



**HAL**  
open science

# Interférométrie atomique avec l'atome de lithium : analyse théorique et construction d'un interféromètre, applications.

Caroline Champenois

► **To cite this version:**

Caroline Champenois. Interférométrie atomique avec l'atome de lithium : analyse théorique et construction d'un interféromètre, applications.. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Paul Sabatier - Toulouse III, 1999. Français. NNT: . tel-00003602

**HAL Id: tel-00003602**

**<https://theses.hal.science/tel-00003602>**

Submitted on 20 Oct 2003

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE

présentée devant  
l'université Paul Sabatier–Toulouse III  
en vue de l'obtention du  
doctorat de l'université Paul Sabatier,  
spécialité : Physique quantique  
par

CAROLINE CHAMPENOIS

INTERFÉROMÉTRIE ATOMIQUE AVEC L'ATOME DE  
LITHIUM : ANALYSE THÉORIQUE ET CONSTRUCTION D'UN  
INTERFÉROMÈTRE, APPLICATIONS.

soutenue le 17 décembre 1999 devant le jury composé de

Alain Aspect, IOTA, Orsay :	rapporteur
Matthias Büchner, université de Toulouse :	examineur
Jean Dalibard, ENS, Paris :	rapporteur
Pierre Labastie, université de Toulouse :	examineur
Fernande Vedel, université de Marseille :	présidente
Jacques Vigué, université de Toulouse :	directeur

Laboratoire Collisions Agrégats Réactivité, UMR 5589, UFR PCA,  
université Paul Sabatier, 118 route de Narbonne, 31062 Toulouse cédex 4,  
France

## Remerciements

*Les premières pages de cette thèse sont pour moi l'occasion de remercier Jacques Vigué pour m'avoir accueilli non seulement dans le laboratoire mais aussi dans l'équipe qu'il dirige. Partager le bureau de Jacques Vigué pendant trois ans a été très instructif. J'y ai appris beaucoup de physique, beaucoup de "trucs" pour les manips, un peu de l'art de négocier les prix et les budgets. J'y ai aussi appris qu'on peut réussir en recherche et diriger un laboratoire en restant honnête avec les autres et avec soi-même. Je voudrais donc remercier J. Vigué pour toutes les connaissances qu'il a bien voulu partager avec moi, pour le regard exigeant mais bienveillant qu'il a eut sur mon travail et aussi pour m'avoir aidé à me,er à bien ma thèse pendant et après ma grossesse.*

*J'ai été très heureuse qu'Alain Aspect et Jean Dalibard acceptent d'être rapporteurs de ma thèse et je les remercie d'avoir accepté cette tâche malgré leur emploi du temps très chargé et le court délai dont ils ont disposé. Leurs remarques et suggestions m'ont été très précieuses et j'espère sincèrement qu'ils garderont un autre souvenir de ma soutenance que des 4 heures passées à attendre l'avion qui devait les transporter à Toulouse. Je remercie Pierre Labastie et Matthias Büchner d'avoir fait partie du jury et Fernande Vedel de m'avoir fait l'honneur de le présider.*

*De nombreuses personnes ont contribué à la construction de l'expérience et à mon initiation aux joies de la physique expérimentales. En premier lieu, je dois remercier Gérard Tréneç qui a dessiné et redessiné la manip, qui m'a montré et remontré comment se règle un laser à colorant et qui encore et toujours est présent quand on a besoin d'un coup de main ou d'un conseil. J'ai eut la chance de connaître son "alter-ego" du bricolage, Antoine Pelisser qui n'a compté ni son temps ni son énergie pour nous aider et qui j'espère, continue d'avoir des raisons de bougonner du fond de sa retraite bien méritée! Merci aussi aux techniciens des ateliers de mécanique et d'électronique pour avoir usiné le jour même les petites pièces qui désespèrent par leur absence un expérimentateur.*

*Pendant ces trois années passées à l'IRSAMC, j'ai eut le plaisir de cotoyer de nombreuses personnes dont j'ai apprécié la compagnie et la conversation, qu'elle soit scientifique, littéraire, cinématographique, philosophique ou culinaire. Merci à vous tous, et surtout aux membres passés et présents de l'équipe Vigué, qui est devenue Vigué-Weiner : Grégory Bazalgette, Éric Audouard et Christophe Boisseau à qui je souhaite une joyeuse vie sous d'autres cieux, Matthias Büchner et Rémi Delhuille à qui je confie le bébé en leur souhaitant bon courage, Carlo Rizzo, Renaud Mathevet et Cécile Robilliard que je remercie pour le souffle nouveau qu'ils donnent à l'équipe. Je tiens à remercier explicitement Philippe Miroux pour sa grande efficacité, disponibilité et flexibilité, Pierre Labastie pour ses nombreux coups de main et Alberto Beswick et Chris Meyer pour avoir alléger mes tâches d'enseignement à l'époque de la rédaction de ma thèse.*

*Mes derniers remerciements seront pour mon mari, Jean-Yves, qui depuis la naissance de notre fils Simon assume plus que sa part des tâches domestiques pour me permettre de finir ma thèse dans de bonnes conditions tout en ne sacrifiant pas mon rôle de maman. J'espère pouvoir conserver longtemps ce précieux équilibre entre recherche et vie familiale.*

# Table des matières

<b>I</b>	<b>Introduction</b>	<b>7</b>
I.1	Bref historique des interféromètres à ondes de matière . . . . .	8
I.2	Le début des interféromètres atomiques . . . . .	9
I.2.1	Signal d'interférence avec un interféromètre de Mach-Zehnder à trois réseaux. . . . .	11
I.2.2	Les interféromètres utilisant la structure interne des atomes . . . .	12
I.2.3	Les interféromètres utilisant des réseaux de phase . . . . .	13
I.3	Mesures interférométriques . . . . .	14
I.4	L'interféromètre de Toulouse . . . . .	15
I.5	Plan de la thèse . . . . .	16
<b>II</b>	<b>Diffraction par une onde laser stationnaire</b>	<b>19</b>
II.1	États de l'atome habillé . . . . .	19
II.2	Effet de la structure atomique . . . . .	23
II.2.1	Couplage entre états de structure fine . . . . .	23
II.2.2	Prise en compte de la structure hyperfine . . . . .	24
II.3	Diffraction par une onde mince . . . . .	26
II.3.1	Amplitudes diffractées . . . . .	26
II.3.2	Interprétation corpusculaire de la diffraction par une onde mince	30
II.3.3	Validité de l'approximation de l'onde mince . . . . .	31
II.4	Diffraction par une onde épaisse . . . . .	32
II.4.1	Amplitude de diffraction dans le régime de Bragg . . . . .	34
II.4.2	Validité de l'approximation . . . . .	36
II.4.3	Sélectivité en vitesse de la diffraction de Bragg . . . . .	37
II.5	Formalisme plus général . . . . .	39
II.5.1	Motivations . . . . .	39
II.5.2	Hypothèses . . . . .	39
II.5.3	États propres dans un potentiel périodique . . . . .	40
II.5.4	Propagation de l'onde atomique à travers un réseau . . . . .	41
II.5.5	Différents régimes de couplage par le potentiel . . . . .	44
II.5.6	Synthèse . . . . .	48
II.6	Application à la diffraction d'une onde de lithium . . . . .	49
II.6.1	Transition utilisée pour la diffraction . . . . .	49
II.6.2	Choix des paramètres de diffraction utilisés . . . . .	51
II.6.3	Conclusion . . . . .	53

<b>III L'interféromètre atomique</b>	<b>55</b>
III.1 Propagation d'une onde dans un interféromètre . . . . .	57
III.1.1 Modèle en ondes planes . . . . .	57
III.1.2 Un modèle plus réaliste . . . . .	60
III.1.3 Choix des dimensions de l'interféromètre . . . . .	65
III.1.4 Choix des paramètres définissant les réseaux . . . . .	65
III.2 Contributions des chemins multiples . . . . .	68
III.2.1 Cohérence des différents chemins . . . . .	69
III.2.2 Étude du contraste en fonction de la position du détecteur . . . . .	70
III.3 Pertes de contraste dues à des réglages imparfaits . . . . .	76
III.3.1 Différence entre les distances séparant les réseaux . . . . .	76
III.3.2 Rotations des réseaux dans leur plan . . . . .	80
III.3.3 Effet de la polychromaticité de la source . . . . .	82
III.3.4 Retour à un interféromètre à chemins multiples . . . . .	86
III.4 Interféromètres à réseaux d'amplitude . . . . .	88
III.4.1 Différence d'effet des différents chemins de propagation . . . . .	88
III.4.2 Performance du signal . . . . .	89
III.4.3 Effet de phase associé aux réseaux de fils . . . . .	90
<b>IV Le dispositif expérimental</b>	<b>93</b>
IV.1 Description du jet de lithium . . . . .	93
IV.1.1 Montage à vide et géométrie . . . . .	93
IV.1.2 Fonctionnement d'un jet moléculaire très collimaté . . . . .	95
IV.1.3 Le jet supersonique dans le régime hydrodynamique . . . . .	96
IV.1.4 Le jet supersonique dans le régime moléculaire . . . . .	98
IV.1.5 Comparaison avec un jet effusif . . . . .	101
IV.1.6 Le four . . . . .	103
IV.1.7 Pompage des enceintes . . . . .	103
IV.2 Système de détection . . . . .	104
IV.2.1 Processus d'ionisation de surface . . . . .	105
IV.2.2 Considérations pratiques . . . . .	105
IV.2.3 Collection et détection des ions . . . . .	106
IV.3 Préparation et diffraction des atomes . . . . .	107
IV.3.1 Pompage optique . . . . .	107
IV.3.2 Réalisation des ondes laser . . . . .	114
<b>V Indice d'un gaz pour une onde atomique</b>	<b>115</b>
V.1 Mesure de l'indice de réfraction d'un gaz . . . . .	115
V.1.1 Généralités . . . . .	115
V.1.2 Principe de la mesure . . . . .	117
V.1.3 Effet des multiples faisceaux se propageant dans l'interféromètre . . . . .	119
V.1.4 Les mesures d'indice pour une onde de sodium . . . . .	120
V.2 Théorie de l'indice pour des ondes atomiques . . . . .	122
V.2.1 Cas de centres diffusants fixes . . . . .	122
V.2.2 Cas de centres diffusants mobiles . . . . .	127

V.2.3	Comparaison avec l'expression classique de la section efficace . . .	137
V.3	L'indice de réfraction avant moyenne . . . . .	138
V.3.1	Amplitude de diffusion vers l'avant . . . . .	138
V.3.2	Calcul des déphasages . . . . .	139
V.3.3	Les potentiels atomiques alcalin-gaz rare . . . . .	140
V.3.4	Comportement de $\delta_l$ en fonction de $l$ . . . . .	141
V.3.5	Comportement de l'amplitude de diffusion . . . . .	143
V.3.6	Indice de réfraction avant moyenne . . . . .	145
V.4	Calculs pour une onde de sodium . . . . .	146
V.4.1	Indice de l'hélium pour une onde de sodium . . . . .	148
V.4.2	Indice d'une cellule de néon pour une onde de sodium . . . . .	150
V.4.3	Indice d'une cellule d'argon, de krypton et de xénon pour une onde de sodium . . . . .	151
V.5	Calculs pour une onde de lithium . . . . .	154
V.5.1	Comparaison avec le sodium . . . . .	154
V.5.2	Résultats des calculs . . . . .	157
V.5.3	Utilisation d'une cible de gaz refroidi . . . . .	160
<b>VI</b>	<b>Interactions avec un champ électrique</b>	<b>163</b>
VI.1	Mesure de la polarisabilité atomique . . . . .	164
VI.1.1	Principe de la mesure . . . . .	164
VI.1.2	L'expérience de Pritchard . . . . .	165
VI.1.3	Mesure de la polarisabilité du lithium . . . . .	168
VI.1.4	Élimination de la dispersion en vitesse du déphasage . . . . .	169
VI.2	Vérification de la neutralité des atomes . . . . .	172
VI.2.1	Schéma de principe . . . . .	173
VI.2.2	Plus petite charge mesurable . . . . .	174
VI.2.3	Effet de bords . . . . .	175
VI.2.4	Comparaison avec d'autres méthodes . . . . .	177
<b>A</b>	<b>Calculs utiles à la diffraction</b>	<b>181</b>
A.1	Condition de validité de l'approximation d'onde mince . . . . .	181
A.2	Calcul de l'élément irréductible $\langle {}^2S    d^1    {}^2P \rangle$ . . . . .	182
<b>B</b>	<b>Calculs dans l'approximation de Fresnel</b>	<b>183</b>
B.1	Diffraction par un plan infini . . . . .	183
B.2	Diffraction par une fente et trois réseaux . . . . .	183
<b>C</b>	<b>Détail du dispositif expérimental</b>	<b>185</b>
C.1	Schéma du bâti . . . . .	185
C.2	Schéma de construction du four . . . . .	185
<b>D</b>	<b>Pompage optique</b>	<b>188</b>
D.1	Simulation numérique du pompage optique . . . . .	188

<b>E</b>	<b>Données utiles au calcul de l'indice</b>	<b>190</b>
E.1	Changement de référentiel d'une onde atomique . . . . .	190
E.2	potentiels utilisés . . . . .	192

# Chapitre I

## Introduction

L'interférométrie atomique est un sujet séduisant par la beauté des principes fondamentaux qu'elle met en jeu et par la précision des mesures qu'elle permet. Les dix dernières années ont vu le développement de divers types d'interféromètres atomiques, développement intimement lié aux progrès de la manipulation d'atomes par laser. Cette croissance est accompagnée d'une augmentation de leur diversité et il existe aujourd'hui des interféromètres variés, certains utilisent des atomes froids, d'autres des jets thermiques. Les interféromètres diffèrent enfin par l'utilisation ou non des degrés de liberté internes des atomes dans le fonctionnement de leurs séparatrices.

Cette thèse est la première consacrée à l'interférométrie atomique dans l'équipe de Jacques Vigué. Elle présente le principe et le dispositif expérimental d'un interféromètre à ondes d'atomes que nous avons construit pendant ma thèse. Cet interféromètre, qui utilise des atomes de lithium, repose uniquement sur la fonction d'onde décrivant le mouvement du centre de gravité de l'atome et ne modifie pas leur état interne, d'où le terme de scalaire qu'on peut utiliser pour le caractériser, en référence aux ondes scalaires en optique. Le formalisme des ondes scalaires suffit, en optique, à expliquer les phénomènes d'interférence observés quand la polarisation de la lumière ne joue aucun rôle. Par opposition, les expériences d'optique atomique qui utilisent l'état interne des atomes pour distinguer deux chemins de propagation sont l'analogue des expériences d'optique qui reposent sur la polarisation de la lumière. L'interféromètre que nous construisons doit beaucoup aux premiers interféromètres à électrons ou à neutrons. Il possède une géométrie de type Mach-Zehnder très utilisée en interférométrie d'ondes de matière car elle permet de séparer spatialement les deux bras de l'interféromètre. Cette séparation est obtenue grâce à la diffraction d'une onde atomique par des ondes laser stationnaires, qui se comportent alors comme des réseaux de phase. La séparation spatiale entre bras de l'interféromètre peut être mise à profit pour des mesures interférométriques où une perturbation est appliquée à un seul des deux bras de l'interféromètre. Différentes mesures, possibles ou envisagées, sont présentées ici. D'une part, des mesures qui reposent sur l'interaction de l'atome avec un champ électrique et qui permettent, par exemple, de mesurer avec une grande précision la polarisabilité statique électrique de l'atome de lithium. D'autre part, des mesures qui décrivent l'effet d'un gaz dilué sur la propagation de l'onde atomique. Cet effet peut être représenté par l'indice de réfraction de ce gaz pour l'onde atomique.

Cette introduction a pour but de replacer l'interférométrie atomique dans son con-

texte historique, et de présenter un bref aperçu des divers interféromètres atomiques construits durant les dernières années.

## I.1 Bref historique des interféromètres à ondes de matière

C'est en 1801 que les expériences de T. Young ouvrent le champ de l'optique ondulatoire grâce à la mise en évidence du phénomène d'interférence associé à un système de deux fentes (expérience des fentes d'Young). La théorie corpusculaire construite par Newton pour expliquer l'observation des "anneaux de Newton" est alors définitivement abandonnée. Un siècle plus tard, l'interférométrie optique devient un outil aussi bien pour l'observation (interféromètre de Fabry-Pérot pour les mesures de spectres atomiques) que pour tester des principes fondamentaux (interféromètre de Michelson et Morley pour la mise en évidence de l'éther lumineux). Depuis, les interféromètres ont gagné en variété et sont même entrés dans l'industrie, pour la mesure de contrainte et de déformation par exemple (*voir* par exemple l'article [1] sur la mesure de grande déformation par interférométrie de speckle). Les interféromètres n'ont pas pour autant quitté les laboratoires de recherche et les interféromètres de Fabry-Pérot de grande finesse sont très utilisés, en particulier dans le domaine de la spectroscopie, comme références de fréquence pour les laser.

Grâce à l'idée formulée par L. de Broglie en 1924 qu'à une particule on peut associer une onde, l'interférométrie n'est plus réservée à la lumière. Le premier pas vers l'interférence d'ondes de matière est réalisé par Davisson et Germer qui, en 1927, mettent en évidence expérimentalement la diffraction d'un faisceau d'électrons par un cristal de Nickel [2]. Cette expérience précède de très peu l'observation par Stern dès 1929, ensuite rejoint par Estermann et Fritsch, de la diffraction d'un jet d'hélium par la surface d'un cristal de fluorure de lithium LiF [3]. Le premier interféromètre à électrons suit en 1952. Il repose sur une géométrie de Mach-Zehnder (*voir* figure I.1) où le rôle des miroirs et des séparatrices est joué par des réseaux de diffraction constitués de cristaux de quelques centaines d'atomes d'épaisseur [4]. Ces réseaux sont trop fins pour imposer une condition de Bragg à la diffraction et se comportent plutôt comme de simples réseaux de transmission où seule la périodicité dans le plan a une importance. Un des avantages de la géométrie de Mach-Zehnder, qui sera d'ailleurs conservée pour les interféromètres à neutrons et à atomes, est que contrairement aux interféromètres à division du front d'onde (comme les fentes d'Young ou les miroirs de Fresnel), le contraste du système de franges n'est pas réduit par l'étendue spatiale de la source. Tous les points qui composent la source contribuent au signal de la même façon. On peut ainsi utiliser une source étendue pour que son intensité soit suffisante à l'observation d'un signal d'interférences. L'avantage d'un interféromètre de Mach-Zehnder à réseaux sur un interféromètre de Michelson est que, même à différence de marche non nulle, il existe un système de franges indépendant de la longueur d'onde de la source. La polychromaticité de la source ne provoque alors pas de perte de contraste. Nous démontrerons plus loin cette propriété dans le cas d'un interféromètre atomique. Les interféromètres achromatiques sont d'un grand intérêt en optique électronique, neutronique ou atomique car ils permettent de conserver un bon contraste de signal malgré la dispersion en vitesse (et donc en longueur d'onde) de la source.

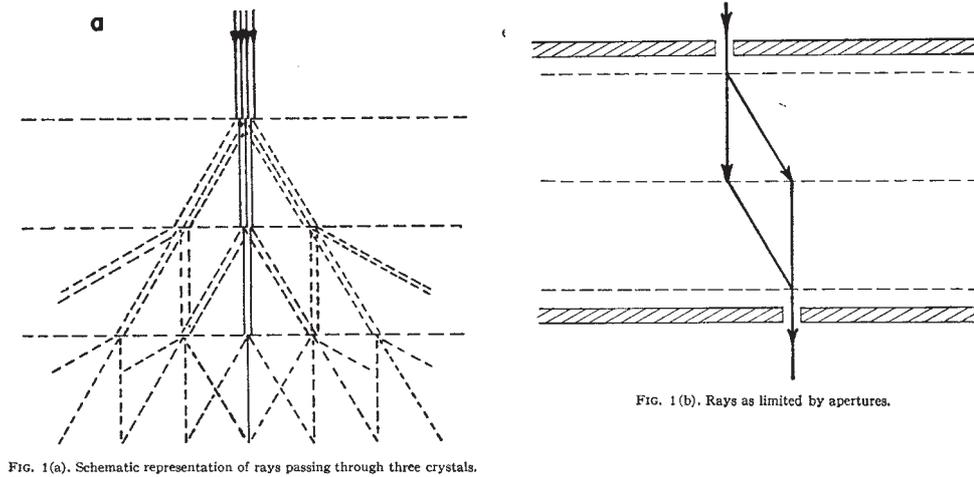


Figure I.1: propagation des ondes d'électrons dans un interféromètre de type Mach-Zehnder à cristaux, telle qu'elle est représentée dans l'article de 1952 de Marton [5].

À partir de 1962, plusieurs tentatives ont pour but la construction d'un interféromètre à neutrons thermiques, mais ce n'est qu'en 1974 qu'est construit un interféromètre avec une intensité et un interfrange tels que l'observation d'un signal d'interférence soit possible [6] : cet interféromètre utilise une géométrie de type Mach-Zehnder où la séparation et la recombinaison des faisceaux sont réalisées par des réseaux de diffraction. Ces réseaux sont suffisamment épais pour imposer une condition de Bragg à la diffraction et la seule modification à la géométrie présentée plus haut est la nécessité d'avoir un jet qui rencontre les réseaux sous l'incidence de Bragg. L'inconvénient de cet interféromètre est l'intensité insuffisante des sources à neutrons thermiques et leur complexité. Malgré ces difficultés, de très belles expériences ont été réalisées avec des interféromètres à neutrons [7]. On peut citer par exemple la démonstration expérimentale, en 1975, de la période de rotation de  $4\pi$  pour un spin  $1/2$  (au lieu de la valeur classique de  $2\pi$ ) ou encore la mesure de l'accélération locale de la gravité  $g$ .

## I.2 Le début des interféromètres atomiques

Les interféromètres à atomes présentent de nombreux avantages par rapport à ceux utilisant des neutrons ou des électrons. Les sources d'atomes sont plus intenses et plus faciles à construire que celles de neutrons. Par ailleurs, les atomes subissent moins de perturbations que les électrons de la part des champs électrique et magnétique résiduels car ils sont électriquement neutres. Enfin, la structure interne des atomes offre des degrés de liberté supplémentaires. Ces états internes, souvent liés au moment cinétique de l'atome, jouent un rôle analogue à celui de la polarisation pour la lumière. Les interféromètres peuvent soit agir seulement sur la propagation soit agir à la fois sur la propagation et sur l'état interne de l'atome. Ceci permet de repérer les différents chemins qui interfèrent quand ceux-ci ne sont pas séparés spatialement. L'idée d'utiliser des interféromètres à atomes comme accéléromètres ou gyroscopes de grande précision est proposée en 1988 [8] et il

faut attendre 1991 pour voir fonctionner le premier interféromètre à bras séparés.

Ce développement tardif comparé à celui des interféromètres à électrons ou à neutrons s'explique par l'absence d'outils pour manipuler les atomes de façon cohérente, en particulier les dévier ou les réorienter. Les cristaux utilisés pour les électrons et les neutrons ne sont bien sûr pas utilisables pour les atomes, tout au moins en transmission. L'émergence de l'interférométrie atomique est directement liée à celle de la manipulation d'atomes par laser, technique "dérivée" de la recherche du refroidissement et du piégeage des atomes. Une de ces techniques est d'utiliser une onde laser stationnaire pour diffracter une onde atomique. C'est la méthode que nous avons choisie et nous en expliquons le principe plus loin (*voir* chapitre II). L'onde laser stationnaire se comporte comme un réseau de phase pour l'onde atomique si la fréquence du laser est proche d'une fréquence de transition résonante de l'atome. Même si la diffraction d'atomes par une onde laser stationnaire est mise en évidence dès 1983 [9], ce ne sont pas de tels réseaux qui sont employés dans le premier<sup>1</sup> interféromètre atomique à bras séparés, construit par le groupe de Pritchard, au MIT. Cet appareil donne ses premiers signaux d'interférence en 1991 [11] avec un contraste pouvant atteindre 50 %. Comme les interféromètres à électrons et à neutrons dont nous avons parlé, cet interféromètre, qui a largement inspiré le nôtre, utilise une géométrie de Mach-Zehnder. Les réseaux utilisés pour séparer et recombinaison les faisceaux qui interfèrent ne sont plus des cristaux mais une succession de fils. Ils se comportent comme des réseaux d'amplitude si on néglige l'interaction de van der Waals entre les atomes de l'onde et les parois des fils. Les premières expériences utilisaient des réseaux de période 200 nm, réalisés par nanolithographie par faisceau d'électrons, sur une fine membrane d'or ou de nitrure de silicium [12]. La réalisation de tels réseaux représente une prouesse de la nanolithographie, à cause des contraintes très fortes sur le dessin du réseau, telles que l'excellent parallélisme entre traits et leur périodicité. Pour la qualité de la diffraction, on ne peut tolérer que de faibles écarts à ces contraintes, qui doivent rester bien inférieurs à la période du réseau sur toute la surface utile. Plus récemment, des réseaux de période 100 nm ont été réalisés au MIT, par holographie UV [13].

L'interféromètre de Pritchard a jusqu'ici été utilisé avec des atomes de sodium et des dimères de sodium mais, et c'est sa grande force par rapport aux interféromètres que nous détaillerons plus loin, il pourrait être utilisé avec d'autres atomes ou même molécules en ne modifiant que la source. L'utilisation de réseaux d'amplitude présente malgré tout des inconvénients. Outre la perte en intensité due à la surface fermée des réseaux, la grande fragilité de ces réseaux due à la finesse de la membrane qui les supporte et la facilité de bouchage rendent leur usage délicat et limitent leur durée de vie. L'utilisation d'ondes laser comme réseaux de diffraction permet de s'affranchir de ces défauts et offre de plus la possibilité de modifier continûment (et donc d'optimiser) la répartition de l'intensité dans chaque ordre de diffraction. Ceci est possible en jouant sur la puissance et la fréquence de l'onde laser ou sur le temps d'interaction avec celle-ci. Nous décrivons ci dessous comment observer des franges d'interférences avec un interféromètre de Mach-Zehnder à trois réseaux. Dans une première approche, cette observation ne dépend pas du type de réseau utilisé.

---

<sup>1</sup>Auparavant, l'équipe de Mlynek mesure des franges d'interférences atomiques associées à un système de fentes d'Young [10].

### I.2.1 Signal d'interférence avec un interféromètre de Mach-Zehnder à trois réseaux.

Considérons une onde plane se propageant dans un interféromètre de Mach-Zehnder à réseaux. Le premier réseau sépare l'onde incidente en deux (ou éventuellement plusieurs) ondes diffractées. Nous appelons  $\theta_d$  l'angle de diffraction au premier ordre. Dans l'approximation des petits angles  $\theta_d = \lambda_{dB}/a$  où  $\lambda_{dB}$  est la longueur d'onde de la particule diffractée et  $a$  la période du réseau. Considérons par exemple les ondes diffractées dans l'ordre 0 et +1 par ce premier réseau (voir figure I.2). La diffraction par le deuxième réseau permet d'obtenir deux chemins de propagation qui se recouvrent à une distance  $L_{23}$  du deuxième réseau égale à la distance  $L_{12}$  entre le premier et le deuxième réseau. L'onde  $\psi_0$  se propageant selon la direction  $Oz$  après diffraction par le deuxième réseau peut être décrite par l'équation

$$\psi_0 = A_0 \exp(ikz + \varphi_0) \quad (\text{I.1})$$

et  $\psi_1$ , celle se propageant après diffraction par le deuxième réseau selon l'angle de diffraction au premier ordre par

$$\psi_1 = A_1 \exp(ikz + ik_x x + \varphi_1). \quad (\text{I.2})$$

La composante du vecteur d'onde selon  $Ox$  provient de la diffraction et vaut  $k_x = \theta_d k = 2\pi/a$ . Dans la zone de superposition de ces deux ondes, il se forme une onde atomique stationnaire dans la direction  $Ox$ , et toujours progressive dans la direction  $Oz$ . La probabilité de présence atomique dans cette zone est

$$|\psi_0 + \psi_1|^2 = I(1 + C_a \cos(2\pi x/a + \varphi)) \quad (\text{I.3})$$

et présente la même période que les réseaux. Le contraste  $C_a$  dépend de l'amplitude relative de chacune des ondes. Pour lire ce signal d'interférence d'ondes, on utilise un

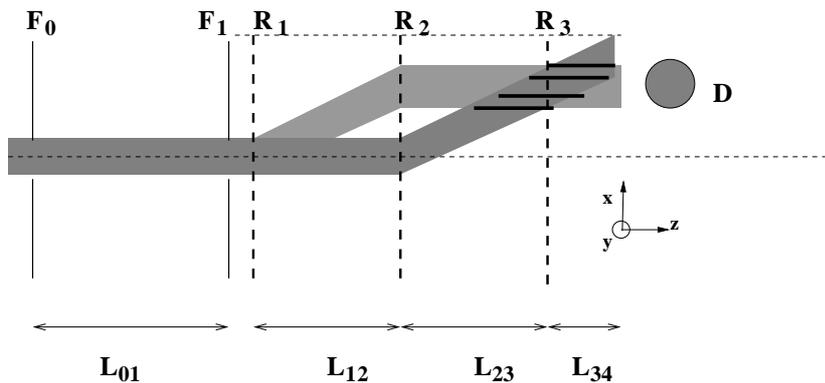


Figure I.2: schéma de principe d'un interféromètre de Mach-Zehnder avec ses trois réseaux de diffraction  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ , ses deux fentes collimatrices  $F_0$ ,  $F_1$  et son détecteur  $D$ . Dans le cas idéal, les trois réseaux sont identiques et parallèles entre eux et les distances  $L_{12}$  et  $L_{23}$  sont égales.

troisième réseau, de même période que les deux premiers. Quand ce réseau est un réseau

d'amplitude, il fonctionne comme un masque qui laisse passer l'onde atomique au niveau de ses portions ouvertes. Quand les zones ouvertes du réseau (de largeur  $\beta a$ ) sont superposées aux ventres de l'onde atomique stationnaire, le signal détecté est maximum et il est minimum quand les zones ouvertes coïncident avec les noeuds de l'onde atomique. La translation du troisième réseau dans la direction  $Ox$  permet donc d'observer un signal d'interférence. La période de ces franges est égale à la période  $a$  des réseaux. Ce mode de détection correspond à un effet de Moiré entre l'onde atomique stationnaire et le masque qu'est le troisième réseau. Si le détecteur est juste derrière le troisième réseau, le contraste du signal mesuré est  $C_a \sin(\pi\beta)/(\pi\beta)$ . L'intensité du signal détecté ne dépend pas de la position du détecteur à condition que celui-ci soit en face du chemin de sortie de l'interféromètre. Ce mode de détection permet de s'affranchir de la dimension de l'interfrange et d'utiliser un détecteur de dimension bien supérieure.

Le réseau masque est aussi un réseau diffractant et si on éloigne le détecteur de ce réseau, le contraste du signal mesuré ne dépend plus de l'effet de Moiré mais des amplitudes des chemins sortants du troisième réseau et qui interfèrent en sortie. Pour des réseaux de phases, l'interprétation en détection de Moiré n'est pas du tout réaliste car il n'y a pas d'effet de masque associé à ces réseaux. Un signal d'interférence est quand même observable si on translate le troisième réseau et une démonstration plus complète de ce phénomène est présentée dans le chapitre III. On peut remarquer que dans tous les cas, le signal d'interférence est indépendant de la longueur d'onde diffractée. L'interféromètre de Mach-Zehnder à trois réseaux est donc achromatique et la dispersion en vitesse de la source n'occasionne pas de perte de contraste. Par contre, la vitesse des particules modifie l'angle de diffraction et donc la géométrie de l'interféromètre. Comme on utilise des réseaux de diffraction pour séparer les ondes, leur séparation angulaire  $\theta_d = \lambda_{dB}/a$  est inversement proportionnelle à la vitesse des atomes. Si cette séparation est trop petite, il n'est plus possible de séparer spatialement les bras.

Cette démonstration est très générale et s'applique à tous les interféromètres de Mach-Zehnder à trois réseaux, qu'ils utilisent des ondes lumineuses, d'atomes, de neutrons ou d'électrons. Elle ignore d'éventuelles phases associées à la diffraction, dépendant de la vitesse des atomes. Ce point sera traité plus loin (*voir* chapitre II).

### **I.2.2 Les interféromètres utilisant la structure interne des atomes**

Une autre famille d'interféromètres voit le jour dans la même période que celle inaugurée par l'interféromètre de Pritchard : les interféromètres atomiques qui utilisent la structure interne des atomes. Le premier est une réinterprétation en franges d'interférences atomiques des franges de Ramsey [3] observées lors d'expériences d'absorption saturée. Cette réinterprétation est proposée par Bordé en 1989 [14]. Elle est suivie de nouvelles expériences où un interféromètre inspiré de l'expérience de Ramsey est utilisé pour des mesures de rotation et d'interaction d'atomes avec des champs électriques ou magnétiques [15]. Dans ces expériences, les atomes sont placés dans une superposition cohérente de leur état fondamental  $|f\rangle$  et d'un état excité  $|e\rangle$ . La fonction d'onde atomique se sépare donc sous l'effet de la différence de quantité de mouvement entre ces deux projections de l'état atomique, différence provoquée par le recul du photon absorbé pour passer de l'état  $|f\rangle$  à l'état  $|e\rangle$ . Dans les expériences initiales de Ramsey [3], l'énergie qui sépare l'état  $|e\rangle$  de

l'état  $|f\rangle$  appartient au domaine des radiofréquences ou des micro-ondes. Les nouvelles expériences utilisent une transition optique, ce qui permet d'avoir une quantité de mouvement de recul beaucoup plus grande. L'inconvénient des transitions optiques par rapport aux transitions radiofréquences ou micro-ondes est la plus grande probabilité d'émission spontanée, ce qui limite le temps que l'atome peut passer dans l'interféromètre. L'interféromètre à atomes froids de Kasevich et Chu [16] qui repose sur ce principe, garde l'avantage du grand moment de recul des transitions optiques et la longue durée de vie des états impliqués dans les transitions radiofréquences en utilisant des transitions Raman entre deux sous-niveaux de l'état fondamental. Ceci permet d'éviter l'émission spontanée même en travaillant avec un temps de transit très long dans l'interféromètre, possible grâce aux atomes froids. Il est opérationnel depuis 1992 et fournit, entre autres, les mesures interférométriques les plus précises de l'accélération locale de pesanteur  $g$  [17].

Des signaux d'interférence atomique ont aussi été observés grâce à des systèmes de fentes d'Young. Premièrement en 1991, dans le groupe de Mlynek, qui utilisait des fentes de  $2\ \mu\text{m}$  séparées de  $6\ \mu\text{m}$  et un jet supersonique d'hélium métastable [10]. Ensuite, en 1996, dans l'équipe de J. Dalibard, avec cette fois un nuage de césium refroidi [18, 19]. L'originalité de cette expérience est que la configuration des fentes d'Young est réalisée dans le temps et non dans l'espace. Dans cette expérience, le nuage d'atomes rebondit sur une onde évanescente qui se comporte alors comme un miroir à atomes. Comme cette onde est modulée en fréquence, elle induit un transfert de quanta d'énergie aux atomes. Ceci correspond à une diffraction dans le temps et non dans l'espace. Grâce à la diffraction en énergie de l'onde atomique par une fente temporelle, deux chemins possibles de parcours se recouvrent après trois rebonds. Le signal d'interférence est obtenu en comptant le nombre d'atomes qui retombent après le troisième rebond, en fonction du temps.

Il existe aussi des interféromètres où il n'y a pas de séparation spatiale entre les bras et où la séparation repose uniquement sur l'état interne des atomes. Ces interféromètres sont analogues aux interféromètres de polarisation en optique. L'exemple le plus connu est l'interféromètre de Stern et Gerlach, comme celui existant dans l'équipe de J. Baudon [20]. L'état interne utilisé est la projection d'un moment magnétique et les séparatrices sont des champs magnétiques rapidement variables ou des champs radiofréquences. Dans les deux cas, on induit des transitions entre différents niveaux Zeeman. Grâce à un nuage d'atomes froids rebondissant sur une onde évanescente en translation, l'équipe d'A. Aspect a aussi observé un signal d'interférence dans la probabilité de diffraction des atomes [21]. Dans ce système, les atomes peuvent se promener sur différentes courbes de potentiel selon leur état interne. Le croisement des courbes de potentiel joue ici le rôle de séparatrices.

### I.2.3 Les interféromètres utilisant des réseaux de phase

Ce n'est qu'en 1995 qu'est construit le premier interféromètre atomique de Mach-Zehnder utilisant des ondes laser pour diffracter, c'est-à-dire un interféromètre proche de celui que nous construisons. En fait, deux interféromètres utilisant des réseaux un peu différents fournissent leur premiers signaux quasiment en même temps. Celui construit par l'équipe de Zeilinger à Innsbruck [22] ressemble, dans le principe, à celui de Pritchard, en remplaçant les réseaux d'amplitude par des réseaux de phase, constitués d'une onde laser

stationnaire, quasi-résonnante avec une transition de l'atome (de l'argon métastable dans ce cas). Ces ondes sont fines (waist de  $90 \mu\text{m}$ ) et provoquent une diffraction simultanée dans tous les ordres, ce qui rajoute beaucoup de faisceaux à l'interféromètre idéal de la figure (I.2). Le contraste observé est de 10 %, cette faible valeur pouvant être expliquée par un choix défavorable de la position du détecteur (*voir* III.2.2). L'autre interféromètre construit à cette époque par le groupe de Siu Au Lee à Fort Collins [23] utilise des ondes laser épaisses (waist  $> 3 \text{ mm}$ ) pour diffracter un faisceau d'atomes métastables de néon. L'épaisseur des ondes diffractantes joue un rôle important puisque quand celle-ci est suffisante, elle impose une condition de Bragg à la diffraction qui ne peut alors se produire que dans un seul ordre. Ceci permet d'obtenir un interféromètre à seulement deux bras. Avec ce mode de diffraction, le contraste obtenu est a priori meilleur qu'avec des ondes minces et pourrait atteindre 100 %. Un contraste de 62 % a été mesuré lors de cette expérience. Dans les expériences de Siu Au Lee ou de Zeilinger, le processus de diffraction dépend du nombre quantique  $M$  et l'intensité du signal ne peut être optimisée à la fois pour tous les sous-niveaux magnétiques.

Aucun de ces interféromètres n'a été utilisé pour des mesures, comme des mesures d'indice de réfraction par exemple, car la séparation entre les deux bras n'y est pas suffisante pour introduire une perturbation sur seulement un des bras. Le tableau (I.1) résume les caractéristiques géométriques des interféromètres de type Mach-Zehnder existants et celles de l'interféromètre que nous construisons et qui possède la séparation entre bras la plus importante.

groupe	atome	$a$ (nm)	$v$ (m/s)	$\lambda_{dB}$ (nm)	$\theta_d$ ( $\mu\text{m}$ )	séparation ( $\mu\text{m}$ )
MIT	Na	200	1000	0,017	80	55
Innsbruck	Ar*	405	850	0,012	30	8
Fort Collins	Ne*	310	1000	0,019	59	18
Toulouse	Li	335	1000	0,064	160	96

Tableau I.1: Caractéristiques des interféromètres atomiques “scalaires” existants.  $a$  est la période des réseaux de diffraction,  $v$  la vitesse moyenne du jet,  $\lambda_{dB}$  la longueur d'onde de de Broglie des atomes et  $\theta_d$  l'angle de diffraction dans le premier ordre. La séparation maximale entre bras est  $\theta_d L$  où  $L$  est la séparation entre les réseaux.

### I.3 Mesures interférométriques grâce à un interféromètre de Mach-Zehnder

Actuellement, le seul interféromètre atomique avec des bras suffisamment séparés spatialement pour des mesures interférométriques est celui de l'équipe de Pritchard. Grâce à une séparation maximale entre bras de  $55 \mu\text{m}$  (cette séparation a été récemment accrue grâce aux nouveaux réseaux de pas 100 nm), il est possible d'insérer une perturbation sur seulement un des bras de l'interféromètre (*voir* figure I.3). La première mesure interférométrique ainsi effectuée est celle de la polarisabilité statique électrique de l'atome de sodium par l'équipe de Pritchard [24]. Cette mesure améliore d'un facteur 10 la précision

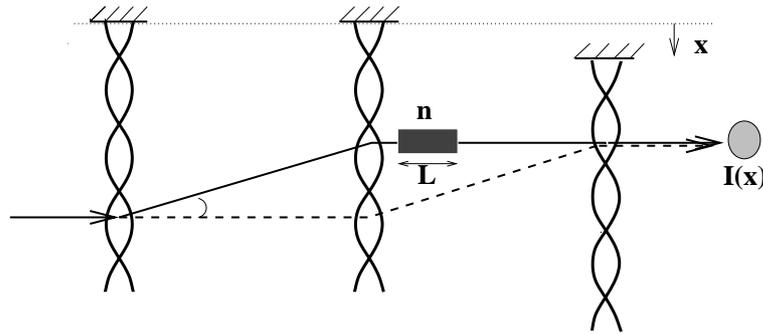


Figure I.3: Schéma de principe de mesure d'interactions des atomes par interférométrie atomique.

des mesures directes antérieures et c'est la seule mesure de ce genre. La déviation par un champ électrique d'un signal d'interférence avait déjà été observé en 1992 dans l'équipe de Shimizu [25] avec un système de fentes d'Young. La géométrie du champ n'avait pas permis de mesure quantitative de la polarisabilité.

Comme pour la lumière, si on place une cellule de gaz sans fenêtre sur un des bras, la propagation d'une onde atomique est modifiée. On peut associer à ce gaz un indice complexe de réfraction qui rend compte des interactions entre les atomes du gaz et les atomes incidents. Un tel indice a été mesuré par l'équipe de Pritchard pour une onde de sodium [26, 27] et une cellule contenant un gaz rare (hélium, néon, argon, krypton et xénon) ainsi que d'autres gaz  $N_2$ ,  $NH_3$ ,  $CO_2$  ou  $H_2O$ . Cet indice fournit d'intéressantes informations sur les interactions entre atomes du jet et atomes cibles, informations qui ne sont que partiellement accessibles dans les expériences de collisions où on mesure la section efficace totale de collision ou la section efficace différentielle. La partie imaginaire de l'indice tient compte de l'atténuation du jet due aux collisions et peut s'exprimer en fonction de la section efficace totale de collision. Par contre, la partie réelle de l'indice tient compte du déphasage subi par l'onde atomique quand elle traverse une couche de gaz. Ce déphasage ne peut être mesuré que par interférométrie.

## I.4 L'interféromètre de Toulouse

Comme notre intérêt s'est d'abord porté sur l'indice de réfraction des gaz pour les ondes atomiques, nous avons décidé de construire un interféromètre où la séparation spatiale entre les bras serait suffisante pour une telle étude. Nous souhaitons mesurer cet indice de réfraction en fonction de la vitesse des atomes de l'onde. Le calcul montre que l'indice en dépend si les vitesses incidentes sont au moins de l'ordre de grandeur de la vitesse d'agitation thermique des atomes du gaz. La construction de microstructures comme réseaux de diffraction semblant très difficile et longue à maîtriser, nous avons décidé d'employer des ondes laser quasi-résonantes. Restait le choix de l'atome. Utiliser un alcalin comme l'a fait Pritchard présente plusieurs avantages. Les alcalins ont des transitions dans le visible qui ont de grands dipôles de transition et sont sensibles aux faibles puissances laser. De plus, les systèmes alcalin-gaz rare sont de bons systèmes

modèles, très souvent étudiés par ailleurs, en chimie quantique par exemple. Les mesures d'indice de gaz rare pour des ondes atomiques ont donc un intérêt pour un autre domaine de recherche.

Lors de la conception de notre expérience, nous avons voulu profiter de l'opportunité croissante d'utiliser des diodes laser, que l'on trouve maintenant monomodes et accordables aux longueurs d'onde de transition du lithium (671 nm), du rubidium (780 nm) et du césium (852 nm). C'est la masse qui fut le critère déterminant du choix de l'alcalin. En effet, si on ensemence l'alcalin dans un jet supersonique de gaz rare porteur, la vitesse de l'atome dans le jet est sensiblement indépendante de sa masse et donc la longueur d'onde de de Broglie

$$\lambda_{dB} = \frac{h}{mv} \quad (\text{I.4})$$

est d'autant plus grande que la masse est petite. Ceci laisse espérer un angle de diffraction et donc une séparation entre bras d'autant plus grande. Le tableau suivant résume ces caractéristiques pour les cinq alcalins stables, dans le cas d'un jet de 1000 m/s. Il illustre bien l'avantage du lithium car l'angle de diffraction au premier ordre

$$\theta_d = \frac{\lambda_{dB}}{a} \quad (\text{I.5})$$

y est le plus grand. Ici  $a$  est la période du réseau de diffraction, qui dans le cas d'ondes laser stationnaires est sensiblement égale à la moitié de la longueur d'onde de la transition de résonance atomique. Le choix de la vitesse du jet n'est qu'indicatif car pour les alcalins les plus lourds, on peut obtenir des jets plus lents.

atome	masse	$\lambda_{dB}$ (nm)	$a$ (nm)	$\theta_d$ ( $\mu\text{rad}$ )
Li	7	0,054	335,5	160
Na	23	0,016	294,5	56
K	39	0,010	385	25
Rb	85	0,004	390	11
Cs	133	0,003	426	7

## I.5 Plan de la thèse

Cette thèse s'organise comme suit : après cette introduction, la deuxième partie est consacrée au processus de diffraction d'une onde atomique par une onde laser stationnaire et à son application à la diffraction d'une onde de lithium. On distingue le cas d'une onde laser mince et d'une onde laser épaisse, où une condition de Bragg est imposée, puis on propose un formalisme plus général, jamais encore utilisé pour traiter ce problème, et qui permet d'expliquer la diffraction quelque soit le régime où l'on se trouve. Ensuite, les troisième et quatrième chapitres concernent la construction de l'interféromètre entier. Cette présentation commence par un modèle de propagation d'onde atomique qui permet d'évaluer le contraste du signal en fonction de la géométrie de l'appareil, comme sa collimation (largeur et séparation des fentes de collimation) et la détection (position et largeur du détecteur). Le chapitre IV détaille notre dispositif expérimental et explique, entre autre, le fonctionnement du jet atomique. Les deux derniers chapitres de la thèse

sont consacrés aux applications que nous envisageons pour un tel interféromètre. Dans le cinquième chapitre, nous étudions l'indice de réfraction d'un gaz pour une onde atomique dont nous présentons d'une part la mesure et d'autre part une étude théorique. On détermine l'influence du potentiel interatomique sur l'indice mesuré et on démontre une nouvelle expression qui prend en compte l'agitation thermique des atomes cibles de la couche de gaz. Des résultats de simulations numériques pour le sodium et le lithium sont donnés. Ils permettent de comparer l'expression de l'indice aux mesures existantes et d'étudier les valeurs attendues dans notre cas. Le sixième chapitre concerne l'interaction d'une onde atomique avec un champ électrique. Les expériences proposées concernent tout d'abord la mesure de la polarisabilité statique électrique du lithium puis la vérification de la neutralité des atomes avec une très grande précision. La précision espérée est comparable aux meilleures mesures actuellement disponibles.

blabla

# Chapitre II

## Diffraction par une onde laser stationnaire

Un interféromètre et plus particulièrement un interféromètre atomique est caractérisé par ses séparatrices. Comme nous l'avons justifié dans l'introduction, nous avons choisi d'utiliser des séparatrices qui modifient la quantité de mouvement des atomes mais qui conservent leur état interne. Ce sont des réseaux, qui se comportent comme des réseaux de phase, et qui sont constitués d'ondes laser stationnaires quasi-résonnantes. Nous expliquons ici en détail le phénomène de diffraction dû à ces réseaux. Nous discutons d'abord le cas plus simple d'une onde laser mince puis celui, plus complexe, d'une onde épaisse. Enfin nous traitons la diffraction de manière générale grâce à l'utilisation des fonctions de Bloch pour décrire l'onde atomique à l'intérieur du réseau. Dans une deuxième partie nous présentons l'application d'un tel phénomène à la diffraction d'une onde de lithium.

La première démonstration théorique de l'effet de diffraction d'une onde laser stationnaire sur un faisceau atomique est due à Bernhardt et Shore [28] qui utilisent un autre formalisme que celui présenté ici. Quant aux premières observations expérimentales de cette diffraction, elles sont dues à l'équipe de D. Pritchard en 1983 [9]. Ce phénomène peut s'expliquer de manière très simple par l'effet de déplacement lumineux induit sur le niveau fondamental de l'atome par le champ électromagnétique, quasi-résonnant avec une de ses transitions atomiques de résonance. C. Cohen-Tannoudji a mis en évidence cet effet de déplacement lumineux en 1961 [29] et a établi le formalisme de l'atome habillé, très approprié pour expliquer de tels phénomènes. Ce formalisme est expliqué dans le livre [30] et je ne rappellerai ici que les résultats utiles à la démonstration du phénomène qui nous intéresse.

### II.1 États de l'atome habillé

On suppose l'atome à deux niveaux  $|f\rangle$  et  $|e\rangle$  et la transition atomique entre ses deux niveaux est caractérisée par la longueur d'onde  $\lambda_0$  ou la pulsation  $\omega_0 = (E_e - E_f)/\hbar$ . Nous notons  $\lambda_L$  la longueur d'onde,  $\omega_L$  la pulsation,  $E$  l'amplitude et  $\vec{e}$  le vecteur polarisation du champ électrique oscillant de l'onde laser.  $\delta_L$  est l'écart à résonance du laser avec la

transition atomique. Il est défini par

$$\delta_L = \omega_L - \omega_0 \quad (\text{II.1})$$

et dans la suite on considère que  $\delta_L$  est très petit devant  $\omega_0$ .  $|f\rangle$  et  $|e\rangle$  sont les états propres de l'hamiltonien atomique avec les énergies 0 et  $\hbar\omega_0$ . Les états propres de l'hamiltonien du mode laser sont repérés par le nombre  $N$  de photons laser, et leur énergie est  $N\hbar\omega_L$ . Si on se place dans des conditions de puissance laser et de temps d'interaction telles que l'émission spontanée soit négligeable, il est inutile de considérer le champ électromagnétique du vide et ses couplages avec l'atome. Ainsi, le seul couplage que nous considérons ici est entre l'atome et le mode laser. Nous considérons que le mode laser contient beaucoup de photons  $N$  et que la dispersion  $\Delta N$  du nombre de photons est très petit devant  $N$  (mode laser bien défini) mais très grand devant 1. La condition d'incertitude  $\Delta\varphi\Delta N \geq 1/2$  sur la phase  $\varphi$  du champ est donc relaxée et on peut considérer le champ laser comme un champ quasi-classique d'équation

$$E\vec{\epsilon}\cos\omega_L t. \quad (\text{II.2})$$

On admet que la transition entre les états  $|e\rangle$  et  $|f\rangle$  est une transition dipolaire électrique autorisée. On peut alors considérer que l'interaction entre l'atome et ce champ est due au dipôle électrique  $\vec{d}$  et vaut alors :

$$H_{int} = -\vec{d}\cdot\vec{\epsilon}E\cos\omega_L t. \quad (\text{II.3})$$

Si on néglige ce couplage, les états propres du système {atome+champ laser} sont définis par deux nombres quantiques  $f$  ou  $e$  et  $N$ . Si l'écart à résonance  $\delta_L$  est petit devant l'énergie d'excitation de l'atome, le diagramme d'énergie de ces niveaux présentent des paires (appelées multiplicités dans [30]) de type  $|f, N+1\rangle$  et  $|e, N\rangle$  espacées en énergie de  $\hbar\delta_L$  et séparées des multiplicités voisines  $|f, N+2\rangle$ ,  $|e, N+1\rangle$  et  $|f, N\rangle$ ,  $|e, N-1\rangle$  par  $\hbar\omega_L$ . Le schéma suivant (figure II.1) représente une telle multiplicité dans le cas d'un désaccord  $\delta_L$  positif. Le couplage entre l'atome et les photons du mode laser provoque

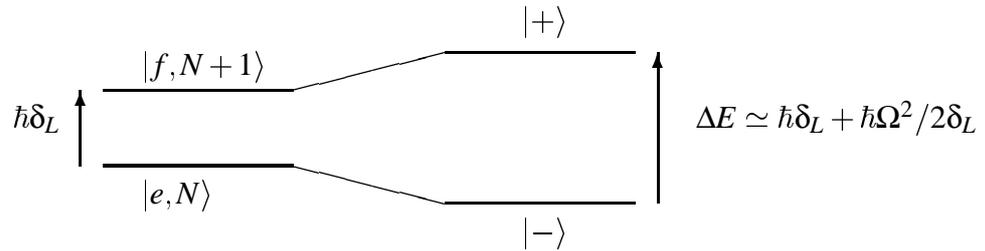


Figure II.1: représentation des niveaux d'énergie d'une multiplicité du système {atome+champ} dans le cas d'un désaccord positif, sans (à gauche) ou avec (à droite) prise en compte des interactions.

un déplacement de ces niveaux d'énergie. Au vu des écarts relatifs en énergie ( $\omega_0 \gg \delta_L$ ), on peut ne considérer que le couplage au sein d'une paire ou multiplicité. Comme la dispersion relative du mode laser  $\Delta N/N$  est très petite devant 1, on peut considérer que le couplage à l'intérieur d'une multiplicité ( $|f, N+1\rangle$ ,  $|e, N\rangle$ ) ne dépend pas de  $N$ . En

utilisation la relation de passage entre le champ semi-classique et le champ quantifié, on montre ([30], page 395) que l'élément de matrice qui couple les deux niveaux de la multiplicité est

$$\frac{-\langle e | \vec{d} \cdot \vec{\epsilon} | f \rangle E}{2}. \quad (\text{II.4})$$

On reconnaît dans cette expression la pulsation de Rabi  $\Omega = -\langle e | \vec{d} \cdot \vec{\epsilon} | f \rangle E / \hbar$  et le couplage sera maintenant noté  $\hbar\Omega/2$ . En choisissant comme nouvelle référence d'énergie celle du niveau  $|e, N\rangle$ , les valeurs propres de l'hamiltonien total sont

$$E_{\pm} = \frac{1}{2} \left( \hbar\delta_L \pm \hbar\sqrt{\delta_L^2 + \Omega^2} \right). \quad (\text{II.5})$$

Dans le cas où la pulsation de Rabi est très petite devant l'écart à résonance, ce qui est le cas dans toutes nos expériences<sup>1</sup> mais qui ne concerne pas, bien sûr, les cas proches de la résonance ( $|\delta_L| \lesssim \Omega$ ), ces expressions se simplifient pour donner, au deuxième ordre en  $\Omega/2\delta_L$  :

$$\begin{aligned} E_+ &= \hbar\delta_L + \hbar\Omega^2/4\delta_L \\ E_- &= -\hbar\Omega^2/4\delta_L. \end{aligned} \quad (\text{II.6})$$

Les nouveaux états propres de l'atome habillé sont

$$|+\rangle = \left( 1 - \frac{\Omega^2}{4\delta_L^2} \right) |f, N+1\rangle + \frac{\Omega}{2\delta_L} |e, N\rangle \quad (\text{II.7})$$

$$|-\rangle = \frac{\Omega}{2\delta_L} |f, N+1\rangle - \left( 1 - \frac{\Omega^2}{4\delta_L^2} \right) |e, N\rangle. \quad (\text{II.8})$$

L'état noté  $|+\rangle$  est très peu différent de l'état  $|f, N+1\rangle$  et si l'entrée dans le champ laser ne se fait pas trop rapidement, l'état  $|f, N+1\rangle$  suit adiabatiquement l'état  $|+\rangle$  dans l'onde et ressort en l'état  $|f, N+1\rangle$ . Le couplage entre l'atome et le champ laser a provoqué un déplacement du niveau d'énergie fondamental de l'atome. Ce déplacement,

$$V = \hbar\Omega^2/4\delta_L \quad (\text{II.9})$$

dépendant du signe du désaccord, est proportionnel à  $\Omega^2$  soit à la densité locale de puissance laser. Dans la limite où l'émission spontanée est négligeable, ce déplacement peut être considéré comme un potentiel  $V$  agissant sur l'atome.

Si les atomes traversent une onde laser stationnaire de largeur  $w_0$ , avec la vitesse  $v = \hbar k/m$ , on peut définir un temps  $\tau$ , caractéristique de la traversée de l'onde laser stationnaire :

$$\tau = \frac{w_0}{v}. \quad (\text{II.10})$$

La probabilité d'émission spontanée  $\alpha_{ES}$  intégrée sur la traversée de l'onde est égale à la proportion d'atomes dans l'état excité  $\Omega^2/(4\delta_L^2)$ , multipliée par la probabilité d'émettre un photon par unité de temps  $\Gamma$ , intégrée sur la traversée de l'onde:

$$\alpha_{ES} = \left( \frac{\Omega}{2\delta_L} \right)^2 \Gamma \tau \quad (\text{II.11})$$

<sup>1</sup>les fréquences de Rabi généralement utilisées sont de l'ordre du MHz alors que les écarts à résonance sont de l'ordre du GHz

si le profil de l'onde est carré. S'il est gaussien d'équation  $e^{-2(z/w_0)^2}$  en intensité, il faut multiplier le résultat précédent par  $\sqrt{\pi/2}$ . La probabilité d'émission spontanée peut s'exprimer en fonction du déplacement du niveau  $V$  comme

$$\alpha_{ES} = \frac{V}{\hbar\delta_L} \Gamma\tau \quad (\text{II.12})$$

et en choisissant un désaccord suffisamment grand, on peut toujours s'assurer d'un taux d'émission spontanée beaucoup plus petit que 1, quelle que soit la valeur  $V$  choisie pour le déplacement. Un grand désaccord doit bien-sûr être compensé par la puissance laser. Dans la pratique, c'est la puissance laser disponible qui limite le désaccord choisi.

**Remarque :** La condition de suivi adiabatique de l'état  $|+\rangle$  par l'état non couplé  $|f, N+1\rangle$  se démontre simplement grâce à l'image d'un spin 1/2 fictif pour représenter les états propres de l'atome habillé. Si on choisit l'axe de quantification selon  $Oz$ , les états non couplés sont représentés dans cette image par les états  $|\uparrow\rangle$  (pour  $|f, N+1\rangle$ ) et  $|\downarrow\rangle$  (pour  $|e, N\rangle$ ). L'interaction de l'atome avec le champ électromagnétique a pour effet de mélanger ces deux états propres. Cette action est équivalente à celle d'un champ magnétique  $\vec{B}$  perpendiculaire à  $Oz$ . La précession de Larmor du spin autour de ce champ a une pulsation  $\Omega$ . Le désaccord  $\delta_L$  s'oppose à ce mélange, il est équivalent à un champ magnétique  $\vec{b}_0$ , parallèle à  $Oz$ . Les états propres de l'atome habillé correspondent aux projections du spin fictif selon la direction du champ effectif résultant  $\vec{B}_t = \vec{B} + \vec{b}_0$ , la précession de Larmor autour de ce champ a une pulsation  $\sqrt{\Omega^2 + \delta_L^2}$ . Loin du champ laser, le champ magnétique  $\vec{B}_t$  est égal à  $\vec{b}_0$  quand l'atome traverse l'onde, ce champ tourne dans le plan  $(xOz)$  pour revenir égal à  $\vec{b}_0$  en sortie de l'onde. Si le spin est dans l'état initial de projection  $|\uparrow\rangle$ , cette projection suit adiabatiquement le champ  $\vec{B}_t$  si la vitesse angulaire de ce champ au cours de la traversée de l'onde laser est beaucoup plus lente que la précession du spin autour de ce champ. Cette vitesse angulaire peut être évaluée par

$$\left( \frac{\Delta|B|}{\Delta t} \right) \frac{1}{|b_0|} = \left( \frac{\Delta|\Omega|}{\Delta t} \right) \frac{1}{|\delta_L|} \simeq \frac{|\Omega_{max}|}{\tau|\delta_L|}. \quad (\text{II.13})$$

La précession du spin autour du champ est minorée par  $\delta_L$  et la condition de suivi adiabatique est vérifiée dès que

$$\frac{|\Omega_{max}|}{\tau|\delta_L|} \ll |\delta_L|. \quad (\text{II.14})$$

Dans les conditions typiques de nos expériences, le temps caractéristique de traversée de l'onde  $\tau$  varie entre 1 et 10  $\mu s$ ,  $\delta_L/2\pi$  est de l'ordre de 1 GHz et  $\Omega_{max}/2\pi$  de l'ordre de 40 MHz. La condition de suivi adiabatique de l'état couplé est donc très bien vérifiée puisque dans le pire des cas, un facteur  $10^4$  sépare les deux termes de l'inégalité. Dans le cas contraire, l'état incident se projette sur les deux états couplés  $|+\rangle$  et  $|-\rangle$  et le paquet d'onde se sépare spatialement sous l'effet de la différence entre les forces que subissent ces deux états. De plus, le peuplement de l'état  $|-\rangle$  provoque l'augmentation de la probabilité d'émission spontanée au cours de la traversée de l'onde.

## II.2 Effet de la structure atomique

### II.2.1 Couplage entre états de structure fine

Dans le chapitre précédent, nous avons supposé un atome à deux niveaux  $|f\rangle$  et  $|e\rangle$ . Si on considère la structure fine de l'atome et que  $|f\rangle = |n, J\rangle$  et  $|e\rangle = |n', J'\rangle$ , on peut traiter chaque couple de sous-niveaux  $|n, J, M_J\rangle$  et  $|n', J', M_J'\rangle$  comme un système à deux niveaux. Nous choisissons d'utiliser une polarisation linéaire du champ laser et nous n'étudions que ce cas ici. Pour toutes les projections de moment cinétique, l'axe de quantification sera choisi parallèle à la polarisation du laser. Utiliser une polarisation circulaire n'est pas judicieux car cela induit une forte dépendance de  $V$  avec  $M_J$ . En polarisation linéaire et si le niveau fondamental est  $|J, M_J\rangle$  (on oublie le nombre quantique  $n$  qui ne joue aucun rôle ici), l'amplitude du déplacement lumineux  $V$  provient uniquement du couplage avec l'état excité  $|J', M_J' = M_J\rangle$ . S'il existe un autre état excité suffisamment proche en énergie de celui-ci pour que le couplage ne soit pas négligeable, il faut ajouter les déplacements lumineux provoqués. Nous voulons ici étudier la dépendance de  $V(M_J)$  avec  $M_J$ .

Pour des états de structure fine  $|J, M_J\rangle$  et  $|J', M_J'\rangle$ , le déplacement lumineux  $V(M_J)$  peut être réécrit sous la forme

$$V(M_J) = \frac{E^2 \left| \langle J, M_J | \vec{d} \cdot \vec{\epsilon} | J', M_J' \rangle \right|^2}{\hbar \delta_L} \quad (\text{II.15})$$

et en polarisation linéaire nous noterons  $d_0^1$  l'opérateur  $\vec{d} \cdot \vec{\epsilon}$ . On peut étudier simplement ce déplacement en fonction de  $M_J$  en utilisant le théorème de Wignert-Eckart [31] qui, appliqué à notre cas donne :

$$\left| \langle J, M_J | \vec{d} \cdot \vec{\epsilon} | J', M_J' \rangle \right|^2 = \left( \begin{array}{ccc} J & 1 & J' \\ -M_J & 0 & M_J \end{array} \right)^2 \left| \langle J || d_0^1 || J' \rangle \right|^2 \quad (\text{II.16})$$

et toute la dépendance en  $M_J$  est contenue dans le coefficient  $3j$ .

Dans le cas où  $J = 1/2$  et que l'état excité soit  $J' = 1/2$  ou  $J' = 3/2$  (seuls états qui peuvent être couplés par interaction dipolaire à  $J = 1/2$ ), les coefficients  $3j$  ont la propriété d'être indépendants de  $M_J$ . Dans ce cas, les deux sous-niveaux  $M_J$  du fondamental sont déplacés de la même énergie. Les alcalins comme le lithium ont un niveau fondamental  $^2S_{1/2}$ , séparé en deux sous-niveaux de structure hyperfine. Nous verrons plus loin la raison fondamentale de la propriété que nous venons de montrer et nous l'étendrons à la structure hyperfine.

Dès que  $J \geq 1$ , le déplacement  $V$  dépend du sous niveau  $M_J$  considéré. Nous comparons ici les deux transitions testées dans l'équipe de Siu Au Lee pour la diffraction d'un faisceau de néon métastable par une onde laser. L'état de départ a un moment cinétique total  $J = 2$  et deux transitions sont envisagées pour provoquer le déplacement du niveau fondamental : vers  $J' = 3$  et vers  $J' = 2$ . Le tableau suivant (tableau II.1) donne les valeurs du carré des coefficients  $3j$  dont dépend le déplacement lumineux. Ce tableau montre que le couplage avec l'état  $J' = 3$  présente moins de dispersion de  $V$  en fonction

$J'$	$M_J = 0$	$ M_J  = 1$	$ M_J  = 2$
2	0	1/(2.3.5)	4/(2.3.5)
3	9/(3.5.7)	8/(3.5.7)	5/(3.5.7)

Tableau II.1: carrés de coefficients  $3j$  pour une transition  $(J, M_J) \rightarrow (J', M_J)$  en fonction de  $J'$  et  $M_J$  pour  $J = 2$ .

de  $M_J$  qu'avec  $J' = 2$ . C'est d'ailleurs cet état  $J' = 3$  qui a été retenu dans les expériences, pour induire le déplacement lumineux du niveau métastable [23].

## II.2.2 Prise en compte de la structure hyperfine

Si le noyau possède un spin nucléaire, comme dans le cas des alcalins, le niveau fondamental possède une structure hyperfine. Nous noterons alors l'état fondamental choisi  $|F, M_F\rangle$ . Si le déplacement lumineux est toujours provoqué par transition quasi-résonante sur l'état excité  $|e\rangle = |J'\rangle$ , nous allons montrer que ce déplacement est indépendant du sous-niveau Zeeman  $M_F$  du fondamental, dans le cas particulier où  $J = 1/2$  et toujours dans le cas d'une polarisation linéaire. Cette particularité est très intéressante pour nous car les alcalins sont dans ce cas. Elle est vérifiée dans le cas où la structure hyperfine de l'état excité est suffisamment peu étendue pour négliger la dépendance avec  $F'$  du désaccord  $\delta_L$ . Nous en donnons ici une démonstration générale qui permettra de l'étendre à d'autres systèmes.

Dans le cas où il existe une structure hyperfine, le déplacement du niveau  $|f\rangle = |J, I, F, M_F\rangle$  est la somme des déplacements induits par chacun des niveaux  $(F', M'_F)$  de l'état excité  $|e\rangle = |J', M'_J\rangle$  :

$$V = E^2 \sum_{F', M'_F} \frac{|\langle f | \vec{d} \cdot \vec{\epsilon}_0 | J', F', M'_F \rangle|^2}{\hbar \delta_L(F')}. \quad (\text{II.17})$$

Dans l'hypothèse citée plus haut où  $\delta_L(F')$  est pratiquement indépendant de  $F'$ ,  $\delta_L(F') = \delta_L$  et l'expression du potentiel se simplifie en

$$V = \frac{E^2}{\hbar \delta_L} \sum_{F', M'_F} |\langle f | \vec{d} \cdot \vec{\epsilon}_0 | J', F', M'_F \rangle|^2 = \frac{E^2}{\hbar \delta_L} \sum_{F', M'_F} \langle f | \vec{d} \cdot \vec{\epsilon}_0 | J', F', M'_F \rangle \langle J', F', M'_F | (\vec{d} \cdot \vec{\epsilon}_0)^\dagger | f \rangle. \quad (\text{II.18})$$

Par la propriété des sommes sur les bases complètes, on peut facilement passer de la base couplée  $(J, I, F, M_F)$  à la base découplée  $(J, I, M_J, M_I)$ ,

$$\sum_{F', M'_F} |J', I, F', M'_F\rangle \langle J', I, F', M'_F| = \sum_{M'_I, M'_J} |J', M'_J, I, M'_I\rangle \langle J', M'_J, I, M'_I|. \quad (\text{II.19})$$

Puisque l'opérateur dipolaire électrique laisse invariant le spin nucléaire, l'expression du déplacement est simplement

$$V = \frac{E^2}{\hbar \delta_L} \sum_{M'_J} \langle f | \vec{d} \cdot \vec{\epsilon}_0 | J', M'_J \rangle \langle J', M'_J | (\vec{d} \cdot \vec{\epsilon}_0)^\dagger | f \rangle. \quad (\text{II.20})$$

On peut aussi projeter l'état fondamental sur la base découplée  $(J, I, M_J, M_I)$  :

$$|f\rangle = |J, I, F, M_F\rangle = \sum_{M_J, M_I} \langle J, I, M_J, M_I | J, I, F, M_F \rangle |J, M_J\rangle \otimes |I, M_I\rangle \quad (\text{II.21})$$

et nous commençons par étudier tout d'abord le déplacement  $V(M_J)$  induit sur un état  $|J, M_J\rangle \otimes |I, M_I\rangle$  de cette base,

$$V(M_J) = \frac{E^2}{\hbar\delta_L} \sum_{M'_J} \langle J, M_J | \vec{d} \cdot \vec{\epsilon}_0 | J', M'_J \rangle \langle J', M'_J | (\vec{d} \cdot \vec{\epsilon}_0)^\dagger | J, M_J \rangle. \quad (\text{II.22})$$

Le projecteur sur l'état excité

$$P = \sum_{M'_J} |^2P_{3/2}, M'_J\rangle \langle ^2P_{3/2}, M'_J| \quad (\text{II.23})$$

est un opérateur invariant par rotation et donc un opérateur scalaire qui n'a pas d'influence sur la nature tensorielle et la symétrie des termes que nous calculons. Par une propriété des produits de tenseurs, on montre que [32]

$$(\vec{d} \cdot \vec{\epsilon}_0) P (\vec{d} \cdot \vec{\epsilon}_0)^\dagger = P \sum_{k,q} (-1)^{k-q} [d^1 \otimes d^1]_{-q}^k E_q^k(\vec{\epsilon}_0, \vec{\epsilon}_0^\dagger). \quad (\text{II.24})$$

$E_q^k(\vec{\epsilon}_0, \vec{\epsilon}_0^\dagger)$  est appelé tenseur de polarisation et la linéarité des polarisations utilisées impose [32] que ce tenseur est nul sauf pour  $(k=0, q=0)$  et  $(k=2, q=0)$ . Enfin, en décomposant des tenseurs relatifs au dipôle en tenseur irréductible, on montre que [32]

$$\langle J, M_J | (\vec{d} \cdot \vec{\epsilon}_0) P (\vec{d} \cdot \vec{\epsilon}_0)^\dagger | J, M_J \rangle = \sum_{k=0,2} (-1)^{k+J-M_J} (2k+1)^{1/2} E_q^k(\vec{\epsilon}_0, \vec{\epsilon}_0^\dagger) C_k^J \langle J || [d^1 \otimes d^1]_{-q}^k P || J \rangle \quad (\text{II.25})$$

où  $C_k^J$  est le coefficient  $3j$  :

$$\begin{pmatrix} J & k & J \\ -M_J & 0 & M_J \end{pmatrix}. \quad (\text{II.26})$$

Quand on exprime l'opérateur réduit  $\langle J || [d^1 \otimes d^1]_{-q}^k P || J \rangle$  en fonction du produit des opérateurs réduits de chaque composant, le projecteur  $P$  fait intervenir le coefficient  $6j$  suivant, dans la décomposition :

$$\left\{ \begin{matrix} 1 & 1 & k \\ J & J & J' \end{matrix} \right\}. \quad (\text{II.27})$$

Quand l'état fondamental est tel que  $J = 1/2$ , le coefficient précédent est nul si  $k = 2$  (le trièdre  $(J, J, k)$  ne vérifie pas la relation du triangle). Finalement, le seul terme de la somme qui donne le potentiel effectif et qui n'est pas nul est celui pour lequel  $k = 0$  et  $q = 0$ . Dans ces conditions, le seul coefficient  $3j$  qui intervient est

$$\begin{pmatrix} J & 0 & J \\ -M_J & 0 & M_J \end{pmatrix} \quad (\text{II.28})$$

qui, au signe près, est indépendant de  $M_J$ . En conclusion, si  $J = 1/2$ , le déplacement  $V(M_J)$  est indépendant de  $M_J$  et on peut l'écrire

$$V(M_J) = \frac{E^2}{\hbar\delta_L} \langle J | \vec{d} \cdot \vec{\epsilon}_0 P(\vec{d} \cdot \vec{\epsilon}_0)^\dagger | J \rangle. \quad (\text{II.29})$$

On peut alors réécrire le déplacement lumineux de l'état  $|F, M_F\rangle$  comme

$$V = \frac{E^2 \langle J | \vec{d} \cdot \vec{\epsilon}_0 P(\vec{d} \cdot \vec{\epsilon}_0)^\dagger | J \rangle}{\hbar\delta_L} \sum_{M_J, M_I} |\langle J, I, M_J, M_I | J, I, F, M_F \rangle|^2. \quad (\text{II.30})$$

Comme la base  $(M_J, M_I)$  est complète, la somme qui intervient dans cette expression est égale à 1. Le déplacement effectif de l'état fondamental est donc indépendant non seulement du sous-niveau zeeman  $M_F$  mais de l'état de structure hyperfine  $F$  choisi pour l'état fondamental (à désaccord identique). Ce déplacement vaut

$$V = \frac{E^2 \langle J | \vec{d} \cdot \vec{\epsilon}_0 P(\vec{d} \cdot \vec{\epsilon}_0)^\dagger | J \rangle}{\hbar\delta_L}. \quad (\text{II.31})$$

Dès que  $J \geq 1$ , la propriété que nous venons de démontrer n'est plus vérifiée et le déplacement varie avec  $M_F$ .

## II.3 Diffraction par une onde mince

Le phénomène de diffraction que nous allons mettre ici en évidence pour des atomes fut prédit par Kapitza et Dirac en 1933 pour des électrons et porte leur nom. Dans le cas d'électrons, ce phénomène n'a malheureusement jamais pu être observé à cause de l'aspect non résonnant de l'interaction entre les électrons libres et la lumière.

### II.3.1 Amplitudes diffractées

Expérimentalement, un faisceau atomique se propageant selon la direction  $Oz$  traverse une onde stationnaire réalisée par la superposition de l'onde progressive de profil gaussien  $E_0 \vec{\epsilon} \exp(-z^2/w_0^2) \cos(\omega_L t - k_L x + \varphi)$  et de son retour par un miroir  $E_0 \vec{\epsilon} \exp(-z^2/w_0^2) \cos(\omega_L t + k_L x + \varphi)$ . Le champ électrique résultant vaut alors

$$\vec{E}(x, z, t) = 2E_0 \vec{\epsilon} \exp(-z^2/w_0^2) \cos(k_L x) \cos(\omega_L t + \varphi) \quad (\text{II.32})$$

et le déplacement lumineux provoqué par ce champ est

$$V(x, z) = \frac{\hbar\Omega^2}{4\delta_L} = \frac{\hbar\Omega_0^2}{\delta_L} \exp(-2z^2/w_0^2) \cos^2(k_L x) \quad (\text{II.33})$$

où  $\Omega_0$  est la pulsation de Rabi associée à une des ondes progressives. Nous noterons  $V_0$  l'amplitude maximale du déplacement  $\hbar\Omega_0^2/\delta_L$  créé par le champ. Ces équations décrivant le champ laser sont exactes près du waist du faisceau, qui doit en effet être très près du miroir. Il n'y a qu'au niveau du waist que les fronts d'onde sont plans, l'onde atomique

doit donc traverser l'onde laser très près du miroir (dans la pratique à  $\sim 1$  cm). On peut remarquer que la phase du champ laser n'intervient pas dans le déplacement lumineux.

Si l'émission spontanée est négligeable, le comportement d'un atome se propageant selon l'axe ( $Oz$ ) lors de la traversée d'une onde laser stationnaire peut être décrit par une fonction d'onde  $\psi$ . Comme le niveau fondamental d'un atome couplé à un champ électrique est déplacé en énergie, le déplacement  $V(x, z)$  du niveau fondamental peut s'interpréter comme un potentiel vu par l'atome. Le signe du potentiel dépend du signe de  $\delta_L$ , il est attractif pour  $\delta_L < 0$  et répulsif pour  $\delta_L > 0$ . Ce potentiel est périodique dans la direction transverse  $Ox$  et sa période vaut  $a = \lambda_L/2$ . Considérons une onde atomique incidente dont le vecteur d'onde dans l'espace libre vaut

$$k = \frac{2\pi}{\lambda_{dB}} = \frac{mv}{\hbar}. \quad (\text{II.34})$$

La fonction d'onde  $\psi$  est alors solution de l'équation de Schrödinger pour la valeur propre de l'énergie  $\hbar^2 k^2 / 2m$ . Lorsque la fonction d'onde entre dans la zone où règne le champ laser, elle voit un potentiel  $V(x, z)$  et obéit à l'équation de Schrödinger

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi + V(x, z)\psi = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}\psi. \quad (\text{II.35})$$

Si l'onde laser est suffisamment mince, approximation qui sera justifiée plus loin, on peut négliger la déviation de l'onde hors de sa direction incidente  $Oz$  et considérer que la propagation se fait à  $x$  constant. Pour une onde plane, l'équation précédente se résume à

$$\frac{\hbar^2 k'^2}{2m} + V(x, z) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad (\text{II.36})$$

et comme le potentiel  $V(x, z)$  est très petit devant l'énergie cinétique incidente, on peut écrire

$$k'(x, z) \simeq k - \frac{mV(x, z)}{\hbar^2 k}. \quad (\text{II.37})$$

Comme nous négligeons la déviation de l'onde hors de sa direction incidente, on ne prend en compte que la phase accumulée lors de la traversée de l'onde. Ce régime d'onde mince est aussi appelé régime de Raman-Nath<sup>2</sup>. Dans ces conditions, la phase accumulée par l'onde atomique lors de sa traversée de l'onde stationnaire en  $x$  est, à l'infini,

$$\begin{aligned} \Phi(x) &= \phi(k) - \frac{m}{\hbar k} \frac{\Omega_0^2}{\delta_L} \cos^2 k_L x \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-2z^2/w_0^2} dz \\ &= \phi(k) - \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{mw_0}{\hbar k} \frac{\Omega_0^2}{\delta_L} \left( \frac{\cos 2k_L x + 1}{2} \right). \end{aligned} \quad (\text{II.38})$$

$\phi(k)$  ne dépend que de  $k$  et représente la phase de l'onde atomique en l'absence d'onde laser. Le front d'onde ressort gaufré, avec la même période  $a = \lambda_L/2 = \pi/k_L$  que le réseau. Si on utilise pour définir le temps  $\tau$  caractéristique de traversée, le rayon waist de l'onde  $w_0$ , et la vitesse  $v = \hbar k/m$  ( $\tau = w_0/v$ ) et si on introduit le paramètre sans dimension

$$\gamma = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\Omega_0^2 \tau}{\delta_L} = \frac{1}{2} \frac{V_0 \tau}{\hbar} \sqrt{\frac{\pi}{2}}, \quad (\text{II.39})$$

<sup>2</sup>Car ces approximations ont été faites par Raman et Nath pour traiter du problème de la diffraction d'une onde lumineuse sur un réseau acoustique.

l'expression de la phase accumulée se simplifie pour donner

$$\Phi(x) = \phi(k) - \gamma(\cos(2k_Lx) + 1). \quad (\text{II.40})$$

le facteur  $\sqrt{\pi/2}$  apparaissant dans l'expression de  $\gamma$  est un facteur géométrique lié à la forme du profil gaussien. Si une largeur  $L$  de l'onde laser est couverte par l'onde atomique incidente, la fonction d'onde diffractée à l'infini dans la direction  $\theta$  est

$$\psi(\theta) = \frac{\Psi_0 e^{-i\gamma}}{L} \int_{-L/2}^{L/2} e^{-i\gamma \cos 2k_Lx} e^{-ik\theta x} dx \quad (\text{II.41})$$

où  $\Psi_0$  est l'onde en l'absence de champ laser. Utilisons la périodicité de la phase accumulée lors de la traversée et appelons  $N = L/a$  le nombre de périodes couvertes, alors

$$\psi(\theta) = \frac{\Psi_0 e^{-i\gamma}}{Na} \sum_{n=-N/2}^{n=N/2} e^{-ink\theta a} \int_0^a e^{-i\gamma \cos 2k_Lx} e^{-ik\theta x} dx. \quad (\text{II.42})$$

On reconnaît dans  $1/N \sum_{n=-N/2}^{n=N/2} e^{-ink\theta a}$  la fonction réseau  $R(\theta)$  habituelle égale ici à

$$R(\theta) = e^{ik\theta a/2} \frac{\text{sinc}(Nk\theta a/2)}{N \text{sinc}(k\theta a/2)} \quad (\text{II.43})$$

( $\text{sinc}(x) = \sin(x)/x$ ). Elle présente des maxima principaux pour

$$\theta_p = p \frac{2\pi}{ka} = p \frac{\lambda_{dB}}{a} = p\theta_d, \quad (\text{II.44})$$

où  $\theta_d = \lambda_{dB}/a$  est l'angle de diffraction au premier ordre. Pour  $\theta = \theta_p$ , la fonction réseau  $R(\theta_p)$  vaut  $\exp(ip\pi) = (-1)^p$ . Ces pics principaux de diffraction sont d'autant plus fins et résolus que le nombre  $N$  de périodes couvertes est grand. L'écart angulaire entre deux pics de diffraction consécutifs est  $\lambda_{dB}/a$  et la largeur angulaire d'un pic est  $\lambda_{dB}/Na$ . Dans la plupart des expériences, l'onde atomique incidente s'étend sur au moins  $10 \mu\text{m}$  (largeur des fentes de collimation) dans la direction de l'onde stationnaire, et la période du réseau est de l'ordre de  $400 \text{ nm}$ . Donc au moins 25 périodes sont couvertes, ce qui permet de résoudre chaque ordre de diffraction.

La fonction d'onde atomique diffractée dans l'angle  $\theta_p$  est égale à

$$\psi(\theta_p) = \frac{(-1)^p \Psi_0 e^{i\gamma}}{a} \int_0^a e^{i\gamma \cos 2k_Lx} e^{-ip2\pi x/a} dx. \quad (\text{II.45})$$

L'amplitude  $\alpha(p)$  de diffraction dans l'ordre  $p$  est donnée par le rapport de l'onde diffractée à l'infini dans la direction  $\theta_p$  sur l'onde en l'absence de diffraction. Le facteur de phase  $\exp(i\gamma)$  n'a aucune influence sur le signal car il ne dépend pas de l'ordre de diffraction. Il est donc identique pour toutes les ondes se propageant dans l'interféromètre et ne participe pas au déphasage entre bras de l'interféromètre. Nous l'omettrons donc dans les amplitudes de diffraction que nous utilisons et on définit  $\alpha(p)$  comme

$$\alpha(p) = \frac{(-1)^p}{a} \int_0^a e^{i\gamma \cos 2k_Lx} e^{-ip2\pi x/a} dx. \quad (\text{II.46})$$

On retrouve dans ces intégrales la définition des fonctions de Bessel d'ordre  $p$ ,  $J_p$  et

$$\alpha(p) = (-i)^{|p|} J_{|p|}(\gamma) \quad (\text{II.47})$$

avec  $\gamma$  défini par l'équation (II.39). Les premières fonctions de Bessel sont tracées sur la figure II.2 pour des valeurs typiquement utilisées en diffraction.

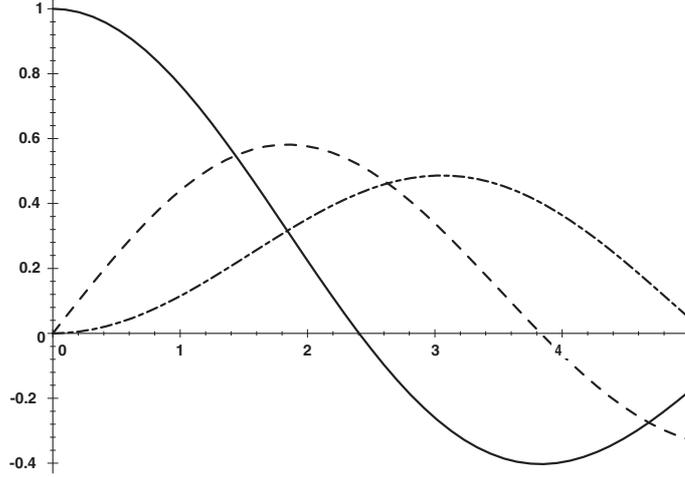


Figure II.2: fonctions de Bessel  $J_p(x)$  en fonction de  $x$ . En trait plein  $p = 0$ , pointillés  $p = 1$ , trait mixte  $p = 2$ .

### Cas où l'onde atomique incidente n'est pas perpendiculaire à l'onde stationnaire

Un traitement similaire de la diffraction peut-être fait dans le cas où la vitesse du jet atomique a une composante selon la direction de l'onde stationnaire ( $Ox$ ). Puisqu'on néglige la déviation du jet dans l'onde stationnaire, le phénomène de diffraction observé n'est en rien modifié dans son principe. Ce traitement a déjà été réalisé par Martin *et al* dans [33], dans une approche semi-classique où l'atome est quantifié ( $|e\rangle$  et  $|f\rangle$ ) et où le champ est décrit classiquement. Le traitement «ondulatoire» que nous avons réalisé précédemment peut être aussi facilement transposé si on se place dans le référentiel en translation selon ( $Ox$ ) lié à l'atome (vitesse de translation  $v_x$ ). Dans le référentiel fixe, la trajectoire classique de l'atome est décrit par  $x = v_x(t - t_0)$  et  $z = v_z t$  si on choisit  $t = 0$  quand  $z = 0$ . Dans ce nouveau référentiel  $z' = z$  et  $x' = x - v_x t$ . Le champ électrique traversé par l'onde atomique s'exprime maintenant comme

$$\vec{E}(x, t) = 2E_0 \vec{e} \exp(-t^2/\tau^2) \cos(k_L x + k_L v_x t) \cos \omega_L t \quad (\text{II.48})$$

où on a remplacé  $z$  par  $v_z t \simeq vt$ . La phase accumulée au cours de la traversée en fonction de l'ordonnée  $x$  au centre de l'onde ( $x = x(t = 0)$ ) devient (à une constante près)

$$\Phi(x) = \frac{1}{2} \frac{\Omega_0^2}{\delta_L} \cos 2k_L x \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-2t^2/\tau^2} \cos(2k_L v_x t) dt = \gamma e^{-(k_L v_x \tau)^2/2} \cos 2k_L x. \quad (\text{II.49})$$

Le potentiel diffractant  $V_0$  est donc atténué d'un facteur  $\exp(-(k_L v_x \tau)^2/2)$ , qui reste voisin de 1 tant que la variation  $\Delta x = v_x \tau$  au cours de la traversée de l'onde laser vérifie

$$k_L \Delta x \lesssim 1. \quad (\text{II.50})$$

Dans le point de vue ondulatoire, l'atténuation de l'effet du potentiel diffractant est due au moyennage du potentiel sur une trajectoire, il provoque une réduction du contraste entre potentiel maximum et potentiel minimum vu par l'onde. L'expression des amplitudes diffractées dans les différents ordres n'est pas modifiée si on remplace dans l'équation (II.47)  $\gamma$  par  $\gamma \exp(-(k_L v_x \tau)^2/2)$ . Les amplitudes diffractées ont aussi été calculées, pour

toutes les incidences, par une méthode semi-classique [34]. Le calcul analytique des amplitudes n'est réalisable qu'au premier ordre des perturbations. Les auteurs montrent que dans le cas de la diffraction par une onde mince et quand l'approximation de perturbation au premier ordre est justifiée, le calcul semi-classique est équivalent à l'approximation de Raman-Nath. Par contre, la condition de validité de cette approximation au premier ordre est plus restrictive que la condition d'onde mince imposée par le régime de Raman Nath.

### II.3.2 Interprétation corpusculaire de la diffraction par une onde mince

On peut remarquer que l'angle de diffraction  $\theta_d = 2\lambda_{dB}/\lambda_L$  (au deuxième ordre en  $\lambda_{dB}/\lambda_L$ ) peut aussi s'écrire

$$\theta_d = \frac{\lambda_{dB}}{a} = \frac{2\hbar k_L}{mv}. \quad (\text{II.51})$$

Ceci permet d'interpréter l'origine de la diffraction comme l'échange, entre l'onde laser et l'atome dévié, de la quantité de mouvement de 2 photons pour la diffraction au premier ordre et de  $2p$  photons pour la diffraction à l'ordre  $p$ . Pour une diffraction au premier ordre, l'atome absorbe un photon d'une des ondes progressives et le réémet par émission stimulée dans l'autre, le bilan de transfert de quantité de mouvement est bien alors de  $2\hbar\vec{k}_L$ . Pour une diffraction dans un ordre supérieur, ce processus absorption-émission est renouvelé. Si l'atome réémet dans la même onde progressive, le transfert global est nul et l'atome n'est pas dévié. Puisqu'au total l'atome émet autant de photons qu'il en absorbe (tous de même énergie  $\hbar\omega_L$ ) et que tous les processus impliqués sont élastiques, l'énergie de l'atome est conservée entre l'état en entrée et en sortie de l'onde stationnaire (voir figure II.3). L'égalité de l'énergie cinétique de l'atome avant l'onde,  $mv^2/2$  et après

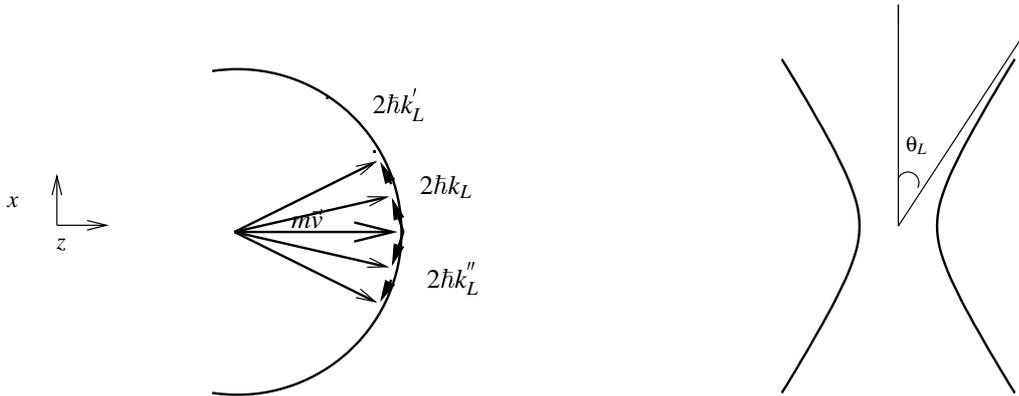


Figure II.3: illustration de la conservation de l'impulsion et de l'énergie pour un atome ayant échangé  $2p$  photons avec une onde laser mince. La divergence angulaire de l'onde laser permet l'existence de photons dont le vecteur d'onde satisfait à la conservation de l'énergie.

l'onde,  $(m\vec{v} + 2\hbar\vec{k}_L)^2/2$  impose que

$$(m\vec{v} + \hbar\vec{k}_L) \perp \hbar\vec{k}_L. \quad (\text{II.52})$$

Dans le cas d'un jet incident perpendiculaire à l'onde laser, cela implique qu'il est impossible que la quantité de mouvement associée aux photons soit perpendiculaire au jet (voir figure II.3). En fait, de tels processus sont rendus possibles par le fait que l'onde est mince et possède une divergence angulaire  $2\theta_L$  (voir figure II.3) d'autant plus grande que le waist est petit. Pour un faisceau gaussien, la demi-divergence du faisceau  $\theta_L$  dépend du rayon waist de ce faisceau comme

$$\theta_L = \frac{\lambda_L}{2\pi w_0}. \quad (\text{II.53})$$

Il faut au minimum que  $\theta_L \geq \theta_d/2$  pour que la diffraction au premier ordre soit autorisée. Dans le cas d'une onde atomique incidente non perpendiculaire à l'onde laser, on peut expliquer l'atténuation de l'amplitude du potentiel lumineux  $V_0$ , démontrée dans le paragraphe précédent, par le décalage Doppler entre les deux ondes progressives vues par l'atome. Tant que la différence de pulsation est petite devant  $1/\tau$ , le décalage Doppler est négligeable et le processus absorption dans une onde / émission dans l'autre reste autorisé. Il est interdit dans le cas contraire où l'écart Doppler devient grand devant  $1/\tau$ .

**AN:** pour un waist typique de 1 mm et une longueur d'onde de 671 nm,  $\theta_L = 110 \mu\text{rad}$ , ce qui est suffisant dans notre cas pour observer la diffraction dans le premier ordre.

**Remarque :** le schéma de la figure II.3 met bien en évidence le fait que dans le régime que nous venons d'étudier, la diffraction simultanée dans plusieurs ordres est autorisée. Pour cela, il faut tout de même que l'ouverture angulaire du faisceau laser ne limite pas les ordres de diffraction, c'est-à-dire que pour l'ordre  $p$ , il faut que  $\theta_L \geq |p|\theta_d/2$ .

### II.3.3 Validité de l'approximation de l'onde mince

Négliger la déviation de l'atome hors de sa direction incidente est justifié si la déviation  $\Delta x$  induite par l'échange de la quantité de mouvement de deux photons est petite devant la période du réseau  $\lambda_L/2$ . Nous choisirons comme limite pour  $\Delta x$  la valeur  $\lambda_L/(2\pi)$  pour assurer que la phase maximale associée à cette déviation ne dépasse pas l'ordre du radian. Cette condition de validité impose aussi une restriction sur le temps d'interaction  $\tau$ , car  $\Delta x$  augmente avec  $\tau$ . Si on estime la vitesse moyenne  $\overline{v_x}$  accumulée lors de la traversée de l'onde par  $\hbar k_L/m$  (pour une incidence normale) et qu'on impose que

$$\overline{v_x}\tau < \frac{\lambda_L}{2\pi}, \quad (\text{II.54})$$

l'approximation de l'onde mince est valide si

$$\tau\omega_{rec} < 1/2. \quad (\text{II.55})$$

$\hbar\omega_{rec}$  est l'énergie cinétique de recul associée à l'absorption ou l'émission d'un photon :

$$\hbar\omega_{rec} = \frac{\hbar^2 k_L^2}{2m}. \quad (\text{II.56})$$

Le tableau suivant (tableau II.2) résume les valeurs de  $\omega_{rec}$  pour les alcalins et pour l'argon, atome utilisé par l'équipe de Zeilinger pour leur interféromètre à onde mince [22]. Il présente aussi le temps caractéristique  $1/(2\omega_{rec})$  auquel doit être inférieur le

	Li	Na	K	Rb	Cs	Ar
$\omega_{rec}/2\pi$	66 kHz	26 kHz	9 kHz	4 kHz	2.1 kHz	7.9 kHz
$1/(2\omega_{rec})$	1.2 $\mu$ s	3 $\mu$ s	9 $\mu$ s	20 $\mu$ s	38 $\mu$ s	10 $\mu$ s

Tableau II.2: valeurs de l'énergie de recul et du temps limite de traversée de l'onde pour les alcalins et l'argon.

temps de traversée de l'onde  $\tau$ . Les valeurs de  $1/(2\omega_{rec})$  montrent que la condition de validité de l'onde mince est très restrictive, surtout dans le cas des alcalins légers et que dans le cas du lithium, il faut un waist inférieur à 1 mm pour que cette approximation soit justifiée dans le cas d'une vitesse atomique  $v$  de l'ordre de 1000 m/s.

Quand le potentiel lumineux est tel que la diffraction a effectivement lieu ( $\gamma$  de l'ordre de  $p$  pour une diffraction dans l'ordre  $p$ ), la condition sur  $\Delta x$  (ou  $\tau$ ) impose une condition sur l'amplitude  $V_0$  du potentiel diffractant. On montre dans l'appendice A.1 que pour négliger la déviation  $\Delta x$  dans un régime de diffraction efficace, il faut pouvoir négliger l'énergie cinétique selon  $Ox$ , devant l'amplitude  $V_0$  du potentiel lumineux, soit pour une diffraction dans l'ordre  $p$ , et une incidence normale,

$$p^2 \frac{4\hbar^2 k_L^2}{2m} = (2p)^2 \hbar \omega_{rec} \ll V_0. \quad (\text{II.57})$$

Comme on l'a fait dans l'appendice A.1, on peut remplacer l'ordre de diffraction  $p$  par sa majoration  $\gamma = V_0 \tau / (2\hbar)$ . La condition donnée par l'équation précédente ( II.57) est alors équivalente à

$$\tau^2 \ll \frac{\hbar}{V_0 \omega_{rec}}. \quad (\text{II.58})$$

Si on approxime les puits du potentiel par une parabole, on peut déterminer la période classique  $T$  d'oscillation dans le puits :

$$T = \pi \sqrt{\frac{\hbar}{V_0 \omega_{rec}}}. \quad (\text{II.59})$$

L'approximation de l'onde mince est donc équivalente à un temps caractéristique de la traversée petit devant la période classique d'oscillation dans le fond du puits de potentiel diffractant (petit suffit puisque que la condition s'applique aux carrés des temps caractéristiques).

## II.4 Diffraction par une onde épaisse

La condition de validité de l'approximation d'onde mince montre que, dans le cas du lithium, il est difficile de réaliser une expérience se produisant dans ce régime. L'étude de la diffraction par une onde laser est très compliquée quand on ne peut plus négliger la déviation de l'onde atomique à travers l'onde laser. Elle redevient simple quand l'onde laser est suffisamment épaisse pour imposer une condition de Bragg à la diffraction et n'autoriser la diffraction que dans un seul ordre. Le schéma de la figure II.4 explique la

condition de Bragg, où tout se passe comme si l'onde atomique était diffractée par des plans cristallins dont le rôle est ici joué par exemple par les ventres de l'onde stationnaire. La diffraction a alors lieu si la condition d'accord de Bragg est vérifiée, d'où le nom de

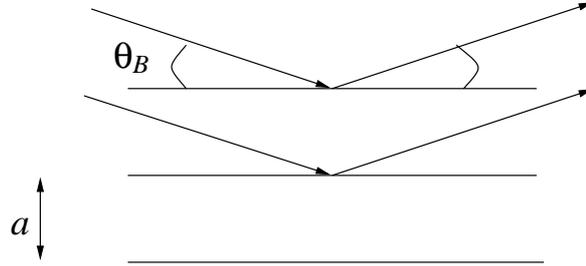


Figure II.4: diffraction de Bragg sur les plans ventraux (ou nodaux) de l'onde laser,  $a = \lambda_L/2$  est la période de l'onde stationnaire.

Bragg donné à ce régime de diffraction :

$$2a \sin \theta_B = p \lambda_{dB}, \quad (\text{II.60})$$

soit, pour les petits angles,

$$\theta_B = p \frac{\theta_d}{2}. \quad (\text{II.61})$$

Une différence importante entre ce régime et le précédent est que cette condition d'accord n'est souvent remplie que pour un ordre de diffraction, même si le jet atomique n'est pas très monocinétique. Nous allons voir qu'une onde stationnaire épaisse peut donc jouer le rôle d'une vraie séparatrice pour une onde atomique.

L'onde atomique subit toujours une déviation d'un angle  $\theta_d = 2\hbar k_L/mv$  et le processus mis en jeu peut toujours être interprété par l'absorption d'un photon d'une des deux ondes progressives et l'émission de ce photon dans l'autre onde progressive. Mais ici, le waist de l'onde laser est suffisamment large pour que l'incertitude angulaire  $\theta_L$  n'autorise que la configuration décrite par la figure II.5. La condition sur le waist déter-

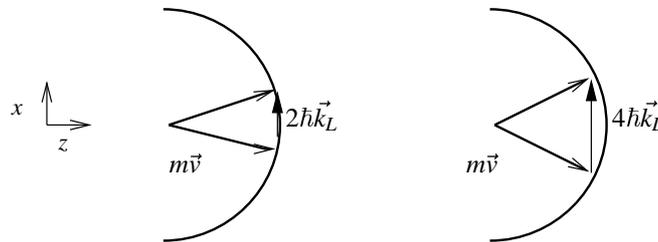


Figure II.5: illustration de la conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement pour un atome ayant échangé deux photons (diffraction du premier ordre) ou 4 photons (diffraction du deuxième ordre) avec une onde laser épaisse.

mine le régime de diffraction ayant lieu [35] : en régime de Kapitza-Dirac, pour respecter la conservation de l'énergie, la quantité de mouvement transmise à l'onde atomique  $2\hbar k_L$

doit faire un angle  $\theta_d/2$  avec l'axe ( $Ox$ ) définissant l'onde stationnaire,. Le critère pour que seule la diffraction de Bragg soit autorisée est que

$$\theta_L < \frac{\theta_d}{2}, \quad (\text{II.62})$$

ce qui impose comme condition sur le rayon waist  $w_0$  de l'onde

$$w_0 > \left( \frac{\lambda_L}{2\pi} \right)^2 \frac{mv}{\hbar}. \quad (\text{II.63})$$

Cette condition peut aussi s'exprimer en faisant intervenir le temps de traversée  $\tau = w_0/v$ :

$$\tau\omega_{rec} > \frac{1}{2}. \quad (\text{II.64})$$

**AN:** pour un jet de lithium de 1000 m/s et une longueur d'onde du laser de 671 nm, le rayon waist de l'onde laser doit être supérieur à 1,2 mm pour assurer le régime de Bragg.

Dans le point de vue ondulatoire, on peut justifier la conservation de l'énergie de l'atome par le fait que le potentiel  $V(x, z)$  est statique. L'équipe de Zeilinger [36] a modulé le champ laser pour transférer de l'énergie à l'onde diffractée. Elle observe alors de la diffraction de Bragg à un angle différent de celui imposé par la condition statique (équation II.60) mais autorisé par cet apport d'énergie.

### II.4.1 Amplitude de diffraction dans le régime de Bragg

L'expression de l'amplitude de diffraction dans le cas de la diffraction de Bragg a été établie pour le premier ordre dès 1988 par Martin *et al.* dans [37] puis en 1995 pour tous les ordres de diffraction par Giltner *et al.* [38]. Une démonstration très claire en est donnée dans la thèse de Giltner [39]. Toutes les démonstrations précédentes sont basées sur un modèle semi-classique (énergie de l'atome quantifiée mais champ classique) et utilisent l'approximation du champ tournant et l'élimination adiabatique de l'état excité pour obtenir une équation à laquelle nous pouvons aussi aboutir grâce au formalisme de l'atome habillé utilisé jusqu'ici (II.1).

Si on néglige toujours la probabilité d'exciter l'atome, on peut comme précédemment considérer que l'effet de l'onde stationnaire sur la fonction d'onde est celui d'un potentiel  $V(\vec{r})$  (cf II.9). Cette fonction d'onde obéit à la même équation de Schrödinger

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\vec{r}, t)}{\partial t} = \left( -\frac{\hbar^2 \Delta}{2m} + V(\vec{r}) \right) \Psi(\vec{r}, t) \quad (\text{II.65})$$

mais contrairement au traitement effectué en (II.3.1), on ne peut plus négliger la déviation de l'onde atomique selon la direction de l'onde laser ( $Ox$ ). Si on se place dans le référentiel qui se translate avec l'atome à la vitesse  $v$  selon ( $Oz$ ), seule l'énergie cinétique selon ( $Ox$ ) apparaît dans l'équation de Schrödinger, qui peut maintenant s'écrire (toujours pour une onde à profil gaussien où  $\tau$  est toujours défini par (II.10))

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(x, t)}{\partial t} = \left( -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\hbar \Omega_0^2}{\delta_L} \exp(-2t^2/\tau^2) \cos^2 k_L x \right) \Psi(x, t). \quad (\text{II.66})$$

Dès lors on peut utiliser la méthode utilisée dans [37, 38, 39] et qui consiste à développer la fonction d'onde  $\Psi(x, t)$  en série de Fourier. Ce développement est justifié par le théorème de Bloch, appliqué à un potentiel périodique selon  $Ox$  :

$$\Psi(x, t) = e^{i\beta_0 k_L x} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n(t) e^{i n k_L x} \varphi_n(x) \quad (\text{II.67})$$

où  $\beta_0 \hbar k_L$  est la quantité de mouvement initiale dans la direction ( $Ox$ ). Après un judicieux changement de phase sur les  $a_n(t)$ , on obtient une équation de type Raman-Nath :

$$i \frac{\partial a_n(t)}{\partial t} = i \frac{\Omega_0^2}{4\delta_L} \exp(-2t^2/\tau^2) (a_{n-2}(t) - a_{n+2}(t)) + \frac{\hbar k_L^2}{2m} (\beta_0 + n)^2 a_n(t). \quad (\text{II.68})$$

Cette équation montre qu'à partir d'un état initial, on ne peut peupler que des états qui ne diffèrent entre eux que d'un nombre pair de  $\hbar k_L$ , ce qui était déjà prévu par l'approche corpusculaire de la diffraction (cf II.3.2).

Si on peut négliger les termes correspondants à l'énergie cinétique, on retrouve une équation régissant la diffraction de Kapitza-Dirac. Dans le cas contraire, on doit retrouver le régime de Bragg mais malheureusement, l'équation (II.68) n'est pas soluble analytiquement dans le cas général. En se limitant au couplage entre seulement deux états, on peut la résoudre. Choisissons par exemple le cas de la diffraction de Bragg au premier ordre où  $\beta_0 = 1$  et  $n = -2$ . Après un nouveau changement de phase astucieux, on peut montrer [39] que l'intensité de diffraction dans le premier ordre  $|\alpha(1)|^2$  est donnée par

$$|\alpha(1)|^2 = |a_{-2}|^2 = \sin^2 \left[ \frac{\Omega_0^2}{4\delta_L} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-2t^2/\tau^2) dt \right] = \sin^2 \left[ \frac{\Omega_0^2 \tau}{4\delta_L} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \right] \quad (\text{II.69})$$

On retrouve le paramètre  $\gamma$  défini lors de l'étude du régime de Kapitza-Dirac, (voir équation II.47)

$$|\alpha(1)| = |\sin(\gamma/2)|. \quad (\text{II.70})$$

Plus précisément, en reprenant tous les changements de phase opérés, on trouve pour l'amplitude de l'onde diffractée :

$$\alpha(1) = -ie^{-\frac{i\hbar k_L^2 t}{2m}} e^{-i\gamma} \sin(\gamma/2) \quad (\text{II.71})$$

et pour l'onde non déviée

$$\alpha(0) = e^{-\frac{i\hbar k_L^2 t}{2m}} e^{-i\gamma} \cos(\gamma/2). \quad (\text{II.72})$$

Avec nos hypothèses, après traversée de l'onde laser, l'onde incidente est séparée en seulement deux composantes, une transmise et une diffractée dans l'ordre 1. L'onde se comporte alors comme une séparatrice et on peut régler la répartition dans ces deux bras jusqu'à l'obtention d'une séparatrice parfaite :

$$\text{si } \gamma = \pi/2, \quad |\alpha(0)| = |\alpha(1)| = 1/\sqrt{2}. \quad (\text{II.73})$$

Dans un interféromètre bien réglé, le temps de parcours étant le même pour les deux bras entre le premier réseau et le détecteur, le déphasage entre les deux bras est nul.

**Remarque** On peut trouver dans [39] une démonstration de l'expression de  $|\alpha(p)|$  pour tous les ordres de diffraction.

## II.4.2 Validité de l'approximation

Le tableau suivant résume les grandeurs pertinentes pour une diffraction de Bragg maximale dans le premier ordre ( $\gamma = \pi$ ) pour un jet de lithium de 1000 m/s, un rayon waïst  $w_0$  de 10 mm et un désaccord de 1 GHz.

$\omega_{rec}/2\pi$	$V_0/h$	$E_{cx}/h = 4\omega_{rec}$	$\Gamma/2\pi$	$\Omega_0/2\pi$	$\delta_L/2\pi$
66 kHz	80 kHz	264 kHz	6 MHz	9 MHz	1 GHz

Le critère (II.64) du régime de Bragg peut aussi être interprété en terme d'énergie grâce à la relation

$$\gamma = \frac{V_0\tau}{2\hbar} \quad (\text{II.74})$$

(où on a de nouveau oublié le facteur  $\sqrt{\pi/2}$  du profil gaussien). La condition  $2\pi\omega_{rec} > 1$  peut alors être réécrite sous la forme

$$V_0 < 4\hbar\omega_{rec}\gamma \quad (\text{II.75})$$

avec en pratique  $\gamma$  de l'ordre de 1 ( $\pi/2$  pour une séparatrice parfaite).

**AN:** L'énergie cinétique transverse communiquée lors d'une diffraction au premier ordre  $4\hbar\omega_{rec}$  vaut 264 kHz (en unité de fréquence). Pour une intensité diffractée maximale dans le premier ordre ( $\gamma = \pi$ ), un jet de vitesse 1000 m/s et un waïst de 10 mm, l'amplitude du potentiel diffractant est de 80 kHz. On voit donc que dans ces conditions, l'énergie cinétique acquise est plus grande que le potentiel diffractant et la condition précédente est bien vérifiée.

Nous vérifions maintenant que l'on peut limiter le couplage à deux états. Cette démonstration est présentée par C. Cohen-Tannoudji dans les cours au Collège de France [35]. Nous avons choisi comme état initial  $|f, -\hbar\vec{k}_L\rangle$  et considéré son couplage avec l'état  $|f, \hbar\vec{k}_L\rangle$ . L'état le plus proche de celui-ci en énergie est  $|f, 3\hbar\vec{k}_L\rangle$  et une énergie  $8\hbar\omega_{rec}$  les sépare (voir figure II.6). De même, l'autre état proche de  $|f, -\hbar\vec{k}_L\rangle$  est  $|f, -3\hbar\vec{k}_L\rangle$  et le même écart d'énergie les sépare. Il est pertinent de négliger le couplage avec ces états voisins si  $8\hbar\omega_{rec}$  est très supérieur au couplage effectif  $V_0 = \hbar\Omega_0^2/\delta_L$ .

**AN:** Dans les mêmes conditions que celles décrites plus haut, le couplage effectif vaut 80 kHz alors que l'écart en énergie 528 kHz. L'approximation des deux états couplés est donc assez bien justifiée.

Pour une intensité diffractée donnée et définie par  $\gamma$ ,  $V_0$  ne dépend que de  $\gamma$  et du temps caractéristique de traversée  $\tau$  :

$$V_0(Hz) = \frac{\gamma}{\tau\pi} \sqrt{\frac{\pi}{2}}. \quad (\text{II.76})$$

On voit donc que les conditions de vérification du régime de Bragg et de la limitation du couplage à deux niveaux seront d'autant mieux vérifiées que le temps d'interaction  $\tau$  est grand et le potentiel  $V_0$  faible.

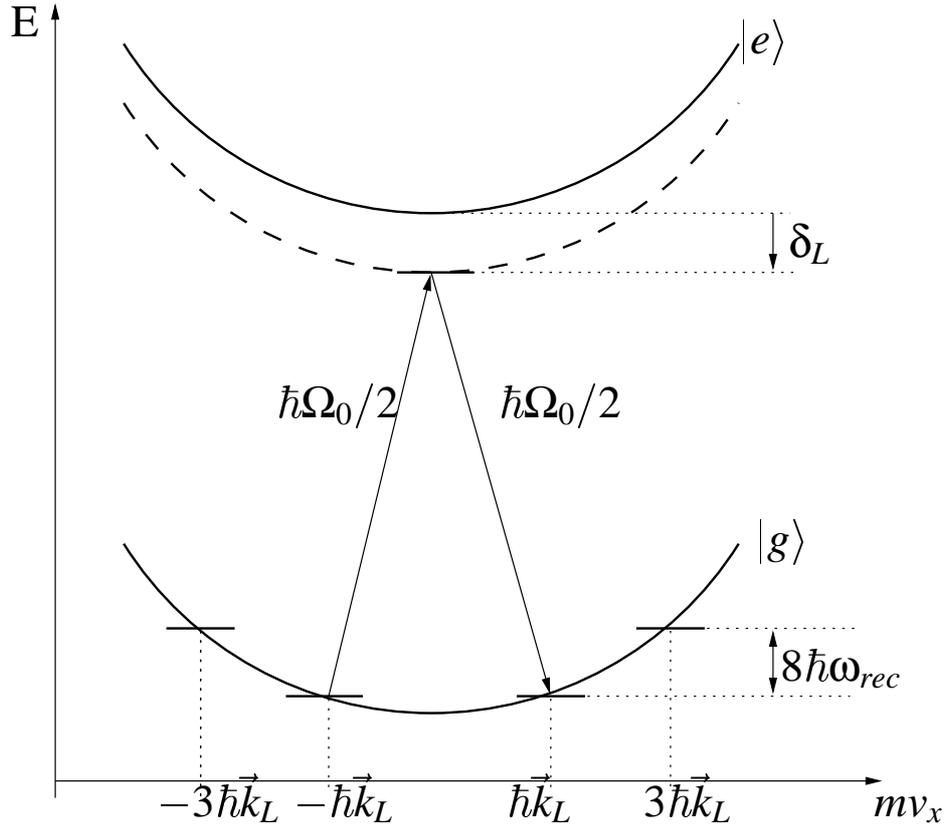


Figure II.6: oscillation de Rabi entre l'état incident  $|f, -\hbar\vec{k}_L\rangle$  et l'état final  $|f, \hbar\vec{k}_L\rangle$  par l'intermédiaire de l'état excité  $|e, 0\rangle$ . L'énergie des différents états impliqués est représentée en fonction de la quantité de mouvement transverse de l'atome.

### II.4.3 Sélectivité en vitesse de la diffraction de Bragg

Dans sa thèse [39], Giltner remarque que la distribution de vitesse longitudinale du jet atomique est réduite après diffraction en régime de Bragg. Nous essayons ici de quantifier et de justifier cette réduction. Nous avons été aidé dans ce travail par l'article de C. Bordé [40] qui étudie de façon très générale les séparatrices à atomes des différents interféromètres atomiques existants.

#### Effet de la taille finie de l'onde laser

Nous notons  $u$  la vitesse moyenne du jet atomique et  $v$  une vitesse quelconque du jet. On suppose que la condition d'incidence de Bragg est vérifiée pour la vitesse moyenne  $u$  et le vecteur d'onde laser  $\hbar\vec{k}_L$ , c'est-à-dire que

$$\vec{k}_L \cdot (m\vec{u} + \hbar\vec{k}_L) = 0 \quad (\text{II.77})$$

et nous notons  $\theta_B$  l'angle de Bragg pour la vitesse  $u$ . Si l'incidence d'un atome sur l'onde laser est à l'angle de Bragg  $\theta_B$  mais que sa vitesse est différente de  $u$ , la condition de Bragg n'est pas vérifiée pour cet atome avec le vecteur d'onde laser  $\hbar\vec{k}_L$ . C. Bordé explique que la condition d'accord de Bragg est relaxée car l'atome acquiert une quantité de mouvement différente de  $2\hbar\vec{k}_L$ , la différence nécessaire  $2\hbar\Delta\vec{k}$  provenant de l'incertitude

sur les vecteurs d'onde laser due à la dimension finie de l'onde laser dans sa direction transverse. Nous estimons ici pour quelle dispersion de vitesse la condition de Bragg est vérifiée grâce à cette incertitude. Dans nos hypothèses,  $\vec{v}$  et  $\vec{u}$  sont parallèles et  $v = u + \Delta v$ . Le vecteur d'onde laser qui va permettre la diffraction est  $\vec{k}_L + \Delta\vec{k}$  et  $\Delta\vec{k}$  est parallèle à  $Oz$ , direction selon laquelle la taille de l'onde laser est limitée (voir figure II.7). La diffraction

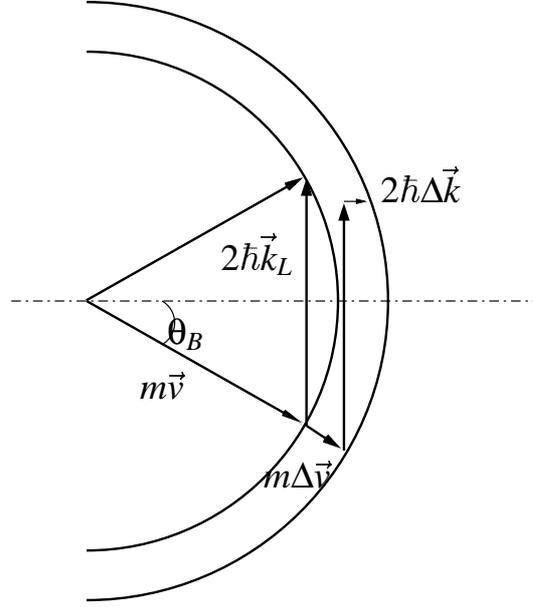


Figure II.7: conservation de l'énergie d'un atome diffracté en régime de Bragg, mais qui n'est pas à l'incidence de Bragg avec le vecteur d'onde moyen  $\hbar\vec{k}_L$ .

est autorisée si l'énergie de l'atome avant et après diffraction peut être conservée :

$$\frac{(m\vec{v} + m\Delta\vec{v})^2}{2m} = \frac{(m\vec{v} + m\Delta\vec{v} + 2\hbar\vec{k}_L + 2\hbar\Delta\vec{k})^2}{2m}. \quad (\text{II.78})$$

Au premier ordre en  $m\Delta v$  et  $\hbar\Delta k$ , cette égalité est équivalente à

$$\frac{\Delta k}{k_L} = \theta_B \frac{\Delta v}{v}. \quad (\text{II.79})$$

Si un tel  $\Delta k$  existe, la nouvelle condition de Bragg satisfaite pour l'atome de vitesse  $\vec{v} = \vec{u} + \Delta\vec{v}$  est

$$(\vec{k}_L + \Delta\vec{k}) \cdot (m\vec{v} + \hbar\vec{k}_L + \hbar\Delta\vec{k}) = 0 \quad (\text{II.80})$$

$\Delta k$  est fixé par la largeur de l'onde laser. Pour un rayon waiste de l'onde gaussienne  $w_0$ ,  $\Delta k = 1/(w_0)$ . Si le rayon waiste vaut 10 mm, la transition est à 671 nm et l'angle de Bragg vaut 85  $\mu\text{rad}$  (cas du lithium à 1000 m/s), les vitesses pour lesquelles la diffraction de Bragg a lieu normalement sont telles que

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta k}{\theta_B k_L} = 0,12. \quad (\text{II.81})$$

On retrouve bien dans l'équation précédente le comportement en fonction de  $\theta_B$  observé par Giltner : plus l'angle de Bragg est grand, plus la dispersion après diffraction est

réduite. Cette dispersion autorisée est relativement large, mais plus fine que la dispersion en vitesse que l'on peut obtenir avec un jet supersonique, pour des atomes de lithium ( $\Delta v/v \simeq 0,22$ ). L'effet de sélectivité en vitesse de la diffraction de Bragg devrait donc être observable avec notre jet. On peut aussi compter sur cet effet de sélectivité pour réduire la dispersion de vitesse des atomes participant au signal d'interférence.

## II.5 Formalisme plus général

### II.5.1 Motivations

Les calculs de l'amplitude de diffraction dans le régime de Bragg et dans le régime d'onde mince sont deux cas particuliers d'un phénomène général : la perturbation d'une onde par un potentiel périodique. Le traitement dépendant du temps que nous avons fait est rendu possible grâce à l'approximation faite dans les deux cas de la conservation de la vitesse de propagation selon  $Oz$ . Cette conservation permet de transformer la dynamique selon  $Oz$  en étude en fonction du temps, par  $z = v_z t$ . Ce traitement a l'avantage de mettre en évidence de manière simple certains phénomènes physiques comme par exemple l'analogie entre oscillation de Rabi et diffraction de Bragg. Il a le gros inconvénient de relaxer la conservation de l'énergie lors de la propagation de l'onde atomique à travers l'onde laser stationnaire. De même, la conservation de la quantité de mouvement totale du système {atome+champ} n'est pas explicite dans les équations utilisées et ces deux conditions de conservation doivent toujours être posées en parallèle du calcul.

Ce traitement dépendant du temps n'utilise pas le formalisme des fonctions périodiques, très puissant pour les fonctions d'onde dans un potentiel périodique et déjà développé dans des cadres variés sous différents noms (théorème de Bloch ou de Floquet, atome habillé). Divers auteurs ont déjà décrit de manière rigoureuse et ne dépendant pas du temps la diffraction des ondes atomiques par un réseau. C'est en particulier le cas de C. Bordé dans son article de revue [40] et de plusieurs auteurs qu'il cite. Nous ne suivrons pas ici le point de vue de ces auteurs mais nous voulons présenter un formalisme plus général que les deux cas limites déjà étudiés et qui met à profit les propriétés des fonctions périodiques. Pour cela il faut considérer l'onde laser stationnaire comme un milieu à part entière. Ce milieu est caractérisé par un potentiel périodique dans la direction  $Ox$  et nous allons utiliser les états propres de l'atome dans ce milieu. Ces concepts ont déjà été utilisés, par exemple dans l'équipe de C. Salomon au laboratoire Kastler-Brossel [41] et dans celle de M. Raizen à l'université d'Austin [42], pour étudier de façon détaillée la dynamique à une dimension d'atomes ultra-froids. Voici les hypothèses que nous fixons pour cadre de notre modèle.

### II.5.2 Hypothèses

Comme précédemment, nous considérons que l'atome reste dans son état fondamental  $|f\rangle$  et que l'onde laser stationnaire provoque un déplacement du niveau d'énergie de cet état par l'intermédiaire de l'effet Stark dynamique ou déplacement lumineux. L'étude de la propagation selon  $Ox$  dans l'onde laser se ramène alors à l'étude d'une particule sans

structure interne, plongée dans un potentiel périodique donné par

$$V(x) = V_0 \cos^2(k_L x) = \frac{V_0}{2}(1 + \cos(k_r x)) = \frac{V_0}{2} \left( 1 + \frac{e^{ik_r x} + e^{-ik_r x}}{2} \right) \quad (\text{II.82})$$

démontré en II.1 et où on a introduit le vecteur d'onde du réseau  $k_r = 2k_L$ . Pour simplifier les calculs, on supposera ici que l'onde laser a un profil rectangulaire selon la direction  $Oz$  et qu'elle est limitée par les plans  $z = 0$  et  $z = w_0$ . Cette approximation n'est pas très réaliste vis à vis des conditions expérimentales habituelles mais elle permet d'établir une solution analytique formellement très simple.

La plupart des expressions finales seront établies dans le cadre de l'approximation où l'énergie cinétique initiale  $E_c = \hbar^2 k^2 / (2m)$  est grande devant l'amplitude du potentiel  $V_0$  et que le vecteur d'onde incident  $\vec{k}$  fait un angle faible avec l'axe  $Oz$ . Malgré tout, ces hypothèses ne sont pas fondamentales ni nécessaires à la validité du modèle. Dans la propagation de l'onde atomique dans les trois milieux successifs que sont le vide, l'onde laser, puis le vide, nous négligeons les ondes atomiques réfléchies à chaque interface. Cette approximation est tout à fait légitime malgré le profil de l'onde choisi rectangulaire car, dans la pratique, l'évolution de l'enveloppe se fait sur une échelle bien supérieure à la longueur d'onde atomique  $\lambda_{dB} = 2\pi/k$ , tout en pouvant être très inférieure à la largeur  $w_0$ . De toute façon, dans la limite où  $E_c \gg V_0$ , l'amplitude relative de ces ondes réfléchies serait très faible.

### II.5.3 États propres dans un potentiel périodique

Le mouvement selon  $Ox$  de l'atome à l'intérieur du réseau est similaire au mouvement d'un électron dans un cristal à une dimension, mouvement largement étudié et qui est maintenant un problème classique de physique des solides. Les propriétés présentées ici peuvent être trouvées dans tous les livres de physique du solide, par exemple celui de Ashcroft et Mermin [43]. Selon le théorème de Bloch, les états propres dans un milieu périodique à une dimension peuvent s'écrire sous la forme

$$\Psi_{k,p}(x) = e^{ikx} u_{k,p}(x) \quad (\text{II.83})$$

où  $u_{k,p}(x)$  a la périodicité du réseau :  $u_{k,p}(x+a) = u_{k,p}(x)$ . Dans cette notation,  $k$ , appelé communément quasi-impulsion, est une variable continue qui joue le rôle d'un vecteur d'onde et  $p$  est un indice de bande, discret. Les fonctions de Bloch, définies par (II.83), sont des fonctions périodiques de la quasi-impulsion :

$$\Psi_{k+k_r,p}(x) = \Psi_{k,p}(x) \quad (\text{II.84})$$

où  $k_r = 2\pi/a$  est le vecteur définissant le réseau réciproque. Les valeurs propres de l'énergie  $\epsilon_{k,p}$  manifestent la même périodicité :

$$\epsilon_{k+k_r,p} = \epsilon_{k,p}. \quad (\text{II.85})$$

Par convention, on décide donc de limiter l'étude des fonctions de Bloch sur l'intervalle  $]-k_r/2, k_r/2]$  pour  $k$ . Cet intervalle est appelé communément première zone de Brillouin.

En l'absence de potentiel lumineux, l'atome est libre et la fonction d'onde est une onde plane de vecteur d'onde  $k_x$  et l'énergie  $\epsilon_{k,p}^0$  est l'énergie cinétique de translation. On se ramène à la première zone de Brillouin en définissant  $k = k_x - pk_r$  tel que  $-k_r/2 < k \leq k_r/2$  et

$$\epsilon_{k,p}^0 = \frac{\hbar^2(k + pk_r)^2}{2m}. \quad (\text{II.86})$$

Cette procédure replie la parabole  $\hbar^2 k_x^2 / (2m)$  dans la première zone de Brillouin, chaque segment étant repéré sur la figure par l'indice  $p$ . L'allure des courbes obtenues sur ce schéma de zone réduite peut être observée sur la figure II.8.

Quand le potentiel  $V_0$  est nul, les fonctions propres, solutions de l'équation de Schrödinger, sont définies par un couple unique  $(k, p)$  tel que  $k = k_x - pk_r$ . Quand le potentiel  $V_0$  est non nul, il y a mélange des états libres et, par construction, ce mélange ne peut exister qu'entre états de même quasi-impulsion  $k$  mais de  $p$  différents. Le potentiel lumineux a une composante continue d'amplitude  $V_0/2$  dont le seul effet est de décaler le diagramme des niveaux d'énergie. Ce décalage n'est pas représenté sur la figure II.8. Les autres termes du potentiel sont deux composantes d'amplitude  $V_0/4$  qui couplent, au premier ordre, les ondes libres différant de  $\pm k_r$ . Dans le cas perturbatif  $V_0 \ll \hbar\omega_{rec}$ , les effets du potentiel ne sont visibles qu'entre états dégénérés ou quasi-dégénérés, ce qui se produit en bordure ou au centre de la première zone de Brillouin. Au premier ordre, les seuls états couplés sont les états libres différant de  $\pm k_r$ , se trouvant en bordure de zone de Brillouin et d'énergies non perturbées  $\hbar\omega_{rec}$ . On verra que ce couplage correspond à une diffraction du premier ordre et que les autres levées de dégénérescence se produisent pour des ordres de perturbation supérieurs et correspondent à des ordres de diffraction plus élevés.

Les nouvelles valeurs de l'énergie sont tracées sur la figure II.8 dans le cas d'un rapport  $V_0 / (4\hbar\omega_{rec}) = 0,5$ . Ce couplage est un peu trop fort pour être considéré comme perturbatif mais il permet d'illustrer clairement notre propos. On remarque que la dégénérescence est très bien levée en bordure de zone pour les premières bandes  $p = 0$  et  $\pm 1$ . On la devine au centre de la zone de Brillouin entre  $p = +1$  et  $-1$ , où l'effet du couplage est au deuxième ordre de la théorie des perturbations. Les levées de dégénérescence apparaissant sur les autres croisements de niveaux ne sont pas visibles sur ce graphe.

## II.5.4 Propagation de l'onde atomique à travers un réseau

Nous étudions ici la propagation sans réflexion d'une onde dans trois milieux successifs : le vide pour  $z < 0$  (milieu 1), le réseau de potentiel périodique pour  $0 < z < w_0$  (milieu 2) et de nouveau le vide pour  $z > w_0$  (milieu 3) (voir figure II.9). Comme en optique, la solution générale de ce problème est décrite par la continuité de l'onde à chaque interface. La continuité à tous les temps impose la conservation de la pulsation  $\omega = E/\hbar$  de l'onde dans les trois milieux et donc la conservation de l'énergie pour l'atome. Le terme associé à la pulsation dans la phase des ondes atomiques sera donc oublié et nous nous contenterons de décrire la partie spatiale des fonctions d'onde dans les trois milieux. La continuité pour tout  $y$  impose que la composante du vecteur d'onde selon  $Oy$  soit conservée. Le mouvement selon  $Oy$  est donc spectateur du processus de diffraction et sera oublié, même

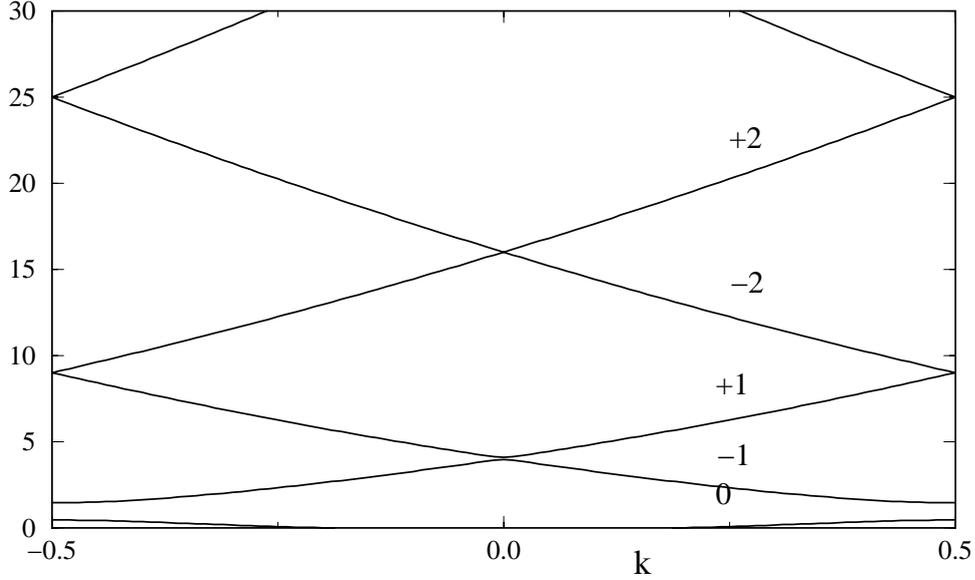


Figure II.8: schéma des niveaux d'énergie, dans la première zone de Brillouin, d'un atome perturbé par un potentiel de composantes spectrales  $\pm k_r$  et d'amplitude  $V_0/4 = \hbar\omega_{rec}/2$ . Les énergies sont en unités de  $\hbar\omega_{rec}$  et la quasi-impulsion  $k$  en unité de  $k_r$ . Les bandes sont repérées par l'indice  $p$  tel que  $k_x = k + pk_r$ .

dans l'expression de l'énergie cinétique totale. Les grandeurs que nous allons donc conserver pour décrire les fonctions d'onde sont les parties de la fonction d'onde dépendant des coordonnées  $x$  et  $z$ .

Grâce aux fonctions de Bloch, nous venons de décrire le mouvement de l'atome selon  $Ox$  à l'intérieur du potentiel. Le mouvement dans la direction  $Oz$  est celui d'un atome libre, décrit par l'onde plane  $\exp(ik_z z)$  et l'énergie cinétique de ce mouvement est  $E_{c_z} = \hbar^2 k_z^2 / (2m)$ . La conservation de l'énergie au cours de la propagation de l'onde doit être vérifiée pour chaque bande et impose que l'énergie totale de l'atome dans le réseau soit égale à l'énergie dans le vide :

$$\hbar^2 k_1^2 / (2m) = \varepsilon_{k,p} + \hbar^2 k_{z_2}^2 / (2m). \quad (\text{II.87})$$

Cette conservation impose une dépendance indirecte de  $k_{z_2}$  en fonction de  $k$  et de  $p$ . Cette dépendance sera représentée dans la notation de Dirac pour la fonction d'onde  $\Psi_{k,p}(x) \exp(ik_{z_2}(k,p)z)$  par  $|k,p\rangle |k_{z_2}(k,p)\rangle$ , par analogie avec la représentation de Dirac d'une onde plane, dans la base des vecteurs d'onde :  $|k_z\rangle$  ( $\exp(ik_z z) = \langle z|k_z\rangle$ ). On peut écrire une fonction d'onde quelconque, solution de l'équation de Schrödinger dans le potentiel périodique comme une combinaison linéaire sur toutes les bandes et tous les  $k$  produit d'une fonction de Bloch et d'une onde plane selon  $Oz$  :

$$|\Psi\rangle = \sum_{k,p} b_p(k) |k,p\rangle |k_{z_2}(k,p)\rangle. \quad (\text{II.88})$$

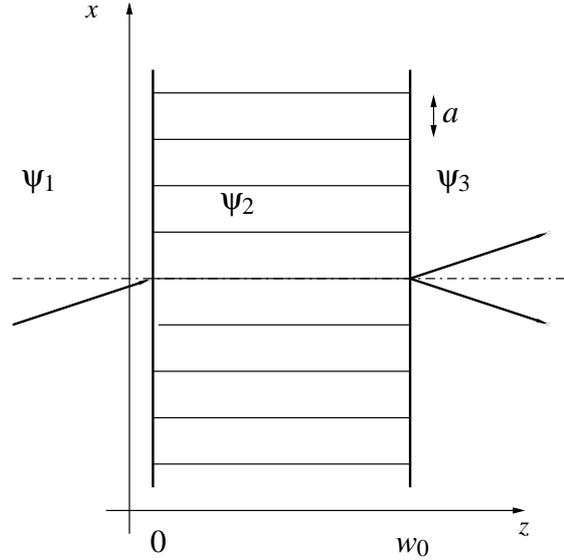


Figure II.9: définition des trois milieux à travers lesquels l'onde atomique se propage. Le réseau (milieu 2) est précédé et suivi du vide (milieu 1 et 3).

### Continuité selon $Ox$

Nous supposons que dans le vide, l'onde  $\psi_1$  est décrite par une onde plane de vecteur d'onde  $\vec{k}_1$  et en notation de Dirac :

$$|\psi_1\rangle = |\vec{k}_1\rangle = |k_{x_1}\rangle |k_{z_1}\rangle. \quad (\text{II.89})$$

Dans le réseau, l'onde est comme nous l'avons vu, une solution générale de forme fonction de Bloch selon  $Ox$  et onde plane selon  $Oz$  :

$$|\psi_2\rangle = \sum_{k,p} b_p(k) |k, p\rangle |k_{z_2}(k, p)\rangle \quad (\text{II.90})$$

et dans le vide après le réseau, la fonction d'onde garde a priori la forme la plus générale pour un atome libre, soit une combinaison linéaire d'ondes planes :

$$|\psi_3\rangle = \sum_q c_q |k_{x_3}(q)\rangle |k_{z_3}(q)\rangle. \quad (\text{II.91})$$

La continuité de  $\psi$  dans le plan  $z = 0$  impose que  $\langle z = 0 | \psi_1 \rangle = \langle z = 0 | \psi_2 \rangle$  pour tout  $x$ , soit

$$|k_{x_1}\rangle = \sum_{k,p} b_p(k) |k, p\rangle. \quad (\text{II.92})$$

Cette équation définit l'amplitude de chaque bande du diagramme d'énergie en fonction des conditions initiales. Comme les fonctions  $u_{k,p}(x)$  sont périodiques, on peut utiliser leurs développements en série de Fourier et grâce à l'orthogonalité des ondes planes, on montre immédiatement que les seules fonctions de Bloch peuplées par l'onde incidente sont telles qu'il existe un entier  $n$  tel que

$$k = k_{x_1} - nk_r. \quad (\text{II.93})$$

Ceci signifie qu'il n'existe qu'un seul  $k$ , l'image de  $k_{x_1}$  dans la première zone de Brillouin, pour lequel les termes de la somme ne sont pas nuls. La forme générale de l'onde  $\psi_2$  dans le réseau n'est donc plus qu'une somme sur les indices de bande  $p$  et  $k$  est égal à  $k_{x_1}$  modulo  $k_r$  :

$$|\Psi_2\rangle = \sum_p b_p(k) |k, p\rangle |k_{z_2}(k, p)\rangle. \quad (\text{II.94})$$

Les amplitudes  $b_p(k)$  de chaque bande sont déterminées par la projection de l'onde plane incidente sur la base des fonctions de Bloch :

$$b_p(k) = \langle k, p | k_{x_1} \rangle. \quad (\text{II.95})$$

La même condition dans le plan  $z = w_0$  impose que

$$\sum_p b_p |k, p\rangle e^{ik_{z_2}(k, p)w_0} = \sum_q c_q |k_{x_3}(q)\rangle e^{ik_{z_3}(q)w_0}. \quad (\text{II.96})$$

Par la même méthode, on montre que seules les ondes planes telles que  $k_{x_3} = k + mk_r$  peuvent être peuplées par la diffraction, en sortie du réseau. Comme  $k$  est lui même égal à  $k_{x_1}$  à un nombre entier de fois  $k_r$ , on peut écrire  $k_{x_3}(q)$  comme étant égal à  $k_{x_1} + qk_r$ . On retrouve ici la propriété maintenant bien connue que par la diffraction, la composante  $k_x$  du vecteur d'onde de l'atome ne peut être modifiée que d'un nombre entier de fois le vecteur  $k_r = 2k_L$ .

Les composantes selon  $Oz$  des vecteurs d'onde atomiques sont déduits des composantes selon  $Ox$  par l'équation de conservation de l'énergie pour chaque bande :

$$\frac{\hbar^2 k_1^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k_{x_3}(q)^2}{2m} + \frac{\hbar^2 k_{z_3}(q)^2}{2m}. \quad (\text{II.97})$$

Par rapport aux traitements antérieurs (comme celui de C. Bordé), ce traitement est plus général car il prévoit de manière exacte l'existence éventuelle d'un grand nombre d'ordres de diffraction. Cet avantage est modeste car ce n'est pas dans ce régime que la diffraction est intéressante, en pratique. Mais un autre avantage est la possibilité de calculer exactement (au moins numériquement) les phases associées au processus de diffraction et ces phases sont très importantes dans toute modélisation détaillée de l'interféromètre.

### II.5.5 Différents régimes de couplage par le potentiel

Si l'atome est libre ( $V_0 = 0$ ), les états de même  $k$  et de  $p$  différents ne sont pas mélangés et l'onde plane incidente se projette sur un seul de ces états, celui défini par un indice de bande  $p$  tel que  $k_{x_1} - pk_r$  soit dans la première zone de Brillouin. En sortant du réseau, la fonction de Bloch se reprojette sur l'onde plane telle que  $k_{x_3} = k_{x_1}$  et on retrouve l'onde plane incidente. Quand le potentiel lumineux est non nul, calculer les amplitudes diffractées dans chaque ordre revient à calculer l'amplitude  $b_p(k)$  de chaque bande  $p$  dans l'onde incidente.

Si l'amplitude du potentiel  $V_0/4$  est grande devant  $\hbar\omega_{rec} = \hbar^2 k_L^2 / 2m$ , l'énergie caractéristique qui sépare les bandes, plusieurs états sont couplés et on aura diffraction simultanée dans plusieurs ordres. Comme nous l'avons montré en II.3.3, la validité de

l'approximation d'onde mince impose que  $V_0/4 \gg \hbar\omega_{rec}$  quand on se place dans un régime de diffraction efficace. Grâce au diagramme de bande, il apparaît donc clairement que le régime d'onde mince est obligatoirement associé à une diffraction simultanée dans plusieurs ordres.

Si, comme dans le régime de Bragg, on veut diffracter uniquement dans un ordre, il est maintenant évident qu'il faut que le couplage soit suffisamment faible pour ne mélanger que deux bandes. Ceci est possible si l'amplitude du potentiel est faible devant l'écart en énergie entre les deux bandes, pour la valeur de  $k$  fixée par l'angle d'incidence sur le réseau. Si c'est le cas, on se retrouve dans le régime perturbatif que nous avons décrit plus haut, dans lequel seules les bordures de zone sont perturbées par le potentiel. Dans ce régime, et pour une diffraction au premier ordre, il faut donc que la projection du vecteur d'onde incident  $k_{x_1}$  soit égale (ou presque égale) à  $k_r/2 = k_L$  modulo  $(k_r)$  pour qu'une diffraction ait lieu. On retrouve ici la condition de Bragg déjà énoncée plus haut. Pour un couplage entre la bande 0 et la bande  $\pm 1$ , le régime perturbatif est défini par

$$\frac{V_0}{4} < \hbar\omega_{rec}, \quad (\text{II.98})$$

condition déjà rencontrée en II.4 pour définir le régime de Bragg. La figure II.8 permet de déterminer facilement la condition pour qu'à l'incidence de Bragg, seulement deux bandes soient couplées. Il suffit que le potentiel lumineux soit très petit devant l'écart en énergie qui sépare la bande 1 de la bande 2 en bordure de zone soit,

$$\frac{V_0}{4} \ll 8\hbar\omega_{rec}. \quad (\text{II.99})$$

On retrouve bien ici la condition établie dans le paragraphe II.4 consacré à la diffraction de Bragg, affinée par la prise en compte de l'amplitude exacte  $V_0/4$ , du couplage entre états libres différant de  $\pm k_r$ . Pour une diffraction au deuxième ordre, il faut coupler des états libres qui ne diffèrent que de  $\pm 2k_r$  pour  $k_x$ . En d'autres termes, il faut mélanger des bandes d'indice séparés de  $\pm 2$ . Dans le régime de Bragg, il est toujours possible d'obtenir seulement cet ordre de diffraction à l'exclusion des autres en restant dans le régime perturbatif et en attaquant le réseau avec une incidence  $k_x = \pm k_r$  ( $p = \pm 1$ ). Pour observer une amplitude de diffraction aussi élevée que pour une diffraction au premier ordre, le temps d'interaction  $\tau$  doit être beaucoup plus long car le couplage entre ces deux états est ici du second ordre. Dans sa thèse [39], Giltner observe successivement des ordres de diffraction allant jusqu'à 6. Lors de ces expériences, la largeur de l'onde stationnaire n'a pas été adaptée à chaque ordre de diffraction et l'intensité des pics de diffraction observés décroît avec l'ordre de diffraction.

### **Amplitude de diffraction et sélectivité en vitesse de la diffraction de Bragg**

Grâce au calcul perturbatif des niveaux d'énergie en bordure de zone, on peut estimer l'effet sur le couplage d'un faible écart à la condition de Bragg. Ceci nous permet, entre autre, d'évaluer la sélectivité en vitesse du processus de diffraction. Nous restons ici dans le cadre du calcul perturbatif entre deux états proches du bord de zone de Brillouin, définis par  $k = k_r/2 - \kappa$  et  $p = 0$  (noté  $|0\rangle$ ) et  $p = -1$  (noté  $|-1\rangle$ ) (voir figure II.10). Sans

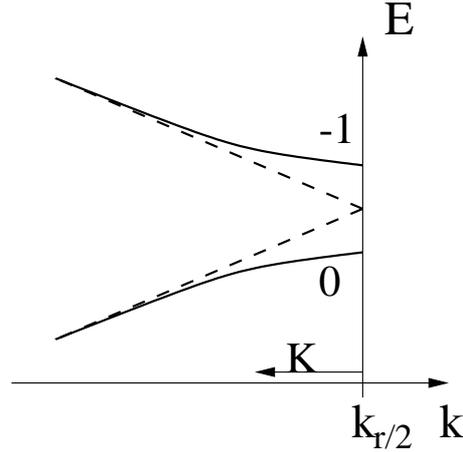


Figure II.10: vue grossie du bord de la première zone de Brillouin autour de l'énergie  $E = \hbar\omega_{rec}$ . En pointillés, les morceaux de parabole associés à l'énergie de l'atome libre. En trait plein, ces mêmes niveaux d'énergie pour un atome dans un potentiel lumineux.

perturbations, l'énergie  $\hbar\Delta$  qui sépare ces deux états est la différence d'énergie cinétique selon  $Ox$ , soit, au premier ordre en  $\kappa$  :

$$\hbar\Delta = \frac{2\hbar^2 k_r \kappa}{2m}. \quad (\text{II.100})$$

Cette linéarisation revient à approximer par sa tangente en bord de zone de Brillouin, la parabole de l'énergie d'un atome libre. Le couplage entre les deux états  $|0\rangle$  et  $|-1\rangle$  est d'amplitude  $V_0/4$  et en translatant l'origine des énergies, il suffit de diagonaliser la matrice

$$\begin{pmatrix} -\hbar\Delta/2 & V_0/4 \\ V_0/4 & \hbar\Delta/2 \end{pmatrix} \quad (\text{II.101})$$

pour estimer les nouvelles valeurs propres de l'énergie et les nouvelles fonctions propres. Les nouvelles valeurs de l'énergie pour ce système à deux niveaux seront notées  $E_{\pm} = \pm\hbar\Omega/2$  :

$$E_{\pm} = \pm\sqrt{\left(\frac{\hbar\Delta}{2}\right)^2 + \left(\frac{V_0}{4}\right)^2}. \quad (\text{II.102})$$

Les états propres  $|\pm\rangle$  correspondant peuvent être exprimés sur l'ancienne base ( $|0\rangle, |-1\rangle$ ) en fonction du paramètre  $\theta$ , défini sur l'intervalle  $[0, \pi[$ , par

$$\tan 2\theta = \frac{V_0}{2\hbar\Delta}, \quad (\text{II.103})$$

$$|+\rangle = \cos\theta |-1\rangle + \sin\theta |0\rangle \quad (\text{II.104})$$

$$|-\rangle = -\sin\theta |-1\rangle + \cos\theta |0\rangle. \quad (\text{II.105})$$

Si on suppose que l'onde incidente a un vecteur d'onde  $k_{x_1}$  inférieur à  $k_r/2$ , sa projection dans la première zone de Brillouin appartient à la première bande et les conditions de continuité établies plus haut imposent que

$$|k_{x_1}\rangle = |0\rangle = \sin\theta |+\rangle + \cos\theta |-\rangle. \quad (\text{II.106})$$

En prenant en compte la propagation libre dans la direction  $Oz$ , la fonction d'onde totale vaut, dans le plan de sortie du réseau,

$$\langle z = w_0 | \Psi_2 \rangle = \sin \theta | + \rangle e^{ik_z^+ w_0} + \cos \theta | - \rangle e^{ik_z^- w_0}. \quad (\text{II.107})$$

Pour connaître la probabilité de diffracter une onde dans l'ordre +1 ( $k_{x_1} \rightarrow k_{x_1} + k_r$ ), il faut estimer le poids de l'état  $| - 1 \rangle$  dans la fonction d'onde sortant du réseau :

$$\langle z = w_0 | \Psi_2 \rangle = \sin \theta \cos \theta \left( e^{ik_z^+ w_0} - e^{ik_z^- w_0} \right) | - 1 \rangle + \left( \sin^2 \theta e^{ik_z^+ w_0} + \cos^2 \theta e^{ik_z^- w_0} \right) | 0 \rangle. \quad (\text{II.108})$$

Les deux vecteurs d'onde  $k_z^\pm$  sont déterminés par la conservation d'énergie qui, en prenant en compte la translation d'origine des énergies effectuées plus haut, s'exprime comme :

$$\frac{V_0}{2} + \hbar \omega_{rec} + E_\pm + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k_1^2}{2m}. \quad (\text{II.109})$$

Pour trouver une expression analytique simple à ces vecteurs d'onde, on peut se placer dans l'approximation habituelle où l'énergie cinétique incidente est très grande devant le potentiel lumineux, ce qui reflète très bien les conditions expérimentales. Si on note  $v$  la vitesse  $\hbar k_1 / m$  de l'atome dans le vide,

$$k_z^\pm \simeq k_1 - \frac{V_0/2 + \hbar \omega_{rec}}{\hbar v} - \frac{E_\pm}{\hbar v}. \quad (\text{II.110})$$

Dans l'expression finale de la fonction d'onde sortant du réseau, il existe des facteurs de phase  $E_\pm w_0 / (\hbar v) = \pm \Omega \tau / 2$  ( $\tau = w_0 / v$ ) dont dépend la probabilité  $P(1)$  de diffracter l'onde incidente dans l'ordre 1 :

$$P(1) = |\langle -1 | \Psi_2(z = w_0) \rangle|^2 = \frac{V_0^2}{V_0^2 + 4\hbar^2 \Delta^2} \sin^2 \left( \frac{\Omega \tau}{2} \right). \quad (\text{II.111})$$

On retrouve la formule de l'oscillation de Rabi. La probabilité de diffraction est une fonction oscillante du temps de traversée du réseau, d'amplitude décroissant avec l'écart à l'incidence de Bragg. Quand la condition de Bragg est vérifiée, on retrouve bien l'expression établie en II.4 pour l'amplitude de diffraction dans l'ordre 1, en fonction du paramètre  $\gamma = V_0 \tau / (2\hbar)$  :

$$P(1)(\kappa = 0) = \sin^2 \left( \frac{V_0 \tau}{4\hbar} \right) = \sin^2(\gamma/2). \quad (\text{II.112})$$

Notre nouveau traitement nous permet maintenant d'exprimer rigoureusement cette probabilité, même quand l'incidence n'est pas exactement l'incidence de Bragg. On peut exprimer cette amplitude toujours en fonction du paramètre  $\gamma$  et d'un nouveau paramètre  $y = 2\hbar \Delta / V_0$  qui caractérise l'écart à la condition de Bragg :

$$P(1) = \frac{1}{1+y^2} \sin^2 \left( \frac{\gamma}{2} \sqrt{1+y^2} \right). \quad (\text{II.113})$$

Si on fait apparaître dans l'expression de  $y$  l'énergie cinétique selon  $Ox$  d'un atome à l'incidence de Bragg, qui n'est autre que l'énergie de recul  $\hbar \omega_{rec}$ , on peut écrire  $y$  sous la forme :

$$y = \frac{\hbar \Delta}{\hbar \omega_{rec}} \frac{2\hbar \omega_{rec}}{V_0}. \quad (\text{II.114})$$

Pour évaluer la sensibilité de la diffraction de Bragg avec la dispersion en vitesse, on peut remplacer  $\Delta/\omega_{rec}$  par le rapport des vitesses  $4\Delta v/v$  où  $v$  est la vitesse des atomes qui sont à l'incidence de Bragg et  $\Delta v$  l'écart à cette vitesse des atomes qui ne sont pas à l'incidence de Bragg. On montre ainsi que plus l'amplitude  $V_0$  du potentiel est faible, plus la diffraction est sensible à la dispersion de vitesse :

$$y = \frac{\Delta v}{v} \frac{8\hbar\omega_{rec}}{V_0}. \quad (\text{II.115})$$

Pour fixer les idées,  $P(1)$  vaut 0,32 pour  $y = 1$  et 0,77 pour  $y = 0,5$ . Une valeur de 1 pour  $y$  est atteinte pour un écart en vitesse  $\Delta v/v$  de 10 % et une amplitude de potentiel  $V_0 = \hbar\omega_{rec}/5$ .

## II.5.6 Synthèse

Après l'étude des différents régimes de diffraction que nous venons de faire, nous pouvons mettre en évidence quelques caractéristiques générales. Dans tous les régimes, la diffraction dépend du paramètre  $\gamma$  qui doit être de l'ordre de 1 pour obtenir une diffraction efficace dans l'ordre 1. Comme  $\gamma = V_0\tau/(2\hbar)$  (au facteur géométrique  $\sqrt{\pi/2}$  près), les différents régimes sont caractérisés par un rapport différent entre l'amplitude  $V_0$  du potentiel lumineux et le temps de traversée  $\tau$  de l'onde tout en gardant le même équilibre pour  $\gamma$ . Dans la définition des différents régimes intervient  $\hbar\omega_{rec}$ , l'énergie cinétique de recul lors de l'émission ou l'absorption d'un photon par l'atome.

- Le régime de Raman-Nath, ou régime d'onde mince, est caractérisé par la non prise en compte de la dynamique de l'onde à l'intérieur de l'onde laser. Ceci est justifié (pour une incidence normale) si

$$\tau\omega_{rec} < 1/2. \quad (\text{II.116})$$

Pour avoir une diffraction effective, dans le premier ordre par exemple, il faut que

$$V_0/4 \gg \hbar\omega_{rec}, \quad (\text{II.117})$$

ce qui provoque la diffraction simultanée dans différents ordre de diffraction. Comme les deux conditions précédentes sont liées par le fait que l'on veut conserver pour  $\gamma$  une valeur "raisonnable", on peut les rassembler sous la condition

$$\tau^2 \ll \frac{\hbar}{V_0\omega_{rec}}. \quad (\text{II.118})$$

Cette condition signifie que le temps de traversée doit être court devant la période d'oscillation classique de l'atome au fond du puits.

- La diffraction de Bragg est caractérisée, d'une part par un temps de traversée suffisamment long pour que l'onde laser soit vue comme un cristal :

$$\tau\omega_{rec} > 1/2, \quad (\text{II.119})$$

et d'autre part par une amplitude de potentiel faible :

$$V_0/4 < \hbar\omega_{rec}. \quad (\text{II.120})$$

Contrairement au cas précédent, ces conditions sont indépendantes. Pour observer effectivement de la diffraction dans ces gammes de paramètres, il faut bien-sûr être à l'incidence de Bragg sur le réseau pour que le potentiel soit suffisant pour perturber la propagation de l'atome.

- Le cas où le temps d'interaction est long et où l'amplitude du potentiel est élevé a été récemment étudié dans le groupe de Zeilinger [44] mais les premières observations expérimentales de ce phénomène, appelé "channeling", datent de 1987 et ont été effectuées dans l'équipe de C. Cohen Tannoudji [45]. Ce régime est caractérisé par un couplage entre de nombreux états libres de propagation et la proportion en sortie de chaque état dépend beaucoup de leur phase relative et donc oscille avec le temps de traversée. Dans l'article [44], deux expériences différentes comparent l'effet de la projection sur la base des états couplés en fonction de l'adiabaticité ou de la non-adiabaticité au passage des interfaces vide/réseau.

Même si les conditions établissant les différents régimes ont déjà été établies lors des études analytiques de la propagation de l'onde atomique dans l'onde stationnaire, le formalisme des fonctions de Bloch permet de comprendre physiquement l'origine de certaines de ces conditions et donne une vue synthétique et générale des phénomènes mis en jeu.

## II.6 Application à la diffraction d'une onde de lithium

### II.6.1 Transition utilisée pour la diffraction

Le lithium naturel est constitué de deux isotopes : le lithium 7, majoritaire, avec une proportion de 92.6 % [46] et le lithium 6 (7.4 %). En raison de la richesse isotopique en lithium 7, nous avons choisi de travailler avec cet atome. Comme tous les alcalins, le niveau fondamental possède une structure hyperfine ( $I = 3/2$  pour  ${}^7\text{Li}$ ). Étant donnée la structure fine et hyperfine (voir figure II.11) du lithium 7 et de son isotope, nous avons choisi d'utiliser pour la diffraction la transition

$$|f\rangle = |{}^2\text{S}_{1/2}, F = 2\rangle \longrightarrow |{}^2\text{P}_{3/2}\rangle \quad (\text{II.121})$$

et d'utiliser une polarisation linéaire du champ pour ne pas provoquer de modification dans l'état interne des atomes. La valeur du désaccord  $\delta_L$  est choisi en fonction de la condition sur l'émission spontanée (II.11) et est de l'ordre de quelques GHz. Ce désaccord est suffisant pour garantir un taux d'émission spontanée inférieur à 1 % tout en permettant une diffraction optimale avec les puissances laser disponibles. Nous avons choisi la transition entre  $|f\rangle$  et  $|{}^2\text{P}_{3/2}\rangle$  plutôt que  $|{}^2\text{P}_{1/2}\rangle$  car le déplacement lumineux est deux fois plus grand dans le premier cas et pour éviter la transition  $|{}^2\text{S}_{1/2}, F = 3/2\rangle \rightarrow |{}^2\text{P}_{3/2}\rangle$  de l'isotope  ${}^6\text{Li}$  qui n'est qu'à 250 MHz de la transition  $|f\rangle \rightarrow |{}^2\text{P}_{1/2}\rangle$  de  ${}^7\text{Li}$ . On choisit un

désaccord positif de l'ordre de grandeur du GHz sur  ${}^2P_{3/2}$  pour pouvoir négliger l'effet du couplage entre  $|f\rangle$  et  $|{}^2P_{1/2}\rangle$  devant celui de  $|f\rangle$  et  $|{}^2P_{3/2}\rangle$  et permettre une interprétation plus précise des résultats et un calcul de la diffraction optimale.

Comme la structure hyperfine de l'état  $|{}^2P_{3/2}\rangle$  de  ${}^7\text{Li}$  est très dense et ne s'étend que sur 18 MHz, on peut considérer que les transitions de  $|f\rangle$  vers tous les niveaux hyperfins de  $|{}^2P_{3/2}\rangle$  se font avec le même désaccord  $\delta_L$ . Nous avons montré dans II.2.2 que dans ces conditions, et pour une polarisation linéaire du champ, le déplacement lumineux était indépendant du sous-niveau  $M_F$  et que la dépendance avec  $F$  ne provenait que du désaccord. Comme la structure hyperfine de l'état fondamental  ${}^2S_{1/2}$  est du même ordre de grandeur (800 MHz) que le désaccord choisi, le niveau d'énergie de l'état  $F = 1$  subit un déplacement à peu près moitié de celui de  $F = 2$ . Les atomes qui sont dans l'un ou l'autre de ces états ne subissent pas la même diffraction (voir II.47) et la répartition dans les ordres de diffraction sont différents pour les deux niveaux hyperfins, occasionnant une perte de l'intensité du signal d'interférence. Pour éviter cette perte d'intensité, nous avons décidé de placer tous les atomes dans le même niveau hyperfin  $|{}^2S_{1/2}, F = 2\rangle$ . Ceci est réalisé par pompage optique du jet et la méthode utilisée est expliquée plus loin (voir IV.3.1).

Grâce aux calculs de II.2.2, on peut définir un potentiel effectif qui prend en compte le couplage entre  $|f\rangle$  et tous les sous états hyperfins de  $|{}^2P_{3/2}\rangle$  et définir ainsi le déplacement en énergie que le niveau  $|f\rangle = |{}^2S_{1/2}, F = 2\rangle$  subit effectivement. Nous rappelons ici l'expression de ce potentiel effectif :

$$V_0 = \frac{\hbar E_0^2}{\delta_L} \sum_{M'_J} \left| \langle {}^2S_{1/2}, M_J = 1/2 | d_0^1 | {}^2P_{3/2}, M'_J \rangle \right|^2. \quad (\text{II.122})$$

où  $M_J$  est choisit arbitrairement pour le calcul. Les règles de sélection imposent que seul le terme où  $M'_J = 1/2$  est non nul, et comme, au signe près,

$$\langle {}^2S_{1/2}, M_J = 1/2 | d_0^1 | {}^2P_{3/2}, M'_J \rangle = \frac{\sqrt{2}}{3} \langle {}^2S || d^1 || {}^2P \rangle \quad (\text{II.123})$$

et si on note  $d_{SP}$  l'élément de matrice réduit  $\langle {}^2S || d^1 || {}^2P \rangle$ , le potentiel effectif associé au déplacement lumineux est

$$V_0 \equiv \frac{\hbar \Omega_0^2}{\delta_L} = \frac{2}{9} \frac{d_{SP}^2 E_0^2}{\hbar \delta_L}. \quad (\text{II.124})$$

La valeur du dipôle  $d_{SP}$  est calculée dans l'appendice A.2.

**Remarque** Par la même méthode, on montre que le couplage entre  $|f\rangle$  et  $|{}^2P_{1/2}\rangle$  est deux fois moins efficace même pour un désaccord identique.

### Effet d'un champ magnétique sur les transitions

Nous vérifions ici que la dépendance du désaccord avec le champ magnétique ambiant est négligeable. Dans la limite des champs faibles, l'effet Zeeman sur un niveau de structure hyperfine ( $F, M_F$ ) se traduit par un déplacement du niveau d'énergie

$$\Delta E(F, M_F) = g_F \mu_B B M_F. \quad (\text{II.125})$$

$g_F$  est le facteur de Landé de structure hyperfine et s'exprime en fonction du facteur de Landé de structure fine  $g_J$  et de celui associée au spin nucléaire  $g_I$  [51]. Le facteur de Landé  $g_I$  intervient à travers le terme  $g_I m_e / m_P \simeq g_I / 1836$  ( $m_e$  et  $m_P$  sont la masse de l'électron et du proton) et sa contribution est négligeable devant celui associé au moment cinétique des électrons  $g_J$  :

$$g_F = g_J \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2F(F+1)} \quad (\text{II.126})$$

$$\text{et } g_J = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}. \quad (\text{II.127})$$

$\mu_B$  est le magnéton de Bohr et vaut 14 GHz/T. Les valeurs de  $g_F$  sont données dans le tableau (II.3). Pour les niveaux impliqués dans notre expériences, le plus grand facteur

	$F = 3$	$F = 2$	$F = 1$
$^2S_{1/2}$		1/2	-1/2
$^2P_{3/2}$	2/3	2/3	2/3

Tableau II.3: facteur de Landé de structure hyperfine  $g_F$  en fonction de  $F$  pour les deux états impliqués dans la diffraction. Evidemment, il n'y a pas d'effet Zeeman linéaire pour l'état  $F = 0$ .

de Landé  $g_F$  vaut 2/3 donc le plus grand décalage provoqué sur un niveau atomique par un champ magnétique est de 28 GHz/T. Le champ magnétique terrestre est de l'ordre de 0,5 Gauss, soit  $5 \cdot 10^{-5}$  T. Ce champ provoque au plus une translation en énergie sur les niveaux atomiques de 1,4 MHz, ce qui est négligeable face aux désaccords envisagés. Dans le cas du pompage optique, où le laser doit être en résonance avec la transition atomique, le déplacement des niveaux atomiques peut jouer un rôle important. Dans notre cas, il reste inférieur à la largeur naturelle de la raie, qui est de 6 MHz, et il ne devrait pas perturber le pompage optique du jet.

## II.6.2 Choix des paramètres de diffraction utilisés

### Exemples de valeurs expérimentales

Pour fixer les idées, nous allons ici donner quelques exemples de valeurs expérimentales utilisables pour une diffraction maximale dans le premier ordre. Dans le régime de Kapitza-Dirac comme dans le régime de Bragg, la probabilité de diffraction dépend du coefficient sans dimension

$$\gamma = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\Omega_0^2 \tau}{\delta_L}. \quad (\text{II.128})$$

Grâce aux calculs précédents (eq II.124), on sait que pour la transition utilisée pour la diffraction

$$\Omega_0^2 = \frac{2}{9} \frac{d_{SP}^2 E_0^2}{\hbar^2}. \quad (\text{II.129})$$

De plus, si on suppose le faisceau laser de profil gaussien, on peut exprimer le carré de l'amplitude du champ d'une onde progressive  $E_0^2$  en fonction de la puissance laser délivrée  $P_L$  et du waist du faisceau  $w_0$  :

$$E_0^2 = \frac{4\mu_0 c P_L}{\pi w_0^2}. \quad (\text{II.130})$$

Le coefficient  $\gamma$  peut alors être exprimé simplement en fonction de la puissance laser dans une onde progressive, du waist du faisceau et du désaccord. Pour un jet de lithium de 1000 m/s et

- une puissance laser  $P_L$  en **mW**
- un rayon waist du faisceau  $w_0$  en **mm**
- un écart à résonance  $\delta_L$  en **GHz**

$$\gamma = 1,20 \frac{P_L}{w_0 \delta_L}. \quad (\text{II.131})$$

Dans tout ce qui précède, nous avons négligé le taux d'excitation des atomes du jet car il est très important qu'aucun phénomène incohérent tel que l'émission spontanée ne vienne perturber le processus de diffraction. Pour cela, il faut vérifier la condition sur le taux d'émission spontanée que nous avons déjà établie pour une onde de profil gaussien

$$\alpha_{ES} = \left( \frac{\Omega_0}{2\delta_L} \right)^2 \Gamma \tau \sqrt{\frac{\pi}{2}} = \frac{2\gamma\Gamma}{\delta_L}. \quad (\text{II.132})$$

Pour une largeur naturelle  $\Gamma/2\pi$  de 6 MHz, et un jet de lithium de 1000 m/s, on peut aussi exprimer  $\alpha_{ES}$  en fonction des paramètres laser :

- pour une puissance laser  $P_L$  en **mW**
- un rayon waist du faisceau  $w_0$  en **mm**
- un écart à résonance  $\delta_L$  en **GHz**

$$\alpha_{ES} = 0,012 \frac{P_L}{w_0 \delta_L^2}. \quad (\text{II.133})$$

Les valeurs expérimentales choisies devront être telles que  $\alpha_{ES}$  reste très inférieur à 1, ce qui au vu de l'expression (II.133) n'est pas très contraignant. Dans le régime d'onde mince (ou de Kapitza-Dirac) et pour une incidence normale, la probabilité de diffraction est maximale dans l'ordre 1 pour  $\gamma = 1,8$  alors que pour le régime de Bragg, il faut  $\gamma = \pi$ . Dans le tableau qui suit, nous donnons des exemples de puissances nécessaires à cette diffraction, pour les deux régimes et pour un rayon waist  $w_0$  de 1 mm pour le régime d'onde mince et de 10 mm pour le régime de Bragg (cf II.4)

$\delta_L$	$P_L(\text{KD})$	$\alpha_{ES}(\text{KD})$	$P_L(\text{Bragg})$	$\alpha_{ES}(\text{Bragg})$
500 MHz	0,75 mW	4,3 %	13,1 mW	7,5 %
1 GHz	1,5 mW	2,1 %	26,2 mW	3,8 %
2 GHz	3 mW	1,1 %	52,3 mW	1,9 %

Tableau II.4: exemples de valeurs numériques utilisables pour une diffraction maximale dans l'ordre 1 pour le régime de Kapitza-Dirac (KD) ( $w_0 = 1$  mm) et de Bragg ( $w_0=10$  mm). Pour chaque régime on a donné le taux d'émission spontanée  $\alpha_{ES}$ .

### II.6.3 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons étudié la diffraction d'une onde atomique par une onde laser stationnaire. Les premières parties de ce chapitre reprennent et comparent des études antérieures qui concernent deux cas limites : le régime d'onde mince et le régime de Bragg. L'étude des conditions de validité de l'approximation d'onde mince montre que ces conditions sont, dans le cas du lithium, très restrictives sur la largeur du waist du faisceau laser ( $w_0 < 1,2$  mm pour un jet de vitesse 1000 m/s). Le régime de Bragg semble beaucoup plus intéressant à utiliser car il permet de réaliser un interféromètre quasi idéal avec des "séparatrices" ayant des coefficients de transmission et de réflexion de 50 % et des "miroirs" ayant un coefficient de réflexion de 100 %. De plus ce régime induit une sélectivité en vitesse de l'ordre de 10 %, ce qui sera probablement utile avec le jet supersonique de lithium ensemencé dans l'argon que nous avons choisi d'utiliser et qui présentera une dispersion de vitesse plus large.

Nous avons repris rapidement l'étude générale de la diffraction en introduisant les états de Bloch de la propagation atomique dans le réseau diffractant. Ce formalisme nous semble très intéressant car il permet une excellente compréhension des divers régimes de diffraction et dans le cas général, en utilisant ce formalisme et des simulations numériques simples, on peut estimer l'amplitude de diffraction dans chaque ordre même si les conditions de Bragg ne sont pas parfaitement remplies. Ces estimations nous permettront de choisir au mieux l'amplitude du potentiel diffractant quel que soit le profil latéral des ondes laser utilisées, et surtout de calculer des effets importants pour le contraste des franges, tels que les déphasages associés au processus de diffraction et leur dépendance avec l'angle d'incidence ou la vitesse des atomes.

D'autre part, dans ce chapitre, nous avons étudié en détail la transition  $^2S_{1/2}, F = 2 \rightarrow ^2P_{3/2}$  du lithium, utilisée pour la diffraction. Nous avons pu montrer que le fait d'utiliser un état  $^2S_{1/2}$  et un laser polarisé linéairement était le cas idéal pour créer un déplacement lumineux indépendant du sous-niveau  $M$  même en présence de structure hyperfine, pourvu que celle de l'état excité soit petite devant  $\delta_L$ , l'écart à résonance. D'autre part, nous avons utilisé la connaissance très précise de la transition  $^2S_{1/2} \rightarrow ^2P_{3/2}$  de résonance du lithium à 671 nm pour évaluer les puissances laser nécessaires à la diffraction. Ces puissances restent tout à fait accessibles, même dans le régime de Bragg.

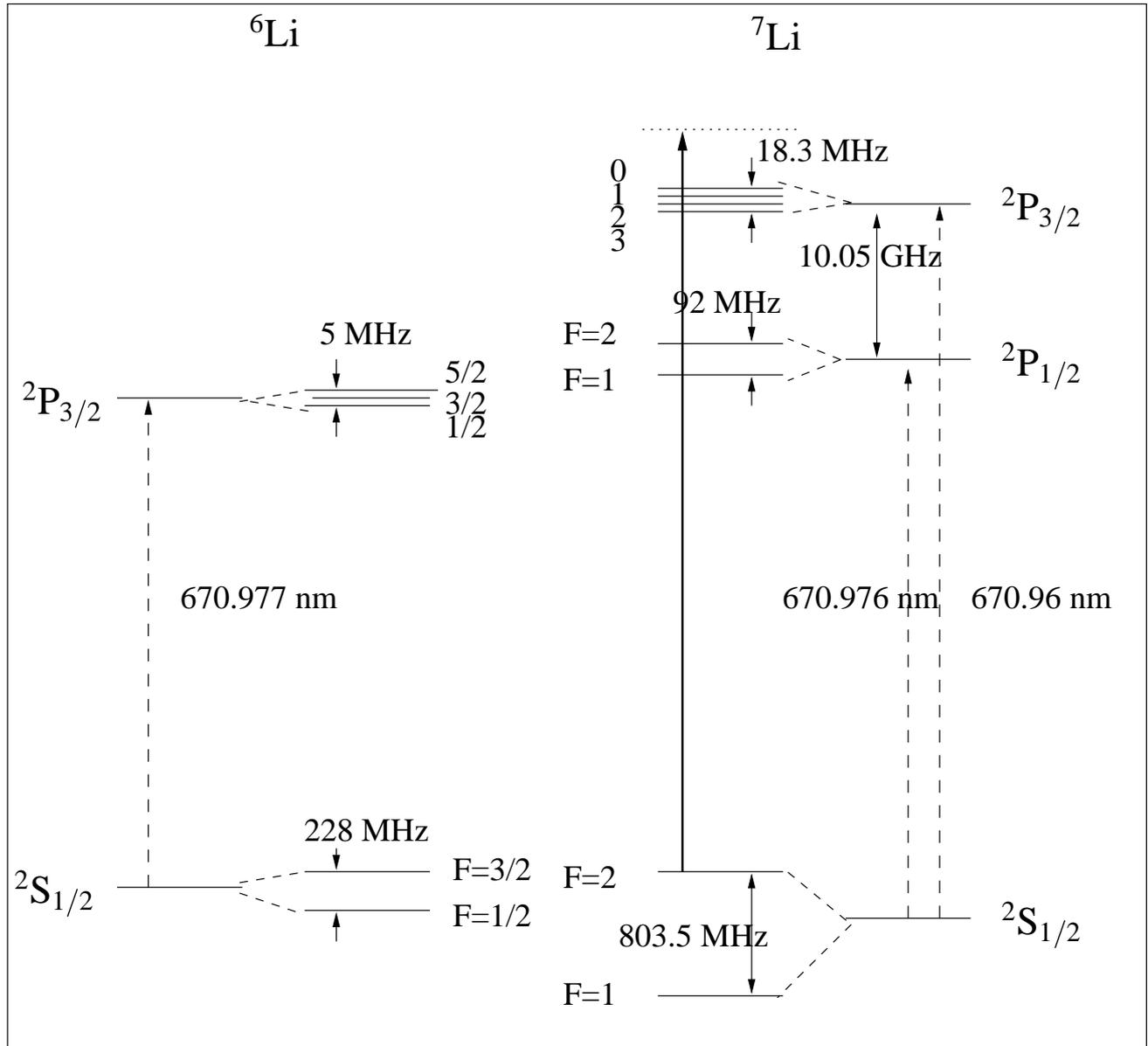


Figure II.11: vue schématique et pas à l'échelle des niveaux fins et hyperfins des deux isotopes du lithium, la richesse isotopique en lithium 7 est de 92.6 %. (valeurs des écarts en énergie tirées de [47, 48, 49, 50]) Les zéros d'énergie ont été choisis sur les niveaux hyperfins les plus élevés des fondamentaux des deux isotopes. La transition utilisée pour la diffraction est représentée en gras.

# Chapitre III

## L'interféromètre atomique

Dans l'introduction, nous avons justifié notre choix de construction d'un interféromètre atomique de type Mach-Zehnder. Sa géométrie a été choisie pour qu'il y ait une séparation spatiale entre ses deux bras suffisante pour permettre des mesures interférométriques. La géométrie de type Mach-Zehnder pour les interféromètres à atomes, électrons ou neutrons est inspirée de l'interféromètre de Mach-Zehnder optique qui est représenté sur la figure III.1. Comme il n'existe pas de séparatrices ni de miroirs pour des atomes non re-

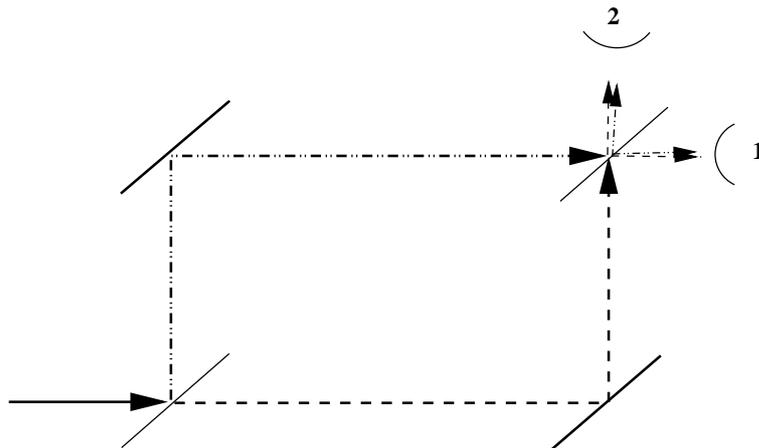


Figure III.1: schéma de principe d'un interféromètre optique de Mach-Zehnder, constitué de deux miroirs et de deux séparatrices. Les deux sorties complémentaires sont notées 1 et 2.

froidis, leur rôle est joué par des réseaux de diffraction et dans notre appareil, ces réseaux sont constitués d'ondes laser stationnaires quasi-résonnantes. Un interféromètre atomique ressemble au schéma de la figure III.2 où les angles de diffraction ont été exagérés. La distance entre les réseaux, la largeur des fentes collimatrices et la distance qui les sépare sont choisies en fonction de la séparation que l'on veut obtenir entre les bras et ces choix sont décrits plus loin.

Nous avons étudié au chapitre précédent le processus de diffraction dans le cas des ondes minces (II.3.1) et des ondes épaisses (II.4). À cette occasion, nous avons vu que dans le cas des ondes minces, la diffraction simultanée dans plusieurs ordres était autorisée. Pour des réseaux d'ondes minces, le schéma de la figure III.2 ne représente

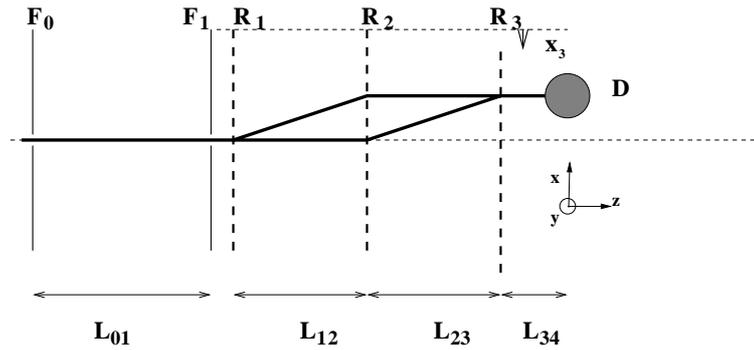


Figure III.2: schéma de principe d'un interféromètre atomique avec ses trois réseaux de diffraction  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ , ses deux fentes collimatrices  $F_0$ ,  $F_1$  et son détecteur  $D$ , de largeur respective  $e_0$ ,  $e_1$  et  $d$ .

donc pas la réalité mais un interféromètre idéal dont on a éliminé les faisceaux inutiles. Ces faisceaux participent quand même au signal et peuvent en atténuer le contraste. De plus, même réglé au mieux, le dispositif expérimental peut contenir des défauts variés qui risquent de dégrader le contraste du signal. Pour évaluer les conséquences de tous ces écarts au cas idéal, nous avons développé un modèle de propagation d'une onde atomique dans un interféromètre de Mach-Zehnder.

Dans un premier temps, nous utilisons un modèle simpliste de propagation que l'on peut utiliser quand on suppose l'onde atomique plane et qui permet de comprendre simplement le fonctionnement d'un interféromètre de Mach-Zehnder. Ensuite, nous présentons le modèle beaucoup plus réaliste que nous avons développé, puis nous abordons les applications de ce modèle à l'évaluation du contraste des franges dans différents cas : prise en compte des faisceaux secondaires ou appareil dérégulé. Ce modèle et les résultats de ces simulations sont parus dans l'article [52], où les résultats obtenus pour notre interféromètre en construction étaient comparés à ceux établis pour l'interféromètre déjà opérationnel de D. Pritchard, fonctionnant avec un jet de sodium et des réseaux d'amplitude. Nous tenons à faire remarquer qu'un modèle assez proche a déjà été utilisé par Turchette *et al.* [53] pour rendre compte des observations faites par l'équipe de Pritchard. Notre modèle présente l'intérêt d'une part, de nécessiter beaucoup moins de calculs numériques grâce à des intégrations analytiques. Ceci nous permet de décrire un interféromètre complet alors que Turchette et Pritchard ont dû se contenter de calculer le champ atomique dans le plan du troisième réseau  $R_3$ . D'autre part, notre modèle est applicable aux réseaux de phase comme aux réseaux d'amplitude, quelle que soit la distance du détecteur au troisième réseau. Dans le paragraphe III.4, nous discutons de l'effet de phase introduit sur l'onde atomique par un réseau de fils comme ceux utilisés par l'équipe de D. Pritchard.

### III.1 Propagation d'une onde atomique dans un interféromètre de Mach-Zehnder

Dans tout ce qui suit, nous ne prenons pas en compte les effets de phase internes tels que ceux provoqués par un champ magnétique sur des sous niveaux Zeeman  $M_F \neq 0$  [54]. Cette approximation est justifiée si deux conditions sont remplies. D'une part il ne faut pas que le champ magnétique ait des variations spatiales suffisamment rapides pour induire des transitions non adiabatiques entre niveaux. En effet, si de telles transitions se produisent, le signal d'interférence est sensible aux phases associées aux énergies Zeeman et pour un atome paramagnétique, ces phases sont considérables, même dans le champ terrestre. D'autre part, il ne faut pas que le champ magnétique présente des forts gradients fluctuants ou oscillants avec le temps. De tels gradients créent des différences de phase entre les deux bras de l'interféromètre et la dépendance temporelle de ces déphasages brouille le signal d'interférence. On suppose enfin que les champs électriques parasites sont faibles, suffisamment pour que la différence des phases associées à l'effet Stark sur chacun des deux bras soit tout à fait négligeable.

#### III.1.1 Modèle en ondes planes

Nous utilisons ici un modèle simpliste de propagation en supposant l'onde atomique plane, ce qui permet de comprendre facilement comment on observe un signal d'interférences avec cet appareil. Dans ce modèle, une onde atomique  $e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}$  de vecteur d'onde de de Broglie  $k = k_{dB} = mv/\hbar$  est diffractée dans l'ordre  $p_i$  par le  $i^{\text{ème}}$  réseau  $R_i$  (voir schéma de principe sur la figure III.2). Un réseau de diffraction  $R_i$  est défini par son vecteur réciproque  $\vec{k}_{r_i}$ , dont la norme est liée à la période  $a$  du réseau (identique pour les trois réseaux) par  $\|\vec{k}_{r_i}\| = 2\pi/a$  et la direction à celle du réseau :  $\vec{k}_{r_i}$  est dans le plan du réseau, perpendiculaire aux traits. Après diffraction, l'onde atomique devient, au premier ordre en  $k_{r_i}/k$

$$\alpha_i(p_i) e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} e^{ip_i\vec{k}_{r_i}\cdot(\vec{r}-\vec{r}_i)} \quad (\text{III.1})$$

où  $\vec{r}_i$  définit la position du réseau dans son plan (c'est, par exemple, la position d'un trait choisi comme origine). On a vu dans le chapitre précédent que la contrainte de la conservation de l'énergie de l'atome diffracté était respectée grâce au fait que  $\vec{k}_{r_i}$  n'est pas parfaitement perpendiculaire à  $\vec{k}$ . Dans le régime d'onde mince, l'ouverture angulaire du faisceau laser constituant le réseau permet de trouver un  $\vec{k}_{r_i}$  qui respecte cette conservation. Dans une onde épaisse, il faut que l'onde atomique soit à l'incidence de Bragg pour respecter la conservation de l'énergie. Dans tous les cas, l'angle que font  $\vec{k}$  et la normale à  $\vec{k}_{r_i}$  dans le plan de l'interféromètre est égal à l'angle de Bragg  $\theta_B$  qui est l'angle de diffraction  $\theta_d$  divisé par deux :

$$\theta_d = \frac{\lambda_{dB}}{a} = \frac{\|\vec{k}_{r_i}\|}{\|\vec{k}\|}. \quad (\text{III.2})$$

Considérons un interféromètre constitué seulement des deux bras de la figure (III.2). Le bras supérieur correspond à une onde incidente qui a subi une diffraction d'ordre +1

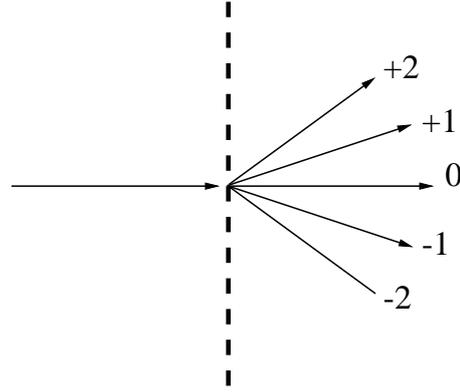


Figure III.3: définition des différents ordres de diffraction pour un réseau.

par  $R_1$ , -1 par  $R_2$  et 0 par  $R_3$ , et le bras inférieur à une diffraction d'ordre 0 par  $R_1$ , +1 par  $R_2$  et -1 par  $R_3$  (voir figures III.2 et III.3). Les amplitudes  $\varphi_{1-10}$  et  $\varphi_{01-1}$  de ces deux ondes valent,

$$\begin{aligned}\varphi_{1-10} &= \alpha_1(1)\alpha_2(-1)\alpha_3(0)e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}+\vec{k}_{r_1}\cdot(\vec{r}-\vec{r}_1)-\vec{k}_{r_2}\cdot(\vec{r}-\vec{r}_2))} \\ \varphi_{01-1} &= \alpha_1(0)\alpha_2(1)\alpha_3(-1)e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}+\vec{k}_{r_2}\cdot(\vec{r}-\vec{r}_2)-\vec{k}_{r_3}\cdot(\vec{r}-\vec{r}_3))}.\end{aligned}\quad (\text{III.3})$$

Les coefficients  $\alpha_i(p_i)$  correspondent à l'amplitude d'une onde diffractée dans l'ordre  $p_i$  par la réseau  $R_i$ . Dans le plan du détecteur, l'intensité de l'onde atomique résultante vaut

$$I(\vec{r}) = |\varphi_{1-10} + \varphi_{01-1}|^2 = I_0 \left( 1 + C \cos \left( \left( \vec{k}_{r_1} + \vec{k}_{r_3} - 2\vec{k}_{r_2} \right) \cdot \vec{r} - \Phi \right) \right) \quad (\text{III.4})$$

où la phase  $\Phi = \left( \vec{k}_{r_1} \cdot \vec{r}_1 + \vec{k}_{r_3} \cdot \vec{r}_3 - 2\vec{k}_{r_2} \cdot \vec{r}_2 \right)$  ne dépend que de la position des réseaux. Si  $\vec{k}_{r_1} + \vec{k}_{r_3} - 2\vec{k}_{r_2}$  n'est pas nul, les deux fronts d'onde qui interfèrent font un angle et il apparaît un système de frange de contraste égal à  $C$  dans le plan du détecteur. Ce système de franges disparaît pour donner une teinte plate si  $\vec{k}_{r_1} + \vec{k}_{r_3} - 2\vec{k}_{r_2} = \vec{0}$ . Dans ce cas, on observe un signal d'interférence en faisant varier  $\Phi$ , par exemple en translatant un des réseaux dans son plan. L'intégration de l'intensité sur la surface du détecteur n'entraîne alors aucune perte de contraste et le signal obtenu est proportionnel à

$$I = I_0 (1 + C \cos \Phi). \quad (\text{III.5})$$

Si en plus d'avoir une période identique, le premier et le troisième réseau ont les mêmes caractéristiques (fraction ouverte pour réseaux d'amplitude, puissance laser et désaccord pour réseaux de phase),  $|A_{1-10}| = |A_{01-1}|$  et le contraste  $C$  du signal vaut 1. La propriété d'achromaticité de l'interféromètre de Mach-Zehnder à réseau apparaît clairement dans cette dernière équation : aucun terme ne dépend du vecteur d'onde atomique (et donc de la vitesse des atomes) et ainsi tous les atomes contribuent au signal de la même façon.

**Remarque :** L'interféromètre de Mach-Zehnder possède un analogue chez les interféromètres qui jouent avec l'état interne des atomes. Dans cet interféromètre (voir figure III.4), la première étape est une étape de superposition cohérente entre l'état fondamental  $|f\rangle$  et un état excité  $|e\rangle$  et l'oscillation de Rabi associée au champ laser provoque un pulse

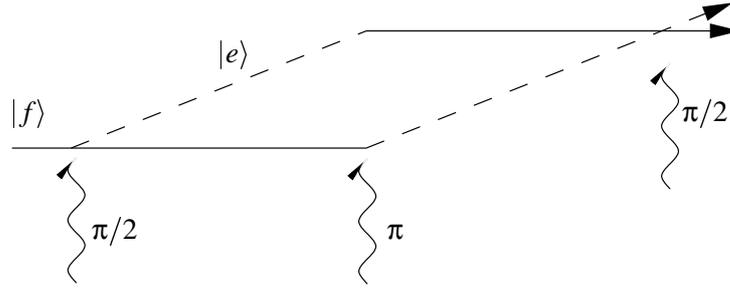


Figure III.4: géométrie de l'interféromètre le plus simple utilisant les degrés internes de liberté des atomes et de configuration analogue à celle d'un Mach-Zehnder. En trait plein, l'atome est dans l'état  $|f\rangle$ , en pointillé dans l'état  $|e\rangle$ .

de  $\pi/2$ . Après passage par cette séparatrice, la fonction d'onde peut s'écrire, en fonction de l'état interne et de la quantité de mouvement transverse [16]

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( e^{i\delta_L\tau/4} |f, \vec{0}\rangle - ie^{-i\delta_L\tau/4} e^{-i\Phi_1} |e, \hbar\vec{k}_L\rangle \right) \quad (\text{III.6})$$

où  $\Phi_1$  est la phase de l'onde laser responsable du pulse de  $\pi/2$ , de durée  $\tau/2$ . La fonction d'onde évolue en deux paquets d'onde qui se séparent car l'état  $|e\rangle$  a acquis la quantité de mouvement du photon absorbé. Cette étape est à comparer avec la diffraction par le premier réseau dans un interféromètre de Mach-Zehnder, qui sépare la fonction d'onde en différents ordres de diffraction, mais dans le même état interne. De même, le pulse de  $\pi$  ramène l'état  $|e, \hbar\vec{k}_L\rangle$  vers l'état  $|f, \vec{0}\rangle$  et transfère l'état  $|f, \vec{0}\rangle$  vers l'état  $|e, \hbar\vec{k}_L\rangle$ . Ceci est en complète analogie avec le rôle du deuxième réseau dans un interféromètre de Mach-Zehnder. La dernière phase consiste à replacer tous les atomes dans l'état fondamental en vue de la détection. C'est l'équivalent de la recombinaison provoquée par le troisième réseau dans l'interféromètre de Mach-Zehnder. La variation d'intensité donnant lieu à un signal d'interférence n'est plus liée à la position des réseaux dans l'espace où

$$\Phi = \vec{k}_{r_1} \cdot \vec{r}_1 + \vec{k}_{r_3} \cdot \vec{r}_3 - 2\vec{k}_{r_2} \cdot \vec{r}_2 \quad (\text{III.7})$$

mais à la phase relative  $\Phi_i$  des champs laser utilisés pour les oscillations de Rabi

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_3 - 2\Phi_2. \quad (\text{III.8})$$

On peut remarquer que, comme pour l'interféromètre de Mach-Zehnder, la phase  $\Phi$  est indépendante du vecteur d'onde atomique et tous les atomes participent de la même façon au signal. L'interféromètre de Ramsey-Bordé utilise une configuration proche de celle-ci où le pulse de  $\pi$  intermédiaire est remplacé par deux pulses de  $\pi/2$  séparés temporellement et produits par des ondes lasers contrapropageantes (voir schéma de la figure III.5). L'interféromètre à atomes froids de Kasevich et Chu possède la même configuration que celle de la figure III.4 mais les transitions atomiques sont des transitions Raman.  $|e\rangle$  et  $|f\rangle$  sont deux sous-niveaux hyperfins du fondamental et il faut en fait deux laser pour réaliser chaque pulse  $\pi$  ou  $\pi/2$ . Chaque laser est résonant avec une transition  $|e\rangle \rightarrow |h\rangle$  ou  $|f\rangle \rightarrow |h\rangle$ ,  $|h\rangle$  étant un état excité accessible des deux sous-niveaux hyperfins. La quantité

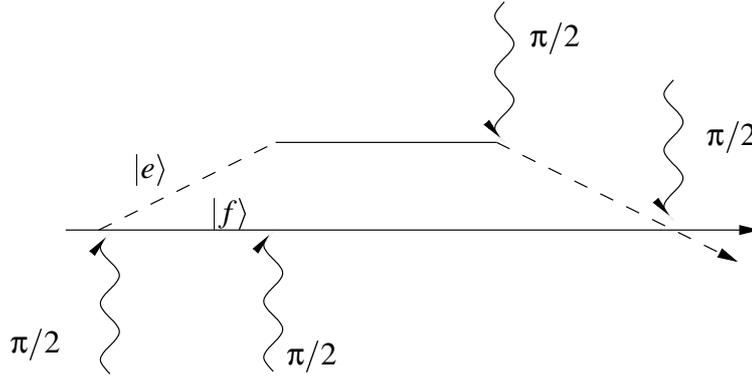


Figure III.5: géométrie de l'interféromètre de Ramsey-Bordé. En trait plein, l'atome est dans l'état  $|f\rangle$ , en pointillé dans l'état  $|e\rangle$ .

de mouvement échangée à chaque passage de séparatrice est  $\hbar\vec{k}_{L_1} + \hbar\vec{k}_{L_2} \simeq 2\hbar\vec{k}_L$ . Pour plus d'informations sur ces deux interféromètres on peut lire l'article de revue [16] écrit par Young *et al.*

### III.1.2 Un modèle plus réaliste

À cause de la diffraction par les fentes de collimation, le modèle d'onde plane n'est pas réaliste pour traiter de la propagation d'une onde atomique dans un interféromètre. Dans le modèle que nous avons développé, après Turchette *et al.* [53], la première fente de collimation  $F_0$  est considérée comme une source incohérente (la géométrie de l'interféromètre est donnée sur la figure III.2). Le signal mesuré est proportionnel à la somme sur la source  $\vec{R}_0$  de l'intensité de l'onde atomique intégrée sur le détecteur  $\vec{R}_4$  :

$$I = \int_{\text{source}} d\vec{R}_0 \int_{\text{détecteur}} d\vec{R}_4 |A(\vec{R}_0, \vec{R}_4)|^2 \quad (\text{III.9})$$

où  $A(\vec{R}_0, \vec{R}_4)$  est l'amplitude diffractée du point source  $\vec{R}_0$  au point  $\vec{R}_4$  du détecteur. Ceci est vrai si on considère une source monochromatique. Dans le cas contraire, le signal est la somme des contributions de chaque longueur d'onde. Nous explicitons plus loin l'influence d'une faible polychromaticité de la source sur le signal.

Le récent article [55] de l'équipe de Pritchard valide notre choix de représentation de la source en succession de points source incohérents. En effet, cette équipe a cherché à mesurer des éléments non diagonaux de la matrice densité, dans l'espace des  $\vec{k}$ , dans leur jet supersonique de sodium et n'en a pas trouvé. Ceci confirme l'idée naïve que la source n'émet pas des paquets d'ondes cohérents mais des trains d'onde indépendants.

### Théorie de Fresnel-Kirchoff

Même si nous nous plaçons dans le cadre de l'optique atomique, il est naturel d'essayer de se ramener à un problème d'optique, domaine depuis longtemps étudié, où les équations de Maxwell ont été résolues dans de nombreux cas. On peut retrouver une équation

connue de l'optique en utilisant l'équation de Schrödinger indépendante du temps

$$\Delta\psi(\vec{r}) + \frac{2m}{\hbar^2}(E - V(\vec{r}))\psi(\vec{r}) = 0 \quad (\text{III.10})$$

à laquelle obéit la fonction d'onde atomique indépendante du temps  $\psi(\vec{r})$  décrivant le comportement de l'atome dans l'espace. On suppose pour cela que l'atome reste dans le même état interne, fondamental ou métastable. À condition de définir un vecteur d'onde local  $\vec{k}(\vec{r})$  tel que  $\|\vec{k}(\vec{r})\| = \sqrt{2m((E - V(\vec{r}))/\hbar^2)}$ , l'équation de Schrödinger indépendante du temps se réduit à une équation de Helmholtz, très souvent rencontrée en électromagnétisme (pour des fonctions scalaires ou vectorielles) :

$$(\Delta + k^2)\psi(\vec{r}) = 0. \quad (\text{III.11})$$

En optique, pour rendre compte de la diffraction, il faudrait résoudre l'équation de Helmholtz pour  $\vec{E}$  avec des conditions aux limites décrivant l'objet diffractant. Ce problème est rarement soluble mais le devient dans la théorie scalaire de la diffraction, établie par Kirchoff. Dans cette théorie, le champ électrique  $\vec{E}$  est remplacé par une grandeur scalaire  $\psi$  et on suppose que les valeurs de  $\psi$  et  $\vec{\text{grad}}\psi$  sur l'ouverture d'un diaphragme sont identiques aux valeurs qu'auraient ces grandeurs en l'absence de diaphragme et qu'elles sont nulles sur un obstacle. Ces conditions aux limites, associées au théorème intégral de Helmholtz-Kirchoff permet d'exprimer  $\psi$  partout. Cette théorie reprend et formalise le principe de Huygens-Fresnel considérant l'objet diffractant comme une infinité de sources secondaires, dont la phase dépend de la phase incidente. Connue sous le nom de Fresnel-Kirchoff, cette théorie s'adapte parfaitement au cadre de la diffraction d'onde atomique. En effet, l'annulation de  $\psi$  et  $\vec{\text{grad}}\psi$  sur un obstacle traduit très bien l'absorption des atomes sur la surface. C'est dans le cadre de cette théorie que nous avons construit notre modèle de propagation d'une onde atomique dans un interféromètre à trois réseaux. Dans le cas où on néglige l'interaction de van der Waals entre les parois d'une fente et l'atome (voir III.4.3), le passage à travers la fente diffractante  $F_1$  est décrit par les conditions aux limites évoquées plus haut. La traversée d'un réseau diffractant  $R_i$  (considéré comme infini) est traduit par sa fonction de transmission  $t_i(\vec{R}_i)$ . Dans ces conditions, l'amplitude  $A(\vec{R}_0, \vec{R}_4)$  peut s'écrire

$$A(\vec{R}_0, \vec{R}_4) = \frac{A_0}{i\lambda_{dB}^3} \int_{F_1} d\vec{R}_1 \frac{e^{ikR_{01}}}{R_{01}} t_1(\vec{R}_1) \int_{R_2} d\vec{R}_2 \frac{e^{ikR_{12}}}{R_{12}} t_2(\vec{R}_2) \int_{R_3} d\vec{R}_3 \frac{e^{ikR_{23}}}{R_{23}} t_3(\vec{R}_3) \frac{e^{ikR_{34}}}{R_{34}} \quad (\text{III.12})$$

où  $\lambda_{dB}$  est la longueur de de Broglie de l'atome  $2\pi/k$ . Les notations utilisées sont explicitées sur la figure III.6. Pour simplifier la propagation de l'onde, nous avons négligé la distance qui sépare la fente de collimation  $F_1$  et le premier réseau  $R_1$ , comme Turchette *et al.* l'avaient fait avant nous.

### Chemins optiques et simplifications

Les approximations traditionnelles de Fresnel s'appliquent ici et on peut considérer  $R_{ij}$  comme constant au dénominateur et le remplacer dans la phase par

$$R_{ij} = \sqrt{L_{ij}^2 + (X_i - X_j)^2 + (Y_i - Y_j)^2} \simeq L_{ij} + \frac{(X_i - X_j)^2 + (Y_i - Y_j)^2}{2L_{ij}} \quad (\text{III.13})$$

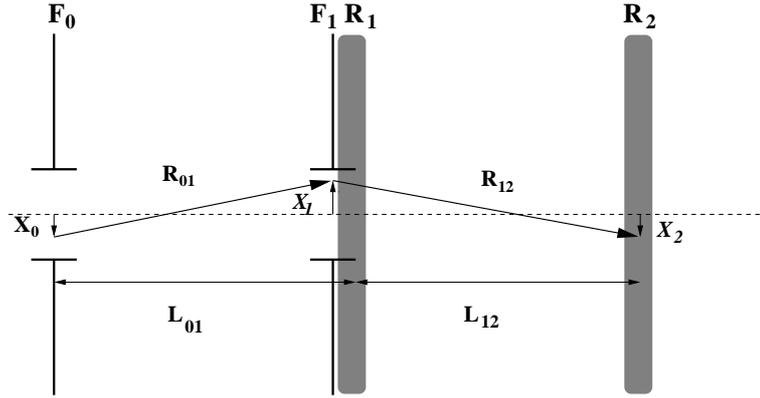


Figure III.6: notations utilisées dans les calculs

si on se limite au deuxième ordre en  $X_i/L_{ij}$  ou  $Y_i/L_{ij}$ . Dans la limite de Fraunhofer, on peut négliger la phase associée à la courbure du front d'onde et les phases dans l'équation (III.12) dépendent linéairement de  $X$  et  $Y$ . Cette limite est atteinte si

$$\frac{kX_{\max}^2}{2L} \ll 2\pi. \quad (\text{III.14})$$

Cette quantité atteint la valeur de  $2\pi$  pour un jet de lithium ayant une vitesse  $u$  de 1000 m/s, une ouverture  $X_{\max}$  de  $10 \mu\text{m}$  et une distance d'observation  $L$  de 1 m. Nous ne sommes donc pas dans le cadre de cette approximation.

Si les traits des trois réseaux sont parfaitement parallèles à l'axe  $\vec{y}$  (voir figure III.2) et si la dimension de la fente collimatrice  $F_1$  est grande selon cette direction (ce qui est le cas ici), on peut considérer qu'aucune diffraction n'a lieu dans la direction  $\vec{y}$ . Par contre, comme les valeurs maximales atteintes par les  $Y_i$  restent de l'ordre du mm, l'approximation du deuxième ordre faite en (III.13) reste valable. Les intégrations sur les variables  $Y_1, Y_2$  et  $Y_3$  peuvent être effectuées exactement grâce aux résultats de l'appendice B.1. Le résultat  $A(\vec{R}_0, \vec{R}_4)$  ne dépend de  $Y_0$  et de  $Y_4$  que par une phase qui n'a aucune influence sur le signal (voir eq III.9) et qu'on oublie. Dans ces conditions,  $A(\vec{R}_0, \vec{R}_4)$  peut s'écrire  $A(X_0, X_4)$  et

$$A(X_0, X_4) = A \int_{-e_1/2}^{e_1/2} dX_1 \int_{-\infty}^{+\infty} dX_2 \int_{-\infty}^{+\infty} dX_3 \exp\left(ik \sum_{j=1}^4 \frac{(X_{j-1} - X_j)^2}{2L_{j-1,j}}\right) t(X_1)t(X_2)t(X_3), \quad (\text{III.15})$$

où  $A$  est la nouvelle amplitude résultant des intégrations dans la direction  $(Oy)$  :

$$A = A_0 \frac{1}{\sqrt{2\lambda_{dB}^3}} \frac{e^{ikL_{04}}}{\sqrt{L_{04}}} (1+i) \frac{1}{\sqrt{L_{01}L_{12}L_{23}L_{34}}}. \quad (\text{III.16})$$

Grâce à leur périodicité, les fonctions de transmission des réseaux peuvent être développées en séries de Fourier, définies par

$$t_i(X_i) = \sum_{p_i=-\infty}^{+\infty} \alpha_i(p_i) e^{ip_i k r (X_i - x_i)}. \quad (\text{III.17})$$

Dans ce développement,  $x_i$  repère la position du réseau  $R_i$  dans la direction transversale à la propagation de l'onde atomique,  $k_r$  est le vecteur d'onde réciproque commun aux trois réseaux et  $\alpha_i(p_i)$  est l'amplitude diffractée dans l'ordre  $p_i$  par le  $i^{\text{ème}}$  réseau. Par ce développement en série, l'amplitude  $A(X_0, X_4)$  s'exprime maintenant comme une somme triple sur les ordres de diffraction  $p_1, p_2, p_3$ , des trois réseaux :

$$A(X_0, X_4) = \sum_{p_1 p_2 p_3} e^{-ik_r(p_1 x_1 + p_2 x_2 + p_3 x_3)} \alpha_1(p_1) \alpha_2(p_2) \alpha_3(p_3) A_{p_1 p_2 p_3}(X_0, X_4). \quad (\text{III.18})$$

Chaque terme de cette somme est défini par l'ensemble de trois entiers  $(p_1, p_2, p_3)$  qui définit un chemin optique de diffraction. Par exemple, les ensembles  $(1, -1, 0)$  et  $(0, 1, -1)$  définissent les chemins de la figure (III.2). En utilisant la phase accumulée  $\Phi_{p_1 p_2 p_3}$  au cours d'un trajet optique par une onde diffractée dans les ordres  $p_1, p_2$  et  $p_3$

$$\Phi_{p_1 p_2 p_3} = k \sum_{j=1}^4 \frac{(X_{j-1} - X_j)^2}{2L_{j-1, j}} + k_r \sum_{j=1}^3 p_j X_j, \quad (\text{III.19})$$

on peut définir  $A_{p_1 p_2 p_3}(X_0, X_4)$ , l'amplitude associée au point source  $X_0$ , au point détecteur  $X_4$  et au chemin de diffraction  $(p_1, p_2, p_3)$ ,

$$A_{p_1 p_2 p_3}(X_0, X_4) = A \int_{-e_1/2}^{e_1/2} dX_1 \int_{-\infty}^{+\infty} dX_2 \int_{-\infty}^{+\infty} dX_3 e^{i\Phi_{p_1 p_2 p_3}}. \quad (\text{III.20})$$

Grâce aux calculs des appendices B.1 et B.2, on peut facilement résoudre ou simplifier ces intégrales. Le résultat important à noter est que l'amplitude diffractée par la fente  $F_1$  est la même fonction de  $X_0$  et de  $X_4$  pour tous les ordres de diffraction  $(p_1, p_2, p_3)$ . L'effet de la diffraction par les trois réseaux est seulement de translater l'amplitude diffractée par la fente, en phase et dans l'espace, et de donner à chaque chemin un poids dépendant de cette diffraction :  $\alpha_1(p_1)\alpha_2(p_2)\alpha_3(p_3)$ . On peut alors écrire

$$A_{p_1 p_2 p_3}(X_0, X_4) = e^{i\Psi_{p_1 p_2 p_3}} A_{000}(X_0, X'_4) \quad (\text{III.21})$$

où  $X'_4$  vaut aussi

$$X'_4 = X_4 - (p_1 L_{14} + p_2 L_{24} + p_3 L_{34}) \theta_d. \quad (\text{III.22})$$

Cette translation  $X_4 - X'_4$  ne dépend que des ordres de diffraction et de la géométrie de l'appareil. La phase  $\Psi_{p_1 p_2 p_3}$  est donnée dans l'appendice B.2 (eq B.9), elle est la somme d'un terme constant et d'un terme linéaire en  $X_4$ .

Il reste à évaluer la fonction  $A_{000}(X_0, X_4)$  qui est simplement l'amplitude dans le plan du détecteur de l'onde émise par la source en  $X_0$  et diffractée par la fente  $F_1$ , comme s'il n'y avait pas de réseaux diffractants.

$$A_{000}(X_0, X_4) = A_0 \exp\left(ik\left(L_{04} + \frac{(X_4 - X_0)^2}{2L_{04}}\right)\right) \frac{(1-i)}{2L_{04}} A_d(X_1^*) \quad (\text{III.23})$$

$$A_d(X_1^*) = \sqrt{\frac{2L_{04}}{\lambda L_{01} L_{14}}} \int_{-e_1/2 - X_1^*}^{e_1/2 - X_1^*} du \exp\left(ik\frac{u^2}{2} \left(\frac{L_{04}}{L_{01} L_{14}}\right)\right) \quad (\text{III.24})$$

$$X_1^* = (L_{01} X_4 + L_{14} X_0) / L_{04} \quad (\text{III.25})$$

$X_1^*$  est l'intersection de la ligne droite joignant  $X_0$  et  $X_4$  avec le plan 1 commun à la fente  $F_1$  et au réseau  $R_1$ . En conclusion, la seule tâche laissée à la simulation numérique est

le calcul, une fois pour toute, de l'amplitude diffractée en  $X_4$  de  $X_0$ ,  $A_{000}(X_0, X_4)$  et de l'utiliser translatée et déphasée pour chaque série d'ordre de diffraction  $p_1, p_2, p_3$ .

Pour illustrer l'effet de la diffraction de Fresnel, nous avons représenté sur la figure III.7 l'intensité  $|A_{000}(X_0, X_4)|^2$  émise en  $X_0 = 0$  et diffractée dans le plan du détecteur par une fente  $F_1$  de largeur variable. Sur ces courbes, on passe d'un profil de diffraction proche de celui de Fraunhofer pour une largeur de fente diffractante de  $5 \mu\text{m}$  à des profils qui ressemblent à l'interférence de deux bords d'écran pour une largeur de  $20 \mu\text{m}$ . Les amplitudes diffractées par une fente peuvent être étudiées qualitativement grâce à la spirale de Cornu [56] et on remarque alors que la phase de l'onde varie très vite dans les "ailes" du profil de diffraction. Si on ne considère que les deux bras de la figure III.2

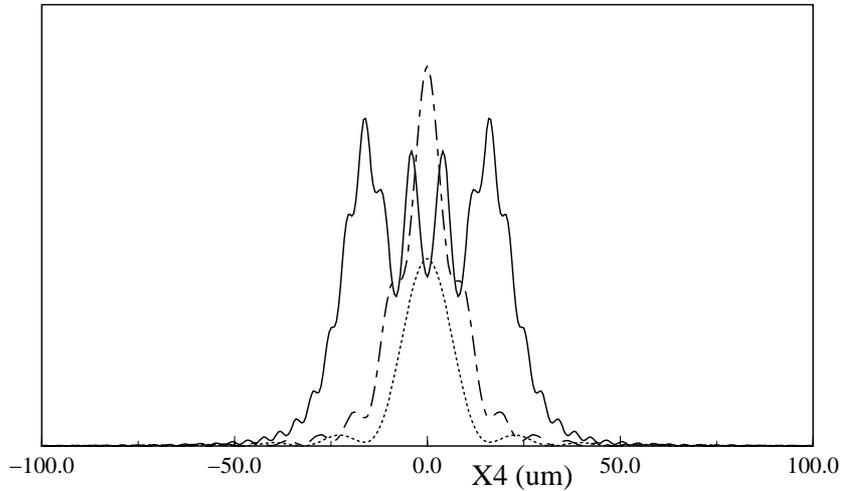


Figure III.7:  $|A_{000}(X_0 = 0, X_4)|^2$  en unité arbitraire, en fonction de la position  $X_4$  ( $\mu\text{m}$ ) dans le plan de détection placé à une distance  $L_{14} = 1,5$  m de la fente de collimation. La longueur d'onde atomique est celle du lithium à 1000 m/s,  $\lambda_{dB} = 0,057$  nm. La largeur  $e_1$  de la fente diffractante  $F_1$  est  $5 \mu\text{m}$  (trait pointillé),  $10 \mu\text{m}$  (trait mixte) ou  $20 \mu\text{m}$  (trait plein).

et si l'interféromètre est géométriquement équilibré ( $L_{12} = L_{23}$ ), les amplitudes  $A_{1-10}$  et  $A_{01-1}$  sont des fonctions identiques de  $X_0$  et  $X_4$  et

$$I(X_0, X_4) \propto |A_d(X_1^*)|^2 (1 + C \cos(k_r(x_1 - 2x_2 + x_3))), \quad (\text{III.26})$$

où  $C$  ne dépend que des paramètres de diffraction  $\alpha_j(p_j)$ .  $C_0$  est égal à l'unité si  $|\alpha_1(1)| = |\alpha_3(-1)|$  et  $|\alpha_1(0)| = |\alpha_3(0)|$ , ce qui est réalisé dès que le premier et le troisième réseau sont identiques. Cet interférogramme conserve son contraste après intégration sur la surface du détecteur et de la source.

$$I = I_0 (1 + C \cos(k_r(x_1 - 2x_2 + x_3))). \quad (\text{III.27})$$

L'observation des franges d'interférence se fait en translatant un des réseaux dans son plan.

### III.1.3 Choix des dimensions de l'interféromètre

Les dimensions à fixer dans l'interféromètre sont la largeur des fentes de collimation et leur séparation, ce qui fixe la divergence du jet atomique, et la distance entre les réseaux, ce qui fixe la séparation spatiale entre bras de l'interféromètre. Pour une vitesse moyenne atomique de 1000 m/s et des réseaux de diffraction constitués d'onde laser stationnaire, l'angle de diffraction du lithium  $\theta_d$  vaut  $170 \mu\text{rad}$ . Si les deux fentes de collimation  $F_0$  et  $F_1$ , séparées de  $L_{01}$ , ont la même largeur  $e$ , la largeur angulaire totale du faisceau atomique peut être estimée à  $2e/L_{01}$ . Cette estimation ne prend pas en compte la diffraction et est un simple calcul d'optique géométrique. On veut que malgré cette divergence, la séparation spatiale entre les ondes diffractées dans des ordres différents reste effective. Nous avons donc décidé de maintenir la largeur du faisceau au niveau du détecteur inférieure à  $50 \mu\text{m}$  en séparant les fentes de 80 cm et en utilisant des fentes de largeur comprise entre 10 et  $20 \mu\text{m}$ . Pour des mesures interférométriques, nous avons besoin d'une séparation spatiale entre bras de l'interféromètre la plus grande possible. Nous avons estimé qu'une séparation de  $100 \mu\text{m}$  serait suffisante et une distance entre réseaux  $L_{12} = L_{23}$  de 60 cm permet d'obtenir cette séparation. Les simulations numériques qui sont présentées dans la suite ont été effectuées avec ces dimensions.

### III.1.4 Choix des paramètres définissant les réseaux

Nous allons appliquer les résultats précédents à l'interféromètre que nous construisons. Les réseaux  $y$  sont des réseaux de phase constitués d'une onde mince (régime de Kapitza-Dirac) ou d'une onde épaisse (régime de Bragg). Les simulations qui suivent et qui évaluent l'influence de la diffraction simultanée dans différents ordres concernent uniquement les réseaux d'onde mince car en régime de Bragg, seulement deux ondes se propagent dans l'interféromètre. Elles pourraient tout aussi bien être appliquées à un interféromètre à réseau d'amplitude et nous présentons cette étude en III.4. Les simulations qui viennent ensuite établissent l'influence des dérèglages de l'interféromètre dans le cas d'un interféromètre à deux bras. Elles sont effectuées avec les amplitudes de diffraction des ondes minces mais peuvent être étendues aux ondes épaisses si l'amplitude diffractée par un réseau est indépendante du point source. Il est très important de pouvoir estimer le contraste d'un interféromètre dans le régime de Kapitza-Dirac car la diffraction simultanée se traduit par l'existence de chemins variés en plus des deux chemins "idéaux" représentés sur la figure (III.2) et qui contribuent aussi au signal. Leurs contributions respectives dépendent de la position du détecteur et il nous a semblé très important de déterminer une position optimale pour le détecteur avant la construction de l'expérience. Par contre, puisque dans le régime de Bragg, il n'y a pas de diffraction multiple (voir II.4), ce problème est plus simple. Il suffit que le détecteur soit suffisamment éloigné du troisième réseau pour que les deux chemins de sortie n'interfèrent pas sur le détecteur et à condition que le premier et le troisième réseaux soient identiques, le contraste d'un tel interféromètre est égal à l'unité, quelle que soit la position du détecteur.

Dans les simulations numériques, nous avons fixé les amplitudes de diffraction  $\alpha_i(p_i)$  à des valeurs telles que le contraste et le signal moyen soient maximaux dans l'appareil idéal réduit aux deux chemins principaux. Pour cela, il faut favoriser l'intensité

des deux bras principaux (groupe indicé {1} sur la figure III.8) et le contraste de leur signal d'interférence. Pour que ce contraste soit égal à un, nous avons vu qu'il suffit que

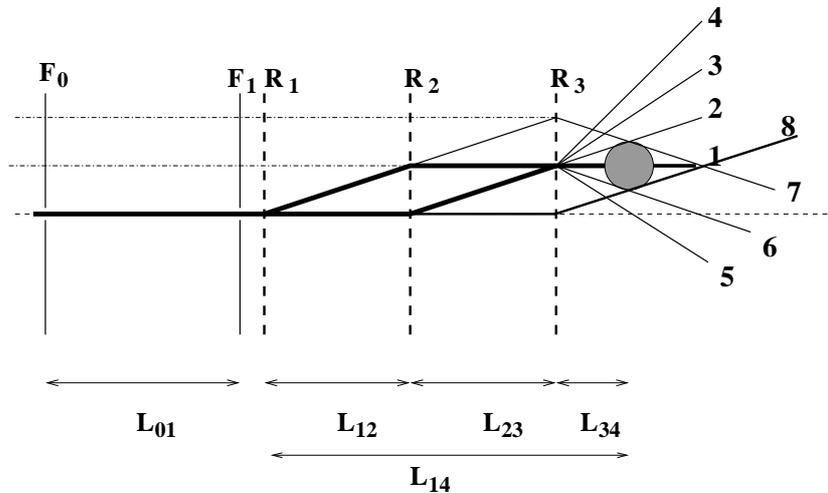


Figure III.8: chemins de diffraction contribuant significativement au signal, dans le cas de réseaux de diffraction constitués par une onde mince. Les groupes labellés {2}...{6} ne diffèrent du groupe principal {1} que par la diffraction par le troisième réseau. Le groupe {7} correspond à un seul faisceau diffracté successivement dans les ordres +1,0,-1, il en est de même pour le groupe {8} dont les ordres de diffraction sont 0,0,+1.

le premier et le troisième réseau soient identiques. Pour que l'intensité correspondante soit maximale, il faut maximiser  $|\alpha_2(1)|$  et  $|\alpha_1(1)\alpha_1(0)|$ . On peut montrer, en étudiant les fonctions de Bessel que cela implique  $\gamma_1 = \gamma_3 = 1,08$  et  $\gamma_2 = 1,79$  où  $\gamma$  a été défini dans le chapitre précédent (voir II.3.1, eq II.47). En fait, tout ceci est vrai pour une incidence normale de l'onde atomique sur le réseau. Nous avons vu au II.3.1 qu'en diffraction par une onde mince, l'angle d'incidence de l'onde atomique sur le réseau provoque une modification de l'efficacité de diffraction [33]. Pour une onde ayant déjà subi une diffraction par un premier réseau, la partie de l'onde diffractée dans l'ordre 1 fait un angle  $\theta_d$  avec la normale au réseau suivant (voir figure III.9). La diffraction dans l'ordre 1 de l'onde trans-

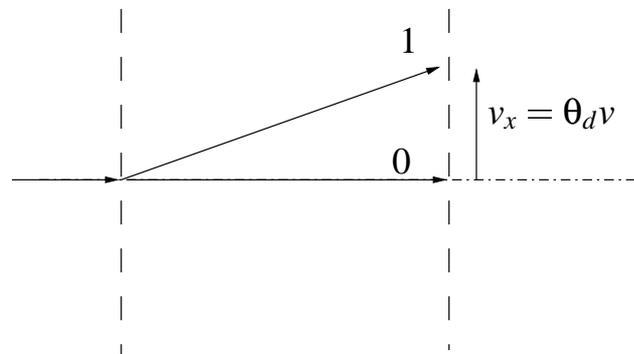


Figure III.9: incidence non perpendiculaire sur un deuxième réseau d'une onde diffractée par un premier réseau.

mise par le premier réseau dépend de  $\gamma$ , alors que la diffraction dans l'ordre -1 de l'onde

diffractée dans l'ordre +1 par le premier réseau dépend de  $\gamma \exp(- (k_L v \theta_d \tau)^2 / 2)$ . Cette particularité brise la symétrie de fonctionnement des réseaux. Le troisième réseau ne peut plus être équivalent au premier même si les paramètres de l'onde laser sont identiques. Pour un jet incident de 1000 m/s, une transition du lithium à 671 nm, un angle de diffraction  $\theta_d$  de  $170 \mu\text{m}$  et un waist de 1 mm, le coefficient  $\exp(- (k_L v \theta_d \tau)^2 / 2)$  vaut 0,286 et cette correction est loin d'être négligeable. Elle a été omise dans l'article [52] que nous avons écrit et qui présente les résultats de nos simulations numériques. Les conclusions données dans cet article restent correctes et tout aussi générales si on modifie un peu la géométrie de l'interféromètre en régime d'onde mince, comme nous l'expliquons ici.

On peut compenser le désaccord Doppler par une puissance supérieure et recalculer les puissances nécessaires à l'optimisation de l'amplitude diffractée dans les ordres qui nous intéressent. Dans la suite, nous avons plutôt choisi de modifier la géométrie de l'interféromètre pour le rendre symétrique vis à vis du fonctionnement des réseaux. Pour cela, il suffit d'utiliser l'incidence de Bragg. Si on utilise le montage de la figure III.10, les deux ondes principales considérées jusqu'ici ont la même incidence sur les trois réseaux dont l'efficacité de diffraction est alors modifiée de la même façon. Pour toutes les ondes

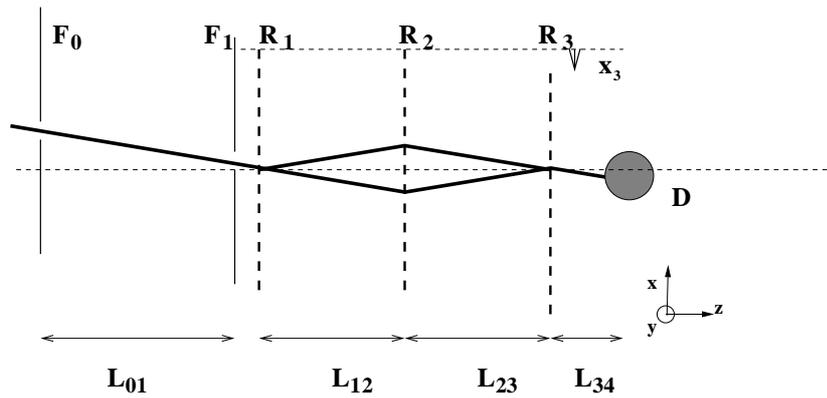


Figure III.10: géométrie proposée pour rendre la diffraction des réseaux identique pour les deux ondes principales.

à l'incidence de Bragg, le paramètre régissant la diffraction n'est plus  $\gamma$  mais

$$\gamma' = \gamma e^{-\frac{(k_L v \theta_B \tau)^2}{2}} = 0,728 \gamma \quad (\text{III.28})$$

pour un jet de lithium de 1000 m/s ( $\theta_B = 85 \mu\text{rad}$ ) et un rayon waist de l'onde laser de 1 mm. Il suffit de multiplier la puissance laser par un facteur  $1/0,728=1.37$  par rapport aux valeurs calculées en II.6.2 pour retrouver les valeurs d'amplitudes de diffraction calculées précédemment ( $\gamma'_1 = \gamma'_3 = 1,08$  et  $\gamma'_2 = 1,79$ ). Dans les nouvelles simulations faites pour cette thèse, nous avons pris soin de prendre en compte les différentes incidences rencontrées pour chaque chemin de diffraction. Nous donnons ici les valeurs principales des amplitudes de diffraction pour une incidence de Bragg (avec  $\alpha_1(p) = \alpha_3(p)$ ) :

$$\begin{aligned} \alpha_1(0) &= 0,728 & \alpha_2(0) &= 0,34 \\ \alpha_1(1) &= -0,465i & \alpha_2(1) &= -0,58i \\ \alpha_1(2) &= -0,132 & \alpha_2(2) &= -0,30 \\ \alpha_1(3) &= 0,024i & & \end{aligned}$$

Avec ces valeurs, l'intensité moyenne du signal attendu  $(I_{max} + I_{min})/2$  vaut 7,7 % de l'intensité incidente.

La nouvelle géométrie que nous venons de proposer ne modifie pas le modèle de propagation développé précédemment et nous le conservons dans la suite sans prendre en compte la modification de géométrie. Il suffit de se rappeler que les réseaux font maintenant un angle  $\theta_B$  avec la direction de propagation du jet incident.

## III.2 Contributions des chemins multiples

La discussion qui suit n'est intéressante que dans le cas de réseaux d'ondes minces et de réseaux de fils, la diffraction de Bragg ne laissant subsister que les chemins principaux (groupe {1} de la figure III.2). On considère un interféromètre parfaitement équilibré, c'est-à-dire que  $L_{12} = L_{23} = L$  et pour les applications numériques, cette longueur sera choisie égale à celle de notre appareil soit 0,6 m. Tous les chemins importants résultant de la diffraction multiple dont nous venons de parler sont représentés sur la figure III.8. Pour fixer les ordres de grandeur qui permettront de décider de la prise en compte de ces chemins, nous allons tout d'abord comparer la séparation spatiale maximale entre chemins,  $\theta_d L$  et la largeur d'une figure de diffraction par une fente. L'intensité diffractée dans le plan du détecteur est représentée sur la figure III.11 pour différentes largeurs de fentes sources et de fentes diffractantes. Le tableau suivant en résume la largeur à mi-hauteur. La comparaison de ces différentes grandeurs montre que la prise en compte

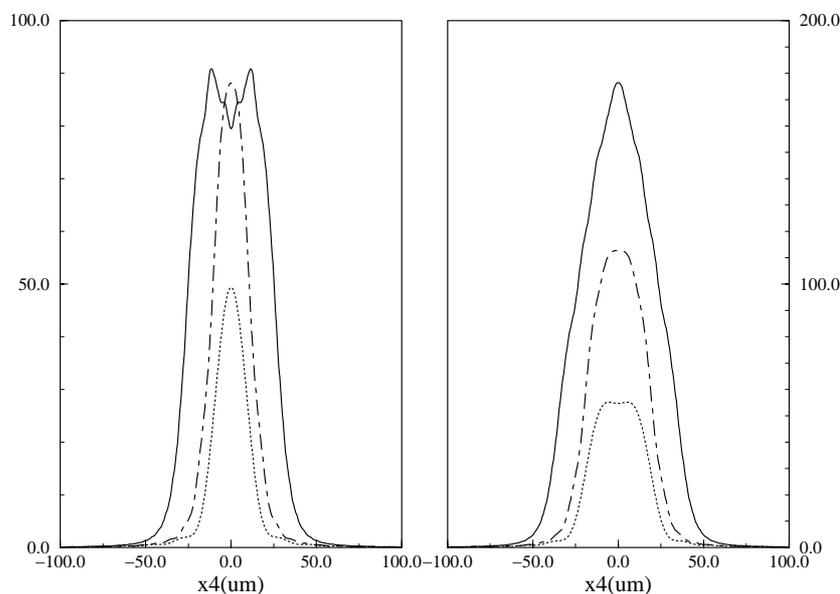


Figure III.11: répartition dans le plan du détecteur ( $L_{34} = 0,3$  m) de l'intensité émise par une fente source  $F_0$  de  $10 \mu\text{m}$  (figure de gauche) ou de  $20 \mu\text{m}$  (figure de droite) et diffractée par une fente  $F_1$  de largeur  $5 \mu\text{m}$  (trait pointillé),  $10 \mu\text{m}$  (trait mixte) ou  $20 \mu\text{m}$  (trait plein). L'unité est arbitraire mais identique pour les deux figures.

de chemins multiples est nécessaire pour pouvoir estimer au mieux le contraste attendu

fente source $F_0$	fente diffractante $F_1$	largeur à mi-hauteur	$\theta_d L$
10 $\mu\text{m}$	10 $\mu\text{m}$	23 $\mu\text{m}$	97 $\mu\text{m}$
10 $\mu\text{m}$	20 $\mu\text{m}$	52 $\mu\text{m}$	97 $\mu\text{m}$
20 $\mu\text{m}$	10 $\mu\text{m}$	40 $\mu\text{m}$	97 $\mu\text{m}$
20 $\mu\text{m}$	20 $\mu\text{m}$	52 $\mu\text{m}$	97 $\mu\text{m}$

Tableau III.1: largeur à mi-hauteur (en  $\mu\text{m}$ ) dans le plan du détecteur, de l'image par diffraction d'un jet atomique de lithium de 1000 m/s, pour différentes largeurs de source et de fente collimatrice. La distance  $L_{14}$  entre la source diffractante et le plan du détecteur vaut 1,5 m.  $\theta_d L$  est la séparation maximale entre chemins se propageant dans l'interféromètre pour une valeur  $L = 0,6$  m de la distance entre réseau  $L_{12} = L_{23}$ .

pour notre appareil. Elle est cruciale pour la détermination de la meilleure valeur  $L_{34}$  de la distance qui sépare le dernier réseau du détecteur. Cette distance est un paramètre important que l'on doit choisir lors de la construction de l'appareil et la littérature ne dit rien sur ce choix. En particulier, bien que les dessins de l'appareil de Pritchard suggèrent une valeur approximative de 0,3 m pour la distance  $L_{34}$ , cette distance n'est pas précisée dans les publications et les simulations de Turchette supposent que le détecteur est dans le plan du troisième réseau, soit  $L_{34} = 0$ .

### III.2.1 Cohérence des différents chemins

Même si de multiples chemins atteignent le détecteur, ils ne donnent pas tous une contribution au signal d'interférences, après intégration de l'intensité sur la surface du détecteur. En effet, quand deux chemins arrivent avec une direction incidente différente sur le détecteur, ils ont une différence de phase qui dépend linéairement de la coordonnée  $X_4$  dans le plan du détecteur. Pour un détecteur de 50  $\mu\text{m}$  de large (ordre de grandeur proche de l'expérience), ce déphasage  $[(p'_1 + p'_2 + p'_3) - (p_1 + p_2 + p_3)]k_r X_4$  varie de  $300 \pi$  sur la surface du détecteur quand  $[(p'_1 + p'_2 + p'_3) - (p_1 + p_2 + p_3)] = 1$ . Le signal d'interférence créé par ces deux chemins est donc moyenné à zéro et il suffit de sommer les intensités respectives pour rendre compte de leur contribution au signal.

Un autre critère permet de déterminer s'il est pertinent ou non de considérer les interférences entre deux chemins, même s'ils se propagent selon la même direction en sortant de l'interféromètre. Pour cela, il est temps de prendre en compte la longueur de cohérence finie de la source. Jusqu'ici, la dispersion en vitesse du jet n'avait pas d'importance pour nous puisque nous ne considérons que les deux bras principaux et que l'on a vu que dans ce cas, tous les atomes participent au signal de la même façon, quelle que soit leur vitesse. Mais c'est ce critère qui va nous permettre de constituer des "groupes de cohérence" et de déterminer quelles interférences il est pertinent de conserver dans la simulation. En effet, une longueur de cohérence  $l_c$  finie provoque une perte de contraste du signal d'interférence de deux chemins. Si  $\xi$  est la différence de marche entre les deux chemins et si  $C_0$  est le contraste obtenu quand  $\xi = 0$ , le contraste devient [57]

$$C(\xi) = C_0 e^{-\xi^2 / (2l_c)^2}. \quad (\text{III.29})$$

Nous ne ferons donc interférer que les chemins qui ont une différence de marche inférieure ou de l'ordre de grandeur de la longueur de cohérence de la source.

L'équation précédente donnant le contraste  $C(\xi)$  suppose une distribution gaussienne de vitesse longitudinale, justifiée par le fait que la distribution de vitesse est très piquée et qu'alors une gaussienne est une bonne approximation de la forme véritable en  $v^3 \exp(-((v-u)/\alpha_v)^2)$  [58]. On écrit alors cette distribution comme

$$P(v) = \frac{1}{\sqrt{\pi}\alpha_v} e^{-((v-u)/\alpha_v)^2}, \quad (\text{III.30})$$

où la largeur de la distribution  $\alpha_v$  dépend de la température longitudinale du jet (la condition de finesse de la distribution se traduit par  $\alpha_v \ll u$ ). La longueur de cohérence  $l_c$  d'une telle source est alors [57]

$$l_c = \frac{\lambda_{dB}}{\sqrt{2\pi}} \frac{u}{\alpha_v} \quad (\text{III.31})$$

si on choisit pour  $\lambda_{dB}$  la valeur de la longueur d'onde atomique pour  $v = u$ . Pour un jet de lithium de vitesse moyenne  $u = 1000$  m/s ( $\lambda_{dB} = 0,057$  nm) et dont la distribution de vitesse a une largeur à mi-hauteur de 10% ( $\alpha_v = 60$  m/s),  $l_c$  vaut 0,2 nm. Si deux chemins ont une longueur de chemin optique différente, cette différence est un multiple de  $L\theta_d^2$ , qui vaut dans notre cas 17 nm ( $\theta_d = 170$   $\mu$ rad). Comme cet écart de chemin optique est de deux ordres de grandeur supérieur à  $l_c$ , dès que les longueurs de deux chemins ne sont pas exactement égales, ils sont incohérents entre eux et nous ne prenons pas en compte leurs interférences.

En conclusion, dans notre calcul, nous ne prenons en compte que les effets d'interférence entre chemins d'un même "groupe de cohérence"  $\{g\}$  et nous sommions l'intensité de chacun de ces groupes. Des chemins de diffraction appartiennent au même groupe de cohérence s'ils quittent le troisième réseau avec la même position et même direction transverse de propagation et si leurs chemins optiques sont géométriquement identiques. On peut formaliser l'expression du signal ainsi obtenu par

$$I(X_0, X_4) = \sum_g I(X_0, X_4, \{g\}) \quad \text{avec} \quad I(X_0, X_4, \{g\}) = \left| \sum_{p_1, p_2, p_3 \in \{g\}} A_{p_1, p_2, p_3}(X_0, X_4) \right|^2. \quad (\text{III.32})$$

### III.2.2 Étude du contraste en fonction de la position du détecteur

En procédant comme nous venons de l'expliquer, on peut étudier l'évolution du contraste du signal avec la distance  $L_{34}$  du troisième réseau au détecteur, sa position transverse  $x_D$  étant fixée à celle correspondant à la sortie principale (1) représentée sur la figure III.8 :  $x_D = \theta_d L$ . La figure suivante III.12 montre un exemple de résultat d'une telle étude dans le cas de réseaux de phase et de réseaux d'amplitude, pour illustrer la différence entre ces deux types d'interféromètres. Le comportement très différent des courbes s'explique par la nature des réseaux utilisés. Dans l'introduction et dans le cas de réseaux d'amplitude, nous avons vu une interprétation des franges d'interférences par un effet de Moiré. Cette explication suppose que le détecteur est proche du plan du troisième réseau. Avec des réseaux de phase, l'effet de Moiré n'a pas lieu et c'est pourquoi le contraste est nul quand  $L_{34} \rightarrow 0$ . Ceci se comprend très bien si on étudie séparément les contributions de

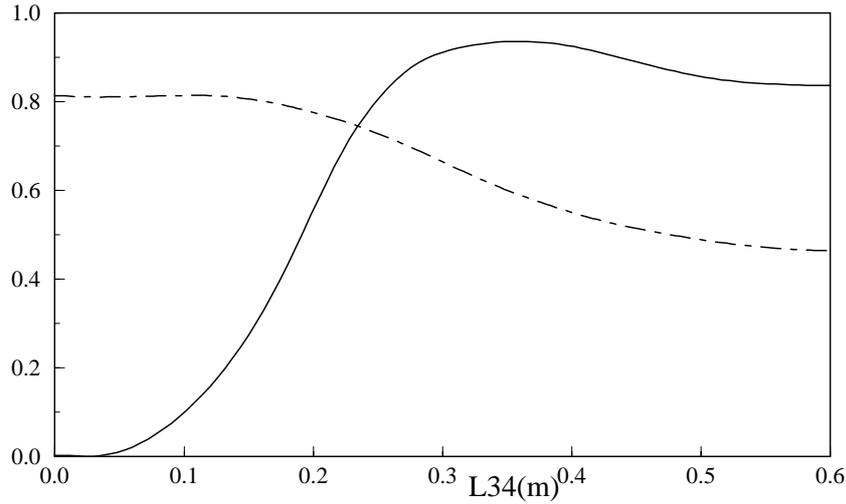


Figure III.12: contraste du signal d'interférence en fonction de la distance  $L_{34}$  (en mètre), entre le troisième réseau et le détecteur, pour des largeurs de fentes  $e_0 = e_1 = 10 \mu\text{m}$  et de détecteur  $d = 50 \mu\text{m}$ . Trait plein : réseau de phase et jet de lithium à 1000 m/s, trait mixte : réseau d'amplitude de période 200 nm, de fraction ouverte 33 % de la période et un jet de sodium à 1000 m/s.

chaque groupe de cohérence. Les contributions principales sont représentées sur la figure III.13 pour deux distances différentes entre détecteur et troisième réseau ( $L_{34} = 0,1 \text{ m}$  et  $L_{34} = 0,6 \text{ m}$ ). On a représenté le signal en fonction de  $x_3/a$ , la position transverse du troisième réseau en unité de période de réseau, et chaque courbe porte l'indice du groupe de cohérence, attribué sur la figure III.8. Pour des courtes distances  $L_{34}$  (graphe de gauche), on remarque la contribution de courbes d'amplitudes comparables mais de contraste inversé, ce qui explique que le signal total présente des franges de contraste proche de zéro, et exactement zéro quand  $L_{34} = 0$ . Par contre, pour une distance  $L_{34}$  plus grande (graphe de droite), l'intensité moyenne des courbes déphasées par rapport à la courbe principale est beaucoup plus faible et l'intensité totale possède un contraste bien supérieur (voir figure III.12). Nous allons prendre l'exemple des groupes  $\{1\}$  et  $\{2\}$  et justifier l'opposition de phase de leur signal. Dans tout ce qui suit, les positions des réseaux  $R_1$  et  $R_2$  sont fixées en  $x_1 = 0$  et  $x_2 = 0$  pour alléger les expressions et le signal est obtenu par translation de  $R_3$ , ceci ne nuit en rien à la généralité des discussions. La contribution au signal du groupe  $\{1\}$  est alors

$$I(X_0, X_4, \{1\}) \propto \left| \alpha_1(1)\alpha_2(-1)\alpha_3(0) + \alpha_1(0)\alpha_2(1)\alpha_3(-1)e^{ik_r x_3} \right|^2. \quad (\text{III.33})$$

Comme les  $\alpha(0)$  sont des réels positifs et les  $\alpha(\pm 1)$  des imaginaires purs, ceci peut s'exprimer comme

$$\begin{aligned} I(X_0, X_4, \{1\}) &\propto \left| |\alpha_1(1)\alpha_2(-1)\alpha_3(0)| + |\alpha_1(0)\alpha_2(1)\alpha_3(-1)|e^{ik_r x_3} \right|^2 \\ I(X_0, X_4, \{1\}) &\propto I_0(\{1\})(1 + C_1 \cos(k_r x_3)). \end{aligned} \quad (\text{III.34})$$

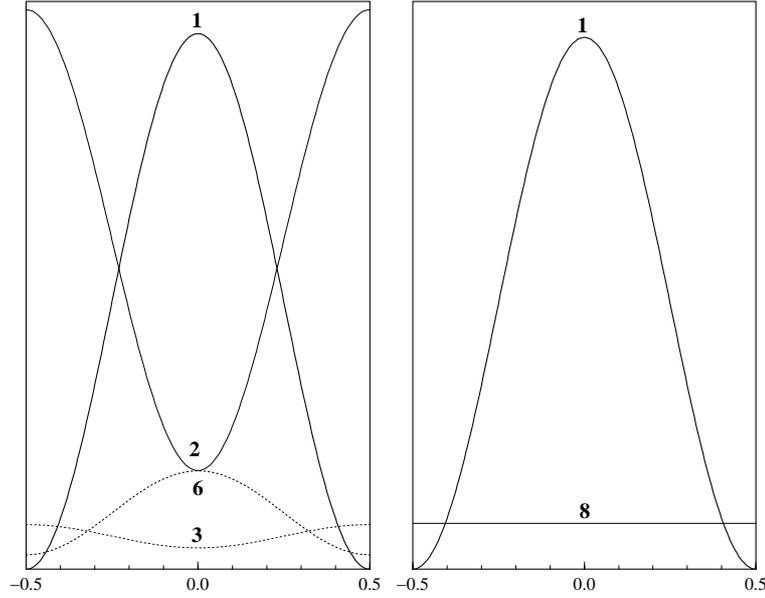


Figure III.13: contributions significatives au signal en fonction de  $x_3/a$  des différents groupes de cohérence, indicés comme sur la figure III.8. Figure de gauche  $L_{34} = 0,1$  m, figure de droite  $L_{34} = 0,6$  m. Dans les deux cas la largeur des deux fentes  $e_0 = e_1$  est de  $10 \mu\text{m}$  et celle du détecteur  $d$  est de  $50 \mu\text{m}$ . La position transverse du détecteur  $x_D$  vaut  $\theta_d L$ .

$C_1$  vaut 1 quand le premier et le troisième réseau sont identiques. L'autre groupe ayant une contribution majeure au signal quand  $L_{34} \rightarrow 0$  est le groupe  $\{2\}$ :

$$I(X_0, X_4, \{2\}) \propto \left| \alpha_1(0)\alpha_2(1)\alpha_3(0) + \alpha_1(1)\alpha_2(-1)\alpha_3(1)e^{-ik_r x_3} \right|^2. \quad (\text{III.35})$$

Pour des réseaux d'ondes minces,

$$\begin{aligned} I(X_0, X_4, \{2\}) &\propto \left| |\alpha_1(0)\alpha_2(1)\alpha_3(0)| - |\alpha_1(1)\alpha_2(-1)\alpha_3(1)| e^{-ik_r x_3} \right|^2 \\ I(X_0, X_4, \{2\}) &\propto I_0(\{2\})(1 - C_2 \cos(k_r x_3)) \end{aligned} \quad (\text{III.36})$$

où  $C_2 = 0,70$  avec les valeurs des  $\alpha_i$  donnés en III.1.3. La comparaison des équations (III.34) et (III.36) montre bien que les deux signaux d'interférence considérés sont en opposition de phase, comme le montrait la figure III.13. Dans le cas de réseaux d'amplitude, au contraire, l'amplitude de diffraction est réelle quel que soit l'ordre : un tel phénomène d'opposition de phase n'a donc pas lieu pour les premiers ordres de diffraction et même quand  $L_{34} \rightarrow 0$ , le signal possède un contraste non nul, lié à l'effet de Moiré [52]. Le paragraphe III.4 est consacré à une étude un peu plus approfondie des interféromètres à réseaux d'amplitude.

### Évolution du contraste avec la position transverse du détecteur

Si on fixe la distance  $L_{34}$  du dernier réseau au détecteur et que l'on fait varier sa position transverse, repérée par  $x_D$ , on calcule un contraste qui dépend rapidement de  $x_D$  à

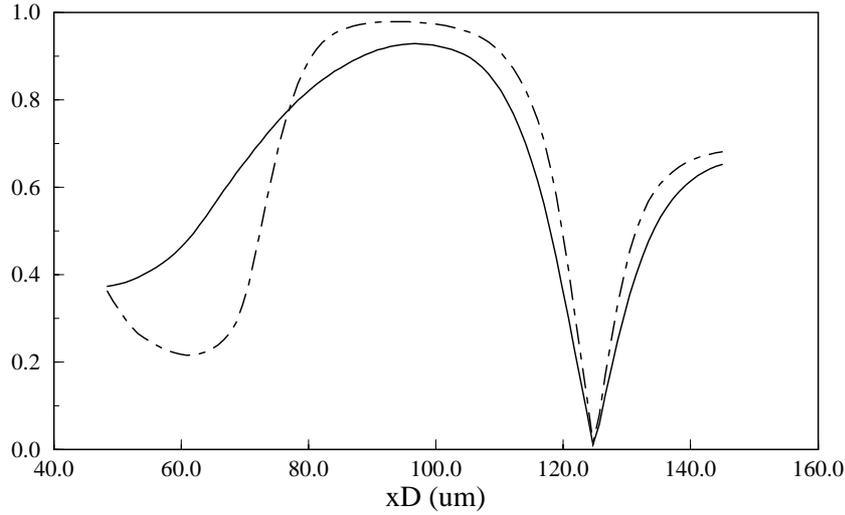


Figure III.14: contraste du signal d'interférences en fonction de la position transverse  $x_D$  ( $\mu\text{m}$ ) du détecteur. Calculs effectués pour une distance entre le détecteur et le troisième réseau  $L_{34} = 0,35$  m et des fentes de largeur  $e_0 = e_1 = 10 \mu\text{m}$ . La largeur du détecteur est  $d = 50 \mu\text{m}$  (trait plein) et  $d = 10 \mu\text{m}$  (trait mixte). La position correspondant à la sortie **1** se trouve en  $x_D = 97 \mu\text{m}$ .

cause des contributions très différentes des différents groupes de cohérence. Cette variation est représentée sur la figure III.14 pour deux largeurs de détecteur différentes. Le calcul pour un détecteur fin de  $10 \mu\text{m}$  permet d'évaluer l'effet de convolution par la largeur du détecteur. Dans ce cas, l'évolution du contraste en fonction de  $x_D$  présente un plateau car le détecteur est maintenant plus fin que la largeur du faisceau atomique. L'annulation du contraste observée pour  $x_{D_0} \simeq 125 \mu\text{m}$  traduit une inversion de phase du signal d'interférences entre les positions  $x_D < x_{D_0}$  et  $x_D > x_{D_0}$ . En effet, quand le détecteur est centré sur  $x_D = \theta_d L$  ( $L_{12} = L_{23} = L$ ), c'est-à-dire sur la position de la figure III.8, le groupe qui donne au signal une contribution principale est le groupe  $\{1\}$  puisque nous avons défini les paramètres des réseaux pour qu'il en soit ainsi. Si le détecteur est centré sur  $x_D = \theta_d L + \theta_d L/2 = 145 \mu\text{m}$ , c'est le groupe  $\{2\}$  qui prédomine dans le signal total. Comme nous l'avons vu précédemment, la contribution du groupe  $\{1\}$  fournit un signal maximal en  $x_3 = 0$  et minimal en  $x_3 = a/2$  (cf eq III.34), alors que celle du groupe  $\{2\}$  est en opposition de phase (cf eq III.36 et figure III.13). Le signal total est donc maximal en  $x_3 = 0$  pour  $x_D = \theta_d L$  et maximal en  $x_3 = a/2$  pour  $x_D = \theta_d L + \theta_d L/2$ . Si on définit un contraste algébrique  $C_a$  comme

$$C_a = \frac{I(x_3 = 0) - I(x_3 = a/2)}{I(x_3 = 0) + I(x_3 = a/2)}, \quad (\text{III.37})$$

ce contraste change de signe entre  $x_D = \theta_d L$  et  $x_D = \theta_d L + \theta_d L/2$  ce qui explique son passage par zéro.

La courbe III.14 illustre l'importance de la position du détecteur par rapport à l'axe formé par les deux fentes. Un décalage de  $30 \mu\text{m}$  entre le détecteur et cet axe entraîne une perte quasi-totale du contraste du signal. Heureusement, même dans cette configuration géométrique, l'intensité du signal est non nulle et il est possible de chercher la meilleure

position du détecteur en optimisant le contraste du signal. Il est toutefois important de noter qu'il est alors nécessaire de connaître la position absolue du détecteur sous peine de ne pas être capable d'identifier le groupe dont la contribution est maximale. Ceci est possible en cherchant le signal maximum quand les réseaux de diffraction sont éteints. Cette position fournit la position  $x_D = 0$  et il suffit de translater le détecteur à partir de cette position.

**Remarque 1** Le phénomène d'annulation du contraste ne se produit pas quand on approche le détecteur de l'axe car alors c'est le groupe de cohérence  $\{5\}$  qui a une contribution maximale et le signal d'interférence correspondant est en phase avec celui du groupe de cohérence  $\{1\}$ .

**Remarque 2** Pour les mêmes raisons que dans le paragraphe précédent, une telle annulation ne se produit pas pour des réseaux d'amplitude.

### Influence de la largeur des fentes et du détecteur

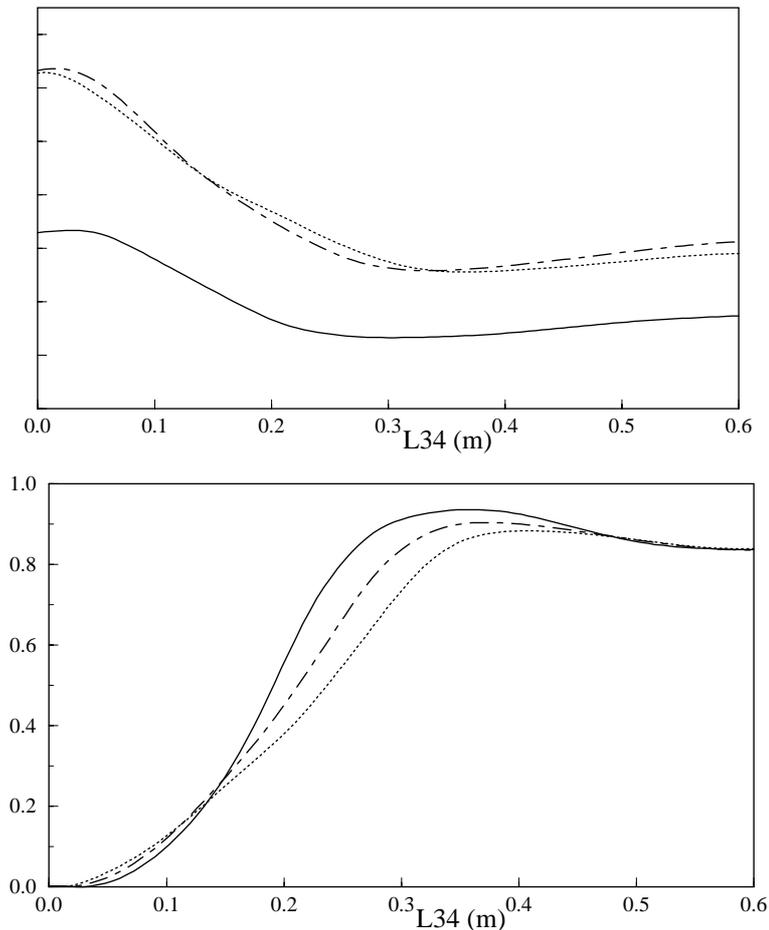


Figure III.15: intensité moyenne ( $(I_{max} + I_{min})/2$ ) (en haut) et contraste (en bas) du signal détecté en fonction de la distance  $L_{34}$  (m) du détecteur au troisième réseau pour différentes largeurs de fentes : trait plein :  $e_0 = e_1 = 10 \mu\text{m}$  , pointillés :  $e_0 = 10 \mu\text{m}$  et  $e_1 = 20 \mu\text{m}$  , trait mixte :  $e_0 = 20 \mu\text{m}$  et  $e_1 = 10 \mu\text{m}$  . Dans tous les cas la largeur du détecteur vaut  $50 \mu\text{m}$  et la position transverse  $x_D$  du détecteur est  $\theta_d L$  .

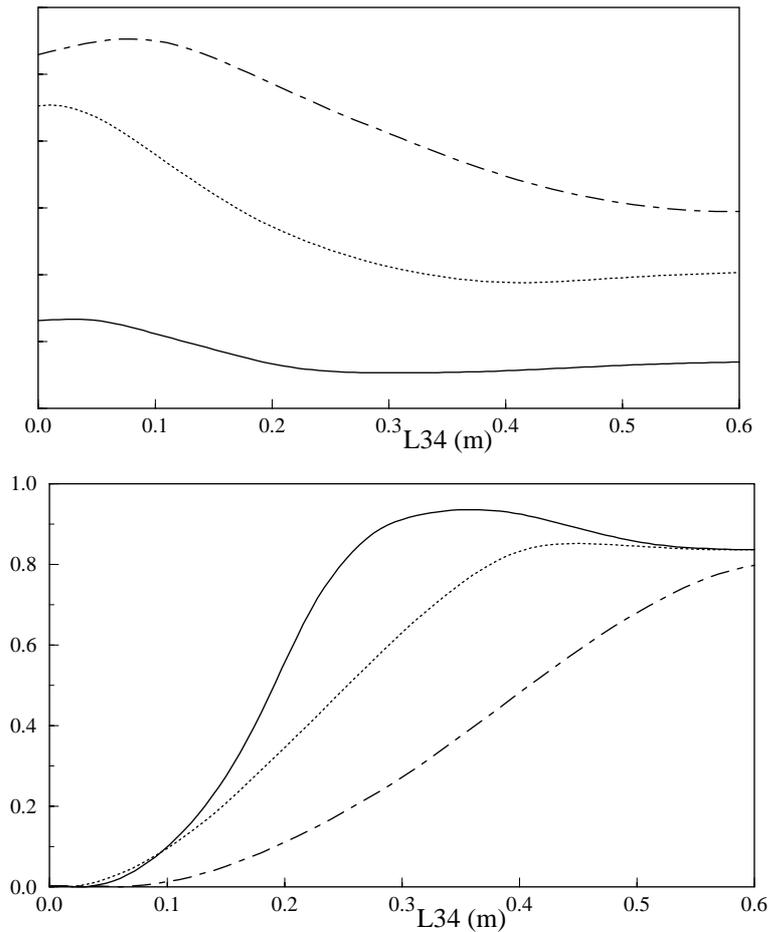


Figure III.16: intensité moyenne (en haut) et contraste (en bas) du signal détecté en fonction de la distance  $L_{34}$  (m) du dernier réseau au détecteur et pour différentes largeurs de fentes et détecteur : trait plein :  $e_0 = e_1 = 10 \mu\text{m}$  et  $d = 50 \mu\text{m}$  , pointillés :  $e_0 = e_1 = 20 \mu\text{m}$  et  $d = 50 \mu\text{m}$  , trait mixte :  $e_0 = e_1 = 20 \mu\text{m}$  et  $d = 100 \mu\text{m}$  . La position transverse  $x_D$  du détecteur est  $\theta_d L$  .

Toutes les études précédentes ont été faites pour des largeurs de fentes et de détecteur fixées mais, bien sûr, les contributions au signal total des différents groupes de cohérence en dépendent beaucoup. Plus les fentes collimatrices sont larges, plus le flux atomique et donc le signal moyen mesuré est intense. Mais cette amélioration du flux détecté se fait au détriment du contraste, car en étendant la figure de diffraction, on augmente la contribution des groupes “parasites”, de contraste inversé ou plus faible que celui du groupe de cohérence  $\{1\}$ . Ceci est illustré par les figures III.15 où, quand on double la largeur d’une des fentes, on double presque la valeur du signal moyen mesuré. Ce comportement est quasi-indépendant du choix de la fente doublée en largeur. Cette augmentation du signal est accompagnée d’une diminution du contraste maximal, pas identique selon le choix de la fente dont on double la largeur, mais qui ne dépasse pas 10 % dans tous les cas (voir figure III.15, en bas). On vérifie d’ailleurs qu’on perd moins de contraste à élargir la fente source que la fente diffractante, car elle est en amont et qu’elle entraîne moins d’extension de la tache de diffraction qui provoque une augmentation des

contributions non désirées (voir fig III.11 pour comparer les taches de diffraction).

En élargissant aussi le détecteur, on peut encore augmenter le flux mesuré, mais en prenant le risque de détecter encore plus de signal parasite des groupes de cohérences annexes. Les figures III.16 illustrent bien cet effet en montrant la chute du contraste qui accompagne la multiplication du signal par un facteur voisin de 4 dans le cas où toutes les largeurs sont doublées ( $e_0 = e_1 = 20 \mu\text{m}$  et  $d = 100 \mu\text{m}$ ). Expérimentalement, le choix des largeurs devra être optimisé en fonction du flux disponible et de la sensibilité du détecteur. D'ores et déjà, il semble avantageux de perdre seulement quelques pourcents de contraste pour doubler le signal détecté en doublant la largeur de la fente source  $F_0$ .

### III.3 Pertes de contraste dues à des réglages imparfaits

Plusieurs imperfections dans le réglage de l'appareil peuvent être envisagées. Nous en avons déjà rencontré une lors de l'étude du contraste en fonction de la position transverse du détecteur (cf III.2.2), étude qui a montré l'importance de la distance entre le détecteur et l'axe défini par les deux fentes  $F_0$  et  $F_1$ . Dans ce qui suit, nous considérons que cette distance est fixée à  $x_D = \theta_d L$  et que les deux fentes et le détecteur sont parallèles dans la direction perpendiculaire au plan de l'interféromètre (direction  $Oy$ ). Nous nous intéressons aux effets sur le contraste d'un défaut dans la position des réseaux. Tout d'abord, nous étudions l'effet du déséquilibre de l'appareil  $\Delta L = L_{23} - L_{12}$  entre les distances qui séparent les réseaux, puis celui d'un défaut d'orientation des réseaux dans leur plan  $xOy$ . Dans un premier temps, nous nous limitons à un interféromètre à deux bras, tel qu'il est représenté sur la figure III.2. Cette simplification permet de comprendre exactement et quelquefois d'exprimer analytiquement la cause de la perte de contraste. Elle a de plus l'avantage de rendre l'étude indépendante de la nature des réseaux. Le cas d'un interféromètre réel à chemins multiples est envisagé à la fin de cette partie.

#### III.3.1 Effet d'une différence entre les distances séparant les réseaux

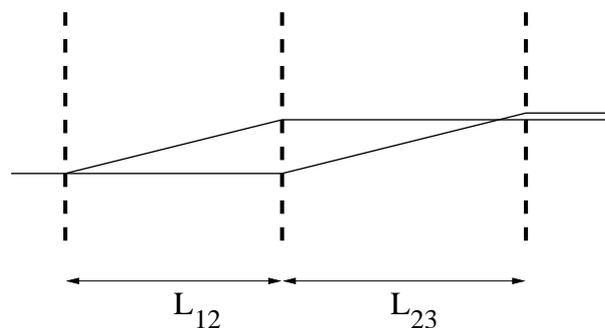


Figure III.17: illustration de l'effet du déséquilibre  $\Delta L = L_{23} - L_{12}$  sur la propagation d'une onde plane dans l'interféromètre.

Nous supposons pour commencer que la source est monochromatique. La différence entre  $L_{23}$  et  $L_{12}$  provoque une différence de marche entre les deux chemins optiques des deux bras qui nous intéressent. Le schéma de la figure III.17 illustre ce

phénomène dans le cas d'une onde plane. Pour une onde plane, la différence de marche provoque un déphasage entre les deux bras qui interfèrent et donc une translation globale de l'interférogramme, sans modification de contraste. Avec notre modèle plus réaliste, nous allons voir qu'il y a en fait une perte de contraste associée à cette différence. Nous pouvons estimer le déphasage associé à la différence de marche entre deux ondes émises en  $X_0$ , détectées en  $X_4$  mais ayant subi deux chemins de diffraction différents. Même si intuitivement, l'écart  $\Delta L$  provoque une différence  $\Delta X_4$  à l'arrivée des deux ondes sur le détecteur (voir figure III.17), c'est le déphasage entre deux ondes de mêmes  $X_0$  et  $X_4$  qu'il faut étudier car seules ces ondes peuvent interférer (voir eq III.9). Grâce à l'appendice B.2, on possède une expression de la phase associée à chaque "chemin" de diffraction. En effet, si on ne tient pas compte de la phase associée à la position des réseaux (et qui est à l'origine du signal d'interférence), on voit grâce à l'équation (B.8) qu'on peut associer une phase "classique"  $\Phi_{p_1 p_2 p_3}^{cl}$  à chaque chemin, qui correspond à la phase accumulée sur le trajet optique.

$$\Phi_{p_1 p_2 p_3}^{cl} = \Psi_{p_1 p_2 p_3} + k \frac{(X_4' - X_0)^2}{2L_{04}} \quad (\text{III.38})$$

où  $\Psi_{p_1 p_2 p_3}$  est définie dans l'appendice B.2 et peut être exprimée par

$$\Psi_{p_1 p_2 p_3} = (p_1 + p_2 + p_3)k_r X_4 - \frac{k_r \theta_d}{2} (p_1^2 L_{12} + (p_1 + p_2)^2 L_{23} + (p_1 + p_2 + p_3)^2 L_{34}). \quad (\text{III.39})$$

Les deux ondes émises en  $X_0$  et détectées en  $X_4$  subissent une différence de phase classique  $\Delta\Phi^{cl}(X_0, X_4)$ , proportionnelle à  $\Delta L$  et que l'on peut écrire

$$\Delta\Phi^{cl}(X_0, X_4) = k_r \Delta L \left[ \theta_d \left( \frac{\bar{L}}{L_{04}} - \frac{1}{2} \right) + \frac{X_0 - X_4}{L_{04}} \right], \quad (\text{III.40})$$

où  $\bar{L}$  est la valeur moyenne de  $L_{23}$  et  $L_{12}$ . L'équation (B.8) montre aussi qu'une différence de phase supplémentaire est introduite entre les deux chemins. Celle-ci provient de la différence entre les deux intégrales de diffraction par la fente  $F_1$

$$\int_{-e_1/2 - X_1^*}^{e_1/2 - X_1^*} du \exp\left(\frac{iku^2 L_{04}}{2L_{01}L_{14}}\right), \quad (\text{III.41})$$

due à un décalage entre les deux points d'intersection  $X_1^*$  associés à chaque chemin (voir appendice B.2). Il n'existe pas d'expression analytique simple pour cette différence de phase supplémentaire mais on verra plus loin que son rôle devient négligeable quand la fente diffractante  $F_1$  est suffisamment large.

La différence de phase  $\Delta\Phi^{cl}(X_0, X_4)$  se présente sous la forme d'un terme constant (pour une source monochromatique), qui n'introduit qu'un déphasage de la figure d'interférence, et d'un terme proportionnel à  $(X_0 - X_4)$ . Ce dernier terme ne peut être compensé par une translation de  $x_3$  pour toutes les positions  $X_0$  et  $X_4$ . Pour fixer les idées, il est égal à  $\pi$  pour une période de réseau  $a = 335$  nm, une longueur totale d'interféromètre  $L_{04}$  de 2,3 m, un déséquilibre  $\Delta L$  de 1 cm et une variation de position sur le détecteur de  $40 \mu\text{m}$ . Le contraste du signal d'interférence est donc réduit lors de l'intégration de  $I(X_0, X_4) = |A(X_0, X_4)|^2$  sur la source et le détecteur. Si on néglige la différence de phase introduite par la diffraction par la fente  $F_1$ , on peut exprimer ce nouveau contraste en

intégrant le nouveau signal sur la source de largeur  $e_0$  et le détecteur de largeur  $d$ . La contribution au signal de l'onde émise en  $X_0$  et détectée en  $X_4$  est maintenant

$$I(X_0, X_4) = I_0 \left( 1 + C_0 \cos(k_r x_3 + \Delta\Phi^{cl}(X_0, X_4)) \right). \quad (\text{III.42})$$

Après intégration sur la surface de la source et du détecteur, on retrouve un signal d'interférence en fonction de  $x_3$ , comme nous l'avons vu précédemment, mais bien décalé en phase et de contraste réduit par rapport au cas où  $\Delta L = 0$  :

$$I(x_3) = I_0 e_0 d \left[ 1 + C_0 \operatorname{sinc} \left( \frac{k_r e_0 \Delta L}{2L_{04}} \right) \operatorname{sinc} \left( \frac{k_r d \Delta L}{2L_{04}} \right) \cos \left( k_r x_3 + \Delta L \theta_d k_r \left( \frac{\bar{L}}{L_{04}} - \frac{1}{2} \right) \right) \right] \quad (\text{III.43})$$

où l'on introduit le sinus cardinal  $\operatorname{sinc}(x)$  défini par  $\operatorname{sinc}(x) = \sin(x)/x$ . On obtient ainsi la nouvelle valeur  $C$  du contraste

$$C = C_0 \left| \operatorname{sinc} \left( \frac{k_r e_0 \Delta L}{2L_{04}} \right) \operatorname{sinc} \left( \frac{k_r d \Delta L}{2L_{04}} \right) \right|, \quad (\text{III.44})$$

la partie constante de  $\Delta\Phi^{cl}$  n'induisant qu'un déphasage sans importance pour la mesure. La figure III.18 présente le résultat du calcul numérique du contraste en fonction de  $\Delta L$  pour un jet de lithium de 1000 m/s. Nous avons choisi de montrer les résultats obtenus pour différentes largeurs de la fente diffractante  $F_1$ . Tant que  $\Delta L < 0,05$  m, la courbe représentant le résultat analytique ci-dessus (équation (III.44)) est exactement superposée à celle montrant les résultats du calcul numérique pour une fente de largeur  $e_1 \geq 30 \mu\text{m}$ . Ceci montre bien que la différence de phase introduite par la diffraction par cette fente devient négligeable pour une fente assez large et justifie le calcul analytique développé précédemment.

**AN:** Dans les trois cas représentés sur la figure précédente, le premier zéro du contraste se produit pour une valeur approximative de  $\Delta L$  de 2 cm. Ainsi, tant que le défaut de réglage  $\Delta L$  entre les réseaux ne dépasse pas quelques millimètres, la perte de contraste est négligeable. On peut dire que cet interféromètre est robuste face au déséquilibre envisagé.

**Remarque** l'étude précédente explique le signal observé grâce à l'interféromètre à électrons dont nous avons parlé dans l'introduction [59]. Cette expérience utilise une configuration où  $L_{12}$  et  $L_{23}$  sont différents. Les franges d'interférences créées dans le plan de détection  $I(X_4)$  sont observées grâce à un microscope électronique [4]. Si on considère une source ponctuelle ( $X_0 = 0$ ), l'équation (III.40) montre qu'il existe un système de franges dans le plan de détection caractérisé par un interfrange égal à

$$\Delta X_4 = a \frac{L_{04}}{\Delta L}. \quad (\text{III.45})$$

On retrouve bien la valeur de  $a2L/\Delta L$  donné dans l'article [59], où la propagation avant le premier réseau et après le dernier réseau n'est pas considérée (alors  $L_{04} = L_{13} = 2L$ ). Ce procédé d'obtention d'un signal d'interférence reste achromatique ( $\Delta X_4$  ne dépend pas de  $\lambda_{dB}$ ) et il semblerait que cette propriété d'achromaticité soit caractéristique des interféromètres qui utilisent des réseaux de diffraction. L'interfrange mesuré alors grâce à un microscope électronique valait 160 nm pour un pas  $a$  des réseaux de 0,18 nm et une

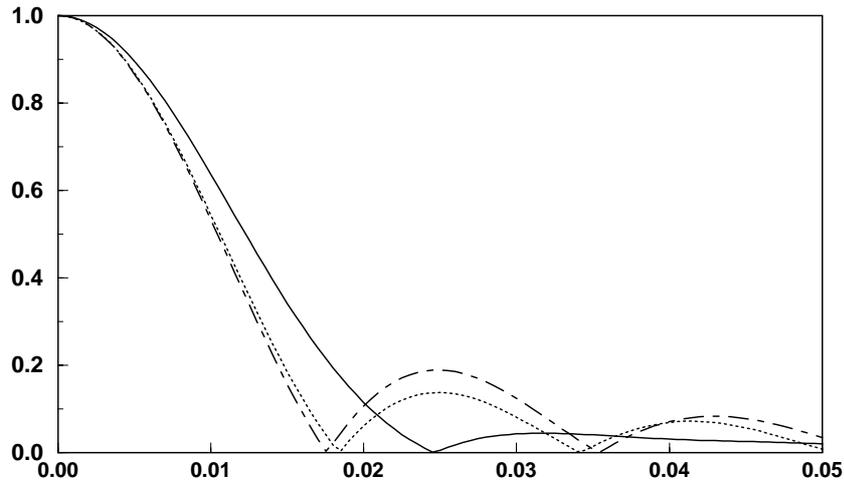


Figure III.18: contraste de la figure d'interférence en fonction de  $\Delta L = L_{23} - L_{12}$  (m). Pour les trois courbes la largeur  $e_0$  de la fente source est de  $10 \mu\text{m}$  et celle du détecteur  $d$  de  $50 \mu\text{m}$ . La largeur  $e_1$  de la fente diffractante  $F_1$  est  $10 \mu\text{m}$  (trait plein),  $20 \mu\text{m}$  (pointillés) ou  $30 \mu\text{m}$  (trait mixte).

longueur d'onde de de Broglie des électrons de  $0,0048 \text{ nm}$  (énergie de  $60 \text{ keV}$ ) et un angle  $\theta_d$  de  $25 \mu\text{rad}$ . Cet interfrange correspond à un déséquilibre  $\Delta L$  d'une centaine de  $\mu\text{m}$  pour une longueur totale de l'interféromètre de  $7 \text{ cm}$ .

Notre interféromètre atomique est beaucoup moins sensible au déséquilibre que cet interféromètre car l'interfrange est proportionnel au pas du réseau qui vaut  $335 \text{ nm}$  dans notre cas et  $0,18 \text{ nm}$  dans le cas des électrons. Un bon contraste exige que l'interfrange soit plus grand que la largeur du détecteur.

### Rotation des réseaux dans le plan de l'interféromètre

Nous avons vu précédemment que la différence d'effet Doppler entre les deux ondes laser constituant le réseau de diffraction rendait l'efficacité de diffraction très sensible à l'orientation des réseaux dans le plan de l'interféromètre. Si on utilise des réseaux d'amplitude ou des réseaux de phase insensibles à l'incidence de l'onde atomique, la diffraction n'est pas modifiée par une inclinaison des réseaux dans le plan ( $xOz$ ). Par contre, les distances parcourues entre les réseaux  $R_1$  et  $R_2$  et entre  $R_2$  et  $R_3$  ne sont plus les mêmes et l'effet est identique à celui de  $L_{23} \neq L_{12}$  étudié plus haut (voir figure III.19). Par exemple, si on considère le cas où le deuxième réseau fait un angle  $\beta$  avec le premier et le troisième, qui sont parallèles (voir figure III.19), la différence de chemin optique entre les deux bras est

$$\frac{\theta_d^3}{2} \beta \bar{L} \quad (\text{III.46})$$

et est donc du troisième ordre en  $\theta_d$ ! Si  $\beta$  vaut  $1 \text{ mrad}$ , le déphasage entre les deux bras est alors de  $1,3 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$  pour une onde de lithium, ce qui est négligeable. Au contraire, avec nos réseaux très sensibles à l'incidence de l'onde atomique, on ne peut tolérer une

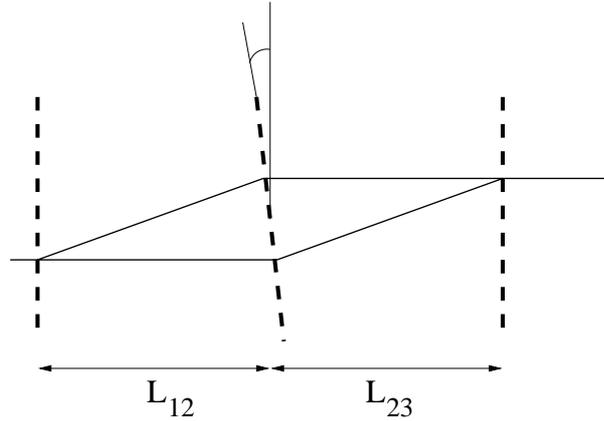


Figure III.19: rotation du réseau  $R_2$  dans le plan de l'interféromètre, équivalente pour l'onde atomique à une différence de distance  $\Delta L$  entre les trois réseaux.

erreur que de quelques  $\mu\text{rad}$  sur l'angle d'incidence des ondes atomiques sur les réseaux, que nous avons choisi égal à l'angle de Bragg.

### III.3.2 Rotations des réseaux dans leur plan

Un autre défaut de réglage des trois réseaux concerne l'orientation de ceux-ci dans le plan  $(xOy)$ , perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde atomique (voir figure III.20). Si les traits des réseaux ne sont plus parallèles à l'axe des fentes, qui définit l'axe

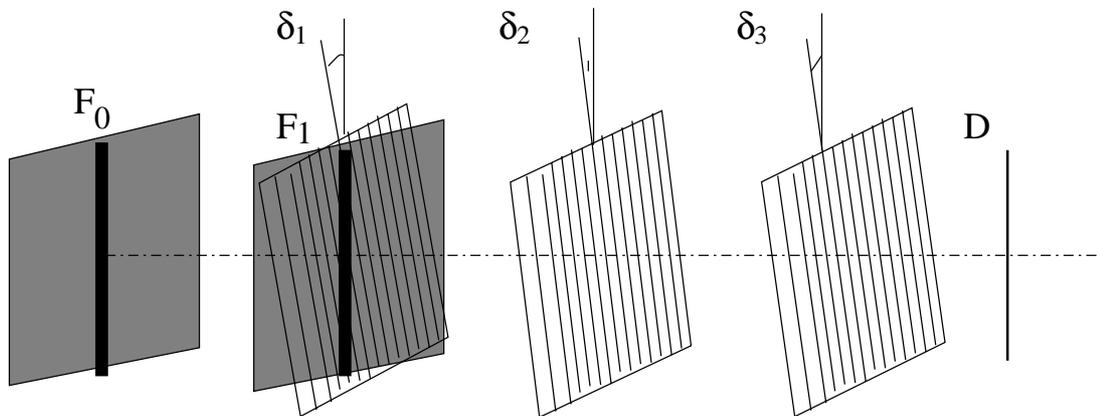


Figure III.20: rotation des réseaux dans leur plan, autour de l'axe de propagation du jet. Les angles de rotation sont repérés par rapport à l'axe créé par la direction des deux fentes de collimation et du détecteur.

$(Oy)$ , ceci entraîne une diffraction dans la direction  $(Oy)$ . Dans ce qui suit, nous supposons donc que les trois vecteurs  $\vec{k}_{r_i}$  ( $i=1, 2, 3$ ) définissant les trois réseaux conservent la même norme  $k_r = 2\pi/a$ , appartiennent toujours au plan  $(xOy)$ , mais peuvent faire un petit angle  $\delta_i$  avec l'axe  $(Oy)$  (voir figure III.20). En se limitant au premier ordre en  $\delta_i$ ,

$$\vec{k}_{r_i} = k_r(\vec{x} \cos \delta_i + \vec{y} \sin \delta_i) \simeq k_r(\vec{x} + \vec{y} \delta_i). \quad (\text{III.47})$$

Dans ce cas, l'équation (III.12) reste vraie, mais on ne peut plus procéder de la même façon aux intégrations sur les variables  $Y_i$  comme dans (III.15). Dans l'approximation au premier ordre en  $\delta_i$ , les séries de Fourier décrivant la transmission des réseaux s'écrivent maintenant

$$t_i(\vec{R}_i) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \alpha_i(p_i) e^{-ip_i \vec{k}_i \cdot \vec{r}_i} e^{ip_i k_r (X_i + \delta_i Y_i)}. \quad (\text{III.48})$$

En limitant l'approximation au premier ordre, on ne modifie pas la transmission des réseaux dans la direction ( $Ox$ ) et l'intégration sur les variables  $X_1, X_2, X_3$  s'effectue comme dans le cas d'un interféromètre idéalement réglé. Quant aux intégrations sur les variables  $Y_1, Y_2$  et  $Y_3$ , elles peuvent être effectuées en utilisant les appendices B.1 et B.2 de la même manière que pour  $X_1, X_2, X_3$ , en prenant soin de remplacer  $p_i$  par  $p_i \delta_i$  puisque maintenant la période apparente des réseaux dans la direction ( $Oy$ ) est  $a/\delta_i$ . Comme les variables  $X_i$  et  $Y_i$  restent indépendantes, on peut écrire, par analogie avec (III.18),

$$A(\vec{R}_0, \vec{R}_4) = \sum_{p_1 p_2 p_3} \alpha_1(p_1) \alpha_2(p_2) \alpha_3(p_3) e^{-i(p_1 \vec{k}_{r_1} \cdot \vec{r}_1 + p_2 \vec{k}_{r_2} \cdot \vec{r}_2 + p_3 \vec{k}_{r_3} \cdot \vec{r}_3)} A_{p_1 p_2 p_3}(X_0, X_4) A_{p_1 p_2 p_3}(Y_0, Y_4). \quad (\text{III.49})$$

$A_{p_1 p_2 p_3}(X_0, X_4)$  a la même expression que dans le paragraphe (III.1.2) où on remplace l'amplitude  $A$  par  $A_0/i\lambda_{dB}^3$  pour ne plus prendre en compte l'intégration selon les  $Y_i$ .  $A_{p_1 p_2 p_3}(Y_0, Y_4)$  peut s'exprimer comme  $A_{p_1 p_2 p_3}(X_0, X_4)$  dans (III.20). Il suffit de remplacer les  $X_j$  par les  $Y_j$  et les  $k_r p_j X_j$  par  $k_r p_j \delta_j Y_j$  dans la phase  $\Phi_{p_1 p_2 p_3}$  et de ne pas limiter l'intégration sur la variable  $Y_1$  car la fente  $F_1$  est considérée comme infinie selon cette direction. On peut alors utiliser les techniques développées dans les appendices B.1 et B.2 et on obtient pour la phase classique de  $A_{p_1 p_2 p_3}(Y_0, Y_4)$  une valeur que l'on aurait pu établir directement par analogie :

$$\Phi_{p_1 p_2 p_3}^{cl}(Y_0, Y_4) = \frac{k(Y_4' - Y_0)^2}{2L_{04}} + (p_1 \delta_1 + p_2 \delta_2 + p_3 \delta_3) k_r Y_4 - \frac{k_r \theta_d}{2} \quad (\text{III.50})$$

$$((p_1 \delta_1)^2 L_{12} + (p_1 \delta_1 + p_2 \delta_2)^2 L_{23} + (p_1 \delta_1 + p_2 \delta_2 + p_3 \delta_3)^2 L_{34})$$

où  $Y_4'$  est défini de façon analogue à  $X_4'$  :

$$Y_4' = Y_4 - (p_1 \delta_1 L_{12} + (p_1 \delta_1 + p_2 \delta_2) L_{23} + (p_1 \delta_1 + p_2 \delta_2 + p_3 \delta_3) L_{34}) \theta_d. \quad (\text{III.51})$$

On peut remarquer que comme l'intégration sur la fente diffractante  $F_1$  n'est pas limitée dans la direction ( $Oy$ ), la phase "classique" est la seule à intervenir ici et les deux chemins considérés n'auront pas de différence de phase due à la diffraction par cette fente. Cette simplification par rapport au calcul du paragraphe précédent nous permet d'établir une formule analytique toujours vraie, quelle que soit la largeur de la fente diffractante.

En suivant les mêmes arguments que dans le calcul précédent (cf III.3.1), on cherche la différence de phase introduite par les défauts  $\delta_i$  entre deux ondes émises en  $\vec{R}_0$ , détectées en  $\vec{R}_4$  et qui suivent les deux chemins de diffraction différents de la figure III.2. L'expression de la différence de phase n'est pas aussi simple que dans le cas du déséquilibre de l'interféromètre mais elle se décompose toujours en un terme constant qui, on l'a vu, n'introduit pas de pertes de contraste si la source est monochromatique et un terme dépendant linéairement de  $Y_0$  et  $Y_4$ . Ce dernier terme introduit une perte de contraste après intégration du signal sur la hauteur  $h_0$  de la fente source et  $h_D$  du détecteur. Cette

expression n'a pas grand intérêt et nous ne donnons ici que le nouveau contraste  $C$  en fonction du contraste  $C_0$  calculé quand les  $\delta_i$  sont nuls, des paramètres géométriques de l'interféromètre et des différences d'angles  $\delta_{21} = \delta_2 - \delta_1$  et  $\delta_{23} = \delta_2 - \delta_3$ .

$$C = C_0 \left| \operatorname{sinc} \left[ \frac{k_r h_0}{2} \left( \frac{\delta_{21} L_{14} + \delta_{23} L_{34}}{L_{04}} \right) \right] \operatorname{sinc} \left[ \frac{k_r h_D}{2} \left( \frac{\delta_{21} L_{01} + \delta_{23} L_{03}}{L_{04}} \right) \right] \right|. \quad (\text{III.52})$$

Cette expression est la généralisation d'une formule donnée par Ekstrom dans [60] pour un interféromètre en configuration de détection de Moiré (détecteur dans le plan du troisième réseau). Cette formule avait été alors établie à partir de la propagation de rayons lumineux dans l'interféromètre. Elle confirme bien que plus les fentes et le détecteur sont hauts, plus le contraste est sensible à l'angle relatif entre les réseaux. Elle montre aussi que la perte de contraste associée à la rotation des réseaux est indépendante de la longueur d'onde atomique et ne dépend que des dimensions caractéristiques de l'interféromètre.

**AN:** Pour des hauteurs de fentes et de détecteur  $h_0$  et  $h_D$  de 1 mm, le premier zéro de contraste est observé pour  $\delta_{23} = 0,4$  mrad pour une période des réseaux  $a = 335$  nm.

### III.3.3 Effet de la polychromaticité de la source

Si on peut se limiter à un interféromètre à deux bras, parfaitement réglé, nous avons vu que le signal d'interférence obtenu est indépendant de la longueur d'onde atomique, c'est-à-dire de la dispersion de vitesse longitudinale de la source. Par contre, dès que la disposition des réseaux dans l'espace n'est plus parfaite, pour une longueur d'onde fixée, non seulement le contraste est atténué mais le signal d'interférence est déphasé par rapport à celui obtenu dans le cas idéal. Dans les deux cas étudiés précédemment, le déphasage est proportionnel à  $\theta_d = \lambda_{dB}/a$ . La prise en compte de la polychromaticité de la source introduit donc une dispersion sur ce déphasage et une perte de contraste supplémentaire.

Reprenons le calcul du signal  $I(x_3)$  effectué en III.3.1 pour un déséquilibre  $\Delta L$  dans le cas où la fente diffractante est suffisamment large. Le signal dépend alors de la longueur d'onde atomique  $\lambda_{dB}$ , ou, ce qui est équivalent, de l'angle de diffraction  $\theta$  ( $\theta_d$  sera l'angle de diffraction pour la vitesse la plus probable  $u$ ), de la manière suivante

$$I(x_3, \theta) = I(1 + C \cos(k_r x_3 + k_r \theta l)) \quad (\text{III.53})$$

où  $l$  représente  $\Delta L \left( \frac{\bar{L}}{L_{04}} - \frac{1}{2} \right)$  et  $C$  est donné par (III.44). Le signal total est maintenant proportionnel à la somme des intensités fournies par chaque composante spectrale de la source, repérée par l'angle de diffraction associé  $\theta$ .

$$I(x_3) = \int_0^{+\infty} P(\theta) I(x_3, \theta) d\theta \quad (\text{III.54})$$

En utilisant pour la distribution de vitesse de la source l'expression donnée en III.2.1 dans l'équation (III.30)

$$P(v) = \frac{1}{\sqrt{\pi} \alpha_v} e^{-((v-u)/\alpha_v)^2} \quad (\text{III.55})$$

et en supposant que la distribution est suffisamment étroite autour de  $\theta_d$ ,  $P(\theta)$  est également une gaussienne :

$$P(\theta) d\theta = \frac{1}{\sqrt{\pi} \sigma} \exp \left( - \left( \frac{\theta - \theta_d}{\sigma} \right)^2 \right) d\theta. \quad (\text{III.56})$$

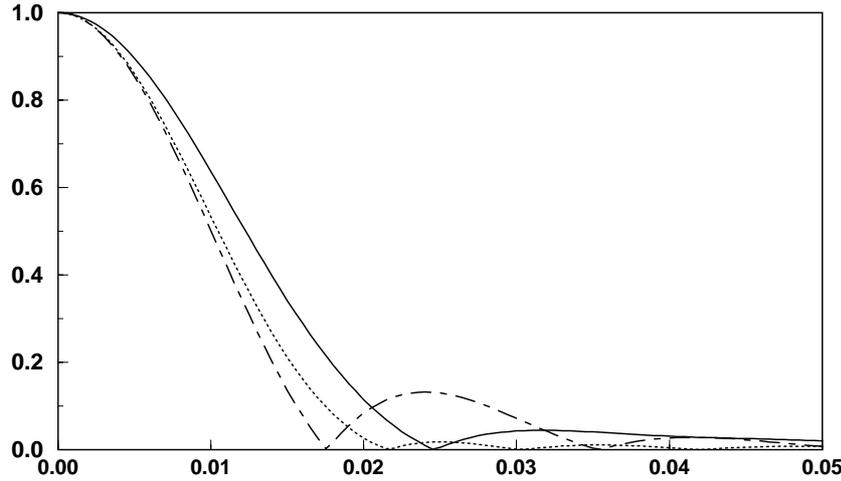


Figure III.21: contraste de la figure d'interférence pour un interféromètre à deux bras alimenté par un jet de lithium à 1000 m/s, en fonction du déséquilibre  $\Delta L = L_{23} - L_{12}$  (m).  $L_{34} = 0,6$  m,  $e_0 = e_1 = 10 \mu\text{m}$  et  $d = 50 \mu\text{m}$ . Trait plein : calcul numérique pour une source monochromatique, trait pointillé : idem pour source polychromatique dont la distribution à une largeur à mi-hauteur de 10 %, trait mixte : calcul analytique donné par (III.61) pour la même source.

avec

$$\theta_d = \theta(u) = \frac{h}{mua} \quad (\text{III.57})$$

$$\text{et } \sigma = \theta_d \frac{\alpha_v}{u}. \quad (\text{III.58})$$

Il reste donc à calculer

$$I(x_3) = \frac{I}{\sqrt{\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{+\infty} d\theta e^{-\left(\frac{\theta-\theta_d}{\sigma}\right)^2} (1 + C \cos(k_r x_3 + k_r \theta l)) \quad (\text{III.59})$$

où on a étendu les bornes de l'intégrale (III.54) de  $-\infty$  à  $+\infty$  pour faciliter le calcul et obtenir une expression analytique. Cette simplification est tout à fait justifiée car  $\theta_d \gg \sigma$  et la contribution ainsi rajoutée à l'intégrale est négligeable. Après intégration, on conserve un signal qui a le même comportement en fonction de  $x_3$ , mais avec un nouveau contraste  $C'$  :

$$I(x_3) = I \left( 1 + C' \cos(k_r x_3 + k_r \theta_d l) \right) \quad (\text{III.60})$$

$$\text{où } C' = C \exp \left( - \left( \frac{k_r l \sigma}{2} \right)^2 \right) = C \exp \left( - \left( \frac{\xi}{l_c \sqrt{2}} \left( \frac{\bar{L}}{L_{04}} - \frac{1}{2} \right) \right)^2 \right) \quad (\text{III.61})$$

où  $\xi$  est la différence de marche centrale entre les deux bras de l'interféromètre,

$$\xi = \frac{\Delta L \theta_d^2}{2} \quad (\text{III.62})$$

et la longueur de cohérence  $l_c$  est toujours définie par III.31. On remarque que l'on retrouve pour  $C'$  une expression très proche de la formule générale donnée dans l'équation (III.29), corrigée d'un facteur géométrique. Cette expression du contraste est valable

seulement quand on peut négliger le déphasage introduit par une différence de diffraction par la fente  $F_1$ . Nous avons vérifié numériquement que, comme dans le cas d'une source monochromatique, les résultats des calculs numériques sont exactement reproduits par la formule analytique (III.61) pour  $\Delta L < 5$  cm dès que la largeur  $e_1$  de la fente diffractante vaut  $30 \mu\text{m}$ . La courbe en trait mixte de la figure III.21 représente ce contraste en fonction de  $\Delta L$  pour une distribution de vitesse de largeur à mi-hauteur de 10 % d'un jet de lithium à 1000 m/s. On a alors  $\alpha_v/u = 0,06$  et  $l_c = 0,21$  nm. Sur cette figure, on peut lui comparer le résultat des simulations numériques effectuées dans les cas monochromatique et polychromatique, pour une largeur de fente diffractante où l'expression analytique n'est pas valable.

**AN:** Pour un jet de lithium de vitesse  $u = 1000$  m/s avec une distribution de vitesse de largeur à mi-hauteur de 100 m/s, une distance totale  $L_{04} = 2,3$  m et une distance moyenne entre réseaux de 0,6 m, la polychromaticité de la source, associée à un déséquilibre  $\Delta L$  de 1 mm (respectivement de 1 cm) provoque une perte de contraste de 0,13 % (respectivement de 11,9 %) par rapport au cas monochromatique. La perte supplémentaire introduite par la dispersion en vitesse de la source est donc négligeable face à celle déjà existante dans le cas monochromatique (*cf* figure III.18). Ceci est tout à fait cohérent avec la caractéristique de l'interféromètre d'être achromatique.

Dans les démonstrations qui précèdent, la nature des réseaux n'intervient pas tant que les amplitudes de diffraction sont indépendantes de la position du point source. Ces démonstrations sont donc tout aussi valables pour un interféromètre à réseaux d'amplitude, comme celui de Pritchard. Nous avons comparé les résultats de nos simulations à ceux présentés par Turchette *et al.* dans le cas d'un déséquilibre  $\Delta L = L_{23} - L_{12}$  [53]. Les paramètres géométriques utilisés par Turchette dans ces simulations sont un peu différents de ceux de l'interféromètre de Pritchard et nous avons donc utilisé ces nouveaux paramètres dans nos simulations ( $L_{01} = 1$  m,  $L_{12} = L_{23} = 0,5$  m, fentes de collimation de largeur  $e_0 = e_1 = 20 \mu\text{m}$ , détecteur de largeur  $d = 25 \mu\text{m}$ , réseau de période 200 nm et de fraction ouverte  $\beta = 0,5$ ). Turchette suppose une détection de type Moiré et a choisi de négliger la distance  $L_{34}$  entre le dernier réseau et le détecteur. Les figures III.22 montrent l'évolution du contraste en fonction de  $\Delta L$  donnée par Turchette *et al.* dans [53] et calculée par nous grâce à notre modèle. Dans les deux cas, le cas monochromatique et polychromatique ( $\alpha_v = 0,06u$ ) sont présentés. On retrouve pour notre calcul le même comportement que celui concernant l'interféromètre fonctionnant avec du lithium. On peut remarquer qu'ici, la polychromaticité a très peu d'effet sur la perte de contraste. Avec les valeurs choisies par Turchette pour la distribution de vitesse, et si on suppose que l'expression du contraste établie en (III.61) est valable (fente diffractante suffisamment large), il faut un déséquilibre  $\Delta L$  égal à 4,2 cm pour observer une diminution du contraste d'un facteur  $1/e$  par rapport au cas monochromatique. Ceci explique que la différence entre le cas monochromatique et polychromatique ne soit pas notable sur nos résultats (*voir* figure III.22, en haut).

Nos résultats ne ressemblent pas du tout à ceux de Turchette *et al.*. Dans le cas monochromatique, ces résultats présentent une oscillation inexplicée de période approximative de 1 cm en  $\Delta L$ , autour d'une valeur moyenne d'allure lorentzienne, dont la signification physique est absente. Aucun zéro du contraste n'est atteint, même pour des

déséquilibre atteignant 5 cm. L'effet de la polychromaticité de la source est plus important dans les résultats de Turchette que dans nos simulations. Il élimine entre autre les oscillations inexplicées dans le cas monochromatique. Même si le contraste chute plus vite dans le cas polychromatique, aucun zéro du contraste n'est montré mais on peut déduire de l'allure de la courbe qu'il se produit pour  $\Delta L \simeq 2,5$  cm.

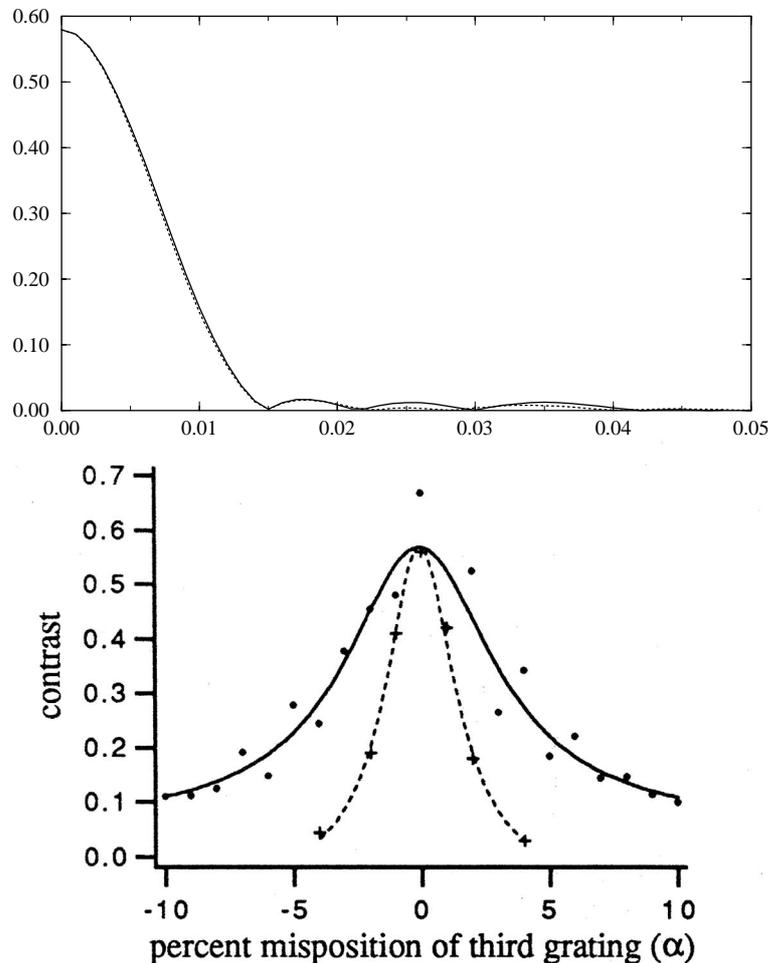


Figure III.22: évolution du contraste en fonction du déséquilibre  $\Delta L = L_{23} - L_{12}$  en mètre. Les paramètres de l'interféromètre et du jet sont ceux choisis par Turchette *et al.* dans leur article et sont donnés dans le texte. En trait plein : cas monochromatique, pointillés : cas polychromatique. En haut nos simulations, en bas les résultats de Turchette, reproduits de l'article [53],  $\Delta L$  y est donné en valeur relative :  $\Delta L/L_{12} = L_{23}/L_{12} - 1$  et  $L_{12}$  vaut 0,5 m. Seuls les points ont un sens, les fits lorentziens proposés n'ont aucune signification physique, selon les auteurs qui commentent cette figure par : “*They serve only to guide the eye, we attribute no analytic significance to the form*”.

Nous ne pouvons expliquer les résultats de Turchette *et al.*. L'oscillation du contraste n'a aucune explication physique et ressemble à un artefact de simulation numérique. Il est peut être dû à un nombre insuffisant de points  $x_3$  pour décrire le signal d'interférence. Si c'est le cas, le contraste apparent est différent du contraste véritable et peut être plus petit et montrer des oscillations, selon la phase de l'interférogramme. Ces courbes restent inexplicées, par les auteurs eux-mêmes. Nos courbes ont un point commun avec celles

de Turchette *et al.*, la valeur du contraste pour  $\Delta L = 0$ . Cette valeur peut être calculée directement à partir des amplitudes de diffraction des réseaux et du contraste et de l'effet de Moiré, et vaut 0,58. C'est bien la valeur qu'il prend sur nos courbes et sur les fits des résultats de Turchette. Par contre, ce n'est pas la valeur donnée par le calcul de Turchette ( $C \simeq 0,68$ ) et cette différence indiquerait une erreur dans les simulations. Notre modèle de propagation présente l'avantage sur la lourde simulation numérique mise en place par Turchette *et al.* de permettre des évaluations simples et physiques des effets mis en jeu.

Dans le cas de réseaux mal orientés dans leur plan (*cf* III.3.2), un calcul similaire au précédent peut-être effectué. La différence de phase  $\Delta\Phi^{cl}(Y_0, Y_4)$  entre les deux bras se décompose aussi en un terme dépendant de  $Y_0$  et  $Y_4$  mais indépendant de l'angle de diffraction  $\theta$  (donc de la longueur d'onde atomique) et d'un terme proportionnel à  $\theta$  que l'on peut noter  $k_r\theta l$  par analogie avec le calcul précédent. À la différence du cas précédent où  $l$  était proportionnel au défaut  $\Delta L$ , ici  $l$  est une somme de termes proportionnels à des produits d'angles de rotation  $\delta_i\delta_j$ . Pour des valeurs des  $\delta_i$  où le contraste n'est pas encore complètement brouillé, les termes associés à la polychromaticité de la source sont négligeables.

### III.3.4 Retour à un interféromètre à chemins multiples

Revenons à un interféromètre où la diffraction simultannée dans plusieurs ordres a lieu et où de nombreux chemins de diffraction existent (*voir* III.2). Chaque groupe de cohérence (*voir* la définition de ces groupes dans III.2.1) va voir sa contribution au signal global déphasée et de contraste atténué par un dérèglement. Ces modifications sont illustrées pour le cas du déséquilibre  $\Delta L = L_{23} - L_{12}$  par la figure III.23 où le signal  $I_i(x_3)$  est représenté en fonction de  $x_3$  pour les groupes de cohérence dont la contribution au signal est la plus importante.

Si la fente diffractante est suffisamment large, ce qui n'est pas le cas sur la figure précédente (figure III.23), on peut, comme on l'a fait jusqu'ici pour le seul groupe de cohérence  $\{1\}$ , calculer la différence de phase  $\Delta\Phi^{cl}(X_0, X_4)$  introduite par le dérèglement  $\Delta L$ . Nous avons exprimé cette différence de phase pour les groupes  $\{1\}$ ,  $\{2\}$  et  $\{6\}$  (*voir* indices sur la figure III.8). On remarque alors que ces différences montrent toutes le même comportement en fonction de  $(X_0 - X_4)$  et que seule la partie constante de  $\Delta\Phi_i^{cl}(X_0, X_4)$  dépend du groupe choisi et reflète, en fait, la géométrie des chemins considérés:

$$\begin{aligned}\Delta\Phi_1^{cl}(X_0, X_4) &= k_r\Delta L \left[ \frac{X_0 - X_4}{L_{04}} + \theta_d \left( \frac{\bar{L}}{L_{04}} - \frac{1}{2} \right) \right] \\ \Delta\Phi_2^{cl}(X_0, X_4) &= k_r\Delta L \left[ \frac{X_0 - X_4}{L_{04}} + \theta_d \left( \frac{\bar{L} + L_{34}}{L_{04}} - \frac{1}{2} \right) \right] \\ \Delta\Phi_6^{cl}(X_0, X_4) &= k_r\Delta L \left[ \frac{X_0 - X_4}{L_{04}} + \theta_d \left( \frac{\bar{L} - L_{34}}{L_{04}} - \frac{1}{2} \right) \right]\end{aligned}$$

Le groupe 8 n'est pas mentionné car il est constitué d'un seul chemin et donc son signal ne présente pas d'interférences et un éventuel déphasage de son amplitude ne joue aucun rôle. Le contraste  $C_i$  de chaque contribution au signal est atténué de la même façon pour chaque groupe de cohérence, après intégration sur la fente source et sur le détecteur. Si toutes les contributions étaient en phase et de même période, ceci impliquerait que le

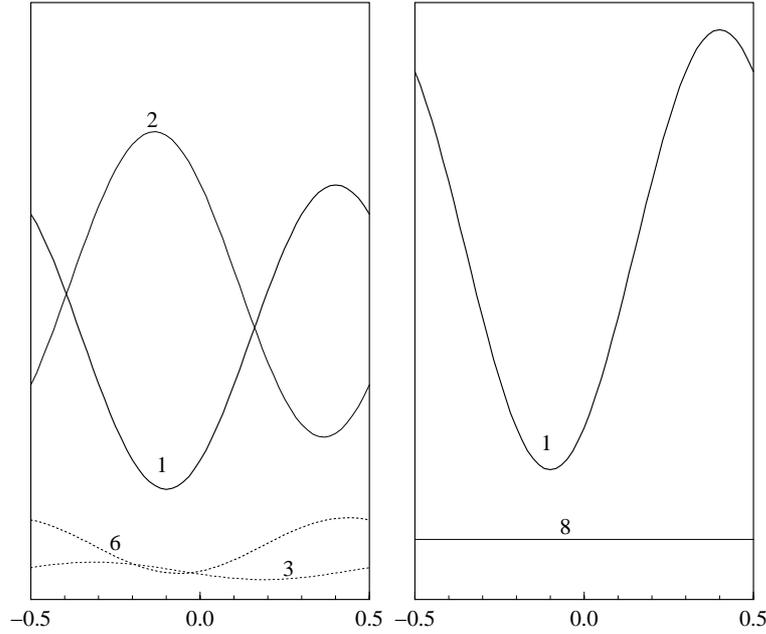


Figure III.23: principales contributions au signal, en fonction de  $x_3/a$ , des différents groupes de cohérence, indicés comme sur la figure III.8. Figure de gauche : distance entre dernier réseau et détecteur  $L_{34} = 0,1$  m, figure de droite :  $L_{34} = 0,6$  m. Contributions calculées pour une fente source et une fente diffractante de largeur  $e_0 = e_1 = 10 \mu\text{m}$ , un détecteur de largeur  $d = 50 \mu\text{m}$  et un déséquilibre  $\Delta L = L_{23} - L_{12}$  de 1 cm.

contraste du signal total soit modifié de la même manière. On voit bien, grâce à la figure III.23 que ce n'est pas le cas et même que le contraste ainsi obtenu pourrait être supérieur à celui obtenu sans dérèglement puisque des signaux qui étaient exactement en opposition de phase ne le sont plus. On peut exprimer la nouvelle position  $x_3^i$  du troisième réseau pour laquelle la contribution au signal du groupe  $i$  est maximale. Ces positions sont ici repérées par rapport à  $x_3^1$ .

$$\begin{aligned}
 x_3^1 &= -\Delta L \frac{X_0 - X_4}{L_{04}} - \Delta L \theta_d \left( \frac{\bar{L}}{L_{04}} - \frac{1}{2} \right) \\
 x_3^2 &= x_3^1 + \frac{a}{2} - \Delta L \theta_d \frac{L_{34}}{L_{04}} \\
 x_3^6 &= -\frac{x_3^1}{2} + \frac{a}{4} - \Delta L \theta_d \frac{L_{34}}{2L_{04}}.
 \end{aligned} \tag{III.63}$$

On retrouve dans ces égalités le comportement observé sur la figure III.23, même si la figure représente les résultats de simulation alors que les expressions analytiques ne sont valables que sous certaines conditions. Finalement, on peut calculer le contraste d'un interféromètre mal réglé en fonction de  $\Delta L$ , en prenant en compte tous les groupes de cohérence. On obtient des résultats tels que ceux montrés sur la figure III.24.

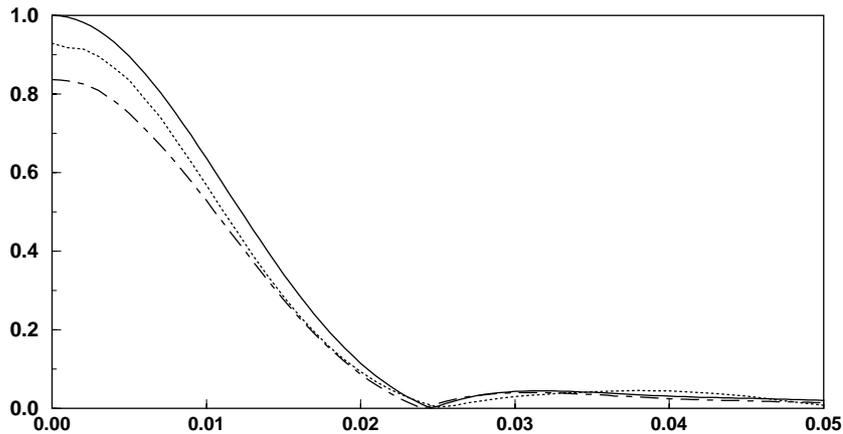


Figure III.24: contraste du signal d'interférence en fonction de  $\Delta L = L_{23} - L_{12}$  (m). Pour les trois courbes, les fentes source et diffractante ont une largeur  $e_0 = e_1 = 10 \mu\text{m}$  et le détecteur a une largeur  $d = 50 \mu\text{m}$ . En trait plein, nous rappelons l'évolution de contraste pour un interféromètre idéal à deux bras, trait pointillé : distance du dernier réseau au détecteur  $L_{34} = 0,35$  m et tous les chemins sont pris en compte, trait mixte : idem à  $L_{34} = 0,6$  m.

## III.4 Interféromètres à réseaux d'amplitude

### III.4.1 Différence d'effet des différents chemins de propagation

Toutes les études précédentes qui concernent un interféromètre limité à deux bras sont aussi valables pour un interféromètre à réseaux d'amplitude. Par contre, tout ce qui concerne la prise en compte des différents chemins de diffraction, rassemblés en groupe de cohérence, dépend beaucoup de la nature des réseaux. Nous présentons succinctement ici une étude du signal dans un interféromètre à réseau d'amplitude pour mettre en évidence les différences fondamentales qui existent entre ces deux types d'appareil. Les différences de comportement qui existent entre un interféromètre à réseaux d'amplitude et à réseaux de phase constitués d'ondes minces provient de l'expression des amplitudes de diffraction des réseaux. Si on suppose que les réseaux de fils ne provoquent aucun effet de phase sur l'onde atomique, approximation discutée plus loin, l'amplitude de diffraction dans l'ordre  $p$  d'un réseau de fils de période  $a$  où les fentes ouvertes ont une largeur  $\beta a$  (puisque la fraction ouverte ne peut être plus grande que la période des réseaux  $\beta < 1$ ) vaut

$$\alpha(p) = \frac{\sin(p\pi\beta)}{p\pi} \text{ et } \alpha(0) = \beta. \quad (\text{III.64})$$

Contrairement aux amplitudes de diffraction des réseaux d'onde mince, celles-ci sont toujours réelles. Dans la pratique, les réseaux utilisés par Pritchard avaient une fraction ouverte mesurée  $\beta$  de 0,33 ou 0,4 selon les fabrications [61] (La mesure des fractions ouvertes se fait par ajustement des profils de diffraction sur des expressions dépendant des amplitudes de diffraction et de la dispersion en vitesse de la source). Ceci implique de plus que les  $\alpha(p)$  sont positifs pour  $p \leq 2$ . Tous les groupes de cohérence qui par-

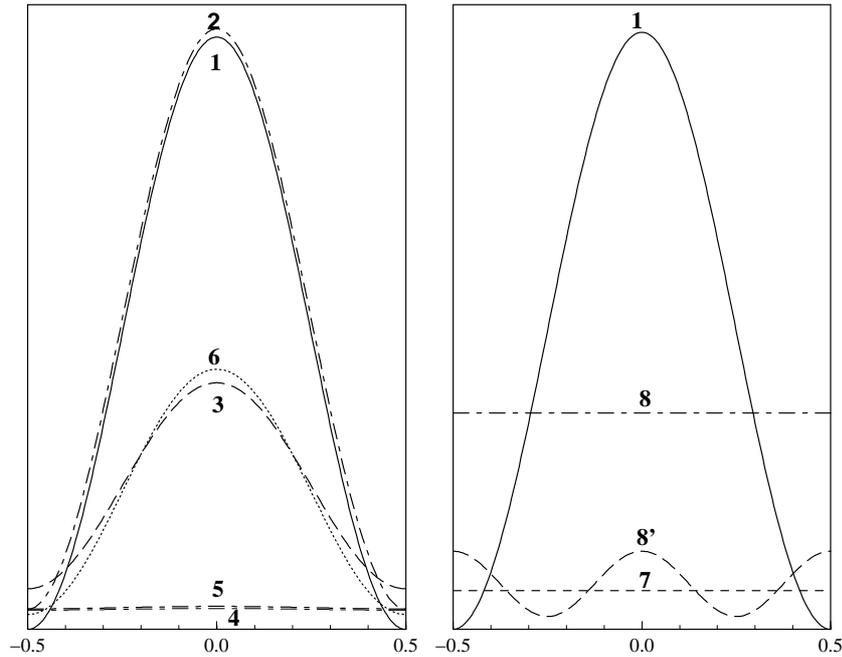


Figure III.25: contributions significatives au signal, en fonction de  $x_3/a$ , des différents groupes de cohérence, indicés comme sur la figure III.12 pour des réseaux d'amplitude de fraction ouverte  $\beta$  de 0,33 et un jet de sodium à 1000 m/s. Figure de gauche  $L_{34} = 0,1$  m, figure de droite  $L_{34} = 0,6$  m. Dans les deux cas la largeur des deux fentes  $e_0 = e_1$  est de  $10 \mu\text{m}$  et celle du détecteur  $d$  est de  $50 \mu\text{m}$ . La position transverse du détecteur  $x_D$  vaut  $\theta_d L$ . Le groupe  $\{8'\}$  correspond aux ordres de diffraction  $+1,-2,+2$  et  $-1,+2,0$ .

ticipient de façon significative au signal total fournissent alors un signal en phase avec celui du groupe principal  $\{1\}$ . Ceci est illustré sur la figure III.25 où sont représentées ces contributions pour deux distances  $L_{34}$  différentes entre le dernier réseau et le détecteur. Les groupes de cohérences sont définis comme précédemment par la figure III.8. La différence de comportement, selon les réseaux utilisés, des contributions des différents groupes de cohérence justifie mathématiquement l'observation d'un signal avec un contraste non nul pour des réseaux d'amplitude, même si le détecteur est placé juste derrière le troisième réseau et que les différents chemins de diffraction ne sont pas encore séparés dans l'espace. L'existence, dans ces conditions, d'un contraste non nul avait déjà été expliqué par l'effet de Moiré.

### III.4.2 Performance du signal

Quand le détecteur est éloigné du troisième réseau, les différents groupes de cohérence se séparent et la détection devient similaire à celle décrite pour les réseaux de phase. L'évolution du contraste en fonction de la distance séparant le dernier réseau du détecteur a déjà été donnée, à titre de comparaison, sur la figure III.8. Quand le détecteur et le dernier réseau sont le plus près possible, les différents ordres de diffraction en sortie du troisième réseau ne sont pas séparés spatialement et le contraste est celui de l'onde atomique stationnaire créée dans le plan du troisième réseau multiplié par  $\sin(\pi\beta_3)/(\pi\beta_3)$ . Si

les trois réseaux ont même période et même fraction ouverte, ce qui est le cas expérimentalement, et si on ne considère que les deux bras principaux (groupe de cohérence  $\{1\}$ ), le contraste de l'onde atomique est inférieur à 1 et le contraste du signal d'interférence ne peut dépasser  $\sin(\pi\beta)/(\pi\beta)$ . En détection symétrique (même rôle joué par les trois réseaux), le contraste du signal vaut 1 si on ne considère que ces deux bras. Pritchard et ses collègues parlent souvent de détection de Moiré pour leur interféromètre alors qu'il est clair sur les schémas que la distance entre le dernier réseau et le détecteur est approximativement 0,3 m. Pourtant à cette distance, la détection n'est pas bien décrite par l'effet de Moiré et il faut prendre en compte les différents chemins de propagation dans l'interféromètre et leur séparation spatiale en sortie d'interféromètre, comme nous l'avons fait.

L'inconvénient des réseaux de fils sur les réseaux d'onde laser est qu'il est très difficile de fabriquer un réseau ayant la fraction ouverte qu'on désire. Même si c'était possible, ( $\beta_1 = \beta_3 = 0,65$  et  $\beta_2 = 0,5$ ) l'intensité moyenne sortant de l'interféromètre ne serait que 1,63 % de l'intensité incidente [60]. Avec une fraction ouverte  $\beta$  de 0,33 pour les trois réseaux [61], cette intensité moyenne chute à 0,123 % de l'intensité incidente. Cette valeur est à comparer avec les 7,7 % calculés dans le cas d'ondes laser minces et avec 50 % dans le cas de la diffraction de Bragg. Les valeurs d'intensité transmise calculées supposent que les réseaux ne sont constitués que d'alternances de fils et de fentes, suffisamment hauts pour couvrir toute l'étendue du jet atomique incident. Dans la pratique, les fils sont limités en hauteur par des supports transversaux de près de  $2 \mu\text{m}$  de large, espacés de  $4 \mu\text{m}$ . Ces supports sont eux mêmes rattachés perpendiculairement à des "barreaux" espacés de  $150 \mu\text{m}$  qui ne doivent pas gêner le fonctionnement de l'interféromètre, la partie utile d'un réseau se trouvant entre deux barreaux (largeur du faisceau atomique inférieure à  $50 \mu\text{m}$ ). La figure III.26 présente des images de ces réseaux, obtenues par microscopie électronique à balayage, reproduite de l'article [12] de l'équipe de Pritchard. Ces images mettent bien en évidence la surface couverte des réseaux qui réduit leur surface utile d'approximativement moitié. L'intensité atomique moyenne, utile à l'expérience n'est donc plus que de 0,015 % de l'intensité incidente. Comme le signal sur bruit statistique associé à une mesure est proportionnel à  $1/\sqrt{N}$ , où  $N$  est le nombre d'atomes détectés, nous espérons avoir un appareil beaucoup plus performant de ce point de vue que celui de l'équipe de Pritchard.

### III.4.3 Effet de phase associé aux réseaux de fils

L'interaction de van der Waals entre les atomes du jet et les parois des fentes induit un déphasage sur l'onde atomique négligé dans les calculs précédents. Nous évaluons ici l'influence de cette interaction sur la phase d'une onde de sodium pour des réseaux en or et en silice. Pour cela nous considérons l'interaction entre les parois intérieures des fentes, de largeur  $e$  et un atome qui traverse une fente à la distance  $x_1$  d'une paroi et  $x_2$  de l'autre. La distance entre les deux parois est égale à  $\beta a$ . La géométrie de cette zone est représentée sur la figure III.27. Si on considère l'interaction de van der Waals entre une

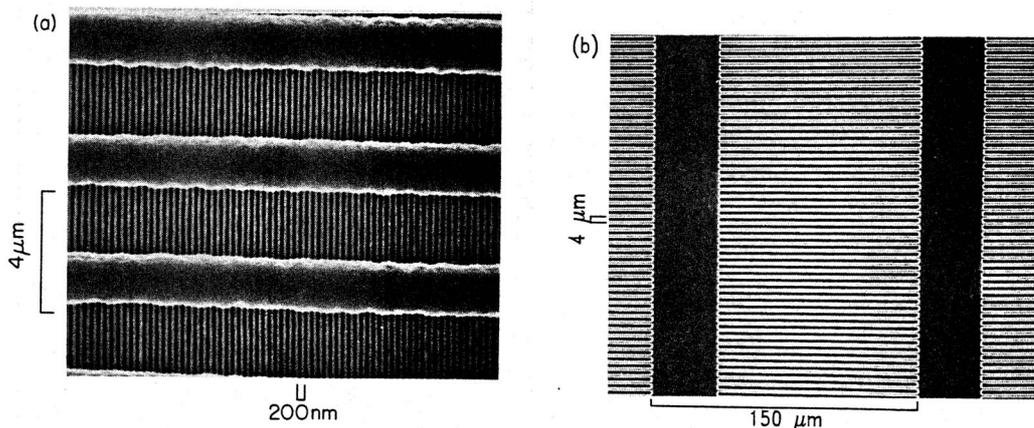


Figure III.26: image par microscopie électronique à balayage, avec deux échelles différentes, des réseaux utilisés par l'équipe de Pritchard. Images reproduites de l'article [12].

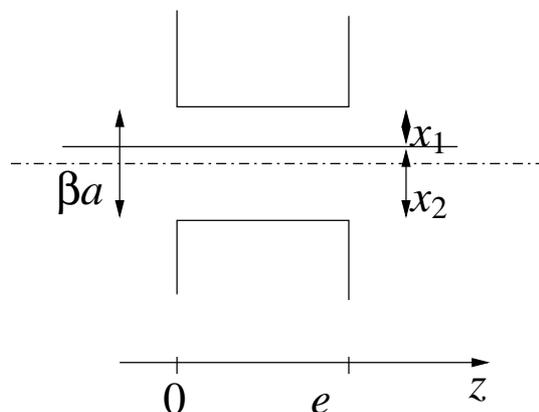


Figure III.27: notations utilisées pour le calcul de la phase accumulée par une onde atomique à la traversée d'une fente.

paroi et un atome, le potentiel peut être évalué grâce à

$$V(x, z) = \begin{cases} -\left(\frac{C_3}{x_1^3} + \frac{C_3}{x_2^3}\right) & \text{si } 0 \leq z \leq e \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (\text{III.65})$$

où  $x_1$  et  $x_2$  sont les distances entre la trajectoire classique de l'atome et les deux parois. Dans l'approximation semi-classique où ce potentiel ne dévie pas la trajectoire, la phase accumulée par l'onde atomique associée à la trajectoire classique parcourue à la vitesse  $u$  est

$$\Delta\phi = \frac{Ve}{\hbar u}. \quad (\text{III.66})$$

Les coefficients  $C_3$  du potentiel ont été évalués grâce à [62] pour l'interaction sodium-or ( $C_3 = 1,20$  ua) et sodium-silicium ( $C_3 = 1,11$  ua). Pour une épaisseur  $e$  de 200 nm [12, 61], une période de 200 nm, une fraction ouverte  $\beta$  de 0,4 et pour un atome de vitesse  $u$  de 1000 m/s, la phase accumulée par l'onde de sodium dont la trajectoire classique passe au milieu de la fente ( $x_1 = x_2 = \beta a/2$ ) est de 0,49 rad dans le premier cas et 0,45 rad

dans le deuxième cas. Cette phase augmente très vite quand les trajectoires classiques se rapprochent d'une des parois et l'effet provoqué est certainement loin d'être négligeable. Il n'est pas pris en compte dans notre calcul de l'amplitude diffractée par un réseau de fils. Il est possible que quand l'équipe de Pritchard détermine la distribution de vitesse du jet par ajustement des profils de diffraction, cet effet, négligé dans leur procédure, modifie le résultat de l'ajustement. Cet effet de phase n'a pas non plus été pris en compte dans le calcul de la diffraction d'une onde par la fente diffractante  $F_0$ . Pour une fente en silicium de largeur entre 10 et 20  $\mu\text{m}$ , le déphasage est de l'ordre du  $\mu\text{rad}$ . Nous l'avons négligé dans notre modèle de propagation d'une onde atomique.

À l'époque où notre article était accepté, cet effet de phase était mis en évidence expérimentalement par le groupe de J.P. Toennies à Göttingen. Cette observation a été faite à l'occasion de la diffraction de petits agrégats de gaz rare (He, Ne, Ar et Kr) par un réseau identique à ceux de D. Pritchard pour séparer et identifier les plus petits de ces agrégats [63]. Les profils de diffraction obtenus sont très bien reproduits si on prend en compte l'interaction de van der Waals entre les parois des fils et les agrégats. La comparaison des courbes théoriques et des profils de diffraction mesurés leur a permis de calculer les coefficient  $C_3$  de van der Waals entre les gaz rare et le nitrure de silicium [64]

### Conclusion

Le modèle que nous avons développé nous a permis de quantifier l'influence de différents dérèglages sur le contraste du signal. Intuitivement, ces effets étaient qualitativement attendus. L'interféromètre est d'autant plus sensible aux défauts d'alignement que la largeur et la hauteur de la fente source et du détecteur sont grandes. Cette sensibilité augmente aussi avec une réduction de la période des réseaux, ce qui nous concerne peu puisque la nôtre est fixée par le mode de diffraction utilisé et l'atome choisi. Par contre, c'est une donnée à garder en tête si on utilise des réseaux d'amplitude où on peut avoir une influence sur ce paramètre. Enfin, plus la longueur d'onde atomique est grande, plus la polychromaticité de la source a un rôle néfaste sur le contraste, en cas de dérèglage.

La limitation de l'influence des défauts n'est donc pas compatible avec l'augmentation de l'intensité du signal ( $e_0$ ,  $h_0$  et  $h_D$  plus grands) ni avec l'obtention d'un grand angle de diffraction qui permet une meilleure séparation des bras ( $\theta_d \propto \lambda_{dB}$ ). Finalement, un compromis est nécessaire entre ces différentes contraintes.

# Chapitre IV

## Le dispositif expérimental

Un interféromètre atomique est constitué d'un jet atomique intense, d'un ensemble de laser nécessaire à la diffraction et au pompage optique et enfin d'un détecteur très sensible car le flux atomique sortant de l'interféromètre est très faible. La réalisation d'un jet moléculaire collimaté et intense impose les dimensions du montage, comme l'a montré le chapitre III. L'agencement et les dimensions des enceintes dépendent des différentes étapes nécessaires à la préparation du jet et une enceinte est consacrée à chacune de ces étapes. Nous commençons ici par décrire cette conception et la préparation du jet moléculaire de lithium. Nous décrivons ensuite le système de pompage que nous avons choisi pour ces enceintes. Dans une deuxième partie, le système de détection, un fil à ionisation de surface, est étudié. La troisième partie est consacrée aux sources laser et à l'optique nécessaires à la préparation et la diffraction des atomes. La construction effective de l'expérience n'a commencé qu'au printemps 1998 mais sa conception a débuté avec ma thèse, dès automne 1996. L'expérience est encore dans une phase de mise au point et aucun résultat de diffraction atomique n'est disponible à ce jour. Nous ne présentons pas ici les procédures d'alignement des divers composants du montage. Les précisions requises sur plusieurs de ces alignements sont très élevées et si une réflexion sur ces questions a été menée, seuls des résultats expérimentaux permettront de montrer la validité de ces procédures.

### IV.1 Description du jet de lithium

#### IV.1.1 Montage à vide et géométrie

La figure IV.1 représente, avec ses dimensions, le dispositif expérimental tel que nous l'avons conçu. La première enceinte contient le four de lithium. Le jet atomique sortant du four est écorcé et la paroi supportant l'écorceur (ou "skimmer") sépare cette première enceinte de la deuxième, où se passe la préparation du jet. Dans un premier temps, cette enceinte servira à un pompage optique du jet, mais elle peut servir également à son refroidissement transverse dans un développement ultérieur de l'expérience. L'enceinte suivante ne sert qu'à la collimation du jet. Ses surfaces d'entrée et de sortie contiennent les fentes  $F_0$  et  $F_1$  de collimation, séparées d'une distance de 80 cm. Il est important que la zone de préparation du jet soit située avant la zone de collimation pour que rien ne per-

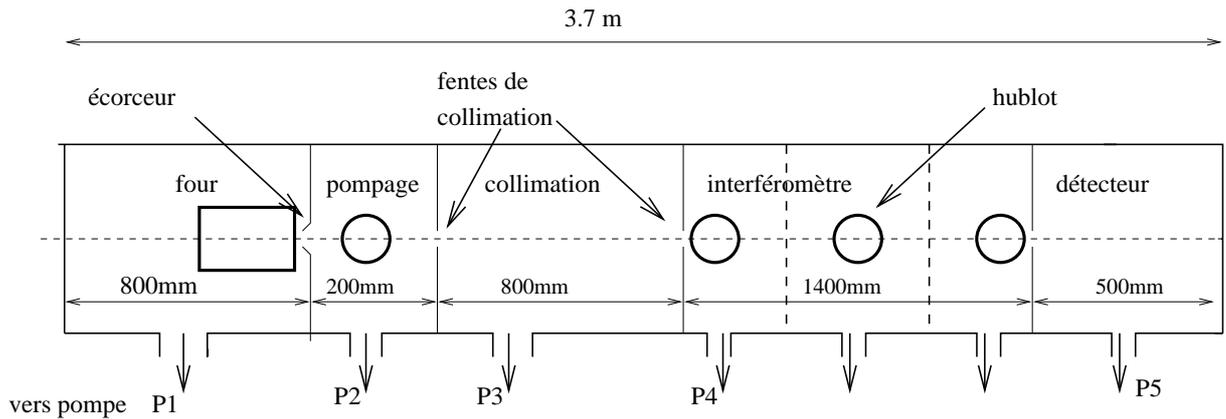


Figure IV.1: dispositif expérimental pour notre interféromètre.

turbe le jet après collimation. La collimation angulaire cherchée est en effet meilleure que la déflexion due à l'absorption d'un photon de la raie de résonance du lithium. Le pompage optique qui comporte un nombre variable de cycles absorption/émission spontanée doit nécessairement avoir lieu avant la collimation du jet. Les fentes sont percées dans un composé amagnétique, du silicium, pour éviter une perturbation rapide sur l'état interne des atomes, qui pourrait en modifier la polarisation. Cette précaution est probablement inutile car le jet n'est pas pompé dans un état de projection  $M_F$  bien défini. Elle serait indispensable si le jet était pompé dans un seul état de  $F$  et  $M_F$  définis. Après collimation le jet de lithium entre dans la partie interféromètre. L'enceinte "interféromètre" qui contient les trois réseaux de diffraction est modulaire et séparable en trois morceaux, chacun contenant un réseau mais sans paroi entre chaque bloc. Dans la configuration actuelle, seul le premier bloc de cette enceinte est utilisé, pour pouvoir étudier la diffraction par une seule onde laser. Ce dispositif est représenté sur la figure IV.2. Dans la configuration

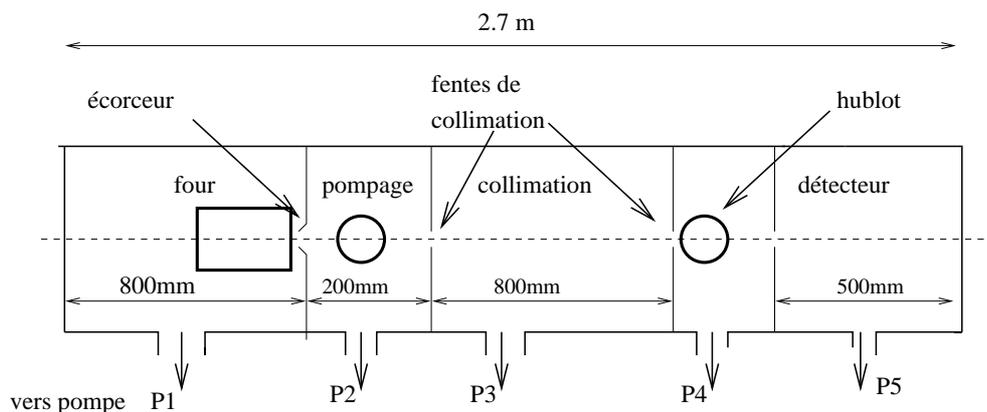


Figure IV.2: dispositif expérimental pour l'étude de la diffraction par une onde laser stationnaire.

complète, la distance entre chaque hublot qui laisse passer les ondes laser diffractantes est de 60 cm. La dernière enceinte, celle qui contient le détecteur, est la seule à être construite

en technologie ultra-vide et contient le système de détection. Elle peut être isolée du reste de l'expérience grâce à une vanne manuelle.

Toutes ces enceintes sont supportées par le même bâti. La structure de ce bâti a été étudié pour en faire un objet très rigide. Sa charpente est principalement constituée de barre de profil en U (UAP 150 mm) dont la masse linéique est de 18.4 kg/m. Le bâti repose sur des barres de profil en H (HEB 100 mm) de masse linéique 21 kg/m. Ces profilés ont été choisis pour leur grand moment d'inertie de flexion. Des plaques métalliques ont été rajoutées dans des plans perpendiculaires au jet pour éviter la flexion de l'ensemble. Le poids total du bâti est maintenant voisin de 1,4 tonne. Le schéma de construction de l'interféromètre et de son bâti sont dans l'appendice C.1.

### IV.1.2 Fonctionnement d'un jet moléculaire très collimaté

Nous avons choisi d'utiliser comme source d'atomes un jet supersonique. Les jets supersoniques offrent l'avantage d'être très intenses et surtout de posséder une faible dispersion de vitesse longitudinale. Mais, comme il est difficile de produire une pression de vapeur de lithium suffisamment élevée pour atteindre le régime supersonique, nous devons ensemercer le lithium dans un flux de gaz rare. Ce gaz, de l'argon pour commencer, est largement majoritaire dans le jet et impose ses caractéristiques au jet. On peut ainsi changer la vitesse en changeant le gaz porteur, qui peut d'ailleurs être un mélange de gaz.

Le régime supersonique est atteint si les atomes subissent suffisamment de collisions pour permettre de maintenir un équilibre thermodynamique local et assurer la transformation d'enthalpie interne en énergie cinétique de translation. Si  $d$  est le diamètre de la buse (la buse est l'orifice de sortie du four),  $n_0$  est la densité dans le four et  $\sigma$  la section efficace de viscosité du gaz, cette condition revient à assurer un nombre de collision  $n_0\sigma d$  le plus grand possible. Par ailleurs, le débit du four croît avec la densité de gaz à l'intérieur du four et avec l'aire de la buse, soit en  $n_0d^2$ . La nécessité de maintenir un assez bon vide dans l'enceinte du four (typiquement meilleure que  $10^{-3}$  mbar) limite le débit du four en fonction du débit de pompage des pompes. On cherche donc à maximiser  $n_0d$  tout en gardant  $n_0d^2$  borné. Ces conditions imposent de travailler avec des buses de petit diamètre. Avec des alcalins à haute température, des problèmes technologiques (réalisation de trous) ou pratiques (bouchages par des impuretés) forcent à choisir un diamètre de buse d'environ  $100 \mu\text{m}$ . Les calculs seront faits avec cette valeur de diamètre de buse.

Nous allons présenter succinctement la théorie décrivant un jet supersonique collimaté. Cette théorie est plus complexe que celle des jets effusifs car l'écoulement supersonique ne peut être décrit qu'en utilisant deux approximations différentes selon la zone étudiée. Près de la buse, la fréquence des collisions entre atomes assure l'uniformisation du jet qui est alors bien décrit par une approximation de milieu continu, où les équations habituelles d'hydrodynamiques sont valables. Au cours de la détente du gaz, la densité du gaz décroît rapidement et avec elle le nombre de collisions par unité de temps. La thermalisation du jet n'a plus lieu et on parle de "gel" du jet [65] car les propriétés thermodynamiques sont figées. La transition entre les deux régimes est continue mais on peut évaluer la position  $z_g$  de cette zone de gel comme le point où la température cesse de décroître.

Nous étudions successivement les deux régimes de propagation du gaz hors du four.

La géométrie de la zone qui nous intéresse est représentée sur la figure IV.3. Notre jet de lithium n'étant pas encore opérationnel, les conditions expérimentales optimales n'ont pas encore été déterminées mais les conditions nominales choisies pour les calculs qui suivent ( $T_0 = 1000$  K et  $P_0 = 1$  bar dans le four) représentent un bon ordre de grandeur pour l'évaluation du vide et du pompage.

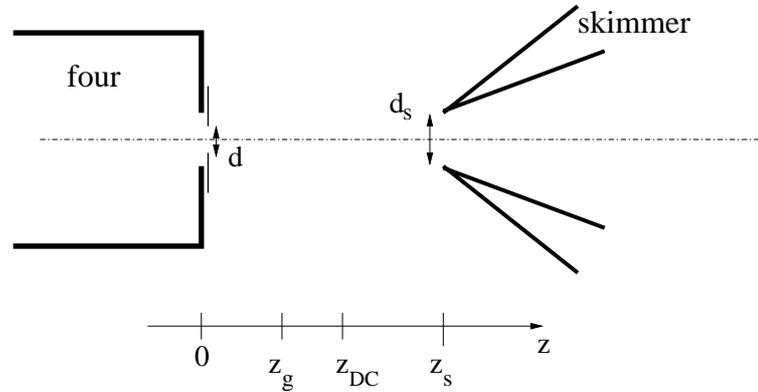


Figure IV.3: géométrie du jet en sortie de la buse (orifice de sortie du four, diamètre  $d = 100 \mu\text{m}$ ) et autour de l'écorceur (ou skimmer, diamètre  $d_s = 1$  mm).

### IV.1.3 Le jet supersonique dans le régime hydrodynamique

Un écoulement supersonique est défini par un nombre de Mach  $M = v/c > 1$ , où  $v$  et  $c$  sont les vitesses locales d'écoulement du fluide et de propagation du son. Quand le fluide est guidé dans une tuyère, les lignes de flux se resserrent à l'approche du point de section minimale, et divergent en s'éloignant de ce point. C'est au point de section minimale que le régime supersonique est atteint et la divergence des lignes de flux est alors accompagnée d'une augmentation de la vitesse, contrairement au régime subsonique. Ici le jet est libre et les lignes de flux divergent dès la sortie de la buse. Le régime supersonique est donc atteint dès le passage par la buse. La description traditionnelle des jets supersoniques repose sur l'écriture d'équations de conservation et l'utilisation d'une équation d'état. En prenant en compte la conservation du débit d'atomes, de l'énergie totale du gaz (énergie cinétique + enthalpie) et de l'entropie du gaz et en supposant le gaz comme parfait ( $\gamma = C_p/C_v$  constant), on montre que la connaissance de l'aire  $A(z)$  qu'utilise l'écoulement en fonction de  $z$  suffit à définir tous les paramètres du jet. La conservation de l'entropie est vérifiée dans le cas d'une détente rapide où les tranches de gaz n'ont aucun échange de chaleur entre elles (ni avec la paroi quand il y en a une). Dans le cas des jets libres, aucune tuyère ne définit l'aire de l'écoulement et on peut exprimer la densité  $n(z)$ , la vitesse  $v(z)$  et la température locale  $T(z)$  en fonction du rapport des vitesses

$$S(z) = \frac{v(z)}{\alpha(z)}, \quad (\text{IV.1})$$

où  $\alpha(z)$  caractérise la dispersion de vitesse dans la distribution de Boltzmann :

$$\alpha(z) = \sqrt{\frac{2k_B T(z)}{m}}. \quad (\text{IV.2})$$

Ces expressions sont

$$n(z) = n_0 \left[ 1 + \frac{\gamma-1}{\gamma} S^2(z) \right]^{-\frac{1}{\gamma-1}}, \quad (\text{IV.3})$$

$$v(z) = \sqrt{\frac{2k_B T_0}{m_P}} S(z) \left[ 1 + \frac{\gamma-1}{\gamma} S^2(z) \right]^{-\frac{1}{2}}, \quad (\text{IV.4})$$

$$T(z) = T_0 \left[ 1 + \frac{\gamma-1}{\gamma} S^2(z) \right]^{-1}, \quad (\text{IV.5})$$

$T_0$  et  $n_0$  sont la température et la densité dans le four. On peut aussi utiliser le nombre de Mach  $M(z) = S(z) \sqrt{\gamma/2}$  pour exprimer ces grandeurs. Le nombre d'atomes émis par la source  $\dot{N}$  peut être déterminé par le produit  $nvA$  au point de sortie de la buse car on sait qu'en ce point le nombre de Mach  $M$  est égal à 1. On montre alors que

$$\dot{N} = \frac{P_0}{k_B T_0} \sqrt{\frac{\gamma k_B T_0}{m_P}} \frac{\pi d^2}{4} \left( \frac{\gamma+1}{2} \right)^{\frac{-(\gamma+1)}{2(\gamma-1)}}. \quad (\text{IV.6})$$

Des simulations numériques de ces écoulements [66] montrent que  $S(z)$  est assez vite bien représenté par le terme dominant d'un développement en  $z/d$  :

$$S(z) = \sqrt{\frac{\gamma}{2}} A \left( \frac{z}{d} \right)^{\gamma-1} \quad (\text{IV.7})$$

où  $d$  est le diamètre de la buse.  $A$  ne dépend que de  $\gamma$  et pour un gaz monoatomique ( $\gamma = 5/3$ ) et une buse aux parois fines (par rapport à son diamètre),  $A = 3,337$  et

$$S(z) \simeq 3,046 \left( \frac{z}{d} \right)^{2/3}. \quad (\text{IV.8})$$

En utilisant ce régime asymptotique, on peut exprimer les grandeurs du jet :

$$n(z) \simeq 0,140 n_0 \left( \frac{d}{z} \right)^2, \quad (\text{IV.9})$$

$$v(z) \simeq v_\infty = \sqrt{\frac{5k_B T_0}{m_P}}, \quad (\text{IV.10})$$

$$T(z) \simeq 0,269 T_0 \left( \frac{d}{z} \right)^{4/3}. \quad (\text{IV.11})$$

L'intensité du jet sur l'axe  $I(0)$  est définie par le nombre d'atomes émis par unité de temps et d'angle solide et vaut  $I(0) = n(z)v(z)z^2$ . Comme le montrent les équations précédentes, dans le régime asymptotique de l'écoulement hydrodynamique, ce produit est indépendant de  $z$ . On peut remarquer que ce produit est aussi proportionnel au débit du jet  $\dot{N}$  et comme Beijerinck *et al.* [67] introduire le "peaking factor"  $K$  tel que

$$I(0) = \frac{K}{\pi} \dot{N}. \quad (\text{IV.12})$$

$K$  est défini par rapport à un jet effusif issu d'une buse aux parois fines, pour lequel  $K = 1$ . Toujours pour une buse de paroi fine par rapport à son diamètre et un gaz monoatomique, dans le cas d'un jet supersonique,  $K = 2$  [67]. Par conservation du nombre d'atomes,  $\dot{N} = n(z)v(z)A(z)$  est conservé le long du jet, où  $A(z)$  est la surface du jet, perpendiculairement aux lignes de champ.

#### IV.1.4 Le jet supersonique dans le régime moléculaire

Les équations précédentes montrent que la densité au sein du jet décroît comme  $1/z^2$ . Il arrive donc une distance à la buse  $z_g$  à partir de laquelle il n'y a plus assez de collisions pour que la thermalisation du jet soit assurée et le gaz ne peut plus être considéré comme un fluide continu. Les propriétés thermodynamiques du jet (comme la température, par exemple) ne sont alors plus modifiées et on parle de "gel" du jet [65]. La position de  $z_g$ , à partir de laquelle la température du gaz en mouvement peut être considérée comme constante, a été évaluée par Beijerinck *et al.* [67]. Pour un gaz d'argon avec un four à 1000 K et une pression de départ de 1 bar,  $z_g = 8,1d = 0,81$  mm.

La transition entre le régime hydrodynamique et le régime moléculaire n'est pas abrupte et la zone de dernière collision, qui limite vraiment le régime moléculaire est en aval de la zone de gel thermodynamique du jet. Toujours dans [67], on trouve une estimation de la position  $z_{DC}$  de la surface de dernière collision.  $z_{DC} \propto d \cdot P_0^{9/11} \cdot T_0^{-12/11}$  et pour un jet d'Argon, une température de four de 1000K et une pression source de 1 bar,  $z_{DC} \simeq 4,5$  mm. Après  $z_{DC}$ , chaque atome du jet continue sa trajectoire à partir de la dernière collision qu'il subit, indépendamment des autres atomes du jet et le jet se comporte comme s'il était émis par une sphère, à un rayon  $z_{DC}$  de la buse.

La température, que l'on peut définir maintenant à partir de la dispersion en vitesse, prend deux valeurs différentes selon la direction de propagation. Dans la direction longitudinale du jet, la dispersion en vitesse que l'on note ici  $\alpha_{\parallel}$  reste quasiment constante et égale à la valeur au gel du jet (et  $T_{\parallel}$  aussi). Par un effet purement géométrique et illustré par la figure IV.4, la dispersion en vitesse transversale  $\alpha_{\perp}(z)$  décroît (et donc  $T_{\perp}$  aussi). Cet effet s'explique par la différence de position entre la source apparente du jet et la source effective. Suffisamment loin de la source,  $\alpha_{\perp}$  atteint une valeur limite nulle. Grâce aussi à une modélisation de la détente supersonique et à des simulations

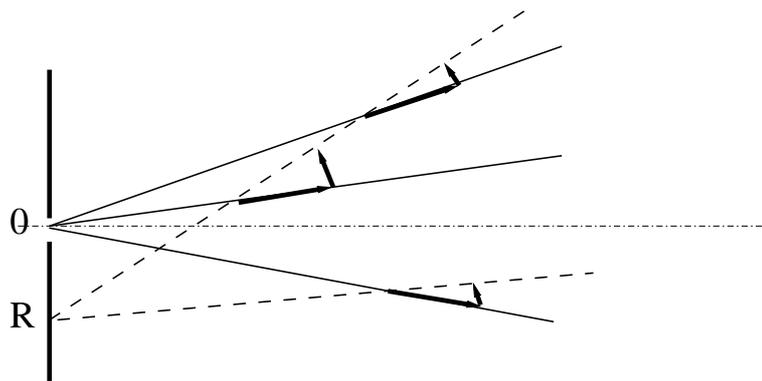


Figure IV.4: illustration (inspirée de [67]) de la diminution apparente de la dispersion en vitesse transversale. Tout ce passe comme si l'atome était émis d'un point de la sphère de gel du jet, mais si on mesure les propriétés du jet en fonction d'une émission par la buse, l'atome change de trajectoire au cours de la propagation et la vitesse transversale apparente diminue.

numériques, Toennies *et al.* [65] ont montré que

$$S_{\parallel\infty} = \frac{v_\infty}{\alpha_{\parallel\infty}} = 259,3(p_0 d C_6^{1/3} T_0^{-4/3})^{0,53} \quad (\text{IV.13})$$

où  $C_6$  est le terme du développement de van der Waals du potentiel interatomique entre atomes du gaz porteur (en  $10^{-60}$  erg.cm<sup>6</sup>),  $p_0$  est en Torr et  $d$  en cm. Si on utilise pour  $C_6$  la valeur calculée par [68] pour un potentiel argon-argon ( $C_6 = 67,2$  ua), on trouve que

$$S_{\parallel\infty} = \frac{v_\infty}{\alpha_{\parallel\infty}} = 540,9(p_0 d T_0^{-4/3})^{0,53}. \quad (\text{IV.14})$$

Par contre, des mesures expérimentales sur un jet d'argon [69] ont montré que

$$S_{\parallel\infty} = 490(p_0 d T_0^{-4/3})^{0,53}. \quad (\text{IV.15})$$

Dans la suite nous utiliserons la valeur expérimentale du coefficient de proportionnalité.

**AN:** La vitesse  $v_\infty$  étant donnée par l'équation IV.10, on calcule pour un diamètre de buse  $d$  de  $100 \mu\text{m}$ , une pression d'argon dans le four  $P_0$  de 1 bar et une température de four de 1000 K,

$$S_{\parallel\infty} = 10,9, \quad v_\infty = 1008 \text{ m/s}, \quad \alpha_{\parallel\infty}(\text{argon}) = 92 \text{ m/s} \quad \text{et} \quad \alpha_{\parallel\infty}(\text{lithium}) = 220 \text{ m/s}. \quad (\text{IV.16})$$

On peut noter que la dispersion de vitesse pour les atomes de lithium est plus élevée que pour les atomes d'argon. Cette différence est due à la différence entre les masses de ces deux atomes et les dispersions de vitesse sont dans le rapport  $\alpha_{\parallel\infty}(\text{lithium})/\alpha_{\parallel\infty}(\text{argon}) = \sqrt{m_{Ar}/m_{Li}}$ . Dans la suite,  $\alpha_{\parallel\infty}(\text{lithium})$  sera plus simplement noté  $\alpha$ . La distribution de vitesse du flux d'atomes se comporte comme  $v^3 \exp\left(-\frac{(v - v_\infty)^2}{\alpha_{\parallel}^2}\right)$  [58] mais pour les applications, comme cette distribution est très piquée, on peut la remplacer par une distribution gaussienne  $\exp\left(-\frac{(v - v_\infty)^2}{\alpha^2}\right)$ . Avec les valeurs calculées plus haut, la distribution de vitesse longitudinale du lithium a une largeur à mi-hauteur de  $2\alpha\sqrt{\ln 2} = 366$  m/s, soit une largeur relative de 36,3 % par rapport à la vitesse centrale. L'écorceur (ou skimmer) permet de ne garder que la partie axiale du jet et d'éliminer les atomes qui ont les plus grandes vitesses transverses et dont la trajectoire a été perturbée par des collisions. Le skimmer doit être placé après la zone de dernière collision ( $z_s > z_{DC}$ ) pour qu'après le passage du skimmer les caractéristiques du jet ne soient plus modifiées. Les estimations numériques de  $z_{DC}$  nécessitent des approximations simplificatrices et l'expérience prouve souvent qu'elles sont trop optimistes. En pratique, le skimmer est placé à 2 cm de la buse.

Pour éviter les collisions dans le skimmer entre atomes du jet et atomes "perdus" dans le skimmer à la suite d'une collision antérieure il faut vérifier aussi que le nombre de collision,  $n(z_s)\sigma_{P/P}d_s$  soit plus petit que 1.  $n(z_s)$  est la densité au niveau du skimmer,  $\sigma_{P/P}$  est la section efficace de collision du gaz porteur (majoritaire) sur lui même et  $d_s$  le diamètre du skimmer. Pour un jet d'argon et pour un skimmer de 1 mm de diamètre, il faut que

$$n_{Ar} \lesssim 2,5 \cdot 10^{21} \text{ at/m}^3. \quad (\text{IV.17})$$

Cette densité correspond à un flux de  $2 \cdot 10^{18}$  at/s dans le skimmer et nous vérifions plus loin qu'une telle densité ne sera pas atteinte. Selon la taille du skimmer, toute l'intensité

axiale du jet  $I(0)$  ne traverse pas le skimmer, bien que  $\alpha_{\perp} \rightarrow 0$ . La même modélisation du jet appuyée sur des simulations numériques [67] a montré que l'intensité sur l'axe, après passage par le skimmer, est donnée par

$$I(0)_s = \rho \frac{K}{\pi} \dot{N}. \quad (\text{IV.18})$$

Le coefficient  $\rho$  est inférieur ou égal à 1 et dépend du rapport de dimension  $d_s/d$  et d'un paramètre  $\Xi$  qui dépend des conditions thermodynamiques dans le four et de la nature du gaz.  $\Xi \propto P_0 T_0^{-4/3}$  et pour un jet d'argon, une pression source de 1 bar et une température de four de 1000 K,  $\Xi = 45,1$ . Pour un rapport  $d_s/d = 10$ ,  $\rho \simeq 0,82$  et tend vers 1 quand  $d_s/d$  augmente. Pour des conditions typiques de four de 1 bar et 1000 K et une buse de  $100 \mu\text{m}$ , on calcule grâce à (IV.6),  $\dot{N} = 1,9 \cdot 10^{19}$  at/s. Au niveau du skimmer l'intensité vaut donc, selon ces simulations,  $I(0)_s = 9,9 \cdot 10^{18}$  at/s. Cette intensité est équivalente à une quantité  $\dot{N}_s$  d'atomes passant à travers le skimmer de

$$\dot{N}_s \simeq I(0)_s \frac{\pi d_s^2}{4z_s^2}. \quad (\text{IV.19})$$

Pour un skimmer de 1 mm de diamètre placé à 2 cm de la buse (et donc approximativement à 2 cm de la source effective),  $\dot{N}_s = 2 \cdot 10^{16}$  at/s, soit  $10^{-3}$  fois moins que la quantité sortant du four. Cette valeur est largement inférieure au flux limite imposée par la condition (IV.17) de non collision dans le skimmer.

### Collimation du jet

En aval du skimmer se trouvent les deux fentes de collimation,  $F_0$  en  $z_0$  et  $F_1$  en  $z_1$ , de surface  $h_0 \cdot e_0$  et  $h_1 \cdot e_1$ , séparées par la distance  $L_{01}$  égale à 80 cm. Nous calculons ici le débit d'atomes qui traverse la zone de collimation et qui est disponible pour l'expérience. L'intensité au niveau du skimmer est équivalente à une luminance  $L_s$  égale à l'intensité  $I(0)_s$  divisée par la surface du skimmer. Après les deux fentes de collimation, le flux est égal à la luminance multipliée par l'angle solide de collimation et par la surface émettrice effective (la surface de source vue par le détecteur). L'angle solide de collimation est limité par la deuxième fente et vaut  $e_1 h_1 / (z_1 - z'_s)$  où  $z'_s$  est la position du disque source. La surface de source vue par le détecteur est celle vue de  $F_1$  car cette fente est beaucoup plus petite que le détecteur. La surface de source vue du centre de cette fente est limitée par la fente  $F_0$  et vaut  $e_0 h_0 ((z_1 - z'_s) / L_{01})^2$ . Finalement

$$\dot{N} = L_s \frac{(e_0 h_0)(e_1 h_1)}{L_{01}^2}. \quad (\text{IV.20})$$

Pour des fentes de hauteur 2 mm et de largeur  $10 \mu\text{m}$ , le flux après collimation est alors  $\dot{N} = 8 \cdot 10^9$  at/s.

Le débit disponible en lithium est beaucoup plus petit que celui de gaz rare, à cause de la différence de densité à la source. La pression de vapeur saturante du lithium est donnée par l'équation [70]

$$\log P_{sat}(\text{Torr}) = 7,48 - \frac{7516,4}{T(\text{K})} \quad (\text{IV.21})$$

et elle vaut 1 mbar pour une température du four de 990 K, soit presque 1000 K. Il est très important de surchauffer d'au moins 50°C la buse par rapport au corps du four, pour éviter le bouchage. La température de sortie serait donc plutôt de 1050 K pour une pression de lithium de 1 mbar. Pour ces conditions de fonctionnement du four, la pression (et donc la densité) de lithium à la source est donc approximativement 1000 fois plus faible que celle du gaz rare, alors

$$\dot{N}_{Li} \simeq 8 \cdot 10^6 \text{ at/s.} \quad (\text{IV.22})$$

Ce débit est supérieur au débit dont disposait Pritchard pour la plupart de ses expériences et nous espérons donc qu'il sera suffisant. Toutes nos estimations sur le fonctionnement du système de pompage sont menées pour les conditions source "nominales"  $P_0$  de 1 bar et  $T_0$  de 1000 K.

### IV.1.5 Comparaison avec un jet effusif

Par opposition au régime supersonique, un jet effusif est caractérisé par un faible nombre de collisions entre atomes, même en sortie du four, et donc un libre parcours moyen dans le four supérieur à la plus petite dimension  $d$  de la buse qui dans notre cas, serait une fente, pour augmenter le débit d'atomes [3]. Avec ce genre de source, on n'utilise pas de gaz porteur et c'est la pression de vapeur saturante du lithium qui fixe la pression  $P_0$  et la densité  $n_0$  de gaz dans le four. Pour que le libre parcours moyen soit inférieure à  $d$ , il faut que

$$n_0 \lesssim \frac{1}{d\sigma_v\sqrt{2}}. \quad (\text{IV.23})$$

$\sigma_v$  est la section efficace de viscosité du lithium, elle dépend du coefficient  $C_6$  du développement de van der Waals du potentiel interatomique, et de l'énergie cinétique relative  $E_r$  de la collision comme [65] :

$$\sigma_v = 0,331 \cdot 2\pi \left( \frac{6C_6}{E_r} \right)^{1/3}. \quad (\text{IV.24})$$

Le coefficient  $C_6$  a été calculé par Yan *et al.* [71] et vaut 1393,39 u.a. L'énergie relative de la collision sera choisie égale à  $3kT_0/2$ . Avec ces valeurs, et pour une température de four  $T_0$  de 1000 K, la section efficace de viscosité  $\sigma_v$  du lithium vaut  $7,0 \cdot 10^{-19} \text{ m}^2$ . À 1000 K, la densité  $n_0$  dans le four est de  $9 \cdot 10^{21} \text{ at/m}^3$  et la densité limite pour avoir un jet effusif, calculée par (IV.23), pour une dimension  $d$  de la fente source de  $100 \mu\text{m}$ , est de  $10^{22} \text{ at/m}^3$ . Un four de lithium à  $T_0 = 1000 \text{ K}$  est donc juste dans les conditions limites des jets effusifs mais Ramsey, dans [3], dit que dans la pratique, c'est souvent dans ce régime limite que les jets effusifs sont utilisés. La condition de jet effusif sera d'autant mieux respectée que la température du four sera plus basse.

La distribution de vitesses dans le jet reflète à un facteur  $v$  près l'équilibre thermodynamique dans le four et vaut [3],

$$I(v) = \frac{2I_0v^3}{\alpha^4} e^{-v^2/\alpha^2} \quad (\text{IV.25})$$

où  $\alpha = \sqrt{2kT_0/m}$  et  $I_0$  est l'intensité totale émise par la source. Pour une température de four  $T_0 = 1000 \text{ K}$ ,  $\alpha$  vaut 1524 m/s. La vitesse la plus probable dans le jet est  $1,22\alpha =$

1860 m/s et la vitesse moyenne est  $1,33\alpha = 2027$  m/s. Contrairement au jet effusif, la distribution du flux émis par unité d'angle solide est répartie dans tout l'espace extérieur au four, avec une probabilité par élément d'angle solide proportionnelle à  $\cos\theta$  où  $\theta$  est l'angle par rapport à la normale au plan de sortie du four (loi de Lambert). Le débit total  $\dot{N}$  émis par la source par unité de temps dépend de la densité  $n_0$  dans le four, de la vitesse moyenne  $\overline{v_F}$  dans le four et de la surface émettrice  $A_s$  [3] comme :

$$\dot{N} = \frac{n_0 \overline{v_F} A_s}{4}, \quad (\text{IV.26})$$

si les parois de la buse ou fente de sortie sont fines comparées à ses dimensions. Tout ce flux n'est pas utilisé dans l'expérience car nous avons besoin d'un jet très collimaté. Le flux  $\dot{N}_c$  qui traverse les deux fentes collimatrices  $F_0$  et  $F_1$  de surface  $e_0 h_0$  et  $e_1 h_1$  séparées de la distance  $L_{01}$  est

$$\dot{N}_c = \frac{n_0 \overline{v_F}}{4\pi} \frac{(e_0 h_0)(e_1 h_1)}{L_{01}^2}. \quad (\text{IV.27})$$

Pour des fentes collimatrices de hauteur 2 mm et de largeur  $10 \mu\text{m}$  et une distance  $L_{01}$  de 80 cm, et toujours pour un four à 1000 K,

$$\dot{N}_c = 9 \cdot 10^8 \text{at/s}. \quad (\text{IV.28})$$

On voit que ce flux est supérieur au flux de lithium disponible dans le jet supersonique que nous avons étudié dans les chapitres précédents, pour la même température de four ( $\dot{N}_c = 8 \cdot 10^6$  at/s). L'inconvénient du jet effusif est sa beaucoup plus grande dispersion de vitesse et sa plus grande vitesse la plus probable. Nous rappelons que pour le jet supersonique porté par de l'argon, avec nos conditions sources nominales, la vitesse la plus probable est de 1008 m/s et la grandeur  $\alpha$  caractéristique de la dispersion de vitesse vaut 220 m/s. Avec un jet effusif de lithium, alimenté par un four de même température, la vitesse la plus probable est de 1860 m/s et  $\alpha$  vaut 1524 m/s. La dispersion de vitesse est donc d'un ordre de grandeur plus élevée dans ce dernier cas. La plus grande vitesse du jet est un inconvénient dans des expériences d'optique atomique où on recherche la plus grande longueur d'onde atomique. La grande dispersion de vitesse rend de nombreuses mesures interférométriques impossibles car les deux bras de l'interféromètre ne sont plus séparés.

Si l'utilisation de jet effusif est envisagée comme source d'un interféromètre, il faut affiner la distribution de vitesse après la sortie du four. Ceci est possible avec les méthodes habituelles où deux hacheurs synchronisés sont placés sur l'axe du jet. En ajustant la coïncidence des parties ouvertes de chaque hacheur, on sélectionne une plage de vitesse. Ceci peut fournir une méthode alternative pour une source atomique de vitesse variable. Une méthode moderne de réduction de la dispersion de vitesse longitudinal est le refroidissement laser longitudinal, qui permet aussi, de ralentir le jet. Dans le cas des jets supersoniques, c'est en changeant le gaz porteur que l'on change cette vitesse. Le ralentissement laser longitudinal peut aussi être utilisé pour un jet supersonique, si on veut atteindre des vitesses inférieures à quelques centaines de m/s. Même si l'emploi d'un jet effusif est envisageable, nous avons choisi d'utiliser un jet supersonique et la description du four ainsi que les calculs de vide qui suivent sont faits pour le jet supersonique que nous avons défini dans les paragraphes précédents.

### IV.1.6 Le four

À température ambiante, le lithium se présente sous la forme d'un métal un peu mou, que l'on peut découper avec un simple couteau. Son point de fusion est à 180°C et comme tous les alcalins, il est très réactif, avec l'eau bien-sûr mais aussi avec l'azote, par exemple. Pour limiter son oxydation, un débit d'argon est maintenu dans le four, même en dehors des expériences. Comme, pour éviter son bouchage, il est très important que la buse soit le point le plus chaud du four, la partie du four qui supporte la buse est surchauffée par rapport à la partie principale. Elle est aussi surélevée car le lithium liquide est très mouillant et il faut éviter qu'il puisse atteindre la buse. Le corps du four est en inox. La buse de sortie est découpée dans une feuille de molybdène et l'étanchéité entre les différentes parties du four est assurée par des joints en tantale de 100  $\mu\text{m}$  d'épaisseur, pincés entre deux profils "cajon" (profil rond).

Le schéma de construction de four est donné dans l'appendice C.2. On y remarque que le corps du four n'est relié à son support que par quatre colonnettes pour réduire au minimum les pertes de chaleur par conduction. On minimise aussi les pertes par rayonnement en plaçant un écran thermique autour du four.

### IV.1.7 Pompage des enceintes

La pression totale  $P_0$  et la température  $T_0$  de la source impose le débit en atomes du jet et la capacité de pompage des pompes à vide utilisées doit être adaptée à ce débit. Le four et le détecteur possèdent leur propre pompe primaire (voir schéma du montage IV.2). Les autres enceintes se partagent une troisième pompe primaire. Les pompes secondaires  $P_{1,2,3,4}$  sont des pompes à diffusion d'huile et les trois dernières possèdent un baffle à eau (intégré ou rajouté) pour piéger les vapeurs d'huile. La pompe  $P_5$  de l'enceinte du détecteur est une pompe turbo-moléculaire reliée à l'enceinte par un soufflet amortisseur de vibration. Nous vérifions ici l'adéquation entre la charge de gaz de chaque enceinte et la vitesse de pompage des pompes.

Nous venons de calculer la quantité de gaz  $\dot{N} = 1,9 \cdot 10^{19}$  at/s sortant du four pour  $P_0$  égale à 1 bar et  $T_0$  égale à 1000 K. Quelques soient les conditions du four, elles seront proches de ces valeurs et on peut évaluer<sup>1</sup> la charge de gaz dans le four à quelques mbar.l/s (0,8 pour les conditions source citées). La pompe  $P_1$  est une VHS400 de chez Varian dont la vitesse de pompage nominale est de 8000 l/s, ce qui permet d'assurer une pression résiduelle inférieure à  $10^{-3}$  mbar ( $10^{-4}$  pour les conditions source de 1 bar et 1000 K). Le seul passage entre l'enceinte du four et celle de pompage optique est le skimmer. Nous avons calculé le flux de gaz entrant dans la deuxième enceinte  $\dot{N}_s$  et il correspond à une charge de  $9 \cdot 10^{-4}$  mbar.l/s (pour  $P_0$  de 1 bar et  $T_0$  de 1000 K). Dans cette zone de propagation du jet, les atomes ne doivent plus subir de collisions. Si on veut que le libre parcours moyen de l'argon soit d'au moins 1 mètre, il faut que la pression résiduelle soit inférieure à  $6,3 \cdot 10^{-5}$  mbar. Le lithium présente une section efficace de collision sur l'argon plus élevée que pour les collisions argon/argon. La pression résiduelle tolérée ne doit donc pas dépasser quelques  $10^{-6}$  mbar. La pompe  $P_2$  VHS6 de Varian a une vitesse nominale de pompage de 2400 l/s, réduite à à environ 1000 l/s par le baffle refroidi qui la

<sup>1</sup>Une pression de 1 mbar est équivalente à une densité de  $2,25 \cdot 10^{19}$  at/l à 300 K.

sépare de l'enceinte. Cette vitesse de pompage est donc juste suffisante pour obtenir les conditions de vide souhaitées, toujours dans les conditions source de référence ( $P_0 = 1$  bar,  $T_0 = 1000$  K et  $d = 100 \mu\text{m}$ ).

Dans les enceintes suivantes (collimation, diffraction ou interféromètre), le flux de gaz incident est tellement faible que la charge de gaz est essentiellement due au dégazage des parois. Le vide résiduel devrait donc être indépendant des conditions source. Nous avons estimé le dégazage des parois en inox et des joints Viton<sup>2</sup> à  $7 \cdot 10^{-5}$  mbar.l/s pour l'enceinte de collimation et de diffraction. La pompe P<sub>3</sub>, une Alcatel Crystal 162 UHV munie d'un baffle interne refroidi par eau possède une vitesse de pompage de 700 l/s, ce qui laisse espérer une pression résiduelle de  $10^{-7}$  mbar, suffisante pour que le lithium ait un libre parcours moyen de plusieurs mètres. La même pression résiduelle est attendue dans l'enceinte de collimation car la pompe P<sub>4</sub>, une Varian VHS4 de vitesse de pompage nominale 1200 l/s voit sa vitesse réduite à 700 l/s par le baffle à eau qui lui a été ajouté.

Dans l'enceinte du détecteur, la pression résiduelle limite doit être très basse et le vide exempt d'hydrocarbures pour limiter le signal parasite donné par le détecteur et surtout ne pas en polluer la surface. La vitesse de pompage de la pompe P<sub>5</sub>, turbomoléculaire 151 de Leybold est réduite de 115 l/s à 60 l/s par l'ajout du soufflet anti-vibration. Vu cette faible vitesse de pompage, des précautions ont été prises pour limiter l'entrée de particules "parasites" dans cette enceinte : un piège à zéolithe est interposé sur la ligne de vide primaire et la communication entre l'enceinte de diffraction et celle de détection est limitée à un trou de diamètre 3 mm dans un joint cuivre spécial. Après étuvage de l'enceinte, le vide mesuré est de  $3 \cdot 10^{-8}$  mbar et cette enceinte reste autant que possible sous vide, grâce à la vanne manuelle qui permet de l'isoler de reste de l'expérience.

## IV.2 Système de détection

Deux méthodes sont envisageables pour détecter sélectivement les atomes en sortie de l'interféromètre. Une méthode consiste à ioniser les atomes et à compter les ions formés, l'ionisation des atomes alcalins sur une surface métallique est en effet d'une grande efficacité. Une deuxième méthode de détection efficace consiste à exciter les atomes par laser dans leur état de résonance et à mesurer l'intensité émise par fluorescence induite. Nous présentons la première méthode, qui est celle que nous avons retenue pour notre expérience. L'équipe de Pritchard a elle aussi choisi une détection par ionisation pour son interféromètre.

Pour réaliser l'ionisation des atomes, on place sur leur trajectoire un fil de métal à grand travail de sortie chauffé à haute température. Si le travail de sortie des électrons à la surface de ce métal est plus grand que le potentiel d'ionisation de l'atome, l'électron a une énergie de liaison plus forte dans le métal et il y a une grande probabilité pour que l'atome soit ionisé quand il rencontre la surface du métal et que ce soit un ion qui se réévapore. La collecte des ions est ensuite effectuée par un système de lentilles électrostatiques qui fo-

---

<sup>2</sup>Les données des constructeurs sont de  $2 \cdot 10^{-9}$  mbar.l/s/cm<sup>2</sup> pour les parois en acier inoxydable après 10 heures de pompage et de  $2,2 \cdot 10^{-7}$  mbar.l/s/cm<sup>2</sup> pour les joints Viton après un étuvage de 4 heures à 100°C.

calisent les ions sur un multiplicateur d'électrons à dynode continue, appelé channeltron. Pour un ion rencontrant les parois du multiplicateur, une impulsion de  $G$  électrons d'une durée de l'ordre de 20 ns est générée en sortie. Ce gain  $G$  du channeltron est de l'ordre de  $10^7$  à  $10^8$  ce qui fournit un bref signal électrique facilement mesurable.

### IV.2.1 Processus d'ionisation de surface

Si un atome de potentiel d'ionisation  $I_p$  s'approche d'une surface métallique de travail de sortie  $W_s$ , l'électron externe de l'atome quittera celui-ci pour tomber dans la mer de Fermi du métal si  $I_p < W_s$ . Ceci est l'idée de base de ce processus. La théorie détaillée est plus complexe car il faut tenir compte des interactions atome-surface et ion-surface [72]. À cause de la force assez considérable de l'interaction ion-surface (potentiel attractif inversement proportionnel à la distance ion-surface), près de la surface, l'état fondamental du système {atome+surface} sera bien décrit par un ion. Ceci reste vrai même quand le travail de sortie est plus faible que le potentiel d'ionisation.

Une autre conséquence de la forte attraction ion-surface est que l'ion ne quittera la surface que si celle-ci est suffisamment chaude. Le temps de désorption caractéristique est en effet donné par la formule de Langmuir :

$$\tau = \tau_0 e^{D/k_B T}, \quad (\text{IV.29})$$

où  $\tau_0$  est un temps caractéristique des vibrations moléculaires, de l'ordre de  $10^{-13}$  s,  $D$  l'énergie de liaison ion-surface et  $T$  la température de la surface. Pour obtenir une détection rapide ( $\tau$  de l'ordre de la microseconde), il faut que la surface ait une température de l'ordre de 1000-2000 K ce qui correspond à des énergies de liaison ion-surface  $D$  assez élevées, de l'ordre de 1,5 à 3 eV.

L'efficacité de l'ionisation de surface dépend donc de divers facteurs :

- le travail de sortie du métal doit être comparable au potentiel d'ionisation de l'atome.
- le métal doit être réfractaire pour qu'il puisse supporter les températures nécessaires.
- Il ne doit pas y avoir de voies concurrentes importantes à la réévaporation de l'ion. Avec le lithium, l'ion  $\text{Li}^+$  est susceptible de se dissoudre dans le métal et ce phénomène limiterait l'efficacité de détection.

### IV.2.2 Considérations pratiques

Nous avons profité du savoir-faire de l'équipe de H. Loesch à Bielefeld. Le fil chaud que nous utilisons est en rhénium, dont le travail de sortie est très élevé. Les résultats des mesures de ses travaux de sortie dépendent de la méthode utilisée. Le Handbook [46] donne deux valeurs, obtenues par des méthodes différentes : 4,96 eV, et 5,75 eV pour la face cristalline (1011). Le potentiel d'ionisation du lithium est de 5,39 eV et l'ionisation de surface semble donc très probable. D'autre part, le rhénium a une très haute température de fusion  $T_f = 3180$  K. Notons que le rhénium est radioactif : l'isotope 187 est un émetteur  $\beta^-$  de longue durée de vie ( $7 \cdot 10^{10}$  années). Malgré une forte abondance

naturelle de 63 % de cet isotope, ce métal est très peu dangereux car les électrons émis sont de faible énergie ( $\leq 8$  keV) et il y en a peu émis (environ 200 par seconde).

On peut augmenter le travail de sortie du rhénium, et des fils chauds en général, en les couvrant d'une surface d'oxyde. D. Ekstrom fait part dans sa thèse [60], réalisée dans l'équipe de Pritchard, de l'instabilité pour de forts courants traversant le fil, de la couche d'oxyde en surface du rhénium. Dans les phases succédant à l'introduction d'oxygène dans l'enceinte du détecteur pour la réalisation de la couche d'oxyde, le courant est limité à 200 mA pour un fil de  $50 \mu\text{m}$  de diamètre [60]. Cette valeur est comparable à celle conseillée par l'équipe de H. Loesch, à l'université de Bielefeld (2,8 A pour un ruban  $20 \mu\text{m} \times 1 \text{mm}$ ). L'utilisation de plus forts courants est nécessaire dans la phase de dégazage du fil, mais cette phase précède la croissance d'oxyde sur la surface. En ce moment, les tests réalisés dans notre équipe sur le détecteur à fil chaud se font avec un courant de travail de 3 A, à travers un ruban d'épaisseur  $30 \mu\text{m}$  et de largeur  $760 \mu\text{m}$ . Pour cette taille de fil, un courant de 3 A correspond à une température de  $1575^\circ\text{C}$ , mesurée au pyromètre optique (mesure réalisée par Rémi Delhuille pendant son stage de DEA).

### IV.2.3 Collection et détection des ions

Le système collecteur des ions est constitué de lentilles électrostatiques et du channeltron, il est décrit schématiquement sur la figure IV.5. Nous avons choisi d'utiliser un fil large

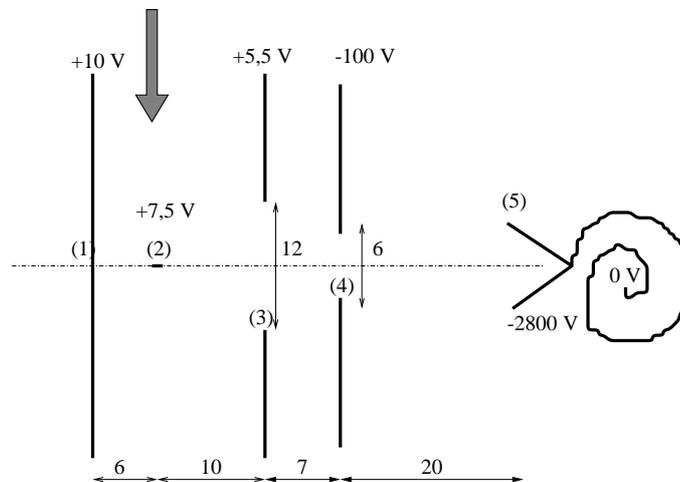


Figure IV.5: schéma de principe du détecteur à fil chaud : vue de dessus. Ce système est constitué d'une plaque répulsive (1), du fil chaud (2), d'une première lentille (3), d'une deuxième lentille (4) et du channeltron (5). Les potentiels (en V) et les dimensions (en mm) sont données sur la figure (le potentiel zéro est choisi à l'anode du channeltron). La flèche symbolise l'arrivée des atomes.

(c'est la face de  $760 \mu\text{m}$  qui est face au jet) et de réaliser la sélection en position de la détection par une fente placée en amont du fil, sur le jet. Cette fente est translatable et de largeur réglable, par commande piezoélectrique. Un détecteur effectif de largeur variable permet d'optimiser le signal/bruit du signal d'interférence. Ceci est un grand avantage car on a vu en III.2.2 que selon la largeur des fentes collimatrices, il y avait une

largeur optimale pour le détecteur. Ce système fente+fil chaud permet aussi de translater plus finement ce détecteur effectif. En effet pour les réglages fins, il suffit de translater la fente en gardant le fil chaud immobile. L'ensemble du détecteur à fil chaud, qui est posé sur une translation mécanique, est trop volumineux et lourd pour être mis sur la translation magnétique. Les ions formés sur la surface du fil chaud sont focalisés vers l'entrée du channeltron grâce à l'ensemble d'une plaque répulsive et de deux lentilles électrostatiques (deux plaques percées d'un trou circulaire). Le channeltron n'est pas en face du jet d'atomes incidents pour éviter qu'il soit bombardé d'atomes non ionisés. En choisissant au mieux les différences de potentiel entre ces éléments, on s'assure que 100 % des ions formés sont collectés. Le choix de ces différences de potentiel a été réalisé grâce au logiciel Simion qui calcule le potentiel électrostatique et la trajectoire de particules chargées en fonction des conditions aux limites données sur les plaques. Les trajectoires obtenues montrent que tous les ions sont collectés par le channeltron, quelle que soit la direction de leur vitesse initiale quand ils quittent le fil chaud. Dans la simulation des trajectoires, la norme de la vitesse initiale des ions est fixée par l'énergie thermique  $3kT/2$  délivrée par le fil chaud de température  $T$ . Comme cette énergie cinétique est de l'ordre de 0,25 eV (à 2000 K), différents essais ont montré que le choix de l'énergie cinétique initiale des atomes n'était pas très important pour la simulation et que les trajectoires dépendaient très peu de la température du fil, dans la gamme réaliste de fonctionnement.

## IV.3 Sources laser nécessaires à la préparation et à la diffraction des atomes

### IV.3.1 Pompage optique

Nous avons montré dans le paragraphe II.2.2 qu'en polarisation linéaire, l'amplitude  $V_0$  du potentiel lumineux responsable de la diffraction ne dépendait du sous-niveau hyperfin de l'état fondamental  $^2S_{1/2}$  des alcalins que par le désaccord  $\delta_L$  et que le dipôle effectif de couplage entre un de ses sous-niveaux et l'état excité  $^2P_{3/2}$  était indépendant du sous-niveau magnétique considéré. Nous avons choisi de placer tous les atomes de lithium de l'isotope majoritaire  $^7\text{Li}$  dans le sous-niveau hyperfin  $F = 2$  (voir la structure interne du lithium sur la figure II.11). Ceci permet d'obtenir des potentiels lumineux d'amplitude  $V_0$  identique pour tous les atomes de cet isotope. Ce pompage ne modifie pas le contraste du signal car nous avons vu en III.1.1 qu'il suffisait que le premier et le troisième réseaux soient identiques pour obtenir un contraste égal à 1. Par contre ce pompage permet d'augmenter l'intensité du signal atomique détecté.

Le signal d'interférence est d'intensité maximale si les paramètres de chaque onde stationnaire (puissance, désaccord et taille du waist) sont bien choisis en fonction de la dépendance de l'amplitude de diffraction avec  $\gamma$ . Il n'est pas possible d'optimiser les valeurs de  $\gamma = V_0\tau/(2\hbar)$  pour les deux niveaux de structure hyperfine car ils sont séparés en énergie de 800 MHz et que nous travaillerons avec des désaccords de l'ordre du GHz. Prenons l'exemple où les paramètres des trois ondes laser stationnaires sont choisis pour que l'intensité du signal des atomes du niveau  $F = 2$  soit maximale en configuration de Bragg ( $I_{max} = 100\%$  du flux incident). Si ce régime est établi pour un

désaccord positif  $\delta_L(F = 2)$  égal à 1 GHz, le désaccord correspondant  $\delta_L(F = 1)$  pour des atomes dans l'état  $F = 1$  n'est plus que de +200 MHz et l'amplitude du potentiel lumineux est multipliée par 5, ce qui peut modifier la diffraction de Bragg si on sort alors de l'approximation du couplage à deux niveaux et qui augmente par ailleurs beaucoup la probabilité d'émission spontanée. Si le désaccord  $\delta_L(F = 2)$  est de -1 GHz, il est presque le double pour  $\delta_L(F = 1)$  et l'intensité maximale du signal d'interférence des atomes  $F = 1$  est la moitié de celle des atomes  $F = 2$ . Pour éliminer ces pertes inutiles de signal atomique, tous les atomes seront placés dans l'état  $F = 2$ . Ce pompage est suffisant car même si les atomes sont dans un état  $M_F \neq 0$ , un champ magnétique uniforme ne provoque pas de déphasage entre les deux bras de l'interféromètre. Seul un gradient de champ magnétique à l'échelle du dixième de millimètre (ordre de grandeur entre les bras de l'interféromètre), peut provoquer un tel déphasage et brouiller le contraste du signal si les atomes ont une projection sur le champ  $M_F$  différente. Aucun objet n'étant proche des deux bras de l'interféromètre, les effets de brouillage associés à ces gradients de champ devraient être faibles.

Pour placer tous les atomes dans l'état  $^2S_{1/2}, F = 2$ , il suffit d'un faisceau qui vide l'état  $^2S_{1/2}, F = 1$ . Les transitions impliquées dans ce pompage sont représentées sur la figure IV.6 et on utilise une polarisation circulaire. Le schéma est fait pour une polarisation  $\sigma^-$  mais l'effet sur le peuplement de  $F = 2$  est identique avec une polarisation  $\sigma^+$ . La différence est seulement dans la répartition entre sous niveau Zeeman. L'état excité choisi pour servir d'état intermédiaire pour le pompage appartient au doublet  $^2P_{1/2}$  car la structure hyperfine de cet état est résolu par la source laser utilisée, ce qui n'est pas le cas du triplet  $^2P_{3/2}$ . Nous avons choisi d'utiliser le sous-niveau hyperfin  $F = 2$  de  $^2P_{1/2}$  pour avoir une efficacité de pompage supérieure car il y a plus de transitions qui vident  $^2S_{1/2}; F = 1$  quand on pompe sur un état  $F = 2$  que sur un état  $F = 1$ , en polarisation circulaire. L'intensité de saturation de la transition utilisée étant de 1,8 mW/cm<sup>2</sup>, une faible puissance suffit à réaliser ce pompage. Des simulations numériques de ce pompage dont on trouvera la présentation dans l'appendice D.1 permettent d'estimer la population du niveau  $^2S_{1/2}, F = 2$  pour un profil gaussien de l'onde laser, elle est représentée sur la figure IV.7. Ces simulations sont faites dans le cas où l'écart à résonance est nul et où l'effet Doppler est négligeable. Si un atome a une vitesse  $v_x$  dans la direction de l'onde laser, le désaccord dû à l'effet Doppler est  $k_L v_x$  et cet atome subit de la part de l'onde une intensité de pompage effective égale à

$$I_D(r) = I(r) \frac{\Gamma^2}{\Gamma^2 + (k_L v_x)^2}. \quad (\text{IV.30})$$

Un décalage Doppler égal à la largeur naturelle de la raie  $\Gamma$  se produit pour une vitesse  $v_x$  de 4 m/s. La vitesse transverse  $v_x$  est limitée par le skimmer<sup>3</sup> à des vitesses maximales  $\pm 25$  m/s. Les mêmes simulations montrent que la population dans l'état final  $^2S_{1/2}, F = 2$  est au moins de 95 %, même si leur vitesse atteint 20 m/s. De toute façon, ces atomes ne participent pas à l'expérience car ils ne traversent pas les deux fentes de collimation en amont du pompage optique. Par contre, la simulation ne prend pas en compte l'absorption de

<sup>3</sup>On rappelle que le diamètre du skimmer est de 1 mm et qu'il est situé approximativement à 2 cm de la buse.

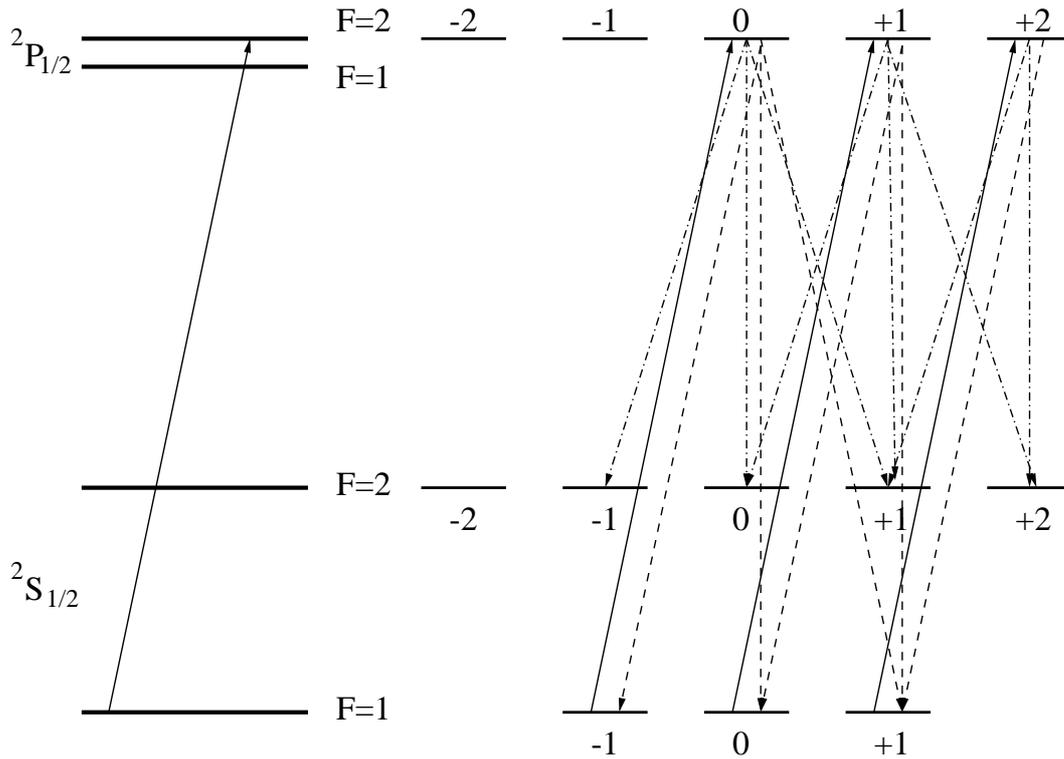


Figure IV.6: transition utilisée pour le pompage optique du lithium dans l'état  $2S_{1/2}, F = 2$ , avec les sous-niveaux Zeeman (à droite). Le champ laser est polarisé circulairement  $\sigma^-$  et est accordé sur la transition  $(2S_{1/2}; F = 1) \rightarrow (2P_{1/2}; F = 2)$ . En trait plein, les transitions induites, en pointillés, les transitions associées à l'émission spontanée vers l'état de départ  $2S_{1/2}; F = 1$  et en trait mixte les transitions vers l'état que l'on veut peupler  $2S_{1/2}; F = 2$ .

faisceau laser par le jet atomique et considère l'atome isolé. On peut évaluer l'absorption de ce faisceau à partir de la section efficace de diffusion d'un photon sur un atome et de la densité du jet. Avec une dispersion de vitesse de  $\pm 20$  m/s, on a estimé une atténuation inférieure à 10 %. On utilisera donc des puissances légèrement supérieures à celles utilisées pour les simulations.

### Source laser utilisée

Le pompage est réalisé par une diode laser à 671 nm, de faible puissance (10 mW). Elle est rendue monomode et accordable par une mise en cavité externe en configuration Littrow. La diode, sa cavité et ses alimentations ont été achetées chez SDL (LD700). Cette cavité a un intervalle spectral libre de 8 GHz. La cavité formée de la diode elle-même a un intervalle de 52 GHz. Comme une des faces de la diode est traitée anti-reflet, cette cavité a une faible finesse et autorise un certain balayage des modes de la cavité externe. Par contre, entre les résonances de cette cavité, les longueurs d'onde ne sont pas accessibles. C'est en modifiant le courant d'alimentation ou la température de la diode que l'on translate les modes de la cavité pour atteindre les longueurs d'onde recherchées. Une modélisation accompagnée de simulations numériques réalisées dans notre équipe a permis d'expliquer

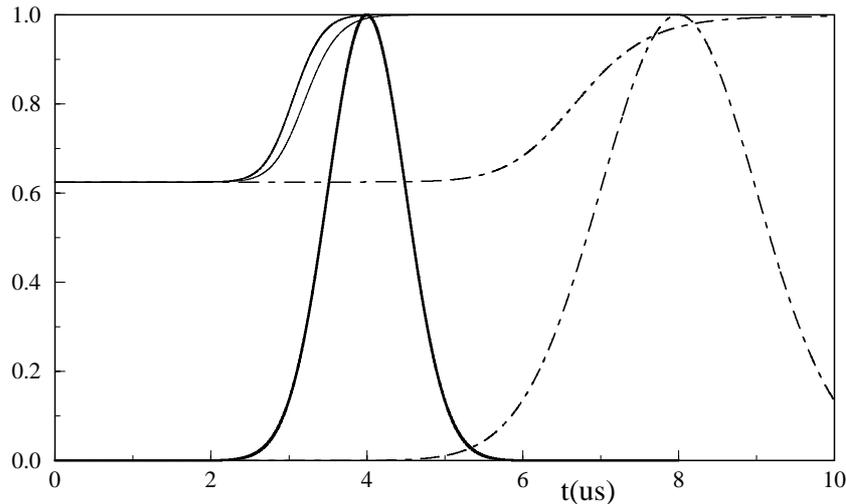


Figure IV.7: proportion de la population du niveau  $^2S_{1/2}, F = 2$  en fonction du temps de traversée dans l'onde laser, de profil gaussien, pour différente puissance  $P$  du laser. En trait plein, le rayon waisted de l'onde est de 1 mm : trait fin,  $P = 1$  mW, trait épais,  $P = 2$  mW. En trait mixte, le rayon waisted de l'onde vaut 2 mm et la puissance est de 1 mW.

et d'étudier ces modes [73].

La diode est asservie sur la transition  $^2S_{1/2}; F = 1 \rightarrow ^2P_{1/2}; F = 2$ . L'asservissement utilise la technique d'absorption saturée. Comme les simulations montrent que quelques milliwatts suffisent au pompage, nous avons choisi d'utiliser 5 mW de la diode pour le pompage optique et les 5 mW restant pour son asservissement. Le signal atomique de référence nécessaire à l'asservissement est fourni par une cellule chaude de lithium de type "Heat-Pipe". Sa conception, qui utilise la technologie ultra-vide, est inspirée de celle décrite dans [74] par Vidal et Cooper et plus particulièrement de celle développée au Laboratoire Kastler-Brossel dans le groupe de C. Salomon et J. Dalibard. Ce genre de cellule a été développé dans les années 1960 pour pouvoir faire en cellule, la spectroscopie de gaz corrosifs et qui attaquent le verre. Leur schéma de principe est représentée sur la figure IV.8. Un heat pipe fonctionne comme suit : seul le centre du tube est chauffé, les extrémités sont maintenues froides grâce à une circulation continue d'eau froide. Le chauffage permet de liquéfier et de vaporiser le lithium. La présence d'un gaz tampon dans la cellule (de l'argon sous une faible pression dans notre cas), permet de confiner le lithium vaporisé au coeur du tube et d'éviter le dépôt de lithium sur les fenêtres. Quand on chauffe la cellule, la plus grande densité de vapeur se trouve au centre, là où la température est maximale. La vapeur diffuse vers les extrémités et elle se recondense sur les parois moins chaudes des extrémités. Une grille métallique fine qui tapisse le tube guide par capillarité le lithium liquide vers le point le plus chaud, au centre.

Nous avons travaillé avec une température de point chaud compris entre  $320^\circ\text{C}$  et  $340^\circ\text{C}$ , ce qui correspond à une pression partielle de lithium comprise entre 1 et  $1,6 \cdot 10^{-5}$  mbar (voir eq IV.21). La pression de gaz rare introduite est de 0,1 mbar à température ambiante. C'est beaucoup moins que les valeurs utilisées dans [74] mais nous devons utiliser des pressions telles que le déplacement des raies par collisions soit négligeable.

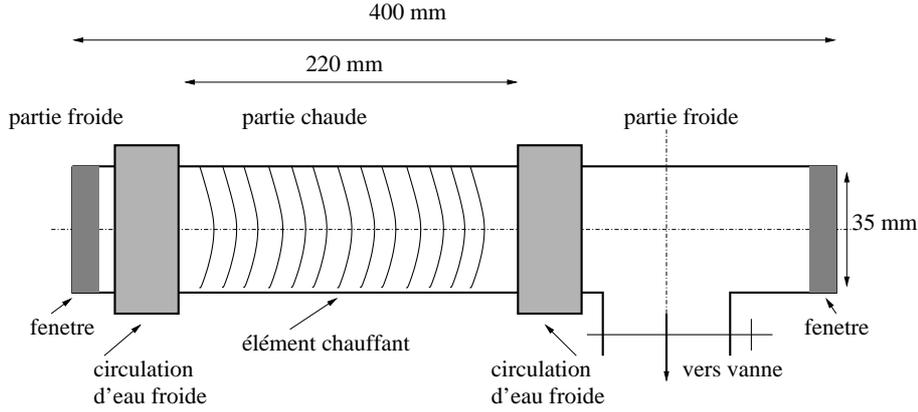


Figure IV.8: schéma de principe de notre cellule "heat-pipe" de lithium. Grâce au gaz tampon, le lithium n'est pas en contact avec les fenêtres. Cette cellule fournit le signal atomique nécessaire à l'asservissement de la diode laser de pompage optique.

### Technique de la spectroscopie de saturation

Dans la cellule, la grande dispersion de vitesse du gaz de lithium provoque un élargissement Doppler considérable des raies de transition. Saturer l'absorption des atomes permet d'éliminer l'effet Doppler et d'obtenir un spectre où seule la largeur homogène des raies intervient. Cette technique est utilisée depuis de nombreuses années et nous en rappelons brièvement le principe.

La probabilité de trouver un atome ayant une vitesse  $v_x$  (à  $dv_x$  près) dans la direction du faisceau laser est

$$f(x)dv_x = \sqrt{\frac{m}{2\pi k_B T}} e^{-(v_x/\alpha)^2} dv_x. \quad (\text{IV.31})$$

La dispersion en vitesse est caractérisée par  $\alpha = \sqrt{2k_B T/m} = 1184$  m/s, à 330°C. Un atome de vitesse  $v_x$  dans le sens de propagation de l'onde laser voit une onde de pulsation  $\omega_a = \omega_L - k_L v_x$  et la largeur Doppler associée à la dispersion de vitesse vaut  $\Delta\omega_D = 2k_L \alpha = 3,5$  GHz. L'onde laser incidente traverse la cellule et est réfléchiée à l'intérieur de la cellule par un miroir. Si on choisit l'axe  $Ox$  dans le sens du champ entrant, l'onde laser entrant est résonante avec des transitions atomiques  $\omega_0^i$  pour les atomes tels que

$$v_x = \frac{\omega_L - \omega_0^i}{k_L}. \quad (\text{IV.32})$$

Quand elle retransverse la cellule en sens inverse, le même phénomène se produit pour les vitesses

$$-v_x = \frac{\omega_0^i - \omega_L}{k_L}. \quad (\text{IV.33})$$

Si  $\omega_L \neq \omega_0^i$ , l'onde laser n'induit pas de transitions sur les mêmes atomes à l'aller et au retour. Pour s'affranchir de l'effet Doppler, il suffit de regarder les atomes de vitesse  $v_x = 0$ , ceux qui subissent l'influence de l'onde laser à l'aller et au retour. Pour marquer ces atomes et les différencier des autres, il faut, qu'à l'aller, la transition considérée soit saturée. Dans ces conditions, à peu près la moitié des atomes de cette classe de vitesse

sont dans l'état excité et l'absorption de l'onde au retour en est diminuée d'autant<sup>4</sup>. Le dispositif expérimental utile à l'asservissement de la diode est représenté sur la figure IV.9. Le signal délivré par la photodiode et qui représente l'intensité incidente non absorbée est

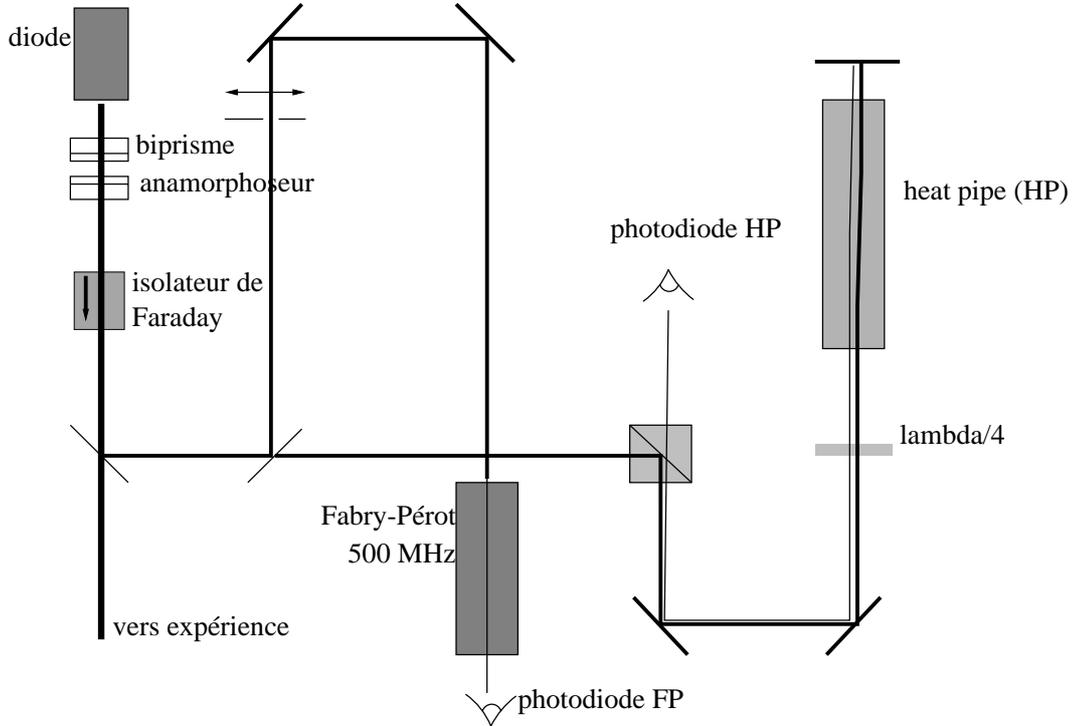


Figure IV.9: dispositif expérimental de l'asservissement de la diode

présentée sur la figure IV.10 pour la transition  $^2S_{1/2}, F = 1 \rightarrow ^2P_{1/2}$ . Ce spectre a été obtenu en balayant lentement la longueur d'onde de la diode en tournant le réseau de la cavité externe. L'étalonnage en fréquence est réalisé grâce à un Fabry-Pérot d'intervalle spectral libre de 500 MHz, non dégénéré. L'écart entre chaque mode transverse consécutif est de 91 MHz ( $\pm 2$ ) et correspond exactement à la structure hyperfine de l'état  $^2P_{1/2}$  telle qu'elle est donnée dans [49] par exemple. Exactement entre les deux raies d'absorption minimale, on peut remarquer une raie supplémentaire. Cette raie peut être expliquée par le phénomène de "cross-over". Elle provient des atomes résonnants avec la transition  $^2S_{1/2}; F = 1 \leftarrow ^2P_{1/2}; F' = 1$  pour l'onde aller et la transition  $^2S_{1/2}; F = 1 \leftarrow ^2P_{1/2}; F' = 1$  pour l'onde retour :

$$\begin{aligned}\omega(F = 2) &= \omega_L - k_L v_x \\ \omega(F = 1) &= \omega_L + k_L v_x.\end{aligned}\quad (\text{IV.34})$$

On vérifie bien que la pulsation de l'onde laser doit être la moyenne des pulsations des deux transitions :

$$\omega_L = \frac{\omega(F = 2) + \omega(F = 1)}{2}.\quad (\text{IV.35})$$

<sup>4</sup>Cette démonstration est simpliste mais suffit à comprendre le phénomène, pour un traitement exact de l'absorption saturée, il faut aussi prendre en compte les cohérences et pas uniquement les populations.

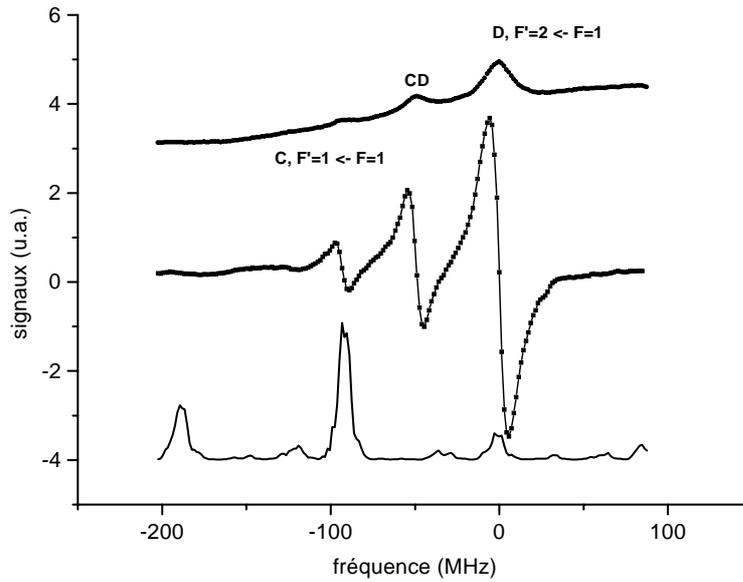


Figure IV.10: partie du spectre de transmission du lithium en absorption saturée. Les transitions observées sont ( $F = 1, ^2S_{1/2} \leftarrow F' = 1, ^2P_{1/2}$ ) notée C et ( $F = 1, ^2S_{1/2} \leftarrow F' = 2, ^2P_{1/2}$ ), notée D. C'est cette dernière transition qui sera utilisée pour le pompage optique. En haut, signal de la photodiode HP donnant le signal transmis par le "heat-pipe". Au milieu, le signal de la détection synchrone, après démodulation. En bas, le signal de transmission du Fabry-Pérot non-dégénéré, qui sert d'étalon de fréquence.

Le signal fourni par la photodiode n'est pas utilisable directement pour un asservissement. Les circuits d'asservissement ont besoin d'un signal d'erreur pour les commander. Ce signal doit être nul quand la fréquence du laser est égale à la fréquence de consigne, positif quand elle est plus petite, négatif dans le cas contraire. Ce genre de signal peut être obtenu avec le même dispositif expérimental mais en modulant la fréquence de la diode. Le signal provenant de la photodiode est analysé par une détection synchrone, qui génère aussi le signal de modulation. On obtient les signaux donnés sur la figure IV.10, sur la courbe du milieu. Cette opération, qui revient à prendre la dérivée du signal de la photodiode, permet de ramener le fond du spectre, inutile, à zéro et d'obtenir des pentes très élevées autour de la fréquence de consigne. Dans la pratique, nous avons choisi de nous servir d'un Fabry-Pérot comme étalon de fréquence pour la diode et d'asservir un mode du Fabry-Pérot sur la transition du lithium recherchée. L'intermédiaire de l'interféromètre de Fabry-Pérot permet d'avoir un signal d'erreur de pente plus élevée et donc d'avoir une contrainte plus précise.

La boucle d'asservissement de la diode laser est assez simple. La modulation de la fréquence de la diode est réalisée par l'intermédiaire de son courant d'alimentation. La rétro-action, commandée par le signal d'erreur de la figure IV.10, est envoyée sur le courant d'alimentation de la diode, pour sa partie rapide. Les dérives lentes sont corrigées sur le réseau de la cavité externe de la diode. Dans l'état actuel, la diode peut être asservie

par ce procédé mais elle est plus bruyante asservie que libre. Ce défaut provient du taux de conversion tension/courant trop élevé pour la modulation de la diode. Ce fort taux nous oblige à atténuer des signaux et insère inutilement du bruit dans le circuit. Nous modifions actuellement l'alimentation en courant de la diode pour modifier ce taux de conversion.

### IV.3.2 Réalisation des ondes laser

Les ondes laser stationnaires qui diffracteront les atomes sont fournies par un laser à colorant en anneau, monomode et accordable. Le colorant, du DCM (vendu par exciton), est pompé par la raie verte d'un laser à argon ionisé. Le fonctionnement du laser à colorant a été décrit de nombreuses fois et nous ne le présentons pas ici. La longueur d'onde émise peut être déterminée par un  $\lambda$ mètre. La lecture, qui est relative, peut atteindre une précision de 30 MHz si le  $\lambda$ mètre est calibré sur une transition connue et si les faisceaux laser sont très peu divergents car une modification de l'angle d'incidence perturbe la mesure [75]. Pour mesurer l'écart à résonance  $\delta_L$ , nous avons l'intention d'utiliser un interféromètre de Fabry-Pérot, dont un mode sera asservi sur une transition du lithium et dont l'écart entre modes nous servira à étalonner  $\delta_L$ .

Ces ondes laser seront ensuite envoyées vers l'expérience, perpendiculairement au jet atomique. On pourra utiliser des télescopes pour en modifier l'étendue spatiale.

# Chapitre V

## Indice d'un gaz pour une onde atomique

En optique traditionnelle, une des applications de l'interférométrie est la mesure d'indices ou de variations d'indice de réfraction de différents milieux. C'est une technique très fine, utilisée dans l'industrie pour mesurer, entre autre, des déformations, dilatations ou contraintes dans un matériau. En optique atomique aussi, on peut mesurer des indices grâce à l'interférométrie. Comme la transmission d'une onde atomique à travers les milieux denses est extrêmement faible, il n'est pas envisageable de mesurer leur indice de réfraction. Les mesures porteront donc seulement sur l'indice d'un gaz pour une onde atomique. Ainsi l'indice des gaz rares a déjà été mesuré par l'équipe de D.Pritchard [26] pour une onde de sodium. Dans la suite, nous nous intéressons en premier lieu à l'expression générale de cet indice de réfraction pour une onde atomique. Nous présentons tout d'abord le principe de sa mesure et relierons cette grandeur à d'autres plus communément employées dans le domaine des collisions d'atomes. Ensuite, nous exposons une méthode qui permet de calculer cet indice et en détaillons certaines propriétés. Enfin, nos résultats de calculs des indices des gaz rares pour une onde de sodium sont comparés aux mesures de l'équipe de Pritchard et les valeurs attendues de ces indices pour une onde de lithium sont présentées.

### V.1 Mesure de l'indice de réfraction d'un gaz pour une onde atomique

#### V.1.1 Généralités

Comme en optique, le principe de la mesure d'un indice d'un gaz consiste à intercaler une cellule de gaz sur un des deux bras de l'interféromètre. Cette cellule de gaz a une longueur  $L$  et une densité  $N$ , nous noterons  $n$  l'indice du gaz qu'elle contient. La cellule n'a pas de fenêtre bien sûr mais on peut maintenir une densité presque constante à l'intérieur tout en ayant un débit de gaz modéré dans l'enceinte de l'interféromètre si la cellule est limitée en entrée et en sortie par des fentes fines. En pratique, la cellule utilisée par l'équipe de Pritchard pour leurs mesures d'indice se termine par des fentes de  $200 \mu\text{m}$  de largeur sur quelques millimètres de hauteur (*voir* figure V.1). Pour introduire un objet déphasant dans un interféromètre optique, il faut en général que cet objet ait une qualité de surface meilleure que la longueur d'onde  $\lambda$  utilisée. En fait, la condition porte non sur la hauteur

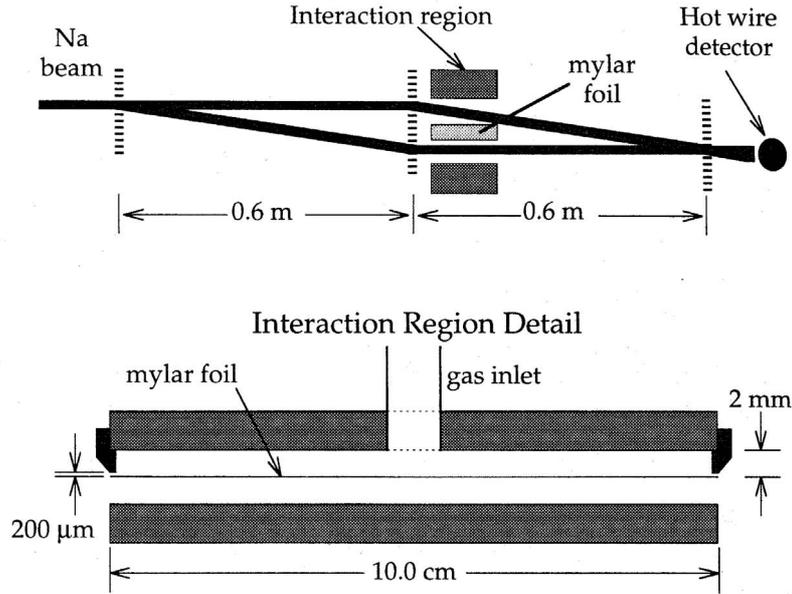


Figure V.1: en haut : schéma de principe de la mesure de l'indice de réfraction d'un gaz par interférométrie atomique tel qu'il est donné par Schmiedmayer *et al.* [26]. En bas : schéma de la cellule de gaz utilisée par ce groupe [26].

$h$  des défauts de la surface mais sur le produit  $(n-1)h$  qui doit être petit devant  $\lambda$ . En optique ces deux quantités sont quasiment équivalentes car  $n-1 \simeq 1$  pour les milieux denses. Pour les ondes atomiques, la quantité  $(n-1)$  d'un gaz est de l'ordre de quelques  $10^{-10}$  pour des pressions utilisées de l'ordre de 0,1 Pascal. Les irrégularités de la surface  $h$  seront comparables à la dimension des fentes qui limitent la cellule de gaz (voir figure V.1), soit  $200 \mu\text{m}$ . On vérifie aisément que  $(n-1)h$  sera de l'ordre de  $10^{-13}$  m alors que la longueur d'onde atomique est de l'ordre de  $10^{-11}$  m pour l'onde de sodium des expériences de Pritchard et la condition sur la qualité de la surface est donc vérifiée.

L'indice  $n$  est défini à partir de la fonction d'onde atomique incidente sur la cellule de gaz  $\psi_i(z)$ , de la fonction d'onde transmise par la cellule  $\psi_t(z)$ , et du vecteur d'onde atomique  $k_{dB} = mv/\hbar$  (voir figure V.2) :

$$\psi_t(z) = \psi_i(z) e^{i(n-1)k_{dB}L}. \quad (\text{V.1})$$

Comme en optique, l'indice de réfraction  $n$  est une grandeur complexe, et c'est une nouvelle façon d'envisager les collisions entre atomes. L'indice  $n$  dépend de la densité  $N$  du gaz et dans la limite des faibles densités

$$(n-1) \propto N. \quad (\text{V.2})$$

On peut aisément relier la partie imaginaire de l'indice à la section efficace de collision entre atomes de l'onde et atomes du gaz. Le flux atomique  $I(z)$  est proportionnel à  $|\psi(z)|^2$ , on peut exprimer l'atténuation de ce flux par la cellule de gaz en fonction du flux incident  $I_i$  et du flux transmis  $I_t$  par

$$\frac{I_t}{I_i} = e^{-2\text{Im}(n-1)kL}. \quad (\text{V.3})$$

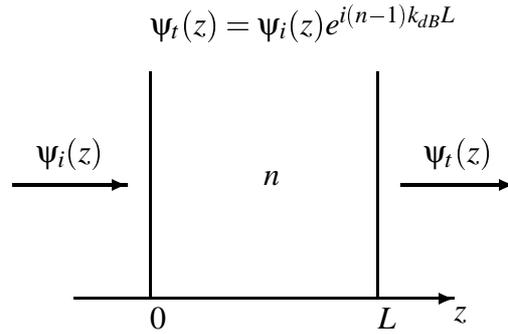


Figure V.2: définition de l'indice d'une cellule de gaz pour une onde atomique

La définition de la section efficace totale de collision  $\sigma$  permet d'écrire cette atténuation sous la forme (loi de Beer-Lambert)

$$\frac{I_t}{I_i} = e^{-\sigma N L}. \tag{V.4}$$

On peut donc établir ainsi la relation entre la section efficace totale de collision et la partie imaginaire de l'indice :

$$\sigma = \frac{2\text{Im}(n-1)k}{N}. \tag{V.5}$$

Cette égalité montre que jusqu'ici, en étudiant la section efficace totale d'une collision, on n'avait accès qu'à la partie imaginaire de l'indice. Par contre, sa partie réelle n'a jamais été mesurée avant les premières expériences d'interférométrie. Elle rend compte de l'effet de déphasage introduit sur la propagation de l'onde par les atomes du gaz cible.

### V.1.2 Principe de la mesure

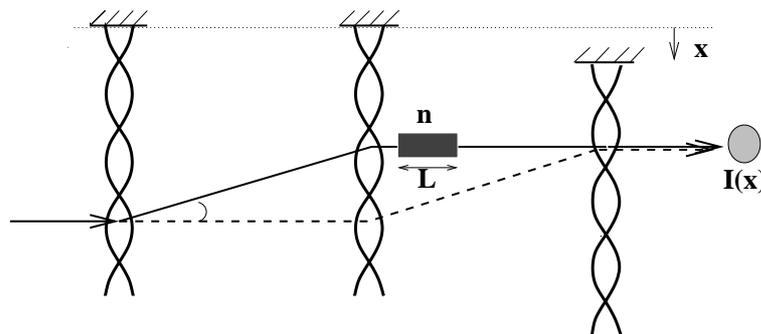


Figure V.3: schéma de principe de la mesure de l'indice de réfraction d'un gaz par interférométrie atomique. Nous noterons 1 le chemin inférieur de cette figure, défini par les ordres de diffraction  $p_1 = 0, p_2 = +1$  et  $p_3 = -1$  et 2 le chemin qui traverse la cellule de gaz, défini par les ordres de diffraction  $p_1 = +1, p_2 = -1$  et  $p_3 = 0$ .

On ne considèrera ici que les deux bras principaux de l'interféromètre (voir figure V.3). Quand la cellule est vide, les deux ondes qui interfèrent et qui sont à l'origine du

signal mesuré ont pour amplitude (voir III.1.1) :

$$A_1 e^{-ik_r x_3} \quad \text{et} \quad A_2. \quad (\text{V.6})$$

On suppose, pour simplifier, que les positions des deux premiers réseaux sont telles que  $x_1 = x_2 = 0$  et c'est le balayage de la position  $x_3$  du troisième réseau qui sert à observer les franges d'interférence. Le signal ainsi obtenu est donné par

$$I_0(x_3) = I_0 (1 + C_0 \cos(k_r x_3)) \quad (\text{V.7})$$

$$\text{où on définit } I_0 = A_1^2 + A_2^2 \quad \text{et} \quad C_0 = \frac{2A_1 A_2}{A_1^2 + A_2^2}.$$

Pour simplifier les notations, on a admis que  $A_1$  et  $A_2$  sont réels, ce qui n'ôte rien à la généralité du calcul. Si maintenant on place l'élément d'indice  $n$  sur le bras 2, l'amplitude  $A_1$  n'est pas modifiée et celle de l'onde traversant la cellule devient

$$A_2' = A_2 \rho e^{i\phi} = A_2 e^{i(n-1)k_{dB}L}. \quad (\text{V.8})$$

L'onde atomique associée au bras 2 voit donc son amplitude atténuée d'un facteur  $\rho$  défini par

$$\rho = e^{-\text{Im}(n-1)k_{dB}L}, \quad (\text{V.9})$$

et elle subit un déphasage  $\phi$ , qui s'exprime comme

$$\phi = \text{Re}(n-1)k_{dB}L. \quad (\text{V.10})$$

Le nouveau signal d'interférence est

$$\begin{aligned} I(x_3) &= A_1^2 + A_2^2 \rho^2 + 2A_1 A_2 \rho \cos(k_r x_3 - \phi) \\ &= I (1 + C \cos(k_r x_3 - \phi)), \end{aligned} \quad (\text{V.11})$$

$$\text{où } I = A_1^2 + A_2^2 \rho^2 \quad \text{et} \quad C = \frac{2A_1 A_2 \rho}{A_1^2 + A_2^2 \rho^2}. \quad (\text{V.12})$$

Le facteur d'atténuation  $\rho$  se mesure à partir des amplitudes du signal d'interférence pour une cellule sans gaz  $C_0 I_0$  et pour une cellule avec gaz  $CI$  :

$$\rho = \frac{CI}{C_0 I_0}. \quad (\text{V.13})$$

Les mesures expérimentales permettent donc de déterminer la partie réelle de l'indice grâce à la mesure du déphasage de l'interférogramme,

$$\text{Re}(n-1) = \frac{\phi}{k_{dB}L}, \quad (\text{V.14})$$

et sa partie imaginaire grâce aux mesures de l'amplitude des oscillations du signal d'interférence,

$$\text{Im}(n-1) = \frac{1}{k_{dB}L} \ln \left( \frac{C_0 I_0}{CI} \right). \quad (\text{V.15})$$

On peut remarquer que le contraste est approximativement proportionnel à  $\rho$  (tant que l'intensité  $A_2^2 \rho^2$  de l'onde atomique qui traverse la cellule est faible devant  $A_1^2$ , l'intensité

sur l'autre bras) alors que l'atténuation, en intensité, de l'onde traversant la cellule est de  $\rho^2$ .

Pour ces mesures d'indice, il est important de comparer les signaux avec ceux obtenus quand la cellule est vide plutôt que ceux obtenus en l'absence de cellule. La différence entre les deux cas est dû à l'effet d'ombre introduit par la cellule, même vide. Cet effet d'ombre a été observé par Pritchard. Lors d'expériences antérieures de mesure de polarisabilité, où la cellule est quasiment identique, cet effet a même été estimé par l'atténuation de l'onde atomique traversant l'interféromètre [60]. La position de la cellule dans l'interféromètre est ajustée pour limiter cet effet.

Une question qui n'a pas encore été discutée est la contribution parasite au signal des atomes diffusés sous un angle faible dans la cellule de gaz. Dans les expériences traditionnelles de mesure de la section efficace totale de collision par une cellule de gaz, les jets atomiques sont très collimatés dans les deux directions transverses (à quelques centaines de  $\mu\text{rad}$  près) [3, 76]. Cette précaution est très importante pour ne pas sous estimer la section efficace totale. Dans les expériences de Pritchard *et coll.*, la collimation est excellente dans le plan de l'interféromètre (quelques dizaines de  $\mu\text{rad}$ ) mais nettement moins bonne dans le plan perpendiculaire à celui-ci, ceci pour conserver un flux d'atomes le plus grand possible. Les atomes diffusés aux angles faibles pourraient donc introduire une petite composante parasite au signal. Il semble difficile d'évaluer ce signal autrement que par des simulations mais le simple fait de placer la cellule de gaz juste avant le deuxième réseau plutôt que juste après devrait réduire fortement ce signal parasite car la vitesse des atomes diffusés n'obéit plus à la condition de Bragg.

### V.1.3 Effet des multiples faisceaux se propageant dans l'interféromètre

Si on utilise des réseaux constitués d'ondes diffractantes minces (*voir* II.3.1), l'exploitation des mesures de déphasage et de contraste pourrait être rendue difficile par l'existence de chemins multiples de diffraction (*voir* III.2). La figure V.4 rappelle la définition des groupes de cohérence. On remarque que tous les groupes de cohérence numérotés de 1 à 6 sont issus des deux faisceaux principaux et le présence d'une cellule de gaz modifie leur contribution de manière analogue. Selon la position de la cellule (avant ou après le troisième réseau) les groupes {7} et {8} sont affectés ou pas mais cette question est d'intérêt limité car la cellule de gaz, par son encombrement, élimine vraisemblablement toute contribution de ces deux groupes (*voir* schéma V.1 de la cellule de Pritchard). Prenons le cas où le détecteur est placé à une distance  $L_{34}$  du dernier réseau de 0,35 m, position où le contraste est maximal quand  $e_0 = e_1 = 10 \mu\text{m}$  et  $d = 50 \mu\text{m}$ , (*voir* III.2.2). On illustre l'effet des chemins multiples en ne prenant en compte que les contributions des groupes {1} et {2} (*cf* eq III.34 et III.36), quand la cellule est vide

$$\begin{aligned} I_0(x_3) &= I_0(1)(1 + C_0(1)\cos(k_r x_3)) + I_0(2)(1 - C_0(2)\cos(k_r x_3)) \\ &= (I_0(1) + I_0(2)) \left( 1 + \frac{I_0(1)C_0(1) - I_0(2)C_0(2)}{I_0(1) + I_0(2)} \cos(k_r x_3) \right). \end{aligned} \quad (\text{V.16})$$

L'intensité du signal total est  $I_0 = I_0(1) + I_0(2)$  et le contraste est  $C_0 = (I_0(1)C_0(1) - I_0(2)C_0(2))/(I_0(1) + I_0(2))$ . Quand on remplit la cellule de gaz, ce signal devient, si la

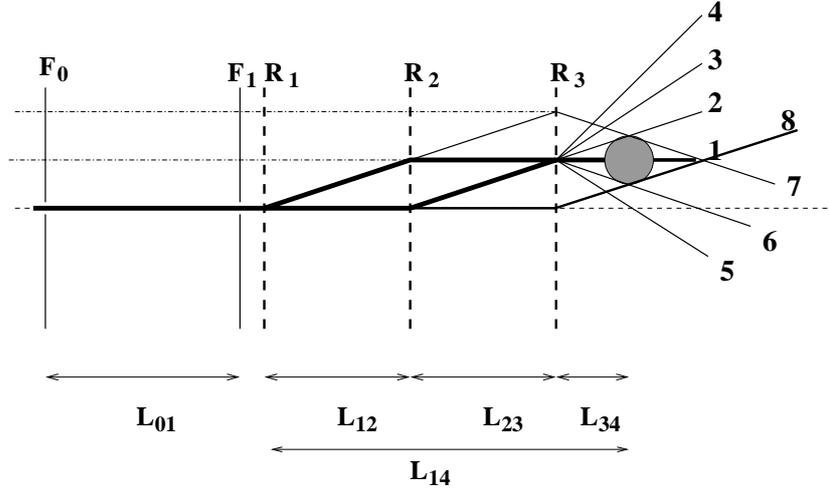


Figure V.4: différents chemins de diffraction contribuant au signal, dans le cas de réseaux de diffraction constitués par une onde mince.

cellule est placée comme sur la figure V.3 ,

$$I(x_3) = I(1) + I(2) + I(1)C(1) \cos(k_r x_3 - \phi) - I(2)C(2) \cos(k_r x_3 - \phi). \quad (\text{V.17})$$

On retrouve la même expression analytique pour le signal

$$I(x_3) = I(1 + C \cos(k_r x_3 - \phi)) \quad (\text{V.18})$$

si l'intensité  $I$  est égale à  $I(1) + I(2)$  et le nouveau contraste  $C$  est  $(I(1)C(1) - I(2)C(2)) / (I(1) + I(2))$ . Comme la contribution au signal des deux groupes de cohérence obéit à la même dépendance en fonction du facteur d'atténuation  $\rho$  :

$$I(i)C(i) = I_0(i)C_0(i)\rho, \quad (\text{V.19})$$

on retrouve la même expression du contraste  $C$  que dans le cas d'un seul groupe de cohérence,

$$C = \rho C_0 \frac{I_0}{I}. \quad (\text{V.20})$$

L'interprétation du déphasage et de la perte du contraste en fonction de l'indice de réfraction reste donc la même que dans le cas d'un seul groupe de cohérence.

#### V.1.4 Les mesures d'indice pour une onde de sodium

L'équipe de D. Pritchard a mesuré l'indice de différents gaz pour une onde de sodium de vitesse variée [26, 27]. Les expériences ont été réalisées avec des pressions de gaz cible de l'ordre du mtorr (de 0,1 à 10 mtorr) et, pour donner un ordre de grandeur, nous reproduisons ici les résultats obtenus par l'équipe de Pritchard pour un jet de sodium de vitesse égale à 1000 m/s et une cellule de gaz à 300 K, ramenés à une pression de 1 mtorr [27]. Les différents gaz utilisés dans la cellule sont aussi donnés dans ce tableau, les principales mesures ont concerné les gaz rares. Les déphasages observés vont de 0,5 à 6,5 rad /mtorr pour un gaz à 300 K et la réduction de contraste est de l'ordre de

30 (ce qui signifie que l'atténuation de l'intensité atomique traversant la cellule est de l'ordre de 1000). Les parties réelles et imaginaires de l'indice sont calculées à partir du déphasage observé, du rapport  $\text{Re}(n-1)/\text{Im}(n-1)$  mesuré et de la densité de gaz déduite de l'atténuation de l'onde et de la section efficace de collision par un protocole que nous expliquons plus loin.

atome cible	$\phi/\text{mtorr}$	$(n-1)10^{10}/\text{mtorr}$	$\text{Re}(n-1)/\text{Im}(n-1)$
He	0,50	0,14+i1,18	0,12(2)
Ne	2,0	0,55+i0,56	0,98(2)
Ar	3,9	1,07+i1,81	0,59(3)
Kr	5,4	1,51+i2,45	0,62(6)
Xe	6,5	1,81+i2,49	0,73(3)
N <sub>2</sub>	4,7	0,91+i1,39	0,60(2)
NH <sub>3</sub>	3,3	1,30+i2,16	0,65(4)
CO <sub>2</sub>	5,0	1,37+i2,21	0,62(2)
H <sub>2</sub> O	6,2	1,71+i2,40	0,72(3)

Les mesures les plus citées ont été effectuées pour des vitesses de jet allant de 750 à 1700 m/s. Ces vitesses sont obtenues en ensemencant le jet de sodium dans divers gaz rares porteurs. Des vitesses de jet plus élevées (jusqu'à 2700 m/s), obtenues en utilisant l'hélium comme gaz porteur, ont été utilisées plus récemment ([13] figure 5,19) mais l'équipe de Pritchard ne semble pas satisfaite de ces mesures et elles ne sont pas citées dans l'article de revue [27] qui aborde pourtant la mesure d'indice. Nous nous intéresserons donc plus particulièrement à la gamme de vitesse inférieure à 2000 m/s. L'utilisation d'un jet plus rapide limite la séparation spatiale entre les bras et l'insertion de la cellule de gaz y est plus difficile.

La quantité  $(n-1)$  mesurée est proportionnelle à la densité de gaz cible. Pour les calculs donnés dans le tableau précédent, cette densité de gaz est mesurée de façon indirecte. Dans un premier temps, l'intensité d'une onde de sodium traversant la cellule de gaz est enregistrée en fonction de l'augmentation de pression dans la chambre de l'interféromètre, mesurée par une jauge à ionisation. Cette augmentation due au débit de gaz de la cellule dans la chambre de l'interféromètre est bien proportionnelle à la pression dans la cellule si on admet que la vitesse de pompage de la pompe est constante dans la gamme de travail, autour de quelques  $10^{-7}$  torr. La connaissance des valeurs calculées de la section efficace totale de collision permet d'en déduire la densité  $N$  du gaz. La valeur de la pression dans l'enceinte sert ensuite d'indicateur de densité. Dans un deuxième temps, le déphasage et l'atténuation du signal d'interférence entre deux ondes sont mesurés, en fonction de la pression dans la chambre. Cette mesure n'est pas très satisfaisante et un protocole expérimental permet de s'affranchir de cette mesure : pour différentes densités, les courbes représentant le déphasage  $\phi$  en fonction de  $\ln(CI/C_0I_0)$  fournissent théoriquement une droite de pente

$$\rho_n = \frac{\text{Re}(n-1)}{\text{Im}(n-1)} \quad (\text{V.21})$$

indépendant de la densité  $N$ . Nous rappelons que  $C_0I_0$  et  $CI$  sont les amplitudes du signal d'interférence sans et avec du gaz dans la cellule. Nous verrons plus loin que, outre l'avantage expérimental de ce protocole, le rapport  $\rho_n$  est une grandeur très intéressante à

étudier et dans la suite nous étudierons essentiellement ce rapport puisqu'en fait, il n'y a pas de mesures disponibles des deux grandeurs séparées.

## V.2 Théorie de l'indice de réfraction pour des ondes atomiques

Les interactions d'un atome de l'onde avec les atomes du gaz sont traditionnellement vues comme une suite de collisions. D'un point de vue ondulatoire, chaque collision entraîne la diffusion de l'onde atomique incidente et les interférences de toutes ces ondes diffusées sont constructives vers l'avant. Le résultat de ces interférences est d'atténuer et de déphaser l'onde incidente et c'est l'ensemble de ces deux effets qui est exprimé dans l'indice. La notion d'indice est très courante en optique mais il existe de grandes différences entre les interactions lumière-atome et atome-atome. Alors que les atomes vont en général à des vitesses très petites devant la vitesse de l'onde lumineuse, les atomes de l'onde et du gaz ont des vitesses comparables et nous verrons plus loin que l'expression de l'indice en est modifiée. La prise en compte de l'agitation thermique des cibles est très importante et a donné lieu à plusieurs formules. Nous donnons plus loin la démonstration d'une nouvelle formule qui est cohérente avec les définitions usuelles de section efficace de collision, ce qui n'était pas le cas des précédentes.

Un aspect de l'indice que nous ne traiterons pas ici est l'amplification d'une onde atomique par émission stimulée d'atomes. Comme pour la lumière, absorption et émission stimulée sont les deux facettes d'un même processus. C. Bordé a écrit, dans le formalisme des équations des champs atomiques la description de base de ces effets [77]. Ce formalisme ne m'étant pas suffisamment familier, il ne sera pas utilisé ici.

### V.2.1 Cas de centres diffusants fixes

La démonstration de l'expression de l'indice de réfraction d'un nuage désordonné de centres diffusants fixes est donné dans plusieurs ouvrages, dans le cadre d'ondes électromagnétiques. Nous nous sommes inspiré de celle présentée dans le livre de R. Newton [78] qui peut facilement s'appliquer au cas d'ondes atomiques et nous adaptons ici cette démonstration à notre étude. La paternité de la première démonstration dans le cadre d'ondes électromagnétiques n'est pas clairement établie. R. Newton suggère que le théorème optique, dont la démonstration est proche de celle de l'expression de l'indice, était déjà connu de Lord Rayleigh.

Si une onde plane incidente  $e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}$  de vecteur d'onde  $\vec{k}$  parallèle à  $Oz$  est diffusée par un potentiel central de centre fixe, le comportement asymptotique de l'onde diffusée est la somme de l'onde plane incidente et d'une onde sphérique centrée sur le centre diffusant (voir figure V.5). La diffusion par un potentiel impose que la diffusion soit élastique et que la norme du vecteur d'onde soit conservée. L'onde diffusée peut donc s'écrire, si le centre diffusant est choisi comme origine :

$$\Psi \underset{r \rightarrow \infty}{\sim} \Psi_0 \left( e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} + f(\vec{k}, \vec{k}') \frac{e^{ikr}}{r} \right). \quad (\text{V.22})$$

La quantité  $f(\vec{k}, \vec{k}')$  est appelée amplitude de diffusion et dépend de la direction d'observa-

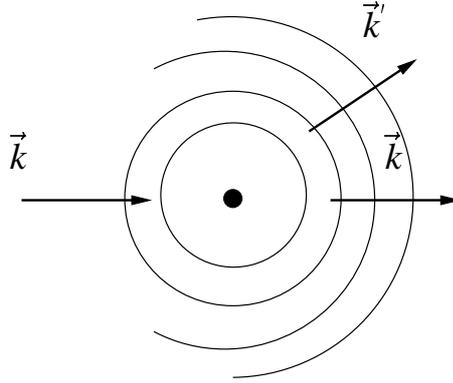


Figure V.5: onde plane diffusée par un centre fixe, placé au centre du référentiel.

tion  $\vec{k}'$  (voir figure V.5). Dans le cadre d'un calcul d'indice, seule la diffusion vers l'avant est importante car les ondes diffusées dans les autres directions par des centres différents n'interfèrent pas de manière constructive et la diffusion dans ces directions entraîne une atténuation de l'onde incidente, par conservation du flux total. Cette perte est la cause de la partie imaginaire de l'indice. L'amplitude de diffusion vers l'avant  $f(\vec{k}, \vec{k})$  sera plus simplement notée  $f(k)$ .

Nous sommes ici dans le cas où la longueur d'onde de l'onde incidente ( $\lambda_{dB} = 0,057$  nm pour le lithium à 1000 m/s) est très petite devant la distance  $d$  entre particules cibles ( $d \simeq N^{-1/3} \simeq 0,3$   $\mu\text{m}$  pour une pression de 0,1 Pascal à 300 K) qui est elle-même grande devant la taille des particules diffusantes, ou mieux de la portée  $a$  du potentiel diffusant. Le libre parcours moyen  $l_{pm}$  de l'onde dans le gaz peut être évalué par  $d^3/a^2$  ce qui est donc très grand devant la distance entre particules diffusantes  $d$  :

$$l_{pm} \simeq \frac{d^3}{a^2} = d \left( \frac{d^2}{a^2} \right) \gg d. \quad (\text{V.23})$$

Il existe donc une échelle de distance  $dz$  très grande devant  $d$  et cependant suffisamment fine pour être très petite devant le libre parcours moyen  $l_{pm}$ . Dans ces conditions, il y a suffisamment de particules diffusantes à l'intérieur de la tranche  $dz$  pour y faire l'approximation des milieux continus et l'onde est très peu modifiée à la traversée de cette tranche :

$$d \ll dz \ll l_{pm}. \quad (\text{V.24})$$

La tranche  $dz$  est constituée de centres diffusants  $b_j$ , situés à une distance  $r_j$  du point P où on étudie l'onde atomique. Le point P se trouve juste au bord de cette tranche mais à l'extérieur de celle-ci (à une distance  $d_p \ll dz$ , voir figure V.6). L'onde en ce point est la somme de l'onde plane libre et des ondes  $\psi_{dif}(b_j)$ , diffusées vers l'avant par les particules  $b_j$  contenues dans un cône très étroit de sommet P. Dans le cas de la diffusion élastique vers l'avant, il n'y a pas de déphasage dû à la position aléatoire du centre diffusant. Aussi, il n'y a pas d'effet de phase aléatoire susceptible d'être moyennée à zéro par les interférences entre les ondes diffusées par les différents centres  $b_j$ . La

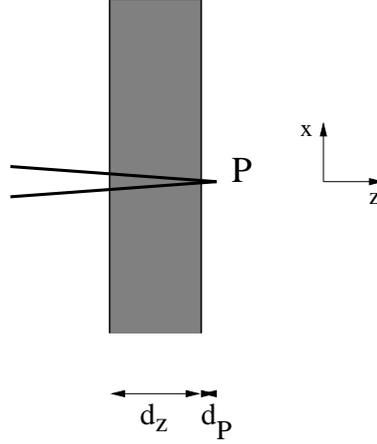


Figure V.6: répartition dans un cône étroit de sommet P, des centres diffusants pris en compte pour le calcul de l'onde diffusée en P

somme des ondes diffusées vers l'avant est donc une somme cohérente et il faut sommer leur amplitude :

$$\psi(P) = e^{ikz_P} + \sum_j \psi_{dif}(b_j). \quad (\text{V.25})$$

L'amplitude de l'onde sphérique diffusée vers l'avant, à une distance  $r$  du centre diffusant est  $f(k)/r$  (voir eq V.22). Dans l'approximation, justifiée plus loin, où  $f(k) \ll d$ , cette amplitude est négligeable devant celle de l'onde plane incidente quand l'onde atomique diffusée par un premier centre arrive sur un deuxième centre diffusant. Cette approximation entraîne donc que l'onde atomique locale, vu par chaque centre diffusant, est égale à l'onde incidente. Dans ces conditions, même si l'onde atomique traversant la tranche  $dz$  subit de multiples diffusions, ces diffusions sont indépendantes les unes des autres. Cette hypothèse des collisions indépendantes est très importante car elle permet de résoudre notre problème même dans le cas de diffusions multiples.

Comme nous venons de supposer que l'amplitude de l'onde sphérique décroissait très vite à partir du centre diffusant, l'onde en P ne dépend que des dernières collisions subies dans la tranche. Comme le cône contient différentes directions autour de l'axe ( $Oz$ ), les centres diffusants  $b_j$  qui occasionnent ces dernières collisions sont répartis dans le plan de sortie de la tranche, à  $d$  près (voir schéma de la figure V.7). Pour le centre diffusant  $b_j$ , faisant subir la dernière collision dans une direction donnée à l'intérieur du cône, l'onde locale incidente est l'onde plane entrant dans la tranche. Si  $r_j$  est la distance de ce centre diffusant à P, l'onde qu'il diffuse en P est

$$\psi_{dif}(b_j) = \psi_0 \left( e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}_j} + f(k) \frac{e^{ikr_j}}{r_j} \right). \quad (\text{V.26})$$

Puisque le cône doit être très étroit, les dimensions radiales maximales  $\sqrt{x_j^2 + y_j^2}$  sont plus petites que la plus petite des dimensions longitudinales  $d_p$  et si on choisit l'origine des axes en P,

$$r_j = \sqrt{x_j^2 + y_j^2 + z_j^2} \simeq z_j + \frac{x_j^2 + y_j^2}{2z_j}. \quad (\text{V.27})$$

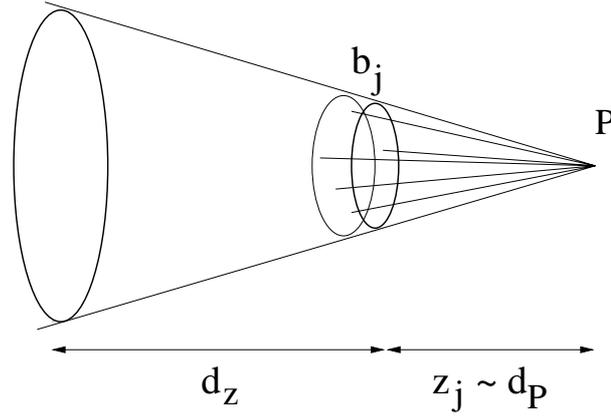


Figure V.7: répartition des centres diffusants qui ont réellement une influence sur l'onde vue en P.

Pour l'amplitude de l'onde sphérique  $f(k)/r_j$ , on peut se contenter de l'approximation habituelle  $1/r_j \simeq 1/z_j$ , et

$$\Psi_{dif}(b_j) = e^{ikz_j} \left( 1 + \frac{f(k)}{z_j} e^{\frac{ik(x_j^2+y_j^2)}{2z_j}} \right). \quad (\text{V.28})$$

Comme il y a un grand nombre de particules cibles  $b_j$  dans le cône, la somme sur les  $j$  dans l'équation (V.25) peut être remplacée par une intégrale et, puisque la longueur d'onde  $\lambda_{dB}$  est très petite devant  $d$ , on peut choisir l'étendue radiale du cône telle que

$$x_j^2 + y_j^2 \gg \lambda_{dB} d_p \quad (\text{V.29})$$

tout en conservant

$$x_j^2 + y_j^2 \ll d_p^2. \quad (\text{V.30})$$

La phase des ondes diffusées apparaissant dans la parenthèse de l'équation (V.26) atteint donc des valeurs très grande devant  $2\pi$  :

$$\frac{k(x_j^2 + y_j^2)}{z_j} \gg 2\pi \quad (\text{V.31})$$

et l'intégrale peut être étendue de  $-\infty$  à  $+\infty$  dans les directions  $x$  et  $y$  sans en modifier la valeur :

$$\Psi(P) \simeq e^{ikz_P} + e^{ikz} \left( 1 + \frac{f(k)}{z} N \int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_{-\infty}^{+\infty} dy e^{ik(x^2+y^2)/2z} dz \right) \quad (\text{V.32})$$

avec  $N$  le nombre de particules cibles par unité de volume. On retrouve dans cette expression deux intégrales de Fresnel dont la valeur figure dans les tables et

$$\Psi(P) = e^{ikz_P} + \Psi_0 e^{ikz} \left( 1 + \frac{f(k)}{z} N \frac{i2\pi z}{k} dz \right). \quad (\text{V.33})$$

En conclusion, si l'entrée de la tranche est en  $z$ , et P en  $z_P = z + dz$ ,  $e^{ikz_P} = ikdz e^{ikz}$  et

$$\Psi(z + dz) = \Psi(z) \left( 1 + \frac{i2\pi N f(k)}{k} dz + ikdz \right) \quad (\text{V.34})$$

où  $\psi(z)$  est l'onde atomique incidente  $e^{ikz}$ . Dans un développement au premier ordre,

$$\psi(z + dz) = \psi(z) + \frac{d\psi}{dz} dz \quad (\text{V.35})$$

et par comparaison des deux égalités précédentes,

$$\frac{d\psi}{dz}(z) = \psi(z) \left( ik + \frac{i2\pi N f(k)}{k} \right) dz \quad (\text{V.36})$$

soit, en intégrant sur un milieu d'épaisseur  $z$ ,

$$\psi(z) = \psi(0) e^{ikz(1+2\pi N f(k)/k^2)}. \quad (\text{V.37})$$

L'équation définissant l'indice  $n$  du milieu étant,

$$\psi(z) = \psi(0) e^{iknz}, \quad (\text{V.38})$$

on trouve par identification l'expression de cet indice en fonction de la densité de particules cibles  $N$ , du vecteur d'onde incident  $k$  et de l'amplitude de diffusion vers l'avant  $f(k)$ :

$$n = 1 + 2\pi N \frac{f(k)}{k^2}. \quad (\text{V.39})$$

Cette expression donne bien  $(n - 1)$  proportionnel à la densité  $N$ , car les effets de champ local ont été négligé, et elle permet de retrouver le théorème optique en utilisant la relation (V.5) entre l'indice et la section efficace totale de collision  $\sigma$  :

$$\sigma = \frac{4\pi \text{Im}(f(k))}{k}. \quad (\text{V.40})$$

**Justification de l'approximation :** A posteriori on peut justifier l'approximation faite plus haut :

$$f(k) \ll d \quad (\text{V.41})$$

en utilisant l'expression de l'indice que nous venons de démontrer. Les mesures de l'équipe de Pritchard donne un indice de l'ordre de  $1 + 10^{-10}$ /mtorr, pour une longueur d'onde incidente de 0,016 nm et une densité  $N$ , équivalente à une pression de 1 mtorr, de  $3.10^{19}$  atomes/m<sup>3</sup> à une température de 300 K. On peut alors évaluer  $f(k)$  par

$$f(k) = \frac{(n-1)k^2}{2\pi N} \simeq 0,08 \mu\text{m} \quad (\text{V.42})$$

alors que  $d \simeq 0,3 \mu\text{m}$ . L'approximation utilisée est donc tout juste vérifiée dans le cas d'ondes atomiques provenant de jets thermiques.

**Une autre démonstration :** En utilisant la fonction de Green associée à l'équation de Schrödinger radiale, on peut montrer [79] que le comportement asymptotique de l'onde diffusée dans la direction  $\vec{k}'$  est

$$\psi(\vec{k}, \vec{r}) \sim_{r \rightarrow \infty} \left( e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} + \frac{e^{ikr}}{r} \int d\vec{r}' \frac{-m e^{-i\vec{k}' \cdot \vec{r}'}}{2\pi \hbar^2} V(r') \psi(\vec{k}', \vec{r}') \right). \quad (\text{V.43})$$

Dans l'approximation de Born du premier ordre, on peut remplacer dans l'intégrale  $\psi(\vec{k}, \vec{r})$  par l'onde plane incidente  $e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}$ . Par analogie avec l'équation (V.22) définissant  $f(\vec{k}, \vec{k}')$ , on montre que

$$f(\vec{k}, \vec{k}') = -\frac{m}{2\pi\hbar^2} \int V(r) e^{-i(\vec{k}' - \vec{k})\cdot\vec{r}} d\vec{r}. \quad (\text{V.44})$$

Pour une diffusion élastique vers l'avant,  $\vec{k}' = \vec{k}$  et

$$f(k) = -\frac{m}{2\pi\hbar^2} \int V(r) d\vec{r}. \quad (\text{V.45})$$

Dans cette approximation, l'amplitude de diffusion vers l'avant n'est donc sensible qu'au potentiel moyen  $\bar{V} = \int V(r) d\vec{r}$ . Si on définit le potentiel moyen effectif ramené au nombre de centres diffusants par unité de volume :

$$\bar{V}_{eff} = N \int V(r) d\vec{r}, \quad (\text{V.46})$$

$$f(k) = -\frac{m}{2\pi N \hbar^2} \bar{V}_{eff}. \quad (\text{V.47})$$

Dans l'approximation où seulement la norme du vecteur d'onde est perturbée et où cette perturbation est très faible (approximation au premier ordre) et si on représente le gaz diffusant par son potentiel effectif, le vecteur d'onde dans le gaz est

$$kn = \frac{\sqrt{2m(E - \bar{V}_{eff})}}{\hbar} \sim k - \frac{k\bar{V}_{eff}}{2E} \quad (\text{V.48})$$

avec  $E$  l'énergie totale de la particule  $\hbar^2 k^2 / 2m$ . En remplaçant  $\bar{V}_{eff}$  par son expression en fonction de  $f(k)$ , on retrouve bien la même expression de l'indice :

$$n = 1 - \frac{\bar{V}_{eff}}{2E} = 1 + 2\pi N \frac{f(k)}{k^2}. \quad (\text{V.49})$$

Cette démonstration n'est pourtant pas complètement justifiée ici car elle se base sur l'approximation de Born du premier ordre qui n'est pas une bonne approximation dans le cas des interactions entre atomes aux énergies thermiques.

## V.2.2 Cas de centres diffusants mobiles

Dans la démonstration précédente, les centres diffusants étaient supposés fixes. Cette hypothèse ne reflète pas les conditions de mesure de l'indice et nous voulons établir ici une expression valable pour des atomes cibles en mouvement. La méthode que nous avons utilisée consiste à se placer dans un référentiel où on peut considérer que le centre diffusant est fixe et où l'expression démontrée plus haut est valable. Le référentiel qui vérifie cette propriété est le référentiel barycentrique de la particule incidente  $a$  et de la particule diffusante ou cible,  $b$ . Dans ce référentiel on sait calculer l'amplitude de diffusion vers l'avant  $f(k_r)$  (où  $k_r$  est le vecteur d'onde relatif). Une fois que l'expression de l'onde est démontrée dans le référentiel barycentrique, il faut revenir dans le référentiel du laboratoire. Dans un premier temps, on suppose que toutes les cibles ont la même vitesse  $\vec{v}_b$ . Enfin, si les atomes cibles n'ont pas tous la même vitesse, il faut moyenner l'indice sur cette distribution de vitesse.

L'enjeu est ici de relier la grandeur calculable  $f(k_r)$  à l'indice mesuré qui est une grandeur moyennée sur la distribution de vitesse des atomes cibles. Déterminer ce lien ne fut pas chose facile et plusieurs expressions furent proposées et utilisées [80, 81, 82] avant qu'une confrontation avec l'expression classique de la section efficace remette en cause ces expressions. Cette confrontation sera exposée plus loin.

### 1. Indice dans le référentiel barycentrique

Dans un premier temps, nous supposons que toutes les particules cibles  $b$  ont la même vitesse  $\vec{v}_b$ . On peut alors définir le référentiel barycentrique habituel  $R^*$  associé à un couple  $a - b_i$  (l'indice  $i$  sera omis), dont la relation de passage par rapport au référentiel du laboratoire est

$$\vec{x}^* = \vec{x} - \vec{v}_G t \text{ où } \vec{v}_G = \frac{m_a \vec{v}_a + m_b \vec{v}_b}{m_a + m_b}. \quad (\text{V.50})$$

Dans le référentiel barycentrique, la collision de  $a$  sur  $b$  peut être entièrement décrite par le mouvement de la particule fictive, de masse la masse réduite  $\mu$ ,

$$\mu = \frac{m_a m_b}{m_a + m_b}, \quad (\text{V.51})$$

de position  $\vec{r} = \vec{r}_a - \vec{r}_b$  et de vecteur d'onde le vecteur d'onde relatif  $\vec{k}_r = \mu \vec{v}_r / \hbar$ . La particule fictive est alors diffusée par le potentiel interatomique  $V(r)$ . Quant à la particule  $a$ , son vecteur d'onde dans  $R^*$  est égal à celui de la particule fictive  $\vec{k}_r$  :

$$m_a (\vec{v}_a - \vec{v}_G) = \mu (\vec{v}_a - \vec{v}_b) = \mu \vec{v}_r = \hbar \vec{k}_r \quad (\text{V.52})$$

et son vecteur position  $\vec{r}_a^* = \vec{G}A$  se déduit de  $\vec{r} = \vec{B}A$  par une homothétie (voir figure V.8):

$$\vec{r}_a^* = \frac{\mu}{m_a} \vec{r}. \quad (\text{V.53})$$

Ce rapport de longueur se retrouve au carré dans la section efficace de collision qui a la dimension d'une longueur au carré :

$$\sigma_{a/G}^* = \sigma_{\mu/G}^* \left( \frac{\mu}{m_a} \right)^2. \quad (\text{V.54})$$

En exprimant l'atténuation d'une onde atomique, nous avons montré la relation générale qui lie la partie imaginaire de l'indice et la section efficace de collision, que l'on peut exprimer ici dans le référentiel barycentrique, pour des particules  $a$  incidentes et des centres diffusants  $G$  de densité  $N_G$  :

$$\text{Im}(n^* - 1) = \frac{\sigma_{a/G}^* N_G}{2k_r}. \quad (\text{V.55})$$

Grâce au théorème optique, déduit de notre démonstration de l'indice dans le cas de cibles fixes, on peut exprimer  $\sigma_{\mu/G}^*$  en fonction de l'amplitude de diffusion vers l'avant  $f(k_r)$ , calculée en fonction du potentiel  $V(r)$  :

$$\sigma_{\mu/G}^* = 4\pi \frac{\text{Im}(f(k_r))}{k_r}. \quad (\text{V.56})$$

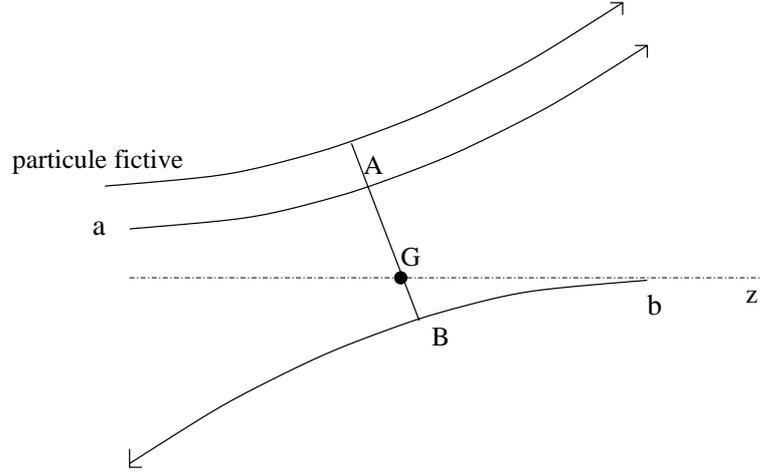


Figure V.8: collision de  $a$  sur  $b$  dans le référentiel du centre de masse. Illustration de la propriété d'homothétie entre la trajectoire de  $a$  et celle de la particule fictive dans le référentiel barycentrique.

De ces deux expressions, et de la relation d'homothétie entre les sections efficaces de collision, on déduit que

$$\text{Im}(n^* - 1) = 2\pi N_G \left( \frac{\mu}{m_a} \right)^2 \frac{\text{Im}(f(k_r))}{k_r^2}, \quad (\text{V.57})$$

et plus généralement que l'indice de réfraction d'un gaz de particules  $b$  de vitesse  $\vec{v}_b$ , dans le référentiel barycentrique de la collision, s'écrit

$$n^*(\vec{v}_b) = 1 + 2\pi N_G \left( \frac{\mu}{m_a} \right)^2 \frac{f(k_r)}{k_r^2}, \quad (\text{V.58})$$

où  $f(k_r)$  est l'amplitude de diffusion associée au potentiel  $V(r)$  et  $N_G$  est la densité de centres diffusants  $G$  vue de l'onde  $a$ . À cause du rapport d'homothétie ( $m_a/\mu$ ) entre  $\vec{r} = \vec{BA}$  et  $\vec{GA}$ , la densité  $N_G$  de centres fixes  $G$ , vue par  $a$ , est différente de la densité  $N$  de particules cibles  $b$  :

$$\frac{N_G}{N} = \left( \frac{m_a}{\mu} \right)^3. \quad (\text{V.59})$$

L'indice  $n^*(\vec{v}_b)$  s'écrit donc

$$n^*(\vec{v}_b) = 1 + 2\pi N \frac{m_a}{\mu} \frac{f(k_r)}{k_r^2}. \quad (\text{V.60})$$

## 2. Effet de la réfraction

Dans le référentiel barycentrique  $R^*$ , l'onde atomique se propage, dans le vide, avec le vecteur d'onde  $\vec{k}_r$ . Ce vecteur n'est en général pas parallèle à l'axe  $Oz^*$  du référentiel barycentrique, parallèle à l'axe  $Oz$ . À l'intérieur du gaz, le vecteur d'onde est modifiée par la réfraction (voir figure V.9) et  $\vec{k}_T$ , le vecteur d'onde transmis, n'est

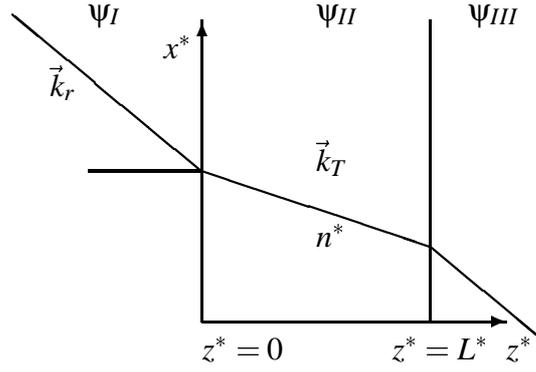


Figure V.9: réfraction, dans  $R^*$ , du vecteur d'onde atomique entrant dans une cellule de gaz d'indice  $n^*$ .

plus parallèle à  $\vec{k}_r$ . Pour déterminer  $\vec{k}_T$  nous avons utilisé l'analogie avec l'optique. Tout d'abord, par définition de l'indice, on a

$$\|\vec{k}_T\|^2 = n^{*2} \|\vec{k}_r\|^2. \quad (\text{V.61})$$

Par continuité de  $\psi$  dans le plan  $z^* = 0$ , on a,

$$k_{T_x} = k_{r_x} \quad (\text{V.62})$$

ce qui montre que la propagation selon  $Ox^*$  n'est pas modifiée par la cellule. Cette propriété était attendue puisque l'axe  $Ox^*$  appartient au plan de l'interface entre les deux milieux. La combinaison des deux équations précédentes impose que

$$k_{T_z}^2 = n^{*2} k_r^2 - k_{r_x}^2 = (n^{*2} - 1) k_r^2 + k_{r_z}^2, \quad (\text{V.63})$$

qui, au premier ordre en  $(n^* - 1)$  peut s'écrire

$$k_{T_z} = k_{r_z} + (n^* - 1) \frac{k_r^2}{k_{r_z}}. \quad (\text{V.64})$$

### 3. L'onde atomique dans la cellule de gaz

Toujours dans le référentiel barycentrique,  $\psi_I(\vec{r}^*)$  (*resp*  $\psi_{III}(\vec{r}^*)$ ) est l'onde atomique entrant (*resp* sortant) de la cellule de gaz et  $\psi_{II}(\vec{r}^*)$  est l'onde à l'intérieur de la cellule (*voir* figure V.9) :

$$\psi_I(\vec{r}^*) = e^{i\vec{k}_r \cdot \vec{r}^*} \quad (\text{V.65})$$

$$\psi_{II}(\vec{r}^*) = e^{i\vec{k}_r \cdot \vec{r}^*} e^{i(n^* - 1) \frac{k_r^2 z^*}{k_{r_z}}} \quad (\text{V.66})$$

où la continuité de  $\psi$  en  $z^* = 0$  est vérifiée par définition de  $\vec{k}_T$ . L'onde sortant peut s'écrire

$$\psi_{III}(\vec{r}^*) = A e^{i\vec{k}_r \cdot \vec{r}^*} \quad (\text{V.67})$$

et pour que  $\psi$  soit continue en  $z^* = L^*$ , il faut que  $A = e^{i(n^* - 1) \frac{k_r^2 L^*}{k_{r_z}}}$ . Si on note  $\psi_0(\vec{r}^*)$  l'onde qui sortirait de la cellule si elle était vide, on peut écrire

$$\psi_{III}(\vec{r}^*) = \psi_0(\vec{r}^*) e^{i(n^* - 1) \frac{k_r^2 L^*}{k_{r_z}}}. \quad (\text{V.68})$$

#### 4. Épaisseur de la cellule de gaz

On considère que dans  $R^*$ , la cellule de gaz est immobile et comprise entre les coordonnées  $z^* = 0$  et  $z^* = L^*$  car ce système est plus simple à considérer que celui dont les parois se translatent dans  $R^*$ . On peut calculer l'épaisseur  $L^*$  par la relation de changement de référentiel que l'on simplifie en supposant qu'à  $t = 0$ , les deux référentiels coïncident. Dans le référentiel du laboratoire, la particule incidente entre en  $z = 0$  pour  $t = 0$  et sort en  $z = L$  pour  $t = t_{out} = L/v_a$ . Dans le référentiel barycentrique, la particule entre en  $t = 0$  ( $z^* = 0$ ) et sort au même temps  $t_{out}$ , en se propageant à la vitesse  $v_{a_z}^*$  dans la direction ( $Oz^*$ ). Donc

$$L^* = L \frac{v_{a_z}^*}{v_a}. \quad (\text{V.69})$$

Pour calculer  $\psi_{III}(\vec{r}^*)$ , il nous faut connaître  $L^* k_r / k_{r_z}$  qui est donné par :

$$L^* \frac{k_r}{k_{r_z}} = L \frac{v_{a_z}^*}{v_a} \frac{\mu v_r}{m_a v_{a_z}^*} = L \frac{\mu v_r}{m_a v_a} = L \frac{k_r}{k_a}. \quad (\text{V.70})$$

Finalement, dans le référentiel barycentrique, la fonction d'onde après la traversée de la cellule, peut s'écrire

$$\psi_{III}(\vec{r}^*) = \psi_0(\vec{r}^*) e^{i(n^* - 1) \frac{k_r^2 L}{k_a}}. \quad (\text{V.71})$$

#### 5. Une autre démonstration

Si on considère  $l^*$ , la longueur totale parcourue par l'onde dans la cellule (qui est différente de  $L^*$  car la propagation ne se fait pas selon ( $Oz^*$ )), l'onde sortant de la cellule peut aussi s'écrire

$$\psi(z^* = L^*) = \psi(z^* = 0) e^{ik_T l^*} \quad (\text{V.72})$$

ou

$$\psi(z^* = L^*) = \psi_0(z^* = L^*) e^{i(n^* - 1) k_r l^*} \quad (\text{V.73})$$

où  $\psi_0$  désigne l'onde qui sortirait de la cellule si celle-ci était vide. On peut, de nouveau, utiliser le temps  $t_{out}$  de traversée de la cellule,

$$t_{out} = L/v_a = l^*/v_a^*, \quad (\text{V.74})$$

et utiliser l'égalité  $k_r/k_a = v_a^*/v_a$  pour remplacer  $k_r l^*$  par  $k_r^2 L/k_a$  dans l'expression de l'onde. On retrouve bien la même expression que précédemment :

$$\psi_{III}(\vec{r}^*) = \psi_0(\vec{r}^*) e^{i(n^* - 1) \frac{k_r^2 L}{k_a}}. \quad (\text{V.75})$$

#### 6. Retour dans le référentiel du laboratoire

On peut montrer (voir appendice E.1) que si on ramène la fonction d'onde  $\psi_{III}(\vec{r}^*)$  dans le référentiel du laboratoire, sa phase est modifiée et la fonction d'onde  $\psi(\vec{r})$  s'exprime comme

$$\psi(\vec{r}) = \exp\left(-\frac{im_a v_G^2 t}{2\hbar}\right) \exp\left(\frac{im_a \vec{v}_G \cdot \vec{r}}{\hbar}\right) \psi_{III}(\vec{r}^*). \quad (\text{V.76})$$

On a exprimé  $\psi_{III}(\vec{r}^*)$  en fonction de l'onde  $\psi_0(\vec{r}^*)$  qui existerait en  $\vec{r}^*$  si la cellule était vide. Il faut aussi ramener cette onde dans le référentiel du laboratoire. La phase qu'il faut lui ajouter est identique à celle ajoutée à  $\psi_{III}(\vec{r}^*)$  et si on exprime l'onde sortant en fonction de l'onde  $\Psi_0(\vec{r})$  qui existerait en  $\vec{r}$  si la cellule était vide, les deux phases se compensent exactement. Cette compensation s'explique par le fait que la phase occasionnée par le changement de référentiel ne dépend que du temps  $t$  choisi et de la position dans le référentiel du laboratoire, elle est donc identique pour  $\psi_{III}(\vec{r}^*)$  et pour  $\psi_0(\vec{r}^*)$ . La fonction d'onde sortant de la cellule est donc, dans le référentiel du laboratoire,

$$\Psi(\vec{r}) = \Psi_0(\vec{r}) e^{i(n^* - 1) \frac{k_r^2 L}{k_a}} \quad (\text{V.77})$$

avec

$$n^* - 1 = 2\pi N \left( \frac{m_a}{\mu} \right) \frac{f(k_r)}{k_r^2}. \quad (\text{V.78})$$

## 7. Indice dans le référentiel du laboratoire

Même si toutes les cibles n'ont pas la même vitesse, on peut procéder au calcul précédent pour chaque classe de vitesse ( $\vec{v}_b$ ). L'indice  $n$  mesuré dans le référentiel du laboratoire correspond à une fonction d'onde

$$\Psi_0 e^{i(n-1)k_a L} \quad (\text{V.79})$$

qui a subi des collisions avec des atomes de toutes les classes de vitesse. On définit l'indice mesuré par

$$(n-1)k_a L \equiv \left\langle \left( (n^* - 1) \frac{k_r^2}{k_a} L \right) \right\rangle_{\vec{v}_b} \quad (\text{V.80})$$

et l'indice  $n$  se calcule par,

$$n - 1 = \left\langle (n^* - 1) \frac{k_r^2}{k_a^2} \right\rangle_{\vec{v}_b}, \quad (\text{V.81})$$

soit, en pratique

$$n - 1 = \int d\vec{v}_b P(\vec{v}_b) (n^* - 1) \frac{k_r^2}{k_a^2}. \quad (\text{V.82})$$

## 8. Expression de l'indice pour un gaz à l'équilibre thermodynamique

Comme dans les expériences de Pritchard, les atomes cibles  $b$  sont contenus dans une cellule à température non nulle. Si on suppose que le gaz est à l'équilibre thermodynamique, leur vitesse obéit à la distribution de Maxwell-Boltzman,

$$P(\vec{v}_b) d\vec{v}_b = \frac{1}{\pi^{3/2} \alpha^3} e^{-v_b^2/\alpha^2} d\vec{v}_b \quad (\text{V.83})$$

avec  $\alpha = \sqrt{2k_B T/m_b}$ . En remplaçant  $\vec{v}_b$  par  $(\vec{v}_a - \vec{v}_r)$  dans l'expression de la distribution  $P(\vec{v}_b)$ , on peut tout exprimer en fonction de la valeur fixe  $\vec{v}_a$  et de la variable  $\vec{v}_r$  :

$$P(\vec{v}_b) d\vec{v}_b = \frac{1}{\pi^{3/2} \alpha^3} e^{-v_a^2/\alpha^2} e^{-v_r^2/\alpha^2} e^{2\vec{v}_a \cdot \vec{v}_r/\alpha^2} d\vec{v}_r. \quad (\text{V.84})$$

En utilisant la symétrie axiale d'axe  $\vec{v}_a$ , et en appelant  $\theta$  l'angle entre  $\vec{v}_r$  et  $\vec{v}_a$ , on peut expliciter l'intégrale donnant  $n - 1$  comme

$$n - 1 = \int_0^\infty 2\pi v_r^2 dv_r \int_0^\pi \sin \theta d\theta e^{-v_a^2/\alpha^2} e^{-v_r^2/\alpha^2} e^{2v_r v_a \cos \theta / \alpha^2} \left[ (n^* - 1) \frac{k_r^2}{k_a^2} \right]. \quad (\text{V.85})$$

L'intégration sur la variable  $\theta$  se fait facilement et la seule intégration numérique à faire est l'intégration sur  $v_r$  :

$$n - 1 = \frac{2e^{-v_a^2/\alpha^2}}{\pi^{1/2} \alpha v_a} \int_0^\infty dv_r \left[ (n^* - 1) \frac{k_r^2}{k_a^2} \right] v_r e^{-v_r^2/\alpha^2} \text{sh} \left( \frac{2v_a v_r}{\alpha^2} \right). \quad (\text{V.86})$$

Si on définit la fonction de poids  $g(v_a, v_r)$  telle que

$$n - 1 = \int_0^\infty dv_r g(v_a, v_r) \left[ (n^* - 1) \frac{k_r^2}{k_a^2} \right], \quad (\text{V.87})$$

et si on la compare à l'expression précédente, alors il apparait clairement (et on peut facilement le vérifier en calculant son intégrale) que cette fonction de poids est normée :

$$\int_0^\infty dv_r g(v_a, v_r) = 1. \quad (\text{V.88})$$

Nous retiendrons comme expression finale de l'indice, pour la suite,

$$n - 1 = \left( \frac{m_a}{\mu} \right) \int_0^\infty dv_r g(v_a, v_r) \left( \frac{2\pi N f(k_r)}{k_a^2} \right) \quad (\text{V.89})$$

avec

$$g(v_a, v_r) = \frac{2e^{-v_a^2/\alpha^2}}{\pi^{1/2} \alpha v_a} v_r e^{-v_r^2/\alpha^2} \text{sh} \left( \frac{2v_a v_r}{\alpha^2} \right). \quad (\text{V.90})$$

Les figures V.10 et V.11 représentent cette fonction de poids pour différents gaz cibles et différentes vitesses du projectile. Il faut remarquer que la fonction  $g(v_a, v_r)$  est indépendante de la masse  $m_a$  et ne dépend de  $m_b$  qu'à travers  $\alpha$ . Elle est donc identique pour un jet de sodium ou de lithium, si le gaz cible est le même.

## 9. Comparaison avec les formules antérieures

L'expression que nous avons établie dans cette thèse pour l'indice de réfraction d'un gaz à température ambiante est en contradiction avec l'expression que nous avons démontrée et utilisée dans notre article [82] et dont nous présentons le principe de démonstration.

Nous supposons que l'expression établie dans le cas de cibles fixes était valable dans le référentiel barycentrique sans aucune modification :

$$n^* = 1 + 2\pi N \frac{f(k_r)}{k_r^2}. \quad (\text{V.91})$$

Nous définissons les vecteurs d'onde atomiques dans le gaz à partir de l'indice et du vecteur d'onde dans le vide comme  $\vec{k}_{rg} = n^* \vec{k}_r$  dans le référentiel barycentrique

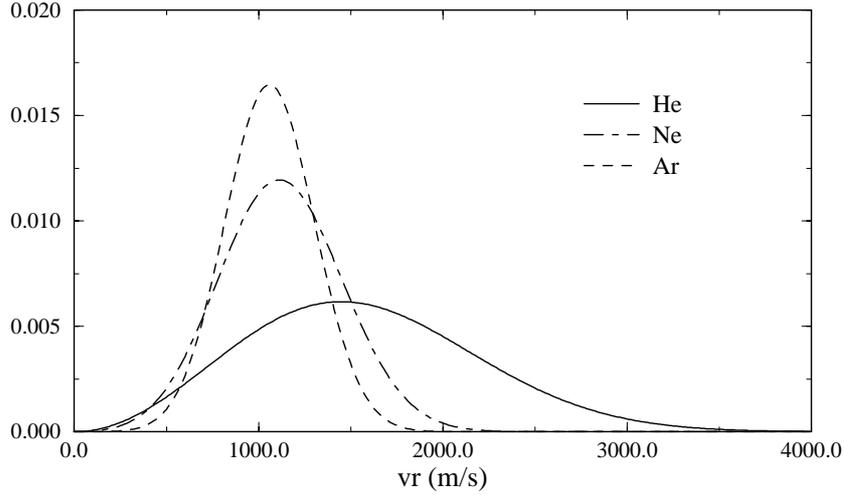


Figure V.10: représentation de la fonction de poids  $g(v_a, v_r)$  pour une vitesse incidente  $v_a$  de 1000 m/s et différentes espèces cibles  $b$  à une température  $T = 300$  K.

et comme  $\vec{k}_{ag} = n^* \vec{k}_a$  dans le référentiel du laboratoire. Pour lier les vecteurs d'onde dans les deux référentiels nous utilisons l'égalité vraie dans le vide

$$\vec{k}_a = \vec{k}_r + \frac{m_a \vec{v}_G}{\hbar} \quad (\text{V.92})$$

et sa transposition dans le gaz

$$\vec{k}_{am} = n^* \vec{k}_r + \frac{m_a \vec{v}_G}{\hbar}. \quad (\text{V.93})$$

De ces deux égalités et des relations de passage entre les deux référentiels, on déduisait

$$(n^V - 1) \vec{k}_a = (n^* - 1) \vec{k}_r. \quad (\text{V.94})$$

Cette équation, vectorielle, imposait une nature tensorielle à l'indice, ce qui est tout à fait plausible. L'expression moyenne de l'indice sur la distribution de vitesse des cibles  $b$  était :

$$(n^V - 1) = \frac{\mu}{m_a} \int_0^{+\infty} g^V(v_a, v_r) \left( 2\pi N \frac{f(k_r)}{k_r^2} \right) dv_r \quad (\text{V.95})$$

avec une fonction de poids  $g^V(v_a, v_r)$  normée :

$$g^V(v_a, v_r) = \frac{2v_r^2}{\alpha \sqrt{\pi} v_a^2} \exp\left(-\frac{v_r^2 + v_a^2}{\alpha^2}\right) \left[ \text{ch}\left(\frac{2v_r v_a}{\alpha^2}\right) - \left(\frac{\alpha^2}{2v_r v_a}\right) \text{sh}\left(\frac{2v_r v_a}{\alpha^2}\right) \right]. \quad (\text{V.96})$$

Nous verrons plus loin que le comportement limite de cette moyenne n'a pas de sens physique et que l'égalité (V.94) est donc fautive.

R. Forrey *et al.* (équipe de A. Dalgarno) et l'équipe de Pritchard utilisent une autre expression de l'indice dans le cas de cibles mobiles [81, 27]. Leur raisonnement est

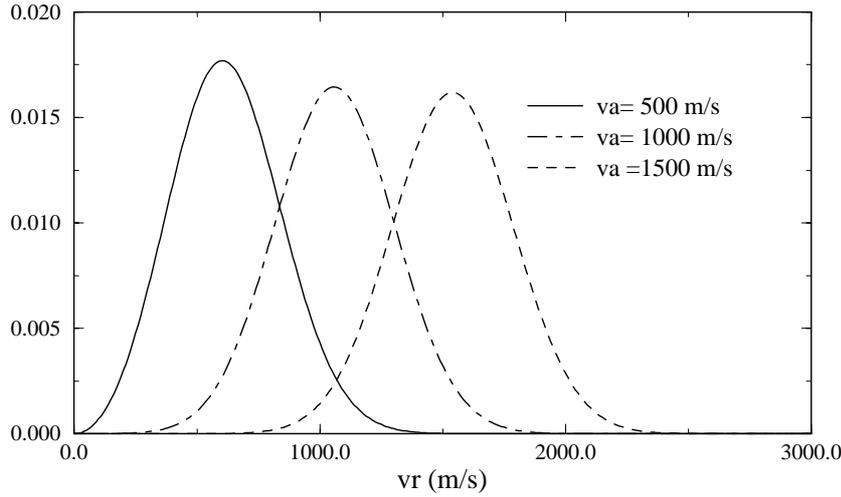


Figure V.11: représentation de la fonction de poids  $g(v_a, v_r)$  pour différentes vitesses incidentes  $v_a$  et des cibles d'argon à une température  $T = 300$  K.

le suivant, ils supposent que l'expression de l'indice établie dans le cas de cibles fixes est toujours valable car le gaz d'atomes n'a pas de mouvement d'ensemble :

$$n = 1 + 2\pi N \frac{f(k_a)}{k_a^2}. \quad (\text{V.97})$$

Pour calculer  $f(k_a)$ , ils invoquent le théorème optique dans le référentiel barycentrique et dans celui du laboratoire et utilisent la conservation de la section efficace de collision par changement de référentiel, qui implique selon eux que  $f(k_a)/k_a = f(k_r)/k_r$ . La valeur de l'indice pour une distribution de vitesse des cibles est alors

$$n^D = 1 + 2\pi N \left\langle \frac{f(k_r)}{k_a k_r} \right\rangle. \quad (\text{V.98})$$

Pour une distribution Maxwellienne des vitesses, l'expression de l'indice s'exprime en fonction d'une fonction de poids  $g^D(v_a, v_r)$  qui est égale à la fonction de poids  $g(v_a, v_r)$  que nous avons définie par notre nouveau calcul mais qui ne moyenne pas la même quantité :

$$n^D = 1 + \int_0^{+\infty} g^D(v_a, v_r) \left( 2\pi N \frac{f(k_r)}{k_r k_a} \right) dv_r \quad (\text{V.99})$$

$$g^D(v_a, v_r) = g(v_a, v_r) = \frac{2v_r}{\alpha\sqrt{\pi}v_a} \exp\left(-\frac{v_a^2 + v_r^2}{\alpha^2}\right) \text{sh}\left(\frac{2v_r v_a}{\alpha^2}\right). \quad (\text{V.100})$$

Cette expression de l'indice ne satisfait pas non plus les conditions aux limites que nous donnons dans la suite. Nous tenons aussi à faire remarquer que l'égalité  $f(k_a)/k_a = f(k_r)/k_r$  n'est pas justifiée car d'une part le premier terme correspond à la section efficace de collision de la particule incidente alors que le deuxième correspond à la particule fictive et nous avons vu plus haut qu'il y avait un rapport d'homothétie entre ces grandeurs. D'autres part, toutes les démonstrations de

l'invariance de la section efficace que nous connaissons supposent toujours que la cible est fixe dans les deux référentiels, ce qui n'est pas le cas ici dans le référentiel du laboratoire.

Mis à part les comportements aux limites différents, les fonctions de poids  $g(v_a, v_r)$  et  $g^V(v_a, v_r)$  ont la même allure et le même comportement en fonction de  $v_a$ .

## 10. Comportements limites

Dans le cas où la vitesse du jet incident est très faible devant la vitesse caractéristique  $\alpha$ , on doit retrouver pour la moyenne une loi Maxwellienne puisque seule la vitesse  $\vec{v}_b \simeq \vec{v}_r$  joue un rôle. En développant l'expression (V.89) autour de  $v_a = 0$ , on retrouve bien une telle loi :

$$(n-1) \simeq \frac{4}{\pi^{1/2}\alpha^3} \int_0^\infty dv_r v_r^2 \left( \frac{2\pi N f(k_r)}{k_a^2} \right) e^{-v_r^2/\alpha^2}. \quad (\text{V.101})$$

De plus, le terme de droite dans l'égalité précédente ne dépend de  $v_a$  que par  $1/k_a^2$ , aussi, dans la limite des faibles vitesses  $v_a$ , le terme d'atténuation

$$\text{Im}(n-1)k_a \simeq \frac{1}{k_a} \rightarrow \infty \text{ quand } v_a \rightarrow 0. \quad (\text{V.102})$$

Ce comportement est cohérent avec les calculs classiques d'atténuation mais il n'était pas vérifié avec les expressions antérieures de la fonction de poids. En effet la probabilité de subir une collision quand on traverse une couche de gaz augmente comme le temps de traversée. C'est un fait d'expérience courante qui nous pousse à courir sous la pluie pour essayer d'être le moins mouillé possible. L'expression de l'indice utilisée par l'équipe de Dalgarno et de Pritchard,  $n^D$  implique une limite constante au terme d'atténuation quand la vitesse  $v_a$  des atomes du jet tend vers 0. Avec notre ancienne expression  $n^V$  de l'indice, ce facteur d'atténuation tendait vers 0.

Un autre comportement limite à vérifier est celui qui se produit pour les atomes cibles qui ont une vitesse égale à  $\vec{v}_a$ . Pour ces atomes, l'énergie cinétique relative de la collision de  $a$  sur  $b$  tend vers 0 et on est dans le domaine de "seuil quantique" où seule l'onde  $s$  ( $l=0$ ) contribue à l'amplitude de diffusion. Pour cette gamme d'énergie, l'amplitude de diffusion vers l'avant  $f(k_r)$  est caractérisée par la longueur de diffusion  $a_0$ . Le déphasage  $\delta$  de l'onde  $s$  se comporte comme  $-k_r a$  et une bonne évaluation de l'amplitude de diffusion  $f(k_r)$  est donnée par [79] :

$$f(k_r) = -\frac{a}{1 + ik_r a}. \quad (\text{V.103})$$

La longueur de diffusion est caractéristique du potentiel interatomique et dans certains cas, elle peut diverger. Nous vérifions ici que, même si c'est le cas, l'indice de réfraction reste borné.

Quand  $v_r \rightarrow 0$ , la fonction de poids pour cette gamme de vitesses relatives se comporte comme

$$g(v_a, v_r) \simeq \frac{4v_r^2 e^{-v_a^2/\alpha^2}}{\pi^{1/2}\alpha^3} \quad (\text{V.104})$$

et la contribution à l'indice des collisions dont la vitesse relative est presque nulle à  $\Delta v_r$  près est :

$$\frac{4e^{-v_a^2/\alpha^2}}{\pi^{1/2}\alpha^3} v_r^2 \left( \frac{2\pi N f(k_r)}{k_a^2} \right) \Delta v_r. \quad (\text{V.105})$$

La contribution à la partie réelle de l'indice se comporte comme

$$v_r^2 \frac{-a}{1 + k_r^2 a^2} \quad (\text{V.106})$$

et sa partie imaginaire comme

$$v_r^2 \frac{k_r a^2}{1 + k_r^2 a^2} \quad (\text{V.107})$$

et quelle que soit la valeur de  $a$ , ces grandeurs restent finies. Dans notre nouvelle expression de l'indice de réfraction, la prise en compte des collisions proches du seuil quantique n'entraîne donc pas de problème de convergence. Elle n'en entraîne pas non plus avec notre ancienne formule ou la formule utilisée par l'équipe de Dalgarno et de Pritchard.

### V.2.3 Comparaison avec l'expression classique de la section efficace

#### Calcul classique de la section efficace :

Le nombre de collisions par unité de temps, entre des atomes  $a$  (vitesse  $\vec{v}_a$ ) et des atomes  $b$  (vitesse  $\vec{v}_b$ ), dépend de leur densité volumique  $N_a$  et  $N_b$ , de leur vitesse relative  $\vec{v}_r$ , de la section efficace totale de collision  $\sigma(v_r)$  et du volume de collision  $V$  [83]. On peut l'écrire

$$\frac{dN_{coll}}{dt} = N_a N_b \sigma(v_r) v_r V. \quad (\text{V.108})$$

On en déduit facilement  $dN_{coll.a}/dt$  le nombre de collisions subies par un atome  $a$ , par unité de temps. C'est le nombre total de collisions divisé par le nombre total  $N_a V$  d'atomes  $a$  :

$$\frac{dN_{coll.a}}{dt} = N_b \sigma(v_r) v_r. \quad (\text{V.109})$$

Dans la géométrie qui nous concerne, où un jet d'atomes  $a$  traverse une tranche de gaz d'atomes  $b$  sur une épaisseur  $L$ , le temps de traversée est  $L/v_a$  et donc le nombre de collisions subies par un atome  $a$  au cours de sa traversée est

$$N_{coll.a} = N_b \sigma(v_r) L \frac{v_r}{v_a}. \quad (\text{V.110})$$

Si, comme dans notre cas, tous les atomes  $b$  n'ont pas la même vitesse, ce nombre de collisions doit être moyenné sur la distribution de vitesse  $\vec{v}_b$  :

$$\langle N_{coll.a} \rangle = N_b \left\langle \sigma(v_r) \frac{v_r}{v_a} \right\rangle L \quad (\text{V.111})$$

et on peut donc définir une section efficace totale de collision moyenne,  $\langle \sigma \rangle_{cl}$  telle que

$$\langle N_{coll.a} \rangle = N_b \langle \sigma \rangle_{cl} L \quad (\text{V.112})$$

et qui se calcule par

$$\langle \sigma \rangle_{cl} = \left\langle \sigma(v_r) \frac{v_r}{v_a} \right\rangle. \quad (\text{V.113})$$

### Calcul de la section efficace de collision à partir de l'indice :

Dans le référentiel barycentrique, la section efficace totale de collision  $\sigma^*(v_r)$  de  $a$  sur  $b$  est

$$\sigma^*(k_r) = \frac{4\pi N \text{Im}(f(k_r))}{k_r} = \left( \frac{\mu}{m_a} \right) \frac{2 \text{Im}(n^* - 1) k_r}{N}. \quad (\text{V.114})$$

Dans le référentiel du laboratoire, on peut utiliser l'atténuation de l'onde atomique pour relier la section efficace totale  $\sigma$  de collision de l'atome  $a$  sur l'atome  $b$ , à l'indice  $n$  :

$$\sigma = \frac{2 \text{Im}(n - 1) k_a}{N}. \quad (\text{V.115})$$

L'expression (V.81) de la moyenne  $n - 1$  en fonction de  $n^* - 1$  impose l'égalité

$$\sigma = 2 \left\langle \frac{\text{Im}(n^* - 1) k_r^2}{N k_a} \right\rangle_{\vec{v}_b} = \left\langle \sigma^*(v_r) \frac{m_a k_r}{\mu k_a} \right\rangle_{\vec{v}_b}. \quad (\text{V.116})$$

On retrouve ainsi pour  $\sigma$  l'expression classique de la moyenne dans le cas de cibles mobiles :

$$\sigma = \left\langle \sigma^*(v_r) \frac{v_r}{v_a} \right\rangle = \langle \sigma \rangle_{cl}. \quad (\text{V.117})$$

Avec les expressions précédentes  $n^V$  et  $n^D$  de l'indice, on ne retrouvait pas cette expression classique de la section efficace.

## V.3 Propriétés de l'indice de réfraction d'un gaz monoatomique avant moyenne thermique

L'indice de réfraction présente un comportement en fonction de la vitesse incidente  $v_a$  qu'il est très intéressant de relier aux paramètres du potentiel interatomique. Malheureusement, une partie de l'information disponible est brouillée par l'effet de moyenne thermique. Aussi, nous allons d'abord étudier l'indice et plus particulièrement le rapport  $\rho_n^* = \text{Re}(n^* - 1) / \text{Im}(n^* - 1)$  avant moyenne thermique pour en illustrer quelques propriétés.

### V.3.1 Amplitude de diffusion vers l'avant

Le calcul numérique de l'indice de réfraction se résume en pratique au calcul de l'amplitude de diffusion vers l'avant  $f(k_r)$ . Pour calculer cette amplitude, nous avons choisi d'utiliser la méthode des déphasages, appliquée aux ondes partielles. Cette méthode est présentée dans tous les livres de mécanique quantique et on pourra se reporter par exemple au livre de Messiah [31]. Cette méthode consiste à calculer, pour chaque onde partielle  $l$  (nombre quantique orbital), le déphasage de la fonction d'onde radiale introduit par le potentiel d'interaction.

On se limite au système composé des deux atomes  $a$  et  $b$ , soit un atome projectile et un atome cible. Par un changement de variable  $(\vec{r}_a, \vec{r}_b) \rightarrow (\vec{r} = \vec{r}_a - \vec{r}_b, \vec{R}_G = (m_a \vec{r}_a + m_b \vec{r}_b)/(m_a + m_b))$ , on peut séparer le mouvement du centre de masse, qui est rectiligne et uniforme, du mouvement de la particule fictive (masse  $\mu$ ,  $\vec{r} = \vec{r}_a - \vec{r}_b$ , vecteur d'onde  $\vec{k}_r = \mu \vec{v}_r$ ). Le problème de la collision de  $a$  sur  $b$  se ramène donc, dans le référentiel du centre de masse, à l'étude de la diffusion d'une particule par un potentiel central. Si  $\psi_{l,E}(r)$  est la partie radiale de la fonction d'onde de la particule fictive pour le nombre quantique  $l$  et l'énergie  $E = \hbar^2 k_r^2 / 2\mu$ , alors  $u_{l,E}(r) = r \cdot \psi_{l,E}(r)$  obéit à l'équation différentielle suivante :

$$\left[ \frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + E - \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu r^2} - V(r) \right] u_{l,E}(r) = 0. \quad (\text{V.118})$$

Cette équation est une équation de Schrödinger à une dimension, avec la condition aux limites  $u_{l,E}(r) \rightarrow 0$  quand  $r \rightarrow 0$ . Les solutions se comportent comme

$$\begin{aligned} \text{si } V(r) = 0, \quad u_{l,E}(r) &\sim_{r \rightarrow \infty} A_l \sin(k_r r - l\pi/2), \\ \text{si } V(r) \neq 0, \quad u_{l,E}(r) &\sim_{r \rightarrow \infty} A_l \sin(k_r r - l\pi/2 + \delta_l), \end{aligned}$$

et on peut exprimer  $f(k_r)$  en fonction des déphasages  $\delta_l$  comme [31]:

$$\text{Re}(f(k_r)) = \frac{1}{2k_r} \sum_l (2l+1) \sin(2\delta_l) \quad (\text{V.119})$$

$$\text{Im}(f(k_r)) = \frac{1}{2k_r} \sum_l (2l+1) (1 - \cos(2\delta_l)). \quad (\text{V.120})$$

### V.3.2 Calcul des déphasages

On détermine le déphasage  $\delta_l$  par comparaison de la fonction d'onde radiale libre ( $V(r) = 0$ ) et en présence du potentiel  $V(r)$ , qui est le potentiel d'interaction entre l'atome  $a$  et l'atome  $b$ . L'intégration de l'équation de Schrödinger radiale pour les deux régimes est donc nécessaire.

Nous avons utilisé la procédure de Numérov pour intégrer numériquement l'équation de Schrödinger radiale. Cette procédure est couramment utilisée pour résoudre cette équation différentielle car elle est très bien adaptée aux équations du type

$$f''(x) = (U(x) - E)f(x). \quad (\text{V.121})$$

Lors du passage de l'équation différentielle continue à une équation discrète de récurrence et grâce à un changement de fonction à intégrer, on peut obtenir une équation où le premier terme négligé est d'ordre 6 en pas de discrétisation, bien que la récurrence soit d'ordre 2. Cette méthode est aussi appelée méthode de Fox-Goodwin ou méthode de Cowell. On peut en trouver une présentation, par exemple, dans le livre dédié à la simulation numérique de problèmes théoriques [84]. Théoriquement, il faudrait commencer à intégrer l'équation pour  $r = 0$ . Ceci est inutile puisque pour les petites distances interatomiques, le potentiel est très répulsif et c'est une zone classiquement interdite où la fonction d'onde décroît exponentiellement quand  $r$  diminue. Pour économiser du temps de calcul, nous avons donc commencé l'intégration pour des distances  $r$  différentes de zéro mais à l'intérieur de la zone classiquement interdite. Le point de départ

de l'intégration est choisi en fonction de l'énergie cinétique relative de collision (énergie cinétique de la particule fictive dans le référentiel barycentrique).

La solution générale d'une équation différentielle linéaire du second ordre est la combinaison linéaire de deux solutions particulières. Dans notre cas, l'une se comporte comme une exponentielle décroissante pour des distances  $r$  tendant vers 0, l'autre se comporte comme une exponentielle croissante et diverge quand  $r \rightarrow 0$ . Seule la première a un sens physique. C'est en fixant les deux conditions initiales de début de récurrence à deux pas que l'on fixe le poids de chaque solution particulière dans la combinaison linéaire, qui est la solution générale. En choisissant 0 et 1 (par exemple) pour les deux premiers points, on choisit la solution physique mais les erreurs numériques provoquent la pollution de la fonction d'onde calculée par la solution physique. En posant les conditions initiales de récurrence en un point  $r$  pour lequel la fonction d'onde "physique" commence à prendre des valeurs significatives, on impose une condition plus restrictive sur le choix de la solution que si on commençait en  $r = 0$ .

### V.3.3 Les potentiels atomiques alcalin-gaz rare

Le potentiel interatomique entre alcalin (comme le sodium ou le lithium) et gaz-rare est de type van der Waals. Cette famille de potentiel est caractérisé par un développement à longue distance attractif et de longue portée en

$$-\left(\frac{C_6}{r^6} + \frac{C_8}{r^8} + \frac{C_{10}}{r^{10}}\right). \quad (\text{V.122})$$

Pour les petites distances interatomiques ( $r$  inférieur à environ 5 unités atomiques (u.a.)), le potentiel devient répulsif. Différentes équations sont utilisées pour représenter cette partie du potentiel et elles sont données dans l'appendice E.2 pour les potentiels que nous avons utilisés. Entre ces deux zones et pour des distances interatomiques de l'ordre de 10 u.a., le potentiel présente un puits plus ou moins profond selon les atomes considérés. La figure V.12 montre l'allure de ce potentiel dans le cas sodium-argon et pour des zones différentes de distances interatomiques. Tous les potentiels ont la même allure quand on change de gaz rare ou d'alcalin. Les potentiels alcalins-gaz rare peuvent être caractérisés par la profondeur du puits  $D_e$ , le rayon d'équilibre  $R_e$  pour lequel le potentiel est minimum et le rayon de coeur dur  $R_c$  pour lequel le potentiel s'annule (traditionnellement, le rayon de coeur dur est noté  $\sigma$  mais nous avons évité de réutiliser cette notation pour éviter les confusions avec la section efficace totale de collision). Le nombre d'états liés supportés par le puits de potentiel dépend bien-sûr de la profondeur du puits mais aussi de la masse réduite  $\mu$  du système. Ce lien n'est pas direct pour un potentiel quelconque, mais on sait l'établir pour le potentiel modèle de Lennard-Jones (6,12) qui ne conserve que le terme en  $-C_6/r^6$  pour le comportement à longue distance et qui suppose une partie répulsive en  $C_{12}/r^{12}$  :

$$V_{LJ}(r) = 4D_e \left( \left(\frac{R_c}{r}\right)^{12} - \left(\frac{R_c}{r}\right)^6 \right). \quad (\text{V.123})$$

Le terme répulsif n'est pas réaliste et est beaucoup trop "dur" pour des systèmes alcalin-gaz rare mais il est souvent utilisé pour sa rapidité d'estimation dans un calcul numérique.

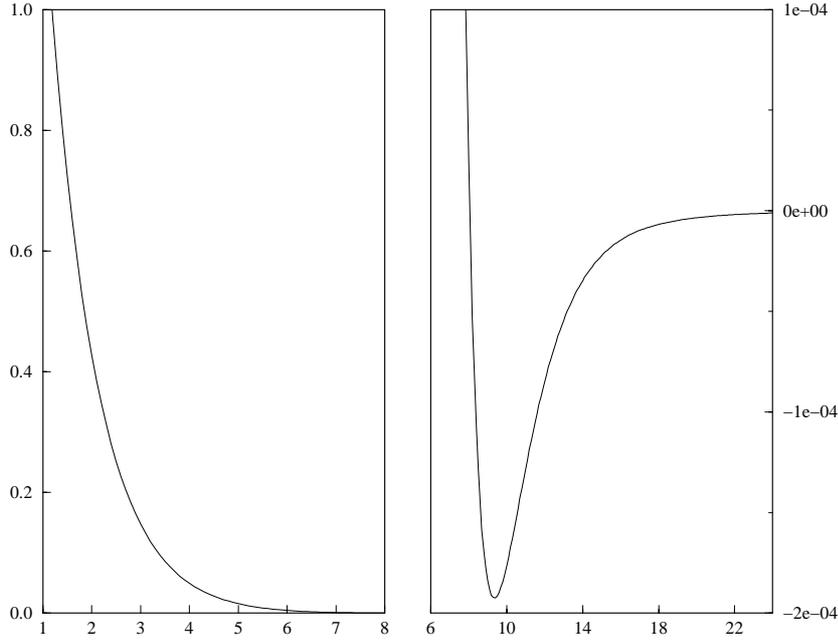


Figure V.12: potentiel d'interaction en fonction de la distance interatomique (en unités atomiques) pour le couple sodium-argon. Référence du potentiel utilisé : Cvetko : [85].

La description de ce potentiel modèle peut être réduite au paramètre sans dimension dit paramètre quantique [86]

$$B = \frac{D_e 2\mu R_e^2}{\hbar^2}. \quad (\text{V.124})$$

Le nombre d'états liés du potentiel dépend uniquement de  $B$  et croît comme  $\sqrt{B}$  [87] :

$$N_e = 0,2387\sqrt{B} - 0,6302, \quad (\text{V.125})$$

pour un potentiel Lennard-Jones (6,12). Cette propriété et la définition de  $B$  font bien apparaître la dépendance avec  $D_e$  et  $\mu$  du nombre d'états liés.

### V.3.4 Comportement de $\delta_l$ en fonction de $l$

De nombreux choix dans la procédure numérique sont dictés par le nombre d'ondes partielles perturbées par le potentiel interatomique. En effet, contrairement à la diffusion de neutrons où seule l'onde  $s$  ( $l = 0$ ) est perturbée, la diffusion d'un atome par un potentiel interatomique du type alcalin-gaz rare peut modifier les ondes partielles jusqu'à  $l$  de l'ordre<sup>1</sup> de 1000. Comme l'influence de la partie longue distance du potentiel, responsable du déphasage pour les grands  $l$ , est très importante, toutes les ondes partielles jusqu'à  $l \rightarrow \infty$  sont prises en compte. On connaît une expression perturbative asymptotique du déphasage [79] pour des potentiels en  $-C_m/r^m$ ,

$$\delta_l \underset{l \rightarrow +\infty}{\sim} \frac{\mu k_r^{m-2} C_m}{2\hbar^2 (l + 1/2)^{m-1}} a_m \quad (\text{V.126})$$

<sup>1</sup>On peut évaluer ce nombre par  $l \simeq k_r a$  avec  $a$  la portée du potentiel. Une valeur typique moyenne de  $k_r$  est de 20 ua et un potentiel interatomique de type van der Waals peut facilement présenter des portées de 50 ua.

avec  $a_m = \Gamma(1/2)\Gamma((m-1)/2)/\Gamma(m/2)$ . Comme dans la limite de  $l$  grands, les déphasages sont additifs, on peut utiliser cette expression pour tous les termes du développement de van der Waals :

	m=6	m=8	m=10
$a_m$	$3\pi/2^3$	$5\pi/2^4$	$35\pi/2^7$

et on utilise cette expression dès que la valeur calculée numériquement diffère suffisamment peu de cette expression (soit pour  $l > l_0$ ) : l'intégration de l'équation de Schrödinger n'est donc pas nécessaire pour toutes les ondes partielles et dans la pratique, elle est effectuée pour  $l$  inférieur à quelques centaines. La figure ci-dessous (figure V.13) représentent des courbes caractéristiques de la dépendance de  $\delta_l$  en fonction de  $l$ . On y retrouve le comportement asymptotique ( $l \rightarrow \infty$ ) que nous venons de voir et qui montre que quand le potentiel est uniquement attractif,  $\delta_l$  est toujours positif. On peut aussi montrer [31]

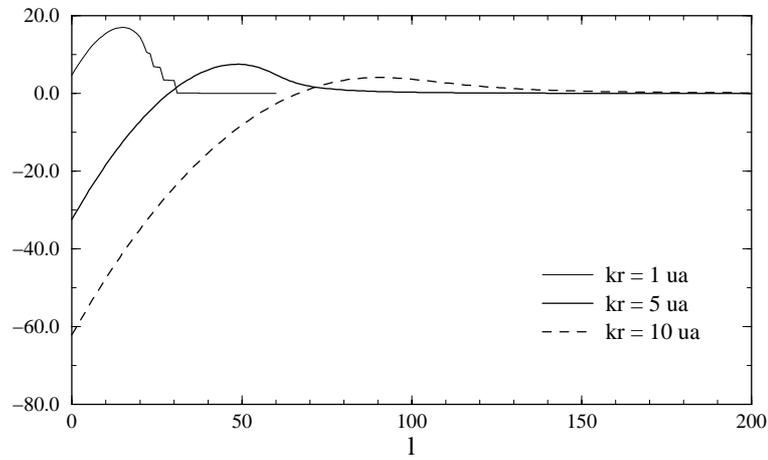


Figure V.13:  $\delta_l$  en fonction de  $l$  pour un potentiel NaAr et différentes valeurs du vecteur d'onde relatif.

que pour des potentiels strictement répulsifs, comme des potentiels de sphères dures, le déphasage est toujours négatif. Pour un potentiel ayant une partie attractive à longue distance et une partie répulsive à courte distance, le déphasage  $\delta_l$  tend vers 0 pour  $l \rightarrow +\infty$  et passe toujours par un maximum  $\delta_{l_{max}}$  pour  $l_{max}$ , comme le montrent les courbes de la figure V.13. Traditionnellement, on associe la dépendance de  $\delta_l$  avec  $l$  à l'allure du potentiel interatomique en remarquant que la courbe  $\delta_l(l)$  se déduit du potentiel par une symétrie autour de l'axe des abscisses. La différence est que le déphasage  $\delta_l$  tend vers une valeur finie quand  $l$  vaut 0 alors que le potentiel tend vers  $+\infty$  quand  $r$  tend vers 0.

La courbe ( $k_r = 1$  u.a.) présente la particularité d'être discontinue. Ces discontinuités (saut de  $\pi$ ) sont dues aux résonances de type "Breit-Wigner". Elles ont lieu pour des  $l = l_{BW}$  tels qu'il existe un état quasi-lié d'énergie positive dont l'existence est autorisée par la barrière centrifuge

$$\frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu r^2} \quad (\text{V.127})$$

et qui la traverse en partie par effet tunnel. Quand cet état existe, la trajectoire classique de la particule incidente peut faire plusieurs tours autour du centre diffusant avant de

reprendre sa trajectoire initiale, d'où l'appellation de mise en orbite ou "orbiting" réservée à ce phénomène. Les résonances se produisent quand il y a interférences constructives entre des trajectoires similaires mais qui n'ont pas fait le même nombre de tours. On pourrait penser que, pour une énergie cinétique relative donnée  $E = \hbar^2 k_r^2 / 2\mu$ , plus  $l$  est grand, plus le nombre d'états quasi-liés augmente, grâce à une barrière centrifuge plus importante. En fait c'est l'inverse qui se produit car à  $E$  fixée, le paramètre d'impact  $b$  associé à la trajectoire classique est proportionnel au moment angulaire, soit à  $l$ . Pour des  $l$  grands, le paramètre d'impact est trop grand pour qu'une trajectoire puisse être piégée par la barrière centrifuge. Ainsi sur la courbe  $k_r = 1$  ua, le passage du régime  $l < l_{BW}$  au régime  $l > l_{BW}$  voit la perte d'un état quasi lié et un saut de  $\pi$  dans  $\delta_l$ . Cette discontinuité provoque des résonances dans  $f(k_r)$ , mais qui ne sont pas observées expérimentalement à cause de l'effet de moyenne thermique et de la gamme de vitesses pour lesquelles elles se produisent. En effet, on peut montrer dans le cas des potentiels modèles de Lennard-Jones (6,12) [86] que ces résonances ne peuvent se produire que pour une énergie relative réduite  $K = E/D_e$  inférieure à 0,8 ( $D_e$  est la profondeur du puits de potentiel interatomique). Ceci explique pourquoi elles n'apparaissent pas sur les courbes  $k_r = 5$  et 10 ua.

**AN:** Une énergie réduite de 0,8 correspond à des vitesses relatives de collisions de l'ordre de quelques centaines de m/s (240 m/s pour NaAr et 375 m/s pour LiAr).

### V.3.5 Comportement de l'amplitude de diffusion

De l'allure générale des courbes de  $\delta_l$  en fonction de  $l$ , on peut déduire des informations sur l'amplitude de diffusion vers l'avant  $f(k_r)$ . Pour toutes les valeurs de  $k_r$ , on remarque sur la figure V.13 que pour les  $l$  petits ( $l < L$  que l'on peut arbitrairement choisir de l'ordre de  $l_{max} - 5$ ), le déphasage varie très vite avec  $l$ . On peut appliquer l'approximation des phases aléatoires (RPA) pour évaluer la contribution de ces ondes partielles : on remplace  $\sin^2(\delta_l)$  et  $\sin(2\delta_l)$  par leur valeur moyenne 1/2 et 0 et

$$\operatorname{Re}(f(k_r))_{RPA} = \frac{1}{2k_r} \sum_{l=0}^L (2l+1) \sin(2\delta_l) \sim 0 \quad (\text{V.128})$$

$$\operatorname{Im}(f(k_r))_{RPA} = \frac{1}{2k_r} \sum_{l=0}^L (2l+1) 2 \sin^2 \delta_l \sim \frac{1}{2k_r} \sum_{l=0}^L (2l+1) \quad (\text{V.129})$$

soit,

$$\operatorname{Re}(f(k_r))_{RPA} \sim 0 \quad (\text{V.130})$$

$$\operatorname{Im}(f(k_r))_{RPA} \sim \frac{1}{2k_r} ((L+1)^2 - 1). \quad (\text{V.131})$$

Cette contribution, pour la partie imaginaire de  $f(k_r)$ , est d'autant plus importante que l'énergie incidente est élevée car on observe que  $L^2$  croit plus vite que  $k_r$ . Pour les grands  $l$ ,  $\delta_l$  tend vers 0 par le comportement asymptotique donné dans l'équation V.126. Pour calculer la contribution à  $f(k_r)$  de ces ondes partielles ( $l > l_0$ ) on peut se contenter du terme dominant du potentiel à longue distance  $C_6/r^6$  et grâce à l'approximation des petits angles,

$$\operatorname{Re}(f(k_r))_{l>l_0} \propto \left(\frac{k_r}{l_0}\right)^3 \quad (\text{V.132})$$

$$\text{Im}(f(k_r))_{l>l_0} \propto \frac{k_r^7}{l_0^8}. \quad (\text{V.133})$$

Les contributions RPA et asymptotique fournissent un fond continu à  $f(k_r)$ , monotone en fonction de  $k_r$ . Par contre, les ondes partielles autour de  $l_{max}$  ont un déphasage  $\delta_l$  stationnaire en fonction de  $l$  et proche de  $\delta_{l_{max}}$ . Ces ondes partielles ont une contribution importante car elle oscille en fonction de  $\delta_{l_{max}}$ , donc de  $k_r$ . On peut vérifier sur la figure V.13 que  $\delta_{l_{max}}$  décroît quand  $k_r$  croît et la contribution à  $f(k_r)$  des ondes partielles avec  $l$  proche de  $l_{max}$  peut passer d'une valeur maximale (positive) à minimale (négative). La

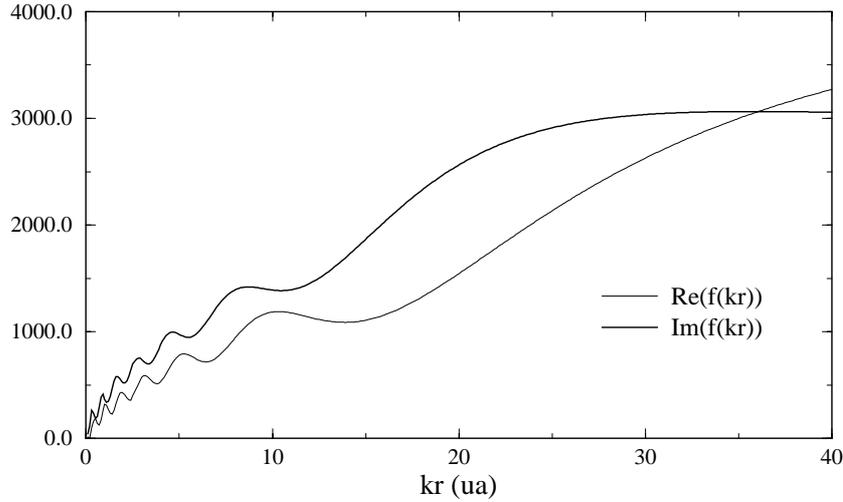


Figure V.14: parties réelle et imaginaire de l'amplitude de diffusion vers l'avant dans le cas d'une collision de sodium sur argon (potentiel NaAr [88, 89]).

figure V.14 qui représente  $f(k_r)$  pour un potentiel d'interaction NaAr, met en évidence l'influence de ces contributions : on observe que des oscillations se superposent à une valeur moyenne croissante. Ces oscillations sont dues aux déphasages stationnaires. Elles sont appelées oscillations de gloire car le phénomène mis en jeu est l'analogie de l'effet de gloire bien connu dans le cas de la rétro-diffusion de la lumière par un nuage désordonné. L'équation semi-classique

$$\frac{d\delta_l}{dl} = \frac{\theta}{2} \text{ pour } l \sim k_r b \quad (\text{V.134})$$

montre que pour  $l_{max}$ , l'angle de déflexion classique est nul. Cette annulation correspond à la compensation des effets attractifs et répulsifs du potentiel. Ce phénomène donne lieu à une trajectoire non défléchie mais qui accumule une phase non nulle et dont les interférences destructives ou constructives avec une onde non perturbée expliquent les oscillations de gloire. Traditionnellement, les oscillations de gloire sont observées sur la section efficace totale de collision, donc à la partie imaginaire de  $f(k_r)$ . Ces oscillations sont beaucoup plus visibles sur le rapport  $\rho_n^* = \text{Re}(f)/\text{Im}(f)$  qui est représenté sur la figure V.15 et nous nous intéressons maintenant à cette grandeur.

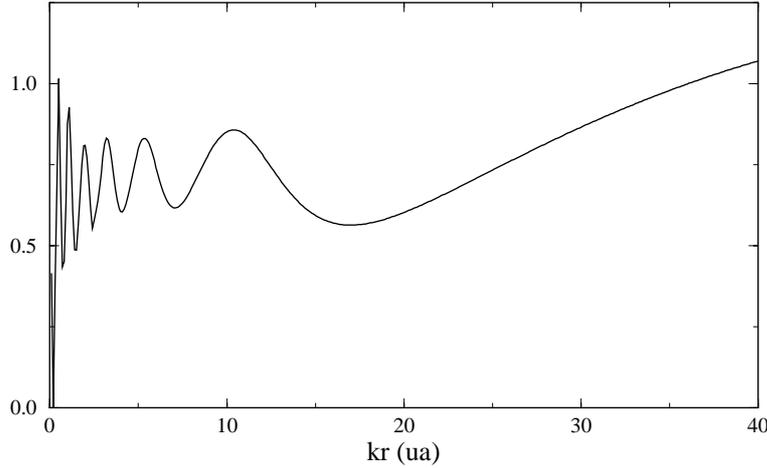


Figure V.15: rapport de la partie réelle et de la partie imaginaire de l'amplitude de diffusion vers l'avant dans le cas d'une collision de sodium sur argon (potentiel NaAr [88, 89]).

### V.3.6 Indice de réfraction avant moyenne

Les oscillations du rapport  $\rho_n^* = \text{Re}(f)/\text{Im}(f)$  se produisent autour d'une valeur moyenne qui est donnée par la contribution des grandes valeurs de  $l$  à l'amplitude de diffusion. Si le potentiel est purement attractif, en  $-C_m/r^m$ , on peut calculer analytiquement la valeur du rapport  $\rho_n^*$  qui est donné par [79]

$$\rho_n^* = -(m-1) \frac{\Gamma(1/2 - 1/(m-1))\Gamma(1/2 + 1/(m-1))}{\Gamma(-1/(m-1))\Gamma(1/(m-1))}, \quad (\text{V.135})$$

valeur indépendante de  $k_r$  et calculée en extrapolant à toutes les valeurs de  $l$  l'expression du déphasage asymptotique. Ce rapport vaut 0,73 dans le cas où  $m = 6$  et décroît avec  $m$  (0,48 si  $m = 8$ , 0,36 si  $m = 10$ ). En pratique, pour tous les potentiels ayant une aile attractive à longue distance en  $r^{-6}$ , les oscillations de gloire ont lieu autour d'une valeur moyenne voisine de 0,73. Cette valeur moyenne décroît si les termes d'ordre supérieur ( $r^{-8}$  et  $r^{-10}$ ) jouent un rôle important dans la zone longue distance du potentiel, visitée par les collisions prises en compte dans le calcul.

Les oscillations de gloire sont aussi très visibles sur  $\rho_n^*$  car les oscillations de la partie réelle de  $f(k_r)$  sont en quadrature de phase sur celles de la partie imaginaire de  $f(k_r)$  (quand l'une est maximale, l'autre est nulle). Bernstein [90] a étudié les oscillations de gloire de la section efficace totale de collision  $\sigma = 4\pi\text{Im}(f(k_r))/k_r$ . Son calcul, utilisant l'approximation de la phase stationnaire, montre que la partie imaginaire de  $f(k_r)$  est maximum quand le déphasage maximal  $\delta_{l_{max}}$  en fonction de  $l$  vaut

$$\delta_{l_{max}} = \left(N - \frac{3}{8}\right) \pi. \quad (\text{V.136})$$

$f(k_r)$  dépend de  $\delta_l$  avec une période de  $\pi$  et le nombre d'oscillations de gloire est donc directement lié au nombre de variations de  $\pi$  que connaît  $\delta_{l_{max}}$  quand  $k_r$  varie. Comme on l'observe sur la figure V.13,  $\delta_{l_{max}}$  décroît, alors que  $l_{max}$  croît quand  $k_r$  augmente. Le nombre d'oscillations de gloire  $N_g$  est donc d'autant plus grand que  $\delta_{l_{max}}(k_r \rightarrow 0)$  est grand

et comme  $l_{max} \rightarrow 0$  quand  $k_r \rightarrow 0$  le plus grand  $\delta_{l_{max}}$  est  $\delta_0(k_r \rightarrow 0)$ . Bernstein conclut que si  $N_g$  est le nombre de maxima de  $\sigma$  alors

$$\delta_0(k_r \rightarrow 0) \geq \left(N_g - \frac{3}{8}\right) \pi. \quad (\text{V.137})$$

Le théorème de Levinson relie le déphasage  $\delta_0$  de l'onde  $s$  au nombre  $N_e$  d'états liés du potentiel :

$$\delta_0 \rightarrow N_e \pi \text{ quand } k_r \rightarrow 0. \quad (\text{V.138})$$

Ce théorème impose alors que  $N_e \geq N_g - 3/8$  ce qui en pratique est équivalent à  $N_e = N_g$ , c'est-à-dire que le nombre de maxima de  $\sigma$  (ou de  $\text{Im}(f(k_r))$ ) est égal au nombre d'état lié du potentiel.

En fait cette équivalence n'est pas si simple. Les courbes de la figure V.17 montrent le rapport  $\rho_n^*$  pour différents potentiels Na-He, qui supportent tous un état lié. On voit sur ces courbes que ce rapport a un maximum et pas de minimum, ou en d'autres termes, que  $\text{Im}(f(k_r))$  a un minimum et pas de maximum. En étudiant les variations de  $\delta_l$  en fonction de  $l$ , on remarque d'ailleurs que les contributions  $\sin^2(2\delta_l)$  à  $\text{Im}(f(k_r))$  restent inférieures à la valeur moyenne  $1/2$ . L'oscillation qui apparaît dans le rapport n'est donc pas une oscillation de gloire normale, mais une oscillation de gloire d'ordre supérieur, comme le souligne Helbing dans [91]. Il appelle ainsi les oscillations de gloire où l'angle de déflexion classique est  $0$  à  $\pi$  près. Par exemple, l'oscillation visible dans le cas de Na-He est de type sphère dure où  $\theta = \pi$  (rétro-diffusion) et  $\delta_l$  n'y est donc pas extrémal :

$$\frac{d\delta_l}{dl} = \frac{\pi}{2} \quad (\text{V.139})$$

Dans le cas de potentiel à trois états liés comme Na-Ne (voir figure V.18), on peut vérifier que les deux premiers minima de  $\rho_n^*$  sont bien dus à un effet de gloire normale, ce qui n'est pas le cas de la dernière décroissance. Il semble donc que le nombre d'états liés d'un potentiel soit égal au nombre de minima de  $\rho_n^*$  plus un. Cette relation, à laquelle on accordera, par prudence, une incertitude de  $\pm 1$ , met en évidence le rapport entre oscillations de gloire et caractéristiques du potentiel.

## V.4 Calculs pour une onde de sodium

Comme les seules mesures d'indice disponibles à ce jour restent les mesures faites par Pritchard *et al.* dans le cas d'onde de sodium, nous avons testé le modèle de l'indice que nous venons de développer en comparant nos calculs à leurs mesures. Cette étude permet de connaître l'influence du potentiel interatomique sur l'indice et permettra d'affiner les potentiels grâce aux mesures d'indice. Nous avons fait cette comparaison pour des indices de gaz rare car les systèmes alcalin-gaz rare sont très souvent étudiés, expérimentalement ou par des calculs de chimie quantique, et il existe des équations de potentiel dont les auteurs affirment la grande précision et qu'il nous a semblé intéressant de "mettre à l'épreuve". Nous avons rarement essayé de construire des potentiels à partir d'informations partielles sur les potentiels car la tâche n'est pas simple. Si on veut

utiliser une équation de potentiel réaliste, il y a trop de paramètres à ajuster pour reproduire les mesures par le calcul. De plus l'état actuel des incertitudes de mesure du rapport  $\rho_n$  ne permettent pas encore de discriminer les potentiels entre eux. C'est le rapport  $\rho_n = \text{Re}(n-1)/\text{Im}(n-1)$  qui sera étudié dans la suite car c'est la seule grandeur qui est fournie par les expériences du groupe de Pritchard. C'est aussi sur cette grandeur que les oscillations de gloire sont le plus visibles.

Avant de passer en revue les différents calculs, il est bon de comparer les différents comportements attendus pour chaque gaz rare. Pour comparer les différents couples d'atomes alcalin-gaz rare et le comportement de l'indice de réfraction associé à ces couples, il est très commode d'utiliser l'énergie relative réduite  $K = E/D_e$  où  $E$  est l'énergie cinétique de la particule fictive dans le référentiel barycentrique et  $D_e$  la profondeur du puits. La plus grande énergie relative réduite  $K_{max}$  permet d'avoir une idée des zones de potentiel qui jouent un rôle principal dans l'indice, même si les potentiels ou les énergies cinétiques relatives sont différents. Le tableau V.1 résume ces valeurs, en utilisant la valeur de vitesse relative  $v_r$  maximale atteinte pour une vitesse incidente  $v_a$  de 2000 m/s (la valeur maximale de  $v_r$  est choisie pour que plus de 99,9 % des collisions se fassent avec une vitesse relative inférieure).

système	$v_{r_{max}}$ (m/s)	$E_{max}$ (ua)	$D_e$ (ua)	$K_{max}$	$N_e$
NaHe	5000	0,023	$5,5 \cdot 10^{-6}$	2900	1
NaNe	3500	0,025	$3,7 \cdot 10^{-5}$	680	3
NaAr	3000	0,024	$1,9 \cdot 10^{-4}$	130	7
NaKr	3000	0,030	$3,0 \cdot 10^{-4}$	100	11
NaXe	3000	0,032	$5,0 \cdot 10^{-4}$	65	12

Tableau V.1: résumé des paramètres pertinents des collisions mises en jeu dans l'indice.  $E_{max}$  est l'énergie cinétique relative maximale prise en compte dans nos calculs (plus de 99,9 % des collisions se font avec une énergie cinétique inférieure à  $E_{max}$ ). La valeur  $D_e$  du puits de potentiel utilisée est une valeur moyenne entre les différentes valeurs publiées (cf appendice E.2).  $N_e$  est le nombre d'états liés du potentiel, déduit du nombre d'oscillations de gloire, incertitude de  $\pm 1$  sur cette valeur pour les atomes les plus lourds, selon le potentiel utilisé.

En comparant les différentes valeurs de  $K_{max}$  concernant chaque gaz rare on peut déjà prévoir un comportement différent pour NaHe, NaNe, et les autres paires d'atomes. Dans le cas de NaHe, c'est le mur répulsif du potentiel qui sera le plus "visité" lors des collisions et c'est donc cette partie du potentiel qui aura le plus d'influence sur l'indice. On peut s'attendre au contraire pour les trois gaz rares les plus lourds car l'énergie cinétique relative ne dépasse pas à peu près 100 fois la profondeur du puits. Ici, c'est la partie attractive longue distance qui aura le plus d'influence sur l'indice. Quant au néon, son cas est intermédiaire entre les deux et ni la partie longue distance ni le mur répulsif ne devrait avoir une influence prépondérante sur l'autre. Pour mettre en évidence l'influence des différentes parties du potentiel interatomiques sur l'indice, nous montrons, sur la figure V.16 les potentiels utilisés dans le cas de sodium-argon. Ces potentiels ont un comportement à longue distance identique mais un mur répulsif très différent. Nous verrons plus loin que

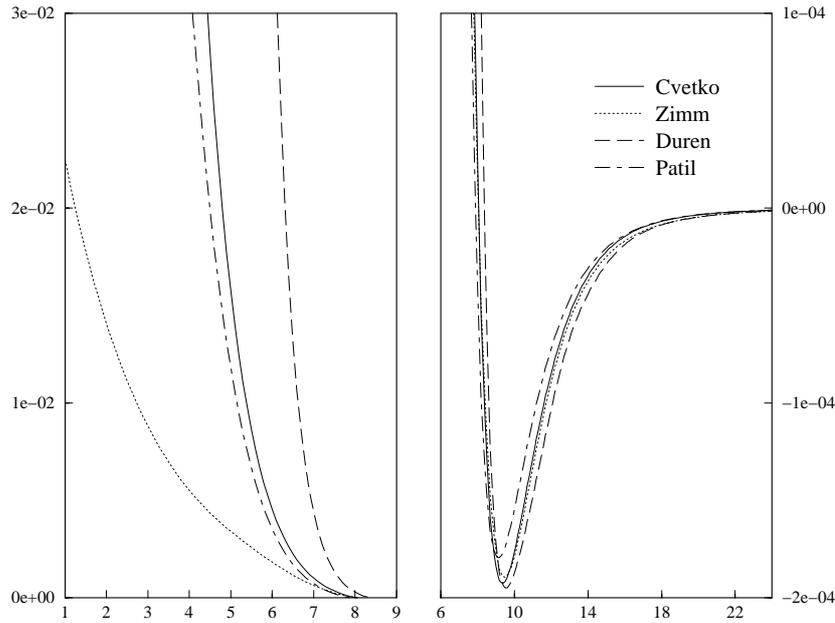


Figure V.16: potentiels interatomiques utilisés dans nos simulations, en fonction de la distance interatomique (en unités atomiques) pour le couple sodium-argon. Références des potentiels utilisés : Cvetko : [85], Patil : [92] Zimm : [93], Duren : communication privée.

cette différence a très peu d'influence sur les résultats, confirmant notre hypothèse que pour les gaz rares les plus lourds, le mur répulsif n'est pas "visité" lors des collisions.

#### V.4.1 Indice de l'hélium pour une onde de sodium

Il y a un grand intérêt à mesurer l'indice d'une cellule d'hélium car on ne sait pas de manière sûre si le potentiel Na-He contient 0 ou 1 état lié. Des mesures de l'émission des ailes de raies atomiques [95] ont été réalisées sur le système Na-He, mais elles ne donnent accès au potentiel intramoléculaire que dans sa partie répulsive. Tous les potentiels utilisés ici proviennent de calculs ab-initio représentés par différentes formes analytiques. Ces équations sont justifiées par une approche différente des interactions à courte distance. Ces potentiels ont tous un comportement à longue distance similaire, avec un terme  $C_6$  de valeurs voisines (23,8 ua, 24,7 ua, 24,7 ua) et très proches de la valeur de 24,4 calculée par l'équipe de Certain en utilisant les polarisabilités dynamiques des atomes [68] (incertitudes de calcul réduites dans [96]). De toutes façons, ces écarts ne devraient pas jouer un grand rôle puisque nous venons de voir que dans le cas de l'hélium, c'est la partie répulsive du puits qui est la plus "visitée". Cela s'observe très bien sur le rapport  $\rho_n$  avant moyenne ( $\rho_n^*$ ) (voir figure V.17) où on voit que pour les valeurs de  $k_r$  les plus élevées, la partie réelle de  $f(k_r)$  est négative. Ce comportement est identique à celui observé dans le cas de sphères dures. Pour un potentiel de sphères dures, on sait calculer exactement le déphasage en fonction du rayon de coeur dur  $R_c$  [31]. Les ondes partielles dont le paramètre d'impact classique  $b \sim l/k_r$  est inférieur à  $R_c$  sont totalement repoussées et celles dont le paramètre d'impact excède  $R_c$  ne sont pas modifiées ( $\delta_l = 0$ ). Dans ces

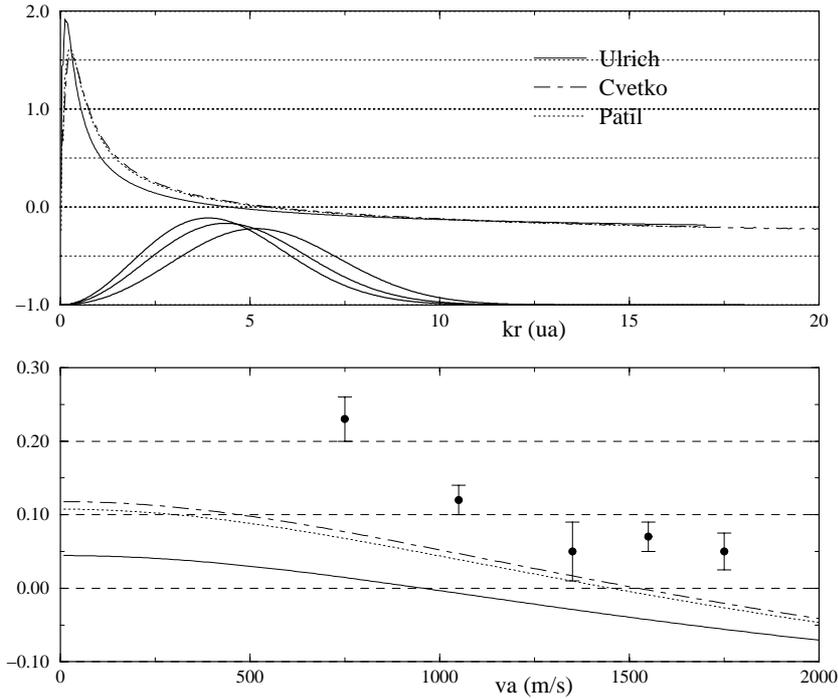


Figure V.17: rapport  $\rho_n$  avant (en haut) et après (en bas) moyenne thermique ( $T=300$  K) pour une cellule d'hélium et une onde de sodium. En gras, la fonction de poids  $g(v_a, v_r)$  (en fonction de  $k_r$ ) pour  $v_a = 750, 1050$  et  $1350$  m/s, premières valeurs pour lesquelles l'indice a été mesuré. Références des potentiels utilisés Ulrich : [94], Cvetko : [85], Patil : [92]

conditions,  $\text{Re}(f(k_r))$  est toujours négatif et si on réalise numériquement la somme sur les ondes partielles, on montre que le rapport  $\rho_n$  avant moyenne vaut approximativement  $-1/\sqrt{k_r R_c}$  [26].

Malgré les différentes équations utilisées dans ces potentiels, le comportement de  $\rho_n$ , que ce soit avant moyenne ou après moyenne, est similaire pour les trois courbes. La courbe avant moyenne est caractéristique de la présence d'un état lié et les courbes après moyenne ont donc la même allure monotone, due à un effet de moyenne très destructeur dans la gamme d'énergie de l'oscillation de gloire. Cet effet se comprend facilement si on compare, sur la figure V.17, la position en fonction de  $k_r$  de la fonction de poids  $g(v_a, v_r)$  et de l'oscillation de gloire. Une des courbes [94] se distingue des deux autres par sa moyenne plus basse, que l'on ne peut expliquer ni par une équation de mur répulsif très différente, ni par une profondeur de puits différente.

Les ordres de grandeur fournis par ces trois courbes pour le rapport  $\rho(n)$  sont bien compatibles avec les valeurs mesurées. Elles restent pourtant assez loin des valeurs expérimentales et cette différence peut s'expliquer par l'existence d'un potentiel un peu plus attractif que ceux donnés par les calculs (voir notre article [82] où nous modifions la valeur moyenne du rapport  $\rho_n$  en modifiant l'équation d'un potentiel). Ceci est tout à fait envisageable car les potentiels calculés ne sont pas encore très précis et différent souvent entre eux. D'autre part, la grande largeur de la fonction de poids  $g(v_a, v_r)$  en fonction de  $v_r$  et sa faible dépendance avec  $v_a$ , illustrées sur la figure V.17, imposent que les valeurs

expérimentales de  $\rho_n$  doivent dépendre de manière très lisse de  $v_a$ . Bien-sûr le rapport des moyennes  $\text{Re}(n-1)$  et  $\text{Im}(n-1)$  est différent de la moyenne du rapport  $\text{Re}(f)/\text{Im}(f)$  mais en pratique la différence entre les deux grandeurs est faible. On s'attendrait donc à des résultats expérimentaux un plus monotone que ceux fournis par l'équipe de Pritchard. Malgré les légères oscillations apparentes et les incertitudes du rapport  $\rho(n)$ , les mesures tendent tout de même à prouver l'existence d'un état lié pour le potentiel NaHe, car dans le cas contraire, les valeurs du rapport  $\rho_n$  seraient beaucoup plus faibles.

#### V.4.2 Indice d'une cellule de néon pour une onde de sodium

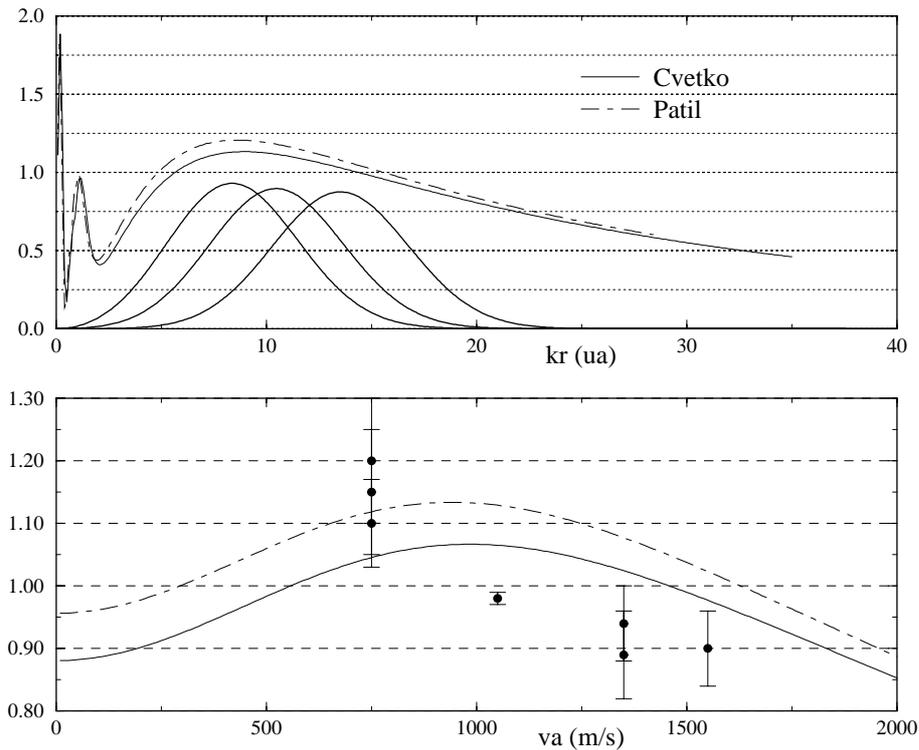


Figure V.18: rapport  $\rho_n$  avant (en haut) et après (en bas) moyenne thermique ( $T=300$  K) pour une cellule de néon et une onde de sodium. En gras, la fonction de poids  $g(v_a, k_r)$  pour  $v_a = 750, 1050$  et  $1350$  m/s, premières valeurs pour lesquelles l'indice a été mesuré. Références des potentiels utilisés : Cvetko : [85], Patil : [92]

Dans le cas Na-Ne, le calcul rend bien compte ici des valeurs exceptionnellement élevées du rapport, par rapport aux autres gaz rares, et du comportement général de  $\rho_n$  en fonction de  $v_a$ . Il apparaît clairement sur les courbes V.18 que ces valeurs élevées sont dues à la position de la dernière oscillation de gloire dans la gamme des vitesses relatives qui contribuent le plus à la moyenne de l'indice. Le grand contraste et la largeur de cette dernière oscillation explique qu'elle soit toujours bien visible après moyenne thermique. Par contre, les calculs et les mesures ne sont pas en très bon accord sur les valeurs de ce rapport. Les mesures les plus élevées pour  $v_a = 750$  m/s ne semblent d'ailleurs pas très réalistes puisqu'elles sont supérieures aux valeurs les plus élevées calculées pour le rapport  $\rho_n^*$  avant moyenne. En comparant l'allure des courbes et les valeurs expérimentales,

on peut imaginer qu'il existe un potentiel qui fournirait des valeurs du rapport  $\rho(n)$  proches des valeurs expérimentales. On peut aussi envisager des erreurs systématiques associées à des phénomènes non pris en compte dans le modèle, pour expliquer les différences observées.

### V.4.3 Indice d'une cellule d'argon, de krypton et de xénon pour une onde de sodium

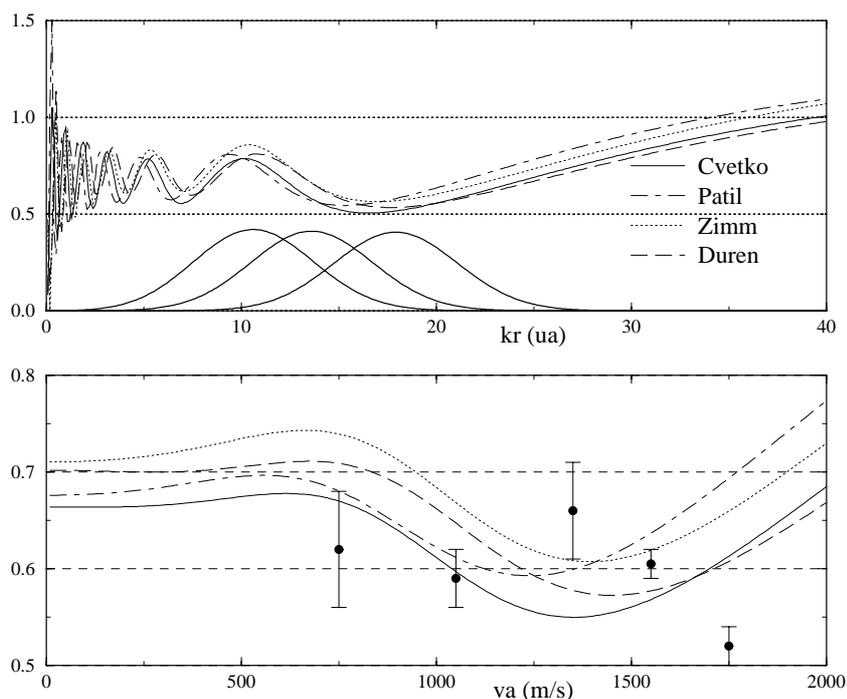


Figure V.19: rapport  $\rho_n$  avant (en haut) et après (en bas) moyenne thermique ( $T=300$  K) pour une cellule d'argon et une onde de sodium. En gras, la fonction de poids  $g(v_a, k_r)$  pour  $v_a = 750, 1050$  et  $1350$  m/s, premières valeurs pour lesquelles l'indice a été mesuré. Références des potentiels utilisés : Cvetko : [85], Patil : [92], Zimm : [88, 89], Duren : [97].

Les potentiels utilisés pour les simulations proviennent, d'une part de calcul théoriques ("Patil" et "Cvetko") et d'autre part de données expérimentales. Les potentiels labellés "Zimm" sont déduits par l'équipe de D. Zimmermann de leurs expériences de spectroscopie laser. Dans ces expériences, les molécules van der Waals sodium-gaz rare sont formées par expansion supersonique d'un mélange de gaz. En étudiant la fluorescence induite par laser, l'énergie des niveaux vibrationnels et rotationnels de la molécules sont mesurés. Le spectre d'émission présente des oscillations d'intensité qui dépendent directement de la densité de Franck-Condon associée. Cette fonction est très sensible à la forme du potentiel dans sa partie répulsive et quand on se donne une équation pour le potentiel intramoléculaire, on peut en déduire les paramètres. Les potentiels labellés "Duren" sont ceux qui reproduisent le mieux les expériences de collisions réalisées dans l'équipe de Düren. Elles consistent en la diffusion d'un jet de sodium par un jet de gaz

rare. L'observation des oscillations de gloire lors de la mesure de la section efficace de collision et des effets d'arc en ciel lors des mesures de la section différentielle en fonction de l'angle de diffusion leur permet de déterminer le meilleur potentiel, à partir d'une équation analytique choisie, par ajustement des paramètres de l'équation sur les résultats expérimentaux. Ces expériences ont été réalisées pour une cellule d'argon et de krypton.

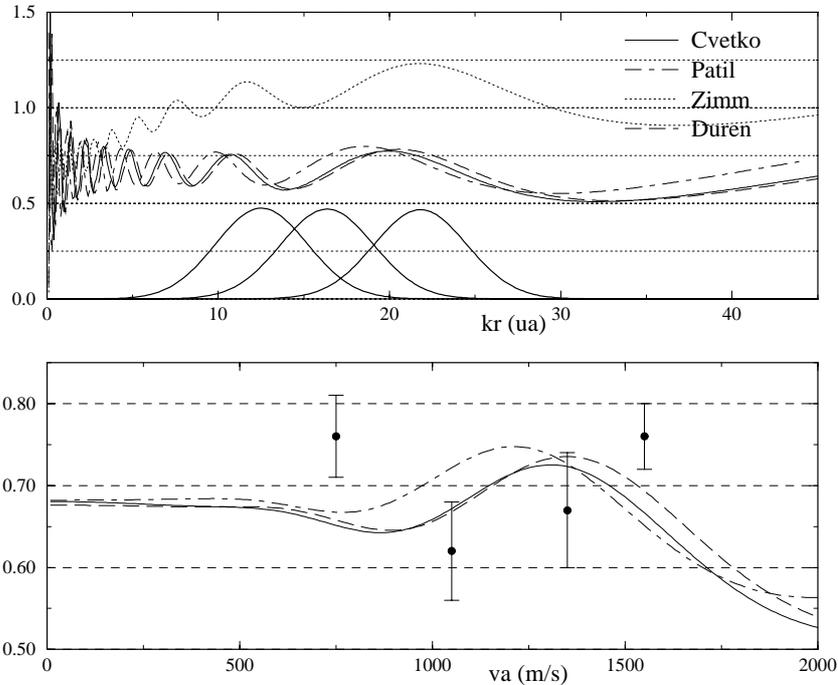


Figure V.20: rapport  $\rho_n$  avant (en haut) et après (en bas) moyenne thermique ( $T=300$  K) pour une cellule de krypton et une onde de sodium. Nous n'avons pas représenté le rapport après moyenne pour le potentiel Zimm car ses valeurs ne semblent pas réalistes et nuisent à la clarté de la courbe (échelle trop petite). En gras, la fonction de poids  $g(v_a, k_r)$  pour  $v_a = 750, 1050$  et  $1350$  m/s, premières valeurs pour lesquelles l'indice a été mesuré. Références des potentiels utilisés : Cvetko : [85], Patil : [92] Zimm : [93], Duren : communication privée.

L'indice de ces trois gaz rares présente les mêmes caractéristiques : de nombreuses oscillations de gloire dans le rapport avant moyenne  $\rho_n^*$  qui donnent une valeur moyenne constante à  $\rho_n$  pour les faibles vitesses incidentes, la dernière oscillation de  $\rho_n^*$  étant conservée par la moyenne dans  $\rho_n$ . La valeur moyenne pour les faibles vitesses  $v_a$  varie autour de 0,7 et dépend de la prépondérance des termes en  $C_6$  ou  $C_8$  sur l'indice. La position de la dernière oscillation en fonction de la vitesse relative est propre à chaque gaz rare.

Pour les trois gaz rares les plus lourds, les valeurs mesurées et calculées ont bien les mêmes ordres de grandeur. Dans le cas du krypton et du xénon, la position de cette oscillation en fonction de  $v_a$  est assez bien représentée par les expériences et, en modifiant les potentiels, on peut facilement imaginer faire passer une courbe "réaliste" par les points expérimentaux, ou au moins leur barre d'erreur. Dans le cas de l'argon, l'oscillation calculée est, de façon inexplicable, complètement déphasée par rapport à celle observée.

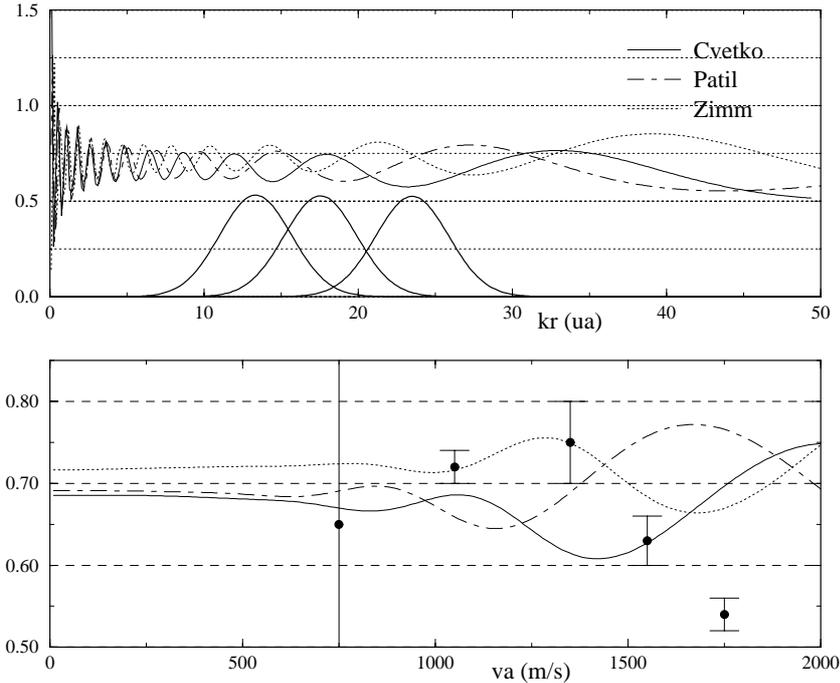


Figure V.21: rapport  $\rho_n$  avant (en haut) et après (en bas) moyenne thermique ( $T=300$  K) pour une cellule de xénon et une onde de sodium. En gras, la fonction de poids  $g(v_a, k_r)$  pour  $v_a = 750, 1050$  et  $1350$  m/s, premières valeurs pour lesquelles l'indice a été mesuré. Références des potentiels utilisés : Cvetko : [85], Patil : [92], Zimm : [98]

Les équations des potentiels utilisés dans le cas de Na-Ar ont déjà été montré sur la figure V.16. Nous rappelons que ces potentiels ont un comportement à longue distance identique mais un mur répulsif très différent. Nous venons de voir que cette différence a très peu d'influence sur les résultats, confirmant notre hypothèse que pour les gaz rares les plus lourds, le mur répulsif n'est pas "visité" lors des collisions. La mesure d'indice pour ces gammes de vitesse ne peut donc fournir un test aux équations de mur répulsif pour ces potentiels.

Tous les potentiels utilisés sont en accord entre eux pour les valeurs du rapport  $\rho_n$  sauf dans le cas du xénon (voir V.21) où les trois potentiels utilisés fournissent un rapport  $\rho_n$  présentant des oscillations de gloire déphasées en fonction de  $v_a$ . Dans le cas du krypton (voir V.20), un des potentiels (Zimm [93]) fournit un comportement "exotique" à  $\rho_n$ , provoquant une valeur moyenne pour  $\rho_n^*$  non constante en fonction de  $k_r$ . Ce comportement est la conséquence d'un mur répulsif beaucoup trop "mou" dès la sortie du puits. Dans tous les cas, et comme pour le néon et l'hélium, un meilleur accord entre simulations et expériences est à chercher dans des potentiels légèrement différents de ceux fournis jusqu'ici, ou dans des effets systématiques, non pris en compte dans le modèle. Ces premiers calculs sont toutefois prometteurs puisque dans la plupart des cas, les calculs numériques passent à l'intérieur ou très près des barres d'erreur expérimentales.

## V.5 Calculs pour une onde de lithium

Nous avons vu plut tôt que la présence de plusieurs états liés dans le potentiel interatomique introduit une structure dans la courbe de l'indice en fonction de  $v_a$ , grâce aux oscillations de gloire. Cette structure est très intéressante, même si la moyenne thermique la lisse sévèrement, car elle permet de tester la qualité des potentiels de la littérature. En choisissant de faire une expérience avec un jet de lithium, nous espérons bien que le nombre d'oscillations de gloire visibles serait comparable pour les systèmes lithium-gaz rare et sodium-gaz rare et que nos mesures seraient aussi riches d'informations que celles de Pritchard. Une estimation rapide du nombre d'états liés soutenus par ces potentiels pourrait laisser croire le contraire mais une étude plus poussée montre qu'en effet, on peut espérer recueillir autant d'informations avec un jet de lithium qu'avec un jet de sodium.

### V.5.1 Comparaison avec le sodium

Nous nous intéressons ici uniquement à l'isotope  $^7\text{Li}$  du lithium, qui est majoritaire (plus de 92 %), et qui est le seul avec lequel nous comptons travailler dans nos expériences d'interférométrie. Une comparaison rapide des grandeurs caractéristiques des potentiels grâce aux tableaux V.2 montre que les potentiels sodium-gaz rare et lithium-gaz rare sont très similaires, ce qui n'est pas étonnant puisque les atomes de sodium et de lithium ont des polarisabilités électriques statiques très voisines. Par contre, ils diffèrent par le nombre d'états liés qu'ils contiennent car ce nombre dépend de la masse réduite  $\mu$  du système moléculaire. Dans le point de vue semi-classique, on peut lier l'intégrale de

système	$C_6$ (ua)	$D_e$ (ua)
NaHe	24,4	$5,5 \cdot 10^{-6}$
LiHe	22,6	$6 \cdot 10^{-6}$
NaNe	47,7	$3,7 \cdot 10^{-5}$
LiNe	44,0	$4,3 \cdot 10^{-5}$
NaAr	189,0	$1,9 \cdot 10^{-4}$
LiAr	175,0	$2 \cdot 10^{-4}$
NaKr	281,0	$3,0 \cdot 10^{-4}$
LiKr	259,0	$3,1 \cdot 10^{-4}$
NaXe	438,0	$5,0 \cdot 10^{-4}$
LiXe	404,0	$4,4 \cdot 10^{-4}$

Tableau V.2: paramètres caractérisants les potentiels interatomiques sodium-gaz rare et lithium-gaz rare. Les valeurs des coefficients de van der Waals  $C_6$  sont tirés des calculs de polarisabilité dynamique de [68], affinés dans [96]. Les valeurs de  $D_e$  sont indicatives et représentent une moyenne sur les différents potentiels utilisés.

phase du potentiel :

$$\oint k_r \cdot dr = (v_D + 1/2)2\pi \text{ tel que } k_r = k_r(E = 0) \quad (\text{V.140})$$

au nombre d'états liés du potentiel  $N_e$  par

$$N_e = \text{partie entière}[v_D] + 1. \quad (\text{V.141})$$

Comme à énergie fixée,  $k_r$  est proportionnel à  $\sqrt{\mu}$ , le nombre d'états liés d'un potentiel croît comme  $\sqrt{\mu}$ . Cette valeur  $\sqrt{\mu}$  est toujours plus faible pour les systèmes lithium-gaz rare que sodium-gaz rare aussi on attend moins d'états liés et donc moins d'oscillations de gloire pour une onde de lithium que pour une onde de sodium, le gaz rare étant le même. On observe bien cette diminution dans le rapport avant moyenne, et on peut le vérifier sur la figure V.22 pour une cellule d'argon et deux potentiels calculés par la même méthode. On peut aussi constater sur cette figure que les rapports après moyenne sont eux très similaires et que les oscillations qui restent observables après effet de moyenne thermique sont les mêmes. Ceci est dû justement à l'effet de la moyenne.

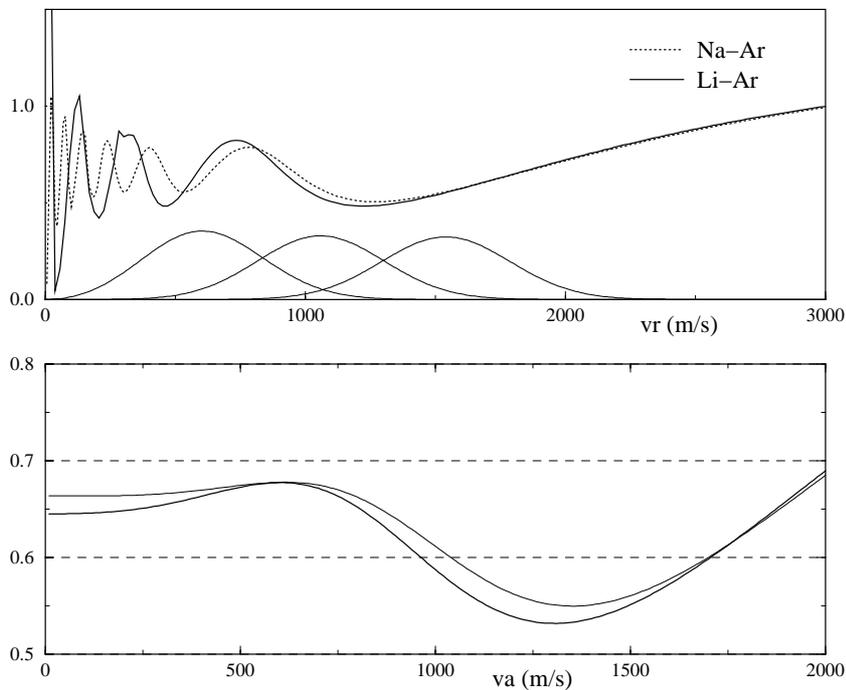


Figure V.22: rapport  $\rho_n$  avant (en haut) et après (en bas) moyenne thermique ( $T=300$  K) pour une cellule d'argon et pour une onde de sodium et de lithium. En haut sont tracées les fonctions de poids  $g(v_a, v_r)$  en fonction de  $v_r$  pour  $v_a = 500, 1000$  et  $1500$  m/s (Un facteur multiplicatif a été appliqué pour rendre les courbes lisibles). Les potentiels utilisés proviennent de la même référence : Cvetko [85].

Même si la fonction de poids  $g(v_a, v_r)$  est indépendante de la masse  $m_a$  de la particule incidente, la masse relative intervient dans le passage entre  $k_r$  et  $v_r$  :  $k_r = \mu v_r / \hbar$ . Comme  $(n^* - 1)$  est calculé en fonction de  $k_r$  (voir eq V.81), la dépendance en  $\mu$  a un effet d'homothétie sur les courbes et  $f(k_r)$  glisse plus ou moins sur  $g(v_a, v_r)$ . Ceci est très bien illustré sur la figure V.22 où on voit l'effet d'homothétie reliant le rapport  $\rho_n$  pour le sodium et le lithium : il y a plus d'oscillations de gloire dans le premier cas mais ces oscillations supplémentaires sont dans la zone des petites valeurs de la vitesse relative où la moyenne thermique les lisse totalement. Le nombre d'oscillations après moyenne est

finalement le même. Il y aura donc autant de choses intéressantes à observer avec un jet de lithium que de sodium.

### Valeurs calculées de l'indice

Même si le rapport  $\rho_n$  ne change pas beaucoup quand on passe du sodium au lithium, il n'en est pas de même pour les valeurs de l'indice (parties réelle et imaginaire). On observe que les grandeurs mesurables  $\text{Re}(n-1)$  et  $\text{Im}(n-1)$  sont plus élevées (de l'ordre de trois fois) pour un jet de lithium que de sodium, à gaz rare égal (et pour des vitesses incidentes supérieures à 500 m/s). Cette différence ne provient pas de la moyenne thermique puisqu'on a vu (voir figure V.10) que la fonction de poids  $g(v_a, v_r)$  était indépendante de la particule incidente. Pour pouvoir comparer les amplitudes de diffusion vers l'avant, nous les avons tracées en fonction de  $v_r$  sur la figure V.23. Les courbes présentées montrent que

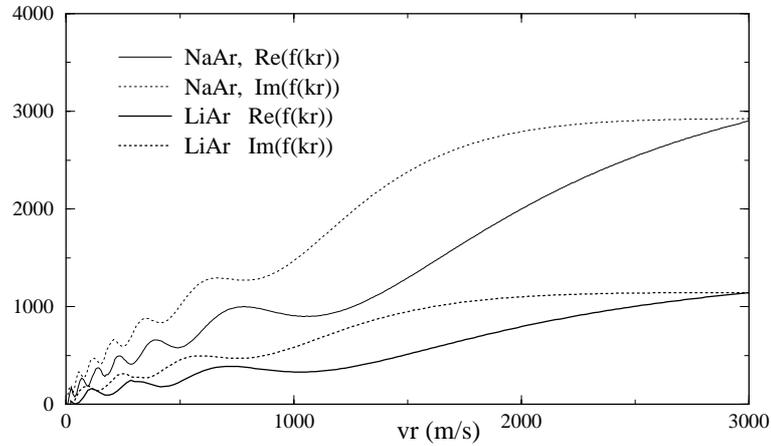


Figure V.23: parties réelles et imaginaires de l'amplitude de diffusion vers l'avant  $f(k_r)$  en fonction de  $v_r$ , pour une cellule d'argon et pour une onde de sodium et de lithium. Les potentiels utilisés viennent de la même référence : Cvetko [85].

contrairement aux observations faites pour l'indice, l'amplitude de diffusion vers l'avant pour un atome de sodium est supérieure (d'à peu près trois fois) à celle calculée pour un atome de lithium. Rappelons que

$$n-1 \propto \frac{m_a f(k_r)}{\mu k_a^2} \quad (\text{V.142})$$

(en oubliant la moyenne), donc à même vitesse incidente  $v_a$ ,

$$n-1 \propto \frac{f(k_r)}{\mu m_a}. \quad (\text{V.143})$$

La valeur de  $1/(\mu m_a)$  est toujours bien plus élevée dans le cas du lithium que dans celui du sodium et ce rapport compense largement la différence observée sur l'amplitude de diffusion vers l'avant et explique que l'indice soit plus élevé dans le cas du lithium que du sodium.

Finalement, la grandeur mesurable expérimentalement est  $k_a(n-1)L$  (où  $L$  est la longueur de la cellule contenant le gaz, voir V.1) et pour une vitesse  $v_a$  donnée, ce terme est tout simplement proportionnel à  $f(k_r)/\mu$ , qui a des valeurs proches pour le sodium et le lithium. Pour la même pression de gaz rare, les déphasages et atténuations attendus pour l'onde de lithium sont donc du même ordre que ceux se produisant pour une onde de sodium. On peut vérifier cette propriété sur les courbes de la figure V.24 qui représentent les parties réelles et imaginaires de  $k_a(n-1)L$  pour une onde de sodium et de lithium et pour une pression de 1 mtorr d'argon dans une cellule de 10 cm. Les valeurs calculées sont très proches dans les deux cas et sont proches de la valeur calculée par l'équipe de Pritchard à partir du déphasage observé, et de la densité de gaz déduite de l'atténuation de l'onde et de la section efficace de collision.

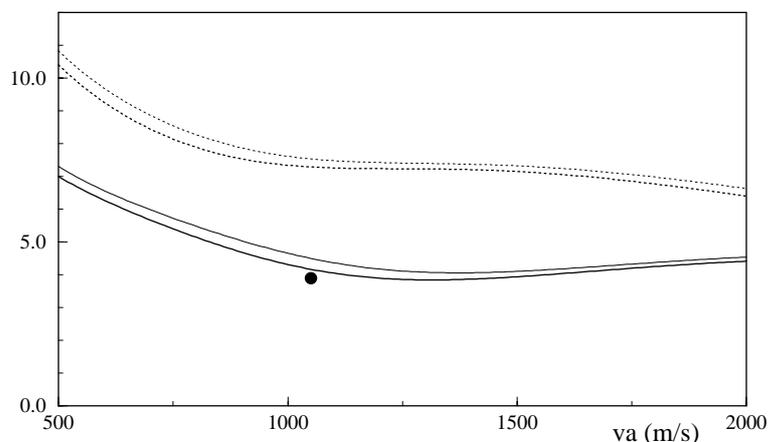


Figure V.24: parties réelles (trait plein) et imaginaires (pointillés) de  $k_a(n-1)L$  pour une cellule d'argon de 10 cm contenant 1 mtorr de gaz à 300 K (soit une densité  $N$  de  $3 \cdot 10^{19}$  at/m<sup>3</sup>), pour une onde de lithium (trait fin) et de sodium (trait épais). Le point correspond au calcul de l'équipe de Pritchard [26]. Les potentiels utilisés viennent de la même référence : Cvetko : [85].

Il apparait donc que les similitudes dans les potentiels alcalin-gaz rare pour les différents alcalins se traduisent par une grande similitude dans l'indice de réfraction d'un gaz rare pour ces alcalins, les effets de masse différente étant compensés. Ceci ne sera plus vrai quand on pourra s'affranchir de la moyenne thermique associée à la cellule.

## V.5.2 Résultats des calculs

Nous présentons ici les résultats des calculs numériques effectués pour une onde de lithium et une cellule contenant les différents gaz rares. Comme dans le cas d'une onde de sodium nous avons utilisé les potentiels calculés théoriquement par Patil *et al.* [92] et Cvetko *et al.* [85] pour tous les couples lithium-gaz rare et par Kleinekathoefer *et al.* (appelé "Ulrich" pour simplifier) pour Li-He [94]. Comme dans le cas du sodium (voir appendice E.2), l'équation du potentiel fournie par Patil *et al.* n'est pas réaliste pour les petites distances interatomiques car le potentiel y décroît. Nous avons modifié le potentiel dans cette zone en utilisant une équation légèrement différente mais qui conserve le

comportement à longue distance du potentiel d'origine. Nous disposons également de potentiels expérimentaux pour tous les couples lithium-gaz rare grâce aux expériences de collisions du groupe de Wharton [99, 76]. Il s'agit de mesures de la section efficace totale de collision d'un jet de lithium sur une cellule de gaz rare en fonction de la vitesse du lithium et de très jolies oscillations de gloire sont observées. Les courbes correspondantes sont labellées (Wharton) et les équations de potentiel utilisées sont du type "Buckingham-Corner" (voir appendice E.2). De récentes expériences de spectroscopie en cellule ("heat-pipe") [100] s'intéressent aux potentiels Li-Ar, Li-Kr et Li-Xe. Malheureusement, pour l'instant les données disponibles ne sont pas suffisantes pour être utilisées dans notre simulation. L'équipe du Pr Zimmerman a essayé de déterminer le potentiel Li-Ar par spectroscopie laser [101] (comme elle l'a fait pour Na-Ar, Na-Kr et Na-Xe). Malheureusement, les expériences sont beaucoup plus précises pour le puits et la partie longue distance que pour le mur répulsif qui apparaît clairement très peu répulsif par comparaison avec les autres potentiels. Comme dans le cas de NaKr, la pente trop faible du mur répulsif donne au rapport  $\rho_n$  avant et après moyenne une allure "exotique" que nous ne présenterons pas ici.

- **Li-He**

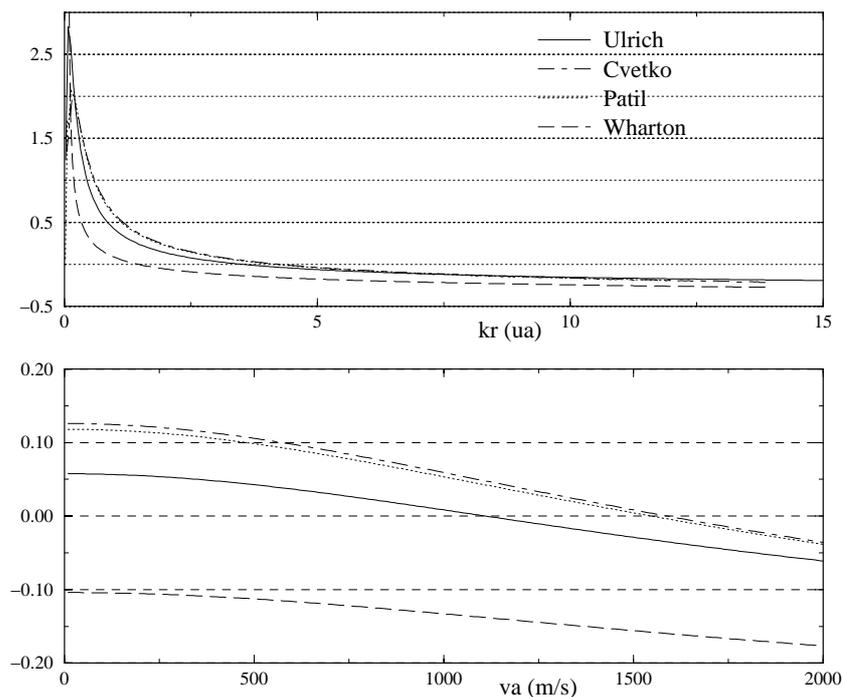


Figure V.25: rapport  $\rho_n$  avant (en haut) et après (en bas) moyenne thermique ( $T=300$  K) pour une cellule de hélium et une onde de lithium.

Les résultats sont très semblables à ceux présentés pour une onde de sodium (voir figure V.17) sauf pour le potentiel expérimental "Wharton" de Wharton *et al.* pour lequel il n'y a pas d'état lié (et donc un rapport négatif partout) contrairement aux autres potentiels qui en supportent un. Une mesure interférométrique de l'indice pourra confirmer ou infirmer l'existence de cet état lié.

- Li-Ne

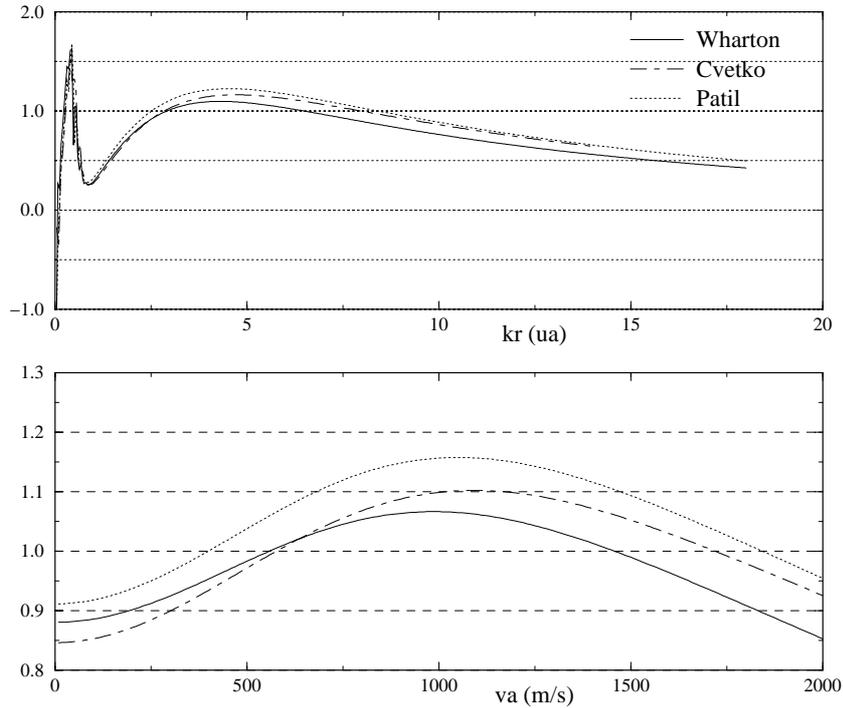


Figure V.26: rapport  $\rho_n$  avant (en haut) et après (en bas) moyenne thermique ( $T=300$  K) pour une cellule de néon et une onde de lithium.

Comme dans le cas du sodium, les valeurs du rapport  $\rho_n$  attendues pour le néon sont plus élevées que pour les autres gaz rares (figure V.26). Tous les potentiels utilisés concordent sur les valeurs de ce rapport, même le potentiel “Wharton”, qui est le seul provenant de mesures expérimentales.

- Li-Ar, Li-Kr, LiXe

Ici aussi, les valeurs obtenues sont très similaires à celles concernant une onde de sodium (figures V.27, V.28, V.29). Sur les courbes du rapport  $\rho_n$  avant moyenne, on peut remarquer des variations rapides de  $\rho_n$  pour les plus faibles valeurs de  $k_r$ . Ces variations sont la marque des résonances de Breit-Wigner dont nous avons déjà parlé (voir V.3). Nous avons vu que ces résonances ne pouvaient se produire que pour une énergie relative réduite  $K = E/D_e$  inférieure à un certain seuil (0,8 dans le cas des potentiels modèles de Lennard-Jones (6,12)). Cette limite correspond à un vecteur d’onde  $k_r$  de 1,9 ua dans le cas de Li-Ar, 2,2 ua dans le cas de Li-Kr et de 3,0 ua dans le cas de Li-Xe et c’est bien ce qu’on observe sur les trois courbes correspondantes. Ces résonances étaient peu visibles pour une onde de sodium car elles se produisent pour des valeurs de  $k_r$  plus faibles.

Comme dans le cas d’une onde de sodium, tous les potentiels concernant un même gaz rare fournissent des courbes de  $\rho(n)$  en fonction de  $v_a$  très proches, sauf pour le krypton, où une courbe est déphasée par rapport aux deux autres.

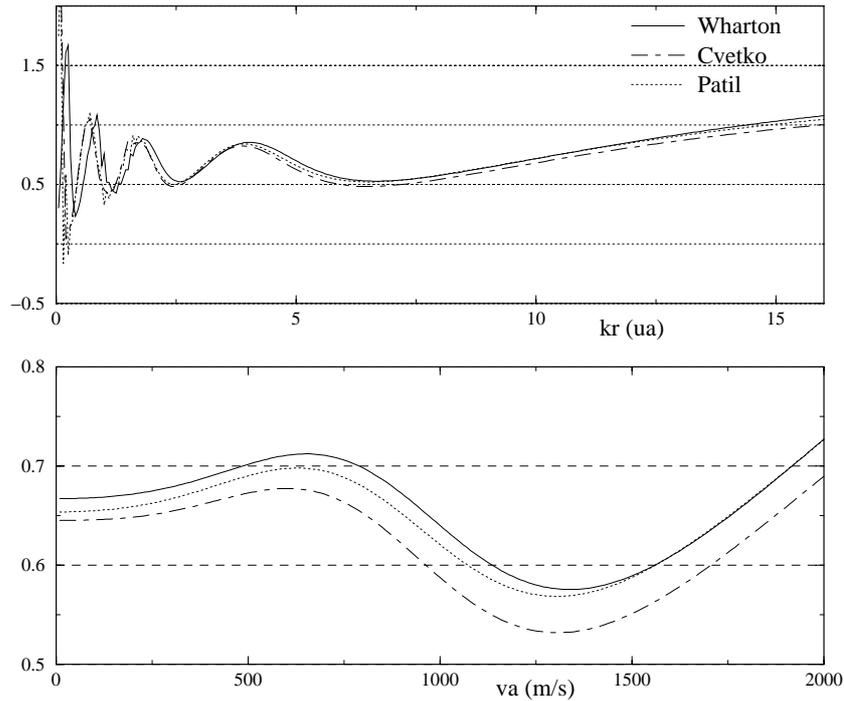


Figure V.27: rapport  $\rho_n$  avant (en haut) et après (en bas) moyenne thermique ( $T=300$  K) pour une cellule d'argon et une onde de lithium.

### V.5.3 Utilisation d'une cible de gaz refroidi

Les études précédentes ont montré l'intérêt de l'observation des oscillations de gloire dans l'indice, pour la détermination des potentiels. Une méthode envisagée [81, 102] pour limiter l'effet de lissage par la moyenne thermique est l'utilisation de gaz refroidi. La courbe V.30 illustre cet effet en comparant le rapport  $\rho_n$  de l'argon pour une onde de lithium, à 300 K et à 77 K. À 77 K, les fonctions de poids  $g(v_a, v_r)$  sont notablement plus étroites qu'à 300 K et ceci permet de garder mémoire d'une oscillation de plus dans le rapport  $\rho_n$ .

Une autre méthode envisageable est l'utilisation d'un deuxième jet, perpendiculaire au jet d'alcalin, à la place de la cellule. La dispersion en vitesse serait alors beaucoup plus étroite. Une telle expérience serait très lourde à réaliser à cause du problème de la très forte collimation nécessaire pour interagir avec un seul des bras de l'interféromètre. Il est difficile d'estimer la densité colonne (densité  $\times$  longueur) réalisable dans ces conditions inhabituelles de collimation. Des estimations générales basées sur la théorie des jets moléculaires laissent penser qu'une densité colonne suffisante pour des mesures serait accessible.

On peut aussi envisager d'utiliser un nuage d'atomes froids. Actuellement les nuages d'atomes froids ont une densité typique de  $10^{11}$  at/cm<sup>3</sup> et s'étendent sur 1mm. Ceci permet d'obtenir une densité colonne de  $10^{10}$  at/cm<sup>2</sup>, ce qui est bien plus faible que les densités colonnes de  $10^{14}$  at/cm<sup>2</sup> utilisées dans les expériences de mesure d'indice. Avec une aussi faible valeur, le déphasage et l'atténuation de l'onde atomique seront difficilement mesurables.

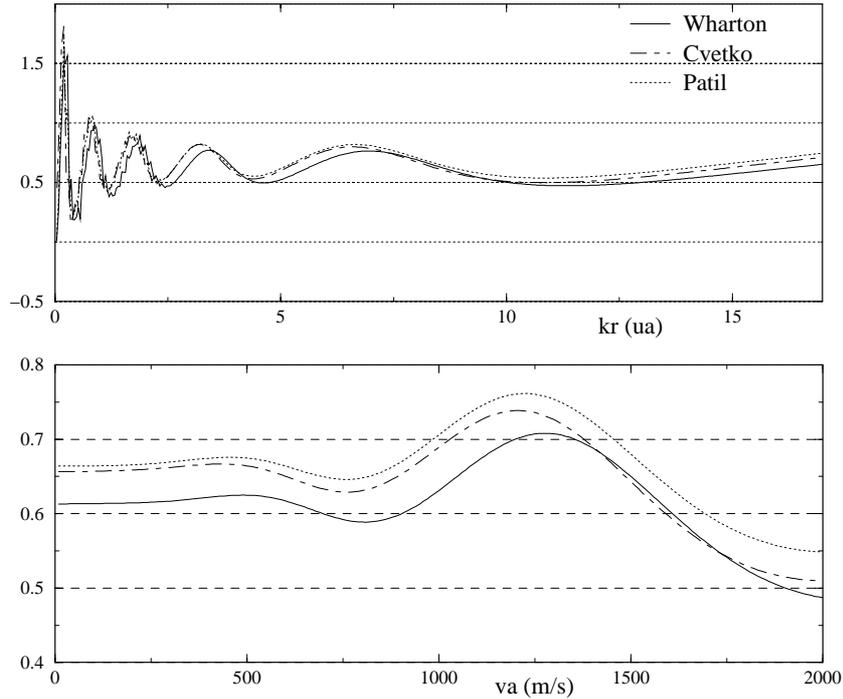


Figure V.28: rapport  $\rho_n$  avant (en haut) et après (en bas) moyenne thermique ( $T=300$  K) pour une cellule de krypton et une onde de lithium.

### Conclusion

Les potentiels sodium-gaz rare et lithium-gaz rare sont nombreux dans la littérature et d'origines variées mais ils sont souvent très différents dans l'aile répulsive et quelques uns diffèrent aussi beaucoup dans l'aile attractive à longue distance. La différence de comportement à grande distance provoque une différence dans la valeur moyenne du rapport  $\rho_n = \text{Re}(n-1)/\text{Im}(n-1)$ . Dans le cas de l'hélium, un mauvais nombre d'états liés change le signe de ce rapport et pour les gaz rares les plus lourds, c'est la phase des dernières oscillations de gloire qui est modifiée. Malgré ces différences, il n'est pas possible, pour l'instant, d'expliquer toutes les mesures de Pritchard *et al.* en utilisant les potentiels existants. Toutefois, les ordres de grandeur sont bien respectés et on peut imaginer obtenir des potentiels qui reproduisent mieux les données expérimentales. Pour expliquer les différences entre mesures et simulations, on peut aussi envisager des effets systématiques liés au protocole expérimental ou au dépouillement des résultats. Ces mesures sont très difficiles car les dérives mécaniques du dispositif expérimental de Pritchard impose des recalibrations fréquentes [13] et il sera très intéressant de comparer nos mesures aux leurs. Pour finir, nous espérons que de nouvelles mesures permettront de réduire les différences entre calculs et mesures ou au moins de les expliquer.

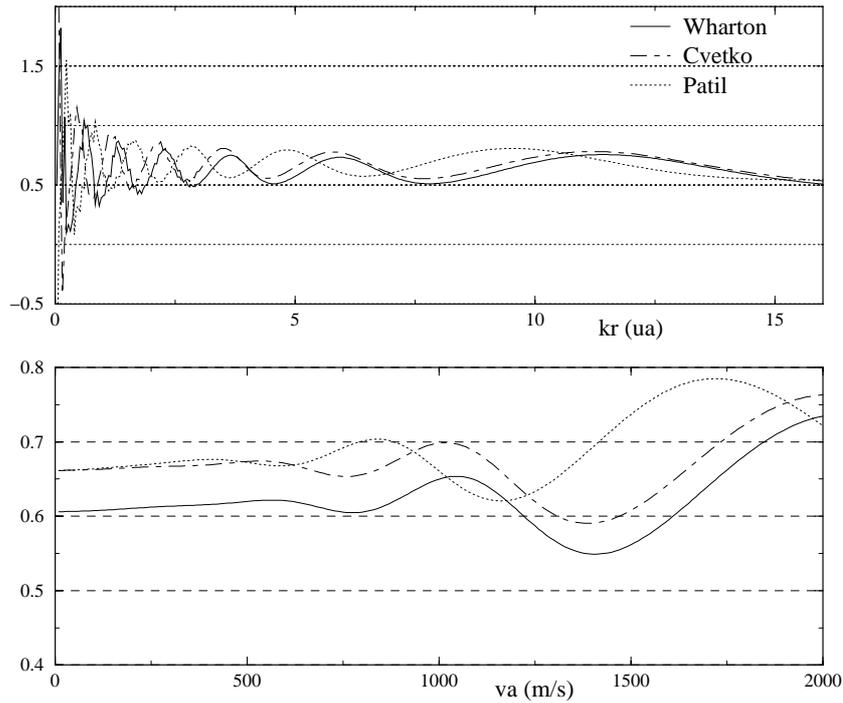


Figure V.29: rapport  $\rho_n$  avant (en haut) et après (en bas) moyenne thermique ( $T=300$  K) pour une cellule de xénon et une onde de lithium.

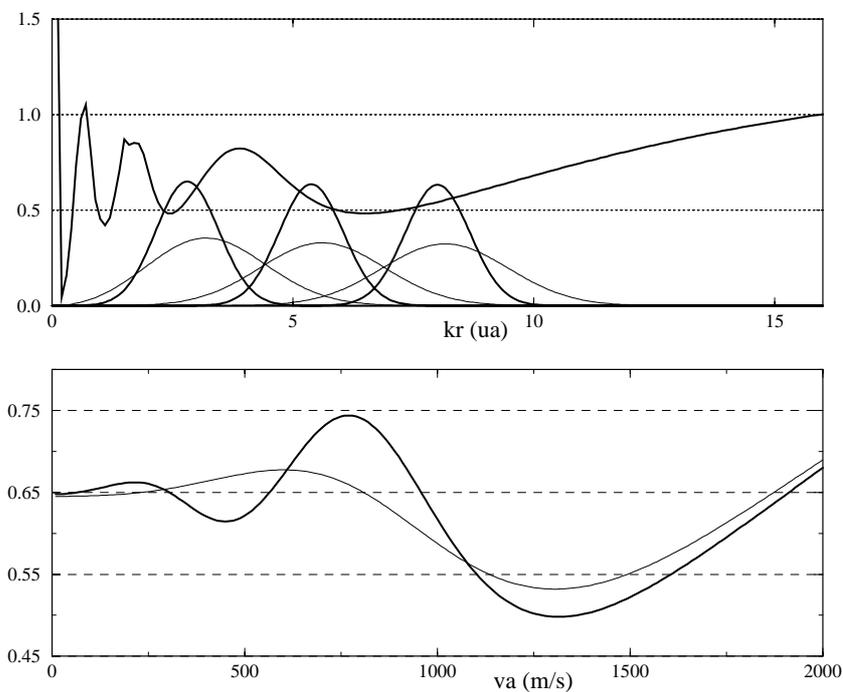


Figure V.30: rapport  $\rho_n$  avant (en haut) et après (en bas) moyenne thermique pour un gaz d'argon à 300 K (trait fin) et à 77 K (trait gras) et une onde de lithium. En haut sont également tracées les fonctions de poids  $g(v_a, v_r)$  correspondantes, en fonction de  $kr$ , pour  $va = 500, 1000$  et  $1500$  m/s (Un même facteur multiplicatif leur a été appliqué). Le potentiel utilisé est celui de la référence [85], "Cvetko".

# Chapitre VI

## Interactions avec un champ électrique

L'interférométrie atomique est un outil de choix pour la mesure de faibles perturbations appliquées à l'atome. On montre en effet que si  $V$  désigne la perturbation sur l'énergie de l'atome et  $\tau$  le temps pendant lequel elle est appliquée, le déphasage  $\Delta\phi$  induit sur la propagation de l'onde est

$$\Delta\phi = \frac{V\tau}{\hbar}. \quad (\text{VI.1})$$

Cette expression n'est vraie qu'au premier ordre en  $V/E_c$  où  $E_c$  est l'énergie cinétique de l'atome hors perturbation. Dans les cas qui nous intéressent, cette approximation est suffisante. Un ordre de grandeur tiré des expériences de D. Pritchard [24] illustre la grande sensibilité de ce déphasage à de faibles perturbations. Pour une valeur minimum détectable de  $10^{-2}$  rad (précision atteinte après une minute d'acquisition) et un temps d'interaction  $\tau$  de l'ordre de 0,1 ms, la plus petite perturbation observable est  $V_{min} = 6,6 \cdot 10^{-14}$  eV, soit  $V_{min}/h = 16$  Hz [24]. Le temps d'interaction de 0,1 ms correspond à une perturbation appliquée sur 10 cm, traversée par des atomes de vitesse moyenne  $u = 1000$  m/s. On peut envisager d'utiliser cette technique pour mesurer l'effet d'un champ électrique ou magnétique extérieur. Un champ magnétique extérieur induit, par l'intermédiaire de l'effet Zeeman linéaire, une levée de dégénérescence entre les sous-niveaux ayant des valeurs différentes du nombre quantique  $M_J$  ou  $M_F$ . L'écart d'énergie entre ces sous-niveaux peut être mesuré de façon très sensible par résonance magnétique et il ne semble pas très intéressant de mesurer l'effet Zeeman par interférométrie. Au contraire, mesurer l'effet d'un champ électrique extérieur, l'effet Stark, est très intéressant. Par exemple, cet effet déplace de la même manière les deux sous-niveaux  $M_J = \pm 1/2$  du niveau fondamental  $^2S_{1/2}$  des alcalins et ne peut pas être mesuré par spectroscopie laser directe. Les seuls effets d'un champ électrique extérieur mesurables par spectroscopie laser sont des mesures relatives, dépendant du déplacement en énergie de deux niveaux différents (entre  $^2S_{1/2}$  et  $^2P_{1/2}$  par exemple) ou de deux sous-niveaux d'un état  $^2P_{3/2}$  (entre  $M_J = \pm 1/2$  et  $M_J = \pm 3/2$ ). La mesure de l'effet Stark par interférométrie atomique donne accès à la polarisabilité électrique statique de l'état fondamental des atomes. Nous décrivons rapidement cette mesure faite pour le sodium par l'équipe de D. Pritchard puis nous discutons ensuite les perspectives de mesure de l'effet Stark sur l'atome de lithium avec notre interféromètre.

Dans une deuxième partie, nous proposons une expérience jamais encore réalisée ou proposée, à notre connaissance. Elle permet de tester la neutralité de la matière en

mesurant avec une très grande sensibilité la charge d'un atome, si elle existe.

## VI.1 Mesure de la polarisabilité atomique

### VI.1.1 Principe de la mesure

Supposons qu'une perturbation appliquée à l'atome modifie l'énergie du niveau fondamental d'une quantité notée  $V$ . Dans l'approximation où le gradient de potentiel est trop faible pour dévier la trajectoire classique de la particule, ce déplacement en énergie se traduit simplement par une modification du vecteur d'onde qui devient

$$k'(x, z) = \sqrt{k^2 - \frac{2mV}{\hbar^2}} \quad (\text{VI.2})$$

$$\simeq k - \frac{mV}{\hbar^2 k} = k - \frac{V}{\hbar v} \quad (\text{VI.3})$$

où  $v$  est la vitesse classique des atomes. Si un seul des bras de l'interféromètre subit la perturbation, l'interférogramme est déphasé d'une grandeur

$$\Delta\phi = - \int_e^s \frac{V(x_s)}{\hbar v} dx_s. \quad (\text{VI.4})$$

$e$  et  $s$  note l'entrée et la sortie de la zone d'interaction et  $x_s$  est l'abscisse curviligne le long de la trajectoire de l'atome. Si la perturbation est uniforme à l'intérieur de la zone de perturbation, de longueur  $L$  le long de la trajectoire atomique, on retrouve l'expression du déphasage annoncé dans l'introduction en fonction de la perturbation  $V$  et du temps  $\tau = L/v$  de traversée de la zone d'application de la perturbation :  $\Delta\phi = V\tau/\hbar$ .

Si la perturbation appliquée sur un des bras est un champ électrique uniforme statique  $\vec{E}$ , l'énergie du niveau fondamental subit un déplacement induit par l'effet Stark statique. Ce déplacement  $V_S$  est proportionnel à  $E^2$  et vaut

$$V_S = -\frac{1}{2}\alpha_E E^2 \quad (\text{VI.5})$$

où  $\alpha_E$  est la polarisabilité électrique statique [51]. Si on utilise une configuration expérimentale telle que celle de la figure VI.1, seulement un des bras voit un champ électrique. Avec la configuration utilisée par Pritchard et ses collaborateurs, et que nous pensons reprendre, le champ est uniforme à l'intérieur du condensateur de longueur  $L$ , et nul à l'extérieur. Le déphasage introduit entre les deux ondes 1 et 2 (voir figure VI.1) est donc

$$\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2 = \frac{\alpha_E E^2 L}{2\hbar v}. \quad (\text{VI.6})$$

Seul un interféromètre à bras séparé permet une telle mesure, qui donne accès à la polarisabilité statique d'un atome. Une mesure précise de la polarisabilité électrique statique des atomes est très utile pour une meilleure compréhension des systèmes atomiques et moléculaires. Le calcul ab-initio de la polarisabilité atomique statique est possible de nos jours avec une grande précision et une mesure très précise de cette polarisabilité est un

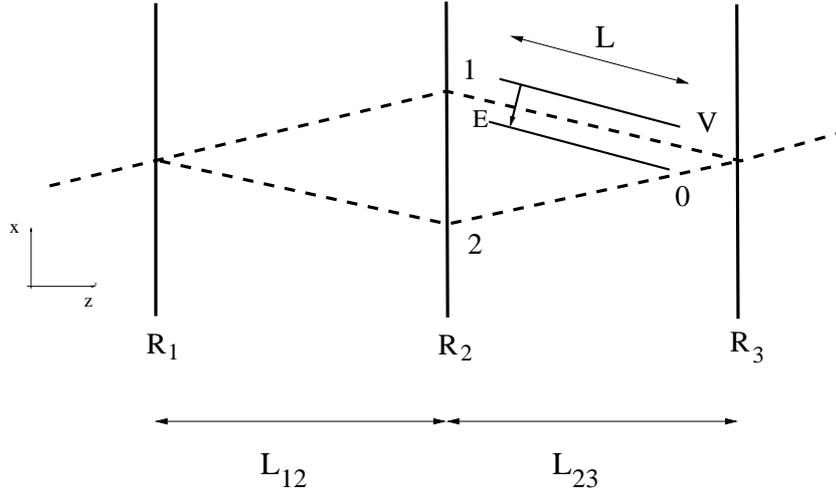


Figure VI.1: schéma expérimental pour une mesure interférométrique de la polarisabilité électrique statique d'un atome.

test expérimental de ces calculs. D'autre part, la polarisabilité atomique permet de calculer le développement de van der Waals des potentiels interatomiques comme ceux de type alcalin-gaz rare, par exemple [68, 96].

Avec la définition de l'effet Stark donnée par l'équation (VI.5),  $\alpha_E$  a les dimensions d'une charge<sup>2</sup>  $\times$  longueur<sup>2</sup>/énergie, soit  $[C^2 m^2 J^{-1}]$ . C'est cette grandeur qui est calculée en chimie quantique, en unités atomiques. Quand les expérimentateurs mesurent une polarisabilité, ils donnent souvent leur résultat en terme de polarisabilité volumique  $\alpha'_E$ , qui a la dimension d'un volume et qui est liée à la polarisabilité par :

$$\alpha'_E = \frac{\alpha_E}{4\pi\epsilon_0}. \quad (\text{VI.7})$$

On passe aisément de la valeur de la polarisabilité  $\alpha_E$  en unités atomiques à la valeur de la polarisabilité volumique  $\alpha'_E$  en unité SI ( $m^3$ ) par

$$\alpha'_E(m^3) = \alpha_E(u.a.).(0,529177 \cdot 10^{-10})^3. \quad (\text{VI.8})$$

### VI.1.2 L'expérience de Pritchard

L'équipe de D. Pritchard a réalisé la mesure de la polarisabilité du sodium avec la méthode que nous venons de décrire [24]. Le schéma de principe de leur dispositif expérimental et de la région d'interaction est donné sur la figure VI.2. L'ordre de grandeur de la polarisabilité volumique du sodium est de  $24 \text{ \AA}^3$ . Pour un jet de 1050 m/s, une région d'interaction de 10 cm de longueur et un espace entre électrodes de 2 mm, une différence de potentiel de 100 V provoque un déphasage de  $\pi$ . Des déphasages pouvant atteindre 60 radians ont été mesurés. La mesure de la polarisabilité déduite de ces expériences représente une réduction par un facteur 6 de l'incertitude expérimentale sur la valeur de  $\alpha_E$ . De nombreuses erreurs systématiques réduisent la précision sur la mesure de  $\alpha_E$ . L'une d'entre elles est liée à la prise en compte des effets de bords. Pour les limiter et rendre le champ le plus uniforme possible à l'intérieur de la cellule, l'équipe de Pritchard

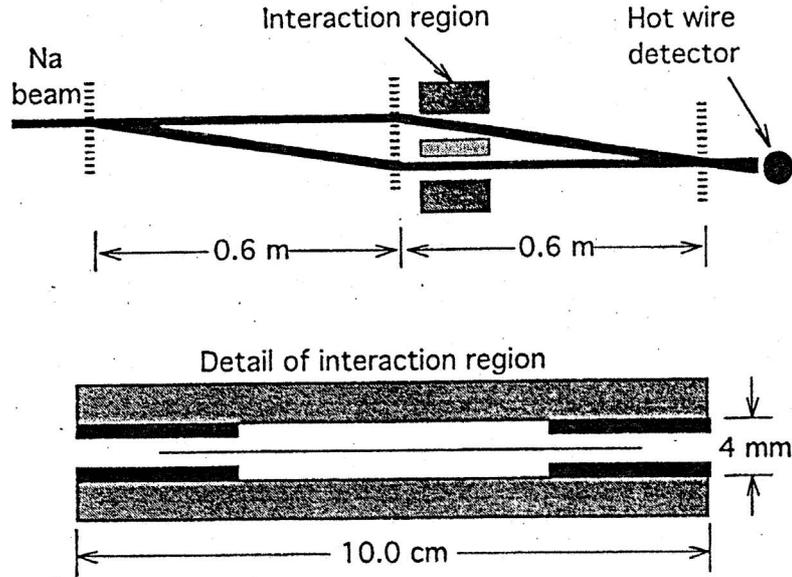


Figure VI.2: dispositif expérimental de l'équipe de Pritchard pour la mesure de la polarisabilité statique électrique du sodium. Les parties noires aux extrémités de la zone d'interaction avec le champ sont des électrodes de garde. Ce schéma est reproduit de la thèse de C. Ekstrom [60].

à utilisé des électrodes de garde aux extrémités du condensateur (voir figure VI.2). Malgré ces électrodes, le champ n'est pas parfaitement uniforme et on peut tenir compte des effets de bord résiduels en définissant une longueur de condensateur effective  $L_e$  telle que

$$\int_e^s E^2(x, z) ds = E^2 L_e \quad (\text{VI.9})$$

où  $E$  est le champ au centre du condensateur. Dans la pratique, cette longueur effective ne diffère de la longueur physique du condensateur que de 3 % et elle a été déterminée avec une précision de 0,08 % [24, 60]. D'autres erreurs systématiques proviennent de la mesure d'autres grandeurs nécessaires au calcul de  $\alpha_E$  à partir du déphasage mesuré, comme l'espacement entre les électrodes. La somme des erreurs systématiques introduit une incertitude sur le résultat final de 0,25 %. Il y a par ailleurs deux sources d'erreur statistique. La première est la mesure du déphasage provoqué sur l'interférogramme, la deuxième est la mesure de la vitesse la plus probable  $u$  des atomes.

Dans des expériences comme celle de Pritchard ou celle que nous construisons, où le système de détection repose sur un comptage de particules, le bruit statistique (ou la dispersion) associé à chaque mesure est, en l'absence de fluctuations techniques, le bruit de Poisson :  $\sqrt{N}$  où  $N$  est le nombre total d'événements comptés. La mesure du déphasage se fait par comparaison de deux interférogrammes, un avec et un sans champ électrique. Le bruit est donc de  $2\sqrt{N}$ . Pour déterminer la phase de chaque interférogramme, on peut supposer qu'on lit la phase au point de pente maximale, là où la mesure est la plus précise (voir schéma de la figure VI.3). Si en ce point, le signal vaut  $\bar{N}$ , une déviation de la phase de  $\delta\phi$  provoque une modification du signal de  $\Delta N = \bar{N} C \delta\phi$  où  $C$  est le contraste du signal.

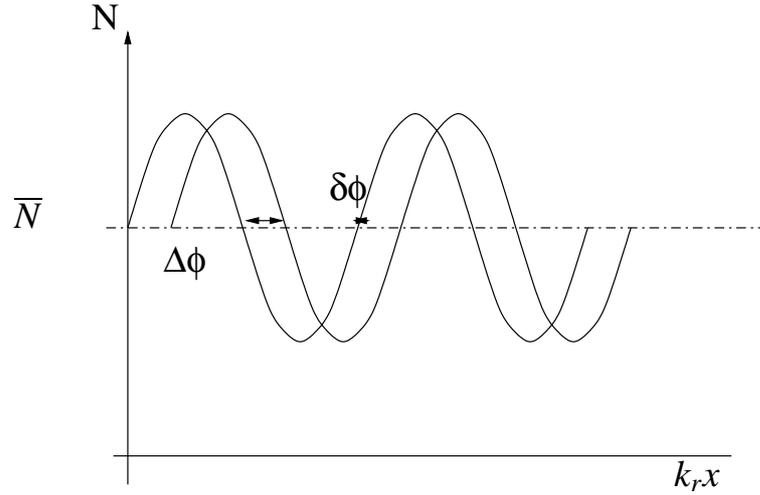


Figure VI.3: Mesure de déphasage introduit par un champ électrique et précision sur cette mesure.

Le signal sur bruit  $S/B$  s'exprime donc en fonction de l'incertitude sur la phase  $\delta\phi$  comme

$$S/B = \frac{\delta\phi C\bar{N}}{2\sqrt{\bar{N}}} = \frac{\delta\phi C\sqrt{\bar{N}}}{2}. \quad (\text{VI.10})$$

Cette expression montre que la grandeur qui caractérise la qualité de l'interféromètre est le produit  $C\sqrt{\bar{N}}$  et qu'obtenir un bon contraste est très important pour faire des mesures précises. Lors de leur mesure, l'équipe de Pritchard avait une incertitude sur la phase  $\delta\phi$  (calculée pour  $S/B = 1$ ) de 10 mrad pour 1 minute d'acquisition. L'incertitude de la mesure peut être diminuée en effectuant des mesures où on fait varier la différence de potentiel entre électrodes. L'ajustement d'une parabole sur la dépendance de  $\Delta\phi$  avec  $E^2$  leur a permis d'obtenir une erreur statistique de 0,15 % sur la polarisabilité  $\alpha_E$ .

### Effet de la dispersion de vitesse

Comme le déphasage provoqué par le champ électrique sur une onde atomique est proportionnel au temps de traversée de la cellule, il est inversement proportionnel à la vitesse de l'atome (voir (VI.6)). La dispersion en vitesse du jet incident provoque une dispersion de déphasage entre les deux bras et donc une perte de contraste. Nous avons vu dans IV.1.2 que pour représenter la distribution de flux d'atomes, on peut utiliser une distribution gaussienne :

$$P(v)dv = \frac{1}{\sqrt{\pi}\alpha} e^{-\left(\frac{v-u}{\alpha}\right)^2} dv \quad (\text{VI.11})$$

où nous avons noté  $\alpha$  la dispersion en vitesse  $\alpha_{\parallel}$  et  $u$  la vitesse longitudinale limite  $v_{\infty}$  calculées en IV.1.2. Comme on suppose toujours cette distribution très piquée, on peut développer le déphasage  $\Delta\phi(v)$  autour de la valeur centrale  $\Delta\phi(u) = \Delta\phi$ . Si on note  $\varepsilon$  l'écart à la valeur centrale  $\varepsilon = v - u$ , le déphasage entre les deux bras d'une onde atomique de vitesse classique  $v$  est

$$\Delta\phi(\varepsilon) \simeq \Delta\phi(1 - \varepsilon/u + \varepsilon^2/2u + \dots). \quad (\text{VI.12})$$

Le signal mesuré est la somme des contributions de chaque vitesse du jet et si l'interféromètre est bien réglé, le contraste de chaque contribution est indépendant de cette vitesse:

$$S = \frac{S_0}{\sqrt{\pi}\alpha} \int_{-\infty}^{+\infty} (1 + C \cos(k_r x_3 + \Delta\phi(1 - \varepsilon/u + \varepsilon^2/2u + \dots))) e^{-\frac{\varepsilon^2}{\alpha^2}} d\varepsilon. \quad (\text{VI.13})$$

Le signal résultant comporte une composante en  $\cos(k_r x_3 + \Delta\phi)$  possédant un contraste légèrement réduit et une composante en  $\sin(k_r x_3 + \Delta\phi)$  dont l'amplitude est très faible par rapport à l'autre composante. Le facteur d'atténuation de la composante principale est, au deuxième ordre

$$\Delta\phi^2 \frac{\alpha^2}{4u^2}. \quad (\text{VI.14})$$

Avec une distribution de vitesse donnée par l'équipe de Pritchard et définie par  $\alpha_v/u = 6\%$ , l'atténuation est de 0,09 % par radian. Pour des mesures de déphasages de l'ordre du radian, cette atténuation est négligeable, elle ne l'est plus du tout pour les mesures effectuées par Pritchard et qui atteignaient 60 radians. En étendant la gamme des valeurs de potentiel appliqué aux électrodes, on gagne en sélectivité de l'ajustement de  $\alpha_E$  en fonction de  $E^2$  mais on perd en précision de mesure du déphasage. La dispersion en vitesse a aussi pour effet de modifier le déphasage observé. Pour des grands déphasages, la valeur mesurée n'est pas celle correspondant à la vitesse moyenne  $u$  mesurée. Mais cet effet reste très petit (moins de 1%) et est négligé [13].

L'autre source d'erreur statistique est la mesure même de la vitesse la plus probable  $u$ . L'équipe de Pritchard détermine cette vitesse par ajustement du profil de diffraction calculé sur celui mesuré. La prise en compte de la dispersion de vitesse du jet induit une correction de 0,15 % sur la valeur de  $u$  déterminée par ajustement. Tous ces effets pris en compte, l'incertitude sur la valeur de  $u$  est donnée à 0,15 % dans l'article [24]. Finalement, la mesure de la polarisabilité volumique par l'équipe de Pritchard donne  $\alpha'_E = 24,11 \cdot 10^{-30} \text{ m}^3$  avec une incertitude sur le dernier chiffre significatif de 6 pour les erreurs statistiques et de 6 pour les erreurs systématiques.

### VI.1.3 Mesure de la polarisabilité du lithium

La polarisabilité du lithium et du sodium étant très proches et le flux attendu d'atomes disponibles étant plus élevé dans notre cas, nous espérons faire au moins aussi bien que l'équipe de Prichard. De nombreux calculs de chimie quantique ont calculé la polarisabilité statique des atomes, et du lithium en particulier. La comparaison de ces calculs à des valeurs expérimentales est un bon test des méthodes de calcul utilisées. La figure VI.4 donne une idée de la dispersion qui existe entre les différents calculs théoriques en indiquant la valeur calculée de  $\alpha_E$  pour toutes les références que nous avons trouvées (mais cette liste n'est pas exhaustive). La polarisabilité du lithium a été mesurée expérimentalement dans le passé. L'expérience la plus récente et la plus précise utilise la méthode "E-H gradient balance". Cette méthode consiste à appliquer sur un jet atomique un champ magnétique et électrique inhomogènes mais de même géométrie. Quand l'un des deux champs varie, la transmission du jet atomique présente une résonance chaque fois que pour un sous-niveau Zeeman-Stark, les forces électriques et magnétiques se compensent. La mesure de ces deux champs donne accès à la polarisabilité. Cette dernière mesure,

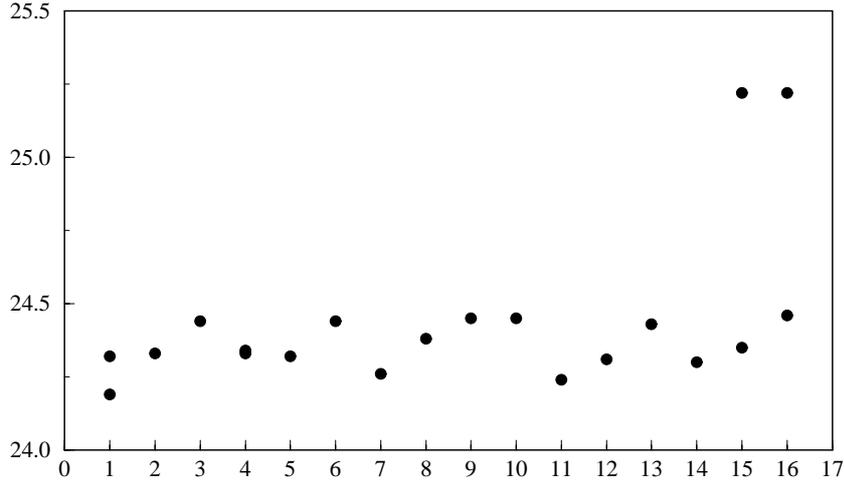


Figure VI.4: valeurs de  $\alpha'_E$  en Å<sup>3</sup> calculées par : 1 [103], 2 [104], 3 [105], 4 [106], 5 [71], 6 [107], 7 [108], 8 [109], 9 [110], 10 [111], 11 [112], 12 [113], 13 [114], 14 [115], 15 [116], 16 [117]. Ces calculs utilisent différentes méthodes que nous n'avons pas différenciées et l'ordre de présentation est arbitraire. Une référence fournit deux valeurs quand elle compare deux méthodes de calcul différentes.

datant de 1974, donne pour le lithium la valeur  $\alpha'_E = (24,3 \pm 0,5) \cdot 10^{-30} \text{ m}^3$  [118]. Pour pouvoir fournir une mesure discriminante entre les différents calculs théoriques, il faudrait atteindre un précision de  $0,05 \cdot 10^{-30} \text{ m}^3$  sur  $\alpha'_E$ , soit une incertitude relative de 0,2 %. Nous nous proposons donc de démontrer la possibilité de mesurer  $\alpha'_E$  avec une telle précision, avec l'interféromètre que nous construisons.

#### VI.1.4 Élimination de la dispersion en vitesse du déphasage

La géométrie utilisée est celle présentée sur la figure VI.1 et à priori les paramètres géométriques seront proches de ceux utilisés par l'équipe de D. Pritchard (longueur d'interaction  $L$  de 10 cm et une vitesse de jet de 1000 m/s, espacement entre électrodes de quelques millimètres). Lors de la présentation des résultats de l'équipe de Pritchard, nous avons vu que la source principale d'erreurs statistiques sur la mesure était la dispersion de vitesse de la source. Cette dispersion provoque d'une part une perte de contraste quand on mesure de grands déphasages et d'autre part une incertitude sur la détermination de la vitesse  $u$ . Nous proposons d'éliminer la dépendance du déphasage observé avec la vitesse des atomes en utilisant une source et un champ pulsé. Si on applique le champ électrique pendant une durée finie et seulement quand tous les atomes que l'on étudie sont à l'intérieur du condensateur, le déphasage ne dépend plus de  $L_e/v$  mais de la durée  $\tau$  passée dans le condensateur avec un champ appliqué. Le déphasage vaut alors

$$\Delta\phi = \frac{\alpha_E E^2 \tau}{2\hbar}. \quad (\text{VI.15})$$

Cette méthode permet en même temps d'éliminer les effets de bords et le besoin de déterminer la longueur effective  $L_e$ . Pour utiliser cette méthode il faut aussi que la source soit pulsée, ouverte pendant  $t_s$ , car il faut former des groupes d'atomes qui subissent en

même temps le champ et qui ne sortent du condensateur que quand le champ est éteint. Ce régime entraîne une perte dans le nombre d'atomes détectés et si  $\dot{N}$  est le flux moyen

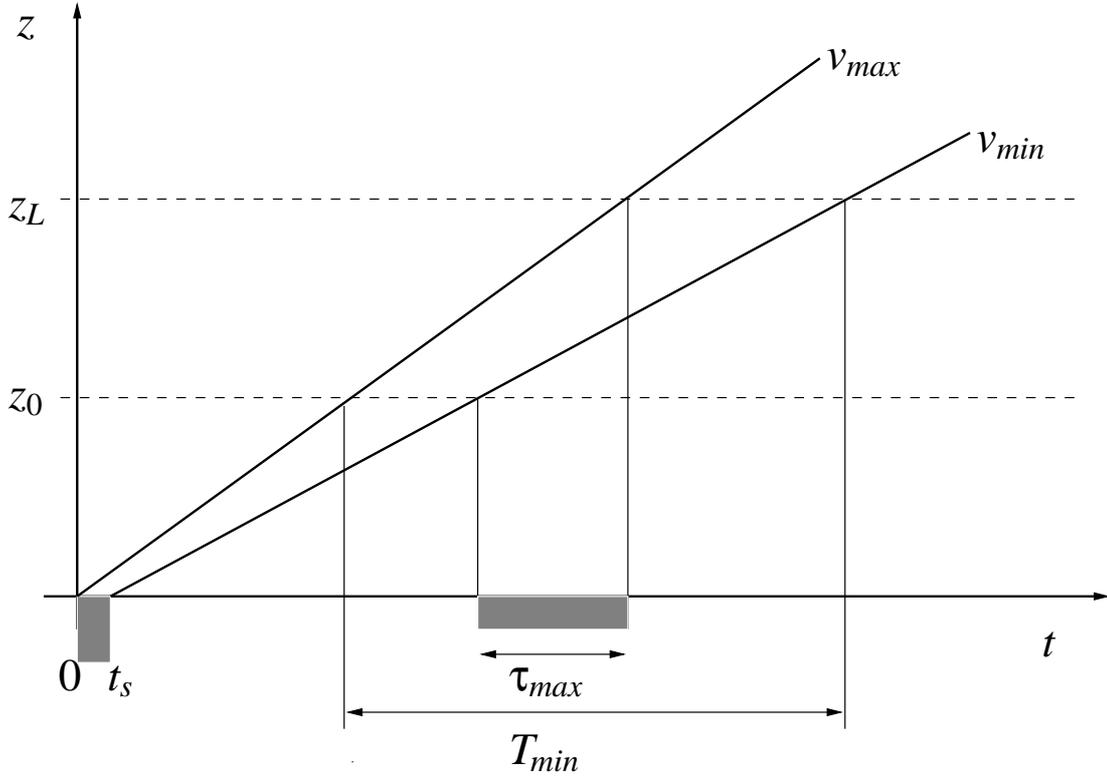


Figure VI.5: diagramme  $(z, t)$  de la propagation d'un nuage d'atomes dans l'interféromètre. La source est ouverte entre  $t = 0$  et  $t_s$  et le condensateur est placé entre  $z_0$  et  $z_L$ .

mesuré en continu, en régime pulsé, il devient

$$\dot{N}_p = \frac{t_s}{T} \dot{N}. \quad (\text{VI.16})$$

si  $t_s \leq \tau$ . Dans le cas contraire, il faut remplacer  $t_s$  par  $\tau$  dans l'équation précédente. Pour obtenir un rapport signal/bruit  $S/B$  optimal et un déphasage le plus grand possible, il faut donc choisir  $t_s/T$  et  $\tau$  les plus grands possible. Le temps de cycle  $T$  est limité par l'entrée des atomes les plus rapides et la sortie des atomes les plus lents, alors que  $\tau$  est limité par l'entrée des atomes les plus lents et la sortie des plus rapides (voir schéma VI.5). Le schéma de la figure VI.5 permet de déterminer  $\tau_{max}$  et  $T_{min}$  pour lesquels le signal/bruit et le déphasage seront le plus grand. Si on note  $v_{max} = u + \Delta v/2$  la plus grande vitesse des atomes participant à l'expérience et  $v_{min} = u - \Delta v/2$  la plus petite, on a au mieux, et dans la limite où  $\Delta v/v \ll 1$

$$\tau_{max} = L/u - \frac{(z_L + z_0)}{u} (\Delta v/2u) - t_s \quad (\text{VI.17})$$

$$T_{min} = L/u + \frac{(z_L + z_0)}{u} (\Delta v/2u) + t_s. \quad (\text{VI.18})$$

Si on choisit  $t_s = \tau_{max}$ , le schéma de la figure VI.5 et le calcul précédent sont valables si  $\Delta v/u < 2L/(z_L + z_0)$  (il faut que  $t_s$  et  $\tau_{max}$  soient positifs). Dans notre expérience

comme dans celle de Pritchard l'entrée du condensateur  $z_0$  est approximativement à 2 m de la source, avec un condensateur de 10 cm, cela impose que la largeur relative de la distribution de vitesse  $\Delta v/u$  soit inférieure à 10 %. Si on choisit d'utiliser une largeur  $\Delta v$  de la distribution égal à 5 % de  $u$  et toujours dans le cas où  $t_s = \tau_{max}$ ,  $\tau_{max} = 25 \mu s$  et  $T_{min} = 175 \mu s$ . Dans ces conditions, le flux disponible est réduit d'un facteur  $t_s/T = 0,14$  et le déphasage est réduit par le facteur  $\tau/(L/v) = 0,25$ . Sur ce flux disponible, seuls les atomes ayant une vitesse comprise entre  $u(1 - 0,025)$  et  $u(1 + 0,025)$  participent à l'expérience. Ils représentent approximativement 1/4 des atomes émis. Pour augmenter ce nombre, on peut utiliser un condensateur plus grand, si la séparation entre les bras de l'interféromètre le permet. Ceci a aussi l'avantage de permettre un temps d'interaction  $\tau$  plus long et d'augmenter le déphasage observé.

Nous avons estimé en IV.1.2 le flux d'atomes de lithium pour des conditions sources de  $T_0=1000$  K et  $P_{Ar}=1$  bar, il vaut  $8 \cdot 10^6$  at/s. Si on considère que la source n'est ouverte que 14 % du temps et que seulement un quart des atomes ont une vitesse qui leur permet de participer à l'expérience, le nombre d'atomes utiles n'est plus que de  $2,8 \cdot 10^5$  par seconde. Avec une géométrie de Bragg, le contraste théorique est de 100 %. L'équipe de Siu Au Lee a obtenu un contraste de 62 % et on peut espérer un contraste de 80 %. Alors, le nombre moyen d'atomes détectés, si l'efficacité de détection est de 1, est  $\bar{N} = 1,7 \cdot 10^5$  par seconde d'aquisition. Pour un signal/bruit égal à 1, l'incertitude sur la phase vaut

$$\delta\phi = 6 \cdot 10^{-3} \sqrt{Hz}. \quad (VI.19)$$

Il suffit d'appliquer un champ plus intense pour compenser d'une part la diminution du temps de traversée et d'autre part l'augmentation de l'incertitude sur la phase. Si on applique un champ de 200 V entre des armatures éloignées de 2 mm, on obtient déjà une incertitude relative sur la phase

$$\frac{\delta\phi}{\Delta\phi} = 0,5 \cdot 10^{-3} \sqrt{Hz}. \quad (VI.20)$$

L'incertitude relative sur la mesure de  $\alpha_E$  n'est plus limitée par la connaissance de la vitesse du jet. Si on suppose qu'on connaît très bien la différence de potentiel appliquée, cette incertitude dépend toujours de l'erreur de mesure sur  $D$ , l'espace entre les électrodes, elle vaut maintenant

$$\frac{\Delta\alpha_E}{\alpha_E} = \frac{\delta\phi}{\Delta\phi} + 2\frac{\Delta D}{D} + \frac{\Delta\tau}{\tau}. \quad (VI.21)$$

En 30 secondes d'aquisition, on peut réduire l'incertitude de mesure du déphasage à 0,01 %. Si on ne peut pas faire mieux que l'équipe de Pritchard dans l'estimation de  $D$ , l'incertitude sur  $D$  sera de 0,07 %. Il faut pouvoir mesurer  $\tau$  à 0,02  $\mu s$  près pour atteindre la précision de 0,2 % sur  $\alpha_E$  que nous nous sommes fixée comme objectif. Des temps de commutation du champ inférieur à 20 ns sont tout à fait envisageables<sup>1</sup> et il est donc possible d'atteindre la précision que nous nous sommes fixée. Avec cette précision, la mesure de  $\alpha_E$  pourra fournir un test aux méthodes de calcul de chimie quantique. La précision

<sup>1</sup>Si le condensateur utilisé a une largeur de 2 cm et une épaisseur de 2 mm entre armature, sa capacité est approximativement de 4 nF, il suffit d'une résistance de 200  $\Omega$  pour que le temps caractéristique de décharge soit de 2 ns et ainsi connaître  $\tau$  à mieux de 20 ns.

accessible sur la mesure de  $D$  est difficile à évaluer. Les techniques optiques permettent de contrôler des distances de quelques millimètres avec une incertitude très inférieure au  $\mu\text{m}$ . Le problème vient de l'utilisation d'une feuille mince (plastique métallisé ou métal) pour former l'électrode centrale qui sépare les deux bras de l'interféromètre. Il est très difficile de rendre cette feuille très plane et la qualité de la géométrie de l'appareil est limitée par cette planéité.

Des expériences similaires ont été réalisées avec des interféromètres de type Ramsey-Bordé avec une configuration différente. Le condensateur englobe les deux bras de l'interféromètre dans une zone où l'état interne de l'atome est différent dans les deux ondes qui forment l'interféromètre. Avec cette configuration, on ne mesure pas la polarisabilité de l'atome mais la différence de polarisabilité entre l'état fondamental et l'état excité. Ces mesures ont été effectuées pour l'atome de magnésium [119] et de calcium [120].

## VI.2 Vérification de la neutralité des atomes

La neutralité des atomes n'est pas imposée par les lois de conservation considérées comme acquises mais repose sur des observations expérimentales et l'existence d'une très petite charge atomique reste envisageable. L'interférométrie atomique étant un outil privilégié pour mesurer les faibles perturbations d'un système atomique, nous proposons une expérience permettant de mesurer la charge éventuelle du lithium. Pendant les 25 dernières années, seulement deux expériences ont vérifié la neutralité de la matière, selon le *Particle Data Group* [121] qui répertorie toutes les informations concernant les particules. Seule la première (1973) [122] a été retenue par le *Particle Data Group* comme donnant une valeur fiable. Dans cette expérience, on cherchait une charge de la molécule  $\text{SF}_6$  en excitant une onde acoustique dans le gaz avec un champ électrique. Cette mesure macroscopique attribue à la charge de l'atome d'hydrogène  $q_H = q_p + q_e$  la valeur maximale de  $1 \cdot 10^{-21} q_e$ ,  $q_p$  et  $q_e$  sont la charge du proton et de l'électron. Cette mesure ne détermine pas directement la charge de l'atome d'hydrogène mais suppose une relation entre cette charge et la charge du neutron  $q_n$ . Cette relation provient de la loi de conservation de la charge supposée parfaitement exacte. Appliquée à la désintégration  $\beta$

$$n \rightarrow p + e + \bar{\nu}_e, \quad (\text{VI.22})$$

cette conservation implique que

$$q_n = q_p + q_e \quad (\text{VI.23})$$

si la charge du neutrino  $\bar{\nu}_e$  est exactement nulle. La limite expérimentale sur la charge de cette particule est de l'ordre de  $10^{-15} q_e$ , toujours selon le *Particle Data Group* [121], mais elle sera supposée strictement nulle dans la suite. En tenant compte de cette propriété, un atome de nombre de masse  $A$  et de nombre atomique  $Z$  possède une charge  $q$  telle que

$$q = Z(q_e + q_p) + (A - Z)q_n = A(q_p + q_e) = Aq_H. \quad (\text{VI.24})$$

Une éventuelle charge du neutrino ne réduit en rien l'intérêt de l'expérience que nous proposons, elle modifie seulement l'interprétation des résultats. Nous étudions ici la possibilité de mesurer la charge d'un atome par interférométrie atomique. Pour cela nous

proposons d'utiliser l'interféromètre atomique en construction dans notre équipe, avec quelques modifications.

Pour informations, les mesures directes les plus précises de la charge du neutron donnent au neutron une charge de  $(-0,4 \pm 1,1) \cdot 10^{-21} q_e$  [123]. Ces mesures ont été réalisées lors d'une expérience d'optique neutronique qui consiste à faire l'image de grandissement 1 d'un réseau de fils micrométriques absorbants les neutrons sur un réseau de même taille. On vérifie si l'application de champs électriques uniformes sur le parcours des neutrons entraîne un déplacement de l'image, qui se traduit par une modification de la transmission. La sensibilité atteinte correspond à un déplacement de l'image de l'ordre de 1 nm pour un parcours de 10 m entre les réseaux. Cette sensibilité extraordinaire est le fruit d'une longue série d'expérience (91 runs sur 88 jours d'expérience) et des effets systématiques liés à des lentes modifications de l'alignement n'ont pas été compris.

### VI.2.1 Schéma de principe

Comme le déphasage associé au dipôle induit est beaucoup plus important que celui associé à une éventuelle charge de l'atome, il ne faut pas que ce déphasage intervienne dans la mesure. Ceci impose que les deux bras de l'interféromètre traversent sur la même longueur des zones de champ électrique identique. La particularité de l'équation de Schrödinger, qui décrit l'évolution des fonctions d'onde, est qu'elle dépend de l'énergie potentielle électrique  $qV(x, z)$  régnant dans l'espace et non de la force appliquée à la particule, comme cela serait le cas en mécanique classique. Grâce à cet effet, on peut induire un déphasage entre les deux ondes qui se propagent dans l'interféromètre, même dans ces conditions. On peut utiliser la relation (VI.3) pour calculer la phase accumulée par une onde atomique qui subit une perturbation  $\Delta E = qV(x, z)$  :

$$\phi = \int_e^s k ds - \int_e^s \frac{qV(x, z)}{\hbar v} ds. \quad (\text{VI.25})$$

( $e$  et  $s$  représente l'entrée et la sortie du condensateur.) Les deux ondes doivent traverser le condensateur sur la même longueur, voir le même champ  $\vec{E}$  mais un potentiel différent. Pour cela, il suffit d'utiliser notre interféromètre avec une diffraction en régime de Bragg. Avec cette géométrie (voir figure VI.6) nous sommes sûrs que les deux ondes ont des trajectoires classiques symétriques. Si  $L$  est la longueur du condensateur,  $D$  la distance entre les armatures et  $\bar{d}$  la distance moyenne entre les trajectoires classiques des deux ondes à l'intérieur du condensateur, le déphasage introduit entre les ondes 1 et 2 par la traversée du condensateur est

$$\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2 = \frac{qVL\bar{d}}{\hbar Dv}. \quad (\text{VI.26})$$

Comme nous utilisons des réseaux de diffraction pour séparer les deux ondes, la distance moyenne de séparation entre les bras est proportionnelle à l'angle de diffraction  $\theta_d$  et vaut ici

$$\bar{d} = \theta_d(L_{12} - z_0 - L_{23}/2) \quad (\text{VI.27})$$

où  $z_0$  est la distance entre le deuxième réseau et le condensateur (voir figure VI.6).

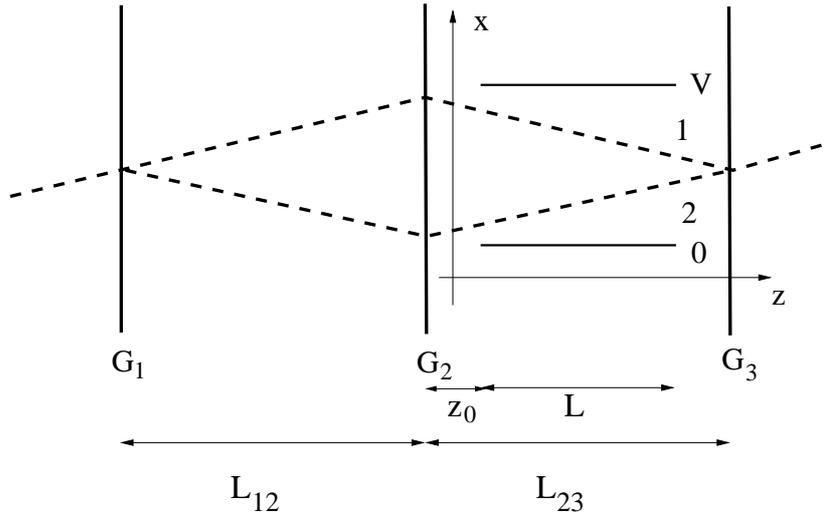


Figure VI.6: schéma expérimental pour une mesure interférométrique de la charge d'un atome.

## VI.2.2 Plus petite charge mesurable

La plus petite charge mesurable  $|q_{min}|$  dépend de la géométrie de l'expérience, du potentiel appliqué, de la vitesse des atomes et de la plus petite phase mesurable dans l'interféromètre  $\Delta\phi_{min}$  (voir équation VI.26). Le rapport  $V/D$  est limité par les champs réalisables et nous avons choisi comme ordre de grandeur un champ de  $10^6$  V/m, ce qui est très raisonnable du point de vue des champs accessibles en laboratoire. Mis à part les facteurs géométriques, on peut augmenter le rapport  $\theta_d/v$  qui est proportionnel à  $1/v^2$  :

$$\frac{\theta_d}{v} = \frac{h}{mv^2 a} \quad (\text{VI.28})$$

où  $a$  est la période des réseaux de diffraction. Il apparaît clairement dans ce rapport qu'il est très avantageux d'utiliser un jet d'atomes ralentis pour augmenter la phase observée. Le ralentissement du jet est souvent accompagné de son refroidissement, ce qui présente aussi l'avantage de réduire la dispersion en vitesse du jet, et donc la dispersion des déphasages. Utiliser un atome léger permet aussi d'augmenter l'angle de diffraction et donc la séparation entre les bras. Par contre, l'éventuelle charge recherchée pour l'atome est proportionnelle au nombre de masse et un atome léger ne présente finalement pas plus d'avantages qu'un atome lourd pour déterminer une charge limite de l'atome d'hydrogène  $q_H$ .

**AN:** avec la géométrie de notre interféromètre, un jet de lithium ralenti à  $v = 50$  m/s, un condensateur de longueur  $L$  de 50 cm placé en  $z_0 = 5$  cm et un champ  $V/D$  de  $10^6$  V/m (et en utilisant l'équation VI.26) :

$$\Delta\phi = q \times 1.10^{35} \text{ rad.} \quad (\text{VI.29})$$

Pour faire aussi bien que les mesures existantes, il faut que la charge mesurable soit inférieure à  $7|q_p + q_e|_{max} = 7.10^{-21} q_e$ , ce qui impose pour la plus petite phase mesurable

$$\Delta\phi_{min} < 1.10^{-4} \text{ rad,} \quad (\text{VI.30})$$

ce qui semble faisable avec un temps d'intégration suffisant. Pour un jet à 1000 m/s non ralenti, la plus petite phase mesurable devrait être inférieure à  $0,27 \mu\text{rad}$ , une valeur vraiment très petite.

Avec les valeurs que nous avons choisies et pour un jet de vitesse 50 m/s, la phase due à la polarisabilité atomique et accumulée par une onde lors de la traversée du condensateur est de  $1,3 \cdot 10^5 \text{ rad}$ . Si le champ électrique est parfaitement homogène et les trajectoires parfaitement identiques, les phases dues à la polarisabilité et accumulées par les deux ondes se compensent et aucun déphasage associé à la polarisabilité ne devrait être observé. Pour cela l'égalité des phases doit être vérifiée à mieux que  $10^{-9}$  et la géométrie de l'interféromètre doit être parfaite. L'expérience décrite plus haut et concernant la mesure de la charge du neutron ne souffrait pas de cette contrainte car la polarisabilité du neutron est de l'ordre de  $10^{19}$  fois plus faible que celle du lithium, toujours selon le *Particle Data Group* (polarisabilité volumique de  $10^{-48} \text{ m}^3$  [121]).

### VI.2.3 Effet de bords

Jusqu'ici, nous n'avons pas tenu compte des effets de bords associés au condensateur. À l'entrée et la sortie de celui-ci, le champ n'est pas uniforme et les lignes de champ sont courbes. Cette courbure a deux effets. D'une part, le déphasage introduit par une éventuelle charge ne dépend plus de  $L$  mais d'une longueur effective  $L_e$  que l'on peut définir par

$$\int_e^s V(x, z) ds = VL_e \quad (\text{VI.31})$$

avec  $V$  le potentiel au centre du condensateur. Selon la géométrie du condensateur, des logiciels de résolution de l'équation de Laplace permettent de déterminer  $V(x, z)$  et  $L_e$ . D'autre part, les effets de bord peuvent provoquer une contribution au déphasage due à la polarisabilité atomique. Si les deux ondes ont des trajectoires parfaitement symétriques par rapport au plan de symétrie du condensateur (*voir* figure VI.7) elles voient des potentiels égaux et des champs électriques égaux en norme, même à l'entrée et à la sortie du condensateur. L'égalité en norme de  $\vec{E}$  suffit à annuler ce déphasage puisqu'il dépend de  $E^2$  (*voir* paragraphe précédent). Dès que cette symétrie n'est plus respectée, les deux

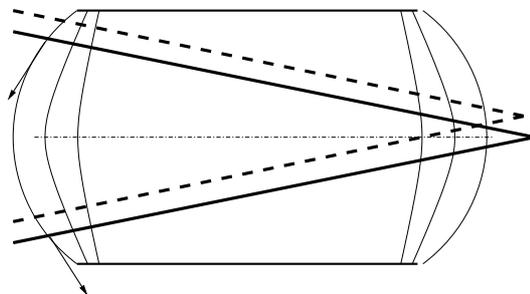


Figure VI.7: lignes de champ de  $\vec{E}$  aux bords du condensateur. En trait plein les trajectoires classiques des ondes si le montage est symétrique, en pointillé, montage dissymétrique.

trajectoires voient des champs de norme légèrement différentes mais qui peuvent suffire

à rajouter une phase due à la polarisabilité. Le moyen le plus sûr de se débarrasser de ces effets de bords est d'utiliser la même méthode que celle proposée en VI.1.4 et de n'appliquer un champ que lorsque tous les atomes sont entrés dans le condensateur et de l'éteindre avant que l'un d'eux n'en sorte. Cette méthode présente ici le petit inconvénient de rajouter une petite dispersion par l'intermédiaire de la séparation moyenne entre bras  $\bar{d}$ . Mais cette petite dispersion ne devrait pas avoir beaucoup d'effet puisqu'on attend un déphasage nul. Si on veut l'éliminer, on peut rendre les ondes parallèles, il suffit d'introduire un quatrième réseau (*voir* figure VI.8) mais nous n'envisageons pas cette modification pour notre expérience. Si on utilise un jet atomique continu, on peut

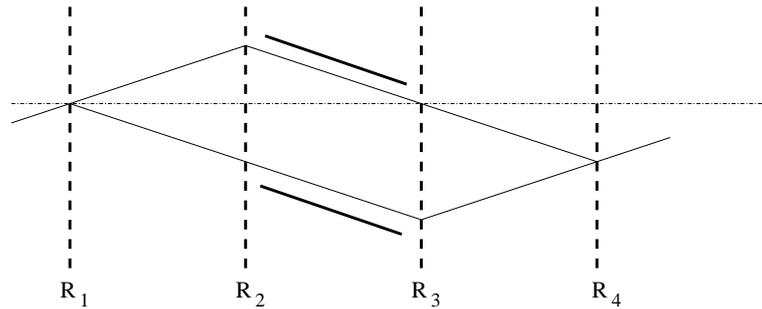


Figure VI.8: interféromètre à quatre réseaux en diffraction de Bragg. Cette configuration permet d'avoir deux ondes atomiques qui se propagent parallèlement entre les réseaux 2 et 3. D'autres ondes se propagent dans l'interféromètre mais elles ne participent pas au signal et n'ont pas été représentées.

s'assurer que les effets de bords se compensent en cherchant la position du condensateur où le déphasage observé est minimum. On peut ensuite procéder à des mesures où on inverse la polarité de la différence de potentiel entre les électrodes, toutes choses restant égales par ailleurs. Si un déphasage est dû à la polarisabilité, il ne sera pas modifié. Le déphasage associé à une éventuelle charge de l'atome sera observé avec un signe différent. En faisant la différence entre les déphasages mesurés pour les deux polarités, on doit pouvoir extraire le déphasage uniquement dû à l'éventuelle charge de l'atome. Ce protocole expérimental suppose qu'on soit capable de reproduire exactement la même différence de potentiel avec un signe différent. Les potentiels de contact entre les électrodes et les fils, par exemple, peuvent introduire un décalage entre les deux valeurs. L'équipe de Prichard a suivi un tel protocole lors de leur mesure de la polarisabilité et n'a pas observé de différence entre les déphasages mesurés avec deux polarités pour  $\vec{E}$  [24]. Ces potentiels de contact pourraient donc ne pas gêner les mesures.

### Autre effet mis en jeu

Même si l'atome est neutre, l'existence d'un moment magnétique  $\vec{\mu}$  de l'atome le rend aussi sensible au champ électrique ambiant, par l'intermédiaire de l'effet Aharonov-Casher [124] :

$$\Delta\phi_{AC} = \frac{1}{\hbar^2} \left[ \int_0^L \vec{\mu}_1 \wedge \vec{E}(\vec{z}_1) d\vec{z}_1 - \int_0^L \vec{\mu}_2 \wedge \vec{E}(\vec{z}_2) d\vec{z}_2 \right]. \quad (\text{VI.32})$$

Comme dans la configuration envisagée,  $\vec{E}$  est uniforme et que  $\vec{\mu}$  n'est pas modifié entre les deux bras de l'interféromètre,  $\vec{\mu}_1 = \vec{\mu}_2$  et

$$\Delta\phi_{AC} = 0 \quad (\text{VI.33})$$

(on suppose qu'il n'y a pas de gradient de champ magnétique capable de modifier le moment magnétique entre les deux bras de l'interféromètre).

## VI.2.4 Comparaison avec d'autres méthodes

### Mesure de phase avec un autre interféromètre

Pour cette mesure, on pourrait utiliser un interféromètre de type Ramsay-Bordé (*voir* [16, 15] pour une revue complète) en plaçant le condensateur entre le deuxième et le troisième réseau, là où l'état interne de l'atome est le même dans les deux ondes qui interfèrent. Dans ce cas, les trajectoires sont parallèles. Des interféromètres de ce type ont déjà été utilisés pour mesurer la différence de polarisabilité entre état fondamental et excité du magnésium [119] et du calcium [120] en plaçant un condensateur entre le premier et le deuxième champ, là où l'atome n'est pas dans le même état interne sur les deux bras. La géométrie Mach-Zehnder à diffraction de Bragg présente l'avantage sur celle de Ramsay-Bordé d'avoir une séparation double entre les deux ondes (pour un interféromètre de Ramsay-Bordé,  $\theta = \hbar k_L / mv$ ) et de présenter un contraste attendu supérieur (l'ordre de grandeur étant de 20 % dans le cas Ramsay-Bordé [15]).

### mesure de l'accélération

Comme le soulignent Chu *et al.* dans [16], l'accéléromètre à atomes froids qu'ils utilisent pour mesurer le champ de gravitation pourrait être utilisé pour mesurer la charge des atomes. La géométrie utilisée dans ce cas est celle de la figure III.4. Si nous supposons que l'interféromètre complet est maintenu dans un condensateur plan, le déphasage associé à la polarisabilité des atomes est nul et on peut mesurer l'accélération  $a_e = qE/m$  en comparant le déphasage avec champ électrique ( $\vec{a} = \vec{a}_e + \vec{g}$ ) et sans champ électrique ( $\vec{a} = \vec{g}$ ). En utilisant une fontaine à césium, cette équipe a fait des mesures de  $g$  avec une sensibilité de  $4 \cdot 10^{-8} g / \sqrt{Hz}$  [16]. Pour un champ électrique de  $10^6$  V/m, cette sensibilité sur l'accélération est équivalente à une sensibilité sur la charge de

$$|q_p + q_e| < 2 \times 4,2 \cdot 10^{-21} q_e / \sqrt{Hz} \quad (\text{VI.34})$$

(le facteur 2 est justifié par la nécessité d'une mesure relative) ce qui permet d'atteindre la valeur limite actuelle avec un temps d'acquisition de 2 minutes. Les deux types d'interféromètre devraient mener à des sensibilités comparables pour la mesure d'une éventuelle charge des atomes. Par rapport aux expériences existantes, ces mesures interférométriques sont les seules avec la mesure sur le neutron à tester cette neutralité sur des systèmes microscopiques bien définis. Il semble difficile d'améliorer beaucoup la limite actuelle de l'ordre de  $10^{-21}$  fois la charge de l'électron pour  $q_H$  ou  $q_n$  mais les erreurs systématiques en interférométrie atomique semblent beaucoup plus aisées à comprendre et à modéliser que dans les autres expériences.

Les mesures de la polarisabilité et de la charge atomique que nous venons de présenter illustrent très bien la précision des mesures que l'interférométrie atomique permet. Dans le cas de la mesure de la polarisabilité, un interféromètre atomique de Mach-Zehnder "standard" a des performances suffisantes pour rivaliser avec des expériences déjà existantes. Dans le cas de la vérification de la neutralité des atomes, l'usage d'atomes ralentis ou froids (expérience de Kasevich et Chu) semblent nécessaire pour atteindre une précision suffisante.

# Conclusion

Cette thèse conclut trois années d'études préparatoires à la construction d'un interféromètre et à des mesures interférométriques. Nous avons voulu donner ici une description globale de la conception d'un interféromètre de Mach-Zehnder à réseaux. Cette description a commencé par l'étude des séparatrices de cet interféromètre, qui utilisent des ondes laser stationnaires quasi-résonnantes. Nous espérons que l'introduction systématique des fonctions de Bloch pour décrire la fonction d'onde atomique dans l'onde laser permettra une étude plus générale de la diffraction d'une onde atomique par cette onde, même en-dehors des régimes limites maintenant bien connus. Notre étude a confirmé que la diffraction du lithium par une onde laser était réalisable avec les puissances laser disponibles en laboratoire, et que les alcalins, de par leur structure atomique, étaient particulièrement bien adaptés à la diffraction.

Le chapitre consacré à la propagation d'une onde atomique dans un interféromètre nous a permis de comprendre l'importance de chaque réglage et nous a aidé à fixer de manière raisonnée les dimensions de l'interféromètre, même si nos choix sont très proches de ceux de Pritchard. Nos choix de largeurs de fentes et de détecteur ont été guidés par les résultats des simulations numériques menées autour de notre modèle de propagation. Nous espérons que ce modèle sera aussi utile à tous ceux qui construisent ou construiront un interféromètre atomique à bras séparés.

Nous avons proposé dans cette thèse plusieurs mesures interférométriques réalisables avec notre interféromètre. La première est celle que nous avons étudiée le plus en détail et concerne la mesure de l'indice de réfraction d'un gaz pour une onde atomique. Nous avons montré que la prise en compte du mouvement des atomes du gaz par les équipes de Pritchard, de Dalgarno et par notre équipe était incorrecte et nous avons proposé une nouvelle dérivation de cet effet, en cohérence avec les résultats classiques de la théorie des collisions. Les mesures déjà effectuées par l'équipe de Pritchard avec une onde de sodium ne sont pas complètement expliquées par nos calculs. Nous attendons de la mesure précise de l'indice de réfraction et de sa confrontation avec nos calculs des informations nouvelles sur les potentiels d'interaction entre atomes. D'autre part, bien que ce soit une chose bien connue depuis de Broglie, le fait de traiter les collisions atomiques de manière totalement ondulatoire force à les comprendre d'une manière nouvelle. Enfin, l'indice de réfraction pour les ondes atomiques est sûrement la méthode naturelle pour traiter les effets des gaz résiduels dans les expériences d'interférométrie atomique et les déphasages associés à la partie réelle de l'indice peuvent jouer un rôle dans la précision ultime de ces expériences.

La deuxième mesure proposée avec notre interféromètre est celle de la polarisabilité électrique statique du lithium. Cette mesure est inspirée d'une mesure analogue faite sur

le sodium par l'équipe de D. Prichard. Nous avons cherché à prévoir cette expérience de manière à en tirer la meilleure précision possible. Comme la mesure est sensible à la vitesse des atomes, nous proposons une variante qui élimine cette sensibilité car la mesure précise de la vitesse des atomes n'est pas une chose simple. Cette mesure devrait offrir une précision supérieure à celle des mesures antérieures et permettre d'aboutir à une discrimination entre les valeurs calculées par différentes méthodes.

Nous avons remarqué qu'un tel interféromètre est un instrument très bien adapté à la mesure d'une charge éventuelle des atomes. Il semble possible, avec un montage optimisé, d'atteindre une incertitude sur la charge éventuelle de l'ordre des autres mesures disponibles de cette charge, aux environs de  $10^{-21}|q_e|$  par nucléon (où  $q_e$  est la charge de l'électron). Cette expérience, si nous décidons de la réaliser, nécessitera l'utilisation d'atomes ralentis.

Finalement, le dispositif expérimental décrit dans cette thèse reflète l'état actuel de notre interféromètre. Un très gros travail de construction a été réalisé et de nombreuses expériences préparatoires ont déjà été effectuées, mais la mise au point de cette expérience n'est pas encore terminée. Le montage sera appelé à être modifié et complété au cours de l'avancement de l'expérience. Même si aucun signal d'interférence, ni même de diffraction n'a encore été observé, cette thèse fournit les études préparatoires aux expériences à venir. Ce travail clôt à peine la première phase de l'activité *interférométrie atomique* dans le groupe de J. Vigué. Comme disait W. Churchill en 1942 à l'occasion de la première victoire des alliés lors d'une offensive en Afrique, "Now this is not the end. It is not even the beginning of the end. But it is, perhaps, the end of the beginning". J'espère quant à moi que "la fin du commencement" va bientôt débiter et que nous pourrions bientôt observer de magnifiques franges d'interférence atomique.

# Annexe A

## Calculs utiles à la diffraction

### A.1 Condition de validité de l'approximation d'onde mince

**Remarque** La démonstration qui suit est inspirée d'une démonstration de C. Cohen-Tannoudji, donnée dans son cours 93/94 (chap III) au Collège de France, dans le cas où l'onde laser est en résonance avec la transition atomique.

Après avoir reçu de l'onde laser stationnaire une quantité de mouvement  $p2\hbar\vec{k}_L$  (cf II.3.2), l'atome possède une énergie cinétique transverse de

$$E_{c_x} = (2p)^2 \frac{\hbar^2 k_L^2}{2m} = (2p)^2 \hbar\omega_{rec} \quad (\text{A.1})$$

où  $\hbar\omega_{rec}$  est l'énergie de recul associé à l'absorption ou l'émission d'un photon. Dans l'approximation de l'onde mince, la déviation de la trajectoire classique de l'onde est négligée pour ne prendre en compte que l'effet de la phase accumulée au cours de la traversée de l'onde laser. Nous allons ici montrer que négliger la déviation  $\Delta x$  que subit l'atome, devant la période du réseau diffractant  $\lambda_L/2$  est équivalent à négliger l'énergie cinétique  $E_{c_x}$  devant l'amplitude du potentiel  $V_0$  responsable de la diffraction, quand on est dans un régime où la diffraction a réellement lieu .

L'équation II.47 fournit l'amplitude de diffraction pour un ordre  $p$ , en fonction des caractéristiques de l'atome et du champ laser. Pour avoir une amplitude de diffraction maximale dans l'ordre 1,  $\gamma$  doit être égale à 1.8. Une propriété générale des fonctions de Bessel est que  $J_{|p|}(\gamma)$  ne prend des valeurs significativement différentes de zero que pour  $p \leq \gamma$ . On peut donc choisir pour valeur approximative de l'ordre de diffraction maximum  $p_{max}$ , la valeur de  $\gamma$

$$\gamma = \frac{V_0\tau}{2\hbar} \quad (\text{A.2})$$

(en oubliant le facteur  $\sqrt{\pi/2}$  associé au profil gaussien). On peut évaluer la force moyenne  $F_x$  que subit l'atome dans la direction  $(Ox)$  grâce à la valeur caractéristique du gradient du potentiel diffractant selon  $(Ox)$ :

$$F_x \simeq V_0 \frac{2\pi}{\lambda_L} = V_0 k_L. \quad (\text{A.3})$$

Une estimation du déplacement  $\Delta x$  provoqué par cette force au cours d'une traversée de temps caractéristique  $\tau$ , est

$$\Delta x = \frac{F_x\tau^2}{2m}. \quad (\text{A.4})$$

Si on peut négliger  $E_{c_x}$  devant  $V_0$ , on a l'inégalité

$$p_{max}^2 \frac{4\hbar^2 k_L^2}{2m} < V_0. \quad (\text{A.5})$$

On remplace alors  $p_{max}$  par  $\gamma$  dans (A.5) et en faisant apparaître  $F_x$  dans l'inégalité précédente, on démontre que la condition précédente est équivalente à

$$\Delta x < \frac{1}{k_L} = \frac{\lambda_L}{2\pi} \quad (\text{A.6})$$

C'est bien ce qu'on voulait montrer.

## A.2 Calcul de l'élément irréductible $\langle {}^2S || d^1 || {}^2P \rangle$

D'après [125], on peut relier la durée de vie  $\tau_P$  du niveau excité  $|{}^2P\rangle$  au dipôle de transition  $d_{SP} = \langle {}^2S || d^1 || {}^2P \rangle$  grâce à

$$\frac{1}{\tau_P} = A_{SP} = \frac{\omega_0^3}{3\pi\epsilon_0\hbar c^3} \sum_{M_L} \left| \langle {}^2S; M_L | \vec{d} | {}^2P; M'_L \rangle \right|^2 \quad (\text{A.7})$$

et le résultat est indépendant de  $M'_L$ . Différentes références [126, 48, 127] citent des durées de vie de 26,9 à 27,2 ns avec des incertitudes plus ou moins grandes. La mesure la plus récente [127], effectuée dans l'équipe de Hulet, fournit la mesure la plus précise à notre connaissance. Cette valeur est, en terme de durée de vie,  $\tau_P = 27,102(2)(9)$  ns où la première incertitude est statistique et la deuxième est systématique. Cette expérience mesure en fait le potentiel à longue distance entre deux atomes de lithium qui est directement lié au dipôle  $d_{sp}$  lui-même. Dans cette thèse, les calculs sont effectués pour une durée de vie  $\tau_P$  de 27,1 ns mais les résultats de calculs de dipôle varient peu sur la plage 26,8 à 27,2 ns.

Dans le cas particulier d'un état  $S$ , la somme (A.7) se limite à un seul terme et

$$\sum_{M_L} \left| \langle {}^2S; M_L | \vec{d} | {}^2P; M'_L \rangle \right|^2 = \left| \langle {}^2S; M_L = 0 | d_0^1 | {}^2P; M'_L = 0 \rangle \right|^2 = \frac{1}{3} d_{SP}^2 \quad (\text{A.8})$$

Donc

$$d_{SP} = \sqrt{\frac{9\pi\epsilon_0\hbar c^3}{\tau_P \omega_0^3}} \quad (\text{A.9})$$

**AN:**  $d_{SP} = 3,36 \cdot 10^{-29}$  S.I. = 3,97 ua

## Annexe B

# Calculs dans l'approximation de Fresnel

### B.1 Diffraction par un plan infini

À de nombreuses occasions dans le développement de notre modèle de propagation d'onde atomique (voir III.1), des intégrales du type de  $\mathfrak{S}$  doivent être calculées :

$$\mathfrak{S} = \int_{-\infty}^{+\infty} dX_j \exp \left( ik \left( \frac{(X_j - X_{j-1})^2}{2M} + \frac{(X_{j+1} - X_j)^2}{2N} \right) \right) \quad (\text{B.1})$$

Il est important de noter que dans ce cas, l'intégration sur le plan  $X_j$  n'est pas limitée et que donc il n'y a pas introduction de phénomène de diffraction. Le calcul de cette intégrale est rendu plus simple par l'introduction du rayon géométrique, obéissant à la condition de phase stationnaire et qui lie les points  $X_{j-1}$  et  $X_{j+1}$  en passant par le point  $X_j^*$ . Ce rayon est défini par l'équation

$$\frac{X_j^* - X_{j-1}}{M} - \frac{X_{j+1} - X_j^*}{N} = 0 \quad (\text{B.2})$$

Par le changement de variable  $u = X_j - X_j^*$ , l'intégrale (B.1) se résume à une intégrale de Fresnel classique et le résultat est

$$\mathfrak{S} = (1 + i) \sqrt{\frac{\pi}{k} \left( \frac{MN}{M+N} \right)} \exp \left( \frac{ik(X_{j-1} - X_{j+1})^2}{2(M+N)} \right) \quad (\text{B.3})$$

L'égalité des équations (B.1) et (B.3) confirme que la diffraction par un plan infini entre les plans  $j-1$  et  $j+1$  est équivalente à la propagation libre entre ces deux plans.

### B.2 Calcul de l'amplitude diffractée par une fente et trois plans infinis

Dans cet appendice, on propose une méthode qui permet de simplifier les intégrales du type de l'équation (III.15)

$$A_{p_1 p_2 p_3}(X_0, X_4) = \int_{-e_1/2}^{e_1/2} dX_1 \int_{-\infty}^{\infty} dX_2 \int_{-\infty}^{\infty} dX_3 e^{i\Phi_{p_1 p_2 p_3}} \quad (\text{B.4})$$

où on définit la phase

$$\Phi_{p_1 p_2 p_3} = k \sum_{j=1}^4 \frac{(X_j - X_{j-1})^2}{2L_{j-1,j}} + k_r \sum_{j=1}^3 p_j X_j. \quad (\text{B.5})$$

Nous rappelons que  $e_1$  est la largeur de la fente collimatrice  $F_1$  et que contrairement au plan  $X_2$  et  $X_3$ , l'intégration dans le plan  $X_1$  est limitée par cette fente. L'approximation au second ordre sur  $X_j$  dans le développement de la racine (cf III.13) n'est bien sûr pas valable sur l'infinité du plan, mais est valable autour du chemin de phase stationnaire, où la contribution principale à l'intégrale se situe.

On fait un changement de variables tel que le nouveau chemin de phase stationnaire soit rectiligne (voir l'appendice précédent B.1 pour la définition du chemin de phase stationnaire). Deux changements de variables sont possibles, soit sur  $X_1, X_2, X_3$  soit sur  $X_2, X_3, X_4$ . Nous avons choisi le deuxième car il a une signification physique plus évidente : ce changement compense exactement le décalage introduit par la diffraction par les trois réseaux.

$$\begin{aligned} X'_0 &= X_0 \\ X'_1 &= X_1 \\ X'_2 &= X_2 - (p_1 L_{12}) \theta_d \\ X'_3 &= X_3 - (p_1 L_{12} + (p_1 + p_2) L_{23}) \theta_d \\ X'_4 &= X_4 - (p_1 L_{12} + (p_1 + p_2) L_{23} + (p_1 + p_2 + p_3) L_{34}) \theta_d \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

Avec ces nouvelles variables, la phase  $\Phi_{p_1 p_2 p_3}$  s'exprime comme

$$\Phi_{p_1 p_2 p_3} = k \sum_{j=1}^4 \frac{(X'_j - X'_{j-1})^2}{2L_{j-1,j}} + \Psi_{p_1 p_2 p_3} \quad (\text{B.7})$$

nous discuterons plus loin la phase  $\Psi_{p_1 p_2 p_3}$  qui ne dépend que de  $X'_4$ . En utilisant deux fois les résultats de l'appendice B.1, les intégrales sur  $X'_2$  et  $X'_3$  sont facilement menées. Pour finir, nous utilisons pour la variable  $X_1$  le même changement de variable que défini dans (B.1) mais on ne peut pas intégrer analytiquement à cause de la limitation du plan par la fente  $F_1$ . Finalement, il reste

$$A_{p_1 p_2 p_3}(X_0, X_4) = e^{i\Psi_{p_1 p_2 p_3}} \exp\left(\frac{ik(X'_4 - X_0)^2}{2L_{04}}\right) \int_{-e_1/2 - X_1^*}^{e_1/2 - X_1^*} du \exp\left(\frac{iku^2 L_{04}}{2L_{01} L_{14}}\right), \quad (\text{B.8})$$

$X_1^*$  est l'intersection de la ligne droite joignant  $X_0$  et  $X'_4$  avec le plan 1 commun à la fente  $F_1$  et au réseau  $R_1$ . On reconnaît dans l'intégrale le profil, dans le plan du détecteur, de la diffraction par la fente  $F_1$ , simplement translaté de  $X_4 - X'_4$ . Ce décalage provient uniquement de la diffraction par les trois réseaux et est défini par  $p_1, p_2, p_3$ . Cette diffraction introduit aussi un décalage en phase  $\Psi_{p_1 p_2 p_3}$  que l'on peut exprimer en fonction de  $X_4$ ,

$$\Psi_{p_1 p_2 p_3} = (p_1 + p_2 + p_3) k_r X_4 - \frac{k_r \theta_d}{2} (p_1^2 L_{12} + (p_1 + p_2)^2 L_{23} + (p_1 + p_2 + p_3)^2 L_{34}) \quad (\text{B.9})$$

Le premier terme de cette phase traduit le fait que l'onde atomique possède une composante de son vecteur d'onde dans la direction  $(Ox)$ . Le second terme est un décalage en phase introduit par la modification du chemin optique par les réseaux.

# **Annexe C**

## **Détail du dispositif expérimental**

### **C.1 Schéma du bâti**

page suivante

### **C.2 Schéma de construction du four**

page suivante

blabla

blabla

# Annexe D

## Pompage optique

### D.1 Simulation numérique du pompage optique

La simulation numérique du pompage optique concerne la population des niveaux Zeeman du fondamental  $^2S_{1/2}$ , repérés par leur nombres quantiques  $(F, M_F)$  et du niveau excité impliqué dans la transition de pompage  $^2P_{1/2}$ , repérés pas  $(F', M'_F)$ . Nous supposons que l'évolution des populations est correctement décrite par les équations de taux [30] introduite par Einstein dans le cas de sources à large bande spectrale et que l'on peut négliger l'effet des cohérences entre état. Dans cette hypothèse, tout à fait justifiée ici, l'évolution de la population  $N_{F, M_F}$  est décrite par l'absorption et l'émission stimulée ( $R$ ) et l'émission spontanée ( $A$ ) :

$$\frac{dN_{F, M_F}}{dt} = \sum_{F', M'_F} R_{F, M_F}^{F', M'_F} (N_{F', M'_F} - N_{F, M_F}) + A_{F, M_F}^{F', M'_F} N_{F', M'_F}. \quad (D.1)$$

$R_{F, M_F}^{F', M'_F}$  est le coefficient d'absorption stimulée, proportionnel à l'intensité locale de l'onde laser  $I(r)$  et qui s'écrit, dans la limite des largeurs naturelles ( $\Gamma = 1/T$ ) plus grandes que la largeur spectral d'émission<sup>1</sup>, et pour un désaccord  $\delta_L$  nul, comme [128]

$$R_{F, M_F}^{F', M'_F} = B_{F, M_F}^{F', M'_F} \frac{TI(r)2}{\pi c} = \frac{\pi \left| \langle ^2S_{1/2}; F, M_F | d_q^1 | ^2P_{1/2}; F'; M'_F \rangle \right|^2}{3\epsilon_0 \hbar^2} \frac{TI(r)2}{\pi c}. \quad (D.2)$$

$B_{F, M_F}^{F', M'_F}$  est le coefficient d'Einstein de l'absorption et de l'émission stimulée pour un champ polarisé  $\sigma^+$  donc  $q = 1$ . Le coefficient d'émission spontanée est indépendant des caractéristiques du laser et concerne les trois polarisations possibles ( $q = -1, 0, +1$ ), il s'écrit

$$A_{F, M_F}^{F', M'_F} = \sum_q \frac{\omega_0^3 \left| \langle ^2S_{1/2}; F, M_F | d_q^1 | ^2P_{1/2}; F'; M'_F \rangle \right|^2}{3\pi\epsilon_0 \hbar c^3}. \quad (D.3)$$

Ces deux coefficient dépendent des dipôles de transition que l'on peut exprimer en fonction de l'élément irréductible du moment dipolaire entre  $^2S$  et  $^2P$ ,  $d_{SP}$ , calculé en A.2. Si on note

$$\left| \langle ^2S_{1/2}; F, M_F | d_q^1 | ^2P_{1/2}; F'; M'_F \rangle \right|^2 = K_{F, M_F}^{F', M'_F}(q) d_{SP}^2. \quad (D.4)$$

<sup>1</sup> $\Gamma = 6$  MHz et le jitter de la diode est de 1 MHz.

Par les relations de changement de base [31], on montre que

$$K_{F,M_F}^{F',M_F'}(q) = \frac{2}{3}(2F+1)(2F'+1) \begin{pmatrix} F & 1 & F' \\ -M_F & q & M_F' \end{pmatrix}^2 \begin{Bmatrix} 1/2 & 1 & 1/2 \\ F' & 3/2 & F \end{Bmatrix}^2. \quad (\text{D.5})$$

Certains résultats des simulation numériques sont montrés dans IV.3.1 pour un profil gaussien de l'onde laser. Nous avons pris en compte l'émission stimulée mais une comparaison des populations avec ou sans émission stimulée montre qu'on pourrait la négliger. Ce programme permet de déterminer les populations de sous-niveaux Zeeman de l'état  $^2S_{1/2}; F = 2$  dans lequel tous les atomes se trouvent après traversée de l'onde laser et nous les donnons ici à titre indicatif, en % :

$M_F = -2$	$M_F = -1$	$M_F = 0$	$M_F = +1$	$M_F = 2$
12,5	15,91	16,15	28,97	26,46

# Annexe E

## Données utiles au calcul de l'indice

### E.1 Changement de référentiel d'une onde atomique

Nous démontrons ici la transformation qu'il faut faire subir à une fonction d'onde lors d'un changement de référentiel galiléen. Cette démonstration est inspirée d'une démonstration légèrement différente de P. Labastie [129]. Considérons un référentiel  $R'$  en translation uniforme de vitesse  $\vec{v}$  par rapport au référentiel  $R$ . Les coordonnées  $(\vec{r}, t)$  dans  $R$  et  $(\vec{r}', t')$  dans  $R'$  sont liées par la transformation galiléenne (nous supposons que nous ne sommes pas dans le cas relativiste)

$$\vec{r}' = \vec{r} - \vec{v}t \quad (\text{E.1})$$

$$t' = t. \quad (\text{E.2})$$

Dans le cas d'une onde plane de vecteur d'onde  $\vec{k}$  et d'énergie  $E = \hbar^2 k^2 / (2m)$  dans  $R$ , l'expression de la fonction d'onde  $\psi$  est

$$\psi(\vec{r}, t) = e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} e^{-iEt/\hbar}. \quad (\text{E.3})$$

Dans le référentiel  $R'$ , la même onde, maintenant de vecteur d'onde  $\vec{k}' = \vec{k} - \frac{m\vec{v}}{\hbar}$  et d'énergie  $E' = \hbar^2 k'^2 / (2m)$  est décrite par

$$\psi'(\vec{r}', t) = e^{i\vec{k}' \cdot \vec{r}'} e^{-iE't/\hbar}. \quad (\text{E.4})$$

Dans le cadre de transformations un peu plus compliquées que les transformations galiléennes, il est d'usage [130] de prendre en compte l'énergie de la masse au repos  $mc^2$  dans l'équation de Schrödinger. Cette translation de l'énergie n'a pour effet ici que de rajouter un terme de phase  $e^{imc^2 t/\hbar}$ , identique dans les deux référentiels et que nous n'écrivons pas ici. Je remercie néanmoins C. Bordé d'avoir attiré mon attention sur cette phase. En utilisant les relations de passage entre les deux référentiels, on démontre l'expression utilisée dans la thèse au paragraphe V.2.2, pour exprimer la relation entre  $\psi$  et  $\psi'$  :

$$\psi' = \psi \exp\left(\frac{imv^2 t}{2\hbar}\right) \exp\left(\frac{-im\vec{v} \cdot \vec{r}}{\hbar}\right). \quad (\text{E.5})$$

La différence de phase entre les deux fonctions d'onde dépend du point et du temps.

La modification du vecteur d'onde  $\vec{k}'$  n'est pas contradictoire avec la conservation, lors d'un changement de référentiel, de phénomènes liés à la nature ondulatoire des atomes, tels que les interférences. Nous allons illustrer ceci avec le changement de référentiel d'un système de fentes d'Young, fixe dans le référentiel du laboratoire. L'écran sur lequel on observe le système de franges est aussi fixe dans ce référentiel. Dans le

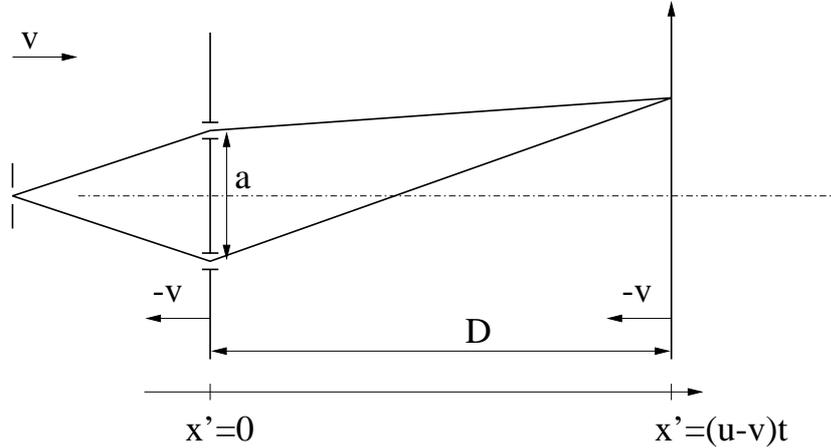


Figure E.1: fentes d'Young et écran d'observation fixes dans le référentiel du laboratoire, mobiles dans le référentiel  $R'$  en translation uniforme de vitesse  $\vec{v}$  par rapport au référentiel du laboratoire.  $D$  est la distance qui sépare le système des fentes de l'écran et  $a$  est la distance entre les fentes.

référentiel du laboratoire, les atomes ont une vitesse  $u$ , une longueur d'onde  $\lambda = h/(mu)$  et l'interfrange  $i$  du signal d'interférence observé est  $i = \lambda D/a$  où  $D$  est la distance qui sépare l'écran des fentes et  $a$  celle qui sépare les deux fentes (voir figure E.1). L'écran d'observation est placé en  $x = D$  et les atomes ont besoin d'un temps  $t = D/u$  pour parcourir la distance  $D$  qui sépare les fentes de l'écran.

Dans le référentiel en translation parallèlement à  $Ox$ , les fentes et l'écran ont une vitesse  $-\vec{v}$ , et les atomes une vitesse égale à  $\vec{u} - \vec{v}$ . Le référentiel en translation coïncide au temps  $t = 0$  avec le référentiel du laboratoire et les atomes traversant les fentes en  $t = 0$  atteignent l'écran toujours au temps  $t = D/u$ . À ce temps  $t$ , l'abscisse de l'écran dans le nouveau référentiel est  $x'_D = (u - v)t = D(u - v)/u$  et les atomes ont parcouru la distance  $D' = D(u - v)/u$  entre les fentes et l'écran. La longueur d'onde des atomes dans ce référentiel est  $\lambda' = h/(m(u - v))$  et l'interfrange du signal d'interférence est donc

$$i' = \frac{\lambda' D'}{a} = \frac{h}{m(u - v)a} \frac{D(u - v)}{u} = \frac{\lambda D}{a} = i. \quad (\text{E.6})$$

On voit que l'interfrange est bien identique dans les deux référentiels. Le cas où  $(u - v)$  s'annule ou devient négatif semble embarrassant. Il correspond à la situation où les atomes vont moins vite que l'ensemble fentes-écran et aucun système de franges n'est alors observable.

## E.2 Équations et paramètres des potentiels utilisés

Nous donnons ici les équations des différents potentiels utilisés dans les calculs d'indice de réfraction des gaz rares pour une onde de sodium ou de lithium, les paramètres utilisés sont en unités atomiques.

- potentiel HFD (Hartree-Fock Dispersion)

$$V(r) = Ar^\alpha e^{-br} - F(r) \left( \frac{C_6}{r^6} + \frac{C_8}{r^8} + \frac{C_{10}}{r^{10}} \right) \quad (\text{E.7})$$

La fonction d'atténuation est

$$F(r) = \exp(-(R_c/r - 1)^2) \quad \text{pour } r < R_c \quad (\text{E.8})$$

$$F(r) = 1 \quad \text{pour } r > R_c \quad (\text{E.9})$$

système	ref	A	$\alpha$	b	$R_c$	$C_6$	$C_8$	$C_{10}$	$D_e$
NaHe	Patil	0,184	2,055	1,292	12,549	24,7	1280	0	$5,48 \cdot 10^{-6}$
NaNe	Patil	0,1098	3,06	1,665	17,769	48	2590	0	$3,78 \cdot 10^{-5}$
NaAr	Patil	0,354	3,245	1,723	17,359	190	11100	0	$1,91 \cdot 10^{-4}$
NaAr	Zimm	0,0359	0	0,468	19,98	194,1	119215,6	0	$1,91 \cdot 10^{-4}$
NaKr	Patil	0,493	3,282	1,731	17,286	283	16800	0	$2,98 \cdot 10^{-4}$
NaKr	Zimm	0,03463	0	0,3777	18,3291	1795,39	20400,72	0	$2,91 \cdot 10^{-4}$
NaKr	Duren	1,8987	2,2194	1,3649	10,802	302,9	18803,0	1721300	$3,1 \cdot 10^{-4}$
NaXe	Patil	0,845	3,163	1,6676	17,531	443	27300	0	$3,99 \cdot 10^{-4}$
NaXe	Zimm	26,853	0	1,466	12,36	662,4	0	0	$5,3 \cdot 10^{-4}$
LiHe	Patil	0,3347	1,581	1,281	14,006	22,5	1060	0	$6,11 \cdot 10^{-6}$
LiNe	Patil	0,159	2,88	1,696	17,023	44	2140	0	$4,24 \cdot 10^{-5}$
LiAr	Patil	0,517	3,04	1,745	16,72	175	1969	0	$2,1 \cdot 10^{-4}$
LiKr	Patil	0,722	3,061	1,746	16,689	259	13700	0	$3,18 \cdot 10^{-4}$
LiXe	Patil	1,241	2,941	1,691	16,922	406	22800	0	$4,3 \cdot 10^{-4}$

L'équation de potentiel fournie par Patil *et al* [92] n'est plus réaliste pour des distances interatomiques inférieures à 3 ua (au delà, le mur répulsif décroît !). Nous avons fitté les points donnés par cette équation pour des  $r > 5$  ua par une équation de type HFD, en conservant pour les coefficients de van der Waals ceux fournis dans l'article. Les résultats de ces fits sont utilisés dans les calculs d'indice et donnés dans le tableau ci-dessus.

- potentiel "Cvetko" [85]

$$V(r) = \frac{C_6}{120} \left( \frac{b}{3} \right)^6 a e^{-br} + v(r) \quad (\text{E.10})$$

$$v(r) = -\frac{C_6}{120} \left( \frac{b}{3} \right)^6 (\chi e^{-2br/3} + e^{-br/3}) \quad \text{pour } br < 16,6 \quad (\text{E.11})$$

$$v(r) = -\frac{C_6}{r^6 - Q^2 r^4} \quad \text{pour } br > 16,6 \quad (\text{E.12})$$

Malgré cette équation un peu plus compliquée que les autres, ce potentiel à bien un comportement de type van der Waals à longue distance puisque en développant  $v(r)$  à grande distance, on trouve :

$$v(r) \sim - \left( \frac{C_6}{r^6} + \frac{C_6 Q^2}{r^8} + \frac{C_6 Q^4}{r^{10}} + \dots \right) \quad (\text{E.13})$$

$\chi$  est déterminée par la condition de continuité au point de raccordement :

$$\chi = -e^{br/3} + e^{2br/3} \frac{3^6 120}{16,6^6 - Q^2 b^2 (16,6)^4} \quad (\text{E.14})$$

système	ref	$a$	$b$	$Q$	$C_6$	$D_e$
NaHe	Cvetko	5040	1,03	7,4	24,7	$5,87 \cdot 10^{-6}$
NaNe	Cvetko	2040	1,03	7,5	48	$36,8 \cdot 10^{-6}$
NaAr	Cvetko	1580	1,01	7,7	190	$1,85 \cdot 10^{-4}$
NaKr	Cvetko	1540	1,0	7,9	283	$3,00 \cdot 10^{-4}$
NaXe	Cvetko	1650	0,99	8,2	443	$4,51 \cdot 10^{-4}$
LiHe	Cvetko	4700	1,06	7,	22,5	$6,42 \cdot 10^{-6}$
LiNe	Cvetko	1850	1,06	7,016	44	$41,6 \cdot 10^{-6}$
LiAr	Cvetko	1620	1,04	7,4	175	$1,95 \cdot 10^{-4}$
LiKr	Cvetko	1560	1,03	7,5	259	$3,23 \cdot 10^{-4}$
LiXe	Cvetko	1600	1,02	7,8	406	$4,73 \cdot 10^{-4}$

- potentiel "Ulrich" :

$$V(r) = Ae^{-b_1 r - b_2 r^2} - \sum_{m=3}^{m=8} \frac{C_m}{r^{2m}} \left( 1 - e^{-b(r)r} \text{som}(2m) \right) \quad (\text{E.15})$$

avec  $b(r) = b_1 + 2b_2 r$  et

$$\text{som}(2m) = \sum_{k=0}^{2m} \frac{(b(r)r)^k}{k!} \quad (\text{E.16})$$

Le fonction d'atténuation utilisée ici a été proposée par Tang and Toennies dans [131]

système	ref	$A$	$b_1$	$b_2$	$C_6$	$C_8$	$C_{10}$	$D_e$
NaHe	Ulrich	2,218564	1,00872	0,00399053	23,7678	1307,61	94563,2	$5,88 \cdot 10^{-6}$
LiHe	Ulrich	2,430857	1,04911	0,00381298	21,928	1083,83	72180,6	$6,64 \cdot 10^{-6}$

- potentiel Buckingham-Corner utilisé par l'équipe de Wharton ("Wharton") :

$$V(r) = Ae^{-\alpha(r/r_e)} - F(r) \left( \frac{C_6}{r^6} + \frac{C_8}{r^8} \right) \quad (\text{E.17})$$

$$F(r) = e^{-4(r_e/r-1)^3} \text{ pour } r < r_e \quad (\text{E.18})$$

$$F(r) = 1 \text{ pour } r > r_e \quad (\text{E.19})$$

où les paramètres du potentiel sont calculés en fonction de  $D_e$ , la profondeur du puits,  $r_e$ , le rayon de fond du puits,  $\alpha$ , la raideur du potentiel répulsif et  $\beta$  le rapport  $C_8/C_6r_e^2$  :

$$A = e^{\alpha} \left( -D_e + (1 + \beta) \frac{C_6}{r_e^6} \right) \quad (\text{E.20})$$

$$C_6 = D_e \alpha r_e^6 / (\alpha(1 + \beta) - 6 - 8\beta) \quad (\text{E.21})$$

$$C_8 = \beta r_e^2 C_6 \quad (\text{E.22})$$

système	ref	$r_e$	$\alpha$	$\beta$	$D_e$
LiHe	Wharton	12,043	13,211	0,3931	$2,706 \cdot 10^{-6}$
LiNe	Wharton	9,408	12,572	0,6	$4,3787 \cdot 10^{-5}$
LiAr	Wharton	8,8757	9,282	0,5	$1,8934 \cdot 10^{-4}$
LiKr	Wharton	9,204	10,242	2,325	$3,062 \cdot 10^{-4}$
LiXe	Wharton	9,068	9,607	2,862	$4,606 \cdot 10^{-4}$

Tous ces potentiels ont été déterminés expérimentalement dans le groupe de Wharton, par des mesures de sections efficaces totales de collision.

- potentiel "Düren" :

avec  $x = r/r_e$ ,

$$V(x) = D_e [f(x) - (f(x) + 1)(G_0(x) + G_1(x))] \quad (\text{E.23})$$

où  $f(x) = x^{-12} - 2x^{-6}$  et  $G_i(x) = \Gamma_i \exp -((x - x_i)/\gamma_i)^2$ .

système	ref	$\Gamma_0$	$\Gamma_1$	$\gamma_0$	$\gamma_1$	$x_0$	$x_1$	$r_e$	$D_e$
NaAr	duren	0,35	-0,05	0,35	0,15	1	1,3	9,543	$1,95 \cdot 10^{-4}$

- Références des potentiels utilisés :

"Cvetko", tous systèmes : [85]

"Patil", tous systèmes : [92]

"Zimm", Na-Ar : [88, 89]

"Zimm", Na-Kr : [93]

"Zimm", Na-Xe : [98]

"Ulrich", Na-He et Li-He : [94] et communication privée d'une équation plus appropriée à nos calculs.

"Duren", Na-Ar : [97]

"Duren", Na-Kr : communication privée de points du potentiel, fittés par nos soins par une équation HFD.

"Wharton", Li-Ar : [76]

"Wharton", Li-He, Ne, Kr, Xe : [99]

# Références Bibliographiques

- [1] V. CHALVIDAN, *Mesure de grandes déformations par interférométrie de speckle*, Bulletin de la SFO **3**, 40 (1999).
- [2] C. DAVISSON ET H. GERMER, *Diffraction of electrons by a crystal of nickel*, Phys. Rev **30**(6), 705 (1927).
- [3] N. RAMSEY, *Molecular beams* (Oxford University Press, 1969).
- [4] L. MARTON, J. A. SIMPSON ET J. A. SUDDETH, *An electron interferometer*, Rev. Sci. Inst. **25**(11), 1099 (1954).
- [5] L. MARTON, *Electron interferometer*, Phys. Lett. p. 1057 (1952).
- [6] H. RAUCH, W. TREIMER ET U. BONSE, *Test of a single crystal neutron interferometer*, Phys. Lett. **47A**(5), 369 (1974).
- [7] V. SEARS, *Neutron optics* (Oxford University Press, 1989).
- [8] J. CLAUSER, *Ultra-high sensitivity accelerometers and gyroscopes using neutral atom matter-wave interferometry*, Physica B **151**, 262 (1988).
- [9] P. MOSKOWITZ, P. GOULD, S.R.ATLAS ET D. PRITCHARD, *Diffraction of an Atomic Beam by Standing-Wave Radiation*, Phys. Rev. Lett. **51**(5), 370 (1983).
- [10] O. CARNAL ET J. MLYNEK, *Young's Double-Slit Experiment with Atoms: A Simple Atom interferometer*, Phys. Rev. Lett. **66**(21), 2689 (1991).
- [11] D. KEITH, C. EKSTROM, Q. TURCHETTE ET D. PRITCHARD, *An Interferometer for Atoms*, Phys. Rev. Lett. **66**(21), 2693 (1991).
- [12] D. KEITH, M. SCHATTENBURG, H. SMITH ET D. PRITCHARD, *Diffraction of Atoms by a Transmission Grating*, Phys. Rev. Lett. **61**(14), 1580 (1988).
- [13] T. HAMMOND, *Atom Interferometry: Dispersive index of refraction and rotation induced phase shifts for matter-waves*, Thèse de doctorat, Massachusetts Institute of Technology (1997).
- [14] C. BORDÉ, Phys. Lett. A **140**, 10 (1989).
- [15] U. STERR, K. SENGSTOCK, W. ERTMER, F. RIEHLE ET J. HELMCKE, *Atom interferometry based on separated light fields*, dans *Atom Interferometry*, édité par P. Berman, p. 293 (Academic Press, 1997).

- [16] B. YOUNG, M. KASEVICH ET S. CHU, *Precision atom interferometry with light pulses*, dans *Atom Interferometry*, édité par P. Berman, p. 363 (Academic Press, 1997).
- [17] M. KASEVICH ET S. CHU, *Appl. Phys. B* **54**, 321 (1992).
- [18] P. SZRIFTGISER, D. GUÉRY ODELIN, M. ARNDT ET J. DALIBARD, *Atomic wave diffraction and interference using temporal slits*, *Phys. Rev. Lett.* **77**(1), 4 (1996).
- [19] P. SZRIFTGISER, *Cavité gravitationnelle et optique atomique temporelle*, Thèse de doctorat, Université de Paris-VI (1996).
- [20] J. BAUDON, R. MATHEVET ET J. ROBERT, *Atomic interferometry*, *J. Phys. B* **32**, R173 (1999).
- [21] L. COGNET, V. SAVALLI, G. HORVATH, D. HOLLEVILLE, R. MARANI, N. WESTBROOK, C. WESTBROK ET A. ASPECT, *Atomic interference in grazing incidence diffraction from evanescent wave mirror*, *Phys. Rev. Lett.* **81**(23), 5044 (1998).
- [22] E. RASEL, M. OBERTHALER, H. BATELAAN, J. SCHMIEDMAYER ET A. ZEILINGER, *Atom wave interferometry with diffraction gratings of light*, *Phys. Rev. Lett.* **75**(14), 2633 (1995).
- [23] D. GILTNER, R. MCGOWAN ET S. A. LEE, *Atom interferometer based on Bragg scattering from standing light waves*, *Phys. Rev. Lett.* **75**(14), 2638 (1995).
- [24] C. EKSTROM, J. SCHMIEDMAYER, M. CHAPMAN, T. HAMMOND ET D. PRITCHARD, *Measurement of the electric polarizability of sodium with an atom interferometer*, *Phys. Rev. A* **51**(5), 3883 (1995).
- [25] F. SHIMIZU, K. SHIMIZU ET H. TAKUMA, *Stark phase shift and deflection in the ultracold atomic interferometer*, *Jpn. J. Appl. Phys* **31**, L436 (1992).
- [26] J. SCHMIEDMAYER, M. CHAPMAN, C. EKSTROM, T. HAMMOND, S. WEHINGER ET D. PRITCHARD, *Index of Refraction of Various Gases for Sodium Matter Waves*, *Phys. Rev. Lett.* **74**(7), 1043 (1995).
- [27] J. SCHMIEDMAYER, M. CHAPMAN, C. EKSTROM, T. HAMMOND, D. KOKOROWSKI, A. LENEFF, R. RUBENSTEIN, E. SMITH ET D. PRITCHARD, *Optics and interferometry with atoms and molecules*, dans *Atom Interferometry*, édité par P. Berman, p. 1 (Academic Press, 1997).
- [28] A. BERNHARDT ET B. SHORE, *Coherent atomic deflection by resonant standing waves*, *Phys. Rev. A* **23**(3), 1290 (1981).
- [29] C. COHEN-TANNOUDJI, *Observation d'un déplacement de raie de résonance magnétique causé par l'excitation optique*, *C.R. Acad. Sci* **252**, 394 (1961).

- [30] C. COHEN-TANNOUJDI, J. DUPONT-ROC ET G. GRYNBERG, *Processus d'interaction entre photons et atomes* (InterEditions/Editions du CNRS, 1988).
- [31] MESSIAH, *Mécanique quantique 2* (Ellipses, 19xx).
- [32] R. ZARE, *Angular momentum* (Wiley inter-science, 1988).
- [33] P. MARTIN, P. GOULD, B. OLDAKER, A. MIKLICH ET D. PRITCHARD, *Diffraction of atoms moving through a standing light wave*, Phys. Rev. A **36**(5), 2495 (1987).
- [34] J. C. C. HENKEL ET A. ASPECT, *Atomic diffraction by a thin phase grating*, J. Phys. II France **4**, 1955 (1994).
- [35] C. COHEN-TANNOUJDI, *Interférométrie atomique*, cours du Collège de France, 1993-1994.
- [36] S. BERNETT, M. OBERTHALER, R. ABFALTERER, J. SCHMIEDMAYER ET A. ZEILINGER, *Coherent frequency shift of atomic matter waves*, Phys. Rev. Lett. **77**(26), 5160 (1996).
- [37] P. MARTIN, B. OLDAKER, A. MIKLICH ET D. PRITCHARD, *Bragg Scattering of Atoms from a Standing Light Wave*, Phys. Rev. Lett. **60**(6), 515 (1988).
- [38] D. GILTNER, R. MCGOWAN ET S. A. LEE, *Theoretical and experimental study of the Bragg scattering of atoms from a standing light wave*, Phys. Rev. A **52**(5), 3966 (1995).
- [39] D. GILTNER, *An interferometer for atoms using Bragg scattering from standing light waves*, Thèse de doctorat, Colorado State University, Fort Collins (1996).
- [40] C. BORDÉ, *Matter-wave interferometers: a synthetic approach*, dans *Atom Interferometry*, édité par P. Berman, p. 257 (Academic Press, 1997).
- [41] M. B. DAHAN, E. PEIK, J. REICHEL, Y. CASTIN ET C. SALOMON, *Bloch oscillations of atoms in an optical potential*, Phys. Rev. Lett. **76**, 4508 (1996).
- [42] S. WILKINSON, C. BARUCHA, K. MADISON, Q. NIU ET M. RAIZEN, *Observation of atomic Wannier-Stark ladders in an accelerating optical potential*, Phys. Rev. Lett. **76**, 4512 (1996).
- [43] N. ASHCROFT ET N. MERMIN, *Solid state physics* (Saunders International, 1976).
- [44] C. KELLER, J. SCHMIEDMAYER, A. ZEILINGER, T. NONN, S. DÜRR ET G. REMPE, *Adiabatic following in standing wave diffraction of atoms*, Appl. Phys. B (1999).
- [45] C. SALOMON, J. DALIBARD, A. ASPECT, H. METCALF ET C. COHEN-TANNOUJDI, *Channeling atoms in a laser standing wave*, Phys. Rev. Lett. **59**(15), 1659 (1987).

- [46] R. WEAST, rédacteur, *CRC Handbook of chemistry and physics* (CRC Press, 1982-1983).
- [47] V. CAVERO-MANCHADO, *La collision réactive  $\text{Li}(3s)+\text{H}_2 \rightarrow \text{LiH} + \text{H}$ . Transfert de structure fine entre isotopes du lithium dans un jet unique.*, Thèse de doctorat, Université de Paris-Sud, Orsay (1997).
- [48] Z. LIN, K. SHIMIZU, M. ZHAN, F. SHIMIZU ET H. TAKUMA, *Laser cooling and trapping of Li*, Jap. J. App. Phys. **30**(7B), L1324 (1991).
- [49] C. SANSONETTI, B. RICHOU, J. R. ENGLEMAN ET L. RADZIEMSKI, *Measurements of the resonance lines of  $^6\text{Li}$  and  $^7\text{Li}$  by Doppler-free frequency-modulation spectroscopy*, Phys. Rev. A **52**(4), 2682 (1995).
- [50] L.J.RADZIEMSKI, J. R. ENGLEMAN ET J. BRAULT, *Fourier-transform-spectroscopy measurements in the spectra of neutral lithium,  $^6\text{Li}$  I and  $^7\text{Li}$  I (Li I)*, Phys. Rev. A **52**(6), 4462 (1995).
- [51] B. BRANSDEN ET C. JOACHAIN, *Physics of atoms and molecules* (Longman scientific and technical, 1983).
- [52] C. CHAMPENOIS, M. BÜCHNER ET J. VIGUÉ, *Fringe contrast in three grating Mach-Zehnder atomic interferometers*, Eur. Phys. J. D **5**, 363 (1999).
- [53] Q. TURCHETTE, D. PRITCHARD ET D. KEITH, *Numerical model of a multiple-grating interferometer*, J. Opt. Soc. Am. B **9**(9), 1601 (1992).
- [54] J. SCHMIEDMAYER, C. EKSTROM, M. CHAPMAN, T. HAMMOND ET D. PRITCHARD, *Magnetic coherences in atom interferometry*, J. de Physique, II France **4**, 2029 (1994).
- [55] R. RUBENSTEIN, A. DHIRANI, D. KOKOROWSKI, T. ROBERTS, E. SMITH, W. SMITH, H. BERNSTEIN, J. LEHNER, S. GUPTA ET D. PRITCHARD, *Search for off-diagonal density matrix elements for atoms in supersonic beam*, Phys. Rev. Lett. **82**(10), 2018 (1999).
- [56] M. BORN ET E. WOLF, *Principles of optics* (Pergamon press, 1983).
- [57] C. ADAMS, M. SIEGEL ET J. MLYNEK, *Atom Optics*, Phys. Rep. **240**, 143 (1994).
- [58] H. HABERLAND, U. BUCK ET M. TOLLE, *Velocity distribution of supersonic nozzle beams*, Rev. Sci. Instrum. **56**(9), 1712 (1985).
- [59] J. A. SIMPSON, *The theory of the three-crystal electron interferometer*, Rev. Sci. Inst. **25**(11), 1105 (1954).
- [60] C. EKSTROM, *Experiments with a separated beam atom interferometer*, Thèse de doctorat, Massachusetts Institute of Technology (1993).
- [61] C. EKSTROM, D. KEITH ET D. PRITCHARD, *Atom Optics Using Microfabricated Structures*, Applied Phys. B **54**, 369 (1992).

- [62] X. PJANG, F. TOIGO ET M. COLE, *The dispersion force of physical adsorption*, Surface Science **145**, 281 (1984).
- [63] L. BRUCH, W. SCHÖLLKOPF ET J. TOENNIES, *Diffraction of cluster beams from nanoscale transmission gratings*, dans *21<sup>st</sup> Int. Symposium on rarefied gas dynamics* (1998).
- [64] R. GRISENTI, W. SCHÖLLKOPF, J. TOENNIES, G. HEGERFELDT ET T. KÖHLER, *Determination of atom-surface van der Waals potentials from transmission-grating diffraction intensities*, Phys. Rev. Lett. **83**(9), 1755 (1999).
- [65] J. TOENNIES ET K. WINKELMANN, *Theoretical studies of highly expanded free jets: influence of quantum effects and a realistic intermolecular potential*, J. Chem. Phys. **66**, 3965 (1977).
- [66] F. ASHKENAS ET F. SHERMAN, *Rarefied gas dynamics*, dans *Proc. IV symp.*, édité par J. de Leeuw, tm. 2, p. 84 (Academic Press 1968, 1968).
- [67] H. BEIJERINCK ET N. VERSTER, *Absolute intensities and perpendicular temperatures of supersonic beams of polyatomic gases*, Physica **111**(C), 327 (1981).
- [68] K. TANG, J. NORBECK ET P. CERTAIN, *Upper and lower bounds of two and three body dipole, quadrupole and octupole van der Waals coefficients for hydrogen, noble gas, and alkali atom interactions*, J. Chem. Phys. **64**(7), 3063 (1976).
- [69] H. MEYER, *Bildung von dimeren in edelgas-düsenstrahlen*, Thèse de doctorat, Georg August Universität, Göttingen (1978).
- [70] G. GUNDLACH, E. KNUTH, H. RUBAHN ET J. TOENNIES, Chem. Phys. **124**, 131 (1988).
- [71] Z.-C. YAN, J. BABB, A. DALGARNO ET G. DRAKE, *Variational calculations of dispersion coefficients for interactions among H, He and Li atoms*, Phys. Rev. A **54**(4), 2824 (1996).
- [72] A. BORISOV, D. TEILLET BILLY, J.-P. GAUYACQ, H. WINTER ET G. DIERKES, *Resonant charge transfer in grazing scattering of alkali-metal ions from an Al(111) surface*, Phys. Rev. B **54**(23), 17167[ (1996-1).
- [73] O. GÉRARDIN, *Préparation du pompage optique du jet de lithium-absorption saturée du lithium dans un heat-pipe*, Thèse de maître, DEA Physique de la matière, UPS (1998).
- [74] C. VIDAL ET J. COOPER, *Heat-pipe oven: a new, well defined metal vapor device for spectroscopic measurements*, J. Appl. Phys. **40**(8), 3370 (1969).
- [75] B. GIRARD, *Étude de la collision réactive  $I_2 + F \rightarrow IF + I$  par fluorescence induite par laser*, Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie, Paris VI (1987).

- [76] G. URY ET L. WHARTON, *Absolute Total Scattering Cross Sections for  $^7\text{Li-Ar}$* , J. Chem. Phys. **56**(12), 5832 (1972).
- [77] C. BORDÉ, *Amplification of atomic fields by stimulated emission of atoms*, Phys. Lett. A **204**, 217 (1995).
- [78] R. NEWTON, *Scattering theory of waves and particules* (McGraw-Hill book Company, 1966).
- [79] L. LAUDAU ET E. LIFCHITZ, *Mécanique quantique* (Éditions Mir, 1967).
- [80] J. VIGUÉ, *Index of refraction of dilute matter in atomic interferometry*, Phys. Rev. A **52**, 3973 (1995).
- [81] R. FORREY, L. YOU, V. KHARCHENKO ET A. DALGARNO, *Refining molecular potentials using atom interferometry*, Phys. Rev. A **55**(5), R3311 (1997).
- [82] C. CHAMPENOIS, E. AUDOUARD, P. DUPLÀA ET J. VIGUÉ, *Refractive Index for Atomic Waves: Theory and Detailed Calculations*, J. Phys. II France **7**, 523 (1997).
- [83] L. LAUDAU ET E. LIFCHITZ, *Mécanique classique* (Éditions Mir, 1967).
- [84] E. SCHMID, G. SPITZ ET W. LÖSCH, *Theoretical physics on the personal computer* (Springer-Verlag, 1990).
- [85] D. CVETKO, A. LAUSI, A. MORGANTE, F. TOMMASINI, P. CORTONA ET M. DONDI, *A new model for atom-atom potentials*, J. Chem. Phys. **100**(3), 2052 (1994).
- [86] R. BERNSTEIN, *Quantum Mechanical (Phase Shift) Analysis of Differential Elastic Scattering of Molecular Beams*, J. Chem. Phys. **33**(3), 795 (1960).
- [87] H. PAULY, *Elastic cross sections: spherical potentials*, dans *Atom-molecule collision theory*, édité par R. Bernstein, p. 111 (Plenium Press, 1979).
- [88] G. AEPFELBACH, A. NUNNEMANN ET D. ZIMMERMANN, Chem. Phys. Lett. **96**, 311 (1983).
- [89] D. ZIMMERMANN, private communication.
- [90] R. BERNSTEIN, *Semiclassical Analysis of the Extrema in the Velocity Dependence of Total Elastic-Scattering Cross Sections: Relation to the Bound States*, J. Chem. Phys. **38**(11), 2599 (1963).
- [91] R. HELBING, *Additionnal Quantum Effects in Atom-Atom Scattering: Higher-Order Glory Scattering*, J. Chem. Phys. **50**(1), 493 (1969).
- [92] S. PATIL, *Adiabatic potentials for alkali-inert gas systems in the ground state*, J. Chem. Phys. **94**(12), 8089 (1991).

- [93] R. BRÜHL, J. KAPENATIS ET D. ZIMMERMANN, *Determination of the Na-Kr interaction in the  $X\Sigma$  and  $A\Pi$  state by laser spectroscopy*, J. Chem. Phys. **94**(9), 5865 (1991).
- [94] U. KLEINEKATHÖFER, K. TANG, J. TOENNIES ET C. YIU, *Potentials for some rare gas and alkali-helium systems calculated from the surface integral method*, Chem. Phys. Lett. **249**, 257 (1996).
- [95] M. HAVEY, S. FROKLING ET J. WRIGHT, Phys. Rev. Lett. **45**, 1783 (1980).
- [96] J. STANDARD ET P. CERTAIN, *Bounds to two- and three- long range interaction coefficients for s-state atoms*, J. Chem. Phys. **83**(6), 3002 (1985).
- [97] R. DÜREN ET W. GRÖGER, *A determination of the Na-Ar ground state potentiel from differential cross section measurements*, Chem. Phys. Lett **56**(1), 67 (1978).
- [98] P. BAUMANN, D. ZIMMERMANN ET R. BRÜHL, *Laser Spectroscopic Investigation of the van der Waals Molecule NaXe*, J. Mol. Phys. **155**, 277 (1992).
- [99] P. DEHMER ET L. WHARTON, *Absolute Total Scattering Cross Sections for  $^7\text{Li}$  on He, Ne, Kr and Xe*, J. Chem. Phys. **57**(11), 4821 (1972).
- [100] D. AZINOVIC, S. MILOSEVIC, G. PICHLER, M. VAN HEMERT ET R. DÜREN, *LiAr, LiKr and LiXe excimers: Photochemical formation of the  $3^2\Sigma^+ - 1^2\Sigma^+$  bands*, Eur. Phys. J. D **6**, 333 (1999).
- [101] R. BRÜHL ET D. ZIMMERMANN, *High-resolution laser spectroscopy of the  $A \leftarrow X$  transition of LiAr*, Chem. Phys. Lett. **233**, 455 (1995).
- [102] C. CHAMPENOIS, C. BOISSEAU, E. AUDOUARD ET J. VIGUÉ, *Indice de réfraction pour des ondes atomiques*, Ann. Phys. Fr **23**(C1), C1 (1998).
- [103] J. PIPIN ET D. BISHOP, Phys. Rev. A **45**, 1992 (2736).
- [104] N. E.-B. KASSIMI ET A. THAKKAR, Phys. Rev. A **50**, 2948 (1994).
- [105] M. JASZUNSKI ET A. RIZZO, Int. J. Quantum Chem. **60**, 487 (1996).
- [106] J. OLSEN, to be published.
- [107] M. MARINESCU, H. SADEGHPOUR ET A. DALGARNO, Phys. Rev. A **49**, 982 (1994).
- [108] D. SPELSBERG, T. LORENZ ET W. MEYER, *Dynamic multipole polarizabilities and long range interaction coefficients for the systems H, Li, Na, He,  $\text{H}^-$ ,  $\text{H}_2$ ,  $\text{Li}_2$ ,  $\text{Na}_2$ , and  $\text{K}_2$* , J. Chem. Phys. **99**(10), 7845 (1993).
- [109] S. PATIL ET K. TANG, J. Chem. Phys. **106**, 2298 (1997).
- [110] M. RÉRAT, B. BUSSERY ET M. FRÉCON, J. Mol. Spec. **182**, 260 (1997).
- [111] D. PONOMARENKO ET A. SHESTAKOV, Chem. phys. lett. **210**, 269 (1993).

- [112] M. MÉRAWA ET A. DARGELOS, *J. chem. Phys.* **95**, 1711 (1998).
- [113] Z.-W. W. ANS K. CHUNG, *J. Phys. B* **27**, 855 (1994).
- [114] M. MÉRAWA, M. RÉRAT ET C. POUCHAN, *Phys. Rev. A* **50**, 2948 (1994).
- [115] C. LAUGHLIN, *J. Phys. B* **28**, 2701 (1995).
- [116] V. STAEMMLER, *Accurate ab initio determination of the van der Waals interaction in the  $X^2\Sigma^+$  state of LiHe*, *Z. Phys. D* **39**, 1997 (121).
- [117] T. KOBAYASHI, K. SASAGANE ET K. YANAGUCHI, *Int. J. Quant. Chem.* **65**, 665 (1997).
- [118] R. MOLOF, H. SCHWARTZ, T. MILLER ET B. BEDERSON, *Measurements of electric dipole polarizabilities of the alkali-metal atoms and the metastable noble-gas atoms*, *Phys. Rev. A* **10**, 1131 (1974).
- [119] V. RIEGER, K. SENGSTOCK, U. STERR, J. MÜLLER ET W. ERTMER, *Atom-interferometric determination of the dc-Stark shift of the Mg-intercombination line*, *Optics Comm.* **99**, 172 (1993).
- [120] A. MORINAGA, N. NAKAMURA, T. KUROSO ET N. ITO, *Phase shift induced from the dc Stark effect in an atom interferometer comprised of four copropagating laser beams*, *Phys. Rev. A* **54**(1), R21 (1996).
- [121] C. CASO ET *et al.*, *Eur. Phys. J. C* **3**(1), 1 (1998).
- [122] H. DYLLA ET J. KING, *Neutrality of molecules by a new method*, *Phys. Rev. A* **7**(4), 1224 (1973).
- [123] J. BAUMANN, R. GÄHLER, J. KALUS ET W. MAMPE, *Experimental limit for the charge of the free neutron*, *Phys. Rev. D* **37**(11), 3107 (1988).
- [124] Y. AHARONOV ET A. CASHER, *Topological quantum effect for neutral particles*, *Phys. Rev. Lett.* **53**(4), 319 (1984).
- [125] R. HILBORN, *Einstein coefficient, cross section, f values, dipole moments and all that*, *Am. J. Phys.* **50**(11), 982 (1982).
- [126] P. JULIENNE ET J. VIGUÉ, *Cold collisions of ground- and excited-state alkali-metal atoms*, *Phys. Rev. A* **44**(7), 4464 (1991).
- [127] W. MCALEXANDER, E. ABRAHAM ET R. HULET, *Radiative lifetime of the 2P state of lithium*, *Phys. Rev. A* **54**(1), R5 (1996).
- [128] R. LOUDON, *The quantum theory of light* (Oxford science publication, 1983).
- [129] P. LABASTIE, *communication privée*.
- [130] D. GREENBERGER, *Some remarks on the extended Galilean transformation*, *Am. J. Phys.* **47**(1), 1 (1979).

- [131] K. TANG ET P. TOENNIES, *An improved simple model for the van der Waals potential based on universal damping functions for the dispersion coefficient*, J. Chem. Phys. **80**(8), 3726 (1984).