



**HAL**  
open science

## Coherent atom optics with an atom laser

Michael Köhl

► **To cite this version:**

Michael Köhl. Coherent atom optics with an atom laser. Atomic Physics [physics.atom-ph]. Ludwig-Maximilian-Universität München, 2001. German. NNT: . tel-00005023

**HAL Id: tel-00005023**

**<https://theses.hal.science/tel-00005023>**

Submitted on 23 Feb 2004

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Kohärente Atomoptik mit dem Atomlaser

Dissertation der Fakultät für Physik  
der  
Ludwig-Maximilians-Universität München

vorgelegt von  
Michael Köhl  
aus Marburg

München, den 25. Juli 2001

©Michael Köhl 2001

1. Gutachter: Prof. T. W. Hänsch
  2. Gutachter: Prof. W. Zwerger
- Tag der mündlichen Prüfung: 15. Oktober 2001

## Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit berichtet über die ersten atomoptischen Experimente mit Atomlaserstrahlen. Die Atomlaserstrahlen werden aus Bose-Einstein-Kondensaten, die aus  $^{87}\text{Rb}$ -Atomen bestehen, extrahiert und propagieren ballistisch im Gravitationsfeld. Mit Hilfe von Hyperfein-Ramanübergängen in einem externen inhomogenen Magnetfeld wird ein Spiegel, ein Strahlteiler und ein Resonator für den Atomlaser realisiert. Die Oberfläche des Spiegels ist durch eine Resonanzbedingung definiert, die von der Differenz der Frequenzen der Ramanlaser und der lokalen Magnetfeldstärke abhängt. Die Reflektion findet an Flächen konstanten Magnetfeldes statt und somit kann eine extrem glatte Spiegelfläche realisiert werden. Die Impulsverbreiterung des Atomlaserstrahls bei der Reflektion beträgt weniger als  $1/30$  eines Photonenrückstoßes und die Reflektivität des Materiewellenspiegels liegt bei über 98%.

Mit dem neuen Materiewellenspiegel wird die zeitliche Kohärenz von Atomlaserstrahlen untersucht. Durch die Retroreflektion des Atomlaserstrahls an dem Spiegel erzielt man eine Überlagerung des einlaufenden und des reflektierten Anteils der Welle. Die Verzögerungszeit zwischen den interferierenden Anteilen hängt von der Entfernung des Beobachtungsortes zur Spiegeloberfläche ab. Das resultierende Interferenzmuster dieser stehenden Materiewelle wird mit einem neuartigen Magnetresonanzverfahren detektiert, das eine räumlichen Auflösung von 65 nm ermöglicht. Der gemessene Kontrast ist ein Maß für die Kohärenzzeit bzw. die Energiebreite des Atomlaserstrahls. Die Messung zeigt, daß die Energiebreite des Atomlaserstrahls mit zunehmender zeitlicher Dauer der Auskopplung abnimmt und Fourier-begrenzt durch die Auskopplungsdauer ist. Außerdem setzt die Messung eine Untergrenze für die Phasendiffusionszeit des Bose-Einstein-Kondensats.

Während des Auskopplungsprozesses des Atomlaserstrahls aus dem Bose-Einstein-Kondensat streuen die Atome an dem repulsiven Potential des in der Falle verbleibenden Bose-Einstein-Kondensats. Dieser Streuvorgang wird sowohl theoretisch als auch experimentell untersucht. Um die resultierenden transversalen Strukturen im Atomlaserstrahl sichtbar zu machen, wird ein neues Verfahren zur Impulsvergrößerung eingesetzt: der Materiewellenspiegel wird in einer Hohlspiegelkonfiguration verwendet, die den Strahl aufweitet und eine Impulsauflösung von  $1/100$  eines Photonenrückstoßes ermöglicht. Damit tritt die theoretisch erwartete Aufspaltung des Strahls deutlich hervor.

Neben den Eigenschaften der Atomlaserstrahlen wird auch die Kinetik des Wachstumsprozesses von Bose-Einstein-Kondensaten beim Durchqueren des Phasenübergangs untersucht. Das Wachstum von Bose-Einstein-Kondensaten besitzt in Bezug auf den Atomlaser die gleiche Bedeutung wie das Pumpen des Verstärkungsmediums im optischen Laser. Für eine quantitative Untersuchung wird eine thermische Atomwolke oberhalb der kritischen Temperatur präpariert und dann kontrolliert in das quantenentartete Regime gekühlt. Das Wachstum des Kondensats startet nach dem Beginn des Kühlens erst mit Verzögerung, und diese Verzögerungszeit wird erstmals gemessen. Für schwaches Kühlen durch den Phasenübergang beobachtet man einen zweistufigen Wachstumsprozeß der Kondensatatomzahl, was möglicherweise auf Phasenfluktuationen im Entstehungsprozeß hindeutet.



# Inhaltsverzeichnis

<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>1 Bose-Einstein-Kondensation und Atomlaser</b>	<b>5</b>
1.1 Bose-Einstein-Kondensation . . . . .	6
1.1.1 Bose-Einstein-Kondensation eines realen Gases . . . . .	6
1.1.2 Die Thomas-Fermi-Näherung . . . . .	7
1.2 Erzeugung und Nachweis von Bose-Kondensaten . . . . .	9
1.2.1 Laserkühlung und das Vakuumsystem . . . . .	9
1.2.2 Magnetfalle und Verdampfungskühlen . . . . .	10
1.2.3 Abbildung . . . . .	13
1.3 Atomlaser . . . . .	16
1.3.1 Prinzip . . . . .	16
1.3.2 Realisierung . . . . .	18
1.3.3 "Zweifarbenn"-Atomlaser . . . . .	19
<b>2 Kohärente Manipulation von Atomlaserstrahlen</b>	<b>21</b>
2.1 Prinzip des Atomspiegels . . . . .	22
2.1.1 Ramanübergänge im Magnetfeld . . . . .	22
2.1.2 Landau-Zener-Übergänge . . . . .	24
2.1.3 Die Ramanlaser . . . . .	27
2.2 Atomoptik mit dem Atomlaser . . . . .	29
2.2.1 Charakterisierung des Spiegels . . . . .	29
2.2.2 Der Atomlaser im magnetischen Resonator . . . . .	32
2.3 Kontinuierliche Detektion des Atomlasers in Echtzeit . . . . .	35
2.3.1 Das Meßverfahren . . . . .	35
2.3.2 Messungen . . . . .	36
2.3.3 Anwendungsmöglichkeiten des Meßverfahrens . . . . .	38
<b>3 Messung der zeitlichen Kohärenz des Atomlasers</b>	<b>39</b>
3.1 Theorie . . . . .	40
3.1.1 Zeitliche Kohärenz . . . . .	40
3.1.2 Die Linienbreite des Atomlasers . . . . .	42
3.2 Messung . . . . .	46
3.2.1 Prinzip der Messung . . . . .	46
3.2.2 Ergebnisse . . . . .	48
3.2.3 Energieauflösung des Detektors . . . . .	50

3.3	Diskussion . . . . .	53
<b>4</b>	<b>Quantenstreuung des Atomlasers</b>	<b>55</b>
4.1	Theorie . . . . .	56
4.1.1	Streuung am mean-field-Potential - eindimensionale Modelle . . . . .	56
4.1.2	Quantenreflektion . . . . .	59
4.1.3	Numerische Rechnungen . . . . .	61
4.2	Experimentelle Untersuchung . . . . .	64
4.2.1	Atomlaserauskopplung aus einer steilen Falle . . . . .	64
4.2.2	Messungen mit verbesserter Impulsauflösung . . . . .	64
4.3	Diskussion . . . . .	69
<b>5</b>	<b>Wachstum von Bose-Einstein-Kondensaten</b>	<b>71</b>
5.1	Grundlagen . . . . .	72
5.1.1	Einführung in die Theorie des Kondensatwachstums . . . . .	72
5.1.2	Die "einfache" Wachstumsgleichung . . . . .	73
5.1.3	Genauere Modelle . . . . .	74
5.1.4	Quasikondensate und Phasenfluktuationen . . . . .	76
5.2	Experimentelle Untersuchung des Wachstums . . . . .	78
5.2.1	Das Meßverfahren . . . . .	78
5.2.2	Bestimmung von Atomzahl und Temperatur . . . . .	79
5.2.3	Resultate der Messungen . . . . .	82
5.3	Diskussion . . . . .	90
	<b>Ausblick</b>	<b>91</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>93</b>

# Einleitung

Die Realisierung der Bose-Einstein-Kondensation in verdünnten atomaren Gasen [1, 2, 3] im Jahr 1995 hat den Zugang zu einem neuen Materiezustand geschaffen. Die zentrale Eigenschaft, die Bose-Einstein-Kondensate gegenüber anderen Materiezuständen auszeichnet, ist die Phasenkohärenz der Atome untereinander. Dies ermöglicht beispielsweise die Extraktion von kohärenten Materiestrahlen, sogenannten Atomlaserstrahlen [4, 5, 6, 7]. Die räumliche Phasenkohärenz von Bose-Einstein-Kondensaten wurde experimentell eindrucksvoll demonstriert [8, 9]. Hierbei wird die Interferenz von Materiewellen beobachtet, die von zwei räumlich getrennten Quellorten ausgehen. Die zeitliche Phasenkohärenz hingegen konnte bislang nicht untersucht werden, weil in den Experimenten kein Laufzeitunterschied zwischen den interferierenden Wegen eingestellt werden konnte.

Die zeitliche Phasenkohärenz kann in einem Interferenzexperiment gemessen werden, wenn ein Teilchen die Möglichkeit besitzt, auf zwei ununterscheidbaren Wegen mit einstellbarer Laufzeitdifferenz an einen bestimmten Meßort zu gelangen. Die Wahrscheinlichkeitsamplituden der beiden Wege interferieren miteinander, wenn die Laufzeitdifferenz kleiner als die Kohärenzzeit ist. Experimentell ist die Umsetzung des zeitlichen Interferometers eine große Herausforderung, weil es sehr hohe Anforderungen an die zeitliche Stabilität des Experiments und die räumliche Auflösung stellt.

Der Aufbau eines Interferometers mit einer einstellbaren Weglängendifferenz erfordert atomoptische Elemente, die die Kohärenz der Materiewellen erhalten. Die Oberflächenrauigkeit dieser Elemente muß wesentlich kleiner sein als die de-Broglie-Wellenlänge der Materiewelle. Bereits nach wenigen Millimetern Fallstrecke liegt die Wellenlänge des Atomlaserstrahls im Bereich weniger Nanometer und dementsprechend glatt müssen die atomoptischen Elemente sein. In dieser Arbeit wird die Realisierung eines Spiegels und Strahlteilers für den Atomlaser erläutert und seine Eigenschaften werden charakterisiert. Durch einen Zweiphotonen-Ramanübergang kann die Wechselwirkung zwischen den Atomen eines Atomlaserstrahls und einem externen Magnetfeld an- und abgeschaltet werden und das Magnetfeld zur Manipulation der Bewegung der Atome eingesetzt werden [10]. Die Reflektivität des Spiegels liegt über 98% und die exzellente Glattheit der Oberfläche reduziert die Impulsverbreiterung durch den Spiegel auf weniger als 1/30 eines Photonenrückstoßes.

Mit Hilfe des Materiewellenspiegels wird ein Interferometer realisiert, mit dem die zeitliche Kohärenz des Atomlasers gemessen wird [11]. Der Atomlaserstrahl wird an dem Spiegel retroreflektiert und dabei wird das vordere und das hintere Ende des Strahls miteinander zur Interferenz gebracht. Die Laufzeitdifferenz der interferierenden Wege hängt vom Abstand des Beobachtungsortes von dem Spiegel ab. Dies ist in enger Analogie zur Retroreflektion eines Laserstrahls an einem optischen Spiegel zu sehen. Dort bildet sich eine stehende Lichtwelle vor dem Spiegel aus, deren Ausdehnung der halben Kohärenzlänge

des Lasers entspricht. Die Strukturen der atomaren Stehwelle vor dem Materiespiegel sind wesentlich kleiner als optische Wellenlängen und können deswegen nicht durch eine Absorptionsabbildung beobachtet werden. Stattdessen wird mit einer neuartigen Magnetresonanzabbildung eine räumliche Auflösung von 65 nm erreicht. Dies entspricht weniger als 1/10 dessen, was mit der besten optischen Abbildung erreichbar ist. Mit dieser hohen räumlichen Auflösung gelingt es, den Kontrast des Stehwellenmusters zu detektieren und so zeitliche Kohärenz bzw. die Energiebreite des Atomlaserstrahls zu vermessen. Die Messung zeigt, daß die Energiebreite des Atomlaserstrahls Fourier-begrenzt durch die Dauer der Auskopplung vom Bose-Einstein-Kondensat ist. Dies stimmt mit theoretischen Vorhersagen überein [12]. Insbesondere können Energiebreiten erreicht werden, die deutlich unterhalb der Energiebreite eines ballistisch expandierenden Kondensats liegen. Das zeigt, daß eine monoenergetische Auskopplung von Atomlaserstrahlen aus Bose-Einstein-Kondensaten möglich ist. Daher sind Atomlaser aufgrund der geringeren Energiebreite für atominterferometrische Anwendung besser geeignet als ballistisch expandierende Bose-Einstein-Kondensate.

Der Begriff "Atomlaser" impliziert die enge Analogie dieser kohärenten Materiequelle zum optischen Laser. Neben den Eigenschaften der Ausgangsmode spielt beim Verständnis des optischen Lasers der Pumpprozess eine zentrale Rolle. Das Analogon zum Pumpprozess des optischen Lasers ist im Fall des Atomlasers die Wachstumskinetik des Bose-Einstein-Kondensats. Obwohl Bose-Einstein-Kondensation bereits in mehr als zwanzig Labors weltweit verwirklicht werden konnte, ist die Kinetik des Systems am Phasenübergang größtenteils unverstanden. Experimentell wurde die Frage lediglich in einem Versuch adressiert, der allerdings überwiegend qualitative Aussagen ermöglichte [13]. In der vorliegenden Arbeit wird in einem Präzisionsexperiment die kinetische Entwicklung eines ultrakalten Atomgases beim Kühlen durch den Phasenübergang untersucht [14]. Dabei zeigt sich überraschenderweise ein zweistufiger Wachstumsprozess, in dem sich an eine erste Phase langsamen Wachstums eine zweite Phase mit nahezu zehnmal so großer Wachstumsrate anschließt. Möglicherweise kann das zweistufige Wachstum mit der Bildung von Quasikondensaten im Formationsprozess erklärt werden. Im Gegensatz zu Bose-Einstein-Kondensaten ist in Quasikondensaten die Phasenkohärenz noch nicht voll entwickelt, obwohl die Dichteverteilung bereits derjenigen eines Bose-Einstein-Kondensats entspricht. Dies bedeutet, daß sich nicht alle Atome im absoluten Grundzustand des Systems befinden, sondern auch sehr niedrig liegende angeregte Zustände besetzen. Die Streurrate in einen Zustand ist durch bosonische Stimulation proportional zur Anzahl der dort bereits vorhandenen Teilchen. Phasenfluktuationen können dieses Streuverhalten jedoch beeinflussen [15]. Für ein homogenes System wurde die Bildung von Quasikondensaten von Kagan *et al.* bereits 1992 vorgeschlagen [16]. Aus rein kinetischen Berechnungen des Verhaltens eines Gases am Phasenübergang zum Bose-Einstein-Kondensat [17, 18] ergeben sich keine Aufschlüsse über die Bildung von Quasikondensaten im Entstehungsprozess, da die Kohärenzeigenschaften des Systems nicht in Betracht gezogen werden. Neuere theoretische Rechnungen haben jedoch gezeigt, daß in elongierten Fällen für bestimmte Temperaturen und Kondensatanteile Phasenfluktuationen auftreten können [19], deren Parameterbereich mit unseren experimentellen Daten im Einklang ist.

## Gliederung der Arbeit

Im ersten Kapitel werden die grundlegenden Eigenschaften von Bose-Einstein-Kondensaten kurz erläutert. Ebenso wird dort die experimentelle Realisierung von Bose-Kondensaten und Atomlaserstrahlen übersichtsmäßig zusammengefaßt.

Ab dem zweiten Kapitel werden atomoptische Experimente mit dem Atomlaser besprochen. Zunächst wird die Realisierung eines Atomspiegels mit Hilfe von Zweiphotonen-Ramanübergängen erläutert. Die Reflektivität und Oberflächengüte des Spiegels wird gemessen und die Speicherung des Atomlaserstrahls in einem magnetischen Resonator gezeigt. Ebenso wird ein neues kontinuierliches Nachweisverfahren für den Atomlaser vorgestellt.

Die Messung der Kohärenzzeit des Atomlasers mit Hilfe des Ramanspiegels und die Detektion der stehenden Materiewelle wird in Kapitel 3 erläutert.

Kapitel 4 enthält aktuelle Untersuchungen zur Quantenstreuung von Atomlaserstrahlen am Bose-Einstein-Kondensat. Die Streuung führt zu Veränderung der transversalen Mode des Atomlasers. Es wird ein neues Verfahren vorgestellt, um die transversalen Impulskomponenten des Strahls sehr genau vermessen zu können.

Im abschließenden fünften Kapitel wird die Messung des Wachstums von Bose-Einstein-Kondensaten behandelt. Die Grundzüge der Theorie werden zusammengefaßt und die experimentellen Ergebnisse dargelegt.

**Im Rahmen dieser Arbeit sind folgende Veröffentlichungen entstanden**

- I. Bloch, M. Köhl, M. Greiner, T. W. Hänsch und T. Esslinger  
*Optics with an Atom Laser Beam*  
Phys. Rev. Lett. **87**, 030401 (2001)
- M. Köhl, T. W. Hänsch und T. Esslinger  
*Measuring the Temporal Coherence of an Atom Laser Beam*  
Phys. Rev. Lett. **87**, 160404 (2001).
- M. Köhl, M. J. Davis, C. W. Gardiner, T. W. Hänsch und T. Esslinger  
*Growth of Bose-Einstein Condensates from Thermal Vapor*  
eingereicht.
- M. Köhl, T. W. Hänsch und T. Esslinger  
*Continuous detection of an atom laser beam*  
eingereicht.
- Th. Busch, M. Köhl, T. Esslinger und K. Mølmer  
*On the transverse mode of an atom laser*  
eingereicht.

## Kapitel 1

# Bose-Einstein-Kondensation und Atomlaser

Seit der ersten Realisierung von Bose-Einstein-Kondensaten in verdünnten atomaren Gasen gewinnt das Forschungsgebiet sowohl theoretisch als auch experimentell zunehmend an Bedeutung. Die Arbeiten über diesen neuen Materiezustand ist in umfangreichen Übersichtsartikeln zusammengefaßt worden (z. B. [20, 21]). In diesem Kapitel werden die wichtigsten theoretischen und experimentellen Grundlagen zur Bose-Einstein-Kondensation und zum Atomlaser besprochen. Die experimentelle Realisierung wird nur kurz umrissen, da der Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit nicht auf der Erzeugung von Bose-Einstein-Kondensaten und Atomlasern, sondern auf der Untersuchung ihrer Eigenschaften liegt.

## 1.1 Bose-Einstein-Kondensation

Die Theorie der Bose-Kondensation des idealen Gases wird in jedem Lehrbuch der statistischen Mechanik (z. B. [22]) behandelt und soll hier nur kurz zusammengefaßt werden. Die prinzipielle Idee besteht darin, daß gemäß der Bose-Einstein-Statistik die Besetzungszahl

$$N_k(T) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E_k - \mu}{k_B T}\right) - 1} \quad (1.1)$$

für den Grundzustand divergiert, wenn das chemische Potential  $\mu$  die Grundzustandsenergie  $E_0$  erreicht. Damit gehen praktisch alle Teilchen in den Grundzustand des Systems über.  $T$  bezeichnet die Temperatur und  $k_B$  die Boltzmann-Konstante. Das chemische Potential ist definiert durch die Normierung

$$N_{total} = \sum_{k=0}^{\infty} N_k(T) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\exp\left(\frac{E_k - \mu}{k_B T}\right) - 1} + N_0. \quad (1.2)$$

Im Fall des homogenen Systems spricht man häufig auch von einer "Kondensation im Impulsraum", weil der Kondensatzustand räumlich nicht lokalisiert ist.

### 1.1.1 Bose-Einstein-Kondensation eines realen Gases

Der Einschluß des Gases in einem harmonischen Fallenpotential und die abstoßende Wechselwirkung der Atome untereinander führen zu qualitativen Veränderungen des Verhaltens der Teilchen (für einen ausführlichen Übersichtsartikel siehe [21]).

Das dreidimensionale harmonische Potential der Atomfalle wird durch

$$V_{trap}(\mathbf{r}) = \frac{m}{2} (\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2) \quad (1.3)$$

beschrieben. Durch die Inhomogenität des Potentials ist der Grundzustand des Systems lokalisiert und die Kondensation findet sowohl im Orts- als auch im Impulsraum statt. Das ideale Gas kondensiert in den Grundzustand des Oszillatorpotentials mit der Grundzustandsenergie

$$E_0 = \frac{\hbar}{2} (\omega_x + \omega_y + \omega_z). \quad (1.4)$$

Die Temperatur, bei der der Phasenübergang stattfindet, wird berechnet, indem man in Gleichung 1.2 für  $E_k$  die Eigenenergien des Potentials (Gleichung 1.3) einsetzt und die Bedingungen  $\mu = E_0$  und  $N_0 = 0$  fordert. Damit erhält man

$$k_B T_c = \hbar \bar{\omega} \left( \frac{N_{total}}{\zeta(3)} \right)^{1/3}, \quad (1.5)$$

wobei  $\bar{\omega} = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3}$  das geometrische Mittel der Fallenfrequenzen und  $\zeta(x)$  die Riemannsche Zeta-Funktion [23] bezeichnet.

Die Hinzunahme von Wechselwirkungen zwischen den Atomen führt zu weiteren Veränderungen. Hier soll nur der Fall abstoßender Wechselwirkungen betrachtet werden, der für  $^{87}\text{Rubidium}$  (sowie für Natrium [2], Wasserstoff [24] und metastabiles Helium [25])

relevant ist. Attraktive Wechselwirkungen führen zu einem qualitativ anderen Verhalten [3, 26].

Bei sehr tiefen Temperaturen wird die Wechselwirkung zwischen Atomen durch s-Wellen-Streuung bestimmt. Streuung in Partialwellen mit der Drehimpulsquantenzahl  $\ell$  ist nur dann erlaubt, wenn die Quantisierungsbedingung  $\hbar k \cdot a > \hbar \sqrt{\ell(\ell+1)}$  erfüllt ist. Ultrakalten Atomen fehlt der erforderliche Impuls  $\hbar k$ , um  $\ell > 0$  zu erreichen. Hierbei bezeichnet  $a$  die sogenannte s-Wellen-Streulänge, die für  $^{87}\text{Rb}$   $a = 5,7 \text{ nm}$  beträgt. Die Wechselwirkungskonstante der Atom-Atom-Wechselwirkung kann man aus der Bornschen Näherung [27] bestimmen:

$$U_0 = \frac{4\pi\hbar^2 a}{m}. \quad (1.6)$$

Die Kenntnis der Wechselwirkungsstärke erlaubt es, eine nichtlineare Schrödinger-Gleichung für die Atome in der Atomfalle anzusetzen. Die Gleichung wird nach ihren Autoren auch Gross-Pitaevskii-Gleichung genannt [28, 29]:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = \left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V_{\text{trap}}(\mathbf{r}) + U_0 |\Psi(\mathbf{r}, t)|^2 \right] \Psi(\mathbf{r}, t). \quad (1.7)$$

Hierbei wird die Wechselwirkung zwischen den Atomen in der mean-field-Näherung als  $U_0 |\Psi(\mathbf{r}, t)|^2$  zusammengefaßt. Im Allgemeinen wird im Deutschen eine mean-field-Näherung als "Molekularfeld-Näherung" bezeichnet. Im Zusammenhang mit der Bose-Einstein-Kondensation ist der Begriff jedoch nicht gebräuchlich, und deswegen wird in dieser Arbeit der Begriff des mean-fields verwendet. Mit Hilfe der Gross-Pitaevskii-Gleichung lassen sich gegenwärtig viele Experimente erklären. Sie beschreibt die Physik des Bose-Einstein-Kondensats bei Temperatur  $T = 0$  und enthält keine Wechselwirkung mit thermischen Atomen. Die Gross-Pitaevskii-Gleichung besitzt eine enge Analogie zur Landau-Gleichung für Superflüssigkeiten [30] und die Suprafluidität von Bose-Einstein-Kondensaten [31] kann durch die Gross-Pitaevskii-Gleichung beschrieben werden.

### 1.1.2 Die Thomas-Fermi-Näherung

Betrachtet man die stationäre Gross-Pitaevskii-Gleichung und vernachlässigt man zusätzlich den Term der kinetischen Energie, erhält man die sogenannte Thomas-Fermi-Näherung für die Kondensatwellenfunktion  $\Psi(\mathbf{r})$ :

$$\mu \Psi(\mathbf{r}) = \left[ V_{\text{trap}}(\mathbf{r}) + U_0 |\Psi(\mathbf{r})|^2 \right] \Psi(\mathbf{r}). \quad (1.8)$$

Hier bezeichnet  $\mu$  das chemische Potential. Die Kondensatwellenfunktion nimmt somit folgende Form an:

$$\Psi(\mathbf{r}) = \begin{cases} \sqrt{\frac{\mu - V_{\text{trap}}(\mathbf{r})}{U_0}} & \text{für } V_{\text{trap}}(\mathbf{r}) < \mu \\ 0 & \text{für } V_{\text{trap}}(\mathbf{r}) > \mu. \end{cases} \quad (1.9)$$

Die Dichteverteilung  $n(\mathbf{r}) = |\Psi(\mathbf{r})|^2$  spiegelt die invertierte Form des Fallenpotentials wider. Das chemische Potential eines Bose-Einstein-Kondensats mit Atomzahl  $N_0$  beträgt dann [21]

$$\mu = \frac{\left( 15\hbar^2 a \bar{\omega}^3 N_0 \sqrt{m} \right)^{2/5}}{2} \quad (1.10)$$

und daraus kann man mit der Bedingung  $V_{trap}(\mathbf{r}) = \mu$  die Radien des Kondensats entlang der Koordinatenachsen  $i$  in der Thomas-Fermi-Näherung ausrechnen:

$$r_{TF,i} = \frac{\sqrt{\frac{2\mu}{m}}}{\omega_i} = \frac{(\hbar/m)^{2/5} \bar{\omega}^{3/5} (15 N_0 a)^{1/5}}{\omega_i}. \quad (1.11)$$

Die Annahmen, die im Rahmen der Thomas-Fermi-Näherung gemacht werden, sollen kurz diskutiert werden. Die Vernachlässigung des kinetischen Energieterms ist gerechtfertigt, solange sich die Wellenfunktion nur langsam ändert - dann ist die zweite Ableitung klein. Am Rand des Kondensats besitzt die Thomas-Fermi-Wellenfunktion jedoch eine "Knickstelle" mit unstetiger erster Ableitung. An dieser Stelle bricht die Thomas-Fermi-Näherung zusammen und die reale Kondensatwellenfunktion fällt exponentiell ab. Die typische Abfall-Länge der Kondensatwellenfunktion ist gegeben durch die Länge, auf der die kinetische Energie gleich der interatomaren Wechselwirkungsstärke wird:

$$l_H = \frac{1}{\sqrt{8\pi n a}}. \quad (1.12)$$

Dieser Ausdruck wird als "healing length" bezeichnet. Der zweite Punkt bezieht sich auf die Angabe der Kondensatwellenfunktion als rein reelle Größe. Es wurde experimentell demonstriert, daß Bose-Einstein-Kondensate im Grundzustand des harmonischen Fallenpotentials eine räumlich konstante Phase besitzen [32, 33]. Daher kann der komplexe Phasenfaktor gleich Eins gesetzt werden und die Wellenfunktion ist gleich der Wurzel aus der Dichteverteilung.

Die abstoßende Wechselwirkung zwischen den Atomen bewirkt eine Veränderung des Grundzustandes des Gesamtsystems aus Atomgas und Magnetfalle. Das Bose-Einstein-Kondensat wird deutlich größer als der Grundzustand des magnetischen Fallenpotentials. Das Verhältnis zwischen dem Thomas-Fermi-Radius und dem Grundzustand eines harmonischen Oszillators  $a_{HO,i} = \sqrt{\hbar/m\omega_i}$  beträgt

$$\frac{r_{TF,i}}{a_{HO,i}} = \sqrt{\frac{2\mu}{\hbar\omega_i}}, \quad (1.13)$$

was in der Größenordnung von 10 liegt.

Die Dichten des untersuchten Gases liegen mehrere Größenordnungen unter typischen Gasdichten und das Produkt aus der Dichte  $n$  und dem Wechselwirkungsvolumen  $a^3$  ist sehr klein:  $n \cdot a^3 \ll 1$ . Die Tatsache, daß die Wechselwirkungen dennoch das Verhalten der Atome in der Thomas-Fermi-Näherung dominieren, liegt daran, daß das Verhältnis der Wechselwirkungsenergie zu der kinetischen Energie groß ist. Um dies zu sehen, geht man von der Wechselwirkungsenergie  $E_{WW} = U_0 n N_0$  und der kinetischen Energie im harmonischen Oszillator mit  $N_0$  Teilchen im Grundzustand  $E_{kin} = 3/2 N_0 \hbar \omega$  aus. Ersetzt man die Dichte  $n$  durch den Näherungsausdruck  $N_0/a_{HO}^3$  und die Oszillatorfrequenz  $\omega$  durch  $\hbar/m a_{HO}^2$ , so findet man

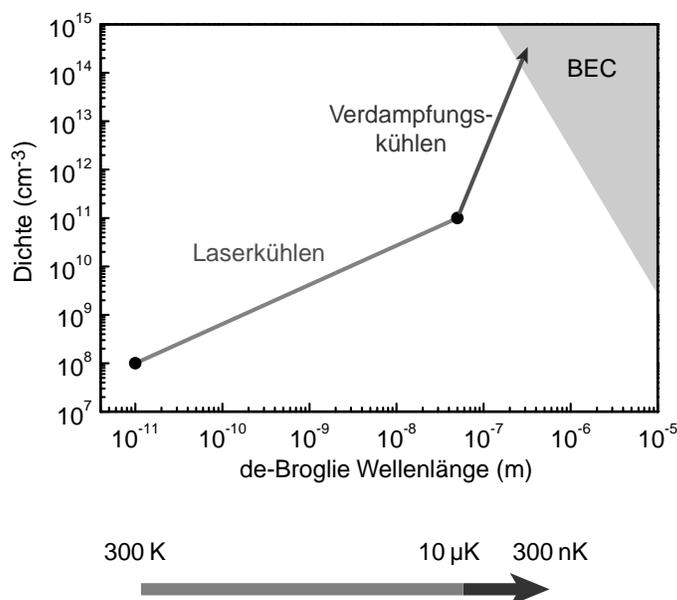
$$\frac{E_{WW}}{E_{kin}} \sim \frac{N_0 a}{a_{HO}}. \quad (1.14)$$

Die typische Größenordnung von  $a$  beträgt einige Nanometer und diejenige von  $a_{HO}$  ein Mikrometer. Somit gelangt man schon mit  $10^4$  Atomen in das durch die Wechselwirkung dominierte Regime, das gut durch die Thomas-Fermi-Näherung beschrieben wird.

## 1.2 Erzeugung und Nachweis von Bose-Kondensaten

Bose-Einstein-Kondensation setzt ein, wenn man ein Gas mit  $N$  Atomen auf die kritische Temperatur  $T_c$  (Gleichung 1.5) abkühlt. Am Phasenübergang erreicht die thermische de-Broglie-Wellenlänge der Atome  $\lambda_{dB} = \sqrt{2\pi\hbar^2/mk_B T}$  die Größe des mittleren Atomabstands  $n^{-1/3}$  und das System besitzt die kritische Phasenraumdichte von 2,612.

Der Weg durch den Phasenraum, der beim Abkühlen eines Gases durchlaufen wird, ist in Abbildung 1.1 skizziert. Zur Zeit existiert kein einzelnes Kühlverfahren, mit dem es möglich ist, ein Gas von Raumtemperatur bis zum Bose-Kondensat zu kühlen, sondern es wird ein zweistufiger Prozeß mit Laserkühlung und evaporativer Kühlung eingesetzt. Beide Kühlverfahren sind mittlerweile Standardtechniken bei der Erzeugung von Bose-Einstein-Kondensaten und es existieren ausführliche Beschreibungen. Daher werden die Laserkühlung und die Verdampfungskühlung im folgenden nur sehr kurz besprochen, für Details sei auf die entsprechende Literatur verwiesen [34, 35, 36]. Eine ausführliche Beschreibung des experimentellen Aufbaus findet sich in [37].



**Abbildung 1.1:** Phasenraumdiagramm. Die Trajektorie des Kühlens zum Bose-Einstein-Kondensat ist schematisch eingezeichnet.

### 1.2.1 Laserkühlung und das Vakuumsystem

Laserkühlung von atomaren Gasen ist eine der zentralen Entdeckungen, die die Erzeugung von Bose-Einstein-Kondensaten in Atomgasen ermöglicht hat. Mit Hilfe der Laserkühlung gelingt es, ein Gas von bis zu  $10^{10}$  Atomen in Bruchteilen einer Sekunde von Raumtemperatur auf Temperaturen um  $100 \mu\text{K}$  abzukühlen. Die Liste der Elemente, an denen Laserkühlung demonstriert wurde, ist bereits lang [34] und wird fast jährlich erweitert. So gelang vor kurzem z. B. die Laserkühlung von atomarem Silizium [38].

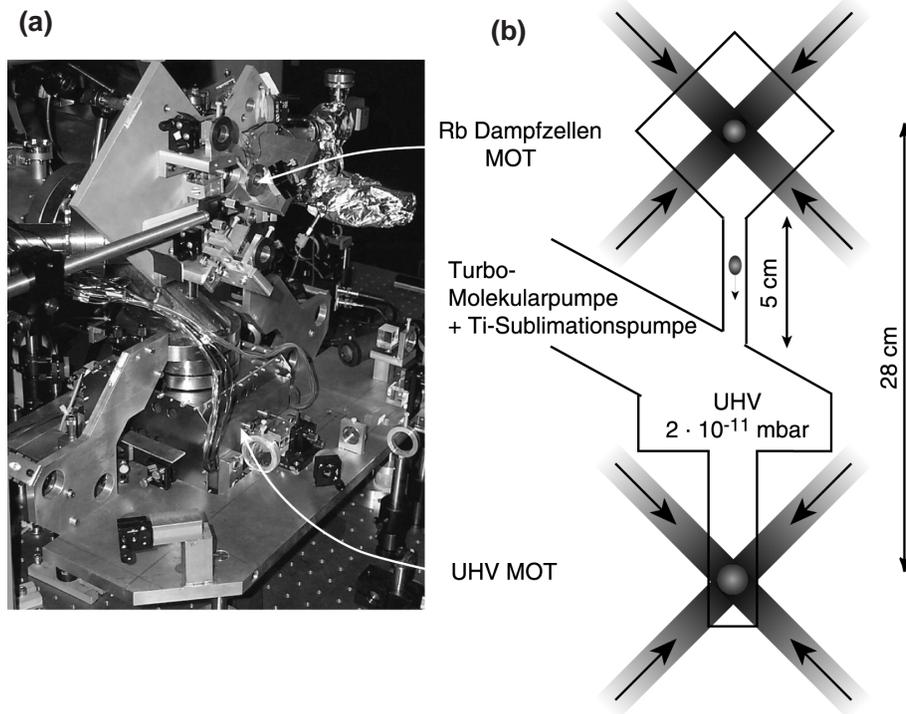
Voraussetzungen für Laserkühlung ist ein Niveauschema, das einen praktisch geschlossenen optischen Übergang besitzt. Dies ist am besten in Alkalimetallen realisiert, mit denen auch die ersten Demonstrationen von Laserabbremung [39, 40] und Laserkühlung [41, 42] gelangen. In der sogenannten Dopplerkühlung absorbiert ein sich entgegen der Laserstrahlrichtung bewegendes Atom Photonen, wenn deren Frequenz von der atomaren Resonanz zum Roten hin verschoben ist. Die Dopplerverschiebung bringt die Photonen in Resonanz mit dem atomaren Übergang. Die angeregten Atome emittieren Photonen auf ihrer Resonanzfrequenz und die Energiedifferenz  $h \cdot \Delta\nu$  zwischen absorbierten und emittierten Photonen wird der kinetischen Energie der Atome entzogen. Durch die Kombination von Laserfeldern mit einem schwachen inhomogenen Magnetfeld kann eine magneto-optische Falle (MOT) realisiert werden [43], in der Atome nicht nur gekühlt, sondern auch gespeichert und zu höheren Dichten komprimiert werden. Mit Laserkühlung alleine können jedoch nicht genügend hohe Phasenraumdichten erzeugt werden, um direkt zum Bose-Einstein-Kondensat zu kühlen, weil bei hohen Dichten die Reabsorption gestreuter Photonen den Kühlprozeß begrenzt [44].

Die thermische Isolation der ultrakalten Atomgase gegen die sich auf Raumtemperatur befindende Apparatur erfolgt durch ein Vakuum, das die gefangenen Atome umgibt. Dabei bestimmt der Druck, wie lange Atome gespeichert werden können, bis sie das erste Mal mit einem Restgasteilchen mit 300 K Temperatur kollidieren und dadurch wieder auf Raumtemperatur gebracht werden. Um eine Verweildauer in der Falle von 60 Sekunden zu erzielen, wird ein Druck von  $2 \times 10^{-11}$  mbar benötigt, der im Experiment durch die Kombination einer Turbo-Molekularpumpe und einer Titansublimationspumpe erreicht wird.

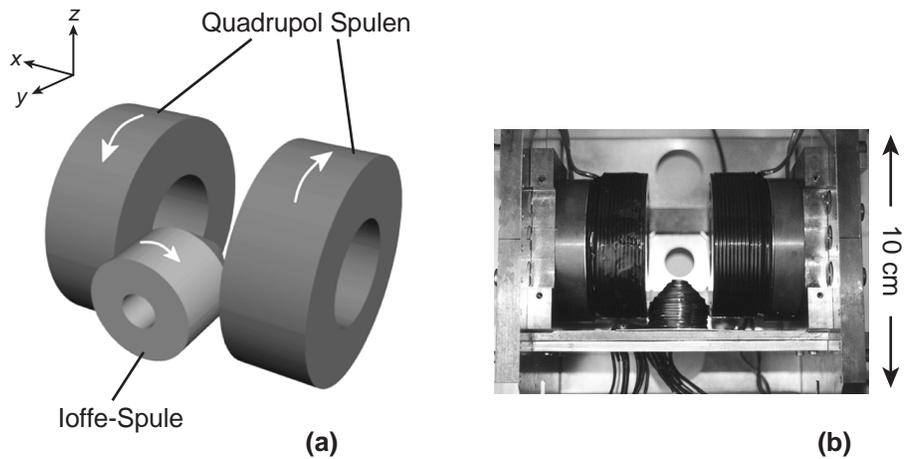
In dem experimentellen Aufbau zur Erzeugung eines Bose-Einstein-Kondensats wird eine sogenannte Doppel-MOT-Anordnung verwendet [45]. Die erste magneto-optische Falle wird in einer Edelstahlkammer realisiert, in der ein Rubidiumpartialdruck von ca.  $10^{-8}$  mbar herrscht [46]. Dieser vergleichsweise hohe Druck ermöglicht ein schnelles Einladen und Kühlen von etwa  $10^8$  Atomen in weniger als einer Sekunde. Andererseits ist der Hintergrundgasdruck zu groß, um in dieser Vakuumkammer ein Bose-Einstein-Kondensat zu erzeugen. Deswegen werden die gekühlten Atome durch resonanten Lichtdruck beschleunigt und durch eine differentielle Pumpstrecke in eine zweite Vakuumkammer "geworfen", in der sich ein Ultrahochvakuum (UHV) befindet (siehe Abbildung 1.2). Die UHV-Vakuumkammer besteht aus einer Glasküvette mit quadratischem Querschnitt, in der mit einer zweiten magneto-optischen Falle die "geworfenen" Atome aufgefangen werden. Durch 80-maliges Wiederholen des Wurfzyklus werden in der UHV-MOT etwa  $10^9$  Atome bei einer Temperatur von  $100 \mu\text{K}$  akkumuliert. Um die Dichte zu erhöhen und die Temperatur weiter zu erniedrigen, wird die magneto-optische Falle für 100 ms komprimiert [47] und anschließend für eine kurze Phase dem sogenannten Sub-Dopplerkühlen [48] ausgesetzt. Dadurch steigt die Dichte auf etwa  $10^{11}$  Atome/cm<sup>3</sup> und die Temperatur sinkt auf  $30 \mu\text{K}$ .

### 1.2.2 Magnetfalle und Verdampfungskühlen

Nach der Komprimierung und der Sub-Dopplerkühlphase werden die Atome in eine reine Magnetfalle umgeladen. Optisches Pumpen der Atome in den  $|F = 1, m_F = -1\rangle$  HyperfeinGrundzustand erhöht die anfängliche Phasenraumdichte sowie die Atomzahl in der Ma-



**Abbildung 1.2:** (a) Foto des experimentellen Aufbaus. (b) Schema der Doppel-MOT Anordnung.



**Abbildung 1.3:** Magnetische QUIC-Falle. (a) Schematische Anordnung der Spulen. Anfänglich fließt der Strom nur durch die beiden Quadrupolspulen. Durch Hinzuregeln der Ioffe-Spule wird das Quadrupol-Magnetfeld in ein Ioffe-Feld ohne Magnetfeld-Nullpunkt verwandelt. (b) Experimentelle Anordnung der Spulen.

gnetfalle. Hierzu wird für eine Dauer von etwa 1 ms eine bestimmte Sequenz von schwachen, polarisierten Laserfeldern angewandt, die die Atome zunächst in den  $|F = 2, m_F = -2\rangle$  und anschließend in den gewünschten Zustand  $|F = 1, m_F = -1\rangle$  transferiert. Standardmäßig können so mehr als 80% der Atome aus der magneto-optischen Falle in die Magnetfalle transferiert werden.

Nach dem optischen Pumpen wird in weniger als einer Millisekunde ein Quadrupol-Magnetfeld angeschaltet, mit dem die Atome aufgrund ihres magnetischen Momentes wechselwirken. Die Kraft auf ein  $^{87}\text{Rb}$ -Atom im  $|F = 1\rangle$ -Zustand in einem inhomogenen magnetischen Feld beträgt

$$\mathbf{F} = -\frac{\mu_B}{2} m_F \nabla |\mathbf{B}(\mathbf{r})|. \quad (1.15)$$

Der  $|m_F = -1\rangle$ -Zustand wird als schwachfeldsuchend bezeichnet, weil er zum Minimum des Magnetfeldes hingezogen wird. In einem Quadrupol-Magnetfeld ändert sich die Orientierung des Magnetfeldes beim Durchqueren des Ursprungs sprunghaft und daher kann man die zweite Stufe des Kühlprozesses zum Bose-Kondensat, das sogenannte Verdampfungskühlen, nicht durchführen. Der Grund hierfür sind Übergänge zwischen verschiedenen  $m_F$ -Zuständen, die durch nicht-adiabatische Bewegung der Atome durch den Magnetfeldnullpunkt hervorgerufen werden, sogenannte Majorana-Spinflips [49]. Da nur der  $|m_F = -1\rangle$ -Zustand gefangen ist, führen die Spinflips zu Verlusten von kalten Atomen und unterdrücken die Kühlung. Dieser Atomverlust kann am einfachsten durch Magnetfallen verhindert werden, deren Feldbetrag im Minimum nicht verschwindet. Dies ist sowohl bei Ioffe-Pritchard-Fallen [50, 51, 52] als auch bei der TOP-Falle [53] gewährleistet.

Ioffe-Pritchard-Fallen bestehen aus einem zweidimensionalen Quadrupol-Magnetfeld, einem homogenen Magnetfeld parallel zu der Symmetrieachse ( $y$ -Achse) und zwei "pinch"-Feldern, die den Einschluß entlang der Symmetrieachse bewirken. Das homogene Magnetfeld  $B_0$  erzeugt ein endliches Magnetfeld im Fallenminimum und der radiale Gradient  $B'$  des Quadrupolfelds bewirkt den radialen Einschluß der Atomwolke. Das aus der Überlagerung resultierende Feld kann man durch

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = B_0 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + B' \begin{pmatrix} x \\ 0 \\ -z \end{pmatrix} + \frac{B''}{2} \begin{pmatrix} -xy \\ y^2 - \frac{1}{2}(x^2 + z^2) \\ -yz \end{pmatrix} \quad (1.16)$$

beschreiben [52]. Für kleine Auslenkungen in  $x$ ,  $y$  und  $z$  läßt sich der Betrag zu

$$|\mathbf{B}(\mathbf{r})| = B_0 + \left( \frac{B'^2}{2B_0} - \frac{B''}{4} \right) (x^2 + z^2) + \frac{B''}{2} z^2 \quad (1.17)$$

vereinfachen. Das daraus resultierende harmonische Potential wird durch seine Fallenfrequenzen charakterisiert. Dabei bezeichnet  $\omega_\perp$  die Fallenfrequenz in der  $x$ - $z$ -Ebene senkrecht zur Symmetrieachse der Falle:

$$\omega_\perp = \sqrt{\frac{\mu_B}{m} \left( \frac{B'^2}{2B_0} - \frac{B''}{4} \right)}. \quad (1.18)$$

Entlang der Symmetrieachse beträgt die Fallenfrequenz

$$\omega_{ax} = \sqrt{\frac{\mu_B}{m} \frac{B''}{2}}. \quad (1.19)$$

Die radiale Krümmung des Magnetfeldes ist durch

$$B''_{\perp} = \frac{B'^2}{2B_0} - \frac{B''}{4} \quad (1.20)$$

bestimmt.

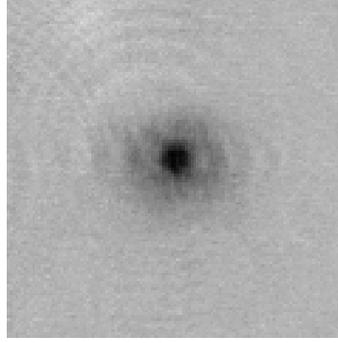
Die im Experiment verwendete "Quadrupol-Ioffe-Configuration" (QUIC) Magnetfalle [54] (siehe Abbildung 1.3) wandelt das anfängliche Quadrupol-Magnetfeld durch hinzuschalten einer dritten Magnetspule in eine Ioffe-Pritchard-Fallenkonfiguration um. Die QUIC-Falle besitzt eine außergewöhnlich gute Magnetfeldstabilität, weil alle drei Spulen in Serie geschaltet sind und nur 25 A Strom fließen. Durch Variation des Gesamtstroms lassen sich die Fallenparameter über einen weiten Bereich einstellen, wie in Kapitel 4 gezeigt wird. Die Magnetspulen befinden sich innerhalb einer Magnetfeldabschirmung aus  $\mu$ -Metall. Hiermit werden dynamische Störfelder, z. B. von elektrischen Geräten im Labor, bis auf  $< 0,1$  mG unterdrückt. Die Magnetfeldstabilität ist speziell für die kontinuierliche Auskopplung von Atomlaserstrahlen, aber auch für die anderen Präzisionsexperimente in dieser Arbeit von grundlegender Bedeutung.

In der Magnetfalle wird die Atomwolke durch Verdampfungskühlung weiter gekühlt. Das Prinzip der Verdampfungskühlung besteht darin, daß die heißesten Atome selektiv aus der Magnetfalle entfernt werden und der Rest der Wolke durch elastische Stöße zu einer neuen, tieferen Temperatur equilibriert. Das Wegschneiden der heißen Atome erfolgt durch eine Begrenzung der Falltiefe. Atome mit einer großen kinetischen Energie erreichen in der Magnetfalle Bereiche höherer potentieller Energie als kalte Atome und verlassen die Falle, wenn ihre Energie größer als die Falltiefe ist. Durch ein kontinuierliches Verringern der Falltiefe werden dann von der resultierenden Atomwolke wiederum die energiereichsten Atome entfernt und die Wolke kontinuierlich gekühlt. Die Begrenzung der Falltiefe geschieht durch Einstrahlen eines Radiofrequenzfeldes. Dieses induziert Spinflips aus dem gefangenen  $|F = 1, m_F = -1\rangle$ -Zustand in die nichtgefangenen Zustände  $|m_F = 0\rangle$  und  $|m_F = 1\rangle$ . Durch die Inhomogenität des Magnetfeldes ist die Resonanzbedingung für die Radiofrequenzübergänge ortsabhängig und damit energieselektiv.

Die Geschwindigkeit, mit der die Falltiefe abgesenkt wird, ist auf die Stoßrate der Atome optimiert, damit die Evaporation nicht ineffizient wird. Im Experiment wird die Radiofrequenz innerhalb von 30 s von 30 MHz auf etwa 2 MHz gesenkt und die Temperatur reduziert sich von  $150 \mu\text{K}$  auf  $400 \text{ nK}$ . Die Atomzahl wird etwa um den Faktor 1000 verringert, aber die Phasenraumdicke erhöht sich um sieben Größenordnungen. Evaporatives Kühlen ist gegenwärtig die einzige Kühlmethode, um Phasenraumdichten von der Größenordnung 1 zu erzielen. Bei etwa  $400 \text{ nK}$  wird der Phasenübergang zum Bose-Einstein-Kondensat erreicht und durch weiteres Kühlen werden Bose-Kondensate mit  $5 \times 10^5$  Atomen erzeugt.

### 1.2.3 Abbildung

Die Größe der Bose-Einstein-Kondensate zwischen 10 und 100 Mikrometer ermöglicht deren direkte optische Beobachtung. Hierzu werden die Atome im Kondensat mit nah-resonantem Laserlicht beleuchtet, das sie teilweise absorbieren. Der Schattenwurf wird auf eine CCD-Kamera abgebildet und gibt die Dichteverteilung der Atome wider (siehe Abbildung 1.4).



**Abbildung 1.4:** Absorptionsabbildung einer teilkondensierten Atomwolke. Man sieht die bimodale Geschwindigkeitsverteilung mit dem Bose-Einstein-Kondensat im Zentrum. Die ballistische Expansionszeit beträgt 17 ms, die Kantenlänge des Bildausschnitts ist 820  $\mu\text{m}$ .

Das Abbilden der Atome in der Magnetfalle macht eine quantitative Auswertung der Aufnahmen jedoch schwierig, weil die lokale Zeeman-Verschiebung durch das magnetische Feld berücksichtigt werden muß. Um dieses Problem zu umgehen und außerdem die Atomwolke zu vergrößern verwendet man die sogenannte Flugzeitmethode. Hierzu wird die Magnetfalle schnell (d. h. wesentlich schneller als die Oszillationsperiode der Atome in der Falle) ausgeschaltet und die Atome werden fallen gelassen. Ohne die einschließende Kraft der Magnetfalle expandiert die Atomwolke. Die Geschwindigkeitsverteilung einer thermischen Atomwolke ist durch ihre Temperatur bestimmt. Für Expansionszeiten  $t$ , die lang gegenüber der Oszillationsperiode  $\tau_{HO} = 2\pi/\omega$  sind, kann die anfängliche Ausdehnung der Wolke vernachlässigt werden. Die Dichteverteilung wird durch

$$n(t, \mathbf{r}) = \frac{1}{\lambda_{dB}^3} \frac{1}{\omega_x \omega_y \omega_z t^3} g_{3/2}(e^{(\mu - \frac{m\mathbf{r}^2}{2t^2})/k_B T}) \quad (1.21)$$

beschrieben. Hierin bezeichnet  $\mu$  das chemische Potential der thermischen Atomwolke und es ist  $g_j(x) = \sum_{m=0}^{\infty} x^m / m^j$ . Nahe des Phasenübergangs ist die Verwendung der Bose-Funktion  $g_{3/2}(x)$  erforderlich, während Atomwolken mit Temperaturen über wenigen Mikrokkelvin wie ein klassisches Gas durch Gaußfunktionen beschrieben werden können.

Ein Bose-Einstein-Kondensat wandelt bei seiner ballistischen Expansion die Wechselwirkungsenergie der Atome in kinetische Energie um. Dabei bleibt die Thomas-Fermi-Form des Kondensats erhalten, lediglich die Achsen werden skaliert [55, 56]. Bei einem Aspektverhältnis  $\epsilon = \omega_{\perp} / \omega_{ax}$  betragen die Skalierungsfaktoren der Thomas-Fermi-Radien (Gleichung 1.11) in radialer (R) und axialer (A) Richtung

$$R(t) = \sqrt{1 + \tau^2} \quad (1.22)$$

$$A(t) = \epsilon \left( 1 + \frac{\tau \arctan \tau - \ln \sqrt{1 + \tau^2}}{\epsilon^2} \right), \quad (1.23)$$

wobei  $\tau = \omega_{\perp} t$  verwendet wird. Typischerweise wird im Regime  $\tau \gg 1$  gearbeitet. Die quantitative Auswertung von Absorptionenaufnahmen wird in Kapitel 5.2.2 vertieft.

Im Experiment sind zwei Abbildungsrichtungen realisiert. Die Beobachtung kann entweder entlang der Symmetrieachse des zigarrenförmigen Kondensats erfolgen ("radiale

Abbildung“) oder orthogonal dazu (”axiale Abbildung“). Die Abbildungsachsen sind jeweils horizontal orientiert. Bei der radialen Abbildung beträgt die optische Auflösung  $5\ \mu\text{m}$  und bei der axialen Abbildung  $7\ \mu\text{m}$ . Die Abbildung erfolgt grundsätzlich auf dem geschlossenen  $F = 2 \rightarrow F' = 3$  Übergang von Rubidium. Die Quantenzahlen  $F$  bezeichnen den Hyperfeingrundzustand, die gestrichenen Quantenzahlen  $F'$  den angeregten Zustand  $5P_{3/2}$  ( $D_2$ -Linie). Um in den geschlossenen Übergang zu gelangen, werden die Atome vor der Abbildung mit Hilfe eines kurzen Laserlichtpulses, der mit dem  $F = 1 \rightarrow F' = 2$ -Übergang resonant ist, von dem  $F = 1$ -Grundzustand in den  $F = 2$ -Grundzustand umgepumpt. Dann werden sie für  $100\text{-}200\ \mu\text{s}$  mit nahresonantem  $F = 2 \rightarrow F' = 3$ -Licht beleuchtet. Ein ausführliches Niveauschema von  $^{87}\text{Rb}$  ist in Referenz [35] gezeigt.

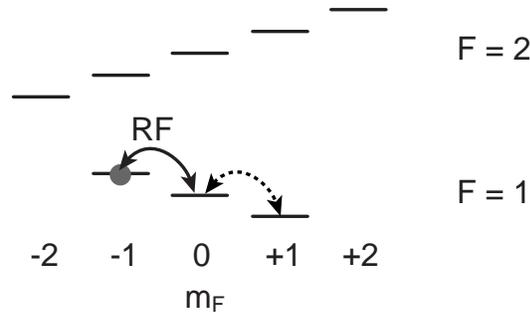
Die Technik der Absorptionsabbildung ist destruktiv. Selbst bei einer Abbildung eines in der Falle gefangenen Bose-Einstein-Kondensats streuen die Atome so viele resonante Photonen, daß das Bose-Einstein-Kondensat zerstört wird. Für jede Messung muß ein neues Bose-Einstein-Kondensat hergestellt werden. Weniger zerstörend ist die sogenannte Phasenkontrast-Abbildung [57], mit der von einem gefangenen Kondensat mehrere Bilder aufgenommen werden können. Eine exakte Eichung des Verfahrens ist jedoch schwierig und die daraus bestimmten Atomzahlen können größere systematische Fehler aufweisen. Außerdem kann das Phasenkontrastverfahren nur bei hohen Dichten eingesetzt werden und ist so für die Untersuchung von thermischen Wolken und Atomlaserstrahlen nicht geeignet. Ein neues Verfahren, mit dem Atomlaserstrahlen kontinuierlich und in Echtzeit untersucht werden können, wird in Kapitel 2.3 vorgestellt.

### 1.3 Atomlaser

Aus einem Bose-Einstein-Kondensat kann ein kontinuierlicher kohärenter Materiestrahl extrahiert werden. Diese Atomlaserstrahlen eröffnen in der Atomoptik neue Horizonte. Während Bose-Einstein-Kondensate immer in magnetischen oder optischen Fallen gefangen sind, können Atomlaser in einem feldfreien Raum propagieren und sind somit für Präzisionsexperimente bestens geeignet. Gegenüber einem ballistisch fallenden Bose-Einstein-Kondensat besitzen sie eine deutlich verringerte Energiebreite, wie in Kapitel 3 erstmals experimentell gezeigt wird. Atomoptische Experimente mit Atomlasern werden in den Kapiteln 2, 3 und 4 besprochen.

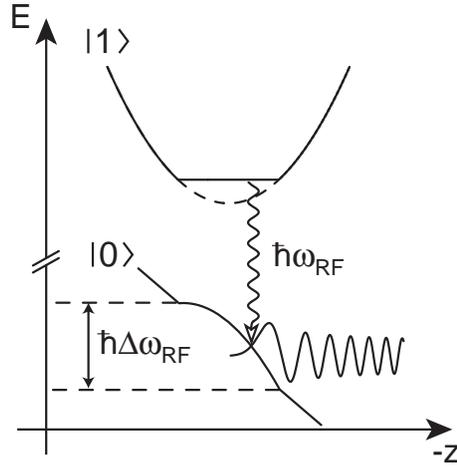
#### 1.3.1 Prinzip

Die Auskopplung von Atomen aus einem gefangenen Bose-Einstein-Kondensat erfolgt durch Einstrahlen eines schwachen monochromatischen Radiofrequenzfeldes [7]. Dieses Radiofrequenzfeld induziert Spinflip-Übergänge aus dem magnetisch gefangenen  $|F = 1, m_F = -1\rangle$  in den magnetisch ungefangenen  $|F = 1, m_F = 0\rangle$ -Zustand (siehe Abbildung 1.5). Die Atome in diesem Zustand sind lediglich dem Gravitationspotential und dem abstoßenden mean-field-Potential der im Kondensat verbliebenen Atome ausgesetzt (siehe Abbildung 1.6).



**Abbildung 1.5:** Niveauschema des Hyperfeingrundzustandes von Rubidium in einem äußeren Magnetfeld. Das Bose-Einstein-Kondensat befindet sich im Zustand  $|F = 1, m_F = -1\rangle$ . Die Atomlaserauskopplung erfolgt durch Radiofrequenzübergänge in den magnetisch ungefangenen Zustand  $|m_F = 0\rangle$  (Abbildung 1.7). Beim Einstrahlen eines starken Radiofrequenzfeldes können Atome aus dem  $|m_F = 0\rangle$ -Zustand weiter in den abgestoßenen  $|m_F = 1\rangle$ -Zustand transferiert werden (Abbildung 1.8).

Die Kopplung der beiden Zustände  $|F = 1, m_F = -1\rangle$  und  $|F = 1, m_F = 0\rangle$  durch ein Radiofrequenzfeld mit Frequenz  $\omega_{RF}$  läßt sich im Bild eines Zweiniveau-Atoms verstehen. Unter Vernachlässigung der kinetischen Energie kann man die gekoppelten Gross-



**Abbildung 1.6:** Prinzip der Auskopplung eines Atomlaserstrahls aus einem Bose-Einstein-Kondensat mit einem monochromatischen Radiofrequenzfeld. Gezeigt sind die Potentiale, die die Atome in den jeweiligen Zuständen spüren. Die Abplattung des harmonischen Fallenpotentials sowie der Potentialhügel auf dem linearen Gravitationspotential kommt durch die mean-field-Wechselwirkung der Atome zustande.

Pitaevski-Gleichungen angeben:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi_{|1\rangle} = \left\{ m g z + V_{trap} + U_0 \left( |\psi_{|1\rangle}|^2 + |\psi_{|0\rangle}|^2 \right) \right\} \psi_{|1\rangle} + \hbar \Omega e^{-i\omega_{RF}t} \psi_{|0\rangle} \quad (1.24)$$

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi_{|0\rangle} = \left\{ m g z + U_0 \left( |\psi_{|1\rangle}|^2 + |\psi_{|0\rangle}|^2 \right) \right\} \psi_{|0\rangle} + \hbar \Omega e^{i\omega_{RF}t} \psi_{|1\rangle}.$$

Dabei wird angenommen, daß die Streulänge und somit die Wechselwirkungskonstante  $U_0$  für beide Spinzustände gleich ist. Dies wurde experimentell noch nicht überprüft, aber der Unterschied der Streulängen liegt höchstens bei wenigen Prozent [58].

Die zeitabhängigen Dichteverteilungen im Verlauf der Radiofrequenzkopplung lassen sich aus den gekoppelten Gross-Pitaevski-Gleichungen ableiten [59]:

$$|\psi_{|1\rangle}(r, t)|^2 = |\psi_{|1\rangle}|^2 \left\{ 1 - \frac{\Omega^2}{\Omega_{\text{eff}}^2(r, t)} \sin^2(\Omega_{\text{eff}}(r)t) \right\} \quad (1.25)$$

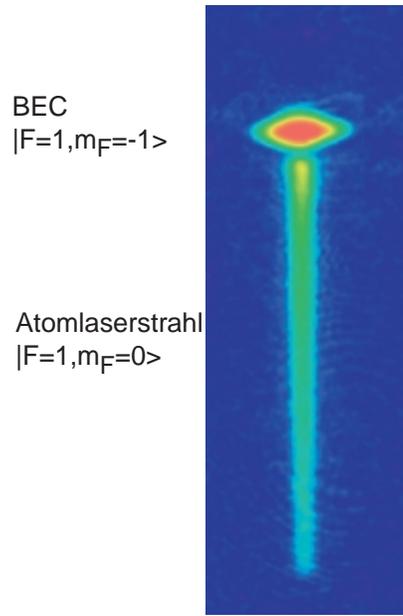
$$|\psi_{|0\rangle}(r, t)|^2 = |\psi_{|1\rangle}|^2 \frac{\Omega^2}{\Omega_{\text{eff}}^2(r, t)} \sin^2(\Omega_{\text{eff}}(r)t). \quad (1.26)$$

Die effektive Rabi-Frequenz ist durch  $\Omega_{\text{eff}} = \sqrt{4\Omega^2 + \Delta^2(r)}$  definiert. Dabei gibt  $\Delta(r) = \omega_{RF} - V_{trap}/\hbar$  die ortsabhängige Verstimmung von der Resonanz an.

Durch die Wahl einer kleinen Kopplungsstärke

$$\Omega \ll \Delta(r) \quad (1.27)$$

erzielt man eine lokale Auskopplung aus dem Bose-Einstein-Kondensat. Die räumliche Veränderung von  $\Omega_{\text{eff}}$  ermöglicht nur in einem schmalen Raumbereich eine hinreichend langsam oszillierende Kopplung, so daß die Atome während der Rabi-Oszillation aus dem Fallenzentrum herausfallen können.



**Abbildung 1.7:** Atomlaserstrahl. Die Atome werden durch ein schwaches Radiofrequenzfeld in den  $|F = 1, m_F = 0\rangle$ -Zustand transferiert und durch Gravitation beschleunigt. Die Auskoppeldauer beträgt 10 ms, die Höhe des Bildausschnitts ist 2,2 mm.

Nur die lokale Auskopplung erlaubt einen kontinuierlichen Betrieb des Atomlasers, weil ansonsten das ganze Bose-Einstein-Kondensat Rabi-Oszillationen mit einer Frequenz  $2\Omega$  durchführt. Wird die Radiofrequenz genau in dem Moment abgeschaltet, in dem der Zustand der Atome in  $|m_F = 0\rangle$  oszilliert ist, fallen die Atome anschließend durch Gravitation aus der Falle. Auf diese Art wird ein gepulster Atomlaser realisiert [4].

Da der Atomlaser in das lineare Gravitationspotential ausgekoppelt wird, läßt sich seine Wellenfunktion in longitudinaler Richtung durch eine Überlagerung von Airy-Funktionen beschreiben [27]. Dies wird bei der Messung der zeitlichen Kohärenz des Atomlaserstrahls (Kapitel 3) untersucht. Die durch das mean-field Potential des Bose-Einstein-Kondensats beeinflusste transversale Struktur des Atomlasers wird ausführlich in Kapitel 4 betrachtet.

### 1.3.2 Realisierung

Abbildung 1.7 zeigt die Absorptionaufnahme eines Atomlasers, der aus einem Bose-Einstein-Kondensat ausgekoppelt wird.

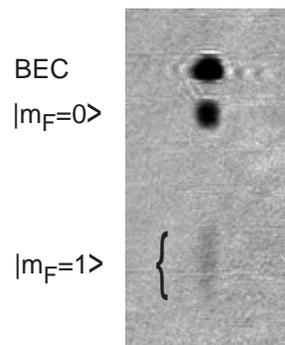
Fluktuationen im Fallenmagnetfeld erschweren die experimentelle Realisierung des kontinuierlichen Auskoppelmechanismus. Diese führen dazu, daß die Verstimmung  $\Delta(r)$  nicht nur ortsabhängig ist, sondern die Resonanzstelle auch zeitlich fluktuiert. Die Frequenzbreite, über die eine Auskopplung aus dem Bose-Einstein-Kondensat erzielt werden kann, ist gegeben durch dessen räumliche Ausdehnung und das Gravitationspotential (siehe Abbildung 1.6)

$$\hbar\Delta\omega_{RF} = 2r_{TF,z} m g. \quad (1.28)$$

Darin bezeichnet  $r_{TF,z}$  den Thomas-Fermi-Radius (Gleichung 1.11) des Bose-Einstein-Kondensats in vertikaler Richtung,  $m$  die Masse der Atome und  $g$  die Gravitationsbeschleunigung. Für typische experimentelle Parameter beträgt  $\Delta\omega_{RF} = 2\pi \times 15$  kHz. Um einen einigermaßen kontinuierlichen Atomlaserstrahl zu erhalten, darf die Resonanzbedingung um höchstens 20% dieser Frequenzbreite variieren, was 4,3 mG Magnetfeldfluktuationen entspricht. Die Schwankungsbreite des Magnetfeldes bestimmt die Energiebreite des ausgekoppelten Atomlaserstrahls. Um Energiebreiten deutlich unterhalb der mean-field-Energie eines ballistisch expandierenden Kondensats zu erhalten, sollten die Magnetfeldfluktuationen weniger als 1% der Auskoppelbreite  $\Delta\omega_{RF}$  betragen. Dann ist der Atomlaserstrahl nicht nur kontinuierlich, sondern besitzt auch eine große Kohärenzlänge. Die Stabilität des Magnetfeldes wird im Experiment durch eine  $\mu$ -Metall Abschirmung sichergestellt, die externe Magnetfelder auf  $<0,1$  mG unterdrückt. Das Fallenmagnetfeld ist durch die Stabilität des Netzteils auf 0,16 mG beschränkt, was weniger als 1% der Auskoppelbreite entspricht.

### 1.3.3 "Zweifarbener"-Atomlaser

Durch Einstrahlen eines starken kontinuierlichen Radiofrequenzfeldes kann man erreichen, daß ein Teil der Atome, die bereits in den  $|m_F = 0\rangle$ -Zustand transferiert wurden, in den magnetisch abgestoßenen Zustand  $|m_F = 1\rangle$  übergehen, ehe sie die Resonanzstelle verlassen (siehe den gestrichelten Pfeil in Abbildung 1.5). Somit koppelt man zwei Atomlaserstrahlen mit unterschiedlicher Energie, d. h. unterschiedlicher Wellenlänge, aus dem Bose-Einstein-Kondensat aus (siehe Abbildung 1.8). Die Atome im  $|m_F = 1\rangle$ -Zustand werden vom Magnetfallenpotential beschleunigt, der Strahl bleibt aber dennoch kollimiert. Ein schneller Atomlaserstrahl könnte für Experimente mit hoher Zeitauflösung, z. B. für den Nachweis von Teilchenkorrelationen, vorteilhaft sein. Ein eleganteres Verfahren, um die Geschwindigkeit der Atome eines Atomlaserstrahls mit Magnetfeldern zu manipulieren, wird in Kapitel 2 vorgestellt.



**Abbildung 1.8:** Auskopplung eines Atomlaserstrahls in zwei verschiedenen  $m_F$ -Zuständen. Die Atome im  $|m_F = 0\rangle$ -Zustand fallen im Gravitationspotential, die Atome im  $|m_F = 1\rangle$ -Zustand werden vom Feld der Magnetfalle beschleunigt. Dadurch wird der Strahl in die Länge gezogen und seine Dichte sinkt stark ab.



## Kapitel 2

# Kohärente Manipulation von Atomlaserstrahlen

Vor der Realisierung von Bose-Einstein-Kondensaten und Atomlasern gab es in der Atomoptik nur thermische Strahlquellen, mit kurzer Kohärenzlänge und Kohärenzzeit. Nun stehen kohärente Materiewellenquellen zur Verfügung, aus denen kontinuierliche Strahlen extrahiert werden können und die eine erheblich größere spektrale Brillanz besitzen als thermische Quellen. Für die Atomoptik mit Atomlasern sind neue optische Elemente erforderlich, die den gewachsenen Anforderungen an die Erhaltung der Kohärenz der Materiewellen standhalten können. Die de-Broglie-Wellenlänge eines Atomlaserstrahls erreicht schon nach wenigen Millimetern Fallstrecke die Größenordnung von wenigen Nanometern, entsprechend glatt müssen die atomoptischen Bauelemente sein.

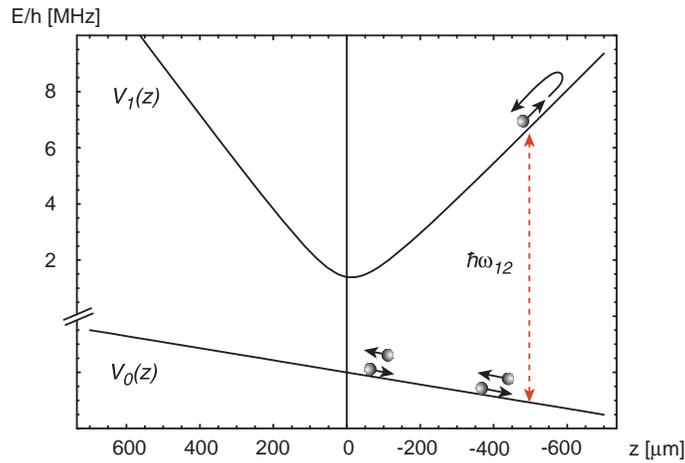
In diesem Kapitel wird die Realisierung eines Spiegels und Strahlteilers für Atomlaserstrahlen besprochen. Charakteristika dieses Spiegels sind eine hohe Reflektivität von über 98% und eine exzellente Oberflächengüte. Das Prinzip des Spiegels beruht auf einem optischen induzierten Spinflip-Übergang in einem inhomogenen Magnetfeld. Damit kann die Wechselwirkung zwischen den Atomen und dem Magnetfeld beliebig an- und ausgeschaltet werden und die Atome können ihrerseits an einem Magnetfeldgradienten reflektiert werden. Die erforderliche optische Leistung, um den Spinflip-Übergang zu treiben, beträgt lediglich 1,2 Milliwatt.

Atomoptische Spiegel und Strahlteiler sind Grundbausteine für Atominterferometer [60]. Mit Atomlasern als intensiver kohärenter Strahlquelle werden sich neue Möglichkeiten für Atominterferometer mit großer umschlossener Fläche ergeben und auch die holographische Anwendungen von Materiewellen [61] wird erleichtert. In den folgenden Kapiteln werden weitere Anwendungen des Spiegels besprochen und seine Kohärenzerhaltung nachgewiesen. Außerdem wird in diesem Kapitel ein neues Detektionsverfahren für den Atomlaser vorgestellt, mit dessen Hilfe es möglich ist, den Atomlaser in Echtzeit zu beobachten, ohne das Bose-Kondensat zu stören.

Teile der Ergebnisse dieses Kapitels sind in einer Publikation erschienen [10], die im Anhang abgedruckt ist.

## 2.1 Prinzip des Atomspiegels

Der Atomlaserstrahl befindet sich nach dem Auskoppeln im Zustand  $|F = 1, m_F = 0\rangle$ . Dieser Zustand hat ein verschwindendes magnetisches Moment, so daß er nicht mit dem Magnetfeld der Ioffe-Falle wechselwirkt. Die Atome fallen im Gravitationspotential. Nach der gewünschten Fallstrecke transferieren Zwei-Photonen-Hyperfein-Ramanübergänge die Atome durch einen optischen Spinflip-Prozeß in einen Zustand mit magnetischem Moment  $\mu_B/2$ . Der Atomlaserstrahl wird in diesem Zustand vom Magnetfallenpotential reflektiert, weil das außerhalb des Fallenzentrums linear ansteigende Magnetfeld die Atome abbremst. (siehe Abbildung 2.1). Nach einer Strecke, die durch das Produkt aus der freien Fallstrecke und dem Verhältnis von Gravitations- zu Magnetfeldgradient gegeben ist, kehren die Atome ihre Bewegungsrichtung um. In der Aufwärtsbewegung können die Atome durch das gleiche Kopplungsfeld wieder in den Ausgangszustand mit verschwindendem magnetischen Moment transferiert werden. Durch die Kombination von Spinflip-Übergängen und dem äußeren Magnetfeld der Ioffe-Falle wird so ein Materiewellenspiegel realisiert.



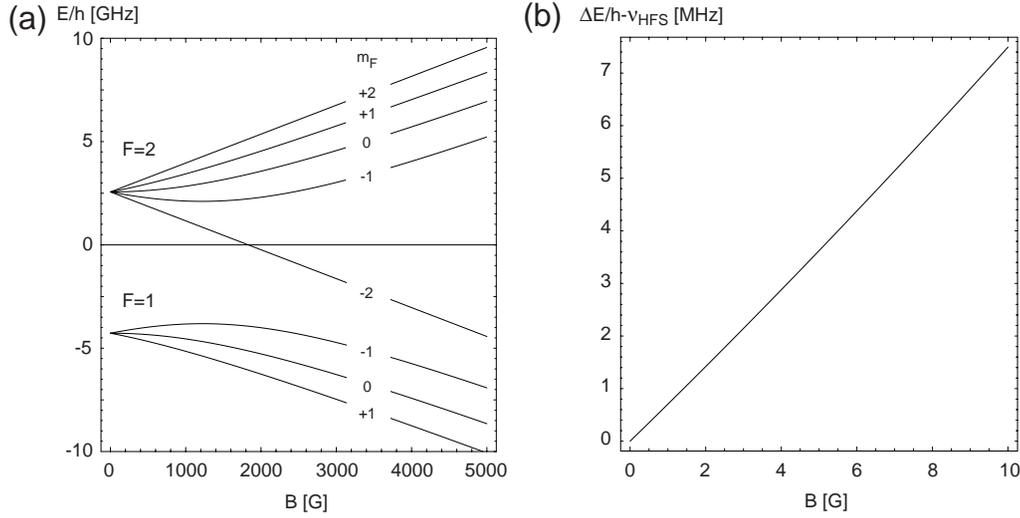
**Abbildung 2.1:** Prinzip des Atomspiegels. Die magnetisch ungefangenen Atome des Atomlaserstrahls fallen im Gravitationspotential  $V_0(z)$ . Nach einer einstellbaren Fallstrecke werden die Atome in einen Zustand mit magnetischem Moment  $\mu_B/2$  transferiert und wechselwirken mit dem Magnetfeld der Ioffe-Falle. Sie werden vom ansteigenden Magnetfallenpotential  $V_1(z)$  abgebremst und in ihrer Bewegungsrichtung umgekehrt. Auf dem Rückweg durchlaufen sie erneut die Wechselwirkungszone und können in den ursprünglichen Zustand transferiert werden.

Andere Magnetfeldkonfigurationen könnten z. B. eingesetzt werden, um einen Atomlaserstrahl zu fokussieren. Da die Spiegelung an einem Magnetfeld erfolgt, das von weit entfernten Spulen erzeugt wird, ist die Oberfläche außerordentlich glatt, selbst auf der Nanometerskala der de-Broglie-Wellenlänge des Atomlasers.

### 2.1.1 Ramanübergänge im Magnetfeld

Die Kopplung des magnetisch ungefangenen Hyperfeinzustandes  $|F = 1, m_F = 0\rangle$  und des magnetisch gefangenen Hyperfeinzustandes  $|F = 2, m_F = 1\rangle$  erfolgt durch stimulier-





**Abbildung 2.3:** (a) Energieaufspaltung des Hyperfeingrundzustandes von  $^{87}\text{Rb}$  in einem äußeren Magnetfeld (nach Gleichung 2.1). (b) Differenz der Energieverschiebung der Zustände  $|F=1, m_F=0\rangle$  und  $|F=2, m_F=1\rangle$  abzüglich der Hyperfeinaufspaltung  $\nu_{HFS} = 6,835$  GHz. In dem für die Experimente relevanten Magnetfeldbereich bis 10 Gauß kann man in guter Näherung eine lineare Zeemanverschiebung annehmen.

dies durch eine große Verstimmung  $\Delta$  zum  $5P_{1/2}$  Niveau, weil die spontane Anregungsrate wie  $I/\Delta^2$  skaliert, während die Zweiphotonenkopplungsstärke nur wie  $I/\Delta$  abfällt.

Ist die Verstimmung  $\Delta$  zum angeregten Zustand groß gegenüber den Einphotonen-Rabifrequenzen  $\Omega_1$  und  $\Omega_2$ , so vereinfacht sich die Beschreibung des Zweiphotonenübergangs. Das Dreiniveausystem kann durch ein effektives Zweiniveausystem mit einer Kopplung

$$\bar{\Omega} = -\frac{\Omega_1\Omega_2^*}{2\Delta} \quad (2.2)$$

beschrieben werden [64]. Diese Näherung wird in der folgenden Behandlung der Landau-Zener-Übergänge genutzt.

Alternativ zu den stimulierten Ramanübergängen besteht die Möglichkeit, die Hyperfeinübergänge mit Mikrowellen bei 6,8 GHz zu treiben. Die optische Kopplung besitzt jedoch zwei entscheidende Vorteile: erstens können bei optischen Übergängen erheblich größere Kopplungsstärken als bei Mikrowellenübergängen erzeugt werden. Zweitens wird die Resonanzbedingung für die optischen Übergänge durch zwei unabhängige Parameter bestimmt: Die Differenzfrequenz der Ramanlaser und deren Position im inhomogenen Magnetfeld müssen genau aufeinander abgestimmt sein. Damit wird der gewünschte Übergang selektiv getrieben und unerwünschte Übergänge, z. B. in anderen Magnetfeldbereichen, werden unterdrückt.

### 2.1.2 Landau-Zener-Übergänge

Um die Atome von dem magnetisch ungefangenen in den magnetisch gefangenen Zustand zu transferieren, sind zwei verschiedene Mechanismen denkbar: ein gepulster Transfer, bei dem die Kopplung der Niveaus genau so eingestellt wird, daß eine halbe Rabi-

Oszillation stattfindet ( $\pi$ -Puls) oder ein kontinuierlicher, adiabatischer Transfer der Zustandsbesetzung, dessen Effizienz im Landau-Zener Bild beschrieben werden kann. Einen adiabatischen Besetzungstransfer erhält man durch eine räumlich und zeitlich nur langsam veränderliche Kopplung zwischen den Niveaus. Im vorliegenden Fall wird die Kopplung durch ein zeitlich konstantes Laserfeld vermittelt, so daß die Kopplungsstärke  $\bar{\Omega}(z)$  explizit nur vom Ort abhängt. Die implizite Abhängigkeit von der Zeit, die durch die Bewegung der Atome durch die Resonanzstelle bedingt ist, wird im Rahmen der Landau-Zener-Formel diskutiert.

Mit den Wellenfunktionen  $\psi_0(t, z)$  für den  $|F = 1, m_F = 0\rangle$ -Zustand und  $\psi_1(t, z)$  für den  $|F = 2, m_F = 1\rangle$ -Zustand lauten die gekoppelten Schrödingergleichungen für das effektive Zweiniveausystem:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi_0(t, z) = \left( -\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V_0(z) \right) \psi_0(t, z) + \hbar \bar{\Omega}(z) e^{i\omega_{12}t} \psi_1(t, z) \quad (2.3)$$

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi_1(t, z) = \left( -\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V_1(z) \right) \psi_1(t, z) + \hbar \bar{\Omega}(z) e^{-i\omega_{12}t} \psi_0(t, z). \quad (2.4)$$

Die Schrödingergleichung kann wegen der geringen Dichten des Atomlaserstrahls anstelle der Gross-Pitaevskii-Gleichung (Gleichung 1.7) verwendet werden.  $\omega_{12} = 2\pi \times \nu_{12}$  bezeichnet die Energiedifferenz der atomaren Niveaus. Die Potentiale  $V_0(z)$  und  $V_1(z)$ , denen die Atome in den jeweiligen Zuständen ausgesetzt sind (siehe Abbildung 2.1), lauten:

$$V_0(z) = m g z \quad (2.5)$$

$$V_1(z) = m g z + \frac{\mu_B}{2} \sqrt{B_0^2 + (B'z)^2}. \quad (2.6)$$

Hierin bezeichnen  $B_0$  das Offset-Magnetfeld der Ioffe-Falle und  $B'$  den radialen Magnetfeldgradienten.

Die Transformation der Wellenfunktionen  $\psi_0(t, z)$  und  $\psi_1(t, z)$  in ein zeitlich oszillierendes Bezugssystem

$$\tilde{\psi}_0(t, z) = \psi_0(t, z) e^{-i\omega_{12}t/2} \quad (2.7)$$

$$\tilde{\psi}_1(t, z) = \psi_1(t, z) e^{i\omega_{12}t/2} \quad (2.8)$$

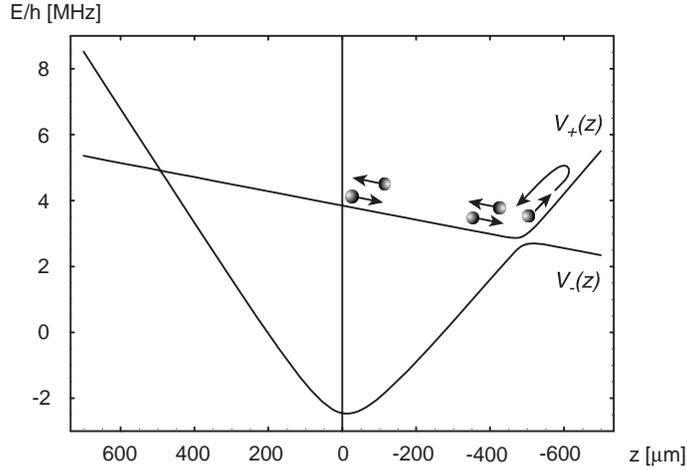
führt auf folgende Schrödingergleichungen für die neuen Wellenfunktionen:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \tilde{\psi}_0(t, z) = \left( -\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V_0(z) + \frac{\hbar\omega_{12}}{2} \right) \tilde{\psi}_0(t, z) + \hbar \bar{\Omega}(z) \tilde{\psi}_1(t, z) \quad (2.9)$$

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \tilde{\psi}_1(t, z) = \left( -\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V_1(z) - \frac{\hbar\omega_{12}}{2} \right) \tilde{\psi}_1(t, z) + \hbar \bar{\Omega}(z) \tilde{\psi}_0(t, z). \quad (2.10)$$

Diese gekoppelten Schrödingergleichungen lassen sich unter Vernachlässigung des kinetischen Terms leicht lösen. Dies ist im Fall einer starken Kopplung der Niveaus gerechtfertigt. Die resultierenden Eigenenergien ergeben:

$$V_{\pm}(z) = \frac{1}{2} \left( V_1(z) + V_0(z) \pm \sqrt{4\hbar^2 \bar{\Omega}^2(z) + \Delta_{12}^2(z)} \right), \quad (2.11)$$



**Abbildung 2.4:** Adiabatische Potentiale  $V_+$  und  $V_-$  gemäß Gleichung 2.11. Angenommen wurde eine Kopplungsstärke von  $\bar{\Omega}(z_0) = 2\pi \times 100$  kHz und  $z_0 = -500 \mu\text{m}$ . Die vermiedene Kreuzung der Potentialkurven am Ort der Kopplung tritt deutlich hervor.

wobei

$$\Delta_{12}(z) = V_1(z) - V_0(z) - \Delta_{AC}(z) - h\nu_{12} \quad (2.12)$$

die lokale Verstimmung der Ramanlaser von der Energiedifferenz der beteiligten Hyperfeinzustände angibt.  $\Delta_{AC}(z)$  bezeichnet die Differenz der Verschiebung der atomaren Niveaus  $|F = 1, m_F = 0\rangle$  und  $|F = 2, m_F = 1\rangle$  durch fernresonante Einphotonenkopplung an den  $5P_{1/2}$ -Zustand. Dieser Effekt ist einige Größenordnungen kleiner als die magnetischen Energien in Gleichung 2.11 und wird zunächst vernachlässigt. Seine Bedeutung wird im Kapitel 3.2.3 erläutert.

In Abbildung 2.4 werden die adiabatischen Potentialkurven gemäß Gleichung 2.11 gezeigt. Die Ramanlaser sind zur einer gaußförmigen Strahltaile  $I(z) = I_0 \exp\left(-\frac{2(z-z_0)^2}{w^2}\right)$  fokussiert, was die räumliche Abhängigkeit der Kopplungsstärke  $\bar{\Omega}(z)$  bestimmt. In der Wechselwirkungszone erhält man eine vermiedene Kreuzung der Potentialkurven. Im Fall einer beliebig langsamen Bewegung folgen die Atome den adiabatischen Potentialkurven. Die Atome bewegen sich ausschließlich auf der oberen Kurve  $V_+$  und man erhält eine 100%ige Reflektivität des Spiegels. Diese Annahme ist eine Idealisierung des Verhaltens der Atome. Die Wahrscheinlichkeit, mit der ein Atom der adiabatischen Potentialkurve  $V_+$  folgt, wird durch das Landau-Zener-Modell [65, 66] beschrieben. Entscheidende Parameter sind hierbei die Geschwindigkeit  $|v|$  des Atoms in der Wechselwirkungszone, sowie die Kopplungsstärke  $\bar{\Omega}(z_0)$ . Ein adiabatischer Übergang geschieht mit der Wahrscheinlichkeit

$$P_{ad} = 1 - e^{-2\pi\Gamma} \quad (2.13)$$

mit

$$\Gamma = \frac{\hbar\bar{\Omega}^2(z_0)}{B'|v|\mu_B/2}. \quad (2.14)$$

Somit kann die Reflektivität des Materiewellenspiegels durch eine Veränderung der Kopplungsstärke eingestellt werden.

Streng genommen setzt das Landau-Zener-Modell voraus, daß die Kopplungsstärke  $\bar{\Omega}(z_0)$  über den ganzen Raumbereich  $-\infty < z < \infty$  konstant ist und lediglich die Resonanzbedingung sich ändert. Dies kann in einem Experiment natürlich niemals verwirklicht sein. Es wurden Korrekturen zum Landau-Zener-Modell entwickelt, die eine endlich ausgedehnte Wechselwirkungsregion und somit eine endliche Wechselwirkungszeit berücksichtigen [67, 68, 69]. Eine Lokalisierung der Wechselwirkungszone auf einen Raumbereich  $\Delta z$  bewirkt eine zeitliche Einschränkung der Wechselwirkung auf ein Intervall  $\tau = \Delta z/|v|$ . Korrekturen zum Landau-Zener-Modell sind dann vernachlässigbar, wenn gilt [67]

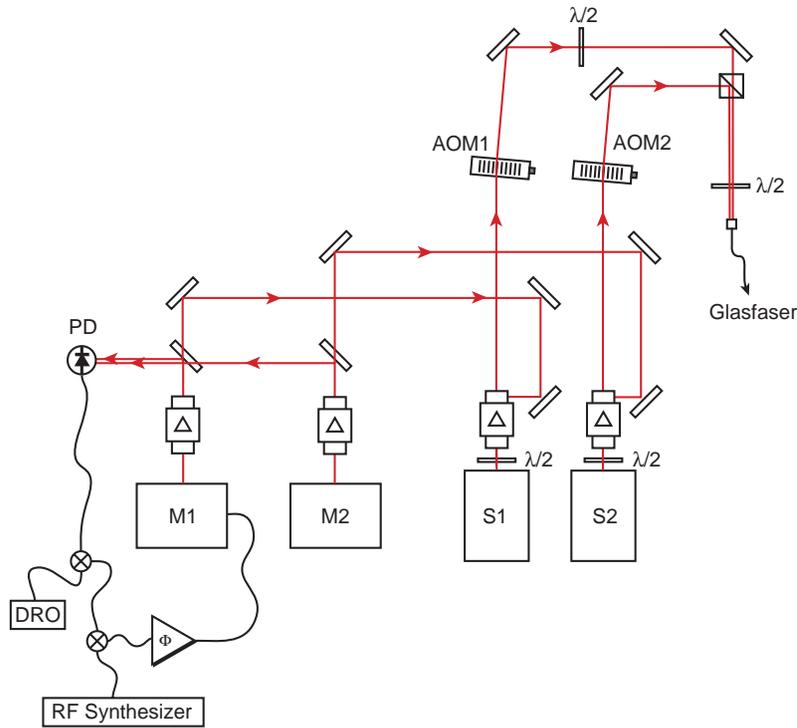
$$\frac{\bar{\Omega}(z_0)\tau}{2\Gamma} > 1. \quad (2.15)$$

### 2.1.3 Die Ramanlaser

Das Laserlicht für die Ramanübergänge wird von zwei phasenstarr gekoppelten Diodenlasern erzeugt. Der exakte räumliche Modenüberlapp zwischen den Lichtfeldern, der für die dopplerfreien Ramanübergänge entscheidend ist, wird durch eine polarisationserhaltende Glasfaser erreicht (siehe Abbildung 2.5).

Zwei gitterstabilisierte Laserdioden [70] (M1 und M2) bei 795 nm Wellenlänge werden mit Hilfe einer phasenstarrten Regelung gekoppelt. Hierzu werden je etwa 20% der Laserleistung abgezweigt und auf einer ultraschnellen Photodiode überlagert, um das Schwingungssignal bei einer Frequenz von 6,8 GHz zu detektieren. Dieses Signal wird dann mit der Soll-Frequenz, die aus einer festfrequenten 6,3 GHz Quelle und einer variablen Frequenz um 500 MHz erzeugt wird, phasenempfindlich verglichen [71]. Über den variablen Frequenzsynthesizer kann die Differenzfrequenz der Ramanlaser frei eingestellt werden. Das Fehlersignal wird über eine Rückkopplungsschleife auf eine der Laserdioden zurückgegeben, wobei die langsame Regelung ( $< 3$  kHz) über das Gitter erfolgt und zur schnellen Regelung der Laserdiodenstrom kontrolliert wird. Die Regelbandbreite beträgt einige MHz und die Differenzfrequenz der Ramanlaser ist mindestens auf 10 Hz stabil, limitiert durch die Auflösung des verwendeten Spektrumanalysators. Ausführlich ist der Aufbau in [72] beschrieben.

Die beiden Master-Laserdioden M1 bzw. M2 injizieren je eine weitere Slave-Laserdiode S1 bzw. S2, um eine höhere Ausgangsleistung zu erzielen. Hierzu wird das Licht einer Master-Diode in die jeweilige Slavediode eingekoppelt. Bei guter Justage und geeigneter Wahl von Strom und Temperatur der Slave-Dioden wird erreicht, daß die Slave-Dioden exakt auf der Frequenz der eingestrahnten Lichtfelder emittieren. Dabei wird insbesondere die phasenstarre Kopplung der Master-Dioden erhalten. Die einwandfreie Operation auf der gewünschten Frequenz wird mit Hilfe eines Fabry-Perot-Interferometers überprüft. Hinter den injizierten Dioden stehen mehr als 50 mW Leistung zur Verfügung, von der ein Großteil zum Experimentieren verwendet werden kann. Bei der Durchführung der Experimente zeigte sich, daß bei den gewählten experimentellen Parametern Laserleistungen von etwa 1 mW ausreichend sind. Die Verstärkung der Master-Laserdioden ist somit nicht zwingend notwendig. Zum schnellen An- und Abschalten der Ramanlaser werden zwei akusto-optische Modulatoren (Zeitkonstante  $\tau \simeq 10 \mu\text{s}$ ) oder alternativ ein schneller mechanischer Verschluss (Zeitkonstante  $\tau \simeq 1$  ms) verwendet. Die akusto-optischen Modulatoren verschieben die Laserfrequenz zwar um 80 MHz, da aber beide von derselben Radiofrequenzquelle betrieben werden, wird die Differenzfrequenz und die phasenstarre



**Abbildung 2.5:** Schematischer Aufbau der Ramanlaser. Das Schwebungssignal der beiden Laser M1 und M2 wird bei einer Frequenz von 6,8 GHz detektiert und mit einer Sollfrequenz phasempfindlich verglichen. Die Sollfrequenz wird aus einer Festfrequenzquelle bei 6,3 GHz (DRO) und einer variablen Frequenz um 500 MHz aus einem Frequenzsynthesizer erzeugt. Das Fehlersignal wird genutzt, um M1 und M2 phasenstarr zu koppeln. Diese Kopplung bleibt bei der Injektion der Slave-Dioden S1 und S2 erhalten.

Kopplung der Ramanlaser nicht beeinflusst. Hinter den Modulatoren werden die beiden Laserstrahlen mit orthogonaler Polarisation überlagert und in eine polarisationserhaltende Einmoden-Glasfaser eingekoppelt. Die polarisationserhaltende Eigenschaft der Glasfaser ermöglicht einerseits, die beiden Laserstrahlen nach dem Austritt aus der Glasfaser wieder zu trennen, was z. B. für eine Intensitätsstabilisierung erforderlich ist, und andererseits erhält sie das Verhältnis der Intensitäten der beiden Laserfrequenzen. Für die Absorptionsmessung am Atomlaserstrahl (Kapitel 2.3) kann optional auch noch das Licht eines zusätzlichen Diodenlasers, der bei 780 nm betrieben wird, in die gleiche Glasfaser eingekoppelt werden.

Nach dem Austritt aus der Glasfaser werden die Laserstrahlen mit Hilfe eines Zylinderlinsenteleskops in die Vakuumkammer fokussiert. Die Strahltaillen betragen  $490 \mu\text{m}$  in der horizontalen und  $26 \mu\text{m}$  in der vertikalen Richtung. Der relativ weite Fokus in der horizontalen Richtung wurde gewählt, um eine möglichst konstante Kopplungsstärke im gesamten Atomlaserprofil zu erzeugen. Die beschriebenen Experimente werden mit einer Rotverstimung  $\Delta = 70 \text{ GHz}$  von der  $D_1$ -Linie von  $^{87}\text{Rb}$  durchgeführt und typischerweise werden Laserleistungen von 1 mW eingesetzt. Das Intensitätsverhältnis von  $\sigma$ - zu  $\pi$ -Kopplung beträgt ca. 2:3, was dem Verhältnis der Übergangsstärken angepaßt ist.

## 2.2 Atomoptik mit dem Atomlaser

### 2.2.1 Charakterisierung des Spiegels

Die Anforderungen an atomoptische Elemente für kohärente Materiewellen entsprechen denjenigen von Laserspiegeln in der Lichtoptik. Um die Eigenschaften des einfallenden Strahls möglichst zu erhalten, sind eine hohe Reflektivität und eine exzellente Oberflächengüte maßgeblich. In diesem Abschnitt wird die Messung dieser Parameter behandelt.

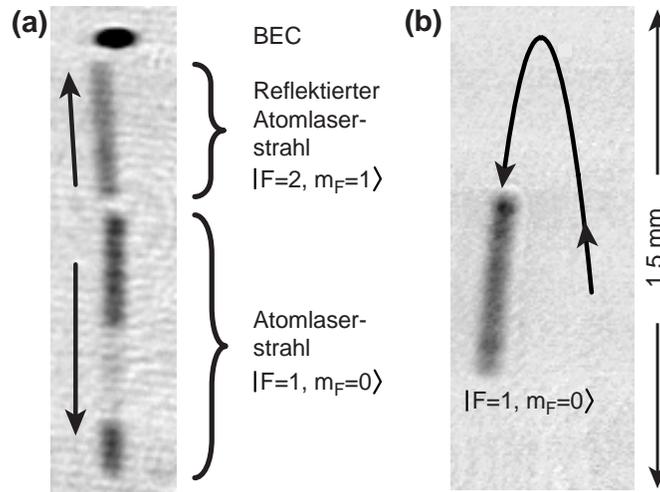
#### Reflektivitätsmessung

Die Reflektivität des Ramanspiegels gibt an, welcher Anteil der einfallenden Atome den Spinflip-Prozess durchführt und unter Erhaltung der Strahleigenschaften die Bewegungsrichtung umkehrt.

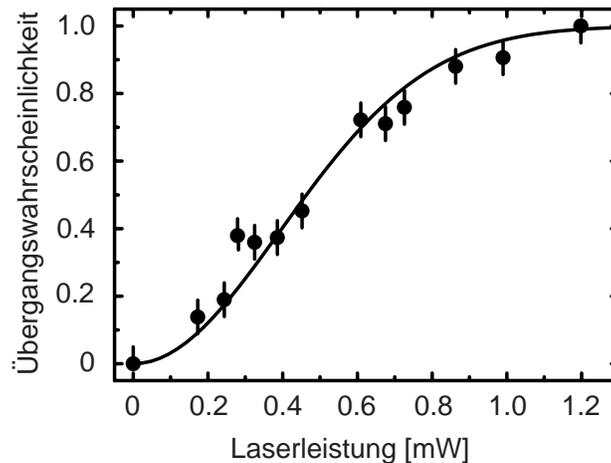
Mit abgeschalteten Ramanlasern wird für 5 ms Dauer ein Atomlaserstrahl aus dem Bose-Einstein-Kondensat ausgekoppelt. Nach etwa 10 ms Fallzeit erreichen die Atome den Ort der Wechselwirkung mit den Ramanlasern. Diese werden für eine Dauer von 2 ms angeschaltet und somit ein Teil des Atomlaserstrahls der Ramankopplung ausgesetzt. Die in den  $|F = 2, m_F = 1\rangle$ -Zustand überführten Atome werden am Magnetfallenpotential gespiegelt und bewegen sich aufwärts, während die nicht transferierten Atome weiterfallen. Wenn die beiden Wellenpakete nach wenigen Millisekunden vollständig separiert sind, wird ein Absorptionsbild aufgenommen (siehe Abbildung 2.6a). In der Absorptionsaufnahme ist die optische Dichte des Atomlaserstrahls in dem Bereich, in dem die Ramanlaserkopplung angeschaltet war, verringert. Die Veränderung der optischen Dichte ist das direkte Maß für die Reflektivität des Spiegels. Bei dem Ramanübergang gehen keine Atome durch spontane Streuung verloren, wie experimentell überprüft wurde.

Das Landau-Zener-Modell sagt eine Abhängigkeit der Übergangswahrscheinlichkeit von der Kopplungsstärke voraus (Gleichungen 2.13 und 2.14). Die Kopplungsstärke der Ramanlaser ist proportional zu ihrer Intensität. In Abbildung 2.7 ist die gemessene Reflektivität des Ramanspiegels gegen die Gesamtleistung der Ramanlaser aufgetragen. Die durchgezogene Linie zeigt einen Fit gemäß dem Landau-Zener-Modell, wobei die Skalierung zwischen Intensität und Kopplungsstärke als freier Parameter dient.

Im Experiment kann mit einer Ramanlaserleistung von nur 1.2 mW eine Reflektivität von 98% erreicht werden, die durch die Meßgenauigkeit beschränkt ist. Um das Spiegelschema hinsichtlich seiner möglichen Anwendungen einzuschätzen, stellt sich die Frage nach der Skalierbarkeit. Die kinetische Energie der Atome ist proportional zur Fallhöhe  $z$  und ebenso muß die Barrierenhöhe des Spiegels skalieren, um eine Reflektion zu ermöglichen. Die reflektierende Barriere ist das Potential der Magnetfalle und mit Magnetfeldern können - natürlich mit steigendem experimentellem Aufwand - nahezu beliebig hohe Potentialbarrieren erzeugt werden. Andererseits folgt aus dem Adiabazitätskriterium (Gleichung 2.15), daß die benötigte Kopplungsstärke bei konstanter Breite der Wechselwirkungszone proportional zur  $\sqrt{z}$  wachsen muß. Dies ist günstiger als bei der Reflektion eines fallenden Bose-Einstein-Kondensats an dem Dipolpotential eines blauerstimmten Laserstrahls. Hier wurden für die eine Fallhöhe von  $500 \mu\text{m}$  bereits 3 W Laserleistung benötigt [73]. Da die erforderliche Leistung in diesem Schema proportional zur Fallstrecke  $z$  skaliert, ist die Ausdehnung auf größere Fallstrecken nur begrenzt möglich.



**Abbildung 2.6:** (a) Prinzip der Reflektivitätsmessung. Für einen Teil des Atomlaserstrahls wird die Ramankopplung angeschaltet. Die Atome, die in den  $|F = 2, m_F = 1\rangle$ -Zustand transferiert wurden, werden am Magnetfallenpotential gespiegelt und bewegen sich aufwärts, während die im Zustand  $|F = 1, m_F = 0\rangle$  verbliebenen Atome im Gravitationsfeld fallen. Der Verlust an optischer Dichte im fallenden Atomlaserstrahl ergibt die Reflektivität. (b) Prinzip der Messung der Oberflächengüte. Die Ramanlaserkopplung ist für eine hinreichend lange Zeit angeschaltet, so daß die Atome bei der Aufwärtsbewegung nach der Reflektion wieder in den  $|F = 1, m_F = 0\rangle$ -Zustand überführt werden. Anschließend bewegen sie sich ballistisch weiter. 20 ms nach dem Reflektionsprozess wird die Breite des Atomlaserstrahls gemessen.



**Abbildung 2.7:** Übergangswahrscheinlichkeit des Ramanübergangs als Funktion der Kopplungslaserintensität. Die durchgezogene Linie zeigt einen Fit gemäß der Landau-Zener-Formel (Gleichung 2.13).

### Bestimmung der Oberflächengüte

Neben der Reflektivität spielt die Oberflächengüte eine zentrale Rolle für die Qualität des Spiegels. Bei einem idealen Spiegel erwartet man unter normalem Einfall eine perfekte Retroreflektion. Oberflächenrauigkeit und andere Imperfektionen können jedoch dazu führen, daß ein kollimiert einfallender Strahl nach der Reflektion transversal zur Ausbreitungsrichtung Impuls aufgenommen hat. Ein solcher Effekt, der bei verschiedenen Atomspiegeln beobachtet wird [74, 75], führt zu einem Verlust der Kohärenzeigenschaften des Strahls.

Zur Messung des parallel zur Spiegeloberfläche übertragenen Impulses wird das Meßverfahren der Reflektivität abgewandelt. Die Ramanlaser werden angeschaltet, ehe die Atome die Resonanzstelle erreicht haben und bleiben so lange an, bis die gespiegelten, sich aufwärts bewegenden Atome erneut die Resonanzstelle durchquert haben. Dadurch geht der Atomlaserstrahl wieder in den Ausgangszustand  $|F = 1, m_F = 0\rangle$  über. Mit abgeschaltetem magnetischem Moment bewegen sich die Atome ballistisch weiter, erreichen die Höhe des Auskoppelortes und fallen erneut. Nach 20 ms freier Propagation nach dem Spiegelprozeß wird ein Absorptionsbild aufgenommen (siehe Abbildung 2.6b) und die Breite des Atomlaserstrahls bestimmt.

Die gemessene Breite des Atomlaserstrahls wird verglichen mit derjenigen, die man aus der Simulation klassischer Trajektorien erwartet. Hierzu wird noch die schwache Krümmung des Magnetfeldes entlang der Symmetrieachse der Magnetfalle berücksichtigt. Für die experimentellen Parameter mit einem radialen Gradienten von  $B'_\perp = 100 \text{ G/cm}$  und einer axialen Krümmung auf der Symmetrieachse von  $B''_{z=0} = 200 \text{ G/cm}^2$  erhält man bei einer Position von  $400 \mu\text{m}$  unterhalb der Symmetrieachse eine Krümmung von  $B''_{z=-400\mu\text{m}} = 75 \text{ G/cm}^2$ . Dies führt zu einer schwach fokussierenden Wirkung des Spiegels und vermindert den Durchmesser des Atomlaserstrahls um 25%. Die experimentell ermittelte Verminderung des Durchmessers beträgt  $(25 \pm 5)\%$ . Bedingt durch die Meßgenauigkeit kann eine Obergrenze auf die transversale Geschwindigkeitsverbreiterung von  $200 \mu\text{m/s}$  durch die Reflektion bestimmt werden. Dies entspricht  $1/30$  eines Photonenrückstoßes.

Die Glattheit des Spiegels liegt daran, daß die Reflektion an einem Magnetfeld stattfindet, das von Spulen erzeugt wird, die einige Zentimeter groß sind. Im Fernfeld der Spulen weist ein solches Magnetfeld keine Korngenerationen auf den relevanten Größenordnungen im sub-mm-Bereich auf. Somit beeinflußt das Magnetfeld die Oberflächengüte des Atomspiegels nicht.

Im Experiment ist die Auflösung, mit der die transversale Impulsverbreiterung gemessen werden kann, beschränkt auf das Dreifache des Materiewellen-Beugungslimits des Atomlaserstrahls. Innerhalb dessen messen wir eine durch Rauschen in der Absorptionsabbildung auflösungsbegrenzte Reflektivität von 98%. Dies bedeutet, daß weniger als 2% der Atome um mehr als dreifache des Beugungslimits aus dem Strahl herausgestreut werden.

Daß der Spiegel die Phasenkohärenz des Atomlasers erhält, wird aufgrund der kohärenten Kopplung zwischen den beteiligten Niveaus und der exzellenten Oberflächengüte erwartet. Explizit wird die Erhaltung der longitudinalen Kohärenz in Kapitel 3 demonstriert.

### Vergleich mit anderen atomoptischen Spiegeln

In der Atomoptik sind bereits eine Reihe von Spiegeln - basierend auf den unterschiedlichsten Prinzipien - demonstriert worden. Zum Vergleich mit den in dieser Arbeit erzielten

Ergebnissen sollen hier kurz die wichtigsten Resultate aus der Literatur zusammengefaßt werden. Dabei muß darauf hingewiesen werden, daß manche Autoren Reflektivität im Sinne des aus der Optik bekannten Reflektionsgesetzes (Einfallswinkel=Ausfallswinkel, "specular reflection") verstehen, während andere Autoren alle Atome als reflektiert messen, die nicht auf dem Spiegel haften bleiben oder anderweitig verloren gehen. Diese zweite Definition der Reflektivität entspricht physikalisch eher der Messung eines Haftungskoeffizienten, hat aber für die Charakterisierung atomoptischer Bauelemente kaum Aussagekraft, da es sich bei diesen Bauelementen um diffuse Reflektoren handelt.

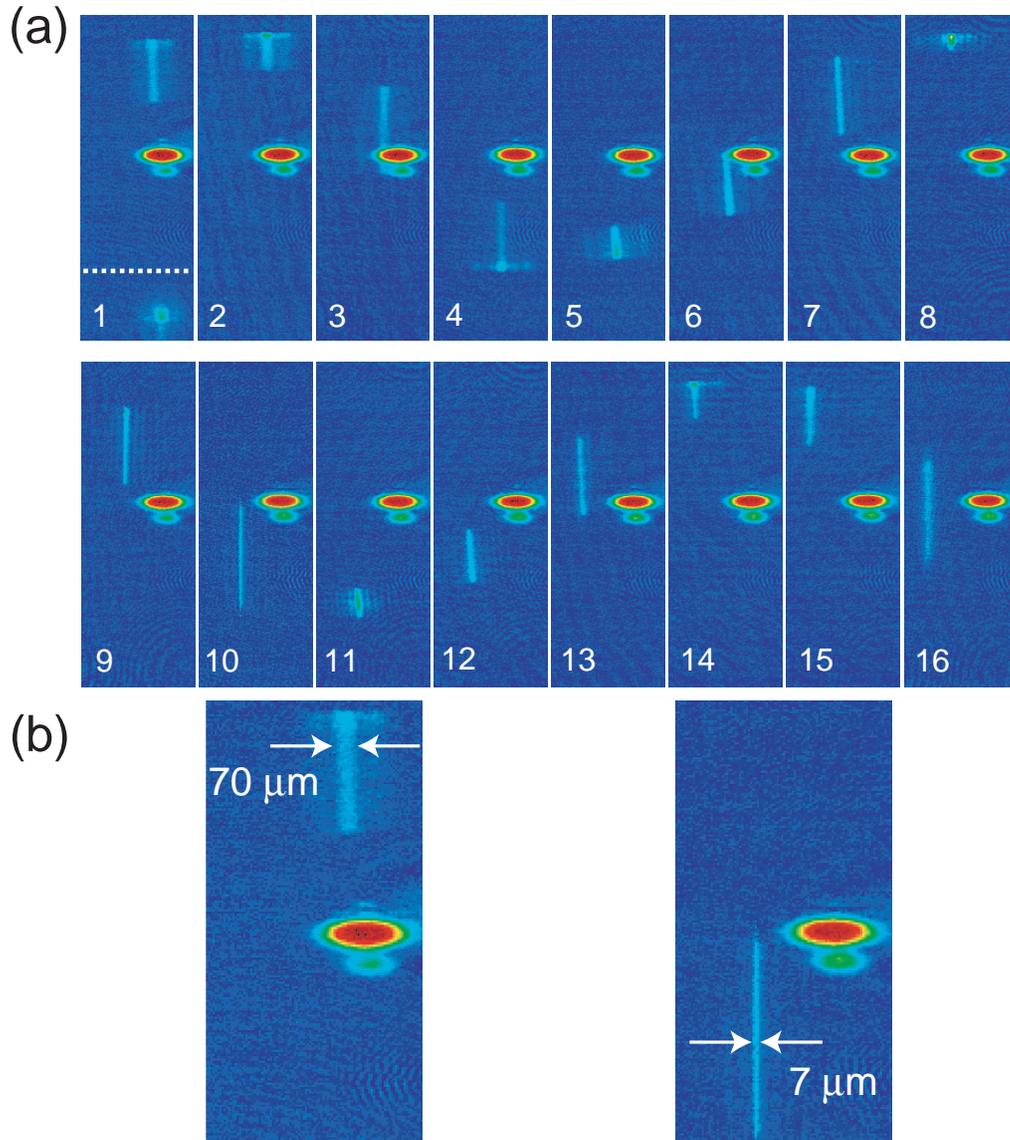
Der erste Materiespiegel wurde durch die Reflektion von Wasserstoffatomen an einem Flüssigheliumfilm realisiert [76]. Dieser Effekt beruht auf dem Verschwinden des Haftungskoeffizienten von Wasserstoff auf Helium bei extrem niedrigen Temperaturen. In neueren Experimenten wurden bei normalem Einfall Reflektivitäten von 80% beobachtet [77]. Die Spiegelung und Fokussierung eines Helium-Atomstrahls an einem Silizium-Einkristall wird in [78] demonstriert. Die Reflektivität liegt in der Größenordnung von 10% mit einer vorhergesagten starken Abhängigkeit vom Einfallswinkel [79]. Quantenreflektion von einem van-der-Waals-Potential nahe einer dielektrischen Oberfläche wurde genutzt, um einen Materiespiegel unter streifendem Einfall zu realisieren [80]. Dabei wird eine Reflektivität bis zu 30% gemessen und der gerichtete Charakter der Reflektion durch Blendenanordnungen direkt nachgewiesen.

Die Reihe von bisher realisierten diffusen Reflektoren ist deutlich umfangreicher. Bei Spiegeln basierend auf evaneszenten Laserlichtfeldern [75, 81, 82], magnetisierten Videobändern und Computerdisketten (Übersichtsartikel: [74]) oder Mikromagnet-Strukturen [83] wurden mitunter Reflektivitäten von einigen 10% gemessen. Bei diesen Experimenten wird allerdings vom Reflektor parallel zur Spiegelebene ein Impuls auf die Atome übertragen. Die Impulsverbreiterung nach der Reflektion beträgt einige Photonenrückstöße ( $v_{rec}=6$  mm/s für  $^{87}\text{Rb}$ ). Zum Vergleich: würde der Atomlaser in Abbildung 2.6b bei der Reflektion eine transversale Impulsverbreiterung von nur einem Photonenrückstoß erhalten, wäre er viermal so breit wie beobachtet. Die Diffusheit der Reflektion bei den genannten Verfahren stellt deren gewinnbringende Verwendung in der Atomoptik sehr in Frage.

### 2.2.2 Der Atomlaser im magnetischen Resonator

Die Speicherung von Atomen in Resonatoren für Materiewellen ist ein grundlegendes Ziel der Atomoptik. In Magnetfallen gespeicherte Bose-Einstein-Kondensate sind das Paradebeispiel für die erfolgreiche Besetzung des Grundzustandes eines Materiewellenresonators. Die kontrollierte Besetzung von höherliegenden Niveaus eröffnet die Möglichkeit des Studiums kohärenter Wellenpaketdynamik. Bisher konnten hochliegende Vibrationsniveaus nur mit inkohärenten thermischen Atomen besetzt werden [84], wobei mehrere 10000 Moden gleichzeitig besetzt sind. Gelingt es, nur wenige Moden kohärent zu besetzen, kann man ein ähnliches dynamisches Regime erreichen wie z. B. mit Vibrationswellenpaketen in Molekülen [85, 86]. Dort liegen die Kohärenzeiten im Pikosekundenbereich und Oszillationsfrequenzen im Gigahertzbereich, also mehrere Größenordnungen schneller als bei kalten Atomen.

Mit Hilfe der oben beschriebenen Ramanübergänge ist es gelungen, einen Atomlaserstrahl in einen Materiewellenresonator einzukoppeln (siehe Abbildung 2.8a).



**Abbildung 2.8:** (a) Der Atomlaser im magnetischen Resonator. Durchläuft der Atomlaser die Wechselwirkungszone mit den Ramanlasern nur einmal, wird er in den magnetisch gefangenen Zustand  $|F = 2, m_F = 1\rangle$  transferiert. Durch das Fallen haben die Atome kinetische Energie aufgenommen, die sie anschließend in dem von der Magnetfalle gebildeten Resonator oszillieren läßt. Die gestrichelte Linie gibt die Position des Spiegels an. Unterhalb dieser Linie in Bild 1 sind Atome zu sehen, bei deren Durchqueren der Wechselwirkungszone die Ramanlaser bereits abgeschaltet waren. Sie werden nicht gespiegelt, sondern fallen im Gravitationspotential. (b) Vergrößerte Kopien von Bild 1 und Bild 10, die das Fokussieren des Atomlasers zeigen. Die Höhe der Bilder beträgt 2,2 mm, und der zeitliche Abstand zwischen zwei Aufnahmen beträgt 2 ms.

Werden die Ramanlaser abgeschaltet, nachdem der Atomlaserstrahl die Kopplungszone einmal durchlaufen hat, bleiben die Atome im magnetisch gefangenen Zustand  $|F = 2, m_F = 1\rangle$  und oszillieren im Potential der Magnetfalle auf und ab. Man sieht deutlich die Dynamik des Atomlaserwellenpaketes beim Durchlaufen des Oszillators: an den Umkehrpunkten ist die Aufenthaltswahrscheinlichkeit am größten und dort läuft das Wellenpaket zusammen. In der anschließenden Beschleunigungsphase wird das Wellenpaket in die Länge gezogen.

Mehr als 35 Oszillationsperioden werden beobachtet. Trotz der wiederholten Stauungen und Dehnungen des Wellenpaketes werden keine dispersiven Effekte, die ein Auseinanderlaufen des Wellenpaketes zur Folge hätten, gesehen. Dies kann der energetischen Schmalbandigkeit des Atomlasers zugeschrieben werden.

### **Fokussieren des Atomlasers**

Auf seiner Trajektorie durch den magnetischen Resonator wird ein Fokussieren und Defokussieren des Atomlasers beobachtet. Der Grund hierfür liegt in der axialen Krümmung des Magnetpotentials der Ioffe-Falle transversal zur Atomlaserausbreitungsrichtung. Dieses schwach harmonische Potential wirkt als Magnetlinse auf den Atomlaser analog zu einer quadratischen Brechungsindexvariation in der Optik, die Lichtstrahlen fokussiert. Abbildung 2.8b zeigt, daß der Strahl von seiner anfänglichen Breite von  $70\ \mu\text{m}$  auf eine Breite von  $7\ \mu\text{m}$  fokussiert wird, was der Auflösungsgrenze des Abbildungssystems entspricht. Die exakte Größe der Strahltaile im Fokus kann bestimmt werden, indem man den fokussierten Atomlaserstrahl an einem optischen Gitter, das von einem retroreflektierten Laserstrahl erzeugt wird, beugt. Die Bestimmung der Fokusgröße würde Aussagen darüber erlauben, ob der Atomlaser materiewellen-beugungsbegrenzt fokussiert wird.

## 2.3 Kontinuierliche Detektion des Atomlasers in Echtzeit

Bei der Untersuchung von Bose-Einstein-Kondensaten in gasförmigen Alkalimetallen wurde bisher entweder die Absorptionsabbildung (siehe Kapitel 1.2) oder das nicht-destruktive Phasenkontrastverfahren [57] eingesetzt. Zur Abbildung von Atomlaserstrahlen kann das Phasenkontrastverfahren nicht verwendet werden, weil die optischen Dichten der Atome und damit die erzeugte Phasendrehung des fernresonanten Abbildungslaserstrahls zu gering sind. Bisherige Untersuchungen an Atomlasern wurden deswegen ausschließlich durch die Aufnahme von Absorptionsabbildungen gewonnen [7, 10, 11].

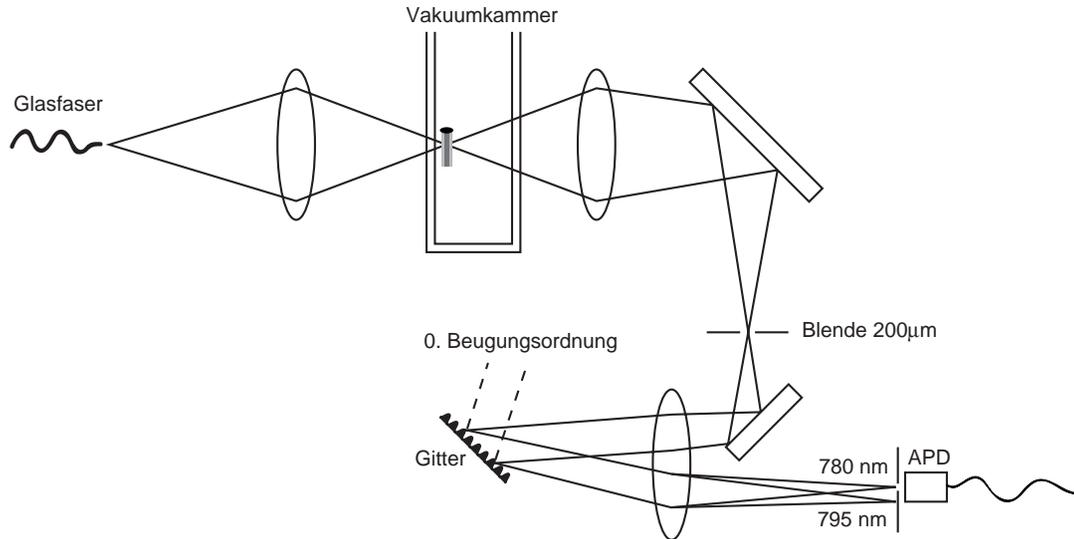
Der große Vorteil von Absorptionsabbildungen ist die experimentelle Einfachheit bei der Aufnahme und bei der Auswertung. Die Hauptnachteile sind Zerstörung der atomaren Wellenfunktion durch Photonenstreuung und die vergleichsweise lange Zeitdauer, bis die Meßergebnisse vorliegen. Typische Auslesezeiten von empfindlichen Slow-Scan CCD-Kameras liegen im Bereich von einigen 100 ms bis Sekunden. Bisher ist es noch nicht gelungen, mit einer Absorptionsabbildung nur Teile eines Atomlaserstrahls oder eines Bose-Kondensats so zu detektieren, daß die nicht detektierten Atome ungestört bleiben würden und mehrfache Aufnahmen möglich sind. Da die Auskopplung des Atomlaserstrahls im Prinzip Experimente mit über 100 ms Dauer ermöglicht, die klassische Absorptionsabbildung aber immer nur "Schnappschuß"-Aufnahmen machen kann, ist ein alternatives Abbildungsverfahren für Atomlaserstrahlen erforderlich.

Ein schnelles Abbildungsverfahren, das Informationen in Echtzeit liefert, kann es auch ermöglichen, über eine Rückkopplungsschleife das Kondensat zu manipulieren und Experimente mit "Feedback" zu realisieren.

### 2.3.1 Das Meßverfahren

Die Idee des Meßverfahrens besteht darin, den Atomlaserstrahl mit Hilfe der Ramanlaser lokal vom  $F=1$ -Hyperfeingrundzustand in den  $F=2$ -Hyperfeingrundzustand kohärent zu transferieren, um dann die  $F=2$ -Atome zustandselektiv nachweisen zu können. Der Nachweis der Atome im  $F=2$ -Zustand erfolgt durch Absorptionsmessung auf dem geschlossenen  $F=2 \rightarrow F'=3$ -Übergang. Der Absorptionslaserstrahl wird auf eine Stelle im Atomlaser fokussiert. Die Atome absorbieren das Licht des Nachweislaserstrahls, sobald sie von den Ramanlasern in den anderen Zustand transferiert worden sind. Die Abschwächung des Laserstrahls wird gemessen. Hierzu werden nach dem Austritt aus der Vakuumkammer die beiden Laserwellenlängen mit Hilfe eines selbstgebauten Gitterspektrographen getrennt, um ein untergrundfreies Absorptionssignal zu erhalten (siehe Abbildung 2.9). Die Blende in der Zwischenbildebene unterdrückt Streulicht und Laserlicht, das den Atomlaserstrahl nicht getroffen hat. Eventuelles Streulicht des  $F=2$ -Nachweislasers beeinflusst die Atome im Bose-Kondensat und den Teil des Atomlaserstrahls, der sich noch im  $F=1$ -Zustand befindet, nicht, weil das Laserlicht 6,8 GHz von der  $F=1$ -Resonanz verstimmt ist und spontane Streuung unterdrückt wird.

Experimentell wird den Ramanlasern, die 70 GHz rotverstimmt von der  $D_1$ -Linie (Wellenlänge  $\lambda = 795$  nm) von  $^{87}\text{Rb}$  betrieben werden, ein Laserstrahl überlagert, der resonant mit dem  $F=2 \rightarrow F'=3$ -Übergang ( $D_2$ -Linie bei  $\lambda = 780$  nm) ist. Dadurch kann für die Ramanlaser und den Absorptionslaser die gleiche Fokussieroptik verwendet werden. Die Intensität des Absorptionsstrahles wird zu  $1/5$  der Sättigungsintensität des  $F=2 \rightarrow F'=3$ -

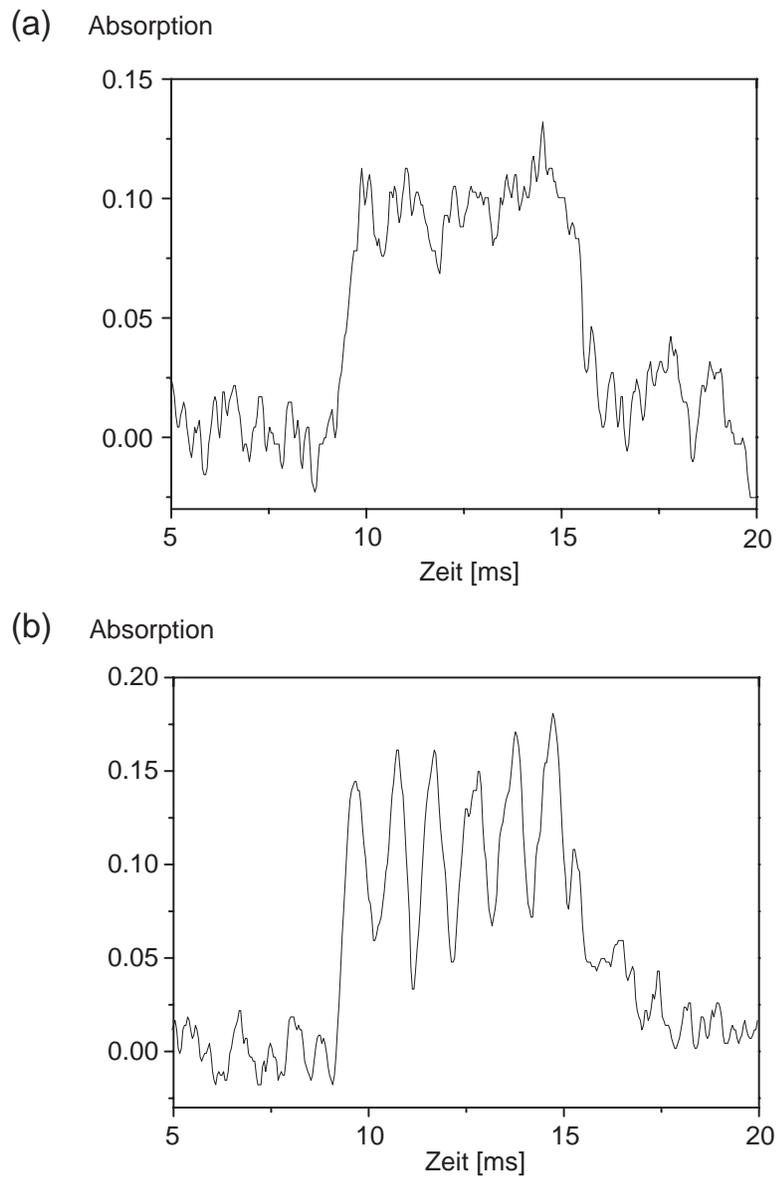


**Abbildung 2.9:** Aufbau für die Absorptionsmessung am Atomlaserstrahl. Aus der Glasfaser tritt sowohl das Ramanlaserlicht als auch das Absorptionslaserlicht aus. Die beiden Frequenzen werden mit einem Beugungsgitter getrennt und das Absorptionssignal (780 nm Wellenlänge) von einer Avalanche-Photodiode (APD) nachgewiesen.

Übergangs von  $I_{sat} = 1,6 \text{ mW/cm}^2$  gewählt, um den atomaren Übergang nicht zu sättigen. Bezogen auf die beleuchtete Querschnittsfläche des Atomlasers entspricht dies einer Laserleistung von 5 nW. Der Nachweis des Absorptionssignals erfolgt mit einer auf  $-20^\circ\text{C}$  gekühlten Avalanche-Photodiode (EG&G C30902-DTC). Die Kühlung bewirkt ein niedriges Untergrundstromrauschen von 1-2 nA und der Avalanche-Mechanismus eine hohe interne Verstärkung von ca. 100 A/W. Das Signal der Photodiode wird elektronisch verstärkt und von einem Speicheroszilloskop aufgezeichnet. Das durch den Dunkelstrom begrenzte Signal/Rausch-Verhältnis beträgt 500:1, womit die Nachweisgrenze für ein Absorptionssignal bei  $2 \times 10^{-3}$  liegt.

### 2.3.2 Messungen

Abbildung 2.10a zeigt das Absorptionssignal eines für 6 ms Dauer ausgekoppelten Atomlaserstrahls. Die zeitliche Auflösung ist durch die Durchflugszeit der Atome durch den Fokus des Absorptionsstrahles gegeben. Die Differenzfrequenz der Ramanlaser ist so justiert, daß die Atome im Intensitätsmaximum des Strahles umgepumpt werden. Mit einer Geschwindigkeit der Atome von 10 cm/s und einem  $1/e^2$ -Radius des Absorptionslasers von  $26 \mu\text{m}$  erhält man eine Auflösung von  $260 \mu\text{s}$ . Geschieht die Atomlaserauskopplung aus dem Bose-Einstein-Kondensat mit zwei Radiofrequenzen, so entsteht eine Überlagerung zweier Atomlaserstrahlen unterschiedlicher Energie. Wegen der Phasenkohärenz des Bose-Kondensats interferieren die Materiewellen [9]. Das entstehende Interferenzmuster besitzt eine Periode, die der Differenzfrequenz der Auskoppelfrequenzen entspricht. Das Absorptionssignal eines solchen Interferenzmusters mit einer Frequenz von 1 kHz ist in Abbildung 2.10b gezeigt.



**Abbildung 2.10:** Absorptionsmessungen am Atomlaserstrahl. Die Zeitskala hat ihren Nullpunkt bei Beginn der Auskopplung. **(a)** Messung eines für 6 ms ausgekoppelten Atomlaserstrahls. **(b)** Meßkurve eines Schwebungssignals zweier Atomlaserstrahlen mit einer Energiedifferenz von 1 kHz.

Das gemessene RMS-Rauschen des Absorptionssignals beträgt  $1,1 \times 10^{-2}$  und liegt einen Faktor 5 über dem theoretischen Dunkelstromlimit der Photodiode. Das Rauschen hat verschiedene experimentelle Ursachen. Erstens kann der Absorptionslaserstrahl wegen der geringen Lichtleistung nicht intensitätsstabilisiert werden. Eine Stabilisierung nahe der Nachweisgrenze von Photodiode und Verstärker birgt das erhebliche Risiko, Störsignale auf den Laserstrahl aufzumodulieren statt herauszuregeln. Zweitens können Luftströmungen über dem optischen Tisch die Strahlage verschieben und die Transmission durch die Blende in der Zwischenbildebene verändern. Das elektronisches Rauschen des Photodiodenverstärkers sowie die endliche Digitalisierungsaufösung des Oszilloskops liefern weitere Beiträge zur Meßungenauigkeit. Das Rauschen des Photodiodenverstärkers kann durch eine Reduzierung der Bandbreite von gegenwärtig ca. 10 kHz auf etwa 4 kHz (was der zeitlichen Auflösung durch die endliche Fokusbreite entspricht) vermindert werden. Außerdem könnten Intensitätsschwankungen des Absorptionslasers möglicherweise eliminiert werden, wenn man mit einer identischen Photodiode gleichzeitig die Intensität eines nicht absorbierten Teils des Laserstrahls detektiert und die Messwerte anschließend dividiert.

### 2.3.3 Anwendungsmöglichkeiten des Meßverfahrens

Mit der hier vorgestellten Technik ist es möglich, die Atomlaserauskopplung über eine wesentlich längere Zeit zu verfolgen als mit der klassischen Absorptionsabbildung, bei der die Atome aus dem Bildbereich der Kamera herausfallen. So können Auskoppeldauern von bis zu 300 ms beobachtet werden.

Eine mögliche Anwendung der Absorptionsmessung am Atomlaserstrahl wäre die Detektion kollektiver Anregung im Bose-Einstein-Kondensat. Moduliert man das Fallenpotential mit einer Sprungfunktion, in der ein breites Frequenzspektrum enthalten ist, so kann dem Kondensat eine Überlagerung verschiedener Anregungen aufgeprägt werden. Diese Anregungen führen zu einer Dichtemodulation im Kondensat und somit zu einer Intensitätsmodulation des Atomlaserstrahls. Wird der Atomlaserstrahl über eine hinreichend lange Zeitdauer beobachtet, liefert die Fourierzerlegung der Atomlaserintensität das Spektrum der Kondensatanregungen. Gelingt es, ein Kondensat ohne Anregungen zu präparieren, kann man aus der Fouriertransformierten des Signals die Korrelationsfunktion für Teilchenzahlfuktuationen ermitteln [87]. Denkbar sind auch Experimente, in denen das detektierte Atomlasersignal über eine Rückkopplungsschleife auf das Bose-Kondensat zurückgegeben wird. Experimente, in denen die Eigenschaften des Bose-Kondensats durch Feedback verändert werden, sind in der Theorieliteratur bereits vorgeschlagen [88].

## Kapitel 3

# Messung der zeitlichen Kohärenz des Atomlasers

Die zeitliche Kohärenz ist in der Lichtoptik und in der Atomoptik gleichermaßen ein fundamentales Konzept. Eine perfekte zeitliche Kohärenz würde es erlauben, die Phasenentwicklung des Licht- bzw. Materiewellenfeldes auf beliebige Zeit vorherzusagen. Dieser Idealvorstellung stehen jedoch verschiedene Prozesse entgegen, die die Phasenentwicklung stören und eine endliche Kohärenzzeit bewirken.

Bisherige Untersuchungen der Kohärenz von Bose-Einstein-Kondensaten beschränkten sich auf den Ortsraum: die Demonstration, daß zwei getrennte Kondensate interferieren können [8], die Messung der räumlich konstanten Phase eines Bose-Kondensats [32, 33], und die Bestimmung der räumlichen Korrelationsfunktion erster Ordnung [9]. Die Frage der zeitlichen Evolution der Phasen von Bose-Kondensaten wird in [89] adressiert, wo die relative Phasenentwicklung zweier Spinkomponenten untersucht wird. Diese Messung ist jedoch unempfindlich auf Fluktuationen, die beide Komponenten gemeinsam betrifft, weil der Detektor nicht unabhängig vom Untersuchungsobjekt ist. Es wurde zudem theoretisch gezeigt, daß die Stabilität der Relativphasen durch eine grundlegende Symmetrie des Zweikomponenten-Kondensats hervorgerufen wird [90]. Daher erlaubt die Messung keine Aussagen über die Phasendiffusion im Bose-Einstein-Kondensat.

In diesem Kapitel wird die Messung der zeitlichen Kohärenz eines Atomlaserstrahls erläutert, in der der Detektor weitgehend unabhängig von der Quelle ist, da beide räumlich und zeitlich voneinander getrennt sind. Bei der Retroreflektion des Atomlasers an dem Ramanspiegel baut sich ein Stehwellenmuster auf, dessen Kontrast abhängig von der Kohärenzzeit des Strahls ist. Mit Hilfe eines Magnetresonanz-Abbildungsverfahrens kann die Materiewelle des Atomlasers mit einer Auflösung von 65 nm detektiert werden. Es zeigt sich, daß die Kohärenzzeit des Atomlasers durch die Dauer seiner Auskopplung aus einem Bose-Einstein-Kondensat Fourier-begrenzt ist. Insbesondere kann seine Linienbreite deutlich unterhalb der Energiebreite eines ballistisch expandierenden Bose-Kondensats liegen. Die Messung ergibt auch eine untere Grenze für zeitliche Phasenfluktuationen des Bose-Kondensats.

## 3.1 Theorie

### 3.1.1 Zeitliche Kohärenz

Eine eindimensionale monochromatische Welle läßt sich in komplexer Notation durch

$$\psi(t, x) = e^{i(\omega t - kx)} \quad (3.1)$$

beschreiben, wobei  $\omega$  die Kreisfrequenz und  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  die Wellenzahl bezeichnet. An jedem festen Ort  $x$  variiert die Phase dieses Wellenfeldes linear mit der Zeit und die Amplitude des Feldes ist konstant. Ein Wellenfeld mit diesen Eigenschaften läßt sich experimentell natürlich nicht realisieren. Jedes Wellenfeld besitzt immer eine endliche Ausdehnung in Raum und Zeit und damit auch eine bestimmte Verteilung der Wellenzahlen  $k_0 - \Delta k/2 < k < k_0 + \Delta k/2$  und Frequenzen  $\omega_0 - \Delta\omega/2 < \omega < \omega_0 + \Delta\omega/2$ .

Die Untersuchung der zeitlichen Entwicklung der Phase an einem festen Ort ist für die Feststellung der zeitlichen Kohärenz ausreichend, d. h. es wird nur  $\psi(t) = e^{i\omega t}$  betrachtet. Die Amplitude und die Phase eines endlich ausgedehnten Feldes fluktuieren auf einer Zeitskala, die durch die Frequenzbreite  $\Delta\omega$  bestimmt wird. Die komplexe Amplitude des Feldes bleibt nur für einen Zeitraum konstant, innerhalb dessen sich die relative Phase zweier Frequenzen des Frequenzspektrums um weniger als  $2\pi$  entwickelt hat [91]. Die Kohärenzzeit wird durch  $\tau = 2\pi/\Delta\omega$  bestimmt.

Formal wird der Kohärenzgrad eines Wellenfeldes gegeben durch die zeitliche Korrelationsfunktion erster Ordnung:

$$\gamma(\tau) = \langle \psi(t) \psi^*(t + \tau) \rangle. \quad (3.2)$$

Für ein monochromatisches Feld (Gleichung 3.1) erhält man

$$\gamma(\tau) = e^{-i\omega\tau} \quad (3.3)$$

und wegen  $|\gamma(\tau)| = 1$  perfekte zeitliche Kohärenz (siehe Abbildung 3.1a).

Für ein Wellenpaket mit einer gaußförmigen Einhüllenden

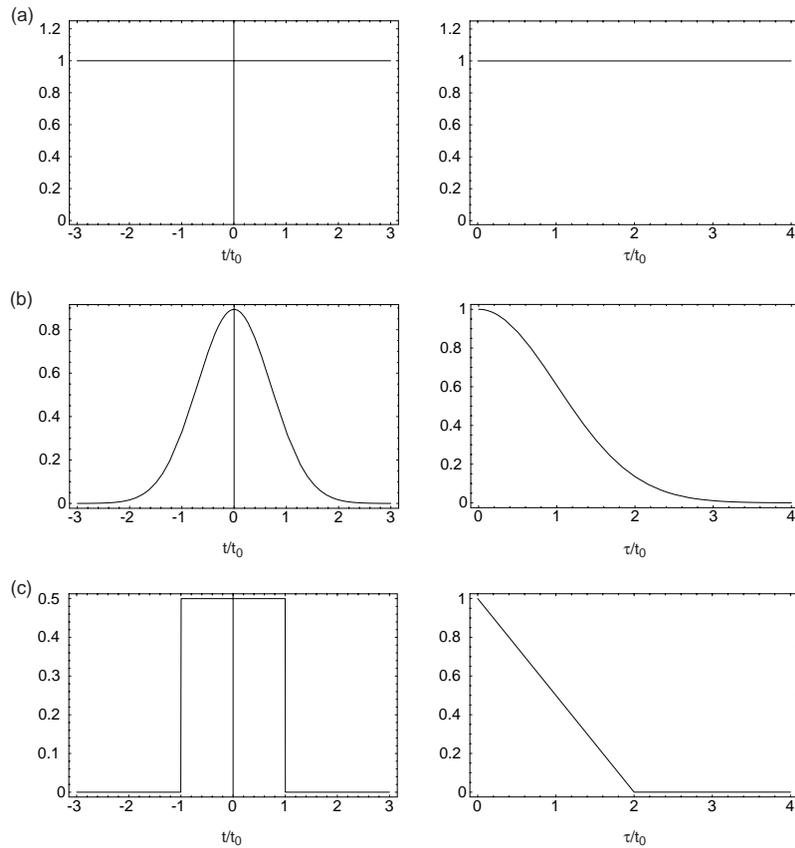
$$\psi(t) = \left( \frac{2}{\pi\Delta t^2} \right)^{1/4} e^{i\omega_0 t} e^{-\frac{(t-t_0)^2}{\Delta t^2}} \quad (3.4)$$

hingegen, das sowohl zeitlich ein Intervall  $\Delta t$  als auch im Frequenzraum ein Intervall  $\Delta\omega = 2\pi/\Delta t$  überdeckt, erhält man

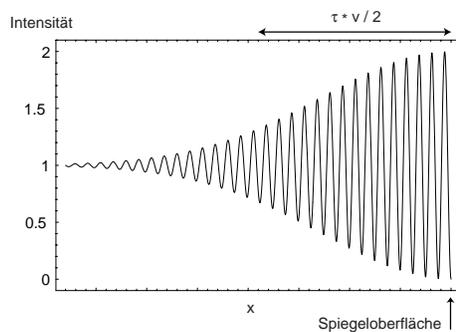
$$|\gamma(\tau)| = e^{-\frac{\tau^2}{2\Delta t^2}}, \quad (3.5)$$

d. h. einen Abfall der Korrelationsfunktion auf der Zeitskala  $\sqrt{2}\Delta t$  (siehe Abbildung 3.1b). Für ein Wellenpaket mit einer rechteckförmigen Einhüllenden, wie es bei Atomlasereperimenten in der Regel realisiert ist, ist die Korrelationsfunktion in Abbildung 3.1c gezeigt.

Die zeitliche Korrelationsfunktion kann in einem Interferometer direkt gemessen werden, indem eine zeitliche Verzögerung zwischen den beiden Armen eingestellt wird. Eine typische Anordnung in der Optik ist ein Michelson-Interferometer, in dem die Weglängendifferenz geteilt durch die Lichtgeschwindigkeit die zeitliche Verzögerung  $\tau$  ergibt. Der Kontrast des resultierenden Interferenzmusters ist  $|\gamma(\tau)|$ .



**Abbildung 3.1:** Zeitliche Korrelationsfunktionen. Links ist jeweils die Einhüllende des Wellenpakets gezeigt, rechts der Betrag der korrespondierenden zeitlichen Korrelationsfunktion  $|\gamma(\tau)|$ . **(a)** Ebene Welle, gemäß Gleichung 3.1. Die Korrelationsfunktion ist ebenfalls unendlich ausgedehnt, was perfekter zeitlicher Kohärenz entspricht. **(b)** und **(c)** Gaußförmiges und rechteckförmiges Wellenpaket. Die Abfalllänge der Korrelationsfunktion, die der Korrelationszeit entspricht, liegt in der Größenordnung der zeitlichen Ausdehnung der Wellenpakete.



**Abbildung 3.2:** Retroreflexion eines Wellenfeldes mit Kohärenzzeit  $\tau$  an einem Spiegel. Der Kontrast fällt räumlich ab, weil die Zeitverzögerung zwischen den interferierenden Wellen mit wachsendem Abstand vom Spiegel zunimmt.  $v$  bezeichnet die Geschwindigkeit der einlaufenden Welle.

Eine andere Möglichkeit, eine Welle mit Zeitverzögerung mit sich selbst interferieren zu lassen, ist die Retroreflektion an einem Spiegel: der einlaufende und der reflektierte Anteil der Welle überlappen und es kommt zur Ausbildung eines Interferenzmusters (siehe Abbildung 3.2). An einem Punkt mit Entfernung  $x_0$  zum Spiegel ist die zeitliche Verzögerung zwischen ein- und auslaufender Welle

$$\Delta\tau = \frac{2x_0}{v}, \quad (3.6)$$

wobei  $v$  die Phasengeschwindigkeit bedeutet. Der Kontrast des Interferenzmusters nimmt also mit wachsender Entfernung zum Spiegel ab. Für ein Wellenfeld mit Kohärenzzeit  $\tau$  verschwindet der Interferenzkontrast nach einer Entfernung  $x_{max} = \tau \cdot v/2$ . Indem man vor dem Spiegel einen Strahlteiler anbringt, mit dem man eine kleine Portion der Stehwellenamplitude auf einen Detektor ablenkt, läßt sich der Kontrast in Abhängigkeit der Position des Strahlteilers bestimmen. Wie weiter unten ausführlich beschrieben wird, kann die Kohärenzzeit des Atomlasers nach diesem Verfahren gemessen werden.

Die Bestimmung der zeitlichen Korrelationsfunktion ermöglicht fundamentale Aussagen über das Wellenfeld. Die Fouriertransformierte der zeitlichen Korrelationsfunktion ist das Leistungsspektrum des Wellenfeldes und beschreibt dessen spektrale Energieverteilung. Interferenzfähigkeit und spektrale Energiebreite sind also durch die Korrelationsfunktion miteinander verknüpft.

### 3.1.2 Die Linienbreite des Atomlasers

Die Energieverbreiterung des Atomlasers kann durch unterschiedliche Mechanismen hervorgerufen werden, deren Beiträge sich über mehrere Größenordnungen im Energieraum erstrecken. Die in der Theorieliteratur bekannten Mechanismen, die zu einer Linienverbreiterung führen, werden im folgenden erläutert. Hierbei werden lediglich die für den im Experiment verwendeten monochromatischen Radiofrequenzauskoppler relevanten Beiträge besprochen. Modelle, die aufgrund zu starker Vereinfachungen (z. B. durch Vernachlässigung von Gravitation) keine quantitativen Aussagen erlauben, werden nicht behandelt [92, 93, 94].

#### Die Ausdehnung des Bose-Einstein-Kondensats

Eine natürliche Obergrenze für die Energiebreite des Atomlasers ist das Frequenzintervall  $\Delta\nu$ , aus dem eine Auskopplung aus dem Bose-Einstein-Kondensat erzielt werden kann (siehe Abbildung 1.6). Aufgrund der räumlichen Ausdehnung des Kondensats im Gravitationsfeld erhält man:

$$\Delta\nu_{RF} = \frac{2 r_{TF,z} m g}{h}. \quad (3.7)$$

Darin bezeichnet  $r_{TF,z}$  den Thomas-Fermi-Radius des Bose-Kondensats in vertikaler Richtung,  $m$  die Masse der Atome und  $g$  die Gravitationsbeschleunigung. Der Wert von etwa 15 kHz läßt sich experimentell nur in sehr geringem Umfang beeinflussen, da der Thomas-Fermi-Radius nur schwach von den justierbaren Parametern Fallenfrequenz und Atomzahl abhängt (siehe Gleichung 1.11).

### Auskoppeldauer und Auskoppelrate

In zwei Veröffentlichungen [12, 95] haben Band *et al.* die Begrenzung der Atomlaserlinienbreite durch die Dauer der Radiofrequenzaukoplung sowie durch die Auskoppelrate untersucht. Hierbei wird angenommen, daß die Auskoppelrate  $\gamma$  so gering ist, daß die Ratengleichung

$$\dot{N}_0 = -\gamma N_0 \quad (3.8)$$

während des gesamten Auskoppelprozesses gültig ist und die Auskoppelrate konstant ist.  $N_0$  bezeichnet die Atomzahl im Kondensat.

Das wesentliche Ergebnis der Theorie sind die zeitabhängigen spektralen Linienbreiten für verschiedene experimentelle Situationen. Für eine Auskoppeldauer  $\tau$ , die deutlich kürzer als die inverse Auskoppelrate  $1/\gamma$  ist, erhält man ein Linienprofil der Form

$$D(\omega, \tau) = \frac{\sin^2(\omega\tau)}{\omega^2}. \quad (3.9)$$

Die Atomlaserlinienbreite  $\Delta\omega$  ist somit Fourier-begrenzt durch die Auskoppeldauer und proportional zu  $1/\tau$ . Wird die Auskoppeldauer länger als die inverse Auskoppelrate, so ändert sich das Linienprofil zu

$$D(\omega, \tau, \gamma) = \frac{|1 - e^{i\omega\tau} e^{-\gamma\tau/2}|}{\omega^2 + \gamma^2/4}, \quad (3.10)$$

was für  $\tau \gg \gamma^{-1}$  einer Lorentzkurve mit Breite  $\gamma/2$  entspricht. Dies bedeutet, daß die Linienbreite durch die Auskoppelrate Fourier-begrenzt ist.

### Phasendiffusion und Schawlow-Townes-Formel

Die fundamentale Grenze für die Linienbreite eines optischen Lasers wird durch Phasendiffusion festgelegt. Spontane Emission von Photonen in die Lasermode führt zu einer willkürlichen Phasendrehung des Lichtfeldes. Betrachtet man einen Laser mit Feldamplitude  $\alpha(t) = \sqrt{N_p} e^{i\phi_p(t)}$ , wobei  $N_p$  die mittlere Photonenzahl in der Lasermode ist, bewirken spontan in diese Mode emittierte Photonen, daß die Varianz der Phase zeitabhängig ist:

$$\langle [\phi_p(t) - \phi_p(0)]^2 \rangle = D_\phi t. \quad (3.11)$$

Die Kohärenzzeit ist direkt mit der Diffusionskonstante  $D_\phi$  verknüpft:

$$\tau_{coh} \simeq \frac{1}{2} \int_0^\infty e^{-\frac{1}{2} D_\phi t} dt. \quad (3.12)$$

Nach Schawlow und Townes [96] wird die Linienbreite für optische Laser durch

$$\Delta\nu_{Laser} \geq \frac{\pi h\nu \Delta\nu_C^2}{P} \quad (3.13)$$

beschränkt. Hier bezeichnen  $\nu$  die Laserfrequenz,  $\Delta\nu_C$  die Halbwertsbreite der Resonanzen des Laserresonators und  $P$  die Leistung des Lasers. Der physikalische Hintergrund dieser Formel liegt in der Tatsache, daß die Breite der Resonator-Resonanzen das spektrale Intervall festlegt, in dem Nettoverstärkung auftreten kann. Je kleiner  $\Delta\nu_C$  gewählt wird,

desto kleiner ist die Zahl der in diese Mode spontan emittierten Photonen. In Gleichung 3.13 gilt das Gleichheitszeichen, wenn genau ein Photon spontan in die Lasermode emittiert wird. Ein wichtiges Charakteristikum dieser Formel ist ihre Unabhängigkeit von den Eigenschaften des Verstärkungsmediums.

Für Bose-Einstein-Kondensate und Atomlaser gelten analoge Betrachtungen. Als Mechanismen, die zur Phasendiffusion führen können, sind einerseits die Wechselwirkungen der Atome im Kondensat [88] und andererseits thermische Anregungen [87] diskutiert worden.

### Durch Wechselwirkungen im Kondensat induzierte Phasendiffusion

Die mean-field-Wechselwirkung der Atome im Bose-Kondensat erzeugt eine Korrelation zwischen Phasen- und Teilchenzahlfuktuationen. Fluktuationen in der Teilchenzahl führen zu Energiefluktuationen des Kondensats. Die Stärke der Wechselwirkung ist charakterisiert durch die Wechselwirkungsselbstenergie  $C$

$$C = \frac{1}{N_0^2} \frac{2\pi\hbar a}{m} \int |\psi(r)|^4 dr. \quad (3.14)$$

Diese Formel unterscheidet sich von Ref. [88] durch einen zusätzlichen Faktor  $1/N_0^2$ . Dies resultiert aus der unterschiedlichen Normierung der Kondensatwellenfunktion. Drückt man  $C$  in Einheiten der Auskoppelrate aus, erhält man den dimensionslosen Parameter

$$\chi = 4 N_0 C / \gamma \quad (3.15)$$

und damit die Phasenfluktuationen [88]:

$$D_\phi t = \frac{\gamma}{2N_0} t + \frac{\chi^2}{2N_0} (e^{-\gamma t} + \gamma t - 1). \quad (3.16)$$

$N_0$  bezeichnet die Atomzahl im Bose-Einstein-Kondensat und  $\gamma$  die Auskoppelrate. Für  $\chi = 0$  erhält man den Ausdruck für einen optischen Laser ohne Intensitätsfluktuationen. Die Kohärenzzeit läßt sich daraus in zwei Grenzfällen explizit angeben

$$\tau_{coh} = \begin{cases} \frac{2N_0}{\gamma(1+\chi^2)} & \text{für } \chi \ll \sqrt{N_0} \\ \frac{\sqrt{2\pi N_0}}{2\gamma\chi} & \text{für } \chi \gg \sqrt{N_0} \end{cases}, \quad (3.17)$$

und für den experimentell realisierten Fall  $\chi \simeq \sqrt{N_0}$  fallen beide Lösungen zusammen auf

$$\tau_{coh} \simeq 2/\gamma. \quad (3.18)$$

Der Einfluß der Wechselwirkungen wird erst relevant, wenn es gelingt Atomlaserlinienbreiten in der Größenordnung der Auskoppeldauer zu messen.

### Thermisch induzierte Phasendiffusion

Experimente mit Bose-Einstein-Kondensaten finden naturgemäß bei sehr tiefer, aber endlicher Temperatur statt. Viele Kondensateigenschaften werden sehr gut durch die Gross-Pitaevskii-Gleichung 1.7 beschrieben, die eine  $T = 0$  Näherung darstellt. Im Gegensatz

dazu finden im Sinne von Graham [87] alle Experimente bei "hohen" Temperaturen statt, weil das Regime durch  $k_B T \gg \hbar \omega$  und durch  $k_B T > \mu$  gekennzeichnet ist.  $\omega$  bezeichnet die Fallenfrequenz und  $\mu$  das chemische Potential. Dies bedeutet, daß Teilchenzahl- und Phasenfluktuationen von thermischen Anregungen verursacht werden. Ordnet man der Anregungsmode  $\nu$  eine Linienbreite  $\Gamma_\nu$  zu, so erhält man die Korrelationszeit für Teilchenzahlfluktuationen

$$\tau_c = \frac{\hbar \langle \delta N_0^2 \rangle}{2 \Gamma_0 \langle N_0 \rangle k_B T}. \quad (3.19)$$

Auf Zeitskalen sehr viel größer als  $\tau_c$  diffundiert die Phase der komplexen Kondensatwellenfunktion  $\alpha(t) = \sqrt{N_0} e^{i\phi_0(t)}$ . Die Diffusionskonstante  $D_\phi$  ist analog zu Gleichung 3.11 definiert und beträgt

$$D_\phi = \frac{k_B T (\Gamma_0 + \Gamma_0^{-1})}{\hbar \langle N_0 \rangle}. \quad (3.20)$$

Die Phasendiffusion bewirkt eine Linienbreite  $\Delta\nu$  der Kondensatwellenfunktion, die durch die Diffusionskonstante bestimmt ist [87]:

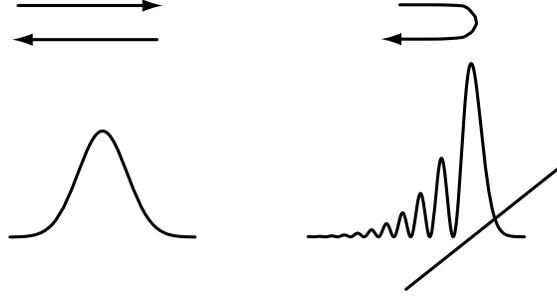
$$\Delta\nu = \frac{k_B T (\Gamma_0 + \Gamma_0^{-1})}{2 \hbar \langle N_0 \rangle} \geq \frac{k_B T}{\hbar N_0}, \quad (3.21)$$

was eine zur Schawlow-Townes-Formel analoge Beziehung für Bose-Einstein-Kondensate darstellt. Aus Gleichung 3.21 wird deutlich, daß die durch Phasendiffusion begrenzte Linienbreite für typische Teilchenzahlen von  $N_0 = 10^6$  und Temperaturen unter 400 nK lediglich in der Größenordnung von 1 Hz liegt. Einerseits verspricht dieser niedrige Grenzwert natürlich eine prinzipiell sehr schmalbandige Atomlaserauskopplung, andererseits sind dadurch Messungen der Phasendiffusion äußerst schwierig.

## 3.2 Messung

### 3.2.1 Prinzip der Messung

Zur Messung der zeitlichen Kohärenz eines Atomlaserstrahls wird das Stehwellenmuster untersucht, das bei der Retroreflektion an dem in Kapitel 2 beschriebenen Spiegel entsteht. Die einlaufende und die retroreflektierte Materiewelle überlappen und der Interferenzkontrast ist abhängig von der Kohärenzzeit des Atomlasers.



**Abbildung 3.3:** Prinzip der Messung. Ein einlaufendes Wellenpaket wird von einem linearen Magnetfeldgradienten reflektiert und bildet am Umkehrpunkt eine Stehwellenstruktur aus.

Die experimentelle Situation unterscheidet sich von Abbildung 3.2 insofern, daß es sich bei dem Materiewellenspiegel nicht um einen harten Spiegel handelt, sondern die Atome von einem linearen Gradienten reflektiert werden (Abbildung 3.3). Die einlaufenden Atome werden langsam abgebremst und nach der Umkehr wieder beschleunigt. Im Bild von de-Broglie-Wellen bedeutet dies, daß die Wellenfunktion eine ortsabhängige Wellenlänge besitzt. Die stationären Lösungen der Schrödingergleichung in dem linearen Potential

$$V(z) = \left( \frac{\mu_B}{2} B' - mg \right) z \quad (3.22)$$

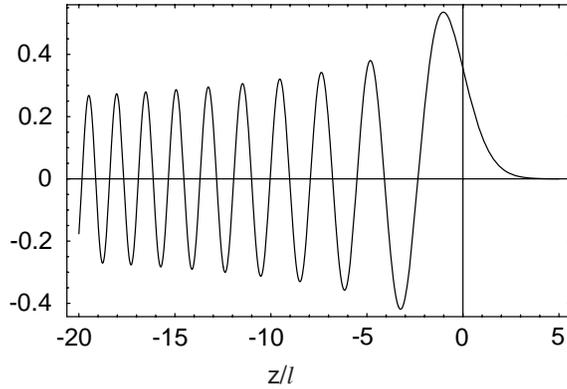
sind Airyfunktionen [27] (siehe Abbildung 3.4):

$$\psi(z) = Ai \left( \frac{z - z_0}{l} \right). \quad (3.23)$$

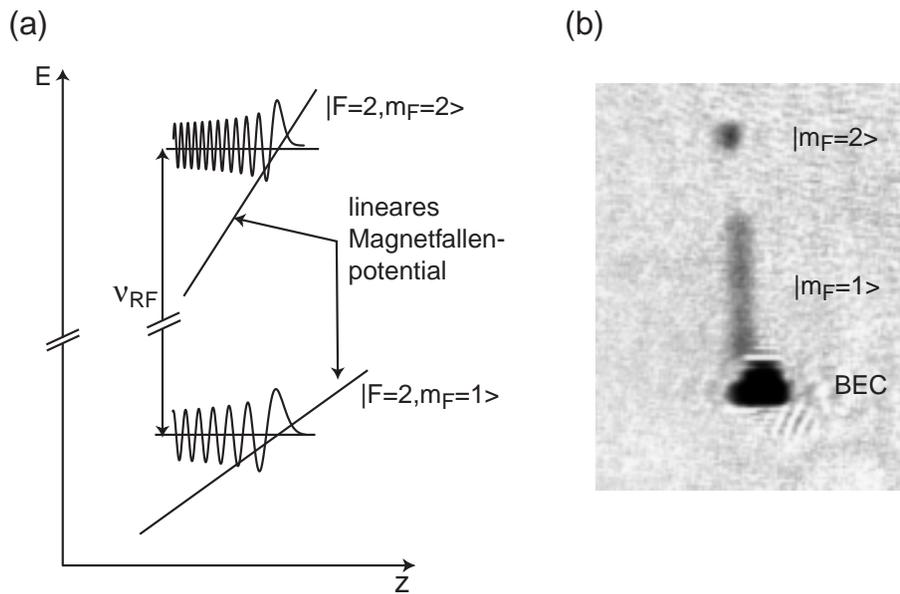
$B'$  ist der Magnetfeldgradient,  $\mu$  das magnetische Moment der Atome,  $g$  die Gravitationsbeschleunigung und  $z_0$  der klassische Umkehrpunkt der Trajektorie. Der Skalierungsparameter  $l$  ist abhängig von der Masse  $m$  und dem Potentialgradienten  $\frac{dV}{dz}$ :

$$l = \left( \frac{\hbar^2}{2m \left| \frac{dV}{dz} \right|} \right)^{1/3}. \quad (3.24)$$

Der Atomlaserstrahl läuft im Zustand  $|F = 2, m_F = 1\rangle$  auf den Spiegel zu, d. h. mit einem magnetischen Moment von  $\mu_B/2$ , und wird von einem Magnetfeldgradienten von  $B' = 200 \text{ G/cm}$  reflektiert. Der Skalierungsparameter beträgt  $l_{|m_F=1\rangle} = 170 \text{ nm}$ , was  $1/5$  der Resonanzwellenlänge von  $^{87}\text{Rb}$  entspricht. Die stehende Materiewelle kann somit optisch nicht aufgelöst werden.



**Abbildung 3.4:** Airyfunktion. Die  $z$ -Achse ist in Einheiten des Parameters  $l$  skaliert.



**Abbildung 3.5:** Magnetresonanzabbildung. (a) Die beiden Zustände  $|F = 2, m_F = 1\rangle$  und  $|F = 2, m_F = 2\rangle$  werden durch ein Radiofrequenzfeld  $\nu_{RF}$  gekoppelt. Die Übergangswahrscheinlichkeit ist proportional zum Überlappintegral und kann durch die Radiofrequenz variiert werden. (b) Zustandselektiver Nachweis durch longitudinale Stern-Gerlach-Separation im inhomogenen Magnetfeld der Ioffe-Falle.

Die Detektion der stehenden Materiewelle geschieht durch eine Magnetresonanzabbildung (siehe Abbildung 3.5a). Wenn sich die Atome dem Umkehrpunkt nähern, werden sie einem schwachen Radiofrequenzfeld ausgesetzt, das den  $|F = 2, m_F = 1\rangle$ -Zustand an den  $|F = 2, m_F = 2\rangle$  Zustand koppelt. Dieser Zeeman-Unterszustand besitzt das zweifache magnetische Moment und der Skalierungsfaktor  $l_{|m_F=2\rangle}$  der korrespondierenden Airyfunktion ist entsprechend kleiner. Die Übergangswahrscheinlichkeit  $p$  zwischen den Zuständen ist proportional zu dem Überlappintegral zwischen den Airyfunktionen

$$p \propto \left| \int dz Ai^* \left( \frac{z - z_{0,|m_F=2\rangle}}{l_{|m_F=2\rangle}} \right) Ai \left( \frac{z - z_{0,|m_F=1\rangle}}{l_{|m_F=1\rangle}} \right) \right|^2. \quad (3.25)$$

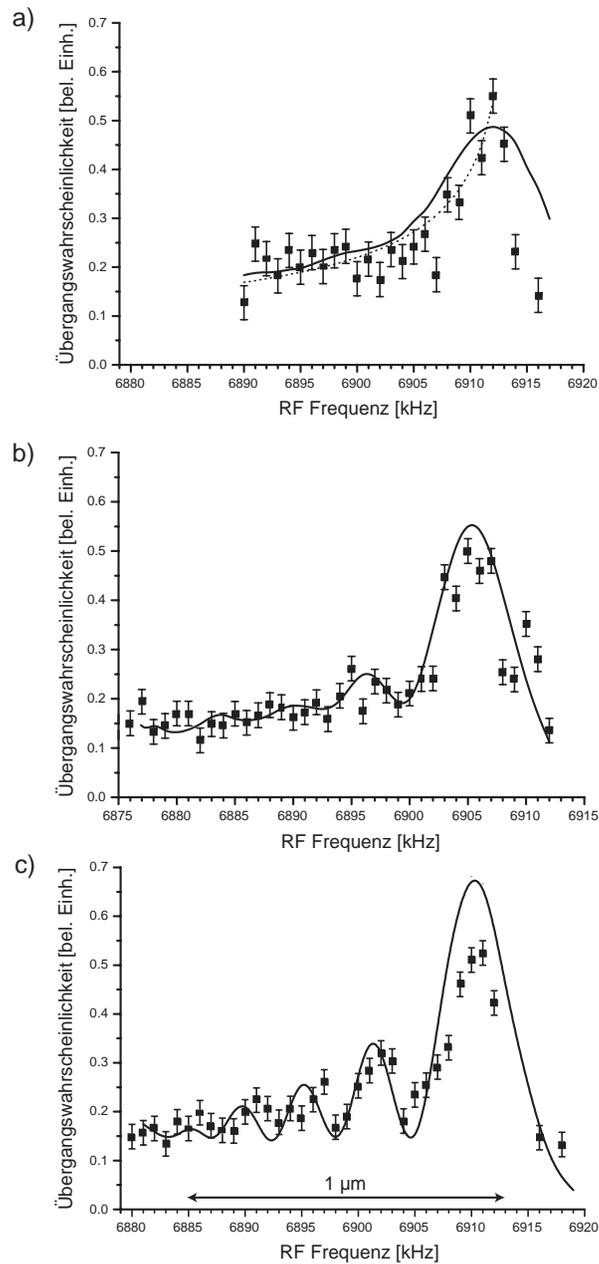
Der Integrand ist ein Produkt zweier oszillierender Funktionen und liefert deswegen nur dort Beiträge, wo die beiden Funktionen die gleiche Periodizität besitzen. Wegen der Struktur der Airyfunktion ist dies lediglich in der Nähe der klassischen Umkehrpunkte der Fall. Der Umkehrpunkt  $z_{0,|m_F=1\rangle}$  der Atome im Zustand  $|F = 2, m_F = 1\rangle$  ist gegeben durch die Gesamtenergie der einlaufenden Atome. Der Umkehrpunkt  $z_{0,|m_F=2\rangle}$  der Atome im  $|F = 2, m_F = 2\rangle$ -Zustand wird hingegen durch die Radiofrequenz festgelegt. Eine Veränderung der Radiofrequenz verschiebt  $z_{0,|m_F=2\rangle}$  bezüglich  $z_{0,|m_F=1\rangle}$  und verändert so auch den Wert des Überlappintegrals.

Die Übergangswahrscheinlichkeit wird im Experiment durch einen zustandselektiven Nachweis der Atome nach der Spiegelung gemessen. Atome, die in den Zustand  $|F = 2, m_F = 2\rangle$  transferiert worden sind, besitzen das zweifache Moment. Dadurch oszillieren sie schneller in dem von der Magnetfalle gebildeten Resonator. Nach einer halben Oszillationsperiode sind die beiden Wellenpakete vollständig voneinander getrennt und können durch eine Absorptionsabbildung nachgewiesen werden (siehe Abbildung 3.5b).

### 3.2.2 Ergebnisse

Die Radiofrequenz-Spektren der Übergangswahrscheinlichkeit  $p$  werden für verschiedene Auskoppeldauern des Atomlasers aufgenommen (siehe Abbildung 3.6). Man sieht deutlich, daß sich mit zunehmender Auskoppeldauer des Atomlasers eine Modulation der Übergangswahrscheinlichkeit aufbaut. Diese Modulation zeigt die quantenmechanische Welleneigenschaft der Atome. Die Erwartung für klassische Teilchen ist demgegenüber, daß die Übergangswahrscheinlichkeit umgekehrt proportional zur Geschwindigkeit der Atome und somit wie  $1/\sqrt{z - z_0}$  skaliert. Ein Fit gemäß dieser Formel ist in Abbildung 3.6a als gestrichelte Linie gezeigt.

Die Radiofrequenzspektren werden mit einer numerischen Berechnung der Übergangsamplitude verglichen. Mit den Meßergebnissen wird eine gute Übereinstimmung erzielt, wenn man die Energiebreite als Faltung der inversen Auskoppeldauer des Atomlasers mit der Energieauflösung des Detektors annimmt. Die Energieauflösung des Detektors von 1,8 kHz wird im nächsten Abschnitt genauer erläutert. Wird der Atomlaser über eine Dauer von 1,5 ms aus dem Bose-Einstein-Kondensat ausgekoppelt, ergibt sich eine Fourier-begrenzte Linienbreite von 700 Hz. Dieser Wert ist deutlich kleiner als das Frequenzintervall, aus dem eine Auskopplung aus dem Bose-Einstein-Kondensat erzielt werden kann (Gleichung 3.7), und ebenfalls deutlich kleiner als die mean-field-Energie des Bose-Kondensats von 2 kHz. Damit wird erstmals experimentell gezeigt, daß die Auskopplung einer Materiewelle aus einem Bose-Einstein-Kondensat eine schmalere Energiebreite



**Abbildung 3.6:** Radiofrequenz-Spektren des Atomlasers für verschiedene Auskoppeldauern. Die durchgezogenen Linien sind numerische Berechnungen der Übergangswahrscheinlichkeit für die jeweilige Auskoppeldauer unter Annahme einer Energieauflösung des Detektors von 1,8 kHz. Die Amplitude ist skaliert, aber die Rechnung enthält keine freien Parameter. **(a)** Auskoppeldauer 200  $\mu\text{s}$ . **(b)** Auskoppeldauer 410  $\mu\text{s}$ . **(c)** Auskoppeldauer 1,5 ms. Der Messfehler wurde aus wiederholten Messungen bei einer konstanten Radiofrequenz bestimmt. Er ist wegen der geringen Anzahl ausgekoppelter Atome am größten in (a). Die Abweichungen vom Hauptmaximum in (c) werden durch die Sättigung des RF-Übergangs verursacht. In (c) ist ein Längenmaßstab gezeigt.

besitzen kann als ein ballistisch expandierendes Bose-Kondensat. Dieses Resultat ist für den Einsatz von Atomlasern in Präzisionsexperimenten, z. B. in der Atominterferometrie, von grundlegender Bedeutung.

### 3.2.3 Energieauflösung des Detektors

In diesem Abschnitt wird die Energieauflösung des Detektors erläutert. Außerdem werden experimentelle Details besprochen, die sich für die Durchführung der Messung als wesentlich herausgestellt haben. Größtenteils handelt es sich dabei um die Charakterisierung der Reproduzierbarkeit der zentralen Elemente wie Magnetfalle und Ramanlaser sowie deren zusätzlicher Stabilisierung.

#### Magnetfalle

Die Stabilität der Magnetfalle ist eine fundamentale Anforderung in der beschriebenen Messung. Kurzzeit-Fluktuation führen zu einem Wackeln des Spiegels und damit zu einer Reduzierung der Kohärenz des reflektierten Strahls. Fluktuationen in der Reproduzierbarkeit bewirken verschiedene Spiegelpositionen in verschiedenen Realisierungen des Experiments. Dies würde die Durchführung der Messung mittels der Magnetresonanzabbildung unmöglich machen, da die Datenpunkte bei den einzelnen Radiofrequenzen in verschiedenen Repetitionen des Experiments gesammelt werden.

Das Stromrauschen des Netzteils, das die Magnetfalle betreibt, wurde gemessen und beträgt  $\Delta I_{RMS}/I < 10^{-4}$ . Zusätzlich unterdrückt die Magnetfeldabschirmung des Experiments dynamische Störfelder bis in die Größenordnung von 0,1 mG. Eine Entmagnetisierung der Abschirmung nach jeder Wiederholung des Experiments wurde getestet, hat sich aber als nicht erforderlich herausgestellt. Die Gleichstrom-Reproduzierbarkeit des Netztes bei verschiedenen Wiederholungen des Experiments beträgt  $6 \times 10^{-5}$ . Die Spiegelung erfolgt bei einem Magnetfeld, das zu 7 MHz Zeemanverschiebung korrespondiert. Somit folgen 760 Hz Gesamtbetrag der Magnetfeldfluktuationen zur Energieauflösung.

#### Ramanlaser

Die Ramanlaser (vgl. auch Abschnitt 2.1.3) üben durch optische Dipolpotentiale eine Niveauverschiebung auf die Atome aus. Die Dipolpotentiale werden durch fernresonante Einphotonenkopplung der Hyperfeingrundzustände an den  $5P_{1/2}$  Zustand hervorgerufen. Die absolute Niveauverschiebung spielt dabei keine Rolle, weil es sich um ein konservatives Potential handelt und die Atome diese Energie nicht aufnehmen können. Die Niveaustuktur des Hyperfeingrundzustandes (Abbildung 2.2) hat jedoch zur Folge, daß der  $F = 1$ - und der  $F = 2$ -Zustand unterschiedlich stark durch die Einphotonenkopplung verschoben werden. Wegen des geringeren Abstandes des  $F = 2$ -Niveaus vom  $5P_{1/2}$  Niveau ist dessen Kopplung stärker und die Verschiebung größer. Aus den Übergangsmatrixelementen und den experimentellen Parametern Verstimmung, Polarisation und Strahlgröße erhält man theoretisch eine differentielle Niveauverschiebung von 80 kHz/mW, was experimentell bestätigt wurde. Die differentielle Niveauverschiebung beeinflusst die exakte Position des Spiegels über den Term  $\Delta_{AC}$  in Gleichung 2.12. Um Fluktuationen in diesem Term gering zu halten, wird die Intensität der Ramanlaser stabilisiert. Hierzu werden von dem aus der Glasfaser an der Experimentierkammer austretenden Licht etwa 10 % abgezweigt und die

beiden Raman-Laserfelder mit einem Polarisationsstrahlteiler getrennt. Je eine Fotodiode registriert die Intensität und eine Rückkopplungsschleife kontrolliert die Beugungseffizienz der akusto-optischen Modulatoren (siehe Abbildung 2.5). Die Intensitäten konnten so jeweils auf eine relative Stabilität von  $3 \times 10^{-3}$  geregelt werden.

Zusätzlich zur zeitlichen Intensitätsfluktuation bewirkt auch ein räumliches Wackeln der Position des Ramanlasers eine Modulation der Intensität an der Resonanzstelle. Diese Modulation kann zwar minimiert werden, indem die Ramanlaserfrequenz so gewählt wird, daß die Resonanzbedingung im Zentrum des Strahlprofils erfüllt wird, aber dies hat sich als unzureichend herausgestellt. Eine aktive Stabilisierung der Strahlage ist erforderlich. Zur Detektion der Strahlposition (nur die vertikale Komponente ist kritisch) wird eine Quadranten-Fotodiode eingesetzt, die fest mit den Spulen der Magnetfalle verbunden ist. Das Differenzsignal zweier vertikal übereinanderliegender Quadranten wird elektronisch verstärkt und dient als Regelsignal. Als Stellelement wird ein kippbarer Spiegel eingesetzt. Hierzu wird in einen Standard-Spiegelhalter ein Piezo-Translator eingesetzt, der über eine analog steuerbare Hochspannungsquelle betrieben wird. Der maximale Kippwinkel beträgt etwa 1 mrad. Mit diesem Aufbau gelingt es, die Position der Strahlage auf  $1/25$  der Strahltaile konstant zu regeln, was zu relativen Intensitätsschwankungen von  $3 \times 10^{-3}$  korrespondiert.

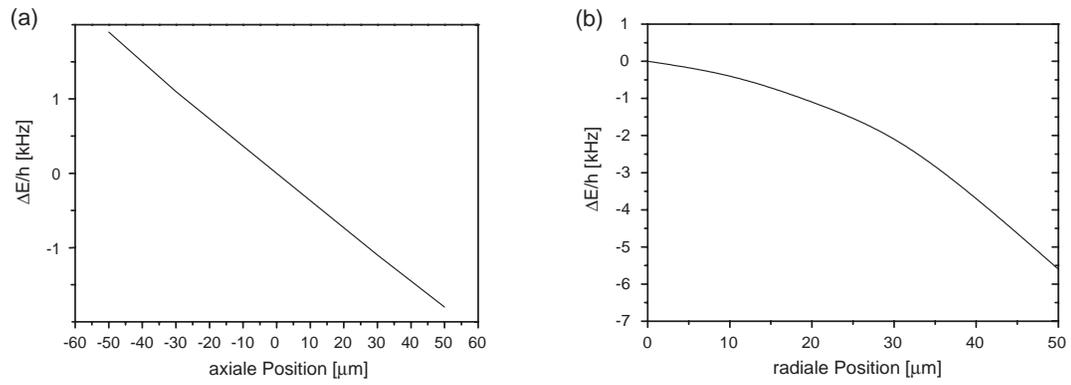
Das optische Dipolpotential der Ramanlaser wird ebenfalls durch deren Verstimmung von der Einphotonenresonanz bestimmt. Die Absolutfrequenz der Ramanlaser wird durch Strom und Temperatur der Laserdioden auf  $\pm 15$  MHz kontrolliert. Relativ zu der 70 GHz-Verstimmung entspricht dies einer Fluktuation von  $5 \times 10^{-4}$ . Das Phasenlock stabilisiert die Differenzfrequenz der Ramanlaser (siehe Abschnitt 2.1.3) auf besser als 10 Hz und liefert nur einen vernachlässigbaren Beitrag.

Insgesamt betragen die relativen Fluktuationen der Ramanlaser  $5 \times 10^{-3}$  und ihr Beitrag zur Energieauflösung ist 420 Hz.

### Magnetfallengeometrie

Die dreidimensionale Geometrie der Magnetfalle reduziert die Energieauflösung des Detektors. In axialer Richtung liegt ein schwacher Gradient vor, wie dies bei Ioffe-Fallen weit vom Zentrum der Falle entfernt üblich ist. Dieser Gradient zeigt sich beispielsweise auch im schrägen Abspringen des Atomlasers vom Ramanspiegel in Abbildung 2.6. Für die Untersuchung der Stehwelle bewirkt er, daß die Resonanzbedingung für den Raman-Spinflip leicht gegen die horizontale Richtung geneigt ist. Atome an einer Seite des Atomlasers werden nach einer anderen Fallstrecke und somit bei anderer Energie gespiegelt als Atome an der anderen Seite. Dadurch liegen die Umkehrpunkte bei unterschiedlichen Magnetfeldern. Eine numerische Berechnung dieser Energieverschiebung nach einer Fallstrecke von  $400 \mu\text{m}$  ist in Abbildung 3.7a gezeigt. Bei einer Atomlaserbreite von  $70 \mu\text{m}$  beträgt die Energieunsicherheit im Umkehrpunkt 2 kHz. Diese Energiebreite kann um den Faktor 4 verringert werden, indem in den Absorptionaufnahmen (Abbildung 3.5b) die Atomdichten nur im zentralen Bereich des reflektierten Atomlaserstrahls ausgewertet werden.

In der radialen Ebene überdecken sich die Schalen konstanten Magnetfeldes und die Schalen konstanter Energie aufgrund von Gravitation nicht. Während der Atomlaser am Ort konstanter Energie reflektiert wird, fragt die Magnetresonanzabbildung den Materiewellenüberlapp an Orten konstanten Magnetfeldes ab. Diese Verschiebung beträgt 1,5 kHz



**Abbildung 3.7:** Einfluß der Geometrie der Magnetfalle auf die Linienbreite. Dargestellt sind numerische Berechnungen der Energieverschiebung von Atomen am Ramanspiegel als Funktion ihres Abstandes vom Zentrum des Atomlaserstrahls. **(a)** Axiale Richtung. **(b)** Radiale Richtung. Die Energieverschiebung ist symmetrisch bezüglich der Mitte des Atomlasers.

über die gesamte Atomlaserbreite (Abbildung 3.7b).

Der Gesamtbeitrag der dreidimensionalen Magnetfeldgeometrie zur erreichbaren Energieauflösung beträgt somit 1,6 kHz.

### 3.3 Diskussion

Die vorgestellten Ergebnisse sind die erste Messung der zeitlichen Kohärenz eines Atomlaserstrahls und auch die erste Messung der zeitlichen Kohärenz eines Bose-Einstein-Kondensats. Sie zeigt, daß eine Atomlaserauskopplung aus einem Bose-Einstein-Kondensat möglich ist, die energetisch schmalbandiger ist als ein frei expandierendes Kondensat. Dies wurde theoretisch vorhergesagt [12, 88, 87, 95] und ist von grundlegender Bedeutung für den Einsatz von Atomlasern in der Atominterferometrie [60] oder möglicherweise der Atomholographie [61].

Die Energieauflösung des Detektors kann in einigen Punkten noch verbessert werden. Der Atomlaserstrahl könnte auf den Spiegel fokussiert werden, um seine Ausdehnung um einen Faktor 100 zu reduzieren. Dies würde die durch die Geometrie des Magnetfeldes hervorgerufene Begrenzung der Energieauflösung um etwa den gleichen Faktor reduzieren. Mit einer zusätzlich verbesserten Stabilisierung der Magnet- und Laserlichtfelder wäre insgesamt eine Verbesserung der Energieauflösung um zwei Größenordnungen vorstellbar, so daß möglicherweise eine Auflösungsgrenze von 10 Hz erreicht wird. Damit kann beispielsweise der Übergang zu einer durch die Auskoppelrate dominierten Energiebreite gemessen werden oder auch der Einfluß der Wechselwirkungen der Atome im Kondensat auf die Linienbreite untersucht werden. Die Messung der Phasendiffusion im 1 Hz-Bereich wäre eine sehr große Herausforderung.

Die durchgeführte Messung zeigt, daß der in Kapitel 2 vorgestellte Ramanspiegel die longitudinale Kohärenz der einlaufenden Materiewellen erhält.

Eine andere interessante experimentelle Alternative wäre, den spiegelnden Magnetfeldgradienten so schwach zu wählen, daß die Gravitation gerade überkompensiert wird. Dadurch wird sich die Wellenlänge der stehenden Materiewelle in den optisch auflösbaren Bereich verschieben und könnte direkt abgebildet werden. Das komplette Radiofrequenzspektrum, für das zur Zeit 40 Wiederholungen des Experiments benötigt werden, könnte in einer einzigen Abbildung gewonnen werden.

Eine stehende Materiewelle in einem linearen Potential konnte in diesem Experiment erstmals räumlich aufgelöst werden. Ähnliche Experimente werden derzeit auch mit ultrakalten Neutronen im Gravitationsfeld angestrebt. Neutronen besitzen aufgrund ihrer geringeren Masse eine wesentlich größere Skalierungslänge der Airyfunktion von etwa  $6 \mu\text{m}$  – 30mal so viel wie im hier berichteten Experiment. Bislang wurde allerdings lediglich der experimentelle Aufbau und der Detektor präsentiert [97], eine Stehwelle konnte noch nicht aufgelöst werden.

In Bezug auf den im Abschnitt 2.2.2 betrachteten Materiewellenresonator zeigt die Aufnahme der Radiofrequenzspektren die räumliche Struktur der Moden im Resonator. Bei einer Resonatorumlauffrequenz von  $\nu = 63 \text{ Hz}$  werden mit einem 700 Hz breiten Materiewellenpaket etwa 10 Vibrationsmoden kohärent besetzt. Dies ist eine Reduzierung um mehr als drei Größenordnungen gegenüber Atomresonatoren, die mit thermischen Atomen aus einer magneto-optischen Falle geladen werden. In diesen Schemata [84] ist die Anzahl der besetzten Moden immer gegeben durch Temperatur und Ausdehnung der Atomquelle. Mit dem Atomlaser gelingt es erstmals, die Anzahl der besetzten Moden über die Auskopplungsdauer gezielt einzustellen. Mit einer verbesserten Energieauflösung wird es möglich sein, einzelne Moden in einem Materiewellenresonator zu manipulieren und die Modenstruktur zu untersuchen.



## Kapitel 4

# Quantenstreuung des Atomlasers

Mögliche Einsatzgebiete des Atomlasers, wie z. B. ein Atomlasermikroskop [98, 99], hängen davon ab, ob man den Strahl beugungsbegrenzt fokussieren kann. Für Atominterferometer hingegen sind ebene Phasenfronten und ein gleichmäßiges Intensitätsprofil entscheidend. Die transversale Mode des Atomlasers wurde bisher weder experimentell noch theoretisch untersucht. Idealerweise handelt es sich um die beugungsbegrenzte Ausbreitung der anfänglichen Wellenfunktion. Die experimentelle Herausforderung besteht unter anderem darin, eine hohe Auflösung der transversalen Impulskomponenten des Atomlasers zu erzielen.

Dieses Kapitel behandelt sowohl theoretische Untersuchungen als auch Messungen zur transversalen Struktur des Atomlasers. Es zeigt sich, daß die ausgekoppelten Atome des Atomlasers am mean-field-Potential des Bose-Einstein-Kondensats gestreut werden. Die resultierenden Strukturen im Strahl können in einem semiklassischen Bild mit Pfadintegralen beschrieben werden. Hierbei tritt in transversaler Richtung eine Vielstrahlinterferenz zwischen Atomen mit unterschiedlicher Energie auf. Um die transversale Impulsverteilung sichtbar zu machen wird der in Kapitel 2 vorgestellte Materiewellenspiegel in einer Hohlspiegel-Konfiguration eingesetzt. Dieser weitet den Atomlaserstrahl in transversaler Richtung auf und ermöglicht die Messung der Impulsverteilung mit einer Auflösung von  $1/100$  eines Photonenrückstoßes. Die Abhängigkeit der Atomlasermode vom Auskopplungsort des Atomlasers im Bose-Einstein-Kondensat wird damit untersucht.

## 4.1 Theorie

Die aus dem Bose-Einstein-Kondensat in den ungefangenen Zustand  $|F = 1, m_F = 0\rangle$  ausgekoppelten Atome erfahren das Gravitationspotential sowie das abstoßende mean-field-Potential des zurückbleibenden Kondensats. Die Atome fallen im Gravitationspotential und werden am mean-field-Potential gestreut. Dieser Streuvorgang ist maßgeblich verantwortlich für die transversale Mode des Atomlaserstrahls.

### 4.1.1 Streuung am mean-field-Potential - eindimensionale Modelle

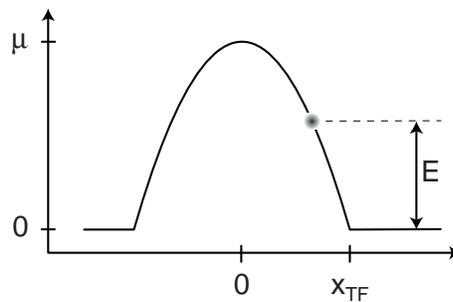
Zunächst wird ein vereinfachtes Modell untersucht. Es wird angenommen, daß die Atome durch den Radiofrequenzübergang instantan in den magnetisch ungefangenen Zustand überführt werden. Damit besitzen die ausgekoppelten Atome transversal eine Thomas-Fermi-Wellenfunktion (Gleichung 1.9). Es wird weiterhin angenommen, daß die Atome während des Spinflips keine kinetische Energie aufnehmen, sondern an ihrem Auskoppelort auf das lokale mean-field-Potential gesetzt werden. Diese Annahme weicht von dem realen System ab, da alle ausgekoppelten Atome die gleiche Energie besitzen. In drei Dimensionen wird die lokale mean-field-Variation durch die Krümmung der Auskoppelregion kompensiert, was in einem eindimensionalen Modell nicht möglich ist. Außerdem wird zunächst Gravitation vernachlässigt. Weiter unten werden zweidimensionale Simulationen gezeigt, in denen die genannten Näherungen aufgegeben sind. Sie zeigen eine qualitative Übereinstimmung mit dem einfachen eindimensionalen Modell.

#### Klassisches Abrollen

In der Thomas-Fermi-Näherung wird das mean-field-Potential beschrieben durch:

$$V(x) = \begin{cases} \mu \left(1 - \left(\frac{x}{x_{TF}}\right)^2\right) & \text{für } x \leq x_{TF} \\ 0 & \text{für } x > x_{TF}. \end{cases} \quad (4.1)$$

Das Abrollen der Atome vom mean-field-Potential wird zunächst klassisch untersucht.



**Abbildung 4.1:** Schematische Darstellung des Abrollens vom mean-field-Potential. Die Atome besitzen eine Energie  $E$ , die vom Startort abhängt.

Die Bewegungsgleichung

$$m\ddot{x} = -\frac{dV(x)}{dx} \quad (4.2)$$

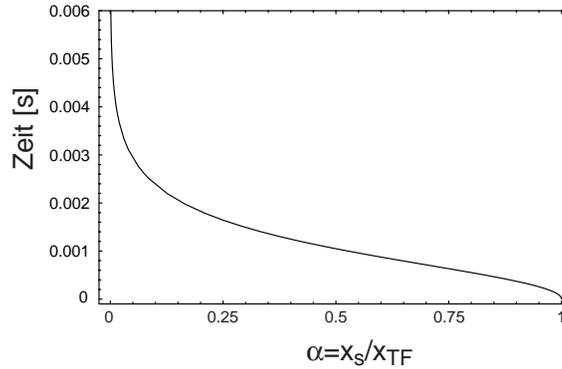
kann analytisch integriert werden. Die Zeit  $T$ , die die Atome benötigen, um von dem Ort  $x_s$  auf dem mean-field-Potential zu einem Ort  $X$  außerhalb des mean-field-Potentials zu gelangen, erhält man aus

$$T = \int_{x_s}^{x_{TF}} \sqrt{\frac{m}{2(E - V(x))}} dx + (X - x_{TF}) \sqrt{\frac{m}{2E}} \quad (4.3)$$

Der linke Summand beschreibt das Abrollen der Atome vom mean-field-Potential bis zum Thomas-Fermi-Radius  $x_{TF}$  und der rechte Summand die freie Propagation vom Thomas-Fermi-Radius bis zum Ort  $X$ . Die Gesamtenergie  $E$  der Atome ist abhängig von ihrer Startposition  $x_s$  auf dem mean-field-Potential (siehe Abbildung 4.1) und wird durch  $E(\alpha) = \mu(1 - \alpha^2)$  berechnet, wobei  $\alpha = x_s/x_{TF}$  bezeichnet. Mit der Identität  $\ln\left(\frac{1+\sqrt{1-\alpha^2}}{\alpha}\right) = \text{ArCosh}\left(\frac{1}{\alpha}\right)$  erhält man

$$T = \frac{1}{\omega_x} \left\{ \text{ArCosh}\left(\frac{1}{\alpha}\right) + \frac{X - x_{TF}}{x_{TF}} \frac{1}{\sqrt{1 - \alpha^2}} \right\}, \quad (4.4)$$

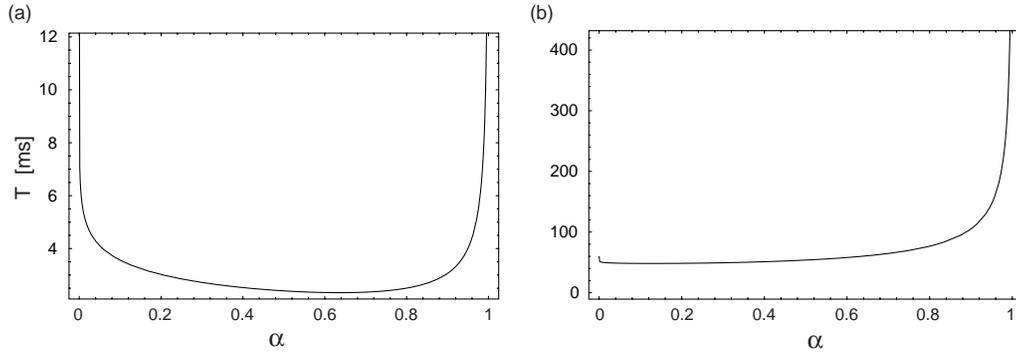
worin  $\omega_x$  die Fallenfrequenz der Magnetfalle in x-Richtung ist. Die Abhängigkeit  $T(\alpha)$  für  $X = x_{TF}$  ist in Abbildung 4.2 gezeigt.



**Abbildung 4.2:** Klassische Abrolldauer eines Atoms vom mean-field Potential als Funktion des Startortes  $x_s$ . Gezeigt sind die Zeiten, bei denen ein Atom das bei  $\alpha$  gestartet ist, den Thomas-Fermi-Radius erreicht hat, d. h.  $X = x_{TF}$ . Die Parameter sind  $\mu = h \times 2800$  Hz,  $\omega_x = 2\pi \times 200$  Hz und  $x_{TF} = 4 \mu\text{m}$ .

Betrachtet man einen festen Ort  $X$  außerhalb des Bose-Einstein-Kondensats, so sieht man, daß es verschiedene Startorte  $x_s$  geben kann, von denen aus die Atome den Ort  $X$  in der gleichen Zeit erreichen (siehe Abbildung 4.3). Klassisch bedeutet dies, daß an diesen Stellen schnellere Atome langsame überholen. Quantenmechanisch können diese Atome miteinander interferieren, weil nicht festgestellt werden kann, welchen Weg sie genommen haben.

Nach langen Zeiten wird die Atomverteilung durch die Geschwindigkeitsverteilung dominiert. Die Unterschiede im Startort und der Abrollzeit werden vernachlässigbar. Dies entspricht in der Optik einer Fernfeldentwicklung, in der ein Lichtstrahl transversal in seine Fourier-Komponenten zerlegt ist.



**Abbildung 4.3:** Klassische Abrolldauer eines Atoms vom mean-field Potential als Funktion des Startortes  $x_s$ . Berechnet ist die Zeit, bis das Atom einen festen Ort  $X$  außerhalb des Kondensats erreicht. **(a)**  $X = 10 \mu\text{m}$ . Man sieht, daß der Ort  $X = 10 \mu\text{m}$  von verschiedenen Startorten in der gleichen Zeit erreicht wird. **(b)** Der Ort  $X = 100 \mu\text{m}$  wird zuerst von den Atomen aus dem Zentrum des Kondensats erreicht. Diese Atome besitzen die größte Geschwindigkeit, laufen aber wegen der geringeren Steigung des mean-field-Potentials im Zentrum des Kondensats zunächst langsamer los und müssen die restlichen Atome überholen. Übrige Parameter wie Abbildung 4.2.

### Quantenmechanische Betrachtung: Pfadintegrale

Wegen der Ununterscheidbarkeit der Wege, die ein Atom zu einem festen Ort  $X$  und zu einem festen Zeitpunkt  $T$  genommen hat, interferieren dort die quantenmechanischen Amplituden der verschiedenen Wege und es entsteht ein Interferenzmuster. In diesem Abschnitt soll die Interferenz der Wege mit Hilfe von Pfadintegralen [100] berechnet werden. Der Pfadintegralformalismus ermöglicht die Bestimmung der Amplitude einer Wellenfunktion  $\psi(x_f, t_f)$  an einem Ort  $x_f$  zu einer Zeit  $t_f$  aus der Kenntnis der Startwellenfunktion  $\psi(x_i, t_i)$  und des Propagators  $D(x_f, t_f; x_i, t_i)$  gemäß

$$\psi(x_f, t_f) = \int dx_i D(x_f, t_f; x_i, t_i) \psi(x_i, t_i). \quad (4.5)$$

Der Propagator wird bestimmt aus

$$D(x_f, t_f; x_i, t_i) = \int \mathcal{D}[x(t)] e^{iS[x(t)]/\hbar}, \quad (4.6)$$

wobei  $S[x(t)]$  die Wirkung entlang der Trajektorie  $x(t)$  bezeichnet und die Integration  $\int \mathcal{D}[x(t)]$  über alle Wege durchgeführt werden muß, die die Raum-Zeit-Punkte  $(x_f, t_f)$  und  $(x_i, t_i)$  miteinander verbinden.

Für das vorliegende Problem wird die Näherung der stationären Phasen verwendet. Dies bedeutet, daß hauptsächlich die Wirkung entlang des klassisch erlaubten Weges berücksichtigt wird, weil sie dort konstant ist. Andere Integrationswege mit nicht konstanten Wirkungen führen zu schnell oszillierenden Phasen, deren Beiträge in einem Korrekturterm zusammengefaßt werden. Diese Näherung der Pfadintegrale ist äquivalent zur WKB-Näherung der Quantenmechanik [101]. Die Wirkung  $S[x_{kl}(t)]$  entlang des klassi-

schen Weges berechnet sich

$$S[x_{kl}(t)] = -T \times E + \int_{x_s}^X \sqrt{2m(E - V(x))} dx + (X - x_{TF})\sqrt{2mE}. \quad (4.7)$$

Nach einiger Algebra erhält man

$$S[X, T, \alpha] = -T \times \mu(1 - \alpha^2) + \frac{\mu}{\omega_x} \left\{ -\alpha^2 \text{ArCosh} \left( \frac{1}{\alpha} \right) + \frac{2X - x_{TF}}{x_{TF}} \sqrt{1 - \alpha^2} \right\}, \quad (4.8)$$

wobei  $T = t_f - t_i$ ,  $x_f = X$  und  $x_i = x_s$  gewählt wird und angenommen wird, daß  $X \geq x_{TF}$  gilt. Die Korrekturterme für kleine Abweichungen  $\delta x(t)$  vom klassischen Pfad  $x_{kl}(t)$  führen zu einem Propagator

$$D(x_f, t_f; x_i, t_i) = \int \mathcal{D}[\delta x(t)] e^{iS[x_{kl}(t) + \delta x(t)]/\hbar}. \quad (4.9)$$

Man erhält folgenden Ausdruck, der für Potentiale, deren zweite Ableitung konstant ist, sogar exakt gilt [101]:

$$D(x_f, t_f; x_i, t_i) = e^{iS[x_{kl}(t)]/\hbar} \left( 2\pi i k(x_i) k(x_f) \int_{x_i}^{x_f} \frac{dx}{k(x)^3} \right)^{-1/2}. \quad (4.10)$$

Für das Abrollen der Atome vom mean-field-Potential folgt daraus

$$D(X, T, \alpha) = e^{iS[X, T, \alpha]/\hbar} \sqrt{\frac{1}{2\pi i} \frac{\alpha}{\sqrt{1 - \alpha^2}} \frac{1}{a_{HO}^2}}. \quad (4.11)$$

$\hbar \cdot k(x) = \sqrt{2m(E - V(x))}$  bezeichnet den klassischen Impuls der Atome und  $a_{HO} = \sqrt{\hbar/m\omega_x}$  die charakteristische Länge des harmonischen Oszillators mit Frequenz  $\omega_x$ .

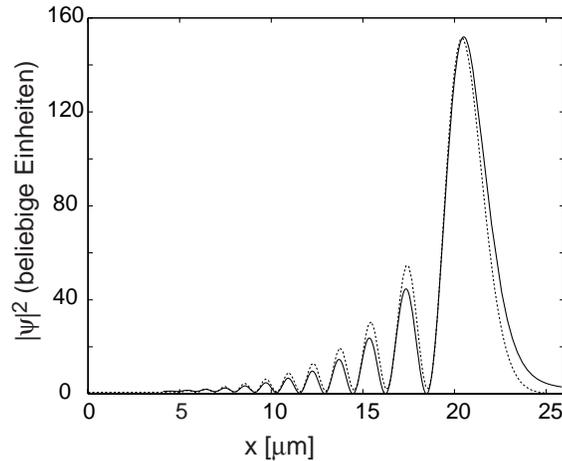
Mit Hilfe des Propagators 4.11 kann die Streuung des Atomlasers am mean-field-Potential untersucht werden. Als Startwellenfunktion wird näherungsweise die Thomas-Fermi-Wellenfunktion (Gleichung 1.9) verwendet. Abbildung 4.4 zeigt einen Vergleich der Pfadintegralmethode mit einer numerischen Berechnung des eindimensionalen Systems ohne Verwendung der Thomas-Fermi-Näherung.

#### 4.1.2 Quantenreflektion

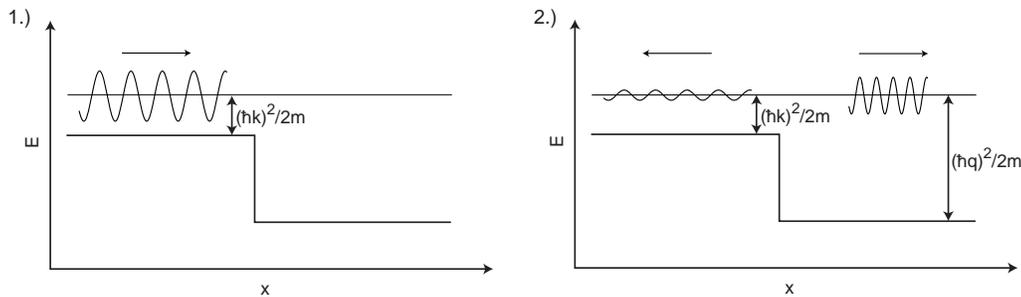
Neben der eben untersuchten Vielstrahlinterferenz sollen in diesem Abschnitt noch Effekte betrachtet werden, die über die WKB-Näherung hinausgehen.

Beim Auftreffen einer Welle auf eine Potentialbarriere kann Transmission und Reflektion dieser Welle auftreten. Liegt die Energie der einfallenden Welle über der Barrierenhöhe (siehe Abbildung 4.5), ist die teilweise Reflektion klassisch nicht erklärbar, sondern ein echtes Quantenphänomen und wird häufig als Quantenreflektion bezeichnet. Der einfachste Fall, nämlich die Reflektion von einer Potentialstufe wird in jedem Quantenmechanik-Lehrbuch behandelt (z. B. [27]). Der Reflektionskoeffizient beträgt

$$R = \left| \frac{k - q}{k + q} \right|^2. \quad (4.12)$$



**Abbildung 4.4:** Vergleich der Pfadintegralmethode (durchgezogene Kurve) mit der numerischen Lösung des eindimensionalen Problems ohne Thomas-Fermi-Näherung (gepunktete Kurve) nach 5 ms Entwicklung. Die Übereinstimmung der Kurven zeigt, daß die Streuung gut im semiklassischen Bild beschrieben werden kann.



**Abbildung 4.5:** Quantenreflexion einer Welle an einer Potentialstufe. Die Energie der einfallenden Welle liegt über der Barrierenhöhe, dennoch wird ein Anteil reflektiert.

Bei Potentialbarrieren, die keine scharfe Stufe darstellen, sondern kontinuierlich verlaufen, tritt Quantenreflexion auf, wenn die Länge, über die die Potentialänderung geschieht, klein gegenüber der Wellenlänge der einlaufenden Welle ist. Dies bedeutet, daß die WKB-Näherung an der Potentialbarriere zusammenbricht. Formal kann man als Bedingung

$$\frac{1}{k^2} \left| \frac{dk}{dx} \right| \geq 1, \quad (4.13)$$

ansetzen, wobei die Zahl "1" auf der rechten Seite der Ungleichung nicht als exakt anzusehen ist, sondern vom konkreten Potentialverlauf abhängt [102]. Man sieht, daß für Potentiale von der Form

$$V(x) = -\frac{1}{x^\alpha} \quad (4.14)$$

Ungleichung 4.13 für hinreichend kleine Einfallenergien ( $E \rightarrow 0$ ) und kleine  $x$  immer erfüllt wird, sofern  $\alpha > 2$  gilt. Bisherige Untersuchung von Quantenreflexion beschränkten sich daher im wesentlichen auf die Streuung von Atomen an van-der-Waals Potentialen

an Oberflächen [103]. Hierbei konnten Reflektivitäten von bis zu 80% erzielt werden [77, 80]. Darüberhinaus existieren Vorschläge für die Untersuchung von Quantenreflektion an optischen oder magnetischen Potentialen [104, 105].

Die Bedingung für Quantenreflektion (Ungleichung 4.13) soll für den Fall des Abrollens des Atomlasers vom mean-field-Potential des Bose-Einstein-Kondensats untersucht werden. Aus Gründen der Einfachheit wird Gravitation vernachlässigt. Die ausgekoppelten Atome besitzen die Energie  $E$  mit  $0 < E < \mu$  und somit einen ortsabhängigen Impuls

$$\hbar \cdot k(x) = \sqrt{2m(E - V(x))}. \quad (4.15)$$

Damit erhält man

$$\frac{1}{k^2} \left| \frac{dk}{dx} \right| = \frac{x}{a_{HO}^4} \frac{1}{k(x)^3}, \quad (4.16)$$

wobei  $a_{HO} = \sqrt{\hbar/m\omega_x}$  die Oszillatorlänge in x-Richtung bedeutet. Startet ein Atom bei  $x = 0$  so hat es bei  $x = x_{TF}$  die ganze Energie des mean-field-Potentials aufgenommen und man erhält

$$\frac{x_{TF}}{a_{HO}^4} \frac{1}{k(x_{TF})^3} = \frac{a_{HO}^2}{x_{TF}^2} \simeq 0,05 \ll 1 \quad (4.17)$$

An dem invertierten Oszillatorpotential des mean-fields findet somit keine Quantenreflektion statt.

Die "Knickstelle" am Rand des Potentials kann dieses Verhalten jedoch modifizieren. Die Wellenlänge eines Atoms, das bei  $\alpha = 0$  (d. h.  $E = \mu$ ) startet, beträgt am Thomas-Fermi-Radius  $\lambda = 2\pi/k(x_{TF}) \simeq a_{HO}/2$  und ist entsprechend größer für Atome, die bei  $\alpha > 0$  mit  $E < \mu$  starten. Bei einer Fallenfrequenz von  $\omega_x = 2\pi \times 100$  Hz beträgt  $a_{HO} = 1 \mu\text{m}$  und somit ist Wellenlänge  $\lambda$  größer als die healing length  $l_H \simeq 200$  nm (Gleichung 1.12), die die Längenskala festlegt auf der das mean-field-Potential auf Null abfällt.

Weil die healing length klein gegenüber der Wellenlänge der einlaufenden Atome ist, kann der Rand des Thomas-Fermi-Potentials durch eine effektive Stufe beschrieben werden, so daß Gleichung 4.12 näherungsweise anwendbar ist. Die Stufenhöhe beträgt maximal 10% der mean-field-Potentialhöhe und somit erhält man  $|k - q| \simeq 0,05 \times q$ . Dies bedeutet, daß der Reflektionskoeffizient nach Gleichung 4.12 in der Größenordnung von  $R \simeq 10^{-3}$  liegt und somit Quantenreflektion am Rand des Thomas-Fermi-Potentials zwar stattfindet, aber unbeobachtbar ist.

In nichtharmonischen Fallengeometrien mit flachem Boden und extrem steilen Wänden könnte Quantenreflektion beobachtbar sein. Die ausgekoppelten Atome besitzen außer ihrer durch die Unschärferelation begrenzten Impulsbreite keine kinetische Energie. Das Wellenpaket wird von den scharfen Kanten des Potentials zu nahezu 100% quantenreflektiert. Die Dynamik eines solchen Systems wäre ähnlich zu sogenannten "Quantenteppichen" ("quantum carpets", [106, 107, 108]). Im Gegensatz zu dem in der Literatur betrachteten Fall eines Teilchen in einem Potentialkasten, wären die ausgekoppelten Atome nur in einem virtuellen Potential gefangen, dessen "Wände" durch Quantenreflektion erzeugt werden.

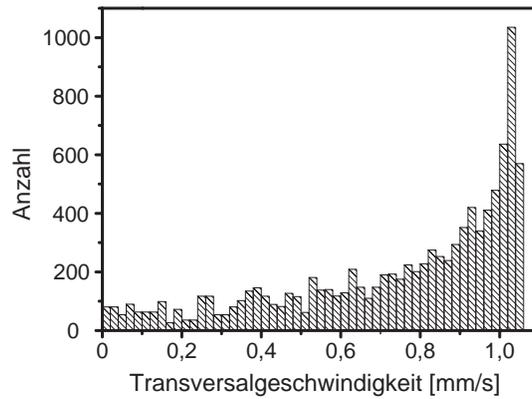
### 4.1.3 Numerische Rechnungen

Im Experiment werden die ausgekoppelten Atome nicht nur vom mean-field-Potential gestreut, sondern fallen im Gravitationsfeld. Sie verlassen das Potential in vertikaler Richtung, ehe sie seitlich ganz abgerollt sind, und nehmen somit nicht die gesamte mean-field

Energie als kinetische Energie auf. Die Streuung der Atome in zwei Dimensionen wird numerisch untersucht.

### Monte-Carlo-Rechnung der klassischen Bewegung

Das klassische Abrollen von Atomen vom mean-field-Potential des Bose-Einstein-Kondensats wird durch eine Monte-Carlo-Simulation untersucht. Das Ergebnis ist in Abbildung 4.6 gezeigt. Dargestellt ist die Häufigkeitsverteilung der auslaufenden Transversalgeschwindigkeiten, was der Fernfeldentwicklung des Atomlaserstrahls entspricht. Charakteristisch ist das Maximum bei hohen Geschwindigkeiten und das scharfe Abschneiden an der Maximalgeschwindigkeit. Wegen der Spiegelsymmetrie des Problems erwartet man klassisch ein Strahlprofil mit einem Loch in der Mitte und ausgeprägten Maxima am Rand.



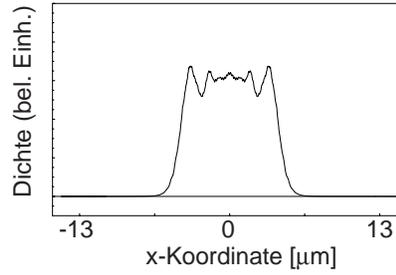
**Abbildung 4.6:** Monte-Carlo-Simulation des klassischen Abrollens von Atomen vom mean-field-Potential. Gezeigt ist das Ergebnis von 10000 Datenpunkten. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Startorte besitzt ein Thomas-Fermi-Profil. Weitere Parameter: mean-field  $\mu = \hbar \times 2000$  Hz,  $x_{TF} = 5 \mu\text{m}$  und die Startorte liegen auf der Fläche konstanten Magnetfeldes, die das Zentrum des Kondensates schneidet.

### Reduzierung auf ein zeitabhängiges eindimensionales Potential

In dem in Abschnitt 4.1.1 betrachteten eindimensionalen Bild kann man Gravitation einschließen, in dem man ein zeitabhängiges Potential ansetzt:

$$V(x, t) = \begin{cases} \mu \left\{ 1 - \left( \frac{x}{x_{TF}} \right)^2 - \left( \frac{z_s - gt^2/2}{z_{TF}} \right)^2 \right\} & \text{für } x^2 + (z_s - gt^2/2)^2 < x_{TF}^2 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \quad (4.18)$$

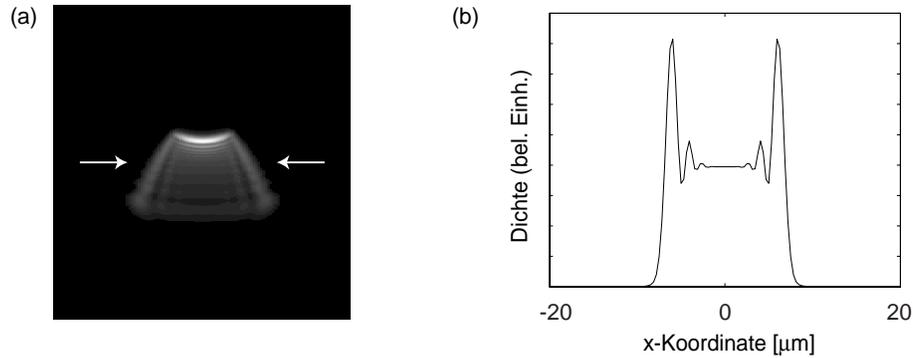
Hierbei bezeichnet  $z_s$  den Startort in  $z$ -Richtung. Für  $z_s = 0$  und  $z_{TF} = x_{TF} = 4 \mu\text{m}$  bedeutet dies, daß für  $\alpha = 0$  nach etwa 1 ms die Atome aus dem mean-field-Potential herausgefallen sind. Atome, die bei größeren Werten  $\alpha$  starten, verlassen das mean-field-Potential noch früher. Abbildung 4.7 zeigt die numerische Lösung der transversalen Atomlasermode für die Streuung an dem zeitabhängigen Potential.



**Abbildung 4.7:** Numerische Berechnung der Streuung der Atomlaserwellenfunktion an dem eindimensionalen zeitabhängigen Potential aus Gleichung 4.18. Gezeigt ist die Dichteverteilung nach 1 ms Entwicklungszeit. Als Startort in vertikaler Richtung wurde  $z_s = -0,2 z_{TF}$  gewählt.

### Zweidimensionale Lösung der Gross-Pitaevskii-Gleichungen

Eine zweidimensionale Simulation der gekoppelten Gross-Pitaevskii-Gleichungen (Gleichungen 1.24) ist in Abbildung 4.8 gezeigt. Diese Rechnung ist die vollständige quantenmechanische Lösung des zweidimensionalen Systems ohne Näherungen. Man erhält qualitativ ähnliche Resultate wie Abbildung 4.7 jedoch mit quantitativen Abweichungen. Die zweidimensionalen Rechnungen zeigen typischerweise stärker ausgeprägte Strukturen am Rand des Strahls als die eindimensionalen Rechnungen mit dem Potential  $V(x, t)$  aus Gleichung 4.18. Dies könnte durch die deutlich sichtbare Krümmung der Auskoppelschale (siehe Abbildung 4.8a) hervorgerufen werden. Die numerischen Simulationen der 2D-Gross-Pitaevskii-Gleichung wurden von Th. Busch durchgeführt.



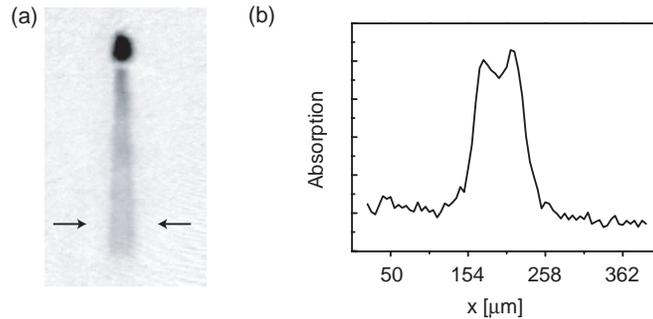
**Abbildung 4.8:** Zweidimensionale numerische Berechnung der Streuung des Atomlasers am Bose-Einstein-Kondensat. Dargestellt ist nur der Atomlaserstrahl. **(a)** Zweidimensionale Dichteverteilung nach 2,5 ms. Angenommen wird ein Bose-Einstein-Kondensat mit  $N_0 = 5 \times 10^5$  Atomen in einer Falle mit den Frequenzen  $\omega_x = \omega_z = 2\pi \times 200$  Hz und  $\omega_y = 11$  Hz. Die Kopplungsstärke der Radiofrequenz beträgt  $\Omega = 2\pi \times 140$  Hz und die Resonanzstelle liegt bei  $0,2 \times z_{TF}$  unterhalb des Zentrums des Kondensats. Die Abmessungen des Bildes sind  $40 \times 40 \mu\text{m}$ . **(b)** Horizontaler Schnitt durch die Dichteverteilung im Atomlaser an der markierten Stelle.

## 4.2 Experimentelle Untersuchung

### 4.2.1 Atomlaserauskopplung aus einer steilen Falle

Wird der Atomlaser aus einem Bose-Einstein-Kondensat gefangen in einer Magnetfalle mit Fallenfrequenzen von  $\omega_x = \omega_z = 2\pi \times 100$  Hz und  $\omega_y = 15$  Hz extrahiert, sind keine transversale Strukturen im Strahl sichtbar. Bei einem größeren mean-field-Potential  $\mu$  sind die Streueffekte jedoch stärker ausgeprägt. Das mean-field-Potential (Gleichung 1.10) kann am einfachsten durch die Fallenfrequenzen beeinflusst werden. Zunächst wird ein Bose-Einstein-Kondensat in der herkömmlichen Fallengeometrie erzeugt, dann wird der Strom durch die Quadrupol- und die Ioffe-Spule innerhalb einer Sekunde um etwa 40% abgesenkt. Durch die nichtlineare Permeabilität der Magnetfeldabschirmung sinkt der Wert des Offsetfelds schneller als der des Gradienten und die Fallenfrequenz steigt an (Gleichungen 1.18 und 1.19). Die steilste Falle wurde mit  $\omega_x = \omega_z = 2\pi \times 200$  Hz und  $\omega_y = 11$  Hz erzielt. Die Atomlaserauskopplungsfrequenz sinkt auf ca. 200 kHz ab. Bei stärkerer Komprimierung konnte keine stabile Atomlaserauskopplung erreicht werden.

Wählt man die Beobachtungsrichtung des Atomlasers entlang der Symmetrieachse der Magnetfalle (dies entspricht der langen Achse des Bose-Einstein-Kondensats), findet man eine Doppelmaxima-Struktur in der transversalen Richtung des Atomlaserstrahls, wie in Abbildung 4.9 gezeigt.



**Abbildung 4.9:** Doppelmaxima-Struktur im Atomlaserstrahl bei der Auskopplung aus der steilen Magnetfalle. Die Fallenfrequenzen betragen  $\omega_x = \omega_z = 2\pi \times 200$  Hz und  $\omega_y = 11$  Hz. **(a)** Absorptionsabbildung des Strahls. **(b)** Schnitt durch die Dichteverteilung an der markierten Stelle. Die Höhe des Bildes beträgt 0,8 mm.

### 4.2.2 Messungen mit verbesserter Impulsauflösung

#### Der vergrößernde Hohlspiegel

Um die transversale Impulsauflösung zu verbessern, kann der in Kapitel 2 vorgestellte Spiegel verwendet werden. Die Reflektion der Atome erfolgt am Magnetfeld, das radial-symmetrisch um die lange Achse des Bose-Einstein-Kondensats ist. Es stellt daher einen Hohlspiegel mit dem Krümmungsradius gleich der Fallstrecke dar. Um dies zu sehen, muß man die adiabatischen Potentiale (Gleichung 2.11) in zwei Dimensionen betrachten. Die

diabatischen Potentiale lauten

$$\begin{aligned} V_0(z) &= m g z \\ V_1(x, z) &= m g z + \frac{\mu_B}{2} \sqrt{B_0^2 + B_\perp'^2(x^2 + z^2)}. \end{aligned} \quad (4.19)$$

Die effektive Magnetfeldkrümmung in x-Richtung nach einer Fallstrecke  $z$  beträgt

$$B_x''(z) = \frac{B_\perp'}{z}, \quad (4.20)$$

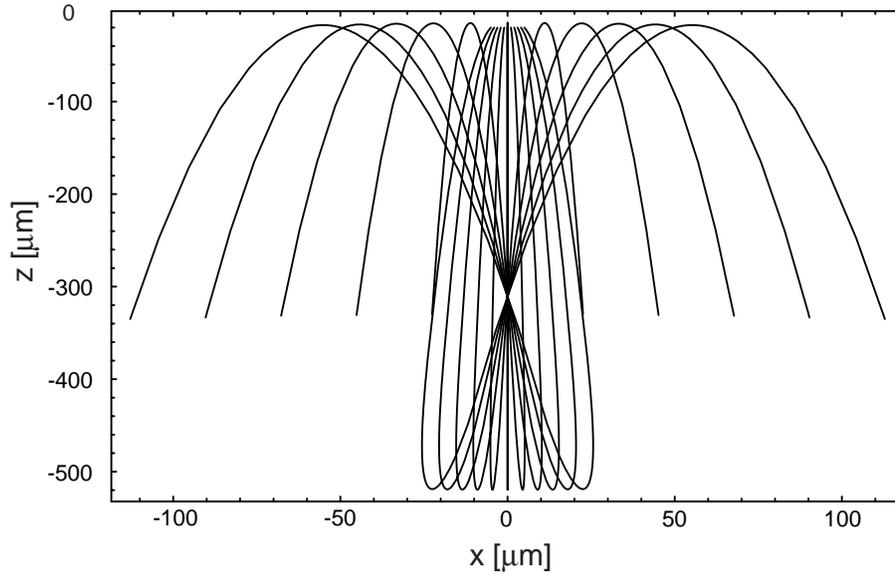
wobei  $B_\perp'$  den radialen Magnetfeldgradienten bezeichnet. Damit ergibt sich (analog zu Gleichung 2.11)

$$V_\pm(x, z) = \frac{1}{2} \left\{ V_1(x, z) + V_0(z) \pm \sqrt{4\hbar^2 \bar{\Omega}^2(x, z) + \Delta_{12}^2(x, z)} \right\}, \quad (4.21)$$

wobei

$$\Delta_{12}(x, z) = V_1(x, z) - V_0(z) - \Delta_{AC}(x, z) - \hbar\nu_{12} \quad (4.22)$$

gilt. Die Ausdehnung der Ramanlaser-Wechselwirkungszone ist mehr als zehnmal so breit wie der Atomlaserstrahl. Deswegen kann die x-Abhängigkeit von  $\bar{\Omega}$  und  $\Delta_{AC}$  vernachlässigt werden. Die Abhängigkeit des Spiegelpotentials von der y-Koordinate ist wesentlich schwächer, weil die Krümmung des Magnetfeldes in dieser Richtung um einen Faktor 50-100 geringer ist (siehe Abschnitt 2.2.1).



**Abbildung 4.10:** Klassische Trajektorien der Atome beim Durchlaufen des Hohlspiegels. Die Atome starten bei der Zeit  $t = 0$  nahe dem Koordinatenursprung. Sie fallen zunächst ballistisch, ehe sie vom Hohlspiegel reflektiert und in der Aufwärtsbewegung fokussiert werden. Nach Erreichen der Höhe des ursprünglichen Auskoppelortes fallen sie dann erneut. Die Rechnung endet bei  $t = 30$  ms. Die Achsen sind unterschiedlich skaliert.

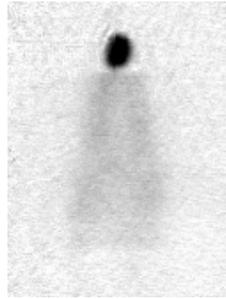
Die klassischen Trajektorien von Atomen in dem adiabatischen Potential ist in Abbildung 4.10 gezeigt. Ein Atom, das beim Einlaufen auf den Spiegel eine transversale

Geschwindigkeit  $v_x$  besitzt, verläßt den Spiegel mit  $-2,6 \times v_x$ . Die Atome werden ungefähr 30 ms nach dem Verlassen des Spiegels mit einer räumlichen Auflösung von  $5,2 \mu\text{m}$  beobachtet. Zusammen mit der Geschwindigkeitsvergrößerung von 2,6 erhält man eine Geschwindigkeitsauflösung von  $60 \mu\text{m/s}$ , was 1/100 eines Photonenrückstoßes entspricht. Um die gleiche Geschwindigkeitsauflösung durch ballistisches Fallen der Atome zu erhalten, würde die Fallzeit 90 ms betragen, was einer Fallstrecke von 4 cm entspricht.

Nur wenige andere Verfahren zur Messung von Impulsverteilungen unterschreiten das Photonenrückstoßlimit. Mit ortsauflösenden Detektoren nach ballistischer Bewegung [109, 110], stimulierten Raman-Übergängen [111], Zweiphotonen-Laserspektroskopie [24, 112] und Bragg-Streuung unter kleinen Winkeln [33] konnten in thermischen Strahlen und Bose-Einstein-Kondensaten sehr schmale Impulsverteilungen gemessen werden. Allerdings wurde eine Auflösung von 1/100 eines Photonenrückstoßes noch nicht erreicht.

## Resultate

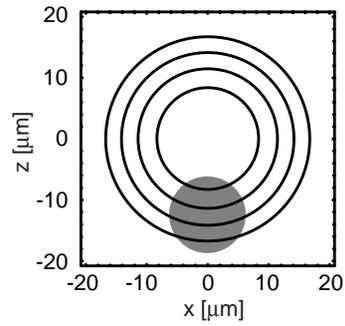
Abbildung 4.11 zeigt den Atomlaserstrahl im freien Fall nach Spiegelung am Hohlspiegel und erneutem Durchlaufen des oberen Umkehrpunktes, der durch das Bose-Einstein-Kondensat markiert wird. Man sieht im Vergleich zu Abbildung 4.9 die deutlich vergrößerte Breite und damit die gewonnene Impulsauflösung in transversale Richtung. Die Struktur im Atomlaserstrahl bleibt unverändert.



**Abbildung 4.11:** Atomlaserstrahl nach Durchlaufen des Materiewellenhohlspiegels. Der Atomlaserstrahl hat den Apex seiner Trajektorie am Ort des Bose-Einstein-Kondensats bereits durchquert und befindet sich im freien Fall.

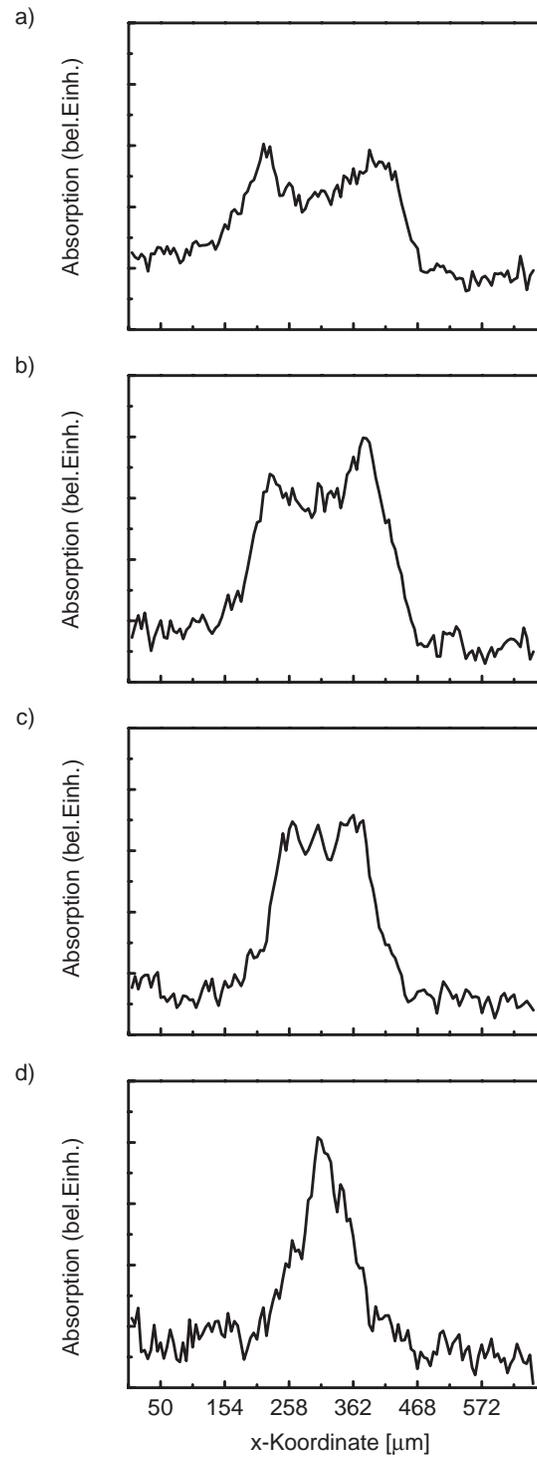
Durch ein Verändern der Radiofrequenz der Atomlaserauskopplung kann man die Atome aus verschiedenen Orten im Kondensat auskoppeln (siehe Abbildung 4.12). Bei einer Auskopplung am oberen Rand des Kondensats fällt der Atomlaser am ganzen mean-field-Potential entlang und hat etwa 2 ms Zeit, mit diesem in Wechselwirkung zu treten. Wird der Strahl hingegen am unteren Rand des Kondensats ausgekoppelt, ist die Einfluß des mean-field-Potentials nur gering, da der Strahl nur kurz mit diesem in Wechselwirkung tritt.

Dieser Einfluß des Auskoppelortes auf die transversale Struktur des Strahls wird experimentell beobachtet. In Abbildung 4.13 sind horizontale Schnitte durch die Dichteverteilung des Atomlasers gezeigt. Die Schnittposition ist stets  $250 \mu\text{m}$  unterhalb des Umkehrpunktes. Die vier gezeigten Bilder entsprechen unterschiedlichen Auskoppelorten im Bose-Einstein-Kondensat. Bild a) zeigt den höchsten Auskoppelort. Hier entsteht durch die Wechselwir-



**Abbildung 4.12:** Schematische Darstellung unterschiedlicher Flächen konstanten Magnetfeldes und ihrer Schnittregion mit dem gefangenen Bose-Einstein-Kondensat. Das Bose-Kondensat ist durch Gravitation vom Zentrum der Magnetfalle nach unten verschoben. Durch Wahl der Auskoppelungsfrequenz wird der Übergang resonant für einen bestimmten Magnetfeldbetrag.

kung mit dem mean-field-Potential eine ausgeprägte Doppelmaxima-Struktur. Die Integration der optischen Dichte entlang der Abbildungsachse ( $y$ -Achse) modifiziert die Dichteverteilung gegenüber den Rechnungen. Teilbild d) zeigt die niedrigste Auskoppelposition. Hier ist die Abweichung von der beugungsbegrenzten Ausbreitung eines Thomas-Fermi-Profiles nur gering.



**Abbildung 4.13:** Horizontale Schnitte durch die Dichteverteilung des Atomlaserstrahls nach Durchlaufen des Hohlspiegels. Von oben nach unten: Auskopplung an verschiedenen Orten im Bose-Einstein-Kondensat. Je weiter oben die Auskopplung erfolgt, desto länger rollen die Atome vom mean-field-Potential ab und desto breiter ist ihre Geschwindigkeitsverteilung. Man erkennt deutlich die Doppelmaxima-Struktur für hohe Auskopplungsorte.

### 4.3 Diskussion

Die Streuung des Atomlasers am mean-field-Potential des Bose-Einstein-Kondensats kann die transversalen Eigenschaften des Atomlasers erheblich beeinflussen. Ein Verständnis dieses Prozesses kann mit Hilfe eines semiklassischen Pfadintegral-Modells gewonnen werden, wobei für die Berechnung der transversalen Dichteverteilung des Atomlasers inklusive Gravitation numerische Rechnungen durchgeführt wurden.

Experimentell wird eine Doppelmaxima-Struktur im Atomlaserstrahl beobachtet. Die quantenmechanischen Interferenzmuster können optisch nicht aufgelöst werden, weil die optische Dichte entlang der Kondensatachse über verschiedene Muster integriert wird. Verbesserte Abbildungsverfahren sind erforderlich, um die Interferenzen im Detail sichtbar zu machen. Die Abhängigkeit der transversalen Atomlasermode vom Ort der Auskopplung im Bose-Einstein-Kondensat tritt deutlich hervor.

Das vorgestellte Verfahren, die Impulsverteilung des Atomlasers mit Hilfe eines fokussierenden Hohlspiegels zu vergrößern, liefert eine Impulsauflösung von  $1/100$  eines Photonenrückstoßes. Dies ist deutlich besser, als bisher vorgestellte Verfahren zur Impulsmessung.

Die beobachtete Doppelmaxima-Struktur weicht erheblich von kürzlich veröffentlichten Messungen der Atomlaser-Divergenz ab [113]. Dort wird die Zweiteilung des Atomlaserstrahlprofils nicht beobachtet, sondern näherungsweise ein Thomas-Fermi-Profil in transversaler Richtung gefunden. Vermutlich ist dies darauf zurück zu führen, daß die Beobachtungsrichtung im dortigen Experiment nicht entlang der Symmetrieachse der Magnetfalle gewählt wurde, sondern unter einem Winkel von  $55^\circ$  dazu. Die Integration der optischen Dichte entlang dieser Abbildungsachse könnte die Strukturen wegmitteln.

Die in diesem Kapitel vorgestellten Untersuchungen sind noch nicht endgültig abgeschlossen und die Ergebnisse sind teilweise noch vorläufig.



## Kapitel 5

# Wachstum von Bose-Einstein-Kondensaten

In diesem Kapitel wird die Untersuchung des Wachstumsvorganges von Bose-Einstein-Kondensaten vorgestellt. Eine Atomwolke wird bei einer Temperatur oberhalb des Phasenübergangs präpariert und dann kontrolliert in das quantenentartete Regime gekühlt. Das Wachstumsverhalten ist abhängig von der Kühlgeschwindigkeit. Bei schnellem Kühlen sind die ergodischen Mischungszeiten der thermischen Wolke dominierend, da sie eine Größenordnung länger sind als die vorhergesagte Entwicklungszeit des Kondensats. Im Fall von langsamen Kühlen kann der Phasenübergang "in Zeitlupe" beobachtet werden. Die Atomzahl im Bose-Einstein-Kondensat zeigt ein zweistufiges Wachstumsverhalten. Die erste Stufe eines linearen Anstiegs der Kondensatatomzahl kann möglicherweise durch eine Bildung von Quasikondensaten verstanden werden, d. h. Kondensaten bei denen die Phasenkohärenz noch nicht voll ausgeprägt ist. Die zweite Wachstumsphase zeigt ein Verhalten, das der Situation des schnellen Kühlens qualitativ ähnlich ist. Die anfänglich Wachstumsrate ist nahezu zehnmal so groß wie in der ersten Wachstumsphase.

Im ersten Abschnitt dieses Kapitels werden experimentelle Vorarbeiten und theoretische Grundlagen erläutert. Der zweite Teil ist der Beschreibung der experimentellen Umsetzung sowie der Interpretation der Ergebnisse gewidmet.

## 5.1 Grundlagen

Experimentell wurde die Frage der Entstehung von Bose-Einstein-Kondensaten bisher unter zwei verschiedenen Aspekten untersucht. Im MIT-Experiment [13] versuchte man, den Effekt der bosonischen Stimulation während des Wachstums nachzuweisen, d. h. eine Streurrate von Atomen in das Kondensat, die proportional zu der Atomzahl im Kondensat plus Eins ist. Diese Messung ergab Anzeichen für diesen Effekt, allerdings waren die Fluktuation und Unsicherheit der Anfangsparameter recht groß, so daß ein quantitativer Vergleich mit der Theorie sehr schwierig ist [114, 115]. In einem anderen kürzlich veröffentlichten Experiment [116] wird die Entstehung und der Kollaps von Bose-Einstein-Kondensaten von Atomen mit attraktiver Wechselwirkung untersucht. Aufgrund der attraktiven Wechselwirkungen bestehen die Kondensate in diesem Experiment aus höchstens 1000 Atomen und die Kinetik des Kondensatwachstums ist deutlich verändert gegenüber dem Fall repulsiver Wechselwirkungen.

Die wichtigsten theoretischen Resultate werden im folgenden zusammengefaßt.

### 5.1.1 Einführung in die Theorie des Kondensatwachstums

Kagan *et al.* haben den Fall des homogenen Bose-Gases untersucht [16]. Dort wird zunächst die Bildung von Quasikondensaten vorhergesagt, die im Gegensatz zum eigentlichen Bose-Einstein-Kondensat noch Phasenfluktuationen besitzen und keine langreichweitige Ordnung aufweisen. Die Entstehung von solchen Quasikondensaten soll auf der Zeitskala der klassischen Kollisionszeit der Atome

$$\tau_K = (n\sigma v)^{-1} \quad (5.1)$$

geschehen, wobei  $n = \left(\frac{mkT}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2}$  die Atomzahldichte,  $\sigma = 8\pi a^2$  den Streuquerschnitt für Atom-Atom-Kollisionen mit Streulänge  $a$  und  $v = \sqrt{2k_B T/m}$  die mittlere thermische Geschwindigkeit beschreibt. Die Zeit  $\tau_K$  ist die Kollisionszeit eines klassischen Gases. Sobald sich ein Kondensat gebildet hat, steigt die Atomdichte stark an, und die reale Kollisionszeit verkürzt sich um ein bis zwei Größenordnungen [117]. Die Zeitskala der Formation ist dennoch diejenige des klassischen Gases. Die Phasenfluktuationen der Quasikondensate werden unterdrückt wenn das System wächst. Hier schlagen Kagan *et al.* zwei weitere Entwicklungsstufen vor, deren Bedeutung für den Fall des inhomogenen Gases noch nicht geklärt ist. Für ein unendlich ausgedehntes Gas würde es eine unendlich lange Zeit brauchen, bis sich die Phasenkohärenz vollständig aufgebaut hat. Auf Quasikondensate wird in Abschnitt 5.1.4 näher eingegangen.

Stoof postuliert die Entstehung des Kondensats in einer kurzen, kohärenten Phase, der sogenannten Nukleation [17]. Ihr schließt sich eine Wachstumsphase an, die gemäß einer kinetischen Gleichung beschrieben werden kann. Die Zeitskala, die Stoof für die Änderung der Besetzungszahlen der Fallenniveaus angibt, beträgt  $\tau_S = (\lambda_{dB,c}/a)^2 \hbar/k_B T_c$ . Darin bezeichnet  $\lambda_{dB,c} = \sqrt{2\pi\hbar^2/mk_B T_c}$  die thermische de-Broglie-Wellenlänge am Phasenübergang mit der kritischen Temperatur  $T_c$ . Dieser Wert besitzt die gleiche Größenordnung wie der Ausdruck  $\tau_K$  und ist mehrere Größenordnungen größer als der Ausdruck  $\hbar/k_B T_c$ , den Stoof in einem semiklassischen Modell [118] angegeben hatte. Seit kurzem existieren numerische Berechnungen des Kondensatwachstums nach dem Modell von Stoof, die auch den Einfluß der thermischen Atome mitberücksichtigen [115].

Gardiner *et al.* haben das Kondensatwachstums im Rahmen der quantenkinetischen Theorie untersucht [18, 119]. Hierbei werden die Energieniveaus der Falle in zwei Bänder aufgeteilt. Niedrigliegende Energieniveaus bilden das "Kondensatband", aus dem das Bose-Einstein-Kondensat durch elastische Stöße wächst. Die Thermalisierung und Wiederauffüllung des Kondensatbandes erfolgt ebenfalls durch elastische Stöße mit Atomen aus dem "Nicht-Kondensatband", das die höher liegenden Fallenniveaus umfaßt. Das Nicht-Kondensatband wird als nicht-entleerbares Teilchenreservoir mit zeitlich konstantem chemischen Potential angenommen. Das Modell erlaubt es, relativ einfach quantitative Vorhersagen über das Wachstum zu machen. Die Genauigkeit der einfachen Vorhersagen ist zwar begrenzt und eine vollständige Lösung erfordert auch hier eine numerische Berechnung [114, 120], aber einige Grundeigenschaften des Kondensatwachstums lassen sich bereits aus der "einfachen" Wachstumsgleichung erkennen.

### 5.1.2 Die "einfache" Wachstumsgleichung

Die Struktur der "einfachen" Wachstumsgleichung kann aus fundamentalen physikalischen Prinzipien heraus hergeleitet werden, was im Folgenden erläutert werden soll. Die quantitative Bestimmung der Parameter der Gleichung erfordert jedoch den Formalismus der quantenkinetischen Theorie von Gardiner *et al.*.

#### Bose-Einstein-Statistik und Bose-Stimulation

In den meisten Lehrbüchern zur statistischen Mechanik wird die Bose-Einstein-Statistik aus dem großkanonischen Ensemble abgeleitet (z. B. [22]). Aus der Bose-Einstein-Statistik wird dann die Bose-Stimulation gefolgert, die besagt daß die Rate für Streuung in einen Zustand, in dem bereits  $N$  ununterschiedbare Teilchen vorhanden sind, proportional zu  $N+1$  ist.

Man kann jedoch ebenso umgekehrt die Bose-Statistik aus der Bose-Stimulation herleiten und damit zeigen, daß beide äquivalent sind [20, 121]. Nimmt man ein Gas mit je  $n_i$  Teilchen in den Quantenzuständen  $i$  an, so sind die Rate für Übergänge zweier Teilchen aus den Zuständen 1 und 2 durch Stöße in die Zustände 3 und 4 bzw. die Rate für den umgekehrten Prozess gegeben durch

$$W_{1,2 \rightarrow 3,4} = |M_{12,34}|^2 n_1 n_2 (n_3 + 1)(n_4 + 1) \quad (5.2)$$

$$W_{3,4 \rightarrow 1,2} = |M_{34,12}|^2 n_3 n_4 (n_1 + 1)(n_2 + 1). \quad (5.3)$$

Da die Raten proportional zur Endzustandsteilchenzahl plus eins sind, wird hier bereits bosonische Stimulation angenommen. Im thermischen Gleichgewicht sind die beiden Raten gleich groß, ebenso die Absolutwerte der Matrixelemente  $|M_{ab,xy}|$ . Somit erhält man

$$\frac{n_1}{n_1 + 1} \frac{n_2}{n_2 + 1} = \frac{n_3}{n_3 + 1} \frac{n_4}{n_4 + 1}. \quad (5.4)$$

Nimmt man an, daß die Besetzungszahlen nur von der Energie abhängen und keine weiteren Erhaltungssätze Stöße zwischen den Teilchen verbieten, gelangt man zu folgendem Satz von Gleichungen:

$$f(E_1)f(E_2) = f(E_3)f(E_4) \quad (5.5)$$

$$E_1 + E_2 = E_3 + E_4, \quad (5.6)$$

wobei  $f(E_i) = n_i/(n_i + 1)$  gilt. Die einzige Funktion, die diesen funktionalen Zusammenhang erfüllt, ist die Exponentialfunktion, so daß man mit den Konstanten  $\beta$  und  $\mu$  schreiben kann

$$\frac{n_i}{n_i + 1} = f(E_i) = e^{-\beta(E_i - \mu)}, \quad (5.7)$$

was explizit die Bose-Statistik der Besetzungszahlen  $n_i$  widerspiegelt.

### Der Ansatz für die Wachstumsgleichung

Die Ableitung im vorangegangenen Abschnitt gestattet es nun, eine Wachstumsgleichung anzusetzen, in der die Bose-Statistik der Teilchen nicht explizit eingeht, wohl aber der Effekt der bosonischen Stimulation. Unter dieser Annahme kann man folgenden Ausdruck für die Wachstumsrate  $\dot{N}_0$  der kondensierten Teilchen erwarten:

$$\dot{N}_0 = \alpha_1 (\alpha_2 N_0 + 1). \quad (5.8)$$

Man sieht, daß die Wachstumsrate sowohl einen Term stimulierten Wachstums (proportional zu  $N_0$ ) als auch einen spontanen Term (" +1 ") enthält. Hierbei sind  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  noch zu bestimmende Ausdrücke, die im allgemeinen von der Temperatur  $T$ , der Kondensatatomzahl  $N_0$  sowie dem chemischen Potential  $\mu$  der thermischen Atome abhängen. Das Wachstum des Kondensats erreicht einen Maximalwert  $N_{0,f}$ , so daß der Faktor  $\alpha_2$  asymptotisch verschwinden muss, wenn  $N_0 \rightarrow N_{0,f}$ .

Aus der quantenkinetischen Theorie folgt, daß das Wachstum abhängig von der Differenz des chemischen Potentials  $\mu$  der thermischen Atome und des Bose-Einstein-Kondensats  $\mu_C(N_0)$  ist [119]:

$$\alpha_2 = 1 - \exp\left(\frac{\mu - \mu_C(N_0)}{k_B T}\right). \quad (5.9)$$

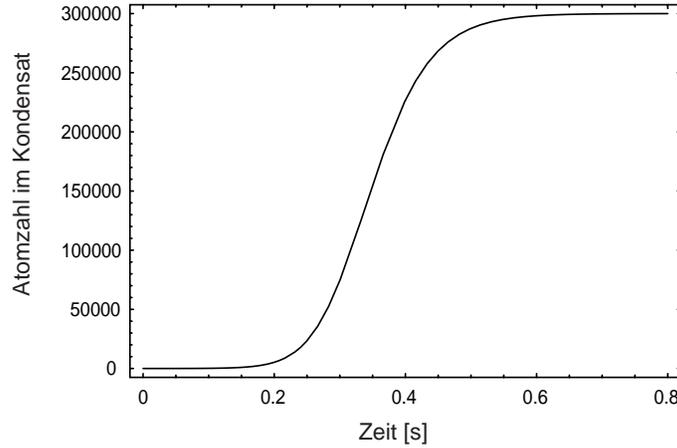
Einen quantitativen Ausdruck für  $\alpha_1$  kann man ebenfalls aus der quantenkinetischen Theorie erhalten [18]:

$$\alpha_1 = \frac{8ma^2\omega^2}{\pi\hbar} \left(\frac{k_B T}{\hbar\omega}\right)^2 \left\{ [\log(1 - z)]^2 + z^2 \sum_{r=1}^{\infty} [z z(N_0)]^r [\Phi(z, 1, r + 1)]^2 \right\}. \quad (5.10)$$

Dabei bezeichnet  $z = \exp\left(\frac{\mu - e_{max}}{k_B T}\right)$ ,  $z(N_0) = \exp\left(\frac{\mu_C(N_0) - e_{max}}{k_B T}\right)$  und  $\Phi(x, s, a) = \sum_{k=0}^{\infty} x^k / (a + k)^s$  Lerch's transzendente Funktion.  $\omega$  ist die Fallenfrequenz der isotrop angenommenen Magnetfalle,  $m$  die Masse der Atome,  $a$  die s-Wellen-Streulänge und  $e_{max}$  bezeichnet diejenige Energie, die das Kondensatband vom Nicht-Kondensatband trennt. Typischerweise wird  $e_{max} \simeq 2, 2 \times \mu$  gewählt [18]. Eine Lösung der "einfachen" Wachstumsgleichung zeigt Abbildung 5.1. Charakteristisch ist der S-förmige Verlauf des Wachstums.

### 5.1.3 Genauere Modelle

Die "einfache" Wachstumsgleichung hat mit dem Experiment in Referenz [13] nur bedingte Übereinstimmung erzielt. Der Grund hierfür liegt hauptsächlich in der Vernachlässigung der Umverteilung der Besetzung der Energieniveaus oberhalb des Kondensats. Hier stellt sich insbesondere die Frage, ob das Konzept der Bose-Stimulation eine korrekte Beschreibung darstellt oder vielmehr die Kinetik der oberhalb des Grundzustands liegenden



**Abbildung 5.1:** Lösung der "einfachen" Wachstumsgleichung. Parameter:  $T=220$  nK,  $N_{0,f} = 3 \times 10^5$  Atome, Fallenfrequenz  $\omega = 2\pi \times 56$  Hz, Anzahl der Atome, die anfänglich bereits im Grundzustand sind,  $N_{0,i} = 0$ . Man sieht den typischen S-förmigen Verlauf und die lange Entwicklungszeit von etwa 200 ms, ehe das Kondensatwachstum beginnt.

Niveaus das Wachstum dominiert. In Referenz [116] wird der dort als nicht-exponentiell beobachtete Anstieg der Kondensatatomzahl auf diesen Mechanismus zurückgeführt. Wie die Umverteilung der Besetzung der Fallenniveaus das Wachstum beeinflusst, wurde z. B. in Referenz [18] untersucht.

Man erhält für jedes Energieniveau  $k$  der Atomfalle eine Ratengleichung für die Veränderung der Besetzungszahlen

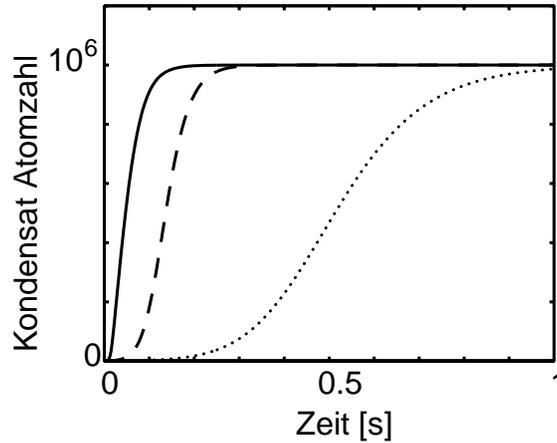
$$\dot{N}_k = \dot{N}_{k,growth} + \dot{N}_{k,scatt}. \quad (5.11)$$

Die Wachstumsterme  $\dot{N}_{k,growth}$  haben für niedrig liegende Niveaus ( $E_k < e_{max}$ ) näherungsweise die Form von Gleichung 5.8, wobei  $\mu_C(N_0)$  durch die Energie  $E_k$  ersetzt wird. Die Streuterme  $\dot{N}_{k,scatt}$  beschreiben die Umverteilung der Besetzung der energetisch tief liegenden Niveaus durch Stöße mit Atomen aus dem Bad der thermischen Atome mit Energien oberhalb von  $e_{max}$ . Diese Prozesse wurden bei der einfachen Wachstumsgleichung nicht berücksichtigt, sind aber für die Initiation des Kondensatwachstums mitentscheidend. Aufgrund der vielen beteiligten Niveaus läßt sich der Streuterm nicht in einem einfachen Ausdruck zusammenfassen, sondern die Summationen über die Energieniveaus müssen explizit ausgeführt werden. Die Lösungen lassen sich dann allerdings nur noch numerisch erhalten [18, 114]. Diese numerischen Lösungen zeigen ein qualitativ anderes Verhalten als Abbildung 5.1. Der Verlauf des Wachstums entspricht eher einer Relaxation gemäß

$$N_0(t) = N_{0,f} \left( 1 - e^{-\Gamma(t-t_i)} \right). \quad (5.12)$$

Insbesondere ist die Entwicklungszeit  $t_i$  bis das Kondensatwachstum beginnt wesentlich verkürzt und vergleichbar mit dem Wert  $\tau_K$  aus Gleichung 5.1 (siehe Abbildung 5.2). Die numerische Lösung des Modells von Stoof kommt zu sehr ähnlichen Ergebnissen [115].

Eine weitere starke Vereinfachung ist die Annahme, daß das Kondensat aus einem Reservoir thermischer Atome wächst, das erstens ein zeitlich konstantes chemisches Potential  $\mu$  besitzt und zweitens durch das Kondensatwachstum nicht entleert wird. Beide



**Abbildung 5.2:** Vergleich der Kondensatwachstumsmodelle (aus Ref. [114]). Die gepunktete Linie zeigt das ursprüngliche Modell aus [119]. Die gestrichelte Kurve die Lösung der "einfachen" Wachstumsgleichung (Gleichung 5.8) und die durchgezogene Linie das Wachstum unter Einbeziehung der Streuvorgänge zwischen den thermischen Atomen. Die Kurven korrespondieren zu den experimentellen Parametern aus [13].

Annahmen sind aus experimenteller Sicht nicht haltbar und machen Modifikationen dieser Theorie erforderlich. Dieser Einfluß der Dynamik der thermischen Atomwolke auf das Kondensatwachstum konnte kürzlich numerisch simuliert werden [115, 120], experimentelle Untersuchungen hierzu liegen allerdings noch nicht vor.

Rein numerische Untersuchungen des Kondensatwachstums aufgrund von Monte-Carlo-Simulationen werden in [122] präsentiert. Dort wird der Einfluß der Dimensionalität des evaporativen Kühlens auf die Entstehung von Bose-Einstein-Kondensaten betrachtet. In den Fällen von ein- und zweidimensionalem evaporativem Kühlen liegen erheblich langsamere Thermalisierungszeiten vor als im dreidimensionalen Kühlechema [123]. Folglich ist mit einer langsameren Evolution der Kondensatpopulation zu rechnen.

#### 5.1.4 Quasikondensate und Phasenfluktuationen

Der Begriff des "Quasikondensats" wurde von Kagan *et al.* [16] eingeführt, um einen Zwischenschritt des Kondensationsprozesses zu beschreiben, in dem Dichtefluktuationen im Kondensat bereits unterdrückt sind, aber noch Phasenfluktuationen vorliegen. In welcher Art und Weise sich diese Betrachtungen des homogenen Systems genau auf den Fall des gefangenen Bose-Kondensats übertragen lassen, bleibt jedoch unklar.

Vor kurzem haben Petrov *et al.* darauf aufmerksam gemacht, daß in elongierten Fallen Quasikondensate stationär auftreten können [19]. Eindimensionale Anregungen entlang der Symmetrieachse können unter bestimmten Bedingungen existieren und zu Phasenfluktuationen führen, ohne Dichtefluktuationen hervorzurufen. Der Grund hierfür liegt in der Hierarchie der beteiligten Energieskalen. Um in einem Kondensat Dichtefluktuationen anregen zu können, müssen die Anregungsenergien in der Größenordnung des chemischen Potentials liegen. Wegen ihrer hohen Anregungsenergie werden Dichtefluktuationen nicht angeregt. Phasenfluktuationen können in zwei verschiedenen Regimes auftreten: axiale

Anregungen mit Energien  $\epsilon < \hbar\omega_{\perp}$  und dreidimensionale Anregungen mit Energien  $\epsilon > \hbar\omega_{\perp}$ . Betrachtet man nur die niedrig liegendsten axialen Anregungen und rechnet die Varianz der Phasenfluktuation aus, erhält man den Ausdruck [19]

$$\delta_L^2 = (T/T_c)(N/N_0)^{3/5}\delta_c^2 \quad (5.13)$$

mit

$$\delta_c^2 = \frac{32\mu(N_0 = N)}{15 N^{2/3}\hbar(\omega_{\perp}^2\omega_{ax})^{1/3}} \left(\frac{\omega_{\perp}}{\omega_{ax}}\right)^{4/3}. \quad (5.14)$$

Der Faktor  $\delta_c^2$  beträgt für die hier vorgestellten Experimente etwa 0,15. Daraus folgt, daß das Regime stark fluktuierender Phase  $\delta_L^2 > 1$  für  $T \simeq T_c$  und  $N \gg N_0$  erreicht werden kann.

## 5.2 Experimentelle Untersuchung des Wachstums

In diesem Abschnitt werden die experimentelle Umsetzung der Messung des Kondensatwachstums beschrieben sowie die Ergebnisse vorgestellt. Der besondere Schwerpunkt liegt auf dem Einfluß der thermischen Atome auf das Kondensatwachstum.

### 5.2.1 Das Meßverfahren

Um ein quantitatives Verständnis des Wachstumsprozesses eines Bose-Einstein-Kondensats zu gewinnen, muß der Ausgangszustand vor dem Wachstum möglichst präzise und reproduzierbar präpariert werden. Hierzu werden etwa  $10^9$   $^{87}\text{Rb}$  Atome im  $|F = 1, m_F = -1\rangle$ -Hyperfein-Grundzustand in die Magnetfalle geladen. Die Fallenfrequenzen der Falle betragen  $\omega_{\perp} = 2\pi \times 110 \text{ Hz}$  in der radialen und  $\omega_z = 2\pi \times 14 \text{ Hz}$  in der axialen Richtung. In der Magnetfalle werden die Atome durch RF-induzierte Verdampfungskühlung gekühlt. Dafür wird die Radiofrequenz von anfänglich 19 MHz innerhalb von 25 s auf  $\nu_{RF,0} = 2120 \text{ kHz}$  abgesenkt. Nach diesem Kühlprozeß ist eine Atomwolke mit der Temperatur  $T_{start} = (640 \pm 40) \text{ nK}$  und der Atomzahl  $N_{start} = (4,2 \pm 0,4) \times 10^6$  präpariert, die dann in das quantenentartete Regime gekühlt wird. Die kühlende Radiofrequenz springt auf einen Wert  $\nu_{RF,1} < \nu_{RF,0}$  und verbleibt dort für bis zu 6 s. Die Intensität des Radiofrequenzfeldes wird nicht geändert. Die Radiofrequenz  $\nu_{RF,1}$  begrenzt die Tiefe der Magnetfalle auf einen Wert  $E_{trap}$ . Atome mit einer Energie größer als die Fallentiefe werden durch Spinflips in nicht gefangene Zustände aus der Falle entfernt. Die Kühlung der Wolke erfolgt durch Rethermalisierung mittels elastischer Stöße nach der Evaporation energiereicher Teilchen (siehe Abbildung 5.3). Der Grundzustand der Magnetfalle plus Bose-Einstein-Kondensat kann durch Atomlaserauskopplung ermittelt werden und liegt bei  $\nu_0 = 1955 \text{ kHz}$ .

Bei der Berechnung der Fallentiefe  $E_{trap}$  muß die Verschiebung des Fallenzentrums aufgrund der Gravitation berücksichtigt werden. Bei einer radialen Krümmung des Magnetfeldes  $B''_{\perp}$  (Gleichung 1.20) wird das Fallenzentrum um die Strecke

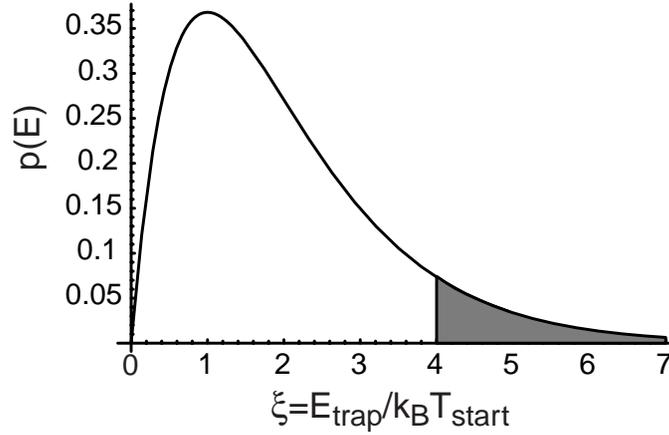
$$z_0 = \frac{m g}{\mu_B B''_{\perp}} \quad (5.15)$$

nach unten verschoben. Darin bezeichnet  $m$  die Masse der Atome,  $g$  die Gravitationsbeschleunigung und  $\mu_B$  das Bohrsche Magneton. Die Fallentiefe berechnet sich zu

$$E_{trap} = \frac{\mu_B}{2} B'' \left( \sqrt{z_0^2 + \frac{2h(\nu_{RF,1} - \nu_0)}{\mu_B B''_{\perp}}} - z_0 \right)^2. \quad (5.16)$$

Der hier verwendete Kühlvorgang unterscheidet sich von dem früheren Experiment [13], bei dem lediglich ein Teil der thermischen Atome durch einen kurzen Radiofrequenz-Schnitt entfernt wird und das Gesamtsystem sich dann zum Gleichgewicht hin entwickelt. Der Vorteil des kontinuierlichen Kühlens liegt darin, daß die Geschwindigkeit des Kühlprozesses beliebig eingestellt und der Phasenübergang "in Zeitlupe" beobachtet werden kann.

Die zeitliche Entwicklung des Kondensationsvorganges wird untersucht, indem nach verschiedenen Kühldauern die Magnetfalle abgeschaltet und von der Atomwolke nach ballistischer Expansion ein Absorptionsbild aufgenommen wird, aus dem die Atomzahl und



**Abbildung 5.3:** Schema des Kühlprozesses zum Bose-Einstein-Kondensat. Eine thermische Wolke mit Temperatur  $T_{start}$  und der entsprechenden Maxwell-Boltzmann-Verteilung ist präpariert. Die Falltiefe wird schnell auf einen Wert  $E_{trap}$  begrenzt und schneidet die Maxwell-Boltzmann-Verteilung an einer bestimmten Stelle (hier  $\xi = E_{trap}/k_B T_{start} = 4$ ) ab. Atome mit den grau markierten Energien verlassen die Falle, und die verbliebenen Atome thermalisieren zu einer tieferen Temperatur.

die Temperatur bestimmt werden. Die ballistische Expansionszeit beträgt  $t = 17$  ms. Dadurch ist  $\omega_{\perp} t \gg 1$  und die anfängliche Ausdehnung der Atomwolke in der Falle kann bei der Temperaturbestimmung vernachlässigt werden.

### 5.2.2 Bestimmung von Atomzahl und Temperatur

Die Bestimmung der experimentellen Größen Temperatur und Atomzahl erfolgt durch eine quantitative Auswertung von Absorptionsoptionen. Das Prinzip der Absorptionsoption besteht darin, daß ein durch die Atomwolke entlang der  $z$ -Achse propagierender resonanter Laserstrahl mit räumlich und zeitlich konstanter Intensität  $I_0$  von den Atomen teilweise absorbiert wird. Dabei ändert sich seine Intensität gemäß

$$I(x, y) = I_0 \exp\left(-\int \sigma \rho(x, y, z) dz\right). \quad (5.17)$$

$\rho(x, y, z)$  bezeichnet die atomare Dichteverteilung und  $\sigma$  den Streuquerschnitt. Dieser ergibt sich aus dem resonanten Streuquerschnitt  $\sigma_0 = \frac{3}{2} \frac{\lambda^2}{\pi}$  und der Verstimmung des Lasers von der Resonanz  $\delta$  durch

$$\sigma = \frac{\sigma_0}{1 + 4\delta^2}. \quad (5.18)$$

Dabei wird die Verstimmung  $\delta$  in Einheiten der natürlichen Linienbreite  $\Gamma = 2\pi \times 6$  MHz angegeben.

#### Bestimmung der Atomzahl

Die Gesamtatomzahl wird durch Integration der Absorption über den gesamten Bildbereich bestimmt. Hierbei ist der systematische Fehler klein, denn der Meßwert hängt von der Verstimmung  $\delta$  als einziger experimenteller Größe ab.

Um jedoch in einem teilkondensierten System die Atomzahlen in der thermischen Wolke und im Bose-Einstein-Kondensat zu unterscheiden, sind zusätzliche Annahmen erforderlich. Die naheliegendste Methode, eine teilkondensierte Atomwolke zu beschreiben, ist, die thermischen Atome durch eine Bose-Funktion  $g_{3/2} \left( \exp \left[ -\frac{x^2}{x_0^2} - \frac{y^2}{y_0^2} - \frac{z^2}{z_0^2} \right] \right)$  (siehe Gleichung 1.21) und das Kondensat durch eine Thomas-Fermi-Verteilung (siehe Gleichung 1.9) zu nähern. Integriert man diese Funktionen gemäß Gleichung 5.17 entlang der z-Achse, erhält man als Dichteverteilungen

$$\rho_{th}(x, y) = \rho_{th,0} z_0 \sqrt{\pi} g_2 \left( \exp \left[ -\frac{x^2}{x_0^2} - \frac{y^2}{y_0^2} \right] \right) \quad (5.19)$$

$$\rho_C(x, y) = \frac{4\rho_{C,0} z_C}{3} \left( 1 - \frac{x^2}{x_C^2} - \frac{y^2}{y_C^2} \right)^{3/2}. \quad (5.20)$$

Darin bezeichnen  $x_0$ ,  $y_0$  und  $z_0$  die 1/e-Radien der thermischen Wolke und  $x_C$ ,  $y_C$  und  $z_C$  die Thomas-Fermi-Radien des Bose-Einstein-Kondensats in der jeweiligen Richtung. Die Summe dieser beiden Funktionen wird an die gemessene Dichteverteilung gefittet, wobei die Amplituden und Breiten als freie Parameter variiert werden. Die Fitsoftware wurde von I. Bloch programmiert. Es hat sich gezeigt, daß zur Bestimmung der Atomzahl zweidimensionale Fits an die gesamte Atomwolke wesentlich robuster sind als Fits an eindimensionale Schnitte durch die Wolke. Die räumlichen Integrale über die Dichteverteilungen ergeben die jeweiligen Atomzahlen

$$N_{th} = \rho_{th,0} x_0 y_0 z_0 \pi^{3/2} \zeta(3) \quad (5.21)$$

$$N_C = \frac{8\pi}{15} \rho_{C,0} x_C y_C z_C, \quad (5.22)$$

wobei  $\zeta(x)$  die Riemannsche Zeta-Funktion bezeichnet.

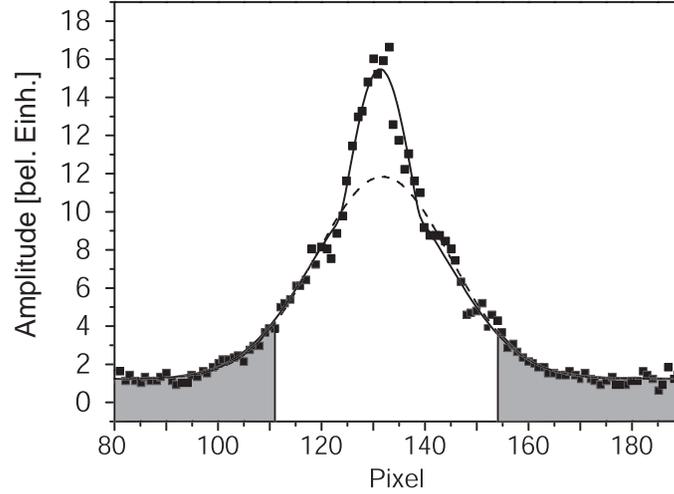
Diese Fitmethode enthält einen systematischen Fehler, weil für die thermische Wolke das chemische Potential  $\mu$  gleich Null gesetzt wird. In dem Exponentialausdruck in der  $g_2$ -Funktion fehlt der Summand  $\mu/k_B T$ . Dies ist für ein teilkondensiertes System nicht korrekt. Da jedoch für das chemische Potential  $\mu \ll k_B T$  gilt, ist dieser Fehler nicht größer als 10%.

### Bestimmung der Temperatur

Im Prinzip kann die Temperatur der thermischen Wolke aus der oben bestimmten Breite  $x_0$  durch

$$T = \frac{m x_0^2}{2 k_B t^2} \quad (5.23)$$

bestimmt werden, wobei  $t$  die Zeitdauer der ballistischen Expansion der Wolke darstellt. Durch dieses Verfahren erhält man jedoch leicht systematische Fehler bis zu 20% [124]. Dies liegt einerseits wieder in der Annahme eines chemischen Potentials  $\mu = 0$  für die thermischen Atome. Dadurch wird die Amplitude des Fits unterschätzt, während die Breite überschätzt wird. Bei der Bestimmung der Gesamtatomzahl wird durch die Produktbildung dieser Fehler wieder teilweise kompensiert, aber bei der Bestimmung der Temperatur wird er verstärkt, da die gemessene Breite quadratisch in die Temperatur eingeht. Andererseits ist die gemessene Breite der thermischen Atomwolke kritisch bezüglich der exakten



**Abbildung 5.4:** Vergleich der Fit-Methoden. Die Quadrate sind Datenpunkte eines Schnitts durch eine teilweise kondensierte Wolke. Die durchgezogene Linie ist der Fit einer Thomas-Fermi-Verteilung plus einer Bose-Funktion. Die daraus erhaltene Temperatur beträgt  $T = 350$  nK. Die gestrichelte Linie ist eine Gaußfunktion, die nur an die grau unterlegten Bereiche gefittet wurde. Die so ermittelte Temperatur beträgt  $T = 290$  nK.

”Übergangsstelle” zwischen thermischen Atomen und Bose-Kondensat. Hier können - je nach Kondensatanteil - zusätzliche systematische Fehler auftreten.

Zuverlässigere Ergebnisse für die Temperatur erhält man durch eine Beschränkung der Untersuchung auf die äußersten Flügel der thermischen Wolke. Die Atomverteilung kann dort gut durch eine Gaußverteilung statt einer Bose-Funktion angenähert werden, da die kinetische Energie sehr viel größer als das chemische Potential ist. Abbildung 5.4 zeigt einen solchen Fit an die Flügel der thermischen Wolke. Der systematische Fehler bei diesem Verfahren liegt bei etwa 10%. Dazu trägt auch die Unsicherheit bei der Festlegung der Vergrößerung des Abbildungssystems sowie bei der ballistischen Expansionszeit bei.

Temperatur und Gesamtatomzahl können gemäß

$$N = \zeta(3) \left( \frac{k_B T_c}{\hbar \omega} \right)^3 \quad (5.24)$$

am Phasenübergang kalibriert werden. Die mit der Gaußfunktion an den Flügeln der thermischen Verteilung erhaltenen Temperaturen erfüllen das Kriterium 5.24 durchweg besser als die aus der Bose-Funktion bestimmten Temperaturen.

Aus Abbildung 5.4 kann man erahnen, daß die Temperaturbestimmung bei großen Kondensatanteilen nicht mehr verlässlich ist, weil das Signal der thermischen Atome zu schwach wird. Außerdem können bei größeren Kondensaten leicht Abbildungsfehler durch die sehr hohen optischen Dichten im Kondensat auftreten, die zu Ringen in der Abbildung führen und das Bild der thermischen Wolke verzerren.

Um Temperaturen auch bei höheren Kondensatanteilen verlässlich zu bestimmen, sind verschiedene Verfahren vorgeschlagen worden, beispielweise die Dämpfung von kollektiven Anregungen des Bose-Einstein-Kondensats [125, 126, 127, 128]. Bei Anregungsmoden mit hohem Drehimpuls [129] ist der Einfluß der thermischen Wolke am größten, weil die

Anregung näher am Rand des Kondensats und somit in engerem Kontakt zur thermischen Wolke lokalisiert ist. Alternativ könnte die Bestimmung der räumlichen Korrelationsfunktion 1. Ordnung [9] zur Messung der Temperatur herangezogen werden. Bei beiden Verfahren fehlt jedoch bisher eine präzise Eichung, so daß gegenwärtig keine geringeren systematischen Fehler zu erwarten sind als bei der Absorptionsabbildung.

### 5.2.3 Resultate der Messungen

Mit dem dimensionslosen Parameter  $\xi = E_{\text{trap}}/k_B T_0$  kann die Falltiefe in Einheiten der Anfangstemperatur beschrieben werden. In der Literatur wird dieser Kühlparameter manchmal auf die kritische Temperatur bezogen (z. B. [115]). Dies ist problematisch, weil die kritische Temperatur selbst von dem Kühlparameter abhängt. Daher ist die Normierung auf die Anfangstemperatur aussagekräftiger.

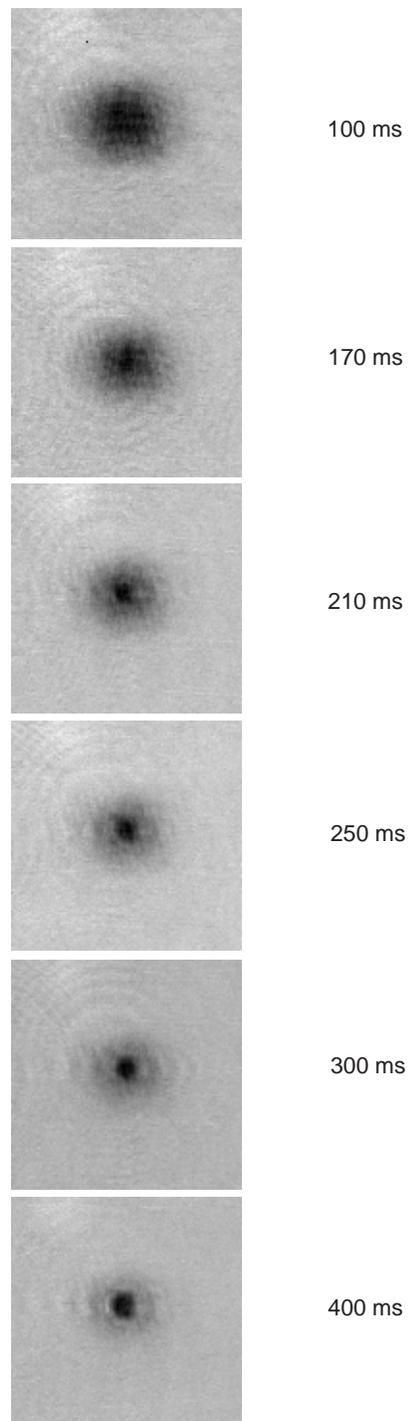
Wenn die Atomwolke anfänglich bei  $T_{\text{start}} = 640 \text{ nK}$  präpariert ist, beträgt  $\xi = 6$ . Experimente werden im Bereich  $0,75 < \xi < 4,8$  durchgeführt. Bei  $\xi = 0,75$  können keine Bose-Kondensate erzeugt werden, sondern nur sehr kleine thermische Wolken. Die Atomzahl ist hier zu stark erniedrigt, als daß das Verdampfungskühlen ausreichend Phasenraumdichte aufbauen könnte. Für  $\xi > 4,6$  war die Kühlleistung nicht ausreichend, um innerhalb der Meßdauer von 6 s ein Bose-Einstein-Kondensat zu erzeugen.

#### Starkes Kühlen ( $\xi < 2$ )

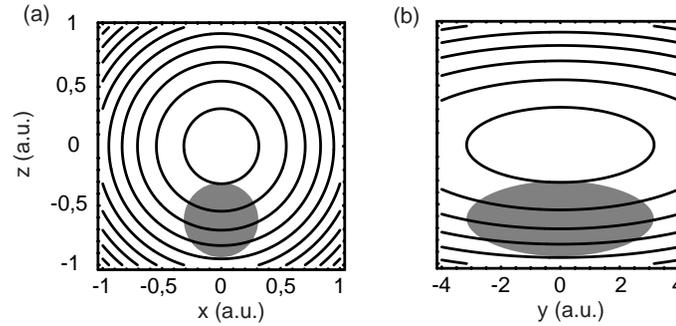
Zunächst werden die Ergebnisse von Experimenten besprochen, in denen die Kühl-Radiofrequenz stark abgesenkt wird. Dabei wird das thermische Gas unterkühlt. Die Situation ist vergleichbar derjenigen eines übersättigten Dampfs bei der Kondensation eines normalen Gases in den flüssigen Aggregatzustand.

Abbildung 5.5 zeigt Absorptionsabbildungen des Entstehungsprozesses eines Bose-Einstein-Kondensats bei einem Kühlparameter  $\xi = 1,4$ . In Abbildung 5.7 ist die Entwicklung der Kondensatatomzahl für verschiedene Kühldauern gezeigt. Jeder Datenpunkt ist über drei Wiederholungen des Experiments gemittelt und die statistischen Fehler sind angegeben. An die Datenpunkte ist eine exponentielle Relaxationskurve (Gleichung 5.12) gefittet (gestrichelte Kurve), woraus die Relaxationsrate  $\Gamma = (7,2 \pm 0,7) \text{ s}^{-1}$  sowie die Entwicklungszeit  $t_i = (215 \pm 10) \text{ ms}$  bestimmt werden.

Die gemessene Entwicklungszeit entspricht ungefähr  $30 \cdot \tau_K$  (siehe Gleichung 5.1) und ist somit wesentlich größer als theoretisch erwartet [16, 17, 18]. Der Grund hierfür liegt in der Dimensionalität des evaporativen Kühlens. Die Atomwolke ist durch Gravitation gegenüber dem Zentrum des Magnetfeldes um eine Distanz  $z_0 = g/\omega_{\perp}^2$  (Gleichung 5.15) nach unten verschoben (siehe Abbildung 5.6). Für Temperaturen unterhalb weniger Mikrokkelvin macht sich diese Verschiebung darin bemerkbar, daß die Kühl-Radiofrequenz Atome lediglich an der Unterseite der Atomwolke entfernt. Dadurch wird die Evaporation eindimensional. Eindimensionales Verdampfen von Atomen resultiert nicht nur in einer niedrigeren Verdampfungsrate, sondern auch in langen Mischungszeiten, bis die Atombewegung in der Falle wieder ergodisch ist. Unter ergodischer Bewegung versteht man, daß die Phasenraumverteilung der Atome lediglich von ihrer Energie abhängt. Mit anderen Worten kann man sagen, daß die Temperaturen, die der Bewegung der Atome in radialer Fallenrichtung  $T_{\perp}$  und in axialer Fallenrichtung  $T_{ax}$  zugeordnet werden, bei ergodischer Bewegung gleich



**Abbildung 5.5:** Entstehung eines Bose-Einstein-Kondensats. Gezeigt sind Absorptionsoptionen für  $\xi = 1,4$  zu verschiedenen Zeiten nach Beginn des Kühlens. Die Abbildung erfolgt nach 17 ms ballistischer Expansion. Das erste Anzeichen eines Kondensats in Form einer bimodalen Geschwindigkeitsverteilung erscheint nach 170 ms. Anschließend sieht man die stetige Vergrößerung des Kondensats. Die Kantenlänge der Bilder beträgt  $820 \mu\text{m}$ .

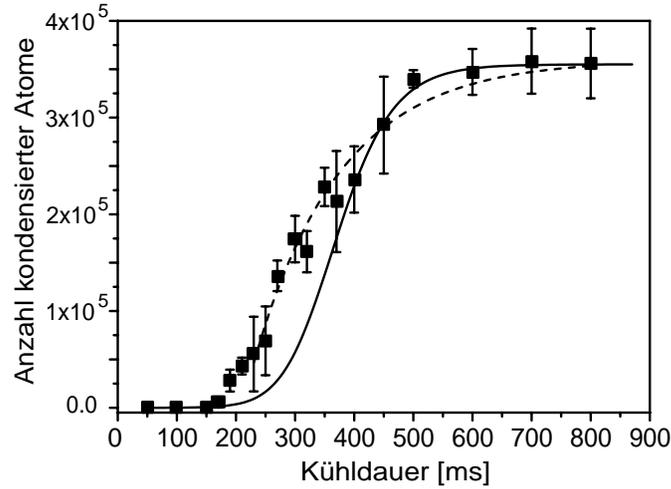


**Abbildung 5.6:** Die Atomwolke ist aufgrund von Gravitation gegenüber dem Zentrum der Magnetfalle verschoben (schematisch). **(a)** "Blick" entlang der Symmetrieachse der Magnetfalle, **(b)** in orthogonaler Richtung. Die Evaporation erfolgt auf Flächen konstanten Magnetfeldes und somit nur an der Unterseite der Atomwolke.

sind. Aus numerischen Simulationen findet man, daß im Fall von zwei- und eindimensionaler Evaporation beträchtliche ergodische Mischungszeiten von wenigstens  $20 \cdot \tau_K$  vorliegen [122]. Die in der Simulation modellierte Falle besitzt Parameter, die von unserer Magnetfalle abweichen: die Fallenfrequenzen betragen  $2\pi \times 300$  Hz,  $2\pi \times 400$  Hz und  $2\pi \times 800$  Hz, was einem Aspektverhältnis von  $1/2$  entspricht. In unserer Geometrie liegt ein Aspektverhältnis von 8 vor, was zu noch längeren Mischungszeiten führen sollte. Daher scheint die Entwicklungszeit des Bose-Einstein-Kondensats durch die ergodische Mischungszeit in der Magnetfalle limitiert zu sein. Eine experimentelle Überprüfung der intrinschen Entwicklungszeit von  $\tau_K$  ist daher äußerst schwierig, da eine dreidimensionale Evaporation bei Temperaturen unterhalb von  $1 \mu\text{K}$  gegenwärtig nicht realisierbar erscheint.

Die durchgezogene Kurve in Abbildung 5.7 zeigt die Lösung der "einfachen" Wachstumsgleichung. Es werden die experimentellen Parameter  $T = 220$  nK und  $N_{0,f} = 3,55 \times 10^5$  Atome, sowie die Startbedingung  $N_{0,i} = 0$  Atome gesetzt. Die Startbedingung ist in Übereinstimmung mit der Temperatur von  $640$  nK vor dem Kühlschnitt. Eine Veränderung der Anfangsatomzahl verschiebt die Kurve im wesentlichen zeitlich, aber ändert nur wenig an ihrem Aussehen. Die Temperatur von  $220$  nK wird nach etwa  $50$ - $80$  ms erreicht und ist danach innerhalb von etwa  $20$  nK konstant.

Die Übereinstimmung der "einfachen" Wachstumskurve mit den Meßwerten ist erstaunlich, denn die Voraussetzungen zur Ableitung dieser Gleichung sind unterschiedlich von der experimentellen Situation. Im Bereich großer Kondensatzahlen kurz vor der Sättigung wachsen die Meßergebnisse langsamer als die Wachstumskurve. Dies liegt an der zunehmenden Entleerung der thermischen Atomwolke durch das wachsende Kondensat [115, 120]. Am Ende des Wachstums beträgt der Kondensatanteil bereits  $55\%$ . Daß die Vernachlässigung der Streuterme (Gleichung 5.11) das Aussehen der Wachstumskurve abgesehen von der Verkürzung der Entwicklungszeit nicht nachhaltig beeinflusst, ist bereits in Abbildung 5.2 gezeigt. Dies liegt daran, daß die Streuterme im wesentlichen in der Anfangsphase das Kondensatwachstum beschleunigen, aber wenn bereits eine signifikante Atomzahl im Kondensat vorliegt, wird die Streurrate durch den Term proportional zu  $N_0$  dominiert.



**Abbildung 5.7:** Entstehung eines Bose-Einstein-Kondensats. Gezeigt ist die gemessene Kondensatatomzahl als Funktion der Kühdauer bei einem Kühlparameter von  $\xi = 1,4$ . Die durchgezogene Linie zeigt die Lösung der einfachen Wachstumsgleichung für die experimentellen Parameter  $T = 220$  nK,  $N_{0,f} = 3,55 \times 10^5$  Atome und  $N_{0,i} = 0$  Atome. Die gestrichelte Kurve zeigt einen Fit gemäß Gleichung 5.12, aus dem die Relaxationsrate  $\Gamma = (7,2 \pm 0,7) \text{ s}^{-1}$  und die Entwicklungszeit  $t_i = (215 \pm 10) \text{ ms}$  bestimmt werden. Jeder Datenpunkt ist über drei Wiederholungen des Experiments gemittelt, die Fehlerbalken geben die statistischen Fehler an.

### Entwicklungszeit und Relaxationsrate

Die Entwicklungszeiten des Kondensatwachstums und die Relaxationsraten werden für unterschiedliche Kühlparameter  $\xi$  bestimmt (siehe Abbildung 5.8 und 5.9). Hierzu wird die exponentielle Relaxation (Gleichung 5.12) numerisch an die Daten angepaßt. Die Anpassung wird auf diejenigen Datenpunkte beschränkt, bei denen die Kondensatatomzahl mehr als 30% der Endatomzahl beträgt. Ein Kondensationsverlauf gemäß Gleichung 5.12 wurde erstmals in [130] vorgeschlagen, und die numerischen Simulationen der Modelle von Gardiner *et al.* [18, 114] und Stoof [115] haben diesen analytischen Ausdruck als sinnvolle Näherung bestätigt.

Die Entwicklungszeit (gefüllte Quadrate in Abbildung 5.8) zeigt eine asymptotische Annäherung an einen Minimalwert  $t_i \simeq 200$  ms (gestrichelte Linie) für kleine Werte von  $\xi$ . Der Minimalwert korrespondiert zu der intrinsischen Entwicklungszeit des Bose-Einstein-Kondensats, die im letzten Abschnitt besprochen wurde. Für größer werdende Werte von  $\xi$  wird der Einfluß der Kühlrate auf die Zeitskala der Kondensation immer entscheidender und ab  $\xi > 3$  ist ihr Beitrag dominant.

Ein qualitativ ähnliches Verhalten zeigt die Relaxationsrate. Auch hier findet man deutliche Unterschiede, je nachdem ob die Kondensatentstehung durch die intrinsische Kinetik des Systems ( $\xi < 2$ ) oder durch die Dynamik des Kühlvorgangs ( $\xi > 3$ ) dominiert wird.

Sowohl für die Entwicklungszeit als auch für die Wachstumsrate existieren Berechnungen nur für das Natrium-Experiment [13], das andere Fallenparameter als die hier

vorgestellte Messung besitzt. Deswegen ist ein quantitativer Vergleich mit theoretischen Vorhersagen derzeit nicht möglich. Die generelle Form der Abhängigkeit stimmt jedoch mit den Simulationen aus [115] überein.

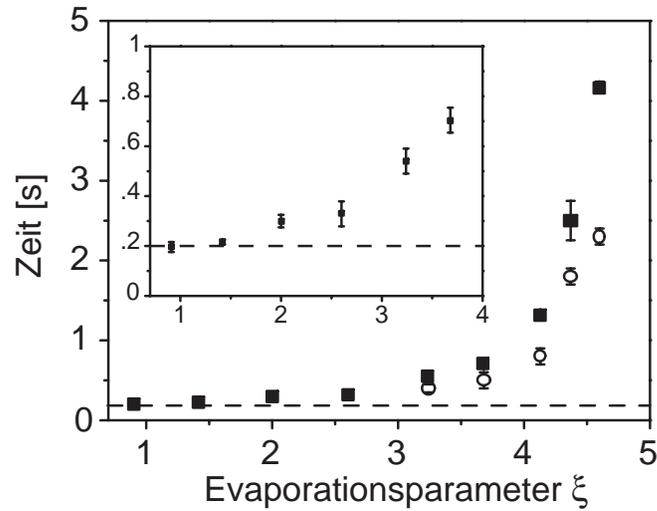
### Langsames Kühlen durch den Phasenübergang ( $\xi \geq 3$ )

Die im Zusammenhang mit der Atomlaserauskopplung bereits angedeutete hervorragende Stabilität der Magnetfalle und die gute Reproduzierbarkeit des Anfangszustandes ermöglichen es, die Atomwolke sehr langsam durch den Phasenübergang zu kühlen. Die Fallstabilität ist in Kapitel 3.2.3 bzw. in Referenz [11] charakterisiert. Von entscheidender Bedeutung ist, daß die Kondensation nicht durch Fluktuation des Magnetfeldes initiiert wird, sondern lediglich durch die Dynamik des Kühlens. Es wurde gemessen, daß der Boden der Magnetfalle um 5 kHz/s langsam nach oben driftet. Hervorgerufen wird dies durch eine thermische Ausdehnung der Spulen oder der Spulenhalterung.

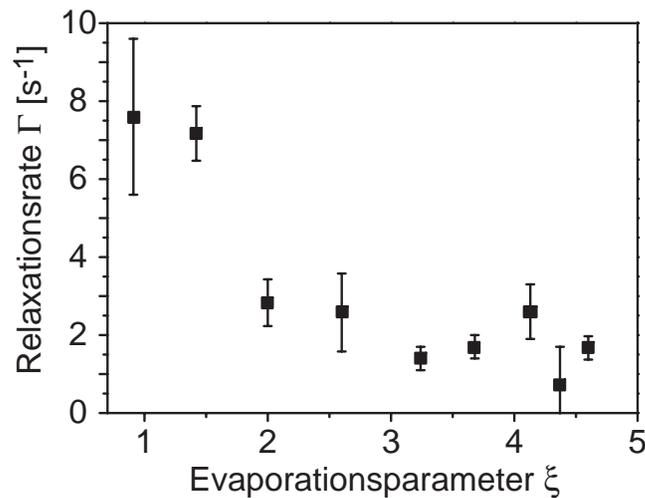
Kühlt man die Atomwolke sehr langsam durch den Phasenübergang, wird die Wachstumskurve des Bose-Einstein-Kondensats stark verändert, wie dies schon an den Abbildungen 5.8 und 5.9 zu erkennen ist. Die Wachstumskurve für langsames Kühlen enthält qualitative Änderungen gegenüber schnellem Kühlen (Abbildung 5.10). Die Entwicklung beginnt mit einem langsamen ungefähr linearen Anstieg der Kondensatatomzahl, ehe ein schnelles Anwachsen erfolgt, das mit der Relaxationsgleichung 5.12 beschrieben werden kann. Im Fall des Kühlens mit einem Parameter  $\xi = 4,6$  beträgt die Wachstumsrate im linearen Bereich  $\dot{N}_0 = (44 \pm 8) \times 10^3 \text{ s}^{-1}$ , während die anfängliche Rate im Relaxationsabschnitt achtmal so groß ist. Das Wachstumsverhalten für langsame Kühlung wird nicht durch die ergodischen Mischungszeiten beeinflusst, da die Entwicklung verglichen mit der Zeitskala von 200 ms langsam ist.

Das langsame lineare Wachstum könnte auf die Abwesenheit von bosonischer Stimulation in diesem Regime hindeuten. Die gemessene Wachstumsrate liegt stattdessen in der Größenordnung der spontanen Streurrate  $\alpha_1$  (Gleichung 5.10). Wenn der Effekt der Bose-Stimulation nur klein ist (d. h.  $\alpha_2 N_0 \ll 1$  in Gleichung 5.8) kann ein lineares Wachstum der Kondensatatomzahl erwartet werden. Möglicherweise kann dieses Verhalten durch die Bildung von Quasikondensaten im Entstehungsprozeß erklärt werden. Wenn die Anregungsenergie des Bose-Einstein-Kondensats sehr klein gegenüber dem chemischen Potential ist, können die Anregungen keine Dichtefluktuationen hervorrufen. Die Zahl von Atomen im absoluten Grundzustand ist dadurch kleiner als die Zahl von Atomen im Thomas-Fermi-Profil und dementsprechend ist auch die stimulierte Streurrate von thermischen Atomen in das Kondensat kleiner als aufgrund der gemessenen Atomzahl erwartet. Quantitativ läßt sich die Annahme von Quasikondensaten aus Gleichung 5.13 begründen. Der "Knick" in der Wachstumskurve tritt durchweg für Temperaturen größer als 90% der kritischen Temperatur auf. Somit erwartet man, daß  $\delta_L^2 > 1$  erfüllt ist, wenn man sich im Regime  $N_0/N < 4\%$  befindet. In der Tat liegen die Kondensatanteile an der Stelle des Übergangs von linearem zu relaxierendem Wachstum zwischen 1,5% und 3,5%. Die bisherigen numerischen Berechnungen des Kondensatwachstums [114, 115, 120] enthalten keine Aussage über die Phasenkohärenz der Atome im Bose-Einstein-Kondensat, da es sich lediglich um die Lösung von kinetischen Gleichungen handelt.

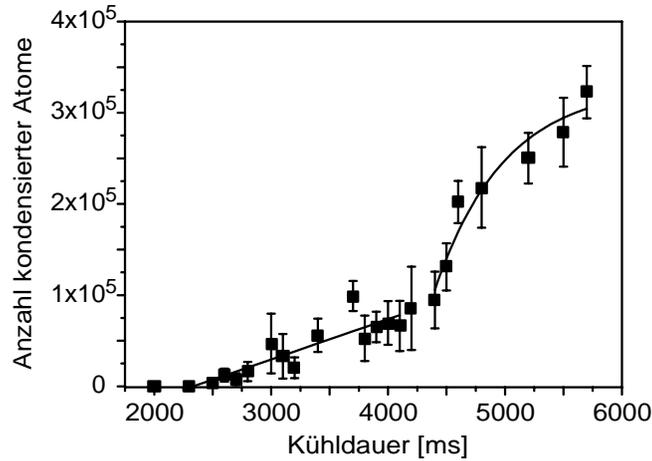
Man kann den Einfluß der Phasenkohärenz auf die stimulierte Streuung von Atomen und damit die Wachstumsrate des Bose-Einstein-Kondensats auch unter folgendem



**Abbildung 5.8:** Entwicklungsdauer des Wachstums zum Bose-Einstein-Kondensat. Die Quadrate zeigen die Entwicklungszeiten  $t_i$  gemäß Gleichung 5.12 und die Kreise den Zeitpunkt, bei dem das erste Kondensat detektiert wird. Die gestrichelte Linie zeigt die Formationsdauer an, die für stärker werdende Kühlung asymptotisch erreicht wird (siehe auch den vergrößerten Ausschnitt). Für große Parameter  $\xi$  liegt zwischen  $t_0$  und  $t_i$  ein lineares Anwachsen der Kondensatatomzahl vor.



**Abbildung 5.9:** Relaxationsrate  $\Gamma$  des Kondensatwachstums gemäß Gleichung 5.12.



**Abbildung 5.10:** Entstehung eines Bose-Einstein-Kondensats. Gezeigt ist die gemessene Atomzahl im Thomas-Fermi-Profil als Funktion der Kühldauer bei einem Kühlparameter  $\xi = 5,4$ . Jeder Datenpunkt ist gemittelt über vier identische Realisationen des Experiments, die Fehlerbalken geben den statistischen Fehler an. Die gerade Linie ist ein linearer Fit an die Datenpunkte zwischen  $t_0 = 2300$  ms und  $t_i = 4100$  ms, um die lineare Wachstumsrate  $\dot{N}_0 = (44 \pm 8) \times 10^3 \text{ s}^{-1}$  zu bestimmen. Die gekrümmte Kurve ist der Fit einer exponentieller Relaxation gemäß Gleichung 5.12. Die Relaxationsrate beträgt  $\Gamma = (1,7 \pm 0,3) \text{ s}^{-1}$  und die Initiationszeit  $t_i = 4100$  ms.

Blickwinkel betrachten: stimulierte Streuung ist direkt verknüpft mit erhöhten lokalen, durch Materiewelleninterferenz hervorgerufenen Dichtefluktuationen, was in zwei vor kurzem veröffentlichten Arbeiten zur Vierwellenmischung von Materiewellen für Fermionen erläutert wurde [15, 131]. Dabei wird der Prozeß der stimulierten Streuung in folgendem Bild betrachtet: man besitze ein Bose-Einstein-Kondensat mit  $N_0$  Atomen sowie zwei Atome 1 und 2 in der thermischen Wolke. Das Atom 1 der thermischen Wolke erzeugt – wenn seine Kohärenzlänge ausreichend groß ist – ein Interferenzmuster bei Überlapp mit dem Bose-Einstein-Kondensat mit Amplitude  $\propto \sqrt{N_0}$ . Das Atom 2 wird an diesem Interferenzmuster, d. h. an dem daraus resultierenden Materiewellengitter, Bragg-gestreut und endet in einem Zustand 3. Das Materiewellengitter absorbiert den übertragenen Impuls, indem es Atom 1 in das Bose-Einstein-Kondensat transferiert. Dieser Prozeß kann als heterodyne Verstärkung von Dichtefluktuationen angesehen werden, wobei das Bose-Einstein-Kondensat als Lokaloszillator dient [15]. In diesem Bild hängt die Streurrate von Atomen in das Bose-Einstein-Kondensat von dessen Phasenkohärenz-Eigenschaften ab: Die Effizienz, mit der Bragg-Streuung und damit die Streuung von Atomen in das Bose-Einstein-Kondensat geschieht, ist proportional zur Quadrat der Amplitude des Materiewellengitters, und somit proportional zur Anzahl der Atome im Kohärenzvolumen. Die Streurrate eines Atoms in das Kondensat probt also die lokale Phasenkohärenz des Bose-Einstein-Kondensats. Hier könnten zwei Prozesse die Wachstumsrate plötzlich verändern: einerseits könnte die Kohärenzlänge und damit das relevante Kohärenzvolumen schlagartig wachsen, wenn die Phasenfluktuationen unterdrückt sind. Andererseits fluktuiert die

Phase der Quasikondensate auch zeitlich und das Interferenzmuster dephasiert, wenn die Phasenfluktuationen auf einer schnelleren Zeitskala stattfinden als die Zeit zwischen Erzeugung des Materiewellengitters und des Bragg-Streuprozesses. Eine Unterdrückung der Phasenfluktuation kann plötzlich die Kohärenzzeit um einige Größenordnungen verlängern und so die Lebensdauer des Materiewellengitters stark erhöhen.

Die mögliche Analogie zwischen dem Kondensatwachstum und dem Verhalten eines optischen Lasers an der Laserschwelle [132, 133, 134] wurde bislang noch nicht im Detail untersucht. Möglicherweise kann auch im Rahmen einer solchen Betrachtung ein einfaches Bild für den Wachstumsprozeß von Bose-Einstein-Kondensaten erhalten werden.

Ein quantitatives Verständnis des zweistufigen Wachstumsprozesses verspricht neue Einblicke in den Wachstumsprozeß eines Bose-Einstein-Kondensats. Über die Kohärenzlänge und Kohärenzzeit der Quasikondensate ist theoretisch noch wenig bekannt, so daß die Frage der Anwendbarkeit dieses Modells noch Untersuchungsmöglichkeiten für die Zukunft offen läßt.

### 5.3 Diskussion

Um die Existenz von Quasikondensaten einwandfrei feststellen zu können und ihre Eigenschaften detailliert zu untersuchen, ist letztlich eine interferometrische Messung der Phasenfluktuationen erforderlich. Die Interpretation der veränderten Wachstumsrate ist genauso wie die Messung der Umwandlung von Phasenfluktuationen in Dichteflukationen [135] ein indirekter Zugang. Zur Zeit existiert jedoch kein interferometrisches Verfahren, um axiale Phasenfluktuationen in einem Bose-Einstein-Kondensat messen zu können. Atomlaserauskopplung mit zwei Frequenzen [9] ist beispielsweise nur auf radiale Phasenfluktuationen empfindlich.

Die gemessene Initiationszeit des Bose-Einstein-Kondensats wird durch die eindimensionale Evaporation beeinflusst. Eine Messung für den Fall von dreidimensionalem evaporativem Kühlen könnte weiteren Aufschluß über die Formation von Bose-Einstein-Kondensaten geben. Hierzu müßte ein Kühlschema entwickelt werden, mit dem auch bei sehr niedrigen Temperaturen ein dreidimensionales Evaporieren möglich ist.

Auf theoretischer Seite ist eine grundlegende Überarbeitung der numerischen Simulationen erforderlich. Fast alle bisherigen Rechnungen verwendeten die ergodische Approximation und können daher die Ergebnisse des hier vorgestellten Experiments nicht wiedergeben. Stimuliert durch die neuen Meßergebnisse wollen sowohl Gardiner *et al.* als auch Zaremba *et al.* ihre Simulationen auf die Behandlung des realen Problems ohne Voraussetzung der Ergodizität ausdehnen. Diese Rechnungen könnten helfen zu verstehen, ob das zweistufige Wachstum mit Phasenfluktuationen verknüpft ist oder ein kinetischer Effekt ist.

# Ausblick

Die in dieser Arbeit vorgestellten ersten atomoptischen Experimente mit dem Atomlaser zeigen das enorme Potential dieser kohärenten Materiewellenquelle. Mit dem Ramanspiegel steht ein atomoptisches Element zu Verfügung, dessen kohärenzerhaltender Charakter direkt nachgewiesen werden konnte. Mit einer geeigneten Anordnung von Spiegeln und Strahlteilern basierend auf dem Prinzip des Ramanspiegels scheinen Atomlaserinterferometer mit großer umschlossener Fläche nun nahe an die Realisierbarkeit gerückt zu sein. Hiermit könnten empfindliche Messungen von Beschleunigungen oder Gravitationsgradienten durchgeführt werden. Das Signal/Rausch-Verhältnis und damit die Empfindlichkeit eines Atomlaserinterferometers sollte Interferometer auf Basis von thermischen Atomen um ein Vielfaches übertreffen.

Die gemessene geringe Energiebreite der Atomlaserstrahlen läßt ihren Einsatz in Präzisionsexperimenten als sehr vielversprechend erscheinen. Ein interessantes experimentelles Ziel wäre es, die Grenzen für die Energiebreite des Atomlasers zu finden. Dies steht in engem Zusammenhang mit der Frage der Phasenstabilität und Phasendiffusion des Bose-Einstein-Kondensats. Die theoretischen Vorhersagen liegen im Bereich weniger Hz und eine derart schmale Linienbreite des Atomlaserstrahls zu messen, erfordert eine hervorragende Kontrolle über die experimentellen Parameter.

Die Messungen des Wachstumsverhalten von Bose-Einstein-Kondensaten gibt neue Anstöße für die Untersuchung der Kinetik am Phasenübergang, weil nun erstmals quantitative Ergebnisse zu Verfügung stehen. Auf theoretischer Seite ist nun ein größerer Aufwand erforderlich, um in Simulationen über die ergodische Näherung hinausgehen zu können. Experimentell bleibt in diesem Zusammenhang eine sehr grundlegende Fragen unbeantwortet: wie entsteht die Phasenkohärenz des Kondensats und was ist die Zeitskala hierfür? Mit gegenwärtigen interferometrischen Techniken läßt sich diese Frage nicht beantworten, weil Phasenfluktuationen entlang der Symmetrieachse des Kondensats nicht gemessen werden können. Die Umsetzung eines solchen Interferenzexperiments und die Messung der zeitlichen Entstehung der Kohärenz wäre eine sehr große Herausforderung.



# Literaturverzeichnis

- [1] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman und E. A. Cornell. *Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor*. Science, **269** (0), 198 (1995).
- [2] K. B. Davis, M.-O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn und W. Ketterle. *Bose-Einstein Condensation in a Gas of Sodium Atoms*. Phys. Rev. Lett., **75** (22), 3969 (1995).
- [3] C. C. Bradley, C. A. Sackett, J. J. Tollett und R. G. Hulet. *Evidence of Bose-Einstein Condensation in an Atomic Gas with Attractive Interactions*. Phys. Rev. Lett., **75** (9), 1687 (1995). *ibid.* **79**, 1170 (1997).
- [4] M.-O. Mewes, M. R. Andrews, D. M. Kurn, D. S. Durfee, C. G. Townsend und W. Ketterle. *Output Coupler for Bose-Einstein Condensed Atoms*. Phys. Rev. Lett., **78** (4), 582 (1997).
- [5] B. P. Anderson und M. A. Kasevich. *Macroscopic Quantum Interference from Atomic Tunnel Arrays*. Science, **282**, 1686 (1998).
- [6] E. W. Hagley, L. Deng, M. Kozuma, J. Wen, K. Helmerson, S. L. Rolston und W. D. Phillips. *A Well-Collimated Quasi-Continuous Atom Laser*. Science, **283**, 1706 (1999).
- [7] I. Bloch, T. W. Hänsch und T. Esslinger. *Atom Laser with a cw Output Coupler*. Phys. Rev. Lett., **82** (15), 3008 (1999).
- [8] M. R. Andrews, C. G. Townsend, H.-J. Miesner, D. S. Durfee, D. M. Kurn und W. Ketterle. *Observation of Interference Between Two Bose-Einstein Condensates*. Science, **275** (0), 637 (1997).
- [9] I. Bloch, T. W. Hänsch und T. Esslinger. *Measurement of the spatial coherence of a trapped Bose gas at the phase transition*. Nature, **403**, 166 (2000).
- [10] I. Bloch, M. Köhl, M. Greiner, T. W. Hänsch und T. Esslinger. *Optics with an Atom Laser Beam*. Phys. Rev. Lett., **87**, 030401 (2001).
- [11] M. Köhl, T. W. Hänsch und T. Esslinger. *Measuring the Temporal Coherence of an Atom Laser Beam*. Phys. Rev. Lett., im Druck, (2001).

- [12] Y. Japha, C. Choi, K. Burnett und Y. B. Band. *Coherent Output, Stimulated Quantum Evaporation, and Pair Breaking in a Trapped Atomic Bose Gas*. Phys. Rev. Lett., **82** (6), 1079 (1999).
- [13] H.-J. Miesner, D. M. Stamper-Kurn, M. R. Andrews, D. S. Durfee, S. Inouye und W. Ketterle. *Bosonic Stimulation in the Formation of a Bose-Einstein Condensate*. Science, **279** (0), 1005 (1998).
- [14] M. Köhl, T. W. Hänsch und T. Esslinger. *Growth of Bose-Einstein Condensates from Thermal Vapor*. cond-mat/0106642, eingereicht bei Phys. Rev. Lett., (2001).
- [15] W. Ketterle und S. Inouye. *Does Matter Wave Amplification Work for Fermions?* Phys. Rev. Lett., **86** (19), 4203 (2001).
- [16] Yu. Kagan, B. V. Svistunov und G. V. Shlyapnikov. *Kinetics of Bose condensation in an interacting Bose gas*. Sov. Phys. JETP, **75**, 387 (1992).
- [17] H. T. C. Stoof. *Initial Stages of Bose-Einstein Condensation*. Phys. Rev. Lett., **78** (5), 768 (1997).
- [18] C. W. Gardiner, M. D. Lee, R. J. Ballagh, M. J. Davis und P. Zoller. *Quantum Kinetic Theory of Condensate Growth: Comparison of Experiment and Theory*. Phys. Rev. Lett., **81** (24), 5266 (1998).
- [19] D. S. Petrov, G. V. Shlyapnikov und J. T. M. Walraven. *Phase-fluctuating 3D condensates in elongated traps*. Phys. Rev. Lett., **87** (5), 050404 (2001).
- [20] W. Ketterle, D. S. Durfee und D. M. Stamper-Kurn. *Making, probing and understanding Bose-Einstein condensates*. In M. Inguscio, S. Stringari und C. E. Wieman, editors, *Proceedings of the International School of Physics - Enrico Fermi*, page 67. IOS Press, 1999.
- [21] F. Dalfovo, S. Giorgini, L. P. Pitaevskii und S. Stringari. *Theory of Bose-Einstein condensation in trapped gases*. Rev. Mod. Phys., **71** (3), 463 (1999).
- [22] K. Huang. *Statistical Mechanics*. Wiley & Sons, New York, 1987.
- [23] M. Abramowitz und I. A. Stegun. *Handbook of Mathematical Functions*. Dover Publications, New York, 1970.
- [24] D. G. Fried, T. C. Killian, L. Willmann, D. Landhuis, S. C. Moss, D. Kleppner und T. J. Greytak. *Bose-Einstein Condensation of Atomic Hydrogen*. Phys. Rev. Lett., **81** (18), 3811 (1998).
- [25] A. Robert, O. Sirjean, A. Browaeys, J. Poupard, S. Nowak, D. Boiron, C. I. Westbrook und A. Aspect. *A Bose-Einstein Condensate of Metastable Atoms*. Science, **292**, 461 (2001).
- [26] J. L. Roberts, N. R. Claussen, S. L. Cornish, E. A. Donley, E. A. Cornell und C. E. Wieman. *Controlled Collapse of a Bose-Einstein Condensate*. Phys. Rev. Lett., **86** (19), 4211 (2001).

- [27] L. D. Landau und E. M. Lifshitz. *Quantum Mechanics*. Pergamon Press, Oxford, 1958.
- [28] E. P. Gross. *Nuovo Cimento*, **20**, 454 (1961).
- [29] L. P. Pitaevskii. *Vortex lines in an imperfect Bose gas*. *Sov. Phys. JETP*, **13** (2), 451 (1961).
- [30] D. R. Tilley und J. Tilley. *Superfluidity and Superconductivity*. IOP Publishing, London, 1990.
- [31] C. Raman, M. Köhl, R. Onofrio, D. S. Durfee, C. E. Kuklewicz, Z. Hadzibabic und W. Ketterle. *Evidence for a Critical Velocity in a Bose-Einstein Condensed Gas*. *Phys. Rev. Lett.*, **83** (13), 2502 (1999).
- [32] E. W. Hagley, L. Deng, M. Kozuma, M. Trippenbach, Y. B. Band, M. Edwards, M. R. Doery, P. S. Julienne, K. Helmerson, S. L. Rolston und W. D. Phillips. *Measurement of the Coherence of a Bose-Einstein Condensate*. *Phys. Rev. Lett.*, **83** (16), 3112 (1999).
- [33] J. Stenger, S. Inouye, A. P. Chikkatur, D. M. Stamper-Kurn, D. E. Pritchard und W. Ketterle. *Bragg Spectroscopy of a Bose-Einstein Condensate*. *Phys. Rev. Lett.*, **82** (23), 4569 (1999).
- [34] C. S. Adams und E. Riis. *Laser cooling and trapping of neutral atoms*. *Progress in Quantum Electronics*, **21**, 1 (1997).
- [35] H. J. Metcalf und P. van der Straten. *Laser Cooling and Trapping*. Graduate Texts in Contemporary Physics. Springer-Verlag, New York, 1999.
- [36] W. Ketterle und N. J. van Druten. *Evaporative Cooling of Trapped Atoms*. *Adv. At. Mol. Opt. Phys.*, **37** (0), 181 (1996).
- [37] I. Bloch. *Atomlaser und Phasenkohärenz atomarer Bose-Einstein-Kondensate*. Dissertation der Fakultät für Physik, LMU München, 1999.
- [38] H. Kumagai, Y. Asakawa, K. Midorikawa und M. Obara. Unveröffentlicht.
- [39] S. Andreev, V. Balykin, V. Lethokhov und V. Minogin. *Radiative Slowing and reduction of the energy spread of a beam of sodium atoms to 1.5 K in an oppositely directed laser beam*. *JETP Letters*, **34**, 442 (1981).
- [40] W. D. Phillips und H. J. Metcalf. *Laser deceleration of an atomic beam*. *Phys. Rev. Lett.*, **48**, 596 (1982).
- [41] S. Chu, L. Hollberg, J. E. Bjorkholm, A. Cable und A. Ashkin. *Three-Dimensional Viscous Confinement and Cooling of Atoms by Resonance Radiation Pressure*. *Phys. Rev. Lett.*, **55** (1), 48 (1985).
- [42] P. D. Lett, R. N. Watts, C. I. Westbrook, W. D. Phillips, P. L. Gould und H. J. Metcalf. *Observation of Atoms Laser Cooled below the Doppler Limit*. *Phys. Rev. Lett.*, **61** (2), 169 (1988).

- [43] E. L. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu und D. E. Pritchard. *Trapping of Neutral Sodium Atoms with Radiation Pressure*. Phys. Rev. Lett., **59** (23), 2631 (1987).
- [44] T. Walker, D. Sesko und C. Wieman. *Collective Behavior of Optically Trapped Neutral Atoms*. Phys. Rev. Lett., **64** (4), 408 (1990).
- [45] C. J. Myatt, N. R. Newbury, R. W. Ghrist, S. Loutzenhiser und C. E. Wieman. *Multiply loaded magneto-optical trap*. Opt. Lett., **21** (4), 290 (1996).
- [46] C. Monroe, W. Swann, H. Robinson und C. Wieman. *Very Cold Trapped Atoms in a Vapor Cell*. Phys. Rev. Lett., **65** (13), 1571 (1990).
- [47] W. Petrich, M. H. Anderson, J. R. Ensher und E. A. Cornell. *Behavior of atoms in a compressed magneto-optical trap*. J. Opt. Soc. Am. B, **11** (8), 1332 (1994).
- [48] J. Dalibard und C. Cohen-Tannoudji. *Laser cooling below the Doppler limit by polarization gradients: simple theoretical models*. J. Opt. Soc. Am. B, **6** (11), 2023 (1989).
- [49] E. Majorana. *Atomi Orientati in Campo Magnetico Variabile*. Nuovo Cimento, **9**, 43 (1933).
- [50] Y. V. Gott, M. S. Ioffe und V. G. Tel'kovskii. Nucl. Fusion Suppl., **3**, 1045 (1962).
- [51] D. E. Pritchard. *Cooling Neutral Atoms in a Magnetic Trap for Precision Spectroscopy*. Phys. Rev. Lett., **51** (15), 1336 (1983).
- [52] T. Bergeman, G. Erez und H. Metcalf. *Magnetostatic trapping fields for neutral atoms*. Phys. Rev. A, **35** (4), 1535 (1987).
- [53] W. Petrich, M. H. Anderson, J. R. Ensher und E. A. Cornell. *Stable, Tightly Confining Magnetic Trap for Evaporative Cooling of Neutral Atoms*. Phys. Rev. Lett., **74** (17), 3352 (1995).
- [54] T. Esslinger, I. Bloch und T. W. Hänsch. *Bose-Einstein condensation in a quadrupole-Ioffe-configuration trap*. Phys. Rev. A, **58** (4), R2664 (1998).
- [55] Y. Castin und R. Dum. *Bose-Einstein Condensates in Time-Dependent Traps*. Phys. Rev. Lett., **77** (27), 5315 (1996).
- [56] Yu. Kagan, E. L. Surkov und G. V. Shlyapnikov. *Evolution of a Bose-condensed gas under variations of the confining potential*. Phys. Rev. A, **54** (3), R1753 (1996).
- [57] M. R. Andrews, M.-O. Mewes, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn und W. Ketterle. *Direct, Nondestructive Observation of a Bose Condensate*. Science, **273**, 84 (1996).
- [58] M. R. Matthews, D. S. Hall, D. S. Jin, J. R. Ensher, C. E. Wieman, E. A. Cornell, F. Dalfovo, C. Minniti und S. Stringari. *Dynamical Response of a Bose-Einstein Condensate to a Discontinuous Change in Internal State*. Phys. Rev. Lett., **81** (2), 243 (1998).

- [59] H. Steck, M. Naraschewski und H. Wallis. *Output of a Pulsed Atom Laser*. Phys. Rev. Lett., **80** (1), 1 (1998).
- [60] P. Berman. *Atom Interferometry*. Academic Press, New York, 1997.
- [61] M. Morinaga, M. Yasuda, T. Kishimoto, F. Shimizu, J. Fujita und S. Matsui. *Holographic Manipulation of a Cold Atomic Beam*. Phys. Rev. Lett., **77**, 802 (1996).
- [62] G. Breit und I. I. Rabi. *Measurement of Nuclear Spin*. Phys. Rev., **38**, 2082 (1931).
- [63] N. F. Ramsey. *Molecular Beams*. Oxford University Press, 1956.
- [64] K. Moler, D. S. Weiss, M. Kasevich und S. Chu. *Theoretical analysis of velocity-selective Raman transitions*. Phys. Rev. A, **45**, 342 (1992).
- [65] L. D. Landau. Phys. Z. Sowjetunion, **2**, 46 (1932).
- [66] C. Zener. *Non-Adiabatic Crossing of Energy Levels*. Proceedings of the Royal Society London A, **137**, 696 (1932).
- [67] J. R. Rubbmark, M. M. Kash, M. G. Littman und D. Kleppner. *Dynamical effects at avoided level crossings: A study of the Landau-Zener effect using Rydberg atoms*. Phys. Rev. A, **23**, 3107 (1981).
- [68] N. V. Vitanov und B. M. Garraway. *Landau-Zener model: Effects of finite coupling duration*. Phys. Rev. A, **53**, 4288 (1996).
- [69] N. V. Vitanov. *Transition times in the Landau-Zener model*. Phys. Rev. A, **59**, 988 (1999).
- [70] L. Ricci, M. Weidemüller, T. Esslinger, A. Hemmerich, C. Zimmermann, V. Vuletic, W. König und T. W. Hänsch. *A Compact Grating-Stabilized Diode Laser System for Atomic Physics*. Opt. Comm., **117**, 541 (1995).
- [71] G. Santarelli, A. Clairon, S. N. Lea und G. M. Tino. Opt. Comm., **104**, 339 (1994).
- [72] O. Mandel. *Phasenstarr gekoppelte Diodenlaser bei 6,8 GHz*. Interner Bericht, unveröffentlicht, 1999.
- [73] K. Bongs, S. Burger, G. Birkl, K. Sengstock, W. Ertmer, K. Rzążewski, A. Sanpera und M. Lewenstein. *Coherent Evolution of Bouncing Bose-Einstein Condensates*. Phys. Rev. Lett., **83** (18), 3577 (1999).
- [74] E. A. Hinds und I. G. Hughes. *Magnetic Atom Optics: mirrors, guides, traps, and chips for atoms*. J. Phys. D, **32**, R119 (2000).
- [75] A. Landragin, G. Labeyrie, C. Henkel, R. Kaiser, N. Vansteenkiste, C. I. Westbrook und A. Aspect. *Specular versus diffuse reflection of atoms from an evanescent-wave mirror*. Opt. Lett., **21**, 1591 (1996).
- [76] D. T. Meyer, H. Meyer, W. Halliday und C. F. Kellers. Cryogenics, **3**, 150 (1963).

- [77] J. J. Berkhout, O. J. Luiten, I. D. Setija, T. W. Hijmans, T. Mizusaki und J. T. M. Walraven. *Quantum Reflection: Focusing of Hydrogen Atoms with a Concave Mirror*. Phys. Rev. Lett., **63**, 1689 (1989).
- [78] B. Holst und W. Allison. *An atom-focusing mirror*. Nature, **390**, 244 (1997).
- [79] J. R. Buckland, B. Holst und W. Allison. *Helium reflectivity of the Si(111)-(1×1)H surface for use in atom optical elements*. Chem. Phys. Lett., **303**, 107 (1999).
- [80] F. Shimizu. *Specular Reflection of Very Slow Metastable Neon Atoms from a Solid Surface*. Phys. Rev. Lett., **86**, 987 (2001).
- [81] V. I. Balykin, V. S. Letokhov, Yu. B. Ovchinnikov und A. I. Sidorov. *Quantum-stateselective mirror reflection of atoms by laser light*. Phys. Rev. Lett., **60**, 2137 (1988).
- [82] M. A. Kasevich, D. S. Weiss und S. Chu. *Normal-incidence reflection of slow atoms from an optical evanescent wave*. Opt. Lett., **15**, 607 (1990).
- [83] A. I. Sidorov, R. J. McLean, W. J. Rowlands, D. C. Lau, J. E. Murphy, M. Walciewicz, G. I. Opat und P. Hannaford. Quantum Semiclass. Opt., **8**, 713 (1996).
- [84] C. G. Aminoff, A. M. Steane, P. Bouyer, P. Desbiolles, J. Dalibard und C. Cohen-Tannoudji. *Cesium Atoms Bouncing in a Stable Gravitational Cavity*. Phys. Rev. Lett., **71**, 3083 (1993).
- [85] M. Dantus, R. M. Bowman und A. H. Zewail. *Femtosecond laser observations of molecular vibration and rotation*. Nature, **343**, 737 (1990).
- [86] T. Baumert, M. Grosser, R. Thalweiser und G. Gerber. *Femtosecond Time-Resolved Molecular Multiphoton Ionization: The Na<sub>2</sub> System*. Phys. Rev. Lett., **67**, 3753 (1991).
- [87] R. Graham. *Decoherence of Bose-Einstein Condensates in Traps at Finite Temperatures*. Phys. Rev. Lett., **81** (24), 5262 (1998).
- [88] H. M. Wiseman und L. K. Thomsen. *Reducing the Linewidth of an Atom Laser by Feedback*. Phys. Rev. Lett., **86** (7), 1143 (2001).
- [89] D. S. Hall, M. R. Matthews, C. E. Wieman und E. A. Cornell. *Measurements of Relative Phase in Two-Component Bose-Einstein Condensates*. Phys. Rev. Lett., **81** (8), 1543 (1998).
- [90] A. B. Kuklov und J. L. Birman. *Implications of SU(2) Symmetry on the Dynamics of Population Difference in the Two-Component Atomic Vapor*. Phys. Rev. Lett., **85**, 5488 (2000).
- [91] M. Born und E. Wolf. *Principles of Optics*. Pergamon Press, Oxford, 1980.
- [92] R. J. Ballagh, K. Burnett und T. F. Scott. *Theory of an Output Coupler for Bose-Einstein Condensed Atoms*. Phys. Rev. Lett., **78** (9), 1607 (1997).

- [93] G. M. Moy und C. M. Savage. *Output coupling for an atom laser by state change*. Phys. Rev. A, **56** (2), R1087 (1997).
- [94] M. Naraschewski, A. Schenzle und H. Wallis. *Phase diffusion and the output properties of a cw atom-laser*. Phys. Rev. A, **56** (1), 603 (1997).
- [95] Y. B. Band, P. S. Julienne und M. Trippenbach. *Radio-frequency output coupling of the Bose-Einstein condensate for atom lasers*. Phys. Rev. A, **59** (5), 3823 (1999).
- [96] A. L. Schawlow und C. H. Townes. *Infrared and Optical Masers*. Phys. Rev., **112**, 1940 (1958).
- [97] V.V. Nesvizhevsky, H. Börner, A. M. Gagarski, G. A. Petrov, A. K. Petukhov, H. Abele, S. Bäßler, T. Stöferle und S. M. Soloviev. *Search for quantum states of the neutron in a gravitational field: gravitational levels*. Nucl. Instrum. Methods A, **440**, 754 (2000).
- [98] V.I. Balykin und V.S. Letokhov. Optics Communications, **64**, 151 (1987).
- [99] R. B. Doak, R. E. Grisenti, S. Rehbein, G. Schmahl, J. P. Toennies und Ch. Wöll. *Towards Realization of an Atomic de Broglie Microscope: Helium Atom Focusing Using Fresnel Zone Plates*. Phys. Rev. Lett., **83** (21), 4229 (1999).
- [100] R. Feynman und A. Hibbs. *Quantum Mechanics and Path Integrals*. McGraw-Hill, New York, 1965.
- [101] B. R. Holstein und A. R. Swift. *Path integrals and the WKB approximation*. Am. J. Phys., **50** (9), 829 (1982).
- [102] R. B. Doak und A. V. G. Chizmeshya. *Sufficiency conditions for quantum reflection*. Europhysics Letters, **51** (4), 381 (2000).
- [103] C. Carraro und M. W. Cole. *Sticking coefficient at ultralow energy: Quantum reflection*. Prog. Surf. Sci., **57** (1), 61 (1998).
- [104] C. Henkel, C. I. Westbrook und A. Aspect. *Quantum reflection: atomic matter-wave optics in an attractive exponential potential*. J. Opt. Soc. Am. B, **13** (4), 233 (1996).
- [105] R.-H. Xie und P. Brumer. *Quantum Reflection of Ultracold Atoms in Magnetic Traps*. Z. Naturforsch., **54a**, 167 (1999).
- [106] I. Marzoli, F. Saif, I. Bialynicki-Birula, O.M. Friesch, A.E. Kaplan und W.P. Schleich. *Quantum Carpets Made Simple*. Acta Physica Slovaca, **48**, 323 (1998).
- [107] J. Ruostekoski, B. Kneer, W. P. Schleich und G. Rempe. *Interference of a Bose-Einstein condensate in a hard-wall trap: From the nonlinear Talbot effect to the formation of vorticity*. Phys. Rev. A, **63**, 043613 (2001).
- [108] S. Choi, K. Burnett, O. M. Friesch, B. Kneer und W. P. Schleich. *Spatiotemporal interferometry for trapped atomic Bose-Einstein condensates*. Phys. Rev. A, **63**, 065601 (2001).

- [109] P. L. Gould, G. A. Ruff und D. E. Pritchard. *Diffraction of atoms by light: The near-resonant Kapitza-Dirac effect*. Phys. Rev. Lett., **56** (8), 827 (1986).
- [110] A. Aspect, E. Arimondo, R. Kaiser, N. Vansteenkiste und C. CohenTannoudji. *Laser cooling below the one-photon recoil by velocity-selective coherent population trapping*. Phys. Rev. Lett., **61** (7), 826 (1988).
- [111] M. Kasevich, D. S. Weiss, E. Riis, K. Moler, S. Kasapi und S. Chu. *Atomic velocity selection using stimulated Raman transitions*. Phys. Rev. Lett., **66** (18), 2297 (1991).
- [112] T. C. Killian, D. G. Fried, L. Willmann, D. Landhuis, S. C. Moss, D. Kleppner und T. J. Greytak. *Cold Collision Frequency Shift of the 1S-2S Transition in Hydrogen*. Phys. Rev. Lett., **81** (18), 3807 (1998).
- [113] Y. Le Coq, J. H. Thywissen, S. A. Rangwala, F. Gerbier, S. Richard, G. Delannoy, P. Bouyer und A. Aspect. *Atom laser divergence*. cond-mat/0107032, (2001).
- [114] M. D. Lee und C. W. Gardiner. *Quantum Kinetic Theory VI: The Growth of a Bose-Einstein Condensate*. Phys. Rev. A, **62**, 033606 (2000).
- [115] M. J. Bijlsma, E. Zaremba und H. T. C. Stoof. *Condensate growth in trapped Bose gases*. Phys. Rev. A, **62**, 063609 (2000).
- [116] J. M. Gerton, D. Strekalov, I. Prodan und R. G. Hulet. *Direct observation of growth and collapse of a Bose-Einstein condensate with attractive interactions*. Nature, **408**, 692 (2000).
- [117] D. Jaksch, C. W. Gardiner und P. Zoller. *Quantum kinetic theory. II. Simulation of the quantum Boltzmann master equation*. Phys. Rev. A, **56**, 575 (1997).
- [118] H. T. C. Stoof. *Formation of the condensate in a dilute Bose gas*. Phys. Rev. Lett., **66**, 3148 (1991).
- [119] C. W. Gardiner, P. Zoller, R. J. Ballagh und M. J. Davis. *Kinetics of Bose-Einstein Condensation in a Trap*. Phys. Rev. Lett., **79** (10), 1793 (1997).
- [120] M. J. Davis, C. W. Gardiner und R. J. Ballagh. *Quantum kinetic theory: VII. The influence of vapor dynamics on condensate growth*. Phys. Rev. A, **62**, 063608 (2000).
- [121] M. Toda, R. Kubo, N. Saito und N. Hashitsume. *Statistical Physics I*. Springer-Verlag, New York, 1991.
- [122] H. Wu, E. Arimondo und C. J. Foot. *Dynamics of evaporative cooling for Bose-Einstein condensation*. Phys. Rev. A, **56** (1), 560 (1997).
- [123] E. L. Surkov, J. T. M. Walraven und G. V. Shlyapnikov. *Collisionless motion and evaporative cooling of atoms in magnetic traps*. Phys. Rev. A, **53** (5), 3403 (1996).
- [124] D. M. Stamper-Kurn. *Peeking and poking at a new quantum fluid: Studies of gaseous Bose-Einstein condensates in magnetic and optical traps*. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, 2000.

- [125] P. O. Fedichev, G. V. Shlyapnikov und J. T. M. Walraven. *Damping of Low-Energy Excitations of a Trapped Bose-Einstein Condensate at Finite Temperatures*. Phys. Rev. Lett., **80** (11), 2269 (1998).
- [126] L. P. Pitaevskii und S. Stringari. *Landau damping in dilute Bose gases*. Phys. Lett. A, **235** (0), 398 (1997).
- [127] D. S. Jin, M. R. Matthews, J. R. Ensher, C. E. Wieman und E. A. Cornell. *Temperature-Dependent Damping and Frequency Shifts in Collective Excitations of a Dilute Bose-Einstein Condensate*. Phys. Rev. Lett., **78** (5), 764 (1997).
- [128] M.-O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. M. Kurn, D. S. Durfee, C. G. Townsend und W. Ketterle. *Collective Excitations of a Bose-Einstein Condensate in a Magnetic Trap*. Phys. Rev. Lett., **77** (6), 988 (1996).
- [129] R. Onofrio, D. S. Durfee, C. Raman, M. Köhl, C. E. Kuklewicz und W. Ketterle. *Surface Excitations of a Bose-Einstein Condensate*. Phys. Rev. Lett., **84** (5), 810 (2000).
- [130] M. J. Holland, J. Williams und J. Cooper. *Bose-Einstein condensation: Kinetic evolution obtained from simulated trajectories*. Phys. Rev. A, **55** (5), 3670 (1997).
- [131] M. G. Moore und P. Meystre. *Atomic Four-Wave Mixing: Fermions versus Bosons*. Phys. Rev. Lett., **86** (19), 4199 (2001).
- [132] F. T. Arecchi, V. Degiorgio und B. Querzola. *Time-Dependent Statistical Properties of the Laser Radiation*. Phys. Rev. Lett., **19** (20), 1168 (1967).
- [133] F. T. Arecchi und V. Degiorgio. *Statistical Properties of Laser Radiation During a Transient Buildup*. Phys. Rev. A, **3** (3), 1108 (1971).
- [134] F. T. Arecchi, W. Gadamski, R. Meucci und J. A. Roversi. *Dynamics of laser buildup from quantum noise*. Phys. Rev. A, **39** (8), 4004 (1989).
- [135] S. Dettmer, D. Hellweg, P. Ryytty, J. J. Arlt, W. Ertmer, K. Sengstock, D. S. Petrov, G. V. Shlyapnikov, H. Kreutzmann, L. Santos und M. Lewenstein. *Observation of Phase Fluctuations in Bose-Einstein Condensates*. cond-mat/0105525, (2001).



# Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei all denjenigen herzlich bedanken, die das Gelingen dieser Arbeit ermöglicht haben. Mein ganz besonderer Dank gilt dabei

Prof. Theodor Hänsch, der mich in seine Forschungsgruppe aufgenommen hat. Von seinen neuen Ideen und Lösungen zu vertrackten physikalische Fragestellungen habe ich viel gelernt. Es war sehr motivierend, sein persönliches Interesse an der Weiterentwicklung des Experiments zu erfahren.

Tilman Esslinger, dessen Motivationsfähigkeit und Geduld, wenn die Experimente nicht so klappten wie geplant, eine ausgesprochen angenehme Arbeitsatmosphäre geschaffen haben. Er hat sich immer die Zeit genommen, die experimentellen Probleme oder die neuen Ergebnisse zu diskutieren und dabei neue Wege und Lösungen zu finden. Nur durch seine großartige Unterstützung konnten die Experimente verwirklicht werden.

Immanuel Bloch, der mit seiner experimentellen Erfahrung das gemeinsame Arbeiten im Labor vorangetrieben hat. Durch seinen Einsatz verfügt das Experiment über eine luxuriöse Computersteuerung und – auswertung. Bei den Diskussionen im Büro über neue und alte Experimente sowie die neuesten Paper habe ich viel Physik gelernt. Von Markus Greiner habe ich viel technische und physikalische Hilfe bekommen, was ich reichlich genutzt habe. Die Diskussionen über Laser, Fourier-Optik und Magnetfallen haben mir viele neue Einsichten gebracht. Olaf Mandel hat ebenfalls an der Auswertungssoftware mitgestrickt und war immer mit Rat und Tat zur Stelle, wenn ich Hilfe brauchte. Es war beruhigend, daß er immer einen Ausweg wußte, wenn ich mal wieder in L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X oder mit einem anderen Computerproblem feststeckte. Nicht zuletzt auch Wolfgang Eckardt, dessen Untersuchungen unseren Laserdioden ihre letzten Geheimnisse nahmen. Mit seiner Begeisterungsfähigkeit steckte er alle in der Arbeitsgruppe an und die Zusammenarbeit mit ihm war – in der leider viel zu kurzen Zeit – eine große Freude.

Toni Scheich, für seine unermüdliche Hilfe bei elektronischen Fragen und seine Geduld bei allen Änderungswünschen an Schaltungen und Geräten. Ganz besonders dankbar bin dafür, daß er die Klimaanlage im Labor zum "Schweigen" gebracht hat.

Christian Kurtsiefer und dem Mikrofallen-Team um Jakob Reichel für ihre Großzügigkeit, wenn ich mal wieder schnell ein Gerät ausleihen konnte, Thomas Busch für viele spannende Diskussionen über Quantenstreuung und Quantenteppiche und natürlich für die zahllosen Rechnungen, Regina de Vivie-Riedle für Diskussionen über Wellenpaketdynamik und Prof. Gebrande für die Leihgabe von Beschleunigungssensoren.

Meinen Eltern, die mir mein Physikstudium ermöglicht haben, und von denen ich jede denkbare Unterstützung erhalten habe.



# Lebenslauf

## Persönliche Angaben

Name: Michael Karl Köhl  
Geburtsdatum: 4.9.1975  
Geburtsort: Marburg  
Vater: Dr. Peter Köhl  
Mutter: Antonie Köhl  
Geschwister: Annette Köhl  
Familienstand: ledig

## Ausbildung

1981-1985 Grundschole Amöneburg  
1985-1994 Stiftsschule St. Johann, Amöneburg,  
**Abitur**  
1994-1995 Zivildienst (Katholische Hochschulgemeinde Marburg)  
1995-1998 Studium der Physik, Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg  
1997 **Vordiplom** Physik  
1998-1999 Diplomarbeit am Massachusetts Institute of Technology  
in der Arbeitsgruppe von Prof. W. Ketterle  
*Maßgeschneiderte optische Potentiale für Bose-Einstein-Kondensate*  
1999 Studium, Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt/Main  
**Diplom** (mit Auszeichnung)  
ab Nov. 1999 Promotionsstudium an der  
Ludwig-Maximilians-Universität München  
in der Arbeitsgruppe von Prof. T. W. Hänsch

## Stipendien

1995-1999 Stipendiat der Studienstiftung des deutschen Volkes