



HAL
open science

Transport électronique dans les nanojonctions supraconducteur - métal normal - supraconducteur

Pascal Dubos

► **To cite this version:**

Pascal Dubos. Transport électronique dans les nanojonctions supraconducteur - métal normal - supraconducteur. Supraconductivité [cond-mat.supr-con]. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 2000. Français. NNT: . tel-00004264

HAL Id: tel-00004264

<https://theses.hal.science/tel-00004264>

Submitted on 22 Jan 2004

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ JOSEPH FOURIER - GRENOBLE I
SCIENCES ET GÉOGRAPHIE

THÈSE

pour obtenir le grade de
DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ JOSEPH FOURIER

Arrêtés Ministériels du 5 juillet 1994 et du 30 mars 1992

SPÉCIALITÉ : PHYSIQUE

Présentée et soutenue publiquement par :

Pascal DUBOS

**Transport électronique dans des
nanojonctions supraconducteur -
métal normal - supraconducteur**

Le 27 octobre 2000

Composition du Jury :

J. CIBERT, Président
H. BOUCHIAT, Rapporteur
H. POTHIER, Rapporteur
F. HEKKING, Examineur
J. P. PEKOLA, Examineur
B. PANNETIER, Directeur de thèse

Thèse préparée au sein du
Centre de Recherches sur les Très Basses Températures,
laboratoire associé à l'Université Joseph Fourier
CRTBT-CNRS, 25 av. des Martyrs, BP 166, F-38042 Grenoble Cedex 9
[http :\\www-crtbt.polycnrs-gre.fr](http://www-crtbt.polycnrs-gre.fr)

UNIVERSITÉ JOSEPH FOURIER - GRENOBLE I
SCIENCES ET GÉOGRAPHIE
U.F.R. de physique

THÈSE

pour obtenir le grade de
DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ JOSEPH FOURIER

Arrêtés Ministériels du 5 juillet 1994 et du 30 mars 1992

SPÉCIALITÉ : PHYSIQUE

Présentée et soutenue publiquement par :

Pascal DUBOS

**Transport électronique dans des
nanojonctions supraconducteur -
métal normal - supraconducteur**

Le 27 octobre 2000

Composition du Jury :

Joël CIBERT, Président
Hélène BOUCHIAT, Rapporteur
Hugues POTHIER, Rapporteur
Frank HEKKING, Examineur
Jukka P. PEKOLA, Examineur
Bernard PANNETIER, Directeur de thèse

Thèse préparée au sein du
Centre de Recherches sur les Très Basses Températures,
laboratoire associé à l'Université Joseph Fourier
CRTBT-CNRS, 25 av. des Martyrs, BP 166, F-38042 Grenoble Cedex 9
[http :\\www-crtbt.polycnrs-gre.fr](http://www-crtbt.polycnrs-gre.fr)

À ma famille,

À Murielle,

”La vie ne s’arrête pas sous zéro. Elle sculpte pour l’éternité des hommes,
les secondes de la poussière des temps, et nous passons.”

Anita Conti.
Extrait de ”Racleurs d’océans”

Remerciements :

J'ai eu le plaisir d'effectuer ce travail au Centre de Recherches sur les Très Basses Températures (CRTBT) à Grenoble. Je remercie Messieurs Pierre Monceau et Bernard Hébral de m'avoir accueilli.

Je tiens à remercier Monsieur Joël Cibert pour l'honneur qu'il m'a fait en présidant le jury. J'exprime à Madame Hélène Bouchiat et Monsieur Hugues Pothier, pour avoir accepté de rapporter ce manuscrit, toute ma sincère reconnaissance. La qualité de nos échanges, leurs conseils avisés qui soulignent leur investissement scientifique m'ont particulièrement touché. Je remercie aussi le Professeur Frank Hekking de l'université de Grenoble et le Professeur Jukka Pekola de l'université de Jyväskylä en Finlande pour l'intérêt qu'ils ont porté à mes travaux.

J'exprime à présent ma très grande admiration à Monsieur Bernard Pannetier qui a dirigé mes recherches au cours de ma thèse. Qu'il reçoive ici toute ma gratitude pour sa gentillesse et sa confiance à mon égard. Ses compétences, son expérience mais aussi ses intuitions m'ont permis de mener ce travail à bien. Bien au delà, je le remercie pour les qualités humaines de nos échanges qui représentent pour moi l'un des grands trésors. Si la Science n'est peut-être pas contagieuse, les sentiments humains et toute la finesse de leurs expressions se partagent-ils par effet de proximité? Trois années dans une vie, cela ne s'oublie pas. Qu'il trouve ainsi l'expression de toute ma reconnaissance.

Je remercie grandement Monsieur Patrick Paniez du CNET-FranceTelecom pour tout le soutien qu'il m'a apporté dans les réalisations technologiques. La collaboration qui s'est poursuivie pendant ma thèse a beaucoup apporté à ce travail et a permis le développement d'un procédé innovant de micro-fabrication.

Je remercie Monsieur Frank K. Wilhelm qui nous a offert ses compétences en matière d'outils quasiclassiques. Le démarrage d'une collaboration avec l'Université de Karlsruhe nous a permis de nous rencontrer de nombreuses fois tant à Karlsruhe qu'à Grenoble. Nous avons ainsi concrétisé ces échanges par un travail en commun à la frontière de nos deux mondes, théorique et expérimental.

Un grand merci à Messieurs Thierry Crozes et Thierry Fournier qui m'ont introduit au monde du nanomètre et de la lithographie électronique. À toutes ses heures passées en salle blanche (plutôt jaune psychédélique), à parfaire les recettes de cuisine "high-tech". Je ne saurais également oublier Monsieur Dominique Mailly du LMM à Bagnex pour son

temps et sa patience à la réalisation de projets aux technologies souvent acrobatiques : un grand merci au virtuose du masqueur électronique et des courses en moto au coeur de Paris avec Monsieur Giancarlo Faini.

Je ne saurais oublier tous les acteurs des services de mécanique de cryogénie, d'informatique et d'électronique qui tous ensemble font la force et la richesse de ce laboratoire et qui ont participé à ce travail. Un grand merci à tous.

Je remercie particulièrement Messieurs Hervé Courtois, Klaus Hasselbach, Olivier Buisson, Laurent Saminadayar et Madame Monique Giroud, les "mésoscopistes" du laboratoire pour leur contribution à ce travail. Nombreuses furent les discussions qui me firent avancer dans mon projet et l'attention qu'ils ont toujours manifesté à ces recherches. Un grand merci à Monsieur Patrick Butaud, pour son aide précieuse et son soutien moral en cette fin de parcours ainsi qu'à tous ceux que j'ai rencontré pendant ce périple : Agnès, Anthony, Benedetta, Carla, Cécile, Claude, Emmanuelle, Eric, Florence, Frank, Jérôme, Laureline, Loïc, Nico, Norbert, Sarah, Vincent, Wilfried et Yves.

Table des matières

Introduction générale	11
1 Physique de la jonction SNS	15
1.1 Effet de proximité	18
1.1.1 Réflexion d'Andreev à l'interface NS	18
1.1.2 Équations du courant en limite diffusive	19
1.2 La contribution du courant normal	22
1.2.1 Conductance spectrale	23
1.2.2 Dépendance en phase de la conductance	24
1.3 Courant Josephson stationnaire	26
1.3.1 Influence de la distribution électronique	27
1.3.2 Contrôle du courant Josephson - transistor SNS	28
1.4 Influence de la tension (régime dynamique)	30
1.4.1 Le modèle RSJ	32
1.4.2 Relaxation de la distribution	34
1.4.3 Conductance hors-équilibre : modèle de Zhou et Spivak	35
1.4.4 Courant Josephson hors-équilibre : modèle d'Argaman	35
1.4.5 Dynamique de la jonction SNS : modèle de Wilhelm	38
2 Dispositif expérimental	43
2.1 Introduction	43
2.2 Résine thermostable	44
2.3 Fabrication des jonctions	47

2.3.1	Réalisation du tricouche	48
2.3.2	Elaboration du masque	49
2.3.3	Sur-gravure de la sous-couche	50
2.3.4	Dépôt par ombrage	51
2.4	Mesure à basse température	54
2.5	Transport sous une radiation hyperfréquence	56
2.5.1	Circuit de mesure	57
2.5.2	Modélisation	58
3	Courant critique de la jonction SNS	65
3.1	Introduction	66
3.2	Le courant critique à température nulle	68
3.2.1	Jonctions courtes et longues	68
3.3	Courant critique à température non nulle	70
3.3.1	Solution numérique à basse température	70
3.3.2	Solution analytique à haute température	72
3.3.3	Dépendance universelle pour les jonctions très longues	72
3.4	Préfacteurs numériques	74
3.5	Relation courant-phase	75
3.5.1	Jonctions courtes	75
3.5.2	Jonctions longues	76
3.6	Mesure des jonctions SNS	77
3.6.1	Paramètres des jonctions	78
3.6.2	Caractéristiques courant-tension	80
3.6.3	Critère de définition du courant critique	80
3.6.4	Histogramme des fluctuations thermiques	82
3.7	Analyse des résultats	86
3.7.1	Définition de la résistance normale	86
3.7.2	Ajustement des résultats numériques	86
3.7.3	Influence du gap - régime des très hautes températures	89

3.8	Présence de barrières aux interfaces	89
3.9	Conclusions	94
4	La jonction hors-équilibre	97
4.1	Introduction	97
4.2	Caractéristiques courant-tension	98
4.2.1	Préliminaires à la mesure	99
4.2.1.1	Approximation adiabatique	99
4.2.1.2	Polarisation de la jonction	100
4.2.1.3	Fluctuations thermiques	101
4.2.1.4	Mécanisme de relaxation	101
4.2.2	Fenêtre d'observation dans le régime dynamique	102
4.2.3	Le système expérimental	104
4.2.4	Résultats des mesures	105
4.3	Analyse du régime dynamique	107
4.3.1	Insuffisance du modèle RSJ	107
4.3.2	Courant d'excès	108
4.3.3	Analyse selon le modèle d'Argaman	109
4.3.4	Comparaison avec d'autres modèles	111
5	Transport en présence d'une onde hyperfréquence	115
5.1	Observation de nouveaux paliers de tension	116
5.2	Formation du palier Shapiro	119
5.3	Formation des paliers fractionnaires	123
5.4	Dépendance en température des paliers de tension	124
5.5	Discussion des résultats	126
5.5.1	Modèle RSJ modifié	127
5.5.2	Harmoniques des paliers de tension	128
5.5.3	Contribution au courant des paliers fractionnaires	129
5.5.4	Dépendance en fréquence des contributions fractionnaires	132

5.5.5	Courant de fluctuation	133
5.6	Discussion sur l'origine des paliers fractionnaires	134
5.6.1	Modèle d'Argaman	134
5.6.2	Modèle de F. Wilhelm	135
5.6.3	Mécanisme de réflexions d'Andreev multiples	135
5.6.4	Conclusions	136
A	Publication sur la résine thermostable PES	143
B	Courant critique d'une jonction SNS longue	151
C	Résultats numériques	157
D	Publication du modèle de F. Wilhelm	161
E	Effet d'une radiation micro-onde	165
F	Programme informatique du modèle d'Argaman	171
	Références bibliographiques	175

Introduction générale

Dans le monde macroscopique, les métaux ont une conductance bien définie qui est décrite par le modèle de Drude (Les électrons du métal sont considérés comme des corpuscules qui rebondissent sur les impuretés dans un processus de diffusions élastiques). Mais quand on s'intéresse aux propriétés microscopiques, la conductance d'un métal n'est plus aussi triviale. Les électrons sont également décrit par une onde qui est à l'origine des nouveaux effets que l'on observe dans des circuits métalliques de petite taille. Ces nouveaux effets sont liés à des phénomènes d'interférences entre les phases des électrons. Ils affectent la conductance si les électrons conservent leur cohérence de phase sur la taille du conducteur métallique. Il existe ainsi pour chaque métal une longueur caractéristique appelée la longueur de cohérence de phase L_φ . La taille du conducteur doit ainsi être comparable à cette longueur. C'est ainsi que l'on définit ce domaine de recherche récent, la physique mésoscopique [1]. L_φ est très petite à température ambiante. Cela explique que ces nouveaux effets de cohérence de phase ne soient pas encore visibles en micro-électronique. Cependant, la longueur de cohérence croît quand on abaisse la température. Ainsi à la température de l'hélium liquide (environ 4 Kelvins), L_φ atteint plusieurs micromètres. Des circuits métalliques à cette échelle sont désormais facilement réalisables. À la conductance ordinaire de ces circuits, il s'ajoute donc de nouvelles contributions plus subtiles qui résultent d'une statistique sur l'ensemble de la population électronique du métal normal. Mais ces effets sont généralement très faibles car les phases des électrons sont toutes distribuées de façon aléatoire. C'est le cas par exemple des effets de localisation faible où les variations de conductance observées par une mesure de transport sont très faibles, de l'ordre d'un quantum de conductance $e^2/h \approx 77 \mu S$.

La présence de supraconductivité [2] apporte de nouvelles propriétés. En dessous de la température critique, le supraconducteur présente un gap d'énergie. Ainsi, à une interface entre un métal normal (N) et un supraconducteur (S), les électrons ne peuvent entrer dans (S). Les électrons se réfléchissent par un mécanisme cohérent décrit par Andreev [3]. Il correspond au transfert de paires de Cooper depuis le supraconducteur vers le métal

normal. Les paires de Cooper sont toutes dans un état cohérent décrit par une phase unique macroscopique. La particularité majeure est de pouvoir observer des phénomènes collectifs qui sont beaucoup plus importants : les effets électroniques individuels ne se moyennent plus à zéro mais s'ajoutent de manière constructive. C'est un domaine captivant car peu de systèmes en physique du solide possèdent une telle propriété de cohérence d'ensemble. Ce domaine de la supraconductivité mésoscopique s'est développé très rapidement au début des années 90 [4]. On assiste à un renouveau de l'effet de proximité où ces phénomènes mésoscopiques extraordinaires dépendent d'une phase macroscopique. Aujourd'hui de grands progrès ont permis d'améliorer la compréhension de la physique de la jonction entre un métal normal et un métal supraconducteur (jonction NS).

Dans le cas d'une jonction SNS, le métal normal (N) est confiné entre deux électrodes supraconductrices ayant chacune une phase macroscopique différente. Les deux phases supraconductrices se couplent au travers du métal normal. Ce couplage Josephson est induit par les corrélations supraconductrices des électrons du métal normal en contact avec les électrodes. La manifestation de ce couplage est la circulation d'un courant non dissipatif d'une électrode à l'autre à travers le métal normal. Il dépend de la différence de phase χ des deux supraconducteurs. Cet effet a été beaucoup étudié dans les années 70-80 dans le cadre de ce que l'on appellera par la suite la jonction courte où l'on définit le supercourant par $I_S = I_c \sin \chi$. Le maximum I_c de ce supercourant s'appelle le courant critique et dépend de l'énergie du gap supraconducteur [5]. En fait, la jonction SNS diffère fortement de la jonction Josephson classique. Dans ces jonctions le couplage se fait par le passage tunnel des paires de Cooper à travers une barrière de quelques Angströms d'épaisseur. Ici, le métal N est diffusif. Le transport quantique se déroule sur des distances mésoscopiques et nécessite de prendre en compte les énergies caractéristiques de ces jonctions. Dans une jonction longue, ce transport ne dépend que d'une seule énergie caractéristique que l'on appelle l'énergie de Thouless. Cette énergie est construite à partir du temps de diffusion des électrons le long du fil : $\varepsilon_c = \hbar/\tau_D$. Alors que le gap supraconducteur est l'énergie d'interaction des électrons dans S, l'énergie de Thouless est une énergie à un seul électron sans interaction qui diffuse dans N. On définit une jonction longue quand l'énergie de Thouless est très inférieure au gap du supraconducteur. En pratique le métal normal (diffusif) fait quelques centaines de nanomètres de long entre les deux supraconducteurs.

Dans ce travail, nous nous intéressons particulièrement aux effets dynamiques qui apparaissent dans les jonctions longues. Quand le courant appliqué dépasse le courant critique, une tension se développe aux bornes de la jonction. Cette tension est reliée à la variation dans le temps de la différence des phases macroscopiques. À travers les conditions

aux limites imposées aux interfaces NS, les niveaux d'énergie électroniques du métal (N) dépendent aussi de la différence de phase. Ils vont osciller à très haute fréquence (plusieurs GHz). Dans cette dynamique, que devient la population des niveaux électroniques ? Si la phase varie trop vite, la population n'a pas le temps de suivre les niveaux et la distribution est portée hors de l'équilibre thermodynamique. Le métal normal (N) est ici un îlot de petite taille sans autre connexion que les interfaces supraconductrices (S). Les électrons dans (N) sont enfermés dans un puits de potentiel imposé par les interfaces supraconductrices. Ce système peut-être alors fortement hors-équilibre car les électrons chauds ne diffusent pas hors de (N). Seuls les processus inélastiques (électron-phonon et électron-électron) relaxent l'énergie. L'étude des effets hors-équilibre a été motivée au tout début de cette thèse par une discussion avec B. Spivak. F. Zhou et B. Spivak prédisaient une contribution supplémentaire à la conductance continue de la jonction liée à cette dynamique à haute fréquence [6]. Nous avons recherché une manifestation de cet effet dynamique sur le transport électronique de la jonction. Dans le cas de nos jonctions SNS, nous observons des effets hors-équilibre à haute température (environ 4 Kelvins). À cette température, nous choisissons le niobium comme supraconducteur avec une température critique $T_c = 9.2K$.

La fabrication de nos jonctions longues niobium-cuivre-niobium a nécessité un gros travail de développement d'un procédé [7]. La technique de fabrication par ombrage permet de réaliser des structures lithographiées auto-alignées de très bonne qualité. Elle s'appuie généralement sur des masques lithographiés à base de résines conventionnelles (polymères PMMA). Cependant, ces résines ne sont pas adaptées pour les métaux réfractaires comme le niobium. Nous présenterons alors au deuxième chapitre une étude détaillée d'une nouvelle résine thermostable en remplacement du PMMA qui étend les possibilités offertes par cette technique de fabrication aux métaux réfractaires. Nous exposerons les particularités du procédé de fabrication qui nous permet aujourd'hui de réaliser des interfaces métalliques de très bonne qualité avec des interfaces très transparentes. Nous utilisons ce procédé en réalisant des nano-jonctions en niobium qui présentent une température critique $T_c = 8.1K$ très proche de celle du métal massif.

En prélude aux effets hors-équilibre, nous avons caractérisé la jonction diffusive en régime de fonctionnement stationnaire quand la différence de phase est fixe. Nous avons mesuré le courant critique de nos jonctions longues diffusives en fonction de la température. Bien qu'il existe de nombreux papiers théoriques sur l'effet Josephson continu, il n'y avait pas de traitement clair et utilisable en pratique dans le cas des jonctions longues. Nous avons donc étudié le courant critique de la jonction en résolvant une équation locale de diffusion qui rend compte des propriétés électroniques du métal normal. Cette équation sup-

pose deux interfaces très transparentes entre le métal normal et le supraconducteur. Nous effectuerons une étude détaillée en calculant précisément le courant critique dans plusieurs cas limites. Les résultats s'expriment en unités normalisées par l'énergie de Thouless ce qui leur confèrent un caractère universel. Ils sont ainsi utilisables pour d'autres échantillons. Nous montrerons un excellent accord entre la mesure du courant critique et les calculs numériques. C'est l'objet du troisième chapitre de cette thèse.

Nous avons mis en évidence plusieurs signatures d'un effet hors-équilibre lié à la dynamique sur les caractéristiques courant-tension de nos jonctions SNS. Ces structures qui apparaissent ne s'expliquent pas par le modèle dynamique simple RSJ (Resistively Shunted Junction). Elles sont robustes et persistent à haute température alors que le couplage Josephson est fortement affaibli. Nous analyserons nos mesures à l'aide des modèles dynamiques récents (modèle de Spivak, Argaman et Wilhelm). Nous déterminerons un temps caractéristique qui sépare les régimes de lente et rapide variation de la différence de phase. Cette étude est détaillée au quatrième chapitre.

En lien étroit avec ces effets hors-équilibre, le modèle d'Argaman prédit également la présence d'une harmonique d'ordre 2 par un terme en $\sin 2\chi$ dans le courant Josephson alternatif. En présence d'une onde hyperfréquence, la caractéristique courant-tension présente des paliers de tension. En plus du palier de tension Shapiro caractéristique de l'effet Josephson alternatif, la contribution d'Argaman se traduit par un palier supplémentaire à la moitié de la tension.

Pour observer cette contribution nous avons mesuré la conductance continue en irradiant la jonction avec une onde hyperfréquence. Nous avons mis en évidence sur les caractéristiques courant-tension de nouveaux paliers de tension en plus du palier Shapiro $\hbar\omega = 2eV$. Nous avons observé le palier à tension moitié mais également de nombreux autres paliers à des fractions rationnelles de la tension du palier Shapiro. Nous exposerons au sixième chapitre les résultats que nous avons obtenus. Nous montrerons les variations de largeur de ces paliers fractionnaires en fonction de la température et de la fréquence. Dans la discussion, nous utiliserons une approche phénoménologique pour analyser les paliers sous forme de contributions supplémentaires hors-équilibre au courant total oscillant. Nous nous limiterons aux deux paliers $1/2$ et $1/3$ que nous associerons à une oscillation en $\sin 2\chi$ et $\sin 3\chi$. Nous soulignons que les modèles actuels ne sont pas satisfaisants car ils ne permettent pas de décrire l'ensemble des mesures.

Chapitre 1

Physique de la jonction SNS

Ce chapitre présente les différents aspects théoriques utiles à ce travail de thèse. L'effet Josephson découvert au début des années 60 [8] a été prédit dans de nombreuses jonctions entre deux réservoirs supraconducteurs [9, 10, 11]. Ces jonctions se partagent en trois catégories.

La première est celle des jonctions tunnel dans lesquelles une fine couche isolante de quelques Angströms d'épaisseur couple les deux électrodes supraconductrices. Dans ces jonctions, J. Josephson a décrit le couplage des phases supraconductrices par le biais de la couche isolante.

La deuxième catégorie de jonction est celle des liens faibles supraconducteurs qui couplent les deux réservoirs. On les appelle des micro-ponts supraconducteurs ou constriction. Anderson et Dayem [12] ont été les premiers à mesurer la présence d'un couplage Josephson dans ces structures. En 1969, Aslamasov *et al.* [13] prédisent les caractéristiques courant-tension d'un micro-pont court et en 1971, Greger-Hansen [14] montre que le comportement de micro-ponts courts dont la longueur est comparable ou inférieure à la longueur de cohérence supraconductrice $\xi_S(T)$ est semblable à celui des jonctions tunnel. Les expressions de l'amplitude du courant critique [15] (régime stationnaire) et de la relation courant-phase $I(\chi) \propto \sin \chi(t)$ en régime non stationnaire sont très semblables à celles des jonctions tunnel. Kulik et Omel'Yanchuk notent cependant que dans un micro-pont court en limite très sale, les relations courant-phase dévient fortement d'une relation sinusoïdale. Au chapitre 3, nous retrouvons numériquement ces résultats pour les relations courant-phase dans la limite d'une jonction SNS diffusive courte.

Les micro-ponts dont la longueur est plus grande que $\xi_S(T)$ ne peuvent pas être

considérés comme ponctuels et présentent de fortes déviations par rapport à la théorie Josephson qui s'applique à décrire les jonctions tunnel. Ces déviations sont associées au caractère diffusif dans un fil long par rapport à un contact ponctuel. Ovchinnikov [16] en 1970 puis Mitsai [17] en 1976 étudièrent l'effet Josephson non stationnaire dans de tels micro-ponts. Les caractéristiques courant-tension mesurées en 1976 par Højgaard Jensen et Lindelof [18] sur un micro-pont d'indium, montrent une forte déviation par rapport au modèle RSJ (Resistively Shunted Junction). Ce modèle simple qui décrit une jonction à l'équilibre en parallèle avec une résistance pure est exposé à la fin de ce chapitre. À une certaine tension, la conductance est augmentée et la caractéristique présente un épaulement. Højgaard Jensen et Lindelof relient la tension d'apparition de l'épaulement à un temps de relaxation qui ne dépend que du métal qui constitue le micro-pont. Ils utilisent le modèle RSJ dans lequel la relation courant-phase dépend aussi de la tension : $I(\chi, V)$. Cet épaulement est analysé théoriquement par Artemenko *et al.* [19] puis par Schmid [20] dans un modèle dynamique (dépendant du temps) décrit dans le livre de M. Tinkham [4]. Nous verrons au chapitre 4 qu'un épaulement est également présent sur la caractéristique courant-tension de nos jonctions SNS. Nous l'attribuons comme Lindelof [18] à un mécanisme de relaxation des quasiparticules dans le métal normal.

La troisième catégorie à laquelle nous nous intéressons ici est celle des jonctions SNS dans lesquelles N est un métal normal diffusif (la théorie microscopique pour le cas balistique a été développée par Kulik [21] et Ishii [22]). Le couplage Josephson se fait par le transfert de paires de Cooper à travers le métal normal. Historiquement, le couplage Josephson est mesuré par Clarke [23] en 1969. Un fort intérêt expérimental [24, 25, 26] et théorique [27, 28, 29, 13, 30, 31] est porté à ces jonctions dans lesquelles le brin métallique peut être très long et conserver les corrélations de paires à basse température par l'effet de proximité. Le désordre dans N n'empêche pas le transfert des paires [1]. Le cas particulier des jonctions SNS longues et diffusives est étudié au chapitre 3. Au cours des années 90, l'effet de proximité connaît un renouveau [32, 33, 34, 35, 36] dans le cadre de ce que nous appelons aujourd'hui la supraconductivité mésoscopique. De nombreuses techniques de pointe ont vu le jour pour observer ces effets de proximité sur le transport diffusif dans N ou sur la densité électronique dans le métal normal en contact avec le supraconducteur. [37]

La jonction SNS est observée sous l'œil du mésoscopiste comme un système diffusif. Le couplage entre la phase électronique et les phases macroscopiques des supraconducteurs fait que la physique de la jonction SNS est très différente et plus subtile qu'une boîte quantique car les conditions aux limites sont contrôlées par la phase. Les quasiparticules

subissent des chocs élastiques sur les impuretés du métal au bout d'une longueur égale au libre parcours moyen élastique l_e dans un processus de diffusion de constante $D = 1/3v_F l_e$. On note v_F la vitesse de Fermi du métal. Le régime diffusif correspond au cas où la longueur du métal normal L est beaucoup plus longue que l_e . Le temps de diffusion élastique que mettent les électrons pour parcourir L est proportionnel à L^2 par :

$$\tau_D = \frac{L^2}{D} \quad (1.1)$$

Par la suite on désigne par l'énergie de Thouless ε_c , l'énergie associée au temps de diffusion des électrons sur la longueur du métal L . ε_c est une quantité très importante. Ce n'est pas une énergie d'interaction comme le gap Δ du supraconducteur : il s'agit de l'énergie associée au temps τ_D mis par l'électron qui diffuse dans le métal normal (N) pour aller sonder l'interaction présente dans le supraconducteur (S).

$$\varepsilon_c = \frac{\hbar}{\tau_D} = \frac{\hbar D}{L^2} \quad (1.2)$$

Tout comme le gap Δ est l'énergie maîtresse des jonctions SCS et SIS, nous verrons au chapitre 3 que pour une jonction SNS longue diffusive, l'énergie de Thouless est maintenant l'énergie caractéristique. Les effets que nous mesurons aux chapitres 3, 4 et 5 montrent toute l'importance de cette énergie.

Dans ce chapitre, nous allons présenter la physique utile pour comprendre le fonctionnement d'une jonction SNS. Dans une première section, nous parlerons de l'effet de proximité et des propriétés de transport électrique d'une jonction SNS. Nous présentons une description en terme de courant qui sera utile pour décrire les effets hors-équilibre. Pour illustrer l'effet de proximité, nous nous appuyerons sur les résultats des expériences récentes en physique mésoscopique. Chacune des contributions au courant est discutée séparément. Le courant normal puis le supercourant Josephson d'une jonction SNS à l'équilibre thermodynamique. Les effets hors-équilibre et leurs manifestations sur la conductance de la jonction sont enfin exposés dans une troisième section au travers de différents modèles théoriques. Dans cette dernière section, nous détaillerons également un modèle très simple d'une jonction à l'équilibre shuntée par une conductance pure (modèle RSJ). C'est le modèle idéal de tension d'une jonction Josephson. Il est souvent utilisé comme base de départ dans les modèles théoriques dynamiques pour décrire les effets hors-équilibre. En pratique, nous nous en servons abondamment pour décrire les caractéristiques et les écarts à l'équilibre. Il nous permet aussi d'expliquer la formation des paliers de tension

(Paliers Shapiro [38]) quand la jonction est irradiée avec une onde hyperfréquence. Une telle expérience est décrite au chapitre 5.

1.1 Effet de proximité

1.1.1 Réflexion d'Andreev à l'interface NS

La réflexion d'Andreev est le mécanisme cohérent de base qui permet de décrire comment les électrons du métal normal se réfléchissent en trous sur le supraconducteur. L'interface agit comme un miroir étrange en donnant une réflexion non spéculaire très subtile puisqu'elle s'accompagne d'un déphasage macroscopique.

Nous considérons une interface entre un métal normal 'N' et un supraconducteur 'S'. Bien en dessous de la température critique du supraconducteur et pour une faible polarisation, l'énergie thermique $k_B T$ et la différence de potentiel eV sont très inférieures au gap du supraconducteur Δ . Dans ce régime, les électrons du métal normal ne peuvent pas entrer dans le supraconducteur car il n'y a pas d'états disponibles à cette énergie eV . Nous allons supposer dans la description qui suit qu'à proximité de l'interface, le métal normal est balistique : le libre parcours moyen élastique est supérieur à $\sqrt{\hbar D/\Delta}$. Un électron du métal normal qui arrive sur l'interface est alors réfléchi en trou par la réflexion d'Andreev [3]. Ce procédé est décrit par Blonder, Tinkham et Klapwijk [39]. Les états propres du métal normal sont des ondes planes [40] correspondant à des électrons $\phi_e e^{-ik_e r}$ ou à des trous individuels $\phi_h e^{-ik_h r}$. Si cet électron incident possède une énergie ε au dessus du niveau de Fermi E_F et un vecteur d'onde $k_F + q$, il va être réfléchi avec le vecteur d'onde $k_F - q$ et l'énergie opposée $-\varepsilon$ par rapport au niveau de Fermi. De plus, la phase du trou est liée à celle de l'électron avec en plus un déphasage supplémentaire qui correspond à la phase du condensat supraconducteur φ . Ce processus est représenté sur le schéma 1.1. Il correspond au transport cohérent d'une paire d'électrons de N vers S. Le processus inverse avec un trou incident correspond au passage d'une paire de S vers N. Ce mécanisme est expliqué dans plusieurs travaux [35, 41, 42, 43].

Dans une jonction SNS où le métal normal est confiné entre deux électrodes supraconductrices, la réflexion d'Andreev induit des états liés et cohérents appelés niveaux d'Andreev. L'énergie de ces niveaux dépend de la différence de phase $\chi = \varphi_1 - \varphi_2$ entre les deux condensats supraconducteurs. Il existe une forte analogie avec les niveaux d'une boîte quantique mais avec des bords supraconducteurs, les conditions aux limites sont beaucoup

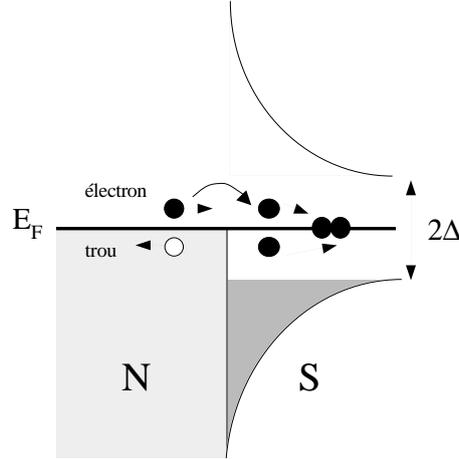


FIG. 1.1 – Représentation schématique d’une interface entre un métal normal et un supraconducteur. L’électron incident ● est rétro-réfléchi en trou ○. La réflexion d’Andreev assure le passage de paires de N vers S. Le processus inverse de rétro-réflexion d’un trou en électron correspond au passage d’une paire de S vers N.

plus subtiles car elles sont contrôlées par une phase. Lorsque la différence de phase χ est nulle entre les supraconducteurs, le premier niveau d’Andreev est décalé en énergie par rapport au niveau de Fermi. Nous assistons à la formation d’un minigap d’une hauteur de $3.122\varepsilon_c$. Quand la différence de phase est juste égale à π , le minigap se ferme.

Ce processus de réflexion d’Andreev qui assure la cohérence entre les électrons et les trous du métal normal décrit le métal normal avec la même approche théorique que pour un supraconducteur. Les équations d’Usadel et les équations d’évolution de la distribution électronique sont les mêmes à la différence qu’il n’y a pas d’interaction dans le métal normal.

1.1.2 Équations du courant en limite diffusive

Dans cette section, nous discutons du courant qui circule dans le métal normal N. Ce courant diffère du courant électrique ordinaire à cause des effets induits par la présence des corrélations supraconductrices dans N (effet de proximité). Celle-ci induisent des chan-

gement dans la densité d'états électronique.

Dans les structures qui illustrent ce chapitre et dans celles que nous étudierons, nous nous servirons souvent d'une description en terme de courant. Le courant que nous imposons avec une source extérieure circule dans le métal normal. Ce courant total peut s'écrire comme la somme d'une contribution de type supercourant (I_S) et d'une contribution normale (I_N) :

$$I = I_S(\chi, t, T) + I_N(\chi, t, T) \quad (1.3)$$

I_S et I_N dépendent de paramètres extérieurs comme la différence de phase χ quand le brin normal est en proximité avec plusieurs électrodes supraconductrices. Dans le cas d'une jonction SNS la différence de phase va dépendre du temps t . Enfin, ces contributions dépendent aussi de la température à travers la fonction de distribution électronique.

Pour expliciter ces deux composantes nous utiliserons d'abord les équations d'Usadel. [44] Ce sont des équations de diffusion qui donnent une description très complète des corrélations supraconductrices dans un métal en régime diffusif. Elles permettent d'obtenir une information de nature spectrale comme la densité d'états, la conductance spectrale ou l'amplitude de paires électroniques. Ce traitement spectral sur un intervalle d'énergie de largeur $d\varepsilon$ est possible si l'information contenue dans cet intervalle n'est pas modifiée dans le métal normal. C'est-à-dire si le temps associé aux collisions inélastiques est grand devant le temps de diffusion.

Enfin, pour écrire un courant nous aurons besoin de connaître la répartition de la population électronique sur les énergies ε . Dans le cas de particules uniques, la fonction de distribution est normalement la solution d'une équation de Boltzmann conventionnelle. Pour décrire les mécanismes microscopiques (comme les effets hors-équilibre) associés à des objets complexes de grande taille tels que les quasiparticules (La taille est de l'ordre de L_T très supérieur au libre parcours moyen élastique), cette équation n'est plus appropriée. Nous utiliserons alors les équations d'évolution dans le formalisme de Keldysh [45] qui permettent de décrire des systèmes à N corps hors de l'équilibre. Ce formalisme a fait ses preuves pour décrire les supraconducteurs hors-équilibre. Il peut aussi être appliqué grâce à la réflexion d'Andreev, pour décrire les quasiparticules dans un métal normal (en limite diffusive) en proximité avec un supraconducteur.

Quand le libre parcours moyen élastique devient inférieur à toutes les autres longueurs caractéristiques, les électrons se déplacent dans un mouvement diffusif. Nous obtenons des équations qui sont locales : les équations d'Usadel fournissent les équations du mouve-

ment pour les fonctions de Green. Elles s'écrivent avec une paramétrisation en fonction d'un angle complexe θ . θ est l'angle d'appariement et permet de quantifier les effets de cohérence électronique. C'est une variable locale qui est reliée à la force des corrélations supraconductrices en tout point x et à l'énergie ε . θ est en tout point sensible au potentiel vecteur et au gradient de phase dans le métal. En utilisant cette paramétrisation, les équations s'écrivent [46, 47, 48, 42] :

$$\hbar D \partial_x^2 \theta + \left[2i\varepsilon - \frac{2\hbar}{\tau_{in}} - \hbar D ((\partial_x \chi - 2eA)^2) \cos \theta \right] \sin \theta = 2\Delta \cos \theta \quad (1.4)$$

$$\hbar D \partial_x (\sin^2 \theta (\partial_x \chi - 2eA)) = 0 \quad (1.5)$$

$\theta(x, \varepsilon) = \theta_1 + i\theta_2$ dépend de la position dans le fil et de l'énergie ε . θ est la solution de l'équation. Les fonctions de Green sont paramétrées par des fonctions trigonométriques simples. $\partial_x = \frac{\partial}{\partial x}$ est le gradient suivant la position dans le fil métallique. τ_{in} est le temps de diffusion inélastique dans le métal. A est le potentiel vecteur et D le coefficient de diffusion du métal normal. χ est un nombre complexe. Le terme de droite décrit l'interaction qui dans un supraconducteur fait apparaître le paramètre d'ordre Δ . Nous considérons ce terme nul dans le métal normal. x repère la position le long du fil métallique de longueur L . C'est elle qui limite l'effet de proximité dans le métal normal comme nous le verrons dans la section 1.2.2.

À la différence d'une boîte quantique avec des niveaux discrets, les équations d'Usadel décrivent un continuum de niveaux d'énergie ε . Avec la paramétrisation en θ solution des équations d'Usadel, on écrit également l'équation d'évolution de la distribution électronique dans N. Le formalisme de Keldysh décrit l'évolution d'une fonction de distribution généralisée. Pour notre étude, il est plus aisé de décomposer $1 - 2f$ en une somme de deux termes : une partie impaire en ε appelée longitudinale f_L et une partie paire appelée transverse f_T [49, 48]. En régime hors-équilibre, les déviations de f_L par rapport à l'équilibre se réfèrent à une variation d'énergie. Les populations d'électrons et de trous sont déplacées en énergie par rapport à l'équilibre mais l'équilibre entre le nombre d'électrons et de trous est conservé. Les déviations de f_T par rapport à l'équilibre se comprennent comme une différence entre les populations sur les branches de trous et d'électrons, c'est-à-dire comme un déséquilibre de charge. Dans son livre, M. Tinkham [4] synthétise les travaux sur les effets hors-équilibre dans les supraconducteurs (voir également [50]). Il décrit les changements qui surviennent sur f_L par une température effective T^* . M. Tinkham paramètre les changements sur f_T par une charge effective Q^* qui décale le potentiel

chimique effectif du condensat supraconducteur.

Cependant, les distributions discutées par Tinkham concernent les quasiparticules supraconductrices (i.e. les excitations supraconductrices). Dans une jonction SNS, nous nous intéressons aux quasiparticules du métal normal (électrons et trous avec les corrélations d'Andreev) qui sont des paquets d'ondes de nature plus complexe [6]. Dans les conditions qui nous intéressent ici, l'équation pour f s'écrit [6] :

$$\frac{D}{4} \partial_x [\partial f_T \cosh^2 \theta_2(x, \varepsilon) + f_L \text{Im} \sin^2 \theta(x, \varepsilon) \partial_x \chi] = 0 \quad (1.6)$$

Dans un réservoir, f_L et f_T ont une expression simple [51]. Ce sont des combinaisons de distributions de Fermi-Dirac.

Cette équation de conservation le long du fil normal définit le courant spectral total. En intégrant sur l'énergie ε , on obtient [48] :

$$I = I_N + I_S = \frac{\sigma_N S}{2e} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} d\varepsilon \frac{\partial f_T}{\partial x} \cosh^2 \theta_2 + \int_{-\infty}^{+\infty} d\varepsilon f_L \text{Im} \left[\frac{\partial \chi}{\partial x} \sin^2 \theta \right] \right] \quad (1.7)$$

Au cours de cette thèse, nous étudierons l'un ou l'autre de ces termes sous différentes hypothèses qui définissent les conditions aux limites nécessaires au calcul de θ .

1.2 La contribution du courant normal

Le comportement du courant normal apparaît de façon claire et séparée dans la configuration NS. En présence d'une seule interface supraconductrice, il n'y a pas de différence de phase et donc de supercourant. En l'absence de champ magnétique la deuxième équation (1.5) est triviale et la première (1.4) se simplifie par :

$$\hbar D \partial_x^2 \theta + \left[2i\varepsilon - \frac{2\hbar}{\tau_{in}} \right] \sin \theta = 2\Delta \cos \theta \quad (1.8)$$

Le courant normal est donné par le premier terme de l'équation (1.7) (le deuxième terme est nul). Il fait seulement intervenir un coefficient de diffusion renormalisé qui est fonction de θ . Nous cherchons les conditions aux limites sur θ pour un fil normal entre un réservoir supraconducteur et un réservoir normal.

Dans un réservoir supraconducteur, $\theta(x, \varepsilon)$ est solution de l'équation d'Usadel (1.4) complète [46, 47] avec un second membre non nul. Dans le cas idéal d'un potentiel de paires constant dans S et nul dans N , l'équation (1.4) fait apparaître dans le terme de droite le paramètre d'ordre supraconducteur par $2\Delta \cos \theta$. Pour une interface parfaitement transparente entre S et N en $x = 0$, nous obtenons une première condition aux limites qui est exactement la valeur BCS de θ :

$$\theta(x = 0, \varepsilon) = \frac{\pi}{2} + i \operatorname{arctanh} \left[\frac{\varepsilon}{\Delta} \right] \quad (1.9)$$

Si l'interface n'est pas parfaitement transparente, nous introduisons la longueur de barrière $L_t = R_b/\rho$. ρ est la résistivité du métal et R_b est la résistance de la barrière. Cette longueur est indépendante de la surface s de la barrière et correspond à la longueur d'un fil de section s et de résistance R_b . Kuprianov et Lukichev [52] ont calculé les conditions aux limites pour les fonctions de Green au passage d'une barrière tunnel. Dans le cas où la différence de phase est nulle des deux côtés de la barrière [53], la première équation d'Usadel s'écrit :

$$\sin(\theta^+ - \theta^-) = L_t \partial_x \theta \quad (1.10)$$

$\theta^+ - \theta^-$ est la variation de θ d'un côté et de l'autre de la barrière. Nous donnerons au chapitre 3 une estimation de L_t pour les interfaces de nos échantillons. Nous verrons que nos mesures du courant critique d'une jonction SNS en présence de barrières ne correspondent pas aux résultats exposés par Kuprianov et Lukichev.

1.2.1 Conductance spectrale

Avec les deux conditions aux limites exposées ci-dessus, nous connaissons la conductance d'une jonction SN'N dans laquelle N' joue le rôle du fil métallique et N celui de réservoir normal de potentiel chimique μ_N . x repère la position depuis l'interface SN' . Connaissant $\theta(x, \varepsilon)$, on calcule la conductance spectrale $g(\varepsilon)$ dans le métal normal au contact d'une seule électrode supraconductrice [43, 41, 42, 36] :

$$g(\varepsilon) = \frac{S}{\int_0^L \frac{dx}{\sigma_N \cosh^2 \theta_2(x, \varepsilon)}} \quad (1.11)$$

S est la section du fil et σ_N est la conductance du fil quand le réservoir supraconducteur est dans l'état normal (absence de réflexion d'Andreev). Cette conductance est non monotone. Elle présente un pic à l'énergie de Thouless. À énergie nulle, la conductance rejoint la conductance normale. Cet effet de ré-entrance de la conductance normale à énergie nulle a été mesuré par P. Charlat au cours de sa thèse de doctorat [43, 41].

La présence du réservoir N nous permet de définir un potentiel chimique par rapport à celui du supraconducteur. Nous pouvons alors appliquer une différence de potentiel $V = \varepsilon/e$. À température nulle, la conductance spectrale coïncide exactement avec la conductance différentielle mesurée entre les deux réservoirs [54, 55] :

$$g(\varepsilon) = \frac{dI}{dV}(V = \varepsilon/e, T = 0) \quad (1.12)$$

On a ainsi un accès expérimental direct à la conductance spectrale du fil N' en proximité du supraconducteur. C'est ainsi que l'effet de ré-entrance a été mesuré.

1.2.2 Dépendance en phase de la conductance

La conductance normale de N diffère de la conductance ordinaire par des corrections quantiques liées à la cohérence de phase. Cette cohérence se traduit par une sensibilité aux flux magnétique (effet Aharonov-Bohm).

Pour déterminer quelle est la longueur qui limite l'effet de proximité, une expérience très semblable à la précédente a été réalisée par H. Courtois *et al.* [56] : le fil N' est remplacé par une boucle. L'encart de la figure 1.2 montre la géométrie du circuit. En fonction du champ magnétique une différence de phase χ apparaît entre les deux bras de la boucle. H. Courtois *et al.* observent des oscillations de magnétoconductance de période $\frac{h}{2e}$ qui sont liées aux interférences entre les paires supraconductrices.

L'amplitude de ces oscillations persiste à haute température alors que la longueur L_T devient plus petite que la distance entre le supraconducteur et la boucle. Cette amplitude décroît en $1/T$ jusqu'à la température critique du supraconducteur ($T = 1.3K$ pour l'aluminium). La décroissance des oscillations en $1/T$ plutôt qu'en une loi exponentielle montre que l'effet de proximité n'est pas limité par L_T mais par la longueur de cohérence de phase L_φ dont l'ordre de grandeur est de quelques micromètres à basse température [57]. La décroissance en $1/T$ s'explique par un élargissement de la fonction de distribution sur une largeur $k_B T$ [56]. La présence d'un deuxième supraconducteur de l'autre côté de la

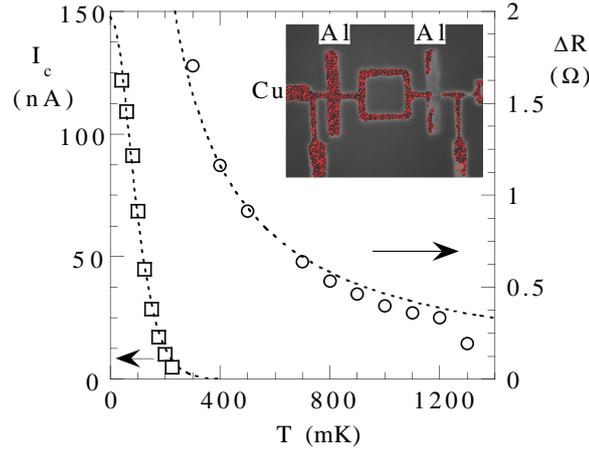


FIG. 1.2 – Mesure comparative du courant critique de la jonction SNS et de la décroissance des oscillations de magnétoconductance de période $\frac{h}{2e}$. À haute température les oscillations persistent alors que le couplage Josephson est exponentiellement atténué. L’encart montre une photographie de la boucle avec les deux brins d’aluminium.

boucle permet de mesurer le courant critique. H. Courtois *et al.* vérifient bien l’extinction très rapide de du courant critique avec la température en une loi exponentielle en L/L_T .

La conductance dépend du champ magnétique à travers le potentiel vecteur A dans les équations d’Usadel.

Nous voulons maintenant introduire la notion de phase dans une géométrie d’un métal normal N en contact avec deux électrodes supraconductrices. Spivak et Khmel’nitskii [58] ont montré que la conductance du fil doit être une fonction périodique de la différence de phase entre les deux supraconducteurs $G(\chi)$. Cet effet de localisation est lié au transfert de phase φ depuis le condensat supraconducteur vers les quasiparticules du métal normal lors de la réflexion d’Andreev sur les interfaces SN . En présence de deux supraconducteurs de phase respective φ_1 et φ_2 , les interférences des quasiparticules font que la conductance du métal normal va dépendre de la différence $\chi = \varphi_1 - \varphi_2$.

Cette conductance est la même que la contribution δG_1 des travaux de Zhou et Spivak [6]. La localisation faible est liée aux quasiparticules qui ont des trajectoires en boucle contenant une réflexion d’Andreev. δG_1 provient des interférences entre les quasiparticules qui circulent en sens inverse sur ces trajectoires très proches. Cependant, d’après leurs auteurs cet effet est très faible et masqué par l’effet de proximité.

En 1993, Petrashov [32] met en évidence pour la première fois un effet de mémoire de phase sur la conductance d’anneaux mésoscopiques en présence d’interfaces supraconduc-

trices. Le rôle des interfaces supraconductrices est identique à celui joué par les miroirs dans un interféromètre optique. La figure 1.3 montre l'interféromètre utilisé par Petrashov [33] en 1995. Les deux miroirs sont remplacés par un seul supraconducteur en forme de boucle dans laquelle on impose soit un courant de contrôle I_{ctrl} soit un champ magnétique. Petrashov montre que la conductance du brin N entre les deux réservoirs normaux est modulée en fonction de la différence de phase $\chi = \varphi_1 - \varphi_2$.

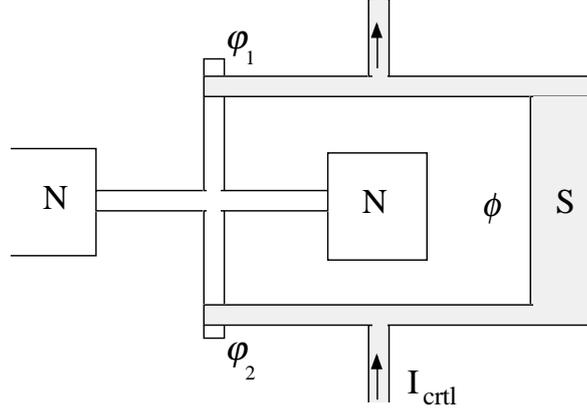


FIG. 1.3 – Schéma de l'interféromètre dans l'expérience de Petrashov. Le courant I_{ctrl} contrôle la différence de phase statique $\varphi_1 - \varphi_2$ entre les deux électrodes supraconductrices. Le champ magnétique ϕ agit de manière similaire sur le déphasage.

Ainsi, dans une géométrie à deux électrodes supraconductrices de phases différentes, la conductance spectrale issue des deux équations d'Usadel complètes est maintenant une fonction périodique de χ : $G(\varepsilon, x, \chi)$. En régime hors-équilibre dynamique, Spivak et Wilhelm vont étudier cette conductance dans deux modèles différents. Spivak introduit un mécanisme de relaxation pour décrire les variations par rapport à la conductance à l'équilibre. Wilhelm *et al.* écrit le courant normal de la jonction. En régime de tension, cette contribution appelée courant d'excès va dépendre de χ comme le supercourant Josephson.

1.3 Courant Josephson stationnaire

Nous considérons ici le courant Josephson en régime stationnaire quand le courant est inférieur au courant critique. C'est-à-dire quand la différence de phase χ est constante. Tout comme le gap supraconducteur, le courant Josephson dépend de la distribution

électronique. Nous considérons d'abord le cas où la distribution est à l'équilibre thermodynamique. Nous discuterons ensuite le cas où une distribution hors-équilibre stationnaire est imposée de l'extérieur. C'est possible à très basse température quand il n'y a pas d'équilibre électrochimique (très faible relaxation, temps inélastique très long).

1.3.1 Influence de la distribution électronique

Nous allons présenter ici la physique de la jonction à l'équilibre. L'étude théorique et expérimentale est détaillée plus loin au chapitre 3. Les équations d'Usadel permettent de déterminer le supercourant spectral en fonction de la différence de phase χ . Les conditions aux limites sont celles de deux interfaces SN. La figure 1.4 montre une jonction SNS avec les conditions aux limites sur θ aux deux interfaces.

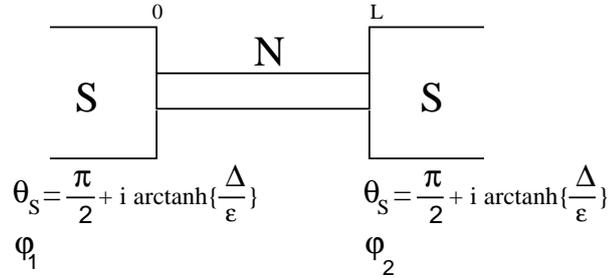


FIG. 1.4 – Schéma d'une jonction SNS montrant les conditions aux limites aux interfaces SN pour résoudre les équations d'Usadel.

À partir des deux équations d'Usadel (1.4) et (1.5) et de l'équation (1.7) on calcule la densité de supercourant spectral $j(\varepsilon, x, \chi)$ à une distance x de l'interface SN :

$$j(\varepsilon, x, \chi) = \operatorname{Im}[(\partial_x \chi) \sin^2 \theta(x, \varepsilon)] \quad (1.13)$$

À l'équilibre thermodynamique, il n'y a pas de différence de potentiel chimique entre les deux électrodes supraconductrices S. Les deux contributions f_L et f_T de la fonction de distribution se simplifient fortement. f_T est nulle et $f_L = 1 - 2f(\varepsilon) = \operatorname{th}[\varepsilon/2k_B T]$ est une constante dans tout le métal normal. Ainsi, le courant normal est nul et il ne reste que la contribution du supercourant I_S :

$$I_S = \frac{L}{2R_N} \int_{-\infty}^{+\infty} d\varepsilon [1 - 2f(\varepsilon)] j(\varepsilon, x, \chi) \quad (1.14)$$

L est la longueur du brin N et R_N est la résistance normale. La figure 1.5 représente l'amplitude du courant spectral au centre du métal normal pour différentes valeurs de χ . Ces courbes sont issues de la résolution numérique des équations d'Usadel par F. Wilhelm *et al.* pour une jonction SNS avec des interfaces transparentes comme présenté sur le schéma 1.4. Cet algorithme ne permet pas de calculer les zéros du courant avec une grande précision. Il donne cependant l'allure générale de la densité spectrale $j(\varepsilon, x, \chi)$. Nous avons représenté en dessous la fonction de distribution $1 - 2f(\varepsilon)$ à température nulle : le produit des deux fonctions donne un supercourant maximal à température nulle. À $T \neq 0$, la fonction de distribution s'arrondit et le supercourant décroît.

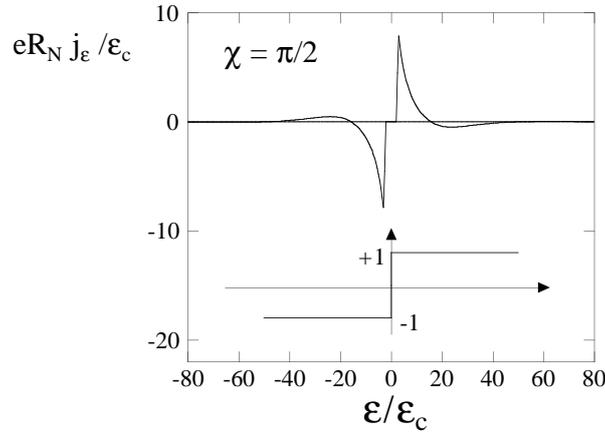


FIG. 1.5 – Calcul de j_ε en fonction de ε pour une différence de phase $\chi = \frac{\pi}{2}$. l'insert montre la fonction de distribution thermique à température nulle. Le produit des deux fonctions contribue à un supercourant maximal.

Nous verrons au chapitre 3 que dans une jonction longue à haute température, le supercourant total est sinusoïdal. Il s'écrit comme la relation Josephson en séparant l'amplitude de la dépendance en phase :

$$I_S = I_c \sin \chi \quad (1.15)$$

$$\frac{d\chi}{dt} = \frac{2eV}{\hbar}$$

I_c est le maximum du supercourant dans la jonction.

1.3.2 Contrôle du courant Josephson - transistor SNS

Plusieurs configurations sont possibles pour modifier le supercourant qui circule dans la jonction en construisant une distribution électronique hors-équilibre. Dans cette partie

nous décrivons l'effet d'une distribution hors-équilibre statique imposé de manière permanente de l'extérieur via des réservoirs.

La population électronique est une fonction du potentiel chimique des réservoirs. Les mesures de Pothier *et al.* [59] de la distribution dans des fils métalliques ont montré que la population évoluait hors de l'équilibre. La double structure en marches d'escalier de la partie longitudinale f_L est fonction du potentiel chimique de chacun des deux réservoirs normaux.

L'une des configurations envisagées pour porter hors de l'équilibre la population électronique est de réaliser une jonction SNS où le brin N est connecté à deux réservoirs normaux latéraux qui modifient la distribution comme dans [59]. Le groupe de Gröningen a étudié un tel système permettant de contrôler le supercourant [60, 61, 62, 63].

Le problème a été étudié théoriquement par Volkov [64], Wilhelm [65, 66] et Yip [67] à l'aide des outils quasiclassiques. La fonction de distribution au centre du brin N est modifiée par les deux réservoirs normaux de potentiels chimiques $\pm eV/2$. Pour des contacts latéraux de longueur L inférieure à L_{in} , et pour une polarisation symétrique $\pm eV$ des réservoirs normaux, la distribution au centre du fil qui relie les deux réservoirs a une expression très simple :

$$f(\varepsilon, y) = (1/2 - y/L)f_{eq}(\varepsilon + eV/2) + (1/2 + y/L)f_{eq}(\varepsilon - eV/2) \quad (1.16)$$

La solution présente la double marche arrondie par la température séparée de eV la différence de potentiel chimique. À égale distance des deux réservoirs normaux au centre du brin N, la hauteur des deux marches est identique. Cette distribution se réfère à la partie impaire longitudinale f_L . La partie paire de la distribution f_T est nulle au centre du brin. Si la jonction SNS connecte le brin N exactement en son centre, alors f_T est également nulle dans tout le métal normal entre les deux électrodes supraconductrices.

En augmentant la différence de potentiel chimique entre les deux réservoirs, on écarte les marches l'une de l'autre. En ajustant la tension $eV \approx 15\varepsilon_c$ au niveau du premier zéro de la densité spectrale, on ne prend en compte que le lobe négatif. Le supercourant est négatif. Cette expérience a été réalisée en 1999 par Baselmans *et al.* [61]. Ce transistor réalise une jonction π (jonction où le supercourant est renversé).

Cette géométrie est appelée multi-terminale. Elle permet d'injecter une distribution longitudinale hors-équilibre statique. On injecte par deux réservoirs supplémentaires un

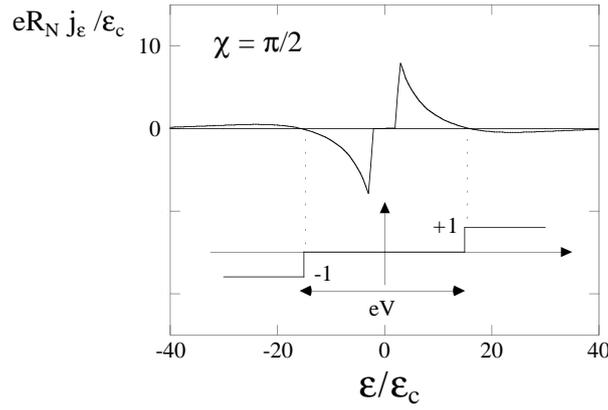


FIG. 1.6 – Ce schéma représente la fonction de distribution en double marche d’escalier au centre du métal normal pour une polarisation $\pm eV/2$ des deux réservoirs normaux. Cette distribution est exactement la partie longitudinale f_L . Il résulte du produit des deux fonctions (densité spectrale et distribution) un supercourant négatif.

courant qui impose une distribution hors équilibre statique des populations électroniques dans le métal normal. Takayanagi et Volkov [68, 69] décrivent une alternative à cette géométrie. On injecte un courant DC via des réservoirs connectés de part et d’autre de la jonction pour déséquilibrer la fonction de distribution du métal normal. Dans ce travail théorique il s’agit encore d’un effet hors-équilibre stationnaire.

1.4 Influence de la tension (régime dynamique)

Nous considérons maintenant un cas beaucoup plus compliqué où les termes de courant I_N et I_S interviennent tous les deux. Quand le courant est supérieur au courant critique de la jonction, la différence de phase χ oscille dans le temps. Dans ce régime, les distributions électroniques dépendent à la fois de la différence de phase χ , de l’énergie mais également du temps.

Nous étudions ici le cas d’une jonction SNS en régime dynamique ($I > I_c$). Le métal N n’est pas connecté à des réservoirs normaux. Il n’y a plus de contrôle externe (statique) de la distribution électronique dans le métal normal. L’effet hors-équilibre provient ici de la dépendance temporelle de la distribution électronique $f(t)$. L’apparition d’une différence de potentiel aux bornes de la jonction fait osciller les niveaux d’Andreev à la fréquence Josephson :

$$\frac{2eV}{\hbar} = \frac{dx}{dt} \quad (1.17)$$

$$\frac{f}{V} = 0,4836 \text{ GHz} \cdot \mu\text{V}^{-1}$$

Dans ce régime dynamique, la population de chacun des niveaux est portée hors de l'équilibre.

Les premiers travaux sur le comportement hors équilibre d'une jonction SNS en limite diffusive datent de 1983. Zaikin [70] puis Lempitskii [29] développent une théorie sur l'effet Josephson non stationnaire basée sur le déséquilibre de la fonction de distribution du métal normal. Ils introduisent un temps de relaxation τ_ε des quasiparticules sur le niveau d'énergie ε . Ces premiers travaux sont utilisés par Argaman [71] en 1997 dans un modèle où il ajoute une contribution hors-équilibre supplémentaire au modèle RSJ. Toutes ces théories conduisent à mettre en évidence un épaulement dans la caractéristique courant-tension similaire à celui obtenu dans les micro-ponts supraconducteurs. Cet épaulement apparaît sur les caractéristiques modélisées à une énergie de l'ordre de l'énergie de Thouless et non plus à l'énergie du gap supraconducteur (cf. introduction du chapitre).

Zhou et Spivak [6] s'intéressent à une jonction SNS sous faible polarisation $V \ll \varepsilon_c$. Ils développent un modèle qui tient compte d'un mécanisme de relaxation par les collisions inélastiques. La conductance de la jonction à faible tension est ainsi fortement augmentée. On retrouve à un facteur numérique près, la même expression pour la conductance que dans le modèle d'Argaman.

Une autre approche est suivie par Wilhelm *et al.* [72] en 1999 (cf. annexe D) sur les effets dynamiques qui se poursuit à l'université de Karlsruhe. Dans un premier temps, son modèle prend en compte la dépendance en phase de la conductance mais néglige explicitement tout mécanisme de relaxation. Il conclut également à un épaulement sur les caractéristiques, lequel est lié à la forme de la conductance spectrale du métal normal. Ces premiers résultats sont préliminaires car le modèle reste insuffisant à décrire les effets observés dans la jonction (expériences du chapitre 5). Il existe également d'autres travaux qui traitent du régime balistique [73] ou diffusif [74].

Dans un premier temps, nous allons décrire le modèle RSJ (Resistively Shunted Junction) qui est le modèle de tension idéal d'une jonction Josephson : la jonction est shuntée par une conductance pure qui ne dépend d'aucun paramètre (tension, différence de phase ou temps).

À part le modèle de Zhou et Spivak, tous les autres modèles utilisent une approche de

type RSJ en précisant de quoi dépendent les courants et la conductance de shunt. Nous nous servirons abondamment de ce modèle idéal, d'une part pour montrer qu'il n'est pas suffisant et puis au chapitre 5 pour décrire les paliers de tension de nos caractéristiques différentielles en présence d'une radiation hyperfréquence. La formation de ces paliers est décrite en fin de ce chapitre après la présentation des modèles hors-équilibre.

1.4.1 Le modèle RSJ

Dans cette section, nous rappelons ce modèle très simple pour décrire un circuit Josephson afin de déterminer les caractéristiques courant-tension idéales d'une jonction Josephson [80, 81]. Ce modèle présente le grand intérêt d'une description complète de $I_S(t)$ et $I_N(t)$. D'après McCumber [75, 76], Stewart [77] et Johnson, un lien faible entre deux supraconducteurs peut se décrire par le circuit équivalent de la figure 1.7. Le circuit est polarisé en courant car l'impédance du circuit est en général très inférieure à l'impédance de la source. D'après la figure 1.7, le courant total $I_S + I_N$ qui circule dans la jonction est :

$$I = I_c \sin \chi + VG_N + I_F(t) \quad (1.18)$$

Où $V = \hbar \dot{\chi} / 2e$. Le premier terme est le courant Josephson. $I_F(t)$ est un courant de fluctuation. Ce modèle décrit une jonction Josephson "pure" en parallèle avec une conductance pure G_N et une source de fluctuation. La conductance G_N est dans le cas idéal d'une jonction à l'équilibre thermodynamique, un shunt pur. En pratique, nous savons que la situation réelle dans SNS est plus complexe (équation 1.7). La conductance de shunt dépend de la tension V et de la différence de phase χ (cf. modèle d'Argaman et de Wilhelm).

En régime dynamique, l'équation (1.7) tend vers l'équation (1.18) dans un régime de haute température et de haute tension. Nous verrons au chapitre 3 qu'à haute température $k_B T \gg \varepsilon_c$, la relation entre le supercourant et la phase est simplement sinusoïdale. À forte tension par rapport à $R_N I_c$, la conductance de la jonction rejoint la conductance normale G_N . Au chapitre 4 nous verrons cependant qu'un terme de courant d'excès s'ajoute en plus de VG_N au courant normal. Sous ces conditions de température et de tension, nous utiliserons le modèle RSJ au chapitre 5 en régime dynamique pour extraire une information de nos caractéristiques courant-tension.

En l'absence de fluctuation, l'équation (1.18) se résout très simplement. À partir de $\chi(t)$, on calcule la tension moyenne $\langle V \rangle = \frac{\hbar}{2e} \langle \dot{\chi}(t) \rangle = R \sqrt{I^2 - I_c^2}$. Les fluctua-

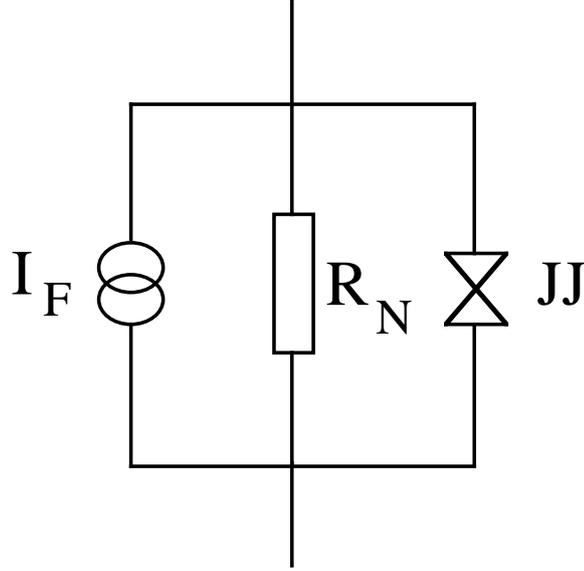


FIG. 1.7 – Circuit électrique du modèle RSJ (resistively shunted junction) pour décrire la jonction Josephson. I_F est une source de courant de fluctuation et G_N est une pure conductance.

tions thermiques produisent un effet d'arrondissement visible sur la caractéristique dans la région du courant critique I_c . Cet arrondissement est décrit analytiquement par Bishop et Trullinger [78] :

$$V = R_N \frac{I_\gamma}{\pi I_c} \frac{\sinh \pi \frac{I}{I_\gamma}}{|I_{iI/I_\gamma}(\frac{I_c}{I_\gamma})|^2} \quad (1.19)$$

$I_c/I_\gamma = \hbar I_c(T)/2ek_B T$ est le paramètre de fluctuation thermique. C'est le rapport entre l'énergie Josephson E_J et l'énergie thermique $k_B T$. I_{iI/I_γ} est la fonction de Bessel d'ordre imaginaire (i est le nombre complexe). En présence de fortes fluctuations $I_\gamma \geq 2I_c$, on développe l'expression (1.19) à l'ordre 1 :

$$V = R_N I \left[1 - \frac{I_c^2}{2(I_\gamma^2 + I^2)} \right] \quad (1.20)$$

Pour $I_\gamma \simeq I_c$, il est plus juste d'utiliser l'expression analytique (1.19). Les premières expériences qui confirment qualitativement les calculs datent de 1969 [79] sur des jonctions tunnel $Sn - SnO_x - Sn$. Cette expression est également utilisée par Likharev [80] pour décrire la formation des paliers Shapiro. Pour l'expérience présentée au chapitre 5, nous détaillons la formation des paliers Shapiro dans l'annexe E. Pour extraire la largeur des

paliers de tension, nous utilisons un modèle renormalisé avec l'aide des équations de Bishop et Trullinger [78].

1.4.2 Relaxation de la distribution

Dans cette section on ne discute que de la partie longitudinale f_L de la distribution et non de f_T (cf. référence [48]). Les conditions aux limites et la réflexion d'Andreev font que les niveaux dépendent de $\chi(t)$. Ainsi en régime de tension, l'oscillation des niveaux perturbe fortement la population électronique. Afin de rendre compte de cette perturbation, une hypothèse simplificatrice est l'approximation d'un temps de relaxation : la distribution relaxe vers la fonction de Fermi-Dirac en un temps τ_ε .

$$\frac{df}{dt} = \frac{f - f_{eq}}{\tau_\varepsilon} \quad (1.21)$$

Les caractéristiques courant-tension décrites dans les modèles [4, 28, 29] présentent de fortes déviations par rapport aux caractéristiques du modèle RSJ. Ces modèles introduisent les effets hors-équilibre en utilisant cette approximation d'un temps de relaxation. Le temps $\tau_\varepsilon^{-1} = \tau_{ee}^{-1} + \tau_{ph}^{-1}$ a une origine physique précise : τ_{ee} est le temps de collision électron-électron et τ_{ph} est le temps de collision inélastique électron-phonon.

La principale faiblesse à cette approximation est l'absence de paramètres : ce temps est indépendant de la position x , de la différence de phase χ . La dépendance en énergie est également ignorée dans beaucoup de modèles.

Plutôt que cette approximation, Pothier et Guéron *et al.* analysent l'interaction dans un métal normal [36, 82]. Dans un fil très long à très basse température, ils imposent une distribution statique hors-équilibre depuis un réservoir normal et regardent comment elle relaxe dans le fil en fonction de la distance au réservoir. Ils déterminent un temps de relaxation qui est étrangement beaucoup plus court que le temps de collision électron-électron prédit par Altshuler [84].

Dans notre cas, les mesures hors-équilibre sont effectuées à haute température dans lesquelles le temps de collision électron-phonon participe aussi. Au chapitre 4, nous nous servirons comme base de comparaison du temps de relaxation déterminé par Roukes [85] dans un conducteur en cuivre.

$$\tau_{in} = 10.T^{-3} \text{ ns.K}^3 \quad (1.22)$$

1.4.3 Conductance hors-équilibre : modèle de Zhou et Spivak

Zhou et Spivak [6] en 1997 ont étudié la conductance d'une jonction SNS en régime de tension. Une première étude théorique est menée après les résultats expérimentaux sur l'absorption d'une micro-onde par un ensemble de grains métalliques [83, 86]. Zhou et Spivak ont montré que cette absorption est liée à un mécanisme de relaxation électronique propre au grain métallique. En un temps moyen τ_{in} , les électrons relaxent sur les phonons du métal par les collisions inélastiques. Ce même mécanisme joue dans le métal normal N de la jonction SNS quand la tension aux bornes de la jonction fait osciller la population électronique à des fréquences micro-onde.

Dans l'hypothèse d'une jonction SNS longue ($L \gg \sqrt{\hbar D/\Delta}$ cf. chapitre 3) avec des interfaces transparentes $L \gg L_t$ (équation 1.10) et à faible tension de polarisation ($eV \ll \varepsilon_c$), Zhou et Spivak obtiennent une augmentation de conductance de la jonction qui dépend du rapport entre l'énergie de Thouless et le taux de relaxation τ_{in}^{-1} . Ce temps est identique au temps τ_ε moyenné sur les énergies. Cette augmentation de conductance liée au mécanisme de relaxation s'écrit :

$$\delta G = \alpha^2 G_N \frac{\varepsilon_c}{k_B T} \frac{\varepsilon_c}{\hbar/\tau_{in}} \quad (1.23)$$

$\alpha \sim 1$ pour des interfaces transparentes $L \gg L_t$. Sinon, $\alpha \simeq (L/L_t)^2$. Cette équation est valable pour une faible tension $eV \ll \hbar/\tau_{in}, \varepsilon_c$. δG est une contribution importante qui peut atteindre $0.5G_N$ dans le cas de nos jonctions SNS. Ces travaux théoriques ont motivé notre étude des jonctions SNS. Nous avons en début de thèse recherché une telle contribution à la conductance continue de la jonction. Le chapitre 4 présente les résultats des expériences sur les jonctions longues en régime hors-équilibre. Nous verrons que la mesure de δG est polluée par le résidu du courant critique et ce, même à haute température. Il est alors difficile de mesurer la dépendance de δG en fonction de la température. Nous ne pouvons pas comparer avec la dépendance théorique.

1.4.4 Courant Josephson hors-équilibre : modèle d'Argaman

Dans son modèle hors-équilibre, Argaman considère une jonction longue à haute température ($k_B T \gg \varepsilon_c$). Dans cette limite, il annule la contribution du courant critique à l'équilibre qui est très faible par rapport à ε_c/eR_N : $I_c = 0$ afin de simplifier les calculs.

Il construit une contribution hors-équilibre au courant, I_{neq} qui joue un rôle semblable au courant critique dans le modèle RSJ. Ce courant critique hors-équilibre contient une contribution qui oscille au double de la fréquence Josephson par un terme en $\sin 2\chi$. À haute température, les caractéristiques courant-tension présentent une déviation par rapport à la caractéristique ohmique quand $I \approx I_{neq}$. Cette déviation est semblable à l'épaule du modèle de Lempitskii [29].

Les niveaux d'Andreev au dessus du minigap dépendent fortement de la différence de phase. En régime de tension, ils oscillent en énergie. L'occupation du niveau d'énergie $E_n(\chi)$ suit la forme du niveau et diffuse en énergie. On introduit le mécanisme de relaxation de la fonction de distribution du niveau E_n par :

$$\frac{df_n}{dt} \approx -\frac{1}{\tau_E}(f_n - f_{eq}(E_n)) \quad (1.24)$$

f_{eq} est la fonction de distribution thermique. f_n est la distribution électronique du niveau d'énergie E_n . Cette équation est la forme la plus simple de l'intégrale de collision des équations cinétiques de la théorie quasi-classique. Le signe $-$ signifie que f relaxe sur la fonction à l'équilibre en un temps τ_E . À faible tension, le temps de relaxation est plus court que le temps de variation de la phase et la fonction de distribution relaxe rapidement vers la fonction thermique. Inversement, à haute tension les niveaux oscillent trop rapidement et la population du niveau n'a pas le temps de relaxer et reste stable au cours du temps. On décrit alors deux régimes séparés en tension par $\hbar/e\tau_E$. Le courant porté par le niveau E_n s'écrit comme le produit du courant élémentaire $dE_n/d\chi$ par l'occupation f_n . Le courant total est la somme sur tous les niveaux et s'écrit par passage à l'intégrale :

$$I(\chi) = \int_{-\infty}^{+\infty} j(\varepsilon, \chi)[1 - 2f_{eq}]d\varepsilon - 2 \int_{-\infty}^{+\infty} j(\varepsilon, \chi)[f - f_{eq}]d\varepsilon \quad (1.25)$$

$j(\varepsilon, \chi)$ est la densité spectrale de courant. De manière identique au modèle RSJ, on introduit l'énergie libre du système $F(\chi, \hat{f})$ pour extraire les équations d'évolution de χ et de la variable \hat{f} . À haute température, Argaman néglige le supercourant à l'équilibre qui est le premier terme dans l'équation (1.25) qui décroît exponentiellement (cf. chapitre 3). Nous avons écrit un programme pour calculer les caractéristiques courant-tension en utilisant ce modèle. La caractéristique présente une structure autour de $I = I_{neq}$ qui est semblable à l'épaule du modèle de Lempitskii et Zaikin. Cet épaule persiste à haute température en l'absence de couplage Josephson.

Argaman décrit l'ensemble des niveaux d'Andreev par un niveau représentatif $E_{rep}(\chi)$

qui lui permet d'utiliser le modèle RSJ. Nous justifions cette réduction à un système à un niveau car la densité spectrale de courant présente un pic très intense pour les énergies juste au dessus du minigap. La contribution au courant des niveaux d'énergie au delà de $10\varepsilon_c$ est négligeable. Argaman n'explique pas la méthode de calcul de $E_{rep}(\chi) = 3,4\varepsilon_c\sqrt{1+0,7\cos\chi}$. Nous avons tenté sans succès de retrouver E_{rep} à partir de la densité spectrale de courant $j(\varepsilon, \chi)$ issue des algorithmes de Wilhelm développés pour le modèle du transistor SNS. Wilhelm insiste sur le fait que les méthodes de calcul de la densité spectrale de courant $j(\varepsilon, \chi)$ sont peu précises et ne permettent pas une justification quantitative de E_{rep} . Nous utiliserons ce modèle pour analyser nos résultats en gardant à l'esprit qu'il n'est pas justifié.

Les calculs d'Argaman [71] supposaient pour simplifier que le niveau E_{rep} évoluait comme un cosinus : $E_{rep}(\chi) = \cos\chi$. Lehnert *et al.* [87] ont étudié dans ce modèle les équations du mouvement qui s'écrivent :

$$\begin{cases} d\chi = [2(\cos\chi - \hat{f})\sin\chi + i]dT \\ d\hat{f} = \frac{1}{\tau}(\cos\chi - \hat{f})dT \end{cases} \quad (1.26)$$

À partir du terme I_{neq} , Argaman construit une tension $V_{neq} = R_N I_{neq}$ et un temps hors-équilibre $\tau_{neq} = \hbar/2eR_N I_{neq}$. Les deux équations (1.26) sont écrites en unités réduites avec les grandeurs hors-équilibre correspondantes : le courant $i = I/I_{neq}$, le temps de relaxation $\tau = \tau_E/\tau_{neq}$ et la variable de temps $dT = dt/\tau_{neq}$ sont normalisées par $\tau_{neq} = \hbar/2eR_N I_{neq}$.

À l'équilibre, le temps de relaxation τ est très court et \hat{f} relaxe vers $\cos\chi$. On retrouve alors le modèle RSJ (mais avec $I_c = 0$). Avec un temps de relaxation très long, $\hat{f} = 0$, il apparaît en plus du courant i , un terme supplémentaire en $\sin 2\chi$. On résoud alors numériquement les deux équations couplées (1.26) pour calculer la caractéristique courant-tension en fonction du paramètre τ .

Les résultats numériques issus de ce modèle sont exposés au chapitre 4 après les mesures des caractéristiques différentielles sur les jonctions SNS. Le pic de conductance différentielle qui apparaît à un courant de l'ordre de I_{neq} permet d'extraire un temps de relaxation qui est en très bon accord avec les mesures du temps de relaxation de la phase τ_χ dans la littérature [59, 82].

La contribution I_{neq} s'ajoute au courant total dans une description complète de type RSJ :

$$I = I_c \sin\chi + \frac{V}{R_N} + I_{neq} \sin 2\chi \quad (1.27)$$

I_{neq} est le produit de deux termes qui oscillent à la fréquence Josephson. I_{neq} oscille à la fréquence double. En présence d'une radiation hyperfréquence Lehnert *et al.* [87] ont mis en évidence une composante du courant qui oscille au double de la fréquence Josephson dans une jonction en limite propre (le métal normal est un semiconducteur InAs).

I_{eq} forme le palier Josephson à l'équilibre en V_r comme décrit dans l'annexe E. I_{neq} forme un second palier qui apparaît sur les caractéristiques à la moitié de la tension V_r . Lehnert *et al.* [87] ont déjà observé ces deux paliers sur la caractéristique courant-tension d'une jonction SNS en limite propre (le métal N est balistique) et nous nous proposons de mettre en évidence ce palier hors-équilibre dans le cas d'une jonction SNS où N est un métal diffusif. Cette expérience que nous avons réalisée avec succès est présentée en chapitre 5. Elle montre effectivement la présence d'une harmonique de fréquence double mais aussi triple de la fréquence Josephson dans le courant total de la jonction.

À tension nulle, Argaman trouve une expression analytique de la variation de conductance qui coïncide avec celle de Zhou et Spivak. Mais son expression diffère d'un facteur numérique supplémentaire de l'ordre de 6. La conductance mesurée ne confirme pas ce facteur de l'ordre de 6. Quand nous appliquons le modèle numérique à nos caractéristiques courant-tension, nous retrouvons un facteur de l'ordre de l'unité, compatible avec le modèle de Zhou et Spivak. Nous n'avons pas pu déterminer l'origine du facteur 6 dans le travail d'Argaman. Si les deux approches théoriques des modèles de Spivak et Argaman sont en apparence très dissemblables, les deux modèles font l'hypothèse d'un temps de relaxation de la distribution électronique. Nous retrouvons également les mêmes expressions analytiques pour la variation de conductance à tension nulle.

1.4.5 Dynamique de la jonction SNS : modèle de Wilhelm

Les mesures exposées en première partie du chapitre 4 ont conduit Wilhelm *et al.* [72, 42] à développer un modèle qui tient compte de la dynamique dans une jonction SNS diffusive. Ce travail présenté en annexe D est le préliminaire à l'obtention d'un modèle dépendant du temps. En utilisant la théorie quasiclassique Wilhelm applique les équations d'Usadel dépendantes du temps pour déterminer la conductance spectrale du métal normal N.

Dans le cas d'une jonction SNS en présence de tension, la fonction de Green qui dépend de l'énergie et du temps n'est pas calculable. On construit une solution à partir de la fonction de Green pour des phases fixées (solution stationnaire de l'interféromètre précédent). On peut montrer que cette fonction de Green est une solution des équations d'Usadel

dépendantes du temps si la phase varie lentement pendant le temps de diffusion c'est à dire pour une tension faible $eV \ll \varepsilon_c$. Cette approximation qui ne tient compte que des contributions à l'ordre le plus bas dans le développement en eV/ε_c s'appelle l'approximation adiabatique.

Dans son modèle, Wilhelm ne tient pas compte explicitement de la relaxation. Ce modèle suppose que le temps de collision inélastique est très long devant le temps de diffusion élastique des quasiparticules dans le métal normal : $\tau_{in} \gg \hbar/\varepsilon_c$. Dans ce modèle, nous négligeons également les structures qui peuvent apparaître à l'énergie du gap. [88] Ces structures qui correspondent au passage cohérent de une ou plusieurs paires de Cooper ont été observées très récemment dans des jonctions SNS. [89] Un pic de conductance en provenance de ce mécanisme est également attendu à tension nulle. Pour s'affranchir de ce mécanisme, on suppose que le temps associé aux réflexions multiples des quasiparticules jusqu'à l'énergie du gap est très supérieur au temps de relaxation $\tau_{SGS} \gg \tau_{in}$. En d'autres termes, les quasiparticules relaxent bien avant d'atteindre l'énergie du gap.

On cherche à introduire la fonction de distribution du métal normal en l'absence de réservoirs N et surtout en l'absence de mécanisme explicite de relaxation. À tension nulle (équilibre), on suppose que la fonction de distribution du métal normal s'équilibre avec la température du substrat : $f_T = 0$ et $f_L = \tanh(\varepsilon/T)$

La réflexion d'Andreev ne transfère que des charges entre le supraconducteur et le métal normal. À tension finie, il n'y a pas de transfert d'énergie puisque les quasiparticules ont une énergie très inférieure au gap. Près de l'interface, l'équation d'évolution de la partie f_T permet l'ajustement des potentiels chimiques entre le métal normal et le supraconducteur (cf. annexe D et réf. [72]). La partie longitudinale f_L n'est pas modifiée car ici les mécanismes de relaxation sont négligés. Il n'est pas nécessaire d'avoir des réservoirs normaux pour définir une tension. Les réservoirs supraconducteurs jouent le même rôle via le mécanisme de réflexion d'Andreev.

La figure 1.8 résume la méthode de calcul pour déterminer la conductance de la jonction en fonction de la différence de potentiel appliquée. En utilisant l'approximation adiabatique que nous détaillons au chapitre 4, la solution des équations d'Usadel permet de calculer la conductance spectrale $g(\varepsilon, \chi)$. On considère ensuite les électrodes supraconductrices comme deux réservoirs de potentiel chimique $\pm\mu$ qui sont couplés par le brin normal. La conductance totale $G(V, \chi)$ s'écrit à partir de la conductance spectrale $g(\varepsilon, \chi)$ et de la connaissance des potentiels chimiques.

Wilhelm calcule le courant total dans la jonction polarisée en tension. $I = I_s(\chi) +$

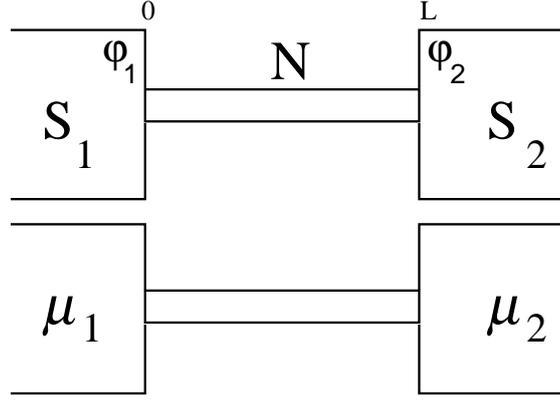


FIG. 1.8 – Représentation d’une jonction SNS polarisée en tension. Les électrodes supraconductrices sont considérées comme des réservoirs de potentiels chimiques μ_1 et μ_2

$I_{qp}(\chi, V) + I_{relax}$. Ce dernier terme est la contribution liée aux processus de relaxations inélastiques que l’on néglige dans ce modèle. I_{qp} est le courant normal discuté au début du chapitre. $I_{qp} = VG(V, \chi) + I_{exc}(V, \chi)$.

Ce courant normal se décompose en deux termes où I_{exc} est appelé le courant d’excès dans la jonction. On linéarise ensuite le courant total autour d’une valeur moyenne V_0 :

$$I = I_S(\chi) + \frac{\hbar\dot{\chi}}{2e}G(V_0, \chi) + I_{exc}(V_0, \chi) \quad (1.28)$$

À haute température, le supercourant Josephson a une expression simple : $I_S(\chi) = I_c \sin \chi$. La conductance $G(V_0, \chi) = G(V_0)[1 + \beta(V_0) \cos \chi]$ et $I_{exc}(V_0, \chi) = I_{exc}(V_0)[1 + \alpha(V_0) \cos \chi]$. En regroupant tous ces termes, on trouve une expression pour le courant total qui est très semblable au modèle RSJ :

$$I - I_{exc} = I_{c,eff} \sin(\chi - \chi_0) + \frac{\hbar\dot{\chi}}{2e}[1 + \beta \cos \chi] \quad (1.29)$$

$I_{c,eff}$ représente l’augmentation effective du courant critique lié au courant d’excès hors-équilibre : $I_{c,eff} = \sqrt{I_c^2 + \alpha^2 I_{exc}^2}$. $\chi_0 = \arctan(\alpha I_{exc}/I_c)$. Le courant d’excès est déterminé à partir de la forme de la conductance spectrale de la jonction $G(\varepsilon, \chi)$.

On intègre ensuite l’équation (1.29) sur une période de rotation de χ pour trouver la conductance de la jonction $G(V_0)$ en fonction de la tension appliquée. À faible courant $I < I_c$, la tension est nulle et le courant d’excès aussi ($I_N = 0$). On retrouve l’équation Josephson $I = I_c \sin \chi$. À faible tension $V \ll \varepsilon_c$, la conductance $G(V_0)$ est plus forte que la

conductance G_N . À partir de $I > I_c + I_{exc}$, on retrouve un comportement du type RSJ. La caractéristique courant-tension présente un déficit de tension au dessus de I_c qui ressemble à l'épaule obtenu dans les micro-ponts supraconducteurs [18].

Ce modèle décrit la formation d'un épaulement dans la caractéristique courant-tension en l'absence de tout mécanisme explicite de relaxation. Cet épaulement vient du courant critique effectif qui ne s'éteint pas exponentiellement avec la température. Ce courant doit également donner lieu à un palier Shapiro qui persiste en température quand la jonction est irradiée avec une hyperfréquence. Dans l'expérience décrite au chapitre 5, nous n'avons pas pu observer de persistance du palier Shapiro avec la température comme prévu dans ce modèle. Ce modèle s'est également révélé insuffisant à décrire l'ensemble des structures observées sur les caractéristiques différentielles du chapitre 5. Il apparaît nécessaire de tenir compte d'un mécanisme de relaxation à travers le terme I_{relax} négligé au début de la section.

Chapitre 2

Dispositif expérimental

2.1 Introduction

Nous souhaitons réaliser des interfaces de forte transparence entre le métal supraconducteur et le métal normal. Nous utilisons la lithographie électronique combinée à une technique de dépôt métallique astucieuse (par ombrage) à travers un masque suspendu. Nous réalisons ainsi deux jonctions SN de forte transparence aux deux extrémités du brin métallique. Cette technique permet d'obtenir des interfaces de transparences très contrôlées sans aucune contamination par l'air ambiant (une étape d'oxydation sous ultravide peut aisément s'intercaler entre les deux dépôts métalliques pour réaliser une jonction tunnel).

Nous résumons d'abord le nouveau procédé de fabrication que nous avons mis au point pour la fabrication des jonctions [7]. Nous détaillons uniquement les caractéristiques thermiques de la résine thermostable correspondant aux sections II et III de la publication (cf. annexe A). Nous parlerons ensuite de la fabrication des jonctions avec ce procédé en détaillant la section IV de la publication.

Nous présentons ensuite la technique de mesure électrique à basse température pour l'acquisition des caractéristiques courant-tension I-V de la jonction. Pour compléter ces mesures, nous injectons une radiation hyperfréquence sur la jonction. Les caractéristiques présentent une série d'accidents liés à des résonances qui renseignent sur la spectroscopie du courant $I(t)$ dans la jonction. Nous employons le terme de sonde pour décrire la radiation extérieure à une fréquence précise qui permet d'extraire l'amplitude de la composante oscillante dans $I(t)$.

2.2 Résine thermostable

Le développement d'un nouveau procédé de fabrication avait démarré en 1995 à la fin de la thèse de P. Charlat [41] grâce au développement d'une collaboration avec Patrick Paniez à France-Telecom.

On réalise les micro-structures en évaporant les métaux à travers un masque suspendu préparé par lithographie électronique.[90] D'excellents résultats sont habituellement obtenus à partir d'un masque suspendu constitué d'une fine couche de résine polymère [91, 92] ou de métal (silicium ou germanium). Ce masque repose sur une sous-couche de résine surgravée qui assure son élévation par rapport à la surface du substrat. Après les dépôts, le masque peut être retiré par dissolution de la sous-couche dans un solvant spécifique : technique de "lift-off". La technique à deux couches de résines (bicouche) peut être étendue à trois [34] couches voire plus assurant ainsi un excellent contrôle de chacune des étapes de fabrication du masque (lithographie, surgravure, nettoyage). Malheureusement, ces résines ne sont pas adaptées pour le dépôt de métaux réfractaires tels que le niobium. Le dégagement de chaleur produit par le rayonnement des charges métalliques déforme le masque et le dégazage des résines pollue le dépôt métallique en formation. Les propriétés supraconductrices du niobium sont très sensibles à la contamination par l'oxygène. [93] Plusieurs méthodes ont été testées afin d'étendre la technique de dépôt par ombrage aux métaux réfractaires. [94, 95] La qualité du métal obtenu est cependant bien en dessous de celle du métal massif.

Nous avons recherché une alternative aux résines conventionnelles en remplaçant la sous-couche par une résine thermostable. Nous présentons les caractéristiques thermiques effectuées au CNET à Meylan qui ont permis de sélectionner le bon candidat. Les meilleurs résultats ont été obtenus avec le polymère phénylène-éther-sulfone (PES) de poids moléculaire élevé dont la formule chimique est donnée sur la figure 2.1a. La stabilité à haute température est assurée par les groupes aromatiques. Pour comparaison, la figure 2.1b présente la formule chimique du PMMA. Le lien faible entre les monomères MMA est à l'origine de la forte sensibilité aux électrons (les chaînes se brisent facilement) et en contrepartie de sa faible stabilité en température.

Nous commençons par une analyse thermogravimétrique (TA Instruments 2950) du PES 5003P et du PMMA ($M_W = 950$ Kg/mole). Sur la figure 2.2, le PMMA enregistre déjà une perte de masse au delà de 150°C. La courbe en pointillés présente la dérivée de la perte de masse. Les pics sont liés à des transformations chimiques du polymère

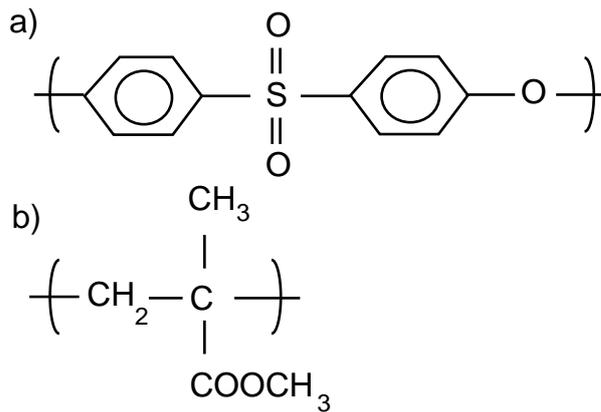


FIG. 2.1 – a) Le PES est une séquence de groupes aromatiques connectés entre eux par un atome de soufre. b) Formule chimique du PMMA : La liaison faible entre les monomères explique la forte sensibilité de la résine aux électrons lors de l’insolation électronique et la faible stabilité en température.

activées thermiquement. Au delà de 400°C, le PMMA s’est complètement évaporé. Sur la figure du bas, le PES présente une stabilité en température extrêmement élevée jusqu’à la température de 400°C. Le pic autour de 250°C est la signature de la température de transition vitreuse (compaction du polymère, libération des résidus de solvants) et ne correspond pas à l’activation thermique de réactions chimiques comme pour le PMMA.

Nous avons également procédé à une étude calorimétrique. La mesure est faite par DSC (TA Instruments 2920 Differential Scanning Calorimetry). La rampe de chauffage pour la mesure est de 10°C/min. La figure 2.3 montre le flux de chaleur en fonction de la température pour les deux polymères. Les deux flèches indiquent la température de transition vitreuse qui vaut 121°C pour le PMMA et 235°C pour le PES. On confirme ainsi la stabilité thermique du PES observée sur les mesures précédentes.

Le PMMA et ses copolymères présentent tous des propriétés thermiques faibles. [96] En particulier, le copolymère PMMA-MAA dilué à 8.5% d’acide a une température de transition vitreuse de 133°C ainsi qu’une forte perte de masse à basse température [97]. Pendant le cycle d’évaporation, le dégazage de la résine est très important à proximité de la couche métallique en formation. Nous n’enregistrons aucune élévation de pression dans la chambre ultravide. Cependant, le niobium déposé au travers d’un masque bicouche PMMA/PMMA-MAA n’est pas supraconducteur à 1 K. Nous pensons que les films de niobium qui se déposent adsorbent les produits des réactions chimiques (humidité, oxygène, hydrocarbures).

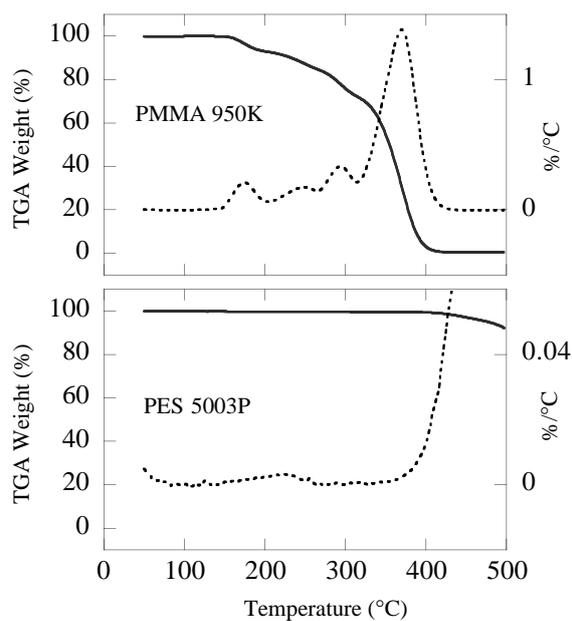


FIG. 2.2 – En haut : résultats de l'analyse thermogravimétrique pour le polymère PMMA de poids moléculaire $M_W = 950000$ g. En bas : résultat pour le polymère PES. Le trait plein (échelle de gauche) indique la masse du polymère en fonction de la température exprimée en pourcentage de la masse de départ. La courbe pointillée (axe de droite) représente la dérivée de la perte de masse et indique le dégazage de composés volatiles par la présence des pics particulièrement abondants dans le PMMA.

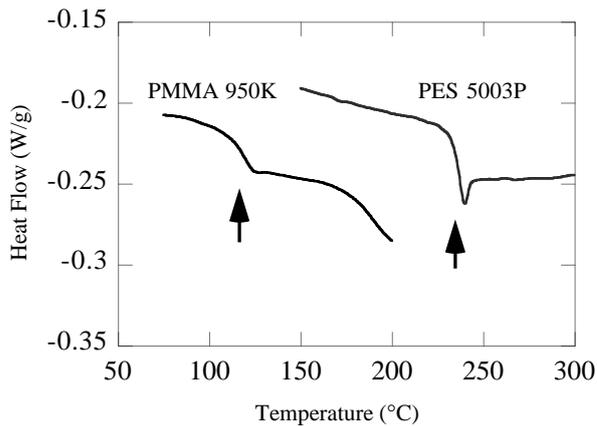


FIG. 2.3 – Comparaison entre les deux analyses calorimétriques du PMMA et du PES. L'ordonnée est normalisée par la masse de l'échantillon de polymère étudié. Les deux flèches indiquent les températures de transition vitreuse : $T_g = 121^\circ\text{C}$ pour le PMMA 950000 g et $T_g = 235^\circ\text{C}$ pour le PES 5003P.

Il est possible d'atteindre des températures critiques intermédiaires en limitant la radiation de chaleur. Soit à l'aide d'écrans thermiques, soit en effectuant une évaporation séquentielle ou encore en refroidissant le masque à l'azote liquide directement sur le porte échantillon. Il est à noter que le procédé tricouche avec le PES est libre de ces contraintes.

Nous avons ensuite adapté le procédé de fabrication avec les contraintes que pose la nouvelle sous-couche. Et ce, au cours des différentes étapes de fabrication qu'il s'agisse de l'étalement de la résine ou de la sensibilité aux solvants utilisés pour les autres couches. Ce procédé a été utilisé avec succès pour la fabrication de jonctions SNS avec des interfaces niobium/cuivre très transparentes. Différents circuits à base de niobium ont été réalisés (gradiomètres, SQUIDS) et nous avons envisagé la réalisation de nanojonctions tunnel en niobium pour l'étude des transistors à un électron. Ces projets ne sont pas présentés dans ce travail de thèse. Nous nous sommes surtout focalisés sur l'étude des effets hors-équilibre.

2.3 Fabrication des jonctions

La première étape dans la fabrication des jonctions consiste à définir la géométrie du masque suspendu en fonction des paramètres physiques que nous souhaitons imposer. Nous avons mesuré la résistivité du cuivre 6N (pur à 99.9999 %) disponible dans le bati de dépôt. À partir des conditions d'observation de l'effet de la relaxation qui sont exposées au chapitre 4, nous souhaitons une jonction de largeur 600 nm pour le brin de cuivre et

une longueur variant de 600 à 1000 nm sur une épaisseur de 100 nm. Pour assurer un bon contact électrique entre les deux métaux, le niobium recouvre les deux extrémités du brin métallique de cuivre sur une longueur d'environ 150 nm.

Le masque est constitué d'une couche de silicium suspendue sur la résine polymère thermostable. Pour sculpter dans le silicium le motif voulu, nous déposons une fine couche supplémentaire de résine électro-sensible à base de polymère Poly-(Méthyl-Méthacrylate) PMMA [98].

2.3.1 Réalisation du tricouche

Ce procédé nécessite trois couches ayant chacune un rôle précis. Dans ce procédé tricouche, les étapes de lithographie sont indépendantes d'une couche à l'autre. C'est un avantage par rapport au bicouche qui nous autorise ainsi une plus grande souplesse dans le choix des motifs. La sous-couche a le rôle le plus simple qui consiste à suspendre la couche intermédiaire qui constitue le masque de silicium. La sous-couche devra résister aux dégagements de chaleur durant l'évaporation du métal réfractaire et ce, sans dégazer et sans déformer le masque de silicium. Cette sous-couche doit également résister aux différentes étapes associées aux traitements lithographiques du silicium et du PMMA (solvants, gravure réactive).

La couche de silicium joue le rôle de masque, lequel doit résister aux contraintes mécaniques qui apparaissent pendant les dépôts métalliques et qui sont liés aux dégagements de chaleur. Plus l'épaisseur de la couche est fine, plus les motifs gravés sont petits et précis. Nous obtenons un bon compromis entre la tenue mécanique et la résolution souhaitée pour une épaisseur de 40 nm de silicium.

Enfin, la couche supérieure est une résine polymère électro-sensible. Elle joue le rôle de masque de gravure pour définir les motifs dans le silicium. Le profil de gravure de la couche de silicium est directement relié au profil de la résine supérieure (résine positive). Aussi plus l'épaisseur de cette résine est fine, plus les flancs du masque de silicium après la gravure sont verticaux. L'épaisseur de la résine est définie en fonction des vitesses de gravure qui sont très similaires pour le silicium et pour le PMMA. Les solvants utilisés pour le rinçage agressent également le PMMA. Avec une marge de sécurité, la couche de PMMA a une épaisseur de 85 nm.

La galette de silicium est initialement nettoyée dans une solution d'acide fluorhydrique diluée à 10% avec de l'eau déionisée pour retirer l'oxide natif. Les dépôts métalliques

présentent une meilleure adhérence sur le substrat de silicium ainsi nettoyé. Après un rinçage de dix minutes à l'eau déionisée, on dépose la couche de résine thermostable. Cette résine à base du polymère PES est d'abord dissoute dans le solvant N-méthyl Pyrrolidone (NMP) à 15% en poids pour être ensuite étalée par centrifugation sur la tournette.

Nous avons remarqué la forte sensibilité de cette résine à l'humidité ambiante. Pour étaler la résine thermostable, nous avons mis au point une cloche à flux d'azote pour sécher l'atmosphère autour de la tournette. Cette cloche en Plexiglass de 35 cm de diamètre s'ajuste autour de la tournette et repose dans le bol de récupération des résines. On isole ainsi complètement la tournette de l'atmosphère de la salle blanche. On injecte l'azote gazeux par un petit tuyau qui sèche l'atmosphère confinée. Nous avons installé un hygromètre dans la cloche qui au bout de six minutes, indique une humidité relative de 14%. Par l'ouverture pratiquée au sommet de la cloche, on dépose la résine thermostable sur la plaquette de silicium avec une seringue en polyuréthane (inerte au solvant NMP).

Durant 300 secondes de rotation dans une atmosphère sèche à la vitesse angulaire de 2000 tr/min, la plus grande partie du solvant s'évapore laissant des interstices vides entre les chaînes de polymère. Le recuit sur une plaque chauffante à 275°C, au dessus de la température de transition vitreuse ($T_g = 230^\circ\text{C}$), permet aux chaînes de fluer et de relâcher les contraintes internes [97]. On obtient ainsi une couche compacte sans interstices vides qui est imperméable à la diffusion de petites molécules (solvants, eau) lors des étapes de rinçages ou de développements lithographiques. Par ce recuit, on élimine aussi les derniers résidus de solvants emprisonnés. L'épaisseur de la couche de PES est 570 nm.

Par dessus le polymère thermostable, on dépose une fine couche de silicium par évaporation Joule. On étale ensuite la fine couche de résine PMMA diluée à 2% en poids dans le chlorobenzène par centrifugation durant 30 secondes à la vitesse angulaire de 2000tr/min. L'étalement est suivi d'un recuit à 160°C, au dessus de la température vitreuse du PMMA ($T_g = 120^\circ\text{C}$). Ce recuit agit de manière identique au recuit du PES.

2.3.2 Elaboration du masque

À l'aide du microscope électronique Cambridge S240, on insole le PMMA suivant le motif choisi. Sous le faisceau d'électrons, les chaînes de polymères insolées sont brisées en petits morceaux et deviennent plus solubles que les longues chaînes. La résine insolée est dissoute pendant 20 s dans le solvant Methyl-IsoButyl-Kétone dilué dans un rapport 1 pour 3 avec l'alcool IsoPropylique (MIBK 1 :3 IPA). L'échantillon est ensuite rincé dans

l'IPA pour stopper le développement.

On organise l'insolation en trois sous-motifs de tailles très différentes : la jonction ($1 \mu\text{m}$)², les quatre plots de contacts ($200 \mu\text{m}$)² et des lignes de raccord entre les deux. La jonction est insolée en quelques dixièmes de seconde puis pendant les dix minutes suivantes, le microscope insole les plots de contact. Sur une même plaquette, nous dessinons entre dix et douze motifs avec des paramètres différents ce qui porte la durée totale d'insolation à deux heures. Nous préférons une insolation tout électronique qui autorise une grande souplesse sur la géométrie des plots de contact par rapport à des techniques hybrides où les plots sont réalisés par lithographie aux ultraviolets profonds.

Les zones de silicium découvertes sont ensuite attaquées par gravure ionique réactive. Le bâti de gravure génère un plasma d'ion SF_6 qui attaque verticalement le silicium à la vitesse de 25 \AA/s . Ainsi, en seize secondes la couche de silicium de 40 nm est gravée. Au cours de cette étape, on retire également environ 45 nm de résine PMMA. Nous avons ainsi transféré le motif initial dans la couche de silicium.

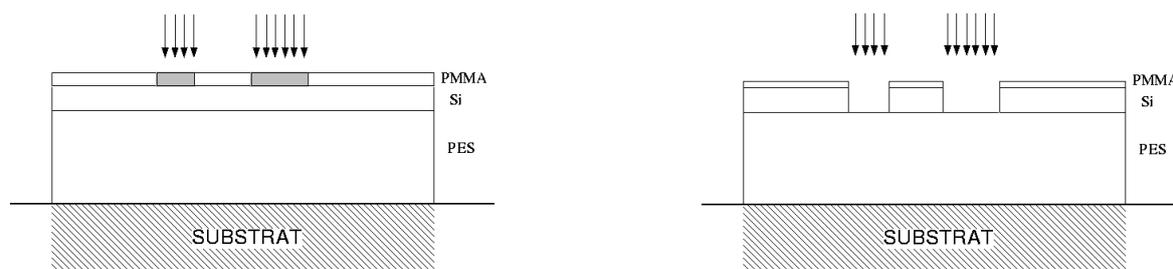


FIG. 2.4 – Schéma en coupe d'un tricouche PES/Si/PMMA que nous fabriquons pour la réalisation des jonctions SNS. Sur la figure de droite, le PMMA insolé est dissous dans le solvant MIBK, découvrant le silicium de la couche intermédiaire. Le silicium est ensuite gravé dans un plasma d'ions réactifs SF_6 .

2.3.3 Sur-gravure de la sous-couche

La deuxième étape consiste à graver la résine inférieure pour obtenir un dégagement latéral sous le motif. La sous-couche de PES est surgravée dans une solution de diMéthyl-Sulfoxide (DMSO) maintenue à son point de fusion à 18.6°C pour ralentir l'attaque humide. Le masque est agité pendant 20 secondes puis rincé à l'éthanol pour stopper l'attaque. La température de la solution est très critique. Pour assurer une bonne thermalisation on agite les cristaux de glace de DMSO dans le becher pendant dix minutes avant d'immerger

le masque. Les 40 nm de PMMA restant sont également dissouts au cours de cette étape. La figure 2.5 montre une coupe du masque après la sur-gravure humide. Le dégagement latéral est proportionnel au temps d'agitation dans le DMSO. Le tableau I de l'annexe A présente la longueur de sur-gravure des flancs de PES en fonction du temps.

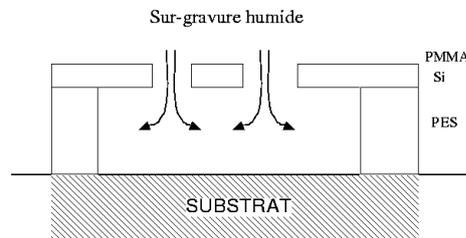


FIG. 2.5 – Le dégagement de la sous-couche inférieure de PES dans le solvant diMethyl-Sulfoxide (DMSO).

Pour retirer les résidus de solvants qui ont pu diffuser dans le PES, on recuit le masque à 220°C pendant cinq minutes (température inférieure à la température de transition vitreuse pour éviter les déformations par fluage). Puis on procède à une gravure ionique dans un plasma d'oxygène réactif pendant dix minutes afin d'éliminer les derniers résidus de PES à la surface du substrat.

Le masque tricouche est ensuite introduit dans le sas de pompage du bâti ultravide. Nous disposons dans le sas d'un canon à ions Argon de 10 keV qui permet un décapage de la surface du substrat sous le masque de silicium. Cette étape finale de nettoyage avant les dépôts dure deux minutes. On retire environ 8 nm de silicium de l'épaisseur du masque.

2.3.4 Dépôt par ombrage

Après l'introduction de l'échantillon dans la chambre de dépôt depuis le sas de pompage à la pression $P = 5 \cdot 10^{-7}$ mbar, la pression de la chambre indiquée par la jauge Bayard-Halpert retombe à une pression $P = 2 \cdot 10^{-10}$ mbar en quelques minutes. Ce temps ne suffit pas pour commencer les dépôts car le masque ainsi que le porte échantillon continuent de dégazer l'air et l'eau adsorbés à la pression atmosphérique. La jauge n'enregistre pas ce dégazage très lent mais il pollue le niobium. Sur le porte-échantillon rotatif, nous n'avons pas la place d'installer un système de chauffage pour étuver l'échantillon et accélérer la désorption. Les dépôts se font le lendemain matin après douze heures de dégazage en ultravide à température ambiante.

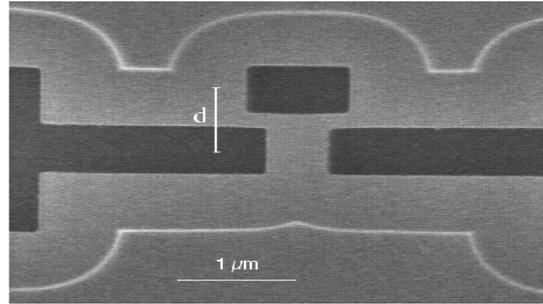


FIG. 2.6 – Photographie du masque qui a servi à la réalisation de la jonction SNS (a). Les ouvertures pratiquées dans la couche de silicium (en sombre) sont nettes et bien régulières. Le contour en gris clair autour des ouvertures correspond au dégagement de la sous-couche inférieure que l'on voit en transparence à travers l'épaisseur du masque de silicium. La distance $d = 850$ nm sépare les deux motifs.

Nous avons conçu la géométrie du masque présenté en figure 2.6 pour réaliser les deux interfaces niobium/cuivre par la technique de dépôt par ombrage. Au centre de la figure, le trou sombre rectangulaire gravé dans le masque a une largeur de 600 nm et une longueur qui varie de 700 à 1000 nm d'un motif à l'autre. Il est espacé de 200 nm des deux trous sombres latéraux. La distance d indiquée sur la photo du masque est la distance de séparation des motifs et vaut 850 nm. Le réalignement des deux métaux dépend de l'angle des dépôts et nécessite de connaître précisément la hauteur du masque suspendu par rapport au substrat. L'angle α est donné par la formule :

$$\alpha = \arctan \frac{d}{2e_{PES} + e_{Si}} \quad (2.1)$$

À partir des épaisseurs des deux couches $e_{PES} = 570$ nm et $e_{Si} = 32$ nm, on détermine l'angle $\alpha = 35^\circ$. Cet angle est ensuite ajusté à 33° pour obtenir le meilleur réalignement. L'épaisseur réellement déposée e_d est une fonction de l'angle de dépôt :

$$e_d = e \cos \alpha \quad (2.2)$$

e est l'épaisseur déposée sur le quartz vibrant. On dépose d'abord $e_d = 100$ nm de cuivre sous l'angle $+\alpha = 33^\circ$ par rapport à la normale à la surface du masque à la vitesse de 5 \AA/s . Le brin métallique se dépose sous le masque au milieu des deux trous représentés

sur le schéma 2.7 de gauche.

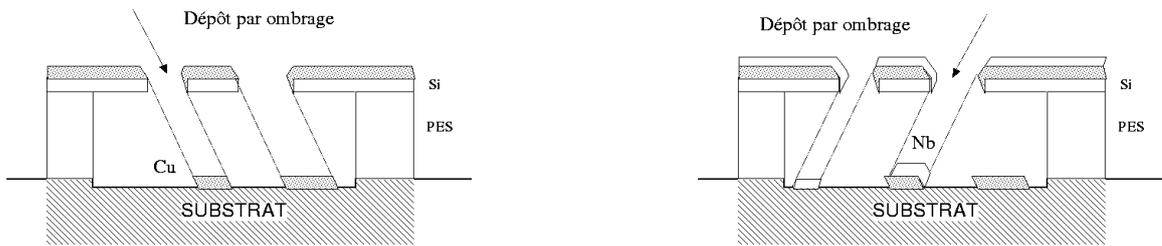


FIG. 2.7 – Schéma représentant les dépôts métalliques sous deux angles symétriques. La figure de gauche représente le premier dépôt sous angle. Le cuivre (en pointillé) se dépose sous le masque de silicium. À droite, le niobium est déposé par dessus le cuivre. On remarque de part et d'autre de la jonction centrale, les résidus de métal déposés par ombrage.

Le niobium est ensuite déposé sous l'angle $-\alpha$. Il recouvre les deux extrémités du brin de cuivre pour former les deux interfaces SN de la jonction SNS. Le cycle d'évaporation dure 30 minutes pour le dépôt des deux métaux. Les épaisseurs déposées et la vitesse de dépôt sont enregistrés pendant le dépôt par un système à quartz vibrant dans le bâti. Nous avons déposé 100 nm de niobium pour l'échantillon (a) mais 200 nm pour les cinq échantillons suivants (b, c, d, e, f) à la vitesse de $3\text{\AA}/\text{s}$. On retire le masque par dissolution de la résine inférieure ('lift-off') : l'échantillon est immergé pendant 10 minutes dans le solvant NMP à une température de 60°C . On accélère la dissolution avec l'utilisation pendant quelques secondes d'ultrasons : le masque se déchire et le solvant finit de dissoudre les résidus de résine. L'échantillon est enfin séché à l'azote.

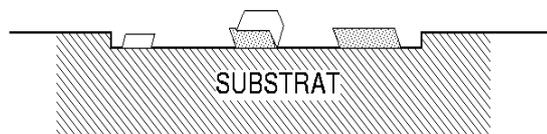


FIG. 2.8 – L'étape finale : le masque est retiré par dissolution dans le solvant NMP.

Nous devons tenir compte des résidus métalliques liés à la technique de dépôt par ombrage quand nous définissons la géométrie du masque. Avec deux angles différents, nous obtenons deux fois le motif du masque en niobium et en cuivre décalé l'un par rapport à l'autre. Le schéma 2.8 montre une coupe de l'échantillon final après la dissolution du masque. Les répliques des structures métalliques sont éloignées de la jonction Nb-Cu-Nb 2.9. Sur la photographie, la bordure grise claire à peine visible autour de la jonction délimite

la zone dégagée par la résine PES. Cette zone plus rugueuse a subi une gravure ionique aux ions argon. La surface de cuivre est lisse et présente un profil légèrement incliné lié à l'angle de dépôt. Le niobium est deux fois plus épais que le cuivre pour les échantillons (b, c, d, e, f) et recouvre le brin de cuivre sur 150 nm de chaque côté. Le circuit se poursuit de part et d'autre des électrodes de niobium par deux sandwichs Nb/Cu d'une longueur de $5\ \mu\text{m}$ et d'une largeur de $3\ \mu\text{m}$ que l'on voit sur les bords de la photographie. Les quatre plots de contact de l'échantillon (a) ne sont pas de simple rectangles. Ils présentent une structure en grille ce qui assure un meilleur accrochage des fils de micro-soudure. Leur taille est de $(100\ \mu\text{m})^2$.

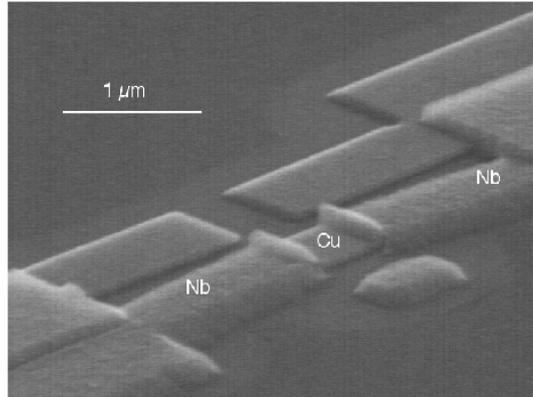


FIG. 2.9 – Photographie de l'échantillon (b) après les dépôts par ombrage et le lift-off du masque. On observe le doublement des structures liées aux deux angles de dépôt.

2.4 Mesure à basse température

Nous avons utilisé un cryostat à He^3 dont nous détaillons le fonctionnement et qui permet d'abaisser la température jusqu'à 0.3 K. Cette température correspond à une énergie $k_B T$ de l'ordre d'une énergie de Thouless ε_c pour nos jonctions. Pour observer la saturation du courant critique mesuré au chapitre 3, nous aurions souhaité une énergie thermique inférieure à l'énergie de Thouless nécessitant de refroidir les jonctions dans un cryostat à dilution. Nous n'avons pas entrepris cette mesure à très basse température. Les effets hors-équilibre (cf. chapitre 4) sont mesurés à haute température $k_B T > 10\varepsilon_c$. Le cryostat à He^3 est alors plus que suffisant. Au chapitre 5, les mesures sous hyperfréquences sont effectuées dans un cryostat à flux d'hélium He^4 . Dans ce cas, la température limite vaut 1.2 K.

Plongeant dans le cryostat He^3 , la canne de mesure présente à son extrémité le calorimètre avec tous les étages de refroidissement : une boîte à He^4 pompée, une boîte à He^3 pompée, des charbons actifs pour le cryo-pompage de l' He^3 et l'étage final où repose la jonction. L'étage de mesure est prévu pour la connexion simultanée de deux jonctions soit un total de huit fils de mesure plus quatre fils pour la mesure de la température. Pour chacune des deux jonctions, les quatre plots de contact sont connectés aux pistes de cuivre du porte échantillon qui s'adapte sur la canne. La soudure se fait par thermo-compression de fils d'or de $25 \mu\text{m}$ de diamètre à l'aide d'une micro soudeuse. Nous avons utilisé des fils d'or pour les mesures à basse température $T < 1.2 \text{ K}$ du chapitre 3. Le fil d'aluminium présente une transition supraconductrice autour de 1.2 K et peut perturber la mesure des caractéristiques courant-tension de nos jonctions. Pour les mesures à haute température (effet hors équilibre) $T \geq 3 \text{ K}$, nous utilisons indifféremment des connexions en aluminium ou en or.

Le calorimètre est composé de trois étages principaux. La boîte à He^4 pompée atteint une température limite $T = 1.2 \text{ K}$. Elle est alimentée par un petit capillaire à partir du bain d'hélium. Pour atteindre une température $T = 0.3 \text{ K}$, on chauffe les charbons actifs qui désorbent l' He^3 . L' He^3 se condense sur les parois froides de la boîte à He^4 et coule dans la boîte inférieure. Après 5 minutes, on coupe le chauffage. Les charbons actifs en se refroidissant, assurent le rôle de pompe cryogénique. La boîte à He^3 ainsi pompée, se refroidit jusqu'à $T = 0.3 \text{ K}$. Après 1 à 4 heures de mesure (dépendant de la température de fonctionnement), quand la boîte est vide nous devons recommencer la procédure de désorption de l' He^3 par le chauffage des charbons actifs.

Une fuite thermique calibrée assure la thermalisation de l'étage de mesure. Le thermomètre est une résistance de carbone (SPEER) qui varie de 300Ω à 1100Ω pour un intervalle de température de 9 K à 0.3 K . Le thermomètre est connecté à un pont à quatre fils pour la mesure de fortes impédances (pont P.I.O Barras-Provence). Il compare la résistance du thermomètre à une consigne R_c . L'écart de résistance ΔR permet de réguler à l'aide d'un P.I.D. la puissance électrique fournie à la résistance de chauffage qui est située entre la fuite thermique et l'étage de mesure. La régulation en température est très stable dans le temps et offre une précision supérieure à 2 milliKelvins .

Les appareils électroniques utilisés dépendent du type de mesure effectuée. Pour l'acquisition de caractéristiques courant-tension I-V, l'échantillon est connecté à une source de courant continu fabriquée par le service électronique du laboratoire. La gamme de courant varie de $1 \mu\text{A}$ à 100 mA . Pour la gamme $100 \mu\text{A}$, la précision absolue en courant atteint

10^{-5} de la gamme soit 1 nA. Nous utiliserons cette gamme pour la mesure des fluctuations thermiques au chapitre 3. Aux basses températures, la tension aux bornes de la jonction est mesurée directement par un amplificateur continu (Low noise Stanford Research 560). Pour mesurer une caractéristique différentielle dV/dI en fonction de I , on utilise un pont adapté aux mesures de faibles résistances (F.R. Barras Provence). Le courant de mesure alternatif du pont dI est injecté par les fils de courant continu dans l'échantillon puis dans une résistance de consigne. Le pont compare la tension mesurée aux bornes de la résistance de consigne et aux bornes de la jonction à la même fréquence que le petit courant alternatif. On calibre ensuite le pont avec deux valeurs de résistance de consigne. Si le pont est équilibré (signal de phase nul), la résistance différentielle vaut la résistance de consigne. À l'inverse, l'écart à la valeur d'équilibre donne la résistance différentielle de la jonction. Le signal de phase est envoyé sur un convertisseur analogique/numérique pour être ensuite traité par l'ordinateur. Le logiciel de mesure écrit par C. Abilio utilise les routines "MANIP" mises au point sur Macintosh au CRTBT par A. Benoît, L. Puech et J. L. Génicon.

2.5 Transport sous une radiation hyperfréquence

Pour étudier les composantes alternatives du courant dans la jonction, on irradie le brin métallique N avec une onde hyperfréquence de plusieurs GHz correspondant aux fréquences d'oscillation du courant Josephson. La stimulation du courant par la radiation extérieure induit de fortes variations de conductance sur les caractéristiques de transport. B. D. Josephson a prédit ces variations en 1963 qui ont ensuite été mesurées par S. Shapiro [38]. Les résultats de ces mesures de nos échantillons sont exposés au chapitre 4. Dans cette section, nous cherchons à adapter le dispositif à la mesure de caractéristiques courant-tension en présence de l'onde. Pour cette mesure, nous utilisons un câble coaxial afin d'injecter la radiation depuis le générateur hyperfréquence jusqu'à la jonction. Un circuit adapté permet de réaliser le couplage capacitif optimum entre l'onde et le brin métallique de la jonction. Ces mesures sont réalisées dans le cryostat d'O. Buisson qui dispose de l'appareillage *ad hoc*.

2.5.1 Circuit de mesure

Nous souhaitons optimiser le couplage de la radiation sur la jonction et ce, sans perturber la mesure des caractéristiques continues I-V. Nous simulons le circuit hyperfréquence par un circuit électrique simple [99]. Connaissant la puissance injectée en sortie du générateur, on détermine l'amplitude du courant alternatif qui traverse la jonction et qui sera comparée au courant critique I_c .

Nous insérons la plaquette de silicium dans un porte échantillon en laiton que nous avons fabriqué spécialement pour la canne de mesure hyperfréquence. Il comprend un ensemble de connexions en cuivre sur un ruban de Kapton pour les mesures de transport, un connecteur coaxial spécifique aux hyperfréquences (SMA) et un couvercle de laiton. Le porte échantillon et le couvercle entourent les jonctions et définissent une masse pour les hyperfréquences. On limite ainsi les résonances parasites dans le calorimètre.

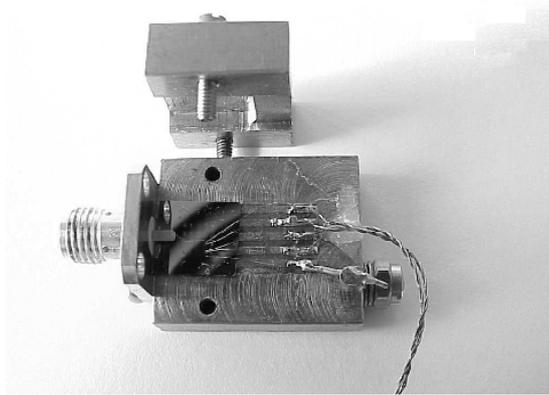


FIG. 2.10 – Photographie du porte échantillon adapté à la mesure sous hyperfréquence. La plaquette de silicium (carré sombre) est collée près de la languette du connecteur. Les fils de micro soudure en aluminium connectent les plots et électrodes du circuit lithographié aux lignes de cuivre. Le couvercle se visse sur le porte échantillon.

Le circuit de mesure peut être avantageusement séparé en deux sous-circuits hyperfréquence et DC. La radiation est transmise dans la jonction à travers la capacité de couplage existante entre le plot de connexion hyperfréquence et le plot de contact DC, comme présenté sur la photo 2.11. Ce découpage est nécessaire car le pont de mesure de transport ne fonctionne pas si l'un des 4 fils est connecté à une masse. La forme des plots est définie lors de l'étape de fabrication du masque. La figure 2.11 montre une photographie de l'échantillon (e) vu de dessus. Les plots en niobium/cuivre sont en gris clairs. La jonction

SNS au centre de l'image est invisible à cette échelle. Les électrodes (E_1, E_2) en forme de fer à cheval entourent au plus près à $10 \mu\text{m}$ de distance les plots de contacts DC (P_1, P_2) pour augmenter la valeur de la capacité de couplage.

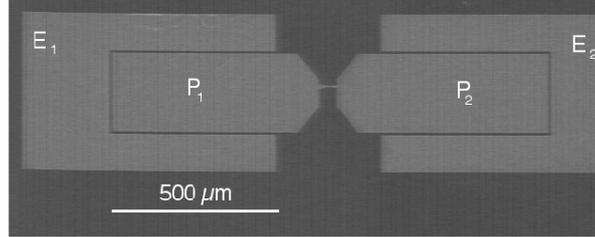


FIG. 2.11 – Photographie de l'échantillon (e). La jonction SNS (invisible) est située au centre de l'image. Les électrodes du circuit hyperfréquence entourent les plots de connexion pour la mesure des caractéristiques différentielles. La distance de séparation vaut $10 \mu\text{m}$. Les plots et électrodes sont très étendus et forment des capacités de fuite à la masse au travers du substrat de silicium.

Les connexions de l'échantillon sont les suivantes : La languette du connecteur SMA est connectée par un fil micro-soudé en aluminium de $25 \mu\text{m}$ de diamètre à l'électrode E_1 . Les plots P_1 et P_2 sont connectés aux quatre pistes de cuivre pour la mesure des caractéristiques continues. La deuxième électrode E_2 est connectée à la dernière piste de cuivre qui sera ensuite reliée à la masse du porte échantillon.

2.5.2 Modélisation

La modélisation que nous avons effectuée en utilisant un circuit électrique équivalent est très simpliste. Elle ne prétend pas apporter une réponse quantitative sur l'amplitude du courant hyperfréquence qui circule dans la jonction. Nous allons par contre trouver les fréquences de résonance du circuit. Nous allons raisonner en terme de courant et de tension en supposant que les fréquences de travail correspondent à des longueurs d'onde très supérieures à la taille du circuit. La fréquence de résonance de la cavité formée entre l'électrode E_1 et le plot P_1 se situe autour de 30 GHz. Pour des mesures quantitatives proches de cette résonance, le travail de thèse de Th. Reuss [100] a montré que ce raisonnement n'est plus valable dès que f dépasse quelques GHz. Il faut considérer des impédances distribuées par unité de longueur et non plus discrètes et raisonner en terme de puissance transmise entre les différentes parties du circuit. Pour les mesures effectuées à une fréquence de 6 GHz ($\lambda = 5 \text{ mm}$ et jusqu'à 10 GHz, nous estimons qu'une description

en termes d'impédances locales reste suffisante.

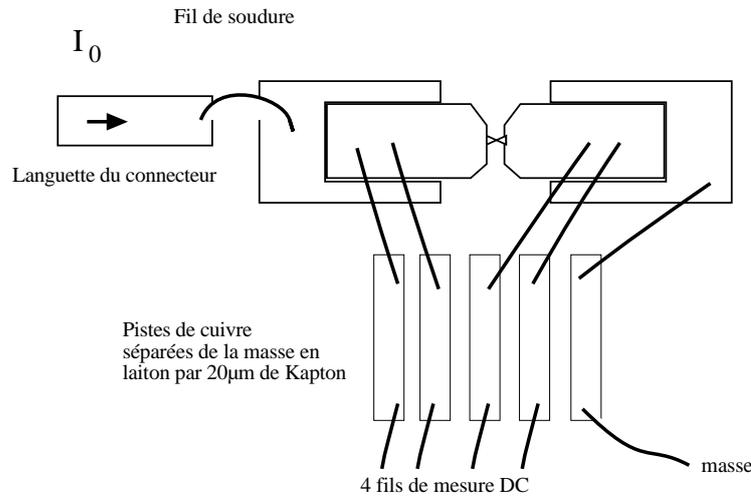


FIG. 2.12 – Représentation schématique de l'échantillon et des connexions sur les pistes du porte échantillon. À gauche est représentée la languette du connecteur SMA. Les pistes en cuivre sur le Kapton servent à la connexion des 4 fils de mesure de caractéristiques courant-tension. La dernière piste à droite connecte l'électrode E_2 .

Dans un premier temps, nous recherchons quelles sont les masses dans le circuit. Le schéma 2.12 représente l'échantillon et les connexions sur les pistes de mesures. Nous considérons que le porte échantillon en laiton constitue une bonne masse. Les pistes de cuivre de longueur 1 cm sur 1 mm forment une capacité avec le laiton via les 20 μm d'épaisseur de Kapton. Nous calculons la capacité $C_{cuivre} = 10$ pF. L'impédance correspondant à la fréquence de 6 GHz vaut $|Z_{cuivre}| = 3 \Omega$. C'est une très faible impédance en comparaison avec les impédances du circuit de plusieurs centaines d'Ohms. Nous allons considérer par la suite que les pistes de cuivre forment une bonne masse pour les hyperfréquences. Nous cherchons maintenant à définir les différentes inductances du circuit :

1. Le fil d'aluminium de 25 μm de diamètre relie la languette du connecteur SMA à l'électrode E_1 avec une longueur de 3 mm. Il forme une inductance $L_{entrée} \simeq 3$ nH.
2. Les quatre fils connectés entre les plots DC et la masse des pistes de cuivre ont une longueur de 10 mm. Ils forment chacun une inductance à la masse $L_{fil} \simeq 10$ nH.
3. La deuxième électrode est mise à la masse des pistes de cuivre via un fil de micro soudure d'une longueur de 10 mm. Il s'agit d'une mauvaise masse pour les hyperfréquences car nous devons tenir compte de l'inductance du fil (1 nH/mm) soit $L_{sortie} \simeq 10$ nH.

Pour chacune de ces inductances, nous tenons compte d'un facteur d'absorption par une impédance réelle supplémentaire qui est calculée à partir de l'épaisseur de peau du fil d'aluminium $\delta \simeq 2 \mu\text{m}$ et de la résistivité de l'aluminium $\rho = 2 \mu\Omega.\text{cm}$. L'impédance réelle par unité de longueur vaut $R_l \simeq 0.2 \Omega.\text{mm}^{-1}$.

Nous déterminons ensuite les différentes capacités du circuit. On calcule [99] la capacité par unité de longueur créée par deux structures lithographiées côte-à-côte comme représentées sur la figure 2.11.

1. La languette du connecteur d'une surface de 3 mm^2 constitue une capacité vers la masse en laiton. Elle se subdivise en une première capacité avec le couvercle placé à une distance de 1 mm dans le vide et vaut 30 fF. La languette forme ensuite deux capacités en série à travers 0.5 mm de vide ($C = 60 \text{ fF}$) puis 0.3 mm de silicium ($C = 1 \text{ pF}$). Au total, la capacité d'entrée vaut $C_{\text{entrée}} \simeq 100 \text{ fF}$.
2. Les électrodes E_1, E_2 et les plots P_1, P_2 forment chacun une capacité de fuite vers la masse au travers de 0.3 mm de silicium de constante diélectrique $\epsilon_r = 10$. La capacité calculée vaut : $C_{\text{masse}} \simeq 100 \text{ fF}$.
3. Les capacités de couplage entre les électrodes et les plots sont calculées avec les formules de Gupta[99] adaptées aux couches minces sur un diélectrique. Les plots de contacts pour la mesure DC ont une surface de 0.12 mm^2 . Les électrodes ont une largeur de $120 \mu\text{m}$ et entourent les plots à une distance de $10 \mu\text{m}$. La capacité calculée vaut 200 fF.
4. La capacité de shunt entre les plots P_1 et P_2 est estimée à $C_{p1p2} = 30 \text{ fF}$. De même, Le shunt entre les deux électrodes est estimé à $C_{e1e2} = 10 \text{ fF}$. Nous ne tenons pas compte de ces capacités dont l'influence est négligeable dans la simulation.

Ces inductances et ces capacités forment des impédances de plusieurs centaines d'Ohms à 6 GHz. On modélise maintenant le métal N de la jonction SNS. L'inductance associée est très faible. On estime l'ordre de grandeur en utilisant l'équation :

$$L_{SNS} = \frac{\phi_0}{2\pi I_c} \quad (2.3)$$

$L_{SNS} = 10 \text{ pH}$ pour un courant critique de $50 \mu\text{A}$. De même, la capacité est calculée et vaut $C_{SNS} = 10 \text{ fF}$. À 6 GHz, l'impédance de la jonction liée à cette inductance est inférieure à $1 \text{ m}\Omega$. On néglige également la résistance à l'état normal ($R = 0.2 \Omega$). L'impédance totale de la jonction est considérée comme nulle.

De ces considérations, nous obtenons un modèle de circuit électrique comme le montre la figure 2.13. Ce circuit est constitué de trois systèmes résonants formés d'une inductance et d'une capacité en parallèle qui vont présenter des fréquences de résonance du même ordre de grandeur que les fréquences de travail. Les fils DC et les capacités à la masse forment deux résonateurs. Le troisième résonateur est situé à l'extrême droite du circuit entre la capacité de l'électrode à la masse et l'inductance L_{sortie} .

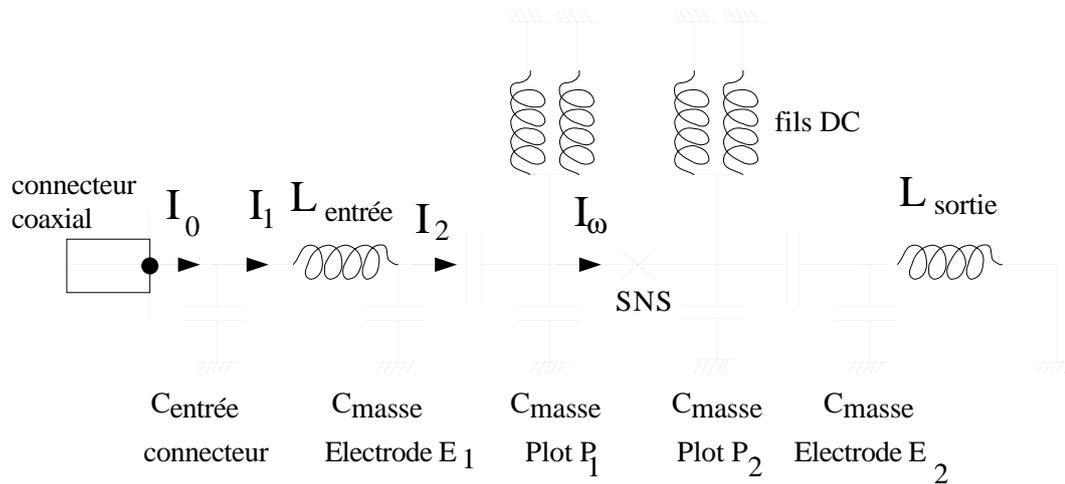


FIG. 2.13 – Circuit électrique pour modéliser le couplage de l'onde. Pour calculer le courant hyperfréquence I_ω qui circule dans la jonction SNS nous avons besoin de connaître le courant I_0 qui circule dans l'impédance complexe Z_{eq} (impédance du circuit après le connecteur coaxial).

Nous voulons maintenant calculer la répartition des courants dans le circuit entre les différentes impédances. Le seul paramètre que nous connaissons est la puissance à la sortie du générateur hyperfréquence. Cette puissance varie de 0.1 mW pour -10 dBm jusqu'à 0.3 nW pour -65 dBm. La ligne de transmission est composée de tous les éléments compris entre la sortie du générateur et le brin métallique N de la jonction. On décompose cette ligne en un guide d'onde d'impédance 50Ω (câble coaxial, connecteurs SMA) en série avec l'impédance Z_{eq} du circuit de la figure 2.13. Nous ne tenons pas compte de l'absorption le long de la ligne de transmission en supposant que nous avons la même puissance à l'entrée de l'impédance équivalente du circuit.

Nous cherchons à déterminer le courant qui circule dans l'impédance $Z_{eq}(\omega)$ en fonction de la fréquence du rayonnement. Notons V_r et I_r les tensions et courants réfléchis et V_i et I_i les tensions et courants incidents sur le plan de référence. $V_r = V_i \Gamma_R$ où Γ_R est le coefficient de réflexion qui s'écrit :

$$\Gamma_R = \frac{Z_{eq} - Z_c}{Z_{eq} + Z_c} \quad (2.4)$$

Notons V_0 et I_0 les tensions et courants reçus au niveau de Z_{eq} . La puissance reçue s'écrit :

$$P_R = \frac{1}{2} \text{Re}[I_0 V_0^*] = P_{inc}[1 - |\Gamma_R|^2] \quad (2.5)$$

Où la puissance incidente $P_{inc} = \frac{|V_i|^2}{2Z_c}$. Le courant qui circule dans le circuit Z_{eq} vaut :

$$|I_0| = \sqrt{\frac{2P_{inc}}{Z_c}} |1 - \Gamma_R| \quad (2.6)$$

Le courant I_{SNS} qui circule dans la jonction est proportionnel à I_0 mais est aussi fonction de l'impédance du circuit placé après la jonction. I_{SNS} est une fonction de f .

Nous avons conçu des plots de contacts très étendus dans la limite des possibilités offertes par le microscope électronique pour augmenter les capacités de couplage entre les électrodes E et les plots P . La lithographie des plots utilise un champ d'insolation de 2 mm de côté. La figure 2.12 montre une vue générale de l'échantillon.

De ces valeurs d'impédances on calcule le coefficient de réflexion en écrivant un programme de calcul numérique avec le logiciel xMaple. À partir de la géométrie des plots de contact présentée sur la figure 2.11 et des impédances estimées pour les fils de micro soudure, le coefficient de réflexion calculé vaut exactement 1 sauf autour de 8 GHz où il présente un pic d'absorption. Le pic s'étale entre 7 et 9 GHz et dépend de la fréquence propre associée à chacun des deux résonateurs formés par les inductances des 4 fils de mesures DC et du fil de sortie. L'amplitude du pic (5% de la hauteur totale) est liée à l'impédance réelle des fils.

L'étalonnage suivant la méthode OSL [100] utilise trois circuits étalon qui ne peuvent pas être refroidis à basse température. On étalonne donc la ligne à température ambiante. Le refroidissement change l'impédance de la ligne de transmission et modifie l'étalonnage effectué. La mesure du coefficient de réflexion est erronée en amplitude mais également en fréquence. Le décalage en fréquence est expérimentalement inférieur à 0.1 GHz. Il n'existe aujourd'hui aucune méthode de correction fiable au delà de $f = 3$ GHz [100]. La mesure à basse température du module du coefficient de réflexion est présentée sur la figure 2.14. À partir de 7 GHz, le coefficient de réflexion mesuré présente deux pics d'absorption d'une largeur de 0.3 GHz et 0.6 GHz autour de 8 GHz. Le coefficient de réflexion montre une

oscillation de période fréquentielle $\Delta f = 0.1$ GHz d'amplitude 2% que nous attribuons à des résonances le long de la ligne de transmission.

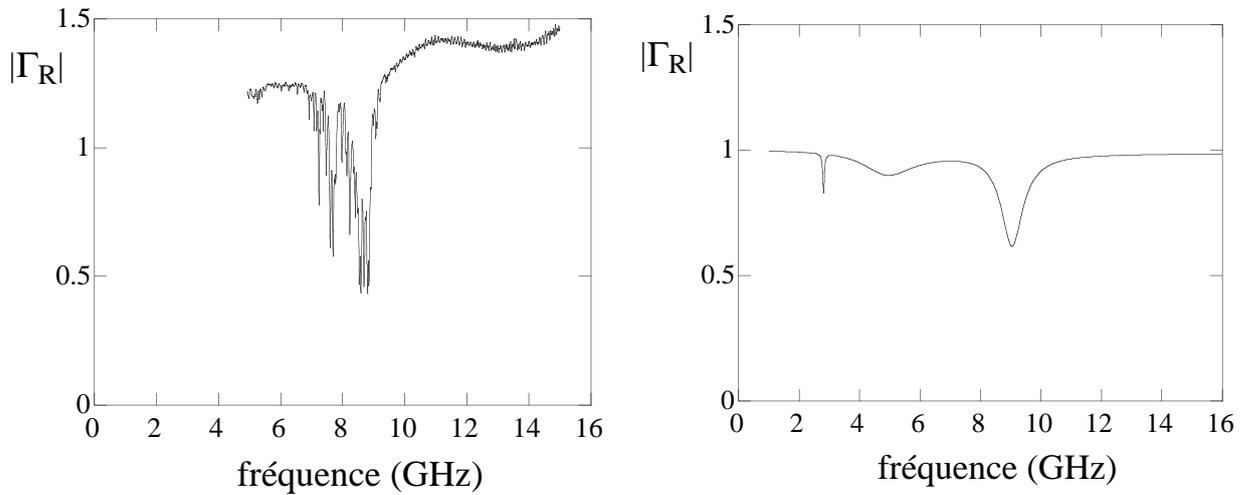


FIG. 2.14 – Mesure du module du coefficient de réflexion à $T = 4.0$ K pour une puissance $-P = -20$ dBm. L'amplitude de coefficient de réflexion est supérieure à 1 car la calibration n'a pas été effectuée à basse température. À droite, nous avons représenté le coefficient de réflexion calculé avec les paramètres du circuit décrit plus haut. Pour observer les variations d'amplitude sur le coefficient de réflexion, nous avons ajouté une impédance réelle de shunt de 1% sur chacune des impédances imaginaires.

Nous observons sur le coefficient de réflexion calculé un pic de forte amplitude en 9GHz. L'amplitude du pic dépend de la valeur des impédances réelles ajoutées à chacune des impédances imaginaires du circuit. Nous avons considéré une impédance réelle de 1% de la valeur de l'impédance imaginaire. Nous mesurons également un pic d'absorption à 8.7 GHz. La présence du pic d'absorption dans le calcul autour de $f \simeq 9$ GHz justifie à posteriori la modélisation effectuée.

Par la présence des résonateurs, les courants présentent de fortes variations d'amplitudes. Les résultats des simulations montrent que le courant qui circule dans la jonction I_{SNS} présente un maximum vers $300 \mu\text{A}$ autour de 5 GHz. Le courant décroît à $50 \mu\text{A}$ jusqu'à 8 GHz. La valeur du courant à 6 GHz est $100 \mu\text{A}$. En changeant les paramètres de la simulation (longueurs des fils inductifs, valeur des capacités de fuite et de couplage), ces valeurs de courant sont entachées d'une incertitude d'environ $\pm 30 \mu\text{A}$. À 6 GHz, le courant est supérieur d'un facteur 10 par rapport à la valeur que nous déterminons à partir des mesures du chapitre 5 : $I_\omega = 10 \mu\text{A}$ à 6 GHz et à $T = 4$ K par la mesure des paliers Shapiro. Cet écart d'un facteur 10 entre les courants simulés et mesurés est

le même que l'écart d'amplitude entre les pics de résonance. Il est possible que toutes les capacités ne soient pas prises en compte dans le calcul. Cet écart peut provenir aussi d'une sous-estimation des capacités de fuite vers la masse dans la région du circuit située avant la jonction.

Pour les mesures des caractéristiques en présence d'une hyperfréquence, nous choisissons une fréquence $f = 6$ GHz, loin des fréquences de résonance du circuit (à cette fréquence le coefficient de réflexion mesuré ne présente pas d'accidents sur la figure 2.14). Ces mesures de caractéristiques continues en présence d'une radiation hyperfréquence sont présentées au chapitre 5.

Chapitre 3

Courant critique de la jonction SNS

Nous présentons une étude expérimentale et théorique de l'effet Josephson continu dans une jonction SNS fabriquée à partir d'un métal normal diffusif (N) qui joint deux électrodes supraconductrices (S). Nous reprenons l'ensemble de la publication insérée dans l'annexe B. Nos expériences sont réalisées sur des jonctions niobium-cuivre-niobium avec des interfaces NS très transparentes. Nous donnons très précisément et quantitativement les prédictions de la théorie quasiclassique dans plusieurs cas limites. Nous décrivons la dépendance en température du courant critique en unités sans dimension $eR_N I_c / \varepsilon_c$ et $k_B T / \varepsilon_c$. Les facteurs numériques que nous calculons sont très différents des prédictions habituelles pour le courant critique d'une jonction longue.

Ce chapitre est particulièrement utile pour comprendre les différents régimes de fonctionnement des jonctions SNS diffusives. Cette étude n'a jamais été effectuée auparavant. Nous donnons de nombreux outils simples et précis pour déterminer l'amplitude du courant critique en fonction de la température et de la longueur des jonctions, évitant ainsi de résoudre les équations d'Usadel.

Enfin, nous validons ces résultats par une mesure du courant critique sur six jonctions Nb-Cu-Nb qui présente un excellent accord avec la théorie. Ce travail a fait l'objet d'une collaboration européenne avec l'université de Karlsruhe (F. K. Wilhelm, A. D. Zaikin et G. Schön) au sein de laquelle F. K. Wilhelm nous a fournis les algorithmes de calcul.

3.1 Introduction

L'effet Josephson est connu pour apparaître dans un lien faible qui couple deux électrodes supraconductrices. Ce lien peut être une couche isolante comme dans le cas des jonctions tunnel (jonction SIS), un fil supraconducteur (micro-ponts SCS) ou bien un métal normal pour les jonctions SNS qui nous intéressent ici. Cet effet se manifeste par la circulation d'un courant continu à travers le lien faible et ce sans dissipation (tension nulle). Dans le cas d'un couplage faible, le supercourant s'exprime par $I_S = I_c \sin \varphi$ où φ est la différence de phase entre les deux condensats supraconducteurs. Le maximum du supercourant I_c s'appelle le courant critique.

Le couplage Josephson dans les jonctions SNS est observé expérimentalement par Clarke [23] en 1969. Dans ces expériences et dans les premiers calculs par De Gennes [27] puis Aslamasov [13], il est déjà admis que la présence d'un supercourant dans ces structures est liée à l'effet de proximité. Cet effet peut être compris comme l'apparition de corrélations supraconductrices dans le métal normal en contact avec les supraconducteurs. Le courant critique est limité par le minimum de l'amplitude de paires au centre du métal normal. Cette amplitude est exponentiellement diminuée avec la température comme : e^{-L/L_T} . $L_T = \sqrt{\hbar D / 2\pi k_B T}$ est la longueur thermique caractéristique en limite diffusive. L est la longueur du brin normal N. Ces calculs ainsi que ceux de Fink [30] ont analysé la dépendance en température du courant critique avec la théorie de Ginzburg-Landau quand T est proche de la température de transition supraconductrice T_c . Plus tard, le courant critique de jonctions diffusives SNS [25, 26] est décrit avec succès par Likharev [31] avec l'aide des équations d'Usadel quasiclassiques [44]. Dans ce travail, l'accent est mis sur le régime des hautes températures où le gap supraconducteur est plus petit que l'énergie thermique $\Delta \ll k_B T$. L'effet Josephson dans une jonction à basse température est présenté en référence [28].

Hors de ces limites extrêmes, le courant critique mesuré par H. Courtois [34] en fonction de la température est en désaccord avec la théorie de De Gennes. Ces résultats ont été expliqués par F. Wilhelm *et al.* [101] avec une approche quasiclassique que nous utiliserons ici. Ces travaux introduisent une nouvelle échelle d'énergie qui caractérise les jonctions longues. C'est l'énergie reliée au temps de diffusion le long du fil métallique que l'on appelle l'énergie de Thouless. En la comparant aux autres énergies présentes dans le système, nous décrirons les différents régimes de fonctionnement d'une jonction longue.

L'amplitude du supercourant dépend de la différence de phase χ entre les deux conden-

sats supraconducteurs. Dans le métal normal, le supercourant total s'écrit par l'équation (1.7). À l'équilibre thermodynamique, $(1 - 2f) = \tanh(\varepsilon/k_B T)$, f est la fonction de distribution de Fermi-Dirac. Cette équation peut être vue comme la somme des contributions des courants élémentaires portés par chacun des niveaux d'Andreev [46]. Le supercourant total est une somme de toutes les contributions élémentaires qui s'ajoutent de manière cohérente. C'est une physique identique à celle des courants permanents à la différence près que dans ce cas, les contributions au courant ne sont pas cohérentes. Ceci vient du fait qu'il n'y a pas de mécanisme de réflexion d'Andreev car il n'y a pas de supraconducteur. Le courant permanent total est alors beaucoup plus faible et nécessite des moyens de détection très fins [102, 103] comme la mesure du magnétisme induit par un micro-SQUID à des températures de quelques milli-Kelvin. Mais revenons aux jonctions SNS.

Pour les jonctions SNS diffusives, nous utilisons les équations d'Usadel pour calculer la densité spectrale de courant. Le spectre d'Andreev est un continuum de niveaux de forme complexe mais toujours périodique en phase. L'intégrale (1.7) sur les énergies est difficile à calculer avec précision car la densité spectrale j est une fonction non monotone qui oscille en $\varepsilon \sim \varepsilon_c$ avec changement de signe (cf. figure 1.6). Les erreurs numériques liées à l'incertitude sur la forme de j s'ajoutent dans le calcul de l'intégrale. Le calcul numérique est imprécis par la nature même de la fonction à intégrer. La technique de Matsubara consiste à remplacer I_S par une intégrale en $i\varepsilon$ (imaginaire). Le densité spectrale devient une fonction monotone qui décroît exponentiellement avec ε . $1 - 2f(\varepsilon)$ présente maintenant des singularités pour $\omega_n = (2n + 1)\pi k_B T$ qui sont appelées les fréquences de Matsubara. L'intégrale (1.7) est égale à la somme des résidus associés aux pôles de la fonction hyperbolique \tanh .

À partir de cet algorithme, nous cherchons à séparer les jonctions SNS diffusives en différents régimes de fonctionnement. Plusieurs énergies sont présentes : l'énergie de Thouless ε_c , l'énergie du gap du supraconducteur Δ et l'énergie thermique $k_B T$. La comparaison de ces trois énergies les unes avec les autres permet de définir des régimes très distincts. Par la suite, nous désignerons par courtes les jonctions dont la longueur du brin N est inférieure à $\sqrt{\hbar D/\Delta}$. Nous définirons plus tard un critère précis pour distinguer ces deux régimes. D est le coefficient de diffusion du métal normal. En terme d'énergie cela revient à $\varepsilon_c \gg \Delta$. À l'inverse, les jonctions sont longues quand la longueur est supérieure à $\sqrt{\hbar D/\Delta}$ soit $\varepsilon_c \ll \Delta$.

Le calcul permet aussi de trouver la relation entre le supercourant et la différence de phase χ . À basse température, les relations sont non-sinusoidales, à la différence des

jonctions tunnel. Ainsi le courant critique ne correspond pas au supercourant à $\chi = \pi/2$. Le détail est donné en section 3.5.

Finalement, nous mesurons le courant critique de nos jonctions SNS niobium-cuivre-niobium. Nous avons fabriqué des jonctions longues avec des interfaces très transparentes. Nous présentons les conditions à remplir pour mesurer le courant critique et présentons l'amplitude des fluctuations thermiques dans les jonctions. Nous trouvons un excellent accord entre la mesure du courant critique normalisée avec les paramètres expérimentaux des jonctions et les résultats théoriques sans dimension. Nous verrons enfin que les équations d'Usadel sont un outil très puissant puisqu'elles regroupent l'ensemble des limites étudiées théoriquement auparavant.

3.2 Le courant critique à température nulle

Pour discuter de l'amplitude du courant critique, il est utile d'introduire l'énergie $eR_N I_c$. R_N est la résistance normale du brin métallique. Likharev et Ulrich [104] ont montré la pertinence du produit $R_N I_c$ comme facteur de comparaison entre les différentes jonctions.

L'approche théorique est basée sur la résolution des équations d'Usadel qui régissent l'amplitude de paires F au centre du métal normal. Dans la limite des basses températures $k_B T \ll \varepsilon_c$, le courant critique provient d'une solution numérique des équations d'Usadel. L'algorithme écrit par F. Wilhelm utilise comme seul paramètre le gap en unité d'énergie de Thouless Δ/ε_c .

Dans la suite de ce chapitre nous allons considérer un temps de cohérence de phase τ_φ infiniment long. De même, le temps associé aux collisions inélastique τ_{in} est considéré comme très long devant le temps de diffusion. Nous verrons qu'en pratique ces hypothèses sont justifiées car nos échantillons présentent un temps de diffusion plus court que τ_φ et τ_{in} .

3.2.1 Jonctions courtes et longues

Dans le régime des jonctions courtes $\Delta \ll \varepsilon_c$, $eR_N I_c$ tend vers 2.07Δ . La figure 3.1 représente notre calcul numérique du courant critique en unité du gap $eR_N I_c/\Delta$ en fonction du rapport ε_c/Δ . Il se trouve que ce résultat numérique coïncide avec les travaux de Kulik et Omel'yanchuk [15] sur les micro-ponts courts. À $T = 0$ le maximum du supercourant

pour un micro-pont court supraconducteur en limite très sale est obtenu en $\chi = 0.63 \pi$ (cf. section 3.5) et s'écrit :

$$eR_N I_c = 1.326 \frac{\pi}{2} \Delta = 2.07 \Delta \quad (3.1)$$

Dans le cas d'un micro-pont supraconducteur, le paramètre d'ordre Δ' du micro-pont entre dans le terme de droite de l'équation d'Usadel (1.4) et définit l'interaction. En limite sale, quand le micro-pont est court, ce paramètre est faible devant $\hbar D/L^2$ et s'efface devant l'énergie de Thouless de la jonction. On retrouve dans le cas des jonctions SNS courtes exactement les mêmes équations que les micro-ponts supraconducteur.

La relation d'Ambegaokar et Baratoff [105] valable pour les jonctions tunnel dit que le produit $eR_N I_c$ vaut simplement $\pi/2\Delta$. Nous trouvons dans nos calculs un facteur supplémentaire 1.326. Une jonction courte avec des interfaces très transparentes telle une jonction SNS ou un micro-pont SCS est très différente d'une jonction tunnel.

Dans le régime des jonctions longues $\Delta \gg \varepsilon_c$, nous trouvons que $eR_N I_c/\Delta$ croît linéairement avec ε_c/Δ (calculé à $\chi = 0.64 \pi$).

$$eR_N I_c = 10.82 \varepsilon_c \quad (3.2)$$

Le fait que $eR_N I_c \sim \varepsilon_c$ avait déjà été discuté dans la référence [65]. Il est à noter que le facteur 10.82 de l'équation (3.2) est très loin de l'estimation initiale (facteur 1/4) de la référence [65]. Ce résultat n'est pas sans conséquences et signifie qu'il faut toujours être prudent quant aux facteurs numériques "proches de l'unité".

Chacun des deux régimes de jonctions courtes et longues est caractérisé par une énergie différente (respectivement Δ et ε_c). La figure 3.1 montre la transition d'un régime à l'autre. Cette transition est douce et s'étale sur deux décades en énergie. C'est le minimum entre Δ et $10\varepsilon_c$ qui limite le courant critique et qui détermine l'énergie caractéristique de la jonction. C'est aussi ce minimum qui détermine le régime de jonctions courtes ou longues. La figure montre les mêmes données numériques dans deux représentations différentes. En annexe C, nous donnons le tableau des valeurs numériques du courant critique (maximum du supercourant) calculé à température nulle.

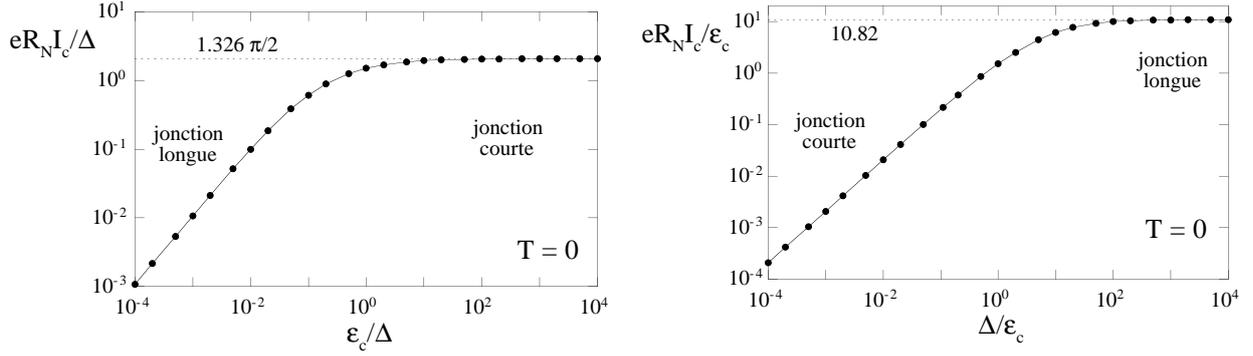


FIG. 3.1 – Calcul du courant critique $eR_N I_c$ en fonction du rapport Δ/ϵ_c à température nulle. Nous donnons deux représentations possibles des mêmes données numériques. Les axes sont normalisés en unité du gap Δ (figure de gauche) ou de l'énergie de Thouless ϵ_c (figure de droite). La ligne pointillée sur la figure de gauche est la limite asymptotique de la formule de Kulik et Omel'yanchuk [15] à $T = 0$ valable pour les micro-ponts courts en limite sale.

3.3 Courant critique à température non nulle

3.3.1 Solution numérique à basse température

Le courant critique à basse température nécessite de connaître précisément l'amplitude de paires à basse énergie : dans la sommation sur les fréquences de Matsubara, à basse température toutes les fréquences interviennent jusqu'aux plus basses. Ces fréquences ne sont pas calculables analytiquement.

Pour connaître l'amplitude de paires à basse énergie, nous devons résoudre les équations d'Usadel complètes. Le programme écrit par F. K. Wilhelm est construit sur la base d'un algorithme de résolution des équations différentielles. Il fait appel à des routines numériques standard [106]. Le programme remplit d'abord un tableau des contributions au courant en fonction de l'énergie. Dans la première étape, on calcule numériquement la densité spectrale de courant à basse énergie et ce jusqu'à une énergie arbitraire ϵ_{cutoff} . Au delà, le calcul des contributions spectrales est fait avec l'équation (3.4). Le programme sélectionne ensuite pour chacune des températures les contributions à sommer (aux énergies correspondantes aux fréquences de Matsubara $\omega = (2n + 1)\pi k_B T$) afin d'obtenir le supercourant I_S .

L'énergie ϵ_{cutoff} est ajustée jusqu'à ce que les contributions spectrales calculées numériquement se raccordent avec celles déterminées analytiquement. Cette énergie de transition numérique/analytique vaut $\epsilon_{cutoff} = 20\epsilon_c$ dans le cas des jonctions longues et 100Δ dans le

cas des jonctions courtes. Après sommation sur les fréquences de Matsubara, nous obtenons les courbes présentées sur la figure 3.2.

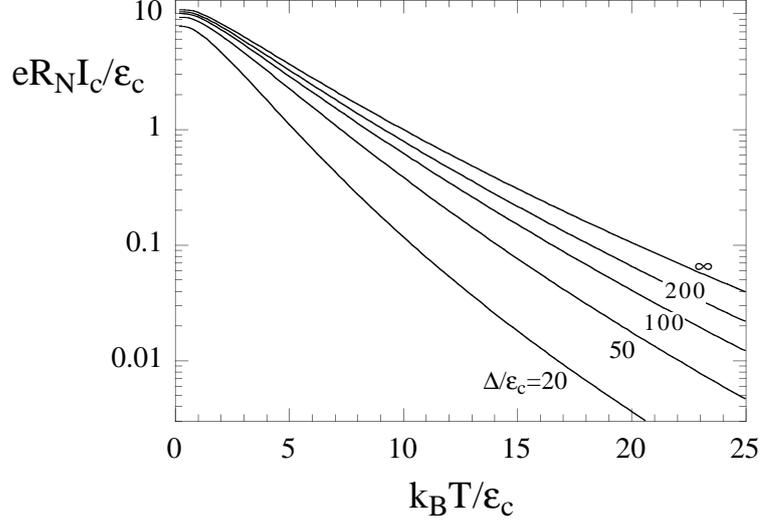


FIG. 3.2 – Calcul de la dépendance en température du produit $eR_N I_c$. Les deux axes sont normalisés par l'énergie de Thouless. Les courbes correspondent à différentes valeurs du rapport Δ/ε_c . La courbe correspondant à $\Delta/\varepsilon_c = \infty$ (jonction très longue) est universelle car elle ne dépend d'aucun paramètre lié au supraconducteur.

Dans l'annexe C nous donnons le tableau des valeurs numériques pour le courant critique en fonction de la température, et ce, pour $\Delta \rightarrow \infty$ et $\Delta = 100\varepsilon_c$. Dans la limite des jonctions longues, quelque soit le rapport $\Delta/\varepsilon_c \geq 20$, la partie numérique à basse température $k_B T \leq 2.5\varepsilon_c$ se décrit par une loi mathématique qui présente un grand intérêt pratique. La simulation s'ajuste à mieux que 1% d'écart avec la loi :

$$\frac{eR_N I_c}{\varepsilon_c} = b \left(1 - 1.3 \exp\left(-\frac{b\varepsilon_c}{3.2k_B T}\right) \right) \quad (3.3)$$

$b = eR_N I_c(T = 0)/\varepsilon_c$ est la valeur du courant critique $eR_N I_c/\varepsilon_c$ à température nulle et dépend du rapport Δ/ε_c . Les valeurs de b sont présentées sur la figure 3.1 de droite pour la partie qui concerne les jonctions longues. On donne les valeurs numériques en annexe C.

3.3.2 Solution analytique à haute température

Dans la limite des hautes températures, quand l'énergie $k_B T$ devient très supérieure à ε_c , les deux électrodes supraconductrices apparaissent découplées l'une de l'autre. Leur influence mutuelle se traduit par une amplitude de paires très faible au centre du métal normal. On peut alors linéariser les équations d'Usadel. Dans le cadre de la théorie quasiclassique, on écrit le courant critique comme la somme des différentes contributions élémentaires associées à chacune des fréquences de Matsubara ω_n . Cette solution analytique vaut :

$$eR_N I_c = 64\pi k_B T \sum_{n=0}^{\infty} \frac{L}{L_{\omega_n}} \frac{\Delta^2 \exp(-L/L_{\omega_n})}{(\omega_n + \Omega_n + \sqrt{2(\Omega^2 + \omega_n \Omega_n)})^2} \quad (3.4)$$

$\Omega_n = \sqrt{\Delta^2 + \omega_n^2}$ et $L_{\omega_n} = \sqrt{\hbar D / 2\omega_n}$. Pour $k_B T > 5\varepsilon_c$, les contributions associées aux fréquences élevées sont négligeables. En ne tenant compte que de la première fréquence, on sous-estime le courant critique d'environ 3%. l'équation (3.4) se réduit alors à un seul terme correspondant à la fréquence $\omega_0 = \pi k_B T$ avec $L_{\omega_0} = L_T$.

$$eR_N I_c = 64\pi k_B T \frac{L}{L_T} \frac{\Delta^2 \exp(-L/L_T)}{(\pi k_B T + \Delta + \sqrt{2(\Omega^2 + \Omega \pi k_B T)})^2} \quad (3.5)$$

En ajoutant le terme suivant ($n = 1$) de la sommation correspondant à la fréquence $\omega_1 = 3\pi k_B T$, l'erreur commise devient alors inférieure à 0.1%.

3.3.3 Dépendance universelle pour les jonctions très longues

Intéressons-nous maintenant au cas des jonctions longues $\Delta \gg \varepsilon_c$. À basse température $k_B T < 5\varepsilon_c$, nous utilisons la loi mathématique (3.3) avec $b = 10.82$ pour ajuster le calcul numérique.

La figure 3.2 montre qu'à haute température $k_B T > 5\varepsilon_c$, le courant critique normalisé à l'énergie de Thouless $eR_N I_c / \varepsilon_c$ est encore très sensible au gap Δ / ε_c . Ainsi, avec $\Delta / \varepsilon_c = 100$, le courant critique est divisé par un facteur trois par rapport au cas d'une jonction infiniment longue. À mesure que le rapport augmente, le courant critique croît et sature à la valeur définie par la courbe notée ∞ . Dans ce régime de haute température, l'équation complète (3.4) s'écrit :

$$eR_N I_c = \frac{32}{3 + 2\sqrt{2}} \varepsilon_c \left(\frac{L}{L_T} \right)^3 \sum_{n=0}^{\infty} \sqrt{2n+1} e^{-\sqrt{2n+1}L/L_T} \quad (3.6)$$

Le courant critique ne dépend plus d'aucun paramètre lié au supraconducteur mais seulement de l'énergie de Thouless de la jonction. Nous notons cependant que cette courbe universelle n'est utilisable que pour des jonctions très longues. Nous verrons plus loin que nos jonctions SNS ne figurent pas dans cette limite. Nous utiliserons alors l'équation (3.4) pour calculer le courant critique. On donne dans l'annexe C les valeurs numériques du calcul dans deux cas de figure : $\Delta/\varepsilon_c \rightarrow \infty$ et $\Delta/\varepsilon_c = 100$.

Le point d'inflexion du tracé logarithmique de l'équation (3.6) se situe à $\pi k_B T = 12.9\varepsilon_c$. En ce point la forte décroissance du courant critique peut être approchée par une décroissance exponentielle $14.5 \exp(-T/T^*)$ avec $\pi k_B T^* = 11.4\varepsilon_c$. Il est souligné en référence [65] que cette expression (3.6) coïncide mathématiquement avec la formule de De Gennes [27] : $I_c \propto T^{1/2} e^{L/L_T}$, mais prise avec $L_T \propto 1/T$ comme en limite propre. Ce résultat est le point central discuté en référence [34]. Cette coïncidence mathématique entre le courant critique d'une jonction longue en limite propre composée d'un métal balistique et en limite sale avec un métal diffusif n'avait pas été comprise alors.

Cette équation se réduit au premier terme avec une sous-estimation d'environ 3% et s'écrit :

$$eR_N I_c = \frac{32}{3 + 2\sqrt{2}} \varepsilon_c \left[\frac{L}{L_T} \right]^3 e^{-L/L_T} \quad (3.7)$$

Soit :

$$\frac{32}{3 + 2\sqrt{2}} \varepsilon_c \left[\frac{2\pi k_B T}{\varepsilon_c} \right]^{3/2} e^{-\sqrt{\frac{2\pi k_B T}{\varepsilon_c}} L} \quad (3.8)$$

Dans la limite où la température est proche de T_c , ce n'est plus une jonction très longue. Le gap Δ est fortement réduit par l'effet de proximité inverse. La longueur ξ_S sur laquelle les quasiparticules pénètrent dans le supraconducteur diverge à T_c . Cette limite où le gap est affaibli correspond à $k_B T \gg \Delta(T)$, l'équation (3.5) s'écrit maintenant :

$$eR_N I_c = 32 \frac{\Delta(T)^2}{\varepsilon_c} \frac{L_T}{L} e^{-L/L_T} \quad (3.9)$$

L'équation (3.9) est identique à celle trouvée par Likharev [31] en 1976.

3.4 Préfacteurs numériques

Nous souhaitons comparer les expressions théoriques existantes dans la littérature avec les expressions analytiques que nous avons utilisées.

En 1964, De Gennes [27] détermine le courant critique d'une jonction SNS à l'aide de la théorie de Ginzburg-Landau. Le courant critique qu'il détermine présente une décroissance exponentielle avec un préfacteur proportionnel à $T^{1/2}$.

$$I_c \propto \sqrt{T} \exp^{-L/L_T} \quad (3.10)$$

Cette expression est en coincidence avec l'expression analytique (3.4) mais pour une jonction SNS en limite propre pour laquelle $L_T \propto 1/T$ [34].

À la suite des expériences réalisées par Clarke [23] en 1969 et Shepherd [24] en 1972, Fink [30] détermine une expression pour le courant critique avec la théorie de Ginzburg-Landau. 21 ans après, cherchant à expliquer les résultats expérimentaux obtenus par Courtois *et al.* [34], Fink [116] obtient une expression avec un préfacteur en $T^{3/2}$ devant la dépendance exponentielle. Cependant, le préfacteur numérique est 20 fois plus faible que dans l'expression (3.5). Fink obtient un facteur 0.29 au lieu du facteur $32/(3 + 2\sqrt{2}) \simeq 5.49$ de l'équation (3.8).

Likharev [31] en 1976 considère la limite proche de T_c et utilise les équation d'Eilenberger qui en limite sale ont été simplifiées par Usadel [44]. Il trouve la même expression que l'équation (3.9) pour le courant critique (valable quand la température est proche de T_c).

Zaïkin et Zharkov [28] en 1981 se basant sur les travaux de Kulik et Omel'yanchuk [15] en cherchant une solution des équations d'Usadel linéarisées, obtiennent la même expression analytique que l'équation (3.5) mais à un facteur 2 près (sauf si l'on considère la résistance par spin). À très haute température quand $T \gg T_c$, ils retrouvent au facteur 2 près exactement l'expression de Likharev qui permet de tenir compte de la fermeture du gap Δ avec la température (jonction longue en régime de très haute température).

Ces différents travaux théoriques donnent tous la bonne dépendance exponentielle avec la température. Quant au préfacteur numérique, il n'apparaît pas de façon précise pour permettre un bonne comparaison avec une expérience.

3.5 Relation courant-phase

Le programme numérique nous permet également de faire varier la différence de phase entre les deux supraconducteurs. Nous allons tracer les relations courant-phase en fonction du rapport Δ/ε_c . Nous verrons qu'en général, le supercourant est très différent d'une sinusoïde. Le maximum du supercourant n'a pas lieu pour une différence de phase égale à $\pi/2$

3.5.1 Jonctions courtes

Pour les jonctions courtes, la relation courant-phase est fortement non-sinusoidale et ce, jusqu'à haute température comme le montre la figure 3.3. Nous prenons pour la limite de température nulle, la valeur de $k_B T = 0.01\Delta$. Cette valeur correspond bien à un supercourant à la saturation. Le maximum du supercourant atteint 2.07Δ pour $\chi = 0.63\pi$.

À beaucoup plus haute température $k_B T = 0.5\Delta$, la relation est encore fortement non-sinusoidale : le maximum est atteint pour $\chi \simeq 0.53\pi$. Puis quand la température s'approche de T_c ($k_B T \gg \Delta$, le maximum a lieu en $\pi/2$).

Le relation courant-phase dans le cas d'une jonctions SNS courte en régime diffusif est identique à celle des liens faibles supraconducteurs SCS où C est une constriction supraconductrice en limite très sale. Pour les constriction SCS, Kulik et Omel'yanchuk [15] ont écrit la relation courant-phase sous forme d'une somme infinie sur les fréquences de Matsubara. On peut l'exprimer par une relation analytique simple [107] valide à température nulle de la forme :

$$eR_N I(\chi) = \frac{\pi\Delta}{2} \ln \left(\frac{1 + \sin \chi/2}{1 - \sin \chi/2} \right) \cos \chi/2 \quad (3.11)$$

L'extremum de l'expression (3.11) vaut à $T = 0$ $\max\{I_S(\chi)\} = 1.326\pi/2\Delta/eR_N$ soit $2.07\Delta/eR_N$ pour une valeur de $\chi = 1.97\text{rad} \simeq 0.63\pi$. Notre calcul numérique coïncide avec l'expression (3.11)

Greger-Hansen [108, 109] conclut à des harmoniques sur la relation courant-phase de micro-ponts supraconducteurs (Dayem Bridges). Les mesures sont effectuées à une température proche de T_c . À cette température, la relation courant-phase à l'équilibre est très proche d'une sinusoïde (figure 3.3) et n'explique pas les harmoniques observés par Greger-Hansen.

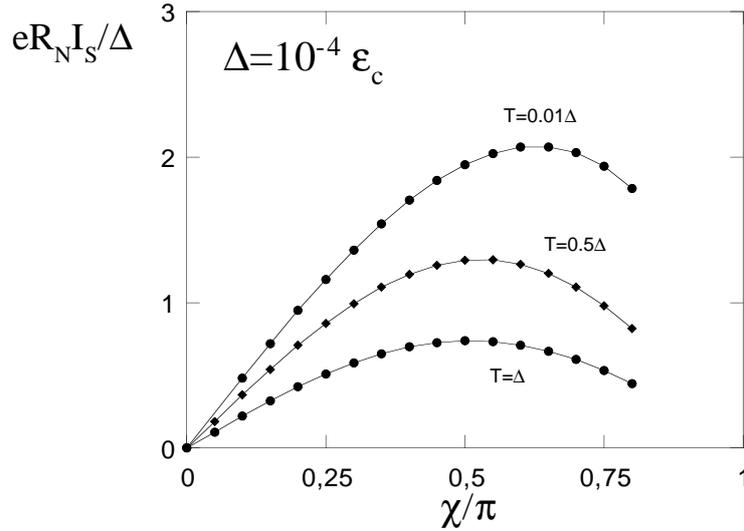


FIG. 3.3 – Relation courant-phase $I(\chi)$ calculée pour une jonction SNS diffusive courte $\Delta = 10^{-4}\epsilon_c$. Les trois courbes sont calculées à différentes températures. La courbe notée $T = 0.01\Delta$ correspond à la limite de température nulle. Quand $k_B T = 0.5\Delta$, le courant $I(\chi)$ est non-sinusoidal. Quand la température s’approche de la température critique ($k_B T = \Delta$), le courant $I(\chi)$ rejoint une forme sinusoidal. La routine numérique ne permet pas de trouver la solution des équations d’Usadel pour une jonction courte quand χ est proche de π .

3.5.2 Jonctions longues

Pour les jonctions longues, la dépendance en phase du supercourant est aussi non-sinusoidal à basse température. La figure 3.4 montre les relations $I(\chi)$ calculées à différentes températures pour un rapport $\Delta/\epsilon_c = 10^6$. À température nulle (numériquement $k_B T = 0.02\epsilon_c$), le maximum d’amplitude du supercourant I_S se situe à $\chi = 0.64\pi$ et vaut $eR_N I(0.64\pi)/\epsilon_c = 10.82$. À mesure que la température augmente, la relation tend vers une forme sinusoidal. Ainsi, le maximum du supercourant se décale à 0.60π pour $k_B T = \epsilon_c$ puis est proche de $\pi/2$ à partir de $k_B T = 5\epsilon_c$.

À basse température, la relation courant-phase diffère fortement d’une sinusoidal et peut s’écrire en ajoutant des harmoniques supplémentaires. Ainsi pour $k_B T = \epsilon_c$, on écrit :

$$I(\chi) |_{[k_B T = \epsilon_c]} = 10.1 \frac{\epsilon_c}{eR_N} [\sin \chi - 0.16 \sin 2\chi + 0.04 \sin 3\chi - 0.01 \sin 4\chi] \quad (3.12)$$

Ces harmoniques supplémentaires à $\sin \chi$ disparaissent rapidement avec la température.

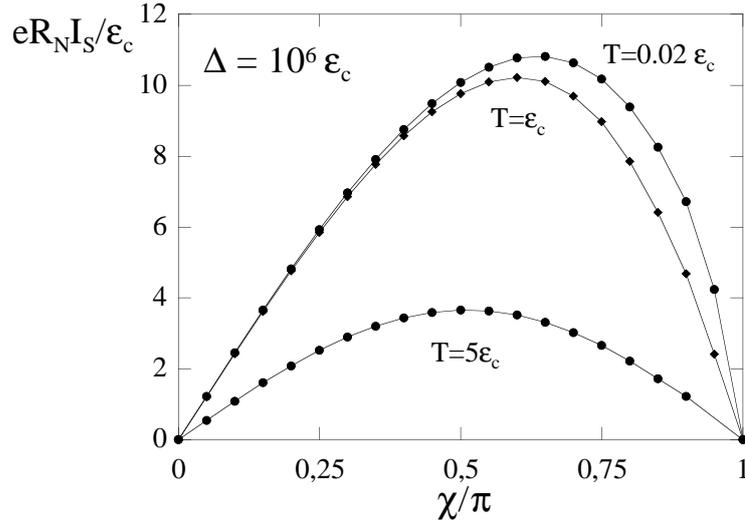


FIG. 3.4 – Relation courant-phase $I(\chi)$ calculée pour une jonction SNS diffusive très longue $\Delta = 10^6 \epsilon_c$. Les trois courbes sont calculées à différentes températures. La courbe notée $T = 0.02 \epsilon_c$ correspond à la limite de température nulle. Très rapidement ($k_B T > 5 \epsilon_c$), $I(\chi)$ rejoint une variation sinusoïdale.

À une température $k_B T = 5 \epsilon_c$, la deuxième harmonique ne représente plus que 2% de l'amplitude du fondamental (les harmoniques supérieures sont nulles) pour une jonction très longue. Au chapitre 5 nous présentons une mesure de l'amplitude des harmoniques dans $I(\chi)$. Nous réalisons la mesure à des températures très élevées $k_B T > 10 \epsilon_c$ pour lesquelles la relation $I(\chi)$ à l'équilibre est complètement sinusoïdale. Nous attribuerons l'origine des harmoniques que nous observons dans le régime dynamique du chapitre 4 à la manifestation des effets hors-équilibre.

3.6 Mesure des jonctions SNS

Nous présentons ici la mesure du courant critique de nos jonctions SNS niobium-cuivre-niobium. Nous préparons les jonctions en utilisant le procédé présenté dans l'annexe A. La fabrication puis la mesure à basse température sont décrits au chapitre 2.

3.6.1 Paramètres des jonctions

Nous cherchons à mesurer le courant critique dans le régime des jonctions longues et ce, dans les meilleures conditions en définissant les paramètres des jonctions. Nous avons vu en introduction que les fluctuations thermiques gênent la détermination du courant critique. Ces fluctuations induisent des sauts de phase aléatoires d'autant plus fréquents que $k_B T$ est proche de l'énergie Josephson E_J et qui font transiter la jonction dans l'état dissipatif avant même que le courant critique ne soit atteint.

Pour mesurer proprement un courant critique à haute température jusqu'à la température critique du supraconducteur, la condition pour un faible bruit d'origine thermique s'écrit :

$$k_B T_c \ll E_J \quad (3.13)$$

$E_J = \hbar I_c / 2e$ est l'énergie Josephson. En remplaçant E_J par son expression l'équation (3.13) nous donne une condition sur la résistance normale de la jonction. On trouve une relation entre le quantum de résistance, R_N , la température et le courant critique normalisé donné par le calcul numérique.

$$R_N < \frac{1}{2} \frac{\hbar}{e^2} \frac{\varepsilon_c}{k_B T} \left(\frac{e R_N I_c}{\varepsilon_c} \right) \quad (3.14)$$

En écrivant [110] $T_c = \Delta / 1.9 k_B$, on cherche quelle résistance doit faire la jonction pour une mesure du courant critique jusqu'à la température critique. La résistance R_N de la jonction est reliée au rapport Δ / ε_c :

$$\begin{cases} R_N < 0.3\Omega & \text{pour } \Delta = 50\varepsilon_c & \text{(a)} \\ R_N < 0.003\Omega & \text{pour } \Delta = 100\varepsilon_c & \text{(b)} \end{cases} \quad (3.15)$$

En deçà de 50, les échantillons quittent progressivement le régime des jonctions longues. Nous allons choisir un métal supraconducteur à fort gap tel le niobium qui présente un gap $\Delta = 1.6$ meV pour le métal massif. Ceci afin d'atteindre une énergie de Thouless mesurable de plusieurs μeV tout en restant dans le régime des jonctions longues.

Nous présentons les mesures sur six jonctions (cf. tableau 3.1). Pour les cinq jonctions b, c, d, e, f , les électrodes supraconductrices que nous avons lithographiées ont une largeur de 700 nm et une épaisseur de 200 nm. Elles présentent une température critique de 8.1 K

ce qui correspond à un gap $\Delta \simeq 1.4$ meV [110]. Nos échantillons présentent des rapports Δ/ε_c variant de 70 (éch. a) à 40 (éch. f). Pour l'échantillon (a), l'épaisseur de niobium des électrodes est de 100 nm. La température critique est de 6 K correspondant à un gap $\Delta \simeq 1$ meV.

Nous choisissons un métal normal qui a un coefficient de diffusion élevé : le cuivre avec un coefficient de diffusion de 200 à 300 cm²/s. Le libre parcours moyen est calculé à partir du produit $\rho l_e = mv_F/Ne^2 = 6.3 \cdot 10^{-16}$ Ωm^2 [110]. La résistivité de l'échantillon (a) est $\rho = 1.5 \cdot 10^{-8}$ $\Omega\cdot\text{m}$ ce qui donne un libre parcours moyen de $l_e \approx 40$ nm. Pour les échantillons b, c, d, e, f, la résistivité est approximativement de $1.1 \cdot 10^{-8}$ $\Omega\cdot\text{m}$ pour un libre parcours moyen $l_e \simeq 60$ nm.

Les électrodes recouvrent le cuivre sur 150 nm environ de chaque côté. La distance de séparation des électrodes supraconductrices et la longueur totale du brin de cuivre sont les deux longueurs principales de la jonction. Quelle longueur choisir pour déterminer l'énergie de Thouless ?

Le schéma 3.5 montre que l'épaisseur de cuivre est comparable à la longueur de recouvrement. La réflexion d'Andreev a lieu sur toutes les interfaces SN. La longueur de diffusion des quasiparticules est intermédiaire entre la distance de séparation des électrodes de niobium et la longueur totale du brin métallique. Nous allons choisir l'énergie de Thouless associée à la longueur totale L du brin de cuivre. Nous verrons par la suite que l'ajustement numérique de l'énergie de Thouless ε_c est en excellent accord avec l'énergie $\hbar D/L^2$ pour toutes les jonctions mesurées.

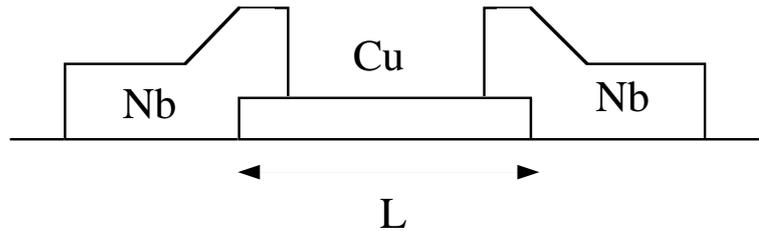


FIG. 3.5 – Les recouvrements de niobium ont la même taille que l'épaisseur de cuivre. Les quasiparticules vont diffuser dans la jonction sur une longueur intermédiaire entre la longueur totale du brin de cuivre L et la distance de séparation des électrodes de niobium.

La longueur L varie de 400 à 1000 nm ce qui correspond à une énergie de Thouless dans l'intervalle 15 – 35 μeV . La section du brin métallique fixe la résistance normale. Nous allons vérifier *a posteriori* la condition (3.13). Connaissant la résistance normale mesurée, nous obtenons pour toutes les jonctions une température limite qui se situe autour de

$k_B T / \varepsilon_c = 28 \pm 1$. Pour la jonction (a), cela correspond à $T = 4.5$ K bien en deçà de la température critique du niobium (la section du brin de cuivre n'est pas assez large). Pour les cinq autres jonctions, la température limite est supérieure à 8.1K (température critique du niobium). Pour ces dernières jonctions nous avons ainsi validé la condition (3.13) qui n'apparaît plus limitante.

3.6.2 Caractéristiques courant-tension

À basse température $T < 1.5$ K, les caractéristiques présentent une forte hystérésis : la jonction transite brusquement vers l'état dissipatif. Le courant critique est mesuré par la position du saut en tension depuis le régime de tension nulle. En régime dissipatif, nous obtenons un deuxième courant critique qui est le courant de retour à l'équilibre I_r . Ce courant est très inférieur à I_c . À mesure que la température augmente, l'énergie $eR_N I_c$ décroît exponentiellement et rejoint le produit $eR_N I_r$. Ce régime d'hystérésis prend fin au delà d'une température T_R qui dépend de l'échantillon. Le courant de retour I_r est lié au régime dissipatif et donc aux effets dynamiques dans la jonction. Il a été étudié par Skocpol [111] et Song [112]. Nous ne l'étudierons pas dans ce chapitre.

3.6.3 Critère de définition du courant critique

Nous cherchons ici à définir le courant critique sur nos caractéristiques courant-tension. Le modèle RSJ avec des fluctuations thermiques ne contient aucun critère pratique (seuil de tension ou de résistance). Le courant critique est une fonction complexe de γ le paramètre de fluctuations thermiques. On peut cependant donner un intervalle de courant défini entre une résistance différentielle nulle et le maximum de résistance différentielle. Cet intervalle contient le courant critique.

Sur les caractéristiques courant-tension mesurées à basse température, la détermination de I_c est sans équivoque par le saut de tension qui sépare deux incréments de courant. Nous utiliserons également ce critère pour mesurer l'amplitude des fluctuations thermiques dans la section suivante.

À plus haute température, hors du régime d'hystérésis, nous déterminons le courant critique sur les caractéristiques différentielles dV/dI qui sont plus précises. Après une résistance différentielle nulle, les caractéristiques présentent un pic très prononcé suivi par une bosse discutée au chapitre suivant. L'amplitude est inférieure au pic du modèle RSJ

(cf. figure 4.5). L'intervalle construit entre le courant à résistance différentielle nulle et maximum contient le courant critique. Nous allons choisir un critère dans cet intervalle par un seuil sur la dérivée de la caractéristique courant-tension. Il s'agit d'un critère de résistance différentielle $dV/dI = R_N/2$. Nous avons montré que ce critère a l'avantage d'être indépendant du courant d'injection à basse fréquence du détecteur multi-fonction.

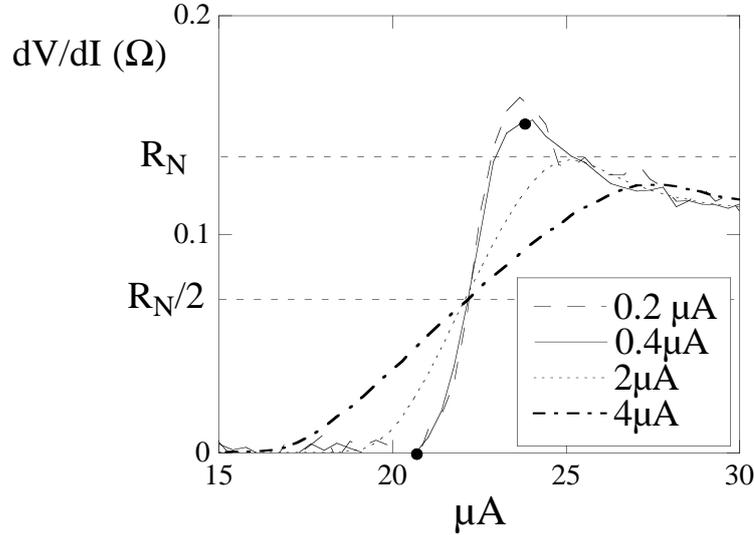


FIG. 3.6 – Caractéristiques différentielles de la jonction (f) mesurées à $T = 5$ K avec différents courant d'injection [$0.2 \mu\text{A}$ – $0.4 \mu\text{A}$ – $2 \mu\text{A}$ – $4 \mu\text{A}$]. Toutes les caractéristiques se croisent quand la résistance différentielle atteint $R_N/2$. Plus le courant d'injection est faible, plus le pic est prononcé. En contre-partie, la mesure de la résistance différentielle est moins précise. Le courant critique obtenu avec ce critère est au milieu de l'intervalle défini par le point de résistance nulle et le pic sur la figure. Les bornes de l'intervalle sont à $\pm 15\%$ du courant critique ainsi défini.

Aux plus hautes températures mesurées ($T > 6.5$ K), les bornes de l'intervalle sont expérimentalement à $\pm 15\%$ du courant critique ainsi défini. On estime à cette valeur l'incertitude par rapport au courant critique théorique. la figure 3.6 montre des caractéristiques différentielles mesurées à différent courant d'injection pour la jonction (f).

Le courant critique de l'échantillon (f) est représenté sur la figure 3.7. Il présente une forte décroissance sur plus de trois ordres de grandeur. L'encart montre la partie à basse température. Le courant critique présente un point d'inflexion en échelle linéaire à $T = 0.62$ K. Nous n'observons aucun changement de comportement entre la détermination du courant critique à basse température (saut en tension) et à haute température (critère sur la dérivée). Sur la figure nous avons également représenté le courant de retour à l'équilibre

quand on diminue le courant I_{DC} dans la jonction. À basse température, en régime de forte hystérésis, le courant de retour est réduit d'un facteur 8.2 par rapport à I_c . À la température de 3K, les deux courants critiques se rejoignent et la jonction quitte le régime d'hystérésis.

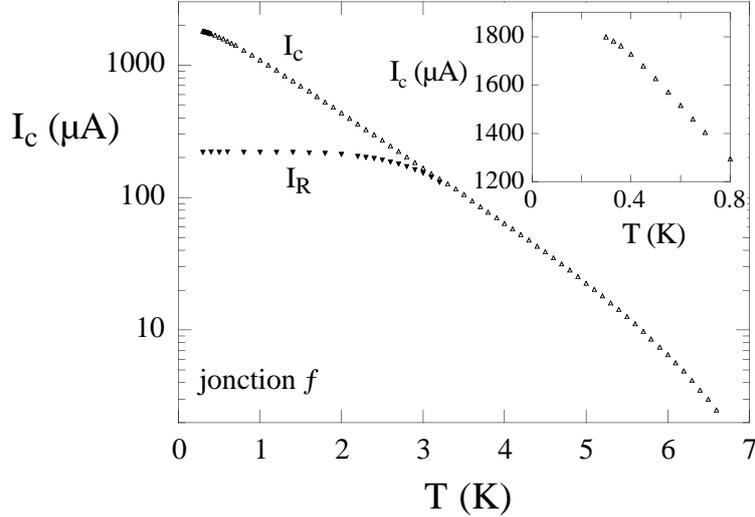


FIG. 3.7 – Mesure du courant critique de l'échantillon (f) en fonction de la température. Les paramètres de l'échantillon sont donnés dans le tableau 3.1. Nous avons représenté le courant critique I_c et le courant de retour vers l'équilibre I_r . L'encart montre un agrandissement de la partie à basse température. Le point d'inflexion du courant critique I_c en échelle linéaire est à $T = 0.62$ K.

La figure 3.8 montre la résistance différentielle des échantillons (a, b, c, e, f) en fonction de la température. Ce graphe permet de connaître la température de transition supraconductrice des électrodes de niobium. Les mesures sont faites avec un courant de polarisation I_{dc} nul. À basse température, la résistance est nulle puis la jonction transite lentement. La température de transition dépend de la longueur de la jonction. À haute température, les électrodes de niobium transitent. Pour l'échantillon (a), cette transition a lieu à $T_c = 6$ K. Pour les autres, la transition apparaît à $T_c = 8.1$ K. La résistance normale n'est pas déterminée sur ce graphe car à basse tension, les effets de proximité sont importants.

3.6.4 Histogramme des fluctuations thermiques

Nous cherchons à mesurer l'amplitude des fluctuations thermiques de la jonction (a). Nous allons mettre en évidence cette amplitude quand la jonction s'approche de la transition. Nous plaçons la jonction à basse température dans le régime d'hystérésis. En partant

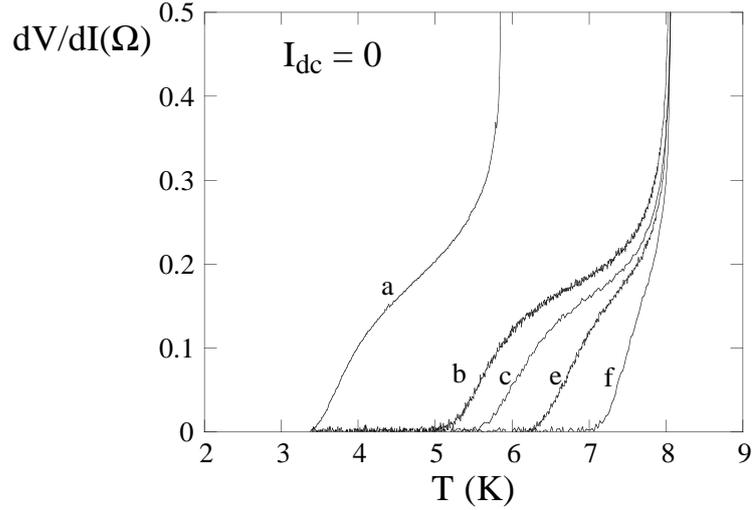


FIG. 3.8 – Mesure de la résistance différentielle en fonction de la température pour les échantillons (a, b, c, e, f). Le courant de polarisation $I_{dc} = 0$. La température critique du niobium vaut $T_c = 6$ K pour l'échantillon (a) et $T_c = 8.1$ K pour les jonctions (b, c, d, e, f).

de l'état non dissipatif, Nous imposons un courant très près du courant critique mais qui reste inférieur, $I_{DC} \leq I_c$. Une fluctuation de courant supérieure à $\Delta I = I_c - I_{DC}$ fait transiter la jonction. On réalise une statistique en répétant successivement les balayages en courant. Les fluctuations d'origine thermique affectent le courant critique quand l'énergie $k_B T$ devient comparable à l'énergie Josephson $E_J = \hbar I_c / 2e$. Le courant de fluctuation thermique attendu vaut $I_\gamma = 43.12 T \text{ nA.K}^{-1}$.

La figure 3.9 présente la caractéristique courant-tension mesuré à $T = 1.3$ K. Quand la jonction est initialement à l'équilibre ($V=0$), le courant critique vaut $I_c \simeq 47 \mu\text{A}$. À cette température, la caractéristique présente une forte hystérésis : le courant de retour vers l'équilibre noté I_r est plus faible et vaut $\simeq 35 \mu\text{A}$. À tension nulle, les fluctuations thermiques font transiter la jonction de manière irréversible vers l'état dissipatif quand l'écart au courant critique atteint le courant de fluctuation $I_\gamma = 43.12 T \text{ nA.K}^{-1}$.

L'encart de la figure présente un histogramme des différentes mesures du courant critique I_c . Cet histogramme est obtenu de la manière suivante : chacune des caractéristiques présente un saut de tension au courant critique. Comme la caractéristique est irréversible, la largeur du saut est donné par l'écart entre deux points de mesure. On le choisit le plus petit possible en fonction de la précision absolue de la source de courant ($\approx 1 \text{ nA}$). En répétant les balayages en courant, les sauts apparaissent à des courants différents.

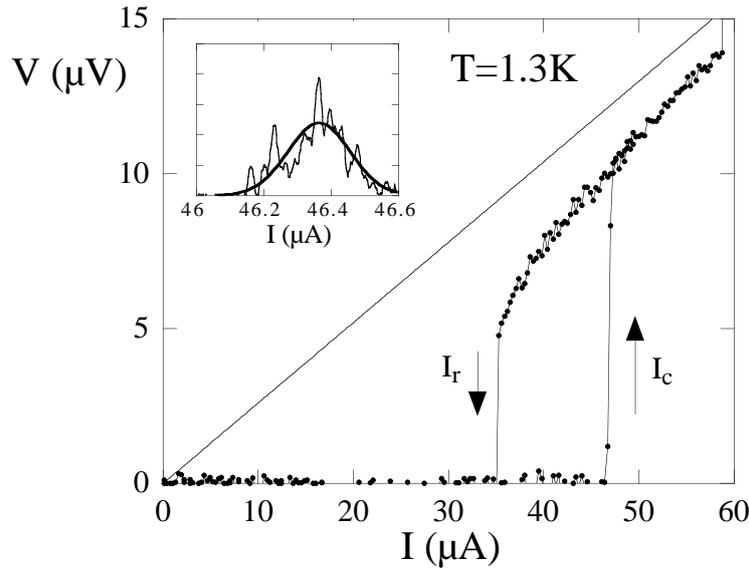


FIG. 3.9 – Caractéristique courant-tension de l'échantillon (a) mesurée à $T=1.3\text{K}$. Le courant critique $I_c \simeq 47 \mu\text{A}$. Le courant de retour à l'équilibre vaut $I_r \simeq 35 \mu\text{A}$. La jonction présente un courant d'excès $I_{exc} \simeq 13 \mu\text{A}$ par rapport à la caractéristique ohmique. L'encart montre un histogramme des variations de courant critique sur cent mesures. La courbe en gras est un ajustement par une gaussienne $y \propto \exp(-(x - x_0)^2/2\sigma^2)$. L'ordonnée est en unité arbitraire.

On moyenne alors les tensions pour cent balayages successifs. La courbe obtenue est un saut de tension très étalé en courant semblable à une fonction d'erreur. Nous ajustons la dérivée de la moyenne présentée sur l'encart, par une gaussienne (en gras sur la figure 3.9). Nous n'avons pas assez de données pour ajuster l'élargissement théorique attendu en présence de fluctuations thermiques [4]. La figure 3.10 présente les variations de largeur de la gaussienne 2σ en fonction de la température de la jonction.

Les quatre mesures (points noirs) correspondent à la largeur de la gaussienne au niveau du courant critique à l'équilibre I_c . À basse température, nous n'avons pas d'information sur la largeur de la distribution car le courant critique suffit à faire transiter les électrodes supraconductrices. La largeur de la distribution est également mesurée au niveau du courant de retour à l'équilibre I_r . La précision absolue de la source de courant est de 10^{-5} fois la gamme utilisée. Au vu des courants critiques, nous avons utilisé pour l'échantillon (a) la gamme $100 \mu\text{A}$ de la source de courant ce qui donne une précision absolue de 1 nA . La largeur de la distribution de courant est très supérieure à cette erreur absolue. Les barres d'erreurs sont uniquement liées à la statistique. Pour plus de précision, il faut répéter la mesure un plus grand nombre de fois.

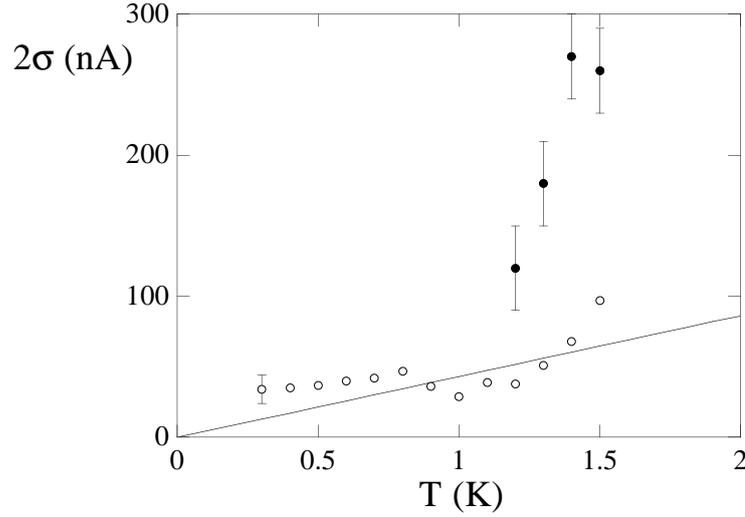


FIG. 3.10 – Largeur de la gaussienne qui ajuste les histogrammes précédents. Les points noirs sont les largeurs obtenues au niveau du courant critique I_c . Les points blancs sont associés au courant de retour I_r . La droite $\delta I_c = 43.12T \text{ nA.K}^{-1}$ est la valeur théorique attendue pour les fluctuations d’origines thermiques.

La distribution de courant critique $2\sigma(I_c)$ est très supérieure à la valeur attendue pour les fluctuations d’origine thermique. Hoss, Strunk *et al.* [89] observent également une augmentation des fluctuations par rapport au modèle RSJ sur les caractéristiques courant-tension d’une jonction SNS (Aluminium-cuivre-aluminium). Ils associent cette arrondissement de la caractéristique à la variation spatiale de l’amplitude de paire qui présente un minimum au centre du métal normal. Ce point faible dans les jonctions longues favoriserait des sauts de phase supplémentaires et contribuerait à élargir la structure au niveau du courant critique.

Au niveau du courant de retour, nous observons que la largeur des histogrammes est du même ordre de grandeur que les variations attendues.

Nos jonctions sont dans le régime de sur-amortissement décrit par Tinkham [4] : la capacité de shunt estimée à partir des structures lithographiées est $C \approx 10^{-2} \text{ fF}$ et le paramètre de shunt $\beta_c \ll 1$. Dans ce cas, le modèle RSJ s’écrit simplement comme au premier chapitre et donne la caractéristique à $T = 0 \text{ K}$ par $V = R\sqrt{I^2 - I_c^2}$. Aux basses températures, la caractéristique de la figure 3.9 est très différente de celle calculée par le modèle RSJ. Nos caractéristiques présentent un courant de retour vers l’équilibre I_r qui est différent du courant critique I_c comme dans le régime sous-amorti. Nous ne comprenons pas encore l’origine de cette différence. Est-ce un effet de chauffage ? Nous n’avons pas non

plus d'explication pour l'augmentation des fluctuations thermiques sur le courant critique I_c .

3.7 Analyse des résultats

3.7.1 Définition de la résistance normale

Nous ajustons les calculs théoriques issus de l'algorithme de résolution des équations d'Usadel sur les mesures et comparons le produit $eR_N I_c$ à ε_c . La résistance normale du brin de cuivre ne peut pas être mesurée directement. Nous mesurons en effet la résistance du métal normal en série avec les deux interfaces et les deux électrodes supraconductrices. Aux tensions de mesure ($eV \simeq \varepsilon_c$) la résistance est peu affectée par la variation de conductance liée au courant critique et aux contributions hors-équilibre discutées au chapitre suivant. Par contre à cette énergie, les variations de conductance spectrale liées à l'effet de proximité sont importantes et affectent la mesure [41]. La longueur L_T varie avec la température comme :

$$\frac{L_T}{L} = \sqrt{\frac{\varepsilon_c}{2\pi k_B T}} \quad (3.16)$$

La résistance mesurée est diminuée par rapport à R_N et vaut $R = R_N(1 - 2L_T/L)$. À haute température ($k_B T \geq 20\varepsilon_c$), la longueur L_T est inférieure à $0.1L$. L'effet de proximité diminue la résistance d'environ 20% par rapport à R_N . À haute température, l'effet de proximité inverse augmente la résistance mesurée. Ces deux effets contribuent à une incertitude de l'ordre de 20% sur la valeur de R_N à partir de la mesure de la résistance R à haute température. Nous choisissons comme résistance normale la valeur de résistance mesurée à $T = 6 \text{ K}$ pour tous les échantillons.

3.7.2 Ajustement des résultats numériques

Pour tous les échantillons, nous comparons le courant critique mesuré à celui calculé à partir de l'algorithme de Frank Wilhelm. Le seul paramètre d'ajustement est l'énergie de Thouless ε_c/Δ en unité du gap. Connaissant la longueur totale et le coefficient de diffusion de l'échantillon, on détermine le rapport ε_c/Δ de chacune des jonctions. On calcule $eR_N I_c/\varepsilon_c$ en fonction de $k_B T/\varepsilon_c$ à partir de ce rapport ε_c/Δ .

La figure 3.11 représente l'ensemble des courants critiques des six échantillons avec le meilleur ajustement du modèle numérique. Pour plus de clarté, nous avons décalé le courant critique de chacun des échantillons d'une décade précisément. Les paramètres d'ajustement sont regroupés dans le tableau 3.1.

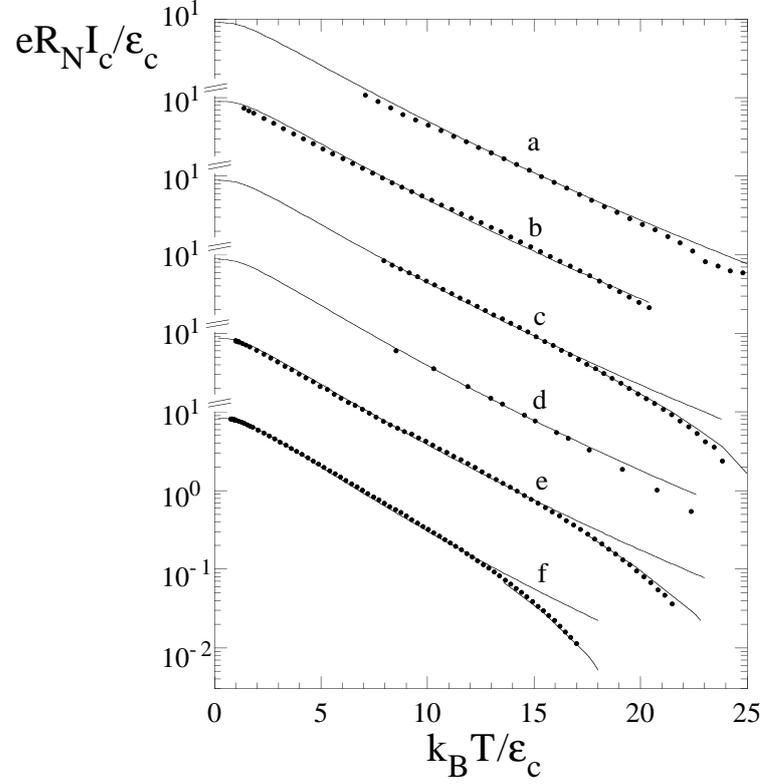


FIG. 3.11 – Courant critique $eR_N I_c$ des six échantillons en fonction de la température. Les unités sont normalisées à l'énergie de Thouless ϵ_c de chacune des jonctions. Les lignes continues représentent les courbes théoriques pour un gap indépendant de la température. Un meilleur accord est obtenu à haute température en tenant compte de la fermeture du gap suivant la théorie BCS pour une température critique $T_c = 7.5$ K. La liste des paramètres est présentée au tableau 3.1.

Pour chaque échantillon, les deux axes $eR_N I_c / \epsilon_c$ et $k_B T / \epsilon_c$ sont normalisés avec la même énergie de Thouless. La résistance n'affecte que l'axe vertical du rapport $eR_N I_c / \epsilon_c$. On cherche le meilleur ajustement pour le maximum de points expérimentaux à basse et haute température. Les deux courbes (expérimentale et théorique) s'ajustent l'une sur l'autre avec moins de 5% d'écart autour de $k_B T / \epsilon_c = 10$. Dans la partie basse température $k_B T \simeq \epsilon_c$ l'écart relatif est inférieur à 1%.

À très haute température $k_B T > 15\epsilon_c$, le courant critique s'écarte fortement des si-

mulations. Dans ce régime le gap est très sensiblement diminué et l'équation analytique ne tient pas compte de la fermeture du gap du niobium. Dans la section suivante, nous discutons de la dépendance du gap avec la température.

Pour la jonction la plus courte (f), on observe un début de saturation via le point d'inflexion sur le courant critique que l'on ajuste très bien avec la simulation. $eR_N I_c / \varepsilon_c$ atteint 8.25 au lieu de 8.47 qui correspond à la saturation à température nulle pour cette valeur du rapport Δ / ε_c .

Le courant de retour normalisé par l'énergie de Thouless atteint à basse température la valeur $eR_N I_r = 1.0\varepsilon_c$. Pour les cinq autres jonctions, les valeurs sont également très similaires (très proche de l'unité). Nous n'avons pas poursuivi plus loin l'étude du courant de retour.

Sample	L	L_{Nb}	w	e_{Cu}	e_{Nb}	R_N	D	$\frac{\hbar D}{T^2}$	ε_c	l_e	Δ / ε_c
	(nm)	(nm)	(nm)	(nm)	(nm)	(Ω)	(cm^2/s)	(μeV)	(μeV)	(nm)	
a	1000	600	600	100	100	0.260	200	13	14.3	40	70
b	1010	680	580	100	200	0.173	300	20	18.6	60	70
c	910	570	590	100	200	0.179	260	22	21.7	50	60
d	800	470	580	100	200	0.183	230	24	25.4	50	51
e	800	476	590	100	200	0.169	250	26	26.1	50	50
f	710	370	580	100	200	0.152	250	33	33.5	50	39

TAB. 3.1 – Paramètres des différents échantillons étudiés. L est la longueur totale du brin de cuivre tandis que d_{Nb} est la distance qui sépare les deux électrodes de niobium. w est la largeur du brin de cuivre. Ces trois premières colonnes précisent la géométrie des jonctions. À partir de la résistance normale R_N , on déduit la résistivité qui nous permet d'extraire le coefficient de diffusion D et l_e est le libre parcours moyen. Le rapport entre le gap et l'énergie de Thouless est ajusté sur la valeur de ε_c . D'après la température critique des électrodes de niobium, le gap supraconducteur est fixé à 1.3 meV pour tous les échantillons sauf la jonction (a) avec $\Delta = 1$ meV. L'énergie de Thouless ajustée ε_c est en très bon accord avec l'énergie $\hbar D / L^2$.

3.7.3 Influence du gap - régime des très hautes températures

À très haute température près de T_c , le courant critique chute rapidement. Nous vérifions si cette chute n'est pas liée à la coupure exponentielle de l'effet de proximité sur la longueur de cohérence de phase L_φ . À $T = 8$ K, Gougam et al. obtiennent des temps $\tau_\varphi \simeq 0.1$ ns pour le cuivre (les mesures effectuées sur l'or sont très dépendantes de la qualité du métal [57, 113] (et [82, 114])). Les temps peuvent varier de plusieurs ordres de grandeur). On détermine la longueur $L_\varphi \simeq 1.5 \mu\text{m}$ à partir du coefficient de diffusion de notre cuivre. Notre épaisseur vaut 60 nm contre 45 nm pour le cuivre de Gougam et notre coefficient de diffusion est environ trois fois plus grand $D = 250 \text{ cm}^2/\text{s}$. Pannetier *et al.* [57] obtient un temps similaire à $T = 8$ K. À partir de ces mesures des temps, la longueur de cohérence estimée est supérieure à la longueur du métal normal de nos jonctions. Nous ne tiendrons pas compte de la coupure à L_φ dans la suite.

Nous allons plutôt tenir compte de l'affaiblissement du gap supraconducteur près de T_c . Ce régime correspond à $k_B T \gg \Delta(T)$. Nous modélisons la fermeture du gap par l'équation de BCS. Nous utilisons à la fois un gap fixe correspondant à la valeur à température nulle et un gap qui varie suivant la dépendance BCS. Pour un meilleur ajustement, nous avons réduit la température critique T_c à 7.5 K. Les résultats du calcul du courant critique en tenant compte de la fermeture du gap sont en excellent accord avec les mesures à haute température.

Nous avons représenté sur la figure 3.11 le calcul numérique en tenant compte de la fermeture du gap pour les trois échantillons *c, e, f*. Dans les trois cas, nous utilisons la même température critique $T_c = 7.5$ K pour ajuster la dépendance BCS. Nous attribuons cet affaiblissement (par rapport à la température $T_c = 8.1$ K) à l'effet de proximité inverse au niveau de l'interface.

3.8 Présence de barrières aux interfaces

Nous avons jusqu'à présent considéré des interfaces très transparentes. Nous cherchons maintenant à quantifier la qualité des interfaces SN de nos jonctions pour comparer avec les deux nouvelles jonctions que nous avons fabriquées en employant une autre technique que l'ombrage. Nous discutons ces échantillons plus loin.

Idéalement, une interface transparente signifie que tous les canaux de conduction sont ouverts et participent au transport. La conductance de l'interface est la somme des quantas

de conductance associés à chacun des canaux. Ceci est valable pour un contact ponctuel. Nous allons utiliser cette description pour nos jonctions. En prenant un nombre de canaux $N = S/\lambda_F^2 \simeq 2 \cdot 10^7$, la résistance de l'interface vaut $R_{résiduelle} = 1.5 \text{ m}\Omega$. L'interface est un contact entre deux métaux qui présentent des vitesses de Fermi différentes. Il existe donc une résistance résiduelle supplémentaire liée à ce désaccord de vitesse. Blonder [115] décrit cette résistance résiduelle dans le cas d'un contact ponctuel entre deux métaux. Cette résistance vaut :

$$R_0 \frac{(1-u)^2}{4u} \quad (3.17)$$

R_0 est la résistance de Sharvin du contact et u est le rapport des vitesses de Fermi des deux métaux. Dans notre cas d'une interface non ponctuelle, nous prenons pour R_0 la résistance du métal normal soit $R_0 = 0.2 \Omega$. Cette résistance est déterminée d'après la résistivité du cuivre de la jonction (h) (photo 3.12). On mesure la résistance entre les deux réservoirs latéraux. On extrait ainsi la résistivité qui nous permet d'estimer la résistance de l'îlot de cuivre de la jonction (g) à $R_0 = 0.2 \Omega$. Pour une interface niobium-cuivre, $u = 1.14$ [110]. On trouve encore une résistance résiduelle très faible de l'ordre du milliOhm. Ces faibles résistances résiduelles sont intrinsèques à une interface niobium-cuivre transparente. Dans nos expériences la résistance mesurée est un ensemble de trois résistances en série : les deux interfaces plus le métal normal. La valeur de la résistance $R \simeq 0.2 \Omega$ mesurée sur nos jonctions nous permet de déterminer une résistivité en bon accord avec celle de long fils de cuivre déposés en couches minces. Les résistances d'interfaces mesurées en série sont donc faibles. Comme nous n'y avons pas accès directement, nous les estimons à $R_b < 0.1 \Omega$. Au premier chapitre, nous avons déjà introduit la longueur $L_t = R_b S / \rho$ de Zhou et Spivak [48] qui permet de quantifier la robustesse de la barrière. L_t correspond à une longueur de métal normal de section S et de même résistance que la barrière. C'est une quantité plus universelle que les résistances de barrières qui dépendent de la section. Zhou et Spivak définissent une interface transparente si $L_t \ll L$. Pour nos jonctions (a) à (f) qui ont été fabriquées par la technique d'ombrage et qui présentent des interfaces de très bonnes qualité, nous obtenons une majoration par $L_t < L/2$.

Nous avons ensuite fabriqué deux nouvelles jonctions au Laboratoire de Microstructures et de Microélectronique (LMM) à Bagnex avec Dominique Mailly. À l'origine, nous souhaitions connecter des réservoirs latéraux sur le métal normal pour relaxer plus rapidement l'énergie des électrons en régime hors-équilibre. Ces jonctions ne pouvaient pas être entièrement réalisées au CRTBT. Il s'avère que ces jonctions présentent des barrières aux interfaces SN qui masquent les effets hors-équilibre. Ces barrières proviennent de la technique de fabrication. Nous avons alors mesuré le courant critique à l'équilibre sur le motif

ne comprenant pas les réservoirs latéraux (jonction g) et sur le motif avec les réservoirs (jonction h). Ces jonctions ont été fabriquées en deux étapes de lithographie. La première étape consiste à graver les électrodes de niobium. Nous avons ensuite réaligné le deuxième motif sur les électrodes avec le masqueur électronique. Après un décapage aux ions argon, le brin de cuivre est ensuite déposé par évaporation dans un bâti de dépôt ultra vide. Les caractéristiques géométriques sont très similaires aux précédents échantillons fabriqués par la technique de dépôt sous angles. La seule différence est la remise à l'air du niobium avant le dépôt de cuivre. Cette étape est critique et contribue à la pollution de l'interface malgré le nettoyage aux ions argon.

éch	type	L (nm)	d_{Nb} (nm)	w (nm)	R_N (Ω)	D (cm^2/s)	$\hbar D/L^2$ (μeV)	ε_c (μeV)	l_e (nm)	Δ/ε_c	r
g	SNS	1200	750	600	0.72	140	6	13.5	30	100	0.12
h	Rés.	1300	750	600	1.3	140	6	13.0	30	110	0.075

TAB. 3.2 – Paramètres des échantillons (g) et (h). L est la longueur totale du brin de cuivre tandis que d_{Nb} est la distance qui sépare les deux électrodes de niobium. w est la largeur du brin de cuivre. Le gap supraconducteur est fixé à 1.4 meV. r est le facteur de réduction expérimental du courant critique.

La figure 3.12 présente une photo des deux échantillons que nous avons mesurés. L'épaisseur du cuivre est $e_{Cu} = 150$ nm et le niobium $e_{Nb} = 200$ nm. Le brin de cuivre de l'échantillon (h) est connecté à deux réservoirs latéraux. À partir d'une mesure 4 fils entre les deux réservoirs, nous estimons la résistivité du cuivre $\rho = 2.2 \cdot 10^{-8} \Omega m$. Le coefficient de diffusion est $D = 140 \text{ cm}^2/s$. L'énergie de Thouless estimée à partir de la longueur totale du brin de cuivre vaut $\hbar D/L^2 \approx 6 \mu eV$. Les paramètres des jonctions sont résumés dans la table 3.2. La résistance des deux jonctions est très supérieure à la valeur que nous attendons $R = 0.3 \Omega$ pour un tel coefficient de diffusion. La différence entre les deux valeurs indique la présence de barrières aux interfaces niobium/cuivre. Les photos 3.12 montrent clairement que les deux interfaces ne sont pas identiques. Il aurait été nécessaire d'effectuer une photographie sur un microscope plus puissant (microscope à effet de champ, par exemple). Nous allons supposer que les deux interfaces identiques. La résistance au niveau de l'interface SN de l'échantillon (g) vaut $R_b = 0.2 \Omega$. Une telle résistance ne peut s'expliquer uniquement par le désaccord entre les vitesses de Fermi des deux métaux en contact ($\simeq 0.1 \text{ m}\Omega$ pour la section de l'interface $0.09 \mu m^2$). Il est possible

d'associer cette résistance supplémentaire à une interface inhomogène qui est partiellement isolante. La longueur équivalente de barrière L_t est dans ce cas égal à $0.8 \mu\text{m}$. L_t est égale ou supérieure à la longueur du fil normal.

Si la différence entre les valeurs de L_t pour les premières jonctions transparentes et les deux nouvelles n'est pas très significative, nous observons sur les mesures de courant critique une différence très importante.

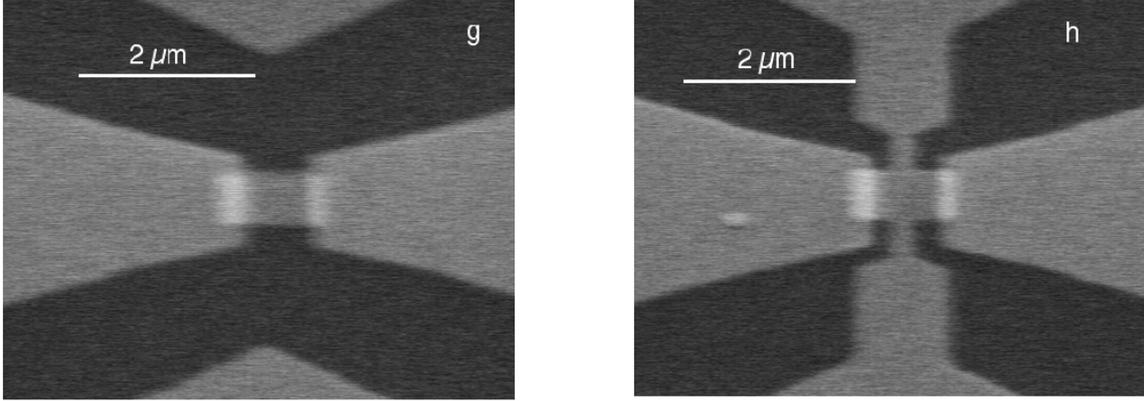


FIG. 3.12 – Photographie des jonctions (g) et (h). Le brin de cuivre de la jonction (h) est connecté à deux réservoirs latéraux.

Nous avons mesuré le courant critique de ces deux jonctions (g) et (h) en fonction de la température. La résistance R_N du produit $eR_N I_c$ est la valeur donnée dans la table 3.2. Les résultats sont présentés sur la figure 3.14. Nous avons ajusté les calculs de Wilhelm sur les données expérimentales. Le gap du niobium est $\Delta \simeq 1.4 \text{ meV}$. Le rapport $\Delta/\varepsilon_c = 110$ pour la jonction (h) et 100 pour la jonction (g).

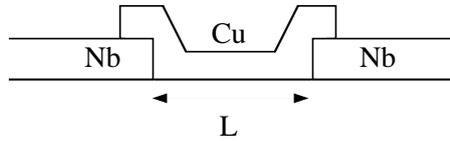


FIG. 3.13 – Schéma en coupe des jonctions fabriquées au laboratoire LMM. Le cuivre recouvre le niobium sur 200 nm de part et d'autre.

Le tableau 3.2 montre une forte différence entre l'énergie de Thouless ajustée et l'énergie $\hbar D/L^2$. L'énergie de Thouless ajustée correspond pour ces échantillons à la longueur de séparation des électrodes de niobium d_{Nb} et non pas à la longueur totale du brin de cuivre L comme dans le cas précédent. Ceci peut être lié au passage de marche qui affaiblit

l'épaisseur de cuivre déposée comme sur la figure 3.13. Les épaisseurs et les longueurs de recouvrement d'un métal sur l'autre sont similaires.

Les calculs ajustent très bien les points expérimentaux pour une énergie de Thouless $\varepsilon_c^g = 13.5 \mu\text{eV}$ mais avec un facteur de réduction sur le produit $eR_N I_c$. Ce facteur est déterminé expérimentalement par l'écart entre les mesures et les calculs et vaut $r_g = 0.12$ pour la jonction (g). Pour la jonction (h), l'énergie de Thouless est $\varepsilon_c^h = 13.0 \mu\text{eV}$ et le facteur de réduction $r_h = 0.075$. La figure 3.14 montre la décroissance du produit $eR_N I_c / \varepsilon_c$ mesurée en fonction de la température et les ajustements pour les rapports Δ / ε_c . Nous avons également représenté le calcul numérique sans le facteur de réduction pour l'échantillon (g) c'est-à-dire avec le bon rapport Δ / ε_c .

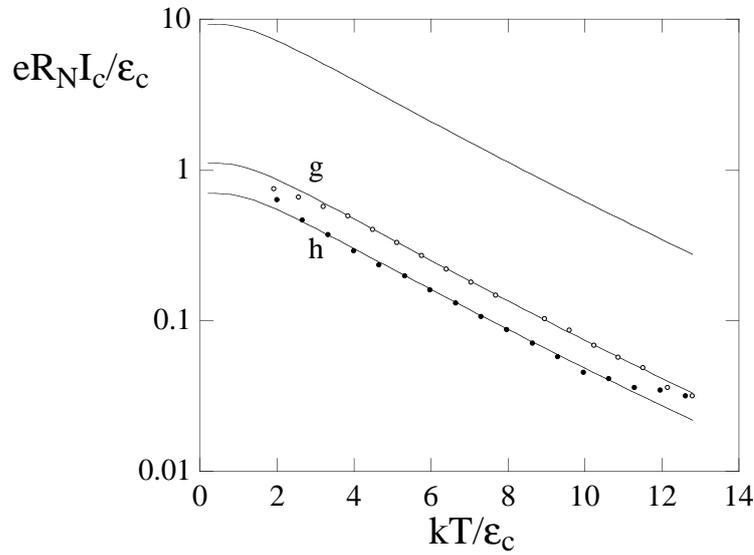


FIG. 3.14 – Courant critique $eR_N I_c$ de l'échantillon (g) et (h) en fonction de la température. Les unités sont normalisées à l'énergie de Thouless ε_c de chacune des jonctions. Les lignes continues représentent un ajustement avec les calculs de Wilhelm tenant compte d'un préfacteur de réduction dont la partie haute température est donnée par l'équation analytique 3.5. Le courant critique est réduit par le préfacteur r . Nous avons également représenté le calcul sans le préfacteur r pour l'échantillon (g). La liste des paramètres est présentée au tableau 3.2.

Du point de vue théorique, Le courant critique d'une jonction SNS avec des interfaces partiellement transparentes est discuté par Kuprianov et Lukichev [52]. Les prédictions théoriques sont très différentes d'une simple réduction par un facteur r indépendant de la température. La réduction attendue est proportionnelle à T^2 et ne joue pas à basse température où l'on retrouve l'expression (3.5). Les courbes de la figure 3.14 montrent

clairement le désaccord avec les prédictions théoriques où l'on n'explique pas un tel écart à basse température. Si l'on considère une interface inhomogène contenant des zones où les canaux sont peu nombreux mais conduisent très bien, on s'attend alors à une réduction du mécanisme de réflexion d'Andreev qui assure la cohérence électronique. La résistance effective est alors réduite par rapport aux interfaces transparentes.

La présence des réservoirs (jonction h) ne modifie pas de manière sensible l'énergie de Thouless de la jonction. Par contre, ils réduisent le courant critique de 40% par rapport à la jonction (g) sans les réservoirs. L'influence des réservoirs est un projet qui n'a pas été poursuivi faute de temps. Nous souhaitons quantifier l'influence des réservoirs en régime dynamique sur la conductance de la jonction mais la seule présence des barrières affecte déjà fortement les caractéristiques. Pour continuer cette étude, il est nécessaire de lithographier les réservoirs par une technique d'ombrage afin d'obtenir des interfaces de très forte transparence. Nous ne parlons pas ici de réservoirs au sens de potentiel chimique bien défini mais simplement d'une déviation des trajectoires électroniques afin que l'électron relaxe l'énergie. La taille du réservoir doit alors être supérieure à L_φ pour obtenir des électrons qui ont perdu leur cohérence de phase. Dans ce cas d'un réservoir de taille micrométrique, un masque lithographique permettant le dépôt des couches par la technique d'ombrage est alors envisageable.

3.9 Conclusions

Ce chapitre a présenté une description pratique de l'algorithme de résolution des équations d'Usadel. Il permet de calculer le courant critique à l'équilibre thermodynamique d'une jonction SNS diffusive avec des interfaces de très forte transparence. Nous avons montré que la solution des équations d'Usadel est valable dans de nombreux régimes de longueur et de température. Et ce, à la différence des modèles théoriques précédents qui ne sont valables que dans certaines limites expérimentalement difficiles à explorer.

Nous trouvons numériquement le courant critique en unité d'énergie de Thouless. Le préfacteur 10.82 est très différent des estimations habituelles ($eR_N I_c \approx \varepsilon_c$) et constitue un des résultats majeurs de ce chapitre. Dans le même temps, nous donnons un critère numérique permettant de différencier le régime d'une jonction courte de celui d'une jonction longue. Nous devons comparer l'énergie d'interaction du supraconducteur (le gap Δ) avec 10 fois l'énergie de Thouless de la jonction. C'est aussi un résultat nouveau.

Dans le cas des jonctions SNS courtes, les équations d'Usadel coïncident avec celles utilisées par Kulik et Omel'Yanchuk pour décrire les micro-ponts courts en limite sale. Pour chacun des régimes explorés, nous donnons une expression analytique simple et utile aux expériences qui évite de résoudre numériquement les équations d'Usadel.

Nous donnons les relations courant-phase pour les jonctions courtes en insistant sur le fait qu'elles ne sont pas sinusoidales sauf quand la température est proche de la température critique. Cela signifie que le courant critique ne correspond pas au supercourant pour une différence de phase de $\pi/2$. Dans le cas des jonctions longues, nous avons donné les relations qui sont également fortement non-sinusoidales à basse température. Le supercourant oscille sinusoidalement à plus haute température quand $k_B T \approx 5\varepsilon_c$. Nous en reparlerons au chapitre 5 quand nous rechercherons les harmoniques du courant total.

Nous avons montré ensuite une validation expérimentale sur des jonctions diffusives, longues (niobium-cuivre-niobium) qui seront étudiées au cours des deux prochains chapitres en régime de tension. Le calcul numérique est en excellent accord avec nos mesures sur les jonctions SNS dont les interfaces sont très transparentes. Nous présentons dans l'annexe B une version de la publication acceptée à *Physical Review B*. Elle contient une partie des calculs numériques sur l'amplitude du supercourant et une comparaison avec les expériences. Les annexes C donnent les valeurs numériques de l'amplitude du supercourant utiles pour une comparaison avec d'autres expériences.

Chapitre 4

La jonction hors-équilibre

4.1 Introduction

Nous avons décrit au précédent chapitre le régime à l'équilibre quand la jonction est polarisée avec un courant inférieur au courant critique. Si le courant est maintenant supérieur à I_c , il ne peut plus être transporté uniquement par les paires au travers du métal normal (supercourant). Les quasiparticules contribuent également au transport par un courant dissipatif appelé courant normal I_N . Ce courant fait apparaître une différence de potentiel aux bornes des électrodes supraconductrices qui induit une oscillation rapide de la différence de phase via la relation Josephson (1.17) que l'on rappelle ici :

$$\frac{2eV}{\hbar} = \frac{d\chi}{dt} \quad (4.1)$$

La fréquence d'oscillation de la différence de phase des supraconducteurs est proportionnelle à la tension. Nous avons montré que les niveaux d'énergie dépendent de cette différence de phase. En régime diffusif, les équations d'Usadel décrivent la présence d'un minigap qui s'ouvre dans le métal normal et qui oscille avec χ . La figure 4.1 montre ce minigap en fonction de χ . L'amplitude maximum est reliée numériquement à l'énergie de Thouless par $\varepsilon_g = 3.122\varepsilon_c$ en $\chi = 0$ et s'annule en $\chi = \pi$ [56, 117, 118, 120]. Dans la jonction SNS, le métal normal est un îlot isolé de tout réservoir. En régime de tension, l'énergie injectée eV est transmise à la population électronique qui s'échauffe et quitte la distribution à l'équilibre thermodynamique. Du fait des interfaces supraconductrices qui isolent le métal, les mécanismes de relaxation de l'énergie sont les seuls autorisés dans le

métal normal pour dissiper l'énergie injectée. On définit par f la fréquence d'oscillation de la différence de phase. Les niveaux d'énergie oscillent dans le temps comme le minigap à très haute fréquence.

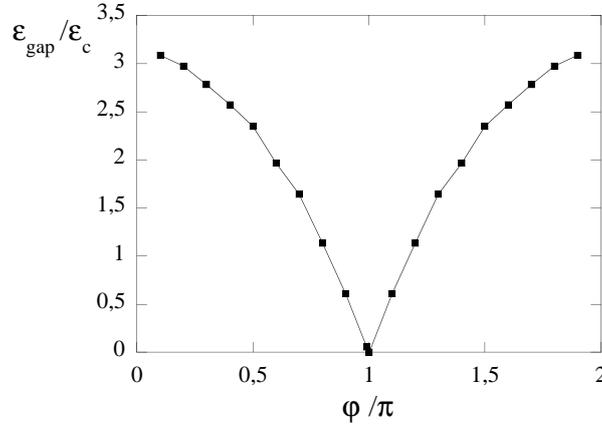


FIG. 4.1 – Ouverture d'un minigap dans le métal normal en contact avec deux réservoirs supraconducteurs dont la différence de phase est χ . L'amplitude du minigap atteint un maximum $\varepsilon_g = 3.122\varepsilon_c$ en $\chi = 0$ et s'annule pour $\chi = \pi$. Dans un métal diffusif, le continuum des niveaux d'Andreev est situé au dessus du minigap et oscille avec χ .

Nous avons mesuré les caractéristiques courant-tension de la jonction. La tension mesurée est une grandeur continue, moyennée dans le temps $\langle V(t) \rangle$. Sous certaines conditions, les caractéristiques courant-tension présentent un épaulement similaire à celui observé dans les micro-ponts supraconducteurs par Octavio *et al.* [88] (voir l'introduction du premier chapitre). Nous souhaitons relier cet épaulement à un mécanisme de relaxation. Dans la discussion, nous attribuons ce mécanisme aux collisions inélastiques dans le métal normal.

4.2 Caractéristiques courant-tension

Dans ce régime de tension où la phase oscille, nous avons vu que les niveaux d'énergie $E_n(\chi)$ oscillent avec l'ouverture et la fermeture du minigap. Pour que la population électronique des niveaux suive l'équilibre thermodynamique, il faut un mécanisme rapide de retour à l'équilibre.

En 1997, Zhou et Spivak [6] décrivent un modèle qui tient compte d'un tel mécanisme en utilisant l'hypothèse d'un temps de relaxation de la distribution électronique. Ce temps

a pour origine les collision inélastiques dans le métal normal. Leur modèle montre un augmentation de conductance à tension nulle. Ces travaux sur l'effet de relaxation ont motivé nos recherches en début de thèse. Plus tard, N. Argaman [71] décrit un modèle de courant Josephson hors-équilibre en utilisant également la même hypothèse. Comme nous l'avons vu au premier chapitre, ces travaux fort différents en apparence aboutissent à la même expression pour la variation de conductance à tension nulle.

Une jonction SNS est beaucoup plus complexe qu'une simple jonction Josephson car le métal normal est le siège d'un grand nombre de processus physiques qui sont décrits par des temps caractéristiques (temps de diffusion, temps de relaxation, temps de cohérence de phase, période d'oscillation de la différence de phase). Sur les caractéristiques courant-tension quand la phase oscille à haute fréquence, nous allons donc rechercher une signature d'un processus de relaxation. Dans ce chapitre, nous utiliserons principalement le modèle d'Argaman pour extraire des informations de nos mesures.

4.2.1 Préliminaires à la mesure

Les différentes conditions théoriques pour observer l'influence d'un mécanisme de relaxation permettent de définir les paramètres expérimentaux de la jonction SNS (taille, énergie de Thouless et température de mesure).

4.2.1.1 Approximation adiabatique

Au chapitre précédent, nous avons effectué un calcul stationnaire pour rechercher la solution exacte de l'équation d'Usadel qui ne dépendait que de ε , de la différence de phase χ et de la coordonnée spatiale x .

Avec l'apparition d'une tension, la phase oscille et l'équation d'Usadel dépend maintenant explicitement du temps. Pour retrouver des quantités physiques comme la densité spectrale de courant, il faut écrire les nouvelles fonctions de Green. On montre que la fonction de Green stationnaire est encore solution de l'équation d'Usadel dépendante du temps uniquement si les variables de phase et d'énergie présentent des variations lentes au cours du temps. Cette solution adiabatique est en fait le développement à l'ordre le plus bas en eV/ε_c de la solution générale complète [42].

$$eV \ll \varepsilon_c \tag{4.2}$$

Cette condition signifie que le temps de diffusion τ_D est plus court que le temps de variation de la phase des supraconducteurs. Les électrons parcourent le métal normal d'une électrode supraconductrice à l'autre avant que la phase n'ait trop changé. Cette condition est nécessaire dans ce régime de tension où l'on veut observer une signature d'effets hors-équilibre.

4.2.1.2 Polarisation de la jonction

L'équation Josephson (4.1) nous porte naturellement à polariser la jonction avec une tension pour contrôler directement l'oscillation de la phase. Avec une polarisation en courant telle que nous l'avons décrite au premier chapitre par le modèle à l'équilibre RSJ, la caractéristique à l'équilibre présente un courant critique. Pour distinguer l'effet de relaxation sur la conductance de la jonction (cf. l'équation 1.23) comme dans le modèle de Zhou et Spivak [6], le courant de polarisation doit être très supérieur au courant critique. Ainsi, pour un courant $I \geq 3I_c$, la déformation de la caractéristique RSJ est inférieure à 2% par rapport à la caractéristique ohmique. Avec cette méthode de polarisation, nous imposons que :

$$3eR_N I_c \ll eV \quad (4.3)$$

Si l'on choisit une polarisation en tension, le courant oscillant dans la jonction a une moyenne nulle sur une période $\langle I_{ac} \rangle = 0$. Ainsi la caractéristique I-V à l'équilibre est une caractéristique ohmique. Il serait alors plus aisé de mesurer des variations de conductance liées à la relaxation. Il n'est malheureusement pas possible de polariser directement avec une tension car les jonction SNS ont une très faible impédance ($R \simeq 1\Omega$) par rapport aux fils de connexion qui descendent dans le cryostat. On ne peut alors connaître précisément la tension appliquée aux bornes de la jonction.

Pour une faible tension devant $R_N I_c$, une composante alternative de l'ordre de $R_N I_c \sin \chi$ apparaît qui se superpose à la tension continue imposée. La phase ne varie plus linéairement dans le temps et induit des impulsions de tension à la fréquence Josephson. Afin de couper la composante alternative, nous pouvons placer une forte capacité en parallèle sur la jonction. La réalisation pratique introduit cependant des composantes inductives qui gênent la coupure de la composante alternative. L'interprétation des mesures est d'autant plus compliquée que la jonction est maintenant un circuit RLC résonnant. Nous n'avons pas finalisé cette étude par la réalisation d'un dispositif et avons utilisé une polarisation en

courant plus simple à mettre en œuvre.

Dans le cas des jonctions longues que nous présentons ici $\varepsilon_c \ll \Delta$, le supercourant est faible. Par une polarisation en courant, on vérifie aisément les deux conditions (4.2) et (4.3) dans un régime de haute température (cf. section 4.2.2).

4.2.1.3 Fluctuations thermiques

Nous avons déjà détaillé cette condition précédemment en section 3.6.1, qui permet de mesurer avec précision le courant critique et ce même à haute température. Cette condition pour le courant critique est valable pour toutes les structures qui apparaissent sur la caractéristique et permettra surtout de mesurer un éventuel pic de relaxation. On souhaite une différence de phase bien définie ce qui impose à l'énergie thermique d'être inférieure à l'énergie Josephson :

$$k_B T \ll E_J = \frac{\hbar I_c(T)}{2e} \quad (4.4)$$

Dans le cas des jonctions longues ($\varepsilon_c \ll \Delta$), nous cherchons une signature de l'effet de relaxation jusqu'à la température critique des électrodes de niobium. La température de mesure est alors très supérieure à l'énergie de Thouless : $\varepsilon_c \ll k_B T$. En regroupant les deux conditions (4.3) et (4.4), on trouve que le rapport $E_J/\varepsilon_c \propto G_N/(e^2/\hbar)$ doit être supérieur à 1. Le paramètre de contrôle des fluctuations thermiques est donc la conductance G_N de la jonction que nous choisirons la plus grande possible. E_J décroît fortement avec la température car le courant critique décroît exponentiellement comme nous l'avons vu au chapitre 3. Cette condition est très limitante sur la géométrie de la jonction. Elle impose une forte section au fil normal. Lorsque nous avons réalisé la première jonction a , nous n'avions pas compris l'importance de cette condition. Pour cet échantillon, nous ne pourrions pas observer une éventuelle signature de l'effet de relaxation à très haute température. Tous les échantillons suivants tiennent compte de cette condition.

4.2.1.4 Mécanisme de relaxation

L'introduction d'un temps de relaxation τ_E définit deux régimes de fonctionnement. Un régime de basse tension $eV \ll \hbar/\tau_E$ où la population des quasiparticules relaxe rapidement par rapport à l'oscillation de la phase et un régime haute tension où la relaxation n'est plus efficace.

Au premier chapitre, nous avons introduit différents temps présents dans les modèles théoriques pour décrire les effets hors-équilibre. Ces modèles introduisent le mécanisme de relaxation par l'approximation d'un temps de relaxation dans l'équation de Boltzmann. Cette approximation permet d'écrire une intégrale de collision non nulle pour décrire la relaxation de la fonction de distribution [29, 70, 4, 71]. L'origine microscopique de ce mécanisme de relaxation est attribuée au temps de collisions des quasi-particules sur les phonons du métal. À basse température, les collisions électron-électron persistent.

Pour le cuivre, nous cherchons à déterminer le temps associé aux collisions inélastiques. À partir d'une mesure de courant de fluctuation dans une résistance couplée à un film de cuivre, Roukes [85] mesure un temps de collision électron-phonon. Le film de cuivre a une épaisseur de 100 nm et une résistivité $\rho = 0.3 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$. À partir des mesures de chaleur spécifique de Phillips [122] en 1964, il trouve : $\tau_{in} \sim 10 T^{-3} \text{ ns}\cdot\text{K}^3$.

À une température $T = 4 \text{ K}$, le temps τ_{in} est de l'ordre de 0.2 ns et correspond à une énergie d'environ $\hbar/\tau_{in} \simeq 4 \mu\text{eV}$. À basse tension ($eV < \hbar/\tau_{in}$) l'oscillation des niveaux est lente par rapport au temps de relaxation et la jonction relaxe rapidement à l'équilibre. À haute tension ($eV > \hbar/\tau_{in}$), les niveaux oscillent rapidement et les quasiparticules n'ont plus le temps de relaxer. Dans ces deux régimes de tension, la population est portée hors de l'équilibre mais la relaxation est plus ou moins efficace. Nous attendons une transition entre ces deux régimes sur la conductance de la jonction. Pour observer cet effet, nos jonctions doivent présenter une énergie de Thouless supérieure à 4 μeV pour respecter la condition d'adiabaticité (4.2) soit encore :

$$\varepsilon_c > \frac{\hbar}{\tau_{in}} \quad (4.5)$$

4.2.2 Fenêtre d'observation dans le régime dynamique

Ces différentes conditions sont représentées sur le graphe $\varepsilon(k_B T)$ de la figure 4.2 sur lequel s'ouvre une fenêtre d'observation limitée par les différentes inégalités. La fenêtre est limitée à haute énergie par l'approximation adiabatique (4.2). L'intervalle de température est lié au choix de la polarisation par l'équation (4.3) et à l'amplitude des fluctuations thermiques (4.4).

Cet intervalle de température correspond à un régime de haute température par rapport à l'énergie de Thouless $k_B T \gg \varepsilon_c$. Nous mesurons le régime dynamique des échantillons du chapitre 3 qui présentent des énergies de Thouless de 14 à 30 μeV en accord avec les

conditions ci-dessus. On définit alors pour chacune des jonctions les paramètres de mesure associés aux autres conditions.

La limite d'observation à basse énergie dépend du bruit de la chaîne de mesure. Le bruit du détecteur multi-fonctions utilisé vaut $1 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$. Avec une constante de temps de 0.3 s on obtient un bruit en tension de $\delta V = 2 \text{ nV}$.

La résolution en énergie est liée au courant de modulation dI du détecteur. Plus le courant de modulation est important, plus la mesure de la résistance est précise : le rapport signal/bruit vaut $R.dI/\delta V$ et atteint 10 pour une résistance $R = 0.2 \Omega$ et un courant d'injection $dI = 100 \text{ nA}$. Par contre, on ne peut pas résoudre de structures plus petites que $R.dI = 20 \text{ nV}$ (valeur très faible qui n'est pas visible sur les fenêtres d'observations ci-dessous). Une structure très piquée telle que le courant critique s'étale sur une largeur égale au courant de modulation. Quand les structures cherchées seront très étalées en courant nous utiliserons des forts courants de modulation.

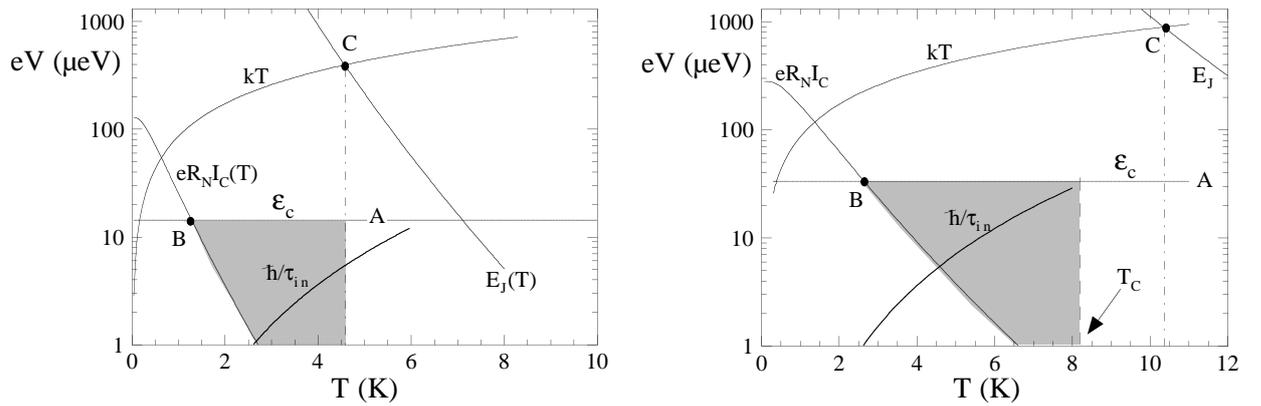


FIG. 4.2 – Le graphe représente l'ensemble des énergies en jeu calculées pour l'échantillon (a) ($\Delta/\varepsilon_c = 65$ avec $\Delta = 1 \text{ meV}$) à gauche et pour l'échantillon (f) ($\Delta/\varepsilon_c = 43$ avec $\Delta = 1.4 \text{ meV}$) à droite. La droite A est lié à la condition (4.2) sur la tension. Le point B d'intersection du courant critique avec l'énergie de Thouless est lié à la condition (4.3) pour avoir une tension supérieure à $R_N I_c$. Enfin le point C est relié aux fluctuations thermiques par la condition (4.4). Ces différentes conditions définissent une surface en grisée sur le graphe que nous positionnons autour de la courbe en gras qui représente l'énergie \hbar/τ_{in} . Ce temps de relaxation τ_{in} est celui mesuré par Roukes [85] pour du cuivre. Pour chacun des échantillons, on définit la fenêtre pour connaître dans quelle gamme de paramètres expérimentaux (tension, température) les effets sont observables.

La fenêtre représentée sur la figure 4.2 se décale à haute température et haute énergie si l'énergie de Thouless augmente. L'élargissement en température de la fenêtre est liée

à la condition (4.4) sur les fluctuations thermiques. L'élargissement en tension est liée à la condition d'adiabaticité (4.2). La condition sur la polarisation (4.3) donne une limite basse température.

En pratique, et comme nous l'avons déjà dit au chapitre précédent, la condition sur les fluctuations thermiques (4.4) s'est révélée très contraignante. Nous avons réalisé au tout début des jonctions SNS dont la section du brin normal s'est avérée beaucoup trop étroite. L'intervalle de température sur la fenêtre en grisée du graphe 4.2 était nul. Nous avons ensuite modifié le procédé de fabrication pour obtenir des sections plus importantes et s'affranchir de cette contrainte. Comme décrite au chapitre 3, cette condition impose à la résistance de la jonction d'être inférieure à 0.3Ω dans le cas d'une jonction longue définie par $\Delta = 50\epsilon_c$. En pratique, la résistance de nos jonctions est inférieure à 0.25Ω . Nous obtenons avec les conditions de polarisation (4.3) et de fluctuations thermiques (4.4) des limites basses et hautes températures.

$$7 \ll kT/\epsilon_c \ll 27 \quad (4.6)$$

Les échantillons ont une énergie de Thouless $\epsilon_c = \hbar D/L^2$ qui varie de $13 \mu\text{eV}$ pour l'échantillon (a) à $33 \mu\text{eV}$ pour l'échantillon (f). Pour l'échantillon (f), la fenêtre d'observation représentée en figure 4.2 est située à plus haute température $[2.7 - 8.1]\text{K}$ que pour l'échantillon (a) $[1.3 - 4.5]\text{K}$. La résistance normale et l'énergie de Thouless sont définies pour chacune des jonctions dans le tableau 3.1 du chapitre 3.

4.2.3 Le système expérimental

Nous avons étudié les six jonctions Nb-Cu-Nb de tailles différentes dont les paramètres de fabrication sont exposés au chapitre 3. La mesure de la première jonction (a) a permis d'affiner les paramètres des cinq jonctions suivantes (b, c, d, e, f). Pour ces dernières, la forme des plots de contact permet aussi des mesures hyperfréquences qui sont détaillées en deuxième partie. Le seul paramètre qui varie est la longueur du brin de cuivre : la largeur, les épaisseurs et la qualité des métaux niobium et cuivre employés sont identiques puisque ces cinq échantillons ont été réalisés en même temps. Les jonctions se présentent sous la forme d'un rectangle de cuivre de 600 nm de large sur 100 nm d'épaisseur et dont la longueur varie de 700 à 1000 nm . Aux deux extrémités, ce rectangle est connecté à deux électrodes de niobium d'épaisseur 200 nm et de 800 nm de large. Le niobium recouvre le cuivre sur une longueur d'environ 150 nm .

Les mesures ont été effectuées dans un cryostat à He^3 sur une plage de température de 0.3 à 8.1 K (température critique des deux électrodes supraconductrices de niobium connectées au brin de cuivre). Nous mesurons la résistance différentielle dV/dI en fonction du courant continu I_{DC} qui circule dans la jonction. On calcule ensuite la tension appliquée à la jonction en intégrant la caractéristique $dV/dI(I)$:

$$v(i) = \int_0^i \frac{dV}{dI} dI \quad (4.7)$$

L'analyse des mesures est facilitée par l'étude de la résistance différentielle en fonction de la tension : $dV/dI(V)$. On s'affranchit ainsi de la résistance normale qui diffère d'un échantillon à l'autre. La tension mesurée est exactement la différence de potentiel aux bornes de la jonction qui est indépendante de la géométrie du métal normal. Les structures que l'on observe à une tension donnée peuvent alors se comparer entre les différents échantillons. Les caractéristiques dV/dI en fonction de I ou V représentent les caractéristiques différentielles de la jonction.

4.2.4 Résultats des mesures

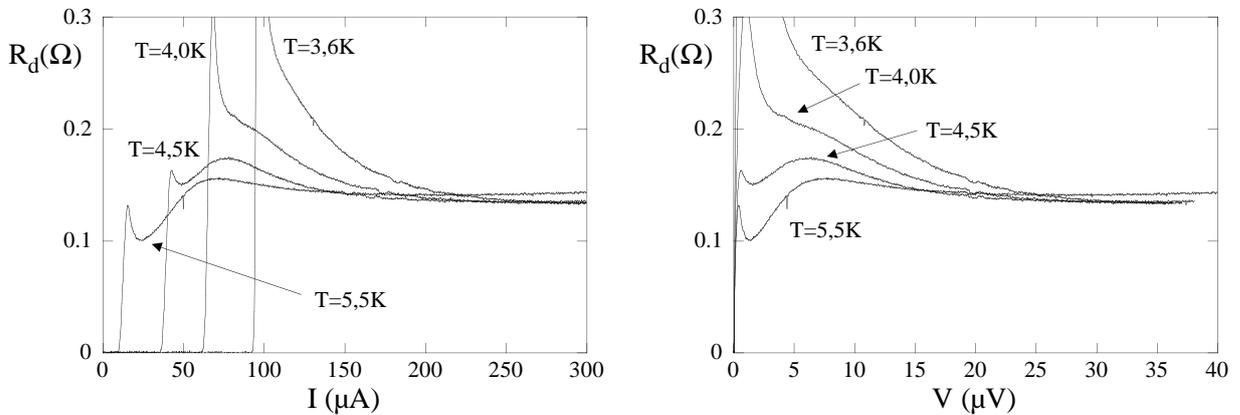


FIG. 4.3 – À gauche, caractéristiques différentielles mesurées de l'échantillon (f) pour les températures $T = 3.6K - 4,0K - 4.5 K$ et $5.5 K$. La caractéristique présente un pic très prononcé au niveau du courant critique. À mesure que la température croît, le pic s'affaiblit laissant place à une structure en bosse qui persiste jusqu'à haute température. À droite, caractéristiques de l'échantillon (f) représentées en fonction de la tension. La tension est obtenue par intégration de la résistance différentielle. Le gap supraconducteur est $1.4 meV$.

La figure 4.3 montre quatre caractéristiques différentielles $dV/dI(I)$ mesurées pour

différentes températures. À mesure que la température croît et que le produit $eR_N I_c$ diminue par rapport à ε_c , le pic au niveau du courant critique s'affaïsse et nous observons distinctement une structure forte très étalée en courant sur environ $30 \mu\text{A}$ en forme de bosse. Cette structure en bosse apparaît après un creux de résistance différentielle et persiste jusqu'à la température critique du niobium à $T = 8.1 \text{ K}$. À partir de $T = 5.5 \text{ K}$, on assiste à une remontée de la résistance différentielle mesurée à fort courant ($300 \mu\text{A}$). Cette remontée de la résistance est discutée en détail au chapitre 3 afin d'extraire la valeur de la résistance normale.

Sur toutes les caractéristiques en tension, il apparaît un petit creux à $V = 19.5 \mu\text{V}$. Cet artefact est indépendant de la température de la jonction. De même, il apparaît à la même tension quelque soit l'échantillon mesuré. Ce petit creux est aussi présent sur les caractéristiques de l'échantillon (d) qui est mesuré dans le cryostat adapté aux hyperfréquences et dont les résultats sont exposés au chapitre 5. Le seul lien entre les échantillons est la chaîne de mesure qui est identique dans tous les cas. Le détecteur multifonctions utilisé ne permet pas d'expliquer une variation de conductance à $19.5 \mu\text{V}$. De même, il ne génère pas d'hyperfréquence à la fréquence correspondante de 9.5 GHz . D'après la liste des fréquences internationales, les systèmes de repérage par satellite utilisent cette fréquence [123]. Cela signifie que notre échantillon n'est pas correctement filtré.

À plus haute température, la structure en bosse montre deux effets : un creux de résistance de 25% plus faible que la résistance normale à $T = 5.5 \text{ K}$. Puis, une bosse qui s'étale sur plusieurs micro-volts. La résistance différentielle associée au maximum de la bosse est supérieure de 20% à R_N . Tous les échantillons présentent les mêmes caractéristiques : la résistance passe par un minimum R_{eff} à faible tension puis un maximum désigné par la tension V_{max} avant de rejoindre la résistance normale.

La valeur de R_{eff} à faible tension varie fortement d'un échantillon à l'autre. On peut écrire R_{eff} comme une augmentation relative de conductance à faible tension : $\delta G/G_N = R_N/R_{eff} - 1$. Quand la température augmente R_{eff} diminue (la caractéristique se creuse) et la variation de conductance à basse tension augmente. R_{eff} est très influencée par le résidu de conductance lié au courant critique même à haute température. Ce n'est pas un bon paramètre pour l'analyse des données.

Quand la température croît, la tension associée au maximum de résistance augmente de 3 à $10 \mu\text{V}$ environ. La figure 4.4 représente l'évolution de $V_{max}(T)$ pour les six échantillons. Les barres d'erreur sont déterminées par l'incertitude de mesure de dV/dI et du courant correspondant au maximum de résistance différentielle. Les différents échantillons

présentent des variations et des valeurs de V_{max} très similaires. Ceci montrent que V_{max} est indépendante de l'énergie de Thouless de la jonction qui varie de $14 \mu\text{eV}$ pour l'échantillon (a) à $33 \mu\text{eV}$ pour l'échantillon (f).

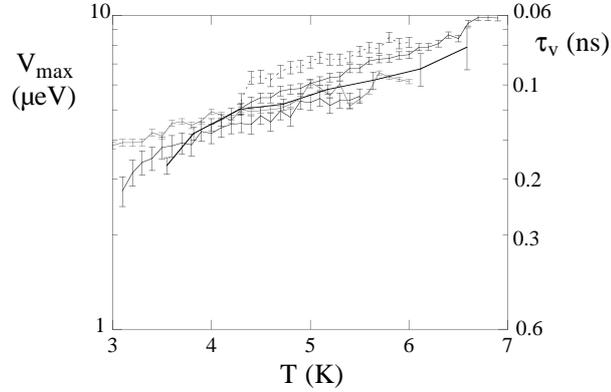


FIG. 4.4 – Tension associée au maximum de résistance en fonction de la température pour les six échantillons. L'échelle de droite (décroissance) représente le temps $\tau_v = \hbar/eV_{max}$.

Le temps $\tau_v = \hbar/eV_{max}$ que nous déterminons à partir de V_{max} varie de 160 ps pour une température de 3K jusqu'à 60 ps à $T=6.9\text{K}$. Il est en bon accord avec les mesures de Roukes que nous avons représentées en énergie par \hbar/τ_{in} sur les fenêtres d'observation 4.2 et sur la figure 4.8.

4.3 Analyse du régime dynamique

4.3.1 Insuffisance du modèle RSJ

La figure 4.5 présente la résistance différentielle mesurée à $T = 5.5 \text{ K}$ en fonction du courant. Nous avons ajusté le modèle RSJ avec le courant critique à l'équilibre I_{eq} . Ce modèle à l'équilibre ne permet pas d'expliquer la formation du creux sur la caractéristique mesurée qui correspond à une augmentation de conductance par rapport au modèle RSJ.

Nous observons que la position de la bosse est indépendante de l'énergie de Thouless de la jonction qui varie jusqu'à un facteur 3 entre les divers échantillons. La position de la bosse qui nous donne accès à un temps ne dépend donc pas de la taille de la jonction mais uniquement du métal qui la constitue.

Nous avons présenté au premier chapitre différents modèles de polarisation en courant qui conservaient une description du type RSJ en ajoutant des termes supplémentaires pour

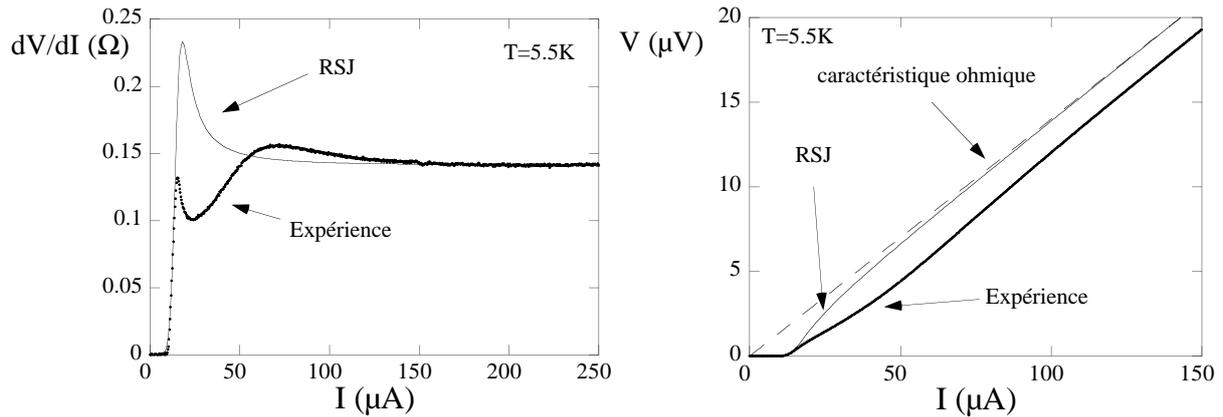


FIG. 4.5 – Gauche : caractéristique différentielle de l'échantillon f à $T = 5.5$ K. Nous avons ajusté le courant critique avec le modèle RSJ pour une température $T=5.5$ K. Ce modèle est insuffisant pour rendre compte de la bosse. Droite : caractéristiques courant-tension du modèle RSJ et de l'échantillon. La droite en pointillé est la caractéristique ohmique. À forte tension, l'échantillon présente un courant d'excès de $12 \mu\text{A}$.

décrire les effets hors-équilibre. Nous choisissons d'utiliser le modèle d'Argaman parce qu'il nous permet d'extraire des grandeurs qui caractérisent les effets hors de l'équilibre.

4.3.2 Courant d'excès

Les caractéristiques que nous mesurons montrent un déficit de tension à fort courant par rapport à la caractéristique RSJ. La figure 4.5 à droite montre une comparaison entre le modèle RSJ et la caractéristique mesurée. À fort courant la résistance rejoint la résistance normale mais avec un déficit de tension.

En terme de courant, ce déficit se traduit par un courant d'excès qui circule dans la jonction en plus du supercourant. Ce courant d'excès de $12 \mu\text{A}$ est du même ordre de grandeur que le courant critique des jonctions. La contribution normale au courant se décompose en un shunt résistif et une source : $I_N = V/R + I_{exc}$. Le modèle RSJ ne comprend pas ce terme d'excès et à fort courant, la caractéristique du modèle rejoint tout simplement la loi d'ohm $I = V/R$ comme présenté par la courbe en pointillé dans l'encart de la figure 4.5.

La figure 4.6 représente les caractéristiques courant-tension de la jonction f mesurées à différentes températures. À fort courant quand la résistance rejoint la résistance normale, les caractéristiques ne rejoignent pas la loi d'ohm. L'écart en courant à la loi d'ohm ($V =$

$R_N I$) est représenté en fonction de la température dans l'encart de la figure. Le courant d'excès présente une décroissance monotone en fonction de la température.

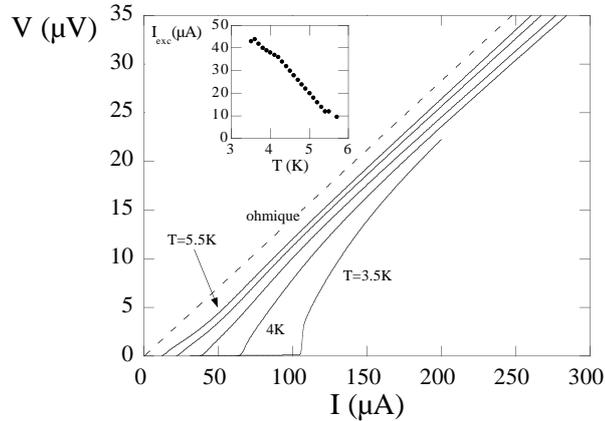


FIG. 4.6 – Caractéristiques courant-tension de l'échantillon f à différentes températures ($T = 3.5 - 4.0 - 4.5 - 5.0 - 5.5$ K) par intégration des caractéristiques différentielles (cf. équation 4.7). L'encart présente l'écart à la caractéristique ohmique mesuré à fort courant ($V = R_N I$, en pointillé sur la figure), loin des contributions hors-équilibre quand R atteint R_N .

4.3.3 Analyse selon le modèle d'Argaman

Dans son modèle, Argaman construit un terme supplémentaire au courant total à partir de l'hypothèse d'un temps de relaxation. Ce terme se comporte comme un courant critique qui oscille deux fois plus vite que le supercourant Josephson : $I_{neq} \sin 2\chi$. Le modèle d'Argaman est contenu dans les deux équations couplées (1.26) présentées au premier chapitre décrivant la relaxation par un tel mécanisme. L'origine du terme en $\sin 2\chi$ vient du produit de deux fonctions oscillantes en χ : la densité spectrale de courant j et l'écart à la distribution à l'équilibre. Ce modèle s'applique aux jonctions très longues à haute température pour lesquelles Argaman néglige le supercourant Josephson $I_c \sin \chi$ qui est très faible devant le terme hors-équilibre. Ces deux équations décrivent en fin de compte un modèle RSJ qui contient une contribution au courant hors-équilibre $I_{neq} \sin 2\chi$ à la place du supercourant Josephson $I_c \sin \chi$.

De ce modèle, nous cherchons à extraire deux grandeurs exploitables. La position du maximum de la bosse et la variation de conductance à tension nulle. Dans nos jonctions, le courant critique n'est pas négligeable et même à haute température, le résidu du pic affecte fortement la conductance à tension nulle. Nous allons donc en tenir compte dans

les calculs en ajoutant une contribution à l'équilibre par un terme $I_c \sin \chi$ (Ce terme a été négligé à l'origine par Argaman). Le détail des calculs numériques est présenté en annexe F. Dans cette annexe, nous présentons les résultats des calculs sous une forme utilisable expérimentalement. On trouve ainsi une relation très simple entre le temps τ_E et la position de la bosse en tension V_{max} :

$$\tau_E = \frac{\hbar}{eV_{max}} \quad (4.8)$$

Dans ce modèle le temps $\tau_v = \hbar/eV_{max}$ que nous avons représenté sur la figure 4.4 est directement le temps de relaxation τ_E du modèle.

Nous allons ajuster les caractéristiques différentielles calculées par le modèle d'Argaman incluant le courant critique $I_c \sin \chi$ (équation F.1) avec les caractéristiques expérimentales. La figure 4.7 montre un ajustement de la caractéristique de l'échantillon (f) mesurée à $T = 5.5$ K. Expérimentalement, nous avons $V_{max} = 7.8 \mu\text{V}$ et le courant critique $I_c = 12.3 \mu\text{A}$. Nous avons choisi la position en tension et la hauteur de la bosse par rapport à R_N comme critère d'ajustement. On trouve le meilleur ajustement pour $\tau = 0.7$, $I_{neq} = 21 \mu\text{A}$ et $I_c = 11 \mu\text{A}$.

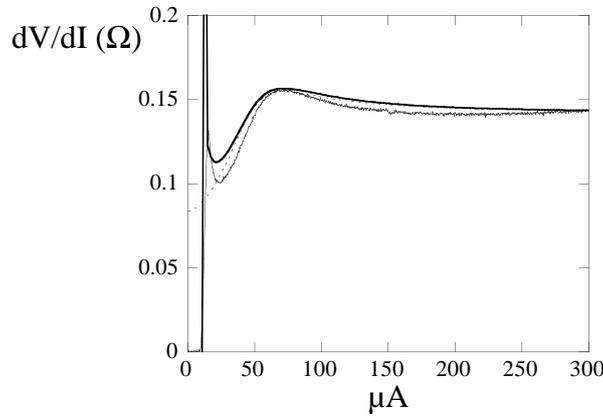


FIG. 4.7 – Ajustement de la caractéristique calculée avec le modèle d'Argaman sur la caractéristique mesurée à $T = 5.5$ K de l'échantillon f. La courbe épaisse utilise les paramètres $\tau = 0.7$, $I_{neq} = 21 \mu\text{A}$ et $I_c = 11 \mu\text{A}$. La courbe en pointillé correspond au modèle d'Argaman original qui suppose $I_c = 0$.

Sur la figure 4.7, l'ajustement n'est pas parfait. La résistance mesurée rejoint plus rapidement la valeur de R_N que le calcul numérique et le creux de résistance est moins prononcé. À partir de τ et I_{neq} , on détermine numériquement la valeur de $V_{max} = 8.5 \mu\text{V}$. Les incertitudes liés à l'ajustement sont de $1 \mu\text{A}$ pour les courants et de $1 \mu\text{V}$ pour V_{max} .

Les valeurs numériques de V_{max} et I_c sont peu différentes des mesures. Argaman prédit une décroissance en $1/T$ pour I_{neq} . Cette loi en $1/T$ signifie que la signature des effets hors-équilibre persiste à haute température alors que le couplage Josephson s'éteint très rapidement sur la longueur thermique L_T . Cependant, la précision sur la détermination de I_{neq} et τ ne permet pas de vérifier la décroissance en $1/T$ de cette contribution hors-équilibre. Nous présentons au chapitre 5 une autre détermination de la contribution hors-équilibre.

Nous comparons le temps de relaxation τ_v que nous avons représenté sur la figure 4.4 avec le temps de collision inélastique τ_{in} mesuré par Roukes. $\tau_{in}^{-1} = BT^3$ avec $B = 0.1 \text{ ns}^{-1}\text{K}^{-3}$. La figure 4.8 présente l'ensemble des mesures avec le temps déterminé par Roukes et montre un assez bon accord. Le facteur B apparaît trop grand d'un facteur 2 pour ajuster les données à haute température. Il devient également nécessaire à basse température de tenir compte des collisions électron-électron avec un terme en T^p ($p \approx 1$) pour un meilleur ajustement. Nous n'avons pas cherché un ajustement précis.

Les expériences de Gougam *et al.* [82] sur des filaments de cuivre donnent une détermination du temps de cohérence de phase τ_φ par une mesure de localisation faible. Gougam tient compte des deux mécanismes (collisions électron-électron et électron-phonon). Mais le temps de relaxation peut être plus long que le temps de cohérence de phase car les quasi-particules peuvent perdre leur phase par d'autres mécanismes que les collisions inélastiques si le métal contient peu d'impuretés. Nous ne chercherons pas une comparaison avec le temps τ_φ .

4.3.4 Comparaison avec d'autres modèles

Le modèle de F. Wilhelm [72] que nous avons décrit au premier chapitre s'intéresse au courant normal de la jonction $I_N(\chi)$. Ce modèle néglige tout mécanisme explicite de relaxation des quasi-particules et ne permet pas d'extraire un temps comme avec le modèle d'Argaman. Wilhelm décrit une structure en bosse sur la caractéristique qui a pour origine la forme de la conductance spectrale issue des équations d'Usadel.

Wilhelm introduit un courant d'excès pour décrire la caractéristique courant-tension. Ce modèle figure en annexe D. F. K. Wilhelm *et al.* trouvent une structure très semblable à la bosse que nous observons à faible énergie devant l'énergie de Thouless. Ce modèle n'est cependant pas assez élaboré pour permettre une comparaison quantitative. Au chapitre suivant, nous verrons qu'il n'est pas suffisant dans sa version actuelle pour décrire les

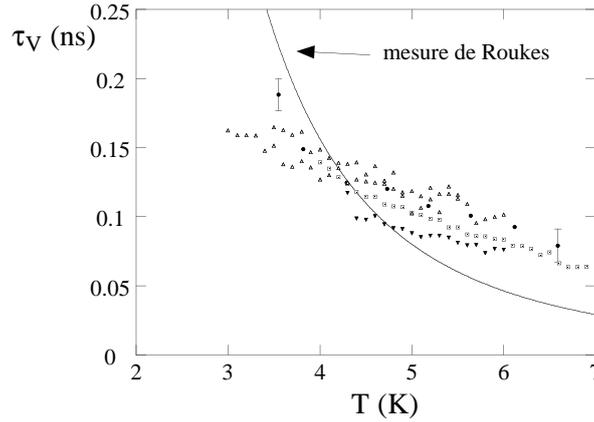


FIG. 4.8 – Temps τ_v déterminé expérimentalement d’après la position de la bosse des caractéristiques différentielles de nos six échantillons. Pour plus de clarté, nous n’avons représenté que deux barres d’erreurs. La courbe est le temps mesuré par Roukes sur le cuivre. $\tau_{in}^{-1} = BT^3$ avec $B = 0.1 \text{ ns}^{-1}\text{K}^{-3}$.

structures observées. Ce modèle est le premier pas d’un travail sur les effets hors-équilibre en régime dynamique. Dans les étapes à venir, il apparaît nécessaire de tenir compte d’un mécanisme explicite de relaxation par le terme I_{relax} qui a été négligé.

Au premier chapitre nous avons également détaillé le modèle de Zhou et Spivak. Ce modèle décrit une variation de conductance liée à un mécanisme de relaxation par l’hypothèse d’un temps de relaxation. Ce modèle qui a motivé ce travail de thèse ne traite que la conductance de la jonction à tension nulle par l’équation (1.23). Nous avons précisé qu’Argaman trouve une relation analytique identique à celle de Zhou et Spivak mais avec un préfacteur numérique de 6.

Nous avons mesuré une variation de conductance à partir du minimum de résistance juste après le résidu du courant critique. La variation obtenue est de l’ordre de $40 \pm 2\%$ à $T = 5.5 \text{ K}$ pour l’échantillon f. Pour utiliser l’équation (1.23), nous avons besoin de l’énergie de Thouless de la jonction $\varepsilon_c = 33 \mu\text{eV}$. Le temps de relaxation du modèle vaut $\tau_{in} = 0.1 \text{ ns}$. Ce temps extrait à partir de notre mesure de variation de conductance est qualitativement en bon accord avec le temps associé à la bosse à cette température.

Nous insistons sur le résidu du courant critique qui affecte le creux de résistance. Ce résidu nous empêche de déterminer avec précision la conductance à tension nulle et donc d’extraire un temps de relaxation précis. Nous donnons un intervalle de variation de conductance expérimentale compris entre 40 et 70% de la conductance normale. Ce qui donne sur le temps de relaxation des valeurs comprises entre 0.1 et 0.2 ns.

Malgré ce résidu, les variations de conductance expérimentales sont en accord qualitatif avec l'expression de Zhou et Spivak et ne confirment pas le facteur 6 de l'expression d'Argaman.

Chapitre 5

Transport en présence d'une onde hyperfréquence

Nous allons étudier les caractéristiques de transport lorsque la jonction est mise en présence d'une radiation hyperfréquence. Ces mesures ont été réalisées dans un cryostat à flux d'hélium He^4 équipé en câbles coaxiaux hyperfréquences pour injecter une radiation près de l'échantillon.

La jonction SNS irradiée avec une onde hyperfréquence extérieure est équivalente à un ensemble de deux oscillateurs qui battent à deux fréquences différentes. La fréquence d'oscillation du courant Josephson $I_c \sin \chi$ augmente avec la tension appliquée aux bornes de la jonction d'après la relation (1.15) que nous rappelons ici :

$$\frac{d\chi}{dt} = \frac{2eV}{\hbar} \quad (5.1)$$

À une certaine tension, la fréquence du courant Josephson atteint la même fréquence que la radiation externe. Les deux oscillateurs battent à la même fréquence et leurs phases se bloquent. Il apparaît sur la caractéristique courant-tension un palier à tension constante. Ce palier du nom de Shapiro [38, 121] est une signature de l'effet Josephson alternatif.

À l'origine, cette étude a été motivée par les travaux d'Argaman. La contribution hors-équilibre qu'il prédit oscille non pas à la fréquence Josephson comme le courant critique mais au double en $I_{neq} \sin 2\chi$. Nous avons donc recherché une signature de cette fréquence double par l'apparition d'un second palier. Cependant, la mesure des caractéristiques courant-tension du chapitre précédent ne permet pas de distinguer cette contribution. Pour obtenir une information sur les fréquences, nous mesurons les mêmes caractéristiques conti-

nues mais en présence d'une radiation hyperfréquence. Lehnert [87] a déjà observé cette harmonique dans une jonction balistique. Nous nous proposons de chercher les fréquences d'oscillation du courant dans nos jonctions diffusives en régime dynamique.

5.1 Observation de nouveaux paliers de tension

En présence d'une radiation hyperfréquence définie par l'énergie $\hbar\omega_r$, nous observons sur les caractéristiques courant-tension une série de paliers. En plus du palier Shapiro attendu en $2eV_1 = \hbar\omega_r$, nous observons de nouveaux paliers de tension sur la figure 5.1. On les appelle les paliers fractionnaires car ils apparaissent précisément à des tensions qui sont des fractions rationnelles de la tension V_1 du palier Shapiro. La figure 5.1 de gauche montre la résistance différentielle en fonction du courant mesurée à une puissance $P = -10$ dBm et une température $T = 4.0$ K. Sur la figure 5.1 de droite, l'axe des abscisses est maintenant la tension. La flèche indique le palier fondamental (1) qui apparaît à la tension $V = 8.28 \mu\text{V}$ associée à la fréquence de 4 GHz d'après l'équation (1.15). À cette fréquence, nous notons un total de onze pics dont les harmoniques entier (1, 2 et 3) et le sous-harmonique à $1/2$. Contrairement au palier Shapiro noté 1, ces paliers n'ont jamais été observés dans une jonction SNS longue et diffuse.

Quand on change la fréquence la position des pics en tension change. Nous les repérons par leur tension d'apparition. Sur la figure 5.2 chacun des points correspond à un pic repéré par sa tension et par l'harmonique au pic fondamental V_1 . Les lignes joignent les points associés à une même caractéristique (fréquence fixée). Nous notons la présence des sous-harmoniques $1/4$, $1/5$ et $1/6$ sur la caractéristique mesurée à $f = 18$ GHz. Par ailleurs, nous n'observons plus d'harmonique supérieure à 1 au delà de $29 \mu\text{eV}$. Cette énergie est proche de l'énergie de Thouless ($25.4 \mu\text{eV}$). Il est envisageable de penser que l'énergie de Thouless coupe la signature des effets hors-équilibre par l'équation d'adiabaticité (4.2).

Nous nous proposons d'étudier quantitativement ces paliers et les variations avec les paramètres expérimentaux comme la température ou la fréquence.

Par la suite nous nous intéresserons à un régime de basse puissance hyperfréquence. Nous effectuerons les mesures à une puissance $P = -20\text{dBm}$. La figure 5.3 montre la caractéristique différentielle dV/dI mesurée à $T = 4,0$ K et la caractéristique courant tension $V - I$ associée en présence d'une radiation de fréquence $f = 6$ GHz pour une puissance injectée $P = -20$ dBm. Le palier Shapiro attendu apparaît à la tension $V_1 = 12,422 \mu\text{V}$ sur

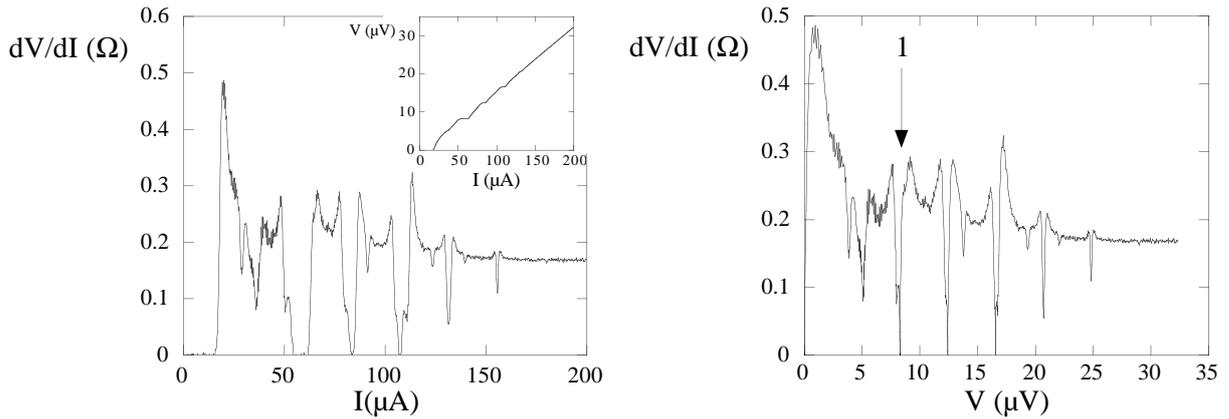


FIG. 5.1 – À gauche : résistance différentielle en fonction du courant mesurée à une puissance $P = -10dBm$. La fréquence vaut 4 GHz et la température est $T = 4.0$ K. Nous notons la présence de nombreux pics d’amplitude très variable qui correspondent aux paliers de tension dans l’encart. L’encart présente les mêmes données sur une caractéristique courant-tension (la résistance différentielle est intégrée avec l’équation 4.7). À droite : caractéristique différentielle en fonction de la tension. La flèche indique le palier fondamental (Shapiro) qui apparaît en V_1 . Nous mesurons un total de onze pics en tension à des fractions rationnelles de la tension V_1 .

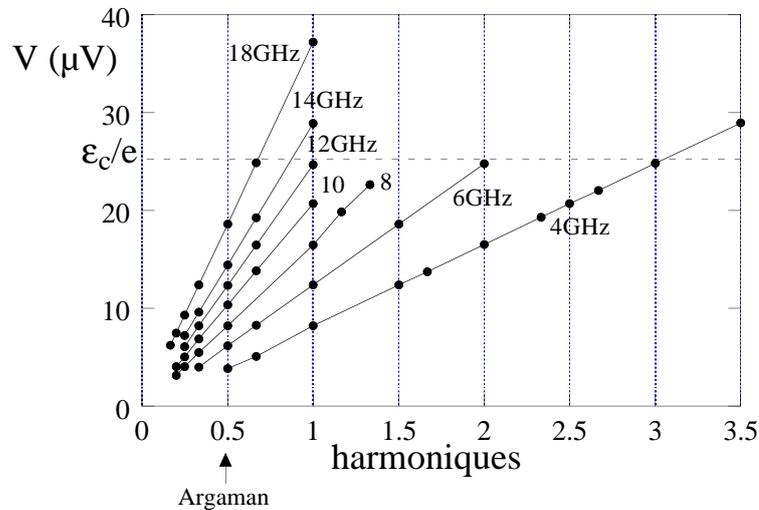


FIG. 5.2 – Chacun des points alignés sur la ligne continue correspond à un pic en tension sur une caractéristique mesurée à une fréquence donnée. Ces points sont repérés en ordonnée par la tension et en abscisse par l’indexe. La puissance utilisée vaut $P = -10$ dBm (0.1 mW) et permet de résoudre les sous-harmoniques 1/6. Nous avons ajouté une ligne à l’énergie de Thouless ϵ_c/e .

la figure de droite. Ce palier est présent dans toutes les jonctions Josephson et correspond à l'oscillation sinusoïdale du courant $I(t)$ à la fréquence $f = 6$ GHz via l'équation (1.17). L'encart en montre un agrandissement. Sur la caractéristique différentielle (à gauche), il est indexé par le pic noté 1. Nous observons également l'harmonique supérieur du palier Shapiro indexé par 2 sur la figure 5.3 de gauche.

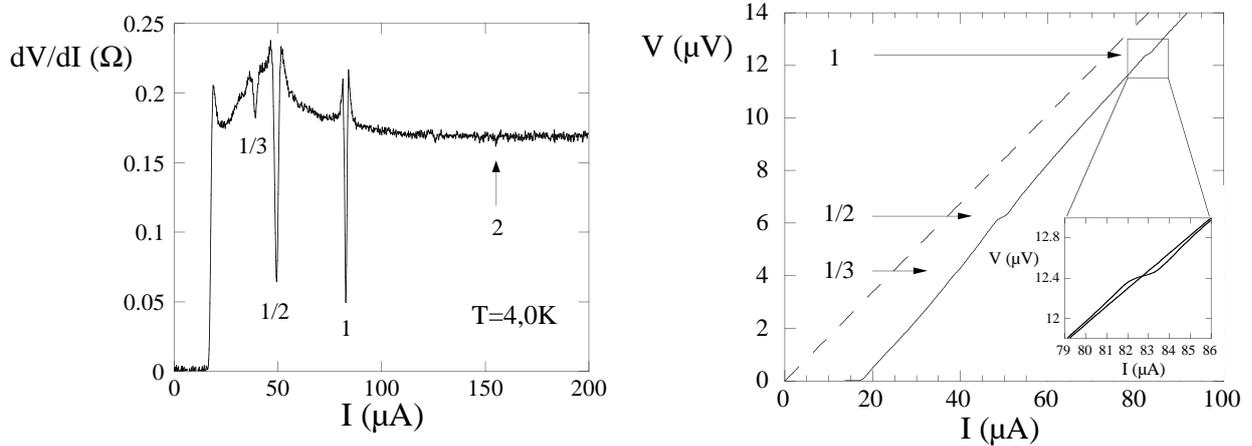


FIG. 5.3 – À gauche, la caractéristique différentielle de la jonction (d) (données brutes) mesurée à $T = 4,0$ K en présence d'une radiation hyperfréquence $f = 6$ GHz. À droite, la caractéristique courant-tension associée. Les pics de la figure de gauche correspondent aux paliers de tension de la figure de droite. On note le pic V_1 qui correspond au palier Shapiro attendu. L'encart de la figure de droite montre un agrandissement du palier Shapiro : nous avons représenté la caractéristique avec et sans hyperfréquences. Nous mesurons également deux nouveaux pics (ou paliers) très prononcés qui correspondent aux tensions $V_{1/2}$ et $V_{1/3}$. À gauche, la flèche à $150 \mu\text{A}$ indique la réminiscence de l'harmonique $n = 2$ du palier Josephson. On retrouve également l'allure des caractéristiques du chapitre 4 par la présence de la bosse sous les pics de résonances. À droite, la courbe en pointillé est la caractéristique ohmique $V = RI$. Où R est la résistance mesurée à $T = 4.0$ K à fort courant (à $200 \mu\text{A}$, la courbe en pointillé est parallèle à la caractéristique de la jonction). La valeur de $R = 0.169 \Omega$ mesurée à $T = 4.0$ K est différente de la valeur du tableau 3.1 que nous avons définie comme la résistance normale R_N . Nous avons estimé au chapitre 3 que les effets de proximité réduisaient la résistance R par rapport à R_N .

À cette puissance, nous mettons en évidence deux paliers fractionnaires qui apparaissent très précisément à la moitié et au tiers de V_1 en $V_{1/2} = 6.21 \mu\text{V}$ et $V_{1/3} = 4.18 \mu\text{V}$.

La position de ces trois pics en tension est indépendante de la puissance de l'onde incidente et de la température de la jonction. Elle ne dépend que de la fréquence de

l'onde. Seule l'amplitude varie avec la température. Sur la caractéristique différentielle de la figure 5.3 (À gauche) on note la présence de l'harmonique $n = 2$ attendue à la tension $V_2 = 24,84 \mu\text{V}$. Aux incréments de courant près, les positions absolues des pics sont très précisément des fractions rationnelles de la fréquence $f = 6 \text{ GHz}$ multipliée par le facteur $2e/h$ de l'équation Josephson.

Sur la caractéristique différentielle représentée sur la figure 5.3 à $T = 4.0 \text{ K}$, la résonance indexée 1 est formée d'un pic (déficit de résistance par rapport à la résistance sans hyperfréquence) compris entre deux lobes (excès de résistance) de part et d'autre. Si l'on n'avait qu'un déficit de résistance, on aurait un courant d'excès supplémentaire. En fait, la surface des deux lobes (qui est équivalent à une tension) compense exactement la surface du pic. Les hyperfréquences n'induisent pas de courant d'excès. Cet effet est moins visible sur les pics $1/2$ et $1/3$ car ils sont trop proches et leurs lobes se recouvrent mutuellement. Sur la figure 5.3 à droite, la caractéristique courant-tension s'écarte de la caractéristique ohmique $V = RI$ où $R = 0.169 \Omega$ est la résistance mesurée à forte tension à $T = 4.0 \text{ K}$. Cet écart en courant est le courant d'excès de la jonction que nous avons présenté au chapitre précédent.

Dans toute la suite nous désignerons par V_1 la tension du palier Shapiro attendu. Les deux nouveaux paliers seront désignés par leurs tensions d'apparition $V_{1/2}$ et $V_{1/3}$.

5.2 Formation du palier Shapiro

Nous allons utiliser le modèle RSJ pour décrire la formation des paliers Shapiro. C'est le modèle d'une jonction Josephson shuntée par une résistance. *a priori*, cette résistance n'est pas bien connue et peut dépendre de la tension. Le courant qui circule dans ce circuit se sépare en une partie Josephson $I_c \sin \chi$ et une partie normale qui peut être différente de V/R_N . On la désigne par $I_N(V)$. Dans le modèle RSJ en courant, l'onde hyperfréquence se décrit par un terme $I_\omega \cos \omega_r t$.

Nous utilisons ce modèle pour quantifier les différents pics observés. Nous allons extraire une largeur en courant du pic Shapiro que nous appellerons $I_{c,eff}$. Ce modèle est présenté dans l'annexe E. Cette largeur correspond à un courant critique effectif en l'absence de fluctuation (voir la figure E.1). Avec ce modèle, nous pourrions aussi extraire l'amplitude du courant de fluctuation I_γ qui s'applique à la jonction.

L'ajustement du modèle présenté dans l'annexe E n'est cependant justifié que pour le

palier Shapiro à V_1 . Le traitement des données est fait sur les caractéristiques différentielles. Nous ajustons la dérivée de l'expression analytique (1.19) de Bishop et Trullinger sur nos pics expérimentaux [78] dont nous donnons à nouveau l'expression :

$$V = R_N \frac{I_\gamma}{\pi I_c} \frac{\sinh \pi \frac{I}{I_\gamma}}{|I_{iI/I_\gamma}(\frac{I_c}{I_\gamma})|^2} \quad (5.2)$$

La figure 5.4 représente un ajustement sur le pic V_1 mesuré à $T = 4.0$ K. La procédure est la suivante :

- La formule analytique dépend d'un seul paramètre $\gamma = 2I_{c,eff}/I_\gamma$. La résistance différentielle au niveau du palier n'est pas la résistance normale (le palier peut se trouver sur la bosse). À la tension V_1 , on choisit la résistance différentielle en l'absence de l'onde hyperfréquence. On ajuste γ au mieux pour que l'amplitude du pic Shapiro calculée soit comprise entre le minimum de résistance et le maximum des deux lobes.
- La courbe calculée avec γ est ensuite décalée sur le centre du pic à ajuster.
- On cherche ensuite la valeur $I_{c,eff}$ pour ajuster l'écart en courant compris entre le maximum des deux lobes.

La figure 5.4 représente l'ajustement de la dérivée de l'expression (1.19) sur le palier Shapiro mesuré à $T = 4.0$ K.

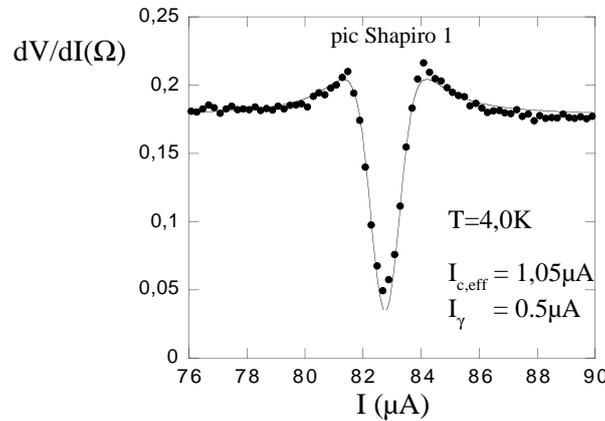


FIG. 5.4 – Ajustement de la dérivée de l'équation de Bishop et Trullinger (1.19) sur le pic Shapiro mesurés en V_1 à $T = 4,0$ K. La largeur effective vaut $I_{c,eff}^1 = 1.05 \pm 0.02 \mu\text{A}$.

L'ajustement de la position en courant du pic est très bon mais l'ajustement en amplitude n'est pas parfait. Nous avons choisi un critère qui respecte à la fois la valeur de la résistance, la valeur du minimum du pic et du maximum des deux lobes. L'incertitude sur la valeur de $I_{c,eff}$ et I_γ vaut $\Delta I = 0.05 \mu\text{A}$.

La largeur effective des paliers mesurés à haute température par la procédure ci-dessus va nous permettre de trouver l'amplitude des contributions au courant total. La largeur effective des paliers est reliée au courant critique par l'expression (E.6) que nous rappelons :

$$I_{c,eff} = \max\{I_c J_1(a) \sin \chi_0\} = I_c J_1(a) \quad (5.3)$$

$a = V_\omega/V_1$ est défini par l'équation (E.3) de l'annexe comme le rapport entre la tension V_ω et V_1 . V_ω est l'amplitude de l'onde hyperfréquence exprimée en tension. Dans ce cas précis, a s'écrit encore en terme de courant $a = I_\omega/I_A$. C'est le rapport de l'amplitude du courant hyperfréquence par le courant I_A du centre du palier Shapiro. a est un nombre très important qui permet de quantifier l'amplitude de l'onde hyperfréquence injectée sur la jonction. $J_1(a)$ sont les fonctions de Bessel. I_c est le courant critique de la jonction à l'équilibre. Nous allons faire l'approximation de faibles puissances injectées $a \ll 1$ afin de simplifier l'expression (5.3) : pour a petit, $J_1(a) = a/2$.

Nous allons étudier la variation de la largeur des palier Shapiro en fonction de la puissance hyperfréquence puis de la fréquence de l'onde.

La puissance injectée est mesurée en décibel par rapport à une puissance de référence en milliWatt : $P[dBm] = 10 \log P[mW]$. -10 dBm correspondent à une puissance de 0.1 mW, le maximum que l'on puisse injecter avec le générateur. La figure 5.5 montre la variation de $I_{c,eff}$ en fonction de la puissance en décibels. La droite est un ajustement avec la loi : $I_{c,eff} = 11.3\sqrt{P[mW]}$. Nous avons montré à la fin du chapitre 2 que le courant hyperfréquence qui arrive sur la jonction est aussi proportionnel à la racine carrée de la puissance injectée.

Pour chaque valeur de puissance, connaissant le courant au niveau du palier $I_A = 82.7 \mu\text{A}$ et $I_c = 18.8 \mu\text{A}$ à $T = 4.0$ K, on détermine le courant hyperfréquence I_ω à partir de la relation (5.3) simplifiée. On retrouve que I_ω suit bien une loi proportionnelle à la racine de $P[mW]$: $I_\omega = 100\sqrt{P[mW]}$. On obtient $I_\omega(-20 \text{ dBm}) = 10.0 \mu\text{A}$. Cette valeur déterminée à partir de la largeur des paliers Shapiro est inférieure d'une décade de celle calculée à partir de la simulation du circuit hyperfréquence au chapitre 2. À $P = -20$ dBm, nous avons déterminé $I_\omega = 100 \pm 30 \mu\text{A}$. Nous mettons en cause la simulation qui est très simpliste que nous avons effectuée au chapitre 2.

Dans l'hypothèse des faibles puissances hyperfréquences, on détermine la valeur de a . La bonne méthode est d'utiliser le rapport entre V_ω et V_1 de l'équation (E.3) car ce rapport est indépendant de la température. Nous ne connaissons pas V_ω . Nous avons déterminé a

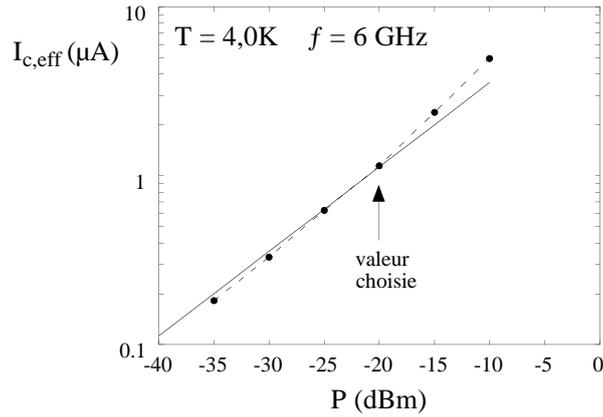


FIG. 5.5 – Variation de la largeur du palier Shapiro $I_{c,eff}^1$ en fonction de la puissance exprimée en décibel pour une fréquence $f = 6$ GHz à une température de 4.0 K. La droite est un ajustement avec la loi : $I_{c,eff}^1 = 11.3\sqrt{P[mW]}$. 11.3 est la valeur ajustée.

à $T = 4.0$ K par $a = 2I_{c,eff}^1/I_c$. Pour une puissance $P = -20$ dBm, on trouve :

$$a = 0.12 \pm 0.01 \quad (5.4)$$

Connaissant la tension $V_1 = 12.42 \mu V$, on trouve $V_\omega = 1.49 \mu V$. l'amplitude de l'onde est donc faible par rapport aux tension en jeu dans la jonction. Nous signifions par là que l'onde hyperfréquence est une petite perturbation dans la jonction et ne modifie l'oscillation de la différence de phase dans la jonction.

À cette puissance, nous voyons qu'il est justifié de simplifier la fonction de Bessel $J_1(a)$ par $a/2$. À plus forte puissance, on s'attend à une diminution de la largeur effective à cause de la fonction de Bessel qui oscille avec a (le premier zéro est attendu pour $a = 3.83$). En fait, $a \simeq 0.5$ pour -10 dBm ; À cette valeur $J_1(a) \simeq a/2$. L'hypothèse des faibles puissances est donc justifiée quelle que soit la puissance injectée. Nous n'expliquons pas la déviation des largeurs effectives au delà de -20 dBm. Afin de rester dans la limite où $I_{c,eff}$ est proportionnelle à I_ω , nous choisirons pour la suite des mesures une puissance de -20 dBm.

Les paliers dans leurs ensembles (lobes et pics) s'évalent sur plusieurs dizaines de micro-ampères et pour les séparer, il faut utiliser des fréquences très élevées. Pour rester dans le régime de validité, nous nous limitons à une puissance $P = -20$ dBm dans toute la suite de la discussion. Cette puissance permet de mesurer les paliers avec une résolution suffisante : (à 4.0 K, le rapport signal/bruit sur la largeur du palier Josephson vaut 60).

À cette puissance, les paliers n'ont pas une largeur effective trop importante et ne se recouvrent pas à la fréquence $f = 6$ GHz que nous allons utiliser.

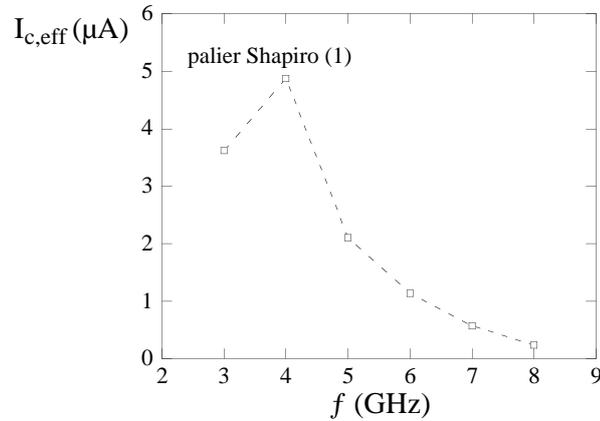


FIG. 5.6 – Mesure de $I_{c,eff}$ à une température $T = 4.0$ K et une puissance $P = -20$ dBm. Ce graphe représente les variations de largeur du palier Shapiro $I_{c,eff}^1$ en fonction de la fréquence de la radiation. Les points sont les mesures de la largeur des paliers.

Pour choisir la fréquence, nous reprenons la fenêtre de mesure exposée au chapitre 4. Elle est limitée par l'énergie de Thouless de la jonction (d) $\varepsilon_c = 25.4 \mu\text{eV}$. Cette énergie correspond à une fréquence limite $f_{max} = 12,7$ GHz. La figure 5.6 montre la variation de $I_{c,eff}$ en fonction de la fréquence de la sonde pour le palier Shapiro. De 4 GHz à 8 GHz, la largeur du palier Shapiro décroît fortement. En dessous de 4 GHz, les pics sur la caractéristique différentielle ont une largeur effective très faible. Cette diminution d'amplitude peut être associée à une résonance du circuit hyperfréquence à cette fréquence. Malheureusement au chapitre 2, nous n'avons pas mesuré l'absorption en dessous de 5 GHz. À plus basse fréquence, les pics se ressèrent jusqu'à se recouvrir les uns avec les autres : il devient difficile de déterminer précisément $I_{c,eff}$. La fréquence intermédiaire $f = 6$ GHz est un bon compromis pour l'amplitude et l'écart entre les pics.

5.3 Formation des paliers fractionnaires

Nous nous intéressons uniquement à l'analyse des trois paliers (Shapiro, 1/2 et 1/3). Les nombreux paliers fractionnaires qui apparaissent à forte puissance sortent du régime des basses puissances ($a \ll 1$). Nous n'avons plus une relation directe entre la largeur des paliers et une contribution au courant total dans la jonction.

Sur la caractéristique différentielle, la forme des paliers 1/2 et 1/3 est très semblable

à celle du palier Shapiro. Comme précédemment et bien que non justifiée, nous allons utiliser la même procédure pour extraire la largeur des deux nouveaux paliers de tension $I_{c,eff}^{1/2}$ et $I_{c,eff}^{1/3}$ ramenée à fluctuation nulle. La figure 5.7 représente l'ajustement du modèle décrit en annexe E sur le pic en $V_{1/2}$ mesuré à $T = 4.0$ K. Nous déterminons une largeur effective du palier $I_{c,eff}^{1/2} = 1.90 \mu\text{A}$.

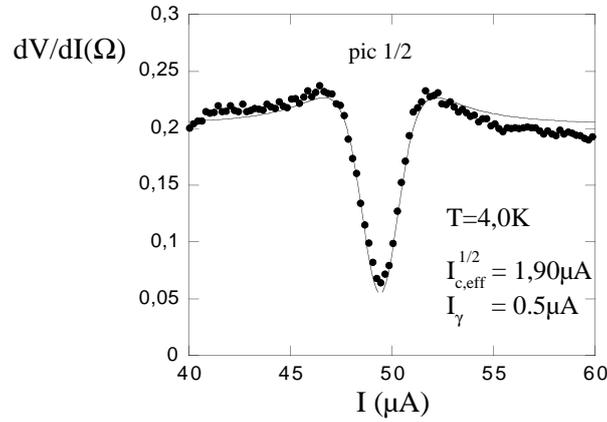


FIG. 5.7 – Ajustement de la dérivée de l'équation de Bishop et Trullinger (1.19) sur le pic mesuré en $V_{1/2}$ à $T = 4,0$ K. La largeur effective vaut $I_{c,eff}^{1/2} = 1.90 \pm 0.02 \mu\text{A}$.

5.4 Dépendance en température des paliers de tension

La figure 5.8 représente les variations de $I_{c,eff}$ en fonction de la température pour les trois paliers observés sur les caractéristiques courant-tension. Nous avons également mesuré le courant critique de cette jonction $I_c(T)$ qui correspond au palier $n = 0$. C'est l'une des figures les plus importantes de notre travail.

On observe une évolution en température très différente entre la largeur du palier Josephson et la largeur des deux autres paliers. La largeur du palier Josephson décroît avec la même loi exponentielle que le courant critique mais réduit d'un facteur environ 16. Les deux autres paliers présentent une évolution très différente. Inexistants à très basse température, les paliers 1/2 et 1/3 apparaissent à partir de $T = 3.0$ K sur les caractéristiques et atteignent un maximum à $T = 4.0$ K avant de décroître de manière monotone tout en persistant jusqu'à la température critique $T = 8.1$ K des électrodes de niobium. À $T = 2.5$ K, nous n'observons pas de paliers 1/2 d'où $I_{c,eff} < 0.1 \mu\text{A}$. Nous avons représenté le point associé au bruit de mesure qui est supérieur à la largeur du palier.

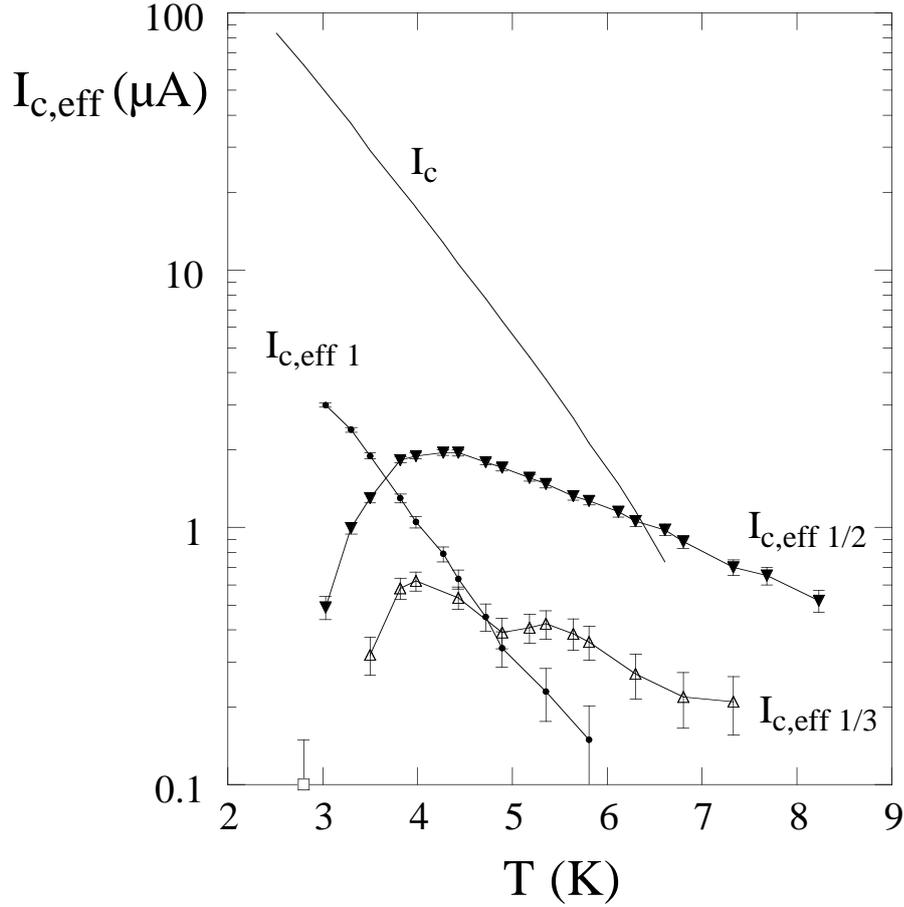


FIG. 5.8 – Mesure de $I_{c,eff}$ en fonction de la température pour une onde de fréquence $f = 6$ GHz et de puissance $P = -20$ dBm. Ce graphe représente les variations de largeur du palier Shapiro $I_{c,eff}^1$ et des deux paliers fractionnaires $I_{c,eff}^{1/2}$, $I_{c,eff}^{1/3}$. Nous avons également représenté le courant critique de la jonction $I_c(T)$ qui correspond à la largeur du palier $n = 0$ comme dans l'expression (E.5) du premier chapitre.

Nous pouvons déjà parler de deux effets bien distincts liés aux deux évolutions en température. Le couplage Josephson qui s'éteint exponentiellement décrit l'évolution du palier Josephson. Ce palier est proportionnel au courant critique qui correspond à la contribution à l'équilibre au courant total. Le deuxième effet gouverne l'évolution du palier 1/2 et 1/3. Cet effet présente un maximum et persiste à haute température en l'absence de couplage Josephson. Nous allons l'attribuer à une contribution hors-équilibre au courant total.

Sur les caractéristiques, nous n'observons pas d'autres pics correspondant aux harmoniques des paliers 1/2 et 1/3. L'harmonique $n = 2$ du palier Shapiro est visible sur la caractéristique différentielle à $T = 4.0$ K de la figure 5.3 (indiquée par la flèche '2'). Son

amplitude trop faible ne permet pas d'extraire une largeur effective significative. Nous nous attendons à une largeur effective $I_{c,eff} J_2(a) \propto \frac{a^2}{8}$ qui est 40 fois plus faible que la largeur du palier Shapiro $n = 1$. À basse température $T = 2.8$ K, le maximum de largeur du palier fondamental est $I_{c,eff} = 3.8 \mu\text{A}$. La largeur de l'harmonique $n = 2$ est donc plus petite que $0.1 \mu\text{A}$ qui correspond à l'incertitude sur la mesure des largeurs.

Le palier $1/2$ apparaît nettement à partir de $T = 3,0$ K en $V = 6.21 \mu\text{V}$. La largeur $I_{c,eff}^{1/2}$ passe par un maximum à $T = 4,0$ K puis décroît lentement et persiste jusqu'à la température critique du niobium. L'harmonique $n = 2$ du pic $1/2$ est attendue en $V = 12.42 \mu\text{V}$ c'est à dire à la même tension que le palier Shapiro. L'harmonique 2 contribue ainsi à l'élargissement du pic mesurée. D'après l'amplitude de l'harmonique $n=1$, la largeur effective de cette harmonique 2 est inférieure à $0.1 \mu\text{A}$. Cette harmonique ne contribue donc pas de façon significative à l'élargissement du palier Shapiro. Sur les caractéristiques, nous n'avons pas observé de persistance à haute température du palier Shapiro $I_{c,eff}^1$.

Le palier $1/3$ apparaît nettement à partir de $T = 3.5$ K en $V = 4.18 \mu\text{V}$ et la largeur $I_{c,eff}^{1/3}$ présente une évolution identique au palier $1/2$ mais réduite par un facteur d'environ 4 ± 0.5 . L'harmonique $n = 2$ est attendue en $V_{2/3} = 8.36 \mu\text{V}$ avec une amplitude très inférieure à l'incertitude de mesure des largeurs. Nous ne l'observons pas sur les caractéristiques. De même, l'harmonique $n = 3$ qui apparaît à la même tension $V_{3/3} = 12,42 \mu\text{V}$ que le palier Josephson a une amplitude également négligeable. Sur nos caractéristiques, dans ce régime de faible puissance hyperfréquence, les harmoniques des paliers $1/3$ et $1/2$ ne sont pas mesurables et surtout ne contribuent pas à élargir le palier Shapiro en V_1 . Pour l'analyse, nous allons traiter de manière indépendante chacun des trois paliers.

5.5 Discussion des résultats

Nous avons vu lors des expériences du chapitre 4 que le modèle simple d'une jonction shuntée par une résistance pure (modèle RSJ) est insuffisant pour décrire la bosse sur la caractéristique différentielle de la jonction. De même il est insuffisant pour décrire la présence des deux paliers à $V_{1/2}$ et $V_{1/3}$. À travers le terme en $I_c \sin \chi$, il ne fait apparaître que le palier Shapiro quand la jonction est mise en présence d'une onde hyperfréquence.

Nous allons utiliser un modèle en courant de type RSJ avec des termes supplémentaires

(modèle phénoménologique) permettant d'introduire les pics 1/2 et 1/3. Nous pourrions ainsi extraire des grandeurs physiques sur la contribution hors-équilibre au courant.

5.5.1 Modèle RSJ modifié

Nous cherchons à construire un modèle phénoménologique qui rende compte des effets observés. Dans un premier temps, nous cherchons si les paliers observés ne sont pas liés simplement au supercourant Josephson.

Nous avons montré au chapitre 3 que le supercourant $I_S(\chi)$ est différent d'une sinusoïde pour les jonctions longues à basse température. À une température $k_B T = \varepsilon_c$, $I_S(\chi)$ peut s'exprimer par une somme de terme en $\sin n\chi$. La deuxième harmonique en $\sin 2\chi$ a une amplitude de 16 % par rapport au fondamental. En présence d'une hyperfréquence, la caractéristique de la jonction doit présenter un palier à la même tension que le palier 1/2. Cet effet provient du couplage Josephson et n'a rien à voir avec les effets dynamiques. Cependant, les températures auxquelles nous mesurons les paliers 1/2 et 1/3 sont supérieures à 3 Kelvins, ce qui correspond à une énergie $k_B T > 10\varepsilon_c$. À cette température, le supercourant est sinusoïdal et s'écrit $I_S = I_c \sin \chi$. Il ne contribue donc pas à l'amplitude des paliers fractionnaires.

Cependant, nous devons dire que le supercourant I_S fait apparaître des paliers fractionnaires si la jonction est shuntée par une capacité (modèle RCSJ pour $\beta \simeq 1$). En fait, dans notre cas d'une jonction fortement sur-amortie $\beta \ll 1$ (correspondant au modèle RSJ car il n'y a pas de shunt capacitif), les paliers fractionnaires disparaissent [124]. Ce modèle RCSJ ne s'applique donc pas pour nos jonctions.

À haute température, nous écrivons une équation du courant qui ressemble au modèle RSJ ordinaire. Cette équation du courant est :

$$\begin{aligned} I + I_\omega \cos \omega_r t &= I_c \sin \chi + I_N(V) \\ 2eV/\hbar &= d\chi/dt \end{aligned} \tag{5.5}$$

I_ω est l'amplitude de l'onde extérieure. ω_r est la pulsation de cette onde. Ce supercourant $I_S = I_c \sin \chi$ donne lieu aux paliers Shapiro par l'équation (E.5) mais n'explique pas la présence des autres paliers fractionnaires. Les paliers Shapiro apparaissent quand I_ω interfère avec I_c . La largeur du palier relie I_ω , I_c et $I_N(V)$ au travers du facteur a de l'équation (E.7). Nous écrivons $I_N(V)$ à la place de V/R_N du modèle RSJ car dans notre

cas la conductance n'est pas un pur shunt résistif et peut dépendre de la tension V .

De manière analogue, nous souhaitons construire les paliers $1/2$ et $1/3$ par une interférence entre I_ω et des contributions au courant que nous allons préciser. Les paliers $1/2$ et $1/3$ correspondent à des résonances de I_ω avec des contributions au double et au triple de la fréquence Josephson. Dans ce modèle phénoménologique, nous ajoutons deux termes supplémentaires au courant total. On écrit $A(V, T) \sin 2\chi$ pour décrire le pic $1/2$ et $B(V, T) \sin 3\chi$ pour le pic $1/3$. On écrit l'équation du courant total :

$$\begin{aligned} I + I_F + I_\omega \cos \omega t &= I_c \sin \chi + I_N(V) + A(V, T) \sin 2\chi + B(V, T) \sin 3\chi \\ 2eV/\hbar &= d\chi/dt \end{aligned} \quad (5.6)$$

I_F est le courant de fluctuations. $I_c \sin \chi$ est le courant critique de la jonction en régime stationnaire. À partir de l'équation (E.4) qui donne $\chi(t)$ et en utilisant la transformation de Bessel-Fourier, on écrit deux termes similaires à l'équation (E.5) pour décrire la formation de ces deux paliers associés à une oscillation de fréquence double et triple de la fréquence Josephson. Lorsque la tension atteint $V_{1/2}$ ou $V_{1/3}$, on assiste également à un processus de blocage de la phase de l'oscillateur extérieur $\cos \omega_r t$ avec respectivement $\sin 2\chi$ ou $\sin 3\chi$.

5.5.2 Harmoniques des paliers de tension

Nous allons étudier la présence éventuelle d'harmoniques à chacun des trois paliers 1 , $1/2$ et $1/3$. Nous allons indexer par 1 , $1/2$ et $1/3$ les différents paramètres associés à ces paliers. On sait que les paliers Shapiro ont des harmoniques en :

$$V_n = n \frac{\hbar\omega_r}{2e} \quad (5.7)$$

L'harmonique $n = 0$ correspond au courant critique de la jonction ($V=0$) ; $n = 1$ est le fondamental. C'est le pic Shapiro précédemment étudié. L'harmonique $n = 2$ est à peine visible sur la figure 5.3.

Puisque l'on observe un signal en $V_{1/2}$ et $V_{1/3}$, on s'attend également à trouver des harmoniques (cf. équation E.5). Les harmoniques du palier $1/2$ sont associées à l'oscillation en $\sin 2\chi$ et apparaissent lorsque :

$$V_{n/2} = n \frac{\hbar\omega_r}{4e} \quad (5.8)$$

D'après l'équation (E.5) de l'annexe, la largeur effective de ces paliers est construite comme dans l'équation (5.3) : $I_{c,eff}^{1/2} = J_n(\frac{V_c}{V_{1/2}})A(V_{1/2}, T)$. La tension du palier 1/2 est exactement à la moitié de V_1 . Le rapport vaut le double du a précédent.

La fonction de Bessel pour $a \ll 1$ se simplifie par $J_1(2a) = a$. La largeur effective (pour $n = 1$) s'écrit : (cf. équations (E.6) et E.7)

$$I_{c,eff}^{1/2} = aA(V_{1/2}, T) \quad (5.9)$$

De même, les harmoniques du palier 1/3 apparaissent quand $V_{1/3} = n\frac{\hbar\omega_r}{6e}$. On construit la largeur effective comme l'équation (5.9) par une relation entre B et a . La largeur de ces paliers nous donne l'amplitude de B à la tension $V_{1/3} = 4,18 \mu\text{V}$ qui est le tiers de V_1 . On écrit :

$$I_{c,eff}^{1/3} = \frac{3}{2}aB(V_{1/3}, T) \quad (5.10)$$

La construction de ce modèle phénoménologique complète le modèle RSJ et a pour objectif de rendre compte de la caractéristique en présence d'effets hors-équilibre dans le régime dynamique. Ces effets qui apparaissent en régime de tension sont inexistantes en régime stationnaire à tension nulle. Ainsi, nous n'attendons pas d'harmonique $n = 0$ pour les paliers 1/2 et 1/3.

5.5.3 Contribution au courant des paliers fractionnaires

Nous cherchons l'amplitude des contributions au courant total A et B à partir des largeurs effectives des paliers fractionnaires mesurés sur les caractéristiques.

Des l'équations (5.9) et (5.10), connaissant a , on détermine $A(V_{1/2}, T)$ et $B(V_{1/3}, T)$. La figure 5.9 montre la variation de $A(V_{1/2}, T)$, $B(V_{1/3}, T)$ et $I_c(T)$ en fonction de la température de la jonction. A et B sont des contributions au courant total indépendant de la puissance des hyperfréquences. La contribution A présente un maximum à $16.3 \mu\text{A}$ en $T = 4,3 \text{ K}$ puis décroît lentement jusqu'à la température critique de la jonction. En $T = 4,1 \text{ K}$, I_c et $A(V_{1/2}, T)$ contribuent avec la même intensité au courant total. À basse température, les contributions fractionnaires sont dominées par le supercourant à l'équilibre en $I_c \sin \chi$. La contribution des paliers fractionnaires chute brutalement. Le modèles d'Argaman prévoient la présence de $A(V_{1/2}, T)$ mais pas du terme $B(V_{1/3}, T)$ lié

au palier 1/3. Nous étudions par la suite essentiellement le terme A pour l'analyser à l'aide de ce modèle.

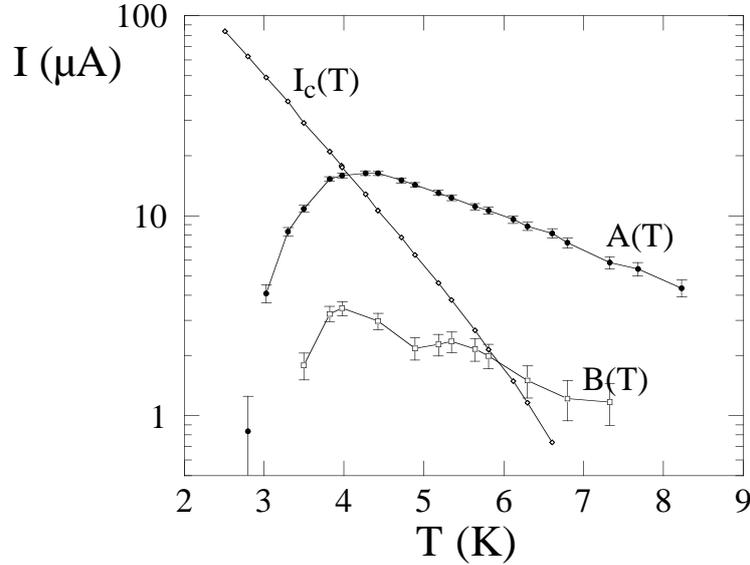


FIG. 5.9 – Variation des contributions au courant : $A(V = 6, 18 \mu\text{V}, T)$, $B(4.14 \mu\text{V}, T)$ et I_c en fonction de la température de la jonction à la fréquence $f = 6 \text{ GHz}$. À $T = 3.9 \text{ K}$, les deux contributions A et I_c se croisent en $18.8 \mu\text{A}$. Cette valeur est également le maximum de A . A et B suivent une même dépendance en température.

La figure 5.10 montre l'évolution de $eR_N A(V_{1/2}, T)$, $eR_N B(V_{1/3}, T)$ et $eR_N I_c(T)$ en unité d'énergie de Thouless ($\varepsilon_c = 25.4 \mu\text{eV}$) en fonction de la température. Dans le régime de haute température au delà de $k_B T / \varepsilon_c = 15$ et jusqu'à $k_B T / \varepsilon_c = 28$, $eR_N A / \varepsilon_c$ décroît lentement et persiste en température alors que le courant critique s'éteint exponentiellement. Sur la figure, nous avons représenté le calcul numérique pour le courant critique (trait continu).

Nous voyons qu'à partir de $k_B T / \varepsilon_c = 18$, le courant critique est sensible à la fermeture du gap du supraconducteur. Nous ajustons la décroissance lente de A avec une loi de puissance en $1/T$ pour les températures inférieures à $k_B T / \varepsilon_c = 18$ quand le gap est bien ouvert. Nous obtenons :

$$\frac{eR_N A(V_{1/2}, T)}{\varepsilon_c} = 1.73 \frac{\varepsilon_c}{k_B T} \quad (5.11)$$

La loi en $1/T$ n'est présentée qu'à titre indicatif. La variation de A avec la température ne s'ajuste absolument pas avec une telle dépendance. Nous notons cependant qu'à haute

température, l'écart relatif de A avec l'ajustement en $1/T$ est le même que l'écart du courant critique par rapport à la loi exponentielle. Cet écart est lié à la fermeture du gap du niobium.

Aux basses températures entre 9 et $13k_B T/\varepsilon_c$, A croît comme une loi linéaire de la forme $eR_N A/\varepsilon_c = 0.028 \frac{k_B T}{\varepsilon_c} - 0.256$. Avec cette loi, A s'annule en $k_B T/\varepsilon_c \simeq 9$.

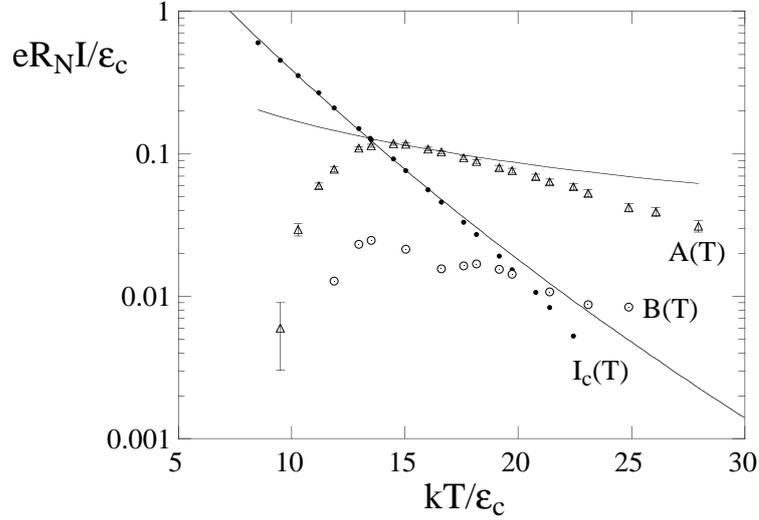


FIG. 5.10 – Variation de $eR_N A(6.18 \mu\text{V}, T)$, $eR_N B(4.14 \mu\text{V}, T)$ et $eR_N I_c(T)$ en fonction de la température de la jonction en unité d'énergie de Thouless. Ce sont les mêmes données que la figure 5.9 mais normalisées par l'énergie de Thouless. À $T = 3,9 \text{ K}$ ($k_B T/\varepsilon_c = 13.2$), les deux contributions ont une même amplitude à 0.135. À basse température le courant critique s'ajuste sur le calcul numérique présenté au chapitre 3. La déviation à haute température est liée à la fermeture du gap du supraconducteur. Nous avons représenté une variation en $1/T$ sur la contribution associée au palier 1/2 à haute température. À haute température, les déviations de A à la loi en $1/T$ ont la même amplitude que les déviations de I_c au calcul numérique et pourraient être dûes à la fermeture du gap à haute température.

Les mesures montrent que le courant critique de la jonction n'est pas modifié par la présence de l'onde hyperfréquence. Or les harmoniques $n = 0$ des trois paliers apparaissent à tension nulle. Mathématiquement parlant, le courant critique de la jonction est une superposition de contributions provenant de ces trois harmoniques. Quand la jonction est en régime stationnaire (tension nulle), les effets hors-équilibre sont inexistantes. On peut donc écrire qu'à tension nulle, $A(0, T) = 0$ et $B(0, T) = 0$. Expérimentalement, nous n'observons pas d'augmentation du courant critique liée aux harmoniques $n = 0$ des paliers

fractionnaires quand la jonction est irradiée par l'onde hyperfréquence.

5.5.4 Dépendance en fréquence des contributions fractionnaires

Nous avons fait varier la fréquence de la radiation sur la jonction. Nous mesurons la largeur effective des paliers à une température fixe $T = 4.0 \text{ K}$.

La tension des paliers 1/2 est reliée à la fréquence de l'onde par le préfacteur $4e/h$. Ainsi la tension en μV vaut $1.035f$ où f est la fréquence exprimée en GHz . On constate qu'il n'y a qu'un facteur numérique $\simeq 1$ entre la tension d'apparition du palier 1/2 et la fréquence de l'onde. Le facteur a est fortement dépendant de la fréquence de l'onde externe. Afin de s'en affranchir, on mesure le rapport des largeurs effectives entre le palier 1/2 et le palier Shapiro. (rapport des équations 5.9 et 5.3). On trouve pour $A(V)$:

$$\frac{A(V)}{I_c} = \frac{1 I_{c,eff}^{1/2}}{2 I_{c,eff}^1} \quad (5.12)$$

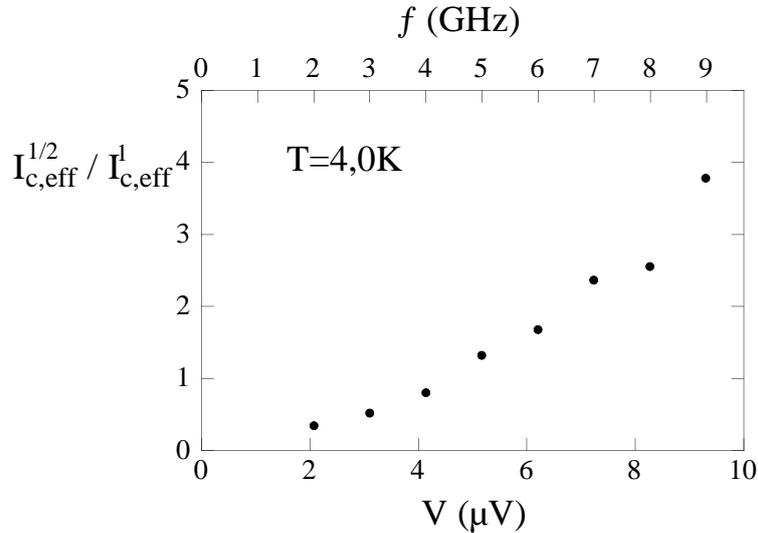


FIG. 5.11 – Variation du rapport des largeurs effectives $I_{c,eff}^{1/2}/I_{c,eff}^1$ en fonction de la fréquence f et de la tension $V = 1.035f$. La température vaut $T = 4.0 \text{ K}$. Ce rapport correspond avec $2A/I_c$.

La figure 5.11 représente les variations du rapport des largeurs effectives en fonction de la tension. Nous avons converti la fréquence en tension. Le rapport des largeurs effectives correspond aussi à $2A(V)/I_c$. La figure montre une décroissance de A vers zéro quand la tension appliquée diminue. C'est une remarque importante qui signifie qu'à tension nulle

il n'y a pas de contribution au courant. Nos contributions A et B semblent bien liées à des effets dynamiques dans la jonction (en présence de tension).

Nous ajustons une variation quadratique avec la tension : $\frac{2A}{I_c} = 1.5 \frac{eV}{\varepsilon_c} + 22 \left(\frac{eV}{\varepsilon_c} \right)^2$.

5.5.5 Courant de fluctuation

Le modèle RSJ nous a permis de calculer la largeur effective des paliers en présence de fortes fluctuations. *a priori*, nous nous attendons à des fluctuations d'origine thermique. Nous avons donc relié la largeur effective des paliers à des considérations simples sur la forme du pic différentiel en incluant un terme de bruit thermique dans le modèle. Le courant de fluctuation attendu vaut $I_\gamma = 43.12 \text{nA} \cdot [\text{K}]$.

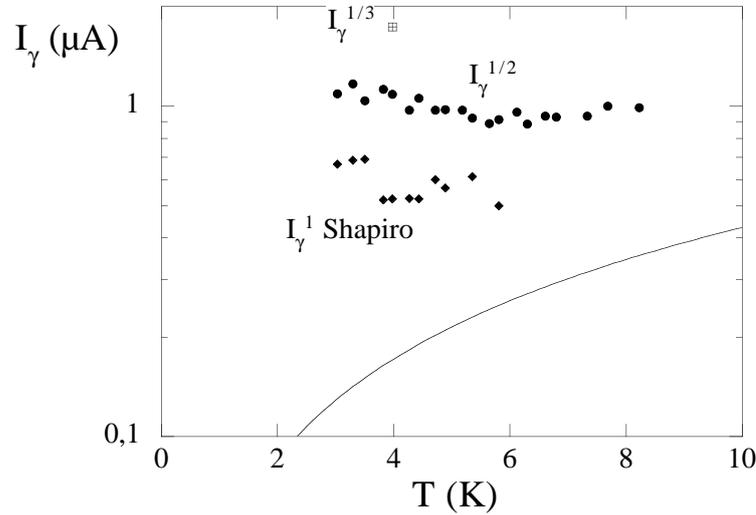


FIG. 5.12 – Mesure du courant de fluctuation I_γ en fonction de la température. La courbe en traits continus représente la valeur théorique attendue de I_γ . Pour information, nous avons représenté une valeur des fluctuations pour le palier 1/3 à $T = 4$ K.

La figure 5.12 représente la variation de I_γ en fonction de la température. I_γ^1 est très supérieur au courant de fluctuation théorique attendu. La valeur de I_γ ajusté ne varie pas en fonction de la température. Nous obtenons $I_\gamma^1 \simeq 0.6 \pm 0.1 \mu\text{A}$. Il y a visiblement d'autres contributions d'origine non-thermiques aux fluctuations qui s'ajoutent à notre mesure de I_γ . Ceci vient probablement d'une faiblesse sur le filtrage de notre expérience.

La mesure du courant de fluctuation du palier 1/2 donne $I_\gamma^{1/2} = 1.0 \pm 0.1 \mu\text{A}$. Cette valeur est très différente de la précédente. Le point positif est qu'elle ne varie pas avec la température. Pour le palier 1/3, nous avons représenté une valeur à $T = 4,0$ K. $I_\gamma^{1/3} =$

$1.7 \pm 0.1 \mu\text{A}$. La mesure du courant de fluctuation déterminé selon la même méthode présentée en section 5.2 semble être affectée d'un facteur 2 et 3 pour les paliers 1/2 et 1/3 respectivement. Cette différence de courant de fluctuation entre le palier Shapiro et les paliers hors-équilibre montre que l'utilisation du modèle RSJ pour les paliers hors-équilibre n'est pas justifiée. Dans la suite, nous continuons à parler de largeur effective déterminée avec le modèle RSJ renormalisé de Bishop et Trullinger car c'est le seul modèle que nous ayons à notre disposition.

5.6 Discussion sur l'origine des paliers fractionnaires

5.6.1 Modèle d'Argaman

Dans son modèle en courant, Argaman décrit le terme hors-équilibre par une contribution I_{neq} qui oscille au double de la fréquence Josephson en $\sin 2\chi$. Il prédit une variation $eR_N I_{neq}/\varepsilon_c = 2.86\varepsilon_c/k_B T$. Ce préfacteur est extrait du calcul numérique. Sur la figure 5.10, nous avons représenté une variation en $1/T$ sur les mesures de A avec un préfacteur 1.73 au lieu de 2.86. A montre une décroissance lente à haute température mais qui n'est pas en $1/T$. La fermeture du gap du niobium à haute température pourrait expliquer les déviations observées mais nous ne pouvons pas en dire plus. Néanmoins, cette décroissance lente en température est la signature d'un effet physique qui n'a pas de rapport avec le couplage Josephson. Il persiste sur une longueur plus grande que L_T . Une décroissance par une loi en $1/T$ nous ramène aux expériences de H. Courtois *et al.* qui montraient la persistance d'oscillation en $1/T$. Ces expériences permettaient d'affirmer que la longueur qui limite ces oscillations est la longueur L_φ . Nos expériences ne permettent pas de conclure aussi précisément.

Nous avons réalisé ces expériences pour observer la contribution hors-équilibre I_{neq} . Cette contribution a été vue par Lehnert et Argaman [87] dans le régime balistique. Cependant, l'observation des nombreux paliers fractionnaires non prévus par Argaman montre les faiblesses de ce modèle. Il n'est pas exclu de penser à la présence d'autres harmoniques dans un modèle plus développé. Argaman dans cette première approche, réduit le spectre des niveaux d'Andreev à un seul niveau représentatif E_{rep} qui oscille en $\cos \chi$. En fait, la dépendance en phase des niveaux d'énergie est probablement plus compliquée et la distribution électronique ne se résume pas à un nombre \hat{f} qui s'écarte de \hat{f}_{eq} . Elle dépend également de la position et de l'énergie du niveau considéré.

Ce modèle est le seul qui nous permettent d'extraire une information quantitative de la bosse et des paliers de tension. Nous l'utilisons comme support de notre discussion. Cependant, notre analyse en terme de largeur de paliers est plus générale et peut être utilisée avec des modèles autres que ceux basés sur l'effet Josephson alternatif.

5.6.2 Modèle de F. Wilhelm

Nous avons introduit au premier chapitre, le modèle dépendant du temps de F. Wilhelm. Ce modèle regroupe les mécanismes de relaxation dans le terme I_{relax} qui sera négligé dans la suite. F. Wilhelm analyse la contribution au courant normal $I_N(\chi)$ et prévoit un courant d'excès qui persiste à haute température. Il construit son modèle en incluant dans le terme de supercourant le courant d'excès qui oscille en $\sin \chi$. Il sort un courant critique effectif qui dépend du courant d'excès et qui fait apparaître un palier Shapiro à la fréquence Josephson. Ce palier persiste à haute température même en l'absence de courant critique à l'équilibre.

Nos mesures de la largeur du palier Shapiro $I_{c,eff}^1$ ne montrent pas une telle persistance en température. Nous retrouvons uniquement la décroissance décrite par la loi exponentielle que nous avons étudiée au chapitre 3. D'autre part, ce modèle ne permet pas d'expliquer les paliers fractionnaires observés. Dans l'état actuel, ce modèle est insuffisant à décrire la physique de l'îlot métallique et nécessite de plus amples développements.

5.6.3 Mécanisme de réflexions d'Andreev multiples

Nous avons indiqué en début de chapitre la présence de nombreux paliers fractionnaires sur les caractéristiques mesurées à forte puissance. Ces paliers apparaissent très précisément à des fractions rationnelles de la tension du palier fondamental (palier Shapiro en V_1). La position des paliers fractionnaires peut se décrire par une équation de la forme :

$$eV_{n/q} = \frac{n \hbar \omega_r}{q \cdot 2} \quad (5.13)$$

n correspond aux harmoniques des paliers que nous avons précédemment indexé par l'entier q . Cette équation décrit en fait un mécanisme de réflexions d'Andreev multiples sur les interfaces SN jusqu'à ce que les quasiparticules atteignent l'énergie de la radiation

micro-onde imposée $\hbar\omega_r$. En général, les signatures des réflexions d'Andreev multiples apparaissent à des sous-multiples de 2Δ l'énergie du gap supraconducteur. Ici, l'énergie de la radiation hyperfréquence $\hbar\omega_r$ remplace 2Δ ($\hbar\omega_r \ll 2\Delta$).

Dans un modèle de réflexions d'Andreev multiple [125, 126, 73], la cohérence entre les aller-retour dans la jonction est limité par le temps de cohérence de phase τ_φ [127]. Hoss *et al.* n'observent aucune structure sous le gap du niobium dans une jonction longue niobium-or-niobium car ils obtiennent dans l'or un temps de cohérence τ_φ très inférieur au temps de diffusion. Nous savons par ailleurs qu'à basse température, le temps de cohérence de phase est très dépendant de la qualité de l'or. [113, 82] Dans le cas du cuivre, à partir des mesures de Pannetier *et al.* [57] et de Gougam *et al.* [82], on détermine un temps de cohérence autour de $\tau_\varphi \simeq 1.4ns$ à $T = 4.0$ K.

La mesure indique la présence d'un palier à $q = 6$ correspondant dans ce modèle à six réflexions. Le temps associé à six réflexions vaut six fois le temps de diffusion dans le métal normal : $\tau_{MAR} \geq 6\tau_d$. Pour la jonction (d), l'énergie de Thouless est $\varepsilon_c = 25.4 \mu eV$ et correspond à un temps de diffusion $\tau_d = 25$ ps (cf. tableau 3.1). Le temps de cohérence de phase de 1.4 ns du cuivre est donc suffisamment long pour permettre de multiples réflexions d'Andreev. Le temps τ_{MAR} extrait des paliers fractionnaires est aussi en excellent accord avec le temps associé à la bosse de 150 ± 20 ps. (voir les caractéristiques du chapitre 4).

5.6.4 Conclusions

Après les expériences de transport continu du chapitre 4, nous avons recherché une information sur les contributions oscillantes au courant total qui circule dans la jonction en régime de tension (régime dynamique). Nous avons effectué l'expérience en irradiant la jonction avec une onde hyperfréquence. Nous avons observé de nombreux paliers de tension. Les contributions $1/2$ et $1/3$ persistent à très haute température même quand le courant critique de la jonction est très faible. Nous n'avons pas mesuré la dépendance des autres contributions fractionnaires avec la température.

Nous nous sommes placés dans un régime de faible puissance hyperfréquence. L'amplitude de l'onde est très faible par rapport à la tension de polarisation de la jonction. Au niveau du palier Shapiro, ce rapport d'amplitude est $a = 0.12$.

Pour extraire une information quantitative des paliers Shapiro nous utilisons un modèle de polarisation en courant $I = I_c \sin \chi + I_N(V)$. Ce modèle contient beaucoup d'hypothèses que nous détaillons. Il diffère du modèle RSJ par un terme de conductance qui n'est pas

bien connu dans nos jonctions et dans lequel circule un courant que nous appellerons $I_N(V)$. Nos jonctions présentent par exemple un courant d'excès qui n'est pas prévu par le modèle RSJ. Ce modèle en courant est justifié à fort courant par rapport à I_c . Le courant total circule en majeure partie dans la conductance et permet de définir une tension de polarisation constante aux bornes du circuit. Les mesures sont réalisées dans cette limite de fort courant. La deuxième hypothèse sur la variation sinusoïdale du supercourant est justifiée à haute température pour une jonction longue (voir les relations courant-phase du chapitre 3). C'est le cas dans nos mesures.

En présence d'une onde hyperfréquence, d'amplitude V_ω en plus de la tension de polarisation, ce modèle explique la formation des paliers Shapiro. Nous pouvons extraire la largeur des paliers en courant. Pour construire les paliers fractionnaires nous ajoutons de nouvelles contributions au courant total. Nous construisons un modèle phénoménologique en partant du modèle précédent avec en plus deux contributions A et B au courant total. Les termes de courant A et B sont directement proportionnels aux largeurs effectives des paliers. Le point délicat est que nous ne pouvons justifier l'origine de ces contributions supplémentaires. Ne sont-elles pas incluses dans un terme de courant normal plus général qui dépend à la fois de V et χ ? Dans ce travail, nous nous sommes limités pour des raisons de simplicité à une conductance de shunt $I_N(V)$ indépendante de la différence de phase. Le cas plus général consisterait à traiter la dépendance en tension et en phase comme dans le modèle de Wilhelm. Le deuxième point concerne la dépendance en température des différents paliers de tension. Nous observons la formation de paliers fractionnaires à haute température uniquement. Est-il nécessaire de peupler les niveaux d'énergie au dessus du fondamental? De plus, la lente décroissance en température est-elle liée à la fermeture du gap supraconducteur? Cette étude soulève de nombreuses questions.

Nous avons ensuite cherché à interpréter nos résultats avec la théorie développée par Argaman sur la contribution hors-équilibre I_{neq} . Dans son modèle, Argaman prévoit une contribution hors-équilibre au courant en $\sin 2\chi$ et qui persiste à haute température. Nous insistons sur le fait que le modèle d'Argaman est basé sur une représentation à un seul niveau $E(\chi)$. Nous n'avons pas trouvé de justification aux différents préfacteurs devant l'expression de $E(\chi)$ qui sont issus du calcul numérique et devant les différents paramètres qui sont extraits du modèle. Dans son modèle, la variation théorique de I_{neq} avec la température suit une loi en $1/T$. Cependant, dans l'expression analytique de la référence [71] Argaman ne donne aucune dépendance en fonction de la tension appliquée à la jonction.

Les valeurs de I_{neq} que nous avons déterminées à partir des mesures de la bosse du chapitre 4 sont du même ordre de grandeur que la contribution A du chapitre 5. Mais on ne peut les comparer quantitativement car I_{neq} est indépendant de la tension appliquée à la jonction alors que A en dépend. Il est encore prématuré de relier directement la largeur du palier $1/2$ avec la position de la bosse en courant du chapitre 4.

A basse puissance, nous avons décrit la formation des seuls paliers $1/2$ et $1/3$ que l'on observait sur les caractéristiques par des contributions supplémentaires au courant total. Nous pourrions inclure un terme pour décrire chacun des paliers observés. Mais le fait de parler d'un effet Josephson alternatif (par notre approche phénoménologique) est sans doute déjà trop restrictif. Cela ne renvoie pas l'image physique d'une jonction SNS longue, diffusive. Il y a beaucoup d'effets contenus dans le métal normal (mécanismes de diffusion, de cohérence de phase ou de relaxation) mais on en tient compte comme des effets individuels et indépendants en ajoutant des contributions au courant. Les modèles théoriques existants sont également insuffisants pour décrire nos résultats expérimentaux et pour comprendre la physique de la jonction SNS qui est un système très simple en apparence. En réalité, la physique est très complexe par la nature même de la jonction qui est un "îlot" métallique "isolé" de l'extérieur.

Conclusions générales

Dans cette thèse, nous avons étudié la conductance dans la jonction SNS diffusive en régime dynamique. Nous avons considéré le cas d'une jonction avec des interfaces très transparentes. Le régime dynamique apparaît quand une différence de potentiel est appliquée à la jonction. Cette tension implique alors une oscillation rapide de la phase. Le transport électronique devient alors non trivial et de nouveaux effets que l'on qualifie d'effets hors-équilibre se manifestent. Ce caractère hors-équilibre est particulièrement marqué dans notre système car le métal normal est un petit îlot isolé qui n'échange pas de quasi-particules avec l'extérieur.

Dans un premier temps nous avons décrit sur le plan théorique le couplage Josephson continu de jonctions SNS diffusives. Pour cela nous avons cherché une solution des équations d'Usadel qui décrivent la jonction SNS diffusive avec des interfaces transparentes. Nous nous sommes concentrés sur le régime des jonctions longues ou l'énergie caractéristique est l'énergie de Thouless ε_c . Dans ce régime, l'énergie de Thouless (construite à partir du temps de diffusion d'un électron dans N) est très inférieure au gap du supraconducteur (Δ est l'énergie d'interaction dans S). Nous avons obtenu numériquement des résultats inattendus sur le courant critique de la jonction. À basse température le supercourant diffère du courant Josephson en $I_c \sin \chi$. Le maximum du supercourant $eR_N I_c$ est relié à l'énergie de Thouless de l'îlot métallique par un préfacteur numérique de l'ordre de 10. C'est l'un des résultats importants de la description du couplage Josephson dans la jonction longue. Nous présentons nos résultats dans des unités pratiques indépendantes de la géométrie des échantillons ce qui leur confère un caractère universel.

Nous donnons des variations simples et pratiques du courant critique dans de nombreux régimes de température et de longueur qui évitent la résolution des équations du calcul diffusif. Nous avons validé ces résultats avec la mesure du courant critique de nos jonctions SNS longues niobium-cuivre-niobium. Nous obtenons un excellent accord avec le calcul.

La fabrication de ces jonctions a nécessité le développement d'un nouveau procédé

technologique qui s'appuie sur une résine thermostable. Ce procédé étend la méthode de fabrication des jonctions aux métaux réfractaires. Nous réalisons nos jonctions par la technique de dépôt métallique par ombrage. Le niobium déposé présente d'excellente qualité avec une température critique supraconductrice $T_c = 8.1K$ très proche du métal massif. Ce procédé peut permettre la réalisation de nanojonctions tunnel en niobium.

Nous avons mesuré la conductance de la jonction en régime de tension quand les niveaux électroniques oscillent à haute fréquence. Nous avons observé de nouvelles structures par des variations de conductance qui persiste à haute température. Nous interprétons nos mesures à l'aide des modèles théoriques récents qui tiennent compte d'un mécanisme de relaxation dans le régime dynamique. Nous avons extrait un temps caractéristique de nos expériences qui est accord qualitatif avec les temps de relaxation électrons-phonons mesurés par Roukes dans le cuivre.

Nous avons recherché une information sur les fréquences d'oscillation du courant total dans le métal normal de la jonction. Nous avons mesuré la conductance en injectant une hyperfréquence sur le métal normal. En plus du palier Shapiro qui apparaît quand $2eV = \hbar\omega_r$ et qui caractérise la jonction Josephson, nous obtenons de nouveaux paliers de tension signatures de nombreux harmoniques dans le courant total. Ces paliers apparaissent à des tensions qui sont des fractions rationnelles de la tension du palier Shapiro. À haute température, nous avons observé la persistance de ces paliers fractionnaires alors que le palier Shapiro s'éteint très rapidement comme le courant critique. Ces paliers fractionnaires ne sont donc pas dûs au couplage Josephson à l'équilibre. Dans la discussion nous nous sommes concentrés sur les paliers $1/2$ et $1/3$. Nous avons introduit deux contributions supplémentaires au courant total qui oscillent en $\sin 2\chi$ et $\sin 3\chi$ pour décrire ces deux nouveaux paliers. Nous avons essentiellement discuté ces paliers avec notre description phénoménologique qui nous a permis d'extraire des informations quantitatives. Nous avons ensuite comparé ces résultats avec le modèle d'Argaman qui inclue un temps de relaxation dans l'effet Josephson alternatif. Ce modèle prédit uniquement le palier $1/2$. Les modèles phénoménologiques actuels qui traitent du régime dynamique d'une jonction SNS sont pour l'instant insuffisant pour décrire nos mesures. L'existence de paliers fractionnaires jusqu'à l'ordre 6 ($1/6$) pose la question de la nature microscopique du couplage Josephson hors-équilibre. Celui-ci pourrait mettre en jeu le passage cohérent de plusieurs paires de Cooper associé aux réflexions d'Andreev multiples.

Il serait très intéressant de mesurer les effets hors-équilibre à plus basse température en fabricant une jonction plus longue. Nous pourrions alors extraire des temps caractéristiques

et observer l'évolution des paliers fractionnaires dans un régime où les processus de collisions inélastiques sur les phonons seraient fortement affaiblis. A basse température, nous aurions aussi une compétition entre les paliers fractionnaires liés au courant Josephson stationnaire. Une jonction SNS avec un autre métal comme l'argent qui possède des temps de relaxation différents est favorablement envisagée.

Nous nous penchons actuellement sur la réalisation d'un système permettant de valider la présence des paliers fractionnaires en introduisant un nouveau paramètre de contrôle par le flux magnétique. Nous réalisons ainsi une structure en SQUID c'est-à-dire avec deux jonctions SNS parallèles connectées à deux électrodes supraconductrices où le flux joue un rôle analogue à la différence de phase χ . On recherche les variations de conductance du SQUID en fonction du flux magnétique imposé. Nous attendons une oscillation de la conductance de période $h/2e$ en fonction du flux quand le SQUID est polarisé avec une tension mais également d'autres périodes $h/2en$ [n entier]. Ces périodes fractionnaires sont l'analogue des paliers observés sur les mesures avec une radiation hyperfréquence.

Annexe A

Publication sur la résine thermostable PES

Publiée dans "Journal of Vacuum Science and Technology B", volume **18**, 122 (2000)

Annexe B

Courant critique d'une jonction SNS longue

Cet article est accepté par Physical Review B et va paraître prochainement dans ce journal (Février 2001 ?).

Annexe C

Résultats numériques

Courant critique à température nulle

Δ/ε_c	$eR_N I_c/\varepsilon_c$	Δ/ε_c	$eR_N I_c/\varepsilon_c$
1.10^{-4}	0.00020753	1.10^1	6.1497
2.10^{-4}	0.00041520	2.10^1	7.7438
5.10^{-4}	0.0010384	5.10^1	9.2969
1.10^{-3}	0.0020768	1.10^2	9.9962
2.10^{-3}	0.0041513	2.10^2	10.392
5.10^{-3}	0.010354	5.10^2	10.646
1.10^{-2}	0.020628	1.10^3	10.733
2.10^{-2}	0.040961	2.10^3	10.777
5.10^{-2}	0.10055	5.10^3	10.804
1.10^{-1}	0.21470	1.10^4	10.813
2.10^{-1}	0.37610	2.10^4	10.818
5.10^{-1}	0.85381	5.10^4	10.820
1	1.5141	1.10^5	10.821
2	2.5335	2.10^5	10.822
5	4.4532	5.10^5	10.824
		1.10^6	10.824

TAB. C.1 – Données numériques pour le maximum du supercourant (calculé à $\chi = 0.64\pi$) à température nulle en fonction du rapport Δ/ε_c .

Courant critique en fonction de la température

$k_B T / \varepsilon_c$	$e R_N I_c / \varepsilon_c$	$k_B T / \varepsilon_c$	$e R_N I_c / \varepsilon_c$	$k_B T / \varepsilon_c$	$e R_N I_c / \varepsilon_c$
0.020000	10.824	7.0000	1.9364	14.000	0.34689
0.20000	10.824	7.2000	1.8368	14.200	0.33144
0.40000	10.810	7.4000	1.7426	14.400	0.31673
0.60000	10.711	7.6000	1.6539	14.600	0.30273
0.80000	10.484	7.8000	1.5698	14.800	0.28940
1.0000	10.148	8.0000	1.4905	15.000	0.27670
1.2000	9.7420	8.2000	1.4153	15.200	0.26460
1.4000	9.2958	8.4000	1.3445	15.400	0.25308
1.6000	8.8376	8.6000	1.2772	15.600	0.24205
1.8000	8.3792	8.8000	1.2138	15.800	0.23162
2.0000	7.9304	9.0000	1.1536	16.000	0.22164
2.2000	7.4928	9.2000	1.0968	16.200	0.21213
2.4000	7.0790	9.4000	1.0430	16.400	0.20301
2.6000	6.6845	9.6000	0.99200	16.600	0.19439
2.8000	6.3102	9.8000	0.94371	16.800	0.18613
3.0000	5.9562	10.000	0.89797	17.000	0.17825
3.2000	5.6214	10.200	0.85462	17.200	0.17070
3.4000	5.3061	10.400	0.81354	17.400	0.16355
3.6000	5.0087	10.600	0.77446	17.600	0.15670
3.8000	4.7285	10.800	0.73768	17.800	0.15015
4.0000	4.4652	11.000	0.70266	18.000	0.14390
4.2000	4.2172	11.200	0.66945	18.200	0.13793
4.4000	3.9838	11.400	0.63793	18.400	0.13223
4.6000	3.7642	11.600	0.60802	18.600	0.12678
4.8000	3.5576	11.800	0.57963	18.800	0.12157
5.0000	3.3632	12.000	0.55267	19.000	0.11659
5.2000	3.1799	12.200	0.52697	19.200	0.11183
5.4000	3.0079	12.400	0.50276	19.400	0.10728
5.6000	2.8458	12.600	0.47966	19.600	0.10293
5.8000	2.6930	12.800	0.45769	19.800	0.098751
6.0000	2.5492	13.000	0.43683	20.000	0.094790
6.2000	2.4137	13.200	0.41699		
6.4000	2.2715	13.400	0.39813		
6.6000	2.1534	13.600	0.38019		
6.8000	2.0418	13.800	0.36313		

TAB. C.2 – Courant critique d'une jonction très longue $\Delta/\varepsilon_c = 10^9$.

$k_B T / \varepsilon_c$	$e R_N I_c / \varepsilon_c$	$k_B T / \varepsilon_c$	$e R_N I_c / \varepsilon_c$	$k_B T / \varepsilon_c$	$e R_N I_c / \varepsilon_c$
0.020000	10.001	7.0000	1.3898	14.000	0.17865
0.200000	10.001	7.2000	1.3062	14.200	0.16907
0.400000	9.9844	7.4000	1.2279	14.400	0.16003
0.600000	9.8707	7.6000	1.1546	14.600	0.15150
0.800000	9.6207	7.8000	1.0857	14.800	0.14344
1.000000	9.2606	8.0000	1.0214	15.000	0.13585
1.200000	8.8343	8.2000	0.96081	15.200	0.12867
1.400000	8.3744	8.4000	0.90420	15.400	0.12190
1.600000	7.9065	8.6000	0.85094	15.600	0.11548
1.800000	7.4435	8.8000	0.80113	15.800	0.10946
2.000000	6.9944	9.0000	0.75425	16.000	0.10375
2.200000	6.5621	9.2000	0.71039	16.200	0.098351
2.400000	6.1537	9.4000	0.66916	16.400	0.093234
2.600000	5.7671	9.6000	0.63044	16.600	0.088431
2.800000	5.4028	9.8000	0.59409	16.800	0.083874
3.000000	5.0605	10.0000	0.55995	17.000	0.079565
3.200000	4.7389	10.2000	0.52787	17.200	0.075474
3.400000	4.4379	10.4000	0.49774	17.400	0.071633
3.600000	4.1559	10.6000	0.46933	17.600	0.067985
3.800000	3.8918	10.8000	0.44280	17.800	0.064533
4.000000	3.6452	11.0000	0.41777	18.000	0.061266
4.200000	3.4144	11.2000	0.39424	18.200	0.058174
4.400000	3.1987	11.4000	0.37210	18.400	0.055246
4.600000	2.9971	11.6000	0.35128	18.600	0.052474
4.800000	2.8087	11.8000	0.33169	18.800	0.049848
5.000000	2.6326	12.0000	0.31325	19.000	0.047361
5.200000	2.4678	12.2000	0.29583	19.200	0.045004
5.400000	2.3142	12.4000	0.27955	19.400	0.042772
5.600000	2.1704	12.6000	0.26416	19.600	0.040656
5.800000	2.0359	12.8000	0.24966	19.800	0.038643
6.000000	1.9102	13.0000	0.23601	20.000	0.036749
6.200000	1.7926	13.2000	0.22314		
6.400000	1.6756	13.4000	0.21102		
6.600000	1.5741	13.6000	0.19959		
6.800000	1.4789	13.8000	0.18881		

TAB. C.3 – Courant critique en fonction de la température dans le cas d'une jonction longue : $\Delta / \varepsilon_c = 100$.

Annexe D

Publication du modèle de F. Wilhelm

Publiée dans "Physica B", **284-288**, 1836 (2000)

Annexe E

Effet d'une radiation micro-onde

Dans cette annexe, nous présentons une jonction Josephson décrite par le modèle RSJ en présence d'une radiation micro-onde.

Si l'on applique une tension constante V_0 sur la jonction, la phase de l'équation 1.18 oscille à la fréquence $1/(2\pi)2eV/\hbar$ et il apparaît un courant alternatif dans la jonction de fréquence donné par la relation 1.17. Cet effet Josephson alternatif a été mis en évidence pour la première fois par Shapiro [38] qui étudia les caractéristiques courant-tension quand une radiation hyperfréquence illumine la jonction. Lorsque la tension DC atteint $V_r = \hbar\omega_r/2e$ où ω_r est la pulsation de la radiation, le courant Josephson oscille à la même fréquence que la radiation externe. La différence de phase entre les deux oscillateurs se bloque et il apparaît sur la caractéristique des paliers à tension constante espacés de V_r . Nous allons décrire la formation de ces paliers Shapiro. Cette partie sera utile au chapitre 5 pour l'analyse des mesures des caractéristiques en présence d'une hyperfréquence. Nous faisons ici plusieurs remarques afin de relier les différents modèles entre eux.

Dans le modèle RSJ, la présence de l'onde externe intervient à travers I_w . L'équation E.1 décrit maintenant un système de deux oscillateurs :

$$I + I_w \cos \omega_r t = I_c \sin \chi + \frac{V_0}{R_N} \quad (\text{E.1})$$

En règle générale, nous ne connaissons pas le terme V_0/R_N . On écrit ce dernier par le courant $I_N(V, \chi)$.

Formation des paliers de tension

Nous présentons le régime haute température du modèle RSJ qui sera utile pour analyser les paliers de tensions que nous mesurons au chapitre 5. Nous rappelons la formation du palier Josephson quand la jonction est shuntée par une conductance pure.

Dans un modèle en tension, on écrit la tension hyperfréquence d'amplitude V_ω et de pulsation ω_r . La tension totale appliquée aux bornes de la jonction s'écrit :

$$V = V_0 + V_\omega \cos \omega_r t \quad (\text{E.2})$$

V_0 est la tension aux bornes de la jonction en l'absence de l'onde. Nous définissons immédiatement le rapport entre ces deux tensions. a est une constante qui ne dépend que de l'onde hyperfréquence et de la tension appliquée à la jonction.

$$a = \frac{V_\omega}{V_0} \quad (\text{E.3})$$

En utilisant les deux relations Josephson on obtient la phase $\chi(t)$ par intégration de 1.15 :

$$\chi(t) = \omega_J t + \frac{2eV_\omega}{\hbar\omega_r} \sin \omega_r t + \chi_0 \quad (\text{E.4})$$

$\omega_J = 2e/\hbar V_0$. χ_0 est la différence de phase entre l'oscillation Josephson et la radiation hyperfréquence de la sonde.

Quand la tension appliquée est telle que la fréquence Josephson ω_J atteint la fréquence de l'onde ω_r , alors V_0 égale $\hbar\omega_r/2e$. Dans ce cas précis, le paramètre a devient le rapport entre V_ω et la tension d'apparition du palier Shapiro $V_1 = \hbar\omega_r/2e$.

On remplace $\chi(t)$ par son expression dans la relation Josephson $I_s = I_c \sin \chi$. En effectuant un développement de Fourier-Bessel [5] du $\sin(\sin)$, le courant total s'écrit :

$$\begin{aligned} I_S(t) &= I_c \sin \chi(t) = \\ &I_c \{ J_0(a) \sin(\omega_J t + \chi_0) + \\ &\sum_{n=1}^{\infty} J_n(a) [\sin[(n\omega_r + \omega_J)t + \chi_0] - (-1)^n \sin[(n\omega_r - \omega_J)t + \chi_0]] \} \end{aligned} \quad (\text{E.5})$$

Le courant total est la somme de I_S et de I_N . En règle générale, et pour ne pas compliquer, nous supposons que I_N ne dépend pas explicitement de χ . I_N ne dépend que de V .

$J_n(a)$ sont les fonctions de Bessel d'ordre n . Le courant se décompose en une somme de termes qui oscillent. Le premier terme de l'équation correspond au courant Josephson de la jonction modifié par $J_0(a)$. En l'absence de l'onde $J_0(a) = 1$ et $\chi_0 = 0$, on retrouve $I(t) = I_c \sin(\omega_J t)$. Quand la puissance de l'onde augmente, le courant critique décroît avec J_0 . La somme qui commence à $n = 1$ décrit un système de battements entre les deux oscillateurs interne ω_J et externe ω_r . Quand $\omega_J = n\omega_r$ [n entier] c'est-à-dire lorsque la tension V atteint $n \frac{\hbar\omega_r}{2e}$, le terme d'ordre n est indépendant de t et vaut $\sin \chi_0$. Une composante continue d'amplitude $I_c J_n(a)$ apparaît dans le courant total. A chaque fois que la tension V atteint $n\hbar\omega_r/2e$, on assiste à la formation de paliers successifs d'amplitudes de plus en plus faibles données par les fonctions de Bessel J_n . Ces paliers sont des échos du palier $n = 0$ qui correspond au courant critique de la jonction. On désigne par $I_{c,eff}$ la demi-largeur effective du premier palier :

$$I_{c,eff} = \max\{I_c J_1(a) \sin \chi_0\} = I_c J_1(a) \quad (\text{E.6})$$

On remarque que la largeur des paliers Josephson est toujours proportionnelle à I_c . La figure E.1 est une illustration d'une caractéristique courant-tension à température nulle en présence d'une radiation hyperfréquence. Au centre du palier en I^A , la différence de phase χ_0 est nulle et croît jusqu'à $\pi/2$ en $I^A + I_{c,eff}$. $I_{c,eff} \sin \chi_0$ se comporte comme le courant critique $I_c \sin \chi$. Nous allons utiliser cette analogie pour décrire la forme du palier.

Le palier Shapiro à haute température

Les paliers que nous mesurons sur les caractéristiques n'ont pas l'allure franche et nette du schéma E.1. Les fluctuations thermiques arrondissent la forme du palier quand $k_B T$ est de l'ordre de $\hbar I_{c,eff}/2e$. Pour une jonction longue, $I_{c,eff}$ n'est pas grand car le couplage Josephson est faible et d'autre part, nous nous plaçons dans une limite de faible polarisation ($a \ll 1$). La largeur effective du premier palier $I_{c,eff}$ est alors fortement réduite par rapport à I_c . Après linéarisation des fonctions de Bessel (pour a petit $J_0(a) \rightarrow 1$, $J_1(a) \rightarrow a/2$, $J_2(a) \rightarrow a^2/8$) de l'équation E.6, on écrit :

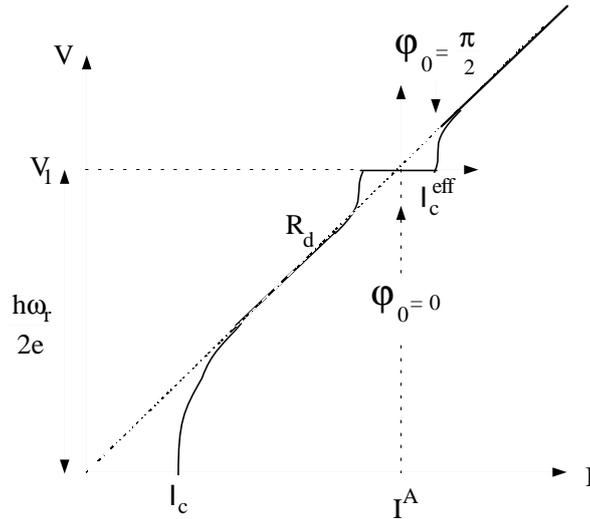


FIG. E.1 – Représentation schématique d'une caractéristique V-I à température nulle en présence d'une radiation hyperfréquence. La largeur du palier Josephson est liée au courant critique de la jonction : $I_{c,eff} = I_c J_1(a)$. Les paliers successifs apparaissent comme des échos du courant critique séparé d'une tension $\hbar\omega_r/2e$ qui correspond à l'énergie des photons. Par la suite, on décrira la forme de la caractéristique courant-tension au voisinage du palier par un modèle RSJ renormalisé par I^A et V_1 .

$$I_{c,eff} = \frac{1}{2}aI_c = \frac{1}{2}\frac{I_\omega}{I_A}I_c \quad (\text{E.7})$$

Au total, l'amplitude du critique effectif est comparable au courant de fluctuations thermiques. Il nous est alors difficile de mesurer la largeur effective. Nous avons vu plus haut que le palier se présente comme l'écho du courant critique de la jonction. En utilisant cette analogie, nous allons utiliser une modélisation de type RSJ pour calculer la forme du palier en tenant compte des fluctuations thermiques [78].

Au niveau du palier Shapiro, l'équation qui gouverne la phase de la jonction dans cette limite est identique à l'équation du modèle RSJ pour des paramètres renormalisés $\Delta I + I_F = I_{c,eff} \sin \chi + \Delta V/R$. Où ΔV et ΔI sont les écarts en tension et courant au centre du palier et I_F est le courant de fluctuation. Likharev [80] décrit la forme des paliers en utilisant ce modèle. La figure E.1 représente schématiquement une caractéristique à température nulle en l'absence de fluctuations $I_F = 0$. Le courant I^A pointe le centre du palier compris entre $[-I_{c,eff}, I_{c,eff}]$ associé à la tension $\hbar\omega_r/2e$.

A haute température, on décrit l'arrondissement en ajoutant le terme de fluctuations thermiques renormalisé par $I_{c,eff}$. Le courant de fluctuations thermiques noté I_γ s'écrit :

$$I_\gamma = \frac{2ek_B T}{\hbar} = 43.12nA.[K] \quad (\text{E.8})$$

Dans son expérience, Lehnert [87] utilise le modèle de Likharev [80] qui est le développement au premier ordre (1.20) de l'expression analytique 1.19 de Bishop et Trullinger. Ce développement est valable uniquement pour des fortes fluctuations thermiques $I_\gamma > 2I_{c,eff}$. Nous verrons au chapitre 5 que nos expériences présentent un courant de fluctuations I_γ plus faible ou du même ordre de grandeur que $I_{c,eff}$. Bishop donne le développement à l'ordre 2 qui est valable pour $I_\gamma \geq I_{c,eff}$. A plus faible température $I_\gamma \leq I_{c,eff}$, on utilise l'expression analytique 1.19 en remplaçant le courant critique par $I_{c,eff}$. I et V représente maintenant le courant et la tension mesurés par rapport au centre du palier Shapiro : $I - I^A$ et $V - V_1$. R est la résistance différentielle de la jonction sans hyperfréquence. Cette résistance est différente de R_N . C'est la résistance différentielle de la jonction à la tension associée au pic de résonance. Elle peut être très élevée si par exemple le pic Shapiro apparaît sur la bosse que nous avons mesurée au chapitre 4.

Au chapitre 5, pour extraire les largeurs effectives des pics que nous avons mesurés, nous utiliserons ces divers développements.

Annexe F

Programme informatique du modèle d'Argaman

Nous avons écrit un programme en C++ pour résoudre les équations couplées du modèle d'Argaman [71]. Dans son modèle, Argaman fait plusieurs approximations.

Première approximation. Argaman se place dans une jonction à haute température et fait l'hypothèse d'un courant critique à l'équilibre nul $I_c = 0$. Dans nos jonctions longues à haute température, les caractéristiques différentielles que nous mesurons présentent encore un résidu du courant critique. Nous avons alors ajouté aux équations d'Argaman un terme de courant Josephson en $I_c \sin \varphi$ pour tenir compte du courant critique.

Deuxième approximation. Argaman réduit l'ensemble du spectre des niveaux d'Andreev à un seul niveau représentatif $E_{rep}(\chi) = A\hat{E} + B$. La distribution de ce niveau vaut à haute température $f = \frac{1}{2} - (A\hat{f} + B)/4T$. \hat{E} et \hat{f} sont maintenant des nombres qui dépendent de χ . Il obtient ainsi un modèle RSJ qui généralise l'énergie interne en tôle ondulée (washboard potential) à deux dimensions : la phase χ et le paramètre de distribution \hat{f} .

Troisième approximation. Argaman simplifie la variation en phase du niveau représentatif par un cosinus : $\hat{E} = \cos \chi$.

On écrit alors les équations du mouvement dérivées de l'énergie libre ([71] eq. 5) comme dans le cas du modèle RSJ :

$$\begin{cases} d\chi = [(2\hat{E} - \hat{f}) \sin \chi + i - i_c \sin \chi] dT \\ d\hat{f} = \frac{1}{\tau} (\hat{E} - \hat{f}) dT \\ V = \frac{\hbar}{2e} \frac{d\chi}{dT} \end{cases} \quad (\text{F.1})$$

Les variables sont normalisées par les grandeurs hors-équilibre correspondantes : le courant critique $i_c = I_c/I_{neq}$ et le temps de relaxation $\tau = \tau_E/\tau_{neq}$. La variable de temps $dT = \frac{dt}{\tau_{neq}}$ et de courant $i = I/I_{neq}$ sont également normalisées par $\tau_{neq} = \hbar/2eR_N I_{neq}$.

Notre programme discrétise ces équations

$$\begin{aligned} \chi_{n+1} &= \chi_n + [2(\cos \chi_n - \hat{f}_n) \sin \chi_n - i_c \sin \chi_n + i] dT \\ \hat{f}_{n+1} &= \hat{f}_n + \frac{1}{\tau} (\cos \chi_n - \hat{f}_n) dT \end{aligned} \quad (\text{F.2})$$

$(\cos \chi_n - \hat{f}_n)$ représente l'écart à la fonction de distribution à l'équilibre. \hat{f}_n est la variable interne du système des deux équations. A l'équilibre $\hat{f}_n = \cos \chi_n$ et l'on retrouve le modèle RSJ. La condition initiale est que la phase est nulle $\chi_0 = 0$. Il vient :

$$\begin{aligned} \hat{f}_0 &= 1 \\ \cos \chi_0 &= 1 \end{aligned} \quad (\text{F.3})$$

On résoud numériquement ces équations couplées pour calculer la caractéristique courant-tension. Pour 500 pas de discrétisations, on ajuste le temps dT afin que la différence de phase soit juste égale à 2π : $\chi_{499} - \chi_0 = 2\pi$. On détermine la tension $V = \Delta\chi/\Delta T$ en fonction du courant i .

La solution des équations de ce modèle donne les caractéristiques courant-tension en unités normalisées par I_{neq} . Le courant est en unité I_{neq} et la tension est en unité $V_{neq} = R_N I_{neq}$. Les seuls paramètres contenu dans le modèle sont le temps de relaxation $\tau = \tau_E/\tau_{neq}$ et le supercourant à l'équilibre I_c . $\tau_{neq} = \hbar/2eV_{neq}$ est l'unité de temps. Le modèle d'Argaman prédit une bosse sur les caractéristiques différentielles $dV/dI(I)$ et donne une relation entre la tension associée au maximum de résistance V_{max} et le temps τ . Cette première relation est indépendante du courant I_c tant que I_c est faible par rapport à I_{neq} et reste valable pour $\tau < 1$:

$$\frac{V_{max}}{V_{neq}} = \frac{2}{\tau} \quad (\text{F.4})$$

Par définition, $V_{neq} = R_N I_{neq}$. On extrait une seconde relation avec la variation de conductance à tension nulle permettant de calculer I_{neq} :

$$I_{neq} = V_{max} \frac{G(V=0) - G_N}{2} \quad (\text{F.5})$$

En remplaçant V_{neq} par sa valeur dans la relation F.4, on trouve une relation très simple entre le temps τ_E et la position de la bosse :

$$\tau_E = \frac{\hbar}{eV_{max}} \quad (\text{F.6})$$

La figure 4.7 montre un ajustement de la caractéristique différentielle mesuré à $T = 5.5K$ de la jonction (f) avec ce modèle.

Références

Bibliographie

- [1] Y. Imry, *Introduction to Mesoscopic Physics*, (Oxford University Press, 1997).
- [2] A. C. Rose-Innes and E. H. Rhoderick, *Introduction to Superconductivity*, (Pergamon Press Ltd, 1978).
- [3] A. F. Andreev, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **46**, 1823 (1964); [*Sov. Phys. JETP* **19**, 1228 (1964)]
- [4] M. Tinkham, *Introduction to Superconductivity*, 2nd ed., (McGraw Hill, N.Y., 1996).
- [5] A. Barone and G. Paterno *Physics and applications of the Josephson effects* (A Wiley-Interscience Publication), 1982
- [6] F. Zhou and B. Spivak, *JETP Lett.* **65**, 369 (1997)
- [7] P. Dubos, P. Charlat, Th. Crozes, P. Paniez and B. Pannetier, *J. Vac. Sci. Technol. B* **18**, 122 (2000)
- [8] B. D. Josephson, *Rev. Mod. Phys.* **36** 216 (1964)
- [9] P. W. Anderson, *Prog. Low Temp. Phys.* **5**, 1-43 (1967)
- [10] J. R. Waldram, *Rep. Prog. Phys.* **39**, 751 (1976)
- [11] K. K. Likharev, *Rev. Mod. Phys.* **51**, 101 (1979)
- [12] P. W. Anderson and A. H. Dayem, *Phys Rev. Lett.* **13**, 195-197 (1964)
- [13] L. G. Aslamasov, A. I. Larkin and Yu. Ovchinnikov, *Sov. Phys. JETP* **28**, 171 (1969)
- [14] P. E. Greger-Hansen and M. T. Levinsen, *Phys. Rev. Lett.* **27**, 847 (1971)
- [15] I. O. Kulik and A. N. Omel'yanchuk, *Fiz. Nisk. Temp.* **4**, 296 (1978) [*Sov. J. Low Temp. Phys.* **4**, 142 (1978)]
- [16] Yu. N. Ovchinnikov, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **59**, 128 (1970) [*Sov. Phys. JETP* **32**, 78 (1971)].
- [17] Yu. N. Mitsai, *Fiz. Nisk. Temp.* **2**, 189 (1976) [*Sov. J. Low Temp. Phys.* **2**, 94 (1976)]
- [18] H. H. Jensen and P. E. Lindelof, *J. Low Temp. Phys.* **23**, 469 (1976).
- [19] S. N. Artemenko, A. F. Volkov and A. V. Zaitsev, *Sov. Phys. JETP* **49**, 924 (1979).
- [20] A. Schmid, G. Schön and M. Tinkham, *Phys. Rev. B* **21**, 5076 (1980).
- [21] I. O. Kulik, *Zh. Eksp. Teor. Phys.* **57**, 1745 (1969) [*Sov. Phys. JETP* **30**, 944 (1970)]
- [22] C. Ishii, *Progr. Theor. Phys.* **14**, 1525 (1970) [*Sov. Phys. JETP* **30**, 944 (1970)]
- [23] J. Clarke, *Proc. Roy. Soc. A* **308**, 447 (1969)
- [24] J. G. Shepherd, *Proc. Roy. Soc. A* **326**, 421 (1972)
- [25] J. Warlaumont, J. C. Brown and R. A. Buhrman, *Appl. Phys. Lett.* **34**, 415 (1979)
- [26] R. B. van Dover, A. de Lozanne and M. R. Beasley, *J. Appl. Phys.* **52**, 7327 (1981)
- [27] P. G. de Gennes, *Rev. Mod. Phys.* **36**, 225 (1964)
- [28] A. D. Zaikin and G. F. Zharkov, *Sov. J. Low Temp. Phys.* **7**, 184 (1981); [*Sov. J. Low Temp. Phys.* **7**, 184 (1981)] Please note that in Eq. 14 and 15 the prefactor 128 should be replaced by 64.
- [29] S. V. Lempitskii, *Sov. Phys. JETP* **58**, 624 (1983); [*Sov. Phys. JETP* **58**, 624 (1983)]

- [30] H. J. Fink, *Phys. Rev. B* **14**, 1028 (1976)
- [31] K. K. Likharev, *Sov. Tech. Phys. Lett.* **2**, 12 (1976); [*Sov. Tech. Phys. Lett.* **2**, 12 (1976)]
- [32] V. T. Petrashov, V. N. Antonov, P. Delsing and T. Claeson, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 347 (1993)
- [33] V. T. Petrashov, V. N. Antonov, P. Delsing and T. Claeson, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 5268 (1995)
- [34] H. Courtois, Ph. Gandit and B. Pannetier, *Phys. Rev. B* **52**, 1162 (1995)
- [35] H. Courtois *Ph. D. Thesis* Université Joseph Fourier - (Grenoble I) 1994
- [36] S. Guéron *Ph. D. Thesis* CEA-Saclay 1998
- [37] N. Moussy, H. Courtois and B. Pannetier, *Cond-mat/0007128* Submitted to *Rev. of Sci. Instrum.* around 2000
- [38] S. Shapiro, *Phys. Rev. Lett.* **11**, 80-82 (1963)
- [39] G. E. Blonder, M. Tinkham and T. M. Klapwijk, *Phys. Rev. B* **25**, 4515 (1982).
- [40] P. G. De Gennes, *Superconductivity of metals and alloys* (W. A. Benjamin, Inc. 1966), p. 210
- [41] P. Charlat *Ph. D. Thesis* Université Joseph Fourier - (Grenoble I) 1997
- [42] F. K. Wilhelm *Ph. D. Thesis* Shaker Verlag, ISBN 3-8265-7058-8, Karlsruhe 2000
- [43] H. Courtois, P. Charlat, Ph. Gandit, D. Mailly and B. Pannetier, *J. Low Temp. Phys.* **116**, 187 (1999)
- [44] K. D. Usadel, *Phys. Rev. Lett.* **25**, 507 (1970)
- [45] L. V. Keldysh, *Zh. Eksp. Teor. Phys* **47**, 1515 (1964) [*Sov. Phys. JETP* **20**, 1018 (1965)]
- [46] P. Bagwell, *Phys. Rev. B* **49**, 6841 (1994)
- [47] F. Sols and J. Ferrer, *Phys. Rev. B* **49**, 15913 (1994)
- [48] F. Zhou, B. Spivak, and A. Zyuzin, *Phys. Rev. B* **52**, 4467 (1995)
- [49] A. I. Larkin and Yu. N. Ovchinnikov, in [50]
- [50] *Non Equilibrium Superconductivity*, edited by D. N. Langenberg and A. I. Larkin (Elsevier, Amsterdam), 1986
- [51] A. F. Volkov and A. V. Zaitsev, *Phys. Rev. B* **53**, 9267 (1996)
- [52] M. Yu. Kuprianov and V. F. Lukichev, *Sov. Phys. JETP* **67**, 1163 (1988); [*Sov. Phys. JETP* **67**, 1163 (1988)]
- [53] S. -K. Yip, *Phys. Rev. B* **52**, 15504 (1995)
- [54] A. F. Volkov, A. V. Zaitsev and T. M. Klapwijk, *Physica C* **210**, 21 (1993)
- [55] A. V. Zaitsev, *Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **51**, 35 (1990) *JETP Lett.* **51**, 41 (1990)
- [56] P. Charlat, H. Courtois, Ph. Gandit, D. Mailly, A. F. Volkov and B. Pannetier, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 4950 (1996)
- [57] B. Pannetier, J. Chaussy and R. Rammal, *Physica Scripta* **T13**, 245-251 (1986)
- [58] B. Z. Spivak and D. E. Khmel'nitskii, *Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **24**, 334 (1982) [*JETP Lett.* **35**, 412 (1982)]
- [59] H. Pothier, S. Guéron, N. O. Birge, D. Esteve and M. H. Devoret, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 3490 (1997).
- [60] A. F. Morpurgo, T. M. Klapwijk and B. J. van Wees, *Appl. Phys. Lett.* **72**, 966 (1998)
- [61] J. J. A. Baselmans, A. F. Morpurgo, B. J. van Wees, T. M. Klapwijk, *Nature* **397**, 43 (1999)
- [62] J. J. A. Baselmans, B. J. van Wees and T. M. Klapwijk, submitted to *Phys. Rev. Lett.*
- [63] J. J. A. Baselmans, B. J. van Wees and T. M. Klapwijk, in *Superlattices and Microstructures* **25**, 973 (1999)
- [64] A. F. Volkov, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 4730 (1995)
- [65] F. K. Wilhelm, A. D. Zaikin and G. Schön *J. of Low Temp. Phys.* **106**, 305 (1997)
- [66] F. K. Wilhelm, G. Schön and A. D. Zaikin, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 1682 (1998)

- [67] S. -K. Yip, *Phys. Rev. B* **58**, 5803 (1998)
- [68] A. F. Volkov and H. Takayanagi, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 2679 (1997)
- [69] A. F. Volkov and H. Takayanagi, *Phys. Rev. B* **56**, 11184 (1997)
- [70] A. D. Zaikin, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **84**, 1560-1573 (1983) [*Sov. Phys. JETP* **57**, 910 (1983)].
- [71] N. Argaman, cond-mat/9709001 ;J. G. E. Harris, N. Argaman and S. J. Allen, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 2678 (1997)
- [72] F. K. Wilhelm, G. Schön, A. D. Zaikin, A. A. Golubov, P. Dubos, H. Courtois and B. Pannetier, Proceedings of the LT22 conference, Helsinki 1999. *Physica B***284-288**,1836 (2000)
- [73] U. Günsenheimer and A. D. Zaikin, *Phys. Rev. B* **50**, 6317 (1994)
- [74] A. Bardas and D. V. Averin, *Phys. Rev. B* **56**, 8518 (1997)
- [75] D. E. McCumber, *J. Appl. Phys.* **39**, 2503-2508 (1968)
- [76] D. E. McCumber, *J. Appl. Phys.* **39**, 3113-3118 (1968)
- [77] W. C. Stewart, *Appl. Phys. Lett.* **12** 277-280 (1968)
- [78] A. R. Bishop and S. E. Trullinger, *Phys. Rev. B* **17**, 2175 (1978)
- [79] J. T. Anderson, *Phys. Rev. Lett.* **23**, 128 (1969)
- [80] K. K. Likharev, *Dynamics of Josephson Junctions and circuits* (Gordon and Breach science publishers), 1991
- [81] T. Van Duzer and C. W. Turner, *Principle of superconductive devices and circuits*, Edward Arnold (1981).
- [82] A. B. Gougam, F. Pierre, H. Pothier, D. Esteve and N. O. Birge, *submitted to J. Low Temp. Phys.* (1999).
- [83] B. Spivak, F. Zhou and M. T. Beal Monod, *Phys. Rev. B* **51**, 13226 (1995)
- [84] B. L. Altshuler, A. G. Aronov and D. E. Khmel'nitskii, *J. Phys. C* **15**, 7367 (1982)
- [85] M. L. Roukes, M. R. Freeman, R. S. Germain, R. C. Richardson and M. B. Ketchen, *Phys. Rev. Lett.* **55**, 422 (1985)
- [86] F. Zhou, B. Spivak, N. Taniguchi and B. L. Altshuler, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 1958 (1996)
- [87] K. W. Lehnert, N. Argaman, H.-R. Blank, K. C. Wong, S. J. Allen, E. L. Hu and H. Kroemer, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 1265 (1999).
- [88] M. Octavio, W. J. Skocpol and M. Tinkham, *Phys. Rev. B* **17**, 159 (1978)
- [89] T. Hoss, C. Strunk, C. Schönenberger, *Microelectronic Engineering* **46**, 149 (1999)
- [90] G. J. Dolan and J. H. Dunsmuir, *Physica B* **152**, 7 (1988)
- [91] S. P. Beaumont, P. G. Bower, T. Tamamura and C. D. W. Wilkinson, *Appl. Phys. Lett.* **38**, 436 (1981)
- [92] R. E. Howard, E. L. Hu and L. D. Jackel, *I.E.E.E. Transactions on Electron Devices* **28**, 1378 (1981)
- [93] M. Strongin, C. Varmazis and A. Joshi, *Metallurgy of superconducting materials*, in the collection "Treatise on materials and technology" Vol. 14, ed. T. Luhman and Dew-Hughes (Academic Press, Inc. 1979), pp. 327, 347; See also J. Halbritter, *Appl. Phys. A* **43**, 1 (1987)
- [94] H. S. J. van der Zant, H. A. Rijken and J. E. Mooij, *J. Low Temp. Phys.* **79**, 289 (1990)
- [95] Y. Harada, D. B. Haviland, P. Delsing, C. D. Chen, and T. Cleason, *Appl. Phys. Lett.* **65**, 636 (1994)
- [96] Wayne M Moreau, *Semiconductor Lithography (Microdevices)*, Plenum Press, New York and London (1988)
- [97] P. J. Paniez, J. A. Guinot, B. Mortini, C. Rosilio, *Microelectronic Engineering* **41/42**, 367 (1998); See also J. A. Guinot and P. J. Paniez, CNET DTM/MAD/97-35 internal report (1997)

- [98] Le PMMA est utilisé comme résine électrosensible pour tracer le motif sur le masque de silicium. Des résines optiques plus rapides (ultra violet profond 258 ou 193 nm) peuvent être utilisées avec les mêmes résultats.
- [99] K. C. Gupta, R. Garg and I. J. Bahl *Microstrip lines and slotlines* (Artech House, 1979)
- [100] T. Reuss *Ph. D. Thesis* CNRS-Grenoble 2000
- [101] F. K. Wilhelm, A. D. Zaikin and A. A. Golubov, *J. Low Temp. Phys.* **106**, 297 (1997)
- [102] D. Mailly, C. Chapelier and A. Benoit, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 2020 (1993)
- [103] W. Rabaud, L. Saminadayar, D. Mailly, K. Hasselbach, A. Benoît and B. Etienne, cond-mat/0007396 submitted to *Phys. Rev. Lett.*
- [104] K. K. Likharev and B. T. Ulrich, Josephson junction circuits and applications (*Ed. Moskova Universiteta*)
- [105] V. Ambegaokar and A. Baratoff, *Phys. Rev. Lett.* **10**, 486 (1963); erratum **11**, 104 (1963)
- [106] *Numerical recipes*, W. H. Press, B. P. Flannery, S. A. Teukolsky and W. T. Vetterling (Cambridge University Press, 1986)
- [107] A. D. Zaikin and S. V. Panyukov, *Zh. Eksp. Teor. Fiz* **89**, 242-257 (1985); [*Sov. Phys. JETP* **62**, 137 (1985)]; Il est à noter que la formule (A4) contient une erreur d'un facteur deux par rapport aux travaux originaux de Kulik et Omel'yanchuk[15].
- [108] P. E. Greger-Hansen, M. T. Levinsen and G. Fog. Pederson, *J. Low Temp. Phys.* **7**, 99 (1972)
- [109] P. E. Greger-Hansen, E. Hendricks, M. T. Levinsen and G. R. Pickett, *Phys. Rev. Lett.* **31**, 524 (1973)
- [110] N. Ashcroft and N. Mermin, *Solid State Physics*, Holt Saunders Ed. (1976)
- [111] W. J. Skocpol, M. R. Beasley and M. Tinkham, *J. Appl. Phys.* **45**, 4054 (1974)
- [112] Y. Song, *J. Appl. Phys.* **47**, 2651 (1976)
- [113] P. Mohanty, E. M. Q. Jariwala and R. A. Webb, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 3366 (1997)
- [114] F. Pierre, H. Pothier, D. Esteve and M. H. Devoret, *J. Low Temp. Phys.* **118**, 437 (2000)
- [115] G. E. Blonder and M. Tinkham, *Phys. Rev. B* **27**, 112 (1983)
- [116] H. J. Fink, *Phys. Rev. B* **56**, 2732 (1997)
- [117] W. Belzig, C. Bruder and A.F. Zaikin, *Phys. Rev. B* **54**, 9443 (1996)
- [118] W. Belzig, F. K. Wilhelm, C. Bruder, A. D. Zaikin and G. Schön, in Ref. [[119]]
- [119] see the special issue of *Superlattices and Microstructures*, Vol. 25, No. 5/6 (1999)
- [120] A. A. Golubov, F. K. Wilhelm and A. D. Zaikin, *Phys. Rev. B* **55**, 1123 (1997)
- [121] C. C. Grimes and S. Shapiro, *Phys. Rev.* **169**, 397 (1968)
- [122] N. E. Phillips, *Phys. Rev.* **134**, A385 (1964)
- [123] Discussion avec J. L. Bret au service électronique.
- [124] J. R. Waldram and P. H. Wu, *J. Low Temp. Phys.* **47**, 363 (1982)
- [125] T. Hoss, C. Strunk, T. Nussbaumer, R. Huber, U. Staufer and C. Schönenberger *Phys. Rev. B* **62**, 4079 (2000)
- [126] M. Octavio, M. Tinkham, G. E. Blonder and T. M. Klapwijk, *Phys. Rev. B* **27**, 6739 (1983)
- [127] J. Kutchinsky, R. Taboryski, T. Clausen, C. B. Sørensen, A. Kristensen, P. E. Lindelof and J. B. Hansen, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 931 (1997)