



HAL
open science

Etude du transport électronique dans des systèmes mésoscopiques : interféromètre à anneau

Mikaël Cassé

► **To cite this version:**

Mikaël Cassé. Etude du transport électronique dans des systèmes mésoscopiques : interféromètre à anneau. Matière Condensée [cond-mat]. INSA de Toulouse, 2001. Français. NNT: . tel-00004616

HAL Id: tel-00004616

<https://theses.hal.science/tel-00004616>

Submitted on 16 Feb 2004

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° D'ORDRE : 605

THÈSE

présentée devant

L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUÉES DE
TOULOUSE

en vue de l'obtention

du grade de Docteur I.N.S.A.

Spécialité: Matériaux, Technologie et Composants de l'Électronique

Ecole Doctorale Génie Électrique, Électronique, Télécommunication
de Toulouse

I.N.S.A. de Toulouse

G.H.M.F.L.- C.N.R.S./L.C.M.I.- U.P.R. 5021 Grenoble

par

Mikaël CASSÉ

Ingénieur I.N.S.A.T.

**Etude du transport électronique dans des systèmes
mésoscopiques: interféromètre à anneau**

Soutenue publiquement le 2 mars 2001 devant la commission d'examen :

- MM. C. GLATTLI (président), Directeur de Recherche, SPEC-CEA, Saclay
R. JALABERT (rapporteur), Professeur, Université Louis Pasteur, IPCMS, Strasbourg
M. SANQUER (rapporteur), Docteur Habilité, DRFMC-SPSMS-LCP CEA, Grenoble
M. LE CONTELLEC, Docteur d'état Habilité, ST Microelectronics, Crolles
D. MAILLY, Directeur de Recherche, CNRS-L2M, Bagneux
E. OLSHANETSKY, Docteur, IPS, Académie des Sciences Russe, Novosibirsk
J.C. PORTAL, Professeur, IUF-INSA Toulouse, CNRS-LCMI, Grenoble

Remerciements

Ce travail a été réalisé au sein du Laboratoire des Champs Magnétiques Intenses de Grenoble. Pour cela je tiens à remercier les directeurs P. Wyder et G. Martinez, ainsi que tout le personnel scientifique, technique et administratif dont l'aide m'a été précieuse durant ces trois années.

Je remercie Christian Glattli, directeur de recherche au CEA Saclay, pour m'avoir fait l'honneur de présider le jury de thèse, ainsi que Marc Sanquer, responsable du groupe de physique mésoscopique du CEA Grenoble, et Rodolfo Jalabert, professeur de l'université Louis Pasteur de Strasbourg, qui ont bien voulu être rapporteurs de cette thèse. Enfin, je remercie vivement Dominique Mailly, chargé de recherche au L2M à Bagneux, et Michel Le Contellec, directeur de la R&D de ST Microelectronics, pour leur participation au jury.

Le projet de thèse a été initié et dirigé par le professeur J.C. Portal, qui m'a accueilli au sein de son groupe et fourni des conditions de travail exceptionnelles. Je tiens donc à l'en remercier ici.

Tout le mérite de l'élaboration de nos échantillons revient à Dima Kvon et tous les hommes de l'ombre de l'Institut de Physique des Semiconducteurs de Novosibirsk, dont je garde un souvenir impérissable. De même, ces travaux ont été réalisés avec l'aide inestimable de Guenna Gusev, de l'université de São Paulo.

Merci également à Jean-Luc Gauffier pour les photographies prises au MEB de nos échantillons.

Je voudrais souligner ici que ce projet n'aurait jamais pu être mené à bien sans l'encadrement et les immenses compétences de Genia Olshanetsky, mon responsable de thèse. Il a contribué à ma formation dans le domaine de la physique mésoscopique, encore totalement nouveau pour moi il n'y a pas si longtemps. Je lui suis reconnaissant également d'avoir été si patient et d'avoir toujours répondu présent lors de nos discussions.

Un grand merci également à Duncan Maude, sans qui tout le travail expérimental n'aurait pas été possible, et qui a réussi à supporter un thésard de plus. Il a grandement participé à l'aboutissement de cette thèse.

Ces trois années ont été aussi l'occasion pour moi d'enseigner les TP de physique à l'UJF, avec l'aide de Michel et Alain, dont la cave regorge de trésors.

Ce travail n'aurait pas été le même sans la bonne humeur et l'amitié de tous les autres membres du groupe et invités de passage, les plus vieux comme les d'jeunes: Dunlop, fondateur de la caste des physiciens mésoscopiques, Barry, que j'entend encore râler d'ici, Davidche, le plus brésilien des anglais, Henryk, qui a cassé l'imprimante, Alexei, Arthur et Maxim, les physiciens du froid extrême, Big Rub, qui casse ses échantillons, Nono, deuxième ligne de rugby, Willy et Dunky, champions de ping-pong.

Enfin, merci à tous ceux qui m'ont soutenu et accompagné, ma famille et mes amis, avec une mention spéciale à Lolo, embarqué dans la même galère et sans l'amitié de qui je n'aurais jamais surmonté tout ça, et Maud "Super Jaimie".

Table des matières

1	Introduction Générale	3
2	Transport électronique dans des systèmes mésoscopiques	13
2.1	Propriétés des gaz d'électrons	14
2.1.1	Confinement quantique	14
2.1.1.1	Densité d'états à champ nul	16
2.1.1.2	Effet du champ magnétique	19
2.1.2	Les régimes de transport	22
2.1.2.1	Grandeurs caractéristiques	22
2.1.2.2	Les différents régimes de transports	24
2.1.3	Effets du champ magnétique: magnéto-transport	24
2.1.3.1	Modèle de Drude	24
2.1.3.2	Effet Shubnikov-de Haas	25
2.1.3.3	Effet Hall quantique	27
2.2	Conductance dans des systèmes balistiques	28
2.2.1	Un problème de transmission: Formalisme de Landauer et Büttiker	29
2.2.1.1	Résistance à deux contacts	29
2.2.1.2	Généralisation à plusieurs contacts	31
2.2.2	Quantification de la conductance	31
2.2.3	Les canaux de bord	32
2.3	Interférences quantiques	34
2.3.1	Localisation faible	34
2.3.1.1	Principe	34
2.3.1.2	Régime balistique	35
2.3.2	Effet Aharonov-Bohm	36
2.3.2.1	Principe de base	36
2.3.2.2	Application à la physique mésoscopique	37
2.3.3	Fluctuations universelles de la conductance	40
2.4	Blocage de Coulomb	40
2.4.1	Effet de la granularité de la charge	40
2.4.2	Transport des électrons dans une boîte quantique	41
	Conclusion	44

Références	45
3 Transport quantique dans un anneau balistique	51
3.1 Spectre d'énergie d'un anneau isolé	52
3.1.1 Anneau unidimensionnel	52
3.1.2 Anneau bidimensionnel	54
3.2 Théorie sur le couplage d'un anneau isolé	58
3.2.1 Position du problème	58
3.2.2 Anneau faiblement couplé: barrières tunnel	59
3.2.3 Anneau fortement couplé: guide d'onde	62
3.3 Asymétrie dans un anneau	63
3.3.1 Asymétrie géométrique	63
3.3.2 Rôle d'une grille	64
3.3.3 Autres systèmes	65
Conclusion	65
Références	67
4 Introduction à l'étude expérimentale d'un anneau balistique	73
4.1 Technologie de fabrication et description des échantillons	74
4.1.1 Hétérostructure AlGaAs/GaAs	74
4.1.2 Formation de la nanostructure	75
4.1.3 Géométrie des échantillons	77
4.2 Expériences préliminaires en champ magnétique	78
4.2.1 Détermination des différents paramètres	79
4.2.2 Symétrie en champ magnétique	82
4.2.3 Comportement classique	84
4.2.4 Localisation faible en régime balistique	91
Conclusion	93
Références	94
5 Interférences quantiques: étude du transport électronique dans un anneau	99
5.1 Étude expérimentale en température	100
5.1.1 Amplitude des oscillations: analyse des données	100
5.1.2 Comparaison avec la théorie	100
5.1.2.1 Origine de la dépendance en température	100
5.1.2.2 Calcul de la dépendance en température	104
5.1.2.3 Influence des répulsions coulombiennes	112
5.1.3 Régime de l'effet Hall quantique entier ($\nu = 1$)	116
5.2 Effet de la tension de grille	121
5.2.1 Résultats expérimentaux	122
5.2.2 Ajustement avec la théorie	122
5.2.2.1 Position par rapport à la théorie de fort couplage	122
5.2.2.2 Résolution du problème	124
5.3 Spectroscopie des niveaux d'énergie par une tension de polarisation	128
5.3.1 Résultats expérimentaux	129

5.3.2	Interprétation théorique	130
5.4	Discussions des hypothèses	135
5.5	Perspectives: anneau de plus faibles dimensions	136
5.5.1	Paramètres géométriques et caractéristiques	136
5.5.2	Etude en tension de grille	137
	Conclusion	139
	Références	141
6	Conclusion Générale	147
A	Les matrices de diffusion (S-matrix)	153
A.1	Introduction au formalisme	153
A.2	Cas particulier d'un anneau	155
B	Conductance et relations de symétrie	159
B.1	Des matrices de diffusion au formalisme de Landauer et Büttiker	159
B.2	Relations de symétrie pour un nombre arbitraire de contacts	160
B.3	Relations d'Onsager en transport électrique	161
	Publications	167

Introduction Générale

Chapitre 1

Introduction Générale

Généralités et historique

L'invention du transistor, ou plutôt des transistors, le transistor à contact ponctuel par Bardeen et Brattain en décembre 1947, et le transistor à jonction par Schokley un mois plus tard, est l'une des avancées scientifiques et technologiques la plus importante du siècle¹. Le transistor à jonction est le point de départ de ce qui va devenir l'industrie du semiconducteur, dont il est l'une des principales, sinon la principale, briques. Son invention va de paire avec l'apparition de la *physique de l'état solide*, ou plus généralement la *physique de la matière condensée*, qui réunit l'étude de l'ensemble des propriétés physiques de la matière solide et des liquides [Kohn99]. Les semiconducteurs ont été l'objet d'une attention particulière dans la recherche des matériaux pour l'électronique. L'apport de la mécanique quantique, avec les travaux de F. Bloch, R. Peierls et A. Wilson notamment, est considérable dans la compréhension et la description de la structure électronique de bandes des semiconducteurs, description qui est la conséquence du traitement de la périodicité du réseau cristallin [Chaudhari99]. L'un des moteurs de la physique des semiconducteurs est justement cette forte interaction entre les avancées technologiques et les découvertes fondamentales. Ces dernières permettent la fabrication de nouveaux matériaux ou dispositifs, qui ouvrent la voie à leur tour à de nouvelles recherches fondamentales, et le cycle est ainsi bouclé. Les progrès réalisés dans la technologie de croissance des semiconducteurs, comme l'apparition dans les années 80 de l'épitaxie par jets moléculaires (EJM) ou de l'épitaxie en phase vapeur à partir de composés organométalliques (MOCVD en anglais), ont permis la fabrication d'hétérostructures semiconductrices, de puits quantiques, de superéseaux ... Ces deux techniques permettent d'approcher la limite de contrôle de dépôt des couches de semiconducteurs, c'est-à-dire la précision de la couche atomique, avec une grande qualité des interfaces. Associée avec la modulation de dopage, c'est-à-dire la séparation physique des dopants et des porteurs libres, la réalisation de structures bidimensionnelles pour lesquelles les porteurs, électrons ou trous, ont une grande mobilité a été rendue possible. Ces structures sont à la base de découvertes majeures, comme l'effet Hall quantique entier par von Klitzing, Dorda et Pepper [Klitzing80] en 1980 mis en évidence pour la première fois dans un MOSFET, l'effet Hall quantique fractionnaire par Tsui, Störmer et Gossard en 1982 [Tsui82], ou la cristallisation de Wigner [Andrei88].

1. Une historique détaillée de l'invention du transistor est faite dans la référence [Riordan99]

En parallèle avec ces techniques de dépôt, les technologies permettant de confiner les électrons de la structure bidimensionnelle dans les directions perpendiculaires à l'axe de croissance ont été développées, comme par exemple la lithographie électronique. Elles permettent ainsi la fabrication de fils quantiques (1D), ou même d'îlots quantiques (0D).

L'invention du microscope à effet tunnel par Binnig *et al.* [Binnig82] a rendu possible la manipulation et l'observation d'atomes individuels. D'autres techniques existent pour obtenir ce que l'on appelle désormais des *nanostructures*, *i.e.* des objets à l'échelle nanométrique, comme l'auto-assemblage de structures plus petites que la taille du système désiré, en jouant adroitement avec les liaisons chimiques et les conditions de croissance². Cette évolution vers des structures atomiques ne fait que confirmer ce qui avait déjà été prévu par Richard Feynman en 1959 dans un exposé intitulé "*There is plenty of room at the bottom*".³

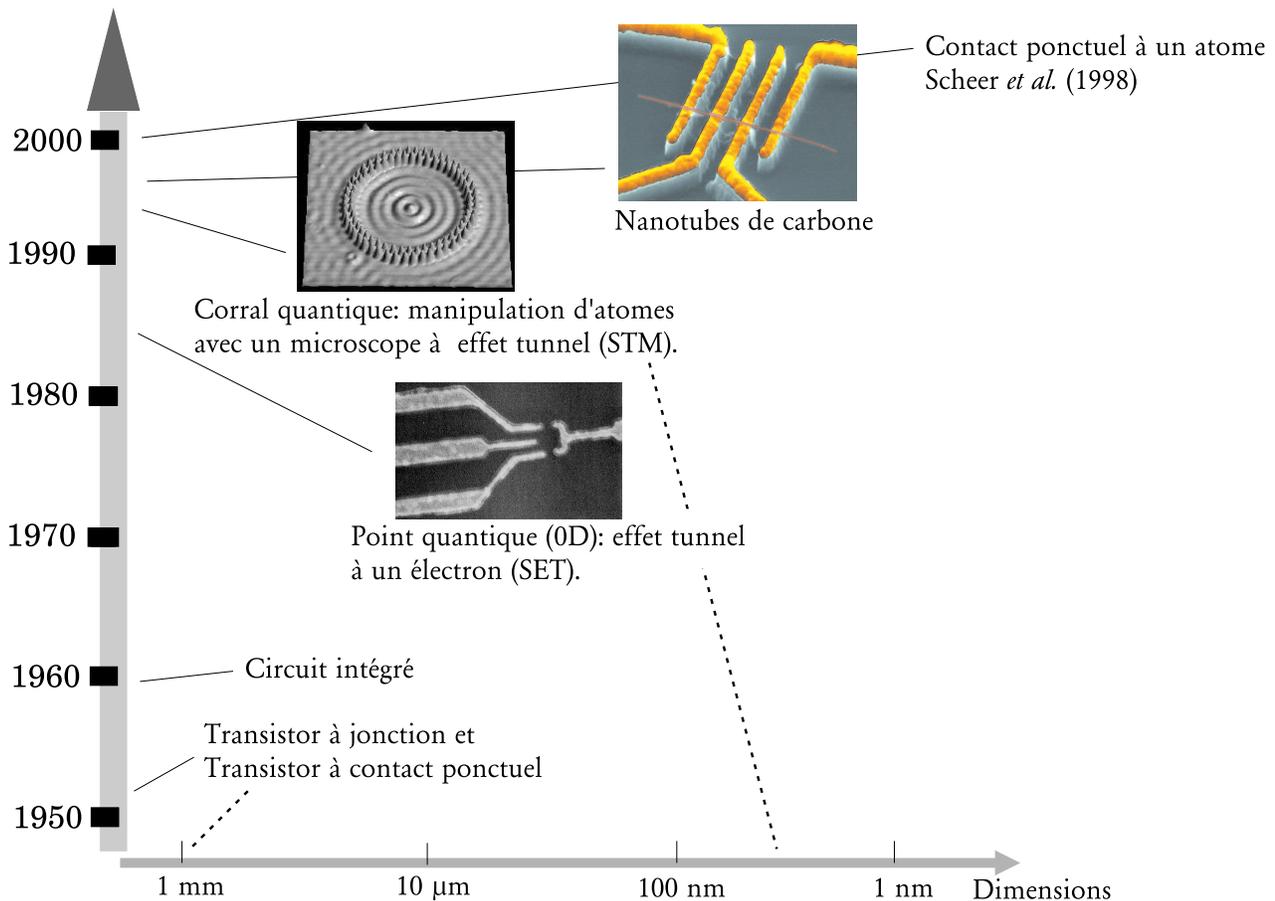


FIG. 1.1: Illustration de la réduction croissante des dispositifs depuis l'invention du transistor en 1947 (d'après [Sohn98]).

En 1965, Gordon Moore, co-fondateur d'Intel, a prédit que le nombre de transistors dans un circuit intégré doublerait chaque année. Depuis, cette loi relativement précise, et connue sous le nom de loi de Moore, a évolué et prévoit maintenant une augmentation d'un facteur

2. Voir par exemple le numéro spécial de *Science* **290**, 1523 (2000)

3. Littéralement *il y a plein de place en-dessous*; voir par exemple une copie dans *Science* **254**, 1300 (1991).

deux du nombre de transistors tous les 18 mois. Ainsi, la largeur de ligne de gravure, l'une des grandeurs caractéristiques des dimensions du transistor, est passée de 350 nm en 1995 à 180 nm en 1999. La technologie 0.1 μm est prévue industriellement pour l'année 2005 environ⁴. Cette recherche d'une diminution croissante des dimensions conduit vers la conception et la réalisation de dispositifs nanométriques. Ainsi, depuis une vingtaine d'années, la recherche dans le domaine de la physique des semiconducteurs a focalisé ses efforts sur les systèmes de basse dimensionnalité (2D,1D,0D). Dans certains de ces systèmes, le mouvement des électrons est *cohérent*; autrement dit les électrons se déplacent dans le système sans effectuer de collisions inélastiques, et la fonction d'onde associée à ces particules – qui est une notion quantique – garde alors une phase bien définie. L'aspect ondulatoire des électrons se manifeste alors par des phénomènes d'interférences quantiques. La physique associée à ces systèmes électroniques de taille intermédiaire entre le monde microscopique et le monde macroscopique est également dénommée physique *mésoscopique*, terme introduit par van Kampen [Kampen81] et dont l'étymologie remonte au préfixe latin *méso*, au milieu. Un système mésoscopique contient environ 10^3 à 10^6 atomes, mais la frontière avec le macroscopique dépend largement du contexte. Ses dimensions peuvent varier de quelques nanomètres à quelques centaines de microns; en fait elles dépendent de longueurs caractéristiques qui sont elles-même fortement dépendantes de la température, des matériaux, des champs électromagnétiques. Ces longueurs, définies de manière plus complète dans le chapitre 2, sont la longueur d'onde de De Broglie, le libre parcours moyen électronique et la longueur de cohérence de phase, caractérisant respectivement l'énergie cinétique de la particule, la distance parcourue entre deux collisions élastiques et la distance parcourue entre deux collisions inélastiques.

Les systèmes mésoscopiques présentent entre autres l'intérêt de pouvoir étudier la transition entre la limite microscopique, domaine de la mécanique quantique, et la limite macroscopique. Ces systèmes présentent souvent un comportement qui est la signature de phénomènes, à la fois d'origine quantique et d'origine classique. Certaines grandeurs, électriques par exemple, ne se comportent plus de la même manière dans le régime mésoscopique, et nécessitent une approche théorique modifiée, sinon totalement différente. La loi d'Ohm n'est ainsi plus une règle générale pour les conducteurs. Ces grandeurs peuvent être sensibles à des phénomènes quantiques propres au régime mésoscopique [Imry98]. En effet, à basse température, la longueur de cohérence de phase, c'est-à-dire la longueur le long de laquelle les électrons gardent la mémoire de leur phase, peut être grande par rapport aux dimensions du système, et donne naissance à de nouveaux effets directement liés aux interférences électroniques, comme la localisation faible, les fluctuations universelles de la conductance, ou bien encore l'effet Aharonov-Bohm et les courants permanents dans des anneaux, qui seront décrit dans le chapitre théorique introductif notamment. L'étude du transport électronique recèle ainsi une multitude de phénomènes quantiques, comme la quantification de la conductance dans des contacts ponctuels, ou plus récemment l'effet tunnel à un électron, due à la granularité de la charge, le pendant de l'aspect ondulatoire des électrons⁵.

La compréhension et la maîtrise de tous ces phénomènes sont fondamentales pour l'avenir

4. Edition 1999 de la SIA Roadmap, <http://public.itrs.net/>

5. Un grand nombre de références concerne l'étude du transport dans les systèmes mésoscopiques; voir par exemple [Datta95, Kouwen97, Ferry97] et les références données à l'intérieur.

de la microélectronique⁶ [Sohn98], qui recherche dès aujourd'hui le remplaçant du transistor CMOS. Des dispositifs mésoscopiques, qui exploitent les propriétés quantiques, ont d'ores et déjà vu le jour, comme par exemple le transistor à un électron [Heij00]. Cependant, à l'heure actuelle leur domaine de fonctionnement est encore de l'ordre du Kelvin; en effet, les basses températures favorisent l'apparition des comportements quantiques, en augmentant les grandeurs caractéristiques qui les gouvernent. A l'échelle nanométrique, les effets quantiques devraient être observable à température ambiante.

Plan du mémoire de thèse

Parmi tous les systèmes mésoscopiques introduit précédemment, les anneaux de type Aharonov-Bohm (AB), l'objet d'étude de cette thèse, sont un exemple typique de dispositif interférentiel. Un anneau AB consiste en une cavité avec un antipoint quantique en son centre – *i.e* une zone de fort potentiel faisant obstacle au mouvement des électrons –, imposant deux trajectoires distinctes possibles pour les électrons. L'analogie avec l'expérience des fentes de Young en optique est immédiate, *i.e.* les interférences de deux ondes lumineuses passant par deux fentes. Il est possible d'obtenir des interférences électroniques dans la mesure où l'on considère la nature ondulatoire des ces derniers. L'application d'un champ magnétique permet de changer la phase relative des deux types de trajets possibles: cette propriété est à la base de l'effet Aharonov-Bohm. Dans ce travail, nous nous sommes attachés à l'étude d'anneaux fabriqués à partir du gaz bidimensionnel d'électrons formé à l'interface d'une hétérojonction *AlGaAs/GaAs*. Nous nous sommes plus particulièrement intéressés aux propriétés de transport des électrons dans ces structures, qui comme cela a été souligné plus haut, présentent une richesse de phénomènes propres aux systèmes mésoscopiques. Ce travail s'inscrit dans l'effort de recherche mené pour la compréhension des phénomènes quantiques et classiques mis en jeu dans des nanostructures.

Après ce chapitre introductif, le deuxième chapitre de cette thèse est la présentation générale des propriétés des gaz d'électrons, avec notamment l'effet du confinement et du champ magnétique. Bien qu'au sens strict du terme, tous les systèmes physiques sont tridimensionnels, le confinement des électrons dans certaines directions permet de faire la distinction entre des structures que l'on pourra qualifier de 2D, 1D ou 0D. Nous y introduisons également les définitions fondamentales des grandeurs caractéristiques pertinentes. Enfin, la présentation non exhaustive de quelques phénomènes mésoscopiques conclura ce chapitre, avec une attention plus particulière portée à l'effet Aharonov-Bohm, effet quantique par excellence, et son application à la physique du solide.

Le but du troisième chapitre est de faire le point sur la théorie plus particulière du transport dans les anneaux semiconducteurs de type Aharonov-Bohm. Nous y calculerons le spectre discret d'un anneau isolé, dans le cas purement unidimensionnel, et en tenant compte de l'épaisseur des fils constituant l'anneau. Nous aborderons également la problématique liée au couplage d'un anneau isolé avec deux réservoirs d'électrons. Les propriétés de transport d'un

6. Les enjeux de la microélectronique de demain ont fait notamment l'objet d'un numéro spécial de la revue *Nature* **406**, 1019 (2000).

anneau sont fortement dépendantes de ce couplage, et à un plus moindre degré du spectre des niveaux d'énergie de l'anneau isolé suivant la force de ce même couplage. Ces propriétés présentent la particularité d'être périodiques avec le flux magnétique appliquée, de période le quantum de flux h/e . Enfin, par le biais d'une grille électrostatique, il est possible de moduler la phase des électrons par un champ électrique, de la même manière qu'avec un champ magnétique, donnant lieu à l'effet AB électrostatique.

Les deux chapitres suivants présentent le travail expérimental et les résultats obtenus sur des interféromètres à anneaux, dans le régime de transport balistique. Une première partie est axée sur la fabrication et les caractéristiques géométriques des échantillons étudiés.

Les parties suivantes abordent l'étude détaillée de l'influence de plusieurs paramètres externes sur la grandeur mesurable dans des expériences de transport, et directement due aux interférences électroniques: les oscillations de la conductance avec le champ magnétique. Parmi les paramètres ayant une influence notable, une augmentation de la température a pour effet de détruire petit à petit les interférences, ce qui se traduit par une diminution relative de l'amplitude des oscillations AB observées sous faible champ magnétique. L'interprétation des courbes de dépendance en température obtenues nécessite de comprendre les mécanismes mis en jeu. Nous verrons ainsi que cette dépendance est le reflet direct du spectre d'énergie de l'anneau isolé, dû au faible couplage de celui-ci avec les réservoirs d'électrons, et que les répulsions Coulombiennes sont alors à prendre en compte. Ce résultat important est à comparer avec ce qui se passe à plus fort champ dans le régime de l'effet Hall quantique. Dans ce cas, les oscillations AB observées sont dues cette fois-ci aux états de bord; cette origine physique différente introduit notamment la notion de chiralité.

Les résultats obtenues en appliquant une tension sur la grille électrostatique qui recouvre la totalité de l'anneau, montrent un comportement surprenant *a priori*, rappelant ce qui peut se passer dans le cas d'un anneau fortement asymétrique – pour lequel l'un des parcours électronique est plus long que l'autre –. En effet, la phase des oscillations change soudainement. Nous verrons que ces derniers corroborent en fait l'hypothèse de faible couplage émise précédemment.

De même, lorsque l'on se place en régime non linéaire, autrement dit, lorsque l'on applique une tension de polarisation suffisamment importante, la phase et l'amplitude des oscillations se trouvent modifiées de manière corrélée.

Enfin, la dernière partie ouvre le sujet vers de nouvelles perspectives, et l'étude d'anneau de plus petites dimensions, dans lesquels les jonctions entre les bras de l'anneau et les fils qui relie ce dernier aux réservoirs, jouent un rôle important.

Références bibliographiques

- [Andrei88] E.Y. Andrei, G. Deville, D.C. Glatthli, F.I.B. Williams, E. Paris, B. Etienne, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 2765 (1988)
- [Binning82] G. Binning, H. Rohrer, C. Gerber, E. Weibel, *Phys. Rev. Lett.* **49**, 57 (1982)
- [Chaudhari99] P. Chaudhari, M.S. Dresselhaus, *Rev. Mod. Phys.* **71**, S331 (1999)
- [Datta95] S. Datta, *Electronic transport in mesoscopic systems*, Cambridge studies in semiconductor physics and electronic engineering (Cambridge University Press, 1995)
- [Ferry97] D.K. Ferry, S.M. Goodnick, *Transport in nanostructures*, Cambridge University Press, Cambridge (1997)
- [Heij00] C.P. Heij, P. Hadley, J.E. Mooij, *cond-mat/0011520*, (2000)
- [Imry98] Y. Imry, dans *Proceedings of ICPS24, Jerusalem 1998*, (World Scientific, Singapore, 1998)
- [Kampen81] N.G. van Kampen, *Stochastic processes in physics and chemistry*, North Holland, Amsterdam (1981)
- [Klitzing80] K. von Klitzing, G. Dorda, M. Pepper, *Phys. Rev. Lett.* **45**, 494 (1980)
- [Kohn99] W. Kohn, *Rev. Mod. Phys.* **71**, S59 (1999)
- [Kouwen97] L.P. Kouwenhoven, C.M. Marcus, P.L. Mc Euen, S. Tarucha, R.M. Westervelt, N.S. Wingreen, dans *Mesoscopic electron transport*, Proceedings of the NATO Advanced Science Institute Series E, Curacao, Netherlands Antilles, édité par L.L. Sohn, L.P. Kouwenhoven et G. Schön, (Kluwer, Dordrecht, 1997)
- [Riordan99] M. Riordan, L. Hoddeson, C. Herring, *Rev. Mod. Phys.* **71**, S336 (1999)
- [Scheer98] E. Scheer, N. Agraït, J.C. Cuevas, A.L. Yeyati, B. Ludolph, A. Martin-Rodero, G.R. Bollinger, J.M. van Rultenbeek, C. Urbina, *Nature* **394**, 154 (1998)
- [Sohn98] L.L Sohn, *Nature* **394**, 131 (1998)
- [Tsui82] D.C. Tsui, H.L. Störmer, A.C. Gossard, *Phys. Rev. Lett.* **48**, 1559 (1982)

Transport électronique dans des systèmes mésoscopiques

Chapitre 2

Le chapitre suivant introduit les notions fondamentales à la compréhension des propriétés de transport électronique dans les systèmes de basse dimensionnalité ($d \leq 2$). Les phénomènes interférentiels qui se manifestent dans les systèmes mésoscopiques, retiendront notamment notre attention.

2.1 Propriétés des gaz d'électrons

2.1.1 Confinement quantique

2.1.2 Les régimes de transport

2.1.3 Effets du champ magnétique: magnétotransport

2.2 Conductance dans des systèmes balistiques

2.2.1 Un problème de transmission

2.2.2 Quantification de la conductance

2.2.3 Les canaux de bords

2.3 Interférences quantiques

2.3.1 Localisation faible

2.3.2 Effet Aharonov-Bohm

2.3.3 Fluctuations universelles de la conductance

2.4 Blocage de Coulomb

2.4.1 Effet de la granularité de la charge

2.4.2 Transport des électrons dans une boîte quantique

Conclusion

Chapitre 2

Transport électronique dans des systèmes mésoscopiques

Les progrès technologiques ont rendu possible la fabrication de structures de très petites tailles. En particulier, on peut contrôler la croissance des couches individuelles de semi-conducteurs de manière extrêmement précise, à la couche atomique près, grâce notamment à l'épitaxie par jets moléculaires. Cela permet notamment de faire croître plusieurs couches de semi-conducteurs différents les unes sur les autres, spécialement si leur paramètre de maille est voisin. La différence entre les structures de bandes, et plus particulièrement entre les largeurs de bande interdite E_g , conduit à une courbure de bandes, et par ce biais à la formation de puits de potentiel, de barrières... On peut obtenir ainsi des couches d'accumulation de porteurs ou d'inversion. On peut aboutir alors à un système purement bidimensionnel, pour lequel les électrons sont confinés dans le plan perpendiculaire à l'axe de croissance (pour plus de détails, voir par exemple [Ando82, Sze86, Imry97]). Enfin, à partir de la structure 2D, des systèmes de géométrie plus complexe sont obtenus par diverses méthodes de lithographies (électroniques ou optiques). Cette fois-ci, les électrons sont confinés latéralement, dans une ou plusieurs directions: on parle alors de système 1D ou 0D selon les cas.

Dans ce deuxième chapitre, nous présentons les concepts de bases liés aux systèmes de basse dimensionnalité, comme le phénomène de quantification de l'énergie des porteurs dû à la réduction de la dimensionnalité ainsi qu'à l'application d'un champ magnétique parallèlement à l'axe de croissance. Quelques effets du champ magnétique, comme le plus remarquable d'entre eux, l'effet Hall quantique, sont également introduits.

Cette thèse s'attache plus particulièrement aux propriétés de transport des électrons, par l'étude notamment de la conductivité. L'objet de la deuxième partie de chapitre est de présenter une approche théorique largement utilisée, avec succès, pour décrire le transport dans les systèmes mésoscopiques. Celle-ci exprime la conductance en terme de probabilité de transmission des électrons à travers la structure.

Alors que dans une approche macroscopique, les propriétés sont dues à une moyenne statistique, lorsque l'on réduit suffisamment la taille, cette approche n'est plus valable, laissant la place à l'apparition de phénomènes purement quantiques (effet Aharonov-Bohm, localisation faible ...). Certains de ces phénomènes, dus notamment à la prise en compte de la phase de la fonction d'onde des électrons, sont décrits dans une troisième partie.

Enfin, la dernière partie aborde le phénomène d'effet tunnel à un électron, sujet incontournable

de la physique mésoscopique. Celui-ci fait l'objet d'intenses recherches, de par les nombreuses possibilités d'applications, et parce qu'il ne fait intervenir que peu d'électrons.¹

2.1 Propriétés des gaz d'électrons

2.1.1 Confinement quantique

Dans cette partie, nous allons établir quelques propriétés de base d'un gaz d'électrons. On appelle gaz d'électrons un gaz de particules *libres* – c'est-à-dire que l'on néglige les interactions électron-ion entre les collisions – et *indépendantes* – de la même manière on néglige les interactions électron-électron – [Ashcroft76].

Remarque: la validité du modèle de particules indépendantes pour décrire des systèmes où les électrons sont sujet justement à de fortes interactions n'est pas évidente. La justification a été donnée par Landau dans les années 50 [Landau56, Landau57, Landau58], avec le développement de la *théorie des liquides de Fermi* [Schofield99]. L'image d'électrons indépendants est correcte dans la mesure où l'on considère des électrons proches de l'énergie de Fermi E_F , dans un intervalle de l'ordre de $k_B T$. De plus, il faut se rappeler que l'on ne parle pas d'électrons, mais de quasi-particules qui sont décrites avec les mêmes nombres quantiques (moment p , même charge, et spin 1/2). Lorsqu'on parle de gaz d'électrons, on fait référence en fait à un gaz de quasi-électrons. De plus, l'effet d'interactions électron-électron est pris en compte en modifiant la relation $E(k)$.

Les quantités thermodynamiques d'un solide macroscopique sont déterminées par le spectre des niveaux d'énergie E_n , via la fonction de partition. Deux grandeurs sont importantes [Gonzales95]:

La relation de dispersion $E(p)$, qui relie l'énergie à l'impulsion p .

La densité d'états en fonction de l'énergie $n(E)$, qui donne le nombre d'états à une particule à l'énergie E par unité d'énergie. Celle-ci est reliée au nombre d'électrons $\rho(E)$ ayant une énergie inférieure à E par $n(E) = d\rho(E)/dE$.

Gaz de Fermi

Pour un gaz de Fermi, la fonction de distribution, c'est-à-dire encore la probabilité d'avoir un électron à l'énergie E , est donnée par la distribution de Fermi-Dirac, qui n'est autre que la modification de la distribution de Maxwell-Boltzmann pour un gaz parfait adaptée aux électrons en incluant le principe d'exclusion de Pauli [Ashcroft76]

$$f(E) = \frac{1}{e^{(E-\mu)/k_B T} + 1} \quad (2.1)$$

où μ est le potentiel chimique. A température nulle ce potentiel chimique est tout simplement égal à l'énergie de Fermi E_F . Tous les états dont l'énergie est inférieure à E_F sont occupés,

1. pour une revue non exhaustive du sujet, voir par exemple [Grabert92, Kouwen97a].

et les états dont l'énergie est supérieure sont vides. La fonction de distribution $f(E)$ se réduit alors à une marche unité centrée sur E_F .

Dans ce qui suit, nous allons calculer certaines propriétés d'un système de N électrons indépendants dans un volume $V = L_x L_y L_z$. Pour ce faire, il suffit de déterminer les niveaux d'énergie d'un système à un seul électron, puis de remplir notre système en utilisant la fonction de distribution de Fermi-Dirac ci-dessus. A température nulle, cela revient à remplir tous les états jusqu'au niveau de Fermi.

Un électron peut être décrit par une fonction d'onde $\psi(r)$ qui, dans le cas où il n'y a pas d'interactions, vérifie l'équation de Schrödinger

$$\mathcal{H}\psi(r) = E\psi(r) \quad (2.2)$$

où E l'énergie propre du système et \mathcal{H} l'Hamiltonien. Dans le cas le plus simple où il n'y a pas de confinement, ce dernier s'écrit

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2m^*} \vec{P}^2$$

ce qui donne

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 \psi(r) = E\psi(r) \quad (2.4)$$

avec $\vec{P} = -i\hbar\nabla$ l'opérateur moment, et m^* la masse effective d'un électron – $0.067m_e$ dans le cas de $GaAs$ –. La résolution de cette équation, en prenant en compte des conditions de bord périodiques et en normalisant, aboutit à la solution

$$\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} \quad (2.5a)$$

$$\text{et } E(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2\mu} \quad \text{avec } k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 \quad (2.5b)$$

où $\vec{k} (k_x = \frac{2l\pi}{L_x}, k_y = \frac{2m\pi}{L_y}, k_z = \frac{2n\pi}{L_z})$ est le vecteur d'onde.

Remarque: Si au lieu de conditions aux bords périodiques on considère un potentiel infini (murs impénétrables) sur les bords d'une boîte de dimensions L_x, L_y, L_z , la fonction d'onde s'exprime alors par une fonction sinusoïdale [Kelly95]

$$\psi(r) = \sqrt{\frac{8}{V}} \underbrace{\sin\left(\frac{l\pi x}{L_x}\right)}_{k_x x} \underbrace{\sin\left(\frac{m\pi y}{L_y}\right)}_{k_y y} \underbrace{\sin\left(\frac{n\pi z}{L_z}\right)}_{k_z z} \quad (2.6)$$

Pour un gaz de Fermi, la relation de dispersion est donc donnée simplement par une forme parabolique

$$E(p) = \frac{p^2}{2\mu} \quad (2.7a)$$

$$\text{avec } p = \hbar k \quad (2.7b)$$

que l'on a tracée sur la figure 2.1a. Les états d'énergie sont remplis jusqu'au niveau de Fermi E_F (zone grisée). On définit alors la surface de Fermi dans l'espace des phases comme la limite d'occupation des différents états à une particule dans l'état de base du système. Tout état contenu à l'intérieur de cette surface (une sphère pour un gaz 3D d'électrons libres) est occupé, tout état en dehors est inoccupé.

2.1.1.1 Densité d'états à champ nul

A partir des relations ci-dessus on peut facilement calculer la densité d'états pour plusieurs dimensions (3D,2D,1D).

Densité d'états à 3D —. A 3D, on peut montrer que la densité d'états par unité de volume s'exprime

$$n(E) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} \sqrt{E} \quad (2.8)$$

densité que l'on a représentée sur la figure 2.1b. La concentration électronique s'obtient en intégrant cette quantité multipliée par la probabilité d'occupation du niveau d'énergie E , sur l'ensemble des énergies de 0 à $+\infty$

$$n_{3D} = \int_0^{+\infty} n(E)f(E)dE \quad (2.9)$$

Densité d'états à 2D —. Si maintenant on réduit une dimension à une valeur proche de la longueur d'onde de Fermi $\lambda_F = 2\pi/k_F$, il faut ajouter un potentiel de confinement suivant une direction dans l'équation de Schrödinger 2.4. L'énergie dans la direction de confinement est alors quantifiée, E_N ($N = 1, 2 \dots$), et le mouvement se fait librement dans le plan orthogonal à cette direction. Un tel confinement peut être obtenu dans une hétérojonction par exemple. Pour un potentiel de confinement dans la direction z , l'énergie s'écrit [Weisbuch91, Shik97] (voir figure 2.1c)

$$E(k) = E_N + \left(\frac{\hbar^2 k_x^2}{2\mu} + \frac{\hbar^2 k_y^2}{2\mu} \right) \quad (2.10)$$

Le spectre d'énergie totale du système a donc une composante discrète, décrivant la quantification du mouvement dans la direction du confinement, et une composante continue liée au mouvement libre dans le plan. On parle alors de sous-bandes. L'expression exacte de E_N dépend du potentiel de confinement. Ainsi, pour un potentiel rectangulaire infini de largeur W , on peut montrer que $E_N = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2\mu W^2} (N+1)^2$ ($N \in \mathbb{N}$) [Cohen73, Bastard88]. *A contrario*, pour un potentiel parabolique de la forme $V(z) = \frac{1}{2}\mu\omega_0^2 z^2$, l'énergie de confinement se réduit aux énergies propres d'un oscillateur harmonique à une dimension, soit $E_N = (N + \frac{1}{2})\hbar\omega_0$ ($N \in \mathbb{N}$).

Remarque: pour que les effets dus à la quantification des niveaux E_N soient observables, il faut que l'espacement entre les niveaux d'énergie soit suffisamment grand, devant la température $E_{N+1} - E_N \gg k_B T$.

Lorsqu'une seule sous-bande est occupée ($N=0$), on dit que le système est purement bidimensionnel; dans le cas contraire on dit qu'il est *quasi-bidimensionnel*.

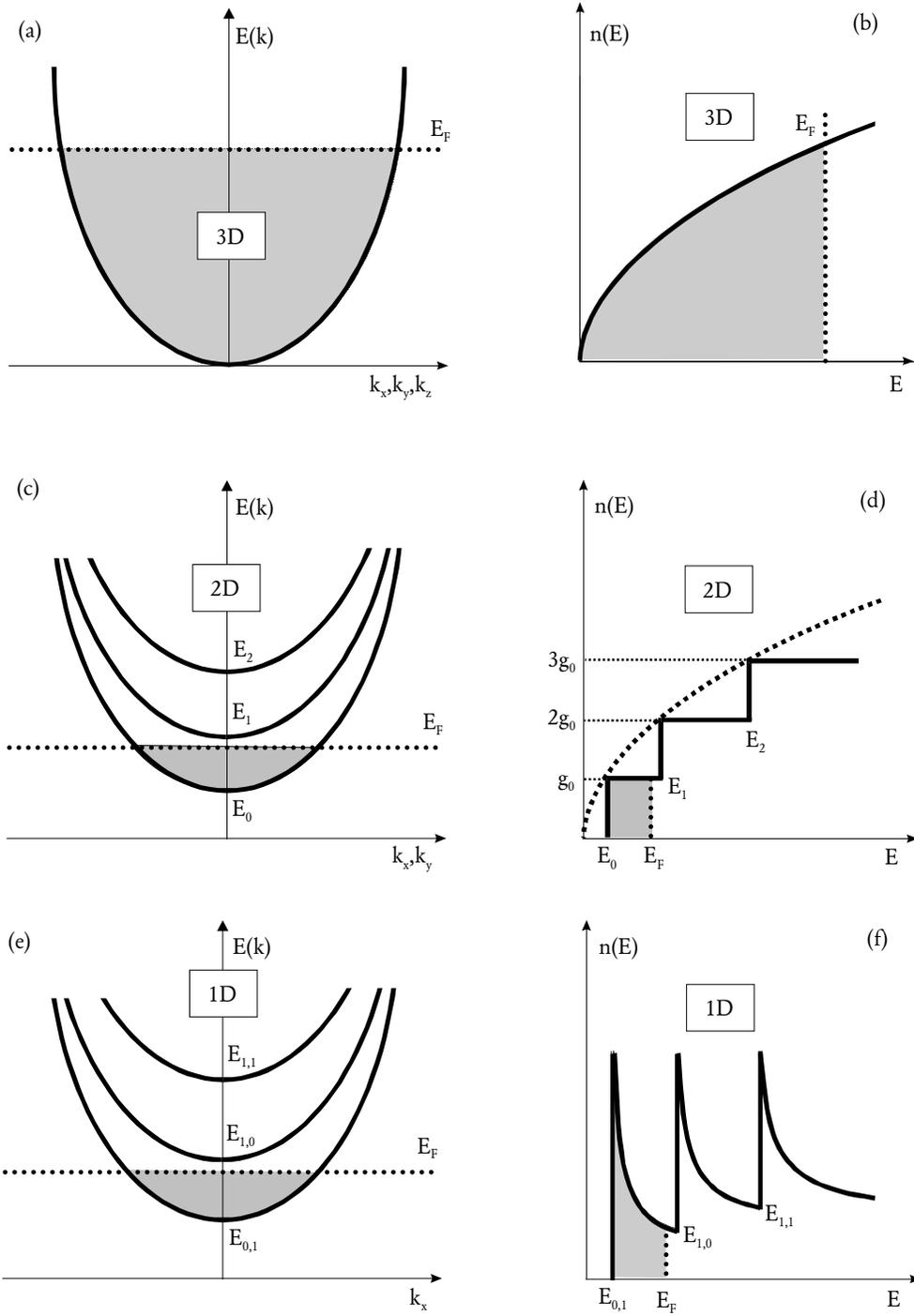


FIG. 2.1: Relation de dispersion $E(k)$ et Densité d'états $n(E)$ correspondante, (a) et (b) pour un gaz d'électrons 3D, (c) et (d) pour un gaz 2D, la courbe en pointillés sur le graphe de densité d'états correspond à la densité d'états 3D précédente, (e) et (f) pour un gaz 1D.

On peut facilement montrer que la densité d'états à deux dimensions a été modifiée par le confinement et s'écrit maintenant (voir figure 2.1d)

$$n(E) = \frac{m^*}{\pi \hbar^2} \sum_N \Theta(E - E_N) \quad (2.11)$$

où Θ est la fonction d'Heavyside ($\Theta(x) = 1$ si $x > 0$ et $\Theta(x) = 0$ si $x < 0$), et g_0 est la densité d'états d'un système purement bidimensionnel (une seule sous-bande). La densité d'états à la forme de marches de hauteur g_0 , une marche étant franchie à chaque fois que $E > E_N$.

De la même manière que précédemment, la densité électronique est donnée par l'équation 2.9. On trouve dans la limite des basses températures (cas dégénéré)

$$n_{2D} = \frac{k_F^2}{2\pi} \quad (2.12)$$

avec $k_F = \frac{\sqrt{2\mu(E_F \perp E_0)}}{\hbar}$.

Densité d'états 1D —. Si on réduit encore une dimension, par un potentiel de confinement latéral, la propagation des porteurs ne peut plus se faire que dans une seule direction, le long d'un canal étroit. Par rapport au cas bidimensionnel, les sous-bandes se divisent en séries de sous-bandes unidimensionnelles, avec des énergies de bas de bandes $E_{N,m}$, où le deuxième nombre quantique m réfère à la quantification selon la deuxième direction, selon y par exemple. Généralement, le potentiel de confinement selon z est suffisamment fort pour que l'on ne considère qu'une seule sous-bande *bidimensionnelle* occupée ($N = 0$). L'énergie totale d'un électron est alors donnée par

$$E_{N,m}(k) = E_0 + E_m + \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m^*} \quad (2.13)$$

L'énergie de confinement E_m dépend du potentiel de confinement utilisé, exactement de la même manière que précédemment. Les sous-bandes unidimensionnelles sont souvent appelées *modes transverses* par analogie aux modes des ondes électromagnétiques.

Le calcul de la densité d'états correspondante donne

$$n(E) = \frac{L}{\pi \hbar} \sum_m \sqrt{\frac{2\mu}{(E - E_{0,m})}} \Theta(E - E_{0,m}) \quad (2.14)$$

Remarque: On fait la même distinction entre les systèmes purement unidimensionnels (une seule sous-bande est occupée, $m=0$) et les systèmes *quasi-unidimensionnels* (plusieurs sous-bandes occupées).

Systèmes à 0D —. Enfin lorsque les électrons sont confinés dans toutes les directions, c'est-à-dire un confinement dans le plan avec un confinement par des grilles électrostatiques latérales par exemple, on obtient un point quantique dont le spectre d'énergie est complètement discret [Rössler95]

$$E_{l,m,n} = \frac{\hbar^2}{2m^*} \left[\left(\frac{l\pi}{L_x} \right)^2 + \left(\frac{m\pi}{L_y} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{L_z} \right)^2 \right] \quad (2.15)$$

si l'on reprend le potentiel carré infini de la boîte de l'équation 2.6. Les petites dimensions L_x, L_y, L_z attribuent le caractère discret au spectre. Pour un potentiel de confinement latéral électrostatique, les calculs [Laux88, Kumar90] ont montré qu'un potentiel parabolique modélise bien les points quantiques: un oscillateur harmonique à deux dimensions, de pulsation ω_x et ω_y par exemple, est alors le modèle le plus simple. Le spectre d'énergie est alors donné par

$$E_{N,n_x,n_y} = E_N + \left(n_x + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_x + \left(n_y + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_y, \quad \text{avec } n_x, n_y \in \mathbb{N} \quad (2.16)$$

La densité d'états d'un tel système se réduit à une série de pics δ -Dirac

$$n(E) = 2 \sum_{N,n_x,n_y} \delta(E - E_{N,n_x,n_y}) \quad (2.17)$$

Remarque: Si le potentiel est identique dans les deux directions, $\omega_x = \omega_y = \omega$, les états propres donnés par l'équation 2.16 sont maintenant dégénérés

$$E_{N,n} = E_N + (n + 1) \hbar\omega \quad \text{avec } n = n_x + n_y \in \mathbb{N} \quad (2.18)$$

On voit alors que l'état n est dégénéré $(n + 1)$ fois.

2.1.1.2 Effet du champ magnétique

Le spectre d'énergie et la densité d'états sont profondément modifiés par l'application d'un champ magnétique. L'équation de Schrödinger 2.4 est modifiée en introduisant le potentiel vecteur \vec{A} (défini à une jauge près par $\vec{B} = \text{rot } \vec{A}$), en remplaçant \vec{P} par $\vec{P} - e\vec{A}$ dans l'expression de l'Hamiltonien \mathcal{H} . La conséquence est d'ajouter un confinement *magnétique*, et donc d'ajouter une quantification supplémentaire, comme la réduction de dimensionnalité. Dans la suite, nous allons considérer que l'on applique un champ $\vec{B} = B\vec{e}_z$ selon la direction z . De plus, dans le cadre de ce manuscrit, nous allons nous intéresser essentiellement aux systèmes purement bidimensionnels, définis plus haut. Par conséquent nous allons regarder l'action du champ appliqué perpendiculairement au plan de propagation (X, Y) .

Densité d'états 2D —. Pour un système bidimensionnel, le champ magnétique quantifie complètement le mouvement dans le plan (X, Y) , conduisant à une situation similaire au cas des systèmes 0D sans champ appliqué. En effet, si l'on choisit la jauge symétrique $\vec{A} = (0, Bx, 0)$, l'Hamiltonien peut se diviser en deux parties, $\mathcal{H} = \mathcal{H}_\perp + \mathcal{H}_\parallel$. \mathcal{H}_\parallel désigne la partie de l'Hamiltonien qui ne dépend que de la variable z dans la direction parallèle au champ. La valeur propre qui lui est associée est inchangée par rapport au cas sans champ magnétique, à savoir E_N (voir plus haut). \mathcal{H}_\perp désigne la partie de l'Hamiltonien qui ne dépend que de x et y . C'est uniquement dans cette partie que le potentiel vecteur intervient. L'équation de Schrödinger associée s'écrit maintenant

$$\left(\frac{p_x^2 + (\hbar k_y - eBx)^2}{2m^*} \right) \psi(x, y) = E\psi(x, y) \quad (2.19)$$

En utilisant la transformation $x' = x - \hbar k_y / eB$, où $x_k = \hbar k_y / eB$ est la coordonnée suivant x du centre du mouvement cyclotron, celle-ci se réduit alors à l'équation d'un oscillateur

harmonique à une dimension

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2}{\partial x'^2} + \frac{1}{2} m \omega_c^2 x'^2 \right) \chi(x') = E_i \chi(x') \quad (2.20)$$

avec $\omega_c = eB/\mu$ la pulsation cyclotron. Les valeurs propres sont alors simplement

$$E_i = \left(i + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_c, \quad \text{avec } i \in \mathbb{N} \quad (2.21)$$

ce qui donne pour l'énergie totale

$$E_{N,i} = E_N + \left(i + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_c, \quad \text{avec } N, i \in \mathbb{N} \quad (2.22)$$

où $N = 0$ pour le cas purement bidimensionnel en vigueur ici.

Cette énergie propre ressemble à la forme trouvée pour le système 0D (équation 2.16). La densité est donc donnée de la même manière par une série de pics de δ -Dirac

$$n(E) = \frac{2eB}{h} \sum_{N,i} \delta(E - E_{N,i}) \quad (2.23)$$

séparés en énergie par $\hbar \omega_c$. Ces niveaux d'énergie sont appelés *niveaux de Landau*. L'équation 2.23 nous montre que chaque niveau de Landau est dégénéré, et la valeur de cette dégénérescence vaut

$$g(B) = \frac{2eBS}{h} = \frac{\Phi}{\Phi_0} \times 2 \text{ (pour le spin)} \quad (2.24)$$

où Φ est le flux de B à travers la surface S , et $\Phi_0 = h/e$ le quantum de flux. La dégénérescence n'est donc égale qu'au nombre de quantum de flux contenu dans le flux Φ . Une autre façon d'arriver à ce résultat consiste à dire que la dégénérescence est le produit de la densité d'états 2D $g_0 = \frac{S\mu}{\pi\hbar^2}$ par la distance séparant deux niveaux de Landau consécutifs $\hbar \omega_c$.

Si l'on prend en compte le spin des électrons, les niveaux de Landau se divisent encore en deux niveaux, chacun des deux niveaux correspondant à une orientation possible du spin électronique, et séparés par le gap de Zeeman

$$E_{N,i,m_s} = E_N + \left(i + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_c + \underbrace{m_s g \mu_B B}_{\text{énergie de Zeeman}} \quad (2.25)$$

où g est le facteur de Landé, μ_B le magnéton de Bohr et $m_s = \pm 1/2$ est le nombre quantique de spin.

Remarque: dans le cas réel, les pics sont élargis, notamment à cause des interactions électrons-impuretés. La forme exacte des pics dépend alors fortement du modèle utilisé (elliptique, gaussienne) [Ando74, Ando82]. Cette remarque est d'importance pour les propriétés de transport que nous aborderons plus loin.

Cependant, malgré la similarité *mathématique* avec les sous-bandes dus au confinement électrique d'un système à 0D indiqué au début, la différence *physique* est profonde [Datta95]. Pour ce faire, considérons la vitesse de groupe associée à ces états

$$v_i(k) = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E_i(k)}{\partial k} = 0 \quad (2.26)$$

Bien que les fonctions d'ondes aient la forme d'ondes planes $e^{ik_x \cdot x}$, ces ondes ont une vitesse de groupe nulle. Cette vision est conforme au point de vue classique, pour lequel un électron placé dans un champ magnétique effectue des orbites circulaires dans le plan (X,Y) et ne se déplace donc pas dans une direction particulière.

Densité d'états 1D —. Nous considérons maintenant à nouveau le cas des fils quantiques (systèmes 1D) plongés dans un champ magnétique $\vec{B} \parallel \vec{e}_z$. Sous l'effet de ce champ, les sous-bandes électriques unidimensionnelles se transforment en sous-bandes magnéto-électriques [Datta95]. Si la forme du potentiel définissant le fil est parabolique (confinement selon x par exemple, avec $V(x) = \frac{1}{2}m\omega_0^2 x^2$), on retrouve une forme similaire au cas sans champ magnétique via un changement de variables approprié. On aboutit au résultat suivant

$$E_m(k_y) = E_N + \left(m + \frac{1}{2}\right) \hbar \Omega + \frac{\hbar^2 k_y^2 \omega_0^2}{2m^* \Omega^2} \quad \text{avec } \Omega^2 = \omega_c^2 + \omega_0^2 \quad (2.27)$$

La densité d'états s'obtient aussi par un changement de variables en remplaçant dans l'expression 2.14 m^* par $m^* \frac{\Omega^2}{\omega_0^2}$ et E_m par $(m + \frac{1}{2})\hbar\Omega$.

Mais l'effet du champ a plus de répercussions physiques que ce simple accroissement apparent de masse effective. Examinons la vitesse de groupe

$$v_m(k) = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E_m(k)}{\partial k} = \frac{\hbar k \omega_0^2}{\mu \Omega^2} \quad (2.28)$$

De plus, la fonction d'onde associée à l'état (m, k) est centrée autour de $x = x_k = \hbar k_y / eB$. Or, d'après ce qui précède $x_k \propto v_m(k)$. Donc lorsque que le champ appliqué augmente, les états transportant le courant suivant y sont déplacés, suivant le sens du courant, vers un bord *différent* du fil quantique. Nous reviendrons sur ce résultat important pour comprendre l'effet Hall quantique.

système à 0D —. Le problème du point quantique plongé dans un champ magnétique uniforme a été résolu par Fock et Darwin [Fock28, Darwin30]. Ainsi, ils ont montré que les énergies propres peuvent s'écrire

$$E_{N,n,m} = E_N + (n + 1)\hbar\Omega + \frac{1}{2}\hbar\omega_c m \quad \text{avec } n \in \mathbb{N} \quad (2.29)$$

$$\text{et } m = -n, -(n-2), \dots, (n-2), n$$

où $\Omega = \sqrt{\omega^2 + \omega_c^2/4}$ est le potentiel harmonique renormalisé. Ces états propres sont aussi appelés les états de Darwin-Fock. Le champ magnétique lève la dégénérescence des états propres (on rappelle que l'état n sans champ est dégénéré $n + 1$ fois), comme le montre la

figure 2.2. Dans le limite d'un fort champ magnétique ($\omega_c \gg \omega$), l'équation 2.29 se simplifie pour redonner les niveaux de Landau usuels pour un gaz bidimensionnel

$$E_{N,n,m} \approx E_N + \underbrace{\left(\frac{n+m}{2} + \frac{1}{2}\right)}_{n'} \hbar \omega_c \quad (2.30)$$

Ceci signifie physiquement qu'à fort champ, le mouvement cyclotron des électrons domine, et ces derniers ne voient plus le confinement.

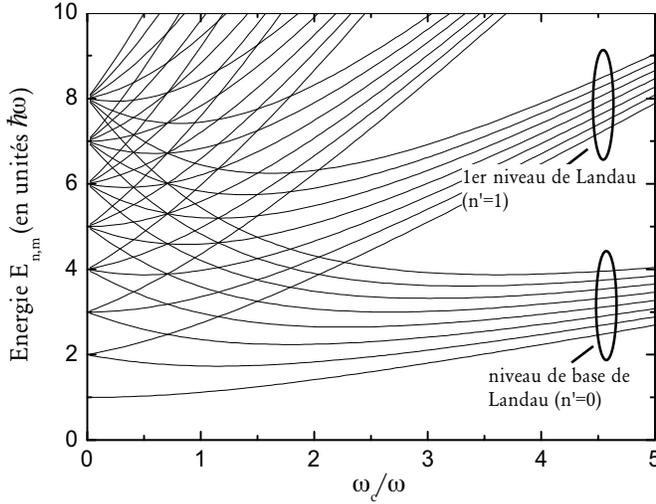


FIG. 2.2: *Etats propres de Darwin-Fock pour un point quantique confiné par un potentiel parabolique en fonction d'un champ magnétique; on a représenté les 8 premiers niveaux (d'après [Ferry97]).*

2.1.2 Les régimes de transport

Lorsque l'on étudie de systèmes mésoscopiques, la comparaison des dimensions du système avec des longueurs caractéristiques est déterminante. Dans notre cas, les longueurs pertinentes à examiner sont la longueur d'onde de De Broglie λ_F , le libre parcours moyen électronique l_e et la longueur de cohérence de phase l_φ . La définition précise de ces grandeurs va nous permettre de distinguer alors les différents régimes de transport.

2.1.2.1 Grandeurs caractéristiques

Longueur d'onde de Fermi λ_F — A température nulle, les électrons occupent tous les états de vecteur d'onde \vec{k} tel que $|\vec{k}| \leq k_F$, où k_F est le vecteur d'onde de Fermi. Seuls les électrons qui ont une énergie proche de E_F participent à la conduction. La longueur qui lui correspond, définie par $\lambda_F = 2\pi/k_F$, est donc une longueur caractéristique. C'est la plus petite de toutes, de l'ordre de quelques centaines d'Ångström pour des systèmes bidimensionnels à base d'hétérostructures semiconductrices². Si on considère un système de dimensions $L_x < L_y < L_z$, λ_F permet de distinguer les différentes dimensionnalités [Ando98]: 0D ($\lambda_F \gg L_{x,y,z}$), 1D ($L_x < \lambda_F \sim L_y \ll L_z$), 2D ($\lambda_F \sim L_x \ll L_{y,z}$), 3D ($\lambda_F \ll L_{x,y,z}$).

2. On rappelle que pour ces systèmes $k_F = \sqrt{2\pi n_{2D}}$, et typiquement $n_{2D} \approx 1 - 6 \times 10^{11}/\text{cm}^2$.

Libre parcours électronique l_e —. Un électron qui se déplace dans un cristal subit lors de son mouvement des collisions, sur les impuretés du réseau par exemple ou bien encore dues aux vibrations du réseau (phonons). On peut alors introduire le temps moyen entre deux collisions τ_c . On parle de collisions *élastiques* lorsque ces dernières ont pour effet de changer le vecteur d'onde (ou moment), tout en conservant l'énergie de la particule. Pour être plus précis, on définit le temps de relaxation τ_e comme étant le temps entre deux collisions qui conduisent à une *large* déviation du vecteur d'onde, et suivant les systèmes ce temps est plus ou moins grand devant le temps entre deux collisions τ_c . Les électrons qui participent à la conduction se déplacent à la vitesse de Fermi, ce qui nous permet d'écrire

$$l_e = v_F \tau_e \quad (2.31)$$

Pour les hétérostructures *AlGaAs/GaAs*, l_e est de l'ordre de $10 \mu m$.

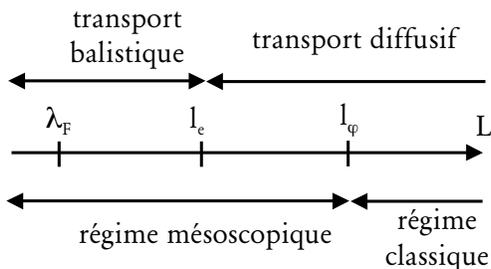


FIG. 2.3: Longueurs caractéristiques et régimes de transport correspondant (voir texte). Ce schéma correspond au cas où $l_\varphi > l_e$, à suffisamment basse température, c'est-à-dire pour le cas où le transport est cohérent.

Longueur de cohérence de phase l_φ —. De la même manière que précédemment, certaines collisions peuvent conduire à la destruction de la phase de la fonction d'onde électronique. Ces collisions, qui engagent un processus dynamique et changent l'énergie de la particule, sont appelées collisions *inélastiques*. On définit alors la longueur de cohérence de phase comme la longueur sur laquelle l'électron garde la mémoire de sa phase. Il s'agit donc de la grandeur caractéristique pour les interférences des fonctions d'onde électroniques. l_φ augmente avec la température, et dans les systèmes *mésoscopiques*, celle-ci est supérieure au libre parcours l_e (voir figure 2.3). Si la définition du temps de relaxation de la phase τ_φ ne pose pas de problème³, à savoir le temps moyen entre deux collisions inélastiques, la relation entre l_φ et τ_φ est plus délicate. Dans le cas où $\tau_\varphi \lesssim \tau_e$, alors on peut utiliser la forme simple

$$l_\varphi = v_F \tau_\varphi \quad (2.32)$$

et qui physiquement correspond au cas où les électrons se déplacent en ligne droite entre deux collisions inélastiques. Dans le cas contraire où $\tau_\varphi \gg \tau_e$, les électrons effectuent plusieurs collisions avant de perdre la mémoire de leur phase, et le trajet moyen n'est pas une ligne droite. Il faut alors moyenniser la distance parcourue, en considérant la distribution angulaire aléatoire des directions prises après les collisions [Datta95] et le nombre de trajectoires (τ_φ/τ_e) de longueur $v_F \tau_e$ entre ces mêmes collisions. Le résultat donne

$$l_\varphi = \sqrt{\frac{1}{2} v_F^2 \tau_e \tau_\varphi} \quad (2.33)$$

3. En fait, τ_φ n'est pas strictement égal à τ_{in} , le temps moyen entre deux collisions inélastiques [Aronov87]. Un autre processus intervient dans la perte de cohérence de phase, la diffusion avec retournement de spin, qui lui ne dépend pas de la température, et qui conduit à $\tau_\varphi^{-1} = \tau_{in}^{-1} + \tau_{spin}^{-1}$

où D est appelé coefficient de diffusion.

2.1.2.2 Les différents régimes de transports

Les considérations précédentes nous permettent maintenant de distinguer différents régimes de transport (figure 2.3). Soit un conducteur plan de dimensions $L \times W$, avec $L > W$. Si l'on considère le cas $l_\varphi \gg L$, les électrons sont alors traités comme des particules cohérentes, les phénomènes d'interférences modifiant fortement le transport dit *cohérent*. A l'inverse, le régime correspondant à $l_\varphi < L$, que nous appellerons *classique*, et pour lequel les électrons sont des particules *purement* classiques, à l'image de boules de billard.

Transport diffusif classique —. Dans ce cas, où $l_\varphi < L$, le transport se comprend principalement en terme de collisions inélastiques, détruisant toute corrélation, et par conséquent est indépendant de la forme du système. Les propriétés macroscopiques d'un tel système sont définies par la statistique, et décrites par le modèle de Drude [Ashcroft76].

Transport balistique —. Lorsque les dimensions du système sont inférieures au libre parcours moyen $l_\varphi > l_e > L, W$, le transport est dit *balistique*. Les électrons se déplacent librement dans la structure sans qu'aucune collision de quelque sorte que ce soit, inélastique ou élastique, ne se produise, si ce n'est sur les bords de l'échantillon. Les propriétés de transport sont essentiellement gouvernées par la géométrie du système, et le type de collision sur ces bords (spéculaire ou non).

Transport mésoscopique diffusif —. Enfin, on peut distinguer un cas intermédiaire, pour lequel $W < l_e < L < l_\varphi$, que nous nommerons *mésoscopique diffusif*⁴. La trajectoire des électrons est influencée par de nombreuses collisions élastiques sur les centres diffuseurs, et la particule décrit donc un chemin aléatoire. Cependant, la cohérence de phase est toujours conservée. Les effets d'interférences doivent être encore pris en compte. Ces corrections quantiques à la théorie classique rendent le système sensible à la configuration précise des impuretés.

2.1.3 Effets du champ magnétique: magnéto-transport

Dans ce qui suit, nous allons particulièrement nous intéresser aux propriétés de transport sous champ magnétique des systèmes de basse dimensionnalité ($d \leq 2$). Considérons un gaz bidimensionnel d'électrons de densité électronique n_{2D} et relié à deux réservoirs initialement au même potentiel μ_F .

2.1.3.1 Modèle de Drude

Dans le modèle de Drude, les électrons participent de manière égale à la conduction, ce qui est vrai si l'on considère uniquement les électrons au voisinage du niveau de Fermi.

Champ magnétique nul — Dans le cas général du régime diffusif classique, les électrons de conduction ont un mouvement désordonné dans toutes les directions, gouverné par les nombreuses collisions effectuées (avec les impuretés, les défauts du réseau, les phonons ...). L'application d'un champ électrique \vec{E} – et donc dans ce cas les électrons sont soumis à la

4. Ce régime est parfois appelé régime quasi-balistique [Beenakker91].

force $\vec{F} = -e\vec{E}$ – se traduit par l’acquisition d’une vitesse de dérive \vec{v}_d , qui est la valeur moyenne des vitesses acquises après chaque collision, à savoir $\vec{v}_d = -e\vec{E}\tau_e/m^*$, avec m^* la masse effective des électrons et τ_e le temps de relaxation ou temps moyen entre deux collisions [Ashcroft76]. On peut alors définir la mobilité électronique μ_e par $\vec{v}_d = -\mu_e\vec{E}$, soit

$$\mu_e = \frac{e\tau_e}{m^*} \quad (2.34)$$

Le courant correspondant a pour densité

$$\vec{j}_d = -en_{2D}\vec{v}_d = \underbrace{en_{2D}\mu_e}_{\sigma}\vec{E} \quad (2.35)$$

avec σ la conductivité électrique. Cette dernière s’exprime alors simplement dans le modèle de Drude

$$\sigma = n_{2D}e\mu_e = \frac{n_{2D}e^2\tau_e}{m^*} \quad (2.36)$$

Remarque: il existe un autre courant contrebalançant ce courant de dérive, dû à la diffusion des électrons du réservoir contenant le plus d’électrons (au potentiel $\mu_F + eV$, si V est la tension appliquée) au réservoir contenant le moins d’électrons (au potentiel μ_F). A l’équilibre, les deux courants de sens opposé contribuent à garder le potentiel électrochimique μ_F constant.

Effet galvanomagnétique classique— La mesure de la conductivité électrique sous faible champ magnétique est un bon outil de caractérisation des semiconducteurs, car elle permet d’accéder à des grandeurs comme la densité électronique de porteurs et la mobilité. En présence d’un champ magnétique, les électrons sont soumis à la force de Lorentz $\vec{F} = -e\vec{E} \wedge \vec{B}$, qui modifie leur mouvement et donc la conductivité électrique. On peut montrer que la conductivité devient une grandeur tensorielle (de dimension 2 pour le cas 2D) qui s’exprime

$$\vec{\sigma} = \frac{\sigma_0}{1 + (\omega_c\tau_e)^2} \begin{pmatrix} 1 & -\omega_c\tau_e \\ \omega_c\tau_e & 1 \end{pmatrix} \quad (2.37)$$

où σ_0 est la conductivité de Drude sans champ magnétique et $\omega_c = eB/\mu$ la pulsation cyclotron. Le tenseur de résistivité s’obtient en inversant le tenseur de conductivité

$$\vec{\rho} = \frac{1}{\sigma_0} \begin{pmatrix} 1 & -\omega_c\tau_e \\ \omega_c\tau_e & 1 \end{pmatrix} \quad (2.38)$$

Si le temps de relaxation τ_e ne dépend pas du champ B , alors l’expression 2.38 montre que la résistivité longitudinale ρ_{xx} (ou ρ_{yy}) est constante, alors que la résistivité de Hall $\rho_{xy} = B/n_{2D}e$ est une fonction linéaire de B . Cependant cette hypothèse n’est vérifiée que pour les faibles champs magnétiques.

2.1.3.2 Effet Shubnikov-de Haas

A plus fort champ, il faut se rappeler que l’expression de τ_e est inversement proportionnelle à la densité d’états au niveau de Fermi $\tau_e^{-1} \propto n(E_F)$. Par conséquent, la résistivité longitudinale ρ_{xx} est proportionnelle à la densité d’états au niveau de Fermi. La mesure de la résistance

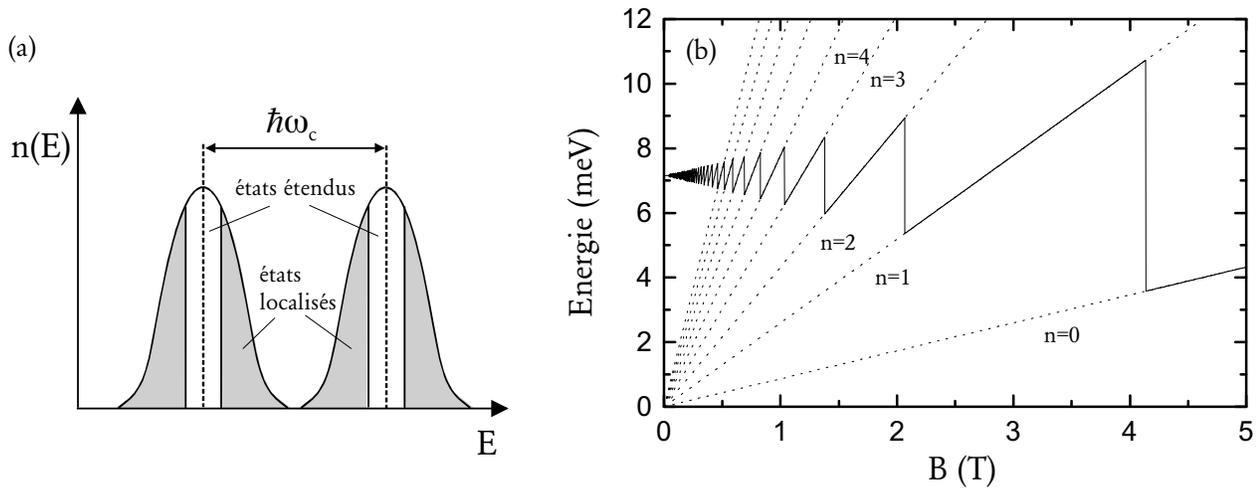


FIG. 2.4: (a) Densité d'états réelle d'un système 2D, ici en forme de Gaussienne. Les états délocalisés participant à la conduction sont situés au centre de la Gaussienne, alors que les états localisés sont dans la queue de celle-ci. (b) Diagramme d'énergie représentant l'évolution du niveau de Fermi en fonction du champ magnétique appliqué; E_F n'est pas constant afin de garder la densité électronique constante (Les niveaux de Landau sont représentés en pointillés).

longitudinale $R_{xx} = \rho_{xx}L_x/L_y$, grandeur macroscopiquement observable, reflète donc les variations de la densité d'états. Or, on rappelle que cette dernière est donnée pour un système 2D par une série de pics de Dirac (voir equation 2.23)

$$n(E_F) = \frac{2eB}{h} \sum_n \delta(E_F - E_n)$$

avec $E_n = (n + \frac{1}{2})\hbar\omega_c$

A basse température, les niveaux de Landau E_n sont remplis jusqu'au niveau de Fermi. Lorsque l'on fait varier le champ B , l'espacement entre les niveaux de Landau $\hbar\omega_c$, appelé aussi gap cyclotron, augmente proportionnellement à B . Par conséquent, les niveaux de Landau se décalent vers les hautes énergies avec un champ croissant. De plus, le nombre d'états dans chaque niveau de Landau est égal à $2eB/h$, et la densité électronique n_{2D} est constante. Par conséquent le niveau de Fermi oscille entre les niveaux de Landau afin de maintenir cette dernière toujours constante

$$n_{2D} = \int_0^{+\infty} n(E)f(E)dE$$

comme cela est représenté sur la figure 2.4b.

Remarque: en fait, la densité d'états réelle n'est pas exactement une succession de pic de δ -Dirac. La prise en compte des impuretés du système conduit à un élargissement des pics. De plus, Aoki et Kamimura [Aoki77] ont suggéré l'existence d'états délocalisés au centre de la

distribution, correspondant à des électrons libres de se déplacer et qui participent à la conduction, et d'états fortement localisés dans la queue de la distribution (figure 2.4a).

La résistance R_{xx} , qui suit ces variations de la densité d'états au niveau de Fermi, oscille avec le champ magnétique. Elle passe ainsi d'un maximum pour les valeurs où le niveau de Fermi coïncide avec un niveau de Landau, à un minimum lorsque E_F est entre deux niveaux E_n (figure 2.5a). Ces oscillations de la résistance sont appelées oscillations Shubnikov-de Haas, du nom des deux physiciens qui l'ont mis en évidence pour la première fois dans un cristal de Bismuth [Shubnikov40]. Ce phénomène est périodique en $1/B$, et la période est directement liée à la densité de porteurs

$$\Delta\left(\frac{1}{B}\right) = \frac{e}{\pi\hbar} \frac{1}{n_{2D}} \quad (2.41)$$

2.1.3.3 Effet Hall quantique

L'effet Hall classique dans un gaz bidimensionnel d'électrons se traduit par une variation linéaire de la résistance transverse avec le champ $R_{xy} = B/n_{2D}e$ ($R_{xy} = \rho_{xy}$). La possibilité d'une quantification de ρ_{xy} pour de plus forts champs a été émise théoriquement par Ando *et al.* [Ando75]. Expérimentalement, la découverte de l'effet Hall quantique entier a été faite par von Klitzing *et al.* [Klitzing80], qui ont mesuré des plateaux dans les courbes $R_{xy}(n_{2D})$ à des valeurs très *précisément* quantifiées (avec une erreur relative inférieure à 10^{-8})

$$R_{xy} = \frac{h}{\nu e^2} \quad \text{avec } \nu = 1, 2, \dots$$

où ν est un entier non nul, égal au facteur de remplissage des niveaux de Landau en tenant compte du spin des électrons (si le niveau est dégénéré deux fois, on compte deux niveaux remplis). Sa valeur est donnée par le rapport de la densité de porteurs par la dégénérescence des niveaux de Landau, sans inclure la dégénérescence de spin

$$\nu = \frac{n_{2D}}{eB/h} \quad (2.43)$$

Une approche théorique basée sur la formule de Kubo [Kubo57, Kubo65, Chakraborty95] qui donne l'expression générale du courant dans l'approximation de la réponse linéaire à l'application d'un champ externe, permet d'expliquer l'effet Hall quantique entier. Dans cette approche, tant que l'énergie de Fermi coïncide avec les états localisés, et est donc située entre le niveau n et le niveau $n + 1$, la résistivité de Hall ρ_{xy} est constante et égale à h/ne^2 (figure 2.5b). Ainsi, les plateaux correspondant à un facteur de remplissage impair sont dus à la levée de dégénérescence de spin d'un niveau d'énergie: le niveau de Fermi se situe dans le gap de Zeeman $g\mu_B B$. A l'inverse, les plateaux correspondant à un facteur de remplissage pair sont dus au niveau de Fermi positionné dans le gap cyclotron $\hbar\omega_C$.

Cependant dans ce modèle, tout se passe comme si tous les électrons conduisent le courant de Hall, ceux dans les états étendus comme ceux dans les états localisés. Prange [Prange81] a résolu ce paradoxe en concluant que la perte de courant Hall due à la formation des états localisés est exactement compensée par un accroissement approprié du courant de Hall porté par les électrons restant dans les états étendus.

D'autres approches théoriques peuvent encore expliquer l'effet Hall quantique, comme par

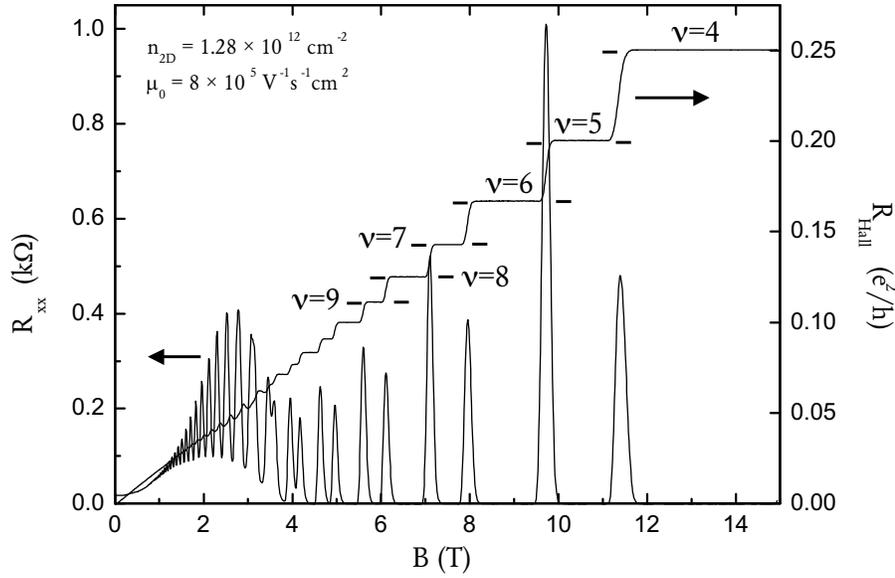


FIG. 2.5: Mise en évidence des oscillations Shubnikov-de Haas dans la résistance longitudinale d'un gaz bidimensionnel d'électrons à 50mK, et résistance de Hall correspondante illustrant l'effet Hall quantique entier pour les facteurs de remplissage $\nu \geq 4$.

exemple l'approche de l'invariance de jauge proposée par Laughlin [Laughlin81], ou bien encore l'approche par invariance topologique⁵.

Enfin en 1982, Tsui, Störmer et Gossard ont découvert que dans certains dispositifs peu désordonnés, la quantification de la résistance de Hall peut aussi avoir lieu pour des valeurs fractionnaires du facteur de remplissage ν [Tsui99, Stormer99, Laughlin99]. L'effet Hall quantique fractionnaire, puisque cet effet est ainsi dénommé, fait cependant appel à une interprétation physique tout à fait différente, faisant intervenir de fortes interactions Coulombiennes et des corrélations entre électrons[Jain92].

2.2 Conductance dans des systèmes balistiques

Le but de cette partie est de présenter une approche théorique bien adaptée pour décrire les systèmes mésoscopiques, due à Landauer et Büttiker[Landauer70, Büttiker85]. Cette approche relie le courant qui circule à travers un conducteur à la probabilité de transmission d'un électron à travers ce même conducteur. Cette formulation a été largement utilisée pour interpréter des résultats expérimentaux en physique mésoscopique, comme par exemple pour le calcul de la conductance d'une constriction quantique, ou bien encore dans le cas de l'effet Hall quantique entier.

5. Pour plus de détails, voir les références [Yennie87, Chakraborty95]

2.2.1 Un problème de transmission: Formalisme de Landauer et Büttiker

La conductance d'échantillons de grande taille obéit à la loi d'Ohm $G = \sigma W/L$, qui est une loi d'échelle. Cependant lorsqu'on réduit les dimensions, il faut ajouter deux corrections à cette loi [Datta95]. La première est due à l'incorporation d'une résistance de contact, et la deuxième au fait que la conductance ne décroît pas linéairement avec la largeur W . Le formalisme de Landauer et Büttiker permet de prendre en compte ces considérations.

2.2.1.1 Résistance à deux contacts

Considérons le système suivant. Un conducteur 1D est relié à deux réservoirs d'électrons par l'intermédiaire de deux fils *idéaux* infiniment longs (figure 2.6). Les réservoirs absorbent tous les électrons incidents quelle que soit leur énergie ou leur phase. De plus, ils fournissent des électrons avec une énergie inférieure au potentiel chimique μ_i , sans aucune corrélation avec les électrons absorbés [Ando98]. Soient μ_1 et $\mu_2 < \mu_1$ respectivement le potentiel chimique des réservoirs à droite et à gauche du conducteur.

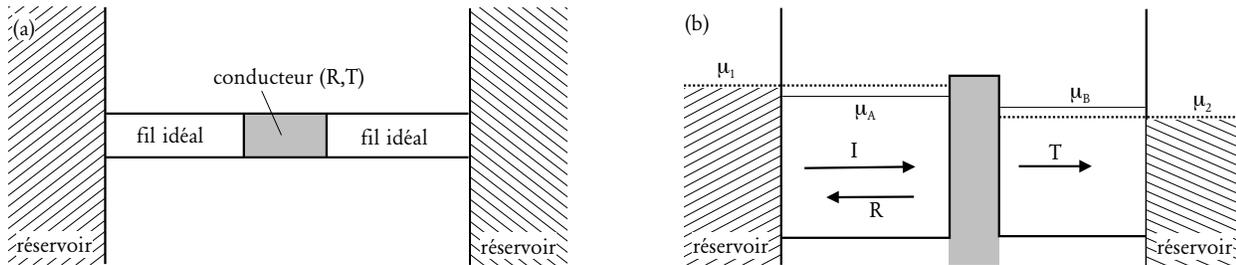


FIG. 2.6: (a) Fil quantique, caractérisé par un coefficient de transmission T et de réflexion R , connecté à ses deux extrémités à un réservoir d'électrons par des fils idéaux. (b) Diagramme d'énergie correspondant (μ_1 et μ_2 sont les potentiels chimique des réservoirs, μ_A et μ_B ceux des fils idéaux).

Le courant émis par le réservoir de gauche dans l'intervalle d'énergie $\mu_1 - \mu_2$ est donnée par le produit de la densité d'états (à 1D) $n_+(E) = \partial\rho_+(E)/\partial E$ pour les électrons se déplaçant dans *un seul sens* avec la vitesse des électrons $v(E)$

$$I' = ev(E)n_+(E)(\mu_1 - \mu_2) \quad (2.44a)$$

$$\text{avec } n_+(E) = \frac{1}{2}n_{1D}(E) = \frac{1}{\pi\hbar}\sqrt{\frac{m^*}{2E}} = \frac{1}{\pi\hbar v(E)}$$

Or, les électrons émis par ce réservoir ont une probabilité $T = 1 - R$ d'être transmis dans le réservoir de droite en passant par le conducteur (R est la probabilité de réflexion⁶). Par conséquent le courant total s'exprime $I = TI'$

$$I = \frac{2e}{h}T(\mu_1 - \mu_2) \quad (2.45)$$

6. La conservation du nombres de particules requiert $R + T = 1$.

Si l'on appelle V la tension appliquée, on a $eV = (\mu_1 - \mu_2)$, et la conductance $G = I/V$ du système s'exprime alors

$$G = \frac{2e^2}{h} T \quad (2.46)$$

Il convient de faire une remarque sur cette formule. En effet, cette conductance ne peut jamais prendre de valeur infinie – G vaut $2e^2/h$ au maximum –, même lorsque le conducteur conduit parfaitement ($T = 1$). Cet apparent paradoxe peut être résolu, en remarquant que la formule 2.46 ne donne pas la conductance du conducteur, mais plutôt celle du système entier, incluant les fils idéaux. On peut donc voir cette conductance totale comme l'association en série d'une résistance de contact $G_C^{\perp 1}$ et de la résistance du conducteur $G'^{\perp 1}$ [Landauer89, Datta95]. Si l'on appelle respectivement $\mu_A < \mu_1$ et $\mu_B > \mu_2$ les potentiels chimiques dans les fils idéaux, la conductance du conducteur est en fait donnée par $G' = eI/(\mu_A - \mu_B)$ – il faut considérer la différence de potentiel $V' = (\mu_A - \mu_B)/e$ effectivement aux bornes du conducteur –. Ces niveaux sont déterminés de telle sorte que le nombre d'états occupés par les électrons au-dessus de μ_A est égal au nombre d'états vides (ou nombre des trous) au-dessous de μ_A . Tous les états au-dessous de μ_2 sont occupés, par conséquent nous ne considérons que les états compris entre μ_1 et μ_2 .

Un bilan des porteurs nous permet de déterminer les potentiels μ_A et μ_B , sachant que le nombre total d'états est égal à $n(E)(\mu_1 - \mu_2) = 2n_+(E)(\mu_1 - \mu_2)$. A gauche du conducteur, le nombre d'états occupés au-dessus de μ_A est égal à $(1 + R)n_+(E)(\mu_1 - \mu_A)$ (figure 2.6b). Le nombre de trous est égal à $(2 - (1 + R))n_+(E)(\mu_1 - \mu_A)$, c'est-à-dire le complémentaire. Le même raisonnement à droite du conducteur nous permet d'aboutir, en faisant l'égalité pour chaque côté entre les trous et les électrons, à la relation

$$(\mu_A - \mu_B) = R(\mu_1 - \mu_2) \quad (2.47)$$

La conductance $G = I/V'$ s'écrit alors

$$G' = \frac{2e^2}{h} \frac{T}{1 - T} \quad (2.48)$$

La conductance totale peut alors s'écrire

$$G^{\perp 1} = \underbrace{\frac{h}{2e^2}}_{G_C^{\perp 1}} + \frac{h}{2e^2} \frac{1 - T}{T} = \frac{h}{2e^2} \frac{1}{T} \quad (2.49)$$

Enfin, Büttiker *et al.* [Büttiker85] ont généralisé l'expression 2.46 de la conductance au cas de plusieurs modes de propagation

$$G = \frac{2e^2}{h} \sum_{i,j} T_{ij} \quad (2.50)$$

où T_{ij} est le coefficient de transmission du mode j vers le mode i .

Remarque : La distinction entre l'expression 2.48 et l'expression 2.46 s'estompe pour des faibles valeurs du coefficient de transmission T , ce qui est notamment le cas pour des systèmes avec un grand nombre de modes.

2.2.1.2 Généralisation à plusieurs contacts

Les premières mesures à quatre contacts sur des fils quantiques ou des anneaux ont posé de sérieux problèmes d'interprétation (voir par exemple [Umbach84, Benoit86]), et notamment le résultat suivant. Certaines expériences de mesure de la magnétoconductance ont donné des courbes asymétriques avec le champ magnétique appliqué, en apparence contradiction avec les relations d'Onsager-Casimir⁷ [Onsager31, Casimir45]. Le problème a été résolu par Büttiker [Büttiker86] en considérant de la même manière les contacts de courant et les contacts de tension. Prenons le cas d'un conducteur avec K contacts, et M_p modes de propagation au niveau du contact p . Pour simplifier les écritures nous opterons pour la notation suivante pour caractériser le coefficient de transmission (de réflexion) de l'ensemble des modes du contact q vers l'ensemble des modes du contact p (du contact q) [Büttiker92]

$$T_{pq} = \sum_i^{M_p} \sum_j^{M_q} T_{pq,ij} \quad (2.51a)$$

$$R_{pp} = \sum_i^{M_p} R_{pp,ii} \quad (2.51b)$$

où $T_{pq,ij}$ est le coefficient de transmission du mode j dans le contact q vers le mode i dans le contact p . On peut de la sorte réécrire au niveau du contact p

$$I_p = \frac{e}{h} \left[(M_p - R_{pp}) \mu_p - \sum_{q \neq p} T_{pq} \mu_q \right], \quad \text{avec } p, q = 1, \dots, K \quad (2.52)$$

Dans cette relation ce sont les différents coefficients de transmission qui sont des coefficients d'Onsager et vérifient $T_{pq}(B) = T_{pq}(-B)$, ce qui résout le paradoxe précédent dans les mesures à quatre contacts⁸. De plus, la conservation du courant implique $M_p = R_{pp} + \sum_{q \neq p} T_{pq}$, ce qui nous permet de réécrire plus simplement l'équation 2.52

$$I_p = \frac{2e}{h} \sum_{q \neq p} T_{pq} (\mu_p - \mu_q) \quad (2.53)$$

2.2.2 Quantification de la conductance

L'une des applications les plus immédiates de cette formulation de Landauer et Büttiker concerne la conductance d'une constriction quantique dans la limite adiabatique, c'est-à-dire sans transmission entre les différentes sous-bandes unidimensionnelles ($T_{i,j} = 0$ si $i \neq j$). En effet, une constriction quantique est une étroite constriction (fil 1D) dans un gaz 2D, et dont la largeur W est de l'ordre de la longueur d'onde de Fermi. Expérimentalement, la mesure de la conductance [vanWees88, Wharam88] en fonction de la tension de la grille latérale appliquée donne une série de plateaux à des valeurs quantifiées de la conductance multiples de $2e^2/h$

7. Ces relations prédisent une symétrie des coefficients d'Onsager avec le champ magnétique (voir Annexe B).

8. On peut montrer que la résistance à quatre contacts s'écrit $R_{kl,mn} = \frac{h}{2e^2} \frac{T_{mk}T_{nl} - T_{ml}T_{nk}}{D}$, avec D un sous-déterminant de dimension $(K-1) \times (K-1)$ de la matrice des coefficients de transmission définie par l'équation 2.52, et qui possède la propriété de symétrie $D(-B) = D(B)$.

(voir l'illustration expérimentale en figure 2.7).

L'explication vient simplement en considérant la formule 2.50. On a vu que l'énergie de confinement E_n dépend du potentiel de confinement. Cependant pour un grand nombre de modes 1D présents, l'expression exacte du confinement n'a pas vraiment d'importance. En règle générale l'énergie totale de la constriction s'écrit

$$E = E_0 + E_n + \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m^*} \quad (2.54)$$

Par exemple pour un puits rectangulaire infini de largeur W suivant y , l'énergie de confinement est donnée par $E_n = \frac{\hbar^2}{2m^*} \left(\frac{\pi(n+1)}{W} \right)^2$. Les sous-bandes 1D (ou modes) sont données par les paires $k_y = \pm n\pi/W$ [Beenakker91]. Si $E_n > E_F$ alors il y a transmission parfaite, soit $T_{n,n} = 1$, sinon $T_{n,n} = 0$. On peut alors faire varier le nombre de modes se propageant dans la constriction, en faisant varier la tension de grille qui déplète la constriction (diminution de W). Celui-ci est donnée par $N = \text{Int}(k_F W/\pi)$, où Int est la fonction partie entière. La formule de Landauer mène bien une quantification de la conductance par palier de $2e^2/h$, un palier étant franchi chaque fois qu'un mode propagation apparaît ou disparaît (figure 2.7)

$$G = \frac{2e^2}{h} N \quad (2.55)$$

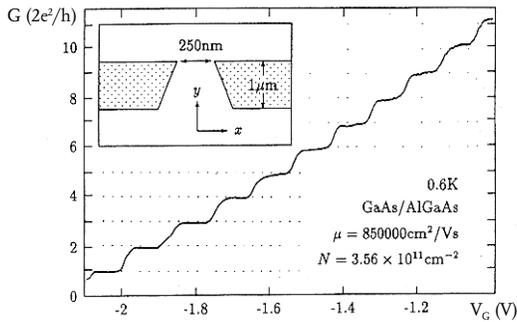


FIG. 2.7: Quantification de la conductance pour une constriction quantique dans un gaz 2D d'électrons, pour différentes valeurs de la tension de grille latérale (d'après [vanWees88, Kramer98]).

2.2.3 Les canaux de bord

Dans la section précédente, nous avons vu que le champ magnétique se traduit par la création de sous-bandes magnéto-électriques dans les systèmes bidimensionnels (niveau de Landau). Chaque niveau de Landau est séparé du suivant par l'énergie $\hbar\omega_c$, et la vitesse de groupe du niveau m est nulle $v_m(k) = 0$, car les énergies propres E_m sont indépendantes du vecteur d'onde k . Si maintenant on tient compte des bords de l'échantillon, avec un potentiel de confinement selon x par exemple, on retombe dans le cas d'un fil quantique. Proche des bords, les énergies propres augmentent et deviennent de nouveau dépendantes de k_y [Haug93]: ce sont ce que l'on appelle les *états de bord*. Par conséquent les électrons dont l'état est un état de bord ont une vitesse non nulle, proportionnelle à la pente des niveaux de Landau

$$v_m(k) = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E_m(k)}{\partial k} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E_m(k)}{\partial x_k} \frac{\partial x_k}{\partial k} \quad (2.56)$$

De plus, sur un bord $x = x_1$, la pente $\frac{\partial E_m(k)}{\partial x_k}$ est négative, alors que sur l'autre bord $x = x_2$ celle-ci est positive. Si n niveaux de Landau sont remplis, on obtient n canaux unidimensionnels sur chacun des bords de l'échantillon, au niveau de Fermi (voir figure 2.8). Le courant qui circule dans chaque canal de bord, correspondant à un niveau de Landau n , est donné par

$$I_n = ev_n(k)D(E)(\mu_D - \mu_G) = \frac{e}{h}(\mu_D - \mu_G) \quad (2.57)$$

où μ_D (μ_G) représente le potentiel chimique du bord droit (gauche) de l'échantillon, $v_n(k)$ la vitesse d'un électron dans l'état (n, k) , et $D(E) = 1/(2\pi\hbar v_n(k))$ la densité d'états à une dimension. L'expression précédente montre bien que le courant circule en sens *opposé* pour deux canaux situés suivant des bords *opposés* – la pente $v_n(k)$ est de sens opposé, et $\partial x_k/\partial k_y = \partial(\hbar k_y/eB)/\partial k_y > 0$ –, et est sans dissipation – dû à la séparation spatiale des canaux – [Chakraborty95].

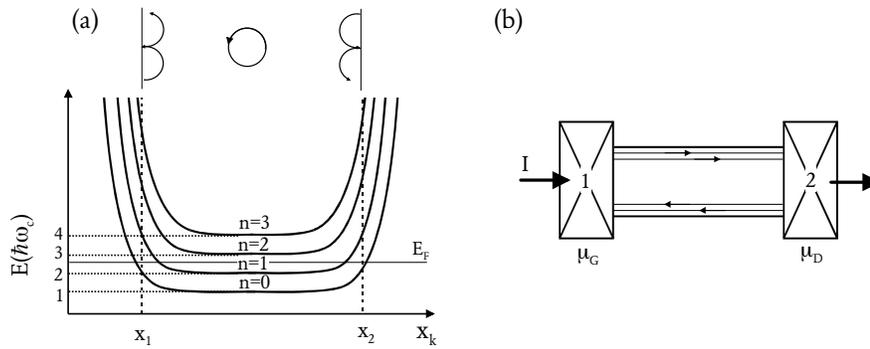


FIG. 2.8: (a) Spectre d'énergie pour un électron dans un potentiel infini de largeur $x_2 - x_1$ (On a représenté quatre niveaux de Landau), et au-dessus, la vision correspondante en termes de trajectoires classiques des électrons (les flèches indiquent les sens de propagation). (b) Schéma représentatif des canaux de bords unidimensionnels pour le cas de deux canaux, et deux contacts de potentiel chimique respectif μ_G et μ_D .

Remarque: d'un point de vue classique, les canaux de bords correspondent à des trajectoires particulières des électrons. Ceux-ci effectuent des orbites circulaires dues à l'application d'un champ magnétique perpendiculaire. Lorsque ce champ est suffisamment fort, le diamètre des orbites devient inférieur à la largeur de l'échantillon, et les électrons "rebondissent" et sont guidés par les bords de l'échantillon (on parle de *skipping orbit* en anglais). En effet, on a vu que le centre des orbites cyclotron a pour coordonnée suivant l'axe transversal $x_k = \hbar k_y/eB$, et donc que celui-ci se déplace vers les bords de l'échantillon lorsque le champ B augmente.

Le formalisme de Landauer et Büttiker peut être également utilisé dans ce cas-là [Büttiker90, Haug93], en faisant l'hypothèse que les coefficients de transmission des différents canaux de bords sont égaux à un. La résistance mesurée suivant différentes configurations⁹, avec un nombre arbitraire de contacts, peut facilement être calculée par le biais de la formule 2.52.

9. On retrouve ainsi la quantification de la résistance de Hall. L'effet Hall quantique apparaît dans ce formalisme comme la conséquence de l'absence de rétrodiffusion d'un bord à l'autre [Haug93].

2.3 Interférences quantiques

Un principe de base de la mécanique quantique repose sur la dualité onde-corpuscule (voir par exemple le premier chapitre de la référence [Cohen73]). Selon ce principe, une interprétation complète des phénomènes ne peut être obtenue qu'en conservant à la fois l'aspect ondulatoire et l'aspect corpusculaire des objets, et notamment des électrons. Dans ce qui suit, nous allons nous intéresser aux effets directement issus de la nature ondulatoire des électrons, et des interférences entre les ondes électroniques.

En 1959, le physicien américain David Bohm et son étudiant Yakir Aharonov prédisent qu'un flux magnétique affecte les propriétés quantiques des électrons [Aharonov59]. En mécanique quantique, les interactions entre les électrons et un champ électrostatique sont spécifiées par les potentiels. Ces potentiels, à leur tour, donnent naissance à un changement de la phase φ de la fonction d'onde électronique $\Psi(r) = \Psi_0(r)e^{i\varphi}$ [Tonomura87]. Ainsi, en présence d'un champ électromagnétique, le changement de phase induit par ce champ le long du trajet électronique, ou chemin, s'écrit de la manière suivante [Washburn92]

$$\Delta\varphi = \frac{e}{\hbar} \int (V dt - \vec{A} \cdot \vec{dl}) \quad (2.58)$$

où \vec{A} est le potentiel vecteur correspondant au champ $\vec{B} = \vec{\nabla} \wedge \vec{A}$ et V le potentiel correspondant au champ électrique $\vec{F} = \vec{\nabla} V$, l'intégrale se faisant sur le chemin.

2.3.1 Localisation faible

2.3.1.1 Principe

En mécanique classique, la probabilité d'aller d'un point A à un point B est donnée par la somme des probabilités sur toutes les trajectoires possibles (figure 2.9). En mécanique quantique cela revient à négliger les phénomènes d'interférences pour un électron diffusé se propageant selon différents chemins, et ayant une phase quelconque. En effet, la probabilité d'aller

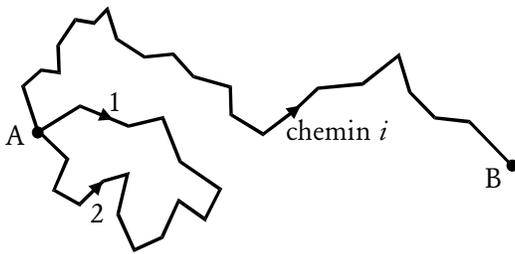


FIG. 2.9: Différents types de trajectoires semi-classiques: chemin i reliant le point A au point B , ou bien trajectoires fermées 1 et 2 symétriques par renversement du temps. Les rebonds sont dus aux centres diffuseurs.

de A vers B durant le temps t peut s'écrire

$$P(A, B, t) = \left| \sum_i A_i \right|^2 = \underbrace{\sum_i |A_i|^2}_{\text{classique}} + \underbrace{\sum_{i \neq j} A_i A_j^*}_{\text{interferences}} \quad (2.59)$$

où A_i représente la probabilité pour le chemin i . Le premier terme représente la contribution classique, et le second l'influence des interférences. En régime macroscopique diffusif, un

grand nombre de trajectoires contribuent à la somme, ayant pour conséquence de moyennner le dernier terme et ainsi de l'annuler¹⁰. Il y a cependant un type de trajectoires particulier, les trajectoires rétrodiffusées, pour lesquelles on ne peut plus négliger les interférences. Ces trajectoires commencent et finissent au même point A , et on peut alors grouper l'ensemble des trajectoires i par paires de trajectoires symétriques par renversement du temps – la particule effectue exactement le même trajet mais dans le sens inverse, comme si elle remontait le temps –. La probabilité correspondante à une paire s'exprime alors

$$P(A, A, t) = \left| \sum_i A_i \right|^2 = |A_+|^2 + |A_\perp|^2 + A_+ A_\perp^* = 4|A|^2 \quad (2.60)$$

où A_+ représente l'amplitude associée au chemin parcouru dans un sens, et A_\perp l'amplitude dans l'autre sens ($A = A_+ = A_\perp$). Cette probabilité représente deux fois la valeur classique $2|A|^2$. En d'autres termes, les interférences électroniques constructives favorisent ces trajectoires fermées symétriques par renversement du temps, et donc augmente la résistivité. C'est ce que l'on appelle la *localisation faible*, en référence aux électrons localisés sur ces trajectoires fermées¹¹.

Remarque: ces trajectoires rétrodiffusées existent grâce à la présence des centres diffuseurs sur lesquels les électrons effectuent des collisions. De plus, le temps de propagation des ondes électroniques, pour interférer, doit être inférieur au temps de relaxation de phase τ_ϕ .

La principale signature de la localisation faible est le fait que ce phénomène peut être détruit en appliquant un faible champ magnétique. En effet, comme on l'a vu précédemment, la présence d'un champ magnétique se traduit par l'addition d'une phase supplémentaire à la fonction d'onde électronique. Ainsi, la contribution du potentiel vecteur correspondant, à la phase acquise le long du chemin parcouru dans un sens, est égal en valeur absolue mais *opposée* en signe, à la contribution de ce même potentiel vecteur à la phase acquise le long du chemin parcouru en sens inverse

$$A_+ \rightarrow A_+ \exp\left(\frac{e}{\hbar} \oint_+ \vec{A} \cdot \vec{dl}\right) = A \exp\left(\frac{2\pi\Phi}{\Phi_0}\right) \quad (2.61a)$$

$$A_\perp \rightarrow A_\perp \exp\left(i \frac{e}{\hbar} \oint_\perp \vec{A} \cdot \vec{dl}\right) = A \exp\left(-\frac{2\pi\Phi}{\Phi_0}\right) \quad (2.61b)$$

De fait, en introduisant une différence de phase qui dépend de la taille des trajectoires ($\varphi_+ - \varphi_\perp = 4\pi\Phi/\Phi_0$), le champ magnétique détruit la symétrie par renversement du temps et les interférences.

2.3.1.2 Régime balistique

Le phénomène de localisation faible n'est pas limité au régime de transport diffusif. En effet, pour des systèmes balistiques ($l_e \gg W$), les rebonds sur les bords, et non plus sur les

10. Pour les systèmes mésoscopiques, on ne peut plus diviser le système en plusieurs portions de dimensions L_φ statistiquement indépendantes [Zwenger98], et on ne peut plus annuler ce terme (voir plus loin le paragraphe sur les fluctuations de conductance).

11. Pour plus de détails, voir par exemple [Beenakker91, Zwenger98]

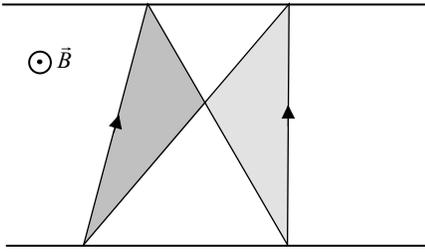


FIG. 2.10: Illustration d'une trajectoire fermée d'un électron dans un fil étroit annulant le flux. Les deux boucles délimitent la même surface mais le périmètre est parcouru en sens inverse, si bien que les flux à travers ces surfaces sont égaux mais de signe opposé.

impuretés, conduisent aussi à une possibilité pour les électrons d'être rétrodiffusés.

Remarque: L'effet d'annulation du flux magnétique, dû aux trajectoires rétrodiffusées qui typiquement s'interceptent pour former des boucles enfermant des flux de direction opposée [Beenakker88] (figure 2.10), renforce la persistance de la localisation faible balistique avec le champ.

On peut montrer que la correction dû à la localisation faible s'écrit en fonction du coefficient de diffusion D et de la longueur de l'échantillon L [Beenakker88]

$$\Delta G(B) = -\frac{2e^2 \sqrt{D}}{h} \frac{1}{L} \left[\left(\frac{1}{\tau_\varphi} + \frac{1}{\tau_B} \right)^{\pm \frac{1}{2}} - \left(\frac{1}{\tau_\varphi} + \frac{1}{\tau_e} + \frac{1}{\tau_B} \right)^{\pm \frac{1}{2}} \right] \quad (2.62)$$

avec

$$\tau_B = \underbrace{\frac{C_1 l_m^4}{W^3 v_F}}_{\text{faible champ}} + \underbrace{\frac{C_2 l_m^2 l_e}{W^2 v_F}}_{\text{fort champ}}$$

où C_1 et C_2 sont deux constantes qui dépendent de la nature des rebonds sur les bords (diffusifs ou spéculaires), et $l_m = \sqrt{\hbar/eB}$ est la longueur magnétique.

2.3.2 Effet Aharonov-Bohm

2.3.2.1 Principe de base

L'expérience originale proposée par Aharonov et Bohm en 1959, et similaire à l'expérience des fentes de Young en optique, consiste à faire interférer deux faisceaux d'électrons dans le vide issus d'une même source. Les deux trajectoires forment une boucle fermée à l'intérieur duquel un champ magnétique est placé par l'intermédiaire d'un solénoïde (voir figure 2.11a). La différence de phase entre les deux chemins $\varphi_1 - \varphi_2$ découle simplement de l'équation 2.58

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{e}{\hbar} \oint \vec{A} \cdot d\vec{l} = \frac{e}{\hbar} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \frac{eBS}{\hbar} \quad (2.64)$$

avec S la surface définie par le contour fermé, sachant que le champ B est perpendiculaire à cette même surface. La figure d'interférence observée dans la région où les deux faisceaux se

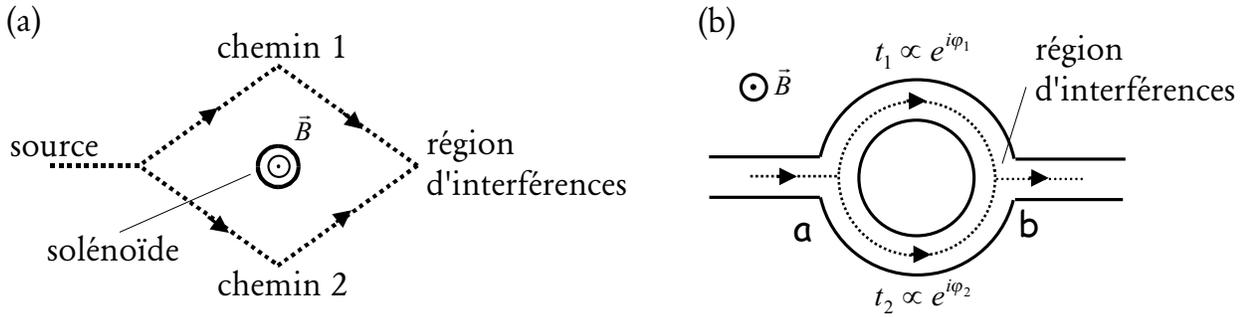


FIG. 2.11: (a) *Expérience originellement proposée par Aharonov et Bohm [Aharonov59] pour des électrons dans le vide.* (b) *Transposition de l'effet Aharonov-Bohm à la physique de l'état solide: anneau AB (pour les détails se référer au texte).*

recroisent peut donc être modulée par l'application du champ, passant d'interférences constructives à des interférences destructives.

Remarque: il est important de bien noter que les particules n'interagissent qu'avec le *potentiel* (V ou \vec{A}) et non le champ (\vec{F} ou \vec{B}) lui-même. Ainsi, dans l'expérience précédente, les électrons ne sont soumis à aucune force puisque le champ B est nul dans la région où les faisceaux se propagent. D'un point de vue physique, les potentiels, qui au départ était considérés comme une astuce mathématique, prennent toute leur réalité physique car les électrons sont réellement influencés par les potentiels uniquement. Historiquement, malgré les premières expériences vérifiant la théorie de Aharonov et Bohm [Chambers60, Fowler61], des controverses ont suivi, et il a fallu attendre des expériences plus concluantes pour lever toute ambiguïté [Olariu85, Tonomura86].

2.3.2.2 Application à la physique mésoscopique

L'effet Aharonov-Bohm précédemment décrit requiert simplement que les électrons maintiennent leur cohérence de phase le long du trajet. L'application à des structures formées à base d'un gaz bidimensionnel d'électrons est donc possible, en prenant par exemple la géométrie de la figure 2.11b. L'onde électronique associée à un électron arrivant au niveau de la jonction a se divise en deux ondes, chacune se propageant dans un bras de l'anneau. A la sortie b de l'interféromètre ainsi créé, les deux ondes électroniques possèdent une différence de phase $\varphi_1 - \varphi_2$ donnée par l'équation 2.64. Calculons le coefficient de transmission liés à cette structure. On peut écrire le coefficient de transmission du mode n à l'entrée de l'interféromètre (avant le point a) au mode m à la sortie de celui-ci (après le point b)

$$T_{nm} = |t_1 + t_2|^2 \quad (2.65)$$

où t_1 (t_2) est l'amplitude de tous les chemins de Feynman¹² dans le bras supérieur (inférieur) allant du mode n à l'entrée au mode m à la sortie. On peut exprimer ces amplitudes t_i en

12. Voir l'annexe A.

fonction de la phase supplémentaire φ_i due au potentiel vecteur \vec{A} et de la valeur sans champ $t_i(0)$

$$t_i(B) = t_i(0)e^{i\varphi_i} \quad (2.66a)$$

$$\text{avec } \varphi_i = \frac{e}{\hbar} \int_{\text{chemin } i} \vec{A} \cdot d\vec{l} \quad (2.66b)$$

Le coefficient de transmission total cherché vaut maintenant

$$T_{nm} = T_1 + T_2 + 2\sqrt{T_1 T_2} \cos [(\varphi_1 - \varphi_2) + \varphi] \quad (2.67)$$

avec $T_i = t_i^* t_i$ et φ la phase de $t_1^*(0)t_2(0)$. Notamment, les termes $t_i(0)$ prennent en compte la propagation du vecteur d'onde de Fermi le long du trajet qui s'inscrit dans la phase

$$t_i(0) \propto e^{i\varphi'_i} \quad (2.68a)$$

$$\text{avec } \varphi'_i \propto \frac{e}{\hbar} \int_{\text{chemin } i} \vec{k}_F \cdot d\vec{l} \quad (2.68b)$$

Par conséquent la mesure à deux contacts de la conductance, avec par exemple un seul mode de propagation, caractérisée par la formule de Landauer et Büttiker, va donner un terme oscillant en fonction du champ magnétique

$$G(B) = G_0 + G_{AB} \cos \left(\frac{eBS}{\hbar} + \varphi \right) = G_0 + G_{AB} \cos \left(\frac{2\pi\Phi}{\Phi_0} + \varphi \right) \quad (2.69)$$

où $\Phi = BS$ est le flux du champ B à travers la surface S de l'anneau, $\Phi_0 = h/e$ le quantum de flux, G_0 et G_{AB} deux termes proches de e^2/h . Ces oscillations de la conductance de période le quantum de flux sont appelées les oscillations Aharonov-Bohm (AB), par analogie avec la théorie précédente¹³ (voir figure 2.12).

Dans le cas plus général où N modes se propagent, la conductance s'écrit [Ando98]

$$G(B) = G'_0 + G_{AB} \sum_{n,m}^N \cos \left(\frac{2\pi\Phi}{\Phi_0} + \varphi_{n,m} \right) = NG'_0 + C_1 \sqrt{N} G_{AB} \cos \left(\frac{2\pi\Phi}{\Phi_0} + \zeta \right) \quad (2.70)$$

avec C_1 une constante de l'ordre de l'unité et ζ un angle quelconque.

Remarque: dans ce qui précède t_1 et t_2 ne représentent pas tout à fait l'ensemble des chemins possibles de n vers m . Elles n'incluent pas les chemins plus complexes où l'onde électronique est réfléchiée plusieurs fois au niveau des jonctions a et b . Ces chemins contribuent aussi à des oscillations périodiques, mais d'un ordre supérieur, de période h/ne avec $n = 1, 2, \dots$ (figure 2.13). Cependant pour pouvoir être observées, ces oscillations requièrent une longueur

13. En fait dans cette expérience le champ magnétique n'est pas exclu des régions où circulent les électrons. En toute rigueur, nous devrions donc la nommer autrement, mais dans la littérature scientifique cette nomenclature est largement utilisée.

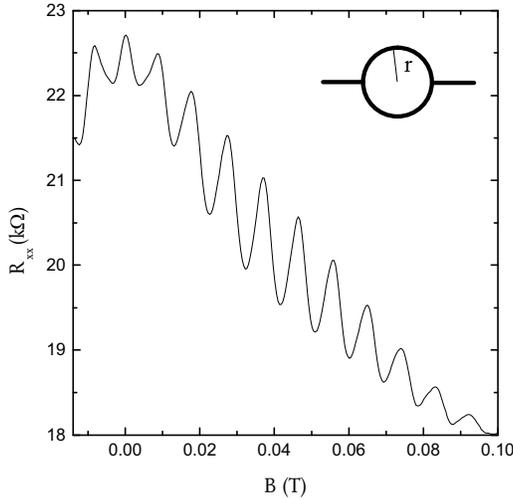


FIG. 2.12: Oscillations AB de la magnétorésistance pour un anneau de rayon moyen r , mesurées à $T = 40$ mK. La période des oscillations $\Delta\Phi = 2\pi r\Delta B$, correspond à l'addition d'un quantum de flux h/e .

de cohérence de phase de plus en plus longue, au moins égale à πnL , L étant la longueur d'un bras. La correction quantique totale due aux interférences a la forme [Washburn92]

$$\Delta G(B) = \sum_n G_n(B) \cos\left(\frac{2n\pi\Phi}{\Phi_0} + \zeta_n(B)\right) \quad (2.71)$$

L'harmonique $n = 2$, à savoir la composante périodique en $h/2e$, résulte de l'interférence après une révolution complète. L'onde électronique après un tour complet interfère avec l'onde électronique ayant effectué un chemin dans le sens contraire. Cette harmonique contient notamment un terme dû à des trajectoires particulières qui sont symétriques par renversement du temps. La différence de phase entre ces deux trajectoires est indépendante de l'échantillon, des impuretés, du trajet, puisque les termes qui en dépendent s'annulent. On retombe dans le cas de la localisation faible, mais avec un seul type de trajectoires fermées possible, celles imposées par la géométrie de l'anneau. Ainsi, dans le cas où l'on dispose plusieurs anneaux en série ou en parallèle, l'effet en h/e se moyenne et disparaît alors que les oscillations en $h/2e$ persistent. Ces oscillations, qui ont été prédites par Alt'shuler, Aronov et Spivak et portent leurs noms (AAS) [Altshuler81], ont été observées pour la première fois par Sharvin et Sharvin dans un cylindre métallique [Sharvin81] – qui se comporte en fait comme une série d'anneaux superposés –.

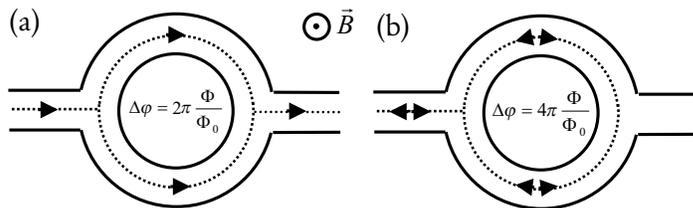


FIG. 2.13: Illustration des interférences constructives entre les ondes électroniques ayant effectuées (a) une demi-révolution, ce qui conduit à une différence de phase de $2\pi\Phi/\Phi_0$, (b) une révolution complète, ce qui conduit à une différence de phase de $4\pi\Phi/\Phi_0$.

2.3.3 Fluctuations universelles de la conductance

La mesure de la magnétoconductance des systèmes mésoscopiques est caractérisée par des fluctuations a périodiques qui ressemblent à du bruit, à ceci près qu'elles sont reproductibles. De plus, ces oscillations ont toujours une amplitude de l'ordre de grandeur de $\delta G \approx e^2/h$, comme cela a été montré théoriquement par Lee et Stone [Lee87]. L'origine de ces fluctuations est la même que pour l'effet AB, à savoir des interférences constructives ou destructives créées par des trajectoires fermées. Dans l'équation 2.59 de la localisation faible, il s'agit du terme dû aux interférences que nous avons négligé, en disant que le grand nombre de trajectoires moyennait ce terme à zéro. Mais cette hypothèse n'est justifiée que si le système peut se diviser en volumes élémentaires cohérents en phase, c'est-à-dire de dimension L_φ , et statistiquement indépendants les uns des autres. Une observable est alors la moyenne de toutes les valeurs aléatoires des $N = (L/L_\varphi)^d$ volumes. Statistiquement, la conductance de N sous-systèmes en parallèle est la somme des N conductances individuelles; lorsque N sous-systèmes sont en série, la conductance correspondante g_t est telle que $1/g_t = \sum_i^N 1/g_i$. Ainsi, les sous-systèmes en parallèles augmentent l'amplitude des fluctuations, alors que ceux en série la réduisent. Par conséquent, si le nombre N de volumes en série est grand, alors la moyenne se réduit à zéro. Ceci est le cas pour les systèmes macroscopiques, mais n'est plus vrai pour les systèmes mésoscopiques dont les dimensions sont inférieures à L_φ . Les interférences, similaires à l'effet AB en h/e , donnent alors lieu aux fluctuations de la conductance.

Pour les systèmes mésoscopiques diffusifs, ces trajectoires fermées sont dues aux collisions sur les impuretés, et encerclent un flux à travers une surface quelconque. Les fluctuations sont a périodiques avec le champ car on dispose d'une distribution de plusieurs surfaces possibles. Elles sont alors le reflet de la configuration des impuretés dans l'échantillon (on parle d'empreinte digitale magnétique, ou *magnetofingerprint* en anglais). De même, pour les systèmes balistiques, elles dépendent uniquement de la géométrie de celui-ci [Beenakker97].

2.4 Blocage de Coulomb

Dans la partie précédente, nous avons vu que l'aspect ondulatoire des électrons se traduit par l'apparition de phénomènes dus aux interférences des ondes électroniques. Cependant, les électrons en tant que particules sont à la base d'un nombre de phénomènes intéressants. Ainsi, jusqu'à présent l'énergie de charge, qui correspond à l'énergie acquise par un système lorsqu'on lui ajoute un électron, a été négligée. Dans les systèmes isolés, la prise en compte de cette énergie se révèle être la source d'un nombre de propriétés remarquables.

2.4.1 Effet de la granularité de la charge

Considérons un point quantique, appelé aussi boîte quantique, c'est-à-dire un système pour lequel les électrons sont confinés dans les trois directions (figure 2.14).

L'ajout d'un électron au système isolé, de capacité propre C , se traduit par l'augmentation de l'énergie électrostatique d'un montant [Pasquier94, Grousset97]

$$E_C = \int_0^{+e} \frac{q}{C} dq = \frac{e^2}{2C} \quad (2.72)$$

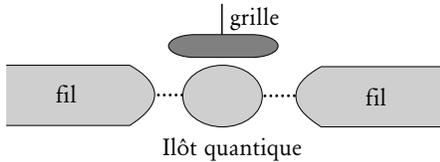


FIG. 2.14: Représentation schématique d'une boîte quantique faiblement couplée à deux fils quantiques 1D par deux barrières tunnel (les pointillés représentent l'échange possible d'électrons à travers les barrières entre le système isolé et les fils).

que l'on appelle aussi énergie de Coulomb. La même énergie est nécessaire pour le retrait d'un électron au système. Par conséquent, une énergie égale à $2E_C = e^2/C$ s'oppose à l'échange d'un électron entre le système isolé et les réservoirs. Le spectre des niveaux d'énergie accessibles à un électron venant d'un réservoir fait apparaître un gap d'énergie égal à l'énergie de charge $2E_C$ au niveau de Fermi¹⁴, en plus de l'espacement entre les niveaux d'énergie (figure 2.15a). Par conséquent, l'échange d'électrons avec les réservoirs est bloqué par cette barrière additionnelle. C'est ce que l'on appelle le *blocage de Coulomb*.

Conditions d'observation —. L'énergie de charge devient importante si elle excède l'énergie thermique

$$\frac{e^2}{C} \gg k_B T \quad (2.73)$$

De plus, les électrons doivent être effectivement localisés soit dans la boîte quantique, soit dans les fils, pour qu'ils puissent se placer sur un niveau d'énergie propre. En d'autres termes, les barrières tunnel, caractérisées par une résistance R_t , doivent être suffisamment opaques [Kouwen97a, Kouwen97b]. Le temps de charge et décharge de l'îlot peut s'exprimer classiquement par $\Delta t = R_t C$. Or, la relation d'incertitude d'Heisenberg implique $\Delta E \Delta t > \hbar$ où $\Delta E = 2E_C$, ce qui donne une deuxième condition pour la prise en compte de l'énergie de charge

$$R_t \gg \frac{\hbar}{e^2} \quad (2.74)$$

2.4.2 Transport des électrons dans une boîte quantique

L'énergie de charge qui s'oppose au transfert d'un électron dans la boîte quantique peut être compensée par l'application d'une tension de polarisation V_A , ou bien, si une grille est couplée à l'îlot via une capacité C_G , par l'application d'une tension V_G sur cette grille (figure 2.14).

Effet d'une tension de grille —. La figure 2.15 montre les diagrammes d'énergie pour différentes tensions appliquées sur la grille. Les réservoirs sont remplis jusqu'aux potentiels μ_D et $\mu_G > \mu_D$, que l'on peut relier à la tension entre le drain et la source par l'expression $V_A = (\mu_G - \mu_D)/e$. Dans le cas présent, on se place en régime linéaire près de $V_A = 0$, avec $\mu_G \approx \mu_D$. La tension de grille V_G permet de faire varier de manière continue la charge de la boîte quantique d'une valeur $Q = C_G V_G$. Un modèle simple permet d'écrire le potentiel électrochimique de la boîte pour N électrons

$$\mu(N, V_G) = E(N) + \frac{(N - N_0 - 1/2)e^2}{C} - e \frac{C_G V_G}{C} \quad (2.75)$$

14. On distingue le spectre d'excitation de l'îlot isolé qui ne tient pas compte de l'énergie de charge, du spectre d'addition qui lui en tient compte.

où C est la somme des capacités du système (la capacité de la grille C_G plus les capacités des barrières), et N_0 le nombre d'électrons à $V_G = 0$ [Kouwen97b]. Le spectre d'excitation de la boîte est représenté par $E(N)$.

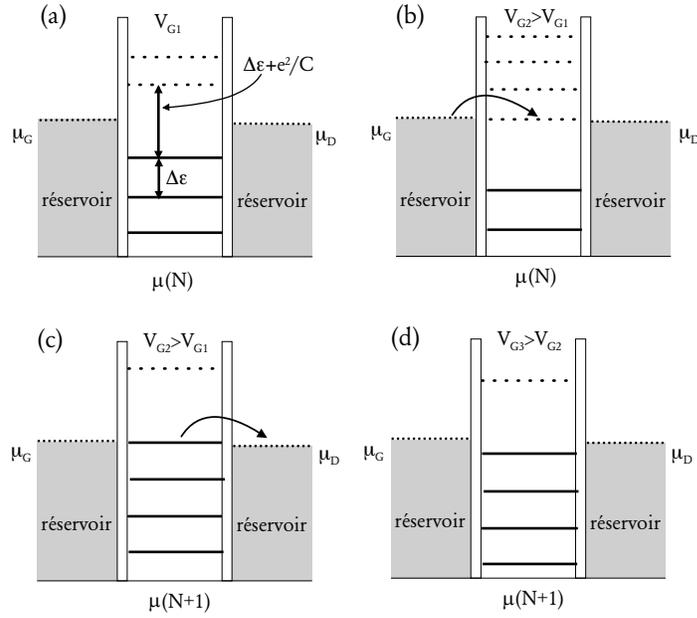


FIG. 2.15: Représentation schématique des niveaux d'énergie illustrant (a) le phénomène de blocage de Coulomb, puis la levée de celui-ci par l'application d'une tension de grille $V_{G2} > V_{G1}$. Un électron peut alors être transféré par effet tunnel (b) du réservoir de gauche vers la boîte quantique, (c) puis de la boîte vers le réservoir de droite. Si l'on applique une tension de grille plus élevée V_{G3} , (d) on retombe dans le cas du blocage de Coulomb mais avec un électron supplémentaire dans la boîte.

Tant que la condition $\mu(N, V_G) < \mu_D, \mu_G < \mu(N+1, V_G)$ est vraie, le transport des électrons est bloqué (figure 2.15a,d). L'énergie nécessaire pour ajouter un électron est bien égale à

$$\mu(N+1) - \mu(N) = \underbrace{E(N+1) - E(N)}_{\Delta\epsilon} + \frac{e^2}{C} \quad (2.76)$$

Le blocage de Coulomb peut alors être levé en appliquant une tension $V_G + \Delta V_G$ afin que le niveau $\mu(N+1, V_G + \Delta V_G)$ soit aligné entre le potentiel de droite μ_D et le potentiel de gauche $\mu_G > \mu_D$ (figure 2.15b). A ce moment là, un électron peut passer par effet tunnel du réservoir de gauche vers la boîte quantique. Le potentiel de la boîte passe alors de la valeur $\mu(N, V_G + \Delta V_G)$ à la valeur $\mu(N+1, V_G + \Delta V_G)$ (figure 2.15c). Comme le potentiel $\mu(N+1, V_G + \Delta V_G)$ est supérieur à μ_D , un électron peut cette fois-ci sortir de la boîte dans le réservoir de droite, ramenant le potentiel de cette dernière à sa valeur initiale $\mu(N, V_G + \Delta V_G)$. Le cycle $N \rightarrow N+1 \rightarrow N$ peut alors recommencer. Un courant peut donc circuler par ce processus de charge et décharge successives du point quantique, appelé *effet tunnel à un électron*. Si maintenant on applique une tension légèrement plus grande, et qui place à nouveau aucun

état entre μ_G et μ_D (figure 2.15d), on se retrouve dans le cas initial du blocage de Coulomb, mais avec un électron supplémentaire dans la boîte. On peut alors recommencer le même raisonnement.

Si l'on regarde la conductance en fonction de la tension de grille appliquée, on obtient des oscillations quasi-périodiques de celle-ci (voir par exemple la figure 2.17a), puisque l'on passe d'une situation où le courant est bloqué ($G = 0$) à une situation où le courant peut circuler ($G \neq 0$). La périodicité du phénomène est donné simplement par la condition [Kouwen97a]

$$\mu(N, V_G) = \mu(N + 1, V_G + \Delta V_G) \quad (2.77a)$$

$$\text{soit } \Delta V_G = \frac{C}{eC_G} \left(\Delta\epsilon + \frac{e^2}{C} \right) \quad (2.77b)$$

Remarque: en fait, la périodicité n'est pas totale dans le cas où les niveaux d'énergie du point quantique sont dégénérés. Il faut alors considérer le fait que l'on peut mettre plusieurs électrons sur le même niveau d'énergie du spectre d'excitation.

Effet d'une tension de polarisation —. Le même phénomène d'effet tunnel à un électron apparaît lorsque l'on applique une tension de polarisation (figure 2.16).

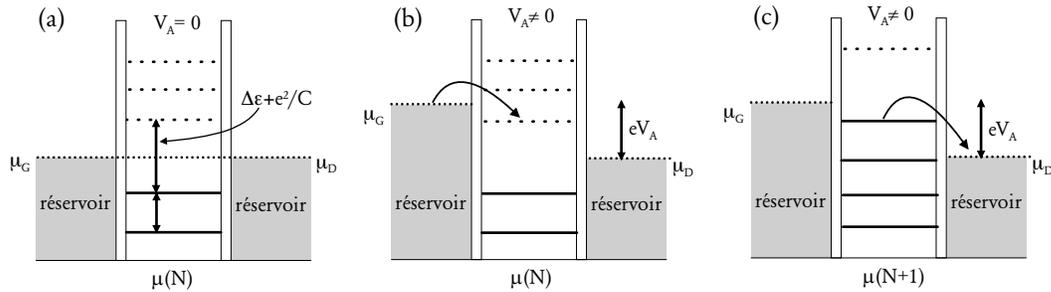


FIG. 2.16: Représentation schématique des niveaux d'énergie d'une boîte quantique (a) en régime de blocage de Coulomb lorsqu'aucune tension drain-source V_A n'est appliquée; lorsque la tension appliquée permet le passage d'un électron par effet tunnel (b) du réservoir de gauche vers l'îlot, (c) puis de l'îlot vers le réservoir de droite.

Pour lever le blocage de Coulomb, il suffit alors d'appliquer une tension entre le drain et la source $V_A = (\mu_G - \mu_D)/e$ telle que le niveau $\mu(N + 1)$ soit accessible (figure 2.16b,c)

$$\mu_D < \mu(N + 1) < \mu_G \quad (2.78)$$

Le système présente donc une caractéristique $I(V_A)$ non linéaire, avec une forme en marches d'escalier (figure 2.17b). L'apparition d'une marche correspond au fait qu'un état supplémentaire $\mu(N)$ entre dans la fenêtre d'énergie comprise entre μ_D et μ_G .

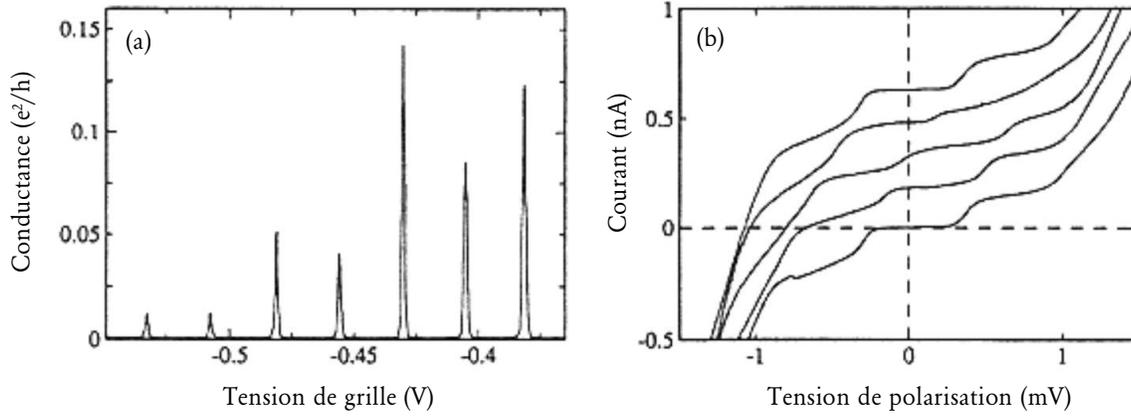


FIG. 2.17: (a) Exemple d'oscillations de Coulomb en fonction de la tension de grille, (b) et des marches de Coulomb en fonction de la tension de polarisation (d'après [Kouwen97b]).

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les effets du confinement (3D, 2D, 1D, 0D) sur la densité d'états électronique, qui détermine notamment les propriétés de transport des structures correspondantes. De plus, l'application d'un champ magnétique perpendiculairement aux systèmes de dimensions $d \leq 2$ se traduit par des propriétés remarquables de quantification de l'énergie des électrons, source de l'effet Shubnikov-de Haas et de l'effet Hall quantique. Le potentiel vecteur qui lui correspond, et défini à une jauge près, modifie la phase de la fonction d'onde électronique, donnant naissance aux phénomènes d'interférences quantiques. Ces dernières se manifestent dès que la taille du système approche une grandeur caractéristique, la longueur de cohérence de phase, qui n'est autre que la distance le long de laquelle l'électron garde la mémoire de sa phase. Ces structures mésoscopiques sont l'objet d'étude de ce mémoire de thèse, à travers l'étude d'un système en particulier: un anneau de type Aharonov-Bohm. Ce chapitre a introduit des notions fondamentales auxquelles nous ferons appel très souvent par la suite.

Références bibliographiques

- [Ando74] T. Ando, Y. Uemura, *J. Phys. Soc. Jpn* **36**, 959 (1974)
- [Ando82] T. Ando, A.B. Fowler, F. Stern, *Rev. Mod. Phys.* **54**, 437 (1982)
- [Ando98] T. Ando, Y. Arakawa, K. Furuya, S. Komiyama, H. Nakashima, *Mesoscopic Physics and Electronics*, (Springer-Verlag, 1998)
- [Aoki77] H. Aoki, H. Kamimura, *Solid State Comm.* **21**, 45 (1977)
- [Aronov87] A.G. Aronov, Y.V. Sharvin, *Rev. Mod. Phys.* **59**, 755 (1987)
- [Ashcroft76] N.W. Ashcroft, N.D. Mermin, *Solid State Physics*, (Saunders College Publishing, 1976)
- [Bastard88] G. Bastard, *Wave mechanics applied to semiconductor heterostructures*, (Les éditions de physique, 1988)
- [Beenakker91] C.W.J. Beenakker, H. van Houten, *Quantum transport in semiconductor nanostructures*, dans *Solid State Physics* **44**, édité par H. Ehrenreich et D. Turnbull (Academic Press, Boston, 1991)
- [Benoit86] A.D. Benoit, S. Washburn, C.P. Umbach, R.B. Laibowitz, R.A. Webb, *Phys. Rev. B* **57**, 1765 (1986)*
- [Bouchiat95] H. Bouchiat, dans *Mesoscopic Quantum Physics (course 2)*, édité par E. Akkermans, G. Montambaux, J.L. Pichard, J. Zinn-Justin, Les Houches, Session LXI, 1994, (Elsevier Science 1995)
- [Büttiker85] M. Büttiker, Y. Imry, R. Landauer, S. Pinhas, *Phys. Rev. B* **31**, 6207 (1985)
- [Büttiker86] M. Büttiker, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 1761 (1986)
- [Büttiker90] M. Büttiker, *Surf. Sci.* **229**, 201 (1990)
- [Büttiker92] M. Büttiker, dans *Nanostructured Systems*, chap. 4 *Semiconductors and Semimetals* **35**, édité par M. Reed (Academic Press 1992)
- [Casimir45] H.B.G. Casimir, *Rev. Mod. Phys.* **17**, 343 (1945)
- [Cohen73] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, F. Laloë, *Mécanique Quantique*, (Hermann, 1973)
- [Darwin30] C.G. Darwin, *Proc. Cambridge Philos. Soc.* **27**, 86 (1930)
- [Datta95] S. Datta, *Electronic transport in mesoscopic systems*, Cambridge studies in semiconductor physics and electronic engineering (Cambridge University Press, 1995)
- [Davies98] J.H. Davies, *The Physics of Low-Dimensional Semiconductors*, (Cambridge University Press, 1998)

- [Fock28] V. Fock, *Z. Phys.* **47**, 446 (1928)
- [Gonzales95] J. Gonzales, M.A. Martin-Delgado, G. Sierra, A.H. Vozmediano, *Quantum Electron Liquids and High- T_c Superconductivity*, chap. 1 (Springer-Verlag,1995)
- [Haug93] R.J. Haug, *Semi. Sci. Tech.* **8**, 131 (1993)
- [Imry97] Y. Imry, *Introduction to mesoscopic physics* (Oxford University Press 1997)
- [Kelly95] M.J. Kelly, *Low-Dimensional Semiconductors*, Series on semiconductor science and technology (Clarendon Press, Oxford 1995)
- [Kumar90] A. Kumar, S.E. Laux, F. Stern, *Phys. Rev. B* **42**, 5166 (1990)
- [Landau56] L.D. Landau, *Sov. Phys. JETP* **3**, 920 (1956)
- [Landau57] L.D. Landau, *Sov. Phys. JETP* **5**, 101 (1957)
- [Landau58] L.D. Landau, *Sov. Phys. JETP* **8**, 70 (1958)
- [Landauer70] R. Landauer, *Philos. Mag.* **21**, 863 (1970)
- [Landauer89] R. Landauer, dans *Nanostructure, Physics and Fabrication*, édité par M.A. Reed et W.P. Kirk (Academic Press 1989)
- [Laux88] S.E. Laux, D.J. Frank, F. Stern, *Surf. Sci.* **196**, 101 (1988)
- [Onsager31] L. Onsager, *Phys. Rev.* **38**, 2265 (1931)
- [Rössler95] U. Rössler, dans *Quantum Transport in Ultrasmall Devices*, édité par D.K. Ferry, H.L. Grubin, C. Jacoboni, A.P. Jauho, (Plenum Press, New-York, 1995)
- [Shik97] A. Shik, *Quantum Wells, Physics and Electronics of Two-Dimensional Systems*, (World Scientific, 1997)
- [Shubnikov40] L. Shubnikov, W.J. de Haas, *Leid. Comm.*, 206a, c, d, 210a (1940)
- [Schofield99] A.J. Schofield, *Contemporary Physics* **40**, 95 (1999)
- [Sze86] S.M. Sze, *Physics of Semiconducting Devices*, (Wiley, New-York, 1986)
- [Umbach84] C.P. Umbach, S. Washburn, R.B. Laibowitz, R.A. Webb, *Phys. Rev. B* **30**, 4048 (1984)
- [vanWees88] B.J. van Wees, H. van Houten, C.W.J. Beenakker, J.G. Williamson, L.P. Kouwenhoven, D. van der Marel, C.T. Foxon, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 848 (1988)
- [Weisbuch91] C. Weisbuch, B. Vinter, *Quantum Semiconductor Structures*, (Academic Press Limited, London ,1991)
- [Wharam88] D.A. Wharam, T.J. Thornton, R. Newbury, M. Pepper, H. Ahmed, J.E.F Frost, D.G. Hasko, D.C. Peacock, D.A. Ritchie, G.A.C Jones, *J. Phys. C* **21**, L209 (1988)

Effet Hall Quantique

- [Ando75] T. Ando, Y. Matsumoto, Y. Uemura, *J. Phys. Soc. Jpn.* **39**, 279 (1975)
- [Chakraborty95] T. Chakraborty, P. Pietiläinen, *The Quantum Hall Effects*, Springer series in solid-state sciences **85**, (Springer, 1995)
- [Jain92] J.K. Jain, *Adv. Phys.* **41**, 105 (1992)
- [Klitzing80] K. von Klitzing, G. Dorda, M. Pepper, *Phys. Rev. Lett.* **45**, 494 (1980)
- [Kramer98] B. Kramer, dans *Quantum transport and dissipation*, chap. 2 (1998)
- [Kubo57] R. Kubo, *J. Phys. Soc. Jpn.* **12**, 570 (1957)
- [Kubo65] R. Kubo, S.J. Miyake, N. Hashitsume, *Solid State Phys.* **17**, 269 (1965)
- [Laughlin81] R.B. Laughlin, *Phys. Rev. B* **23**, 5632 (1981)
- [Laughlin99] R.B. Laughlin, *Rev. Mod. Phys.* **71**, 863 (1999)
- [Prange81] R.E. Prange, *Phys. Rev. B* **23**, 4802 (1981)
- [Stormer99] H.L. Stormer, *Rev. Mod. Phys.* **71**, 875 (1999)
- [Tsui99] D.C. Tsui, *Rev. Mod. Phys.* **71**, 891 (1999)
- [Yennie87] D.R. Yennie, *Rev. Mod. Phys.* **59**, 781 (1987)

Interférences Quantiques

- [Aharonov59] Y. Aharonov, D. Bohm, *Phys. Rev.* **115**, 485 (1959)
- [Al'tshuler81] B.L. Al'tshuler, A.G. Aronov, B.Z. Spivak, *JETP Lett.* **33**, 94 (1981)
- [Beenakker88] C.W.J. Beenakker, H. van Houten, *Phys. Rev. B* **38**, 3232(1988)
- [Beenakker91] C.W.J. Beenakker, H. van Houten, *Quantum transport in semiconductor nanostructures*, dans *Solid State Physics* **44**, édité par H. Ehrenreich et D. Turnbull (Academic Press, Boston, 1991)
- [Beenakker97] C.W.J. Beenakker, *Rev. Mod. Phys.* **69**, 731 (1997)
- [Chambers60] R.G. Chambers, *Phys. Rev. Lett.* **5**, 3 (1960)
- [Fowler61] L.H. Fowler, L. Marton, J.A. Simpson, J.A. Suddeth, *J. Appl. Phys.* **2**, 1153 (1961)
- [Lee87] P.A. Lee, A.D. Stone, H. Fukuyama, *Phys. Rev. B* **35**, 1039 (1987)
- [Leggett91] A.J. Leggett, dans *Granular Nanoelectronics*, édité par D.K. Ferry (Plenum Press, New York 1991), 297 (1991)

- [Olariu85] S. Olariu, I.I. Popescu, *Rev. Mod. Phys.* **57**, 39 (1985)
- [Sharvin81] D.Y. Sharvin, Y.V. Sharvin, *JETP Lett.* **34**, 272 (1981)
- [Tonomura86] A. Tonomura, T. Matsuda, R. Suzuki, A. Fukuhara, N. Osakabe, H. Umezaki, J. Endo, K. Shinagawa, Y. Sugita, H. Fujiwara, *Phys. Rev. Lett.* **56**, 792 (1986)
- [Tonomura87] A. Tonomura, *Rev. Mod. Phys.* **59**, 639 (1987)
- [Washburn92] S. Washburn, R.A. Webb, *Rep. Prog. Phys.* **55**, 1311 (1992)
- [Zwerger98] W. Zwerger, dans *Quantum transport and dissipation*, chap. 1 (1998)

Blocage de Coulomb

- [Grabert92] H. Grabert, M.H. Devoret, éditeurs de *Single Charge Tunneling*, (Plenum Press, New-York, 1992)
- [Grousset97] P. Grousset, *Microstructures d'Arséniure de Gallium: transport balistique, blocage de Coulomb et bruit en charge*, Thèse de l'INSA Toulouse (1997)
- [Kouwen97a] L.P. Kouwenhoven, P.L. Mc Euen, dans *Nanoscience and technology*, chap. 13, édité par G. Timp (AIP Press, 1997)
- [Kouwen97b] L.P. Kouwenhoven, C.M. Marcus, P.L. Mc Euen, S. Tarucha, R.M. Westervelt, N.S. Wingreen, dans *Mesoscopic electron transport*, Proceedings of the NATO Advanced Science Institute Series E, Curacao, Netherlands Antilles, édité par L.L. Sohn, L.P. Kouwenhoven et G. Schön, (Kluwer, Dordrecht, 1997)
- [Pasquier94] C. Pasquier, *Transport quantique balistique et monoélectronique dans des nanostructures d'Arséniure de Gallium*, Thèse de l'université Paris XI Orsay (1994)
- [Schön98] G. Schön, dans *Quantum transport and dissipation*, chap. 3 (1998)

Transport quantique dans un anneau balistique

Chapitre 3

Ce chapitre fait le point sur la théorie du transport électronique dans des échantillons en forme d'anneau. On y abordera le cas d'un anneau isolé unidimensionnel, bidimensionnel ainsi que le couplage de cet anneau avec des fils de mesures.

3.1 Spectre d'énergie d'un anneau isolé

3.1.1 Anneau unidimensionnel

3.1.2 Anneau bidimensionnel

3.2 Théorie sur le couplage d'un anneau isolé

3.2.1 Position du problème

3.2.2 Anneau faiblement couplé: barrières tunnel

3.2.3 Anneau fortement couplé: guide d'onde

3.3 Asymétrie dans un anneau

3.3.1 Asymétrie géométrique

3.3.2 Rôle d'une grille

3.3.3 Autres systèmes

Conclusion

Chapitre 3

Transport quantique dans un anneau balistique

Les dispositifs mésoscopiques en forme d'anneau présentent la géométrie idéale pour observer les phénomènes d'interférences des électrons notamment à cause de leur similarité avec les cas des fentes de Young en optique. La symétrie cylindrique de ces systèmes leur confèrent des propriétés physiques particulières. Ainsi le théorème de Byers-Yang et Bloch [Imry97] prédit que toutes les propriétés physiques d'un système doublement connexe et traversé par un flux Φ sont périodiques en flux de période Φ_0 . Ce théorème a une incidence notamment sur les propriétés de transport ou encore sur les niveaux d'énergie de l'anneau. Un grand nombre de travaux théoriques, correspondant à des approches différentes, ont investigué les propriétés des anneaux quantiques unidimensionnels [Büttiker84, Aronov87] ou de largeur finie [Groshev92, Chakraborty94].

Ainsi ont été étudiées les propriétés de transport de même que les propriétés magnétiques de ces systèmes. Notamment une large part a été faite au phénomène de *courants permanents* qui apparaissent dans des anneaux isolés en présence de champ magnétique [Büttiker83, Cheung88, Lévy90]. Ces courants sont la conséquence de la sensibilité des états propres d'un anneau isolé aux conditions de bords, qui leur confèrent un caractère périodique avec le flux. L'effet dû aux interférences quantiques dans un anneau qui nous intéresse ici est l'effet Aharonov-Bohm, qui se traduit par des oscillations périodiques de la résistance, de période le quantum de flux $\Phi_0 = h/e$. Cet effet fut prédit dès 1959 [Aharonov59] pour des électrons dans le vide en présence d'un flux magnétique. Depuis lors, cet effet a été observé effectivement dans le vide [Chambers60, Tonomura82], des structures métalliques [Sharvin81, Webb85] (cylindre et anneau), semiconductrices [Datta85], et plus récemment dans des nanotubes de carbone [Bachtold99, Strunk00, Rollbühler00]

Le but de ce chapitre est de présenter quelques notions théoriques relatives aux propriétés spectrales des anneaux balistiques. Nous nous concentrerons dans un premier temps sur le calcul des niveaux d'énergie d'un anneau isolé dans le cas unidimensionnel, avant d'élargir au cas bidimensionnel, tenant compte ainsi de la largeur de l'anneau.

Cependant, dans le cas de la plupart des mesures de transport, l'échantillon est relié à des fils de mesure. La prise en compte du couplage de l'anneau avec les fils, et plus largement avec un réservoir d'électrons a une incidence importante sur le résultat de la mesure de la conductance. On distinguera alors le cas d'un faible couplage de celui d'un fort couplage qui font intervenir

des phénomènes physiques bien distincts, correspondant à deux visions différentes.

Enfin, nous discuterons de l'effet d'une asymétrie de la géométrie de l'anneau sur les oscillations AB. Nous introduirons en particuliers l'effet Aharonov-Bohm électrostatique [Datta86, Datta87, Washburn91], qui apparaît lorsque l'on dépose une grille directement dans le plan de l'anneau ou partiellement au-dessus de la structure elle-même.

3.1 Spectre d'énergie d'un anneau isolé

Dans les calculs qui suivent, on négligera le spin des électrons, car son seul effet est de doubler la dégénérescence de chaque état électronique.

3.1.1 Anneau unidimensionnel

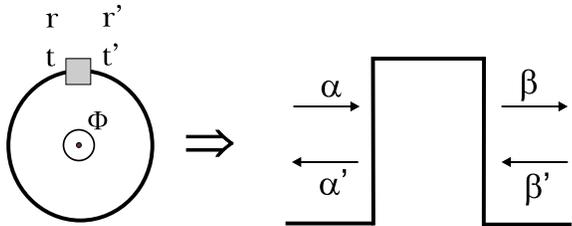


FIG. 3.1: Représentation schématique d'un anneau isolé (équivalent dans ce cas à un centre diffuseur, de coefficients r, t, r' et t') et notations des amplitudes : α et β' représentent l'amplitude des ondes incidentes de gauche et de droite respectivement, β et α' l'amplitude des ondes transmises ou réfléchies de droite et de gauche respectivement.

Si l'on se place dans le cas d'un anneau unidimensionnel isolé, ce dernier peut être décrit simplement en considérant les diffusions élastiques que subit une onde à l'intérieur de l'anneau (figure 3.1). Deux formalismes matriciels permettent de relier l'amplitude des ondes incidentes, transmises et réfléchies : les matrices de diffusion (matrice S), et les matrices de transfert (matrice M). La matrice de diffusion S permet d'exprimer l'amplitude des ondes émergentes en fonction de l'amplitude des ondes incidentes à partir des coefficients r, t, r' et t' . Le coefficient t (t') désigne l'amplitude transmise pour une onde se propageant depuis la gauche (droite); r (r') représente de manière identique l'amplitude réfléchiée pour une onde se propageant depuis la gauche (droite)

$$\begin{pmatrix} \alpha' \\ \beta \end{pmatrix} = S \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta' \end{pmatrix} \quad \text{avec} \quad S = \begin{pmatrix} r & t \\ t' & r' \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

Si l'on veut relier les composantes des ondes venant de part et d'autre du centre diffuseur, on utilisera alors la matrice de transfert M , donnée ici en fonction des mêmes coefficients [Mello95]:

$$\begin{pmatrix} \beta \\ \beta' \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} \alpha \\ \alpha' \end{pmatrix} \quad \text{avec} \quad M = \begin{pmatrix} 1/t^* & -r^*/t^* \\ -r/t & 1/t \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

Plaçons nous dans le cas où l'on n'applique pas de champ magnétique. Les coefficients r, t, r', t' ont, dans ce cas, les valeurs suivantes¹ [Büttiker84]:

$$\begin{aligned} r &= -i\sqrt{R_s}e^{i\Phi_s} & t &= \sqrt{T_s}e^{i\Phi_s} \\ r' &= -i\sqrt{R_s}e^{i\Phi_s} & t' &= t \end{aligned} \quad (3.3)$$

1. Voir les détails en annexe A.

$R_s = |r|^2 = |r'|^2$ et $T_s = |t|^2$ sont les probabilités de réflexion et de transmission et sont donc liées par la relation $R_s + T_s = 1$. Le terme Φ_s représente la phase acquise le long de la circonférence de l'anneau. Comme il n'y a pas de champ appliqué, ce dernier est dû uniquement à la propagation du vecteur d'onde \vec{k} le long du chemin, et dépend donc de l'énergie E . Les probabilités de réflexion R_s et de transmission T_s dépendent eux aussi *a priori* de l'énergie.

D'autre part, l'anneau est isolé, formant une boucle. Büttiker *et al.* [Büttiker83] ont proposé de considérer alors un électron dans cette boucle comme soumis à un potentiel périodique en x de période $L = 2\pi r_0$, r_0 étant le rayon de l'anneau. En effet, à chaque tour complet, l'électron se retrouve à la même position, donc au même potentiel $V(x + L) = V(x)$. On peut donc appliquer le théorème de Bloch pour un réseau cristallin périodique. La largeur de la zone est donnée ici par $\Delta K = k_0 = 2\pi/L$ ($-\pi/L \leq K \leq \pi/L$):

$$\begin{cases} \beta = e^{iKL}\alpha \\ \alpha' = e^{-iKL}\beta' \end{cases} \iff \begin{pmatrix} \beta \\ \beta' \end{pmatrix} = e^{iKL} \begin{pmatrix} \alpha \\ \alpha' \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

En combinant les équations 3.4 et 3.2, on obtient la relation suivante

$$(M - Ie^{iKL}) \begin{pmatrix} \alpha \\ \alpha' \end{pmatrix} = 0 \quad (3.5)$$

Le système admet une solution si et seulement si le déterminant de la matrice 2×2 ($M - Ie^{iKL}$) est nul. La suite du calcul nous donne alors l'ensemble des solutions

$$\cos\Phi_s(E) = \sqrt{T_s(E)} \times \cos KL \quad (3.6)$$

Dans le cas où l'on applique un champ magnétique perpendiculaire B , soit encore un flux $\Phi = B.S$ à travers la surface S de l'anneau, les solutions sont aussi données par l'équation 3.6, mais en remplaçant K par l'expression $K = \frac{2\pi}{L} \frac{\Phi}{\Phi_0}$ [Büttiker84]. Cette dernière devient alors

$$\cos\Phi_s(E) = \sqrt{T_s(E)} \times \cos\left(2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}\right) \quad (3.7)$$

Dans le cas particuliers où il n'y a pas de désordre, l'onde est transmise sans réflexion d'où $R_s = 0$ et $T_s(E) = 1$. L'équation 3.7 se résout simplement et les solutions sont alors données par

$$\Phi_s(E) = \pm 2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0} + 2n\pi, \quad \text{avec } n \in \mathbb{Z} \quad (3.8)$$

L'ensemble des solutions vérifiant cette équation nous donne le spectre des niveaux d'énergie $E_n(\Phi)$ d'un anneau unidimensionnel. Pour cela, il suffit de remplacer dans l'équation précédente $\Phi_s(E)$ par son expression littérale $\Phi_s(E) = kL = \frac{\sqrt{2m^*E}}{\hbar}L$, où k est le module du vecteur d'onde. On obtient alors :

$$E_n(\Phi) = \frac{\hbar^2}{2m^*L^2} \left(\frac{\Phi}{\Phi_0} + n \right)^2 \quad (3.9)$$

Le spectre correspondant a été représenté sur la figure 3.2 pour $n = -3$ à $n = 3$. On peut remarquer que celui-ci est périodique avec le flux Φ , de période Φ_0 . Le minimum d'énergie

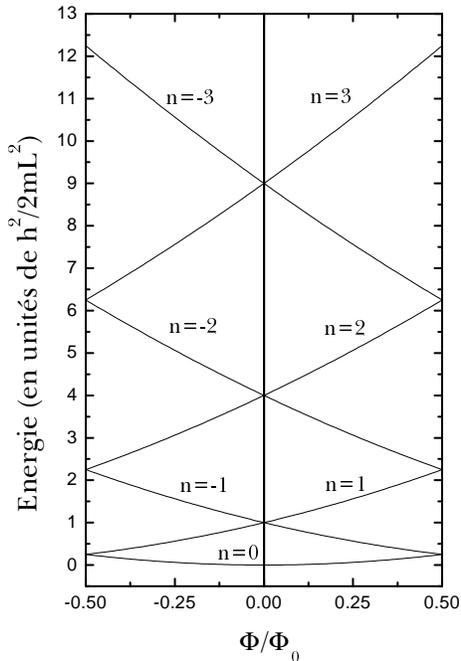


FIG. 3.2: Niveaux d'énergie d'un anneau unidimensionnel calculés d'après l'équation 3.9, en fonction du flux magnétique. Le calcul correspond au cas sans désordre: il n'y a donc pas de diffusion (d'après [Reulet95]).

pour un champ B donné correspond à la valeur n telle que $(-n - 1/2) \leq \Phi/\Phi_0 \leq (-n + 1/2)$.

Remarque: on aboutit au même résultat en écrivant l'Hamiltonien à un électron d'un anneau unidimensionnel de circonférence L traversé par un flux Φ , en considérant le système comme parfaitement cohérent ($L \ll L_\phi$) [Reulet95]:

$$\mathcal{H}(\Phi) = \frac{1}{2m^*} \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial x} + e \frac{\Phi}{L} \right)^2 \quad (3.10)$$

La fonction d'onde d'un électron $\Psi_{n,\Phi}(x)$ est solution de l'équation de Schrödinger :

$$\mathcal{H}(\Phi)\Psi_{n,\Phi} = E_n(\Phi)\Psi_{n,\Phi} \quad (3.11a)$$

$$\text{avec } \Psi_{n,\Phi}(x) = \eta_{n,\Phi}(x) e^{i2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0} \frac{x}{L}} \quad (3.11b)$$

et où $\eta_{n,\Phi}(x)$ vérifie l'équation de Schrödinger en l'absence de champ magnétique. La fonction d'onde doit vérifier également la condition de périodicité en x telle que $\Psi_{n,\Phi}(x+L) = \Psi_{n,\Phi}(x)$. La résolution de l'équation de Schrödinger se fait simplement dans ce cas et donne exactement comme valeurs propres les mêmes énergies $E_n(\Phi)$ que précédemment.

3.1.2 Anneau bidimensionnel

Nous venons de calculer le spectre d'énergie pour un anneau unidimensionnel. Si l'on veut maintenant tenir compte de la largeur Δr de l'anneau, il faut utiliser un modèle à deux dimensions (voir figure 3.3). Tan et Inkson [Tan96a, Tan96b] ont élaboré un modèle qui permet

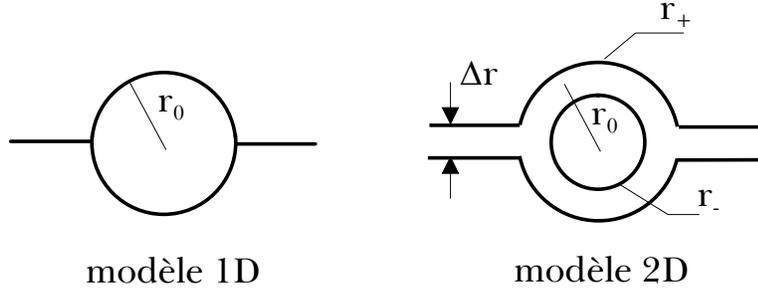


FIG. 3.3: Schématisation de l'anneau pour les deux modèles théoriques utilisés: à une dimension et à deux dimensions. Les notations sont aussi précisées: r_0 est le rayon moyen de l'anneau, r_{\perp} le rayon interne, r_+ le rayon externe et Δr la largeur de l'anneau.

de calculer analytiquement et de manière exacte les états électroniques d'un anneau isolé ayant une largeur finie. Dans ce modèle, l'anneau est défini par un potentiel radial (figure 3.4)

$$V(r) = a_1 r^{\perp 2} + a_2 r^2 - V_0 \quad (3.12)$$

avec $V_0 = 2\sqrt{a_1 a_2}$. Les deux paramètres a_1 et a_2 sont reliés aux caractéristiques géométriques de l'anneau. En effet, le minimum de l'expression $V(r)$ est pris égal au rayon moyen r_0 , soit

$$r_0 = (a_1/a_2)^{\frac{1}{4}} \quad (3.13)$$

De plus, la largeur Δr de l'anneau est définie par la largeur au niveau de Fermi, soit encore $\Delta r = r_+ - r_{\perp}$ avec $V(r_+) = V(r_{\perp}) = E_F$, où r_+ est le rayon externe et r_{\perp} le rayon interne. En faisant l'approximation $E_F \ll V_0$, on obtient

$$\Delta r = \sqrt{\frac{E_F}{a_2}} \quad (3.14)$$

Enfin, pour les valeurs de r proche du rayon moyen de l'anneau r_0 , le potentiel peut être considéré comme ayant une forme parabolique $V(r) \approx \frac{1}{2}\omega_0^2(r - r_0)^2$, en posant $\omega_0^2 = (8a_2/m^*)$ – dans le cas présent de notre hétérojonction AlGaAs/GaAs, on a pris $m^* = 0.067m_0$ où m_0 est la masse de l'électron dans le vide –. Les solutions de l'Hamiltonien d'un électron soumis au potentiel $V(r)$, en présence d'un champ magnétique B perpendiculaire au plan de l'anneau sont calculables exactement. Les valeurs propres de l'Hamiltonien nous donnent les énergies propres $E_{n,m}$:

$$E_{n,m} = \left(n + \frac{1}{2} + \frac{M}{2}\right) \hbar\omega - \frac{m\hbar\omega_c}{2} - \frac{\mu\omega_0^2 r_0^2}{4} \quad (3.15)$$

avec $n = 0, 1, 2, \dots$ et $m = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$

où $M = \sqrt{m^2 + 2a_1 m^*/\hbar^2}$, $\omega_c = eB/m^*$ est la fréquence cyclotron et $\omega = (\omega_c^2 + \omega_0^2)^{\frac{1}{2}}$ la fréquence cyclotron effective. Les deux nombres quantiques n et m décrivent respectivement le mouvement radial (indice de sous-bande) et le moment angulaire (mouvement longitudinal dans l'anneau). La figure 3.5 donne le spectre calculé pour un rayon moyen égal à $1 \mu\text{m}$ et

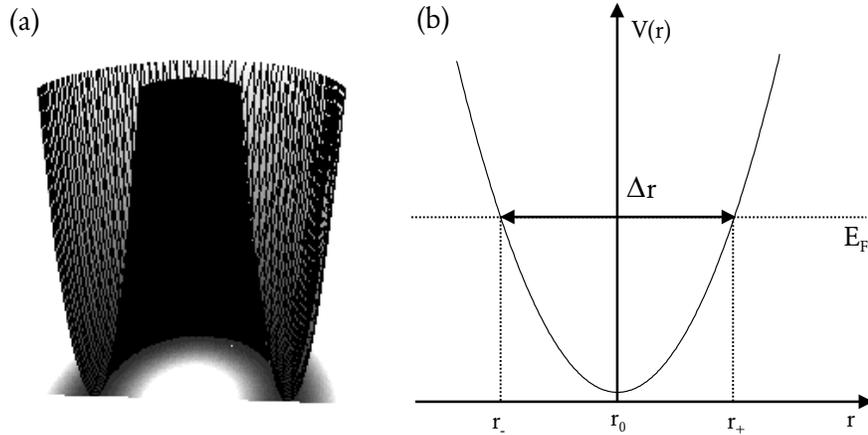


FIG. 3.4: (a) Représentation du potentiel de confinement $V(r)$, et (b) définition des différents paramètres.

$\Delta r \approx 1 \mu\text{m}$. Expérimentalement, les premiers niveaux d'énergie du spectre d'un anneau 2D ont été mis en évidence, notamment récemment par spectroscopie dans l'infra-rouge lointain sur des anneaux réalisés par des techniques d'auto-assemblage [Lorke00, Emperador00].

Anneau 1D. — On peut se placer dans le cas extrême d'un anneau 1D en posant $\omega_0 \rightarrow \infty$ (soit $\Delta r \rightarrow 0$). L'équation 3.15 se réduit alors à

$$E_{n,m} = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_0 + \frac{\hbar^2}{2m^*r_0^2} \left(m - \frac{eBr_0^2}{2\hbar}\right)^2 = \underbrace{\left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_0}_A + \underbrace{\frac{\hbar^2}{2m^*L^2} \left(\frac{\Phi}{\Phi_0} + m'\right)^2}_B \quad (3.16)$$

On retrouve bien le résultat précédent (terme B), avec un terme supplémentaire (terme A), dû à la quantification des niveaux dans la direction radiale (énergies propres d'un oscillateur harmonique, associées au potentiel parabolique $V(r)$).

Champ magnétique nul. — On peut d'ores et déjà déterminer quelques grandeurs caractéristiques de ce spectre. Ainsi, on peut montrer que l'énergie correspondant au bas de la première sous-bande ($n = 0$) est donné par $E_{0,0} = \hbar\omega_0/2$ lorsque le champ magnétique appliqué est nul. De même, toutes les autres sous bandes débutent pour des énergies $E_{n,m} \geq E_{n,0}$, avec

$$E_{n,0} = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_0.$$

L'espace entre les niveaux d'énergie au niveau de Fermi est donné, lorsque seule la première sous-bande $n = 0$ est remplie, par²

$$\Delta\epsilon = \frac{\hbar}{r_0} \sqrt{\frac{2(E_F - E_{0,0})}{m^*}} = \frac{\hbar v}{L} \quad (3.17)$$

2. Ce résultat s'obtient en calculant $\Delta\epsilon = E_{0,m+1} - E_{0,m}$ à partir de l'éq. 3.15, puis en introduisant $E_F = E_{0,m}$. De plus, on considère $m \gg 1$.

où $v = \hbar k_F / m^* = \sqrt{2(E_F - E_{0,0}) / m^*}$ est la vitesse d'un électron au niveau de Fermi. On peut aussi remarquer que les états sont dégénérés deux fois; en effet les états correspondant à $-m$ et $+m$ ont la même énergie (voir figure 3.5b).

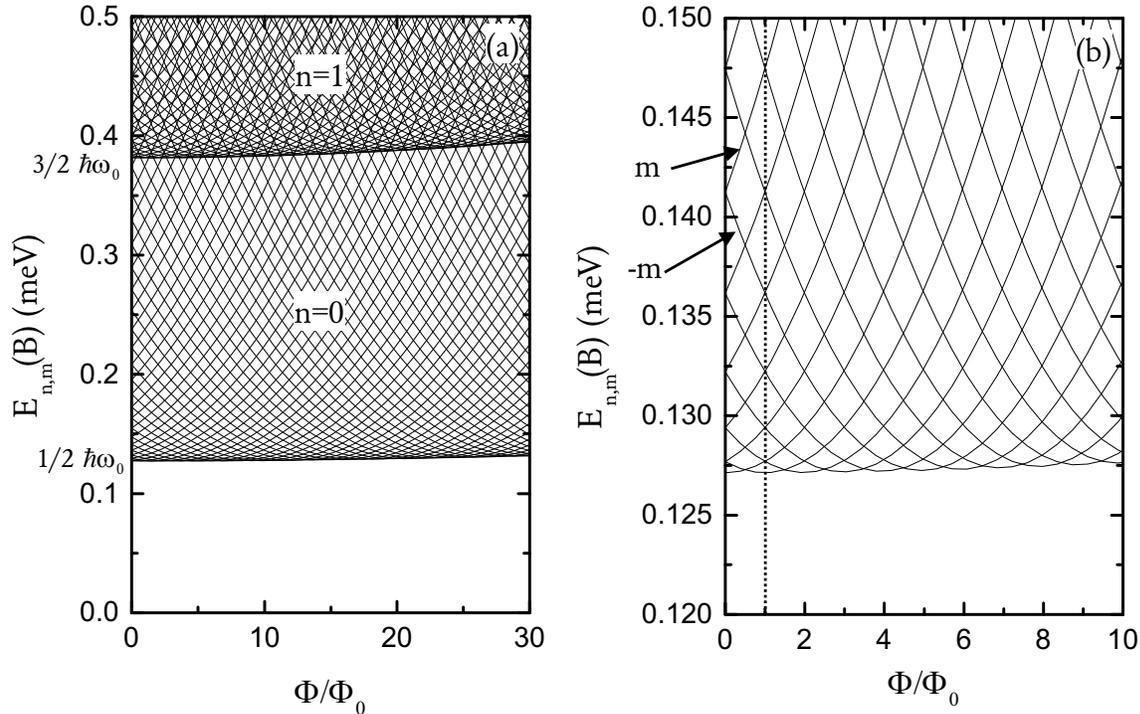


FIG. 3.5: Spectre d'énergie d'un électron dans un anneau isolé à deux dimensions calculé d'après l'équation 3.15, en fonction du champ magnétique B appliqué perpendiculairement à la structure: (a) seules les deux premières sous-bandes sont représentées; (b) pseudo-périodicité du spectre, de période Φ_0 . Les valeurs des paramètres sont telles que $r_0 = 1 \mu\text{m}$ et $\hbar\omega_0 = 0.25 \text{ meV}$, ce qui donne une largeur $\Delta r \approx 1 \mu\text{m}$.

Champ magnétique perpendiculaire. — Comme pour le cas unidimensionnel, le minimum d'énergie pour un champ B donné correspond à la valeur $m = \text{Int}(\Phi/\Phi_0)$, où Int est la fonction partie entière. Cependant le spectre d'énergie se distingue du cas précédent, l'anneau à 1D. En effet, les courbes de dispersion $E_{n,m}(\Phi)$ ne sont plus paraboliques avec le flux Φ . Le bas des sous-bandes d'énergie n'est pas indépendant du champ B (voir figure 3.6). En effet, pour une largeur $\Delta r \gg \sqrt{\hbar/eB}$, l'approximation que ce dernier soit constant n'est plus valable. Enfin, si l'on augmente encore la largeur, on retrouve le spectre d'une boîte quantique circulaire [Beenakker91b].

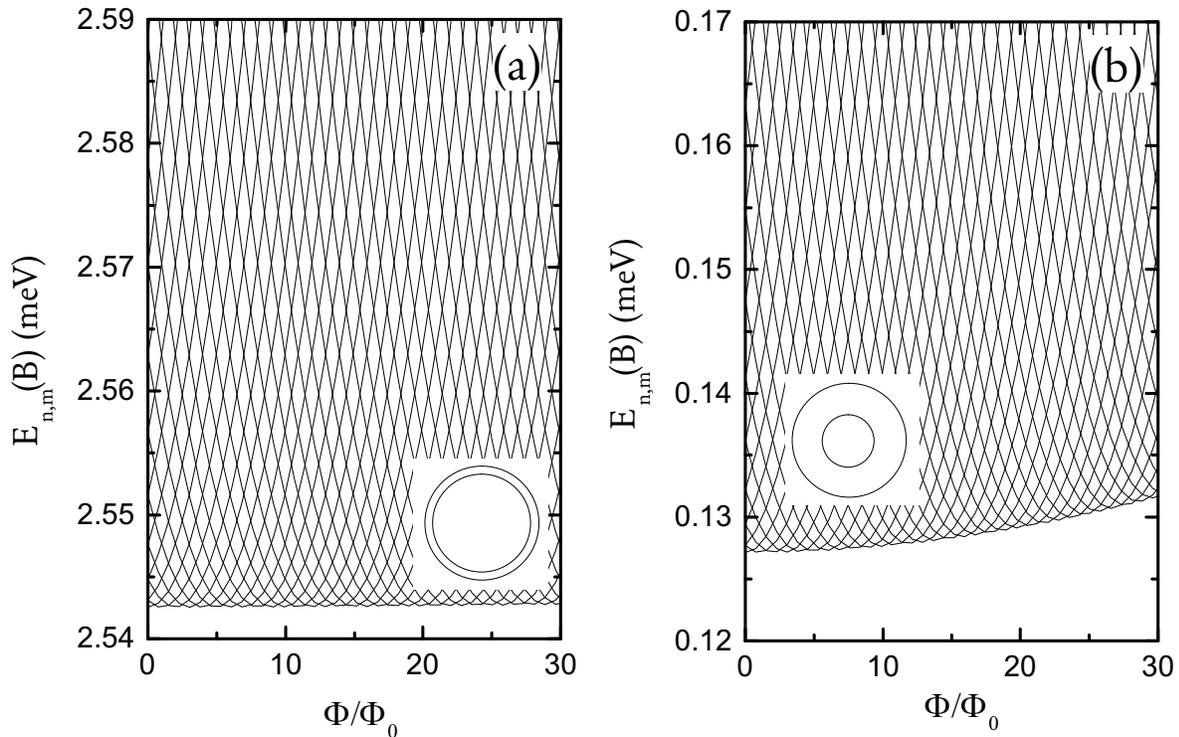


FIG. 3.6: Spectre d'énergie d'un électron dans une anneau isolé à deux dimensions calculé d'après l'équation 3.15, en fonction du champ magnétique B appliqué perpendiculairement à la structure, de rayon moyen $r_0 = 1 \mu\text{m}$, pour deux valeurs de la largeur (a) $\Delta r \approx 50 \text{ nm}$ (cas 1D), et (b) $\Delta r \approx 1 \mu\text{m}$ (cas 2D).

3.2 Théorie sur le couplage d'un anneau isolé

3.2.1 Position du problème

Jusqu'à présent, on s'est intéressé au problème d'un anneau isolé (1D ou 2D). Cependant, dans notre cas, l'anneau est relié à deux réservoirs d'électrons par des fils de mesure. La conductance d'un tel système est déterminé uniquement par le passage des électrons d'un fil à l'autre fil. Cette approche correspond au cadre du formalisme de Landauer, où la conductance G est relié à la matrice de transmission t de l'échantillon par la formule

$$G = \frac{e^2}{h} \underbrace{\text{Tr}(tt^+)}_T \quad (3.18)$$

où t^+ est la transposée conjuguée de la matrice t , et $\text{Tr}(tt^+)$ la trace de la matrice tt^+ (somme des éléments diagonaux). Dans ce modèle, les réservoir à droite et à gauche absorbent et émettent des électrons de manière incohérente. Il faut maintenant considérer deux cas de figure pour calculer les coefficients de transmission du système (voir figure 3.7):

faible couplage. — Dans ce cas, les électrons doivent franchir une barrière d'énergie au niveau des jonctions fil/anneau. Le nombre d'électrons qui traversent la structure de part en part est donc faible. Un électron situé dans l'anneau va passer un temps suffisamment long pour le positionner sur un état d'énergie propre – ou état *quasi-stationnaire*– de l'anneau isolé [Landau77]. Si l'on considère l'aspect ondulatoire des électrons, cela peut encore s'interpréter en ces termes: les deux fils et l'anneau sont reliés par deux jonctions, où une grande partie de l'onde électronique incidente est réfléchi.

fort couplage. — Si le couplage est fort, les électrons traversent l'anneau avec un faible probabilité de réflexion dans les jonctions. Seule une faible partie de l'onde électronique incidente est réfléchi au niveau de chaque jonction.

C'est à partir de ces considérations que l'on va discuter des deux modélisations possibles.

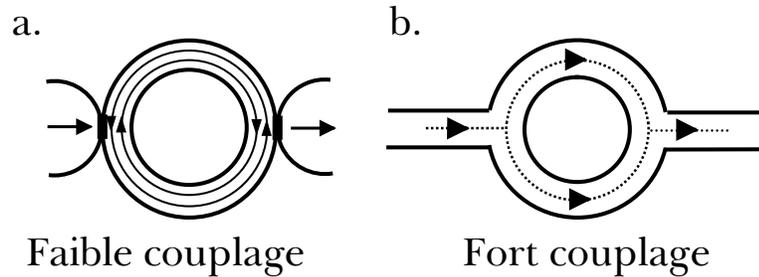


FIG. 3.7: Représentation schématique du transport dans un anneau pour (a) un faible couplage, pour lequel les électrons sont transmis par effet tunnel à travers les barrières, et (b) pour un fort couplage, pour lequel le système se comporte comme un guide d'onde.

3.2.2 Anneau faiblement couplé: barrières tunnel

Considérons le modèle schématisé sur la figure 3.8, où l'anneau est couplé aux fils de mesures par deux jonctions identiques $S_{jonction}$. La matrice de diffusion pour les jonctions s'écrit³

$$S_{jonction} = \begin{pmatrix} -(a+b) & \sqrt{\epsilon} & \sqrt{\epsilon} \\ \sqrt{\epsilon} & a & b \\ \sqrt{\epsilon} & b & a \end{pmatrix} \quad (3.19)$$

où a représente l'amplitude de réflexion de (2) vers (2) ou (3) vers (3), et b l'amplitude de transmission de (2) vers (3) et inversement. Le paramètre ϵ , dont la valeur est comprise entre 0 et 1/2, est le coefficient de couplage, ou encore le coefficient de transmission de (1) vers l'un des bras de l'anneau, à savoir (2) ou (3). Lorsque $\epsilon = 1/2$ le couplage est maximum, c'est-à-dire qu'une onde issue de (1) est transmise intégralement sans réflexion et de la même manière vers (2) et (3) dans l'anneau. Au contraire lorsque $\epsilon = 0$, le couplage est minimum, ce qui

3. Voir annexe A.

peut encore s'énoncer en considérant qu'une onde provenant de (1) est dans ce cas réfléchiée en totalité: rien n'est transmis dans l'anneau. Les coefficients a, b et ϵ ne sont pas indépendants les uns des autres. En effet, la matrice $S_{jonction}$ est unitaire ce qui impose d'avoir

$$\begin{aligned} a &= a(\epsilon) = \frac{1}{2}(\sqrt{1-2\epsilon} - 1) \\ b &= b(\epsilon) = \frac{1}{2}(\sqrt{1-2\epsilon} + 1) \end{aligned} \quad (3.20)$$

En combinant les deux matrices $S_{jonction}$, on peut montrer que l'on obtient le coefficient de transmission total T à travers l'anneau [Datta95]:

$$T(E) = \frac{4\epsilon^2}{1 - 2c^2 \cos 2\theta + c^4} \quad (3.21)$$

avec $c = -(a + b)$ et $\theta = \theta(E) = kL/2 = \frac{\sqrt{2\mu E}}{\hbar} \frac{L}{2}$. Le paramètre θ représente simplement la phase acquise le long d'un des bras de l'interféromètre – de demi-circonférence $L/2$ –, due à la propagation du vecteur d'onde k . Ce résultat nous donne donc l'expression du coefficient de transmission dans le cas où le champ magnétique est absent. Si maintenant on applique un champ perpendiculaire, il faut en plus tenir compte de la phase acquise due à la propagation du potentiel vecteur \vec{A} le long d'un bras

$$\phi_{\pm} = \pm \frac{e}{\hbar} \int_A^B \vec{A} \cdot d\vec{l} = \pm \frac{eBS}{2\hbar} = \pm \frac{\pi\Phi}{\Phi_0} = \pm\phi \quad (3.22)$$

Le signe \pm tient compte du sens de propagation dans l'anneau: sens horaire (+), ou anti horaire (–). On voit clairement que $\phi_+ - \phi_- = 2\pi\Phi/\Phi_0$. On peut alors montrer [Büttiker84, Büttiker85b] que le coefficient de transmission est donné par

$$T(E, B) = \frac{4\epsilon^2 \sin^2 \theta \cos^2 \phi}{[a^2 + b^2 \cos 2\phi - (1 - \epsilon) \cos 2\theta]^2 + \epsilon^2 \sin^2 2\theta} \quad (3.23)$$

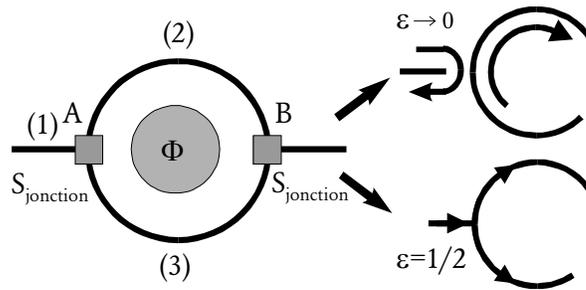


FIG. 3.8: Schéma représentatif du modèle de l'anneau – deux bras notés (2) et (3) – couplé aux fils de mesure – dont l'un est noté (1) – par deux jonctions identiques $S_{jonction}$. Le cas $\epsilon \rightarrow 0$ correspond à un couplage faible: il y a réflexion complète de l'onde incidente et transmission parfaite d'un bras à l'autre de l'anneau. Le cas $\epsilon = 1/2$ correspond à un couplage fort: il y transmission équiprobable de l'onde incidente dans les deux bras de l'anneau.

Périodicité du champ.— Si l'on se place dans le cas particulier où $\Phi/\Phi_0 = n$ ($n \in \mathbb{Z}$), on a alors $\cos^2\phi = 1$ et le coefficient de transmission se simplifie

$$T(E, B) = \frac{\epsilon^2}{(1 - 2\epsilon)\sin^2\theta + \epsilon^2} \quad (3.24)$$

Si l'on se place à des énergies telles que $\sin\theta = 0$, c'est-à-dire encore sur un noeud du spectre de l'anneau isolé, on obtient $T = 1$, soit une transmission totale.

Fort champ magnétique.— Le résultat précédent est modifié lorsque l'on étudie l'effet Aharonov-Bohm dans le régime de l'effet Hall quantique entier (figure 3.8b). En effet, dans ce cas, les oscillations AB sont dues uniquement aux électrons circulant le long d'un état de bord de forme circulaire, contenu dans l'anneau. Ils ne peuvent le parcourir que dans un seul sens (indiqué par les flèches sur le schéma), contrairement au cas de plus faible champ magnétique où l'électron a la possibilité de circuler dans les deux sens (horaire et antihoraire). Le coefficient de transmission est alors la somme des probabilités de propagation de A vers B avec un un sens de rotation unique. Le coefficient de transmission T à travers l'anneau peut s'exprimer en fonction des différents coefficients tunnel entre les états de bords encerclant l'anneau et ceux se propageant rectilignement [Geller97, Kirczenow94].

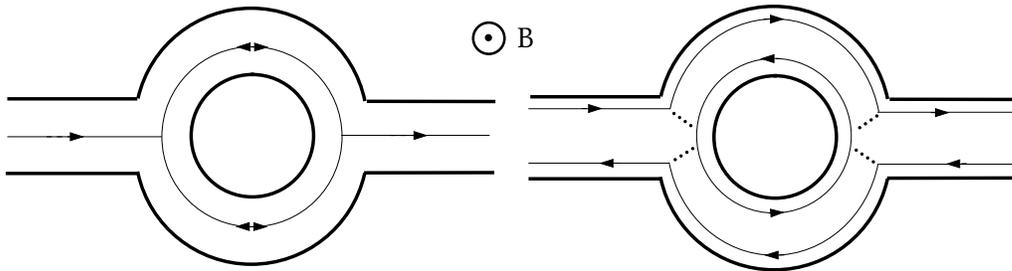


FIG. 3.9: Schéma représentant le transport dans un anneau dans le cas d'un faible champ (gauche), et dans le cas d'un fort champ (droite), illustrant la différence dans le sens de rotation des électrons autour du point central.

Faible coefficient de couplage.— Si maintenant, on prend un coefficient de couplage ϵ proche de 0, on réalise alors la condition de faible couplage. Un électron entrant dans l'anneau va passer un temps suffisamment long avant d'être réfléchi ou transmis pour se positionner obligatoirement sur un état propre de l'anneau isolé (voir section 3.1). Dans ce cas, la probabilité de trouver un électron dans l'anneau est grande, et le coefficient de transmission est directement lié au spectre d'énergie d'un anneau isolé.

Dans le cas où $\epsilon \rightarrow 0$, le coefficient de transmission se réduit alors à une formule du type Breit-Wigner [Büttiker85a]

$$T(E, B) = T_{res} \frac{\Gamma_n^2(B)}{[E - E_n(B) - \Delta E_n(B)]^2 + \Gamma_n^2(B)} \quad (3.25)$$

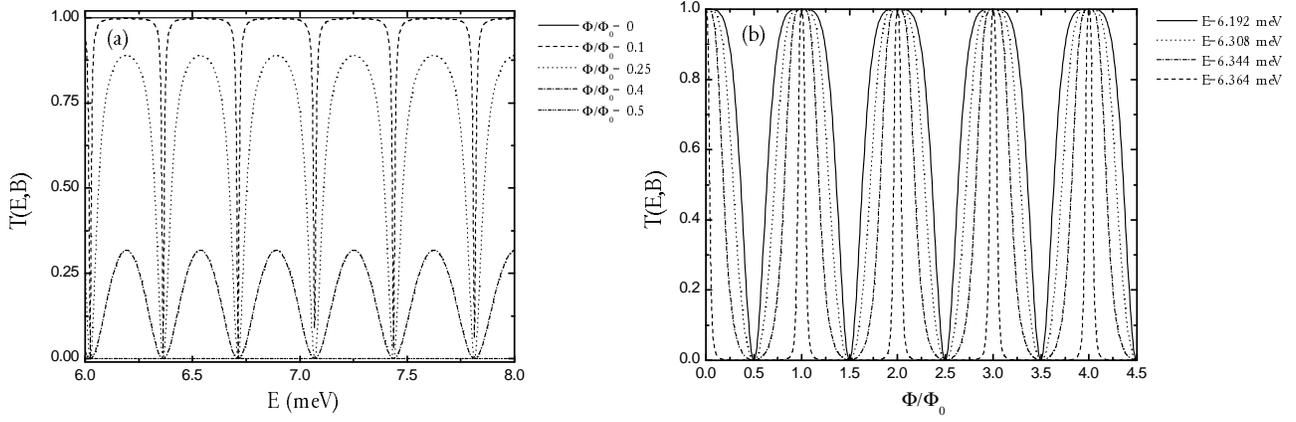


FIG. 3.10: Probabilité de transmission calculée d'après l'équation 3.23 avec $\epsilon = 1/2$: (a) pour différentes valeurs du flux (exprimée en unité sans dimension de 0 à $\Phi/2\Phi_0$), (b) pour différentes valeurs de l'énergie prises sur une demi-période du graphe a.

où T_{res} est la probabilité de transmission à la résonance, Γ_n la largeur à la résonance. E_n et ΔE_n représentent respectivement les énergies propres d'un anneau isolé et un petit écart par rapport à cette énergie propre. Physiquement Γ_n/\hbar est la probabilité par unité de temps qu'un électron sur un état propre de l'anneau isolé quitte cet état. On peut montrer que Γ_n est proportionnel à ϵ et que ΔE_n est un ordre de grandeur plus petit $\Delta E_n \propto \epsilon^2$. Cette expression du coefficient de transmission présente des pics de résonance pour des valeurs de l'énergie telles que $E \approx E_n(B)$, pour lesquelles on trouve $T = 1$.

Remarque: pour $\epsilon = 0$ les pôles du dénominateur de l'équation 3.23 sont donnés par l'expression $\cos^2 \theta = \cos^2 \phi$ alors que le numérateur est nul. On reconnaît l'équation du spectre d'un anneau isolé⁴. Le coefficient de transmission est donc réduit à la fonction de Dirac $T(E, B) = \delta(E - E_n(B))$.

3.2.3 Anneau fortement couplé: guide d'onde

Fort couplage.— Pour des valeurs de ϵ proches de $1/2$, on se retrouve dans le cas d'un fort couplage: le taux de réflexion au niveau de chaque jonction est presque nul. L'anneau se comporte alors comme un guide d'onde électronique. On ne peut plus relier le coefficient de transmission avec le spectre d'énergie d'un anneau isolé de manière simple. Si l'on se réfère à l'équation précédente 3.23, les pôles du dénominateur sont très éloignés des énergies propres de l'anneau isolé.

Couplage parfait $\epsilon = 1/2$.— Pour $\Phi/\Phi_0 = n$ et $\epsilon = 1/2$, on trouve un coefficient de transmission maximum $T = 1$ (voir équation 3.24). De même pour $\Phi/\Phi_0 = (2n + 1) \times 1/2$, on trouve un coefficient de transmission minimum $T = 0$. On retrouve donc bien les oscillations

4. En effet, on a $\cos^2 \theta = \cos^2 \frac{kL}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos kL$ et $\cos^2 \phi = \cos^2 \pi \Phi/\Phi_0 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\pi \Phi/\Phi_0$

périodiques de période h/e (AB), d'amplitude maximum (figure 3.10). On peut noter que pour des valeurs particulières de l'énergie correspondant aux noeuds du spectre d'un anneau isolé⁵, le coefficient de transmission est réduit à la fonction de Dirac $T(B) = \delta(\Phi - \Phi_0)$.

3.3 Asymétrie dans un anneau

Si l'on tient compte d'une éventuelle asymétrie entre les différents bras de l'anneau, la formule 3.23 est modifiée de la manière suivante [Büttiker85b]

$$T(E, B) = \frac{4\epsilon^2 \sin^2\theta \cos^2\phi + \sin^2\phi \sin^2\delta - \sin^2\theta \sin^2\delta}{[a^2 \cos 2\delta + b^2 \cos 2\phi - (1 - \epsilon) \cos 2\theta]^2 + \epsilon^2 \sin^2 2\theta} \quad (3.26)$$

où $\delta = \Delta(k_F L')$ est la différence de marche entre les deux chemins – bras supérieur et bras inférieur – traversant l'anneau, avec L' la longueur d'un bras de l'anneau. La conductance de ce système s'obtient simplement en appliquant la formule de Büttiker

$$G(E, B) = \frac{2e^2}{h} T(E, B) \quad (3.27)$$

Nous allons nous intéresser à deux causes de l'apparition de δ , résultant de la possibilité de faire varier indépendamment les deux termes du déphasage k_F ou L' .

3.3.1 Asymétrie géométrique

La première est géométrique, due à la différence de longueur entre les deux bras. Dans ce cas, la différence de phase se réduit à $\delta = k_F(L_{sup} - L_{inf}) \neq 0$, L_{sup} et L_{inf} sont les longueurs respectivement du bras supérieur et du bras inférieur. En appliquant une tension de grille à l'ensemble de l'interféromètre on peut alors faire varier k_F dans toute la structure, et par ce biais δ continuellement [Ford90, Fowler91]. Cette variation se traduit par un changement de phase des oscillations de période h/e , comme représenté sur le graphe de la figure 3.11. On peut également noter l'apparition d'oscillations intermédiaires de période $h/2e$.

De plus, le coefficient de transmission d'un anneau couplé à deux fils de mesure, et dans le cas où l'on ne considère qu'un seul mode de propagation, est toujours symétrique avec le champ – $T(E, B) = T(E, -B)$ – à cause de la conservation du courant et de la symétrie de renversement du temps, même si l'anneau est asymétrique. Ici notamment, cela implique que la conductance à $B = 0$ T est soit un maximum soit un minimum, autrement dit, que la phase des oscillations est égale soit à 0 soit à π .

Expérimentalement, ce changement de phase de même que la réduction de la période de moitié a été observé par S. Pedersen *et al.* [Pedersen00a] [Pedersen00b] dans un anneau asymétrique fabriqué à partir d'une hétérojonction AlGaAs/GaAs, dans le cas d'un fort couplage ($\epsilon = 1/2$).

5. soit $\theta = n\pi$ ($n \in \mathbb{Z}$)

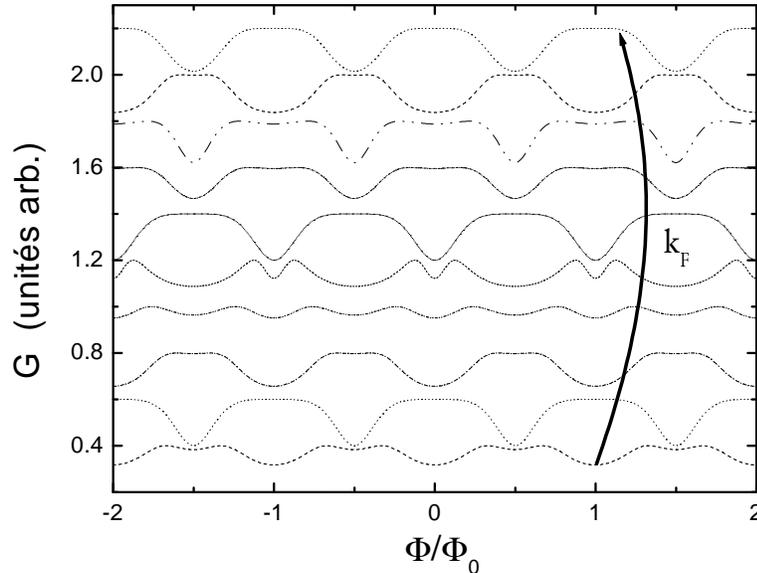


FIG. 3.11: Conductance calculée d'après l'équation 3.26, pour différentes valeurs du vecteur d'onde de Fermi k_F et en prenant $\delta = 4k_FL$. Les valeurs choisies sont telles que k_FL varie de 110.5 à 115.5 par pas de 0.5 .

3.3.2 Rôle d'une grille

La seconde possibilité pour avoir $\delta \neq 0$ est le résultat d'une différence de vecteur d'onde de Fermi k_F dans chacun des bras. Ceci peut être réalisé en déposant une grille sur une seule moitié de l'anneau. L'application d'une tension sur cette grille provoque l'asymétrie recherchée en faisant varier le niveau de Fermi des électrons, et donc le vecteur d'onde k_F dans un seul bras. Ainsi le déphasage δ s'exprime maintenant par $\delta = \Delta k_F \times L' = (k_{F_{grille}} - k_F)L'$. En faisant varier la tension de la grille il est possible de faire varier de la même manière que précédemment le déphasage et d'obtenir alors les mêmes effets sur la conductance [Yacoby96]. Expérimentalement, ce déphasage a été observé par Cernicchiaro *et al.* [Cernicchiaro97] dans un anneau de rayon moyen $r = 2 \mu\text{m}$ lithographié sur une structure AlGaAs/GaAs. La variation de la tension de grille déposée sur un seul bras de l'anneau provoque un changement de phase des oscillations AB observées en régime balistique pour un nombre de modes environ égal à 30. Plus récemment, Pedersen *et al.* [Pedersen00c] ont mesuré la conductance d'un anneau de rayon $r = 0.65 \mu\text{m}$. Une grille de $0.5 \mu\text{m}$ de long couvre une petite partie d'un bras de l'anneau. Les mesures de la magnétoconductance pour différentes valeurs de tension de grille révèlent aussi un changement de phase des oscillations AB de 0 à π .

Remarque: Cet effet est aussi appelé effet Aharonov-Bohm électrostatique [Washburn87, Vegvar89, Washburn91], où le potentiel électrostatique V dans un bras de l'anneau joue le même rôle que le potentiel vecteur \vec{A} en ajoutant un terme de déphasage

$$\varphi = \frac{e}{\hbar} \int_A^B V dt \quad (3.28)$$

où l'intégrale se fait sur un bras de l'anneau (de A vers B). Si les deux bras sont portés à deux potentiels différents V_1 et V_2 , le déphasage entre les deux chemins s'exprime alors

$$\Delta\varphi = \frac{e}{\hbar} (V_2 - V_1) t_0 \quad (3.29)$$

où t_0 est le temps mis par un électron pour traverser un bras de l'anneau. Ce résultat est identique à l'expression établie précédemment en posant [Datta86]

$$eV_i = \frac{\hbar^2 k_{Fi}^2}{2\mu} \quad (3.30a)$$

$$\frac{\hbar k_F}{\mu} t_0 = L' \quad (3.30b)$$

où V_i et k_{Fi} sont respectivement le potentiel et le vecteur d'onde de Fermi dans l'un des bras. Si l'on suppose que la différence entre les deux vecteurs d'onde de Fermi entre les deux bras $\Delta k_F = k_{F2} - k_{F1}$ est petite devant $k_F = k_{F1}$, on a alors

$$(k_{F2}^2 - k_{F1}^2) = k_F^2 \left(\left(1 + \frac{\Delta k_F}{k_F} \right)^2 - 1 \right) \approx 2k_F \Delta k_F \quad (3.31)$$

En portant ceci dans l'expression 3.29, on retrouve bien $\Delta\varphi = \Delta k_F L' = \delta$.

3.3.3 Autres systèmes

La sensibilité de la phase *macroscopique* des oscillations de la conductance à une différence entre les deux bras de l'anneau, ou plus exactement au déphasage *microscopique* des électrons, permet d'utiliser les anneaux comme un outil puissant dans l'étude du transport électronique, en les associant par exemple à des *impuretés artificielles*.

Ainsi, en plaçant un point quantique dans l'un des deux bras d'un anneau AB, Yacoby *et al.* [Yacoby95] ont montré que le transport à travers un point quantique est cohérent. En effet, la présence des oscillations AB lorsque le point quantique conduit, prouve que durant le transfert d'un électron dans la boîte quantique, la cohérence de phase est préservée.

De plus, Buks *et al.* [Buks98] ont pu vérifier élégamment le principe de dualité onde-corpuscule en utilisant un détecteur "quel chemin" (*which-path detector*, en anglais). Un point quantique (ou boîte) est là aussi inséré dans un des bras, et une constriction quantique à proximité sert à détecter le passage d'un électron dans la boîte, ce dernier modifiant la conductance de la constriction mesurée. L'effet AB est directement lié à la nature ondulatoire des électrons, et n'est possible d'après le principe de dualité, que si l'on ne peut pas distinguer quel chemin l'électron a emprunté. La disparition des oscillations lorsque l'on détecte un électron dans la boîte résulte donc bien du principe de dualité, qui interdit l'observation onde-corpuscule en même temps.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons établi les bases théoriques du transport électronique dans des systèmes mésoscopiques en forme d'anneau. Le spectre d'énergie de structures ayant cette

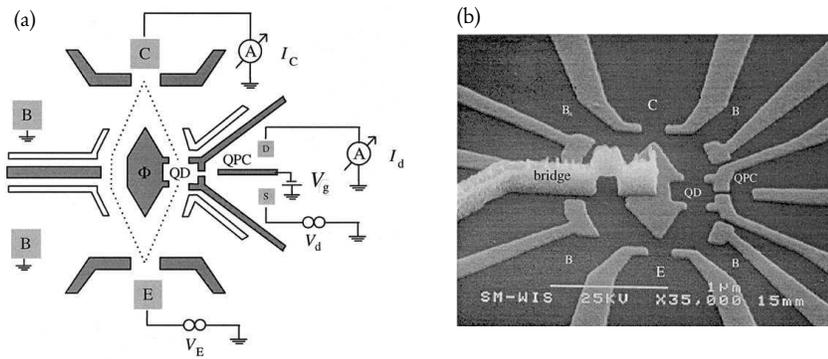


FIG. 3.12: *Dispositif expérimental de l'expérience de Buks et al. [Buks98] : représentation schématique (a) et image MEB (b) des électrodes formant l'interféromètre. Celui-ci est composé d'un émetteur (E), d'un collecteur (C); le point quantique (QD) est inséré dans le bras gauche de l'anneau, et une constriction quantique (QPC) permet de détecter la charge de ce point quantique.*

géométrie particulière, que l'on considère ou non la largeur des bras de l'anneau – donc à une ou deux dimensions –, présente la particularité d'être périodique avec le flux Φ traversant l'aire intérieure de l'anneau, de période le quantum de flux $\Phi_0 = h/e$. Cette propriété fondamentale est à l'origine de l'effet Aharonov-Bohm, qui se manifeste notamment par des oscillations périodiques du coefficient de transmission à travers l'anneau, et donc de la conductance, lorsque ce dernier est couplé à deux fils de mesure. La forme analytique du coefficient de transmission $T(E, B)$, que l'on a déterminé ici par le formalisme des matrices de diffusion S , dépend justement du coefficient de couplage ϵ entre l'anneau et les fils. Ainsi pour un faible couplage, le spectre d'énergie de l'anneau isolé se répercute dans l'expression de T , ce qui donne à la limite de $\epsilon \rightarrow 0$ des résonances de transmission de la forme Breit-Wigner. A l'opposé, pour un fort couplage ($\epsilon \rightarrow 1/2$), l'anneau se comporte comme un guide d'onde électronique, et la conductance n'est plus reliée de manière simple au spectre d'énergie comme précédemment. Enfin, nous avons vu qu'il était possible de moduler la phase macroscopique des oscillations AB en introduisant une différence de marche entre les deux bras de l'anneau, en disymétrisant ce dernier, soit lors de la réalisation lithographique, ou bien encore en insérant des *impuretés artificielles* (grille recouvrant une partie, points quantiques ...).

Références Bibliographiques

- [Aharonov59] Y. Aharonov, D. Bohm, *Phys. Rev.* **115**, 485 (1959)
- [Bachtold99] A. Bachtold, C. Strunk, J.P. Salvetat, J.M. Bonard, L. Forro, T. Nussbaumer, C. Schönenberger, *Nature* **397**, 673 (1999)
- [Beenakker91a] C.W.J. Beenakker, *Phys. Rev. B* **44**, 1646 (1991)
- [Beenakker91b] C.W.J. Beenakker, H. van Houten, A.A.M. Staring, *Phys. Rev. B* **44**, 1657 (1991)
- [Buks98] E. Buks, R. Schuster, M. Heiblum, D. Mahalu, V. Umansky, *Nature* **391**, 871 (1998)
- [Büttiker83] M. Büttiker, Y. Imry, R. Landauer, *Physics Letters* **93A**, 365 (1983)
- [Büttiker84] M. Büttiker, Y. Imry, M.Y. Azbel, *Phys. Rev. A* **30**, 1982 (1984)
- [Büttiker85a] M. Büttiker, Y. Imry, R. Landauer, S. Pinhas, *Phys. Rev. B* **31**, 6207 (1985)
- [Büttiker85b] M. Büttiker, dans *SQUID'85 - Superconducting Quantum Interference Devices and their Applications*, édité par H.D. Hahlbohm et H. Lübbig (Walter de Gruyter, Berlin, New York 1985), 529 (1985)
- [Cahay89] M. Cahay, S. Bandyopadhyay, H.L. Grubin, *Phys. Rev. B* **39**, 12989 (1989)
- [Cernicchiaro97] G. Cernicchiaro, T. Martin, K. Hasselbach, D. Mailly, A. Benoit, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 273 (1997)
- [Chakraborty94] T. Chakraborty, P. Pietiläinen, *Phys. Rev. B* **50**, 8460 (1994)
- [Chambers60] R.G. Chambers, *Phys. Rev. Lett.* **5**, 3 (1960)
- [Cheung88] H.F. Cheung, Y. Gefen, E.K. Riedel, W.H. Shih, *Phys. Rev. B* **37**, 6050 (1988)
- [Datta85] S. Datta, M.R. Melloch, S. Banyopadhyay, R. Noren, M. Vaziri, M. Miller, R. Reifenberger, *Phys. Rev. Lett.* **55**, 2344 (1985)
- [Datta86] S. Datta, M.R. Melloch, S. Banyopadhyay, M.S. Lunstrom, *Appl. Phys. Lett.* **48**, 487 (1986)
- [Datta87] S. Datta, S. Banyopadhyay, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 717 (1987)
- [Datta95] S. Datta, *Electronic transport in mesoscopic systems*, Cambridge studies in semiconductor physics and electronic engineering (Cambridge University Press, 1995)
- [Emperador00] A. Emperador, M. Pi, M. Barranco, A. Lorke, *Phys. Rev. B* **62**, 4573 (2000)
- [Ford90] C.J.B. Ford, A.B. Fowler, J.M. Hong, C.M. Knoedler, S.E. Laux, J. Wainer, S. Washburn, *Surf. Science* **229**, 307 (1990) **62**, 4573 (2000)

- [Fowler91] A.B. Fowler, dans *Granular Nanoelectronics* édité par D.K. Ferry, (Plenum Press, New York 1991), 63 (1991)
- [Gefen84a] Y. Gefen, Y. Imry, M.Y. Azbel, *Surface Science* **142**, 203 (1984)
- [Gefen84b] Y. Gefen, Y. Imry, M.Y. Azbel, *Phys. Rev. Lett.* **52**, 129 (1984)
- [Geller97] M.R. Geller, D. Loss, *Phys. Rev. B* **56**, 9692 (1997)
- [Groshev92] A. Groshev, I.Z. Kostadinov, I. Dobrianov, *Phys. Rev. B* **45**, 6279 (1992)
- [Imry97] Y. Imry, *Introduction to mesoscopic physics* (Oxford University Press 1997)
- [Kirczenow94] G. Kirczenow, *Phys. Rev. B* **50**, 1649 (1994)
- [Landau77] L.D. Landau, E.M. Lifshitz, dans *Quantum mechanics*, Course of theoretical Physics vol.3, chap. XVII (Pergamon Press, 1977)
- [Lévy90] L.P. Lévy, G. Dolan, J. Dunsmuir, H. Bouchiat, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 2074 (1990)
- [Lorke00] A. Lorke, R.J. Luyken, A.O. Govorov, J.P. Kotthaus, J.M. Garcia, P.M. Petroff, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 2223 (2000)
- [Mello95] P.A. Mello, dans *Mesoscopic quantum physics - Les Houches 1994*, 435 (1995)
- [Pedersen00a] S. Pedersen, A.E. Hansen, A. Kristensen, C.B. Sørensen, P.E. Lindelof, *Phys. Rev. B* **61**, 5457 (2000)
- [Pedersen00b] S. Pedersen, A.E. Hansen, A. Kristensen, C.B. Sørensen, P.E. Lindelof, *Physica E* **7**, 776 (1999), Proceedings of the *9th international conference on Modulated Semiconductor Structure*, Fukuoka 1999.
- [Pedersen00c] S. Pedersen, A.E. Hansen, A. Kristensen, C.B. Sørensen, P.E. Lindelof, *J. Low. Temp. Phys.* **118**, 457 (2000), Proceedings of the *Electron Transport in Mesoscopic Systems* conference, Göteborg 1999.
- [Reulet95] B. Reulet, *Annales de physique* **20**, 233 (1995)
- [Rollbühler00] J. Rollbühler, A.A. Odintsov, *Physica B* **280**, 386 (2000)
- [Shapiro83] B. Shapiro, *Phys. Rev. Lett.* **50**, 747 (1983)
- [Sharvin81] D.Y. Sharvin, Y.V. Sharvin, *JETP Lett.* **34**, 272 (1981)
- [Shin96] M. Shin, K.W. Park, S. Lee, E.H. Lee, *Phys. Rev. B* **53**, 1014 (1996)
- [Shin98] M. Shin, K.W. Park, S. Lee, E.H. Lee, *Superlatt. Micro.* **23**, 139 (1998)
- [Stern90] A. Stern, Y. Aharonov, Y. Imry, *Phys. Rev. A* **41**, 3436 (1990)
- [Strunk00] C. Strunk, A. Bachtold, T. Nussbaumer, C. Schönenberger, *Physica B* **280**, 384 (2000)

- [Tan96a] W.C. Tan, J.C. Inkson, *Semicond. Sci. Technol.* **11**, 1635 (1996)
- [Tan96b] W.C. Tan, J.C. Inkson, *Phys. Rev. B* **53**, 6947 (1996)
- [Tonomura82] A. Tonomura, T. Matsuda, R. Suzuki, A. Fukuhara, N. Osakabe, H. Umezaki, J. Endo, K. Shinagawa, Y. Sugita, H. Fujiwara, *Phys. Rev. Lett.* **21**, 1443 (1982)
- [Vegvar89] P.G.N. de Vegvar, G. Timp, P.M. Mankiewich, R. Behringer, J. Cunningham, *Phys. Rev. B* **40**, 3491 (1989)
- [Washburn87] S. Washburn, H. Schmid, D. Kern, R.A. Webb, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 1791 (1987)
- [Washburn91] S. Washburn, dans *Mesoscopic phenomena in solids*, chap. 1 (1991)
- [Washburn92] S. Washburn, R.A. Webb, *Rep. Prog. Phys.* **55**, 1311 (1992)
- [Webb85] R.A. Webb, S. Washburn, C.P. Umbach, R.B. Laibowitz, *Phys. Rev. Lett* **54**, 2696 (1985)
- [Yacoby95] A. Yacoby, M. Heiblum, D. Mahalu, H. Shtrikman, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 4047 (1995)
- [Yacoby96] A. Yacoby, R. Schuster, M. Heiblum, *Phys. Rev. B* **53**, 9583 (1996)

Introduction à l'étude expérimentale d'un anneau balistique

Chapitre 4

Le but de ce chapitre est de présenter la structure des échantillons étudiés en détail dans le chapitre 5, à savoir les interféromètres à anneau. Nous passons en revue également les caractéristiques de ceux-ci sous champ magnétique, avec la mise en évidence de certains effets propres aux systèmes balistiques.

4.1 Technologie de fabrication et description des échantillons

- 4.1.1 Hétérostructure AlGaAs/GaAs
- 4.1.2 Formation de la nanostructure
- 4.1.3 Géométrie des échantillons

4.2 Expériences préliminaires en champ magnétique

- 4.2.1 Détermination des différents paramètres
- 4.2.2 Symétrie en champ magnétique
- 4.2.3 Comportement classique
- 4.2.4 Localisation faible en régime balistique

Conclusion

Chapitre 4

Introduction à l'étude expérimentale d'un anneau balistique

Dans ce chapitre et le suivant, nous présentons une étude expérimentale réalisée sur des interféromètres à anneau dans le régime balistique, et fabriqués à partir d'un gaz bidimensionnel d'électrons (2DEG) formé à l'interface d'une hétérostructure AlGaAs/GaAs (voir chapitre 2). L'intérêt et les propriétés électroniques particulières de tels dispositifs ont été décrits dans le chapitre 3. Ainsi les oscillations Aharonov-Bohm (AB), qui sont la manifestation des interférences électroniques observable dans les courbes de magnétorésistance de certains dispositifs métalliques ou à base de semiconducteurs, ont fait l'objet d'intenses études théoriques et expérimentales, notamment depuis les premiers travaux de Büttiker [Büttiker83] et les premières expériences de Sharvin *et al.*, Webb *et al.* ou bien encore Chandrasekhar *et al.* sur des anneaux métalliques [Sharvin81, Webb85, Chandrasekhar85]. L'étude de l'effet AB permet d'en apprendre plus sur les propriétés interférentielles des électrons – propriétés dues à la phase de la fonction d'onde électronique –, et les longueurs ou grandeurs caractéristiques dont elles dépendent (longueur de cohérence de phase...). Dans cette optique, nous avons tenté d'approfondir la connaissance de ces propriétés, en nous plaçant dans le régime balistique, pour lequel le libre parcours moyen l_e des électrons est comparable aux dimensions de la structure. Pour cela des anneaux ont été réalisés dans un gaz bidimensionnel d'électrons offrant un compromis entre forte mobilité et forte concentration électronique – qui sont en règle générale deux grandeurs antagonistes –, afin d'obtenir un libre parcours moyen suffisamment grand ($l_e = v_F\tau$). De plus, le diamètre des anneaux a été choisi pour se placer effectivement dans le régime voulu à des températures accessibles par le biais d'un réfrigérateur à dilution (30 mK – 1.2K).

La première partie s'attache à montrer la technologie utilisée pour la fabrication des échantillons effectuée à l'institut de physique des semiconducteurs de Novosibirsk, ainsi que la géométrie choisie pour nos interféromètres (dimensions lithographiques, nombre de contacts...). Une deuxième partie expose les premiers résultats en champ magnétique, à partir desquels notamment on peut déterminer les caractéristiques électroniques des échantillons (évaluation des dimensions effectives, du libre parcours moyen électronique ...). De plus, en étudiant la symétrie par rapport au champ des courbes de magnétorésistance mesurées, nous avons pu obtenir des informations supplémentaires sur des grandeurs caractéristiques de nos systèmes. Nous avons également pu observer des figures particulières – *anomalies* – dans les mesures de

transport effectuées, qui traduisent un comportement propre aux systèmes balistiques. Nous verrons que ces anomalies sont en fait la manifestation de phénomènes classiques que nous allons présenter et identifier.

4.1 Technologie de fabrication et description des échantillons

4.1.1 Hétérostructure AlGaAs/GaAs

Le principe général des hétérostructures a été décrit au chapitre 2. Les interféromètres que nous avons étudiés ont été réalisés à l'interface d'une hétérojonction $Al_{0.3}Ga_{0.7}As/GaAs$ à dopage delta (voir figure 4.1). A partir d'un substrat de $GaAs$ (001), plusieurs couches ont été élaborées par epitaxie par jets moléculaires (EJM):

- ▷ une couche de $GaAs$ et un réseau de 20 périodes de $(AlAs)_5(GaAs)_{10}$ qui servent de tampon (*buffer* en anglais), dont le rôle est de minimiser le nombre de dislocations *etc...* et d'augmenter ainsi la perfection de l'interface.
- ▷ l'hétérojonction proprement dite $GaAs/Al_{0.3}Ga_{0.7}As$. Ces deux matériaux ont une largeur de bande interdite différente (1.424 eV pour $GaAs$ et 1.7981 eV pour $Al_{0.3}Ga_{0.7}As$ ¹) et un paramètre de maille proche ($a_{GaAs} = 5.6533 \text{ \AA}$ pour $GaAs$ et $a = 5.6556 \text{ \AA}$ pour $Al_{0.3}Ga_{0.7}As$ ²), ce qui diminue le désordre à l'interface.
- ▷ et une couche finale (*cap layer* en anglais) de $GaAs$, afin d'éviter l'oxydation de l'aluminium dans les couches inférieures.

Deux couches de dopage au silicium (δSi sur la figure 4.1, localisant les atomes donneurs de Si) sont localisées dans la partie $Al_{0.3}Ga_{0.7}As$ de l'hétérojonction [Schubert94]. La première de concentration $n_2 = 2.8 \times 10^{12} cm^{-2}$ permet de compenser les charges de surface; la deuxième de concentration $n_1 = 5 \times 10^{11} cm^{-2}$ ($n_1 < n_2$) fournit les électrons qui vont peupler le gaz bidimensionnel d'électrons à l'interface de l'hétérojonction. Les caractéristiques électroniques du gaz bidimensionnel sont données dans le tableau 4.1. Les électrons sont confinés dans le puits quasi-triangulaire créé par le décalage des bandes de conduction d'environ 0.3 eV qui existe entre les deux matériaux semiconducteurs (voir le diagramme de bandes représenté dans la figure 4.2). Afin de réduire les diffusions sur les atomes donneurs ionisés et d'augmenter ainsi la mobilité des porteurs, ceux-ci sont séparés spatialement du puits triangulaire par une couche de $Al_{0.3}Ga_{0.7}As$ non dopée (notée (1) sur la figure 4.1).

Remarque: Le calcul exact des bandes de conduction et de valence de l'hétérostructure $Al_xGa_{1-x}As$, ainsi que la position du niveau de Fermi, les niveaux d'énergies propres du

1. Pour une fraction $x < 0.45$ de Al , la structure de bande du matériau ternaire $Al_xGa_{1-x}As$ est caractérisée par un gap direct au point Γ . La largeur de la bande interdite est alors linéaire en fonction de x et donnée par la relation (pour $T=300K$) [Adachi85]

$$E_g^\Gamma = 1.424 + 1.247 \times x \text{ (eV)}.$$

2. De la même manière, le paramètre de maille est donné en fonction de x par [Adachi85]

$$a = 5.6533 + 0.0078 \times x \text{ (\AA)}$$

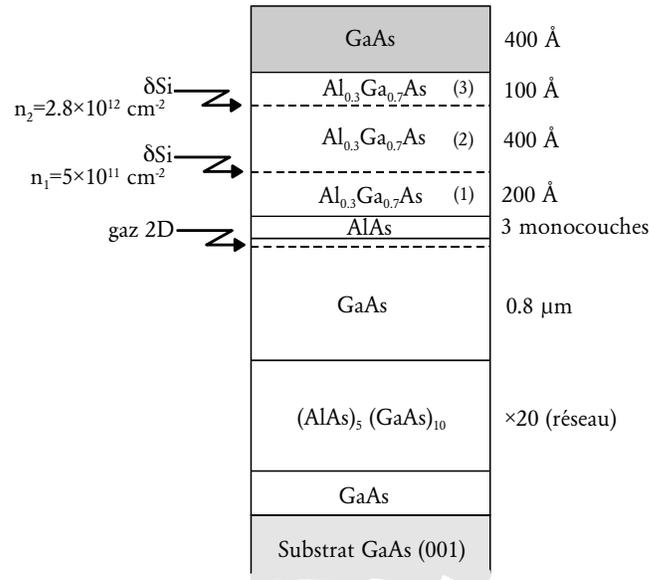


FIG. 4.1: Schéma d'une hétérojonction à dopage δ . L'épaisseur des différentes couches est précisée à titre indicatif (les échelles ne sont pas respectées sur ce graphe pour plus de clarté). Il faut noter que le gaz électronique bidimensionnel se situe à l'interface de l'hétérojonction proprement dite $Al_xGa_{1-x}As/GaAs$. Le rôle de chacune des couches est décrit dans le texte.

puits de potentiel quasi-triangulaire *etc...*, se fait en résolvant de manière auto-consistante³ l'équation de Poisson et l'équation de Schrödinger [Bastard88, Tan90].

4.1.2 Formation de la nanostructure

A partir du gaz d'électrons créé, il est alors possible de fabriquer des nanostructures bidimensionnelles, c'est-à-dire, de confiner les électrons selon une géométrie voulue dans un plan parallèle à l'axe de croissance [Imry97]. Dans notre cas, il s'agit de réaliser un interféromètre quantique à anneau. Nous allons décrire brièvement dans ce paragraphe les principales étapes de l'obtention de la structure souhaitée (voir figure 4.3).

Dans un premier temps il faut créer la structure dans une couche de résine photosensible, qui servira de masque pour la transférer au niveau du gaz bidimensionnel. Pour cela, une couche de résine (typiquement du poly(méthyl méthacrylate) ou PMMA) est déposée sur l'hétérojonction précédente (étape (1)). Lorsque cette résine est exposée à un faisceau d'électrons (produit par un microscope électronique à balayage (MEB) modifié, étape (2)), les chaînes MMA sont coupées en morceaux plus petits. Les parties exposées sont ainsi rendues plus solubles dans un solvant (par exemple du méthylisobutylkéton ou MIKB et isopropanol), qui laisse intact la résine non exposée (étape (3), appelée développement). De cette manière, seule la structure dessinée par le faisceau électronique est dissoute lors du développement.

Pour transférer le motif de la résine au gaz 2D, on va graver directement l'hétérostructure en

³. Un programme pour PC *IDPoisson* écrit par G. Snider de l'Université de Notre Dame (IN 46556, USA) est disponible à l'adresse <http://www.nd.edu/~gsnider>

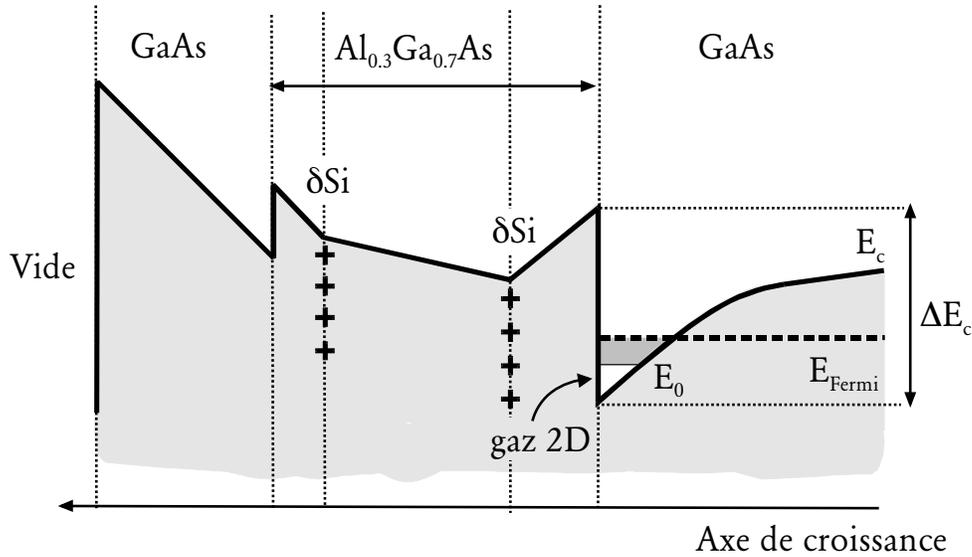


FIG. 4.2: Schéma de la bande de conduction d'une hétérojonction à dopage δ . A l'interface de l'hétérojonction le décalage ΔE_c des bandes de conduction des deux matériaux $Al_{0.3}Ga_{0.7}As$ et $GaAs$ conduit à la formation d'un puits de potentiel de forme pseudo-triangulaire (gaz bidimensionnel d'électrons). Seul le premier niveau d'énergie E_0 dans le puits est occupé. Les atomes donneurs Si sont représentés par les $+$.

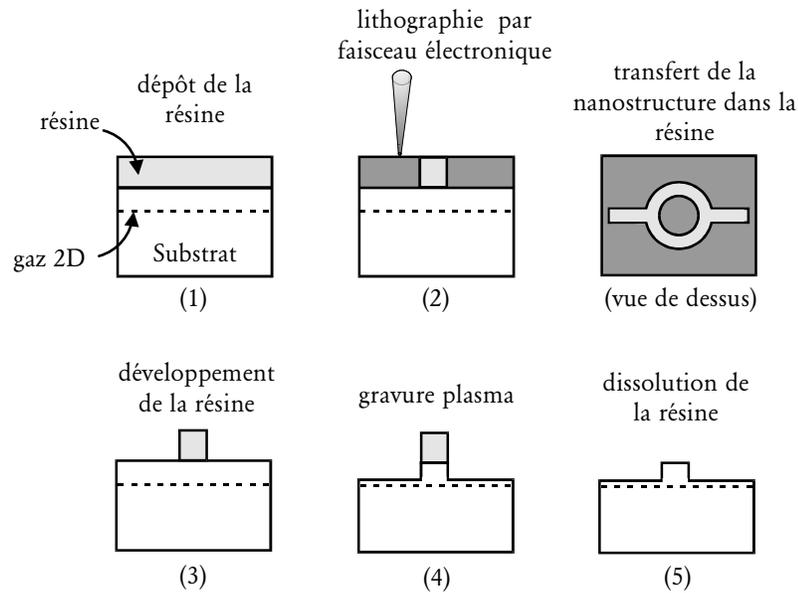


FIG. 4.3: Schéma des étapes de fabrication des échantillons: dépôt de la résine photosensible (1), puis transfert par lithographie électronique (2) et gravure plasma (3,4) de la nanostructure dans le gaz bidimensionnel (5).

Echantillons	Type a	Type b
Densité électronique n_{2D} (cm^{-2})	$(1.5 - 2) \times 10^{11}$	$(5 - 6) \times 10^{11}$
Mobilité μ (cm^2/Vs)	$\approx 10^6$	$\approx 5 \times 10^5$
Libre parcours moyen $l = v_F \tau$ (μm)	≈ 6	≈ 7
Rayon moyen r_0 (μm)	0.35	0.35
Demi-circonférence $L = \pi r_0$ (μm)	1.1	1.1
Largeur lithographique des fils W_{litho} (μm)	0.5	0.3

 TAB. 4.1: *Tableau récapitulatif des caractéristiques des échantillons étudiés.*

utilisant la résine comme masque. Il n'est pas nécessaire d'atteindre le gaz bidimensionnel: on arrête la gravure dans la couche de $Al_{0.3}Ga_{0.7}As$ avant les deux couches δSi . Par déplétion électrostatique, la structure est ainsi transférée aux gaz d'électrons, les dimensions étant cependant altérées – à savoir ici réduites – par ce même phénomène de déplétion.

4.1.3 Géométrie des échantillons

Deux types d'anneaux. — Deux types d'interféromètres quantiques ont été fabriqués. La figure 4.4 présente les dimensions lithographiques pour chacun des deux types. Les deux types d'interféromètres ont le même rayon moyen $r_0 = 0.35 \mu m$, mais des largeurs légèrement différentes ($0.5 \mu m$ pour l'un et $0.3 \mu m$ pour l'autre). De plus, ils diffèrent dans le dessin géométrique gravé dans le gaz 2D. Le premier type consiste en un anneau relié à six fils correspondant chacun à un contact. Deux contacts – 1 et 2 par exemple – permettent d'injecter le courant et deux autres contacts servent à faire les mesures de tension – 3 et 4 par exemple –. Le deuxième type ne comprend qu'un anneau relié à deux fils. Les deux fils sont reliés au gaz 2D massif, où une mesure à quatre contacts est possible via la structure en croix de Hall (voir plus loin).

Remarque: les dimensions indiquées sont les dimensions lithographiques. Par conséquent la largeur réelle (effective) des fils, du fait de la déplétion électrostatique, a une valeur beaucoup plus faible. Ainsi le rapport d'aspect de l'anneau est différent de celui que l'on peut observer sur la photographie de la figure 4.5, correspondant au motif gravé.

Les contacts. — Dans les expériences que nous avons effectuées, nous nous sommes intéressés aux propriétés de transport des électrons dans les structures définies précédemment. Des mesures de résistivité de nos systèmes ont donc été réalisées en utilisant la technique de mesure à quatre contacts. A cet effet les anneaux interférométriques ont été transférés sur une croix de Hall à dix contacts (voir figure 4.6). Enfin une grille en Au/Ti couvre la totalité de la surface active de la structure. L'application d'une tension sur cette grille permet de modifier la concentration électronique sous la grille. Le tableau 4.1 résume les caractéristiques électroniques de nos deux types d'échantillons.

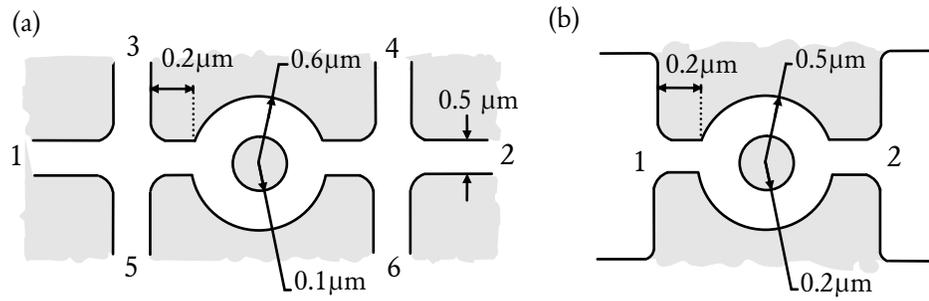


FIG. 4.4: Schéma présentant la géométrie et les dimensions lithographiques des deux types d'échantillons étudiés: (a) anneau à quatre contacts – c'est-à-dire deux contacts 1 et 2 d'injection du courant et deux contacts pour mesurer la tension 3 et 4 ou 5 et 6 – et (b) anneau à deux contacts – 1 et 2 servent à la fois pour injecter le courant dans l'anneau et mesurer la tension à ses bornes –.

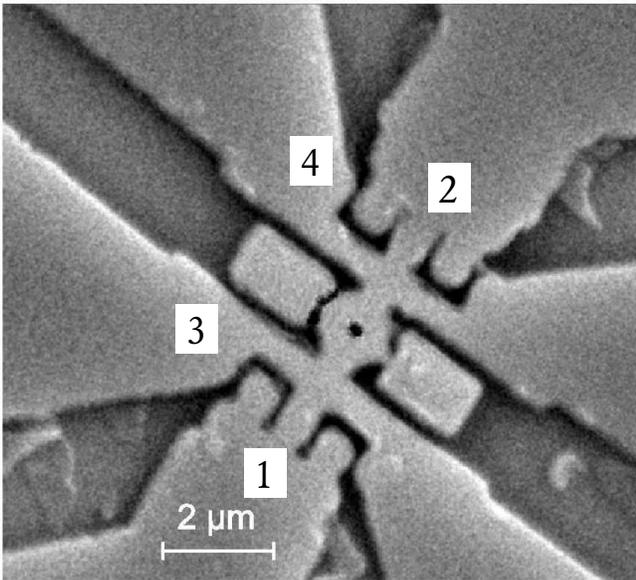


FIG. 4.5: Photographie prise au microscope électronique à balayage (MEB) d'une des structures interférométriques étudiées – à savoir ici un anneau à quatre contacts –, avant dépôt de la grille. Les zones qui apparaissent en gris clair correspondent au gaz 2D d'électrons. Les zones en gris foncé sont dues à la gravure. Les chiffres indiquent des contacts de tension ou de courant.

4.2 Expériences préliminaires en champ magnétique

Le dispositif expérimental qui nous a permis de réaliser toutes les mesures consiste en un réfrigérateur à dilution Oxford Instrument, permettant d'accéder à une gamme de température de $T = 35 \text{ mK}$ à $T = 1.2 \text{ K}$, et en une bobine supraconductrice produisant un champ magnétique continu de $B = 0 \text{ T}$ à $B = 15 \text{ T}$. De plus, un système He^4 (Variable Temperature Insert) a été utilisé pour les mesures à des températures $T > 1.6 \text{ K}$. Enfin, la mesure de la résistance des échantillons a été effectuée par le biais d'une détection synchrone avec un courant sinusoïdal de modulation de fréquence $\nu = 13 \text{ Hz}$ et d'intensité moyenne $I_{AC} = 1 \text{ nA}$. L'échantillon peut être illuminé *in situ* en utilisant une diode $GaAs$ électroluminescente dans l'infrarouge, modifiant ainsi la concentration de porteurs.

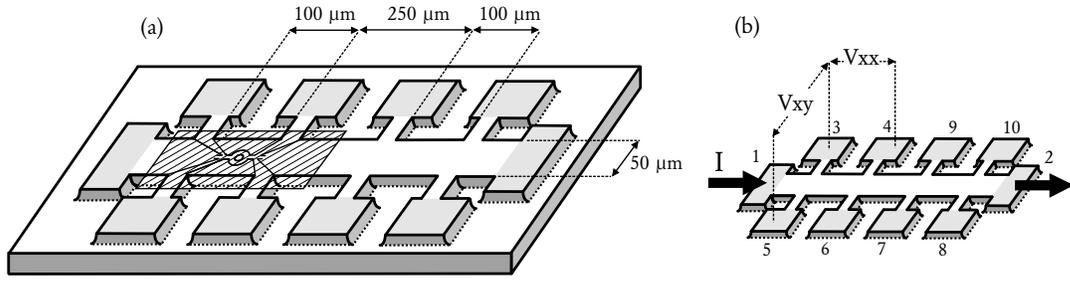


FIG. 4.6: (a) Schéma de la croix de Hall à dix contacts utilisée pour nos échantillons. L'interféromètre est gravé ici au centre de la structure. La grille en Au/Ti, représentée par le plan hachuré, recouvre la totalité de l'anneau. (b) Configuration de la mesure de la résistance de Hall (via V_{xy}) et de la résistance longitudinale (via V_{xx}).

4.2.1 Détermination des différents paramètres

Nous présentons dans cette partie les premiers résultats obtenus sous faible champ magnétique, qui permettent de déterminer les paramètres géométriques effectifs des échantillons (par opposition aux paramètres lithographiques). La figure 4.7 présente un exemple typique de courbes de magnétorésistance obtenues pour les deux types d'échantillons à $T=40\text{mK}$. Comme cela était prévu, les courbes sont dominées par des oscillations de type Aharonov-Bohm, périodiques avec le flux de période $\Delta\Phi = h/e$. L'amplitude des oscillations atteint en moyenne 10% du signal total. La période en champ magnétique $\Delta B \approx 109 \text{ T}^{\perp 1}$ des oscillations – déterminée notamment via la transformée de Fourier opérée sur les courbes de magnétorésistance sur une largeur de $B = 0$ à $B = 135 \text{ mT}$ – nous permet d'accéder au rayon moyen des anneaux interférométriques via la formule

$$r_0 = \sqrt{\frac{h}{\Delta B e \pi}} \approx 0.38 \mu\text{m} \quad (4.1)$$

ce qui est en bon accord avec les paramètres lithographiques (figures 4.4 et 4.5). De plus la largeur des pics $(1/\Delta B)_{max} - (1/\Delta B)_{min}$ de la transformée de Fourier de la figure 4.7 nous donne une indication sur la largeur effective des anneaux. En effet, la largeur des fils composant l'anneau donne naissance à plusieurs rayons possibles pour les orbites des électrons qui contribuent aussi à l'effet Aharonov-Bohm. A la fréquence $(1/\Delta B)_{max}$ correspond alors le rayon interne r_{min} de l'anneau; de même, à la fréquence $(1/\Delta B)_{min}$ correspond le rayon externe r_{max} de l'anneau. La largeur effective de l'anneau s'obtient en faisant l'approximation [Timp92]

$$\Delta \left(\frac{1}{\Delta B} \right) = \left(\frac{1}{\Delta B} \right)_{max} - \left(\frac{1}{\Delta B} \right)_{min} \approx \frac{e}{h} 2\pi r_0 W \quad (4.2)$$

Pour l'anneau à quatre contacts et l'anneau à deux contacts on trouve respectivement $W \approx 130 \text{ nm}$ et $W \approx 120 \text{ nm}$. Ces valeurs tendent à faire penser que l'on se situe dans un régime où peu de modes de propagation sont présents ($N = \text{Int}[Wk_F/\pi]$, Int étant la fonction partie entière).

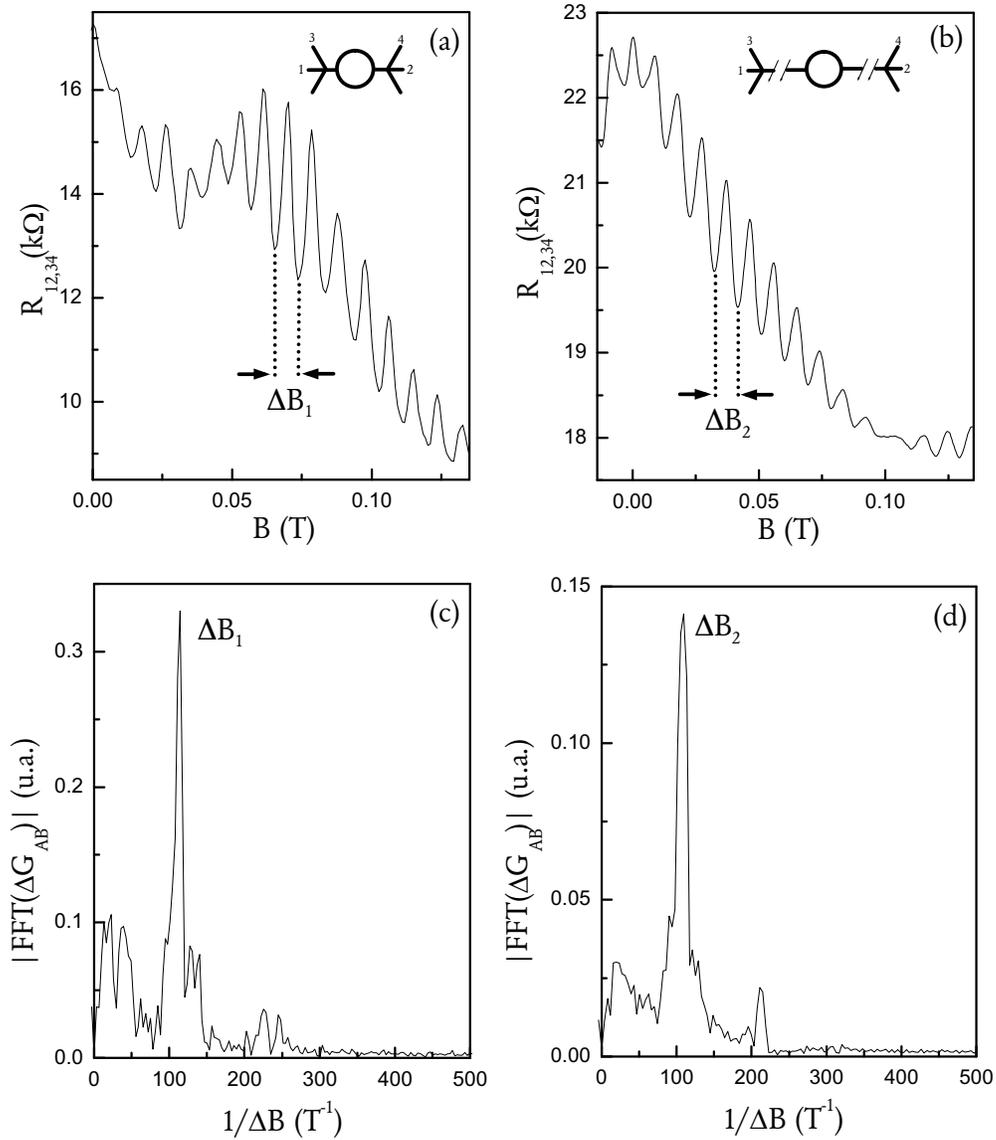


FIG. 4.7: Courbes typiques de la magnétorésistance mesurées à $T=40\text{mK}$ pour les interféromètres (a) de type a, (b) de type b. Les oscillations sont périodiques avec le flux Φ de période $\Delta\Phi = \Phi_0 = h/e$. Les courbes (c) et (d) correspondent respectivement au calcul de la transformée de Fourier pour les courbes (a) et (b). La période en champ magnétique ΔB_1 et ΔB_2 de chaque courbe est indiquée. Les deux schémas en encart précisent la configuration des mesures; ici on mesure la résistance longitudinale $R_{12,34}$.

Dépopulation magnétique — Les oscillations Shubnikov-de-Haas sont visibles dans toutes les structures étudiées. Si l'on trace la position des minima de résistance en fonction de l'inverse du champ magnétique $1/B$, on n'obtient plus une relation linéaire entre les deux grandeurs comme c'est le cas pour les systèmes purement bidimensionnels. Au lieu de cela, pour des niveaux de Landau n_L supérieurs à une certaine valeur on s'écarte de la droite (figure 4.8). Ceci est dû à l'apparition de sous-bandes unidimensionnelles lorsque la longueur d'onde de

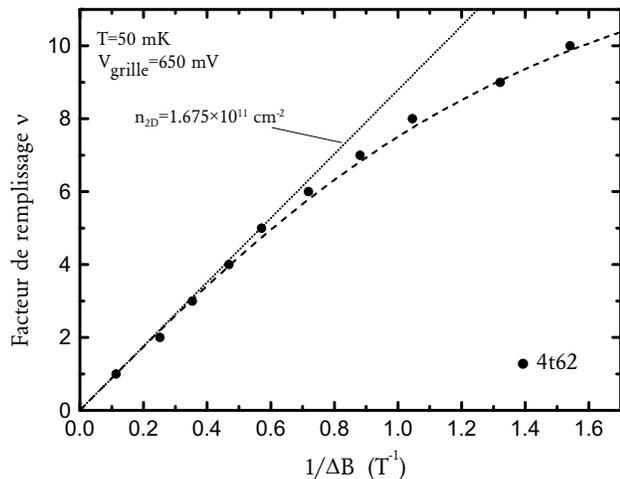


FIG. 4.8: *Position des minima de résistance en fonction de l'inverse du champ magnétique pour un anneau de type a (4 contacts). La droite en pointillés représente la linéarité des oscillations SdH pour un gaz bidimensionnel (voir texte). La courbe en tirets est seulement un guide pour les yeux.*

Fermi λ_F devient de l'ordre de grandeur de la largeur des canaux [Berggren86, Kaplan86, Berggren88] – les électrons sont confinés dans une direction par un potentiel électrostatique V_E –. L'application d'un champ magnétique perpendiculairement à la structure augmente la séparation entre les sous-bandes. En augmentant le champ magnétique, les sous-bandes se dépeuplent progressivement et des oscillations qui s'apparentent aux oscillations Shubnikov-de-Haas apparaissent dans la magnétorésistance. Cependant n_L n'est alors plus fonction linéaire de $1/B$. A fort champ magnétique, le terme magnétique est dominant et on peut alors négliger le terme dû au confinement électrostatique. On se retrouve alors dans le cas bidimensionnel et on observe de nouveau un comportement linéaire de n_L en fonction de $1/B$ (soit $n_L = \pi \hbar n_{2D} / eB$). Dans le cas d'un confinement électrostatique parabolique $V_E(x) = m\omega_0^2 x^2 / 2$, où ω_0 caractérise la force du confinement⁴, il a été montré [Berggren88] que le nombre de sous-bandes occupées est donné par

$$n_L \approx \left(\frac{3\pi}{4} n_{1D} \omega_0 \sqrt{\frac{\hbar}{2\mu}} \right)^{\frac{2}{3}} \frac{1}{\sqrt{\omega_c^2 + \omega_0^2}} \quad (4.3)$$

avec $\omega_c = eB/\mu$ la pulsation cyclotron et n_{1D} la densité électronique unidimensionnelle dans la structure. A fort champ magnétique – donc pour des petites valeurs de n_L –, $\omega_c \gg \omega_0$. Le nombre de sous-bandes occupées n_L est alors inversement proportionnel à B

$$n_L \approx \left(\frac{3\pi}{4} n_{1D} \omega_0 \sqrt{\frac{\hbar}{2\mu}} \right)^{\frac{2}{3}} \frac{1}{\omega_c} \quad (4.4)$$

On retrouve bien le cas 2D en posant $n_{2D} = n_{1D}/W$, ce qui suppose une distribution uniforme des électrons sur toute la largeur W . La largeur effective W s'écrit alors

$$W = 2\pi n_{1D}^{\frac{1}{3}} \left(\frac{2\hbar}{3\pi\mu\omega_0} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (4.5)$$

4. En effet, plus la valeur de ω_0 est grande, plus le confinement est important. De plus l'espacement entre les sous-bandes est donné par la valeur $\Delta E_n = \hbar\omega_0$. Les sous-bandes seront donc d'autant plus résolues que le confinement est important.

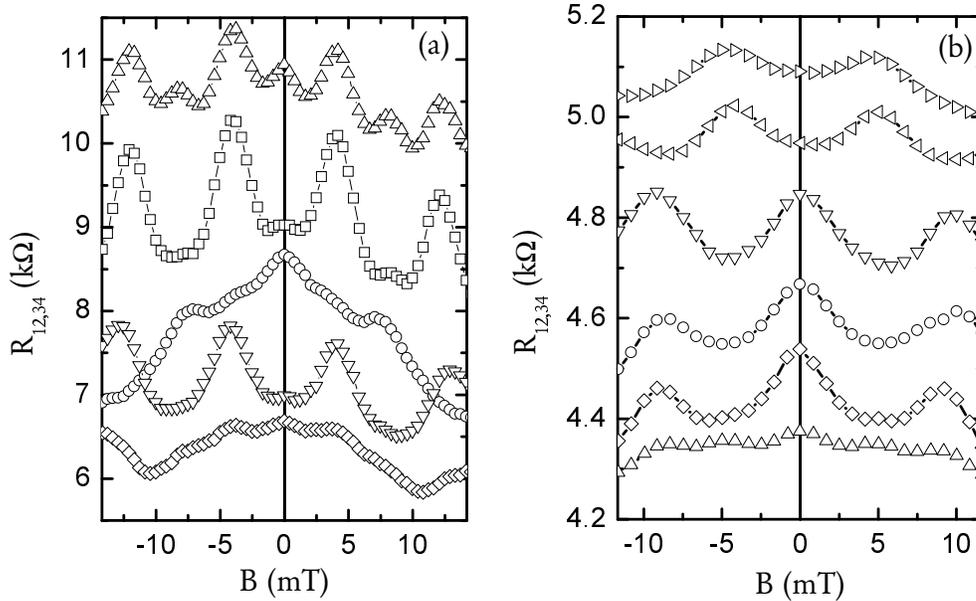


FIG. 4.9: Courbes de magnétorésistance pour différentes valeurs de tensions de grille (a) pour l'anneau à quatre fils, et (b) pour l'anneau à deux fils. Les courbes ont été décalées suivant l'axe des ordonnées pour plus de clarté. Le champ $B = 0T$ est matérialisé par une ligne continue.

Pratiquement les équations 4.3 à 4.5 permettent de déterminer les valeurs de W et n_{1D} . Ainsi, à partir du tracé de n_L en fonction de $1/B$, on ajuste le produit $n_{1D}\omega_0$ afin que l'équation 4.4 décrive la partie linéaire de la courbe. Ensuite, à partir de l'équation 4.3 puis de 4.5 on détermine séparément n_{1D} , ω_0 et W . La figure 4.8 donne le tracé du facteur de remplissage ν en fonction de $1/B$ pour un échantillon de type (a) à la température $T = 50mK$ et une tension de grille $V_{grille} = 650 mV$. A partir de la technique décrite ci-dessus, l'évaluation de la largeur effective nous donne $W = 0.14 \mu m$ dans ce cas ce qui semble être une estimation acceptable. De plus pour des tensions de grille inférieures à cette valeur $V_{grille} = 650 mV$, on peut raisonnablement penser que la largeur effective se réduit encore [Ford88].

4.2.2 Symétrie en champ magnétique

Toutes les oscillations AB des courbes de magnétorésistance (figure 4.9), mesurées à partir de quatre contacts, présentent une symétrie par rapport au champ magnétique $B = 0T$

$$\Delta R_{12,34}^{(AB)}(B) = \Delta R_{12,34}^{(AB)}(-B) \quad (4.6)$$

C'est ce point que nous allons discuter maintenant. Onsager a montré que l'on peut dériver des relations réciproques du principe de réversibilité microscopique [Onsager31]. Casimir a ensuite appliqué ces relations à un exemple bien précis d'un conducteur couplé à quatre réservoirs par quatre fils [Casimir45]. Les coefficients d'Onsager-Casimir permettent notamment de relier le courant I à la différence de potentiels $\Delta\mu$ entre deux réservoirs, pour n'importe quelle configuration. Enfin Büttiker [Büttiker86a] a montré l'importance de la configuration de la

mesure; ainsi l'expression des résistances mesurées dans la configuration à quatre contacts est une combinaison non triviale de ces coefficients d'Onsager-Casimir. Si l'on considère le cas de la figure 4.6b, qui correspond à notre dispositif expérimental, la résistance $R_{12,34}$ n'est pas en général symétrique avec le champ⁵ [Benoit86, Washburn91]. Elle obéit à un relation de réciprocité $R_{12,34}(-B) = R_{34,12}(B)$. Si l'on s'intéresse plus particulièrement à l'effet Aharonov-Bohm, on peut exprimer la composante due aux oscillations AB de la résistance $R_{12,34}$ par

$$\Delta R \cos(2\pi\Phi/\Phi_0 - \phi) \quad (4.7)$$

La relation de réciprocité précédente impose alors à la composante AB de $R_{34,12}$ de s'écrire

$$\Delta R \cos(2\pi\Phi/\Phi_0 + \phi) \quad (4.8)$$

La valeur de la phase ϕ est directement liée à la longueur de cohérence de phase L_ϕ . DiVincenzo et Kane [DiVincenzo88] ont montré que ϕ peut prendre n'importe quelle valeur entre $-\pi$ et π avec une probabilité différente suivant la valeur du rapport $\pi r_0/L_\phi$, dans le cas d'un anneau métallique dans le régime diffusif. Lorsque ce rapport tend vers 0, il y a équiprobabilité d'avoir n'importe quelle valeur entre $-\pi$ et π . Lorsque le rapport augmente, la phase prend graduellement les valeurs préférentielles 0 ou $\pm\pi$.

Cependant, dans le cas où la longueur de cohérence de phase est inférieure à la distance entre les contacts de tension, les porteurs ne peuvent plus traverser la totalité de l'échantillon de manière cohérente et on retrouve alors le cas de la résistance à deux contacts, symétrique par rapport au champ B . La phase des oscillations AB ne peut alors plus prendre que deux valeurs 0 ou π [Büttiker86a, DiVincenzo88].

Par conséquent, pour ce qui est de l'échantillon de type (b), où les deux contacts de tension sont relativement éloignés de l'anneau (environ $50\ \mu\text{m}$, voir figure 4.6), on peut raisonnablement penser que la longueur de cohérence de phase est largement inférieure à la distance entre les contacts, et s'attendre à observer une résistance symétrique comme c'est effectivement le cas. L'équation 4.6 tend aussi à montrer que dans l'échantillons de type (a), la longueur de cohérence de phase L_ϕ est aussi inférieure à la distance entre les deux contacts de tension ($d \approx 1.6\ \mu\text{m}$).

Cependant pour pouvoir observer des oscillations AB, cette longueur de cohérence de phase doit rester de l'ordre de grandeur de la demi-circonférence $L = \pi r_0$ de l'anneau. De plus, Huijbers *et al.* [Huijbers99], qui ont étudié la dépendance en température du temps de cohérence de phase τ_φ dans des points quantiques balistiques fabriqués à partir d'un gaz 2D de densité électronique et de mobilité comparables à nos systèmes – respectivement $2 \times 10^{11}\ \text{cm}^{-2}$ et $1.4 \times 10^5\ \text{cm}^2/\text{Vs}$ –, ont trouvé des valeurs allant de $3\ \text{ns}$ à $T = 50\ \text{mK}$, à $0.1\ \text{ns}$ à $T = 1\ \text{K}$. De plus, ils ont montré que la valeur de $\tau_\varphi(T)$ est indépendante de la taille de la cavité et de sa forme. De même, Kurdak *et al.* [Kurdak92] ont mesuré dans des anneaux AB de rayon moyen $r_0 > 0.8\ \mu\text{m}$, aussi fabriqués à partir d'une hétérojonction $\text{GaAs}/\text{AlGaAs}$ de mobilité $4.2 \times 10^5\ \text{cm}^2/\text{Vs}$ et de concentration $5.6 \times 10^{11}\ \text{cm}^{-2}$, des longueurs de cohérence de phase $l_\varphi \approx 1.5 - 4\ \mu\text{m}$ entre $0.4\ \text{K}$ et $2\ \text{K}$. Ils ont aussi montré que c'est le même l_φ qui intervient dans les oscillations AB et la localisation faible – observable dans le régime diffusif, et à partir duquel on peut déterminer l_φ indépendamment –. Tous ces résultats tendent à nous faire raisonnablement penser que, dans notre cas, l_φ est supérieur au périmètre de l'anneau

5. voir Annexe B

– $2\pi r_0 \approx 2.2 \mu m$ – à basse température, et que l'on reste au moins proche de la condition $l_\varphi = 2\pi r_0$ pour des températures de l'ordre de grandeur de $T = 1 K$.

Enfin, une dernière remarque concerne les quatre contacts de tension de part et d'autre de l'anneau. Il a été montré que les contacts de tension conduisent à une réduction de la longueur de cohérence de phase [Büttiker86b, Brouwer95, Beenakker97]. En effet, les électrons qui entrent dans le fil de tension sont réinjectés dans le système en ayant perdu toute relation de phase. On peut donc émettre l'hypothèse que la longueur de cohérence de phase est réduite, indépendamment de la température, à la longueur séparant les deux fils de tensions par ce mécanisme de décohérence.

4.2.3 Comportement classique

Un certain nombre de comportements d'origine classique a été observé dans les courbes de magnétorésistance: magnétorésistance négative, dernier plateau classique de Hall. Dans un premier temps, nous verrons par quel modèle théorique basé sur un comportement classique des particules (régime balistique, pour lequel les dimensions de l'échantillon sont comparables au libre parcours moyen électronique), on peut interpréter et comprendre ces résultats. Ensuite, nous analyserons nos données, en essayant d'extraire des informations sur les caractéristiques géométriques de nos échantillons.

Les billards électroniques. — La majorité des anomalies de magnétorésistance observées dans le régime balistique peut être interprétée en considérant les électrons comme des particules classiques de charge $+q$, ayant un mouvement décrit par des équations classiques [Beenakker89, Beenakker90] – trajectoires courbes en présence de champ magnétique perpendiculaire –. Pour décrire le transport dans ce régime balistique, on néglige les collisions sur les impuretés; les électrons subissent des réflexions, spéculaires ou non, uniquement sur les bords de l'échantillon, d'où l'utilisation du terme *billard semi-classique*. Le calcul des conductances se fait alors dans la limite semi-classique en utilisant le formalisme de Landauer et Büttiker, qui exprime la résistance du dispositif en terme de coefficients de transmission entre les réservoirs d'électrons attachés aux fils. Ainsi, pour un nombre de canaux identique dans les fils, à partir de la formule suivante

$$I_i = \frac{2e}{h} N \left[(1 - R_{ii})\mu_i - \sum_{j \neq i} T_{ij}\mu_j \right] \quad (4.9)$$

où $N = k_F W / \pi$ est le nombre de canaux qui conduisent dans des fils de largeur W et k_F le vecteur d'onde de Fermi, et après avoir déterminé les coefficients de transmission T_{ij} entre les différents contacts, on peut calculer les différentes résistances $R_{ij,kl} = (V_k - V_l) / I_i$. Il a été ainsi montré que les résultats obtenus par ce modèle rendent compte des anomalies de magnétorésistance pour des températures supérieures à 1 K, pour lesquelles les fluctuations dues aux effets d'interférences sont supprimées [Baranger91]. Dans le régime balistique, les résistances mesurées dépendent fortement de la géométrie de l'échantillon. Ainsi dans une croix de Hall, la résistance est déterminée en grande partie par les collisions effectuées au niveau des jonctions [Timp88]. La forme des jonctions a aussi une influence importante, notamment sur la valeur de la résistance de Hall sous faible champ magnétique [Ford89, Baranger89]. La majorité de ces phénomènes classiques peut être décrit à partir de mécanismes semi-

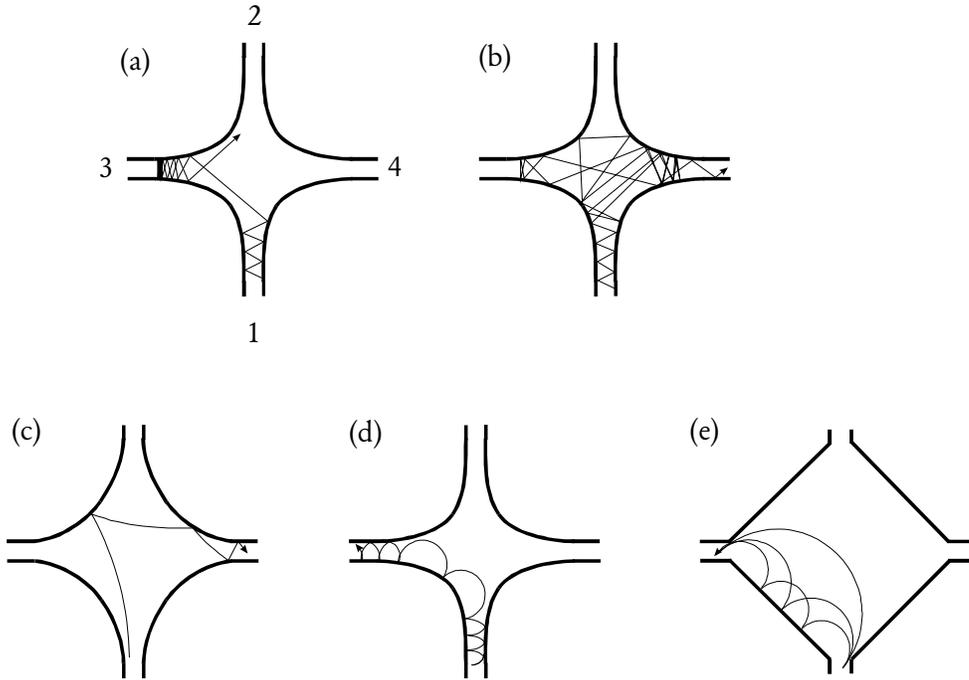


FIG. 4.10: *Trajectoires classiques dans une jonction illustrant les mécanismes suivants: (a) la collimation, (b) le brouillage (scrambling en anglais), (c) le phénomène de rebond à 45°, (d) le guidage magnétique et (e) la focalisation des électrons conduisant à une résonance géométrique (d'après [Beenakker91]).*

classiques simples, représentés dans la figure 4.10.

▷ *collimation* (figure 4.10a): à très faible champ magnétique, les trajectoires des électrons sont quasiment rectilignes. Du fait de la forme même de la jonction, les trajectoires des électrons incidents qui ont une grande distribution angulaire (de $-\pi/2$ à $+\pi/2$ par rapport à l'axe des canaux) sont transformées à l'entrée de la jonction en trajectoires avec une plus petite distribution angulaire – on parle aussi de *cône* d'injection dans la jonction ou dans les canaux issus de la jonction –.

▷ *brouillage des trajectoires* (figure 4.10b): lorsque ce cône est inférieur à 90° , les électrons issus d'un canal (1 par exemple) ne peuvent pas s'échapper directement de la jonction par les canaux disposés à angle droit par rapport au canal incident (3 et 4 pour le canal 1). Ils effectuent alors de nombreuses réflexions dans la jonction avant d'avoir finalement une probabilité égale de s'échapper par l'un des canaux latéraux ($T_{31} = T_{41}$ et $T_{32} = T_{42}$), ce qui conduit notamment à la suppression de la résistance de Hall⁶.

▷ *rebond* (figure 4.10c): dans le cas où une large portion de la jonction est orientée à 45°

6. On rappelle que la résistance de Hall s'exprime dans le cas d'une jonction à quatre contacts comme celle de la figure 4.10 par $R_{Hall} = R_{12,34} \propto (T_{31}T_{42} - T_{32}T_{41})$.

par rapport à l'axe des canaux, la probabilité qu'un électron incident soit réfléchi dans le canal situé directement en face de la portion à 45° est augmentée (les coefficients T_{41} et T_{32} pour la direction du champ correspondant à la figure 4.10 par exemple sont ainsi augmentés).

▷ *guidage magnétique* (figure 4.10d): si le champ magnétique B est tel que le rayon des trajectoires circulaires des électrons ($r_{cycl} = \hbar k_F / eB$) est comparable au plus petit des rayons de courbure de la jonction r_{min} , alors les électrons ont tendance à être guidés le long des parois de la jonction. Lorsque $B \gtrsim B_g$, où $B_g = \hbar k_F / e r_{min}$, les électrons issus d'un canal ne peuvent plus être rétro-réfléchis par la jonction dans leur canal d'origine (soit $T_{ii} = 0$), et ils sont guidés vers un canal latéral préférentiel. Ce phénomène est l'une des explications possibles de l'apparition du dernier plateau de Hall⁷ (observé pour la première fois par Roukes et al. [Roukes87]), appelé ainsi par sa similarité avec les plateaux de Hall quantiques. Cependant il est d'origine purement classique. La position de ce dernier plateau de Hall est donnée par [Baranger89, Beenakker89]

$$R_{Hall} = R_0 = \frac{h}{2e^2} \frac{\pi}{k_F W} \quad (4.10)$$

Ceci reste vrai tant que le diamètre cyclotron $2r_{cycl}$ est inférieur à la largeur W des canaux, soit pour $B_g \lesssim B \lesssim 2B_0$, avec $B_0 = mv_F / eW$. Cet intervalle définit ainsi le domaine d'apparition du plateau de Hall classique.

▷ *focalisation des électrons* (figure 4.10e): pour des valeurs particulières du champ telles que $2r_{cycl}$ soit une fraction entière de la distance entre deux canaux perpendiculaires, on a alors un résonance géométrique, qui augmente le guidage et donc la probabilité de transmission entre ces deux contacts. D'autres résonances géométriques, qui sont des cas particuliers de guidage, sont également possibles [Beenakker90, Blaikie95].

Anomalies de la magnéto-résistance de Hall. — La figure 4.11 présente la résistance de Hall mesurée dans un échantillon de type (a) pour différentes températures et concentrations électroniques. A $T > 1$ K (figures 4.11a,b), la température est telle que les fluctuations dues aux interférences quantiques sont absentes. On peut ainsi remarquer dans le cas où $T=50$ mK (figure 4.11c), des oscillations dans la résistance de Hall et dans la résistance longitudinale dont la forte dépendance en température indique plutôt une origine quantique [Ford90, VanHouten92]. On observe dans tous les cas l'apparition à bas champ du dernier plateau classique de Hall accompagné de l'annulation de la résistance de Hall autour de $B = 0$ T. Comme on l'a vu précédemment, la disparition de la résistance de Hall s'explique par le phénomène de collimation des électrons et de rebond [Baranger89]. La valeur expérimentale de la résistance R_{Hall} au niveau du plateau classique de Hall nous permet d'obtenir une estimation de la largeur effective W des fils via l'équation 4.10. Le tableau 4.2 résume les valeurs trouvées pour les trois cas de la figure 4.11. Ces valeurs nous permettent d'obtenir un ordre de grandeur de la largeur des fils $W \lesssim 0.2 \mu m$, supérieure aux estimations précédentes. Surtout, cela nous

7. En effet, le guidage implique par exemple pour le champ magnétique de la figure 4.10d que l'on ait des trajectoires préférentielles pour les électrons du canal 1 vers le canal 3, et du canal 2 vers le canal 4. Cela se traduit par les valeurs suivantes des coefficients de transmission: $T_{31} = T_{42} \approx 1$ et $T_{32} = T_{41} \ll 1$. De plus, on rappelle que $R_{Hall} = R_{12,34} = (h/2e^2)N(T_{31}T_{42} - T_{32}T_{41})/D$.

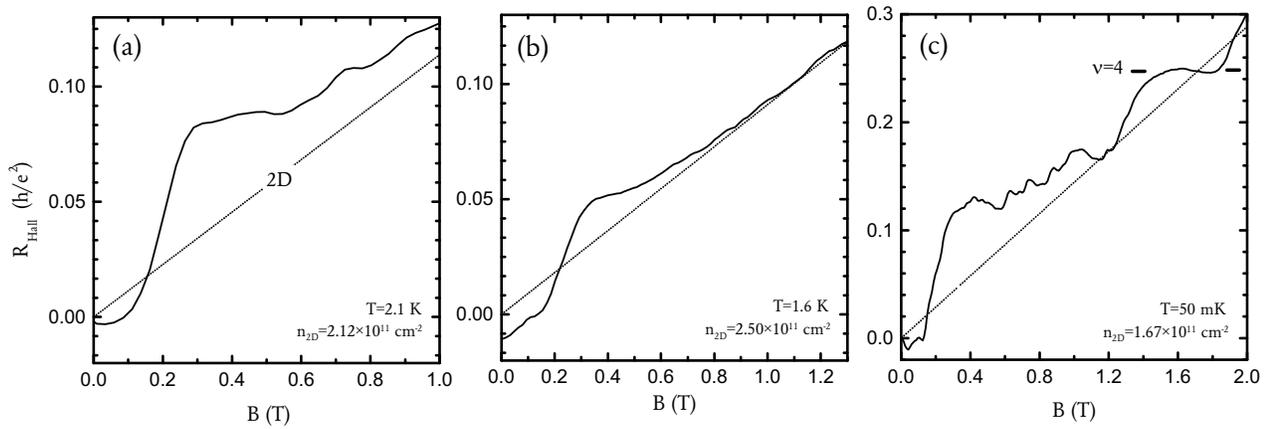


FIG. 4.11: Résistances de Hall mesurées pour des échantillons de type (a), pour différentes conditions de température et concentrations électroniques: (a) $T=2.1\text{K}$ et $n_{2D} = 2.12 \times 10^{15} \text{ m}^{-2}$, (b) $T=1.6\text{K}$ et $n_{2D} = 2.50 \times 10^{15} \text{ m}^{-2}$, (c) $T=50\text{mK}$ et $n_{2D} = 1.67 \times 10^{15} \text{ m}^{-2}$. Les lignes en pointillés indiquent la valeur de la résistance classique $R_{\text{Hall}} = B/en_{2D}$.

	R_0 (Ω)	$2B_0$ (T)	W_{R_0} (μm)	W_{B_0} (μm)	n_{2D} (10^{15} m^{-2})
figure a	2200	0.558	0.16	0.27	2.12
figure b	1330	0.552	0.24	0.30	2.50
figure c	3180	0.558	0.12	0.24	1.67

TAB. 4.2: Valeurs des largeurs effectives W de l'anneau déduites de la position R_0 et de la largeur B_0 du dernier plateau de Hall observé dans les courbes de résistance de Hall de la figure 4.11 (voir texte).

permet d'affirmer que le libre parcours moyen électronique l_e dans nos échantillons est au moins aussi grand que la largeur des jonctions puisqu'il s'agit d'une condition nécessaire pour observer ces anomalies [Beenakker91]. La valeur donnée par la fin du plateau $2B_0$ ne semble pas en accord avec l'estimation liée à R_0 . En fait l'origine du dernier plateau de Hall n'est pas complètement établie, et le guidage magnétique n'est pas la seule explication possible. Ainsi, Geisel *et al.* [Geisel92] ont montré qu'il peut être la conséquence de trajectoires particulières classiques mais qui n'apparaissent que si l'on considère un modèle avec un potentiel de confinement plus réaliste au niveau des jonctions⁸. Dans ce modèle la condition $B \lesssim 2B_0$ n'a alors plus raison d'être, et n'est plus vérifiée. Tout ce que l'on obtient c'est un plateau classique toujours positionné à $R_{\text{Hall}} = R_0$ et près de la condition $B \approx B_0$, ce qui est le cas expérimentalement.

Résistance longitudinale. — Les courbes de résistance longitudinale présentent aussi des caractéristiques dues à des phénomènes classiques (voir figure 4.12). Cependant leur interprétation est plus complexe que pour la résistance de Hall que l'on a vu précédemment. Tout

8. Le potentiel doit avoir un minimum au centre de la jonction, ce qui peut être réalisé en choisissant une fonction du type $V(x, y) = \cos x + \cos y + A \cos x \cos y + A$ [Geisel92]

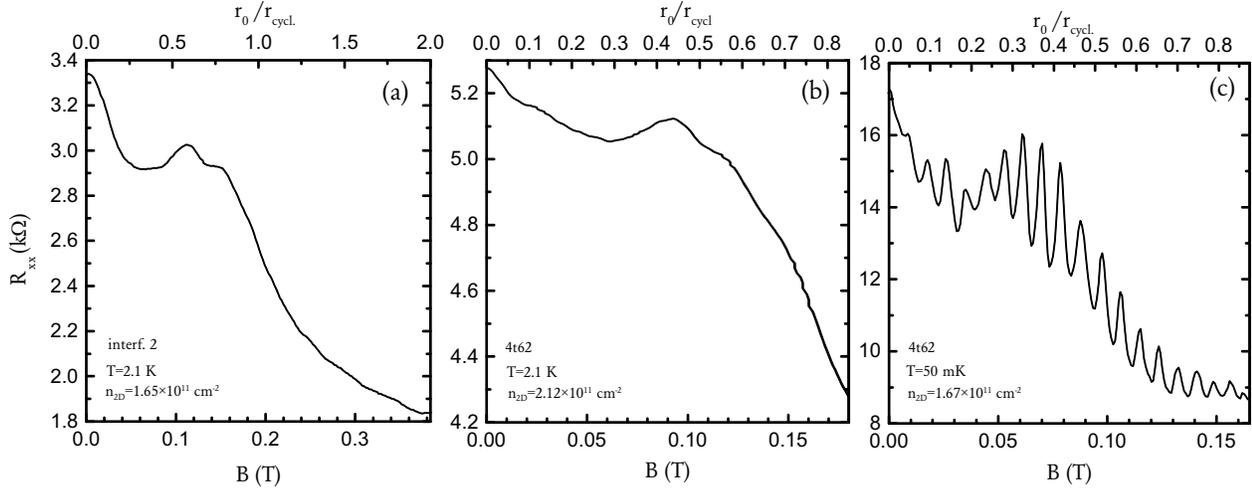


FIG. 4.12: Résistances longitudinales mesurées pour des échantillons de type a, pour différentes conditions de température et concentrations électroniques en fonction du champ magnétique et l'échelle sans unité $r_0/r_{cycl.}$, avec $r_0 = 0.35 \mu m$.

d'abord, les courbes de magnétorésistance des deux types d'échantillons présentent toutes une diminution de la résistance lorsque le champ magnétique augmente (magnétorésistance négative), à faible champ, et dont une partie pour des champs $B > 0.02 T$ ne dépend pas de la température. Cette absence de dépendance en température suggère donc une origine classique du phénomène. Cette diminution importante de l'ordre de 30 % peut s'expliquer par l'absence de rétrodiffusion à l'entrée de l'anneau, qui forme une constriction par rapport au large gaz bidimensionnel dans le reste de la structure (voir figure 4.5). Cet effet purement classique est directement dû à la diminution avec le champ magnétique du nombre de trajectoires réfléchies par la constriction (figure 4.13). En effet, celui-ci courbe les trajectoires et augmente alors la probabilité des particules de traverser la constriction, et donc dans notre cas de pénétrer dans l'anneau [Beenakker91]. La probabilité de rétrodiffusion diminue de plus en plus lorsque le rayon cyclotron r_{cycl} augmente et devient comparable à la largeur W de la constriction. Si l'on considère la résistance longitudinale mesurée dans une configuration à quatre contacts, on peut montrer que l'on obtient [VanHouten88]

$$R_{xx} = \frac{h}{2e^2} \left(\frac{1}{N_{constr.}} - \frac{1}{N_{gaz2D}} \right) \quad (4.11)$$

où $N_{constr.}$ est le nombre de sous-bandes occupées dans la constriction et N_{gaz2D} est le nombre de sous-bandes occupées dans le gaz bidimensionnel. Lorsque l'on applique un champ magnétique B , $N_{constr.}$ et N_{gaz2D} ne varient pas de la même manière. On peut considérer que $N_{constr.}$ varie peu tant que le champ reste faible – inférieur à $2\hbar k_F/eW$, soit encore $2r_{cycl} > W$ –, alors que N_{gaz2D} est donné par $N_{gaz2D}(B) = \hbar\omega_c/E_F$. L'équation 4.11 décrit alors bien une magnétorésistance négative qui décroît jusqu'à 0 si la concentration électronique est la même dans la constriction et dans le gaz 2D. Si au contraire les deux concentrations sont différentes ($k_{F,constr.} \neq k_{F,2D}$), alors l'équation précédente prévoit une décroissance de la résistance jusqu'à $B = 2\hbar k_{F,constr.}/eW$, puis une magnétorésistance positive. De plus, la suppression des trajec-

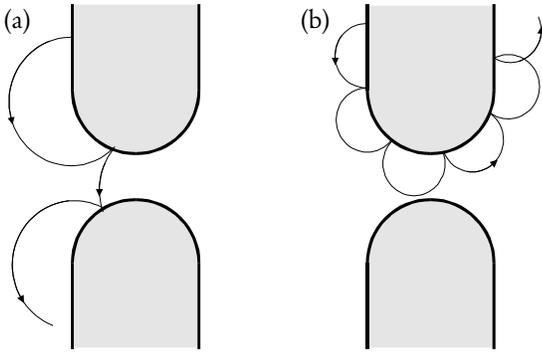


FIG. 4.13: Représentation de la réduction de rétrodiffusion (a) par un champ magnétique qui courbe les trajectoires et augmente le guidage des particules dans la constriction (b) (D'après [VanHouten92]).

toires rétrodiffusées, responsable de la magnétorésistance négative, est caractérisée par une dépendance en température nulle, puisqu'il s'agit d'un phénomène géométrique. A $T = 2 K$, la magnétorésistance négative pour $B > 0.02 T$ est toujours présente dans nos courbes expérimentales (figure 4.11), ce qui corrobore l'explication précédente.

Nous allons étudier d'autre part, dans la dernière partie de ce chapitre, la magnétorésistance négative à très faible champ ($B < 0.02 T$), qui elle dépend de la température, et qui est donc surimposée au phénomène décrit précédemment, mais dont l'origine n'est plus classique. En fait, ce comportement est typique de la localisation faible en régime balistique, dont la théorie a été évoquée dans le chapitre théorique introductif.

Pics de focalisation —. Nous allons maintenant discuter de l'origine du pic qui apparaît dans toutes les courbes de magnétorésistance longitudinale (figure 4.12) mesurées pour des températures $T > 1.6 K$, et qui semble indépendant de la température. A plus faible température, les interférences quantiques masquent légèrement ce pic. Celui-ci est étroit et localisé pour tous les échantillons pour des valeurs $B \approx 0.07 T$, ou de manière équivalente $r_0 \approx 0.4 - 0.5 r_{cycl.}$. Ce pic ne se caractérise pas par une dépendance en température, ce qui laisse supposer ici également une origine purement classique.

Liu *et al.* [Liu93] ont également observé des pics dans la résistance longitudinale mesurée dans un anneau de rayon moyen $r'_0 = 0.85 \mu m$, dans une structure semblable à nos échantillons de type (b), c'est-à-dire à deux contacts. Ils ont relié ces pics à la condition de commensurabilité entre le rayon cyclotron et le rayon moyen de l'anneau. Ils ont ainsi émis l'hypothèse que si n modes 1D sont occupés dans l'anneau, un pic apparaît dans les courbes $R(B)$ à chaque fois que le rayon cyclotron associé au mode n est égal au rayon moyen, c'est-à-dire $r_{cn} = \hbar k_{Fn} / eB = r'_0$, où k_{Fn} est le vecteur d'onde de Fermi tangentiellement au bras de l'anneau.

Pour tenter de dégager l'origine physique des effets classiques qui apparaissent dans ces courbes de magnétorésistance longitudinale, nous avons calculé de manière semiclassique cette même résistance dans un anneau à deux dimensions, de rayon moyen $r_0 = 0.35 \mu m$ et de largeur effective $W = 0.1 \mu m$, et relié à deux fils de même largeur. La méthode est basée sur l'hypothèse suivante: les électrons sont considérés comme de particules classiques balistiques qui ont un mouvement dans un espace à deux dimensions, et sont soumises à un champ magnétique uniforme perpendiculaire au plan de déplacement. Les coefficients de transmission entre les

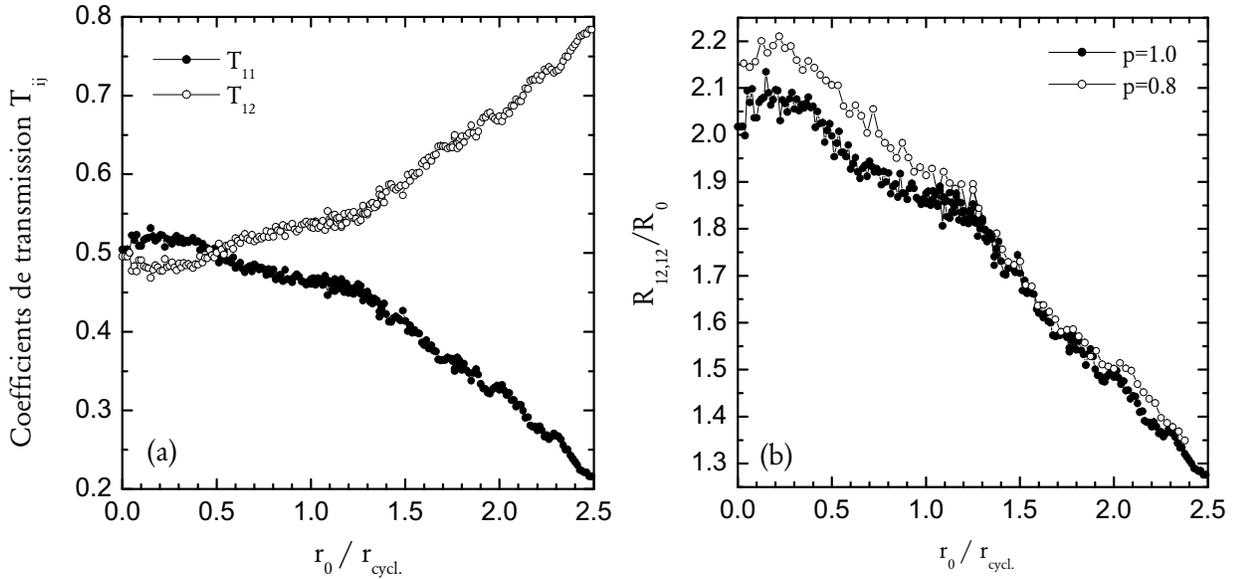


FIG. 4.14: (a) Coefficients de transmission $T_{12}(B)$ et de réflexion $T_{11}(B)$ calculés pour un anneau de rayon moyen $r_0 = 0.35 \mu\text{m}$ et de largeur $W = 0.1 \mu\text{m}$ (voir texte). (b) Résistance normalisée en unités sans dimension de R_0 , calculée en fonction du champ magnétique B , pour deux valeurs du coefficient de spécularité $p = 1.0$ et $p = 0.8$.

différents contacts sont obtenus en simulant l'injection d'un grand nombre d'électrons (typiquement 10^4 conditions initiales aléatoires, position et angle du vecteur vitesse v_F par rapport à l'axe des contacts, suffisent [Beenakker89]) dans chaque contact et en suivant les trajectoires jusqu'à la sortie des particules dans un contact. On suppose de plus un potentiel de confinement infini sur les bords de la structure, et nul dans la structure (*hard wall potential*). Les électrons sont injectés uniformément suivant la largeur W du fil, et l'angle θ que fait v_F avec l'axe des contacts suit une distribution angulaire $P(\theta) = \frac{1}{2} \cos \theta$ [Beenakker89, Baranger91, Blaikie95].

Un pic de commensurabilité de faible amplitude ($r_0 = 1.1 - 1.2 \times r_{cycl.}$) apparaît dans les courbes de résistance calculées, comme indiqué par la figure 4.14. Mais ce dernier n'a pas d'équivalent expérimental, et l'amplitude est très faible par rapport au pic expérimental. De même, les calculs font apparaître une magnétorésistance positive à faible champ, avant que celle-ci ne change de signe autour de la condition $r_0 = 0.2 r_{cycl.}$. Ce type de comportement n'a jamais été observé expérimentalement dans nos échantillons.

Outre les calculs de magnétorésistance, nous avons également représenté la densité de trajectoires, c'est-à-dire la superposition des différentes trajectoires. Cette représentation donne accès à la visualisation de trajectoires préférentielles particulières [Christensson97, Christensson98]. Dans notre cas, la superposition des trajectoires pour $r_{cycl.} = 2 r_0$ (figure 4.15) ne laisse pas apparaître de trajectoires particulières que l'on pourrait associer à une augmentation de la probabilité de transmission pour cette valeur de champ magnétique. Il semblerait donc qu'on ne puisse pas faire correspondre les courbes expérimentales avec les résultats numériques donnés par un modèle simple d'anneau à deux dimensions, dont le potentiel de confinement est un

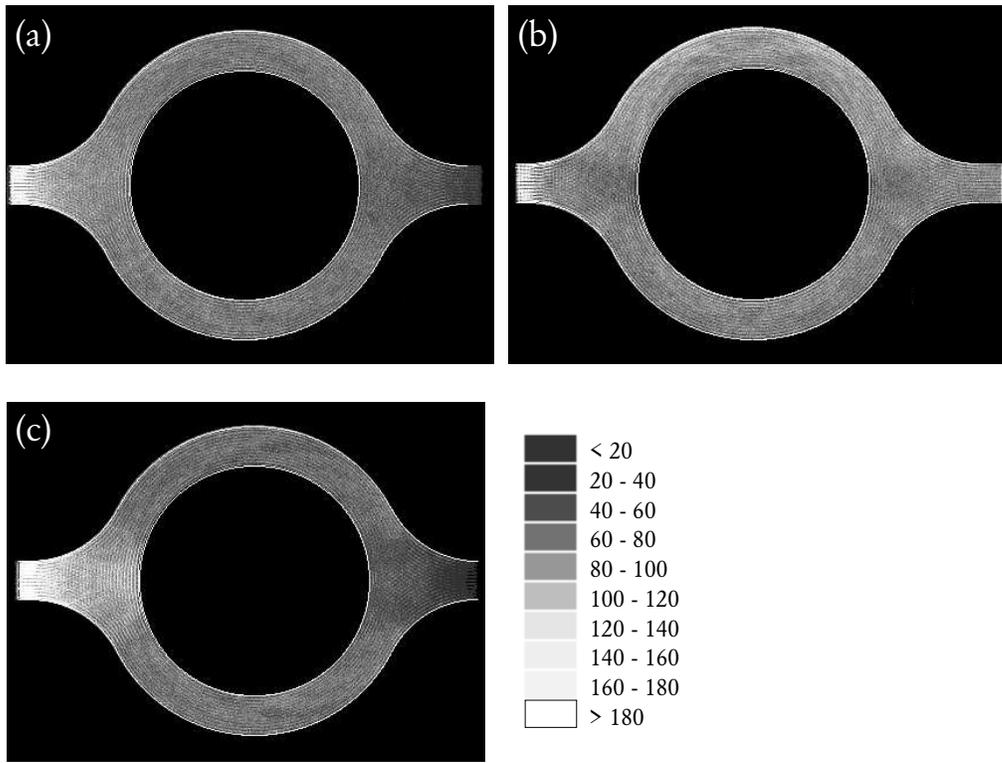


FIG. 4.15: *Superposition de 5000 trajectoires différentes (a) transmises et réfléchies, (b) uniquement transmises, et (c) uniquement réfléchies. L'échelle de couleurs donne la densité de superposition. Tous les calculs sont effectués avec les paramètres géométriques expérimentaux et pour un champ tel que $r_{cycl.} = 2r_0$.*

puits carré infini, que l'on prenne en compte la spécularité ou non des réflexions (figure 4.14b). On ne peut pas non plus identifier une quelconque spécificité de la courbe avec une famille de trajectoires particulières, et l'origine du pic classique demeure inexpliquée.

4.2.4 Localisation faible en régime balistique

La magnétorésistance négative qui apparaît systématiquement pour les deux types d'échantillons, pour des faibles valeurs du champ $B < 40$ mT, présente une forte dépendance en température (figure 4.16). Ce comportement est la signature de la localisation faible, qui apparaît ici pour un régime de transport balistique.

Théoriquement, ces courbes doivent pouvoir s'ajuster avec l'expression donnée par Beenaker et van Houten, valable pour le régime balistique et énoncée dans le chapitre théorique 2. Celle-ci exprime la correction de la conductance due à la localisation faible

$$\Delta G(B) = -\frac{2e^2}{h} \frac{\sqrt{D}}{L} \left[\left(\frac{1}{\tau_\varphi} + \frac{1}{\tau_B} \right)^{\pm \frac{1}{2}} - \left(\frac{1}{\tau_\varphi} + \frac{1}{\tau_e} + \frac{1}{\tau_B} \right)^{\pm \frac{1}{2}} \right] \quad (4.12)$$

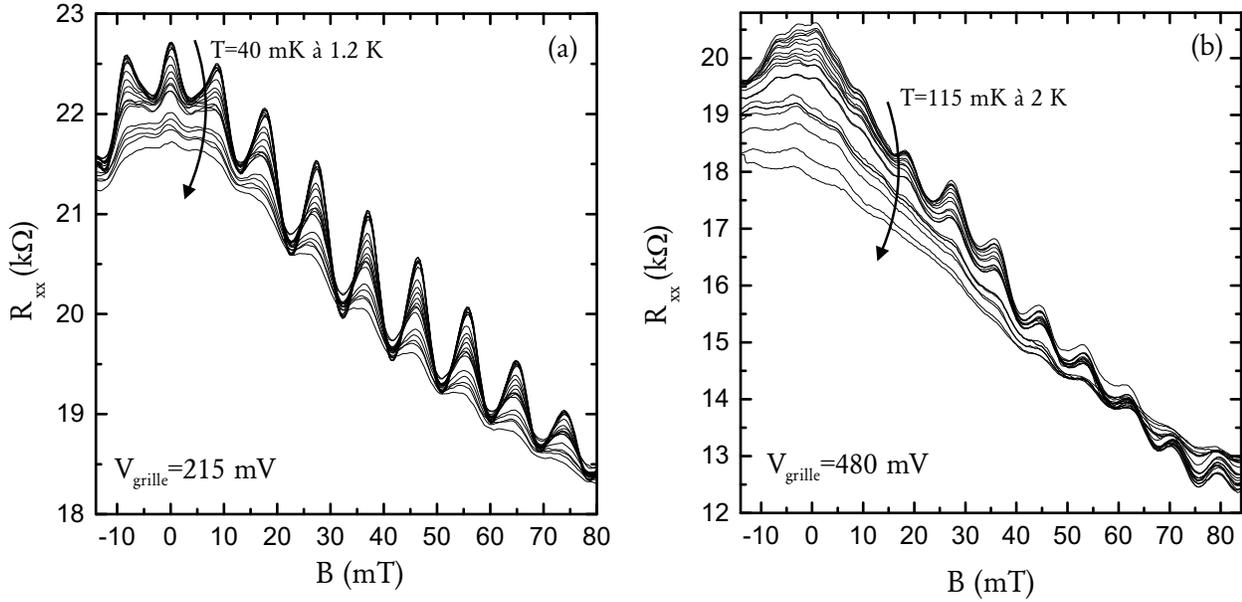


FIG. 4.16: Courbes de magnétorésistance pour différentes températures illustrant le phénomène de localisation faible (a) pour un anneau à deux contacts, et (b) pour un anneau à quatre contacts.

avec

$$\tau_B = \frac{C_1 l_m^4}{W^3 v_F} + \frac{C_2 l_m^2 l_e}{W^2 v_F}$$

où C_1 et C_2 sont deux constantes qui dépendent de la nature des rebonds sur les bords (diffusifs ou spéculaires), et $l_m = \sqrt{\hbar/eB}$ est la longueur magnétique. Ainsi, les deux seuls paramètres ajustables sont τ_φ et τ_e , respectivement le temps de cohérence de phase et le temps séparant deux collisions élastiques. Deux difficultés majeures se rencontrent dans notre cas. Tout d'abord, la présence à faible température des oscillations AB ou d'autres interférences électroniques, qu'il faut soustraire à la localisation faible. Ensuite, il faut dégager la partie dépendante de la température et la partie qui n'en dépend pas (magnétorésistance négative due à la suppression de la rétrodiffusion par le champ ou d'autres phénomènes purement classiques). Enfin, les interactions électrons-électrons peuvent également contribuer à la magnétorésistance, ce qui se manifeste notamment par une résistance de fond qui a une forme parabolique en B^2 [Choi86]. L'extraction précise de la localisation faible s'avère donc délicate. Aucun ajustement satisfaisant n'a été obtenu pour nos résultats expérimentaux, contrairement aux expériences de Kurdak *et al.* .

De plus, il convient de noter qu'il a été montré que la forme du pic de localisation dans des cavités balistiques peut changer suivant que celle-ci est intégrable ou non [Baranger93]; par conséquent l'équation 4.12 n'est plus valable pour ces systèmes. La localisation faible dans les systèmes balistiques est encore le sujet de nombreuses études théoriques et expérimentales (réseau d'antipoints, cavités balistiques...).

Les données expérimentales présentes ne semblent pas suffisantes pour dégager quantitative-

ment l_φ ou l_e de manière suffisamment précise, et nous nous y hasarderons donc pas.

Conclusion

Ce chapitre décrit la technologie de fabrication des échantillons étudiés, à savoir l'obtention d'un gaz bidimensionnel d'électrons à partir d'une hétérojonction *AlGaAs/GaAs*. Nous y avons présenté la structure et la géométrie des interféromètres à anneau, fabriqués à l'interface de cette hétérostructure.

Les premières expériences en champ magnétique nous ont permis, outre la détermination de la mobilité et la concentration électronique des échantillons, d'obtenir sinon un ordre de grandeur des longueurs caractéristiques pertinentes dans les mesures de transport, du moins de précieux renseignements. Ainsi, la largeur des fils quantiques formant l'anneau a été évaluée raisonnablement à une centaine de nanomètres, voire même moins, pour un rayon moyen de l'anneau égal à 350 nm. Le libre parcours moyen électronique dans la structure quasi-unidimensionnelle que représente l'anneau n'est pas directement mesurable, néanmoins, nous avons vu qu'un certain nombre de phénomènes d'origine classique sont observables à travers les mesures de magnétorésistance. Ceux-ci nous laissent penser, de manière relativement raisonnable, que l_e est de l'ordre de grandeur de la circonférence de l'anneau. Toutefois, l'identification précise des phénomènes classiques observés reste encore incomplète. Enfin, l'accès à la mesure directe de l_φ ne nous est pas permis de façon suffisamment convaincante, par les différentes courbes de localisation faible notamment. Nous avons également soulevé un problème lié à la symétrie des courbes de magnétorésistance par rapport au champ magnétique nul. Celle-ci pose la question de savoir si la longueur de cohérence de phase est inférieure à la demi-circonférence de l'anneau, ce qui semble assez improbable dans notre cas.

Une étude plus approfondie des propriétés électroniques de nos anneaux interférométriques va permettre de répondre en partie à la dernière question, comme nous allons le voir dans le chapitre suivant.

Références Bibliographiques

- [Adachi85] S. Adachi, *J. Appl. Phys.* **58**, R1 (1985)
- [Baranger89] H.U. Baranger, A.D. Stone, *Phys. Rev. Lett.* **63**, 414 (1989)
- [Baranger91] H.U. Baranger, D.P. DiVincenzo, R.A. Jalabert, A.D. Stone, *Phys. Rev. B* **44**, 10637 (1991)
- [Baranger93] H.U. Baranger, R.A. Jalabert, A.D. Stone, *Phys. Rev. B* **70**, 3876 (1993)
- [Bastard88] G. Bastard, *Wave mechanics applied to semiconductors heterostructures* (Les Editions de Physique, Les Ulis, 1988)
- [Beenakker89] C.W.J. Beenakker, H. van Houten, *Phys. Rev. Lett.* **63**, 1857 (1989)
- [Beenakker90] C.W.J. Beenakker, H. van Houten, dans *Electronic Properties of Multilayers and Low-Dimensional Semiconductor Structures*, édité par J.M. Chamberlain, L. Eaves, J.C. Portal (Plenum Press, New-York, 1990)
- [Beenakker91] C.W.J. Beenakker, H. van Houten, *Quantum transport in semiconductor nanostructures*, dans *Solid State Physics* **44**, édité par H. Ehrenreich et D. Turnbull (Academic Press, Boston, 1991)
- [Beenakker97] C.W.J. Beenakker, *Rev. Mod. Phys.* **69**, 731 (1997)
- [Benoit86] A.D. Benoit, S. Washburn, C.P. Umbach, R.B. Laibowitz, R.A. Webb, *Phys. Rev. B* **57**, 1765 (1986)
- [Berggren86] K.F. Berggren, T.J. Thornton, D.J. Newson, M. Pepper, *Phys. Rev. Lett.* **14**, 1769 (1986)
- [Berggren88] K.F. Berggren, G. Roos, H. van Houten, *Phys. Rev. B* **37**, 10118 (1988)
- [Blaikie95] R.J. Blaikie, D.R.S. Cumming, J.R.A. Cleaver, H. Ahmed, *J. Appl. Phys.* **78**, 330 (1995)
- [Büttiker83] M. Büttiker, Y. Imry, R. Landauer, *Physics Letters* **93A**, 365 (1983)
- [Büttiker85] M. Büttiker, dans *SQUID'85 - Superconducting Quantum Interference Devices and their Applications*, édité par H.D. Hahlbohm et H. Lübbig (Walter de Gruyter, Berlin, New York 1985), 529 (1985)
- [Büttiker86a] M. Büttiker, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 1761 (1986)
- [Büttiker86b] M. Büttiker, *Phys. Rev. B* **33**, 3020 (1986)
- [Brouwer95] P.W. Brouwer, C.W.J. Beenakker, *Phys. Rev. B* **51**, 7739 (1995)
- [Casimir45] H.B.G. Casimir, *Rev. Mod. Phys.* **17**, 343 (1945)

- [Cernicchiaro97] G. Cernicchiaro, T. Martin, K. Hasselbach, D. Mailly, A. Benoit, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 273 (1997)
- [Chandrasekhar85] V. Chandrasekhar, M.J. Rooks, S. Wind, D.E. Prober, *Phys. Rev. Lett.* **55**, 1610 (1985)
- [Choi86] K.K. Choi, D.C. Tsui, S.C. Palmateer, *Phys. Rev. B* **33**, 8216 (1986)
- [Christensson97] L. Christensson, *Classical and Quantum Transport in Electron Billiards*, thèse de Lund University (1997)
- [Christensson98] L. Christensson, H. Linke, P. Omling, P.E. Lindelof, I.V. Zozoulenko, K.F. Berggren, *Phys. Rev. B* **57**, 12306 (1998)
- [DiVincenzo88] D.P. DiVincenzo, C.L. Kane, *Phys. Rev. B* **38**, 3006 (1988)
- [Ferry97] D.K. Ferry, S.M. Goodnick, *Transport in nanostructures*, Cambridge University Press, Cambridge (1997)
- [Ford88] C.J.B Ford, T.J. Thornton, R. Newbury, M. Peppert, H. Ahmed, C.T. Foxton, J.J. Harris, C. Roberts, *J. Phys. C* **21**, L325 (1988)
- [Ford89] C.J.B Ford, S. Washburn, M. Büttiker, C.M. Knoedler, J.M. Hong, *Phys. Rev. Lett.* **23**, 2724 (1989)
- [Ford90] C.J.B Ford, S. Washburn, M. Büttiker, C.M. Knoedler, J.M. Hong, *Surf. Sci.* **229**, 298 (1990)
- [Geisel92] T. Geisel, R. Ketzmerick, O. Shedletzky, *Phys. Rev. Lett.* **11**, 1680 (1992)
- [Huibers99] A.G. Huibers, J.A. Folk, S.R. Patel, C.M. Marcus, C.I. Duruoz, J.S. Harris, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 5090 (1999)
- [Imry97] Y. Imry, *Introduction to mesoscopic physics* (Oxford University Press 1997)
- [Kaplan86] S.B. Kaplan, A.C. Warren, *Phys. Rev. B* **34**, 1346 (1986)
- [Liu93] J. Liu, K. Ismail, K.Y. Lee, J.M. Hong, S. Washburn, *Phys. Rev. B* **47**, 13039 (1993)
- [Onsager31] L. Onsager, *Phys. Rev.* **38**, 2265 (1931)
- [Roukes87] M.L. Roukes, A. Scherer, S.J. Allen, H.G. Craighead, R.M. Ruthen, E.D. Beede, J.P. Harbison, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 3011 (1987)
- [Schubert94] E.F. Schubert, dans *Epitaxial Microstructures*, chap. 1, *Semiconductors and Semimetals* **40**, édité par A.C Gossard (Academic Press, New York, 1994)
- [Sharvin81] D.Y. Sharvin, Y.V. Sharvin, *JETP Lett.* **34**, 272 (1981)
- [Tan90] I.H. Tan, G.L. Snider, L.D. Chang, E.L. Hu, *J. Appl. Phys.* **68**, 4071 (1990)

- [Timp87] G. Timp, A.M. Chang, J.E. Cunningham, T.Y. Chang, P. Mankiewich, R. Behringer, R.E. Howard, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 2814 (1987)
- [Timp88] G. Timp, H.U. Baranger, P. de Vegvar, J.E. Cunningham, R.E. Howard, R. Behringer, P.M. Mankiewich, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 2081 (1988)
- [Timp92] G. Timp, dans *Nanostructured Systems*, chap. 3, *Semiconductors and Semimetals* **35**, édité par M. Reed (Academic Press 1992)
- [VanHouten88] H. van Houten, C.W.J. Beenakker, P.H.M. van Loosdrecht, T.J. Thornton, H. Ahmed, M. Pepper, C.T. Foxton, J.J. Harris, *Phys. Rev. B* **37**, 8534 (1988)
- [VanHouten92] H. van Houten, C.W.J. beenakker, B.J. van Wees, dans *Nanostructured Systems*, chap. 2, *Semiconductors and Semimetals* **35**, édité par M. Reed (Academic Press 1992)
- [Washburn85] S. Washburn, C.P. Umbach, R.B. Laibowitz, R.A. Webb, *Phys. Rev. B* **32**, 4789 (1985)
- [Washburn91] S. Washburn, dans *Mesoscopic phenomena in solids*, chap. 1 (1991)
- [Webb85] R.A. Webb, S. Washburn, C.P. Umbach, R.B. Laibowitz, *Phys. Rev. Lett* **54**, 2696 (1985)

Interférences quantiques: étude du transport électronique dans un anneau

Chapitre 5

L'influence de la température et de l'application d'une tension de grille sur l'amplitude et la phase des oscillations Aharonov-Bohm a été étudiée pour les échantillons précédemment présentés. Le couplage entre l'anneau et les fils de mesures joue un rôle prépondérant dans cette étude. Le régime non linéaire présente aussi des caractéristiques remarquables.

5.1 Étude expérimentale en température

- 5.1.1 Amplitude des oscillations: analyse des données
- 5.1.2 Comparaison avec la théorie
- 5.1.3 Régime de l'effet Hall quantique entier

5.2 Effet de la tension de grille

- 5.2.1 Résultats expérimentaux
- 5.2.2 Ajustement avec la théorie

5.3 Spectroscopie des niveaux d'énergie par une tension de polarisation

- 5.3.1 Résultats expérimentaux
- 5.3.2 Interprétation théorique

Conclusion

Chapitre 5

Interférences quantiques: étude du transport électronique dans un anneau

Dans ce chapitre nous étudions l'influence de plusieurs paramètres sur les oscillations AB (l'amplitude, la phase...). L'un d'entre eux est la température. En effet un accroissement de température se traduit par la réduction de l'amplitude des oscillations AB – mais aussi des fluctuations universelles de la conductance –, qui devient inférieure à la valeur nominale e^2/h à $T = 0$ K. Ainsi, l'influence de la température a déjà été étudié lors de plusieurs travaux expérimentaux pour des anneaux métalliques dans le régime diffusif [Washburn85, Webb86]. Cependant, peu d'études ont été réalisées dans le régime balistique. Nous avons donc cherché à connaître, à l'aide des échantillons présentés précédemment, quelles sont les grandeurs caractéristiques importantes qui contribuent à la physique de la dépendance en température. L'amplitude des oscillations AB en fonction de la température a donc été étudiée dans une première partie, afin de comprendre quels mécanismes sont affectés par l'énergie thermique $k_B T$, et de quelle manière ils en dépendent. De plus, des oscillations AB peuvent apparaître dans le régime de l'effet Hall quantique entier, et sont dues dans ce cas à la diffusion entre les différents états de bords. Il est alors intéressant de comparer les courbes de dépendance en température de ces deux phénomènes – les oscillations AB à faible champ et à fort champ –, pour lesquels la physique mise en jeu est différente.

De plus, les échantillons étudiés sont munis d'une grille électrostatique qui recouvre la totalité de la structure. L'application d'une tension sur cette grille permet de moduler la densité électronique à l'intérieur de l'anneau, et donc le niveau de Fermi. Nous avons alors étudié l'influence que peut avoir cette tension de grille, ou plus exactement le changement du niveau de Fermi, sur les oscillations AB, et en particulier à travers la phase des oscillations où des résultats originaux ont été observés.

Enfin, dans une dernière partie, nous nous sommes intéressés aux propriétés de nos systèmes en régime non linéaire, lorsque l'on applique un courant de polarisation continu. En effet, l'application d'un courant continu I_{DC} change l'énergie des électrons qui contribuent au transport, et donc la phase microscopique de la fonction d'onde électronique, et ce de manière *continue*. Les expériences décrites dans cette partie sont alors motivées par l'intérêt de savoir comment ce changement continu de la phase microscopique des électrons se répercute sur la phase macroscopique observable des oscillations AB.

L'interprétation théorique de tous ces résultats fait appel aux notions exposées dans le cha-

pitre 3, relatives aux anneaux interférométriques faiblement ou fortement couplés aux fils de mesures. Il s'avère alors que certaines propriétés macroscopiques des anneaux sont directement liées au spectre d'énergie de l'anneau.

5.1 Étude expérimentale en température

5.1.1 Amplitude des oscillations: analyse des données

La figure 5.1 présente une série de courbes de magnétorésistance pour diverses valeurs de la température pour un échantillon de type (a). Comme précédemment, les mesures ont été réalisées dans un réfrigérateur à dilution Oxford Instruments, pour des température variant de $T = 40 \text{ mK}$ à $T = 1.2 \text{ K}$. La résistance a alors été mesurée par une méthode conventionnelle de détection synchrone avec un courant sinusoïdal de modulation d'intensité moyenne 1 nA , à la fréquence $\nu = 13 \text{ Hz}$. Le même type de courbes a été obtenu pour tous nos échantillons, quelque soit leur géométrie (type (a) et (b)), et pour différentes valeurs de la tension de grille. On voit bien que l'augmentation de la température s'accompagne d'une diminution de l'amplitude des oscillations AB. De plus, la régularité des oscillations, de leur amplitude, semble indiquer que nous ayons dans notre cas, un seul mode de propagation, ou du moins un très petit nombre. Pour extraire plus d'informations de ces courbes, nous avons procédé comme suit. Tout d'abord, la composante due aux oscillations AB, $\Delta G_{AB}(B)$, a été isolée en soustrayant le fond continue $G_0(B)$. Ce dernier a été obtenu en moyennant les courbes $G(B)$ par rapport au champ magnétique B . Après cela, une transformée de Fourier a été appliquée sur les courbes $\Delta G_{AB}(B)$ (voir figure 5.2a). Afin de quantifier le pic spectral principal obtenu – et qui correspond comme on l'a vu dans le chapitre précédent à des oscillations de période h/e en flux –, nous avons intégré ce dernier sur toute sa largeur¹ [Washburn85]. Cette intégrale est alors proportionnelle à l'amplitude moyenne $\langle \Delta G_{AB}(B) \rangle$ des oscillations AB. La figure 5.2b résume les résultats obtenus en suivant cette analyse pour les données des deux types d'échantillons (a) et (b). Une première observation de ces résultats montre que les comportements des anneaux à deux contacts sont similaires entre eux, mais différent du comportement de l'anneau à quatre contacts quel que soit son état (4t62 et 4t62b sur la figure 5.2b), lui-même globalement constant.

5.1.2 Comparaison avec la théorie

5.1.2.1 Origine de la dépendance en température

Dans cette partie, nous allons tenter de dégager la nature des phénomènes physiques qui interviennent dans la dépendance en température. D'une manière générale, la conductance d'un anneau peut s'écrire

$$G(B) = G_0(B) + \underbrace{G_{AB}(B) \cos\left(2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0} - \beta\right)}_{\Delta G_{AB}(B)} \quad (5.1)$$

1. La largeur du pic est directement due à la largeur effective W de l'anneau (voir chapitre 4)

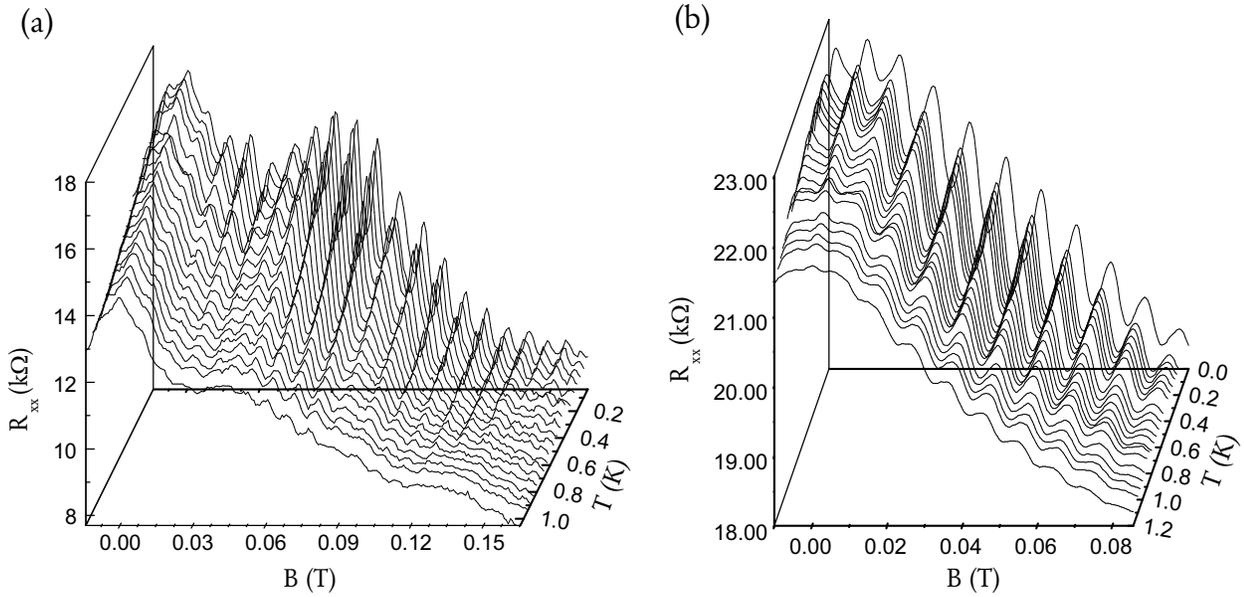


FIG. 5.1: Courbes de magnétorésistance longitudinale R_{xx} mesurées en fonction du champ magnétique perpendiculaire, pour différentes valeurs de la température de 40 mK à 1.2 K respectivement (a) pour un interféromètre à quatre contacts et (b) un interféromètre à deux contacts.

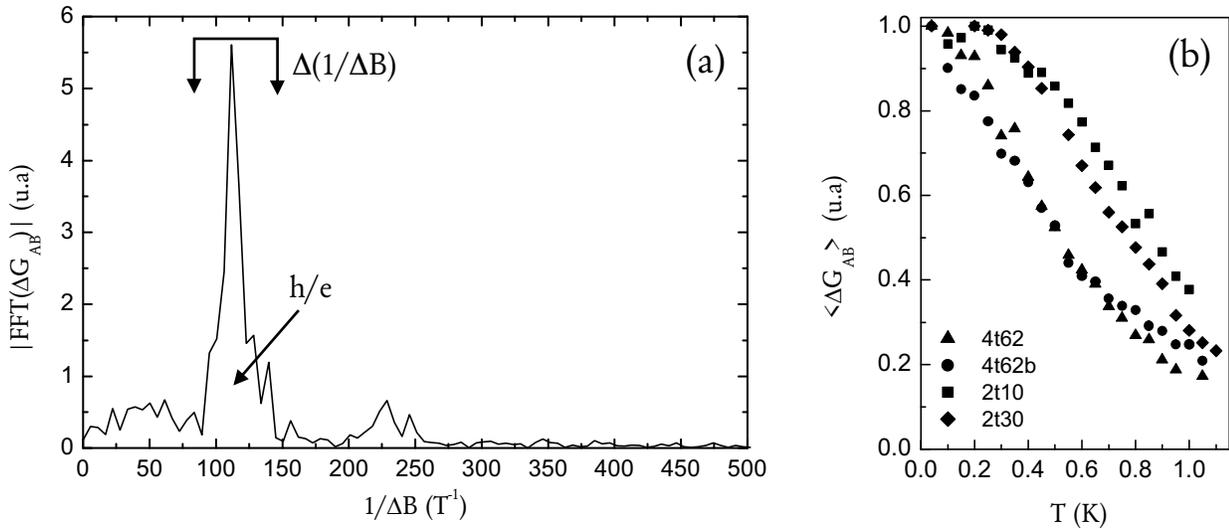


FIG. 5.2: Résultat du traitement des données: (a) exemple d'une transformée de Fourier d'une courbe expérimentale après soustraction de la conductance de fond, et définition de la fenêtre d'intégration de largeur $\Delta(1/\Delta B)$; (b) ensemble des courbes de dépendance en température obtenues sur les anneaux à quatre contacts (4t62 et 4t62b, correspondant à deux états différents du même échantillon) et à deux contacts (deux anneaux 2t10 et 2t30).

où $G_0(B)$ désigne la conductance de fond, G_{AB} l'amplitude des oscillations AB comprise entre 0 et e^2/h et β une phase supplémentaire ($0 \leq \beta \leq 2\pi$) qui ne dépend pas de l'effet Aharonov-Bohm². La décroissance de l'amplitude G_{AB} des oscillations observée peut avoir plusieurs explications possibles. On peut cependant en dégager deux principales [Ferry97, Webb86], qui font passer du régime de transport *cohérent* au régime *classique*.

Avant cela, revenons sur la signification physique d'une longueur caractéristique importante: la longueur de cohérence de phase l_φ . Les électrons sont caractérisés par une fonction d'onde complexe $Ae^{i\varphi}$, où φ est la phase de l'électron. l_φ représente l'ensemble des processus inélastiques qui introduisent une perte de cohérence de phase dans le mouvement des électrons³ [Lee87]. Elle définit ainsi une région de l'espace dans laquelle l'électron se propage avec une phase bien définie à une énergie donnée. En d'autres termes, l_φ correspond à la plus grande région dans laquelle les électrons peuvent interférer, que ces interférences soient stochastiques (c'est-à-dire aléatoires, pour les fluctuations de la conductance par exemple) ou non (localisation faible, oscillations AB).

Ainsi tout naturellement, on arrive à une première explication qui fait intervenir la réduction de la longueur de cohérence de phase l_φ avec la température. Comme on l'a vu dans le chapitre introductif, la longueur de cohérence de phase peut s'exprimer de deux manières

$$l_\varphi = v_F \tau_\varphi \quad \text{lorsque} \quad \tau_\varphi \sim \tau_e \quad (5.2a)$$

et

$$l_\varphi = \sqrt{D\tau_\varphi} \quad \text{lorsque} \quad \tau_\varphi \gg \tau_e \quad (5.2b)$$

avec

$$D = \frac{1}{2} v_F^2 \tau_e$$

L'équation 5.2b est couramment utilisée dans le régime diffusif, pour lequel τ_e est limité par les collisions élastiques sur les impuretés. Cependant, même dans le cas balistique, dans des nanostructures dont les dimensions sont réduites et pour lesquelles $\tau_\varphi \gg L$, cette formule peut être valide, car dans ce cas τ_e est limité par les collisions sur les bords de l'échantillon. Il peut donc satisfaire la relation $\tau_\varphi \gg \tau_e$, car τ_φ n'est limité que par les collisions inélastiques, et donc n'est pas sensible aux bords de l'échantillon. Plusieurs facteurs peuvent réduire l_φ : la réduction du temps de cohérence de phase τ_φ – celui-ci est limité par les interactions électrons-électrons, électrons-phonons ... – ou bien encore du coefficient de diffusion D . En fait, dans nos échantillons balistiques, τ_e et donc D dépendent peu de la température, et l'on peut alors supposer que le seul facteur limitant est dû à τ_φ . Lorsque l_φ devient inférieure à la demi-circonférence $L = \pi r_0$ de l'échantillon, les interférences quantiques vont s'annuler exponentiellement, donnant un terme [Webb86, Lee87, Washburn92]

$$G_{AB} = \exp\left(-\frac{L}{l_\varphi}\right) \quad (5.3)$$

Cette décroissance exponentielle plutôt qu'une loi en puissance plus faible, comme par exemple en $(L/l_\varphi)^{1/2}$ pour le cas de plusieurs anneaux connectés en série [Webb86], tient au fait que

2. Voir dans le chapitre précédent, "Symétrie en champ magnétique"

3. En fait, l_φ est à relier aux collisions inélastiques ainsi qu'aux processus de diffusion spin-spin [Aronov87]. On peut ainsi écrire $l_\varphi = (L_{in}^{-2} + 2L_s^{-2})^{-1/2}$, où L_{in} est la longueur de diffusion inélastique, qui dépend de la température, et L_s caractérise le processus de diffusion avec retournement de spin et ne dépend pas de la température.

la phase des électrons doit être préservée sur la totalité de la demi-circonférence pour que les interférences puissent avoir lieu. Les oscillations AB sont donc beaucoup plus sensibles à la perte de cohérence le long des bras de l'anneau.

Lorsque la longueur de cohérence de phase est grande devant la taille du système L , on peut négliger ce terme et le prendre égal à un.

Le deuxième facteur important est l'effet de moyenne dû à la température *finie* du système (*i.e.* $T \neq 0K$). A température nulle, seuls les porteurs situés précisément au niveau de Fermi participent à la conduction. Dans le cas où la température du système n'est pas nulle, les porteurs situés dans un intervalle d'énergie $3.5k_B T$ centré autour de l'énergie de Fermi – ce qui correspond encore à la largeur à mi-hauteur de la dérivée de la fonction de distribution de Fermi-Dirac $f(E)$ –, participent aussi à la conduction [Ferry97]. Pour tenir compte de cela, la contribution des électrons aux différentes énergies doit être pondérée par le facteur $-df/dE$ [Murat86, Lee87], avec

$$f(E, E_F, T) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/k_B T} + 1}$$

ce qui donne pour la fonction d'élargissement thermique

$$-\frac{df(E, E_F, T)}{dE} = \frac{1}{k_B T} \frac{e^{(E-E_F)/k_B T}}{(e^{(E-E_F)/k_B T} + 1)^2}$$

où E est l'énergie, k_B la constante de Boltzmann et E_F l'énergie de Fermi. La conductance $G(T)$ à deux contacts du système s'obtient alors en convoluant le coefficient de transmission $T(E)$, qui décrit la probabilité de transmission d'une extrémité à l'autre de l'anneau, avec cette fonction d'élargissement thermique [Takai93, Datta95]

$$G(E_F, T) = \frac{2e^2}{h} \int \left(-\frac{df(E, E_F, T)}{dE} \right) T(E) dE \quad (5.4)$$

Remarque: de nombreuses études ont été menées sur la dépendance en température des oscillations AB dans des anneaux dans le régime diffusif [Washburn85, Webb86]. Milliken *et al.* ont utilisé un préfacteur de la forme suivante pour expliquer les dépendances en température obtenues [Milliken87]

$$G_{AB} = \gamma \frac{e^2}{h} \left[\frac{\pi^2 \hbar D}{L^2 k_B T} \right]^{1/2} \exp(-\alpha L/l_\varphi) \quad (5.5)$$

où α est une constante qui ne dépend que de la géométrie de l'anneau. Cette formule rend ainsi compte d'une décroissance en $T^{-1/2}$ lorsque l_φ est plus grand que la circonférence de l'anneau. DiVincenzo et Kane [DiVincenzo88] ont revu ce préfacteur et trouvé qu'il fallait plutôt utiliser une expression de la forme

$$G_{AB} = \gamma \frac{e^2}{h} \left[\frac{\pi^2 \hbar D}{L^{0.7} l_\varphi^{1.3} k_B T} \right]^{1/2} \exp(-\alpha L/l_\varphi) \quad (5.6)$$

Cependant, ces préfacteurs ont été obtenus en considérant une distribution *aléatoire* des niveaux d'énergie au niveau de Fermi, ce qui est le cas notamment pour des systèmes diffusifs.

Mais dans notre cas nous avons un anneau pour lequel le spectre d'énergie n'est pas aléatoire mais *régulier* et quasipériodique avec le champ⁴. Par conséquent, dans notre cas les expressions 5.5 et 5.6 ne sont pas valides. Nous allons donc recalculer la dépendance en température à partir du spectre de l'anneau isolé et la convolution avec la fonction d'élargissement thermique.

5.1.2.2 Calcul de la dépendance en température

Modèle numérique —. A partir des considérations décrites ci-dessus, nous avons calculé numériquement la conductance d'un anneau faiblement couplé à deux fils de mesures. La valeur de la conductance pour une température T et une énergie de Fermi E_F est donnée par l'équation 5.4. Le point suivant consiste donc en la détermination du coefficient de transmission $T(E)$ pour ce système. Comme on l'a vu dans le chapitre 3, l'expression de ce coefficient dépend du couplage entre l'anneau et les deux fils. Ainsi, lorsque ce couplage est faible, la probabilité de transmission est donnée par une formule de type Breit-Wigner [Stone85, Büttiker85a]

$$T(E, B) = \sum_n \frac{\Gamma_n^2}{[E - E_n(B)]^2 + \Gamma_n^2} \quad (5.7)$$

où $E_n(B)$ représente les énergies propres de l'anneau isolé calculées d'après la formule donnée par Tan et Inkson – que l'on a abordée dans le chapitre 3 –. Γ_n est l'élargissement des niveaux d'énergie dû au recouvrement entre les états propres de l'anneau et les états délocalisés dans les fils. Cet élargissement est proportionnel au coefficient de couplage. Par souci de simplification, nous allons considérer que Γ_n est indépendant du champ magnétique, et est le même pour tous les niveaux E_n considérés [Tan96]. L'approximation Γ indépendant du champ est correcte dans notre cas, dans la mesure où l'on considère un faible champ magnétique, car le spectre d'énergie de l'anneau isolé est alors dominé par le potentiel de confinement.

Remarque sur la validité du modèle: à partir de ce modèle, Tan et Inkson [Tan96] ont retrouvé théoriquement les résultats expérimentaux de Liu *et al.* [Liu93] pour un anneau de rayon moyen $r_0 = 0.8 \mu m$ et une largeur $\Delta r = 0.3 \mu m$, pour deux tensions de grille différentes correspondant à des résistances à champ nul $R_0 \approx 20 k\Omega$ (1 sous-bande peuplée) et $R_0 \approx 7 k\Omega$ (4 sous-bandes peuplées), les mesures ayant été faites à $T = 40 mK$. Le premier cas notamment, est fortement similaire à notre cas expérimental. L'approximation de faible couplage qu'ils ont aussi faite semble donc valide pour des conductances de l'ordre du demi quantum de conductance avec un mode de propagation . Or, dans notre cas, les résistances mesurées sont effectivement de cet ordre de grandeur ($R_{xx} \geq h/2e^2$), ce qui rend valide une formule de type Breit-Wigner. Nous reviendrons cependant plus loin sur ce problème.

La figure 5.3 montre les spectres d'énergie calculés pour les deux types d'anneau, en utilisant les paramètres déterminés précédemment, à savoir le rayon moyen r_0 et la largeur W . Le niveau de Fermi $E_F - E_0$, où $E_0 = \hbar\omega_0/2$ désigne le bas de la première sous-bande, a été positionné d'après la connaissance de la densité électronique n_{2D} , obtenue d'après la déviation des minima de résistance du comportement bidimensionnel (oscillations Shubnikov-de-Haas

4. Voir chapitre 3

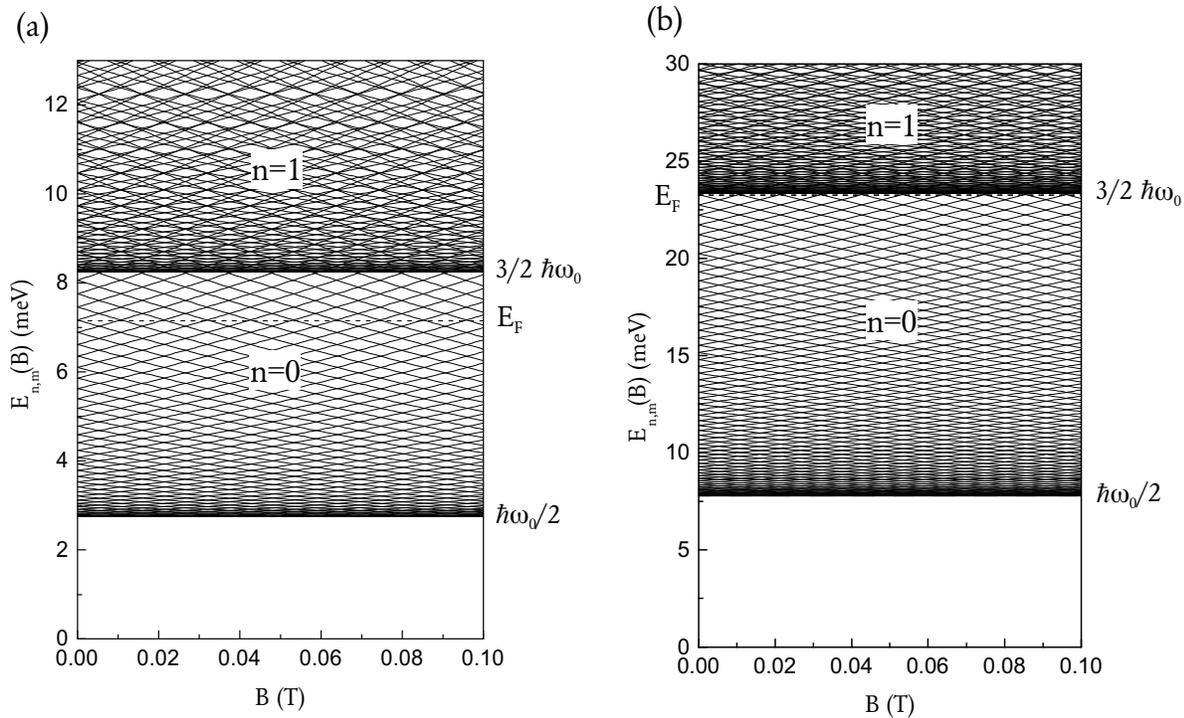


FIG. 5.3: Spectres des énergies propres d'un anneau isolé, calculés d'après l'équation 5.8, dont les caractéristiques correspondent respectivement (a) à l'anneau à quatre contacts, (b) à l'anneau à deux contacts. Les traits en pointillés marquent la position du niveau de Fermi E_F pour les deux structures. Seules les deux premières sous-bandes $n = 0$ et $n = 1$ ont été représentées.

périodiques en $1/B$). Le spectre a alors été obtenu via l'équation établie dans le chapitre 3

$$E_{n,m} = \left(n + \frac{1}{2} + \frac{M}{2} \right) \hbar\omega - \frac{m\hbar\omega_c}{2} - \frac{\mu\omega_0^2 r_0^2}{4} \quad (5.8)$$

avec $n = 0, 1, 2, \dots$ et $m = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$

où $M = \sqrt{m^2 + 2a_1\mu/\hbar^2}$, $\omega_c = eB/\mu$ est la fréquence cyclotron et $\omega = (\omega_c^2 + \omega_0^2)^{1/2}$ la fréquence cyclotron effective. Le tableau 5.1 résume les caractéristiques pour les deux types d'échantillons utilisés dans les calculs. Comme on le verra plus loin, la précision des valeurs utilisées n'a que très peu d'influence sur le résultat final, seul l'ordre de grandeur compte. La différence entre les deux types d'anneau réside uniquement dans la position du niveau de Fermi et la valeur de ω_0 .

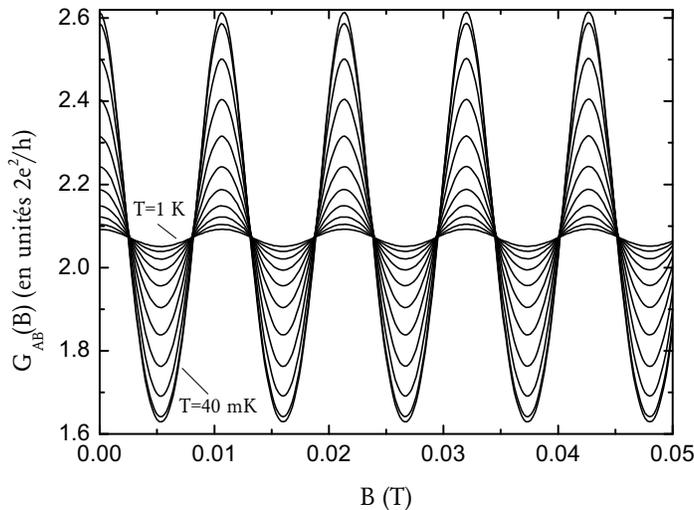
Le spectre consiste en des sous-bandes dues à la quantification du mouvement radial des électrons. De plus, les niveaux d'énergie dans chaque sous-bande correspondent au mouvement dans le sens horaire et dans le sens anti-horaire le long des canaux de l'anneau.

Résultats et discussion —. Les figures 5.4 et 5.5 représentent les résultats de la dépendance en température de l'amplitude des oscillations AB, obtenus à partir des spectres d'énergie

Echantillons	Type a	Type b
Energie de Fermi E_F (meV)	7.15	23.25
Fréquence harmonique ω_0 (s^{-1})	8.4×10^{12}	2.4×10^{13}
Rayon moyen r_0 (μm)	0.35	0.35
Espacement entre les niveaux d'énergie au niveau de Fermi, $\Delta\epsilon$ (meV)	0.290	0.540

TAB. 5.1: Tableau récapitulatif des valeurs des variables utilisées dans les calculs numériques.

calculés précédemment, et de la formule de convolution 5.4. La première constatation que l'on peut faire est que le modèle théorique prédit systématiquement une décroissance en température de l'amplitude $\langle \Delta G_{AB}(B) \rangle$ plus accentuée que celle établie expérimentalement. Ce désaccord entre le modèle et la théorie est présent quel que soit le type d'interféromètre. Nous allons donc discuter dans un premier temps de l'influence des paramètres physiques, comme l'élargissement des niveaux Γ , l'espacement entre les niveaux d'énergie $\Delta\epsilon$, le nombre de sous-bandes occupées, ou bien encore la longueur de cohérence de phase l_φ , sur les courbes théoriques.


 FIG. 5.4: Courbes de magnétoconductance calculées pour différentes températures d'après le modèle décrit dans le texte, pour des paramètres ω_0 et E_F correspondant à un anneau à quatre contacts.

Élargissement des niveaux Γ —. Cet élargissement des niveaux est, comme nous l'avons déjà dit, dû au recouvrement des états entre les niveaux quasi-liés de l'anneau et le continuum des niveaux des fils. Physiquement, Γ est relié au temps de vie τ d'un électron dans l'anneau, avec $\Gamma \propto \hbar/\tau$ [Landau77]. Deux contributions participent à $\Gamma = \Gamma_{el} + \Gamma_{in}$, où Γ_{el} est l'élargissement dû à des diffusions élastiques, et Γ_{in} celui dû à des processus inélastique. En fait la formule du coefficient de transmission est donnée par

$$T(E, B) = \sum_n \frac{\frac{1}{4}\Gamma\Gamma_{el}}{[E - E_n(B)]^2 + \left(\frac{1}{2}\Gamma\right)^2}$$

Par souci de simplicité, dans la suite de nos calculs, nous avons pris $\Gamma \approx \Gamma_{el}$. L'influence du

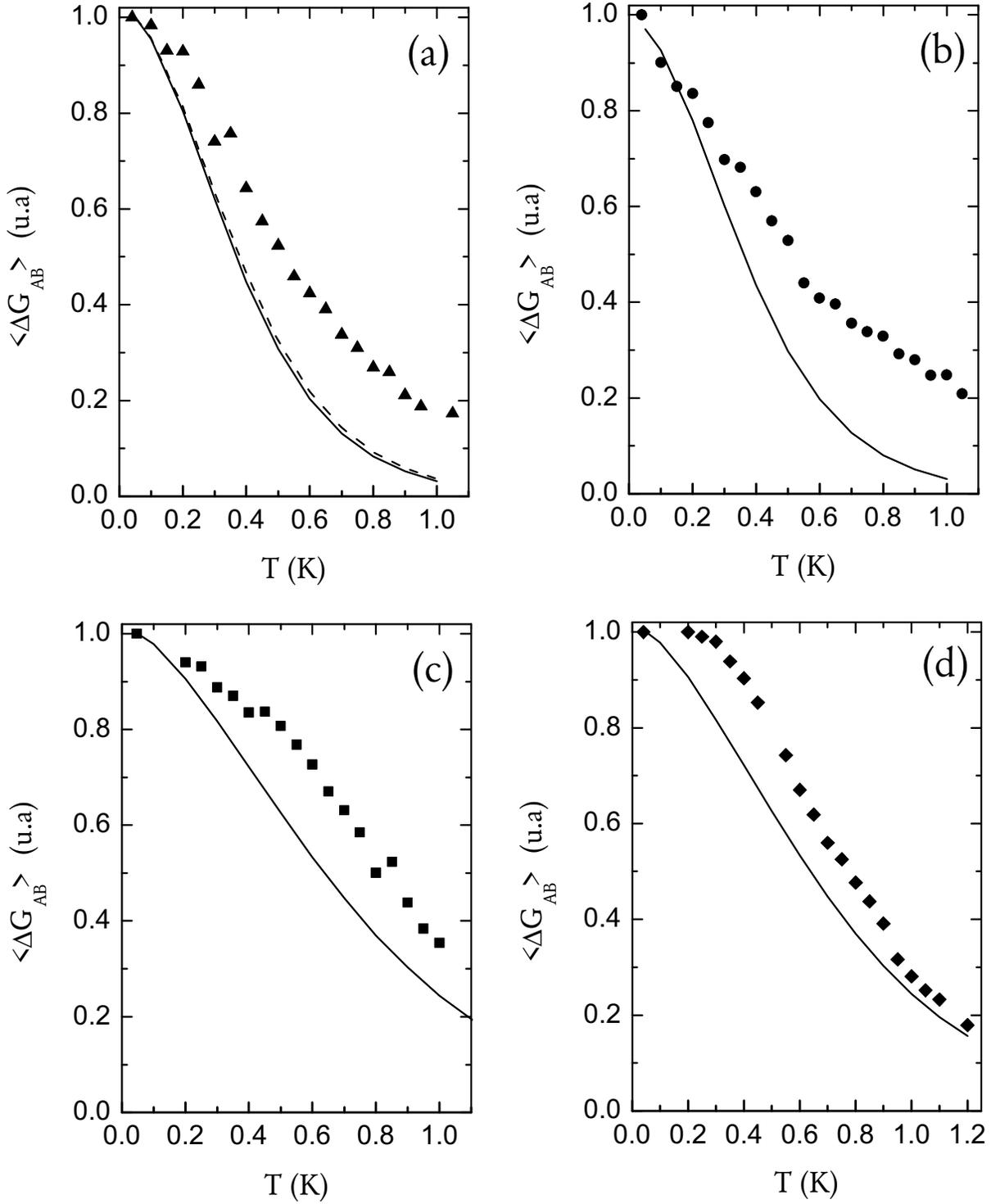


FIG. 5.5: Calcul de la dépendance en température et courbes expérimentales correspondantes pour (a) et (b) un anneau à quatre contacts (pour deux états $4t62$ et $4t62b$), (c) et (d) deux anneaux à deux contacts ($2t10$ et $2t30$).

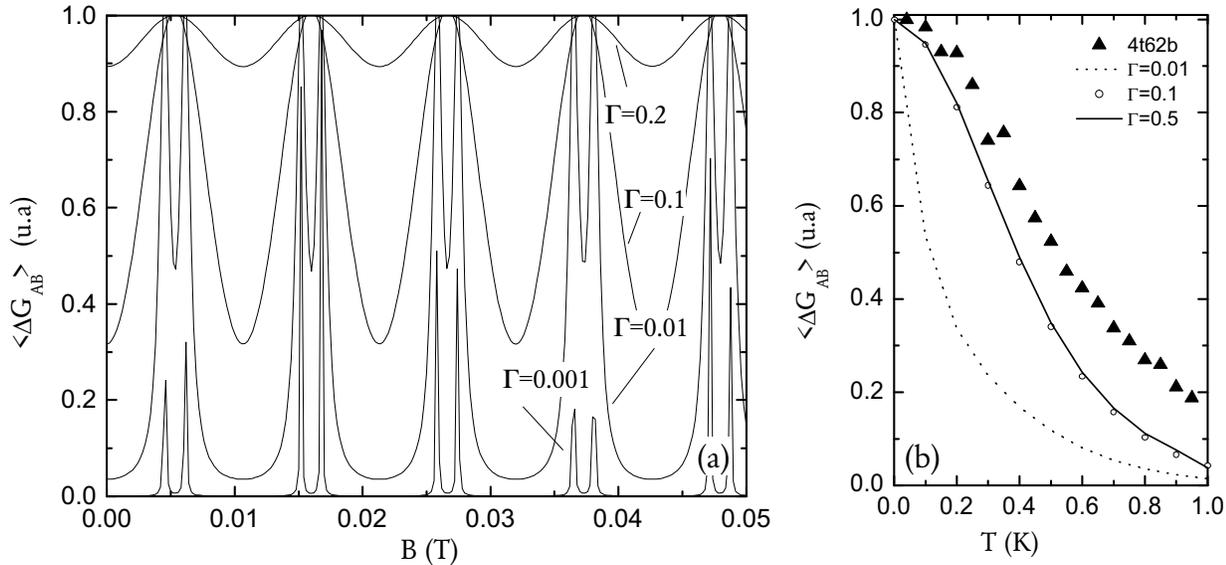


FIG. 5.6: (a) Courbes de magnétoconductance pour différentes valeurs de Γ en meV , et (b) dépendances en température correspondantes.

paramètre Γ sur les courbes de conductance est d'élargir les *résonances* aux valeurs du flux $\Phi = nh/e$ ($n \in \mathbb{Z}$), comme l'indique la figure 5.6a. Pour des faibles valeurs de l'élargissement, donc pour un temps de vie long, on obtient des résonances extrêmement étroites à chaque fois que le niveau de Fermi intercepte une énergie propre du spectre. De plus, pour des valeurs croissantes de Γ l'amplitude des oscillations décroît moins rapidement (figure 5.6b), et sature pour $\Gamma \gtrsim 0.1 meV$. Afin de coller le plus possible aux points expérimentaux, nous avons choisi le cas le plus favorable, à savoir $\Gamma = 0.1 meV$, ce qui reste encore inférieur à l'espacement entre les niveaux d'énergie $\Delta\epsilon$ pour les deux types d'anneaux.

Longueur de cohérence de phase l_φ —. D'après tout ce qui précède, on voit bien que la différence entre les courbes théoriques et les courbes expérimentales ne peut pas être expliquée par la prise en compte de la décroissance exponentielle de la longueur de cohérence de phase $\exp(-L/l_\varphi)$ établie plus haut. Au contraire, lorsque $l_\varphi < L$, le facteur exponentiel qui en résulte accentue la réduction de l'amplitude des oscillations avec l'augmentation de la température. Si pour la gamme de température considérée, l_φ varie peu – comme par exemple dans le cas de la référence [Kurdak92]– ou est grand devant L , ce facteur n'entre alors pas en jeu.

Espacement entre les niveaux $\Delta\epsilon$ —. Nous avons effectué le calcul de la dépendance en température des oscillations AB, pour différentes positions de l'énergie de Fermi, soit encore pour différentes valeurs de $\Delta\epsilon$, afin de dégager l'influence de ce dernier paramètre. Les résultats obtenus montrent que la décroissance de l'amplitude avec la température est plus forte pour un espacement entre les niveaux d'énergie faible. En d'autres termes, un ajustement de nos courbes avec la théorie requiert un espacement entre les niveaux plus important. Suivant ces considérations, nous avons alors pris l'énergie $\Delta\epsilon$ comme paramètre d'ajustement, en ne

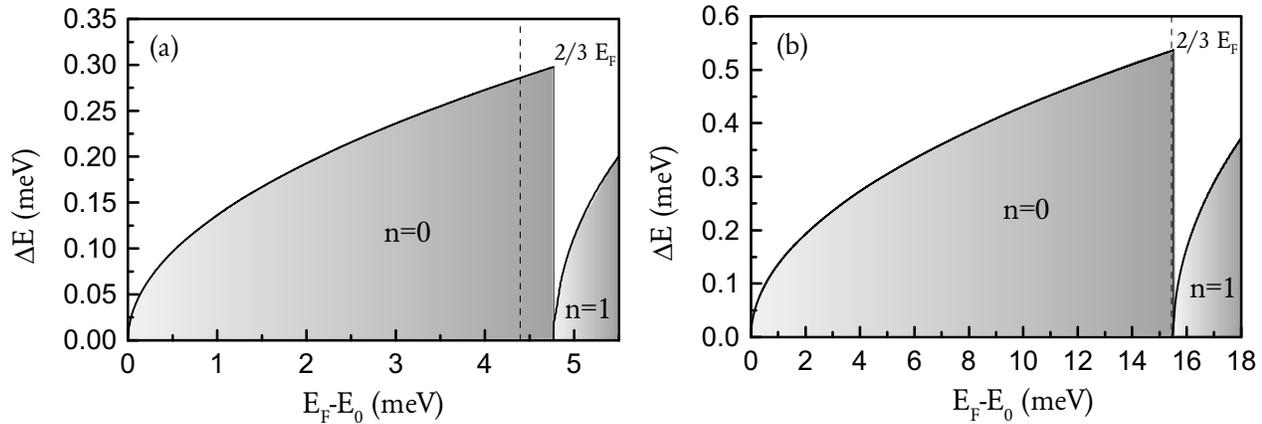


FIG. 5.7: Calcul de l'espacement des niveaux d'énergie en fonction de la position du niveau de Fermi $E_F - E_0$, pour les deux premières sous-bandes $n = 0$ et $n = 1$, pour les deux types d'interféromètres (a) à quatre contacts et (b) à deux contacts. Le trait en pointillés indique sur chaque graphe la valeur retenue pour le calcul numérique. La valeur particulière $E_F - E_0 = 2/3 E_F$ représente le bas de bande de la deuxième sous-bande d'énergie.

prenant en compte que la première sous-bande. Les courbes obtenues (figure 5.8) donnent un bon accord pour un espacement $\Delta\epsilon \approx 0.5 \text{ meV}$ dans le cas d'un anneau à quatre contacts, et $\Delta\epsilon \approx 0.65 \text{ meV}$ pour un anneau à deux contacts.

Cependant, en contrepartie, lorsque l'on augmente le nombre de sous-bandes participant à la conduction, les spectres d'énergies correspondant à chacune des valeurs du nombre quantique n s'entremêlent de manière complexe, réduisant l'espacement entre les niveaux d'énergies (figure 5.7). Par conséquent, la décroissance des oscillations AB avec la température est minimale pour une position de l'énergie de Fermi proche de la transition entre les deux sous-bandes $n = 0$ et $n = 1$. Même dans ce cas optimum, la courbe théorique est toujours en dessous des résultats expérimentaux (figure 5.8a).

Transition vers un plus fort couplage —. Pour compléter cette étude théorique, il faut analyser le cas où le couplage est plus faible entre l'anneau et les fils. Pour ce faire, il convient d'utiliser le formalisme des matrices de diffusion S introduit au chapitre 2, et qui permet d'étudier un anneau *unidimensionnel* couplé à deux fils de mesures. Dans ce modèle, on rappelle que les électrons sont diffusés par les deux jonctions entre les fils et l'anneau. Les diffusions par les jonctions sont modélisées par une matrice 3×3

$$S_{\text{jonction}} = \begin{pmatrix} -(a+b) & \sqrt{\epsilon} & \sqrt{\epsilon} \\ \sqrt{\epsilon} & a & b \\ \sqrt{\epsilon} & b & a \end{pmatrix} \quad (5.10)$$

où ϵ est le coefficient de couplage, et a et b deux termes dépendant du couplage. Il faut tenir compte de plus de la phase acquise due à la circulation du potentiel vecteur \vec{A} et à la propagation de l'onde électronique de vecteur d'onde \vec{k}_F le long du trajet entre les deux jonction, dans les bras de l'anneau. Le déphasage due à la propagation de \vec{k}_F dans un bras

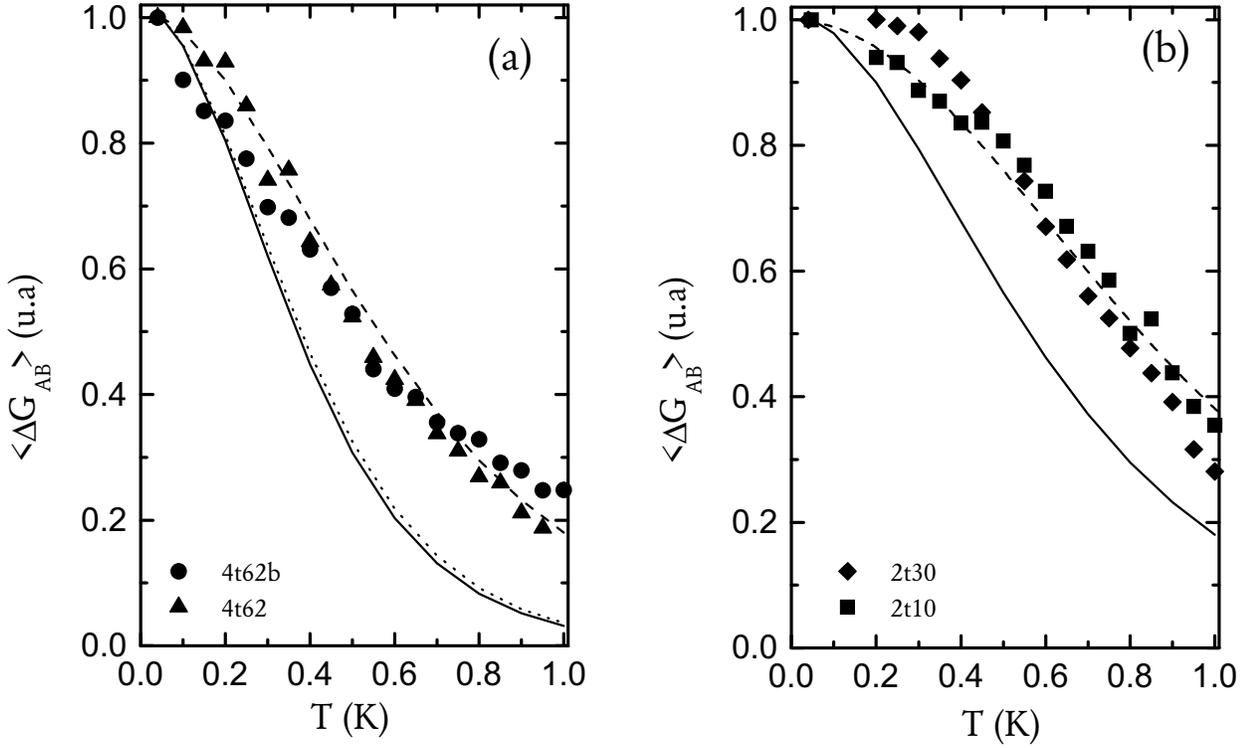


FIG. 5.8: Courbes expérimentales et calcul de la dépendance en température pour différentes valeurs de l'espacement entre les niveaux d'énergie. (a) $\Delta\epsilon = 0.290\text{ meV}$ (ligne pleine), $\Delta\epsilon = 0.503\text{ meV}$ (ligne en tirets), $\Delta\epsilon = 0.300\text{ meV}$ c'est-à-dire pour une position du niveau de Fermi juste à la limite d'apparition de la deuxième sous-bande (ligne en pointillés); (b) $\Delta\epsilon = 0.540\text{ meV}$ (ligne pleine), $\Delta\epsilon = 0.650\text{ meV}$ (ligne en tirets)

s'exprime simplement par $P = \exp ik_F L'$, avec L' la demi-circonférence, quel que soit le sens de parcours, horaire ou anti-horaire. *A contrario*, le terme dû au potentiel vecteur s'écrit $\exp \pm \pi \Phi / \Phi_0$ suivant le sens de parcours. Nous avons alors calculé le coefficient de transmission d'un anneau de rayon $r_0 = 0.35\ \mu\text{m}$, à température nulle, donné par l'un des termes non diagonaux de la matrice combinée S_{anneau}

$$S_{anneau} = S_{jonction1} \otimes S_{propagation} \otimes S_{jonction2} \quad (5.11)$$

La figure 5.9 montre la conductance calculée en fonction de la température pour différentes valeurs du coefficient de couplage, obtenue en convoluant le coefficient de transmission précédent avec la fonction d'élargissement thermique. On s'aperçoit bien que pour des valeurs du coefficient de couplage proches de 0.5, donc pour un fort couplage anneau-fils, la décroissance de l'amplitude des oscillations est beaucoup plus faible que celle obtenue pour un faible couplage. Pour des températures supérieures à $T = 0.6\text{ K}$, on observe même une saturation de l'amplitude des oscillations AB à une valeur qui dépend du coefficient ϵ . Il faut alors prendre en compte l'influence de la longueur de cohérence de phase sur l'amplitude des oscillations, si celle-ci est petite devant les dimensions du système, en incluant un terme $\exp(-\pi r_0 / l_\varphi)$. Nous avons essayé d'ajuster les courbes expérimentales, en prenant un coefficient de couplage

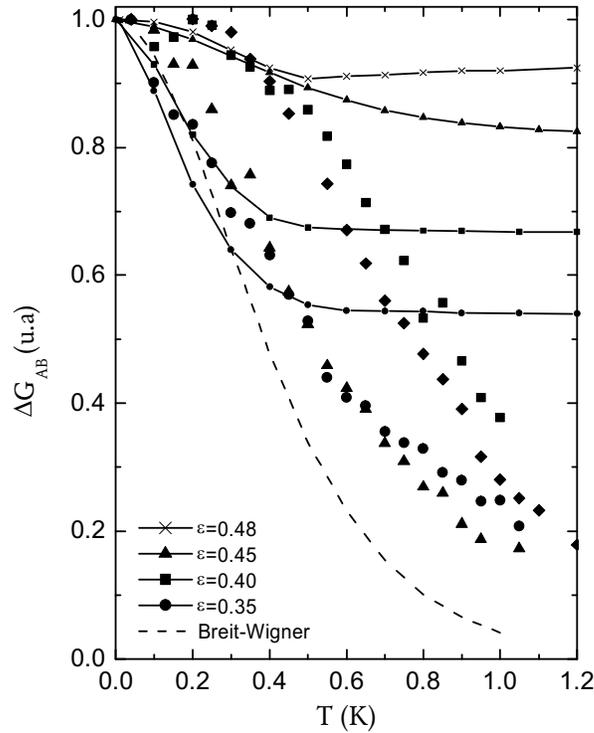


FIG. 5.9: *Dépendance en température de la conductance calculée avec le formalisme des matrices de diffusion (pour les détails voir le texte), pour diverses valeurs du coefficient de couplage ϵ . La courbe en pointillés représente le résultat numérique avec une formule de type Breit-Wigner (limite de faible couplage). Les courbes expérimentales (symboles) sont tracées à titre comparatif.*

$\epsilon = 0.45$ et en multipliant la dépendance en température obtenue par $\exp(-\pi r_0/AT^{\perp\alpha})$. A chaque fois un bon accord peut être obtenu, mais avec des valeurs différentes pour les paramètres ajustables A et α pour les quatre courbes expérimentales. Enfin et surtout, les valeurs de α , qui caractérise la dépendance en température de l_φ dans le régime balistique, que nous trouvons sont toutes supérieures à 1 ($\alpha > 3$ pour les échantillons à deux contacts), ce qui ne correspond pas à des valeurs déjà observées expérimentalement, ou prédites théoriquement. Il n'est donc pas possible d'ajuster par ce biais, de manière correcte, les courbes théoriques aux données expérimentales, notamment aux anneaux à deux contacts. L'hypothèse de faible couplage paraît donc extrêmement peu probable dans le cas présent.

Remarque : La dépendance en température des oscillations AB dans ce modèle a été étudiée par Shin *et al.* [Shin96], pour un anneau dans le régime balistique, pour plusieurs canaux de propagation, et en tenant compte de possibles diffusions entre ces canaux [Shin98]. Dans le cas d'un seul mode de propagation, ils ont montré que l'on peut simplifier l'expression du coefficient de transmission à basse température par

$$G(B) = \frac{2e^2}{h} \left| \frac{\epsilon Q}{1 - b^2 Q^2} + \frac{\epsilon P}{1 - b^2 P^2} \right|^2 \quad (5.12)$$

avec $b = \frac{1}{2}(\sqrt{1-2\epsilon} + 1)$, $P = e^{1\pi q_+}$, $Q = e^{1\pi q_-}$, $q_{\pm} = eBr_0^2/2\hbar \pm \sqrt{k_F^2 W^2/\pi^2 - \pi^2}$. De même, pour des températures suffisamment hautes, la conductance peut s'écrire

$$G(B) = \frac{2e^2}{h} |\epsilon Q + \epsilon P|^2 \quad (5.13)$$

Les résultats qu'ils ont ainsi obtenus sont en accord avec ceux que l'on a décrit plus haut, à savoir une décroissance exponentielle de l'amplitude des oscillations jusqu'à une certaine température limite, à partir de laquelle la dépendance en température est linéaire et quasi-horizontale.

Quoi qu'il en soit, on ne peut pas ajuster les courbes obtenues par ce calcul numérique avec les points expérimentaux, pour des valeurs de $\epsilon > 0.2$. Pour des valeurs inférieures, on retombe alors dans le cas de faible couplage, avec une formule de type Breit-Wigner.

Par conséquent, même en se plaçant dans le cas le plus favorable pour tous les paramètres ajustables, la théorie ne peut rendre compte des résultats expérimentaux de manière satisfaisante.

5.1.2.3 Influence des répulsions coulombiennes

Afin de résoudre le problème ci-dessus, à savoir comprendre pourquoi les courbes expérimentales décroissent moins rapidement avec une température croissante que ce que prédisent les modèles théoriques, il faut revenir à une hypothèse implicite qui a été faite. En effet, dans ce qui précède, nous avons négligé l'influence des *répulsions coulombiennes*, c'est-à-dire l'interaction des électrons entre eux. Ainsi à basse température, la conductance de systèmes de petite taille dépend largement de l'énergie de charge acquise lorsque l'on ajoute ou on enlève un électron au système isolé par des barrières tunnel [Beenakker91a]. Cette énergie conduit à la suppression de la conductance, phénomène appelé le blocage de Coulomb⁵. Ce phénomène a été et continue d'être largement étudié dans les points quantiques⁶

Pour prendre en compte les répulsions, nous allons d'abord voir quelles sont leur influence sur le spectre d'énergie de l'anneau. L'ajout d'un électron à une *boîte* – système isolé des réservoirs par deux barrières tunnel – de capacité propre C provoque l'augmentation de l'énergie électrostatique de $e^2/2C$. La même énergie est nécessaire pour retirer un électron. Il y a donc au total un gap en énergie égal à e^2/C , l'énergie de charge, qui s'oppose à l'échange d'un électron entre les réservoirs et la boîte [Pasquier94, Grousset97]. Pour notre système, le spectre des niveaux d'énergie de l'anneau est résolu, caractérisé par un espacement entre les niveaux d'énergie $\Delta\epsilon = \hbar v_F/(2\pi r_0)$ (figure 5.10a). L'électron entrant voit alors un gap supplémentaire égal à l'énergie de charge entre le dernier niveau occupé et le premier niveau libre (voir figure 5.10b) [Beenakker91b].

5. Voir chapitre 2.

6. Pour une revue des différents travaux théoriques et expérimentaux, consulter les références [Grabert91, Kouwen97a, Kouwen97b].

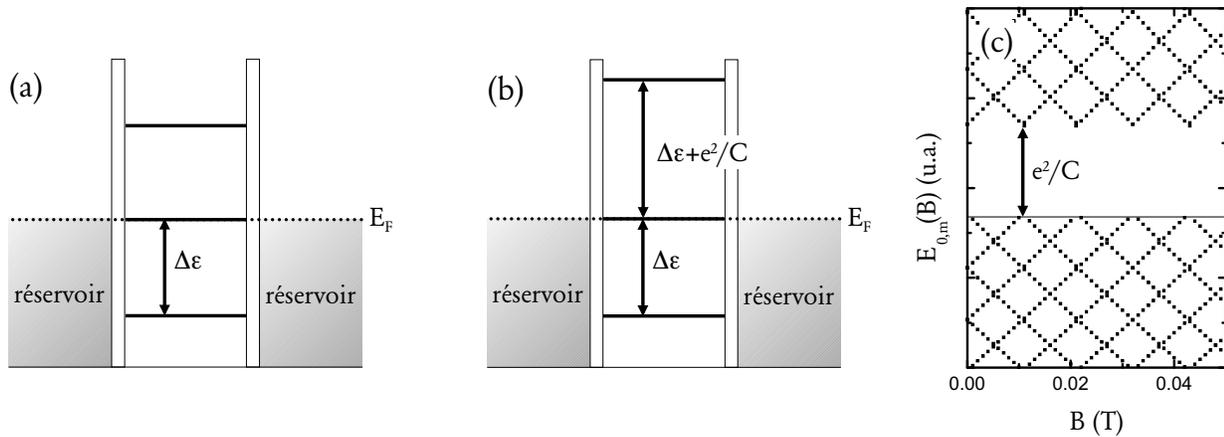


FIG. 5.10: (a) Spectre des niveaux d'énergie d'une boîte quantique, sans tenir compte des interactions coulombiennes, où $\Delta\epsilon$ caractérise l'espacement entre les niveaux; (b) spectre d'addition de la même boîte, avec e^2/C l'énergie de charge prise en compte au niveau de Fermi; (c) spectre d'addition d'un anneau isolé avec l'ouverture d'un gap.

Remarque: l'espacement entre les niveaux d'énergie du spectre de l'anneau peut être aussi traduit en terme de capacité [Palun00]

$$\Delta\epsilon = \frac{e^2}{C_{\text{quantique}}} \quad (5.14)$$

où l'on introduit la capacité quantique $C_{\text{quantique}}$.

La figure 5.10c illustre le spectre d'addition obtenu ainsi pour le cas d'un anneau isolé, avec l'ouverture d'un gap de largeur e^2/C au dessus du niveau de Fermi. Comme on l'a vu plus haut, l'espacement entre les niveaux d'énergie est trop faible pour expliquer les dépendances en températures mesurées. Aussi, l'énergie de charge qui augmente cet espacement, si elle est prise en compte, peut-elle améliorer l'adéquation entre le modèle précédent et les courbes expérimentales. C'est à partir de ce spectre d'addition que nous avons recalculé la dépendance en température de l'amplitude des oscillations AB, en utilisant l'énergie de charge comme seul paramètre d'ajustement. Le résultat des différents ajustements est donné dans la figure 5.11. Nous avons ainsi trouvé que les courbes expérimentales corroborent ce modèle pour $e^2/C \approx 0.1 \text{ meV}$.

Discussion sur la validité du modèle proposé —. Les deux principales conditions pour pouvoir observer les effets dus à la nature discrète de la charge des électrons sont les suivantes [Kouwen97b]

$$R \gg h/e^2 \quad (5.15a)$$

$$e^2/C \gg k_B T \quad (5.15b)$$

Lorsque le premier critère n'est pas vérifié, le blocage de Coulomb est supprimé progressivement jusqu'à ce que le coefficient de transmission du système atteigne la valeur $T = 1$

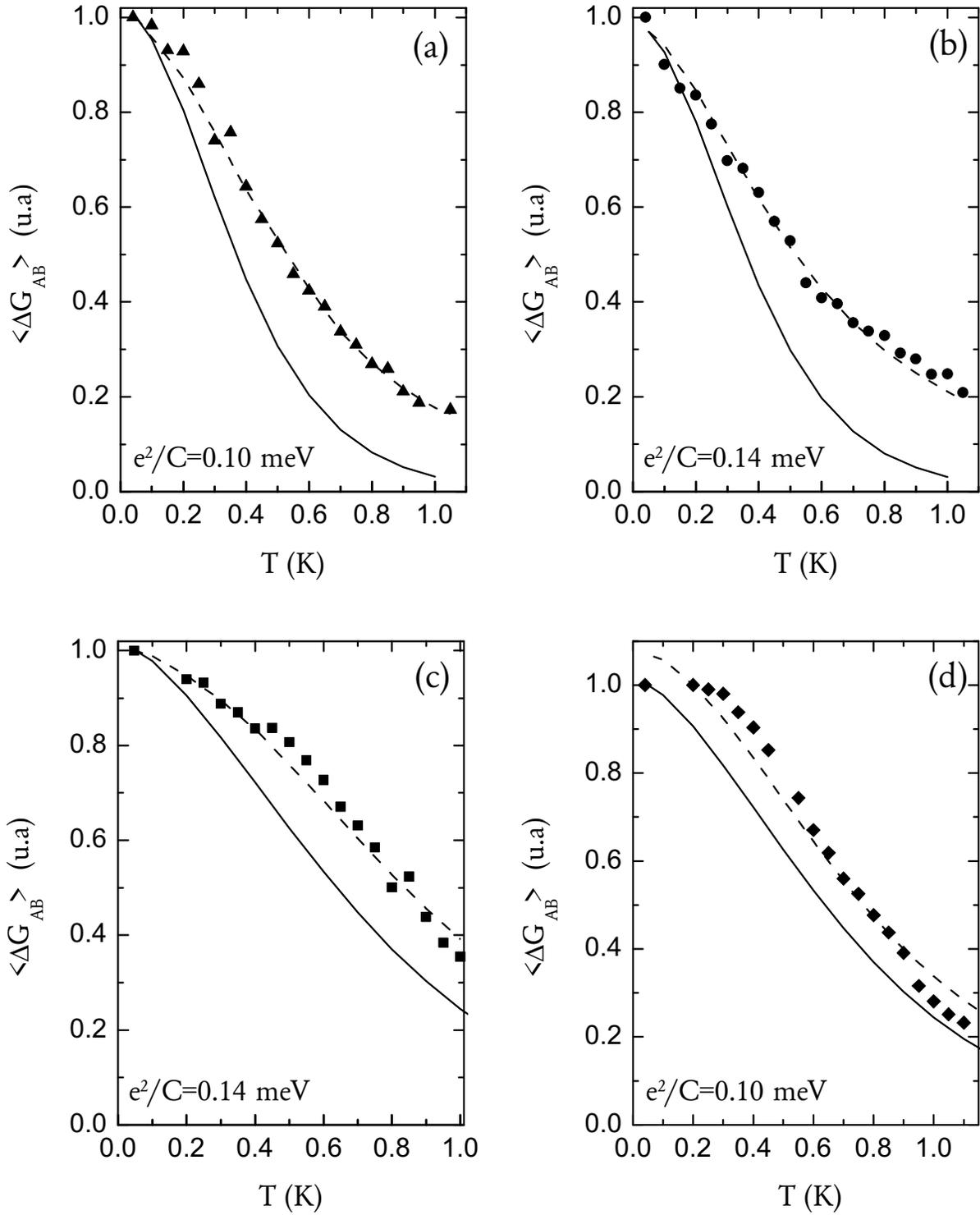


FIG. 5.11: Calcul de la dépendance en température (ligne pleine: sans énergie de charge, ligne en pointillés: en incluant l'énergie de charge e^2/C) et courbes expérimentales correspondantes pour (a) et (b) un anneau à quatre contacts (4t62 et 4t62b), (c) et (d) deux anneaux à deux contacts (2t10 et 2t30).

[Glazman90, Waugh95, Molenkamp95]. Expérimentalement [Pasquier93], les oscillations de la conductance $G(V_g)$ dues au blocage de Coulomb ont été observées même lorsque la conductance excède la valeur $G_0 = 2e^2/h$, dans un régime de fort couplage donc, en dehors du régime tunnel. Dans notre système, la résistance longitudinale moyenne mesurée autour de $B = 0T$ est toujours comprise dans un intervalle $10k\Omega \lesssim R \lesssim 25k\Omega$, soit $R \gtrsim h/2e^2$.

Il faut aussi évaluer la plausibilité de la valeur de l'énergie de charge $e^2/C \approx 0.1 \text{ meV}$ établie par ajustement avec les courbes expérimentales. La capacité d'un objet est proportionnelle à son rayon R [Kouwen97b]. Ainsi, pour un disque la capacité est donnée par $C = 8\epsilon_r\epsilon_0 R$, où ϵ_r est la constante diélectrique du matériau entourant l'objet. Pour un disque plein de rayon $R = 350 \text{ nm}$, on trouve une énergie de charge $E_C = 0.6 \text{ meV}$. De plus, E_C dépend de la résistance de contact, et décroît lorsque R devient inférieur $h/2e^2$. On peut donc raisonnablement penser que l'estimation de l'énergie de charge de notre système $E_C \approx 0.1 \text{ meV}$ est cohérente avec ces considérations.

Enfin, si l'on considère le deuxième critère, à $T = 1K$ $k_B T = 0.086 \text{ meV}$, ce dernier est donc vérifié, ce qui corrobore encore l'hypothèse des répulsions coulombiennes à prendre en compte.

Problématique liée à la statistique —. Il y a un autre point qu'il convient de discuter, quant à la validité de la proposition précédente. Il concerne l'ensemble statistique utilisé, qui détermine la fonction de distribution. En effet, on peut distinguer deux ensembles possibles: *canonique* ou *grand canonique* [Castaing70]. Un ensemble grand canonique fait référence à un système dont le nombre de particules n'est pas fixé à une valeur parfaitement déterminée. C'est le cas d'un système relié à un réservoir de particules de grande dimension avec lequel il peut échanger de l'énergie et des particules. La fonction de distribution, *i.e* la probabilité d'avoir une particule à l'énergie E_i , qui lui correspond est donnée par la distribution de Fermi-Dirac

$$f(E) = \frac{1}{1 + e^{\frac{E-\mu}{k_B T}}}$$

où μ est le potentiel chimique du système, qui lui est fixe, et T la température du système. Un ensemble canonique décrit un système isolé, contenant un nombre N bien défini et invariable de particules. La fonction de distribution dans ce cas-là n'a pas d'expression analytique et présente des difficultés techniques.

Néanmoins, il a été établi que le choix de l'ensemble statistique, et donc de la fonction de distribution, a une influence sur la dépendance en température des courants permanents dans des anneaux balistiques 1D [Grincwajg94]. Dans le cas canonique (nombre de particules fixe), l'intensité du courant permanent décroît moins rapidement avec une température croissante que dans le cas grand canonique (potentiel chimique fixe). Par conséquent, on pourrait qualitativement retrouver le même résultat pour l'amplitude des oscillations AB, dont la dépendance en température est calculée par le biais de la fonction de distribution. Dans notre cas, nous avons utilisé une distribution de Fermi-Dirac, donc un ensemble grand canonique, et tenu compte de l'énergie de répulsion coulombienne e^2/C . Cette hypothèse, pour une faible énergie de Coulomb, n'implique pas forcément que le système soit complètement isolé, contrairement au cas canonique qui s'applique aux systèmes fermés. Notre cas, qui correspond à une barrière tunnel de l'ordre de h/e^2 , est un cas intermédiaire entre un système complètement ouvert et un système isolé. Il paraît plus réaliste de le décrire par une statistique grand canonique en incluant une correction due aux interactions coulombiennes.

Quid des oscillations $G(V_g)$? — Le blocage de Coulomb n'est pas directement visible sur les courbes $G(V_g)$, où V_g est la tension de grille appliquée, notamment parce que l'énergie E_C est inférieure à l'espacement entre les niveaux $\Delta\epsilon$. Néanmoins, comme on va le voir plus loin, l'application de cette tension de grille se traduit notamment par la réduction de l'amplitude des oscillations AB de manière non périodique. La dépendance de la conductance en tension de grille présente des variations pseudo-périodiques qu'on ne peut pas attribuer au blocage de Coulomb. Celles-ci sont plutôt dues à des interférences Fabry-Perot associées à la cavité formée par l'anneau et des résonances de Fano associées à la région des jonctions qui forme un îlot isolé [Tkachenko00]. Nous reviendrons sur cette question dans la dernière partie de ce chapitre.

5.1.3 Régime de l'effet Hall quantique entier ($\nu = 1$)

Dans la partie précédente, nous avons observé les oscillations AB sous faible champ magnétique, dont l'origine est directement liée à l'influence du potentiel vecteur sur la phase des électrons (voir chapitre 2). Dans ce régime où $\omega_c\tau_e \ll 1$, les forces de Lorentz qui s'exercent sur les électrons sont négligées, et on considère que les électrons ne subissent pas l'influence du champ dans leur mouvement. Expérimentalement, Timp *et al.* [Timp87, Timp89] ont observé une réduction de l'amplitude des oscillations à mesure que l'on augmente le champ magnétique, jusqu'à leur suppression totale. Cette suppression est due à l'effet de la force de Lorentz sur les électrons qui devient importante lorsque le diamètre cyclotron $2l_{cycl.} = 2\hbar k_F/eB$ devient inférieur à la largeur W de l'anneau.

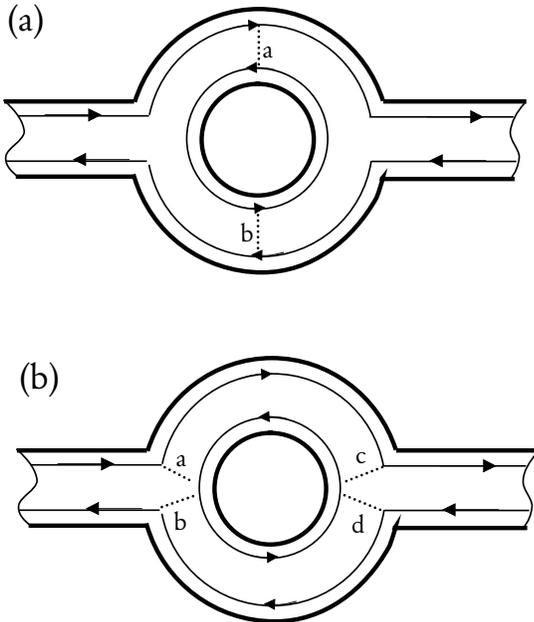


FIG. 5.12: Représentation schématique des états de bords pour $\nu = 1$, ainsi que deux configurations possibles des événements tunnel pour rendre compte des oscillations h/e : (a) cas le plus simple où les états de bords sont transmis, avec un coefficient de réflexion dû à une diffusion via le canal entourant le centre de l'anneau; (b) cas plus compliqué avec un effet tunnel possible au niveau des jonctions.

Pour ces valeurs du champ magnétique, les électrons rebondissent sur les bords, ce qui correspond à la formation de canaux unidimensionnels et unidirectionnels, les canaux de bords (figure 5.12). Ainsi, pour un champ tel que $2l_{cycl.} \gg W$, les porteurs se déplacent le long des

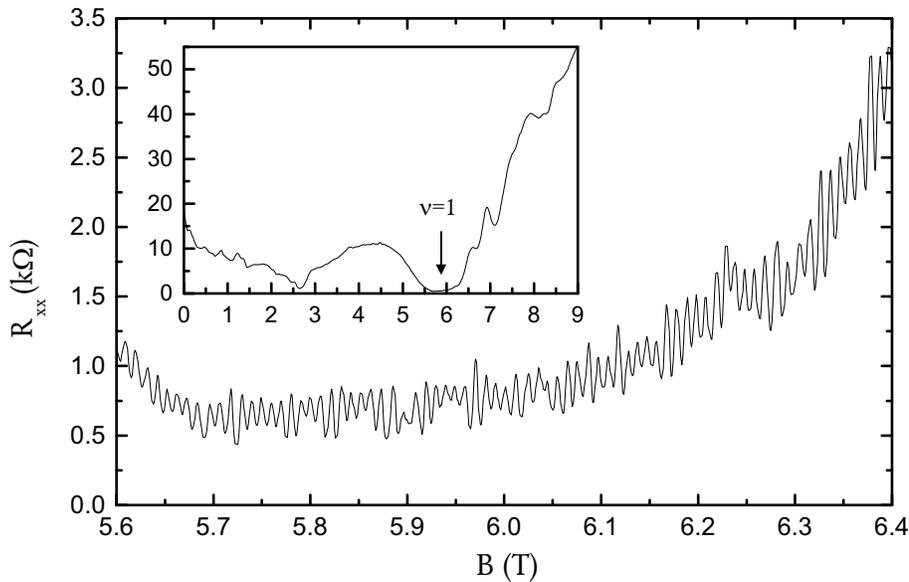


FIG. 5.13: *Oscillations Aharonov-Bohm mesurées à $T = 30$ mK dans un anneau à quatre contacts, pour un facteur de remplissage $\nu = 1$. Dans l'encadré: oscillations Shubnikov-De Haas pour ce même échantillon mesurées de 0 à 9 T.*

bords, les bords opposés conduisant le courant en sens opposé. Si l'on ne considère aucune possibilité de transition entre les niveaux de Landau, alors le courant se propage sans dissipation par les états de bords *externes*, par opposition aux états de bord *internes* qui encerclent le point intérieur de l'anneau. Or ces états de bords externes, qui déterminent la résistance *via* le formalisme de Landauer et Büttiker, n'enferment pas de flux magnétique. De plus, les états de bord internes, qui eux enferment effectivement un flux, ne sont pas couplés aux états externes. Par conséquent, il n'y a pas d'interférences possibles [Timp89].

Cependant, dans le cas contraire où ce couplage existe, Jain [Jain88] a prouvé que la quantification de ρ_{xy} en plateaux de Hall peut s'accompagner d'une faible valeur de ρ_{xx} qui présente des oscillations périodique de type Aharonov-Bohm. Ainsi, pour des anneaux de petites dimensions on peut avoir des oscillations AB dans le régime de l'effet quantique, à cause des impuretés présentes dans les fils étroits qui peuvent permettre le mécanisme de rétrodiffusion des porteurs en couplant deux états de bords. Les premières observations de ces oscillations ont été faites non pas dans des anneaux, mais dans des constriction quantiques [Loosdrecht88, Wees89], ou dans des systèmes composés d'un antipoint quantique – c'est-à-dire une zone de fort potentiel sur laquelle les électrons rebondissent – de forme circulaire et placé au centre d'une constriction [Hwang91, Ford94, Bogachek95]. Plus tard, pour des anneaux de petites dimensions des oscillations AB ont effectivement été observées en régime de l'effet Hall quantique [Bykov93]. La figure 5.12 donne deux configurations possibles de couplage entre les canaux de bord, *via* des événements tunnel *a, b, c*, ou *d* sur le schéma, qui vont donner naissance à des oscillations AB en régime quantique entier pour $\nu = 1$.

Dans les anneaux à quatre contacts que nous avons étudiés, nous avons également ob-

servé des oscillations périodiques avec le champ pour un facteur de remplissage $\nu = 1$ (voir la figure 5.13). La transformée de Fourier des courbes de magnétoconductance, présentée sur la figure 5.14a permet de confirmer l'origine des ces oscillations, à savoir des oscillations AB dues aux canaux de bords. En effet, le pic obtenu pour la valeur $1/\Delta B = 93T^{\perp 1}$ est en accord avec les valeurs des oscillations h/e à faible champ, et correspond à un rayon de l'état de bord interne égal à $r_{int} = 0.350 \mu\text{m}$, ce qui est légèrement inférieur à la valeur du rayon moyen $r_0 = 0.38 \mu\text{m}$. L'amplitude des oscillations à $T = 30 \text{ mK}$ est de l'ordre de $0.01 e^2/h$ (figure 5.14b), ce qui en valeur relative donne $\Delta R/R \approx 30\%$.

Remarque: pour obtenir les courbes de magnétoconductance à partir des courbes de magnétorésistance mesurées, il faut se rappeler que $G_{xx} \propto \sigma_{xx}$, et que σ_{xx} est obtenu en inversant le tenseur de résistivité, soit

$$\sigma_{xx} = \frac{\rho_{xx}}{\rho_{xx}^2 + \rho_{xy}^2}$$

Or, dans la région $\nu = 1$, la résistance transverse est quantifiée $R_{xy} = \rho_{xy} = h/e^2$ et la résistance longitudinale est minimum, soit $\rho_{xx} \ll \rho_{xy}$, ce qui donne

$$G_{xx} \propto R_{xx}$$

par opposition avec le cas à faible champ où $G_{xx} \propto R_{xx}^{\perp 1}$.

La motivation de l'étude qui suit est de comparer la dépendance en température de l'amplitude des oscillations en régime quantique avec les dépendances précédentes, tout en gardant à l'esprit que le mécanisme physique responsable des oscillations périodiques est différent. Ainsi, l'une des différences fondamentales est que les canaux de bords imposent un sens de rotation pour les électrons, n'autorisant que le mouvement dans le sens horaire (+) ou anti-horaire (-), l'un excluant l'autre. La somme de tous les chemins possibles de l'entrée a de l'interféromètre vers la sortie b de celui-ci se trouve donc modifiée [Geller97]

$$A_{\pm} = e^{i\frac{\theta_{\pm}}{2}} + e^{i\frac{3\theta_{\pm}}{2}} + e^{i\frac{5\theta_{\pm}}{2}} + \dots \quad (5.19)$$

où θ_{\pm} est la phase accumulée par un électron après un tour complet dans un sens, soit

$$\theta_{\pm} = 2\pi \left(\frac{\Delta\epsilon}{\epsilon} \pm \frac{\Phi}{\Phi_0} \right)$$

due à la propagation du vecteur d'onde (1er terme) et du potentiel vecteur (2ème terme). Les interférences les plus simples qui peuvent être obtenues sont dues à un électron effectuant une moitié de tour (phase acquise: $\theta/2$) avec un électron effectuant un tour et demi (phase acquise: $3\theta/2$), ce qui donne un coefficient de transmission

$$T_{b \leftarrow a}^{chiral} = \left| e^{i\frac{\theta_{\pm}}{2}} + e^{i\frac{3\theta_{\pm}}{2}} \right|^2 = 2 + 2 \cos \left(2\pi \frac{\epsilon}{\Delta\epsilon} + 2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0} \right) \quad (5.21)$$

Les interférences constructives donnent des résonances en transmission; cependant il n'y a pas d'interférences totalement destructives. *A contrario*, dans le cas non chiral (sous faible champ)

$$T_{b \leftarrow a}^{non\ chiral} = \left| e^{i\frac{\theta_+}{2}} + e^{i\frac{\theta_-}{2}} \right|^2 = 2 + 2 \cos \left(2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0} \right) \quad (5.22)$$

qui présente des interférences constructives et destructives.

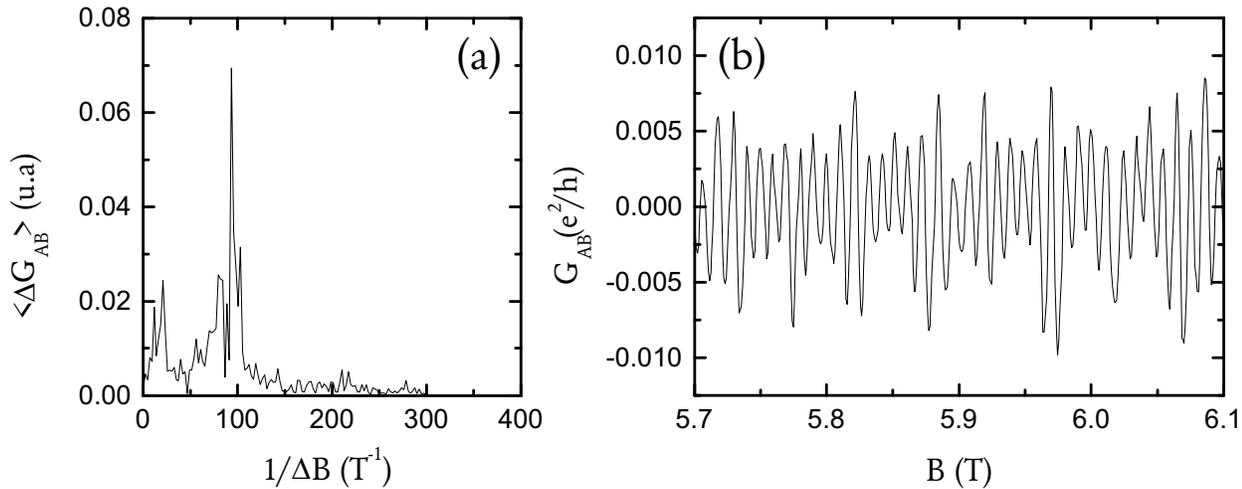


FIG. 5.14: (a) Transformée de Fourier d'une courbe de magnétoconductance obtenue après soustraction du fond continu, à $T = 30\text{mK}$; (b) magnétoconductance correspondante.

La figure 5.15a présente l'amplitude des oscillations AB pour un facteur de remplissage $\nu = 1$, en fonction de la température, pour une gamme de température de 35mK à $T = 700\text{mK}$. La détermination de l'amplitude est faite de la même manière que précédemment, en intégrant l'aire sous le pic de la transformée de Fourier correspondant à la période en h/e et effectuée sur un fenêtrage de champ $B = 6.0\text{ T}$ à $B = 6.2\text{ T}$. La dépendance en température obtenue est différente du cas à bas champ pour le même anneau, avec une décroissance plus rapide lorsque la température décroît.

Analyse — Afin de comprendre ce résultat, nous nous sommes placés dans le cas le plus simple de configuration des états de bord et de couplage entre eux, schématisé sur la figure 5.15b. Ce cas est absolument identique dans le traitement mathématique à celui de la figure 5.12a. Un électron sur l'état de bord D, qui se dirige de la gauche vers la droite, peut passer en a sur l'état de bord central C, puis sur l'état G, où il se dirigera de nouveau vers le réservoir de gauche. Ce mécanisme de rétrodiffusion des électrons sur les canaux de bords donne naissance à des oscillations périodiques du coefficient de transmission en fonction du champ magnétique appliqué. La période est déterminée par le flux qui traverse la surface S délimitée par l'état de bord interne. Le calcul de dépendance en température a été effectué d'après le modèle établi par Geller et Loss [Geller97]. Le coefficient de transmission pour cette configuration est donné par [Kirczenow94a]

$$T(E, B) = 1 - \frac{t_a^4}{2(1 - t_a^2)(1 + \cos \theta(E, B)) + t_a^4} \quad (5.23)$$

où $t_a = t_b$ est le module de l'amplitude de transmission par effet tunnel d'un état de bord

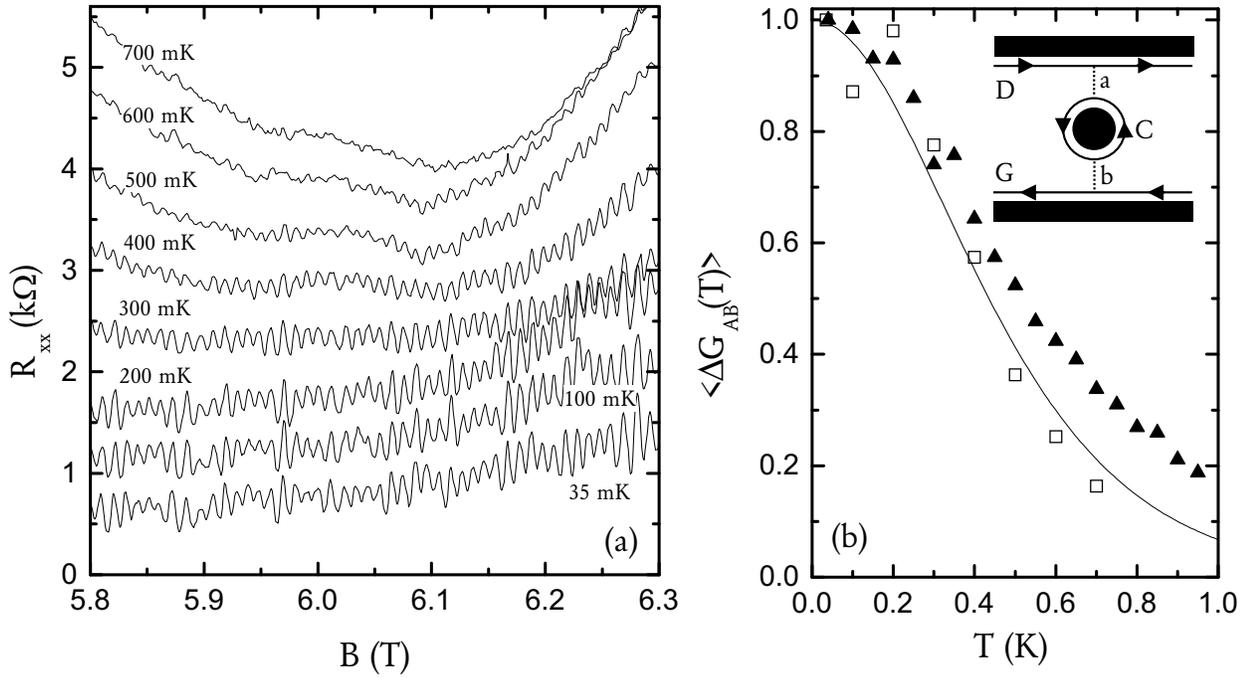


FIG. 5.15: (a) Courbes de magnétorésistance mesurées à $\nu = 1$ pour différentes températures de $T = 35 \text{ mK}$ à $T = 700 \text{ mK}$, pour un anneau à quatre contacts. Les courbes sont décalées selon l'axe des ordonnées pour plus de clarté. (b) Amplitude des oscillations AB des courbes ci-contre (courbe \square); pour comparaison, on a tracé l'amplitude des oscillations AB à faible champ pour le même échantillon (courbe \blacktriangle). La courbe en trait plein correspond à l'ajustement théorique avec le modèle de l'effet AB dans un liquide de Fermi chiral, pour la configuration des états de bords présentée schématiquement en encart, avec pour paramètre $\Delta\epsilon = 0.34 \text{ meV}$.

externe vers l'état de bord interne et vice-versa. Le calcul de la conductance

$$G(E_F, T) = \frac{2e^2}{h} \int \left(-\frac{df(E, E_F, T)}{dE} \right) T(E) dE$$

peut se faire analytiquement et donne dans le cas présent

$$G(E_F, T) = 2(1 - t_a^2) \frac{e^2}{h} \underbrace{-2(1 - t_a^2) \frac{e^2}{h} \frac{T/T_0}{\sinh(T/T_0)}}_{G_{AB}(T)} \cos \left(2\pi \frac{E_F}{\Delta\epsilon} + 2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0} \right) \quad (5.25)$$

où $k_B T_0 = \Delta\epsilon/2\pi^2$. Les points expérimentaux ont été comparés à la composante oscillante $G_{AB}(T)$ de cette expression théorique, avec pour seul paramètre d'ajustement le valeur de l'espacement entre les niveaux d'énergie $\Delta\epsilon$. La courbe obtenue pour $\Delta\epsilon = 0.34 \text{ meV}$ est celle qui modélise le mieux les résultats expérimentaux (figure 5.15). Cette valeur est en bon accord avec la valeur trouvée précédemment. Par conséquent, ce résultat est la mise en évidence directe d'un effet purement quantique, les interférences électroniques, qui se manifeste de deux manières différentes, suivant que l'on considère un seul sens de circulation pour les électrons

(à $\nu = 1$) ou les deux sens simultanément (autour de $B = 0 T$).

Les oscillations AB observées sur la figure 5.13 présentent toutes une faible modulation de l'amplitude, surtout dans la région $5.8 T \leq B \leq 6.05 T$. Or, celle-ci ne peut pas être expliquée par le modèle simple précédent, pour lequel les oscillations ont une amplitude constante. Il faut donc envisager un modèle mettant en jeu plus de couplages entre les niveaux de Landau, comme par exemple le modèle plus réaliste de la figure 5.12b. Dans ce modèle, le couplage est dû à la géométrie du potentiel de déplétion, plutôt qu'à un effet des impuretés. Un modèle analogue a été utilisé pour décrire les phénomènes d'interférences observés dans la magnétorésistance d'un antipoint dans un fil quantique [Kirczenow94b]. Si l'on applique le principe de ce modèle au cas de la figure 5.16, il est alors possible de calculer le coefficient de transmission à travers l'anneau dans le cas où il y a quatre couplages a, b, c et d . Le coefficient de transmission est obtenu en écrivant

$$T = \left| \frac{J_{Hb}^o}{J_{Ha}^i} \right|^2$$

où J_{Ha}^i est le courant entrant par le canal de bord H , et J_{Hb}^o le courant sortant par ce même canal. Un tel calcul n'a pas été effectué dans le cadre de ces travaux, mais la similitude mathématique avec les cas analysés par Kirczenow [Kirczenow94a] permet de supposer raisonnablement que la modulation d'amplitude relativement régulière est due à des trajectoires qui interfèrent et forment dans ce cas des boucles fermées de plus petite taille que l'état de bord interne.

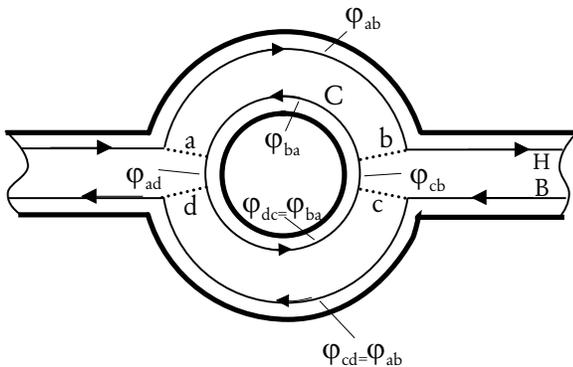


FIG. 5.16: Représentation schématique des états de bords (H, B, C) pour $\nu = 1$, dans un cas plus réaliste. Les termes φ_{xy} représentent la phase acquise sur le trajet entre x et y .

5.2 Effet de la tension de grille

Dans cette deuxième partie expérimentale, nous avons examiné l'influence de la tension de grille sur les oscillations AB. L'application d'une tension sur la grille modifie la densité électronique sous la grille et donc la position du niveau de Fermi dans l'anneau. Si l'on reprend la définition des interférences dues à l'effet Aharonov-Bohm, ces dernières sont issues d'une différence de phase entre les deux chemins parcourus par les électrons, dans le bras supérieur et dans le bras inférieur⁷. Or, l'origine de la phase fait intervenir la propagation du vecteur

7. Voir chapitre 2

d'onde de Fermi k_F le long de chaque bras

$$\varphi_{bras} \propto \int_A^B \vec{k}_F \cdot d\vec{l} \quad (5.27)$$

La différence de phase due uniquement au vecteur k_F s'exprime dans notre cas où la grille recouvre la totalité de l'anneau $\delta = \Delta(k_F L') = k_F \Delta L'$, où L' est la longueur d'un bras de l'anneau. De plus, δ intervient dans la conductance de la manière suivante

$$G(B) \propto \cos \left(2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0} + \delta + \varphi_0 \right) \quad (5.28)$$

Dans ce modèle, le changement du vecteur d'onde k_F dans l'anneau se traduit par un changement de la phase des oscillations *si et seulement si* les deux bras de l'anneau ne sont pas de longueur égale, c'est-à-dire $\Delta L' \neq 0$.

5.2.1 Résultats expérimentaux

Sur la figure 5.17 on a tracé la conductance longitudinale G_{xx} mesurée en fonction du champ magnétique B perpendiculaire, pour différentes valeurs de la tension de grille, pour les deux types d'échantillon, à deux contacts (b) et à quatre contacts (a).

Observons ce qu'il se passe autour de $B = 0T$. On avait déjà remarqué que les oscillations sont symétriques par rapport au champ nul⁸. Ceci impose une rigidité de la phase des oscillations, qui ne peut prendre seulement que deux valeurs à champ nul, 0 ou π . Effectivement, lorsque la tension de grille varie, la phase des oscillations de période h/e bascule irrégulièrement entre 0 et π . Cependant, entre ces basculements de la phase, on observe des états intermédiaires avec l'apparition de minima de conductance supplémentaires, positionnés dans les maxima de conductance (voir par exemple la courbe $V_{grille} = 494.5$ mV sur la figure 5.17a, ou $V_{grille} = -160$ mV sur la figure 5.17b). On obtient alors des oscillations de période apparente deux fois plus petite, en $h/2e$. Ces dernières sont localisées à faible champ (figure 5.18), et disparaissent pour des champs de l'ordre de 40 mT.

Ces résultats sont extrêmement similaires à ceux obtenus par Park *et al.* [Park96] ou bien encore Yacoby *et al.* [Yacoby96] dans le cas d'un anneau recouvert partiellement d'une grille, et prédit théoriquement [Cahay89, Takai93]. Dans ces expériences cependant, la grille ne couvre pas la même portion pour le bras supérieur et le bras inférieur. On retombe alors dans le cas décrit dans le chapitre 2, où le rôle de la grille est de désymétriser le système afin de pouvoir observer l'effet AB *électrostatique*.

5.2.2 Ajustement avec la théorie

5.2.2.1 Position par rapport à la théorie de fort couplage

Le changement évident observé expérimentalement amène tout naturellement à considérer le cas où notre anneau n'est pas symétrique. Ainsi, des résultats très similaires ont été obtenus

8. voir chapitre précédent

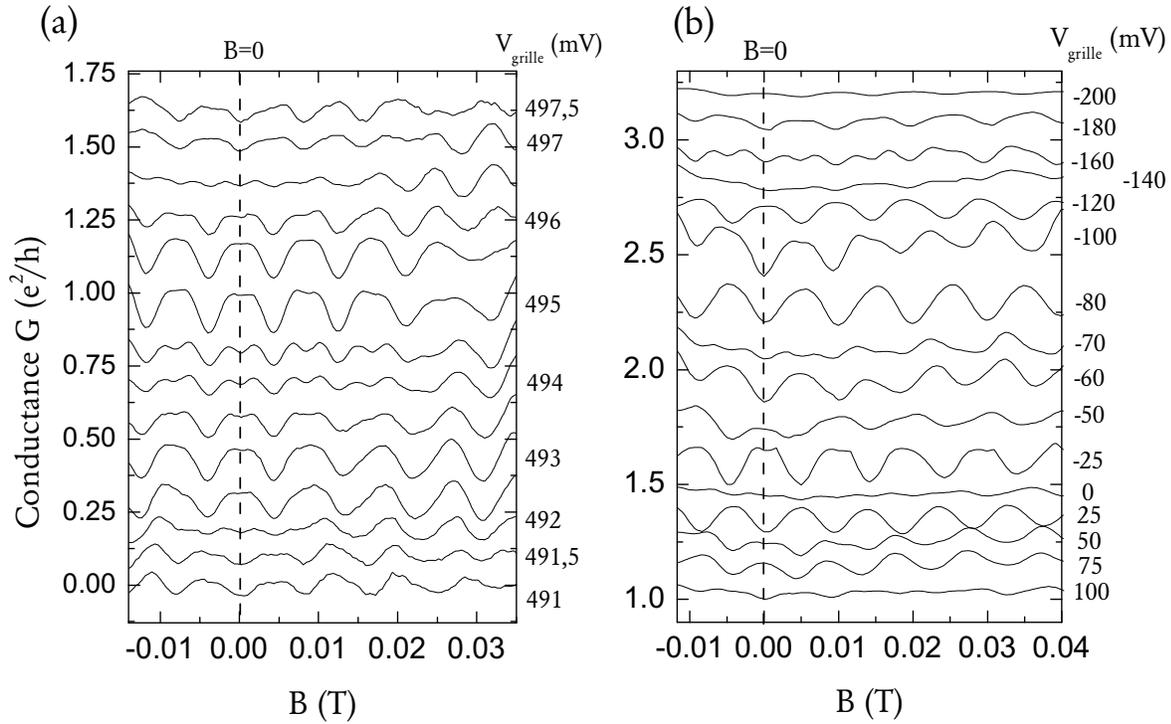


FIG. 5.17: Conductance en unités de e^2/h mesurée pour différentes valeurs de la tension de grille et pour les deux types d'anneau (a) et (b). Les courbes ont été traduites selon l'axe des ordonnées pour plus de clarté.

par S. Pedersen *al.* [Pedersen00a, Pedersen00b], et à partir desquels les auteurs ont conclu à une asymétrie effective de 15% entre les longueurs des deux bras. Dans ce même esprit nous avons calculé l'asymétrie géométrique qu'il faudrait introduire dans le modèle utilisé [Büttiker85b], basée sur l'équation suivante, introduite au chapitre 2

$$T(E, B) = \frac{4\epsilon^2 \sin^2 \theta \cos^2 \phi + \sin^2 \phi \sin^2 \delta - \sin^2 \theta \sin^2 \delta}{[a^2 \cos 2\delta + b^2 \cos 2\phi - (1 - \epsilon) \cos 2\theta]^2 + \epsilon^2 \sin 2\theta^2} \quad (5.29)$$

avec ϵ le coefficient de couplage, $\theta = k_F L'$, où $L' = L/2$ est la demi-circonférence, $\phi = \pi\Phi/\Phi_0$, et $\delta = \Delta(k_F L')$ caractérise l'asymétrie entre les deux bras de l'anneau. La figure 5.19 représente le résultat du calcul de la conductance $G(E, B) \propto T(E, B)$, pour un couplage parfait $\epsilon = 0.5$, et pour deux valeurs du coefficient d'asymétrie $\delta = 0.15k_F L'$ et $\delta = 1.0k_F L'$, pour la gamme de tensions de grille équivalente aux courbes expérimentales de la figure 5.17a. Le calcul a été fait en faisant l'hypothèse d'une relation linéaire entre la densité de porteurs n_{2D} et la tension de grille V_g

$$n_{2D} (cm^{-2}) = 6.75 \times 10^8 \times V_g (mV) - 1.675 \times 10^{11} \quad (5.30)$$

où les différents coefficients ont été déterminés expérimentalement. Ensuite, le vecteur d'onde de Fermi k_F est donné simplement par la relation

$$k_F(V_g) = \sqrt{2\pi n_{2D}(V_g)} \quad (5.31)$$

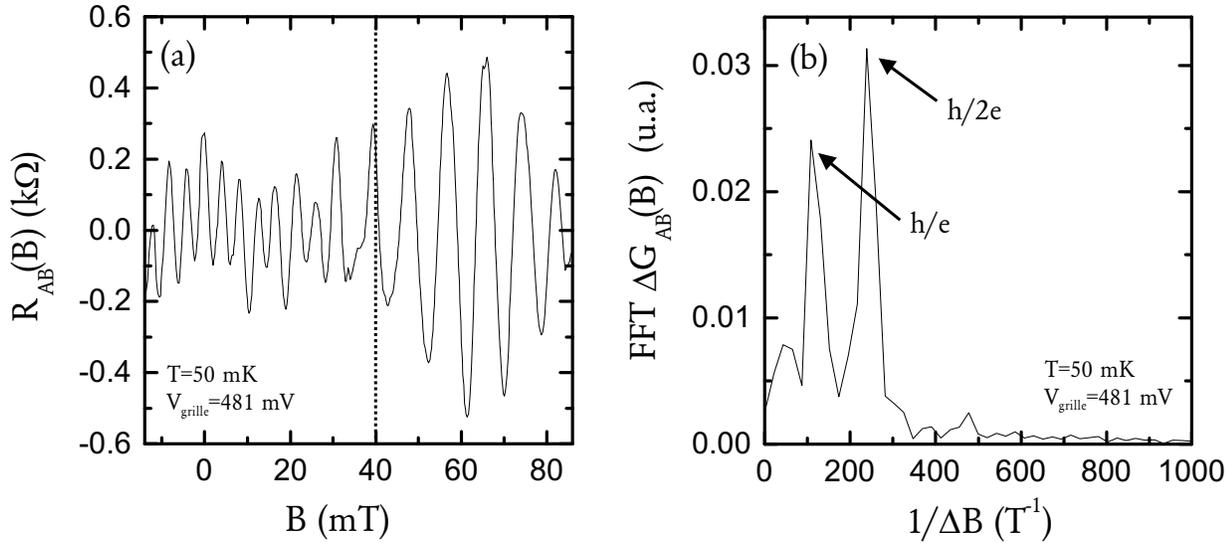


FIG. 5.18: (a) Oscillations AB de la résistance après soustraction du fond continu, pour un anneau à quatre contacts: mise en évidence des oscillations de période $h/2e$ à faible champ. Celles-ci sont supprimées pour des champs $B > 40 mT$. (b) Transformée de Fourier de la courbe précédente présentant les deux fréquences correspondant aux oscillations de période h/e et $h/2e$.

On peut remarquer que pour la première valeur du coefficient d'asymétrie $\delta = 0.15k_F L'$, la phase des oscillations passe seulement de $\pi/2$ à π sur l'intervalle $491 mV - 498 mV$, alors qu'expérimentalement la phase a augmenté de 2π pour le même intervalle. De même, pour une valeur $\delta = 1.0k_F L'$, ce qui représente déjà 100% d'asymétrie, la phase ne passe que de 0 à π . Par conséquent, pour rendre compte avec ce modèle des résultats expérimentaux, il faut envisager une différence entre les deux bras bien supérieure à 100% ce qui est très improbable dans le régime balistique – géométriquement on le verrait notamment sur les photographies prises au MEB –.

5.2.2.2 Résolution du problème

D'après l'analyse précédente, nous sommes donc en présence d'un problème. Comment expliquer le déphasage des oscillations AB observé, sans invoquer d'asymétrie géométrique entre les deux bras, et sachant que la grille recouvre la totalité de ce dernier?

En fait cet apparent paradoxe peut être dépassé en considérant la transmission partielle de l'onde incidente à l'entrée et à la sortie de l'interféromètre, et non plus parfaite comme c'est le cas dans le modèle précédent pour lequel $\epsilon = 0.5$. Comme on l'a vu dans le paragraphe 5.1.2.2, notre système peut être décrit par un anneau isolé faiblement couplé aux fils de mesure. Dans ce modèle, le coefficient de transmission est relié directement au spectre des énergies propres de l'anneau isolé, et traduit le fait qu'un électron ne peut traverser l'anneau que par effet tunnel par l'intermédiaire de ces états quasi-liés. Les états propres sont donnés comme précédemment

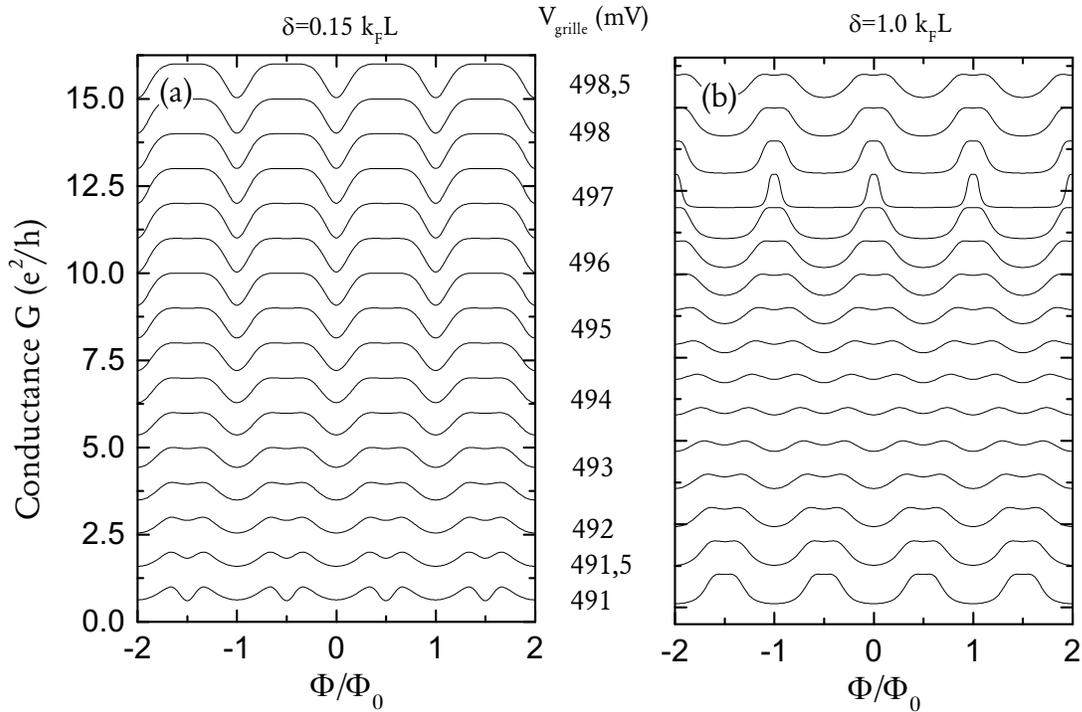


FIG. 5.19: Conductance en unités de e^2/h calculée d'après l'équation 5.29 pour différentes tensions de grille de 491 mV à 498 mV, et pour deux valeurs du coefficient d'asymétrie (a) $\delta = 0.15k_F L'$ et (b) $\delta = 1.0k_F L'$. Les courbes ont été traduites selon l'axe des ordonnées pour plus de clarté

par l'équation 5.8.

Examinons ce qui se passe dans le cas où seule la première sous-bande est remplie. Le spectre, autour de la position du niveau de Fermi, est alors représenté par un *quadrillage* périodique avec le champ (voir figure 5.20). La distance entre chaque niveau d'énergie, pour un champ donné, correspond à $\Delta\epsilon = h\nu_F/(2\pi r_0)$, et est à peu de chose près constante sur la gamme de champ magnétique considéré (de 0 à 1 T). Dans ce cas, les oscillations de la conductance sont dues à la position relative du niveau de Fermi par rapport aux niveaux d'énergie. Ainsi, lorsque l'énergie de Fermi croise un noeud du spectre – position 1,3 et 5 sur la figure 5.20 –, alors on obtient un maximum de conductance. En effet, d'après la formule 5.8, le coefficient de transmission est maximum lorsque E_F coïncide avec un niveau d'énergie propre. On voit donc que la plus forte probabilité de transmission correspond à ces noeuds du spectre, dégénérés quatre fois – puisqu'il s'agit de la superposition de deux niveaux correspondant au mouvement dans le sens horaire et anti-horaire des électrons ($m > 0$ et $m' > 0$) –. En fait, il y a deux positions équivalentes qui satisfont au maximum de probabilité de transmission décrit ci-dessus: la position 1 ou 5 et la position 3, les noeuds du spectre pour cette dernière étant décalés en champ magnétique d'une valeur correspondant au demi quantum de flux $\Delta\Phi = \Phi_0/2$. Par conséquent, passer d'une position 1 à 3 pour le niveau de Fermi, se traduit

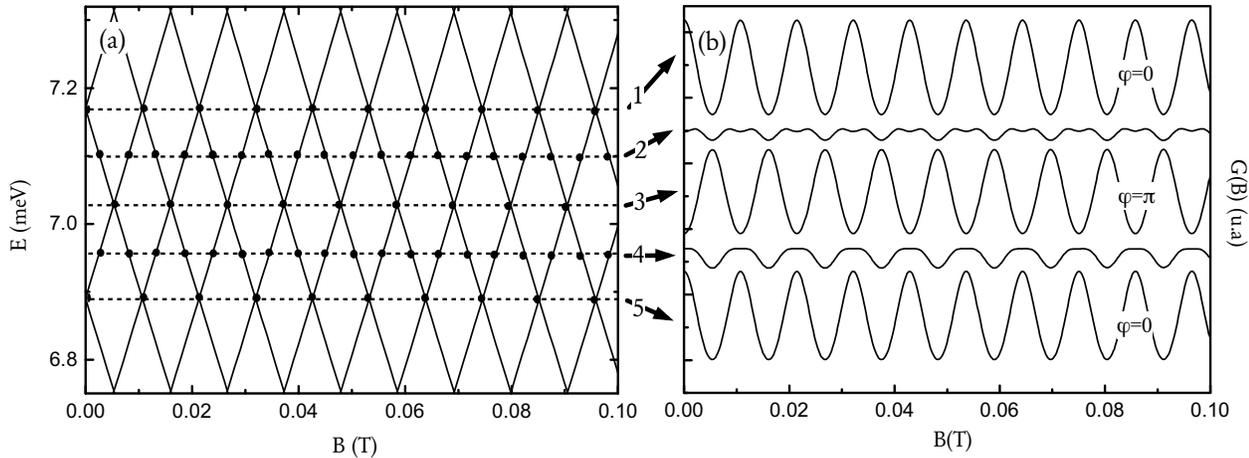


FIG. 5.20: (a) Détail de la première sous-bande du spectre d'énergie d'un anneau isolé. Les lignes en pointillés marquent la position du niveau de Fermi utilisée pour le calcul de la conductance; (b) Calcul de la conductance pour les cinq positions différentes de l'énergie de Fermi E_F du graphe (a).

par un changement de phase de π , et de la même manière de 3 à 5 on retrouve la phase initiale modulo 2π (voir figure 5.20). On retrouve donc bien qualitativement le comportement expérimental observé, sans introduire une quelconque asymétrie. On voit alors que le changement du niveau de Fermi ΔE_F correspondant au déphasage de π est donné par $\Delta E_F = \Delta\epsilon$. Expérimentalement, on a trouvé un changement de phase de 2π pour une variation de tension de grille $\Delta V_g \approx 10mV$, ce qui correspond à une variation de l'énergie de Fermi $\Delta E_F \approx 0.240$ meV. Il y a donc une différence avec notre estimation précédente $\Delta\epsilon = 0.290$ meV. Une explication possible de cette différence est le fait que l'on peut se trouver dans le cas où deux sous-bandes sont occupées. Dans ce cas, le spectre d'énergie se trouve compliqué par la superposition des niveaux d'énergie des deux sous-bandes. De même, la périodicité du phénomène se trouve alors altérée comme cela est observé expérimentalement.

Remarque: on retrouve le même résultat si l'on applique la formule de Büttiker pour un anneau 1D parfaitement symétrique, à condition d'avoir un faible coefficient de couplage. La figure 5.21 montre le calcul pour un couplage parfait ($\epsilon = 0.5$) et pour un faible couplage ($\epsilon = 0.01$). Dans le dernier cas, des résonances étroites apparaissent: lorsque l'on change l'énergie de Fermi, on passe d'une période égale à Φ_0 à une période égale à $\Phi_0/2$ puis de nouveau à Φ_0 mais déphasé de π par rapport aux premières. La prise en compte de la température élargirait les résonances. Ce que l'on peut conclure, c'est que l'origine de ces oscillations $h/2e$ est fondamentalement due à la forte probabilité de réflexion au niveau des jonctions.

Il est intéressant de s'interroger sur la signification physique de ces oscillations $h/2e$. Il est peu probable qu'il s'agisse d'oscillations de type AAS, qui sont dues aux interférences entre les trajectoires symétriques par renversement du temps effectuant un tour complet dans l'anneau. En effet, de telles oscillations sont supprimées petit à petit par un champ magnétique

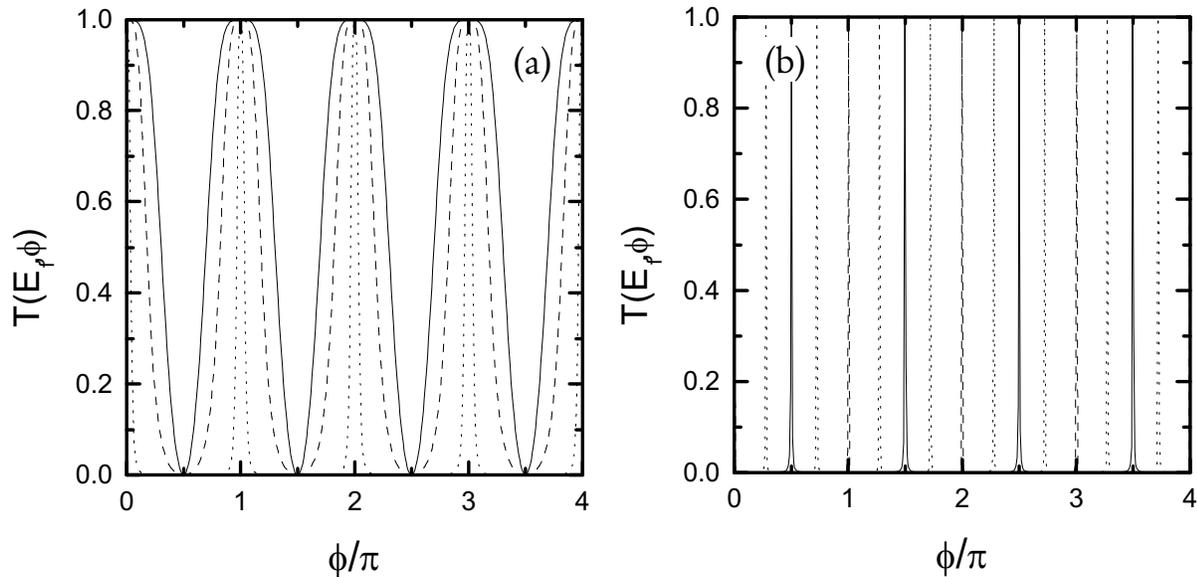


FIG. 5.21: Calcul du coefficient de transmission (equation 5.29 avec $\delta = 0$) en fonction du flux ϕ pour deux valeurs de couplage (a) $\epsilon = 0.5$ (b) et $\epsilon = 0.01$ et pour différentes valeurs de l'énergie de Fermi.

qui rompt la symétrie par renversement du temps [Aronov87]. Leur amplitude décroît avec le champ appliqué. Or, dans notre cas, l'amplitude des oscillations $h/2e$ ne diminue pas avec ce champ. Les oscillations disparaissent brusquement lorsque $B > 40 \text{ mT}$ ⁹.

La constatation précédente, montrant que ces oscillations apparaissent pour un couplage faible, donc un coefficient de réflexion fort au niveau des jonctions, tend à nous faire supposer qu'il s'agit réellement d'oscillations dues à des trajectoires effectuant un tour complet et interférant à leur point de départ. De plus, d'après le modèle de faible couplage, les oscillations en $h/2e$ sont dues à l'intersection du niveau de Fermi avec des niveaux d'énergie correspondant à deux moments orbitaux m différents, alors que pour les oscillations h/e E_F coïncide avec un niveau d'énergie dégénéré deux fois par rapport au moment orbital. Or ces moments angulaires différents sont de signes opposés, comme nous l'avons vu dans le chapitre 3, ce qui signifie que pour une valeur $m > 0$ la particule circule dans un sens, horaire ou anti-horaire, alors que pour une valeur $m' < 0$ la particule circule dans l'autre sens. Par conséquent, ces oscillations $h/2e$ sont dues à la levée de dégénérescence du moment angulaire par l'application d'une tension de grille. On a l'addition de deux séries d'oscillations de période h/e , chacune étant due à l'interférence d'une particule effectuant un tour complet et interférant constructivement avec elle-même à son point de départ¹⁰.

La figure 5.22 montre la dépendance en température des oscillations AB de période $h/2e$, calculée à partir de l'aire du pic correspondant obtenu dans la transformée de Fourier effectuée sur une fenêtre $-14 \text{ mT} \leq B \leq 40 \text{ mT}$. On peut remarquer que cette dépendance en tempéra-

9. La disparition des oscillations $h/2e$ avec un faible champ a également été observée dans le cas d'un anneau asymétrique [Park96]

10. Ce phénomène est aussi observé dans l'effet AB électrostatique [Cahay89]

ture est la même que pour le cas où seules les oscillations de période h/e sont présentes. Cette dépendance peut se comprendre dans la mesure où on a vu qu'elle ne fait pas intervenir la longueur de cohérence de phase, mais n'est le reflet que du spectre d'énergie de l'anneau isolé. Ces deux phénomènes étant dus au même spectre pour un anneau donné, il est alors logique de retrouver la même dépendance.

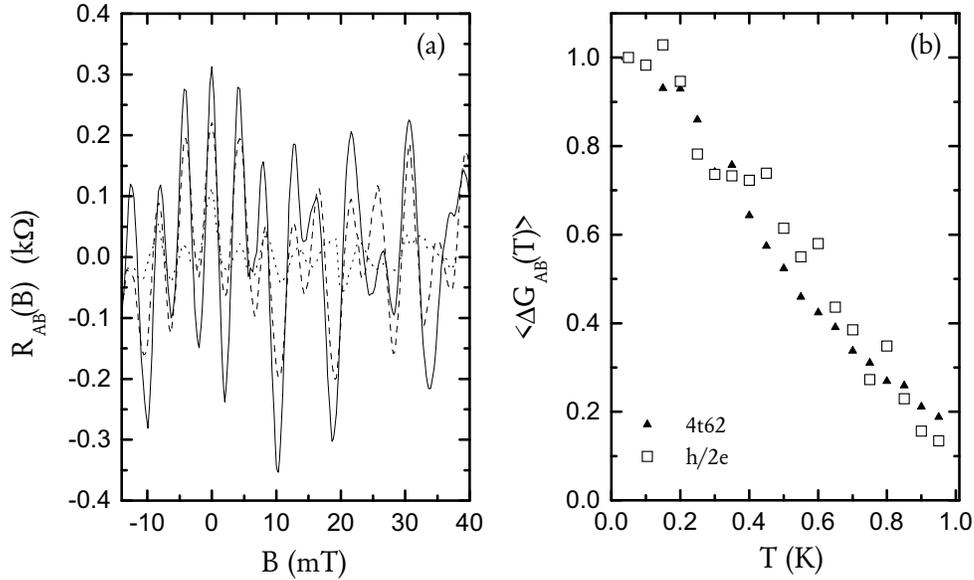


FIG. 5.22: (a) Oscillations AB pour $V_{grille} = 481$ mV pour $T = 50$ mK (trait plein), $T = 500$ mK (tirets), $T = 1$ K (pointillés). (b) Dépendance en température de l'amplitude des oscillations $h/2e$ (□); on a aussi tracé la dépendance en température des oscillations h/e pour un état où elles sont seules présentes (▲).

5.3 Spectroscopie des niveaux d'énergie par une tension de polarisation

Pour compléter notre étude expérimentale sur les anneaux Aharonov-Bohm en régime balistique, nous nous sommes finalement intéressés au cas où un courant continu de polarisation I_{DC} est surimposé au courant sinusoïdal de mesure I_{AC} . La caractéristique courant-tension d'une résistance classique est linéaire. Ainsi, le courant la traversant est-il strictement proportionnel à la tension entre ses bornes. Cependant, dans des microstructures métalliques ou semiconductrices, ceci n'est plus vrai et une caractéristique non linéaire est généralement la règle.

La dépendance du courant en fonction de la tension de polarisation a déjà été étudiée expérimentalement dans des structures diffusives et balistiques. Dans des structures mésoscopiques dans le régime diffusif, les interférences électroniques et l'absence de symétrie d'inversion donnent lieu à une caractéristique $I(V)$ qui est une fonction aléatoire de V , et asymétrique par rapport à la tension appliquée [Al'tshuler85, Larkin86, Webb88]. Très récemment, Häussler

et al. [Häussler00a, Häussler00b] ont étudié expérimentalement l'influence d'un courant de polarisation I_{DC} sur la phase et l'amplitude des oscillations AB pour des anneaux métalliques – et donc dans le régime diffusif –. Ils ont ainsi observé, lorsque I_{DC} varie, un changement de phase soudain de π des oscillations accompagné d'un changement continu de l'amplitude de ces dernières. Terrier *et al.*[Terrier00] ont aussi étudié l'amplitude des oscillations AB en fonction d'une tension de polarisation continue pour des anneaux en or. Lorsque l'énergie d'excès des électrons est supérieure à l'énergie de Thouless et l'énergie thermique, ils ont observé une augmentation de l'amplitude de oscillations. Pour de plus grandes valeurs encore de V_{DC} , l'amplitude diminue, diminution qu'ils ont attribuée à un accroissement des processus de diffusion inélastique.

De même, dans des constriction quantiques balistiques, le courant est une fonction non linéaire de V_{DC} . En particulier, lorsque la tension de polarisation devient supérieure à l'espacement entre les sous-bandes quasi-1D, alors plusieurs de ces sous-bandes peuvent servir au transport dans les deux directions, donnant lieu à une conductance non linéaire [Glazman89, Ferry97]. Expérimentalement, Kouwenhoven *et al.* [Kouwen83] ont mesuré une forte non linéarité dans les courbes $I(V)$ pour une constriction quantique balistique dans un gaz 2D d'électrons d'une structure $AlGaAs/GaAs$, et déterminé une tension critique à partir de laquelle la quantification de la conductance est brisée. Cette tension est égale à l'espacement entre deux sous-bandes au niveau de Fermi.

Plus récemment, toujours pour des systèmes balistiques, des études expérimentales ont été effectuées sur la dépendance en énergie d'excès des porteurs – c'est-à-dire eV_{DC} – de la longueur de cohérence de phase [Yacoby91], ou bien encore sur la détermination de l'énergie cinétique des électrons injectés dans des expériences de focalisation des électrons chauds par la mesure de la résistance différentielle à diverses tensions V_{DC} [Williams90].

Position du problème —. Les premiers résultats expérimentaux ont montré que la phase *macroscopique* de nos anneaux est symétrique par rapport au champ B , notamment pour les anneaux à deux contacts où les relations d'Onsager prévalent¹¹. Cette condition impose une rigidité de la phase qui ne peut prendre alors que deux valeurs, 0 ou π . La question qui se pose alors, est de savoir comment un changement continu de la phase *microscopique* des électrons via I_{DC} [Häussler00b], va se répercuter sur les oscillations, mesurables, de la conductance. Plus généralement, nous avons étudié l'influence d'un courant de polarisation sur les propriétés électroniques d'un interféromètre à anneau, dans le régime *balistique*.

5.3.1 Résultats expérimentaux

Les mesures ont été effectuées sur des anneaux de type (b), relié à deux fils de mesures donc. La résistance différentielle $R = \partial V / \partial I$ est mesurée de la même manière par une détection synchrone dans une configuration à quatre contacts, en appliquant un signal de mesure sinusoïdal de valeur moyenne 1 nA à la fréquence 13 Hz , et en surimposant un courant continu I_{DC} . La figure 5.23a illustre les résultats obtenus pour la mesure de la magnétorésistance, à $T = 40\text{ mK}$, pour divers courants de polarisation de $-0.05\text{ }\mu\text{A}$ à $+0.05\text{ }\mu\text{A}$. On s'aperçoit sur ces courbes, que l'effet du courant I_{DC} est de faire basculer la phase des oscillations AB de 0 à

11. Voir Chapitre 3 et Annexe B.

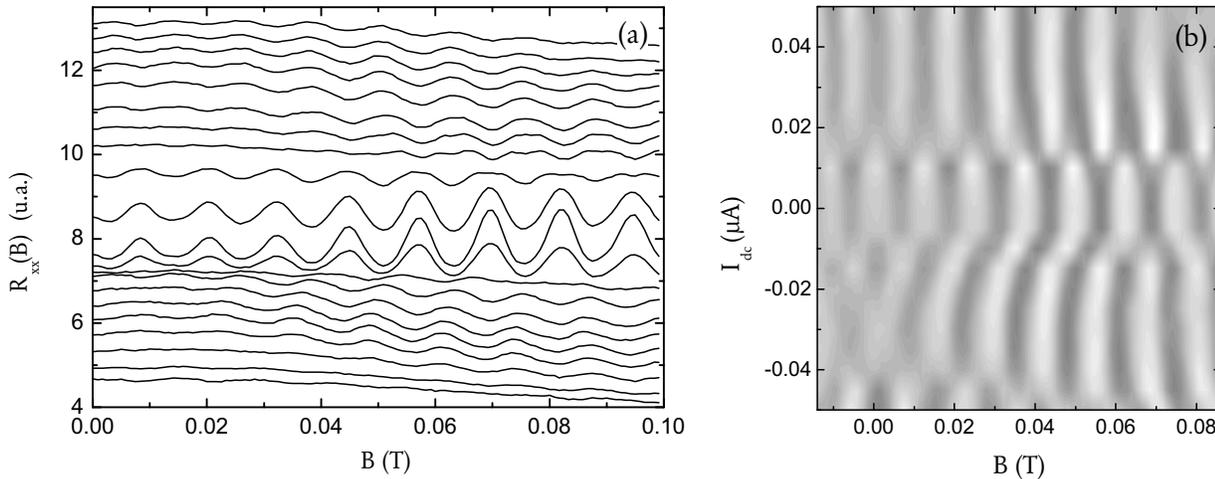


FIG. 5.23: (a) Courbes de magnétorésistance longitudinale $R_{xx}(B)$, pour différentes valeurs du courant de polarisation I_{DC} de $-0.05 \mu A$ à $+0.05 \mu A$ du bas vers le haut. Chaque courbe diffère de la suivante d'une différence de courant égale à $0.005 \mu A$. (b) Mêmes résultats que précédemment, mais présentés en échelle de gris (du blanc vers le noir, on passe d'un minimum à un maximum de résistance); de plus, la résistance de fond a été soustraite pour isoler les oscillations AB, et les amplitudes renormalisées à 1.

π à partir d'une certaine valeur – ici pour $|I_{DC}| > 0.1 \mu A$ –. Ce changement survient plusieurs fois, comme cela est visible sur la figure 5.23b, où l'on a tracé en échelle de gris, et dans le plan (I_{DC}, B) , la valeur de la conductance, à laquelle on a préalablement soustrait le fond continu de conductance pour ne laisser que les oscillations AB. Ces oscillations sont renormalisées à un pour plus de contraste. Ce changement de phase est accompagné d'un changement de l'amplitude des oscillations, comme on peut le constater sur la figure 5.23a et la figure 5.24, où l'on a représenté suivant le même traitement que pour la dépendance en température, l'amplitude de la transformée de Fourier intégrée sur une largeur $\Delta(1/B) \approx 50 T^{-1}$. Alors que le changement de phase est abrupt, ce dernier est accompagné d'une oscillation continue de l'amplitude des oscillations, comme cela a été observé dans le régime diffusif par Häussler *et al.* [Häussler00b]. De plus, les deux courbes sont étroitement corrélées. Le basculement de la phase de 0 à π correspond à un minimum de l'amplitude des oscillations. Cependant, contrairement aux résultats en régime diffusif [Terrier00, Häussler00a, Häussler00b], l'amplitude des oscillations est maximum pour $I_{DC} = 0 \mu A$, puis oscille avec une enveloppe de décroissance exponentielle globale.

5.3.2 Interprétation théorique

Pour une tension de polarisation V_{DC} suffisamment faible, la conductance différentielle $G = \partial I / \partial V$ est une quantité directement proportionnelle au coefficient de transmission dans

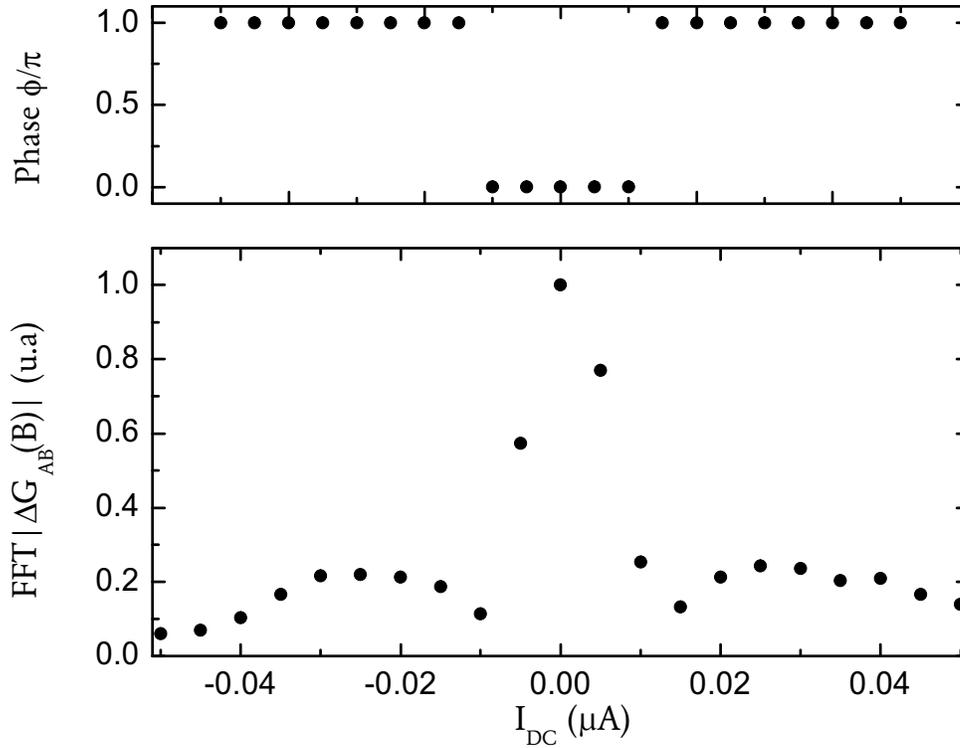


FIG. 5.24: (bas) Amplitude renormalisée des oscillations AB d'après les données de la figure 5.23 en fonction du courant de polarisation I_{DC} et (haut) phase correspondante des oscillations. Le calcul des amplitudes suit le même procédé d'analyse des données que pour la dépendance en température.

l'anneau

$$G(E) = \frac{2e^2}{h} T(E) \quad , \text{ à } T=0\text{K} \quad (5.32)$$

On est alors dans le régime de réponse linéaire. Pour des tensions $V = (\mu_2 - \mu_1)/e$ plus grandes, où μ_1 et μ_2 représentent les potentiels électrochimiques entre les deux réservoirs 1 et 2, le coefficient de transmission $T(E)$ n'est plus constant sur la gamme d'énergie pour laquelle le transport a lieu. L'hypothèse de réponse linéaire n'est alors plus vérifiée [Datta95]. On se retrouve dans le régime de transport non linéaire. Le formalisme de Landauer et Büttiker doit alors être généralisé à des tensions de polarisation finie [Lenstra88, Bagwell89]. Pour exprimer la conductance, il faut remonter à l'expression du courant I circulant du réservoir 1 au réservoir 2

$$I(E, V) = -\frac{e}{h} \int T(\epsilon) [f(\epsilon - \mu_1) - f(\epsilon - \mu_2)] d\epsilon \quad (5.33)$$

où f est la fonction de distribution de Fermi, et $E = (\mu_1 + \mu_2)/2$ le potentiel électrochimique moyen. La conductance est alors donnée par

$$G(E, V) = \frac{dI}{dV} \quad (5.34)$$

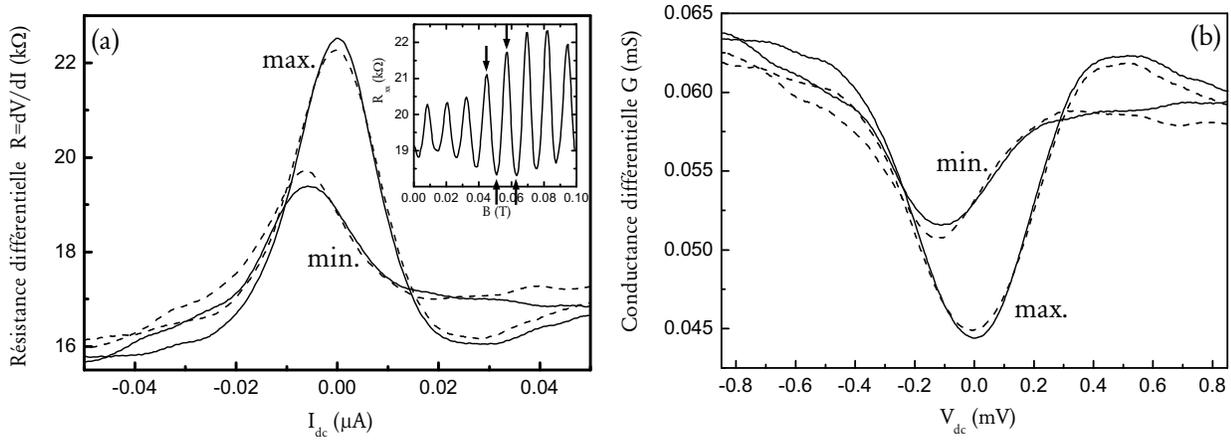


FIG. 5.25: (a) Courbes expérimentales $R(I_{DC})$ mesurées pour des valeurs du champ magnétique correspondant à deux maxima et minima, consécutifs et adjacents, des oscillations AB – ligne continue $B = 61 \text{ mT}$ (min.) et $B = 56 \text{ mT}$ (max.), ligne en pointillés $B = 49 \text{ mT}$ (min.) et $B = 43 \text{ mT}$ (max.). (b) Courbes équivalentes converties en $G(V_{DC})$ (voir texte). En insert, courbe de magnéto-résistance pour $V_{DC} = 0$; les flèches indiquent les valeurs du champ pour lesquelles les dépendances en courant I_{DC} ont été effectuées.

Évaluation de $T(\epsilon)$ — Nous avons vu que le modèle proposé par Tan et Inkson permet d’interpréter de manière satisfaisante le transport électronique dans nos anneaux. Toujours d’après ce modèle, nous pouvons exprimer le coefficient de transmission T en fonction de l’énergie ϵ . Il est ainsi donné par l’équation 5.7

$$T(\epsilon, B) = \sum_n \frac{\Gamma_n^2}{[\epsilon - E_n(B)]^2 + \Gamma_n^2} \quad (5.35)$$

On peut cependant simplifier cette expression, pour un champ B tel que le flux à travers l’anneau est un multiple entier ou demi-entier du quantum de flux h/e , et pour un intervalle d’énergie pour lequel l’espacement entre les niveaux d’énergie $\Delta\epsilon$ est constant. Le coefficient se réduit alors à une fonction sinusoïdale (voir figure 5.26)

$$T(\epsilon) \propto \cos(2\pi\epsilon/\Delta\epsilon) \quad (5.36)$$

Remarque: si l’on utilise le formalisme des matrices de diffusion pour un coefficient de couplage plus élevé, on trouve aussi une fonction sinusoïdale en fonction de l’énergie, de période $\Delta\epsilon$.

Ensuite, on intègre $T(\epsilon)$, et l’expression 5.33 donne l’intensité $I(E, V)$, où E est le potentiel électrochimique moyen soit $E = (\mu_1 + \mu_2)/2$. On peut montrer que l’on obtient [Geller97]

$$I(E, V) = I_0(E, V) + I_{AB}(V) \cos\left(\frac{2\pi E}{\Delta\epsilon}\right) \quad (5.37)$$

où $I_0(E, V)$ est un terme indépendant du champ, et

$$I_{AB}(V) \propto \sin\left(\frac{\pi eV}{\Delta\epsilon}\right) \quad (5.38)$$

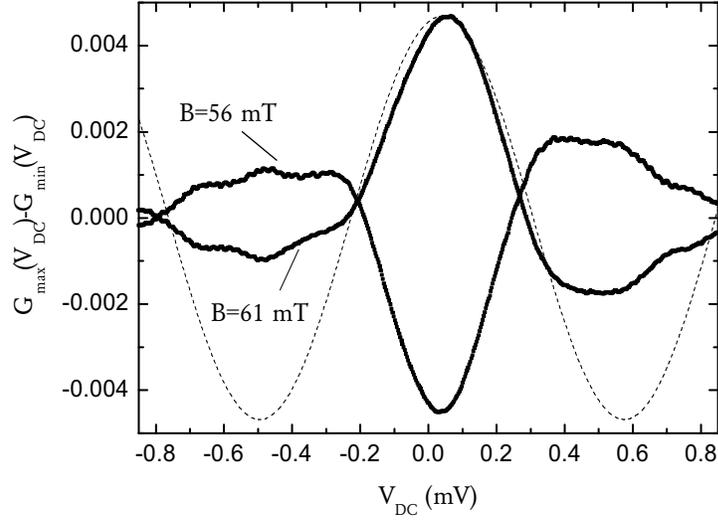


FIG. 5.26: Composante oscillante de $G(V_{DC})$ (courbes en gras) obtenue selon le procédé décrit dans le texte, pour deux valeurs du champ $B = 61 \text{ mT}$ (minimum) et $B = 56 \text{ mT}$ (maximum). Courbe théorique (ligne en pointillés) $A \cos(\pi(V_{DC} - 0.04)/0.535)$.

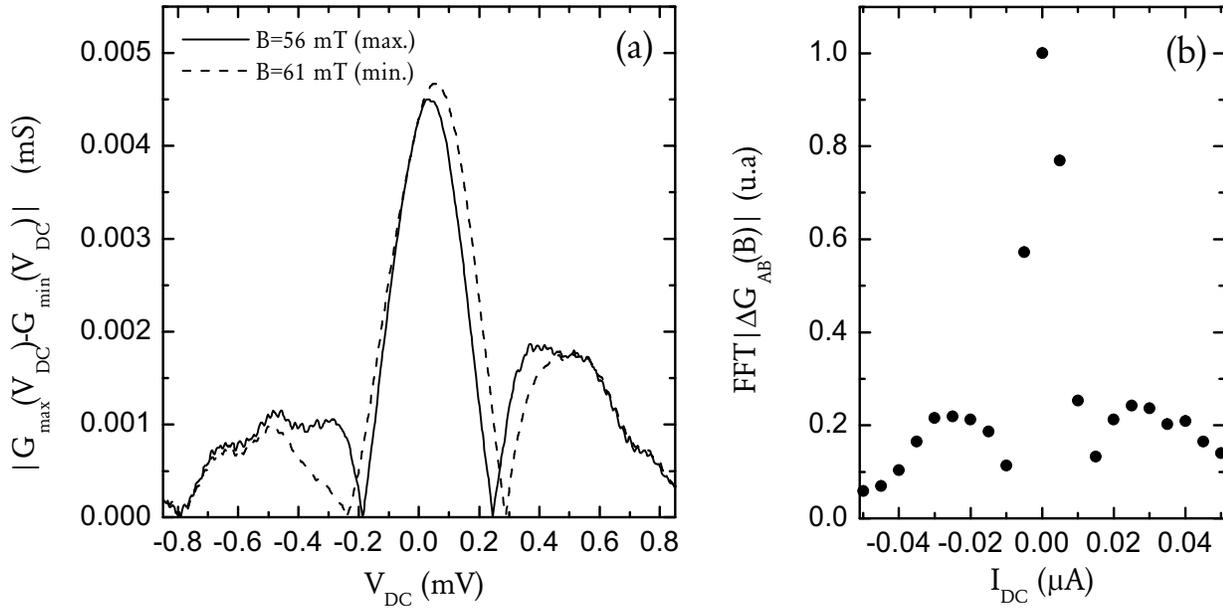


FIG. 5.27: (a) Valeur absolue de la composante oscillante de $G(V_{DC})$ pour deux valeurs du champ $B = 61 \text{ mT}$ (minimum) et $B = 56 \text{ mT}$ (maximum); (b) amplitude des oscillations AB en fonction de I_{DC} (rappel de la figure 5.24 pour comparaison).

est la contribution AB (dépendant du flux donc). Si dans cette expression, on fait l'hypothèse d'une répartition symétrique du potentiel appliqué par rapport à un niveau d'énergie de l'anneau, à savoir E est un multiple de $\Delta\epsilon$, alors la dépendance en tension de polarisation V de I_{AB} se réduit au terme $I_{AB}(V)$. La conductance différentielle s'écrit alors de la forme suivante

$$G(E, V) = G_0(E, V) + G_{AB}(V) \cos\left(\frac{2\pi E}{\Delta\epsilon}\right) \quad (5.39)$$

avec

$$G_{AB}(V) \propto \cos\left(\frac{\pi eV}{\Delta\epsilon}\right) \quad (5.40)$$

C'est cette expression de la conductance que nous avons essayé de retrouver par la mesure de la conductance pour un champ B donné correspondant soit à un maximum soit à un minimum des oscillations AB (voir figure 5.27). Nous avons procédé comme suit. Après avoir mesuré la résistance longitudinale en fonction du courant I_{DC} (figure 5.25a), celle-ci a été convertie en conductance en fonction de la tension de polarisation $G(V_{DC})$ (figure 5.25b) via les deux formules suivantes

$$V_{DC}(I_{DC}) = \int_0^{I_{DC}} R(I) dI \quad (5.41a)$$

$$G(I_{DC}) = \frac{1}{R(I_{DC})} \quad (5.41b)$$

La composante AB est obtenue en faisant la différence entre deux courbes de conductance correspondant à un minimum et un maximum consécutif $G_{max.}(V_{DC}) - G_{min.}(V_{DC})$. D'après l'analyse qui précède, cette composante oscillante est une fonction sinusoïdale de l'énergie eV

$$G_{max.}(V_{DC}) - G_{min.}(V_{DC}) = G_{AB}(V_{DC}) \cos\left(\frac{2\pi E}{\Delta\epsilon}\right) \propto \cos\left(\frac{\pi eV}{\Delta\epsilon}\right)$$

$G_{max.} - G_{min.}$ a effectivement l'aspect d'un cosinus, dont l'amplitude semble décroître exponentiellement, de la même manière que pour l'amplitude des oscillations (figure 5.26). En fait, ces deux courbes représentent physiquement la même chose, c'est-à-dire que l'on a

$$\Delta G_{AB}(B) = \frac{1}{2} |G_{max.}(V_{DC}) - G_{min.}(V_{DC})| \quad (5.42)$$

comme on peut le voir sur la figure 5.27. La période des oscillations ΔE nous permet d'évaluer la relation entre la tension appliquée V_{DC} et l'énergie eV correspondant à la véritable chute de tension aux bornes de l'anneau. En effet, la courbe obtenue pour

$$\Delta E = \frac{1.00 \times eV_{DC} + 0.04 \text{ meV}}{2\Delta\epsilon} \quad , \text{ avec } \Delta\epsilon = 0.535 \text{ meV}$$

s'ajuste bien avec les courbes expérimentales. Par conséquent, on peut faire l'approximation que la tension appliquée V_{DC} est bien celle aux bornes de l'anneau et $eV = eV_{DC}$. Ce résultat correspond à l'hypothèse émise précédemment, pour laquelle les potentiels chimiques se déplacent dans des directions opposées. Dans le cas contraire, le terme $\cos(2\pi E/\Delta\epsilon)$ dans

l'équation 5.37 n'est plus indépendant de la tension appliquée. Le calcul de la conductance différentielle contient alors un terme oscillant supplémentaire qui pourrait notamment expliquer les petites oscillations dans les courbes de la figure 5.26.

Enfin, le dernier point à aborder est l'amortissement de l'amplitude de la sinusoïde $G(V_{DC})$. D'un point de vue qualitatif, cela peut se comprendre car l'application d'une tension de polarisation a un effet similaire à une augmentation de la température en apportant une énergie en excès aux électrons. Cette énergie en excès entre en jeu dans les processus de collisions électrons-électrons [Yacoby91]. Dès lors, dans le régime balistique la perte de cohérence de phase résulte de la diffusion électrons-électrons avec une énergie de transfert de l'ordre de l'énergie en excès des porteurs. Des résultats expérimentaux [Williams90, Laikhtman90] ont montré que cette énergie en excès est proportionnelle à la tension appliquée $E_{exc} = \alpha e V_{DC}$ avec $\alpha < 1$, où α caractérise la différence entre la tension appliquée et l'énergie cinétique mesurée, différence due probablement à un processus de relaxation. La décroissance serait alors donnée par une forme exponentielle $\exp(-\pi r_0/l_\varphi)$.

5.4 Discussions des hypothèses

L'interprétation théorique des résultats précédents repose principalement sur une hypothèse forte: l'anneau est faiblement couplé aux deux réservoirs électroniques. Celle-ci mérite un commentaire à ce stade de l'analyse.

Tout d'abord, cette hypothèse se justifie *a posteriori*, car elle permet d'interpréter de manière cohérente *l'ensemble* des résultats expérimentaux. Ainsi, il est impossible d'expliquer l'effet de la tension de grille sur la phase des oscillations AB dans le modèle de fort couplage, sans introduire une importante asymétrie, fortement improbable, entre les deux bras de l'anneau. De même, les résultats obtenus en régime non linéaire abondent encore dans ce sens. Ceci est l'argument fort pour appuyer notre hypothèse de départ. Toujours dans le même sens, la symétrie des oscillations AB par rapport au champ magnétique nul trouve également son explication. En effet, elle est imposée dans ce cas, non plus par une longueur de cohérence de phase inférieure aux contacts de tensions – encore une fois hautement improbable dans notre système à quatre contacts, qui impliquerait $l_\varphi < 1.6 \mu\text{m}$ –, mais par le spectre d'énergie de l'anneau.

Il subsiste cependant quelques interrogations. Ainsi, la valeur de la résistance mesurée, $R = 20 k\Omega$, est faible si l'on considère que l'on a un seul mode de propagation, par rapport à ce que l'on pourrait attendre pour un faible couplage. Comme nous l'avons déjà spécifié, d'autres résultats expérimentaux similaires ont cependant été expliqués par ce modèle [Liu93, Tan96]. La nécessité de prendre en compte l'énergie de charge e^2/C dans le spectre de l'anneau, alors que les oscillations de Coulomb n'ont pas été observées dans les mesures $R(V_{grille})$, demeure également un point délicat. Néanmoins, l'hypothèse contraire de fort couplage ne permet pas d'expliquer de manière satisfaisante les courbes de dépendance en température observées, car elle introduit notamment une dépendance en température de l_φ extrêmement douteuse.

5.5 Perspectives: anneau de plus faibles dimensions

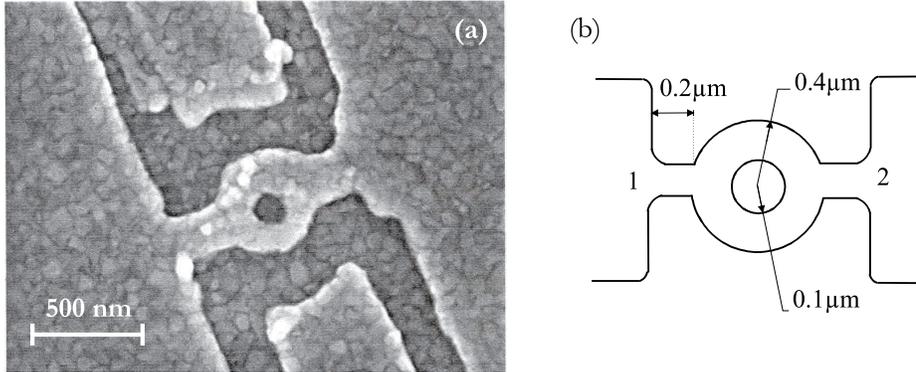


FIG. 5.28: (a) Image MEB de l'anneau *sr336*, et (b) représentation schématique illustrant les dimensions.

Le travail précédent a permis d'observer dans des anneaux de diamètre $2r_0 = 0.7 \mu\text{m}$ la manifestation de phénomènes physiques directement liés à la nature discrète du spectre d'énergie de l'anneau. Ces derniers sont d'autant plus marqués que le spectre est résolu, à savoir que l'espacement entre les niveaux d'énergie est grand devant la grandeur caractéristique pertinente ici, l'énergie thermique $k_B T$. Or l'espacement entre les niveaux d'énergie est donnée par $\Delta\epsilon = \hbar v_F / L$, avec $L = 2\pi r_0$ le périmètre de l'anneau¹². Par conséquent, la réduction des dimensions de l'anneau, et plus, particulièrement de son diamètre, permet d'augmenter cette valeur pour une énergie de Fermi donnée. Dans cette optique, nous avons décidé d'étudier des interféromètres basés sur un anneau de diamètre deux fois plus petit que les précédents. Cette dernière partie s'inscrit dans la perspective d'un travail futur, afin de compléter les résultats expérimentaux présentés, et n'est que le travail préliminaire.

5.5.1 Paramètres géométriques et caractéristiques

L'anneau est de type deux contacts (échantillon *sr336*), avec les caractéristiques géométriques lithographiques données par la figure 5.28. Le processus de fabrication est analogue à celui utilisé pour les anneaux précédents. Le rayon moyen r_0 peut être mesuré par les oscillations Aharonov-Bohm présentes sur une large gamme de champ magnétique, jusqu'à des champs supérieurs à $B = 1.0T$. La transformée de Fourier des courbes de magnétorésistance mesurées à $T = 40 \text{ mK}$ sur une fenêtre de champ $0.2T \leq B \leq 1.0$, donne un pic étroit correspondant à la fréquence \hbar/e à la valeur $1/\Delta B = 23.44 T^{-1}$, ce qui donne un rayon moyen $r_0 = 0.18 \mu\text{m}$. La largeur de ce pic donne aussi une indication sur la largeur de l'anneau, à savoir $W \approx 50 \text{ nm}$ (figure 5.30).

La résistance de Hall permet de déterminer la concentration de porteurs (figure 5.29), soit ici $n_{2D} = 6 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, pour une mobilité $\mu = 5 \times 10^5 \text{ cm}^2/\text{VS}$.

12. Cette notion a été introduite dans le chapitre 3.

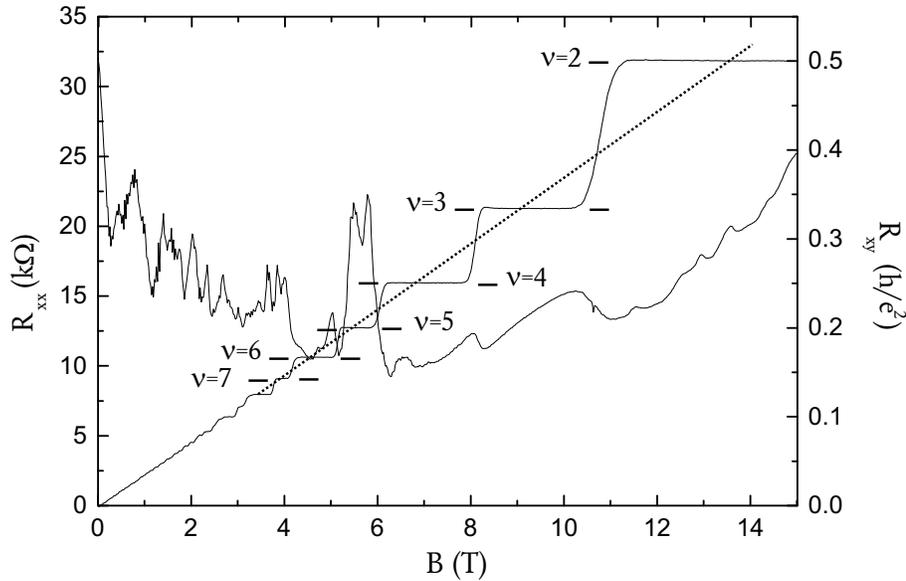


FIG. 5.29: Résistance longitudinale et résistance de Hall correspondante, mesurées pour l'anneau sr336 à $T = 40 \text{ mK}$, pour une tension de grille $V_g = 280 \text{ mV}$.

5.5.2 Etude en tension de grille

Les mesures de la conductance en fonction de la tension de grille appliquée (figure 5.31) font apparaître deux types d'oscillations. Des oscillations quasi-périodiques de période $\Delta V_g \approx 10 - 20 \text{ mV}$ et d'amplitude $\Delta G \approx 0.2 e^2/h$, et des oscillations de plus petites amplitude et période $\Delta V_g \approx 3 - 4 \text{ mV}$. La valeur moyenne de la résistance de l'interféromètre pour ces mesures est proche du quantum de résistance $R = 25 \text{ k}\Omega$.

Dans ce qui suit, nous allons essayer d'expliquer cette dépendance en tension de grille reproductible.

Interférences de type Fabry-Perot?— Si l'on reste toujours dans le formalisme des matrices de diffusion S que l'on a utilisé précédemment, on peut exprimer le coefficient de transmission T d'un anneau en fonction de l'énergie E des électrons, à champ nul. Celui-ci est donné simplement par la formule simple déjà introduite dans le chapitre 3

$$T(E) = \frac{4c^2}{1 - 2c^2 \cos 2\theta(E) + c^4} \quad (5.43)$$

avec $c = -\sqrt{1 - 2\epsilon}$ et $\theta(E) = k_F L/2$, c'est-à-dire le déphasage acquis après la moitié d'un tour. Le coefficient $T(E)$ est donc une fonction périodique de $\theta(E)$, ou de manière équivalente de $k_F L$. La période est donnée par

$$\Delta(k_F L) = 2\pi$$

Cette fonction périodique se traduit par des oscillations de la conductance lorsque l'on fait varier E de manière continue, par le biais notamment d'une tension appliquée sur la grille.

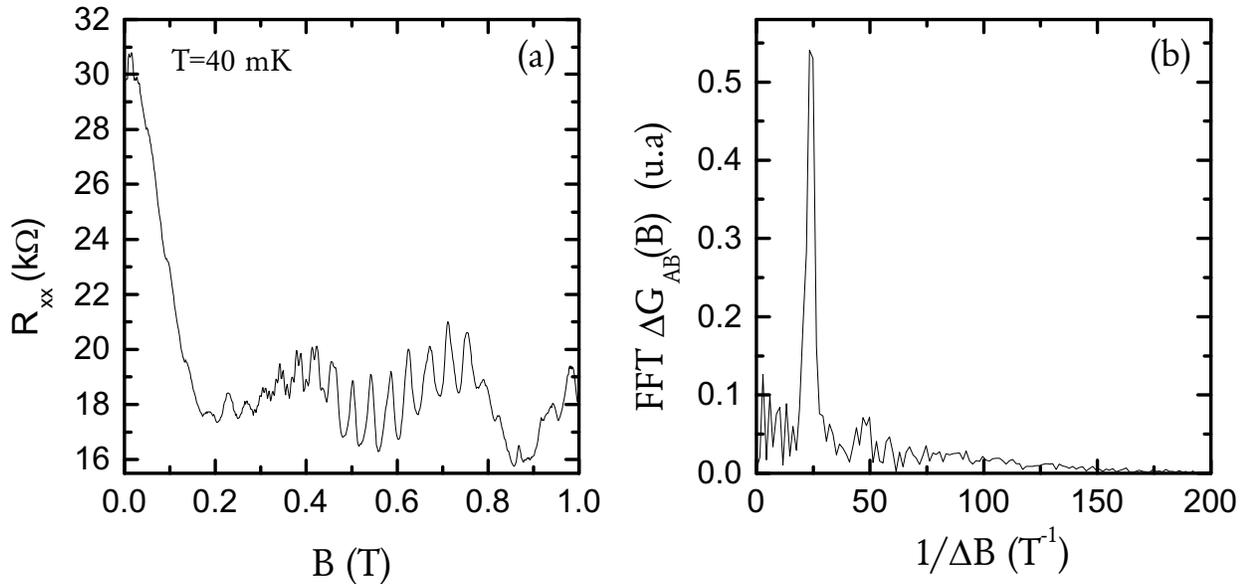


FIG. 5.30: (a) Magnétorésistance mesurée à $T = 40$ mK montrant les oscillations AB sur une large gamme de champ magnétique. (b) Transformée de Fourier correspondante.

D'un point de vue physique, ce phénomène est équivalent aux interférences de Fabry-Perot que l'on peut observer dans une cavité résonante en optique, mais aussi dans des systèmes à semiconducteur [Smith89] pour des ondes électroniques. Ici la cavité consiste en l'anneau plus ou moins faiblement couplé. Les électrons sont confinés par les deux jonctions qui agissent comme des miroirs plus ou moins réfléchissant suivant le coefficient de couplage ϵ .

Si l'on considère maintenant le nombre d'électrons N présents dans l'anneau unidimensionnel, celui-ci est donné par l'intégrale de la densité d'états n_{1D} sur l'énergie, pour la longueur de l'anneau $L = 2\pi r_0$, à savoir

$$N = \frac{2}{\pi} k_F L \quad (5.45a)$$

Par conséquent, le nombre d'électrons à ajouter ou retrancher au système et correspondant à un changement d'une période des oscillations est donné par $\Delta N = \frac{2}{\pi} \Delta(k_F L) = 4$. L'estimation de la variation du nombre d'électrons correspondant à la période expérimentale de $\Delta V_g = 3-4$ mV nous donne

$$\Delta N = \frac{C_g \Delta V_g}{e} \approx 350 \Delta V_g \quad (5.46a)$$

Cette première estimation ne donne pas vraiment satisfaction, et un calcul plus précis est requis dans ce cas.

résonances de Fano? —. De récents travaux théoriques [Tkachenko00] ont montré que le potentiel de confinement électrostatique induit la création d'un îlot triangulaire "ouvert", ou

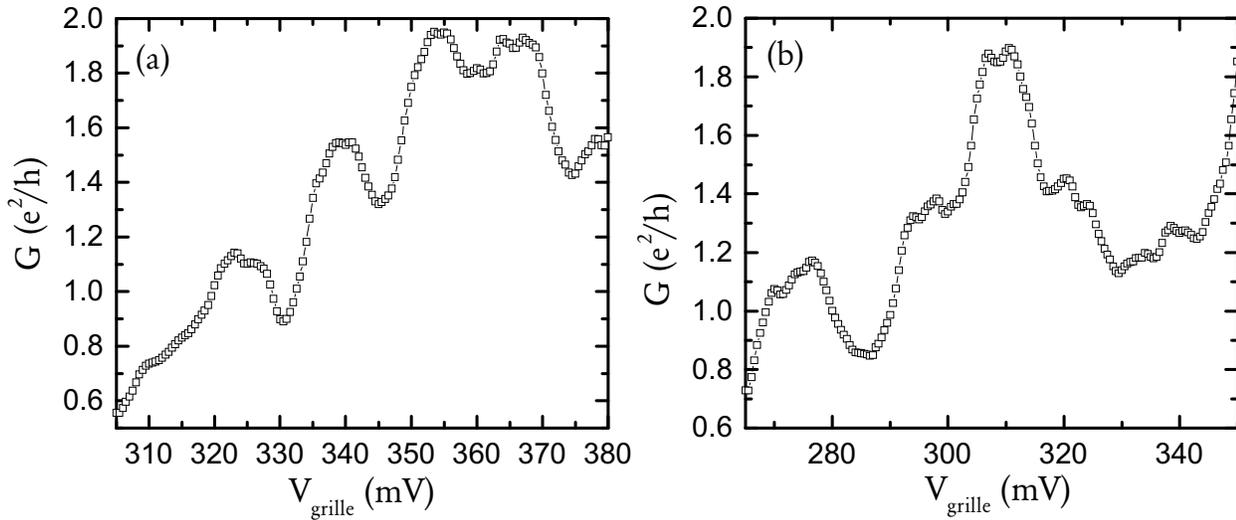


FIG. 5.31: *Conductance en fonction de la tension de grille appliquée, pour deux cycles thermiques différents de l'échantillon sr336.*

puits de potentiel profond, au niveau des deux jonctions (figure 5.32).

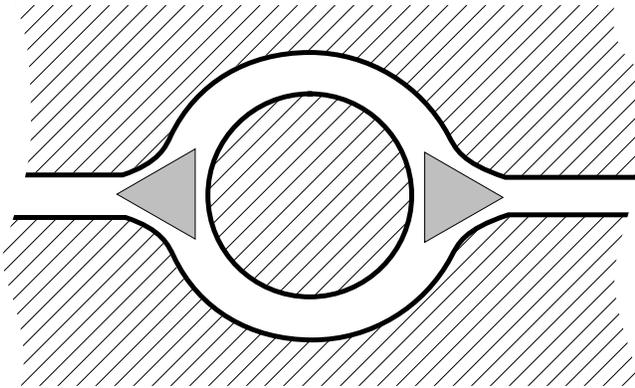


FIG. 5.32: *Représentation schématique du potentiel d'un anneau de petites dimensions: les parties hachurées correspondent aux zones de fort potentiel et les deux triangles grisés sont deux puits de potentiels profonds qui se forment au niveau des jonctions (d'après [Tkachenko00]).*

Ces îlots ouverts peuvent alors donner naissance à des résonances de Fano [Göres00, Tkachenko00], que l'on pourrait identifier avec les oscillations de plus grande période. Un travail théorique plus approfondi est nécessaire pour clarifier la situation.

Conclusion

Ce chapitre regroupe l'ensemble des résultats expérimentaux importants, acquis par des mesures de transport sous champ magnétique pour des anneaux interférométriques fabriqués à partir d'une hétérojonction *AlGaAs/GaAs*.

Nous avons ainsi montré que les courbes de dépendance en température de l'amplitude des

oscillations Aharonov-Bohm peuvent s'expliquer dans le modèle simple d'un anneau isolé faiblement couplé à deux réservoirs d'électrons, à condition toutefois d'inclure une énergie de charge e^2/C au niveau de Fermi dans le spectre des niveaux d'énergie de l'anneau. La validité des deux hypothèses précédentes reposent également sur les résultats obtenus en appliquant une tension de grille ou un courant de polarisation continu. Dans un cas comme dans l'autre, la phase des oscillations de période h/e , initialement 0 ou π à champ magnétique nul, change d'une valeur égale à π , avec des oscillations intermédiaires de fréquence apparente double (période $h/2e$). Nous avons montré que ceci est directement la conséquence du spectre résolu de l'anneau isolé. Le maximum des oscillations de la conductance correspond à l'intersection du niveau de Fermi avec une énergie propre de l'anneau. Nous avons donc réalisé la spectroscopie des niveaux d'énergie de l'anneau.

Dans la poursuite du travail effectué, et dans la vision d'un travail à venir, nous avons également brièvement exposé les premiers résultats des mesures effectuées sur un anneau de faibles dimensions (le rayon moyen est deux fois plus petit que pour l'anneau précédent), avec un intérêt plus marqué pour les courbes de résistance en fonction de la tension de grille appliquée, courbes qui laissent apparaître des oscillations périodiques, qu'il serait intéressant d'étudier plus en détail, afin notamment d'en déterminer l'origine avec plus de certitude.

Références Bibliographiques

- [Al'tshuler85] B.L. Al'tshuler, D.E. Khmel'nitshii, *JETP Lett.* **42**, 359 (1985)
- [Aronov87] A.G. Aronov, Y.V. Sharvin, *Rev. Mod. Phys.* **59**, 755 (1987)
- [Bagwell89] P.F. Bagwell, T.P. Orlando, *Phys. Rev. B* **40**, 1456 (1989)
- [Beenakker91a] C.W.J. Beenakker, *Phys. Rev. B* **44**, 1646 (1991)
- [Beenakker91b] C.W.J. Beenakker, H. van Houten, A.A.M. Staring, *Phys. Rev. B* **44**, 1657 (1991)
- [Büttiker85a] M. Büttiker, Y. Imry, R. Landauer, S. Pinhas, *Phys. Rev. B* **31**, 6207 (1985)
- [Büttiker85b] M. Büttiker, dans *SQUID'85 - Superconducting Quantum Interference Devices and their Applications*, édité par H.D. Hahlbohm et H. Lübbig (Walter de Gruyter, Berlin, New York 1985), 529 (1985)
- [Bogachek95] E.N. Bogachek, U. Landman, *Phys. Rev. B* **52**, 14067 (1995)
- [Bykov93] A.A. Bykov, Z.D. Kvon, E.B. Olshnaetskii, L.V. Litvin, Y.V. Nastaushev, V.G. Mansurov, V.P. Migal, S.P. Moshchenko, *JETP Lett.* **58**, 840 (1993)
- [Cahay89] M. Cahay, S. Bandyopadhyay, H.L. Grubin, *Phys. Rev. B* **39**, 12989 (1989)
- [Castaing70] R. Castaing, *Thermodynamique Statistique*, (Masson, 1970)
- [Datta95] S. Datta, *Electronic transport in mesoscopic systems*, Cambridge studies in semiconductor physics and electronic engineering (Cambridge University Press, 1995)
- [DiVincenzo88] D.P. DiVincenzo, C.L. Kane, *Phys. Rev. B* **38**, 3006 (1988)
- [Ferry97] D.K. Ferry, S.M. Goodnick, *Transport in nanostructures*, Cambridge University Press, Cambridge (1997)
- [Ford94] C.J.B. Ford, P.J. Simpson, I. Zailer, D.R. Mace, M. Yosefin, M. Pepper, D.A. Ritchie, J.E.F. Frost, M.P. Grimshaw, G.A.C. Jones, *Phys. Rev. B* **49**, 17456 (1994)
- [Geller97] M.R. Geller, D. Loss, *Phys. Rev. B* **56**, 9692 (1997)
- [Glazman89] L.I. Glazman, A.V. Khaetskii, *Europhys. Lett.* **9**, 263 (1989)
- [Glazman90] L.I. Glazman, K.A. Matveev, *Sov. Phys. JETP* **71**, 1031 (1990)
- [Göres00] J. Göres, D. Goldhaber-Gordon, S. Heemeyer, M.A. Kastner, H. Strikman, D. Mahalu, U. Meirav, *Phys. Rev. B* **62**, 2188 (2000)
- [Grabert91] H. Grabert, M.H. Devoret, editeurs de *Single charge tunneling*, (Plenum press, New York, 1991)

- [Grincwajg94] A. Grincwajg, *Electron Transport and Optical Properties in Mesoscopic Systems*, Thèse de Chalmers University of Technology et Göteborg University (1994)
- [Grousset97] P. Grousset, *Microstructures d'Arséniure de Gallium: transport balistique, blocage de Coulomb et bruit en charge*, Thèse de l'INSA Toulouse (1997)
- [Häussler00a] R. Häussler, H.B. Weber, H.V. Löhneysen, *J. Low Temp. Phys.* **118**, 467 (2000)
- [Häussler00b] R. Häussler, E. Scheer, H.B. Weber, H.V. Löhneysen, *cond-mat/0004283*
- [Hwang91] S.W. Hwang, J.A. Simmons, D.C. Tsui, M. Shayegan, *Phys. Rev. B* **44**, 13497 (1991)
- [Jain88] J.K. Jain, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 2074 (1988)
- [Kirczenow94a] G. Kirczenow, *Phys. Rev. B* **50**, 1649 (1994)
- [Kirczenow94b] G. Kirczenow, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 2069 (1994)
- [Kouwen83] L.P. Kouwenhoven, B.J. van Weis, C.P.J.M. Harmans, J.G. Williamson, H. van Houten, C.W.J. Beenakker, C.T. Foxton, J.J. Harris, *Phys. Rev. B* **39**, 8040 (1983)
- [Kouwen97a] L.P. Kouwenhoven, P.L. Mc Euen, dans *Nanoscience and technology*, chap. 13, édité par G. Timp (AIP Press, 1997)
- [Kouwen97b] L.P. Kouwenhoven, C.M. Marcus, P.L. Mc Euen, S. Tarucha, R.M. Westervelt, N.S. Wingreen, dans *Mesoscopic electron transport*, Proceedings of the NATO Advanced Science Institute Series E, Curacao, Netherlands Antilles, édité par L.L. Sohn, L.P. Kouwenhoven et G. Schön, (Kluwer, Dordrecht, 1997)
- [Kurdak92] C. Kurdak, A.M. Chang, A. Chin, T.Y. Chang, *Phys. Rev. B* **46**, 6846 (1992)
- [Laikhtman90] B. Laikhtman, U. Sivan, A. Yacoby, C.P. Umbach, M. Heiblum, J.A. Kash, H. Shtrikman, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 2181 (1990)
- [Landau77] L.D. Landau, E.M. Lifshitz, dans *Quantum mechanics*, Course of theoretical Physics vol.3 (Pergamon Press, 1977)
- [Larkin86] A.I. Larkin, D.E. Khmel'nitshii, *Sov. Phys. JETP* **64**, 1075 (1986)
- [Lee87] P.A. Lee, A.D. Stone, H. Fukuyama, *Phys. Rev. B* **35**, 1039 (1987)
- [Lenstra88] D. Lenstra, R.T.M. Smokers, *Phys. Rev. B* **38**, 6452 (1988)
- [Liu93] J. Liu, W.X. Gao, K. Ismail, K.Y. Lee, J.M. Hong, S. Washburn, *Phys. Rev. B* **48**, 15148 (1993)
- [Loosdrecht88] P.H.M. van Loosdrecht, C.W.J. Beenakker, H. van Houten, J.G. Williamson, B.J. van Wees, J.E. Mooij, C.T. Foxon, J.J. Harris, *Phys. Rev. B* **38**, 10162 (1988)
- [Milliken87] F.P. Milliken, S. Washburn, C.P. Umbach, R.B. Laibowitz, R.A. Webb, *Phys. Rev. B* **36**, 4465 (1987)

- [Molenkamp95] L.W. Molenkamp, K. Flensberg, M. Kemernik, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4282 (1995)
- [Murat86] M. Murat, Y. Gefen, Y. Imry, *Phys. Rev. B* **34**, 659 (1986)
- [Palun00] L. Palun, *Etude prospective sur les dispositifs Silicium à blocage de Coulomb dans une perspective d'application à la microélectronique*, Thèse de l'université Joseph Fourier (2000)
- [Park96] K. Park, S. Lee, M. Shin, E.H. Lee, H.C. Kwon, *Surf. Sci* **361/362**, 751 (1996)
- [Pasquier93] C. Pasquier, U. Meirav, F.I.B. Williams, D.C. Glatli, Y. Jin, B. Etienne, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 69 (1993)
- [Pasquier94] C. Pasquier, *Transport quantique balistique et monoélectronique dans des nanostructures d'Arséniure de Gallium*, Thèse de l'université Paris XI Orsay (1994)
- [Pedersen00a] S. Pedersen, A.E. Hansen, A. Kristensen, C.B. Sørensen, P.E. Lindelof, *Phys. Rev. B* **61**, 5457 (2000)
- [Pedersen00b] S. Pedersen, A.E. Hansen, A. Kristensen, C.B. Sørensen, P.E. Lindelof, *Physica E* **7**, 776 (1999), Proceedings of the 9th international conference on Modulated Semiconductor Structure, Fukuoka 1999.
- [Shin96] M. Shin, K.W. Park, S. Lee, E. Lee, *Phys. Rev. B* **53**, 1014 (1996)
- [Shin98] M. Shin, K.W. Park, S. Lee, E. Lee, *Superlatt. Microstruct.* **23**, 139 (1998)
- [Smith89] C.G. Smith, M. Pepper, H. Ahmed, J.E.F. Frost, D.G. Hasko, R. Newbury, D.C. Peacock, D.A. Ritchie, G.A.C Jones, *J. Phys.: Cond. Matt.* **1**, 9035 (1989)
- [Stone85] A.D. Stone, P.A. Lee, *Phys. Rev. Lett.* **54**, 1196 (1985)
- [Takai93] D. Takai, K. Ohta, *Phys. Rev. B* **48**, 1537 (1993)
- [Tan96] W.C. Tan, J.C. Inkson, *Phys. Rev. B* **53**, 6947 (1996)
- [Terrier00] C. Terrier, C. Strunk, T. Nussbaumer, D. Babic, C. Schönenberger, *Fizika A (Zagreb)* **8**, 157 (2000)
- [Timp87] G. Timp, A.M. Chang, J.E. Cunningham, T.Y. Chang, P. Mankiewich, R. Behringer, R.E. Howard, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 2814 (1987)
- [Timp89] G. Timp, P. Mankiewich, P. De Vegvar, R. Behringer, J.E. Cunningham, R.E. Howard, H.U. Baranger, J.K. Jain, *Phys. Rev. B* **39**, 6227 (1989)
- [Tkachenko00] O.A. Tkachenko, V.A. Tkachenko, D.G. Baksheev, Z.D. Kvon, J.C. Portal, *JETP Lett.* **71**, 366 (2000)
- [Washburn85] S. Washburn, C.P. Umbach, R.B. Laibowitz, R.A. Webb, *Phys. Rev. B* **32**, 4789 (1985)

- [Washburn91] S. Washburn, dans *Mesoscopic phenomena in solids*, chap. 1 (1991)
- [Washburn92] S. Washburn, R.A. Webb, *Rep. Prog. Phys.* **55**, 1311 (1992)
- [Waugh95] F.R. Waugh, M.J. Berry, D.J. Mar, R.M. Westervelt, K.L. Campman, A.C. Gos-sard, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 705 (1995)
- [Webb86] R.A. Webb, S. Washburn, C.P. Umbach, F.P. Milliken, R.B. Laibowitz, A.D. Benoit, *Physica A* **104**, 175 (1986)
- [Webb88] R.A. Webb, S. Washburn, C.P. Umbach, *Phys. Rev. B* **37**, 8455 (1988)
- [Wees89] B.J. van Wees, L.P. Kouwenhoven, C.J.P.M. Harmans, J.G. Williamson, C.E. Tim-mering, M.E.I. Broekaart, C.T. Foxon, J.J. Harris, *Phys. Rev. Lett.* **62**, 2523 (1989)
- [Williams90] J.G. Williamson, H. van Houten, C.W.J. Beenakker, M.E.I. Broeckaart, L.I.A. Spendeler, B.J. van Weis, C.T. Foxton, *Phys. Rev. B* **41**, 1207 (1990)
- [Yacoby91] A. Yacoby, U. Sivan, C.P. Umbach, J.M. Hong, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 1938 (1991)
- [Yacoby96] A. Yacoby, R. Schuster, M. Heiblum, *Phys. Rev. B* **53**, 9583 (1996)

Conclusion Générale

Chapitre 6

Conclusion Générale

Dans ce travail, nous avons étudié les propriétés de transport d'un système interférentiel fabriqué à l'interface d'une hétérostructure semiconductrice $AlGaAs/GaAs$ à modulation de dopage. Il s'agit d'un interféromètre électronique en forme d'anneau, dont le principe de base repose sur le travail théorique de Y. Aharonov et D. Bohm en 1959, qui prédit l'influence d'un champ électromagnétique sur la phase de la fonction d'onde d'un électron, et transposé à la physique du solide. Nos mesures ont été réalisées sur des échantillons à forte mobilité, pour lesquels la longueur de cohérence de phase l_φ est grande devant les dimensions du système. Dans de telles structures apparaissent alors les effets dus à la discrétisation du spectre d'énergie et à la conservation de la cohérence. Notre étude expérimentale a porté principalement sur trois thèmes.

Ainsi, dans une première partie nous nous sommes intéressés à l'influence de la température sur l'amplitude des oscillations Aharonov-Bohm (AB) de la magnétoconductance, phénomène purement quantique directement lié à la nature ondulatoire des électrons. Les travaux expérimentaux précédents ont essentiellement été réalisés sur des anneaux dans le régime mésoscopique diffusifs. Un certain nombre de figures associées au comportement classique des électrons (dernier plateau de Hall dans la résistance transverse, magnétorésistance négative due à la suppression de la rétrodiffusion) permettent raisonnablement de penser que le libre parcours moyen électronique dans nos échantillons est supérieur aux dimensions du système, ce qui nous place dans le régime de transport balistique. Nous avons alors mesuré l'amplitude des oscillations AB en fonction de la température, pour une gamme de 50 mK à 1.2 K. Nos mesures ont montré qu'un modèle pour lequel l'anneau est faiblement couplé aux réservoirs d'électrons, le mieux adapté dans notre cas, est insuffisant pour rendre compte de la dépendance en température observé. Cependant, en incluant un terme dû à l'énergie de charge e^2/C qui s'oppose au transfert d'un électron dans un système faiblement couplé, on obtient un accord acceptable avec les résultats expérimentaux. Cette énergie de charge, relativement faible, n'a cependant pas été détectée par des mesures de la conductance en fonction de la tension de grille, qui ne laisse pas apparaître d'oscillations associées au blocage de Coulomb. De plus, nous avons mesuré la dépendance en température des oscillations dues à l'effet AB en régime de l'effet Hall quantique entier, pour un facteur de remplissage $\nu = 1$. Celle-ci montre une décroissance plus rapide lorsque la température augmente, en comparaison avec les résultats trouvés précédemment pour l'effet AB à faible champ. Cette décroissance correspond cependant

de manière très correcte avec ce que prévoit la théorie pour un système chiral – les électrons sur un état de bord ne peuvent se déplacer que dans une seule direction –, et pour lequel on ne prend en compte que l’effet de la température sur les niveaux d’énergie. Ce résultat tend à corroborer l’hypothèse principale posée précédemment : le faible couplage de l’anneau.

Les résultats expérimentaux suivant renforcent encore cette hypothèse, en s’inscrivant dans la cohérence du raisonnement. Ainsi, lorsque la tension de grille, qui recouvre la totalité de la structure, à savoir les deux bras de l’anneau, varie de manière continue, la phase des oscillations change brusquement de 0 à π , avec l’apparition d’oscillations intermédiaires de fréquence double, c’est à dire de période apparente $h/2e$. La prise en compte d’une asymétrie involontaire de la structure, inhérente à la fabrication de l’échantillon, *i.e* une inhomogénéité de la grille ou bien des bras qui n’auraient pas exactement la même longueur, ne suffit pas à expliquer de manière réaliste le déphasage observé. Cependant, lorsque l’on considère l’anneau faiblement couplé, les déphasage successifs apparaissent comme le reflet direct du spectre d’énergie de l’anneau isolé. A chaque fois que le niveau de Fermi croise un niveau du spectre, la conductance devient maximum. Comme le spectre est périodique avec le flux de période le quantum de flux h/e , on retrouve les oscillations observées expérimentalement. Les oscillations de période $h/2e$ sont alors dues à la levée de dégénérescence par le champ magnétique appliqué des niveaux correspondant à des moments angulaires de signe opposé. De plus, le spectre des niveaux d’énergies de l’anneau isolé impose à la phase des oscillations AB d’être égale à 0 ou π (modulo 2π) à champ magnétique nul. Les oscillations sont donc parfaitement symétriques par rapport au champ, même pour des mesures de résistance à quatre contacts et sans que cela limite en quoi que ce soit la longueur de cohérence de phase à une valeur inférieure à la distance entre les contacts de tension.

De même, l’étude des propriétés de transport en régime non linéaire, lorsque l’on surimpose un courant continu au courant de modulation de la détection synchrone, présente des effets similaires sur les oscillations AB. Ainsi, à mesure que l’on augmente le courant de polarisation, la phase des oscillations initialement à 0 ou π change brusquement d’une valeur π . Ce changement de la phase s’accompagne d’une variation sinusoïdale amortie de l’amplitude des oscillations. Ainsi, l’amplitude tend à s’annuler lorsque la phase change de valeur. Cette variation sinusoïdale s’explique de manière identique en considérant le spectre discret de l’anneau isolé, dans le formalisme de Landauer et Büttiker adapté au régime non linéaire de transport. Enfin, l’amortissement observé peut être la conséquence des interactions électrons-électrons dues à l’énergie en excès des électrons. Ces interactions favorisent la perte de cohérence de phase, c’est-à-dire la diminution de la longueur de cohérence de phase l_φ , qui se répercute sur l’amplitude des oscillations AB lorsque l_φ devient comparable ou inférieure à la circonférence de l’anneau.

Dans ce mémoire, nous avons donc finalement étudié un système mésoscopique qui se situe à la frontière entre un système complètement ouvert, pour lequel l’énergie de charge est faible devant l’espacement entre les niveaux d’énergie, et un système fermé, pour lequel les mesures de transport permettent de sonder le spectre discret de celui-ci – littéralement on fait alors de la spectroscopie –. Les propriétés de transport que nous avons observées sont ainsi étroitement liées à ce spectre. L’étude d’anneaux de plus petites dimensions permet de basculer encore un

peu plus vers les systèmes fermés, avec un élargissement du spectre, mais aussi un couplage plus faible au niveau des jonctions. Les premiers résultats obtenus sont encourageant. Actuellement, le couplage dépend du potentiel de confinement au niveau des jonctions, de la tension de grille, d'autres paramètres que l'on ne maîtrise pas; aussi un contrôle indépendant de la force de ce couplage, par des grilles électrostatiques coplanaires par exemple, serait intéressant, pour étudier la transition vers un système fermé notamment.

Les anneaux interférométriques, de par la sensibilité de la phase macroscopique des oscillations AB à une différence – géométrique, présence d'une impureté artificielle ou non...– entre les deux bras de l'anneau, sont un outil puissant d'étude du transport électronique et en font un dispositif mésoscopique intéressant pour l'avenir. Le domaine de fonctionnement est certes encore limité aux basses températures, mais nous ne sommes qu'au début de l'aventure...

Annexes

Annexe A: Les matrices de diffusion

A.1 Introduction au formalisme

A.2 Cas particulier d'un anneau

Annexe B: Conductance et relations de symétrie

B.1 Des matrices de diffusion au formalisme de Landauer et Büttiker

B.2 Relations de symétrie

B.3 Relations d'Onsager en transport électrique

Annexe A

Les matrices de diffusion (S-matrix)

A.1 Introduction au formalisme

Dans cette annexe, nous présentons la théorie des matrices de diffusions (ou encore *scattering matrix theory*) appliquée au calcul de la conductance d'un anneau idéal. Cette théorie de la conduction électronique a été introduite par Landauer, Imry et Büttiker [Landauer57, Büttiker88, Imry86]. Elle permet de décrire complètement le transport électronique à basses fréquences, basses températures, et lorsque les interactions électrons-électrons peuvent être négligées [Beenakker97]. Ce modèle a notamment été utilisé par Gefen *et al.* [Gefen84] pour calculer le coefficient de transmission d'un anneau unidimensionnel. Une bonne introduction au formalisme de cette théorie ainsi que la relation avec les fonctions de Green est disponible dans le chapitre 3 du livre de S. Datta [Datta95].

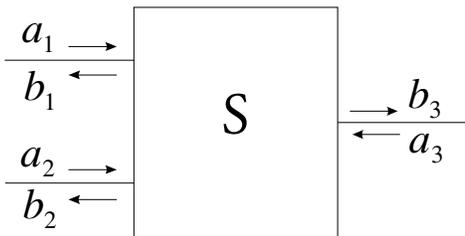


FIG. A.1: Un conducteur cohérent peut être décrit par une matrice de diffusion S reliant les différents modes se propageant – ici deux modes d'entrée (1) et (2) et un mode de sortie (3).

Dans ce modèle, on considère un conducteur mésoscopique, cohérent en phase, c'est-à-dire dont la taille est inférieure à la longueur de cohérence de phase. Ce conducteur est relié à des réservoirs, en équilibre à la température $T = 0K$ et de potentiel électrochimique E_F , par des fils dits *idéaux* – sans désordre et qui sont des guides d'ondes électroniques–. Le point important est que l'on peut alors définir une matrice de diffusion pour ce conducteur mésoscopique cohérent. Pour des systèmes plus grand que la longueur de cohérence de phase, on divise ce dernier en plusieurs sections pour lesquelles on définit une matrice individuelle. L'ensemble des sections peut alors être combinée de façon totalement cohérente, partiellement cohérente ou totalement incohérente.

La matrice de diffusion S d'un système relie l'amplitude des ondes émergentes à l'amplitude des ondes incidentes de part et d'autre d'un conducteur cohérent. Si le nombre total de modes

se propageant est égal à N , alors la matrice de diffusion est de dimension $N \times N$. Par exemple, si l'on considère le cas de la figure A.1 où le nombre total de modes est égal à trois, la matrice S s'exprime

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = S \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \quad \text{avec} \quad S = \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

Chaque élément s_{ij} représente l'amplitude de transmission du mode j vers le mode i . Les coefficients de transmissions (ou probabilité de transmission) entre les modes correspondant s'obtiennent en prenant le carré des éléments s_{ij} de la matrice. Ainsi la probabilité de transmission de i vers j s'écrit

$$T_{j \leftarrow i} = |s_{ji}|^2 \quad (\text{A.2})$$

La matrice de diffusion d'un conducteur cohérent possède des propriétés permettant de la simplifier. On peut ainsi montrer que pour obéir à la loi de conservation du courant celle-ci doit être unitaire soit

$$SS^+ = I \quad (\text{A.3})$$

où le signe $+$ désigne la matrice transposée conjuguée, ce qui se traduit notamment pour les éléments s_{ji} par

$$\sum_i |s_{ji}|^2 = \sum_j |s_{ji}|^2 = 1 \quad (\text{A.4})$$

Cette équation traduit bien la conservation du courant. Une deuxième propriété intéressante apparaît lorsque l'on applique un champ magnétique B . L'Hamiltonien qui décrit les diffusions est invariant lorsque l'on inverse les moments et le champ simultanément, ce qui se traduit au niveau de la matrice de diffusion par la relation suivante entre la matrice inverse et la matrice conjuguée (signe $*$)

$$S_{(+B)}^* = S_{(\perp B)}^{\perp 1} \quad (\text{A.5})$$

Si on combine les deux relations A.3 et A.5, on obtient une propriété de symétrie remarquable – ou *relation de réciprocité* [Büttiker88] –:

$$S_{(+B)} = S_{(\perp B)}^t \quad (\text{A.6})$$

avec t désignant la matrice transposée, c'est-à-dire encore

$$s_{ji}(B) = s_{ij}(-B) \quad (\text{A.7})$$

On peut aussi combiner les matrices de diffusion S_n de plusieurs systèmes adjacents pour obtenir la matrice totale S

$$S = S_0 \otimes S_1 \otimes \cdots \otimes S_n \quad (\text{A.8})$$

La définition précise de l'opérateur \otimes dépend de chaque système, puisque dans l'expression précédente les matrices individuelles S_n peuvent avoir des dimensions différentes. Pour avoir plus de détails sur les règles pratiques de combinaison des matrices S, le lecteur peut se référer à la référence [Datta95]. Néanmoins, une manière *physique* de comprendre l'algèbre des matrices de diffusions est de considérer les chemins de Feynman, qui relie comme en optique

ondulatoire, un mode d'entrée n à un mode de sortie m . L'amplitude de transmission total du mode n au mode m s'exprime

$$s_{m \leftarrow n} = \sum_P A_P \quad (\text{A.9})$$

où P appartient à l'ensemble des chemins possibles de n vers m , et A_P est l'amplitude de transmission correspondante.

A.2 Cas particulier d'un anneau

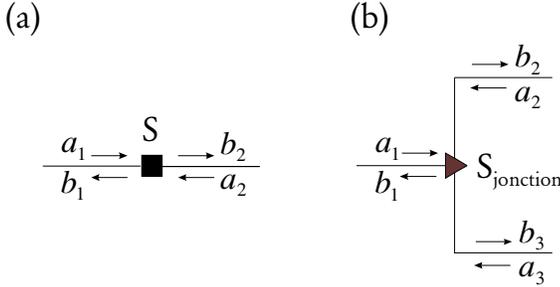


FIG. A.2: Schéma représentatif (a) d'un conducteur cohérent avec un mode d'entrée et un mode de sortie, et (b) d'une jonction à trois conducteurs avec un seul mode de propagation dans chacun d'eux.

Le système le plus simple consiste tout d'abord à considérer un conducteur cohérent avec un seul mode d'entrée et de sortie (par exemple un centre de diffusion élastique, figure A.2a). Dans ce cas là la matrice de diffusion est une matrice 2×2 et s'écrit

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = S \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \quad \text{avec} \quad S = \begin{pmatrix} r & t \\ t' & r' \end{pmatrix} \quad (\text{A.10})$$

L'unitarité de la matrice impose les relations suivantes [Anderson80]

$$|r|^2 + |t|^2 = 1 \quad (\text{A.11a})$$

$$|r'|^2 + |t'|^2 = 1 \quad (\text{A.11b})$$

$$\text{et} \quad \frac{r'}{r^*} = -\frac{t'}{t^*} \quad (\text{A.11c})$$

De plus si l'on se place à champ nul, on retrouve la propriété de symétrie par renversement du temps, ce qui donne à partir de l'équation A.7

$$t = t' \quad (\text{A.12})$$

On peut maintenant compliquer le système en prenant trois guides dans chacun desquels se propage un seul mode (figure A.2b). Typiquement, ce système va nous permettre de modéliser les jonctions d'entrée et de sortie d'un anneau connecté à deux fils de mesures [Shapiro83]. Conformément à ce qui a été dit précédemment, la matrice décrivant le système est une matrice 3×3

$$S_{\text{jonction}} = \begin{pmatrix} \underline{r} & \underline{t} \\ \underline{t}' & \underline{r}' \end{pmatrix} \quad (\text{A.13})$$

Dans le cas présent \underline{r} est le coefficient de réflexion dans la branche principale (1), \underline{t} et \underline{t}' sont respectivement une matrice ligne et une matrice colonne décrivant les coefficients de

transmission entre la branche principale (1) et les branches de l'anneau (2) et (3). Enfin, \underline{r}' est une matrice 2×2 et contient les coefficients de réflexions entre les ondes des branches (2) et (3). Comme dans le cas précédent S est unitaire et la symétrie par renversement du temps réduit encore le nombre de paramètres indépendants. Enfin on peut simplifier encore en considérant le système symétrique par rapport à la branche principale, c'est-à-dire en prenant \underline{r}' symétrique. En faisant l'ultime hypothèse que la matrice S est réelle on obtient

$$S_{jonction} = \begin{pmatrix} -(a+b) & \sqrt{\epsilon} & \sqrt{\epsilon} \\ \sqrt{\epsilon} & a & b \\ \sqrt{\epsilon} & b & a \end{pmatrix} \quad (\text{A.14})$$

où a , b et ϵ sont des paramètres réels vérifiant les deux relations suivantes, issues de l'unitarité de la matrice

$$\begin{cases} (a+b)^2 + 2\epsilon = 1 & \text{1}^{\text{re}} \text{ ligne} \\ a^2 + b^2 + \epsilon = 1 & \text{2}^{\text{e}} \text{ et } \text{3}^{\text{e}} \text{ ligne} \end{cases} \quad (\text{A.15})$$

Ainsi, la matrice S peut être entièrement spécifiée par un seul paramètre ϵ ($0 \leq \epsilon \leq 1/2$) qui caractérise le couplage entre la branche principale et les branches (2) et (3). La résolution du système conduit à 4 solutions pour a et b

$$\begin{cases} a_{\pm} = \pm \frac{1}{2}(\sqrt{1-2\epsilon} - 1) \\ b_{\pm} = \pm \frac{1}{2}(\sqrt{1-2\epsilon} + 1) \end{cases} \quad (\text{A.16a})$$

et

$$\begin{cases} a'_{\pm} = \pm \frac{1}{2}(\sqrt{1-2\epsilon} + 1) \\ b'_{\pm} = \pm \frac{1}{2}(\sqrt{1-2\epsilon} - 1) \end{cases} \quad (\text{A.16b})$$

Revenons sur la signification physique du coefficient de couplage ϵ . Pour $\epsilon = 1/2$, on obtient $a_{\pm} + b_{\pm} = a'_{\pm} + b'_{\pm} = 0$, ce qui signifie encore qu'il n'y a pas de réflexion dans la branche principale, c'est-à-dire encore qu'une onde incidente est transmise intégralement de la branche (1) vers les deux autres: le couplage est donc parfait. A *contrario* lorsque $\epsilon = 0$, on obtient $a_{\pm} + b_{\pm} = a'_{\pm} + b'_{\pm} = \pm 1$. On a donc réflexion intégrale d'une onde incidente dans la branche principale; rien n'est transmis dans les branches (1) et (2): le couplage est donc nul.

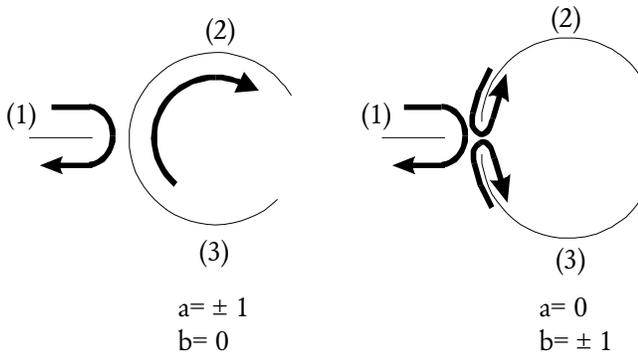


FIG. A.3: Illustration des deux cas (équations A.17a,b) correspondant à un coefficient de couplage $\epsilon = 0$. Les flèches représentent une onde incidente réfléchiée (en "U") ou transmise.

Cependant les 4 solutions ne sont pas équivalentes en terme de représentation physique du système. En effet, pour $\epsilon = 0$ (faible couplage) on a plus particulièrement les couples de

solutions

$$\begin{cases} a_{\pm} = 0 \\ b_{\pm} = \pm 1 \end{cases} \quad (\text{A.17a})$$

$$\begin{cases} a'_{\pm} = \pm 1 \\ b'_{\pm} = 0 \end{cases} \quad (\text{A.17b})$$

Les solutions A.17a correspondent au cas où les trois branches (1), (2) et (3) sont complètement découplées les unes des autres. En revanche les solutions A.17b correspondent au cas où les branches (2) et (3) sont parfaitement couplées entre elles (pas de réflexions $b' = 0$). C'est plutôt ce dernier cas que l'on adoptera pour représenter notre système: lorsque $\epsilon = 0$ l'anneau est isolé des fils de mesures.

Finalement, on peut combiner les deux cas précédents pour modéliser entièrement un anneau couplé à deux fils de mesure comme indiqué sur la figure A.4. Les deux centres de diffusions élastiques dans les branches de l'anneau peuvent aussi représenter l'effet d'une grille couvrant partiellement ou non l'anneau ou tout autre phénomène affectant de manière cohérente la transmission des ondes.

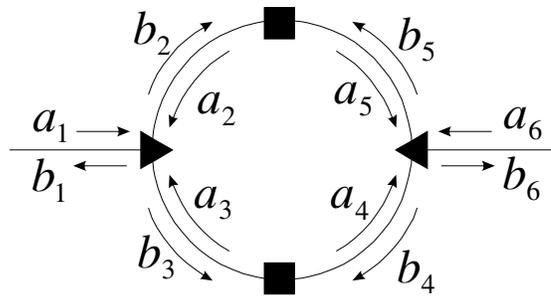


FIG. A.4: Schéma représentatif d'un anneau composé de deux jonctions et d'un centre diffuseur dans chacune des branches (d'après [Büttiker84]).

Champ magnétique —. Lorsqu'un flux magnétique Φ est appliqué à travers la surface de l'anneau, les amplitudes de transmission et de réflexions relatives aux centres diffuseurs dans les branches sont modifiées par une transformation de jauge [Gefen84]

$$\begin{aligned} t_i &\rightarrow t_i e^{\pm i\theta} \\ r_i &\rightarrow r_i \end{aligned}$$

avec $\theta = \pi\Phi/\Phi_0$, et le signe \pm dépend du sens de propagation de l'onde considérée. Les coefficients t_i et r_i vérifient alors toujours les relations A.11a à c.

Références Bibliographiques

- [Anderson80] P.W. Anderson, D.J. Thouless, E. Abrahams, D.S. Fisher, *Phys. Rev. B* **22**, 3519 (1980)
- [Beenakker97] C.W.J. Beenakker, *Rev. Mod. Phys.* **69**, 731 (1997)
- [Büttiker84] M. Büttiker, Y. Imry, M.Y. Azbel, *Phys. Rev. A* **30**, 1982 (1984)
- [Büttiker88] M. Büttiker, *IBM J. Res. Dev.* **32**, 317 (1988)
- [Datta95] S. Datta, *Electronic transport in mesoscopic systems*, Cambridge studies in semiconductor physics and electronic engineering (Cambridge University Press, 1995)
- [Gefen84] Y. Gefen, Y. Imry, M.Y. Azbel, *Phys. Rev. Lett.* **52**, 129 (1984)
- [Imry86] Y. Imry, dans *Directions in Condensed Matter Physics*, édité par G. Grinstein et G. Mazenko (World Scientific, Singapour, 1986)
- [Landauer57] R. Landauer, *IBM J. Res. Dev.* **1**, 223 (1957)
- [Shapiro83] B. Shapiro, *Phys. Rev. Lett.* **50**, 747 (1983)

Annexe B

Conductance et relations de symétrie

B.1 Des matrices de diffusion au formalisme de Landauer et Büttiker

Dans la suite on introduit les notations suivantes pour les amplitudes et les probabilités de transmission: $s_{ij,mn}$ et $T_{ij,mn}$, qui désigne l'amplitude (ou probabilité) de transmission pour un porteur provenant du mode n du contact j vers le mode m du contact i . Dans cette convention on définit les coefficients de réflexion comme les éléments diagonaux $R_{ii,mn} = T_{ii,mn}$ de la matrice contenant les coefficients de transmission $T_{ij,mn}$.

$$\begin{aligned} R_{ii,mn} &= |s_{ii,mn}|^2 \\ T_{ij,mn} &= |s_{ij,mn}|^2 \end{aligned} \tag{B.1}$$

Cependant, on peut caractériser la transmission d'un porteur venant du contact j quel que soit le mode vers le contact i par un coefficient de transmission totale T_{ij} . On peut opérer de même avec le coefficient de réflexion totale R_{ii} :

$$\begin{aligned} R_{ii} &= \sum_{m \in i} \sum_{n \in i} R_{ii,mn} \\ T_{ij} &= \sum_{m \in i} \sum_{n \in j} T_{ij,mn} \end{aligned} \tag{B.2}$$

Le point important est la relation de réciprocité établie dans l'annexe A.7, $s_{ij,mn}(B) = s_{ji,nm}(-B)$ – condition de réversibilité microscopique –. Cette relation impose aux coefficients de réflexion (éléments diagonaux) d'être symétriques avec le flux et aux coefficients de transmission (éléments non-diagonaux) d'obéir à une relation de réciprocité

$$\begin{aligned} R_{ii}(-B) &= R_{ii}(B) \\ T_{ij}(-B) &= T_{ji}(B) \end{aligned} \tag{B.3}$$

B.2 Relations de symétrie pour un nombre arbitraire de contacts

Considérons un conducteur avec un nombre arbitraire $K \geq 4$ de contacts. Nous allons établir les relations de symétrie pour l'expression des résistances mesurées avec quatre contact, en utilisant la méthode proposée par Büttiker dans la référence [Büttiker92]. Le courant I_i qui circule au niveau du contact i , et si on ne considère qu'un seul mode se propageant, est donné comme on l'a vu précédemment par la relation

$$I_i = \frac{e}{h} \left[(1 - R_{ii}) \mu_i - \sum_{j \neq i} T_{ij} \mu_j \right], \quad \text{avec } i = 1, \dots, K \quad (\text{B.4})$$

Soient 1 et 2 les contacts de courant, et 3 et 4 les contacts de tension, les autres contacts n'étant pas utilisés pour la mesure. On a alors

$$I_1 = I \quad (\text{B.5a})$$

$$I_2 = -I \quad (\text{B.5b})$$

$$I_i = 0 \quad \text{avec } i \geq 3 \quad (\text{B.5c})$$

On obtient donc un système de K équations à K inconnues – les coefficients μ_j –. L'équation B.5c nous permet d'écrire pour le contact K , $I_K = 0$, soit encore d'après B.4 d'exprimer μ_K en fonction des autres coefficients μ_j

$$\mu_K = \frac{1}{1 - R_{KK}} \sum_{j \neq K} T_{Kj} \mu_j \quad (\text{B.6})$$

En utilisant cette équation, on peut éliminer μ_K dans le système précédent B.4. On obtient alors un nouveau système de $K - 1$ équations à $K - 1$ inconnues

$$I_i = \frac{e}{h} \left[(1 - R_{ii}^{(K\perp 1)}) \mu_i - \sum_{j \neq i} T_{ij}^{(K\perp 1)} \mu_j \right] \quad (\text{B.8})$$

avec

$$R_{ii}^{(K\perp 1)} = \left(R_{ii} + \frac{T_{iK} T_{Ki}}{1 - R_{KK}} \right) \quad (\text{B.9a})$$

$$T_{ij}^{(K\perp 1)} = \left(T_{ij} + \frac{T_{iK} T_{Kj}}{1 - R_{KK}} \right) \quad (\text{B.9b})$$

où les coefficients $R_{ii}^{(K\perp 1)}$ et $T_{ij}^{(K\perp 1)}$ ont été introduits pour exprimer le nouveau système de manière similaire au précédent. Les relations de symétrie pour ces coefficients sont les mêmes que pour les R_{ii} et T_{ij} . En effet l'équation B.3 implique que

$$\begin{aligned} R_{ii}^{(K\perp 1)}(-B) &= R_{ii}^{(K\perp 1)}(B) \\ T_{ij}^{(K\perp 1)}(-B) &= T_{ji}^{(K\perp 1)}(B) \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

On peut ainsi continuer sur le même principe en exprimant μ_{K-1} en fonction des autres coefficients μ_j ($j < K - 1$), puis en l'éliminant des équations B.8. On obtient $K - 2$ équations

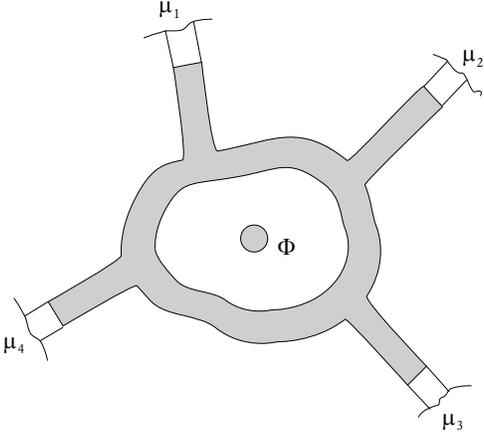


FIG. B.1: *Conducteur connecté par des fils unidimensionnels à quatre réservoirs d'électrons à des potentiels chimiques μ_i différents. Un flux magnétique Φ est appliqué à travers le trou central du conducteur.*

à $K - 2$ inconnues de la même forme, en introduisant de nouveaux coefficients

$$R_{ii}^{(K\perp 2)} = \left(R_{ii}^{(K\perp 1)} + \frac{T_{iK}^{(K\perp 1)} T_{Ki}^{(K\perp 1)}}{1 - R_{KK}^{(K\perp 1)}} \right) \quad (B.11a)$$

$$T_{ij}^{(K\perp 2)} = \left(T_{ij}^{(K\perp 1)} + \frac{T_{iK}^{(K\perp 1)} T_{Kj}^{(K\perp 1)}}{1 - R_{KK}^{(K\perp 1)}} \right) \quad (B.11b)$$

De la même manière les coefficients $R_{ii}^{(K\perp 2)}$ et $T_{ij}^{(K\perp 2)}$ suivent les mêmes règles de symétrie que les R_{ii} et T_{ij} . On peut répéter cette construction jusqu'à l'ordre $4 = K - N$, où N est le nombre de contacts inutilisés lors de la mesure. On se retrouve alors dans le cas déjà résolu d'une mesure à quatre contacts. Ainsi la résistance longitudinale s'exprime simplement

$$R_{12,34} = \left(\frac{h}{e^2} \right) \frac{T_{31}^{(K\perp N)} T_{42}^{(K\perp N)} - T_{32}^{(K\perp N)} T_{41}^{(K\perp N)}}{D^{(K\perp N)}} \quad (B.12)$$

Finalement, tous les coefficients $R_{ii}^{(K\perp N)}$ et $T_{ij}^{(K\perp N)}$ obéissent aux règles de symétrie B.3. Par conséquent, $R_{12,34}$ garde la même propriété de symétrie en champ inverse pour une mesure à quatre contacts, *quelque soit le nombre de contacts $K \geq 4$ auxquels est relié le conducteur*

$$R_{12,34}(-B) = R_{34,12}(B) \quad (B.13)$$

B.3 Relations d'Onsager en transport électrique

Les relations d'Onsager-Casimir, appelées relations de réciprocité d'Onsager, prévoient une symétrie entre les coefficients de réponse linéaire L_{ij} relatifs aux processus irréversibles¹, ces coefficients étant reliés aux coefficients de transport usuels (conductibilité calorifique, conductivité électrique...) [Onsager31, Casimir45]. Ces relations s'écrivent, en présence d'un champ magnétique B

$$L_{ij}(B) = L_{ji}(-B) \quad (B.14)$$

1. voir par exemple [Callen60, Balian82].

Ces relations constituent la propriété générale essentielle de la thermodynamique des processus hors équilibre.

Considérons le conducteur de la figure B.1, relié à quatre réservoirs électroniques. Büttiker a montré que ce conducteur obéit aux relations d’Onsager, bien que la magnétoconductance mesurée soit asymétrique par renversement du champ magnétique [Büttiker86]. En effet, si l’on considère un courant I_1 injecté dans le contact 1 et collecté au contact 3, et un courant I_2 injecté dans le contact 2 et collecté au contact 4, on peut écrire les coefficients d’Onsager α_{ij} de la manière suivante

$$I_1 = \alpha_{11} \left(\frac{\mu_1 - \mu_3}{e} \right) - \alpha_{12} \left(\frac{\mu_2 - \mu_4}{e} \right) \quad (B.15a)$$

$$I_2 = -\alpha_{21} \left(\frac{\mu_1 - \mu_3}{e} \right) + \alpha_{22} \left(\frac{\mu_2 - \mu_4}{e} \right) \quad (B.15b)$$

La résolution de ce système, en utilisant les équations B.3 et B.4, permet d’obtenir

$$\begin{aligned} \alpha_{11}(B) &= \alpha_{11}(-B) \\ \alpha_{22}(B) &= \alpha_{22}(-B) \\ \alpha_{12}(B) &= \alpha_{21}(-B) \end{aligned} \quad (B.16)$$

Par conséquent, les relations de réciprocity sont bien vérifiées. Ceci n’empêche pas d’avoir une résistance mesurée non symétrique, celle-ci étant donnée de manière générale par la relation B.12.

Références Bibliographiques

- [Balian82] R. Balian, *Du microscopique au macroscopique, Tome 2*, Chapitre 13, (Ecole Polytechnique et Ellipses, 1982)
- [Büttiker86] M. Büttiker, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 1761 (1986)
- [Büttiker92] M. Büttiker, dans *Nanostructured Systems*, Chapitre 4 *Semiconductors and Semimetals* **35**, édité par M. Reed (Academic Press 1992)
- [Callen60] H.B. Callen, *Thermodynamics*, (Wiley, 1960)
- [Casimir45] H.B.G. Casimir, *Rev. Mod. Phys.* **17**, 343 (1945)
- [Onsager31] L. Onsager, *Phys. Rev.* **38**, 2265 (1931)

Publications

Liste des publications

Travaux présentés dans ce mémoire

M. Cassé, Z.D.Kvon, G.M.Gusev, E.B.Olshanetskii, L.V. Litvin, A.V. Plotnikov, D.K.Maude, J.C. Portal

Temperature dependence of the Aharonov-Bohm oscillations and the energy spectrum in a single mode ballistic ring.

Physical Review B **62**, 2624 (2000).

M. Cassé, E.B. Olshanetskii, Z.D. Kvon, D.K. Maude, J.C. Portal

The effect of DC bias in a ballistic single mode AlGaAs/GaAs ring interferometer.

Proceedings of the 9th International Conference on Modulated Semiconductor Structures, 1999, Fukuoka

Physica E **7**, 781 (2000).

E.B. Olshanetskii, **M. Cassé**, Z.D. Kvon, G.M. Gusev, L.V. Litvin, A.V. Plotnikov, D.K. Maude, J.C. Portal

Symmetric, gated, ballistic ring as tunable electron interferometers.

Proceedings of the 13th International Conference on the Electronic Properties of Two-dimensional Systems, 1999, Ottawa

Physica E **6**, 322 (2000).

Z.D. Kvon, E.B. Olshanetskii, **M. Cassé**, L.V. Litvin, D.K. Maude, J.C. Portal

The electron phase coherence length in a single mode ballistic ring interferometer.

Proceedings of the 24th International Conference on the Physics of Semiconductors, 1998, Jérusalem, (Word Scientific, Singapore,1998).

Z.D. Kvon, E.B. Olshanetskii, **M. Cassé**, D.K. Maude, J.C. Portal, J.L. Gauffier, A.Y. Plotnikov, A.I. Toropov

Small size gated ballistic interferometer on the basis of AlGaAs/GaAs heterostructure.

Proceedings of the 25th International Conference on the Physics of Semiconductors, 2000, Osaka

A paraître dans Physica E.

Travaux non présentés dans ce mémoire

X. Kleber, G.M. Gusev, M.V. Budantsev, **M. Cassé**, U. Gennser, D.K. Maude, J.C. Portal, Z.D. Kvon, A.E. Plotnikov, A.I. Toropov, N.T. Moshegov

Magnetoconductance of two independently tunable parallel point contacts using an elliptical antidot.

Proceedings of the 10th International Conference on Superlattices, Microstructures and Microdevices (1997, Lincoln, Nebraska)

Physics of low-dimensional structures, **11/12**, 75 (1997).

A.A. Bykov, D.G. Baksheev, L.V. Litvin, V.P. Migal, E.B. Olshanetskii, **M. Cassé**, D.K. Maude, J.C. Portal

Transport properties of GaAs/AlGaAs ring interferometer in the tunneling regime.

JETP Letters, **71**, 434 (2000).

A.A. Bykov, G.M. Gusev, J.R. Leite, A.K. Bakarov, N.T. Moshegov, **M. Cassé**, D.K. Maude, J.C. Portal

Hall effect in spatially fluctuating magnetic field with zero mean.

Physical Review B, **61**, 5505 (2000).

A.A. Bykov, G.M. Gusev, J.R. Leite, A.K. Bakarov, N.T. Moshegov, D.K. Maude, **M. Cassé**, J.C. Portal

Non zero Hall resistance in spatially fluctuating magnetic field with zero mean.

Proceedings of the 25th International Conference on the Physics of Semiconductors, 2000, Osaka

A paraître dans Physica E.

G.M. Gusev, J.R. Leite, E.B. Olshanetskii, N.T. Moshegov, A.I. Toropov, D.K. Maude, **M. Cassé**, J.C. Portal

Quantum Hall effect in a wide parabolic well.

Proceedings of the 14th International Conference on High Magnetic Fields in Semiconductors Physics, 2000, Matsue

A paraître dans Physica B.