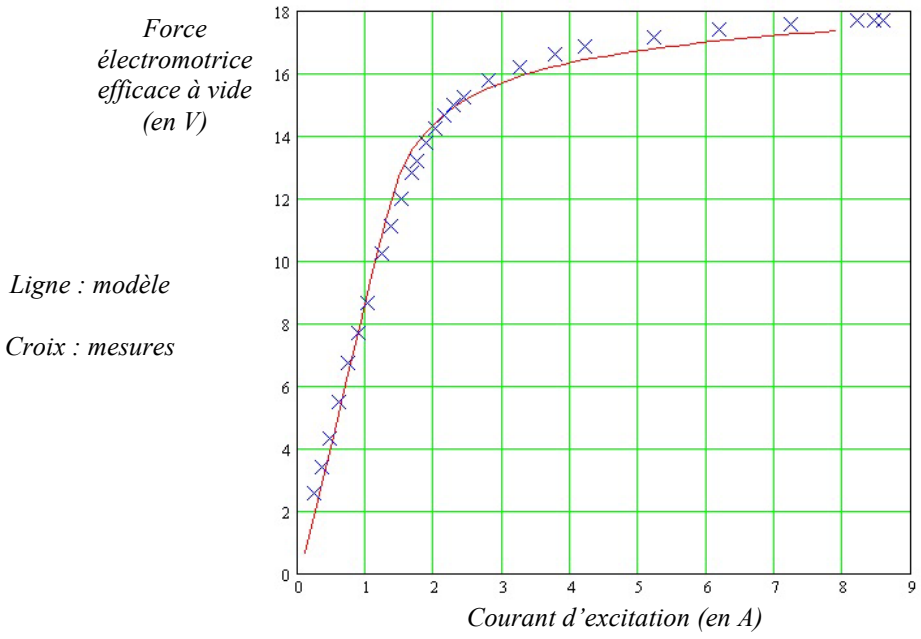


figure II-31 : Force électromotrice à vide de l'alternateur A à 3000 tours/min

3.8.1.2 - Force électromotrice de l'alternateur B

La figure II-32 présente la comparaison entre le relevé de la fem à vide de l'alternateur B et les résultats du modèle. On peut faire les mêmes remarques que le cas précédent. La prise en compte des aimants permanents (paragraphe 3.6.2) est donc bien modélisée.

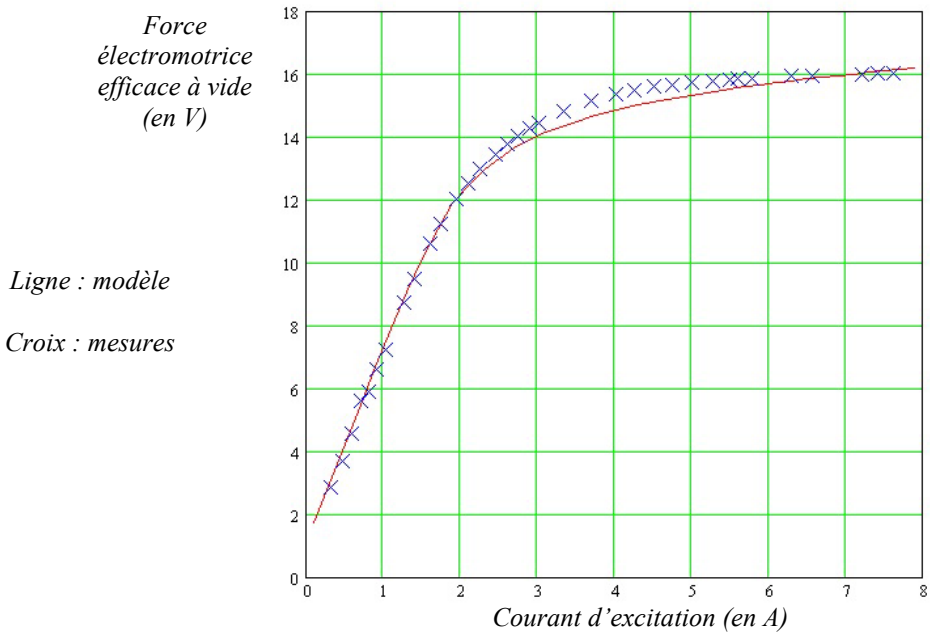


figure II-32 : Force électromotrice à vide de l'alternateur B à 3000 tours/min

On peut aussi utiliser le modèle pour voir l'influence des aimants permanents entre griffes. La figure II-33 présente la variation de la force électromotrice en enlevant les aimants permanents. On remarque ainsi que la présence des aimants permanents permet d'augmenter le flux utile à vide (et donc la fem) sur toute la plage du courant d'excitation.

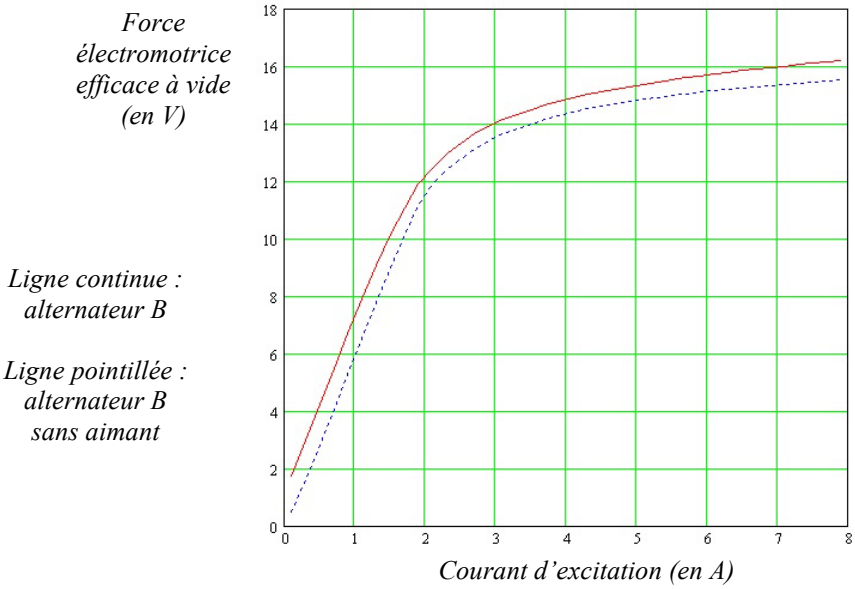


figure II-33 : Simulation de la force électromotrice à vide avec ou sans aimant à 3000 tours/min

3.8.2 - Essai en court-circuit : Calcul du courant de court-circuit

Le calcul du courant de court circuit permet de valider la modélisation de la réaction magnétique d'induit dans l'axe d, ainsi que celle des fuites. La figure II-34 présente la comparaison des relevés du courant de court circuit de l'alternateur A avec les résultats du modèle. On remarque que ces résultats s'écartent des mesures pour des courants d'excitation élevés. Ceci est probablement du à des phénomènes de fuites magnétiques plus complexes et non pris en compte. De toutes façons, ceci nous importe peu puisque le courant d'excitation maximum des alternateurs actuels est proche de 4 A. Donc le modèle est prétendu satisfaisant pour un courant d'excitation inférieur à 4 A. L'erreur maximale est proche de 9 % pour un courant d'excitation de 4 A.

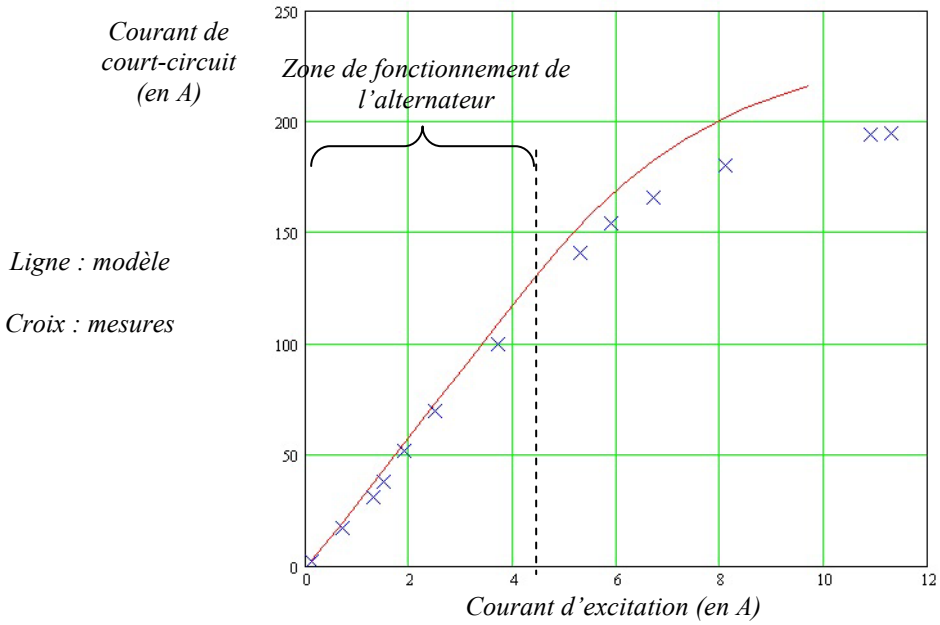


figure II-34 : Courant de court-circuit de l'alternateur A à 3000 tours/min

3.8.3 - Remarques sur les flux magnétiques

On présente dans ce paragraphe l'utilisation du modèle pour déterminer les flux magnétiques dans chaque branche du réseau de réluctances et ainsi observer la répartition des flux magnétiques dans la structure. Par exemple, nous utilisons le modèle pour déterminer les flux magnétiques à vide dans l'alternateur A pour un courant d'excitation de 3 A (tableau II-2). En choisissant un courant d'excitation de 3 A, on se place dans une zone où l'alternateur est saturé et donc on pourra mieux observer les phénomènes de fuites.

La première colonne du tableau II-2 nous renseigne sur les valeurs des réluctances. On remarque que certaines réluctances de fuites peuvent être négligées comme par exemple la réluctance de fuites entre une griffe et le plateau opposé. Cependant, nous décidons de conserver cette réluctance pour garantir la robustesse du modèle dans une phase de dimensionnement. Ensuite, nous remarquons que les fuites les plus importantes sont bien les fuites entre griffes. La précision du modèle dépend alors fortement de la bonne estimation de ces fuites. Finalement, nous remarquons que les dents sont fortement saturées à vide (1,9 T). Ceci est logique car la zone des dents est un compromis entre le fer

des dents et le cuivre des bobines et souvent les sections de passage du flux sont réduites, d'où l'augmentation de la saturation.

Branche	Réluctance ($\times 10^5$ A/Wb)	Flux (µWb)	Induction moyenne (T)
Noyau / 2	0,4	508	1,2
Plateau	0,2	508	1,1
Coude	0,4	503	1,5
Griffe	1,4	496	1,6
Entrefer	6,5	419	0,7
Dents	3,7	425	1,9
Culasse	0,3	425	1,5
Fuites griffe/griffe	120	73	
Fuites griffe/plateau	8355	1	
Fuites plateau/griffe	210	4	
Fuites coude/stator	518	6	
Fuites griffe/noyau	524	8	

tableau II-2 : Flux magnétiques à vide de l'alternateur A pour un courant d'excitation de 3 A

Nous pouvons aussi utiliser le modèle pour calculer les flux magnétiques de l'alternateur B et ainsi voir l'influence des aimants permanents entre griffes. Le tableau II-3 présente les flux et les inductions de cet alternateur pour un courant d'excitation nul (les deux premières colonnes) et un courant d'excitation de 3 A (les deux dernières colonnes).

Branche	Flux (µWb) (I excit = 0 A)	Inductions (T) (I excit = 0 A)	Flux (µWb) (I excit = 3 A)	Induction moyenne (T) (I excit = 3 A)
Noyau / 2	- 316	0,9	149	0,4
Plateau	- 316	0,7	149	0,3
Coude	- 315	0,8	155	0,4
Griffe	- 315	1	147	0,4
Entrefer	34	0,1	425	0,8
Dents	35	0,1	434	1,9
Culasse	35	0,1	434	1,4
Fuites griffe/griffe	- 351		- 291	

tableau II-3 : Flux magnétiques à vide de l'alternateur B

On remarque que lorsque le courant d'excitation est nul, les aimants produisent un flux qui se reboucle par le rotor dans le sens inverse du flux d'inducteur classique. En fait, cela revient à « polariser » le flux du rotor. La croissance du courant d'excitation va diminuer le flux du rotor, puis l'annuler et enfin pour les forts courants, le flux va légèrement devenir positif (voir les deux dernières colonnes). Nous observons alors que sur toute la plage du courant d'excitation, le flux et donc l'induction sont réduits par rapport à une technologie sans aimants. Il faut aussi remarquer que la présence des aimants induit un flux utile (au stator) non nul pour un courant d'excitation nul. Cependant, ceci n'est pas très gênant car ce flux reste faible.

Au final, cette technologie à aimants permanents est intéressante et semble avoir un bon potentiel en dimensionnement, notamment par une utilisation optimale du matériau magnétique du rotor.

4 - Modélisation du circuit électrique

La connexion de l'alternateur avec un redresseur triphasé de courant est nécessaire pour adapter les tensions sinusoïdales délivrées par l'alternateur à la tension continue du réseau de bord. Comme notre objectif est de déterminer le courant en sortie du redresseur, un modèle du redresseur couplé avec l'alternateur doit être réalisé. Tout d'abord, nous allons présenter le redresseur triphasé de courant avec ses différents modes de fonctionnement. Puis, nous présenterons une approche simplifiée pour le modéliser par la méthode du premier harmonique. Ensuite, nous détaillerons une méthode plus élaborée qui tient compte de la forme réelle des courants. Cette méthode est fondée sur la résolution symbolique des équations différentielles. Finalement, nous comparerons les résultats de l'ensemble des modèles du circuit électrique et du circuit magnétique par rapport à des mesures expérimentales.

4.1 - Introduction du redresseur triphasée de courant

La figure II-35 présente le schéma électrique équivalent d'un alternateur à griffes avec un redresseur à 6 diodes.

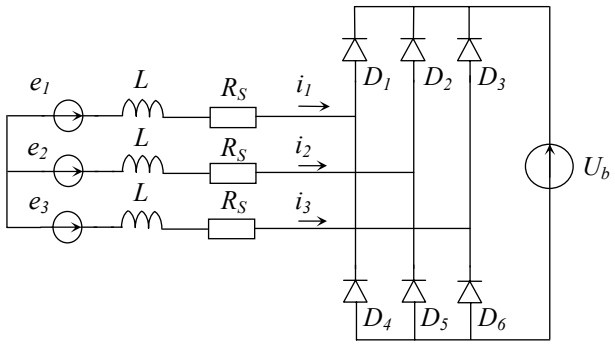


figure II-35 : Schéma électrique équivalent d'un alternateur à griffes

La présence en amont du redresseur des inductances et de la source de tension « U_b » en sortie classe ce redresseur dans les redresseurs triphasés de courant. Nous allons donc présenter les différents modes de fonctionnement de ce type de redresseur. Pour simplifier l'étude, nous posons les hypothèses suivantes : l'inductance et la résistance d'une phase sont constantes ainsi que la tension continue en sortie du redresseur. Ce redresseur présentera des modes de fonctionnement différents suivant la valeur de l'amplitude et de la fréquence des forces électromotrices délivrées par l'alternateur que nous supposerons sinusoïdales.

Tout d'abord, si l'amplitude des forces électromotrices ne dépasse pas une tension de seuil, l'alternateur ne pourra pas délivrer un courant. En effet, pour que les diodes puissent conduire, il faut que l'amplitude des tensions composées des fem dépasse une valeur qui est égale à la tension continue en sortie du redresseur plus deux fois la tension de seuil des diodes. Ensuite, passé cette tension de seuil, lorsque l'amplitude ou la fréquence des fem augmentent, on distingue l'apparition successive de trois modes de conduction. Nous décidons de nommer ces modes de conduction de la façon suivante :

« la conduction discontinue », « la conduction mixte » et « la conduction triphasée ». Le tableau suivant présente les formes d'ondes des courants de phase pour les différents modes.

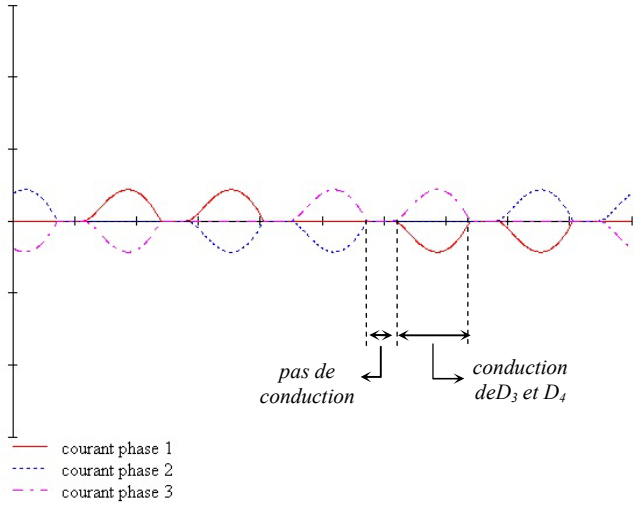
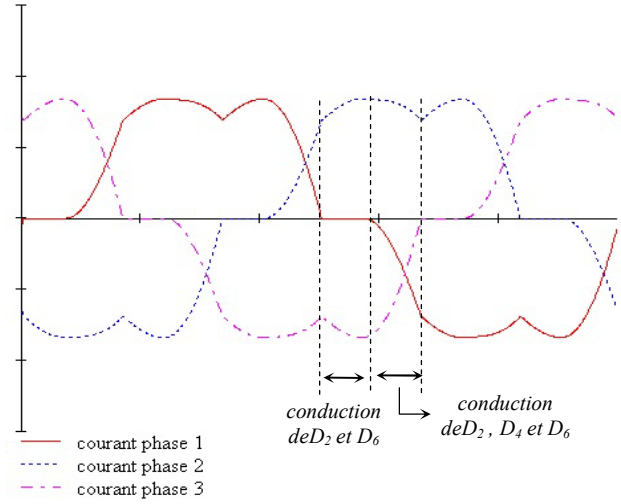
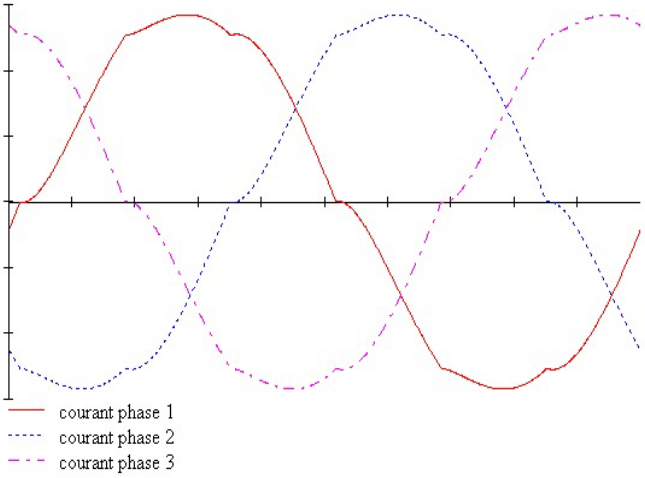
Conduction discontinue Le fonctionnement du redresseur est une répétition de deux phases : une phase où le pont ne conduit pas et une phase où deux diodes conduisent.	
Conduction mixte Dans ce mode là, le fonctionnement du redresseur peut se résumer à une successions de deux phases : une phase de « conduction à deux diodes » et une phase de « conduction à trois diodes ».	
Conduction triphasée Dans ce mode de conduction, les courants de phase se rapprochent d'un système triphasé et trois diodes conduisent en permanence.	

tableau II-4 : Formes d'ondes des courants d'un redresseur de courant

4.2 - Une première approche : Le modèle du premier harmonique

Avec certaines hypothèses, le redresseur triphasé de courant peut se modéliser de façon très simplifiée, en utilisant la méthode du premier harmonique. En effet, comme nous cherchons à déterminer le courant continu en sortie du pont et donc la puissance de sortie, l'hypothèse du premier harmonique sur les tensions simples en entrée du pont est valable car dans certaines conditions, les courants de phase sont presque sinusoïdaux. En clair, si ces courants de phase sont sinusoïdaux, seul les fondamentaux des tensions simples sont utiles pour le calcul de la puissance électrique.

Il faut remarquer que l'approche du premier harmonique donne de bons résultats si et seulement si les courants de phase ont peu d'harmoniques. Autrement dit, ce modèle n'est valable que pour le mode de conduction triphasée, et il est d'autant meilleur que l'amplitude ou la fréquence des fem est élevée.

Pour modéliser le redresseur avec la méthode du 1er harmonique, on suppose que les fem délivrées par l'alternateur sont sinusoïdales, de valeur efficace E_R et de pulsation ω. De plus, les diodes sont supposées idéales avec une chute de tension dans l'état « passant » égale à V_d. Enfin, le redresseur est supposé fonctionner en mode de conduction triphasée, et donc chaque diode est passante sur une demi période.

L'ensemble de la méthode est présenté dans l'annexe A. On remarque ainsi, que les hypothèses conduisent à un déphasage nul entre les tensions simples en entrée du redresseur et les courants de phase. Ainsi, pour le premier harmonique, le pont de diode et la batterie (figure II-35) peuvent être substitués par une résistance équivalente par phase (figure II-36).

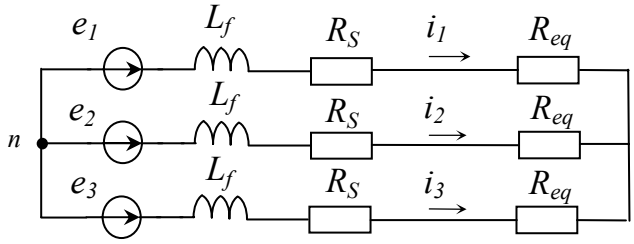


figure II-36 : Schéma électrique du modèle équivalent au 1er harmonique

Cette résistance équivalente est définie par le rapport de l'amplitude du fondamental de la tension simple en entré du pont sur l'amplitude du fondamental du courant de phase.

En posant $V_0 = \frac{U_b}{2} + V_d$, l'expression trouvée pour cette résistance est :

$$R_{eq} = \frac{\left(\frac{4V_0}{\pi}\right)^2 R_S + \left(\frac{4V_0}{\pi}\right)\sqrt{(\omega L_f)^2\left[\left(\sqrt{2}\,E_R\right)^2 - \left(\frac{4V_0}{\pi}\right)^2\right] + {R_S}^2\left(\sqrt{2}\,E_R\right)^2}}{\left(\sqrt{2}\,E_R\right)^2 - \left(\frac{4V_0}{\pi}\right)^2}$$

4.3 - Une méthode plus élaborée : Résolution symbolique des équations différentielles

4.3.1 - Présentation de la méthode

4.3.1.1 - Objectifs du modèle du redresseur

Nous allons présenter ici une méthode beaucoup plus longue et fastidieuse à mettre en œuvre, mais qui permettra d'étendre la validité du modèle aux modes de conduction mixte et discontinue. En effet, nous proposons de résoudre symboliquement l'ensemble des équations différentielles régissant le circuit électrique du redresseur. Nous séparons ainsi l'étude en trois parties suivant les trois modes de conduction du redresseur. Ensuite nous estimons les limites des zones de conduction des différents modes pour déterminer à partir des fem, supposées sinusoïdales, quel est le mode de fonctionnement du redresseur.

Ce modèle permettra d'avoir les équations formelles des évolutions des courants dans les trois phases pour chaque mode de fonctionnement. Notre objectif final est de calculer le courant moyen en sortie du redresseur. Pour cela nous utilisons, pour un point de fonctionnement, les équations des courants de phase après avoir déterminé dans quel mode de conduction est le redresseur.

Pour finir, il faut, pour coupler correctement ce modèle avec celui du circuit magnétique, calculer le fondamental des courants dans les phases ainsi que le déphasage de celui-ci avec les forces électromotrices.

4.3.1.2 - Mise en équations du redresseur

Nous allons détailler par exemple la mise en équations d'une phase de la conduction discontinue. Supposons, par exemple, que les diodes D_1 et D_6 conduisent, le circuit électrique du redresseur se simplifie (figure II-37).

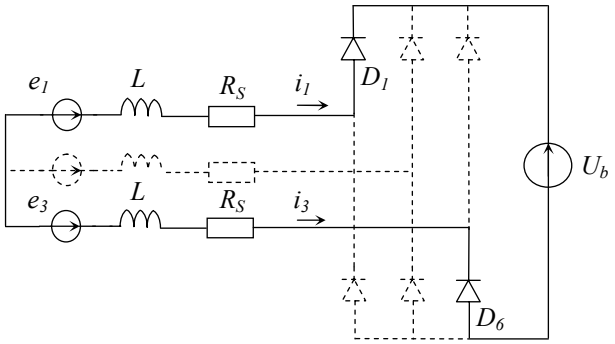


figure II-37 : Schéma électrique du redresseur lorsque D_1 et D_6 conduisent

Pour simplifier les calculs, on suppose que les diodes sont idéales avec une chute de tension constante (V_d) en conduction. Ainsi ces chutes de tension peuvent se rajouter à la tension continue de la batterie. La loi des mailles donne alors directement l'équation différentielle du courant de phase :

$$2\,R_S\,i_1(t) + 2\,L\,\frac{d}{dt}i_1(t) = e_1(t) - e_3(t) - \left(U_b + 2\,V_d\right)$$

La résolution symbolique de cette équation différentielle donne ainsi l'évolution temporelle du courant dans les phases de l'alternateur lorsque D_1 et D_6 conduisent.

On fait de même dans le cas où trois diodes conduisent et ainsi on a accès à toutes les évolutions temporelles des courants à condition d'adapter les constantes des solutions des équations différentielles en fonction des conditions initiales. Les instants initiaux correspondant à ces conditions initiales (début de conduction des diodes considérés) sont calculés formellement.

La première difficulté est de calculer les temps de conduction de chaque diode. En effet, les expressions des solutions des équations différentielles sont de la forme d'une somme entre une exponentielle et un sinus. De ce fait, pour déterminer le temps de fin de conduction d'une diode, nous sommes en présence d'une équation implicite. Pour trouver une solution explicite, nous décidons de contourner le problème par une approximation. Nous avons donc recourt aux développements limités à l'ordre deux du sinus et de l'exponentielle. Ainsi, le temps final de conduction d'une diode se détermine par une résolution classique d'une équation du second degré.

Cette détermination des temps de conduction permet de savoir quel est le mode de conduction du redresseur. Par exemple, lors du passage de la conduction mixte à la conduction triphasée, les temps de conduction des « phases à deux diodes » s'annulent.

L'ensemble des équations du modèle est présenté dans l'annexe A. Ces équations permettent ainsi de déterminer les évolutions temporelles des courants dans les trois phases de l'alternateur pour les trois modes de conduction. Les formes d'ondes obtenues sont celles présentées lors de l'introduction du redresseur de courant dans le tableau II-4.

4.3.1.3 - Calcul du courant moyen de sortie

Pour le calcul du courant moyen, nous observons tout d'abord que le courant redressé est périodique de période $\frac{T}{6}$.

Sur la figure II-38 on présente le courant redressé et l'intervalle (t_0 à t_2) utile pour le calcul de la valeur moyenne. Comme le courant redressé est égal au courant dans la phase 1 dans cet intervalle, alors l'expression de la valeur moyenne est :

$$I_{moyen} = \frac{6}{T}\left(\int_{t_0}^{t_1} i_{12_diodes}(t)\,dt + \int_{t_1}^{t_2} i_{13_diodes}(t)\,dt \right)$$

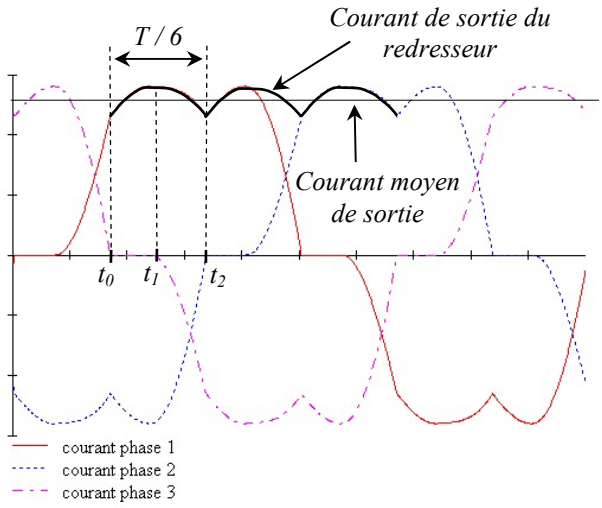


figure II-38 : Courants de phase et courant redressé pour le mode conduction mixte

$i_{1\ 2_diodes}$ correspond à la résolution symbolique du courant dans la phase 1 dans le cas où deux diodes conduisent. $i_{1\ 3_diodes}$ correspond à la même résolution dans le cas où cette fois 3 diodes conduisent. L'expression formelle de ce courant moyen est donné dans l'annexe A.

4.3.1.4 - Calcul du fondamental du courant de phase

En ce qui concerne le calcul du fondamental du courant de l'alternateur et son déphasage, nous décidons de calculer le courant actif et le courant réactif dans une phase de l'alternateur. Les courants actif et réactif de la phase 1 sont ainsi donnés par les formules suivantes :

$$I_{actif} = \frac{2}{T}\int_0^T i_1(t)\sin(\omega t) \text{ et } I_{réactif} = \frac{2}{T}\int_0^T i_1(t)\cos(\omega t) \text{ si } e_1(t) = V\sin(\omega t)$$

Le lecteur pourra se reporter à l'annexe A pour trouver les expressions analytiques des courants actif et réactif.

4.3.1.5 - Remarque sur la valeur efficace du courant de phase

Pour calculer les pertes Joule dans les enroulements du stator, il faudrait, en toute rigueur, calculer le courant efficace dans les phases. On peut le déterminer formellement en intégrant le carré des expressions du courant de phase. Nous avons décidé de ne pas calculer cette valeur efficace car nous avons remarqué qu'elle ne différait que très peu de la valeur efficace du fondamental des courants. Ainsi nous utilisons, pour calculer les pertes Joule, la valeur efficace du fondamental des courants déterminée au paragraphe précédent.

Cette approximation induit une erreur qui est acceptable. Grâce à un logiciel de calcul, nous avons pu calculer la valeur efficace de manière numérique, et ainsi nous avons déterminé l'erreur commise à partir des données de l'alternateur A. Nous avons donc tracé, sur la figure II-39, l'évolution de l'erreur en fonction du courant débité par l'alternateur pour une vitesse de 3000 tours par min.

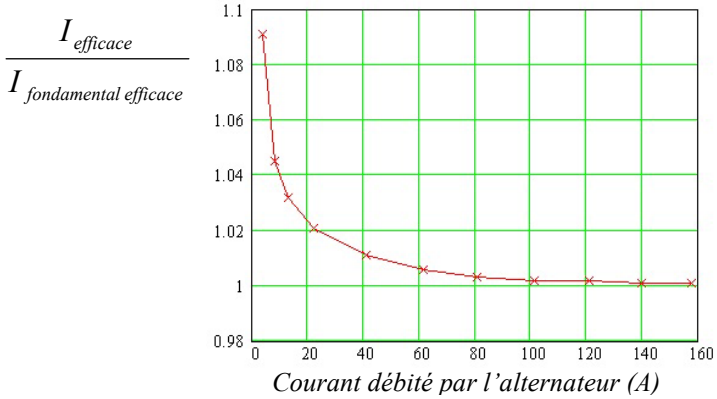


figure II-39 : Rapport du courant efficace sur la valeur efficace du fondamental en fonction du courant débité par l'alternateur A à 3000 tours par min et pour une tension continue de 14 volts.

Nous remarquons alors que l'erreur est inférieure à 3 % pour tous les courants supérieurs à 13 A. L'erreur apparaît donc pour des courants faibles et ainsi sa répercussion sur les pertes Joule est faible.

4.3.1.6 - Gestion des transitions entre les modes de conduction

Notre objectif est de réaliser un modèle adapté à des logiciels de dimensionnement utilisant les dérivées pour améliorer la convergence. Comme notre modèle varie suivant le mode de conduction du

redresseur, alors celui-ci n'est plus dérivable (aux points de fonctionnements correspondants aux transitions entre les différents modes de conduction).

Pour palier ce problème, nous introduisons des coefficients de pondération qui vont rendre le modèle continu (et continûment dérivable). Ces coefficients ont pour paramètres les temps de commutation des diodes et sont détaillés dans l'annexe A.

Au final, en négligeant la conduction discontinue, l'expression du courant moyen en sortie du redresseur est : $I_{moyen} = k_{tri}\, I_{moyen\ tri} + k_{mixte}\, I_{moyen\ mixte}$

k_{tri} est le coefficient de pondération du mode triphasée. Il est égal à un si on est en conduction triphasée, à zéro sinon. De même, k_{mixte} est le coefficient de pondération pour la conduction mixte. L'introduction de ces coefficients permet aussi de prendre en compte les points de fonctionnements où l'alternateur ne peut pas débiter de courant.

4.3.2 - Intégration dans le modèle global

Comme il a été dit au paragraphe 2.3.2, nous utilisons le diagramme de Blondel pour coupler le modèle du circuit électrique avec celui du circuit magnétique. Il subsiste une inconnue pour réaliser ce couplage : Quelle valeur de l'inductance d'une phase doit on utiliser dans le modèle du redresseur ? Cette question se pose car la valeur de l'inductance de phase influence la détermination des courants de phase du redresseur. Le choix de cette inductance n'est pas évident car le modèle global lie un modèle du circuit magnétique et un diagramme vectoriel au premier harmonique alors que le modèle du redresseur utilise une résolution temporelle des courants.

Nous allons présenter, dans ce qui suit, deux approches différentes correspondantes à deux valeurs d'inductances. Tout d'abord nous étudierons le cas où l'inductance choisie est seulement l'inductance de fuites du stator. Puis nous présenterons une méthode qui utilise une inductance qui comprend l'inductance de fuites plus l'inductance transversale.

4.3.2.1 - Couplage avec seulement l'inductance de fuites

Si l'inductance choisie pour le modèle du redresseur est l'inductance de fuites, alors le couplage utilisé a déjà été présenté dans le paragraphe 2.3.2. Nous rappelons ci-dessous le diagramme vectoriel en ajoutant les composantes actives et réactives du courant de phase :

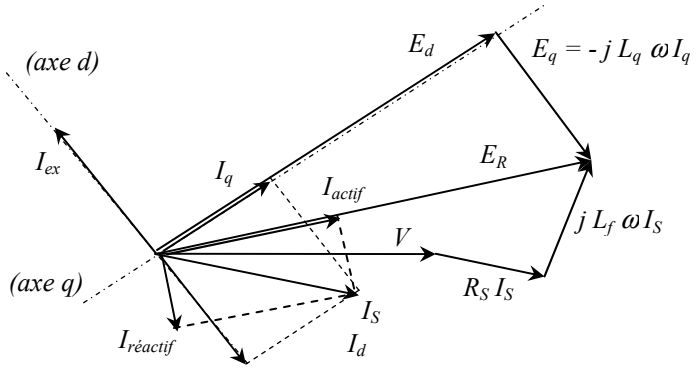


figure II-40 : Diagramme vectoriel de réaction d'induit du modèle de Blondel

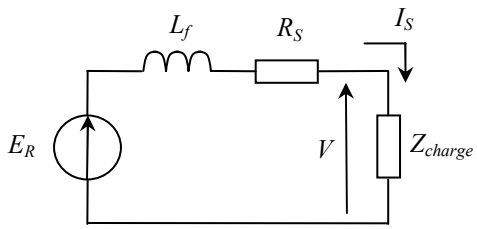


figure II-41 : Schéma équivalent par phase d'une machine synchrone, modèle de Blondel

Le modèle du redresseur donne outre le courant moyen de sortie, le courant actif et réactif du courant de phase. Il faut donc appliquer une projection pour retrouver le courant dans l'axe direct et celui dans l'axe q. Ainsi, le modèle du circuit magnétique, fondé sur le réseau de réluctances, peut être résolu.

4.3.2.2 - Couplage avec l'inductance de fuites et l'inductance transversale

Dans le cas où le modèle du redresseur utilise une inductance comprenant l'inductance de fuites et l'inductance transversale nous devons adapter le diagramme vectoriel. En effet, si l'inductance du modèle du redresseur est différente, il faut adapter le vecteur de la fem délivrée par l'alternateur pour être cohérent avec la réaction d'induit prise en compte dans le réseau de réluctances. Les figures II-42 et II-43 présentent le diagramme vectoriel et le circuit électrique par phase associés à cette approche.

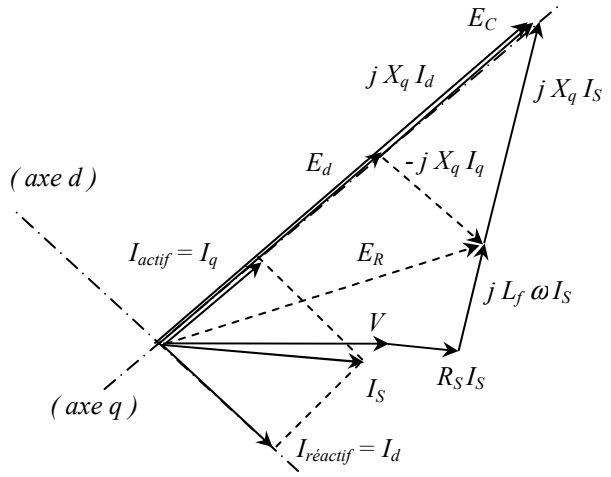


figure II-42 : Diagramme vectoriel de réaction d'induit du modèle de Blondel dans le cas où l'inductance est l'inductance de fuites plus l'inductance transversale

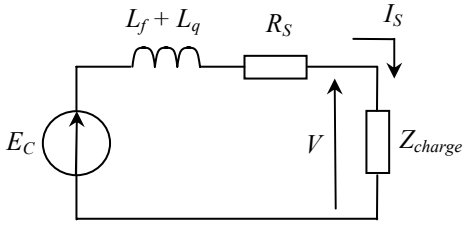


figure II-43 : Schéma équivalent par phase d'une machine synchrone, modèle de Blondel dans le cas où l'inductance est l'inductance de fuites plus l'inductance transversale

On peut observer graphiquement que, si l'inductance choisie est l'inductance de fuites plus l'inductance transversale, alors la fem (E_C) à appliquer au modèle du circuit électrique est la somme de la fem dans l'axe d (E_d) plus une tension égale à $X_q\ I_d$. On remarque que le modèle du circuit magnétique présenté dans cette approche est indépendant du courant induit dans l'axe q.

4.4 - Validation du modèle du circuit électrique

Dans cette partie, nous allons nous intéresser à la validation du modèle du redresseur et du modèle global de l'alternateur. Tout d'abord les différents modèles analytiques du redresseur seront comparés avec des simulations numériques, puis le calcul du courant de sortie par nos différentes approches sera comparé avec des mesures expérimentales.

4.4.1 - Validation du modèle du redresseur

Les modèles du redresseur ont été réalisés en supposant les diodes idéales avec une chute de tension (V_d) constante en conduction (figure II-44). En utilisant cette caractéristique des diodes pour

simuler le courant débité par un alternateur, le modèle donne de mauvais résultats car la résistance de la diode à l'état passant a été négligée. Or, l'ordre de grandeur de cette résistance (5mΩ) n'est pas négligeable devant la résistance d'une phase du stator qui est de l'ordre de 30mΩ. Il faut donc prendre en compte cette résistance en utilisant une caractéristique des diodes plus appropriée (figure II-45).

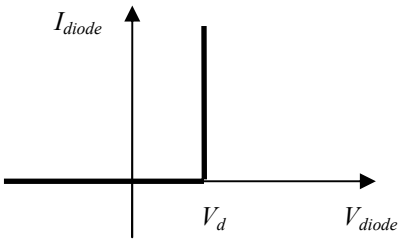


figure II-44 : Caractéristique d'une diode utilisée pour modéliser le redresseur

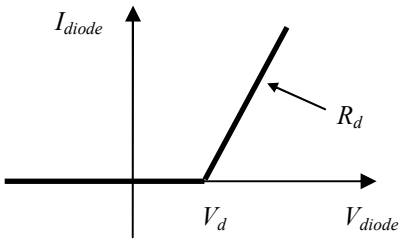


figure II-45 : Caractéristique d'une diode utilisée pour simuler l'alternateur

Dans le but d'utiliser les modèles du redresseur détaillés précédemment, nous posons alors l'hypothèse suivante : la prise en compte de la résistance dynamique d'une diode revient à la rajouter à la résistance des phases de l'alternateur. En effet, lorsque le courant circule dans le même sens dans une phase, alors celui-ci passe obligatoirement par une et une seule diode. Ainsi, la résistance de la diode qui conduit est placée en série avec la résistance de la phase considérée.

Pour valider le modèle du redresseur et l'hypothèse sur la résistance dynamique d'une diode, nous allons utiliser le logiciel Simplorer. Ce logiciel permet de simuler le circuit électrique représentant le redresseur de courant, et ainsi on peut comparer les résultats de cette simulation numérique avec ceux des modèles analytiques. Le modèle des diodes utilisé dans Simplorer correspond à la caractéristique de la figure II-45 avec une résistance dynamique en inverse.

Les paramètres de la simulation sont les suivants :

Fréquence des fem : 500 Hz, inductance d'une phase : 35 μH, résistance d'une phase : 30mΩ, tension batterie : 14 V, chute de tension d'une diode (V_d) : 1 V, résistance dans l'état passant : 5mΩ et résistance inverse : 100 kΩ.

Les résultats sont présentés dans le tableau II-5. Nous avons appelé « modèle formel » le modèle utilisant la résolution symbolique des équations différentielles.

Amplitude des fem	Zone de conduction	Courant de sortie Simplorer	Courant de sortie modèle 1er harmonique	Ecart Simplorer / 1er harmonique	Courant de sortie modèle formel	Ecart Simplorer / modèle formel
10 V	Mixte	2,92 A	5,65 A	93,5 %	2,92 A	0 %
14 V	Mixte (limite)	48,53 A	57,93 A	19,4 %	48,58 A	0,1 %
25 V	Triphasée	160,8 A	165,1 A	2,7 %	161 A	0,1 %

tableau II-5 : Comparaison entre les modèles du redresseur et la simulation numérique.

Ces résultats montrent bien que le modèle du 1er harmonique n'est pas valable dans les zones de conduction mixte et à plus forte raison dans la zone de conduction discontinue. Cependant il permet d'avoir rapidement une bonne approximation du courant de sortie en conduction triphasée. D'après les résultats, la précision du modèle formel par rapport à une simulation numérique est indiscutable.

4.4.2 - Cartographies des zones de conduction du redresseur

Le modèle formel nous permet d'obtenir les limites entre les différentes zones de conduction du redresseur. Nous pouvons ainsi présenter dans le plan « courant de sortie - vitesse » les différentes zones de conduction. Suivant la valeur de l'inductance choisie dans le modèle du redresseur les formes d'ondes du courant seront différentes. C'est pourquoi nous présentons deux cartographies suivant les deux possibilités. La figure II-46 présente les différentes zones de conduction du redresseur lorsque l'inductance choisie est seulement l'inductance de fuites, tandis que la figure II-47 présente les mêmes zones lorsque l'inductance choisie comprend l'inductance de fuites et l'inductance transversale.

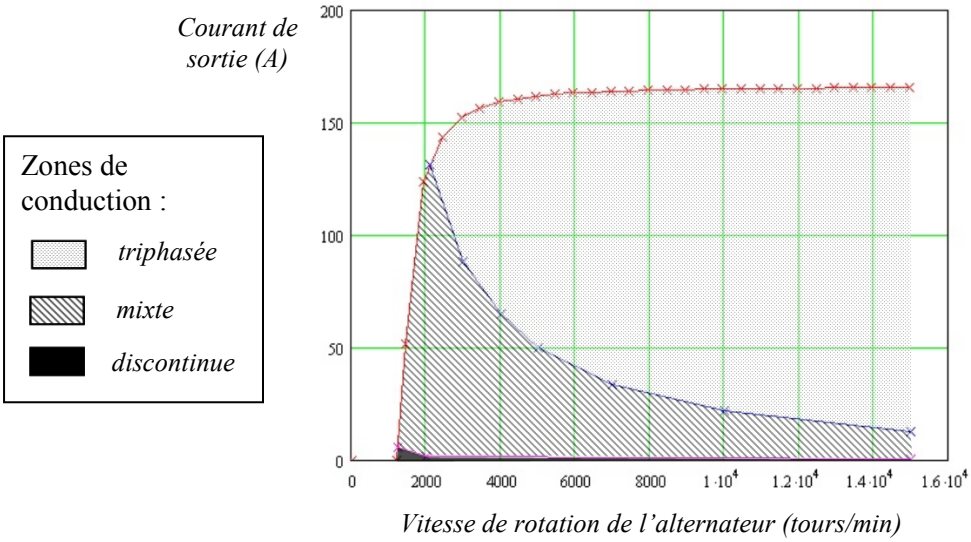


figure II-46 : Zones de conduction du redresseur lorsque l'inductance choisie est seulement l'inductance de fuites.

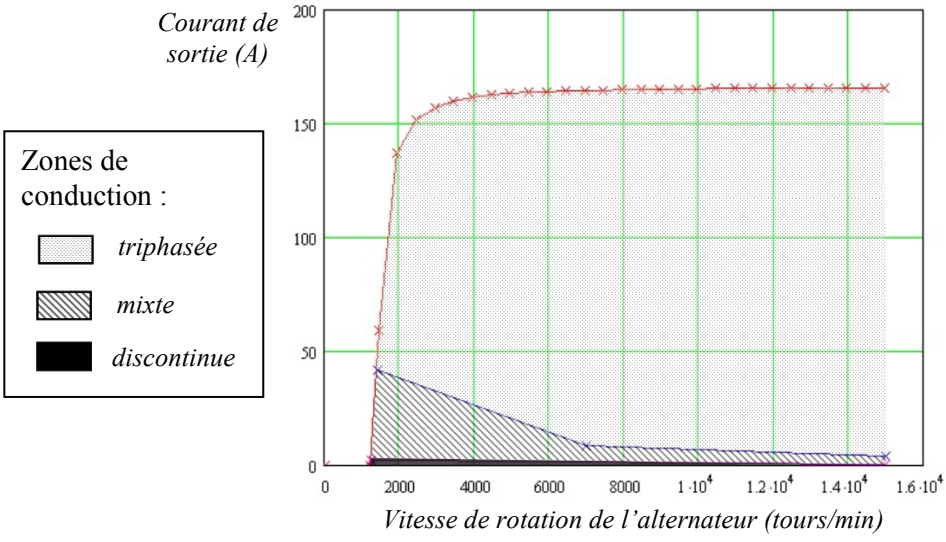


figure II-47 : Zones de conduction du redresseur lorsque l'inductance choisie comprend l'inductance de fuites et l'inductance transversale.

Ces deux cartographies montrent que les zones de conduction du redresseur dans le plan « courant – vitesse » diffèrent selon la valeur de l'inductance choisie. Nous expliquerons par la suite que la méthode utilisant seulement l'inductance de fuites nous semble la plus juste. De ce fait, on

remarque que le modèle formel est très utile car la zone de conduction mixte est dans ce cas là très étendue et donc le modèle du 1er harmonique serait très imprécis sur une large plage de fonctionnement de l'alternateur.

Ces cartographies montrent aussi que la zone de conduction discontinue est très petite. On peut donc la négliger pour alléger le modèle.

4.4.3 - Comparaisons sur le débit maximum de l'alternateur

Dans ce paragraphe nous allons comparer les résultats du modèle et les relevés expérimentaux pour le débit maximum de l'alternateur en fonction de la vitesse. Le tableau II-6 présente les relevés expérimentaux de l'alternateur A.

Vitesse de rotation (tours/min)	Courant d'excitation (A)	Température du cuivre du stator (°C)	Tension continue en sortie (V)	Courant de sortie (A)
1500	4,14	123	13,51	48
1802	4,12	124	13,49	89
1998	4,11	130	13,49	106
2998	4,12	146	13,51	141
3998	4,13	149	13,51	146
6000	4,2	138	13,51	153
7998	4,22	126	13,51	159,9
10000	4,24	117	13,52	160
12001	4,24	112	13,54	161
14998	4,22	111	13,6	162

tableau II-6 : Mesures du courant débité par l'alternateur A

Comme nous n'avons pas réalisé de modèle thermique de l'alternateur, nous sommes obligé de passer en paramètres d'entrée du modèle la température du cuivre du stator ainsi que le courant d'excitation. De même, nous n'avons pas modélisé le réseau de bord avec la batterie, donc on donne au modèle la tension continue en sortie du redresseur. Les trois modèles analytiques sont calculés et les résultats sont présentés sur la figure II-48.

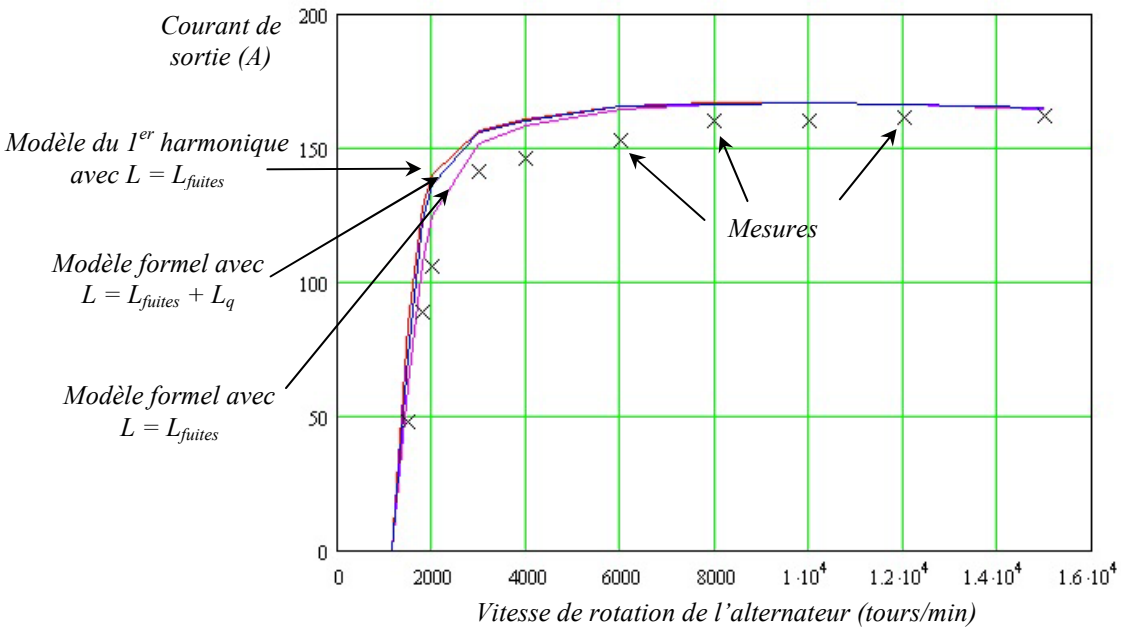


figure II-48 : Comparaison sur le débit maximum entre les résultats des modèles et les mesures expérimentales de l'alternateur A

Tout d'abord, nous observons que les trois méthodes convergent vers le même point à haute vitesse. Ceci est logique car le fonctionnement de l'alternateur à haute vitesse est similaire à un fonctionnement en court-circuit car la force électromotrice à vide est très grande par rapport à l'impédance de charge. Pour les vitesses de rotation élevées, cette impédance de charge est assimilable à un terme inductif, elle devient donc proportionnelle à la fréquence. Or la force électromotrice est elle aussi proportionnelle à la fréquence. Donc le courant de sortie devient indépendant de la vitesse de rotation de l'alternateur. Pour ce mode de fonctionnement particulier, le courant de sortie devient indépendant du redresseur et donc le modèle du redresseur n'a pas d'influence. A 15000 tours par minute, les trois modèles présentent un écart par rapport à la mesure inférieur à 2%.

Ensuite, à basse et moyenne vitesse, nous observons ce que nous attendons, c'est-à-dire que le modèle du 1er harmonique est toujours plus mauvais que le modèle formel quel que soit le choix de l'inductance. Nous remarquons aussi que le choix de l'inductance de fuites seule pour le modèle formel donne de meilleurs résultats que ceux obtenus avec l'inductance de fuites plus l'inductance transversale. Ces écarts sont détaillés dans le paragraphe suivant.

4.4.4 - Comparaisons sur les débits à charges partielles

Dans ce paragraphe, nous nous intéressons à la comparaison du débit de l'alternateur A à charges partielles. Les deux figures suivantes présentent ainsi le débit de l'alternateur pour deux vitesses distinctes (une vitesse basse et une vitesse haute).

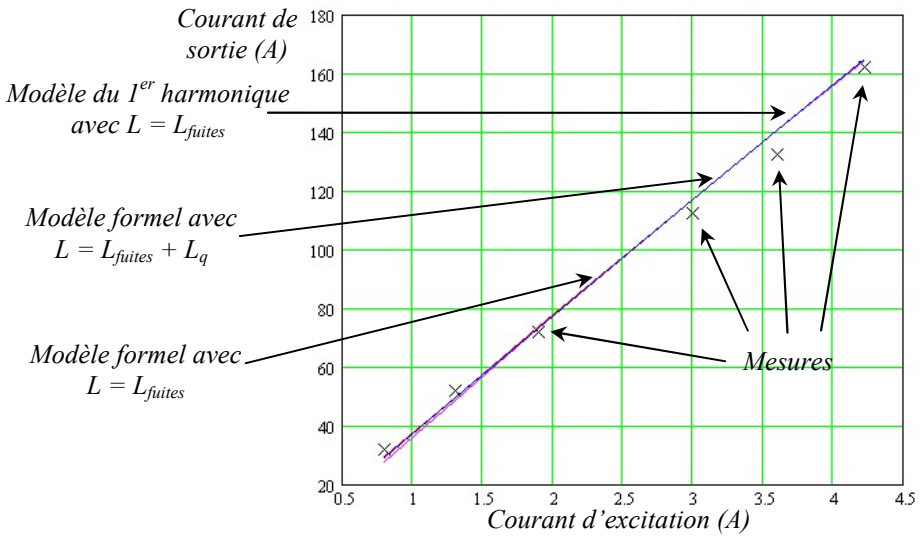


figure II-49 : Comparaison sur le débit de l'alternateur A pour une vitesse de 15000 tours/min

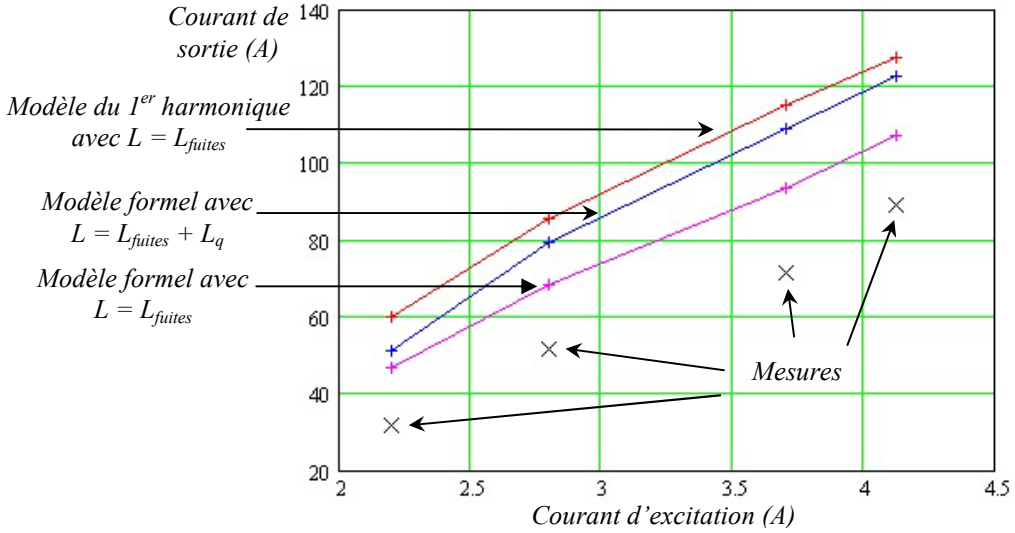


figure II-50 : Comparaison sur le débit de l'alternateur A pour une vitesse de 1800 tours/min

La figure II-49 montre bien que pour une vitesse élevée, les trois modèles sont confondus. L'alternateur fonctionne comme s'il était en court-circuit et donc l'écart observé est celui du modèle en court-circuit qui est inférieur à 2 % à 15000 tours/min pour le courant d'excitation maximal. La figure II-50 présente les écarts à basse vitesse. On observe ainsi que le modèle du 1er harmonique présente des écarts importants avec les mesures (de l'ordre de 44 % pour le courant d'excitation maximum). Le modèle utilisant la résolution formelle est plus précis. Pour le courant d'excitation maximal, on a 38 % d'erreur en choisissant une inductance égale à l'inductance de fuites plus l'inductance transversale, tandis que le modèle utilisant l'inductance de fuites seule présente une

erreur de 20 %. Nous pensons que cette erreur est certes importante pour réaliser une simulation, mais qu'elle a moins d'importance pour un processus de dimensionnement à condition que le modèle reste robuste (l'erreur ne doit pas trop évoluer lors des changements de géométrie).

4.4.5 - Remarque sur le choix de l'inductance et validité de l'approche

D'après les résultats, il semblerait que le modèle formel utilisant comme inductance seulement l'inductance de fuites soit meilleur. On peut essayer de trouver une explication physique à ce constat. En effet, les formes d'ondes des courants de phase de l'alternateur ont des ondulations dont les fréquences sont supérieures au fondamental. En conduction discontinue et en conduction mixte, les courants de phase sont donc riches en harmoniques (surtout en harmoniques 5 et 7). Or, ces harmoniques de courant vont générer des champs asynchrones par rapport à la vitesse du rotor, et comme le rotor est en fer massif, des courants induits se développent probablement pour s'opposer à ces champs harmoniques. De ce fait, l'inductance vue par le redresseur serait plus faible, voire proche de l'inductance de fuites.

On peut légitimement se poser la question de la validité de coupler un modèle de circuit électrique résolu temporellement avec un modèle de circuit magnétique au 1er harmonique. En effet, les diagrammes vectoriels de réaction d'induit présenté sur les figures II-40 et II-42, sont établis en supposant les tensions et les courants sinusoïdaux. Or lors de la conduction mixte, les courants de phase s'éloignent de la sinusoïde et de ce fait, le couplage par un diagramme vectoriel perd un peu de sa logique. Ceci explique peut être l'erreur que l'on observe à basse vitesse.

Pour augmenter la précision de la modélisation à basse vitesse, une solution serait de complexifier le modèle du circuit magnétique en établissant un réseau de réluctances évolutif en fonction de la position du rotor. On pourrait par exemple disposer des réluctances pour chaque dent du stator avec des réluctances d'entrefer associées qui seraient fonction de la position du rotor. Ainsi la résolution du circuit magnétique pourrait se faire simultanément avec celle du circuit électrique avec une méthode d'intégration en pas à pas dans le temps. Avec cette approche, les diagrammes vectoriels de réaction d'induit deviennent superflus. Comme il a été dit au chapitre précédent, cette méthodologie a déjà été employé par certains auteurs [1] [5]. Nous pensons que ces méthodes, beaucoup plus longue en temps de calculs, n'apporte pas un gain significatif dans une optique de dimensionnement préliminaire.

5 - Modélisation des pertes

Les paragraphes précédents ont détaillé un modèle permettant de calculer diverses grandeurs dont notamment le courant de sortie de l'alternateur. Cependant, pour réaliser un modèle de dimensionnement complet, il faut obligatoirement estimer les pertes des alternateurs. Nous présentons alors, dans les paragraphes suivants, des modèles analytiques pour déterminer les pertes de l'alternateur à griffes. Nous verrons tout d'abord, les pertes dans le circuit électrique, puis les pertes fer et finalement une expression sera présentée pour prendre en compte les pertes mécaniques et aérauliques.

5.1 - Modélisation des pertes dans le circuit électrique

5.1.1 - Pertes Joule au stator

5.1.1.1 - Pertes normales en basse fréquence

Le stator est composé de trois enroulements triphasés. Les pertes Joule sont alors données par la formule : $P_{j\,s} = 3 \cdot R_S(T) \cdot {I_{S\,eff}}^2$. Dans cette expression, $I_{S\,eff}$ est le courant efficace traversant une phase et R_S est la résistance d'une phase ramenée à un couplage étoile équivalent.

$$R_S(T) = \rho_S(T)\,\frac{L_{spire\,moy}\,N_{spires}}{S_{fil\,sator}}\,\frac{1}{a}\left(\frac{1}{3}\right)^{\delta}$$

Avec : $L_{spire\,moy}$, la longueur moyenne d'une spire (déterminée dans l'annexe B).
N_{spires}, le nombre de spires par phase.
$S_{fil\,stator}$, la section du fil.
a, le nombre de voies en parallèle (= 2 pour la plupart des alternateurs).
δ, le paramètre du couplage (= 1 si couplage triangle, = 0 si couplage étoile)
$\rho(T) = \rho_0\,(1 + \alpha \cdot T)$, la résistivité du cuivre en fonction de la température

5.1.1.2 - Pertes supplémentaires à fréquence élevée (effet Kelvin)

Lorsque la fréquence des courants traversant les conducteurs devient élevée, la densité de courant dans une section droite d'un conducteur isolé n'est plus uniforme. Le courant se concentre alors à la périphérie du conducteur, dans une couronne d'épaisseur δ.

δ est l'épaisseur de peau et a pour expression : $\delta = \sqrt{\dfrac{\rho}{\pi\,\mu_0\,f}}$

L'application numérique pour du cuivre à 120 °C à 1800 Hz (fréquence maximale des courants des alternateurs actuels) donne une épaisseur de peau de 1,9 mm. Les diamètres des fils utilisés actuellement sont inférieurs ou égaux à 1,4 mm avec isolant. On choisit donc de ne pas modéliser ces pertes supplémentaires, mais il faudra en tenir compte si au cours d'un dimensionnement on dépasse la valeur critique (diamètre du fil supérieur ou égal au double de l'épaisseur de peau).

5.1.1.3 - Pertes supplémentaires dues aux flux de fuites (effet Field)

Les développements suivants sont fondés sur l'article [13].

Pertes par effet Field dues au flux de fuites d'encoches

Le flux de fuites d'encoches crée des courants de Foucault sur les surfaces latérales des conducteurs. La densité de courant n'est alors plus uniforme dans les conducteurs. La résistance apparente augmente, d'où, des pertes supplémentaires.

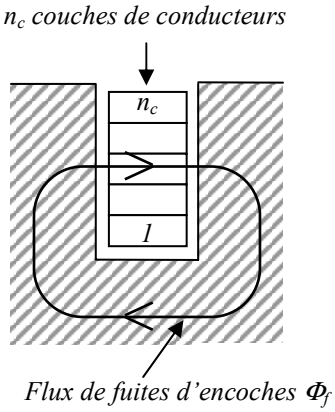


figure II-51 : Coupe transversale d'une encoche comportant n_c couches de conducteurs

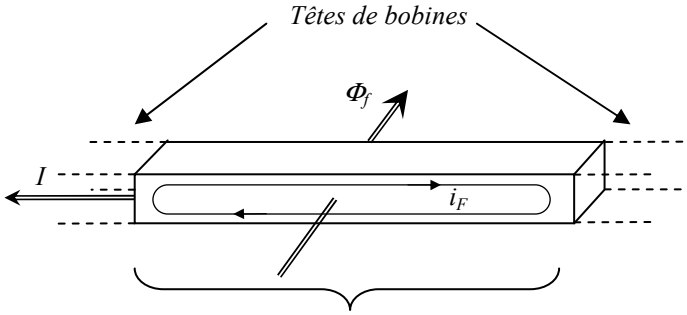


figure II-52 : Circulation des courants de Foucault dans un conducteur

Pour calculer ces pertes, on introduit la hauteur réduite des conducteurs : $\lambda = \frac{h_{conducteur}}{\delta}$

$h_{conducteur}$ est la hauteur d'un conducteur élémentaire et δ l'épaisseur de peau définie au paragraphe précédent.

Dans notre cas, tous les courants dans tous les conducteurs d'une même encoche sont en phase. On peut donc exprimer facilement le coefficient de majoration de la résistance pour chaque couche.

Pour la couche m, on a d'après [13] : $K_m = A(\lambda) + m\,(m-1)\,B(\lambda)$

Avec : $A(\lambda) = \lambda \frac{sh(2\lambda) + \sin(2\lambda)}{ch(2\lambda) - \cos(2\lambda)}$ et $B(\lambda) = 2\lambda \frac{sh(\lambda) - \sin(\lambda)}{ch(\lambda) + \cos(\lambda)}$

En pratique, on utilise une moyenne sur l'ensemble des n_c couches.

On explicite alors un coefficient K_{moy} [13] : $K_{moy} = A(\lambda) + \frac{n_c^{\,2} - 1}{3} B(\lambda)$

En conclusion, la résistance d'une phase est donc majorée, et a pour expression :

$$R_S = K_{moy}\, R_{encoches} + R_{tetes\ bobines} \quad avec : K_{moy} > 1$$

Pertes par effet Field dues aux flux de fuites des têtes de bobines

Dans les têtes de bobines, un phénomène similaire au paragraphe précédent apparaît. Les conducteurs des têtes de bobines sont traversés par les flux d'extrémité de la machine. Par conséquent la résistance apparente est majorée.

Dans la littérature actuelle, il y a peu de méthodes convaincantes pour calculer ces pertes. En effet, le calcul est très complexe, notamment à cause des géométries des têtes de bobines et des flux de fuites d'extrémité en 3D. De plus, ces pertes sont plus faibles que les précédentes car le flux de fuites des têtes de bobines est inférieur au flux de fuites d'encoche. Nous choisissons donc de ne pas modéliser ces pertes.

Pertes par effet Field dues aux courants de circulation

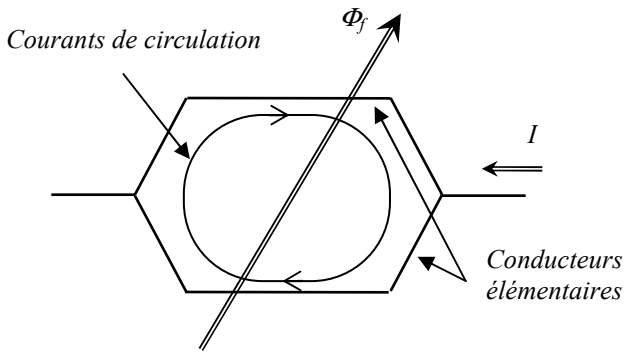


figure II-53 : courants de circulation entre les conducteurs élémentaires

La plupart des alternateurs actuels ont des conducteurs formés par deux fils en parallèle. Ils forment donc des boucles conductrices traversées par le flux de fuites d'encoche décrit ci-dessus. Ainsi, ce flux génère des courants de circulation entre les conducteurs élémentaires et donc des pertes Joule supplémentaires.

La réalisation industrielle des enroulements d'un alternateur est automatisée. Il devient alors impossible de connaître l'emplacement des brins élémentaires dans l'encoche. Ainsi, le calcul de ces pertes devient aléatoire et donc nous ne les modéliserons pas.

On peut supposer ces pertes faibles à cause d'un effet de moyennage du à l'emplacement « aléatoire » dans les encoches et à des croisements à l'intérieur des têtes de bobines.

5.1.1.4 - Pertes dues aux courants homopolaires

La présence d'harmonique 3 (et multiples de 3) dans les tensions induites au stator engendre des pertes supplémentaires si le couplage des enroulements est en triangle. Dans le cas où le couplage est en étoile, le neutre n'étant pas relié, la présence d'un courant homopolaire dans les phases est théoriquement impossible. Par contre si le couplage est réalisée en triangle un courant homopolaire peut apparaître et circuler dans le triangle (figure II-54).

Les harmoniques 3 des tensions induites au stator forment un système homopolaire :

$$V_{a3}(t) = V_{b3}(t) = V_{c3}(t) = V_3 \sin(3\omega t)$$

On en déduit donc le courant homopolaire circulant dans le triangle : $J_3 = \dfrac{V_3}{\sqrt{R_S{}^2 + \left(L_f\, 3\omega\right)^2}}$

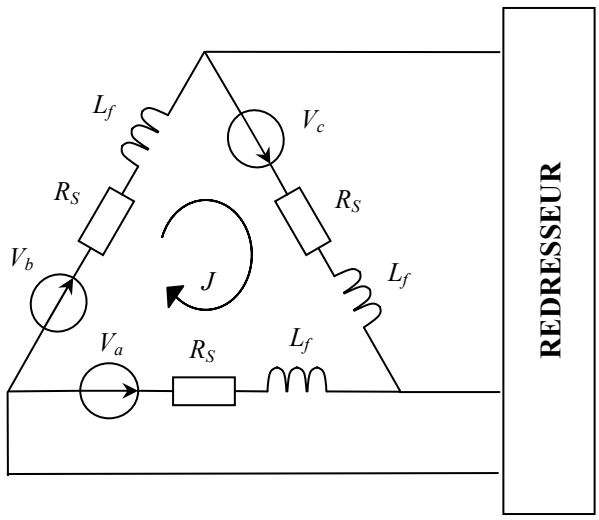


figure II-54 : Schéma électrique d'un alternateur couplé en triangle

Et donc les pertes correspondantes :

$$P_{jh} = \frac{3 R_S V_3^{\,2}}{R_S^{\,2} + (L_f\, 3\omega)^2}$$

La principale difficulté dans le calcul de ces pertes est de bien estimer l'amplitude de l'harmonique 3 des tensions induites. Notre modélisation du circuit magnétique ne nous permet pas de prendre en compte ces pertes.

Ces harmoniques 3 sur les tensions induites proviennent soit de la distribution non sinusoïdale du champ inducteur dans l'entrefer, soit de la modulation du fondamental de la réaction d'induit par la saillance du rotor.

5.1.2 - Pertes dans le redresseur

Les pertes dans le redresseur sont causées par la chute de tension aux bornes des diodes.

Pour calculer les pertes, on choisit la caractéristique des diodes présentée sur la figure II-55.

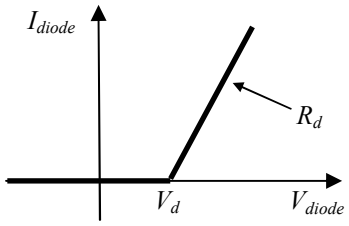


figure II-55 : Caractéristique d'une diode

Lorsque la diode est passante, on a la relation :

$$V_{diode} = V_d + R_d\, I_{diode}$$

R_d est résistance de la diode à l'état passant.

Pour simplifier les calculs, les courants de phase sont supposés sinusoïdaux. Les harmoniques ne sont donc pas pris en compte. Chaque diode est alors passante pendant une demi période de sinusoïde.

La puissance élémentaire dans une diode est : $p(t) = v(t)\, i(t) = [\, V_d + R_d\, i(t)\,]\, i(t)$

L'énergie dissipée par une diode sur une demi période est alors :

$$E = \int_0^{\frac{\pi}{2}} p(t)\, dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} [\, V_d + R_d \cdot i(t)]\, i(t)\, dt \quad avec : \quad i(t) = I_S\, \sqrt{2}\, \sin(\omega \cdot t)$$

Ce qui donne après calcul : $E = \frac{I_S}{f}\left(\frac{V_d \cdot \sqrt{2}}{\pi} + \frac{R_d \cdot I_S}{2}\right)$ (f est la fréquence du courant)

Les pertes du redresseur complet sont alors données par : $P_{red} = 6 \cdot E \cdot f$

Soit : $P_{red} = 6 \cdot I_S \left(\frac{V_d \cdot \sqrt{2}}{\pi} + \frac{R_d \cdot I_S}{2}\right)$

5.1.3 - Pertes de l'excitation

L'excitation engendre des pertes électriques qu'on peut modéliser d'une façon globale par la relation : $P_{ex} = U_b \cdot I_{ex}$. Dans cette expression, I_{ex} est le courant d'excitation et U_b la tension aux bornes de la batterie.

Cette formulation des pertes de l'excitation surestime légèrement les pertes car le rendement du régulateur n'est pas proportionnel au courant d'excitation.

On peut décomposer ces pertes d'excitation en trois catégories : Pertes Joule de la bobine rotorique, pertes entre balais et bagues et les pertes dans le régulateur.

5.1.3.1 - Pertes Joule au rotor

Le rotor est composé d'une seule bobine axiale, on peut alors exprimer facilement les pertes Joule au rotor :

$$P_{j\,R} = R_R(T) \cdot {I_{ex}}^2 \quad avec : \quad R_R(T) = \rho_R(T) \frac{L_{fil\ rotor}}{S_{fil\ stator}}$$

5.1.3.2 - Pertes électriques entre balais et bagues

Il existe une chute de tension entre les balais et les bagues au niveau du collecteur, ce qui engendre des pertes : $P_{bb} = 2 \cdot V_{bb} \cdot I_{ex}$ avec V_{bb}, la chute de tension entre un balai et une bague que nous avons supposée constante.

5.2 - Modélisation des pertes fer

L'alternateur à griffe présente des zones ferromagnétiques dans lesquelles la saturation magnétique est importante. De plus, les fréquences électriques sont élevées (1800 Hz au maximum) par rapport aux machines conventionnelles. En conséquence, les pertes fer dans l'alternateur à griffes prennent beaucoup d'importance. Ceci est renforcé par celles qui apparaissent à la surface du rotor ; elles découlent principalement du fort taux d'harmoniques d'espace (machine à une encoche par pôle et par phase) associé à un rotor en fer massif.

Dans ce qui suit, nous allons présenter des modèles de pertes fer issus de la littérature. De plus, nous introduirons une expression analytique pour estimer, en première approche, les pertes fer au rotor en charge.

5.2.1 - Modélisation des pertes fer au stator

5.2.1.1 - Pertes fer en régime sinusoïdal

Il existe plusieurs formulations pour calculer les pertes fer en régime sinusoïdal. Nous avons choisi une formulation assez générale qui sépare les pertes par hystérésis et les pertes par courants de Foucault.

Les pertes fer massiques ont alors pour expression :

$$P_{fer} = P_h + P_e = k_h \, f \, B_m{}^{\alpha} + k_e \, f^2 \, B_m{}^2 \qquad \textbf{(Équation 1)}$$

où f et B_m sont respectivement la fréquence et le maximum de l'induction. k_h et k_e sont respectivement la constante des pertes par hystérésis et la constante des pertes par courants de Foucault, α est le coefficient de Steinmetz. Ces constantes se déterminent par identification des donnés constructeurs.

On peut généraliser cette relation aux pertes fer en régime périodique non sinusoïdal. Certains auteurs ([14] [15]) utilisent alors la relation suivante :

$$P_{fer} = k_h \, f \, B_m{}^{\alpha} + \frac{k_e}{2\pi^2} \left(\frac{dB}{dt} \right)^2_{RMS} \quad avec : \left(\frac{dB}{dt} \right)_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_T (\frac{dB}{dt})^2 \, dt}$$

La différence introduite par cette relation provient du calcul des pertes par courants de Foucault. En effet, les courants de Foucault sont généralement liés à la variation de l'induction, et donc une valeur efficace de la dérivée de l'induction est utilisée. On remarque facilement que si l'induction est sinusoïdale, on retrouve l'équation 1.

Comme l'évolution de l'induction dans les dents du stator est différente de celle dans la culasse, nous avons choisi de séparer le calcul des pertes fer suivant ces deux régions.

5.2.1.2 - Pertes fer dans les dents

A vide, l'évolution de l'induction magnétique dans les dents est trapézoïdale (figure II-56). L'induction dans une dent est supposée nulle lorsque la dent est placée dans l'espace inter polaire, croît linéairement lorsqu'elle entre en regard avec l'épanouissement polaire, et est maximale lorsqu'elle est totalement en regard avec le pôle.

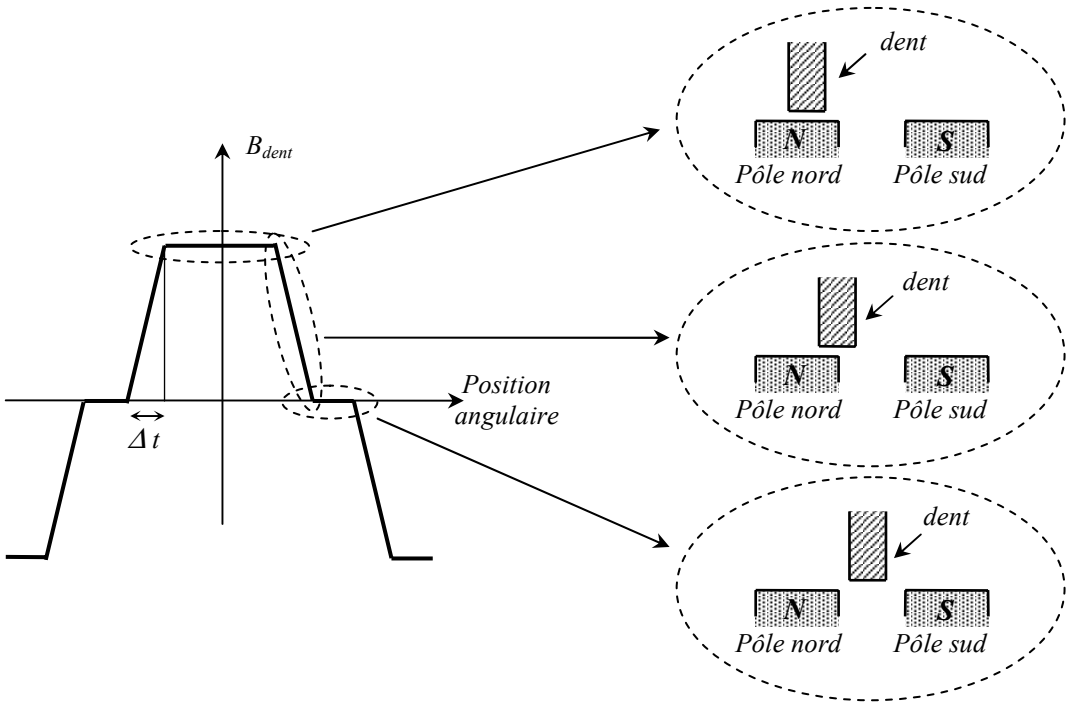


figure II-56 : Evolution de l'induction dans une dent

Les travaux de Mi [15] montrent que l'intervalle angulaire de croissance (ou décroissance) de l'induction est proche du pas dentaire (et non pas de la largeur de la dent) à cause de l'épanouissement des lignes de flux.

En charge, avec la réaction magnétique d'induit, l'évolution de l'induction dans les dents diffère du trapèze à cause des harmoniques d'espaces. Nous avons décidé de calculer les pertes fer à partir de la forme trapézoïdale avec comme induction maximale dans la dent, celle donnée par le réseau de réluctances. Cela revient à soustraire au flux inducteur le flux créé par le fondamental de la réaction magnétique d'induit. L'influence des harmoniques d'espace ne sera pas modélisée.

Pour calculer la valeur efficace de la dérivée de l'induction nous avons besoin d'exprimer le temps mis pour parcourir un pas dentaire :

$\Delta t = \frac{T}{2}\frac{1}{m\,q}$ pour une machine avec m phases et q encoches par pôle et par phase

La dérivée de l'induction dans la zone linéaire peut alors s'exprimer par :

$\frac{dB}{dt} = \frac{B_{d\,MAX}}{\Delta t}$ avec $B_{d\,MAX}$, l'induction maximale dans les dents.

Et comme cette zone linéaire (zone où l'induction varie) se répète quatre fois par période, on peut exprimer ainsi la valeur efficace de la dérivée de l'induction :

$$\left(\frac{dB}{dt}\right)^2_{RMS} = \frac{1}{T}\int_T \left(\frac{dB}{dt}\right)^2 dt = \frac{1}{T}\left(\frac{B_{d\,MAX}}{\Delta t}\right)^2 4\Delta t$$

$$\left(\frac{dB}{dt}\right)^2_{RMS} = \frac{8\,m\,q\,B^2_{d\,MAX}}{T^2}$$

Au final, on peut exprimer les pertes fer massiques dans les dents :

$$\boxed{P_{fer\ dents} = k_h\ f\ B^{\alpha}_{d\,MAX} + k_e\,\frac{4\,m\,q}{\pi^2}\,f^2 B^2_{d\,MAX}}$$

On remarque que, d'après cette approche, les pertes dans les dents par courants de Foucault sont proportionnelles au nombre d'encoches par pole et par phase.

Nous n'avons pas tenu compte des chanfreins sur les bords des griffes. Or ces chanfreins influencent forcement les pertes par courants de Foucault car il diminue la vitesse de variation de l'induction. De ce point de vue là, notre formulation peut surestimer les pertes fer par courants de Foucault dans les dents.

5.2.1.3 - Pertes fer dans la culasse

L'évolution de l'induction magnétique dans la culasse est proche de la sinusoïde. Nous avons donc supposé cette induction sinusoïdale plutôt que faire des calculs approximatif sur la valeur efficace de la dérivée de l'induction.

Le maximum de l'induction dans la culasse ($B_{c\,MAX}$) est directement calculé à partir du réseau de réluctances. On obtient alors comme formulation pour les pertes fer massique dans la culasse :

$$P_{fer\,culasse} = k_h\, f\, B_{c\,MAX}^{\alpha} + k_e\, f^2 B_{c\,MAX}^2$$

Il faut remarquer que ces pertes fer sont sans doute majorées par un phénomène beaucoup plus difficile à modéliser. En effet, le calcul classique des pertes fer suppose que le flux magnétique se propage dans le sens des tôles. Or, compte tenu de la forme des griffes, il se peut qu'il existe un flux magnétique dans la culasse qui traverse longitudinalement le paquet de tôles. Ce flux là pourrait créer des pertes par courants de Foucault supérieures à celles calculées ci-dessus.

Si on suppose que l'induction magnétique est presque uniforme sur la surface des griffes (figure II-57), alors comme la surface à la base des griffes (S_1) est plus grande que celle en bout de griffe (S_2), le flux magnétique sera lui aussi plus élevée à la base des griffes qu'en bout de griffe. De ce fait, ce flux plus important à la base est obligé de traverser la culasse longitudinalement pour pouvoir se reboucler sur les bases des autres griffes adjacentes.

Nous n'avons pas pu confirmer cette hypothèse car, actuellement, les logiciels de simulation par éléments finis 3D n'ont pas d'algorithme robuste pour utiliser des matériaux magnétiques anisotropes.

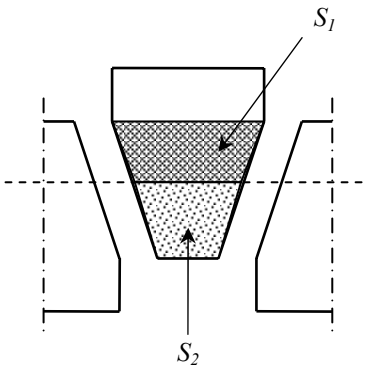


figure II-57 : Développé de la surface des griffes

5.2.2 - Modélisation des pertes fer au rotor

5.2.2.1 - Origine des pertes fer surfaciques

Les pôles des alternateurs à griffes sont en fer massif. La surface des griffes est donc le siège de pertes fer importantes, essentiellement des pertes par courants de Foucault. Un entrefer petit, des fréquences élevées et des harmoniques d'espaces importants sont les principales causes de ces pertes. Les deux paragraphes suivant traiteront de deux types de pertes fer surfaciques au rotor. Le premier type de ces pertes fer est lié à la variation de l'induction dans l'entrefer causée par l'encochage du stator (variation de la perméance de l'entrefer). Ces pertes apparaissent avec le flux d'excitation, elles sont donc présentes à vide comme en charge. D'autres pertes fer surfaciques au rotor s'ajoutent lorsque l'alternateur est en charge. Ce sont en fait les harmoniques d'espace, liés à la discontinuité de la distribution de la force magnétomotrice d'induit, qui induisent ces pertes.

5.2.2.2 - Pertes fer à vide

L'induction magnétique dans l'entrefer varie entre une valeur maximale et une valeur minimale suivant l'augmentation de la perméance au droit d'une dent ou la diminution de celle-ci au droit de l'encoche (figure II-58). La variation de l'induction (d'une amplitude de ΔB) entraînée à la vitesse de rotation du rotor génère des courants induits dans les griffes (qui sont en fer massif). La fréquence des courants induits est élevée, et donc un phénomène d'effet de peau magnétique apparaît.

Nous introduisons alors l'épaisseur de peau : $\delta_m = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{10^7\,\rho}{\mu_r\, f_e}}$

Dans l'article [13], on trouve une formulation pour exprimer les pertes fer surfaciques. En prenant comme hypothèse que la profondeur de pénétration des courants de Foucault est égale à la moitié de l'épaisseur de peau, une formule est donnée pour calculer des pertes surfaciques créées par une variation de l'induction sinusoïdale, d'amplitude ΔB :

$$P_S = K_S\,(\Delta B)^2\, v^{\frac{3}{2}}\, t_d^{\frac{1}{2}} \quad \textbf{(Équation 2)}$$

Avec : $K_S = \frac{1}{32\,\pi}\sqrt{\frac{10^7}{\mu_r\,\rho}}$ (qui est un facteur caractéristique du matériau), v, la vitesse tangentielle du rotor et t_d, le pas dentaire.

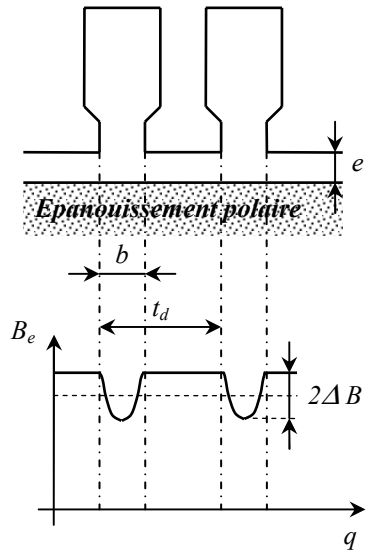


figure II-58 : Variation de l'induction au droit des encoches

Ensuite, la variation de l'induction ΔB est exprimée en fonction de l'induction moyenne dans l'entrefer (B_e) : $\Delta B = (K_C - 1)\, B_e \frac{t_d}{b}$ (b est l'ouverture d'encoche)

Le coefficient de Carter (K_C) a été introduit au paragraphe 3.3.2.

Enfin, il faut tenir compte du fait que la variation de l'induction se produit sur l'ouverture d'encoche et non pas sur un pas dentaire comme il a été supposé précédemment. Ainsi, les pertes fer surfaciques sont explicitées par la formule :

$$\boxed{P_S = K_S\,(K_C - 1)^2\, B_e{}^2\, v^{\frac{3}{2}}\, t_d\, b^{-\frac{1}{2}}}$$

Au final pour calculer les pertes fer, il faut multiplier les pertes surfaciques exprimées ci-dessus par la surface totales des griffes.

5.2.2.3 - Pertes fer en charge

Les bobines du stator, traversées par les courants de phase, génèrent une force magnétomotrice dans l'entrefer qui a une distribution discontinue due au nombre fini d'encoches. Les harmoniques de cette force magnétomotrice qui sont asynchrones par rapport au rotor, produisent alors des pertes surfaciques à la surface des griffes. L'onde de force magnétomotrice comporte, outre le fondamental, des harmoniques 5, 7, 11, 13... Nous nous sommes limité, pour le calcul de ces pertes, aux harmoniques 5 et 7 qui sont les plus importantes.

L'onde due à l'harmonique 5 se propage dans le sens inverse à la rotation du rotor, avec une vitesse de $-\frac{\Omega}{5}$ par rapport au stator (Ω est la vitesse de rotation mécanique du rotor).

Dans le référentiel du rotor, cette vitesse devient : $-\frac{\Omega}{5}-\Omega=-\frac{6\Omega}{5}$

Pour déterminer la pulsation des courants induits, il faut multiplier la vitesse relative par rapport au rotor, par la polarité de l'harmonique considéré (pour l'harmonique 5, la polarité est de 5 p si p est le nombre de paires de pôles). La pulsation des courants induits par l'harmonique 5 est alors :

$$\omega_5 = 5\,p\times\frac{6\Omega}{5}=6\,p\,\Omega$$

On poursuit le même raisonnement avec l'harmonique 7.

La vitesse de propagation est donc de $\frac{\Omega}{7}-\Omega=-\frac{6\Omega}{7}$ par rapport au rotor, et ainsi, la pulsation des courants induits est : $\omega_7 = 7\,p\times\frac{6\Omega}{7}=6\,p\,\Omega$

On remarque alors que les pulsations des courants induits par les harmoniques 5 et 7 sont identiques. De plus, pour un alternateur à une encoche par pôle et par phase, cette pulsation est la même que celle des courants induits par le phénomène d'encochage décrit au chapitre précédent. De ce fait, nous pouvons, pour calculer les pertes, utiliser la formulation utilisée dans le paragraphe précédent avec les mêmes coefficients (équation 2) :

$$P_S = K_S\,(\Delta B)^2\,v^{\frac{3}{2}}\,t_d^{\frac{1}{2}}$$

Il reste cependant le point le plus délicat : expliciter la variation de l'induction ΔB.

Cette variation de l'induction est très difficile à calculer. Nous avons donc décidé de faire des hypothèses simplificatrices. L'onde susceptible de générer des pertes fer est supposée être la somme de l'harmonique 5 avec l'harmonique 7. Comme ces deux harmoniques n'ont ni la même fréquence, ni la même vitesse de propagation, ni la même amplitude, le résultat obtenu est assez complexe. Nous avons tracé sur les figures II-59 et II-60 l'allure de cette onde dans l'entrefer pour deux temps particuliers et pour un bobinage à une encoche par pôle et par phase. Les figures II-61 et II-62 présentent cette fois les évolutions temporelles de cette onde vue par deux points différents du rotor.

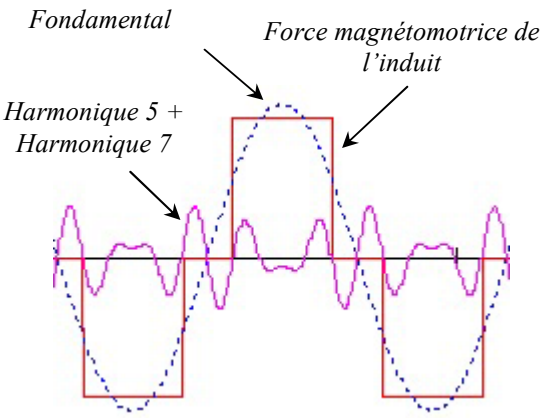


figure II-59 : Décomposition harmonique de la fmm d'induit en fonction de la position angulaire dans le cas où le courant est nul dans une phase

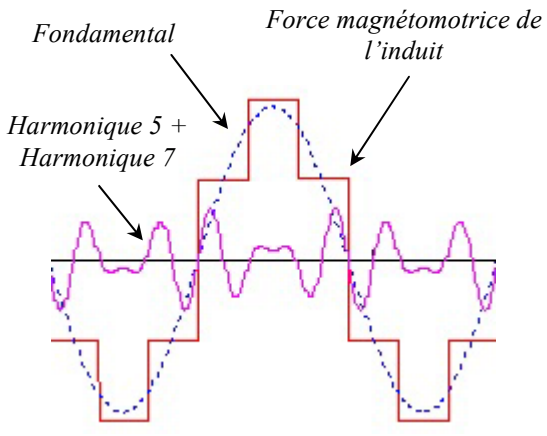


figure II-60 : Décomposition harmonique de la fmm d'induit en fonction de la position angulaire dans le cas où le courant est maximum dans une phase

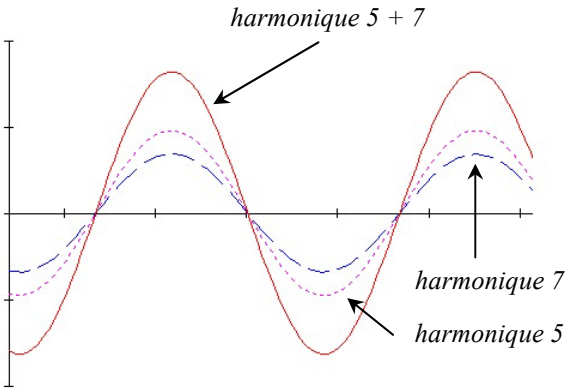


figure II-61 : Evolutions temporelles des harmoniques 5 et 7 vues par un point du rotor (cas où les harmoniques 5 et 7 sont en phase)

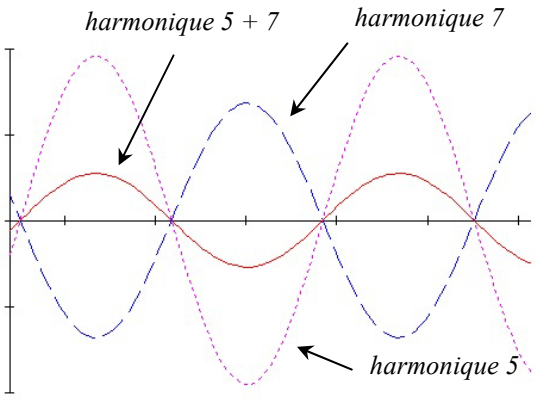


figure II-62 : Evolutions temporelles des harmoniques 5 et 7 vues par un point du rotor (cas où les harmoniques 5 et 7 sont en opposition de phase)

Les figures II-61 et II-62 montrent bien que les harmoniques 5 et 7 sont vues par le rotor à la même fréquence temporelle. Cependant, l'amplitude de la somme des deux harmoniques dépend du point considéré au rotor. Nous décidons alors de calculer les pertes fer par une moyenne des pertes locales sur un pas polaire. D'après l'équation 2, il faut donc déterminer un $(\Delta B)^2$ moyen.

Tout d'abord, nous considérons un bobinage du stator à une encoche par pôle et par phase et avec n_C conducteurs par encoche. Nous supposons aussi que l'ouverture d'encoche est réduite au maximum, autrement dit, les conducteurs d'une encoche sont ramenés à un conducteur ponctuel au milieu de l'encoche. Le bobinage d'une phase crée donc une force magnétomotrice dans l'entrefer en forme de créneau. La décomposition en série de Fourier de la fmm créée par la phase *a*, parcourue par un courant $i_a(t)$, donne par exemple :

$$F_a(\theta,t) = \frac{n_C}{2} i_a(t) \frac{4}{\pi}\left(\sin(\theta) + \frac{\sin(3\theta)}{3} + \frac{\sin(5\theta)}{5} + \frac{\sin(7\theta)}{7} + \ldots\right)$$

Cette décomposition peut se faire pour les trois autres phases. On peut ainsi déterminer l'expression de la fmm vue par le rotor. En supposant que les trois courants de phase forment un système triphasé équilibré, nous sommons alors les harmoniques 5 des trois phases et nous trouvons après simplification : $F_5(t,\theta+\omega t) = -\dfrac{3\,n_C\,I_{\max}}{5\,\pi}\cos(6\,\omega t + 5\,\theta)$

Le même calcul pour l'harmonique 7 donne : $F_7(t,\theta+\omega t) = \dfrac{3\,n_C\,I_{\max}}{7\,\pi}\cos(6\,\omega t + 7\,\theta)$

Dans les deux expressions qui précèdent, θ est la position angulaire dans le repère rotor.

Grâce à ces deux expressions, on peut déterminer analytiquement l'expression de la sinusoïde représentant la contribution des deux harmoniques pour un point donné du rotor.

En posant : $a(\theta) = \dfrac{\cos(7\,\theta)}{7} - \dfrac{\cos(5\,\theta)}{5}$ et $b(\theta) = \dfrac{\sin(5\,\theta)}{5} - \dfrac{\sin(7\,\theta)}{7}$

On trouve : $F_H = F_5 + F_7 = \dfrac{3\,n_C\,I_{\max}}{\pi}\sqrt{a(\theta)^2 + b(\theta)^2}\,\cos\left(6\,\omega t - \mathrm{Arctan}\left(\dfrac{b(\theta)}{a(\theta)}\right)\right)$

Si *e* est l'épaisseur de l'entrefer et qu'on suppose qu'aucun ampère tour n'est consommé dans le fer, alors l'induction magnétique engendrée par cette force magnétomotrice dans l'entrefer se détermine par : $\Delta B = \mu_0 \dfrac{F_H}{e}$

A partir de cette expression, nous pouvons alors calculer la valeur moyenne sur un pas polaire du carré de la variation de l'induction :

$$\left\langle \Delta B^2 \right\rangle = \left(\frac{\mu_0\,3\,n_C\,I_{\max}}{e\,\pi}\right)^2 \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} a(\theta)^2 + b(\theta)^2\,d\theta = \left(\frac{\mu_0\,3\,n_C\,I_{\max}}{e\,\pi}\right)^2 \frac{74}{1225}$$

Au final, on peut donc exprimer les pertes fer surfaciques dues aux harmoniques d'espaces par la relation :

$$P_S = K_S\,\frac{74}{1225}\left(\frac{3\,\mu_0\,n_C\,I_{\max}}{e\,\pi}\right)^2 v^{\frac{3}{2}}\,t_d^{\frac{1}{2}}$$

Cette formulation donne les pertes surfaciques, donc il faut comme précédemment les multiplier par la surface des griffes.

Il faut remarquer que cette formulation a été calculée avec comme hypothèse un entrefer lisse et une profondeur infinie. Or comme notre alternateur est à pôles saillants, les effets de bord doivent réduire ces pertes. Ce phénomène est renforcé par la présence de chanfreins sur les bords des griffes. Pour toutes ces raisons, nous avons décidé de pondérer ces pertes (les pertes en charge et les pertes à vide) par un coefficient global qui sera déterminé par un recalage du modèle avec une mesure expérimentale. Le point de mesure utilisé sera donné dans le paragraphe 5.4.1.2 - « comparaison des pertes à charges partielles ».

5.3 - Modélisation des pertes mécaniques et aérauliques

Les alternateurs actuels peuvent atteindre des vitesses supérieures à 15000 tours par minute. De ce fait, les pertes mécaniques et aérauliques ne sont pas négligeables. Les pertes mécaniques sont générées par des frottements, notamment les frottements dans les roulements, les frottements entre les balais et les bagues et enfin le glissement entre la courroie et la poulie. Les pertes aérauliques sont engendrées par les discontinuités géométriques du rotor, et surtout par les deux ventilateurs. Nous avons décidé de ne pas réaliser un modèle analytique de ces pertes. A partir d'essais expérimentaux, nous avons identifié une loi pour avoir le comportement de ces pertes en fonction de la vitesse.

La loi choisie pour modéliser ces pertes est du type :

$$k_{méca}\frac{N}{2000}+k_{aéro}\left(\frac{N}{2000}\right)^3$$

$k_{méca}$ et $k_{aéro}$ sont les deux coefficients identifiés et N est la vitesse de rotation de l'alternateur en tours par minute. Le premier terme correspond aux pertes mécaniques alors que le second modélise les pertes aérauliques.

Il faut remarquer que la modélisation de ces pertes n'est pas du tout générique. La variation des paramètres géométriques induit par le processus d'optimisation modifiera certainement la valeur de ces pertes.

Une identification sur un alternateur actuel donne une fonction dont l'évolution est tracée sur la figure II-63.

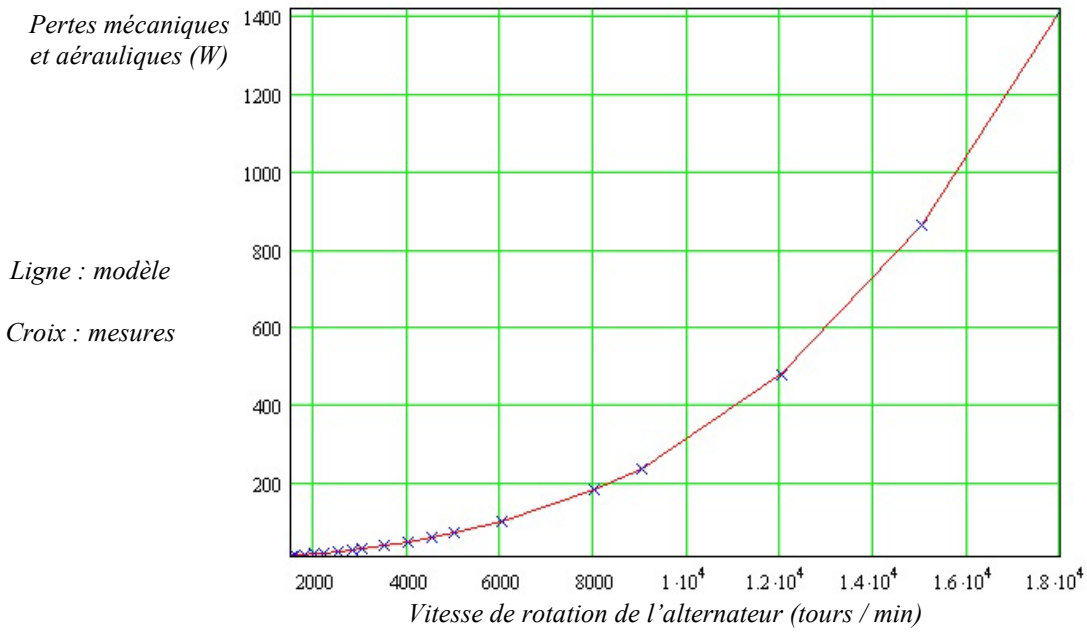


figure II-63 : Pertes mécaniques et aérauliques en fonction de la vitesse de rotation

5.4 - Validation du modèle des pertes

Pour conclure ce chapitre, nous allons présenter la validation du modèle des pertes par rapport à des mesures. Nous présenterons aussi la séparation des différentes pertes ainsi qu'une comparaison sur le calcul du rendement. Enfin, nous utiliserons notre modèle pour calculer une cartographie du rendement dans le plan « courant - vitesse ».

5.4.1 - Evaluation des différentes pertes

5.4.1.1 - Evaluation des pertes pour le débit maximum

Une première utilisation du modèle nous permet d'observer l'importance relative des différentes pertes. La figure II-64 présente l'évolution des différentes pertes de l'alternateur A en fonction de la vitesse de rotation. La puissance utile fournie par l'alternateur est déterminée par le modèle. Ensuite les différentes pertes ont été cumulées pour aboutir au final à la puissance absorbée par l'alternateur.

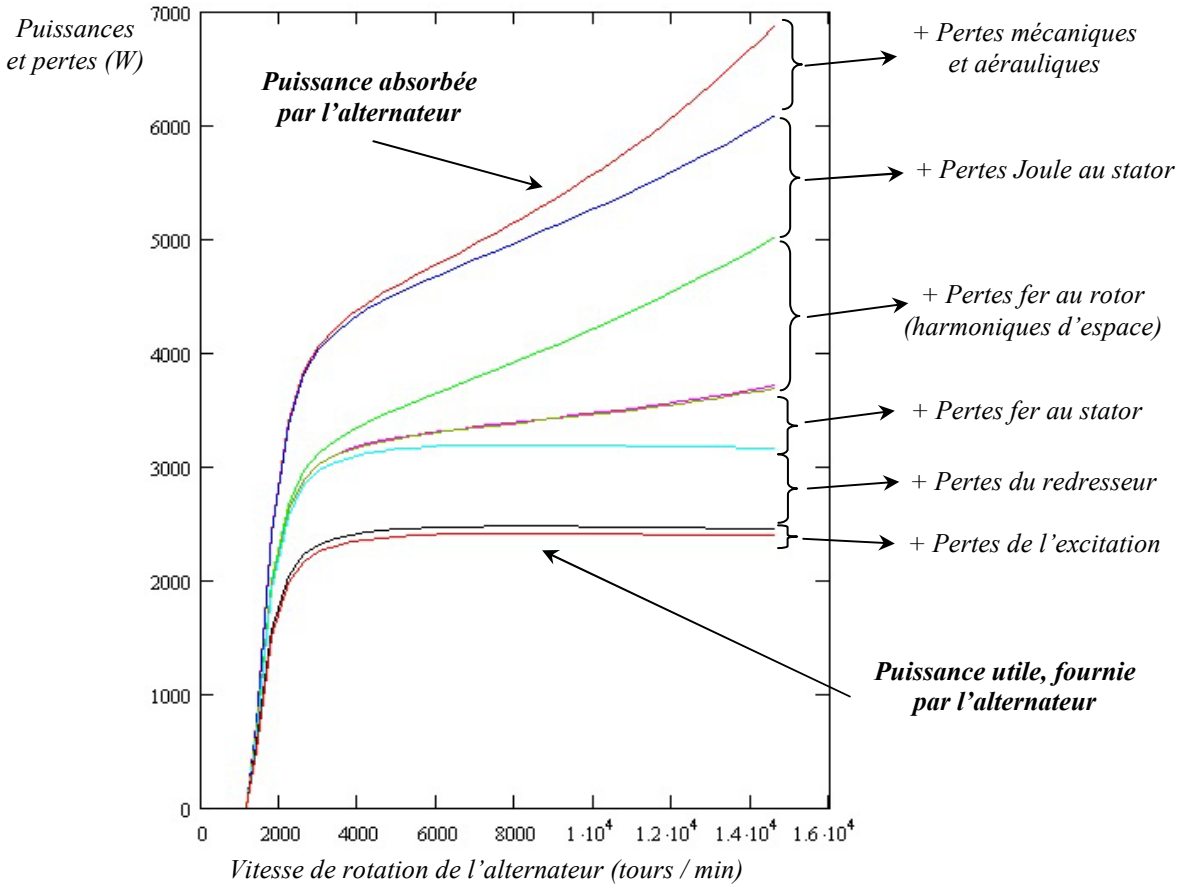


figure II-64 : Simulation des pertes maximales de l'alternateur A en fonction de la vitesse de rotation

Cette figure montre des pertes élevées à haute vitesse, ce qui laisse entrevoir un rendement médiocre. De plus, nous pouvons constater que les pertes fer à la surface des griffes créées par les harmoniques d'espace ne sont pas du tout négligeables puisque à haute vitesse, ce sont les pertes les plus importantes.

5.4.1.2 - Comparaison des pertes à charges partielles

Pour la validation du modèle des pertes, nous avons utilisé le courant de sortie mesuré et non pas celui donné par le modèle. Cela permet de calculer les pertes Joule aux plus juste sans être dépendant de la précision du modèle de simulation. Cependant, nous sommes obligé d'utiliser le modèle de l'alternateur pour estimer les inductions magnétiques et ainsi calculer les pertes fer. De ce fait, la validation qui suit dépend un peu de la précision du calcul des inductions. La variation de la température dans les bobinages, mesurée à chaque point de fonctionnement, est prise en compte pour calculer les pertes Joule. Nous présentons, ci-après, trois figures qui montrent les pertes totales pour trois vitesses de rotation. Une comparaison est réalisée à 1800 tours par min, puis à 6000 tours par min et enfin à 15000 tours par min.

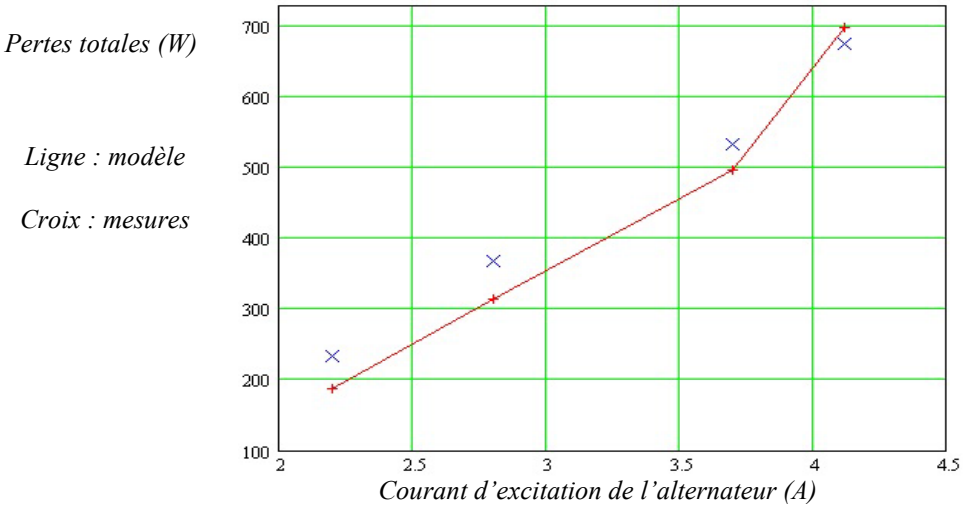


figure II-65 : Pertes totales de l'alternateur A à 1800 tours / min

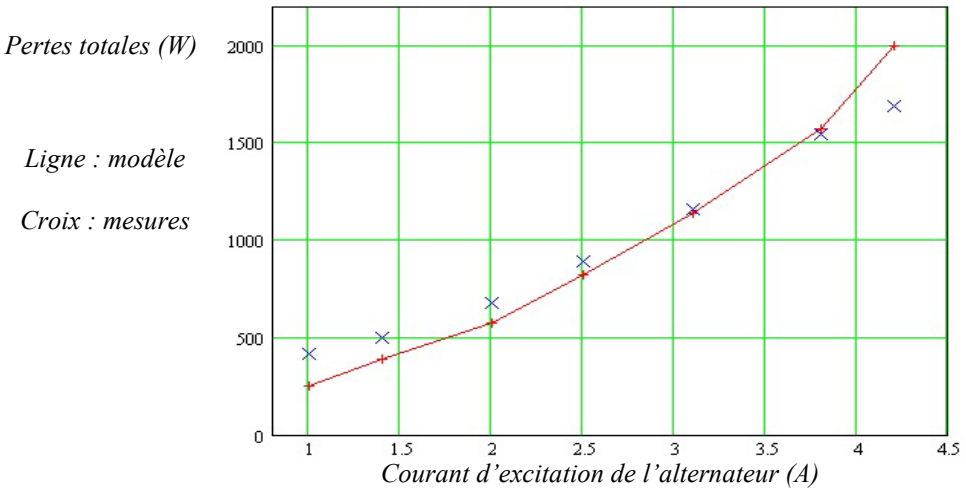


figure II-66 : Pertes totales de l'alternateur A à 6000 tours / min

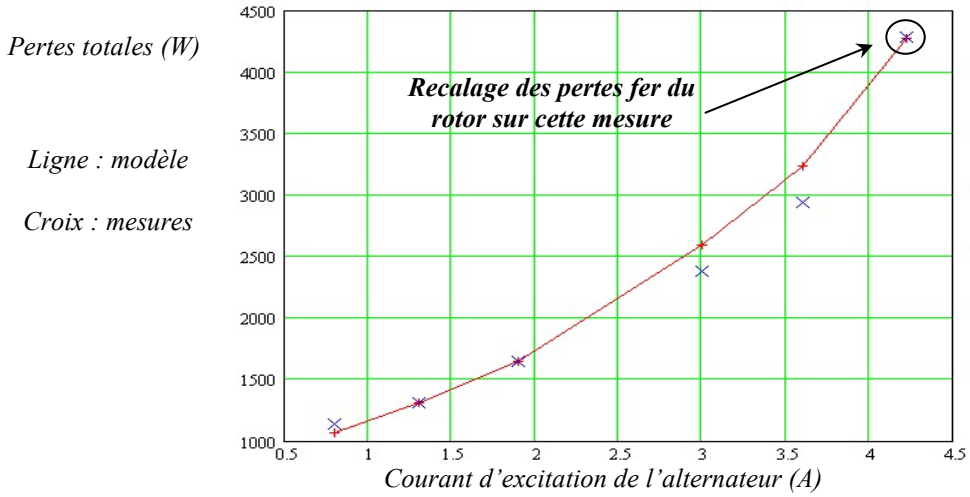


figure II-67 : Pertes totales de l'alternateur A à 15000 tours / min

Pour calculer les pertes Joule et les pertes du redresseur, nous devons utiliser le courant efficace de phase. Or, nous disposons, par la mesure, du courant moyen de sortie du redresseur. Ainsi, lorsque les courants de phase sont sinusoïdaux, on peut remonter au courant efficace de phase à partir du courant de sortie par un simple coefficient ($\pi / 3\sqrt{2}$). Néanmoins, lorsque le redresseur est en mode de conduction mixte (ou discontinue), les courants dans les phases s'éloignent de la sinusoïde et donc ce coefficient diffère. C'est pourquoi nous avons déterminé, grâce au modèle formel du redresseur, le coefficient qui permet de trouver le courant efficace de phase à partir du courant de sortie pour chaque point de mesure correspondant à un mode de conduction mixte.

Comme il a été dit au paragraphe 5.2.2.3, nous utilisons un coefficient global pour pondérer les pertes fer du rotor. Pour déterminer ce coefficient, nous opérons un recalage du modèle par rapport à un point de mesure expérimentale. Le point choisi correspond à la vitesse de rotation la plus élevée et au courant d'excitation maximal (figure II-67). Nous avons choisi cette mesure car, les pertes fer au rotor sont maximales pour ce point de fonctionnement. De plus, dans cette zone de fonctionnement, les courants de phase sont quasiment sinusoïdaux, et donc on a une bonne estimation des pertes Joule et celles du redresseur.

Ces trois figures permettent de valider le modèle des pertes. Pour un courant d'excitation faible, et d'autant plus faible que la vitesse est élevée, le modèle sous-estime les pertes.

5.4.2 - Evaluation et comparaison du rendement

Dans cette dernière partie, nous allons utiliser la totalité du modèle pour calculer le rendement. Nous comparerons alors ce rendement avec des mesures. Il faut remarquer que l'imprécision sur le calcul du courant se répercutera forcement sur la précision du calcul du rendement. En effet, la puissance utile fournie par l'alternateur est proportionnelle au courant débité si la tension de sortie est supposée constante, alors que les pertes Joule sont proportionnelles au carré du courant débité. Ainsi comme notre modèle surestime le courant débité, il faut s'attendre à une surestimation plus importante des pertes Joule pour une vitesse et un courant d'excitation donnés.

5.4.2.1 - Comparaison du rendement à pleine charge et à charge partielle

Les figures II-68 et II-69 présentent le rendement et le débit en pleine charge en fonction de la vitesse de rotation. Les figures suivantes montrent l'évolution du rendement et du débit en fonction du courant d'excitation pour trois vitesses différentes. Les lignes représentent les résultats fournis par le modèle, alors que les croix sont les mesures expérimentales.

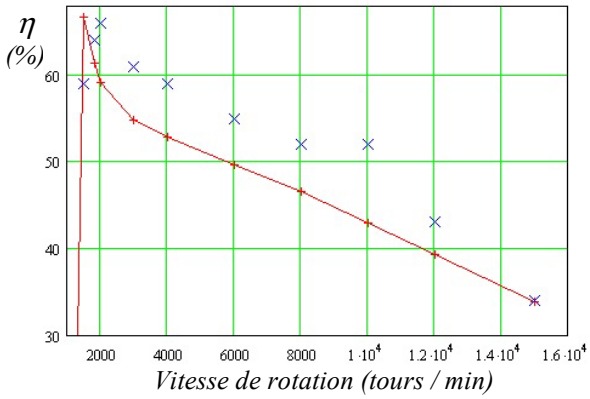


figure II-68 : Rendement de l'alternateur A en pleine charge

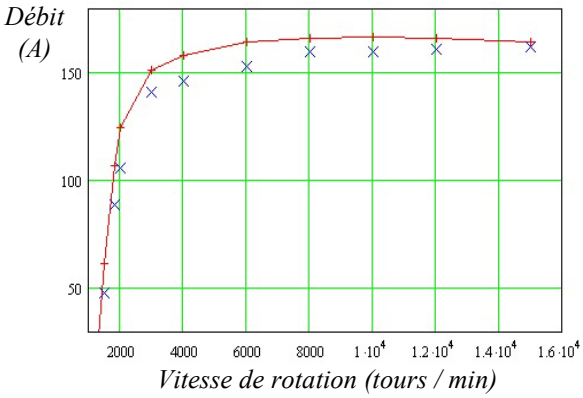


figure II-69 : Débit de l'alternateur A en pleine charge

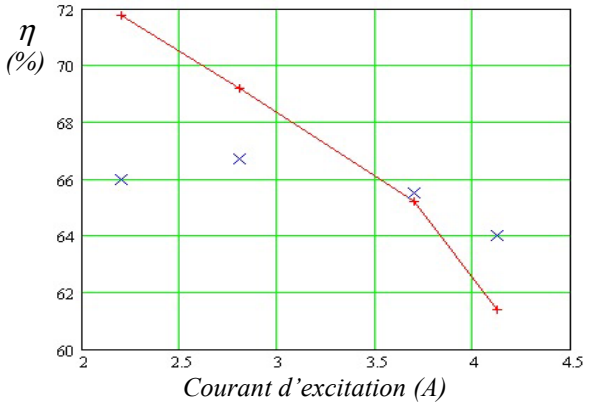


figure II-70 : Rendement de l'alternateur A à 1800 tours / min

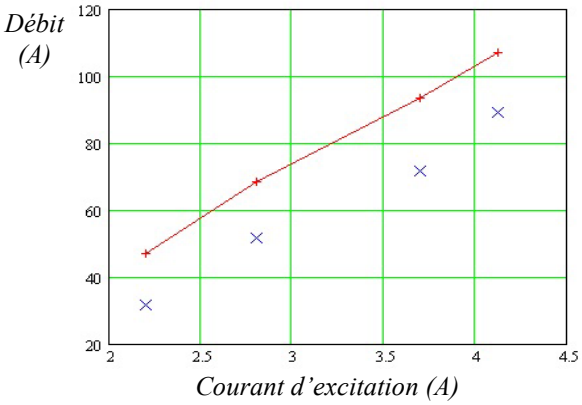


figure II-71 : Débit de l'alternateur A à 1800 tours / min

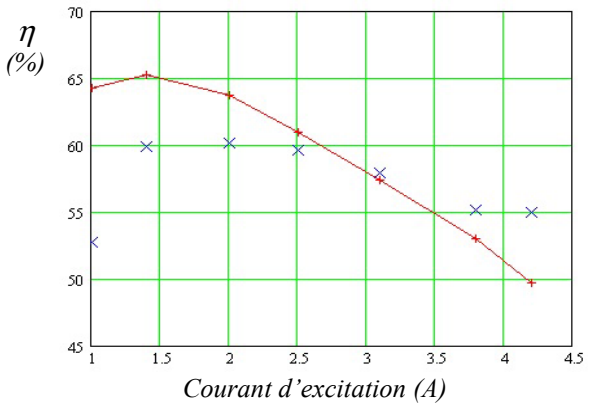


figure II-72 : Rendement de l'alternateur A à 6000 tours / min

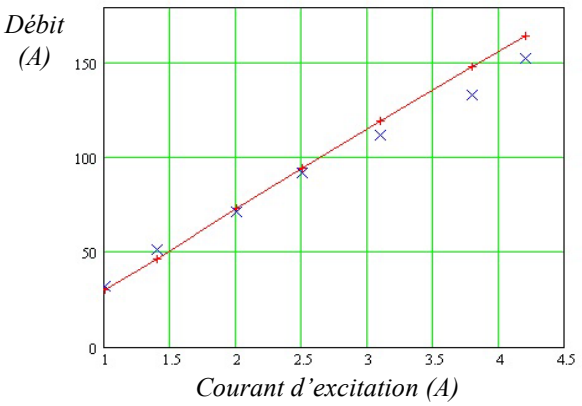


figure II-73 : Débit de l'alternateur A à 6000 tours / min

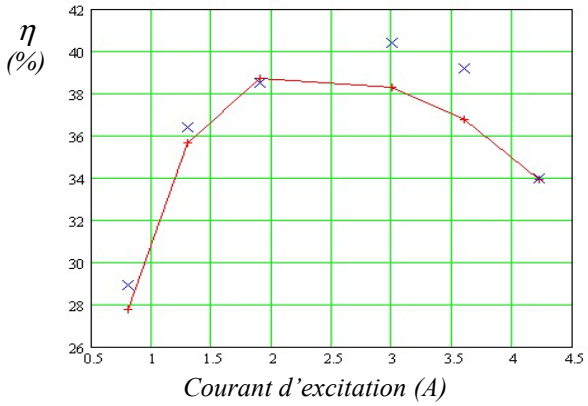


figure II-74 : Rendement de l'alternateur A à 15000 tours / min

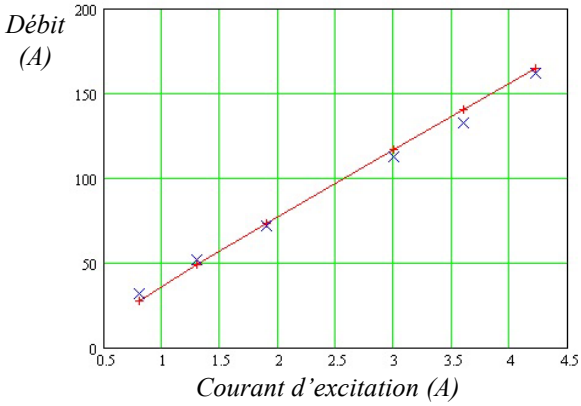


figure II-75 : Débit de l'alternateur A à 15000 tours / min

On remarque que les résultats sur le rendement sont cohérents avec ceux obtenus pour les pertes. On a donc un modèle qui sur estime le rendement à faible vitesse et à faible courant d'excitation et qui, au contraire, le sous estime à forte charge.

5.4.2.2 - Cartographie du rendement

Pour en finir avec ce chapitre, nous allons utiliser le modèle pour tracer la cartographie de rendement dans le plan « courant - vitesse ». Cette cartographie de l'alternateur sera une base pour définir le cahier des charges du dimensionnement présenté dans le chapitre suivant.

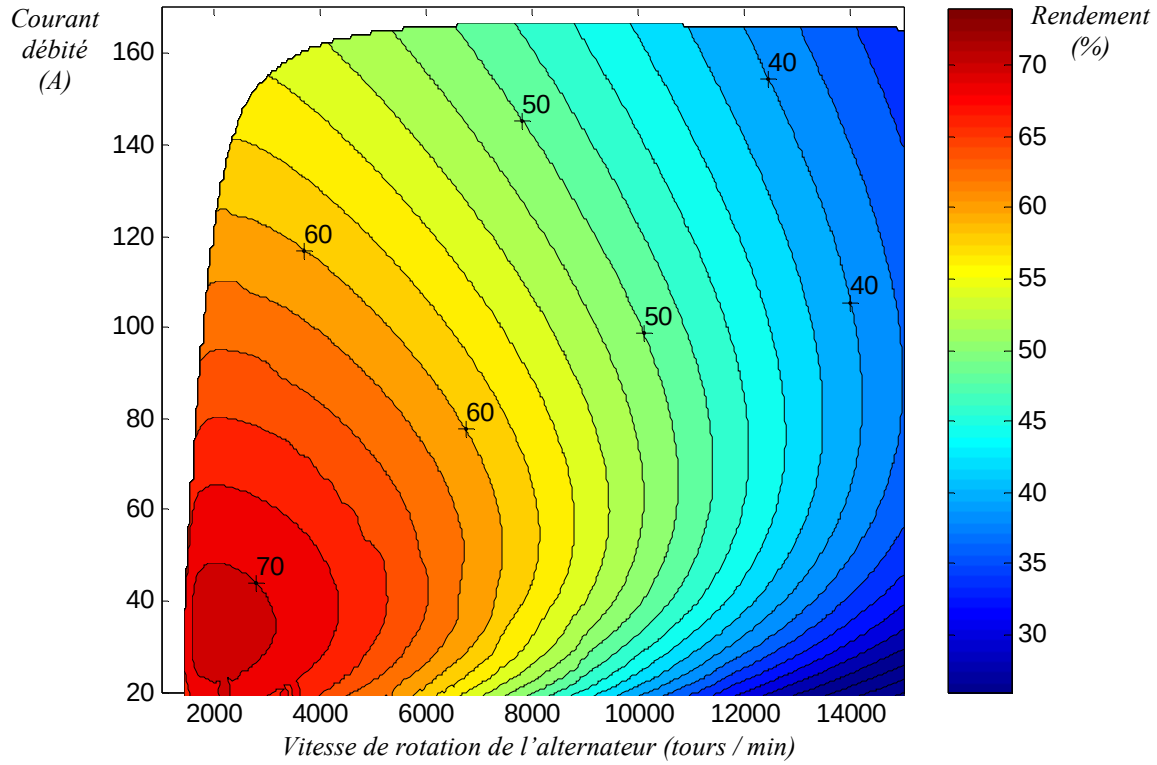


figure II-76 : Simulation de la cartographie du rendement de l'alternateur A

6 - Conclusion

Nous avons détaillé, dans ce chapitre, un modèle analytique de l'alternateur à griffes réalisé dans une optique d'optimisation. Tout d'abord, nous avons présenté le couplage électromagnétique, sous forme de diagramme vectoriel de réaction d'induit. Ce choix nous a permis de découper la modélisation en deux parties : un modèle pour le circuit magnétique et un autre pour le circuit électrique.

Pour modéliser le circuit magnétique, nous avons utilisé la méthode analytique des réseaux de réluctances qui présente un bon compromis entre précision et rapidité de calcul. De plus cette méthode est intéressante dans notre cas car elle permet de modéliser les trajets en trois dimensions des flux magnétiques. Ce modèle a ensuite été comparé avec des mesures expérimentales sur la force électromotrice à vide et l'essai en court circuit. Les écarts sont satisfaisants (5% d'erreur sur la fem à vide et 9% pour le calcul du courant de court-circuit).

Pour modéliser le circuit électrique, nous avons utilisé une méthode fondée sur la résolution symbolique des équations différentielles des courants. Nous avons été contraint d'utiliser cette méthode élaborée plutôt qu'un modèle au premier harmonique car ce denier ne permet pas d'estimer correctement les courants de l'alternateur à basse vitesse et faible puissance. En effet, comme le redresseur fonctionne en redresseur de courant, il en résulte que pour certains points de fonctionnement, les courants et les tensions de l'alternateur sont assez éloignés d'une sinusoïde. Nous avons ensuite vérifié la validité du modèle du redresseur à l'aide de simulations numériques (Simplorer). Enfin, nous avons présenté des comparaisons entre le modèle global, donnant le courant de sortie du redresseur, et des mesures expérimentales en charge. Les résultats sont très bons pour une vitesse élevée (2% d'erreur) mais sont perfectibles pour une vitesse faible (l'erreur est de l'ordre de 20%).

La dernière partie de ce chapitre était consacrée au modèle analytique des pertes et à son utilisation pour estimer le rendement global de l'alternateur. Pour finir, nous avons présenté une validation de ce modèle des pertes grâce à une comparaison avec des mesures expérimentales du rendement. Ce modèle sur estime légèrement les pertes à fortes charges, alors qu'il les sous estime pour un courant d'excitation faible. L'estimation du rendement est convenable puisqu'elle ne dépasse pas 10 % d'erreur en pleine charge.

Le modèle développé dans ce chapitre est ainsi adapté à une utilisation dans un processus d'optimisation.

Chapitre III

Apport de l’optimisation sur la conception des alternateurs

SOMMAIRE – Chapitre III

1 - LA DEMARCHE DE CONCEPTION UTILISEE 93
2 - LE CAHIER DES CHARGES GENERAL 93
3 - LES DIFFERENTES OPTIMISATIONS 96
3.1 - Optimisation sur un point de fonctionnement *97*
3.1.1 - Le cahier des charges 97
3.1.2 - Résultats de l'optimisation à vitesse moyenne 97
3.1.3 - Résultats de l'optimisation à vitesse basse 100
3.1.4 - Conséquence de l'optimisation sur un point de fonctionnement unique 102
3.2 - Optimisation sur trois points de fonctionnement *103*
3.2.1 - Le cahier des charges 103
3.2.2 - Résultats de l'optimisation 104
4 - LES COURBES DE PARETO : UN OUTIL D'AIDE A LA DECISION 106
4.1 - Présentation des courbes de Pareto *106*
4.2 - Courbe de Pareto « masse / rendement » *107*
4.2.1 - Minimisation de la masse 107
4.2.2 - Détermination d'un compromis masse / rendement 109
4.3 - Courbe de Pareto à encombrement illimité *111*
4.3.1 - Influence d'un encombrement illimité 111
4.3.2 - Présentation de la solution à masse initiale constante 112
4.4 - Courbe de Pareto avec une nouvelle technologie de bobinage *113*
4.4.1 - Influence d'une technologie de bobinage en épingles 113
4.4.2 - Evolution de la cartographie de rendement de la solution à masse initiale constante 114
5 - CONCLUSION 116

1 - La démarche de conception utilisée

Dans les phases de conception préliminaires, les processus d'optimisation sont très utiles. En effet, le couplage d'un algorithme d'optimisation sous contraintes avec un modèle analytique rapide à calculer permet d'explorer un vaste espace des solutions pour converger vers une configuration, à priori, optimale.

L'utilisation de contraintes dans le processus d'optimisation est capitale car elles permettent de satisfaire un cahier des charges. Ainsi le concepteur peut spécifier diverses contraintes comme par exemple, des contraintes sur les performances visées, des contraintes de cohérences géométriques et de dimensionnement, et enfin des contraintes issues du processus de fabrication. L'ensemble de ces contraintes restreint l'espace des solutions, mais en contrepartie garantit le respect du cahier des charges et la faisabilité de l'alternateur sous réserve d'une modélisation adéquate.

Nous allons donc utiliser des outils informatiques d'optimisation sous contraintes fondés sur les travaux de F. Wurtz [8], E. Atienza [16] et D. Magot [17]. Le logiciel Pro@Design [18] répond ainsi à nos besoins. Tout d'abord, ce logiciel génère, à partir d'équations sous forme de fichier texte, un composant de calcul dans lequel les équations sont codées automatiquement en langage JAVA. De plus, ce composant contient les différentielles formelles du modèle, codées en JAVA, qui sont obtenues par la différentiation automatique de toutes les sorties du modèle par rapport aux entrées. Ensuite ce composant de calcul est utilisé dans le module « optimisation » du logiciel Pro@Design ou dans le logiciel CDIOptimizer [17]. Ainsi, le composant de calcul créé est couplé à un algorithme d'optimisation sous contraintes, de type gradient et utilisant une méthode SQP [19]. Enfin, l'utilisateur final spécifie son cahier des charges et lance l'optimisation.

2 - Le cahier des charges général

Dans tout ce qui suit, nous allons utiliser l'alternateur A, présenté au chapitre I, comme configuration initiale de l'optimisation. Les paramètres de cet alternateur sont détaillés dans l'annexe D. La fonction objectif de l'optimisation sera le rendement global de l'alternateur sur un point de fonctionnement. Nous chercherons donc à maximiser le rendement à puissance utile constante et l'encombrement sera limité à celui de l'alternateur initial pour déterminer le potentiel de la technologie actuelle. La dernière partie présentera une méthode pour répondre à une optimisation multi objectifs, à savoir la maximisation du rendement et la minimisation de la masse.

Nous supposerons la tension du réseau constante pour toutes les optimisations et tous les points de fonctionnement. Elle sera fixée à 14 volts. Le modèle des diodes utilisé sera celui présenté en figure II-45. Les paramètres des diodes seront invariables au cours des optimisations.

Nous présentons dans les tableaux suivants l'ensemble des paramètres d'entrée à optimiser.

Paramètres des bobinages	contraintes
Nombre de conducteurs par encoche	libre
Section du fil des conducteurs du stator	libre
Nombre de spires de l'enroulement d'excitation	libre
Section du fil de l'enroulement d'excitation	libre

tableau III-1 : Paramètres des bobinages

Le tableau suivant décrit les paramètres géométriques du rotor. Ceux-ci sont présentés sur la figure III-1.

Références de la figure III-1	Paramètres géométriques du rotor	contraintes
1	*Longueur du noyau*	inférieure ou égale à l'alternateur initial
2	*Epaisseur du plateau*	inférieure ou égale à l'alternateur initial
3	*Rayon extérieur du noyau*	libre
4	*Hauteur du plateau*	libre
5	*Hauteur du bout de la griffe*	libre
6	*Rayon extérieur du rotor*	libre
8	*Largeur de la base d'une griffe*	libre
9	*Largeur du bout d'une griffe*	libre

tableau III-2 : Paramètres géométriques du rotor

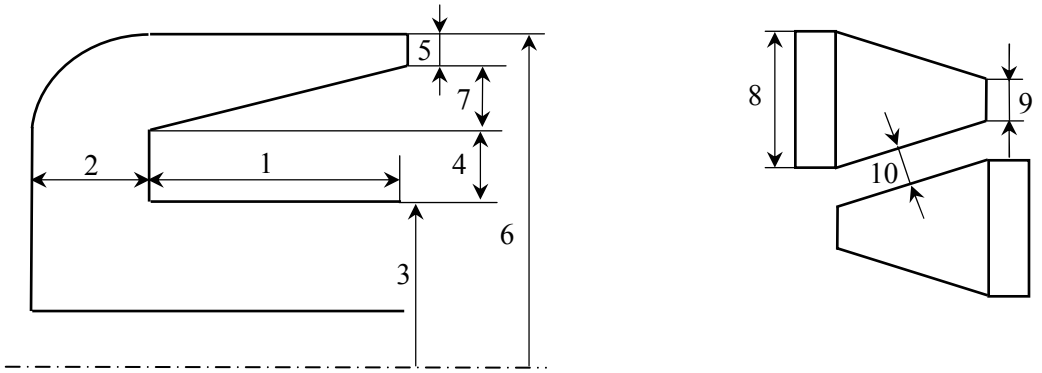


figure III-1 : Paramétrage de la géométrie du rotor

Les paramètres géométriques du stator sont détaillés dans le tableau III-3 et sur la figure III-2.

Références de la figure III-2	Paramètres géométriques du stator	contraintes
11	*Ouverture d'encoche*	supérieure ou égale à l'alternateur initial
12	*Rayon intérieur du stator*	libre
13	*Rayon extérieur du stator*	inférieur ou égal à l'alternateur initial
14	*Hauteur d'une dent*	libre
15	*Largeur d'une dent*	libre
	Largeur du paquet de tôles	inférieure ou égale à l'alternateur initial

tableau III-3 : Paramètres géométriques du stator

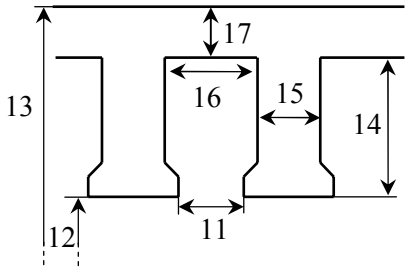


figure III-2 : Paramétrage de la géométrie du stator

Comme il a été dit dans le paragraphe précédent, nous utilisons des contraintes sur les paramètres de sortie pour répondre à un cahier des charges et pour converger vers un alternateur réalisable. Les contraintes sur les performances de l'alternateur seront détaillées au cas par cas dans la partie suivante. Nous rajoutons alors des contraintes de faisabilité qui sont, soit liées à des cohérences géométriques (pour éviter d'avoir des distances négatives), soit liées au processus de fabrication ou soit liées à la physique.

Les contraintes liées aux cohérences géométriques sont présentées dans le tableau suivant.

Références des figures III-1 et III-2	Paramètres géométriques intermédiaires	contraintes
7	*Hauteur du bec à la base*	supérieur ou égale à 1 mm
10	*Distance entre griffes*	supérieure ou égale à 1 mm
16	*Largeur du fond d'encoche*	supérieur ou égale à 1 mm
17	*Hauteur de la culasse*	supérieur ou égale à 1 mm
	Entrefer	supérieur ou égal à 0,3 mm

tableau III-4 : Paramètres géométriques de sortie contraints

Nous rajoutons en plus deux autres contraintes géométriques pour éviter au processus d'optimisation de passer par des géométries incohérentes avec la modélisation. Ainsi, nous introduisons une contrainte qui est l'écart entre la longueur du noyau (supposée identique à la longueur d'une griffe) et la largeur du paquet de tôles du stator. Cet écart est donc contraint à être inférieur ou égal à 1 mm. La deuxième contrainte rajoutée porte sur la forme trapézoïdale des griffes. La largeur de la base d'une griffe (référence 8 de la figure III-1) est donc contrainte à être supérieur d'au moins 1 mm à la largeur du bout de la griffe (référence 9 de la figure III-1).

Le processus de fabrication nous impose de rajouter des contraintes. Nous avons donc contraint le coefficient de remplissage d'encoche du stator et le coefficient de foisonnement de la bobine du rotor à ne pas dépasser les valeurs de l'alternateur initial (0,4 pour le remplissage d'encoche et 0,7 pour le foisonnement de la bobine d'excitation). Les définitions de ces deux coefficients ainsi que leurs expressions analytiques sont détaillées dans l'annexe B.

Ensuite nous complétons ces contraintes par d'autres liées à la physique. Ainsi les inductions magnétiques dans les différentes parties ferromagnétiques (noyau, plateau, coude, griffe, dent, culasse) et dans l'entrefer sont contraintes à être inférieures à 2 Teslas. Ces contraintes sur les inductions permettent d'avoir une bonne conception magnétique de l'alternateur, tout en limitant les pertes fer. Nous faisons de même avec les densités des courants du stator et du rotor pour limiter les pertes Joules et ainsi garantir la tenue thermique des conducteurs. Ainsi, la densité de courant du rotor a été contrainte à ne pas dépasser 5,8 A/mm^2, et celle du stator doit être inférieure à 23 A/mm^2. Nous avons

choisi ces valeurs car ce sont celles de l'alternateur initial, et comme nous n'avons pas de modèle thermique, il nous a semblé bon de ne pas trop dépasser ces densités de courant.

Nous avons remarqué, au cours des premières optimisations, que le processus d'optimisation a tendance à aplatir les griffes. Certaines des solutions obtenues ne sont pas viables car la tenue mécanique des griffes aux forces centrifuges n'est alors pas toujours assurée. Pour palier ce problème, nous introduisons un paramètre supplémentaire qui est le rapport de la longueur d'une griffe sur la hauteur de cette griffe à la base. Nous contraignons ensuite ce paramètre à être inférieur à celui calculé avec l'alternateur initial, à savoir 2,9.

Finalement, nous introduisons des contraintes pour résoudre le système implicite. En effet, la non linéarité des matériaux magnétiques combinée avec celle du modèle du circuit électrique nous oblige à résoudre un système non linéaire. Il existe plusieurs méthodes pour traiter des problèmes implicites en cours d'optimisation [20]. La première méthode consiste à intégrer dans le composant de calcul, un algorithme de résolution des systèmes non linéaire. Ainsi, le système implicite est résolu à chaque appel du composant de calcul, autrement dit, à chaque itération de l'optimisation. Cette méthode est assez longue à mettre en œuvre car il faut coder, en langage de programmation, un algorithme avec l'ensemble du modèle. De ce fait, nous avons préféré utiliser une méthode plus rapide à élaborer. Nous décidons donc d'utiliser l'algorithme d'optimisation comme solveur du système implicite. Pour ce faire, nous décrivons le système non linéaire comme un ensemble de contraintes à annuler. Ainsi, l'algorithme d'optimisation va déterminer les variables implicites, qui sont des paramètres d'entrée variables, tel que les contraintes à annuler soient satisfaites. Dans notre cas, le système implicite est composé de douze équations par point de fonctionnement. Ces douze équations permettent de déterminer les douze variables implicites qui sont les dix flux de mailles du réseau de réluctances (voir la mise en équations du réseau en annexe B) plus le courant dans l'axe d et celui dans l'axe q. Il faut remarquer que si l'optimisation porte sur trois points de fonctionnement, alors le nombre d'équations implicites est triplé. On obtient alors un système de 36 équations donnant 36 variables implicites.

3 - Les différentes optimisations

Les premières optimisations utilisent des cahiers des charges sur un point de fonctionnement. Après avoir remarqué les limites de ces optimisations, nous présenterons, par la suite, des résultats d'optimisations prenant en compte simultanément trois points de fonctionnement.

3.1 - Optimisation sur un point de fonctionnement

3.1.1 - Le cahier des charges

Le cahier des charges des optimisations sur un point de fonctionnement est le suivant : il faut maximiser le rendement d'un point de fonctionnement tout en conservant la puissance électrique fournie par l'alternateur à ce point de fonctionnement. La puissance électrique fournie aux autres points de fonctionnement n'est pas du tout contrôlée. Le reste du cahier des charges a été défini dans la partie précédente, l'encombrement est donc limité à l'alternateur d'origine. Nous sommes alors en présence d'un processus d'optimisation qui comporte 30 paramètres d'entrée variables (dont 12 variables implicites) et 32 paramètres de sortie contraints.

Nous avons remarqué que les solutions des optimisations différaient selon le point de fonctionnement considéré. C'est pourquoi, nous allons présenter deux exemples pour deux points de fonctionnement distincts. Nous opérons alors une optimisation à puissance maximale et à vitesse moyenne (point 2 de la figure III-3), et une autre à puissance maximale et à vitesse basse (point 1 de la figure III-3).

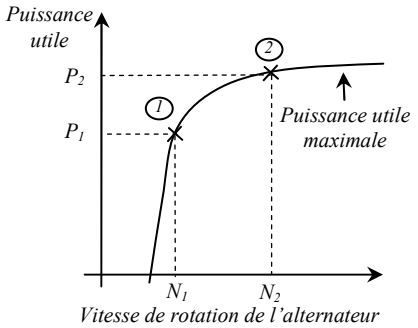


figure III-3 : Courbe de puissance utile maximale de l'alternateur

3.1.2 - Résultats de l'optimisation à vitesse moyenne

3.1.2.1 - Evolution des paramètres durant l'optimisation

Le processus d'optimisation est exécuté pour un point de fonctionnement qui correspond au débit maximal et à une vitesse de rotation de l'alternateur de 6000 tours/min. Une simulation du modèle pour ce point de fonctionnement donne une puissance utile d'environ 2326 W. L'algorithme d'optimisation a donc pour contrainte de conserver cette puissance utile à ce point de fonctionnement. Les évolutions des grandeurs caractéristiques au cours de l'optimisation sont décrites sur les figures suivantes. Les valeurs initiales et finales des paramètres sont présentées dans l'annexe C. Nous avons choisi de modéliser seulement la masse de cuivre plus la masse de fer du circuit magnétique, que nous avons appelée « masse active », sans calculer la masse des autres organes, à savoir la carcasse, l'axe, les ventilateurs, le redresseur et le régulateur.

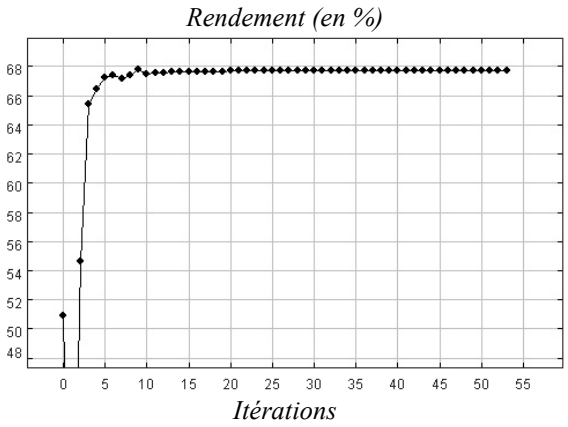


figure III-4 : Evolution du rendement au cours de l'optimisation

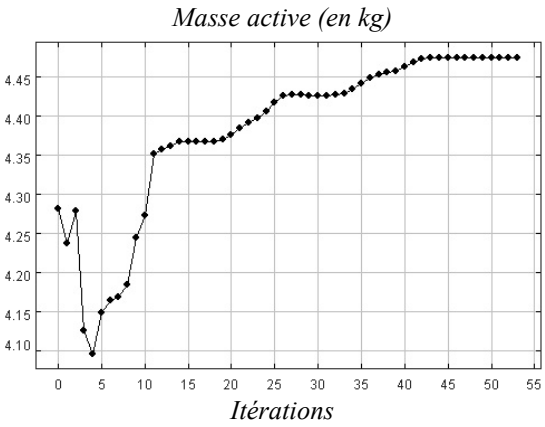


figure III-5 : Evolution de la masse au cours de l'optimisation

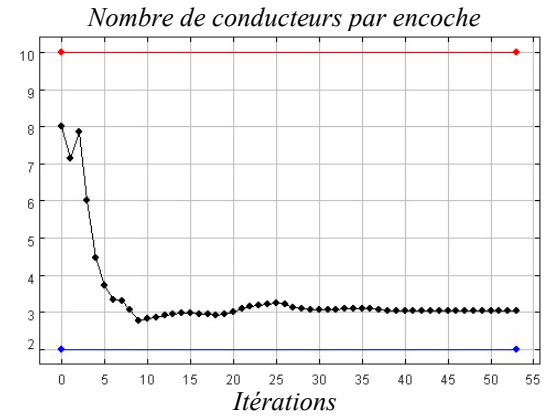


figure III-6 : Evolution du nombre de conducteurs par encoche au cours de l'optimisation

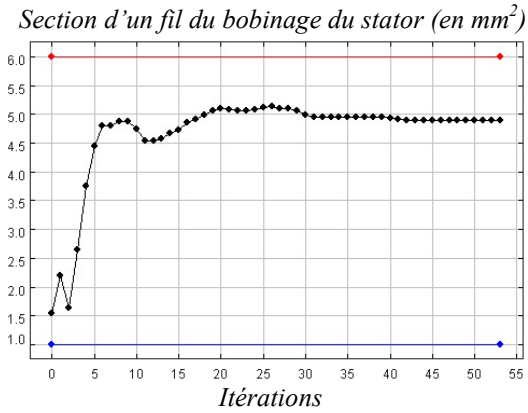


figure III-7 : Evolution de la section d'un fil du bobinage du stator au cours de l'optimisation

3.1.2.2 - Evolution de la géométrie

Les figures suivantes présentent l'évolution de la géométrie entre l'alternateur initial et l'alternateur optimisé.

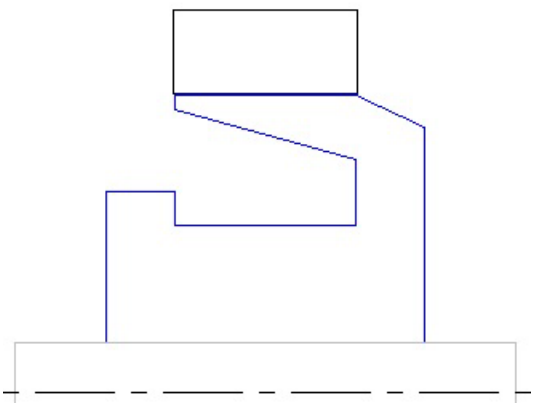


figure III-8 : Coupe axiale de l'alternateur initial

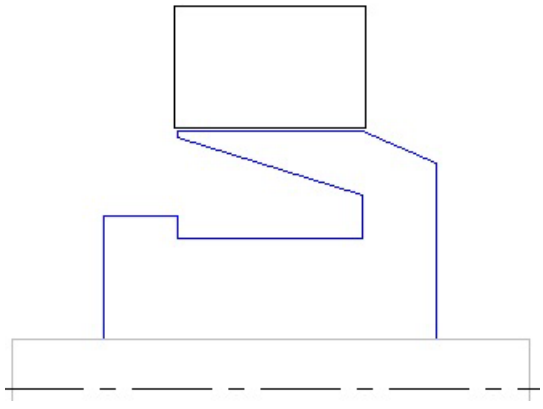


figure III-9 : Coupe axiale de l'alternateur final

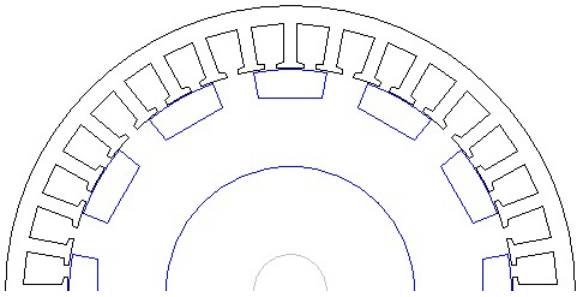


figure III-10 : Coupe transversale de l'alternateur initial

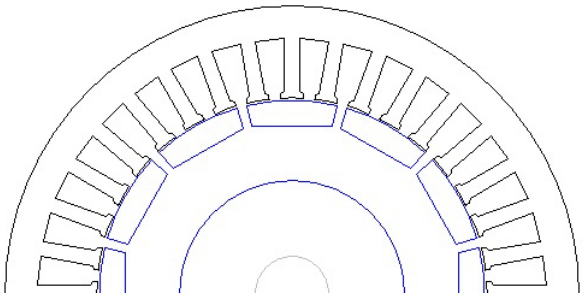


figure III-11 : Coupe transversale de l'alternateur final

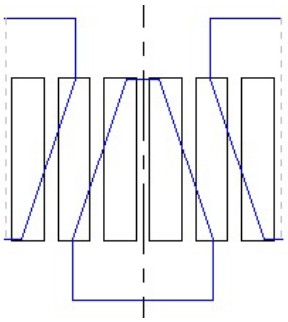


figure III-12 : Développé de la surface des griffes de l'alternateur initial

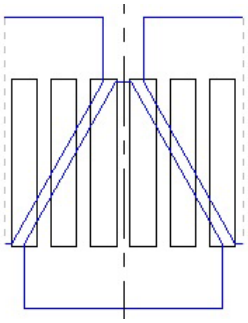


figure III-13 : Développé de la surface des griffes de l'alternateur final

3.1.2.3 - Commentaires

Au cours de cette optimisation, le rendement est passé de 51% à 68% (figure III-4) alors que la masse a augmenté de 193 grammes (figure III-5). La maximisation du rendement à puissance utile constante revient à minimiser les pertes. Une des directions privilégiées dans la recherche du point optimum conduit à des actions sur les pertes Joules au stator en diminuant la résistance des bobinages (les pertes Joules passent de 968 Watts à 132 Watts). Pour ce faire, l'algorithme diminue le nombre de conducteurs par encoche (donc le nombre de spires des bobinages) (figure III-6) et augmente leur section (figure III-7) jusqu'à la butée du coefficient de remplissage d'encoche. Cette section devient encore plus grande car la section des encoches est augmentée (figure III-11). La résistance globale des conducteurs est donc diminuée car les fils en main sont moins long et ont une section plus grande. Cette diminution du nombre de spires a pour conséquence de baisser la force électromotrice induite. L'alternateur final arrive quand même à délivrer la puissance utile demandée car, pour ce point de fonctionnement, il fonctionne presque en court circuit et l'impédance interne (résistance et inductances du stator) a diminué grâce à la baisse du nombre de spires.

Le gain en rendement est important car le processus d'optimisation baisse aussi les pertes fer surfaciques au rotor créées par les harmoniques de l'induit (elles passeraient de 320 Watts à 25 Watts, sous réserve d'une modélisation robuste car leur formulation est très empirique). Ces pertes sont fonctions du nombre de conducteurs par encoche et de l'épaisseur de l'entrefer. En plus de diminuer le nombre de conducteurs par encoche, l'optimisation augmente l'entrefer pour diminuer ces pertes.

Les figures III-11 et III-13 laissent entrevoir des résultats critiquables. A priori, il semble que les fuites entre griffes soient majorées car la distance entre griffes est très faible. La réluctance de

fuites entre griffes passe de 12,3 A/µWb pour l'alternateur initial à 3,5 A/µWb. Or ces fuites magnétiques n'augmentent pas énormément ; elles passent de 122 µWb à 182 µWb. Ceci est principalement du à la diminution des ampères tours de l'excitation et de l'induit. Une autre objection sur les résultats de la figure III-13 est recevable car nous remarquons maintenant que la largeur de la base des griffes devient très importante par rapport à la largeur du bout des griffes. Ceci risque d'entraîner le modèle dans ses limites de robustesse car nous n'avons pas modélisé les pertes fer dans la culasse créées par les flux longitudinaux (voir le paragraphe 5.2.1.3 – pertes fer dans la culasse du chapitre II). Insistons également sur le fait que la modification de la forme des griffes risque d'augmenter la teneur des tensions induites en harmonique 3 et par là même augmenter les pertes Joules si le couplage est en triangle.

On pourrait espérer un gain en rendement encore supérieur en adaptant le système de refroidissement. En effet, comme l'alternateur conçu a moins de pertes, alors il y a moins de chaleur à évacuer. Or, nous n'avons pas optimisé la forme des ventilateurs au cours de l'optimisation. Ainsi, un sous dimensionnement des ventilateurs permettrait de réduire les pertes aérauliques et donc d'augmenter le rendement.

La diminution du nombre de spires entraîne une réduction de la force électromotrice. De ce fait, cet alternateur n'arrivera pas à satisfaire la puissance électrique utile à basse vitesse car la force électromotrice doit être élevée (figure III-14). Cette solution n'est alors pas acceptable dans un contexte automobile car en roulage urbain le bilan électrique du véhicule et son équilibre sont basés sur la puissance disponible à bas régime. Ainsi, nous décidons de lancer une optimisation pour un point de fonctionnement correspondant à une vitesse plus faible pour observer une conception différente.

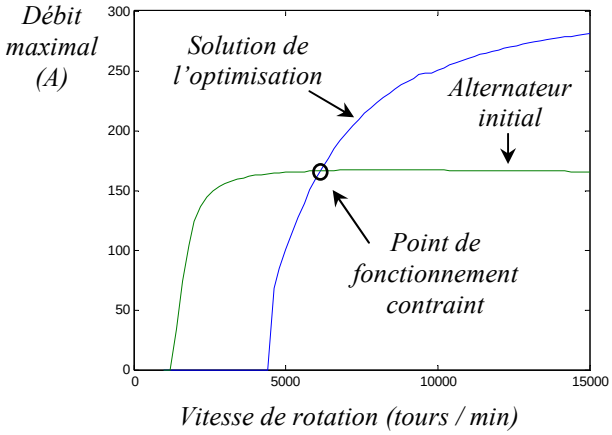


figure III-14 : Courbe de puissance utile maximale de l'alternateur optimisé

3.1.3 - Résultats de l'optimisation à vitesse basse

3.1.3.1 - Evolution des paramètres durant l'optimisation

Cette fois ci, nous exécutons une optimisation sur autre point de fonctionnement qui correspond au débit maximal et à la vitesse de 1500 tours/min. La simulation du modèle pour ce point de fonctionnement donne une puissance utile d'environ 762 W. L'algorithme d'optimisation a donc pour contrainte de conserver cette puissance utile à ce point de fonctionnement. Les différentes évolutions des grandeurs caractéristiques au cours de l'optimisation sont décrites sur les figures suivantes. Les valeurs initiales et finales des paramètres sont présentées dans l'annexe C.

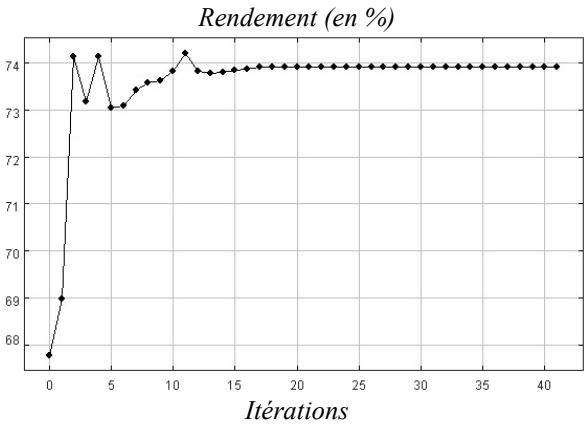


figure III-15 : Evolution du rendement au cours de l'optimisation

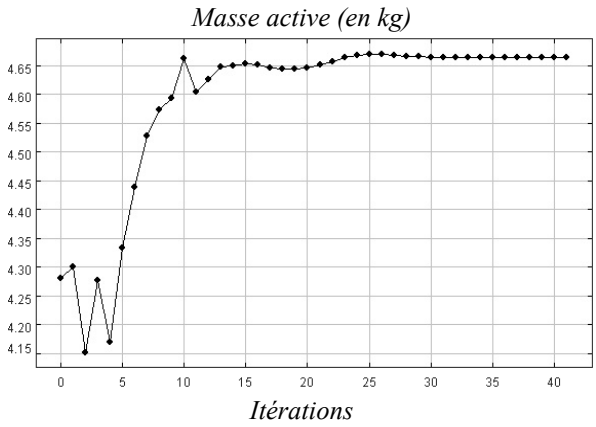


figure III-16 : Evolution de la masse au cours de l'optimisation

3.1.3.2 - Evolution de la géométrie

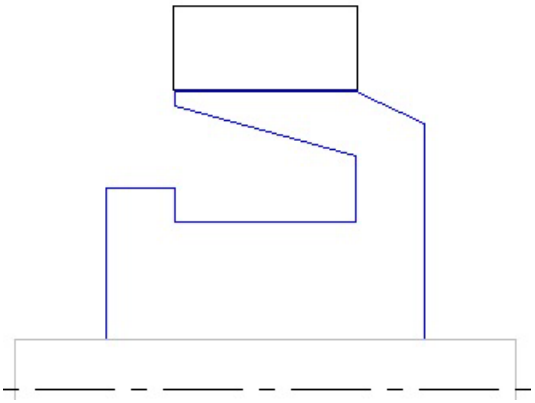


figure III-17 : Coupe axiale de l'alternateur initial

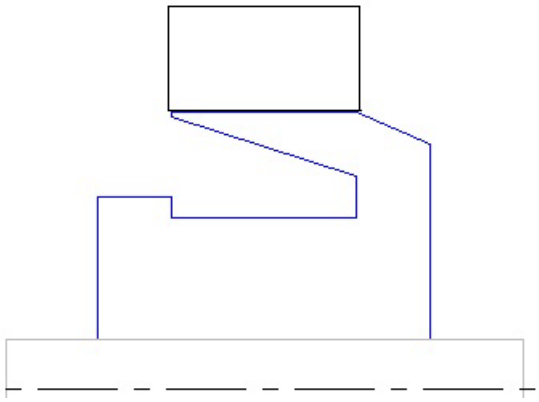


figure III-18 : Coupe axiale de l'alternateur final

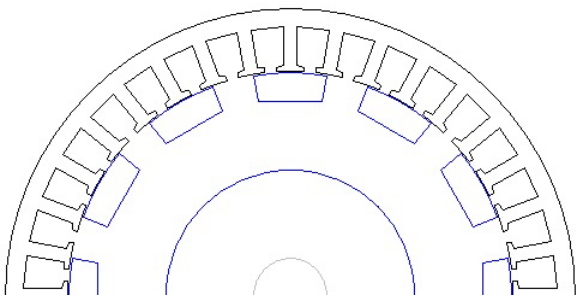


figure III-19 : Coupe transversale de l'alternateur initial

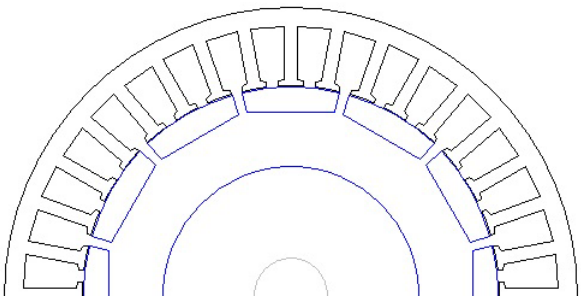


figure III-20 : Coupe transversale de l'alternateur final

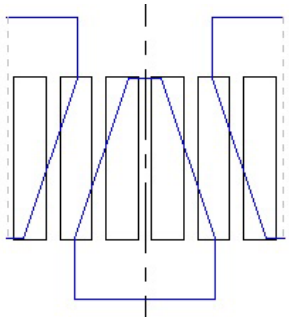


figure III-21 : Développé de la surface des griffes de l'alternateur initial

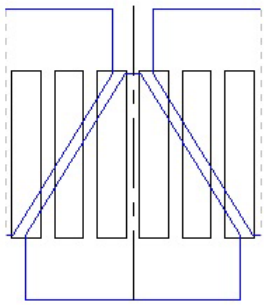


figure III-22 : Développé de la surface des griffes de l'alternateur final

3.1.3.3 - Commentaires

Les résultats sont similaires à l'optimisation précédente avec un changement important, à savoir que le processus d'optimisation ne peut plus diminuer le nombre de conducteurs par encoches comme il le souhaite, car l'alternateur a besoin d'une force électromotrice suffisante pour délivrer le courant requis à basse vitesse. Le nombre de conducteurs par encoche passe de 8 à 7 alors que la solution de l'optimisation précédente présentée 3 conducteurs par encoche. Le gain en rendement est alors moins important ; il passe de 68% à 74% (figure III-15). Dans le même temps, la masse augmente de 384 grammes (figure III-16). Le logiciel arrive quand même à gagner sur les pertes Joules (elles diminuent de 112 Watts à 59 Watts). Pour ce faire, le nombre de conducteurs par encoche étant diminué, la section des conducteurs peut ainsi augmenter jusqu'à atteindre le coefficient de remplissage d'encoche maximal. Cette section devient encore plus grande car, comme dans la première optimisation, la section des encoches est agrandie (figure III-20).

Il faut remarquer que cette optimisation engendre un alternateur qui a des pertes fer au rotor, créées par les harmoniques d'espace de l'induit, plus importantes que l'alternateur initial. Toutefois, ceci a peu d'importance car ces pertes sont faibles pour une vitesse de rotation faible (elles passent de 4,3 Watts à 7,7 Watts). On pose une réserve sur les résultats à cause de la modélisation des pertes fer dans les dents. En effet, pour ce point de fonctionnement, le matériau magnétique est fortement saturé et de plus la réaction d'induit entraîne des saturations locales dans les dents. Ainsi, comme notre modèle ne prend en compte que le fondamental de la réaction d'induit pour calculer ces pertes fer, alors il se peut que le résultat de l'optimisation soit faussé par un manque de robustesse du modèle de ce point de vue là.

La même critique du cas précédent est également recevable : la géométrie trouvée pour la forme des griffes (figure III-22) risque d'accroire les pertes fer dans la culasse.

3.1.4 - Conséquence de l'optimisation sur un point de fonctionnement unique

Les deux optimisations précédentes montrent que la conception de l'alternateur diffère selon le point de fonctionnement choisi pour établir le cahier des charges. Ainsi, ces résultats d'optimisations ne sont pas exploitables dans le cas de l'automobile car le point de fonctionnement peut varier sur une grande plage (la vitesse de rotation s'échelonne de 1200 tours/min à 15000 tours/min). Cependant, ces résultats peuvent être intéressants si on utilise l'alternateur dans un contexte où le point de

fonctionnement varie peu. Dans un contexte hors automobile citons par exemple le cas d'un groupe électrogène.

Pour respecter les cahiers des charges de l'industrie automobile, nous sommes obligés d'améliorer la méthode. Pour cela, nous avons établi un modèle et un cahier des charges fondés sur trois points de fonctionnement.

3.2 - Optimisation sur trois points de fonctionnement

3.2.1 - Le cahier des charges

La première exigence lorsqu'on décide d'installer un alternateur dans un véhicule est que celui-ci fournisse au moins deux valeurs de puissance électrique pour deux vitesses bien définies. Il doit donc fournir une puissance suffisante (P_R) à la vitesse du ralenti du moteur thermique (soit environ une vitesse, N_R, de 2000 tours/min pour l'alternateur) et une autre puissance électrique (P_N), supérieure, pour une vitesse nominale (pour cela, une vitesse de rotation de l'alternateur, N_N, de 6000 tours/min est choisie comme vitesse nominale). On peut observer ces deux points particuliers sur la courbe de puissance utile maximale de l'alternateur (points 1 et 2 de la figure III-23).

Améliorer le rendement de l'alternateur pour les points 1 et 2 n'est pas l'objectif principal car celui-ci fonctionne très rarement à son maximum. Le fonctionnement nominal d'un alternateur se situe surtout dans la zone hachurée de la figure III-23, autour du point 3. Ce point de fonctionnement correspond à la moitié de la puissance maximale à la vitesse nominale. Il semble alors plus intéressant d'essayer d'améliorer le rendement de ce point de fonctionnement. L'objectif de l'optimisation devient le suivant : il faut maximiser le rendement du point 3 tout en conservant les puissances utiles aux points 1 et 2. Une simulation du modèle pour les points 1 et 2 nous donne les contraintes sur la puissance utile maximale : l'alternateur optimisé doit fournir une puissance d'environ 1738 W pour le point 1 et environ 2326 W pour le point 2. Le reste du cahier des charges a été décrit dans la partie 2 « cahier des charges général ». L'encombrement de l'alternateur est donc limité à celui d'origine. Cet objectif est réalisable si et seulement si on résout simultanément le modèle pour les trois points de fonctionnement.

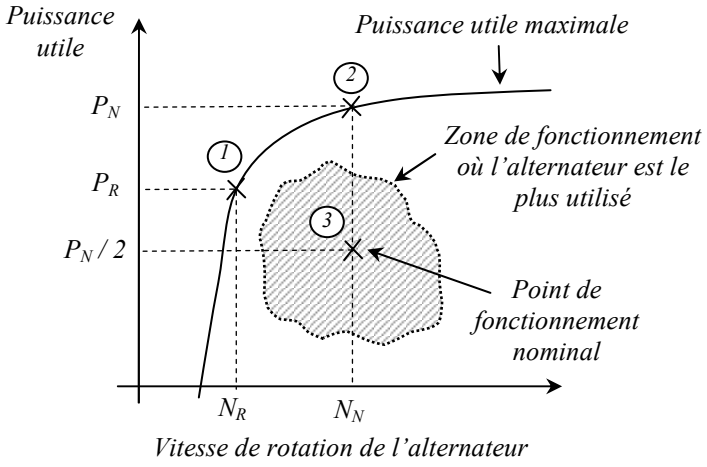


figure III-23 : Courbe de puissance utile maximale de l'alternateur

Le modèle de l'alternateur a été adapté à ce cahier des charges en triplant tous les paramètres dépendants des points de fonctionnement. Ainsi, certaines contraintes sont triplées, comme par exemple les inductions et les densités de courant. Nous sommes alors en présence d'un processus

d'optimisation qui comporte 54 paramètres d'entrée variables (dont 36 variables implicites) et 76 paramètres de sortie contraints.

3.2.2 - Résultats de l'optimisation

3.2.2.1 - Evolution des paramètres durant l'optimisation

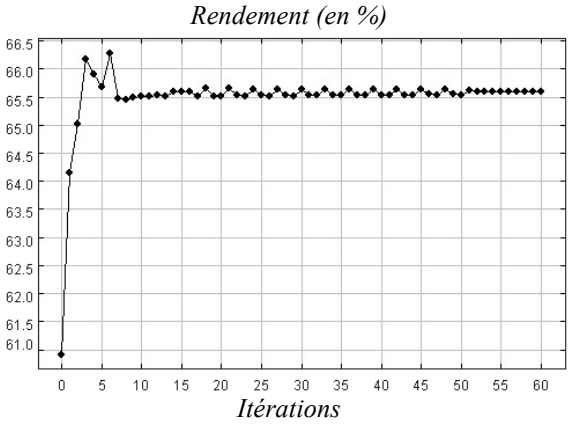


figure III-24 : Evolution du rendement du point objectif au cours de l'optimisation

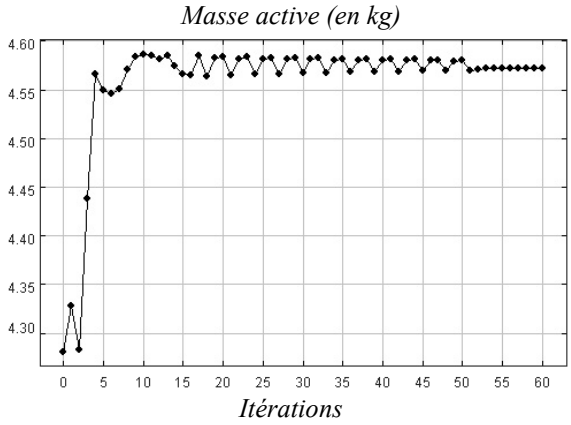


figure III-25 : Evolution de la masse au cours de l'optimisation

3.2.2.2 - Evolution de la géométrie

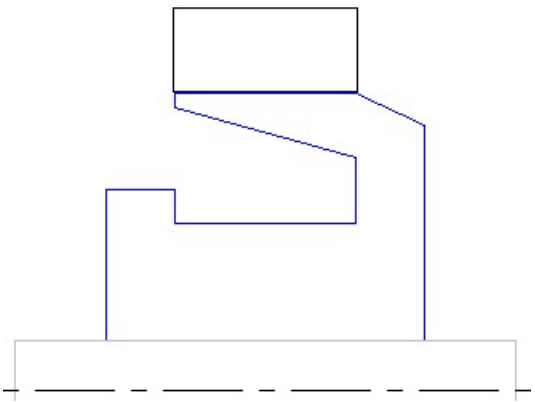


figure III-26 : Coupe axiale de l'alternateur initial

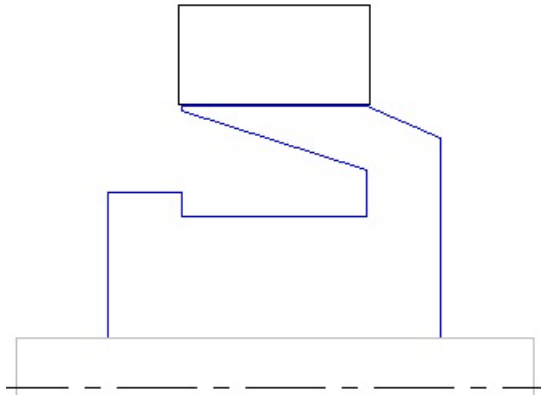


figure III-27 : Coupe axiale de l'alternateur final

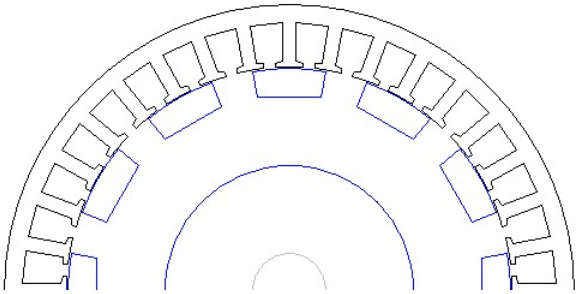


figure III-28 : Coupe transversale de l'alternateur initial

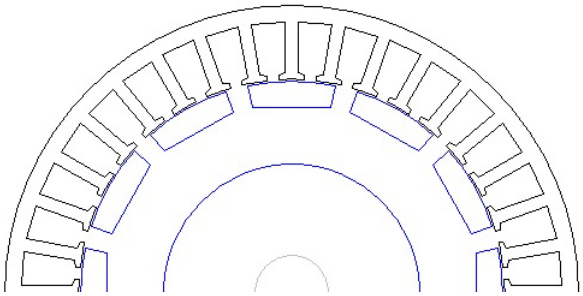


figure III-29 : Coupe transversale de l'alternateur final

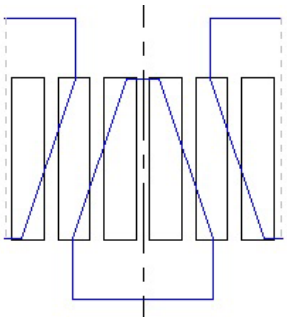


figure III-30 : Développé de la surface des griffes de l'alternateur initial

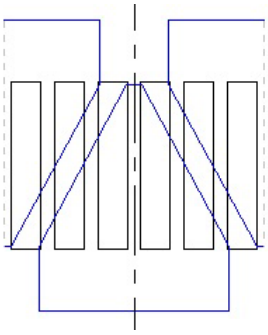


figure III-31 : Développé de la surface des griffes de l'alternateur final

3.2.2.3 - Commentaires

Une évolution du rendement du point objectif (point 3 de la figure III-23) de 61% à 66% est observée (figure III-24). En parallèle, la masse augmente de 291 grammes (figure III-25).

La contrainte sur la puissance requise au régime de ralenti empêche le processus d'optimisation de trop baisser le nombre de spires, car l'alternateur a besoin d'une force électromotrice suffisante pour délivrer de la puissance à faible vitesse. Le même raisonnement déjà détaillé lors de l'optimisation sur un point de fonctionnement à faible vitesse s'applique : nous l'appelons « optimisation 2 ». Il est clair que ce point de fonctionnement est dimensionnant. Comme dans les deux premières optimisations, la section des encoches est agrandie. La résistance du stator est ainsi diminuée par une légère réduction du nombre de spires et une augmentation de la section des conducteurs.

La grande différence avec l'optimisation 2 est que cette fois-ci la fonction objectif porte sur le rendement du point 3 de la figure III-23. A ce point de fonctionnement, la vitesse est beaucoup plus élevée que celle du ralenti, et donc les pertes fer prennent beaucoup plus d'importance. L'algorithme d'optimisation essaye donc de diminuer l'ensemble des pertes et accorde beaucoup plus d'importance aux pertes fer que dans l'optimisation 2. Dans les deux optimisations sur un point de fonctionnement unique, l'algorithme d'optimisation augmentait la surface des griffes. Il arrivait cependant à limiter les pertes fer au rotor créées par les harmoniques de la réaction d'induit car pour une vitesse faible, les fréquences des harmoniques et les courants du stator sont faibles et dans le cas à vitesse moyenne, la réaction d'induit était fortement réduite par la diminution du nombre de spires du stator. Dans le cas de l'optimisation sur trois points de fonctionnement, l'algorithme ne peut pas trop augmenter la surface des griffes car la réaction d'induit est importante à cause du nombre de spires requis pour les faibles vitesses. Pour illustrer cette remarque, nous avons utilisé l'alternateur donné par l'optimisation 2 pour simuler le point 3 de la figure III-23. L'alternateur solution de l'optimisation 2 produit des pertes fer au rotor de l'ordre 168 Watts pour le point 3. Or l'alternateur issu de l'optimisation sur trois points de fonctionnement engendre des pertes fer au rotor de l'ordre de 70 Watts au point 3. On comprend alors pourquoi la surface des griffes ne peut pas être autant augmentée que dans les deux premières optimisations.

3.2.2.4 - Evolution de la cartographie du rendement

Les deux figures suivantes présentent l'évolution de la cartographie de rendement entre l'alternateur initial et l'alternateur optimisé sur trois points de fonctionnement.

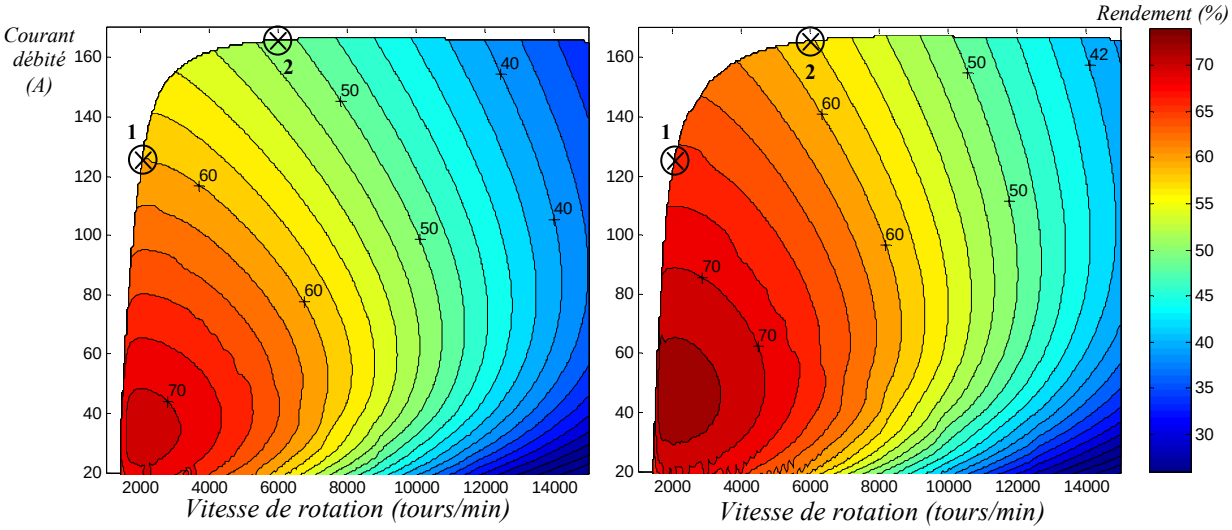


figure III-32 : Cartographie de rendement de l'alternateur initial

figure III-33 : Cartographie de rendement de l'alternateur optimisé

Tout d'abord, on remarque que les deux points de fonctionnement contraints sur le débit maximal (points 1 et 2 des figures III-32 et III-33) sont bien respectés. Ensuite, le rendement est amélioré sur l'ensemble de la cartographie, alors que la fonction objectif de l'optimisation ne portait que sur un seul point de fonctionnement.

4 - Les courbes de Pareto : un outil d'aide à la décision

4.1 - Présentation des courbes de Pareto

Les courbes (ou surfaces) de Pareto sont utilisées en conception comme un outil d'aide à la décision pour traiter les problèmes multi objectifs [17]. Ces courbes (ou surfaces) présentent un ensemble de solutions (d'optimisations) répondant au cahier des charges. Nous avons préféré tracer des courbes 2D, plus facile à interpréter, plutôt que des surfaces 3D.

Pour établir une courbe de Pareto pertinente, il s'agit de tracer l'ensemble des solutions en fonction de deux paramètres objectifs qui tendent vers des directions opposées. Dans le cas de la conception des machines électriques, il faut souvent combiner deux objectifs principaux antagonistes, qui sont de maximiser le rendement et de minimiser la masse. Il en découle alors une courbe de Pareto avec un axe représentant le rendement et un autre représentant la masse. La visualisation de cette courbe permet ensuite de choisir le meilleur compromis entre la masse et le rendement.

Dans ce qui suit, nous allons présenter plusieurs courbes de Pareto de type « masse / rendement » issues de plusieurs cahiers des charges.

4.2 - Courbe de Pareto « masse / rendement »

Avant de tracer la courbe de Pareto correspondant au cahier des charges de l'optimisation sur trois points de fonctionnement, nous devons déterminer les deux limites. Il faut donc déterminer le maximum de rendement du point 3 de la figure III-23 à encombrement limité et à masse libre. Ce maximum correspond à la solution présentée dans la partie précédente. Pour déterminer l'autre limite, il faut minimiser la masse à rendement libre.

4.2.1 - Minimisation de la masse

Pour déterminer la masse minimale, nous exécutons une optimisation dont l'objectif est le suivant : minimiser la masse tout en conservant les performances requises au point 1 et 2 de la figure III-23. Le reste du cahier des charges correspond points par points à celui décrit dans le paragraphe 2. L'encombrement est donc limité à celui de l'alternateur initial. Il faut remarquer que, pour cette optimisation, les butées choisies pour les densités de courant prennent beaucoup d'importance. En effet, comme nous cherchons à minimiser la masse à puissance utile constante, l'optimisation va pousser les densités de courant au maximum pour obtenir la meilleure puissance massique. Nous rappelons que nous avons choisi de ne pas dépasser les densités de courant de l'alternateur initial, pour garantir la tenue thermique de l'alternateur. A défaut d'avoir un modèle thermique de l'alternateur, nous pensons que les densités de courant permettent d'estimer, en première approche, les échauffements dans l'alternateur. Nous n'avons pas utilisé les règles empiriques utilisant la densité linéique de courant au niveau de l'entrefer car d'une part, la géométrie évolue peu au niveau radial pour les configurations à forte puissance massique, et d'autre part, le refroidissement de ces alternateurs est complexe et spécifique à chaque type d'alternateurs. Les figures suivantes présentent les évolutions des grandeurs caractéristiques et de la géométrie au cours de l'optimisation.

4.2.1.1 - Evolution des paramètres durant l'optimisation

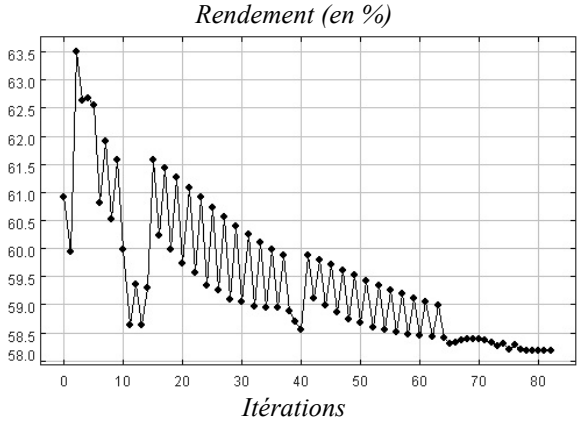


figure III-34 : Evolution du rendement du point objectif au cours de l'optimisation

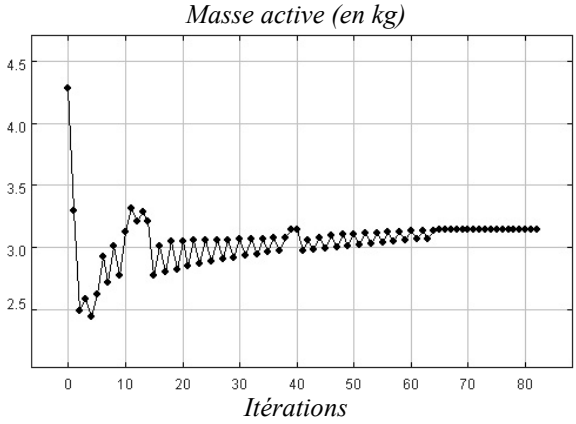


figure III-35 : Evolution de la masse au cours de l'optimisation

4.2.1.2 - Evolution de la géométrie

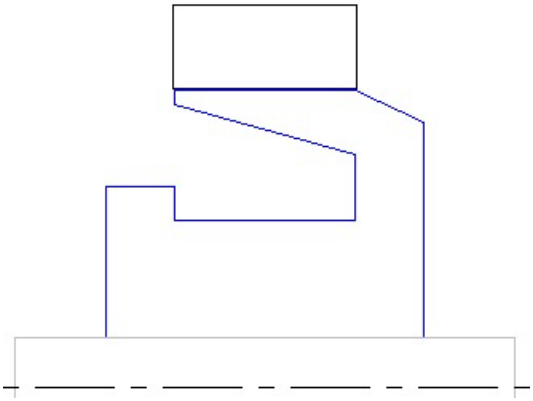


figure III-36 : Coupe axiale de l'alternateur initial

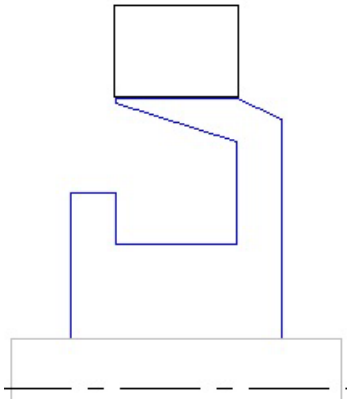


figure III-37 : Coupe axiale de l'alternateur final

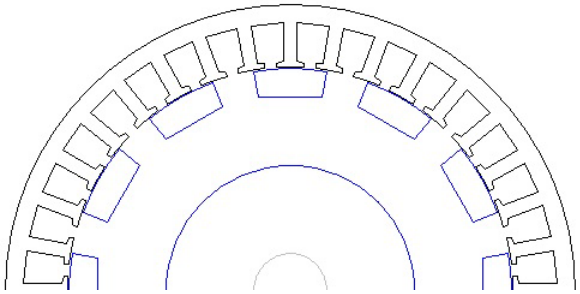


figure III-38 : Coupe transversale de l'alternateur initial

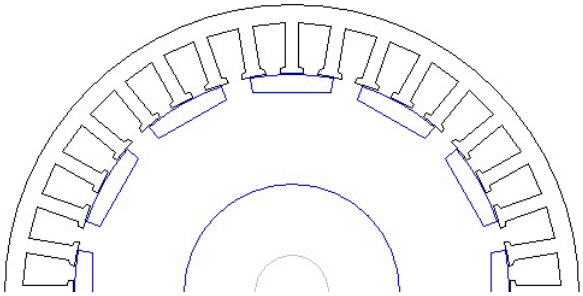


figure III-39 : Coupe transversale de l'alternateur final

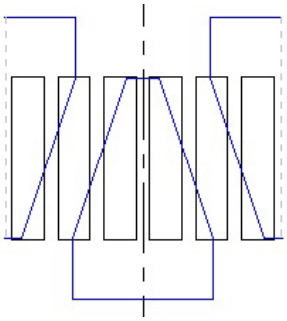


figure III-40 : Développé de la surface des griffes de l'alternateur initial

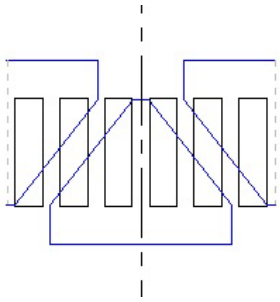


figure III-41 : Développé de la surface des griffes de l'alternateur final

4.2.1.3 - Commentaires

Au cours de cette optimisation, la masse a diminué d'environ 1,14 kg, alors que le rendement du point 3 de la figure III-23 est passé de 61% à 58%. Comme attendu, les densités de courant de l'alternateur optimisé sont maximales. La densité de courant de la bobine d'excitation est donc de 5,8 A/mm^2 et celle des bobines du stator reste à 23 A/mm^2 pour le point 2 de la figure III-23. Pour diminuer la masse, l'algorithme d'optimisation réduit la longueur active de l'alternateur (figure III-37). Il ne peut pas en même temps diminuer le rayon extérieur car l'alternateur est contraint à délivrer la puissance initiale. La diminution de la longueur active entraîne une baisse du flux utile qui traverse

les bobines du stator (il passe de 372 µWb à 292 µWb pour le point 1 de la figure III-23). Pour compenser cette baisse du flux, il augmente le nombre de conducteurs par encoche qui passe de 8 à 10. La section des fils du stator ne peut pas diminuer à cause de la contrainte sur la densité de courant. Le nombre de conducteurs par encoche est alors augmenté grâce à une hausse de la section des encoches. Contrairement aux optimisations qui visaient à augmenter le rendement, il ne peut pas trop baisser le rayon intérieur du stator car il faut garder de l'espace pour la bobine d'excitation en prenant en compte la diminution de la longueur active (figure III-37). Les inductions magnétiques sont sensiblement identiques à celles de l'alternateur initial, sauf dans le plateau et le noyau où les sections ont été fortement réduites.

Une autre différence avec les optimisations précédentes est détectable. La distance entre griffes ne peut pas diminuer à cause des flux de fuites, alors que dans l'optimisation qui visait à maximiser le rendement, elle ne pouvait pas diminuer à cause des pertes fer au rotor. En effet, dans cette optimisation les ampères tours de l'excitation doivent rester importants pour produire le flux utile, et une trop faible distance entre griffes entraînerait des fuites entre griffes trop importantes.

La baisse du rendement provient évidemment de l'augmentation des pertes. Les pertes Joules ne sont pas augmentées car la résistance du stator varie peu. En effet, l'augmentation du nombre de spires laissait entrevoir une augmentation de la résistance, mais celle-ci combinée avec la diminution de la longueur active de l'alternateur entraîne une variation faible de la résistance. La baisse du rendement est surtout causée par l'augmentation des pertes fer au rotor. En effet, l'augmentation du nombre de conducteurs par encoche implique une augmentation de la réaction d'induit et donc des pertes fer au rotor.

4.2.2 - Détermination d'un compromis masse / rendement

Une fois les deux limites déterminées, il est possible d'accéder à la courbe de Pareto « masse/rendement ». Pour ce faire, nous exécutons plusieurs optimisations sur trois points de fonctionnement qui visent à maximiser le rendement du point 3 de la figure III-23 à masse constante avec le cahier des charges décrit au début du chapitre. Chaque solution de ces optimisations respecte les puissances utiles maximales requises aux points 1 et 2 de la figure III-23.

Nous faisons donc varier la masse entre celle trouvée par la maximisation du rendement et celle déterminée par la minimisation de la masse. La courbe de Pareto est donc tracée sur la figure suivante.

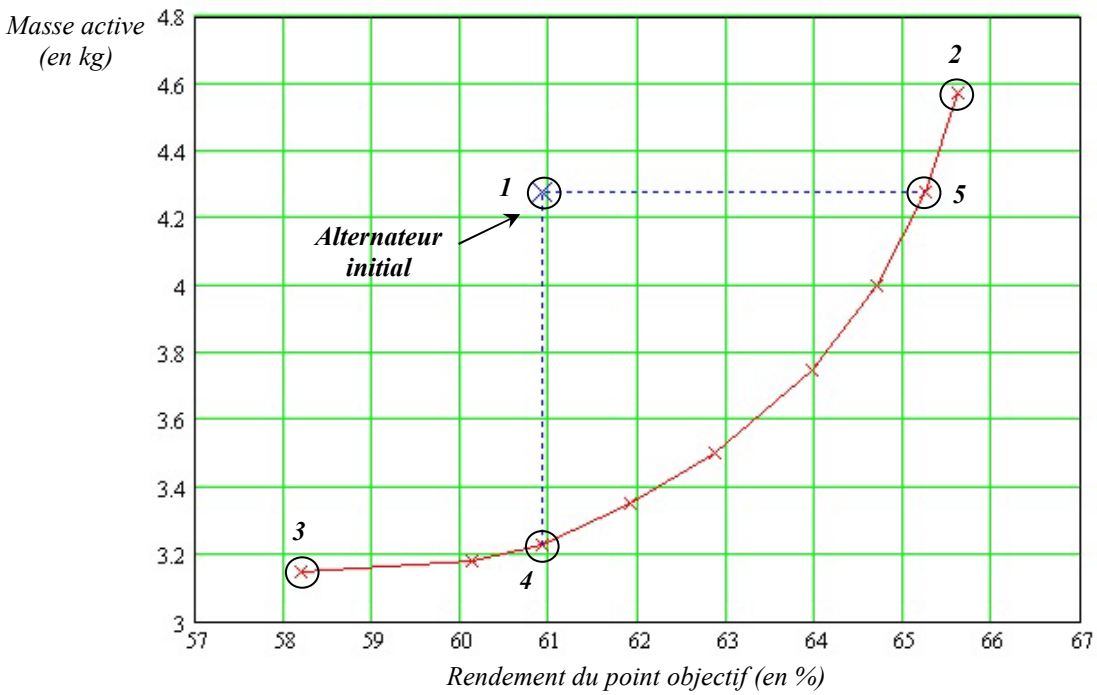


figure III-42 : Courbe de Pareto « masse/rendement » du cahier des charges initial

Le point 1 de la figure III-42 correspond aux caractéristiques de l'alternateur initial. Les deux limites de la courbe (les points 2 et 3) sont déterminées par les optimisations précédentes. Sur cette courbe, nous définissons deux points particuliers. Le point 5 montre l'amélioration du rendement à masse initiale constante, alors que le point 4 présente une optimisation qui réduit la masse de l'alternateur tout en conservant le rendement initial de l'alternateur. Il découle de cette courbe que toutes les solutions situées entre le point 4 et le point 5 offrent un meilleur compromis que l'alternateur initial, à la fois au niveau du rendement et de la masse.

Les solutions en dehors de cette zone sont à priori moins intéressantes. Obtenir un rendement supérieur au point 5 se paye par une forte augmentation de la masse. Inversement, si on cherche une masse inférieure au point 4, alors le rendement chutera.

Les résultats des optimisations présentés sur la courbe de Pareto doivent être corrigés pour tenir compte du fait que le nombre de spires doit être un nombre entier. En effet, l'algorithme d'optimisation donne une valeur décimale pour le nombre de spires, ce qui est évidemment irréalisable. Nous avons donc relancé pour chaque solution une optimisation avec un nombre de conducteurs par encoche fixé à sa valeur entière inférieure et une autre avec celui-ci fixé à sa valeur entière supérieure. Nous avons remarqué que pour chaque optimisation, la meilleure solution revenait à prendre comme valeur entière, celle trouvée par arrondi au plus proche du nombre de conducteurs par encoche. Après avoir appliqué cette méthode pour chaque point de la courbe de Pareto, nous constatons que chaque point corrigé est très proche du point initial.

Les algorithmes d'optimisation sous contraintes ne garantissent pas l'obtention d'un optimum global. Pour tracer la courbe de Pareto, nous avons maximisé le rendement à masse fixée. Nous pouvons vérifier que l'opération inverse, minimiser la masse à rendement fixé, donne les mêmes résultats. Nous observons alors que la minimisation de la masse à rendement fixé donne la même

courbe de Pareto, et donc nous n'avons pas mis en évidence de meilleurs optimums. Nous pouvons donc penser que, dans notre cas, la courbe de Pareto est formée d'optimums globaux.

Cette courbe de Pareto permet alors de déterminer le meilleur compromis masse / rendement. Elle permet au concepteur de choisir la meilleure solution, qui se trouve, dans la plupart des cas dans le coude de la courbe.

4.3 - Courbe de Pareto à encombrement illimité

4.3.1 - Influence d'un encombrement illimité

Il est intéressant d'observer les résultats des optimisations en libérant les contraintes d'encombrement. Le diamètre extérieur et la longueur axiale sont ainsi libérés. Pour des raisons évidentes, nous resterons dans des valeurs de masses proches de l'alternateur initial. Nous ne chercherons donc pas à déterminer la limite supérieure de la courbe de Pareto, le maximum de rendement, qui présente peu d'intérêt. Nous présentons sur la figure III-43 une partie de la courbe de Pareto correspondant à un encombrement illimité. Sur la même figure, nous avons tracé la courbe de Pareto précédente (en pointillé), issue du cahier des charges initial.

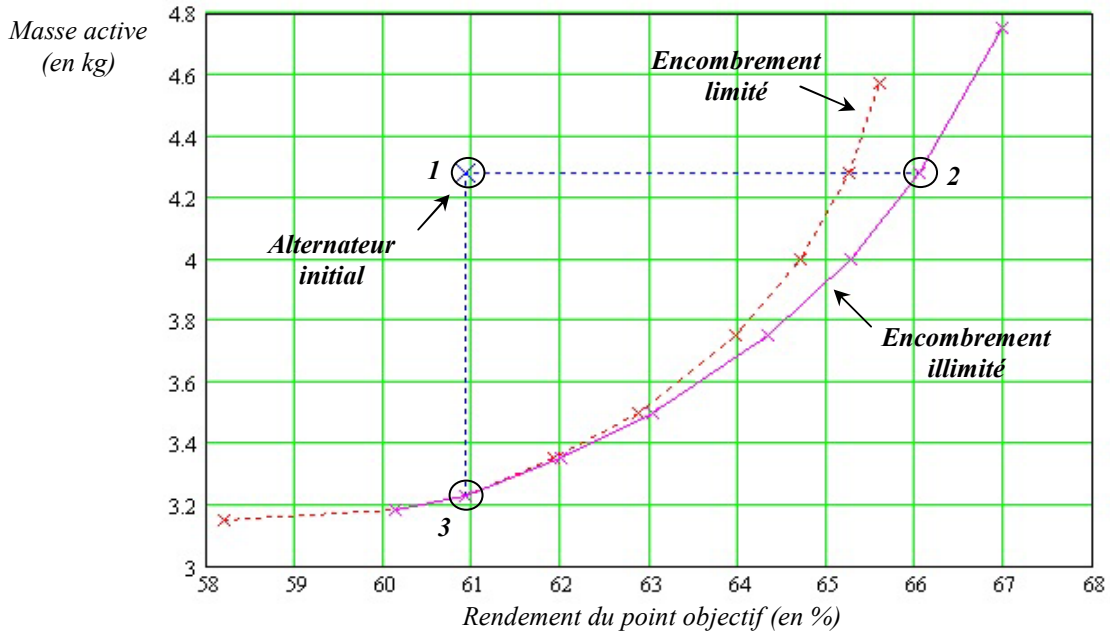


figure III-43 : Courbe de Pareto « masse/rendement » avec un encombrement illimité

Nous observons alors que les courbes sont confondues dans la zone où la puissance massique est élevée (vers le point 3 de la figure III-43). Ceci montre qu'il n'est pas possible d'augmenter la puissance massique des alternateurs en augmentant l'encombrement. Ensuite, plus nous progressons vers les rendements élevés, plus la courbe de Pareto correspondante à l'encombrement illimité s'écarte de la courbe initiale pour donner de meilleurs rendements. Les courbes différent dans la zone à rendement élevé car les solutions de la courbe de Pareto initiale ont des paramètres géométriques limités par la contrainte d'encombrement. Nous allons présenter dans le paragraphe suivant la solution à encombrement illimité avec une masse fixée à celle de l'alternateur initial (point 2 de la figure III-43).

4.3.2 - Présentation de la solution à masse initiale constante

Les figures suivantes présentent l'évolution de la géométrie pour une optimisation qui vise à maximiser le rendement à encombrement illimité et à masse constante.

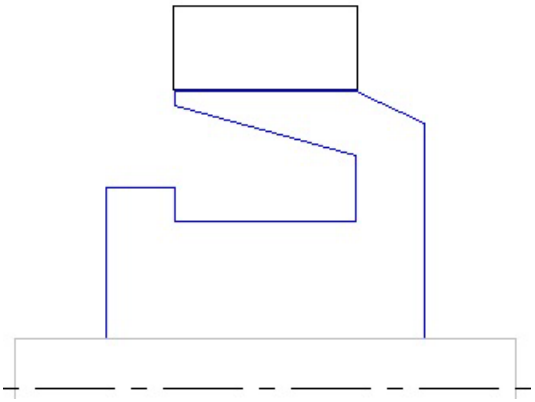


figure III-44 : Coupe axiale de l'alternateur initial

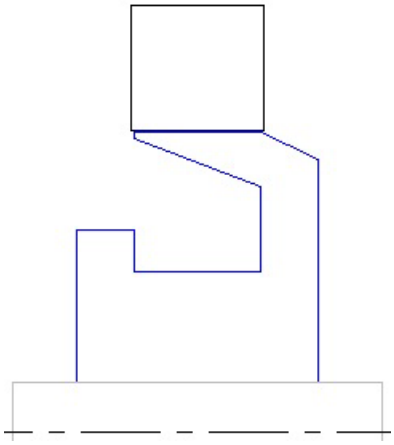


figure III-45 : Coupe axiale de l'alternateur final

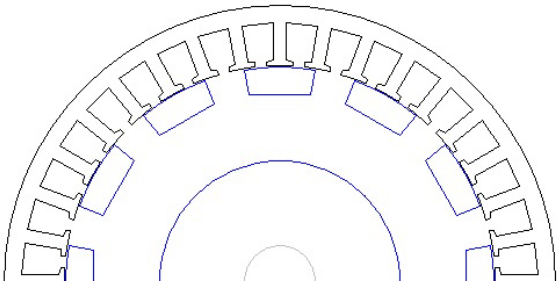


figure III-46 : Coupe transversale de l'alternateur initial

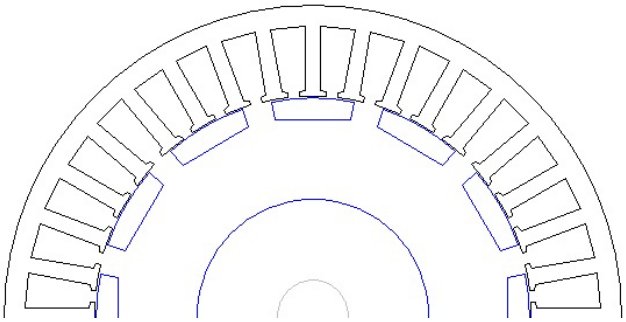


figure III-47 : Coupe transversale de l'alternateur final

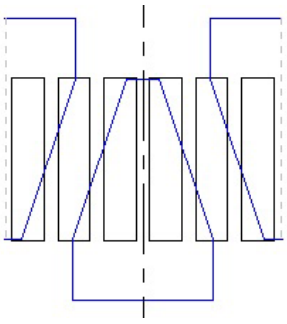


figure III-48 : Développé de la surface des griffes de l'alternateur initial

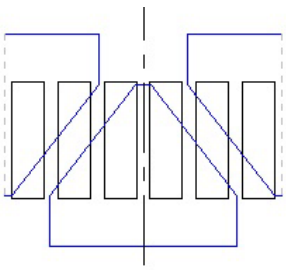


figure III-49 : Développé de la surface des griffes de l'alternateur final

Cette optimisation augmente le rayon extérieur de l'alternateur tout en réduisant la longueur active pour conserver la masse. L'augmentation du rayon extérieur du stator permet d'accroître fortement les sections des encoches. Ainsi la section des conducteurs, dont le nombre n'a pas évolué à cause de la contrainte du débit à basse vitesse, peut augmenter jusqu'à ce que le coefficient de remplissage d'encoche soit maximal. Les pertes Joules sont alors fortement diminuées grâce à la

baisse de la résistance du stator liée à d'une part, l'augmentation de la section des conducteurs, et d'autre part, à la diminution de la longueur active.

4.4 - Courbe de Pareto avec une nouvelle technologie de bobinage

4.4.1 - Influence d'une technologie de bobinage en épingles

Nous avons présenté dans le premier chapitre une technologie différente pour bobiner le stator, à savoir le bobinage en épingles. Cette technologie permet d'augmenter le remplissage de l'encoche et laisse donc entrevoir de meilleurs rendements. Nous avons donc utilisé notre modèle pour déterminer les gains potentiels que pourrait apporter cette nouvelle technologie. Pour ce faire, nous avons adapté le cahier des charges initial. Nous conservons l'ensemble du cahier des charges, y compris la contrainte d'encombrement, sauf pour quelques contraintes que nous allons détailler. Tout d'abord, nous modifions la contrainte de remplissage d'encoche qui passe donc de 40% à 70%. Ensuite, nous modifions la longueur des têtes de bobines car, avec cette technologie, elles sont réduites d'environ 40%. Pour finir, nous avons légèrement repoussé la butée sur la densité de courant du stator de 23 A/mm^2 à 26 A/mm^2 car les conducteurs sont beaucoup mieux placés dans les encoches que dans une technologie classique. Comme le contact est meilleur entre les conducteurs et les dents, il en résulte que les échanges thermiques sont facilités et une augmentation des pertes volumiques peut être acceptée.

Nous présentons sur la figure suivante la courbe de Pareto obtenue avec cette nouvelle technologie de bobinage à partir de l'alternateur initial. Sur cette figure, nous avons aussi tracé la courbe de Pareto obtenue avec le cahier des charges initial (en pointillé).

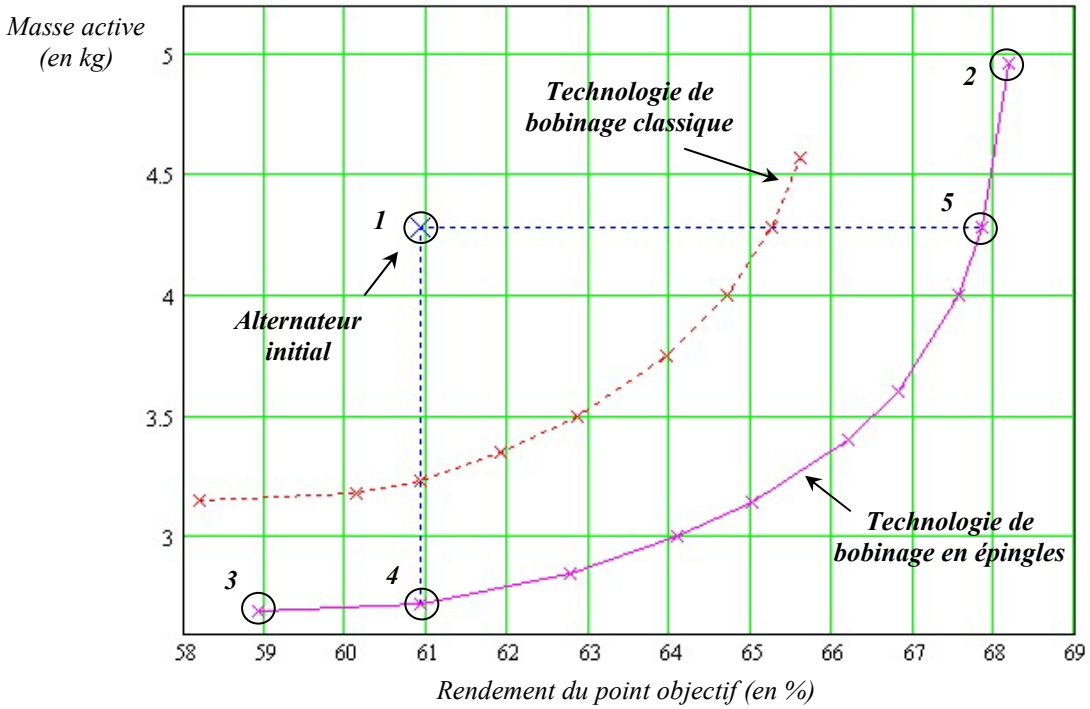


figure III-50 : Courbe de Pareto « masse/rendement » avec une technologie de bobinage en épingles

Nous observons, tout d'abord, que cette technologie permet de repousser les limites (points 2 et 3 de la figure III-50). Ainsi, le rendement du point objectif peut dépasser les 68% tout en respectant l'encombrement de l'alternateur initial (point 2). Inversement, la masse active peut descendre sous les 3kg (point 3). Globalement, l'ensemble des points de cette courbe de Pareto offre un meilleur compromis que les solutions issues d'une technologie de bobinage classique. Le bobinage en épingle permet de gagner en rendement car, d'une part, à encombrement identique, le remplissage d'encoche supérieur permet d'augmenter la section des conducteurs et, d'autre part, la diminution des longueurs des têtes de bobines contribue à la baisse de la résistance du stator. De même, la puissance massique peut être augmentée car, outre une densité de courant admissible légèrement supérieure, le meilleur remplissage d'encoche permet de mieux exploiter le volume de l'alternateur.

Comme nous l'avions remarqué pour l'optimisation sur un point de fonctionnement à vitesse moyenne, les solutions de la courbe de Pareto à fort rendement pourraient sans doute être améliorées par une adaptation du système de refroidissement. En effet, ces solutions présentent des alternateurs qui ont beaucoup moins de pertes, et un sous dimensionnement des ventilateurs permettrait de limiter les pertes aérauliques et donc d'accroître le rendement. Pour illustrer ceci, nous avons calculé le rendement du point 5 de la figure III-50 dans le cas où les pertes aérauliques seraient supprimées. Le rendement de ce point atteindrait alors 70%.

Le rendement de l'alternateur pourrait sans doute être encore amélioré par l'utilisation de tôles plus fines. Le passage à des tôles de 0,35 mm d'épaisseur, au lieu de 0,50 mm initialement, permettrait de limiter les pertes fer au stator.

L'apport de cette technologie était prévisible qualitativement. Cependant, l'approche d'optimisation nous a permis de quantifier très rapidement les conséquences des changements des hypothèses et des contraintes.

4.4.2 - Evolution de la cartographie de rendement de la solution à masse initiale constante

Nous présentons sur les figures suivantes l'évolution de la cartographie de rendement entre celle de l'alternateur initial et celle de l'alternateur optimisé avec une technologie de bobinage en épingle et une masse constante (point 5 de la figure III-50).

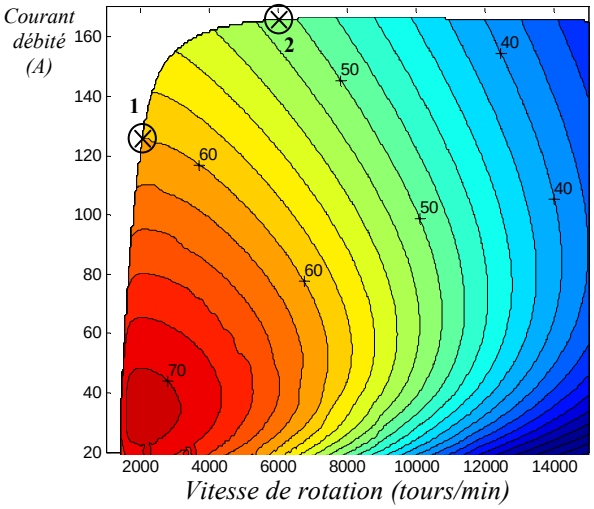


figure III-51 : Cartographie de rendement de l'alternateur initial

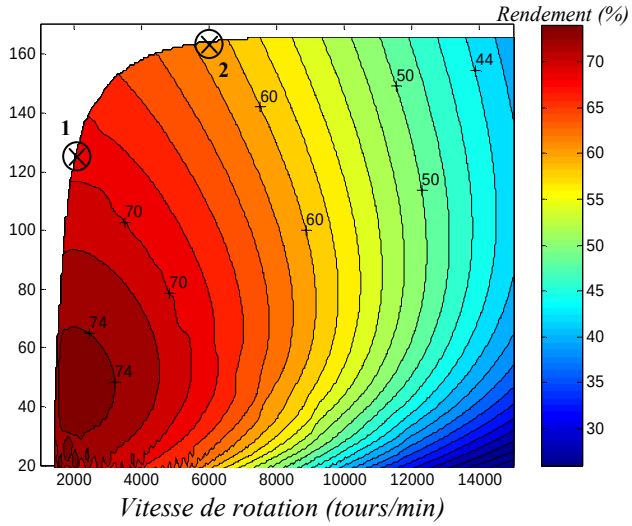


figure III-52 : Cartographie de rendement de l'alternateur optimisé

Les deux contraintes sur le débit maximal sont bien respectées, et un gain en rendement important est décelable sur l'ensemble de la cartographie.

A titre de comparaison qualitative, nous présentons ci-dessous une cartographie de rendement établie à partir de mesures sur un alternateur avec un bobinage en épingle, qui possède 8 paires de pôles et deux bobinages au stator avec chacun une encoche par pôle et par phase, soit en tout 96 encoches. Cet alternateur présente sans doute des pertes mécaniques et aérauliques différentes de celles utilisées dans nos optimisations. De plus les pertes fer sont modifiées car les fréquences sont plus élevées, dû à l'augmentation de la polarité, et l'épaisseur des tôles est de 0,35 mm (alors que dans notre cas, elles sont de 0,5 mm).

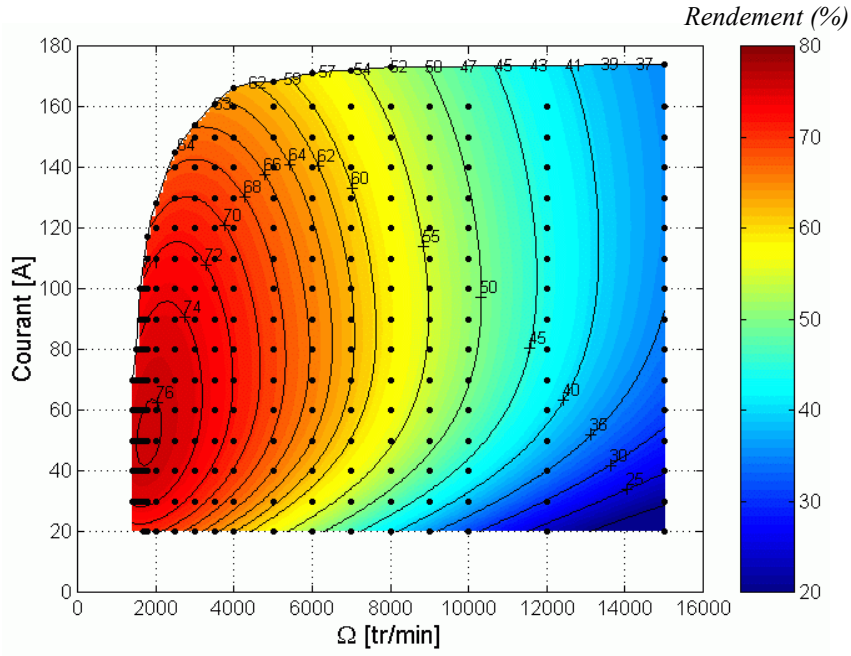


figure III-53 : Cartographie de mesures de rendement sur un alternateur avec un bobinage en épingle

5 - Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté plusieurs résultats d'optimisations sous contraintes. Tout d'abord, des optimisations sur un point de fonctionnement visant à améliorer le rendement ont été présentées. Après avoir remarqué les limites de ces optimisations, nous avons modifié le cahier des charges pour effectuer des optimisations sur trois points de fonctionnement qui reflètent mieux les exigences de l'industrie automobile. Finalement, nous avons tracé des courbes de Pareto pour prendre en compte un objectif antagoniste au rendement, à savoir la masse de l'alternateur. Les différentes optimisations ont montré un gain potentiel en rendement de l'ordre de 5% à 7% selon les technologies. De plus, on a pu observer, grâce aux courbes de Pareto, que l'alternateur initial pouvait être amélioré à la fois au niveau du rendement et à la fois au niveau de la masse. A rendement identique, les optimisations montrent que la masse de matière première peut diminuer d'environ 1kg.

Pour certaines configurations le gain en puissance massique est élevé. Il faudrait compléter la modélisation avec un modèle thermique de l'alternateur pour améliorer la précision de nos optimisations pour les configurations où la puissance massique est élevée.

Pour répondre au besoin de l'industrie automobile, nous avons utilisé un cahier des charges fondé sur trois points de fonctionnement. Cependant, la méthodologie présentée dans ce chapitre peut être utilisée avec un nombre de points de fonctionnement supérieur. Ainsi, on pourrait cibler plusieurs zones de la cartographie de rendement issues des cycles de roulage et déterminer la meilleure configuration pour une consommation minimale sur l'ensemble du cycle.

Les calculs d'optimisation sont très rapides, de l'ordre de 5 secondes pour une optimisation sur un point de fonctionnement et de l'ordre de 30 secondes pour une optimisation sur trois points avec un Pentium 4 1,8 Ghz. La méthodologie d'optimisation utilisée dans ce chapitre est alors très utile car elle permet de connaître très rapidement le potentiel d'une technologie avec les mêmes contraintes de fabrication et de fonctionnement. De plus, elle permet de comparer, de manière rapide et quantitative, des hypothèses et des contraintes différentes, et donc de confronter différentes technologies entre elles. Cette approche devient alors très intéressante et permet d'avoir un outil d'aide à la décision pour les concepteurs d'alternateurs, qui sont les équipementiers automobiles, ainsi que pour les intégrateurs, à savoir les constructeurs d'automobiles.

Conclusion générale

L'augmentation de la part de l'électricité dans l'automobile liée avec les normes d'antipollution oblige maintenant les équipementiers et les constructeurs à améliorer le générateur d'électricité. Actuellement, ce générateur est un alternateur à griffes qui possède une bonne puissance massique à un prix compétitif, mais qui présente, en contrepartie, un mauvais rendement. L'étude développée dans ce mémoire de thèse présente une méthodologie qui permet d'évaluer rapidement les diverses évolutions possibles des alternateurs à griffes et de déterminer le potentiel de cette technologie.

Nous avons présenté, dans le premier chapitre, les alternateurs à griffes actuels. Après avoir détaillé les divers éléments constitutifs de ces alternateurs, nous avons présenté leur principe de fonctionnement. Ensuite, nous avons détaillé nos objectifs, à savoir modéliser l'alternateur à griffes en vue de l'optimisation pour pouvoir, par la suite, utiliser ce modèle dans un processus d'optimisation. Ainsi, avant de présenter notre modèle, nous nous sommes positionné par rapport aux modèles rencontrés dans la littérature.

Dans le deuxième chapitre, nous avons détaillé un modèle analytique de l'alternateur à griffes. Ce modèle a été construit dans le but d'être utilisé, par la suite, dans un processus d'optimisation. Nous avons donc choisi de modéliser cet alternateur d'une manière entièrement analytique car les modèles analytiques sont beaucoup mieux adaptés à l'optimisation que les modèles numériques beaucoup plus long à calculer. Dans un premier temps, nous avons modélisé la réaction magnétique d'induit sous forme d'un diagramme vectoriel. Ceci permet de faire le lien entre le modèle du circuit magnétique présenté dans la deuxième partie de ce chapitre et le modèle du circuit électrique détaillé dans la partie suivante. Après avoir modélisé le circuit magnétique par des réseaux de réluctances analytiques, nous avons validé une première fois ce modèle avec des essais expérimentaux à vide. Ensuite, le circuit électrique a été pris en compte par une résolution formelle des équations différentielles des courants de l'alternateur. Le modèle global a ainsi pu être validé par une comparaison avec des essais expérimentaux en charge. Puis, nous avons établi un modèle analytique de l'ensemble des pertes, ce qui nous a permis d'estimer le rendement global de l'alternateur. Finalement, le modèle des pertes a été validé grâce à une comparaison avec des mesures expérimentales de rendement.

Une fois ce modèle établi, nous l'avons utilisé dans un processus d'optimisation visant à améliorer le rendement de l'alternateur. Le dernier chapitre présente donc des résultats d'optimisation utilisant différents cahiers des charges. Tout d'abord, nous avons montré les limites des optimisations fondées sur un seul point de fonctionnement. Ensuite, nous avons présenté des résultats d'optimisations sur trois points de fonctionnement, beaucoup mieux adaptées aux cahiers des charges de l'industrie automobile. Pour finir ce chapitre, nous avons détaillé une démarche, utilisant les courbes de Pareto, qui permet de rajouter un objectif supplémentaire, à savoir la minimisation de la masse. Ces courbes sont très utiles car, dans la plupart des cas, la maximisation du rendement est un objectif antagoniste à la minimisation de la masse à puissance utile constante. Ainsi, les courbes de Pareto présentent un ensemble de solutions, et il devient alors possible, par observation de la courbe, de déterminer le meilleur compromis entre un rendement élevé et une bonne puissance massique. Cette méthodologie permet donc de déterminer très rapidement le potentiel d'une technologie. De plus, on peut, en modifiant les hypothèses et les contraintes, comparer rapidement différentes technologies entre elles. Ces courbes sont évidemment utiles aux concepteurs des alternateurs, mais elles le sont

aussi pour les constructeurs automobiles car elles leurs permettent de déterminer la meilleure solution dans une optique d'une meilleure intégration avec l'ensemble des autres composants de l'automobile.

Le travail présenté ici est exclusivement destiné à calculer les performances des alternateurs à griffes reliés à un redresseur à diodes. Cet emploi restreint nous a autorisé à utiliser un modèle élaboré sur l'axe direct et approché sur l'axe en quadrature. Il serait très intéressant d'éliminer cette limitation pour pouvoir prendre en compte des redressements sur ponts commandés et des fonctionnements en mode moteur (entraînements hybrides). Ceci est réalisable par une modélisation plus fine, à l'instar du modèle de Hecquet et Brochet [5], qui utilise une modélisation par un réseau de perméances plus détaillé au niveau de l'entrefer et des dents. En adaptant ce modèle avec des réluctances analytiques, il pourra être utilisé dans le processus d'optimisation présenté dans le chapitre trois. Ainsi, des évolutions plus importantes de l'alternateur à griffes seront observées pour un fonctionnement mixte en générateur et en moteur.

La méthodologie d'étude des systèmes électrotechnique que nous avons mise en place peut être appliquée à de nombreux autres problèmes. Son efficacité redoutable n'est tempérée que par le temps qu'il faut éventuellement pour écrire correctement le modèle. Cela dit dans de nombreux cas, un modèle simple suffit largement pour répondre au but fixé.

Références

[1] V. OSTOVIC, J. M. MILLER, V. K. GARG, R. D. SCHULTZ, S. H. SWALES, « A magnetic equivalent circuit based performance computation of a Lundell alternator », IEEE transactions on industry applications, vol. 35, no. 4, July/August 1999

[2] G. HENNEBERGER, R. BLOCK, « Numerical calculation and simulation of a claw-pole alternator », Proceedings ICEM, 1992, pp. 127-131

[3] G. HENNEBERGER, S. KÜPPERS, « Numerical procedures for the calculation and design of automotive alternators », IEEE Transactions on magnetics, vol. 33, no. 2, March 1997

[4] M. HECQUET, « Contribution à la modélisation des systèmes électrotechniques par la méthode des schémas équivalents magnétiques. Application à l'alternateur automobile », Thèse de doctorat, Université des sciences et technologies de Lille, 1995

[5] M. HECQUET, P. BROCHET, « Time variation of forces in a synchronous machine using electric coupled network model » IEEE transactions on magnetics, vol. 34, no. 5, Sept 1998

[6] H. BAI, S. D. PEKAREK, J. TICHENOR, W. EVERSMAN, D. J. BUENING, G. R. HOLBROOK, M. L. HULL, R. J. KREFTA, S. J. SHIELDS, « Analytical derivation of a coupled-circuit model of a claw-pole alternator with concentrated stator windings » IEEE transactions on energy conversion, vol. 17, no. 1, March 2002

[7] M. RAKOTOVAO, « Un modèle opérationnel complet pour l'alternateur à griffes dans le domaine automobile », Thèse de doctorat, Cachan, 1996

[8] F. WURTZ, « Une nouvelle approche pour la conception sous contraintes de machines électriques », Thèse de doctorat, INP Grenoble, 1996

[9] ALGER, « The nature of induction machine », Gordon and Beach, 1965

[10] H.C. ROTERS, « Electromagnetic Devices », New York : Wiley, 1941

[11] M. LIWSCHITZ, « Calcul des machines électriques », Tome I, Spes Lausanne, Dunod Paris, 1967

[12] A. DELALE, L. ALBERT, L. GERBAUD, F. WURTZ, « Automatic Generation of Sizing Models for the Optimization of Electromagnetic Devices Using Reluctance Networks », IEEE Transactions on Magnetics, vol. 40, no. 2, March 2004

[13] G. GRELLET; « Pertes dans les machines tournantes », Techniques de l'ingénieur, D3450

[14] F. DENG, « An improved iron loss estimation for permanent magnet brushless machines » IEEE transactions on energy conversion, vol. 14, no. 4, December 1999

[15] C. MI, G. R. SLEMON, R. BONERT, « Modeling of iron losses of permanent-magnet synchronous motors », IEEE transactions on industry applications, vol. 39, no. 3, May/June 2003

[16] E. ATIENZA, « Méthodologie et outils pour le dimensionnement », Thèse de doctorat en génie électrique, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2003

[17] D. MAGOT, « Méthodes et outils logiciels d'aide au dimensionnement. Application aux composants magnétiques et aux filtres passifs », Thèse de doctorat en génie électrique, Institut National Polytechnique de Grenoble, Septembre 2004

[18] Design Processing Technologies SA, ZIRST Meylan. www.designprocessing.com

[19] K. SCHITTKOWSKI, "On the convergence of a sequential quadratic programming method with an augmented lagrangian line search function", Mathematische Operationsforschung and Statistik,, Series Optimisation 14, pp 197-216, 1983

[20] C. COUTEL, « Contribution méthodologique à la conception sous contraintes de dispositifs électromagnétiques », Thèse de doctorat en génie électrique, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1999

[21] V. CALISKAN, D. J. PERREAULT, T. M. JAHNS, J. G. KASSAKIAN, « Analysis of three-phase rectifiers with constant-voltage loads », IEEE, Power Electronics Specialists Conference, Vol. 2, 1999

[22] A. FOGGIA, « Méthodes de calcul des inductances de fuites », Techniques de l'Ingénieur, D 3 440

[23] S. RICHARD, « Etude électromagnétique des parties frontales des alternateurs en régimes permanents et transitoires », Thèse de doctorat, INP Grenoble,1997

[24] M. LA TRECHE, « Modélisation magnétique et thermique des machines électriques par schémas équivalents », Thèse de doctorat, INP Toulouse, 1987

Annexe A : modélisation du redresseur

SOMMAIRE – Annexe A

1 - UNE PREMIERE APPROCHE : LE MODELE DU PREMIER HARMONIQUE 127
2 - UNE METHODE PLUS ELABOREE : RESOLUTION SYMBOLIQUE DES EQUATIONS DIFFERENTIELLES..... 130
2.1 - Mise en équations et résolution des courants de phase 130
2.1.1 - Phase de conduction à 2 diodes (phase 1) 130
2.1.2 - Phase de conduction à 3 diodes (phase 2) 131
2.2 - Détermination des courants de phase pour le mode de conduction discontinue 132
2.3 - Détermination des courants de phase pour le mode de conduction mixte 134
2.4 - Détermination des courants de phase pour le mode de conduction triphasée 140
2.5 - Calcul du courant moyen de sortie 143
2.5.1 - Expression du courant moyen pour la conduction mixte 143
2.5.2 - Expression du courant moyen pour la conduction triphasée 144
2.6 - Calcul du fondamental du courant de phase 144
2.6.1 - Expression de la composante réactive du courant de phase en conduction triphasée 144
2.6.2 - Expression de la composante active du courant de phase en conduction triphasée 145
2.6.3 - Expression de la composante réactive du courant de phase en conduction mixte 147
2.6.4 - Expression de la composante active du courant de phase en conduction mixte 150
2.7 - Gestion des transitions entre les modes de conduction 153
2.8 - Formes d'ondes des courants 154

1 - Une première approche : Le modèle du premier harmonique

Avec certaines hypothèses, le redresseur triphasé de courant peut se modéliser de façon très simplifiée, en utilisant la méthode du premier harmonique. En effet, comme nous cherchons à déterminer le courant continu en sortie du pont et donc la puissance de sortie, l'hypothèse du premier harmonique sur les tensions simples en entrée du pont est valable car dans certaines conditions, les courants de phase sont presque sinusoïdaux. En clair, si ces courants de phase sont sinusoïdaux, seul les fondamentaux des tensions simples sont utiles pour le calcul de la puissance électrique.

Il faut remarquer que l'approche du premier harmonique donne de bon résultats si et seulement si les courants de phase ont peu d'harmoniques. Autrement dit, ce modèle n'est valable que pour le mode de conduction triphasée, et il est d'autant meilleur que l'amplitude ou la fréquence des fem est élevée.

Nous allons détailler dans ce qui suit le modèle du premier harmonique du redresseur. Cette approche est fondé sur la théorie détaillée dans [21]. La figure A-1 rappelle le schéma électrique équivalent d'un alternateur à griffes. Un neutre artificiel (n_0) a été introduit pour séparer la tension batterie en deux.

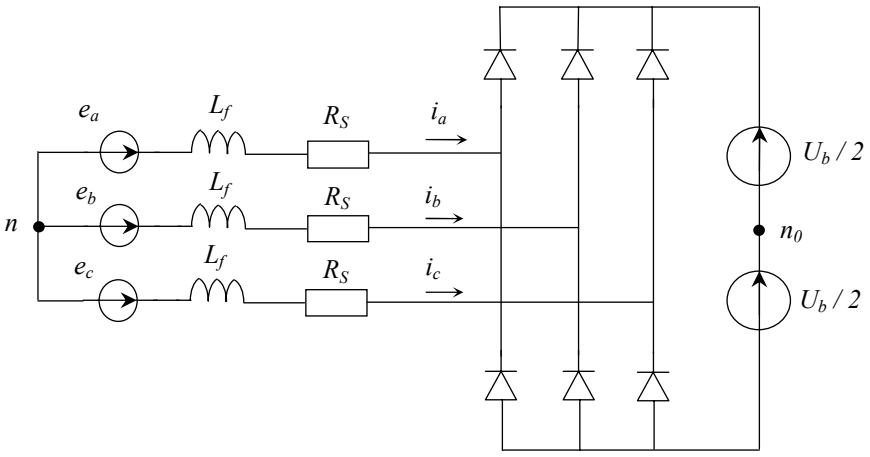


figure A-1 : Schéma électrique équivalent d'un alternateur à griffes

Pour modéliser le redresseur on pose les hypothèses suivantes :

Les fem de l'alternateur forment un système triphasé :

$$e_a = \sqrt{2}\, E_R \sin(\omega t)$$

$$e_b = \sqrt{2}\, E_R \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$e_c = \sqrt{2}\, E_R \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

Les diodes sont supposées idéales avec une chute de tension dans l'état « passant » égal à V_d.

Enfin, le redresseur est supposé fonctionner en mode de conduction triphasée, et donc chaque diode est passante sur une demi période.

Les états des diodes (passantes ou bloquées) dépendent des signes des courants à l'entrée du pont. On peut alors déduire les tensions simples à l'entrée du pont par rapport au neutre n_0 :

$$\begin{cases} v_{a n_0} = V_0 \; signe(i_a) \\ v_{b n_0} = V_0 \; signe(i_b) \\ v_{c n_0} = V_0 \; signe(i_c) \end{cases} \quad avec \; V_0 = \frac{U_b}{2} + V_d$$

On a : $\begin{cases} e_a + e_b + e_c = 0 \\ i_a + i_b + i_c = 0 \end{cases}$ et $\begin{cases} v_{an} = e_a + R_S \, i_a + L_f \dfrac{d\, i_a}{dt} \\ v_{bn} = e_b + R_S \, i_b + L_f \dfrac{d\, i_b}{dt} \\ v_{cn} = e_c + R_S \, i_c + L_f \dfrac{d\, i_c}{dt} \end{cases}$ d'où $v_{an} + v_{bn} + v_{cn} = 0$

On a aussi : $\begin{cases} v_{a n} = v_{a n_0} + v_{n_0 n} \\ v_{b n} = v_{b n_0} + v_{n_0 n} \\ v_{c n} = v_{c n_0} + v_{n_0 n} \end{cases}$ donc $v_{n_0 n} = -\dfrac{v_{a n_0} + v_{b n_0} + v_{c n_0}}{3}$

Compte tenu des hypothèses, on obtient les formes d'ondes suivantes pour la tension de la phase a :

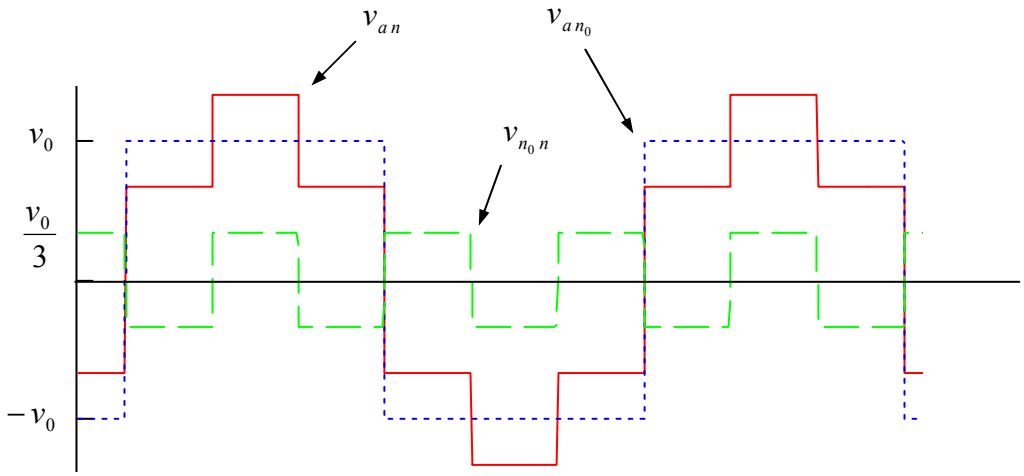


figure A-2 : Formes d'ondes de la tension de la phase a

Les fondamentaux des signaux $v_{a\,n}$ et $v_{a\,no}$ sont identiques car le signal $v_{no\,n}$ a une fréquence trois fois supérieure à ces signaux.

On peut alors approcher les tensions simples par rapport au neutre n par leurs fondamentaux :

$$v_{an} \approx v_{anf} = v_{an_0 f} = \frac{4V_0}{\pi}\sin(\omega t - \theta)$$

$$v_{bn} \approx v_{bnf} = v_{bn_0 f} = \frac{4V_0}{\pi}\sin\left(\omega t - \theta - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$v_{cn} \approx v_{cnf} = v_{cn_0 f} = \frac{4V_0}{\pi}\sin\left(\omega t - \theta + \frac{2\pi}{3}\right)$$

θ est le déphasage entre les tensions simples à l'entrée du pont (v_{an} , v_{bn} et v_{cn}) et les fem de l'alternateur (e_a , e_b et e_c)

On peut aussi approximer les courants de phase (i_a , i_b et i_c) par leurs fondamentaux, et comme le déphasage entre les tensions simples (v_{an} , v_{bn} et v_{cn}) et ces courants est nul alors les courants induits sont de la forme :

$$i_a \approx i_{af} = I_{S\max}\sin(\omega t - \theta)$$
$$i_b \approx i_{bf} = I_{S\max}\sin\left(\omega t - \theta - \frac{2\pi}{3}\right)$$
$$i_c \approx i_{cf} = I_{S\max}\sin\left(\omega t - \theta + \frac{2\pi}{3}\right)$$

$I_{S\max}$ est l'amplitude des fondamentaux des courants induits (c'est la grandeur que nous cherchons à expliciter)

Bref, les tensions simples (v_{an} , v_{bn} et v_{cn}) et les courants de phase (i_a , i_b et i_c) sont sinusoïdaux et en phase. On peut alors approximer le pont de diodes et la batterie par une résistance équivalente.

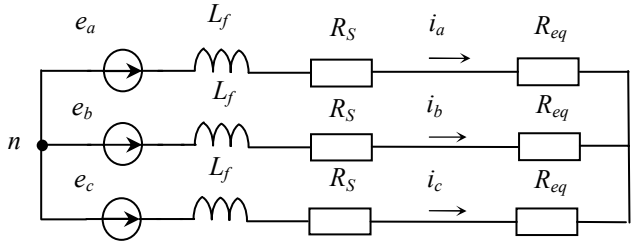


figure A-3 : Schéma électrique du modèle equivalent

On définit ainsi cette résistance équivalente par :

$$R_{eq} = \frac{amplitude\,du\,fondamental\,de\,v}{amplitude\,du\,fondamental\,de\,i} = \frac{4V_0}{\pi I_{S\max}}$$

D'après le schéma électrique du modèle simplifié, on peut exprimer $I_{S\max}$ par :

$$I_{S\max} = \frac{\sqrt{2}\,E_R}{\sqrt{(R_S + R_{eq})^2 + (\omega L_f)^2}} \qquad d'où :\ R_{eq} = \frac{4V_0}{\pi}\frac{\sqrt{(R_S + R_{eq})^2 + (\omega L_f)^2}}{\sqrt{2}\,E_R}$$

La résolution de cette équation donne :

$$R_{eq} = \frac{\left(\frac{4V_0}{\pi}\right)^2 R_S + \left(\frac{4V_0}{\pi}\right)\sqrt{(\omega L_f)^2\left[\left(\sqrt{2}\,E_R\right)^2 - \left(\frac{4V_0}{\pi}\right)^2\right] + {R_S}^2\left(\sqrt{2}\,E_R\right)^2}}{\left(\sqrt{2}\,E_R\right)^2 - \left(\frac{4V_0}{\pi}\right)^2}$$

2 - Une méthode plus élaborée : Résolution symbolique des équations différentielles

2.1 - Mise en équations et résolution des courants de phase

Le schéma électrique du redresseur est le suivant :

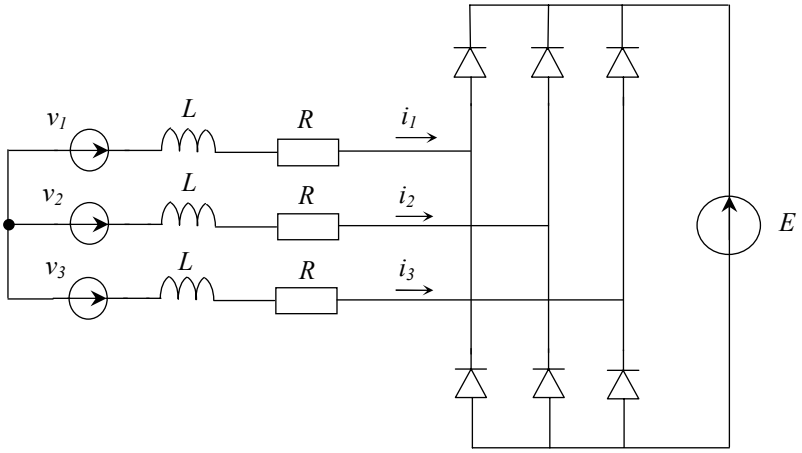


figure A-4 : Schéma électrique équivalent d'un alternateur à griffes

Chaque diode est supposée idéale avec une chute de tension à l'état passant égale à V_d.

Les sources de tensions sont de la forme :

$$V1 = (V \cdot sin)(w \cdot t) \qquad V1 - V2 = U \cdot cos\left(w \cdot t - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$V2 = V \cdot sin\left(w \cdot t - \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) \qquad V1 - V3 = U \cdot cos\left(w \cdot t - \frac{2 \cdot \pi}{3}\right)$$

$$V3 = V \cdot sin\left(w \cdot t - \frac{4 \cdot \pi}{3}\right) \qquad V3 - V2 = U \cdot cos(w \cdot t)$$

2.1.1 - Phase de conduction à 2 diodes (phase 1)

Nous choisissons arbitrairement i3 nul.

$$V1 - V2 - (E + 2 \cdot Vd) = 2 \cdot R \cdot i1 + 2 \cdot L \cdot \frac{d}{dt} i1$$

$$i1 + \frac{L}{R} \cdot \frac{d}{dt} i1 = \frac{1}{2 \cdot R} \cdot \left[U \cdot cos\left(w \cdot t - \frac{\pi}{3}\right) - (E + 2 \cdot Vd) \right] \qquad (1)$$

solution generale : $A1 \cdot e^{\frac{-t}{\tau}}$

solution particuliere : $\left[\frac{U}{2 \cdot Z} \cdot cos\left(w \cdot t - \frac{\pi}{3} - \phi\right) - \frac{(E + 2 \cdot Vd)}{2 \cdot R} \right]$

$$sin(\phi) = \frac{L \cdot w}{Z} \qquad cos(\phi) = \frac{R}{Z}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (L \cdot w)^2}$$

$$i1phase1\,(t) = -i2phase1\,(t) = A1\cdot e^{\frac{-t}{\tau}} + \left[\frac{U}{2\cdot Z}\cdot cos\left(w\cdot t - \frac{\pi}{3} - \phi\right) - \frac{(E + 2\cdot Vd)}{2\cdot R}\right]$$

2.1.2 - Phase de conduction à 3 diodes (phase 2)

$$V1 - V2 - (E + 2\cdot Vd) = \left(R\cdot i1 + L\cdot\frac{d}{dt}i1\right) - \left(R\cdot i2 + L\cdot\frac{d}{dt}i2\right) \qquad (2)$$

$$V1 - V3 - (E + 2\cdot Vd) = \left(R\cdot i1 + L\cdot\frac{d}{dt}i1\right) - \left(R\cdot i3 + L\cdot\frac{d}{dt}i3\right) \qquad (3)$$

(2)+(3) : $[(V1 - V2) + (V1 - V3)] - 2\cdot(E + 2\cdot Vd) = 2\cdot\left(R\cdot i1 + L\cdot\frac{d}{dt}i1\right) - \left(R\cdot i2 + L\cdot\frac{d}{dt}i2\right) - \left(R\cdot i3 + L\cdot\frac{d}{dt}i3\right)$

$$[(V1 - V2) + (V1 - V3)] - 2\cdot(E + 2\cdot Vd) = 2\cdot\left(R\cdot i1 + L\cdot\frac{d}{dt}i1\right) - \left[R\cdot(i2 + i3) + L\cdot\left(\frac{d}{dt}i2 + \frac{d}{dt}i3\right)\right]$$

$i2 + i3 = -i1$ $\qquad [(V1 - V2) + (V1 - V3)] - 2\cdot(E + 2\cdot Vd) = 3\cdot\left(R\cdot i1 + L\cdot\frac{d}{dt}i1\right)$

$$\frac{U}{3\cdot R}\cdot\left[\left(cos\left(w\cdot t - \frac{\pi}{3}\right)\right) + cos\left(w\cdot t - \frac{2\cdot\pi}{3}\right)\right] - \left[\frac{2}{3\cdot R}\cdot(E + 2\cdot Vd)\right] = i1 + \frac{L}{R}\cdot\frac{d}{dt}i1$$

$$\frac{U}{3\cdot R}\cdot\sqrt{3}\cdot sin(w\cdot t) - \frac{2\cdot(E + 2\cdot Vd)}{3\cdot R} = i1 + \frac{L}{R}\cdot\frac{d}{dt}i1 \qquad (4)$$

solution generale : $A2\cdot e^{\frac{-t}{\tau}}$

solution particuliere : $\left[\frac{U}{\sqrt{3}\cdot Z}\cdot sin(w\cdot t - \phi) - \frac{2\cdot(E + 2\cdot Vd)}{3\cdot R}\right]$

$$i1phase2\,(t) = A2\cdot e^{\frac{-t}{\tau}} + \left[\frac{U}{\sqrt{3}\cdot Z}\cdot sin(w\cdot t - \phi) - \frac{2\cdot(E + 2\cdot Vd)}{3\cdot R}\right]$$

avec (2) $\qquad i2 + \frac{L}{R}\cdot\frac{d}{dt}i2 = \left(i1 + \frac{L}{R}\cdot\frac{d}{dt}i1\right) - \frac{(V1 - V2)}{R} + \frac{(E + 2\cdot Vd)}{R}$

(2) et (4) $\qquad i2 + \frac{L}{R}\cdot\frac{d}{dt}i2 = \frac{U}{3\cdot R}\cdot\sqrt{3}\cdot sin(w\cdot t) - \frac{2\cdot(E + 2\cdot Vd)}{3\cdot R} - \frac{U}{R}\cdot cos\left(w\cdot t - \frac{\pi}{3}\right) + \frac{(E + 2\cdot Vd)}{R}$

$$\left[\frac{-1}{(6)}\cdot\sqrt{3}\cdot sin(w\cdot t) - \frac{1}{(2)}\cdot cos(w\cdot t)\right]\cdot\frac{U}{R} + \frac{E + 2\cdot Vd}{3\cdot R}$$

$$i2 + \frac{L}{R}\cdot\frac{d}{dt}i2 = \frac{-U}{\sqrt{3}\cdot R}\cdot cos\left(w\cdot t - \frac{\pi}{6}\right) + \frac{E + 2\cdot Vd}{3\cdot R}$$

$$i2phase2\,(t) = A3\cdot e^{\frac{-t}{\tau}} - \frac{U}{\sqrt{3}\cdot Z}\cdot cos\left(w\cdot t - \frac{\pi}{6} - \phi\right) + \frac{E + 2\cdot Vd}{3\cdot R}$$

avec (3) $$i3 + \frac{L}{R}\cdot\frac{d}{dt}i3 = \left(i1 + \frac{L}{R}\cdot\frac{d}{dt}i1\right) - \frac{(V1 - V3)}{R} + \frac{(E + 2\cdot Vd)}{R}$$

(3) et (4) $$i3 + \frac{L}{R}\cdot\frac{d}{dt}i3 = \frac{U}{3\cdot R}\cdot\sqrt{3}\cdot sin(w\cdot t) - \frac{2\cdot(E + 2\cdot Vd)}{3\cdot R} - \frac{U}{R}\cdot cos\left(w\cdot t - \frac{2\cdot\pi}{3}\right) + \frac{(E + 2\cdot Vd)}{R}$$

$$i3 + \frac{L}{R}\cdot\frac{d}{dt}i3 = \frac{U}{R\cdot\sqrt{3}}\cdot cos\left(w\cdot t + \frac{\pi}{6}\right) + \frac{E + 2\cdot Vd}{3\cdot R}$$

$$i3phase2\,(t) = A4\cdot e^{\frac{-t}{\tau}} + \frac{U}{Z\cdot\sqrt{3}}\cdot cos\left(w\cdot t + \frac{\pi}{6} - \phi\right) + \frac{E + 2\cdot Vd}{3\cdot R}$$

$$i2phase2\,(t) + i3phase2\,(t) = -i1phase2\,(t)$$

$$(A3 + A4)\cdot e^{\frac{-t}{\tau}} + \frac{U}{Z\cdot\sqrt{3}}\cdot\left(cos\left(w\cdot t + \frac{\pi}{6} - \phi\right) - cos\left(w\cdot t - \frac{\pi}{6} - \phi\right)\right) + 2\cdot\frac{E + 2\cdot Vd}{3\cdot R}$$

$$(A3 + A4)\cdot e^{\frac{-t}{\tau}} + \frac{-U}{Z\cdot\sqrt{3}}\cdot sin\left(w\cdot t - \phi\right) + 2\cdot\frac{E + 2\cdot Vd}{3\cdot R} = -i1phase2\,(t)$$

$$(A3 + A4) = -A2 \qquad A4 = -(A2 + A3)$$

$$\boxed{i3phase2\,(t) = -(A2 + A3)\cdot e^{\frac{-t}{\tau}} + \frac{U}{Z\cdot\sqrt{3}}\cdot cos\left(w\cdot t + \frac{\pi}{6} - \phi\right) + \frac{E + 2\cdot Vd}{3\cdot R}}$$

2.2 - Détermination des courants de phase pour le mode de conduction discontinue

On a une conduction de 2 diodes : les courants i1 et i2 sont non nuls de t0 à t1, et nul ensuite jusqu'à t0+T/6 (voir figure A-5)

Rappel de la solution de l'équation différentielle :

$$\boxed{i1phase1\,(t) = -i2phase1\,(t) = A1\cdot e^{\frac{-t}{\tau}} + \left[\frac{U}{2\cdot Z}\cdot cos\left(w\cdot t - \frac{\pi}{3} - \phi\right) - \frac{(E + 2\cdot Vd)}{2\cdot R}\right]}$$

Apparition du courant pour t = t0, c'est à dire lorsque la tension entre phase atteind E+2*Vd

$$V1(t0) - V2(t0) = E + 2\cdot Vd$$

$$U\cdot cos\left(w\cdot t0 - \frac{\pi}{3}\right) = E + 2\cdot Vd$$

$$w\cdot t0 - \frac{\pi}{3} = -arccos\left(\frac{E + 2\cdot Vd}{U}\right)$$ on prend l'angle le plus faible des 2 solutions

$$\boxed{t0 = \left(-arccos\left(\frac{E + 2\cdot Vd}{U}\right) + \frac{\pi}{3}\right)\cdot\frac{1}{w}}$$

determination du coefficient A1 :

$$i1phase1\,(t0) = 0$$

$$0 = A1\cdot e^{\frac{-t0}{\tau}} + \left[\frac{U}{2\cdot Z}\cdot cos\left(w\cdot t0 - \frac{\pi}{3} - \phi\right) - \frac{(E + 2\cdot Vd)}{2\cdot R}\right]$$

$$-A1\cdot e^{\frac{-t0}{\tau}} = \frac{U}{2\cdot Z}\cdot cos\left(w\cdot t0 - \frac{\pi}{3} - \phi\right) - \frac{(E + 2\cdot Vd)}{2\cdot R}$$

$$-A1\cdot e^{\frac{-t0}{\tau}} = \frac{U}{2\cdot Z}\cdot cos\left(-arccos\left(\frac{E + 2\cdot Vd}{U}\right) - \phi\right) - \frac{(E + 2\cdot Vd)}{2\cdot R}$$

$$A1 = \left[\frac{(E + 2\cdot Vd)}{2\cdot R} - \frac{U}{2\cdot Z}\cdot cos\left(-arccos\left(\frac{E + 2\cdot Vd}{U}\right) - \phi\right)\right]\cdot e^{\frac{t0}{\tau}}$$

fin de cette phase lorsque le courant s'annule, c'est à dire au temps t= t1

$$i1phase1\,(t1) = 0$$

$$0 = A1\cdot e^{\frac{-t1}{\tau}} + \frac{U}{2\cdot Z}\cdot cos\left(w\cdot t1 - \frac{\pi}{3} - \phi\right) - \frac{(E + 2\cdot Vd)}{2\cdot R}$$

On remarque qu'on ne peut pas expliciter t1 à partir de cette équation. On choisit alors d'approximer cette équation par des développements limités de l'exponentielle et du cosinus

developpement limité à l'ordre 2 de exp(-x*k) autour de x=a

$$exp\left(\frac{-x}{k}\right) \qquad \left[1 - \frac{x\cdot -a}{k} + \frac{(x\cdot -a)^2}{2\cdot k^2}\right]\cdot exp\left(\frac{-a}{k}\right)$$

developpement limité à l'ordre 2 de cos(x*k) autour de x=a

$$cos(x\cdot k) \qquad cos[k\cdot(x - a)]\cdot cos(k\cdot a) - sin[k\cdot(x - a)]\cdot sin(k\cdot a)$$

$$\left[1 - \frac{(x - a)^2\cdot k^2}{2}\right]\cdot cos(k\cdot a) - (x - a)\cdot k\cdot sin(k\cdot a)$$

expression de l'équation du courant avec le developpement limité autour de t = ta $\left(ta2 = ta - \frac{T}{6} - \frac{\phi}{w}\right)$

$$0 = \left[A1\cdot\left[1 - \frac{t - ta}{\tau} + \frac{(t - ta)^2}{2\cdot\tau^2}\right]\cdot exp\left(\frac{-ta}{\tau}\right) + \frac{U}{2\cdot Z}\cdot\left[\left[1 - \frac{(t - ta)^2\cdot w^2}{2}\right]\cdot cos(w\cdot ta2) - (t - ta)\cdot w\cdot sin(w\cdot ta2)\right]\right] - \frac{(E + 2\cdot Vd)}{2\cdot R}$$

$$0 = \left(\frac{A1}{2\cdot exp\left(\frac{ta}{\tau}\right)\cdot\tau^2} - \frac{U\cdot w^2}{4\cdot Z}\cdot cos(w\cdot ta2)\right)\cdot t^2 + \left[\frac{-A1}{\tau}\cdot exp\left(\frac{-ta}{\tau}\right)\cdot\left(\frac{ta}{\tau} + 1\right) + \frac{U\cdot w}{2\cdot Z}\cdot(w\cdot ta\cdot cos(w\cdot ta2) - sin(w\cdot ta2))\right]\cdot t \ldots$$

$$+ \frac{A1}{exp\left(\frac{ta}{\tau}\right)}\cdot\left(1 + \frac{ta}{\tau} + \frac{ta^2}{2\cdot\tau^2}\right) + \frac{U}{2\cdot Z}\cdot\left[ta\cdot w\cdot sin(w\cdot ta2) + \left(1 - \frac{w^2\cdot ta^2}{2}\right)\cdot cos(w\cdot ta2)\right] - \frac{E + 2\cdot Vd}{2\cdot R}$$

On détermine alors le temps t1 par une résolution d'une équation du second degré :

$$t1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

avec :

$$a = \left(\frac{A1}{2 \cdot exp\left(\frac{ta}{\tau} \right) \cdot \tau^2} - \frac{U \cdot w^2}{4 \cdot Z} \cdot cos(w \cdot ta2) \right)$$

$$b = \left[\frac{-A1}{\tau} \cdot exp\left(\frac{-ta}{\tau} \right) \cdot \left(\frac{ta}{\tau} + 1 \right) + \frac{U \cdot w}{2 \cdot Z} \cdot (w \cdot ta \cdot cos(w \cdot ta2) - sin(w \cdot ta2)) \right]$$

$$c = \frac{A1}{exp\left(\frac{ta}{\tau} \right)} \cdot \left(1 + \frac{ta}{\tau} + \frac{ta^2}{2 \cdot \tau^2} \right) + \frac{U}{2 \cdot Z} \cdot \left[ta \cdot w \cdot sin(w \cdot ta2) + \left(1 - \frac{w^2 \cdot ta^2}{2} \right) \cdot cos(w \cdot ta2) \right] - \frac{E + 2 \cdot Vd}{2 \cdot R}$$

2.3 - Détermination des courants de phase pour le mode de conduction mixte

Première phase : conduction de 2 diodes, détermination des courants i1 et i2

Rappel de la solution de l'équation différentielle pour cette phase là :

$$i1phase1(t) = -i2phase1(t) = A1 \cdot e^{\frac{-t}{\tau}} + \left[\frac{U}{2 \cdot Z} \cdot cos\left(w \cdot t - \frac{\pi}{3} - \phi \right) - \frac{(E + 2 \cdot Vd)}{2 \cdot R} \right]$$

fin de cette phase à 2 diodes quand i3 apparait (voir figure A-6)

$$V2 - R \cdot i2 - L \cdot \frac{d}{dt} i2 = V3$$

$$i2 = -i1 \qquad i1 + \frac{L}{R} \cdot \frac{d}{dt} i1 = (V3 - V2) \cdot \frac{1}{R} = \frac{U}{R} \cdot cos(w \cdot t)$$

avec (1)

$$\frac{U}{R} \cdot cos(w \cdot t1) = \frac{1}{2 \cdot R} \cdot \left[U \cdot cos\left(w \cdot t1 - \frac{\pi}{3} \right) - (E + 2 \cdot Vd) \right]$$

$$\frac{(E + 2 \cdot Vd)}{2 \cdot R} = \left[\left(cos\left(w \cdot t1 - \frac{\pi}{3} \right) \right) - 2\, cos(w \cdot t1) \right] \cdot \frac{U}{2 \cdot R}$$

$$\frac{(E + 2 \cdot Vd)}{U} = cos\left(w \cdot t1 - \frac{\pi}{3} \right) - 2\, cos(w \cdot t1)$$

$$\frac{(E + 2 \cdot Vd)}{U \cdot \sqrt{3}} = \frac{1}{2} \cdot sin(w \cdot t1) - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot cos(w \cdot t1)$$

$$\frac{(E + 2 \cdot Vd)}{-U \cdot \sqrt{3}} = cos\left(wt1 + \frac{\pi}{6} \right)$$

$$wt1 = arccos\left[\frac{(E + 2 \cdot Vd)}{-U \cdot \sqrt{3}} \right] - \frac{\pi}{6} \qquad t1 = \left[arccos\left[\frac{(E + 2 \cdot Vd)}{-U \cdot \sqrt{3}} \right] - \frac{\pi}{6} \right] \cdot \frac{1}{w}$$

Phase de conduction à 3 diodes : détermination des courants i1 ,i2 et i3

Rappel des solutions des équations différentielles :

$$i1phase2(t) = A2\cdot e^{\frac{-t}{\tau}} + \left[\frac{U}{\sqrt{3}\cdot Z}\cdot sin(w\cdot t-\phi) - \frac{2\cdot(E+2\cdot Vd)}{3\cdot R}\right]$$

$$i2phase2(t) = A3\cdot e^{\frac{-t}{\tau}} - \frac{U}{\sqrt{3}\cdot Z}\cdot cos\left(w\cdot t-\frac{\pi}{6}-\phi\right) + \frac{E+2\cdot Vd}{3\cdot R}$$

$$i3phase2(t) = -(A2+A3)\cdot e^{\frac{-t}{\tau}} + \frac{U}{Z\cdot\sqrt{3}}\cdot cos\left(w\cdot t+\frac{\pi}{6}-\phi\right) + \frac{E+2\cdot Vd}{3\cdot R}$$

fin de cette phase à trois diodes quand le courant i2 passe a 0, c'est à dire au temps tt2=t0+T/6

$$V2 = V3 - R\cdot i3 - L\cdot\frac{d}{dt}i3 + L\cdot\frac{d}{dt}i2$$

$$V2 - V3 = -R\cdot i3 - L\cdot\frac{d}{dt}i3 + L\cdot\frac{d}{dt}i2$$

$$\frac{d}{dt}i3phase2 = \frac{(A2+A3)}{\tau}\cdot exp\left(\frac{-t}{\tau}\right) - \frac{U\cdot w}{Z\cdot\sqrt{3}}\cdot sin\left(w\cdot t+\frac{\pi}{6}-\phi\right)$$

$$\frac{d}{dt}i2phase2 = \frac{-A3}{\tau}\cdot exp\left(\frac{-t}{\tau}\right) + \frac{U\cdot w}{Z\cdot\sqrt{3}}\cdot sin\left(w\cdot t-\frac{\pi}{6}-\phi\right)$$

$$V2 - V3 = -R\cdot\left[-(A2+A3)\cdot e^{\frac{-t}{\tau}} + \frac{U}{Z\cdot\sqrt{3}}\cdot cos\left(w\cdot t+\frac{\pi}{6}-\phi\right) + \frac{E+2\cdot Vd}{3\cdot R}\right] \ldots + L\cdot\left[\left(\frac{-A3}{\tau}\cdot exp\left(\frac{-t}{\tau}\right) + \frac{U\cdot w}{Z\cdot\sqrt{3}}\cdot sin\left(w\cdot t-\frac{\pi}{6}-\phi\right)\right) - \left[\frac{(A2+A3)}{\tau}\cdot exp\left(\frac{-t}{\tau}\right) - \frac{U\cdot w}{Z\cdot\sqrt{3}}\cdot sin\left(w\cdot t+\frac{\pi}{6}-\phi\right)\right]\right]$$

$$-U\cdot cos(w\cdot t) = -R\cdot\left[-(A2+A3)\cdot e^{\frac{-t}{\tau}} + \frac{U}{Z\cdot\sqrt{3}}\cdot cos\left(w\cdot t+\frac{\pi}{6}-\phi\right) + \frac{E+2\cdot Vd}{3\cdot R}\right] \ldots + L\cdot\left[\left(\frac{-A3}{\tau}\cdot exp\left(\frac{-t}{\tau}\right) + \frac{U\cdot w}{Z\cdot\sqrt{3}}\cdot sin\left(w\cdot t-\frac{\pi}{6}-\phi\right)\right) - \left[\frac{(A2+A3)}{\tau}\cdot exp\left(\frac{-t}{\tau}\right) - \frac{U\cdot w}{Z\cdot\sqrt{3}}\cdot sin\left(w\cdot t+\frac{\pi}{6}-\phi\right)\right]\right]$$

$$0 = -R\cdot\left[-(A2+A3)\cdot e^{\frac{-t}{\tau}} + \frac{U}{Z\cdot\sqrt{3}}\cdot cos\left(w\cdot t+\frac{\pi}{6}-\phi\right) + \frac{E+2\cdot Vd}{3\cdot R}\right] \ldots + L\cdot\left[\left(\frac{-A3}{\tau}\cdot exp\left(\frac{-t}{\tau}\right) + \frac{U\cdot w}{Z\cdot\sqrt{3}}\cdot sin\left(w\cdot t-\frac{\pi}{6}-\phi\right)\right) - \left[\frac{(A2+A3)}{\tau}\cdot exp\left(\frac{-t}{\tau}\right) - \frac{U\cdot w}{Z\cdot\sqrt{3}}\cdot sin\left(w\cdot t+\frac{\pi}{6}-\phi\right)\right]\right] + U\cdot cos(w\cdot t)$$

$$0 = \frac{R\cdot U}{6\cdot Z^2}\cdot\left(3\cdot L\cdot w + R\cdot\sqrt{3}\right)\cdot sin(w\cdot t) + \left[\frac{-U}{6\cdot Z^2}\cdot\left(6\cdot L^2\cdot w^2 + 3\cdot R^2 + R\cdot\sqrt{3}\cdot L\cdot w - 6\cdot Z^2\right)\right]\cdot cos(w\cdot t) \ldots + \frac{R\cdot(A2+A3)}{exp\left(\frac{t}{\tau}\right)} - \frac{E+2\cdot Vd}{3} - \frac{L\cdot(2\cdot A3+A2)}{\tau\cdot exp\left(\frac{t}{\tau}\right)}$$

$$0 = \left[\frac{R\cdot U}{6\cdot Z^2}\cdot\left(3\cdot L\cdot w + R\cdot\sqrt{3}\right)\cdot sin(w\cdot t) + \left[\frac{-U}{6\cdot Z^2}\cdot\left(6\cdot L^2\cdot w^2 + 3\cdot R^2 + R\cdot\sqrt{3}\cdot L\cdot w - 6\cdot Z^2\right)\right]\cdot cos(w\cdot t)\right] - \frac{E+2\cdot Vd}{3} - \frac{R\cdot(A3)}{exp\left(\frac{t}{\tau}\right)}$$

$$0 = \frac{R \cdot U}{6 \cdot Z} \cdot \left[\left(3 \cdot \frac{L \cdot w}{Z} + \frac{R}{Z} \cdot \sqrt{3} \right) \cdot \sin(w \cdot t) + \left[3 \cdot \frac{R}{Z} - \sqrt{3} \cdot \left(\frac{L \cdot w}{Z} \right) \right] \cdot \cos(w \cdot t) \right] - \frac{E + 2 \cdot Vd}{3} - R \cdot A3 \cdot \exp\left(\frac{-t}{\tau} \right)$$

$$0 = \frac{R \cdot U}{\sqrt{3} \cdot Z} \cdot \left(\sin\left(\frac{\pi}{6} + \phi \right) \cdot \sin(w \cdot t) + \cos\left(\frac{\pi}{6} + \phi \right) \cdot \cos(w \cdot t) \right) - \frac{E + 2 \cdot Vd}{3} - R \cdot A3 \cdot \exp\left(\frac{-t}{\tau} \right)$$

$$0 = \frac{R \cdot U}{\sqrt{3} \cdot Z} \cdot \cos\left(w \cdot tt2 - \frac{\pi}{6} - \phi \right) - \frac{E + 2 \cdot Vd}{3} - R \cdot A3 \cdot \exp\left[\frac{(-tt2)}{\tau} \right]$$

Nous aboutissons alors à une équation implicite. Comme précédenment, nous allons effectuer des développements limités pour déterminer t2

en faisant un developpement limite a l'ordre 2 autour du temps tt2, on trouve :

remarque : le temps tt2 doit etre le plus près possible de la solution finale to+T/6

$$0 = \left[AA \cdot \left[\left[1 - \frac{[(t - tt2) \cdot w]^2}{2} \right] \cdot \cos(w \cdot tt1) - [(t - tt2) \cdot w] \cdot \sin(w \cdot tt1) \right] + BB \right] - CC \cdot \exp\left[\frac{(-tt2)}{\tau} \right] \cdot \left[1 - \frac{(t - tt2)}{\tau} + \frac{(t - tt2)^2}{2 \cdot \tau^2} \right]$$

$$0 = \left(\frac{CC}{-2 \cdot \exp\left(\frac{tt2}{\tau} \right) \cdot \tau^2} - \frac{AA}{2} \cdot \cos(w \cdot tt1) \cdot w^2 \right) \cdot t^2 + \left[AA \cdot \left(\cos(w \cdot tt1) \cdot w^2 \cdot tt2 - \sin(w \cdot tt1) \cdot w \right) + \frac{CC \cdot (tt2 + \tau)}{\exp\left(\frac{tt2}{\tau} \right) \cdot \tau^2} \right] \cdot t \ \ldots$$
$$+ AA \cdot \left[\cos(w \cdot tt1) \cdot \left(1 - \frac{w^2 \cdot tt2^2}{2} \right) + \sin(w \cdot tt1) \cdot w \cdot tt2 \right] + BB - \frac{CC}{\exp\left(\frac{tt2}{\tau} \right)} \cdot \left(\frac{tt2^2}{2 \cdot \tau^2} + \frac{tt2}{\tau} + 1 \right)$$

avec : $AA = \frac{R \cdot U}{\sqrt{3} \cdot Z}$ $BB = \frac{E + 2 \cdot Vd}{-3}$ $CC = R \cdot A3$ $DD = \frac{-\phi - \frac{\pi}{6}}{w}$ $tt1 = tt2 + DD$

La solution est donc : $\boxed{t2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}}$

avec : $a = \left(\frac{CC}{-2 \cdot \exp\left(\frac{tt2}{\tau} \right) \cdot \tau^2} - \frac{AA}{2} \cdot \cos(w \cdot tt1) \cdot w^2 \right)$ $b = \left[AA \cdot \left(\cos(w \cdot tt1) \cdot w^2 \cdot tt2 - \sin(w \cdot tt1) \cdot w \right) + \frac{CC \cdot (tt2 + \tau)}{\exp\left(\frac{tt2}{\tau} \right) \cdot \tau^2} \right]$

$$c = AA \cdot \left[\cos(w \cdot tt1) \cdot \left(1 - \frac{w^2 \cdot tt2^2}{2} \right) + \sin(w \cdot tt1) \cdot w \cdot tt2 \right] + BB - \frac{CC}{\exp\left(\frac{tt2}{\tau} \right)} \cdot \left(\frac{tt2^2}{2 \cdot \tau^2} + \frac{tt2}{\tau} + 1 \right)$$

Les développements limités ont été effectué autour de tt2. Nous devons donc éstimer la valeur de tt2

La valeur pour le regime de court circuit, c'est à dire quand la tension et tres grande devant E, est : $\frac{T}{3} + T \cdot \frac{\phi}{2 \cdot \pi}$

l'angle que fait le courant pour des regimes intermediaires peut être approximé par : $\arctan\left(\frac{L \cdot w \cdot I}{R \cdot I + E + 2 \cdot Vd} \right)$

en posant arbitrairement $I = \frac{U}{Z}$, on trouve : $tt2 = \frac{T}{4} + \arctan\left[\frac{L \cdot w}{R + (E + 2 \cdot Vd) \cdot \frac{Z}{U}} \right] \cdot \frac{T}{2 \cdot \pi}$

Détermination des coefficients (A1, A2, A3) des équations différentielles

Pour déterminer ces coefficients, on utilise les conditions de continuité des phases :

$$i1phase1\ (t0) = I0 \qquad i1phase1\ (t1) = I1$$

$$i1phase2\left(t0 + \frac{T}{6}\right) = I0 \qquad i1phase2\ (t1) = I1$$

$$i3phase2\left(t0 + \frac{T}{6}\right) = -I0 \qquad i2phase2\ (t1) = -I1$$

$$i2phase2\left(t0 + \frac{T}{6}\right) = 0 \qquad i3phase2\ (t1) = 0$$

- La condition " $i3phase2\ (t1) = 0$ " implique :

$$i3phase2\ (t1) = -(A2 + A3)\cdot e^{\frac{-t1}{\tau}} + \frac{U}{Z\cdot\sqrt{3}}\cdot cos\left(w\cdot t1 + \frac{\pi}{6} - \phi\right) + \frac{E + 2\cdot Vd}{3\cdot R} = 0$$

$$A2 + A3 = \left(\frac{U}{Z\cdot\sqrt{3}}\cdot cos\left(w\cdot t1 + \frac{\pi}{6} - \phi\right) + \frac{E + 2\cdot Vd}{3\cdot R}\right)\cdot e^{\frac{t1}{\tau}} \qquad (5)$$

- Les conditions " $i1phase2\ (t1) = I1$ " et " $i2phase2\ (t1) = -I1$ " impliquent :

$$i1phase2\ (t1) = \left[A2\cdot e^{\frac{-t1}{\tau}} + \left[\frac{U}{\sqrt{3}\cdot Z}\cdot sin\left(w\cdot t1 - \phi\right) - \frac{2\cdot(E + 2\cdot Vd)}{3\cdot R}\right]\right] = I1$$

$$i2phase2\ (t1) = \left(A3\cdot e^{\frac{-t1}{\tau}} - \frac{U}{\sqrt{3}\cdot Z}\cdot cos\left(w\cdot t1 - \frac{\pi}{6} - \phi\right) + \frac{E + 2\cdot Vd}{3\cdot R}\right) = -I1$$

différence :
$$(A2 - A3)\cdot e^{\frac{-t1}{\tau}} + \left[\frac{U}{Z\cdot\sqrt{3}}\cdot\left(sin\left(w\cdot t1 - \phi\right) + cos\left(w\cdot t1 - \frac{\pi}{6} - \phi\right)\right) - \frac{E + 2\cdot Vd}{R}\right] = 2\cdot I1$$

$$(A2 - A3)\cdot e^{\frac{-t1}{\tau}} + \left(\frac{U}{Z}\cdot cos\left(w\cdot t1 - \frac{\pi}{3} - \phi\right) - \frac{E + 2\cdot Vd}{R}\right) = 2\cdot I1 \qquad (6)$$

- La condition " $i2phase2\left(t0 + \frac{T}{6}\right) = 0$ " implique :

$$i2phase2\left(t0 + \frac{T}{6}\right) = \left[A3\cdot e^{\frac{-\left(t0 + \frac{T}{6}\right)}{\tau}} - \frac{U}{\sqrt{3}\cdot Z}\cdot cos\left[w\cdot\left(t0 + \frac{T}{6}\right) - \frac{\pi}{6} - \phi\right] + \frac{E + 2\cdot Vd}{3\cdot R}\right] = 0$$

$$\left(A3\cdot e^{\frac{-t0}{\tau}}\cdot e^{\frac{-T}{6\cdot\tau}} - \frac{U}{\sqrt{3}\cdot Z}\cdot cos\left(w\cdot t0 + \frac{\pi}{6} - \phi\right) + \frac{E + 2\cdot Vd}{3\cdot R}\right) = 0$$

$$A3 = e^{\frac{t0}{\tau}}\cdot e^{\frac{T}{6\cdot\tau}}\cdot\left(\frac{U}{\sqrt{3}\cdot Z}\cdot cos\left(w\cdot t0 + \frac{\pi}{6} - \phi\right) - \frac{E + 2\cdot Vd}{3\cdot R}\right)$$

- Les conditions " $i1phase2\left(t0+\frac{T}{6}\right)=I0$ " et " $i3phase2\left(t0+\frac{T}{6}\right)=-I0$ " impliquent :

$$i1phase2\left(t0+\frac{T}{6}\right)=\left[A2\cdot e^{\frac{-\left(t0+\frac{T}{6}\right)}{\tau}}+\left[\frac{U}{\sqrt{3}\cdot Z}\cdot sin\left[w\cdot\left(t0+\frac{T}{6}\right)-\phi\right]-\frac{2\cdot(E+2\cdot Vd)}{3\cdot R}\right]\right]=I0$$

$$\left[A2\cdot e^{\frac{-\left(t0+\frac{T}{6}\right)}{\tau}}+\left[\frac{U}{\sqrt{3}\cdot Z}\cdot sin\left(w\cdot t0+\frac{\pi}{3}-\phi\right)-\frac{2\cdot(E+2\cdot Vd)}{3\cdot R}\right]\right]=I0$$

$$i3phase2\left(t0+\frac{T}{6}\right)=-(A2+A3)\cdot e^{\frac{-\left(t0+\frac{T}{6}\right)}{\tau}}+\frac{U}{Z\cdot\sqrt{3}}\cdot cos\left[w\cdot\left(t0+\frac{T}{6}\right)+\frac{\pi}{6}-\phi\right]+\frac{E+2\cdot Vd}{3\cdot R}=-I0$$

$$-(A2+A3)\cdot e^{\frac{-\left(t0+\frac{T}{6}\right)}{\tau}}+\frac{U}{Z\cdot\sqrt{3}}\cdot cos\left(w\cdot t0+\frac{\pi}{2}-\phi\right)+\frac{E+2\cdot Vd}{3\cdot R}=-I0$$

différence : $$(2\cdot A2+A3)\cdot e^{\frac{-\left(t0+\frac{T}{6}\right)}{\tau}}+\frac{U}{Z\cdot\sqrt{3}}\cdot\left(-cos\left(w\cdot t0+\frac{\pi}{2}-\phi\right)+sin\left(w\cdot t0+\frac{\pi}{3}-\phi\right)\right)-\frac{E+2\cdot Vd}{R}=2\cdot I0$$

$$(2\cdot A2+A3)\cdot e^{\frac{-\left(t0+\frac{T}{6}\right)}{\tau}}+\frac{U}{Z}\cdot cos\left(w\cdot t0-\frac{\pi}{3}-\phi\right)-\frac{E+2\cdot Vd}{R}=2\cdot I0 \qquad (7)$$

- Les conditions " $i1phase1\ (t0)=I0$ " et " $i1phase1\ (t1)=I1$ " impliquent :

$$i1phase1\ (t0)=\left[A1\cdot e^{\frac{-t0}{\tau}}+\left[\frac{U}{2\cdot Z}\cdot cos\left(w\cdot t0-\frac{\pi}{3}-\phi\right)-\frac{(E+2\cdot Vd)}{2\cdot R}\right]\right]=I0$$

$$i1phase1\ (t1)=\left[A1\cdot e^{\frac{-t1}{\tau}}+\left[\frac{U}{2\cdot Z}\cdot cos\left(w\cdot t1-\frac{\pi}{3}-\phi\right)-\frac{(E+2\cdot Vd)}{2\cdot R}\right]\right]=I1$$

$$A1\cdot e^{\frac{-t1}{\tau}}=I1-\left[\frac{U}{2\cdot Z}\cdot cos\left(w\cdot t1-\frac{\pi}{3}-\phi\right)-\frac{(E+2\cdot Vd)}{2\cdot R}\right]$$

avec (6) : $$(A2-A3)\cdot e^{\frac{-t1}{\tau}}+\left(\frac{U}{Z}\cdot cos\left(w\cdot t1-\frac{\pi}{3}\right)-\frac{E+2\cdot Vd}{R}\right)=2\cdot I1$$

$$(A2-A3)\cdot e^{\frac{-t1}{\tau}}+\left(\frac{U}{Z}\cdot cos\left(w\cdot t1-\frac{\pi}{3}-\phi\right)-\frac{E+2\cdot Vd}{R}\right)=2\cdot\left[A1\cdot e^{\frac{-t1}{\tau}}+\left[\frac{U}{2\cdot Z}\cdot cos\left(w\cdot t1-\frac{\pi}{3}-\phi\right)-\frac{(E+2\cdot Vd)}{2\cdot R}\right]\right]$$

$$(A2-A3)\cdot e^{\frac{-t1}{\tau}}+\left(\frac{U}{Z}\cdot cos\left(w\cdot t1-\frac{\pi}{3}-\phi\right)-\frac{E+2\cdot Vd}{R}\right)=2\cdot A1\cdot e^{\frac{-t1}{\tau}}+\left[\frac{U}{Z}\cdot cos\left(w\cdot t1-\frac{\pi}{3}-\phi\right)-\frac{(E+2\cdot Vd)}{R}\right]$$

$$A2-A3=2\cdot A1$$

$$(7): \quad (2\cdot A2 + A3)\cdot e^{\frac{-\left(t0+\frac{T}{6}\right)}{\tau}} + \frac{U}{Z}\cdot\cos\left(w\cdot t0 - \frac{\pi}{3} - \phi\right) - \frac{E + 2\cdot Vd}{R} = 2\cdot I0$$

$$(2\cdot A2 + A3)\cdot e^{\frac{-\left(t0+\frac{T}{6}\right)}{\tau}} + \frac{U}{Z}\cdot\cos\left(w\cdot t0 - \frac{\pi}{3} - \phi\right) - \frac{E + 2\cdot Vd}{R} = 2\cdot A1\cdot e^{\frac{-t0}{\tau}} + \left[\frac{U}{Z}\cdot\cos\left(w\cdot t0 - \frac{\pi}{3} - \phi\right) - \frac{(E + 2\cdot Vd)}{R}\right]$$

$$(2\cdot A2 + A3)\cdot e^{\frac{-\left(t0+\frac{T}{6}\right)}{\tau}} = 2\cdot A1\cdot e^{\frac{-t0}{\tau}}$$

$$(2\cdot A2 + A3)\cdot e^{\frac{-\left(t0+\frac{T}{6}\right)}{\tau}} = (A2 - A3)\cdot e^{\frac{-t0}{\tau}}$$

$$(2\cdot A2 + A3)\cdot e^{-\frac{T}{6\cdot\tau}} = (A2 - A3)$$

$$2\cdot A2\cdot e^{-\frac{T}{6\cdot\tau}} - A2 + A3 + A3\cdot e^{-\frac{T}{6\cdot\tau}} = 0$$

$$A2\cdot\left(2\cdot e^{-\frac{T}{6\cdot\tau}} - 1\right) + A3\cdot\left(1 + e^{-\frac{T}{6\cdot\tau}}\right) = 0$$

$$A2 = A3\cdot\frac{1 + e^{\frac{-T}{6\cdot\tau}}}{1 - 2\cdot e^{\frac{-T}{6\cdot\tau}}}$$

avec (5): $$(A2 + A3)\cdot e^{\frac{-t1}{\tau}} = \left(\frac{U}{Z\cdot\sqrt{3}}\cdot\cos\left(w\cdot t1 + \frac{\pi}{6} - \phi\right) + \frac{E + 2\cdot Vd}{3\cdot R}\right)$$

$$A2\cdot\left[1 + \frac{\left(1 - 2\cdot e^{-\frac{T}{6\cdot\tau}}\right)}{\left(1 + e^{-\frac{T}{6\cdot\tau}}\right)}\right]\cdot e^{\frac{-t1}{\tau}} = \left(\frac{U}{Z\cdot\sqrt{3}}\cdot\cos\left(w\cdot t1 + \frac{\pi}{6} - \phi\right) + \frac{E + 2\cdot Vd}{3\cdot R}\right)$$

$$A2\cdot\left(\frac{2 - e^{-\frac{T}{6\cdot\tau}}}{1 + e^{-\frac{T}{6\cdot\tau}}}\right)\cdot e^{\frac{-t1}{\tau}} = \left(\frac{U}{Z\cdot\sqrt{3}}\cdot\cos\left(w\cdot t1 + \frac{\pi}{6} - \phi\right) + \frac{E + 2\cdot Vd}{3\cdot R}\right)$$

$$A2 = \left(\frac{U}{Z \cdot \sqrt{3}} \cdot \cos\left(w \cdot t1 + \frac{\pi}{6} - \phi \right) + \frac{E + 2 \cdot Vd}{3 \cdot R} \right) \cdot e^{\frac{t1}{\tau}} \cdot \frac{1 + e^{-\frac{T}{6 \cdot \tau}}}{\left(2 - e^{-\frac{T}{6 \cdot \tau}} \right)}$$

$$A3 = A2 \cdot \frac{\left(1 - 2 \cdot e^{\frac{-T}{6 \cdot \tau}} \right)}{\left(1 + e^{\frac{-T}{6 \cdot \tau}} \right)}$$

$$A1 = \frac{1}{2} \cdot (A2 - A3)$$

$$A4 = -(A2 + A3)$$

2.4 - Détermination des courants de phase pour le mode de conduction triphasée

Phase de conduction à 3 diodes : détermination des courants i1 ,i2 et i3

Rappel des solutions des équations différentielles :

$$i1phase2(t) = AA2 \cdot e^{\frac{-t}{\tau}} + \left[\frac{U}{\sqrt{3} \cdot Z} \cdot \sin\left(w \cdot t - \phi \right) - \frac{2 \cdot (E + 2 \cdot Vd)}{3 \cdot R} \right]$$

$$i2phase2(t) = AA3 \cdot e^{\frac{-t}{\tau}} - \frac{U}{\sqrt{3} \cdot Z} \cdot \cos\left(w \cdot t - \frac{\pi}{6} - \phi \right) + \frac{E + 2 \cdot Vd}{3 \cdot R}$$

$$i3phase2(t) = -(AA2 + AA3) \cdot e^{\frac{-t}{\tau}} + \frac{U}{Z \cdot \sqrt{3}} \cdot \cos\left(w \cdot t + \frac{\pi}{6} - \phi \right) + \frac{E + 2 \cdot Vd}{3 \cdot R}$$

Détermination des coefficients (AA2, AA3) des équations différentielles et du temps t00

Pour déterminer ces coefficients, on utilise les conditions de continuité des phases :

$$i1phase2\left(t00 + \frac{T}{6} \right) = I0 \qquad i1phase2(t00) = I0$$

$$i3phase2\left(t00 + \frac{T}{6} \right) = -I0 \qquad i2phase2(t00) = -I0$$

$$i2phase2\left(t00 + \frac{T}{6} \right) = 0 \qquad i3phase2(t00) = 0$$

- Les conditions " $i1phase2\left(t00 + \frac{T}{6} \right) = I0$ " et " $i1phase2(t00) = I0$ " impliquent :

$$i1phase2(t00) = \left[AA2 \cdot e^{\frac{-t00}{\tau}} + \left[\frac{U}{\sqrt{3} \cdot Z} \cdot \sin\left(w \cdot t00 - \phi \right) - \frac{2 \cdot (E + 2 \cdot Vd)}{3 \cdot R} \right] \right] = I0$$

$$i1phase2\left(t00+\frac{T}{6}\right)=\left[AA2\cdot e^{\frac{-\left(t00+\frac{T}{6}\right)}{\tau}}+\left[\frac{U}{\sqrt{3}\cdot Z}\cdot sin\left[w\cdot\left(t00+\frac{T}{6}\right)-\phi\right]-\frac{2\cdot(E+2\cdot Vd)}{3\cdot R}\right]\right]=I0$$

$$AA2\cdot e^{\frac{-\left(t00+\frac{T}{6}\right)}{\tau}}=I0-\left[\frac{U}{\sqrt{3}\cdot Z}\cdot sin\left[w\cdot\left(t00+\frac{T}{6}\right)-\phi\right]-\frac{2\cdot(E+2\cdot Vd)}{3\cdot R}\right]$$

$$\left[AA2\cdot e^{\frac{-t00}{\tau}}+\left(\frac{U}{\sqrt{3}\cdot Z}\cdot sin(w\cdot t00-\phi)\right)\right]=\left[AA2\cdot e^{\frac{-\left(t00+\frac{T}{6}\right)}{\tau}}+\left[\frac{U}{\sqrt{3}\cdot Z}\cdot sin\left[w\cdot\left(t00+\frac{T}{6}\right)-\phi\right]\right]\right]$$

$$AA2\cdot e^{\frac{-t00}{\tau}}\cdot\left(1-e^{\frac{-T}{6\cdot\tau}}\right)=\frac{U}{\sqrt{3}\cdot Z}\left[sin\left[w\cdot\left(t00+\frac{T}{6}\right)-\phi\right]-sin(w\cdot t00-\phi)\right]$$

$$AA2\cdot e^{\frac{-t00}{\tau}}\cdot\left(1-e^{\frac{-T}{6\cdot\tau}}\right)=\frac{U}{Z\cdot\sqrt{3}}\cdot sin\left(w\cdot t00+\frac{2\cdot\pi}{3}-\phi\right)$$

- La condition " $i2phase2\left(t00+\frac{T}{6}\right)=0$ " implique :

$$i2phase2\left(t00+\frac{T}{6}\right)=\left[AA3\cdot e^{\frac{-\left(t00+\frac{T}{6}\right)}{\tau}}-\frac{U}{\sqrt{3}\cdot Z}\cdot cos\left[w\cdot\left(t00+\frac{T}{6}\right)-\frac{\pi}{6}-\phi\right]+\frac{E+2\cdot Vd}{3\cdot R}\right]=0$$

$$\left(AA3\cdot e^{\frac{-t00}{\tau}}\cdot e^{\frac{-T}{6\cdot\tau}}-\frac{U}{\sqrt{3}\cdot Z}\cdot cos\left(w\cdot t00+\frac{\pi}{6}-\phi\right)+\frac{E+2\cdot Vd}{3\cdot R}\right)=0$$

$$AA3\cdot e^{\frac{-t00}{\tau}}\cdot e^{\frac{-T}{6\cdot\tau}}=\left(\frac{U}{\sqrt{3}\cdot Z}\cdot cos\left(w\cdot t00+\frac{\pi}{6}-\phi\right)-\frac{E+2\cdot Vd}{3\cdot R}\right)$$

- La condition " $i3phase2\ (t00)=0$ " implique :

$$i3phase2\ (t00)=\left[-(AA2+AA3)\cdot e^{\frac{-t00}{\tau}}+\frac{U}{Z\cdot\sqrt{3}}\cdot cos\left(w\cdot t00+\frac{\pi}{6}-\phi\right)+\frac{E+2\cdot Vd}{3\cdot R}\right]=0$$

$$(AA2+AA3)\cdot e^{\frac{-t00}{\tau}}=\frac{U}{Z\cdot\sqrt{3}}\cdot cos\left(w\cdot t00+\frac{\pi}{6}-\phi\right)+\frac{E+2\cdot Vd}{3\cdot R}$$

$$\frac{U}{Z\cdot\sqrt{3}}\cdot cos\left(w\cdot t00+\frac{\pi}{6}-\phi\right)+\frac{E+2\cdot Vd}{3\cdot R}=\frac{U}{Z\cdot\sqrt{3}}\cdot\left[\frac{1}{\left(1-e^{\frac{-T}{6\cdot\tau}}\right)}\cdot sin\left(w\cdot t00+\frac{2\cdot\pi}{3}-\phi\right)+cos\left(w\cdot t00+\frac{\pi}{6}-\phi\right)\cdot e^{\frac{T}{6\cdot\tau}}\right]\ldots$$

$$+\frac{E+2\cdot Vd}{-3\cdot R}\cdot e^{\frac{T}{6\cdot\tau}}$$

$$\frac{E+2\cdot Vd}{3\cdot R}\cdot\left(1+e^{\frac{T}{6\cdot\tau}}\right)=\frac{U}{Z\cdot\sqrt{3}}\cdot\left[\frac{1}{\left(1-e^{\frac{-T}{6\cdot\tau}}\right)}\cdot\sin\left(w\cdot t00+\frac{2\cdot\pi}{3}-\phi\right)+\cos\left(w\cdot t00+\frac{\pi}{6}-\phi\right)\cdot\left(e^{\frac{T}{6\cdot\tau}}-1\right)\right]$$

$$\frac{E+2\cdot Vd}{3\cdot R}\cdot\left(1+e^{\frac{T}{6\cdot\tau}}\right)=\frac{U}{Z\cdot\sqrt{3}}\cdot\left[\frac{1}{\left(1-e^{\frac{-T}{6\cdot\tau}}\right)}\cdot\sin\left(w\cdot t00+\frac{2\cdot\pi}{3}-\phi\right)+\cos\left(w\cdot t00+\frac{\pi}{6}-\phi\right)\cdot\left(e^{\frac{T}{6\cdot\tau}}-1\right)\right]$$

$$\frac{E+2\cdot Vd}{3\cdot R}\cdot\left(e^{\frac{T}{6\cdot\tau}}-e^{\frac{-T}{6\cdot\tau}}\right)=\frac{U}{Z\cdot\sqrt{3}}\cdot\left[\sin\left(w\cdot t00+\frac{2\cdot\pi}{3}-\phi\right)+\cos\left(w\cdot t00+\frac{\pi}{6}-\phi\right)\cdot\left(e^{\frac{T}{6\cdot\tau}}+e^{\frac{-T}{6\cdot\tau}}-2\right)\right]$$

Cette équation nous permet de déterminer t00.

pour le trouver, on effectue alors des developpements limités autour de : $t00i=\frac{T}{6}+\arctan\left[\frac{L\cdot w}{R+(E+2\cdot Vd)\cdot\frac{Z}{U}}\right]\cdot\frac{T}{2\cdot\pi}$

$$\frac{E+2\cdot Vd}{3\cdot R}\cdot\left(e^{\frac{T}{6\cdot\tau}}-e^{\frac{-T}{6\cdot\tau}}\right)\cdot\left(\frac{Z\cdot\sqrt{3}}{U}\right)=\sin\left(w\cdot t00+\frac{2\cdot\pi}{3}-\phi\right)+\cos\left(w\cdot t00+\frac{\pi}{6}-\phi\right)\cdot\left(e^{\frac{T}{6\cdot\tau}}+e^{\frac{-T}{6\cdot\tau}}-2\right)$$

$AAA=\sin\left(w\cdot t00+\frac{2\cdot\pi}{3}-\phi\right)+BBB\cdot\cos\left(w\cdot t00+\frac{\pi}{6}-\phi\right)$ avec : $AAA=\frac{E+2\cdot Vd}{3\cdot R}\cdot\left(e^{\frac{T}{6\cdot\tau}}-e^{\frac{-T}{6\cdot\tau}}\right)\cdot\left(\frac{Z\cdot\sqrt{3}}{U}\right)$

$$BBB=\left(e^{\frac{T}{6\cdot\tau}}+e^{\frac{-T}{6\cdot\tau}}-2\right)$$

On pose : $ttt1=t00i+\left(\frac{\pi}{6}-\phi\right)\cdot\frac{1}{w}$ $ttt2=t00i+\left(\frac{2\cdot\pi}{3}-\phi\right)\cdot\frac{1}{w}$

$$AAA=BBB\cdot\left[\left[1-\frac{[(t00-t00i)\cdot w]^2}{2}\right]\cdot\cos(w\cdot ttt1)-[(t00-t00i)\cdot w]\cdot\sin(w\cdot ttt1)\right]\ldots$$
$$+\left[[(t00-t00i)\cdot w]\cdot\cos(w\cdot ttt2)+\left[1-\frac{[(t00-t00i)\cdot w]^2}{2}\right]\cdot\sin(w\cdot ttt2)\right]$$

$$0=BBB\cdot\left[\left[1-\frac{[(t00-t00i)\cdot w]^2}{2}\right]\cdot\cos(w\cdot ttt1)-[(t00-t00i)\cdot w]\cdot\sin(w\cdot ttt1)\right]\ldots$$
$$+\left[[(t00-t00i)\cdot w]\cdot\cos(w\cdot ttt2)+\left[1-\frac{[(t00-t00i)\cdot w]^2}{2}\right]\cdot\sin(w\cdot ttt2)\right]-AAA$$

$$0=\left(\frac{-1}{2}\cdot BBB\cdot\cos(w\cdot ttt1)\cdot w^2-\frac{1}{2}\cdot\sin(w\cdot ttt2)\cdot w^2\right)\cdot t00^2\ldots$$
$$+\left(BBB\cdot\cos(w\cdot ttt1)\cdot w^2\cdot t00i+w\cdot\cos(w\cdot ttt2)+\sin(w\cdot ttt2)\cdot w^2\cdot t00i-BBB\cdot w\cdot\sin(w\cdot ttt1)\right)\cdot t00+BBB\cdot\cos(w\cdot ttt1)\ldots$$
$$+BBB\cdot w\cdot\sin(w\cdot ttt1)\cdot t00i-\frac{1}{2}\cdot BBB\cdot\cos(w\cdot ttt1)\cdot w^2\cdot t00i^2+\sin(w\cdot ttt2)-w\cdot\cos(w\cdot ttt2)\cdot t00i-AAA-\frac{1}{2}\cdot\sin(w\cdot ttt2)\cdot w^2\cdot t00i^2$$

La solution est donc : $$t00 = \frac{-bbb - \sqrt{bbb^2 - 4 \cdot aaa \cdot ccc}}{2 \cdot aaa}$$

avec :

$$aaa = (BBB \cdot \cos(w \cdot ttt1) + \sin(w \cdot ttt2)) \cdot \frac{w^2}{-2}$$

$$bbb = [(\cos(w \cdot ttt1) \cdot w \cdot t00i - \sin(w \cdot ttt1)) \cdot BBB + \cos(w \cdot ttt2) + \sin(w \cdot ttt2) \cdot w \cdot t00i] \cdot w$$

$$ccc = \left[\cos(w \cdot ttt1) \cdot \left(1 - \frac{w^2 \cdot t00i^2}{2}\right) + w \cdot \sin(w \cdot ttt1) \cdot t00i\right] \cdot BBB - w \cdot \cos(w \cdot ttt2) \cdot t00i - AAA + \sin(w \cdot ttt2) \cdot \left(1 - \frac{w^2 \cdot t00i^2}{2}\right)$$

Les constantes des équations différentielles sont alors :

$$AA2 = \left(\frac{U}{Z \cdot \sqrt{3}} \cdot \sin\left(w \cdot t00 + \frac{2 \cdot \pi}{3} - \phi\right)\right) \cdot \frac{e^{\frac{t00}{\tau}}}{\left(1 - e^{\frac{-T}{6 \cdot \tau}}\right)}$$

$$AA3 = \left(\frac{U}{\sqrt{3} \cdot Z} \cdot \cos\left(w \cdot t00 + \frac{\pi}{6} - \phi\right) - \frac{E + 2 \cdot Vd}{3 \cdot R}\right) \cdot e^{\frac{t00 + \frac{T}{6}}{\tau}}$$

2.5 - Calcul du courant moyen de sortie

2.5.1 - Expression du courant moyen pour la conduction mixte

phase à 2 diodes de t0 à t1 :

$$Imoyen_phase1 = \frac{6}{T} \cdot \int_{t0}^{t1} A1 \cdot e^{\frac{-t}{\tau}} + \left[\frac{U}{2 \cdot Z} \cdot \cos\left(w \cdot t - \frac{\pi}{3} - \phi\right) - \frac{(E + 2 \cdot Vd)}{2 \cdot R}\right] dt$$

$$Imoyen_phase1 = \frac{6}{T} \cdot \left[\frac{-1}{2} \cdot \frac{\left(2 \cdot \tau \cdot exp\left(\frac{-t1}{\tau}\right) \cdot A1 \cdot w \cdot Z \cdot R + \cos\left(w \cdot t1 + \frac{1}{6} \cdot \pi - \phi\right) \cdot U \cdot R + w \cdot Z \cdot E \cdot t1 + 2 \cdot w \cdot Z \cdot Vd \cdot t1\right)}{[w \cdot (Z \cdot R)]} \ldots \right.$$
$$\left. + \frac{1}{2} \cdot \frac{\left(2 \cdot \tau \cdot exp\left(\frac{-t0}{\tau}\right) \cdot A1 \cdot w \cdot Z \cdot R + \cos\left(w \cdot t0 + \frac{1}{6} \cdot \pi - \phi\right) \cdot U \cdot R + w \cdot Z \cdot E \cdot t0 + 2 \cdot w \cdot Z \cdot Vd \cdot t0\right)}{[w \cdot (Z \cdot R)]} \right]$$

$$Imoyen_phase1 = \frac{3}{T} \cdot \left[\left(\frac{U}{Z \cdot w}\right) \cdot \left(\cos\left(w \cdot t0 + \frac{\pi}{6} - \phi\right) - \cos\left(w \cdot t1 + \frac{\pi}{6} - \phi\right)\right) \ldots \right.$$
$$\left. + 2 \cdot \tau \cdot A1 \cdot \left(exp\left(\frac{-t0}{\tau}\right) - exp\left(\frac{-t1}{\tau}\right)\right) + \frac{E + 2 \cdot Vd}{R} \cdot (t0 - t1) \right]$$

$$Imoyen_phase1 = \frac{6}{T} \cdot \left[\left(\frac{U}{2 \cdot Z \cdot w}\right) \cdot \left(\cos\left(w \cdot t0 + \frac{\pi}{6} - \phi\right) - \cos\left(w \cdot t1 + \frac{\pi}{6} - \phi\right)\right) \ldots \right.$$
$$\left. + \tau \cdot A1 \cdot \left(exp\left(\frac{-t0}{\tau}\right) - exp\left(\frac{-t1}{\tau}\right)\right) + \frac{E + 2 \cdot Vd}{2 \cdot R} \cdot (t0 - t1) \right]$$

phase à 3 diodes de t1 à t2 (t0+T/6) :

$$Imoyen_phase2 = \frac{6}{T}\cdot\int_{t1}^{t2} A2\cdot e^{\frac{-t}{\tau}} + \frac{U}{\sqrt{3}\cdot Z}\cdot\sin(w\cdot t-\phi) - \frac{2\cdot(E+2\cdot Vd)}{3\cdot R}\,dt$$

$$Imoyen_phase2 = \frac{6}{T}\cdot\left[A2\cdot\tau\cdot\left(e^{\frac{-t1}{\tau}} - e^{\frac{-t2}{\tau}}\right) + \frac{U}{\sqrt{3}\cdot Z\cdot w}\cdot\left(\cos(w\cdot t1-\phi) - \cos(w\cdot t2-\phi)\right) + \frac{2\cdot(E+2\cdot Vd)}{3\cdot R}\cdot(t1-t2)\right]$$

$$Imoyen_phase2 = \frac{6}{T}\cdot\left[\begin{array}{l} A2\cdot\tau\cdot\left[e^{\frac{-t1}{\tau}} - e^{\frac{-\left(t0+\frac{T}{6}\right)}{\tau}}\right] + \frac{U}{\sqrt{3}\cdot Z\cdot w}\cdot\left[\cos(w\cdot t1-\phi) - \cos\left[w\cdot\left(t0+\frac{T}{6}\right)-\phi\right]\right]\ldots \\ +\frac{2\cdot(E+2\cdot Vd)}{3\cdot R}\cdot\left[t1-\left(t0+\frac{T}{6}\right)\right]\end{array}\right]$$

courant moyen total :

$$Imoyen_mixte = \frac{6}{T}\cdot\left[\begin{array}{l}\frac{E+2\cdot Vd}{6\cdot R}\cdot\left(t1-t0-\frac{2\cdot T}{3}\right) + \left[\tau\cdot\left(A1-A2\cdot\exp\left(\frac{-T}{6\cdot\tau}\right)\right)\cdot\exp\left(\frac{-t0}{\tau}\right) + \tau\cdot(A2-A1)\cdot\exp\left(\frac{-t1}{\tau}\right)\right]\ldots \\ +\left(\frac{U}{2\cdot\sqrt{3}\cdot Z\cdot w}\right)\cdot\left(\cos\left(w\cdot t0-\phi-\frac{\pi}{3}\right)+\cos\left(w\cdot t1-\phi-\frac{\pi}{3}\right)\right)\end{array}\right]$$

2.5.2 - Expression du courant moyen pour la conduction triphasée

Pour la conduction triphasée l'expression se simplifie :

$t1 = t0$

$$Imoyen_tri = \frac{6}{T}\cdot\left[AA2\cdot\tau\cdot e^{\frac{-t00}{\tau}}\cdot\left(1-e^{\frac{-T}{6\cdot\tau}}\right) + \frac{U}{\sqrt{3}\cdot Z\cdot w}\cdot\left(\cos\left(w\cdot t00-\phi-\frac{\pi}{3}\right)\right) - \frac{T\cdot(E+2\cdot V}{9\cdot R}\right.$$

2.6 - Calcul du fondamental du courant de phase

2.6.1 - Expression de la composante réactive du courant de phase en conduction triphasée

$$Ireactif_tri = \frac{2}{T}\cdot\int_0^T i1(t)\cdot\cos(w\cdot t)\,dt$$

$$Ireactif_tri = \frac{4}{T}\cdot\left(\int_{t00-\frac{T}{6}}^{t00} -i3\left(t+\frac{T}{6}\right)\cdot\cos(w\cdot t)\,dt + \int_{t00}^{t00+\frac{T}{6}} i1(t)\cdot\cos(w\cdot t)\,dt + \int_{t00+\frac{T}{6}}^{t00+\frac{T\cdot 2}{6}} -i2\left(t-\frac{T}{6}\right)\cdot\cos(w\cdot t)\,dt\right)$$

$$Ireactif_tri = \frac{4}{T}\cdot\left(\int_{t00}^{t00+\frac{T}{6}} -i3(t)\cdot\cos\left(w\cdot t-\frac{T\cdot w}{6}\right)dt + \int_{t00}^{t00+\frac{T}{6}} i1(t)\cdot\cos(w\cdot t)\,dt + \int_{t00}^{t00+\frac{T}{6}} -i2(t)\cdot\cos\left(w\cdot t+\frac{T\cdot w}{6}\right)dt\right)$$

$$Ireactif_tri = \frac{4}{T}\cdot\left[\int_{t00}^{t00+\frac{2\cdot\pi}{6\cdot w}} \frac{1}{\left(2\cdot exp\left(\frac{t}{\tau}\right)\right)}\cdot\left[(AA2 + AA3\cdot 2)\cdot\sqrt{3}\cdot sin(w\cdot t) + 3\cdot AA2\cdot cos(w\cdot t)\right] dt \ \ldots \right. \quad \text{(intégrale 1)}$$

$$\left. + \int_{t00}^{t00+\frac{2\cdot\pi}{6\cdot w}} \left(\frac{E + 2\cdot Vd}{-R}\cdot cos(w\cdot t) + \frac{-1}{2}\cdot\frac{U}{Z}\cdot\sqrt{3}\cdot sin(\phi)\right) dt \right] \quad \text{(intégrale 2)}$$

Calcul de l'intégrale 1 :

$$\frac{4}{T}\cdot\left[\int_{t00}^{t00+\frac{2\cdot\pi}{6\cdot w}} \frac{1}{\left(2\cdot exp\left(\frac{t}{\tau}\right)\right)}\cdot\left[(AA2 + AA3\cdot 2)\cdot\sqrt{3}\cdot sin(w\cdot t) + 3\cdot AA2\cdot cos(w\cdot t)\right] dt\right] =$$

$$\frac{4}{T\cdot\left(1 + w^2\cdot\tau^2\right)}\cdot\left[\begin{array}{l} \frac{\tau}{2}\cdot exp\left(\frac{-t00}{\tau}\right)\cdot\left[\begin{array}{l}\left(\sqrt{3}\cdot AA2\cdot w\cdot\tau + 2\cdot\sqrt{3}\cdot AA3\cdot w\cdot\tau + 3\cdot AA2\right)\cdot cos(t00\cdot w)\ \ldots \\ +\left(\sqrt{3}\cdot AA2 + 2\cdot\sqrt{3}\cdot AA3 - 3\cdot AA2\cdot w\cdot\tau\right)\cdot sin(t00\cdot w)\end{array}\right]\ldots \\ + \frac{\tau}{2}\cdot exp\left(\frac{-t00 - \frac{\pi}{3\cdot w}}{\tau}\right)\cdot\left[\begin{array}{l}\left(\sqrt{3}\cdot AA2 + 2\cdot\sqrt{3}\cdot AA3 - 3\cdot AA2\cdot w\cdot\tau\right)\cdot sin\left(t00\cdot w + \frac{\pi}{3}\right)\ldots \\ +\left(\sqrt{3}\cdot AA2\cdot w\cdot\tau + 2\cdot\sqrt{3}\cdot AA3\cdot w\cdot\tau + 3\cdot AA2\right)\cdot cos\left(t00\cdot w + \frac{1}{3}\cdot\pi\right)\end{array}\right] \end{array}\right]$$

en posant : $t00bis = t00 + \frac{T}{6}$

$$= \frac{2\cdot\sqrt{3}\cdot\tau}{T\cdot\left(1 + w^2\cdot\tau^2\right)}\cdot\left[\begin{array}{l}\left(AA2 + 2\cdot AA3 - \sqrt{3}\cdot AA2\cdot w\cdot\tau\right)\cdot\left(exp\left(\frac{-t00}{\tau}\right)\cdot sin(t00\cdot w) - exp\left(\frac{-t00bis}{\tau}\right)\cdot sin(t00bis\cdot w)\right)\ldots \\ +\left(AA2\cdot w\cdot\tau + 2\cdot AA3\cdot w\cdot\tau + \sqrt{3}\cdot AA2\right)\cdot\left(exp\left(\frac{-t00}{\tau}\right)\cdot cos(t00\cdot w) - exp\left(\frac{-t00bis}{\tau}\right)\cdot cos(t00bis\cdot w)\right)\end{array}\right]$$

Calcul de l'intégrale 2 :

$$\frac{4}{T}\cdot\left[\int_{t00}^{t00+\frac{2\cdot\pi}{6\cdot w}} \left(\frac{E + 2\cdot Vd}{-R}\cdot cos(w\cdot t) + \frac{-1}{2}\cdot\frac{U}{Z}\cdot\sqrt{3}\cdot sin(\phi)\right) dt\right] = \frac{-4\cdot(E + 2\cdot Vd)}{w\cdot T\cdot R}\cdot\left(sin\left(w\cdot t00 + \frac{\pi}{3}\right) - sin(w\cdot t00)\right) - \frac{U}{\sqrt{3}\cdot Z}\cdot sin(\phi)$$

Expression du courant réactif :

$$\begin{array}{l} Ireactif_tri = \left[\frac{-4\cdot(E + 2\cdot Vd)}{w\cdot T\cdot R}\cdot\left(sin\left(w\cdot t00 + \frac{\pi}{3}\right) - sin(w\cdot t00)\right) - \frac{U}{\sqrt{3}\cdot Z}\cdot sin(\phi)\right]\ldots \\ \quad + \frac{2\cdot\sqrt{3}\cdot\tau}{T\cdot\left(1 + w^2\cdot\tau^2\right)}\cdot\left[\begin{array}{l}\left(AA2 + 2\cdot AA3 - \sqrt{3}\cdot AA2\cdot w\cdot\tau\right)\cdot\left(exp\left(\frac{-t00}{\tau}\right)\cdot sin(t00\cdot w) - exp\left(\frac{-t00bis}{\tau}\right)\cdot sin(t00bis\cdot w)\right)\ldots \\ +\left(AA2\cdot w\cdot\tau + 2\cdot AA3\cdot w\cdot\tau + \sqrt{3}\cdot AA2\right)\cdot\left(exp\left(\frac{-t00}{\tau}\right)\cdot cos(t00\cdot w) - exp\left(\frac{-t00bis}{\tau}\right)\cdot cos(t00bis\cdot w)\right)\end{array}\right] \end{array}$$

2.6.2 - Expression de la composante active du courant de phase en conduction triphasée

$$Iactif_tri = \frac{2}{T}\cdot\int_0^T i1(t)\cdot sin(w\cdot t)\, dt$$

$$Iactif_tri = \frac{4}{T}\cdot\left(\int_{t00}^{t00+\frac{T}{6}} -i3(t)\cdot\sin\left(w\cdot t-\frac{T\cdot w}{6}\right)dt+\int_{t00}^{t00+\frac{T}{6}} i1(t)\cdot\sin(w\cdot t)\,dt+\int_{t00}^{t00+\frac{T}{6}} -i2(t)\cdot\sin\left(w\cdot t+\frac{T\cdot w}{6}\right)dt\right)$$

$$Iactif_tri = \frac{4}{T}\cdot\left[\int_{t00}^{t00+\frac{T}{6}} -i3(t)\cdot\sin\left(w\cdot t-\frac{\pi}{3}\right)+(i1(t)\cdot\sin(w\cdot t))-i2(t)\cdot\sin\left(w\cdot t+\frac{\pi}{3}\right)dt\right]$$

$$Iactif_tri = \frac{4}{T}\cdot\left[\int_{t00}^{t00+\frac{2\cdot\pi}{6\cdot w}} \frac{\left[(-AA3\cdot 2-AA2)\cdot\cos(w\cdot t)\cdot\sqrt{3}+3\cdot AA2\cdot\sin(w\cdot t)\right]}{2\cdot\exp\left(\frac{t}{\tau}\right)}dt \ldots\right] \quad \text{(intégrale 3)}$$

$$+\left[\int_{t00}^{t00+\frac{2\cdot\pi}{6\cdot w}} \frac{U\cdot\sqrt{3}\cdot\cos(\phi)}{2\cdot Z}-\frac{E+2\cdot Vd}{R}\cdot\sin(w\cdot t)\,dt\right] \quad \text{(intégrale 4)}$$

Calcul de l'intégrale 3 :

$$\frac{2}{T}\cdot\left[\int_{t00}^{t00+\frac{2\cdot\pi}{6\cdot w}} \frac{\left[(-AA3\cdot 2-AA2)\cdot\cos(w\cdot t)\cdot\sqrt{3}+3\cdot AA2\cdot\sin(w\cdot t)\right]}{\exp\left(\frac{t}{\tau}\right)}dt\right] =$$

$$\frac{2}{T\cdot\left(1+w^2\cdot\tau^2\right)}\cdot\left[\begin{array}{l}-\tau\cdot\exp\left[\frac{-1}{3}\cdot\frac{(3\cdot t00\cdot w+\pi)}{(w\cdot\tau)}\right]\cdot\left(\begin{array}{l}-2\cdot\sqrt{3}\cdot AA3\cdot\cos\left(t00\cdot w+\frac{1}{3}\cdot\pi\right)+2\cdot\sqrt{3}\cdot AA3\cdot w\cdot\tau\cdot\sin\left(t00\cdot w+\frac{1}{3}\cdot\pi\right)\ldots\\ +\sqrt{3}\cdot AA2\cdot w\cdot\tau\cdot\sin\left(t00\cdot w+\frac{1}{3}\cdot\pi\right)-\sqrt{3}\cdot AA2\cdot\cos\left(t00\cdot w+\frac{1}{3}\cdot\pi\right)\ldots\\ +3\cdot AA2\cdot w\cdot\tau\cdot\cos\left(t00\cdot w+\frac{1}{3}\cdot\pi\right)+3\cdot AA2\cdot\sin\left(t00\cdot w+\frac{1}{3}\cdot\pi\right)\end{array}\right)\ldots\\ +\tau\cdot\exp\left(\frac{-t00}{\tau}\right)\cdot\left(\begin{array}{l}-2\cdot\sqrt{3}\cdot AA3\cdot\cos(t00\cdot w)+2\cdot\sqrt{3}\cdot AA3\cdot w\cdot\tau\cdot\sin(t00\cdot w)-\sqrt{3}\cdot AA2\cdot\cos(t00\cdot w)\ldots\\ +\sqrt{3}\cdot AA2\cdot w\cdot\tau\cdot\sin(t00\cdot w)+3\cdot AA2\cdot w\cdot\tau\cdot\cos(t00\cdot w)+3\cdot AA2\cdot\sin(t00\cdot w)\end{array}\right)\end{array}\right]$$

$$= \frac{\left[2\cdot\tau\cdot\exp\left[\frac{-1}{3}\cdot\frac{(3\cdot t00\cdot w+\pi)}{(w\cdot\tau)}\right]\right]}{\left[T\cdot\left(1+w^2\cdot\tau^2\right)\right]}\cdot\left[\begin{array}{l}-\left(2\cdot\sqrt{3}\cdot AA3\cdot w\cdot\tau+\sqrt{3}\cdot AA2\cdot w\cdot\tau+3\cdot AA2\right)\cdot\sin\left(t00\cdot w+\frac{\pi}{3}\right)\ldots\\ +\left(2\cdot\sqrt{3}\cdot AA3+\sqrt{3}\cdot AA2-3\cdot AA2\cdot w\cdot\tau\right)\cdot\cos\left(t00\cdot w+\frac{\pi}{3}\right)\end{array}\right]$$

en posant : $t00bis = t00+\frac{T}{6}$

$$= \frac{2\cdot\tau}{T\cdot\left(1+w^2\cdot\tau^2\right)}\cdot\left[\begin{array}{l}\left(2\cdot\sqrt{3}\cdot AA3\cdot w\cdot\tau+\sqrt{3}\cdot AA2\cdot w\cdot\tau+3\cdot AA2\right)\cdot\left(\exp\left(\frac{-t00}{\tau}\right)\cdot\sin(t00\cdot w)-\exp\left(\frac{-t00bis}{\tau}\right)\cdot\sin(w\cdot t00bis)\right)\ldots\\ +\left(-2\cdot\sqrt{3}\cdot AA3-\sqrt{3}\cdot AA2+3\cdot AA2\cdot w\cdot\tau\right)\cdot\left(\exp\left(\frac{-t00}{\tau}\right)\cdot\cos(t00\cdot w)-\exp\left(\frac{-t00bis}{\tau}\right)\cdot\cos(w\cdot t00bis)\right)\end{array}\right]$$

Calcul de l'intégrale 4 :

$$\frac{4}{T}\cdot\left(\int_{t00}^{t00+\frac{2\cdot\pi}{6\cdot w}} \frac{U\cdot\sqrt{3}\cdot\cos(\phi)}{2\cdot Z}-\frac{E+2\cdot Vd}{R}\cdot\sin(w\cdot t)\,dt\right) = \frac{2\cdot U\cdot\sqrt{3}\cdot\cos(\phi)}{Z\cdot T}\cdot\frac{\pi}{3\cdot w}+\frac{4\cdot(E+2\cdot Vd)}{R\cdot T\cdot w}\cdot\left(\cos\left(w\cdot t00+\frac{\pi}{3}\right)-\cos(w\cdot t00)\right)$$

Expression du courant actif :

$$Iactif_tri = \frac{2\cdot U\cdot\sqrt{3}\cdot\cos(\phi)}{Z\cdot T}\cdot\frac{\pi}{3\cdot w} + \frac{4\cdot(E+2\cdot Vd)}{R\cdot T\cdot w}\cdot\left(\cos\left(w\cdot t00+\frac{\pi}{3}\right)-\cos(w\cdot t00)\right)\ldots$$
$$+\frac{2\cdot\tau}{T\cdot\left(1+w^2\cdot\tau^2\right)}\cdot\left[\begin{array}{l}\left(2\cdot\sqrt{3}\cdot AA3\cdot w\cdot\tau+\sqrt{3}\cdot AA2\cdot w\cdot\tau+3\cdot AA2\right)\cdot\left(\exp\left(\frac{-t00}{\tau}\right)\cdot\sin(t00\cdot w)-\exp\left(\frac{-t00bis}{\tau}\right)\cdot\sin(w\cdot t00bis)\right)\ldots\\ +\left(-2\cdot\sqrt{3}\cdot AA3-\sqrt{3}\cdot AA2+3\cdot AA2\cdot w\cdot\tau\right)\cdot\left(\exp\left(\frac{-t00}{\tau}\right)\cdot\cos(t00\cdot w)-\exp\left(\frac{-t00bis}{\tau}\right)\cdot\cos(w\cdot t00bis)\right)\end{array}\right]$$

2.6.3 - Expression de la composante réactive du courant de phase en conduction mixte

$$Ireactif_mixte = \frac{2}{T}\cdot\int_0^T i1(t)\cdot\cos(w\cdot t)\,dt$$

$$Ireactif_mixte = \frac{4}{T}\cdot\left(\begin{array}{l}\int_{t1-\frac{T}{6}}^{t0} -i3p2\left(t+\frac{T}{6}\right)\cdot\cos(w\cdot t)\,dt+\int_{t0}^{t1} i1p1(t)\cdot\cos(w\cdot t)\,dt+\int_{t1}^{t0+\frac{T}{6}} i1p2(t)\cdot\cos(w\cdot t)\,dt\ldots\\ +\int_{t0+\frac{T}{6}}^{t1+\frac{T}{6}} -i2p1\left(t-\frac{T}{6}\right)\cdot\cos(w\cdot t)\,dt+\int_{t1+\frac{T}{6}}^{t0+\frac{T\cdot 2}{6}} -i2p2\left(t-\frac{T}{6}\right)\cdot\cos(w\cdot t)\,dt\end{array}\right)$$

$$Ireactif_mixte = \frac{4}{T}\cdot\left(\begin{array}{l}\int_{t1}^{t0+\frac{T}{6}} -i3p2(t)\cdot\cos\left(w\cdot t-\frac{T\cdot w}{6}\right)dt+\int_{t0}^{t1} i1p1(t)\cdot\cos(w\cdot t)\,dt+\int_{t1}^{t0+\frac{T}{6}} i1p2(t)\cdot\cos(w\cdot t)\,dt\ldots\\ +\int_{t0}^{t1} -i2p1(t)\cdot\cos\left(w\cdot t+\frac{w\cdot T}{6}\right)dt+\int_{t1}^{t0+\frac{T}{6}} -i2p2(t)\cdot\cos\left(w\cdot t+\frac{w\cdot T}{6}\right)dt\end{array}\right)$$

$$Ireactif_mixte = \frac{4}{T}\cdot\left[\begin{array}{l}\int_{t1}^{t0+\frac{\pi}{3\cdot w}} -i3p2(t)\cdot\cos\left(w\cdot t-\frac{\pi}{3}\right)dt+\int_{t0}^{t1} i1p1(t)\cdot\left(\cos(w\cdot t)+\cos\left(w\cdot t+\frac{\pi}{3}\right)\right)dt\ldots\\ +\int_{t1}^{t0+\frac{\pi}{3\cdot w}} i1p2(t)\cdot\cos(w\cdot t)\,dt+\int_{t1}^{t0+\frac{\pi}{3\cdot w}} -i2p2(t)\cdot\cos\left(w\cdot t+\frac{\pi}{3}\right)dt\end{array}\right]$$

$$Ireactif_mixte = \frac{4}{T}\cdot\left[\begin{array}{l}\displaystyle\int_{t1}^{t0+\frac{\pi}{3\cdot w}} -\left[-(A2+A3)\cdot e^{\frac{-t}{\tau}} + \frac{U}{Z\cdot\sqrt{3}}\cdot\cos\left(w\cdot t+\frac{\pi}{6}-\phi\right)+\frac{E+2\cdot Vd}{3\cdot R}\right]\cdot\cos\left(w\cdot t-\frac{\pi}{3}\right)dt\ \ldots \\ \displaystyle+\int_{t0}^{t1}\left[A1\cdot e^{\frac{-t}{\tau}}+\left[\frac{U}{2\cdot Z}\cdot\cos\left(w\cdot t-\frac{\pi}{3}-\phi\right)-\frac{(E+2\cdot Vd)}{2\cdot R}\right]\right]\cdot\left(\cos(w\cdot t)+\cos\left(w\cdot t+\frac{\pi}{3}\right)\right)dt\ \ldots \\ \displaystyle+\int_{t1}^{t0+\frac{\pi}{3\cdot w}}\left[A2\cdot e^{\frac{-t}{\tau}}+\left[\frac{U}{\sqrt{3}\cdot Z}\cdot\sin(w\cdot t-\phi)-\frac{2\cdot(E+2\cdot Vd)}{3\cdot R}\right]\right]\cdot\cos(w\cdot t)\,dt\ \ldots \\ \displaystyle+\int_{t1}^{t0+\frac{\pi}{3\cdot w}}\left(-A3\cdot e^{\frac{-t}{\tau}}+\frac{U}{\sqrt{3}\cdot Z}\cdot\cos\left(w\cdot t-\frac{\pi}{6}-\phi\right)-\frac{E+2\cdot Vd}{3\cdot R}\right)\cdot\cos\left(w\cdot t+\frac{\pi}{3}\right)dt\end{array}\right]$$

$$Ireactif_mixte = \frac{4}{T}\cdot\left[\begin{array}{l}\displaystyle\int_{t1}^{t0+\frac{\pi}{3\cdot w}} -\left[-(A2+A3)\cdot e^{\frac{-t}{\tau}} + \frac{U}{Z\cdot\sqrt{3}}\cdot\cos\left(w\cdot t+\frac{\pi}{6}-\phi\right)+\frac{E+2\cdot Vd}{3\cdot R}\right]\cdot\cos\left(w\cdot t-\frac{\pi}{3}\right)\ldots dt\ \ldots \\ \qquad\displaystyle+\left[A2\cdot e^{\frac{-t}{\tau}}+\left[\frac{U}{\sqrt{3}\cdot Z}\cdot\sin(w\cdot t-\phi)-\frac{2\cdot(E+2\cdot Vd)}{3\cdot R}\right]\right]\cdot\cos(w\cdot t)\ \ldots \\ \qquad\displaystyle+\left(-A3\cdot e^{\frac{-t}{\tau}}+\frac{U}{\sqrt{3}\cdot Z}\cdot\cos\left(w\cdot t-\frac{\pi}{6}-\phi\right)-\frac{E+2\cdot Vd}{3\cdot R}\right)\cdot\cos\left(w\cdot t+\frac{\pi}{3}\right) \\ \displaystyle+\int_{t0}^{t1}\left[A1\cdot e^{\frac{-t}{\tau}}+\left[\frac{U}{2\cdot Z}\cdot\cos\left(w\cdot t-\frac{\pi}{3}-\phi\right)-\frac{(E+2\cdot Vd)}{2\cdot R}\right]\right]\cdot\left(\cos(w\cdot t)+\cos\left(w\cdot t+\frac{\pi}{3}\right)\right)dt\end{array}\right]$$

simplification de l'expression de la première intégrale :

$$\frac{4}{T}\cdot\int_{t1}^{t0+\frac{\pi}{3\cdot w}}\begin{array}{l}\dfrac{E+2\cdot Vd}{3\cdot R}\cdot\left(-\cos\left(w\cdot t-\dfrac{\pi}{3}\right)-2\cdot\cos(w\cdot t)-\cos\left(w\cdot t+\dfrac{\pi}{3}\right)\right)\ldots \\ +\dfrac{U}{Z\cdot\sqrt{3}}\cdot\left[\cos\left(w\cdot t+\dfrac{\pi}{6}-\phi\right)\cdot\left(-\cos\left(w\cdot t-\dfrac{\pi}{3}\right)\right)+\sin(w\cdot t-\phi)\cdot\cos(w\cdot t)+\cos\left(w\cdot t-\dfrac{\pi}{6}-\phi\right)\cdot\cos\left(w\cdot t+\dfrac{\pi}{3}\right)\right]\ldots \\ +\left[-(A2+A3)\cdot e^{\frac{-t}{\tau}}\right]\cdot-\cos\left(w\cdot t-\dfrac{\pi}{3}\right)+A2\cdot e^{\frac{-t}{\tau}}\cdot\cos(w\cdot t)+A3\cdot e^{\frac{-t}{\tau}}\cdot-\cos\left(w\cdot t+\dfrac{\pi}{3}\right)\end{array} dt$$

$$= \frac{4}{T}\cdot\int_{t1}^{t0+\frac{\pi}{3\cdot w}}\frac{E+2\cdot Vd}{-R}\cdot(\cos(w\cdot t))-\frac{U\cdot\sqrt{3}}{Z\cdot 2}\cdot\sin(\phi)\,dt\ \ldots \qquad \text{(intégrale 5)}$$

$$+\frac{4}{T}\cdot\int_{t1}^{t0+\frac{\pi}{3\cdot w}}\left[(A2+A3)\cdot\cos\left(w\cdot t-\frac{\pi}{3}\right)+A2\cdot\cos(w\cdot t)-A3\cdot\cos\left(w\cdot t+\frac{\pi}{3}\right)\right]\cdot e^{\frac{-t}{\tau}}\,dt \qquad \text{(intégrale 6)}$$

simplification de l'expression de la deuxième intégrale :

$$\frac{4}{T}\cdot\int_{t0}^{t1}\left[A1\cdot e^{\frac{-t}{\tau}}+\frac{U}{2\cdot Z}\cdot\cos\left(w\cdot t-\frac{\pi}{3}-\phi\right)-\frac{(E+2\cdot Vd)}{2\cdot R}\right]\cdot\cos\left(w\cdot t+\frac{\pi}{6}\right)\cdot\sqrt{3}\,dt$$

$$=\frac{4}{T}\cdot\int_{t0}^{t1}\frac{-(E+2\cdot Vd)}{2\cdot R}\cdot\cos\left(w\cdot t+\frac{\pi}{6}\right)\cdot\sqrt{3}+\frac{U}{2\cdot Z}\cdot\cos\left(w\cdot t-\frac{\pi}{3}-\phi\right)\cdot\left(\cos\left(w\cdot t+\frac{\pi}{6}\right)\right)\cdot\sqrt{3}\,dt\ \ldots \quad \text{(intégrale 7)}$$

$$+\frac{4}{T}\cdot\int_{t0}^{t1}A1\cdot e^{\frac{-t}{\tau}}\cdot\cos\left(w\cdot t+\frac{\pi}{6}\right)\cdot\sqrt{3}\,dt \quad \text{(intégrale 8)}$$

Calcul de l'intégrale 5 :

$$\frac{4}{T}\cdot\frac{E+2\cdot Vd}{-R\cdot w}\cdot\left(\sin\left(w\cdot t0+\frac{\pi}{3}\right)-\sin(w\cdot t1)\right)-\frac{4\cdot U\cdot\sqrt{3}\cdot\sin(\phi)}{T\cdot Z\cdot 2}\cdot\left(t0+\frac{T}{6}-t1\right)$$

Calcul de l'intégrale 6 :

$$\frac{2\cdot\tau}{T\cdot\left(1+w^2\cdot\tau^2\right)}\cdot\left[\begin{array}{l}\left(3\cdot\tau\cdot A3\cdot w+A2\cdot\sqrt{3}-A3\cdot\sqrt{3}+3\cdot A2\cdot w\cdot\tau\right)\cdot\exp\left[\frac{-1}{3}\cdot\frac{(3\cdot t0\cdot w+\pi)}{(w\cdot\tau)}\right]\cdot\sin(t0\cdot w)\ \ldots\\ +\left(-\tau\cdot A3\cdot w\cdot\sqrt{3}-3\cdot A2+\tau\cdot A2\cdot w\cdot\sqrt{3}-3\cdot A3\right)\cdot\exp\left[\frac{-1}{3}\cdot\frac{(3\cdot t0\cdot w+\pi)}{(w\cdot\tau)}\right]\cdot\cos(t0\cdot w)\ \ldots\\ +\left(\tau\cdot A2\cdot w\cdot\sqrt{3}+3\cdot A2+2\cdot\tau\cdot A3\cdot w\cdot\sqrt{3}\right)\cdot\exp\left(\frac{-t1}{\tau}\right)\cdot\cos(w\cdot t1)\ \ldots\\ +\left(A2\cdot\sqrt{3}+2\cdot A3\cdot\sqrt{3}-3\cdot A2\cdot w\cdot\tau\right)\cdot\exp\left(\frac{-t1}{\tau}\right)\cdot\sin(w\cdot t1)\end{array}\right]$$

Calcul de l'intégrale 7 :

$$\frac{(E+2\cdot Vd)\cdot\sqrt{3}}{-R\cdot\pi}\cdot\left[\left(\sin\left(w\cdot t1+\frac{\pi}{6}\right)\right)-\sin\left(w\cdot t0+\frac{\pi}{6}\right)\right]\ \ldots$$
$$+\frac{\sqrt{3}\cdot U}{\pi\cdot Z\cdot 4}\cdot\left[-\cos\left(2\cdot w\cdot t1+\frac{1}{3}\cdot\pi-\phi\right)+\cos\left(2\cdot t0\cdot w+\frac{1}{3}\cdot\pi-\phi\right)+2\cdot\sin(\phi)\cdot w\cdot(t0-t1)\right]$$

Calcul de l'intégrale 8 :

$$\frac{4\cdot\tau\cdot\sqrt{3}\cdot A1}{\left(1+w^2\cdot\tau^2\right)\cdot T}\cdot\left[\begin{array}{l}-\exp\left(\frac{-t0}{\tau}\right)\cdot\left(-\cos\left(w\cdot t0+\frac{\pi}{6}\right)+w\cdot\tau\cdot\sin\left(w\cdot t0+\frac{\pi}{6}\right)\right)\ \ldots\\ +\exp\left(\frac{-t1}{\tau}\right)\cdot\left(-\cos\left(w\cdot t1+\frac{\pi}{6}\right)+w\cdot\tau\cdot\sin\left(w\cdot t1+\frac{\pi}{6}\right)\right)\end{array}\right]$$

Calcul de la somme :

On pose : $t0bis=t0+\frac{T}{6}$ $\qquad t0bis=t0+\frac{\pi}{3\cdot w}$

$$\frac{E+2\cdot Vd}{R\cdot\pi}\cdot\left(2\cdot\sin(w\cdot t1)-2\cdot\sin\left(w\cdot t0+\frac{\pi}{3}\right)\right)-\frac{4\cdot U\cdot\sqrt{3}\cdot\sin(\phi)}{T\cdot Z\cdot 2}\cdot\left(t0+\frac{T}{6}-t1\right)\ldots$$
$$+\frac{2\cdot\tau}{T\cdot\left(1+w^2\cdot\tau^2\right)}\cdot\left[\begin{array}{l}\left(3\cdot\tau\cdot A3\cdot w+A2\cdot\sqrt{3}-A3\cdot\sqrt{3}+3\cdot A2\cdot w\cdot\tau\right)\cdot\exp\left(\frac{-t0bis}{\tau}\right)\cdot\sin(t0\cdot w)\ \ldots\\ +\left(-\tau\cdot A3\cdot w\cdot\sqrt{3}-3\cdot A2+\tau\cdot A2\cdot w\cdot\sqrt{3}-3\cdot A3\right)\cdot\exp\left(\frac{-t0bis}{\tau}\right)\cdot\cos(t0\cdot w)\end{array}\right]\ldots$$
$$+\frac{2\cdot\tau}{T\cdot\left(1+w^2\cdot\tau^2\right)}\cdot\left[\begin{array}{l}\left(\tau\cdot A2\cdot w\cdot\sqrt{3}+3\cdot A2+2\cdot\tau\cdot A3\cdot w\cdot\sqrt{3}\right)\cdot\exp\left(\frac{-t1}{\tau}\right)\cdot\cos(w\cdot t1)\ \ldots\\ +\left(A2\cdot\sqrt{3}+2\cdot A3\cdot\sqrt{3}-3\cdot A2\cdot w\cdot\tau\right)\cdot\exp\left(\frac{-t1}{\tau}\right)\cdot\sin(w\cdot t1)\end{array}\right]\ldots$$
$$+\frac{(E+2\cdot Vd)}{R\cdot\pi}\cdot\left(\sqrt{3}\cdot\sin\left(w\cdot t0+\frac{\pi}{6}\right)-\sqrt{3}\cdot\sin\left(w\cdot t1+\frac{\pi}{6}\right)\right)\ldots$$
$$+\frac{\sqrt{3}\cdot U}{\pi\cdot Z\cdot 4}\cdot\left[-\cos\left(2\cdot w\cdot t1+\frac{\pi}{3}-\phi\right)+\cos\left(2\cdot t0\cdot w+\frac{\pi}{3}-\phi\right)+2\cdot\sin(\phi)\cdot w\cdot(t0-t1)\right]\ldots$$
$$+\frac{2\cdot\tau}{\left(1+w^2\cdot\tau^2\right)\cdot T}\cdot\left[\begin{array}{l}2\cdot\sqrt{3}\cdot A1\cdot\exp\left(\frac{-t1}{\tau}\right)\cdot\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\cdot\cos(w\cdot t1)+\frac{1}{2}\cdot\sin(w\cdot t1)+\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot w\cdot\tau\cdot\sin(w\cdot t1)+\frac{1}{2}\cdot w\cdot\tau\cdot\cos(w\cdot t1)\right)\ldots\\ +\left[-2\cdot\sqrt{3}\cdot A1\cdot\exp\left(\frac{-t0}{\tau}\right)\cdot\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\cdot\cos(w\cdot t0)+\frac{1}{2}\cdot\sin(w\cdot t0)+\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot w\cdot\tau\cdot\sin(w\cdot t0)+\frac{1}{2}\cdot w\cdot\tau\cdot\cos(w\cdot t0)\right)\right]\end{array}\right]$$

Expression du courant réactif :

$$\begin{aligned}Ireactif_mixte=&\frac{E+2\cdot Vd}{2\cdot R\cdot\pi}\cdot\left[(\sin(w\cdot t1)+\sin(w\cdot t0))-\sqrt{3}\cdot(\cos(w\cdot t0)+\cos(w\cdot t1))\right]\ldots\\&+\frac{-2\cdot U\cdot\sqrt{3}\cdot\sin(\phi)}{T\cdot Z}\cdot\left(t0+\frac{T}{6}-t1\right)\ldots\\&+\frac{\sqrt{3}\cdot U}{\pi\cdot Z\cdot 4}\cdot\left[\left(\cos\left(2\cdot t0\cdot w+\frac{\pi}{3}-\phi\right)-\cos\left(2\cdot w\cdot t1+\frac{\pi}{3}-\phi\right)\right)+2\cdot\sin(\phi)\cdot w\cdot(t0-t1)\right]\ldots\\&+\frac{2\cdot\tau}{T\cdot\left(1+w^2\cdot\tau^2\right)}\cdot\left[\begin{array}{l}\exp\left(\frac{-t0bis}{\tau}\right)\cdot\left[\begin{array}{l}\left[3\cdot\tau\cdot w\cdot(A3+A2)+\sqrt{3}\cdot(A2-A3)\right]\cdot\sin(t0\cdot w)\ \ldots\\ +\left[\tau\cdot w\cdot\sqrt{3}\cdot(A2-A3)-3\cdot(A2+A3)\right]\cdot\cos(t0\cdot w)\end{array}\right]\ldots\\ +\exp\left(\frac{-t1}{\tau}\right)\cdot\left[\begin{array}{l}\left[\tau\cdot w\cdot\sqrt{3}\cdot(A2+2\cdot A3+A1)+3\cdot(A2-A1)\right]\cdot\cos(w\cdot t1)\ \ldots\\ +\left[\sqrt{3}\cdot(A2+2\cdot A3+A1)+3\cdot w\cdot\tau\cdot(A1-A2)\right]\cdot\sin(w\cdot t1)\end{array}\right]\ldots\\ +\exp\left(\frac{-t0}{\tau}\right)\cdot\left[\left(-3\cdot w\cdot\tau\cdot A1-\sqrt{3}\cdot A1\right)\cdot\sin(w\cdot t0)-\left(-3\cdot A1+\sqrt{3}\cdot w\cdot\tau\cdot A1\right)\cdot\cos(w\cdot t0)\right]\end{array}\right]\end{aligned}$$

2.6.4 - Expression de la composante active du courant de phase en conduction mixte

$$Iactif_mixte=\frac{2}{T}\cdot\int_0^T i1(t)\cdot\sin(w\cdot t)\,dt$$

$$Iactif_mixte=\frac{4}{T}\cdot\left(\begin{array}{l}\displaystyle\int_{t1-\frac{T}{6}}^{t0}-i3p2\left(t+\frac{T}{6}\right)\cdot\sin(w\cdot t)\,dt+\int_{t0}^{t1}i1p1(t)\cdot\sin(w\cdot t)\,dt+\int_{t1}^{t0+\frac{T}{6}}i1p2(t)\cdot\sin(w\cdot t)\,dt\ \ldots\\ \displaystyle+\int_{t0+\frac{T}{6}}^{t1+\frac{T}{6}}-i2p1\left(t-\frac{T}{6}\right)\cdot\sin(w\cdot t)\,dt+\int_{t1+\frac{T}{6}}^{t0+\frac{T\cdot 2}{6}}-i2p2\left(t-\frac{T}{6}\right)\cdot\sin(w\cdot t)\,dt\end{array}\right)$$

$$Iactif_mixte = \frac{4}{T}\cdot\left(\int_{t1}^{t0+\frac{T}{6}} -i3p2(t)\cdot\sin\left(w\cdot t-\frac{T\cdot w}{6}\right)dt+\int_{t0}^{t1} i1p1(t)\cdot\sin(w\cdot t)\,dt+\int_{t1}^{t0+\frac{T}{6}} i1p2(t)\cdot\sin(w\cdot t)\,dt \ldots \right.$$
$$\left. +\int_{t0}^{t1} -i2p1(t)\cdot\sin\left(w\cdot t+\frac{w\cdot T}{6}\right)dt+\int_{t1}^{t0+\frac{T}{6}} -i2p2(t)\cdot\sin\left(w\cdot t+\frac{w\cdot T}{6}\right)dt\right)$$

$$Iactif_mixte = \frac{4}{T}\cdot\left[\int_{t1}^{t0+\frac{\pi}{3\cdot w}} -i3p2(t)\cdot\sin\left(w\cdot t-\frac{\pi}{3}\right)dt+\int_{t0}^{t1} i1p1(t)\cdot\left(\sin(w\cdot t)+\sin\left(w\cdot t+\frac{\pi}{3}\right)\right)dt \ldots \right.$$
$$\left. +\int_{t1}^{t0+\frac{\pi}{3\cdot w}} i1p2(t)\cdot\sin(w\cdot t)\,dt+\int_{t1}^{t0+\frac{\pi}{3\cdot w}} -i2p2(t)\cdot\sin\left(w\cdot t+\frac{\pi}{3}\right)dt\right]$$

$$Iactif_mixte = \frac{4}{T}\cdot\left[\int_{t1}^{t0+\frac{\pi}{3\cdot w}} \left[-(A2+A3)\cdot e^{\frac{-t}{\tau}}+\frac{U}{Z\cdot\sqrt{3}}\cdot\cos\left(w\cdot t+\frac{\pi}{6}-\phi\right)+\frac{E+2\cdot Vd}{3\cdot R}\right]\cdot -\sin\left(w\cdot t-\frac{\pi}{3}\right)\ldots dt \ldots \right.$$
$$+\left[A2\cdot e^{\frac{-t}{\tau}}+\left[\frac{U}{\sqrt{3}\cdot Z}\cdot\sin(w\cdot t-\phi)-\frac{2\cdot(E+2\cdot Vd)}{3\cdot R}\right]\right]\cdot\sin(w\cdot t)\ldots$$
$$+\left(A3\cdot e^{\frac{-t}{\tau}}-\frac{U}{\sqrt{3}\cdot Z}\cdot\cos\left(w\cdot t-\frac{\pi}{6}-\phi\right)+\frac{E+2\cdot Vd}{3\cdot R}\right)\cdot -\sin\left(w\cdot t+\frac{\pi}{3}\right)$$
$$\left. +\int_{t0}^{t1}\left[A1\cdot e^{\frac{-t}{\tau}}+\left[\frac{U}{2\cdot Z}\cdot\cos\left(w\cdot t-\frac{\pi}{3}-\phi\right)-\frac{(E+2\cdot Vd)}{2\cdot R}\right]\right]\cdot\left(\sin(w\cdot t)+\sin\left(w\cdot t+\frac{\pi}{3}\right)\right)dt\right]$$

$$Iactif_mixte = \frac{4}{T}\cdot\left[\int_{t1}^{t0+\frac{\pi}{3\cdot w}} \frac{E+2\cdot Vd}{-R}\cdot\sin(w\cdot t)+\frac{U\cdot\sqrt{3}}{Z\cdot 2}\cdot\cos(\phi)\,dt \ldots \right.$$ (intégrale 9)

$$+\int_{t1}^{t0+\frac{\pi}{3\cdot w}} \left[(A2+A3)\cdot\sin\left(w\cdot t-\frac{\pi}{3}\right)+A2\cdot\sin(w\cdot t)-A3\cdot\sin\left(w\cdot t+\frac{\pi}{3}\right)\right]\cdot e^{\frac{-t}{\tau}}\,dt \ldots$$ (intégrale 10

$$+\int_{t0}^{t1} \frac{(E+2\cdot Vd)}{-2\cdot R}\cdot\sin\left(w\cdot t+\frac{\pi}{6}\right)\cdot\sqrt{3}+\frac{U}{2\cdot Z}\cdot\cos\left(w\cdot t-\frac{\pi}{3}-\phi\right)\cdot\left(\sin\left(w\cdot t+\frac{\pi}{6}\right)\right)\cdot\sqrt{3}\,dt \ldots$$ (intégrale 11

$$\left. +\int_{t0}^{t1} A1\cdot e^{\frac{-t}{\tau}}\cdot\sin\left(w\cdot t+\frac{\pi}{6}\right)\cdot\sqrt{3}\,dt\right]$$ (intégrale 12

Calcul de l'intégrale 9 :

$$\frac{4}{T}\cdot\frac{E+2\cdot Vd}{R\cdot w}\cdot\left(\cos\left(w\cdot t0+\frac{\pi}{3}\right)-\cos(w\cdot t1)\right)+\frac{4\cdot U\cdot\sqrt{3}\cdot\cos(\phi)}{T\cdot Z\cdot 2}\cdot\left(t0+\frac{T}{6}-t1\right)$$

Calcul de l'intégrale 10 :

$$\frac{2\cdot\tau}{T\cdot\left(1+w^2\cdot\tau^2\right)}\cdot\left[\begin{array}{l}-\exp\left[\frac{-1}{3}\cdot\frac{(3\cdot w\cdot t0+\pi)}{(w\cdot\tau)}\right]\cdot\left[\begin{array}{l}(3\cdot A3\cdot w\cdot\tau-A3\cdot\sqrt{3}+A2\cdot\sqrt{3}+3\cdot A2\cdot w\cdot\tau)\cdot\cos(w\cdot t0)\ \ldots\\+(3\cdot A2-A2\cdot w\cdot\tau\cdot\sqrt{3}+3\cdot A3+A3\cdot w\cdot\tau\cdot\sqrt{3})\cdot\sin(w\cdot t0)\end{array}\right]\ldots\\+\exp\left(\frac{-t1}{\tau}\right)\cdot\left[\begin{array}{l}(3\cdot A2+A2\cdot w\cdot\tau\cdot\sqrt{3}+2\cdot A3\cdot w\cdot\tau\cdot\sqrt{3})\cdot\sin(w\cdot t1)\ \ldots\\+(-1\cdot A2\cdot\sqrt{3}-2\cdot A3\cdot\sqrt{3}+3\cdot A2\cdot w\cdot\tau)\cdot\cos(w\cdot t1)\end{array}\right]\end{array}\right]$$

Calcul de l'intégrale 11 :

$$\frac{(E+2\cdot Vd)\cdot\sqrt{3}}{R\cdot\pi}\cdot\left[\left(\cos\left(w\cdot t1+\frac{\pi}{6}\right)\right)-\cos\left(w\cdot t0+\frac{\pi}{6}\right)\right]\ldots$$
$$+\frac{\sqrt{3}\cdot U}{\pi\cdot Z\cdot 4}\cdot\left[\left(2\cdot\cos(\phi)\cdot w\cdot t1-\sin\left(2\cdot w\cdot t1+\frac{\pi}{3}-\phi\right)\right)-\left(2\cdot\cos(\phi)\cdot w\cdot t0-\sin\left(2\cdot w\cdot t0+\frac{\pi}{3}-\phi\right)\right)\right]$$

Calcul de l'intégrale 12 :

$$\frac{4\cdot\tau\cdot\sqrt{3}\cdot A1}{T\cdot\left(1+w^2\cdot\tau^2\right)}\cdot\left[\begin{array}{l}-\exp\left(\frac{-t1}{\tau}\right)\cdot\left(w\cdot\tau\cdot\cos\left(w\cdot t1+\frac{\pi}{6}\right)+\sin\left(w\cdot t1+\frac{\pi}{6}\right)\right)\ldots\\+\exp\left(\frac{-t0}{\tau}\right)\cdot\left(w\cdot\tau\cdot\cos\left(w\cdot t0+\frac{\pi}{6}\right)+\sin\left(w\cdot t0+\frac{\pi}{6}\right)\right)\end{array}\right]$$

Expression du courant actif :

$$\begin{aligned}Iactif_mixte=&\frac{E+2\cdot Vd}{2\cdot R\cdot\pi}\cdot\left[-\cos(w\cdot t0)-\cos(w\cdot t1)-\sqrt{3}\cdot(\sin(w\cdot t1)+\sin(w\cdot t0))\right]+\frac{2\cdot U\cdot\sqrt{3}}{T\cdot Z}\cdot\left(t0+\frac{T}{6}-t1\right)\cdot\cos(\phi)\ \ldots\\&+\frac{\sqrt{3}\cdot U}{\pi\cdot Z\cdot 4}\cdot\left[2\cdot\cos(\phi)\cdot w\cdot(t1-t0)-\sin\left(2\cdot w\cdot t1+\frac{\pi}{3}-\phi\right)+\sin\left(2\cdot w\cdot t0+\frac{\pi}{3}-\phi\right)\right]\ldots\\&+\frac{2\cdot\tau\cdot\sqrt{3}}{T\cdot\left(1+w^2\cdot\tau^2\right)}\cdot\left[\begin{array}{l}\exp\left(\frac{-t0bis}{\tau}\right)\cdot\left[\begin{array}{l}-\left[\sqrt{3}\cdot w\cdot\tau\cdot(A3+A2)+(A2-A3)\right]\cdot\cos(w\cdot t0)\ \ldots\\+\left[w\cdot\tau\cdot(A2-A3)-\sqrt{3}\cdot(A2+A3)\right]\cdot\sin(w\cdot t0)\end{array}\right]\ldots\\+\exp\left(\frac{-t1}{\tau}\right)\cdot\left[\begin{array}{l}-\left[\sqrt{3}\cdot w\cdot\tau\cdot(A1-A2)+(2\cdot A3+A2+A1)\right]\cdot\cos(w\cdot t1)\ \ldots\\+\left[\sqrt{3}\cdot(A2-A1)+w\cdot\tau\cdot(A2+2\cdot A3+A1)\right]\cdot\sin(w\cdot t1)\end{array}\right]\ldots\\+\exp\left(\frac{-t0}{\tau}\right)\cdot\left[(\sqrt{3}-w\cdot\tau)\cdot A1\cdot\sin(w\cdot t0)+(w\cdot\tau\cdot\sqrt{3}+1)\cdot A1\cdot\cos(w\cdot t0)\right]\end{array}\right]\end{aligned}$$

2.7 - Gestion des transitions entre les modes de conduction

On pose :

$t1_disc = t1$ (avec t1, le temps déterminé dans la résolution du mode discontinu)

$t0_disc = t0 + \frac{T}{6}$ (avec t0, le temps déterminé dans la résolution du mode discontinu)

$t1_mixte = t1$ (avec t1, le temps déterminé dans la résolution du mode mixte)

$t0_mixte = t2 - \frac{T}{6}$ (avec t2, le temps déterminé dans la résolution du mode mixte)

A partir de ces variables, on peut déterminer quel est le mode de fonctionnement du redresseur :

si t0_mixte < t1_mixte : le redresseur est en mode mixte ou binaire

si t0_mixte > t1_mixte : le redresseur est en mode triphasé

si t1_disc > t0_disc : le redresseur est en mode discontinu

si U < E+2*Vd : les courants sont nuls

On peut donc déterminer les coefficients de pondération :

$$k1 = \left[0.5 + \frac{\arctan\left[10000 \cdot f \cdot (t0_mixte - t1_mixte)\right]}{\pi}\right] \cdot \left[0.5 - \frac{\arctan\left[\frac{10000}{U} \cdot (E + 2 \cdot Vd - U)\right]}{\pi}\right]$$

(*k1* = 1 si le redresseur est en mode triphasé, = 0 sinon)

$$k2 = \left[0.5 + \frac{\arctan\left[10000 \cdot f \cdot (t1_mixte - t0_mixte)\right]}{\pi}\right] \cdot \left[0.5 + \frac{\arctan\left[10000 \cdot f \cdot (t1_disc - t0_disc)\right]}{\pi}\right] \times \left[0.5 - \frac{\arctan\left[\frac{10000}{U} \cdot (E + 2 \cdot Vd - U)\right]}{\pi}\right]$$

(*k2* = 1 si le redresseur est en mode mixte, = 0 sinon)

Finalement, on peut exprimer le courant moyen et les courants actif et réactif :

$Imoyen = k1 \cdot Imoyen_tri + k2 \cdot Imoyen_mixte$

$Iactif = k1 \cdot Iactif_tri + k2 \cdot Iactif_mixte$

$Ireactif = k1 \cdot Ireactif_tri + k2 \cdot Ireactif_mixte$

2.8 - Formes d'ondes des courants

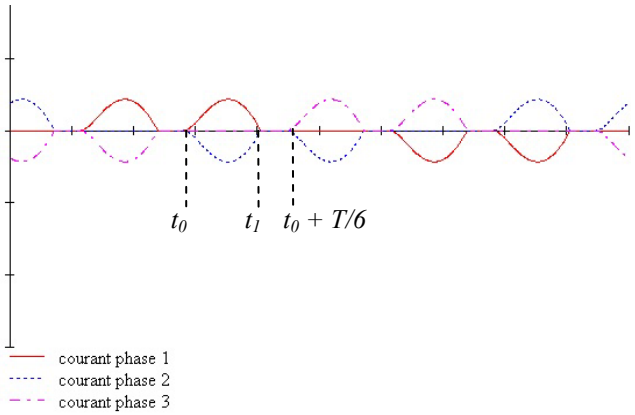


figure A-5 : Formes d'ondes des courants de la conduction discontinue

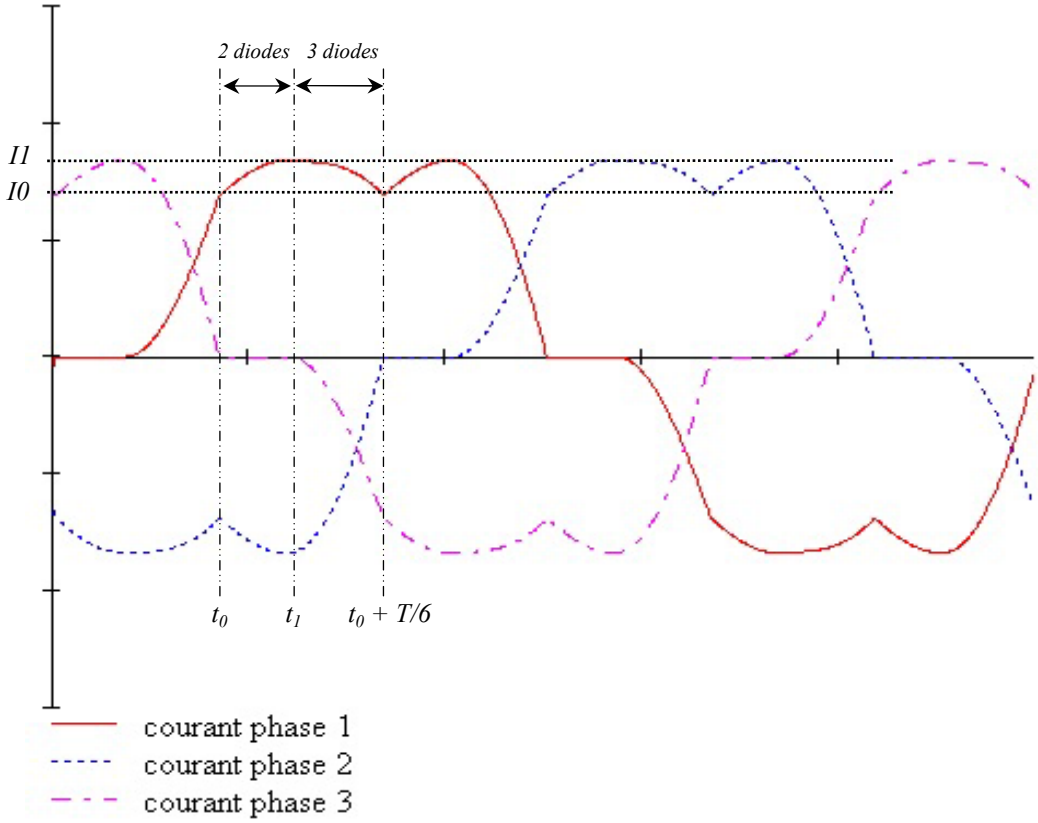


figure A-6 : Formes d'ondes des courants de la conduction mixte

Annexe B : compléments sur la modélisation

SOMMAIRE – Annexe B

1 - COMPLEMENTS SUR LA MODELISATION DU CIRCUIT MAGNETIQUE 157
1.1 - Calcul de l'inductance de fuites du stator *157*
1.1.1 - Calcul de l'inductance de fuite d'encoche : 157
1.1.2 - Calcul de l'inductance de fuite zig-zag : 157
1.1.3 - Calcul de l'inductance de fuite des têtes de bobines : 158
1.1.4 - Calcul de l'inductance de fuite totale du stator : 158
1.2 - Calcul de l'inductance transversale *158*
1.3 - Calcul des réluctances dans le fer *159*
1.3.1 - Réluctance du plateau 160
1.3.2 - Réluctance du coude 160
1.3.3 - Réluctance de la griffe 161
1.3.4 - Réluctance des dents 161
1.3.5 - Réluctance de la culasse 161
1.4 - Calcul des réluctances de fuites *162*
1.4.1 - Réluctance de fuites entre un coude et le stator 162
1.4.2 - Réluctance de fuites entre un plateau et la griffe adjacente 162
1.4.3 - Réluctance de fuites entre une griffe et le plateau opposé 162
1.4.4 - Réluctance de fuites entre une griffe et le noyau 163
1.5 - Mise en équations du réseau de réluctances *163*
1.6 - Calcul de la force électromotrice induite dans l'axe d *165*
2 - COMPLEMENTS SUR LE MODELE DE DIMENSIONNEMENT 166
2.1 - Calcul de la résistance du stator *166*
2.2 - Calcul de la résistance du rotor *166*
2.3 - Calcul du courant d'excitation maximal *167*
2.4 - Calcul du coefficient de remplissage d'encoche *167*
2.5 - Calcul du coefficient de foisonnement de la bobine d'excitation *168*

1 - Compléments sur la modélisation du circuit magnétique

1.1 - Calcul de l'inductance de fuites du stator

Pour le calcul de cette inductance, on s'inspire des travaux réalisés par A. Foggia [22]. La thèse de S. Richard [23] permet d'avoir une expression approchée des fuites des têtes de bobines.

1.1.1 - Calcul de l'inductance de fuite d'encoche :

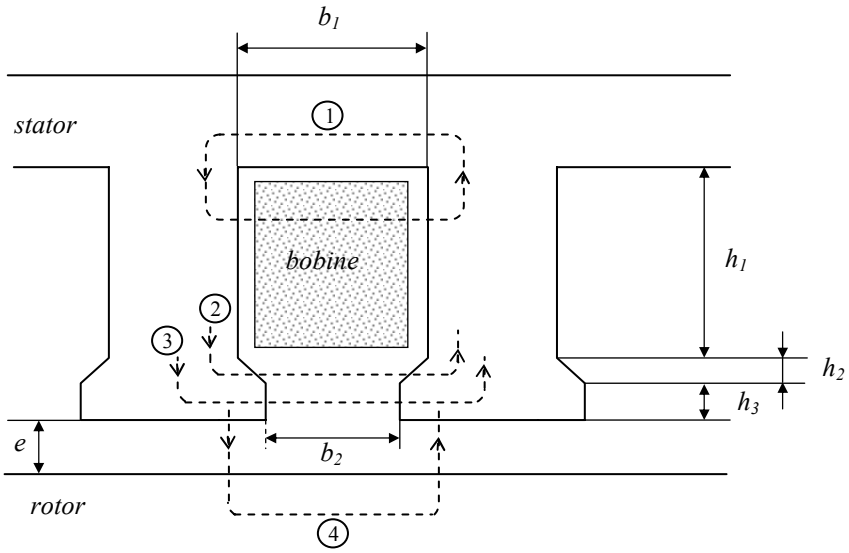


figure B-1 : géométrie d'une encoche du stator

Les flux décrits par les trajets 1, 2 et 3 sont des flux de fuites d'encoches.

Le flux décrit par le trajet 4 est le flux de fuite zig-zag.

L'inductance de fuite d'encoche est donnée par la formule suivante :

$$\lambda_{enc} = \mu_0 \, n_{spires_par_encoche}{}^2 \, \frac{n_{encoches}}{3} L_S \left(\frac{h_1}{3b_1} + \frac{h_2}{b_1 - b_2} \ln\left(\frac{b_1}{b_2}\right) + \frac{h_3}{b_2} \right)$$

L_S est la largeur du stator.

1.1.2 - Calcul de l'inductance de fuite zig-zag :

Notre machine a un entrefer très faible et donc le flux de fuite zig-zag est très important.

$$\lambda_{zz} = \mu_0 \, n_{spires_par_encoche}{}^2 \, \frac{n_{encoches}}{3} L_S \, \frac{(pas_{dentaire} - b_2)^2}{8 \, e \, pas_{dentaire}}$$

e est l'épaisseur de l'entrefer.

1.1.3 - Calcul de l'inductance de fuite des têtes de bobines :

$$\lambda_{tb} = \frac{\mu_0 \, 3 \, n_{spires_par_phase}{}^2 D_{\text{int}} \, 0{,}6}{p^2}$$

D_{int} est le diamètre intérieur du stator.

1.1.4 - Calcul de l'inductance de fuite totale du stator :

L'inductance de fuite totale est la somme des trois inductances calculées précédemment.

$$L_\sigma = \left(\lambda_{enc} + \lambda_{zz} + \lambda_{tb}\right)\left(\frac{1}{3}\right)^\delta$$

δ est un coefficient qui permet de prendre en compte le couplage des enroulements (δ = 0 si le couplage est en étoile, alors que δ= 1 si le couplage est en triangle)

1.2 - Calcul de l'inductance transversale

Avant de calculer l'inductance transversale, nous devons déterminer une surface d'échange du flux au niveau de l'entrefer. Pour ce faire, nous nous inspirons des travaux de Rakotovao [7]. En supposant que les lignes de flux dans l'entrefer sont perpendiculaires à la surface des griffes et qu'il n'y a pas d'épanouissement, alors la surface d'échange de ce flux est décrite sur la figure suivante.

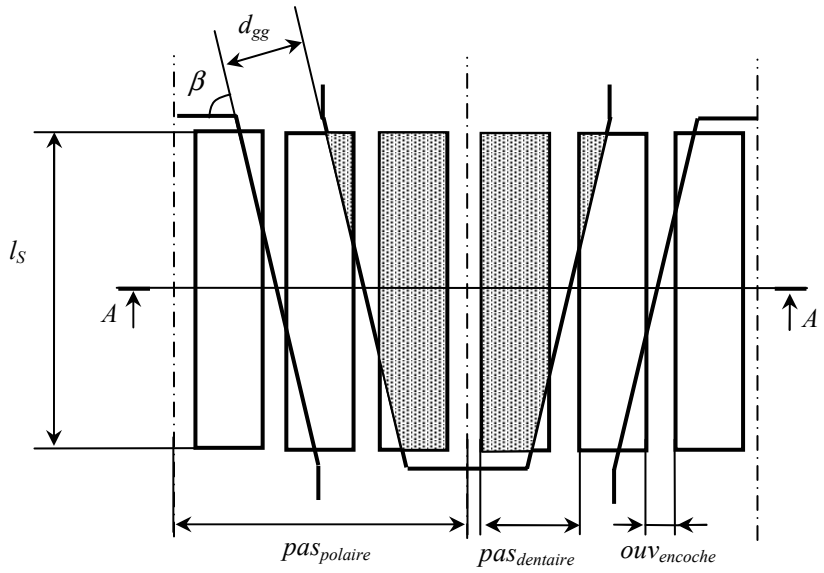


figure B-2 : Surface d'échange du flux au niveau de l'entrefer

On détermine, tout d'abord, la surface polaire d'entrefer : $pas_{polaire}\ l_S$

Ensuite, on enlève la surface correspondante à l'espace inter griffes : $pas_{polaire}\ l_S - d_{gg}\ sin\ (\beta)$

Finalement, pour trouver la surface d'échange du flux au niveau de l'entrefer, on multiplie l'ensemble par un coefficient de remplissage statorique :

$$S_{entrefer} = \left(pas_{polaire}\, l_S - d_{gg}\sin(\beta)\right)\left(1 - \frac{ouv_{encoche}}{pas_{dentaire}}\right)$$

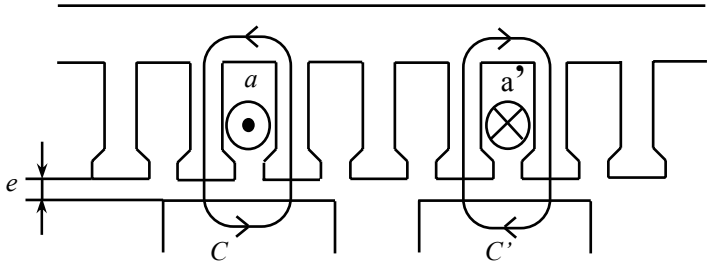


figure B-3 : Coupe transversalle A-A

En appliquant le théorème d'Ampères sur le contour *C*, et si N_C est le nombre de conducteurs par encoche, on trouve :

$$\begin{aligned}
&\int_C H\, dl = N_c \cdot I_q \\
\Leftrightarrow\quad & H_e \cdot 2 \cdot e = N_c \cdot I_q \\
\Leftrightarrow\quad & B_e = \mu_0 \frac{N_c \cdot I_q}{2 \cdot e} \\
\Leftrightarrow\quad & \phi_e = \mu_0 \frac{N_c \cdot I_q}{2 \cdot e} \cdot \frac{S_{entrefer}}{2}
\end{aligned}$$

On peut donc déterminer une expression analytique de l'inductance transversale :

$$L_q = \mu_0 \frac{N_{encoches}}{N_{phases}} {N_C}^2 \frac{S_{entrefer}}{4e} \left(\frac{1}{3}\right)^{\delta}$$

δ est le même coefficient que lors du calcul des inductances de fuites.

1.3 - Calcul des réluctances dans le fer

Certaines expressions des réluctances sont inspirées des travaux de Rakotovao [7].

Nous utilisons la formulation suivante pour calculer les réluctances dans le fer : $R(\Phi) = \frac{L}{\Phi} H\left(\frac{\Phi}{S}\right)$

Nous devons donc déterminer, pour chaque réluctance dans le fer, une longueur et une section équivalente.

1.3.1 - Réluctance du plateau

La réluctance du plateau n'est pas évidente à calculer car la section n'est pas constante. Pour simplifier les calculs, la perméabilité du plateau est supposée constante. On peut alors exprimer la réluctance du plateau :

$$R_{plateau} = \frac{1}{\mu_{plateau}} \int_{R_n}^{R_n + h_{plateau}} \frac{dr}{\frac{2\pi}{p} r\, e_p}$$

Ce qui donne :

$$R_{plateau} = \frac{p}{2\pi e_p \mu_{plateau}} \ln\left(\frac{R_n + h_{plateau}}{R_n}\right)$$

Nous cherchons une longueur et une surface équivalente. Comme la longueur du tube de flux est $h_{plateau}$, alors on peut déterminer une surface par identification de l'expression précédente avec :

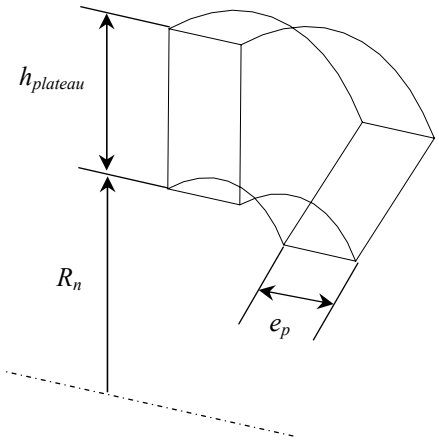


figure B-4 : géométrie du plateau

$$R_{plateau} = \frac{1}{\mu_{plateau}} \frac{L_{plateau}}{S_{plateau}}$$

$$L_{plateau} = h_{plateau}$$

$$S_{plateau} = \frac{2\pi e_p h_{plateau}}{p \ln\left(\frac{R_n + h_{plateau}}{R_n}\right)}$$

1.3.2 - Réluctance du coude

En supposant que la ligne moyenne du flux dans le coude est une ligne droite, on trouve :

$$L_{coude} = \frac{\sqrt{e_p{}^2 + h_{base\ griffe}{}^2}}{2}$$

La section choisie correspond à la plus petite, à savoir quand le flux rentre dans le coude.

$$S_{coude} = e_p\, l_{basegriffe}$$

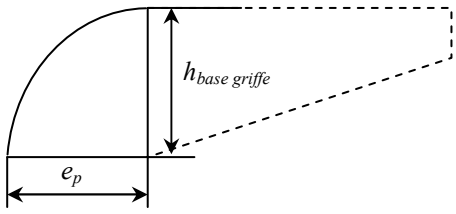


figure B-5 : géométrie du coude

1.3.3 - Réluctance de la griffe

De même, si on suppose que la ligne moyenne de flux dans la griffe est une ligne droite, on trouve :

$$L_{griffe} = \frac{\sqrt{l_n^{\,2} + h_{base\ griffe}^{\,2}}}{2}$$

La section utilisée correspond à l'entrée du flux dans la griffe :

$$S_{griffe} = h_{base\ griffe}\, l_{basegriffe}$$

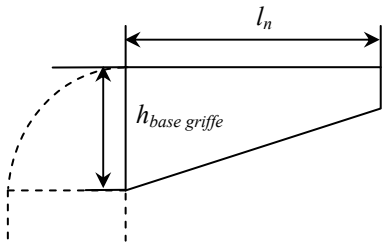


figure B-6 : géométrie de la griffe

1.3.4 - Réluctance des dents

En observant la surface d'échange du flux au niveau de l'entrefer (figure B-2), on remarque que chaque dent n'est pas traversée sur toute sa longueur à cause de la forme trapézoïdale des griffes. Pour calculer la section de passage du flux dans les dents, nous utilisons alors cette surface d'échange du flux au niveau de l'entrefer, pondérée par un coefficient :

$$S_{dents} = S_{entrefer}\,\frac{l_d}{pas_{dentaire} - ouv_{encoche}}$$

$$L_{dents} = h_d$$

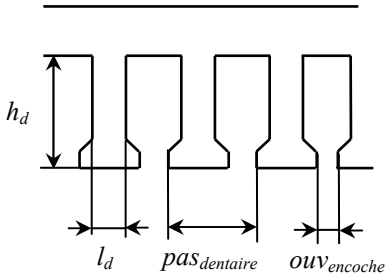


figure B-7 : géométrie des dents

1.3.5 - Réluctance de la culasse

La réluctance de la culasse est différente des autres car le flux se sépare en deux pour retourner vers les deux pôles adjacents. Ainsi, cette réluctance est divisée par deux :

$$R_{culasse}(\Phi_{culasse}, f) = \frac{1}{2}\,\frac{L_{culasse}}{\Phi_{culasse}}\,H\left(\frac{\Phi_{culasse}}{2\,S_{culasse}}, f\right)$$

$$S_{culasse} = h_{culasse}\, l_S$$

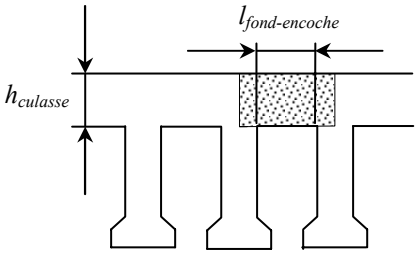


figure B-8 : géométrie de la culasse

On suppose que la culasse sature au niveau de l'axe inter polaire. En négligeant les réluctances des parties non saturées, le tube de flux est une portion de la culasse (figure B-8). Selon la position du rotor par rapport au stator, la zone saturée comprend une ou deux portions. La longueur utilisée pour la réluctance de la culasse est alors :

$$L_{culasse} = \frac{3}{2}\left(l_{fond\ encoche} + l_d\right)$$

1.4 - Calcul des réluctances de fuites

1.4.1 - Réluctance de fuites entre un coude et le stator

Ces fuites sont un peu particulières. Ce ne sont pas des fuites en tant que tel car elles participent au flux utile.

On définit un élément de perméance : $dP_{cs} = \mu_0 \dfrac{3 l_d}{\dfrac{3\pi}{2} r} dr$

On peut alors déterminer la réluctance :

$$R_{cs} = \frac{1}{P_{cs}} = \frac{1}{\int_{e}^{e_p} dP_{cs}} = \frac{3\pi}{4\mu_0 (3 l_d) \ln\left(\dfrac{e_p}{e}\right)}$$

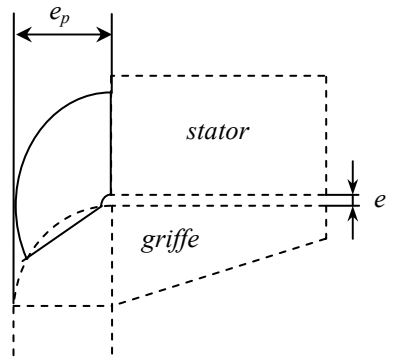


figure B-9 : géométrie du tube de flux

1.4.2 - Réluctance de fuites entre un plateau et la griffe adjacente

On peut faire la même remarque que précédemment. Ces fuites participent au flux utile.

$$\xi = \arctan\left(\frac{h_{base\ griffe} - h_{bout\ griffe}}{l_n}\right)$$

$$dP_{pg} = \mu_0 \frac{l_{base\ griffe}}{\left(\xi + \dfrac{\pi}{2}\right) r} dr$$

$$R_{pg} = \frac{1}{P_{pg}} = \frac{1}{\int_{r_{\min}}^{h_{plateau}} dP_{pg}} = \frac{\left(\xi + \dfrac{\pi}{2}\right)}{\mu_0 \, l_{base\ griffe} \ln\left(\dfrac{h_{plateau}}{r_{\min}}\right)}$$

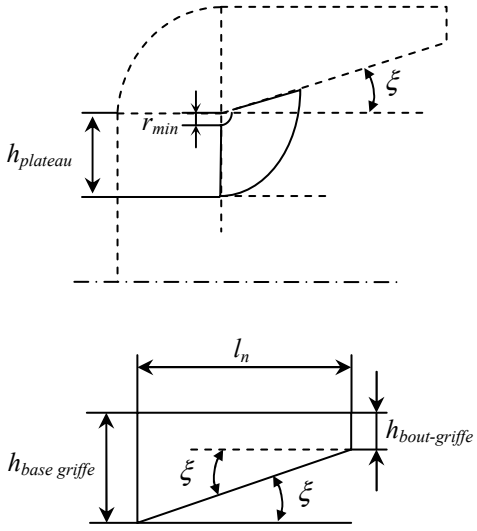


figure B-10 : géométrie du tube de flux

1.4.3 - Réluctance de fuites entre une griffe et le plateau opposé

Le calcul de cette réluctance de fuites est similaire aux deux cas précédents. Il faut remarquer que le flux se sépare en deux, on introduit donc un coefficient un demi.

$$R_{gp} = \frac{1}{2} \frac{\pi}{2\mu_0 \, h_{bout\ griffe} \ln\left(\dfrac{2 l_{bout\ griffe}}{d_{gg}}\right)}$$

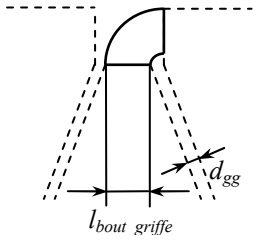


figure B-11 : géométrie du tube de flux

1.4.4 - Réluctance de fuites entre une griffe et le noyau

$$h_{moy} = \frac{h_{base\ griffe} - h_{bout\ griffe}}{2} + h_{plateau}$$

La section du tube de flux correspondant à ces fuites est réduite car on a déjà pris en compte une partie du flux dans les fuites entre griffes intérieures.

$$\beta = \arctan\left(\frac{2 l_n}{l_{base\ griffe} - l_{bout\ griffe}}\right)$$

$$e_1 = \frac{h_{moy} - d_{gg}}{2\sin(\beta)}$$

$$e_2 = \frac{l_{bout\ griffe}\tan(\beta)}{2}$$

$$S_{gn} = \frac{(l_n - e_2)(l_{base\ griffe} - 2e_1)}{2}$$

$$R_{gn} = \frac{h_{moy}}{\mu_0 S_{gn}}$$

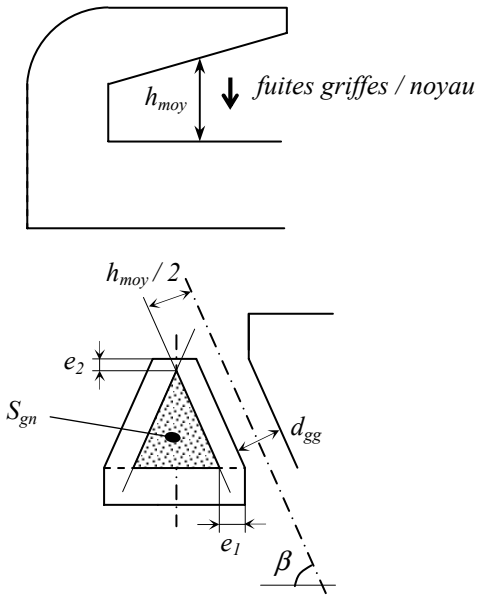


figure B-12 : géométrie du tube de flux

1.5 - Mise en équations du réseau de réluctances

On trouve dans la littérature, différentes méthodes pour résoudre les systèmes d'équations correspondant aux circuits électriques. On peut appliquer directement ces méthodes aux circuits magnétiques modélisés par des réseaux de réluctances grâce à l'analogie qui existe entre l'électricité et le magnétisme.

Nous utilisons une méthode de résolution de systèmes électriques présentée dans [12] et [24].

Pour un schéma magnétique ayant b branches et n nœuds, on peut trouver m mailles indépendantes, avec $m = b - n + 1$

Notre réseau de réluctances comporte 18 branches et 9 nœuds, on a alors 10 (=18-9+1) mailles indépendantes. On résout le système sous forme matricielle et on définit :

U(b) vecteur des d.d.p. magnétiques aux bornes des branches,
ϕ(b) vecteur des flux de branches,
R(b,b) matrice diagonale des réluctances des branches,
F(m) vecteur des f.m.m. de mailles,
Ψ(m) vecteur des flux de mailles.

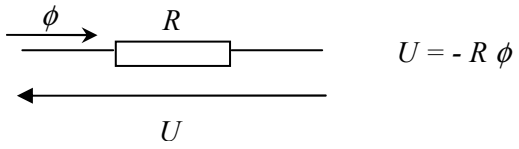


figure B-13 : Modèle d'une branche du circuit magnétique (convention)

Pour calculer le vecteur flux, on définit une matrice topologique S (d'ordre m × b) décrivant les positions des branches par rapport aux mailles du schéma.

Un élément $S_{i,j}$ de cette matrice est définit par :

$S_{i,j} = 1$ si la branche j est dans le même sens que la maille i ;
$S_{i,j} = -1$ si la branche j et la maille i sont en sens opposé ;
$S_{i,j} = 0$ si la branche j n'appartient pas à la maille i.

Nous présentons, en figure suivante, l'orientation des branches et le choix des mailles indépendantes.

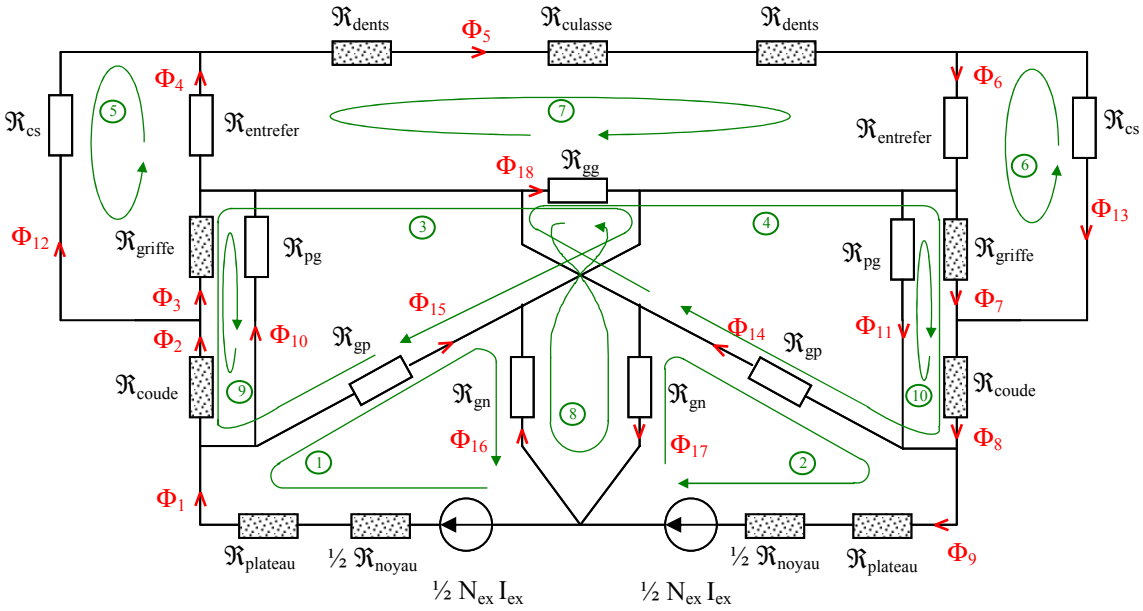


figure B-14 : Modèle d'une branche du circuit magnétique (convention)

A partir de là, on peut construire la matrice topologique S.

Prenons par exemple la maille n°7 (i = 7). Cette maille comporte 4 branches (4, 5, 6 et 18).

On peut alors remplir la septième ligne de la matrice S.

n° de branches	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
7ème ligne de S	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1

La construction de chaque ligne en fonction de chaque maille donne alors la matrice S pour cette convention et ce choix de mailles.

n° de branches

n° de mailles

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	-1	0
3	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	1
4	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	1
5	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0
7	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	-1
9	0	1	1	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0

Grâce à cette matrice S, on peut écrire les lois de Kirchoff appliquées au schéma magnétique :

Loi des mailles : $S\,U = F$

Loi des nœuds : $S^T\,\Psi = \phi$

On a alors : $U = -R\,\phi \quad \Rightarrow \quad S\,U = -S\,R\,\phi$

$\Rightarrow \quad F = -S\,R\,S^T\,\Psi$ (équation 1)

$\Rightarrow \quad \Psi = -(S\,R\,S^T)^{-1}\,F$

D'où : $\boxed{\phi = -S^T\,(S\,R\,S^T)^{-1}\,F}$

On remarque que les flux des branches sont obtenus par l'inversion d'une matrice dont l'ordre est plus petit que le nombre de flux calculés. L'ordre de la matrice à inverser est égal au nombre de mailles indépendantes du schéma (= 10 dans notre cas, et 18 flux sont calculés). L'inversion de cette matrice n'est possible que si les matériaux magnétiques sont supposés linéaires.

Dans le cas où les matériaux magnétiques sont supposés non linéaires, les réluctances dépendent des flux qui les traversent et donc on ne peut plus inverser la matrice. On prend alors l'équation 1 et on la met sous la forme :

$$\boxed{C = F - S\,R(\Psi)\,S^T\,\Psi}$$

L'utilisation d'un algorithme de résolution des systèmes non linéaires permet alors de déterminer les flux de mailles (Ψ) tel que le vecteur C soit nul.

1.6 - Calcul de la force électromotrice induite dans l'axe d

La valeur efficace de la force électromotrice induite dans l'axe d est directement donnée par la formule suivante : $$e = \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{1}{(\sqrt{3})^{\delta}} \cdot n_{spires_par_phase} \cdot \omega \cdot \Phi_{utile_\max}$$

ω est la pulsation des fem induites, $\Phi_{\text{utile max}}$ correspond au flux maximum qui traverse les bobines du stator (= ϕ_5 du réseau de réluctances) et δ est le coefficient de couplage ($\delta = 0$ si le couplage est en étoile, $\delta = 1$ si couplage est en triangle).

2 - Compléments sur le modèle de dimensionnement

2.1 - Calcul de la résistance du stator

Nous avons introduit dans la partie « pertes supplémentaires dues aux flux de fuites (effet Field) » du chapitre II, un coefficient K_{moy} qui permet de prendre en compte la majoration de la résistance liée aux flux de fuites.

$$R_S = K_{moy}\, R_{encoches} + R_{tetes\ bobines} \quad avec : K_{moy} > 1$$

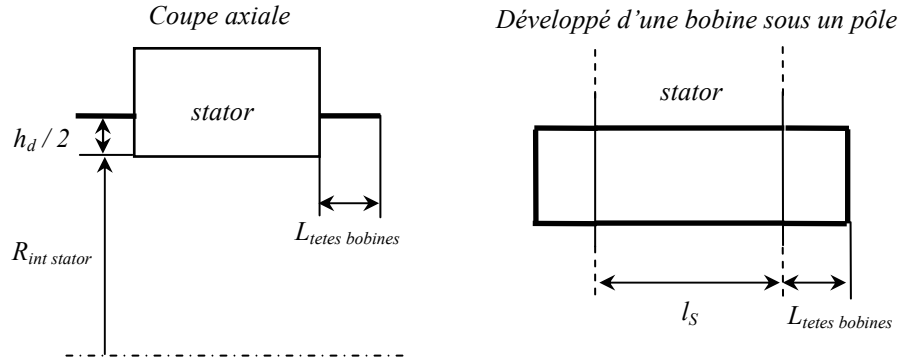


figure B-15 : géométrie utilisée pour le calcul de la résistance du stator

La résistance peut alors se déterminer pour une branche étoile équivalente par l'expression :

$$R_S(T_{cu\ stator}) = \rho(T_{cu\ stator})\frac{N_{spires\ par\ phase}\ 2\,l_S\ K_{moy} + L_{fil\ stator\ tb}}{fils_en_parallèle \cdot S_{fil\ stator}}\left(\frac{1}{3}\right)^{\delta}$$

$L_{fil\ stator\ tb}$ correspond à la longueur du fil des têtes de bobines et a pour expression :

$$L_{fil\ stator\ tb} = N_{spires\ par\ phase}\left(2\,N_{epp}\ N_{phases}\left(\frac{2\pi\left(R_{\text{int}\,stator} + \frac{h_d}{2}\right)}{N_{encoches}}\right) + 4\,L_{tetes\,bobines}\right)$$

N_{epp} est le nombre d'encoches par pôle et par phase.

2.2 - Calcul de la résistance du rotor

On peut déterminer la résistance de l'enroulement d'excitation en calculant la longueur d'une spire moyenne :

$$R_R(T_{cu\ rotor}) = \rho(T_{cu\ rotor})\frac{N_{ex}\ 2\pi\left(R_n + \frac{h_{plateau}}{2}\right)}{S_{fil\ rotor}}$$

2.3 - Calcul du courant d'excitation maximal

Le courant d'excitation maximal peut être approché par la formulation suivante :

$$I_{ex} = \frac{U_b - V_{bb} - V_r}{R_R}$$

U_b : Tension de la batterie
V_{bb} : Chute de tension entre bagues et balais
V_r : Chute de tension aux bornes du régulateur
R_R : Résistance de l'enroulement du rotor

2.4 - Calcul du coefficient de remplissage d'encoche

Le coefficient de remplissage d'encoche peut être défini rigoureusement par :

$$\text{coefficient de remplissage} = \frac{\text{Surface réelle des fils de cuivre à nu}}{\text{Surface utile de l'encoche}}$$

Avec :

Surface utile de l'encoche = Surface découpée – Surface des isolants – Surface cale de fermeture

Pour calculer la surface utile de l'encoche, nous avons négligé la surface des isolants et la surface de la cale de fermeture. Nous n'avons pas pris en compte la surface correspondant aux semelles des dents.

Largeur du fond de l'encoche :

$$l_{encoche\ pied} = \frac{2\pi(R_{\text{int}\ stator} + h_d)}{N_{encoches}} - l_d$$

Largeur de l'encoche au niveau du pied :

$$l_{encoche\ pied} = \frac{2\pi(R_{\text{int}\ stator} + h_{pied})}{N_{encoches}} - l_d$$

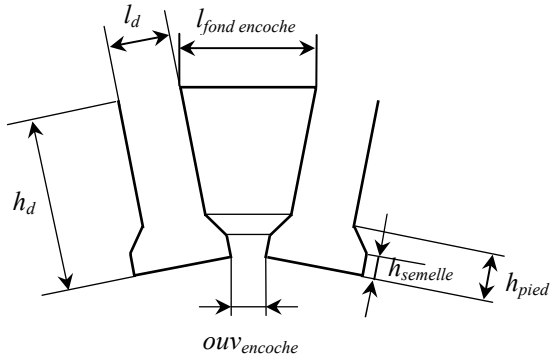


figure B-16 : géométrie d'une encoche

Largeur de l'encoche au niveau de la semelle :

$$l_{encoche\ semelle} = \frac{2\pi(R_{\text{int}\ stator} + h_{semelle})}{N_{encoches}} - (pas_{dentaire} - ouv_{encoche})$$

On peut donc déduire la surface de l'encoche :

$$S_{encoche} = \frac{l_{encoche\ pied} + l_{fond\ encoche}}{2}(h_d - h_{pied}) + \frac{l_{encoche\ pied} + l_{encoche\ semelle}}{2}(h_{pied} - h_{semelle})$$

Le coefficient de remplissage d'encoche est alors :

$$remplissage_encoche = \frac{N_{cond\ par\ encoche} \cdot fils_en_parallèle \cdot S_{fil\ stator}}{S_{encoche}}$$

2.5 - Calcul du coefficient de foisonnement de la bobine d'excitation

En supposant que la section de la bobine d'excitation est carrée, on peut déterminer le coefficient de foisonnement de celle-ci.

$$foisonnement_bob_rotor = \frac{N_{ex}\, S_{fil\ rotor}}{l_n\, h_{plateau}}$$

Annexe C : compléments sur les optimisations

SOMMAIRE – Annexe C

1 - LE MODELE UTILISE DANS LE PROCESSUS DE DIMENSIONNEMENT SUR UN POINT DE FONCTIONNEMENT..... 171
2 - LES RESULTATS NUMERIQUES DES OPTIMISATIONS..... 176

1 - Le modèle utilisé dans le processus de dimensionnement sur un point de fonctionnement

```
       /* ----------------------------------------
            Calculs des paramètres intermédiaires
          ---------------------------------------- */

/* Paramètres électriques déduits */
N_encoches=2*p*N_phases*Nepp;
N_spires_par_phase=N_cond_par_encoche*N_encoches/(2*N_phases);

/* Paramètres géométriques déduits */
entrefer=R_int_stator-R_ext_rotor;
l_fond_encoche=(2*pi*(R_int_stator+hd)/N_encoches)-largeur_dent;
h_culasse=R_ext_stator-R_int_stator-hd;
pas_dentaire=2*pi*R_int_stator/N_encoches;
pas_polaire=pas_dentaire*N_encoches/(2*p);
beta=atan(2*ln/(l_base_griffe-l_bout_griffe));
dgg=sin(beta)*(2*pi*R_ext_rotor-p*(l_base_griffe+l_bout_griffe))/(2*p);
ecart_longueur=abs(lstator-ln);
h_base_griffe=R_ext_rotor-(Rn+h_plateau);
h_base_bec=h_base_griffe-h_bec;
xi=atan(h_base_bec/ln);
contrainte_trapeze=l_base_griffe-l_bout_griffe;
rdm_griffe=ln/h_base_griffe;

/* Calcul des paramètres électriques */

/* Inductance de fuite */
Kf=mu0*pow(N_cond_par_encoche,2)*N_encoches*lstator/N_phases;
l_enc=Kf*((hd-h_pied)/(3*l_fond_encoche)+(h_pied- h_semelle)*
       log(l_fond_encoche/ouv_encoche)/(l_fond_encoche-ouv_encoche)+h_semelle/ouv_encoche);
l_zz=Kf*pow(pas_dentaire-ouv_encoche,2)/(8*entrefer*pas_dentaire);
l_tb=mu0*3*pow(N_spires_par_phase,2)*2*R_int_stator*0.6/pow(p,2);
Lf=(l_enc+l_zz+l_tb)/pow(3,delta);

/* Coefficient de correction des ampères tours d'induit */
Kri=6*(cos(p*l_bout_griffe/(2*R_ext_rotor))-cos(p*l_base_griffe/(2*R_ext_rotor)))
       /(pi*(l_base_griffe/(2*R_ext_rotor)-l_bout_griffe/(2*R_ext_rotor))*
       (l_base_griffe/(2*R_ext_rotor)+l_bout_griffe/(2*R_ext_rotor))*pow(p,2));

/* Inductance transversale */
S_entrefer=(pas_polaire-dgg*sin(beta))*lstator*(1-ouv_encoche/pas_dentaire);
Lq=mu0*pow(N_cond_par_encoche,2)*N_encoches*S_entrefer/(N_phases*4*entrefer)/pow(3,delta);

/* Résistance de l'enroulement statorique */
rho(Temp)=rho_0_cu*(1+gamma*Temp);
L_fil_stator_tb=N_spires_par_phase*(2*Nepp*N_phases*(2*pi*(R_int_stator+hd/2)/N_encoches)+
       4*L_tetes_bobines);
h_cond_reduit=sqrt(4*pow(10,-7)*S_fil_stator*w/(rho(T_cu_stator)));
PSI=2*h_cond_reduit*(sinh(h_cond_reduit)- sin(h_cond_reduit))/
       (cosh(h_cond_reduit)+cos(h_cond_reduit));
PHI=h_cond_reduit*(sinh(2*h_cond_reduit)+sin(2*h_cond_reduit))/
       (cosh(2*h_cond_reduit)-cos(2*h_cond_reduit));
Km=PHI+(pow(n_couches,2)-1)/3*PSI;
Rs=rho(T_cu_stator)*(L_fil_stator_tb+N_spires_par_phase*2*lstator*Km)/(fils_en_parallèle*
       S_fil_stator)/pow(3,delta);

/* Paramètres divers pour le calcul des pertes fer */
Kc=pas_dentaire/(pas_dentaire-(pow(ouv_encoche,2)/(ouv_encoche+5*entrefer)));
surface_griffes=2*p*ln*(l_base_griffe+l_bout_griffe)/2;

/* Résistance de l'enroulement rotorique */
L_fil_rotor=Nex*2*pi*(Rn+h_plateau/2);
Rr=rho(T_cu_rotor)*L_fil_rotor/S_fil_rotor;

/* Courant d'excitation maximal */
Iex_max=(Ub-Vbb-Vr)/Rr;
Iex=duty_cycle*Iex_max;
```

```
  /* ---------------------------
        Calculs des réluctances
     --------------------------- */

/* Définition de la réluctance d'entrefer */
S_entrefer_2=lstator*(l_base_griffe+l_bout_griffe)/2;
entrefer_moyen=2/(l_base_griffe+l_bout_griffe)*(((l_base_griffe+l_bout_griffe)/
       2-2*l_chanf)*entrefer+2*l_chanf*(entrefer+h_chanf/2));
R4=Kc*entrefer_moyen/(mu0*S_entrefer_2);
R6=R4;

/* Définition des longueurs et surfaces utiles pour le calcul des réluctances */
L_noyau=ln+ep;
S_noyau=pi*(pow(Rn,2)-pow(Ra,2))/p;
S_plateau=h_plateau*2*pi*ep/(p*log((Rn+h_plateau)/Rn));
L_coude=sqrt(pow(h_base_griffe,2)+pow(ep,2))/2;
S_coude=l_base_griffe*ep;
L_griffe=sqrt(pow(h_base_griffe,2)+pow(ln,2))/2;
S_griffe=h_base_griffe*l_base_griffe;
S_dents=S_entrefer*largeur_dent/(pas_dentaire-ouv_encoche);
L_culasse=3*(l_fond_encoche+largeur_dent)/2;
S_culasse=h_culasse*lstator;

/* Définition des réluctances variables (non linéaire) */
R1(flux)=Hr(abs(flux)/S_noyau)*L_noyau/(2*abs(flux))+Hr(abs(flux)/S_plateau)*h_plateau/
       abs(flux);
R2(flux)=Hr(abs(flux)/S_coude)*L_coude/abs(flux);
R3(flux)=Hr(abs(flux)/S_griffe)*L_griffe/abs(flux);
R5(flux)=2*Hs(abs(flux)/S_dents,f)*hd/abs(flux)+Hs(abs(flux)/(2*S_culasse),f)*L_culasse/
       abs(flux);
R9(flux)=R1(flux);
R8(flux)=R2(flux);
R7(flux)=R3(flux);

/* Définition des réluctances correspondantes aux flux de fuites */

/* réluctance de fuite entre deux griffes */
/* réluctance utile au calcul de la réluctance de fuites entre griffes par le stator */
alpha_s=l_bout_griffe/(2*R_ext_rotor)-(pas_dentaire-ouv_encoche)/(2*R_int_stator);
beta_s=l_base_griffe/(2*R_ext_rotor)+(pas_dentaire-ouv_encoche)/(2*R_int_stator);
Rgg_stator_entrefer=3*entrefer*(beta_s- alpha_s)*pas_dentaire/(R_int_stator*2*mu0*
       lstator*(pas_dentaire-ouv_encoche)*(pow(beta_s,2)-pi*beta_s/p+pow(pi/p,2)/4)) ;
Rgg_stator_dent=dgg/(20*mu0*largeur_dent*hd*cos(beta));
alpha_dent=hd/(hd+largeur_dent/2)*2*pi*largeur_dent/sqrt(pow(10,7)*rho_fer_stator*2*pi/
       (mu_r_dent*w));
coef_effet_peau=alpha_dent*(sinh(2*alpha_dent)+sin(2*alpha_dent))/
       (cosh(2*alpha_dent)-cos(2*alpha_dent));
Rgg_stator=(Rgg_stator_dent*coef_effet_peau+Rgg_stator_entrefer)/2;

/* réluctance de fuite entre deux griffes principale*/
l_gc=ln/sin(beta)-dgg*cos(beta);
hg1=h_bec+dgg*cos(beta)*tan(xi);
hg2=h_base_griffe-hg1;
Rgg_principal=hg2/(4*mu0*l_gc*(hg1+hg2/2)*log(dgg/(sqrt(pow(dgg,2)+pow(hg2/2,2))-hg2/2)));

/* réluctance de fuite entre deux griffes intérieure*/
Rgg_int=pi/(mu0*l_gc*log((dgg+(l_bout_griffe+l_base_griffe)/2)*(sqrt(pow(h_base_bec,2)+
       pow(dgg,2))+l_bout_griffe)/(dgg*sqrt(pow(h_base_bec,2)+pow(dgg,2)))));

/* réluctance de fuite entre griffe*/
Rgg_rotor = Rgg_principal*Rgg_int/(Rgg_principal+Rgg_int);
R18 = Rgg_rotor*Rgg_stator/(Rgg_rotor+Rgg_stator);

/* réluctance de fuite entre un plateau et une griffe */
r_min=0.001;
R10=(xi+pi/2)/(mu0*l_base_griffe*log(h_plateau/r_min));
R11=R10;

/* réluctance de fuite entre un coude et le stator */
R12=3*pi/(4*mu0*3*largeur_dent*log(ep/entrefer));
R13=R12;

/* réluctance de fuite entre griffe et plateau */
R14=pi/(4*mu0*h_bec*log(2*l_bout_griffe/dgg));
R15=R14;
```

```
/* réluctance de fuite entre griffe et noyau */
h_moy=(h_base_bec/2)+h_plateau;
e1=(h_moy-dgg)/(2*sin(beta));
e2=l_bout_griffe*tan(beta)/2;
Sgn=(ln-e2)*(l_base_griffe-2*e1)/2;
R16=h_moy/(mu0*Sgn);
R17=R16;

/* Calcul de la pulsation */
w=p*pi*N/30;

     /* ---------------------------------------------
          Caractéristiques des matériaux magnétiques
        --------------------------------------------- */

/* Pour le stator */
Hs(B,freq)=70*atan(13*B)*(1+freq/2000)+130*pow(B,2)*(1+atan((freq-1030)/350)*2.25/pi)*6.5+
pow(B/1.58,10)*900*(1+atan(15*(B-1.6))*2/pi)+pow(B/2.1,18)*18500*(1-atan(6.8*(B-2.33))*2/pi);

/* Pour le rotor */
Hr(B)=556.2*pow(B,0.584)+pow(exp(B-2.373),2.949)*4105*pow(B,5.208)/
(1+pow(exp(B-2.373),2.949));

    /* ------------------------------------------------------------------
         Définition des paramètres intermédiaires du modèle électrique
       ------------------------------------------------------------------ */

/* Calcul de la force électromotrice */
fem_d=N_spires_par_phase*abs(psi7)*w/sqrt(2)/pow(sqrt(3),delta);
Er=sqrt(pow(fem_d,2)+pow(Lq*w*Iq,2));

/* Courant efficace de phase */
Is=sqrt((pow(Iactif,2)+pow(Ireactif,2))/2);

    /* ------------------------------------------------------------
         Définition des équations implicites à annuler.
         10 équations pour le circuit magnétique
         et 2 équations pour le circuit électrique et le couplage
       ------------------------------------------------------------ */

c1=(R1(psi1)+R15+R16)*psi1-R15*psi3-R16*psi8-Iex*Nex/2;
c2=(R9(psi2)+R14+R17)*psi2-R14*psi4-R17*psi8-Iex*Nex/2;
c3=-R15*psi1+(R2(psi3+psi9)+R3(psi3+psi5+psi9)+R15+R18)*psi3+R18*psi4+R3(psi3+psi5+psi9)*psi5
       -R18*psi7-R18*psi8+(R2(psi3+psi9)+R3(psi3+psi5+psi9))*psi9;
c4=-R14*psi2+(R8(psi4+psi10)+R7(psi4+psi6+psi10)+R14+R18)*psi4+R18*psi3+R7(psi4+psi6+psi10)*
       psi6-R18*psi7-R18*psi8+(R8(psi4+psi10)+R7(psi4+psi6+psi10))*psi10;
c5=R3(psi3+psi5+psi9)*psi3+(R3(psi3+psi5+psi9)+R4+R12)*psi5+R4*psi7+R3(psi3+psi5+psi9)*psi9;
c6=R7(psi4+psi6+psi10)*psi4+(R7(psi4+psi6+psi10)+R6+R13)*psi6+R6*psi7+R7(psi4+psi6+psi10)*
       psi10;
c7=-R18*psi3-R18*psi4+R4*psi5+R6*psi6+(R4+R5(psi7)+R6+R18)*psi7+R18*psi8+
       2*Kri*N_cond_par_encoche*sqrt(2)*Id/pow(sqrt(3),delta);
c8=-R16*psi1-R17*psi2-R18*psi3-R18*psi4+R18*psi7+(R16+R17+R18)*psi8;
c9=(R2(psi3+psi9)+R3(psi3+psi5+psi9))*psi3+R3(psi3+psi5+psi9)*psi5+
        (R2(psi3+psi9)+R3(psi3+psi5+psi9)+R10)*psi9;
c10=(R8(psi4+psi10)+R7(psi4+psi6+psi10))*psi4+R7(psi4+psi6+psi10)*psi6+
        (R8(psi4+psi10)+R7(psi4+psi6+psi10)+R11)*psi10;
c11=Id-Is*cos(atan(abs(Iactif/Ireactif))-atan(Lq*w*Iq/fem_d));
c12=Iq-Is*sin(atan(abs(Iactif/Ireactif))-atan(Lq*w*Iq/fem_d));

       /*-------------------------
          Modèle du redresseur
         ------------------------- */

f=w/(2*pi);
T=1/f;
phi=atan(Lf*w/(Rs+Rd));
Z=sqrt(pow((Rs+Rd),2)+pow(Lf*w,2));
tau=Lf/(Rs+Rd);

/* équation du mode binaire */
t000=(pi/3-ExternFunction.realAcos((Ub+2*Vd)/(sqrt(6)*Er)))/w;
AAA1=((Ub+2*Vd)/(2*(Rs+Rd))-(sqrt(6)*Er)*cos(w*t000-pi/3-phi)/(2*Z))*exp(t000/tau);
ta=3*T/11;
ta2=ta-T/6-phi/w;
aa=AAA1/(2*pow(tau,2)*exp(ta/tau))-(sqrt(6)*Er)*pow(w,2)*cos(w*ta2)/(4*Z);
bb=-AAA1*exp(-ta/tau)*(ta/tau+1)/tau+(sqrt(6)*Er)*w*(w*ta*cos(w*ta2)-sin(w*ta2))/(2*Z);
cc=AAA1*(1+ta/tau+pow(ta,2)/(2*pow(tau,2)))/exp(ta/tau)+(sqrt(6)*Er)*(ta*w*sin(w*ta2)+
```

```
        (1-pow(w*ta,2)/2)*cos(w*ta2))/(2*Z)-(Ub+2*Vd)/(2*(Rs+Rd));
t111=(-bb-sqrt(abs(pow(bb,2)-4*aa*cc)))/(2*aa);
t000bis=t000+T/6;

/* équation du mode mixte */
t1=(ExternFunction.realAcos(-(Ub+2*Vd)/(sqrt(6)*Er)/sqrt(3))-pi/6)/w;
A2=((sqrt(6)*Er)*cos(w*t1+pi/6-phi)/(Z*sqrt(3))+(Ub+2*Vd)/(3*(Rs+Rd)))*exp(t1/tau)*
        (1+exp(-T/(6*tau)))/(2-exp(-T/(6*tau)));
A3=A2*(1-2*exp(-T/(6*tau)))/(1+exp(-T/(6*tau)));
A1=(A2-A3)/2;
tt2=T/4+atan(Lf*w/((Rs+Rd)+(Ub+2*Vd)*Z/(sqrt(6)*Er)))*T/(2*pi);
AA=(Rs+Rd)*(sqrt(6)*Er)/(sqrt(3)*Z);
BB=-(Ub+2*Vd)/3;
CC=(Rs+Rd)*A3;
DD=-(phi+pi/6)/w;
tt1=tt2+DD;
a=-CC/(2*exp(tt2/tau)*pow(tau,2))-AA/2*cos(w*tt1)*pow(w,2);
b=AA*(cos(w*tt1)*pow(w,2)*tt2-sin(w*tt1)*w)+CC*(tt2+tau)/(exp(tt2/tau)*pow(tau,2));
c=AA*(cos(w*tt1)*(1-pow(w*tt2,2)/2)+sin(w*tt1)*w*tt2)+BB-CC*(pow(tt2,2)/
        (2*pow(tau,2))+tt2/tau+1)/exp(tt2/tau);
t0bis=(-b-sqrt(abs(pow(b,2)-4*a*c)))/(2*a);
t0=t0bis-T/6;
Imoyen_mixte=6/T*((Ub+2*Vd)/(6*(Rs+Rd))*(t1-t0-2*T/3)+tau*(A1-A2*exp(-T/(6*tau)))*
        exp(-t0/tau)+tau*(A2-A1)*exp(-t1/tau)+(sqrt(6)*Er)/(2*sqrt(3)*Z*w)*
        (cos(w*t0-phi-pi/3)+cos(w*t1-phi-pi/3)));
Iactif_mixte=(Ub+2*Vd)/(2*(Rs+Rd)*pi)*(-cos(w*t0)-cos(w*t1)-sqrt(3)*(sin(w*t1)+sin(w*t0)))+
        2*(sqrt(6)*Er)*sqrt(3)/(T*Z)*(t0+T/6-t1)*cos(phi)+sqrt(3)*(sqrt(6)*Er)/(pi*Z*4)*
        (2*cos(phi)*w*(t1-t0)-sin(2*w*t1+pi/3-phi)+sin(2*w*t0+pi/3-phi))+2*tau*sqrt(3)/
        (T*(1+pow(w*tau,2)))*((w*tau*(A2-A3)-sqrt(3)*(A2+A3))*exp(-t0bis/tau)*sin(w*t0)
        -(sqrt(3)*w*tau*(A3+A2)+(A2-A3))*exp(-t0bis/tau)*cos(w*t0)+(sqrt(3)*(A2-A1)+
        w*tau*(A2+2*A3+A1))*exp(-t1/tau)*sin(w*t1)-(sqrt(3)*w*tau*(A1-A2)+(A2+2*A3+A1))*
        exp(-t1/tau)*cos(w*t1)+(sqrt(3)-w*tau)*A1*exp(-t0/tau)*sin(w*t0)+(w*tau*sqrt(3)+1)*
        A1*exp(-t0/tau)*cos(w*t0));
Ireactif_mixte=(Ub+2*Vd)/(2*(Rs+Rd)*pi)*(sin(w*t0)+sin(w*t1)-sqrt(3)*(cos(w*t0)+cos(w*t1)))-
        2*(sqrt(6)*Er)*sqrt(3)/(T*Z)*(t0+T/6-t1)*sin(phi)+sqrt(3)*(sqrt(6)*Er)/(pi*Z*4)*
        (2*sin(phi)*w*(t0-t1)+cos(2*w*t0+pi/3-phi)-cos(2*w*t1+pi/3-phi))+2*tau*sqrt(3)/
        (T*(1+pow(w*tau,2)))*((sqrt(3)*w*tau*(A2+A3)+(A2-A3))*exp(-t0bis/tau)*sin(w*t0)
        +(w*tau*(A2-A3)-sqrt(3)*(A2+A3))*exp(-t0bis/tau)*cos(w*t0)+(sqrt(3)*(A2-A1)+w*tau*
        (A2+2*A3+A1))*exp(-t1/tau)*cos(w*t1)+(sqrt(3)*w*tau*(A1-A2)+(A2+2*A3+A1))*exp(-t1/tau)*
        sin(w*t1)+(sqrt(3)-w*tau)*A1*exp(-t0/tau)*cos(w*t0)-(w*tau*sqrt(3)+1)*
        A1*exp(-t0/tau)*sin(w*t0));

/* équation du mode triphasée */
AAA=(Ub+2*Vd)/(3*(Rs+Rd))*(exp(T/(6*tau))-exp(-T/(6*tau)))*sqrt(3)*Z/(sqrt(6)*Er);
BBB=exp(T/(6*tau))+exp(-T/(6*tau))-2;
t00i=T/6+atan(Lf*w/((Rs+Rd)+(Ub+2*Vd)*Z/(sqrt(6)*Er)))*T/(2*pi);
ttt1=t00i+(pi/6-phi)/w;
ttt2=t00i+(2*pi/3-phi)/w;
aaa=-(BBB*cos(w*ttt1)+sin(w*ttt2))*pow(w,2)/2;
bbb=((cos(w*ttt1)*w*t00i-sin(w*ttt1))*BBB+cos(w*ttt2)+sin(w*ttt2)*w*t00i)*w;
ccc=(cos(w*ttt1)*(1-pow(w*t00i,2)/2)+w*sin(w*ttt1)*t00i)*BBB-w*cos(w*ttt2)*t00i-AAA+
        sin(w*ttt2)*(1-pow(w*t00i,2)/2);
t00=(-bbb-sqrt(abs(pow(bbb,2)-4*aaa*ccc)))/(2*aaa);
t00bis=t00+T/6;
AA3=((sqrt(6)*Er)/(sqrt(3)*Z)*cos(w*t00+pi/6-phi)-(Ub+2*Vd)/(3*(Rs+Rd)))*exp(t00bis/tau);
AA2=(sqrt(6)*Er)/(sqrt(3)*Z)*sin(w*t00+2*pi/3-phi)*exp(t00/tau)/(1-exp(-T/(6*tau)));
Imoyen_tri=6/T*(AA2*tau*exp(-t00/tau)*(1-exp(-T/(6*tau)))+(sqrt(6)*Er)/(sqrt(3)*Z*w)*
        cos(w*t00-phi-pi/3)-T*(Ub+2*Vd)/(9*(Rs+Rd)));
Ireactif_tri=-4*(Ub+2*Vd)/(w*T*(Rs+Rd))*(sin(w*t00+pi/3)-sin(w*t00))-(sqrt(6)*Er)/
        (sqrt(3)*Z)*sin(phi)+2*sqrt(3)*tau/(T*(1+pow(w*tau,2)))*((AA2+2*AA3-sqrt(3)*AA2*w*tau)*
        (exp(-t00/tau)*sin(t00*w)-exp(-t00bis/tau)*sin(t00bis*w))+(AA2*w*tau+2*AA3*w*tau+
        sqrt(3)*AA2)*(exp(-t00/tau)*cos(t00*w)-exp(-t00bis/tau)*cos(t00bis*w)));
Iactif_tri=2*(sqrt(6)*Er)*sqrt(3)*cos(phi)/(Z*T*3*w)*pi+4*(Ub+2*Vd)/(w*T*(Rs+Rd))*
        (cos(w*t00+pi/3)-cos(w*t00))+2*tau/(T*(1+pow(w*tau,2)))*((2*sqrt(3)*AA3*w*tau+
        sqrt(3)*AA2*w*tau+3*AA2)*(exp(-t00/tau)*sin(t00*w)-exp(-t00bis/tau)*sin(t00bis*w))+
        (-2*sqrt(3)*AA3-sqrt(3)*AA2+3*AA2*w*tau)*(exp(-t00/tau)*cos(t00*w)-
        exp(-t00bis/tau)*cos(t00bis*w)));

/*  Détermination des coefficients de pondération */
k1=(0.5+atan(10000*f*(t0-t1))/pi)*(0.5-atan(10000*(Ub+2*Vd-(sqrt(6)*Er))/(sqrt(6)*Er))/pi);
k2=(0.5+atan(10000*f*(t1-t0))/pi)*(0.5+atan(10000*f*(t111-t000bis))/pi)*
        (0.5-atan(10000*(Ub+2*Vd-(sqrt(6)*Er))/(sqrt(6)*Er))/pi);

/* Calcul des grandeurs de sortie du modèle du redresseur */
Imoyen=k1*Imoyen_tri+k2*Imoyen_mixte;
Iactif=k1*Iactif_tri+k2*Iactif_mixte;
Ireactif=k1*Ireactif_tri+k2*Ireactif_mixte;
```

```
       /* ------------------------------------
            Calculs utiles au dimensionnement
          ------------------------------------ */

/* Calcul de la puissance fournie */
P_electrique=Imoyen*Ub;

/* Calcul des inductions */
B_noyau=abs(psi1)/S_noyau;
B_plateau=abs(psi1)/S_plateau;
B_coude=abs(psi3+psi9)/S_coude;
B_griffe=abs(psi3+psi5+psi9)/S_griffe;
B_entrefer=abs(psi5+psi7)/S_entrefer;
B_dents=abs(psi7)/S_dents;
B_culasse=abs(psi7)/(2*S_culasse);

/* Calcul du coefficient de foisonnement de la bobine d'excitation */
foisonnement_bob_rotor=S_fil_rotor*Nex/(ln*h_plateau);

/* Calcul du coefficient de remplissage d'encoche */
l_encoche_pied=2*pi*(R_int_stator+h_pied)/N_encoches-largeur_dent;
l_encoche_semelle=2*pi*(R_int_stator+h_semelle)/N_encoches-(pas_dentaire-ouv_encoche);
S_encoche=(l_encoche_pied+l_fond_encoche)*
       (hd-h_pied)/2+(l_encoche_pied+l_encoche_semelle)*(h_pied-h_semelle)/2;
remplissage_encoche=N_cond_par_encoche*fils_en_parallèle*S_fil_stator/S_encoche;

/* Calcul des densités de courant */
delta_rotor=Iex/S_fil_rotor;
delta_stator=Is/(fils_en_parallèle*S_fil_stator);

       /* ----------------------
            Calculs des masses
          ---------------------- */

/* masses de cuivre */
M_cu_rotor=M_v_cu*L_fil_rotor*S_fil_rotor;
M_cu_stator=M_v_cu*N_phases*fils_en_parallèle*(L_fil_stator_tb+N_spires_par_phase*2*lstator)*
       S_fil_stator;

/* volumes des zones de fer */
V_noyau=pi*(pow(Rn,2)-pow(Ra,2))*(ln+2*ep);
V_plateau=pi*(pow(Rn+h_plateau,2)-pow(Rn,2))*ep;
V_coude=3*ep*l_base_griffe*h_base_griffe/4;
V_griffe=(l_base_griffe+l_bout_griffe)*ln*(h_bec+h_base_bec/2)/2;
V_dent=lstator*(largeur_dent*(hd-h_pied)+(h_pied-h_semelle)*(pas_dentaire-
       ouv_encoche+largeur_dent)/2+h_semelle*(pas_dentaire-ouv_encoche));
V_culasse=pi*(pow(R_ext_stator,2)-pow(R_ext_stator-h_culasse,2))*lstator;

/* masses de fer */
M_fer_rotor=M_v_fer*(V_noyau+2*V_plateau+2*p*(V_coude+V_griffe));
M_fer_dents=M_v_fer*N_encoches*V_dent;
M_fer_culasse=M_v_fer*V_culasse;
M_fer_stator=M_fer_dents+M_fer_culasse;

/* masse totale de l'alternateur */
masse=M_fer_stator+M_fer_rotor+M_cu_stator+M_cu_rotor+M_sup;

       /* ------------------------------------
            Modèles des pertes et rendement
          ------------------------------------ */

/* Pertes joules au stator */
P_j_s=3*Rs*pow(Is,2);

/* Pertes dans le redresseur */
P_red=6*Is*(sqrt(2)*Vd/pi+Rd*Is/2);

/* Pertes de l'excitation */
P_ex=Ub*Iex;

/* Pertes fer dans le stator */
P_fer_dents=(k_hyst*w/(2*pi)*pow(B_dents,steinmetz)+4*3*Nepp/pow(pi,2)*k_eddy*pow(w/(2*pi),2)*
       pow(B_dents,2))*M_fer_dents;
P_fer_culasse=(k_hyst*w/(2*pi)*pow(B_culasse,steinmetz)+k_eddy*pow(w/(2*pi),2)*
       pow(B_culasse,2))*M_fer_culasse;
P_fer_stator=P_fer_dents+P_fer_culasse;
```

```
/* Pertes fer dans le rotor */
mu_r_surface_griffe=B_entrefer/(mu0*Hr(B_entrefer));
Ks=sqrt(pow(10,7)/(mu_r_surface_griffe*rho_fer_griffe))/(32*pi);
P_fer_enc_rotor=correction_pertes*surface_griffes*Ks*pow(Kc-1,2)*pow(B_entrefer,2)*
       pow(pi*N*R_ext_rotor/30,3/2)*pow(ouv_encoche,-1/2)*pas_dentaire;
P_fer_harm_rotor=correction_pertes*surface_griffes*Ks*74/1225*pow(3*mu0*N_cond_par_encoche*Is*
       sqrt(2)/(pi*entrefer),2)*pow(pi*N*R_ext_rotor/30,3/2)*pow(pas_dentaire,1/2);

/* Pertes mécaniques et aérauliques */
P_meca=K_meca*N/2000;
P_aero=K_aero*pow(N/2000,3);

/* Puissance absorbée et rendement */
P_absorbee=P_electrique+P_j_s+P_red+P_ex+P_fer_stator+P_fer_enc_rotor+P_fer_harm_rotor+
       P_meca+P_aero;
rendement=100*P_electrique/P_absorbee;
```

2 - Les résultats numériques des optimisations

Les différentes optimisations présentées dans le mémoire sont :

Optimisation 1 : optimisation sur un point de fonctionnement à vitesse moyenne.
Optimisation 2 : optimisation sur un point de fonctionnement à vitesse basse.
Optimisation 3 : optimisation sur trois points de fonctionnement, maximisation du rendement.
Optimisation 4 : optimisation sur trois points de fonctionnement, minimisation de la masse.
Optimisation 5 : optimisation sur trois points de fonctionnement avec un encombrement illimité, maximisation du rendement à masse initiale constante.
Optimisation 6 : optimisation sur trois points de fonctionnement avec une technologie de bobinage en épingles, maximisation du rendement à masse initiale constante.

Le tableau suivant présente les résultats sur les paramètres d'entrées variables pour les différentes optimisations. Les résultats en gras représentent les paramètres qui sont arrivés en butées (lié aux cahiers des charges).

Paramètres	Alternateur initial	Optimisation 1	Optimisation 2	Optimisation 3	Optimisation 4	Optimisation 5	Optimisation 6
ep	0.0122	**0.013**	**0.013**	**0.013**	0.008119182671434317	0.01031333110415257	0.011466230226436303
h_bec	0.0025	**0.0010**	**0.0010**	**0.0010**	**0.0010**	**0.0010**	**0.0010**
h_plateau	0.0117	0.007625089112961111	0.0075767791853706586	0.008456372039381179	0.01846706608025693	0.01493112539519001	0.011987313548272902
hd	0.0105	0.014023127575516398	0.013947102878394093	0.013624108113255772	0.011863212756212174	0.017064155563017366	0.012399913704124195
l_base_griffe	0.0283	0.040373093497804956	0.04371851469478509	0.038807941477969385	0.03711337699655923	0.037940447893340515	0.03756147447646414
l_bout_griffe	0.0065	**0.0030**	**0.0030**	**0.0030**	**0.0030**	**0.0030**	**0.0030**
largeur_dent	0.0034	0.0036267078738691817	0.003125709323408816	0.003004416372027058	0.003350044045846467	0.0039192450960623	0.003329703847996122
ln	0.03245	0.033	0.033	0.033	0.021192240837296802	0.022669455100985107	0.027309377885925856
lstator	0.03305	**0.034**	**0.034**	**0.034**	0.022192240837296803	0.023669455100985108	0.02830937788592585
N_cond_par_encoche	8.0	3.049720299332185	6.957036642432295	7.070790773678946	9.58617898941488	7.9257274701904805	7.911709017140998
Nex	370.0	551.348597220852	545.85939459614	377.92370419353614	376.4057223794452	363.1521803711054	376.77509906498494
ouv_encoche	0.0028	**0.0028**	**0.0028**	**0.0028**	0.0034531232874130944	**0.0028**	**0.0028**
R_ext_rotor	0.05265	0.045807855083607636	0.049359976996290626	0.05018433809198814	0.051629391938382826	0.053262245191935634	0.050748738337925904
R_ext_stator	0.06775	**0.068**	**0.068**	**0.068**	**0.068**	0.0758062541489237	**0.068**
R_int_stator	0.053	0.04628579616277639	0.049609976996290626	0.050563823093830625	0.05187939193838282	0.053640475713894624	0.05121268370019367
Rn	0.02965	0.02680345562581893	0.030403887466092384	0.030348655707779372	0.0254827513523052	0.02851772147742341	0.02868859302664603
S_fil_rotor	7.4E-7	3.1947040293066333E-7	3.206386130105086E-7	5.168826192665617E-7	7.278076343252928E-7	6.524436490686531E-7	6.082043463974216E-7
S_fil_stator	1.54E-6	4.89457940909408E-6	2.52519323944281O7E-6	2.512759609724979E-6	1.5355827536369495E-6	2.8286737770199465E-6	6.774288179487711E-6

Le tableau suivant présente les paramètres de sortie les plus pertinents pour les optimisations 1 et 2.

Paramètres	Désignations	Valeurs initiales Optimisation 1	Valeurs finales Optimisation 1	Valeurs initiales Optimisation 2	Valeurs finales Optimisation 2
B_coude	Induction dans le coude (T)	1.0471007356774604	0.9188701931468802	1.55863797717662	1.1163043328229951
B_culasse	Induction dans la culasse (T)	0.7953240188662444	0.5477819212882851	1.5288658894722769	1.474147811476639
B_dents	Induction dans les dents (T)	0.988085177223475	0.8343619246654402	1.8994141853072812	1.5009410348629761
B_entrefer	Induction dans l'entrefer (T)	0.5135985825723578	0.5654568541822464	0.9831276874279954	0.7943574555163448
B_griffe	Induction dans la griffe (T)	1.1207958347665647	1.0412323081842128	1.6585295287532433	1.2680986039548976
B_noyau	Induction dans le noyau (T)	0.8649316640324373	1.4372228554405675	1.299086684811011	1.4319043467871826
B_plateau	Induction dans le plateau (T)	0.8105127774735784	1.168100796822444	1.2173520763203647	1.3740433258257208
delta_rotor	Densité de courant de l'excitation (A/m^2)	5770153.55990964	4489962.589553015	5770153.55990964	4060772.2735628835
delta_stator	Densité de courant du stator (A/m^2)	2.3100449877753E7	7.51072121971703E6	7.8833856400364E6	4.81061746486421E6
Imoyen	Courant moyen en sortie du redresseur (A)	166.17540462987554	**166.0000000000017**	54.4673525722086	**54.399999999999885**
masse	Masse active (Kg)	4.2811711721277455	4.473519021370582	4.2811711721277455	4.664608138493012
P_ex	Pertes de l'excitation (W)	59.77879088066387	20.08174220679349	59.77879088066387	18.228565453654255
P_fer_enc_rotor	Pertes fer au rotor à vides (W)	5.832296197459223	6.288495281314911	2.458615595517587	2.956158821550547
P_fer_harm_rotor	Pertes fer au rotor dues aux harmoniques d'espace (W)	320.4378452258751	25.140881191753092	4.293458900750381	7.665758269998772
P_fer_stator	Pertes fer au stator (W)	114.7882079466803	108.92995135036679	35.26890333424102	31.066592643176186
P_j_s	Pertes Joules au stator (W)	967.6743733246684	132.3506520457716	111.70062359973058	59.43167008918955
P_red	Pertes dans le redresseur (W)	677.902355022705	715.2920957972875	135.0692341788978	135.18083784594063
rendement	Rendement (%)	50.869986230389685	67.70475146060306	67.76462868430691	73.92031234196193

Le tableau suivant présente les paramètres de sortie les plus pertinents pour les optimisations 3,4,5 et 6.

Les paramètres « xxx_1 », « xxx_2 » et « xxx_3 » représentent respectivement les paramètres calculés pour les points de fonctionnement 1, 2 et 3 de la figure III-23

Paramètres	Valeurs initiales	Optimisation 3	Optimisation 4	Optimisation 5	Optimisation 6
delta_rotor_1	5770153.55990964	**5800000.000049779**	**5800000.000003096**	**5800000.000000088**	**5800000.00025959**
delta_rotor_2	5770153.55990964	**5800000.000049779**	**5800000.000003096**	**5800000.000000088**	**5800000.00025959**
delta_rotor_3	3011430.613202137	3146555.7757022846	2982280.625827994	3134986.3790548835	3158067.4635207476
delta_stator_1	1.7563295862691E7	1.08373161859346E7	1.7576354474029E7	9.61765716554931E6	8.0418002018462E6
delta_stator_2	2.3100452745801E7	1.41777103872489E7	**2.31517457944351E7**	1.25915282820811E7	1.05189393588782E7
delta_stator_3	1.1602555473192E7	7.16325037507276E6	1.16245909356387E7	6.3580817340065E6	5.32093364652241E6
masse	4.2811711721277455	4.572158355347818	3.145499084465207	**4.2799999999883**	**4.280000000170046**
P_ex_1	59.77879088066387	41.97086868480503	59.097979907245325	52.97842430437544	49.386192929681
P_ex_2	59.77879088066387	41.97086868480503	59.097979907245325	52.97842430437544	49.386192929681
P_ex_3	31.198421152774138	22.769599874186547	30.38737250049237	28.635627341035285	26.89050500541439
P_fer_enc_rotor_1	2.843706049067735	2.3194959623951865	6.051666653301144	2.1789328130957486	1.6591918786506408
P_fer_enc_rotor_2	5.832298890140483	3.816462707002936	14.575248587816908	3.6809185522625776	2.733344486976804
P_fer_enc_rotor_3	2.0297672405110534	1.525714211153778	4.85589447616806	1.4736740023488624	1.1291471277090583
P_fer_harm_rotor_1	32.68099734110192	24.998047465111448	66.09079970310201	23.373994965009672	17.072019719526445
P_fer_harm_rotor_2	320.4379080170133	252.3878480959887	630.281526849431	232.07467158788228	171.80984356027355
P_fer_harm_rotor_3	89.34542323111486	69.93770865089051	176.7730477730706	64.33031422632317	47.571750553852475
P_fer_stator_1	43.51641877132664	43.448000973919406	32.800410861106045	45.07140146719529	35.07487643607679
P_fer_stator_2	114.78822392697197	89.13186404158387	104.33122611041969	96.5233391209241	71.98696679878489
P_fer_stator_3	44.938030461519645	41.537999912034664	37.97723950768949	44.25238947919901	34.54322778721414
P_j_s_1	554.6806985775522	307.0097805536073	571.0907934582503	275.2834086554074	201.2728302537147
P_j_s_2	967.674613608882	537.5032754564362	997.3683701338621	482.43563129719337	404.61775604406546
P_j_s_3	244.11567745658886	137.21107795621091	251.4452634222062	123.00837987790122	103.53250469124629
P_red_1	437.36138543865934	442.0346862531135	435.9057027681565	441.36423029183567	442.21705182157973
P_red_2	677.9024923594877	679.473015844223	677.1789367394476	679.2286117419833	679.597075963692
P_red_3	233.42278750420206	235.9433853947295	233.09010220034762	235.66339371567395	236.38981364132928
rendement_1	60.16783380378621	66.34260641903934	59.33568174968435	66.89255790140741	69.39243421924452
rendement_2	50.86998423653681	57.714769919493925	47.37302877353473	58.547800222235814	61.11259945934543
rendement_3	60.916884871300525	65.59811047914255	58.18773168765441	66.02907586910572	67.85306569388874

Annexe D : compléments sur l’alternateur A

SOMMAIRE – Annexe D

1 - PARAMETRES D'ENTREE DE L'ALTERNATEUR A 181
1.1 - Paramètres géométriques *181*
1.1.1 - Paramètres du rotor 181
1.1.2 - Paramètres du stator 181
1.2 - Paramètres des bobinages *182*
1.3 - Paramètres électriques *182*
1.4 - Paramètres des pertes *182*
2 - PARAMETRES DU SCHEMA EQUIVALENT DE L'ALTERNATEUR A 183
2.1 - Résistances *183*
2.2 - Inductances *183*
2.3 - Coefficient de Potier *183*
3 - SIMULATIONS DE CARTOGRAPHIES 184
3.1 - Cartographie du couple absorbé par l'alternateur A *184*
3.2 - Cartographie de l'induction dans l'entrefer de l'alternateur A *184*

1 - Paramètres d'entrée de l'alternateur A

1.1 - Paramètres géométriques

1.1.1 - Paramètres du rotor

Paramètres	Désignations	Valeurs
p	*Nombre de paires de pôles*	6
ln	*Longueur du noyau (1)*	32,45 mm
ep	*Epaisseur du plateau (2)*	12,2 mm
Rn	*Rayon extérieur du noyau (3)*	29,65 mm
h_plateau	*Hauteur du plateau (4)*	11,7 mm
h_bec	*Hauteur du bout de la griffe (5)*	2,5 mm
R_ext_rotor	*Rayon extérieur du rotor (6)*	52,65 mm
Ra	*Rayon de l'arbre (7)*	8,65 mm
l_base_griffe	*Largeur de la base d'une griffe (8)*	28,3 mm
l_bout_griffe	*Largeur du bout d'une griffe (9)*	6,5 mm
l_chanf	*Largeur du chanfrein*	1,5 mm
h_chanf	*Hauteur du chanfrein*	0,5 mm

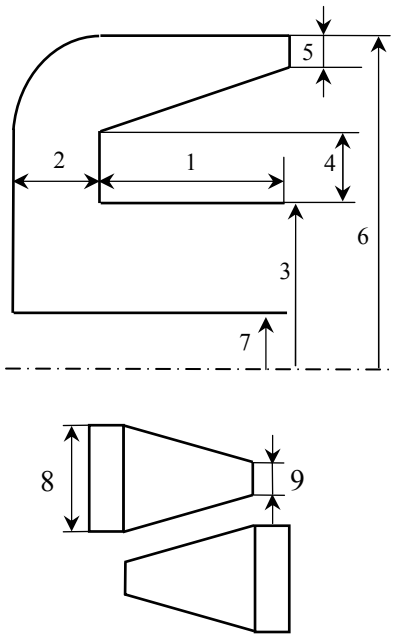


figure D-1 : Paramétrage de la géométrie du rotor

1.1.2 - Paramètres du stator

Paramètres	Désignations	Valeurs
ouv_encoche	*Ouverture d'encoche (1)*	2,8 mm
R_int_stator	*Rayon intérieur du stator (2)*	53 mm
R_ext_stator	*Rayon extérieur du stator (3)*	67,75 mm
hd	*Hauteur d'une dent (4)*	10,5 mm
largeur_dent	*Largeur d'une dent (5)*	3,4 mm
h_pied	*Hauteur du pied d'une dent (6)*	1,5 mm
h_semelle	*Hauteur de la semelle d'une dent (7)*	1 mm
lstator	*Largeur du paquet de tôles*	33,05 mm

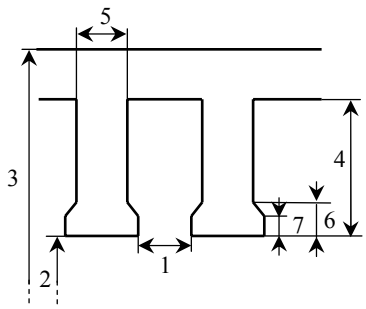


figure D-2 : Paramétrage de la géométrie du stator

1.2 - Paramètres des bobinages

Paramètres	Désignations	Valeurs
Nepp	*Nombre d'encoches par pôle et par phase*	1
N_cond_par_encoche	*Nombre de conducteurs par encoche*	8
S_fil_stator	*Section du fil des conducteurs du stator*	1,54 mm^2
Nex	*Nombre de spires de l'enroulement d'excitation*	370
S_fil_rotor	*Section du fil de l'enroulement d'excitation*	0,74 mm^2

1.3 - Paramètres électriques

Paramètres	Désignations	Valeurs
Vbb	*Chute de tension entre balais et bagues*	0,75 V
Vr	*Chute de tension aux bornes du régulateur*	0,8 V
Vd	*Chute de tension aux bornes d'une diode*	0,75 V
Rd	*Résistance d'une diode à l'état passant*	9,4 mΩ
delta	*Couplage des enroulements (= 0 si étoile, = 1 si triangle)*	1

1.4 - Paramètres des pertes

Paramètres	Désignations	Valeurs
K_meca	*Coefficient empirique des pertes mécaniques*	17,919
K_aero	*Coefficient empirique des pertes aérauliques*	1,73
k_hyst	*Coefficient empirique des pertes par hystérésis*	0,044
k_eddy	*Coefficient empirique des pertes par courants de Foucault*	$3,7\ 10^{-4}$
steinmetz	*Exposant de l'induction dans la formulation des pertes par hystérésis*	1,62
correction_pertes	*Coefficient de pondération des pertes fer au rotor*	0,61

2 - Paramètres du schéma équivalent de l'alternateur A

2.1 - Résistances

Les mesures des résistances ont été effectuées avec un ohmmètre à 4 points.

- Résistance des enroulements du stator entre phase : **31,3 mΩ** (température ambiante : 25°C).
- Résistance de l'enroulement d'excitation : **2,11 Ω** (température ambiante : 21°C)

2.2 - Inductances

Pour déterminer les diverses inductances de l'alternateur à griffes, nous simulons les flux magnétiques à l'aide du réseau de réluctances. Nous pouvons ainsi déterminer les inductances en régime **non saturé**. Toutes les valeurs présentées s'appliquent à un schéma équivalent par branche étoile équivalente.

Inductances et mutuelle en régime non saturé	**Valeurs**
Inductance de magnétisation dans l'axe d (L_{md0})	124,5 µH
Inductance de magnétisation dans l'axe q (L_{mq0})	98,6 µH
Inductance de fuites du stator (L_{fs})	31,2 µH
Inductance de magnétisation du rotor (L_{mR0})	533,4 mH
Inductance de fuites du rotor (L_{fR})	60,35 mH
Mutuelle rotor / stator (M_{SR0})	6,52 mH

2.3 - Coefficient de Potier

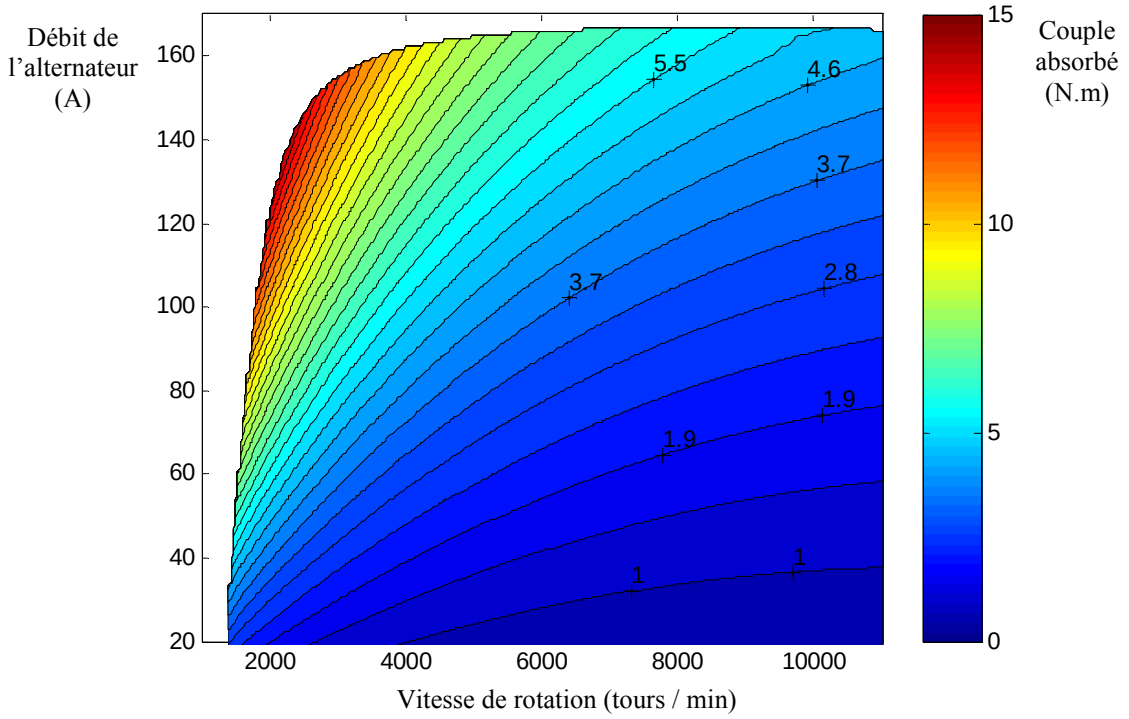
Le coefficient de Potier représente une équivalence entre le courant d'excitation et le courant de phase (qui est différent du courant traversant les bobinages si le couplage est en triangle).

Dans le cas où l'alternateur n'est pas saturé, on peut définir le coefficient de Potier par : $\alpha = \frac{L_{md0}}{M_{SR0}}$

Ce qui donne dans notre cas : $\alpha = 0{,}019$

3 - Simulations de cartographies

3.1 - Cartographie du couple absorbé par l'alternateur A



3.2 - Cartographie de l'induction dans l'entrefer de l'alternateur A

