



HAL
open science

Avalanches granulaires en milieu fluide

Sylvain Courrech Du Pont

► **To cite this version:**

Sylvain Courrech Du Pont. Avalanches granulaires en milieu fluide. Dynamique des Fluides [physics.flu-dyn]. Université Paris Sud - Paris XI, 2003. Français. NNT: . tel-00004216

HAL Id: tel-00004216

<https://theses.hal.science/tel-00004216>

Submitted on 19 Jan 2004

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre : 7359

THÈSE DE DOCTORAT

Spécialité

PHYSIQUE MACROSCOPIQUE

présentée par

Sylvain Courrech du Pont

pour l'obtention du grade de

Docteur de l'Université Paris XI

AVALANCHES GRANULAIRES EN MILIEU FLUIDE

soutenue publiquement le 14 Novembre 2003 devant le jury composé de :

Mme Elisabeth Charlaix Rapporteur
M. Jacques Duran Président
M. Philippe Gondret Directeur de thèse
M. Olivier Pouliquen Rapporteur
M. Marc Rabaud Codirecteur de thèse
M. Jean-Pierre Vilotte Examineur

Remerciements

Je remercie tout d'abord Jacques Duran d'avoir accepté de présider mon Jury de thèse. Son livre "Sables, poudres et grains" est une mine d'informations que j'ai parcourue ma thèse durant et n'ai toujours pas épuisée.

Elisabeth Charlaix et Olivier Pouliquen ont été les rapporteurs de ce travail. Je tiens à les remercier de l'enthousiasme qu'ils ont émis à son égard et de la vision originale qu'ils en ont eue. Je remercie également Olivier Pouliquen ainsi que Daniel Bideau et Farhang Radjai pour leur dynamisme dans l'organisation du GDR Midi. L'école d'été à Porquerolles et les fréquentes réunions du GDR m'ont permis d'être en contact avec la communauté granulaire et d'échanger de nombreuses idées avec ses membres qui ont nourri mon travail. Le GDR Midi fut une énorme chance.

Je remercie également Jean-Pierre Vilotte à qui je dois en grande partie ma débutante carrière de chercheur. Le stage de DEA que j'ai fait sous sa direction et celle de Jean Schmittbuhl m'a donné envie de poursuivre dans cette voie. Je les remercie tous les deux pour ce cadeau. Ce cadeau n'est pas l'unique que Jean-Pierre Vilotte m'ait fait. En vantant mes mérites à Philippe Gondret et Marc Rabaud, il a assuré mon avenir de doctorant au laboratoire FAST sous leur direction.

Philippe Gondret. Marc Rabaud. Par où puis-je commencer? Je tiens à les remercier en premier lieu d'avoir cru en moi et de m'avoir offert ce joli sujet de thèse. J'ai énormément appris durant ces trois années à leur contact. Ils ont toujours su faire preuve de patience et de générosité à mon égard et ont été présents quasi-quotidiennement tout au long de ma thèse. Travailler en leur compagnie fut un grand plaisir. Bien que je vienne de décrire l'encadrement dont tout doctorant rêverait, ma chance ne s'arrête pas là. J'ai bénéficié durant ma thèse d'un troisième directeur de thèse. Une après-midi animée par semaine, Bernard Perrin venait travailler avec nous. Le travail exposé dans ces pages lui doit énormément. Sa culture, sa bienveillance, tout comme sa rigueur et son souci du détail m'ont impressionné. Comment aurait-il pu en être autrement? J'espère avoir hérité d'une partie de ses qualités. Je tiens également à les remercier tous les trois de leur passion pour la physique au quotidien et de toutes les choses gentilles qu'ils ont dites à mes parents lors du pot de soutenance. Je crois que cela faisait bien longtemps qu'ils avaient abandonné l'idée d'une telle réunion parents-professeurs.

L'ambiance dans l'équipe de recherche de Marc Rabaud est chaleureuse. Je tiens à tous les remercier pour l'amitié qu'ils m'ont faite et je remercie particulièrement Frédéric Moisy qui a toujours été de bon conseil.

J'ai apprécié au cours de ces trois années, l'enthousiasme et la convivialité de la communauté granulaire. Je tiens à remercier tous ceux avec qui j'ai pu discuter et échanger des idées, notamment François Charru, François Chevoir, Eric Clément, François da Cruz, Adrian Daerr, Georges Debregeas, Yoël Forterre, Hans Herrmann, Evelyne Kolb, Anne Mangeney, François Métivier, Pierre Mills, Guillaume Ovarlez, Patrick Richard et Florence Rouyer. Je remercie en ce sens plus particulièrement Bruno Andreotti (je lui dois entre autre l'analogie frottement de Coulomb / pièges du chapitre 4) et Stéphane Douady, François Daviaud (qui m'a gentiment accueilli lors des réunions GIT), Olivier Dauchot et Eric Lajeunesse (qui ont

critiqué fructueusement le modèle sur les effets de parois), Daniel Bonamy et Bud Homsy. Enfin je remercie Gwénaëlle Félix et Yan Grasselli pour m'avoir gentiment transmis leurs données.

J'ai eu le plaisir de travailler avec deux stagiaires. Arnaud Baigts a étudié l'évolution de la couche limite et de l'épaisseur coulante de grains lors d'avalanches dans des liquides. Niels Vandecasteele a, lui, mesuré le champ de vitesse des grains. Ce sont en majeure partie ses résultats qui sont présentés dans le chapitre 5.

Ces trois années de thèse n'auraient pas été aussi sympathiques sans le dynamisme, la qualité scientifique et l'ambiance amicale et parfois haute en couleur qui règnent au laboratoire. Je remercie Dominique Salin, directeur du laboratoire, pour m'avoir accueilli en ces lieux. Sa passion pour la physique et sa bonne humeur ne sont pas étrangers aux qualités du laboratoire.

Je remercie Gérard Chauvin (tout spécialement), Rafaël Pidoux et Christian Saurine qui ont réalisé le montage expérimental. Je remercie Christian Frénois dont les compétences en électronique m'ont été très utiles. Je remercie Monique Sainte-Rose, Maryse Labrude et Marcel Gauthier qui se sont toujours occupés de mes papiers administratifs et bons de commande avec bonne humeur alors que je m'acquittais de ces tâches d'une façon des plus folkloriques. Je remercie Léonor Alves pour avoir pris soin de mon confort et Jean-Marie Hollier pour avoir toujours su dénicher les articles dont j'avais besoin.

Enfin je remercie tous ceux qui m'ont soutenu ou aidé dans ma recherche, chercheurs permanents ou doctorants et notamment Catherine Allain, Yann Bertho, Sandrine Daugan, Delphine Doppler, Frédéric Doumenc, Georges Gauthier, Yonko Gorand, Harold Auradou, Jean-Pierre Hulin, Marc Leconte, Thomas Loiseleux, Jérôme Martin, Laurent Meignin, Hervé Pabiou, Ludovic Pauchard, Christian Ruyer-Quil et Laurent Talon. Je remercie tous mes challengers au ping-pong. Cyprien Morize a toute ma confiance pour maintenir un niveau élevé.

Je remercie Jean Nahmias pour m'avoir offert des vacances à l'IUT de chimie d'Orsay. L'enseignement y a toujours été un plaisir.

Je remercie mes amis, ceux avec qui j'ai pu partager mes petits déboires de thèse, Julien Couder, Patrick Meunier, Lydie Staron et Eric Janiaud et ceux qui n'en avaient cure et que j'apprécie aussi pour cela. Je remercie pour leur soutien ma soeur Céline, ma cousine Christel, mon oncle Yves et mes parents Nicole et Bernard. Ils m'ont largement sponsorisé durant toutes ces années et préparé un copieux pot de thèse. Leur fierté m'a touché. Je remercie Séverine Coupaye (ce que je lui dois réellement n'a pas sa place ici) qui a relu patiemment chacune des pages qui suivent et en a corrigé les fautes d'orthographe et de grammaire que je ne sais quel esprit malin glissait alors que j'avais le dos tourné. Je prie toutes ces personnes de m'excuser pour l'égoïsme dont j'ai fatalement fait preuve durant la rédaction.

Enfin, je suis l'éternel obligé de (Mlle) (Mme) (M.)¹ _____ qui, je l'espère, sait tout ce que je lui dois.

1. Rayer la mention inutile.

Sommaire

Avant-propos	9
1 Introduction	11
1.1 Les angle de talus	11
1.1.1 Analogie avec le frottement de Coulomb	12
1.1.2 Dilatance et origine microscopique de l’hystérésis	14
1.1.3 Les angles de repos et de mouvement	16
1.2 Transmission des contraintes	18
1.2.1 Deux phénomènes remarquables: le “trou du tas” et l’effet Janssen . .	18
1.2.2 Chaînes de forces	19
1.3 Avalanches et écoulements	21
1.3.1 Quelques configurations d’étude	21
1.3.2 Tailles et durées des avalanches	23
1.3.3 Influence d’un liquide interstitiel sur la dynamique d’un écoulement granulaire	24
2 Principe de l’expérience	27
2.1 La géométrie de l’expérience: un tambour tournant	27
2.1.1 Pourquoi un tambour tournant	27
2.1.2 Les différents tambours	27
2.1.3 Montage d’un tambour	27
2.1.4 Les différents rapports d’aspects	29
2.2 Grains et fluides	30
2.2.1 Le milieu granulaire	31
2.2.2 Les fluides interstitiels	31
2.3 Dispositif expérimental	32
2.3.1 La mécanique	32
2.3.2 La visualisation	33
2.4 Acquisition et traitement des images	34
2.4.1 Mesure de l’évolution de l’angle de talus dans le temps	34
2.4.2 Mesure de l’épaisseur coulante	37
2.5 Note à propos d’expériences annexes	38
3 Avalanches en milieu fluide	39
3.1 Introduction	39
3.2 Avalanches dans l’eau: comparaison avec le cas sec	40

3.2.1	Angles et hystérésis	40
3.2.2	Durée des avalanches	49
3.3	Chute élémentaire d'un grain sur son voisin	51
3.3.1	Vitesse limite, temps et distance caractéristiques	51
3.3.2	Paramètres contrôlant la chute élémentaire	53
3.3.3	Les différents régimes de chute élémentaire	54
3.3.4	Collision	56
3.4	L'avalanche comme une succession de chutes élémentaires	57
3.4.1	Les régimes limites "fluides"	57
3.4.2	Le régime de chute libre	57
3.4.3	Le régime limite "collisionnel"	57
3.5	Durées des avalanches	58
3.5.1	Gamme des expériences	58
3.5.2	Les trois régimes d'avalanche	61
3.6	Amplitudes des avalanches	66
3.6.1	Mise en évidence de l'influence de la compacité	67
3.6.2	Comparaison de la dilatance dans l'air et dans l'eau	68
3.6.3	Un bon candidat : le nombre de Stokes	69
3.6.4	Tas immergés : vers des systèmes critiques auto-organisés?	70
3.7	Conclusion	74
4	Effet des parois sur la stabilité d'un tas	75
4.1	Prérequis et conditions expérimentales	75
4.2	Angles et distance entre parois	78
4.3	Modèle de l'effet des parois sur la stabilité d'un tas	81
4.3.1	Modèle de Janssen : cas générique du silo à grains	81
4.3.2	Modélisation physique de l'effet des parois sur les angles	83
4.4	Modèle et expériences	88
4.4.1	Méthode d'ajustement	88
4.4.2	Comparaison du modèle aux expériences	90
4.5	Portée de l'effet des parois sur les angles	94
4.5.1	Influence des différents paramètres	94
4.5.2	Portée des parois et diamètre des billes	95
4.5.3	Comparaison de la portée sur l'angle de mouvement à celle sur l'angle de repos	100
4.6	Quelques précisions sur le modèle	101
4.6.1	Analogie entre la diminution du frottement et la diminution des pièges	102
4.6.2	Différence avec le modèle présenté dans <i>Europhysics Letters</i>	103
4.7	Conclusion	104
5	Perspectives : des expériences plus "microscopiques"	105
5.1	Motivations	105
5.2	Principe de l'expérience	105
5.2.1	Dispositif expérimental	106
5.2.2	Traitement des images : mesure du champ de vitesse par PIV	108
5.3	Premiers résultats	110
5.3.1	Ecoulement à la paroi	110

5.3.2	Écoulement entre les parois	116
5.4	Discussion	118
Conclusion		121
A Mouvement d'une bille entre deux collisions		123
A.1	À faible nombre de Reynolds: force de traînée visqueuse	124
A.2	À grand nombre de Reynolds: force de traînée inertielle	125
A.3	Transition entre force de traînée visqueuse et inertielle	126
B Le régime limite collisionnel: un régime non observé		129

Avant-propos

Durant les grandes vacances, les bords de mers sont bien gardés. Les enfants y veillent en élevant des châteaux et citadelles de sable défendus de tours et de fossés. Ces bâtisseurs de l'éphémère apprennent dès leur plus jeune âge quelques règles de comportement du sable. Pour construire leurs édifices, ils vont chercher du sable humide près de l'eau, mais pas trop loin. Le sable trop mouillé, saturé, est comme le sable sec, il ne vaut rien pour les châteaux ou les circuits de billes. Il est impossible d'en faire quelque chose qui se tienne. Si un peu d'eau donne de la cohésion au matériau que l'on peut alors modeler, façonner, l'immersion est par contre fatale aux constructions. L'eau fait s'écrouler les remparts des douves que les enfants ne peuvent pourtant s'empêcher de remplir, pour leur donner réalité et la marée montante effacera une après-midi de labeur, laissant le terrain vierge pour de nouvelles expérimentations. Sous l'eau, même la citadelle la plus fortifiée est réduite à l'état de tas, banal, semblable à celui de sable sec que l'on construit par avalanches successives, en faisant s'écouler doucement des poignées de sable, sans y penser.

Les tas secs et immergés, si semblables en apparence, comportent pourtant quelques différences dues à la dynamique de leur formation, fortement influencée par la nature du fluide environnant. Les avalanches qui s'écoulent à leur surface sont plus lentes dans l'eau que dans l'air, mais dans quelle mesure? Comment cela se répercute-t-il sur les pentes de leur flanc?

Depuis trente ans, l'étude des milieux granulaires connaît un intérêt considérable de la part de la communauté scientifique et les écoulements denses de granulaires en ont certainement tiré la plus belle part. Cependant, la majorité des études concernent des granulaires secs; les écoulements denses lorsque le milieu granulaire est complètement immergé dans un liquide étaient, jusqu'à présent, très peu explorés². Tout autant que la surface de la Terre, les fonds marins sont pourtant le site de dunes, de rides et d'écoulements de débris qui transportent jusqu'aux abysses les sédiments charriés par les rivières.

Nos expériences d'avalanches granulaires dans l'air et dans des liquides constituent la première étude systématique de l'influence du fluide interstitiel sur ces écoulements. Il convenait donc dans un premier temps de déterminer l'influence d'un fluide interstitiel sur l'amplitude et la dynamique des avalanches et d'identifier les différents régimes d'écoulement et les paramètres sans dimension qui les contrôlent. Dans ce but, nous avons fait de nombreuses expériences en nous attachant, pour un milieu granulaire modèle, à faire varier dans la plus large gamme possible les différents paramètres du problème, la densité et la taille des grains ainsi que la viscosité et la densité du fluide.

2. Citons les travaux de Bagnold [7], d'Allen [4] et de Carrigy [20], précurseurs dans ce domaine.

Le second sujet auquel nous nous sommes intéressés est l'effet des parois sur la stabilité d'un empilement. Dans la grande majorité des expériences de laboratoire, le milieu granulaire est confiné ce qui explique pourquoi ce sujet a, pour sa part, fait l'objet de plusieurs travaux expérimentaux [15, 48, 67] et numériques [100]. Tous ont montré que la stabilité des tas augmente avec son confinement entre parois. Cependant, aucune description physique de cet effet n'avait été proposée. De plus, des résultats surprenants au sujet de la "portée" de l'effet avaient été rapportés et la cohésion entre grains, due à l'humidité, avait alors été évoquée pour expliquer ces résultats. Il nous a donc semblé pertinent de reprendre ces expériences dans notre dispositif expérimental car il est affranchi des problèmes liés à l'humidité lorsque le tas est totalement immergé dans un liquide.

Dans le chapitre introductif, nous présentons quelques notions, issues pour la plupart des granulaires secs, utiles à la lecture de ce manuscrit, puis, dans le chapitre 2, nous décrivons le dispositif expérimental et le principe d'une expérience type. Le chapitre 3 est consacré à l'influence du fluide interstitiel sur les amplitudes et la durée des avalanches. L'étude de l'effet du confinement sur la stabilité d'un tas fait l'objet du chapitre 4. Un dernier chapitre est consacré aux premiers résultats d'une étude "plus microscopique", où nous mesurons le champ de vitesse des grains lors de l'écoulement et suivons son évolution durant l'avalanche.

Chapitre 1

Introduction

Le terme de *milieu granulaire* désigne un milieu biphasique, constitué d'une phase solide composée de particules macroscopiques immergées dans une phase fluide, gazeuse ou liquide. Par particule macroscopique on entend que son énergie d'agitation thermique est faible devant les variations d'énergie potentielle qu'elle subit, soit pour les matériaux usuels dès lors que sa taille dépasse typiquement le micromètre. Ainsi, les matériaux granulaires représentent une famille vaste de matériaux désignant aussi bien les dunes de sable ou les sédiments charriés par les rivières que la neige, les rochers, le sucre, les céréales ou encore les médicaments en poudre.

Les interactions entre les grains ainsi qu'entre les grains et le fluide environnant, sont à l'origine d'une grande variété de comportements. On adopte donc différentes dénominations suivant la taille des grains et le milieu dans lequel ils évoluent. On parle de *granulaires cohésifs* lorsque les forces d'attraction entre particules sont importantes, pour les poudres de taille inférieure à 100 micromètres ou lorsque le milieu environnant est "humide" ce qui engendre la formation de ponts capillaires entre les grains. Lorsque ces forces d'attraction comme l'influence de la phase fluide sur les grains sont négligeables, on parle alors de *granulaires secs*; ce terme concerne principalement des grains de taille supérieure à 100 micromètres dans l'air. Enfin, nous parlerons de *granulaires immergés* pour désigner des grains dans un liquide, lorsque la dynamique du milieu granulaire est dominée par les interactions entre la phase solide et la phase fluide.

1.1 Les angle de talus

La particularité première des milieux granulaires est certainement leur capacité à former des tas. Cependant, lorsque le matériau est non cohésif, la pente de ces tas ne peut pas excéder une valeur critique. Coulomb [24], en 1776, fut l'un des premiers à noter l'existence de cet angle critique lorsqu'il observa que les remblais de terre servant à renforcer les fortifications ne peuvent pas supporter un angle d'inclinaison supérieur à un angle caractéristique de l'ordre de 30° .

Si on observe plus en détail la formation d'un tas, on constate qu'il n'existe pas un angle caractéristique unique mais deux. En effet, lors de la formation d'un tas conique à partir d'un point source, les grains s'accumulent au sommet du tas puis s'écoulent. Le tas se construit par avalanches successives et l'angle local au sommet de l'empilement passe alternativement par des maxima et minima. Considérons une boîte remplie de grains dont la surface est horizontale

et inclinons-la progressivement, comme cela est illustré par la figure 1.1. Lorsque l'angle que décrit la surface du tas avec l'horizontale atteint une valeur critique, une avalanche de surface mettant en mouvement quelques couches de grains se déclenche. Cet angle maximum de stabilité auquel démarre spontanément une avalanche est appelé angle de mouvement dans ce manuscrit et est noté θ_m . L'avalanche ne fait pas relaxer l'inclinaison du tas jusqu'à l'horizontale mais s'arrête pour un angle de quelques degrés inférieur à θ_m que nous appelons angle de repos et notons θ_r . Entre ces deux angles, l'équilibre du tas est métastable ; les grains peuvent être statiques ou mobiles et leur état présent dépend de leur histoire. Cette transition hystérétique est illustrée par le schéma 1.2.

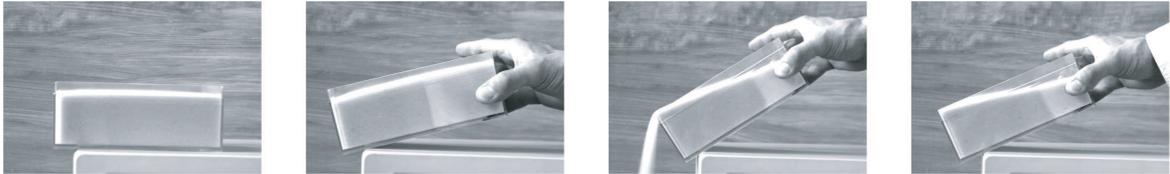


FIG. 1.1 – L'empilement de grains peut supporter une inclinaison. Au-delà de l'angle de mouvement, les grains s'écoulent en avalanche. L'avalanche s'arrête pour une inclinaison inférieure à l'angle de mouvement : l'angle de repos.

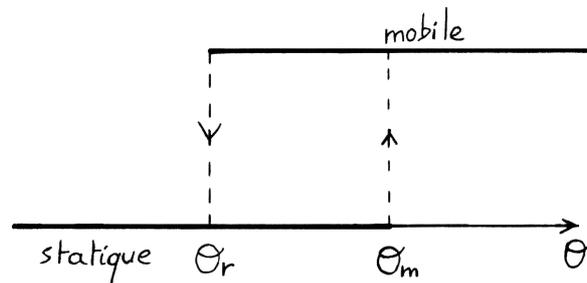


FIG. 1.2 – Illustration de l'hystérésis observée pour un tas de grains en fonction de son angle d'inclinaison θ .

1.1.1 Analogie avec le frottement de Coulomb

En 1776, Coulomb a fait l'analogie entre la stabilité d'un tas de grains et le frottement solide [24] et comme nous le verrons, bien que l'on puisse être critique quant à sa pertinence, cette analogie a toujours cours aujourd'hui.

Considérons un patin frottant sur un plan, incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale, comme cela est illustré sur la figure 1.3. Le patin est soumis à son poids $M\vec{g}$, à la réaction normale du support \vec{R} et à une force de frottement \vec{F} parallèle au plan (dès que α est différent de 0). \vec{N} et \vec{T} sont les projections du poids respectivement normale et tangentielle au plan, telles que $N = Mg \cos \alpha = R$ et $T = Mg \sin \alpha$. Le patin glissera dès que T dépassera un certain seuil. En dessous de ce seuil, la force de frottement \vec{F} compense exactement \vec{T} . D'après les lois de frottement macroscopiques (Amontons en 1699 et Coulomb en 1785), la valeur maximale de la norme de la force de frottement \vec{F} est proportionnelle à la force normale appliquée par le patin sur le plan et vaut : $F_{\max} = \mu_s N = \mu_s Mg \cos \alpha$ où μ_s est le coefficient

de frottement statique entre le patin et le plan. Ainsi, si on incline progressivement le plan (l'angle α augmente), le patin glissera sur le plan lorsque l'équilibre des forces sera rompu, soit au-dessus de l'inclinaison critique α_m , telle que $T = F_{\max}$ ou encore

$$M g \sin \alpha_m = M g \cos \alpha_m \mu_s,$$

soit

$$\tan \alpha_m = \mu_s. \quad (1.1)$$

Le coefficient de frottement statique μ_s est donc égal à la tangente de l'angle maximum de stabilité α_m du patin sur le plan.

Le patin, alors en mouvement, subit une force de frottement dynamique plus faible : $F_{\text{mouv}} = \mu_d M g \cos \alpha$ où μ_d est le coefficient de frottement dynamique entre le patin et le plan ($\mu_d < \mu_s$). Si l'on diminue à présent l'angle d'inclinaison α , le patin s'arrêtera de glisser lorsque F_{mouv} sera supérieur à T , soit dès que l'inclinaison du plan sera inférieure à l'angle critique α_r ($\alpha_r < \alpha_m$) tel que

$$\tan \alpha_r = \mu_d. \quad (1.2)$$

Ainsi, tout comme pour un empilement de grains (fig. 1.2), il apparaît deux angles limites, α_r et α_m et le comportement du patin est hystérétique.

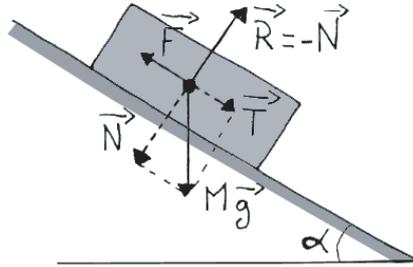


FIG. 1.3 – *Patin frottant sur un plan incliné d'un angle α avec l'horizontale.*

En considérant la couche superficielle de grains mise en mouvement lors d'une avalanche comme un patin frottant sur le reste du tas (qui constitue un fond meuble), on peut faire l'analogie entre les valeurs statique μ_s et dynamique μ_d du coefficient de frottement macroscopique interne d'un tas et les angles de mouvement θ_m et de repos θ_r tels que

$$\tan \theta_m = \mu_s \text{ et } \tan \theta_r = \mu_d. \quad (1.3)$$

Les valeurs des angles d'inclinaison des tas de grains couramment observés dans la nature (dunes) ou en laboratoire sont de l'ordre d'une vingtaine à une trentaine de degrés, ce qui est compatible avec le coefficient de frottement entre grains de quartz (sable) ou entre billes de verre ($\mu \simeq 0,4$). Il n'y a donc qu'un pas à faire pour pousser l'analogie un peu plus loin et lier la stabilité d'un tas au coefficient de frottement entre les grains.

Toutefois, cette description ne permet pas de rendre compte de la localisation de la rupture du matériau (les avalanches concernent des couches superficielles de grains). Ajoutons au patin précédent plusieurs patins de même nature (fig. 1.4) et répétons l'expérience. Si le coefficient de frottement entre un patin et le plan est supérieur ou égal au coefficient de frottement entre

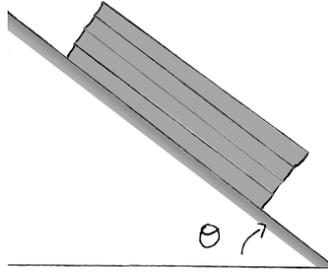


FIG. 1.4 – *Quel patin glissera en premier? La situation est indéterminée.*

deux patins, alors la rupture intervient *a priori* simultanément à chaque plan de contact (pour la valeur critique d'inclinaison du plan θ_m , telle que : $\tan \theta_m = \mu_{\text{patin/patin}}$).

De plus, la stabilité d'un tas est davantage liée aux pièges (espaces entre billes adjacentes) qu'au coefficient de frottement entre les grains. En effet, l'empilement triangulaire, présenté figure 1.5, est stable même dans la limite d'un coefficient de frottement entre les grains nul, pour peu que le fond comporte des pièges ou que le coefficient grains/fond soit suffisant. Luding a par ailleurs montré que cette limite est également valable pour un empilement désordonné [70].

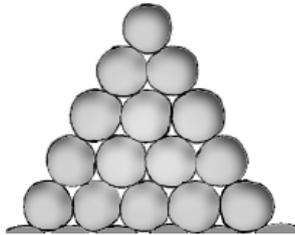


FIG. 1.5 – *Nul besoin de frottement entre les grains pour que cet empilement soit stable!*

1.1.2 Dilatance et origine microscopique de l'hystérésis

Un tas n'a donc nul besoin de la présence de friction entre les grains pour être stable ; la stabilité d'un empilement trouvant une origine microscopique avec les pièges ou puits de potentiels que constitue, pour un grain, la couche de grains sur laquelle il repose. Nous allons à présent voir que ces pièges peuvent également expliquer en partie l'hystérésis entre l'angle de repos et l'angle de mouvement.

Considérons la cellule de cisaillement remplie de grains rigides et ordonnés, illustrée figure 1.6. A gauche, les grains sont stables, nichés dans leur puits de potentiel. Si on applique un cisaillement à ces grains, en permettant au milieu de se déformer, aucun mouvement relatif entre les grains ne peut avoir lieu s'ils ne peuvent pas sortir de leur piège. Le cisaillement de ces grains, pour qu'il soit effectif, s'accompagne alors d'une augmentation du volume qu'ils occupent. Ce phénomène illustré à deux dimensions sur la figure 1.6 s'observe également pour un empilement à trois dimensions et désordonné. On appelle ce phénomène la *dilatance* comme l'a proposé Reynolds en 1885 lors de son observation [89].

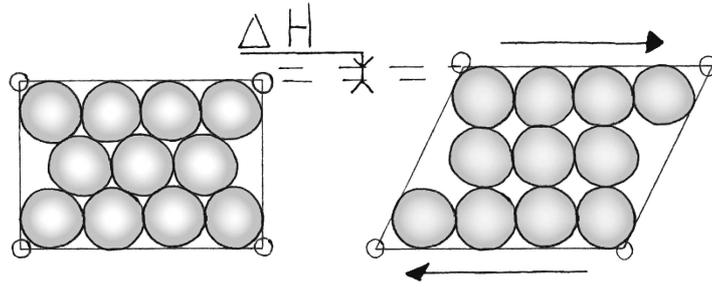


FIG. 1.6 – Cellule de cisaillement. Les grains doivent sortir de leur piège pour qu’il puisse y avoir un mouvement relatif entre eux : c’est la dilatance.

Considérons à présent un plan rugueux à deux dimensions sur lequel on dispose un grain au repos, comme cela est illustré sur la figure 1.7. A gauche, le grain est piégé. Pour que le grain soit mis en mouvement sous l’action de la gravité, il doit pouvoir sortir de son puits de potentiel. On peut donc définir l’angle de mouvement θ_m comme l’angle d’inclinaison du plan pour que le piège disparaisse, soit lorsque le poids du grain est aligné suivant la droite passant par le centre du grain considéré et le centre du grain qui lui fait obstacle (à droite sur la figure 1.7). Pour un empilement 3D, de la même façon, les grains doivent sortir de leur piège pour pouvoir s’écouler en avalanche, ce qui s’accompagne d’une augmentation du volume de la couche de grains mis en mouvement, tout comme dans la cellule de cisaillement (fig. 1.6).

Une fois en mouvement, le grain ne s’arrêtera que pour une inclinaison du plan plus faible θ_r , lorsque la taille des obstacles à franchir sera telle que la dissipation d’énergie lors des chocs, sera supérieure à l’énergie cinétique que le grain accumule entre deux collisions, sous l’action de la gravité. La valeur de l’hystérésis $\Delta\theta$ est alors l’inclinaison supplémentaire à appliquer au tas, depuis θ_r , pour permettre au grain de sortir de son puits de potentiel (fig. 1.7).

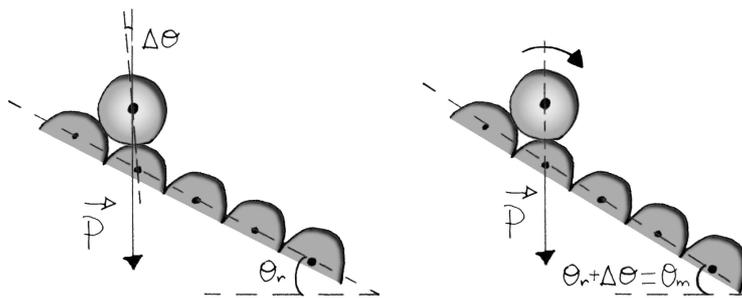


FIG. 1.7 – Interprétation microscopique de l’hystérésis entre l’angle de repos θ_r et l’angle de mouvement θ_m .

Lorsque l’inclinaison du plan est comprise entre θ_r et θ_m , la gravité suffit à entretenir le mouvement du grain. Ainsi, une perturbation de taille finie, permettant au grain de passer le premier obstacle, déclenche le mouvement. Cette bifurcation sous-critique a été mise en évidence par Quartier *et al.* pour un grain unique sur un plan incliné rugueux (fig. 1.7) [83] et par Daerr et Douady pour une assemblée de grains [28, 30].

1.1.3 Les angles de repos et de mouvement

Les valeurs des angles caractéristiques d'un tas sont sensibles à de nombreux paramètres, parfois difficilement dissociables expérimentalement, dont nous présentons à présent un panel certainement non exhaustif.

Nature des grains. La forme des grains (sphérique ou anguleuse) modifie la nature des pièges entre grains et l'état de surface des grains modifie le coefficient de frottement entre particules ; ces deux paramètres agissent donc directement sur le coefficient de frottement macroscopique du tas et sur les valeurs des angles caractéristiques [18]. De façon moins évidente, des expériences ont rapporté une faible dépendance de la valeur de ces angles avec le diamètre ou la densité des grains ; la valeur des angles augmenterait lorsque le diamètre ou la densité diminue [18].

Cohésion, du tas humide au tas immergé. La présence d'humidité entraînant la formation de ponts capillaires entre les grains augmente la cohésion du milieu et ainsi la stabilité des tas [45] ; il suffit d'observer les châteaux de sable pour s'en persuader (fig. 1.8). Cet effet de l'humidité sur la cohésion des milieux granulaires n'est cependant important que parce que les grains sont rugueux. En effet, pour des grains lisses (sans aspérité), les forces de van der Waals sont du même ordre de grandeur dans l'air et dans l'eau : la présence de ponts capillaires modifie donc très peu les forces de cohésion déjà très importantes [56]. Pour des grains rugueux et secs, les forces de van der Waals deviennent très vite négligeables¹ alors qu'en présence d'humidité, les ponts capillaires peuvent "lisser les aspérités" et mener ainsi à des forces du même ordre que dans le cas de grains lisses. La dynamique de formation des ponts est lente et des expériences, pour lesquelles l'humidité est contrôlée, ont rapporté un effet de vieillissement sur l'angle de mouvement : plus le temps d'attente avant avalanche est long, plus l'angle de mouvement augmente [13, 88]. Il convient également de citer des travaux particulièrement prometteurs, où les forces mêmes de cohésion entre grains sont contrôlées par l'application au milieu granulaire d'un champ magnétique [44, 79].

Pour de faibles quantités de liquide, les angles augmentent avec le volume de liquide dans le tas. Par contre, en saturant le milieu en eau on retrouve des angles comparables à ceux observés en sec (fig. 1.8). Carrigy [20] et Allen [3] ont mené des expériences en immergeant totalement le milieu granulaire. Ils ont remarqué que si l'angle de repos du tas reste quasiment inchangé par rapport au cas sec, l'angle de mouvement diminue dans le cas immergé. L'hystérésis ($\Delta\theta = \theta_m - \theta_r$) est donc plus petite dans l'eau que dans l'air ; cependant, aucune étude systématique de l'influence de l'immersion sur l'hystérésis n'avait été menée avant ce travail de thèse. Nous verrons dans le chapitre 3 que la diminution de l'hystérésis résulte de la dynamique des avalanches dans l'eau qui tend à "fabriquer" des tas moins compacts dans l'eau que dans l'air. Une étude récente [46] a par ailleurs montré l'existence possible d'un vieillissement, d'origine chimique pour des tas immergés. Le temps d'attente pour observer un effet dans le cas de billes de verre dans l'eau est cependant de plusieurs heures.

1. Pour des billes de verre, on considère généralement qu'elles sont négligeables dès que le diamètre de la bille est supérieur à $100\mu m$.

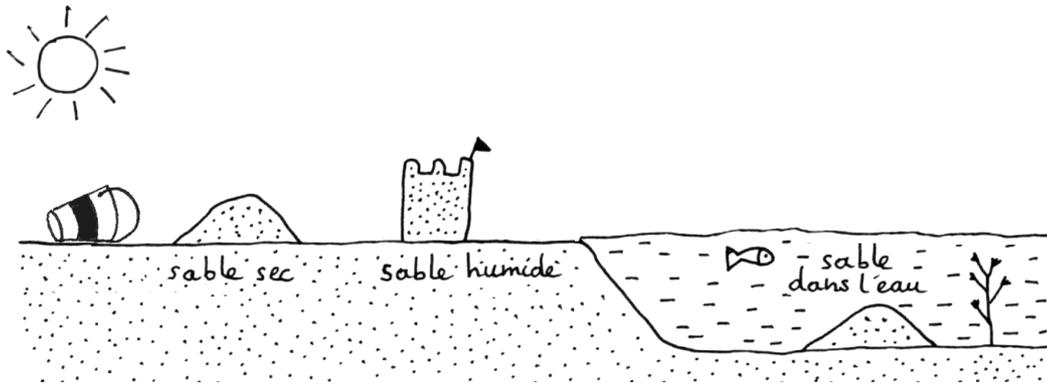


FIG. 1.8 – La présence d’humidité augmente fortement la stabilité des empilements granulaires et permet de construire des édifices qui ne peuvent pas exister dans le cas sec ou immergé.

Compacité. La compacité d’un empilement est le rapport du volume réel des grains sur le volume total de l’empilement (volume des grains plus volume des interstices). La valeur des angles caractéristiques augmente avec la compacité [2, 18].

Plusieurs paramètres peuvent cependant modifier la compacité du milieu :

- la polydispersité du milieu granulaire (distribution en taille de grains) [18], de petits grains peuvent ainsi se loger dans les interstices laissés par de plus gros grains, et,
- la méthode de préparation de l’empilement [2].

Outre le fait qu’elle modifie la compacité du tas, la méthode de préparation de l’empilement ou plus généralement l’histoire du tas agit de façon non triviale sur les angles.

Méthode de préparation. Une expérience de Grasselli et Herrmann [48] présentée sur la figure 1.9 illustre cette dépendance. Ils préparent un tas dans une boîte rectangulaire à partir d’une trémie placée en haut à gauche de la boîte et obtiennent un premier tas d’inclinaison θ . Puis, ils ouvrent une trappe sous ce tas et obtiennent ainsi deux tas : le premier d’inclinaison θ_b et le deuxième d’inclinaison θ et θ_a , tels que $\theta < \theta_b < \theta_a$ (fig. 1.9).

La méthode de préparation influe également sur la dynamique des écoulements [29] et le comportement mécanique du milieu [97].

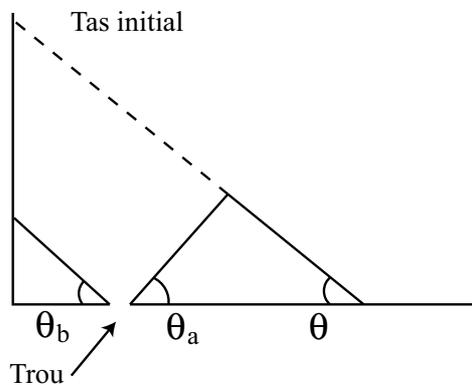


FIG. 1.9 – Expérience de Grasselli et Herrmann [48].

Parois et confinement. La simple présence de parois, modifiant les conditions aux limites, affecte la valeur des angles caractéristiques [35]. Si on considère par exemple le dispositif présenté sur la figure 1.1, il est probable que la valeur des angles soit modifiée selon que les grains puissent ou non s’échapper de la boîte. Dans cette boîte, le milieu est également confiné entre deux parois latérales ; si on rapproche les parois l’une de l’autre, les angles de mouvement et de repos augmentent [67]. Cette augmentation s’explique qualitativement par la présence entre les parois de voûtes de grains qui améliorent la stabilité du tas et sont d’autant plus “solides” ou nombreuses que les parois sont proches. L’effet du confinement sur les angles caractéristiques sera étudié en détails dans le chapitre 4.

1.2 Transmission des contraintes

1.2.1 Deux phénomènes remarquables : le “trou du tas” et l’effet Janssen

Les comportements mécaniques des milieux granulaires mènent à des phénomènes contre-intuitifs dont les deux plus remarquables ambassadeurs sont le “trou du tas” et le phénomène de Janssen.

Le “trou du tas”. Un tas fabriqué par avalanches successives à partir d’un point source (fig. 1.10 a) et un tas fabriqué par pluviation (fig. 1.10 b) sont en apparence semblables. Cependant, les profils de la pression mesurée à la base de ces tas sont très différents. Le profil de pression à la base du tas préparé par avalanches successives présente un minimum de pression au centre, sous le sommet du tas, là où intuitivement on s’attendrait à un maximum de pression (fig. 1.10 a). Ce phénomène, connu sous le nom de “trou du tas”, a notamment été observé par Vanel *et al.* [97] et suggère l’existence de lignes de forces renforcées et anisotropes. Le minimum de pression au centre n’est par contre plus observé si on prépare le tas par pluviation (fig. 1.10 b) [97]. Cette différence illustre le fait qu’un tas de grains “garde en mémoire” la façon dont il a été préparé et qu’on ne peut pas présupposer du comportement mécanique d’un empilement sans connaître son histoire.

L’effet Janssen. La pression mesurée à la base d’une colonne verticale remplie de grains n’augmente pas linéairement avec la hauteur de grains, contrairement à une colonne d’eau pour laquelle la pression est hydrostatique : elle sature rapidement à une valeur maximum (fig. 1.11). Pour cette raison, un sablier s’écoule à débit constant alors que le débit dans une clepsydre ralentit à mesure qu’elle se vide. Ce phénomène s’explique encore par l’existence de voûtes de grains redirigeant une partie des contraintes verticales vers les parois. La masse de grains “manquante” à la base du tube est alors “supportée” par les parois latérales. Ce phénomène est connu sous le nom de “problème du silo” ou d’“effet Janssen” depuis qu’en 1895, Janssen a proposé un modèle pour expliquer l’écrantage de la masse pesée au fond d’un silo à grain [60]. Ce modèle considère le milieu granulaire comme un milieu continu, suppose une relation de proportionnalité entre les contraintes verticales et les contraintes radiales au sein du matériau et une friction solide entièrement mobilisée aux parois du tube [35, 60]. Nous verrons dans le chapitre 4, traitant de l’effet des parois sur les angles de talus, que la redirection des contraintes vers les parois fait également augmenter les valeurs des angles caractéristiques lorsque l’on confine un tas. Nous proposerons un modèle qui s’appuie sur le modèle de Janssen que nous détaillerons alors.

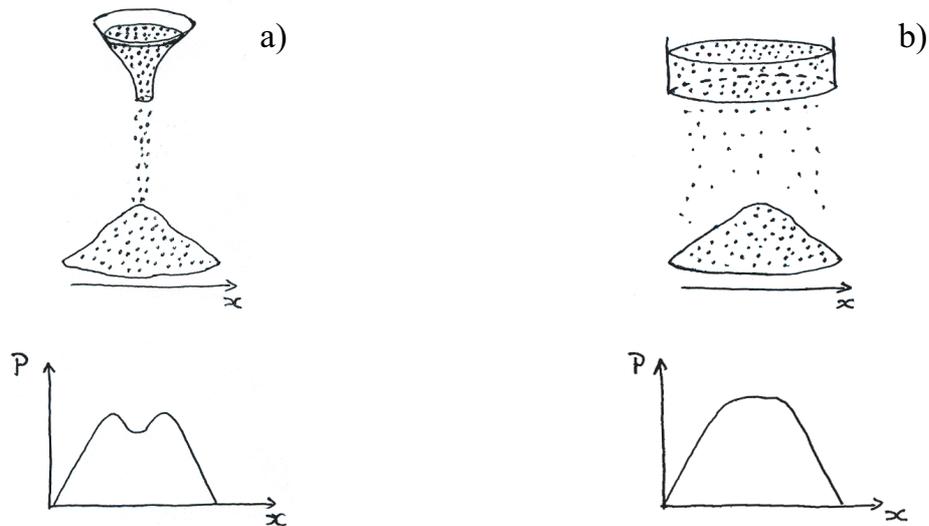


FIG. 1.10 – Profils de pression à la base d'un tas de sable préparé par avalanches successives (a) et par pluviation (b).

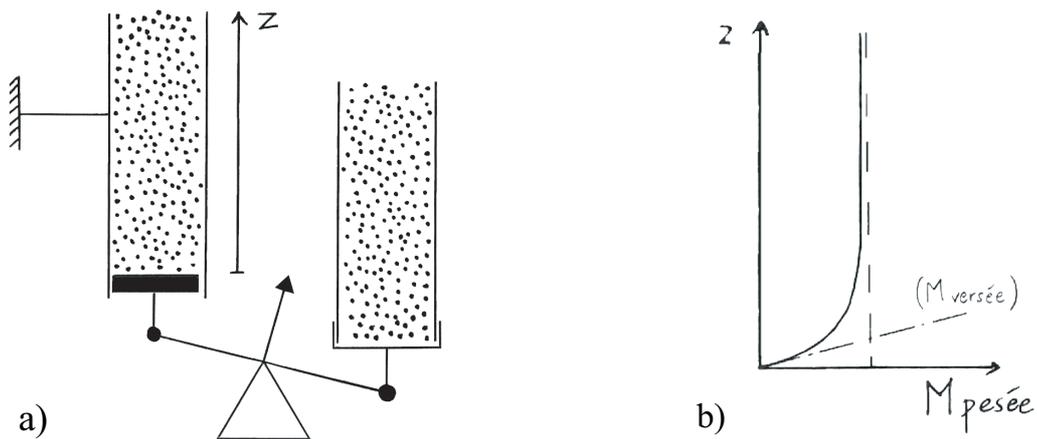


FIG. 1.11 – Effet Janssen. a) La masse apparente pesée à la base d'un tube rempli de grain est plus faible que la masse de grains versée dans le tube (pour reproduire l'expérience présentée, mieux vaut remplir le cylindre de droite en premier). b) Masse apparente des grains, pesée à la base du tube, en fonction de la hauteur de remplissage.

1.2.2 Chaînes de forces

Comme le suggèrent les phénomènes du “trou du tas” et de l'effet Janssen, les comportements collectifs d'un milieu granulaire sont intimement liés à la structure des empilements. Contrairement au cas d'un milieu élastique homogène, les forces dans un milieu granulaire sont astreintes à se transmettre *via* les contacts entre grains. Cette particularité mène à la formation de chemins privilégiés de transmission des forces au sein du milieu que l'on appelle “chaînes de forces”.

Des expériences modèles d'empilement de grains photo-élastiques placés entre polariseurs croisés [31, 50, 53, 96] et des simulations numériques [85, 100] permettent d'observer ces

chaînes de forces comme sur les deux images présentées figure 1.12. On remarque sur ces images une forte hétérogénéité de la répartition des forces au sein du milieu et la tendance naturelle de l'empilement à défléchir les contraintes vers les parois, ce qui cause notamment l'effet Janssen.

L'hétérogénéité du réseau des forces trouve son origine dans le désordre inhérent au réseau des contacts dans un matériau granulaire. Au-delà du fait que les grains d'un empilement sont déformables et frottants, un réseau apparemment hexagonal de billes à peu près monodisperses présente expérimentalement toujours un grand nombre de défauts dus notamment à des défauts de sphéricité et à la rugosité des billes [31]. Ce désordre dans le réseau des contacts se répercute naturellement sur le réseau des forces.

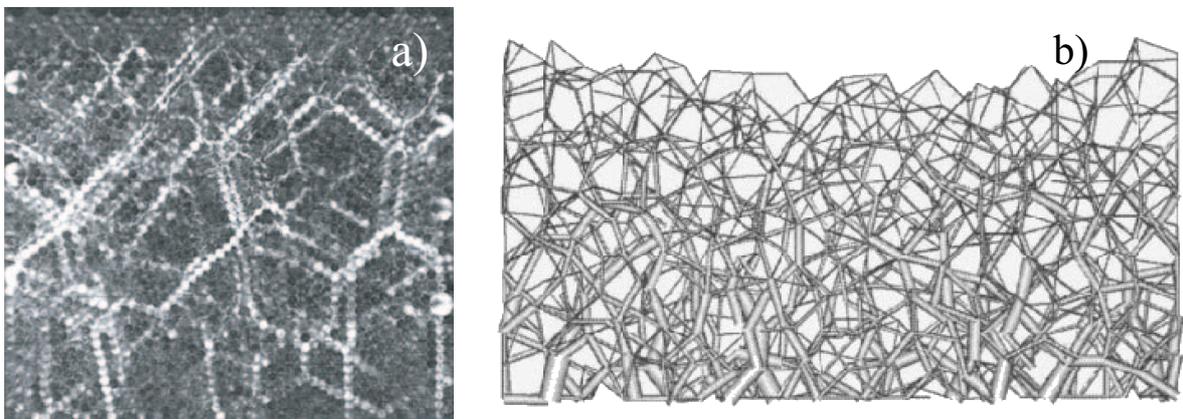


FIG. 1.12 – *Chaînes de forces dans des empilements de grains. Les forces empruntent des chemins privilégiés, laissant de grandes zones faiblement contraintes. a) Empilement 2 D de grains photo-élastiques placés entre polarisateurs croisés et soumis à une pression extérieure (issue de [50]). Les grains apparaissent d'autant plus clairs qu'ils sont fortement contraints. b) Vue de côté d'un empilement 3 D dans une boîte rectangulaire. Image numérique obtenue par la méthode de la dynamique moléculaire (issue de [100]). Les chaînes représentent les forces normales subies par les grains et leur largeur est proportionnelle à la valeur de la force.*

Ce réseau de forces est par ailleurs très sensible à des perturbations infinitésimales. Par exemple, la masse apparente mesurée à la base d'une colonne de grains fluctue énormément avec la température [23, 22]. La fragilité du réseau des forces peut s'expliquer d'une part par le caractère "isostatique" des empilements naturels et d'autre part par le fait que les grains sont des objets frottants.

Pour des grains lisses, rigides, non-cohésifs et non-frottants, l'empilement est isostatique (une seule solution d'équilibre) ou hyperstatique (plusieurs solutions d'équilibre) selon le nombre moyen de voisins que possède les grains et une faible polydispersité suffit à rendre l'empilement isostatique [74, 92]. On comprend ainsi la grande fragilité du réseau des contacts puisqu'un réarrangement local oblige l'empilement tout entier à se réorganiser pour trouver une nouvelle solution d'équilibre. Cependant, pour des grains frottants, la sensibilité du réseau des forces aux perturbations va au-delà de la fragilité du réseau des contacts. Bonamy *et al.* [16, 17] ont montré expérimentalement qu'une perturbation du milieu, provoquée par une variation de température de quelques degrés, modifie le réseau des forces. Ils associent ces modifications non pas à des réarrangements macroscopiques du milieu, modifiant le réseau des contacts,

mais à des réarrangements locaux de la force de friction au niveau des contacts entre grains. Ce résultat illustre l'existence de plusieurs solutions d'équilibre pour un même réseau de contacts.

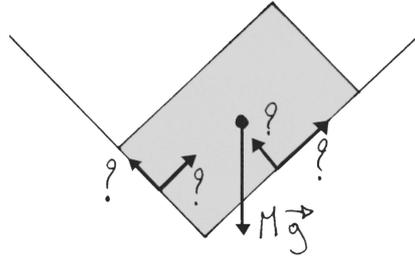


FIG. 1.13 – De la façon dont on a amené le patin en contact avec les surfaces (par exemple depuis la gauche ou depuis la droite) dépendent les valeurs des forces de frottements et des forces normales aux contacts. Sans précision sur le mouvement passé, elles sont indéterminées.

Considérons un patin posé dans un coin comme sur la figure 1.13. Si le patin est non-frottant, les forces de réactions contrebalancent le poids et la solution d'équilibre est unique. Si le patin est frottant, il faut ajouter aux réactions les forces de frottement entre le patin et le coin. De la manière dont on a amené le patin dépendent les valeurs des forces de frottement dont on sait uniquement qu'elles sont chacune inférieures à $\mu_s N$ où N est la force normale à la surface de contact. Il existe alors une multitude de solutions d'équilibre. Pour des empilements de grains frottants, une perturbation infinitésimale telle qu'une variation de température peut ainsi transformer le réseau des forces d'un empilement de grains sans changer le réseau des contacts ; la mobilisation d'un contact nécessite un micro-déplacement de l'ordre d'une rugosité ($\sim 1 \mu m$).

1.3 Avalanches et écoulements

1.3.1 Quelques configurations d'étude

La majorité des études expérimentales s'attachant à décrire les écoulements granulaires denses ont pour but de définir des lois rhéologiques. Ces études se placent par conséquent dans le cadre d'écoulements développés en régime stationnaire, différent du cadre de notre étude d'avalanches, de tailles et de durées finies. Néanmoins, quelques-uns de ces travaux et diverses configurations expérimentales sont évoqués au cours de ce manuscrit, nous les décrivons donc succinctement.

Couette cylindrique. Dans cette géométrie, les grains sont confinés entre deux cylindres coaxiaux rugueux et le matériau est cisailé par la rotation du cylindre central (fig. 1.14 a). L'écoulement est alors localisé dans une bande de cisaillement épaisse de quelques diamètres de grains près du cylindre intérieur. Dans cette bande, la vitesse moyenne des grains décroît très rapidement avec la distance au cylindre central [14, 53, 68, 72].

En géométrie de Couette, l'écoulement est confiné dans la direction du cisaillement ; dans les dispositifs que nous présentons à présent, les écoulements sont à surface libre et le matériau granulaire est plus libre de se dilater.

Plan incliné. Les paramètres de contrôle dans cette géométrie (fig. 1.14 b) sont l’angle θ d’inclinaison du plan et la hauteur coulante de grains. Lorsque le plan est rugueux, il existe une gamme d’inclinaison θ dans laquelle l’écoulement est stationnaire et uniforme et on peut alors obtenir la vitesse des grains moyennée dans l’épaisseur, en mesurant la vitesse du front. Pour des inclinaisons du plan supérieures à cette gamme, l’écoulement est accéléré alors que plus aucun écoulement n’est possible pour des angles inférieurs. Pouliquen [81], puis Daerr et Douady [29], ont mené des expériences consistant à décrire la limite inférieure des écoulements stationnaires et uniformes. Ils ont remarqué que l’inclinaison limite pour observer un écoulement, assimilable au coefficient de frottement statique μ_s macroscopique entre le fond et la couche de grains (cf. eq. 1.3), est dépendante de la hauteur de grains ; μ_s diminue exponentiellement lorsque la hauteur de matériau h_{stop} sur le plan augmente. La hauteur h_{stop} s’est alors révélée être un paramètre d’adimensionnement judicieux [5, 81, 80].

Tas et tambour tournant : écoulements sur fond meuble. Contrairement aux écoulements minces sur un plan où toute l’épaisseur de grains est en mouvement (fig. 1.14 b), l’écoulement sur fond meuble (fig. 1.14 c et d) est localisé en surface. On fait alors généralement la distinction entre la couche en mouvement, “phase fluide”, et le reste du tas qui constitue un fond meuble, “phase solide”. Cette phase dite “solide” s’est récemment révélée être également dotée d’un mouvement lent, assimilable à un fluage [65]. La vitesse dans cette phase décroît exponentiellement avec la profondeur [65], alors que le profil de vitesse est linéaire dans la phase fluide [16, 87]. Pour un écoulement sur un tas (1.14 c), comme pour un écoulement sur plan incliné, la hauteur coulante de grains est invariante dans la direction de l’écoulement. Par contre, dans la géométrie de tambour tournant (1.14 d) où c’est la vitesse de rotation Ω du tambour qui impose le débit, des grains sont injectés dans l’écoulement sur toute la moitié haute du tambour et récupérés sur la moitié basse ; l’angle de l’interface solide / fluide et la hauteur de grain coulante est alors libre de s’adapter. Cette géométrie de tambour tournant est celle que nous avons adoptée. Sur l’exemple présenté (fig. 1.14 d), le tambour tourne rapidement et l’écoulement est continu. Si on ralentit suffisamment la vitesse de rotation du tambour, l’écoulement devient intermittent et l’angle du tas “oscille” entre l’angle de mouvement et l’angle de repos. Entre deux avalanches, le tas est en rotation solide avec le tambour. Lorsque l’inclinaison du tas atteint la valeur de mouvement, l’angle du tas relaxe jusqu’à l’angle de repos à travers une avalanche d’amplitude et de durée finies. Dans nos expériences, le régime d’écoulement est intermittent, le tambour tourne très lentement et la rotation du tambour peut être négligée lors des avalanches. La transition entre les régimes continus et intermittents a notamment été étudiée par Rajchenbach [86].

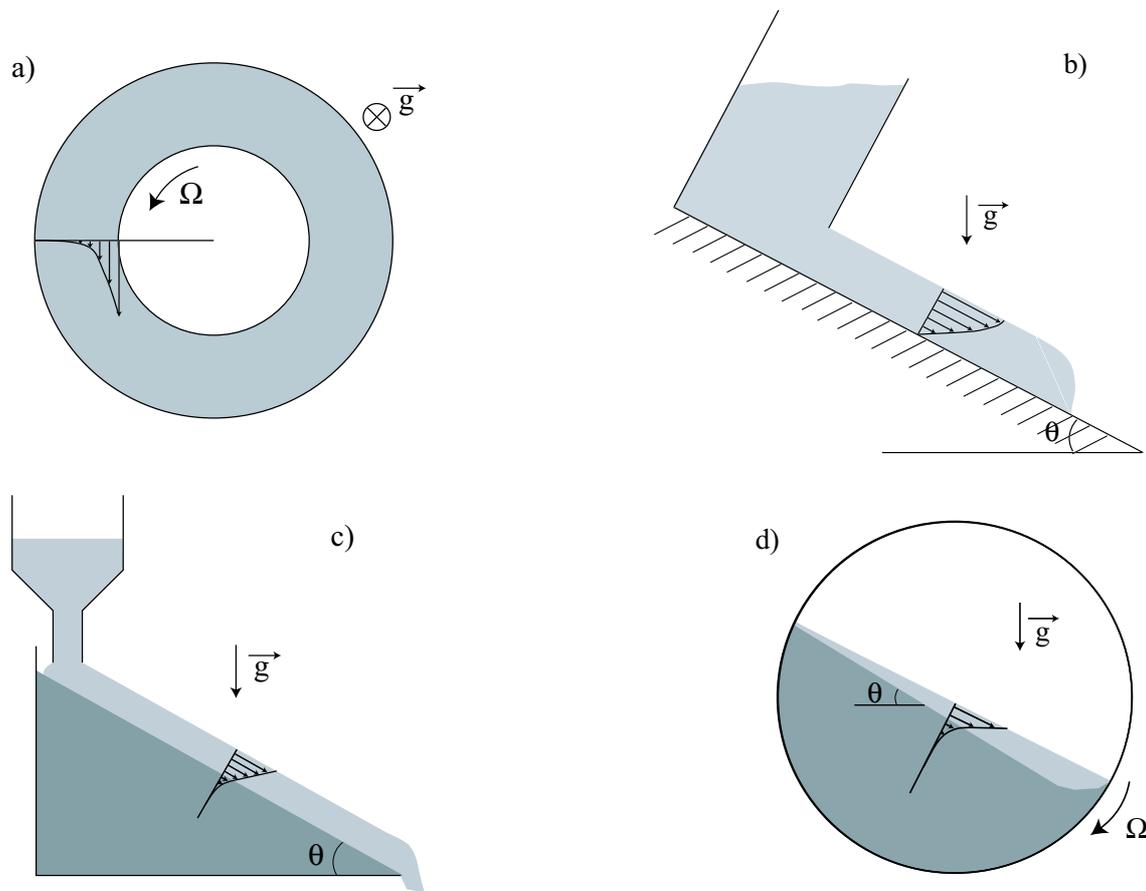


FIG. 1.14 – Diverses configurations expérimentales. a) Couette cylindrique. Les grains sont cisailés par la rotation du tube intérieur. Le cisaillement est confiné dans une bande épaisse de quelques grains. b, c, d) Écoulements gravitaires à surface libre. b) Plan Incliné. Toute la couche de grains coule sur le plan. c) Écoulement sur fond meuble (sur un tas). d) Tambour tournant en écoulement stationnaire.

1.3.2 Tailles et durées des avalanches

En 1987, Bak *et al.* [8, 9] ont proposé une modélisation par automate cellulaire censé, entre autres, reproduire le comportement avalancheux d'un tas. L'empilement est modélisé comme un réseau de colonnes de grains juxtaposées dont la stabilité relève de règles locales élémentaires :

- la différence de hauteur (ou angle local) entre deux colonnes adjacentes ne peut pas excéder une valeur critique θ_c sans que la colonne la plus haute ne s'écroule sur les colonnes voisines situées en aval,
- les colonnes voisines en amont comme en aval peuvent alors à leur tour dépasser le critère de stabilité et des grains sont entraînés dans l'avalanche.

Durant l'expérience numérique, le tas est continûment alimenté en grains à des sites (colonnes) choisis aléatoirement, ce qui correspondrait à incliner lentement un tas de surface rugueuse. Bak *et al.* [8, 9] ont mesuré la taille (assimilable à l'hystérésis) et la durée des avalanches ainsi

que les durées de vie d'un état et ont ainsi remarqué que :

- les tailles d'avalanche (comme les durées ou l'intervalle de temps entre deux événements) sont distribuées en loi de puissance, toutes les tailles sont représentées et un événement est d'autant plus fréquent qu'il est petit ;
- le système converge vers son état critique, ce qui a amené les auteurs à le qualifier de "système critique auto-organisé" (SOC).

Ces résultats, qui nient l'existence de deux angles caractéristiques distincts, θ_m et θ_r , ont été contredits par plusieurs expériences [39, 57]. Depuis, il est clair que pour des empilements de grains secs, les distributions des tailles et durées d'avalanche comme des temps d'attente entre deux événements présentent une valeur moyenne bien définie et des fluctuations en forme de cloche autour de cette moyenne.

Cependant, les deux comportements antagonistes, automates cellulaires très dissipatifs et tas secs, peuvent être observés simultanément dans des automates intégrant des effets d'inertie [82], en diminuant par exemple le critère de stabilité des sites affectés par des chutes de grains. Nous verrons, dans le chapitre 3, que ce comportement "médiann" peut-être également observé expérimentalement lorsque l'on ajoute une source de dissipation, en immergeant l'empilement dans un liquide.

1.3.3 Influence d'un liquide interstitiel sur la dynamique d'un écoulement granulaire

Bagnold [7] (1954) fut certainement le premier à étudier l'influence d'un liquide sur l'écoulement d'un milieu granulaire. Dans le but de définir une viscosité macroscopique applicable à un milieu granulaire, il a mené des expériences avec des suspensions concentrées en cellule de Couette (rhéomètre) en mesurant la contrainte de cisaillement τ en fonction du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ imposé pour une large gamme de compacité des grains et de viscosité de fluide. Il a alors identifié deux régimes d'écoulement.

Pour de petits taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ et des liquides visqueux, la suspension se comporte comme un fluide newtonien. Dans ce régime qu'il qualifie de "macro-visqueux", la contrainte de cisaillement τ est proportionnelle à la viscosité du liquide η et au taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ telle que

$$\tau \propto \lambda^{3/2} \eta \dot{\gamma}, \quad (1.4)$$

où λ est un paramètre sans dimension qui rend compte de la compacité du milieu (λ augmente avec la compacité).

Pour des taux de cisaillement plus grands ou des liquides moins visqueux, la contrainte de cisaillement est alors indépendante de la viscosité du liquide et est proportionnelle au carré du taux de cisaillement. La dynamique de l'écoulement est cette fois contrôlée par les interactions "solides" entre les grains (collisions). Dans ce régime qualifié de "granulaire", la dépendance de la contrainte τ avec la concentration est alors augmentée et :

$$\tau \propto \rho d^2 \lambda^2 \dot{\gamma}^2, \quad (1.5)$$

où ρ est la masse volumique de la suspension.

Ainsi, pour distinguer ces deux régimes, Bagnold a introduit le nombre B sans dimension (appelé depuis le nombre de Bagnold) qui est le rapport des deux lois d'échelles (éq. 1.4 et 1.5) qu'il a obtenu :

$$B = \frac{\rho d^2 \lambda^{1/2} \dot{\gamma}}{\eta}. \quad (1.6)$$

A faible B , le régime est macro-visqueux et à grand B , il est inertiel. Les lois d'échelles 1.4 et 1.5 ont depuis été remises en question puisqu'elles proviennent en partie d'un artefact expérimental, car le rapport entre la hauteur et l'espace annulaire du rhéomètre utilisé par Bagnold était trop petit [54].

Pour les écoulements granulaires denses, Duran [35] a réutilisé les idées de Bagnold pour construire un nombre sans dimension comparant la dissipation due aux interactions entre grains (collisions et frottement solide) à celle due au fluide. Il aboutit alors à un nombre de Bagnold légèrement différent :

$$B = \frac{F_c}{F_v} \approx \frac{m\dot{\gamma}}{2l\eta}, \quad (1.7)$$

où F_c et F_v sont respectivement les forces de dissipation d'origine solide (collisionnelle et frictionnelle) et fluide (force de Stokes), m la masse d'un grain, $\dot{\gamma}$ le gradient de vitesses en fonction de la profondeur dans la couche de grains en mouvement et l une longueur caractéristique sur laquelle s'effectue les dissipations dues aux chocs et frottements entre grains. Ce nombre est toutefois difficilement utilisable de façon prédictive puisqu'il suppose $\dot{\gamma}$ comme l connus. De plus, comme nous le verrons dans le chapitre 3, dans nos expériences une analyse dimensionnelle prévoit non pas *un* mais *deux* nombres sans dimension pour caractériser l'effet du fluide sur la dynamique d'un écoulement granulaire.

Dans les années 70, Allen [4], partant du constat que l'écoulement est le plus souvent continu sur la face avalancheuse des dunes sous-marines alors que les dunes éoliennes se déplacent par avalanche discrètes successives, s'est intéressé à l'influence d'un liquide interstitiel sur la dynamique des écoulements granulaires. Il a ainsi mesuré, pour des tas immergés dans des liquides de différentes viscosités, les angles caractéristiques, l'amplitude et la durée des avalanches dans un tambour tournant mais aussi la vitesse de propagation de fronts d'avalanche sur plan incliné. Il a rapporté que l'amplitude semble diminuer et la durée augmenter à mesure que la viscosité du fluide augmente. On comprend à travers cette étude que le liquide interstitiel joue un rôle prépondérant sur la dynamique des avalanches et la stabilité des tas. Cette influence est en grande partie l'objet de cette thèse et sera présentée dans le chapitre 3.

Chapitre 2

Principe de l'expérience

Dans cette partie, nous présentons le dispositif expérimental (un tambour tournant), les raisons du choix d'une telle configuration et les différentes étapes de traitement des images et des données pour obtenir les grandeurs physiques qui nous intéressent. Nos expériences ont pour but de dégager les comportements macroscopiques du tas, d'en isoler les principaux mécanismes physiques et d'en proposer des modélisations simples. Ainsi, la principale grandeur physique à laquelle nous nous intéressons est l'angle du tas.

2.1 La géométrie de l'expérience : un tambour tournant

2.1.1 Pourquoi un tambour tournant

Nous avons vu dans la partie traitant des différentes configurations expérimentales permettant l'étude des écoulements granulaires que peu de géométries sont adaptées à l'étude des écoulements sur fond meuble en régime intermittent d'avalanches (où les valeurs des angles, la nature de la déstabilisation et l'épaisseur coulante de grains lors d'une avalanche sont "choisis" par le système). On peut citer la boîte rectangulaire remplie de grains que l'on incline et le tambour tournant (boîte cylindrique). Les valeurs des grandeurs physiques auxquelles nous nous intéressons sont distribuées autour de valeur moyennes. Pour accéder à ces valeurs moyennes, la nécessité de reproduire de nombreuses fois les expériences impose naturellement le choix d'un tambour tournant.

2.1.2 Les différents tambours

Trois tambours différents, représentés fig. 2.1 ont servi aux expériences :

- un tambour à parois latérales en Plexiglas de diamètre extérieur $D_t = 19$ cm (fig. 2.1 a),
- un tambour à parois latérales en verre de diamètre extérieur $D_t = 22$ cm (fig. 2.1 b), et
- un tambour à parois latérales en verre de diamètre extérieur $D_t = 57$ cm (fig. 2.1 c).

2.1.3 Montage d'un tambour

Quel que soit le tambour, le principe du montage est le même (fig. 2.2). Le milieu granulaire est confiné entre deux parois latérales parallèles et transparentes. L'écartement entre parois est ajustée par des cales en caoutchouc peu souples, de diamètre extérieur égal au

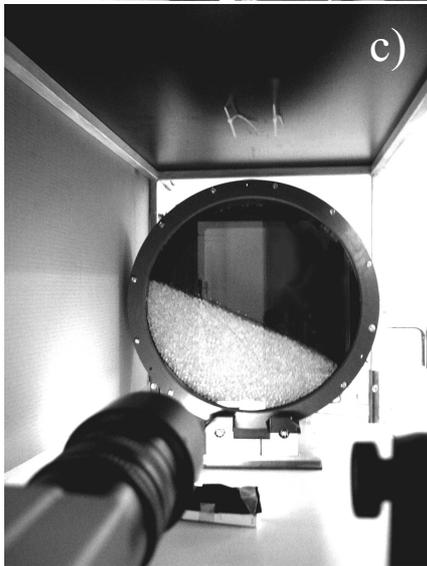
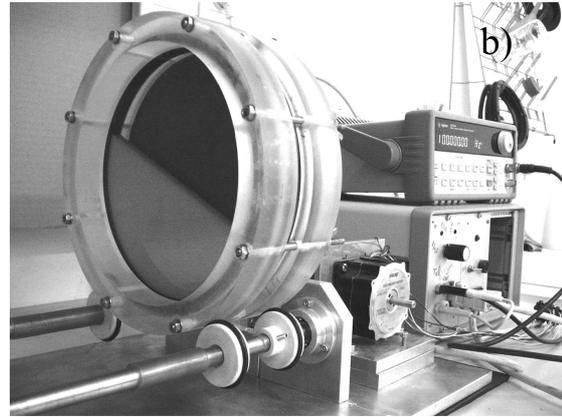
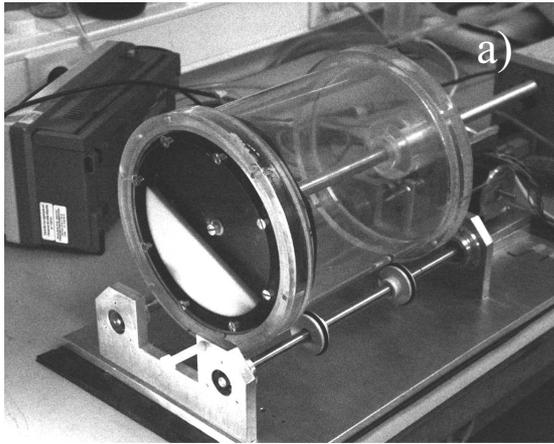


FIG. 2.1 – *Les trois tambours.*

- a) Tambour à parois latérales en Plexiglas de diamètre $D_t = 19$ cm
- b) Tambour à parois latérales en verre de diamètre $D_t = 22$ cm
- c) Tambour à parois latérales en verre de diamètre $D_t = 57$ cm

diamètre des parois et de diamètre intérieur D_i . Deux mors cylindriques en Plexiglas serrés ensemble fixent le tout. Le serrage se fait en 8 points pour les petits tambours et en 12 points pour le grand tambour. Il requiert une attention particulière pour assurer un bon parallélisme entre les parois latérales.

Le diamètre intérieur des cales est la longueur maximum du tas (si le tambour est à moitié rempli de grains). Ainsi, des jeux de cales de diamètres D_i différents nous permettent de faire varier la longueur du tas indépendamment du diamètre du cylindre. Les différents diamètres intérieurs mesurent $D_i = 8$ et 16 cm pour le tambour a, $D_i = 17$ cm pour le tambour b et $D_i = 48$ cm pour le tambour c. Par la suite, nous ne ferons plus de distinction entre diamètre intérieur du tambour et longueur du tas que nous appellerons D .

Le tambour est généralement à moitié rempli de grains. Le frottement entre le milieu granulaire et les cales en caoutchouc (sur lesquelles repose le milieu granulaire) est supérieur au “frottement interne” du tas. Ainsi, seule une avalanche de surface peut faire relaxer l’angle de l’empilement et aucun glissement de l’ensemble du tas sur les cales n’est observé.

Lorsque l’expérience est faite avec des grains de taille millimétrique, le tambour peut être rempli avant serrage. Par contre, pour des grains de taille inférieure, il est préférable de

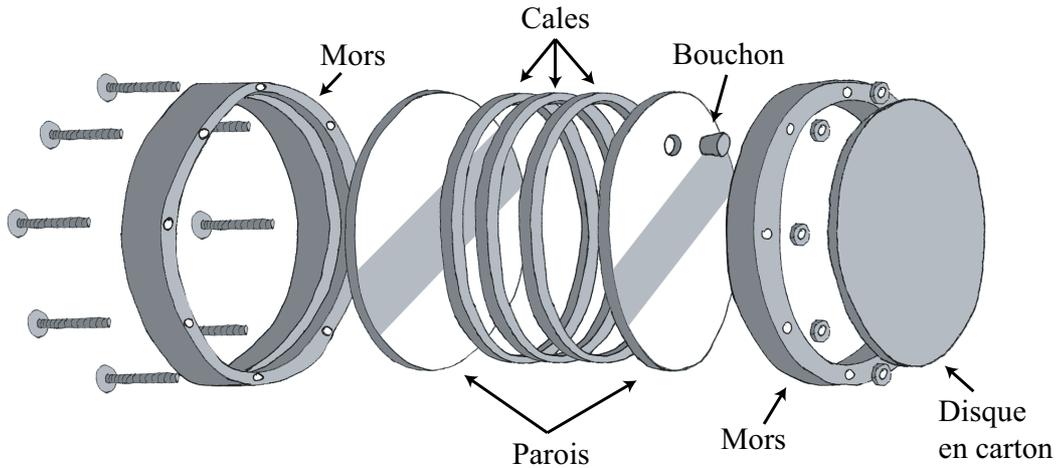


FIG. 2.2 – Montage du tambour.

remplir le tambour après serrage, pour éviter les problèmes d’étanchéité occasionnés par la présence de grains qui se glissent alors entre les cales. Pour cela, une des deux parois est percée. Ce trou de quelques millimètres, excentré, permet de remplir le tambour en grains et/ou en liquide. Un petit bouchon en caoutchouc souple en assure l’étanchéité. Enfin, un disque en carton recouvert de tissu noir est glissé contre la paroi percée, dans le mors. Cette partie du tambour est la face “arrière”, la face “avant” étant la face par laquelle se fait la visualisation (fig. 2.2). Ce fond noir garantit un bon contraste lumineux entre les grains et le fond.

2.1.4 Les différents rapports d’aspects

Un schéma de notre tambour tournant est présenté figure 2.3. Les différentes dimensions de notre système sont la longueur D de la surface libre du tas, la largeur b du tas égale à l’écartement entre parois et le diamètre moyen d des grains.

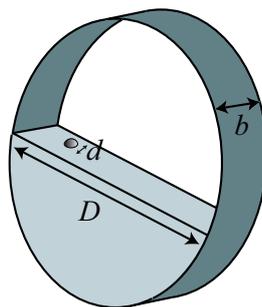


FIG. 2.3 – Schéma du tambour tournant.

Longueur du tas / diamètre d’un grain

Liu *et al.* ont fait remarquer que lorsque l’ajout d’un seul grain de diamètre d fait passer l’angle du tas de l’angle de repos à l’angle de mouvement, aucune hystérésis ne peut

plus être observée¹ [67]. En prenant une amplitude de référence $\Delta\theta$ égale à 2° , cette limite, illustrée par la figure 2.4, intervient pour un rapport d'aspect $D/d = 1/\tan(\Delta\theta/2) \simeq 60$ pour un système fermé comme le nôtre ou $D/d \simeq 30$ si la matière s'échappe du système. Ainsi, le rapport D/d détermine la plus petite amplitude $\Delta\theta_{\text{mini}}$ d'une avalanche entièrement développée (qui concerne toute l'interface du tas) observable dans le système telle que $\Delta\theta_{\text{mini}} = 2 \arctan(d/D)$ (fig. 2.4). Ce rapport d'aspect minimum ($D/d > 60$) a été respecté dans toutes nos expériences ; notons néanmoins que, si $\Delta\theta$ tend vers 0, le rapport D/d à respecter diverge.

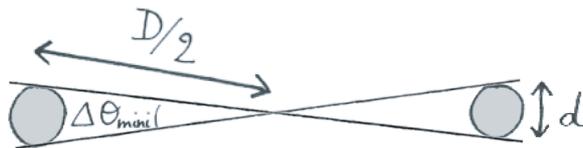


FIG. 2.4 – Illustration de l'effet de taille finie du rapport D/d sur $\Delta\theta$.

Écart entre parois / diamètre d'un grain

La présence de parois latérales confinant le milieu granulaire augmente la stabilité de l'empilement. Cet effet s'explique qualitativement par la formation de voûtes de grains entre les parois. Ainsi, lorsque l'on rapproche les parois l'une de l'autre (b diminue), les valeurs des angles de mouvement et de repos augmentent. Cet effet du confinement d'un tas entre deux parois latérales sur les valeurs des angles fait l'objet du chapitre 4. Nous y verrons que la majorité de cet effet disparaît pour des valeurs de l'écartement entre parois $b \simeq 15d$ pour des billes de verre de diamètre supérieur à 0,5 mm et $b \simeq 7$ mm pour des billes de verre de diamètre inférieur à 0,5 mm. Ainsi, toutes les données présentées (exceptées celles du chapitre 4) concernent des rapports b/d supérieurs à ces limites.

Écart entre parois / longueur du tas

Dans les larges tambours ($b/D > 1$) les avalanches se développent rarement sur toute la surface du tas et plusieurs événements indépendants peuvent coexister [19, 42]. Dans notre système le rapport b/D est toujours inférieur à 1 ; les avalanches se développent ainsi sur toute la surface du tas qui, dans ces conditions, reste plane.

2.2 Grains et fluides

Une partie importante du travail présenté concerne l'étude de l'influence du fluide interstitiel (fluide dans lequel baigne le milieu granulaire) sur la dynamique des avalanches. Ainsi, nous avons fait varier indépendamment le diamètre d des grains, le rapport ρ_s/ρ_f de la masse volumique ρ_s des grains sur la masse volumique ρ_f du fluide, principalement en utilisant des grains de masse volumique ρ_s différente, et la viscosité η du fluide.

1. Le comportement est alors celui d'un système critique auto-organisé (SOC) [51, 67].

2.2.1 Le milieu granulaire

Le milieu granulaire est constitué de billes quasi-monodisperses (la polydispersité en diamètre est de l'ordre de 1 à 10%). Une grande variété de billes a été utilisée lors des diverses expériences. Dans nos expériences, le diamètre d des billes varie de 0,14 à 8 mm et la masse volumique ρ_s des billes varie de 1140 (polyamide) à 7800 kg.m⁻³ (acier inoxydable). Cependant, la majorité des expériences a été menée avec des billes de verre : ce sont des billes de broyage de masse volumique $\rho_s = 2500$ kg.m⁻³ tamisées si leur diamètre est inférieur à 1 mm. Deux histogrammes de distribution en taille pour des billes de verre de diamètre de 3 mm ($d = 3 \pm 0,03$ mm) et 0,23 mm (tamisées entre 0,210 et 0,250 mm, $d = 0,23 \pm 0,03$ mm) sont représentés figure 2.5.

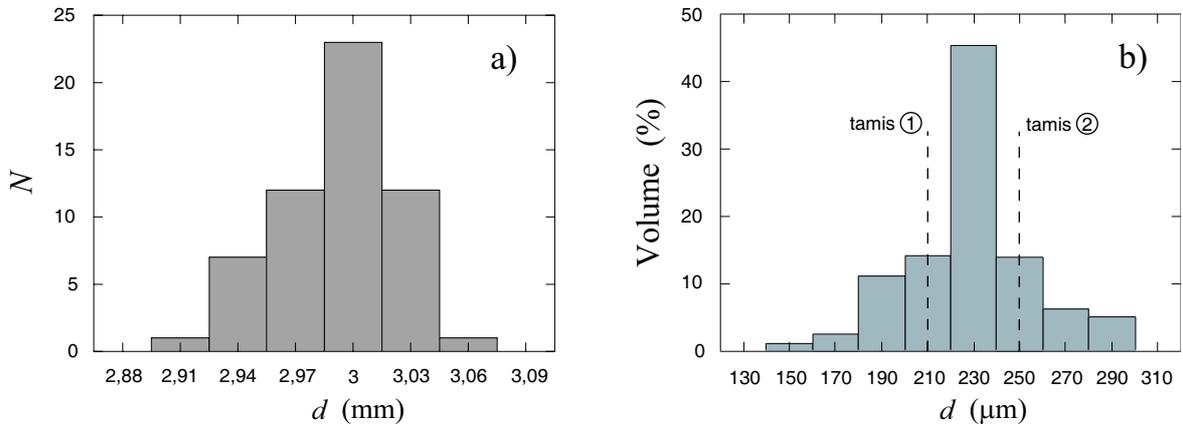


FIG. 2.5 – Distribution en taille d'échantillons de billes de verre. (a) Distribution en nombre, $\bar{d} = 3$ mm. (b) Distribution en volume obtenue à l'aide d'un granulomètre laser "Malvern", $\bar{d} = 0,23$ mm.

2.2.2 Les fluides interstitiels

Les fluides utilisés dans nos expériences sont :

- l'air ($\rho_f \simeq 1,29$ kg.m⁻³, $\eta \simeq 1,85 \cdot 10^{-5}$ Pa.s),
- l'eau millirho ($\rho_f \simeq 1000$ kg.m⁻³, $\eta \simeq 1 \cdot 10^{-3}$ Pa.s), ou
- des huiles silicones ($\rho_f \simeq 950$ kg.m⁻³) de différentes viscosités ($\eta \simeq 2, 5, 10$ et $20 \cdot 10^{-3}$ Pa.s).

Quelques contraintes expérimentales

Lors des expériences dans l'eau, du surfactant (une goutte de liquide vaisselle) est ajouté pour améliorer le "mouillage" des billes et éviter ainsi la présence de bulles d'air sur les billes. Cette méthode n'a cependant pas suffi pour des billes de polyamide (matériau hydrophobe) de 0,55 mm de diamètre. Après quelques autres essais peu concluants : dégazage de l'eau, remplissage du tambour avec du dioxyde de carbone avant de le remplir d'eau², l'expérience a finalement été réalisée avec une huile silicone deux fois plus visqueuse que l'eau mais qui "mouille" beaucoup mieux le polyamide.

2. Le dioxyde de carbone est soluble dans l'eau.

Après une expérience dans l'eau, les billes sont séchées dans une étuve puis séjournent un moment dans une cloche à vide. Par contre, après une expérience dans une huile silicone, les billes étant très difficiles à nettoyer, celles-ci sont réservées aux expériences dans des huiles silicones.

2.3 Dispositif expérimental

2.3.1 La mécanique

Le dispositif expérimental complet est représenté en figure 2.6. Le tambour repose sur quatre petites roues de 4 cm de diamètre, fixées sur deux axes tournants parallèles. Le contact tambour / roues se fait par l'intermédiaire d'un joint en caoutchouc. Le grand tambour (fig. 2.1 c) repose, lui, directement sur les axes, alors recouverts d'un tuyau souple. Le rôle des joints et des tuyaux est, outre de limiter la transmission de vibrations aux tambours, d'assurer une bonne transmission de la rotation des axes aux tambours, via leurs coefficients de frottement élevés. Les axes sont en laiton et mesurent 1,5 cm de diamètre et 30 cm de longueur. Ils sont emboîtés à chaque extrémité dans des roulements à billes maintenus par des paliers en dural. L'écart entre les axes est d'une dizaine de centimètres, ce qui est un bon compromis entre une distance suffisante pour la stabilité du tambour d'une part et une bonne transmission d'autre part. Ce point n'est pas critique pour les deux petits tambours mais le devient avec le grand tambour qui peut peser une vingtaine de kilos lorsqu'il est rempli de grains et de liquide!

Notre tambour est mis en rotation par un moteur pas à pas. La rotation du moteur est transmise à un des deux axes (l'autre est libre), puis au tambour, par le biais de deux réducteurs en série. Les rapports de réduction valent, en partant du moteur, $1 / 50^{\text{ème}}$ pour le premier et $1 / 20^{\text{ème}}$ pour le second. Le rapport périmètre des roues / périmètre externe des tambours vaut $1 / 5^{\text{ème}}$ pour les deux petits tambours et $1 / 30^{\text{ème}}$ pour le grand tambour. Le rapport total de réduction vaut ainsi $1 / 5000^{\text{ème}}$ pour les petits cylindres et $1 / 30\,000^{\text{ème}}$ pour le grand cylindre.

Le moteur, les réducteurs et les axes de rotation sont montés sur un châssis en dural posé sur une table via une plaque de caoutchouc pour affranchir le dispositif des vibrations inhérentes à un laboratoire (claquements de portes, *etc.*). La verticalité du tambour dépend de l'horizontalité de la table qui a été contrôlée à l'aide d'un niveau à bulle.

Le pas de rotation du moteur est de $3,6^\circ$. Cependant, l'alimentation (commande) du moteur permet d'obtenir des micro-pas de $1 / 2$, $1 / 10$ ou $1 / 32$ fois le pas complet. En amont, un générateur de fonctions définit la fréquence des pas ou micro-pas. La vitesse de rotation du tambour est de l'ordre de 1 tour par jour. Cette vitesse très faible est nécessaire pour être en régime intermittent d'avalanche et avoir une bonne résolution sur les valeurs des angles de mouvement et de repos. Le temps typique entre deux avalanches n'est lui que d'une dizaine de minutes.

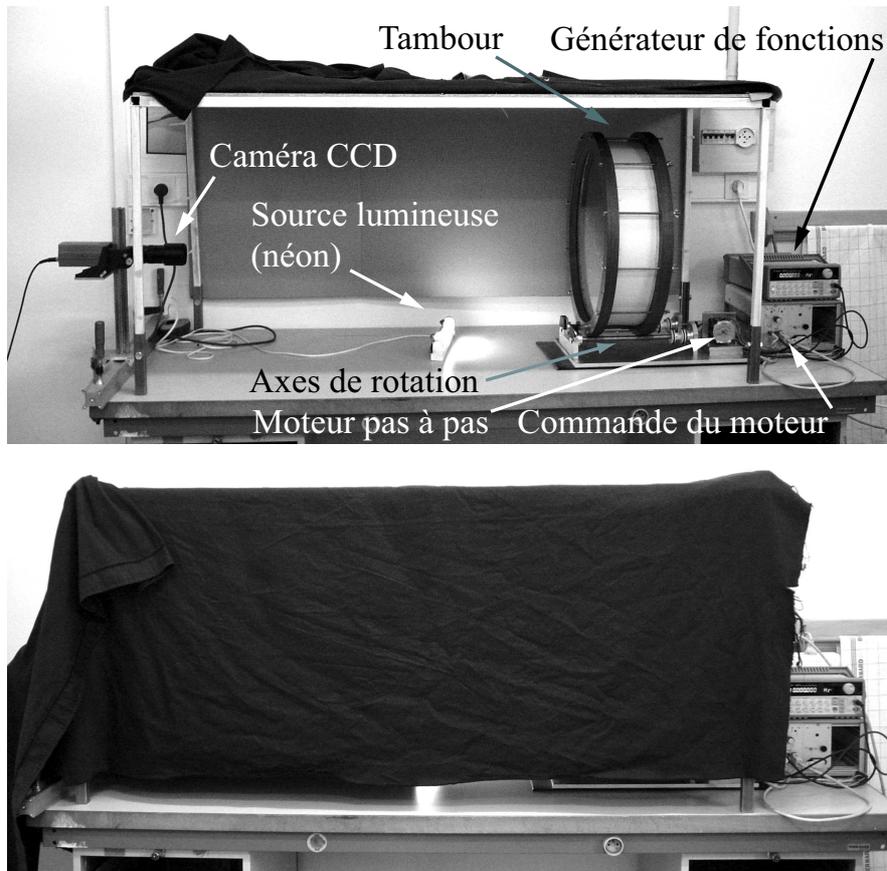


FIG. 2.6 – Photos du dispositif expérimental.

2.3.2 La visualisation

Une caméra CCD fournissant 25 fois par seconde une image de 752 colonnes \times 582 lignes, associée à un zoom 18 \times 108 mm, solidaire de la table et alignée avec l'axe de rotation du tambour, permet de visualiser le tas de billes. La caméra est reliée à un magnétoscope numérique, à un moniteur et à un ordinateur, via une carte d'acquisition analogique Scion.

Aligner la caméra est assez simple. Au maximum de zoom de l'objectif, la mise au point est faite au niveau de la vitre avant du tambour pour que le reflet de l'objectif dans la vitre soit net (visualisé sur le moniteur). Il suffit alors de régler la position de la caméra de telle façon que son reflet se trouve au centre de l'image (méthode de type auto-collimation). L'axe de la caméra est ainsi perpendiculaire à la vitre avant et parallèle à l'axe de rotation du tambour. Les images sont corrigées *a posteriori* de l'éventuel écart à la verticale. Pour obtenir cet écart, on filme dans les mêmes conditions un fil à plomb et on mesure, sur une image, l'angle qu'il décrit avec la verticale de l'image.

Le tas granulaire est éclairé par un néon placé sur la table, en contre-bas du cylindre. Ce positionnement a deux avantages :

- le reflet du néon dans la vitre ne gêne pas la visualisation ;

- seules les billes à la paroi avant sont suffisamment éclairées pour être détectées. On détecte ainsi des billes appartenant à un plan vertical unique et pas les billes situées à l’interface tas / fluide dans l’épaisseur entre parois, ce qui affecterait la mesure de l’angle du tas.

Nous verrons dans le paragraphe suivant que l’interface du tas est détectée en se basant sur la différence de niveaux de gris entre les billes (claires) et le fond (foncé). Une expérience pouvant se dérouler sur plusieurs jours (un ou plusieurs tours de cylindre), le système a besoin d’être affranchi des fluctuations de luminosité. Par conséquent, l’ensemble du dispositif expérimental est isolé de la lumière extérieure (fig. 2.6), caché derrière des rideaux noirs mats.

2.4 Acquisition et traitement des images

2.4.1 Mesure de l’évolution de l’angle de talus dans le temps

Pour être en mesure de faire des statistiques correctes sur les valeurs des angles caractéristiques (moyenne, distribution, *etc.*), une expérience comporte plusieurs centaines d’avalanches. Il était donc indispensable d’automatiser le traitement des images.

Lors d’une expérience, le tambour tourne à vitesse constante. Le tas de grains, mise à part l’épaisseur de grains (localisée près de la surface) coulante lors d’une avalanche, est en rotation solide avec le tambour. À intervalles de temps réguliers, une image du tas est numérisée et traitée pour en extraire les coordonnées de l’interface du tas, alors enregistrées dans un fichier texte. Ce processus dure quelques secondes. En se basant sur une vitesse de rotation du tambour de 1 tour par jour, la rotation du tambour entre deux traitements d’images, faits à 5 secondes d’intervalle, est de l’ordre de $0,02^\circ$. Cette valeur est l’écart maximum séparant la mesure de la valeur réelle d’un angle caractéristique (de mouvement ou de repos).

Ce temps de traitement impose donc une vitesse lente de rotation du tambour. Pour avoir également accès aux informations durant l’avalanche dont la durée est courte devant la durée du traitement d’image, plusieurs heures de l’expérience (~ 20 avalanches) sont enregistrées sur bande magnétique (25 images par seconde) par un magnétoscope numérique. Ces quelques avalanches sont alors traitées *a posteriori*.

Traitement en “temps réel”

L’acquisition et le traitement des images sont effectués sous le logiciel “NIH Image”. La résolution des images fournies par la caméra est de 752 colonnes \times 582 lignes. À intervalles de temps constants, l’ordinateur (Mac G4) acquiert une image (fig. 2.7 a). L’image est numérisée à l’aide d’une carte d’acquisition “Scion LG3”. Il en résulte une image en 256 niveaux de gris, de 768×512 pixels. La correction du rapport d’aspect à effectuer à chaque coordonnée (trouvée en filmant une feuille de papier millimétré) est d’ajouter 2,1 % de sa valeur à chaque valeur d’ordonnée. Comme on le voit sur la figure 2.7 a représentant une image du tas acquise, les grains sont plus clairs que le fond. En se basant sur une valeur de gris seuil, une procédure détecte pour chaque abscisse x l’ordonnée z de l’interface du tas (fig. 2.7 b). Ces coordonnées sont alors enregistrées dans un fichier texte, bien moins volumineux qu’une image.

Le traitement de ces coordonnées d’interface est ensuite effectué sous le logiciel “Igor”. Les différentes coordonnées sont tout d’abord corrigées du rapport d’aspect. Les interfaces, exceptées les extrémités qui sont influencées par les bords, sont linéaires avec une rugosité de

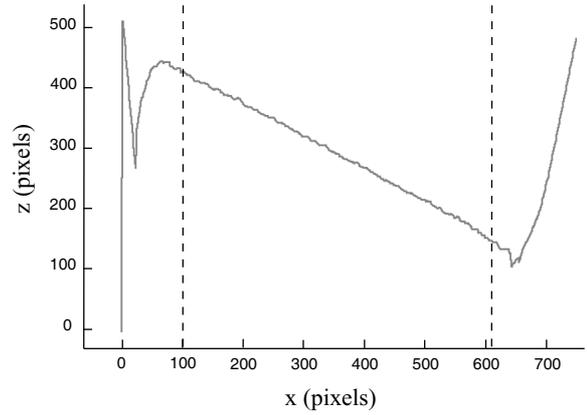
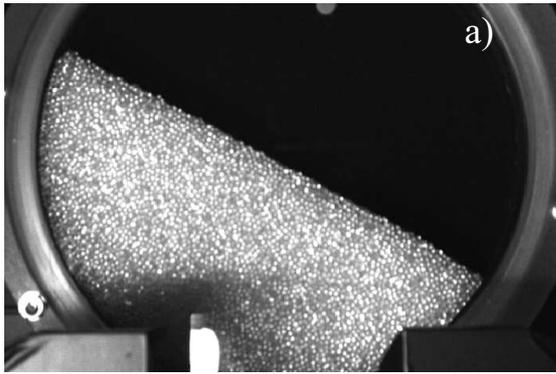


FIG. 2.7 – a) Image du tas numérisée et acquise sous le logiciel Scion. b) Coordonnées de l'interface du tas.

l'ordre d'un diamètre de grains (fig. 2.7 et 2.8). On peut donc définir un angle moyen d'inclinaison du tas. Cet angle est déterminé en faisant une moyenne glissante sur des segments d'une vingtaine de grains ou en calculant l'angle d'inclinaison de la droite passant au mieux à travers les coordonnées de l'interface. On corrige ensuite cet angle du défaut d'horizontalité de la caméra.

L'écart à un ajustement linéaire d'une interface est présenté figure 2.8. On peut y vérifier que l'écart à l'ajustement est de l'ordre du diamètre d'un grain et qu'aucune courbure de l'interface n'est observée. Notez que cet écart peut nous fournir des informations sur la rugosité de l'interface et qu'il représente également l'interface remise à l'horizontale si on dilate les valeurs d'abscisses de $1 / \cos \theta$ (où θ est l'angle moyen du tas).

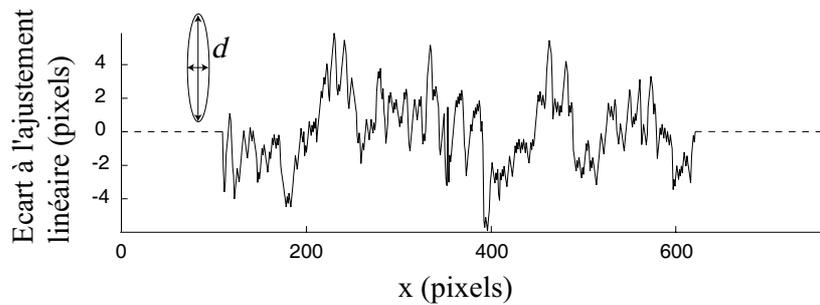


FIG. 2.8 – Écart à l'ajustement linéaire d'une interface.

En répétant cette procédure pour chacune des interfaces, on est en mesure d'obtenir l'évolution de l'angle de talus dans le temps, de déterminer les valeurs des angles de mouvement et de repos, *etc.* Une évolution de l'angle du tas dans le temps, est présentée figure 2.9. On y observe que l'angle moyen du tas augmente linéairement dans le temps, à la vitesse angulaire de rotation du tambour Ω : le tas est en rotation solide. Quand la pente du tas atteint la valeur critique θ_m , alors l'angle du tas relaxe par une avalanche de surface jusqu'à la valeur θ_r .

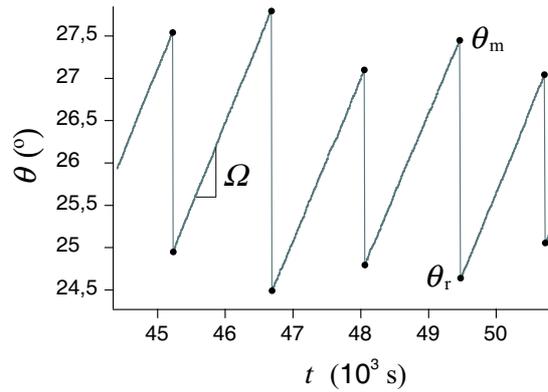


FIG. 2.9 – Évolution de l’angle θ de talus avec le temps t . Les gros points correspondent aux valeurs détectées des angles de mouvement θ_m et de repos θ_r successifs.

Traitement des avalanches

Une partie de l’expérience est enregistrée sur cassette à l’aide d’un magnétoscope numérique. Cet enregistrement (25 images par seconde) permet d’obtenir l’évolution de l’angle du tas lors d’une avalanche. L’acquisition des films d’avalanches se fait sous le logiciel “Adobe Première”. Pour corriger dès cette étape les images du film du rapport d’aspect, la taille des images est forcée lors de l’acquisition à 768 colonnes \times 565 lignes. Le traitement de ces films est alors identique à celui décrit dans le paragraphe précédent³.

La figure 2.10 montre une évolution de l’angle moyen du tas durant une avalanche. On peut observer que la rotation du tas est négligeable à l’échelle de temps d’une avalanche. Une autre grandeur importante mesurée quasi-systématiquement est la durée de l’avalanche, c’est-à-dire le temps de relaxation de l’angle du tas, de l’angle de mouvement θ_m à l’angle de repos θ_r . Cette durée est en fait calculée depuis $\theta = \theta_m - 0,05\Delta\theta$ jusqu’à $\theta = \theta_r + 0,05\Delta\theta$, les temps pour lesquels $\theta(t) = \theta_m$ et $\theta(t) = \theta_r$ étant difficiles à apprécier.

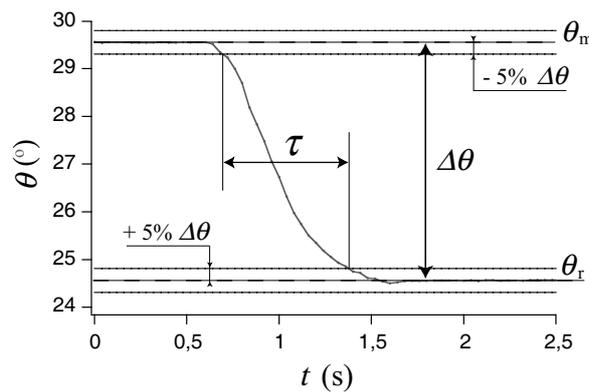


FIG. 2.10 – Evolution de l’angle θ du tas durant une avalanche et détermination de la durée τ de l’avalanche.

3. Les interfaces du tas apparaissent tout aussi linéaires pendant une avalanche que pendant la phase “statique”.

2.4.2 Mesure de l'épaisseur coulante

L'épaisseur de grains mise en mouvement lors d'une avalanche peut être mesurée à partir d'une image spatio-temporelle de l'avalanche. L'image spatio-temporelle est construite à partir du film de l'avalanche (25 im. / s.), en disposant côte à côte des colonnes de pixels de même abscisse x extraites de chaque image de l'avalanche. Cette opération peut être réalisée pour n'importe quelle coordonnée de l'interface du tas, mais est généralement faite au milieu.

Le centre de l'interface est déterminé de la façon suivante : le cylindre étant sensiblement à moitié rempli de grains, le milieu de l'interface est un point proche du centre du tambour, point de coordonnées invariantes. Une simple différence (en niveaux de gris) d'images prises avant et après l'avalanche permet de le repérer. La figure 2.11 représente une différence d'images prises avant et après une avalanche. Le niveau de gris moyen (128) correspond à ce qui n'a pas bougé lors de l'avalanche. Au niveau de l'interface, la partie claire (< 128) de l'image représente la matière "en moins" et la partie foncée (> 128) la matière "en plus" car le fond d'une image est foncé ($\simeq 256$). Le point entre ces deux "parts de camembert" est le centre de l'interface. On peut par ailleurs y apprécier l'angle de mouvement, l'angle de repos et l'amplitude de l'avalanche.

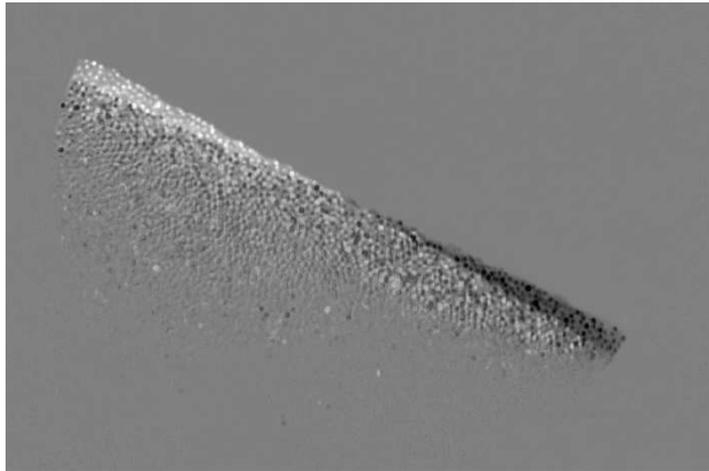


FIG. 2.11 – *Différence d'images de l'empilement prises avant et après l'avalanche.*

L'épaisseur coulante est mesurée perpendiculairement à l'interface. Avant de construire l'image spatio-temporelle, chaque image du film est donc préalablement remise à l'horizontale en lui appliquant une contre-rotation de l'angle moyen du tas lors de l'avalanche ($\theta_r + \Delta\theta/2$); le centre de la rotation est le centre de l'interface. Il reste par conséquent une faible différence d'angle entre avant et après l'avalanche ($\Delta\theta/2$, typiquement de l'ordre de 1 ou 2°). Cette différence est cependant négligeable dans la mesure de l'épaisseur coulante.

Quatre images successives d'une avalanche et l'image spatio-temporelle correspondante à toute l'avalanche sont représentées sur la figure 2.12. L'image spatio-temporelle présentée a été construite en mettant côte à côte des colonnes de 1 pixel d'épaisseur, prises au centre de l'interface (indiqué par les flèches) de chaque image de l'avalanche. Si, d'une image à l'autre, une bille ne bouge pas, les pixels qui la représentent ne changent pas de niveau de gris.

Les segments horizontaux de niveau de gris continu sur l'image spatio-temporelle traduisent ainsi l'immobilité des billes (avant et après l'avalanche et en profondeur du tas). Par contre, lorsqu'une bille bouge, les niveaux de gris des pixels qui la représentent varient constamment. L'épaisseur coulante correspond donc à la hauteur, mesurée perpendiculairement à l'interface, de la zone où les niveaux de gris changent constamment lors de l'avalanche (2.12).

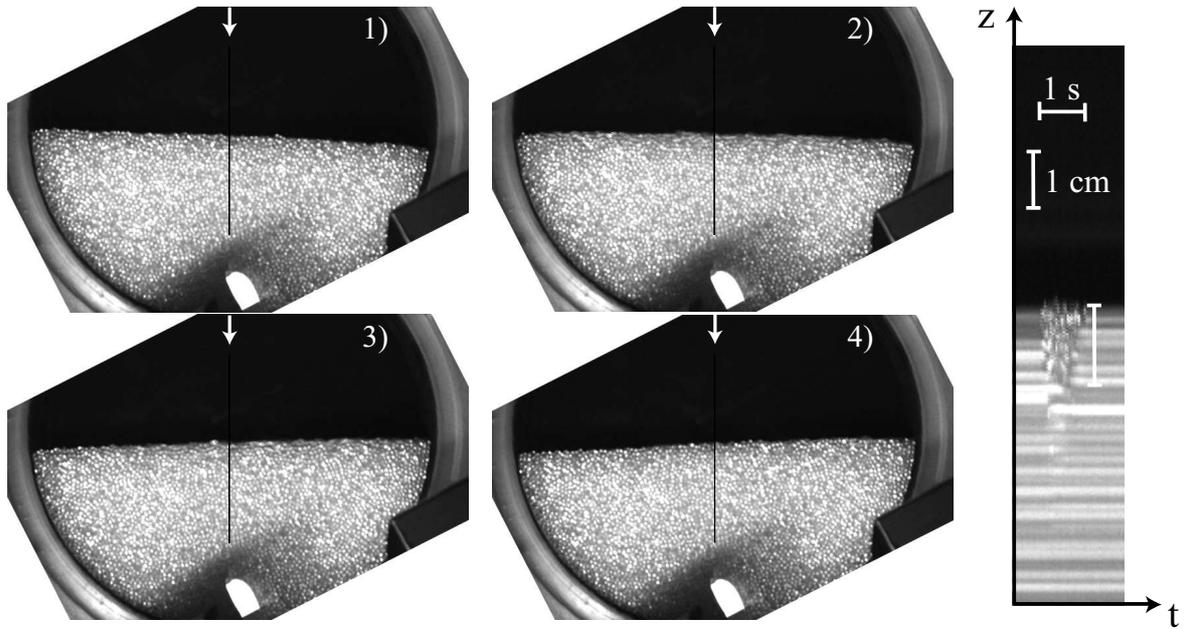


FIG. 2.12 – Construction d'une image spatio-temporelle.

2.5 Note à propos d'expériences annexes

Le travail expérimental exposé dans ce mémoire concerne principalement les grandeurs physiques présentées dans ce chapitre. Cependant, des études annexes par exemple sur les profils de vitesses des grains ont fait l'objet d'expériences ponctuelles pour lesquelles nous avons utilisé des outils spécifiques tels qu'une caméra rapide et un logiciel de PIV (champs de vitesses obtenus par corrélation d'images). Ces outils et les traitements de données associés sont présentés dans les parties de ce mémoire consacrées à ces expériences.

Chapitre 3

Avalanches en milieu fluide

3.1 Introduction

Un des enjeux majeurs pour la communauté scientifique s'intéressant aux milieux granulaires, est de définir des lois d'écoulement pour ces matériaux si particuliers qui s'apparentent tantôt à un solide, tantôt à un liquide et parfois à un gaz. On compte ainsi de nombreuses expériences permettant l'étude des avalanches granulaires [6, 16, 28, 64, 81]. Cependant, la majorité de ces expériences concerne des granulaires secs où le fluide interstitiel est de l'air et dont l'influence est généralement négligeable sur la dynamique de l'écoulement ou sur la stabilité des tas¹. Des études récentes [13, 88, 95] portant sur l'étude de l'influence d'une faible quantité de liquide au sein du milieu granulaire ont montré que les forces d'adhésion, dues à la formation de ponts capillaires, altèrent radicalement la valeur des angles caractéristiques et la dynamique des avalanches. Mais, jusqu'à ce travail de thèse, aucune étude systématique de l'influence du fluide interstitiel sur la dynamique et la stabilité des tas n'avait été menée lorsque le milieu granulaire est totalement immergé.

Pourtant, son influence est importante et bien illustrée par le comportement différent des dunes éoliennes et des dunes sous-marines. En effet, bien que les valeurs des angles de talus soient comparables, les dunes éoliennes se déplacent par avalanches successives, alors que l'écoulement est le plus souvent continu sur la face d'avalanche des dunes sous-marines [55]. Cette observation incita des géophysiciens à étudier les avalanches de sable ou de billes dans des tambours tournants remplis d'air, d'eau [20] ou de mélanges d'eau et de glycérol [3]. Ces premières études ont montré que lorsque l'on augmente la viscosité du fluide interstitiel, l'amplitude des avalanches semble diminuer et leur durée augmenter.

Ce chapitre regroupe les résultats de notre étude sur l'influence du fluide interstitiel sur la dynamique des avalanches et la stabilité des tas. Les deux grandeurs auxquelles nous nous sommes intéressés plus particulièrement sont la durée des avalanches et leur amplitude. Dans un premier temps, nous présentons en parallèle les résultats que nous avons obtenus pour des tas de billes de verre dans l'air d'une part et complètement immergés dans l'eau d'autre part. Nous comparons alors qualitativement le cas sec au cas de l'eau et mettons ainsi en avant les

1. L'influence de l'air n'est plus négligeable pour des poudres fortement cohésives. En effet, la valeur des angles de mouvement est si grande que l'épaisseur coulante de grains peut être partiellement ou totalement fluidisée lors de l'avalanche [21].

différences majeures que nous expliquerons dans la suite de ce chapitre :

- dans l’air, l’amplitude et la durée des avalanches sont constantes et indépendantes du diamètre des grains constituant le tas ;
- dans l’eau, la durée des avalanches augmente et l’hystérésis diminue lorsque le diamètre des billes diminue ;
- alors que dans l’air les avalanches affectent toute la surface du tas, des événements locaux sont observés lorsque le tas est immergé dans l’eau.

Par l’étude de la chute élémentaire d’un grain entre deux collisions, nous identifierons les deux paramètres sans dimension régissant la dynamique des avalanches : le nombre de Stokes, qui compare l’inertie d’un grain aux effets visqueux du fluide, et le rapport entre la densité des grains et celle du fluide interstitiel. Puis, nous mettrons en évidence trois régimes d’avalanches, testés pour de larges gammes de fluides et de grains, qui dépendent de ces deux paramètres sans dimension. Nous montrerons également que le nombre de Stokes semble être le paramètre pertinent pour rendre compte de la diminution observée de l’hystérésis. Enfin, nous étudierons plus avant la distribution des petits événements observés dans les liquides. La plupart des résultats présentés dans ce chapitre ont fait l’objet d’une publication [25].

3.2 Avalanches dans l’eau : comparaison avec le cas sec

Tous les résultats présentés dans cette première partie ont été obtenus dans des conditions expérimentales comparables : le milieu granulaire est constitué de billes de verre de diamètre d , le diamètre D du cylindre est de 17 cm et la distance b entre parois est de l’ordre de 15 - 20 diamètres de billes et mesure au minimum une dizaine de millimètres.

3.2.1 Angles et hystérésis

Une expérience est le résultat de plusieurs dizaines à plusieurs centaines d’avalanches. Ces nombreux événements nous permettent de tracer les distributions statistiques de l’angle de mouvement θ_m , de l’angle de repos θ_r et de l’hystérésis $\Delta\theta = \theta_m - \theta_r$, de calculer leur valeur moyenne et d’observer les éventuelles “corrélations” entre ces grandeurs.

Tas secs

Les histogrammes des angles caractéristiques θ_m et θ_r et des amplitudes $\Delta\theta$ pour des billes de diamètre $d = 1,65$ mm et $d = 0,23$ mm dans l’air sont présentés sur les figures 3.1 et 3.2. On peut remarquer que les distributions statistiques de ces grandeurs sont en forme de cloche centrée sur la valeur moyenne et dont le pic est plus ou moins marqué. L’angle de repos (à gauche) est toujours beaucoup mieux défini que l’angle de mouvement (à droite) ; la distribution de l’angle de repos est étroite et présente un pic net, alors que la distribution de l’angle de mouvement est beaucoup plus plate (fig. 3.1 a et 3.2 a). Pour les billes de 1,65 mm (fig. 3.1 a) et 0,23 mm (fig. 3.2 a), l’écart-type de l’angle de repos est respectivement de 0,3 et 0,2°, alors qu’il atteint respectivement 0,7 et 0,6° pour l’angle de mouvement. L’amplitude $\Delta\theta$ des avalanches est, de par sa définition ($\Delta\theta = \theta_m - \theta_r$), la grandeur la plus largement distribuée ; ainsi il vaut 0,9° pour les billes de 1,65 mm (fig. 3.1 b) et 0,7° pour les billes de 0,23 mm (fig. 3.1 a).

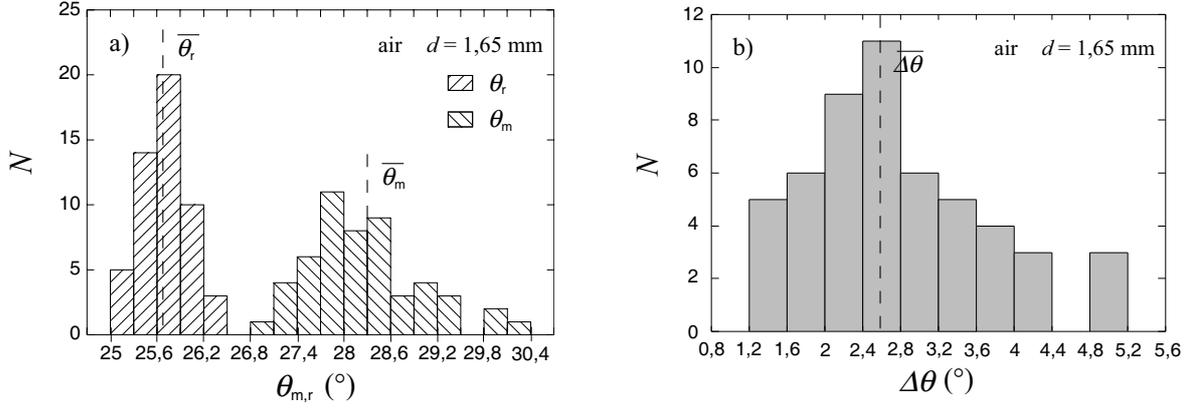


FIG. 3.1 – Histogrammes des angles de mouvement θ_m et de repos θ_r (a) et de l'amplitude $\Delta\theta$ (b) pour des billes de diamètre $d = 1,65$ mm dans l'air.

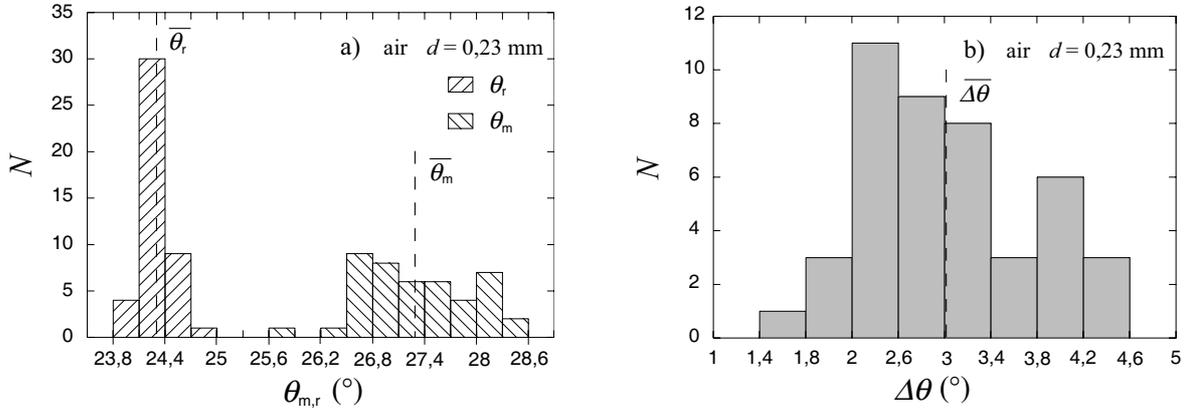


FIG. 3.2 – Histogrammes des angles de mouvement θ_m et de repos θ_r (a) et de l'amplitude $\Delta\theta$ (b) pour des billes de diamètre $d = 0,23$ mm dans l'air.

Les valeurs moyennes de l'angle de mouvement $\overline{\theta_m}$, de l'angle de repos $\overline{\theta_r}$ et de l'hystérésis $\overline{\Delta\theta}$ sont respectivement égales à 28,3, 25,7 et 2,6° pour les billes de 1,65 mm (fig. 3.1) et à 27,3, 24,3 et 3° pour les billes de 0,23 mm (fig. 3.1). Dans l'air, les valeurs moyennes $\overline{\theta_m}$, $\overline{\theta_r}$ et $\overline{\Delta\theta}$ que nous avons obtenues fluctuent donc quelque peu selon le diamètre des billes². Cependant, nous n'avons observé aucune tendance et les valeurs de ces grandeurs sur l'ensemble de nos expériences avec des billes de verre dans l'air ($0,23 \leq d \leq 3$ mm) sont : $\langle \overline{\theta_m} \rangle = 27,5 \pm 0,7^\circ$, $\langle \overline{\theta_r} \rangle = 24,6 \pm 0,7^\circ$ et $\langle \overline{\Delta\theta} \rangle = 2,9 \pm 0,2^\circ$. On remarque que l'hystérésis moyenne $\overline{\Delta\theta}$ est la grandeur la moins distribuée sur l'ensemble des expériences ; $\Delta\theta$ est par ailleurs une valeur affranchie de bon nombre d'erreurs liées aux mesures de θ_m et θ_r .

Les éventuelles dépendances entre θ_m , θ_r et $\Delta\theta$ peuvent être mises en évidence en représentant l'ensemble des avalanches d'une expérience dans les plans $(\theta_m, \Delta\theta)$, $(\theta_r, \Delta\theta)$ et (θ_m, θ_r) . On peut également déterminer la corrélation d'un événement avec l'événement qui le précède en traçant par exemple θ_m de l'avalanche n en fonction de θ_r (ou $\Delta\theta$) de l'avalanche

². Il est probable que la distribution en taille des billes (polydispersité) y joue un rôle ; les billes de diamètre inférieur à 1 mm sont tamisées.

$n - 1$. Pour des distributions des deux grandeurs observées de largeurs finies, les points occupent, dans le plan de ces 2 grandeurs, un rectangle de dimensions égales aux étendues des distributions. Lorsque les grandeurs ne sont pas corrélées, les points occupent tout l'espace du rectangle. Par contre, si elles sont corrélées, elles se regroupent selon une courbe qui exprime la "loi" de corrélation ; une "loi" de corrélation simple rassemblerait les points suivant une des diagonales du rectangle. La dispersion des points autour de la courbe reflète alors le niveau de corrélation (plus les points sont rassemblés, plus la corrélation est forte). Sur la figure 3.3, nous avons représenté l'amplitude $\Delta\theta$ d'une avalanche en fonction de l'angle de mouvement θ_m auquel elle s'est déclenchée (fig. 3.3 a), $\Delta\theta$ en fonction de θ_r (fig. 3.3 b) et θ_r en fonction de θ_m (fig. 3.3 c). Nous avons également représenté, figure 3.3 d, l'angle de mouvement $\theta_m(n + 1)$ d'une avalanche en fonction de l'angle de repos $\theta_r(n)$ auquel s'est arrêtée l'avalanche précédente.

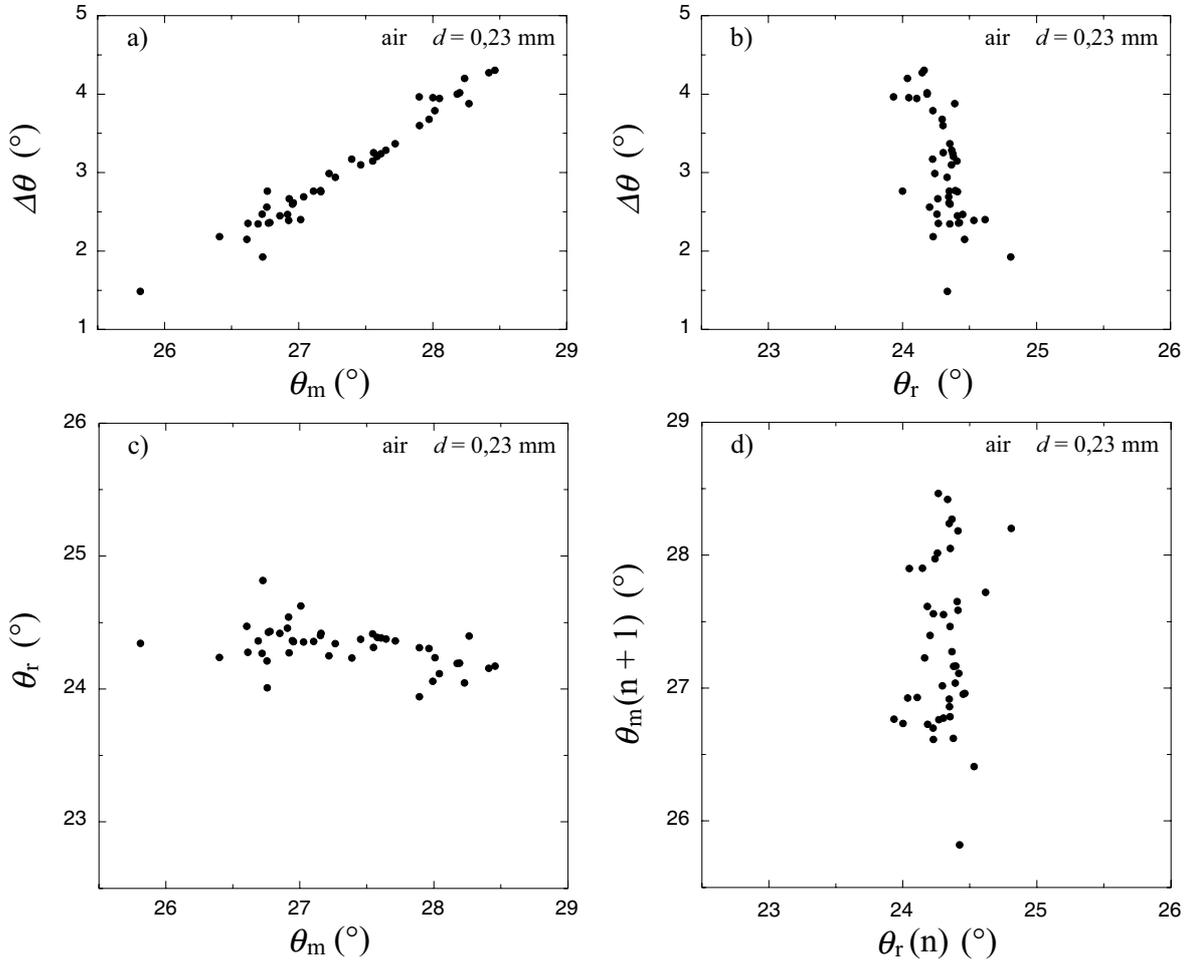


FIG. 3.3 – “Corrélations” entre hystérésis $\Delta\theta$ et angles caractéristiques pour des billes de diamètre $d = 0,23$ mm dans l’air. a) $\Delta\theta(\theta_m)$. b) $\Delta\theta(\theta_r)$. c) $\theta_r(\theta_m)$. d) $\theta_m(n + 1)(\theta_r(n))$.

La figure 3.3 (a) montre nettement que l’hystérésis $\Delta\theta$ est fortement corrélée à l’angle de mouvement θ_m : l’amplitude de l’avalanche augmente avec l’angle de mouvement. Cette forte corrélation, déjà observée par Caponeri *et al* [19], va de pair avec le fait que l’angle de mouvement est plus largement distribué que l’angle de repos ; en considérant que l’angle de

repos est quasiment constant, l'hystérésis fluctue comme l'angle de mouvement. $\Delta\theta$ semble cependant légèrement corrélé à θ_r (fig. 3.3 b) et ainsi θ_r semble également faiblement corrélé à θ_m (fig. 3.3 c). Plus l'angle de mouvement auquel démarre une avalanche est grand, plus $\Delta\theta$ est grand et θ_r petit. Cette faible corrélation est vraisemblablement un effet de l'inertie. Par contre, l'angle de mouvement d'une avalanche $n + 1$ ne semble pas corrélé à l'angle de repos (fig. 3.3 d) ou à l'amplitude de l'avalanche n précédente.

Tas immergés dans l'eau

Les évolutions lors d'une expérience de l'angle de talus θ en fonction du temps pour des billes de verre de 0,23 mm dans l'air et dans l'eau sont présentées sur les figures 3.4 a et b. Ces figures illustrent les différences caractéristiques constatées entre les avalanches dans l'air et dans l'eau :

- L'amplitude des avalanches est plus petite dans l'eau que dans l'air.
- Déjà observée par Allen [3] et Carrigy [20], cette diminution de l'hystérésis est principalement due à une diminution de l'angle de mouvement, l'angle de repos restant quasiment inchangé.
- Dans le cas de l'eau (fig. 3.4 b), on remarque la présence de petits événements faisant très peu relaxer l'angle du tas.

Ainsi, pour l'exemple présenté, l'angle de repos moyen est de $24,3^\circ$ dans l'air et $24,2^\circ$ dans l'eau. À l'opposé, l'angle de mouvement moyen passe de $27,3^\circ$ dans l'air à $24,7^\circ$ dans l'eau, faisant diminuer la valeur moyenne de l'hystérésis de 3° dans l'air à $0,5^\circ$ dans l'eau.

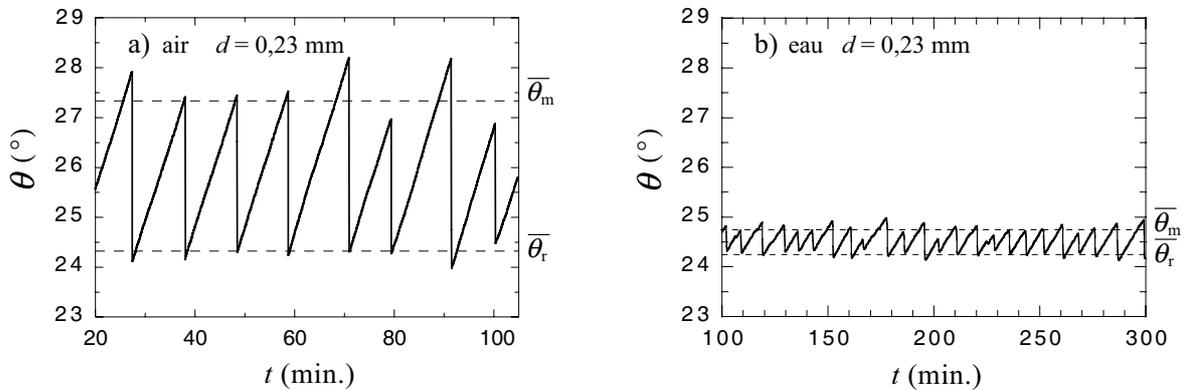


FIG. 3.4 – Évolution de l'angle de talus θ en fonction du temps pour des billes de diamètre $d = 0,23$ mm dans l'air (a) et dans l'eau (b).

Les petits événements sont des événements locaux qui ne concernent pas toute la surface du tas. Alors que ces événements sont toujours observés pour les expériences dans l'eau, leur présence est anecdotique dans l'air. Un exemple de répercussion sur l'interface du tas d'un petit événement d'une part et d'une avalanche macroscopique d'autre part est présenté sur la figure 3.5 pour des billes de 1,65 mm dans l'eau. Les interfaces présentées ont toutes été tournées du même angle afin de les présenter à peu près à l'horizontale. On observe que les interfaces sont très lisses, la rugosité de l'interface étant inférieure à un demi-diamètre d de

grain ($d = 1,65$ mm). L'avalanche macroscopique (fig. 3.5 b) concerne toute la surface du tas. Elle fait relaxer l'angle du tas de $3,5^\circ$ et les interfaces du tas avant (noire) et après (grise) l'avalanche sont radicalement différentes. A l'opposé, l'événement local (fig. 3.5 a) fait relaxer l'angle de seulement $0,1^\circ$ et n'affecte qu'une partie de l'interface du tas. Les interfaces avant (en gris) et après (en noir) l'événement diffèrent entre 1 et 12 cm et se superposent parfaitement dans les zones entourées, à gauche et à droite. L'événement local (a) est l'événement qui précède directement l'avalanche macroscopique (b). Près de deux minutes les séparent et entre ces deux événements le tas a subi une rotation solide de $1,5^\circ$. Cependant, l'interface après l'événement (a, noire) est quasi-identique à l'interface avant l'avalanche (b, grise); le bruit lors de la détection et les perturbations liées à la rotation sont par conséquent très faibles.

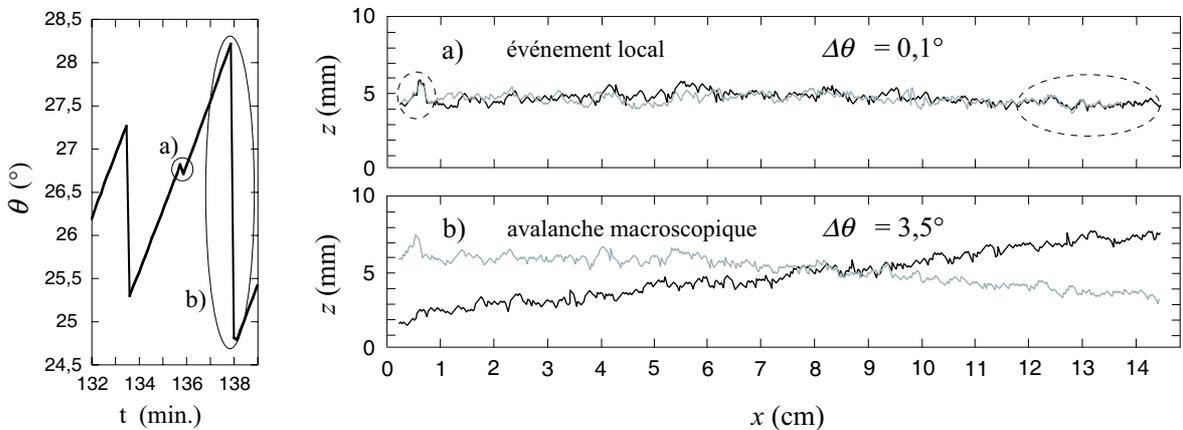


FIG. 3.5 – Interface du tas avant (grise) et après (noire) d'un événement faisant relaxer l'angle du tas. a) : événement local, b) : avalanche macroscopique. Les interfaces ont été tournées d'environ 27° afin de les présenter à peu près à l'horizontale. Les zones entourées sur la figure a sont des zones non affectées par l'événement local. On peut par ailleurs remarquer que la forme de l'interface ne change plus entre le petit événement et l'avalanche macroscopique : l'interface du tas après l'événement local (a, noire) est identique à l'interface avant l'avalanche macroscopique (b, grise).

Les histogrammes des angles caractéristiques θ_m et θ_r et de l'hystérésis $\Delta\theta$ obtenus dans l'eau avec des billes de diamètres $d = 1,65$ mm et $d = 0,23$ mm sont présentés figures 3.6 et 3.7. Ils correspondent aux mêmes diamètres de billes que ceux présentés pour le cas sec (fig. 3.1 et 3.2) et regroupent tous les événements sans distinction.

Au premier abord, les formes des distributions des angles caractéristiques des avalanches dans l'eau (fig. 3.6 a et 3.7 a) semblent comparables à celles des avalanches dans l'air (fig. 3.1 a et 3.2 a) : les histogrammes de θ_r et θ_m sont en forme de cloche et la distribution de l'angle de repos est plus étroite que celle de l'angle de mouvement. Par contre, les histogrammes des amplitudes $\Delta\theta$ des avalanches dans l'eau (fig. 3.6 b et 3.7 b) diffèrent ; elles présentent deux types de distributions : un premier en forme de cloche comparable aux distributions obtenues dans le cas sec (fig. 3.1 b et 3.2 b) et un second aux petites valeurs dont l'effectif est de plus en plus grand lorsque la taille de l'événement diminue. Ces deux types de distributions correspondent respectivement aux avalanches macroscopiques et aux événement locaux. Face à une telle forme de

distribution, nous avons choisi de filtrer les événements locaux afin qu'ils n'interviennent pas dans les calculs des valeurs moyennes $\overline{\Delta\theta}$, $\overline{\theta_r}$ et $\overline{\theta_m}$. Ainsi, les valeurs moyennes des avalanches macroscopiques sont égales à $\overline{\theta_m} \simeq 27,2 \pm 0,6^\circ$, $\overline{\theta_r} \simeq 25,3 \pm 0,3^\circ$ et $\overline{\Delta\theta} \simeq 1,9 \pm 0,8^\circ$ pour les billes de 1,65 mm (fig. 3.6) et à $\overline{\theta_m} \simeq 24,75 \pm 0,13^\circ$, $\overline{\theta_r} \simeq 24,24 \pm 0,08^\circ$ et $\overline{\Delta\theta} \simeq 0,51 \pm 0,18^\circ$ pour les billes de 0,23 mm (fig. 3.7). On peut d'ores et déjà remarquer que pour des tas immergés dans l'eau, l'amplitude moyenne $\overline{\Delta\theta}$ diminue avec le diamètre des grains.

Les événements locaux sont de faible amplitude. Ils se déclenchent à des angles de mouvement de valeurs inférieures à la valeur moyenne $\overline{\theta_m}$ des avalanches macroscopiques et s'arrêtent à des angles de repos de valeurs supérieures à $\overline{\theta_r}$. Ainsi, on observe une surpopulation de grands θ_r et de petits θ_m et les distributions des angles de repos et de mouvement sont faiblement asymétriques par rapport aux valeurs moyennes (la distribution de θ_r s'étale nettement vers les grandes valeurs, fig. 3.6 a et 3.7 a). Cet étalement, associé à la diminution d'amplitude des avalanches dans l'eau par rapport au cas sec, font se superposer les histogrammes de θ_r et θ_m .

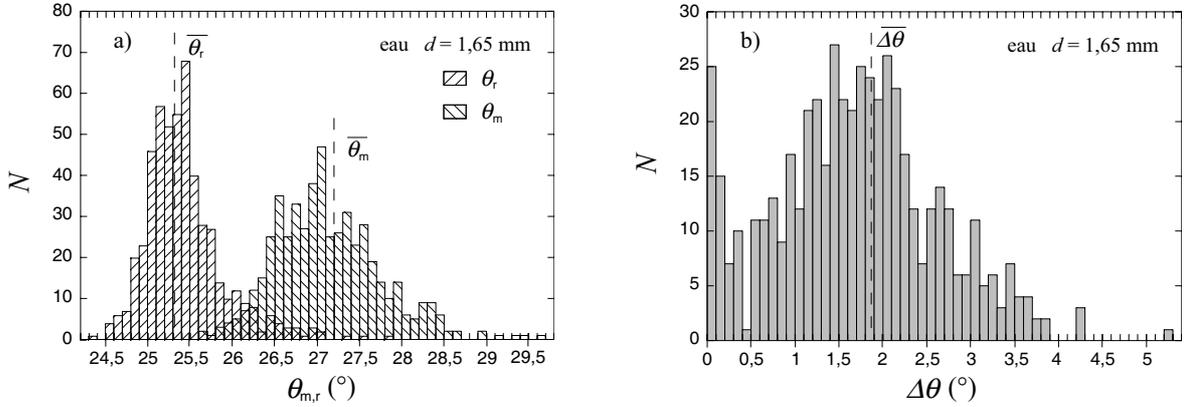


FIG. 3.6 – Histogrammes des angles de mouvement θ_m et de repos θ_r (a) et de l'amplitude $\Delta\theta$ (b) pour des billes de diamètre $d = 1,65$ mm dans l'eau.

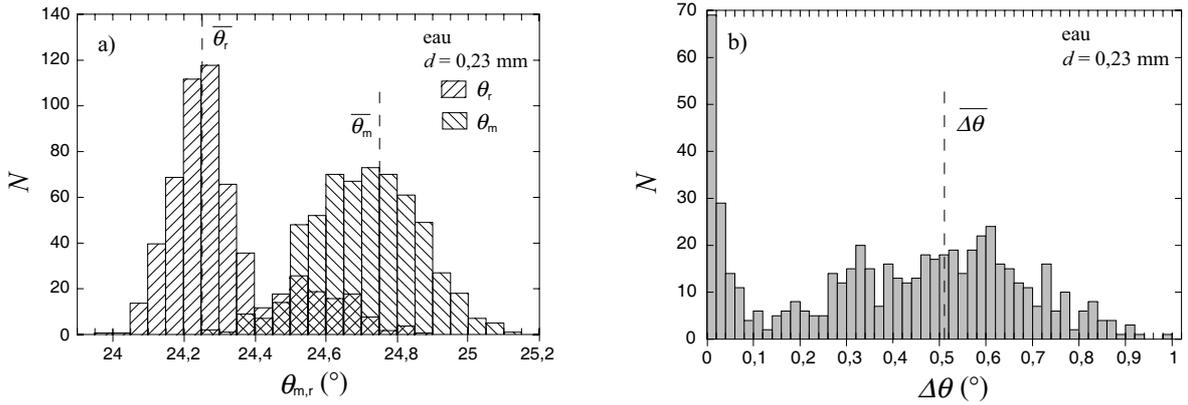


FIG. 3.7 – Histogrammes des angles de mouvement θ_m et de repos θ_r (a) et de l'amplitude $\Delta\theta$ (b) pour des billes de diamètre $d = 0,23$ mm dans l'eau.

La figure 3.8 présente, pour des billes de 0,23 mm de diamètre :

- l'amplitude $\Delta\theta$ en fonction de l'angle de mouvement θ_m (fig. 3.8 a),

- $\Delta\theta$ en fonction de θ_r (fig. 3.8 b),
- θ_r en fonction de θ_m (fig. 3.8 c), et
- l'hystérésis $\Delta\theta(n+1)$ d'un événement $(n+1)$ en fonction de l'hystérésis $\Delta\theta(n)$ de l'événement n précédent (fig. 3.8 d).

Considérons dans un premier temps les figures 3.8 a, b et c qui illustrent les corrélations entre les différentes grandeurs d'un même événement. Tout comme les distributions de l'hystérésis (fig. 3.6 b et 3.7 b), ces graphiques montrent nettement deux zones distinctes, séparant les avalanches macroscopiques (grossièrement entourées) des événements locaux de faible amplitude. Sur ces figures, comme sur les histogrammes des amplitudes d'avalanches (fig. 3.6 b et 3.7 b), une valeur-seuil d'amplitude $\Delta\theta$ suffit à séparer les événements locaux des avalanches macroscopiques.

Tout comme dans l'air (fig. 3.3), plus l'angle θ_m auquel démarre une avalanche macroscopique est élevé, plus $\Delta\theta$ est grand (fig. 3.8 a) et θ_r petit (fig. 3.8 c). La distribution de l'angle de repos étant plus étroite que celle de l'angle de mouvement, l'orientation du nuage de points est plus nette dans le plan $(\theta_m, \Delta\theta)$ (fig. 3.8 a) que dans le plan $(\theta_r, \Delta\theta)$ (fig. 3.8 b). Par ordre décroissant des corrélations (croissant de la dispersion autour des diagonales) viennent $\Delta\theta$ et θ_m (fig. 3.8 a), puis $\Delta\theta$ et θ_r (fig. 3.8 b) et enfin θ_m et θ_r qui forment une ellipse très dispersée (fig. 3.8 c). On peut par ailleurs observer ces différentes corrélations sur les évolutions temporelles de l'angle de talus (fig. 3.4), où les avalanches dont θ_m est supérieur à la valeur moyenne $\overline{\theta_m}$ s'arrêtent quasiment systématiquement à des valeurs de θ_r inférieures à $\overline{\theta_r}$.

Les événements locaux, de par leur faible amplitude forcément positive, sont alignés au-dessus de l'axe des abscisses sur les figures 3.8 a et b dans les plans $(\theta_m, \Delta\theta)$ et $(\theta_r, \Delta\theta)$ et selon la droite $\theta_r = \theta_m$ sur la figure 3.8 c dans le plan (θ_m, θ_r) . L'événement minimum détecté avec notre dispositif dépend de la vitesse de rotation du tambour et de la qualité du repérage des interfaces ; il est généralement de l'ordre de $0,005^\circ$. Les petits événements concernent principalement des valeurs de θ_m et de θ_r respectivement inférieures et supérieures aux valeurs moyennes des avalanches macroscopiques $\overline{\theta_m}$ et $\overline{\theta_r}$ (fig. 3.8 a et b). Cependant, ils décrivent une large gamme des angles de mouvement des avalanches macroscopiques (fig. 3.8 a), alors qu'ils ne concernent que de grandes valeurs d'angle de repos (fig. 3.8 b), faisant ainsi s'étaler l'histogramme de l'angle de repos (fig. 3.6 a et 3.7 a). La forme de l'histogramme de l'hystérésis des événements locaux interdit le calcul d'une amplitude moyenne qui semble tendre vers 0° (fig. 3.6 b et 3.7 b). Toutefois, leur distribution spatiale sur les figures 3.8 a, b et c suggère une distribution en forme de cloche des angles θ_m et θ_r qui leur sont associés ; nous sommes alors en mesure de calculer les valeurs moyennes de leurs angles de mouvement et de repos qui se confondent, $\overline{\theta_{m,r}} \simeq 24,6^\circ$.

Considérons à présent les éventuelles corrélations entre un événement $n+1$ et l'événement n qui le précède. Dans l'eau, tout comme dans l'air et malgré la présence de petits événements, aucune corrélation évidente entre deux événements successifs n'a pu être mise en évidence. Nous avons présenté ici l'hystérésis $\Delta\theta(n+1)$ d'un événement $n+1$ en fonction de l'hystérésis $\Delta\theta(n)$ de l'événement n qui le précède (fig. 3.8 d). Les points sont dispersés et occupent tout le carré qui leur est alloué. Cette absence de corrélation entre les hystérésis de deux événements successifs avait déjà été mise en évidence par Evesque et Rajchenbach [39] pour des billes de verre dans l'air. Sur les figures 3.8 c et d, les points sont évidés lorsque l'événement précédent l'événement considéré est un événement local ; les événements de faible hystérésis $\Delta\theta(n)$ dans le plan $\Delta\theta(n) - \Delta\theta(n+1)$ sont donc tous évidés. On peut ainsi observer qu'un événement

local n'entraîne pas spécialement de nouveau un petit événement ou au contraire une avalanche macroscopique (fig. 3.8 d) et que son occurrence n'est pas corrélée à la valeur de θ_m de l'événement suivant (fig. 3.8 c).

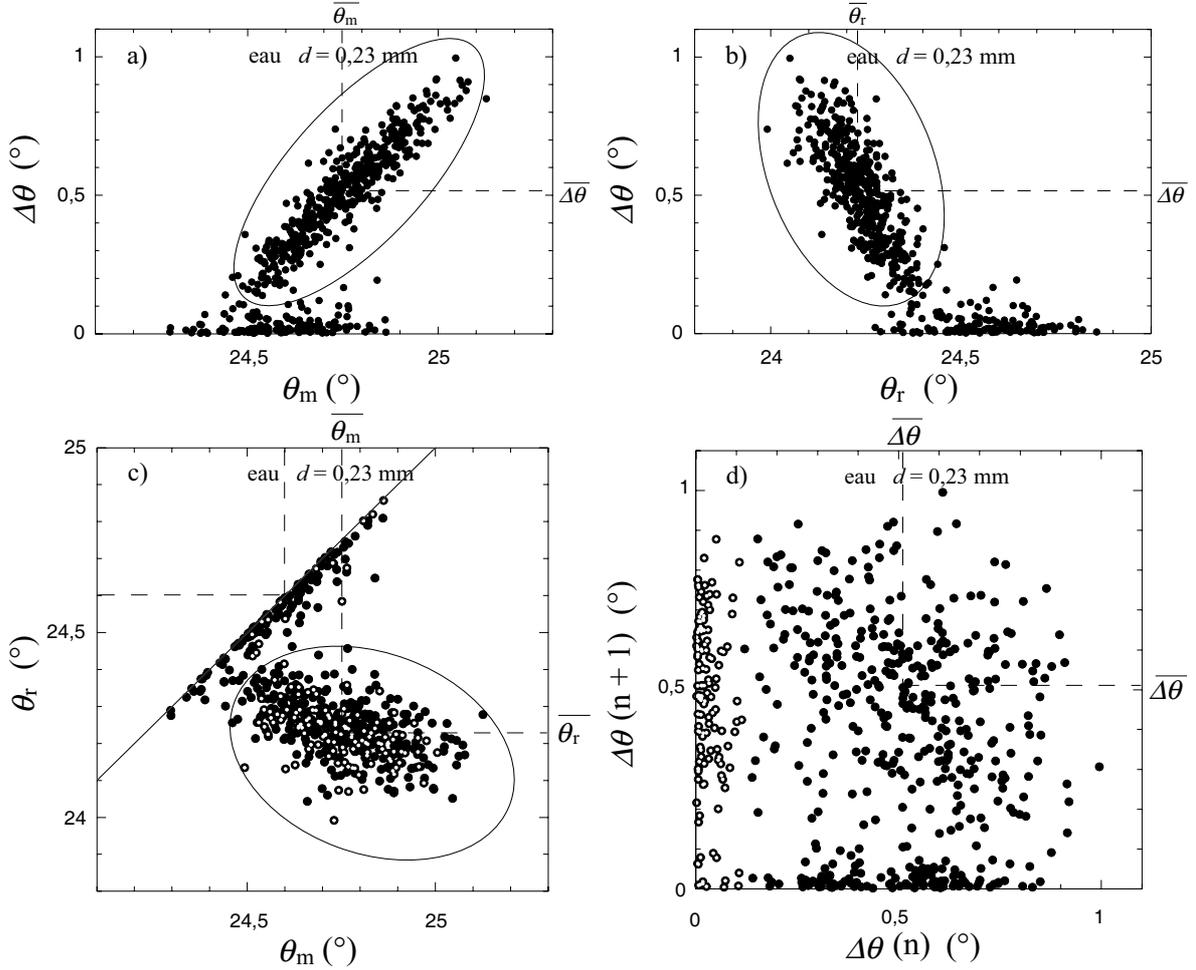


FIG. 3.8 – “Corrélations” entre hystérésis $\Delta\theta$ et angles caractéristiques pour des billes de diamètre $d = 0,23$ mm dans l'eau. a) $\Delta\theta(\theta_m)$. b) $\Delta\theta(\theta_r)$. c) $\theta_r(\theta_m)$. d) $\Delta\theta(n+1)$ ($\Delta\theta(n)$). Les points correspondant à des avalanches macroscopiques sont grossièrement entourés. Fig. c et d: les points sont évidés lorsque l'événement précédant l'événement présenté est local. Fig. c: la droite de pente 1 correspondrait aux événements d'amplitude nulle, $\theta_r = \theta_m$.

Du calcul de l'angle de talus par l'ajustement linéaire de l'interface du tas, on peut déduire une valeur de rugosité de l'interface, définie comme l'écart type à l'ajustement. On peut ainsi associer à chaque mesure d'angle, tout au long de l'expérience, une valeur de rugosité. Les valeurs de rugosité typiques que nous avons obtenues sont inférieures à un demi diamètre de grain. Nous avons observé que la rugosité ne change pas entre deux événements successifs (entre $\theta_r(n-1)$ et $\theta_m(n)$) et qu'elle est modifiée de façon non ambiguë après chaque événement. Cependant, en accord avec les résultats de Deboeuf *et al* [33], nous n'avons pu mettre à jour aucune corrélation entre les valeurs ou sauts de rugosité et les grandeurs des événements qui leur sont associés.

Hystérésis et diamètre de billes, cas de l'air et cas de l'eau

La figure 3.9 regroupe tous les résultats obtenus dans l'étude de l'hystérésis moyen $\overline{\Delta\theta}$ des avalanches macroscopiques en fonction du diamètre d des billes pour des tas de billes de verre dans l'air d'une part et immergés dans l'eau d'autre part. Dans l'air, l'hystérésis est indépendante du diamètre d des billes et est de l'ordre de 3° . A l'opposé, pour les tas immergés dans l'eau $\overline{\Delta\theta}$ diminue avec le diamètre des billes, depuis des valeurs comparables à celles obtenues dans le cas sec pour des billes de diamètre supérieur à 2 mm, jusqu'à une valeur de $0,4^\circ$ pour les billes de $140 \mu\text{m}$.

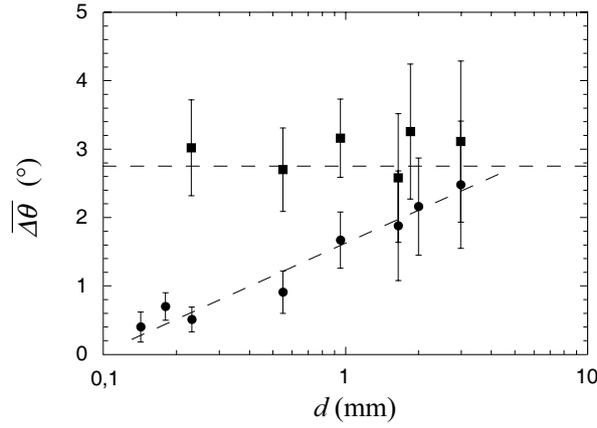


FIG. 3.9 – Hystérésis moyenne $\overline{\Delta\theta}$ en fonction du diamètre d des billes pour des tas dans l'air (■) et immergés dans l'eau (●).

En comparant les valeurs moyennes des angles de repos $\overline{\theta_r}$ et de mouvement $\overline{\theta_m}$ obtenues dans l'air et dans l'eau, avec les billes de 1,65 mm (fig. 3.1 et 3.6) et celles de 0,23 mm (fig. 3.2 et 3.7), nous observons que la diminution de l'hystérésis $\overline{\Delta\theta}$ est principalement due à la diminution de $\overline{\theta_m}$, $\overline{\theta_r}$ restant quasiment inchangée. Cependant, dans l'air comme dans l'eau, les valeurs des angles de repos $\overline{\theta_r}$ fluctuent selon le diamètre des billes (fig. 3.1, 3.2, 3.6 et 3.7). Néanmoins, ce résultat déjà observé par Allen [3] et Carrigy [20], peut être mis en évidence en représentant les différences $\overline{\theta_{m,r}}(air) - \overline{\theta_{m,r}}(eau)$ des valeurs de $\overline{\theta_r}$ ou $\overline{\theta_m}$ obtenues dans l'air et dans l'eau. Ces différences sont regroupées sur la figure 3.10 où l'on observe bien que l'angle de repos $\overline{\theta_r}$ est très peu modifié et que l'écart entre les angles de mouvement $\overline{\theta_m}$ augmente lorsque d diminue.

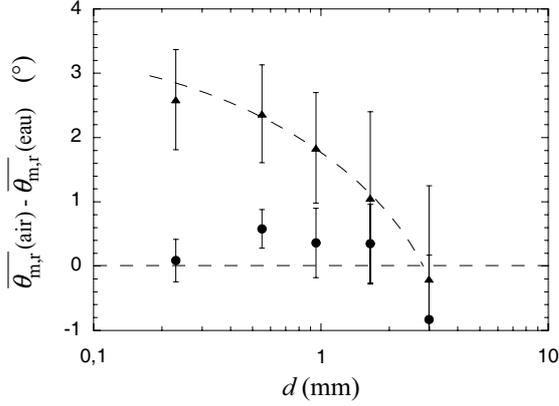


FIG. 3.10 – Différences entre les valeurs moyennes obtenues dans l'air et dans l'eau pour les angles de mouvement $\overline{\theta_m}$ (\blacktriangle) et de repos $\overline{\theta_r}$ (\bullet). Les barres d'erreurs représentent ici l'écart type associé aux valeurs dans l'air.

3.2.2 Durée des avalanches

La seconde différence caractéristique entre les avalanches sèches et les avalanches sous-marines à laquelle nous nous sommes particulièrement intéressés est la durée des avalanches. La durée T d'une avalanche est déterminée à partir de l'évolution temporelle de l'angle θ du tas et est définie comme le temps que met le tas à relaxer depuis θ_m à θ_r (cf. *Principe de l'expérience 2.4.1*).

Nous avons représenté dans les figures 3.11 et 3.12, les relaxations de l'angle de talus θ lors d'une avalanche en fonction du temps t pour des tas de billes de verre de diamètre $d = 1,65$ mm et $d = 0,23$ mm, d'une part dans l'air (fig. 3.11) et d'autre part dans l'eau (fig. 3.12).

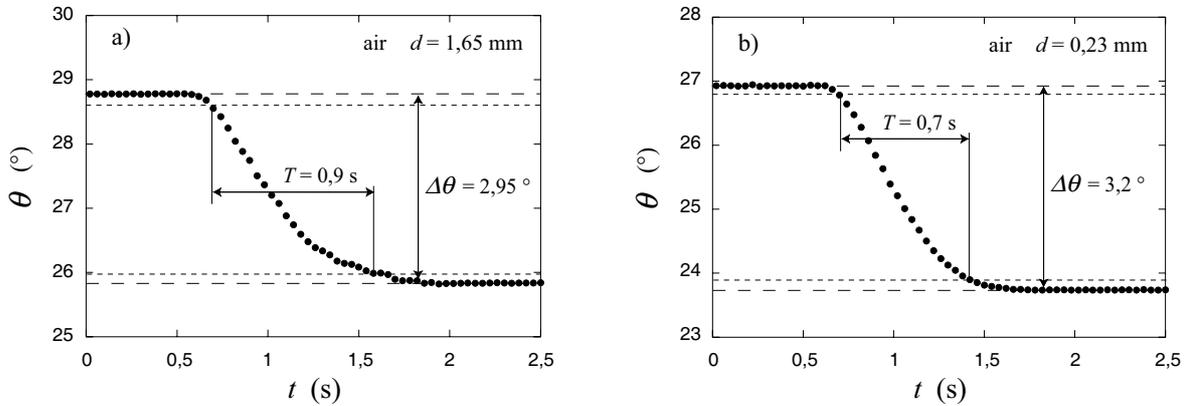


FIG. 3.11 – Relaxation lors d'une avalanche de l'angle de talus θ en fonction du temps t pour un tas de billes de verre dans l'air. (a) : $d = 1,65$ mm, (b) : $d = 0,23$ mm.

On peut d'ores et déjà observer sur ces figures que la durée des avalanches dans l'air est indépendante du diamètre des billes et est de l'ordre de 1 s (fig. 3.11) alors que dans l'eau, elle augmente lorsque le diamètre des billes diminue (fig. 3.12). Ainsi, sur les exemples présentés, T est respectivement égal à 0,7 et 0,9 s pour les billes de 1,65 mm et 0,23 mm dans l'air (fig. 3.11) et à 2,2 et 21,5 s pour les billes de 1,65 mm et 0,23 mm dans l'eau (fig. 3.12).

Les courbes de relaxation de l'angle de talus $\theta(t)$ sont sensiblement différentes dans le cas sec et le cas immergé. Dans l'air (fig. 3.11), $\theta(t)$ est toujours asymétrique. Après le déclenchement de l'avalanche à θ_m , $\theta(t)$ atteint vite une pente maximum, l'arrêt de l'avalanche jusqu'à θ_r

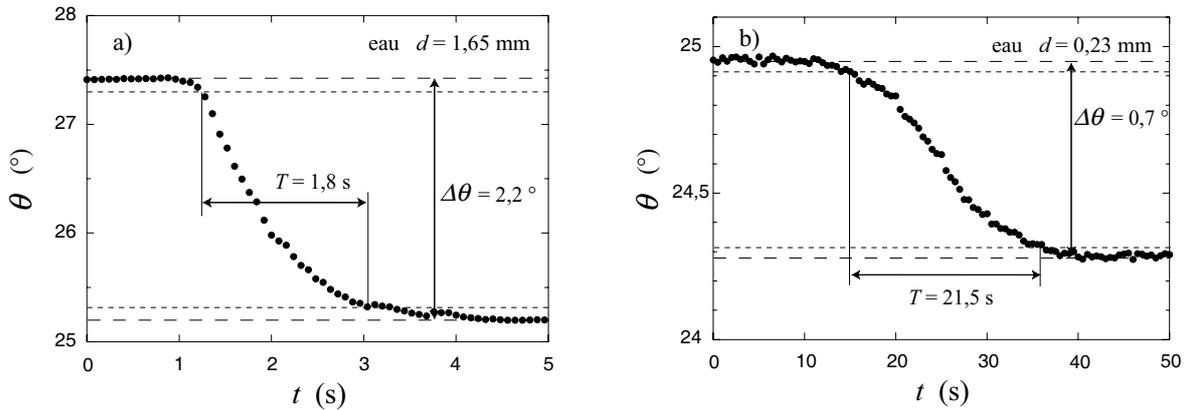


FIG. 3.12 – Relaxation lors d'une avalanche de l'angle de talus θ en fonction du temps t pour un tas de billes de verre immergé dans l'eau. (a) : $d = 1,65$ mm, (b) : $d = 0,23$ mm.

est par contre plus progressif. Dans l'eau, si la forme de $\theta(t)$ obtenue avec des billes de grand diamètre $d = 1,65$ mm (fig. 3.12 a) est comparable aux formes de $\theta(t)$ obtenues dans l'air (fig. 3.11), la forme de $\theta(t)$ obtenue avec des billes de $0,23$ mm est très différente. Dans ce cas, $\theta(t)$ est beaucoup plus symétrique ; le démarrage comme l'arrêt de l'avalanche est progressif. Nous verrons dans le dernier chapitre de cette thèse, que ces fonctions $\theta(t)$ permettent d'obtenir le débit de grains durant une avalanche.

Les durées \overline{T} moyennes des avalanches macroscopiques (déterminées sur une vingtaine d'avalanches) que nous avons obtenues pour des tas de billes de verre dans l'air et dans l'eau sont regroupées en fonction du diamètre d des grains sur la figure 3.13. Dans l'air, \overline{T} est indépendante de d et de l'ordre de 1 s. Dans l'eau, paradoxalement avec le fait que $\overline{\Delta\theta}$ diminue avec d (fig. 3.9), la durée \overline{T} des avalanches augmente lorsque d diminue (fig. 3.12) : pour des billes de taille millimétrique, \overline{T} est de l'ordre de la seconde ($\overline{\Delta\theta} \simeq 2,5^\circ$, fig. 3.9) et donc proche des valeurs observées dans l'air puis augmente jusqu'à atteindre des valeurs de l'ordre de la minute pour des billes de diamètre d de l'ordre de $0,2$ mm ($\overline{\Delta\theta} \simeq 0,5^\circ$, fig. 3.9).

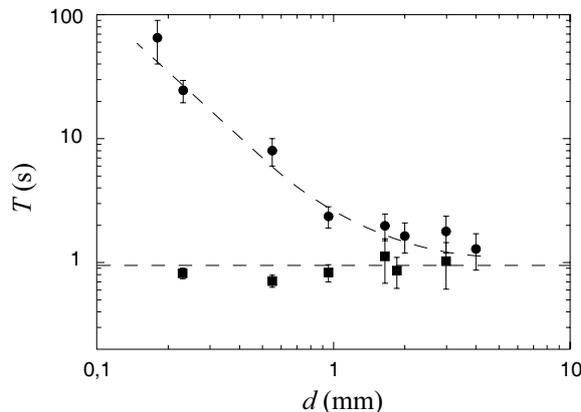


FIG. 3.13 – Durée moyenne \overline{T} des avalanches en fonction du diamètre d des billes pour des tas dans l'air (■) et immergés dans l'eau (●).

En résumé, dans l'air les durées \overline{T} des avalanches et les hystérésis $\overline{\Delta\theta}$ sont indépendantes du diamètre des grains; l'influence du fluide interstitiel sur la dynamique des avalanches est négligeable. Dans l'eau, à l'opposé, \overline{T} et $\overline{\Delta\theta}$ dépendent de d : la durée \overline{T} des avalanches augmente et l'hystérésis $\overline{\Delta\theta}$ diminue lorsque d diminue. Le fluide interstitiel semble donc être un facteur déterminant dans la dynamique des avalanches. Nous allons à présent essayer de déduire les paramètres qui contrôlent la dynamique des avalanches et ainsi prédire des ordres de grandeur pour les durées \overline{T} , en considérant la chute élémentaire d'un grain immergé dans un fluide.

Dans la suite du chapitre nous considérons toujours des valeurs moyennes et retirons les barres des notations.

3.3 Chute élémentaire d'un grain sur son voisin

Dans nos expériences, le tas est constitué de billes quasi-monodisperses de diamètre moyen d . Ainsi, la distance élémentaire que parcourt un grain entre deux collisions est de l'ordre d'un diamètre d de grain (fig. 3.14). Déterminer l'influence du fluide interstitiel sur la dynamique de cette chute élémentaire équivaut à répondre à la question suivante :

- sur cette chute élémentaire, le grain dispose-t-il de la distance nécessaire pour atteindre sa vitesse limite de chute ?

Il faut donc comparer la distance caractéristique nécessaire au grain pour atteindre sa vitesse limite, à la distance d typique de chute entre deux collisions.

3.3.1 Vitesse limite, temps et distance caractéristiques

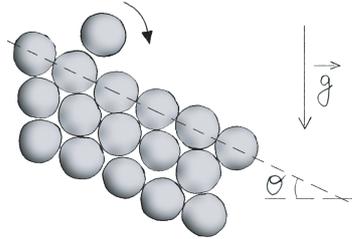


FIG. 3.14 – Chute élémentaire d'un grain. Le tas est incliné de θ .

Considérons, dans un fluide au repos infini, la chute élémentaire d'un grain sur son voisin du dessous comme cela est illustré par la figure 3.14. L'équation simplifiée du mouvement d'un grain de diamètre d entre deux collisions, selon la surface libre du tas, est :

$$\underbrace{\frac{\pi}{6} \rho_s d^3 \frac{du}{dt}}_{(1)} = \underbrace{\frac{\pi}{6} \Delta\rho g d^3 \sin \theta}_{(2)} - F_t, \quad (3.1)$$

où u et t sont respectivement la vitesse du grain et le temps, $\Delta\rho$ la différence de densité entre les grains et le fluide ($\Delta\rho = \rho_s - \rho_f$), g l'accélération de la gravité et θ l'angle d'inclinaison du tas. Le terme (1) représente le taux de variation de la quantité de mouvement du grain. La quantité de mouvement du grain augmente sous l'action de son poids diminué de la poussée d'Archimède (2) moins une force de traînée F_t , dont l'expression dépend du nombre de Reynolds calculé sur la taille du grain (Reynolds particulière) : $Re = u d \rho_f / \eta$,

où η est la viscosité dynamique du fluide interstitiel. Non considérée dans l'équation 3.1, la force de friction solide subie par le grain, peut s'exprimer en terme de frottement de Coulomb dynamique et s'apparenter simplement à une diminution de l'effet de la gravité g . Le terme (2) dans l'équation 3.1 s'exprimerait alors : $(\pi / 6) \Delta \rho g d^3 (\sin \theta - \mu_d \cos \theta)$, où μ_d est le coefficient de frottement dynamique entre un grain et le reste du tas.

En régime stationnaire, l'accélération du / dt du grain est nulle, le poids apparent (2) et la force F_t de frottement fluide se compensent et le grain a une vitesse U_∞ limite de chute telle que

$$\frac{\pi}{6} \Delta \rho g d^3 \sin \theta = F_t(U_\infty). \quad (3.2)$$

Le temps caractéristique τ_c dans lequel le grain atteint la vitesse limite U_∞ peut être défini comme le temps nécessaire à la bille, partant d'une vitesse initiale nulle, pour atteindre en chute libre, c'est-à-dire en négligeant la force de traînée F_t , une vitesse égale à U_∞ (fig. 3.15). En régime transitoire, l'équation 3.1 devient :

$$\rho_s \frac{du}{dt} = \Delta \rho g \sin \theta, \quad (3.3)$$

soit

$$u(t) = \frac{\Delta \rho g \sin \theta}{\rho_s} t, \quad (3.4)$$

avec $u(0) = 0$. τ_c est ainsi solution de l'équation :

$$\tau_c = U_\infty \frac{\rho_s}{\Delta \rho g \sin \theta}. \quad (3.5)$$

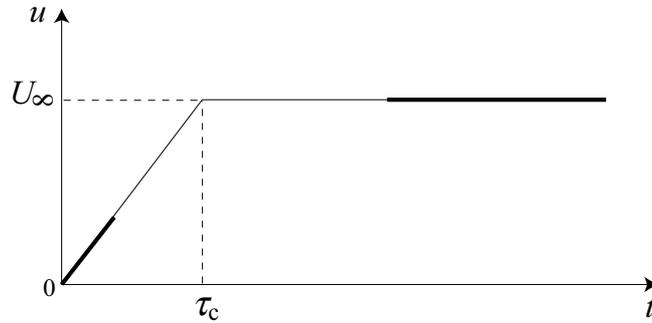


FIG. 3.15 – Vitesse u d'un grain en fonction du temps t . A temps court son mouvement est assimilable à une chute libre (en gras) et à temps long il est en vitesse limite de chute U_∞ (en gras). Le temps caractéristique τ_c est le temps nécessaire au grain pour atteindre, en chute libre, une vitesse égale à U_∞ .

A ce temps τ_c , correspond une distance caractéristique δ_c telle que :

$$\delta_c = \frac{\tau_c U_\infty}{2}. \quad (3.6)$$

Elle a donc pour expression :

$$\delta_c = \frac{\rho_s U_\infty^2}{2 \Delta \rho g \sin \theta}. \quad (3.7)$$

Le tableau 3.16 regroupe les expressions des forces de traînée F_t , des vitesses limites U_∞ , des temps τ_c et des distances caractéristiques δ_c à faible et à grand nombre de Reynolds. A bas nombre de Reynolds ($Re \ll 1$), la force de traînée F_{tv} est visqueuse (force de Stokes) et proportionnelle à la vitesse u du grain et à la viscosité η du fluide. A grand nombre de Reynolds ($Re \gg 1$), la force de traînée F_{ti} qui s'exerce sur le grain est cette fois inertielle et proportionnelle au carré de la vitesse u du grain ; les expressions de U_∞ , τ_c et δ_c qui en découlent ont donc des expressions différentes. Le lecteur pourra se reporter à l'annexe A pour le détail des calculs.

	$Re \ll 1$	$Re \gg 1$
F_t	$F_{tv} = 3\pi d\eta u$	$F_{ti} = \frac{\pi}{20} d^2 \rho_f u^2$
U_∞	$U_{\infty v} = \frac{\Delta\rho g d^2 \sin\theta}{18\eta}$	$U_{\infty i} = \sqrt{\frac{10\Delta\rho g d \sin\theta}{3\rho_f}}$
τ_c	$\tau_{cv} = \frac{\rho_s d^2}{18\eta}$	$\tau_{ci} = \sqrt{\frac{10\rho_s^2 d}{3\rho_f \Delta\rho g \sin\theta}}$
δ_c	$\delta_{cv} = \frac{\rho_s \Delta\rho g \sin\theta d^4}{2(18\eta)^2}$ $\delta_{cv} = \tau_{cv} U_{\infty v} / 2$	$\delta_{ci} = \frac{10\rho_s d}{6\rho_f}$ $\delta_{ci} = \tau_{ci} U_{\infty i} / 2$

FIG. 3.16 – Forces de traînée F_t , vitesses limites U_∞ , temps τ_c et distances δ_c caractéristiques nécessaires à un grain pour atteindre U_∞ à bas et grand nombre de Reynolds.

3.3.2 Paramètres contrôlant la chute élémentaire

La longueur d , distance typique parcourue par un grain entre deux collisions, doit maintenant être comparée à la distance caractéristique δ_c nécessaire pour que le grain atteigne une vitesse limite.

Si la longueur caractéristique δ_c est inférieure à la distance parcourue d , le grain atteint sa vitesse limite de chute avant la collision et alors les effets du fluide prédominent. Par contre, si la longueur δ_c est supérieure à d , l'effet du fluide est négligeable et on peut

considérer que le grain est en chute libre entre les deux collisions.

Ainsi, deux rapports de longueurs vont gouverner la dynamique d'un grain sur une chute élémentaire :

– le rapport

$$\frac{\delta_{cv}}{d} = St^2, \quad (3.8)$$

où St est le nombre de Stokes qui compare l'inertie du grain aux effets visqueux du fluide et s'écrit

$$St = \frac{\rho_s^{1/2} d^{3/2} (\Delta\rho g \sin\theta)^{1/2}}{18\sqrt{2}\eta} \quad (3.9)$$

– le rapport

$$\frac{\delta_{ci}}{d} = r^2, \quad (3.10)$$

où r est un nombre relié au rapport des densités grains / fluide :

$$r = \sqrt{\frac{5\rho_s}{3\rho_f}} \quad (3.11)$$

Remarque : Nous pouvons introduire un troisième temps caractéristique, le temps τ_{cl} que met une bille à parcourir d en chute libre, soit

$$\tau_{cl} = \sqrt{\frac{2\rho_s d}{\Delta\rho g \sin\theta}}, \quad (3.12)$$

ce qui nous permet une autre expression pour les deux nombres sans dimension St et r :

$$St = \frac{\tau_{cv}}{\tau_{cl}} = \left(\frac{\delta_{cv}}{d}\right)^{1/2} \quad (3.13)$$

et

$$r = \frac{\tau_{ci}}{\tau_{cl}} = \left(\frac{\delta_{ci}}{d}\right)^{1/2} \quad (3.14)$$

et justifie le choix de St et r plutôt que St^2 et r^2 .

3.3.3 Les différents régimes de chute élémentaire

St et r sont les deux seuls paramètres qui gouvernent le régime de chute d'un grain entre deux collisions ; une analyse dimensionnelle montre d'ailleurs qu'il n'y a que *deux* nombres sans dimensions à étudier. Ils nous permettent de distinguer différents régimes de chute élémentaire :

- Si $St \gg 1$ et $r \gg 1$ ($\delta_{cv}, \delta_{ci} \gg d$ ou $\tau_{cv}, \tau_{ci} \gg \tau_{cl}$), le grain accélère sur la distance d , c'est le régime de chute libre.
- Si $St \ll 1$ et $r \gg 1$ ($\delta_{cv} \ll d \ll \delta_{ci}$ ou $\tau_{cv} \ll \tau_{cl} \ll \tau_{ci}$), le grain "tombe" à sa vitesse limite visqueuse $U_{\infty v}$, le régime est visqueux.

- Si $St \gg 1$ et $r \ll 1$ ($\delta_{ci} \ll d \ll \delta_{cv}$ ou $\tau_{ci} \ll \tau_{cl} \ll \tau_{cv}$), le grain “tombe” à sa vitesse limite inertielle $U_{\infty i}$, le régime est inertielle.
- Si $St \ll 1$ et $r \ll 1$ ($\delta_{cv}, \delta_{ci} \ll d$ ou $\tau_{cv}, \tau_{ci} \ll \tau_{cl}$), le grain atteint une vitesse limite mais sa nature dépend du rapport $(\tau_{cv} / \tau_{ci}) = (\delta_{cv} / \delta_{ci})^{1/2}$ qui est égal à St / r . Ce rapport par sa définition, peut être choisi comme nombre de Reynolds : nous le noterons Re^* avec

$$Re^* = \frac{\tau_{cv}}{\tau_{ci}} = \left(\frac{\delta_{cv}}{\delta_{ci}} \right)^{1/2} = \frac{U_{\infty v}}{U_{\infty i}} = \frac{St}{r}. \quad (3.15)$$

Si $Re^* \ll 1$ ($St \ll r$), nous retrouvons le régime visqueux et si $Re^* \gg 1$ ($St \gg r$), le régime est inertielle.

Il existe donc trois régimes de chute élémentaire, fonctions des seuls paramètres St et r . Ces régimes, délimités par des valeurs critiques St_c , r_c et $Re_c^* = St_c / r_c$, sont illustrés sur le diagramme 3.17, dans le plan (St, r) .

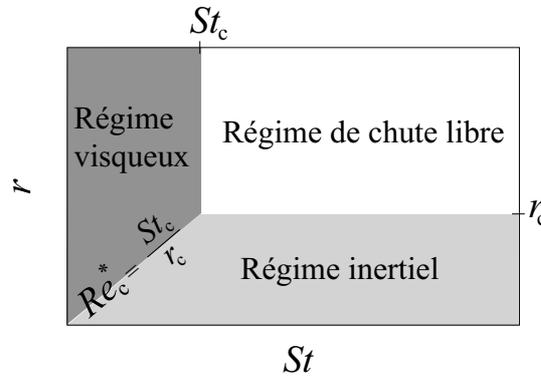


FIG. 3.17 – Les trois régimes de chute élémentaire en fonction des deux paramètres sans dimensions : St et r .

Notons que pour les matériaux courants, les plus faibles valeurs de r qui correspondent aux cas où le tas est immergé dans un liquide, sont de l'ordre de 1. Les grandes valeurs de r correspondent aux cas où le fluide interstitiel est un gaz et sont de l'ordre de 60. Les valeurs de r que l'on peut facilement explorer expérimentalement sont donc quasiment limitées à deux valeurs. De plus, la partie du diagramme 3.17 située à grande valeur de r et faible valeur de St (en haut à gauche) est difficilement atteignable expérimentalement ; elle correspond à des grains micrométriques dans un gaz (éq. 3.9), dont le comportement est alors très différent de l'assemblée de grains de tailles macroscopiques que nous étudions³.

Tout en restant dans l'analyse du mouvement individuel d'une bille, que peut-on déduire pour la dynamique d'un grain durant l'avalanche, c'est-à-dire sur une succession de chutes élémentaires ?

Lorsque St et/ou r sont bien inférieurs à 1, le grain atteint une vitesse limite sur une chute élémentaire. Il dévale donc *a priori* la pente à une vitesse limite. Par contre, si St et r sont supérieurs à 1, le grain n'atteint pas de vitesse limite et est en chute libre entre deux collisions. Il semble alors important de s'intéresser à la restitution d'énergie lors de la collision.

3. L'adhésion entre particules est telle que l'angle de mouvement augmente drastiquement, ce qui peut entraîner une mise en suspension des grains lors de l'avalanche.

3.3.4 Collision

Si on excepte les dissipations à l'échelle du grain qui diminuent le coefficient de restitution [40, 41, 61] et sont dues à des vibrations, à des déformations plastiques ou encore aux propriétés visco-élastiques du matériau, l'énergie cinétique du grain peut être dissipée dans le fluide ou redistribuée au reste de tas par collisions multiples.

Dissipation de l'énergie dans le fluide

Différents auteurs ont étudié le coefficient de restitution de billes immergées dans des fluides (liquides et gaz) [32, 47, 62]. Gondret *et al.* [47] ont mesuré les vitesses avant et après impact sur une paroi plane, de billes de différentes tailles et de matériaux variés tombant sous l'action de la gravité dans différents fluides. Ils ont montré que le nombre de Stokes est le paramètre qui gouverne la valeur du coefficient de restitution et ainsi rassemble les données sur une courbe maîtresse présentée figure 3.18. Leur nombre de Stokes est construit avec la vitesse u_i du grain, mesurée juste avant le choc : $St = (1/9) \rho_s u_i d / \eta$. Pour des valeurs de St inférieures à 10, les grains ne rebondissent pas, toute l'énergie cinétique étant dissipée dans le fluide. Lorsque St est supérieur à 10, les grains rebondissent et le coefficient de restitution e augmente avec St , jusqu'à la valeur maximale e_{\max} de la bille considérée, c'est-à-dire la valeur dans l'air, pour des valeurs du nombre de Stokes de l'ordre de 1000.

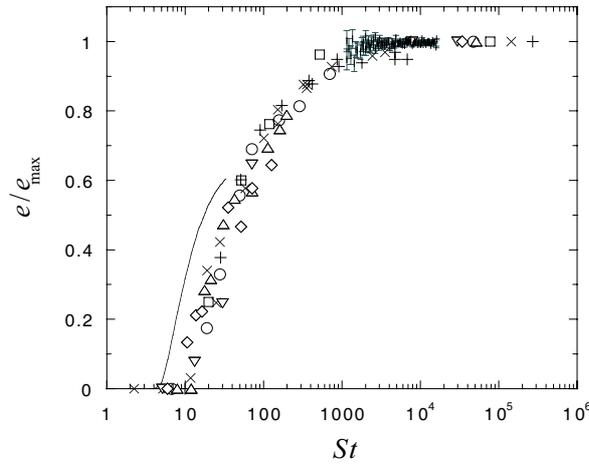


FIG. 3.18 – Rapport e / e_{\max} du coefficient de restitution mesuré sur le coefficient de restitution mesuré dans l'air en fonction du nombre de Stokes St pour des billes en carbure de tungstène (+, I), acier (\times), verre (\circ), Téflon (\square), Delrin (\triangle), polyuréthane (∇), Nylon (\diamond) (issu de [47]).

A la lumière de ces résultats, nous pouvons considérer que le choc qui suit une chute élémentaire est totalement inélastique pour une valeur de St inférieure à une valeur critique ; l'énergie cinétique du grain est totalement dissipée dans le fluide et chacune des chutes élémentaires successives est identique, le grain repartant avec une vitesse nulle. Par contre, pour des valeurs de St supérieures, l'énergie cinétique du grain peut être distribuée au reste du tas. Deux possibilités sont alors envisageables :

- le grain conserve son énergie cinétique et ainsi accélère le long du tas,

- l'énergie cinétique est en partie redistribuée au reste du tas et dissipée lors de collisions multiples, le grain atteint une vitesse macroscopique limite d'origine collisionnelle.

3.4 L'avalanche comme une succession de chutes élémentaires

Nous faisons à présent l'hypothèse que l'ordre de grandeur de la durée T d'une avalanche peut être donné par le temps nécessaire à *un* grain de surface pour parcourir le tas sur toute sa longueur. Cette longueur D représente, pour un grain, une succession de D/d chutes élémentaires. Ainsi, à partir des différents régimes de chute élémentaire (fig. 3.17) et de la nature des collisions (élastiques ou inélastiques), nous sommes en mesure de construire quatre durées d'avalanches.

3.4.1 Les régimes limites "fluides"

Lorsque St et/ou r sont inférieurs à leur valeur critique St_c et r_c , le grain atteint sa vitesse limite de chute "fluide" visqueuse ou inertielle sur une chute élémentaire. La durée macroscopique T d'une avalanche correspond donc au temps nécessaire mis par un grain pour parcourir D à sa vitesse limite de chute.

Le régime visqueux

Pour $St < St_c$ et $Re^* < Re_c^*$, soit $r > St r_c / St_c$, le grain chute à sa vitesse limite visqueuse $U_{\infty v}$ et la durée macroscopique T_v de l'avalanche s'écrit

$$T_v = \frac{D}{U_{\infty v}} = \frac{18 \eta D}{\Delta \rho g d^2 \sin \theta}. \quad (3.16)$$

Le régime inertiel

Si $r < r_c$ et $Re^* > Re_c^*$, soit $St > r St_c / r_c$, le grain chute à sa vitesse limite inertielle $U_{\infty i}$ et la durée macroscopique T_i de l'avalanche s'exprime

$$T_i = \frac{D}{U_{\infty i}} = \frac{(3 \rho_f)^{1/2} D}{(10 \Delta \rho g \sin \theta d)^{1/2}}. \quad (3.17)$$

3.4.2 Le régime de chute libre

Lorsque St et r sont supérieurs à leur valeur critique St_c et r_c et si le grain conserve son énergie cinétique, alors il accélère sur la distance D et le bon ordre de grandeur pour la durée macroscopique de l'avalanche est T_{cl} tel que :

$$T_{cl} = \left(\frac{2 \rho_s D}{\Delta \rho g \sin \theta} \right)^{1/2}. \quad (3.18)$$

3.4.3 Le régime limite "collisionnel"

Lorsque St et r sont supérieurs à leur valeur critique St_c et r_c , le grain n'atteint pas de vitesse limite sur une chute élémentaire et accélère entre deux collisions. Si toute l'énergie cinétique acquise par le grain au cours d'une chute élémentaire est dissipée

lors de la collision (par exemple $St \lesssim 10$), le grain décrit alors la distance D à une vitesse limite macroscopique, d'origine collisionnelle, en une succession de chutes élémentaires identiques de durée τ_{cl} . La durée macroscopique T_c de l'avalanche est alors la somme de D/d temps de chute libre sur la distance typique d entre deux collisions, telle que :

$$T_c = \frac{D}{d} \tau_{\text{cl}} = D \left(\frac{2\rho_s}{d\Delta\rho g \sin\theta} \right)^{1/2}. \quad (3.19)$$

De même, si l'énergie cinétique du grain n'est qu'en partie dissipée lors du choc, le grain perd une proportion $(1 - e)$ de sa vitesse à chaque choc. Partant d'une vitesse nulle, il atteint, après un certain nombre de rebonds, une vitesse constante en moyenne U_{coll} :

$$U_{\text{coll}} = \left(\frac{1+e}{1-e} \right)^{1/2} \left(\frac{\Delta\rho g \sin\theta d}{2\rho_s} \right)^{1/2}. \quad (3.20)$$

Le nombre de rebonds (de chutes sur d) pour qu'un grain atteigne 90 % de sa vitesse limite ne dépend que du coefficient de restitution e et est égal à 8 si $e = 0,9$ et ne vaut plus que 1 si $e = 0,5$. La durée macroscopique "collisionnelle" s'exprime alors (pour $e < 1$) :

$$T_c = D \left(\frac{2\rho_s}{d\Delta\rho g \sin\theta} \right)^{1/2} \left(\frac{1-e}{1+e} \right)^{1/2}. \quad (3.21)$$

On peut d'ores et déjà remarquer que T_c dépend de d et ainsi ne peut pas rendre compte des avalanches dans l'air qui sont indépendantes du diamètre des grains (paragraphe 3.2.2, fig. 3.13). La validité de ce régime est donc limitée aux avalanches dans des liquides. Cependant, les valeurs de St et r doivent être grandes pour que le grain ne puisse pas atteindre de vitesse limite et ainsi décrire d en chute libre. La gamme de ce régime semble donc devoir être restreinte et nous n'avons d'ailleurs pas observé expérimentalement ce régime (cf. annexe B).

3.5 Durées des avalanches

3.5.1 Gamme des expériences

Pour tester les temps d'avalanche construits dans le paragraphe précédent, nous avons mené des expériences dans les gammes les plus larges possibles de St et r accessibles en faisant varier les différents paramètres importants, c'est-à-dire ρ_s , d , ρ_f , η et D .

Nos expériences dans des liquides sont compilées dans le tableau 3.19 :

- r varie de 1,4 à 3,7,
- St , dont la gamme accessible expérimentalement est beaucoup plus large, est compris entre 0,2 et 68, et
- Re^* varie ainsi de 0,1 à 20.

La longueur D du tas (diamètre du tambour) mesure de 8 à 40 cm, les durées T d'avalanche obtenues expérimentalement décrivent ainsi une gamme comprise entre 0,9 et 65 s.

billes / fluide symbole	ρ_s (kg.m^{-3})	ρ_f (kg.m^{-3})	r	η (mPa.s)	d (mm)	St	Re^*	D (cm)	T (s)
verre / eau ●	2500	1000	2	1	0,18	0,4	0,2	16	65
	"	"	"	"	0,23	0,55	0,3	16	24,5
	"	"	"	"	0,55	2,1	1	7,5	3,5
	"	"	"	"	"	"	"	16	8
	"	"	"	"	"	"	"	40	20
	"	"	"	"	0,95	4,5	2	16	2,4
	"	"	"	"	1,65	10,4	5	16	2
	"	"	"	"	2	14	7	16	1,6
	"	"	"	"	3	25	10	17,5	1,8
verre / huile silicone ▲	2500	950	2,1	5	0,55	0,41	0,2	8	11
	"	"	"	"	"	"	"	16	18
	"	"	"	10	1,65	1,1	0,5	16	7,6
	"	"	"	20	0,95	0,23	0,1	18	34
	"	"	"	"	1,65	0,53	0,3	16	17,4
acier / eau ▼	7800	1000	3,6	1	1	18	5	17,5	1,6
	"	"	"	"	2,4	68	20	17,5	0,96
acier / huile silicone ▼	7800	950	3,7	2	2,4	34	9	17,5	0,89
polyamide / eau ◆	1140	1000	1,4	1	2	2,9	2	16	7,1
	"	"	"	"	4	8,1	6	16	3,8
polyuréthane / huile silicone ◆	1200	950	1,5	2	0,55	0,28	0,2	16,5	64

FIG. 3.19 – Ensemble de nos expériences dans des liquides.

Nos expériences dans l'air sont présentées dans le tableau 3.20 :

- r est compris entre 40 et 100,
- St varie de 40 à 8000, et
- Re^* est ainsi compris entre 0,7 et 100.

Nous avons fait varier D de 8 à 50 cm et les durées T d'avalanches mesurées sont comprises entre 0,5 et 2 s.

Evesque [37] et Allen [3] ont également mesuré des durées d'avalanche de billes de verre dans un tambour tournant. Leurs résultats sont présentés dans les tableaux 3.22 et 3.21.

billes / fluide symbole	ρ_s (kg.m ⁻³)	ρ_f (kg.m ⁻³)	r	η (mPa.s)	d (mm)	St	Re^*	D (cm)	T (s)
verre / air ■	2500	1,29	57	$1,85 \cdot 10^{-2}$	0,23	38	0,7	16	0,8
"	"	"	"	"	0,55	139	2	16	0,7
"	"	"	"	"	0,95	316	6	8	0,5
"	"	"	"	"	"	"	"	16	0,8
"	"	"	"	"	1,65	724	10	16	1,12
"	"	"	"	"	1,85	860	20	17,5	0,9
"	"	"	"	"	"	"	"	46	1,8
"	"	"	"	"	3	1770	30	18	1
"	"	"	"	"	8	7730	100	50	1,3
acier / air ▼	7800	1,29	100	$1,85 \cdot 10^{-2}$	1	1050	10	17,5	0,8
polyamide / air ◆	1140	1,29	38	$1,85 \cdot 10^{-2}$	2	440	10	16	0,95

FIG. 3.20 – Ensemble de nos expériences dans l'air.

billes / fluide symbole	ρ_s (kg.m ⁻³)	ρ_f (kg.m ⁻³)	r	η (mPa.s)	d (mm)	St	Re^*	D (cm)	T (s)
verre / air □	2500	1,29	57	$1,85 \cdot 10^{-2}$	1	342	6	19	1
"	"	"	"	"	2	966	20	19	1
"	"	"	"	"	4	2730	50	19	1,1
"	"	"	"	"	8	7730	100	19	0,9
"	"	"	"	"	10	10800	200	19	1

FIG. 3.21 – Expériences d'Evesque [37] pour des billes de verre dans l'air.

billes / fluide symbole	ρ_s (kg.m ⁻³)	ρ_f (kg.m ⁻³)	r	η (mPa.s)	d (mm)	St	Re^*	D (cm)	T (s)
verre / air ○	2500	1,29	57	$1,85 \cdot 10^{-2}$	3	1775	30	41,5	2,6
verre / eau ○	2500	1000	2	1	3	24	10	41,5	2,8
verre / eau + glycérol ○	2500	1140	1,9	7,7	3	3,1	2	41,5	4,2
	"	1170	1,9	17,2	3	1,4	1	41,5	12,5

FIG. 3.22 – Expériences d'Allen [3] pour des billes de verre dans l'air, dans l'eau et dans des mélanges d'eau et de glycérol.

3.5.2 Les trois régimes d'avalanche

Si les temps macroscopiques construits dans le paragraphe précédent rendent compte d'un régime d'avalanche observé expérimentalement, alors le rapport des durées d'avalanche mesurées T avec ces temps doit rester constant dans une gamme des paramètres St et r . Nous avons donc calculé pour chaque expérience les temps T_v , T_i , T_{cl} et T_c avec les équations 3.16, 3.17, 3.18 et 3.19, en considérant un angle θ d'inclinaison du tas constant et égal à 25° . Comme nous l'avons déjà évoqué, nous n'avons pas observé expérimentalement de régime limite collisionnel ; les résultats de l'adimensionnement des durées d'avalanche par le temps T_c ne sont donc pas présentés dans ce chapitre, mais reportés à l'annexe B.

Les durées T d'avalanche, adimensionnées successivement par les temps T_v , T_i et T_{cl} sont représentées en fonction du nombre de Stokes St sur les figures 3.23 a, b et c. Ces figures regroupent l'ensemble de nos résultats (tableaux 3.20 et 3.19), mais aussi les données d'Allen ([3], tableau 3.22) et les résultats d'Evesque ([37], tableau 3.21). Elles sont tracées en log-log et l'ensemble des données couvrent cinq décades de valeurs de St .

Les différents régimes d'avalanche dépendent de St et r ; ces représentations en fonction de St uniquement ne peuvent donc pas regrouper sur une même courbe les points dont la valeur de r diffère. Néanmoins, si les différentes prédictions s'avèrent correctes, alors on doit obtenir un plateau pour chacun des adimensionnements.

On remarque sur les figures 3.23 que chaque adimensionnement amène les points à se regrouper sur un plateau, vérifiant ainsi chacun des régimes : le régime visqueux (fig. 3.23 a), le régime inertiel (fig. 3.23 b) et le régime de chute libre (fig. 3.23 c).

Le régime visqueux L'adimensionnement des durées T d'avalanche par le temps visqueux T_v (éq. 3.16) regroupe sur un plateau de valeur $T/T_v \simeq 4$ les données dont la valeur de St est inférieure à 5 (fig. 3.23 a). Ces données proviennent exclusivement des expériences faites dans des liquides ($1,4 \lesssim r \lesssim 2$), pour de faibles valeurs de Reynolds : $0,1 \lesssim Re^* \lesssim 2$ (tableau 3.19). Le plateau concerne ainsi des expériences dont la valeur de St s'étend sur plus d'une décade ($0,27 \lesssim St \lesssim 4,5$), pour lesquelles la durée moyenne T des avalanches varie entre 2,4 et 65 s (tableau 3.19).

Le régime inertiel Sur la figure 3.23 b, les durées d'avalanche sont adimensionnées par le temps inertiel T_i (éq. 3.17). On observe alors un plateau à la valeur $T/T_i \simeq 2$, regroupant les expériences dans des liquides pour de grandes valeurs de Stokes ($3 \lesssim St \lesssim 40$), soit pour des valeurs du nombre de Reynolds dans la gamme : $2 \lesssim Re^* \lesssim 20$.

Le régime de chute libre : avalanches dans l'air Le rapport T/T_{cl} en fonction du nombre de Stokes est présenté sur la figure 3.23. Cet adimensionnement regroupe sur un plateau *tous* les points issus des expériences dans l'air. Les avalanches dans l'air sont donc, de façon surprenante, assimilables à un mouvement accéléré sur toute la distance D du tas : les durées d'avalanche sont indépendantes du diamètre d des grains et sont proportionnelles à $D^{1/2}$ plutôt qu'à D .

Valeurs des plateaux Quel que soit le régime d'avalanche, la valeur du plateau est de l'ordre de l'unité : $T/T_v \simeq 4$, $T/T_i \simeq 2$ et $T/T_{cl} \simeq 3$. Notre analyse rudimentaire intègre donc l'essentiel de la dynamique des avalanches en milieu fluide. Le fait que les valeurs des

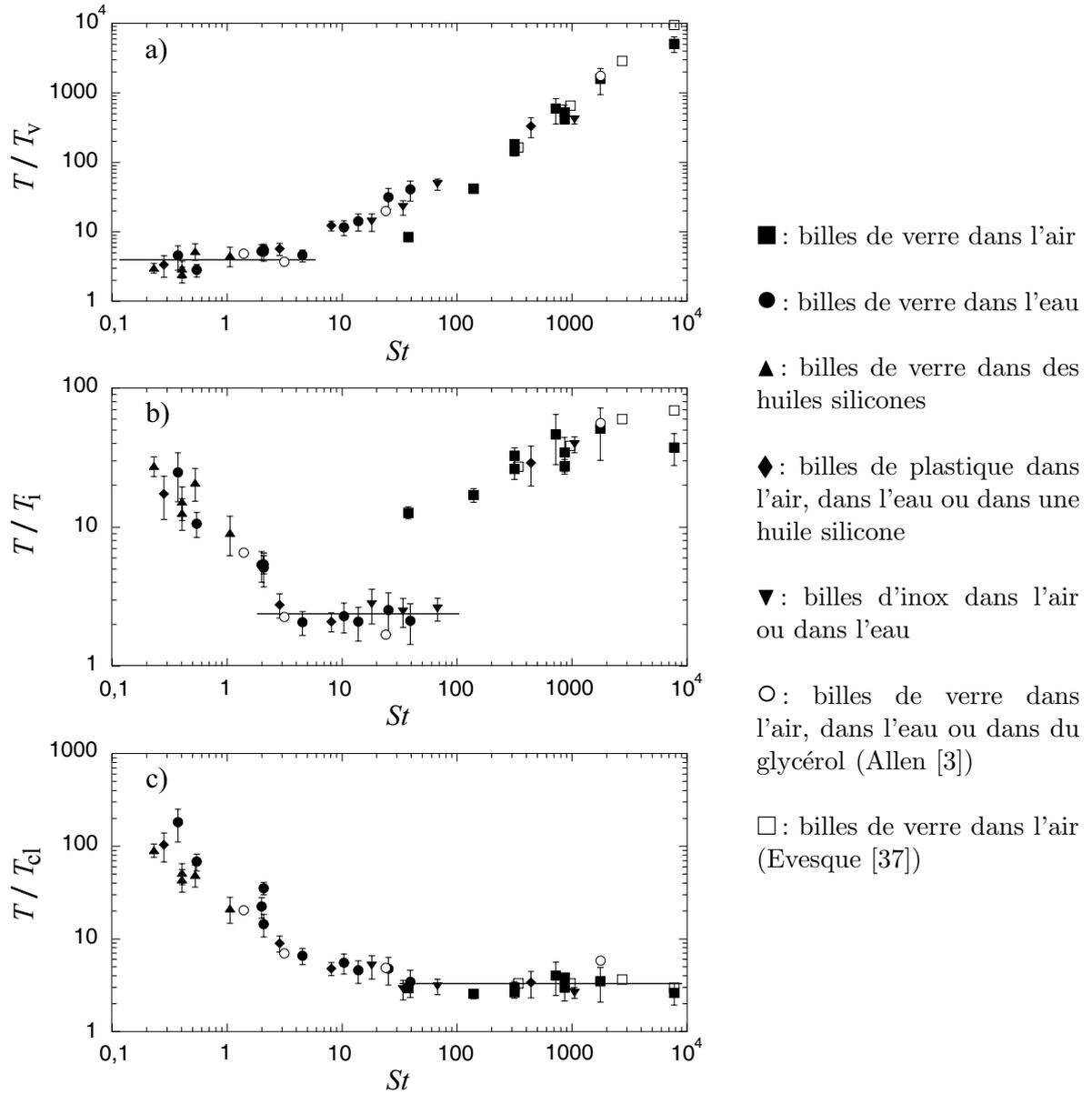


FIG. 3.23 – Durées T des avalanches, adimensionnées par les temps macroscopiques visqueux T_v (a), inertiels T_i (b) et de chute libre T_{cl} (c) en fonction du nombre de Stokes St .

plateaux soient un peu supérieures à 1, est certainement dû en partie aux nombreuses sources de dissipation de l'énergie, telles que le frottement solide ou les chocs multiples, qui interviennent dans un écoulement d'une assemblée de grains et ne sont pas prises en compte dans notre analyse.

Par ailleurs, la présence de parois augmente le coefficient de traînée d'une sphère [49]. Jan et Chen [59] ont étudié expérimentalement le coefficient de traînée de sphères roulant sur un plan incliné lisse ou rugueux ; la rugosité du plan affecte peu les résultats. Ils ont observé que le coefficient de traînée C_t d'une bille roulant sur un plan augmente d'un facteur 10 à faible nombre de Reynolds et d'un facteur 2 à grand Re par rapport à la valeur pour une sphère

isolée tombant dans un fluide infini. Ceci va dans le sens des valeurs des plateaux observées : non seulement T/T_v et T/T_i supérieurs à 1, mais aussi $T/T_v > T/T_i$.

Durées des avalanches et diamètres des grains

Les durées T d'avalanche que nous avons obtenues pour des tas de billes de verre, dans un tambour de dimension D constante ($D \simeq 17$ cm), dans l'air et dans l'eau, sont à nouveau présentées sur la figure 3.24. Nous pouvons vérifier clairement les différentes dépendances aux diamètres d des grains dans chacun des trois régimes. Dans le régime visqueux, les durées d'avalanches sont inversement proportionnelles au carré du diamètre des grains ($T_v \propto d^{-2}$, éq. 3.16). Le temps macroscopique T_i prévoit des durées d'avalanche, dans le régime inertiel, inversement proportionnelles à la racine du diamètre des grains ($T_i \propto d^{-1/2}$, éq. 3.17) et le temps macroscopique de chute libre T_{cl} est indépendant de d (éq. 3.18).

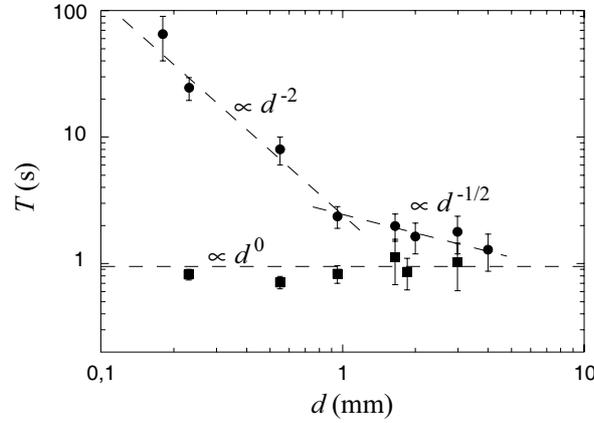


FIG. 3.24 – Durée T des avalanches en fonction du diamètre d des grains, pour des tas de billes de verre dans l'eau (●) et dans l'air (■). La taille du tas est constante : $D \simeq 17$ cm.

Transition entre régime visqueux et régime inertiel

Pour l'ensemble des expériences regroupées sur un plateau sur les figures 3.23 a et b, le bon ordre de grandeur de la durée d'une avalanche est donné par le temps T_v (fig. 3.23 a) ou T_i (fig. 3.23 b) que met une bille à parcourir le tas de longueur D à sa vitesse limite visqueuse $U_{\infty v}$ ou inertielle $U_{\infty i}$. Le passage du régime visqueux au régime inertiel dépend de la seule valeur du nombre de Reynolds Re^* (cf. fig. 3.17). Les durées des expériences dans des liquides ($r < r_c$) adimensionnées par les temps T_v ou T_i et représentées en fonction du nombre de Reynolds Re^* doivent donc se regrouper sur une courbe maîtresse.

Sur la figure 3.25 portant T/T_i en fonction de Re^* , on observe effectivement distinctement les deux régimes limites : le régime visqueux à petites valeurs de Re^* et le régime inertiel aux grandes valeurs.

Les points appartenant au régime limite inertiel sont naturellement rassemblés sur un plateau à peu près égal à 2. Le rapport avec T_i des durées d'avalanches T , vérifiant le régime visqueux, augmente lui selon une droite de pente 1 lorsque Re^* diminue, car $T_v/T_i = 1/Re^*$ (éq. 3.15, 3.16 et 3.17). La transition entre les deux régimes intervient à la valeur critique $Re_c^* \simeq 2$, proche de la valeur critique théorique égale à 1 pour laquelle $U_{\infty v} = U_{\infty i}$ et donc $T_v = T_i$.

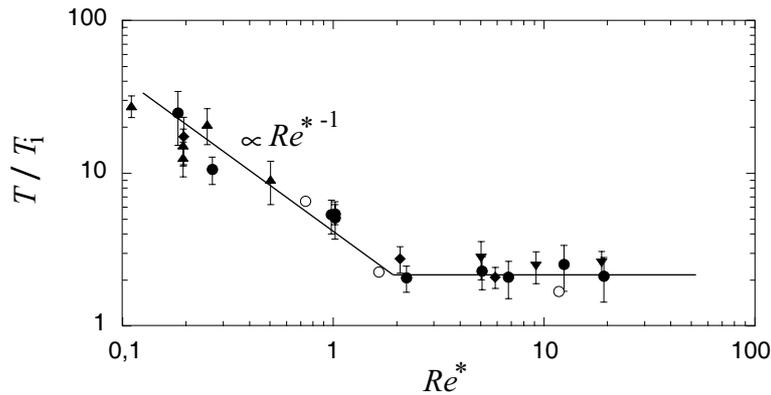


FIG. 3.25 – Durées T des avalanches, adimensionnées par les temps macroscopiques inertiels T_1 , en fonction du nombre de Reynolds Re^* . ● : billes de verre dans l'eau. ▲ : billes de verre dans des huiles silicones. ◆ : billes de plastique dans l'eau ou dans une huile silicone. ▼ : billes d'inox dans l'eau. ○ : billes de verre dans l'eau ou dans du glycérol (Allen [3]).

Ainsi, la valeur du plateau du régime visqueux (fig. 3.23 a) est 2 fois supérieure ($Re_c^* \simeq 2$) à celle du plateau du régime inertiel (fig. 3.23 b). Par ailleurs, les points proches de la transition qui correspondent aux expériences :

- avec des billes de plastique de diamètre $d = 2$ mm dans l'eau ($St \simeq 2,9$ et $r \simeq 1,4$),
- avec des billes de verre de diamètre $d = 0,95$ mm dans l'eau ($St \simeq 4,5$ et $r \simeq 2$) et
- avec des billes de verre de diamètre $d = 3$ mm dans un mélange d'eau et de glycérol ($St \simeq 3,1$ et $r \simeq 1,9$)

appartiennent en commun aux deux plateaux visqueux et inertiel sur les figures 3.23 a et b.

Dans notre analyse, le régime limite dépend du type de force de traînée qui agit sur le grain : le régime est visqueux s'il s'agit d'une force de Stokes pour laquelle le coefficient de traînée C_t est égal à $24/Re$ et il est inertiel si le coefficient C_t est constant et égal à 0,4 (cf. annexe A). Ces valeurs de C_t sont des approximations valables respectivement à petits et à grands nombres de Reynolds, c'est-à-dire loin de $Re^* = 1$. Cependant, nos expériences couvrent une gamme de nombres de Reynolds autour de 1, de 0,1 à 20. (fig. 3.25).

L'approximation du coefficient de traînée faite dans notre analyse, supposant deux régimes distincts, est comparée à la fonction plus correcte de White (cf. A, [98]) sur la figure 3.26. Les valeurs des nombres de Reynolds Re associées aux différentes expériences et ici *calculées* avec $u = D/T$ y sont également reportées. Dans cette représentation, le régime visqueux mis en évidence sur la figure 3.23 (a) couvre une gamme de nombres de Reynolds "mesurés" compris entre 0,2 et 70 et les nombres de Reynolds associés au régime inertiel (fig. 3.23 b) sont compris entre 40 et 600. La transition entre les deux régimes s'effectue alors autour de la valeur critique $Re_c \simeq 60$, soit $Re_c^* \simeq 1$.

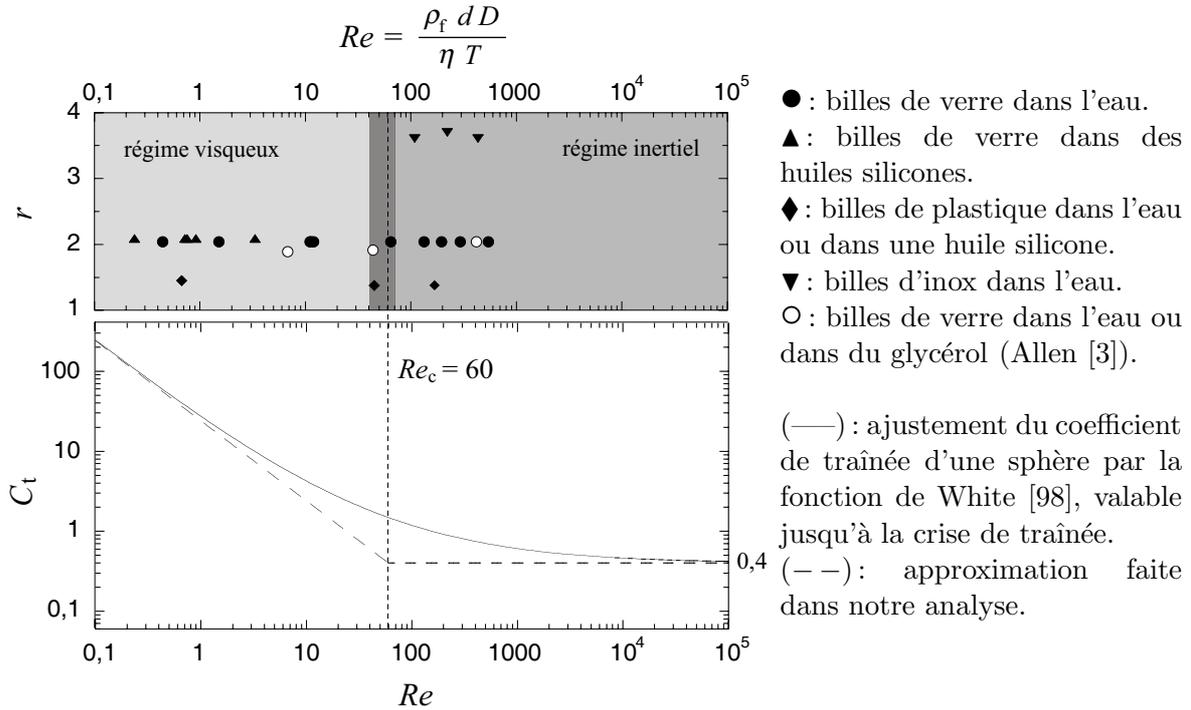


FIG. 3.26 – Coefficient de traînée C_t d'une sphère en fonction du nombre de Reynolds Re . Les valeurs des nombres de Reynolds de nos expériences dans des liquides, calculées avec des vitesses moyennes ($u = D/T$), sont également reportées.

Frontières entre les différents régimes

Le nombre de Stokes St et le rapport des densités r sont les deux paramètres dont dépendent les régimes d'avalanches. En repérant les points qui appartiennent à chacun des régimes sur les figures 3.23 et 3.25, nous sommes alors en mesure d'identifier les gammes de valeurs de St et r pour chacun des 3 régimes d'avalanches : le régime visqueux, le régime inertiel et le régime de chute libre. L'ensemble des expériences, caractérisées par les valeurs de St et r qui leur sont associées, sont représentées sur le diagramme 3.27 dans le plan (St, r) .

- La transition entre le régime visqueux et le régime inertiel (petites valeurs de St et r) dépend d'un nombre de Reynolds critique Re_c^* tel que $Re_c^* = St_c/r_c$.
- Le passage du régime visqueux au régime de chute libre (grandes valeurs de r) est déterminée par un nombre de Stokes critique St_c .
- La frontière entre le régime inertiel et le régime de chute libre (à grande valeur de Stokes) correspond à une valeur critique r_c du rapport des densités.

Nous avons vu que la valeur critique Re_c est égale à 2 (fig. 3.25), elle détermine la frontière entre le régime visqueux et le régime inertiel telle que : $r = 2 St$.

Les valeurs critiques St_c et r_c sont plus floues puisqu'aucune des expériences ne semble être très proche des frontières. On peut cependant déterminer l'intervalle auquel elles appartiennent. L'expérience avec des billes de verre de diamètre $d = 0,95$ mm dans l'eau ($St \simeq 4,5$, $r \simeq 2$) est l'expérience appartenant au régime visqueux dont le nombre de Stokes est le plus élevé

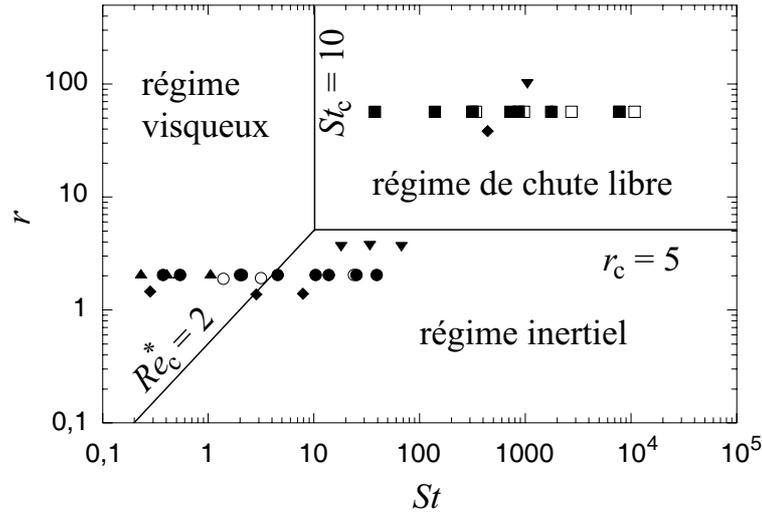


FIG. 3.27 – Les trois régimes d’avalanche dans le plan $St - r$. ■ : billes de verre dans l’air. ● : billes de verre dans l’eau. ▲ : billes de verre dans des huiles silicones. ◆ : billes de plastique dans l’air, dans l’eau ou dans une huile silicone. ▼ : billes d’inox dans l’air ou dans l’eau. ○ : billes de verre dans l’air, dans l’eau ou dans du glycérol (Allen [3]). □ : billes de verre dans l’air (Evesque [37]).

(fig. 3.23 a). Dans le régime de chute libre (fig. 3.23 c), c’est l’expérience avec des billes de verre de diamètre $d = 0,23$ mm ($St \simeq 38$, $r \simeq 57$) qui a le nombre de Stokes le plus faible. Ainsi, St_c est compris entre 4,5 et 38.

De la même façon, on détermine l’intervalle auquel appartient r_c : $3,7 < r_c < 38$.

Etant donné que nous n’observons pas de régime collisionnel, il semble probable que la valeur critique du nombre de Stokes soit très proche de la valeur critique, égale à 10 [47], qui contrôle le coefficient de restitution (fig. 3.18). La valeur critique du nombre de Stokes $St_c = 10$ paraît donc raisonnable et il en découle ($St_c / r_c = Re_c^*$) la valeur critique du rapport des densités : $r_c = 5$.

Ces valeurs critiques sont difficilement atteignables expérimentalement : la valeur de r pour des billes de plomb ($\rho_s = 11300$ kg.m⁻³) dans l’eau est de l’ordre de 4 et pour approcher dans un gaz la valeur critique de Stokes $St = 10$, il faudrait utiliser des billes de diamètre inférieur à 100 μ m qui sont alors cohésives.

3.6 Amplitudes des avalanches

Au début de ce chapitre, nous avons comparé, pour des tas de billes de verre, l’amplitude $\Delta\theta$ des avalanches que nous avons obtenue dans l’air d’une part et dans l’eau d’autre part. Nous avons remarqué que si dans l’air $\Delta\theta$ est constante, $\Delta\theta$ diminue avec le diamètre des grains dans l’eau (fig. 3.9) et ce, principalement à cause d’une diminution de l’angle de mouvement (fig. 3.10).

Dans notre dispositif expérimental (tambour tournant et régime d’avalanches intermittentes), l’empilement, tout du moins à la surface du tas, a été préparé par l’avalanche précédente. Ainsi, la dynamique des avalanches influe certainement sur l’arrangement et la compacité de l’empilement. Onoda et Liniger [73] ont étudié expérimentalement la compacité d’empilement

de grains préparés dans l’air et dans différents liquides et les empilements qu’ils ont obtenus dans les liquides se sont avérés moins compacts que ceux fabriqués dans l’air. Or, la valeur de l’angle de mouvement augmente avec la compacité [2], la taille des pièges augmentant et le milieu devant certainement se dilater d’autant plus que la compacité augmente (cf. chap. 1). Ainsi, si l’angle de mouvement θ_m et *a fortiori* l’amplitude $\Delta\theta$ des avalanches diminuent dans l’eau avec le diamètre d des grains, cela est certainement dû à une diminution de la compacité à la surface du tas.

Avec notre dispositif expérimental, nous ne pouvons pas avoir accès à la compacité de l’empilement. La différence de compacité entre un tas dans l’air et un tas dans l’eau peut se déduire de la variation du volume qu’occupent les grains ; cependant, notre résolution vidéo ne nous permet pas de la mesurer. Néanmoins, nous pouvons d’une part compacter les empilements immergés en “tapotant” sur le tambour et vérifier que l’angle de mouvement en est augmenté et d’autre part mesurer la dilatance dans l’air et dans l’eau qui intervient lors des avalanches.

3.6.1 Mise en évidence de l’influence de la compacité

Pour un tas de longueur $D = 17$ cm constitué de billes de diamètre $d = 0,23$ mm immergées dans l’eau et dans l’air, nous avons mesuré les angles caractéristiques des avalanches après avoir tapé (gentiment) le tambour alors que le tas était incliné. On ne contrôle pas exactement ce que l’on fait lors d’une telle manipulation, mais on imagine aisément que l’on augmente la compacité de l’empilement si celui-ci était peu compacté.

Rappelons tout d’abord que lors de l’expérience classique avec des billes de 0,23 mm, les valeurs moyennes de θ_m , θ_r et $\Delta\theta$ étaient respectivement égales à $24,7^\circ$, $24,2^\circ$ et $0,5^\circ$ dans l’eau (fig. 3.4 b) et à $27,3^\circ$, $24,3^\circ$ et 3° dans l’air (fig. 3.4 a). La figure 3.28 présente l’évolution typique de l’angle de talus θ après que le tas immergé dans l’eau (a) et dans l’air (b) ait subi une “compaction”. On remarque que l’angle de mouvement θ_m et *a fortiori* l’amplitude $\Delta\theta$ de l’avalanche qui suit directement la compaction sont beaucoup plus grands (ici respectivement $29,9^\circ$ et $5,5^\circ$ dans l’eau et $31,9^\circ$ et $7,8^\circ$ dans l’air). D’autre part, une avalanche suffit au tas pour qu’il perde entièrement la “mémoire” de sa compaction, les avalanches suivantes étant typiques de celles que nous observons classiquement. On peut par ailleurs constater que la valeur de l’angle de repos de l’avalanche après compaction est si faiblement inférieure aux valeurs de θ_r suivantes que les effets d’inertie sont quasiment négligeables.

Les valeurs de θ_m , θ_r et $\Delta\theta$ que nous avons obtenues sur 5 réalisations “tapotées” sont respectivement comprises entre $28,1$ et $31,2^\circ$, $24,2$ et $24,3^\circ$ et entre 4 et 7° dans le cas de l’eau et entre $29,9$ et $32,9^\circ$, $24,1$ et $24,6^\circ$ et entre $5,5$ et $8,3^\circ$ dans le cas de l’air. Ainsi, lorsque le tas a subi une compaction, l’amplitude des avalanches est du même ordre de grandeur dans l’air et dans l’eau.

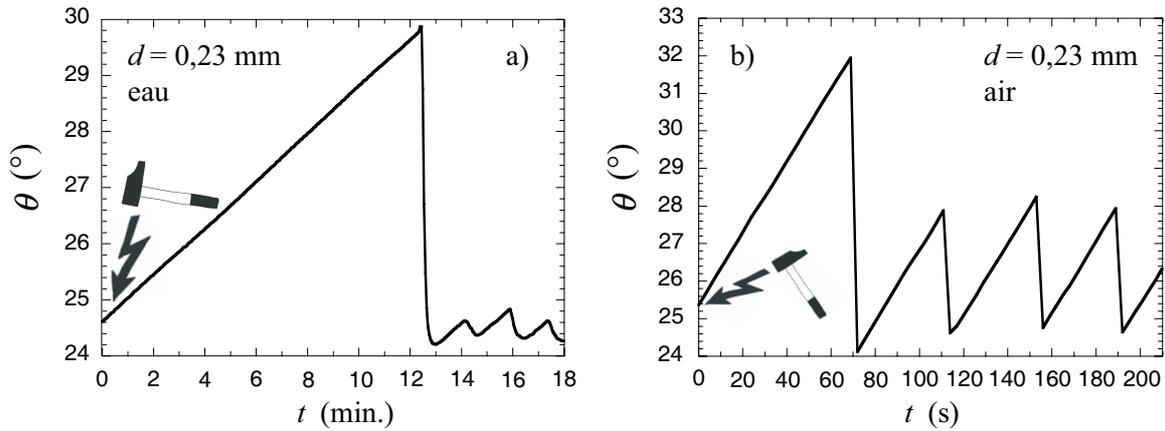


FIG. 3.28 – Angle de talus θ de billes de diamètre $d = 0,23$ mm dans l'eau (a) et dans l'air (b) en fonction du temps t lors d'une expérience où l'empilement a subi une compaction à l'instant $t = 0$.

Cette expérience montre :

- que l'angle de mouvement augmente avec la compacité ;
- que la compacité est un paramètre pertinent pour expliquer la diminution de l'angle de mouvement (et de l'hystérésis) dans l'eau par rapport au cas sec ;
- que l'influence sur l'angle de mouvement du coefficient de friction entre les grains, éventuellement diminué dans l'eau par rapport au cas sec, est négligeable par rapport à l'influence de la compacité ;
- et que la dynamique des avalanches qui “préparent” l'empilement contrôle certainement la compacité à la surface du tas.

3.6.2 Comparaison de la dilatance dans l'air et dans l'eau

Si la compacité est plus faible dans l'eau que dans l'air, alors le tas doit moins se dilater lors de l'avalanche. La dilatation de l'empilement, soit l'augmentation de la hauteur de l'interface lors d'une avalanche par rapport à sa valeur lorsque les grains sont statiques, peut être observée sur une image spatio-temporelle construit perpendiculairement à la surface du tas, au milieu de l'interface.

On remarque bien sur les figures 3.29 a et b, présentant de telle images pour des avalanches de billes de 0,23 mm dans l'air (a) et dans l'eau (b), que la dilatance est nette dans l'air et atteint un maximum de 0,75 mm ($\sim 3 d$, fig. 3.29 c) alors qu'elle est quasi-inexistante et semble non pertinente dans l'eau où le niveau de l'interface du tas ne s'élève au maximum que de 0,08 mm ($\sim 0,3 d$, fig. 3.29 d). Il convient de préciser que l'image 3.29 (a) ne reflète pas le passage d'un front matériel d'avalanche mais une réelle dilatation du tas tout entier⁴. Par ailleurs, l'épaisseur coulante de grains lors de avalanche mais aussi le type du profil de vitesse dans cette épaisseur doivent certainement influencer sur la valeur de la dilatance. Néanmoins, la différence de dilatance que nous avons observé, sur une dizaine de réalisations, dans l'air

4. Il arrive néanmoins que l'on observe des fronts descendant et remontant l'empilement comme ceux observés lors de la fabrication d'un tas à partir d'un point source [34]. C'est le cas lorsque la surface du tas n'est pas plane avant l'avalanche.

(entre 0,6 et 1,2 mm) et dans l'eau (discontinue et toujours inférieure à 0,1 mm) nous pousse à croire de nouveau que les avalanches dans l'eau préparent des tas moins compacts que celles dans l'air lorsque le tas est constitué de petits grains.

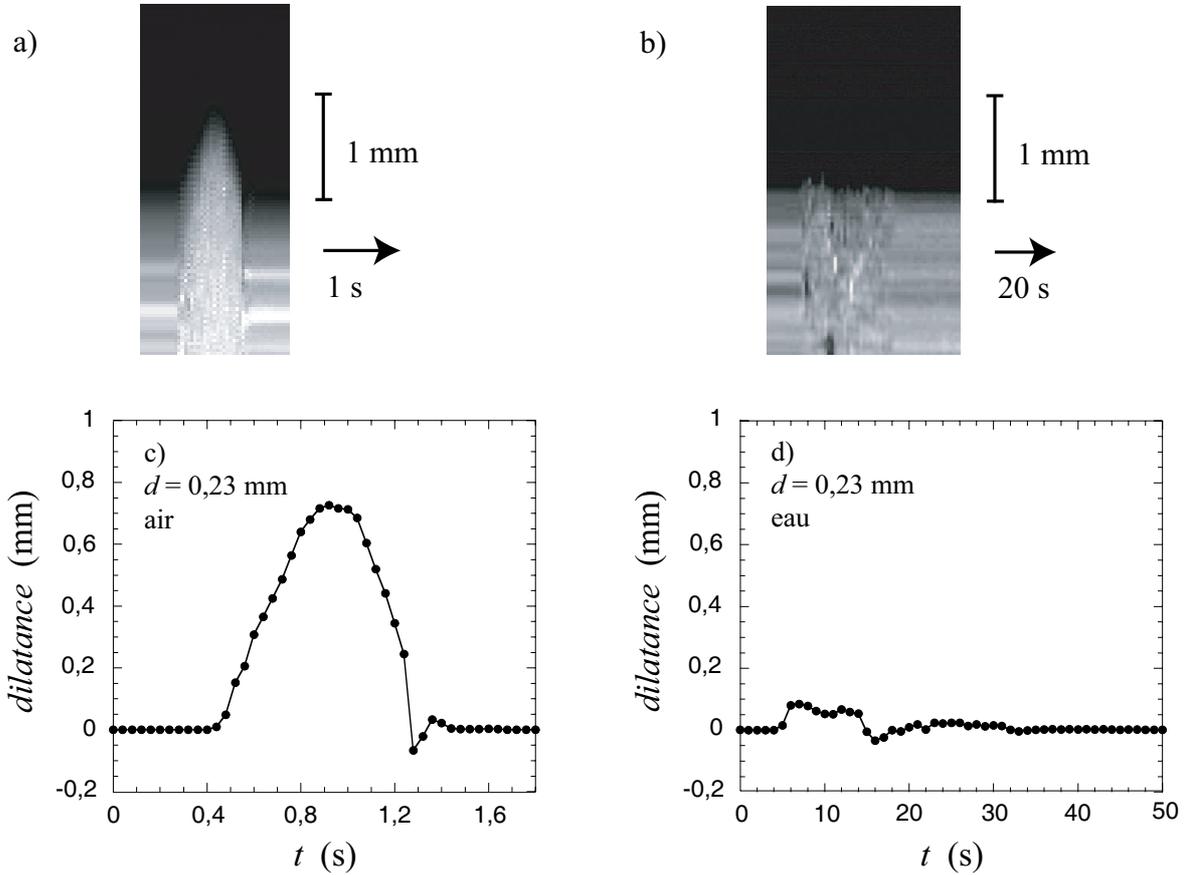


FIG. 3.29 – a, b) Images spatio-temporelles, faites au milieu du tambour et perpendiculairement à la surface du tas, d'une avalanche dans l'air (a) et dans l'eau (b). On peut y observer la dilatance. c, d) Dilatance en fonction du temps t . Ces graphiques correspondent aux images a) et b) et sont des moyennes sur 5 mm autour du centre de l'interface.

3.6.3 Un bon candidat : le nombre de Stokes

Il apparaît que la compacité est un paramètre qui contrôle l'amplitude des avalanches que nous mesurons dans notre dispositif. Nous avons également constaté que la compacité semble déterminée par la dynamique des avalanches et ainsi diminue à mesure que la dissipation due au fluide domine l'inertie des particules. Par conséquent, le nombre de Stokes est également un candidat tout indiqué pour rendre compte de l'amplitude des avalanches.

Les amplitudes $\Delta\theta$ des avalanches macroscopiques sont représentées en fonction du nombre de Stokes St sur la figure 3.30. Cette figure regroupe les valeurs d'hystérésis que nous avons obtenues pour des empilements, de plusieurs dimensions D , de grains de diamètre et densités différents immergés dans l'air, dans l'eau ou dans des huiles silicones ainsi que les valeurs

obtenues par Allen [3] et Evesque [37]. Les hystérésis correspondant aux expériences avec des billes de plastique de 2 mm et 4 mm, des billes d’inox de 2,38 mm et des billes de verre de 1,85 mm immergées dans l’eau dans le tambour de dimension $D = 46$ cm n’y sont pas représentées. Lors de ces expériences l’écart entre parois b , qui influe sur la valeur de l’hystérésis (cf. chap. 4), est trop différent de celui des autres expériences (où $b \simeq 15 - 20 d$). Par ailleurs, les valeurs de $\Delta\theta$, associées aux valeurs de St égales à 0,41, 1,1 et 0,53 pour des tas immergés dans des huiles silicones et à 39 pour des billes de verre de 4 mm dans l’eau, semblent “saturer”. En effet, elles correspondent à des valeurs “minimales” que nous pouvons observer, le nombre de billes présentes dans la longueur du tas étant insuffisant (cf. paragraphe 2.1.4).

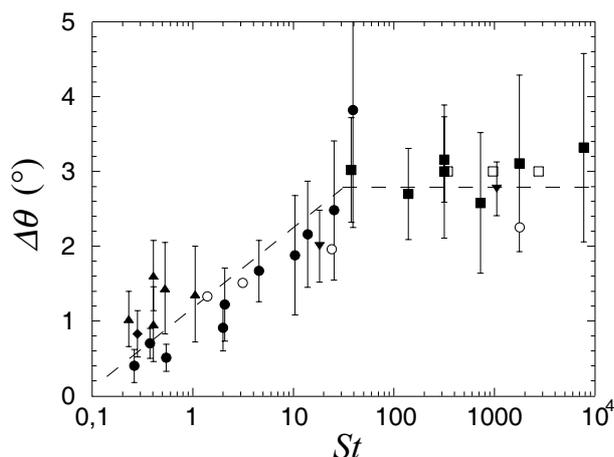


FIG. 3.30 – Hystérésis $\Delta\theta$ en fonction du nombre de Stokes St . ■ : billes de verre dans l’air. ● : billes de verre dans l’eau. ▲ : billes de verre dans des huiles silicones. ◆ : billes de plastique dans une huile silicone. ▼ : billes d’inox dans l’air ou dans l’eau.

Cette représentation rassemble raisonnablement les points et met en évidence deux régimes en fonction de St . L’hystérésis est constante et de l’ordre de $2,8^\circ$ pour les grandes valeurs de St . Par contre, pour les valeurs de St inférieures à la valeur critique $St \simeq 30$, $\Delta\theta$ diminue avec St . Rappelons que le nombre de Stokes est également le paramètre qui contrôle le coefficient de restitution e ([47], fig. 3.18) lors de collisions binaires de billes immergées dans un fluide et ce, quelle que soit la valeur de r . Pour des valeurs de St inférieures à la valeur critique égale à 10, toute l’énergie cinétique du grain est dissipée par le fluide lors de la collision et la valeur du coefficient de restitution est nulle (fig. 3.18). Au dessus de la valeur de St critique, e augmente rapidement avec St et est proche de sa valeur maximale (valeur dans l’air) pour $St = 100$ (fig. 3.18).

L’amplitude $\Delta\theta$ des avalanches est ainsi contrôlée par la dynamique même des avalanches qui tend, à mesure que la dissipation lors des collisions augmente, à fabriquer un empilement moins compact qui se déstabilise à un angle de mouvement de plus en plus petit.

3.6.4 Tas immergés : vers des systèmes critiques auto-organisés ?

Pour des valeurs du nombre de Stokes supérieures à la valeur critique égale à 30 (fig. 3.30), toutes les avalanches observées affectent la totalité de la surface du tas ; la distribution des tailles d’avalanches est en forme de cloche centrée sur la valeur moyenne (fig. 3.1 et 3.2). Ce type de distribution, observée classiquement pour des tas secs [19, 39, 37, 57, 86] où les effets

d'inertie dominant les effets dissipatifs, est incompatible avec l'idée qu'un tas est un système critique auto-organisé [8, 9, 10, 51, 63] (cf. § 1.3.2) car la taille des événements y est distribuée en loi de puissance, sans taille typique.

Les systèmes critiques auto-organisés censés représenter des empilements modèles sont des automates cellulaires très dissipatifs. D'ailleurs, il avait été suggéré que l'on puisse observer expérimentalement ce type de comportement pour un milieu granulaire en introduisant de la dissipation, en immergeant par exemple l'empilement dans un liquide [58, 91]. Notons d'autre part, que des distributions en loi de puissance ont été prédites numériquement pour les réarrangements internes d'empilements soumis à de faibles perturbations [22, 66, 71].

Pour des valeurs du nombre de Stokes inférieures à 30, nous observons, en plus des événements macroscopiques, de petits événements qui affectent seulement localement la surface du tas et sont d'autant plus nombreux que leur taille est petite (fig. 3.6 et 3.7). Nous allons maintenant nous intéresser de plus près à la distribution de ces petits événements observés lorsque le tas est immergé dans un liquide.

Les valeurs de $\Delta\theta$ présentées au début de ce chapitre traduisent la répercussion d'un événement sur l'angle du tas tout entier. Ainsi, $\Delta\theta$ correspond au volume de grains déplacé lorsque l'événement est une avalanche macroscopique affectant toute la surface du tas. Par contre, pour un petit événement qui n'affecte qu'une partie de la surface du tas, $\Delta\theta$ mesuré globalement est une fonction non triviale du volume déplacé mais aussi de la distance parcourue par les grains. Nous avons donc choisi de mesurer maintenant directement le volume de grains déplacé pour étudier la distribution des petits événements.

Le volume de grains déplacé lors d'un événement peut être calculé à partir des interfaces du tas. Deux interfaces, avant et après un petit événement, sont représentées sur la figure 3.31 a; leurs coordonnées sont respectivement caractérisées par les fonctions $z_1(x)$ et $z_2(x)$ (cf. chapitre 2, fig. 2.7). Pour chaque événement, on calcule alors en tout x la fonction $s(x)$, aire entre les deux courbes cumulée jusqu'à x :

$$s(x) = \int_0^x (z_1(x) - z_2(x)) dx. \quad (3.22)$$

Cette somme est présentée sur la figure 3.31 (b) pour l'événement considéré. On remarque que $s(D)$, calculé sur la longueur du tambour, est proche de zéro (typiquement à 5 - 10 pixels près), c'est-à-dire qu'il n'y a pas d'augmentation significative du volume entre avant et après l'événement. La valeur S du maximum de $s(x)$ correspond au volume de grain déplacé lors de l'événement. On peut alors recalculer l'amplitude correspondante $\Delta\theta_v$, même pour de très petits événements, par la relation :

$$\Delta\theta_v = \frac{8}{D^2} S, \quad (3.23)$$

où D est le diamètre du tambour.

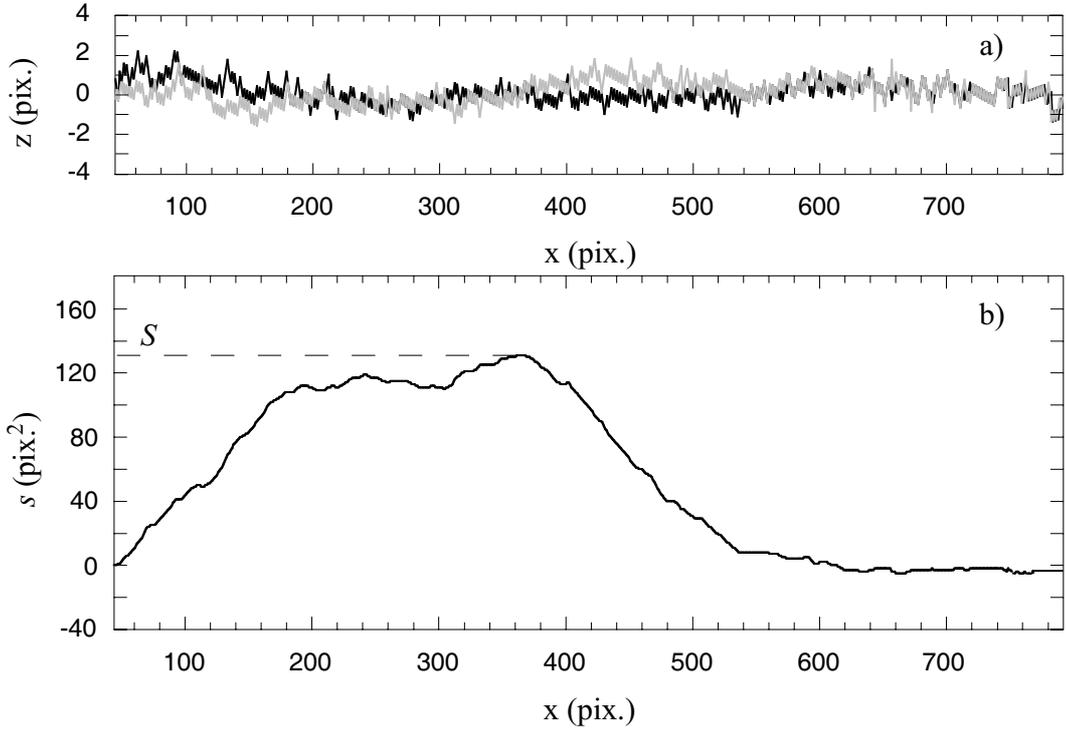


FIG. 3.31 – a) Portions d’interfaces, mis à l’horizontale, avant (noire) et après (grise) un petit événement observé avec des billes de 0,55 mm de polyuréthane dans une huile silicone de viscosité $\eta = 2$ mPa.s. L’événement affecte les 2/3 de l’interface, le tiers de droite restant immobile. b) $s(x)$: cumul de 0 à x de la différence entre les deux interfaces. Le maximum S correspond au volume déplacé lors de l’événement.

Les distributions de l’amplitude $\Delta\theta_v$ de tous les événements détectés lors de trois expériences sont présentées sur la figure 3.32. Ces expériences correspondent à de petites valeurs du nombre de Stokes pour lesquelles le régime d’avalanche est visqueux et les collisions binaires entre particules très dissipatives. La distribution 3.32 (a) a été obtenue avec des billes de verre de 0,14 mm dans l’eau. La figure 3.32 (b) concerne des billes de polyuréthane de 0,55 mm dans une huile silicone de viscosité $\eta = 2$ mPa.s et la figure 3.32 (b) regroupe les événements observés avec des billes de verre de 1,65 mm dans une huile silicone de viscosité $\eta = 10$ mPa.s.

Pour améliorer la résolution de ces distributions et plus précisément pour éviter un fort bruit sur les événements rares, nous utilisons la méthode des histogrammes pondérés. La taille des fenêtres de $\Delta\theta_v$ (largeur des catégories dans un histogramme) est variable afin que chaque point représente un nombre identique d’événements (une vingtaine). Ainsi, un point a pour abscisse $\Delta\theta_v$, le centre de cette fenêtre et pour ordonnée N , le rapport entre le nombre d’événements et la largeur de la fenêtre qu’il représente. Par ailleurs, la limite inférieure en $\Delta\theta_v$ des graphiques correspond à la limite de détection d’un événement.

Comme pour les distributions de $\Delta\theta$ présentées en début de chapitre (fig. 3.6 b et 3.7 b), les distributions de l’amplitude “réelle” $\Delta\theta_v$ de l’ensemble des événements présentent deux parties distinctes (fig. 3.32). Les événements de grande amplitude $\Delta\theta_v$, correspondant aux

avalanches macroscopiques, sont distribués en forme de cloche alors que les petits événements sont d'autant plus nombreux que leur amplitude est faible. On observe, sur ces graphiques en axes log-log, que les distributions des petits événements, qui couvrent une à deux décades, sont en loi de puissance avec des exposants compris entre - 1 et - 2, ce qui est l'ordre de grandeur attendu pour un système critique auto-organisé [8].

De plus, en ajoutant de l'inertie à des systèmes critiques auto-organisés, Prado et Olami [82] avaient déjà observé des distributions comparables aux nôtres, c'est-à-dire "loi de puissance + cloche". On peut donc penser que pour des valeurs de Stokes proches de 0, on observerait alors uniquement des petits événements, sans taille caractéristique et distribués en loi de puissance.

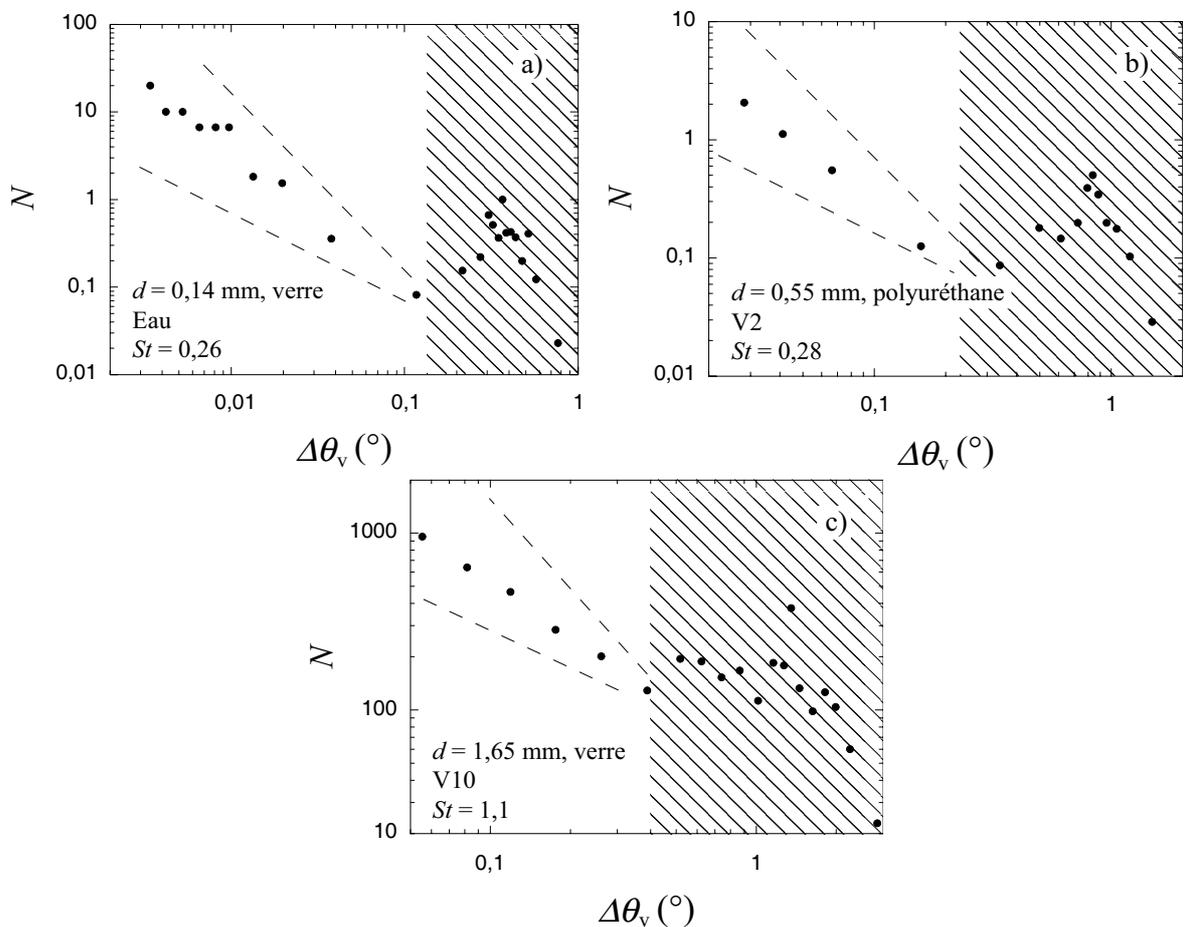


FIG. 3.32 – Distribution de l'amplitude $\Delta\theta_v$ de tous les événements observés lors d'une expérience pour (a) des billes de verre de 0,14 mm dans l'eau, (b) des billes de polyuréthane de 0,55 mm dans une huile silicone de viscosité $\eta = 2$ mPa.s et (c) des billes de verre de 1,65 mm dans un huile silicone de viscosité $\eta = 10$ mPa.s. La partie du graphique correspondant aux avalanches macroscopiques est hachurée. Les lignes en pointillé représentent des lois de puissance d'exposant - 1 et - 2.

Par ailleurs, la largeur de la distribution de l'hystérésis des avalanches macroscopiques

diminue avec la valeur moyenne lorsque St diminue. Ainsi, quel que soit le nombre de Stokes, la valeur de l'amplitude $\Delta\theta_t$ à la transition entre avalanches macroscopiques et petits événements est toujours du même ordre de grandeur : $\Delta\theta_t \simeq 0,2 - 0,4^\circ$. On aurait cependant pu penser que la valeur de cette transition, assimilable à la perturbation minimum pour déclencher une avalanche macroscopique, augmente lorsque les effets d'inertie diminuent avec le nombre de Stokes. Mais cela serait sans doute oublier que le tas est de plus en plus fragile à mesure que Stokes diminue !

3.7 Conclusion

Nous avons étudié expérimentalement l'effet du fluide interstitiel sur la durée et l'amplitude des avalanches ; cette étude constitue la première étude systématique de cet effet.

Nous avons montré l'existence de trois régimes pour la durée des avalanches : un régime de chute libre lorsque le fluide interstitiel est un gaz et deux régimes limites, visqueux et inertiel, lorsque le tas est immergé dans un liquide. Ces régimes sont contrôlés par deux paramètres sans dimension : le nombre de Stokes qui compare l'inertie de la particule aux effets visqueux du fluide, et le rapport entre la densité des grains et la densité du fluide. Nous avons prédit, pour chacun des trois régimes, la durée des avalanches macroscopiques qui affectent toute la surface du tas par l'analyse simple du mouvement d'un grain isolé.

Nous avons montré que l'amplitude des avalanches dépend de la dynamique même des avalanches qui influe sur la compacité de surface de l'empilement. Ainsi, le nombre de Stokes est un paramètre pertinent pour rendre compte de l'hystérésis des avalanches. Constante à grandes valeurs du nombre de Stokes, l'amplitude des avalanches macroscopiques diminue avec le nombre de Stokes en dessous d'une valeur de Stokes critique de l'ordre de 30.

Enfin, lorsque l'empilement est immergé dans un liquide, nous avons observé en plus des avalanches macroscopiques, de nombreux petits événements qui n'affectent la surface du tas que localement. Nous avons montré que l'amplitude de ces petits événements est distribuée en loi de puissance comme cela est attendu pour un système critique auto-organisé. Ces résultats, obtenus dans des conditions expérimentales où les collisions entre grains sont quasi-inélastiques, sont comparables à ceux qui avaient été obtenus avec des modèles numériques dissipatifs dans lesquels un peu d'inertie est ajoutée. On peut donc penser qu'un tas de grains évolue vers la criticalité auto-organisée quand la dissipation due au fluide augmente, c'est-à-dire lorsque le nombre de Stokes tend vers 0.

Chapitre 4

Effet des parois sur la stabilité d'un tas

Prenons un tas de grains confiné entre deux parois latérales parallèles. Plus les parois sont proches l'une de l'autre, plus les valeurs des angles de mouvement et de repos observées sont grandes. Cet effet assez intuitif s'explique qualitativement par la formation de voûtes de grains entre les parois améliorant la stabilité de l'empilement. Ainsi, si on éloigne les parois l'une de l'autre, les valeurs des angles diminuent jusqu'à atteindre une valeur asymptotique lorsque l'écart entre parois est suffisamment grand. Cet effet fût rapporté la première fois en 1991 par Liu *et al.* [67]. Depuis, trois équipes : Grasselli et Herrmann [48], Boltenhagen [15] et Zhou *et al.* [100, 101], dont nous détaillons ici les travaux, ont étudié cet effet des parois sur les angles caractéristiques de talus. Cependant, des questions élémentaires subsistaient et demandaient que l'on s'y intéresse à nouveau.

4.1 Prérequis et conditions expérimentales

Un peu de bibliographie...

Grasselli et Herrmann [48] ont mesuré l'angle de repos θ_r d'empilements de billes de verre sèches faiblement polydisperses de diamètre d ($0,1 \leq d \leq 0,5$ mm) en remplissant à l'aide d'une trémie une cellule de verre rectangulaire de largeur b variant entre $1 < b < 10$ mm (fig. 4.1 a).

Boltenhagen [15] a mesuré l'angle de mouvement θ_m de tas constitués de billes sèches millimétriques ($1 \leq d \leq 4$ mm), en inclinant jusqu'au déclenchement d'une avalanche une cellule rectangulaire en Plexiglas remplie de grains (fig. 4.1 b).

Plus récemment, Zhou *et al.* ont étudié expérimentalement [101] et numériquement [100] l'angle de repos d'un tas de billes de verre monodisperses ($1 \leq d \leq 10$ mm), formé en déchargeant une boîte rectangulaire ($4 < b/d < 24$) préalablement remplie (fig. 4.1 c). La méthode numérique qu'ils emploient est la méthode DEM (pour "Distinct Element Method") également connue sous le nom de dynamique moléculaire [99]. Les grains, soumis au champ de pesanteur, y sont des boules frottantes caractérisées par un coefficient de frottement de glissement et un coefficient de frottement de roulement. Ce dernier apparemment souvent absent des méthodes numériques employées apparaît être primordial pour la simulation d'empilements granulaires [99]. Ces boules sont également déformables (contact élastique de Hertz)

et, lors des chocs, une part de l'énergie est restituée. Les auteurs ne s'intéressant qu'à des empilements de grosses particules ($d \geq 2$ mm), les différentes forces de cohésion sont absentes de leur méthode numérique [99].

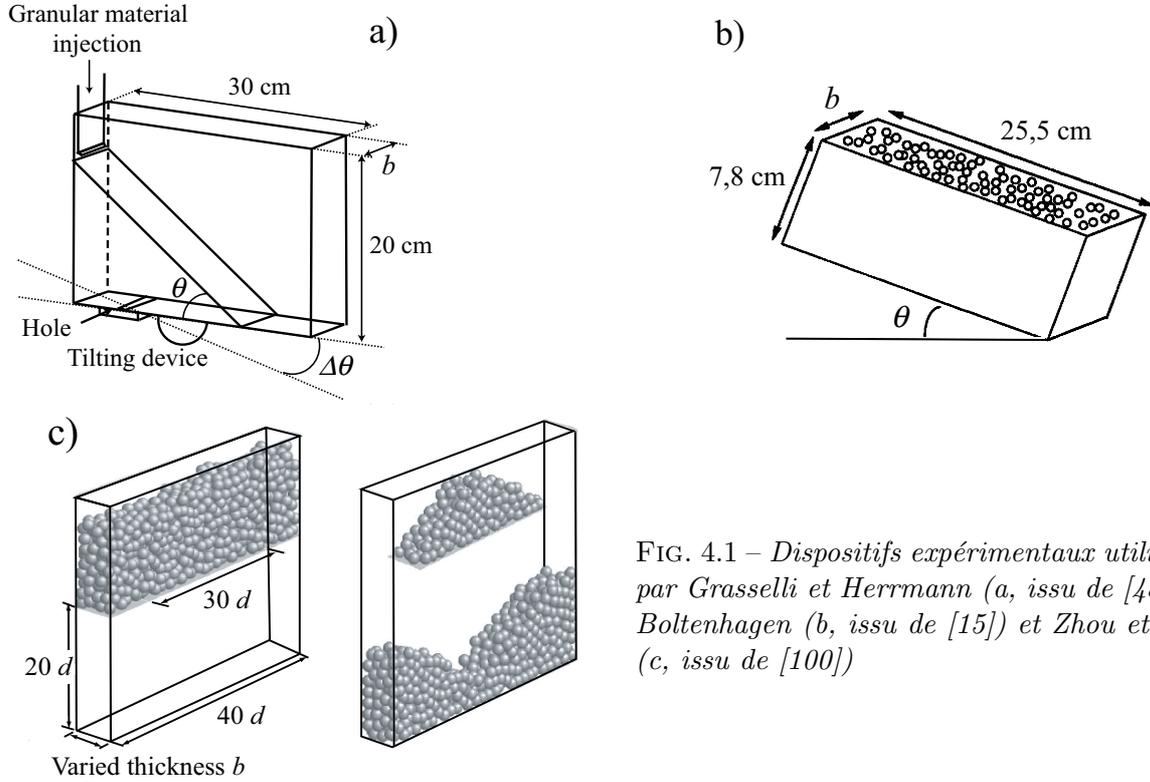


FIG. 4.1 – Dispositifs expérimentaux utilisés par Grasselli et Herrmann (a, issu de [48]), Boltenhagen (b, issu de [15]) et Zhou et al. (c, issu de [100])

Ces auteurs décrivent les décroissances des angles θ_m et θ_r avec la distance entre parois b à l'aide de la loi exponentielle empirique

$$\theta = \theta_\infty [1 + \alpha \exp(-b/b^*)] \quad (4.1)$$

comprenant trois paramètres d'ajustement :

- la valeur θ_∞ de l'angle du tas quand b tend vers l'infini (c'est-à-dire sans effet des parois),
- la longueur b^* caractéristique de l'effet des parois, et
- le paramètre α , sans signification physique apparente, strictement positif et inférieur ou égal à 1.

Cette description amène naturellement la question suivante : quel est le paramètre physique contrôlant la portée de l'effet des parois ?

Boltenhagen a trouvé pour des billes millimétriques que le nombre caractéristique de billes n^* , tel que $n^* = b^*/d$, décroît légèrement quand le diamètre des billes augmente [15]. Les résultats de Zhou *et al.*, pour des billes également millimétriques, peuvent être interprétés comme un nombre constant de billes n^* indépendant du diamètre des billes ($n^* \simeq 6$) [100]. À l'opposé, Grasselli et Herrmann ont trouvé pour des billes sub-millimétriques que la longueur caractéristique b^* est indépendante du diamètre des billes ($b^* \simeq 9$ mm) et ont évoqué

une éventuelle cohésion des billes due à l'humidité pour expliquer ce résultat surprenant [48].

À la lumière des résultats de ces différents travaux, plusieurs questions restaient en suspens.

L'effet des parois sur les angles est-il géométrique, comme les résultats de Zhou *et al.* le laissent supposer?

Existe-t-il deux régimes, dépendant du diamètre des billes, pour la longueur caractéristique? Il était donc pertinent de reprendre ces expériences, en couvrant une large gamme de diamètres de billes, dans un système complètement affranchi des problèmes d'humidité comme peut l'être notre dispositif expérimental si l'empilement est entièrement immergé.

Nature des expériences

Nous avons mesuré les angles θ_m et θ_r (les événements locaux sont ici écartés) de tas de billes de verre entièrement plongées dans l'eau et, pour une série d'expériences, dans l'air. Pour cette étude, nous nous sommes servis des deux petits tambours à parois latérales en verre et en Plexiglas de diamètre intérieur respectif $D = 17$ cm et $D = 16$ cm. Lors de ces expériences, nous avons fait varier le diamètre des billes entre $0,14 \text{ mm} \leq d \leq 3 \text{ mm}$ et l'écartement entre parois entre $1 \leq b \leq 60 \text{ mm}$ et $2 < b/d < 100$. Le rapport d'aspect b/D reste petit ($6 \cdot 10^{-3} \lesssim b/D \lesssim 0,5$). Ainsi, les avalanches se développent sur toute la largeur du tambour et l'interface reste plane contrairement à ce qui est observé dans les expériences à grand b/D [19, 36, 42]. Le dispositif expérimental et l'évolution de l'angle du tas dans le temps sont rappelés par la figure 4.2.

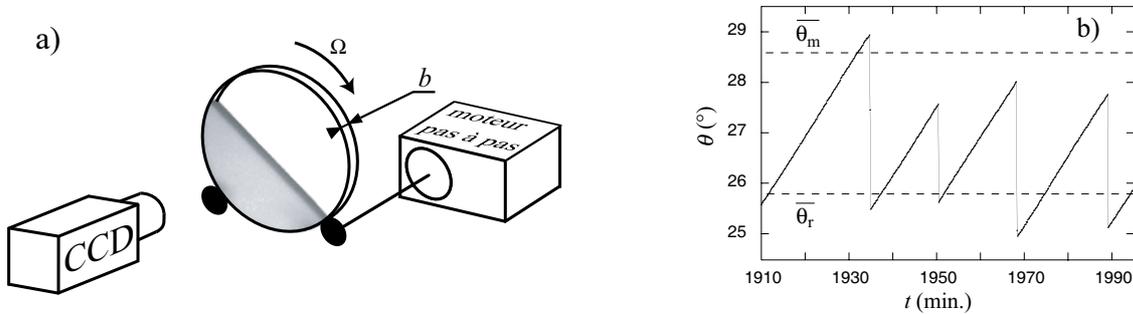


FIG. 4.2 – a) Dispositif expérimental. b) Évolution de l'angle moyen θ du tas pour des billes de verre de diamètre $d = 1,85 \text{ mm}$ immergées dans l'eau. Ici, l'écart entre les parois est $b = 15,5 \text{ mm}$ et la vitesse de rotation du tambour $\Omega = 4 \cdot 10^{-3} \text{ tr/min}$. Sur la totalité de l'expérience : $\theta_m = 28,6 \pm 0,8^\circ$ et $\theta_r = 25,8 \pm 0,5^\circ$ (lignes en pointillé).

Dans un premier temps, sont présentées les variations des angles θ_m et θ_r avec l'écart entre les parois latérales, obtenues dans les différentes configurations mentionnées. Puis, nous proposons un modèle physique simple rendant compte de l'effet du confinement entre parois sur les angles, basé sur l'effet Janssen, c'est-à-dire sur la redirection des contraintes vers les parois et la friction solide aux parois. En effet, bien que l'équation 4.1, utilisée par les auteurs précédents [48, 15, 100, 101], soit en mesure de décrire les dépendances de θ_m et θ_r avec l'écart entre parois, elle ne fournit pas d'explication physique de l'effet des parois sur les angles. Enfin,

nous identifierons le paramètre qui contrôle la longueur caractéristique de l'effet des parois sur les angles.

L'essentiel des résultats de ce chapitre a été publié dans *Europhysics Letters* [26] ; le modèle proposé ici est toutefois un peu différent. Nous expliciterons ces différences dans la partie 4.6.

4.2 Angles et distance entre parois

Deux exemples de la variation des angles θ_m et θ_r avec l'espacement entre parois b pour des billes de verre immergées dans l'eau de diamètre moyen $d = 3 \text{ mm}$ et $d = 0,142 \text{ mm}$ sont présentés sur les figures 4.3 (a) et (b). Quel que soit l'angle considéré (angle de mouvement θ_m ou angle de repos θ_r), la valeur des angles diminue quand l'écart entre parois latérales b augmente, puis sature pour de grandes valeurs de b . Concernant les billes de 3 mm (fig. 4.3 a), la majorité de l'effet des parois sur les angles a disparu pour un espacement entre parois supérieur à 10 diamètres de billes. Si on regarde à présent la figure 4.3 (b), on remarque que l'effet des parois, pour des billes de verre de 142 μm dans l'eau, est encore conséquent pour une valeur de b de 6 mm, soit 40 diamètres de billes ! Ces deux résultats sont caractéristiques de ceux que nous avons obtenus pour les billes de taille millimétrique d'une part et sub-millimétrique d'autre part. Cette différence de comportement, fonction du diamètre des billes, tend à confirmer l'existence précédemment sous-jacente, de deux régimes pour la portée de l'effet des parois sur les angles. La cohésion d'origine capillaire, évoquée par Grasselli et Hermann pour expliquer leurs résultats similaires [48], n'est cependant pas une explication valable dans notre système où les billes sont immergées.

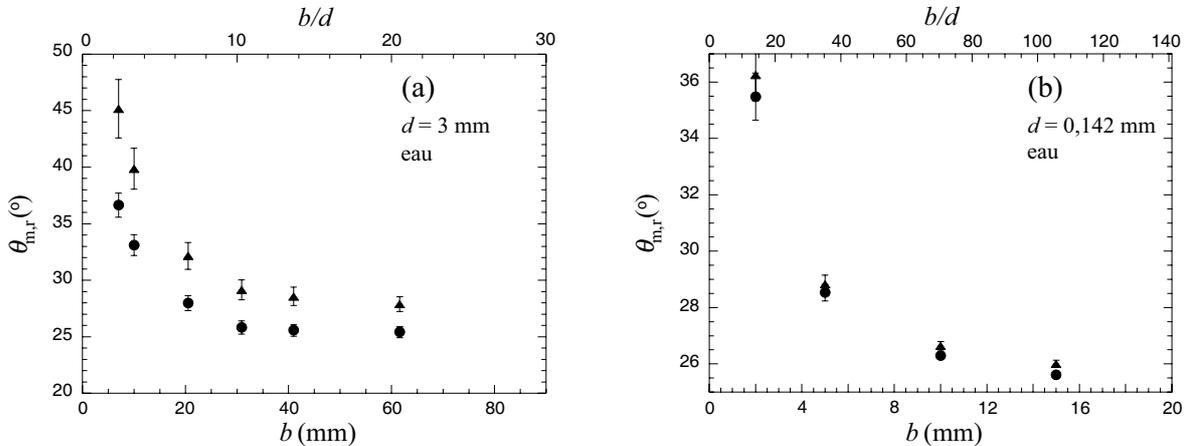


FIG. 4.3 – Évolutions de θ_m (▲) et θ_r (●) dans l'eau en fonction de la largeur b entre parois pour des billes de verre de diamètre $d = 3 \text{ mm}$ (a) et $d = 0,142 \text{ mm}$ (b). Le rapport b/d représentatif du nombre de billes dans l'espacement entre parois est également porté en abscisse en haut. Les barres d'erreur correspondent aux déviations standard à la valeur moyenne.

Des variations similaires $\theta(b)$ obtenues dans l'air, notamment par les précédents auteurs [15, 48, 67, 100], sont présentées figures 4.4 et 4.5. Les évolutions de la figure 4.4 concernent des billes de diamètre $d > 1 \text{ mm}$ alors que celles de la figure 4.5 concernent des billes de diamètre $d < 1 \text{ mm}$. Ces résultats, issus de configurations expérimentales différentes¹, sont

1. Voir fig. 4.1 mis à part le dispositif de Liu *et al.* [67] qui ne l'ont pas décrit précisément.

comparables aux nôtres. La majeure partie de l'effet des parois sur les angles a disparu dès lors que b est de l'ordre d'une dizaine de diamètres de billes pour des billes de taille millimétrique (fig. 4.4). À l'opposé, l'effet pour des billes de verre sub-millimétriques (fig. 4.5) est largement présent jusqu'à des valeurs de b de plusieurs millimètres, soit plusieurs dizaines de diamètres de billes.

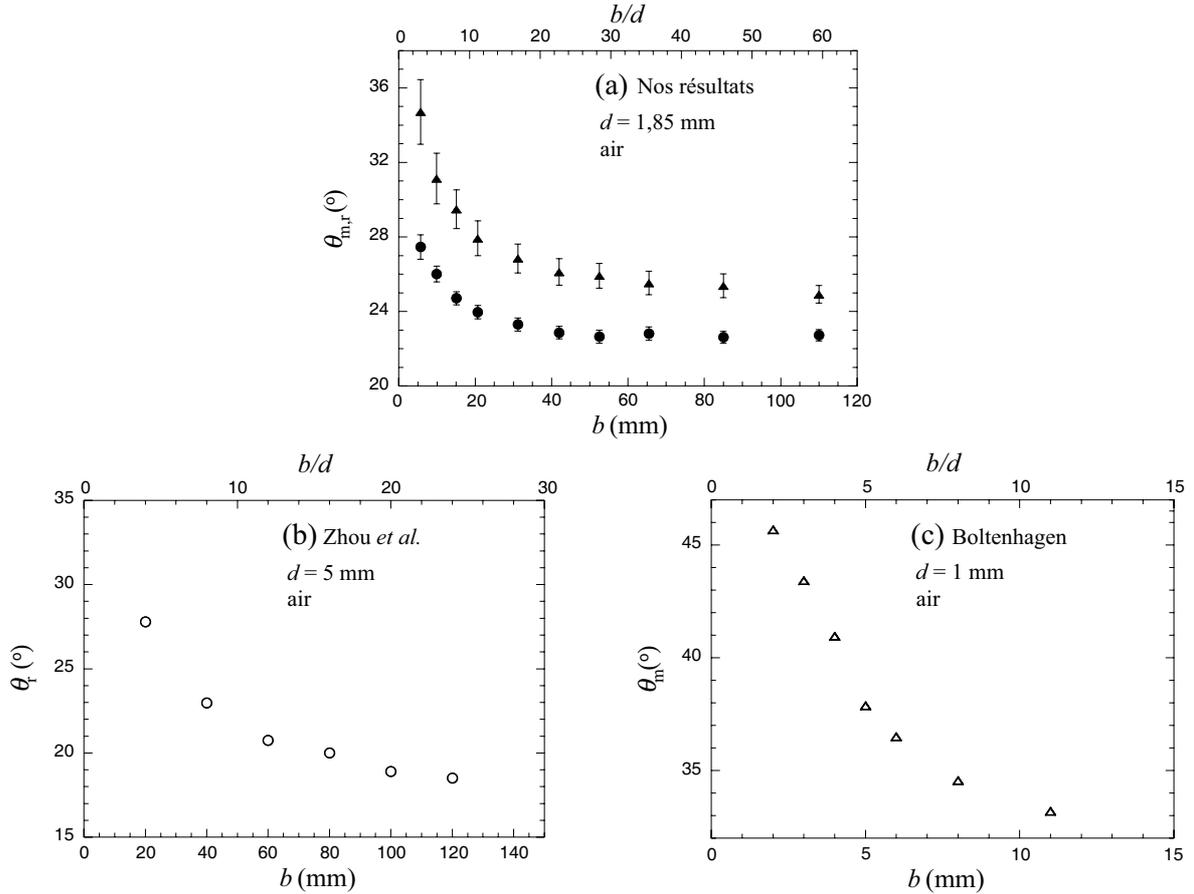


FIG. 4.4 – Évolutions des angles θ_m (\triangle , \blacktriangle) et θ_r (\circ , \bullet) pour des billes de verre de taille millimétrique dans l'air en fonction de l'écartement b entre parois. (a) $d = 1,85$ mm (nos résultats). (b) $d = 5$ mm (Zhou et al. [100]). (c) $d = 1$ mm (Boltenhagen [15]).

Bien que les “portées” de l'effet des parois soient comparables d'une configuration expérimentale à une autre, ce n'est pas le cas des valeurs asymptotiques des angles (valeurs à grand b) fortement dépendantes de la méthode de fabrication du tas² : par avalanches successives à partir d'un “point” source dans l'air (Grasselli et Herrmann [48], fig. 4.5 a), par avalanches successives dans l'eau³ (fig. 4.3), ou encore par déchargement (Zhou [100], fig. 4.4 b), etc. Par exemple, alors que l'angle de mouvement dans l'air pour un tas de billes de verre de 1,85 mm dans notre dispositif expérimental tend vers une valeur asymptotique de l'ordre de 25° (fig. 4.4 a), la valeur asymptotique semble être de plus de 30° pour des tas de billes de verre de

2. Les valeurs des angles dépendent également de bien d'autres paramètres (cf. chapitre 1.1.3).

3. Dans l'eau les valeurs des angles caractéristiques dépendent du diamètre des billes.

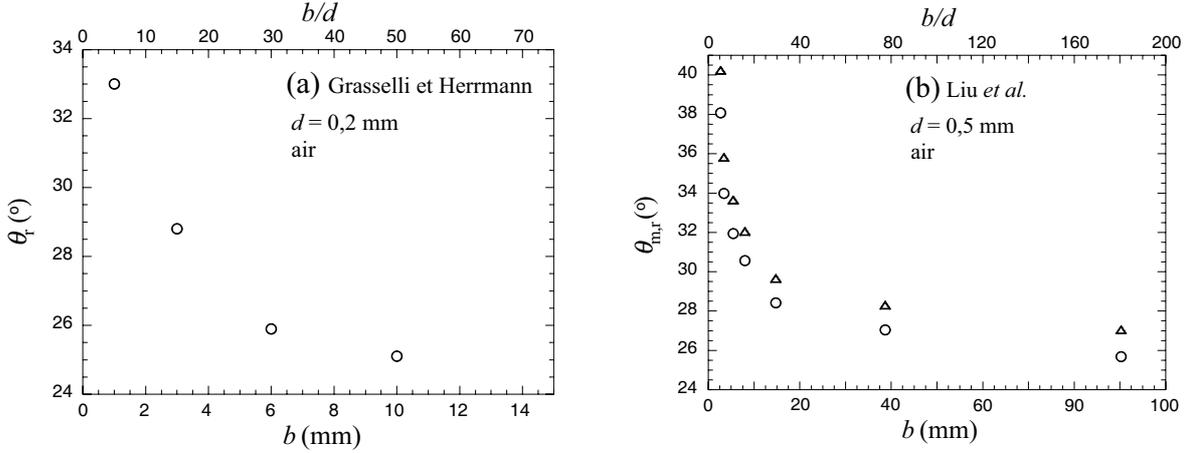


FIG. 4.5 – Évolutions des angles θ_m (Δ) et θ_r (\circ) pour des billes de verre de taille sub-millimétrique dans l'air en fonction de l'écartement b entre parois. (a) $d = 0,2$ mm (Grasselli et Herrmann [48]). (b) $d = 0,5$ mm (Liu et al. [67]).

1 mm dans le dispositif de Boltenhagen [15] (fig. 4.4 c).

Evolution des amplitudes d'avalanches

Un œil attentif peut remarquer sur les figures 4.3, 4.4 (a) et 4.5 (b) que l'amplitude moyenne des avalanches $\Delta\theta$ ($\Delta\theta = \theta_m - \theta_r$) augmente quand l'écart entre parois diminue, comme cela fut déjà observé par Evesque [37]. Les dépendances de $\Delta\theta$ avec b des billes de 3 mm et 0,142 mm dans l'eau (fig. 4.3) et des billes de 1,85 mm (fig. 4.4 a) et 0,5 mm (fig. 4.5 b) dans l'air sont présentées figures 4.6 et 4.7. On observe sur ces figures que les évolutions de $\Delta\theta$ avec b sont similaires à celles des angles θ_m et θ_r . On peut par ailleurs à nouveau noter les différences d'amplitudes $\Delta\theta$ entre les séries de données obtenues dans l'air ou dans l'eau pour de grosses billes et la série de données obtenue dans l'eau pour des billes de 142 μm , le régime d'avalanches étant de chute libre ou inertiel d'une part et visqueux d'autre part ($\Delta\theta$ plus petit, cf. chapitre 3).

Les barres d'erreurs associées aux données sur les figures 4.3, 4.4, 4.6 et 4.7 représentent les déviations standard autour des valeurs moyennes. On peut ainsi remarquer que les amplitudes des avalanches sont plus largement distribuées que les angles de mouvement, eux-mêmes plus distribués que les angles de repos. Chaque série de mesures considérée à présent indépendamment, on observe que la distribution autour de la valeur moyenne augmente lorsque la distance entre parois diminue. Si on garde à l'esprit que l'augmentation de la valeur des angles est due à un effet de voûtes, on peut comprendre cette élargissement de la distribution avec la diminution de la distance entre parois, car la stabilité des tas dépend de plus en plus de la présence et de la configuration des arches, sujettes à maints aléas.

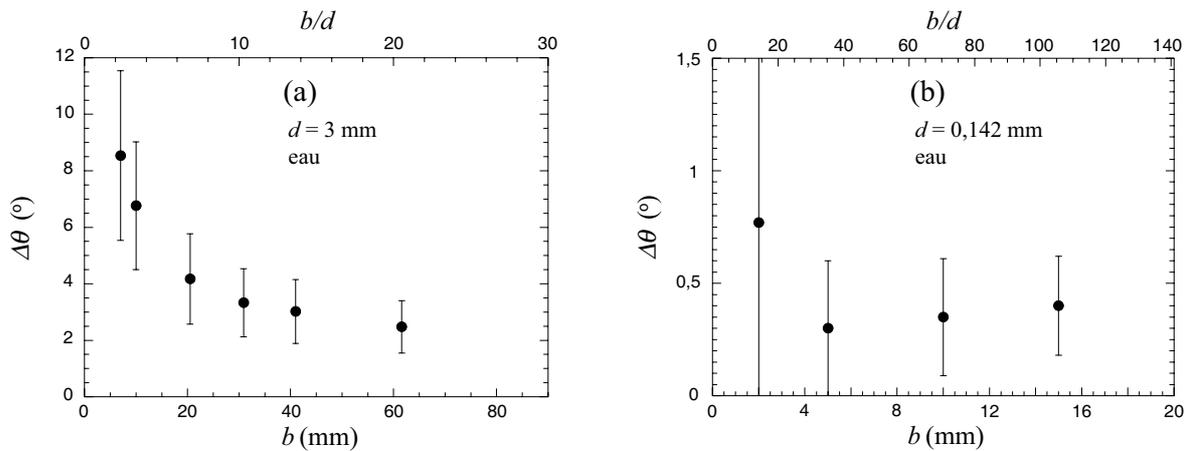


FIG. 4.6 – Amplitude des avalanches $\Delta\theta$ en fonction de l'écart b entre parois pour des billes de verre de diamètre $d = 3$ mm (a) et $d = 0,142$ mm (b) dans l'eau.

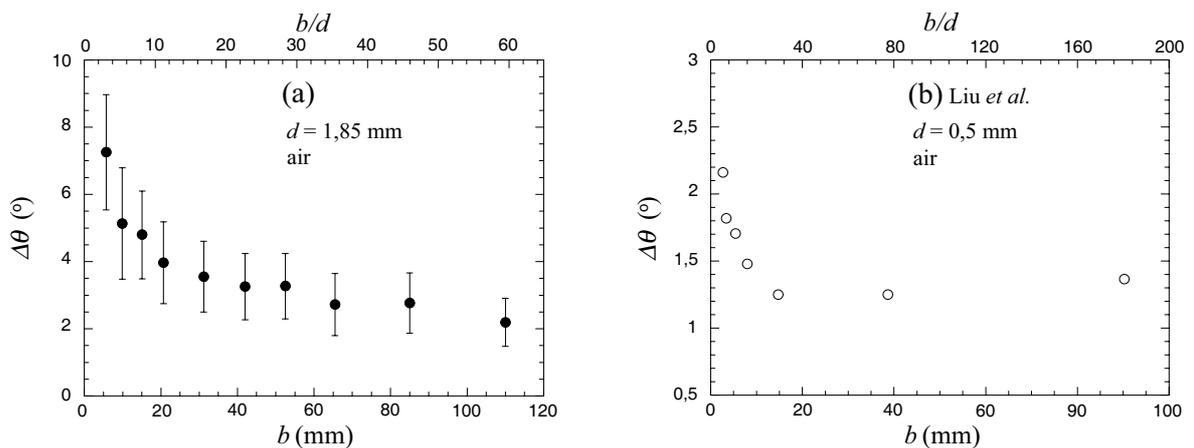


FIG. 4.7 – Amplitude des avalanches $\Delta\theta$ en fonction de l'écart b entre parois pour des billes de verre de diamètre $d = 1,85$ mm (a) et $d = 0,5$ mm (b) dans l'air.

4.3 Modèle de l'effet des parois sur la stabilité d'un tas

Les angles de mouvement et de repos augmentent lorsque le matériau granulaire est confiné, parce que le tas est retenu par des forces de frottement aux parois. Il paraît donc naturel de faire appel au modèle de Janssen pour rendre compte des contraintes aux parois. Après avoir réexposé le modèle de Janssen dans le cas classique d'un cylindre vertical rempli de grains (4.3.1), nous montrerons comment ce modèle peut rendre compte de l'augmentation des angles avec le confinement entre parois latérales (4.3.2).

4.3.1 Modèle de Janssen : cas générique du silo à grains

Roberts observa en 1884 que la pression mesurée à la base d'un silo rempli de grains n'augmente pas proportionnellement à la hauteur de grains mais tend à saturer [90] pour des

hauteurs de grains suffisamment importantes. En 1895, Janssen [60] a proposé un modèle de type mécanique des milieux continus pour rendre compte de cet effet. L'idée de ce modèle est que tout effort vertical appliqué à une assemblée de grains est en partie redirigé horizontalement vers les parois et il s'en suit des forces de frottement verticales opposées au poids [35].

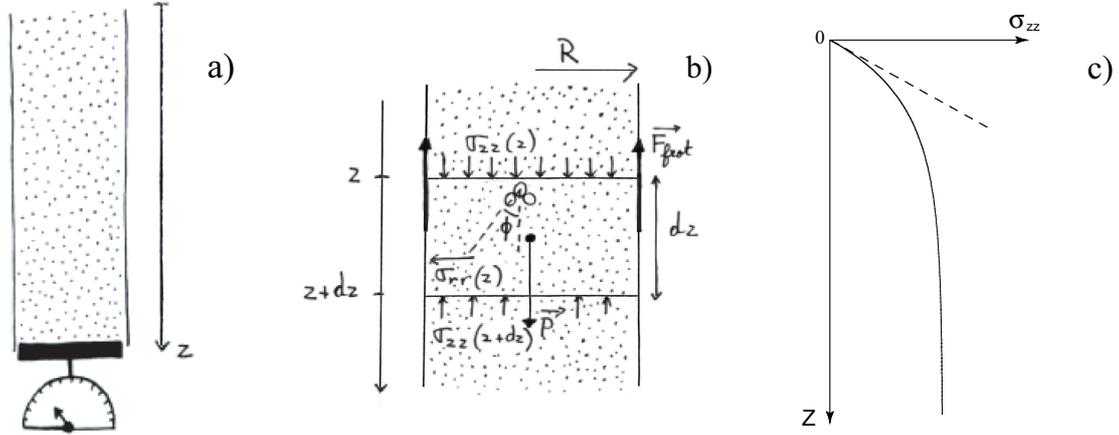


FIG. 4.8 – a) *Expérience de Janssen.* b) *Coupe du cylindre et répartition des contraintes sur une couche élémentaire d'épaisseur dz à la profondeur z .* c) *Évolution de la contrainte verticale σ_{zz} (ou de la pression P) avec la profondeur z (ou au fond d'un récipient avec la hauteur de remplissage). La courbe est obtenue avec l'équation 4.3, la ligne en pointillé correspond à la pression hydrostatique.*

Prenons un récipient cylindrique vertical de rayon R , rempli de grains (fig. 4.8). Le modèle de Janssen associe le milieu granulaire à un milieu continu. L'analyse de ce milieu se fait par "couche" et considère donc des contraintes moyennes. Janssen fait l'hypothèse que les contraintes radiales σ_{rr} sont proportionnelles aux contraintes verticales σ_{zz} , avec un coefficient de proportionnalité K (constante de Janssen) identique pour l'ensemble du milieu. Les contraintes radiales $\sigma_{rr}(z)$ à une profondeur z sous la surface valent ainsi $\sigma_{rr}(z) = K \sigma_{zz}(z)$. Cette description peut se comprendre par l'existence de chaînes de forces redirigeant tout effort vertical selon un angle ϕ avec la verticale, $K = \tan(\phi)$. Ces contraintes $\sigma_{rr}(z)$, normales à la paroi du cylindre, engendrent alors des forces de frictions. Janssen fait ici une hypothèse forte : il considère que le matériau granulaire soumis à la gravité tend à se tasser et est ainsi à son seuil d'écoulement. La friction est par conséquent entièrement mobilisée dans le sens opposé au poids. Le poids d'une fine tranche de matériau de hauteur dz , située à la profondeur z , est alors compensé par le gradient des forces de pression et par les forces de friction à la paroi dont l'équilibre s'écrit :

$$\rho g \pi R^2 dz + \pi R^2 [\sigma_{zz}(z) - \sigma_{zz}(z + dz)] - 2 \pi R dz K \mu \sigma_{zz}(z) = 0, \quad (4.2)$$

où ρ est la masse volumique effective du milieu et μ le coefficient de frottement statique entre le milieu granulaire et la paroi du cylindre. En résolvant cette équation différentielle on obtient alors la relation :

$$\sigma_{zz}(z) = \frac{\rho g R}{2 K \mu} \left[1 - \exp\left(\frac{-2 K \mu z}{R}\right) \right], \quad (4.3)$$

représentée figure 4.8 c.

On remarque que lorsque z tend vers 0 (près de la surface du tas), la contrainte $\sigma_{zz}(z)$ est

hydrostatique (proportionnelle à la profondeur) : $\sigma_{zz}(z) \simeq \rho g z$. À l’opposé, $\sigma_{zz}(z)$ sature à partir d’une profondeur caractéristique $R/2K\mu$ et tend vers $\rho g R/2K\mu$ lorsque z tend vers l’infini.

Ce modèle qui s’appuie sur des bases phénoménologiques est robuste. En considérant le milieu granulaire comme un milieu élastique, Evesque et de Gennes [38] ont donné une consistance physique au rapport de proportionnalité K entre contraintes radiales et contraintes verticales, en le reliant au coefficient de Poisson ν : $K = \nu / (1 - \nu)$. Ils proposent néanmoins un ajustement, la friction n’étant pas ou peu mobilisée dans les régions aux deux extrémités du cylindre, là où la déformation verticale du milieu (élastique) n’a pas excédé une longueur minimale nécessaire à la mobilisation de la friction.

Le modèle de Janssen a cependant des limites. Il est par exemple incapable de reproduire les mesures expérimentales lorsqu’on ajoute un poids en haut de la colonne de grains [75, 78]. Plusieurs modèles sont alors candidats et on peut se reporter au manuscrit de thèse d’Ovarlez [75] où celui-ci les compare à ses résultats expérimentaux.

4.3.2 Modélisation physique de l’effet des parois sur les angles

Nous allons montrer à présent que la redirection d’une partie des contraintes vers les parois latérales qui confinent un tas peut expliquer l’augmentation, décrite dans le paragraphe 4.2, des angles de mouvement et de repos lorsque l’écart entre les parois diminue.

Dans le cas du silo à grains (présenté dans le paragraphe 4.3.1), la pression (ou la contrainte moyenne verticale σ_{zz}) ne dépend que de la profondeur z . Considérons maintenant un tas faisant un angle θ avec l’horizontale dans notre configuration de confinement entre deux parois latérales (fig. 4.9).

Expression de la pression

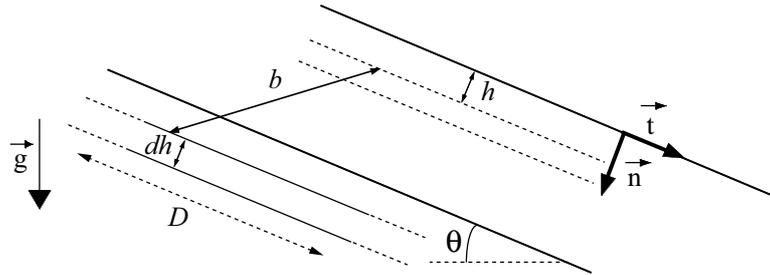


FIG. 4.9 – Schéma d’un tas confiné entre deux parois verticales et considéré comme un milieu continu.

Nous faisons l’hypothèse que les plans de pression constante (iso-pression) sont parallèles à la surface libre du tas. Ainsi, de façon similaire à l’équilibre écrit dans le paragraphe précédent, l’équilibre, dans la direction perpendiculaire à la surface du tas (\vec{n}), d’une fine couche de grains d’épaisseur dh , de longueur D et de largeur b (distance entre parois), localisée à une profondeur h sous la surface du tas (fig. 4.9) s’écrit

$$\rho g \cos \theta b dh D + [p(h) - p(h + dh)] b D - 2 K \mu_n p(h) dh D = 0, \quad (4.4)$$

où $p(h)$ est la pression à la profondeur h , équivalente à une contrainte moyenne $\sigma_{\text{mn}}(h)$ et μ_{n} le coefficient de friction billes - parois, pour une friction mobilisée dans la direction \vec{n} . Le premier terme est la projection, dans la direction \vec{n} , du poids de la couche. Il est contrebalancé par le gradient de pression (2^{ème} terme) et par la friction aux parois (3^{ème} terme). En intégrant l'équation 4.4, on obtient l'expression de la pression en fonction de la profondeur h :

$$p(h) = \rho g \cos \theta \frac{b}{2K\mu_{\text{n}}} \left[1 - \exp \left(-\frac{2K\mu_{\text{n}}h}{b} \right) \right]. \quad (4.5)$$

Équilibre au seuil d'écoulement

Une avalanche se déclenche à l'angle de mouvement θ_{m} lorsque l'équilibre des forces le long de la direction tangentielle à la surface du tas (\vec{t}) est rompu. L'avalanche ne concerne pas tout le tas mais une couche superficielle, épaisse de quelques grains. On peut donc définir une épaisseur de grains h_{crac} , que nous considérons indépendante de b , pour laquelle l'équilibre est rompu. Cette couche de grains d'épaisseur h_{crac} est assimilable à un patin frottant sur les parois et sur le reste du tas (fig. 4.10). L'équilibre des forces le long de la direction \vec{t} , agissant sur cette couche au seuil d'écoulement, s'écrit :

$$\rho g b D h_{\text{crac}} \sin \theta_{\text{m}} = F_{\text{fond}} + 2F_{\text{paroi}}, \quad (4.6)$$

où le terme de gauche est la projection dans la direction \vec{t} du poids de la couche d'épaisseur h_{crac} , F_{fond} la norme de la force de frottement entre la couche et le reste du tas et F_{paroi} la composante selon $(-\vec{t})$ de la force de frottement entre la couche et une paroi latérale (fig. 4.10). F_{paroi} est responsable de l'augmentation de θ_{m} en présence des parois et il ne faut pas la confondre avec les composantes normales (selon \vec{n}) des forces aux parois, responsables de la saturation de la pression dans l'équation 4.5.

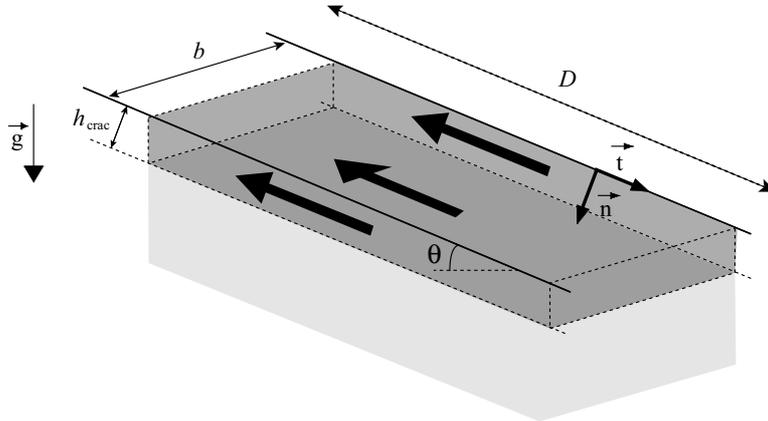


FIG. 4.10 – La couche d'épaisseur h_{crac} , de grains qui vont couler, est assimilable à un patin frottant sur le reste du tas et sur les parois.

Force de friction au fond

De façon analogue à la loi de friction de Coulomb couramment utilisée pour les solides, la norme de la force de friction entre la couche d'épaisseur h_{crac} et le reste du tas, s'exprime :

$$F_{\text{fond}} = D b p(h_{\text{crac}}) \mu_{\text{tas}}, \quad (4.7)$$

où $D b p(h_{\text{crac}})$ est la force normale appliquée par la couche sur le reste du tas et μ_{tas} le coefficient de friction au seuil d'écoulement entre la couche et le reste du tas qui constitue le "fond".

Sans effet des parois, soit quand les parois sont distantes de l'infini, l'avalanche se déclenche quand le tas fait un angle θ_m^∞ avec l'horizontale. La pression est alors hydrostatique ($b \gg h$ dans l'équation 4.5) et $p(h_{\text{crac}}) = \rho g h_{\text{crac}} \cos \theta_m^\infty$. L'équation d'équilibre 4.6 devient alors

$$\begin{aligned} \rho g b D h_{\text{crac}} \sin \theta_m^\infty &= F_{\text{fond}}, \\ \rho g b D h_{\text{crac}} \sin \theta_m^\infty &= D b \rho g h_{\text{crac}} \cos \theta_m^\infty \mu_{\text{tas}}, \end{aligned} \quad (4.8)$$

soit

$$\mu_{\text{tas}} = \tan \theta_m^\infty. \quad (4.9)$$

Et la norme de la force de friction entre la couche d'épaisseur h_{crac} et le reste du tas vaut

$$F_{\text{fond}} = D b p(h_{\text{crac}}) \tan \theta_m^\infty. \quad (4.10)$$

Force de friction aux parois

Lorsque des parois latérales sont présentes, la stabilité du tas augmente à cause du frottement aux parois selon la direction \vec{t} . Ces forces de friction sont engendrées par la redirection d'une partie K de la pression, perpendiculairement aux parois. La force de friction entre la couche de grains d'épaisseur h_{crac} et une paroi latérale a ainsi pour norme :

$$F_{\text{paroi}} = K \mu_t D \int_0^{h_{\text{crac}}} p(h) dh, \quad (4.11)$$

où μ_t est le coefficient de friction billes - parois, pour une friction mobilisée dans la direction \vec{t} .

Valeur de la pression au seuil d'écoulement

Tel que le problème est énoncé pour l'instant, la redirection d'une partie K de la pression perpendiculairement aux parois engendre des forces de frottement selon les directions \vec{n} et \vec{t} . Nous avons par conséquent dissocié les coefficients de friction entre les billes et les parois : μ_n pour une friction mobilisée selon la direction \vec{n} qui tend à faire saturer la pression et μ_t pour une friction mobilisée selon la direction \vec{t} qui retient la couche d'épaisseur h_{crac} et "retarde" son écoulement. Considérons la couche d'épaisseur h_{crac} : nous supposons que seule une rupture de l'équilibre des forces selon la direction \vec{t} peut se produire et que l'équilibre des forces selon la direction \vec{n} est toujours maintenu, la réaction du support (reste du tas) pouvant prendre n'importe quelle valeur. Quelque soit la valeur des forces de frottement aux parois dans la direction \vec{n} qui avait court pour une inclinaison du tas inférieure à l'angle de mouvement, ceci implique qu'au seuil d'avalanche μ_t prene la valeur maximale du coefficient de friction μ ($\mu_t = \mu_s$) et que la pression dans la couche d'épaisseur h_{crac} soit hydrostatique ($\mu_n = 0$) :

$$p(h) = \rho g \cos \theta h, \text{ pour } 0 < h \lesssim h_{\text{crac}}. \quad (4.12)$$

Cette hypothèse est appuyée par des expériences de cisaillement d'un milieu granulaire en géométrie de Couette verticale qui ont montré que la pression est hydrostatique lorsque le cisaillement est effectif, puisque ce dernier force la mobilisation du frottement dans la direction

du cisaillement [27, 94].

Dans notre dispositif expérimental, le tas est préparé par avalanche. Les couches superficielles de grains ($\sim h_{\text{crac}}$) ont par conséquent été mobilisées ou cisillées dans le sens de l'écoulement, soit principalement dans la direction \vec{t} .

Dans notre modélisation, le milieu granulaire est considéré comme un milieu continu. Dans notre configuration, cette hypothèse n'est pertinente que pour des valeurs de b supérieures à quelques diamètres de grains ($\sim 3d$). Expérimentalement, pour une friction entièrement mobilisée, $K\mu$ est de l'ordre de 0,2 [75], la longueur caractéristique pertinente minimale de saturation de la pression dans l'équation 4.5, $b/2K\mu_n$, est par conséquent également de l'ordre de quelques diamètres de grains ($\sim 7d$). D'après nos expériences (paragraphe 4.5, fig. 4.23), l'épaisseur coulante de grains lors d'une avalanche est de l'ordre de quelques diamètres de grains ($\sim 5d$), h_{crac} est donc toujours de l'ordre de ou petite devant la longueur de saturation et l'hypothèse faite plus haut ne peut être critique.

Dans la suite, nous ne faisons plus de distinction et appelons μ_t, μ .

Modèle de l'effet des parois sur l'angle de mouvement

En introduisant l'équation de la pression (éq. 4.12) dans les expressions de F_{fond} (éq. 4.10) et F_{paroi} (éq. 4.11), l'équilibre 4.6 reliant l'angle de mouvement θ_m à l'écart entre parois latérales b devient :

$$\tan \theta_m(b) = \tan \theta_m^\infty + \frac{B_m}{b}, \quad (4.13)$$

où B_m est la longueur pertinente de l'effet des parois sur l'angle de mouvement telle que

$$B_m = K\mu h_{\text{crac}}. \quad (4.14)$$

L'équation 4.13 contient les deux paramètres physiques :

- θ_m^∞ , valeur de θ_m sans effet des parois, et
- B_m , longueur caractérisant l'effet des parois sur θ_m .

B_m est fonction des grandeurs :

- K , coefficient de Janssen, de redirection des contraintes vers les parois,
- μ , coefficient de frottement entre les grains et les parois, et
- h_{crac} , épaisseur superficielle de grains qui démarre en avalanche.

Modèle de l'effet des parois sur l'angle de repos

Dans l'analyse de Janssen, le matériau granulaire est considéré comme un milieu continu. Cette hypothèse, déjà discutable en ce qui concerne un empilement statique, l'est d'autant plus si on considère une couche en mouvement. Néanmoins, le modèle de Janssen s'est avéré suffisamment robuste pour rendre compte d'effets dynamiques tels que l'écoulement des sables à vitesse constante. De plus, Ovarlez *et al.* [76, 77] et Bertho *et al.* [12] ont récemment repris l'expérience du silo (fig. 4.8) en cisillant le matériau granulaire par un mouvement ascendant ou descendant du tube et ont montré, bien que les billes aient des mouvements relatifs, que le modèle de Janssen reste valable en quasi-statique [76, 77] et pour des vitesses entre les parois et les billes de plusieurs millimètres par seconde [12].

En appliquant alors l'équation 4.13 juste avant qu'une avalanche ne s'arrête, on obtient la même expression reliant l'angle de repos θ_r à l'écart b entre les parois :

$$\tan \theta_r(b) = \tan \theta_r^\infty + \frac{B_r}{b}, \quad (4.15)$$

où θ_r^∞ est la valeur asymptotique de θ_r et où B_r est une longueur caractérisant l'effet des parois sur θ_r telle que

$$B_r = K\mu h_{\text{gel}}, \quad (4.16)$$

h_{gel} étant la hauteur coulante de grains "gelant" quand l'avalanche s'arrête. Notons que les coefficients K et μ peuvent être légèrement différents dans les expressions de B_m et B_r correspondant respectivement aux cas statique et dynamique (par exemple $\mu_{\text{dynamique}} < \mu_{\text{statique}}$). Par ailleurs, l'hypothèse faite plus haut au sujet de la direction de mobilisation de la friction aux parois est ici moins sujette à discussion, la mobilisation dynamique du frottement se faisant à l'encontre de l'écoulement, tangentielllement au tas.

Les évolutions de $\tan \theta_{m,r}$ et $\theta_{m,r}$ avec $b/B_{m,r}$ correspondant aux équations 4.13 ou 4.15 sont présentées sur les figures 4.11 (a) et (b). Les équations 4.13 et 4.15 prédisent bien que les angles de mouvement θ_m ou de repos θ_r diminuent quand l'écart b entre les parois augmente et atteignent leur valeur asymptotique θ_m^∞ ou θ_r^∞ lorsque b tend vers l'infini.

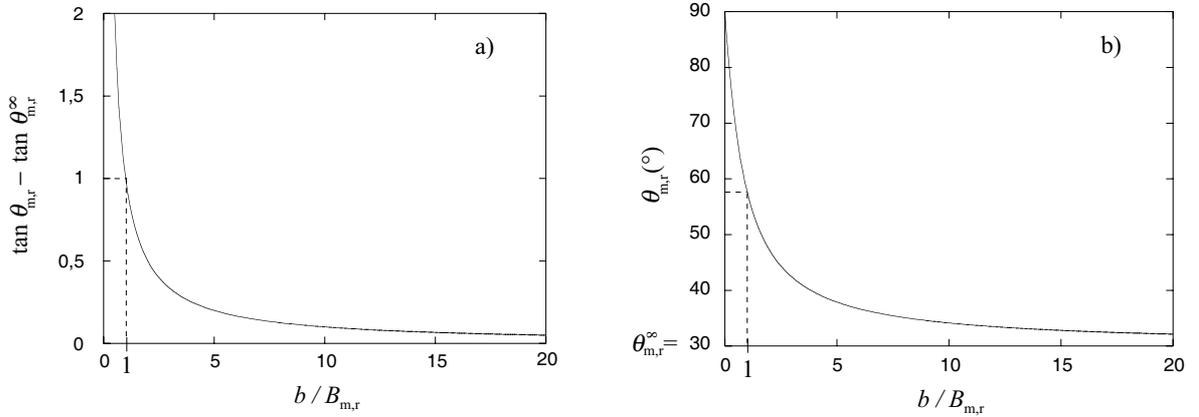


FIG. 4.11 – Évolution théorique de $\tan \theta_{m,r}$ (a) et $\theta_{m,r}$ (b) avec $b/B_{m,r}$, écart entre parois latérales adimensionné par la longueur caractéristique de l'effet des parois. Les courbes sont obtenues avec les équations 4.13 ou 4.15 ($\theta_{m,r}^\infty = 30^\circ$).

La valeur maximale $\theta_{m,r}^0$ que l'on obtiendrait pour $b = 0$ est égale à 90° . En prenant la valeur asymptotique de référence $\theta_{m,r}^\infty = 30^\circ$, environ la moitié de l'effet des parois sur les angles du tas a disparu pour un écart b entre parois égal à la longueur $B_{m,r}$, qui est ainsi une longueur caractéristique de l'effet des parois sur les angles. Bien que la moitié de l'effet du confinement sur les angles de talus ait disparu pour un écart entre parois égal à $B_{m,r}$, on peut remarquer que la décroissance des angles prédit par notre modèle est ensuite beaucoup plus lente. Par exemple, l'effet des parois sur les angles est un effet à plus longue portée qu'une décroissance exponentielle classique et les angles sont encore supérieurs de $1/e$ ($\simeq 37\%$) à leur valeur asymptotique pour un écart b trois fois supérieurs à $B_{m,r}$ (avec $\theta_{m,r}^\infty = 30^\circ$).

Prédiction pour l'évolution de l'amplitude

Selon les équations 4.13 et 4.15, l'amplitude des avalanches ($\Delta\theta = \theta_m - \theta_r$) en fonction de l'écart entre parois, suit l'évolution

$$\Delta\theta = \arctan\left(\tan\theta_m^\infty + \frac{B_m}{b}\right) - \arctan\left(\tan\theta_r^\infty + \frac{B_r}{b}\right). \quad (4.17)$$

Les évolutions théoriques de l'amplitude des avalanches avec l'écart entre parois pour les rapports $B_m/B_r = 2, 1$ et $0,5$ sont représentées sur la figure 4.12 pour des valeurs asymptotiques des angles θ_m^∞ et θ_r^∞ et une longueur caractéristique B_m constantes ($\Delta\theta^\infty = 2^\circ$). Pour des longueurs caractéristiques B_m et B_r égales, l'amplitude reste quasi-constante et indépendante de b jusqu'au voisinage de B_m . Lorsque B_m est inférieure à B_r , $\Delta\theta$ décroît avec b et à l'opposé, pour des valeurs de B_m supérieures à B_r , $\Delta\theta$ augmente lorsque b diminue jusqu'au voisinage de B_m .

Expérimentalement, l'amplitude des avalanches augmente quand l'écart entre parois diminue (fig. 4.6 et 4.7 paragraphe 4.2). On peut ainsi d'ores et déjà noter qu'un bon accord, entre notre modèle (éq. 4.13 et 4.15) et les données expérimentales, impose une longueur caractéristique B_m de l'effet des parois sur l'angle de mouvement supérieure à celle sur l'angle de repos (B_r).

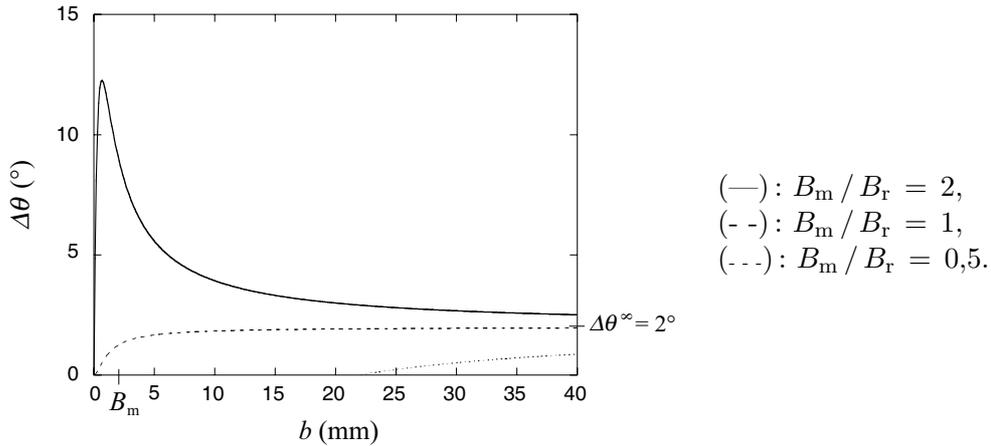


FIG. 4.12 – Amplitude des avalanches $\Delta\theta$ théorique en fonction de l'écart entre parois b (éq. 4.17) avec $\theta_m^\infty = 30^\circ$, $\theta_r^\infty = 28^\circ$ et $B_m = 1\text{ mm}$.

4.4 Modèle et expériences

4.4.1 Méthode d'ajustement

Pour ajuster le modèle aux données expérimentales, la méthode la plus simple consiste à tracer $\tan\theta$ en fonction de $1/b$, ce qui d'après le modèle (éq. 4.13 et 4.15) doit mener à une droite. Le meilleur ajustement linéaire détermine alors $\tan\theta_{m,r}^\infty$ (valeur de l'ordonnée à l'origine) et $B_{m,r}$ (pente). Toutefois, la méthode d'ajustement que nous avons adoptée est un peu différente et nous l'exposons à présent.

Les équations 4.13 et 4.15 permettent d'écrire

$$b [\tan \theta_{m,r}(b) - \tan \theta_{m,r}^{\infty}] = B_{m,r}, \quad (4.18)$$

où $B_{m,r}$ et $\theta_{m,r}^{\infty}$, portée de l'effet des parois et valeur des angles sans effet des parois, sont les grandeurs à déterminer.

Considérons la fonction $f(b,\beta) = b [\tan \theta_{m,r}(b) - \tan \beta]$ telle que $f(b,\beta = \theta_{m,r}^{\infty}) = B_{m,r}$. Pour des valeurs de β proches de $\theta_{m,r}^{\infty}$, nous pouvons écrire :

$$f(b,\beta) = B_{m,r} + b(\beta - \theta_{m,r}^{\infty})(1 + \tan^2 \theta_{m,r}^{\infty}). \quad (4.19)$$

Ainsi, si on trace, avec les données expérimentales $\theta_{m,r}(b)$, les fonctions $f(b,\beta)$ (éq. 4.19) pour plusieurs valeurs de β autour de $\theta_{m,r}^{\infty}$, on doit obtenir un faisceau de droites concourant en $b = 0$, $f(b,\beta) = B_{m,r}$ dont la droite de pente nulle est celle qui correspond à $\beta = \theta_{m,r}^{\infty}$.

Deux exemples sont présentés figure 4.13, pour une série de données obtenues avec notre dispositif expérimental (a) et une série de données obtenue par Zhou *et al.* (b) [100]. Sur la figure 4.13 a, β varie de 22 à $25,5^\circ$, B_r vaut $0,51$ mm et la droite horizontale d'ordonnée B_r correspond à $\theta_r^{\infty} \simeq 24^\circ$. Sur la figure 4.13 b, β varie de 20 à $23,5^\circ$, B_r vaut $1,95$ mm et la droite horizontale d'ordonnée B_r correspond à $\theta_r^{\infty} \simeq 22^\circ$.

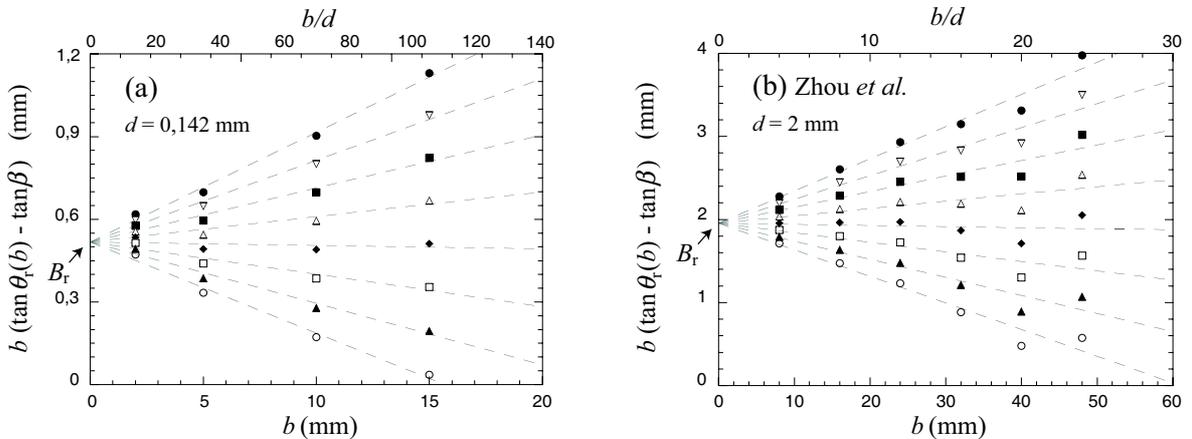


FIG. 4.13 – $b(\tan \theta_r(b) - \tan \beta)$ en fonction de b . (a) Billes de verre dans l'eau, $d = 0,142$ mm, $\beta = 22^\circ$ (●), $22,5^\circ$ (▽), 23° (■), $23,5^\circ$ (△), 24° (◆), $24,5^\circ$ (□), 25° (▲) et $25,5^\circ$ (○). (b) Données numériques obtenues par Zhou *et al.* [100] pour des billes de verre dans l'air, $d = 2$ mm, $\beta = 20^\circ$ (●), $20,5^\circ$ (▽), 21° (■), $21,5^\circ$ (△), 22° (◆), $22,5^\circ$ (□), 23° (▲) et $23,5^\circ$ (○).

Cette méthode, par rapport à l'ajustement linéaire évoqué dans l'introduction de ce paragraphe, est beaucoup plus précise quant aux choix de $B_{m,r}$ et $\tan \theta_{m,r}^{\infty}$. Lors des ajustements, un poids moins important est attribué aux données à petits écarts b entre parois ($b \lesssim 3 B_{m,r}$), là où les hypothèses faites lors de la modélisation sont moins pertinentes (cf. fig. 4.16 a et 4.17 a).

4.4.2 Comparaison du modèle aux expériences

Les déterminations de $B_{m,r}$ et $\theta_{m,r}^\infty$ permettent de tester notre modèle (éq. 4.13 et 4.15) avec les valeurs expérimentales $\theta_{m,r}(b)$. Les ajustements des variations expérimentales $\theta_{m,r}(b)$ exposées précédemment (paragraphe 4.2) sont présentées sur la figure 4.14 pour notre série d'expérience dans l'air avec des billes de 1,85 mm de diamètre, sur la figure 4.15 pour nos expériences immergées dans l'eau et sur les figures 4.16 et 4.17 pour les valeurs des auteurs précédents, concernant respectivement des petits et des gros grains dans l'air. On peut y apprécier le bon accord général entre notre modèle et des données obtenues dans des conditions expérimentales différentes (tambour tournant, tas construit par déchargement, dans l'air, dans l'eau, etc.).

On peut également vérifier que notre modèle prédit un effet des parois de longue portée sur les angles de mouvement et de repos : les valeurs asymptotiques théoriques des angles sont loin d'être atteintes par la majorité des expériences. Toutefois, Liu *et al.* [67] ont fait des expériences à grands écarts entre parois avec des billes de diamètre $d = 0,5$ mm dans l'air ($b = 95$ mm, fig. 4.16 b) et nous avons fait dix expériences dans l'air avec des billes de 1,85 mm (chacune comptant en moyenne deux cents avalanches, fig. 4.14) dans une gamme d'écart b entre parois comprise entre 6 et 110 mm ($3 \lesssim b/d \lesssim 60$). Ainsi, les angles de mouvement et de repos atteignent quasiment leur valeur asymptotique (fig. 4.14 et 4.16 b) ; l'ajustement de ces valeurs expérimentales est donc particulièrement exigeant et l'accord entre notre modèle et ces données est très satisfaisant.

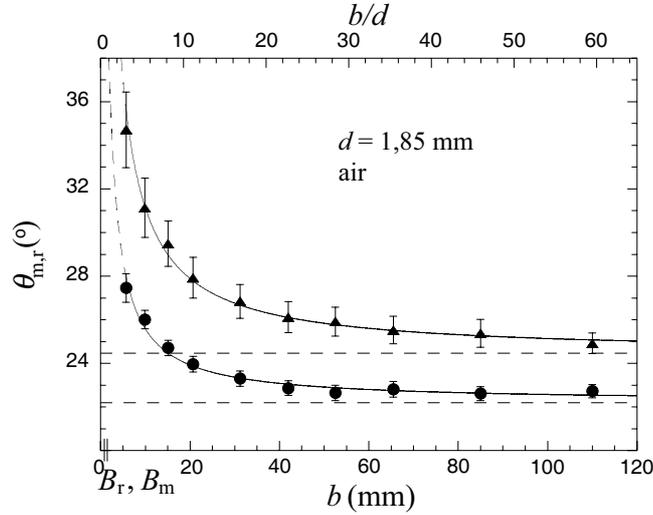


FIG. 4.14 – Évolution de θ_m (\blacktriangle) et θ_r (\bullet) en fonction de l'écart b entre parois pour des billes de verre de diamètre $d = 1,85$ mm dans l'air. Les courbes sont obtenues avec notre modèle (éq. 4.13 et 4.15) avec $\theta_m^\infty = 24,5^\circ$, $B_m = 1,5$ mm et $\theta_r^\infty = 22,2^\circ$, $B_r = 0,7$ mm ; les lignes en pointillé correspondent aux valeurs asymptotiques des angles.

Notre modèle qui considère le milieu granulaire comme un milieu continu n'est pertinent que pour des valeurs de b supérieures à quelques diamètres de billes ($\gtrsim 3d$), la redirection des contraintes ayant besoin de quelques billes pour être effective. Ceci est suggéré par les courbes en pointillé sur les fig. 4.15, 4.16 et 4.17. Notons par ailleurs que l'on s'attend à des

phénomènes de cristallisation du milieu pour des distances entre parois inférieures à deux diamètres de billes.

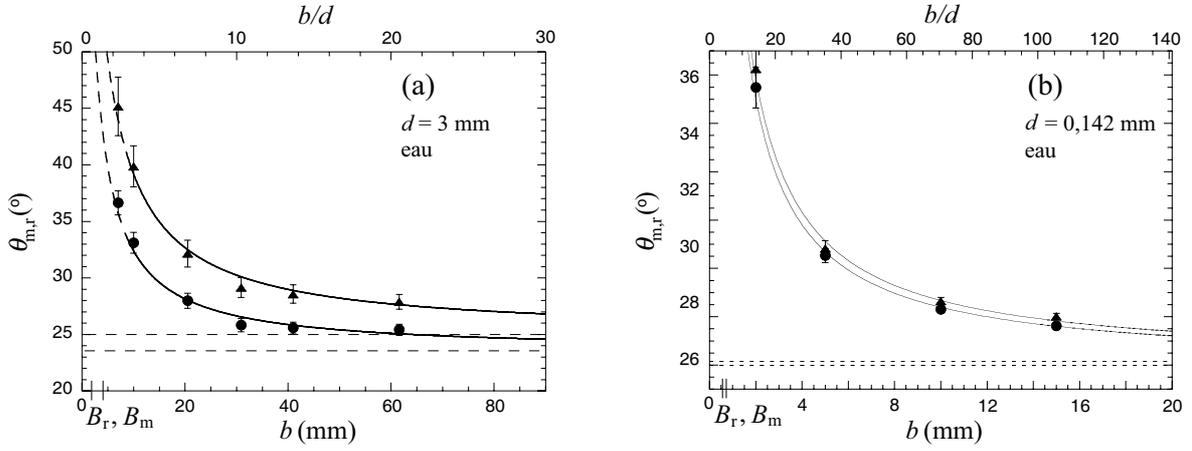


FIG. 4.15 – Évolution de θ_m (▲) et θ_r (●) en fonction de l'écart b entre parois pour des billes de verres de diamètre $d = 3$ mm (a) et $d = 0,142$ mm (b) dans l'eau. (—) Notre modèle avec (a) : $\theta_m^\infty = 25^\circ$, $B_m = 3,5$ mm et $\theta_r^\infty = 23,5^\circ$, $B_r = 2$ mm et (b) : $\theta_m^\infty = 24,1^\circ$, $B_m = 0,55$ mm et $\theta_r^\infty = 24^\circ$, $B_r = 0,51$ mm.

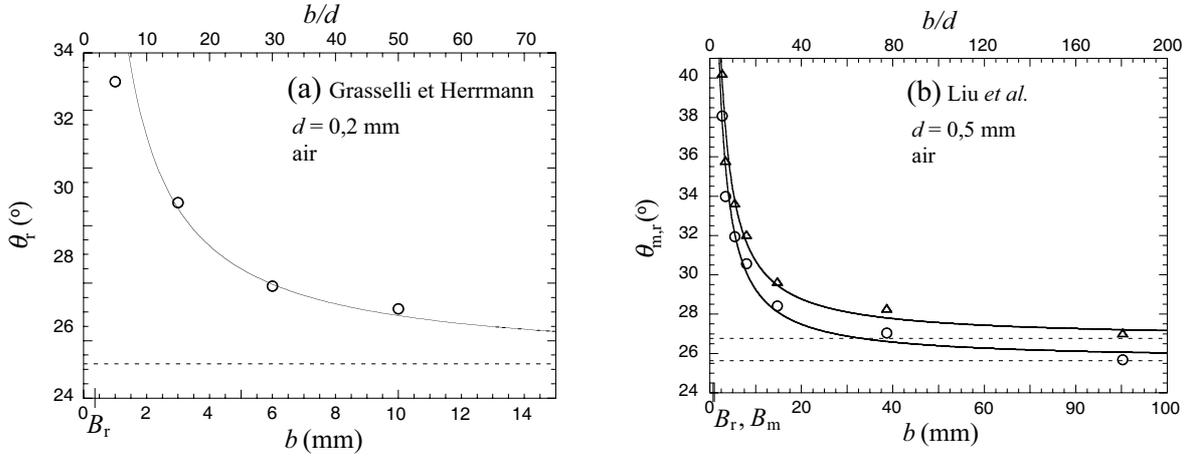


FIG. 4.16 – Évolution des angles θ_m (▲) et θ_r (○) en fonction de l'écart b entre parois pour des billes de verre dans l'air. (a) : $d = 0,2$ mm, Grasselli et Herrmann [48]. (b) : $d = 0,5$ mm, Liu et al. [67]. (—) Notre modèle avec (a) : $\theta_r^\infty = 23,2^\circ$, $B_r = 0,35$ mm et (b) : $\theta_m^\infty = 26,8^\circ$, $B_m = 0,9$ mm et $\theta_r^\infty = 25,7^\circ$, $B_r = 0,8$ mm.

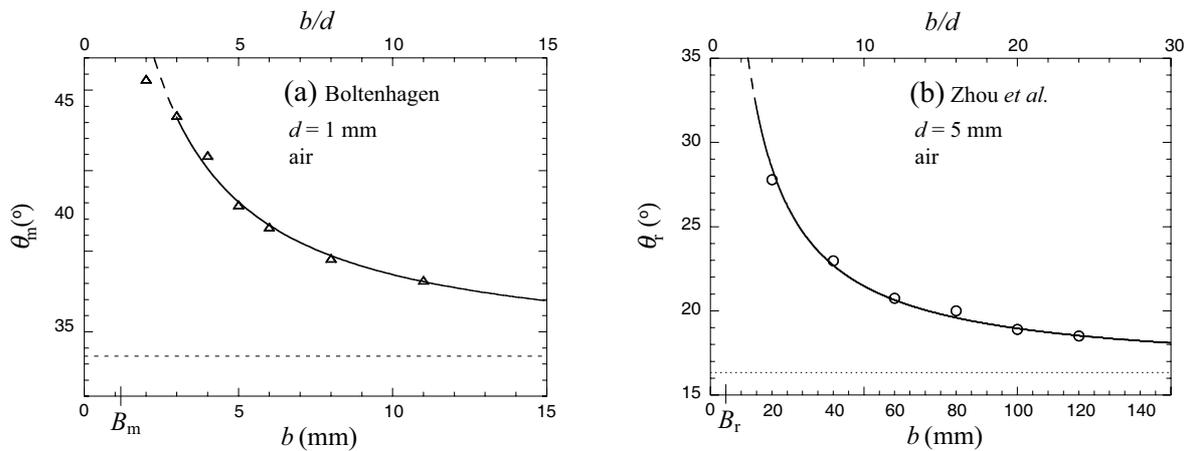


FIG. 4.17 – Évolution des angles θ_m (\triangle) et θ_r (\circ) en fonction de l'écartement b entre parois pour des billes de verre dans l'air, obtenues expérimentalement : a) $d = 1$ mm (Boltenhagen, [15]) et numériquement : b) $d = 5$ mm (Zhou et al. [100]). (—) Notre modèle avec (a) : $\theta_m^\infty = 28,5^\circ$, $B_m = 1,2$ mm et (b) : $\theta_r^\infty = 16,3^\circ$, $B_r = 5$ mm.

Enfin, le modèle caractérisé par les équations 4.13 et 4.15 peut être testé sur un ensemble de séries de données en traçant $\tan \theta_{m,r}(b) - \tan \theta_{m,r}^\infty$ en fonction de $B_{m,r}/b$. Ainsi, le graphique 4.18 en log-log s'étend sur deux décades et reflète de façon éloquent l'accord entre notre modèle et l'ensemble des données expérimentales et numériques récoltées.

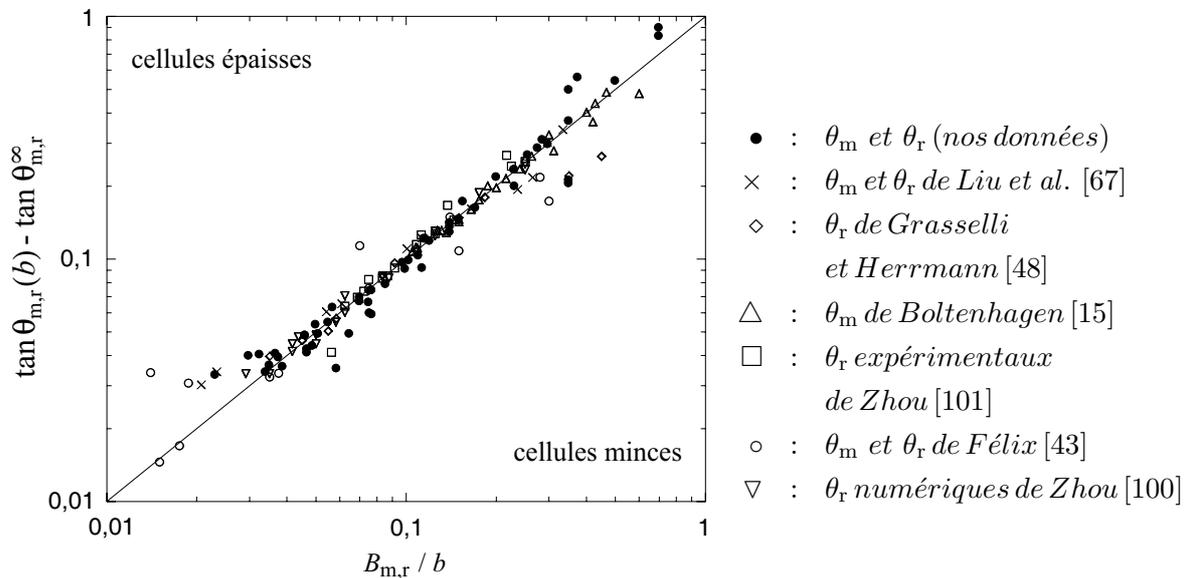


FIG. 4.18 – $\tan \theta_{m,r}(b) - \tan \theta_{m,r}^\infty$ en fonction de $B_{m,r}/b$. La droite pleine de pente 1 correspond au modèle (éq. 4.13 et 4.15).

Ajustement des amplitudes

La détermination de B_m , B_r , θ_m^∞ et θ_r^∞ d'une série d'expériences, permet de décrire l'évolution de l'amplitude $\Delta\theta$ avec l'écart b entre parois (éq. 4.17). Les variations $\Delta\theta(b)$ pour des billes de diamètre $d = 3$ mm dans l'eau et $d = 1,85$ mm dans l'air et pour des billes de diamètre $d = 0,5$ mm dans l'air sont ainsi comparées à la prédiction de notre modèle sur les figures 4.19 et 4.20.

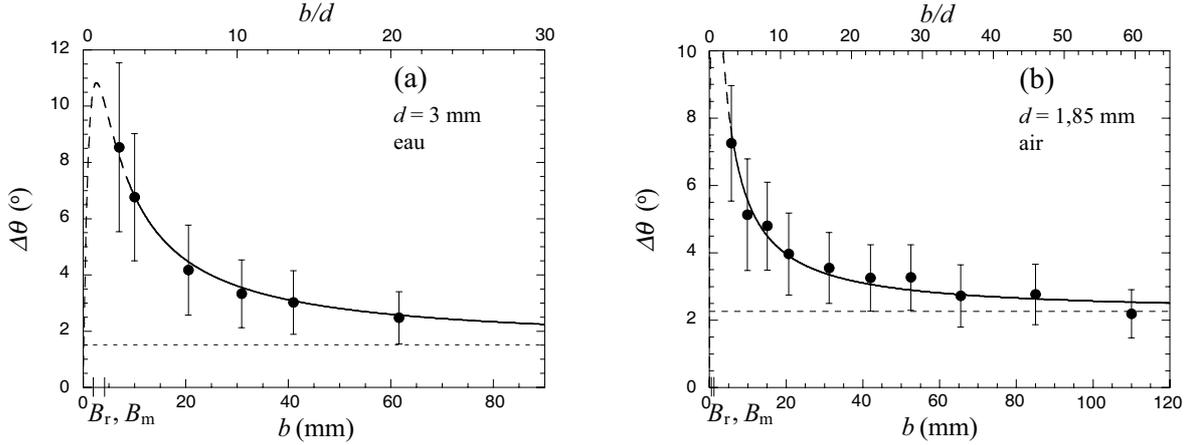


FIG. 4.19 – Amplitude des avalanches $\Delta\theta$ en fonction de l'écartement entre parois b pour des billes de 3 mm dans l'eau (a) et 1,85 mm dans l'air (b). Les courbes correspondent à l'équation 4.17 avec (a) : $B_m = 3,5$ mm, $B_r = 2$ mm, $\theta_m^\infty = 25^\circ$ et $\theta_r^\infty = 23,5^\circ$ et (b) : $B_m = 1,5$ mm, $B_r = 0,7$ mm, $\theta_m^\infty = 24,5^\circ$ et $\theta_r^\infty = 22,2^\circ$.

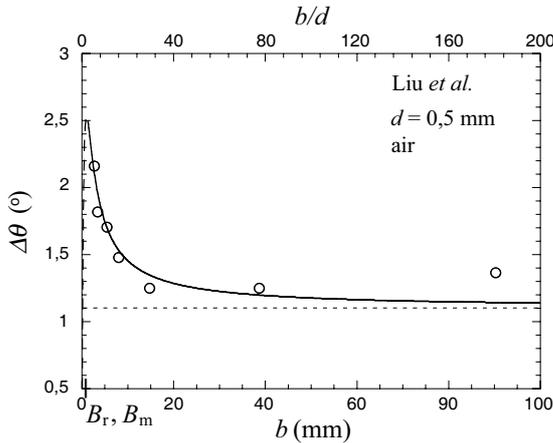


FIG. 4.20 – Amplitude des avalanches $\Delta\theta$ en fonction de l'écartement b entre parois pour des billes de 0,5 mm dans l'air (Liu et al. [67]). (—) Notre modèle avec : $B_m = 0,9$ mm, $B_r = 0,8$ mm, $\theta_m^\infty = 26,8^\circ$ et $\theta_r^\infty = 25,7^\circ$.

Pour une même expérience, bien qu'elles soient du même ordre de grandeur, la valeur de B_r est systématiquement plus petite que celle de B_m , ce qui permet de rendre compte de l'augmentation de l'hystérésis quand b diminue. Mis à part le fait que h_{crac} et h_{gel} puissent être différents, cela peut s'expliquer au regard des équations 4.14 et 4.16 par la valeur plus faible du coefficient de frottement en dynamique par rapport à sa valeur en statique, et également par une diminution en dynamique du coefficient de Janssen K . En effet, un matériau granulaire

cisaillé tend à se dilater ; la fraction volumique de la couche de grains en mouvement est par conséquent plus faible que celle d'un empilement statique et Ovarlez [75, 78] a mis en évidence la diminution du coefficient de Janssen K avec la compacité de l'empilement granulaire.

4.5 Portée de l'effet des parois sur les angles

4.5.1 Influence des différents paramètres

D'après les équations 4.14 et 4.16, les longueurs caractéristiques B_m et B_r de l'effet des parois sur les angles de mouvement et de repos dépendent respectivement de la hauteur h_{crac} ou h_{gel} de grains qui va "couler" ou geler, du coefficient de friction μ entre les billes et les parois latérales et du coefficient de Janssen K de redirection des contraintes vers les parois latérales.

Influence de la rugosité des parois

Boltenhagen a testé l'influence de la rugosité des parois confinant le tas en mesurant l'angle de mouvement de billes de verre de 1 mm avant et après avoir collé sur les parois du papier de verre d'une rugosité de l'ordre de 120 μm [15]. Les évolutions de θ_m avec b qu'il a obtenues pour des parois lisses, puis rugueuses et les ajustements avec notre modèle (éq. 4.13) sont représentés sur la figure 4.21. Comme on s'y attend, ce changement de rugosité a pour effet d'augmenter la portée de l'effet des parois : B_m passe de 1,2 à 1,5 mm mais la valeur asymptotique θ_m^∞ reste inchangée ($\theta_m^\infty = 28,5^\circ$), puisque c'est la valeur de l'angle de mouvement quand il n'y a plus d'effet des parois. L'augmentation observée de la longueur caractéristique B_m trouve une explication physique au regard de notre modèle et peut être interprétée comme une augmentation du coefficient de frottement μ dans l'équation 4.14.

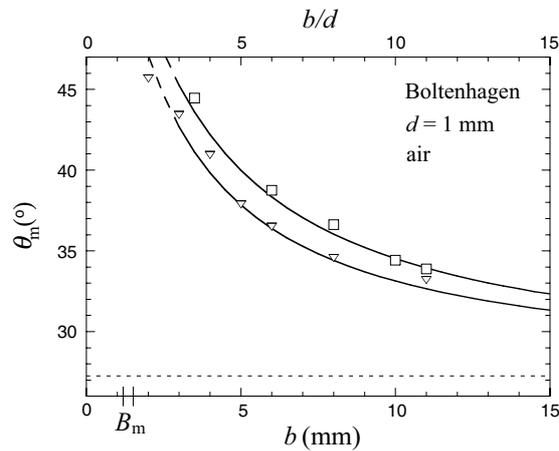


FIG. 4.21 – Evolution de θ_m avec b obtenue par Boltenhagen[15] pour des billes de verre ($d = 1 \text{ mm}$) avec des parois lisses (∇) et rugueuses (\square). (—) Modèle avec : $\theta_m^\infty = 28,5^\circ$ et $B_m = 1,2 \text{ mm}$ (∇) et $1,5 \text{ mm}$ (\square).

4.5.2 Portée des parois et diamètre des billes

Afin de déterminer l'influence du diamètre d des billes sur la longueur caractéristique, nous avons extrait les longueurs B_m et B_r de nos résultats expérimentaux et des différents résultats trouvés dans la littérature [15, 43, 48, 67, 100, 101].

Les longueurs caractéristiques obtenues $B_{m,r}$ et les nombres caractéristiques correspondant de diamètres de billes $N_{m,r} = B_{m,r}/d$ sont représentés en fonction du diamètre d des billes sur les figures 4.22 (a) et (b). Si on garde à l'esprit que ces figures regroupent des données issues d'expériences très différentes (billes de verre dans l'eau ou dans l'air, parois en verre ou en Plexiglas, en tambour tournant, en déchargeant un tas, etc.), les points sont remarquablement groupés sur une courbe maîtresse. Ceci suggère que les coefficients de Janssen K et de frottement μ entre les billes et les parois latérales, ne varient pas beaucoup d'un dispositif expérimental à l'autre. Cependant, selon les différentes façons de fabriquer un tas, les valeurs asymptotiques $\theta_{m,r}^\infty$ des angles varient beaucoup : de 14° à 29° pour l'ensemble des résultats exposés ici. Pour l'ensemble de nos expériences, elles sont comprises entre $22,5^\circ$ et $25,5^\circ$ pour θ_m^∞ et entre 22° et $24,5^\circ$ pour θ_r^∞ .

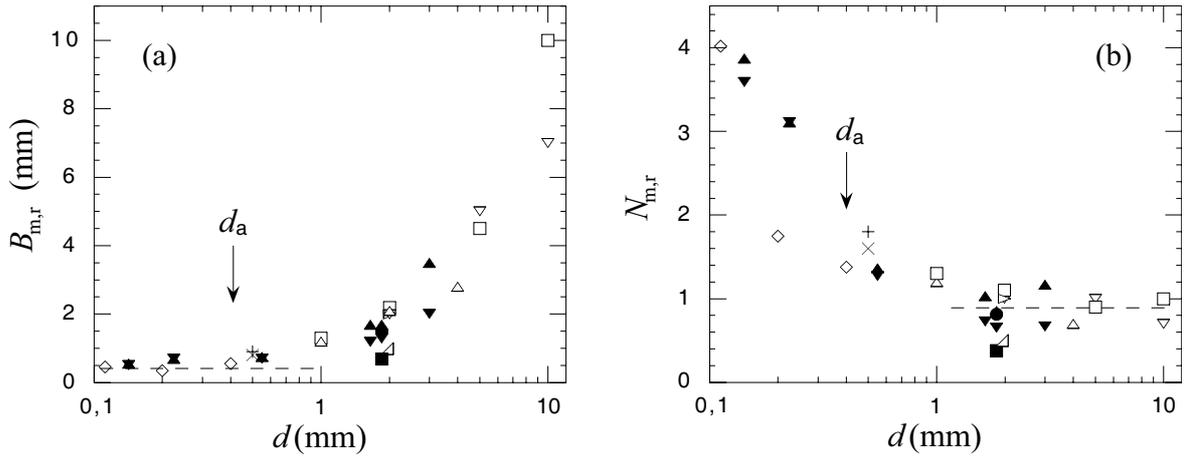


FIG. 4.22 – Longueur $B_{m,r}$ (a) et nombre de diamètres de billes $N_{m,r} = B_{m,r}/d$ (b) caractéristiques de l'effet des parois en fonction du diamètre d des billes pour nos données expérimentales de θ_m (\blacktriangle) et θ_r (\blacktriangledown) dans l'eau, de θ_m (\bullet) et θ_r (\blacksquare) dans l'air, pour les données expérimentales dans l'air de Grasselli et Herrmann [48] (θ_r , \diamond), de Boltenhagen [15] (θ_m , \triangle) et de Zhou [101] (θ_r , \square) et pour les données numériques de Zhou [100] (θ_r , ∇).

Les figures 4.22 (a) et (b) montrent clairement l'existence de deux régimes dépendant du diamètre des billes.

Pour les grosses billes ($d \gtrsim 1$ mm), $N_{m,r}$ est constant ($N_{m,r} \simeq 0,9 \pm 0,2$), la longueur caractéristique $B_{m,r}$ est ainsi proportionnelle au diamètre d des billes.

Par contre, pour les petites billes ($d \lesssim 1$ mm), la longueur caractéristique est constante ($B_{m,r} \simeq 0,4$ mm \pm 0,1 mm), faisant augmenter violemment $N_{m,r}$ quand le diamètre des billes diminue, comme l'avaient déjà observé Grasselli et Herrmann pour leurs expériences dans l'air [48].

Cas des grosses billes ($d \gtrsim 1 \text{ mm}$)

Intéressons-nous tout d'abord au cas des grosses billes. Dans ce cas, le nombre $N_{m,r}$ étant constant, le paramètre pertinent qui contrôle l'effet des parois sur les angles d'un tas est un nombre constant de billes dans l'épaisseur entre les parois. L'effet des parois latérales sur les angles est par conséquent un effet géométrique qui peut se comprendre par une redistribution des contraintes vers les parois latérales, *via* des réseaux de contacts.

$N_{m,r}$ est de l'ordre de 1 (fig. 4.22 b) mais la fonction $\theta(n = b/d)$ décroît lentement : en prenant pour $\theta_{m,r}^\infty$ une valeur de référence égale à 25° , 95 % de l'effet des parois ont disparu pour un nombre de billes entre parois $n \simeq 14$.

D'autre part, en prenant la valeur typique $K\mu = 0,2$ [75], les valeurs de h_{crac} et h_{gel} calculées avec l'équation 4.14 sont de l'ordre de 4 à 5 diamètres de billes. Cette valeur est en accord avec les épaisseurs de grains coulants durant une avalanche que nous observons. Deux images spatio-temporelles d'avalanches dans l'eau de billes de verre de 1,85 mm ($b = 52 \text{ mm}$) et 3 mm ($b = 60 \text{ mm}$) sont présentées figure 4.23. Les grains à l'arrêt apparaissent ici comme des lignes horizontales, on peut y visualiser facilement les épaisseurs coulantes. L'épaisseur coulante moyenne (h_{coulante}) que nous avons trouvée lors de ces deux expériences sur une vingtaine de réalisations, est $h_{\text{coulante}} = 4 \pm 0,5 d$, ce qui est compatible avec les valeurs de h_{crac} et h_{gel} calculées à partir des longueurs caractéristiques issues des ajustements ($h_{\text{crac,gel}} \simeq 4 - 5 d$).

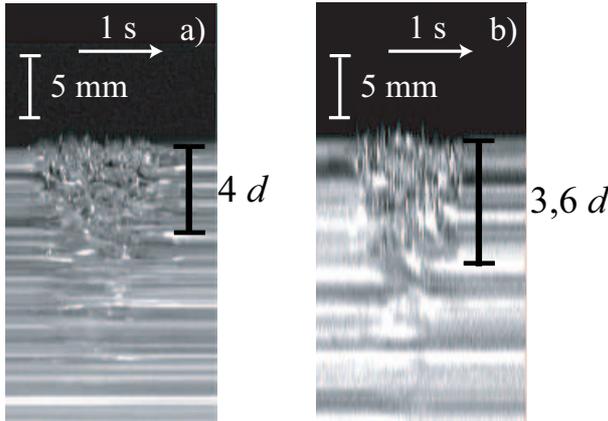


FIG. 4.23 – Images spatio-temporelles d'avalanches de billes de verre dans l'eau faites à la paroi au milieu du cylindre, perpendiculairement au tas. (a) $d = 1,85 \text{ mm}$, $b = 52 \text{ mm}$, (b) $d = 3 \text{ mm}$, $b = 60 \text{ mm}$.

Cas des petites billes ($d \lesssim 1 \text{ mm}$)

Intéressons-nous à présent au régime observé pour les petites billes ($d < 1 \text{ mm}$). Ici, la longueur caractéristique $B_{m,r}$ n'est plus proportionnelle au diamètre des billes mais tend, à mesure que le diamètre des billes diminue, vers une valeur constante de l'ordre de 0,4 mm, indépendante de d ; ceci quelles que soient les expériences (fig. 4.22 a).

En considérant la même valeur de $K\mu$ que précédemment ($K\mu = 0,2$), on obtient pour h_{crac} et h_{gel} (éq. 4.14) des valeurs de l'ordre de 2 mm tout à fait compatibles avec les épaisseurs coulantes que nous observons alors : deux images spatio-temporelles d'avalanches dans l'eau de billes de verre de 0,225 mm pour des largeurs entre parois de 5 mm et 10 mm sont présentées figure 4.24. La valeur moyenne des épaisseurs coulantes observées sur une dizaine de réalisations est $h_{\text{coulante}} = 2 \text{ mm} \pm 0,4 \text{ mm}$ pour $b = 5 \text{ mm}$ et $b = 10 \text{ mm}$. Notons qu'entre

ces deux expériences, θ_m passe de $26,2$ à 29° et θ_r de $25,8$ à $28,8^\circ$ et que l'épaisseur coulante de grains lors des avalanches reste inchangée. Ceci justifie *a posteriori*, dans une certaine mesure, notre hypothèse de l'indépendance des épaisseurs h_{crac} et h_{gel} avec l'épaisseur b entre parois. Les images spatio-temporelles illustrent par ailleurs joliment la différence des durées d'avalanches entre le régime inertiel (billes millimétriques dans l'eau, fig. 4.23, $T \sim 1$ s) et le régime visqueux (billes submillimétriques dans l'eau, fig. 4.24, $T \sim 30$ s).

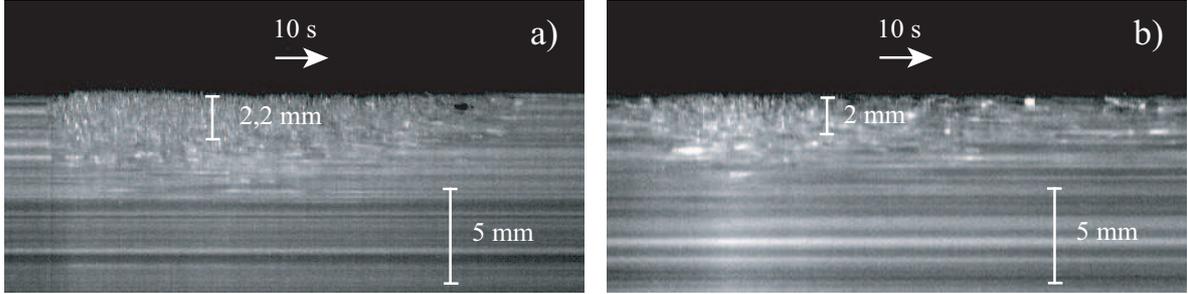


FIG. 4.24 – Images spatio-temporelles d'avalanches de billes de verre dans l'eau. (a) $d = 0,225$ mm, $b = 5$ mm. (b) $d = 0,225$ mm, $b = 10$ mm.

Une origine possible de la longueur caractéristique $B_{m,r}$ constante, dans ce régime à petits diamètres de grains, est la formation d'agrégats de billes. La cohésion due à la formation de ponts capillaires entre les grains avait été évoquée par Grasselli et Herrmann pour expliquer ce comportement singulier qu'ils observaient dans leurs expériences faites dans l'air [48]. Cependant, cette cohésion due à l'humidité ne peut pas exister dans notre dispositif lorsque les grains sont totalement immergés. De plus, l'accord entre les expériences faites dans l'eau et celles faites dans l'air nous pousse à identifier une cause unique responsable de la formation d'agrégats aussi bien dans l'eau que dans l'air. Nous allons montrer que des forces de surface telles que les forces de van der Waals entre des billes peuvent mener à la formation d'agrégats et expliquer la valeur constante de $B_{m,r}$.

Agrégats et forces de van der Waals

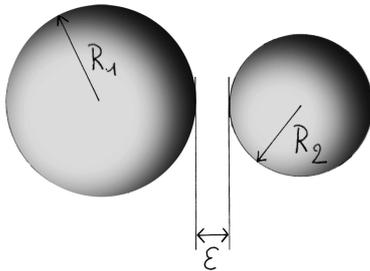


FIG. 4.25 – Deux sphères de rayons R_1 et R_2 , distantes de ϵ .

Les forces de van der Waals sont des forces de faible portée d'interactions moléculaires. L'énergie de van der Waals entre deux sphères de rayons respectifs R_1 et R_2 séparées d'une faible distance ϵ ($\epsilon \ll R_1, R_2$, fig. 4.25) est

$$W(\epsilon) = -\frac{A}{6\epsilon} \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}, \quad (4.20)$$

où A , qui a la dimension d'une énergie, est la constante de Hamaker [56].
La force d'attraction (ou de répulsion) correspondante est alors :

$$F(\epsilon) = \frac{-A}{6\epsilon^2} \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}, \quad (4.21)$$

La constante de Hamaker (toujours attractive entre deux corps de même nature) calculée selon la théorie de Lifshitz⁴ [56] vaut, pour deux corps en verre, 10^{-19} J dans l'air et 10^{-20} J dans l'eau.

Comme la grande majorité des solides, les billes de verre utilisées dans les expériences modèles sont rugueuses (fig. 4.26 a). On néglige alors souvent les forces de van der Waals concernant des billes de diamètre supérieur à $100 \mu\text{m}$, la portée des forces de van der Waals étant dérisoire devant la taille typique des rugosités. Cependant, la force d'adhésion entre deux billes de verre de rayon R_b en contact par une rugosité typique de rayon R_r peut être calculée, non pas entre deux billes à la distance $\epsilon = R_r$, mais entre une bille de rayon R_b et une rugosité de rayon R_r en contact parfait, soit pour $\epsilon = \delta$ où δ est la taille d'une molécule (fig. 4.26 b) [1, 84].

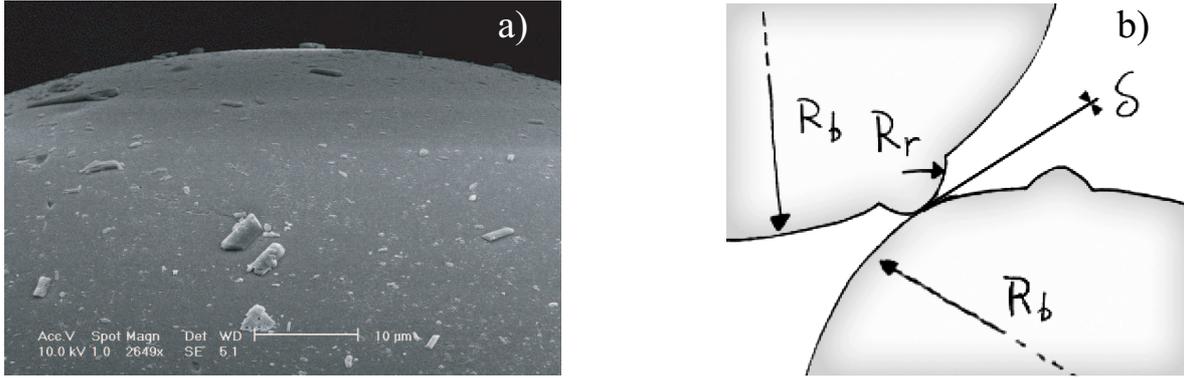


FIG. 4.26 – (a) Photo d'une de nos billes de verre vue au microscope électronique ($d = 150 \mu\text{m}$) (photo prise par D. Vion, SPEC C.E.A. Saclay). (b) Contact entre deux billes rugueuses.

Les forces de van der Waals ainsi exprimées entre deux billes rugueuses ne sont pas négligeables et peuvent mener à la formation d'agrégats. La taille de l'agrégat peut être estimée de la façon suivante : une bille appartient à l'agrégat si les forces de van der Waals entre elle et le reste de l'agrégat peuvent supporter le poids de l'agrégat (fig. 4.27). Le diamètre d_a d'un agrégat vérifie donc l'égalité suivante entre les forces de van der Waals correspondantes et le poids de l'agrégat :

$$3 \frac{A R_b R_r}{6 \delta^2 (R_b + R_r)} = \frac{1}{6} \pi d_a^3 c_0 \Delta \rho g, \quad (4.22)$$

en considérant qu'une bille périphérique est en contact avec le reste de l'agrégat en trois points et où c_0 est la fraction volumique occupée par les billes et $\Delta \rho$ la masse volumique apparente des billes (différence de densité : $\rho_{\text{bille}} - \rho_{\text{milieu}}$). Nous avons observé nos billes de verre au microscope électronique (fig. 4.26 a). Leur rugosité typique, de l'ordre de $1 \mu\text{m}$, est

4. Dans la théorie de Lifshitz la constante de Hamaker est exprimée à partir des propriétés macroscopiques des milieux considérés.

indépendante de la taille des billes et négligeable devant le rayon des billes ($R_r \ll R_b$). Le diamètre de l'agrégat est ainsi indépendant du diamètre des billes le constituant et vaut :

$$d_a = \left(\frac{3 A R_r}{\pi c_0 \delta^2 \Delta \rho g} \right)^{1/3}. \quad (4.23)$$

Les diamètres d_a des agrégats de billes ainsi calculés valent $d_a \simeq 0,3$ mm pour des billes de verre dans l'eau et $d_a \simeq 0,5$ mm pour des billes de verre dans l'air (avec $c_0 = 0,6$, $\delta = 0,2$ nm, $A = 10^{-20}$ J et $\Delta \rho = 1500$ kg.m $^{-3}$ dans l'eau et $A = 10^{-19}$ J et $\Delta \rho = 2500$ kg.m $^{-3}$ dans l'air).

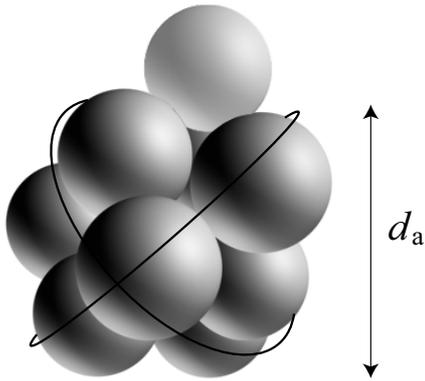


FIG. 4.27 – (b) Agrégat de diamètre d_a qu'une bille périphérique (claire) ne peut pas “porter”.

On observe sur la figure 4.22 que la valeur $d_a \simeq 0,4$ mm prédit assez bien la transition entre les deux régimes. De plus, de la même façon que la longueur caractéristique de l'effet des parois $B_{m,r}$ est de l'ordre de d pour les grosses billes ($d > d_a$), $B_{m,r}$ est de l'ordre de d_a soit 0,4 mm pour les petites billes ($d < d_a$). Le paramètre pertinent qui contrôle l'effet des parois latérales sur la stabilité d'un tas, lorsque le diamètre des billes est inférieur à d_a , est ainsi un nombre constant d'agrégats dans l'épaisseur entre les parois.

En immergeant les billes non plus dans l'eau mais dans un liquide dont l'indice optique serait le même que celui des billes, les forces de van der Waals deviendraient en principe négligeables (forces de dispersion nulles, cf. théorie de Lifshitz [56]). Il pourrait donc être intéressant à l'avenir de répéter les expériences (angles du tas en fonction de l'épaisseur entre les parois) en adaptant au mieux l'indice optique du liquide sur celui des billes de verre et d'observer (!) si, comme nous le prédisons, la longueur caractéristique de l'effet des parois sur les angles en est diminuée.

Une longueur caractéristique de l'ordre de quelques diamètres de billes (ou d'agrégats) n'est pas nouvelle et sort fréquemment des expériences impliquant un milieu granulaire. Pouliquen [81], Daerr et Douady [30] ont étudié les écoulements granulaires sur plan incliné : ils ont montré que lorsque l'on augmente l'épaisseur de matériau sur le plan, les valeurs des angles de repos et des angles de mouvement diminuent, et atteignent des valeurs asymptotiques sur des épaisseurs de grains caractéristiques de quelques diamètres de billes. D'autre part, dans les expériences de Couette, les profils de vitesses dans la bande de cisaillement d'un matériau granulaire [53, 68, 72], tout comme la queue des profils de vitesses moyennes dans les écoulements sur fond meuble [16, 65] (correspondant à une zone de fluage), décroissent exponentiellement avec la profondeur sur des longueurs caractéristiques de quelques diamètres de billes.

4.5.3 Comparaison de la portée sur l'angle de mouvement à celle sur l'angle de repos

Pour une même série de données, la portée B_m de l'effet des parois sur l'angle de mouvement est systématiquement supérieure à la portée B_r sur l'angle de repos. Ce fait cohérent au regard de notre modèle ($K\mu$ inférieur en dynamique par rapport au cas statique) explique l'augmentation observée expérimentalement de l'amplitude $\Delta\theta$ des avalanches quand la distance b entre les parois diminue. Bien qu'il n'existe qu'un petit nombre de données pour lesquelles nous disposons de B_m et B_r , nous les comparons et proposons quelques éléments de réponse aux résultats obtenus.

Afin de comparer les différentes diminutions de la portée de l'effet des parois dans le cas dynamique B_r par rapport au cas statique B_m , nous avons tracé sur la figure 4.28 (a) le rapport B_m/B_r en fonction du diamètre des billes. Sur la figure 4.28 (a) nous avons dissocié les valeurs correspondant au cas immergé (■) de celles correspondant au cas sec (Δ , \blacktriangle). Nous rappelons que toutes les expériences présentées dans ce chapitre concernent exclusivement des billes de verre.

Dans l'eau, le rapport B_m/B_r augmente indéniablement avec le diamètre des billes. Dans l'air, si l'on croit le rapport B_m/B_r extrait de l'expérience de Liu *et al.* [67] ($d = 0,5$ mm), seul point qui nous permet de tracer une tendance, le rapport B_m/B_r semble également augmenter avec d et ce, plus fortement que dans l'eau. Dans le chapitre 3 nous avons montré, pour les avalanches dans l'eau, que les grains s'écoulent d'autant plus vite que leur diamètre est élevé. Des expériences sur le frottement ont montré qu'en régime de glissement inertiel, le coefficient de frottement dynamique diminue dans un premier temps puis augmente lorsque la vitesse de glissement augmente, la valeur de la vitesse de glissement à la transition est de l'ordre de $1 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$ [11]. Si, en phase d'arrêt, les vitesses des grains correspondent au premier cas (vitesse billes / parois $\lesssim 1 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$), un contraste de plus en plus élevé entre les coefficients de friction statique et dynamique est une interprétation possible de l'augmentation du rapport B_m/B_r avec d .

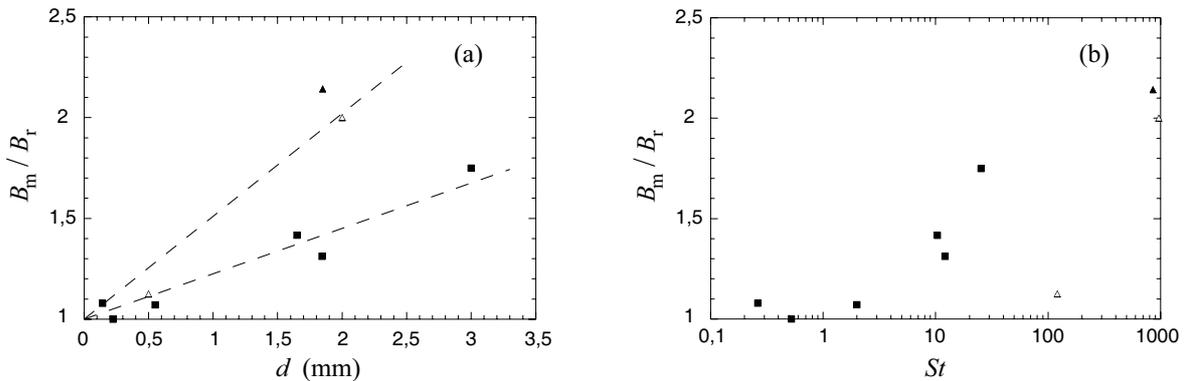


FIG. 4.28 – Rapport B_m/B_r en fonction du diamètre des billes (a) et du nombre de Stokes (b). ■ : expériences dans l'eau, \blacktriangle , Δ : expériences dans l'air. Les symboles pleins correspondent à nos expériences, les symboles vides correspondent aux expériences de Liu *et al.* [67] ($d = 0,5$ mm, $St \simeq 120$) et de Félix [43] ($d = 2$ mm, $St \simeq 1000$).

Sur la figure 4.28 (b) est tracé le rapport B_m/B_r en fonction du nombre de Stokes qui compare l’inertie du grain aux effets visqueux du fluide. Ce nombre est le paramètre pertinent pour caractériser le coefficient de restitution de billes immergées. À bas nombre de Stokes ($\lesssim 10$, effets visqueux du fluide prépondérant), les grains ne rebondissent pas. Pour des valeurs du nombre de Stokes supérieures à 10 (inertie du grain prépondérante), les billes rebondissent et, avec l’augmentation du nombre de Stokes, le coefficient de restitution observé se rapproche de la valeur maximale du grain considéré. Dans le chapitre 3, nous avons établi un parallèle entre cette étude et l’observation expérimentale de la diminution de l’amplitude des avalanches avec le nombre de Stokes. À mesure que le nombre de Stokes diminue, l’énergie cinétique des grains est de plus en plus dissipée dans le fluide. Ceci a probablement pour effet de diminuer la compacité des couches superficielles du tas et, parce que le tas est ainsi plus “fragile”, l’angle de mouvement et *a fortiori* l’amplitude diminuent avec le nombre de Stokes. Il est ainsi probable que le contraste de compacité, entre le tas statique et les couches de grains mises en mouvement lors d’une avalanche, diminue avec le nombre de Stokes; la dilatance étant alors de plus en plus faible. Ovarlez [75, 78] ayant montré que le coefficient K de Janssen évolue⁵ comme la compacité C , ceci peut donc expliquer que le rapport B_m/B_r tend vers 1 lorsque le nombre de Stokes diminue. Cette interprétation donne néanmoins peu de crédit au point issu de l’expérience de Liu *et al.* [67] ($St \simeq 120$) dont nous ignorons par ailleurs le dispositif expérimental; le point à $St \simeq 1000$ est issu d’une expérience de Félix [43] faite dans un dispositif expérimental semblable au nôtre: un tambour tournant avec des parois de verre.

4.6 Quelques précisions sur le modèle

Le modèle que nous avons présenté est simple. Il fait l’hypothèse que la pression ne dépend que de la profondeur, perpendiculairement à la surface du tas (éq. 4.4). Ceci suppose que le plan de glissement de la couche mobilisée lors de l’avalanche est parallèle à la surface libre du tas (éq. 4.6). D’autre part, il ne prend pas explicitement en compte les conditions aux limites en haut et en bas du tas (à chaque extrémité du diamètre D du tambour). Ces conditions aux limites sont supposées implicitement comprises dans la valeur asymptotique de l’angle considéré (θ_m^∞ ou θ_r^∞), à travers le frottement de l’épaisseur de grains qui va “couler” ou “geler” sur le reste du tas.

Ce frottement de Coulomb est le critère de stabilité du tas qu’il soit confiné ou non entre des parois. Il permet dans l’équation 4.6 de rendre compte d’une diminution de la résistance au déclenchement de l’avalanche, lorsqu’en présence de parois l’angle du tas est supérieur à sa valeur asymptotique. Nous proposons dans un premier temps une justification microscopique du choix d’un tel critère de stabilité. Puis nous explicitons les différences entre le modèle proposé dans ces pages et le modèle publié dans *Europhysics Letters* [26].

5. $K \simeq 1,2$ pour $C \simeq 0,65$ et $K \simeq 0,8$ pour $C \simeq 0,59$ [75, 78]. En régime continu d’avalanche à forte vitesse de rotation du tambour, la compacité dans l’épaisseur coulante de grains est $C \simeq 0,3 - 0,4$ [16].

4.6.1 Analogie entre la diminution du frottement et la diminution des pièges

Reprenons l'équation d'équilibre de la couche de grains d'épaisseur h_{crac} au seuil de rupture, écrite tangentielle à la surface du tas :

$$\rho g b D h_{\text{crac}} \sin \theta_m(b) = \rho g D b h_{\text{crac}} \cos \theta_m(b) \tan \theta_m^\infty + 2 F_{\text{paroi}}, \quad (4.24)$$

où ρ , g , b et D sont respectivement la masse volumique du milieu, la gravité, l'écart entre parois et la longueur du cylindre. Dans cette équation, le terme de gauche, le premier et le deuxième terme de droite sont respectivement la norme du poids de la couche projetée selon \vec{t} (force déstabilisante), la norme de la force de frottement entre la couche et le reste du tas et la norme de la force de frottement entre la couche de grains et les parois (forces stabilisantes). Lorsqu'à cause des parois, l'angle du tas θ augmente au dessus de θ_m^∞ , la force déstabilisante augmente ($\sin \theta$ dans l'équation 4.24) et la force stabilisante de frottement entre la couche de grains qui va "couler" et le reste du tas diminue ($\cos \theta$ dans l'équation 4.24). Il est intéressant de noter que cette diminution, qui s'exprime ici en terme de frottement de Coulomb, peut trouver une formulation microscopique identique en considérant la stabilité d'un grain du point de vue des pièges comme nous le montrons ci-dessous.

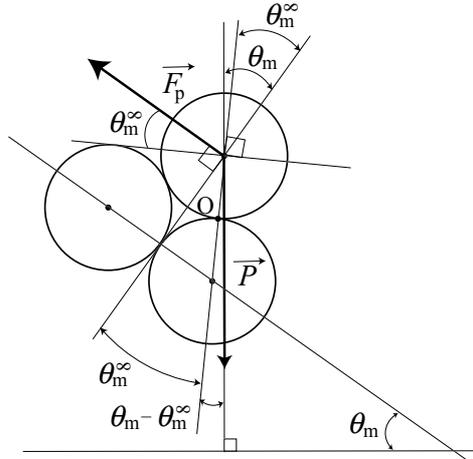


FIG. 4.29 – Grain au seuil d'écoulement soumis à son poids \vec{P} et à une force de frottement liée aux parois \vec{F}_p .

Considérons le cas à deux dimensions d'un grain dans la condition de roulement sans glissement, logé dans l'espace que créent les deux grains de la couche inférieure qui lui sont adjacents (fig. 4.29). Sans l'effet des parois, le grain démarre pour une inclinaison du tas θ_m^∞ , lorsqu'il est aligné verticalement avec le grain qui lui fait obstacle. En présence de parois, le grain est soumis en plus de son poids \vec{P} à une force de frottement liée aux parois F_p parallèle à la surface du tas. Au seuil de roulement, le tas est cette fois incliné d'un angle θ_m , supérieur à θ_m^∞ . En raisonnant sur les moments des forces au point de contact O (avec le grain qui lui fait "obstacle") :

$$P \sin(\theta_m - \theta_m^\infty) = F_p \cos \theta_m^\infty \quad (4.25)$$

soit

$$P \sin \theta_m = P \cos \theta_m \tan \theta_m^\infty + F_p. \quad (4.26)$$

On retrouve bien l'égalité entre une force déstabilisante en $\sin \theta_m$ et deux forces stabilisantes : une en $\cos \theta_m \tan \theta_m^\infty$ et l'autre, F_p , liée aux parois.

Cette vision simpliste d'un grain roulant sans glissement suppose qu'il n'y a pas de réarrangement des grains lors de l'inclinaison du tas depuis θ_m^∞ à θ_m . Ainsi, la formulation dans notre modèle d'un critère de stabilité du tas *via* un frottement de Coulomb entre la couche d'épaisseur h_{crac} et le reste du tas, avec un coefficient de frottement macroscopique (lié aux pièges) indépendant de l'angle d'inclinaison du tas et *a fortiori* de la distance b entre parois, semble supposer également que l'arrangement et la compacité des grains ne changent pas significativement selon l'écart entre parois.

4.6.2 Différence avec le modèle présenté dans *Europhysics Letters*

L'étude présentée dans ce chapitre a en partie fait l'objet d'une publication dans *Europhysics Letters* [26]. Le modèle que nous avons alors proposé est légèrement différent de celui que nous avons exposé dans ce chapitre. Ce sont ces différences que nous explicitons à présent.

Le critère de stabilité que nous venons de discuter constitue la principale différence avec le modèle proposé dans l'article [26]. Sans effet des parois, plutôt qu'une égalité entre la composante tangentielle du poids de la couche d'épaisseur $h_{\text{crac, gel}}$ et la force de frottement de Coulomb : $\sin \theta_{m,r} = \cos \theta_{m,r} \tan \theta_{m,r}^\infty$, nous avons alors choisi une valeur seuil constante comme critère de stabilité : $\sin \theta_{m,r} = \sin \theta_{m,r}^\infty$.

Lors de la présentation du modèle dans le paragraphe 4.3.2, nous avons discuté de la direction de mobilisation des forces de frottement aux parois et avons choisi, arguments à l'appui, de négliger les forces de frottement tendant à faire saturer la pression (éq. 4.5). Dans le modèle présenté dans [26], la mobilisation du frottement aux parois était supposée équivalente dans la direction tangentielle et la direction normale au tas ($\mu_t = \mu_n$). L'expression de l'angle de mouvement ou de repos en fonction de la distance entre parois était alors :

$$\frac{\sin \theta_{m,r}(b) - \sin \theta_{m,r}^\infty}{\cos \theta_{m,r}(b)} = 1 - \frac{b}{2 B_{m,r}} \left[1 - \exp \left(-\frac{2 B_{m,r}}{b} \right) \right], \quad (4.27)$$

soit pour $b \gg B_{m,r}$:

$$\frac{\sin \theta_{m,r}(b) - \sin \theta_{m,r}^\infty}{\cos \theta_{m,r}(b)} \simeq \frac{B_{m,r}}{b}. \quad (4.28)$$

L'équation 4.28 est le développement de l'équation 4.27 dans la limite $b \gg B_{m,r}$ (soit finalement $b > 3d$) et revient à considérer comme nous l'avons fait ici que la pression dans la couche superficielle d'épaisseur $h_{\text{crac, gel}}$ est hydrostatique. Les expressions 4.27 et 4.28 sont finalement peu différentes du modèle proposé dans ce manuscrit et permettraient tout aussi bien de décrire les données expérimentales. Cependant, elles ne prennent pas en compte la disparition des pièges explicitée dans le paragraphe précédent, au fur et à mesure que θ augmente. L'expression (éq. 4.13) proposée dans ce manuscrit possède également l'avantage, même si ce n'est pas un argument physique, d'être plus simple et explicite en θ_m contrairement aux équations 4.27 et 4.28. Par contre, dans l'équation non simplifiée 4.27, la valeur (non physique) de l'angle de mouvement ou de repos à $b = 0$ dépend de la valeur asymptotique de l'angle $\theta_{m,r}^\infty$, ce qui n'est pas le cas du modèle proposé ici (éq. 4.13) pour lequel $\theta_{m,r}(0) = 90^\circ$. On pouvait

trouver plaisante cette “mémoire” de la valeur asymptotique qui est une caractéristique du tas.

4.7 Conclusion

Nous avons étudié expérimentalement, dans une géométrie de tambour tournant, l'effet du confinement entre deux parois latérales sur la stabilité d'un tas de grains. Le confinement d'un tas entre parois latérales améliore la stabilité de l'empilement de grains, faisant augmenter la valeur des angles caractéristiques du tas à mesure que la distance entre parois diminue.

Cet effet peut s'expliquer par la présence de forces de frottement entre le tas et les parois, induite par la redirection vers les parois d'une partie des contraintes internes au tas. Le modèle que nous avons proposé possède deux paramètres d'ajustement : la valeur de l'angle sans effet de parois et la longueur caractéristique de la portée de l'effet des parois sur l'angle du tas. Cette distance entre parois caractéristique dépend du coefficient de friction entre les grains et les parois, du coefficient de redirection des contraintes (coefficient de Janssen) et d'une épaisseur de grains. Ce modèle, testé sur nos données et toutes les données trouvées dans la littérature, permet de rendre compte de l'augmentation des angles caractéristiques avec le confinement, quelle que soit la géométrie expérimentale. Les valeurs des paramètres issus des ajustements sont cohérentes avec les valeurs couramment admises des coefficients de friction et de Janssen et avec les épaisseurs de couches de grains coulantes observées expérimentalement. De plus, ce modèle peut expliquer l'augmentation de l'hystérésis avec le confinement et l'augmentation de la portée avec la rugosité des parois.

Nos expériences, principalement menées en immergeant le tas, couvrent une large gamme de tailles des grains qui forment l'empilement. De ce fait, et avec le support des données récoltées dans la littérature, nous avons pu mettre en évidence deux régimes pour la portée de l'effet des parois sur les angles en fonction du diamètre des grains. Pour les gros grains, la longueur caractéristique est proportionnelle à leur diamètre. Par contre, pour les petits grains, la longueur caractéristique est constante. Cette valeur constante peut s'expliquer par la formation d'agrégats de grains, due à des forces de surface de type van der Waals. La portée des parois correspond alors à un nombre constant d'agrégats de billes et l'effet des parois sur les angles reste donc un effet géométrique.

Chapitre 5

Perspectives : des expériences plus “microscopiques”

5.1 Motivations

Dans le chapitre 3, *Avalanches en milieu fluide*, nous avons montré l’existence de trois régimes d’avalanche selon l’influence du fluide interstitiel sur la dynamique des avalanches. Les deux nombres sans dimension qui contrôlent le régime d’avalanche ont été déduits de la chute élémentaire d’un grain sur son voisin dans un fluide infini. Nous avons alors construit, pour chacun des trois régimes, une durée d’avalanche en ayant une vision extrêmement simple, celle d’un grain parcourant la longueur du tas en une succession de chutes élémentaires. Les différents régimes ont pu être mis en évidence expérimentalement en mesurant une quantité macroscopique de l’écoulement : sa durée.

Si à présent, on veut aller plus loin dans la description d’une avalanche, on ne peut se contenter des seules mesures de l’hystérésis et de la durée des avalanches. La relaxation de l’angle de talus durant une avalanche donne accès au débit de matière mais on ne connaît pas l’épaisseur coulante de grains et son évolution durant l’avalanche. Bien que des images spatio-temporelles de l’écoulement puissent en donner une idée, on ne peut pas en faire une mesure pleinement satisfaisante sans connaître la nature du profil de vitesse dans la profondeur.

Dans cette optique, nous nous intéressons maintenant au déroulement d’une avalanche d’un point de vue plus “microscopique”, celui du grain, en mesurant le champ de vitesse des grains. Bien que ce type de mesures soit courant en régime continu d’avalanches [6, 16, 64], cela n’a jamais été fait, à notre connaissance, en régime d’avalanches intermittentes où l’écoulement est instationnaire.

5.2 Principe de l’expérience

A ce jour, la plupart des expériences où la vitesse des grains est mesurée utilisent un système d’imagerie permettant la reconnaissance et le suivi des particules [6, 16]. Ainsi, ces expériences concernent généralement des écoulements 2D voir quasi-2D de billes très monodisperses (en métal). Ce type de technique est difficilement utilisable pour de grands espacements entre parois avec des billes de verre translucides et nettement moins monodisperses. Notre dispositif expérimental est donc différent de ceux généralement mis en place en ce que nous mesurons le champ de déplacement des grains par une méthode de corrélation d’images (PIV).

5.2.1 Dispositif expérimental

Ecoulement dans la profondeur

Une photo du dispositif expérimental permettant l'étude de l'écoulement des grains à la paroi est présentée sur la figure 5.1. Mise à part la méthode de visualisation, il est en tout point identique à celui présenté dans le chapitre 2.

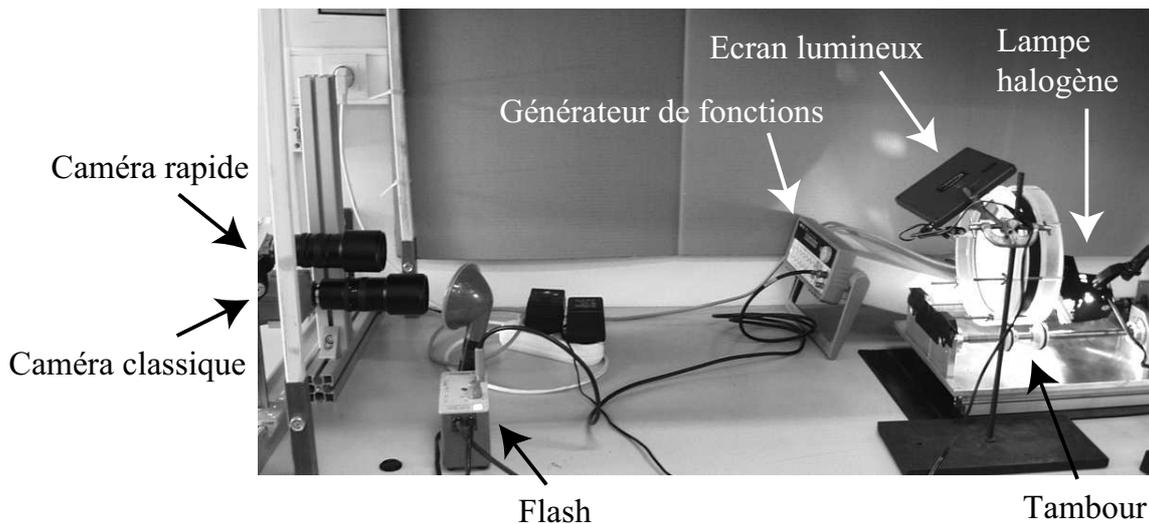


FIG. 5.1 – *Dispositif expérimental pour l'étude de l'écoulement des grains à la paroi dans la profondeur.*

Pour avoir accès aux vitesses, le tas est filmé sur une petite fenêtre au centre de l'interface, orientée parallèlement à la position moyenne de la surface du tas, à l'aide d'une caméra rapide Photron, la Fastcam-super! Cette caméra fournit jusqu'à 1000 images par seconde en 256 niveaux de gris. Lors de nos expériences, la résolution des images était de 240×256 pixels et la vitesse d'acquisition de 500 images par seconde. Le faible temps d'ouverture du diaphragme demande un éclairage de forte intensité et constant. La région filmée est donc éclairée par une lampe halogène. Cette lampe est placée derrière le tambour et éclaire les grains observés à la paroi avant, à travers toute la couche de grains entre parois. Ainsi, l'éclairage est diffus et l'image n'est pas "polluée" par des reflets à la surface des billes dont le déplacement est peu corrélé à celui des grains. Une image des grains à la paroi acquise par la caméra rapide est présentée sur la figure 5.2.

Pour avoir accès à l'angle de talus durant une avalanche, l'ensemble du tas est également filmé avec une caméra analogique classique CCD (Cohu) à 25 images par seconde. La lampe halogène n'éclairant que le centre du tas, le tas tout entier est éclairé *via* un écran lumineux. Cet écran est ici préférable au tube Néon utilisé précédemment dont l'intensité lumineuse n'est pas constante à haute fréquence. En effet, la méthode de calcul des champs de vitesse que nous utilisons se base sur la corrélation des niveaux de gris entre images successives et est donc assez sensible aux variations de luminosité.

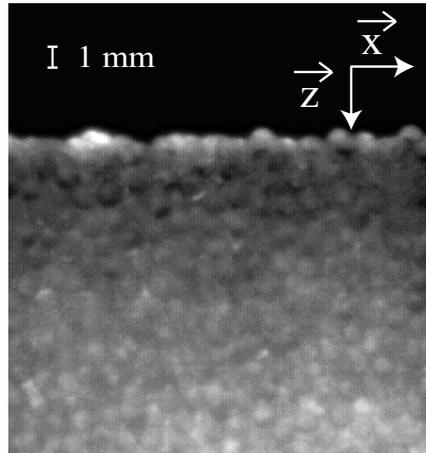


FIG. 5.2 – Image des grains à la paroi acquise par la caméra rapide. Les vecteurs \vec{x} et \vec{z} sont respectivement parallèle et perpendiculaire à l'écoulement moyen.

Afin de comparer l'angle de talus déduit des images fournies par la caméra classique, et la vitesse des grains à la paroi déduite des images de la caméra rapide, nous avons besoin d'un instant de référence. Un flash dont la fréquence est contrôlée par un générateur de fonctions est donc orienté vers les deux caméras. Le flash est de durée inférieure au temps d'ouverture des deux caméras. Il en résulte ainsi pour la caméra rapide et la caméra lente, respectivement une image blanche et une image d'intensité lumineuse plus grande. Ces deux images, pour peu qu'elles n'aient pas lieu durant une avalanche, servent alors de référence temporelle.

Écoulement de surface entre les parois

Le dispositif expérimental pour l'étude de l'écoulement à la surface libre du tas est présenté sur l'image 5.3.

La surface du tas est ici indirectement éclairée par une lampe halogène *via* un écran blanc qui diffuse la lumière et minimise les reflets.

La tranche du tambour (cales en caoutchouc) étant opaque, on ne peut pas placer la caméra rapide perpendiculairement à la surface du tas ; elle est donc légèrement décalée dans le plan perpendiculaire à l'écoulement. Elle est disposée le plus loin possible du tas pour minimiser la déformation de l'image qui dépend des angles d'inclinaison et d'ouverture de la caméra (respectivement de l'ordre de 30 et 2° pour nos expériences). Une image de la surface libre du tas acquise par la caméra rapide est présentée sur la figure 5.4. On peut remarquer que si la position de la paroi arrière (en haut de l'image) est facile à déterminer, celle de la paroi avant est beaucoup plus floue puisque la caméra, telle qu'elle est disposée, filme également une partie des grains situés à la paroi avant, dans la profondeur du tas. Pour identifier la position de cette paroi, le profil de vitesse des grains dans l'épaisseur entre parois est moyenné sur la totalité de l'avalanche. Ainsi, on obtient un profil bien symétrique dont la valeur est identique à chacune des parois et dont la valeur maximale est au centre de l'espace entre parois. Il serait cependant souhaitable d'améliorer ce point en disposant de cales en partie transparentes pour pouvoir placer verticalement la caméra.

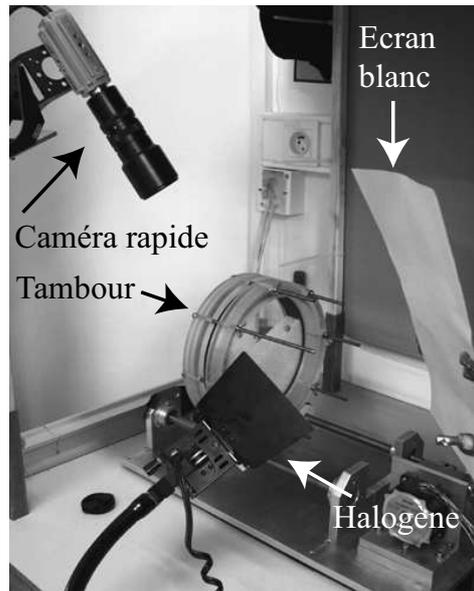


FIG. 5.3 – Dispositif expérimental pour l'étude de l'écoulement des grains à la surface libre entre les parois.

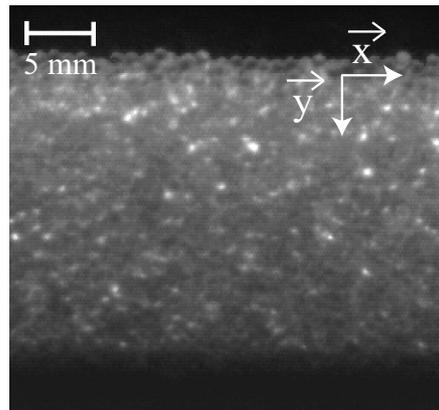


FIG. 5.4 – Image de la surface libre entre parois vue de la caméra rapide. Les vecteurs \vec{x} et \vec{y} sont respectivement parallèle et perpendiculaire à l'écoulement moyen.

5.2.2 Traitement des images : mesure du champ de vitesse par PIV

Bien que les billes soient identifiables à l'œil sur les images acquises par la caméra rapide (fig. 5.2 et 5.4), on ne peut pas utiliser un logiciel de reconnaissance des grains. Pour avoir accès aux vitesses des grains, nous utilisons donc le logiciel commercial Davis de vélocimétrie par images de particules (PIV). Ce logiciel calcule les déplacements par la corrélation de deux images successives. Il "découpe" l'image n en petites fenêtres carrées d'une dizaine de pixels et recherche pour chacune des fenêtres, sur l'image suivante $n + 1$, la zone carrée dont le motif est le mieux corrélé à la fenêtre considérée de l'image n . Ainsi, il associe un déplacement à chacune des fenêtres de l'image n avec un niveau de bruit de l'ordre du dixième de pixel. Cette résolution inférieure au pixel est due au fait que la recherche de corrélation ne concerne

pas un pixel mais un carré. A une position de l'image n est donc associée sur l'image $n + 1$ une position avec un maximum de corrélation mais aussi les positions alentours de corrélation inférieure. La fonction de corrélation est alors ajustée par une gaussienne dont le sommet correspond à la position la plus probable, de façon plus précise que la position du maximum de la fonction de corrélation. Pour optimiser le calcul et éviter des déplacements incohérents, la recherche dans l'image $n + 1$ est limitée à une zone voisine de la fenêtre de l'image n . Nous n'avons donc pas à proprement parler accès aux déplacements des billes mais à ceux de petites zones carrées. Néanmoins, la recherche de déplacements peut être raffinée à de toutes petites zones de taille identique (voire inférieure) à la taille des grains. Dans notre cas, le champ des déplacements est calculé tous les 4 pixels à partir de fenêtres mesurant 8×8 pixels, le diamètre d d'un grain valant environ 12 pixels. Le déplacement optimal mesurable entre deux images avec notre dispositif expérimental est de l'ordre de 5 pixels, ce qui correspond au déplacement maximum des grains entre deux images séparées de 0,004 s. Le champ de déplacements obtenu entre l'image de la figure 5.2 et l'image prise 1/250^{ème} de seconde après est présenté sur la figure 5.5.

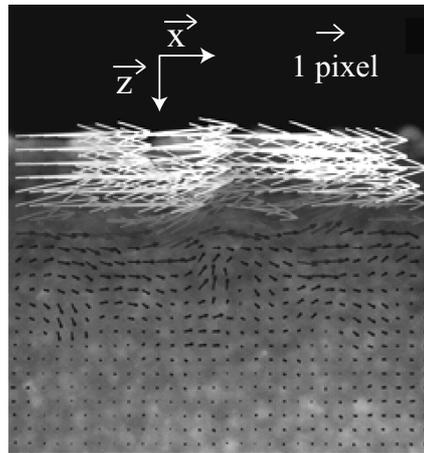


FIG. 5.5 – *Champ de déplacements entre l'image de la figure 5.2 et l'image qui la suit de 0,004 s.*

Les champs de déplacements d'une avalanche, calculés par le logiciel Davis, sont enregistrés dans des fichiers texte puis traités avec le logiciel Igor. Nous nous sommes uniquement intéressés, dans un premier temps, aux déplacements parallèles à la surface libre du tas¹, suivant \vec{x} sur les images 5.4 et 5.5. En moyennant les vecteurs déplacement de même profondeur z , ou même distance y au milieu entre parois, sur toute la largeur de la fenêtre, nous calculons pour chaque paire d'images séparées de 1/250^{ème} de seconde, le profil de vitesse $u(z)$ ou $u(y)$ suivant \vec{x} .

Précisons que l'angle d'inclinaison du tas variant durant une avalanche, le déplacement moyen des grains n'est pas toujours parfaitement parallèle au vecteur \vec{x} selon lequel les vitesses $u(z)$ et $u(y)$ sont moyennées. Pour que le défaut de parallélisme entre la caméra rapide et la surface libre du tas qui en découle soit minimum, elle est placée de façon à ce qu'elle soit parallèle à

1. Comme on peut l'observer sur l'image 5.5, l'écoulement est fortement "stratifié" parallèlement à la surface libre; des travaux très récents [52] rapportent cependant une légère diffusion lagrangienne des particules perpendiculairement à l'écoulement moyen.

la surface du tas vers le milieu de l'avalanche. L'amplitude d'une avalanche dans l'air étant typiquement de l'ordre de 3° , le défaut de parallélisme est très faible. La vitesse des grains diminuant avec la profondeur et avec la distance y au milieu de l'espace entre parois, la valeur moyenne à une profondeur z ou distance y donnée est respectivement quelque peu sous-estimée ou sur-estimée. Cependant, il est important de préciser que ce faible défaut de parallélisme n'entraîne aucune erreur sur la forme du profil, sur la valeur du gradient de vitesse et sur la longueur caractéristique.

Les films issus de la caméra classique nous permettent d'avoir accès à la relaxation de l'angle de talus durant une avalanche. Le traitement est alors identique à celui décrit dans le paragraphe 2.4.

5.3 Premiers résultats

Nous rapportons à présent les premiers résultats obtenus dans l'air avec des billes de verre de 1 mm de diamètre. Le diamètre D du tambour mesure ici 17 cm et l'écart b entre parois est de 2,5 cm. La vitesse d'acquisition de la caméra rapide est de 500 images par seconde et le calcul des déplacements sous Davis est fait entre deux images séparées de 0,004 s. Ainsi, nous disposons de 500 profils de vitesse par seconde résultant du déplacement moyen des grains sur 0,004 s. Le niveau de bruit des profils de vitesse est de l'ordre de 1 mm.s^{-1} .

La figure 5.6 présente des profils de vitesse typiques des grains à la paroi suivant la profondeur (a) et entre les parois à la surface du tas (b). On peut d'ores et déjà remarquer que la vitesse des grains à la paroi décroît rapidement avec la profondeur, selon une loi qui semble exponentielle (fig. 5.6 a). Le profil de vitesse des grains à la surface du tas entre les parois est incurvé avec une forte composante de vitesse de glissement aux parois, égale à plus de la moitié de la vitesse du milieu entre parois (fig. 5.6 b).

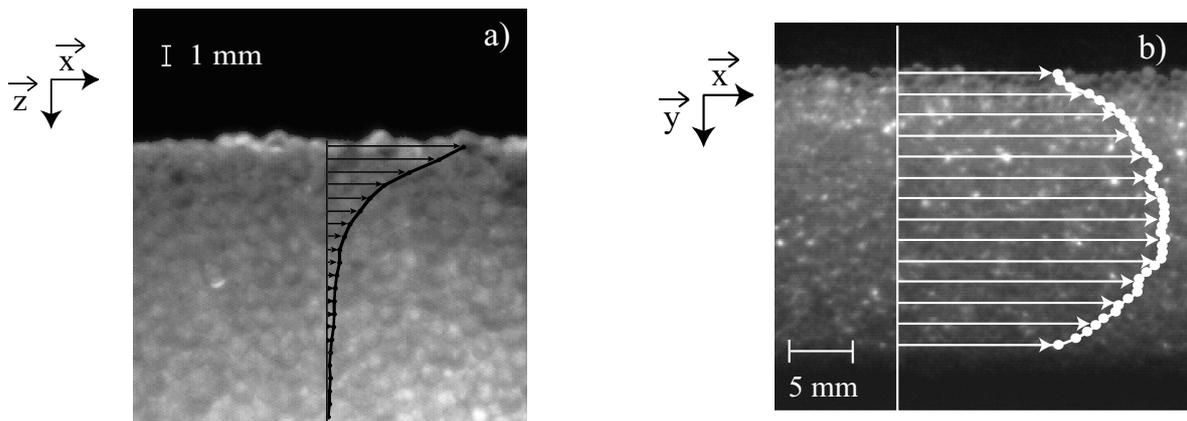


FIG. 5.6 – Profil de vitesse typique dans l'épaisseur coulante de grains mesuré à la paroi (a) et mesuré à la surface du tas, entre les parois (b)

5.3.1 Ecoulement à la paroi

Considérons dans un premier temps l'écoulement des grains à la paroi, au centre du tambour. Nous avons traité une vingtaine d'avalanches qui se déroulent toutes grossièrement

de la même façon. A travers l'étude d'une même avalanche, nous allons donc exposer les principaux résultats expérimentaux, c'est-à-dire l'évolution du débit et du profil de vitesse durant l'avalanche.

Débit

Nous définissons le débit surfacique de grains à la paroi : $Q_s(t) = \int u(z,t) dz$. Q_s est obtenu en intégrant, sur la profondeur de l'écoulement, chaque profil de vitesse $u(z)$ obtenu à la paroi, au centre du tambour. Il est présenté en fonction du temps t sur la figure 5.7. Les instants de début ($t = 0$) et de fin d'avalanche ($t = T$) sont déduits de cette figure ; la durée T de l'avalanche est ici environ égale à 1,2 s. On remarque que le débit Q_s augmente rapidement jusqu'à sa valeur maximum de l'ordre de $200 \text{ mm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$, atteint éventuellement un état stationnaire (ce n'est pas évident au regard de l'ensemble des expériences) puis diminue nettement plus lentement.

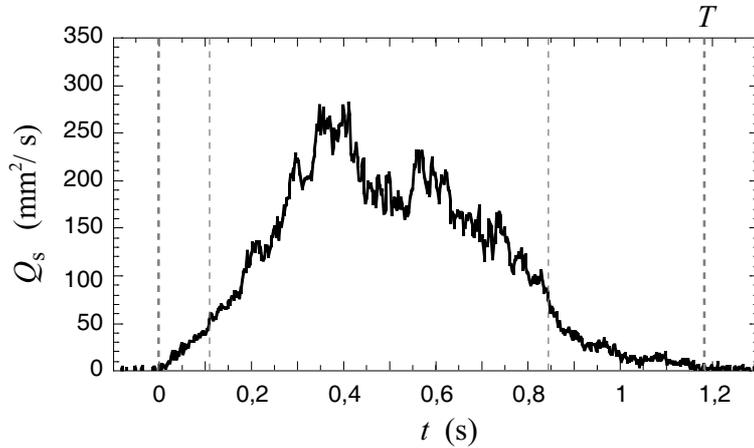


FIG. 5.7 – Débit surfacique Q_s de matière à la paroi en fonction du temps t . Les droites en pointillé les plus larges marquent le début ($t = 0$ s) et la fin de l'avalanche ($t = T$). Les deux autres instants, marqués par les lignes fines en pontillé, correspondent au début et à la fin du régime établi du profil de vitesse comme nous le verrons plus loin.

Dans notre configuration d'avalanches intermittentes, cet écoulement de grains fait relaxer l'inclinaison θ du tas. Comme cela est illustré par le schéma 5.8, la variation temporelle de l'angle de talus nous permet de déduire un débit volumique macroscopique Q_θ , tel que :

$$Q_\theta(t) = -\frac{\dot{\theta} D^2 b}{8}, \quad (5.1)$$

où D et b sont respectivement le diamètre du tambour et l'écartement entre parois. Q_θ est un débit volumique macroscopique, puisqu'il est moyenné spatialement sur la totalité de la longueur D et sur la largeur b du tas. Il représente le débit qui passe au centre du tambour.

L'évolution temporelle de l'angle θ durant l'avalanche est présentée sur la figure 5.9. L'avalanche fait relaxer l'angle de talus de $\Delta\theta \simeq 3^\circ$. La figure 5.10 présente le débit macroscopique Q_θ , déduit de la dérivée de la courbe $\theta(t)$ de la figure 5.9.

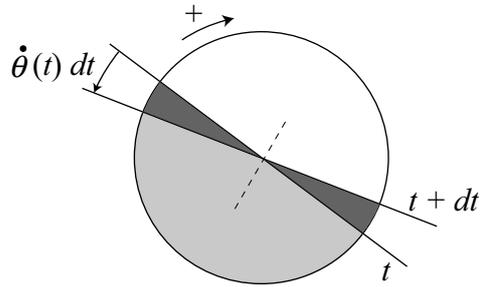


FIG. 5.8 – Positions de l'interface aux instants t et $t + dt$. La différence d'inclinaison entre ces deux interfaces est de $-\dot{\theta}(t) dt$ et la surface délimitée par les deux interfaces est égale à $2Q_{\theta}(t) dt$.

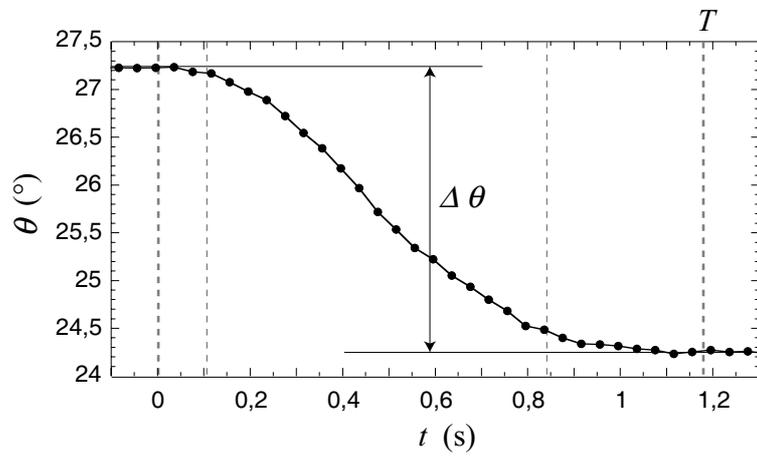


FIG. 5.9 – Relaxation de l'angle θ de talus en fonction du temps t .

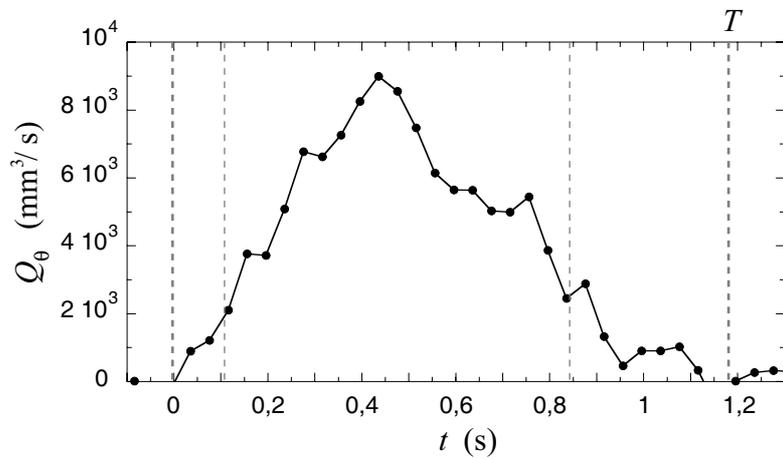


FIG. 5.10 – Débit macroscopique Q_{θ} en fonction du temps t .

Le débit macroscopique Q_θ peut être comparé au débit surfacique Q_s calculé au niveau de la paroi, à partir de la vitesse des grains. La figure 5.11 rassemble le débit surfacique Q_s et le débit macroscopique Q_θ/b par unité de longueur, en fonction du temps. Les échelles verticales sont ajustées pour pouvoir comparer les deux courbes.

On remarque bien sur cette figure que les deux débits sont corrélés et notamment qu'il n'existe pas de décalage systématique entre les deux courbes. Ceci signifie que l'avalanche se déclenche et s'arrête simultanément sur toute l'interface (ou alors au milieu) ou du moins se propage à l'ensemble de la surface plus vite que notre résolution.

Le rapport moyen entre le débit macroscopique par unité de longueur Q_θ/b et le débit surfacique de grains à la paroi Q_s , déterminé à partir du rapport des aires, est à peu près égal à 1,5. Nous reviendrons plus loin sur la valeur de ce rapport.

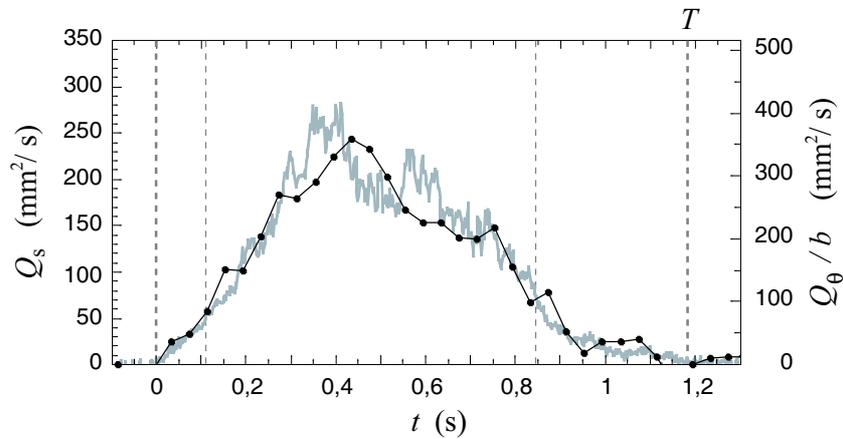


FIG. 5.11 – Débit surfacique Q_s (—) et débit macroscopique par unité de longueur Q_θ/b (-●-) en fonction du temps t . Les échelles verticales sont différentes.

Dilatance

Une deuxième information tirée des images de la caméra rapide concerne la dilatance de l'empilement lors de l'avalanche.

La position $z_0(t)$ de la surface du tas au centre du tambour (moyennée sur la largeur des images acquises par la caméra rapide) durant l'avalanche est tracée sur la figure 5.12; elle met en évidence la dilatance. Elle atteint presque 1 diamètre de bille pour une épaisseur de billes en mouvement nettement inférieure à 10 couches. La compacité moyenne dans l'épaisseur coulante de grains diminue donc de plus de 10 %.

Vitesse

Sur la figure 5.13 est présentée la vitesse $u_0 = u(z = z_0)$, mesurée à la paroi, de la première couche de grains en fonction du temps t . La vitesse maximum des grains à la paroi est de l'ordre de 80 mm.s^{-1} , ce qui est comparable à la vitesse $\sqrt{gd} \simeq 100 \text{ mm.s}^{-1}$ atteinte par un grain au terme d'une chute libre verticale sur la distance de son diamètre.

La forme générale de la courbe $u_0(t)$ (fig. 5.13) est très similaire à celle du débit $Q_s(t)$ (fig. 5.7), ce qui signifie que l'épaisseur coulante et les gradients de vitesse dans cette épaisseur sont pratiquement constants tout au long de l'avalanche.

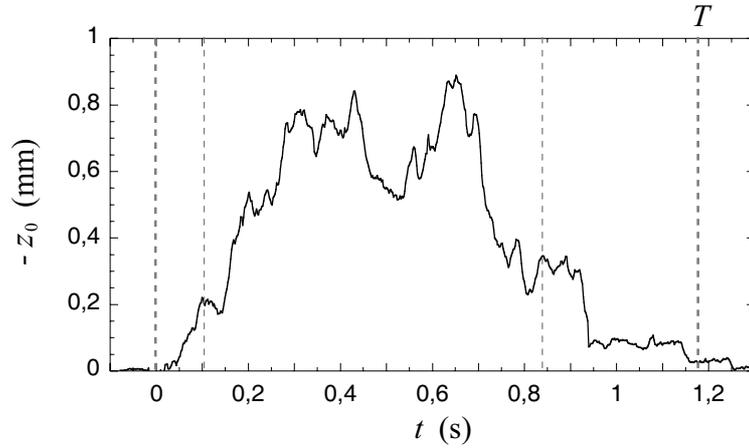


FIG. 5.12 – Position z_0 du centre de l'interface du tas en fonction du temps t , montrant la dilatance pendant l'avalanche.

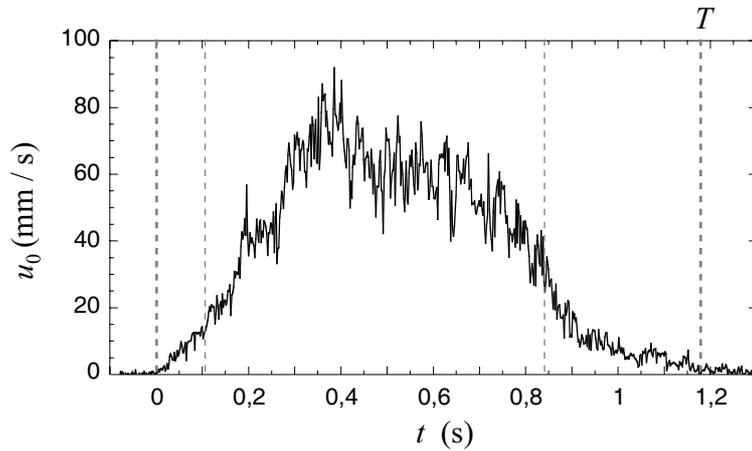


FIG. 5.13 – Vitesse en paroi u_0 de la première couche de grains (à la surface libre) au centre du tambour en fonction du temps t .

Nous avons mesuré les profils de vitesse des grains selon la profondeur. Les profils, moyennés sur 0,006 s, correspondant aux instants successifs de l'avalanche $t = 0,06$ s, $t = 0,16$ s, $t = 0,26$ s, $t = 0,36$ s et $t = 0,46$ s sont représentés respectivement en axes linéaires et lin-log sur les figures 5.14 a et b.

La vitesse des grains diminue rapidement avec la profondeur et, comme on le remarque sur presque 2 décades sur la figure 5.14 b, les profils de vitesse sont de type exponentiel et peuvent donc être décrits par l'équation

$$u(z) = u_0 \exp\left(-\frac{z - z_0}{\lambda}\right), \quad (5.2)$$

où u_0 est la vitesse des grains à la surface et λ la profondeur coulante caractéristique.

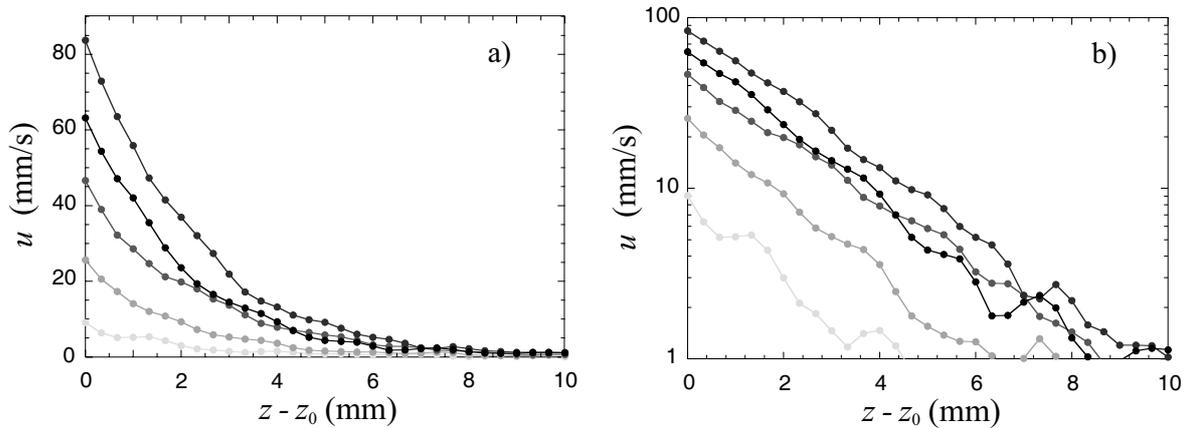


FIG. 5.14 – Profils de vitesse u suivant la profondeur ($z - z_0$) au centre du tambour, à la paroi, en axes linéaires (a) et lin-log (b). Ces profils sont des moyennes sur 3 champs de vitesse (6 ms) et correspondent, du plus clair au plus foncé, aux instants $t = 0,06, 0,16, 0,26, 0,36$ et $0,46$ s.

Sur la représentation lin-log de la figure 5.14 b, les profils de vitesse correspondant à différents instants de l’avalanche sont pratiquement parallèles et ainsi de longueur caractéristique λ presque identique. Ce résultat, attendu au regard de la similitude des courbes $Q_s(t)$ (fig. 5.7) et $u(t)$ (fig. 5.13), est mis en évidence par la figure 5.15 a. Sur ce graphique est tracée la longueur λ en fonction du temps t , issue de l’ajustement par l’équation 5.2 de chacun des profils de vitesse (correspondant à un unique champ de vitesse). Bien que naturellement bruitée, la longueur caractéristique λ est durant toute l’avalanche de l’ordre de 2 mm, soit 2 diamètres de bille! Notons que sur l’ensemble de nos avalanches dans l’air avec des billes de verre de 1mm dans un tambour de 17 cm, nous avons toujours trouvé λ compris entre 1,5 et 2 diamètres de grains.

Sous la figure représentant l’évolution temporelle de la profondeur coulante caractéristique λ , est tracé l’évolution concomitante du coefficient R de régression (fig. 5.15 b). R illustre la qualité de l’ajustement. On remarque ainsi qu’il faut en fait un certain temps pour que le profil de vitesse exponentiel s’établisse vraiment. Sur l’exemple présenté, il faut à peu près 0,03 s pour que le profil de vitesse puisse être décrit par une exponentielle et 0,1 s pour qu’il se développe complètement ($R \simeq 0,99$, ligne fine en pointillé). De même à la fin de l’avalanche, lorsque λ semble diminuer, l’ajustement devient de moins en moins satisfaisant (après la seconde ligne fine en pointillé). Entre les deux lignes fines en pointillé, λ et R sont respectivement à peu près égaux à 2 mm et 0,99 et le profil de vitesse est établi.

Cette durée, où le profil de vitesse est établi, correspond à la grande majorité de l’avalanche en terme de débit (fig. 5.7 et 5.9). De plus, on constate que durant ce régime établi du profil de vitesse, non seulement la vitesse u des grains mais aussi la compacité dans l’épaisseur coulante varient de façon non négligeable (fig. 5.13 et 5.12). Cela ne semble pourtant pas influencer sur la valeur de λ .

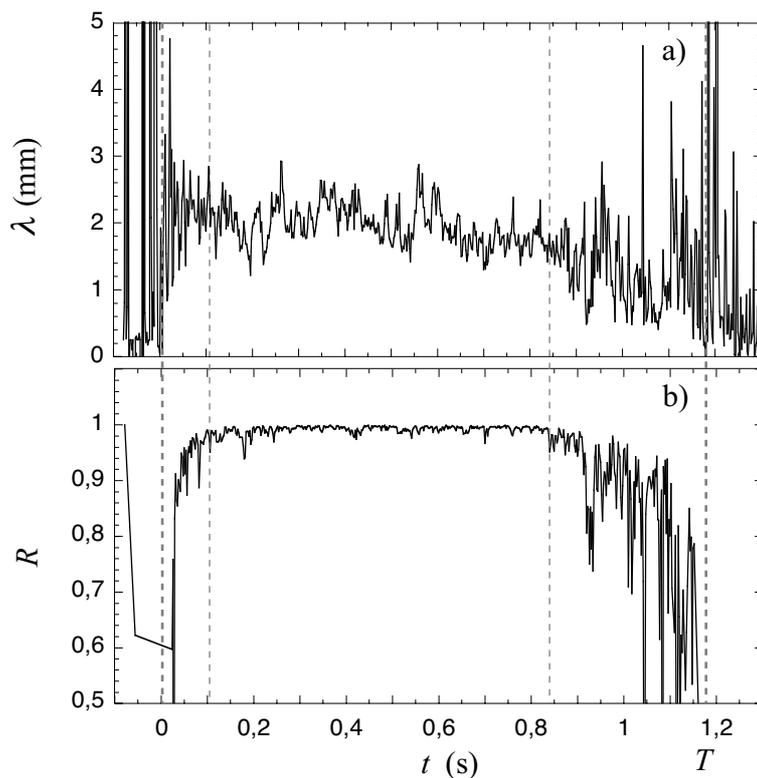


FIG. 5.15 – a) Profondeur coulante caractéristique λ , issue de l’ajustement par l’équation 5.2 de chaque profil de vitesse, en fonction du temps t . b) Coefficient de régression R de l’ajustement en fonction du temps t .

5.3.2 Ecoulement entre les parois

La corrélation entre le débit mesuré à la paroi Q_s et le débit volumique Q_θ (fig. 5.11) suggère que l’on peut extrapoler le comportement observé à la paroi à celui du cœur du matériau. Il est néanmoins important de mesurer le profil de vitesse entre les parois à la surface libre du tas pour déterminer si l’épaisseur coulante de grains varie entre les parois. Cette variation devrait cependant être assez faible puisque le rapport entre le débit mesuré à la paroi et le débit volumique entre parois par unité de longueur n’est que de l’ordre de 2. Nous présentons donc à présent les résultats typiques de l’écoulement entre parois durant une avalanche.

Les vitesses des grains à la surface du tas, au niveau des parois ($u_0(\pm b/2)$) et au centre de l’écartement entre parois ($u_0(0)$), sont présentées en fonction du temps t respectivement sur les figures 5.16 a et b. La vitesse $u_0(\pm b/2)$ de la figure 5.16 a est donc la même grandeur que celle présentée précédemment sur la figure 5.13, mais la première est mesurée du dessus alors que la seconde est mesurée “de côté”.

On peut d’ores et déjà noter que les courbes $u_0(\pm b/2, t)$ et $u_0(0, t)$ sont de forme similaire ; la vitesse des grains augmente rapidement, atteint une valeur maximale respective de l’ordre de 80 et 120 mm/s, puis diminue plus lentement.

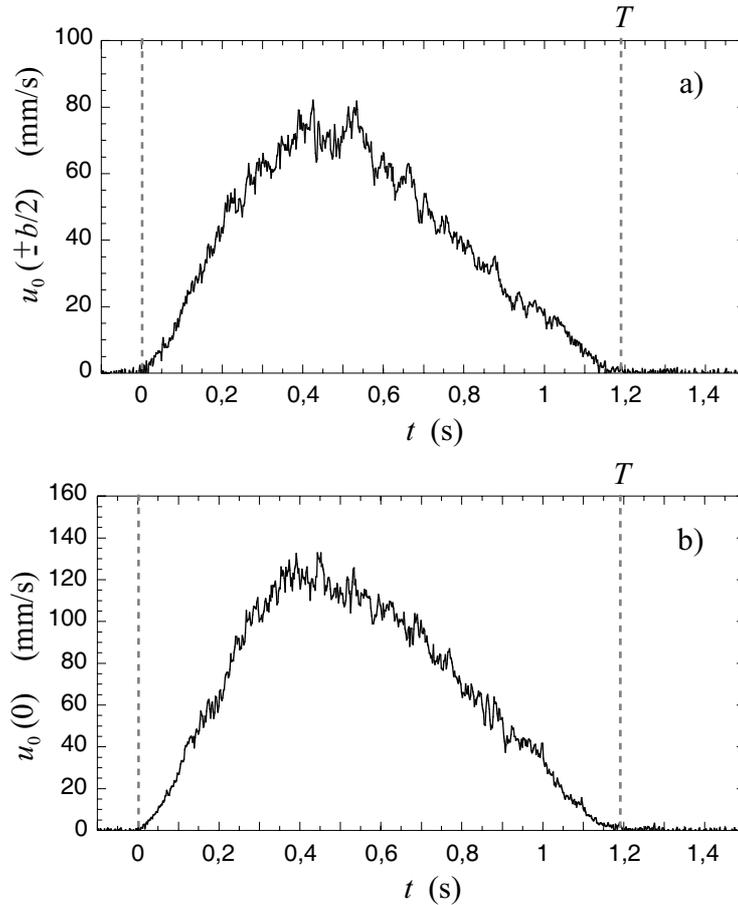


FIG. 5.16 – *Vitesse des grains à la surface libre en fonction du temps t . a) Vitesse des grains aux parois $u_0(\pm b/2)$. b) Vitesse au milieu de l'espace entre parois $u_0(0)$.*

Des profils de vitesse des grains à la surface libre entre les parois sont présentés sur la figure 5.17 (a) pour différents instants de l'avalanche. Le profil de vitesse entre les parois est plutôt de forme "parabolique" avec une vitesse de glissement importante aux parois. Comme le suggère la similitude des vitesses des grains aux parois (fig. 5.16 a) et au milieu (fig. 5.16 b), cette forme est pratiquement identique durant toute l'avalanche. Ainsi, les profils de vitesse présentés sur la figure 5.17 (a), se superposent remarquablement lorsqu'il sont normalisés par leur vitesse moyenne (5.17 b).

Le rapport entre la vitesse moyenne entre parois et la vitesse aux parois, pour chaque profil de vitesse instantané, est présenté en fonction du temps sur la figure 5.18. Tout comme la profondeur coulante caractéristique λ (fig. 5.15), ce rapport est à peu près constant durant pratiquement toute l'avalanche. Le profil de vitesse entre les parois, tout comme celui à la paroi avec la profondeur, possède donc une forme établie durant la majeure partie de l'avalanche. De plus, on peut remarquer que ce rapport (ici comme sur l'ensemble des avalanches observées) est à peu près égal à 1,6. Cette valeur est à comparer au rapport entre le débit macroscopique par unité de longueur Q_θ/b et le débit de grain à la paroi Q_s , trouvé précédemment à peu près égal à 1,5. Les valeurs de ces deux rapports étant très proches, on peut considérer que le

profil de vitesse suivant la profondeur est de type exponentiel avec une profondeur coulante caractéristique identique, quelle que soit la distance aux parois. Ce résultat est assez plaisant d'un point de vue expérimental puisqu'il signifie que l'on peut extrapoler les observations faites en paroi au tas tout entier.

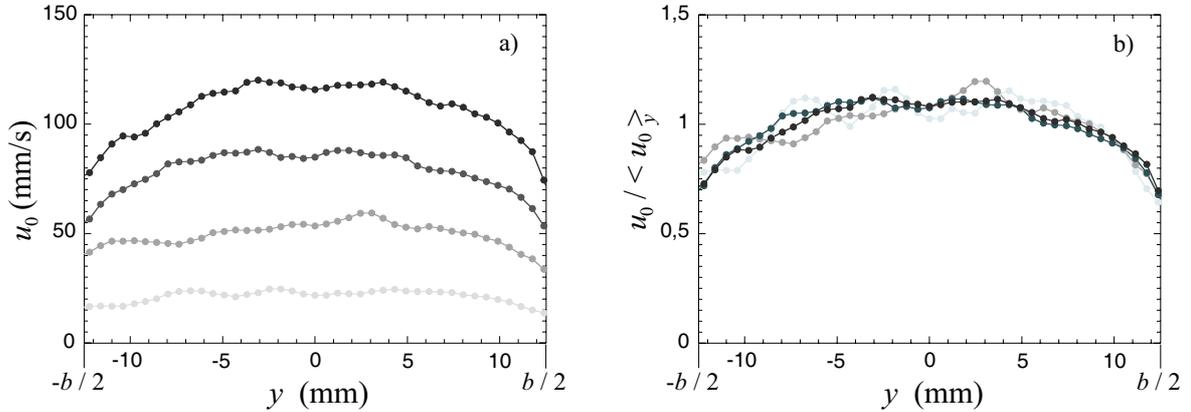


FIG. 5.17 – a) Profils de vitesse $u_0(y)$ entre les parois. b) Profils de vitesse entre les parois normalisés par leur valeur moyenne $u_0(y) / \langle u_0 \rangle_y$. Ces profils sont des moyennes sur 3 champs de vitesse (6 ms) et correspondent, du plus clair au plus foncé, aux instants $t = 0,08, 0,16, 0,26, 0,24$ et $0,48$ s.

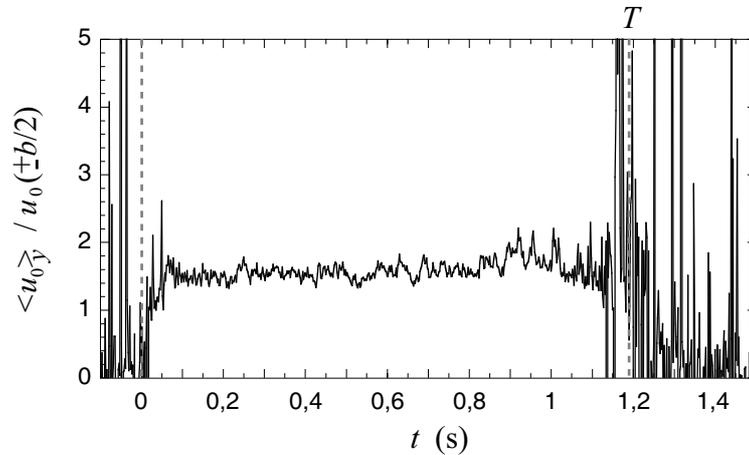


FIG. 5.18 – Rapport entre la vitesse moyenne entre les parois $\langle u_0 \rangle_y$ et la vitesse aux parois $u_0(b/2)$, à la surface du tas et au milieu du diamètre du tambour, en fonction du temps t .

5.4 Discussion

En résumé, nous avons montré que le profil de vitesse suivant la profondeur est exponentiel décroissant (fig. 5.14) ; la profondeur coulante caractéristique λ de décroissance, calculée au centre du tambour, est quasi-constante durant l'avalanche (fig. 5.15) et de l'ordre de 1,5 à 2 diamètres de grains pour le cas étudié ($d = 1$ mm, $D = 17$ cm et $b = 2,5$ cm).

Un profil de vitesse de type exponentiel a déjà été observé dans plusieurs configurations expérimentales :

- dans la bande de cisaillement en géométrie de Couette à 2 dimensions (cf. fig. 1.14 a, [53, 68]),
- dans les géométries d’écoulement continu sur fond meuble : Bonamy (cf. fig. 1.14 c, [16]) et Komatsu *et al.* (cf. fig. 1.14 d, [65]) ont observé un profil de vitesse exponentiel dans la zone dite de “réarrangements” ou de “fluage”, située sous une épaisseur coulante dans laquelle le profil de vitesse est linéaire.

Les résultats les plus remarquables de nos expériences sont l’absence d’une partie linéaire du profil de vitesse et le fait que la profondeur coulante caractéristique λ soit constante durant l’avalanche, non seulement indépendante de la vitesse des grains mais aussi de la compacité puisque la dilatance observée ne semble pas perturber la longueur caractéristique (fig. 5.12). Ces résultats sont cependant cohérents avec plusieurs observations faites dans des conditions différentes.

En effet, en régime continu d’avalanche dans un tambour tournant, pour différentes vitesses de rotation du tambour, Bonamy [16] a toujours observé un profil de vitesse présentant une partie linéaire puis une partie exponentielle. Néanmoins, il a trouvé que la zone du profil de vitesse linéaire rétrécit à mesure que la vitesse de rotation diminue, et que l’on se rapproche du régime intermittent. Nos résultats semblent montrer que cette zone linéaire n’existe plus en régime intermittent.

Le fait que nous trouvions une profondeur coulante caractéristique indépendante de la vitesse des grains est à rapprocher des résultats, obtenus en géométrie de Couette à deux dimensions [53, 68, 72] et en écoulement continu sur fond meuble [65] : ils montrent également que la longueur caractéristique du profil de vitesse est indépendante de la vitesse de cisaillement.

Enfin, en écoulement continu sur fond meuble, Bonamy [16] a observé que le gradient de vitesse dans la partie linéaire du profil de vitesse est indépendant de la compacité.

Ces premières expériences sont prometteuses. Il serait bien sûr intéressant de les mener de façon plus systématique pour différentes tailles de grains et également dans chacun des autres régimes d’avalanches observés dans les liquides. Notons que l’on s’attend d’ailleurs à un comportement différent pour ces derniers, et notamment dans le régime visqueux d’avalanche. En effet, l’évolution du débit de grains durant l’avalanche serait alors plus symétrique, à l’image de la relaxation de l’angle du tas (cf. chapitre 3, fig. 3.12).

Il serait également fructueux de répéter ces expériences à différents endroits de l’interface du tas, ce qui enrichirait grandement la compréhension du déroulement d’une avalanche dans un tambour tournant.

D’autre part, si la résolution de la caméra le permet, observer la “construction” du profil de vitesse et avoir accès à l’épaisseur de la couche qui se met en mouvement, permettrait de faire un pas déterminant dans la compréhension du démarrage de l’avalanche et de la sélection de la profondeur coulante.

Conclusion

Dans ce manuscrit, nous avons rapporté les résultats de deux études expérimentales menées avec un tambour tournant dans lequel le milieu granulaire est soit immergé dans un liquide soit dans l'air. La première étude concerne l'influence du fluide interstitiel sur la dynamique et l'amplitude des avalanches intermittentes. La seconde s'intéresse à l'effet du confinement sur la stabilité d'un empilement.

Nous avons mis en évidence l'existence de trois régimes d'influence du fluide interstitiel sur la dynamique des avalanches intermittentes, et ainsi sur leur durée.

Lorsque le fluide interstitiel est un gaz, son effet est négligeable : le régime d'avalanche est un régime de chute libre et l'écoulement est assimilable à un mouvement accéléré sur la longueur du tas.

Par contre, lorsque le fluide interstitiel est un liquide, sa présence impose la dynamique de l'écoulement. Le régime d'avalanche est alors un régime de vitesse limite, les grains tombent à une vitesse constante, visqueuse ou inertielle.

Ces trois régimes sont contrôlés par deux paramètres sans dimension : le nombre de Stokes qui compare l'inertie de la particule aux effets visqueux du fluide, et le rapport entre la densité des grains et la densité du fluide.

L'influence du fluide interstitiel sur l'amplitude des avalanches nous a permis de constater une nouvelle fois que les conditions de formation d'un tas influent sur sa stabilité. Dans notre cas, l'hystérésis dépend du régime dynamique des avalanches qui détermine la compacité de surface de l'empilement. Ainsi, si la dissipation due au fluide augmente, c'est-à-dire si le nombre de Stokes diminue, les tas deviennent plus fragiles et l'hystérésis, par conséquent, diminue.

Pour les empilements immergés dans des liquides, nous avons observé en plus des avalanches qui affectent la totalité de la surface du tas, de nombreux petits événements locaux. L'amplitude de ces petits événements semble distribuée en loi de puissance, distribution caractéristique d'un système critique auto-organisé comme des automates cellulaires sans aucun effet d'inertie. On peut donc s'attendre à ce qu'un tas de grains se comporte comme un tel système lorsque la dissipation due au fluide est très grande, soit pour des valeurs du nombre de Stokes tendant vers zéro.

Dans la seconde étude, nous avons mené des expériences nous permettant d'étudier de façon intensive l'influence du confinement d'un tas entre parois latérales sur sa stabilité. La valeur des angles caractéristiques du tas augmente lorsque la distance entre parois diminue, phénomène caractérisé par une "portée" ou écartement entre parois caractéristique, au-delà duquel l'effet peut-être négligé.

Nous avons montré que cet effet peut s'expliquer par la redirection d'une partie des contraintes internes au tas vers les parois, ce qui y induit des forces de frottement prévenant ou bloquant

l'écoulement. Le modèle proposé a été testé sur nos données et les données trouvées dans la littérature ; il rend très bien compte de la variation des angles caractéristiques avec le confinement, et ce quelle que soit la configuration expérimentale de l'empilement.

La portée de l'effet des parois sur les angles dépend du diamètre des grains. Deux régimes distincts ont été mis en évidence. Pour les gros grains l'écartement caractéristique entre parois est proportionnel à leur diamètre, alors qu'il est constant pour les petits grains. Cette différence de comportement peut s'expliquer par la formation d'agrégats de petits grains, due aux forces de van de Waals.

Enfin, dans la perspective de décrire et de comprendre plus avant les écoulements en régime d'avalanches intermittentes, nous avons adapté notre dispositif expérimental pour mesurer le champ de vitesse des grains. Les premières expériences faites dans l'air avec des billes de 1 mm ont révélé que la vitesse des grains décroît exponentiellement avec la profondeur et que l'épaisseur coulante est constante durant toute l'avalanche. Ces expériences, à mener pour différentes tailles de grains et dans les différents régimes d'avalanches, pourraient aboutir par exemple à une meilleure compréhension de la construction des profils de vitesse et de la sélection de l'épaisseur coulante.

Annexe A

Mouvement d'une bille entre deux collisions

Dans cette annexe nous développons plus avant le mouvement d'un grain entre deux collisions successives. Nous détaillons notamment le choix des expressions des forces de traînée fait dans le paragraphe 3.3.

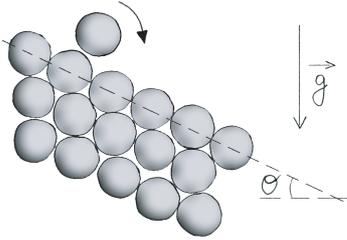


FIG. A.1 – Chute élémentaire d'un grain. Le tas est incliné de θ .

Considérons la chute (fig. A.1) d'un grain de diamètre d et de densité ρ_s dans un fluide au repos de densité ρ_f et de viscosité η . L'équation simplifiée de son mouvement supposé rectiligne entre deux collisions le long du tas, incliné d'un angle θ s'écrit :

$$\underbrace{\frac{\pi}{6} \rho_s d^3 \frac{du}{dt}}_{(1)} = \underbrace{\frac{\pi}{6} \Delta \rho g d^3 \sin \theta}_{(2)} - F_t, \quad (\text{A.1})$$

où $\Delta \rho$ est la différence de densité entre les grains et le fluide ($\Delta \rho = \rho_s - \rho_f$), u la vitesse du grain, t le temps et g le champ de pesanteur. Le grain augmente sa quantité de mouvement au taux (1), sous l'action de son poids apparent (2) moins une force de traînée F_t .

Dans l'analyse rudimentaire que nous proposons, nous considérerons pour simplifier que la force de traînée F_t agissant sur le grain est la même que celle qui agirait sur une sphère isolée dans un fluide infini. Classiquement, F_t se met alors sous la forme :

$$F_t = C_t \frac{\pi}{8} d^2 \rho_f u^2, \quad (\text{A.2})$$

où C_t , sans dimension, est le coefficient de traînée qui dépend du nombre de Reynolds Re ($Re = u d \rho_f / \eta$). En 1974, White [98] a proposé un ajustement empirique de ce coefficient en

fonction du nombre de Reynolds Re , satisfaisant jusqu'à la crise de traînée (pour $Re \simeq 5 \cdot 10^5$). La fonction de White a pour expression :

$$C_t = \frac{24}{Re} + \frac{6}{1 + \sqrt{Re}} + 0,4, \quad (\text{A.3})$$

elle est tracée sur la figure A.2.

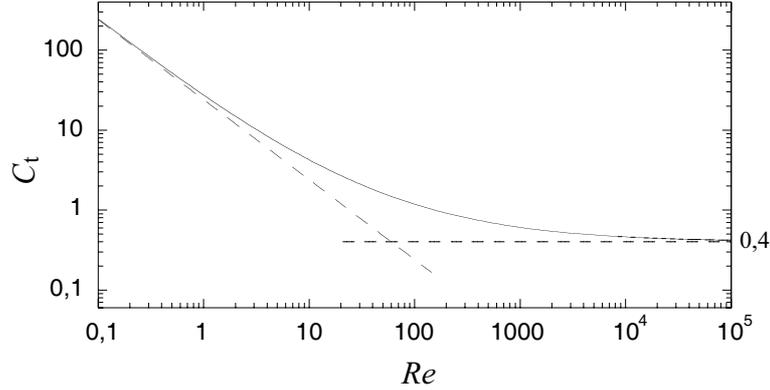


FIG. A.2 – Coefficient de traînée C_t d'une sphère en fonction du nombre de Reynolds Re . (—): ajustement de White [98] (éq. A.3). (- -): tangentes à petites et à grandes valeurs de Re , approximation faite dans notre analyse.

Deux régimes limites peuvent être considérés à faible et grand nombre de Reynolds Re (droites en pointillé sur la figure A.2). Notons que la transition entre ces deux régimes a lieu pour $Re = 60$.

A.1 À faible nombre de Reynolds : force de traînée visqueuse

À faible nombre de Reynolds, C_t est inversement proportionnel à Re : $C_t = 24/Re$. La force de traînée F_t appelée alors force de Stokes et notée ici F_{tv} , est proportionnelle à la viscosité η du fluide et la vitesse u du grain :

$$F_{tv} = 3\pi d\eta u. \quad (\text{A.4})$$

En résolvant l'équation différentielle A.1 où F_t prend l'expression A.4, on obtient la vitesse u d'une bille en fonction du temps t à faible nombre de Reynolds :

$$u(t) = \frac{\Delta\rho g \sin\theta d^2}{18\eta} \left[1 - \exp\left(\frac{-18\eta t}{\rho_s d^2}\right) \right], \quad (\text{A.5})$$

tracée sur la figure A.3.

Partant d'une vitesse nulle, le grain atteint la vitesse limite visqueuse

$$U_{\infty v} = \frac{\Delta\rho g d^2 \sin\theta}{18\eta}, \quad (\text{A.6})$$

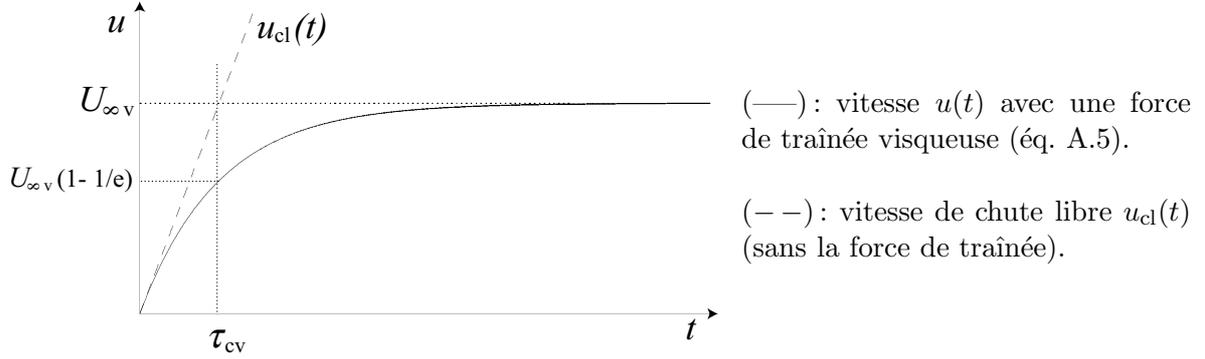


FIG. A.3 – Vitesse u en fonction du temps t pour une bille tombant à faible Re .

après le temps caractéristique τ_{cv} :

$$\tau_{cv} = \frac{\rho_s d^2}{18 \eta}. \quad (\text{A.7})$$

τ_{cv} , défini comme le temps nécessaire à la bille pour atteindre sa vitesse limite à $1/e$ près, correspond plus généralement au temps que mettrait la bille en chute libre (c'est-à-dire en négligeant la force de traînée F_t dans l'équation A.1) pour atteindre une vitesse égale à la vitesse limite visqueuse $U_{\infty v}$ (fig. A.3). La vitesse u_{cl} du grain en chute libre est proportionnelle à t et s'écrit

$$u_{cl}(t) = \frac{\Delta \rho g \sin \theta}{\rho_s} t. \quad (\text{A.8})$$

La distance caractéristique δ_{cv} correspondant au temps caractéristique τ_{cv} vaut alors :

$$\delta_{cv} = \left(\frac{\Delta \rho}{\rho_s} g \sin \theta \right) \frac{\tau_{cv}^2}{2} = \tau_{cv} \frac{U_{\infty v}}{2}. \quad (\text{A.9})$$

Elle est la distance nécessaire au grain pour atteindre une vitesse égale à $U_{\infty v}$ en chute libre.

A.2 À grand nombre de Reynolds : force de traînée inertielle

A grand nombre de Reynolds, C_t peut être considéré comme indépendant de Re et égal à 0,4 (fig. A.2). La force de traînée F_t est alors dite "inertielle", proportionnelle au carré de la vitesse u du grain :

$$F_t = \frac{\pi}{20} d^2 \rho_f u^2. \quad (\text{A.10})$$

Pour une force de traînée inertielle, la vitesse du grain en fonction du temps, obtenue en résolvant l'équation A.1 où F_t prend l'expression A.10, s'écrit :

$$u(t) = \sqrt{\frac{10 \Delta \rho g \sin \theta d}{3 \rho_f}} \tanh \left[\left(\frac{\Delta \rho g \sin \theta}{\rho_s} \frac{3 \rho_f}{10 \rho_s d} \right)^{1/2} t \right]. \quad (\text{A.11})$$

Elle est tracée sur la figure A.4.

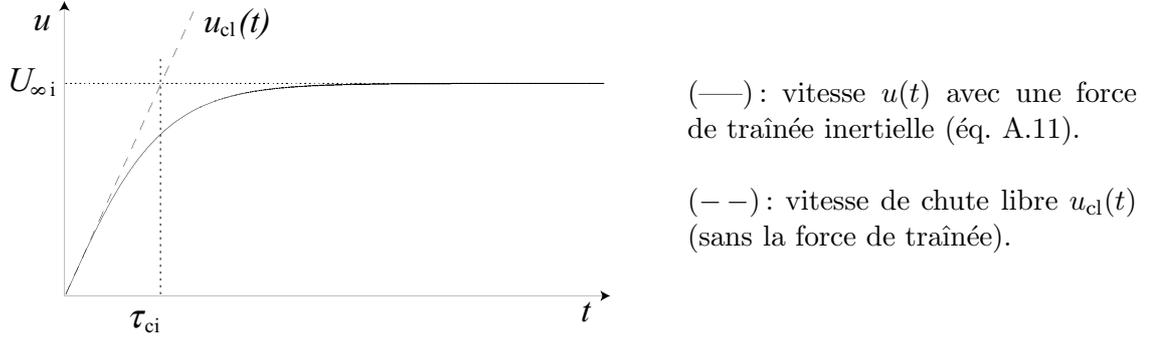


FIG. A.4 – Vitesse u en fonction du temps t pour une bille tombant à grand Re .

Le mouvement au départ est un mouvement de chute libre: $u(t) = (\Delta\rho / \rho_s) g \sin\theta t$; le grain atteint une vitesse limite inertielle :

$$U_{\infty i} = \sqrt{\frac{10 \Delta\rho g d \sin\theta}{3 \rho_f}}, \quad (\text{A.12})$$

après le temps caractéristique

$$\tau_{ci} = \frac{U_{\infty i}}{(\Delta\rho / \rho_s) g \sin\theta} = \sqrt{\frac{10 \rho_s^2 d}{3 \rho_f \Delta\rho g \sin\theta}}, \quad (\text{A.13})$$

qui est le temps que mettrait le grain à atteindre en chute libre (éq. A.8) une vitesse égale à $U_{\infty i}$ (fig. A.4).

La distance caractéristique δ_{ci} nécessaire au grain pour atteindre en chute libre sa vitesse limite de chute inertielle peut s'exprimer en fonction de τ_{ci} et $U_{\infty i}$, telle que

$$\delta_{ci} = \tau_{ci} U_{\infty i} / 2. \quad (\text{A.14})$$

Note

Afin de mieux visualiser ce que représentent les temps τ_{cv} et τ_{ci} et les distances caractéristiques δ_{cv} et δ_{ci} , nous avons donné les expressions A.5 et A.11 de la vitesse d'un grain en fonction du temps, à petits et à grands nombres de Reynolds. Cependant, ces expressions (éq. A.4 et A.10, fig. A.2), bien que courantes, sont de larges approximations puisqu'elles considèrent valables dans le régime transitoire des forces de traînée exprimées pour un régime établi alors qu'interviennent des effets subtils de masse ajoutée et d'histoire [69].

A.3 Transition entre force de traînée visqueuse et inertielle

Dans notre analyse, la force de traînée agissant sur le grain est une force de Stokes (éq. A.4) ou une force inertielle (éq. A.10) selon le type de la dépendance du coefficient de traînée C_t avec le nombre de Reynolds Re (fig. A.2) :

- à petites valeur de Re , $C_t = \frac{24}{Re}$ et

– à grandes valeur de Re , $C_t = 0,4$.

Sur la figure A.2, on remarque que notre approximation s'éloigne de la courbe plus correcte de White [98], au dessus de $Re = 1$ à bas nombres de Reynolds et pour $Re < 10^4$ à grands nombres de Reynolds. L'écart est maximum à la transition $Re = 60$ (solution évidente de $24 / Re = 0,4$), où le coefficient de traînée est alors sous-estimé d'un rapport 4.

Le nombre de Reynolds Re^* construit comme le rapport du temps caractéristique visqueux τ_{cv} (éq. A.7) nécessaire pour atteindre $U_{\infty v}$ (éq. A.6), avec le temps caractéristique inertiel τ_{ci} (éq. A.13) nécessaire pour atteindre $U_{\infty i}$ (éq. A.12) a pour expression

$$Re^* = \frac{\sqrt{3} \rho_f \Delta \rho g d \sin \theta d}{18 \eta \sqrt{10}}, \quad (\text{A.15})$$

soit :

$$Re^* = \sqrt{\frac{Re(U_{\infty v})}{60}} = \frac{Re(U_{\infty i})}{60}, \quad (\text{A.16})$$

où $Re(u)$ est l'expression "classique" du nombre de Reynolds particulière ($Re = u d \rho_f / \eta$). Ainsi, la transition entre force de Stokes et force inertielle intervient à la valeur $Re^* = 1$ où $F_{tv} = F_{ti}$ et donc $U_{\infty v} = U_{\infty i}$.

Annexe B

Le régime limite collisionnel : un régime non observé

Le rapport T / T_c , où T est la durée des avalanches observées et T_c le temps macroscopique collisionnel (éq. 3.19 avec un coefficient de restitution nul), est présenté en fonction du nombre de Stokes sur la figure B.1. Pour cet adimensionnement, aucun plateau n'est observé ou plutôt, plusieurs sont observés. Ceci s'explique par les expressions très voisines de T_c et T_i : $T_c = 2r T_i$ (éq. 3.17 et 3.19). Ainsi, là où on observe un unique plateau à la valeur $T / T_i \simeq 2$ sur la figure 3.23 b, il semble que l'on observe un plateau pour chaque valeur de r sur la figure B.1. L'adimensionnement de T par T_c sépare les expériences faites avec des billes de verre ($r = 2$) de celles faites avec les billes d'acier ($r = 3,6$) ou les billes de polyamide ($r = 1,4$). Les plateaux représentés sont déduits de la valeur du plateau $T / T_i \simeq 2$ de la figure 3.23 b avec $T / T_c = T / (2r T_i)$, on remarque ainsi clairement que les différentes valeurs de r sont notamment séparées dans le bon ordre.

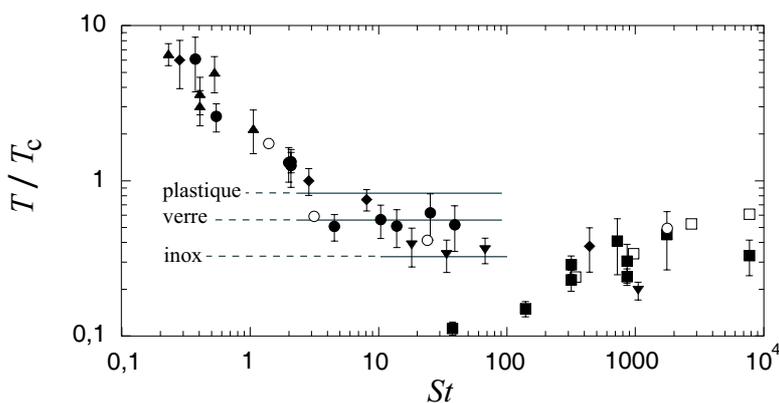


FIG. B.1 – Durées T des avalanches, adimensionnées par le temps macroscopique T_c , correspondant à D/d chutes libres sur la distance d , en fonction du nombre de Stokes St . ■ : billes de verre dans l'air. ● : billes de verre dans l'eau. ▲ : billes de verre dans des huiles silicones. ◆ : billes de plastique dans l'air, dans l'eau ou dans une huile silicone. ▼ : billes d'inox dans l'air ou dans l'eau. ○ : billes de verre dans l'air, dans l'eau ou dans du glycérol (Allen [3]). □ : billes de verre dans l'air (Evesque [37]). Les valeurs des plateaux sont ici déduites de la valeur du plateau $T / T_i \simeq 2$ de la figure 3.23 b avec $T / T_c = T / (2r T_i)$.

Bibliographie

- [1] R. ALBERT, I. ALBERT, D. HORNBAKER, P. SCHIFFER, et A.-L. BARABÀSI. Maximum angle of stability in wet and dry spherical granular media. *Phys. Rev. E*, 56(6):R6271–R6274, 1997.
- [2] J. R. L. ALLEN. The angle of initial yield of haphazard assemblages of equal spheres in bulk. *Geol. Mijnbouw*, 49:13–22, 1970.
- [3] J. R. L. ALLEN. The avalanching of granular solids on dune and similar slopes. *J. Geol.*, 78:326–351, 1970.
- [4] J. R. L. ALLEN. *Sedimentary structures*, volume II, Their character and physical basis, pages 149–159. Elsevier scientific publishing company, 1982.
- [5] B. ANDREOTTI, A. DAERR, et S. DOUADY. Scaling laws in granular flows down a rough plane. *Phys. Fluids*, 14(1):415–418, 2002.
- [6] E. AZANZA. *Écoulements granulaires bidimensionnels sur un plan incliné*. Thèse de doctorat, Ecole des Ponts et Chaussées, Marne la Vallée, 1997.
- [7] R. A. BAGNOLD. Experiments on a gravity-free dispersion of large solid spheres in a newtonian fluid under shear. *Proc. Roy. Soc. A*, 225:49–63, 1954.
- [8] P. BAK, C. TANG, et K. WIESENFELD. Self-organised criticality: an explanation of the $1/f$ noise. *Phys. Rev. Lett.*, 59:381–384, 1987.
- [9] P. BAK, C. TANG, et K. WIESENFELD. Self-organised criticality. *Phys. Rev. A*, 38:364–374, 1988.
- [10] G. C. BARKER et A. METHA. Avalanches at rough surface. *Phys. Rev. E*, 61(6):6765–6772, 2000.
- [11] T. BAUMBERGER, O. RONSIN, F. HESLOT, et B. PERRIN. Dynamique du frottement solide: un système modèle. *Bull. S.F.P.*, pages 3–6, 1994.
- [12] Y. BERTHO, F. GIORGIUTTI-DAUPHINÉ, et J.-P. HULIN. Dynamical janssen effect on granular packing with moving walls. *Phys. Rev. Lett.*, 90(14):144301, 2003.
- [13] L. BOCQUET, E. CHARLAIX, S. CILIBERTO, et J. CRASSOUS. Moisture-induced ageing in granular media and the kinetics of capillary condensation. *Nature*, 396:735–737, 1998.
- [14] L. BOCQUET, W. LOSERT, D. SCHALK, T.C. LUBENSKY, et J. P. GOLLUB. Granular shear flow dynamics and forces: experiment and continuum theory. *Phys. Rev. E*, 65(011307):1–19, 2001.
- [15] P. BOLTENHAGEN. Boundary effects on the maximal angle of stability of a granular packing. *Eur. Phys. J. B*, 12:75–78, 1999.
- [16] D. BONAMY. *Phénomènes collectifs dans les matériaux granulaires - Écoulements de surface et réarrangements internes dans des empilements modèles*. Thèse de doctorat, Thèse de doctorat de l’université Paris XI, 2002.

- [17] D. BONAMY, L. LAURENT, P. CLAUDIN, J.P. BOUCHAUD, et F. DAVIAUD. Electrical conductance of a 2d packing of metallic beads under thermal perturbation. *Europhys. Lett.*, 51:614–620, 2000.
- [18] A. Van BURKALOW. Angle of repose and angle of sliding friction: an experimental study. *Bull. of the Geological Society of America*, 56:669–708, 1945.
- [19] M. CAPONERI, S. DOUADY, S. FAUVE, et C. LAROCHE. *Mobile particulate systems*, chapitre 19 - Dynamics of avalanches in a rotating cylinder, pages 330–365. E. Guazzelli et L. Oger, Kluwer Academic Publishers, 1995.
- [20] M. A. CARRIGY. Experiments on the angles of repose of granular materials. *Sedimentology*, 14:147–158, 1970.
- [21] A. CASTELLANOS, J. M. VALVERDE, A. T. PÉREZ, A. RAMOS, et P. K. WATSON. Flow regimes in fine cohesive powders. *Phys. Rev. Lett.*, 14:147–158, 1970.
- [22] P. CLAUDIN et J.-P. BOUCHAUD. Static avalanches and giant stress fluctuations in silos. *Phys. Rev. Lett.*, 78(2):231–234, 1997.
- [23] E. CLÉMENT, Y. SÉRÉRO, J. LANUZA, J. RAJCHENBACH, et J. DURAN. *Fluctuating aspect of the pressure in a granular column*. Powder and grains 97, R. P. Behringer & J. T. Jenkins, A. A. Balkema, Rotterdam, 1997.
- [24] C. A. COULOMB. Sur une application des règles de maximis et minimis à quelques problèmes de statique relatifs à l’architecture. *Mémoire de l’Académie Royale des Sciences*, pages 343–382, 1776.
- [25] S. COURRECH DU PONT, P. GONDRET, B. PERRIN, et M. RABAUD. Granular avalanches in fluids. *Phys. Rv. Lett.*, 90(4):044301, 2003.
- [26] S. COURRECH DU PONT, P. GONDRET, B. PERRIN, et M. RABAUD. Wall effects on granular heap stability. *Europhys. Lett.*, 61(4):492–498, 2003.
- [27] F. da CRUZ. *Frottement et blocage dans les matériaux granulaires*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 2003.
- [28] A. DAERR. *Dynamique des avalanches*. Thèse de doctorat, Université Paris VII, 2000.
- [29] A. DAERR et S. DOUADY. Sensitivity of granular surface flows to preparation. *Europhys. Lett.*, 47(3):324–330, 1999.
- [30] A. DAERR et S. DOUADY. Two types of avalanche behaviour in granular media. *Nature*, 399:241–243, 1999.
- [31] P. DANTU. Etude statistique des forces intergranulaires dans un milieu pulvérulent compris entre deux plans verticaux et parallèles. *Géotechnique*, 18:50–55, 1968.
- [32] R. H. DAVIS, J.-M. SERAYSSOL, et E. J. HINCH. The elastohydrodynamic collision of two spheres. *J. Fluid Mech.*, 163:479–497, 1986.
- [33] S. DEBOEUF, E. M. BERTIN, E. LAJEUNESSE, et O. DAUCHOT. Jamming transition of a granular pile below the angle of repose. *cond - mat*, 0305703:1–9, 2003.
- [34] S. DOUADY, B. ANDREOTTI, A. DAERR, et P. CLADÉ. *The four fronts of the two avalanches, in Powder and grains*, page 443. Y. Kishino (Balkema, The Netherlands), 2001.
- [35] J. DURAN. *Sables, poudres et grains. Introduction à la physique des milieux granulaires*. Eyrolles Sciences, 1997.
- [36] C. M. DURY et G. H. RISTOW. Boundary effects on the angle of repose in rotating cylinders. *Phys. Rev. E*, 57(4):4491–4497, 1998.

- [37] P. EVESQUE. Analysis of the statistics of sandpile avalanches using soil-mechanics results and concepts. *Phys. Rev. A*, 43(6):2720–2741, 1991.
- [38] P. EVESQUE et P.-G. de GENNES. Sur la statique des silos. *C. R. Acad. Sci. Paris - série IIb*, t. 326:761–766, 1998.
- [39] P. EVESQUE et J. RAJCHENBACH. Caractérisation d’avalanches de billes dans un cylindre tournant. *C. R. Acad. Sci. Paris - série II*, t. 307:223–226, 1988.
- [40] E. FALCON. *Comportements dynamiques associés au contact de Hertz: processus collectifs de collision et propagation d’ondes solitaires dans les milieux granulaires*. Thèse de doctorat, Université Claude Bernard - Lyon I, 1997.
- [41] E. FALCON, C. LAROCHE, S. FAUVE, et C. COSTE. Behavior of one inelastic ball bouncing repeatedly off the ground. *Eur. Phys. J. B*, 3(1):45–57, 1998.
- [42] S. FAUVE, C. LAROCHE, et S. DOUADY. *Physics of Granular Media*, chapitre Dynamics of avalanches in a rotating cylinder, pages 277–288. D. Bideau and J. Dodds, Les Houches Series, Nova Sciences Publishers, 1991.
- [43] G. FELIX. *Écoulements de milieux granulaires en tambour tournant - Études de quelques transitions de régime - Application à la ségrégation*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, 2002.
- [44] A. J. FORSYTH, S. R. HUTTON, M. J. RHODES, et C. F. OSBORNE. Effect of applied interparticle force on the static and dynamic angles of repose of spherical granular material. *Phys. Rev. E*, 63:031302, 2001.
- [45] N. FRAYSSE. Des châteaux de sable... à la physique des granulaires humides. *Bull. S.F.P.*, 124:20–24, 2000.
- [46] H. GAYVALLET et J.-C. GÉMINARD. Ageing in immersed granular matter: a chemical effect. *EUR. Phys. J. B*, 30:369, 2002.
- [47] P. GONDRET, M. LANCE, et L. PETIT. Bouncing motion of spherical particles in fluids. *Phys. Fluids*, 14(2):643–652, 2002.
- [48] Y. GRASSELLI et H. J. HERRMANN. On the angles of dry granular heaps. *Physica A*, 246:301–312, 1997.
- [49] E. GUYON, J.-P. HULIN, et L. PETIT. *Hydrodynamique physique*. EDP Sciences, 2001.
- [50] E. GUYON, D. ROUX, A. HANSEN, D. BIDEAU, J.-P. TROADEC, et H. CRAPO. Non-local and non-linear problems in the mechanics of disordered systems: application to granular media and rigidity problems. *Rep. Prog. Phys.*, 53:373–419, 1990.
- [51] G. A. HELD, D. H. SOLINA, II, D. T. KEANE, W. J. HAAG, P. M. HORN, et G. GRINSTEIN. Experimental study of critical-mass fluctuations in an evolving sandpile. *Phys. Rev Lett.*, 65(9):1120–1123, 1990.
- [52] K. M. HILL, G. GIOIA, et V. V. TOTA. Structure and kinematics in dense free-surface granular flow. *Phys. Rev Lett.*, 91(6):064302, 2003.
- [53] D. HOWELL et R. P. BEHRINGER. Stress fluctuations in a 2d granular couette experiment: a continuous transition. *Phys. Rev. Lett.*, 82(26):5241–5244, 1999.
- [54] M. L. HUNT, R. ZENIT, C. S. CAMPBELL, et C. E BRENNEN. Revisiting the 1954 suspension experiments of r. a. bagnold. *J. Fluid Mech.*, 452:1–24, 2002.
- [55] R. E. HUNTER. Subaqueous sand flow cross - strata. *J. Sedimentary Petrology*, 55:886–894, 1985.
- [56] J. ISRAELACHVILI. *Intermolecular and surface forces*. Academic Press, 1991.

- [57] H. M. JAEGER, C. LIU, et S. R. NAGEL. Relaxation at the angle of repose. *Phys. Rev. Lett.*, 62(1):40–43, 1989.
- [58] H. M. JAEGER et S. R. NAGEL. Physics of the granular state. *Science*, 255:1523, 1992.
- [59] Chyan-Deng JAN et Jinn-Chyi CHEN. Movements of a sphere rolling down an inclined plane. *Journal of Hydraulic Research*, 82(6):1156–1159, 1999.
- [60] H. A. JANSSEN. Versuche über getreidedruck in silozellen. *Z. Vereins Dtsch. Ing.*, 39:1045–1049, 1895.
- [61] K. L. JOHNSON. *Contact Mechanics*. Cambridge University Press, Cambridge, 1985.
- [62] G. G. JOSEPH, R. ZENIT, M. L. HUNTAND, et A. M. ROSENWINKEL. Particle-wall collisions in a viscous fluid. *J. Fluid Mech.*, 433:329–346, 2001.
- [63] L. P. KADANOFF, S. N. NAGEL, L. WU, et S. ZHOU. Scaling and universality in avalanches. *Phys. Rev. A*, 39(12):6524–6537, 1989.
- [64] D. V. KHAKHAR, A. V. ORPE, P. ANDRESÉN, et J. M. OTTINO. Surface flow of granular materials: model and experiments in heap formation. *J. Fluid Mech.*, 441:255–264, 2001.
- [65] T. S. KOMATSU, S. INAGAKI, N. NAKAGAWA, et S. NASUMO. Creep motion in a granular pile exhibiting steady surface flow. *Phys. Rev. Lett.*, 86(9):1757–1760, 2001.
- [66] S. KRISHNAMURTHY, V. LORETO, H. J. HERRMANN, S. S. MANNA, et S. ROUX. Self-structuring of granular media under internal avalanching. *Phys. Rev. Lett.*, 83(2):304–307, 1999.
- [67] C. LIU, H. M. JAEGER, et S. R. NAGEL. Finite-size effects in a sandpile. *Phys. Rev. A*, 43(12):7091–7092, 1991.
- [68] W. LOSERT, L. BOCQUET, T. C. LUBENSKY, et J. P. GOLLUB. Particle dynamics in sheared granular matter. *Phys. Rev. Lett.*, 85(7):1428–1431, 2000.
- [69] P. M. LOVALENTI et J. F. BRADY. The hydrodynamic force on a rigid particle undergoing arbitrary time-dependent motion at small reynolds number. *J. Fluid Mech.*, 256:561–605, 1993.
- [70] S. LUDING. Stress distribution in static two-dimensional granular model media in the absence of friction. *Phys. Rev. E*, 55(4):4720–4729, 1997.
- [71] S. S. MANNA et D. V. KHAKHAR. Internal avalanches in a granular medium. *Phys. Rev. E*, 58(6):6935–6938, 1998.
- [72] D. M. MUETH, G. F. DEBREGAS, G. S. KARZMAR, P. J. ENG, S. R. NAGEL, et H. M. JAEGER. Signatures of granular microstructure in dense shear flows. *Nature*, 406:385–388, 2000.
- [73] G. Y. ONODA et E. G. LINIGER. Random loose packing of uniform spheres and the dilatancy onset. *Phys. Rev. Lett.*, 64(22):2727–2730, 1990.
- [74] S. OUAGENOUNI et J. N. ROUX. Force distribution of well-coordinated lubricated granular pilings. *Europhys. Lett.*, 32:449–453, 1995.
- [75] G. OVARLEZ. *Statique et rhéologie d'un milieu granulaire confiné*. Thèse de doctorat, Université Paris XI, 2002.
- [76] G. OVARLEZ. Propriétés mécaniques et rhéologiques d'un matériau granulaire confiné dans une colonne. *Rhéologie*, 3:30–38, 2003.
- [77] G. OVARLEZ et E. CLÉMENT. Slow dynamics and aging of a confined granular flow. *cond-mat*, 2003.
- [78] G. OVARLEZ, C. FOND, et E. CLÉMENT. A giant overshoot effect in the janssen granular column. *cond-mat*, 2003.

- [79] F. PETERS et E. LEMAIRE. Cohesion induced by a rotating field in granular material. *soumis à Phys. Rev. E*, 2003.
- [80] O. POULIQUEN. On the shape of granular fronts down rough inclined planes. *Phys. Fluids*, 11(7):1956–1958, 1999.
- [81] O. POULIQUEN. Scaling laws in granular flows down rough inclined planes. *Phys. Fluids*, 11(3):542–548, 1999.
- [82] C. P. C. PRADO et Z. OLAMI. Inertia and break of self-organised criticality in sandpile cellular-automata models. *Phys. Rev. A*, 45(2):665–669, 1992.
- [83] L. QUARTIER, B. ANDREOTTI, S. DOUADY, et A. DAERR. Dynamics of a grain on a sandpile model. *Phys. Rev. E*, 62(6):8299–8307, 2000.
- [84] M. A. S. QUINTANILLA et J. M. VALVERDE A. CASTELLANOS. Correlation between bulk stresses and interparticle contact forces in fine powders. *Phys. Rev. E*, 64:031301, 2001.
- [85] F. RADJAI, M. JEAN, J.-J. MOREAU, et S. ROUX. Force distributions in dense two-dimensional granular systems. *Phys. Rev. Lett.*, 77(2):274–277, 1996.
- [86] J. RAJCHENBACH. Flow in powders: From discrete avalanches to continuous regime. *Phys. Rev. Lett.*, 65(18):2221–2224, 1990.
- [87] J. RAJCHENBACH. Granular flows. *Adv. Phys.*, 49(2):229–256, 2000.
- [88] F. RESTAGNO. *Interactions entre contacts solides et cinétique de la condensation capillaire - Aspect macroscopiques et aspects microscopiques*. Thèse de doctorat, École Normale Supérieure de Lyon, 2000.
- [89] O. REYNOLDS. On the dilatancy of media composed of rigid particles in contact. *Phyl. Mag. Ser. 5*, 50:469–481, 1885.
- [90] I. ROBERTS. Determination of pressures of granular substances. *Proc. Roy. Soc.*, 36:225–240, 1884.
- [91] D. H. ROTHMAN, J. P. GROTZINGER, et P. FLEMMINGS. Scaling in turbidite deposition. *J. Sedim. Res.*, A64:59–67, 1994.
- [92] J. N. ROUX. Geometric origin of mechanical properties of granular materials. *Phys. Rev. E*, 61:6802–6836, 2000.
- [93] L. STARON. *Etude numérique des mécanismes de déstabilisation des pentes granulaires*. Thèse de doctorat, Institut de Physique du Globe de Paris, 2002.
- [94] G. I. TARDOS, M. I. KHAN, et D. G. SCHAEFFER. Forces on a slowly rotating, rough cylinder in a couette device containing a dry, frictional powder. *Phys. Fluids*, 10(2):335–341, 1998.
- [95] P. TEGZES, T. VICSEQ, et P. SCHIFFER. Avalanche dynamics in wet granular materials. *Phys. Rev. Lett.*, 89(9):094301, 2002.
- [96] T. TRAVERS, M. AMMI, D. BIDEAU, A. GERVOIS, J. C. MESSENGER, et J. P. TROADEC. Uniaxial compression of 2d packings of cylinders. effects of weak disorder. *Europhys. Lett.*, 4(3):329–332, 1987.
- [97] L. VANEL, D. HOWELL, D. CLARCK, R. P. BEHRINGER, et E. CLÉMENT. Memories in sand: experimental test of construction history on stress distribution under sandpiles. *Phys. Rev. E*, 60(5):5040–5043, 1999.
- [98] F. M. WHITE. *Viscous fluid flow*. Mc Graw-Hill, New York, 1974.
- [99] Y. C. ZHOU, B. D. WRIGHT, R. Y. YANG, B. H. XU, et A. B. YU. Rolling friction in the dynamic simulation of sandpile formation. *Physica A*, 269:536–553, 1999.

- [100] Y. C. ZHOU, B. H. XU, et A. B. YU. Numerical investigation of the angle of repose of monosized spheres. *Phys. Rev. E*, 64:021301, 2001.
- [101] Y. C. ZHOU, B. H. XU, A. B. YU, et P. ZULLI. An experimental and numerical study of the angle of repose of coarse spheres. *Powder Technology*, 125:45–54, 2002.

Résumé - Considérons une boîte remplie de grains et inclinons la progressivement. Au-dessus d'un angle critique, un écoulement de surface se déclenche. Cette avalanche, d'amplitude et de durée finies, fait relaxer l'angle du tas de quelques degrés.

Ce processus intervient fréquemment dans la nature, notamment sous la forme d'écoulements de débris qui se produisent aussi bien à la surface de la Terre que dans les fonds marins. Cependant, les écoulements denses de granulaires immergés dans un liquide ont été peu étudiés. Ainsi, le travail expérimental rapporté dans ce manuscrit s'attache à déterminer l'influence d'un fluide environnant, gaz ou liquide, sur l'amplitude et la dynamique des avalanches. Nous mettons en évidence trois régimes d'avalanches contrôlés par deux paramètres sans dimension : le rapport r entre la densité des grains et celle du fluide, et le nombre de Stokes St qui compare l'inertie d'un grain aux effets visqueux du fluide. Dans un gaz (grandes valeurs de r et de St), l'effet du fluide est négligeable. Dans les liquides (petites valeurs de r), l'amplitude des avalanches diminue tandis que leur durée augmente lorsque St diminue.

Dans une deuxième partie, nous étudions l'effet d'un confinement du tas entre deux parois latérales sur sa stabilité. Maximale quand l'écart entre parois est minimum, la valeur des angles diminue sur une longueur caractéristique B lorsque l'écart entre parois augmente. Cet effet peut s'expliquer par la redirection d'une partie des contraintes internes au tas vers les parois, ce qui y induit des forces de frottement prévenant ou bloquant l'écoulement. Deux lois d'échelles dépendantes de la taille des grains sont mises en évidence pour la longueur B : l'effet des parois est géométrique pour les gros grains alors qu'un régime cohésif est observé pour les petits grains.

Enfin, nous rapportons les résultats de premières expériences dans l'air où la vitesse des grains est mesurée et apparaît exponentiellement décroissante avec la profondeur.

Abstract - Take a box full of grains with a horizontal free surface and incline it smoothly. At a critical angle, a surface flow starts. This avalanche, whose amplitude and time duration are finite, makes the pile angle relax to a few degrees smaller angle.

This process is often observed in nature, such as debris flows that occur on Earth surface or on submarine grounds. Nevertheless, not many studies have concerned dense granular flows when the pile is immersed in a liquid. We have thus performed an extensive series of experiments to investigate the influence of the interstitial fluid, gas or liquid, on the packing stability and the avalanche dynamics. Three regimes of avalanches in fluids are put in light depending on the grain/fluid density ratio r , and on the Stokes number St which prescribes the relative importance of grain inertia to fluid viscous effects. In gas (large r and St values) the amplitude and time duration of avalanches do not depend on any fluid effect and a surprising free fall regime is observed. In liquids (small r values), for decreasing St , the amplitude decreases and the time duration increases, exploring an inertial and a viscous regime. These three regimes are described by the simple analysis of the elementary motion of one grain.

In a second part, we investigate the effect of confining lateral walls on pile angles. Maximum for small gap width, angles decrease on a characteristic length B with an increasing gap. This is explained by a model based on the redirection of stresses through the granular media to the walls, generating friction forces that prevent or stop the flow. Two different scaling laws are put in light for B . For large beads, wall effect is geometric as B is proportional to the bead size, whereas a cohesive regime leading to a constant B value is observed for small beads.

Finally, we report first measurements of the grain velocity in air. Although the flow does not reach any stationary state, velocity profiles quickly adopt a stationary shape.