



HAL
open science

Etude du comportement de composites stratifiés sous chargement statique et de fatigue

Juliette Payan

► **To cite this version:**

Juliette Payan. Etude du comportement de composites stratifiés sous chargement statique et de fatigue. Mécanique [physics.med-ph]. Université de la Méditerranée - Aix-Marseille II, 2004. Français. NNT: . tel-00005514

HAL Id: tel-00005514

<https://theses.hal.science/tel-00005514>

Submitted on 13 Apr 2004

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE DE LA MEDITERRANEE
AIX-MARSEILLE II
LABORATOIRE DE MECANIQUE ET D'ACOUSTIQUE

THESE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE AIX-MARSEILLE II

Discipline : MECANIQUE
Option : MECANIQUE DU SOLIDE

Présentée et soutenue publiquement par

Juliette PAYAN (née GILLET)

le 16 janvier 2004

**ETUDE DU COMPORTEMENT DE COMPOSITES
STRATIFIES SOUS CHARGEMENT STATIQUE ET
DE FATIGUE**

JURY

LAFARIE-FRENOT Marie-Christine	ENSMA Poitiers	(rapporteur)
RENARD Jacques	ENSMP Paris	(rapporteur)
BANSEMIR Horst	Eurocopter Munich	(examineur)
DESOYER Thierry	LMA Marseille	(examineur)
HOCHARD Christian	LMA Marseille	(examineur)
LADEVEZE Pierre	LMT Cachan	(examineur)

Remerciements

Je voudrais remercier tous les membres du jury pour l'intérêt qu'ils ont accordé à ce travail: en premier lieu Me Lafarie-Frenot et M Renard qui ont accepté d'être à la fois rapporteurs du manuscrit et membres du jury, puis M Ladevèze qui en a assuré la présidence, enfin, M Bansémir et M Désoyer pour leur active participation.

Ensuite, pour ce qui a trait au long déroulement de la thèse, je ne peux pas manquer de remercier en premier lieu Christian Hochard, mon directeur de thèse, qui a initié et remotivé à plusieurs reprises l'étude; il a été particulièrement précieux sur l'aspect "stratégie de modélisation". Puis, je salue Frédéric Mazerolle pour sa précieuse collaboration sur l'aspect expérimental et Cyril Bordreuil pour son apport non moins précieux sur l'aspect simulation. Je témoigne aussi de ma gratitude envers Daniel Dufresne, mon directeur d'UFR, qui m'a fortement incitée à me lancer dans cette thèse.

De manière plus "diffuse", je tiens à remercier tous mes collègues de l'OR Composites, ceux de l'équipe MESH et ceux d'UNIMECA qui m'ont aidée et soutenue au cours de ces 5 ans: Christophe, Olivier, Jean-Paul, Gérard, Norbert, Noël, Jean-Paul, Hervé, Annie, José, Sylvain, Claude et les autres.

Enfin je fais un p'tit clin d'œil à ma famille proche et élargie qui m'a suivie et encouragée: Lionel (merci pour la petite machine d'essais), Guillaume, Eloïse, Jeannine, Florence, Nathalie (merci à toutes les deux pour m'avoir coacher le jour J), Nicolas, Jean-Michel, Annie, Christine, Cédric pour ne citer que ceux qui étaient venu m'écouter. Un clin d'œil a posteriori à l'Hubert à qui tout ça aurait plu.

Au bilan, ce travail par ses choix et méthodes s'avère plus collectif qu'individuel; c'est cela qui en constitue à mes yeux le gain essentiel et c'est cela qui me paraît la qualité fondamentale de notre petit monde de la recherche.

Introduction:

Depuis les années 60, on a assisté à une "envolée technologique" du monde aéronautique et spatial qui a été conditionnée par la mise au point de structures optimisées constituées de matériaux spécifiquement résistants.

Les fibres de carbone ont été sélectionnées grâce à leurs très bonnes caractéristiques spécifiques (résistance et rigidité). Elles ont été alliées à une matrice résineuse (époxy ou polyester) qui permet une mise en forme aisée. On a ainsi obtenu un **matériau composite** qui possède des caractéristiques duales ; les constituants résine et fibre ont des propriétés mécaniques quasiment aux extrêmes de la palette des matériaux. Le composite sous forme de plis arrangés en fonction des directions de chargement constitue un composite **stratifié**: l'orientation judicieuse des plis permet par exemple de faire correspondre les axes de charge et les axes de rigidité ou de résistance de la structure c'est-à-dire d'optimiser. Actuellement, ce matériau ne peut plus être qualifié de « nouveau » ; d'ailleurs son champ d'application s'est largement ouvert vers des domaines plus « populaires » : sports (tennis, cyclisme, ski), industries automobile ferroviaire nautique, génie civil, biomécanique.... d'une part grâce à la diminution des coûts et d'autre part grâce au retour d'expérience réalisé ces dernières décennies.

Le problème résiduel lié à ce matériau « optimal » est devenu la prédiction de son comportement à la fois complexe et multiple (lié à l'hétérogénéité et l'anisotropie): la compréhension des phénomènes physiques et leur prise en compte dans des modèles ne sont pas encore aussi abouties que pour les matériaux métalliques. Du fait de la grande complexité des problèmes, on peut être satisfait des progrès déjà réalisés concernant le comportement mécanique sous chargement statique ; mais là où la marge de progression reste importante, c'est en dehors de ce domaine : en particulier le domaine des chargements mécaniques de **fatigue**.

Pour le moment et en l'absence de modèle « industrialisable », la démarche habituelle consiste à sur-dimensionner les structures, ce qui fait perdre de l'intérêt à l'utilisation des composites. Un gain en modélisation doit permettre une conception optimisée : un gain en masse, en coût et en fiabilité.

La difficulté en modélisation concerne principalement la prévision de la résistance de structures constituées de ce type de matériaux. En effet, les mécanismes d'endommagement et de rupture sont nombreux, interviennent à des échelles différentes et sont généralement couplés. Dans le cas d'un stratifié constitué de plis unidirectionnels, les

premières fissures de la taille de quelques fibres et parallèles à la direction des fibres peuvent apparaître très tôt. Ces fissures de petites dimensions sont réparties de manière homogène à l'échelle des plis et l'évolution de cet endommagement dit "diffus" peut être décrit à l'aide de modèles continus [LAD1]. A la suite de cette première phase d'endommagement apparaissent des fissures de tailles plus importantes telles que des ruptures de plis, parallèles et perpendiculaires à la direction des fibres. Ces fissures vont généralement apparaître aux niveaux des bords où existent des sur-contraintes et vont se propager très rapidement à l'intérieur du stratifié sur des longueurs importantes. Ces fissures sont quelquefois à l'origine de délaminages qui peuvent également apparaître sur les bords où les contraintes hors plan sont importantes. Notons que ces fissures peuvent apparaître très tôt, particulièrement les ruptures transverses, et bien avant la rupture complète du stratifié [HEN]. Pour une certaine classe de stratifiés et sous certaines conditions de chargement ($[0^\circ, 90^\circ]_{ns}$ en traction par exemple), si ces "méso-endommagements" restent de petites tailles (épaisseur d'un pli, faible dimension dans le plan) et répartis de manière homogène dans le stratifié, il est possible de les modéliser à l'aide de modèles continus [THI4]. Par contre, s'ils sont de tailles plus importantes et localisés, il est nécessaire de les décrire, à l'aide de modèles éléments finis par exemple, pour prévoir leurs évolutions et la rupture du stratifié. Puisqu'il s'agit de propagations de fissures associées à des contraintes dans le plan et hors plan, des modélisations 3D qui intègrent les comportements non linéaires sont généralement nécessaires. L'utilisation de ce type de modélisation pour des structures industrielles reste encore très délicate.

Dans des situations industrielles particulières, pour des structures dites "critiques" où la sécurité joue un rôle prépondérant, il est absolument nécessaire d'éviter l'apparition d'une rupture de pli. Particulièrement pour des chargements de fatigue, l'apparition de cette première fissure conduira inévitablement à la ruine de la structure. Dans la direction des fibres, l'évolution de la rupture des fibres est très brutale et un critère en contrainte par exemple peut être suffisant pour le dimensionnement. Suivant la direction transverse, l'apparition de la première rupture est précédée d'une phase d'endommagement diffus qui existe dès la fabrication et qui peut être longue, particulièrement pour des chargements de fatigue. La prévision de l'évolution de cet endommagement diffus jusqu'à la première rupture nécessite une modélisation 3D pour des structures avec bords où les contraintes sont tridimensionnelles. Dans le cas de stratifiés peu sensibles aux effets de bords ou avec des bords renforcés, un modèle 2D en contraintes planes est suffisant.

L'objectif de ce travail de thèse est de prévoir la rupture du premier pli dans le cas de stratifiés constitués de plis unidirectionnels sous chargement statique et de fatigue pour des structures peu sensibles aux effets de bord. Les structures concernées peuvent être par exemple des tubes renforcés aux extrémités : arbres de transmission (arbre rotor arrière sur hélicoptère), centrifugeuses à haute vitesse de rotation (enrichissement uranium). Ces tubes sont soumis à des niveaux d'efforts statiques très importants (couple, force centrifuge) et peuvent être sollicités en fatigue (balourd, passage des modes pour les arbres super-

critiques). Dans ce cadre très restrictif et plus simple puisqu'il ne nécessite pas la description de macro-fissures, un calcul en contraintes planes est suffisant. Le modèle présenté est un modèle "unifié" qui utilise les mêmes variables pour décrire le comportement sous chargement statique et de fatigue. Il est basé sur la mécanique de l'endommagement déjà décrit par P. Ladevèze pour des chargements statiques et étendue ici à des chargements de fatigue. Des lois d'écrouissage cinématique sont introduites pour décrire l'évolution des déformations anélastiques observées pour des chargements de cisaillement en statique et fatigue. Ces évolutions ont été mises en évidence par des chargements de traction-compression sur stratifiés $[+45,-45]_{ns}$ à l'aide d'un essai de flexion 4 points sur sandwich dissymétrique. Des essais de traction dans le sens des fibres, en traction transverse et sur des stratifiés $[+45,-45]_{ns}$ pour le comportement en cisaillement ont été réalisés pour définir des lois de comportement sous chargement statique et de fatigue. Le comportement en cisaillement sous chargement de fatigue a été particulièrement étudié.

Inscrit dans une approche locale dite 'matériau' (voir annexe 1), le travail entrepris vise l'objectif de mieux maîtriser le comportement en fatigue des matériaux composites.

Le domaine d'étude a été cadré autour deux concepts-clés:

- un **méso-modèle unifié** statique/fatigue basé sur la mécanique de l'endommagement
- un critère d'**arrêt à la première rupture transverse** constituant une approche sécuritive

Le manuscrit est articulé en trois chapitres :

- une **mise en situation** où les phénomènes physiques sont décrits puis où notre démarche est présentée parmi les autres
- la modélisation sous **chargement statique** où le comportement orthotrope du pli est décrit puis identifié
- la modélisation sous **chargement de fatigue** où le modèle de fatigue est mis en place et identifié dans le cas du cisaillement et où les débouchés de l'étude sont ébauchés

Table des matières

Introduction:	3
Chapitre 1	10
1.1] <i>Les composites</i>	12
1.1.1) Facteurs de complexité d'appréhension des composites	12
1.1.2) Approche ingénieur : Théorie des stratifiés.....	15
1.1.3) Critère de rupture	16
1.2] <i>Les phénomènes physiques de dégradation</i>	17
1.2.1) Inventaire des défauts	17
1.2.2) La sollicitation de fatigue	19
1.2.3) Notion d'endommagement	20
1.2.4) Notions de durabilité et de résistance résiduelle.....	21
1.2.5) Dégradation des plis orientés ou non dans l'axe de charge	23
1.3] <i>Les différentes modélisations de la fatigue des composites</i>	28
1.3.1) Approche critère de fatigue	29
1.3.2) Approche phénoménologique : résistance ou rigidité résiduelle	30
1.3.3) Modèles de fatigue basés sur l'accumulation du dommage	31
1.4] <i>Modélisation jusqu'à rupture du premier pli</i>	35
<i>Conclusion du chapitre 1</i>	37
Chapitre 2	38
2.1] <i>Fondements de l'étude</i>	40
2.1.1) Domaine de validité	40
2.1.2) Définition des variables d'endommagement.....	42
2.1.3) Loi d'évolution thermodynamique.....	44
2.1.4) Loi d'évolution de l'endommagement en statique.....	45
2.1.5) Modèle de plasticité à écrouissage isotrope.....	47
2.2] <i>Identification du modèle et apport sur la loi d'écrouissage</i>	49
2.2.1) Notion d'essai matériau ou d'essai structure	49
2.2.2) Présentation des essais statiques	52
2.2.3) Identification du comportement en traction sens fibres	53
2.2.4) Identification du comportement en traction transverse	55
2.2.5) Identification du comportement en cisaillement.....	63
2.2.6) Observations du comportement lors d'essais alternés.....	66

2.2.7) Discussion sur le modèle bi-dimensionnel	73
<i>Conclusion du chapitre 2</i>	74
Chapitre 3	75
3.1] <i>Domaine d'étude et fondements</i>	77
3.1.1) Hypothèses précédentes.....	77
3.1.2) Nouvelles hypothèses	77
3.2] <i>Etablissement de la loi générale</i>	78
3.2.1) Présentation de la loi d'évolution de l'endommagement en fatigue	79
3.2.2) Influence de la déformation maximale et de l'amplitude de déformation	80
3.3] <i>Comportement de fatigue en traction sens fibres</i>	84
3.4] <i>Caractérisation du comportement en fatigue en traction transverse</i>	86
3.5] <i>Comportement en cisaillement</i>	87
3.5.1) Phénomènes liés à la viscosité	87
3.5.2) Caractérisation de l'endommagement en fatigue en cisaillement :.....	90
premiers essais	90
3.4.3) Caractérisation du comportement en fatigue en cisaillement : seconds essais	
.....	92
3.5.4) Etude des déformations anélastiques en cisaillement	100
3.6] <i>Perspectives</i>	105
Conclusion	109
Références	111
Annexes	119

Liste des figures & tableaux

Figure 1: Images AFM.....	13
Figure 2 : Modes de chargement de membrane et de flexion	15
Figure 3: Modes d'endommagement et de rupture	18
Figure 4: Rupture sous chargement de fatigue.....	19
Figure 5 : Faciès de rupture en fatigue [PLU]	20
Figure 6 : Evolution de l'endommagement au cours des cycles.....	21
Figure 7 : Courbe de Wölher et résistance résiduelle	22
Figure 8 : Courbes de survie à déformation imposée	23
Figure 9 : Fissuration transverse [THI3]	25
Figure 10 : scénario d'évolution des défauts.....	26
Figure 11 : Inventaire des défauts sur plaque quasi-isotrope trouée proche de la rupture	27
Figure 12 Représentation des fissures [THI3].....	33
Figure 13: Schéma d'évolution des défauts	35
Figure 14: schéma de tube composite	36
Figure 15: Arbre de transmission de voiture en composite	36
Figure 16: Evolution statique des variables d'endommagement.....	46
Figure 17: Comparaison des courbes sigma epsilon pour les stratifiés A et B	50
Figure 18: Comparaison d'une éprouvette non sollicitée et d'une éprouvette sollicitée à 4% de déformation totale....	50
Figure 19: Eprouvettes A et B rompues	51
Figure 20: Eprouvette sandwich en flexion 4 points	52
Figure 21: Dispositif expérimental de fatigue en flexion 4points.....	53
Figure 22: Comportement en traction sens fibres.....	54
Figure 23: Géométrie de l'éprouvette.....	54
Figure 24: Contrainte/déformation issu d'un essai hors-axe [45]n	55
Figure 25: Comportement en traction transverse sur stratifié [90] ₄	56
Figure 26: Evolution de l'endommagement en traction transverse.....	56
Figure 27: Schéma de l'éprouvette hybride verre/carbone	57
Figure 28: Photographie de l'éprouvette hybride UD verre/ UD carbone rompue [FAT]	57
Figure 29: comportement en traction transverse du G947/M18	58
Figure 30: Evolution de l'endommagement en traction transverse sur essai hybride carbone/PEI.....	58
Figure 31: courbe sigma/epsilon sur hybride tissé verre/ UD carbone.	59
Figure 32: Comportement en traction sens chaîne d'un pli tissé verre	59
Figure 33: Identification du comportement transverse	60
Figure 34: Relation contrainte/déformation sur stratifié pour différents essais hors-axe [KAW2]	61
Figure 35: Modes de rupture par instabilité ou seuil de rupture fragile en fonction de l'orientation des fibres	62
Figure 36: Influence du type de liaison lors d'un essai hors-axe [MAR].....	62
Figure 37: Schéma d'une éprouvette d'essai Iosipescu [ODE]	63
Figure 38: Contrainte/déformation sur stratifié [10]n [CAI] (à g. repère stratifié à dr. repère du pli).....	63
Figure 39: Endommagement en fonction de la contrainte (modèle sans plasticité) [CAI]	64
Figure 40: Comportement en traction d'un stratifié [+/- 45]s	64
Figure 41: Identification de la loi d'évolution de l'endommagement en fonction de la force associée.....	65
Figure 42: Identification de la loi d'écroutissement isotrope	65
Figure 43: Comparaison modèle expérience pour le cisaillement monotone	66
Figure 44: Courbe expérimentale de traction compression sur stratifié [+/-45] _s	67
Figure 45: Identification avec écroutissement isotrope	68
Figure 46: Contrainte effective/déformation effective sous écroutissement isotrope	68
Figure 47: Identification avec écroutissement cinématique linéaire.....	69
Figure 48: Contrainte effective déformation effective sous écroutissement cinématique.....	69
Figure 49: Comparaison de l'expérience et des simulations isotrope et cinématique.....	70
Figure 50: Analogie rhéo-mécanique pour le comportement en cisaillement	71
Figure 51: Comparaison expérience/modèle rhéo-mécanique.....	71
Figure 52: Comparaison des relations contrainte/déformation sur stratifié[+/-45] _s en compression (à g.)et en traction (à dr.).....	72
Figure 53: Courbe de Wölher sur matériau HTA/6376 [+/-45]ns	79
Figure 54: Influence de la déformation maximale sur le paramètre k	81
Figure 55 : Existence d'un seuil sur le niveau maximal de déformation	82
Figure 56: Existence d'un seuil d'amplitude de déformation	82
Figure 57: Courbe sigma/epsilon à 80% de la charge ultime statique avant et après 1,3 millions de cycles.....	84

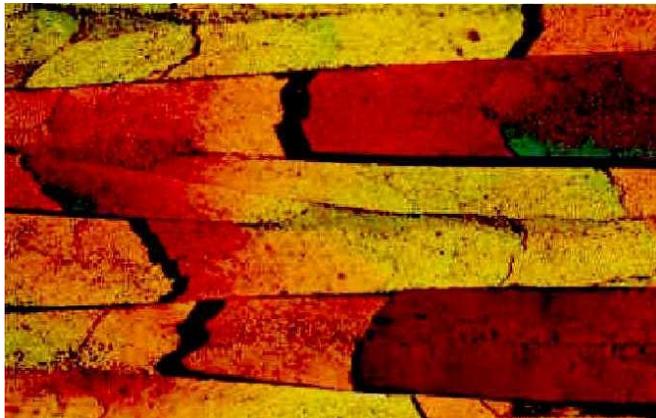
Figure 58: Photographie de l'éprouvette [0°] après chargement de fatigue	85
Figure 59: Evolution des contraintes et déformations à déplacement imposé	88
Figure 60: Evolution de la contrainte sur [+/-45]3s à 3% de déformation.....	88
Figure 61: Cyclage à niveaux de déformation imposés: entre 1,5 et 3%	89
Figure 62: Cyclage sur [+/-45]3s à contrainte imposée (entre 90 et 180 MPa)	90
Figure 63: Evolution de l'endommagement de cisaillement en fonction de N	91
Figure 64: Courbe SN à R=0,5.....	91
Figure 65: Machine d'essais MTS et son extensomètre.....	92
Figure 66: Comparaison des courbe sigma/epsilon en statique et en dynamique.....	93
Figure 67: Courbes sigma/epsilon à différents nombres de cycles pour chargement entre 0 et 110 MPa	94
Figure 68: Evolution de l'endommagement pour l'essai 10-120 MPa	96
Figure 69: Evolution de l'endommagement en fonction de la force associée.....	97
Figure 70 : Evolution de l'endommagement de cisaillement pour trois chargements de fatigue	98
Figure 71: Evolution de l'endommagement de cisaillement en fatigue à $\Delta\sigma=cst$	98
Figure 72: Courbe log-log des durées de vie simulées fonction des durées expérimentales	99
Figure 73: Corrélation entre endommagement et déformation anélastique pour les essais réalisés	100
Figure 74: Evolution de sigma/epsilon pour le chargement 10-120 MPa.....	101
Figure 75: Fatigue à deux niveaux 0-120 puis 20-120 MPa.....	103
Figure 76: Schéma de la plaque trouée	105
Figure 77: Comparaison expérience/simulation de la carte des déformations ϵ_{xx}	106
Figure 78: Comparaison simulation/expérience des courbes effort/déformation pour trois mesures	106
Figure 79: Epreuve tubulaire avec embouts métalliques.....	107
Figure 80: Machine de flexion rotative	107
Figure 81: Allure de la courbe de Wölher sur tissé à R=-1	108
Tableau 1: Liste des échelles caractéristiques pour les métaux	12
Tableau 2: Liste des échelles caractéristiques pour les composites stratifiés	13
Tableau 3: inventaire des lois développées au chapitre 1	37
Tableau 4: Récapitulatif des phénomènes pris ou non en compte	41
Tableau 5: Récapitulatif des essais sur le comportement transverse	60
Tableau 6: Liste des coefficients du modèle sous chargement statique.....	74
Tableau 7: Bilan des essais en traction transverse à déformation imposée.....	86
Tableau 8: Mesures de rigidité en statique ou en continu.....	94
Tableau 9: Comparaison des durées de vie expérimentales et simulées.....	99

Chapitre 1

Mise en situation

Dans ce chapitre, nous mettons en situation l'étude à partir d'une bibliographie centrée sur les mots clés : 'composites stratifiés' 'pli unidirectionnel' et 'chargement de fatigue'

- tout d'abord, les matériaux composites et les méthodes classiques de dimensionnement en statique sont présentées
- ensuite, les mécanismes de dégradation sous chargement statiques et de fatigue sont inventoriées
- puis, les différentes familles de modèles d'étude des composites en fatigue sont exposées
- enfin, l'approche adoptée pour cette étude est développée : le modèle de comportement construit est basé sur l'endommagement diffus et il a un domaine d'application limité.



(image site ONERA)

1.1] Les composites

Ex-« matériaux nouveaux», les composites sont actuellement bien maîtrisés pour des sollicitations statiques par la démarche dite « ingénieur »: théorie classique des stratifiés associée à un critère de rupture. Par contre cette approche simplifiée oblige à prendre des coefficients de sécurité importants ce qui est contraire à l'optimisation. Il existe des démarches plus fines et plus complexes type "recherche", qui permettent d'éviter les surdimensionnements.

Le domaine des chargements cycliques et de fatigue reste un domaine globalement ouvert qui est abordé sous de multiples angles et de multiples approches. Or la variété, le nombre, la durée et la sensibilité des essais (en bref le coût) nécessitent la mise au point de modèles fiables et adaptés aux contextes industriels.

Néanmoins, à cet instant, l'état des lieux reste positif puisque le retour d'expérience du comportement des composites en fatigue est bon. Il reste la difficulté d'appréhension théorique du fait de la multiple complexité de ce matériau.

1.1.1) Facteurs de complexité d'appréhension des composites

- 1) **Le nombre d'échelles caractéristiques** pour décrire entièrement les structures composites, est plus grand que celui d'un matériau homogène type métal: 6 contre 4. Le choix de la (ou les) échelles d'étude est un élément fondamental de tous les travaux sur composites.

Echelle	Constituants	Dimension	m
Nano	Atomes	Angstrom	10^{-10}
Micro	Grains	Quelques microns	10^{-6}
intermédiaire	Fictif VER	Dixième de mm	10^{-4}
Macro	Structure	Du dm au mètre	10^{-1}

Tableau 1: Liste des échelles caractéristiques pour les métaux

Echelle	Constituants	Dimension	m
Nano	Atomes	Angstrom	10^{-10}
Intermédiaire	Interphase F/M		10^{-8}
Micro	Fibre	Quelques microns	10^{-6}
Intermédiaire	Pli	0,15mm à 0,25mm	10^{-4}
Intermédiaire	Stratifié	Quelques mm	10^{-3}
Macro	Structure	Du dm au mètre	10^{-1}

Tableau 2: Liste des échelles caractéristiques pour les composites stratifiés

Les images (Figure 1) ont été réalisées sur un microscope à force atomique AFM sur matériau G827/914 [PAY2]. Les images du haut représente un balayage d'une surface de 50 microns par 50 microns et celles du bas une surface de 10µm par 10.

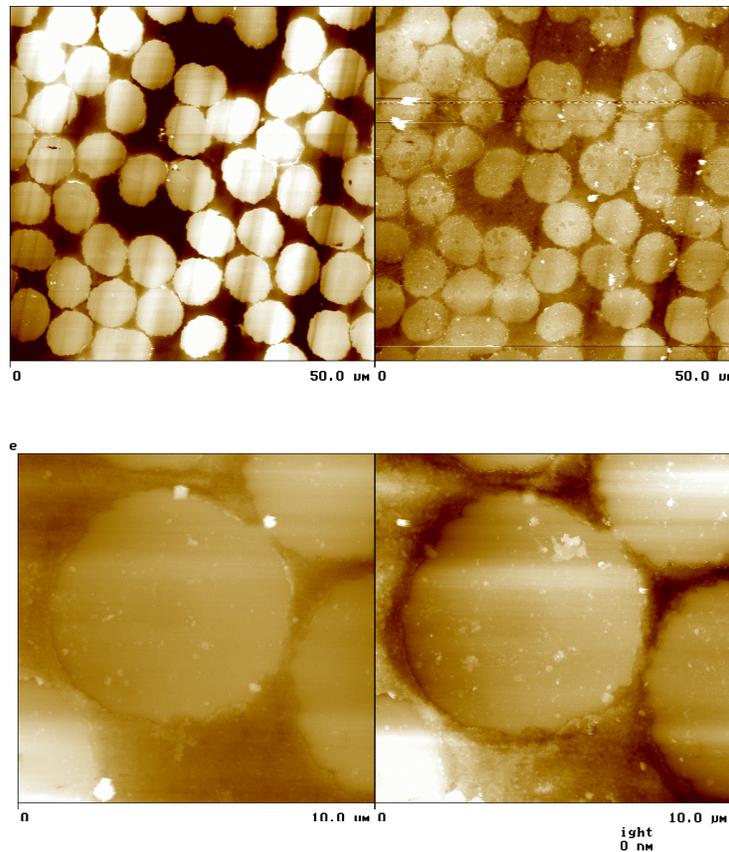


Figure 1: Images AFM

Les images de gauche sont de type topographique : l'échelle de couleur représente le niveau : plus la couleur est claire plus les points ont une cote élevée, plus les points sont foncés plus ils ont une cote basse : toutes les fibres sont proéminentes. Les images de droite (contraste de phase) représente la différence de raideur superficielle entre le carbone des fibres et la résine époxy.

Cette complexité de constitution induit une complexité encore plus patente des champs de contraintes et de déformations, ainsi que des mécanismes de dégradation par micro et/ou macro-défauts.

- 2) **La difficulté d'observation et de mesure** des phénomènes physiques de dégradation est due à leur diversité, la variété de leur échelle et dans certains cas leur petitesse. Dans le cas de l'imagerie (MEB ou AFM), la préparation des surfaces, la petitesse de l'échantillon et la difficulté de mise en place d'un système de mise sous charge qui permet d'ouvrir les fissures rendent délicates l'observation des dégradations. Par ailleurs, l'observation d'une surface libre ne donne pas d'information sur l'état du matériau à cœur. Néanmoins, les rayons X permettent l'observation de fissures ouvertes. Dans le cas du contrôle non destructif, (propagation d'ondes, suivi acoustique ou mesure d'impédance) les mesures sont très indirectes et l'on est obligé de construire un modèle inverse permettant de relier les quantités mesurées à celles recherchées.
- 3) La variabilité des éprouvettes au sein d'une plaque et d'une plaque à une autre; bref **la sensibilité du processus de fabrication** implique de réaliser un nombre suffisant d'essai par conditions données si l'on veut obtenir des résultats ayant une signification quantitative. Ceci est vrai sous sollicitation statique et a fortiori encore plus sous sollicitation de fatigue.
- 4) Corrélativement à l'expansion du champ d'application de ces matériaux, les **évolutions** réalisées dans leur maîtrise se sont aussi produits en amont dans leur **composition chimique** et dans leur **procédé d'obtention** (fibres très haute résistance, résine auto-extinguible, procédé RTM, ...). Les recherches menées assez souvent avec des partenaires industriels ont nécessairement suivi cette évolution à la fois bénéfique et obligeant un retour constant à la caractérisation.
- 5) La **complexité d'appréhension du chargement réel** sur structure composite constitue une difficulté supplémentaire; les chargements réels sont le plus souvent variables et multi-axiaux; or les essais de ce type sont aussi complexes de mise en oeuvre que d'identification.

1.1.2) Approche ingénieur : Théorie des stratifiés

A l'échelle mésoscopique, le composite stratifié est constitué par un empilement de pli. Le composite étant de faible épaisseur, l'hypothèse "contraintes planes" est légitime sauf près des bords. Le champ de déplacement vérifie pour la même raison les hypothèses de Kirchoff-Love. On considère un déplacement rigide des segments de droite orthogonal au plan moyen du stratifié :

$$\vec{U} = \vec{U}_o + \vec{\Omega}_o \wedge z \vec{e}_z$$

ce qui donne pour les déformations :

$$\underline{\underline{\epsilon}} = \begin{pmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{o,x} \\ v_{o,y} \\ u_{o,y} + v_{o,x} \end{pmatrix} + z \begin{pmatrix} -w_{o,xx} \\ -w_{o,yy} \\ -2w_{o,xy} \end{pmatrix}$$

Dans chaque pli la loi de comportement nous donne :

$$\underline{\underline{\sigma}}^i = \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} = \underline{\underline{Q}}^i : \underline{\underline{\epsilon}}^i = \underline{\underline{Q}}^i : (\underline{\underline{\epsilon}}_o + z \underline{\underline{K}})$$

On définit alors pour le stratifié les grandeurs homogénéisées en contrainte appelées efforts généralisés :

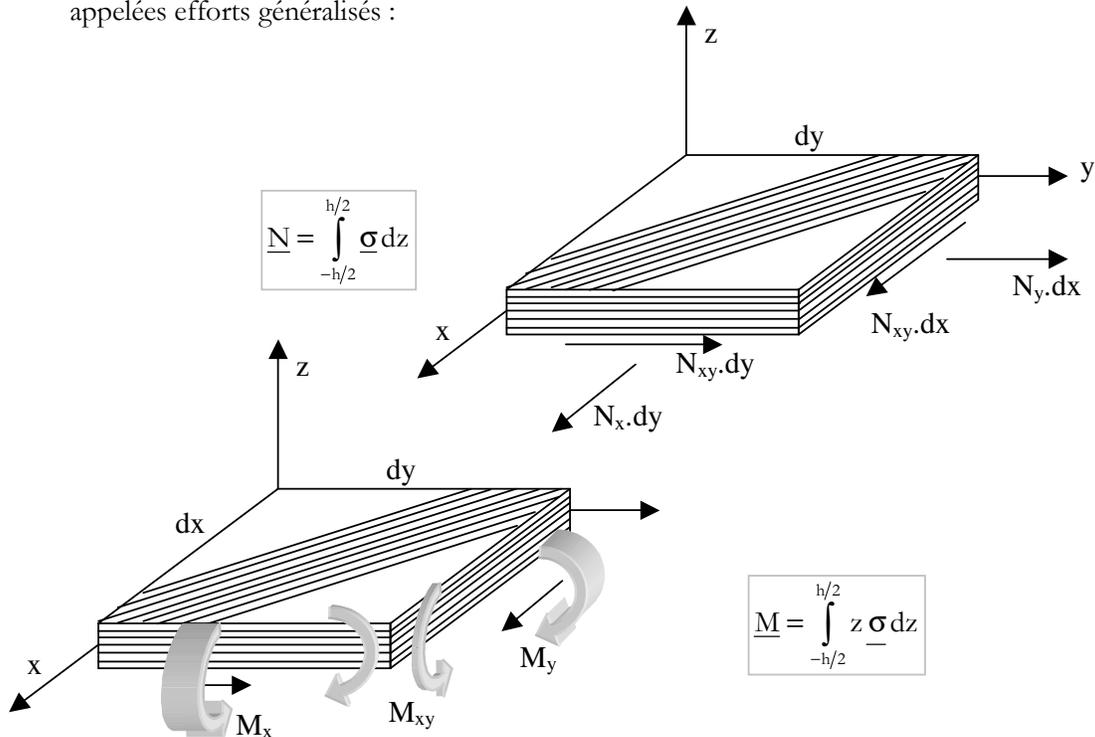


Figure 2 : Modes de chargement de membrane et de flexion

Par intégration de la loi précédente sur l'épaisseur du stratifié on obtient:

$$\begin{Bmatrix} \underline{N} \\ \underline{M} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{A}} & \underline{\underline{B}} \\ \underline{\underline{B}}^t & \underline{\underline{D}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \underline{\underline{\epsilon}}_o \\ \underline{\underline{K}} \end{Bmatrix}$$

Avec

$$\underline{\underline{A}} = \int_{-h/2}^{h/2} \underline{\underline{Q}} dz \quad \underline{\underline{B}} = \int_{-h/2}^{h/2} z \underline{\underline{Q}} dz \quad \underline{\underline{D}} = \int_{-h/2}^{h/2} z^2 \underline{\underline{Q}} dz$$

Le comportement du stratifié est entièrement défini par le calcul des trois tenseurs $\underline{\underline{A}}$, $\underline{\underline{B}}$ et $\underline{\underline{C}}$. On obtient donc l'état de contrainte et de déformation à partir des conditions aux limites sur le stratifié et de la loi de comportement ci-dessus. On peut en déduire alors les contraintes et les déformations dans chaque pli par calcul inverse. Il est aussi possible de remonter aux contraintes et déformations dans la matrice et les fibres grâce à des modèles d'homogénéisation et de localisation. Toutefois cette étape est peu utilisée en bureaux d'études car les modèles sont ou bien trop simplistes (type loi des mélanges) ou bien précis mais lourds à manipuler.

1.1.3) Critère de rupture

La façon la plus simple de modéliser le comportement jusqu'à rupture du stratifié est de considérer le comportement de chaque pli élastique fragile. La difficulté principale de la définition d'un critère est la prise en compte des couplages entre les différentes grandeurs. Pour les composites, il existe de nombreux critères ; parmi ceux-ci, on utilise souvent un critère quadratique basé sur le critère de Von Mises. Dans le cas où l'on tient compte des différences de résistance entre la traction et la compression, on peut utiliser un critère tel que par exemple le critère de Tsai-Wu [TSA] , qui s'exprime dans le repère d'orthotropie par :

$$F_{II}\sigma_1^2 + 2F_{It}\sigma_1\sigma_t + F_{tt}\sigma_t^2 + F_{cs}\tau_{tt}^2 + F_I\sigma_1 + F_t\sigma_t = 1$$

avec :

$$\left\{ \begin{array}{ll} F_I = \frac{1}{X} - \frac{1}{X'} & F_t = \frac{1}{Y} - \frac{1}{Y'} \\ F_{II} = \frac{1}{XX'} & F_{tt} = \frac{1}{YY'} \\ F_{It} = \frac{F_{It}^*}{\sqrt{XX'YY'}} & F_{cs} = \frac{1}{S^2} \end{array} \right.$$

et avec :

X la limite de rupture en traction longitudinale

X' la limite de rupture en compression longitudinale

Y la limite de rupture en traction transversale

Y' la limite de rupture en compression transversale

S la limite de rupture en cisaillement

F_{it}^* paramètre d'interaction (compris entre -1 et 1)

Le critère de rupture étant défini pour chaque pli, on détermine l'état de contrainte et de déformation par la méthode précédente. Lorsque le critère de rupture est atteint dans l'un des plis, on considère ce pli rompu. Il est possible de poursuivre le calcul au-delà de cette première rupture : les contraintes sont redistribuées sur les plis restants; analytiquement on réitère le calcul en considérant nulle la rigidité du pli rompu. Si aucun pli n'atteint le critère, parmi les plis non rompus, la méthode s'arrête. Si tous les plis ont atteint le critère de rupture, il y a rupture totale du stratifié. Ce critère est largement utilisé et diffusé ; il a par ailleurs subi des extensions au cas de la fatigue.

L'approche ingénieur (théorie des stratifiés et critère de rupture) est basée sur l'hypothèse d'un comportement élastique fragile et ne prend pas du tout en compte la physique des dégradations subies par le matériau.

1.2] Les phénomènes physiques de dégradation

Les dégradations au sein d'un composite stratifié sont supposées similaires [THI4] qu'elles soient provoquées par un chargement statique (monotone) ou par un chargement de fatigue (cyclique).

D'ailleurs, le premier quart de cycle d'un chargement de fatigue peut être considéré comme un chargement monotone.

1.2.1) Inventaire des défauts

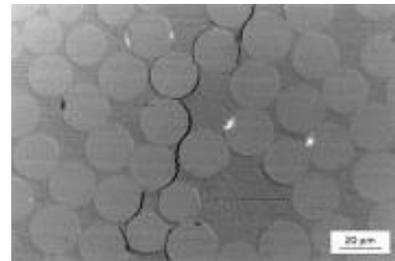
Si l'on inventorie les modes de dégradation et de rupture qui peuvent être présents en fonction du stratifié et du chargement, on obtient la liste présentée à la Figure 3.

Dans le scénario d'évolution des défauts le plus « classique » la matrice et l'interface fibre/matrice sont les premières à se détériorer et les premiers défauts sont microscopiques (micro-fissuration de la matrice et décohésion fibre/matrice). Ensuite, les défauts deviennent plus importants, changent d'échelle et de vitesse d'apparition (coalescence des micro-défauts pour provoquer une rupture transverse, délaminage, rupture de fibres). Ce scénario est lié à l'orientation des fibres par rapport au chargement : on met en place les notions de plis bien ou mal orientés [TAL1] qui se comportent différemment.

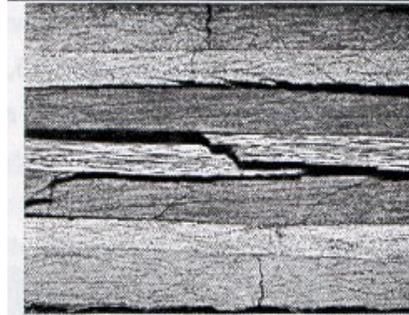
Figure 3: Modes d'endommagement et de rupture

- 1) Micro-fissuration de la matrice
(en général fissures parallèles
aux fibres)
- 2) Décohésion fibre /matrice

(a)



- 3) Micro-flambage des fibres
(pour des contraintes de compression)

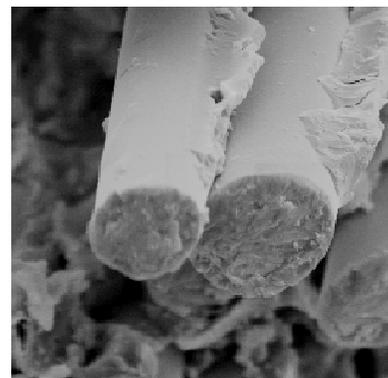


- 4) Rupture transverse
- 5) Délaminage (mode de rupture) (b)

- 6) Rupture de fibres
(mode de rupture)

- (a) [GAM3]
- (b) [LEV]
- (c) [CAR3]

(c)



1.2.2) La sollicitation de fatigue

Toute pièce constitutive de toute structure type spatial, aéronautique, ferroviaire, automobile, génie civil ou même instrument de sport n'est pas uniquement sollicitée en statique mais subit des charges répétées, aléatoires ou cycliques de plus ou moins forte intensité en superposition de son chargement nominal.

Or, le phénomène de fatigue conduit à des ruines de structure sous chargement plus faible que la limite de rupture sous chargement monotone. Pour faire face à cette difficulté, il faut pouvoir ou bien connaître la durée de vie de la structure (donnée statistique fournie avec une incertitude fixée) ou bien dimensionner la structure pour avoir une durée de vie infinie. Il convient donc notamment pour les pièces dites vitales de les dimensionner avec une contrainte maximale inférieure à la **limite de fatigue** (aussi nommée **seuil d'endurance**) ou bien de prédire leur **durée de vie** et la fréquence de leur remplacement ou encore à défaut de prédiction fiable de surveiller leur éventuelle évolution de manière à détecter le seuil d'acceptabilité avant échange.

L'avantage des composites sur les métaux concerne la progressivité des dégradations qu'ils subissent et cet avantage est lié au premier des inconvénients des composites, c'est-à-dire leur complexité de constitution.

Toute cette démarche doit se faire à coût minimal, on comprend l'intérêt de la mise au point de modèle prédictif fiable et sécuritif.

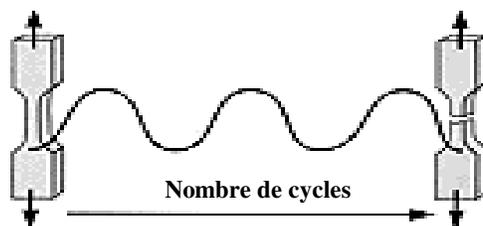


Figure 4: Rupture sous chargement de fatigue

Les faciès de rupture en fatigue (Figure 5) peuvent tout de même se différencier des faciès de rupture statique par la formation de débris de matière dus au cisaillement et au frottement interne.

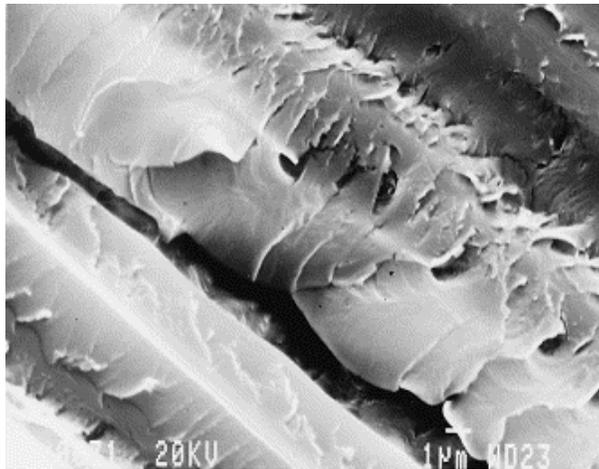


Figure 5 : Faciès de rupture en fatigue [PLU]

1.2.3) Notion d'endommagement

A une échelle plus grande (celle du pli), le comportement sous charge cyclique des matériaux composites a en commun avec celui des métaux une décroissance des propriétés mécaniques de résistance en fatigue; par contre les matériaux composites se distinguent des métaux par une baisse sensible de certaines rigidités (on nomme endommagement la variation relative de rigidité) lorsque le niveau de chargement ou le nombre de cycles croissent : cette chute est due à la fissuration interne qui règne au sein du matériau. Ceci représente un avantage pour le suivi (indicateur de la durée de vie) et un inconvénient pour la modélisation (comportement fortement non-linéaire plus complexe à identifier et à intégrer dans une simulation par éléments finis).

Bien que le scénario d'évolution de la rigidité dépende énormément du type d'empilage et de la direction concernée, on peut décrire de manière générale l'évolution de l'endommagement en le décomposant en trois phases [REI] :

- une première phase d'initiation (naissance de micro-dommages)
- une seconde phase plus longue de croissance régulière et lente des dommages, c'est-à-dire de chute progressive de rigidité (développement progressif des micro-dommages)

- une troisième phase caractérisée par une baisse rapide de rigidité qui conduit finalement à la rupture (macro-dommage)

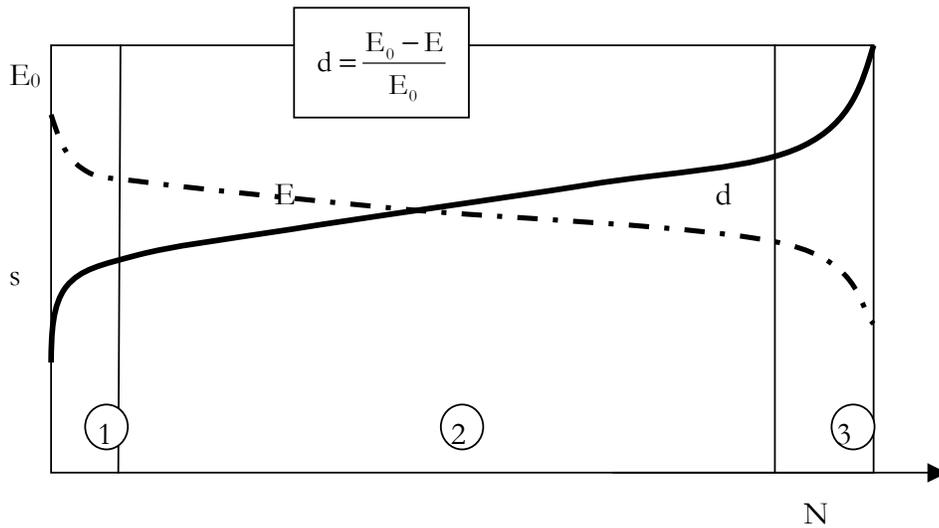


Figure 6 : Evolution de l'endommagement au cours des cycles

Ce phénomène d'endommagement peut être dû à un chargement statique comme à un chargement de fatigue, il est donc intéressant de mettre en place un formalisme commun aux deux types de sollicitation.

D'autre part la longueur de la deuxième phase justifie la nécessité de modéliser les stratifiés jusqu'à rupture (plus particulièrement le comportement dans les deux premières phases).

1.2.4) Notions de durabilité et de résistance résiduelle

La résistance résiduelle est déterminée au bout de n cycles sous chargement monotone; la rupture correspond à l'intersection des courbes de résistance résiduelle et de Wöhler. En effet le dernier cycle avant rupture d'un spécimen est assimilable à un essai de rupture « statique » qui se produit à la contrainte utilisée pour l'essai de fatigue.

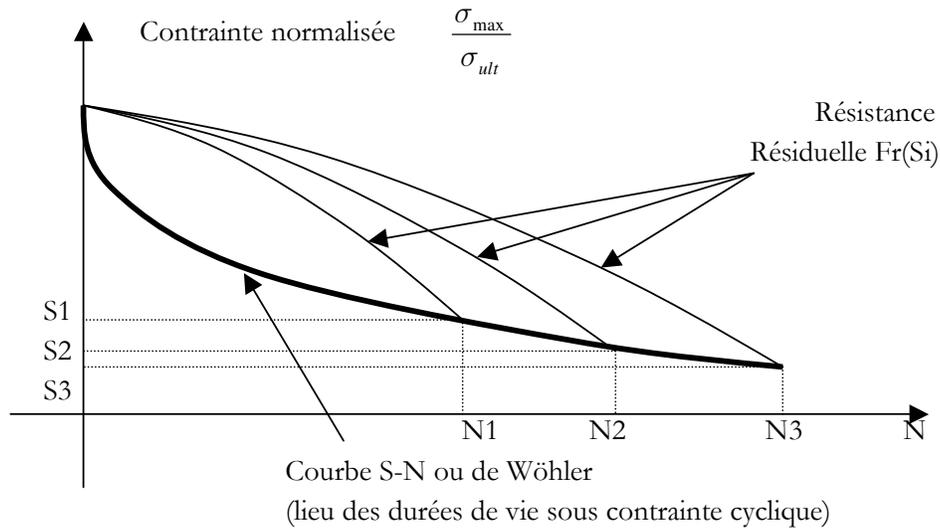


Figure 7 : Courbe de Wöhler et résistance résiduelle

Ce type de représentation est utilisée par l'ingénieur pour les métaux mais est plus délicate pour les composites à cause du caractère progressif des dégradations qu'ils subissent ; dans le cas d'une simulation sur structure, la variation locale du comportement oblige à ré-actualiser à chaque instant les champs de déplacement et de contrainte.

Remarques:

Lorsque la contrainte n'est pas constante, on peut alors utiliser la loi de MINER (loi de cumul linéaire) pour calculer une contrainte équivalente [GAO].

Si la contrainte est aléatoire, on peut utiliser alors la densité spectrale d'efforts ainsi que des outils statistiques [KIM].

Ces outils sont présents dans les bureaux d'études des industries dont les produits sont sollicités en fatigue (éléments de structure d'hélicoptère par exemple).

1.2.5) Dégradation des plis orientés ou non dans l'axe de charge

R. Taljera [TAL1], en faisant la synthèse de travaux expérimentaux réalisés précédemment opte pour une approche différente concernant les composites unidirectionnels; il sépare le problème des couches bien-orientées (effort dans le sens des fibres) avec le problème des couches mal-orientées (effort oblique ou perpendiculaire au sens des fibres).

- **Pour les premiers (on-axis)**, il distingue trois mécanismes d'endommagement:
- rupture des fibres plus décohésion locale
 - micro-fissuration de la matrice perpendiculaire aux fibres
 - décohésion globale par cisaillement de l'interface fibre/ matrice

Par ailleurs, il adopte un mode de représentation original (Figure 8): les déformations en fonction du log du nombre de cycles. La représentation est alors indépendante de paramètres comme taux de fibres ou modules de rigidité $\epsilon_m = \epsilon_f = \epsilon$) et il situe chacun des trois modes précédents dans des domaines sur ce diagramme.

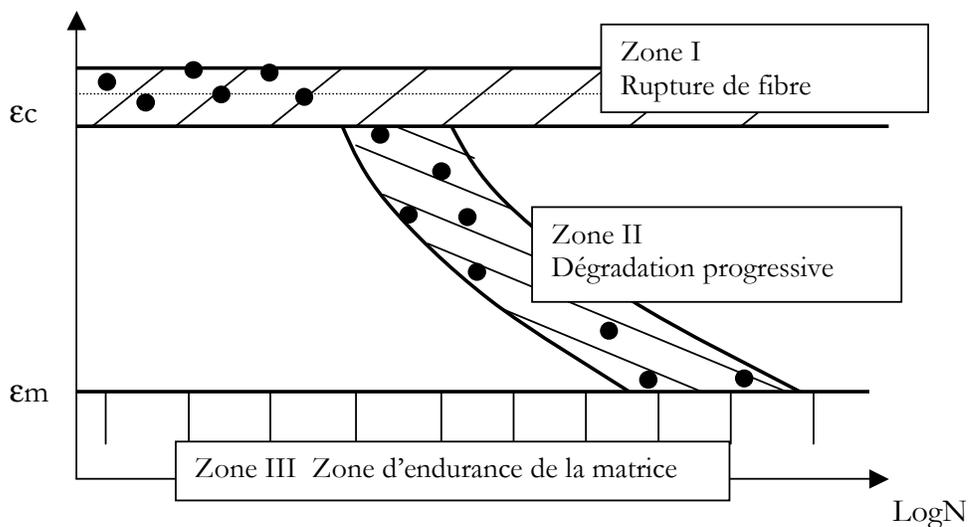


Figure 8 : Courbes de survie à déformation imposée

A l'intérieur de chaque domaine sont situés des points représentant la ruine au bout de N cycles d'éprouvette subissant des déformations cycliques d'amplitude constante. Par

contre, le point délicat de ce choix de variable concerne les déformations résiduelles qui font partie des déformations totales. Les domaines délimités par des horizontales correspondent au comportement non-endommageant de la matrice et des fibres seules.

L'allure de ce diagramme est fonction de la nature des fibres (bas module ou haut module) et de la nature de la matrice plus ou moins fragile ou ductile; dans certains cas les deux constituants supportent la même déformation, sachant que les fibres de carbone ne s'endommagent pas, ces composites ne s'endommageront pas dans le sens des fibres. Ces constatations sont reprises par J.F.Caron [CAR2] lui permettant de justifier le choix d'étudier les plis autres que ceux chargés dans la direction des fibres pour mettre en évidence le comportement d'endommagement progressif en fatigue.

K.Gamstedt [GAM2] en se basant sur les travaux de Talreja opère une classification des mécanismes de dégradation au sein des plis « bien orientés » en fonction de deux critères : la résistance de l'interface fibre/matrice et l'échelle d'observation. Il fait le constat suivant : plus le composite est résistant à la décohésion, plus il est tenace en fatigue. Si l'interface fibre/matrice est rapidement rompue alors les dégradations se répartissent au sein du pli ; alors que si la décohésion ne se produit pas une rupture de fibre pourra rester locale.

▣ **pour les plis hors-axe**, les phénomènes sont différents et plus progressifs.

Pour les plis sollicités dans une direction autre que celle des fibres « off-axis », les modes de dégradation principaux sont :

- a) la décohésion fibre/matrice
- b) la micro-fissuration de la matrice parallèlement aux fibres
- c) la rupture transverse du pli

Si le pli n'est pas orienté à 90°, alors les fissures se font suivant un mode mixte combinaison du mode I d'ouverture et du mode II de glissement.

E.K. Gamsdedt et B.A. Sjörgen [GAM4] ont décrit les micro-mécanismes de rupture des plis transverses. A partir d'une modélisation par éléments finis, ils ont mis en évidence le rôle complémentaire de la traction et de la compression dans la décohésion de la fibre et de la matrice. La différence de comportement élastique de la fibre et de la matrice entraîne une décohésion en traction transverse dans des directions proches de la direction de chargement. En l'absence de chargement, la fissure engendrée par la décohésion se referme, mais en compression il apparaît des surcontraintes à l'interface fibre matrice pour des directions proches de la normale à l'axe de chargement et de la fibre provoqué par la différence de coefficient de Poisson. Ainsi la décohésion au lieu de rester localisée à la direction de chargement se propage sur toute la surface latérale de la fibre. La propagation

des fissures dans l'épaisseur du pli est ainsi facilitée entraînant une rupture plus rapide du pli transverse dans le cas de chargements traction/ compression par rapport au cas où la contrainte ne change pas de signe au cours d'un cycle.

Dans certaines conditions les phénomènes d'endommagement sont même directement observables, c'est particulièrement le cas pour le composites à fibre de verre. Il peut être ainsi intéressant de suivre l'évolution du réseau de fissure du matériau composite jusqu'à rupture dans la mesure où ce mode d'endommagement est prédominant en fatigue pour les plis qui ne sont pas orientés dans le sens du chargement.

□ pour les stratifiés composés de plis bien et mal orientés (exemple [0,90].)

Le scénario d'évolution des défauts est le suivant :

- a) microfissuration de la matrice et décohésion fibre/matrice au sein du pli à 90°
- b) rupture transverse et multiplication des ruptures transverses
- c) délaminages amorcés aux ruptures transverses et aux bords
- d) rupture de fibres du pli à 0°

Pour l'étape b) on constate qu'au départ la densité de fissuration augmente proportionnellement à l'espacement entre les fissures et reste essentiellement indépendante de la taille des fissures. On atteint ensuite un état de saturation du réseau de fissures caractéristique du matériau et du chargement. On peut alors tenter d'établir une loi d'évolution de la rigidité du composite en fonction de l'évolution de la densité de fissuration. A partir d'une modélisation (par exemple par éléments finis) on peut évaluer la répartition des contraintes pour une perte de rigidité donnée. Le modèle atteint ici ses limites car le développement des fissures dans un pli est influencé par celui des plis adjacents. D'autre part, la distance inter-fissure dépend de l'épaisseur des plis.

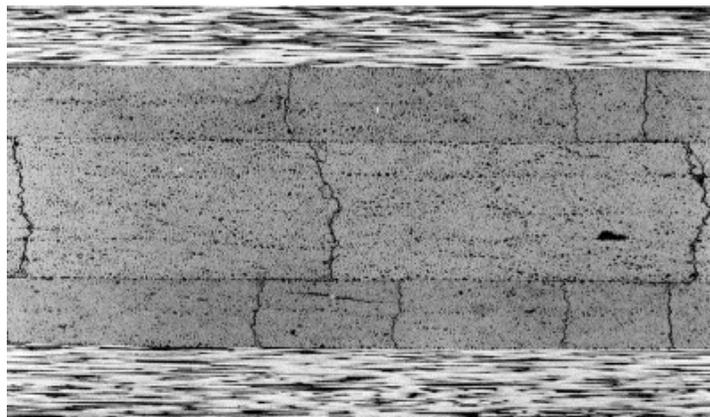


Figure 9 : Fissuration transverse [THI3]

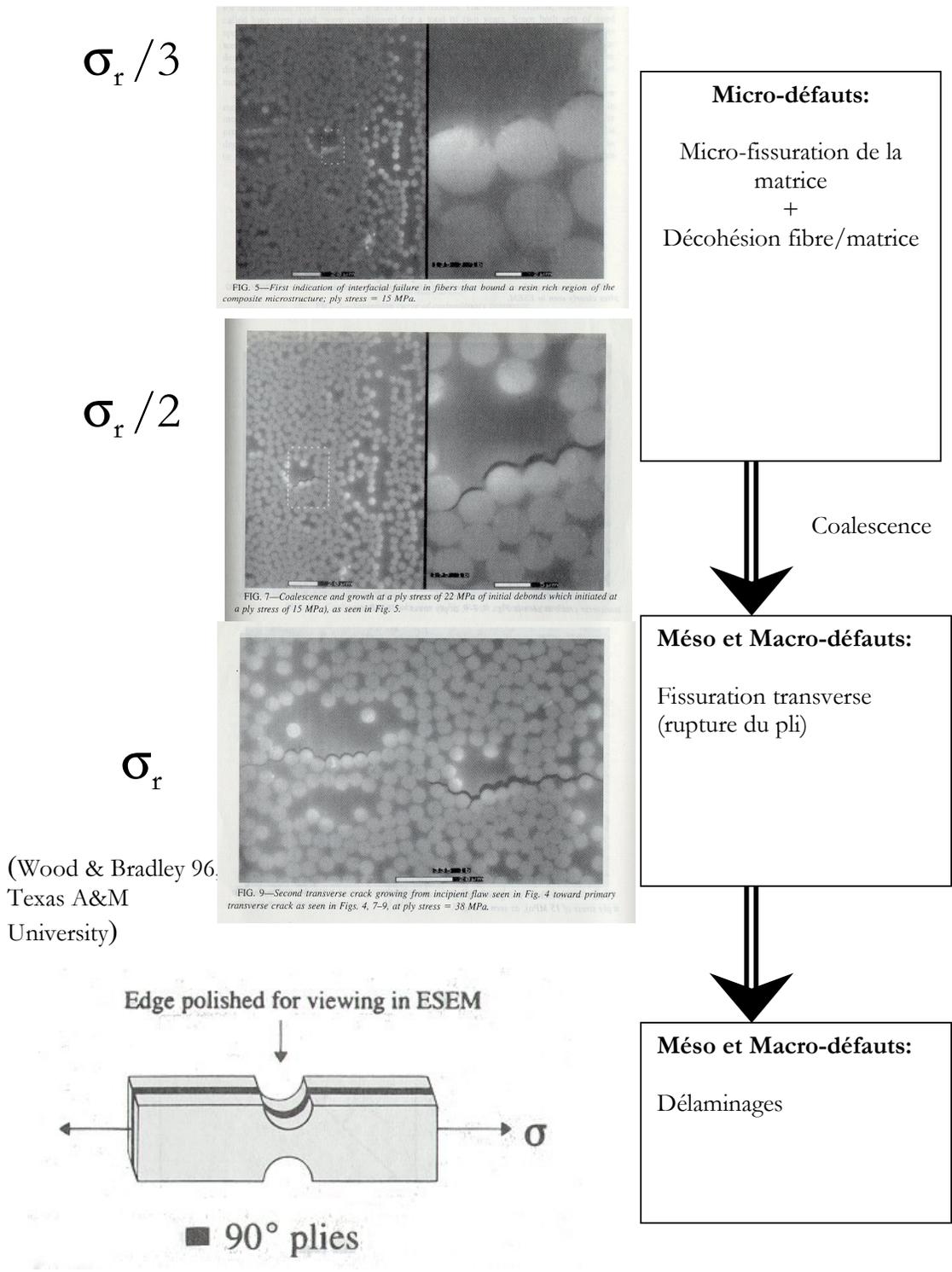


Figure 10 : scénario d'évolution des défauts

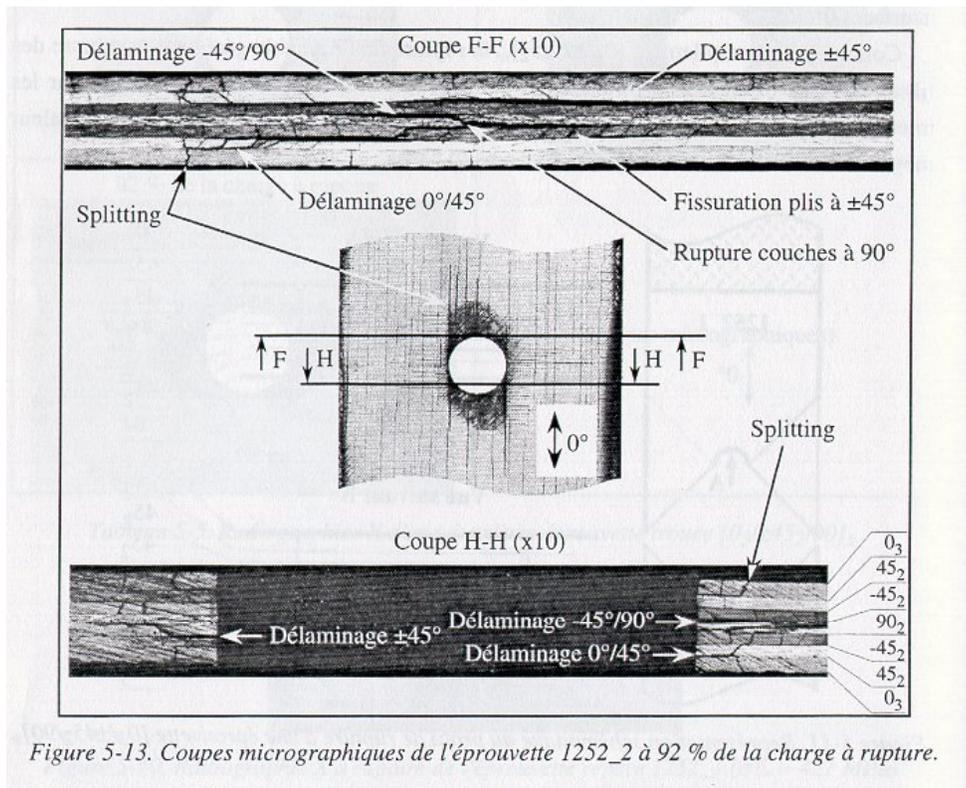


Figure 5-13. Coupes micrographiques de l'éprouvette 1252_2 à 92 % de la charge à rupture.

Figure 11 : Inventaire des défauts sur plaque quasi-isotrope trouée proche de la rupture

Au bilan, il existe des défauts à l'échelle microscopique, qui ne sont pas des modes de rupture : ce sont la micro-fissuration et la décohésion fibre/matrice.

Ces deux défauts vont altérer la rigidité du pli suivant les directions transverse et de cisaillement. Ils ont un caractère « réparti » ou « diffus » qui peut être traduit par la notion de comportement. Sous l'action d'un chargement, ces défauts vont s'initier puis s'intensifier jusqu'à la **coalescence** : les micro-défauts se rejoignent pour former une rupture transverse (Figure 10).

Il existe ensuite des défauts à l'échelle du pli ou du stratifié, qui ont une cinétique d'évolution couplée : ce sont la fissuration transverse et le délaminage.

Ces défauts et leur évolution dépendent de l'empilage, du nombre de plis, de la taille et la forme de la structure considérée. Ils ont un caractère « global » et tridimensionnel qui ne peut être traduit par la notion de comportement ni être traité sous l'hypothèse de contraintes planes. Cet état de dégradation est notablement plus complexe comme l'illustre la Figure 11 [LEV].

1.3] Les différentes modélisations de la fatigue des composites

Les premières études ont consisté à transposer les connaissances acquises depuis des décennies sur les métaux aux composites ; ces méthodes empiriques (courbe de Wölher) utilisent un critère de rupture et permettent d'appréhender le comportement d'un empilement quelconque mais sont déconnectées de la physique des dégradations. Elles ne rendent en particulier pas compte de leur aspect progressif.

L'angle sous lequel l'étude de la fatigue des composites a été traitée par la suite est varié.

On peut citer en décomposant les approches en trois familles [DEG] :

- a) Les approches globales : critère de fatigue
- b) Les approches phénoménologiques: résistance ou rigidité résiduelle
- c) Les approches basées sur l'accumulation du dommage
 - i) L'approche mécanique de la rupture:
 - G taux de restitution d'énergie et densité de fissuration (*Lafarie-Frenot*)
 - diffusion du cisaillement (Shear Lag Analysis) (*Caron*)
 - ii) Les formalismes thermodynamiques avec variables internes associées aux fissures :
 - variables vectorielles (*Talreja*) (*Thionnet*)
 - variables scalaires (*Ladevèze*) (*Sédrakian*)

Dans l'Engineered Materials Handbook, Wang [WAN] reprend partiellement cette classification en faisant le bilan des concepts de rupture en fatigue, en précisant qu'ils découlent en grande partie des approches utilisées pour les matériaux métalliques ; ce qui s'explique par l'identité des informations recherchées ; à savoir durée de vie sous un chargement donné et limite d'endurance.

Il distingue les approches du type critère de rupture : $F(\sigma_{max}, R, N)=0$ des approches du type propagation de fissure fondées sur la mécanique de la rupture.

Ces approches décrivent différents phénomènes (le plus fréquemment : rupture transverse) et font intervenir différentes échelles :

- échelle des constituants (échelle micro) quelques μm
- échelle des plis (échelle méso) quelques dixièmes de mm
- échelle du stratifié (échelle macro) structure

Le délaminage est très difficile à modéliser simplement du fait des contraintes hors-plan qui gouvernent son évolution (modèle tri-dimensionnel).

Les différents travaux sont complémentaires dans la mesure où leur domaine d'application est différent (exemple de stratifié fréquemment étudié [0,90]).

Ils peuvent concerner des plis unidirectionnel ou bidirectionnel (tissé) et composés de fibres de carbone ou de verre : les phénomènes physiques prépondérants peuvent alors différer.

1.3.1) Approche critère de fatigue

Le comportement de cisaillement en fatigue du matériau classique carbone epoxy T300-5208 a été identifié par Sims et Brogdon [SIM]. Une démarche de prédimensionnement est proposée sur un composite verre/epoxy.

La rupture en fatigue est synonyme de 10% de chute de rigidité ce qui est fortement sécuritif.

L'approche est basée sur la théorie des stratifiés associée à un critère de Tsai-Hill modifié. Au lieu de faire apparaître dans le critère les résistances statiques ; on fait apparaître des limites en fatigue.

Les lois de fatigue empiriques pour la traction sens fibre, la traction transverse et le cisaillement sont de la forme :

$$S - a + \frac{c}{A^y} = \frac{b}{N^x}$$

Elles donnent le nombre de cycles à rupture en fonction de l'écart en contrainte $S = \sigma_{\max} - \sigma_{\min}$ et de la valeur du ratio de contraintes R en utilisant une autre fraction qui est le rapport A de l'amplitude de la contrainte sur la contrainte moyenne :

$$A = \frac{\sigma_{\text{osc}}}{\sigma_{\text{moy}}} = \frac{1 - R}{1 + R}$$

A varie de 0 pour un chargement statique à l'infini pour un chargement alterné.

Pour chacun des trois types de sollicitation (traction longitudinale, traction transverse et cisaillement), on identifie par une minimisation aux moindres carrés sur les données expérimentales, les trois coefficients a, b, c et les deux exposants x, y .

Cette approche, fondée sur un travail expérimental important, est intéressante puisqu'elle découple des comportements suivant des modes de chargements particuliers identifiés sur des stratifiés particuliers de manière à retrouver le comportement d'un stratifié quelconque sous chargement quelconque sans avoir à faire de nouveaux essais. Par contre son caractère empirique, le nombre de coefficients des lois pour chaque direction de chargement et la non-prise en compte de l'aspect progressif des dégradations constituent les inconvénients de cette approche et donc les approches suivantes vont chercher à se rapprocher de la réalité des phénomènes.

1.3.2) Approche phénoménologique : résistance ou rigidité résiduelle

Le concept de résistance résiduelle est, entre autre, mis en œuvre par M.Shokrieh et Lessard [SHO] dans une étude qui vise à utiliser le critère de rupture en faisant évoluer les résistances en cisaillement et en transverse en fonction du nombre de cycles.

$$\frac{dR}{dN} = -A(\sigma) * m * (R(N))^{m-1}$$

où A est une fonction de la contrainte maximale et m une constante ou encore sous forme intégrée entre le premier quart de cycle et N_1 :

$$R^m(N_1) = R_0^m - A(\sigma) * (N_1 - 0,25)$$

ou bien en combinant la relation précédente avec :

$$R^m(N_1) = R_0^m - \frac{R_0^m - \sigma^m}{N_f} N$$

qui définit le nombre de cycle à rupture atteint lorsque la résistance résiduelle est égale à la contrainte appliquée, l'auteur obtient au final :

$$\left(\frac{R(N, \sigma) - \sigma}{R_0 - \sigma} \right)^\alpha = 1 - \left(\frac{\log N - \log 0,25}{\log N_f - \log 0,25} \right)^\beta$$

Cette relation fournit la courbe normalisée de chute de résistance.

Elle est identifiée en traction transverse et en cisaillement puis les deux valeurs sont injectées dans un critère multi-axial de rupture.

Cette approche est progressive, par contre elle ne décrit pas l'état du matériau et ne permet pas des chargements complexes (statique puis fatigue). Par ailleurs, le modèle d'évolution de la résistance ne dépend que de la contrainte maximale et pas de l'amplitude ; ce qui n'est pas vérifié expérimentalement [PET1].

Dans la famille des approches globales, on peut relever les études visant à déterminer des lois d'évolution de la rigidité d'un pli ou d'un empilement en fonction du nombre de cycle. Cette approche a le mérite en comparaison avec l'approche de résistance résiduelle d'être non-destructive (plusieurs mesures sont réalisées sur une même éprouvette) et ainsi de

permettre un suivi des effets de la fatigue. Philipidis et Vassilopoulos [PHI] étudient des stratifiés verre/époxy et comparent les approches courbes SN et les approches réduction de rigidité ; la loi normalisée de réduction de rigidité est formulée comme :

$$\frac{E_N}{E_0} = 1 - K \left(\frac{\Delta\sigma}{E_0} \right)^c \frac{N}{N_f}$$

avec K et c paramètres du matériau

On peut relever deux inconvénients à cette approche : elle ne s'applique qu'à un chargement de fatigue et la loi d'évolution ne dépend que de l'amplitude des contraintes et pas du niveau maximal, ce qui n'est pas vérifié expérimentalement.

1.3.3) Modèles de fatigue basés sur l'accumulation du dommage

Les modèles développés par la suite vont prendre en charge l'aspect progressif et cumulatif des dégradations : ils sont plus précis mais plus complexes puisqu'il ne donnent pas d'évolutions explicites en fonction du nombre de cycles de caractéristiques matériau.

1.3.3.1) Approche mécanique de la rupture

Ce type d'approche « *mécanique de la rupture* » est particulièrement bien adaptée pour les métaux où une seule fissure peut s'initier, se propager et mener à la ruine de la structure. Dans le cas des composites stratifiés, l'approche est modifiée pour prendre en compte les multiples fissures qui apparaissent progressivement au sein d'un pli transverse.

J.F. Caron [CAR1] propose un calcul analytique de la baisse de résistance du pli transverse d'un stratifié croisé $[0,90]_s$ en utilisant la loi de Paris qui donne la **vitesse de fissuration** en fonction du facteur de sur-intensité des contraintes. Moyennant un calcul élastique sur une cellule fissurée, il arrive à une expression analytique de la variation de résistance par rapport au nombre de cycle.

Le concept utilisé dans les modèles micro-mécaniques basés sur la mécanique de la rupture consiste à se rapprocher au plus des modes exacts de dégradation : c'est-à-dire à décrire le réseau de fissures et son évolution en général sur des stratifiés croisés $[0,90]_s$. Dans sa thèse, le même auteur [CAR2] a développé une analyse de diffusion du cisaillement (Shear lag analysis), qui permet un calcul analytique des contraintes et déplacements sur une cellule de $[0,90]_s$ fissurée. Cette démarche est reprise par C.Henaff-Gardin [HEN] qui l'utilise dans le cas de chargements thermomécaniques pour calculer un paramètre caractéristique η fonction de la distance inter-fissures et des caractéristiques géométriques (épaisseur des plis) et mécaniques (rigidités). Puis elle relie la variation de surface fissurée au taux de restitution d'énergie G pour au final obtenir des lois reliant la variation cyclique du

paramètre η à une puissance du nombre de cycle et ceci pour chaque phase : initiation, propagation et saturation. Le taux critique de restitution d'énergie est aussi calculé en statique, il permet d'adimensionner le taux pour un chargement donné ; une loi exponentielle fournit en fonction de ce taux adimensionné le nombre de cycles nécessaires à la première apparition de rupture transverse.

Les stratifiés croisés $[0,90]_s$ en tension sont le plus souvent utilisés pour les démarches analytiques micro-mécaniques ; N.V Akshantala et R.Talreja [AKS] compliquent un peu la physique de la cellule fissurée en introduisant de la propagation de délaminage à l'interface du $[0,90]_s$ en plus de la multiplication des ruptures transverses. Le champ de contraintes est obtenu par méthode variationnelle. La prise en charge du délaminage complique la modélisation en ajoutant la dimension hors-plan au problème bidimensionnel initial : ce sont en effet les contraintes hors-plan qui gouvernent la cinétique de délaminage. Cette famille de modèle permet d'étudier les phénomènes de fissuration transverse et de délaminage pour des structures données.

1.3.3.2) Approches avec formalisme thermodynamique

Les approches thermodynamiques ont l'avantage de décrire l'état du matériau : ceci implique la prise en compte de l'aspect progressif des dégradations et l'aspect unifié statique/fatigue des modèles développés.

Approche : description physique du défaut

R.Talreja avait développé dans des travaux précédents [TAL1] dans le cadre général de la thermodynamique des processus irréversibles, une approche physique où chaque fissure était représentée par un vecteur dont la direction est normale à la fissure et la norme égale à la longueur de fissure.

Dans le même esprit, A.Thionnet [THI1] reprend cette description mais choisit comme échelle d'application non plus l'échelle du stratifié mais l'échelle du pli ce qui lui donne l'avantage d'un caractère intrinsèque au pli et permet de déduire le comportement d'un stratifié quelconque.

Le formalisme thermodynamique qui garantit le respect du second principe préconise l'emploi de variables d'état, met en place des variables duales et amène à une identification de lois d'évolution. Les fissures correspondent à des discontinuités de déplacement suivant les composantes normale ou tangentielle ou intermédiaire représentée par la variable m (Figure 12).

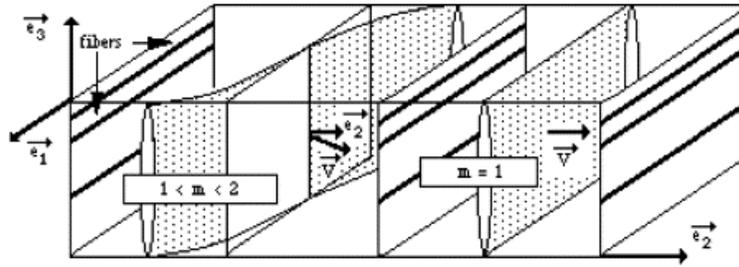


Figure 12 Représentation des fissures [THI3]

Cette approche physique est d'autant plus pertinente que les fissures sont faciles à représenter et à identifier ce qui n'est pas le cas pour des plis orientés de manière quelconque par rapport à l'axe de charge. Elle prend en charge par ailleurs, le caractère unilatéral de la fissuration : en compression, la fissure se referme ; et le matériau retrouve sa rigidité initiale. Cette approche comme celle basée sur la mécanique de la rupture se situe dans un contexte qu'on peut qualifier de type structure. En effet, la fissuration transverse est un phénomène dont la cinétique est liée à la géométrie du stratifié : plus précisément à l'épaisseur du pli.

Approche : mécanique de l'endommagement

C'est dans le cadre de la mécanique de l'endommagement que nous avons choisi de nous placer dans ce travail. Le précurseur de l'application de la mécanique de l'endommagement à l'étude des composites stratifiés est Ladevèze [LAD1]; les travaux en statique de Le Dantec puis ceux en fatigue de Guitard et Thuillier [GUI] au LMT Cachan et de Sedrakian [SED] au LMS ENSAM en découlent.

Les deux premiers [GUI] ont étendu le modèle de comportement des composites stratifiés développé par P.Ladevèze [LAD1] aux chargements de fatigue.

Le modèle développé convient à des chargements quelconques: statique et de fatigue. En ce qui concerne les chargements statiques il est identique à celui de Ladevèze que nous avons utilisé et détaillé au chapitre 2; par contre l'endommagement total est séparé en deux parties, l'une due au chargement statique et l'autre au chargement de fatigue. L'évolution de cette dernière variable en fonction du nombre de cycles a été choisie (en référence aux travaux sur les métaux) de la forme:

$$\frac{\partial d}{\partial N} = f(\text{chargement}, d)$$

Ce modèle a été identifié grâce aux essais de J.F Caron [CAR2] sur stratifié $[0,90]_s$ au sein duquel le phénomène de dégradation principal est la fissuration transverse.

Dans le cas des travaux de Sedrakian [SED2], les fondements théoriques restent identiques bien que l'écriture du potentiel thermodynamique ait été faite en fonction des déformations et non des contraintes de manière à simplifier l'intégration numérique.

Enfin, plus récemment, pour des chargements statiques, l'équipe de Ladevèze [LAD3] a développé une modélisation « unifiée » qui englobe les deux étapes : endommagement diffus puis étude de la fissuration transverse et du délaminage lorsque ces phénomènes surviennent. Cette approche ne se situe plus au seul niveau local dit « matériau ». En effet, la cinétique de fissuration transverse dépend de l'épaisseur des plis.

Pour clore le panorama des visions du problème, nous allons ébaucher l'angle de vue sous lequel nous avons cherché "la solution de notre problème".

Tout d'abord, en ce qui concerne les frontières de notre problème, nous avons délimité notre champ d'étude à "l'endommagement diffus". Le terme "diffus" signifie non localisé et correspond à de petites fissures réparties de manière homogène dans le pli. Cette limitation du domaine de validité de notre modèle rend notre démarche singulière par rapport à l'ensemble des approches citées précédemment ; on en peut même souligner la complémentarité en disant que notre modèle s'arrête lorsque les modèles qui prennent en charge la fissuration transverse débutent.

1.4] Modélisation jusqu'à rupture du premier pli

L'étude développée est basée sur la mécanique de l'endommagement appliquée aux matériaux anisotropes. Elle utilise le même formalisme pour tout type de chargement (statique et de fatigue) et le modèle s'arrête à la rupture du premier pli. Cette restriction nous autorise à considérer le pli endommagé comme un matériau homogène équivalent dont les caractéristiques mécaniques se sont dégradées.

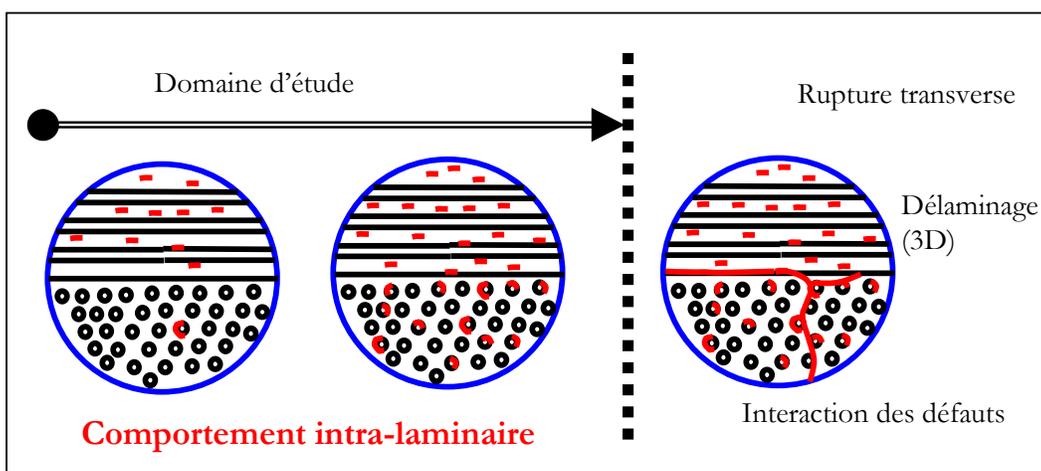


Figure 13: Schéma d'évolution des défauts

Le modèle ne décrit ni la propagation d'une fissure transverse (ni l'évolution de la densité de ruptures transverses) ni la propagation d'une fissure associée à des ruptures de fibres. Cette étude limitée écarte la modélisation de la propagation de fissures dont la simulation numérique pose de très nombreux problèmes (notamment le problème de dépendance au maillage).

D'autre part, toujours pour des raisons de séparation des difficultés, cette étude ne décrit pas le processus de délaminage. L'initiation et la propagation de délaminages sont des phénomènes tridimensionnels qui apparaissent sur les bords et se propagent à l'intérieur de la structure et, comme précédemment, posent de grandes difficultés numériques (front de délaminage). Notons que les ruptures transverses peuvent engendrer des délaminages [GAM2], ce qui augmente encore les difficultés.

La modélisation restreinte présentée dans cette étude est limitée à la rupture du premier pli et ne concerne donc que des stratifiés et structures peu délaminants. Dans la pratique, des structures tubulaires sont adaptées à notre modèle ; elles sont présentes dans le domaine aéronautique ou nucléaire où la tenue des structures est prioritaire (a fortiori dans un contexte de fatigue).

L'exemple-type de structure avec peu d'effets de bords est le tube, dont les applications possibles sont les arbres de transmission.

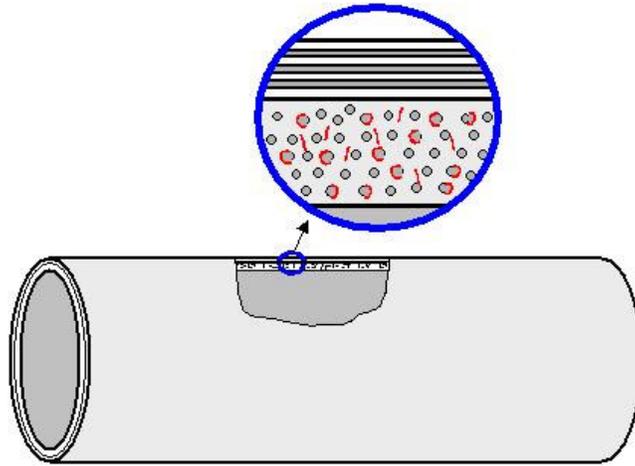


Figure 14: schéma de tube composite

L'exemple de l'arbre de transmission d'un hélicoptère est en bonne adéquation avec notre approche non seulement pour l'absence de bords mais aussi pour l'aspect sécurité : en effet le point d'arrêt de notre modèle va être la première rupture de pli, ce qui laisse une marge de sécurité par rapport à la ruine totale de la structure et qui convient bien aux applications sur pièces « vitales ».



Figure 15: Arbre de transmission de voiture en composite

Conclusion du chapitre 1

Ce chapitre inventorie les mécanismes de dégradation et les différentes modélisations des composites stratifiés sous chargement statique et de fatigue.

Parmi celles-ci notre approche est replacée : elle traite du cas simplifié où les dégradations restent diffuses, se place sous l'hypothèse « contraintes planes » et elle est valable pour des chargements quelconques.

Son domaine d'application privilégié concerne les structures tubulaires : cas des arbres de transmission d'hélicoptère et des centrifugeuses de particules.

Le tableau 3 fait la synthèse des approches citées; les choix réalisées pour développer cette étude sont réperés en italique.

LES LOIS OBTENUES	VARIABLES	AUTEURS
Durée de vie	Sigma max fonction de N (R paramètre)	Sims
Résistance résiduelle	R_c fonction de N	Caron Shokrie
Rigidité ou endommagement	E ou d fonction de N	Philippidis
Densité de fissuration	G taux de restitution d'énergie	Lafarie-Frenot
Variable de fissuration vectorielle		Thionnet Renard
<i>Etat : endommagement, Déformations résiduelles</i>	<i>d, ϵ_p</i>	<i>Ladevèze Le Dantec</i>

Tableau 3: inventaire des lois développées au chapitre 1

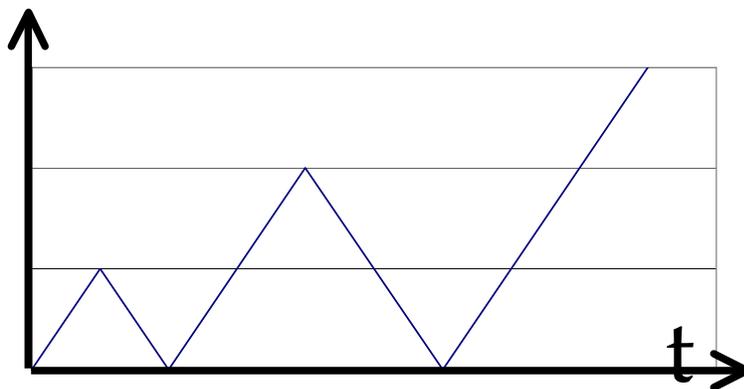
Chapitre 2

Comportement sous chargement statique

Cette partie expose les fondements et les évolutions originales concernant la modélisation du comportement des composites unidirectionnels sous chargement statique. Le comportement du stratifié est modélisé à l'échelle des plis, ce qui permet de décrire le comportement de n'importe quel stratifié à partir de la connaissance du comportement d'un pli. Le comportement d'un pli est modélisé comme orthotrope : dans le sens des fibres, il est élastique fragile, alors qu'en cisaillement et en traction transverse, il est élasto-plastique endommageable.

Le chapitre est composé de deux parties :

- Dans la première, on précise les limites de l'étude et les hypothèses simplificatrices adoptées, puis on développe les éléments classiques de la mécanique de l'endommagement adaptée aux matériaux anisotropes. Par ailleurs on expose le modèle classique de plasticité.
- La seconde partie est consacrée à l'identification du modèle sous chargement statique, pour la traction sens fibres, pour la traction transverse, puis pour le cisaillement. En cisaillement, on identifie avec le modèle classique puis on modifie la modélisation de la loi d'écrouissage pour mieux décrire le comportement sous chargements statiques alternés traction/compression.



2.1] Fondements de l'étude

2.1.1) Domaine de validité

La grande complexité des structures composites a amené à des choix simplificateurs; une démarche possible, en l'occurrence la nôtre, consiste à raisonner à **l'échelle du pli** comme échelle de base: on parle de méso-modélisation.

Pour cela on modélise et caractérise le pli comme un matériau orthotrope.

La caractérisation du comportement de ce pli nécessite plusieurs types de chargement:

- sollicitation dans l'axe des fibres de traction et de compression
- sollicitation transverse aux fibres de traction et de compression
- sollicitation de cisaillement dans le plan du pli
- sollicitation bi-axiale pour les termes de couplage

Les trois premiers types d'essais amènent à déterminer des comportements très différents, le plus linéaire étant celui dans l'axe des fibres et les deux autres étant non-linéaires.

Alors que la rigidité reste intacte en traction sens fibres, en traction dans la direction transverse et en cisaillement on observe une **chute progressive de rigidité** liée aux dégradations internes que subit le matériau; cette chute est synonyme d'endommagement, elle est associée à des micro-fissures et décohésions de l'échelle des fibres et parallèles à la direction des fibres. Des déformations anélastiques (sauf dans la direction des fibres) accompagnent les phénomènes d'endommagement. En compression transverse, on assiste à une fermeture des fissures et le matériau recouvre sa rigidité initiale : c'est le caractère unilatéral de la fissuration. Enfin en compression sens fibres le comportement est élastique non-linéaire [VII].

Ce sont Kachanov et Rabotnov [KAC] qui sont à l'origine du choix de la baisse de rigidité comme variable du comportement dans les matériaux isotropes (c'est la mécanique de l'endommagement); le concept a été ensuite étendu aux matériaux anisotropes [LAD1].

Les matériaux stratifiés sont constitués de plusieurs plis et le passage du pli à l'empilage et inversement se fait par la théorie des stratifiés où chaque pli est modélisé sous l'hypothèse de Kirchoff-Love et où on réalise une homogénéisation des déformations sur l'empilage ou stratifié. Cette démarche utilisée dans les calculs simplifiés élastiques est prolongée avec notre comportement anisotrope non-linéaire.

Le changement d'échelle suivant consiste à passer de l'échelle du stratifié à celle de la structure (plaque ou coque) qui intègre le comportement local du stratifié, lequel intègre lui-même le comportement local des plis. La troisième dimension (épaisseur) des plis et du stratifié joue un rôle particulier lié à la théorie des plaques et coques.

Le comportement (en particulier nos indicateurs d'endommagement) est supposé homogène dans l'épaisseur d'un pli [LAD1], et évolue de manière continue suivant les deux autres directions, on se place dans le cadre de **l'endommagement diffus**.

Parmi les phénomènes non-pris en charge par notre modélisation, en plus des macro-fissures, on peut citer les phénomènes liés au temps: fluage et relaxation et les phénomènes couplés aux précédents liés à la température: dissipation par frottement, échauffement. Ils n'entrent pas explicitement dans notre modèle, or s'ils sont négligeable en traction sens fibres et transverse, ils sont particulièrement apparents pour le cisaillement. Il convient de préciser la nature de ces dissipations et de s'assurer de la non-intervention de ces phénomènes dans nos mesures.

Enfin dans le chapitre précédent, nous avons inventorié les dégradations que subit un matériau composite sous chargement, le tableau suivant met en relation la réalité physique des défauts et la prise en compte dans le méso-modèle .

Phénomène	lieu	Prise en compte	mode de représentation
Micro-fissuration	matrice	oui	chute progressive de rigidités +déformations anélastiques
Décohésion	interface fibre/matrice	oui	
Rupture de fibre	fibre	oui	point d'arrêt
rupture de pli	matrice+ interface fibre/matrice	oui	Seuils
propagation fissure pli		non	
densité de rupture transverse		non	
Délaminage	interfaces pli/pli	non	

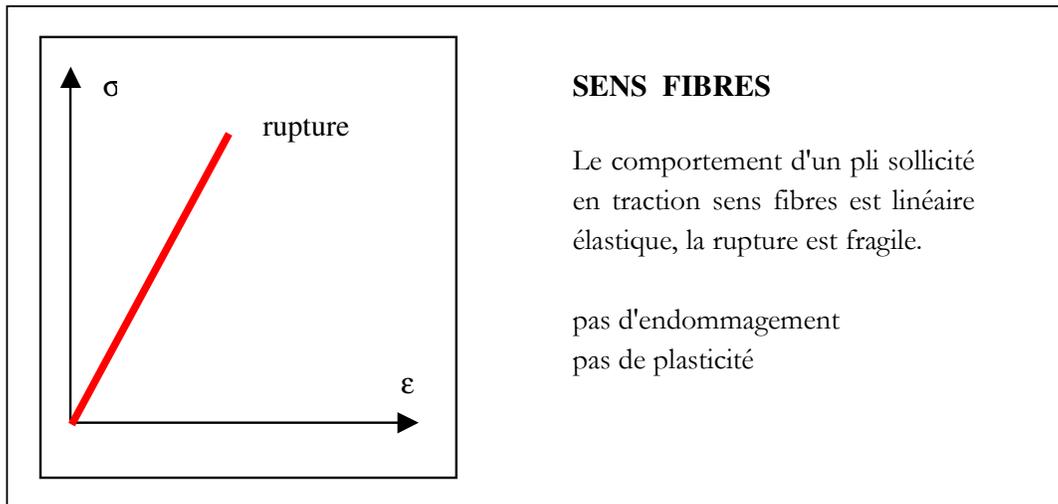
Tableau 4: Récapitulatif des phénomènes pris ou non en compte

2.1.2) Définition des variables d'endommagement

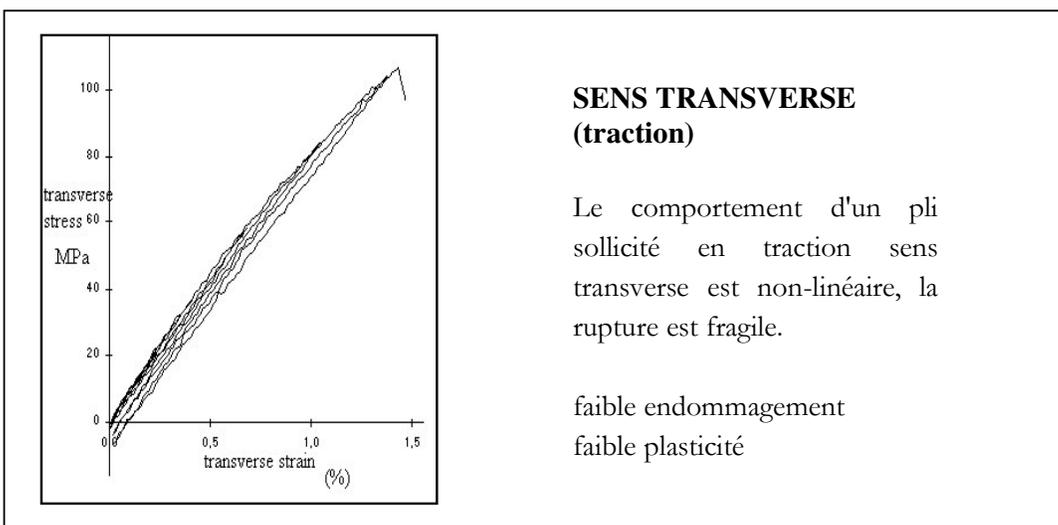
Le comportement d'un pli est très anisotrope et fortement non-linéaire suivant certaines directions de chargements.

Ceci est mis en évidence lorsque l'on réalise des essais de traction sur trois types de stratifiés qui mettent en exergue les trois chargements élémentaires sur le pli:

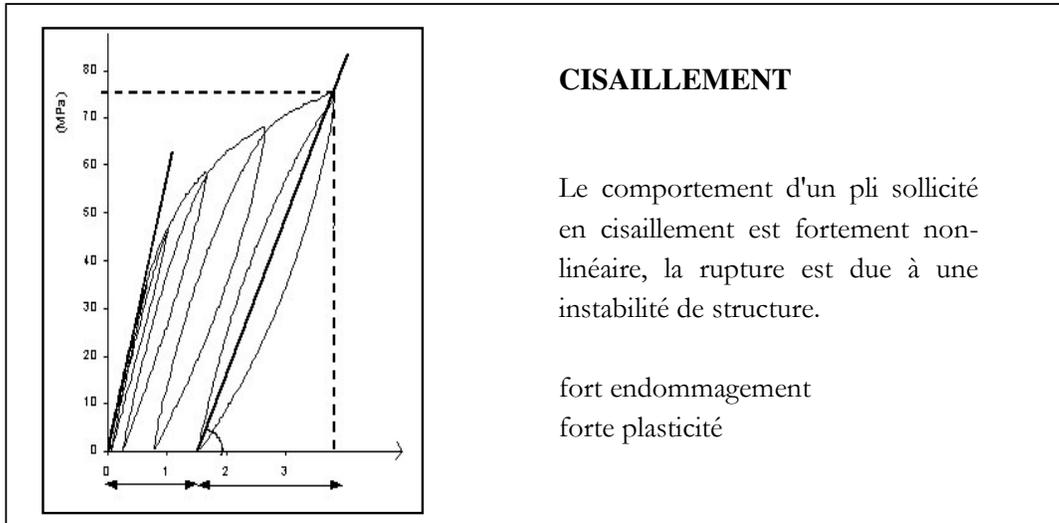
- sur le stratifié $[0^\circ]_n$, on obtient de la traction sens fibres



- sur le stratifié $[90]_n$, on obtient de la traction transverse :



- sur le stratifié $[+/-45^\circ]_{ns}$, on obtient du cisaillement prépondérant :



A partir de ces constatations expérimentales, P.Ladevèze a proposé une modélisation fondée sur la mécanique de l'endommagement [LAD1]. Elle est décrite dans de nombreux travaux réalisés au LMT, notamment dans la thèse de D. Lévêque [LEV] que nous avons utilisée pour rappeler les éléments fondamentaux du méso-modèle.

Pour les plis unidirectionnels, l'endommagement est défini à l'échelle mésoscopique par deux scalaires représentant la dégradation du module d'élasticité transverse E_t et du module de cisaillement plan G_{lt} . En compression transverse aux fibres, les fissures se referment, le module de rigidité retrouve sa valeur initiale. On ne considère pas non plus d'endommagement dans le sens des fibres.

On définit donc deux variables scalaires d'endommagement d et d' afin d'exprimer la perte de rigidité du pli:

$$\begin{cases} G_{lt} = G_{lt}^0 (1-d) & \text{avec } d \in [0,1] \\ E_t = E_t^0 (1-d') & \text{pour } \sigma_t \geq 0 \quad \text{avec } d' \in [0,1] \\ E_t = E_t^0 & \text{pour } \sigma_t < 0 \end{cases}$$

Ces deux variables scalaires d'endommagement sont supposées constantes dans l'épaisseur du pli. Elles sont associées à des fissures parallèles à la direction des fibres.

D'autre part, la mesure de la rigidité se fait conventionnellement de manière sécante lors de la décharge élastique.

2.1.3) Loi d'état thermodynamique

On se place dans le cadre thermodynamique des processus irréversibles appliqué aux milieux anisotropes et on néglige les phénomènes d'origine thermique. On écrit classiquement l'énergie de déformation en contraintes planes :

$$E_D = \frac{1}{2} \left[\frac{\langle \sigma_1 \rangle_+^2}{E_1^0} + \frac{\varphi(\langle \sigma_1 \rangle_-)}{E_1^0} - \frac{2\nu_{lt} \sigma_1 \sigma_t}{E_1^0} + \frac{\langle \sigma_t \rangle_+^2}{E_t^0(1-d')} + \frac{\langle \sigma_t \rangle_-^2}{E_t^0} + \frac{(\tau_{lt})^2}{2G_{lt}^0(1-d)} \right]$$

Avec $\langle X \rangle_+ = X$ si $X > 0$ et $\langle X \rangle_+ = 0$ si $X < 0$

$\langle X \rangle_- = X$ si $X < 0$ et $\langle X \rangle_- = 0$ si $X > 0$

φ est une fonction telle que :

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \sigma_1^2} = \frac{E_1^0}{E_1^c} \text{ avec } E_1^c = E_1^0 \left(1 + \frac{\zeta}{E_1^0} \langle \sigma_1 \rangle_- \right)$$

ζ est une constante qui caractérise la perte de rigidité sécante en compression sens fibres : en effet, le comportement dans cette direction est élastique non-linéaire fragile [VIT].

En dérivant partiellement cette énergie par rapport à chacune des contraintes on obtient la déformation élastique correspondante : longitudinale, transverse et de cisaillement.

$$\boldsymbol{\varepsilon}^c = \frac{\partial E_D}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \Big|_{d,d'} = \mathbf{K}^{-1} \boldsymbol{\sigma}$$

$$\varepsilon_t^c = \frac{\langle \sigma_t \rangle_+}{E_t^0(1-d')} + \frac{\langle \sigma_t \rangle_-}{E_t^0} - \frac{\nu_{lt}^0 \sigma_1}{E_1^0}$$

$$\varepsilon_1^c = \frac{\langle \sigma_1 \rangle_+}{E_1^0} + \frac{\langle \sigma_1 \rangle_-}{E_1^0 + \zeta \langle \sigma_1 \rangle_-} - \frac{\nu_{lt}^0 \sigma_t}{E_1^0}$$

$$\varepsilon_{lt}^c = \frac{\sigma_{lt}}{2G_{lt}^0(1-d)}$$

Pour la contrainte transverse, on distingue aussi l'énergie de déformation en traction et en compression en séparant les parties positive et négative afin de prendre en compte l'aspect unilatéral de l'endommagement transverse déjà évoqué précédemment.

Notons que le coefficient de Poisson ν_{dt} est régi par la même loi que le module transverse, ce qui permet de conserver la symétrie de la loi de comportement alors que le coefficient ν_{dt} reste constant de la même manière que le module de rigidité longitudinal.

$$\nu_{dt} = \nu_{dt}^0(1-d')$$

Les forces thermodynamiques associées aux variables d'endommagement (parfois aussi appelés taux de restitution en endommagement) peuvent se déduire du potentiel par dérivation partielle par rapport aux variables d'endommagement, et elles s'expriment en fonction des contraintes régnant dans le pli comme suit :

$$\begin{aligned} Y_d &= -\rho \frac{\partial \langle\langle \Psi \rangle\rangle}{\partial d} \Big|_{\sigma, d'} & Y_{d'} &= -\rho \frac{\partial \langle\langle \Psi \rangle\rangle}{\partial d'} \Big|_{\sigma, d} \\ Y_d &= \frac{\langle\langle \sigma_{lt} \rangle\rangle^2}{2G_{lt}^0(1-d)^2} & Y_{d'} &= \frac{\langle\langle \langle\langle \sigma_t \rangle_+ \rangle\rangle^2}{2E_t^0(1-d')^2} \end{aligned}$$

où $\langle\langle \dots \rangle\rangle$ signifie moyenne dans l'épaisseur

2.1.4) Loi d'évolution de l'endommagement en statique

Les lois d'évolution doivent respecter le second principe de la thermodynamique et les endommagements doivent être des fonctions croissantes.

L'évolution de l'endommagement est modélisée au moyen de deux lois expérimentales reliant les variables d et d' et les forces thermodynamiques associées Y_d et $Y_{d'}$ correspondantes. Ces lois tiennent compte de l'histoire du chargement. Il est donc nécessaire d'introduire les valeurs maximales en temps.

$$\begin{aligned} \underline{Y}_d(t) &= \sup_{t' < t} Y_d(t') \\ \underline{Y}_{d'}(t) &= \sup_{t' < t} Y_{d'}(t') \end{aligned}$$

Ces dernières traduisent le fait que l'endommagement dépend d'un état de contrainte maximal au cours de tout l'historique de chargement. Il évoluera seulement si ce niveau est dépassé.

On définit une force thermodynamique équivalente Y : $\underline{Y} = \underline{Y}_d + b\underline{Y}_{d'}$

Le coefficient b exprime le couplage entre cisaillement et traction transverse. La force thermodynamique équivalente permet d'assurer la continuité de l'état du matériau s'il est sollicité successivement en cisaillement et en traction transverse. Le Dantec [LED] propose un calcul d'homogénéisation sur une cellule de base fissurée pour déterminer b :

$$b = \frac{E_t^0}{G_{lt}^0}$$

On écrit les lois d'évolution des endommagements en statique :

$$d = \frac{\langle \sqrt{Y(t)} - \sqrt{Y_0} \rangle_+}{\sqrt{Y_c} - \sqrt{Y_0}} \quad \text{si } d < 1 \quad \text{sinon } d=1$$

$$d' = b'd \quad \text{si } d' < 1 \text{ et } Y_d' < Y_c' \quad \text{sinon } d'=1$$

Les constantes Y_c , Y_0 , Y_c' et b' dépendent du matériau.

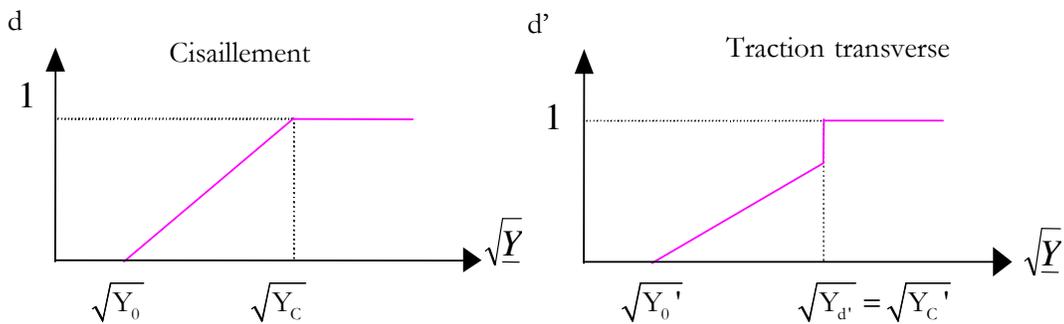


Figure 16: Evolution statique des variables d'endommagement

La loi d'endommagement exprime la relation entre la force thermodynamique maximale \underline{Y} et les variables d'endommagement. Ces formes de loi ont été établies par simplicité et par l'expérience.

Y_0 est un seuil initial d'endommagement en cisaillement : c'est la limite en dessous de laquelle le pli n'est pas endommagé. Il y a une différence de comportement entre l'endommagement en cisaillement et en transverse. Pour l'endommagement en cisaillement, l'endommagement est progressif jusqu'à la perte complète de rigidité. Pour l'endommagement en traction transverse, il existe un seuil Y_c' au-dessus duquel il y a rupture fragile du pli. La rupture apparaît alors que l'endommagement d' est inférieur à 1.

Les termes de couplages b et b' sont délicats à obtenir car le comportement transverse est difficile à étudier expérimentalement. Les termes Y_0 et Y_c sont obtenus par un essai sur stratifié $[+/-45]_{ns}$ pour lequel le cisaillement est prépondérant. La rupture apparaît par une

condition d'instabilité sur la structure qui correspond à un endommagement de cisaillement maximal de 0,5. (voir annexe 4)

2.1.5) Modèle de plasticité à écrouissage isotrope

Le modèle prend en compte les déformations anélastiques. Pour cela il faut ajouter au terme d'énergie de déformation élasto-endommageable une fonction de dissipation $L(p)$ caractéristique du matériau. La variable p est l'indicateur plastique cumulé. La somme obtenue est la densité volumique d'énergie libre.

$$\rho\Psi = E_D + L(p)$$

En dérivant le potentiel par rapport à p , on fait apparaître une nouvelle variable R variable associée à p définie par:

$$R(p) = \frac{\partial \rho\Psi}{\partial p}$$

les autres expressions restant inchangées.

Les déformations anélastiques sont liées aux caractéristiques plastiques de la résine et aux frottements à travers le réseau de fissures. La plasticité et l'endommagement sont donc liés. Ce couplage est exprimé par l'emploi de quantités effectives en contraintes et en taux de déformation anélastiques. Ces variables sont duales aux variables classiquement employées. Le formalisme classique est utilisé tout en respectant l'équivalence en énergie :

$$\underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^p = \underline{\underline{\tilde{\sigma}}} : \underline{\underline{\dot{\tilde{\epsilon}}}}^p$$

On exprime les contraintes effectives par rapport à l'endommagement :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \tilde{\sigma}_1 = \sigma_1 & \dot{\tilde{\epsilon}}_1^p = \dot{\epsilon}_1^p \\ \tilde{\sigma}_t = \frac{\langle \sigma_t \rangle_+}{(1-d')} + \langle \sigma_t \rangle_- & \text{d'où} \quad \begin{array}{l} \dot{\tilde{\epsilon}}_t^p = \dot{\epsilon}_t^p (1-d') \quad \text{si } \sigma_t > 0 \\ \dot{\tilde{\epsilon}}_t^p = \dot{\epsilon}_t^p \quad \text{si } \sigma_t < 0 \end{array} \\ \tilde{\tau}_{lt} = \frac{\tau_{lt}}{(1-d)} & \dot{\tilde{\gamma}}_{lt}^p = \dot{\gamma}_{lt}^p (1-d) \end{array} \right.$$

Le modèle de plasticité utilisé classiquement pour décrire les déformations anélastiques des matériaux composites est un modèle avec écrouissage isotrope. Notons que l'on suppose une absence de plasticité sens fibres et aussi que la contrainte sens fibre n'a aucune influence sur les plasticités transverse et de cisaillement.

Ceci est dû à la nature élastique et à la grande rigidité des fibres qui gouvernent le comportement du pli sens fibres.

La fonction de charge s'exprime comme suit :

$$f(\boldsymbol{\sigma}, \tilde{p}) = \sqrt{\tilde{\tau}_{lt}^2 + a^2 \tilde{\sigma}_t^2} - R(\tilde{p}) - R_0$$

On définit aussi pour la plasticité un coefficient de couplage « a » entre la plasticité de cisaillement et celle de traction transverse. R_0 représente le seuil initial de plasticité.

La fonction d'écrouissage est caractéristique du matériau :

$$R(\tilde{p}) = K \tilde{p}^\gamma$$

Les règles d'écoulement nous donnent :

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}}_l^p = 0$$

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}}_t^p = a^2 \frac{\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_t}{R + R_0} \dot{\tilde{p}}$$

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{\gamma}}}_{lt}^p = 2\dot{\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}}_{lt}^p = \frac{\tilde{\tau}_{lt}}{(R + R_0)} \dot{\tilde{p}}$$

Avec :

$$\tilde{p} = \int_0^t \left(\sqrt{\frac{1}{a^2} (\dot{\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}}_t^p)^2 + 4 (\dot{\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}}_{lt}^p)^2} \right) dt' \quad \text{si } f=0$$

Ce modèle très classique a été développé depuis une dizaine d'années au LMT Cachan et fait l'objet de nombreuses publications [LAD1], [LED],[LEV].

Notons aussi que ce modèle de plasticité ne différencie pas la traction et la compression transverse contrairement à ce qui existe pour l'endommagement.

Pour identifier ce modèle de comportement statique, nous avons, en plus des essais de traction monotone, développé une plate-forme d'essais de flexion quatre-points sur éprouvette sandwich qui nous a permis de réaliser des essais alternés et nous a conduit à modifier le modèle de plasticité initial.

2.2] Identification du modèle et apport sur la loi d'écroutissage

Le matériau étudié est désigné par G947/M18. G947 désigne le renfort unidirectionnel en fibres de carbone T300 tissé avec une fine trame de verre (1,5% du renfort carbone) et M18 désigne une résine epoxy qui a une bonne tenue au feu (résine auto-extinguible, ce qui n'est le cas de la résine 914 employée dans les études précédentes [FAT] [PAY2]).

2.2.1) Notion d'essai matériau ou d'essai structure

Pour pouvoir caractériser le matériau avec un essai sur éprouvette, il faut vérifier que le niveau de rupture (voire le comportement) mesuré n'est pas dépendant de la structure de l'éprouvette. En effet, des effets de structures (en particulier, les effets de bords : bord libre et talons) peuvent être à l'origine de sur-contraintes qui peuvent provoquer une rupture prématurée : la contrainte à rupture mesurée sera inférieure au niveau admissible obtenue sur un essai homogène.

Pour illustrer ces effets, nous comparons la courbe contrainte/ déformation de deux éprouvettes de mêmes dimensions mais avec une séquence d'empilement différente :

- stratifié A : [+ /-45]_{3s}
- stratifié B : [+45₃ , -45₃]_s

Dans une théorie contraintes planes le comportement en tension de ces deux stratifiés est identique. Ce qui les différencie est l'épaisseur totale de plis de même orientation : un pli par orientation et les deux plis du centre pour le stratifié A, 3 plis par orientation et les 6 plis du centre pour le stratifié B.

Le stratifié B montre le même comportement (Figure 17) que le stratifié A, par contre il casse brutalement à 1,3% de déformation. Le stratifié A, quant à lui, rompt pour un niveau de déformation supérieur à 5% (la plus grande valeur mesurée est de 8% de déformation).

Jusqu'à environ 4% de déformation totale, l'éprouvette A est visiblement saine (exempte de macro-défauts). Le seul changement d'apparence concerne la trame de verre qui maintient les fibres et qui devient plus apparente aux environs de 4% de déformations (Figure 18).

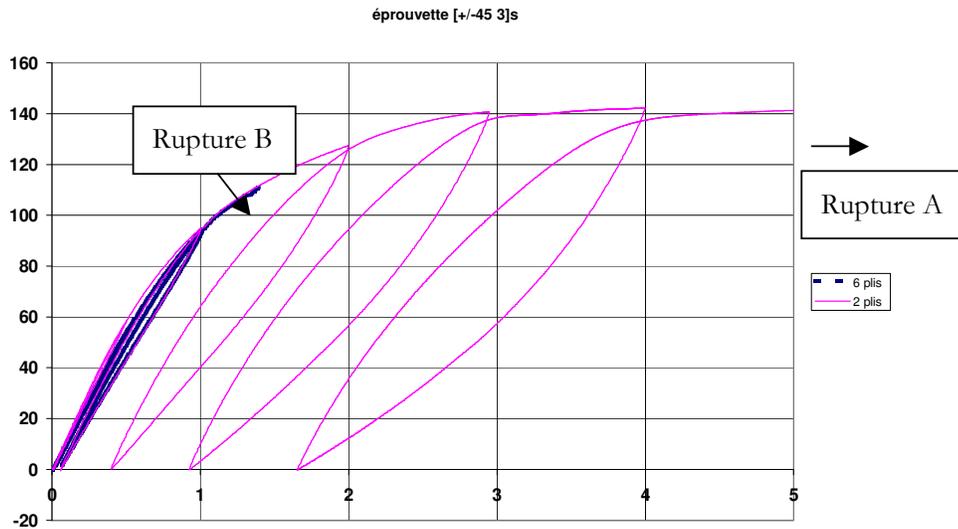


Figure 17: Comparaison des courbes sigma epsilon pour les stratifiés A et B

Au delà de la première rupture transverse, les ruptures transverses s'intensifient et peuvent également être associées à des délaminages : la photo de l'éprouvette rompue (Figure 19) illustre la densité de macro-défauts à la rupture finale . Notre modèle s'arrête à l'apparition de la première rupture transverse.



Figure 18: Comparaison d'une éprouvette non sollicitée et d'une éprouvette sollicitée à 4% de déformation totale

L'éprouvette B, quant à elle, a trois ruptures de plis qui se rejoignent par deux délaminages et ceci s'est produit à une largeur d'éprouvette d'un des talons. A part ces macro-défauts localisés elle paraît entièrement saine. Pour la partie saine, l'endommagement est diffus (Figure 19).

L'explication de cette rupture fragile de la structure B est liée à l'existence d'une sur-contrainte de traction transverse, en effet au niveau du talon la déformation transverse est bloquée et cela génère donc une contrainte transverse importante.

Ceci a permis d'initier une rupture transverse qui s'est propagée dans la largeur, puis s'est prolongée dans un délaminage jusqu'à rupture des derniers plis. Ce processus est tridimensionnel et intimement lié aux bords : talons et bords libres. Cet essai (géométrie et empilage) ne permet donc pas de caractériser le comportement à rupture du pli. Par contre l'essai sur l'éprouvette A est beaucoup moins sensible aux effets de bords : les défauts qui s'initient sur les bords libres et aux talons (pour les mêmes raisons que pour l'éprouvette B) ne parviennent pas rapidement à l'échelle de la structure. Les mesures réalisées sur A permettent de caractériser le matériau jusqu'à la rupture par instabilité.

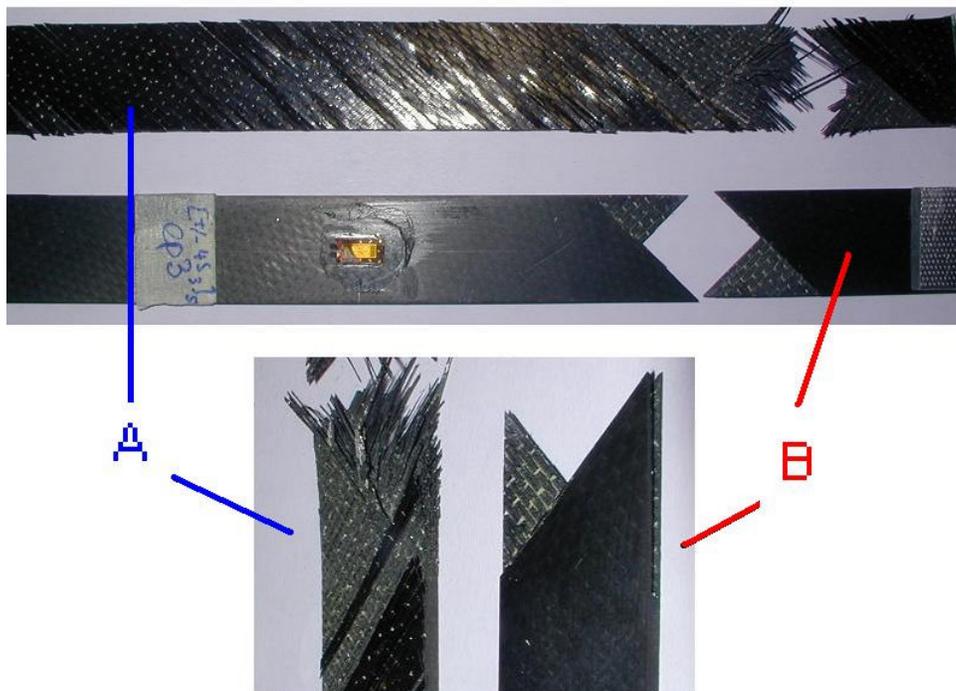


Figure 19: Eprouvettes A et B rompues

2.2.2) Présentation des essais statiques

Les essais statiques réalisés sont de deux types:

- essais de traction sur éprouvettes plates réalisés sur machine conventionnelle de marque INSTRON au LMA
- essais de traction/compression sur éprouvettes sandwich en flexion 4 points sur un montage développé au cours de la thèse à UNIMECA

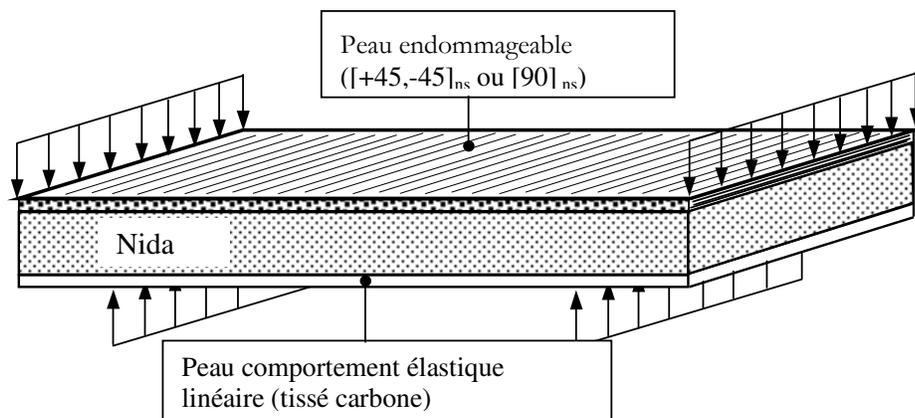


Figure 20: Eprouvette sandwich en flexion 4 points

Les principaux avantages des essais de flexion quatre points sur sandwich sont :

- le montage de flexion 4 points permet d'obtenir d'un état de flexion pure entre appuis centraux (sous l'hypothèse petites perturbations)
- la structure sandwich permet d'obtenir une contrainte quasi uniforme dans l'épaisseur des peaux
- la contrainte quasi-uniforme peut être de signe positif ou négatif ou encore changer de signe lors d'un essai sans grand risque de flambage.

Par contre, ce système présente quelques inconvénients : le plus important est l'aspect indirect de la mesure de la contrainte et les hypothèses simplificatrices réalisées pour l'obtenir et le second inconvénient concerne la complexité de la géométrie dès que la déformation est importante (quelques %).

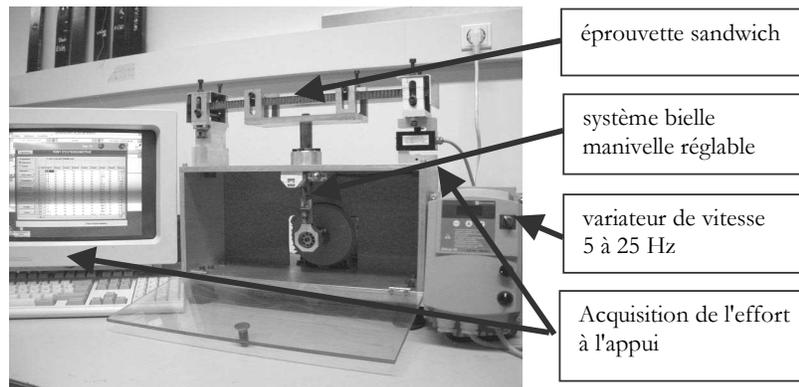


Figure 21: Dispositif expérimental de fatigue en flexion 4points

L'éprouvette sandwich est obtenue en disposant de part et d'autre du NIDA une peau élastique connue (tissé carbone à 0°) et une peau à étudier: stratifié $[\pm 45]_s$ ou $[90]_4$ par exemple. Ainsi la mesure de la déformation de la peau élastique nous donne la contrainte dans la peau non-linéaire.

La Figure 21 présente la machine dans sa configuration fatigue (moteur plus système bielle manivelle) ; pour les essais statiques, on démonte l'embellage pour insérer le montage sur une machine de traction classique permettant un pilotage à vitesse constante.

Au bilan, cet essai permet de recréer un état quasi-uniforme de traction ou compression dans les peaux du sandwich entre les appuis centraux ; ce qui nous donne la possibilité d'étudier le comportement en compression seule ou en traction/compression.

Le modèle de comportement du sandwich est simplifié [DAN] ce qui est cohérent avec l'étude qualitative menée : l'hypothèse poutre en flexion sous l'hypothèse petites perturbations et peaux sollicitées de manière homogène permet une extraction simple de la contrainte.

Remarque : La réalisation des plaques stratifiées en pré-imprégné M18-G947, les sandwichs et l'usinage des éprouvettes sont réalisés en interne; le cycle de cuisson des plaques est contrôlé par PID (conditions de fabrication précisées en annexe 2).

2.2.3) Identification du comportement en traction sens fibres

Dans le sens fibre, le comportement est élastique fragile comme le montre la Figure 22. En fin de courbe, les petits décrochements sont liés à des ruptures de fibres.

La déformation à rupture est égale à 1,3% ; elle est indépendante du taux de fibres. Par contre elle peut dépendre de la géométrie de l'éprouvette : en effet si l'éprouvette n'était pas usinée avec un grand rayon de courbure (Figure 23), l'effet de bord aux talons engendrerait une rupture prématurée, liée à la structure de l'éprouvette. A l'inverse, le fait de l'échancrer induit une contrainte plus élevée au centre de l'éprouvette, le rayon de courbure étant choisi suffisamment grand pour provoquer une concentration de contraintes négligeable.

Sur la Figure 22, les valeurs caractéristiques de la droite, à savoir la pente (ou module d'Young E_1) et la limite (ou résistance en traction sens fibres X), peuvent être corrélées au taux de fibres. Ici les valeurs sont légèrement plus faibles que les valeurs obtenues sur le même matériau avec 60% de taux de fibres : à savoir $E_1 = 115$ GPa et $X = 1530$ MPa.

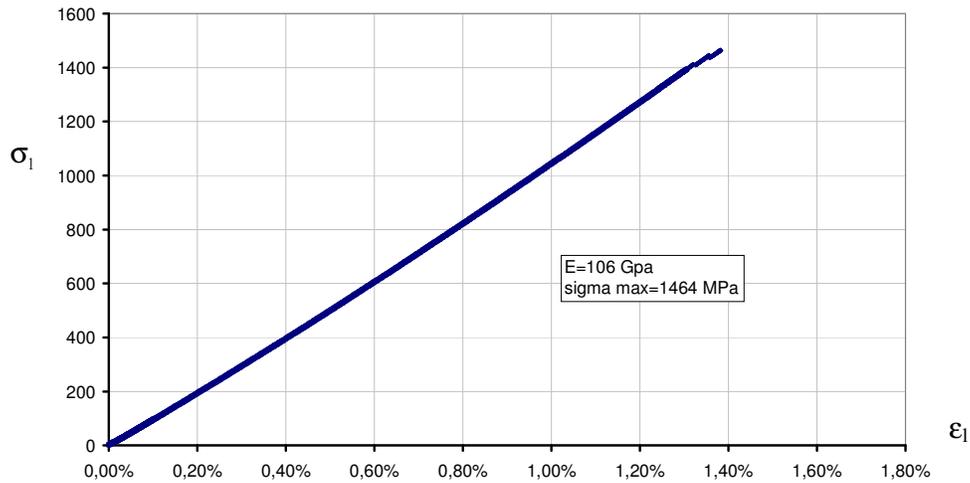


Figure 22: Comportement en traction sens fibres

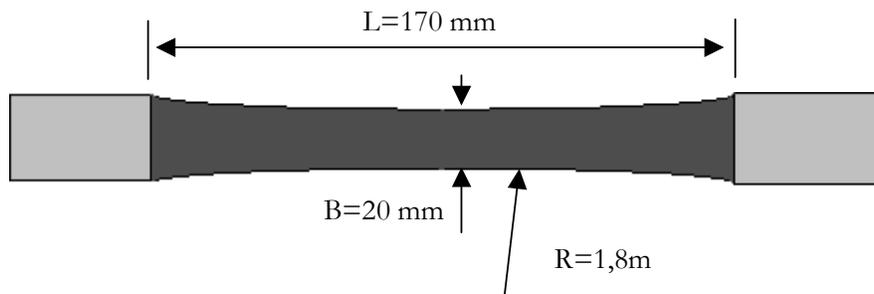


Figure 23: Géométrie de l'éprouvette

2.2.4) Identification du comportement en traction transverse

En ce qui concerne l'étude du comportement en traction transverse d', différents essais sont possibles [LED] :

- a) essai sur stratifié à $[90]_n$
- b) essai hors-axe $[+45]_n$
- c) essai sur stratifié sur $[+/-67,5]_{ns}$

Les trois essais sont sensibles aux défauts du fait de la rupture fragile qui gouverne le comportement transverse. Cette sensibilité aux défauts se traduit par une forte dispersion des résultats à rupture (Tableau 5).

Le premier essai a) a l'avantage de donner une mesure directe des modules et donc des endommagements par des charges et décharges.

Le second b) est un essai hors-axe délicat à mettre en œuvre car il nécessite des liaisons articulées entre les mors et les traverses de la machine de traction. Il ne permet pas une identification du comportement transverse seul car les contraintes de cisaillement ne sont pas nulles. Cependant, il permet de donner des mesures directes des contraintes et déformations suivant les directions transverse et de cisaillement et donc d'obtenir les deux modules, c'est-à-dire les deux endommagements et leur relation (paramètre b'). La Figure 24 représente les courbes obtenues lors d'un essai sur stratifié $[45]_{12}$.

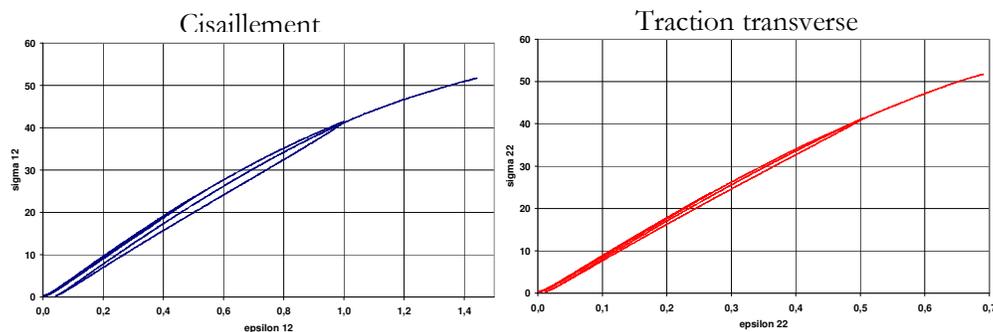


Figure 24: Contrainte/déformation issu d'un essai hors-axe $[45]_n$

L'essai c) est un peu moins sensible aux défauts que l'essai a) mais, comme pour l'essai b), il couple les comportements transverse et de cisaillement, ce qui implique des mesures indirectes.

Pour notre étude, nous avons commencé par réaliser les essais sur stratifié $[90]_4$. (Figure 25)
 On peut extraire de cette courbe les mesures d'endommagements et de déformations anélastiques. Cet essai a permis de déterminer l'évolution de l'endommagement en traction transverse en fonction de la force associée $\sqrt{Y_{d'}}$.
 On identifie le coefficient directeur et la valeur de la force associée pour $d'=0$.
 Par contre, cet essai, à cause de sa sensibilité aux défauts, ne permet pas d'identifier le seuil de rupture fragile. Les mesures à faibles niveaux sont plus soumises aux incertitudes de mesure.

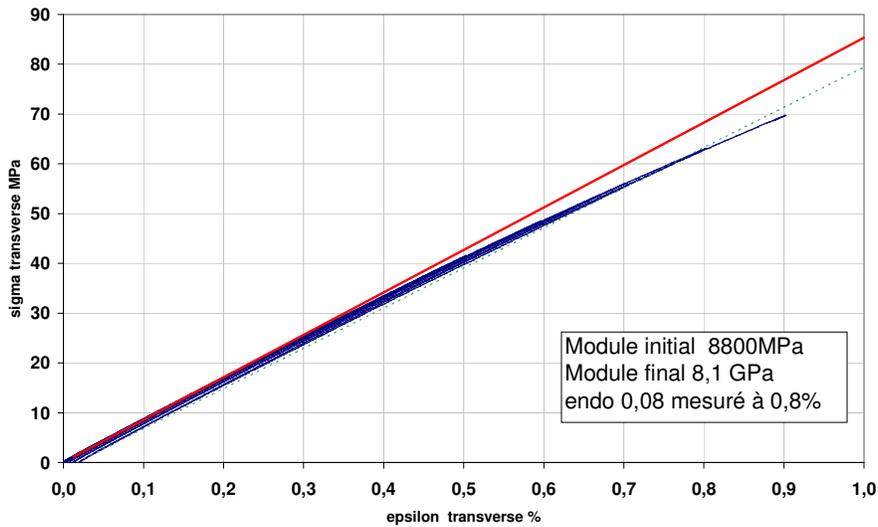


Figure 25: Comportement en traction transverse sur stratifié $[90]_4$

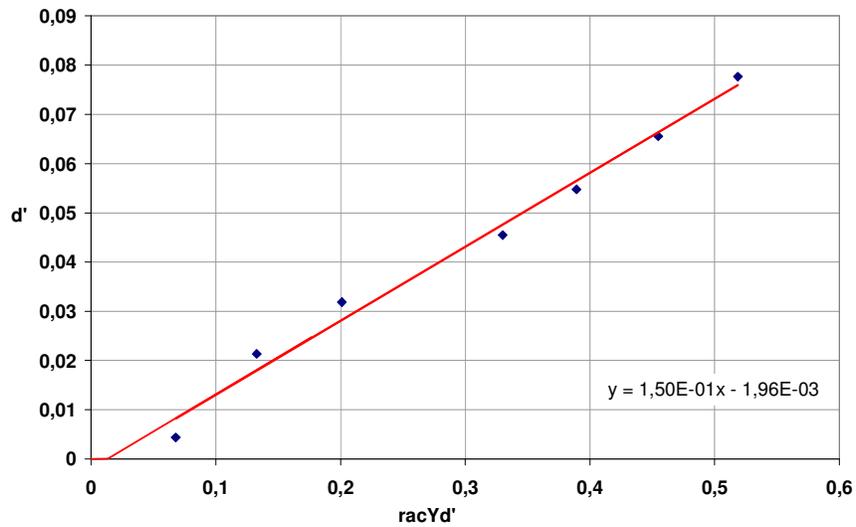


Figure 26: Evolution de l'endommagement en traction transverse

Les déformations anélastiques mesurées sont très faibles : aucune sous un seuil de 30 MPa et une valeur maximale mesurée à 0,026% lors de la décharge à 0,8%.

Le comportement transverse du pli G827/914 a été précédemment caractérisé [FAT], ses caractéristiques à rupture mesurées ont été plus élevées: epsilon maxi à 1,3% et endommagement d' maxi à 20%.

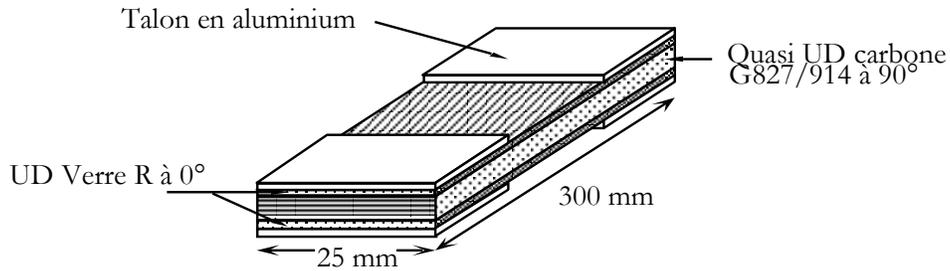


Figure 27: Schéma de l'éprouvette hybride verre/carbone

Cette différence est essentiellement due au type d'essai adopté pour cette étude-là à savoir un essai de traction sur éprouvette hybride [ud verre 0°, ud carbone 90°]s (Figure 27) [HOC1].

Cet essai a été inspiré d'un essai dit « essai-pied » [RAM], pour étudier le comportement du béton sans obtenir de rupture fragile "trop prématurée". Grâce aux plis élastiques, la structure hybride reste non rompue même si des ruptures complètes des plis à 90° se produisent (en général près des talons); les grandeurs "contrainte" et "déformation" au sein du matériau endommagé restent mesurables. L'essai est interrompu quand une rupture des plis à 90° intervient à proximité de la jauge de déformation (Figure 28).



Figure 28: Photographie de l'éprouvette hybride UD verre/ UD carbone rompue [FAT]

Sur la résine M18, nous n'avons pas pu réaliser le même type d'éprouvette hybride faite de pli unidirectionnel en fibre de verre compatible avec une résine M18.

Par contre en utilisant la même technique de maintien du matériau fragile, nous avons testé deux types d'éprouvettes hybrides. Tout d'abord, les plis de carbone transverse ont été disposés au milieu de deux films en PEI (film thermoplastique). Ainsi, la Figure 29 représente le comportement d'un stratifié en G947/M18 composé de 4 plis à 90°, l'essai ayant été réalisé sur une éprouvette hybride carbone/PEI. On extrait le comportement du pli transverse en retranchant la contribution des films élastiques en PEI sur la contrainte globale. Cet essai amène à une mesure de contrainte indirecte et n'a pas permis de prolonger l'essai de manière sensible par rapport au cas carbone seul. (Tableau 5)

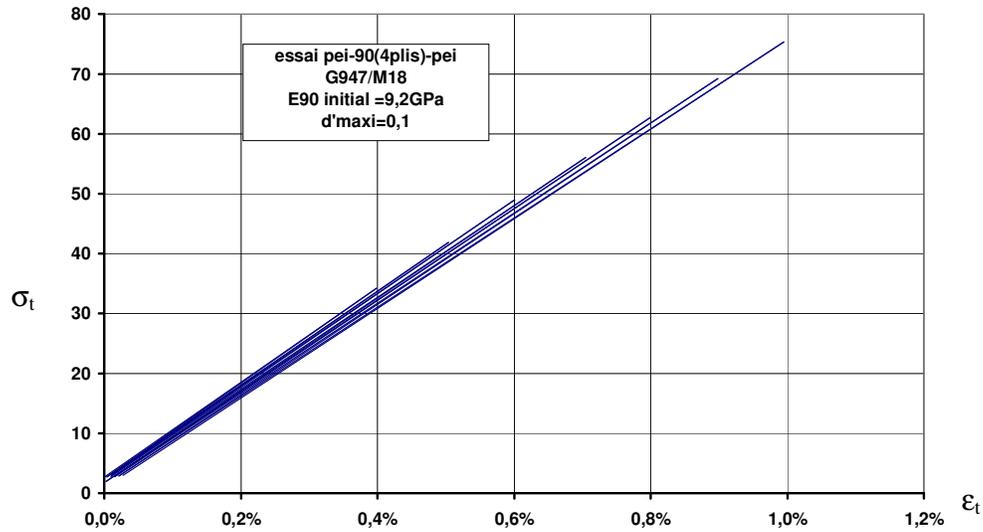


Figure 29: comportement en traction transverse du G947/M18

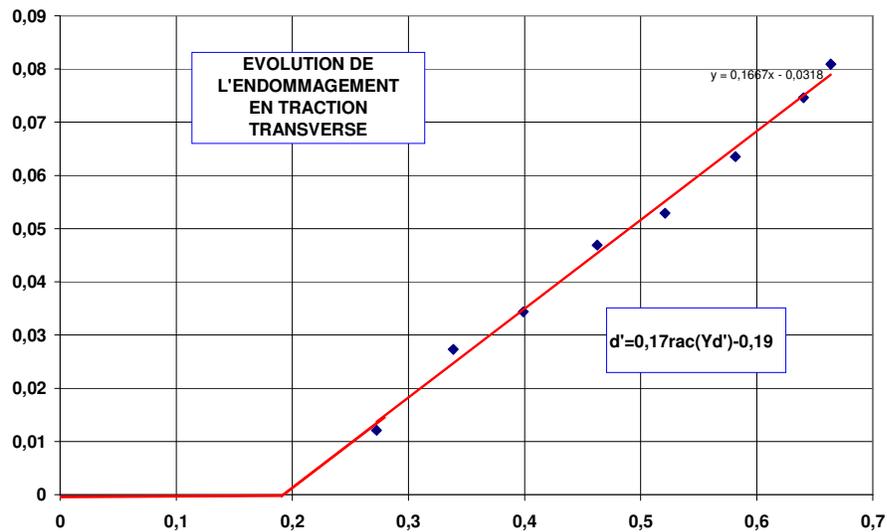


Figure 30: Evolution de l'endommagement en traction transverse sur essai hybride carbone/PEI

On peut extraire de cet essai l'évolution de l'endommagement en traction transverse. Le coefficient directeur de la droite $d' = f(\sqrt{Y_{d'}})$ est du même ordre pour les essais carbone seul : 0,15 et hybride PEI/carbone : 0,17.

D'autres essais (Figure 31) avec des plis tissés verre - résine M18 situés de part et d'autre du carbone à 90°, ont permis d'obtenir de plus hauts niveaux de déformation à rupture: de l'ordre de 1,2%.

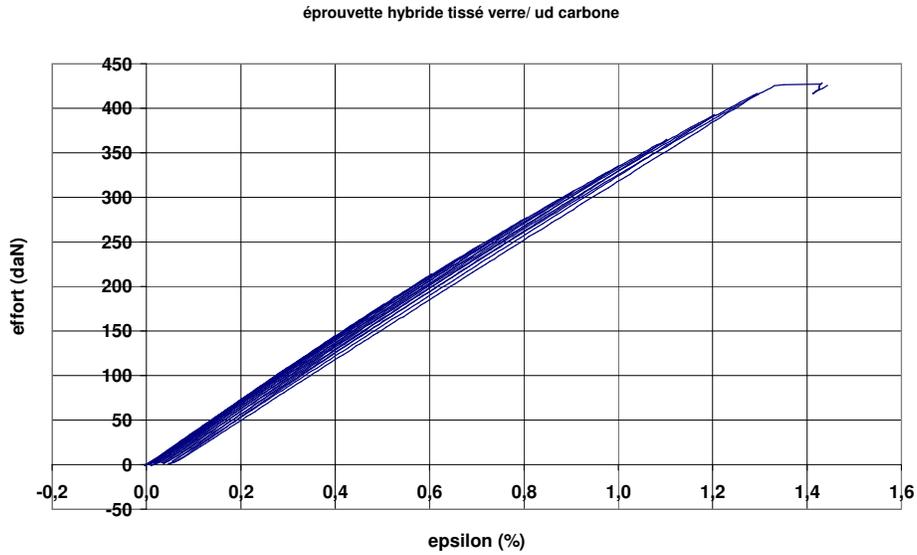


Figure 31: courbe sigma/epsilon sur hybride tissé verre/ UD carbone.

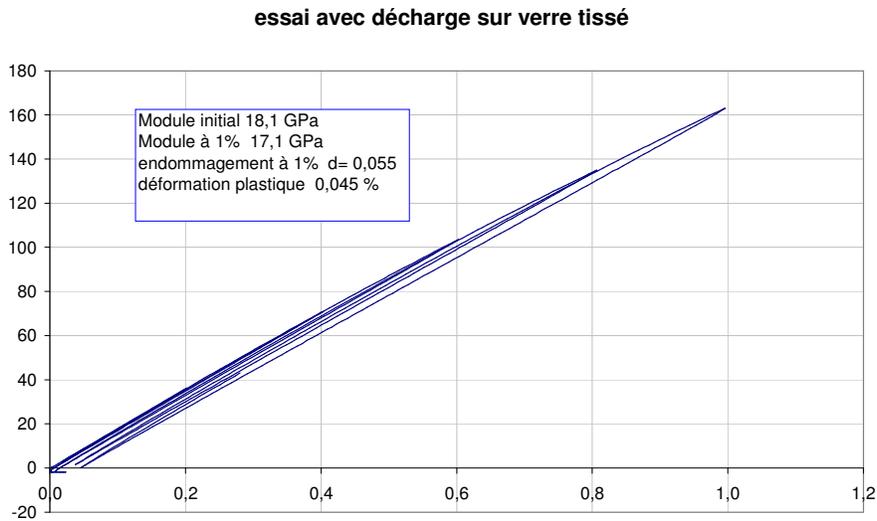


Figure 32: Comportement en traction sens chaîne d'un pli tissé verre

Seulement, contrairement au pli unidirectionnel verre, le tissé verre sens fibre (Figure 32) a lui-même un comportement non-linéaire (niveaux d'endommagement et de plasticité à 1% voisins de ceux du carbone en traction transverse) et donc le comportement du carbone devient difficile à extraire.

carbone seul				
	Et init (MPa)	eps rupt (%)	sigma rupt (MPa)	d'
n°1	7800	0,88	62	0,04 à 0,5%
n°2	8700	0,9	70	0,08 à 0,8%
carbone / pei				
	Et init (MPa)	eps rupt (%)	sigma rupt (MPa)	d'
n°1	9000	0,7	58	0,07 à 0,7%
n°2	9200	1,02	77	0,1 à 1%
n°3	8700	0,8	62	0,08 à 0,8%
carbone / verre				
	Et init (MPa)	eps rupt (%)	sigma rupt (MPa)	d'
n°1		1,2		
n°2		1,3		
n°3		1,17		

Tableau 5: Récapitulatif des essais sur le comportement transverse

Au bilan, si l'on fait l'interpolation d'un essai « idéal » sur la base de l'essai carbone seul et avec une déformation à rupture obtenue sur l'hybride verre/carbone, on obtient la Figure 33.

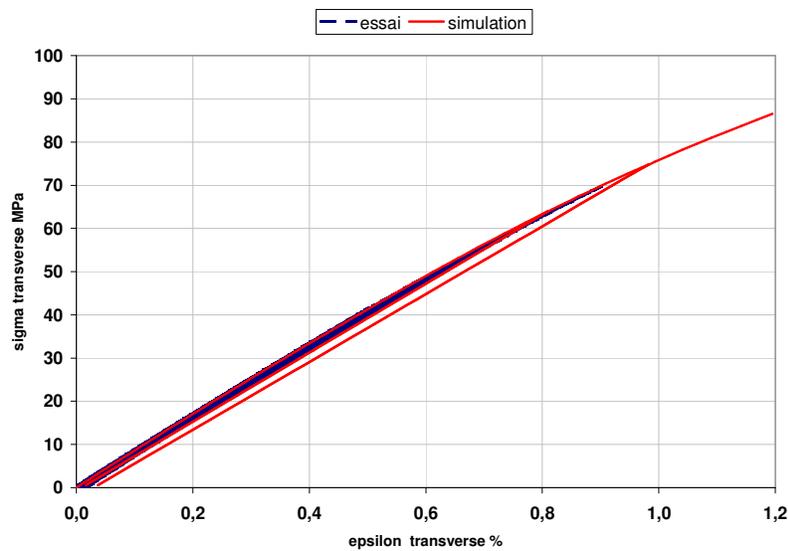


Figure 33: Identification du comportement transverse

Cette identification est réalisée avec le paramétrage :

- $b=1$ (coefficient de couplage pour le calcul de la force associée équivalente)
- $b'=0,6$ (coefficient de couplage entre d et d' , relation $d'=b'd$ obtenu à la Figure 24)
- $Yc'=0,55\text{MPa}$

Ces valeurs découlent de l'identification de l'évolution de l'endommagement en traction transverse (Figure 26) et de l'essai hors-axe (Figure 24).

La conclusion de ces investigations sur le comportement à rupture en traction transverse concerne la mise au point d'éprouvettes adaptées qui solutionne le problème de sensibilité aux défauts. Le Tableau 5 met en évidence la grande dispersion des résultats : ceci force à relativiser la valeur quantitative de l'identification obtenue à la Figure 26.

- la première voie est celle des éprouvettes hybrides usinées où l'on vient placer des plis linéaires, d'une rigidité du même ordre que celle des plis transverses et de grande déformation à rupture pour maintenir le pli à 90 étudié : le pli unidirectionnel verre avec une résine compatible à celle du pli carbone étudié semble une bonne solution.
- La seconde voie est l'utilisation de plusieurs essais hors-axe sur éprouvettes usinées (Figure 24, avec les usinages pour éviter les ruptures prématurées au niveau des talons) en stratifié unidirectionnel avec des angles variables (exemple : $[30^\circ]$ et $[45^\circ]$, pour lesquels la rupture est associée à une rupture fragile suivant la direction transverse). Pour ces essais, le calcul des contraintes et des déformations transverses et de cisaillement est direct et ne nécessite pas un calcul inverse où intervient le comportement (comme sur le $[67.5,-67.5]$ par exemple). Les essais hors-axe réalisés par Kawai et al. [KAW2] à la Figure 34 montre les courbes contrainte-déformation pour différents essai hors-axe : 0° , 5° , 10° , 20° , 30° , 45° , 60° et 90° .

La rupture se produit par instabilité pour des angles entre 5 et 45 puis par seuil fragile pour des angles supérieurs à 50° . Ces essais confirment la simulation présentée à la Figure 35.

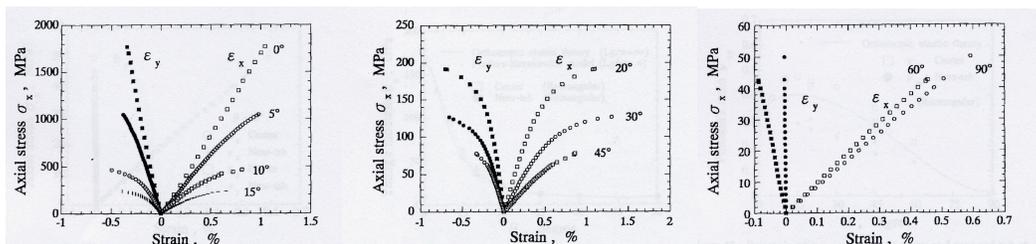


Figure 34: Relation contrainte/déformation sur stratifié pour différents essais hors-axe [KAW2]

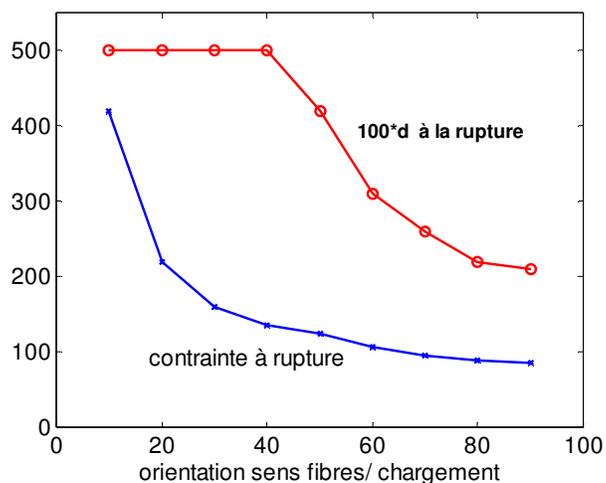


Figure 35: Modes de rupture par instabilité ou seuil de rupture fragile en fonction de l'orientation des fibres

Cet essai nécessiterait une adaptation sur la machine de traction traditionnelle [MAR]: des liaisons articulées au niveau des mors permettent d'éviter la présence de flexion parasite (Figure 36). Pour l'instant, le seul essai qui a été effectué (Figure 24) est un essai avec un encastrement à une extrémité et une liaison pivot à l'autre (Figure 36b).

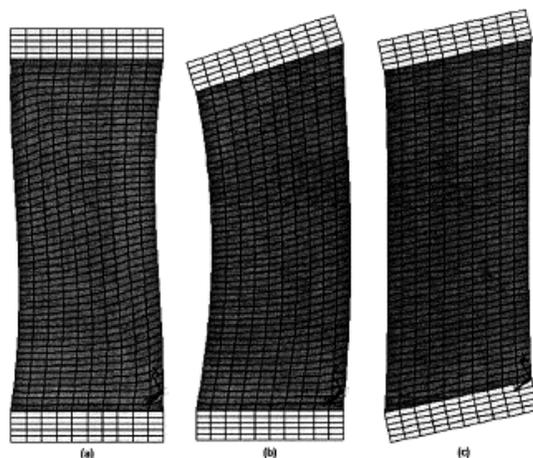


Figure 36: Influence du type de liaison lors d'un essai hors-axe [MAR]

2.2.5) Identification du comportement en cisaillement

Parmi les essais usuels pour identifier le comportement en cisaillement, on distingue :

- essai Iosipescu
- essai hors-axe $[\theta]$ avec θ faible (10°)
- essai $[\pm 45]_{ns}$

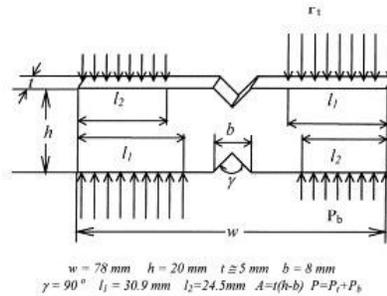


Figure 37: Schéma d'une éprouvette d'essai Iosipescu [ODE]

L'essai Iosipescu [ODE] ne génère pas un état homogène de contraintes et ne peut pas être qualifié d'essai « matériau » (Figure 37). La petitesse de la zone utile et les singularités provoquées par l'entaille font que les mesures sont liées à la structure.

L'essai hors-axe, sur un 10° par exemple [CAI], pour lequel la rupture est associée à un phénomène d'instabilité (Figure 35) est très sensible aux défauts d'alignement des fibres (Figure 38) et aux effets de bord au niveau des talons (forte dispersion). Notons que pour des essais à 10° , la rupture d'un des plis conduit très certainement à la rupture du stratifié. Pour les essais réalisés par Cain et al [CAI], les niveaux de déformation atteints par certaines éprouvettes sont très élevés et montrent qu'il est possible d'atteindre des niveaux d'endommagement élevés pour des essais hors axe (Figure 39 avec un endommagement calculé en considérant les déformations purement élastiques).

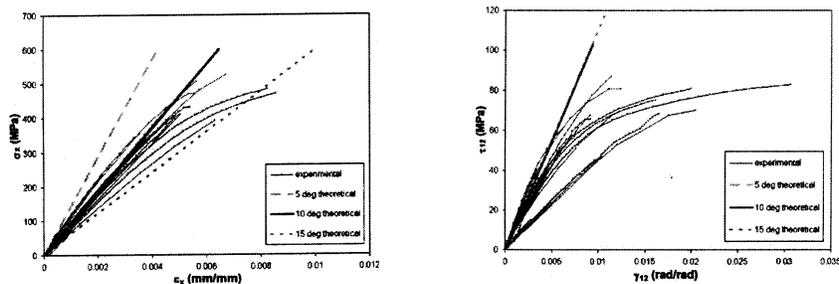


Figure 38: Contrainte/déformation sur stratifié $[10]_n$ [CAI] (à g. repère stratifié à dr. repère du pli)

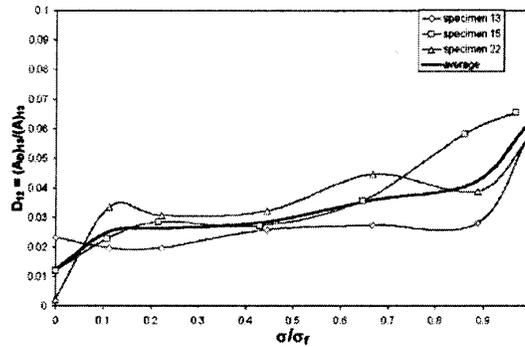


Figure 39: Endommagement en fonction de la contrainte (modèle sans plasticité) [CAI]

L'essai sur des stratifiés $[45,-45]_{ns}$ est très utilisé car il est très peu sensible aux défauts et aux initiations de fissures et délaminages sur les bords. Cependant, tout comme pour l'essai à 10° , il ne correspond pas à un essai de cisaillement pur mais la contribution due à la traction transverse est très faible pour notre matériau. Notons que pour ce stratifié et dans le cadre de notre modélisation, la rupture du premier pli ne correspond pas automatiquement à la rupture du stratifié (Figure 19 éprouvette A).

Le comportement en cisaillement est donc obtenu grâce à un essai de traction sur stratifié à $[+/- 45]_{3s}$. Le calcul en annexe 4 précise l'erreur commise sur l'appréciation du module et la proportion de contrainte transverse sur ce stratifié en traction.

Illustré à la figure 28, le comportement de cisaillement est très fortement non-linéaire : forts niveaux d'endommagement et fortes déformations résiduelles. A partir des mesures des rigidités lors des décharges élastiques et des déformations résiduelles, on procède à l'identification de la loi d'endommagement d en fonction de la racine de la force associée équivalente (Figure 41) et de la loi d'écrouissage isotrope $R(p)=Kp^Y$ (Figure 42).

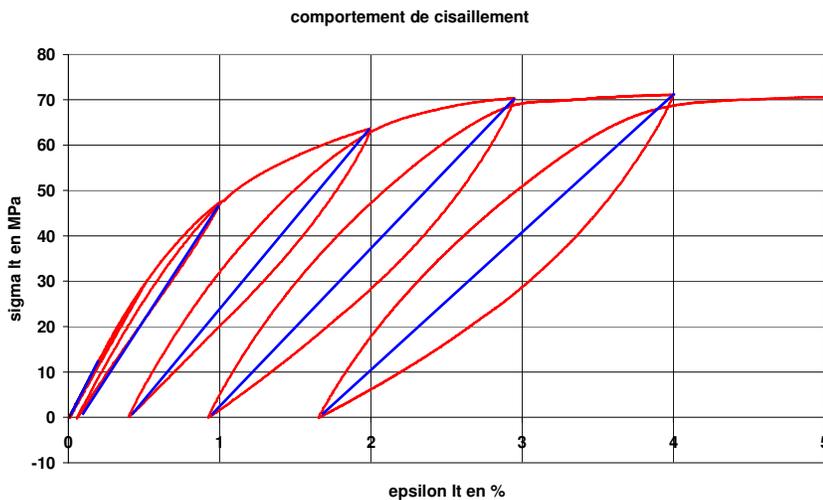


Figure 40: Comportement en traction d'un stratifié $[+/- 45]_s$

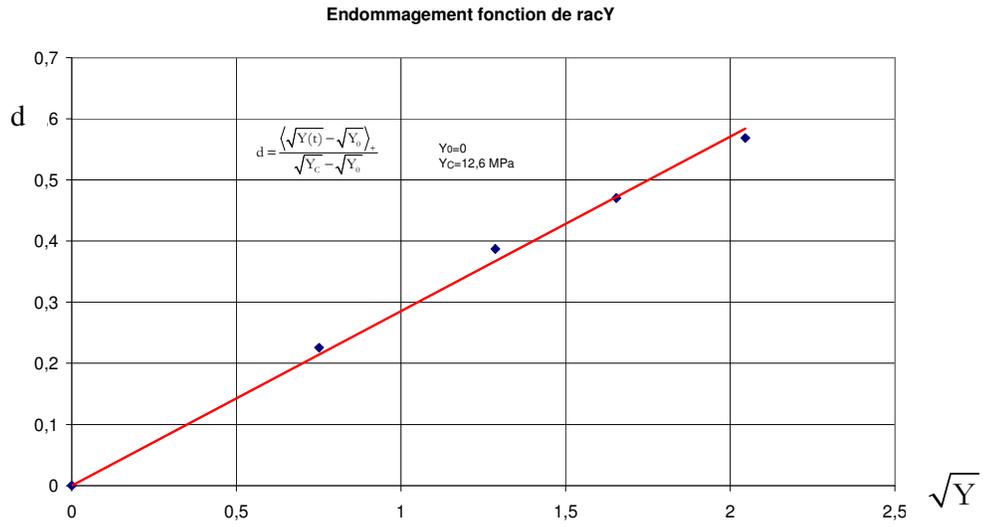


Figure 41: Identification de la loi d'évolution de l'endommagement en fonction de la force associée

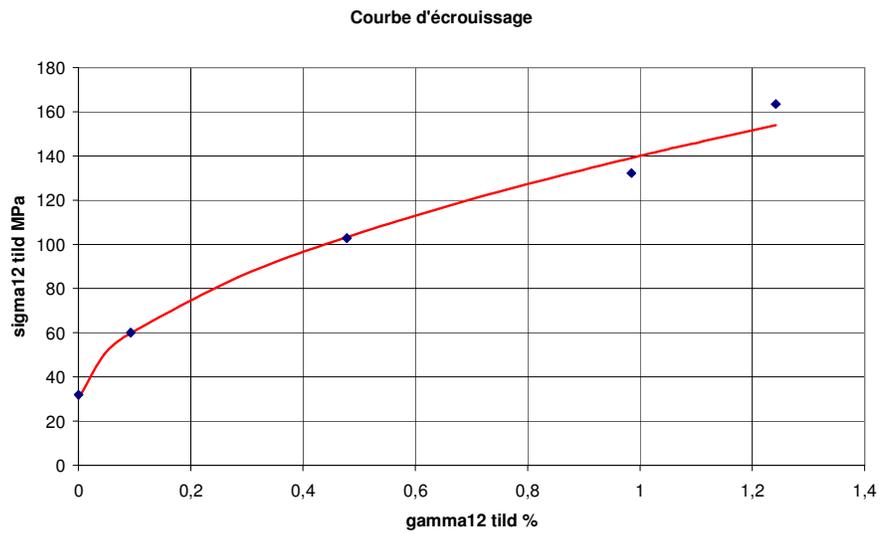


Figure 42: Identification de la loi d'écroissage isotrope

La Figure 43 présente le comportement identifié comparé avec la courbe expérimentale.

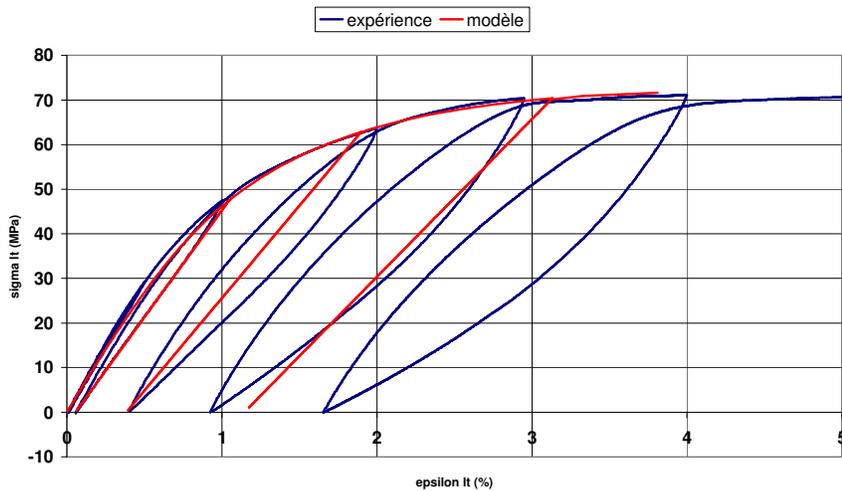


Figure 43: Comparaison modèle expérience pour le cisaillement monotone

Afin de valider la non influence de la traction transverse sur l'identification en cisaillement, nous avons comparé l'expérience avec un modèle écrit en considérant les coefficients de couplage b et b' nuls. Les courbes de simulation cisaillement pur et cisaillement plus traction transverse sont exactement confondues. Pour la suite de l'étude en fatigue, nous ferons l'hypothèse que le stratifié $[\pm/45]_{ns}$ est en cisaillement pur (annexe 4).

Cette loi d'érouissage isotrope convient bien pour identifier le comportement sous chargement monotone et peut être utilisée dans les cas de figures où la contrainte ne change pas de signe ; cependant, comme nous le verrons dans le paragraphe suivant, elle n'est pas adaptée à des chargements alternés de type traction/compression. Cette observation nous a conduit à proposer une loi d'érouissage cinématique.

2.2.6) Observations du comportement lors d'essais alternés

Les essais en cisaillement alterné (traction/compression sur $[\pm/45]_s$) ont mis en évidence le caractère non isotrope de la loi d'érouissage (Figure 44). Ces essais ont été réalisés en flexion quatre points sur sandwich dont une peau est un stratifié $[\pm/45]_s$. Ces essais de type alterné ne sont réalisables que sur des plates-formes spécifiques (type flexion) ou bien des structures spécifiques (type tube [JOS]).

comportement en cisaillement d'un composite carbone/époxy [+/-45]s

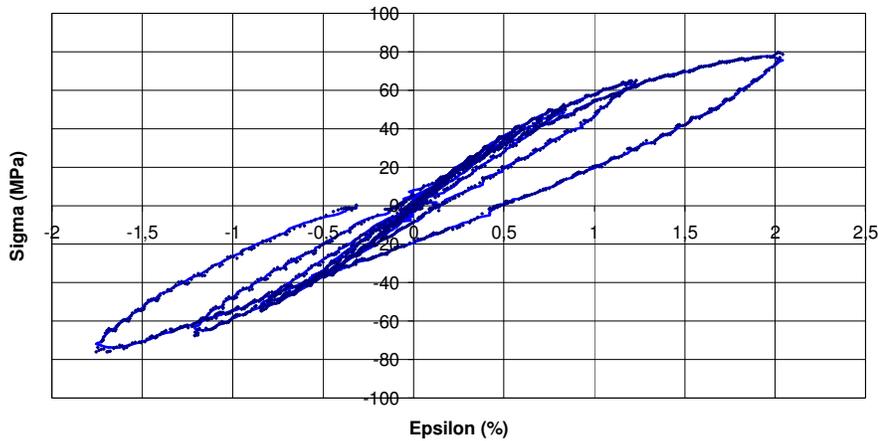


Figure 44: Courbe expérimentale de traction compression sur stratifié [+/-45]s

Sous des niveaux de contraintes anti-symétriques, on observe une déformation plastique en compression alors que le modèle d'écouissage isotrope prédit une dilatation de la surface représentative du critère dans toutes les directions et par conséquent ne prévoit pas de variation de la contrainte résiduelle lorsqu'on passe d'une contrainte positive au même niveau de contrainte négative.

Ainsi, les observations expérimentales conduisent à identifier une loi d'écouissage de type cinématique correspondant à une translation de la surface représentative du critère.

Physiquement, l'écouissage cinématique est analogue à du glissement avec frottement au sein du matériau : les lèvres des fissures ont un mouvement relatif qui est dissipateur d'énergie. Pour illustrer ce comportement dans les cas mono-dimensionnels avec l'analogie rhéo-mécanique, on utilise un patin avec frottement.

Comme pour la modélisation de la plasticité avec écouissage isotrope, on décrit l'évolution de la plasticité à l'aide des contraintes et des déformations anélastiques effectives. On considère l'endommagement et la plasticité comme des phénomènes couplés.

Les Figure 45 à 47 présentent deux types d'identification : isotrope et cinématique linéaire pour le comportement élasto-plastique endommageable en cisaillement.

Chaque identification est exposée par deux courbes: la courbe contrainte/déformation pour le stratifié à [+/-45]s et la courbe contrainte effective/ déformation plastique effective de cisaillement.

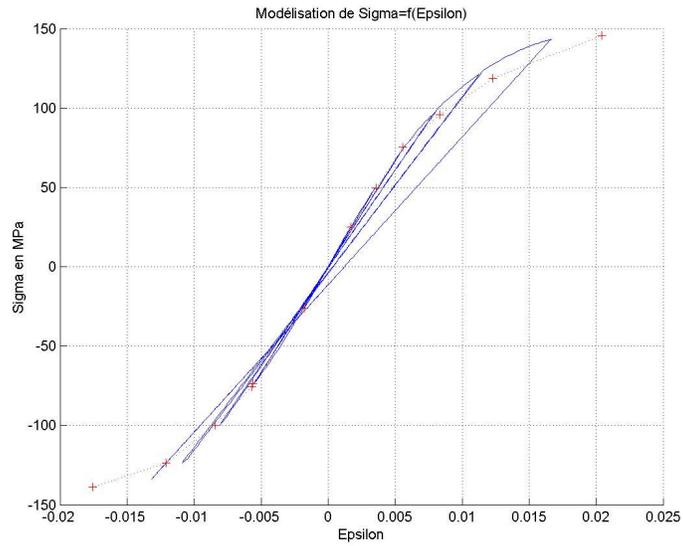


Figure 45: Identification avec écrouissage isotrope

Sous l'effet d'un chargement alterné, un modèle à écrouissage isotrope (Figure 45 et Figure 46) ne prédit aucune déformation plastique si la contrainte de cisaillement négative ne dépasse pas la plus grande valeur positive subie par le stratifié.

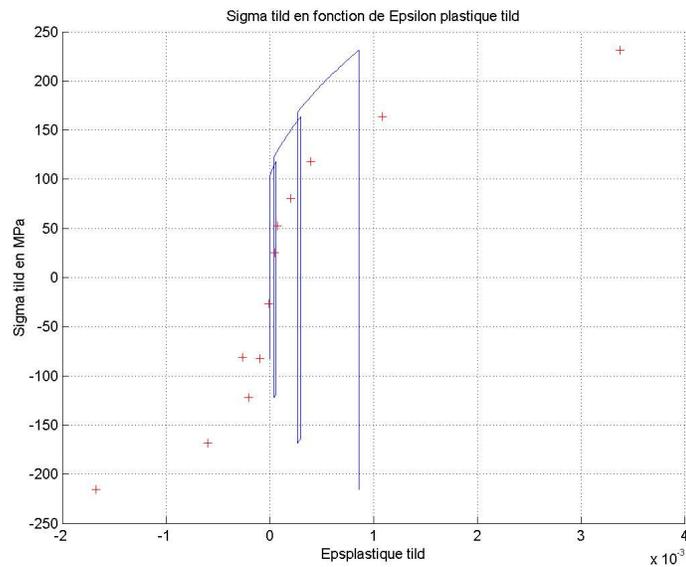


Figure 46: Contrainte effective/déformation effective sous écrouissage isotrope

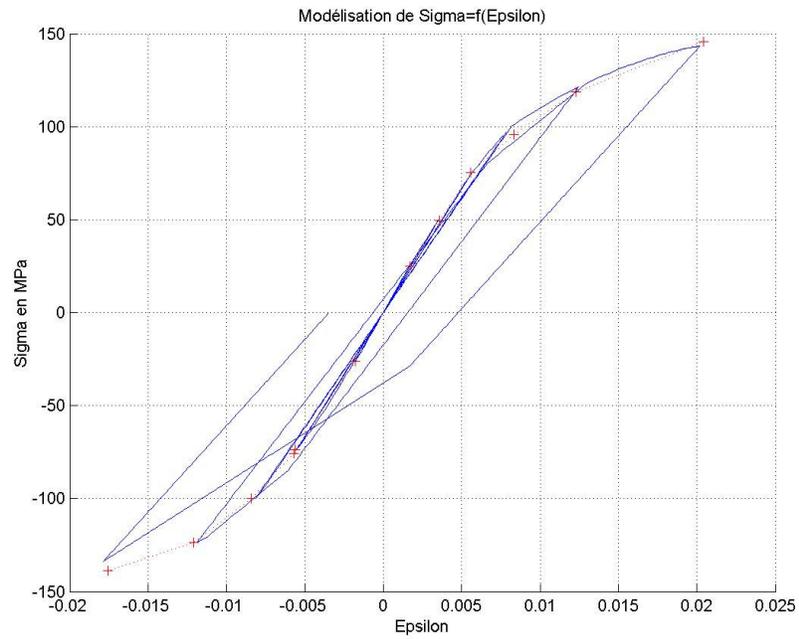


Figure 47: Identification avec écrouissage cinématique linéaire

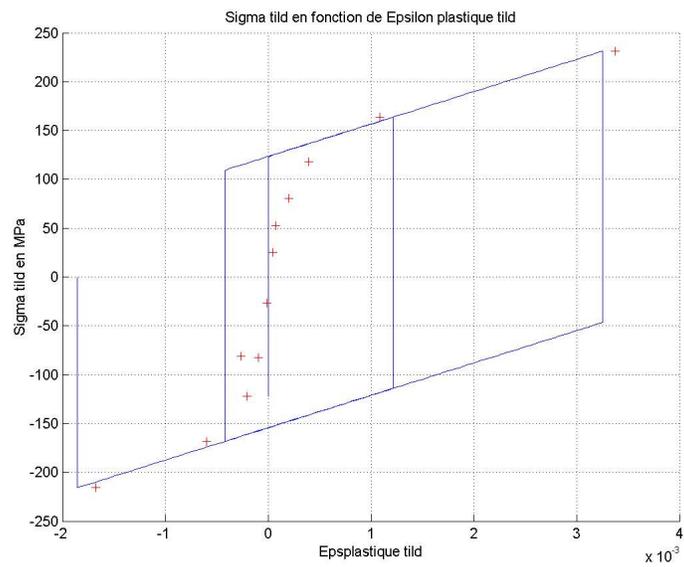


Figure 48: Contrainte effective/déformation effective sous écrouissage cinématique

Le second modèle (Figure 47 et Figure 48) est cohérent avec l'expérience puisqu'il autorise une diminution de la déformation plastique. C'est donc le modèle de plasticité avec écrouissage cinématique linéaire qui est retenu.

Le modèle de plasticité avec écrouissage cinématique linéaire pur a été identifié et est présenté dans le cas du cisaillement seul.

La fonction de charge se définit alors par :

$$f(\underline{\sigma}, \underline{\epsilon}^p) = |\tilde{\tau}_{lt} - X_{lt}| - R_0$$

Les règles d'écoulement nous donnent :

$$\dot{\tilde{\gamma}}_{lt}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \tilde{\tau}_{lt}} = \dot{\lambda} \frac{\tilde{\tau}_{lt} - X_{lt}}{R_0}$$

$$\dot{\alpha}_{lt} = -\dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial X_{lt}} = \dot{\tilde{\gamma}}_{lt}^p$$

La règle d'écrouissage est linéaire pour l'écrouissage cinématique afin d'éviter de donner une bi-concavité au cycle de contrainte-déformation [LIN]:

$$X_{lt} = a_{lt} \alpha_{lt} = 2a_{lt} \tilde{\epsilon}_{lt}^p$$

La courbe contrainte-déformation suit le comportement expérimental de manière simplifiée (Figure 47).

Par ailleurs si l'on reprend le même essai monotone présenté en Figure 40 avec un modèle d'écrouissage cinématique linéaire, on obtient une relativement bonne corrélation (Figure 49).

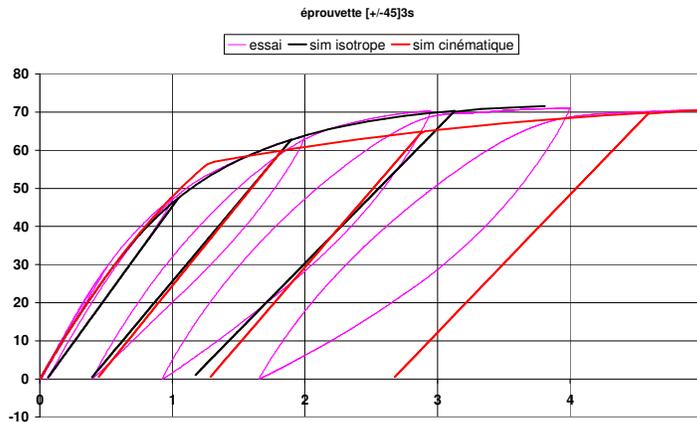


Figure 49: Comparaison de l'expérience et des simulations isotrope et cinématique

S'il est nécessaire d'affiner le modèle, les améliorations suivantes peuvent s'envisager:

Il est possible de prendre un modèle à écrouissage cinématique multi-seuil (type Saint-Venant) ; si l'on étend le multiseuil à la limite, on obtient un modèle rhéologique composé d'une association parallèle d'une infinité de branches elles-mêmes composées d'un ressort en série avec un patin.

Au sein de notre équipe de recherche, C. Bois [BOI] a d'ailleurs identifié le comportement en cisaillement d'un pli tissé bi-directionnel avec un modèle rhéologique composé de patins et de ressorts (Figure 50). Ce pli tissé en cisaillement a un comportement très analogue à celui du pli uni-directionnel.

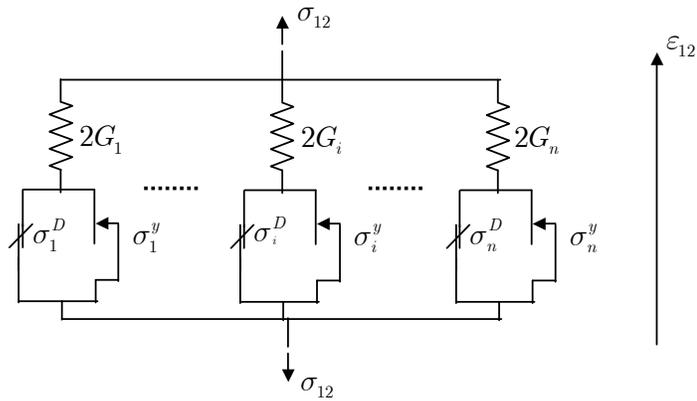


Figure 50: Analogie rhéo-mécanique pour le comportement en cisaillement

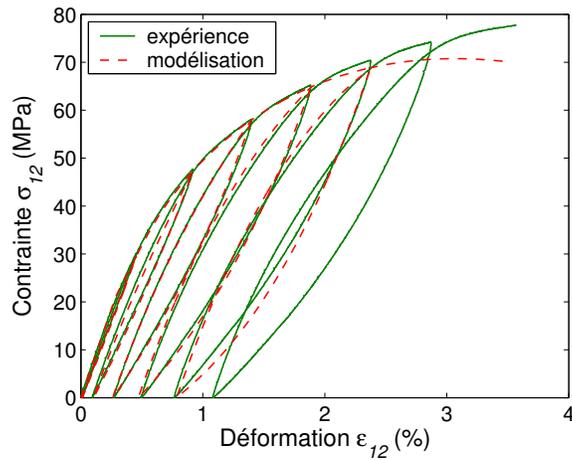


Figure 51: Comparaison expérience/modèle rhéo-mécanique

Ce modèle (Figure 51) permet de retranscrire le parallélisme des tangentes en haut et en bas d'une boucle d'hystérésis : à chaque changement de signe de l'évolution de la

contrainte, on passe d'une limite à l'autre du cône de frottement pour pouvoir passer d'un glissement positif à un glissement négatif.

Cette approche est physiquement intéressante mais d'une part, elle est beaucoup plus complexe d'identification et d'autre part, elle n'est pas intégrable dans un modèle multidimensionnel impératif pour le pli uni-directionnel. En effet, contrairement au pli tissé, le pli unidirectionnel montre un comportement fortement orthotrope et non linéaire couplé en traction transverse et en cisaillement.

Pour cette identification des déformations anélastiques en cisaillement, on a considéré le stratifié $[\pm 45]_{ns}$ en cisaillement pur or il existe une contrainte transverse positive ou négative (annexe 4) : son effet provoque une faible dissymétrie des valeurs de déformations résiduelles en traction et en compression (Figure 52).

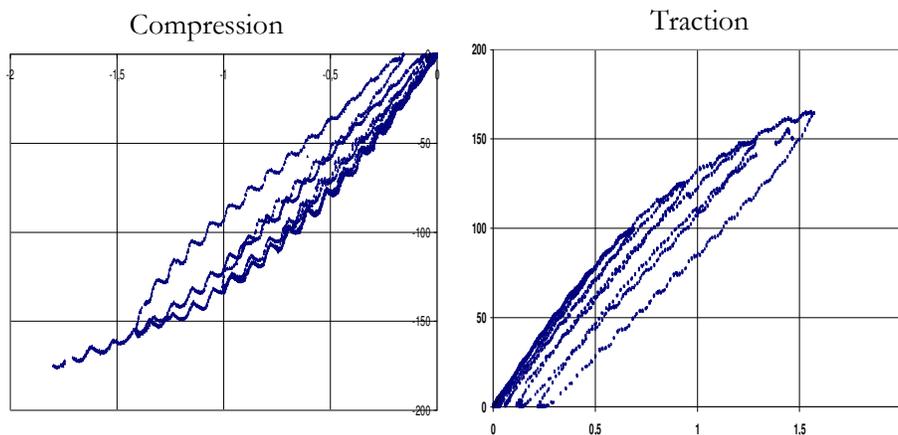


Figure 52: Comparaison des relations contrainte/déformation sur stratifié $[\pm 45]_s$ en compression (à g.) et en traction (à dr.)

2.2.7) Discussion sur le modèle bi-dimensionnel

L'étude expérimentale n'a pas été réalisée dans le cas bi-dimensionnel : cisaillement et traction transverse.

Ce passage à un problème à deux dimensions et l'enrichissement de la fonction seuil nécessitent des essais combinés :

- des essais alternés sur stratifié $[+/-30]_{ns}$ et $[+/-60]_{ns}$ par exemple pour lesquels la proportion contrainte transverse/cisaillement diffère (compression et cisaillement pour le 30 et traction et cisaillement pour le 60). Ces essais sont cependant sensibles aux effets de bord.
- des essais hors-axe plus simples à analyser que les précédents (pas de calcul inverse) mais nécessitant une plate-forme expérimentale spécifique. Notons que les essais à 20° et 30° correspondent à une rupture par instabilité et que la sensibilité au défaut d'alignement γ est beaucoup plus faible que pour l'essai à 10° .
- Des essais sur tubes aux extrémités renforcées pour lesquels l'absence de bords permet de prévenir l'apparition très précoce de macro-défauts : ruptures transverses et/ou délaminages

Tout comme pour l'endommagement, il est probable que l'écoulement plastique est favorisé par la traction transverse et freiné par la compression. Cette proposition est en accord avec la physique associée à ces déformations anélastiques qui correspond à des phénomènes de glissement avec frottement.

Conclusion du chapitre 2

Le modèle de comportement élasto-plastique endommageable est présenté puis identifié :

- Le comportement en traction sens fibre est élastique fragile.
- Le comportement en traction transverse est peu non-linéaire, fragile et difficile à observer sans faire intervenir d'effets de structure.
- Le comportement en cisaillement est très non-linéaire. Pour des structures sollicitées de manière homogène, l'endommagement atteint une valeur limite donnée par condition d'instabilité (environ 0,5). En ce qui concerne les déformations résiduelles, des corrections sont réalisées par rapport au modèle classique d'écroutissage isotrope : des essais de cisaillement alterné ont mis en évidence le caractère cinématique de la plasticité.
- Le comportement en compression sens fibres ou transverse n'a pas été étudié.

Rigidités initiales	$E_l=106$ GPa	Rigidité sens fibre
	$E_t=8,5$ GPa	Rigidité initiale sens transverse
	$G_{lt}= 3,4$ GPa	Rigidité initiale en cisaillement
Paramètres d'évolution de l' endommagement sous chargement statique	$Y_o=0$ MPa	Seuil d'endommagement
	$Y_c=12,6$ MPa	Valeur critique
	$b=1$	Coefficient de couplage
	$b'=0,6$	Coefficient de couplage
	$Y_c'=0,55$ MPa	Seuil de fragilité en rupture transverse
paramètres de la fonction seuil des déformations anélastiques en cisaillement	$R_o=78$ MPa	Seuil de plasticité
	$C=1200$ MPa	Paramètre de la loi cinématique
	a	Coefficient de couplage

Tableau 6: Liste des coefficients du modèle sous chargement statique

Chapitre 3

Comportement sous chargement de fatigue

Cette partie expose les fondements et les éléments originaux concernant la modélisation du comportement sous chargement de fatigue des composites unidirectionnels.

Le modèle présenté a pour caractéristique essentielle d'être unifié pour les chargements statique et/ou de fatigue : ce point fait son originalité et son intérêt.

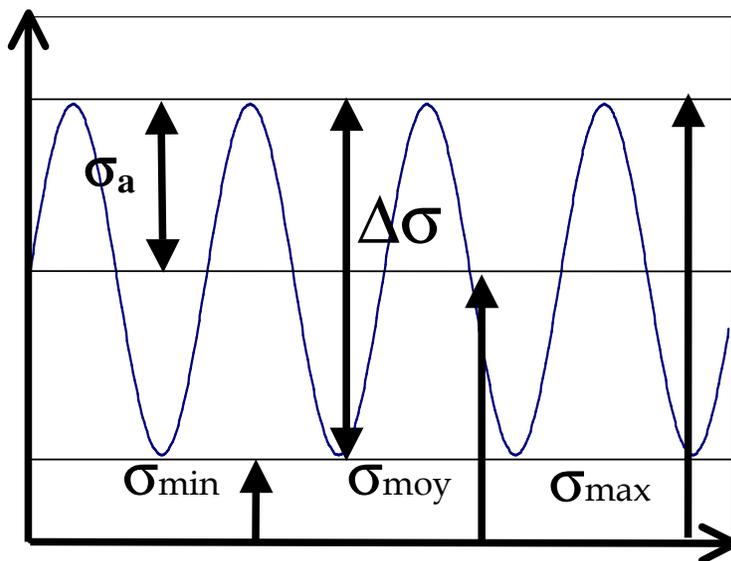
D'autre part, conformément à la part statique du modèle, les évolutions des endommagements en fatigue sont pilotées par les contraintes : ceci nous amènera à travailler de préférence à efforts imposés.

Le chapitre est articulé en trois phases:

Premièrement, sont précisés les contours et particularités du modèle unifié statique/fatigue.

Deuxièmement, des essais à déformations imposées sont présentés ; ils ont permis l'établissement de la loi d'endommagement en fatigue, enfin le modèle est identifié grâce à des essais à efforts imposés.

Finalement, le dernier paragraphe décrit les débouchés de cette étude : le principal est l'application du modèle au cas du pli tissé.



3.1] Domaine d'étude et fondements

3.1.1) Hypothèses précédentes

Toutes les remarques faites au chapitre 2 consacrées à la modélisation sous chargement statique restent valables:

VALIDITE

- modèle valide sur stratifié et structure peu sensibles au délaminage
- intérêt industriel: contexte de sécurité

- modèle de comportement orthotrope non-linéaire écrit à l'échelle du pli
- cadre de **l'endommagement diffus**
- arrêt à la rupture du premier pli
- comportement élastique en traction sens fibre

- endommagement dépendant des contraintes
- variable d'endommagement constante dans l'épaisseur du pli

3.1.2) Nouvelles hypothèses

Le premier point concerne la direction des fibres suivant laquelle le comportement statique du pli a été identifié comme étant élastique fragile ce qui est dû au fait qu'il est essentiellement gouverné par le comportement des fibres de carbone. Dans la même logique, on supposera que dans le sens fibres il n'y a pas non plus de dégradation du comportement due à la sollicitation de fatigue: ni endommagement ni plasticité. En bref, on postulera **l'absence de fatigue sens fibres**.

Le second point est fondamental: c'est l'hypothèse d'**endommagement cumulé** [LAD4]. L'évolution des variables d'endommagement dépend à la fois des chargements monotone et cyclique. Le premier quart de cycle de fatigue est d'ailleurs considéré comme un chargement statique. Cette hypothèse implique que la nature physique des endommagements est identique pour les deux chargements.

En effet on considère que l'état d'endommagement du matériau est décomposable en deux parties dont les évolutions en général couplées sont pilotées respectivement par la part statique et la part fatigue du chargement.

$$\mathbf{d} = \mathbf{d}_s + \mathbf{d}_f \quad \text{et} \quad \mathbf{d}' = \mathbf{d}'_s + \mathbf{d}'_f$$

Cette décomposition sépare les effets des deux types de chargement et amène à l'identification de deux lois d'évolution, toutes deux fonctions de la force associée et par conséquent couplées.

L'endommagement cumulé permet de décrire l'état du matériau indépendamment du type de chargement qu'il a subi et permet aussi d'assurer la continuité d'un chargement à un autre (statique ou de fatigue).

En bref, cela nous autorise à qualifier notre modèle d'**unifié**: un seul formalisme valable pour tout type de chargement.

Notre modèle utilise aussi l'hypothèse suivante: **l'évolution des endommagements dépend des contraintes**. Remarquons que cela nous amène à pouvoir considérer l'endommagement séparément des déformations anélastiques.

3. 2] Etablissement de la loi générale

Un chargement de fatigue que ce soit à contraintes ou à déformations imposées ne se caractérise pas seulement par un niveau maximal mais nécessite un deuxième paramètre.

Parmi les couples de paramètres possibles, on peut citer:

Niveaux maxi et min

Niveau maxi et $\text{ratio} = \text{min}/\text{max}$

Niveau moyen et $\text{amplitude} = (\text{max} - \text{min})/2$

Niveau maxi et $\text{écart} = \text{max} - \text{min}$

On peut a posteriori modifier la loi pour changer de couple puisqu'ils sont interdépendants; on a choisi le dernier couple par continuité avec la loi statique (fonction du niveau maxi) et par commodité de réglage d'amplitude sur la plate-forme expérimentale.

Par homogénéité avec la loi d'évolution statique, on choisit d'exprimer la loi en fonction de Y force associée conformément au formalisme thermodynamique des lois de comportement.

3.2.1) Présentation de la loi d'évolution de l'endommagement en fatigue

Une loi suffisamment riche pour faire intervenir les effets du chargement maxi et de l'écart entre chargement maxi et mini peut être définie ainsi:

$$\frac{\partial d_f}{\partial N} = c \left\langle (Y_s - Y_m)^\alpha Y_s^\beta - Y_{of} \right\rangle_+$$

$$d_f' = b' d_f$$

$$\text{avec } Y_s(t) = \sup_{t' \in \text{cycle}(t)} \sqrt{Y(t')} \text{ et } Y_m(t) = \min_{t' \in \text{cycle}(t)} \sqrt{Y(t')}$$

Les coefficients c , α , β et Y_{of} sont des caractéristiques du matériau.

La constante Y_{of} a une signification particulière : elle correspond à la limite de fatigue ou encore seuil d'endurance, au-dessous duquel le composite ne s'endommage pas sous cyclage de fatigue.

Notons que lors d'un chargement cyclique, l'évolution de l'endommagement de fatigue implique une croissance de l'endommagement total et peut donc entraîner une variation de l'endommagement statique via la variation de la force thermodynamique.

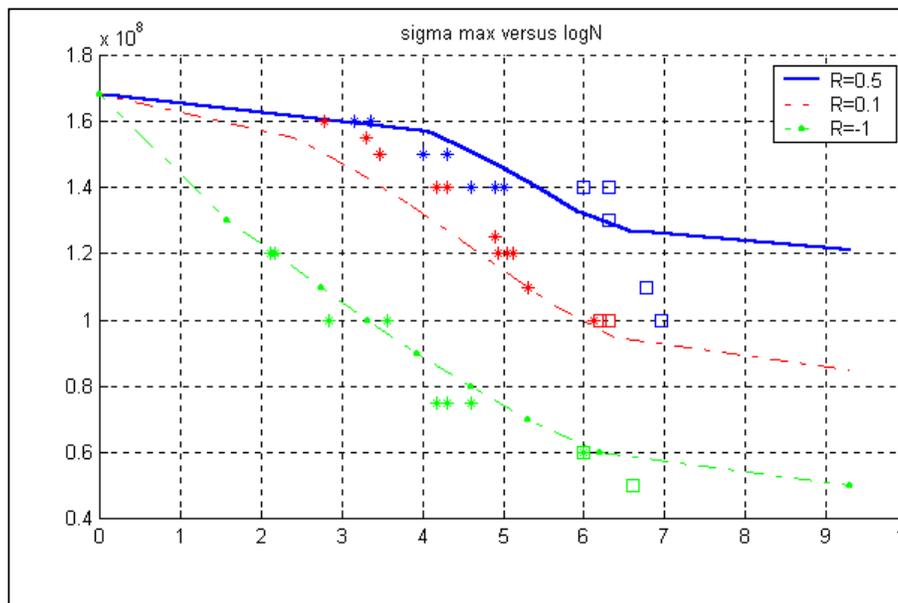


Figure 53: Courbe de Wöhler sur matériau HTA/6376 [+/-45]ns

Cette loi permet d'identifier des résultats de la littérature [PET1]. Le matériau testé dans ce travail est le composite stratifié $[\pm/45]_{2s}$ carbone/époxy HTA(12K)/6376.

Trois valeurs de ratio de contraintes $R=0,5$ $R=0,1$ et $R=-1$ ont été sélectionnées et sont représentées par trois couleurs.

Pour les chargements alternés ($R=-1$) de ces essais, des plaques anti-flambage ont été installées de part et d'autre de l'éprouvette plate. Cette précaution illustre la complexité de mise en place d'essais alternés et conduit à prendre avec plus de prudence les résultats avec ratio $R=-1$: en effet le dispositif anti-flambage peut interagir avec l'éprouvette à cause de frottements et d'échauffements et nuire à la caractérisation du matériau indépendamment de la structure éprouvette.

Pour ces essais, les seuils d'endurance ont été définis par la convention de survie à 2.10^6 cycles (même accompagnée d'une dégradation) selon la norme DIN65586. Les symboles carrés correspondent à des éprouvettes non-rompues dans ces conditions.

Les trois courbes issues de la simulation de notre modèle partent du même point correspondant à la contrainte statique maximale admissible ; ensuite chaque courbe présente un seuil de fatigue différent : par exemple la valeur du seuil est 120 MPa de contrainte globale pour $R=0,5$.

Cette comparaison a été réalisée davantage pour tester la loi de fatigue que pour obtenir des valeurs proches de celles de notre matériau : en effet, non seulement le matériau diffère mais surtout la définition des seuils d'endurance ne correspond pas à notre optique qui prévoit une durée de vie infinie sans dégradation des rigidités sous chargement de fatigue. La rupture d'un stratifié $[\pm/45]_{ns}$ dans le modèle est obtenue par condition d'instabilité ; le détail est présenté en annexe 4.

3.2.2) Influence de la déformation maximale et de l'amplitude de déformation

La loi de fatigue présentée au paragraphe précédent a découlé d'essais à « déformations imposées ». En effet, les forces associées sont proportionnelles à des déformations élastiques et donc si l'on maintient les déformations élastiques constantes, la loi de fatigue prédit une évolution linéaire de l'endommagement de fatigue en fonction des cycles et ceci nous permet en théorie une facilité d'identification.

Par contre, ces essais réalisés en fatigue sur plate-forme de flexion quatre points sont purement qualitatifs et ne peuvent donner lieu à l'identification du comportement :

- Les éprouvettes de flexion quatre points sont des sandwichs avec une peau endommageable à $[\pm/45]_s$ et une peau élastique en tissu carbone à 0° (voir paragraphe 2.2.2) : le calcul de la contrainte y est indirect.

- Les contraintes dans le stratifié à $[+/-45]_s$ évoluent sous l'effet combiné de l'endommagement, de la relaxation et de la plasticité ; ceci conduit paradoxalement à une complexité d'identification.

En fait, il ne peut être considéré que pour cet essai la déformation totale est imposée car d'une part il y a des phénomènes visqueux; d'autre part la plate-forme de flexion quatre points impose un déplacement et non une déformation. Ces variations de déformations n'ont pas été mesurées faute de dispositif de mesure : les jauges de déformation n'acceptent que des très petites déformations en fatigue.

Sous l'effet de la relaxation des contraintes, la cinématique du sandwich évolue (déplacement du plan neutre) et la déformation évolue à son tour. Ces deux remarques nous conduisent à ne pas quantifier les évolutions mesurées mais à juste s'en servir de manière qualitative.

Ces essais ont tout de même permis de mettre en place des seuils d'endurance en valeur maximale et en amplitude de chargement ainsi que de pouvoir travailler en compression de manière stable.

La démarche expérimentale a consisté à :

- Faire varier la déformation maximale sur un cycle
- Faire varier l'écart entre déformation maximale et minimale sur un cycle
- Observer des seuils pour lesquels il n'y a aucune évolution

La grandeur mesurée est homogène à une variation relative de raideur apparente obtenue en divisant l'écart de contrainte par l'écart de déformation initiale (mesuré par jauge au cours des premiers cycles):

$$k = 1 - \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{G_0 (\epsilon_{\max}^{\text{init}} - \epsilon_{\min}^{\text{init}})}$$

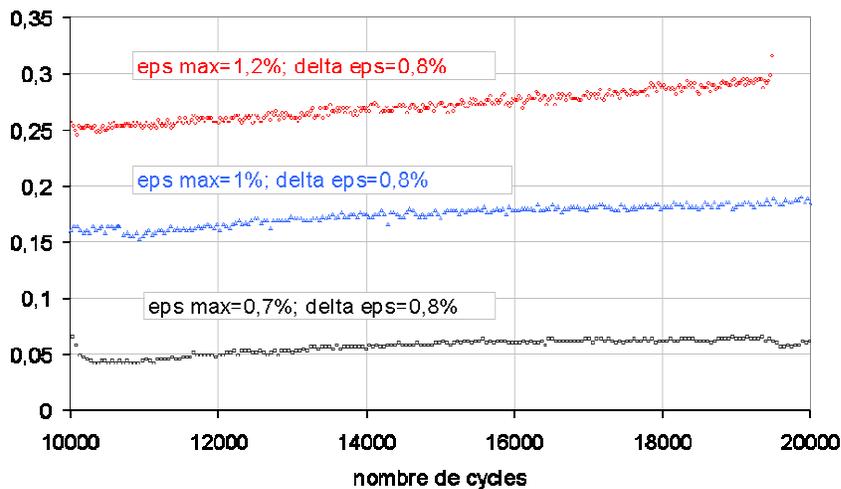


Figure 54: Influence de la déformation maximale sur le paramètre k

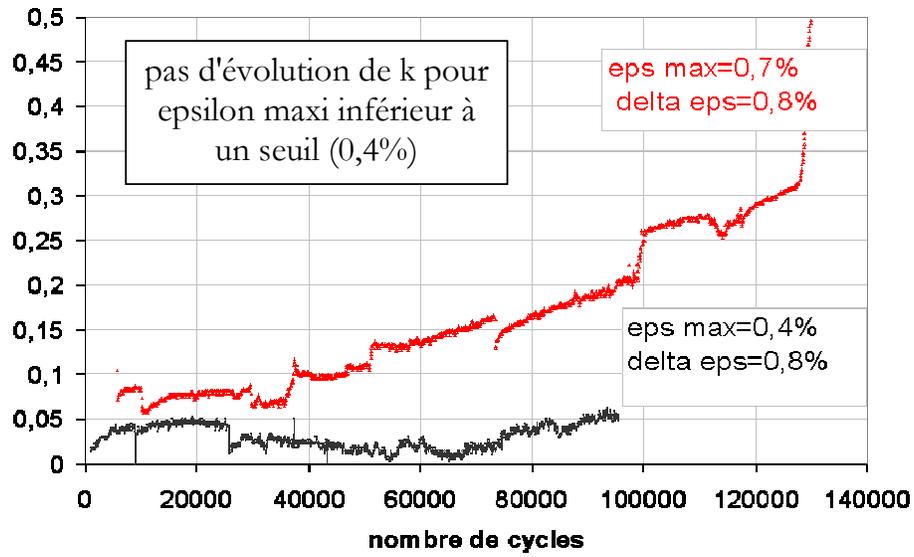


Figure 55 : Existence d'un seuil sur le niveau maximal de déformation

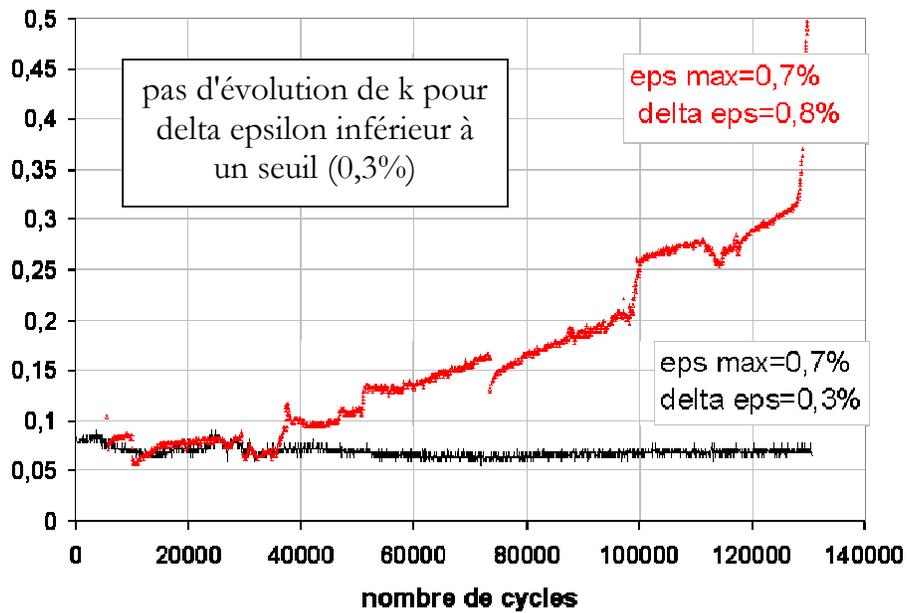


Figure 56: Existence d'un seuil d'amplitude de déformation

Les figures ci-dessus montrent à partir de quels résultats qualitatifs la loi d'évolution de l'endommagement en fatigue a été construite: les idées-clés sont d'une part la double influence de la valeur maxi et de l'amplitude de la force associée, et d'autre part l'existence de seuils d'endurance.

Notons qu'un seul seuil $Y_{o\beta}$, associé au produit de la valeur maximale et de l'écart de la force associée, est défini. L'influence respective des deux paramètres de la loi est pondérée par des exposants α et β .

Pour identifier le modèle de manière quantitative, c'est à efforts imposés qu'il convient de procéder :

- d'une part, parce que ce sont les contraintes qui pilotent dans notre modélisation à la fois les endommagements et les déformations anélastiques
- d'autre part, parce que les effets visqueux s'ils ne peuvent être ni annulés, ni négligés, peuvent être supposés découplés des phénomènes que nous prenons en charge dans cette étude : endommagements et déformations anélastiques, seulement si l'on travaille à contraintes imposées et dans des conditions particulières.

3.3] Comportement de fatigue en traction sens fibres

Un essai de traction cyclique sens fibre a été réalisé : 1,3 million de cycles à 18 Hz et une contrainte variant entre 8 et 80% de la charge ultime en statique X (identifiée au paragraphe 2.2.3).

Suite à cette sollicitation, a été réalisé un essai statique jusqu'à rupture (c'est-à-dire un essai de résistance résiduelle).

Pour obtenir les caractéristiques du comportement jusqu'à rupture, il faut usiner les éprouvettes : de manière à réaliser un essai matériau et non structure. La géométrie des éprouvettes est identique à celle utilisée pour les essais statiques sens fibre.

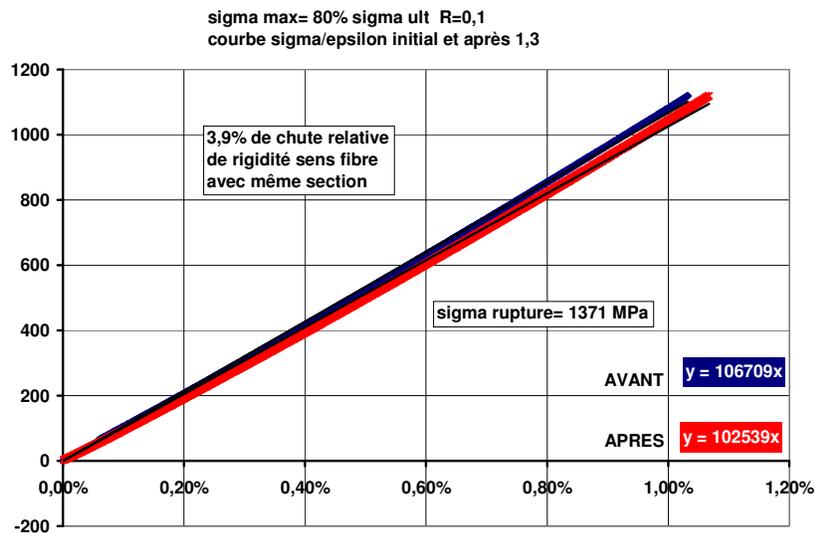


Figure 57: Courbe sigma/epsilon à 80% de la charge ultime statique avant et après 1,3 millions de cycles

Les diminutions relatives de module et résistance suite au chargement de fatigue sont respectivement 3,9% pour le module (mesuré sur la même éprouvette) et 6,3% pour la résistance en traction (mesurée sur deux éprouvettes). Ces variations (notamment celle de résistance) sont dues en partie à des phénomènes liés à la structure : la photographie (Figure 58) de l'éprouvette après chargement de fatigue l'illustre.



Figure 58: Photographie de l'éprouvette [0°] après chargement de fatigue

La photo du haut montre le centre de l'éprouvette : la surface du composite est identique à celle d'une éprouvette non sollicitée.

La photo du bas montre l'éprouvette entière : les fibres en bordure d'éprouvette se sont détachées sous l'effet d'une traction transverse qui est importante au niveau des deux talons : la déformation transverse est contrariée par les talons serrés dans les mors ce qui bloque l'effet du coefficient de Poisson et induit une contrainte transverse.

La photo globale montre un paquet de fibres qui s'est détaché de l'éprouvette, ce qui diminue la section au centre et rentre en ligne de compte dans les diminutions de rigidité et résistance.

Au bilan, pour cet essai de fatigue à 80 % de la charge ultime en traction statique et à un ratio $R=0,1$, on peut considérer une quasi-absence de chute de rigidité et chute de résistance : au bilan pas d'endommagement ni de plasticité.

Ceci ne permet d'en déduire le même résultat à plus haut niveau de chargement mais permet de considérer le sens fibres comme insensible à la fatigue (absence d'évolution) en comparaison du sens transverse et du cisaillement.

3.4] Caractérisation du comportement en fatigue en traction transverse

Les expériences visant à identifier le comportement en traction transverse en fatigue n'ont pas permis de mesurer l'évolution entre le premier cycle et le dernier cycle avant rupture. Les résultats concernant les durées de vie sont exposés au tableau 4. Ces résultats ont été obtenus sur machine de flexion quatre points. L'absence d'évolution mesurée sous cyclage en fatigue est probablement à corrélérer avec le caractère fragile de la traction transverse sous chargement statique c'est-à-dire à la petitesse des variations.

Contrairement au cas du chargement de cisaillement, le chargement de traction transverse génère peu de comportement visqueux ; les essais sont peu sensibles au fluage et donc les essais de fatigue en flexion quatre points sont plus légitimement qualifiables d'essais à déformation imposée.

N° essai	Déformation max. (%)	Amplitude de déf. (%)	Durée de vie (Nb de cycles)
1	0,33	0,2	+ de $1,2 \cdot 10^6$
2	0,4	0,2	+ de $1 \cdot 10^6$
3	0,5	0,2	+ de $1 \cdot 10^5$
4	0,7	0,2	Rupture à 46 000
5	0,5	0,5	Rupture à 4 000

Tableau 7: Bilan des essais en traction transverse à déformation imposée

Les résultats de cette série d'essais n'ont permis de mettre en évidence aucune évolution mesurable de la contrainte avant rupture (avec notre précision expérimentale qui peut être améliorée) ; et donc nous n'avons pas mesuré d'endommagement avant rupture.

Nous ne comparons donc que le nombre de cycles à rupture en fonction des niveaux de déformation maximaux et d'amplitude. On peut observer l'influence de la déformation maximale car, pour une amplitude donnée de 0,2% il y a rupture à 0,7% (essai n°4) et non rupture pour des déformations maximales plus faibles (essais n°1, 2 et 3). Inversement, pour un niveau de déformation maximal de 0,5%, on peut observer une rupture si l'amplitude est importante (0,5% pour l'essai n°5) alors qu'il n'y a pas de rupture pour une amplitude plus faible (0,2% pour l'essai n°3). Ces résultats sur les durées de vie sont conformes aux résultats obtenus pour des chargements de cisaillement. Mais comme précédemment, ces résultats ne peuvent être utilisés pour identifier la loi de comportement de fatigue définie précédemment.

En ce qui concerne la rupture en traction transverse, tout comme en statique, notre modèle prévoit une rupture fragile.

Dans le cas d'un chargement statique et avec notre matériau, l'endommagement transverse à la rupture était estimé à 0.1 pour une contrainte de l'ordre de 80 MPa qui correspond à une force associée critique $Yc'=0.45\text{MPa}$ (Figure 25).

Dans le cas d'un chargement de fatigue, le modèle prévoit une valeur supérieure. Par exemple, si la contrainte maxi est de 60 MPa, en considérant que la force associée limite ne change pas en fatigue ($Yc'=0,45\text{ MPa}$), l'endommagement maximal sera de l'ordre de 0,3 à rupture pour un endommagement initial correspondant au premier cycle de 0,06. Ce modèle permet donc de décrire la rupture pour un chargement de fatigue avec le même modèle que pour un chargement statique. Ce résultat reste valable également pour un chargement combiné pour lequel la rupture sera ou bien fragile ou bien associée à un phénomène d'instabilité en fonction du rapport contrainte transverse/contrainte cisaillement.

Des essais complémentaires, de type hors-axe par exemple, devront être réalisés afin de vérifier ces hypothèses.

3.5] Comportement en cisaillement

3.5.1) Phénomènes liés à la viscosité

Dans un souci de séparer les difficultés, le modèle décrit par la suite ne prend pas en compte le comportement visqueux de la matrice, or pour des sollicitations de cisaillement cet aspect du comportement est particulièrement présent.

Lors des essais de fatigue à fréquences élevées (35Hz) les vitesses de déformation sont élevées et les mécanismes de relaxation et de fluage sur un cycle sont négligeables. Cependant, dans le cas d'un essai pour lequel l'éprouvette reste en traction en moyenne, ces phénomènes ne sont pas négligeables sur un temps plus long. Afin de corriger nos observations expérimentales, nous analysons ces phénomènes.

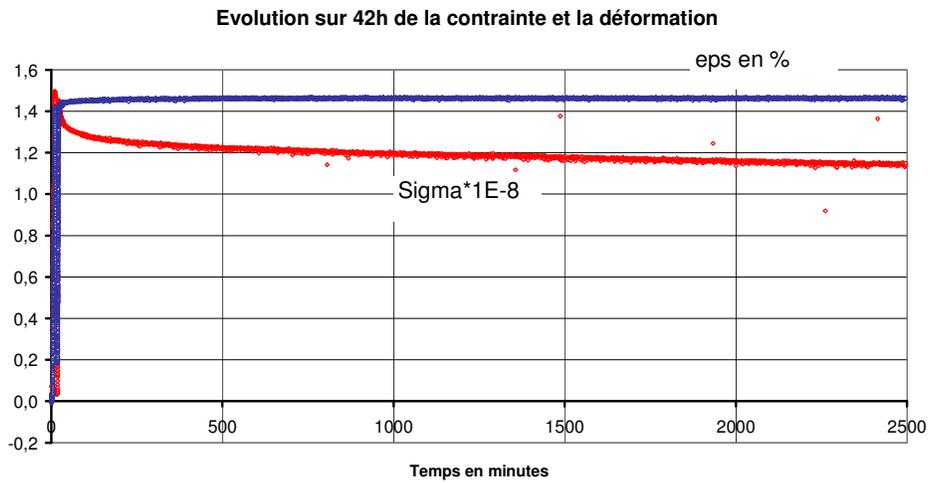


Figure 59: Evolution des contraintes et déformations à déplacement imposé

Les essais réalisés l'ont été sur machine classique : essai de relaxation de la contrainte à déplacement imposé.

En fait la réponse temporelle comporte deux échelles : une première échelle rapide (de l'ordre de quelques minutes) pendant laquelle la contrainte varie d'environ la moitié de sa variation totale (Figure 60) et une seconde échelle (de l'ordre de quelques heures) suivant laquelle l'évolution est plus lente ; l'asymptote est environ atteinte au bout de plus d'un jour (Figure 59).

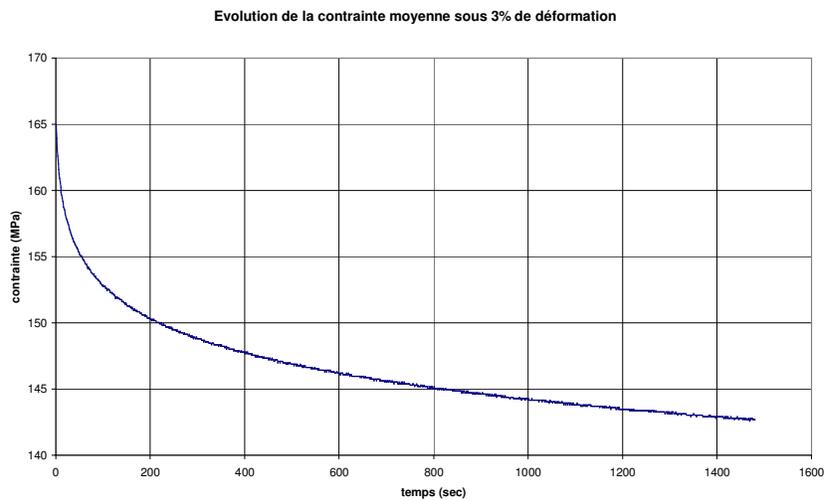


Figure 60: Evolution de la contrainte sur [+/-45]3s à 3% de déformation

Si l'on cherche à identifier ce comportement par un modèle rhéologique simple : un ressort représentant la raideur initiale en série avec une association parallèle ressort /amortisseur reliée à un patin pour les déformations anélastiques, on s'aperçoit qu'une seule fonction exponentielle ne peut correctement approcher la réponse du matériau, ceci à cause des deux échelles de temps évoquées précédemment.

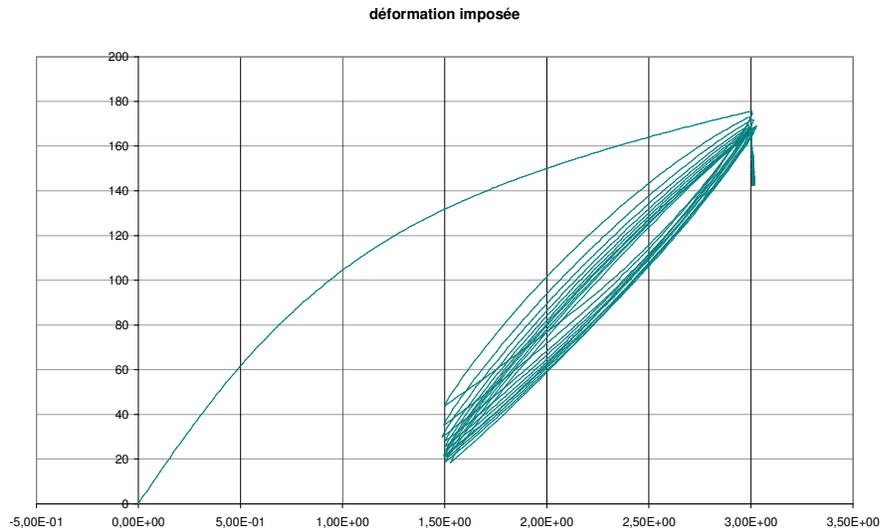


Figure 61: Cyclage à niveaux de déformation imposés: entre 1,5 et 3%

Ces essais cycliques (Figure 61 et Figure 62) (à faible nombre de cycles réalisés sur machine conventionnelle à la vitesse de déplacement de traverse de 1 mm/min) montrent des évolutions des contraintes et des déformations lorsque que l'on cycle respectivement à déformations et à contraintes imposées : tout d'abord, les variations sont loin d'être négligeables et ensuite les valeurs se stabilisent. De retour à effort nul, on assiste à une recouvrance partielle. La dernière remarque sur ces essais est que si l'on considère que la mesure de l'endommagement se déduit de la droite reliant point haut à point bas du cycle, on obtiendrait une apparente rigidification : d'où la nécessité de redescendre à effort nul pour se retrouver dans la même convention de mesure de la rigidité.

Les différentes réflexions menées sur les phénomènes visqueux nous ont amenés à vouloir nous placer dans une démarche expérimentale qui nous permet de ne pas les faire interférer dans nos mesures. Cette démarche (détaillée au paragraphe 3.5.3) consiste à prendre comme référence les mesures statiques : les essais de fatigue sont ainsi périodiquement interrompus et suite à une période de recouvrance de durée constante, on réalise une charge/décharge sous niveaux de chargements maxi pour obtenir des mesures de raideur et de déformation résiduelle.

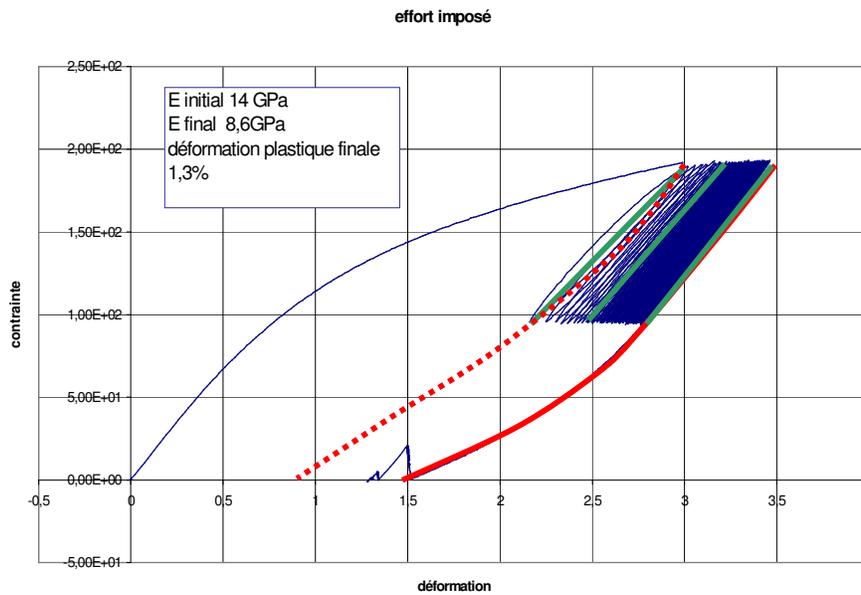


Figure 62: Cyclage sur $[+/-45]3s$ à contrainte imposée (entre 90 et 180 MPa)

3.5.2) Caractérisation de l'endommagement en fatigue en cisaillement : premiers essais

Les essais concernant le comportement en cisaillement ont été réalisés en deux temps : la première série d'essais a été effectuée sur pulsateur horizontal de marque Schenck, avec un ratio de contraintes de 0,5. Cette machine de conception ancienne a été remise à niveau pour l'étude : un nouveau système d'ancrage pour éprouvette plate a été conçu et un nouveau système de pilotage a été développé.

La machine utilise comme principe de fonctionnement la résonance d'un système masse /ressort et un effort d'excitation généré par balourd tournant. Le système est simple mais peu stable ; cela rend difficile le travail à effort minimal faible, d'où le choix du ratio de contraintes. D'autre part, la fréquence des essais a été directement imposée par la valeur de l'effort alterné : pour les essais réalisés la fréquence a fluctué entre 33 et 35 Hz.

La Figure 63 montre que l'endommagement évolue en trois étapes : une évolution de type statique au premier cycle (la mesure est faite sous chargement statique) puis une seconde étape où l'endommagement évolue lentement (correspondant à une intensification des micro-défauts) ; enfin une dernière étape où l'endommagement subit une brutale

accélération pour atteindre la valeur critique correspondant à la condition d'instabilité induisant la rupture.

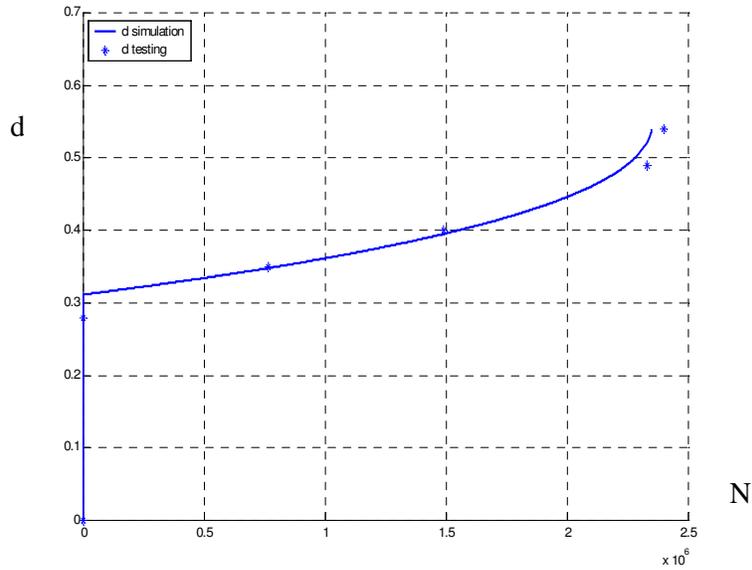


Figure 63: Evolution de l'endommagement de cisaillement en fonction de N

Notons qu'au cours de cette dernière phase, on est en présence d'un échauffement d'une vingtaine de degrés Celsius, ce qui n'est pas pris en compte dans notre modèle. Cette première identification a été réalisée avec $\alpha=0$ et $\beta=1$.

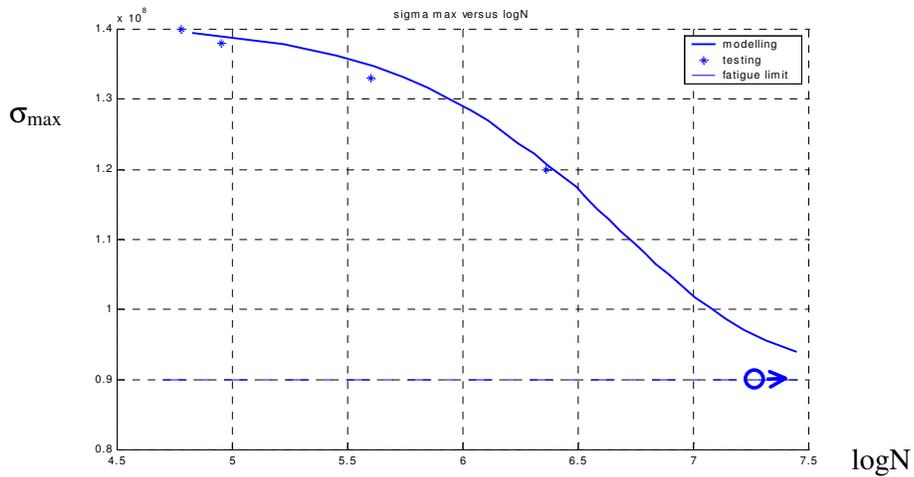


Figure 64: Courbe SN à R=0,5

La Figure 64 représente les cycles à rupture expérimentaux et simulés des valeurs de contraintes maximales appliquées avec un ratio de contraintes égal à 0,5.

Cela conduit pour les conditions d'essais utilisées et en échelle logarithmique, à une forme asymptotique à trois pentes dont la plus importante est celle correspondant à une durée de vie illimitée : la valeur du seuil d'endurance a été obtenue à 55% de la limite à rupture statique et elle a été mise en évidence par un essai de fatigue jusqu'à 2.10^7 cycles sans rupture ni aucune évolution de la rigidité ; la valeur d'endommagement obtenue suite à la première charge statique est restée constante.

L'effet de l'échelle logarithmique est de dilater le début de la courbe à faible nombre de cycles et de contracter la fin (à fort nombre de cycles) ; si bien qu'en échelle linéaire les courbes d'endurance sont approximativement linéaires et avec une asymptote horizontale.

3.4.3) Caractérisation du comportement en fatigue en cisaillement : seconds essais

La seconde série d'essais a été réalisée sur machine hydraulique de marque MTS munie d'un extensomètre permettant les acquisitions en continu (Figure 65) ce qui n'était pas le cas de la machine electro-mécanique Schenck de conception plus ancienne.

Le principe de régulation possède une stabilité permettant des essais à ratio de contrainte nul (c'est-à-dire contrainte minimale nulle).

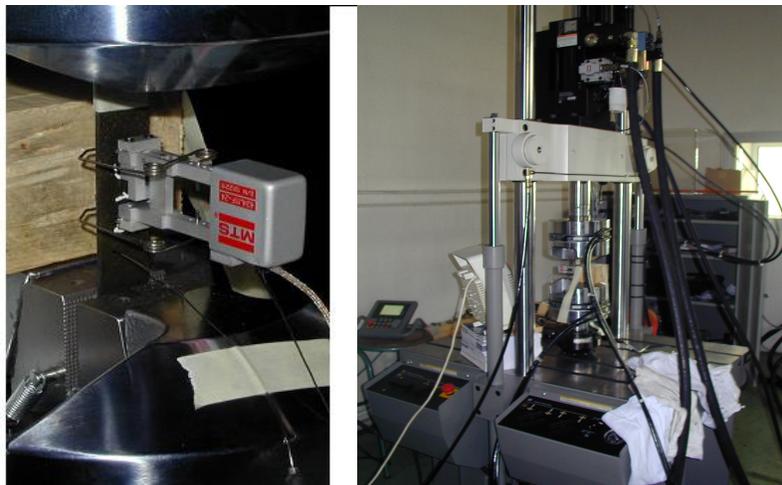


Figure 65: Machine d'essais MTS et son extensomètre

Les essais sur stratifié $[\pm 45]_{3S}$ ont été réalisés à une fréquence de 10 Hz ce qui est une fréquence courante dans la littérature. Pour limiter les phénomènes d'échauffement, à défaut de travailler dans une cellule isotherme, on a installé une ventilation : ceci limite l'échauffement en fin de vie à moins de dix degrés contre plus du double sans ventilation. La mesure de température est réalisée par un thermocouple positionné au contact d'une face d'éprouvette.

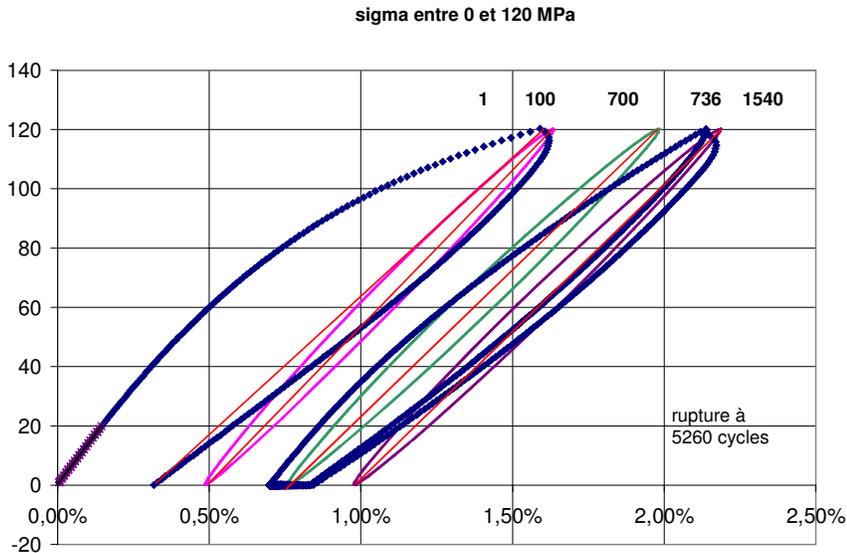


Figure 66: Comparaison des courbes sigma/epsilon en statique et en dynamique

Pour faire des mesures les plus exactes des endommagements et déformations anélastiques, il a fallu définir le protocole de mesure et notamment re-vérifier la validité des mesures en continu possibles sur cette machine (problème déjà évoqué au paragraphe 3.5.1.).

La Figure 66 permet de visualiser les cycles de contrainte/déformation réalisés à 10 Hz c'est-à-dire en un dixième de secondes (courbes en trait fin) ou en deux minutes (les deux courbes en trait épais).

Les résultats de mesures de rigidité et de déformations anélastiques tirés de ces différents cycles sont regroupés au tableau 10. On voit à nouveau que la mesure en continu amènerait à une apparente rigidification et ceci même si la contrainte minimale sur un cycle est nulle. Ceci n'est pas compatible avec la physique des dégradations que l'on modélise par les variables d'endommagement. Cet effet de rigidification est dû à la viscosité de la matrice.

Ainsi, même si l'on redescend à effort nul en fatigue (ratio de contraintes nul), la mesure de raideur ne peut se faire en continu à cause des phénomènes visqueux. Ce sont les mesures en gras (à 1 et 736 cycles) qui sont retenues pour quantifier la rigidité. La charge/ décharge réalisée à 736 cycles a été effectuée suite à trois minutes d'attente à effort nul dans le but de

replacer à chaque mesure le matériau dans les mêmes conditions. On visualise une recouvrance partielle sur le segment horizontal de la seconde courbe en trait épais.

N	eps max %	eps mini %	G _{It} GPa	d
0			3,35	
1	1,59	0,32	2,35475	0,30
100	1,63	0,49	2,61775	0,22
700	1,99	0,76	2,457	0,27
736	2,14	0,83	2,291	0,32
1540	2,19	0,98	2,4815	0,26

Tableau 8: Mesures de rigidité en statique ou en continu

La Figure 67 illustre l'évolution de la courbe sigma/epsilon au cours des cycles pour des contraintes cycliques imposées. Chacune des quatre courbes autres que la courbe rouge a été obtenue en suivant la même démarche :

- arrêt du cyclage en fatigue
- descente lente (2 MPa/s)
- stabilisation de trois minutes à effort nul
- charge/décharge lente (2 MPa/s)

Le déclenchement d'une mesure se fait automatiquement dès que des seuils en déformations totales sont atteints et non pour des nombres de cycles prédéfinis, ce qui permet de s'adapter à la vitesse d'évolutions de la dégradation.

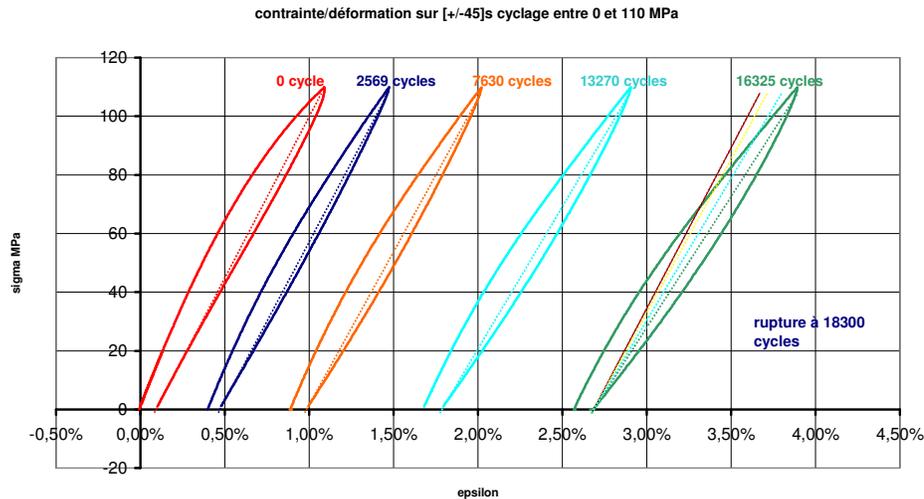


Figure 67: Courbes sigma/epsilon à différents nombres de cycles pour chargement entre 0 et 110 MPa

On observe une plasticité et un endommagement assez progressifs puis les deux phénomènes deviennent très rapides à l'approche de la rupture : le cycle se translate puis s'incline en fin de vie. Si l'on mesure les évolutions de la pente à chaque décharge élastique et des déformations anélastiques, on obtient les courbes d'évolution de l'endommagement et la déformations anélastique en fonction du nombre de cycles fournies en annexe 3.

Le problème couplé de fatigue est non-linéaire : il a été programmé successivement un algorithme explicite puis implicite ; les deux fournissent les mêmes évolutions, mais le second est plus précis et rapide.

Programmation

Pour le schéma implicite, l'étude a été réalisée en collaboration avec C.Bordreuil [BOR]; l'algorithme s'inspire des analyses couplées thermomécaniques. C'est un schéma à deux niveaux :

- Etape 1 : Traitement de la variable d'endommagement liée au nombre de cycles.
- Etape 2 : Traitement du problème de statique avec la nouvelle valeur de l'endommagement.

Le schéma est mené en boucle. Il a été développé dans le cas de contraintes imposées et pour le cisaillement seul.

Les équations du problème sont rappelées:

$$d_{n+1}^{tot} = d_{n+1}^{fa} + d_{n+1}^{stat} \quad \text{Endommagement cumulé}$$

$$\sigma_{12\ n+1} = G_{12}^0 (1 - d_{n+1}^{tot}) \gamma_{12\ n+1}^e \quad \text{Comportement}$$

$$f_{n+1} = |\tilde{\sigma}_{h2+1} - \alpha \tilde{\varepsilon}_{h2+1}^p| - R_0 \quad \text{Fonction seuil}$$

$$\tilde{\sigma}_{h2+1} = \frac{\sigma_{12n+1}}{(1 - d_{n+1}^{tot})} \quad \text{Contrainte effective}$$

$$\tilde{\varepsilon}_{h2+1}^p = \dot{\varepsilon}_{h2+1}^p (1 - d_{n+1}^{tot}) \quad \text{Taux de déformation effective}$$

$$d_{12\ n+1}^{sta} = \frac{\sqrt{Y_{n+1}} - \sqrt{Y_0}}{\sqrt{Y_c} - \sqrt{Y_0}} \quad \text{Evolution endo statique}$$

$$Y_{n+1} = \frac{(\sigma_{12n+1})^2}{2G_{12}^0 (1 - d_{n+1}^{tot})^2} \quad \text{Force associée}$$

Si on regarde cet ensemble d'équations à contrainte imposée, la seule résolution non linéaire provient de la détermination de l'endommagement. On procède à cette détermination en fin d'incrément par une méthode de Newton.

La fatigue après un certains nombre de cycles est déterminée par l'approximation :

$$\frac{\Delta d_{12}^{fat}}{\Delta N} = c_f \left\langle Y_{max}^\beta Y_\Delta^\alpha - Y_0^f \right\rangle_+$$

De la même manière que précédemment, on met en place une résolution non linéaire de cette équation pour un incrément de cycle (par cycle ou par paquet de cycle) .

Identification

Le modèle est identifié en cherchant localement la valeur minimale d'une fonction coût. L'algorithme proposé permet de minimiser par rapport à l'évolution d'endommagement en fonction du nombre de cycle ou par rapport au nombre de cycles à rupture. La capture de toutes les valeurs de l'endommagement est délicate au voisinage de la rupture. On opte alors pour une minimisation par rapport au nombre de cycles à rupture.

On définit la fonction χ :

$$\chi = \sum_{essais} (N_{simulé}^{rupture} - N_{expéri}^{rupture})^2$$

On balaye pour les trois paramètres à identifier c, α, β ; (Y_{of} est déterminé à partir de la première série d'essai) et on cherche la valeur minimum de cette fonction. Pour le moment, les essais sont trop peu nombreux pour affirmer une identification. Les résultats sont donc qualitatifs.

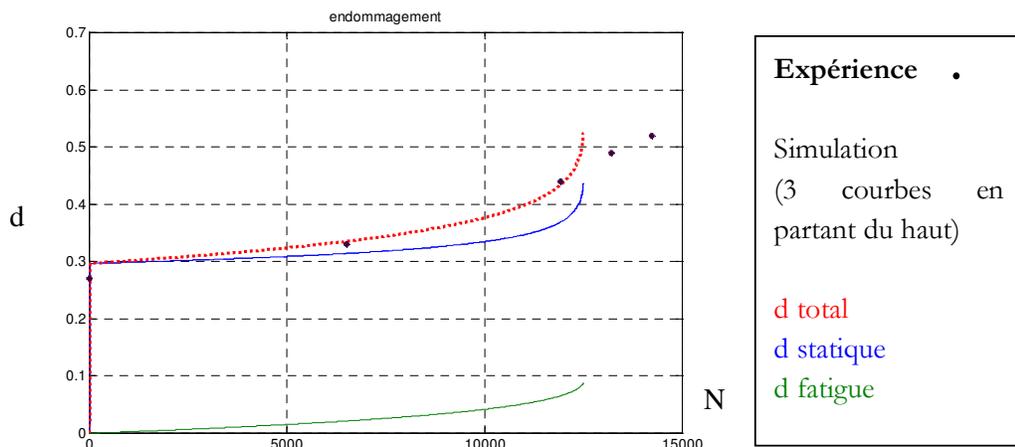


Figure 68: Evolution de l'endommagement pour l'essai 10-120 MPa

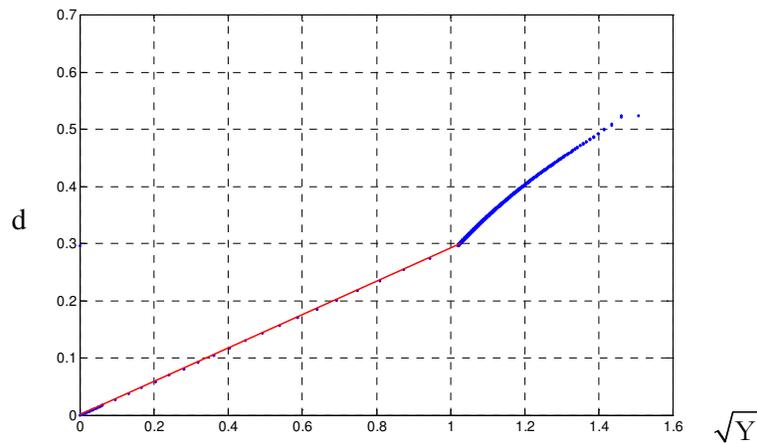


Figure 69: Evolution de l'endommagement en fonction de la force associée

La Figure 68 et la Figure 69 représentent l'évolution de l'endommagement en fonction respectivement du nombre de cycles et de la force associée. Pour l'évolution en fonction du nombre de cycles, on compare l'endommagement total simulé et expérimental, et on décompose l'endommagement total simulé en partie « statique » évoluant par loi statique et partie « fatigue » évoluant par loi de fatigue. Le calcul s'arrête lorsqu'on a plus convergence dans la boucle.

Pour l'évolution de d en fonction de la racine de la force associée (Figure 69), on ne représente que la simulation car les forces associées sont des grandeurs recalculées à partir de d et σ : les points expérimentaux sont sur la courbe. L'évolution dans ce diagramme se fait en deux étapes : tout d'abord une évolution linéaire sous chargement statique au niveau de contrainte maximale puis une évolution de type hyperbolique correspondant au chargement de fatigue. La rupture correspondant à la condition d'instabilité se produit à un niveau d'endommagement plus élevé que pour un chargement purement statique. L'annexe 4 détaille les calculs afférant à la condition d'instabilité (sous chargement statique et sous chargement de fatigue).

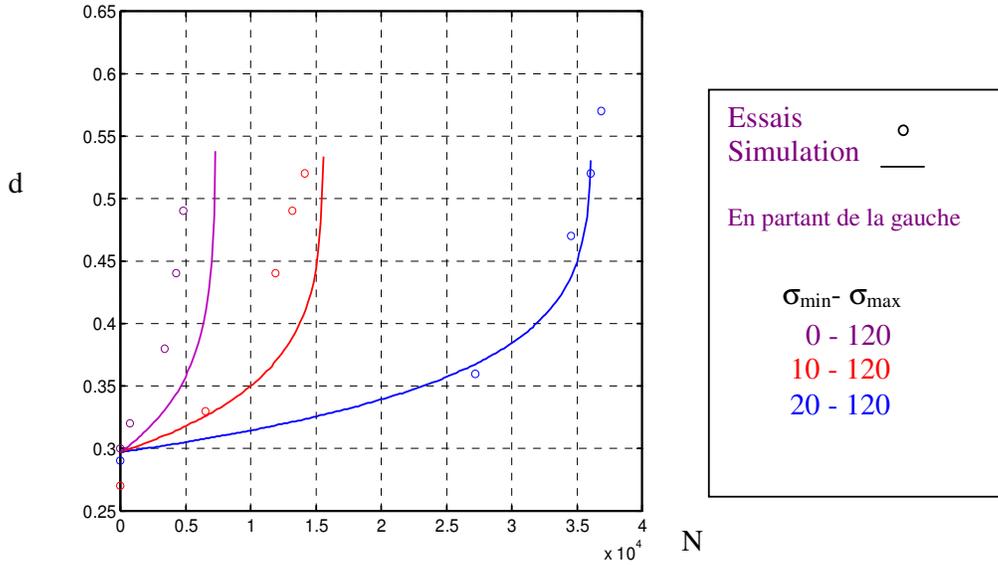


Figure 70 : Evolution de l'endommagement de cisaillement pour trois chargements de fatigue

La Figure 70 présente l'identification du modèle sur trois essais à même niveau de contrainte maximale. Les niveaux d'endommagement initiaux et finaux simulés pour chacun des trois essais (0-120, 10-120 et 20-120) sont identiques : ils sont fonction du niveau de chargement maximal : ici égal à 120 MPa.

Les évolutions en durée de vie relative sont similaires (annexe 3): progressive puis rapide en fin de vie. On note la dispersion des résultats déjà au premier cycle statique : ceci justifie la nécessité de multiplier les essais pour fiabiliser les résultats.

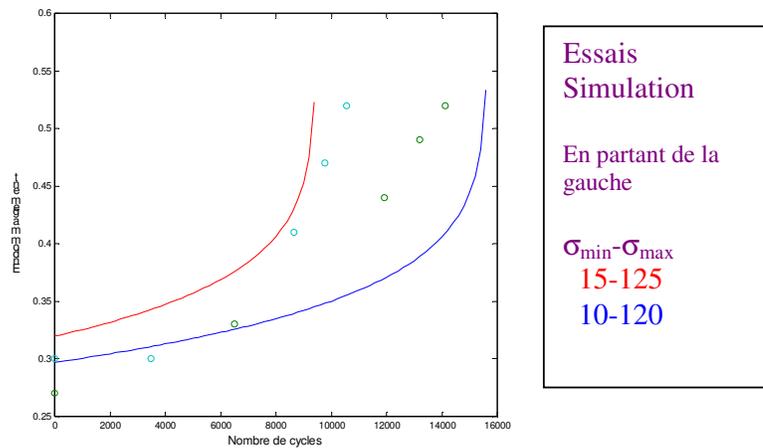


Figure 71: Evolution de l'endommagement de cisaillement en fatigue à $\Delta\sigma = \text{cst}$

La Figure 71 montre les évolutions pour des essais à même écart de contrainte (110 MPa). Les deux figures précédentes représentent les quatre essais différents utilisés pour mettre en place une première identification de la loi d'évolution de l'endommagement de cisaillement en fatigue.

Les coefficients obtenus sont (avec les contraintes en MPa) :

$$c=3,64.10^{-6}$$

$$\alpha=0,84$$

$$\beta=8,83$$

Le rapport entre les deux exposants indique que l'écart du chargement est beaucoup plus important sur la tenue en fatigue que la valeur maximale.

Si l'on valide le modèle à partir des autres essais présentés en annexe 3 (mis à part les quatre utilisés pour l'identification), on obtient le Tableau 9 et on peut aussi représenter les écarts entre simulation et expérience sur les durées de vie sur un diagramme log-log de la durée simulée en fonction de la durée expérimentale.

Essai σ_{\min} - σ_{\max}	Durée de vie expérience	Durée de vie simulation
5-110	27000	53000
15-120	30000	23500
30-120	108000	91600
5-125	5400	4450
0-130	3500	1250
10-130	5700	4200
20-130	14000	5100
25-130	17000	7650

Tableau 9: Comparaison des durées de vie expérimentales et simulées

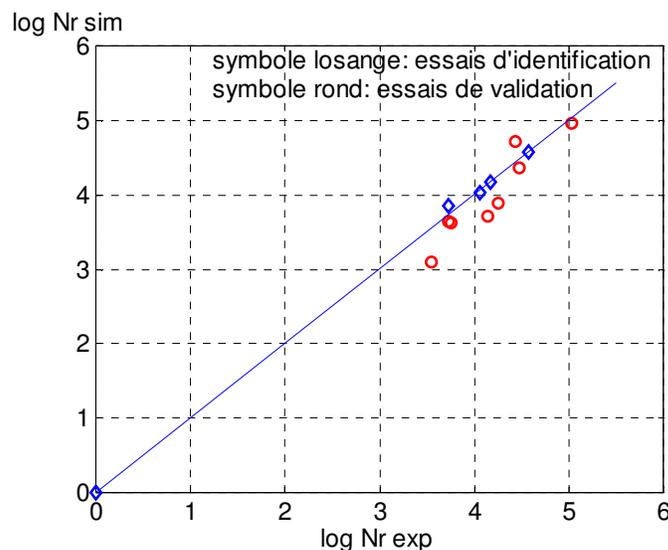


Figure 72: Courbe log-log des durées de vie simulées fonction des durées expérimentales

3.5.4) Etude des déformations anélastiques en cisaillement

Pour caractériser le comportement sous chargement à contraintes ou à déformations imposées il est impératif de connaître les déformations anélastiques aussi bien sous chargement statique que sous chargement de fatigue.

Une mauvaise évaluation de la plasticité conduirait à obtenir des résultats faux en contrainte pour des problèmes hyperstatiques (au sein d'un stratifié par exemple, si un pli subit des déformations anélastiques, les contraintes qu'il subit peuvent diminuer et se reporter sur les plis adjacents).

Nous avons proposé un modèle de plasticité à écrouissage cinématique linéaire pour décrire le comportement sous chargement statique. Nous cherchons, pour la fatigue, le modèle le plus simple qui permettra de représenter l'évolution des déformations anélastiques.

Pour cette étude, on s'est limité à un modèle mono-dimensionnel caractérisant uniquement le cisaillement. Pour élargir ce modèle et quantifier l'influence de la traction transverse et du couplage cisaillement/traction transverse, de nombreux autres essais seraient nécessaires.

Enfin comme pour l'étude précédente de l'endommagement de cisaillement, c'est un stratifié à $[\pm 45^\circ]_{ns}$ qui a été utilisé et supposé en cisaillement pur.

Dans un premier temps, nous allons tester si loi d'écrouissage établie en statique est suffisante pour décrire l'évolution en fatigue. En effet, l'emploi des grandeurs effectives pour décrire l'évolution des déformations anélastiques permet en fatigue à contraintes imposées d'obtenir une évolution des déformations anélastiques.

La Figure 73 montre pour des essais divers (statique et de fatigue), l'évolution de l'endommagement en fonction de la déformation plastique : les deux quantités semblent évoluer de manière corrélée sur les essais présentés.

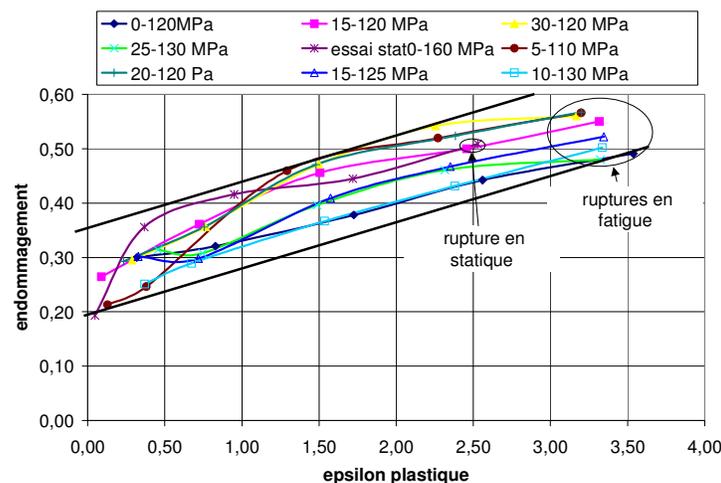


Figure 73: Corrélation entre endommagement et déformation anélastique pour les essais réalisés

Sur tous les essais de fatigue, les conditions à rupture sont assez voisines :

- l'endommagement vaut environ 0,55
- la déformation plastique vaut environ 3,3%

Notons que nous n'avons réalisé qu'un seul essai par conditions et que les conditions d'essais sont dans une gamme donnée : contrainte maxi entre 110 et 130 MPa et contrainte minimale entre 0 et 30 MPa.

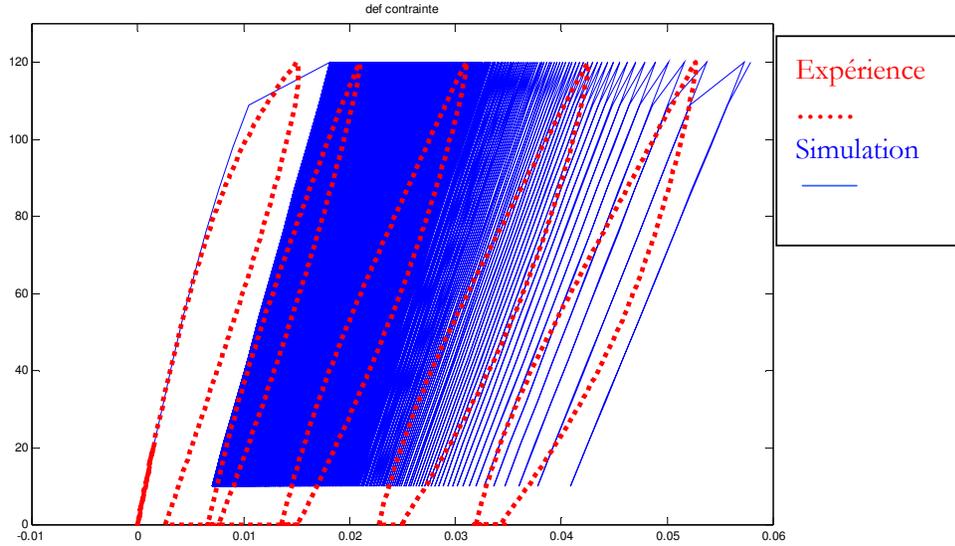


Figure 74: Evolution de sigma/epsilon pour le chargement 10-120 MPa

La Figure 74 représente l'évolution des déformations anélastiques simulée comparée aux essais. Cette évolution est obtenue avec les coefficients de la loi d'écroissage cinématique linéaire définie pour un chargement statique et elle est directement liée à l'augmentation des contraintes effectives due à l'augmentation de l'endommagement. On observe une description des déformations anélastiques de même ordre de précision que pour la plasticité statique et ce résultat montre que la même loi d'écroissage pour les chargements statique et de fatigue peut s'avérer suffisante.

Remarque 1: Enrichissement de la loi d'évolution

Si, pour certaines conditions ou certains matériaux, la loi d'évolution de la plasticité associée à l'évolution de l'endommagement n'est pas adaptée, il est possible d'affiner la

description des déformations anélastiques, notamment pour tenir compte à la fois de la valeur maximale et de l'amplitude du chargement.

Afin d'établir cette loi d'évolution, on peut écrire comme pour l'endommagement les déformations anélastiques totales comme la somme de deux termes :

$$\varepsilon_p = \varepsilon_p^{stat} + \varepsilon_p^{fat}$$

Le premier terme varie conformément au modèle d'écroûissage cinématique linéaire et le second varie sous chargement de fatigue conformément à la loi d'évolution que nous cherchons à mettre en place. Les évolutions sont couplées via l'endommagement qui intervient dans l'évolution de la part statique.

La nature cinématique de l'écroûissage nous conduit à proposer la loi d'évolution suivante :

$$\frac{\partial \varepsilon_p^{fat}}{\partial N} = g X_{moy}^\beta \left\langle (\Delta X)^\alpha - Z_{of} \right\rangle_+$$

où les paramètres sont l'amplitude de la fonction d'écroûissage cinématique et sa valeur moyenne.

Le seuil n'agit que sur l'amplitude car, il est vraisemblable que sous contraintes alternées, on n'observera pas de déformations anélastiques du fait de l'écroûissage cinématique.

Remarque 2: Résistance résiduelle

Des essais de fatigue sur stratifié [+/-45]_{3s} suivis d'essais statiques à rupture ont été réalisés de manière à déterminer la résistance résiduelle en cisaillement :

- Le premier essai de fatigue entre 0 et 120 MPa pendant 1200 cycles a vu une chute de 8% de résistance par rapport à la valeur statique.
- Le second essai de fatigue entre 20 et 120 MPa pendant 41000 cycles a donné lieu à 13 % de chute de résistance par rapport à la valeur statique.

Chacun de ces deux essais a été stoppé lorsque la déformation totale a atteint 3% ce qui représente respectivement 65% et 94 % de durée de vie relative sur les essais de fatigue menés à rupture pour les mêmes niveaux de chargement (annexe 3). Ces variations sont faibles d'autant qu'elles correspondent à un pourcentage important de durée de vie relative. D'autres essais du même genre sont nécessaires pour affirmer la prévision du modèle sur la résistance résiduelle : en effet la rupture par condition d'instabilité est liée à une valeur d'endommagement maximal : la résistance prévue par le modèle ne diminue pas suite à un chargement de fatigue.

Remarque 3 : Essai sous deux niveaux de chargements de fatigue

Un essai à deux niveaux de fatigue a été réalisé : 0-120MPa pendant 900 cycles puis 20-120 MPa pendant le reste des cycles jusqu'à rupture. Si l'on utilise l'identification établie aux figures 70 et 71, on obtient à la Figure 75 la comparaison simulation/expérience de la courbe contrainte/déformation sur le stratifié $[\pm/45]_{3s}$.

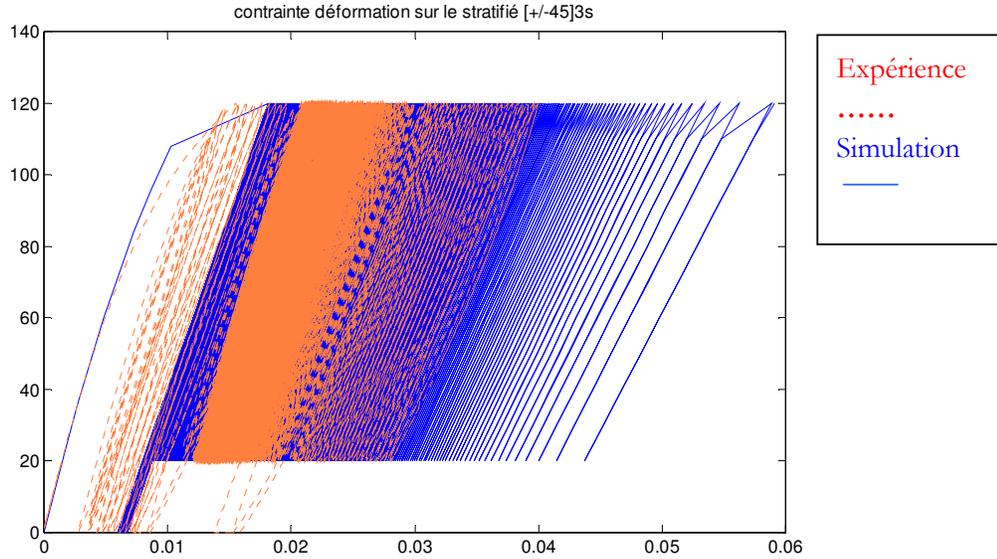


Figure 75: Fatigue à deux niveaux 0-120 puis 20-120 MPa

L'essai courbe rouge est interrompu à 3% de déformation à cause d'un problème de manipulation, la simulation, quant à elle, va jusqu'à rupture. La corrélation simulation/expérience est correcte. D'autres expériences de fatigue à deux niveaux restent à mener pour confirmer ce premier résultat de fatigue à deux niveaux.

Conclusion de l'étude sous chargement de fatigue:

Nous avons montré dans ce chapitre que l'évolution des endommagements sous chargement de fatigue est fonction de la contrainte maximale et de l'amplitude des contraintes.

D'autre part, les mêmes critères de rupture qu'en statique semblent suffisants pour décrire la rupture en fatigue :

- nous n'avons pas observé de fatigue en traction sens fibre (pas d'endommagement)
- la rupture en fatigue est liée au seuil fragile en traction transverse
- la rupture en cisaillement se produit par condition d'instabilité

Pour le cisaillement, nous avons observé une valeur minimale de la limite d'endurance pour les conditions : $\sigma_{\max}=90$ MPa et $R=0,5$.

La résistance résiduelle semble évoluer très peu, ce qui corrobore notre modélisation pour laquelle aucune variation de résistance n'est prévue.

Enfin une évolution des déformations anélastiques liée à l'évolution de l'endommagement conduit à une loi très simple en bonne corrélation avec les essais.

3.6] Perspectives

Le travail entrepris sur le pli unidirectionnel est à poursuivre et à développer sur des structures tubulaires, qui d'une part sont adéquates comme exemple d'application de notre modèle et d'autre part permettent de créer des sollicitations multi-axiales et de compression.

Outre les différentes facettes du comportement du pli unidirectionnel qu'il reste à dévoiler (compressions sens fibre et transverse et les couplages), une autre voie à explorer concerne le pli tissé.

En effet, ce type de pli est plus simple à modéliser : son comportement est élastique fragile sens chaîne et trame et il n'est non-linéaire que pour le cisaillement. Par ailleurs son comportement statique en cisaillement est totalement analogue à celui du pli unidirectionnel [AUB].

Et donc les travaux réalisés au chapitre 3 sur le comportement en cisaillement du pli unidirectionnel sous chargement de fatigue sont légitimement transposables au pli bidirectionnel.

Le pli tissé est un bon candidat à notre modèle puisqu'il n'a pas de direction transverse et qu'il est moins sensible au délaminage que le pli unidirectionnel : l'hypothèse d'endommagement diffus y est encore plus pertinente.

Nous présentons tout d'abord des travaux de simulation statique sur structure [HOC2] réalisés par éléments finis avec une intégration locale du comportement élasto-plasto-endommageable.

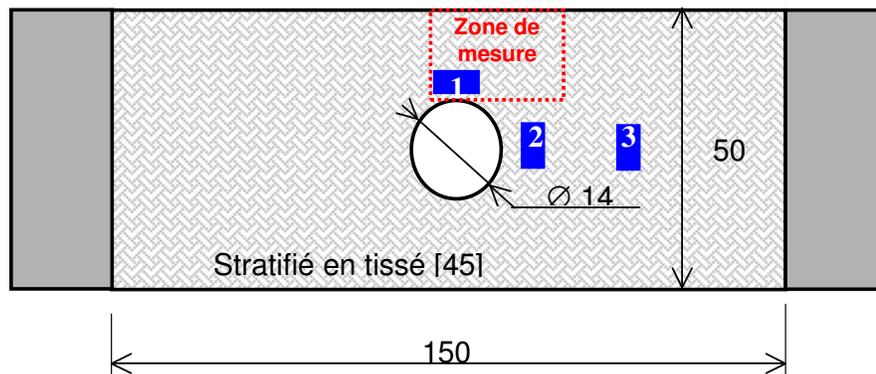


Figure 76: Schéma de la plaque trouée

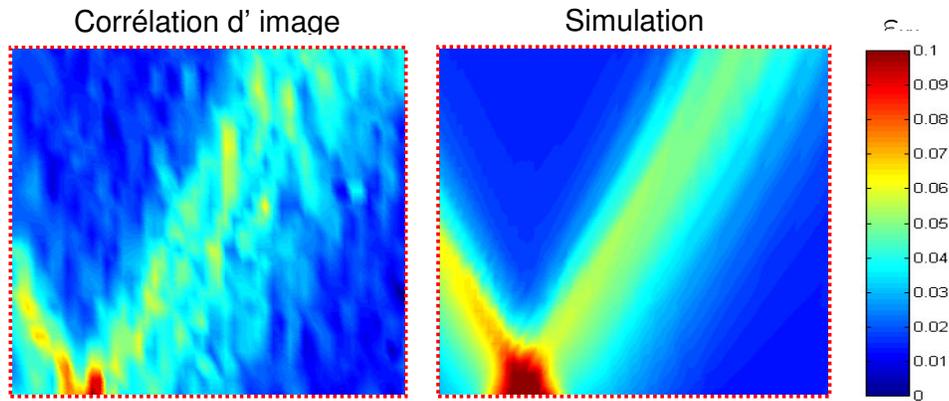


Figure 77: Comparaison expérience/simulation de la carte des déformations ϵ_{xx}

Le comportement statique du pli tissé a été intégré dans une routine UMAT de Abaqus [BOR]: il donne des résultats de simulation sur structure (ici : une plaque trouée) comparée avec les résultats expérimentaux.

La Figure 77 présente les cartes de déformations longitudinales (à gauche expérimentale, à droite de simulation) de la zone grisée située en bord de trou (Figure 76).

La Figure 78 compare les courbes « effort global/déformation locale » simulée et expérimentale aux endroits où sont collées trois jauges numérotées de 1 à 3 sur la Figure 76. La comparaison est satisfaisante.

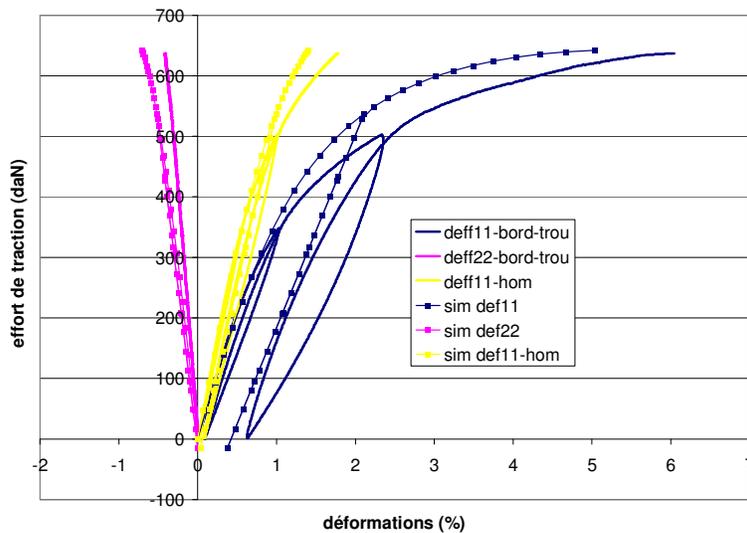


Figure 78: Comparaison simulation/expérience des courbes effort/déformation pour trois mesures

Dans le cadre d'un essai de faisabilité en fatigue, nous présentons un essai de flexion rotative sur tube tissé. La démarche de fabrication du tube est donné en annexe 4. En résumé, lors du moulage, du matériau tissé G939/M18 a été enroulé autour d'un tube en aluminium. Les extrémités du tube ont été renforcées et le tube dans une bache à vide a été chauffé pendant 1 heure à 80°C et deux heures à 180°C (cycle de cuisson de la résine M18). Les deux bords ont été raccourcis puis des embouts métalliques ont été collés pour que le tube s'adapte à la machine de flexion rotative.



Figure 79: Epreuve tubulaire avec embouts métalliques

Le tube est fixé par ses axes métalliques à deux mandrins montés en pivot par rapport au bâti machine. On vient créer deux moments de flexion pure grâce à des poids. Pour le chargement statique initial, la déformation longitudinale est mesurée par jauge, et l'on fait tourner manuellement le tube. Pour la fatigue, on entraîne le tube en rotation à environ 1700 tr/min.



Figure 80: Machine de flexion rotative

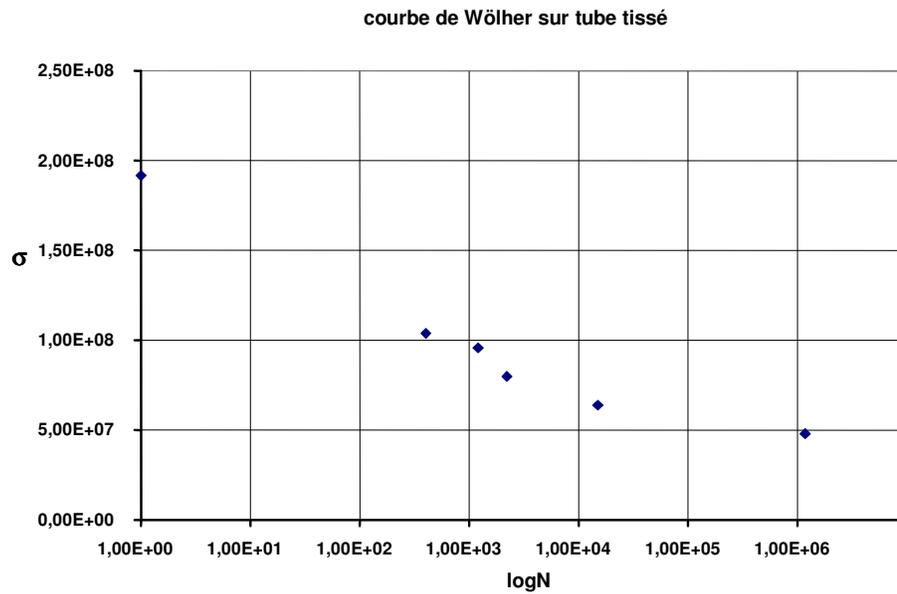


Figure 81: Allure de la courbe de Wölher sur tissé à R=-1

Les points expérimentaux (Figure 81) sont placés sur un diagramme de Wölher. Notons qu'à fort niveaux de contrainte, l'échauffement est un facteur important qui pénalise beaucoup la durée de vie et qui n'est pas pris en charge par notre modèle, d'où la nécessité de mettre au point un système de refroidissement performant.

Ces quelques perspectives vont être approfondies dans des travaux à venir.

Conclusion

Les matériaux composites existent depuis une cinquantaine d'années ; leur champ d'application s'élargit constamment. Ces matériaux présentent l'énorme avantage de pouvoir s'adapter mécaniquement à un contexte de chargement donné en orientant les fibres suivant le sens des sollicitations. Le revers de cet avantage sur les matériaux isotropes est leur plus grande complexité ce qui induit une modélisation plus complexe que pour les matériaux métalliques déjà en statique et encore plus en fatigue. Les modèles développés dans les laboratoires de recherche pour décrire ces comportements complexes, associés à de nombreux mécanismes d'endommagement, sont difficilement exploitables dans les milieux industriels.

Dans des situations industrielles particulières pour lesquelles la sécurité joue un rôle prépondérant, il est nécessaire de prévoir les premiers mécanismes d'endommagement. Pour des structures peu sensibles au délaminage, ces premiers mécanismes sont des microfissures parallèles à la direction des fibres, de la taille de quelques fibres et réparties uniformément dans les plis. Nous avons étudié dans ce travail cet endommagement dit « diffus » et nous avons proposé des modèles d'évolution de cet endommagement, sous chargement statique et de fatigue, jusqu'à la rupture du premier pli. Les tubes (centrifugeuses, arbres de transmission) sont des structures qui peuvent être dimensionnées avec ce type d'outil.

Nous avons construit un modèle de **comportement unifié** dans le cadre de la mécanique de l'endommagement des matériaux anisotropes. Pour le pli unidirectionnel, le comportement est très différent suivant la direction : élastique fragile sens fibre, élasto-plasto-endommageable en cisaillement et en traction transverse. Nous nous sommes placés dans le cadre de l'endommagement cumulé et nous avons proposé des lois pour décrire l'évolution de cet endommagement sous chargement statique et de fatigue. Les critères de rupture (rupture fragile en direction transverse et par instabilité en cisaillement) sont les mêmes en statique et en fatigue. Le modèle de plasticité est à écrouissage cinématique linéaire. L'évolution des déformations anélastiques sous chargement de fatigue est liée à l'évolution des endommagements. Nos modèles ont été confrontés à des résultats expérimentaux et sont corrects au moins qualitativement. Ils restent à réaliser de nombreux

essais pour enrichir nos modèles, particulièrement en essais multiaxiaux traction/cisaillement et compression/cisaillement.

Un débouché en cours de développement de cette étude concerne les **matériaux tissés**. En effet, toute la partie du modèle concernant le comportement en cisaillement est directement transposable du pli unidirectionnel au pli tissé. Ce matériau est par ailleurs un bon exemple d'application de notre modélisation réduite à la rupture du premier pli. L'absence de direction transverse et le tissage qui augmente la résistance au délaminage, autorisent l'utilisation du modèle contraintes planes sur une période plus longue de la vie de la structure et l'étude de structures plus complexes. Ce type de modèle peut être introduit dans un code éléments finis pour étudier ces structures plus complexes et, par recalage sur structure, devrait également permettre d'améliorer nos modèles.

Références

ARTICLES

- [AKS] AKSHANTALA N.V., TALREJA R. 1998**
A mechanistic model for fatigue damage evolution I composite laminates
Mechanics of materials, Vol 29, 1998, pp. 123-140
- [BOR] BORDREUIL C., HOCHARD C. 2004**
Finite element computation of woven ply laminated composite structures up to rupture
Composite materials, in press, 2004
- [CAI] CAIN K.J., GLINKA G., PLUMTREE A. 2003**
Damage evolution in an off-axis unidirectional graphite bismaleide composite loaded in tension
Composites Part A, Vol 34, 2003, pp 987-993
- [CAR1] CARON J.F., ERLACHER A. 1998**
Modelling of fatigue microcracking kinetics in crossply composites and experimental validation
Composites science and technology, Vol 0 , 1998, pp 1-11
- [DAN1] DANIEL I.M., ABOT J.L. 2000**
Fabrication, testing and analysis of composite sandwich beams
Composites science and technology, Vol 60, 2000, pp. 2455-2463
- [DEG] DEGRIECK J., VAN PAEPEGEM W. 2001**
Fatigue damage modelling of fibre-reinforced composite materials: Review
Applied Mechanics Reviews, Vol 54, n°4, pp 279-300

- [GAO] GAO Z.** **1994**
 A cumulative damage model for fatigue life of composite laminates
 Journal of Reinforced Plastics and Composites, Vol.13, feb 1994
- [GAM1] GAMBY D., HENAFF-GARDIN C., LAFARIE-FRENOT M.C.** **2002**
 Propagation of edge cracking towards the centre of laminated composite plates subjected to fatigue loading
 Composites structures, Vol. 56 (2002) pp 183-190
- [GAM2] GAMSTEDT E.K. , TALREJA R.** **1999**
 Fatigue damage mechanisms in unidirectional carbon-fibre-reinforced plastics
 Journal of materials science, Vol.34, pp 2535-2546
- [GAM3] GAMSTEDT E.K.** **2000**
 Effects of debonding and fiber strength distribution on fatigue-damage propagation in carbon Fiber-reinforced epoxy
 Journal of applied polymer science, Vol.76, pp 457-474
- [GAM4] GAMSTEDT E.K. , SJÖGREN B.A.** **1999**
 Micromechanims in tension-compression fatigue of composite laminates containing transverse plies
 Composites Science and Technology, Vol 59, pp 167-178
- [GUI] GUILMINEAU P., LESAGE P., RENARD J., COTTIN C., THIONNET A.** **1992**
 Un modèle d'endommagement des matériaux composites sous sollicitations quasi-statiques et cycliques basé sur la description physique du défaut.
 JNC8 Palaiseau, 16-18 novembre 1992, pp 473-481
- [HEN] HENAFF-GARDIN C., LAFARIE-FRENOT M.C.** **2002**
 The use of a characteristic damage variable in the study of transverse cracking development under fatigue loading in cross-ply laminates
 International journal of fatigue, Vol. 24, pp 389-395

- [HER] HERAKOVICH C.T., SCHROEDTER R.D., GASSER A., GUITARD L.** **2000**
 Damage evolution in [+/-45]s laminates with fiber rotation
 Composites science and technology, Vol 60,(2000), pp. 2781-2789
- [HOC1] HOCHARD C., AUBOURG P.A., CHARLES J.P.** **2001**
 Modelling of the mechanical behaviour of woven fabric CFRP laminates up to failure
 Composites science and technology, Vol 61, pp. 221-230
- [HOC2] HOCHARD C.** **2004**
 Optimum design of laminated composite structures
 Composites Structures, Vol 63, pp 159-165
- [KAC] KACHANOV L.M.** **1958**
 On creep fracture time
 Izv Akad. Nauk USSR, Otd. Tekh. Nauk 8,26
- [KAW1] KAWAI M., YAJIMA S., HACHINOHE A., TAKANO Y.** **2001**
 Off-axis fatigue behavior of unidirectional carbon fiber-reinforced composites at room and high temperatures
 Journal of composite materials, Vol. 35, No. 07
- [KAW2] KAWAI M., MORISHIT M.? SATOH H.,TOMURA S.** **1997**
 Effects of end-tap shape on strain field of unidirectional carbon/epoxy composite specimens subjected to off-axis tension
 Composites Part A, Vol. 28A, pp 267-275
- [KIM] KIM R.K.** **1988**
 Fatigue behaviour
 Composites design 4th edition S.T. Tsai
- [LAD1] LADEVEZE P., LE DANTEC E.** **1992**
 Damage modelling of the elementary ply for laminated composites
 Composites science and technology, Vol. 43, pp 247-267

- [LAD2] LADEVEZE P., ALLIX O., DEÛ J.F, LEVEQUE D. 2000**
 A mesomodel for localisation and damage computation in laminates
 Computer methods in applied mechanics and engineering, Vol. 183, (2000), pp 105-122
- [LAD3] LADEVEZE P., LUBINEAU G. 2002**
 An enhanced mesomodel for laminates based on micromechanics
 Composites science and technology, Vol. 62, pp 533-541
- [LIN] LINHONE C. 1996**
 Un modèle de comportement élastoplastique endommageable pour les structures composites stratifiés
 La recherche aérospatiale, 1996, n°2, pp119-135
- [MAR] MARIN J.C. CANAS J. PARIS F. MORTON J. 2002**
 Determination of G12 by means of the off-axis tension test. Part I and part II
 Composites Part A, Vol. 33, 1998, pp 87-100
- [ODE] ODEGARD G., KUMOSA M. 2000**
 Determination of shear strength of unidirectional materials with the Iosipescu and 10° off-axis shear tests
 Composites science and technology, Vol. 60, 2000, pp 2917-2943
- [PAY1] PAYAN J., HOCHARD C. 2002**
 Damage modelling of laminated carbon/epoxy composites under static and cyclic loadings
 International journal of fatigue, Vol 24,(2002) pp. 299-306
- [PET1] PETERMANN J., SCHULTE K. 2002**
 Strain based service time estimation for angled-ply laminates
 Composites science and technology, Vol. 62 (2002) pp 1043-1050
- [PET2] PETERMANN J., PLUMTREE A. 2002**
 A unified fatigue failure criterion for unidirectional laminates
 Composites Part A, Vol. 32 (2001) pp 107-118

- [PHI1] PHILIPPIDIS T.P., VASSILOPOULOS A.P. 1999**
 Fatigue of composite laminates under off-axis loading
 Composites science and technology 60 (2000) pp 2819-2828
- [PHI2] PHILIPPIDIS T.P., VASSILOPOULOS A.P. 2000**
 Fatigue design allowables for GRP laminates based on stiffness degradation measurements
 International journal of fatigue 21 (1999) pp 253-262
- [PLU] PLUMTREE A., SHI L. 2002**
 Fatigue damage evolution in off-axis unidirectional CFRP
 International journal of fatigue 24 (2002) pp 155-159
- [REI] REIFSNIDER K. 1998**
 Durability and damage tolerance of fibrous composite systems
 Handbook of composites, edited by S.T. Peters , 35, pp 794-809
- [SED1] SEDRAKIAN A., BEN ZINEB T., BILLOET J.L., BOBET V. 1998**
 Une approche itérative pour la simulation du comportement en fatigue des composites unidirectionnels verre/epoxy
 JNC 11 Arcachon 18-20 novembre1998, Vol3, pp 1302-1312
- [SHO] SHOKRIEH M.M. LESSARD L.B. 1997**
 Multiaxial fatigue behaviour of unidirectional plies based on uniaxial fatigue experiment
 Part I and II
 International journal of fatigue, vol19, n°3, pp 201-217, 1997
- [SIM] SIMS D.F., BROGDON V.H. 1977**
 Fatigue behavior of composites under different loading modes
 Fatigue of filamentary composite materials, ASTM STP636, 1977, pp 185-205

- [TAL1] TALJERA R.** **1981**
Fatigue of composite materials: damage mechanisms and fatigue-life diagrams
Proceedings of Royal Society London, A378, pp 461-475, 1981
- [TAL2] TALJERA R.** **1986**
Stiffness properties of composite laminates with matrix cracking and interior delamination
Engineering Fracture Mechanics, Vol 25, n° 5/6, pp. 739-749
- [THI1] THIONNET A., RENARD J.** **1993**
Meso-macro approach to transverse cracking in laminated composites using Talreja's model
Composites engineering, Vol 3, n°9, pp 851-871
- [THI2] THIONNET A., RENARD J.** **1999**
Modelling unilateral damage effect in strongly anisotropic materials by the introduction of the loading mode in damage mechanics
International journal of solids and structures, Vol 36, pp. 4269-4287
- [THI3] THIONNET A., CHAMBON L., RENARD J.** **2002**
A theoretical and experimental study to point out the notion of loading mode in damage mechanics: Application to the identification and validation of a fatigue damage modelling for laminates composites
International journal of fatigue, Vol 24, pp. 147-154
- [VAN1] VAN PAEPEGEM W., DEGRIECK J.** **2001**
Experimental set-up for numerical modelling of bending fatigue experiments on plain woven glass/epoxy composites
Composite structures, Vol. 51, pp 1-8
- [VAN2] VAN PAEPEGEM W., DEGRIECK J.** **2002**
A new coupled approach stiffness and strength for fatigue of fibre-reinforced composites
International journal of fatigue, Vol. 24, pp 747-762

[VAN3] VAN PAEPEGEM W., DEGRIECK J. 2003
Modelling damage and permanent strain in fibre-reinforced composites under in-plane fatigue loading
Composites science and technology, Vol. 63, pp 677-694

[WAN] WANG A.S.D. 1987
Strength, failure and fatigue analysis of laminates
Engineered Materials Handbook, Vol.1 Composites, ASM 1987

MONOGRAPHIES

[AUB] AUBOURG P.A. 1998
Modélisation du comportement jusqu'à rupture de composites stratifiés tissés
DEA Mécanique LMA Marseille 1998

[BOI] BOIS C. 2003
Mesure et prévision de l'évolution des endommagements dans les composites stratifiés
Thèse de l'université de la méditerranée 2003

[CAR2] CARON J.F. 1993
Modélisation de la cinétique de fissuration transverse en fatigue dans les stratifiés
Thèse ENPC 1993

[CAR3] CARON J.F. 2000
Contribution à la mécanique des multi-couches et à la conception d'essais.
Habilitation à diriger les thèses 2000

[DUL] DULIEU G. 2002
Etude d'un modèle elasto-plasto-endommageable pour les composites carbone/epoxy
Rapport de stage de troisième année Ecole Polytechnique 2002

- [FAT] FATICHI R.** **1997**
 Application d'un modèle de comportement non-endommageable d'un stratifié à un calcul fiabiliste
 DEA Mécanique LMA Marseille 1997
- [GUI] GUITARD L., THUILLIER P.** **1994**
 Une première approche de la fatigue des composites stratifiés
 DEA Mécanique des solides et structures LMT Cachan 1994
- [HOC3] HOCHARD C.** **1998**
 Modélisation jusqu'à rupture des composites stratifiés
 Habilitation à diriger les thèses Paris VI 1998
- [JOS] JOSEPH E.** **1995**
 Modélisation du comportement en fatigue d'un composite stratifié verre-epoxy : aspects théorique et expérimental
 Thèse UFR Sciences et techniques de l'université de Franche-comté 1995
- [LED] LE DANTEC E.** **1989**
 Contribution à la modélisation du comportement mécanique des composites stratifiés
 Thèse Université Paris VI 1989
- [LAD4] LADEVEZE P.** **1996**
 Mécanique non linéaire des structures
 Hermès 1996
- [LEV] LEVEQUE D.** **1998**
 Analyse de la tenue au délaminage des composites stratifiés : identification d'un modèle d'interface laminaire
 Thèse ENS Cachan 1998

- [PAY2] PAYAN J.** **1998**
 Etudes expérimentales du comportement hydrique d'un matériau composite carbone/epoxy
 DEA Mécanique et Energétique INPL Nancy 1998
- [RAM] RAMTANI S.** **1990**
 Contribution à la modélisation du comportement multi-axial du béton endommagé avec description du caractère unilatéral
 Thèse de doctorat de l'université de Paris VI 1990
- [SED2] SEDRAKIAN A.** **2000**
 Contribution à la modélisation du comportement en fatigue des pièces composites stratifiés
 Thèse ENSAM 2000
- [THI4] THIONNET A.** **1991**
 Prévission de l'endommagement sous chargements quasi-statiques et cycliques des structures composites stratifiées
 Thèse université Paris VI 1991
- [TSA] TSAÏ S.** **1988**
 Composites design 4th edition S.T. Tsai
- [VIT] VITTECOQ E.** **1990**
 Sur le comportement en compression des composites stratifiées carbone/epoxy
 Thèse université Paris VI 1990

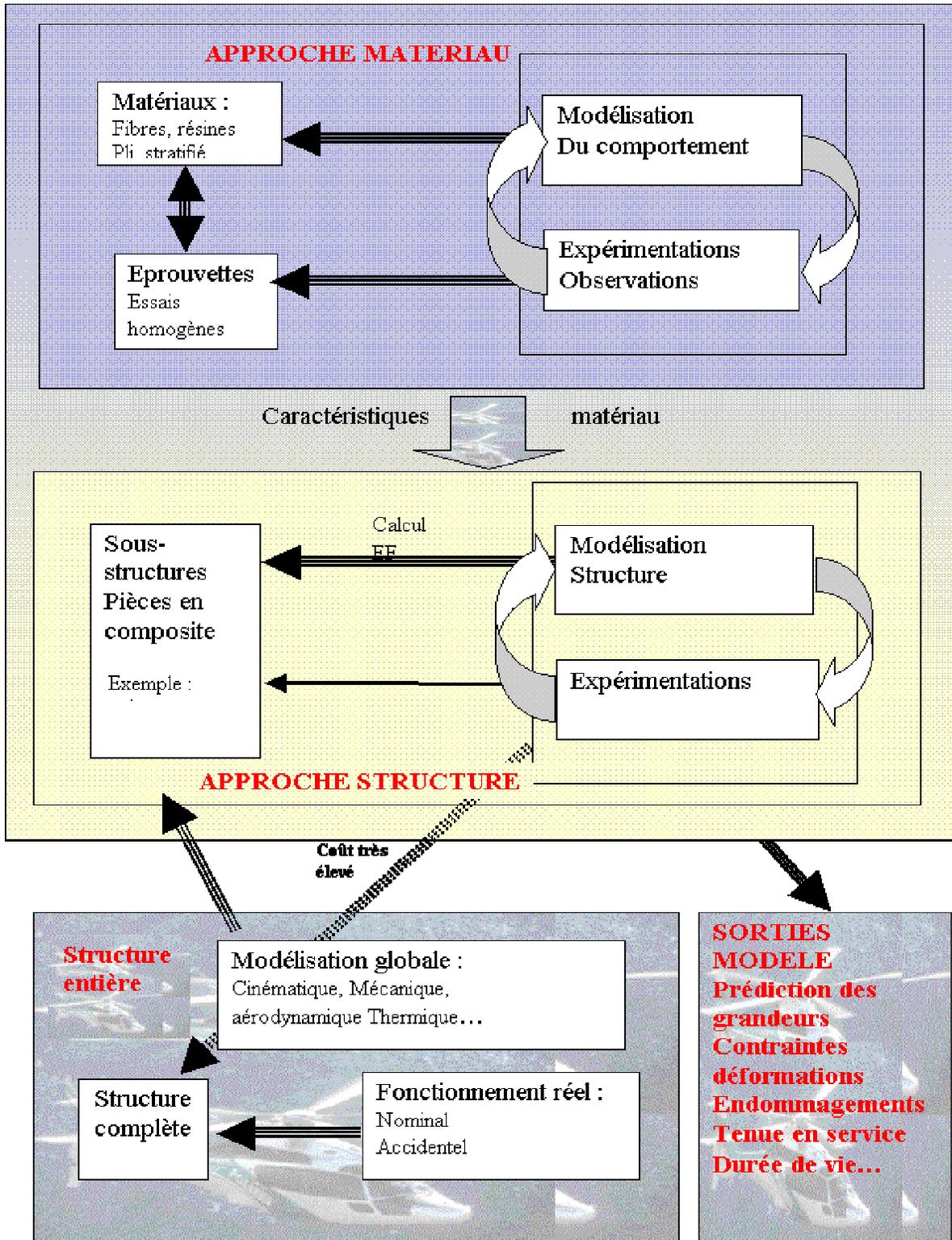
Annexes

Annexe 1 : Illustration de l'approche découplée matériau/ structure	122
Annexe 2 : Fabrication et découpe des éprouvettes	123
Annexe 3 : Liste des essais et des résultats sur machine MTS.....	126
1) Liste des essais et des résultats	126
2) Evolution de l'endommagement.....	128
3) Evolution des déformations anélastiques	129
Annexe 4 : Identification de G12 à partir d'un essai sur [+45/-45]_{3s}.....	131
1) Relations Déformations stratifié/déformations pli	131
2) Relations Contraintes stratifié/contraintes homogénéisées	131
3) Relations contraintes / déformations au sein d'un pli	131
4) Relations déformations / contraintes au sein du stratifié [+/-45] _{ns}	132
5) Loi d'endommagement du stratifié [+/-45°] _{ks}	133
6) Instabilité sous chargement statique et de fatigue	133
Annexe 5 : Fabrication de tubes composites en laboratoire	136

Liste des figures et des tableaux

Figure 1: Plaque stratifiée conditionnée pour la cuisson en autoclave.....	123
Figure 2 : Résistance thermique sous la plaque de cuisson	124
Figure 3: Cycle de cuisson des plaques en G947-M18.....	125
Figure 4: Liste des conditions d'essais sur stratifiés [+/-45] _{3s}	126
Figure 5: Evolution de l'endommagement de fatigue en fonction du nombre de cycles.....	128
Figure 6: Variation d'endommagement après le 1er cycle fonction de la durée de vie relative	128
Figure 7: Evolution de la déformation plastique en fonction de N	129
Figure 8: Trois essais à même niveau de contrainte maximale.....	129
Figure 9: Trois essais à même niveau de contrainte moyenne.....	130
Figure 10: Evolution de la déformation plastique en fonction de la durée de vie relative	130
Figure 11: Schéma d'évolution de d en fonction de la force associée.....	135
Tableau 1: Résultats des 12 essais.....	127

Annexe 1 : Illustration de l'approche découplée matériau/structure



Annexe 2 : Fabrication et découpe des éprouvettes

Les éprouvettes en matériau composite sur lesquelles sont effectuées tous les essais sont réalisées dans les ateliers d'UNIMECA, le pôle universitaire en mécanique de Marseille. UNIMECA a développé un partenariat avec la société Eurocopter qui a permis l'installation sur le site de matériels spécifiques à la fabrication d'éprouvettes en matériau composite stratifié. Les éprouvettes sont donc réalisées par nos soins. Dans le cadre de ce même partenariat, les plis pré-imprégnés qui constituent la matière première des éprouvettes sont fournis par Eurocopter.

Les éprouvettes sont fabriquées à partir de plis pré-imprégnés qui se présentent sous forme de nappe. La première étape de la fabrication consiste à découper la nappe aux dimensions de la plaque à réaliser. Il faut tenir compte de l'orientation voulue des fibres par rapport aux axes de la plaque.

Il faut ensuite assembler les plis. En règle générale la séquence d'empilement est symétrique par rapport au plan moyen de la plaque. Après cuisson, on constate dans le matériau des contraintes hygrothermiques. Etant donné que les plis sont orthotropes et orientés différemment, les contraintes hygrothermiques sont différentes d'un pli à l'autre. La symétrie de l'empilement permet d'équilibrer les contraintes dans l'épaisseur du stratifié afin d'éviter l'apparition d'un moment résiduel de flexion à l'intérieur de la plaque, ce qui engendrerait une courbure de la plaque [Tsai,1988].

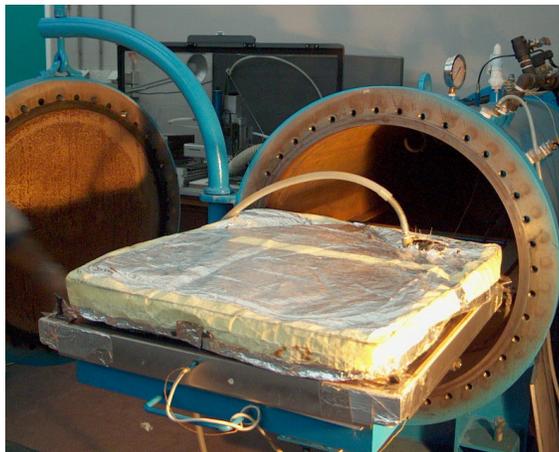


Figure A82: Plaque stratifiée conditionnée pour la cuisson en autoclave

Une fois le stratifié constitué, on le place sur la plaque de cuisson à l'intérieur de l'autoclave. La cuisson du composite se fait sous vide avec une pression extérieure de 4 Bar. Le vide a pour fonction de chasser au maximum les poches d'air entre les plis qui peuvent causer un délaminage du stratifié. La différence de pression doit aussi permettre à la résine

excédentaire de fluier vers l'extérieur du stratifié. Le chargement étant principalement supporté par les fibres, il convient d'obtenir un taux de fibres le plus élevé possible. Pour les plis utilisés, on obtient 60% de fibres en volume dans le composite final.

Le vide autour de la plaque est assuré par un film plastique collé à la plaque chauffante par un mastic d'étanchéité. Pour un meilleur état de surface de stratifié, on place sur le dessus, une plaque en aluminium qui viendra compresser le stratifié. Après vérification de l'étanchéité de la poche à vide, on place une couverture isolante sur le tout pour assurer une température homogène dans le composite. Celle-ci est indispensable car le composite n'est chauffé que par la face du dessous. Après quoi on peut fermer l'autoclave et démarrer le cycle de cuisson qui dure environ 5 heures.



Figure A83 : Résistance thermique sous la plaque de cuisson

Le cycle est constitué d'un premier palier à 80°C qui permet à la résine de se fluidifier et de fluier vers l'extérieur du composite plus facilement. Ensuite la polymérisation de la résine s'effectue à 180°C environ pendant deux heures. Au cours de la cuisson, la température est mesurée en permanence par thermocouples pour permettre la régulation (programme sous HP VEE et interface RS232 entre ordinateur et centrale HP)

Par ailleurs, on peut régler les paramètres de cuisson sur le logiciel de régulation, de manière à les adapter en fonction des différentes résines et colles (collages NIDA sur peaux).

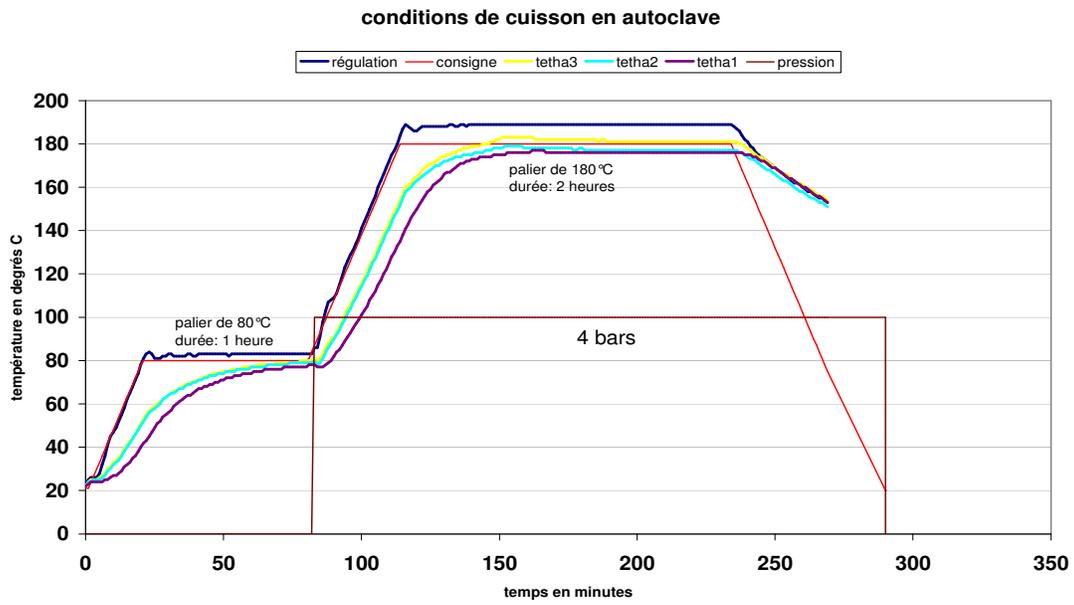


Figure A84: Cycle de cuisson des plaques en G947-M18

Annexe 3 : Liste des essais et des résultats sur machine MTS

1) Liste des essais et des résultats

La campagne d'essais s'est déroulée pendant une période de quelques mois ; ceci a nécessité de cibler les essais.

La gamme de contrainte (minimale et maximale) utilisée pour ces essais a amené à des durées d'essai entre 20 minutes et 4 heures (mesures statiques périodiques comprises).

L'extensomètre qui permet le suivi des déformations a systématiquement été retiré en fin d'expérience avant la rupture (déformation maximale à 5%) de manière à éviter la casse de ce matériel très coûteux et fragile.

min	max	delta	moy
30	120	90	75
20	120	100	70
15	120	105	67,5
25	130	105	77,5
5	110	105	57,5
10	120	110	65
15	125	110	70
20	130	110	75
0	120	120	60
10	130	120	70
5	125	120	65
0	130	130	65

Figure A85: Liste des conditions d'essais sur stratifiés [+/-45]_{3s}

0-120		moy		60,00 delta=120	
N	E	eps plas	d	N/Nr	
1,00	94,27	0,32	0,30	0,00	
736,00	91,46	0,83	0,32	0,14	
3407,00	83,74	1,73	0,38	0,65	
4302,00	75,09	2,56	0,44	0,82	
4858,00	68,53	3,54	0,49	0,92	
5260,00					

15-125		moy		70,00 delta=110	
N	E	eps plas	d	N/Nr	
1,00	92,18	0,33	0,30	0,00	
3487,00	92,73	0,72	0,30	0,30	
8645,00	78,08	1,57	0,41	0,74	
9763,00	70,38	2,35	0,47	0,84	
10554,00	63,13	3,35	0,52	0,91	
11605,00					

15-120		moy		67,50 delta=105	
N	E	eps plas	d	N/Nr	
1,00	103,00	0,09	0,26	0,00	
22995,00	89,49	0,72	0,36	0,77	
26968,00	76,24	1,51	0,46	0,91	
28328,00	70,01	2,46	0,50	0,95	
29404,00	63,03	3,32	0,55	0,99	
29751,00					

10-130		moy=		70,00 dleta	
N	E	eps plas	d	N/Nr	
1,00	95,24	0,37	0,25	0,00	
469,00	90,40	0,67	0,29	0,08	
3511,00	80,55	1,54	0,37	0,61	
4272,00	72,34	2,38	0,43	0,74	
4854,00	63,32	3,34	0,50	0,85	
5736,00					

30-120		moy		75,00 delta=90	
N	E	eps plas	d	N/Nr	
1,00	99,76	0,29	0,29	0,00	
48434,00	91,03	0,76	0,36	0,45	
92283,00	74,79	1,50	0,47	0,85	
102133,00	64,79	2,26	0,54	0,94	
107126,00	62,21	3,17	0,56	0,99	
108363,00				1,00	

0-130		moy		65,00 delta=	
N	E	eps plas	d	N/Nr	
1,00	97,67	0,41	0,27	0,00	
99,00	86,90	0,70	0,35	0,03	
826,00	89,04	1,83	0,33	0,23	
1995,00	86,09	2,73	0,36	0,56	
2732,00	79,71	3,72	0,40	0,77	
3543,00					

10-120		moy		65,00 delta	
N	E	eps plas	d	N/Nr	
1,00	96,93	0,26	0,27	0,00	
6501,00	89,82	0,76	0,33	0,43	
11921,00	75,33	1,51	0,44	0,78	
13194,00	68,03	2,49	0,49	0,87	
14117,00	64,31	3,40	0,52	0,93	
15222,00					

130-25		moy		77,50 delta	
N	E	eps plas	d	N/Nr	
1,00	92,20	0,46	0,31	0,00	
1188,00	92,99	0,75	0,31	0,07	
12205,00	81,10	1,49	0,40	0,68	
14087,00	72,42	2,32	0,46	0,79	
15445,00	69,85	3,32	0,48	0,86	
17912,00					

120-20		moy		70,00 delta=100	
N	E	eps plas	d	N/Nr	
1,00	98,04	0,23	0,29	0,00	
27177,00	89,29	0,75	0,36	0,74	
34551,00	73,39	1,48	0,47	0,94	
36055,00	66,04	2,38	0,52	0,98	
36872,00	60,00	3,20	0,57	1,00	
36872,00					

20-130		Einit=13888 moy		75,00 delta	
N	E	eps plas	d	N/Nr	
1,00	92,39	0,38	0,27	0,00	
440,00	89,28	0,69	0,35	0,03	
8098,00	79,60	1,53	0,33	0,23	
10192,00	72,26	2,41	0,36	0,56	
11531,00	68,20	3,34	0,40	0,77	
14162,00					

110-05		moy		57,50 delta=105	
N	E	eps plas	d	N/Nr	
1,00	98,13	0,13	0,21	0,00	
13980,00	94,02	0,38	0,25	0,52	
25030,00	67,40	1,29	0,46	0,93	
26179,00	59,91	2,27	0,52	0,97	
26778,00	54,08	3,20	0,57	0,99	
26981,00					

5-125		Einit=13346 moy		65 delta	
N	E	eps plas	d	N/Nr	
1	91,6422287	0,365	0,31333562	0,00018481	
475	90,0576369	0,731	0,32520878	0,08778414	
2861	82,6173166	1,685	0,38095822	0,52873776	
3914	75,5743652	2,493	0,43373022	0,72334134	
4637	69,4444444	3,59	0,47966099	0,85695805	
5411					

Tableau A6: Résultats des 12 essais

2) Evolution de l'endommagement

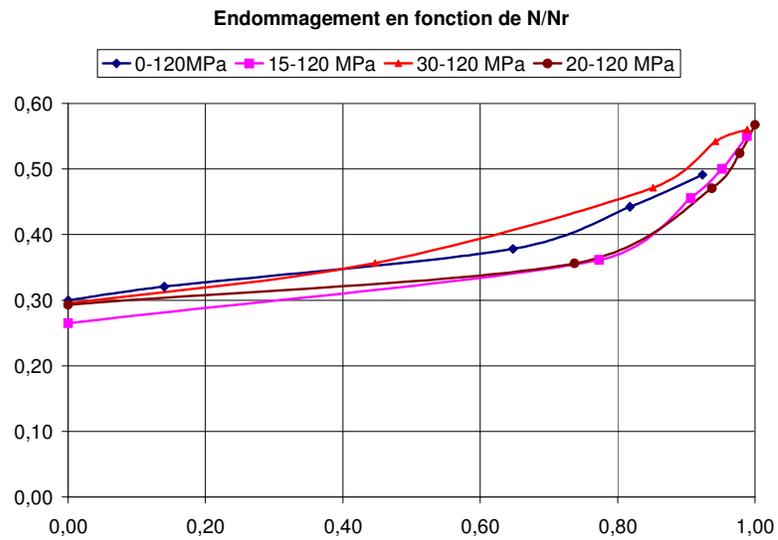


Figure A7: Evolution de l'endommagement de fatigue en fonction du nombre de cycles

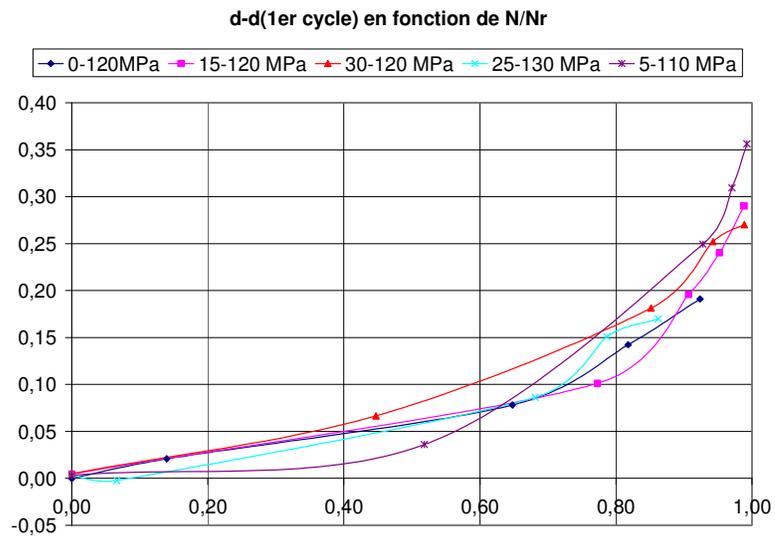


Figure A8: Variation d'endommagement après le 1er cycle fonction de la durée de vie relative

3) Evolution des déformations anélastiques

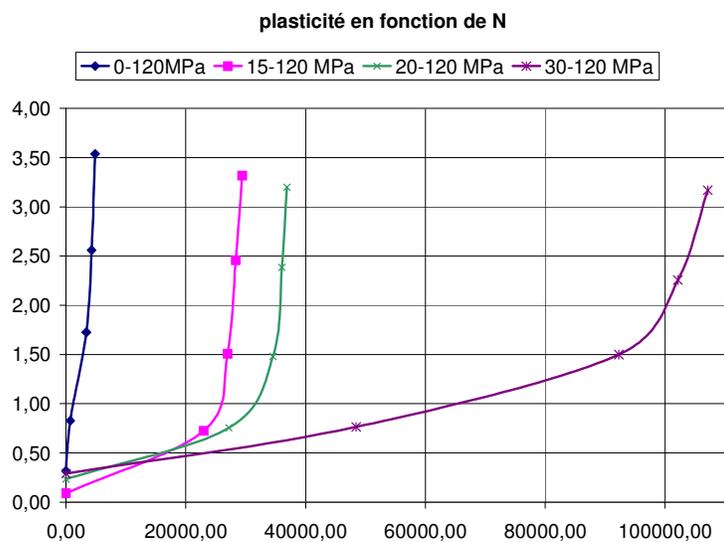


Figure A86: Evolution de la déformation plastique en fonction de N

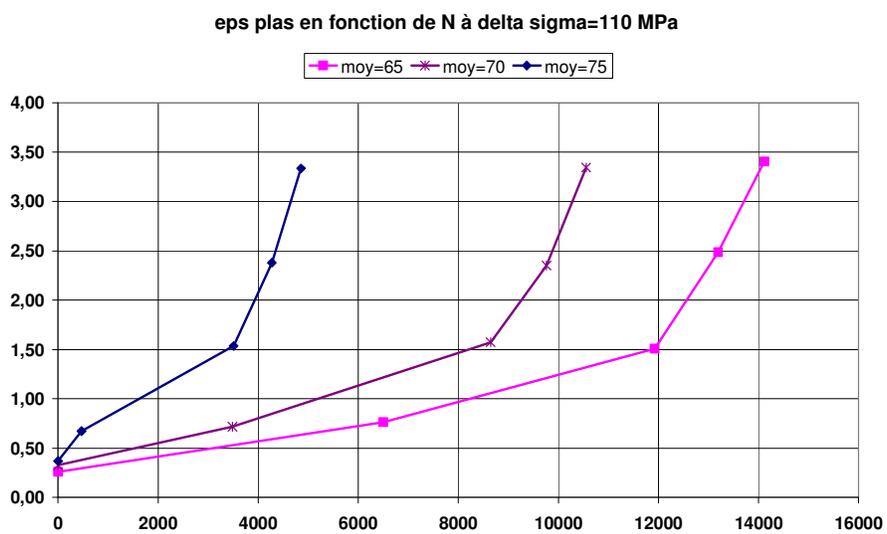


Figure A87: Trois essais à même niveau de contrainte maximale

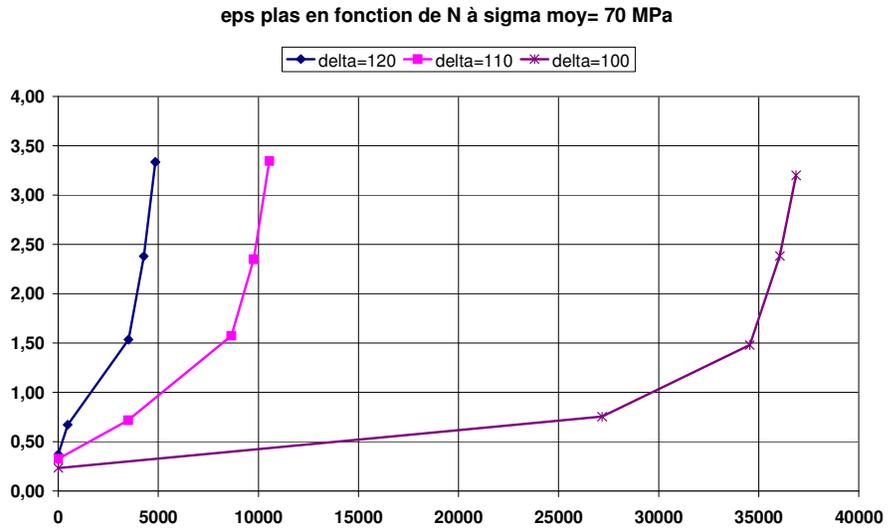


Figure A88: Trois essais à même niveau de contrainte moyenne

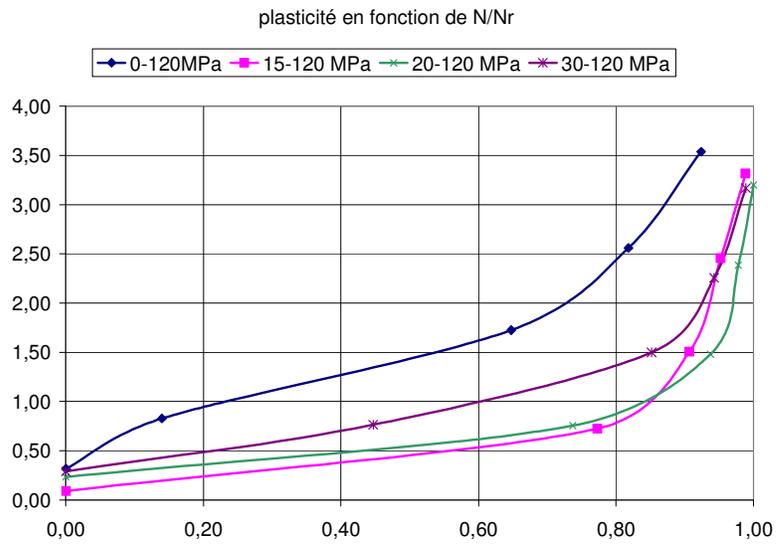


Figure A89: Evolution de la déformation plastique en fonction de la durée de vie relative

Annexe 4 : Identification de G12 à partir d'un essai sur [+45/-45]_{3s}

1) Relations Déformations stratifié/déformations pli

(déformations homogénéisées = déformations d'un pli)

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ 2\varepsilon_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & -1/2 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_T \\ 0 \end{pmatrix}$$

$\varepsilon_{LT} = 0$ car le stratifié est symétrique et soumis à un chargement symétrique

$$\begin{cases} \varepsilon_{11} = \varepsilon_{22} = \frac{1}{2}(\varepsilon_L + \varepsilon_T) \\ \varepsilon_{12} = \frac{1}{2}(-\varepsilon_L + \varepsilon_T) \end{cases}$$

2) Relations Contraintes stratifié/contraintes homogénéisées

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & 1 \\ 1/2 & 1/2 & -1 \\ -1/2 & 1/2 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_L \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Le chargement est de traction :

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{\sigma_L}{2} \\ \sigma_{xy} = -\frac{\sigma_L}{2} \end{cases}$$

3) Relations contraintes / déformations au sein d'un pli

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E_{11}}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & \frac{\nu_{12}E_{22}}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & 0 \\ \frac{\nu_{21}E_{11}}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & \frac{E_{22}}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ 2\varepsilon_{12} \end{pmatrix}$$

4) Relations déformations / contraintes au sein du stratifié [+/-45]_{ns}

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{LL} \\ \varepsilon_{TT} \\ \varepsilon_{LT} \end{pmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} \frac{2(1-\bar{\nu})}{\bar{E}} + \frac{1}{\bar{G}} & \frac{2(1-\bar{\nu})}{\bar{E}} - \frac{1}{\bar{G}} & 0 \\ \frac{2(1-\bar{\nu})}{\bar{E}} - \frac{1}{\bar{G}} & \frac{2(1-\bar{\nu})}{\bar{E}} + \frac{1}{\bar{G}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{4(1-\bar{\nu})}{\bar{E}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{LL} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Avec :

$$\begin{aligned} \bar{\nu} &= \frac{\nu_{21}E_{11} + \nu_{12}E_{22}}{E_{11} + E_{22}} \\ \bar{E} &= \frac{(E_{11} + E_{22})^2 - (\nu_{21}E_{11} + \nu_{12}E_{22})^2}{2(E_{11} + E_{22})(1 - \nu_{12}\nu_{21})} \\ \bar{G} &= G_{12} \end{aligned}$$

Ces coefficients sont les caractéristiques homogénéisées d'un $[0,90]_{ns}$

Si l'on utilise les hypothèses :

$$\frac{E_{22}}{E_{11}} \ll 1 \quad \frac{G_{12}}{E_{11}} \ll 1 \quad \frac{\nu_{21}}{\nu_{12}} = \frac{E_{22}}{E_{11}} \ll 1$$

les trois coefficients deviennent alors :

$$\begin{aligned} \bar{\nu} &\simeq 2\nu_{21} \\ \bar{E} &\simeq \frac{E_{11}(1-\bar{\nu}^2)}{2} \simeq \frac{E_{11}}{2} \\ \bar{G} &= G_{12} \end{aligned}$$

La relation qui définit la raideur longitudinale du stratifié $[+/-45]_{ns}$

$$E_{LL} = \frac{\sigma_{LL}}{\varepsilon_{LL}} = \frac{4}{\frac{2(1-\bar{\nu})}{\bar{E}} + \frac{1}{\bar{G}}} \text{ devient } E_{LL} = \frac{\sigma_{LL}}{\varepsilon_{LL}} \simeq 4G_{12}$$

Avec un comportement supposé élastique. On voit que le rapport contrainte transverse/contrainte de cisaillement est de 15%.

D'autre part, l'erreur commise sur l'appréciation de module de cisaillement est d'environ 8%. Ces erreurs sont aisément corrigés en supposant le comportement linéaire ; elles le sont nettement moins avec un comportement non-linéaire. Dans le cadre de cette étude « qualitative », nous allons donc supposer le stratifié $[+/-45]_{ns}$ en cisaillement pur.

5) Loi d'endommagement du stratifié [+/-45°]_{ks}

$$\begin{aligned}\varepsilon_{22}^e &\simeq 0 \\ \varepsilon_{12}^e &= \frac{\sigma_{12}}{2G_{12}^0(1-d)} \\ Y_d &= \frac{\langle\langle\sigma_{12}^2\rangle\rangle}{2G_{12}^0(1-d)^2} \\ Y_{d'} &\simeq 0\end{aligned}$$

En combinant et inversant les deux relations non-nulles ci-dessus, on obtient:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{12}^e &= \frac{\sigma_{12}}{2G_{12}^0(1-d)} \\ Y = Y_d &= \frac{\sigma_{12}^2}{2G_{12}^0(1-d)^2}\end{aligned}$$

d'où:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{12}^e &= \frac{\sqrt{Y}}{\sqrt{2G_{12}^0}} \\ d &= 1 - \frac{|\sigma_{12}|}{\sqrt{2G_{12}^0}\sqrt{Y}}\end{aligned}$$

La déformation élastique de cisaillement est proportionnelle à la racine de la variable thermodynamique associée à d.

6) Instabilité sous chargement statique et de fatigue

Le comportement simplifié du stratifié [+/-45]_{ns} s'écrit :

$$\sigma_L = 4G_0(1-d)\varepsilon_L^e$$

ce qui se différentie en : $\dot{\sigma} = 4G_0(1-d)\dot{\varepsilon}_e + 4G_0(-\dot{d})\varepsilon_e$

La condition d'instabilité est : $\dot{\sigma}_L = 0$ pour $\dot{\varepsilon}_L \neq 0$

Cela nous donne dans l'équation précédente : $\frac{\dot{d}}{1-d} = \frac{\dot{\epsilon}_c}{\epsilon_c}$ ou encore $d = 1 - \dot{d} \frac{\epsilon_c}{\dot{\epsilon}_c}$

Considérons une **perturbation statique** : $d_{\text{stat}} = \frac{\langle \sqrt{Y} - \sqrt{Y_0} \rangle_+}{\sqrt{Y_c} - \sqrt{Y_0}}$ ce qui se différencie en

$$\dot{d} = \frac{\overset{\circ}{\sqrt{Y}}}{\sqrt{Y_c} - \sqrt{Y_0}} \text{ si } \sqrt{Y} \geq \sqrt{Y_0}$$

Or \sqrt{Y} est proportionnelle à la déformation élastique, ce qui est aussi vrai des différentielles.

D'où :

$$d = 1 - \dot{d} \left(\frac{\overset{\circ}{\sqrt{Y}}}{\sqrt{Y}} \right) = 1 - \frac{\overset{\circ}{\sqrt{Y}}}{\sqrt{Y_c} - \sqrt{Y_0}}$$

Cette relation représente la condition d'instabilité pour un stratifié [+/-45]ns en traction considéré en cisaillement pur sous chargement statique ou de fatigue.

Si l'on veut particulariser le cas statique, on peut remplacer dans la relation ci-dessus Y par son expression en fonction de la racine de d tiré de la loi déviation statique.

On obtient alors :

$$d = \frac{\sqrt{Y_c} - 2\sqrt{Y_0}}{2(\sqrt{Y_c} - \sqrt{Y_0})}$$

Pour un seuil Y_0 nul la valeur critique d'endommagement conduisant à l'instabilité de structure est égale à 0,5.

La figure 11 représente l'évolution de l'endommagement dans le cas où le seuil Y_0 est nul et que les contraintes sont données.

On distingue la droite en trait continu correspondant à l'évolution statique et la droite en pointillé correspondant à la condition d'instabilité de structure.

Pour un chargement statique, les droites se coupent à $d=0,5$.

Par contre pour un chargement de fatigue, on assiste au premier cycle modélisé comme un chargement statique puis l'évolution se fait suivant une hyperbole :

$$d = 1 - \frac{|\sigma_{12}| / \sqrt{2G_{12}^0}}{\sqrt{Y}}$$

jusqu'à rencontrer la droite pointillée. L'endommagement final est supérieur à 0,5 et ceci d'autant plus que l'endommagement initial statique est faible.

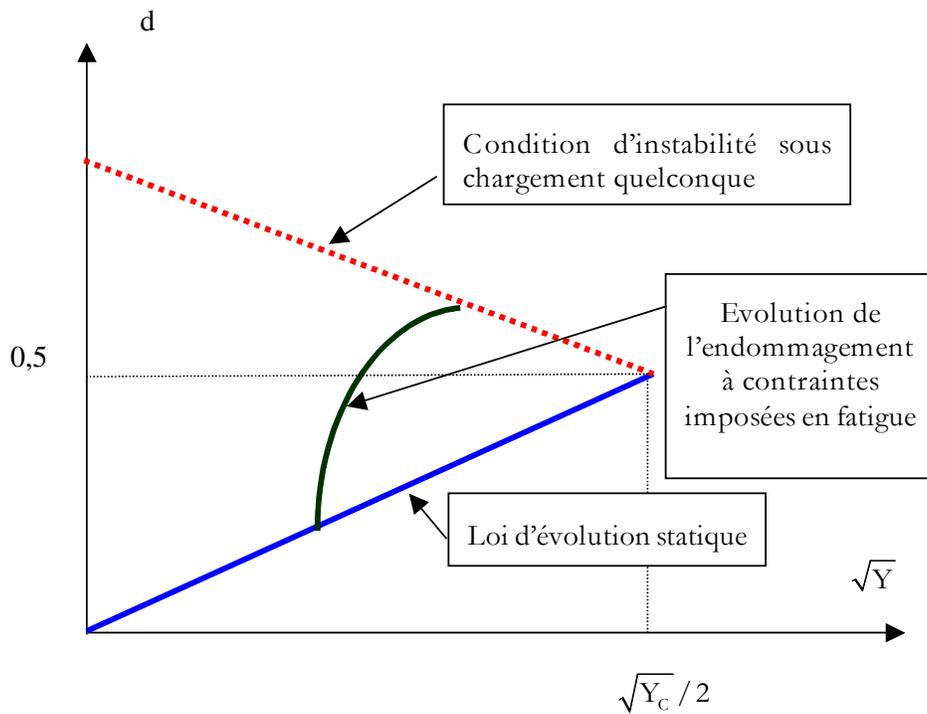


Figure A1: Schéma d'évolution de d en fonction de la force associée

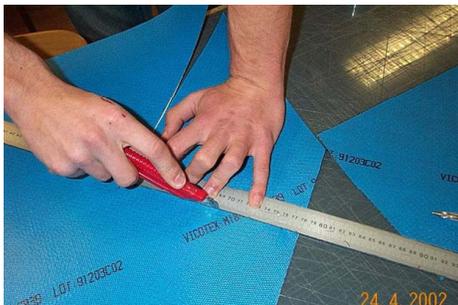
Annexe 5 : Fabrication de tubes composites en laboratoire

Nombre de plis : 4

Orientation des fibres : 45°



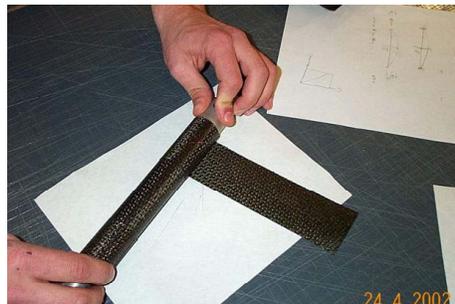
Application du Frekote 44-NC



Découpe dans le G939/M18



Enroulement du composite



Enroulement du film thermo-retractable





Films de protections



Méthode de chauffage



Découpage du tube :
15cm de longueur,
14mm de rayon intérieur
et 14.9mm de rayon extérieur.

et 14.9mm de rayon extérieur.



Tube prêt à l'emploi.



Préparation de la colle



Application sur le tube et pose des embouts



Chauffage



Tube avec ses embouts

(d'après TER Luong Perré Mauro UNIMECA 2002)

ETUDE DU COMPORTEMENT DE COMPOSITES STRATIFIES SOUS CHARGEMENT STATIQUE ET DE FATIGUE

Résumé

L'étude réalisée concerne le comportement endommageable de composites stratifiés carbone/epoxy composés de plis unidirectionnels sous chargements statique et de fatigue.

Le modèle présenté s'inscrit dans le cadre de la mécanique de l'endommagement; il est orthotrope et est écrit à l'échelle du pli, sous l'hypothèse contraintes planes; il est unifié pour chargement statique et de fatigue et il est simplifié grâce à un critère d'arrêt à la première rupture de pli. On suppose l'état d'endommagement diffus et donc l'absence de macro-fissures: notamment de délaminages. Cette approche s'adapte aux structures type tube et aux contextes industriels de sécurité. Pour identifier ce modèle, diverses expériences ont été réalisées sur machine de traction conventionnelle et aussi sur une plate-forme de flexion 4 points sur sandwich développée pour l'étude. Cette dernière qui permet de générer de la compression sur une des peaux du sandwich sans instabilité, a permis de montrer grâce à des essais de cisaillement alterné le caractère cinématique de la loi d'écrouissage pour le cisaillement.

Pour la fatigue, la sollicitation principalement étudiée est celle de cisaillement; la loi d'évolution de l'endommagement proposée dépend du niveau maximal et de l'amplitude de chargement. Un faible nombre d'essai a permis une première identification et une limite d'endurance a été observée. Les débouchés de l'étude concernent l'application d'une part aux tubes et d'autre part au matériau tissé pour lequel l'hypothèse d'endommagement diffus est encore mieux adaptée.

MOTS-CLES: composites - stratifiés - endommagement - fatigue - plasticité

STUDY OF BEHAVIOUR OF LAMINATED COMPOSITES UNDER STATIC AND FATIGUE LOADING

Summary

This study deals with the behaviour of carbon/epoxy unidirectional laminated composites under static and fatigue loading. The model presented is unified: the same formalism is used for static and fatigue loading. It use damage mechanics, it is written at the ply scale under plane stresses assumption and it is stopped at the first ply failure. This work is placed in the framework of diffuse damage, the assumption of no macro-cracks (even delamination) is done. The industrial application field concerns structure like tubes and high safety context. The experiments held on concerns two testing processes: the traditional traction fatigue testing and a four points bending test on sandwich beams that has developed during this study and that allows to generate compression on one skin of the sample without instability. This testing machine under static loading has shown that kinematical hardening is the more convenient law to describe shear anelastic strains.

The first results obtained for fatigue concern mainly the shear behaviour: , a damage evolution law has been built and identified, it depends on the maximum and the amplitude of loading, a fatigue threshold has been observed. The outlets of the study relates to the application on the one hand to the tubes and on the other hand with the woven material for which the assumption of diffuse damage is adapted even.

KEY-WORDS: composites – laminate – damage – fatigue - plasticity