



HAL
open science

De l'effet des interactions nucléaires dans les réactions de neutrinos sur des cibles d'oxygène et de son rôle dans l'anomalie des neutrinos atmosphériques

Jacques Marteau

► **To cite this version:**

Jacques Marteau. De l'effet des interactions nucléaires dans les réactions de neutrinos sur des cibles d'oxygène et de son rôle dans l'anomalie des neutrinos atmosphériques. Physique mathématique [math-ph]. Université Claude Bernard - Lyon I, 1998. Français. NNT : . tel-00001398

HAL Id: tel-00001398

<https://theses.hal.science/tel-00001398>

Submitted on 13 Jun 2002

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE

Soutenance présentée par
Jacques MARTEAU

De l'effet des interactions nucléaires
dans les réactions de neutrinos
sur des cibles d'oxygène
et de son rôle dans
l'anomalie des neutrinos atmosphériques

Directeur de recherche : Jean DELORME

A ma femme, à ma fille.

Table des matières

Résumé	iii
Introduction	1
I Les expériences de neutrinos atmosphériques	5
I.1 L'anomalie des neutrinos atmosphériques	6
I.1.1 Origine des neutrinos atmosphériques	6
I.1.2 Détection des neutrinos atmosphériques	8
I.1.3 But de ce travail	11
I.1.4 Résultats expérimentaux	12
I.2 Revue des anomalies de neutrinos	16
I.2.1 Les neutrinos solaires	16
I.2.2 Les expériences de neutrinos terrestres	18
I.2.3 Fenêtre ouverte sur le futur	20
I.3 Quelques enjeux de la physique des neutrinos	21
I.3.1 De la masse éventuelle des neutrinos	21
I.3.2 Osciller ou ne pas osciller ?	23
I.3.3 Conclusion	25
II Processus d'interaction inclusif et réponses nucléaires	29
II.1 Amplitude invariante et réponses nucléaires	29
II.1.1 Expression du Lagrangien d'interaction	29
II.1.2 Introduction des opérateurs	31
II.1.3 Réponses nucléaires et propagateurs de polarisation	32
II.1.4 Interactions de courant neutre	34
II.2 Réponses d'un gaz de Fermi	36
II.2.1 Propagateurs d'excitation <i>nucléon-trou</i>	36
II.2.2 Intervention de la résonance Delta	37
II.2.3 Forme des réponses.	39
II.3 Section efficace et taux d'interaction	40
II.3.1 Expression de la section efficace différentielle.	40
II.3.2 Résultats et discussion.	43
III Méthodes semi-classiques	49
III.1 Présentation des méthodes semi-classiques	49
III.1.1 Position du problème	49
III.1.2 Approximation de Thomas-Fermi.	50
III.1.3 Transformée de Wigner.	51
III.1.4 Application aux propagateurs d'excitation particule-trou.	52
III.2 Modification de la résonance Delta et excitations <i>np-nh</i>	54

III.2.1	Largeur du Delta	55
III.2.2	Effets du milieu nucléaire sur la largeur.	56
III.2.3	Résultats.	57
III.2.4	Inclusion des excitations n particules- n trous ($n=2,3$).	59
III.3	Des propagateurs particule-trou aux propagateurs de polarisation	61
III.4	Equations RPA	65
III.4.1	Introduction	65
III.4.2	Potentiels d'interaction	66
III.4.3	Equations RPA dans le canal de charge	70
III.4.4	Equations RPA dans le canal de spin-isospin	70
III.4.5	Méthode de résolution	72
IV	Réponses nucléaires et processus inclusifs	75
IV.1	Réponses nucléaires	75
IV.1.1	Présentation des courbes de réponses	75
IV.1.2	Interprétation	76
IV.2	Effets cinématiques	85
IV.2.1	Propagateurs de polarisation d'ordre supérieur	85
IV.2.2	Résultats	87
IV.3	Les réponses nucléaires et l'expérience	88
IV.3.1	Réactions pion-noyau	89
IV.3.2	Diffusion d'électrons	89
IV.4	Sections efficaces différentielles neutrino-noyau	95
IV.4.1	Remarques générales	95
IV.4.2	Résultats	96
IV.4.3	Conclusion	97
V	Etude des canaux exclusifs pioniques et non pioniques	105
V.1	Introduction	105
V.1.1	Principe du calcul	105
V.1.2	Revue des canaux partiels de spin-isospin	106
V.1.3	Propagateurs de polarisation non cohérents	107
V.1.4	Canal cohérent	109
V.2	Résultats	110
V.2.1	Réponses nucléaires exclusives	110
V.2.2	Sections efficaces différentielles	112
V.3	Taux d'événements neutrino-oxygène	116
V.3.1	Contributions des canaux exclusifs	116
V.3.2	Analyse des expériences de neutrinos atmosphériques	118
V.3.3	Résultats	119
	Conclusion	125
	A Section efficace inclusive neutrino-oxygène	129
	B Réponses partielles $\Delta\Delta$ par nucléon de l'oxygène	133
	C Corrections de vitesse : propagateurs de polarisation et réponses	143
	Bibliographie	147

Résumé

Les neutrinos atmosphériques sont produits lors d'interactions de particules cosmiques sur les noyaux de l'atmosphère terrestre. La détection de ces neutrinos sur Terre est effectuée pour une bonne part au moyen de grands détecteurs Čerenkov à eau. Les résultats de plusieurs générations de tels détecteurs ont permis de mettre en évidence un déficit entre le nombre de neutrinos atmosphériques de type muonique détectés et les prévisions théoriques. Ceci se traduit par un rapport entre les neutrinos de type muonique et les neutrinos de type électronique inférieur aux calculs théoriques (jusqu'à un facteur 2) et constitue l'anomalie des neutrinos atmosphériques. Cette anomalie pourrait se rapprocher de celle que de nombreuses expériences ont relevée dans la détection des neutrinos solaires. Si tel était le cas, des interprétations en terme d'oscillations de neutrinos sur le trajet séparant leurs lieux de production et de détection se révéleraient adéquates. Ces phénomènes d'oscillations supposent l'existence de neutrino(s) massif(s) et nécessitent donc l'introduction de mécanismes théoriques dépassant le cadre du Modèle Standard minimal.

Le but de ce travail est d'évaluer les effets de la physique nucléaire dans les interactions entre les neutrinos et les noyaux d'oxygène des détecteurs Čerenkov à eau. Les produits de ces interactions, s'ils sont émis au-dessus du seuil Čerenkov, sont détectés et identifiés au moyen de l'anneau de lumière Čerenkov qu'ils génèrent. Les événements sont ensuite classés suivant le nombre d'anneaux engendrés. Il est donc indispensable de calculer les taux d'événements neutrino-oxygène dans chaque canal de réaction exclusif. L'interprétation des résultats expérimentaux est en général menée dans le canal quasi-élastique et celui de la résonance Delta. Au-delà de cette approximation, il existe d'autres canaux de réactions, sans pion dans l'état final notamment, qui viennent fausser l'analyse et qu'il faut évaluer convenablement. Pour atteindre ces différents objectifs nous utilisons le formalisme des réponses nucléaires. Nous adoptons une démarche semi-classique permettant d'inclure de manière économique la nature corrélée du milieu nucléaire par des méthodes de type RPA. Les résultats que nous avons obtenus montrent que l'inclusion des corrélations nucléaires modifie de manière importante les sections efficaces et les taux d'interaction absolus neutrino-oxygène dans le canal inclusif et dans les canaux exclusifs et que le rapport des taux d'interaction μ/e reste peu affecté par ces effets nucléaires. L'analyse des canaux partiels a permis de plus de démontrer que le nombre d'événements ayant un pion dans l'état final est nettement surestimé dans les simulations actuelles. En conclusion ce travail a permis de mettre en évidence l'importance de l'effet des corrélations dans l'interaction neutrino-oxygène et son impact sur l'anomalie des neutrinos atmosphériques. Il dépasse le cadre d'approximations couramment utilisé dans ce domaine et peut en outre être étendu à différents noyaux-cibles, tels que le fer, déjà utilisé dans des expériences antérieures. Ceci en fait un outil intéressant et prédictif pour les futures expériences de détection des neutrinos, basées sur des détecteurs utilisant différents types de cibles.

Abstract

Atmospheric neutrinos are produced by interactions of the cosmic rays with the atmosphere's nuclei. The detection of these neutrinos on Earth is currently achieved with large underground water Čerenkov detectors. These experimental observations are compatible with a deficit of detected muonic neutrinos in comparison with the theoretical predictions. Thus the observed ratio of muonic to electronic neutrinos is smaller than the theoretical one (up to a factor 2) and this constitutes the so-called atmospheric neutrino anomaly. This anomaly could be linked to that observed in the solar neutrinos experiments. If so, interpretations in terms of neutrino oscillations on their way from the place where they are produced and the place where they are detected could be attractive explanations. These oscillation phenomena assume the existence of massive neutrinos and therefore require the introduction of new theoretical mechanisms beyond the Minimal Standard Model.

The aim of this work is to evaluate the effects of nuclear correlations on the interactions between the atmospheric neutrinos and the oxygen nuclei of the water Čerenkov detectors. The products of these interactions, if emitted above the Čerenkov threshold, are detected and identified thanks to the Čerenkov light ring they produce. The events are then classified according to the number of produced rings. It is therefore absolutely necessary to compute the neutrino-oxygen events rates in each exclusive reaction channel. The interpretation of the experimental results has been up to now limited to the quasi-elastic nucleon and Delta channels. Beyond this approximation, there exists other reaction channels which are able to lead to misidentification problems. Among these the non pionic disintegration channels of the Delta resonance play a special role in the sense that they induce single ring events that have not been considered up to now. To perform such calculations we adopt the nuclear response formalism. Our approach starts with a semi-classical approximation. This allows us to include in an economic way the effects of the nuclear correlations by solving exactly the RPA equations in the ring approximation. The results we have obtained show that the nuclear correlations strongly modify the inclusive and exclusive neutrino-oxygen cross-sections and absolute interaction rates and that the ratio of the interaction rates μ/e is not very much affected by these nuclear effects. The analysis in the exclusive channels leads to the result that the number of pions predicted in the simulations is overestimated. In conclusion this work has shown the importance of the nuclear correlations in the neutrino-oxygen interaction and its impact on the atmospheric neutrino anomaly. It goes beyond the usual quasi-elastic approximations and can be moreover extended to others target-nuclei, such as iron, already used in past experiments. It is an interesting and predictive tool for future neutrinos experiments based on different kinds of nuclear targets.

Remerciements

Mes premiers remerciements vont tout naturellement à Monsieur Jean Delorme qui a encadré cette thèse. Qu'il trouve ici l'expression de ma plus vive gratitude pour l'attention soutenue et quotidienne qu'il a portée à ce travail.

Je remercie Madame Ericson pour les nombreux conseils qu'elle m'a donnés dans le cadre particulier de ce travail et plus généralement dans le domaine de la physique nucléaire aux énergies intermédiaires.

Je voudrais également témoigner de ma reconnaissance à Monsieur Chanfray pour les discussions enrichissantes que nous avons eues pendant ces deux années.

Je tiens à remercier vivement Messieurs Schuck et Lipari pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail et pour avoir accepté d'en être les rapporteurs.

Qu'il me soit permis de remercier Messieurs Declais et Katsanevas pour leur disponibilité et la façon dont ils m'ont fait comprendre l'intérêt de la physique des neutrinos. C'est un honneur pour moi qu'ils soient membre du jury.

C'est également un honneur de pouvoir exprimer ma gratitude à Monsieur Langanke qui a accepté de faire partie du jury.

Je remercie Monsieur Augustin pour m'avoir permis d'entreprendre ce travail dans son laboratoire.

Je remercie ensuite tous les physiciens du service de physique théorique de l'I.P.N. Lyon, et en particulier ceux du groupe énergie intermédiaire, pour leur amabilité et leur disponibilité.

Je remercie tous les membres du service informatique pour leur patience et leur compétence et en particulier Monsieur Ollivier qui a permis de résoudre de nombreux problèmes.

Introduction

Les neutrinos sont des particules très singulières qui suscitent un intérêt considérable tant semblent importantes leurs implications en physique des particules ou en astrophysique. Depuis l'époque où leur existence a été postulée par Pauli, au début des années trente, et qui a conduit à la théorie de Fermi de la désintégration β , les neutrinos n'ont cessé d'exciter la curiosité des physiciens de divers horizons.

Les neutrinos sont les particules les plus abondantes de l'univers (il en existe plusieurs milliards pour un nucléon). Toutefois n'étant sensibles qu'à l'interaction faible, leur détection et par conséquent leur étude sont rendues très difficiles. Encore à l'heure actuelle les expériences de détection des neutrinos - qu'ils soient produits dans des réacteurs, des accélérateurs de particules ou qu'ils proviennent de rayons cosmiques - doivent compter avec de faibles statistiques en dépit de l'importance des moyens mis en œuvre pour les réaliser. La première famille de neutrinos (neutrinos de type électronique, ν_e) a été découverte en 1956 [1]. Depuis cette époque des progrès considérables ont été réalisés sur la compréhension de la structure de l'interaction faible. Ceci a notamment été rendu possible par de très belles expériences. Citons principalement la mesure de la violation de la parité dans l'interaction faible [2], la détermination de l'hélicité (gauche) des neutrinos [3], la découverte d'autres familles de neutrinos (ν_μ en 1962 et ν_τ en 1975). Plus récemment la découverte des bosons vecteurs Z^0 et W^\pm au CERN a permis d'établir la validité du Modèle Standard, jusqu'alors construction purement théorique, et l'assimilation de l'interaction faible dans la théorie électrofaible. Cette théorie de l'interaction électrofaible constitue aujourd'hui sans aucun doute la théorie la mieux maîtrisée dans le domaine de la physique des particules.

Malgré ces avancées théoriques, certaines questions restent entières quant à la nature même des neutrinos. Un problème "élémentaire" est celui de la masse de ces particules dont l'existence peut constituer un enjeu considérable dans le cadre de la masse manquante de l'univers, compte tenu de leur abondance dans l'univers. Les anomalies observées dans certaines expériences de neutrinos atmosphériques ne semblent pas pouvoir être comprises sans l'intervention de phénomènes physiques nouveaux, dont certains accordent une masse aux neutrinos. D'autre part les états propres de masse peuvent différer des états propres de l'interaction, ce qui résulterait en un mélange de différentes saveurs à l'instar de ce que l'on observe pour les quarks avec l'existence d'une matrice de mélange (matrice de Cabbibo-Kobayashi-Maskawa). Ce mélange lui-même peut être de plusieurs types suivant que les neutrinos sont des fermions de type Dirac ou Majorana...

Toutes ces zones d'ombre laissent place à de nouvelles théories au-delà du Modèle Standard. C'est parmi ces théories que l'on peut situer les oscillations de neutrinos. Il est en effet possible de calculer pour un neutrino (massif) dans un état de saveur donnée une probabilité de transition vers un état de saveur différente lorsque ce neutrino se propage sur une distance suffisante. Depuis la formulation de cette hypothèse [4] il y a une quarantaine d'années, les oscillations de neutrinos sont l'un des phénomènes les plus convoités de la physique des hautes énergies et l'un des plus prometteurs pour la physique au-delà du Modèle Standard.

On peut classer les indications expérimentales en faveur d'oscillations de neutrinos en trois catégories suivant la longueur d'oscillation accessible aux neutrinos entre leurs lieux de production et de détection et les caractéristiques de leur spectre (notamment en énergie). La première provient

du problème des neutrinos produits dans les réactions nucléaires solaires. La longueur d'oscillation potentielle est donc la distance Soleil-Terre. Toutes les expériences de neutrinos solaires ont observé un déficit significatif entre le nombre de neutrinos détectés et les prévisions du modèle solaire standard. Par ailleurs cette diminution n'affecte pas le spectre des neutrinos uniformément. La seconde indication vient de ce que l'on peut nommer les expériences d'oscillations de neutrinos terrestres où les neutrinos sont produits dans des réacteurs nucléaires comme produits de désintégrations (Chooz, Bugey...) ou au moyen d'accélérateurs (SPS au CERN, Fermilab, LANL...) après collisions entre des particules accélérées et une cible. La distance d'oscillation offerte dans ces expériences s'étend d'une dizaine de mètres à plusieurs centaines de kilomètres. Enfin la troisième indication provient d'un problème apparu plus récemment : l'anomalie des neutrinos atmosphériques. Ces neutrinos sont produits dans des collisions entre les rayons cosmiques et l'atmosphère terrestre. La longueur d'oscillation varie d'une dizaine de kilomètres environ à une dizaine de milliers de kilomètres suivant que les neutrinos atmosphériques arrivent ou non des antipodes. Là encore un déficit a été observé entre le nombre de neutrinos détectés et celui prévu en théorie. L'anomalie concerne le rapport entre le nombre de neutrinos ν_μ et ν_e : il est nettement plus faible dans les observations expérimentales que dans les simulations théoriques. Les résultats récents de la collaboration Super-Kamiokande confirment les résultats obtenus antérieurement (collaborations Kamiokande, IMB, Soudan...) et apportent une indication importante sur le sens dans lequel joue l'anomalie observée. C'est dans le contexte de ces neutrinos atmosphériques que se situe ce travail.

Mais avant de pouvoir donner un quelconque crédit à des théories et à des phénomènes au-delà du Modèle Standard si prometteurs, il faut s'assurer de bien analyser les expériences et à cette fin il s'avère nécessaire d'explorer des sources d'incertitudes plus conventionnelles dans la détermination des flux de neutrinos et des spécificités des détecteurs. Les dispositifs expérimentaux étant tous basés sur le principe de l'interaction d'un neutrino avec un noyau, la physique nucléaire doit être appelée à jouer un rôle dans les problèmes liés à la nature des neutrinos. En effet pour vérifier s'il y a une quelconque anomalie entre les différents saveurs de neutrinos, il faut calculer la section efficace d'interaction entre un neutrino d'une saveur donnée et le noyau cible. Le modèle le plus simple pour rendre compte de cette interaction du point de vue de la physique nucléaire dans le domaine des énergies intermédiaires (énergie de transfert de l'ordre de quelques centaines de MeV) est la création d'un état particule-trou, analogue à ce que l'on rencontre familièrement dans le cadre de théories de gaz d'électrons libres. Ceci permet d'accéder à des quantités importantes, les réponses nucléaires, qui relient les propriétés du milieu nucléaire aux observables telles que les sections efficaces. Cependant ce modèle néglige de nombreux phénomènes nucléaires complexes qui nécessitent alors des calculs plus détaillés. On sait en effet que des modes collectifs peuvent prendre naissance dans les noyaux lorsqu'une sonde extérieure interagit avec eux et lorsque l'interaction entre les états excités est suffisamment forte pour permettre la propagation de l'excitation. L'existence d'un tel mode (baptisé "pionique") dans une des voies par lesquelles le neutrino se couple au milieu nucléaire est susceptible de modifier les résultats prévus par des modèles simples de gaz de Fermi nucléaire. Il est nécessaire de comprendre et de reproduire la modification du spectre des réponses nucléaires car elle pourrait avoir des répercussions sur le rapport théorique entre neutrinos de type muonique et neutrinos de type électronique. La différence entre les énergies transférées au milieu nucléaire par ces neutrinos lors d'une interaction de courant chargé est typiquement de l'ordre de la différence entre les masses des leptons associés, soit une centaine de MeV. Les variations des réponses nucléaires sur une telle échelle sont significatives et feront l'objet d'une étude spécifique ainsi que leurs conséquences dans le contexte des neutrinos atmosphériques. Plus précisément nous étudierons la modification sur les réponses de spin longitudinal et de spin transverse (le caractère longitudinal ou transverse étant défini par rapport à la direction du moment de transfert) induite par la prise en compte de l'interaction résiduelle entre nucléons. La région étudiée s'étendra du pic quasi-élastique au pic de la résonance Delta, région sondée dans les expériences de neutrinos et dans laquelle l'interaction résiduelle joue un rôle significatif. Nous verrons en particulier comment le mode pionique

affecte le pic du Delta.

Enfin nous considèrerons l'existence de différents processus de désintégration pour le mode pionique et la résonance Delta, modifiée par le milieu nucléaire, auxquels le neutrino incident a donné naissance. Certains modes en particulier sont caractérisés par la présence d'un pion dans l'état final et sont exclus par la procédure d'analyse expérimentale sur laquelle nous reviendrons. Ce bruit de fond d'origine pionique reste cependant une cause d'incertitude importante et il est crucial de pouvoir l'estimer de la manière la plus exacte possible. Pour atteindre cet objectif il faut être capable d'évaluer correctement les canaux de désintégration non pioniques (*i.e.* sans pion dans l'état final) de la résonance Delta. Ces canaux de désintégration ne sont en effet jamais pris en considération dans les simulations des expériences de neutrinos atmosphériques. Leur importance a été révélée notamment par les auteurs de la référence [55]. Le travail que nous avons mené constitue une extension de l'étude des auteurs de cette référence. Il permet d'apporter des informations nouvelles et essentielles pour résoudre le puzzle des énigmes posées par les neutrinos.

Chapitre I

Les expériences de neutrinos atmosphériques

L'origine de l'anomalie des neutrinos atmosphériques remonte aux expériences qui ont tenté de mettre en évidence d'éventuelles désintégrations du proton prédites par certains modèles théoriques de grande unification. Les neutrinos atmosphériques apparaissaient à l'époque comme une source de bruit de fond importante qu'il convenait d'analyser. La plupart de ces études ont permis la mise en évidence d'un désaccord entre le nombre d'événements mesurés et les prédictions théoriques. C'est de cette "anomalie" des neutrinos atmosphériques qu'il sera question dans la première partie de ce paragraphe. L'existence même de cette anomalie reste sujette à controverse puisque certaines expériences de détection des neutrinos atmosphériques n'en font pas mention.

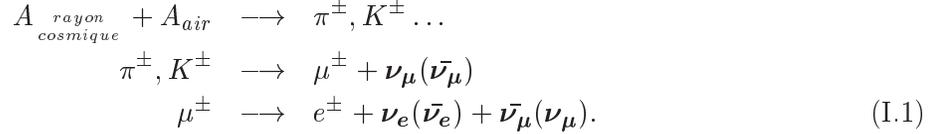
En réalité ce problème particulier est venu compléter un ensemble d'observations relatives aux neutrinos avec lesquelles la théorie est en désaccord. Car en dépit de l'importance prise par les neutrinos atmosphériques, il faut rappeler que la première anomalie relevée concernait les neutrinos solaires dont le nombre détecté est largement inférieur à celui que laissent espérer les modèles théoriques tels que le modèle minimal solaire (M.M.S.). Ce déficit affecte le spectre des neutrinos solaires de manière non uniforme, ce dont on peut rendre compte théoriquement en invoquant des mécanismes de réinteractions des neutrinos pendant leur trajet dans le soleil (effet M.S.W.).

A ces deux problèmes épineux sont venus se rajouter ceux des neutrinos dits "terrestres" produits dans des accélérateurs de particules ou encore dans des réacteurs nucléaires. La plupart de ces expériences sont venues apporter des limites sur les caractéristiques intrinsèques des neutrinos (masse, paramètres de mélange) dont l'existence serait une porte ouverte au-delà du Modèle Standard. La détermination de ces derniers repose sur la théorie des oscillations de neutrinos que nous mentionnerons dans ce chapitre. Cette hypothèse d'oscillations est pour l'heure la plus séduisante car son application aux neutrinos atmosphériques, solaires et terrestres permettrait de résoudre un certain nombre d'anomalies. De plus elles auraient été mises en évidence de manière directe pour la première fois par l'expérience LSND menée à Los Alamos [33]. Toutefois ces derniers résultats restent sujets à caution car ils sont presque entièrement exclus par ceux de l'expérience KARMEN [34] (utilisant le faisceau d'ISIS au Rutherford Appellton Laboratory en Grande-Bretagne) et que leur intégration dans un schéma global permettant d'unifier les diverses observations relatives aux neutrinos nécessite l'introduction d'hypothèses fortes telles que l'existence de neutrinos stériles, *i.e.* ne subissant pas l'interaction faible. Nous verrons l'exemple d'un schéma mettant en jeu ces neutrinos stériles et nous discuterons en conclusion de ce chapitre quelques uns des enjeux de la physique des neutrinos à l'heure actuelle, tant du point de vue expérimental que théorique.

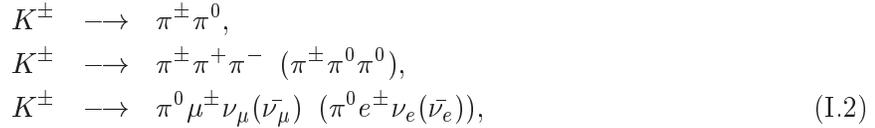
I.1 L'anomalie des neutrinos atmosphériques

I.1.1 Origine des neutrinos atmosphériques

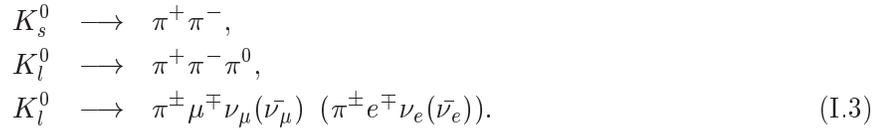
Les neutrinos atmosphériques sont produits lors des collisions des rayons cosmiques avec les molécules de l'atmosphère. Ces collisions initient des chaînes de désexcitation dont les produits majoritaires sont des pions et des kaons. Ces derniers vont par la suite se désintégrer et donner naissance aux neutrinos atmosphériques dont l'énergie moyenne est de l'ordre de $\langle E \rangle \sim 1$ GeV. Schématiquement, le processus de génération des neutrinos atmosphériques s'écrit :



Les désintégrations des pions π^\pm constituent le processus dominant aux énergies qui nous intéressent. Le rapport de branchement de la réaction $\pi^\pm \longrightarrow \mu^\pm + \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)$ est voisin de 100 %. Pour les kaons chargés le rapport de branchement de ce canal est voisin de 63.5 %. Il faut inclure dans une simulation réelle les canaux :



ainsi que les canaux de désintégrations des kaons neutres :



On définit le rapport des nombres de neutrinos (anti-neutrinos) de type muonique N_{ν_μ} ($N_{\bar{\nu}_\mu}$) aux nombres de neutrinos (anti-neutrinos) de type électronique N_{ν_e} ($N_{\bar{\nu}_e}$) :

$$R_{\mu/e} \equiv \frac{N_{\nu_\mu} + N_{\bar{\nu}_\mu}}{N_{\nu_e} + N_{\bar{\nu}_e}} \equiv \frac{N_{\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu}}{N_{\nu_e + \bar{\nu}_e}}. \tag{I.4}$$

Si l'on se réfère aux cascades de désintégrations décrites dans les équations (I.1), le rapport $R_{\mu/e}$ doit être voisin de 2 aux énergies moyennes de neutrinos ($\langle E \rangle \sim 1$ GeV). C'est ce que confirment différentes études théoriques des flux de neutrinos atmosphériques (voir références [12], [14] et [15]). Comme nous le verrons par la suite, les modèles développés par ces auteurs sont relativement indépendants. Les sources de différences ont d'ailleurs récemment été étudiées dans la référence [16]. Elles conduisent à une incertitude sur les taux de production des neutrinos de chaque espèce, $N_{\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu}$ et $N_{\nu_e + \bar{\nu}_e}$, de l'ordre de 20 %. En revanche, dès que l'on considère le rapport de ces taux de production ($R_{\mu/e}$), les divergences entre les différents modèles n'excèdent pas 5 %. L'analyse des résultats expérimentaux au moyen de ce rapport permet donc de limiter l'incertitude sur le résultat final due aux flux de neutrinos atmosphériques. Nous allons à présent donner quelques détails sur ces derniers.

Les deux composantes essentielles des calculs de flux de neutrinos atmosphériques sont la dépendance en énergie du flux de particules cosmiques incidentes au sommet de l'atmosphère et les détails de la production de particules dans l'atmosphère. Les particules cosmiques incidentes doivent être au-dessus du seuil de production de pions. Ce sont majoritairement des protons libres ou des nucléons liés dans des noyaux légers (principalement des particules α) qui arrivent avec un fort degré

d'isotropie. Le flux de particules primaires est modulé par l'activité solaire. Il faut également prendre en considération les effets du champ magnétique terrestre que les particules primaires doivent pénétrer avant d'atteindre l'atmosphère. Près des pôles pratiquement toutes les particules peuvent passer alors que près de l'équateur seules les particules ayant une énergie supérieure à une dizaine de GeV sont susceptibles de traverser et donc de produire des particules secondaires. Le spectre énergétique des cosmiques varie donc suivant la direction incidente des particules et le lieu où elles atteignent l'atmosphère. C'est dans l'évaluation des "cut-offs" géomagnétiques que réside une première différence entre les flux B.G.S. (Barr, Gaisser, Stanev) et H.K.K.M. (Honda, Kajita, Kasahara, Midorikawa). Pour ces derniers les cut-offs sont évalués par reconstruction des trajectoires d'anti-protons s'éloignant de la Terre. Le cut-off à l'endroit considéré est défini comme l'énergie minimale requise pour que l'anti-proton puisse s'échapper de l'atmosphère. Parmi les expériences de neutrinos atmosphériques, celle de (Super-)Kamiokande possède le cut-off le plus élevé. Pour comparaison, le flux de neutrinos d'énergie inférieure à 500 MeV incidents sur le détecteur IMB est à peu près le double du flux de neutrinos incidents sur (Super-)Kamiokande. Les différences dans le traitement des effets géomagnétiques sont susceptibles d'affecter le spectre de neutrinos atmosphériques de plus faible énergie.

La production de particules dans l'atmosphère est dans chaque étude basée sur des codes de simulation de type Monte-Carlo. Ceux-ci utilisent les données expérimentales sur les collisions hadron-noyau effectuées auprès de différents accélérateurs. Ces données doivent être correctement adaptées au problème spécifique d'interaction entre une particule cosmique de grande énergie (en moyenne environ 25 GeV pour produire des neutrinos de quelques centaines de MeV d'énergie) pouvant avoir un moment transverse important. Ces codes doivent inclure les rapports de production π/K (exemple de valeurs numériques données dans [14] : 7 % à $E_{lab} = 10$ GeV, 11 % à 100 GeV, 14 % à 1 TeV). Les auteurs de cette dernière référence estiment que l'incertitude relative à l'adaptation des données expérimentales des accélérateurs au problème de la production des neutrinos atmosphériques s'échelonne entre 10 et 20 %. Le problème s'accroît pour les réactions à haute énergie pour lesquelles les données expérimentales sont plus rares. Les deux calculs considèrent essentiellement les désintégrations des mésons déjà mentionnés : π^\pm , K^\pm , K_s^0 et K_l^0 . Ils incluent les effets de polarisation du muon résultant de la désintégration d'un pion ou d'un kaon chargé [17]. En effet dans le référentiel du méson chargé au repos, le muon est produit totalement polarisé. Dans le référentiel du laboratoire, cette polarisation affecte les distributions des produits de désintégration de ce muon. L'effet principal de cette modification est d'augmenter le nombre de neutrinos de type électronique par rapport au nombre de neutrinos de type muonique. D'après [12] la modification maximale pour les flux B.G.S. s'élève à 18 % et augmente avec l'énergie des neutrinos. Il est à noter que cet effet est concurrencé par l'effet de non désintégration du muon dans l'atmosphère. En effet à haute énergie, le muon atteint la surface terrestre avant d'avoir pu se désintégrer, ce qui augmente le nombre de $\nu_\mu^{(-)}$ par rapport au nombre de $\nu_e^{(-)}$. Tous ces effets sont pris en compte de manière similaire dans les diverses simulations des flux de neutrinos atmosphériques. Signalons enfin que les auteurs de la référence [15] (flux B.N.) utilisent des paramétrisations analytiques pour les cascades atmosphériques et les effets géomagnétiques et non des simulations de type Monte-Carlo. Ce travail conduit en général aux flux absolus les plus faibles mais à un rapport $R_{\mu/e}$ voisin de 2.

Le tableau (I.1) résume les résultats pour les flux B.G.S., H.K.K.M. et B.N. d'après l'étude comparative de la référence [16]. Ce tableau donne le rapport des différents flux au flux B.G.S. pour trois domaines d'énergie ($E_\nu = 0.4-1$ GeV, 1-2 GeV, 2-3 GeV) ainsi que le rapport $R_{e/\mu} = N_{\nu_e + \bar{\nu}_e} / N_{\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu}$ pour $E_\nu = 0.4-1$ GeV. Cette étude a permis de conclure que la principale source de différences entre les flux B.G.S. et H.K.K.M. est la détermination des interactions protons-noyaux légers d'énergie comprise entre 10 et 30 GeV et la production de pions qui s'ensuit. La prise en compte des paramètres géomagnétiques constitue également un point de désaccord possible mais toutefois moins important. On voit cependant que les difficultés inhérentes à la détermination des flux de neutrinos atmosphériques incidents en un lieu donné est une tâche ardue et que les sources d'incertitudes sont

	$\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu$			$\nu_e + \bar{\nu}_e$			$R_{e/\mu}$
	0.4-1	1-2	2-3	0.4-1	1-2	2-3	0.4-1
B.G.S	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.49
H.K.K.M	0.90	0.95	1.04	0.87	0.91	0.97	0.48
B.N	0.63	0.79	0.95	0.62	0.74	0.87	0.50

TAB. I.1: Comparaison des flux de neutrinos atmosphériques des références [12], [14] et [15].

nombreuses. Malgré tout, l'accord relatif entre différents calculs indépendants offre une marge de confiance raisonnable : l'incertitude sur le rapport $R_{\mu/e}$ est de l'ordre de 5%.

Nous avons utilisé dans ce travail essentiellement les résultats des références [12] et [14], *i.e.* les flux de BARR *et al.* (flux B.G.S.) et de HONDA *et al.* (flux H.K.K.M.). Nous présentons sur la figure (I.1) les flux B.G.S.¹ On voit que la décroissance des flux incidents est très rapide lorsque l'énergie augmente. Pour obtenir des résultats approchés, nous utiliserons souvent une forme simplifiée de ces flux en $\Phi \propto E_\nu^{-2.5}$ raisonnable dans les domaines d'énergie de transfert où nous situerons notre étude. Cette décroissance brutale du flux va nous permettre de mettre à profit un certain nombre de méthodes essentiellement non relativistes sans trop nous éloigner de la réalité. Nous avons comparé sur la figure (I.2) les résultats des flux B.G.S. et H.K.K.M. La décroissance avec l'énergie des flux H.K.K.M. est légèrement plus accentuée que celle des flux B.G.S., mais globalement les différences entre les différentes approximations analytiques que nous utiliserons sont minimales. Notons dès à présent qu'une étude plus complète est en cours, utilisant des modèles de flux de neutrinos atmosphériques originaux [11] dont les dépendances en énergie et en angle zénithal sont connues avec précision. Les résultats que nous allons présenter ici s'appuient sur les modèles approchés que nous avons représentés sur les figures (I.1) et (I.2), ce qui ne présente pas d'inconvénient pour la mise en évidence des phénomènes que nous considérons. Avant de présenter ces résultats, nous allons tenter une revue des résultats expérimentaux de détection des neutrinos atmosphériques dont certains mettent en évidence un désaccord important entre les rapports $R_{\mu/e}$ mesuré et calculé théoriquement.

I.1.2 Détection des neutrinos atmosphériques

Nous allons dans ce paragraphe donner un aperçu des données expérimentales publiées par différentes collaborations sur les mesures des neutrinos atmosphériques. Ces expériences se divisent en deux catégories. La première regroupe les expériences utilisant des détecteurs Čerenkov souterrains dont le milieu actif est constitué par de l'eau : IMB [9], Kamiokande [7], Super-Kamiokande [8]. La seconde catégorie d'expériences utilise des calorimètres à grain fin dont le milieu actif est composé de fer : Fréjus [5], NUSEX [6], SOUDAN [10]. Ces expériences ont été initialement conçues pour l'observation d'éventuelles désintégrations du nucléon prédites par certaines théories super-symétriques ou de grande unification. Les détecteurs sont tous souterrains, ce qui permet d'arrêter un grand nombre de particules et donc de diminuer le bruit de fond, point crucial pour des expériences faisant face à de faibles statistiques. Les neutrinos cependant, du fait de leur faible taux d'interactions, peuvent traverser ce bouclier naturel et atteindre les détecteurs. Ils étaient donc vus à l'origine comme une source de bruit de fond. Nous allons brièvement détailler le principe de détection de ces neutrinos avant de donner les résultats auxquels les différentes collaborations sont parvenues.

Les calorimètres utilisés pour l'observation des désintégrations de nucléons ou la détection de neutrinos d'origine atmosphérique sont formés de plaques de milieu actif (fer pour NUSEX et Fréjus, acier pour SOUDAN) disposées verticalement ou horizontalement et séparées par des couches per-

¹Dans ce travail, les énergies seront souvent exprimées en masse de pion, qui est l'unité naturelle dans le calcul des réponses nucléaires.

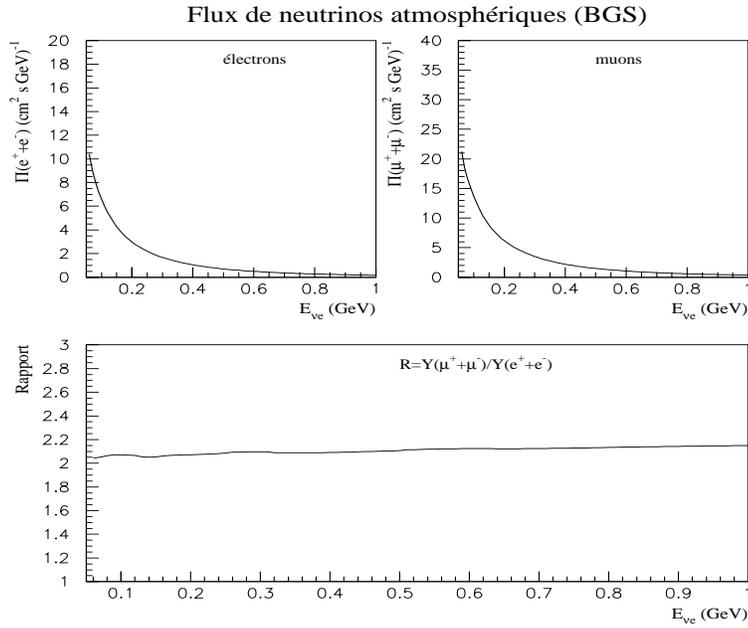


FIG. I.1: Flux de neutrinos atmosphériques incidents d'après la référence [12] en fonction de l'énergie des neutrinos (ces énergies sont exprimées en masse de pion, unité "naturelle" en physique nucléaire des énergies intermédiaires).

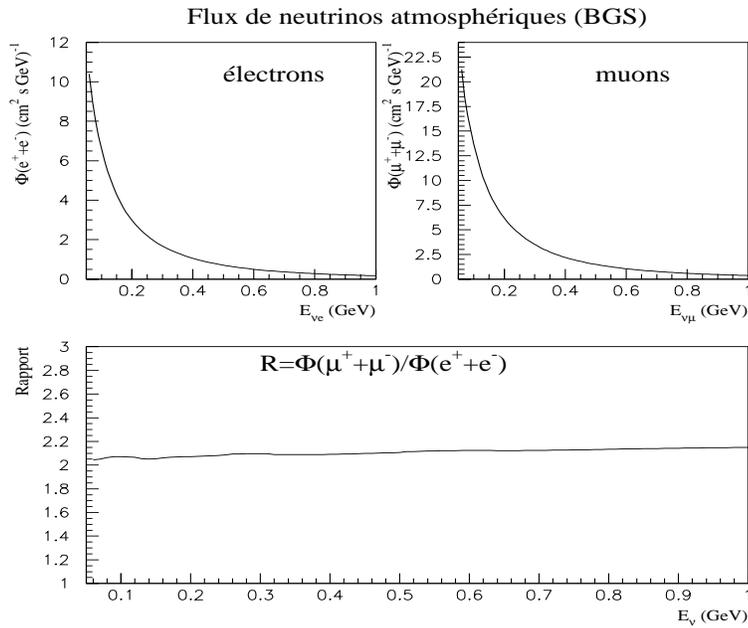


FIG. I.2: Comparaison des calculs de flux de neutrinos atmosphériques incidents des références [12] et [14]. Ces flux sont tracés en fonction de l'énergie des neutrinos.

mettant l'identification et l'instrumentation. Le détecteur NUSEX est un cube de 3.5 m de côté alors que le détecteur de Fréjus a un volume total de 6 m×6 m×12.3 m. Les masses actives de ces détecteurs sont respectivement 150 et 700 t environ. SOUDAN possède une masse active de 960 t environ. Ces masses sont toutefois plus faibles que celles des expériences à détecteurs Čerenkov (Super-Kamiokande a par exemple une masse active de 22.5 kt). Ceci pose évidemment le problème des faibles statistiques pour ces expériences (les résultats de l'expérience NUSEX portent sur une sélection de ~ 50 événements, ceux de Fréjus et de SOUDAN sur ~ 200 événements). Ces expériences présentent néanmoins l'avantage d'offrir une identification efficace des différents types d'événements et la mesure de leurs caractéristiques énergétiques. Les événements sélectionnés sont classés en événements de type courant chargé e (CCe), courant chargé μ (CC μ) et courant neutre (NC) suivant qu'ils comportent une cascade électromagnétique (CCe), une trace sans interaction visible (CC μ) ou encore s'ils ne sont composés que de cascades électromagnétiques ou hadroniques (NC). Notons que les capacités de discrimination de ces détecteurs ont pu être testées sur des prototypes exposés à des faisceaux au CERN, à DESY et à ISIS. La collaboration NUSEX a ainsi estimé à moins de 2 % l'incertitude sur l'identification des événements. Ces tests ont permis également une calibration des détecteurs en énergie. Les spectres en énergie des leptons sont conformes aux simulations effectuées. La collaboration SOUDAN a également étudié exhaustivement la contamination des résultats par des événements produits dans des interactions de muons cosmiques avec la roche voisine du détecteur (qui génèrent des photons et des neutrons en majorité), par les muons eux-mêmes et par la radioactivité naturelle de la roche. Ceci a été rendu possible par la présence d'un bouclier actif en aluminium placé au plus près de la paroi de la cavité abritant le détecteur. L'efficacité de ce bouclier et le nombre relativement important d'événements parasites ont permis d'en extraire les principales caractéristiques comme leur distribution spatiale (ils sont plutôt localisés près des parois externes du détecteur). Les expériences réduisent ce bruit de fond en définissant un volume actif effectif (correspondant à une masse active effective) à l'intérieur du volume actif total.

Les détecteurs Čerenkov sont d'immenses réservoirs d'eau purifiée : les dimensions d'IMB sont 18 m×17 m×22.5 m ; celles de Kamiokande et Super-Kamiokande (de forme cylindrique) sont respectivement 15.6 mØ×16 m et 16.9 mØ×36.2 m. Les masses actives totales de ces détecteurs sont : 8 kt (IMB), 3 kt (Kamiokande) et 50 kt (Super-Kamiokande). Les masses effectives correspondantes sont respectivement 3.3 kt, ~ 1 kt et 22.5 kt. Ces détecteurs sont instrumentés sur leurs parois par des photo-multiplicateurs (PMTs) de haute résolution dirigés vers l'intérieur du détecteur. Ces PMTs sont répartis uniformément et couvrent une très large part des surfaces internes. L'expérience de Kamiokande disposait de 1000 PMTs environ au début de son fonctionnement, Super-Kamiokande de 11146. Ces PMTs recueillent la lumière émise par rayonnement Čerenkov des particules émises se situant en-dessous du seuil Čerenkov dans l'eau, *i.e.* possédant une vitesse β supérieure à 0.75. Ceci correspond à une énergie cinétique de seuil de ~ 0.51 fois la masse de la particule soit :

$$\begin{aligned}
 E_{seuil} &= 0.26 \text{ MeV pour un électron,} \\
 E_{seuil} &= 54.1 \text{ MeV pour un muon,} \\
 E_{seuil} &= 71.4 \text{ MeV pour un pion,} \\
 E_{seuil} &= 481 \text{ MeV pour un nucléon.}
 \end{aligned}
 \tag{I.5}$$

L'émission de photons Čerenkov se fait sur un cône ayant pour axe la trajectoire de la particule tout au long de celle-ci tant que la particule reste au-dessus du seuil. Lorsque la particule rayonnante est réabsorbée à l'intérieur du détecteur, les photons Čerenkov vont s'organiser en anneau au niveau des PMTs. En revanche lorsque la particule s'échappe du détecteur, les photons émis s'organisent cette fois en disque au niveau des PMTs. La reconstruction de la trace de la particule à partir des anneaux ou disques Čerenkov reçus permet ensuite de distinguer le type de la particule suivant des critères identiques à ceux utilisés dans les expériences calorimétriques : lorsque la trace est diffuse (cascade électromagnétique), elle est associée à un électron (ou à un photon), lorsqu'au contraire elle

est directe, elle est associée à un muon. Notons dès à présent qu'un pion chargé produit au-dessus du seuil Čerenkov aura une trace semblable à celle d'un muon. Avant de donner les résultats des analyses des différentes expériences que nous venons de présenter, il est nécessaire de préciser le but de ce travail par rapport au contexte particulier de la physique des neutrinos atmosphériques.

I.1.3 But de ce travail

Nous avons vu que les neutrinos atmosphériques sont détectés grâce aux produits de leur interaction avec des noyaux (oxygène ou fer en l'occurrence). Ces mécanismes d'interaction sont extrêmement complexes et il est nécessaire de les modéliser. Le but de ce travail est de proposer une modélisation prenant en considération de nombreux effets nucléaires souvent négligés dans l'analyse des expériences. Ces effets sont inclus dans le formalisme général des réponses nucléaires que nous définirons dans les chapitres suivants. La nature fortement corrélée du milieu nucléaire apporte des modifications importantes des réponses d'un noyau par rapport aux réponses d'un gaz de Fermi. Ce dernier modèle est souvent utilisé en raison de sa simplicité. Cependant il est important de prendre en considération les effets de corrélations entre nucléons, de volume fini, d'excitation de certaines résonances... si l'on veut rendre compte du spectre des réponses nucléaires. L'importance des détails de ce spectre peut être vue sur l'exemple d'une interaction neutrino-oxygène de type courant chargé. Les leptons chargés émis lors de cette interaction sont soit des muons, soit des électrons. L'énergie transférée par un ν_μ au milieu sera par conséquent inférieure à celle transférée par un ν_e de même énergie incidente d'une quantité égale à $m_\mu - m_e \simeq 100$ MeV. Si les réponses nucléaires présentent des variations importantes sur une gamme d'énergie voisine de cette différence de masse, il est possible d'observer des déviations dans le rapport $R_{\mu/e}$ d'origine nucléaire. Le premier but de ce travail est de déterminer l'importance de tels effets.

Le formalisme que nous développons présente également l'avantage de permettre l'étude des voies de réactions neutrino-noyau exclusives. Ces voies exclusives sont particulièrement importantes dans l'optique des analyses des expériences de neutrinos atmosphériques. Ces dernières n'ont retenu que les événements à un anneau Čerenkov (*1-ring event*), auxquels il est relativement facile a priori d'associer un "type" (électronique ou muonique) suivant la forme de la trace observée comme nous avons eu l'occasion de le mentionner. La question est de savoir si une trace de type muonique par exemple résulte réellement de l'interaction d'un ν_μ . La réponse est évidente pour les interactions de courant chargé de type "quasi-élastiques" où un nucléon est expulsé du noyau. Il n'y a alors pas d'émission de particules légères autres que le lepton chargé associé au neutrino incident. Si l'on respecte la conservation des nombres leptoniques, on peut alors identifier la saveur du neutrino incident par "simple" reconstruction de la trace du lepton. Ces interactions quasi-élastiques représentent une part importante des événements *1-ring*. Toutefois elles ne sont pas les seules. Nous nous proposons d'étudier dans ce travail d'autres sources d'événements à un anneau Čerenkov apparaissant dans certaines voies de réactions exclusives. Les sources les plus nettes sont les canaux de désintégrations non pioniques de la résonance Delta. En effet il est communément admis dans les analyses menées jusqu'à présent que l'excitation de la résonance Delta est suivie de sa désintégration dans le canal $\Delta \rightarrow \pi N$. Un pion chargé donne naissance à un anneau Čerenkov (avec une trace semblable à celle d'un muon) et un pion neutre se désintègre rapidement en deux photons (sa durée de vie moyenne est de $\tau = (8.4 \pm 0.6) 10^{-17}$ s et le rapport de branchement $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ est voisin de 99 %), ce qui résulte généralement en deux anneaux. Une interaction de courant chargé ayant un pion dans l'état final donne donc au minimum deux anneaux et est rejetée par l'analyse. Il faut cependant prendre garde qu'il existe d'autres canaux de désintégration de la résonance Delta dans les noyaux dont l'existence et l'importance ont été révélées dans divers domaines de la physique nucléaire (voir par exemple [76], [61]). Ces canaux ne donnant pas de pion dans l'état final et donc relèvent de la catégorie des événements *1-ring*. La classification en événements de type électronique ou muonique est identique au cas des interactions quasi-élastiques puisque basée sur la forme de la trace du lep-

ton chargé émis. Ces événements devant être incorporés à la catégorie des événements *1-ring*, il est nécessaire d'estimer quantitativement leur taux de production.

Les deux voies exclusives précédentes présentaient l'avantage de générer des événements permettant de remonter sans ambiguïté à la saveur du neutrino incident, moyennant la reconstruction de la trace d'un lepton chargé. La situation est cependant moins claire avec les interactions de courant neutre. En effet ces dernières donnent un neutrino dans l'état final qui échappe à la détection. Une interaction du type quasi-élastique par exemple ne génère donc pas d'anneau Čerenkov. Mais il faut alors tenir compte des canaux exclusifs produisant un pion dans l'état final. Si ce pion n'est pas réabsorbé dans le milieu et s'échappe, il va donner un anneau (s'il est chargé) ou deux anneaux (pion neutre se désintégrant en deux photons que l'on suppose détectés par l'expérience). On a donc une source potentielle d'événements de type *1-ring*. Mais on voit tout de suite que la classification en type e ou type μ est faussée : un pion chargé donnera une trace de type muonique *indépendamment de la saveur du neutrino incident*. Il est donc impératif d'évaluer l'importance relative de ces événements. Notons que jusqu'ici nous n'avons pas fait d'hypothèse particulière sur l'efficacité de détection. Si l'on suppose maintenant qu'un lepton chargé par exemple est manqué par le détecteur, une interaction de courant chargé donnant un pion dans l'état final pourra être assimilée à un événement *1-ring*. Ces sources d'événements sont toutefois plus spéculatives en l'absence d'indications expérimentales précises concernant l'efficacité de détection.

Nous voyons qu'il est donc crucial de rendre compte des différents phénomènes nucléaires impliquant notamment les résonances Delta et la production de pions. Ces phénomènes sont affectés par le milieu nucléaire ce dont nous tenterons de rendre compte dans le calcul de nos réponses nucléaires. Les effets que nous nous proposons d'étudier ne constituent évidemment pas une liste exhaustive des phénomènes nucléaires engendrés par une sonde extérieure telle qu'un neutrino. Nous estimons toutefois qu'ils apportent des éléments importants et nouveaux dans le contexte des neutrinos atmosphériques. Notons enfin que nous avons dans ce travail focalisé notre attention sur les interactions neutrino-oxygène, en rapport donc avec les expériences utilisant des détecteurs Čerenkov. L'adaptation au problème des calorimètres est aisée. Nous donnerons à ce titre un aperçu des résultats obtenus avec des noyaux de fer. Mais auparavant, il est nécessaire de passer en revue les résultats expérimentaux connus à ce jour et de confronter les différentes expériences que nous avons décrites au paragraphe précédent.

I.1.4 Résultats expérimentaux

Les résultats expérimentaux concernant la détection des différentes saveurs de neutrinos ont dans un premier temps opposé les dispositifs expérimentaux (calorimètres et Čerenkov). Pour voir cela, il est commode de comparer le nombre d'événements observés expérimentalement au nombre d'événements calculés dans des simulations Monte-Carlo (MC) en introduisant le rapport r :

$$r = \frac{R_{\mu/e\text{exp}}}{R_{\mu/e\text{MC}}}. \quad (\text{I.6})$$

L'analyse des événements en terme de ce rapport permet de minimiser les incertitudes qui apparaissent à différents stades de la détermination de $R_{\mu/e} = N_{\mu}/N_e$. Le nombre d'événements de type α ($\alpha = e, \mu$) se calcule par :

$$N_{\alpha} = n_T \int dE_{\alpha} dE_{\nu_{\alpha}} d \cos \xi d \cos \theta \frac{\partial^2 \Phi_{\alpha}}{\partial E_{\nu_{\alpha}} \partial \cos \xi} \frac{\partial^2 \sigma_{\alpha}}{\partial E_{\alpha} \partial \cos \theta} \varepsilon(E_{\alpha}), \quad (\text{I.7})$$

où n_T désigne le nombre total de noyaux cibles dans le détecteur, θ l'angle de diffusion (*i.e.* entre les directions du neutrino incident et du lepton émis) et ξ l'angle zénithal. $\cos \xi = -1$ correspond à des neutrinos se propageant dans la direction ascendante (*i.e.* des antipodes vers le détecteur); $\cos \xi = 1$ correspond à des neutrinos se propageant dans la direction opposée (*i.e.* du sommet de

l'atmosphère vers le détecteur). La distance maximale parcourue par les premiers est de l'ordre de $L = 2 R_{\oplus} \simeq 13000$ km, alors que les seconds ne parcourent au maximum qu'une dizaine de km. Les différents termes de l'intégrand apparaissant dans (I.7) sont respectivement : le flux différentiel de neutrinos incidents, la section efficace différentielle de production du lepton associé α et l'efficacité de détection de ce dernier. Tous ces ingrédients sont des sources d'incertitudes possibles. Nous avons signalé que les incertitudes sur les normalisations absolues des flux de neutrinos atmosphériques sont prises en général de l'ordre de 20 %. Les sections efficaces d'interaction neutrino-noyau sont également mal connues du fait du manque d'indications expérimentales. En général les incertitudes sur r dues à ces sections efficaces et à d'éventuels phénomènes nucléaires négligés dans les simulations sont comprises entre 5 et 10 %. Les efficacités de détection dépendent énormément du système employé (calorimètre ou Čerenkov) et varient d'une expérience à l'autre. Dans les calculs que nous avons développés, nous avons fait l'hypothèse (optimiste) que cette efficacité était égale à 1, indépendamment de l'énergie du neutrino. Cette simplification permet de mettre l'accent sur les phénomènes nucléaires qui nous préoccupent plus particulièrement. De même nous avons adopté des modèles de flux relativement simples. Il est possible de remédier à ces diverses simplifications. Les simulations Monte-Carlo utilisées par les diverses collaborations comprennent en plus des ingrédients précédents la modélisation du détecteur (caractéristiques physiques, géométrie), la propagation des produits de réactions dans ce détecteur et la détection en elle-même. Ceci nécessite souvent d'interfacer plusieurs codes de simulation. Les événements ainsi obtenus (pour des durées de fonctionnement ramenées aux durées effectives) sont soumis aux mêmes analyses que les événements réels. Ceci permet alors le calcul du rapport r .

Les deux expériences calorimétriques NUSEX et Fréjus ont publié des valeurs de r compatibles avec l'unité [6, 5] :

$$\begin{aligned} r_{(NUSEX)} &= 0.96_{-0.28}^{+0.32}, \\ r_{(Fréjus)} &= 1.00 \pm 0.15(stat.) \pm 0.08(syst.). \end{aligned} \quad (I.8)$$

Ces expériences ne font pas état d'une quelconque anomalie entre théorie et expérience. Nous avons déjà signalé que ces expériences souffrent d'un manque de statistiques, ce qui se traduit par l'importance des incertitudes correspondantes.

Les expériences de Kamiokande et de Super-Kamiokande ont observé un désaccord très net entre les résultats expérimentaux et les prévisions théoriques [7, 8] :

$$\begin{aligned} r_{(Kamiokande)} &= 0.60_{-0.05}^{+0.06}(stat.) \pm 0.05(syst.) \quad (sub - GeV), \\ r_{(Kamiokande)} &= 0.57_{-0.07}^{+0.08}(stat.) \pm 0.07(syst.) \quad (multi - GeV), \\ r_{(Super-Kamiokande)} &= 0.61 \pm 0.03(stat.) \pm 0.05(syst.) \quad (sub - GeV), \\ r_{(Super-Kamiokande)} &= 0.66 \pm 0.06(stat.) \pm 0.08(syst.) \quad (multi - GeV). \end{aligned} \quad (I.9)$$

Les classes d'événements "sub-GeV" et "multi-GeV" sont définies par rapport aux moments des leptons produits dans une interaction de courant chargé : les événements "sub-GeV" ("multi-GeV") sont ceux pour lesquels $p_e < 1.33$ GeV ($p_e > 1.33$ GeV) et $p_{\mu} < 1.5$ GeV ($p_{\mu} > 1.5$ GeV). Les erreurs statistiques sont beaucoup moins élevées dans ces expériences qui disposent d'un volume actif important, ainsi le nombre d'événements toutes classes confondues s'élève à 642 (329 "sub-GeV" + 313 "multi-GeV", parmi lesquels 195 étaient totalement contenus ² et 118 partiellement contenus) pour Kamiokande et 3601 (2579 + 1022 (792 (FC)+ 230 (PC))) pour Super-Kamiokande. Les analyses des résultats expérimentaux ont été menées par plusieurs groupes de manière indépendante

²Les événements sont dits *totalement contenus* (FC) si tous les produits de la réaction ont été stoppés dans le détecteur. Si une ou plusieurs particules s'échappent, l'événement sera de type *partiellement contenu* (PC). Cette catégorie d'événements regroupe essentiellement des événements de type μ ou des interactions de courant neutre, du fait de la plus faible interaction des muons et des neutrinos avec la matière. Seuls 2 % environ des événements (PC) sont de type électronique.

et en utilisant des modèles de flux différents. Les résultats ont toujours été cohérents entre eux. De plus, l'analyse utilisant les critères d'identification basés sur la forme de la trace a été complétée par une analyse des événements comportant une désintégration du muon. On compare pour cela le nombre d'événements à un anneau comprenant une désintégration $\mu \rightarrow e$ au nombre total d'événements à un anneau. Soit F le rapport de ces deux nombres. Les résultats publiés pour ce rapport dans les événements "sub-GeV" confirment l'existence d'une anomalie :

$$\begin{aligned}
 F_{exp} &= 0.34 \pm 0.03 \quad , \quad F_{MC} = 0.46 \pm 0.01, \text{ soit} \\
 \frac{F_{exp}}{F_{MC}} &= 0.74 \pm 0.07, \text{ et} \\
 r &\sim \frac{F_{exp}/(1 - F_{exp})}{F_{MC}/(1 - F_{MC})} = 0.61 \pm 0.07 \quad (I.10)
 \end{aligned}$$

Les valeurs obtenues pour r par ces deux analyses complémentaires sont tout à fait cohérentes. Enfin, et c'est peut-être le résultat expérimental le plus important, ces deux collaborations ont mis en évidence une dépendance de l'anomalie observée avec l'angle zénithal ξ pour les événements "multi-GeV". Nous mentionnons ici les résultats de Super-Kamiokande qui ont confirmé ceux de Kamiokande avec de plus faibles incertitudes. Soit N_{\uparrow} (N_{\downarrow}) le nombre d'électrons ou de muons se dirigeant vers le haut (vers le bas). La corrélation angulaire entre les directions du neutrino incident et du lepton sortant étant de $15 - 20^\circ$ pour les événements "multi-GeV", $N_{\uparrow/\downarrow}$ reflète aussi bien le nombre de neutrinos se dirigeant vers le haut ou vers le bas. Les intervalles servant à définir N_{\uparrow} (N_{\downarrow}) sont $-1 < \cos \xi < -0.2$ ($0.2 < \cos \xi < 1$). Les résultats pour le rapport $N_{\uparrow}/N_{\downarrow}$ sont les suivants :

$$N_{\uparrow}/N_{\downarrow} = \begin{cases} 0.84_{-0.12}^{+0.14} \pm 0.02 \text{ (exp.)} & 1.01 \pm 0.06 \pm 0.03 \text{ (MC) événements de type } e, \\ 0.52_{-0.06}^{+0.07} \pm 0.01 \text{ (exp.)} & 0.98 \pm 0.03 \pm 0.02 \text{ (MC) événements de type } \mu. \end{cases} \quad (I.11)$$

Les chiffres précédents concernent les événements de type électronique (FC) et les événements de type muonique (FC+PC). Les résultats expérimentaux concernant les distributions zénithales des événements "sub-GeV" et "multi-GeV" sont donnés dans la figure (I.3) tirée de la référence [8]. La distribution des événements de type électronique reste conforme aux attentes théoriques. En revanche la distorsion de la distribution des événements de type muonique apparaît clairement sur cette figure. L'interprétation de cette distorsion semble un appel clair vers des théories d'oscillations de neutrinos dans lesquelles la distance parcourue est un paramètre important. Les ν_{μ} se dirigeant dans la direction ascendante (*i.e.* ayant traversé la Terre) parcourent une distance plus importante que les ν_{μ} se dirigeant dans la direction opposée. Une conversion de saveur $\nu_{\mu} \rightarrow \nu_{\tau}$ pendant le trajet permettrait d'interpréter le déficit observé dans le nombre de ν_{μ} ascendants. Nous reviendrons plus tard sur ces oscillations de neutrinos.

Le statut des expériences d'IMB et Soudan est peut-être moins clair. Dans sa phase de fonctionnement initiale (417 jours durant lesquels 401 événements contenus ont été observés), la collaboration IMB a en effet trouvé un excellent accord entre le nombre total d'événements observés et attendus (401 et 402 ± 20 respectivement) [9]. Seul le nombre d'événements comportant une désintégration de muon était plus faible que dans les simulations Monte-Carlo (26 ± 3 % du nombre total d'événements contre 34 ± 1 % respectivement). Mais les incertitudes systématiques de cette première étude étaient estimées de l'ordre de ± 30 % et la collaboration concluait à l'échec de la mise en évidence d'effet significatif dans de possibles oscillations de neutrinos. La situation s'est précisée avec la phase de fonctionnement IMB-3 enregistrant 935 événements correspondant à une interaction de neutrinos atmosphériques. Parmi ces événements 610 ne comportaient qu'un seul anneau Čerenkov. Les coupures cinématiques sont différentes de celles opérées à Kamiokande et à Super-Kamiokande : les moments de leptons retenus sont respectivement $100 < p_e < 1500$ MeV et $300 < p_{\mu} < 1500$ MeV. L'anomalie relative au nombre de désintégrations de muons est alors confirmée : 33 ± 2 (stat.) % d'événements observés alors qu'une fraction de 43 ± 1 (stat.) % était attendue. De plus une analyse

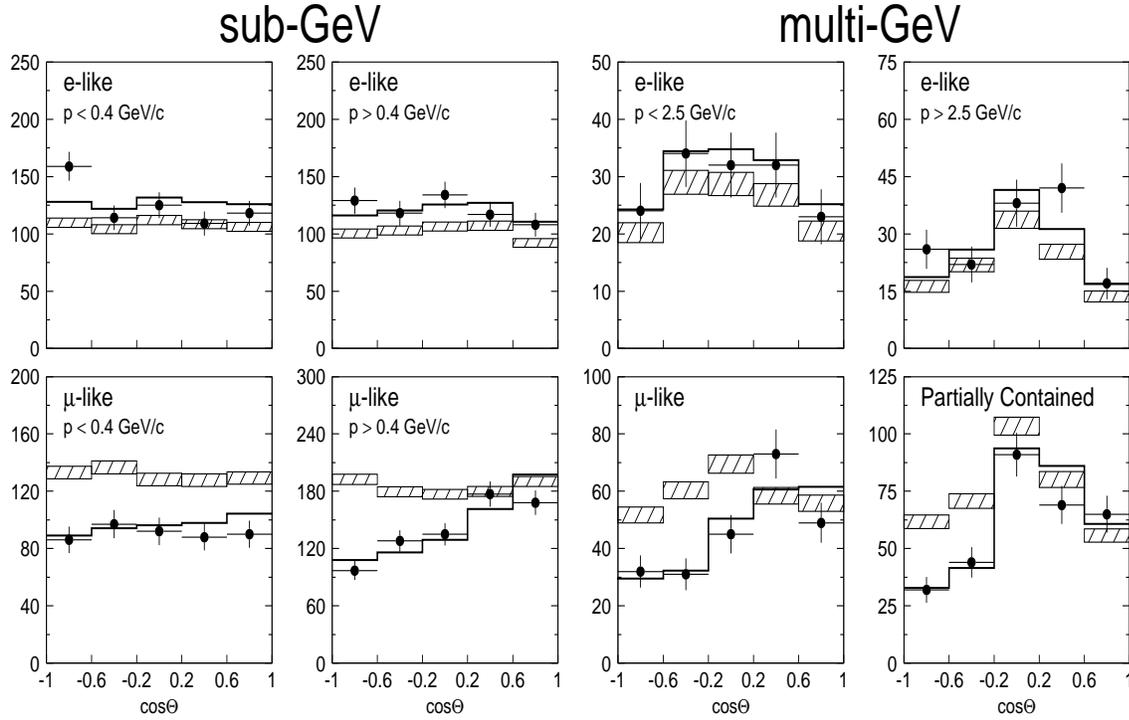


FIG. I.3: Distributions zénithales des événements de type électronique et muonique "sub-GeV" et "multi-GeV". Ces distributions sont données pour différentes coupures cinématiques sur le moment du lepton détecté. Les rectangles hachurés correspondent aux attentes des calculs Monte-Carlo sans oscillation de neutrino. Les lignes pleines correspondent aux oscillations $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$. Les paramètres d'oscillation adoptés pour ce calcul correspondent aux valeurs les plus probables. D'après la référence [8].

du nombre d'événements basée sur la forme de la trajectoire, à l'instar de celle menée à (Super)-Kamiokande, a donné des résultats compatibles avec ces derniers : une fraction d'événements de type μ de $36 \pm 2 \pm 2 \%$ a été observée, plus faible que les $51 \pm 1 \pm 5 \%$ simulés par Monte-Carlo. Ceci apporte une confirmation de l'existence d'une anomalie observée par trois expériences indépendantes sur deux sites ayant des contraintes géomagnétiques différentes. La contradiction avec les résultats de NUSEX et Fréjus pourrait en fait découler de différences systématiques dans les modes de détection. En fait la collaboration Soudan-2 [10], troisième expérience utilisant un calorimètre, a publié récemment des résultats compatibles avec une anomalie. Le taux absolu d'événements de type $\mu(e)$ observé s'élève à $79 \pm 18 \%$ ($109 \pm 21 \%$) du taux calculé pour une exposition de 1.52 kt-an. Le rapport entre données expérimentales et théorie vaut alors :

$$r_{(\text{Soudan-2})} = 0.72 \pm 0.19_{-0.07}^{+0.05}. \quad (\text{I.12})$$

Il a récemment été ramené à :

$$r_{(\text{Soudan-2})} = 0.61 \pm 0.15 \pm 0.05, \quad (\text{I.13})$$

pour une exposition de 3.2 kt-an. En dépit des incertitudes statistiques élevées, ce résultat semble aller dans le sens des expériences Čerenkov. Le désaccord apparent avec les autres expériences calorimétriques reste mystérieux.

L'anomalie entre le nombre d'événements associés à l'interaction d'un neutrino atmosphérique s'est concrétisée dans les résultats de quatre collaborations, trois utilisant un détecteur Čerenkov et une

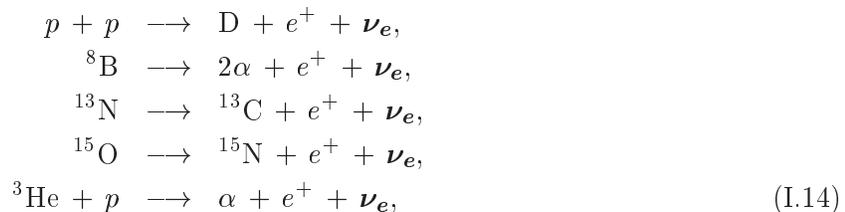
basée sur une technique calorimétrique. Ceci se traduit par l'observation d'un rapport entre les taux observés d'événements de neutrinos ν_μ et ν_e inférieur aux taux simulés par des techniques Monte-Carlo. Cette anomalie pourrait être due à un déficit d'événements associés à des ν_μ ou à un excès d'événements de type électronique. La distorsion de la distribution zénithale des événements de type μ observée par la collaboration de Super-Kamiokande est plutôt compatible avec la première hypothèse. La confirmation de cette anomalie est un enjeu majeur pour les théories au-delà du Modèle Standard qui accorderaient une masse éventuelle aux neutrinos. Nous aborderons ce point ultérieurement, après la présentation des autres pièces du puzzle des neutrinos.

I.2 Revue des anomalies de neutrinos

Les neutrinos ont posé problème bien avant que ne soit révélée l'anomalie des neutrinos atmosphériques. En effet les flux de neutrinos solaires calculés par les modèles théoriques se sont révélés en désaccord avec les observations expérimentales de plusieurs collaborations. Le spectre énergétique des neutrinos solaires est différent de celui des neutrinos atmosphériques. Les techniques de détection sont variées et sensibles à une plus ou moins large fraction du spectre. Toutes s'accordent cependant sur un déficit du nombre de neutrinos observés par rapport aux prévisions théoriques... Ceci favoriserait à nouveau une interprétation en terme d'oscillations de neutrinos mais sur des distances bien plus importantes que dans le cas des neutrinos atmosphériques. A l'opposé, de nombreuses expériences ont tenté d'obtenir des preuves directes d'oscillations de neutrinos. Les sources de neutrinos sont alors soit des réacteurs nucléaires, soit des collisions de faisceaux d'ions accélérés sur des cibles. A l'heure actuelle, une seule expérience a annoncé des résultats positifs [33], encore largement controversés. Nous allons présenter brièvement dans ce paragraphe les différents résultats obtenus.

I.2.1 Les neutrinos solaires

Le spectre des neutrinos solaires (voir figure (I.4)) est essentiellement la somme des spectres de désintégrations β (D désigne le deutérium) :



et des "lignes" de capture électronique :



Le taux de comptage dans une expérience donnée se calcule formellement par la relation [27] :

$$R = n_a \sum_i \Phi_{\nu_e}(i) \int_{E_{seuil}} dE_{\nu_i} \frac{dn_{\nu_i}}{dE_{\nu_i}} \sigma_{\nu_e}(E_{\nu_i}), \tag{I.17}$$

où $\Phi_{\nu_e}(i)$ désigne le flux de neutrinos incidents provenant de la réaction i , dn_{ν_i}/dE_{ν_i} le spectre énergétique de ces neutrinos, σ_{ν_e} leur section efficace d'interaction avec l'atome cible du détecteur et n_a le nombre de ces atomes. Enfin E_{seuil} représente l'énergie seuil du détecteur, en deçà de laquelle ce dernier n'est pas sensible. Cette dernière quantité est importante car elle permet d'estimer à quelle

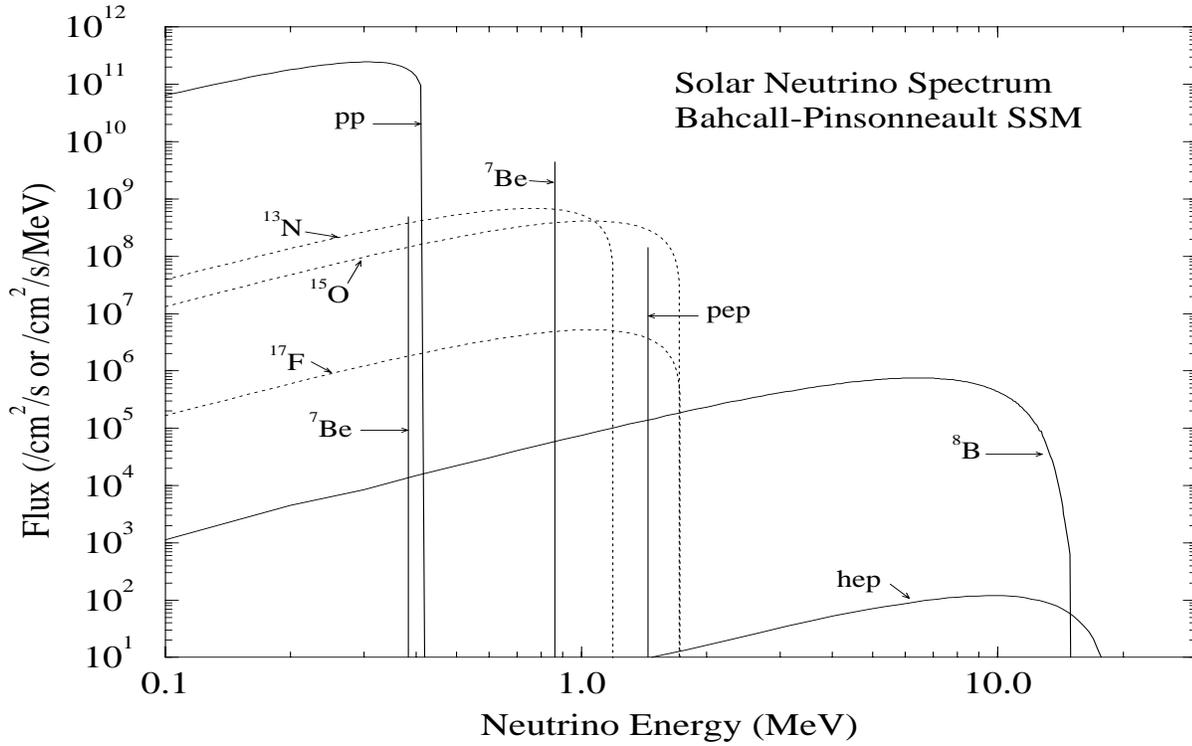


FIG. I.4: Spectre énergétique des neutrinos solaires. Les flux absolus sont donnés en fonction de l'énergie des neutrinos pour chaque canal de production : pp , ${}^7\text{Be}$, ${}^8\text{B}$, ${}^{13}\text{N}$, ${}^{15}\text{O}$, ${}^{17}\text{F}$, pep , hep . Tiré de la référence [24].

partie du spectre énergétique des neutrinos une expérience sera sensible. Ainsi l'énergie maximale des neutrinos primordiaux (ν_{pp}), qui dominent largement le spectre à basse énergie, est 420 keV, la ligne du ${}^7\text{Be}$ se situe à 862 keV et l'énergie maximale des neutrinos du bore (ν_B) est 16.1 MeV. Trois techniques de détection ont été jusqu'à présent mises en œuvre. Nous allons passer en revue leurs résultats en respectant un ordre chronologique.

La première expérience ayant détecté des neutrinos solaires est une expérience radiochimique (baptisée "chlore") qui fonctionne depuis maintenant près de 25 ans [21]. Le principe de détection s'appuie sur la réaction β inverse suivante :



qui possède une énergie seuil de 814 keV ce qui la rend sensible aux neutrinos du béryllium et à la moitié supérieure environ des neutrinos du bore. L'argon est isolé chimiquement après des périodes d'exposition de 1 à 3 mois du dispositif et l'on détecte sa désintégration en ${}^{37}\text{Cl}$ (demi-période $T_{1/2} = 35$ jours) dans un compteur proportionnel. Dès les premiers résultats, un déficit de neutrinos était observé : le taux d'événements ne représentait que le tiers environ des prévisions théoriques de plusieurs auteurs : Bahcall, Pinsonneault (BP) [24], Turck-Chieze *et al* (TS) [26] : ³

$$\begin{aligned} \Sigma_{exp} &= 2.55 \pm 0.25 \text{ SNU}, \\ \Sigma_{théo} &= 6.4 \pm 1.4 \text{ SNU (TS)}, \\ \Sigma_{théo} &= 7.7 \pm 1.2 \text{ SNU (BP98)}. \end{aligned} \quad (\text{I.19})$$

Les expériences de (Super-)Kamiokande ont également détecté des neutrinos d'origine solaire par le biais des interactions $\nu + e^- \longrightarrow \nu + e^-$ et le rayonnement Čerenkov de l'électron de recul [22], [23].

³SNU (Solar Neutrino Unit) = 10^{-36} réaction de capture de neutrino par seconde et par noyau cible.

Les volumes actifs sont identiques à ceux qui sont opérationnels pour les neutrinos atmosphériques (680 t et 22.5 kt respectivement). Le seuil de cette réaction est fixé à 7 MeV pour Kamiokande et 6.5 MeV pour Super-Kamiokande de manière à réduire le bruit de fond dû à la radioactivité naturelle des roches voisines. Ces expériences ne sont donc sensibles qu'à la fin du spectre des ν_B . Comme pour les neutrinos atmosphériques, ces expériences ont l'avantage de disposer de statistiques importantes. Les flux observés et théoriques valent respectivement :

$$\begin{aligned}\Phi_{exp} &= (2.80 \pm 0.19(stat.) \pm 0.33(syst.)) \cdot 10^6 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1} \text{ (Kamiokande)}, \\ \Phi_{exp} &= (2.44_{-0.05}^{+0.06}(stat.)_{-0.07}^{+0.09}(syst.)) \cdot 10^6 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1} \text{ (Super - Kamiokande)}, \\ \Phi_{théo} &= (5.15) \cdot 10^6 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1} \text{ (BP98)}.\end{aligned}\tag{I.20}$$

Les prévisions théoriques diffèrent sur ce flux de ν_B par un facteur de 0.5 environ.

Jusqu'à présent les expériences que nous avons décrites n'étaient pas sensibles aux neutrinos primordiaux. Les collaborations GALLEX [19] et SAGE [20] ont pu remédier à ce problème en utilisant la réaction de capture des neutrinos par le gallium : $\nu_e + {}^{71}\text{Ga} \rightarrow e^- + {}^{71}\text{Ge}$, dont le seuil s'élève à 232.2 keV. Les atomes de germanium sont extraits du milieu réactionnel toutes les deux semaines de fonctionnement environ et comptés par un compteur proportionnel lors de la capture électronique inverse de la réaction précédente ($T_{1/2} = 11.43$ jours). Le détecteur GALLEX, composé de 30.3 t de gallium en solution, a été testé au moyen d'une source de ${}^{51}\text{Cr}$ qui émet des neutrinos de 746 keV, donc à une énergie représentative pour les neutrinos solaires (en particulier proche de la ligne des ν_{Be}). Pour ce test, le rapport entre les taux de production mesuré et attendu est de 0.92 ± 0.08 (résultat combiné de deux expériences indépendantes), ce qui permet de majorer les incertitudes expérimentales à 10 % environ. Le détecteur SAGE, utilisant 55 t de gallium, a subi un test semblable qui a conduit à un rapport de 0.95 ± 0.11 . Les taux de production mesurés par ces deux expériences et les taux attendus sont :

$$\begin{aligned}\Sigma_{GALLEX} &= 76.4 \pm 6.3(stat.)_{-4.9}^{+4.5}(syst.), \\ \Sigma_{SAGE} &= 70 \pm 6.3(stat.)_{-4.9}^{+4.5}(syst.), \\ \Sigma_{théo} &= 129 \pm 8 \text{ SNU (BP98)}.\end{aligned}\tag{I.21}$$

Il existe bien un déficit de ν_{Be} observé en combinant les différents résultats expérimentaux actuels. De plus il a été récemment trouvé que le spectre des neutrinos *hep* (*i.e.* issus des réactions ${}^3\text{He} + p \rightarrow \alpha + e^+ + \nu_e$) pourrait expliquer le désaccord observé entre les résultats récents de Super-Kamiokande et certains modèles de flux [25]. L'anomalie des neutrinos solaires semble donc bien établie. Les tentatives pour accorder prévisions théoriques et observations expérimentales vont de la remise en cause des modèles solaires standards aux oscillations de neutrinos. La situation présente des analogies avec celle des expériences de neutrinos atmosphériques. Nous allons voir ce qu'il en est du côté des neutrinos terrestres.

I.2.2 Les expériences de neutrinos terrestres

A la différence des expériences décrites dans les paragraphes précédents, les neutrinos dont il sera question ici sont issus de sources artificielles : réacteurs nucléaires, "usines" à mésons et accélérateurs [43]. Les distances maximales entre lieux de production et de détection sont voisines de 1 km. Les énergies de ces neutrinos sont de l'ordre quelques MeV à quelques dizaines de GeV. Comme on peut le voir, les paramètres intrinsèques de ce troisième type d'expériences de neutrinos sont tout à fait différents des deux précédents. Les expériences de neutrinos terrestres présentent l'avantage de disposer de flux de neutrinos incidents connus ou du moins beaucoup moins dépendants de modèles que les flux de neutrinos solaires ou atmosphériques. Connaissant le flux incident, on peut alors distinguer les expériences d'*apparition* et les expériences de *disparition*. Les premières regardent si une saveur de neutrinos, à priori absente du flux initial, est détectée. Les secondes doivent vérifier

si le flux initial a décré pendant le trajet de la source au détecteur. Les expériences d'apparition présentent l'avantage d'avoir un signal clair : la détection d'une saveur de neutrino absente du flux initial est la signature d'un événement à priori non trivial. En revanche elles ne testent qu'un canal de conversion de saveur spécifique : un résultat négatif n'exclut pas la possibilité d'une conversion entre saveurs de neutrinos dans un autre canal. Les expériences de disparition se heurtent quant à elles au délicat problème de trouver que quelque chose n'est pas là. En revanche si tel est le cas, cela représente une indication assez forte qu'un phénomène a eu lieu (par exemple une oscillation de neutrinos entre deux saveurs), même s'il est difficile de préciser dans quel canal particulier.

Dans un premier temps nous allons présenter les résultats d'une expérience de disparition particulièrement cruciale : l'expérience Chooz [28], du nom du village près duquel un nouveau réacteur nucléaire a été installé. L'expérience a eu l'opportunité de suivre la montée en puissance du réacteur. Les neutrinos générés par les réactions de fission à l'intérieur du réacteur sont des anti-neutrinos électroniques $\bar{\nu}_e$, d'énergie moyenne voisine de 3 MeV. Cette source de neutrinos présente le double avantage d'être intense et de composition connue ($\sim 100\% \bar{\nu}_e$ avec une incertitude inférieure à 1.4 % [29]). Le détecteur est situé à 1 km environ du réacteur, dans une cavité souterraine (300 m équivalent-eau) qui offre une protection contre le bruit de fond d'origine cosmique. La source la plus gênante de bruit de fond pour cette expérience provient des interactions de muons cosmiques avec la roche voisine du détecteur produisant des neutrons de spallation. Le taux de bruit de fond a été mesuré à environ un événement par jour (environ 10 fois moins que de candidats réels). Cette estimation a pu être vérifiée par deux méthodes : mesure des événements lorsque le réacteur était éteint et extrapolation du nombre d'événements (enregistrés pendant la montée en puissance du réacteur) à une puissance nulle. Les deux méthodes ont confirmé le taux de bruit de fond attendu. La détection des $\bar{\nu}_e$ est basée sur la réaction β inverse : $\bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n$. La signature des $\bar{\nu}_e$ est donnée par la coïncidence entre le signal du positron et celui de la capture du neutron (capture-n). Cette capture est réalisée par un scintillateur liquide riche en hydrogène. Le détecteur est scindé en trois régions. La région centrale contient ce scintillateur auquel il a été rajouté du gadolinium. Ce dernier a été choisi en raison de sa forte section efficace de capture-n. Ces captures s'accompagnent de l'émission de photons détectés grâce à des photo-multiplicateurs disposés sur les parois du détecteur. L'utilisation d'une source de ^{252}Cf a permis de calibrer la forme des signaux obtenus pour les capture-n sur hydrogène et gadolinium (deux lignes à 2.2 et 8 MeV respectivement) ainsi que la résolution en énergie du détecteur. Enfin les différentes sources d'erreurs systématiques ont été analysées en détail et l'incertitude correspondante est inférieure à 4 % environ. Un total de 1320 événements a survécu aux différentes coupures imposées par l'analyse [28].

Le nombre d'événements attendu est déterminé par la relation :

$$N = N_{fiss} \sigma_{fiss} \frac{1}{4\pi D^2} n_p \varepsilon T. \quad (\text{I.22})$$

Dans cette relation N_{fiss} désigne le nombre de fissions par unité de temps dans le réacteur nucléaire, σ_{fiss} la section efficace de la réaction $\bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n$, D la distance réacteur-détecteur, n_p le nombre effectif de protons dans le détecteur, ε l'efficacité de détection et T la durée de l'expérience. Le rapport entre le nombre d'événements observés et le nombre attendu est alors $R = 0.98 \pm 0.04(stat.) \pm 0.04(syst.)$. Ce résultat exclut de manière très nette la possibilité d'une conversion $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_x$ dans les régions de paramètres d'oscillations $(\Delta m^2, \sin^2 2\theta)$ ⁴ accessibles à l'expérience. Nous avons en particulier insisté sur les faibles incertitudes qui entachent ce résultat. Il permet donc de définir une région d'exclusion dans le plan $(\Delta m^2, \sin^2 2\theta)$ (voir figure (I.5)) dont les implications physiques sont importantes. En effet on voit clairement sur la figure (I.5) les contraintes apportées aux résultats de Kamiokande dans le canal $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$: la région de paramètres autorisés par Kamiokande est contenue dans la région exclue par Chooz. Notons enfin que l'expérience de Chooz a permis d'atteindre des régions de Δm^2 plus faibles d'environ un ordre de

⁴Voir paragraphe suivant.

grandeur que des expériences du même type menées par le passé [30]. Ceci a été rendu possible notamment par l'augmentation de la distance entre le détecteur et le réacteur.

Nous allons donner quelques généralités sur deux expériences d'apparition : LSND [33] et KARMEN [34]. Ces expériences utilisent des faisceaux de protons de 800 MeV qui entrent en collision avec une cible nucléaire. Cette interaction génère essentiellement des π^+ qui se désintègrent suivant la chaîne habituelle :



Le flux de neutrinos utilisé est donc composé de ν_μ , ν_e et $\bar{\nu}_\mu$ en quantités égales. Ces expériences ont travaillé sur deux types de signaux : $\bar{\nu}_\mu \longrightarrow \bar{\nu}_e$ et $\nu_\mu \longrightarrow \nu_e$. Le premier type est à priori plus sensible compte tenu de l'absence de $\bar{\nu}_e$ dans le flux initial. La collaboration LSND a publié des résultats indiquant la première observation directe des oscillations de neutrinos et a mis en évidence une zone autorisée pour certains paramètres d'oscillations sur lesquels nous reviendrons. Le problème vient de ce que l'expérience KARMEN qui a récemment amélioré sa sensibilité entre en contradiction avec les résultats de LSND. D'autres expériences avaient également conduit à un résultat négatif mais avec des sensibilités inférieures à celle de LSND et KARMEN : CDHS et CCFR [31] (disparition de $\bar{\nu}_\mu$), E734, E776 et CCFR [32] (apparition $\bar{\nu}_\mu \longrightarrow \bar{\nu}_e$). Les causes de ce désaccord ne sont pas encore comprises. C'est ce que l'on pourrait baptiser l'anomalie des neutrinos terrestres.

Notons enfin que deux expériences d'apparition ($\nu_x \longrightarrow \nu_\tau$) menées au CERN (CHORUS et NOMAD) n'ont jusqu'à présent pas fait état de résultat positif. L'accumulation de tous ces résultats expérimentaux permet de contraindre les paramètres des théories au-delà du Modèle Standard. Nous verrons en effet comment il est possible de définir des zones d'exclusion et des zones autorisées pour ces paramètres.

I.2.3 Fenêtre ouverte sur le futur

Nous avons déjà eu l'occasion de mentionner que les expériences de neutrinos terrestres offraient l'avantage de pouvoir contrôler les flux de (anti-)neutrinos incidents et donc de s'affranchir des nombreuses incertitudes qui affectent cette quantité dans le cas des neutrinos solaires ou atmosphériques. Leur inconvénient majeur réside dans les faibles distances source-détecteur qu'elles ont exploitées à l'heure actuelle. Nous savons que le rapport $L/\langle E \rangle$ de la distance parcourue par les neutrinos entre leur lieu de production et de détection à leur énergie moyenne, permet de tester la sensibilité d'une expérience à certains paramètres des oscillations de neutrinos. Dans le cas des neutrinos atmosphériques ce paramètre varie de 10 (km/GeV) à 10^5 (km/GeV) environ. Plusieurs expériences ont donc comme projet d'utiliser des faisceaux de neutrinos issus d'accélérateurs, très intenses, correctement collimatés et de composition connue, et des détecteurs éloignés de cette source par plusieurs centaines de kilomètres. Ces expériences sont de type *Long Baseline* (LBL). Nous mentionnons ici l'existence de trois projets majeurs : K2K [41], Fermilab-MINOS [40] et CERN-Gran Sasso [44, 37, 39, 38]. La production de neutrinos découle des mêmes réactions que dans le cas des neutrinos atmosphériques : collision entre un faisceau intense de protons de grande énergie et une cible nucléaire, désintégration des mésons produits donnant naissance aux neutrinos recherchés. Les caractéristiques attendues pour ces faisceaux sont répertoriées dans la table (I.2) Le projet K2K, qui devrait prendre ses premières données vers 1999, doit en principe être une expérience de type *disparition*. En effet elle se situerait en dessous du seuil de production de ν_τ (la conversion $\nu_\mu \longrightarrow \nu_\tau$ étant le processus le plus économique pour expliquer l'anomalie des neutrinos atmosphériques). Les détecteurs en projet pour les deux autres projets (MINOS à Soudan, ICARUS, NICE, OPERA au Gran Sasso) devront répondre à l'un ou l'autre type d'expérience et être optimisés en conséquence. En particulier les récents résultats de la collaboration Super-Kamiokande ont repoussé les limites d'observation des oscillations de neutrinos dans des zones de paramètres autorisées différentes des

	Accélérateur	Localisation du détecteur	Distance relative (km)	Energie du faisceau (GeV)	Intensité du faisceau (an^{-1})	$L/\langle E \rangle$ (km/GeV)
K2K	KEK	Kamioka	$\simeq 250$	12	$3.3 \cdot 10^{19}$	50 – 350
F-M	Fermilab	Soudan	$\simeq 730$	120	$2.0 \cdot 10^{20}$	2.5 – 200
NGS	CERN	Gran Sasso	$\simeq 730$	120	$3.0 \cdot 10^{19}$	8 – 400

TAB. I.2: Comparaison des caractéristiques et performances des projets Long BaseLine (LBL) K2K, Fermilab-Minos, CERN-Gran Sasso. L'énergie et l'intensité mentionnées dans ce tableau concernent le faisceau de protons incidents.

attentes (nourries par les résultats de Kamiokande par exemple). Ces contraintes supplémentaires remettent en question la performance d'un projet de type LBL et relancent l'idée d'une nouvelle expérience de neutrinos atmosphériques utilisant un calorimètre, mais avec une masse effective plus importante que les précédentes (en essayant cependant de conserver une granularité suffisamment fine pour la précision des mesures). L'idéal serait de pouvoir optimiser un détecteur capable de faire à la fois des neutrinos atmosphériques et une expérience LBL. La tâche est ardue.

Nous avons également mentionné le statut de l'anomalie des neutrinos solaires. Plusieurs expériences sont à l'étude pour tenter de confirmer ou d'infirmer l'existence de cette anomalie : SNO, BOREXINO, HELLAZ. Ces expériences devraient permettre de répondre aux questions laissées en suspens concernant les neutrinos du bore, les éventuelles modulations terrestres du flux de neutrinos solaires, les distorsions possibles des spectres β ...

I.3 Quelques enjeux de la physique des neutrinos

Les résultats expérimentaux disponibles à l'heure actuelle, en attendant les premières avancées de la nouvelle génération d'expériences de neutrinos solaires et des expériences *Long Baseline*, peuvent s'interpréter selon certains auteurs de manière synthétique par une théorie d'oscillations de neutrinos. Cette théorie a été postulée il y a une quarantaine d'années [4] et nécessite l'introduction d'une masse, vraisemblablement faible, pour les neutrinos et d'une matrice de mélange entre leurs différents saveurs. Nous allons donner un aperçu de divers mécanismes permettant de générer un terme de masse pour les neutrinos et d'interpréter les données expérimentales actuelles.

I.3.1 De la masse éventuelle des neutrinos

Dans le Modèle Standard électrofaible Minimal (MSM) les leptons sont des particules de Dirac existant sous la forme des multiplets suivants :

$$\begin{pmatrix} (l)_L \\ (\nu_l)_L \end{pmatrix}, \quad l_R. \quad (\text{I.24})$$

Les champs de leptons chargés (l) apparaissent comme membres de doublets de chiralité gauche ⁵ et comme singlets de chiralité droite sous $SU(2)_W$. Les neutrinos sont supposés non massifs et le nombre de familles de leptons n'est pas fixé par la théorie. Les mesures effectuées au LEP au CERN de la largeur visible du Z^0 conduisent à un nombre de neutrinos égal à $N_\nu = 3.07 \pm 0.12$. Ce nombre de neutrinos soumis à l'interaction faible (neutrinos "actifs" : ν_e , ν_μ et ν_τ) correspond au nombre

⁵Soit ψ un champ de Dirac. Ces projections gauche (L) et droite (R) sont définies par :

$$\psi_L = \frac{1 - \gamma_5}{2} \psi \quad \text{et} \quad \psi_R = \frac{1 + \gamma_5}{2} \psi. \quad (\text{I.25})$$

de leptons chargés connus (e^\pm , μ^\pm et τ^\pm). Ce résultat dépend toutefois du modèle utilisé et suppose en réalité la validité du MSM [45]. Au-delà du MSM, si l'on suppose l'existence de neutrinos de chiralité droite, leur nombre pouvant être différent a priori du nombre de neutrinos gauches, le plus simple moyen de générer un terme de masse pour les neutrinos est de considérer un Lagrangien du type :

$$\mathcal{L}_D = -(\bar{\nu}_L \mathcal{M}_D \nu_R) + h.c. \quad (\text{I.26})$$

\mathcal{M}_D désigne la matrice de masse de Dirac. Après diagonalisation de la matrice de masse on trouve les états propres ν_i de masse m_i :

$$\nu_{\alpha L} = \sum_i U_{\alpha i} \nu_{iL}, \quad \nu_{\alpha R} = \sum_i U_{\alpha i} \nu_{iR}, \quad (\alpha = e, \mu, \tau), \quad (\text{I.27})$$

les matrices U étant la matrice de passage. Le Lagrangien que nous venons de considérer ne regroupe pas tous les scalaires de Lorentz possibles.

Il est également possible de générer d'autres termes de masse pour les particules ne portant pas de charge électrique (ce qui est le cas des neutrinos). Ce sont les termes de masse de Majorana :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_M^{(L)} &= -\frac{1}{2}(\bar{\nu}_L \mathcal{M}_M^{(L)} \nu_L^c) + h.c. \\ \mathcal{L}_M^{(R)} &= -\frac{1}{2}(\bar{\nu}_R \mathcal{M}_M^{(R)} \nu_R^c) + h.c. \end{aligned} \quad (\text{I.28})$$

où $\psi^c = C\bar{\psi}^T$ désigne le champ conjugué du champ ψ . La matrice représentant la conjugaison de charge satisfait l'équation :

$$C^{-1} \gamma_\mu C = -(\gamma_\mu)^T, \quad (\text{I.29})$$

que l'on obtient en exigeant que les champs conjugués satisfassent l'équation de Dirac. Les matrices $\mathcal{M}_M^{(L)}$ et $\mathcal{M}_M^{(R)}$ sont de plus des matrices symétriques.

La conjugaison renverse la chiralité et sous la transformation de phase vue plus haut on obtient :

$$\bar{\psi} \psi^c \longrightarrow e^{-2i\theta} \bar{\psi} \psi^c. \quad (\text{I.30})$$

On voit donc que les termes de masse de Majorana violent l'invariance sous une transformation de type $U(1)$. Cette propriété entraîne par exemple que la conservation de la charge électrique, du nombre baryonique, des nombres leptoniques n'est plus respectée. N'ayant pas de raison de rompre avec la conservation de la charge électrique, les particules ayant des termes de masse de Majorana doivent donc être neutres. Si l'on admet en revanche que l'on peut avoir violation des nombres leptoniques on conçoit que le Lagrangien le plus général pour des leptons neutres soit du type :

$$\mathcal{L}_m = \mathcal{L}_D + \mathcal{L}_M^{(L)} + \mathcal{L}_M^{(R)}. \quad (\text{I.31})$$

Cette expression peut être compactifiée sous la forme :

$$\mathcal{L}_m = -\frac{1}{2} \bar{\psi}_\nu \begin{pmatrix} \mathcal{M}_M^{(L)} & \mathcal{M}_D \\ \mathcal{M}_D^T & \mathcal{M}_M^{(R)} \end{pmatrix} \psi_\nu^c + h.c. \quad (\text{I.32})$$

Nous avons introduit le "vecteur" d'état :

$$\psi_\nu = \begin{pmatrix} \nu_L^c \\ \nu_R \end{pmatrix} \quad (\text{I.33})$$

et la matrice de masse :

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} \mathcal{M}_M^{(L)} & \mathcal{M}_D \\ \mathcal{M}_D^T & \mathcal{M}_M^{(R)} \end{pmatrix}. \quad (\text{I.34})$$

Cette matrice doit être diagonalisée pour obtenir les champs physiques (états propres de masse). En supposant \mathcal{M} réelle (*i.e.* en négligeant la violation de CP) et en exploitant sa symétrie, il faut donc trouver la matrice $\mathcal{D} = \text{diag}(m_1, m_2, \dots) = \mathcal{U} \mathcal{M} \mathcal{U}^T$ où \mathcal{U} est une matrice unitaire de passage. Les masses physiques sont alors définies par $|m_j|$ ($j = 1, 2, \dots$). On peut alors montrer que le Lagrangien de l'équation (I.31) se met sous la forme habituelle :

$$\mathcal{L}_m = -\frac{1}{2} \bar{\Psi}_\nu \mathcal{D} \Psi_\nu = -\frac{1}{2} \sum_j m_j (\bar{\Psi}_\nu)_i (\Psi_\nu)_i. \quad (\text{I.35})$$

Dans l'expression précédente nous avons introduit les champs de Majorana (*i.e.* satisfaisant la condition $\Psi_\nu^c = \Psi_\nu$) :

$$\Psi_\nu = \mathcal{U} \psi_\nu + (\mathcal{U} \psi_\nu)^c. \quad (\text{I.36})$$

Nous voyons donc que si l'on considère le terme de masse le plus général pour les neutrinos, on est conduit à des champs de Majorana pour ces particules. En fait la question de la nature intrinsèque des neutrinos, Dirac, Majorana ... n'est pas résolue. Un des tests les plus prometteurs de cette nature est la recherche de la double désintégration β sans émission de neutrinos :

$${}^A(Z) \longrightarrow {}^A(Z+2) + e^- + e^-. \quad (\text{I.37})$$

Ce processus ne respecte pas la conservation du nombre leptonique puisque $\Delta L_e = 2$. Les recherches de tels événements n'ont pour l'instant abouti qu'à des limites sur une "masse" moyennée reliée au taux de désintégration $\beta\beta 0\nu$: $\langle m_\nu \rangle \lesssim 1 \text{ eV}$ [46].

Les autres contraintes sur les masses des neutrinos viennent des mesures directes des cinématiques de désintégrations du tritium, des pions chargés et du lepton tau. Ces expériences sont toutefois délicates à mener et les expériences de désintégration du tritium conduisent à des valeurs de m_ν^2 systématiquement négatives. Les limites courantes sont [47] :

$$\begin{aligned} m_{\nu_e} &\lesssim 5 \text{ eV}, \\ m_{\nu_\mu} &\lesssim 170 \text{ keV}, \\ m_{\nu_\tau} &\lesssim 18.2 \text{ MeV}. \end{aligned} \quad (\text{I.38})$$

D'autres limites viennent de la cosmologie et des considérations sur la structure de l'univers. Compte tenu de leur abondance, les neutrinos sont des candidats à la matière noire chaude. Un neutrino massif pourrait contribuer à hauteur de $\Omega_\nu = \rho_\nu / \rho_c = m_\nu / (92 h^2 \text{ eV})$ où ρ_ν est la densité de neutrinos, ρ_c la densité critique de l'univers, h la constante de Hubble. Les limites obtenues sont peu précises (la constante de Hubble étant mal connue par ailleurs).

Le mécanisme le plus prometteur pour résoudre la question de la masse éventuelle des neutrinos reste celui des oscillations de neutrinos dont nous avons déjà à plusieurs reprises mentionné l'existence.

I.3.2 Osciller ou ne pas osciller ?

Pour rendre compte des anomalies dans les expériences de neutrinos atmosphériques et solaires (sans parler pour le moment des indications controversées de LSND), le mécanisme le plus attrayant reste celui de la conversion de la saveur d'un neutrino pendant son trajet entre sa source et le lieu de détection. Ceci est rendu possible si les états propres de l'interaction ne sont pas nécessairement

les états propres de masse (c'est ce qui se passe notamment pour les quarks où il existe une matrice de mélange, la matrice de Cabbibo-Kobayashi-Maskawa). Nous avons d'ailleurs utilisé ces matrices de passage pour générer un terme de masse pour les neutrinos de type Dirac ou Majorana. Soit donc \mathcal{U} une telle matrice de passage reliant entre eux les états propres de l'interaction et les états propres de masse :

$$\nu_\alpha = \sum \mathcal{U}_{\alpha i} \nu_i. \quad (\text{I.39})$$

L'amplitude pour qu'un neutrino produit avec la saveur α soit détecté avec la saveur β après avoir parcouru une distance L est donnée par (nous ferons l'approximation ultra-relativiste $E = (p^2 + m^2)^{1/2} \simeq p + m^2/2p$) :

$$\sum_i \mathcal{U}_{\alpha i} \mathcal{U}_{\beta i}^* e^{\frac{im^2 L}{2E}}. \quad (\text{I.40})$$

Dans le cas de deux générations de neutrinos (ν_μ et ν_e), la matrice de mélange prend la forme standard :

$$U = \begin{pmatrix} \cos \Theta & \sin \Theta \\ -\sin \Theta & \cos \Theta \end{pmatrix}, \quad (\text{I.41})$$

et la probabilité de transition s'écrit alors :

$$P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_e} = \sin^2(2\Theta) \sin^2\left(\frac{\Delta m^2 L}{4E}\right). \quad (\text{I.42})$$

C'est la formule habituelle de probabilité d'oscillation de neutrinos avec laquelle de nombreuses expériences ont été analysées. On comprend que le paramètre L/E va influencer sur les valeurs de $\Delta m^2 = m_2^2 - m_1^2$ qu'une expérience peut atteindre. La dépendance de cette probabilité avec la distance permet de lever les anomalies existant dans la physique des neutrinos moyennant un ajustement convenable des paramètres Δm^2 et $\sin^2(2\Theta)$. On dégage ainsi des zones d'exclusion dans le plan $(\Delta m^2, \sin^2(2\Theta))$ pour chaque expérience. Prenons le cas de la collaboration Super-Kamiokande. Le déficit observé dans le nombre de muons se propageant dans la direction ascendante peut s'interpréter par une oscillation des ν_μ lors de la traversée de la Terre. Les neutrinos se propageant dans la direction opposée ne disposent pas d'un parcours suffisamment important pour pouvoir osciller, d'où l'asymétrie *up-down* observée. Notons en particulier que le phénomène d'oscillation peut se trouver modifié par les interactions avec le milieu lors de la traversée terrestre (effet M.S.W.) [52]. Nous donnons ici les résultats de quelques expériences en termes des paramètres d'oscillations de neutrinos $(\Delta m^2(\text{eV}^2), \sin^2(2\Theta))$ [8], [7], [53], [43] :

- ν atmosphériques :

Kamiokande : $(1.6 \cdot 10^{-2}, 1.0)$ pour $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$,

Super-Kamiokande : $(4.0 \cdot 10^{-4} - 2.0 \cdot 10^{-2}, 0.725 - 1.0)$ pour $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$,

- ν solaires :

$(5.0 \cdot 10^{-6}, 5.5 \cdot 10^{-3})$ solution M.S.W.,

$(6.5 \cdot 10^{-11}, 0.75)$ oscillations dans le vide,

- LSND : $(\sim 1, \sim 5 \cdot 10^{-3})$.

Dans le cas des neutrinos solaires deux types de solutions apparaissent invoquant ou non l'effet de réinteractions des ν_e avec le milieu solaire. Ces interactions peuvent produire des oscillations résonnantes qui offrent l'avantage de rendre compte de la suppression de certaines parties du spectre des ν_e incidents (voir paragraphe précédent et références [42]). On voit que les échelles de Δm^2

auxquelles les différents types d'expériences conduisent sont très différentes : $\Delta m^2_{LSND} \sim 1\text{eV}^2$, $\Delta m^2_{atm} \sim 10^{-3}\text{eV}^2$, $\Delta m^2_{sol} \sim 10^{-10}\text{eV}^2$. Pour pouvoir réconcilier ces différents résultats, il faut donc disposer de quatre types de neutrinos au moins. Ceci suppose l'existence d'un neutrino de type "stérile" *i.e.* non sensible à l'interaction faible [48], [49], [50]. Cette hypothèse forte a remporté un certain succès et conduit essentiellement à deux scénarii suivant la hiérarchie supposée entre les masses de neutrinos :

$$\underbrace{\overbrace{m_1 < m_2}^{\text{atmosphériques}} \ll \overbrace{m_3 < m_4}^{\text{solaires}}}_{LSND} \quad (\text{I.43})$$

$$\underbrace{\overbrace{m_1 < m_2}^{\text{solaires}} \ll \overbrace{m_3 < m_4}^{\text{atmosphériques}}}_{LSND}, \quad (\text{I.44})$$

Nous ne détaillerons pas les conséquences de ces schémas, que l'on peut trouver par exemple dans les références indiquées. Il existe donc également des solutions en $\nu_\mu \rightarrow \nu_s$ aux anomalies de neutrinos atmosphériques et solaires. Ces solutions sont différentes en général si l'on tient compte des potentiels d'interaction avec la matière des neutrinos actifs [52]. A priori la solution $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ pouvait également apparaître dans les données de (Super-)Kamiokande puisqu'elle va dans le sens de la diminution des ν_μ et de l'augmentation du nombre de ν_e . Cette solution a en fait pratiquement été totalement exclue par les récents résultats de Chooz qui ne font état d'aucun phénomène d'oscillations $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_x$. Les contours relatifs des régions exclues par Chooz et autorisées par Kamiokande dans le canal $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ sont donnés sur la figure (I.5)

Bien que séduisante, la solution des oscillations de neutrinos se heurtent à certains problèmes. Parmi ceux-ci il faut citer la contradiction entre les expériences LSND et KARMEN, cette dernière n'ayant détecté aucun signal d'oscillations dans les régions du plan $(\Delta m^2, \sin^2(2\Theta))$ favorisées par LSND. Les régions favorables (à un niveau de confiance de 90 %) de Kamiokande et Super-Kamiokande n'ont en fait qu'un recouvrement assez faible (voir figure (I.6)) et il en va de même pour les régions favorables dégagées par les expériences de SOUDAN et de Super-Kamiokande. Enfin il reste le problème des solutions à l'anomalie des neutrinos solaires invoquant ou non l'effet M.S.W. entre lesquelles il faudrait choisir.

I.3.3 Conclusion

Les enjeux des expériences de neutrinos actuelles et à venir dépassent largement le cadre des seuls neutrinos. Nous avons en effet évoqué un certain nombre d'anomalies observées par des expériences détectant des neutrinos provenant de sources variées : neutrinos atmosphériques, solaires (certaines collaborations projettent l'observation de neutrinos très énergétiques produits dans des super-novae par exemple), neutrinos terrestres. Il n'existe pas à l'heure actuelle d'explication entièrement satisfaisante de ces phénomènes. Certaines hypothèses toutefois semblent s'approcher d'une solution en invoquant des phénomènes physiques au-delà du Modèle Standard. La plus simple de ces hypothèses est l'introduction d'une masse pour les neutrinos. En laissant de côté le détail de la génération de ces termes de masse du point de vue théorique (ce qui pose le problème de la nature intrinsèque des neutrinos : particules de Dirac ou de Majorana), une masse, même faible, des neutrinos aurait des implications profondes en cosmologie (en liaison avec le problème de masse manquante de l'univers) et autoriserait le phénomène d'oscillations de neutrinos, moyennant un mélange entre les différents saveurs des neutrinos. Récemment GEORGI et GLASHOW ont utilisé les résultats expérimentaux disponibles et trouvé une forme originale pour la matrice de masse des

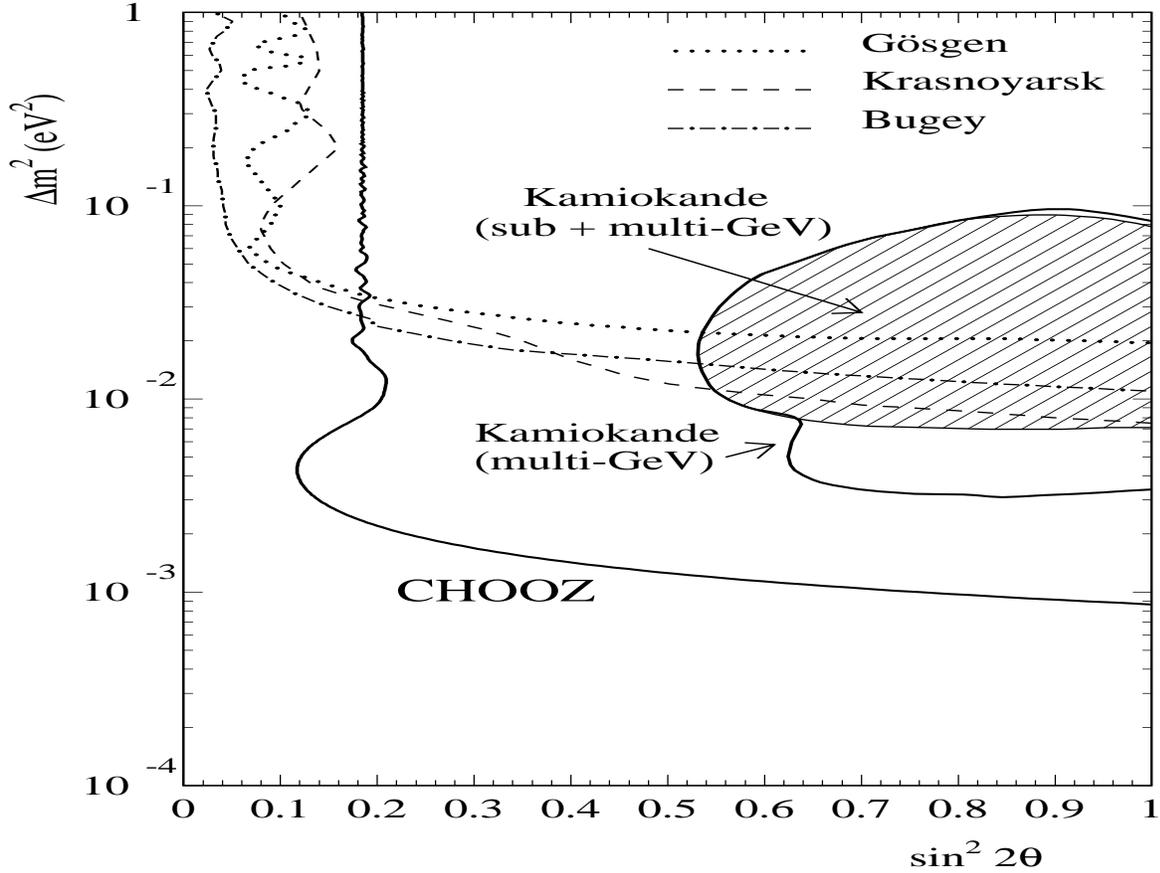


FIG. I.5: Résultats des expériences de Chooz et Kamiokande dans le plan des paramètres d'oscillation ($\Delta m^2, \sin^2 2\theta$) dans le canal $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$. La région hachurée correspond à la zone autorisée pour les paramètres d'oscillation par Kamiokande. Cette région est située dans la zone d'exclusion de l'expérience Chooz ce qui a permis d'écarter la solution $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ pour l'anomalie des neutrinos atmosphériques. Sur cette figure apparaissent également les résultats de quelques expériences antérieures menées auprès de réacteurs nucléaires (Bugey, Krasnoyarsk, Gösgen).

neutrinos de type Majorana [54] :

$$\mathcal{M} = M \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad (M = \frac{m_1 + m_2 + m_3}{2}). \quad (\text{I.45})$$

Les hypothèses faites par ces auteurs concernaient les résultats expérimentaux des neutrinos atmosphériques, solaires, les limites supérieures atteintes par les expériences sur les désintégrations double β sans ν , la non conversion $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ (avec les résultats de Chooz) et enfin le rôle joué par les neutrinos en cosmologie (avec $M \sim 2$ eV). À l'inverse certains auteurs tentent de réconcilier les divergences observées entre les expériences en invoquant l'existence de nouveaux types de neutrinos ne participant pas à l'interaction faible (neutrinos "stériles"). La physique des neutrinos est donc comme on peut le voir sur ces quelques exemples, une porte ouverte sur la physique des particules au-delà du Modèle Standard mais aussi sur d'autres domaines comme la cosmologie ou l'astrophysique. Nous savons d'ores et déjà que toutes les avancées expérimentales dans ce domaine passent par la détection, difficile, de ces particules à priori soumises à la seule interaction faible.

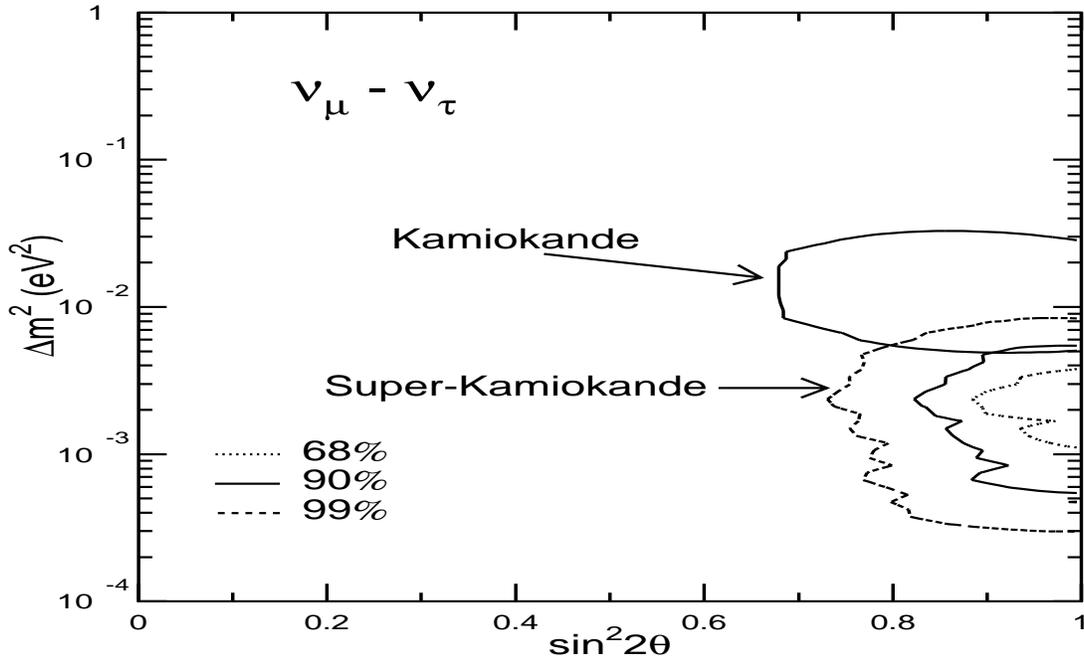


FIG. I.6: Résultats des expériences de Kamiokande et de Super-Kamiokande dans le plan des paramètres d'oscillation (Δm^2 , $\sin^2 2\theta$). Les zones autorisées pour ces paramètres par les deux expériences se situent à $\sin^2 2\theta > 0.7$ et à $10^{-3} < \Delta m^2 < 10^{-2}$.

Cette interaction met en jeu les propriétés nucléaires aux différents domaines d'énergie caractéristiques de chaque expérience. Nous allons maintenant focaliser notre attention sur les neutrinos atmosphériques et plus particulièrement sur les expériences utilisant des détecteurs Čerenkov à eau. Ceci va nous conduire au calcul des réponses nucléaires des noyaux d'oxygène qui constitue l'objet principal de ce travail.

Chapitre II

Processus d'interaction inclusif et réponses nucléaires

Le processus de détection des neutrinos atmosphériques auprès des expériences de Kamiokande, Super-Kamiokande et IMB repose sur l'interaction entre le neutrino (ou l'antineutrino) incident et les noyaux d'oxygène de l'eau qui compose le milieu actif de ces détecteurs. L'interaction de courant chargé à laquelle nous nous intéressons se traduit donc par :

$$\nu_l(\bar{\nu}_l) + {}^{16}\text{O} \longrightarrow l^-(l^+) + X.$$

Dans ce chapitre où il sera question du processus inclusif nous ne chercherons pas à détailler les produits résultant de cette interaction de courant chargé. D'autre part nous aborderons également la question des interactions de courant neutre. Le processus d'interaction dans ce cas se traduit par :

$$\nu_l(\bar{\nu}_l) + {}^{16}\text{O} \longrightarrow \nu_l(\bar{\nu}_l) + X.$$

Ces interactions de courant neutre, bien qu'elles fournissent une part appréciable du nombre total d'événements neutrino-oxygène, sont moins intéressantes dans l'analyse des expériences de neutrinos atmosphériques. Nous justifierons ce point plus en détail dans le dernier chapitre de ce travail. Auparavant, nous allons donc présenter le formalisme de calcul des réponses nucléaires en focalisant notre attention sur les interactions de courant chargé. La généralisation au cas des courants neutres ne pose pas de problème de principe nouveau.

La démarche adoptée dans ce travail consiste à exploiter le modèle à priori le plus simple pour la matière nucléaire, celui du gaz de Fermi de nucléons non relativistes et d'inclure ensuite des effets de structure nucléaire. Cette démarche comporte inévitablement des approximations qui ont pour but de pallier les méconnaissances relatives à la structure nucléaire exacte. Les méthodes approximatives, dites "semi-classiques", que nous utiliserons présentent en outre l'avantage d'un gain de temps appréciable dans les calculs. Il est cependant indispensable de contrôler les résultats obtenus en les confrontant aux données expérimentales. Notre choix dans ce domaine s'est porté d'une part sur les sections efficaces totales pion-noyau et d'autre part sur les expériences de diffusion d'électrons.

II.1 Amplitude invariante et réponses nucléaires

II.1.1 Expression du Lagrangien d'interaction

Modélisons dans un premier temps le noyau d'oxygène par un gaz de Fermi comportant 16 nucléons supposés ponctuels (i.e. sans structure), sans interaction réciproque et occupant un continuum d'états d'impulsions. Dans l'état fondamental, tous les niveaux sont occupés jusqu'au moment

de Fermi (225 MeV pour l'oxygène). La réponse d'un tel milieu à une sollicitation extérieure se ramène à la somme incohérente des réponses de chaque nucléon pris indépendamment des autres. On néglige donc la nature fortement corrélée du milieu nucléaire réel.

Considérons par exemple le cas d'un neutrino de type électronique interagissant avec le gaz de Fermi mentionné (la transposition au cas des neutrinos de type muonique et des anti-neutrinos est immédiate). Le processus élémentaire est la création dans la mer de Fermi d'un trou de neutron et l'expulsion en dehors de la mer de Fermi d'un proton avec l'émission d'un électron, soit $\nu_e + n \rightarrow e^- + p$. La cinématique de ce processus est celle de la figure (II.1), avec en particulier le quadri-vecteur de transfert défini par $q \simeq (\omega, \mathbf{q}) = k - k' = p' - p$. Cette interaction de courant chargé se réalise par échange d'un boson de jauge intermédiaire W^+ , dont on néglige la propagation compte tenu de la grandeur de sa masse ($M_{W^\pm} \sim 80$ GeV) à l'échelle d'énergie considérée ($\omega_{max} \sim 500$ MeV).

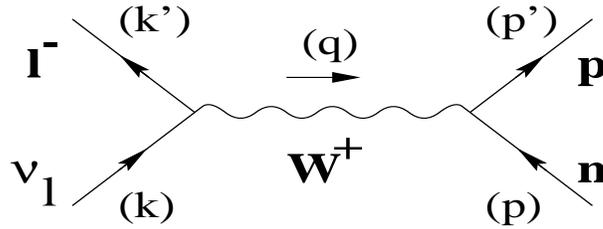


FIG. II.1: Diagramme de diffusion $\nu_l + n \rightarrow l^- + p$, l désignant le lepton diffusé : $l = e$ ou μ . Entre parenthèses sont donnés les quadri-moments de chacune des particules.

Le Lagrangien d'interaction faible s'écrit :

$$\mathcal{L}_W = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \cos(\theta_C) l_\mu h^\mu, \quad (\text{II.1})$$

où $G_F \simeq 1.167$ GeV⁻² est la constante de Fermi et θ_C est l'angle de Cabbibo ($\cos(\theta_C) \simeq 0.975$). L'élément de matrice du courant faible leptonique l_μ entre les états initial et final (repérés par la donnée des quadri-moments k et k' et des projections de spin s et s') est du type $V - A$ habituel (interaction entre particules sans structure) :

$$\langle k', s' | l_\mu | k, s \rangle = e^{-iqx} \bar{u}(k', s') [\gamma_\mu (1 - \gamma_5)] u(k, s). \quad (\text{II.2})$$

L'élément de matrice du courant faible hadronique possède une composante vectorielle et une composante axiale. La composante vectorielle est liée à l'élément de matrice de la partie isovectorielle du courant électromagnétique (hypothèse CVC) et les considérations d'invariance de Lorentz, de conservation de la charge et d'absence de courants de seconde classe de grandeur appréciable permettent de l'écrire sous la forme :

$$\langle p', s' | V_+^\mu | p, s \rangle = e^{iqx} \bar{u}(p', s') [F_1^V(t) \gamma^\mu + F_2^V(t) \sigma^{\mu\nu} \frac{iq_\nu}{2M_N}] \tau_+ u(p, s), \quad (\text{II.3})$$

où τ_+ est l'opérateur d'isospin faisant passer d'un état neutron à un état proton. Les facteurs de forme introduits résultent de l'existence d'une structure pour les nucléons. Ils sont fonction de $t = q^2 = \omega^2 - \mathbf{q}^2$. F_1^V et F_2^V sont reliés aux facteurs de forme de Sachs électrique (G_E^V) et magnétique (G_M^V) par :

$$G_E^V(t) = F_1(t) + \frac{t}{4M_N^2} F_2(t), \quad G_M^V(t) = F_1(t) + F_2(t),$$

$$G_E^V(0) = 1, \quad G_M^V(0) = 4.71. \quad (\text{II.4})$$

Nous avons adopté dans ce travail une paramétrisation dipolaire de ces facteurs de forme [86] :

$$G_E(t) = G_M(t)/(\mu_p - \mu_n) = [1 - \frac{t}{M_V^2}]^{-2}. \quad (\text{II.5})$$

Cette paramétrisation repose sur la mesure du facteur de forme électrique du proton et du neutron et suppose l'existence d'une loi d'échelle entre les facteurs de forme électrique et magnétique. Les valeurs des paramètres de normalisation sont : $M_V^2 = 0.71 \text{ GeV}^2$ et $\mu_p - \mu_n = 4.7$.

La composante axiale se ramène après considération de l'invariance de Lorentz et de l'absence de courants de seconde classe à la forme :

$$\langle p', s' | A_+^\mu | p, s \rangle = e^{iqx} \bar{u}(p', s') [G_A(t) \gamma^\mu \gamma_5 + G_P(t) \gamma_5 \frac{q^\mu}{2M_N}] \tau_+ u(p, s). \quad (\text{II.6})$$

Le facteur de forme axial est également choisi de forme dipolaire [85] :

$$G_A(t) = g_A [1 - \frac{t}{M_A^2}]^{-2}, \quad (\text{II.7})$$

où $M_A^2 = 1.0 \text{ GeV}^2$ et $g_A = 1.255$.

Enfin nous avons adopté l'hypothèse suivant laquelle le facteur de forme pseudo-scalaire induit est dominé par le pôle du pion et appliqué l'identité P.C.A.C. pour obtenir l'expression suivante :

$$G_P(t) = \frac{4M_N^2}{m_\pi^2 - t} G_A(t) \quad (\text{II.8})$$

La contribution de la composante pseudo-scalaire au produit $l_\mu h^\mu$ est proportionnelle à la masse du lepton chargé émis lors de la réaction. Cette contribution est donc négligeable pour un électron, mais elle peut être appréciable pour un muon, dont la masse ($m_\mu = 105 \text{ MeV}$) est comparable aux énergies de transfert mises en jeu.

L'élément de matrice du courant hadronique faible complet, $h_+^\mu = V_+^\mu + A_+^\mu$, s'exprime donc sous la forme :

$$\begin{aligned} \langle p', s' | h_+^\mu | p, s \rangle &= e^{iqx} \bar{u}(p', s') [F_1(t) \gamma^\mu + F_2(t) \sigma^{\mu\nu} \frac{iq_\nu}{2M_N} \\ &+ G_A(t) \gamma^\mu \gamma_5 + G_P(t) \gamma_5 \frac{q^\mu}{2M_N}] \tau_+ u(p, s). \end{aligned} \quad (\text{II.9})$$

C'est sous cette forme que nous allons l'utiliser pour dérouler la suite du calcul.

II.1.2 Introduction des opérateurs

Le formalisme que nous utilisons est essentiellement non relativiste. En effet la décroissance brutale avec l'énergie du spectre des neutrinos incidents (références [12, 14, 16] et figures (I.1) et (I.2)) implique que l'essentiel de la diffusion se situe à des énergies de transfert suffisamment faibles pour qu'un traitement non relativiste soit parfaitement adapté. Pour appliquer celui-ci nous procédons à un développement en puissance de $\varepsilon \equiv |\mathbf{p}|/M_N$ de l'élément de matrice du courant hadronique, \mathbf{p} désignant le moment du nucléon cible. Pour un gaz de Fermi dans son état fondamental le paramètre de développement ε est inférieur à 0.25, ce qui laisse espérer une convergence rapide du développement. Afin de présenter le principe du calcul, nous allons donner le résultat du développement à l'ordre 0 en ε . Nous verrons par la suite comment inclure des corrections à l'ordre 2 en ε .

Les notations utilisées sont les suivantes :

$$\bar{u}(p', s') \Gamma^\mu u(p, s) = N_{p'} N_p \chi_{s'}^\dagger M^\mu(\omega, \mathbf{p}', \mathbf{p}) \chi_s, \quad (\text{II.10})$$

où Γ^μ est une combinaison linéaire de matrices γ dans l'espace des spineurs de Dirac et M^μ une combinaison de matrices σ de Pauli. Les conventions de normalisation des spineurs de nucléon sont les suivantes : $N_p \equiv (\frac{E_p + M_N}{2M_N})^{\frac{1}{2}}$, où $E_p = (\mathbf{p}^2 + M_N^2)^{\frac{1}{2}}$, soit $\bar{u}(p, s) u(p, s') = \delta_{ss'}$. En notant $\boldsymbol{\sigma} \equiv (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ on obtient alors le résultat suivant pour la composante temporelle :

$$M^{0(0)}(p', p) = \left[F_1(t) - \frac{F_2(t) \mathbf{q}^2}{2M_N(E_q + M_N)} \right] \mathbb{I} + \left[G_A(t) - G_P(t) \frac{\omega}{2M_N} \right] \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{q}}{E_q + M_N}, \quad (\text{II.11})$$

où \mathbb{I} est la matrice unité dans l'espace de spin. Quant à la composante spatiale, elle devient :

$$M^{i(0)}(p', p) = \left[F_1(t) - F_2(t) \frac{\omega}{2M_N} \right] \frac{\mathbf{q}^i \mathbb{I}}{(E_q + M_N)} + \left[G_A(t) \frac{\mathbf{q}^i}{\mathbf{q}^2} - \frac{G_P(t) \mathbf{q}^i}{2M_N(E_q + M_N)} \right] \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{q} + \left[F_1(t) - F_2(t) \left(\frac{\omega}{2M_N} - \frac{E_q + M_N}{2M_N} \right) \right] \frac{i(\boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{q})^i}{E_q + M_N} - G_A(t) \frac{((\boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{q}) \times \mathbf{q})^i}{\mathbf{q}^2}. \quad (\text{II.12})$$

La réduction non relativiste fait apparaître les opérateurs qui couplent le neutrino au milieu nucléaire. De manière générale, si l'on tient compte de la symétrie d'isospin, ces opérateurs sont les suivants :

- l'opérateur de **spin longitudinal** ($\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{q}$) τ_a ,
- les opérateurs de **spin transverse** ($\boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{q}$) τ_a et $((\boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{q}) \times \mathbf{q}) \tau_a$,
- l'opérateur de **charge** $\mathbb{I}_\sigma \tau_a$,

où $\boldsymbol{\tau}$ désigne les matrices de Pauli d'isospin et \mathbb{I}_σ la matrice identité dans l'espace de spin. Notons au passage que dans le cas d'un couplage transverse l'opérateur peut être de deux types. Toutefois dans un souci de clarté nous ne conserverons pour la suite de cet exposé qu'un opérateur transverse générique : $(\boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{q}) \tau_a$. Nous verrons par la suite quelles sont les manifestations des effets collectifs dans la voie de spin-isospin, caractérisée par les opérateurs longitudinal et transverses, qui domine le processus d'interaction neutrino-noyau.

II.1.3 Réponses nucléaires et propagateurs de polarisation

Le calcul de l'amplitude invariante de l'interaction neutrino-noyau nécessite la prise en compte du spectre d'excitation de ce dernier. Dans le contexte du gaz de Fermi, nous avons vu que ces excitations sont du type particule-trou. Considérons une base de ces états excités notés $|n\rangle$ (l'état fondamental sera désigné par $|0\rangle$). De manière générale, l'application de la "règle d'or" de Fermi permet d'écrire le carré de l'amplitude invariante sous la forme d'une somme de termes du type :

$$C(q) \times \sum_n \delta(\omega - E_n + E_0) \langle 0 | O_a^{\mu\dagger}(\mathbf{q}) e^{i\mathbf{q}\mathbf{x}} | n \rangle \langle n | O_a^\nu(\mathbf{q}) e^{-i\mathbf{q}\mathbf{x}} | 0 \rangle \times \sum_{ss'} \bar{u}(k', s') [\gamma_\mu (1 - \gamma_5)] u(k, s) \bar{u}(k, s) [\gamma_\nu (1 - \gamma_5)] u(k', s'), \quad (\text{II.13})$$

où $O_a^\mu(\mathbf{q})$ et $O_a^\nu(\mathbf{q})$ sont des opérateurs du type de ceux rencontrés au paragraphe précédent et $C(q)$ contient des facteurs cinématiques ainsi que les constantes de couplage.

Nous voyons apparaître dans l'expression du carré de l'amplitude invariante la quantité :

$$R^{\mu\nu}(\omega, \mathbf{q}) = \sum_n \langle 0 | O_a^{\mu\dagger}(\mathbf{q}) e^{i\mathbf{q}\mathbf{x}} | n \rangle \langle n | O_a^\nu(\mathbf{q}) e^{-i\mathbf{q}\mathbf{x}} | 0 \rangle \delta(\omega - E_n + E_0), \quad (\text{II.14})$$

appelée **réponse nucléaire**, dont le calcul va constituer notre principale préoccupation. Pour réaliser ce calcul nous allons utiliser le lien existant entre ces réponses nucléaires et d'autres quantités

importantes en problème à N corps : les **propagateurs de polarisation**. Ceux-ci sont définis dans l'espace de configuration par :

$$\Pi^{\mu\nu}(x, x') = \langle 0|T[\widetilde{O}_a^\mu(x)\widetilde{O}'^{\nu\dagger}(x')]|0\rangle, \quad (\text{II.15})$$

les opérateurs étant dans la représentation de Heisenberg. D'autre part nous avons utilisé la notation $\widetilde{O}_a^\mu(x) = O_a^\mu(x) - \langle 0|O_a^\mu|0\rangle$. Par transformation de Fourier on obtient le propagateur de polarisation dans l'espace des moments :

$$\begin{aligned} \Pi^{\mu\nu}(\omega, \mathbf{q}, \mathbf{q}') &= \sum_n \left[\frac{\langle 0|O_a^{\mu\dagger}(\mathbf{q})e^{i\mathbf{q}\mathbf{x}}|n\rangle\langle n|O_a^{\nu}(\mathbf{q}')e^{-i\mathbf{q}'\mathbf{x}}|0\rangle}{\omega - E_n + E_0 + i\epsilon} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\langle 0|O_a^{\nu}(-\mathbf{q}')e^{-i\mathbf{q}'\mathbf{x}}|n\rangle\langle n|O_a^{\mu\dagger}(-\mathbf{q})e^{i\mathbf{q}\mathbf{x}}|0\rangle}{\omega + E_n - E_0 - i\epsilon} \right]. \end{aligned} \quad (\text{II.16})$$

D'après l'identité bien connue :

$$\delta(\omega - E_n + E_0) = \mp \frac{1}{\pi} \text{Im} \left(\frac{1}{\omega - E_n + E_0 \pm i\epsilon} \right), \quad (\text{II.17})$$

nous pouvons réexprimer la fonction réponse sous forme spectrale :

$$\begin{aligned} R^{\mu\nu}(q) &= -\frac{1}{\pi} \text{Im} \left\{ \sum_n \left[\frac{\langle 0|O_a^{\mu\dagger}(\mathbf{q})e^{i\mathbf{q}\mathbf{x}}|n\rangle\langle n|O_a^{\nu}(\mathbf{q}')e^{-i\mathbf{q}'\mathbf{x}}|0\rangle}{\omega - E_n + E_0 + i\epsilon} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{\langle 0|O_a^{\nu}(-\mathbf{q}')e^{-i\mathbf{q}'\mathbf{x}}|n\rangle\langle n|O_a^{\mu\dagger}(-\mathbf{q})e^{i\mathbf{q}\mathbf{x}}|0\rangle}{\omega + E_n - E_0 - i\epsilon} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (\text{II.18})$$

Pour obtenir cette dernière expression, nous avons ajouté à la fonction réponse de l'équation (II.14) un terme proportionnel à $\delta(\omega + E_n - E_0)$ qui est identiquement nul puisque nous considérons des énergies de transfert positives. Le lien entre fonction réponse et propagateur de polarisation apparaît alors clairement :

$$R^{\mu\nu}(\omega, \mathbf{q}) = -\frac{1}{\pi} \text{Im}[\Pi^{\mu\nu}(\omega, \mathbf{q}, \mathbf{q})]. \quad (\text{II.19})$$

La relation (II.19) est à la base de l'évaluation des contributions nucléaires dans les interactions neutrino-oxygène. Plus précisément, nous allons être amenés à évaluer les quantités suivantes :

$$\begin{aligned} R_{cc}(\omega, \mathbf{q}) &= -\frac{1}{\pi} \text{Im}[\Pi_{cc}(\omega, \mathbf{q}, \mathbf{q})], \\ R_{ll}(\omega, \mathbf{q}) &= -\frac{1}{\pi} \text{Im}[\Pi_{ll}(\omega, \mathbf{q}, \mathbf{q})], \\ R_{t_i t_j}(\omega, \mathbf{q}) &= -\frac{1}{\pi} \text{Im}[\Pi_{t_i t_j}(\omega, \mathbf{q}, \mathbf{q})], \end{aligned} \quad (\text{II.20})$$

lorsque les opérateurs agissant aux vertex externes sont respectivement de type :

$$\begin{aligned} \text{charge :} & \quad O_a^{\mu=0} = O_a^{\nu=0} = \mathbb{I} \tau_a, \\ \text{spin longitudinal :} & \quad O_a^{\mu=0} = O_a^{\nu=0} = (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{q}) \tau_a, \\ \text{spin transverse :} & \quad O_a^{\mu=i} = (\boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{q})^i \tau_a, \quad O_a^{\nu=j} = (\boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{q})^j \tau_a. \end{aligned} \quad (\text{II.21})$$

Ces quantités ne sont autres que les réponses de charge, de spin longitudinal et de spin transverse. Lorsque l'on considère un modèle simple comme celui du gaz de Fermi, ces réponses s'expriment

toutes en fonction d'une seule : le **propagateur d'excitation particule-trou** dont l'étude fait l'objet du paragraphe suivant. En effet en extrayant les traces sur les différents opérateurs on obtient :

$$\begin{aligned} R_{cc}(\omega, \mathbf{q}) &= -\frac{1}{\pi} \text{Im}[\Pi^0(\omega, \mathbf{q})], \\ R_{ll}(\omega, \mathbf{q}) &= -\frac{1}{\pi} \text{Im}[\Pi^0(\omega, \mathbf{q})], \\ R_{t_i t_j}(\omega, \mathbf{q}) &= (\delta_{ij} - \frac{\mathbf{q}_i \mathbf{q}_j}{\mathbf{q}^2}) (-\frac{1}{\pi} \text{Im}[\Pi^0(\omega, \mathbf{q})]). \end{aligned} \quad (\text{II.22})$$

Dans les équations précédentes $\Pi^0(\omega, \mathbf{q})$ désigne le propagateur d'excitation particule-trou, qui n'est autre que le propagateur de polarisation correspondant à l'opérateur identité dans les espaces de spin et d'isospin $\mathbb{I}_\sigma \times \mathbb{I}_\tau$. Cette quantité va s'avérer très utile dans la suite de notre travail puisqu'elle va permettre d'une part d'achever le calcul des observables de l'interaction neutrino-gaz de Fermi qui nous intéressent. D'autre part elle va être à la base du formalisme semi-classique que nous avons adopté pour calculer ces mêmes observables dans des noyaux.

II.1.4 Interactions de courant neutre

Le principe du calcul du taux d'événements obtenus par des interactions de courant neutre (NC) présente de nombreuses analogies avec celui du taux d'événements courant chargé (CC). Le processus élémentaire d'une interaction neutrino-nucléon de courant neutre est représenté sur le diagramme (II.2). Un boson intermédiaire Z^0 , de masse $M_Z = 91.2$ GeV, est échangé entre les courants leptonique et hadronique. Aux échelles d'énergie considérées ($E_\nu \sim 1$ GeV) l'importance de la masse du Z^0 conduit à négliger sa propagation. On est ainsi ramené à une interaction courant-courant de contact.

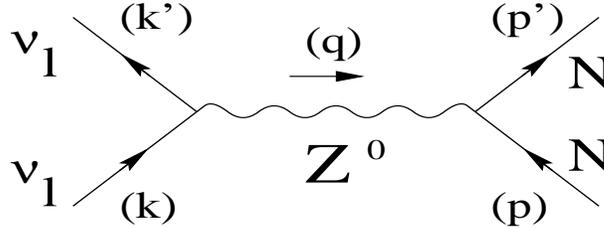


FIG. II.2: Cinématique du processus $\nu_l + N \rightarrow \nu_l + N$ où ν_l désigne un neutrino de saveur $l = e$ ou μ .

Le Lagrangien d'interaction faible neutre Standard s'écrit dans le secteur leptonique :

$$\mathcal{L}_W = -\frac{g}{2 \cos \theta_W} \sum_i \bar{\psi}_i \gamma_\mu (g_V^i - g_A^i \gamma_5) \psi_i Z^\mu \quad (\text{II.23})$$

Dans l'équation précédente, θ_W désigne l'angle de Weinberg ($\sin^2 \theta_W = 0.23$), g est la constante de couplage faible, Z^μ le champ du boson intermédiaire Z^0 , g_V^i et g_A^i sont les constantes de couplage vectorielle et axiale respectivement. Ces dernières valent :

$$\begin{aligned} g_V^i &= t_3^i - 2q^i \sin^2 \theta_W, \\ g_A^i &= t_3^i, \end{aligned} \quad (\text{II.24})$$

q^i étant la charge de la particule (en unité de e) et t_3^i son isospin faible ($+1/2$ pour un neutrino et $-1/2$ pour un électron). Un courant neutre de neutrino a donc pour élément de matrice :

$$\langle k', s' | l_\mu | k, s \rangle = e^{-iqx} \bar{u}(k', s') [\gamma_\mu (1 - \gamma_5)] u(k, s) \quad (\text{II.25})$$

Dans le secteur hadronique, les choses se compliquent du fait de la structure des nucléons. Pour déterminer la forme du courant hadronique, que nous réduirons à la limite non relativiste, on exploite les relations existant entre courants. En effet le Lagrangien faible neutre dans le secteur des quarks peut se mettre sous la forme :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_W = & -\frac{g}{2 \cos \theta_W} \left[\sum_i \bar{\psi}_i \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \psi_i t_3^i Z_0^\mu \right. \\ & \left. - 2 \sin^2 \theta_W \sum_i q^i \bar{\psi}_i \gamma_\mu \psi_i Z^\mu \right] \end{aligned} \quad (\text{II.26})$$

On retrouve dans le premier terme du membre de droite l'expression du courant faible $V - A$ habituel et dans le second terme celle du courant électromagnétique. Si l'on désigne par h_0^μ le courant hadronique faible neutre, h_{em}^μ le courant hadronique électromagnétique, V_a^μ et A_a^μ ($a = 1, 2, 3$) les composantes du courant vectoriel et axial respectivement, le Lagrangien précédent peut s'exprimer par la relation :

$$\mathcal{L}_W = -\frac{g}{2 \cos \theta_W} Z_\mu h_0^\mu = -\frac{g}{2 \cos \theta_W} Z_\mu [V_3^\mu + A_3^\mu - 2 \sin^2 \theta_W h_{em}^\mu] \quad (\text{II.27})$$

Si l'on exprime le courant électromagnétique en fonction de ses composantes isovectorielle, V_3^μ , et isoscalaire, S^μ , on obtient alors les égalités suivantes entre courants [63] :

$$h_0^\mu = V_3^\mu + A_3^\mu - 2 \sin^2 \theta_W h_{em}^\mu = (1 - 2 \sin^2 \theta_W) V_3^\mu + A_3^\mu - 2 \sin^2 \theta_W S^\mu \quad (\text{II.28})$$

Les éléments de matrices de ces différents courants sont les suivants (nous conservons la même paramétrisation des facteurs de forme) :

$$\begin{aligned} \langle p', s' | V_3^\mu | p, s \rangle &= e^{iqx} \bar{u}(p', s') [F_1^V(t) \gamma^\mu + F_2^V(t) \sigma^{\mu\nu} \frac{iq_\nu}{2M_N}] \frac{\tau_3}{2} u(p, s), \\ \langle p', s' | A_3^\mu | p, s \rangle &= e^{iqx} \bar{u}(p', s') [G_A(t) \gamma^\mu \gamma_5 + G_P(t) \gamma_5 \frac{q^\mu}{2M_N}] \frac{\tau_3}{2} u(p, s), \\ \langle p', s' | S^\mu | p, s \rangle &= e^{iqx} \bar{u}(p', s') [F_1^S(t) \gamma^\mu + F_2^S(t) \sigma^{\mu\nu} \frac{iq_\nu}{2M_N}] \frac{\mathbb{I}}{2} u(p, s). \end{aligned} \quad (\text{II.29})$$

La suite du calcul est identique à ce que nous avons présenté dans le cas des interactions de courant chargé : réduction non relativiste de l'élément de matrice du courant total h_0^μ entre deux états de nucléons et calcul du tenseur hadronique où apparaissent les différentes réponses nucléaires. Remarquons au passage que l'apparition du courant isoscalaire génère dans le tenseur hadronique, en plus des réponses de spin-isospin $R_{\sigma\tau}$ que nous avons rencontrées jusqu'ici, des réponses de spin R_σ (spin-longitudinal et spin-transverse) et la réponse de charge R^c (correspondant à l'opérateur $\mathbb{I}_\sigma \times \mathbb{I}_\tau$). Le tenseur hadronique se met sous la forme générale :

$$\begin{aligned} H_{NC}^{\mu\nu} = & G_F^2 f (G_E^{V^2} R_\tau^c; G_A^2 R_{\sigma\tau}^l; G_M^{V^2} R_{\sigma\tau}^t; G_A^2 R_{\sigma\tau}^t; G_A G_M^V R_{\sigma\tau}^t) \\ & + G_F^2 g (G_E^{S^2} R^c; G_M^{S^2} R_{\sigma\tau}^t) \end{aligned} \quad (\text{II.30})$$

Dans l'équation précédente, les indices c , l et t désignent le type de réponse (respectivement de charge, de spin-longitudinal et de spin-transverse) et les indices $\sigma\tau$ et σ désignent le canal de ces réponses (respectivement canal de spin-isospin et canal de spin). Les facteurs de forme de Sachs vectoriels et scalaires sont normalisés à :

$$\begin{aligned} G_E^V(0) = 1, \quad G_M^V(0) = 4.71, \\ G_E^S(0) = 1, \quad G_M^S(0) = 0.88, \end{aligned} \quad (\text{II.31})$$

Notons enfin que le calcul des réponses de spin ne pose pas de problèmes de principe différents de ceux auxquels nous serons confrontés dans ce travail concernant les réponses de spin-isospin. Nous ne reviendrons donc pas sur les détails des calculs spécifiques aux interactions de courant neutre mais nous mentionnerons le cas échéant quelle peut être l'importance de ces interactions.

II.2 Réponses d'un gaz de Fermi

II.2.1 Propagateurs d'excitation *nucléon-trou*

Nous avons vu que l'excitation la plus simple d'un gaz de Fermi est la création d'un état *particule-trou*. Considérons que ce système nucléaire est dans son état fondamental et supposons qu'une sonde extérieure transfère une énergie ω et une impulsion \mathbf{q} à un nucléon de ce système. Si la nature de ce dernier n'est pas modifiée, l'excitation est de type quasi-élastique. Ce processus se manifeste par un pic dans la réponse, appelé **pic quasi-élastique**. Ce pic se situe autour de la ligne $\omega = \mathbf{q}^2/2M_N$ (les nucléons étant considérés comme non relativistes).

Pour évaluer la réponse au pic quasi-élastique, il suffit d'évaluer les graphes de Feynman représentant le processus d'excitation (figure (II.3)). Les conventions adoptées pour ces graphes de Feynman sont les suivantes : la sonde extérieure est symbolisée par une ligne pointillée, l'état de particule par une ligne pleine ascendante et celui de trou par une ligne pleine descendante.

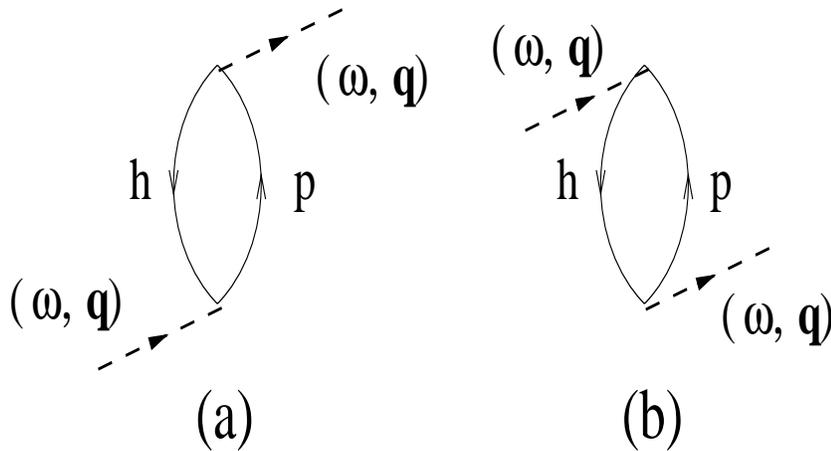


FIG. II.3: Propagateurs d'excitation p-h : terme direct (a) et croisé (b).

Les règles de Feynman associées à ces graphes sont les suivantes : à chaque ligne interne correspond un propagateur de particule, à chaque vertex un opérateur par lequel la sonde se couple au système (opérateur de charge ou de spin-isospin) et à chaque boucle une intégration sur le quadri-moment circulant. La sommation sur les états de spin et d'isospin donne un facteur 4 global. Le propagateur de polarisation prend alors la forme : (voir par exemple les détails du calcul dans [59]) :

$$\Pi_{N-h}^0(\omega, \mathbf{q}) = 4 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} G^0(k) G^0(k + q). \quad (\text{II.32})$$

Le propagateur du nucléon non relativiste a pour expression :

$$G^0(k_0, \mathbf{k}) = \frac{\vartheta(|\mathbf{k}| - k_F)}{k_0 - \omega_{\mathbf{k}} + i\epsilon} + \frac{\vartheta(k_F - |\mathbf{k}|)}{k_0 - \omega_{\mathbf{k}} - i\epsilon}, \quad (\text{II.33})$$

où $\omega_{\mathbf{k}} = \mathbf{k}^2/2M_N$ et $\vartheta(x)$ est la fonction de Heaviside. L'intégrand du membre de droite de l'équation (II.32) comprend quatre termes. Deux termes possèdent leurs pôles en énergie du même côté de l'axe

des réels. L'intégration sur la variable k_0 permet d'éliminer leur contribution (il suffit pour cela de boucler le contour d'intégration du côté de l'axe des réels ne comportant pas de pôle). On obtient alors une forme intéressante pour le propagateur d'excitation particule-trou :

$$\begin{aligned} \Pi_{N-h}^0(\omega, \mathbf{q}) = & 4 \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \left[\frac{\vartheta(|\mathbf{q} + \mathbf{k}| - k_F)\vartheta(k_F - |\mathbf{k}|)}{\omega + \omega_{\mathbf{k}} - \omega_{\mathbf{q} + \mathbf{k}} + i\epsilon} \right. \\ & \left. - \frac{\vartheta(k_F - |\mathbf{q} + \mathbf{k}|)\vartheta(|\mathbf{k}| - k_F)}{\omega + \omega_{\mathbf{k}} - \omega_{\mathbf{q} + \mathbf{k}} - i\epsilon} \right]. \end{aligned} \quad (\text{II.34})$$

Cette expression met en évidence le lien entre le propagateur d'excitation $N-h$ et le spectre d'excitation du milieu : l'énergie de chaque état $N-h$, $\omega_{N-h} = \omega_{\mathbf{q} + \mathbf{k}} - \omega_{\mathbf{k}}$, apparaît au dénominateur de chaque terme de l'intégrand. L'intégration finale sur \mathbf{k} conduit à l'expression de la fonction de Lindhard. En définissant la variable réduite $\nu = \omega M_N / k_F^2$ et en exprimant tous les tri-moments en unité de k_F la partie réelle de cette fonction prend la forme :

$$\begin{aligned} \text{Re}[\Pi_{N-h}^0(q)] = & 4 \frac{M_N k_F}{4\pi^2} \left\{ -1 + \frac{1}{2|\mathbf{q}|} \left[1 - \left(\frac{\nu}{|\mathbf{q}|} - \frac{|\mathbf{q}|}{2} \right)^2 \right] \ln \left| \frac{1 + (\nu/|\mathbf{q}| - |\mathbf{q}|/2)}{1 - (\nu/|\mathbf{q}| - |\mathbf{q}|/2)} \right| \right. \\ & \left. - \frac{1}{2|\mathbf{q}|} \left[1 - \left(\frac{\nu}{|\mathbf{q}|} + \frac{|\mathbf{q}|}{2} \right)^2 \right] \ln \left| \frac{1 + (\nu/|\mathbf{q}| + |\mathbf{q}|/2)}{1 - (\nu/|\mathbf{q}| + |\mathbf{q}|/2)} \right| \right\}. \end{aligned} \quad (\text{II.35})$$

Pour la partie imaginaire, il est nécessaire de distinguer deux cas :

$$\text{Im}[\Pi_{N-h}^0(q)] = \begin{cases} -4 \frac{M_N k_F}{4\pi|\mathbf{q}|} \left[1 - \left(\frac{\nu}{|\mathbf{q}|} - \frac{|\mathbf{q}|}{2} \right)^2 \right] & \text{si } |\frac{\mathbf{q}^2}{2} - |\mathbf{q}| \leq \nu \leq \frac{\mathbf{q}^2}{2} + |\mathbf{q}|, \\ -4 \frac{M_N k_F \nu}{4\pi|\mathbf{q}|} & \text{si } |\mathbf{q}| < 2 \text{ et } 0 \leq \nu \leq |\mathbf{q}| - \frac{\mathbf{q}^2}{2}. \end{cases} \quad (\text{II.36})$$

Il est facile de voir que cette partie imaginaire tend vers une distribution proportionnelle à $\delta(\omega - \mathbf{q}^2/2M_N)$ lorsque la densité tend vers zéro. Ceci justifie la position du pic quasi-élastique que nous annonçons auparavant. Lorsque la densité est finie, on observe un élargissement de la réponse (proportionnelle à $\text{Im}[\Pi_{N-h}^0(q)]$) dû au mouvement de Fermi. Nous verrons que les effets de milieu ne modifient pratiquement pas la position de ce pic quasi-élastique mais qu'en revanche ils affectent son amplitude. Afin de compléter cette illustration du calcul dans le gaz de Fermi, il est nécessaire d'introduire le dernier ingrédient de ce modèle : la résonance Δ .

II.2.2 Intervention de la résonance Delta

Jusqu'ici nous avons considéré que la nature du nucléon n'était pas modifiée par l'excitation extérieure. Toutefois si l'énergie transférée est suffisante, il est possible d'exciter la première résonance du nucléon, la résonance Δ dans le canal de spin-isospin. Or nous avons déjà vu que le neutrino se couple au milieu nucléaire par l'intermédiaire de ce canal. Le processus élémentaire d'excitation de la résonance Δ^{++} par exemple est représenté sur la figure (II.4).

L'importance de la résonance Δ est très claire en diffusion pion-nucléon où elle domine largement le canal partiel P_{33} . Son sommet se situe à une énergie $\sqrt{s} = M_\Delta \simeq 1232$ MeV et sa largeur est de $\Gamma(\sqrt{s} = M_\Delta) \simeq 115$ MeV. Les nombres quantiques qu'elle porte sont : $I(J^P) = \frac{3}{2}(\frac{3}{2}^+)$. Dans notre traitement, le Δ sera considéré comme une particule indépendante ayant les caractéristiques (masse, largeur, nombres quantiques) citées ci-dessus. Dans un modèle de quarks, le Δ peut être vu comme la plus simple excitation du nucléon : il suffit pour passer de l'un à l'autre de renverser le spin et l'isospin d'un des quarks constituant le nucléon (par exemple $p(u \uparrow u \uparrow d \downarrow) \longrightarrow \Delta^{++}(u \uparrow u \uparrow u \uparrow)$). Lorsque l'on excite un nucléon situé en dessous de la surface de Fermi en un Δ , on génère un état

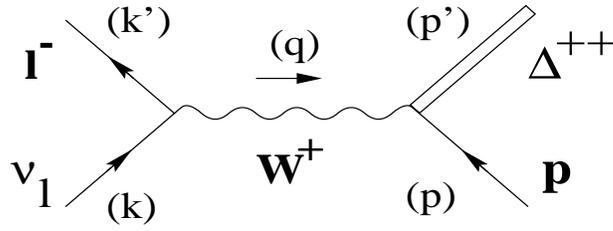


FIG. II.4: Cinématique du processus $\nu_l + p \rightarrow l^- + \Delta^{++}$. La double ligne représente la résonance Delta excitée dans le processus. l désigne la saveur du lepton ($l = e$ ou μ).

de type Delta-trou ($\Delta - h$). Le propagateur d'une excitation $\Delta - h$ a pour expression :

$$\Pi_{\Delta-h}^0(q) = \frac{16}{9} \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \vartheta(k_F - |\mathbf{k}|) \left[\frac{1}{\omega - \omega_{\mathbf{q}+\mathbf{k}}^{\Delta} + \omega_{\mathbf{k}} + i\frac{\Gamma_{\Delta}}{2}} - \frac{1}{\omega + \omega_{\mathbf{q}+\mathbf{k}}^{\Delta} - \omega_{\mathbf{k}}} \right]. \quad (\text{II.37})$$

Le facteur $16/9$ provient de la sommation sur les états de spin et d'isospin. Dans cette expression la fonction de Heaviside garantit que le trou est créé dans la mer de Fermi. Contrairement à ce qui se passe pour le nucléon, le Δ émis ne ressent pas les effets du blocage de Pauli. Les graphes de Feynman associés à ces propagateurs d'excitation sont ceux de la figure (II.5) où le propagateur du Δ est représenté par une ligne double (convention que nous conserverons dans la suite de ce travail).

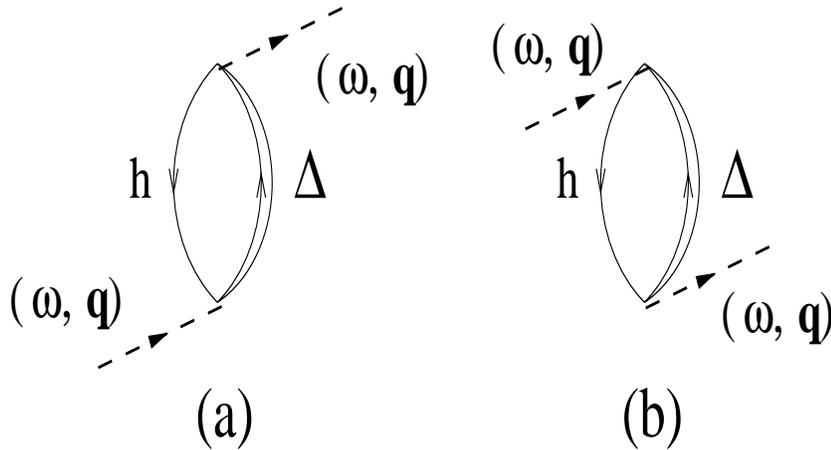


FIG. II.5: Propagateurs d'excitation $\Delta-h$: terme direct (a) et croisé (b).

Les états $\Delta - h$ se manifestent par un pic de la réponse appelé **pic du Δ** . Si l'on évalue le propagateur d'excitation $\Delta - h$ à la limite de densité nulle et pour un Δ non relativiste on trouve :

$$\text{Im}[\Pi_{\Delta-h}^0(\omega, \mathbf{q})] \propto \frac{\Gamma_{\Delta}/2}{(\omega - \omega_{\Delta q})^2 + \Gamma_{\Delta}^2/4}, \quad (\text{II.38})$$

où $\omega_{\Delta q} = M_{\Delta} - M_N + \mathbf{q}^2/2M_{\Delta}$. A la limite où la largeur du Δ est nulle, nous voyons que le pic du Δ se situe sur la ligne $\omega = \omega_{\Delta q}$.

II.2.3 Forme des réponses.

Nous avons déjà indiqué que dans un gaz de Fermi les réponses étaient directement reliées aux propagateurs d'excitation *particule – trou* (équation (II.22)). En particulier, mise à part la dépendance en moment due aux opérations de trace sur les opérateurs, ces réponses sont toutes identiques. Toutefois, sachant qu'elles vont être affectées de manière différente par les effets de milieu, nous allons redéfinir des réponses de charge, de spin longitudinal et de spin transverse qui sont celles qui apparaissent dans la section efficace différentielle une fois que la dépendance en moment est absorbée dans la contraction avec le tenseur leptonique. On pose donc :

$$R_C^{N-h}(\omega, \mathbf{q}) = R_L^{N-h}(\omega, \mathbf{q}) = R_T^{N-h}(\omega, \mathbf{q}) = -\frac{V}{\pi} \text{Im}[\Pi_{N-h}^0(\omega, \mathbf{q})]. \quad (\text{II.39})$$

$$R_L^{\Delta-h}(\omega, \mathbf{q}) = R_T^{\Delta-h}(\omega, \mathbf{q}) = -\frac{V}{\pi} \left(\frac{f_{\pi N \Delta}}{f_{\pi N N}}\right)^2 \text{Im}[\Pi_{\Delta-h}^0(\omega, \mathbf{q})]. \quad (\text{II.40})$$

L'excitation $\Delta - h$ n'étant pas induite par l'opérateur de charge (dans l'approximation d'une excitation purement magnétique $M1$ et donc en négligeant la contribution électrique $E2$) seules les excitations de type $N-h$ contribuent au canal de charge. On voit dans les expressions précédentes apparaître l'équivalent du volume d'un noyau par l'intermédiaire de la quantité $V = A/\rho = 3\pi^2 A/2k_F^3$. D'autre part nous avons supposé l'existence d'une loi d'échelle entre les facteurs de forme du nucléon et ceux du Δ , à savoir :

$$\frac{G_M^\Delta}{G_M} = \frac{G_A^\Delta}{G_A} = \frac{f_{\pi N \Delta}}{f_{\pi N N}}, \quad (\text{II.41})$$

$f_{\pi N(\Delta)N}$ étant la constante de couplage πNN ($\pi\Delta N$). Nous conserverons cette hypothèse dans la suite de ce travail en prenant pour valeurs numériques :

$$\frac{f_{\pi N N}^2}{4\pi} = 0.08 \quad \text{et} \quad \left(\frac{f_{\pi N \Delta}}{f_{\pi N N}}\right)^2 = 4.78. \quad (\text{II.42})$$

Pour des raisons pratiques nous avons choisi d'incorporer le rapport des constantes de couplage dans les réponses elles-mêmes.

Nous avons représenté sur la figure (II.6) les réponses par nucléon pour différents moments de transfert fixés d'un gaz de Fermi ayant les caractéristiques : $A = 16$ et $k_F = 225$ MeV. Les deux pics mentionnés apparaissent distinctement sur cette figure aux énergies de transfert attendues. En particulier le pic quasi-élastique présente une structure continue par morceaux caractéristique de la fonction de Lindhard.

Nous verrons dans la suite de ce travail que les effets de milieu modifient profondément ces réponses (surtout au pic du Delta), tant en position qu'en forme globale. Avant de rentrer dans le formalisme qui va permettre de mettre en évidence ces modifications et pour comprendre qualitativement leur origine physique, considérons un système à deux niveaux d'énergie [71] correspondant à la ligne de dispersion $\Delta - h$ libre ($\omega_{\Delta-h}$) et à la ligne de dispersion du pion libre ($\omega_{\pi q} = (\mathbf{q}^2 + m_\pi^2)^{\frac{1}{2}}$). Ces deux niveaux se croisent comme on peut le voir sur la figure (II.7). Considérons maintenant que les particules peuvent interagir entre elles. On sait que le pion se couple aux excitations $\Delta - h$ dans la voie de spin-isospin longitudinale. Soit $V_{\pi, \Delta-h}$ le potentiel décrivant cette interaction. Nous serons amenés à détailler la forme de ce potentiel ultérieurement. Pour l'instant contentons-nous de préciser que ce potentiel dépend de la densité. Le Hamiltonien du système en interaction s'écrit :

$$\begin{pmatrix} \omega_{\Delta-h} & V_{\pi, \Delta-h} \\ V_{\pi, \Delta-h} & \omega_{\pi q} \end{pmatrix} \quad (\text{II.43})$$

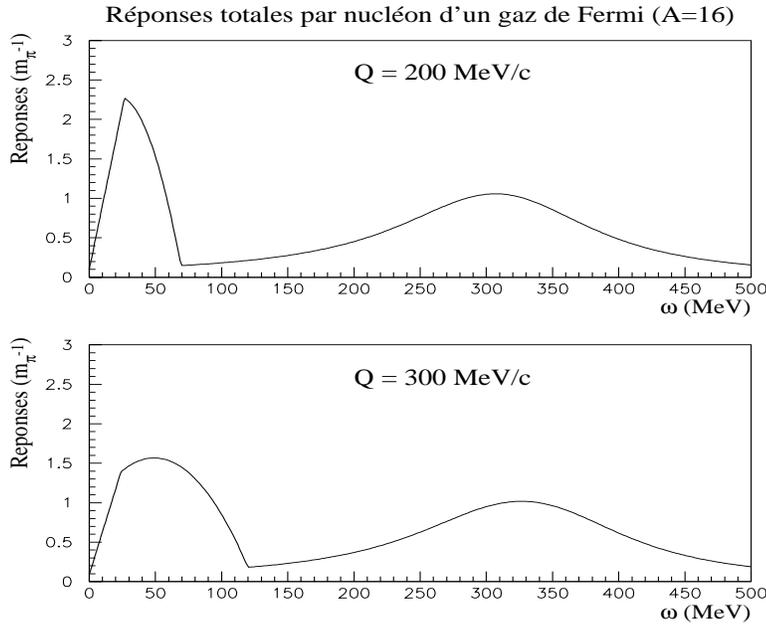


FIG. II.6: Réponses totales d'un gaz de Fermi en fonction de l'énergie de transfert ω pour deux moments de transfert différents ($Q = 200$ et $300 \text{ MeV}/c$). Sur ces figures apparaissent distinctement le pic quasi-élastique correspondant à l'excitation d'un état nucléon-trou et le pic du Delta correspondant à l'excitation d'un état Delta-trou.

En diagonalisant ce Hamiltonien, on obtient ses valeurs propres qui ne sont autres que les énergies du système. Ces énergies correspondent à deux lignes de dispersion particulières (figure (II.7)) qui ont pour expression :

$$\begin{aligned} \omega_{bp} &= \frac{\omega_{\pi q} + \omega_{\Delta-h}}{2} - \frac{\sqrt{(\omega_{\pi q} - \omega_{\Delta-h})^2 + 4V_{\pi,\Delta-h}^2}}{2} \\ \omega_{b\Delta} &= \frac{\omega_{\pi q} + \omega_{\Delta-h}}{2} + \frac{\sqrt{(\omega_{\pi q} - \omega_{\Delta-h})^2 + 4V_{\pi,\Delta-h}^2}}{2} \end{aligned} \quad (\text{II.44})$$

La première ligne de dispersion a reçu le nom de **branche pionique** car elle démarre à une énergie de transfert $\omega = m_\pi$. La seconde est la branche du Δ dans le milieu. Ces deux branches ne se croisent plus, conformément au théorème de séparation des niveaux d'énergies. On voit que le pic du Delta est modifié par rapport à l'état libre. En particulier, il faut s'attendre à l'apparition d'une partie significative de la réponse en-dessous du pic du Delta libre précisément dans la branche pionique. On comprend aussi avec ce modèle l'origine de ces changements. C'est en effet l'interaction dans la voie longitudinale entre le pion et les états $\Delta - h$ qui est responsable de la "partition" du pic du Delta en deux branches distinctes. Nous aborderons cette question du point de vue quantitatif dans un chapitre ultérieur et nous confronterons les résultats obtenus aux résultats expérimentaux.

II.3 Section efficace et taux d'interaction

II.3.1 Expression de la section efficace différentielle.

Nous pouvons désormais achever le calcul de la section efficace différentielle du processus où un neutrino excite un état *particule-trou*. En conservant les conventions cinématiques des figures (II.1)

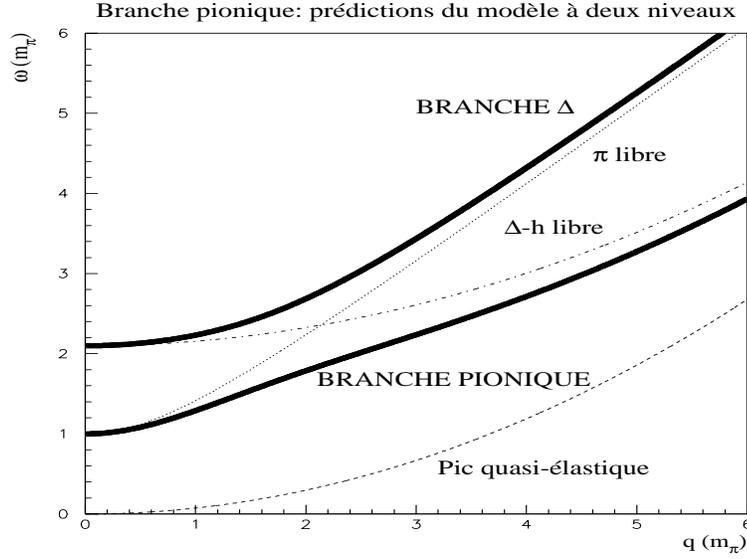


FIG. II.7: Lignes de dispersion du modèle à deux niveaux dans le plan (ω, q) . Les énergies sont données en masse de pion. La ligne supérieure en gras correspond à la branche collective du Delta. Elle est située entièrement dans la région de genre temps. La ligne inférieure en gras correspond à la branche pionique. Entre ces deux lignes se situent la ligne de propagation du pion libre (ligne pointillée) et la ligne d'excitation Delta-trou (ligne mixte). La courbe inférieure correspond au pic quasi-élastique libre (excitation des états nucléon-trou).

et (II.4), en particulier en définissant $k' = |\mathbf{k}'|$, le moment du lepton et $\Omega_{k'}$, l'angle solide repérant sa direction, celle-ci se met sous la forme :

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial \Omega_{k'} \partial k'} = \frac{G_F^2 \cos^2(\theta_C) \mathbf{k}'^2}{32\pi^2 E_k E_{k'}} L_{\mu\nu} (N_N H_{N-h}^{\mu\nu} + N_\Delta H_{\Delta-h}^{\mu\nu}), \quad (\text{II.45})$$

où $L_{\mu\nu} = 8(k_\mu k'_\nu + k_\nu k'_\mu - g_{\mu\nu} k \cdot k' \mp i\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} k^\alpha k'^\beta)$ est le tenseur leptonique et

$$H^{\mu\nu} = \sum_n \langle 0 | M^\mu(\omega, \mathbf{p}, \mathbf{p}') | n \rangle \langle n | M^{\nu\dagger}(\omega, \mathbf{p}', \mathbf{p}) | 0 \rangle \quad (\text{II.46})$$

est le tenseur hadronique. C'est dans ce tenseur hadronique qu'interviennent les différentes fonctions réponses de charge, de spin longitudinal et de spin transverse que nous avons introduites au paragraphe précédent. A titre illustratif nous nous plaçons à la limite $|\mathbf{p}|/M_N \ll 1$ et nous négligeons la masse du lepton chargé émis. Nous verrons dans les chapitres suivants comment prendre en considération les corrections apportées par les termes en \mathbf{p} (pour plus de détails voir l'annexe C). Les facteurs $N_N = (E_N + M_N)/2E_N$ et $N_\Delta = (E_\Delta + M_\Delta)/2E_\Delta$ qui apparaissent dans l'expression de la section efficace résultent des conventions de normalisation des états que nous avons adoptées. A l'ordre d'approximation où nous situons ce calcul, l'énergie du nucléon dans l'état final vaut : $E_N = \sqrt{\mathbf{q}^2 + M_N^2}$, \mathbf{q} désignant le moment de transfert. Le passage à la résonance Delta s'effectue par le remplacement $M_N \longleftrightarrow M_\Delta$.

La section efficace différentielle prend alors la forme (en appelant θ l'angle de diffusion, *i.e.* l'angle

entre les directions du neutrino incident et du lepton chargé émis) :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 \sigma}{\partial \Omega_{k'} \partial k'} &= \frac{G_F^2 \cos^2 \theta_C k'^2}{2\pi^2} \cos^2 \frac{\theta}{2} \left[G_E^2 \left(1 - \frac{\omega^2}{q^2}\right)^2 R_C^{N-h} + G_A^2 \frac{(M_\Delta - M_N)^2}{q^2} R_L^{\Delta-h} \right. \\
&\quad \left. + (G_M^2 \frac{\omega^2}{q^2} + G_A^2) \left(1 - \frac{\omega^2}{q^2} + 2 \tan^2 \frac{\theta}{2}\right) (R_T^{N-h} + R_T^{\Delta-h}) \right. \\
&\quad \left. \pm G_A G_M 2 \frac{k+k'}{M_N} \tan^2 \frac{\theta}{2} (R_T^{N-h} + R_T^{\Delta-h}) \right] \begin{cases} + & (\nu), \\ - & (\bar{\nu}). \end{cases} \quad (\text{II.47})
\end{aligned}$$

A la limite de densité nulle et en négligeant la contribution du Delta, l'équation précédente permet de retrouver l'expression de la section efficace neutrino-nucléon (voir par exemple [62]). L'équation précédente laisse apparaître, compte tenu de la valeur des constantes de couplage, que la section efficace différentielle du processus neutrino-matière nucléaire est dominée par les termes appartenant au canal transverse : termes magnétique, axial et d'interférence magnétique-axial. Le signe de ce dernier permet la distinction entre neutrino et anti-neutrino : l'interférence est en effet "constructive" dans le cas des neutrinos et "destructive" dans le cas des anti-neutrinos. Le processus d'interaction ν -noyau a donc une section efficace plus importante que le processus $\bar{\nu}$ -noyau.

Le terme du canal de charge est analogue à celui qui apparaît dans la formule de Rosenbluth en diffusion d'électrons (voir référence [57] par exemple). Nous verrons que ce canal joue un rôle relativement mineur et qu'il est renormalisé par les effets de milieu de façon moins spectaculaire que les canaux de spin-isospin (longitudinal et transverse).

Le cas du canal longitudinal est plus intéressant. C'est en effet dans ce canal que l'on attend les plus fortes modifications dues aux effets de milieu. Toutefois on constate qu'au niveau d'approximation où nous situons ce calcul (qui est une approximation adoptée communément pour traiter des problèmes d'interactions neutrino-noyau), le canal longitudinal $N-h/N-h$ (que nous noterons dorénavant NN) est supprimé. Cette suppression résulte d'une compensation exacte entre les termes $L_{00}H_{N-h}^{00}$, $L_{33}H_{N-h}^{33}$ et $L_{03}H_{N-h}^{03} + L_{30}H_{N-h}^{30}$ (nous avons adopté un repère tel que $\mathbf{q} = (0, 0, q_3 = |\mathbf{q}|)$). Il faut considérer les termes d'ordre supérieur pour rétablir une contribution de la réponse longitudinale NN . Par exemple si l'on considère la masse du lepton chargé dans le calcul, cette réponse réapparaît, multipliée par un facteur d'ordre m_l^2/M_N^2 . Elle intervient également dans les termes d'ordre 1 ou 2 en $|\mathbf{p}|/M_N$ que nous avons négligés ici. Il faut toutefois noter que ces termes supplémentaires apportent des corrections minimales (si l'on compare aux canaux de charge et/ou de spin transverse) et donc qu'ils ne confèrent pas une grande importance à la réponse longitudinale de spin dans la voie NN . Cette compensation de la réponse de spin longitudinale au pic quasi-élastique ne semble pas avoir été remarquée par les auteurs des références [58] qui donnent des poids respectifs de 1/3 et 2/3 aux réponses de spin longitudinal et de spin transverse. Ce problème avait été également évité dans la référence [57]. Les auteurs de cette dernière avaient écarté la partie de temps du courant axial à cause de ses effets de courants d'échanges considérables, sans relation avec le problème du mode pionique collectif véritable objet de l'étude qui était menée, et que nous allons succinctement développer dans le paragraphe suivant.

On sait en effet que la renormalisation de la partie de temps du courant axial h_A^0 par les courants d'échanges mésoniques est un phénomène important (pour un article de revue, voir [95]). Ces courants d'échanges génèrent des opérateurs à deux corps représentés par un diagramme de Feynman générique donné dans la figure (II.8).

Ce diagramme comprend trois composantes : une amplitude de production de méson, un propagateur de méson et une amplitude d'absorption de ce méson. Les deux derniers éléments sont bien connus d'après les modèles de forces nucléaires basées sur les échanges de bosons. L'intérêt réside dans l'évaluation de l'amplitude de production de méson. De nombreuses études ont été menées à ce sujet, utilisant des théories de pions mous [98, 97] ou des modèles de pions durs incluant des mésons lourds : σ , ω , ρ , A_1 , δ [94, 99]. Ces calculs conduisent à différentes expressions pour $h_A^{0(2)}$ où le 2

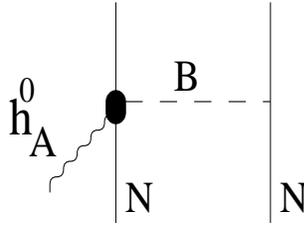


FIG. II.8: *Diagramme de Feynman d'un opérateur à deux corps. h_A^0 désigne la partie temporelle de l'opérateur axial, N est un état de nucléon et B un boson échangé.*

dans l'exposant rappelle qu'il s'agit de la contribution des opérateurs à deux corps au courant axial. Le courant axial total s'obtient comme la somme des contributions des opérateurs à un corps $h_A^{0(1)}$ (approximation d'impulsion) et à deux corps $h_A^{0(2)}$. L'évaluation des éléments de matrice de h_A^0 se fait dans le cadre d'un modèle en couches par exemple, les fonctions d'onde étant obtenues par diagonalisation d'un potentiel moyen déterminé (oscillateur harmonique, potentiel de Woods-Saxon...). On définit le rapport $\varepsilon_{mec} = 1 + \delta_{mec}$ entre les valeurs des éléments de matrice de $h_A^{0(1)} + h_A^{0(2)}$ et de $h_A^{0(1)}$. L'effet des courants d'échanges se traduit par une augmentation des éléments de matrice du courant axial ($\delta_{mec} > 1$). Dans la région de masse $A = 16$ la valeur calculée de la correction δ_{mec} apportée par les courants d'échanges s'échelonne entre 0.35 et 0.65 environ. Ce résultat dépend fortement des modèles utilisés pour les interactions $N - N$, des transitions envisagées pour évaluer les éléments de matrice, du type de potentiel considéré dans un modèle en couches... La valeur moyenne tirée de l'expérience dans la région de masse $A = 16$ est $\delta_{mec} = 0.64 \pm 0.02$ [100]. Cette valeur augmente lorsque l'on passe à des régions de masse plus élevée ($\delta_{mec} = 1.01 \pm 0.05$ dans la région $A = 208$ [101]). Toutes les études, tant au niveau expérimental que théorique, conduisent donc à une renormalisation importante de la partie de temps du courant axial. Si l'on suit les résultats de ces études en incluant dans notre calcul une charge axiale effective $g_A^{eff} = g_A + g_A \delta_{mec}$ dans $\langle p', s' | h_A^0 | p, s \rangle$, la réponse longitudinale R_L^{N-h} est rétablie dans la section efficace par un terme globalement proportionnel à δ_{mec}^2 . L'influence de ces effets de renormalisation dans le canal longitudinal NN peut donc être relativement importante mais varie énormément d'un modèle à l'autre. Dans le cas de la résonance Delta, on voit que la différence de masse $M_\Delta - M_N$ assure la présence de la réponse longitudinale $R_L^{\Delta-h}$. Or nous verrons que les effets de milieu sont importants dans le canal longitudinal $\Delta\Delta$ et modifient profondément la réponse longitudinale $R_L^{\Delta\Delta}$. Nous tenterons donc de voir si ces effets de milieu sont suffisants pour se manifester dans les interactions neutrino-noyau qui demeurent nettement dominées par le canal transverse. Pour l'heure, nous allons donner les résultats de l'analyse menée dans le cadre du modèle de la matière nucléaire infinie sans ces effets de milieu.

II.3.2 Résultats et discussion.

Afin de tester la validité de notre calcul dans le gaz de Fermi, nous avons comparé celui-ci avec différents résultats trouvés dans la littérature [55], [56]. Pour cela nous avons essentiellement calculé deux quantités : la section efficace différentielle

$$\frac{\partial \sigma}{\partial k'} = \int d\Omega_{k'} \frac{\partial^2 \sigma}{\partial \Omega_{k'} \partial k'} \quad (\text{II.48})$$

en fonction de l'énergie de transfert ω à énergie de neutrino fixée (voir figure (II.9)). Nous avons également évalué un taux d'interaction entre un neutrino et un gaz de Fermi défini par :

$$Y(k') = \int_0^\infty \frac{\partial \sigma}{\partial k'} \phi_\nu(\omega) d\omega \quad (\text{II.49})$$

pour $k' = |\mathbf{k}'|$ allant de 25 MeV à 1 GeV. ϕ_ν désigne le flux de neutrinos incidents. Le choix de cette variable est dicté par les expériences où l'on signe le passage d'un neutrino par l'identification et la mesure de certaines variables cinématiques du lepton chargé émis. Enfin nous avons calculé le rapport des taux d'interactions (voir figure (II.10)) :

$$R(k') = \frac{Y(\mu^- + \mu^+)}{Y(e^- + e^+)}. \quad (\text{II.50})$$

Le choix de ces variables et de ces notations est conforme à celui qui a été adopté dans la référence [55]. Dans ce travail nous proposons une extension des résultats obtenus par ces auteurs. Pour la comparaison avec ceux-ci nous avons utilisé une expression de la section efficace plus élaborée que celle que nous avons présentée précédemment et dont le rôle était de mettre en évidence les différentes spécificités de chaque canal.

La section efficace différentielle présente deux pics caractéristiques (figure (II.9)). Celui qui apparaît aux énergies de transfert les plus faibles est dû aux excitations quasi-élastiques. Le second pic, plus large, est quant à lui dû aux excitations $\Delta - h$. La largeur de la résonance Δ est responsable de l'étalement de ce pic dans la section efficace différentielle. Pour le calcul, nous avons conservé la largeur de désintégration à vide $\Gamma_\Delta \simeq 115$ MeV. Il est clair sur cette figure que la section efficace est dominée par les excitations quasi-élastiques. Il faut noter que la localisation des pics est plus compliquée dans la section efficace différentielle que dans les réponses car ces dernières y sont multipliées par les facteurs de forme et le tout est intégré sur l'angle de diffusion. Ceci rend très difficile une prédiction *a priori* de l'importance relative des excitations quasi-élastiques par rapport aux excitations $\Delta - h$ dans le taux d'interactions.

Dans la référence [55] les auteurs montrent que les différences entre un gaz de Fermi non relativiste et un gaz de Fermi relativiste sont faibles et ils conservent un formalisme non relativiste complété par des corrections d'ordre 2 en p/M_N . Leur modèle ne prend en considération que les excitations quasi-élastiques. Ils adoptent pour le flux de neutrinos incidents les résultats de la référence [12] (voir également figure (I.1)). Les résultats que nous obtenons au niveau des excitations quasi-élastiques sont tout à fait comparables aux leurs. En particulier on observe que le rapport des taux d'interactions est inférieur à 2 à bas moment de lepton et se rapproche de cette valeur lorsque le moment augmente. L'origine de ce comportement est essentiellement cinématique : la normalisation de la section efficace fait apparaître un facteur $|\mathbf{k}'|/\sqrt{k'^2 + m_l^2}$ toujours voisin de 1 pour un électron mais qui diminue fortement lorsque le moment du muon devient comparable à sa masse (105 MeV).

Nous avons également confronté nos résultats avec un modèle différent [56]. Les auteurs utilisent un formalisme complètement relativiste (théorie de champ moyen de Walecka, voir [87]) dans lequel ils incluent les deux types d'excitations (quasi-élastiques et $\Delta - h$). Nous avons dans un souci de facilité de comparaison adopté le choix de leurs variables, à savoir la section efficace différentielle $\partial\sigma/\partial E_{\mathbf{k}'}$ en fonction de l'énergie du lepton (figure (II.11)) et le taux d'interactions calculé avec un modèle de flux extrapolé d'après [14] (figure (II.12)) :

$$\phi_{\nu_\mu}(E) = 220 E^{-2.5} (\text{m}^2 \text{ sr GeV s})^{-1}, \quad (\text{II.51})$$

avec l'hypothèse suivante : $\phi_{\nu_\mu} = \phi_{\bar{\nu}_\mu} = 2\phi_{\nu_e} = 2\phi_{\bar{\nu}_e}$.

Nos résultats sont encore une fois similaires avec en particulier une position et un étalement du pic du Δ identiques. Le fait que nous trouvions un pic plus élevé que le leur provient d'un choix différent pour les constantes de couplage (ces auteurs adoptent en effet un rapport $(\frac{f_{\pi NN\Delta}}{f_{\pi NN}})^2 = 4$ plus faible que dans ce travail). La similarité entre les résultats du modèle relativiste de la référence [56] et les résultats de notre modèle valide l'approximation non relativiste que nous avons adoptée. Celle-ci était *a priori* justifiée par la décroissance rapide du flux des neutrinos atmosphériques avec l'énergie (voir également l'argumentation donnée dans la référence [55]).

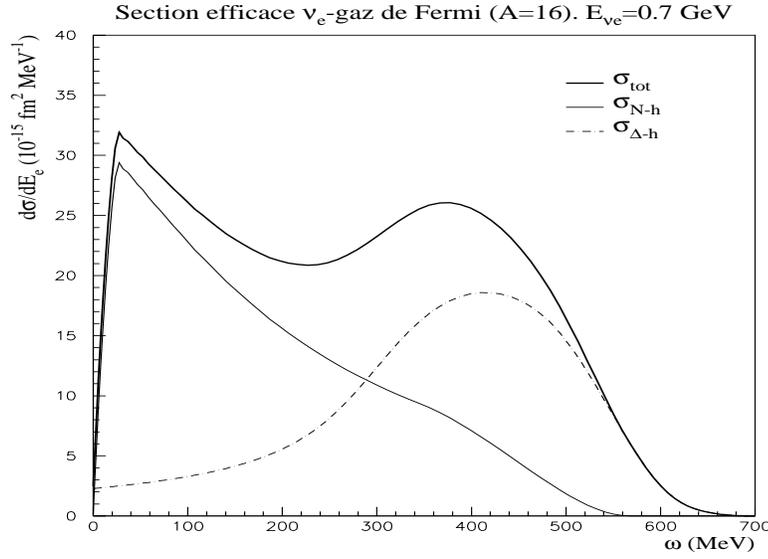


FIG. II.9: Section efficace différentielle d'interaction ν_e -gaz de Fermi en fonction de l'énergie de transfert. Les paramètres du gaz de Fermi sont $A = 16$ et $k_F = 225$ MeV/c. Les notations sont identiques à celles de la référence [55]. En trait plein gras apparaît la section efficace différentielle totale qui reçoit une contribution due à l'excitation des états nucléon-trou (ligne pleine) et une autre à plus forte énergie due à l'excitation des états Delta-trou (ligne hachurée).

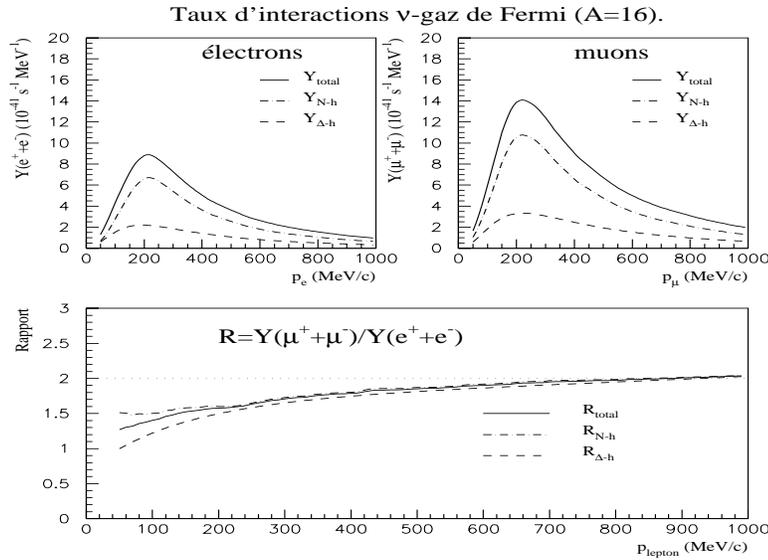


FIG. II.10: Taux d'interactions de courant chargé neutrino-gaz de Fermi pour des neutrinos de type électronique et muonique, en fonction du moment du lepton émis. On voit également le rapport des taux d'interactions pour les deux types de neutrinos $(\mu^- + \mu^+)/ (e^- + e^+)$. Les notations sont celles de la référence [55].

La contribution de la résonance Δ au taux d'interactions s'avère être plus faible que la contribution quasi-élastique quel que soit le modèle de flux utilisé. Ceci provient d'une part de la section efficace qui est intrinsèquement moins importante au pic du Delta (mais qui est sensible à la valeur de la largeur de la résonance : on note une augmentation de la section efficace lorsque la largeur diminue). D'autre part le pic du Delta se situant à des énergies de transfert élevées, il faut s'attendre à ce que le flux de neutrinos incidents, qui décroît fortement avec cette énergie, amoindrisse la contribution de ce pic du Delta. Enfin il faut noter pour clore cette comparaison que l'inclusion de la résonance Δ dans un modèle de gaz de Fermi ne modifie pas le rapport des taux d'interactions et que ce dernier a une évolution tout à fait semblable à celle des rapports de taux d'interactions quasi-élastiques. Il est maintenant nécessaire d'aller au-delà du modèle de gaz de Fermi pour pouvoir juger de l'évolution de ces résultats lorsque l'on se place dans un milieu nucléaire de taille finie et où les interactions entre constituants ne sont plus négligées. C'est l'objet du chapitre suivant.

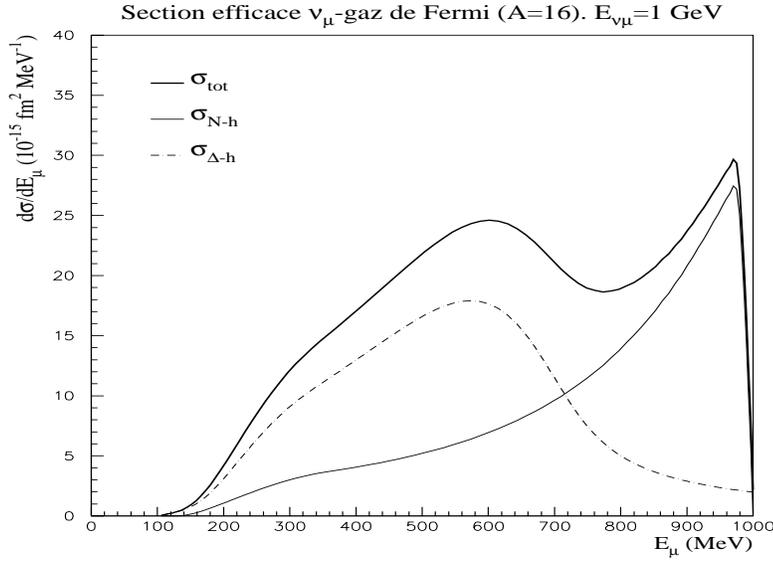


FIG. II.11: Section efficace différentielle d'interaction ν_μ -gaz de Fermi en fonction de l'énergie du lepton émis. Les paramètres du gaz de Fermi sont $A = 16$ et $k_F = 225$ MeV/c. En trait plein gras apparaît la section efficace différentielle totale qui reçoit une contribution due à l'excitation des états nucléon-trou (ligne pleine) et une autre à plus forte énergie due à l'excitation des états Delta-trou (ligne hachurée). Les notations sont celles de la référence [56].

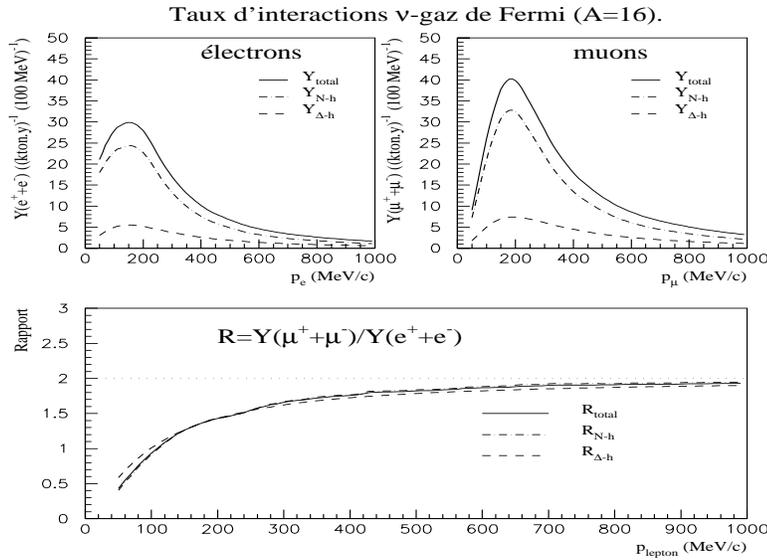


FIG. II.12: Taux d'interactions de courant chargé neutrino-gaz de Fermi pour des neutrinos de type électronique et muonique, en fonction du moment du lepton émis. On voit également le rapport des taux d'interactions pour les deux types de neutrinos soit $(\mu^- + \mu^+)/ (e^- + e^+)$. Les notations sont celles de la référence [56].

Chapitre III

Méthodes semi-classiques

Le modèle du gaz de Fermi qui a permis d'illustrer le principe du calcul des quantités qui nous intéressent, comme par exemple le taux d'interactions neutrino-matière nucléaire, s'est avéré être un guide étonnamment fiable dans de nombreux domaines de la physique nucléaire notamment. Il a en effet permis de reproduire des données de diffusion d'électrons de manière satisfaisante compte tenu de sa simplicité [88]. Toutefois ce modèle a montré ses limites lorsque les différents types de réponses ont été mesurés séparément. En effet il n'est pas possible de distinguer les réponses les unes des autres dans le cadre de ce modèle. Or ces réponses ont un poids différent suivant leur nature et nous avons déjà annoncé que le canal transverse dominait la section efficace différentielle d'interaction avec un neutrino. Nous allons progressivement revenir sur les hypothèses du modèle de gaz de Fermi en commençant par considérer le problème de volume fini des noyaux. Puis nous allons inclure les interactions des constituants du noyau entre eux. Ceci va nous conduire dans un premier temps à l'évaluation des excitations $np-nh$ avec $n \geq 1$. Ensuite nous serons amenés à considérer la nature corrélée du milieu nucléaire. Nous verrons comment les prédictions du modèle à deux niveaux [71] se confirment dans le noyau avec l'apparition d'un mode collectif, la *branche pionique*.

Ces améliorations du modèle ne sont malheureusement pas accessibles sans calculs excessivement lourds et nous sommes amenés à utiliser des méthodes d'approximation dites "semi-classiques". D'autre part l'impossibilité de résoudre exactement le problème à N corps dans les noyaux nous a conduit à l'utilisation de l'approximation des anneaux de la RPA.

III.1 Présentation des méthodes semi-classiques

III.1.1 Position du problème

Nous avons déjà mentionné que le calcul exact des propagateurs de polarisation et à travers eux des réponses nucléaires est très coûteux et nécessite un temps de calcul important. Ceci peut se voir en réécrivant le propagateur de polarisation sous une forme équivalente à celle que nous avons utilisée jusqu'à présent. L'avantage de cette nouvelle forme est de mettre en évidence le rôle des états à une particule dans l'expression du propagateur de polarisation (les notations employées sont celles de la référence [80]) :

$$\Pi^{\mu\nu}(\omega, \mathbf{q}, \mathbf{q}') = \sum_{a, a', b, b'} \langle b | O^\mu(\mathbf{q} | a) \langle a b' | \hat{D}(1, 2, \omega) | a' b \rangle \langle a' | O^{\nu\dagger}(\mathbf{q}') | b' \rangle, \quad (\text{III.1})$$

où

$$\hat{D}(1, 2, \omega) = \frac{\vartheta(\varepsilon_F - H_1) - \vartheta(\varepsilon_F - H_2)}{\omega - H_2 + H_1 + i\varepsilon} \quad (\text{III.2})$$

est le propagateur particule-trou (opérateur à deux corps, H désignant le Hamiltonien à une particule). Il est clair d'après les expressions précédentes que la résolution du problème passe par la

connaissance du Hamiltonien exact à une particule et surtout par une sommation sur tous les états à une particule du système des éléments de matrice de tous les opérateurs considérés. En outre il va être nécessaire de considérer des couplages entre différentes composantes des propagateurs de polarisation, ce qui va alourdir encore le calcul. Nous allons mettre à profit les connaissances acquises dans l'application de méthodes semi-classiques pour simplifier le traitement. Ces méthodes ont initialement été développées en physique atomique puis adaptées à la physique nucléaire en tenant compte de la courte portée des interactions nucléaires à deux corps. Depuis ces méthodes ont fait l'objet d'une attention soutenue et ont été utilisées à de nombreuses reprises. Les résultats auxquels elles ont abouti ont été comparés aux résultats de calculs rigoureux. Concernant les réponses nucléaires, plusieurs études ont été menées. Dans [79, 80] les réponses quasi-élastiques semi-classiques sont comparées aux réponses issues d'un calcul quantique rigoureux. De manière générale on constate que les réponses semi-classiques reproduisent les réponses exactes en moyenne, *i.e.* qu'elles remplacent les fluctuations quantiques par leur valeur moyenne. Ceci est particulièrement net à basse énergie de transfert. Ensuite les effets de l'interaction résiduelle entre les constituants du système, sur lesquels nous reviendrons abondamment, ont été analysés à la lumière des méthodes semi-classiques. Les réponses nucléaires d'un milieu en interaction calculées par ce biais se sont avérées être en parfait accord avec celles issues d'un calcul exact des équations de type RPA dans l'approximation des anneaux, semblable à celui que nous utilisons dans ce travail. Le formalisme semi-classique a ensuite été adapté au pic du Delta [70, 72]. Dans cette région les fluctuations quantiques sont d'autant plus éliminées que la largeur de la résonance Δ est importante. L'accord entre le calcul semi-classique et le calcul exact n'en est que meilleur. L'inclusion des effets de l'interaction résiduelle dans le modèle utilisé par ces auteurs a permis de reproduire les sections efficaces totales pion-noyau (voir également figure (IV.11)) et de prédire des modifications importantes dans la photo-production cohérente de pions neutres. Les méthodes semi-classiques apparaissent donc comme des méthodes d'approximation puissantes et fiables qui présentent en outre l'avantage d'une relative simplicité.

Fortes des connaissances et du savoir-faire acquis dans le domaine, nous allons utiliser ces méthodes dans le contexte des interactions neutrino-noyau. La démarche adoptée est simple. Il s'agit de s'affranchir des contraintes importantes apportées par un calcul rigoureux en utilisant les résultats acquis au niveau du gaz de Fermi. C'est le principe de l'approximation de Thomas-Fermi [60]. Les quantités obtenues à l'approximation de Thomas-Fermi s'avèrent être les contributions au plus bas ordre d'un développement systématique en puissances de \hbar , appelé développement de Wigner-Kirkwood. Nous ferons donc un détour par la transformation de Wigner d'un opérateur pour présenter le point de départ de notre formalisme. Pour une présentation plus générale des concepts utilisés ici, voir la référence [60].

III.1.2 Approximation de Thomas-Fermi.

Dans la théorie de Thomas-Fermi les particules sont indépendantes. Considérons donc un Hamiltonien à une particule du type :

$$H = -\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2M} + V(\mathbf{r}), \quad (\text{III.3})$$

où V est le potentiel dans lequel évoluent les particules¹. Les états propres et valeurs propres de ce Hamiltonien sont solutions de l'équation de Schrödinger :

$$H \varphi_n = \varepsilon_n \varphi_n. \quad (\text{III.4})$$

¹Pour illustrer le principe du développement de Wigner-Kirkwood, nous conservons \hbar , qui vaut 1 dans le système d'unités adopté dans le reste de ce travail, dans les équations de ce chapitre.

Pour évaluer plus tard le propagateur de polarisation semi-classique nous aurons besoin de connaître le propagateur à une particule :

$$C^\beta(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \sum_n \varphi_n(\mathbf{r}) \varphi_n(\mathbf{r}')^* e^{-\beta \varepsilon_n}, \quad (\text{III.5})$$

où l'on a posé $\beta = it/\hbar$. Ce propagateur est solution de l'équation de Schrödinger dépendant du temps $i\frac{\partial C}{\partial t} = H C$. Or la forme de la solution exacte de cette équation est en général, pour une forme de potentiel quelconque, impossible à obtenir. On procède alors à une approximation de la solution en développant le potentiel en série de Taylor autour d'un point repéré par \mathbf{r}_0 . Si l'on interrompt ce développement à l'ordre n on obtient le propagateur à une particule à ce même ordre $C_{\mathbf{r}_0}^{(n)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$. Bien entendu ce propagateur dépend du point autour duquel on a fait le développement et il ne sera solution de l'équation de Schrödinger dépendant du temps que pour des valeurs de \mathbf{r} et \mathbf{r}' proches de \mathbf{r}_0 . On peut dans cette optique définir une hiérarchie de solutions approchées de cette équation par :

$$C^{(n)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \lim_{\mathbf{r}_0 \rightarrow \frac{1}{2}(\mathbf{r} + \mathbf{r}')} C_{\mathbf{r}_0}^{(n)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{III.6})$$

Si le développement du potentiel est convergent la solution correspondant à $n \rightarrow \infty$ est la solution exacte. L'approximation de Thomas-Fermi consiste à considérer que le potentiel est localement constant, *i.e.* $V(\mathbf{r}) = V(\mathbf{r}_0)$. Le propagateur correspondant se calcule alors exactement :

$$C_{\mathbf{r}_0}^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \left(\frac{M}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2} \frac{1}{\beta^{3/2}} e^{-\frac{M}{2\hbar^2\beta}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')^2 - \beta V(\mathbf{r}_0)}. \quad (\text{III.7})$$

Ce propagateur de Thomas-Fermi permet de calculer certaines quantités physiques comme la densité :

$$\rho^{TF}(\mathbf{r}) = \frac{2k_F^3(\mathbf{r})}{3\pi^2} \vartheta(E_F - V(\mathbf{r})) \quad \text{avec} \quad k_F(\mathbf{r}) = \left[\frac{2M}{\hbar^2}(E_F - V(\mathbf{r}))\right]^{1/2}. \quad (\text{III.8})$$

Il peut également être vu comme l'approximation au plus bas ordre d'un développement de Wigner-Kirkwood. C'est ce que nous allons illustrer dans le paragraphe suivant.

III.1.3 Transformée de Wigner.

La transformée de Wigner d'un opérateur à une particule est définie par :

$$A_W(\mathbf{R}, \mathbf{p}) = \int d^3s e^{-i\mathbf{p}\cdot\mathbf{s}/\hbar} \left\langle \mathbf{R} + \frac{\mathbf{s}}{2} \middle| A \middle| \mathbf{R} - \frac{\mathbf{s}}{2} \right\rangle. \quad (\text{III.9})$$

Les variables introduites dans (III.9) sont : $\mathbf{R} = (1/2)(\mathbf{r} + \mathbf{r}')$ et $\mathbf{s} = \mathbf{r} - \mathbf{r}'$. Dans cette représentation le Hamiltonien (III.3) prend sa forme classique habituelle :

$$H_W(\mathbf{R}, \mathbf{p}) = \frac{\mathbf{p}^2}{2M} + V(\mathbf{R}). \quad (\text{III.10})$$

La transformation de Wigner est parfaitement inversible et l'on retrouve les éléments de matrice de l'opérateur dans l'espace des moments ou dans l'espace de configuration. Par exemple :

$$\langle \mathbf{r} | A | \mathbf{r}' \rangle = \int \frac{d^3p}{(2\pi\hbar)^3} e^{i\mathbf{p}\cdot(\mathbf{r}-\mathbf{r}')/\hbar} A_W(\mathbf{R}, \mathbf{p}). \quad (\text{III.11})$$

L'opérateur dont on désire plus particulièrement connaître la transformée de Wigner est le propagateur C^β que nous avons rencontré au paragraphe précédent. Pour cela on réalise un développement de Wigner-Kirkwood :

$$C_W^\beta(\mathbf{R}, \mathbf{p}) = \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\beta H)^n}{n!} \right)_W. \quad (\text{III.12})$$

Ce développement permet d'arriver au résultat désiré moyennant la connaissance de la transformée de Wigner d'un produit d'opérateurs (le résultat pour un produit de deux opérateurs est donné dans [60]). C'est cette loi de transformation de produits d'opérateurs qui conduit à un développement en gradients $\nabla_{\mathbf{R}}, \nabla_{\mathbf{p}}$, équivalent à un développement en \hbar . Si l'on reste à l'ordre \hbar^0 la transformée de Wigner du propagateur C^β s'écrit :

$$C_W^{\beta(0)}(\mathbf{R}, \mathbf{p}) = e^{-H_W(\mathbf{R}, \mathbf{p})}, \quad (\text{III.13})$$

avec H_W donné par la relation (III.10). En prenant la transformée de Fourier par rapport à \mathbf{p} on retrouve l'expression du propagateur à une particule de Thomas-Fermi. C'est en ce sens que l'on peut dire que la théorie de Thomas-Fermi donne les résultats au plus bas ordre en \hbar .

III.1.4 Application aux propagateurs d'excitation particule-trou.

Les résultats acquis auparavant permettent de calculer le propagateur de polarisation correspondant à l'opérateur $\mathbb{I}_\sigma \times \mathbb{I}_\tau$ dans les noyaux. Ceci est rendu possible par la transformation de Wigner, ce que nous allons détailler quelque peu dans ce paragraphe. Nous allons focaliser notre attention sur le cas des excitations quasi-élastiques et donner le résultat du calcul (pour les détails voir [79, 80]). La transformée de Wigner du propagateur d'excitation nucléon-trou exprimé dans l'espace des moments est :

$$\Pi_{W(N-h)}^0(\omega, \mathbf{R}, \mathbf{p}) = \int \frac{d^3 k}{(2\pi\hbar)^3} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{R}/\hbar} \Pi_{N-h}^0(\omega, \mathbf{p} + \frac{\mathbf{k}}{2}, \mathbf{p} - \frac{\mathbf{k}}{2}), \quad (\text{III.14})$$

relation que l'on peut inverser en :

$$\Pi_{N-h}^0(\omega, \mathbf{q}, \mathbf{q}') = \int d^3 R e^{-i(\mathbf{q}-\mathbf{q}') \cdot \mathbf{R}/\hbar} \Pi_{W(N-h)}^0(\omega, \mathbf{R}, \frac{\mathbf{q} + \mathbf{q}'}{2}). \quad (\text{III.15})$$

La partie imaginaire de $\Pi_{W(N-h)}$ peut s'exprimer à partir de (III.1) :

$$\begin{aligned} \text{Im}(\Pi_{W(N-h)}^0(\omega, \mathbf{R}, \mathbf{p})) &= -4\pi \int \frac{d^3 k}{(2\pi\hbar)^3} \int \frac{dt}{2\pi} e^{i\omega t} \left[(\vartheta(\varepsilon_F - H) C^\beta)_W(\mathbf{R}, \mathbf{k}) (C^{-\beta})_W(\mathbf{R}, \mathbf{k} + \mathbf{p}) \right. \\ &\quad \left. - (C^\beta)_W(\mathbf{R}, \mathbf{k}) (\vartheta(\varepsilon_F - H) C^{-\beta})_W(\mathbf{R}, \mathbf{k} + \mathbf{p}) \right] \end{aligned} \quad (\text{III.16})$$

Connaissant les transformées de Wigner du propagateur à une particule, de l'opérateur densité $\vartheta(\varepsilon_F - H)$ et la loi de calcul des transformées de Wigner d'un produit d'opérateurs au plus bas ordre en \hbar (*i.e.* à l'approximation de Thomas-Fermi) on retrouve l'expression de la partie imaginaire de la fonction de Lindhard calculée à un moment de Fermi $k_F(\mathbf{R})$. Le calcul montre qu'il en est de même pour la partie réelle. Ceci permet d'écrire la relation qui va servir de point de départ au reste du calcul et qui va nous permettre d'exploiter une partie des résultats déjà acquis avec le modèle du gaz de Fermi :

$$\Pi_{W(N-h)}^0(\omega, \mathbf{R}, \frac{\mathbf{q} + \mathbf{q}'}{2}) = \Pi_{k_F(\mathbf{R})(N-h)}^0(\omega, \frac{\mathbf{q} + \mathbf{q}'}{2}). \quad (\text{III.17})$$

En généralisant cette relation au cas des excitations $\Delta - h$ le propagateur de polarisation dans les noyaux s'écrit donc par inversion de la transformation de Wigner :

$$\Pi_{p-h}^0(\omega, \mathbf{q}, \mathbf{q}') = \int d^3 R e^{-i(\mathbf{q}-\mathbf{q}') \cdot \mathbf{R}} \Pi_{k_F(R)(p-h)}^0(\omega, \frac{\mathbf{q} + \mathbf{q}'}{2}). \quad (\text{III.18})$$

Le formalisme tel qu'il se présente jusqu'ici s'apparente à une approximation de densité locale. Les nucléons se retrouvent sur une surface de Fermi avec un moment de Fermi $k_F(R)$ qui dépend de la position où ils se trouvent. On rend ainsi compte de l'effet de volume fini. En particulier cela brise l'invariance par translation spatiale effective dans la matière nucléaire infinie. Ceci se traduit par la non conservation des tri-moments dans les propagateurs de polarisation qui deviennent fonction de \mathbf{q} et de \mathbf{q}' .

Numériquement plusieurs solutions ont été testées pour le calcul du moment de Fermi local. La première solution est l'approximation semi-classique : $k_F(\mathbf{R}) = [\frac{2M}{\hbar^2}(E_F - V(\mathbf{R}))]^{1/2}$. La seconde, qui est celle que nous avons retenue pour présenter les résultats de ce travail, consiste à évaluer le moment de Fermi partir d'une densité de protons ajustée sur les données expérimentales [65], en utilisant la relation :

$$k_F(|\mathbf{R}|) = [\frac{3\pi^2}{2}\rho(|\mathbf{R}|)]^{\frac{1}{3}}. \quad (\text{III.19})$$

Enfin, nous avons également utilisé une paramétrisation de densités Hartree-Fock SkM* par une forme Wood-Saxon modifiée [66]. Cette paramétrisation prend en compte les différences entre densité de neutrons et densité de protons ². Ces trois approches conduisent à des résultats très voisins (les différences enregistrées sur le calcul des taux d'événements sont inférieures à 2 %). Le choix de la solution finale pour le calcul des observables des réactions neutrino-oxygène a donc peu d'importance et a été dicté par des raisons de gain de temps de calcul. A titre illustratif, nous avons tracé sur la figure (III.1) le profil des densités ajustées sur les valeurs expérimentales de [65] pour 4 noyaux différents. Pour les noyaux de ¹²C, ¹⁶O et ²⁰⁸Pb l'ajustement sur les données expérimentales se fait par le biais d'une somme de Gaussiennes. Dans le cas du ⁵⁶Fe on utilise une Gaussienne à 3 paramètres. Dans ce travail nous avons supposé que les neutrons possédaient une densité de forme homothétique à celle des protons. Ces densités ne présentent pas l'inconvénient d'un rayon de coupure comme les densités semi-classiques. Nous avons comparé les deux formes de densité sur la figure (III.1), en prenant pour les densités semi-classiques un potentiel de Wood-Saxon dont les paramètres sont tirés de [64] (nous donnons ici la valeur des paramètres des noyaux $N = Z$) :

$$V(r) = \frac{V_0}{1 + e^{\frac{r-R_0}{a}}} \text{ avec } \begin{cases} V_0 = 51.4 \text{ MeV,} \\ a = 0.66 \text{ fm,} \\ R_0 = 2.6 \text{ fm } (^{12}\text{C}), 2.9 \text{ fm } (^{16}\text{O}). \end{cases} \quad (\text{III.20})$$

On voit sur ces figures que les densités semi-classiques correspondantes sont monotones, à la différence des densités "réelles", et qu'elles produisent un lissage des fluctuations qui se présentent (voir notamment le cas du plomb).

Dans une dernière étape, voyons comment simplifier l'équation (III.18) qui comprend une intégration à trois dimensions sur \mathbf{R} . Il est avantageux de réduire cette intégration en projetant la relation (III.18) sur la base des polynômes de Legendre. Pour la suite de ce paragraphe nous omettrons l'indice $p - h$ sous-entendu pour chaque propagateur d'excitations *particule - trou*. On définit les multipôles des propagateurs de polarisation $\Pi^{0(L)}$ et $\Pi_{k_F(R)}^{0(L)}$ suivant :

$$\begin{aligned} \Pi^{0(L)}(\omega, q, q') &= 2\pi \int du P_L(u) \Pi^0(\omega, \mathbf{q}, \mathbf{q}'), \\ \Pi_{k_F(R)}^{0(L)}(\omega, q, q') &= 2\pi \int du P_L(u) \Pi_{k_F(R)}^0(\omega, \frac{\mathbf{q} + \mathbf{q}'}{2}), \end{aligned} \quad (\text{III.21})$$

²Je remercie Mr J. Meyer pour avoir attiré mon attention sur ce travail.

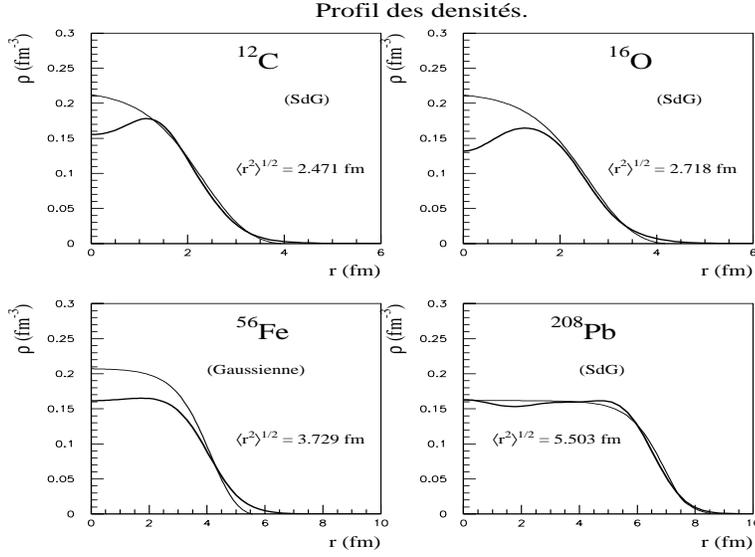


FIG. III.1: Comparaison des densités semi-classique et des densités ajustées sur les données expérimentales d'après [65]. (SdG) = Somme de Gaussiennes, (Gaussienne) = Gaussienne à 3 paramètres.

où l'on a défini : $q = |\mathbf{q}|$, $q' = |\mathbf{q}'|$, $u = \cos(\hat{q}, \hat{q}')$. On décompose en ondes partielles l'onde plane :

$$e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{R}} = \sum_{l,m} 4\pi(i)^l Y_l^{m*}(\hat{q}) Y_l^m(\hat{R}) j_l(qR), \quad (\text{III.22})$$

où $j_l(x)$ est la fonction de Bessel d'ordre l et $Y_l^m(\hat{x})$ est l'harmonique sphérique associée à la direction du vecteur unitaire \hat{x} . L'égalité (III.18) conduit alors après quelques manipulations algébriques au résultat final :

$$\begin{aligned} \Pi^{0(L)}(\omega; q, q') &= 4\pi \sum_{l_1, l_2} (2l_1 + 1)(2l_2 + 1) \begin{pmatrix} l_1 & l_2 & L \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 \\ &\times \int dRR^2 j_{l_1}(qR) j_{l_2}(q'R) \Pi_{k_F(R)}^{0(l_2)}(\omega; q, q'). \end{aligned} \quad (\text{III.23})$$

Nous disposons maintenant des éléments de base avec lesquels nous allons pouvoir étudier les effets des interactions entre nucléons. Pour les nucléons $\Pi_{k_F(R)}^{0(L)}$ représente simplement la projection sur les polynômes de Legendre de la fonction de Lindhard calculée avec un moment de Fermi dépendant de la position. Le cas de la résonance Δ est plus compliqué car sa largeur, que nous avons prise jusqu'ici égale à la largeur dans le vide $\Gamma_\Delta \simeq 115$ MeV, subit de profondes modifications dans un noyau. Nous allons consacrer le prochain paragraphe au calcul de cette largeur.

III.2 Modification de la résonance Delta et excitations np - nh

Lorsque l'énergie de transfert est de l'ordre d'environ 300 MeV, il est possible d'exciter la résonance Δ . Pour analyser les propriétés de celle-ci dans les noyaux nous allons mettre à profit les connaissances acquises dans le domaine de la diffusion pion-nucléon. En utilisant une cinématique relativiste nous réécrivons le propagateur d'excitation $\Delta - h$ sous la forme :

$$\Pi_{\Delta-h}(q) = \frac{32M_\Delta}{9} \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \theta(k_F - k) \left[\frac{1}{s - M_\Delta^2 + iM_\Delta\Gamma_\Delta} - \frac{1}{u - M_\Delta^2} \right]. \quad (\text{III.24})$$

Nous avons employé les variables de Mandelstam habituelles pour les canaux s et u . Dans la définition de ce propagateur de polarisation, la largeur du Δ dépend de l'énergie. Nous allons présenter la paramétrisation de cette dépendance que nous avons utilisée.

III.2.1 Largeur du Delta.

L'analyse de la diffusion pion-nucléon met en évidence l'existence d'une résonance très marquée [61] dans le canal d'onde p que l'on note P_{33} en employant les notations spectroscopiques habituelles : les déphasages et les longueurs (ou volumes) de diffusion sont donnés dans des canaux caractérisés par les indices $(\alpha = (l, 2I, 2J))$, où l est le moment orbital relatif pion-nucléon, I est l'isospin, $J = l \pm \frac{1}{2}$ le moment angulaire total. Pour illustrer l'apparition de cette résonance il faut comparer les volumes de diffusion :

$$\begin{aligned} a_{11} &= -0.081 (m_\pi^{-3}), & a_{13} &= -0.030 (m_\pi^{-3}), \\ a_{31} &= -0.045 (m_\pi^{-3}), & a_{33} &= 0.214 (m_\pi^{-3}). \end{aligned} \quad (\text{III.25})$$

a_{33} est attractif et domine nettement les autres volumes de diffusion. Pour rendre compte de ces caractéristiques on adopte un modèle dans lequel la résonance Δ est considérée comme une espèce baryonique indépendante. Nous ne traiterons que de la diffusion pion-nucléon d'onde p. L'amplitude de cette diffusion est calculée à l'approximation de Born et l'on suppose que le processus est dominé par la somme des contributions directes et croisées des pôles de nucléon et de Δ indiquées sur la figure (III.2).

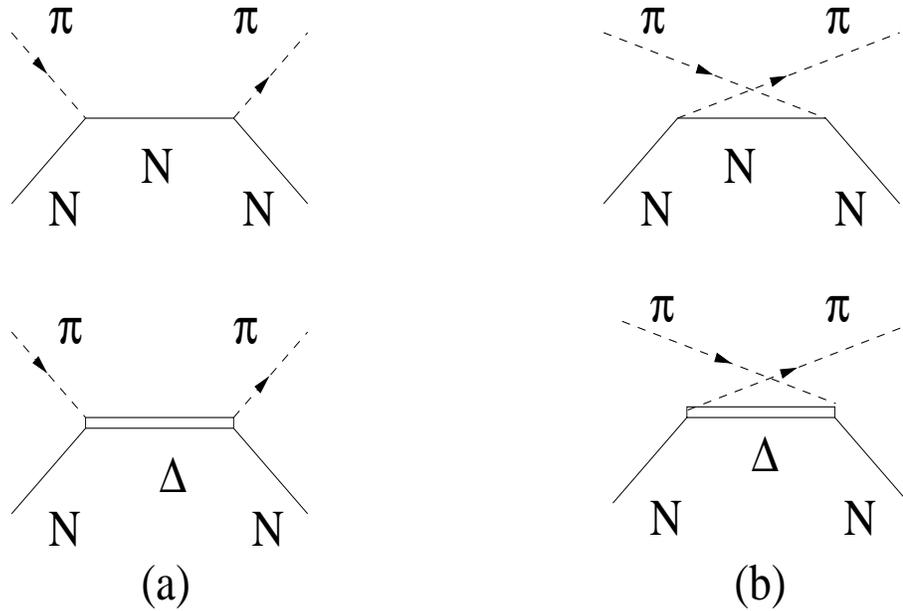


FIG. III.2: Diagramme de diffusion pion-nucléon : contributions directes (a) et croisées (b) des pôles de nucléon et de Δ .

Pour présenter les résultats de l'analyse il est pratique de passer par la matrice K liée à la matrice S par :

$$S_\alpha(\omega) = \frac{1 + i|\mathbf{q}|K_\alpha(\omega)}{1 - i|\mathbf{q}|K_\alpha(\omega)}. \quad (\text{III.26})$$

L'amplitude de diffusion dans le canal α s'exprime simplement en fonction de cette matrice K :

$$f_\alpha(\omega) = \frac{K_\alpha(\omega)}{1 - i|\mathbf{q}|K_\alpha(\omega)}. \quad (\text{III.27})$$

Les différentes contributions des graphes de la figure (III.2) sont aisément identifiables dans un formalisme non relativiste. En notant $f = f_{\pi NN}$ et $f^* = f_{\pi N\Delta}$, la matrice K dans le canal (3,3) s'écrit comme la somme de trois termes :

$$K_{33} \propto \frac{4f^2}{\omega} + \frac{f_{\Delta}^2}{\omega_{\Delta} - \omega} + \frac{1}{9} \frac{f_{\Delta}^2}{\omega_{\Delta} + \omega}, \quad (\text{III.28})$$

le premier représentant la contribution des termes directs et croisés du pôle de nucléon, les suivants représentant respectivement la contribution du terme direct du pôle du Δ et celle du terme croisé. Cependant pour reproduire quantitativement les amplitudes de diffusion, il faut adopter une cinématique relativiste. Plus précisément on obtient :

$$\begin{aligned} K_{33} &= \frac{1}{3} \frac{\mathbf{q}^2}{4\pi m_{\pi}^2} \frac{M_N}{\sqrt{s}} \\ &\times \left[2M_N f^2 \frac{4}{M_N^2 - u} + 2M_{\Delta} f_{\Delta}^2 \left(\frac{1}{M_{\Delta}^2 - s} + \frac{1}{9} \frac{1}{M_{\Delta}^2 - u} \right) \right] \\ &= \frac{\mathbf{q}^2 M_{\Delta} f_{\Delta}^2}{6\pi m_{\pi}^2} \frac{M_N}{\sqrt{s}} \left[\frac{F_L}{M_{\Delta}^2 - s} + \frac{1}{9} \frac{1}{M_{\Delta}^2 - u} \right]. \end{aligned} \quad (\text{III.29})$$

La réécriture de K_{33} sous la forme de deux termes permet de séparer les contributions des termes direct et croisé du pôle du Δ qui sont les termes dominants. Le facteur F_L tient compte de l'influence du pôle du nucléon. Il est l'équivalent du facteur de forme introduit dans certaines paramétrisations (voir par exemple la référence [75]) :

$$F_L = 1 + \frac{4M_N f^2}{M_{\Delta} f^{*2}} \frac{M_{\Delta}^2 - s}{M_N^2 - u}. \quad (\text{III.30})$$

Poser $F_L = 1$ supprime la contribution du nucléon. Pour trouver une forme simple de la largeur de la résonance Δ on peut négliger les faibles contributions du canal croisé. L'amplitude de diffusion se met alors sous la forme approchée :

$$f_{33} \simeq \frac{M_{\Delta}}{|\mathbf{q}|} \frac{\Gamma_{\Delta}}{M_{\Delta}^2 - s - iM_{\Delta} \Gamma_{\Delta}}, \quad (\text{III.31})$$

avec

$$\Gamma_{\Delta} = \frac{|\mathbf{q}|^3 f^{*2}}{6\pi m_{\pi}^2} \frac{M_N}{\sqrt{s}} \left[1 + \frac{4M_N f^2}{M_{\Delta} f^{*2}} \frac{M_{\Delta}^2 - s}{M_N^2 - u} \right]. \quad (\text{III.32})$$

A la résonance $\sqrt{s} = M_{\Delta}$ et $|\mathbf{q}| = q_{\Delta} \simeq 228$ MeV on obtient $\Gamma_{\Delta} = 115$ MeV ce qui est en bon accord avec les données expérimentales. La relation (III.32) donne la largeur d'un Delta à l'état libre dans la voie dite "quasi-élastique", *i.e.* correspondant à la voie de désintégration $\Delta \rightarrow \pi N$. Si aucune restriction n'est apportée dans ce canal à l'état libre, il en va autrement dans un noyau.

III.2.2 Effets du milieu nucléaire sur la largeur.

On peut diviser les modifications de la largeur du Delta en deux catégories. La première regroupe les corrections du milieu au canal quasi-élastique, la seconde les voies de désintégration non pioniques.

Les corrections au canal quasi-élastique comprennent le blocage de Pauli, la distorsion du pion émis et l'itération du processus lui-même. En effet dans un noyau, le nucléon émis lors de la désintégration ne peut occuper que des états laissés libres par les autres nucléons du milieu de manière à satisfaire le principe d'exclusion de Pauli. Ceci se traduit par une réduction de l'espace de phases du nucléon

émis et donc par une réduction de la largeur de la résonance par rapport à sa valeur dans le vide. A cet effet il faut ajouter la possible ré-interaction du pion émis avec les nucléons du milieu. Enfin il faut considérer que le pion émis peut exciter un nouveau Delta dans le milieu, susceptible de se désintégrer... Toutes ces corrections doivent être convenablement incluses dans un modèle qui utilise la résonance Delta dans le milieu nucléaire.

De plus il existe parallèlement au canal de désintégration quasi-élastique qui produit un pion dans l'état final, des canaux de désintégration non pioniques. Ceux-ci correspondent à des réactions à deux particules : $\Delta N \rightarrow N N$ et à trois particules $\Delta N N \rightarrow N N N$. Il est bien évident que ces canaux de désintégration du Delta n'existent pas à l'état libre. Leur existence est rendue possible par les interactions existant entre les différents constituants du milieu. L'interaction utilisée pour cette étude sera détaillée dans le chapitre consacré à la renormalisation des réponses nucléaires par les effets de milieu. L'ouverture de nouveaux canaux va entraîner une augmentation de la largeur de la résonance, donc un effet contraire au blocage de Pauli.

Pour paramétriser ces effets nous suivons l'analyse donnée dans [76]. Les auteurs y développent un modèle microscopique pour étudier les réactions pion-noyau. Le but est de parvenir à séparer le canal total de réaction en ses différents canaux partiels. Pour l'atteindre ils divisent la partie imaginaire de la self-énergie du Δ en ses différentes composantes. Il en résulte une paramétrisation de chacun des canaux contribuant à la largeur du Δ que nous avons décrits précédemment. Les sections efficaces pion-noyau dans les canaux exclusifs s'obtiennent à partir de la self-énergie du pion (potentiel optique) calculée avec la composante de la self-énergie du Delta correspondant au canal considéré.

Pour obtenir la paramétrisation des canaux partiels de désintégration du Delta, nous considérons conformément à la référence [76] les graphes de la figure (III.3). Les états intermédiaires coupés par la ligne pointillée sur ces graphes sont mis sur couche de masse ce qui assure que l'on prend la partie imaginaire du graphe en question et donc que l'on calcule sa contribution à la partie imaginaire de la self-énergie totale. Les graphes (1a) et (1b) correspondent respectivement au canal quasi-élastique et à sa correction par le blocage de Pauli. Les graphes (2a) et (2b) représentent la distorsion du pion émis et une itération du processus quasi-élastique. Le graphe (3) est identique au graphe (2a) mais la coupure survient sur l'état particule-trou intermédiaire. Il représente le canal $2p-2h$. Enfin les graphes (4a) et (4b) correspondent au canal $3p-3h$. Nous retrouverons ces différents canaux dans le calcul des processus neutrino-noyau exclusifs.

III.2.3 Résultats.

La correction due au blocage de Pauli peut se paramétriser par une fonction F_P qui multiplie la largeur de la résonance dans le vide. Cette fonction est comprise entre 0 et 1 et s'écrit :

$$F_P(k_F, E_\Delta, k_\Delta) = \frac{k_\Delta |\mathbf{q}| + E_\Delta E_N - E_F \sqrt{s}}{2k_\Delta |\mathbf{q}|}, \quad (\text{III.33})$$

où \mathbf{q} et $E_N = (\mathbf{q}^2 + M_N^2)^{1/2}$ sont respectivement le moment et l'énergie du nucléon dans le référentiel du centre de masse πN , $k_\Delta = (E_\Delta^2 - s)^{1/2}$ et $E_\Delta = E_N + \omega$ sont le moment et l'énergie du Delta, enfin $E_F = (k_F^2 + M_N^2)^{1/2}$ est l'énergie de Fermi du système. Dans l'approximation semi-classique on voit que cette fonction dépend de la position par l'intermédiaire du moment de Fermi local.

La contribution équivalente aux graphes (2a, 2b), (3) et (4a, 4b) s'écrit comme une somme de trois termes :

$$\text{Im}(\Sigma_\Delta(\omega)) = - \left[C_Q \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^\alpha + C_{2p2h} \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^\beta + C_{3p3h} \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^\gamma \right], \quad (\text{III.34})$$

où ρ est la densité nucléaire du milieu considéré, ρ_0 , la densité de matière nucléaire infinie. Là encore $\text{Im}(\Sigma_\Delta)$ dépend de la position, par le biais de la densité locale. Les coefficients C_Q , C_{2p-2h}

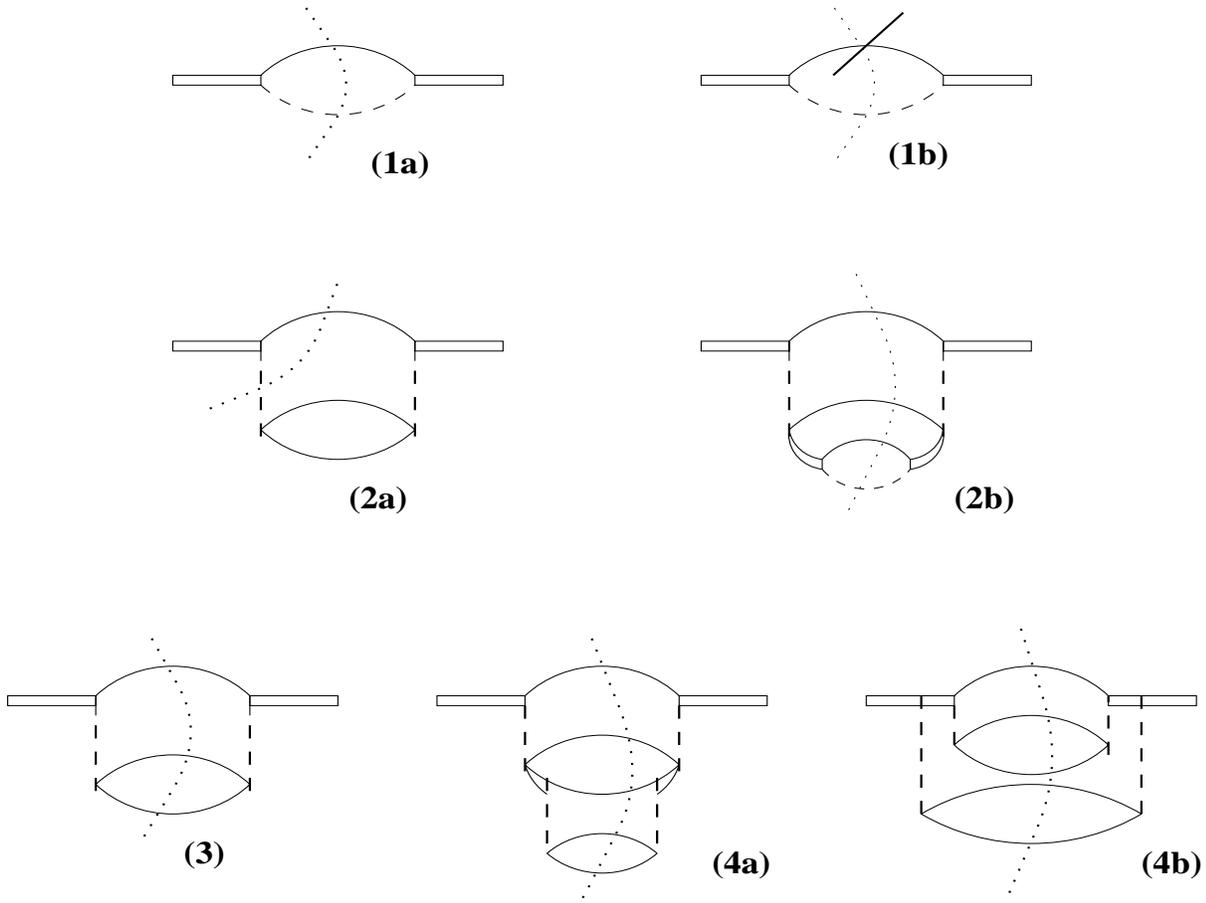


FIG. III.3: *Partie imaginaire de la self-énergie du Delta : contributions du canal "quasi-élastique" $\Delta \rightarrow \pi N$ (1a) corrigé par le blocage de Pauli (1b) et la distorsion du pion émis (2a). Le graphe (2b) représente l'itération du processus précédent. Les graphes (3) et (4a,4b) correspondent respectivement au couplage du Delta aux états $2p-2h$ et $3p-3h$.*

et C_{3p-3h} dépendent de l'énergie de transfert. Nous avons adopté les valeurs de ces coefficients de la référence [76] et procédé à une extrapolation de ces valeurs quand cela était nécessaire. Autour de la résonance chacun de ces trois canaux contribue pour un tiers à $\text{Im}(\Sigma_\Delta)$. Ceci est visible sur la figure (III.4) où nous avons représenté les différentes contributions des graphes (2a, b), (3) et (4a, b) à la largeur du Delta en fonction de l'énergie pour un moment de Fermi fixé ($k_F \simeq 225$ MeV). On voit donc que les canaux de désintégration non pioniques sont une composante importante du problème et que leur prise en compte dans les expériences de neutrinos atmosphériques, où les pions sont la principale source de bruit de fond, est nécessaire.

La largeur finale que nous avons adoptée pour ce travail a donc la forme :

$$\widetilde{\Gamma}_\Delta = \Gamma_\Delta F_P - 2\text{Im}(\Sigma_\Delta). \quad (\text{III.35})$$

Nous avons représenté son allure en fonction de ω sur la figure (III.5). Sur cette dernière nous avons également tracé pour comparaison la largeur de la résonance sans correction Γ_Δ , la largeur corrigée par le blocage de Pauli $\Gamma_\Delta F_P$ et la largeur quasi-élastique totale $\Gamma_\Delta F_P + 2C_Q(\frac{\rho}{\rho_0})^\alpha$. Cette dernière permet de visualiser la compétition entre le blocage de Pauli qui diminue la largeur et l'ouverture d'autres canaux de désintégration qui a l'effet inverse. On remarque que la largeur totale, lorsque sont pris en compte les canaux de désintégration $2p-2h$ et $3p-3h$, est supérieure à la largeur libre. Ceci aura une influence sur l'étude des réactions nucléaires.

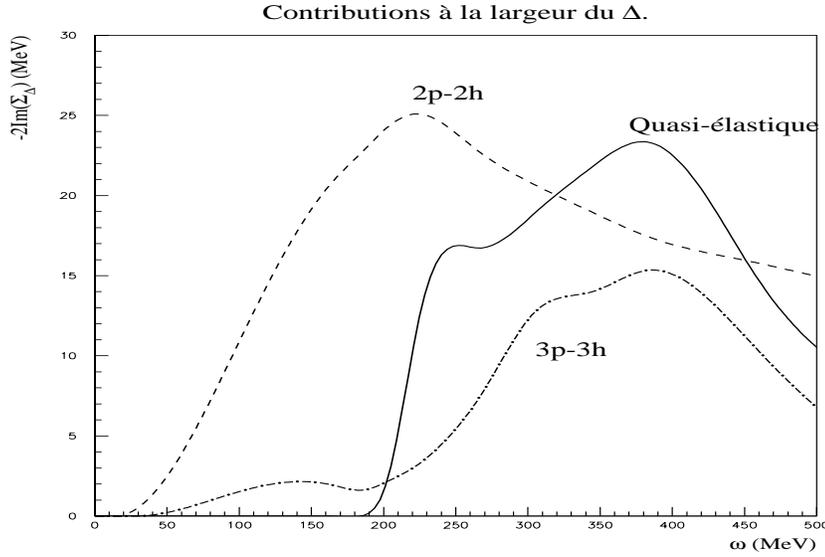


FIG. III.4: Contributions à la largeur du Delta des corrections au processus "quasi-élastique" et du couplage du Delta aux états $2p-2h$ et $3p-3h$ en fonction de l'énergie de transfert. Ces largeurs sont évaluées d'après la prescription de OSET et al pour une densité moyenne $\rho = 0.28m_\pi^3$.

III.2.4 Inclusion des excitations n particules- n trous ($n=2,3$).

Nous avons vu dans les paragraphes précédents une première manifestation des interactions entre les constituants du milieu avec l'apparition des canaux de désintégration $2p-2h$ et $3p-3h$ de la résonance Delta. Sans avoir à détailler le mécanisme particulier de l'interaction, sur lequel nous aurons l'occasion de revenir, on peut donner une explication simple de l'origine de ces mécanismes : une sonde excite un nucléon et génère un état particule-trou. La particule excitée (nucléon ou Delta) peut, avant de se désexciter, choquer une autre particule et créer un ou plusieurs autres états particule-trou. Jusqu'à présent nous n'avons considéré que le cas des excitations $2p-2h$ (et $3p-3h$) réductibles à une largeur de Delta. Cependant on sait que les excitations non réductibles à une largeur sont importantes.

L'importance de ces états a été révélée par l'impossibilité de rendre compte de certains phénomènes nucléaires en se cantonnant aux seules excitations $1p-1h$. C'est notamment le cas de l'absorption du pion par les noyaux [82, 61]. Le mécanisme d'absorption par une particule seule $\pi N \rightarrow N$ est en effet fortement supprimé pour des raisons cinématiques [61].

L'évaluation des propagateurs d'excitation $np-nh$ est une adaptation des travaux de la référence [82] sur l'absorption de pion au seuil. Le raisonnement est basé sur un modèle microscopique incluant le Delta comme espèce baryonique indépendante. Les constantes de couplage πNN , $\pi N\Delta$ pour les interactions d'onde p et $\pi\pi NN$ pour celles d'onde s sont déduites de l'analyse de la diffusion pion-nucléon. Pour cette étude, nous n'avons conservé que les interactions d'onde p.

Les mécanismes de base de l'amplitude d'absorption d'onde p sont représentés par les graphes de la figure (III.6) où nous avons exclu le premier graphe de la troisième ligne, qui correspond de manière évidente à la largeur du Delta que nous venons de calculer. Les lignes extérieures pointillées désignent le pion incident et les lignes internes l'interaction NN ou $N\Delta$. En termes de problème à N corps, les graphes correspondants sont ceux de la figure (III.7). Ils se divisent en trois contributions suivant la nature des particules excitées à chaque extrémité : $\Pi_{(2p-2h)NN}^0$, $\Pi_{(2p-2h)N\Delta}^0$ et $\Pi_{(2p-2h)\Delta\Delta}^0$. L'évaluation exacte de la partie imaginaire de ces graphes représente un travail considérable [103]. Nous avons préféré dans ce travail une évaluation approchée de ces graphes, normalisée sur les

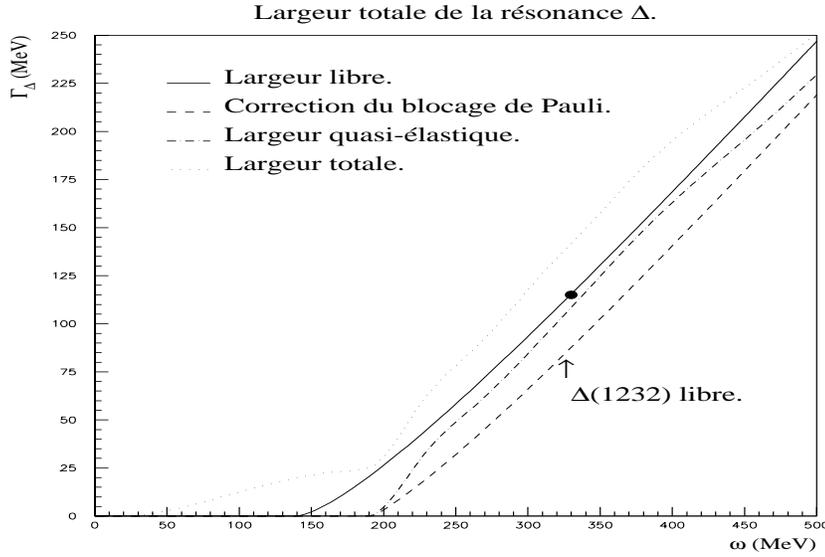


FIG. III.5: Largeur totale de la résonance Delta en fonction de l'énergie de transfert. Sur cette figure sont représentées la largeur "quasi-élastique" $\Delta \rightarrow \pi N$ libre (trait plein), la largeur "quasi-élastique" corrigée par le blocage de Pauli (trait hachuré), la largeur "quasi-élastique" totale (trait mixte) i.e. incluant le blocage de Pauli, la distorsion du pion émis et l'itération du processus. Enfin la courbe pointillée représente la largeur totale du Delta dans le milieu. Les corrections à la largeur libre sont évaluées d'après la prescription de OSET et al pour une densité moyenne $\rho = 0.28m_\pi^3$. La flèche représente la position de la résonance ($\text{sqrts} = M_\Delta$). La largeur libre est égale à 115 MeV à cette position (point noir sur la figure).

résultats de la référence [82] à $\omega = m_\pi$ (seuil). Nous avons extrapolé au-dessus et au-dessous de ce seuil en approximant la dépendance en énergie par celle des termes directs (donc en négligeant l'antisymétrisation) des graphes de la figure (III.7). Les propagateurs de nucléon et de Delta sont traités de manière non relativiste. Pour éviter la singularité apparaissant à $\omega \rightarrow 0$, nous avons coupé à l'énergie de séparation de 2 nucléons. Les résultats auxquels nous aboutissons sont de la forme :

$$\begin{aligned}
 \text{Im}(\Pi_{NN}^0) &= 4\pi\rho^2 \frac{(2M_N + m_\pi)^2}{(2M_N + \omega)^2} C_1 \Phi_1(\omega) \left[\frac{1}{\omega^2} \right] \\
 \text{Im}(\Pi_{N\Delta}^0) &= -4\pi\rho^2 \frac{(2M_N + m_\pi)^2}{(2M_N + \omega)^2} C_2 \Phi_2(\omega) \text{Re} \left[\frac{1}{\omega(\omega - M_\Delta + M_N + i\frac{\Gamma_\Delta}{2})} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{\omega(\omega + M_\Delta - M_N)} \right] \\
 \text{Im}(\Pi_{\Delta\Delta}^0) &= -4\pi\rho^2 \frac{(2M_N + m_\pi)^2}{(2M_N + \omega)^2} C_3 \Phi_3(\omega) \left[\frac{1}{(\omega + M_\Delta - M_N)^2} \right], \tag{III.36}
 \end{aligned}$$

où nous avons sous-entendu l'indice $2p-2h$. Dans l'équation (III.36) les constantes sont évaluées à partir des règles de Feynman que l'on se donne pour calculer les graphes sélectionnés. Ainsi $C_1 \sim 0.045$, $C_2 \sim 0.08$ et $C_3 \sim 0.06$. Les facteurs supplémentaires Φ_i ($i = 1, 2, 3$) contiennent l'espace de phase ainsi que les propagateurs des bosons échangés (pion et rho dans le modèle adopté ici).

Bien entendu, la contribution des états $2p-2h$ n'est pas la seule qui existe dans le milieu nucléaire.

Néanmoins elle apporte une contribution importante dans l'évaluation des réponses nucléaires. L'étape suivante consiste en une projection des propagateurs $2p-2h$ sur la base des polynômes de Legendre pour obtenir les multipôles associés.

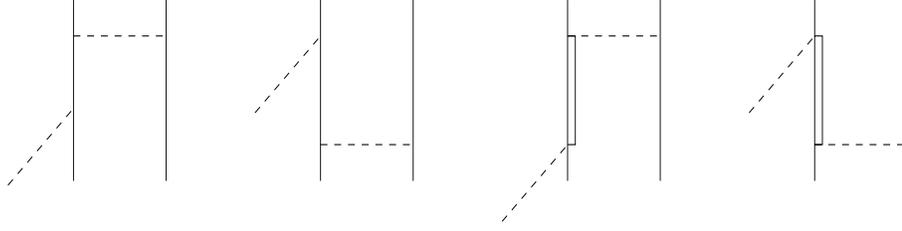


FIG. III.6: Mécanismes d'absorption de pion (onde p). La ligne pleine simple représente la propagation d'un nucléon alors que la ligne double représente la propagation d'un Delta.

Les multipôles des propagateurs d'excitation $np-nh$ ($n \geq 1$) auxquels nous aboutissons se classent en quatre catégories suivant la nature des particules mises en jeu à chaque vertex externes : Π_{NN}^0 , $\Pi_{N\Delta}^0$, $\Pi_{\Delta N}^0$, $\Pi_{\Delta\Delta}^0$. Plus précisément :

$$\begin{aligned}
 \Pi_{NN}^{0(L)} &= \Pi_{N-h}^{0(L)} + \Pi_{(2p-2h)NN}^{0(L)}, \\
 \Pi_{N\Delta}^{0(L)} &= \Pi_{(2p-2h)N\Delta}^{0(L)}, \\
 \Pi_{\Delta N}^{0(L)} &= \Pi_{N\Delta}^{0(L)}, \\
 \Pi_{\Delta\Delta}^{0(L)} &= \Pi_{\Delta-h}^{0(L)} + \Pi_{(2p-2h)\Delta\Delta}^{0(L)}.
 \end{aligned} \tag{III.37}$$

La dernière étape conduisant à l'expression des réponses nucléaires passe par l'inclusion des effets collectifs. Pour cela, nous devons dans un premier temps passer des multipôles des propagateurs d'excitation $np-nh$ à ceux des propagateurs de polarisation de charge et de spin-isospin. Dans un second temps nous devons considérer les interactions entre ces excitations assurant la propagation des modes collectifs.

III.3 Des propagateurs particule-trou aux propagateurs de polarisation

Rappelons l'expression générale des propagateurs de polarisation :

$$\Pi_{PP'}^{0\mu\nu}(\omega, \mathbf{q}, \mathbf{q}') = \sum_n \left[\frac{\langle 0 | O_{a_P}^{\mu\dagger}(\mathbf{q}) e^{i\mathbf{q}\mathbf{x}} | n \rangle \langle n | O_{a_P'}^{\nu}(\mathbf{q}') e^{-i\mathbf{q}'\mathbf{x}} | 0 \rangle}{\omega - E_n + E_0 + i\epsilon} - \frac{\langle 0 | O_{a_P'}^{\nu}(-\mathbf{q}') e^{-i\mathbf{q}'\mathbf{x}} | n \rangle \langle n | O_{a_P}^{\mu\dagger}(-\mathbf{q}) e^{i\mathbf{q}\mathbf{x}} | 0 \rangle}{\omega + E_n - E_0 - i\epsilon} \right]. \tag{III.38}$$

Les indices P et P' peuvent prendre les valeurs N et Δ suivant la nature de la particule excitée aux vertex externes. On peut généraliser l'analyse donnée au chapitre 2 sur les opérateurs susceptibles de coupler un neutrino à un noyau de manière à inclure le Delta. Il suffit pour cela de remplacer l'opérateur de spin (d'isospin) de représentation σ (τ) par l'opérateur de transition entre les états de spin (isospin) $\frac{1}{2}$ et ceux de spin (isospin) $\frac{3}{2}$:

$$\sigma \longrightarrow \mathbf{S}^\dagger, \text{ et } \tau \longrightarrow \mathbf{T}^\dagger. \tag{III.39}$$

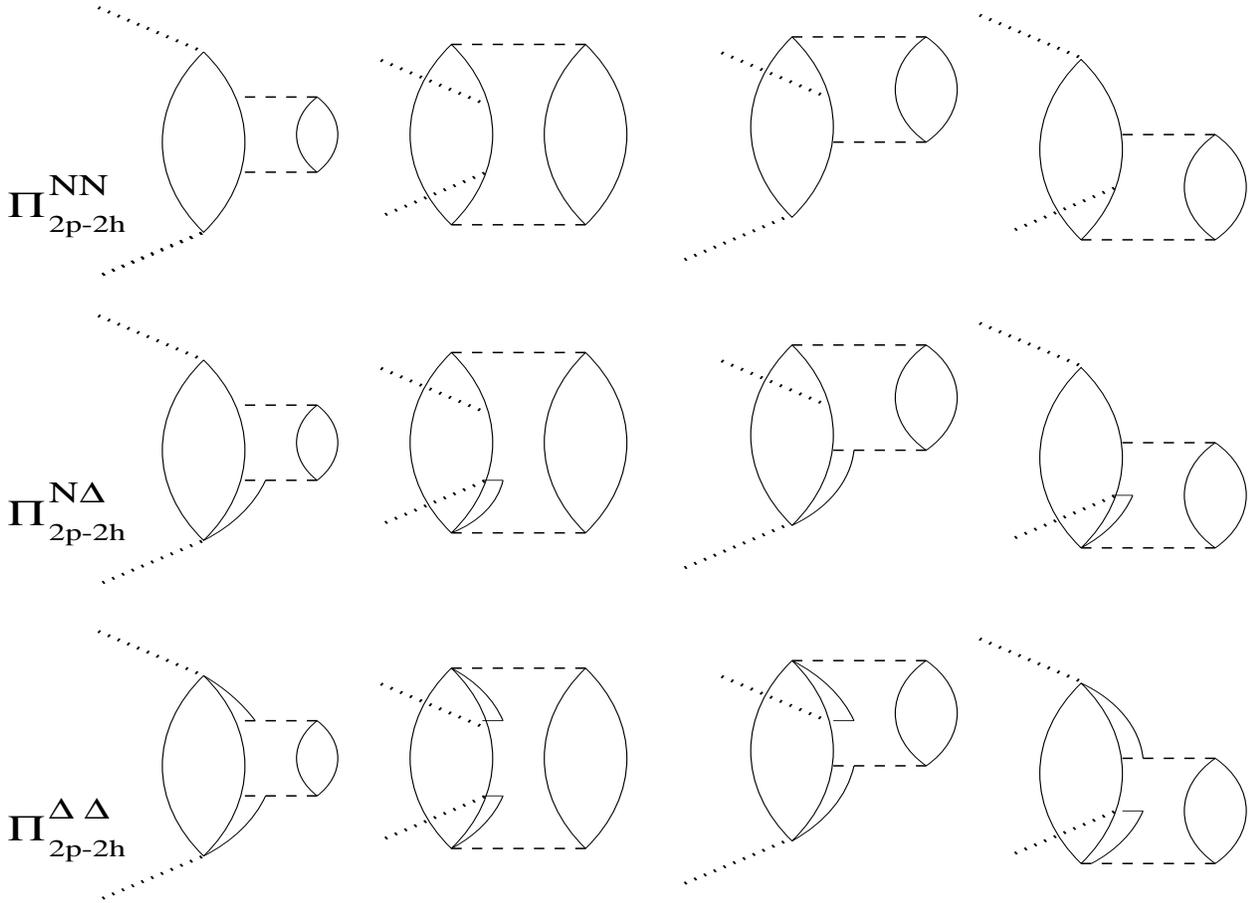


FIG. III.7: *Propagateurs d'excitation 2p-2h dans les canaux NN, NΔ et ΔΔ. Ces canaux se distinguent par la nature des états particule-trou qui sont excités à chaque vertex extrême. Les graphes ΔΔ réductibles à une largeur sont soustraits de l'évaluation pour éviter tout problème de double comptage.*

Les éléments de matrice de ces opérateurs sont définis à partir des coefficients de Clebsch-Gordan correspondants soit par exemple :

$$\langle \frac{3}{2} m_{\frac{3}{2}} | \mathbf{S}_{\mu}^{\dagger} | \frac{1}{2} m_{\frac{1}{2}} \rangle = \langle \frac{3}{2} m_{\frac{3}{2}} | 1 \mu, \frac{1}{2} m_{\frac{1}{2}} \rangle, \quad (\mu = \pm 1, 0). \quad (\text{III.40})$$

Les opérateurs assurant le couplage se regroupent en trois catégories. On distingue en premier l'opérateur de charge

$$O_{a_N}^{(\mu=0)} = \mathbb{I}_{\sigma} \tau_a. \quad (\text{III.41})$$

Viennent ensuite les opérateurs du canal de spin-isospin : les opérateurs longitudinaux de spin

$$O_{a_N}^{(\mu=0)} = (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{q}) \tau_a, \quad O_{a_{\Delta}}^{(\mu=0)} = (\mathbf{S}^{\dagger} \cdot \mathbf{q}) T_a^{\dagger}, \quad (\text{III.42})$$

et les opérateurs transverses

$$O_{a_N}^{(\mu=i)} = (\boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{q})^i \tau_a, \quad O_{a_{\Delta}}^{(\mu=i)} = (\mathbf{S}^{\dagger} \times \mathbf{q})^i T_a^{\dagger}. \quad (\text{III.43})$$

Nous introduisons pour la suite le propagateur de polarisation $\Pi_{\alpha\beta PP'}^0$, correspondant aux opérateurs $\sigma_{\alpha}(\mathbf{S}_{\alpha}^{\dagger})$ et $\sigma_{\beta}(\mathbf{S}_{\beta})$. Ce propagateur permet de raccourcir les notations et de calculer tous les propagateurs de polarisation du canal spin-isospin. Ces derniers se distinguent par la nature des opérateurs agissant à chaque vertex extrême. On définit ainsi

- le propagateur charge-charge $\Pi_{ccNN}^0(\omega, \mathbf{q}, \mathbf{q}')$,
- les propagateurs longitudinal-longitudinal $\Pi_{ll_{PP'}}^0(\omega, \mathbf{q}, \mathbf{q}') = \Pi_{\alpha\beta_{PP'}}^0(\omega, \mathbf{q}, \mathbf{q}') \mathbf{q}_\alpha \mathbf{q}'_\beta$,
- " longitudinal-transverse $\Pi_{lt_{j_{PP'}}}^0(\omega, \mathbf{q}, \mathbf{q}') = \Pi_{\alpha\beta_{PP'}}^0(\omega, \mathbf{q}, \mathbf{q}') \mathbf{q}_\alpha \varepsilon_{j\beta\gamma} \mathbf{q}'_\gamma$,
- " transverse-longitudinal $\Pi_{ti_{l_{PP'}}}^0(\omega, \mathbf{q}, \mathbf{q}') = \Pi_{\alpha\beta_{PP'}}^0(\omega, \mathbf{q}, \mathbf{q}') \varepsilon_{i\alpha\gamma} \mathbf{q}_\gamma \mathbf{q}'_\beta$,
- " transverse-transverse $\Pi_{ti_{t_{j_{PP'}}}^0(\omega, \mathbf{q}, \mathbf{q}') = \Pi_{\alpha\beta_{PP'}}^0(\omega, \mathbf{q}, \mathbf{q}') \varepsilon_{i\alpha\gamma} \mathbf{q}_\gamma \varepsilon_{j\beta\delta} \mathbf{q}'_\delta$.

Les propagateurs de spin-isospin peuvent être de type NN , $N\Delta$, ΔN et $\Delta\Delta$ ³.

Pour exprimer ces différents propagateurs de polarisation en fonction des propagateurs d'excitation particule-trou, on doit calculer les éléments de matrice des opérateurs entre un état de vide et un état particule-trou. Ces états seront repérés par les kets suivants :

$$|N - h; JM, TM_T\rangle \text{ et } |\Delta - h; JM, TM_T\rangle, \quad (\text{III.44})$$

avec J moment angulaire total de l'état $p - h$ et T son isospin. On peut montrer par exemple que :

$$\begin{aligned} \langle p - h; JM, TM_T | \mathbb{1} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} \tau_a | 0 \rangle &= \delta_{T1} \delta_{MTa} Y_{JM}^*(\hat{q}) F_{ph}^{JJ*}(\mathbf{q}), \\ \langle p - h; JM, TM_T | \sigma_\alpha e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} \tau_a | 0 \rangle &= \delta_{T1} \delta_{MTa} \sum_L Y_{LM-\alpha}^*(\hat{q}) \langle LM - \alpha, 1\alpha | JM \rangle F_{ph}^{JL*}(\mathbf{q}), \\ \langle p - h; JM, TM_T | (\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{q}) e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} \tau_a | 0 \rangle &= \delta_{T1} \delta_{MTa} Y_{JM}^*(\hat{q}) \sum_L a_{JL} F_{ph}^{JL*}(\mathbf{q}), \\ \langle p - h; JM, TM_T | (\boldsymbol{\sigma} \times \hat{q})^i e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} \tau_a | 0 \rangle &= \delta_{T1} \delta_{MTa} Y_{JM-i}^*(\hat{q}) \langle JM - i, 1i | JM \rangle \\ &\quad \times \sum_L b_{JL} F_{ph}^{JL*}(\mathbf{q}). \end{aligned} \quad (\text{III.45})$$

Dans cette équation, F_{ph}^{JL*} est la densité radiale de transition particule-trou (les notations sont conformes à celles de la référence [84]) et les coefficients a et b valent respectivement :

$$\begin{aligned} a_{JL} &= \langle J0, 10 | L0 \rangle, \\ b_{JL} &= \sqrt{2} \langle J1, 1 - 1 | L0 \rangle, \end{aligned} \quad (\text{III.46})$$

soit encore,

$$\begin{aligned} a_{JL} &= \begin{cases} -\sqrt{\frac{J}{2J+1}} & \text{pour } L=J-1, \\ \sqrt{\frac{J+1}{2J+1}} & \text{pour } L=J+1. \end{cases} \\ b_{JL} &= \begin{cases} \sqrt{\frac{J+1}{2J+1}} & \text{pour } L=J-1, \\ \sqrt{\frac{J}{2J+1}} & \text{pour } L=J+1, \\ 1 & \text{pour } L=J. \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{III.47})$$

On remarque la complémentarité entre les coefficients a_{JL} et b_{JL} .

En "branchant" les opérateurs aux propagateurs particule-trou, on trouve l'expression des divers propagateurs de polarisation. Le cas du canal de charge est le plus simple, car en tenant compte de (III.45) on obtient :

$$\Pi_{ccNN}^0(\omega, \mathbf{q}, \mathbf{q}') = \sum_{JM} Y_{JM}^*(\hat{q}) Y_{JM}(\hat{q}') \Pi_{N-h}^{0(J)}(\omega, \mathbf{q}, \mathbf{q}'), \quad (\text{III.48})$$

³On notera que les moments \mathbf{q} et \mathbf{q}' aux vertex ont été inclus dans les propagateurs de polarisation

ce qui montre que le propagateur de polarisation de charge est identique au propagateur d'excitation nucléon-trou.

Le propagateur de polarisation $\Pi_{\alpha\beta_{PP'}}^0$ a également une expression relativement simple en fonction du propagateur d'excitation particule-trou. En effet on montre que :

$$\Pi_{\alpha\beta_{PP'}}^0(\omega; \mathbf{q}, \mathbf{q}') = (-)^\alpha \delta_{-\alpha\beta} \sum_J \frac{2J+1}{4\pi} P_L(\hat{\mathbf{q}} \cdot \hat{\mathbf{q}}') \Pi_{PP'}^{0(J)}(\omega, q, q'). \quad (\text{III.49})$$

Les choses se compliquent dans les canaux longitudinal et transverse. En effet les couplages longitudinal et transverse se distinguent par la nature des états qu'ils peuvent exciter. En effet dans le cas du nucléon (Δ) l'opérateur $\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{q}$ ($\mathbf{S}^\dagger \cdot \mathbf{q}$) est un opérateur pseudo-scalaire et $\exp(i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r})$ se décompose sur la base des harmoniques sphériques Y_m^l de parité $(-1)^l$. Un tel opérateur a un moment orbital total $J = l$ une parité $-(-1)^l$. Il excite des états de parité non naturelle $J^\pi = 0^-, 1^+, 2^- \dots$. En revanche l'opérateur $\boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{q}$ ($\mathbf{S}^\dagger \times \mathbf{q}$) est pseudo-vectoriel donc $J = l, l \pm 1$ et la parité peut prendre les valeurs $(-1)^l, (-1)^{l \pm 1}$. Cet opérateur peut exciter des états de parité naturelle et non naturelle. Pour les propagateurs Π_{ll} , Π_{lt_i} et $\Pi_{t_i l}$ seul le cas de parité non naturelle est à envisager ; pour $\Pi_{t_i t_j}$ il faut considérer les deux cas de parité.

Dans le cas de parité non naturelle, il vient :

$$\begin{aligned} \Pi_{ll_{PP'}}^0(\omega; \mathbf{q}, \mathbf{q}') &= \sum_{JM} Y_{JM}^*(\hat{\mathbf{q}}) Y_{JM}(\hat{\mathbf{q}}') \Pi_{ll_{PP'}}^{0(J)}(\omega, q, q') \\ \Pi_{lt_i_{PP'}}^0(\omega; \mathbf{q}, \mathbf{q}') &= \sum_{JM} Y_{JM}^*(\hat{\mathbf{q}}) Y_{JM+i}(\hat{\mathbf{q}}') \langle JM, 1i | JM+i \rangle \Pi_{lt_i_{PP'}}^{0(J)}(\omega, q, q'), \\ \Pi_{t_i l_{PP'}}^0(\omega, \mathbf{q}, \mathbf{q}') &= \Pi_{lt_i_{PP'}}^0(\omega, -\mathbf{q}', -\mathbf{q}), \\ \Pi_{t_i t_j_{PP'}}^0(\omega; \mathbf{q}, \mathbf{q}') &= \sum_{JM} Y_{JM-i}^*(\hat{\mathbf{q}}) Y_{JM+j}(\hat{\mathbf{q}}') \langle JM, 1-i | JM-i \rangle \\ &\quad \times \langle JM, 1j | JM+j \rangle \Pi_{t_i t_j_{PP'}}^{0(J)}(\omega, q, q'), \end{aligned} \quad (\text{III.50})$$

où l'on a défini :

$$\begin{aligned} \Pi_{ll_{PP'}}^{0(J)}(\omega, q, q') &= \sum_{L=J\pm 1} a_{JL}^2 \Pi_{PP'}^{0(L)}(\omega, q, q'), \\ \Pi_{lt_i_{PP'}}^{0(J)}(\omega, q, q') &= \sum_{L=J\pm 1} a_{JL} b_{JL} \Pi_{PP'}^{0(L)}(\omega, q, q'), \\ \Pi_{t_i t_j_{PP'}}^{0(J)}(\omega, q, q') &= \sum_{L=J\pm 1} b_{JL}^2 \Pi_{PP'}^{0(L)}(\omega, q, q'). \end{aligned} \quad (\text{III.51})$$

Enfin dans le cas de parité naturelle le propagateur de polarisation transverse-transverse s'écrit :

$$\begin{aligned} \Pi_{t_i t_j_{PP'}}(\omega; \mathbf{q}, \mathbf{q}') &= 2 \sum_{JM} \sum_{\lambda\lambda'=J\pm 1} Y_{\lambda M-i}^*(\hat{\mathbf{q}}) Y_{\lambda' M+j}(\hat{\mathbf{q}}') \frac{2J+1}{\sqrt{(2\lambda+1)(2\lambda'+1)}} \\ &\quad \times \langle JM, 1-i | \lambda M-i \rangle \langle JM, 1j | \lambda' M+j \rangle \\ &\quad \times \langle J-1, 11 | \lambda 0 \rangle \langle J-1, 11 | \lambda' 0 \rangle \Pi_{t_i t_j_{PP'}}^{0(J)}(\omega, q, q'). \end{aligned} \quad (\text{III.52})$$

Ces propagateurs de polarisation ne constituent en fait que l'approximation au plus bas ordre d'une série dont nous allons maintenant présenter les grandes lignes et que nous décrirons en détail à la fin de ce chapitre.

III.4 Equations RPA

III.4.1 Introduction

Le mécanisme des effets collectifs peut se comprendre de manière simple. Un neutrino vient se coupler à un noyau par l'intermédiaire d'un boson vecteur W^\pm . Ce couplage s'effectue dans le canal de charge et dans le canal de spin-isospin. Il génère une excitation qui se propage dans le milieu nucléaire. Il va en résulter une polarisation de ce milieu par la création d'états $np-nh$ ($n=1,2,3\dots$) portant les mêmes nombres quantiques que la sonde initiale. Ces états vont ensuite, par l'intermédiaire d'un potentiel V , interagir avec d'autres états $np-nh$ ayant les mêmes caractéristiques qu'eux et donc que l'excitation première. On a alors propagation d'un mode collectif d'excitation. Ce processus itératif est illustré sur la figure (III.8).

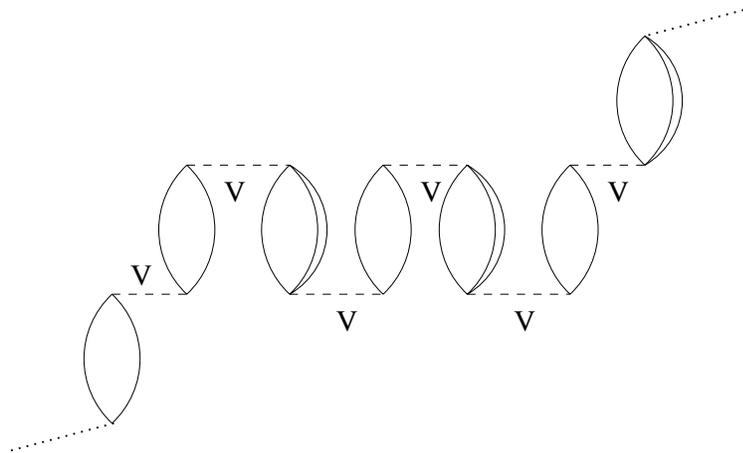


FIG. III.8: Exemples de graphes en anneaux contribuant à la RPA.

L'approximation des anneaux consiste en une sélection de la classe particulière de graphes qui ne contiennent que des excitations de type particule-trou. En particulier on ne prend pas en compte explicitement des graphes antisymétrisés dont un exemple est donné sur la figure (III.9). Les effets de ces graphes seront supposés pris en compte dans une certaine mesure par l'action de paramètres effectifs intervenant dans les potentiels d'interaction.

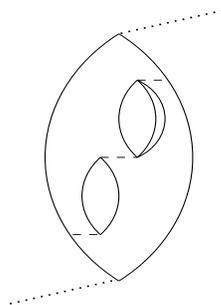


FIG. III.9: Exemple de graphe antisymétrisé dont les effets sont paramétrisés par l'intermédiaire des paramètres de Landau-Migdal.

La sommation des graphes en anneaux conduit aux propagateurs "renormalisés" par les effets de milieu. De manière synthétique les équations correspondantes s'écrivent :

$$\Pi = \Pi^0 + \Pi^0 V \Pi, \tag{III.53}$$

soit plus précisément :

$$\Pi(\omega, \mathbf{q}, \mathbf{q}') = \Pi^0(\omega, \mathbf{q}, \mathbf{q}') + \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \Pi^0(\omega, \mathbf{q}, \mathbf{k}) V(\omega, |\mathbf{k}|) \Pi(\omega, \mathbf{k}, \mathbf{q}'). \quad (\text{III.54})$$

Dans les équations précédentes, Π désigne le propagateur de polarisation renormalisé par les effets de milieu et Π^0 le propagateur de polarisation libre et V le potentiel effectif par lequel les états excités peuvent interagir entre eux. La représentation graphique des équations de type RPA auxquelles nous aboutissons est donnée sur la figure (III.10).

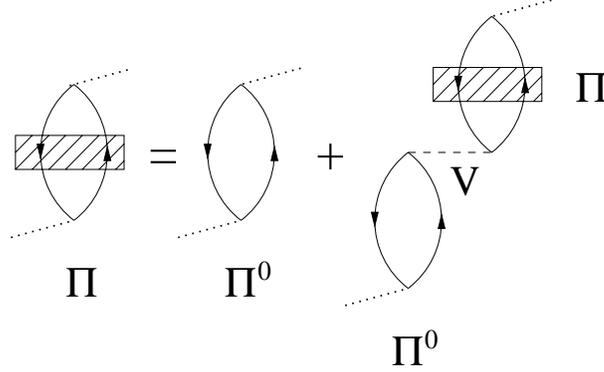


FIG. III.10: Représentation symbolique de l'approximation des anneaux.

Le propagateur de polarisation renormalisé s'écrit symboliquement :

$$\Pi = \frac{\Pi^0}{1 - V\Pi^0}. \quad (\text{III.55})$$

Cette forme évoque la formule de Clausius-Mossotti familière en électromagnétisme. Nous allons voir en effet quel en est l'analogie en physique nucléaire. Pour cela nous allons détailler la dernière pièce de notre calcul : les potentiels d'interaction entre états particule-trou.

III.4.2 Potentiels d'interaction

- Cas des canaux de charge, de spin et d'isospin :

Nous allons dans un premier temps traiter les cas particuliers suivants : le canal de charge dans la voie d'isospin, les canaux de spin longitudinal et spin transverse et le canal de charge. Le premier de ces canaux correspond à l'action de l'opérateur $\mathbb{I}_\sigma \tau_a$, où \mathbb{I}_σ correspond à l'opérateur identité dans l'espace de spin. Les états nucléon-trou induits par l'opérateur de charge sont susceptibles d'interagir entre eux par l'intermédiaire d'une interaction du type Landau-Migdal :

$$V_c^{NN}(\omega, \mathbf{q}) = [f'] \boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2. \quad (\text{III.56})$$

Ce potentiel phénoménologique est toujours répulsif, caractérisé par un paramètre effectif à la Migdal $f' \simeq 0.6$. Il traduit la répulsion à courte portée entre les nucléons. Le canal de charge n'excite pas les degrés de liberté mésoniques du milieu à la différence du canal de spin-isospin. De plus il n'excite pas d'états Delta-trou (en première approximation, négligeant les excitations E2) ce qui interdit toute transition du type $N\Delta$ ou $\Delta\Delta$.

Le canal de charge et les canaux de spin quant à eux n'interviennent que dans les interactions neutrino-noyau de courant neutre. Ils sont induits par la partie isoscalaire du courant

hadronique dont la réduction conduit, en désignant par \mathbb{I}_τ l'opérateur identité dans l'espace d'isospin, aux opérateurs de charge, $\mathbb{I}_\sigma \mathbb{I}_\tau$, de spin longitudinal $(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{q}) \mathbb{I}_\tau$ et de spin transverse, $(\boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{q}) \mathbb{I}_\tau$. Dans ces canaux, le potentiel effectif est habituellement pris du type Landau-Migdal, soit par exemple dans la voie longitudinale :

$$\begin{aligned} V^c(\omega, \mathbf{q}) &= [f], \\ V_\sigma^l(\omega, \mathbf{q}) &= [g](\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \mathbf{q})(\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \mathbf{q}), \\ V_\sigma^t(\omega, \mathbf{q}) &= [g](\boldsymbol{\sigma}_1 \times \mathbf{q})(\boldsymbol{\sigma}_2 \times \mathbf{q}), \end{aligned} \tag{III.57}$$

Dans cette étude nous avons négligé les effets de ces interactions effectives, considérant que les paramètres effectifs qui y sont mis en jeu sont faibles, comme semblent l'indiquer plusieurs travaux théoriques [77]. La faiblesse du potentiel d'interaction est confirmée expérimentalement (pour un article de revue voir [78]). Ceci nous a conduit à conserver dans nos calculs, au moins provisoirement, les réponses de spin de charge non renormalisées par les effets de milieu.

- **Cas du canal de spin-isospin :**

Le problème que l'on se pose est le suivant : comment rendre compte simplement des caractéristiques de l'interaction entre les différents constituants du noyau dans le canal de spin-isospin ? Pour cela, il est avantageux d'exploiter les degrés de liberté mésoniques des noyaux et notamment ceux du pion.

En effet le pion a une masse faible à l'échelle hadronique $m_\pi = 140$ MeV, soit $\frac{m_\pi}{M_N} \sim 15\%$. D'un point de vue théorique, ceci est lié à la réalisation d'une symétrie, la **symétrie chirale** $SU_{2L} \otimes SU_{2R}$, suivant le mode de Goldstone. Le pion apparaît comme le boson de Goldstone de cette symétrie. L'existence d'une brisure explicite de cette symétrie est à l'origine de sa masse, faible mais non nulle. Du point de vue phénoménologique, nous avons vu l'importance de l'interaction pion-nucléon dans la physique nucléaire aux énergies intermédiaires, *i.e.* traitant de processus mettant en jeu des énergies typiques $E \lesssim M_N$ lorsqu'il s'agissait de paramétriser la largeur de la résonance Delta. Nous allons retrouver tous ces protagonistes dans ce paragraphe.

Le champ du pion dans un noyau est intimement lié aux modes de spin-isospin nucléaires, *i.e.* aux excitations particule-trou du système engendrées par un opérateur dépendant du spin et de l'isospin de la forme : $(O_l)_a = O_a^{\mu=0} = \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{q} \tau_a$. Cet opérateur est en fait la composante longitudinale par rapport à la direction de \mathbf{q} de l'opérateur axial $A_a = \boldsymbol{\sigma} \tau_a$, courant de Noether associé à la transformation axiale. De façon plus générale, il est nécessaire de considérer également les composantes transverses de cet opérateur axial $(O_{ti})_a = O_a^{\mu=i} = (\boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{q})^i \tau_a$. Nous retrouvons les opérateurs de type spin-longitudinal et spin-transverse par lequel le neutrino se couple aux excitations nucléon-trou. La généralisation aux excitations Delta-trou est immédiate avec les substitutions $\boldsymbol{\sigma} \rightarrow \mathbf{S}^\dagger$ et $\boldsymbol{\tau} \rightarrow \mathbf{T}^\dagger$. Une structure communément employée de l'interaction NN par exemple est donc la suivante :

$$V_{\sigma\tau}(\omega, \mathbf{q}) = \left[\widetilde{W}_l(\omega, |\mathbf{q}|)(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \hat{\mathbf{q}})(\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \hat{\mathbf{q}}) + \widetilde{W}_t(\omega, |\mathbf{q}|)(\boldsymbol{\sigma}_1 \times \hat{\mathbf{q}})(\boldsymbol{\sigma}_2 \times \hat{\mathbf{q}}) \right] \boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2. \tag{III.58}$$

De nombreux modèles existent pour décrire l'interaction forte entre nucléons. Parmi eux, les modèles reposant sur l'échange de mésons offrent une vision relativement intuitive du problème. Conformément à ce qui a été dit, la contribution la plus évidente à l'interaction longitudinale vient de l'échange d'un pion (one pion exchange ou OPE). Dans le cas de nucléons ponctuels ce type d'interaction se traduit par :

$$W_\pi = \frac{f^2}{m_\pi^2} \frac{1}{\omega^2 - \mathbf{q}^2 - m_\pi^2 + i\varepsilon}. \tag{III.59}$$

L'échange d'un pion est responsable de la partie à longue portée de l'interaction car sa faible masse l'autorise à se propager sur de grandes distances à l'échelle nucléaire (la longueur d'onde de Compton associée au pion vaut $m_\pi^{-1} \simeq 1.4$ fm). W_t reçoit quant à lui une contribution dominante de l'échange isovectoriel de deux pions. Les caractéristiques de ce processus sont reproduites également si l'on remplace les deux pions échangés par un rho et donc le spectre de masse continu des deux pions interagissant par la masse physique $m_\rho = 770$ MeV. Les nombres quantiques du rho correspondent bien à cette voie de spin-isospin : $I^G(J^P) = 1^+(1^-)$. La partie transverse de l'interaction s'écrit alors :

$$W_\rho = \frac{f_\rho^2}{m_\rho^2} \frac{1}{\omega^2 - \mathbf{q}^2 - m_\rho^2}. \quad (\text{III.60})$$

f_ρ désigne la constante de couplage du rho aux nucléons, *i.e* $f_\rho \equiv f_{\rho NN}$. Notons que la valeur de cette constante de couplage ne fait pas l'unanimité. Définissons le rapport C_ρ :

$$C_\rho = \left(\frac{f_\rho}{m_\rho}\right) / \left(\frac{f}{m_\pi}\right). \quad (\text{III.61})$$

La valeur adoptée dans ce travail est tirée de l'analyse du potentiel nucléon-nucléon et correspond à l'hypothèse de couplage fort : $C_\rho \simeq 1.5$. Cette valeur est supérieure à celle prédite par le modèle de dominance vectorielle (*VDM*) : $C_\rho \simeq 0.9$. Nous avons d'autre part fait l'hypothèse que le rapport C_ρ avait la même valeur dans le cas du Delta, soit que :

$$\frac{f_\rho^*}{f^*} = \frac{f_\rho}{f}, \quad (\text{III.62})$$

où l'on a noté $f_\rho^* = f_{\rho N\Delta}$.

Enfin pour tenir compte de la structure des nucléons, nous avons introduit des facteurs de forme en substituant :

$$\begin{aligned} \frac{f^{(*)}}{m_\pi} &\longrightarrow F_\pi^{(*)}(q^2) = \frac{f^{(*)}}{m_\pi} \left(\frac{\Lambda_\pi^2 - m_\pi^2}{\Lambda_\pi^2 - q^2} \right), \\ \frac{f_\rho^{(*)}}{m_\rho} &\longrightarrow F_\rho^{(*)}(q^2) = \frac{f_\rho^{(*)}}{m_\rho} \left(\frac{\Lambda_\rho^2 - m_\rho^2}{\Lambda_\rho^2 - q^2} \right), \end{aligned} \quad (\text{III.63})$$

Λ_π et Λ_ρ sont les masses de coupure du pion et du rho respectivement, que l'on a prises égales à 1 GeV et 1.5 GeV respectivement.

Au-delà du mécanisme d'échange de pion ou de rho, se manifestent des effets à courte portée traduisant la répulsion existant entre les constituants du noyau lorsque leur distance relative diminue. Ils traduisent également certaines corrections à N corps comme les effets d'échange (processus noté (*b*) sur la figure (III.11)) dans l'interaction *NN*. Bien évidemment nous ne prétendons pas rendre compte avec exactitude des processus complexes auxquels ils donnent naissance.

Nous faisons l'hypothèse, souvent admise, que ces divers processus peuvent être paramétrisés par une interaction du type Landau-Migdal :

$$V_{corr}(\omega, \mathbf{q}) = \frac{f^2}{m_\pi^2} [g'(\omega, |\mathbf{q}|) \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2 + h'(\omega, |\mathbf{q}|) S_{12}(\hat{\mathbf{q}})] \boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2, \quad (\text{III.64})$$

où nous avons introduit l'opérateur tensoriel $S_{12}(\hat{\mathbf{q}}) = 3(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \hat{\mathbf{q}})(\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \hat{\mathbf{q}}) - \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2$. Typiquement V_{corr} rend compte des modifications de courte portée sur une échelle de distance $l_{corr} \ll m_\pi^{-1}$. A cette échelle, on considère en général que la dépendance en énergie des paramètres g' et h' est faible. Nous admettrons que $g' \approx const.$ et que h' est négligeable. Les valeurs des

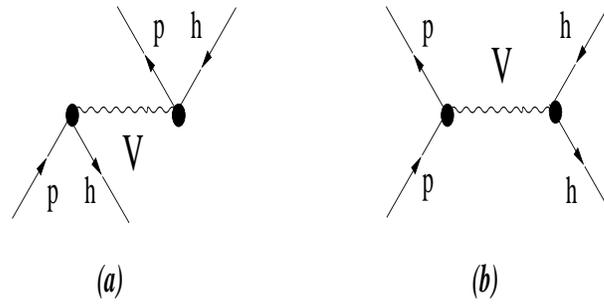


FIG. III.11: Termes directs (a) et d'échange (b) des excitations p-h avec une interaction V.

paramètres effectifs de Migdal g' ne font pas l'unanimité. Nous adopterons pour ce travail des valeurs issues des données expérimentales (atomes pioniques [61], résonance Gamow-Teller par exemple). Ces travaux s'accordent sur le fait que les paramètres g' sont différents suivant le canal considéré. Les valeurs que nous avons adoptées sont les suivantes :

$$\begin{aligned} g'_{NN} &= 0.7 \\ g'_{N\Delta} &= g'_{\Delta N} = g'_{\Delta\Delta} = 0.5. \end{aligned} \quad (\text{III.65})$$

Le potentiel d'interaction que nous utiliserons est donc de la forme :

$$V = V_{corr} + V_{\sigma\tau} = V_{g'} + V_{\pi} + V_{\rho}. \quad (\text{III.66})$$

Ces corrélations à courte portée trouvent leur analogue dans l'effet Lorenz-Lorentz en électromagnétisme [81].

Nous pouvons clore ce paragraphe en écrivant les divers potentiels d'interaction de spin-isospin séparés en une contribution longitudinale et une contribution transverse grâce à l'identité bien connue :

$$\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2 = (\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \hat{q})(\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \hat{q}) + (\boldsymbol{\sigma}_1 \times \hat{q})(\boldsymbol{\sigma}_2 \times \hat{q}). \quad (\text{III.67})$$

Il vient alors :

$$\begin{aligned} V^{NN}(\omega, \mathbf{q}) &= [W_t^{NN}(\omega, |\mathbf{q}|)(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \hat{q})(\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \hat{q}) + W_t^{NN}(\omega, |\mathbf{q}|)(\boldsymbol{\sigma}_1 \times \hat{q})(\boldsymbol{\sigma}_2 \times \hat{q})] \boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2, \\ V^{N\Delta}(\omega, \mathbf{q}) &= [W_t^{N\Delta}(\omega, |\mathbf{q}|)(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \hat{q})(\mathbf{S}_2^\dagger \cdot \hat{q}) + W_t^{N\Delta}(\omega, |\mathbf{q}|)(\boldsymbol{\sigma}_1 \times \hat{q})(\mathbf{S}_2^\dagger \times \hat{q})] \boldsymbol{\tau}_1 \cdot \mathbf{T}_2^\dagger, \\ V^{\Delta N}(\omega, \mathbf{q}) &= [W_t^{\Delta N}(\omega, |\mathbf{q}|)(\mathbf{S}_1^\dagger \cdot \hat{q})(\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \hat{q}) + W_t^{\Delta N}(\omega, |\mathbf{q}|)(\mathbf{S}_1^\dagger \times \hat{q})(\boldsymbol{\sigma}_2 \times \hat{q})] \mathbf{T}_1^\dagger \cdot \boldsymbol{\tau}_2, \\ V^{\Delta\Delta}(\omega, \mathbf{q}) &= [W_t^{\Delta\Delta}(\omega, |\mathbf{q}|)(\mathbf{S}_1^\dagger \cdot \hat{q})(\mathbf{S}_2^\dagger \cdot \hat{q}) + W_t^{\Delta\Delta}(\omega, |\mathbf{q}|)(\mathbf{S}_1^\dagger \times \hat{q})(\mathbf{S}_2^\dagger \times \hat{q})] \mathbf{T}_1^\dagger \cdot \mathbf{T}_2^\dagger. \end{aligned} \quad (\text{III.68})$$

Les contributions longitudinales s'écrivent :

$$\begin{aligned} \mathbf{q}^2 W_t^{NN}(\omega, |\mathbf{q}|) &= (F_\pi(q^2))^2 \left(g'_{NN} + \frac{\mathbf{q}^2}{\omega^2 - \mathbf{q}^2 - m_\pi^2} \right), \\ \mathbf{q}^2 W_t^{N\Delta}(\omega, |\mathbf{q}|) &= F_\pi(q^2) F_\pi^*(q^2) \left(g'_{N\Delta} + \frac{\mathbf{q}^2}{\omega^2 - \mathbf{q}^2 - m_\pi^2} \right), \\ \mathbf{q}^2 W_t^{\Delta N}(\omega, |\mathbf{q}|) &= F_\pi^*(q^2) F_\pi(q^2) \left(g'_{\Delta N} + \frac{\mathbf{q}^2}{\omega^2 - \mathbf{q}^2 - m_\pi^2} \right), \\ \mathbf{q}^2 W_t^{\Delta\Delta}(\omega, |\mathbf{q}|) &= (F_\pi^*(q^2))^2 \left(g'_{\Delta\Delta} + \frac{\mathbf{q}^2}{\omega^2 - \mathbf{q}^2 - m_\pi^2} \right), \end{aligned} \quad (\text{III.69})$$

alors que les contributions transverses prennent la forme :

$$\begin{aligned}
\mathbf{q}^2 W_t^{NN}(\omega, |\mathbf{q}|) &= \left((F_\pi(q^2))^2 g'_{NN} + (F_\rho(q^2))^2 \frac{\mathbf{q}^2}{\omega^2 - \mathbf{q}^2 - m_\rho^2} \right), \\
\mathbf{q}^2 W_t^{N\Delta}(\omega, |\mathbf{q}|) &= \left(F_\pi(q^2) F_\pi^*(q^2) g'_{N\Delta} + F_\rho(q^2) F_\rho^*(q^2) \frac{\mathbf{q}^2}{\omega^2 - \mathbf{q}^2 - m_\rho^2} \right), \\
\mathbf{q}^2 W_t^{\Delta N}(\omega, |\mathbf{q}|) &= \left(F_\pi^*(q^2) F_\pi(q^2) g'_{\Delta N} + F_\rho^*(q^2) F_\rho(q^2) \frac{\mathbf{q}^2}{\omega^2 - \mathbf{q}^2 - m_\rho^2} \right), \\
\mathbf{q}^2 W_t^{\Delta\Delta}(\omega, |\mathbf{q}|) &= \left((F_\pi^*(q^2))^2 g'_{\Delta\Delta} + (F_\rho^*(q^2))^2 \frac{\mathbf{q}^2}{\omega^2 - \mathbf{q}^2 - m_\rho^2} \right). \tag{III.70}
\end{aligned}$$

Nous avons multiplié arbitrairement la contribution due aux corrélations à courte portée par le facteur de forme pionique pour des raisons pratiques. Ceci n'a pas d'influence sur le résultat final car les facteurs de forme ont pour effet de "couper" la longue portée et donc laisse inchangée la courte portée.

Nous sommes désormais en mesure d'écrire les équations RPA complètes pour chaque canal de réaction.

III.4.3 Equations RPA dans le canal de charge

Les équations RPA du canal de charge s'écrivent :

$$\Pi_{ccNN}(\omega; \mathbf{q}, \mathbf{q}') = \Pi_{N-h}^0(\omega; \mathbf{q}, \mathbf{q}') + \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \Pi_{N-h}^0(\omega; \mathbf{q}, \mathbf{k}) V_c^{NN}(|\mathbf{k}|) \Pi_{ccNN}(\omega; \mathbf{k}, \mathbf{q}'). \tag{III.71}$$

Par la suite, nous noterons le module d'un vecteur par $|\mathbf{x}| = x$. En effectuant l'intégration angulaire, on trouve immédiatement l'équation reliant entre eux les multipôles des propagateurs de polarisation libres et renormalisés :

$$\Pi_{ccNN}^{(J)}(\omega, q, q') = \Pi_{N-h}^{0(J)}(\omega, q, q') + \int \frac{dk k^2}{(2\pi)^3} \Pi_{N-h}^{0(J)}(\omega, q, k) V_c^{NN}(k) \Pi_{ccNN}^{(J)}(\omega, k, q'). \tag{III.72}$$

La réponse de charge est définie à partir du propagateur de polarisation par :

$$R_{cc}^{NN}(\omega, q) = -\frac{1}{\pi} \text{Im} [\Pi_{ccNN}(\omega, \mathbf{q}, \mathbf{q})] = -\frac{1}{\pi} \sum_J \frac{2J+1}{4\pi} \text{Im} [\Pi_{ccNN}^{(J)}(\omega, q, q)]. \tag{III.73}$$

Pour mettre en évidence les effets de milieu, nous avons également défini la réponse de charge libre :

$$R_{cc}^{0NN}(\omega, q) = -\frac{1}{\pi} \sum_J \frac{2J+1}{4\pi} \text{Im} [\Pi_{N-h}^{0(J)}(\omega, q, q)]. \tag{III.74}$$

III.4.4 Equations RPA dans le canal de spin-isospin

Dans le canal de spin-isospin, les équations deviennent couplées. En effet la perte de l'invariance par translation spatio-temporelle autorise un couplage entre les voies longitudinales et transverses. D'autre part l'inclusion des états $2p$ - $2h$ dans le formalisme rend possible des propagateurs de polarisation de type $N\Delta$ et les couplages qui en résultent. Ceci alourdit la résolution du système d'équations auquel on aboutit. Ce travail s'inspire en partie du traitement de la référence [73]. De

manière générique, les équations RPA s'écrivent :

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu PP'}(\omega, \mathbf{q}, \mathbf{q}') &= \Pi_{\mu\nu PP'}^0(\omega; \mathbf{q}, \mathbf{q}') \\ &+ \sum_{QQ'=N\Delta} \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \Pi_{\mu l PQ}^0(\omega, \mathbf{q}, \mathbf{k}) W_l^{QQ'}(k) \Pi_{l\nu Q'P'}(\omega, \mathbf{k}, \mathbf{q}') \\ &+ \sum_{QQ'=N\Delta} \sum_{i=\pm 1} \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \Pi_{\mu t_i PQ}^0(\omega, \mathbf{q}, \mathbf{k}) W_l^{QQ'}(k) \Pi_{t_i\nu Q'P'}(\omega, \mathbf{k}, \mathbf{q}') \end{aligned} \quad (\text{III.75})$$

avec $\mu(\nu) = l$ ou $t_\mu(t_\nu)$.

Ces équations peuvent se réduire si l'on effectue l'intégration angulaire. Il faut néanmoins distinguer les équations de parité naturelle des équations de parité non naturelle, qui donnent deux contributions différentes dans le canal transverse-transverse :

- **équations RPA pour les états de parité naturelle :**

$$\begin{aligned} \Pi_{tt PP'}^{(J)}(\omega, q, q') &= \Pi_{tt PP'}^{0(J)}(\omega, q, q') \\ &+ \int \frac{dk k^2}{(2\pi)^3} \Pi_{tt PQ}^{0(J)}(\omega, q, k) W_t^{QQ'}(k) \Pi_{tt Q'P'}^{(J)}(\omega, k, q'), \end{aligned} \quad (\text{III.76})$$

- **équations RPA pour les états de parité non naturelle ($\mathbf{J} \neq \mathbf{0}$) :**

$$\begin{aligned} \Pi_{tt PP'}^{(J)}(\omega, q, q') &= \Pi_{tt PP'}^{0(J)}(\omega, q, q') \\ &+ \int \frac{dk k^2}{(2\pi)^3} \Pi_{tt PQ}^{0(J)}(\omega, q, k) W_t^{QQ'}(k) \Pi_{tt Q'P'}^{(J)}(\omega, k, q') \\ &+ \int \frac{dk k^2}{(2\pi)^3} \Pi_{tl PQ}^{0(J)}(\omega, q, k) W_l^{QQ'}(k) \Pi_{tl Q'P'}^{(J)}(\omega, k, q'), \\ \Pi_{tl PP'}^{(J)}(\omega, q, q') &= \Pi_{tl PP'}^{0(J)}(\omega, q, q') \\ &+ \int \frac{dk k^2}{(2\pi)^3} \Pi_{tt PQ}^{0(J)}(\omega, q, k) W_t^{QQ'}(k) \Pi_{tl Q'P'}^{(J)}(\omega, k, q') \\ &+ \int \frac{dk k^2}{(2\pi)^3} \Pi_{tl PQ}^{0(J)}(\omega, q, k) W_l^{QQ'}(k) \Pi_{ll Q'P'}^{(J)}(\omega, k, q'), \\ \Pi_{ll PP'}^{(J)}(\omega, q, q') &= \Pi_{ll PP'}^{(J)}(\omega, q', q), \\ \Pi_{ll PP'}^{(J)}(\omega, q, q') &= \Pi_{ll PP'}^{(J)}(\omega, q, q') \\ &+ \int \frac{dk k^2}{(2\pi)^3} \Pi_{ll PQ}^{0(J)}(\omega, q, k) W_l^{QQ'}(k) \Pi_{ll Q'P'}^{(J)}(\omega, k, q') \\ &+ \int \frac{dk k^2}{(2\pi)^3} \Pi_{lt PQ}^{0(J)}(\omega, q, k) W_t^{QQ'}(k) \Pi_{lt Q'P'}^{(J)}(\omega, k, q'), \end{aligned} \quad (\text{III.77})$$

- **équations RPA pour les états de parité non naturelle ($\mathbf{J} = \mathbf{0}$) :**

$$\begin{aligned} \Pi_{ll PP'}^{(J=0)}(\omega, q, q') &= \Pi_{ll PP'}^{0(J=0)}(\omega, q, q') \\ &+ \int \frac{dk k^2}{(2\pi)^3} \Pi_{ll PQ}^{0(J=0)}(\omega, q, k) W_l^{QQ'}(k) \Pi_{ll Q'P'}^{(J=0)}(\omega, k, q'), \end{aligned} \quad (\text{III.78})$$

où l'on a sous-entendu la sommation sur l'indice répété ($QQ' = N\Delta$).

La réponse longitudinale se déduit du propagateur de polarisation par la relation habituelle :

$$R_{ll}^{PP'}(\omega, q) = -\frac{1}{\pi} \text{Im} [\Pi_{ll PP'}(\omega, \mathbf{q}, \mathbf{q}),] = -\frac{1}{\pi} \sum_J \frac{2J+1}{4\pi} \text{Im} [\Pi_{ll PP'}^{(J)}(\omega, q, q)] \quad (\text{III.79})$$

Dans le cas de la réponse transverse, il faut tenir compte des contributions de parité naturelle et non naturelle :

$$R_{t_i t_j}^{PP'}(\omega, q) = -\frac{1}{\pi} \text{Im} [\Pi_{t_i t_j PP'}(\omega, \mathbf{q}, q)]. \quad (\text{III.80})$$

Cette réponse n'est pas celle qui apparaît dans la section efficace différentielle neutrino-noyau du fait de la contraction avec le tenseur leptonique. En utilisant les théorèmes d'addition des harmoniques sphériques et des coefficients de Clebsch-Gordan on peut montrer que :

$$R_{t_i t_j}^{PP'}(\omega, q) = (\delta_{ij} - \hat{q}_i \hat{q}_j) R_{tt}^{PP'}(\omega, q), \quad (\text{III.81})$$

où l'on a redéfini la réponse transverse comme :

$$R_{tt}^{PP'}(\omega, q) = -\frac{1}{2\pi} \sum_{\substack{\text{pari.} \\ \text{nat.} \\ \text{nonnat}}} \sum_J \frac{2J+1}{4\pi} \text{Im} [\Pi_{tt PP'}^{(J)}(\omega, q, q)]. \quad (\text{III.82})$$

Comme dans le cas du canal de charge, nous avons défini des réponses longitudinales et transverses libres :

$$\begin{aligned} R_{ll}^{0PP'}(\omega, q) &= -\frac{1}{\pi} \sum_J \frac{2J+1}{4\pi} \text{Im} [\Pi_{ll PP'}^{0(J)}(\omega, q, q)], \\ R_{tt}^{0PP'}(\omega, q) &= -\frac{1}{2\pi} \sum_{\substack{\text{pari.} \\ \text{nat.} \\ \text{nonnat}}} \sum_J \frac{2J+1}{4\pi} \text{Im} [\Pi_{tt PP'}^{0(J)}(\omega, q, q)]. \end{aligned} \quad (\text{III.83})$$

A priori il existe aussi une réponse longitudinale-transverse que l'on définit par :

$$R_{lt_i}^{PP'}(\omega, q) = -\frac{1}{\pi} \text{Im} [\Pi_{lt_i PP'}(\omega, \mathbf{q}, q)]. \quad (\text{III.84})$$

Cependant cette dernière ne contribue pas au plus bas ordre en p/M_N . Pour voir ceci, on procède comme avec la réponse transverse en redéfinissant :

$$R_{lt}^{PP'}(\omega, q) = -\frac{1}{2\pi} \sum_J \frac{2J+1}{4\pi} \text{Im} [\Pi_{lt PP'}^{(J)}(\omega, q, q)]. \quad (\text{III.85})$$

On montre alors que :

$$R_{t_i t_j}^{PP'}(\omega, q) = -(\mathbf{q} \times \mathbf{q})^i R_{tt}^{PP'}(\omega, q) = 0. \quad (\text{III.86})$$

Nous allons donner à présent quelques détails sur la méthode utilisée pour résoudre ce système d'équations RPA.

III.4.5 Méthode de résolution

La résolution des équations intégrales se fait par une méthode de Gauss qui propose une discrétisation du type :

$$\int dx f(x) = \sum_i^N w(i) f(x(i)). \quad (\text{III.87})$$

$w(i)$ et $x(i)$ sont respectivement les poids et les pas de Gauss. Nous avons employé une méthode de Gauss-Legendre qui calcule ces N pas comme les zéros du polynômes de Legendre de degré N .

Le système d'équations RPA se ramène alors à la résolution d'une équation matricielle. On définit pour cela les poids d'intégration (le signe - est introduit pour des raisons pratiques) :

$$U(i) = -\frac{k(i)^2}{(2\pi)^3} w_k(i) V(k(i)), \quad (\text{III.88})$$

où V est un potentiel d'interaction du type de ceux que nous avons déjà rencontrés, et les matrices des propagateurs de polarisation :

$$\Pi^0(i, j) = \Pi^0(\omega, q(i), q(j)), \quad \text{et} \quad \Pi(i, j) = \Pi(\omega, q(i), q(j)). \quad (\text{III.89})$$

On doit alors résoudre :

$$\Pi(i, j) = \Pi^0(i, j) - \sum_k \Pi^0(i, k) U(k) \Pi(k, j), \quad (\text{III.90})$$

ce qui peut se réécrire encore sous la forme :

$$\Pi^0(i, j) = \sum_k (\delta_{ik} + \Pi^0(i, k) U(k)) \Pi(k, j) \equiv \sum_k \mathcal{K}(i, k) \Pi(k, j). \quad (\text{III.91})$$

L'inversion de la matrice \mathcal{K} permet d'accéder au propagateur désiré Π . Dans le cas du canal de charge, la démarche est celle que nous venons de décrire en adoptant les variables U et Π^0 appropriées. Dans le canal de spin-isospin, le couplage des équations entre elles grossit sensiblement la taille des matrices à manipuler. On doit ainsi résoudre :

$$\left(\begin{array}{cc|cc} \Pi^{0ll_{NN}} & \Pi^{0lt_{NN}} & \Pi^{0ll_{N\Delta}} & \Pi^{0lt_{N\Delta}} \\ \Pi^{0tl_{NN}} & \Pi^{0tt_{NN}} & \Pi^{0tl_{N\Delta}} & \Pi^{0tt_{N\Delta}} \\ \hline \Pi^{0ll_{\Delta N}} & \Pi^{0lt_{\Delta N}} & \Pi^{0ll_{\Delta\Delta}} & \Pi^{0lt_{\Delta\Delta}} \\ \Pi^{0tl_{\Delta N}} & \Pi^{0tt_{\Delta N}} & \Pi^{0tl_{\Delta\Delta}} & \Pi^{0tt_{\Delta\Delta}} \end{array} \right) = \mathcal{K} \times \left(\begin{array}{cc|cc} \Pi_{ll_{NN}} & \Pi_{lt_{NN}} & \Pi_{ll_{N\Delta}} & \Pi_{lt_{N\Delta}} \\ \Pi_{tl_{NN}} & \Pi_{tt_{NN}} & \Pi_{tl_{N\Delta}} & \Pi_{tt_{N\Delta}} \\ \hline \Pi_{ll_{\Delta N}} & \Pi_{lt_{\Delta N}} & \Pi_{ll_{\Delta\Delta}} & \Pi_{lt_{\Delta\Delta}} \\ \Pi_{tl_{\Delta N}} & \Pi_{tt_{\Delta N}} & \Pi_{tl_{\Delta\Delta}} & \Pi_{tt_{\Delta\Delta}} \end{array} \right), \quad (\text{III.92})$$

avec

$$\mathcal{K} = \left(\begin{array}{cc|cc} \mathbb{I} + \Pi_{ll_{NP}}^0 U_l^{PN} & \Pi_{lt_{NP}}^0 U_t^{PN} & \Pi_{ll_{NP}}^0 U_l^{P\Delta} & \Pi_{lt_{NP}}^0 U_t^{P\Delta} \\ \Pi_{tl_{NP}}^0 U_l^{PN} & \mathbb{I} + \Pi_{tt_{NP}}^0 U_t^{PN} & \Pi_{tl_{NP}}^0 U_l^{P\Delta} & \Pi_{tt_{NP}}^0 U_t^{P\Delta} \\ \hline \Pi_{ll_{\Delta P}}^0 U_l^{PN} & \Pi_{lt_{\Delta P}}^0 U_t^{PN} & \mathbb{I} + \Pi_{ll_{\Delta P}}^0 U_l^{P\Delta} & \Pi_{lt_{\Delta P}}^0 U_t^{P\Delta} \\ \Pi_{tl_{\Delta P}}^0 U_l^{PN} & \Pi_{tt_{\Delta P}}^0 U_t^{PN} & \Pi_{tl_{\Delta P}}^0 U_l^{P\Delta} & \mathbb{I} + \Pi_{tt_{\Delta P}}^0 U_t^{P\Delta} \end{array} \right). \quad (\text{III.93})$$

La sommation sur l'indice répété est sous-entendue ($P = N, \Delta$). Les diverses réponses aux moments de transfert correspondent aux éléments diagonaux de chaque bloc. Pour calculer la réponse transverse, on effectue la demi-somme des éléments diagonaux qui se correspondent dans les cas de parité naturelle et non naturelle.

La borne supérieure de l'intégration sur k dans les équations RPA est prise égale à 1 GeV, valeur au-delà de laquelle les facteurs de forme contenus dans les potentiels d'interaction rendent l'intégrand négligeable. Les résultats obtenus par cette méthode sont analysés dans le chapitre suivant.

Chapitre IV

Réponses nucléaires et processus inclusifs

Dans ce chapitre, nous allons analyser les diverses modifications des réponses nucléaires lorsqu'on les compare aux réponses d'un gaz de Fermi. Ces modifications concernent essentiellement les réponses du canal de spin-isospin par lequel un neutrino se couple au noyau. Nous allons donc traiter des conséquences des effets de milieu sur le processus neutrino-noyau. En particulier nous tenterons de voir dans quelle mesure le changement dans le spectre en énergie de transfert des réponses nucléaires est susceptible de modifier l'asymétrie $\mu - e$ observée dans les expériences de neutrinos atmosphériques.

Afin de présenter le calcul nucléaire complet, nous serons amenés à parler de corrections d'ordre cinématique, baptisées corrections de vitesse. En effet nos résultats s'appuient sur une approximation non relativiste habituelle dans le formalisme de la réponse nucléaire. Cependant il est possible de calculer des termes correctifs aux réponses nucléaires en vue de dépasser cette approximation, très fiable au demeurant dans le domaine des énergies intermédiaires où nous situons nos analyses. Nous verrons en particulier le rôle important joué par ces corrections dans la reproduction des données expérimentales.

IV.1 Réponses nucléaires

IV.1.1 Présentation des courbes de réponses

Dans ce paragraphe nous nous proposons d'étudier le comportement des réponses nucléaires totales par nucléon de l'oxygène. Les figures correspondantes à cette analyse sont présentées à la fin de ce paragraphe (fig. IV.1 à IV.8). Afin de mieux étudier le comportement des réponses dans le plan $(\omega, |\mathbf{q}|)$, nous avons tracées les réponses de charge (fig. IV.1 et IV.2) puis de spin-isospin (fig. IV.3 à IV.8) en deux séries.

Dans la première série de figures, le moment de transfert est fixé à des valeurs typiques du domaine exploré par les neutrinos ($|\mathbf{q}| = 100, 200, 300$ MeV) et les réponses sont tracées en fonction de l'énergie de transfert ($\omega \in [0, 500]$ MeV). Dans la seconde nous avons fixé l'énergie de transfert ($\omega = 200, 300, 400$ MeV) et tracé les réponses en fonction du moment de transfert ($|\mathbf{q}| \in [0, 1000]$ MeV). Le choix des valeurs de ω et $|\mathbf{q}|$ que nous maintenons fixes est arbitraire mais il permet de parcourir une partie suffisante du plan $(\omega, |\mathbf{q}|)$ pour qu'apparaissent les principaux effets dus au milieu nucléaire.

Les réponses sont divisées par le nombre de nucléons et multipliées par un facteur de forme dipolaire du type de ceux qui interviennent dans le calcul de la section efficace doublement différentielle neutrino-noyau et des quantités qui s'y rattachent. Numériquement, nous avons donc considéré :

$$\frac{R(\omega, |\mathbf{q}|)}{A} F^2(\omega, \mathbf{q}), \text{ avec } F(\omega, \mathbf{q}) = \left(\frac{1}{1 - \frac{\omega^2 - \mathbf{q}^2}{M^2}} \right)^2, \quad A = 16, \quad M = 1 \text{ GeV.} \quad (\text{IV.1})$$

La valeur adoptée pour M est représentative du facteur de forme axial du nucléon. Les réponses de charge sont simplement $R(\omega, |\mathbf{q}|) \equiv R_c^{NN}$ et les réponses de spin-isospin $R(\omega, |\mathbf{q}|) \equiv R_{l/t}^{NN} + R_{l/t}^{N\Delta} + R_{l/t}^{\Delta N} + R_{l/t}^{\Delta\Delta}$.

Sur chaque figure, nous comparons les réponses libres aux réponses RPA. Dans le canal de spin-isospin, on peut montrer que pour un noyau $N = Z$ les réponses libres longitudinales et transverses sont identiques, qu'elles soient de type NN , $N\Delta$ ou $\Delta\Delta$. Nous présentons donc la réponse libre commune et les réponses renormalisées longitudinales et transverses sur une même figure. Tous ces résultats sont repris sur les figures en trois dimensions IV.9 et IV.10 qui donnent ces mêmes réponses longitudinales et transverses RPA et non RPA dans le plan (ω, q) ainsi que leur projection dans ce même plan. Ceci permet de visualiser les comportements des réponses et les différents effets de la RPA dans chacun des canaux de spin-isospin.

IV.1.2 Interprétation

• Réponse de charge.

A l'instar de ce que l'on observe dans un gaz de Fermi, où elle est donnée simplement par la fonction de Lindhard, la réponse de charge présente un pic à basse énergie de transfert et à grand moment de transfert. Le sommet de ce pic se situe non loin de la ligne $\omega = \frac{q^2}{2M_N}$ qui correspond au sommet de la fonction de Lindhard à densité nulle. On note que lorsque l'on se déplace vers les grandes valeurs de moment de transfert, le spectre en ω de la réponse s'élargit nettement.

Les effets de la RPA sur la réponse de charge sont conformes à ce que l'on peut attendre. On note tout d'abord un "durcissement" de la réponse, *i.e.* un déplacement du sommet de la réponse vers des énergies de transfert plus élevées. Ce durcissement a tendance à augmenter avec le moment de transfert. Ceci est la conséquence directe du caractère répulsif du potentiel d'interaction dans le canal de charge (effet de f'). D'autre part, ce caractère répulsif se traduit également par une diminution de la réponse renormalisée par rapport à la réponse libre. Cette diminution tend à disparaître lorsque le moment de transfert augmente. Pour comprendre de manière schématique ce comportement, reprenons la forme du propagateur de polarisation renormalisé dans la matière nucléaire infinie :

$$\Pi = \frac{\Pi^0}{1 - V\Pi^0}. \quad (\text{IV.2})$$

Le terme dominant au dénominateur est sa partie réelle qui s'écrit, en supposant le potentiel réel : $1 - V\text{Re}(\Pi^0)$. Or la partie réelle de la fonction de Lindhard est négative. On voit donc que si V est positif (potentiel répulsif), la réponse renormalisée doit être inférieure à la réponse libre. La conclusion inverse prévaut si V est négatif (potentiel attractif). Nous allons retrouver ce comportement (au moins pour le pic quasi-élastique) avec les réponses de spin-isospin.

Le traitement que nous avons adopté appelle quelques remarques générales. Il est en effet important de souligner que le formalisme semi-classique ne traite pas de façon très satisfaisante la région des résonances géantes (*i.e.* la région à basse énergie de transfert). Ceci se comprend très bien puisque les phénomènes quantiques y jouent un rôle fondamental. A moment de transfert modéré, il n'y a plus de problème à grand moment de transfert, la réponse obtenue représente un lissage de la vraie réponse nucléaire qui comporte une structure complexe en pics. Cette structure est bien visible sur le calcul, donné dans la référence [55], des réponses à l'excitation du noyau par les neutrinos. Elle est également présente dans les calculs des processus inclusifs et exclusifs neutrino-carbone 12 des références [35] et [36] dans le contexte des expériences de KARMEN et LSND. On pourra observer un exemple de lissage dans la référence [89] où la comparaison entre le calcul semi-classique de la réponse de spin-isospin transverse et son équivalent RPA est représentée. Les courbes de section efficace que nous calculons présentent cet effet de lissage (se reporter aux figures (IV.25), (IV.26)

par exemple). Notons que cet effet n'est pas gênant puisque le calcul du taux d'événements s'obtient par intégration des réponses (éq. (II.49)).

A bas moment de transfert, le formalisme est spécialement mal adapté à la description de la région du *son zéro*. Il y a d'abord un problème de traitement numérique car la fonction de Lindhard doit être remplacée par une évaluation des propagateurs de polarisation nucléon-trou comportant l'inclusion d'une largeur si on veut obtenir un comportement numérique sensé et éviter l'écueil des fonctions δ de Dirac. Surtout, pour des noyaux à couches closes tel que l'oxygène 16, qui est l'objet central de cette étude, notre approche conduirait à l'apparition d'une résonance Gamow-Teller (ou son analogue $M1$) qui n'est pas présente dans le spectre réel (au moins dans la limite où le fondamental de ^{16}O est considéré comme sphérique¹). L'effet de fermeture de couches majeures est évidemment ignoré dans le formalisme que nous venons de présenter. Cependant cette région de très faible moment de transfert a peu de poids dans le calcul du taux d'interaction (II.49) ce qui minimise l'influence de ce défaut de notre traitement.

- **Réponse transverse.**

Dans le canal transverse le potentiel d'interaction NN reste répulsif (effet de g'_{NN}) jusqu'à des valeurs de moment de transfert relativement élevées (de l'ordre de 500 MeV). En effet, on peut considérer que la valeur du moment pour laquelle le potentiel change de signe est solution de l'équation $g'_{NN} \simeq C_\rho^2 \mathbf{q}^2 / (\mathbf{q}^2 + m_\rho^2)$ avec $g'_{NN} = 0.7$ et $C_\rho = 1.5$, ce qui donne bien une valeur voisine des 500 MeV annoncés. Conformément à l'analyse donnée pour le canal de charge, on observe un durcissement et une diminution de la réponse transverse quasi-élastique. Ces deux comportements évoluent différemment l'un de l'autre lorsque le moment de transfert augmente. En effet le durcissement a tendance à s'accroître alors que la valeur maximale de la réponse renormalisée tend à grands $|\mathbf{q}|$ vers celle de la réponse libre (ceci est très net sur les courbes tracées à ω fixée). Ces résultats ont d'ailleurs déjà été obtenus par de nombreux auteurs [103].

Le pic du Delta subit à peu près le même sort que le pic quasi-élastique. A $|\mathbf{q}|$ voisin de 0, le pic de la réponse se situe à une trentaine de MeV au-dessus de sa position libre. Ce durcissement diminue cependant lorsque $|\mathbf{q}|$ augmente contrairement à ce que l'on observe pour le pic quasi-élastique. On peut estimer la valeur à laquelle le potentiel transverse $\Delta\Delta$ devient attractif par la même méthode que précédemment avec $g'_{\Delta\Delta} = 0.5 < g'_{NN}$. Ceci conduit à une valeur proche de $|\mathbf{q}| \simeq 400$ MeV. En deçà de ces valeurs de moment, la réponse transverse renormalisée est plus faible que la réponse libre. Aux grandes valeurs de $|\mathbf{q}|$, les deux réponses ont tendance à se confondre, ce dont on peut se rendre compte sur les courbes tracées à ω fixée. Toutes les courbes présentées montrent qu'exceptée une très légère bosse survenant dans la région ($|\mathbf{q}| = 100$ MeV, $\omega \simeq 200$ MeV), due au couplage existant entre la voie transverse et la voie longitudinale, la forme globale des réponses transverses n'est pas modifiée par rapport à la réponse libre. Il en va autrement pour les réponses longitudinales.

- **Réponse longitudinale.**

Le canal longitudinal offre le plus grand nombre de modifications. Celles qui affectent la réponse quasi-élastique sont du même type que dans les canaux de charge et de spin-transverse. La différence essentielle réside dans le potentiel d'interaction NN longitudinal. En effet, la petite masse du pion (par rapport au rho) rend ce dernier attractif à beaucoup plus bas moment de transfert que le potentiel NN transverse. En reprenant le raisonnement précédent, on trouve une valeur limite, solution de $g'_{NN} \simeq \mathbf{q}^2 / (\mathbf{q}^2 + m_\pi^2)$, voisine de 200 MeV. Et l'on observe effectivement pour des valeurs supérieures à cette dernière un adoucissement et surtout une augmentation de la réponse renormalisée par rapport à la réponse libre.

Le cas de la réponse longitudinale $\Delta\Delta$ est plus intéressant et nous allons commenter les deux séries

¹Cependant ceci ne s'oppose pas à la présence de force Gamow-Teller à haute énergie comme elle est décrite dans le référence [74]. Ce phénomène est pris en compte par notre calcul, au moins de façon approchée, par l'inclusion de contributions $2p-2h$.

de courbes successivement. Dans la première série on observe, dès la plus faible valeur de moment de transfert fixé, que la réponse $\Delta\Delta$ se divise en deux branches. Le pic du Delta proprement dit se retrouve, comme dans le cas transverse, à une trentaine de MeV au dessus de sa position libre et il est nettement diminué par rapport au pic du Delta libre (d'un facteur voisin de 2). Le phénomène marquant est l'apparition d'un second pic très net en dessous de ce pic du Delta dans la région où nous signalions une légère bosse de la réponse transverse ($\omega \simeq 200$ MeV), *i.e.* environ 70 MeV en dessous de la position du pic du Delta libre. Ce pic correspond à la **branche pionique**, mode collectif se propageant dans le noyau et lié, comme nous l'avions annoncé avec le modèle schématique à l'interaction entre le pion et les états Delta-trou. A $|\mathbf{q}| = 100$ MeV, la branche pionique est inférieure d'environ 30 % au pic du Delta. Cependant pour des valeurs de moment de transfert supérieures à 150 MeV environ, le pic de la branche pionique devient supérieur à celui du Delta. A $|\mathbf{q}| = 200$ MeV le pic du Delta est déjà inférieur d'environ 20 % à la branche pionique. On a donc un déplacement de la force du pic du Delta vers la branche pionique : à $|\mathbf{q}| = 300$ MeV on ne voit pratiquement plus que cette dernière. On note que le pic du Delta libre est toujours situé entre la branche pionique et le pic du Delta modifié, dans ce que l'on conviendra d'appeler la "vallée pionique". Dans cette vallée se situe également la branche du pion libre. Toutes ces observations sont conformes aux prédictions du modèle à deux niveaux (voir figure (II.7)).

La seconde série de courbes met encore mieux en évidence cette vallée pionique. En effet si l'on se réfère à la figure correspondant à $\omega = 300$ MeV, on voit nettement la division de la réponse longitudinale en ces deux composantes, alors que la réponse transverse et la réponse non renormalisée restent parfaitement régulières. Le pic du Delta et la branche pionique sont de même amplitude. Sur la courbe précédente ($\omega = 200$ MeV) les réponses transverse et non renormalisée ne présentent pas de pic. En effet on se situe à une énergie inférieure à $M_\Delta - M_N$, qui représente schématiquement l'énergie minimale requise pour pouvoir exciter une résonance Δ dans le milieu. On se situe donc sur un flanc du pic du Delta. En revanche la réponse longitudinale présente un pic, la branche pionique, car nous nous situons à une énergie de transfert supérieure à l'énergie minimale requise ($\omega = m_\pi$) pour que démarre la branche pionique d'après le modèle schématique. A $\omega = 400$ MeV le pic du Delta est très diminué par rapport à la branche pionique. On voit en particulier sur cette courbe que la branche pionique va rejoindre le pic du Delta libre lorsque l'on augmente ω et $|\mathbf{q}|$.

L'apparition de cette branche pionique est un phénomène intéressant car on voit comment elle perturbe le spectre de la réponse longitudinale. Cette branche pionique a été mesurée dans des expériences utilisant des sondes hadroniques comme les expériences d'échange de charge à SATURNE [91] et à Dubna [92]. Ces réactions ont en fait mis en évidence un déplacement du pic du Delta d'environ 70 MeV vers les basses énergies de transfert que l'on peut partiellement interpréter d'après ce que l'on vient de voir comme la manifestation de la branche pionique. Une des caractéristiques des sondes hadroniques que nous venons de mentionner est qu'elles interagissent fortement et donc qu'elles ne pénètrent que très peu dans le milieu nucléaire. Dans le cadre des expériences de neutrinos qui nous intéressent, il en va autrement. Les neutrinos interagissant faiblement, ils vont sonder les noyaux en volume et non plus simplement en surface. La distorsion du spectre longitudinal, auquel le neutrino se couple, sur une échelle d'environ 100 MeV en énergie transférée doit avoir une influence sur la réaction neutrino-noyau. Nous verrons cependant que ce phénomène sera en fait modéré car ce processus est dominé par le canal quasi-élastique et par la voie transverse. Avant d'en venir à cette interaction particulière, nous devons confronter les résultats obtenus à des données expérimentales. Pour cela il va s'avérer nécessaire d'aller au-delà de l'ordre 0 en $|\mathbf{p}|/M_N$, approximation que nous avons conservée depuis le début de ce travail, grâce à l'utilisation de la transformation d'angle, bien connue en physique nucléaire [61].

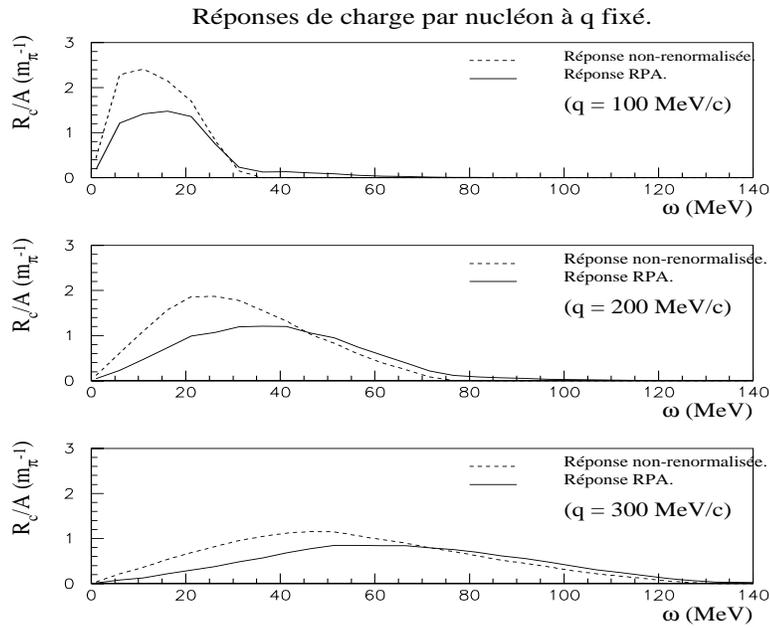


FIG. IV.1: Réponses totales de charge à $q = 100, 200, 300$ MeV/c en fonction de l'énergie de transfert. En trait hachuré la réponse nue, en trait continu la réponse RPA.

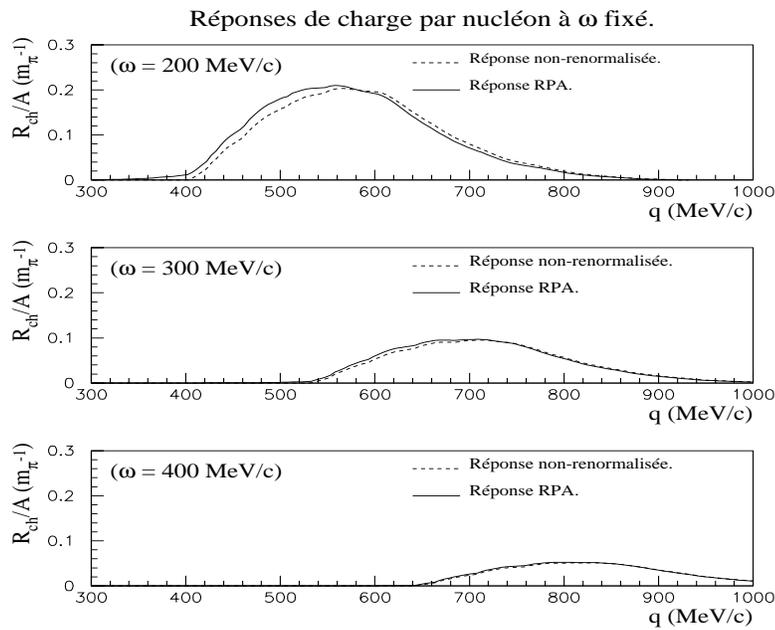


FIG. IV.2: Réponses totales de charge à $\omega = 200, 300$ MeV en fonction du moment de transfert. En trait hachuré la réponse nue, en trait continu la réponse RPA.

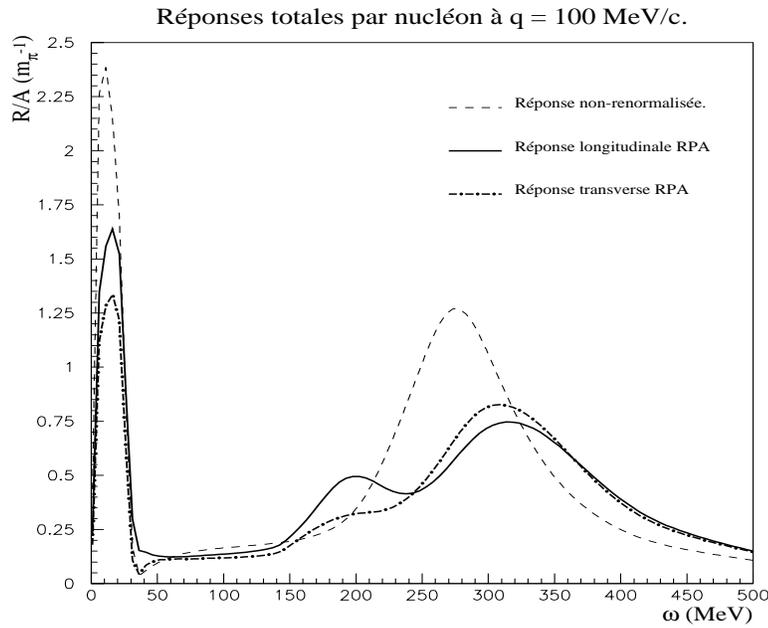


FIG. IV.3: Réponses totales de spin-isospin à $q = 100$ MeV/c en fonction de l'énergie de transfert. La ligne hachurée correspond à la réponse sans effet de RPA, identique dans les voies de réaction longitudinale et transverse et caractérisée par un pic quasi-élastique à bas transfert (excitations nucléon-trou) et un pic dans la région du Delta (excitations Delta-trou) à grand transfert. En trait appuyé les réponses RPA : réponse longitudinale (ligne continue) et réponse transverse (ligne mixte).

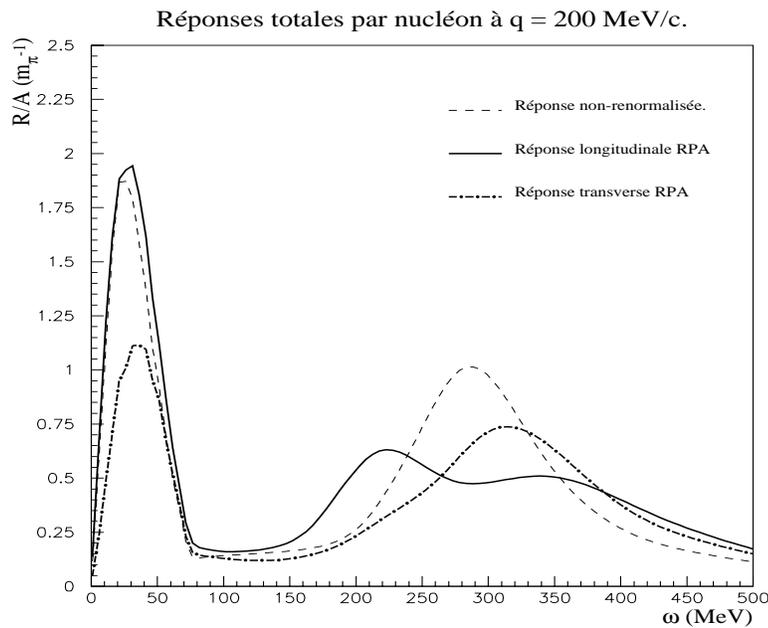


FIG. IV.4: Réponses totales de spin-isospin à $q = 200$ MeV/c en fonction de l'énergie de transfert. Voir la légende de la figure IV.3.

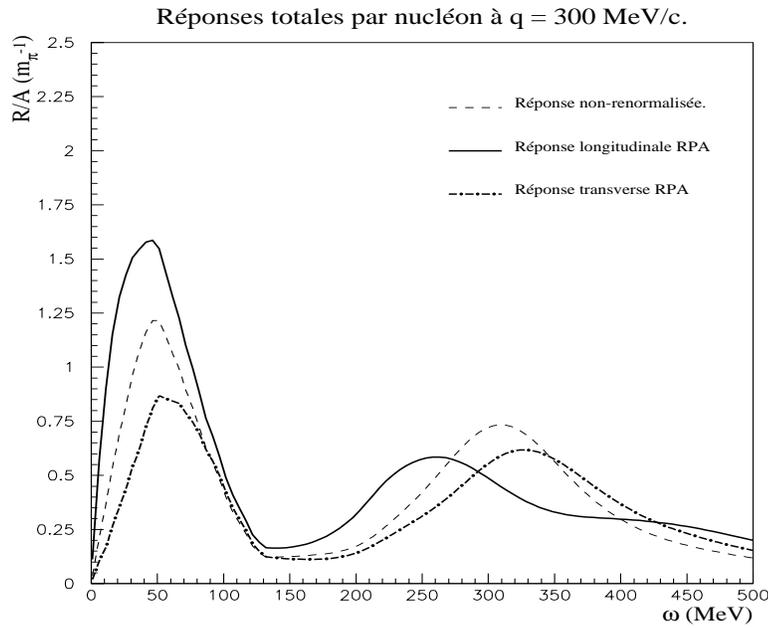


FIG. IV.5: Réponses totales de spin-isospin à $q = 300 \text{ MeV}/c$ en fonction de l'énergie de transfert. Voir la légende de la figure IV.3.

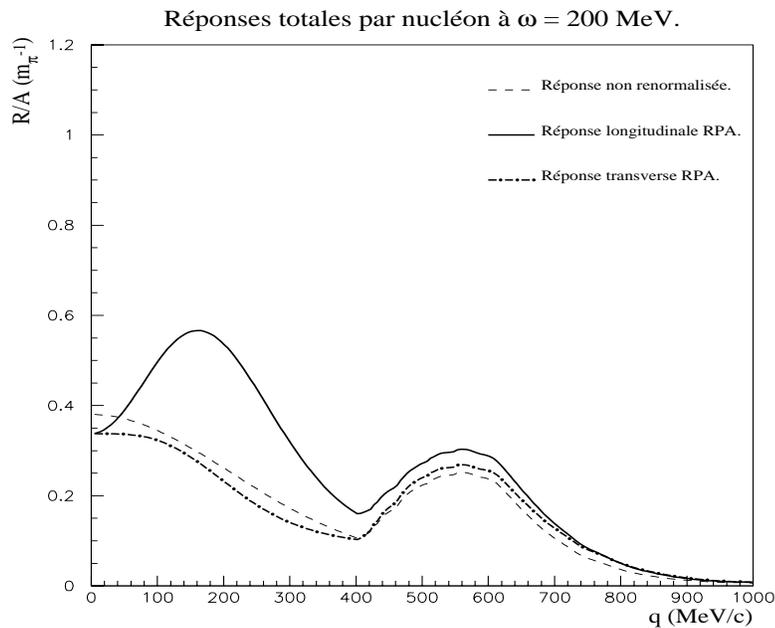


FIG. IV.6: Réponses totales de spin-isospin à $\omega = 200 \text{ MeV}$ en fonction du moment de transfert. La ligne hachurée correspond à la réponse sans effet de RPA, identique dans les voies de réaction longitudinale et transverse et caractérisée par un pic quasi-élastique à grand transfert (excitations nucléon-trou) et un pic dans la région du Delta (excitations Delta-trou) à bas transfert. En trait appuyé les réponses RPA : réponse longitudinale (ligne continue) et réponse transverse (ligne mixte).

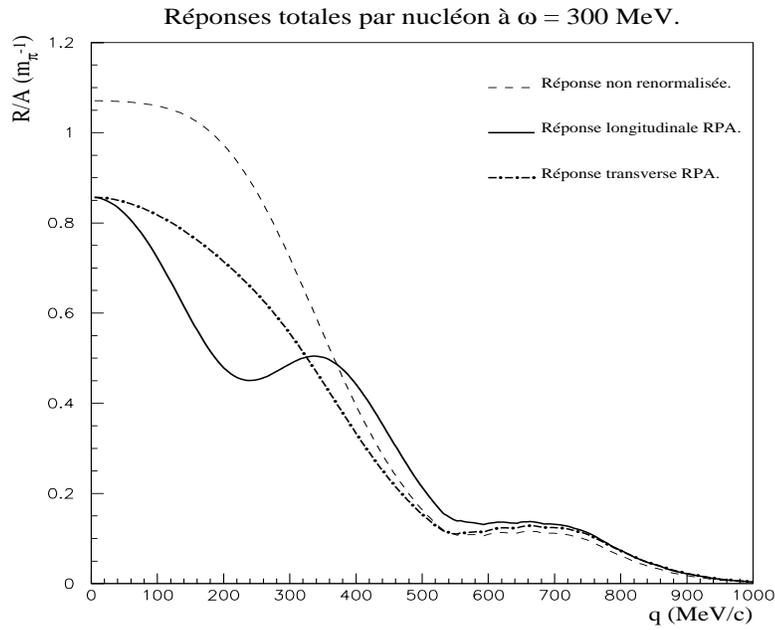


FIG. IV.7: Réponses totales de spin-isospin à $\omega = 300$ MeV en fonction du moment de transfert. Voir la légende de la figure IV.3.

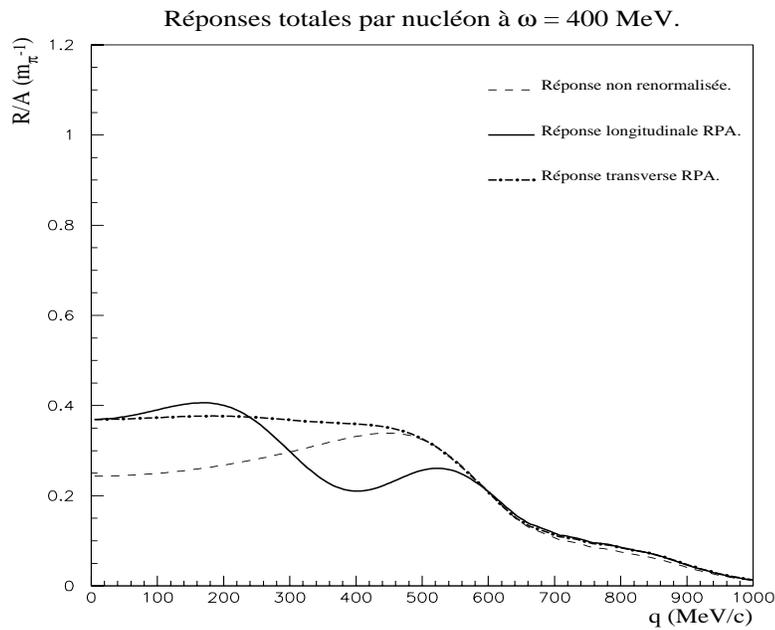
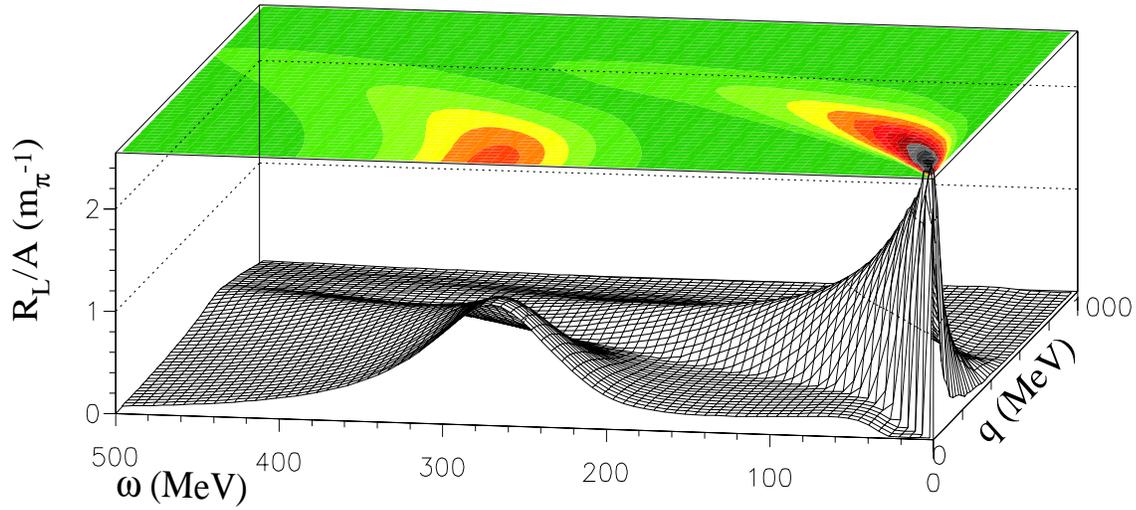
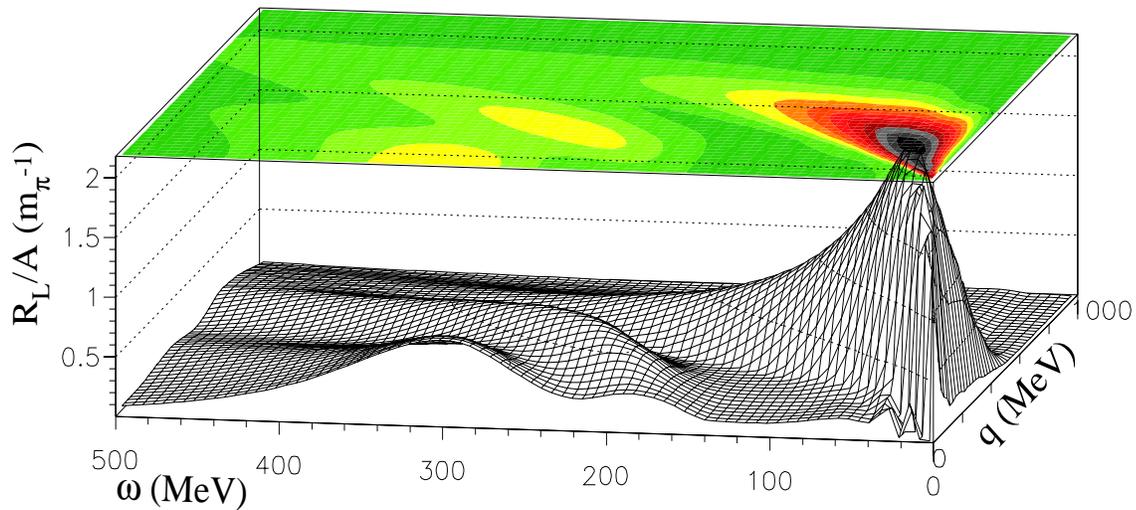


FIG. IV.8: Réponses totales de spin-isospin à $\omega = 400$ MeV en fonction du moment de transfert. Voir la légende de la figure IV.3.

Réponses longitudinales par nucléon



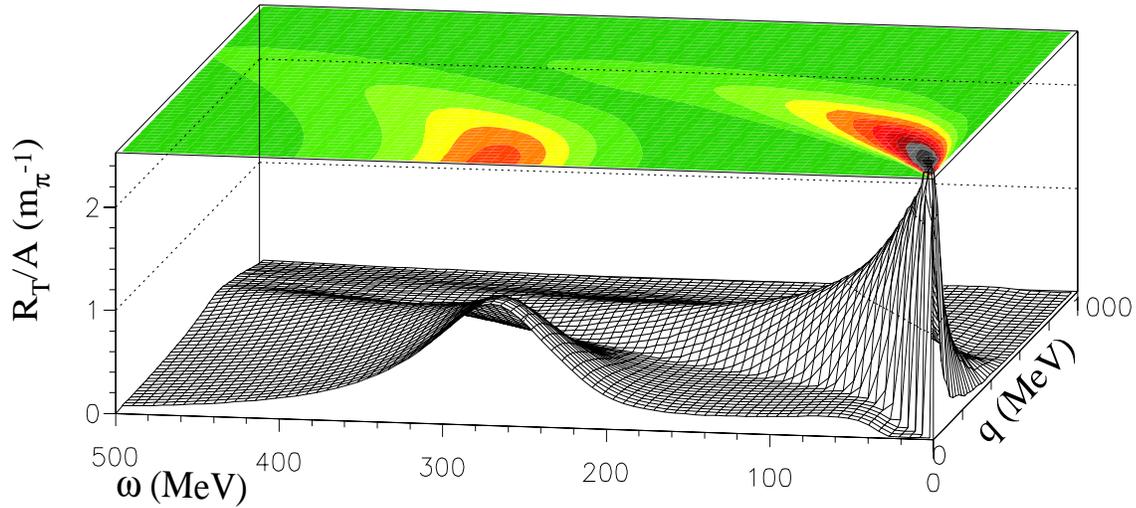
Réponse longitudinale totale sans RPA



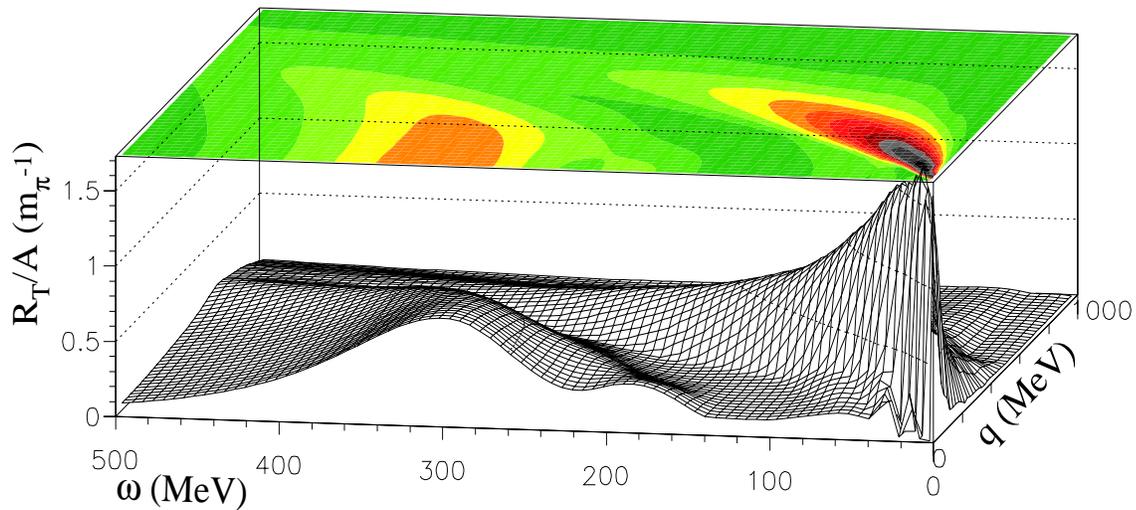
Réponse longitudinale totale avec RPA

FIG. IV.9: Réponses longitudinales par nucléon dans le plan (ω, q) . La projection des réponses sur le plan laisse apparaître le pic quasi-élastique démarrant au voisinage de l'origine et la branche du Delta. Dans la réponse RPA cette branche se scinde en une branche supérieure dans la région de genre temps, la branche du Delta collective et une branche inférieure, la branche pionique.

Réponses transverses par nucléon



Réponse transverse totale sans RPA



Réponse transverse totale avec RPA

FIG. IV.10: Réponses transverses par nucléon dans le plan (ω, q) . La projection des réponses sur le plan laisse apparaître le pic quasi-élastique démarrant au voisinage de l'origine et la branche du Delta. Dans la réponse RPA cette branche du Delta est poussée à bas moment vers les plus grandes énergies de transfert.

IV.2 Effets cinématiques

Le formalisme de réponse nucléaire que nous avons développé est non relativiste. Toutefois nous avons déjà vu lors du traitement de la résonance Delta que l'adoption d'une cinématique relativiste peut s'avérer nécessaire. Pour améliorer le modèle, nous avons inclus des corrections aux réponses nucléaires que l'on peut voir comme des termes d'ordre supérieur dans un développement en $|\mathbf{p}|/M_N$. Ces corrections ne sont à prendre en compte que dans le canal de spin-isospin. Afin d'illustrer la démarche suivie, considérons un opérateur de type longitudinal $\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{q}$ agissant à un vertex externe (interaction avec un neutrino) ou interne (interaction entre états particule-trou par échange d'un pion). L'idée est de remplacer cet opérateur par une combinaison linéaire du type $\alpha\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{q} + \beta\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p}$ où \mathbf{q} et \mathbf{p} sont respectivement le moment de transfert et le moment d'un nucléon dans le référentiel pion-noyau. Les coefficients α et β dépendent de l'énergie de transfert. Cette modification apparaît directement lorsque l'on procède à la réduction non relativiste du vertex πNN déduit du Lagrangien pseudo-vectériel habituel :

$$\mathcal{L}_{PV} = \frac{f}{m_\pi} (\bar{\psi}\gamma_\mu\gamma_5\boldsymbol{\tau}\psi)\cdot\partial^\mu\boldsymbol{\phi}, \quad (\text{IV.3})$$

où $\boldsymbol{\phi}$ désigne le champ de pion et ψ le champ de Dirac du nucléon. Il est facile de montrer le résultat suivant :

$$\langle N'|\mathcal{L}_{PV}|N\pi_a\rangle = -\frac{f}{m_\pi} \left(\chi^\dagger \boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{q} \left(1 - \frac{\omega}{2M_N}\right) - \boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p} \frac{\omega}{2M_N} \chi \right). \quad (\text{IV.4})$$

Nous allons donc suivre ce guide et utiliser la prescription connue sous le nom de transformation d'angle pour déterminer les coefficients α et β . Notons dès à présent que les résultats auxquels nous parviendrons sont approchés. En particulier nous faisons l'hypothèse que les modifications d'un vertex de type πNN et d'un vertex ρNN sont identiques, ce qui n'est pas évident si l'on se réfère par exemple au résultat de leur réduction non relativiste. En fait cette réduction complique considérablement le traitement car le nombre de termes à traiter est important. Toutefois, compte tenu du fait que ces réponses ne sont que des corrections (ce que confirment les calculs numériques), les erreurs commises sont faibles. Nous verrons notamment quel rôle jouent ces corrections de vitesse dans la reproduction des données expérimentales relatives aux sections efficaces pion-noyau.

IV.2.1 Propagateurs de polarisation d'ordre supérieur

Nous allons dans un premier temps présenter le mécanisme de la transformation d'angle sur l'exemple de l'interaction d'un pion avec un état particule-trou, interaction que l'on retrouve dans le calcul des réponses de spin-isospin RPA. Cette transformation d'angle réalise le passage du référentiel du centre de masse pion-noyau dans lequel le moment de transfert sera noté \mathbf{q}_{CM} au référentiel du centre de masse pion-noyau [61]. Dans ce dernier le quadri-moment du pion sera noté (ω, \mathbf{q}) (c'est le quadri-moment transféré dans l'interaction entre deux états particule-trou) et celui du nucléon (E, \mathbf{p}) . Une transformation de Lorentz conduit immédiatement pour des énergies de transfert peu élevées ($\omega < 500$ MeV) au résultat :

$$\mathbf{q}_{CM} = \frac{\mathbf{q} - \frac{\omega}{M_N}\mathbf{p}}{1 + \frac{\omega}{M_N}} \quad (\text{IV.5})$$

Les coefficients α et β s'identifient aisément à $M_N/(\omega + M_N)$ et $\omega/(\omega + M_N)$ respectivement. Nous introduisons le moment intrinsèque du nucléon, *i.e.* le moment de ce nucléon dans le référentiel de repos du noyau car c'est en définitive dans ce dernier que nous analysons nos processus. La différence entre ces deux moments provient de la contribution du noyau lui-même :

$$\mathbf{p}_{in} = \mathbf{p} + \frac{\mathbf{q}}{A}, \quad (\text{IV.6})$$

avec A le nombre de nucléons du noyau. Un opérateur de type $\sigma \cdot \mathbf{q} \sigma \cdot \mathbf{q}'$ se réécrit donc en fonction des variables pertinentes du problème sous la forme :

$$\begin{aligned} & \sigma \cdot \left(\left(\alpha + \frac{\beta}{2} \left(1 + \frac{1}{A} \right) \right) \mathbf{q} - \frac{\beta}{2} \left(1 - \frac{1}{A} \right) \mathbf{q}' - \beta \mathbf{P} \right) \\ & \sigma \cdot \left(\left(\alpha + \frac{\beta}{2} \left(1 + \frac{1}{A} \right) \right) \mathbf{q}' - \frac{\beta}{2} \left(1 - \frac{1}{A} \right) \mathbf{q} - \beta \mathbf{P} \right), \end{aligned} \quad (\text{IV.7})$$

si l'on définit le moment intrinsèque moyen du nucléon $\mathbf{P} = (\mathbf{p}_{in} + \mathbf{p}'_{in})/2$. Nous sommes donc conduits à la substitution suivante :

$$\begin{aligned} \sigma \cdot \mathbf{q} \sigma \cdot \mathbf{q}' \longrightarrow & \left(\alpha + \frac{\beta}{2} \left(1 + \frac{1}{A} \right) \right)^2 (\sigma \cdot \mathbf{q} \sigma \cdot \mathbf{q}') + \frac{\beta^2}{4} \left(1 - \frac{1}{A} \right)^2 (\sigma \cdot \mathbf{q}' \sigma \cdot \mathbf{q}) \\ & - \left(\alpha + \frac{\beta}{2} \left(1 + \frac{1}{A} \right) \right) \frac{\beta}{2} \left(1 - \frac{1}{A} \right) (\sigma \cdot \mathbf{q} \sigma \cdot \mathbf{q} + \sigma \cdot \mathbf{q}' \sigma \cdot \mathbf{q}') \\ & - \beta \left(\alpha + \frac{\beta}{2} \left(1 + \frac{1}{A} \right) \right) (\sigma \cdot \mathbf{P} \sigma \cdot \mathbf{q}' + \sigma \cdot \mathbf{q} \sigma \cdot \mathbf{P}) \\ & + \frac{\beta^2}{2} \left(1 - \frac{1}{A} \right) (\sigma \cdot \mathbf{P} \sigma \cdot \mathbf{q} + \sigma \cdot \mathbf{q}' \sigma \cdot \mathbf{P}) + \beta^2 (\sigma \cdot \mathbf{P} \sigma \cdot \mathbf{P}). \end{aligned} \quad (\text{IV.8})$$

Les termes qui apparaissent sont à l'exception du premier d'un type nouveau. En effet les différents propagateurs de polarisation à évaluer sont :

- dans le canal longitudinal-longitudinal :
 - ★ $\Pi_{ll_{PP'}}^0 = \Pi_{\alpha\beta_{PP'}}^0 \mathbf{q}_\alpha \mathbf{q}'_\beta$, $\Pi_{ll_{PP'}}^0 = \Pi_{\alpha\beta_{PP'}}^0 \mathbf{q}'_\alpha \mathbf{q}_\beta$,
 - ★ $\Pi_{ll_{PP'}}^0 = \Pi_{\alpha\beta_{PP'}}^0 \mathbf{q}_\alpha \mathbf{q}_\beta$, $\Pi_{ll_{PP'}}^0 = \Pi_{\alpha\beta_{PP'}}^0 \mathbf{q}'_\alpha \mathbf{q}'_\beta$;
- dans le canal longitudinal-transverse :
 - ★ $\Pi_{lt_{jPP'}}^0 = \Pi_{\alpha\beta_{PP'}}^0 \mathbf{q}_\alpha \varepsilon_{j\beta\gamma} \mathbf{q}'_\gamma$, $\Pi_{lt_{jPP'}}^0 = \Pi_{\alpha\beta_{PP'}}^0 \mathbf{q}'_\alpha \varepsilon_{j\beta\gamma} \mathbf{q}_\gamma$,
 - ★ $\Pi_{lt_{jPP'}}^0 = \Pi_{\alpha\beta_{PP'}}^0 \mathbf{q}_\alpha \varepsilon_{j\beta\gamma} \mathbf{q}_\gamma$, $\Pi_{lt_{jPP'}}^0 = \Pi_{\alpha\beta_{PP'}}^0 \mathbf{q}'_\alpha \varepsilon_{j\beta\gamma} \mathbf{q}'_\gamma$;
- dans le canal transverse-transverse :
 - ★ $\Pi_{ti_{tjPP'}}^0 = \Pi_{\alpha\beta_{PP'}}^0 \varepsilon_{i\alpha\gamma} \mathbf{q}_\gamma \varepsilon_{j\beta\delta} \mathbf{q}'_\delta$, $\Pi_{ti_{tjPP'}}^0 = \Pi_{\alpha\beta_{PP'}}^0 \varepsilon_{i\alpha\gamma} \mathbf{q}'_\gamma \varepsilon_{j\beta\delta} \mathbf{q}_\delta$,
 - ★ $\Pi_{ti_{tjPP'}}^0 = \Pi_{\alpha\beta_{PP'}}^0 \varepsilon_{i\alpha\gamma} \mathbf{q}_\gamma \varepsilon_{j\beta\delta} \mathbf{q}_\delta$, $\Pi_{ti_{tjPP'}}^0 = \Pi_{\alpha\beta_{PP'}}^0 \varepsilon_{i\alpha\gamma} \mathbf{q}'_\gamma \varepsilon_{j\beta\delta} \mathbf{q}'_\delta$.

Les propagateurs de polarisation longitudinal-longitudinal sont tous identiques. Il en va autrement des propagateurs longitudinal-transverse et transverse-transverse. Les expressions de ces derniers qui nous intéressent plus particulièrement sont données dans l'annexe C.

Le dernier problème à résoudre est l'intervention dans la transformation d'angle des termes en \mathbf{P} proprement dits. Il est nécessaire en effet de les prendre en compte lorsque l'on intègre sur la mer de Fermi pour calculer les propagateurs d'excitation nucléon-trou et Delta-trou. On peut séparer le problème en deux par une projection adéquate sur une base de polynômes de Legendre, ce qui permet de sortir la dépendance angulaire en \hat{P} . Supposons que l'on écrive le propagateur d'excitation particule-trou sous la forme :

$$\Pi_{p-h}^0(\omega, \mathbf{q}) = \int \frac{d^3 P}{(2\pi)^3} f(\mathbf{P}, \mathbf{q}). \quad (\text{IV.9})$$

Définissons de plus ces projections f_L sur la base de polynômes de Legendre par la relation habituelle :

$$f(\mathbf{P}, \mathbf{q}) = \sum_L \frac{2L+1}{4\pi} f_L(|\mathbf{P}|, |\mathbf{q}|) P_L(\hat{P} \cdot \hat{q}), \quad (\text{IV.10})$$

Plaçons-nous par exemple dans le cas d'une excitation de type longitudinal-longitudinal. Nous avons considéré jusqu'à présent des états particule-trou générés par l'opérateur $\sigma \cdot \mathbf{q}$ ($\mathbf{S}^\dagger \cdot \mathbf{q}$) agissant à chaque vertex extrême. Le propagateur particule-trou correspondant s'écrit donc simplement :

$$\Pi_{p-h}^{0[0-0]}(\omega, \mathbf{q}) = \int \frac{d^3 P}{(2\pi)^3} f(\mathbf{P}, \mathbf{q}) = \int \frac{dP P^2}{(2\pi)^3} f_0(|\mathbf{P}|, |\mathbf{q}|). \quad (\text{IV.11})$$

Considérons maintenant qu'un opérateur du type $\sigma \cdot \mathbf{P}$ ($\mathbf{S}^\dagger \cdot \mathbf{P}$) agisse à un vertex au moins. Les relations suivantes :

$$\begin{aligned} \int \frac{d^3 P}{(2\pi)^3} P_\alpha f(\mathbf{P}, \mathbf{q}) &= \hat{q}_\alpha \int \frac{dP P^3}{(2\pi)^3} f_1(|\mathbf{P}|, |\mathbf{q}|) \text{ et} \\ \int \frac{d^3 P}{(2\pi)^3} P_\alpha P_\beta f(\mathbf{P}, \mathbf{q}) &= \int \frac{dP P^4}{(2\pi)^3} [f_0(|\mathbf{P}|, |\mathbf{q}|) \frac{(-)^\alpha}{3} \delta_{-\alpha\beta} \\ &\quad + f_2(|\mathbf{P}|, |\mathbf{q}|) (\hat{q}_\alpha \hat{q}_\beta - \frac{(-)^\alpha}{3} \delta_{-\alpha\beta})], \end{aligned} \quad (\text{IV.12})$$

permettent de ramener le problème au cas précédent où n'agissait que l'opérateur $\sigma \cdot \mathbf{q}$ ($\mathbf{S}^\dagger \cdot \mathbf{q}$), moyennant le calcul des propagateurs d'excitation particule-trou suivants :

$$\begin{aligned} \Pi_{p-h}^{0[0-1]}(\omega, \mathbf{q}) &= \int \frac{dP P^3}{(2\pi)^3} f_1(|\mathbf{P}|, |\mathbf{q}|), \\ \Pi_{p-h}^{0[1-0]}(\omega, \mathbf{q}) &= \Pi_{p-h}^{0[0-1]}(\omega, \mathbf{q}), \\ \Pi_{p-h}^{0[1-1]}(\omega, \mathbf{q}) &= \int \frac{dP P^4}{(2\pi)^3} (f_0(|\mathbf{P}|, |\mathbf{q}|) - f_2(|\mathbf{P}|, |\mathbf{q}|)), \\ \Pi_{p-h}^{0[1-1]'}(\omega, \mathbf{q}) &= \int \frac{dP P^4}{(2\pi)^3} f_2(|\mathbf{P}|, |\mathbf{q}|). \end{aligned} \quad (\text{IV.13})$$

Les indices entre crochets désignent le type d'opérateur agissant à chaque vertex (par exemple $[0-1]$ signifie que le vertex d'entrée est de type $\sigma \cdot \mathbf{q}$ et que le vertex de sortie de type $\sigma \cdot \mathbf{P}$, pour un état nucléon-trou).

IV.2.2 Résultats

La résolution des équations RPA est évidemment compliquée par l'arrivée de ces nouveaux termes. Comme nous l'avons annoncé, nous avons fait l'hypothèse que les opérateurs de spin-longitudinal et de spin-transverse étaient modifiés de manière analogue. En pratique cela signifie que l'on effectue une substitution identique à celle relatée en (IV.8) en remplaçant les produits scalaires par des produits vectoriels. Les opérateurs de charge ne sont pas sensibles à la transformation d'angle (ils ne dépendent en effet pas du moment en première approximation). D'autre part, les corrélations à courte portée intervenant dans les équations RPA, qui sont le résultat d'une approche purement non relativiste, ne subissent pas non plus la transformation d'angle. Pour pouvoir résoudre les équations RPA dans le canal de spin-isospin de manière cohérente il faut donc corriger le potentiel $V_{g'}$ de manière à respecter cette contrainte.

Le principe de la résolution reste le même qu'auparavant : discrétisation par la méthode de Gauss-Legendre, construction des poids d'intégration de la RPA et inversion matricielle. On obtient ainsi la matrice des multipôles renormalisés par les effets de milieu. Cette matrice se présente sous la

forme générale (dans le canal de spin-isospin, cas de parité naturelle) :

$$\left(\begin{array}{cccc|cc}
 \Pi_{ll}^{[0-0]} & \Pi_{lt}^{[0-0]} & \dots & \dots & [0-0] & [0-1] \\
 \Pi_{ll}^{[0-0]} & \Pi_{lt}^{[0-0]} & \dots & \dots & [0-0] & [0-1] \\
 \dots & \dots & \boxed{NN} & \dots & \dots & \boxed{N\Delta} \\
 \dots & [1-0] & \dots & [1-1] & [1-0] & [1-1] \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 \hline
 & [0-0] & \dots & [0-1] & [0-0] & [0-1] \\
 & [1-0] & \boxed{\Delta N} & [1-1] & [1-0] & [1-1] \\
 & & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 & & & & \boxed{\Delta\Delta} & \dots \\
 & & & & & [1-1]
 \end{array} \right) \quad (\text{IV.14})$$

Les réponses aux différents moments de transfert se trouvent sur les éléments diagonaux de chaque bloc. On peut ainsi évaluer séparément :

$$R_{l/t}^{PP'[0-0]}(\omega, q), \quad R_{l/t}^{PP'[0-1]}(\omega, q) + R_{l/t}^{PP'[1-0]}(\omega, q), \quad R_{l/t}^{PP'[1-1]}(\omega, q). \quad (\text{IV.15})$$

Les réponses avec ces corrections de vitesse sont représentées dans l'annexe C. Sur ces courbes ne figurent que les corrections de vitesse appliquées au pic du Delta. On peut comprendre que ce sont celles qui sont primordiales en rappelant la forme des coefficients $\alpha = M_N/(M_N + \omega)$ et $\beta = \omega/(M_N + \omega)$. Ce sont globalement ces coefficients qui vont multiplier les propagateurs de polarisation (voir équation (IV.8)). On sait d'autre part que le pic quasi-élastique survient à relativement faible énergie de transfert. Dans ce cas $\alpha \simeq 1 \gg \beta$. Les corrections de vitesse jouent donc un faible rôle. En revanche, dans la région du pic du Delta, l'énergie de transfert mise en jeu est capable de diminuer sensiblement la contribution du terme principal (en α^2) et rend donc nécessaire l'inclusion de tous les autres termes. On voit clairement sur les courbes présentées que les corrections de vitesse sont importantes lorsque le moment de transfert est faible. A $|\mathbf{q}| = 100$ MeV, $\omega = 320$ MeV, les réponses incluant les corrections de vitesse sont environ 30 % plus importantes que les réponses d'ordre 0. Nous verrons que ce phénomène est à considérer dans le cadre des réactions de neutrinos si l'on veut pouvoir tenir compte correctement de la contribution de la résonance Delta. Mais auparavant, nous allons confronter les réponses que nous avons obtenues aux données expérimentales.

IV.3 Les réponses nucléaires et l'expérience

Pour tester la méthode que nous avons mise au point, nous procédons en deux étapes. Dans un premier temps, nous évaluons la section efficace totale des réactions pion-noyau, qui est reliée de manière très simple à la réponse longitudinale. Cette étude reprend en partie l'étude menée dans les références [90] où l'on pourra également trouver des résultats relatifs à la photoproduction de pions neutres cohérents. Ensuite nous avons appliqué le formalisme de la réponse nucléaire pour reproduire les résultats expérimentaux en diffusion d'électrons. On sait en effet que la section efficace d'interaction électron-noyau fait intervenir les réponses nucléaires de charge ² et de spin transverse. Cette comparaison est importante puisque nous avons déjà eu l'occasion de mentionner que la réaction neutrino-noyau est dominée par le canal transverse. Expérimentalement, ces contributions ont pu être séparées [107], [108]. Il est donc important de savoir comment notre modèle se comporte par rapport aux données expérimentales.

²En diffusion d'électrons, le canal de charge est appelé *canal longitudinal*. Il faut éviter toute confusion avec le *canal de spin longitudinal* que nous avons jusqu'à présent considéré.

IV.3.1 Réactions pion-noyau

Un premier test de la méthode que nous employons pour le calcul des réponses nucléaires nous est offert par la section efficace totale pion-noyau, qui est proportionnelle à la réponse longitudinale calculée au moment de transfert du pion physique *i.e.* $|\mathbf{q}| = q_\pi = [\omega^2 - m_\pi^2]^{\frac{1}{2}}$. En effet, on calcule simplement que :

$$\sigma_{tot}(\omega) = \frac{\pi}{q_\pi} R_{ll}(\omega, q_\pi). \quad (\text{IV.16})$$

La réponse longitudinale dont il est ici question est la somme des contributions NN , $N\Delta$, ΔN et $\Delta\Delta$:

$$R_{ll}(\omega, q_\pi) = R_{ll}^{NN}(\omega, q_\pi) + R_{ll}^{N\Delta}(\omega, q_\pi) + R_{ll}^{\Delta N}(\omega, q_\pi) + R_{ll}^{\Delta\Delta}(\omega, q_\pi). \quad (\text{IV.17})$$

D'autre part nous avons étudié l'effet des corrections de vitesse. Ces dernières sont ajoutées simplement à la réponse principale :

$$R_{ll}(\omega, q_\pi) = \sum_{PP'} R_{ll}^{PP'[0-0]}(\omega, q_\pi) + R_{ll}^{PP'[0-1]}(\omega, q_\pi) + R_{ll}^{PP'[1-0]}(\omega, q_\pi) + R_{ll}^{PP'[1-1]}(\omega, q_\pi). \quad (\text{IV.18})$$

Nous avons comparé sur la figure (IV.11) les résultats donnés par $R_{ll}^{PP'[0-0]}$ seule et par R_{ll} telle qu'elle est calculée dans l'équation (IV.18). Dans les réactions pion-noyau, la réponse $R_{ll}^{\Delta\Delta}$ est prédominante (environ 80 % du total), ce qui s'explique par l'importance du couplage $\pi N\Delta$.

Les données que nous avons choisies portent sur quatre noyaux différents : carbone, oxygène, soufre et fer [93]. Les densités de trois premiers noyaux sont du type somme de Gaussiennes, la densité du fer est tirée des données expérimentales sous la forme d'une Gaussienne à trois paramètres. En général l'accord de notre calcul théorique avec les données expérimentales est satisfaisant (voir figure (IV.11)). En particulier les valeurs des sections efficaces au pic sont compatibles. On constate toutefois qu'à haute énergie de transfert notre calcul sous-estime les valeurs de ces sections efficaces. On voit que ce phénomène est encore plus accentué si l'on ne prend pas en compte les corrections de vitesse (courbes en pointillés sur la figure (IV.11)). Il apparaît également que l'effet de ces corrections de vitesse n'est pas à priori évident sur la ligne cinématique du pion physique, notamment à basse énergie de transfert. A énergie de transfert élevée, conformément à ce que nous avons vu au paragraphe précédent, les corrections de vitesse tendent à apporter un supplément de force. On remarque enfin que lorsque le nombre de masse augmente, l'inadéquation théorie-expérience à haute énergie de transfert s'estompe. Enfin en ce qui concerne l'oxygène, nous voyons que la section efficace totale est bien reproduite, même si le nombre de points expérimentaux disponibles est plus faible. La phénoménologie que nous employons est donc en accord avec les données expérimentales en ce qui concerne les réponses nucléaires longitudinales. Nous allons nous intéresser maintenant au sort des réponses transverses.

IV.3.2 Diffusion d'électrons

Le but de ce paragraphe n'est pas de traiter de manière exhaustive la diffusion d'électrons et les problèmes reliés à ce domaine mais de confronter les réponses transverses calculées théoriquement à l'aide de la méthode décrite dans cette étude aux données expérimentales tirées de la référence [107]. Ces réponses transverses ont été évaluées dans un modèle de gaz de Fermi et dans le cadre du formalisme semi-classique que nous avons présenté.

Nous commençons par le calcul de la section efficace du processus $e^-(k) A(p) \longrightarrow e^-(k') X(p')$, où A désigne le noyau cible, X des produits de la réaction et k, k', p, p' sont les quadri-vecteurs énergie-impulsion des particules. Nous nous restreignons donc au canal inclusif. Le tenseur leptonique s'écrit :

$$L_{\mu\nu} = 4(k_\mu k'_\nu + k_\nu k'_\mu - g_{\mu\nu} k.k'). \quad (\text{IV.19})$$

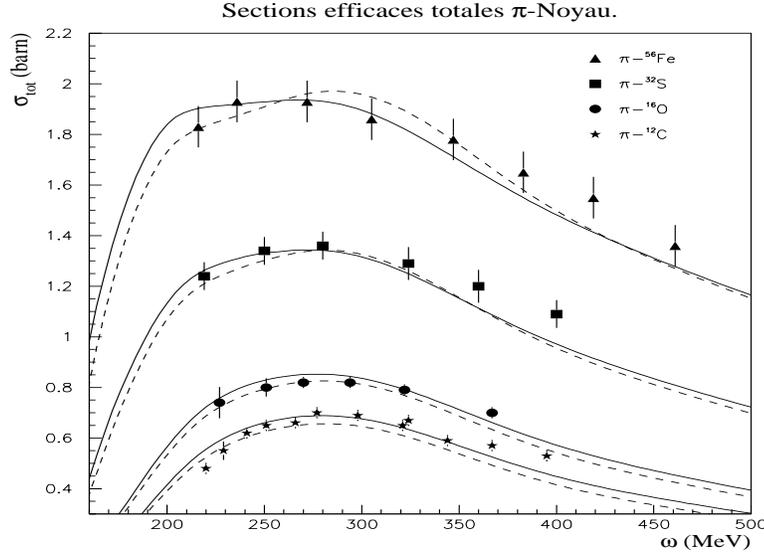


FIG. IV.11: Section efficace totale $\pi - {}^{12}\text{C}$, $\pi - {}^{16}\text{O}$, $\pi - {}^{32}\text{S}$ et $\pi - {}^{56}\text{Fe}$ en fonction de l'énergie de transfert. Les courbes hachurées correspondent au calcul sans correction de vitesse, les courbes pleines au calcul complet.

Le courant hadronique électromagnétique évalué sur des états de nucléon initial et final vaut pour sa part :

$$\langle p', s' | H_{em}^\mu | p, s \rangle = \bar{u}(p') \left(F_1^N(t) \gamma^\mu + F_2^N(t) \frac{i\sigma^{\mu\nu} q_\nu}{2M_N} \right) u(p), \quad (t = q^2 = (p' - p)^2). \quad (\text{IV.20})$$

Dans l'expression précédente, F_1^N et F_2^N sont les facteurs de forme de Dirac du nucléon. Nous avons conservé les paramétrisations présentées au début du chapitre 2. La section efficace doublement différentielle se met alors sous la forme suivante (en définissant le paramètre de polarisation du photon virtuel échangé $\varepsilon = 1/(1 + 2\mathbf{q}^2 \tan^2 \frac{\theta}{2}/q^2)$) :

$$\frac{\partial^2}{\partial\Omega\partial k'} = \sigma_{Mott} \frac{\tan^2 \frac{\theta}{2}}{1 - \varepsilon} \left(R_T(q) + \varepsilon \frac{2Q^2}{q^2} R_L(q) \right), \quad (Q^2 = -q^2). \quad (\text{IV.21})$$

Dans l'expression précédente, nous avons introduit l'angle de diffusion θ entre les directions des électrons entrant et sortant, la section efficace de Mott :

$$\sigma_{Mott} = \frac{\alpha^2 \cos^2 \frac{\theta}{2}}{4k^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}}, \quad (\text{IV.22})$$

ainsi que les réponses "longitudinales" et "transverses" :

$$\begin{aligned} R_T(q) &= \left(G_M^{p,2}(t) \frac{Z}{A} + G_M^{n,2}(t) \frac{N}{A} \right) \frac{Q^2}{2M_N^2} (R_{tt}^{NN} + R_{tt}^{N\Delta+\Delta N} + R_{tt}^{\Delta\Delta}) \\ R_L(q) &= \left(G_E^{p,2}(t) \frac{Z}{A} + G_E^{n,2}(t) \frac{N}{A} \right) \left(1 + \frac{Q^2}{4M_N^2} \right) R_c^{NN}. \end{aligned} \quad (\text{IV.23})$$

La section efficace différentielle et les réponses longitudinale et transverse ont fait l'objet d'intenses études théoriques. En particulier, de nombreux travaux ont pris le modèle du gaz de Fermi comme

point de départ ([103], [106]). En dépit de sa relative simplicité, le modèle du gaz de Fermi permet de rendre compte de manière satisfaisante de la section efficace doublement différentielle. En revanche il se révèle insuffisant lorsque l'on considère R_L et R_T séparément ([107]) : on aboutit en fait à une surestimation de la réponse longitudinale et à une sous-estimation de la réponse transverse. Ces deux effets se compensent partiellement dans la section efficace différentielle.

Nous focalisons dorénavant notre attention sur la réponse transverse. Dans un premier temps nous avons calculé cette dernière dans un modèle de gaz de Fermi en nous plaçant à l'approximation des anneaux de la RPA pour inclure les effets collectifs. Plus précisément, nous avons considéré le propagateur de polarisation suivant :

$$\Pi(\omega, \mathbf{q}) = \frac{\Pi^0(\omega, \mathbf{q})}{1 - V_T(\omega, \mathbf{q}) \Pi^0(\omega, \mathbf{q})}, \quad (\text{IV.24})$$

avec un potentiel d'interaction dans la voie transverse :

$$V_T(\omega, \mathbf{q}) = F_\rho(q^2) C_\rho \frac{q^2}{\omega^2 - q^2 - m_\rho^2} + F_\pi(q^2) g'. \quad (\text{IV.25})$$

Les valeurs des différents paramètres et des facteurs de forme intervenant dans l'expression de V_T sont identiques à celles que nous avons adoptées pour la résolution des équations RPA semi-classiques. Les résultats obtenus sont donnés sur les figures (IV.13) pour le carbone (les paramètres du gaz de Fermi correspondants sont $A = 12$ et $k_F = 1.12 \text{ fm}^{-1}$) et sur les figures (IV.14) pour le fer ($A = 56$, $k_F = 1.15 \text{ fm}^{-1}$). Les données expérimentales sont tirées des références [107]. Sur ces deux exemples, on voit que les réponses sont légèrement sous-estimées pour des valeurs de moment de transfert $|\mathbf{q}|$ de l'ordre de 300 MeV. En revanche, on note l'apparition d'un excédent de force à faible énergie de transfert pour $|\mathbf{q}| \sim 500 \text{ MeV}$. Cet excédent est vraisemblablement dû au traitement des canaux $2p-2h$ non réductibles à une largeur de Delta dont l'extrapolation est sans doute discutable aux faibles valeurs de ω . Le rôle de ces excitations $2p-2h$ a été mis en évidence dans de nombreuses études ([103], [106], [102]). Il est particulièrement net dans la région située entre le pic quasi-élastique et le pic du Delta (*dip region*). On voit en effet sur les courbes que nous avons présentées un manque de force très marqué dans cette région. Les excitations $2p-2h$ apportent une partie de cette force manquante. Les calculs relatifs à ces processus sont complexes et prennent en considération les graphes d'absorption d'onde p (figure (III.6)) ainsi que des graphes de courants d'échanges mésoniques représentés sur la figure (IV.12).

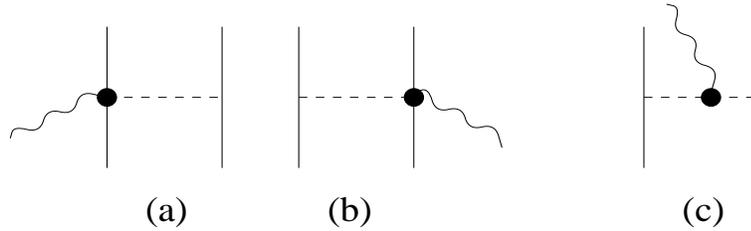


FIG. IV.12: Diagrammes de courants d'échanges mésoniques. Les graphes (a) et (b) correspondent aux termes de contact (termes de Kroll-Ruderman). Le graphe (c) représente l'absorption d'un photon sur un méson échangé.

Dans les réactions neutrino-noyau ces graphes de courants d'échanges mésoniques n'interviennent pas de la même façon qu'en diffusion d'électrons. Les calculs menés dans notre étude ne peuvent donc pas être directement comparés avec l'expérience sans modification préalable. Nous avons donc extrapolé les courants d'échanges mésoniques d'après les travaux de la référence [103]. Les résultats sont montrés sur la figure (IV.15). On voit clairement en comparant les figures (IV.14) et

(IV.15) que la région intermédiaire se peuple de manière significative. A $|\mathbf{q}| = 410$ MeV, $\omega = 200$ MeV, les courants d'échanges mésoniques doublent environ la valeur de la réponse transverse. Ces courants d'échanges constituent donc un ingrédient important des réactions de diffusion d'électrons. Le but de cette comparaison avec les résultats expérimentaux en diffusion d'électrons est de contraindre dans la mesure du possible le calcul que nous effectuons de la réponse transverse. Sur la figure (IV.16) apparaissent les réponses transverses pour un noyau de carbone telles qu'elles sont évaluées dans le formalisme semi-classique que nous utilisons. Dans la région cinématique couverte pour ces courbes, on voit que l'accord avec l'expérience est satisfaisant. En particulier la forme globale des réponses transverses suit bien les données expérimentales. On remarque le manque de force habituel dans la région intermédiaire. Comme nous l'avons vu, ce dernier peut être réduit en considérant la contribution des courants d'échanges mésoniques. Dans le calcul semi-classique, nous avons inclus les excitations de type $2p-2h$ sans les termes générés par les graphes de la figure (IV.12). On voit cependant que leur contribution amoindrit le déficit en force lorsque l'on compare à la situation du gaz de Fermi où ces excitations étaient absentes (figure (IV.13)). Compte tenu des approximations réalisées, ce test s'avère satisfaisant. Il nous permet d'avoir une confiance importante dans notre calcul semi-classique des réponses transverses de l'oxygène, qui se situe dans une région de masse voisine de celle des noyaux de carbone. Nous avons pu ainsi grâce à deux tests indépendants, les diffusions pion-noyau et électrons-noyau, apporter la preuve de la validité de la méthode employée pour le calcul des réponses de spin-isospin longitudinale et transverse. Ceci nous permet désormais de considérer le problème des réactions neutrino-noyau qui va constituer l'objet des paragraphes et du chapitre suivant.

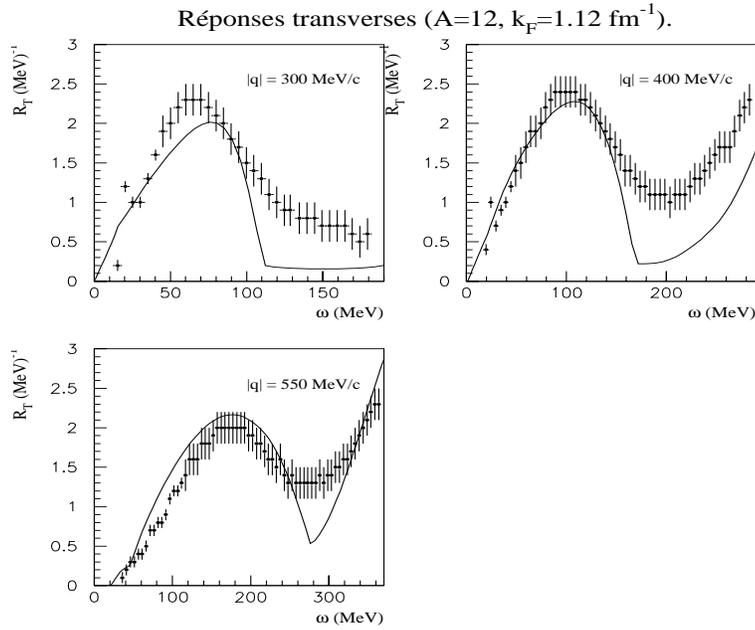


FIG. IV.13: Réponses transverses pour un gaz de Fermi sans courants d'échanges en fonction de l'énergie de transfert pour différents moments de transfert fixés. Les paramètres du gaz de Fermi sont : $A=12$ et $k_F=1.12 \text{ fm}^{-1}$. Les points expérimentaux sont tirés de [107].

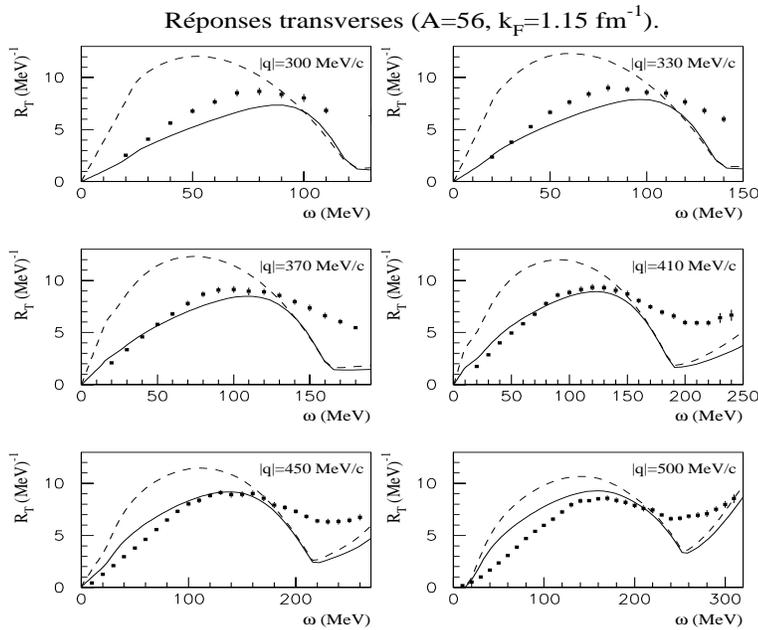


FIG. IV.14: Identique à IV.13 pour un gaz de Fermi caractérisé par $A=56$ et $k_F=1.15 \text{ fm}^{-1}$.

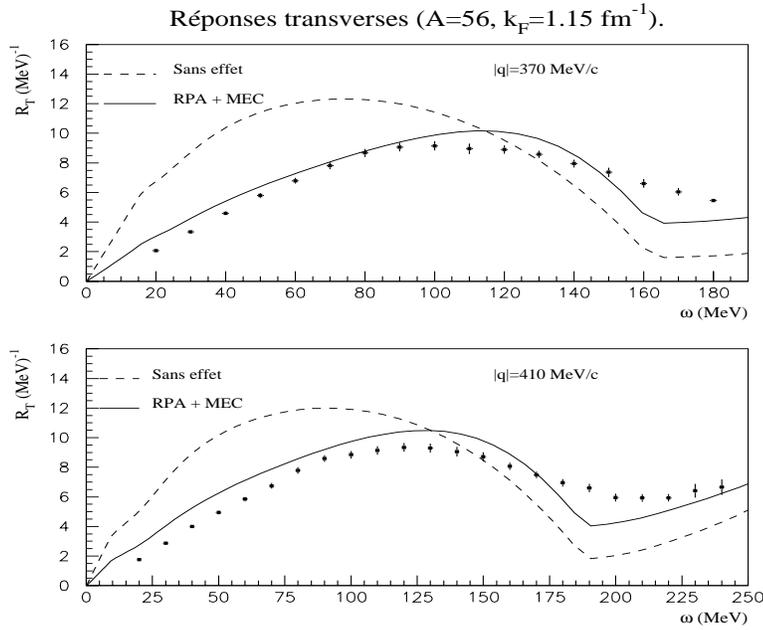


FIG. IV.15: Réponses transverses pour un gaz de Fermi avec courants d'échanges en fonction de l'énergie de transfert pour différents moments de transfert fixés. Les paramètres du gaz de Fermi sont : $A=56$ et $k_F=1.15 \text{ fm}^{-1}$. Les courants d'échanges sont adaptés du travail de ALBERICO et al [103].

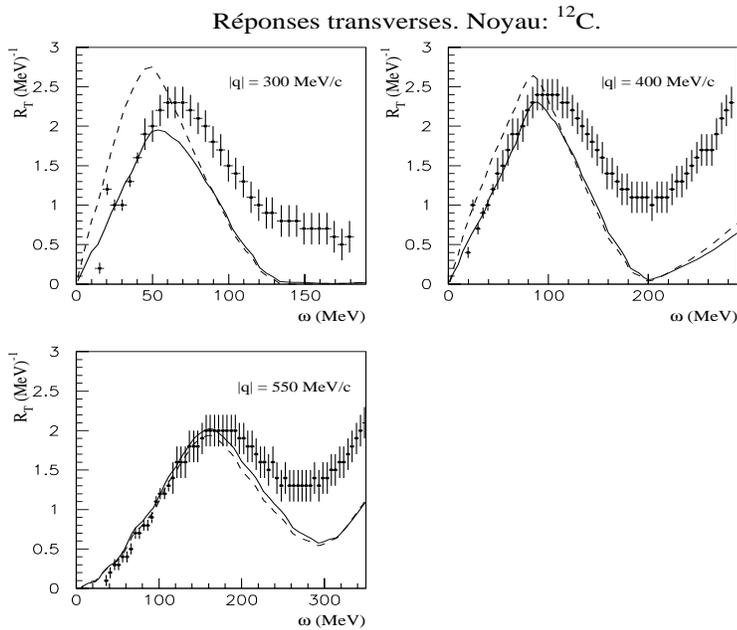


FIG. IV.16: Réponses transverses sans RPA (ligne pointillée) et avec RPA (ligne pleine) pour un noyau de ^{12}C en fonction de l'énergie de transfert pour différents moments de transfert fixés. Ces réponses ne comprennent pas de courants d'échanges.

IV.4 Sections efficaces différentielles neutrino-noyau

IV.4.1 Remarques générales

Nous allons achever l'étude du processus inclusif d'interaction entre un neutrino et un noyau d'oxygène avec l'étude des sections efficaces différentielles :

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial \Omega_{k'} \partial k'}(\omega, \Omega_{k'}) \text{ et } \frac{\partial \sigma}{\partial k'}(\omega) = \int d\Omega_{k'} \frac{\partial^2 \sigma}{\partial \Omega_{k'} \partial k'}(\omega, \Omega_{k'}). \quad (\text{IV.26})$$

Ces sections efficaces différentielles sont tracées en fonction de l'énergie de transfert ω , sachant que l'énergie des (anti-)neutrinos incidents est fixée à une valeur de 700 MeV. Pour la section efficace doublement différentielle, nous avons considéré deux angles de diffusion vérifiant $\cos \theta = 0.95$ et $\cos \theta = 0.5$. Ces deux valeurs permettent de mettre en évidence les principales caractéristiques du comportement de la section efficace différentielle.

Nous avons déjà présenté le principe du calcul de $\partial^2 \sigma / \partial \Omega_{k'} \partial |\mathbf{k}'|$ (voir chapitre 2 et annexe A). Les effets nucléaires que nous voulons mettre en évidence sont contenus dans le tenseur hadronique. La détermination de ce dernier découle directement des hypothèses adoptées au niveau du courant hadronique. Nous avons conservé pour le calcul complet les mêmes conventions que dans le cas du gaz de Fermi (chapitre 2). Ces conventions sont relatives aux facteurs de forme et au choix des opérateurs. Cependant un certain nombre d'approximations que nous avons faites pour illustrer le principe du calcul sont maintenant remises en cause. Il s'agit dans un premier temps de prendre en considération la masse du muon émis dans l'interaction, ce que nous avons tout d'abord négligé. Ce point est important puisque la différence entre l'énergie transférée par un neutrino muonique et un neutrino électronique de même énergie incidente est justement égale à la différence des masses des leptons chargés émis, soit $m_\mu - m_e \simeq m_\mu$. Or cette énergie est de l'ordre de la différence d'énergie entre le pic du Delta et la branche pionique. Il est impératif de savoir dans quel sens ces modifications jouent. D'autre part, nous avons considéré les corrections cinématiques aux vertex en considérant dans le courant hadronique tous les termes à l'ordre 1 en $|\mathbf{p}|/M$. Ceci génère dans la section efficace, en plus des réponses $R_{l/t}^{PP'[0-0]}$, les réponses : $R_{l/t}^{PP'[0-1]}$, $R_{l/t}^{PP'[1-0]}$ et $R_{l/t}^{PP'[1-1]}$. Nous avons vu comment la transformation d'angle permet de calculer ces différentes réponses. Le dernier point consiste à corriger de transformation d'angle les termes qui n'y sont pas sensibles. C'est le cas de la partie d'espace du courant hadronique axial. En effet la réduction non relativiste de ce dernier donne :

$$\begin{aligned} \bar{u} \gamma \gamma_5 u &= NN' \chi^\dagger \boldsymbol{\sigma} \chi \\ &= NN' \chi^\dagger (\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{q}}) \hat{\mathbf{q}} \chi - NN' \chi^\dagger ((\boldsymbol{\sigma} \times \hat{\mathbf{q}}) \times \hat{\mathbf{q}}) \chi. \end{aligned} \quad (\text{IV.27})$$

Les opérateurs de spin-longitudinal et spin-transverse obtenus n'ont pas de dépendance en $|\mathbf{q}|$. Les corrections cinématiques ne leur sont en conséquence pas appliquées. Les réponses générées par ces opérateurs sont donc à une très bonne approximation données par :

$$R_{l/t}^{PP'[0-0]} \left(\frac{M_N + \omega}{M_N} \right)^2 + (R_{l/t}^{PP'[0-1]} + R_{l/t}^{PP'[1-0]}) \left(\frac{(M_N + \omega)^2}{\omega M_N} \right) + R_{l/t}^{PP'[1-1]} \left(\frac{M_N + \omega}{\omega} \right)^2. \quad (\text{IV.28})$$

Le facteur $(\frac{M_N + \omega}{M_N})^2$ permet d'inverser globalement la transformation d'angle utilisée dans le calcul de $R_{l/t}^{PP'[0-0]}$. Les détails des calculs des tenseurs hadronique et leptonique, ainsi que l'expression finale de $\frac{\partial^2 \sigma}{\partial \Omega_{k'} \partial k'}$ sont donnés dans l'annexe A. L'intégration sur l'angle solide $\Omega_{\mathbf{k}'}$ (qui se réduit à une intégration sur l'angle de diffusion θ dans notre cas) est effectuée numériquement. La dépendance en cette variable est en effet impossible à déterminer analytiquement : les réponses sont évaluées en $(\omega, |\mathbf{q}|)$ avec $|\mathbf{q}| = (\mathbf{k}^2 + \mathbf{k}'^2 - 2|\mathbf{k}||\mathbf{k}'| \cos \theta)^{1/2}$.

IV.4.2 Résultats

Nous allons, dans ce paragraphe, focaliser notre attention sur les courbes qui correspondent au processus inclusif et qui sont données à la fin de ce paragraphe (fig. (IV.17) à (IV.28)).

Sur les figures (IV.17) et (IV.18) nous voyons nettement comment le processus d'interaction neutrino-noyau est dominé par l'excitation quasi-élastique (pic à basse énergie de transfert). Ceci est particulièrement net lorsque l'angle de diffusion est faible, ce qui correspond à un moment de transfert faible : pour $\cos \theta \approx 1$ on se trouve aux environs de la ligne cinématique $\omega = |\mathbf{q}|$ qui croise la ligne du pic quasi-élastique $\omega = \mathbf{q}^2/(2M_N)$ non loin de l'origine. Le pic du Delta est quasiment inexistant sur la figure (IV.17) et ne représente qu'un tiers environ du pic quasi-élastique sur la figure (IV.18). Le rôle de la RPA peut globalement se résumer par une forte diminution de la section efficace à bas moment de transfert et par une augmentation modérée lorsque ce moment augmente. On remarque sur les courbes des figures (IV.21) et (IV.22) que la différence entre neutrino de type électronique et neutrino de type muonique est faible. La section efficace d'un neutrino électronique est cependant toujours légèrement supérieure. Voyons comment ces effets se traduisent sur la section efficace simplement différentielle.

Les courbes (IV.25) et (IV.26) mettent en évidence les effets de la RPA sur la section efficace inclusive d'un ν_e ($\bar{\nu}_e$). Dans le cas des neutrinos on observe un durcissement très net de la section efficace : le sommet se déplace d'une quarantaine de MeV environ vers les hautes énergies de transfert. Ce durcissement s'accompagne d'une légère augmentation ($\sim 5\%$) de la valeur maximale de la section efficace. On voit une très nette accumulation de force à des énergies intermédiaires comprises entre 150 et 250 MeV environ. Nous analyserons ce dernier point lorsque nous étudierons les réponses partielles. En ce qui concerne les anti-neutrinos, nous voyons apparaître un durcissement analogue de la section efficace mais la valeur maximale de cette dernière diminue notablement ($\sim 30\%$) du fait du changement de signe du terme d'interférence magnétique-axial dans la section efficace. Il existe également une accumulation de force dans la région intermédiaire mais qui semble toutefois moins importante que dans le cas précédent.

D'autre part lorsque nous comparons la situation d'un (anti-)neutrino de type électronique avec celle d'un (anti-)neutrino de type muonique, nous constatons de manière générale que les courbes de section efficace suivent la même évolution. A basse énergie de transfert, les deux courbes sont confondues. Lorsque ω augmente, la section efficace $\nu_\mu(\bar{\nu}_\mu) - {}^{16}\text{O}$ tend à décroître plus rapidement que la section efficace $\nu_e(\bar{\nu}_e) - {}^{16}\text{O}$. Nous avons déjà discuté l'origine probable de cette différence avec le calcul dans un gaz de Fermi. En effet lorsque ω augmente, l'énergie du lepton chargé qui est émis diminue (nous sommes à E_ν fixée). Or la section efficace différentielle est multipliée par un facteur $|\mathbf{k}'|/E_{\mathbf{k}'}$ où $E_{\mathbf{k}'} = \sqrt{\mathbf{k}'^2 + m_l^2}$. Dans le cas où le lepton émis est un électron, m_e est négligeable et ce rapport toujours voisin de 1. En revanche dans le cas d'un muon $m_\mu = 105$ MeV n'est pas négligeable. Lorsque $|\mathbf{k}'|$ diminue, le rapport $|\mathbf{k}'|/E_{\mathbf{k}'}$ diminue sensiblement.

Enfin nous constatons de manière générale que le pic du Delta est nettement moins prononcé dans l'interaction neutrino-noyau que dans l'interaction neutrino-gaz de Fermi. Commençons par éclaircir ce dernier point. Les causes de cette diminution relative sont multiples. En premier lieu nous avons vu comment la largeur de la résonance Delta est modifiée dans le milieu nucléaire. Or la section efficace d'interaction est sensible à la valeur de cette largeur : elle diminue lorsque la largeur augmente, ce qui est le cas dans notre modèle (voir figure (III.5)). En second lieu la réponse $\Delta\Delta$ voit son spectre totalement modifié par la prise en compte des canaux partiels $2p-2h$ et $3p-3h$. Ces derniers ont pour effet de déplacer la force du Delta vers des énergies de transfert plus basses, ce qui est responsable en partie de l'accumulation de force aux énergies intermédiaires. Enfin dans le cas du gaz de Fermi nous n'avons pas pris en compte les effets cinématiques du type transformation d'angle. Or nous savons depuis que cette dernière introduit des corrections de vertex dépendant de l'énergie de transfert (coefficients $\alpha = \frac{M_N}{M_N + \omega}$ et $\beta = \frac{\omega}{M_N + \omega}$). La contribution principale est diminuée par un facteur α^2 . L'ajout des contributions $[0 - 1]$, $[1 - 0]$ et $[1 - 1]$ vient évidemment

contrebalancer cette diminution, mais l'effet de ces termes diminue lorsque le moment de transfert augmente. On peut en outre constater que la réponse ainsi obtenue reste toujours inférieure à la réponse sans transformation d'angle (voir figures (C.1), (C.2), (C.3)). Ces facteurs se combinent pour expliquer la diminution du pic du Delta par rapport au calcul simplifié dans le modèle du gaz de Fermi.

Le comportement global des sections efficaces porte la marque du canal transverse qui domine les processus $\nu(\bar{\nu}) - {}^{16}\text{O}$. A $\omega = 100$ MeV le canal transverse représente $\approx 90\%$ du total dans le cas des neutrinos et $\approx 75\%$ dans le cas des anti-neutrinos. Le complémentaire est apporté presque exclusivement par le canal de charge. La moindre importance relative du canal transverse dans le cas des anti-neutrinos s'explique par le changement de signe du terme d'interférence magnétique-axial dans l'expression de la section efficace doublement différentielle (équation (A.7)). L'interférence, "constructive" dans le cas des neutrinos, devient "destructive" dans le cas des anti-neutrinos. Nous avons déjà signalé que le durcissement des réponses transverses est dû au caractère répulsif de l'interaction résiduelle dans ce canal. Ce phénomène est d'ailleurs d'autant plus marqué que le moment de transfert est faible. Or les interactions neutrino-noyau sont dominées par les petits angles de diffusion, *i.e.* à petits moments de transfert, comme le montrent les courbes (IV.17) et (IV.21). Ceci apparaît également dans l'équation (II.47) où $\cos^2 \frac{\theta}{2}$ se factorise. Le durcissement des sections efficaces est une conséquence directe du durcissement des réponses transverses.

Nous pouvons donc résumer cette analyse des sections efficaces différentielles par la constatation que les processus transverses quasi-élastiques sont largement dominants. En corollaire il faut noter l'absence de manifestation notable de la branche pionique qui apparaît essentiellement dans le canal longitudinal. Notons que la suppression de ce dernier est conforme à l'analyse que nous donnions au moment de l'étude du processus ν -gaz de Fermi et qu'il se traduit notamment par l'absence de signal clair permettant de distinguer entre ν_e et ν_μ autrement que par des facteurs d'origine cinématique. Nous reverrons ceci lorsque nous étudierons le taux d'interactions neutrino-noyau.

IV.4.3 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons eu le loisir d'étudier la manifestation des effets collectifs dans les noyaux. Ces effets ont une signature très nette dans les réponses du canal longitudinal où le pic du Delta est profondément modifié par l'apparition en dessous de sa position à l'état libre d'un mode collectif, baptisé "branche pionique". Cette dernière est à l'origine du déplacement de la position du pic de la résonance Delta observé expérimentalement avec des sondes hadroniques. Nous avons mis à profit le formalisme décrivant ce mode collectif longitudinal pour étudier les réactions neutrino-noyau. Les neutrinos, en leur qualité de sonde interagissant faiblement vont sonder le noyau en profondeur. Le résultat de notre étude du processus inclusif est que la large prédominance du canal transverse d'une part et des excitations quasi-élastiques d'autre part masquent les effets de la branche pionique qui modifient peu l'asymétrie ν_e/ν_μ et qui ne peuvent en aucun cas faire attribuer à des effets nucléaires l'anomalie observée dans les expériences de neutrinos atmosphériques.

Nous allons à présent utiliser le formalisme développé pour étudier les processus neutrino-noyau exclusifs de manière à dégager les caractéristiques de chaque canal partiel. Le but de cette étude est de discriminer les canaux possédant un pion dans l'état final et ceux qui n'en possèdent pas.

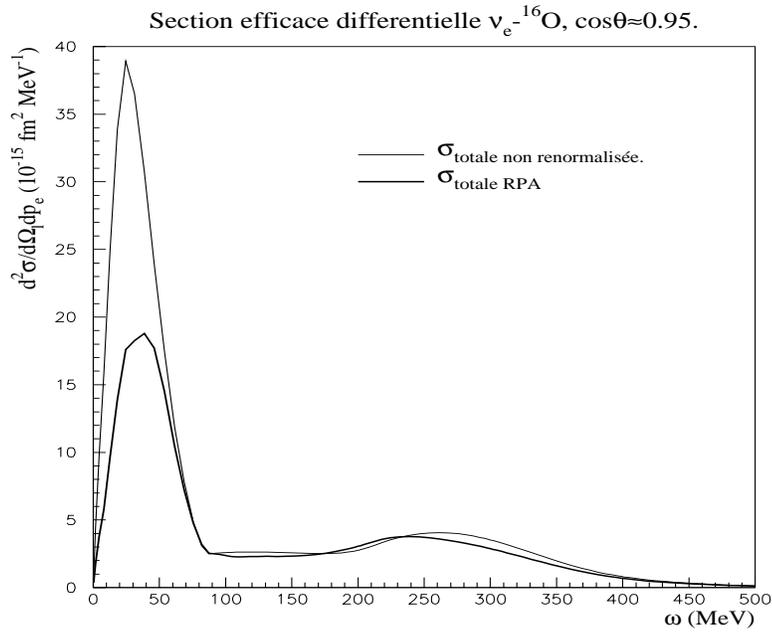


FIG. IV.17: Section efficace doublement différentielle $\nu_e - {}^{16}\text{O}$ dans le canal total en fonction de l'énergie de transfert pour un angle de diffusion $\theta \sim 18^\circ$. L'énergie du neutrino est fixée à une valeur de 0.7 GeV. La ligne épaisse représente la section efficace RPA alors que la ligne fine représente la section efficace sans effet de milieu.

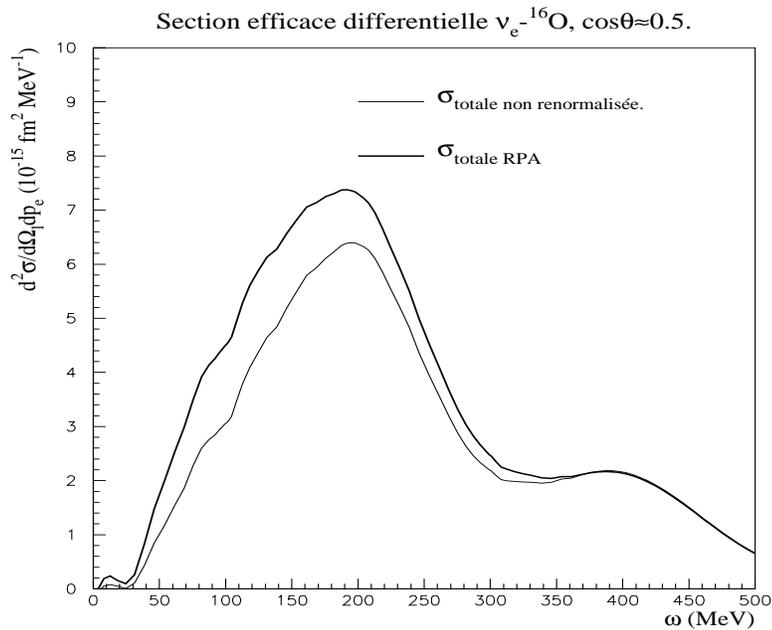


FIG. IV.18: Identique à IV.17 pour un angle de diffusion $\theta \sim 60^\circ$.

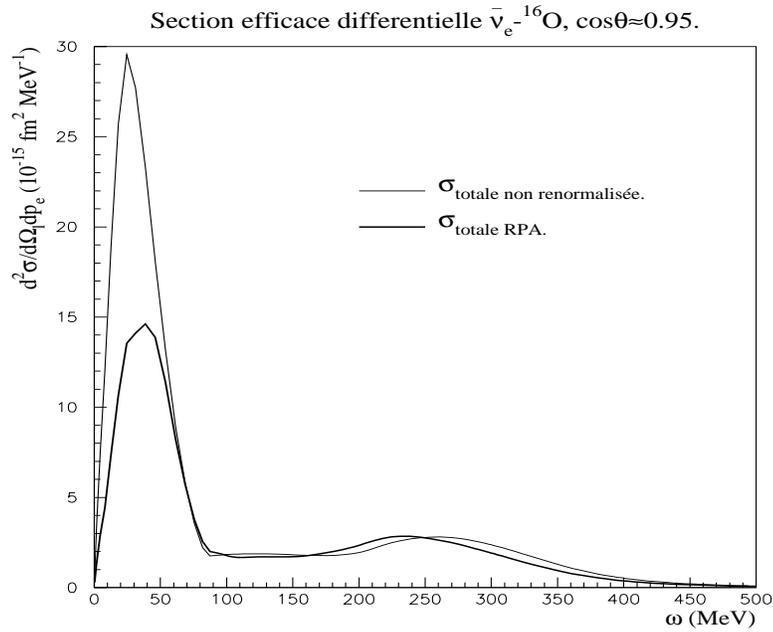


FIG. IV.19: Section efficace doublement différentielle $\bar{\nu}_e - {}^{16}\text{O}$ dans le canal total en fonction de l'énergie de transfert pour un angle de diffusion $\theta \sim 18^\circ$. L'énergie de l'anti-neutrino est fixée à une valeur de 0.7 GeV. La ligne épaisse représente la section efficace RPA alors que la ligne fine représente la section efficace sans effet de milieu.

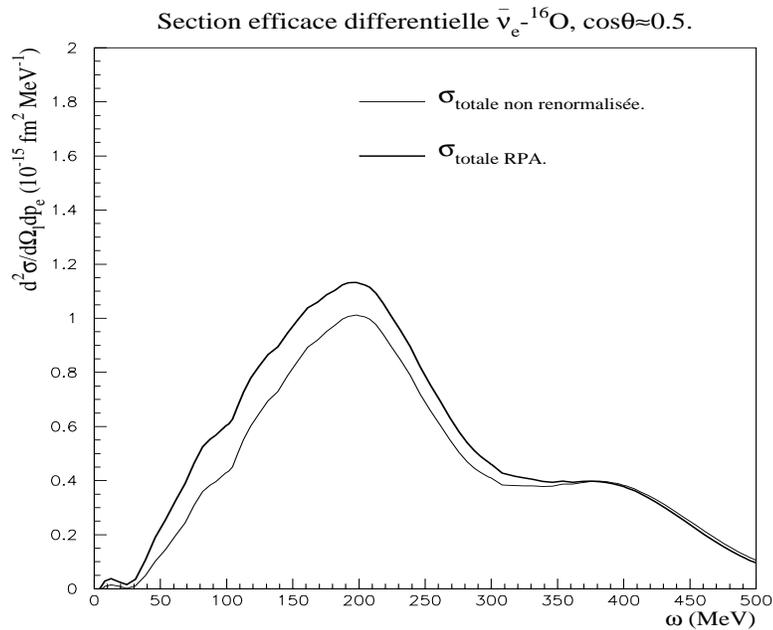


FIG. IV.20: Identique à IV.19 pour un angle de diffusion $\theta \sim 60^\circ$.

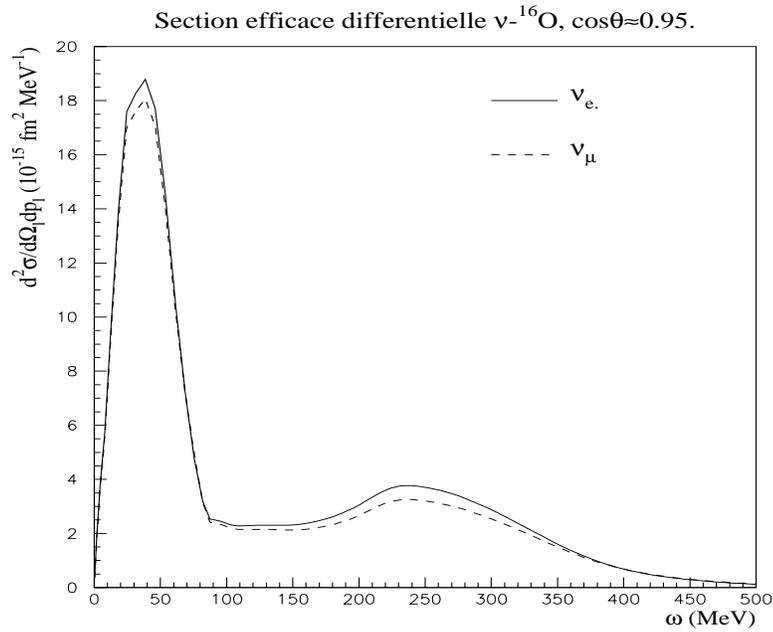


FIG. IV.21: Section efficace doublement différentielle $\nu - ^{16}\text{O}$ dans le canal total en fonction de l'énergie de transfert pour un angle de diffusion $\theta \sim 18^\circ$. L'énergie du neutrino est fixée à une valeur de 0.7 GeV . La ligne hachurée représente la section efficace RPA d'interaction d'un neutrino de type muonique alors que la ligne pleine correspond à l'interaction d'un neutrino de type électronique.

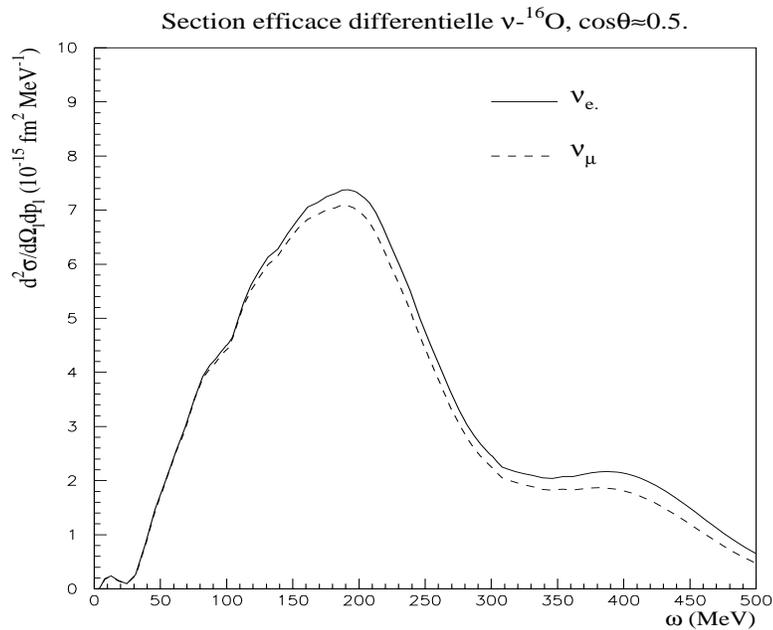


FIG. IV.22: Identique à IV.21 pour un angle de diffusion $\theta \sim 60^\circ$.

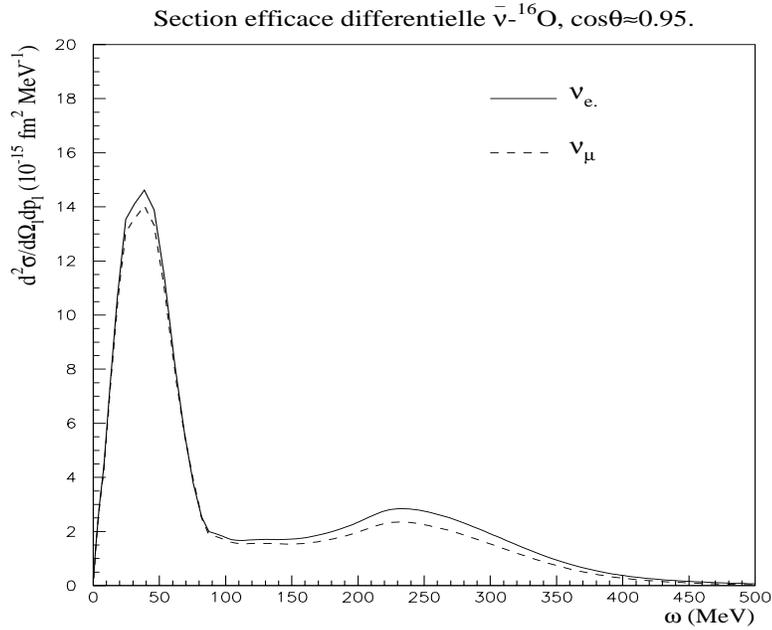


FIG. IV.23: Section efficace doublement différentielle $\bar{\nu} - {}^{16}\text{O}$ dans le canal total en fonction de l'énergie de transfert pour un angle de diffusion $\theta \sim 18^\circ$. L'énergie de l'anti-neutrino est fixée à une valeur de 0.7 GeV . La ligne hachurée représente la section efficace RPA d'interaction d'un anti-neutrino de type muonique alors que la ligne pleine correspond à l'interaction d'un anti-neutrino de type électronique.

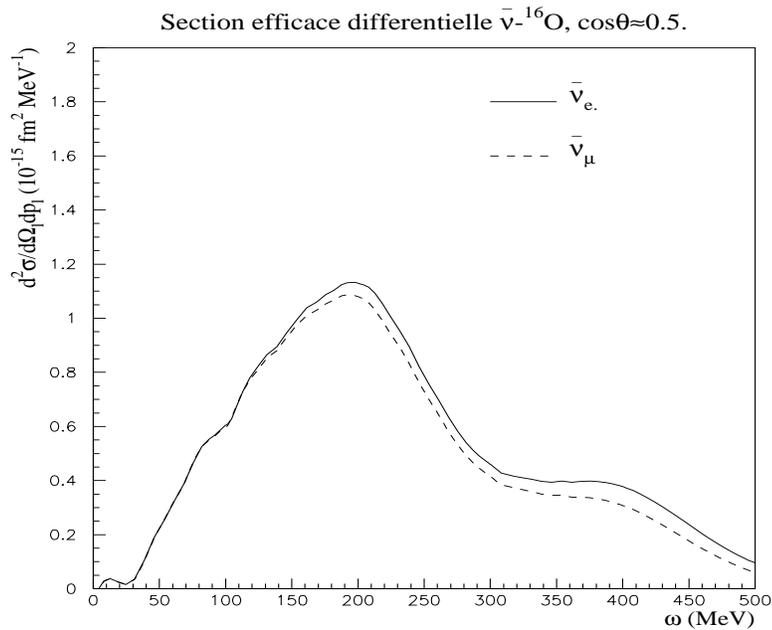


FIG. IV.24: Identique à IV.23 pour un angle de diffusion $\theta \sim 60^\circ$.

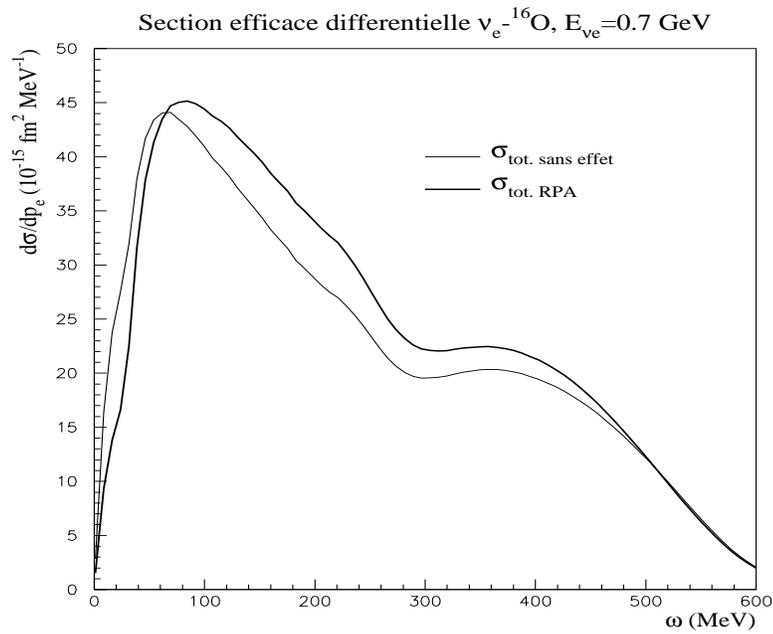


FIG. IV.25: Section efficace différentielle $\nu_e - {}^{16}\text{O}$ dans le canal total en fonction de l'énergie de transfert. L'énergie du neutrino est fixée à une valeur de 0.7 GeV. La ligne épaisse représente la section efficace RPA alors que la ligne fine représente la section efficace sans effet de milieu.

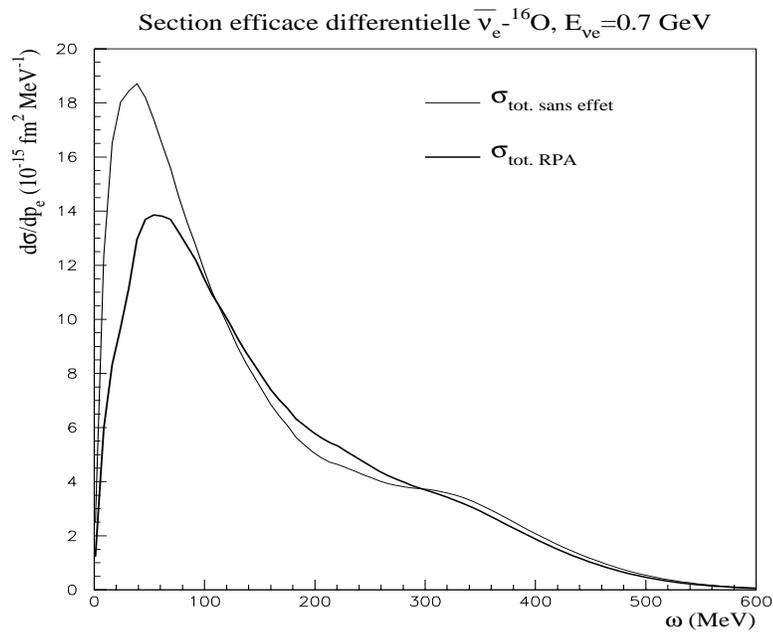


FIG. IV.26: Identique à IV.25 pour un anti-neutrino de type électronique et d'énergie 0.7 GeV.

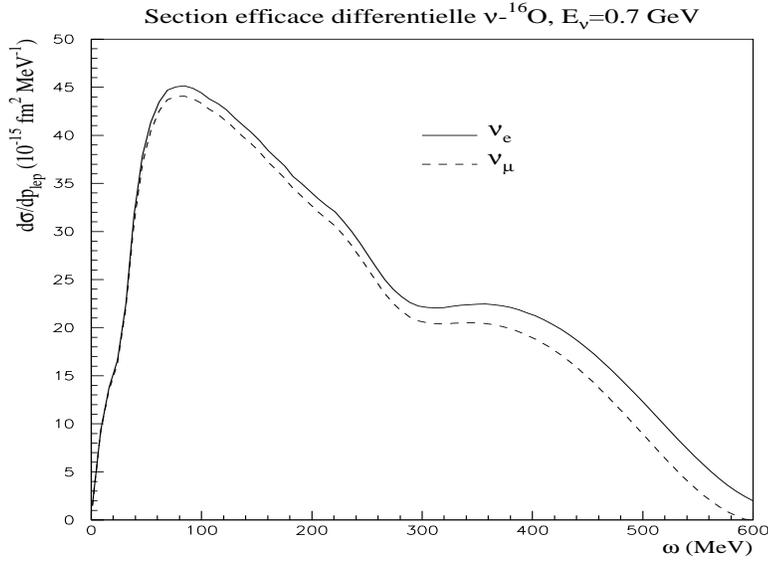


FIG. IV.27: Section efficace différentielle $\nu - {}^{16}\text{O}$ dans le canal total en fonction de l'énergie de transfert à $E_\nu = 0.7 \text{ GeV}$. La ligne hachurée représente la section efficace RPA d'interaction d'un neutrino de type muonique alors que la ligne pleine correspond à l'interaction d'un neutrino de type électronique.

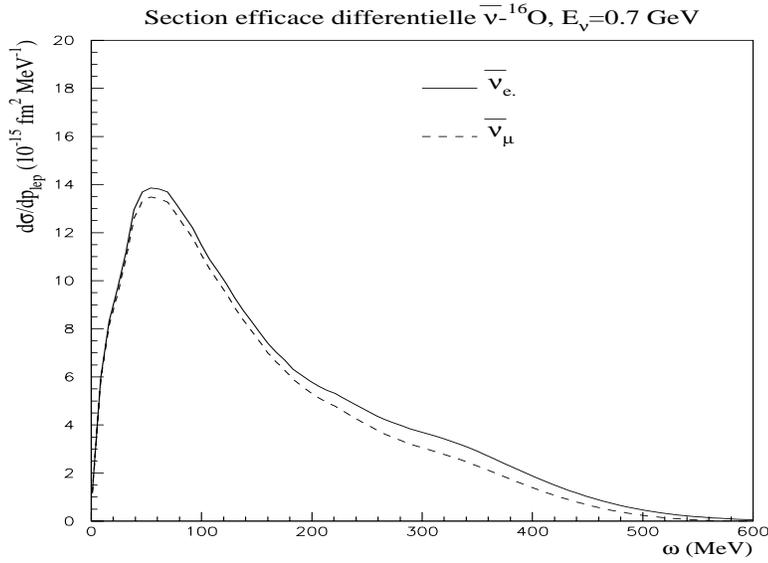


FIG. IV.28: Section efficace différentielle $\bar{\nu} - {}^{16}\text{O}$ dans le canal total en fonction de l'énergie de transfert à $E_\nu = 0.7 \text{ GeV}$. La ligne hachurée représente la section efficace RPA d'interaction d'un anti-neutrino de type muonique alors que la ligne pleine correspond à l'interaction d'un anti-neutrino de type électronique.

Chapitre V

Etude des canaux exclusifs pioniques et non pioniques

L'étude du processus d'interaction inclusif nous a permis de présenter les principaux ingrédients du calcul : les réponses nucléaires de charge, de spin longitudinal et de spin transverse. Ce chapitre va mettre l'accent sur les processus exclusifs d'interaction entre le neutrino incident et le noyau d'oxygène cible. Les canaux de réaction qui nous intéressent se distinguent par la présence ou l'absence de pion(s) dans l'état final. Ces mésons revêtent une importance significative dans le contexte des expériences de neutrinos atmosphériques car d'une part leur identification est malaisée et d'autre part ces particules peuvent être produites au-dessus du seuil Čerenkov et ainsi venir perturber l'analyse des résultats dans l'hypothèse où toutes les particules d'un événement ne sont pas détectées avec certitude. Les canaux de désintégration pioniques sont toutefois minimisés par l'exclusion des événements à plus d'un anneau Čerenkov. Cependant l'existence de canaux de désexcitation non pioniques, spécialement dans la région de la résonance Δ , ajoute des événements à un anneau Čerenkov que l'on doit pouvoir dénombrer de manière précise. Nous allons présenter et détailler ces différents canaux de réactions ainsi que les principales étapes du calcul des réponses nucléaires correspondantes.

V.1 Introduction

Un des intérêts de la méthode que nous employons est de permettre un découpage du processus inclusif en ses diverses composantes exclusives. Le calcul de ces dernières est soumis à la règle de somme (\sum *exclusifs*) = *inclusif*. Cette règle de somme permet de contrôler à tout moment la validité du calcul. Nous allons dans un premier temps présenter le calcul de manière générale avant de détailler les canaux exclusifs importants dans notre contexte. Ce travail s'inspire du traitement de la référence [69] où l'on trouvera également des contributions d'autres auteurs au même problème.

V.1.1 Principe du calcul

Supposons que nous disposions d'un propagateur de polarisation qui s'écrive :

$$\Pi^0 = \sum_{k=1}^{N_k} \Pi_{(k)}^0. \quad (\text{V.1})$$

Dans l'équation précédente $\Pi_{(k)}^0$ représente le propagateur de polarisation dans un canal particulier indiqué par l'entier k . Les réponses exclusives non renormalisées dans chaque canal sont simplement

données par la relation :

$$R_{(k)}^0 = -\frac{1}{\pi} \text{Im} \left(\Pi_{(k)}^0 \right). \quad (\text{V.2})$$

Le problème est d'inclure les effets de milieu dans ces réponses. Pour cela on part de l'équation RPA pour le propagateur total :

$$\Pi = \Pi^0 + \Pi^0 V \Pi, \quad (\text{V.3})$$

V étant un potentiel d'interaction approprié. Nous allons manipuler les différentes quantités de l'équation précédente de manière formelle. Multiplions les deux membres de cette équation par la quantité $(1 + \Pi V)^*$:

$$(1 + \Pi V)^* \Pi = (1 + \Pi V)^* \Pi^0 + (1 + \Pi V)^* \Pi^0 V \Pi, \quad (\text{V.4})$$

soit

$$\Pi + \Pi^* V^* \Pi = (1 + \Pi V)^* \Pi^0 (1 + V \Pi). \quad (\text{V.5})$$

En prenant la partie imaginaire des deux membres de cette équation, on trouve :

$$\text{Im}(\Pi) = |\Pi|^2 \text{Im}(V) + |1 + V \Pi|^2 \text{Im}(\Pi^0). \quad (\text{V.6})$$

On reconnaît dans le membre de gauche la réponse inclusive RPA (au facteur $-\pi$ près). Dans le membre de droite apparaissent les **réponses exclusives RPA** dans chaque canal :

$$R_{(k)} = -\frac{1}{\pi} |1 + V \Pi|^2 \text{Im} \left(\Pi_{(k)}^0 \right), \quad (\text{V.7})$$

auxquelles il faut ajouter la **réponse dite cohérente** :

$$R_{\text{cohérente}} = -\frac{1}{\pi} |\Pi|^2 \text{Im}(V). \quad (\text{V.8})$$

La forme des équations RPA engendre donc $N_k + 1$ réponses partielles. On remarque en particulier la présence de modules carrés impliquant le propagateur de polarisation, caractéristiques des canaux exclusifs, au lieu de la simple forme linéaire de la réponse inclusive. Un tel formalisme ne s'applique qu'aux réponses de spin-isospin. En effet nous avons vu que la réponse de charge ne comprend qu'un seul canal en l'absence d'excitation de la résonance Delta : le canal d'excitation nucléon-trou.

V.1.2 Revue des canaux partiels de spin-isospin

Les réponses de spin-isospin se distinguent suivant les opérateurs agissant aux vertex externes. On différencie ainsi les réponses longitudinales R_{ll} , transverses R_{tt} ¹ qui peuvent être de type NN , $N\Delta$, ΔN et $\Delta\Delta$. Nous avons détaillé la méthode de calcul de ces réponses pour le cas inclusif. En particulier nous avons insisté sur le fait que ces réponses s'obtiennent après résolution d'un système d'équations RPA impliquant des multipôles des propagateurs de polarisation non renormalisés. Ces multipôles s'écrivent :

$$\begin{aligned} \Pi_{NN}^{0(L)} &= \Pi_{N-h}^{0(L)} + \Pi_{(2p-2h)NN}^{0(L)}, \\ \Pi_{N\Delta}^{0(L)} &= \Pi_{(2p-2h)N\Delta}^{0(L)}, \\ \Pi_{\Delta N}^{0(L)} &= \Pi_{N\Delta}^{0(L)}, \\ \Pi_{\Delta\Delta}^{0(L)} &= \Pi_{\Delta-h}^{0(L)} + \Pi_{(2p-2h)\Delta\Delta}^{0(L)}. \end{aligned} \quad (\text{V.9})$$

¹Nous ne considérerons pas les réponses non diagonales de type longitudinal-transverse R_{lt} qui jouent un rôle minime dans notre problème.

Ils représentent la contribution totale à chacun des canaux NN , $N\Delta$, ΔN et $\Delta\Delta$. Ce dernier canal se réécrit différemment en exploitant le calcul de la self-énergie du Delta à partir des graphes de la figure (III.3). En effet, la largeur de la résonance s'écrit, à partir des équations (III.34) et (III.35), sous la forme :

$$\widetilde{\Gamma}_\Delta = \Gamma_{\Delta \text{quasi-élastique}} + \Gamma_{\Delta 2p-2h} + \Gamma_{\Delta 3p-3h} = \sum_{k=1}^3 \Gamma_{\Delta(k)}. \quad (\text{V.10})$$

La contribution "quasi-élastique" provient du canal de désexcitation $\Delta \rightarrow \pi N$ corrigé par le blocage de Pauli, la distorsion du pion émis et les itérations du processus. Les contributions $2p-2h$ et $3p-3h$ résultent du couplage du Delta aux états du même nom. La partie imaginaire du propagateur de polarisation $\Delta\Delta$ total s'écrit donc :

$$\begin{aligned} \text{Im}(\Pi_{\Delta\Delta}) &\propto \int_{\text{mer de Fermi}} d^3k \left(\frac{\widetilde{\Gamma}_\Delta}{(s - M_\Delta^2)^2 + (2M_\Delta \widetilde{\Gamma}_\Delta)^2} \right) \\ &= \int_{\text{mer de Fermi}} d^3k \left(\frac{\sum_{k=1}^3 \Gamma_{\Delta(k)}}{(s - M_\Delta^2)^2 + (2M_\Delta \widetilde{\Gamma}_\Delta)^2} \right) \\ &= \sum_{k=1}^3 \text{Im}(\Pi_{\Delta\Delta(k)}). \end{aligned} \quad (\text{V.11})$$

Si l'on ajoute la contribution des états $2p-2h$ non réductibles à une largeur de Delta au canal $k=2$, on obtient les différentes composantes du propagateur de polarisation $\Delta\Delta$. Le traitement des canaux NN , $N\Delta$ et ΔN est immédiat. Les propagateurs de polarisation non renormalisés dans la voie de spin-isospin sont donc les suivants :

$$\begin{aligned} \Pi_{NN}^0 &= \Pi_{NN \text{quasi-élastique}}^0 + \Pi_{NN 2p-2h}^0, \\ \Pi_{N\Delta}^0 &= \Pi_{N\Delta 2p-2h}^0, \\ \Pi_{\Delta N}^0 &= \Pi_{N\Delta}^0, \\ \Pi_{\Delta\Delta}^0 &= \Pi_{\Delta\Delta \text{quasi-élastique}}^0 + \Pi_{\Delta\Delta 2p-2h}^0 + \Pi_{\Delta\Delta 3p-3h}^0. \end{aligned} \quad (\text{V.12})$$

Notons que la dénomination "quasi-élastique" appliquée au canal NN ou au canal $\Delta\Delta$ recouvre des réalités physiques n'ayant rien à voir entre elles. Elle est cependant consacrée par l'usage dans chacun de ces canaux. Nous distinguerons donc par la suite six canaux partiels : deux dans le canal NN , le canal $N\Delta$ et trois dans le canal $\Delta\Delta$. A ces canaux nous devons ajouter le canal cohérent. Nous allons à présent donner l'interprétation physique de ces différents canaux exclusifs en écrivant les propagateurs de polarisation correspondants.

V.1.3 Propagateurs de polarisation non cohérents

Le calcul simplifié des réponses exclusives permet d'écrire ces dernières comme :

$$R_{(k)} = -\frac{1}{\pi} |1 + V\Pi|^2 \text{Im} \left(\Pi_{(k)}^0 \right), \quad (\text{V.13})$$

k étant l'indice du canal considéré. Ces réponses exclusives sont les parties diagonales des propagateurs de polarisation :

$$\begin{aligned}
\Pi_{(k)PP'}^{\mu\nu}(\omega, \mathbf{q}, \mathbf{q}') &= \int \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p'}{(2\pi)^3} \sum_{\substack{QQ' \\ \alpha\gamma}} \\
&[\delta_{PQ} \delta_{\mu\alpha} \delta(\mathbf{q} - \mathbf{p}) + \sum_{\substack{R \\ \beta}} \Pi_{PR}^{\mu\beta}(\omega, \mathbf{q}, \mathbf{p}) V_{\beta\alpha}^{RQ}(\mathbf{p})]^* \Pi_{(k)QQ'}^{0\alpha\gamma}(\omega, \mathbf{p}, \mathbf{p}') \\
&[\delta_{Q'P'} \delta_{\gamma\nu} \delta(\mathbf{p}' - \mathbf{q}') + \sum_{\substack{R' \\ \sigma}} V_{\gamma\sigma}^{Q'R'}(\mathbf{p}') \Pi_{R'P'}^{\sigma\nu}(\omega, \mathbf{p}', \mathbf{q}')]. \tag{V.14}
\end{aligned}$$

Les indices prennent les valeurs habituelles :

$$\begin{aligned}
P, P', Q, Q', R, R' &= N, \Delta, \\
\alpha, \beta, \gamma, \sigma, \mu, \nu &= \begin{cases} 0 & \longleftrightarrow l \\ i & \longleftrightarrow t_i \end{cases} \tag{V.15}
\end{aligned}$$

Notons que l'équation précédente met en jeu le propagateur de polarisation non renormalisé dans le canal k et le propagateur renormalisé *total*, c'est-à-dire du processus inclusif. L'équation (V.14) se ramène à une égalité entre multipôles après projection sur la base des polynômes de Legendre et utilisation des théorèmes d'addition des harmoniques sphériques et des coefficients de Clebsch-Gordan :

$$\begin{aligned}
\Pi_{(k)xy_{PP'}}^{(L)}(\omega, q, q') &= \Pi_{(k)xy_{PP'}}^{0(L)}(\omega, q, q') \\
&+ \int \frac{dp p^2}{(2\pi)^3} \sum_{\substack{QR \\ ww'}} \Pi_{(k)xw_{PQ}}^{0(L)}(\omega, q, p) V_{ww'}^{QR}(p) \Pi_{w'y_{QP'}}^{(L)}(\omega, p, q') \\
&+ \int \frac{dp p^2}{(2\pi)^3} \sum_{\substack{QR \\ ww'}} (\Pi_{xw_{PQ}}^{(L)}(\omega, q, p) V_{ww'}^{QR}(p))^* \Pi_{(k)w'y_{QP'}}^{0(L)}(\omega, p, q') \\
&+ \int \int \frac{dp p^2}{(2\pi)^3} \frac{dp' p'^2}{(2\pi)^3} \sum_{\substack{QQ'RR' \\ ww'zz'}} (\Pi_{xw_{PR}}^{(L)}(\omega, q, p) V_{wz}^{RQ}(p))^* \\
&\Pi_{(k)zz'_{QQ'}}^{0(L)}(\omega, p, p') V_{z'w'}^{Q'R'}(p') \Pi_{w'y_{R'P'}}(\omega, p', q'), \tag{V.16}
\end{aligned}$$

où x, y, w, w', z, z' prennent les valeurs l, t indiquant l'orientation des opérateurs par rapport au moment de transfert. Les quatre termes de l'équation précédente sont représentés diagrammatiquement sur la figure (V.1) où l'on a hachuré les propagateurs RPA inclusifs. Les propagateurs non hachurés correspondent aux propagateurs partiels non renormalisés. La ligne pointillée indique comme pour la self-énergie du Delta (voir figure (III.3)) quels états intermédiaires sont mis sur couche de masse (ce qui revient à prendre la partie imaginaire du propagateur correspondant).

Les réponses exclusives dans la voie de spin-isospin se divisent comme dans le cas du processus inclusif en réponses longitudinale (R_{ll}), longitudinale-transverse et transverse-longitudinale (R_{lt} , R_{tl}) et transverse (R_{tt}). Chaque réponse partielle a en outre une contribution dans les canaux NN , $N\Delta$, ΔN et $\Delta\Delta$ du fait du couplage entre les propagateurs introduit par les différentes interactions.

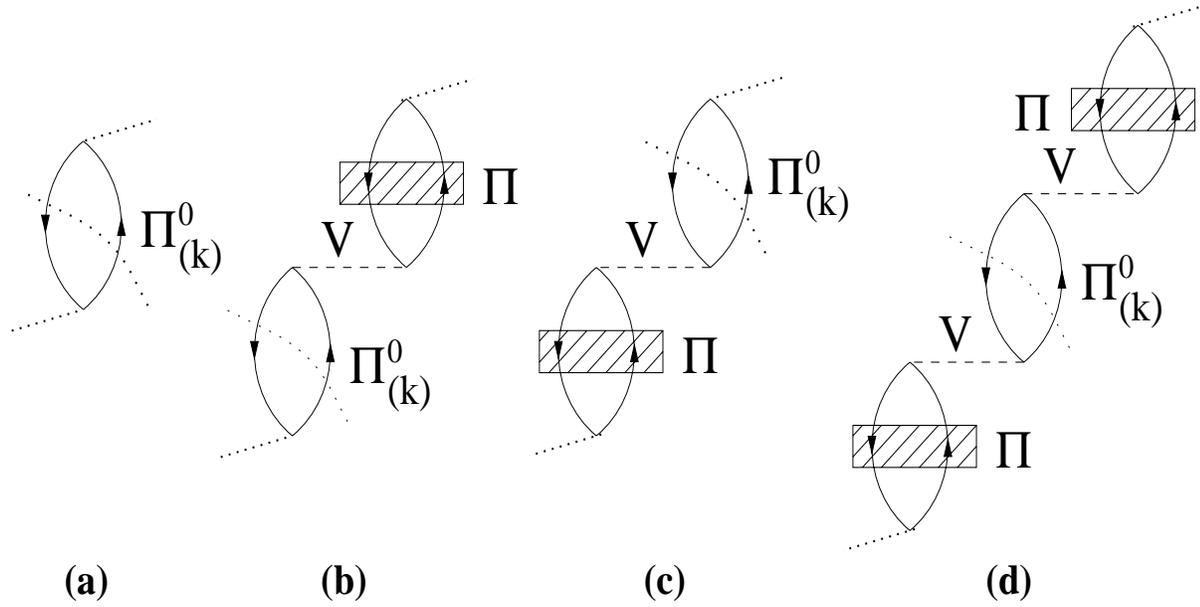


FIG. V.1: *Propagateurs de polarisation exclusifs non cohérents.* La ligne pointillée indique quel état intermédiaire est placé sur couche de masse. Les propagateurs hachurés représentent les propagateurs de polarisation RPA (Π). Les propagateurs non-hachurés sont les propagateurs nus (notés Π^0). On reconnaît aisément les éléments du développement du carré dans l'équation V.13.

On peut condenser ceci par les équations suivantes :

$$\begin{aligned}
 R_{(k)xy}^{0PP'}(\omega, q) &= -\frac{1}{\pi} \sum_L \frac{2L+1}{4\pi} \text{Im}(\Pi_{(k)xy_{PP'}}^{0(L)}(\omega, q, q)), \\
 R_{(k)xy}^{PP'}(\omega, q) &= -\frac{1}{\pi} \sum_L \frac{2L+1}{4\pi} \text{Im}(\Pi_{(k)xy_{PP'}}^{(L)}(\omega, q, q)) \\
 &\text{avec } x, y = l, t.
 \end{aligned} \tag{V.17}$$

Ces réponses exclusives RPA découlent assez naturellement de leurs homologues non renormalisés. On ajoute des corrections de milieu (représentées par les graphes (b), (c) et (d) de la figure (V.1)) en considérant que les canaux partiels peuvent se coupler aux excitations du milieu du fait de l'existence d'un potentiel d'interaction. Nous allons voir que la réponse cohérente a une interprétation moins évidente à priori.

V.1.4 Canal cohérent

La réponse cohérente s'écrit de façon simplifiée :

$$-\frac{1}{\pi} |\Pi|^2 \text{Im}(V), \tag{V.18}$$

où V est le potentiel d'interaction entre les excitations apparaissant dans les équations RPA. La forme que nous avons adoptée pour ce potentiel permet de donner une interprétation physique au processus cohérent puisqu'elle est basée sur la phénoménologie des échanges de mésons (auxquels il faut ajouter les effets des corrélations à courte portée, voir équation (III.66)). Dans cette étude

nous avons considéré les échanges de pions et de mésons rho dans la voie de spin-isospin soit :

$$\begin{aligned} W_\pi &= C_\pi \frac{\mathbf{q}^2}{\omega^2 - \mathbf{q}^2 - m_\pi^2 + i\varepsilon} \\ W_\rho &= C_\rho \frac{\mathbf{q}^2}{\omega^2 - \mathbf{q}^2 - m_\rho^2 + i\varepsilon}. \end{aligned} \quad (\text{V.19})$$

C_π et C_ρ regroupent les différentes constantes de couplage. Aux énergies de transfert auxquelles nous nous plaçons ($\omega < m_\rho$), seul le potentiel d'échange d'un pion possède une partie imaginaire :

$$\begin{aligned} \text{Im}(W_\pi) &= -i C_\pi \pi \mathbf{q}^2 \delta(\mathbf{q}^2 - q_\pi^2) \\ &= -i C_\pi \pi \frac{q_\pi}{2} \delta(|\mathbf{q}| - q_\pi). \end{aligned} \quad (\text{V.20})$$

Dans l'expression précédente, nous avons introduit le moment du pion physique : $q_\pi = \sqrt{\omega^2 - m_\pi^2}$. Les propagateurs de polarisation relatifs à ce canal s'écrivent :

$$\begin{aligned} \Pi_{(co.)PP'}^{\mu\nu}(\omega, \mathbf{q}, \mathbf{q}') &= \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \sum_{QQ'} (\Pi_{PQ}^{\mu 0}(\omega, \mathbf{q}, \mathbf{p}))^* \\ &\quad \text{Im} \left(V_\pi^{QQ'}(\mathbf{p}) \right) \Pi_{Q'P'}^{0\nu}(\omega, \mathbf{p}, \mathbf{q}'). \end{aligned} \quad (\text{V.21})$$

Ces propagateurs sont représentés sur la figure (V.2), où comme précédemment, la ligne pointillée indique comment se prend la partie imaginaire. Nous pouvons traduire l'égalité (V.21) par une égalité entre multipôles :

$$\begin{aligned} \Pi_{(co.)PP'}^{(L)\mu\nu}(\omega, q, q') &= \int \frac{dp p^2}{(2\pi)^3} (\Pi_{PQ}^{(L)\mu 0}(\omega, q, p))^* \text{Im} \left(V_\pi^{QQ'}(p) \right) \Pi_{Q'P'}^{(L)0\nu}(\omega, p, q') \\ &= -i \frac{q_\pi^2}{16\pi^2} \left(\frac{f^2}{m_\pi^2} (\Pi_{PN}^{(L)\mu 0}(\omega, q, q_\pi))^* \Pi_{NP'}^{(L)0\nu}(\omega, q_\pi, q') \right. \\ &\quad + \frac{f f^*}{m_\pi^2} (\Pi_{PN}^{(L)\mu 0}(\omega, q, q_\pi))^* \Pi_{\Delta P'}^{(L)0\nu}(\omega, q_\pi, q') + \frac{f^* f}{m_\pi^2} (\Pi_{P\Delta}^{(L)\mu 0}(\omega, q, q_\pi))^* \Pi_{NP'}^{(L)0\nu}(\omega, q_\pi, q') \\ &\quad \left. + \frac{f^{*2}}{m_\pi^2} (\Pi_{P\Delta}^{(L)\mu 0}(\omega, q, q_\pi))^* \Pi_{\Delta P'}^{(L)0\nu}(\omega, q_\pi, q') \right). \end{aligned} \quad (\text{V.22})$$

Physiquement ce canal partiel correspond au processus de désexcitation du noyau par émission d'un pion sur couche de masse (état intermédiaire apparaissant sur la figure (V.2)). Le noyau revient dans son état fondamental et son recul permet d'assurer la conservation de l'énergie-impulsion lors du processus. Cette émission cohérente a des caractéristiques particulières que nous étudierons ultérieurement. Nous voyons cependant que, du fait du couplage exclusivement longitudinal du pion, les effets collectifs de type branche pionique doivent avoir une signature claire dans ce canal. Avant d'aborder ce point intéressant, il est nécessaire d'analyser les différentes contributions des canaux partiels aux réponses inclusives.

V.2 Résultats

V.2.1 Réponses nucléaires exclusives

Ce paragraphe a pour but d'étudier le comportement des réponses partielles $R_{(k)xy}^{PP'}(\omega, q)$ et $R_{(co.)xy}^{PP'}(\omega, q)$, avec $x, y = l, t$ et (k) l'indice désignant l'un quelconque des canaux suivants : NN (*quasi-élastique*), NN ($2p-2h$), $N\Delta$ ($2p-2h$), $\Delta\Delta$ (*quasi-élastique*), $\Delta\Delta$ ($2p-2h$), $\Delta\Delta$ ($3p-3h$). Remarquons tout d'abord de manière générale que ces canaux partiels ne contribuent de manière

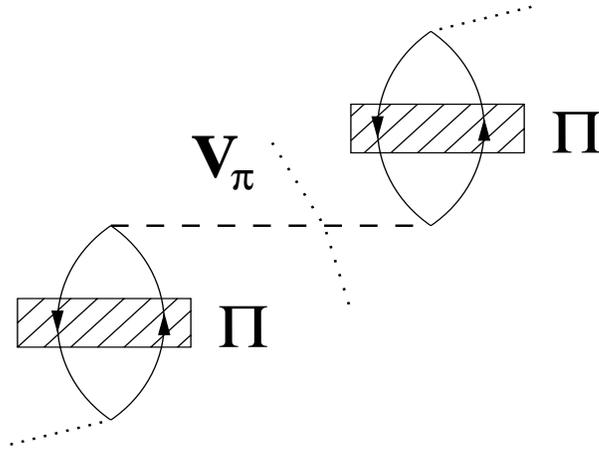


FIG. V.2: *Propagateur de polarisation exclusif cohérent.* Les propagateurs de polarisation apparaissant sur ce diagramme sont les propagateurs de polarisation RPA (notés Π). Le pion échangé dans l'état intermédiaire est placé sur couche de masse.

significative qu'aux réponses de type NN pour les deux premiers canaux, $N\Delta$ pour le suivant et $\Delta\Delta$ pour les trois derniers. Nous avons décidé de ne mentionner que les réponses du canal $\Delta\Delta$ où les effets de milieu sont les plus spectaculaires. Le canal NN est en effet dominé par les excitations quasi-élastiques à basse énergie de transfert, le canal NN ($2p-2h$) n'apportant qu'une faible contribution à ω plus élevée. En outre, les caractéristiques du canal $N\Delta$ ont de nombreux points communs avec les autres canaux $2p-2h$. Enfin c'est dans le canal $\Delta\Delta$ que se manifeste le plus clairement l'émission cohérente. Nous focalisons donc notre attention sur les réponses :

$$R_{quasi-élastique}^{\Delta\Delta}, R_{2p-2h}^{\Delta\Delta}, R_{3p-3h}^{\Delta\Delta} \text{ et } R_{cohérente}^{\Delta\Delta}. \quad (\text{V.23})$$

Compte-tenu du nombre important de courbes à traiter, nous avons rassemblé ces dernières dans l'annexe B à laquelle nous renvoyons le lecteur. Considérons dans un premier temps les courbes (B.1) à (B.12). Elles représentent les réponses $\Delta\Delta$ inclusive et partielles dans les canaux longitudinal et transverse respectivement à moment puis à énergie de transfert fixe. Les domaines de variation de l'énergie de transfert et/ou du moment de transfert sont identiques à ceux que nous avons définis lors de l'étude du cas inclusif.

Les réponses transverses sont largement dominées par le canal quasi-élastique. Le sommet de ce dernier se situe au dessus du pic du Delta libre, conformément aux analyses que nous avons données sur la nature répulsive du potentiel d'interaction dans la voie transverse. Il ne se manifeste qu'à $\omega \gtrsim (M_\Delta - M_N)$. Les canaux $np-nh$ ont un spectre très large et relativement indépendant de la valeur du moment de transfert, le canal $3p-3h$ étant déplacé vers les hautes énergies de transfert, pour des raisons d'espace de phase plus important essentiellement. Pour les valeurs élevées de ω et q ces deux canaux se rejoignent. Le cas du canal cohérent est plus complexe. De manière générale, il faut constater que son spectre est beaucoup plus étroit que dans les cas précédents. Le sommet de la réponse cohérente se situe au voisinage de la ligne de pion libre ce qui est prévisible compte tenu de la signification physique de ce canal. Il décroît rapidement lorsque le moment et l'énergie de transfert augmentent. Enfin son amplitude est plus faible que celle des canaux $np-nh$ dès que l'on se situe au-delà du pic du Delta libre.

Ce canal cohérent est cependant beaucoup plus marqué dans la voie longitudinale par laquelle le pion se couple au milieu nucléaire. A $|\mathbf{q}| = 100$ MeV on voit que la réponse cohérente est la principale contribution à la branche pionique et que son amplitude est environ deux fois plus élevée que dans le canal transverse. Elle reste supérieure aux réponses $np-nh$ pour les trois valeurs de

moment de transfert choisies. Son spectre est comme précédemment piqué au voisinage de la ligne de pion libre et en règle générale on constate qu'il est relativement étroit. Sur les courbes à ω fixée, on voit clairement que ce sommet est situé entre la branche pionique et celle du Delta, dans la "vallée pionique". Nous retrouvons les prédictions du modèle à deux niveaux sur la localisation de la vallée pionique. Notons enfin que cette réponse cohérente décroît rapidement lorsque ω et/ou $|\mathbf{q}|$ augmentent.

La réponse longitudinale dominante est ici encore celle du canal quasi-élastique. Sur les courbes à $|\mathbf{q}|$ fixé, on peut suivre la déformation progressive de son spectre. A $|\mathbf{q}| = 100$ MeV, la quasi-totalité de la force se situe dans le pic du Delta, la force de la branche pionique provenant des canaux cohérent et $2p-2h$. A $|\mathbf{q}| = 200$ MeV, une partie de la force "glisse" du pic du Delta vers la branche pionique et à $|\mathbf{q}| = 300$ MeV, la situation est inversée par rapport à la situation initiale. Sur les courbes à ω fixée, on voit que ce canal quasi-élastique est responsable de la forme globale de la réponse longitudinale inclusive et qu'il se creuse nettement au niveau de la vallée pionique.

Ces déformations des spectres de réponses longitudinales et transverses dues aux effets collectifs sont illustrées sur les courbes (B.13) à (B.18). On retrouve pour les réponses quasi-élastiques le comportement global des réponses inclusives : durcissement des réponses transverses et apparition de la branche pionique sous la branche du Delta dans la voie longitudinale. Les réponses $np-nh$ transverses ont tendance à être déplacées vers les hautes énergies de transfert. Les manifestations de la branche pionique y sont relativement faibles. En revanche les réponses $np-nh$ montrent de profondes modifications dans la voie longitudinale. En particulier on remarque que la force de ces réponses est massivement déplacée dans la branche pionique. Ce comportement est relativement singulier si on le compare au cas quasi-élastique dans lequel le déplacement de la force vers la branche pionique est plus progressif.

Nous venons de voir que les manifestations de la branche pionique dans les différents canaux partiels revêtent des caractères différents. Ceci a des conséquences sur les réactions de neutrinos que nous allons pouvoir étudier dans le paragraphe suivant.

V.2.2 Sections efficaces différentielles

Le calcul des sections efficaces différentielles $\partial^2\sigma/\partial\Omega_{k'}\partial k'$ et $\partial\sigma/\partial k'$ dans les canaux exclusifs est analogue à celui du canal inclusif après remplacement des réponses inclusives par les réponses exclusives du canal étudié. Les expressions finales des sections efficaces en fonction des réponses de charge et de spin-isospin sont données dans l'annexe A. Rappelons que la réponse de charge n'intervient que dans le canal NN quasi-élastique. Elle est absente des canaux NN ($2p-2h$), $N\Delta$ et $\Delta\Delta$.

Dans un premier temps, nous avons étudié l'effet de la RPA sur les sections efficaces différentielles dans les différents canaux exclusifs (sauf cohérent). Les courbes correspondantes sont données sur les figures (V.3) et (V.4) pour un neutrino et un anti-neutrino respectivement. Les effets les plus spectaculaires interviennent dans le canal NN quasi-élastique. La RPA a en effet tendance à lisser ce pic quasi-élastique : on voit clairement le déplacement de ce dernier vers les énergies de transfert élevées, conformément à ce que l'on avait observé pour les réponses, ainsi que la diminution sensible de la valeur de la section efficace au pic (de $28.10^{-15} \text{ fm}^2.\text{MeV}^{-1}$ à environ $22.10^{-15} \text{ fm}^2.\text{MeV}^{-1}$). Ce comportement est similaire à celui qu'observent les auteurs de la référence [55] et reflète la prédominance du canal transverse dans les interactions neutrino-noyau. On a en effet eu le loisir de souligner que la réponse transverse était déplacée vers les énergies de transfert élevées et surtout qu'elle était diminuée fortement du fait du caractère répulsif de l'interaction résiduelle (effet de g'_{NN}). Le déplacement vers les hautes énergies se traduit par une accumulation de force dans la région intermédiaire (ω comprise entre 150 et 350 MeV). Cette accumulation est très nette sur la figure (IV.25).

Dans les autres canaux en revanche les effets de la RPA sont beaucoup moins prononcés dans $\partial\sigma/\partial k'$

que dans les réponses nucléaires. En particulier on peut voir que ces effets sont très peu marqués dans le canal $\Delta\Delta$ quasi-élastique. L'explication de ce phénomène réside essentiellement dans l'intégration effectuée sur l'angle solide $\Omega_{k'}$, qui est équivalente à une intégration sur le moment de transfert : la conservation de l'énergie-impulsion lie en effet le moment de transfert à l'angle de diffusion par :

$$|\mathbf{q}| = \sqrt{\mathbf{k}^2 + \mathbf{k}'^2 - 2|\mathbf{k}||\mathbf{k}'|\cos\theta}. \quad (\text{V.24})$$

Nous avons eu l'occasion de voir que la forme des réponses nucléaires est affectée par les effets nucléaires RPA. Intéressons nous plus particulièrement au cas des réponses transverses. Dans le cas du canal NN quasi-élastique, les effets collectifs se traduisent par une forte diminution de la réponse à bas moment de transfert comme nous l'avons déjà signalé. Dans le cas des autres canaux, la diminution existe mais demeure moins marquée. Les effets collectifs ont pour principal effet de durcir les réponses à bas moment de transfert. Ce déplacement des réponses est moyenné dans l'intégration. C'est ce qui explique que dans la section efficace différentielle $\partial\sigma/\partial k'$ nous ne soyons sensibles qu'aux effets RPA du canal NN quasi-élastique.

Les figures (V.5) et (V.6) permettent de visualiser les différentes contributions aux sections efficaces différentielles inclusives $\nu_e - {}^{16}\text{O}$ et $\bar{\nu}_e - {}^{16}\text{O}$ respectivement. On retrouve la prédominance du canal NN quasi-élastique, à l'instar de ce que l'on pouvait observer avec le modèle du gaz de Fermi. Globalement les canaux NN (*quasi-élastique* et $2p-2h$) ont leur maximum aux basses énergies de transfert (aux environs de 80 MeV pour une interaction $\nu_e - {}^{16}\text{O}$ et 50 MeV pour $\bar{\nu}_e - {}^{16}\text{O}$). Le canal $N\Delta$ apporte une contribution importante dans une région que l'on peut qualifier d'intermédiaire ($\omega \sim 150 - 200$ MeV). On retrouve dans le cas des réactions de neutrinos l'importance de ce canal dans la région allant du pic quasi-élastique au pic du Delta. Ceci avait été signalé dans notre étude sur la diffusion d'électrons. Enfin les trois canaux contribuant au canal $\Delta\Delta$ ont des comportements relativement différents. Les canaux de type quasi-élastique et $3p-3h$ sont en effet piqués vers les énergies de transfert élevées ($\omega \sim 400$ MeV pour $\nu_e - {}^{16}\text{O}$ et $\omega \sim 350$ MeV pour $\bar{\nu}_e - {}^{16}\text{O}$). En revanche on note que le spectre des interactions $2p-2h$ est plus étendu conformément à ce que l'on avait observé pour les réponses nucléaires dans ce canal. Les principales caractéristiques à retenir pour cette étude sont donc les suivantes : prédominance de la voie transverse de réaction pour tous les canaux partiels, du canal NN quasi-élastique par rapport aux autres canaux, durcissement marqué de la section efficace $\nu_e - {}^{16}\text{O}$, diminution de la section efficace $\bar{\nu}_e - {}^{16}\text{O}$ à basse énergie de transfert et enfin étalement du spectre du canal $\Delta\Delta$ ($2p-2h$).

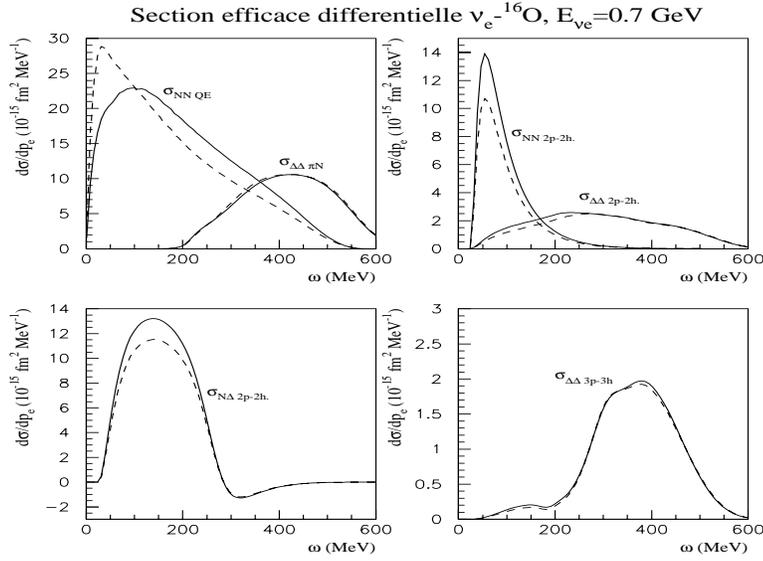


FIG. V.3: Section efficace différentielle $\nu_e - {}^{16}\text{O}$ en fonction de l'énergie de transfert pour une énergie de neutrino fixée ($E_\nu = 0.7 \text{ GeV}$) dans les canaux NN , $N\Delta + \Delta N$ et $\Delta\Delta$. Sur chaque figure la ligne hachurée correspond au calcul sans effet RPA et la ligne pleine correspond au calcul RPA. La figure supérieure gauche regroupe les canaux "quasi-élastiques" NN et $\Delta\Delta$. La figure supérieure droite regroupe les canaux $2p-2h$ NN et $\Delta\Delta$. Les figures inférieures gauche et droite correspondent respectivement aux canaux $2p-2h$ $N\Delta + \Delta N$ et $3p-3h$ $\Delta\Delta$.

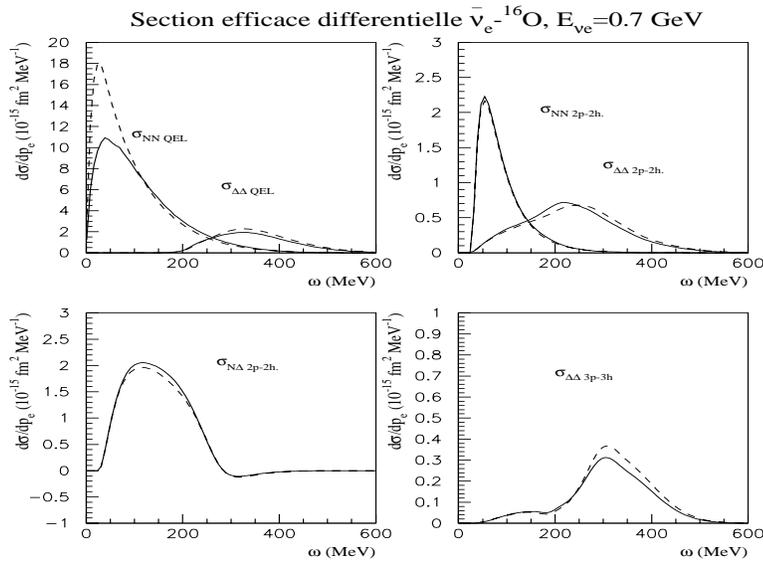


FIG. V.4: Identique à la figure V.3 pour un anti-neutrino de type électronique et d'énergie $E_{\bar{\nu}} = 0.7 \text{ GeV}$.

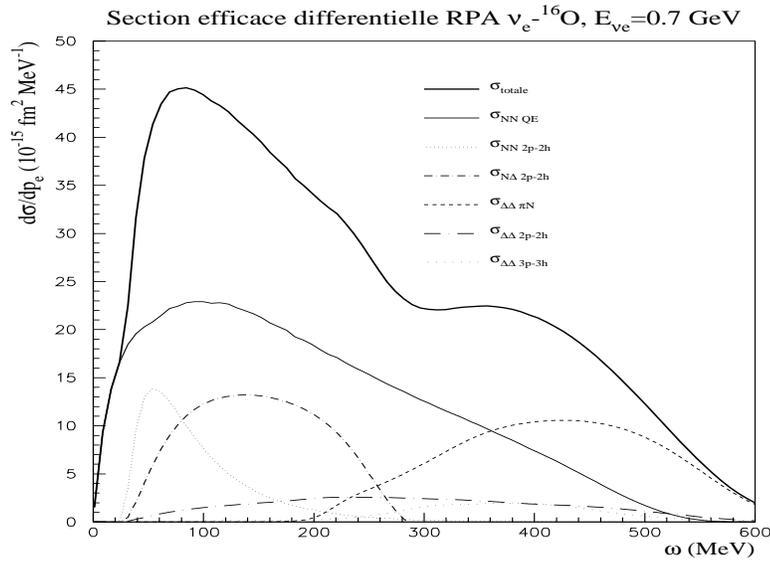


FIG. V.5: Section efficace différentielle $\nu_e - {}^{16}\text{O}$ en fonction de l'énergie de transfert pour une énergie de neutrino fixée ($E_\nu = 0.7 \text{ GeV}$) dans les canaux partiels RPA NN quasi-élastique et $2p-2h$, $N\Delta + \Delta N$ $2p-2h$, $\Delta\Delta$ quasi-élastique, $2p-2h$ et $3p-3h$.

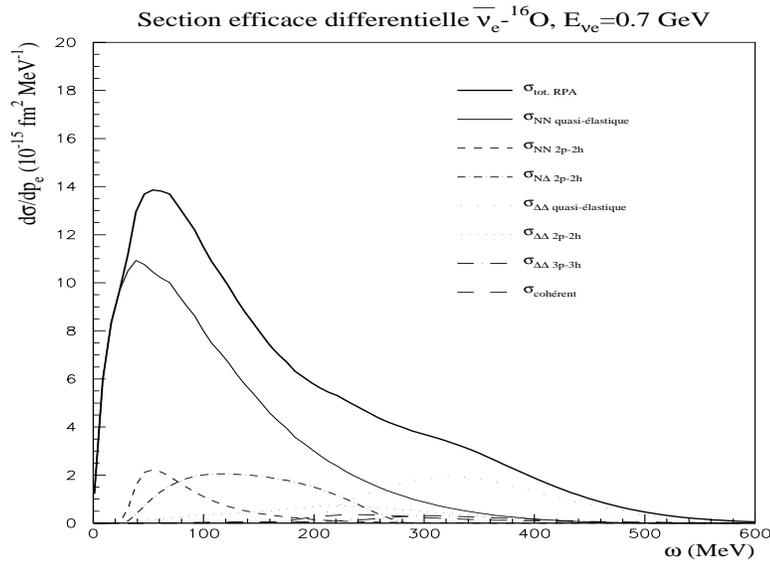


FIG. V.6: Identique à la figure V.5 pour un anti-neutrino de type électronique et d'énergie $E_{\bar{\nu}} = 0.7 \text{ GeV}$.

V.3 Taux d'événements neutrino-oxygène

Nous allons dans ce paragraphe étudier les conséquences de la séparation en canaux exclusifs que nous avons opérée sur le taux d'événements neutrino-noyau d'oxygène. L'accent sera mis sur les processus de production de pions. Pour exploiter cette étude dans le contexte des expériences de neutrinos atmosphériques utilisant des détecteurs Čerenkov à eau, nous serons amenés à évaluer également le taux d'événements générés dans les interactions de courant neutre. Nous ébaucherons le principe du calcul avant de donner les principaux résultats.

V.3.1 Contributions des canaux exclusifs

Le taux d'événements neutrino-oxygène attendus se calcule à partir des quantités suivantes : section efficace différentielle d'interaction neutrino-oxygène, flux de neutrinos incidents, efficacité de détection des produits de réaction. En l'absence d'informations précises sur l'efficacité de détection des différentes expériences, nous ferons l'hypothèse que cette efficacité est égale à l'unité, quelle que soit le type de particule (essentiellement électron, muon et pion) et quelle que soit l'énergie de transfert. Ce sont bien évidemment des hypothèses très limitantes car on sait que les variations de l'efficacité de détection peuvent être importantes. Nous conserverons donc l'expression du taux d'événements que nous avons précédemment employée lors de l'étude des interactions dans le modèle du gaz de Fermi :

$$Y(k') = \int_0^\infty \frac{\partial \sigma}{\partial k'} \phi_\nu(\omega) d\omega. \quad (\text{V.25})$$

En prenant les sections efficaces différentielles $\partial \sigma / \partial k'$ des différents canaux partiels de réaction, nous obtenons les taux d'événements des canaux exclusifs $Y_k(k')$ avec la règle de somme :

$$Y(k') = \sum_k^{N_k} Y_k(k'), \quad (\text{V.26})$$

l'indice k désignant successivement les canaux habituels : cohérent, NN (*quasi-élastique*), NN ($2p-2h$), $N\Delta$ ($2p-2h$), $\Delta\Delta$ (*quasi-élastique*), $\Delta\Delta$ ($2p-2h$) et $\Delta\Delta$ ($3p-3h$). Nous avons déjà pu souligner l'importance pour l'expérience de ces deux derniers canaux (correspondant aux désintégrations non pioniques de la résonance Δ).

Pour l'analyse des résultats, nous allons procéder d'une manière analogue à celle que nous avons employée pour les sections efficaces différentielles. Nous débutons par l'analyse du canal inclusif en décrivant les taux d'événements $Y_{e^-+e^+}$, $Y_{\mu^-+\mu^+}$ et le rapport de ces deux derniers $R = Y_{\mu^-+\mu^+} / Y_{e^-+e^+}$. Ces quantités sont tracées pour différents moments de lepton sortant : $p_{lepton} = |\mathbf{k}'| < 1 \text{ GeV}$. Dans un second temps nous étudions les contributions au canal inclusif des voies de réaction NN , $N\Delta + \Delta N$ et $\Delta\Delta$. Ensuite nous étudions les différentes composantes de la voie NN , canal NN (*quasi-élastique*) et canal NN ($2p-2h$), et de la voie $\Delta\Delta$, canal $\Delta\Delta$ (*quasi-élastique*), canal $\Delta\Delta$ ($2p-2h$) et canal $\Delta\Delta$ ($3p-3h$). Enfin nous donnons les résultats obtenus pour le canal cohérent. Les courbes correspondantes sont données en fin de ce chapitre. Sur ces courbes figurent également les contributions dues au courant neutre.

Commençons par l'analyse des résultats dans le canal inclusif. La courbe (V.7) présente l'effet de la RPA sur le taux d'interactions. Cet effet se traduit essentiellement par une diminution de ce taux d'interactions par rapport à sa valeur en l'absence d'effets de milieu. Cette information est importante si l'on veut pouvoir estimer convenablement le nombre d'événements générés dans une expérience détectant des neutrinos atmosphériques. Cet effet est une conséquence directe du durcissement de la section efficace différentielle et de la forme du flux de neutrinos incidents. Nos calculs de section efficace différentielle ont en effet prouvé qu'elle était déplacée vers les énergies de transfert importantes, ce déplacement n'étant lui-même que la simple traduction de la prédominance du

canal transverse. Or les flux de neutrinos atmosphériques chutent très rapidement avec l'énergie des neutrinos (fig. (I.2)). L'énergie du lepton sortant étant fixée, un déplacement vers les grandes énergies de transfert signifie un déplacement vers les grandes énergies de neutrinos qui sont quant à elles coupées par le facteur de flux. Ceci explique la diminution du taux d'interactions au moins pour les faibles valeurs de moment de lepton. Lorsque celui-ci augmente les courbes se rejoignent assez rapidement (elles sont confondues pour $k' > 500$ MeV). Les mêmes conclusions prévalent dans le cas des interactions de courant neutre. On constate en effet une diminution du taux d'événements RPA par rapport au cas où les effets de milieu sont absents (rappelons que ces effets RPA ne sont pris en compte que dans la voie de spin-isospin de ces interactions de courant neutre). Les causes de cette diminution sont identiques à celles que nous venons de donner pour les interactions de courant chargé : durcissement des réponses et décroissance rapide du flux en énergie. Notons que la contribution des courants neutres au taux d'événements total n'est pas négligeable : le rapport NC/CC se situe entre 0.3 et 0.4 suivant le moment du lepton. Nous verrons cependant que dans l'analyse des expériences de neutrinos atmosphériques utilisant des détecteurs Čerenkov, ces courants neutres présentent un intérêt plus limité.

L'évolution du rapport entre les taux d'interactions ν_μ - ^{16}O et ν_e - ^{16}O est conforme à ce que nous avons annoncé pour la section efficace différentielle. A petits k' , la masse du muon est responsable de la diminution de la section efficace différentielle d'interaction d'un ν_μ par rapport à celle d'un ν_e ce qui entraîne la diminution du taux d'interactions. On remarque que cet effet est légèrement moins prononcé dans le cas où l'on inclut les effets de milieu. Toutefois la différence entre les deux restent minime, inférieure à 7 % au maximum. En ce qui concerne les interactions de courant neutre, le rapport des taux d'interactions ν_μ -noyau et ν_e -noyau est toujours compatible avec 2, sans variation notable. Il reflète donc le spectre induit par le modèle de flux théorique que nous employons.

Sur la courbe (V.8) nous avons la confirmation que le taux d'interactions est dominé par le canal NN . Ceci est net dans les interactions de courant chargé et neutre. En particulier le canal $\Delta\Delta$ ne représente qu'environ 20 % du canal NN . La première différence majeure par rapport au gaz de Fermi provient de l'émergence du canal "mixte" $N\Delta + \Delta N$. On remarque que sa contribution n'est pas négligeable et peut s'élever jusqu'à 50 % du canal $\Delta\Delta$. Ceci est une nouvelle fois conséquence de la forme du flux de neutrinos : le canal mixte pique à des énergies de transfert inférieures à celles du canal $\Delta\Delta$ et donc est moins supprimé que ce dernier. Ceci compense en partie la différence existant entre les sections efficaces de ces deux canaux.

La courbe (V.9) confirme que les processus NN sont dominés par le canal quasi-élastique tant dans les interactions de courant chargé que de courant neutre. Le canal NN ($2p$ - $2h$) ne représente qu'une fraction assez faible du total.

Le cas du canal $\Delta\Delta$ est plus intéressant. Il existe en effet une "hiérarchie" dans l'importance de ses différentes composantes. Toutefois elle est nettement moins marquée que dans le canal NN . Le canal dominant est le canal quasi-élastique (que l'on doit dans ce cas interpréter comme le canal de désintégration : $\Delta \rightarrow \pi N$). Ce canal représente entre 60 et 70 % du total. La variation de cette fraction avec le moment du lepton est donnée sur la courbe (V.13). On note que les variations sont peu marquées. Le corollaire immédiat est que les canaux exclusifs non pioniques ($2p$ - $2h$ et $3p$ - $3h$) peuvent représenter jusqu'à 40 % du canal $\Delta\Delta$. Si l'on veut donc estimer le nombre de pions qui seront produits dans un processus neutrino-noyau, il est donc impératif de tenir compte de ce découpage particulier du canal $\Delta\Delta$. Ce dernier est en effet pratiquement la seule source de pions que nous considérons (le canal cohérent n'apportant qu'une contribution infime au canal inclusif, inférieure à 5 % dans tous les calculs que nous avons menés). Si une simulation ne considère que la voie de désintégration du Delta que nous avons baptisée "quasi-élastique", elle surestime la production de pions. L'excès de pions calculé correspond à la fraction d'événements non pioniques. Ce résultat apporte donc une information importante pour l'analyse des expériences de neutrinos atmosphériques que nous allons maintenant détailler.

V.3.2 Analyse des expériences de neutrinos atmosphériques

Pour achever l'analyse des expériences de détection des neutrinos atmosphériques au moyen de détecteurs Čerenkov à eau, il est nécessaire de classer les différents canaux exclusifs d'après le nombre d'anneaux qu'ils sont susceptibles de produire dans le détecteur. Nous avons abondamment discuté le cas des interactions de courant chargé. Nous faisons l'hypothèse que les leptons chargés (électrons et muons) ainsi que les pions (chargés ou neutres, ces derniers se désintégrant en deux photons) sont les seules particules à produire un anneau Čerenkov. Nous excluons donc la possibilité qu'un nucléon soit produit au-dessus du seuil Čerenkov. Nous adoptons l'hypothèse de travail suivant laquelle la trace laissée par un pion chargé dans le détecteur peut simuler la trace d'un muon, hypothèse adoptée par de nombreuses collaborations expérimentales [7, 8].

Les interactions de courant chargé produisent au minimum un anneau, associé au lepton chargé émis. La forme de cet anneau permet l'identification de la saveur du neutrino incident : un contour net signe la présence d'un muon et donc d'un ν_μ incident, un contour flou au contraire est la signature d'un électron et donc d'un ν_e incident. Si l'interaction produit, en plus de ce lepton chargé, un pion chargé dans l'état final, on obtient deux anneaux. Dans le cas où le pion produit est neutre, la désintégration $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ va donner naissance à deux anneaux Čerenkov et le processus en comptera donc trois. Notons qu'il n'est pas a priori possible de distinguer les pions cohérents des pions produits par un mécanisme non-cohérent. Ceci est dû à la relativement faible résolution en énergie des détecteurs Čerenkov et l'impossibilité de mesurer l'énergie de recul du noyau après émission d'un pion cohérent. Dans notre étude, les interactions de courant chargé génèrent donc 1, 2 ou 3 anneaux Čerenkov.

La situation est différente pour les interactions de courant neutre. En effet ces interactions produisent un neutrino dans l'état final, qui n'est pas détecté. La seule signature de la présence de ce neutrino serait sous forme d'énergie manquante ou d'impulsion manquante, deux quantités inaccessibles pour les expériences utilisant des détecteurs Čerenkov à eau. Seuls les événements comptant un pion ou plusieurs pions dans l'état final produisent des anneaux Čerenkov. La logique est donc inversée par rapport aux interactions de courant chargé. On sait en effet que dans l'analyse des résultats expérimentaux seuls les événements ne comportant qu'un anneau Čerenkov sont retenus. Pour une interaction de courant chargé, ces événements se retrouvent dans les canaux NN (*quasi-élastique*), NN ($2p-2h$), $N\Delta + \Delta N$, $\Delta\Delta$ ($2p-2h$) et $\Delta\Delta$ ($3p-3h$) :

$$Y_{1-ring}^{CC} = Y_{gel}^{NN} + Y_{2p-2h}^{NN} + Y^{N\Delta} + Y^{\Delta N} + Y_{2p-2h}^{\Delta\Delta} + Y_{3p-3h}^{\Delta\Delta}. \quad (V.27)$$

Pour une interaction de courant neutre, les événements à un anneau Čerenkov sont générés par les pions chargés du canal $\Delta\Delta$ (*quasi-élastique*). En effet nous avons fait l'hypothèse que les pions neutres donnaient naissance à deux anneaux Čerenkov. Il faut donc exclure le canal cohérent qui, dans une interaction de courant neutre, pour assurer la conservation de la charge électrique, ne peut conduire qu'à la production de pions neutres suivant : $\nu + {}^{16}\text{O} \rightarrow \nu + \pi^0 + {}^{16}\text{O}$. Le bilan des événements à un anneau Čerenkov est donc le suivant :

$$Y_{1-ring}^{NC} = Y_{gel}^{\Delta\Delta}. \quad (V.28)$$

Ce bilan appelle un commentaire. Nous avons en effet supposé que les pions chargés pouvaient être confondus avec des muons. Une interaction de courant neutre dans le canal $\Delta\Delta$ *quasi-élastique* produisant un pion chargé génère donc un événement de type muonique, *indépendamment* de la nature du neutrino incident. Ce type d'interaction est donc une source d'erreur systématique à prendre en considération. Il aurait tendance à augmenter artificiellement le nombre d'événements de type muonique et donc "joue" dans le mauvais sens par rapport à l'anomalie des neutrinos atmosphériques qui est compatible au contraire avec un excès d'événements de type électronique. C'est notamment pour trouver une source possible d'excès de ces événements de type électronique que certains auteurs ont émis l'hypothèse d'une mauvaise identification systématique pouvant survenir dans les

événements générant des pions cohérents [56]. En effet les pions cohérents sont émis avec un faible angle d'ouverture par rapport à la direction du moment de transfert. Donc dans les processus où l'angle de diffusion entre les directions du neutrino incident et du lepton émis est faible, processus qui dominent le taux d'événements, le pion cohérent est émis avec un faible angle d'ouverture par rapport au lepton final. En faisant l'hypothèse que le détecteur ne peut pas différencier le pion du lepton dans cette configuration particulière, on peut alors considérer que l'événement sera comptabilisé comme un événement à un seul anneau, qui vraisemblablement aura un contour flou et donc sera de type électronique. Cette hypothèse de travail est évidemment séduisante puisqu'elle permet d'identifier une cause possible d'excès d'événements de type électronique. Elle est cependant difficilement acceptable en l'absence d'information précise sur les capacités réelles d'identification et de séparation des détecteurs. Nous verrons de toute façon que le faible taux d'événements engendré par le canal cohérent ne constitue pas a priori une source suffisante pour diminuer l'anomalie des neutrinos atmosphériques.

Il faut également apporter une restriction importante à cette étude. Cette restriction concerne justement la production de pions dans un milieu nucléaire. On sait en effet que la probabilité pour qu'un pion produit dans un noyau soit réabsorbé avant de s'échapper du milieu nucléaire est importante. Il faut donc en théorie interfacer des codes de cascades derrière notre simulation de l'interaction neutrino-noyau, ces codes permettant l'étude et le suivi des particules après l'interaction. En l'absence de calculs de ces réinteractions possibles tout ce que nous pouvons donner est une limite supérieure au nombre de pions réellement émis dans un processus induit par un neutrino. Ceci est applicable au canal $\Delta\Delta$ *quasi-élastique*. Dans le cas d'une interaction de courant chargé, le taux d'événements à 2 anneaux Čerenkov est donc majoré par le nombre que nous donnons. Dans le cas d'une interaction de courant neutre, le taux d'événements à 1 anneau Čerenkov est quant à lui minoré par le nombre que nous calculons. Nous avons déjà signalé au paragraphe précédent qu'un calcul d'événements pioniques basé sur le seul canal $\Delta - \Delta$ *quasi-élastique*, conduit à une surestimation du nombre de pions produits. L'excès de pions est donné par les canaux $\Delta\Delta$ ($2p-2h$) et $\Delta\Delta$ ($3p-3h$) qui représentent ~ 35 % du canal $\Delta\Delta$. On voit donc qu'en tenant compte de la réinteraction éventuelle dans le noyau des pions émis la surestimation est en fait plus importante. Il est donc indispensable de tenir compte de ces deux phénomènes nucléaires, l'importance des canaux de désintégration $\Delta \rightarrow \pi$ et la réinteraction des pions dans le milieu nucléaire, pour pouvoir estimer correctement l'importance du bruit de fond d'origine pionique.

V.3.3 Résultats

Les courbes se rapportant à ce dernier paragraphe se trouvent à la fin de ce chapitre. Le premier point que nous voulons mentionner est que le rapport des taux d'interactions a une variation singulière dans le canal cohérent (fig. (V.11)). Sur cette courbe nous avons indiqué la variation avec le moment du lepton des taux d'interactions de ν_μ et de ν_e . Nous voyons que le rapport de ces deux taux reste notablement inférieur à deux sur une large plage de moments de lepton (jusqu'à $k' < 1$ GeV). Ceci est la conséquence du rôle joué par la réponse longitudinale dans ce canal particulier. Nous avons déjà mentionné que le canal transverse ne représente dans le canal cohérent qu'environ 50 % du total (alors qu'il constitue jusqu'à 90 % dans les autres canaux). Or la réponse longitudinale est sensible à la masse du lepton. En effet le calcul de la section efficace d'interaction incluant la masse du lepton montre que la contribution de la réponse longitudinale NN d'ordre principal est rétablie (voir commentaires de l'équation II.47) avec un terme proportionnel à $-m_\mu^2$. La présence de la masse du muon implique que la section efficace ν_μ -noyau possède un terme de plus que la section efficace ν_e -noyau. Ce terme, dans lequel intervient la réponse longitudinale NN , induit une diminution du taux d'événements ν_μ -noyau par rapport au taux d'événements ν_e -noyau. On dispose dans ce canal particulier d'une manifestation claire des effets nucléaires. Cette signature peut de

plus s'exprimer en fonction du rapport des taux ν_μ sur ν_e ou du rapport des taux d'interactions de courant neutre sur courant chargé. En dépit de cet intérêt théorique, il faut noter que le canal cohérent n'apporte qu'une très faible contribution au canal inclusif et qu'il ne peut pas être tenu pour responsable de l'anomalie des neutrinos atmosphériques.

A titre illustratif nous avons donné un exemple d'analyse en nombre d'anneaux du type de ce que nous avons présenté (fig. (V.12)). Nous avons en effet calculé Y_{1ring} et Y_{2rings} avec les hypothèses de travail mentionnées au paragraphe précédent. Nous voyons que le nombre d'événements à 1 anneau est dominé par les interactions de type μ dans notre calcul, ces dernières étant renforcées par l'adjonction des interactions de courant neutre donnant un pion chargé dans l'état final. Le rapport dans ce cas est voisin de 2 même à bas moment de lepton. Le nombre d'événements à deux anneaux est beaucoup plus faible que le précédent et ne montre pas véritablement de déviation par rapport aux spectres donnés par les flux théoriques. Cette analyse est évidemment incomplète en l'absence de précision sur l'efficacité de détection des particules dans un détecteur Čerenkov à eau et en l'absence de code de cascade pour les réinteractions. La prétention de ce travail ne peut s'étendre à une analyse exacte des résultats expérimentaux. Les méthodes employées permettent néanmoins de mettre en évidence les biais systématiques induits par les effets nucléaires, les plus significatifs concernant la production de pions et les effets collectifs dans les noyaux. Nous avons vu que les premiers sont vraisemblablement surestimés, alors que les seconds contribuent à diminuer les taux d'interactions pour les plus bas moments de lepton.

Bien entendu ce traitement reste qualitatif compte tenu de la forme rudimentaire des flux théoriques que nous avons utilisés et de l'absence de modèle de réinteractions des particules émises dans le milieu nucléaire. Le but de ce travail est de mettre en évidence l'importance relative des phénomènes nucléaires intervenant dans les processus d'interaction entre un neutrino atmosphérique et un noyau de la cible du détecteur. Une étude plus détaillée est en cours pour tenter de rendre ces résultats plus quantitatifs, avec les modèles de flux théoriques utilisés pour l'analyse des expériences de détection des neutrinos atmosphériques.

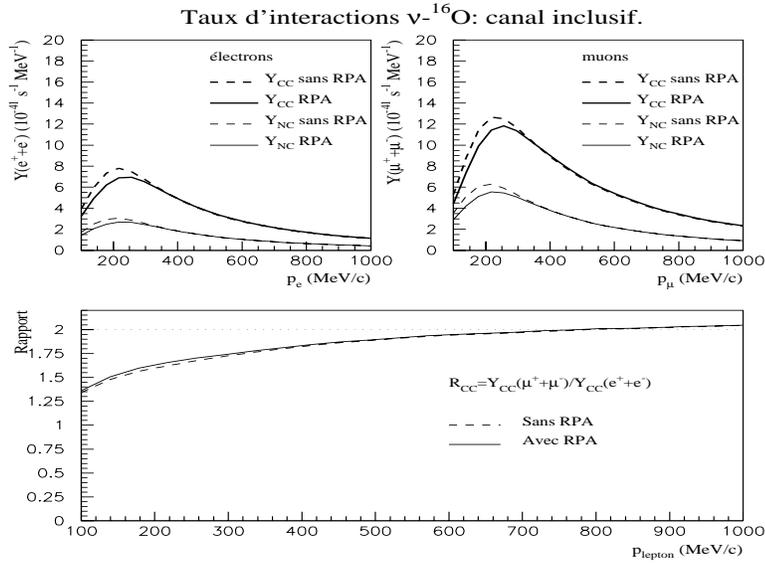


FIG. V.7: *Effet de la RPA sur les taux d'interactions dans le canal inclusif. Les taux d'interactions sont donnés pour des neutrinos de type électronique et de type muonique en fonction de l'énergie du lepton émis. Figure également le rapport des taux d'interactions $(\mu^- + \mu^+)/ (e^- + e^+)$ en fonction de l'énergie du lepton. Sur les figures supérieures, les courbes en gras correspondent aux interactions de courant chargé et les courbes fines aux interactions de courant neutre. Sur chaque figure les courbes hachurées correspondent au calcul sans effet RPA et les courbes pleines au calcul RPA.*

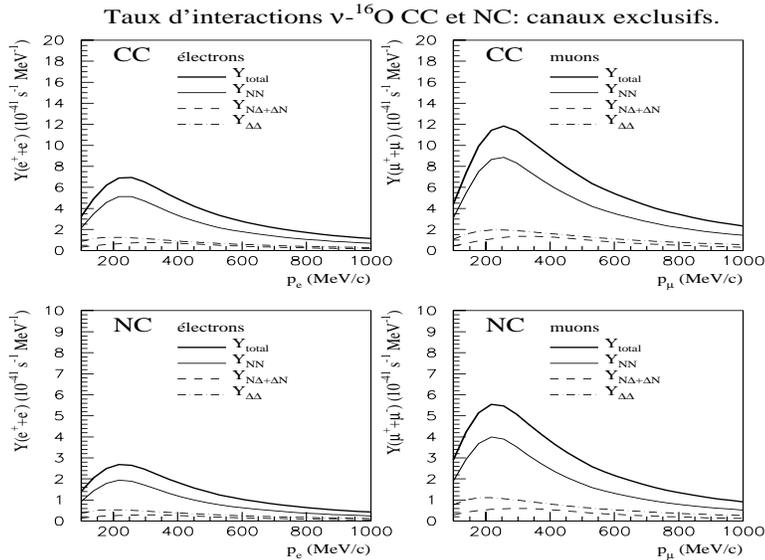


FIG. V.8: *Contributions au canal inclusif des canaux exclusifs NN, $N\Delta + \Delta N$ et $\Delta\Delta$. Les taux d'interactions sont donnés pour des neutrinos de type électronique et de type muonique en fonction de l'énergie du lepton émis. Les figures supérieures correspondent aux interactions de courant chargé et les courbes inférieures aux interactions de courant neutre.*

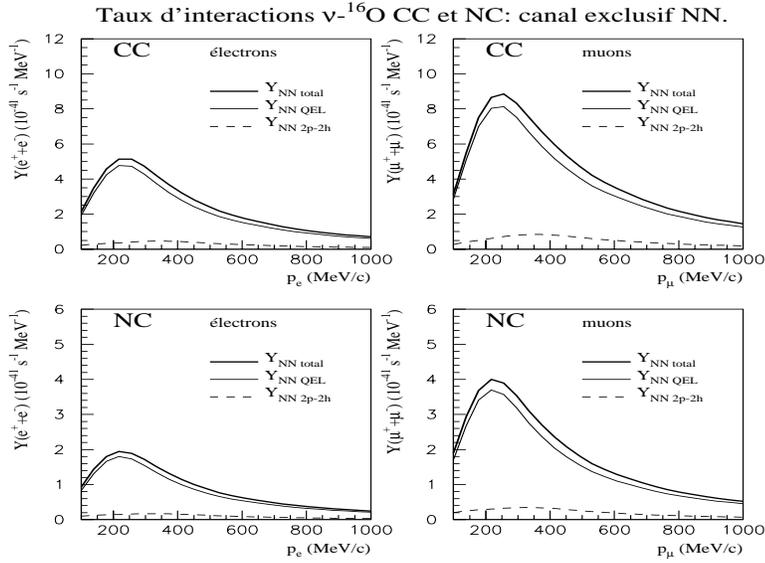


FIG. V.9: Contributions au canal exclusif NN : canal quasi-élastique et canal 2p-2h. Les taux d'interactions sont donnés pour des neutrinos de type électronique et de type muonique en fonction de l'énergie du lepton émis. Les figures supérieures correspondent aux interactions de courant chargé et les courbes inférieures aux interactions de courant neutre.

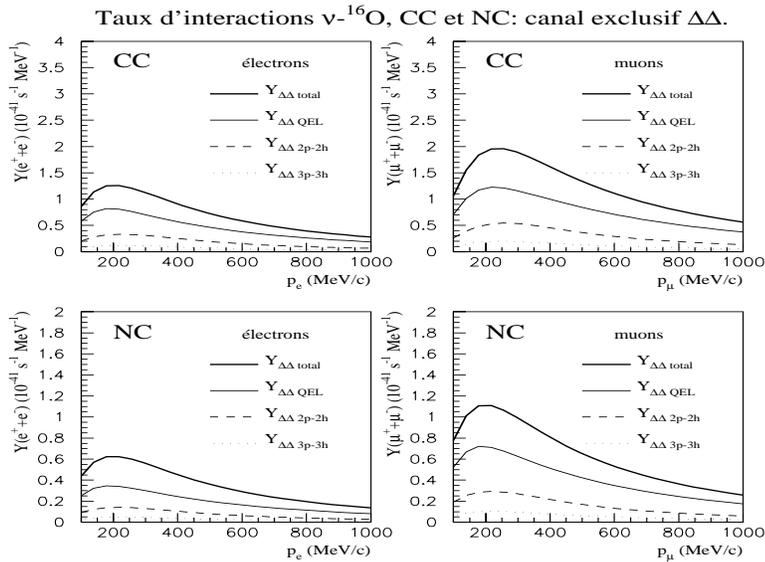


FIG. V.10: Contributions au canal exclusif $\Delta\Delta$: canal quasi-élastique, canal 2p-2h et canal 3p-3h. Les taux d'interactions sont donnés pour des neutrinos de type électronique et de type muonique en fonction de l'énergie du lepton émis. Les figures supérieures correspondent aux interactions de courant chargé et les courbes inférieures aux interactions de courant neutre.

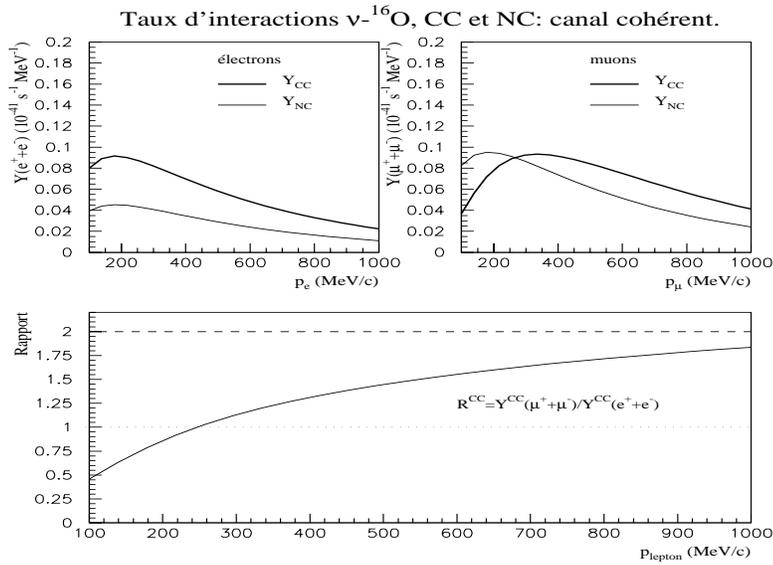


FIG. V.11: Taux d'interactions dans le canal cohérent. Les taux d'interactions sont donnés pour des neutrinos de type électronique et de type muonique en fonction de l'énergie du lepton émis. Les courbes en gras correspondent aux interactions de courant chargé et les courbes fines aux interactions de courant neutre. Figure également le rapport des taux d'interactions de courant chargé $(\mu^- + \mu^+)/ (e^- + e^+)$ en fonction de l'énergie du lepton.

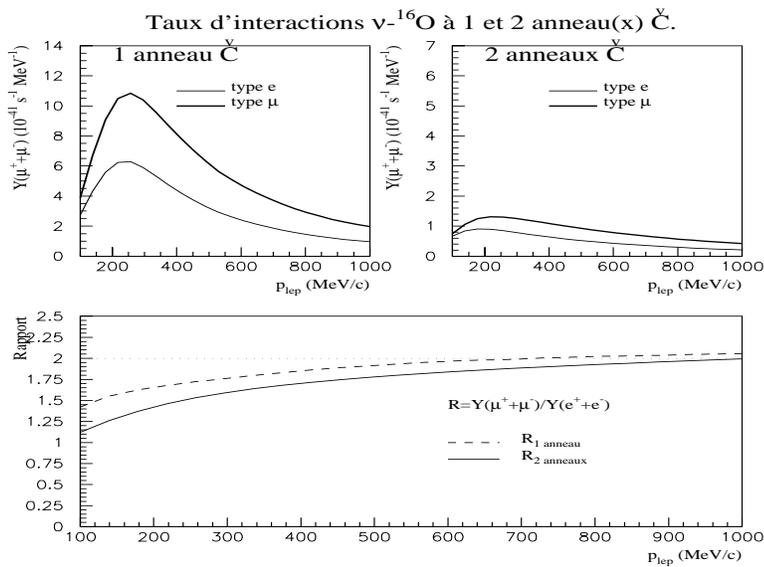


FIG. V.12: Taux d'interactions $\nu + ^{16}\text{O}$ en fonction de l'énergie du lepton : analyse en nombre d'anneaux Čerenkov.

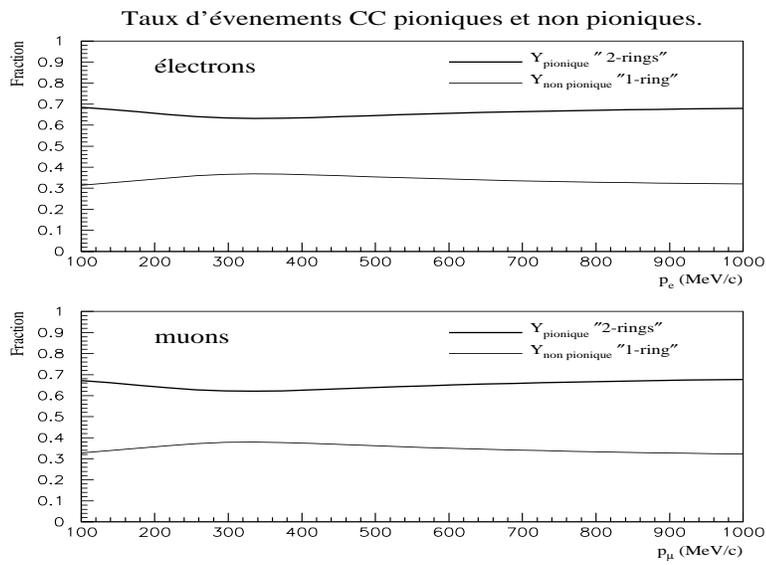


FIG. V.13: Fraction des contributions pionique et non pionique aux taux d'interaction $\nu_e + \bar{\nu}_e$ - ^{16}O dans le canal $\Delta\Delta$ en fonction de l'énergie du lepton émis.

Conclusion

Dans cette étude consacrée à l'évaluation du taux d'interaction des neutrinos avec un noyau-cible, nous avons été confrontés à un cas particulier d'un problème classique de physique nucléaire : l'estimation de la réponse du noyau à la sollicitation d'une sonde extérieure. La sonde que nous avons étudiée est à l'heure actuelle un sujet de préoccupation majeur de la Physique des Particules : il s'agit des neutrinos d'origine atmosphérique. L'intérêt pour ces particules a été motivé par l'anomalie relevée entre le nombre de neutrinos détecté et les prévisions des modèles de flux théoriques. Cette anomalie a récemment été confirmée avec des statistiques importantes par l'expérience de Super-Kamiokande [8]. Dans cette dernière (ainsi que dans les expériences de Kamiokande et d'IMB [7, 9]) les neutrinos sont détectés au moyen de grands détecteurs Čerenkov à eau et ils sont identifiés grâce à la forme des anneaux Čerenkov générés par les produits des interactions neutrino-noyau produits au-dessus du seuil. Une coupure est faite dans les données expérimentales, ne retenant que les événements à un anneau Čerenkov. Les premières simulations de ces expériences se sont appuyées sur des modèles nucléaires de gaz de Fermi non corrélé. Dans cette situation seules les excitations dites quasi-élastiques, dans lesquelles la nature des nucléons n'est pas modifiée et qui se traduisent par l'expulsion d'un nucléon, donnent un anneau. Lorsque l'énergie de transfert augmente, les excitations propres du nucléon entrent en jeu et parmi celle-ci la résonance Delta joue un rôle particulier compte tenu du spectre énergétique des neutrinos d'origine atmosphérique. Les modèles de matière nucléaire non corrélée ne considèrent pour cette dernière que le canal de désintégration quasi-libre $\Delta \rightarrow \pi + N$ ce qui donne 2 anneaux Čerenkov et donc est rejeté expérimentalement. Cette approche simplifiée ne prend évidemment pas en compte la complexité de la véritable réponse nucléaire qui est celle d'un milieu de taille finie et surtout celle d'un milieu fortement corrélé, problèmes que nous avons modélisés dans ce travail.

Ces deux effets avaient d'ailleurs été étudiés dans la région du pic quasi-élastique par les auteurs de la référence [55] avec un formalisme non relativiste et par ceux de la référence [58] dans une approximation de densité locale. Enfin citons l'approche relativiste à la Walecka menée dans la référence [56] qui inclut les effets de la résonance Delta à l'ordre zéro mais ne traite des corrélations qu'au niveau du pic quasi-élastique. Les corrélations traitées dans ces travaux sont les corrélations de longue portée de type RPA.

Notre travail a étendu ces études théoriques à la région du Delta en incluant les nombreuses modifications subies par cette résonance. Nous avons en effet considéré, outre le canal de désintégration quasi-libre (corrigé par le blocage de Pauli du nucléon), habituellement seul canal pris en compte, les canaux de désintégration non pioniques du type $2p-2h$ et $3p-3h$ ainsi que le canal d'émission cohérente de pions. Nous avons donc traité les réponses mettant en jeu cette résonance dans chacun de canaux partiels de réaction.

Nous avons unifié dans un formalisme semi-classique le traitement des régions allant du pic quasi-élastique à celui du Delta en passant par la région intermédiaire (région du "*dip*") où le rôle des excitations $2p-2h$ est important (nous avons extrapolé de manière assez rudimentaire ces excitations au-dessous du seuil de pion jusqu'aux basses énergies de transfert). Nous avons inclus les corrélations de type RPA dans les réponses de spin-isospin, qui sont dominantes dans les réactions induites par les neutrinos, et dans les réponses d'isospin en nous plaçant à l'approximation des anneaux. Le

traitement que nous avons adopté présente l'avantage d'offrir un gain de temps de calcul appréciable par rapport à un calcul RPA exact tout en conservant un degré de fiabilité important. Cette validité du modèle a fait l'objet dans ce travail d'une étude indépendante. Nous avons en effet dans un premier temps évalué la section efficace totale de quelques réactions pion-noyau puis comparé nos résultats avec les données expérimentales. Pour compléter notre étude nous avons dans un second temps calculé la réponse transverse en diffusion d'électrons. La comparaison avec les données expérimentales s'est avérée satisfaisante dans les deux cas. Le point important est que cette double étude nous a permis de tester séparément les réponses de spin-isospin longitudinales et transverses, qui constituent l'objet central de notre travail, et que ces deux tests ont été concluants.

Nous avons observé que les corrélations apportent de fortes modifications dans les réponses de spin-isospin et mis en évidence l'importance des effets collectifs du mode de spin longitudinal (*branche pionique*). Ceci se traduit par un déplacement global de la réponse de spin longitudinal vers les basses énergies de transfert. Ce changement dans le spectre des réponses sur une gamme d'énergie de l'ordre de la différence de masse $m_\mu - m_e$ laisse espérer que le taux d'interaction de courant chargé des neutrinos muoniques puisse différer sensiblement de celui des neutrinos électroniques. Cet effet est visible dans le canal cohérent, dominé par les réponses de spin longitudinal. En effet nous avons mis en évidence que le rapport des taux d'interaction dans ce canal particulier était beaucoup plus faible que ce que donnent les flux théoriques. Nous avons ici une manifestation significative des effets collectifs dans la voie de spin longitudinal. Cependant ce canal ne représente qu'une fraction très faible du canal inclusif (moins de 2%) conformément à ce que nous avons pu mettre en évidence dans nos calculs.

En effet nous avons même démontré que les neutrinos n'excitent que très faiblement la réponse de spin longitudinal dans la région du pic quasi-élastique (ceci n'est plus vrai pour la région du Delta) contrairement à ce qu'indiquent les auteurs de la référence [58]. Cette sensibilité fortement supprimée est due à une interférence destructive au sommet du pic quasi-élastique entre les contributions des composantes d'espace et de temps du courant axial. Toutefois cette dernière est connue pour être très fortement augmentée par les courants d'échanges dus à l'échange d'un pion et de mésons lourds [94]. La contribution de la réponse longitudinale quasi-élastique n'est donc pas totalement supprimée mais son influence reste faible. L'existence et la complexité de ce phénomène avaient conduit les auteurs de la référence [57] à ne pas considérer les contributions de la charge axiale. Nous avons préféré conserver la charge axiale dans nos calculs et nous avons tenté d'estimer l'effet de l'augmentation de cette dernière, qui s'avère d'ailleurs être faible.

Ensuite nous avons mis en évidence la prédominance du canal transverse dans les réactions de neutrinos. Dans ce canal les corrélations ont plutôt tendance à durcir les réponses. La forme de leur spectre est relativement peu modifiée. Cette prédominance de la voie de réaction transverse sur la voie longitudinale d'une part et de la région du pic quasi-élastique sur la région du Delta d'autre part a pour effet de masquer, dans le canal inclusif (la contribution du canal cohérent étant trop faible), les effets importants des corrélations nucléaires, qui se manifestent principalement dans les réponses de spin longitudinal et particulièrement au niveau de la région du Delta. Ainsi nous avons observé que le rapport des taux d'interaction ν_μ/ν_e demeurait particulièrement robuste vis à vis des effets de ces corrélations. Ce rapport reste donc très voisin de celui que donnent les modèles de flux de neutrinos atmosphériques. Cette conclusion corrobore celles des études antérieures au niveau de la région du pic quasi-élastique et les généralise à la région du Delta. Nous voyons donc que les corrélations nucléaires ont peu d'influence sur l'anomalie des neutrinos atmosphériques observée par de nombreuses collaborations expérimentales [7, 8, 9, 10]. Toutefois *il est nécessaire de prendre en considération les modifications induites par les corrélations nucléaires sur les taux d'interaction absolus*.

La connaissance des réponses nucléaires inclusives n'est pas suffisante pour pouvoir se livrer à une analyse, même partielle, des expériences de détection de ces neutrinos compte tenu des coupures expérimentales qui sont opérées. Le formalisme que nous avons développé présente l'avantage de

pouvoir calculer les réponses nucléaires dans un certain nombre de canaux exclusifs, comme le canal cohérent que nous avons mentionné. Parmi ces canaux exclusifs, ceux qui impliquent la résonance Delta revêtent une importance particulière dans l'analyse expérimentale. En effet la réponse totale dans la région du Delta se fractionne en contributions pionique (résultant du canal de désintégration quasi-libre) et non pionique (provenant des canaux de désintégration $2p-2h$ et $3p-3h$). Les spectres de ces réponses ne sont pas affectés de manière identique par les corrélations nucléaires. Ainsi le spectre des réponses $np-nh$ longitudinales se retrouve plus étalé que celui de la réponse quasi-libre. Les taux d'interaction dans les voies de réaction non pioniques représentent donc une part importante du taux d'interaction total dans la voie du Delta (de 30 à 40 % environ). Ce phénomène est encore accentué si l'on considère les ré-interactions dans le milieu nucléaire qui diminue encore le nombre de pions susceptibles de s'échapper et donc d'être détectés. L'évaluation de la surestimation du nombre de pions effectivement générés constitue une avancée importante qui peut être mise à profit dans l'étude des systématiques d'une expérience.

Notons enfin que les interactions de courant neutre ont également fait ici l'objet d'une étude. Ces interactions, du fait de la présence d'un neutrino non détectable dans l'état final, viennent compliquer l'analyse expérimentale et peuvent simuler des événements à un anneau Čerenkov (dû par exemple à la présence d'un pion dans l'état final). Cependant une estimation réaliste de ces phénomènes liés aux pions générés dans les réactions de neutrinos atmosphériques doit inclure des efficacités de détection des particules dans l'expérience. Signalons à cet effet qu'une étude plus quantitative de ces phénomènes, basée sur des modèles de flux théoriques plus fiables que ceux qui ont servi à ce travail, est en cours. Elle devrait permettre une analyse de la variation des taux d'événements avec l'angle zénithal. Cette étude se doit d'inclure également les contributions aux taux d'événements des protons de l'eau ainsi que les contributions des électrons du milieu dont l'évaluation ne pose pas de problèmes de principe nouveaux. D'autre part la méthode de calcul développée pour ce travail a été adaptée au cas d'autres noyaux, tels que le fer, en prévision des futures expériences de détection des neutrinos atmosphériques.

Le travail de cette thèse permet donc, par l'évaluation des réponses nucléaires dans les voies de réactions par lesquelles un neutrino se couple à un noyau, de préciser l'importance des effets interactions nucléaires dans les expériences de détection des neutrinos atmosphériques au moyen de grands détecteurs souterrains (détecteurs Čerenkov à eau ou calorimètres). Il permet d'aller au delà du modèle de gaz de Fermi qui néglige totalement les effets des corrélations dans le milieu nucléaire. Il a permis de dégager en particulier l'effet des corrélations nucléaires dans les régions d'énergie allant du pic quasi-élastique au pic du Delta, caractéristiques des réactions des neutrinos atmosphériques. Il a de plus conduit à une évaluation des canaux partiels de réactions négligés dans les études antérieures et qui apportent une information précieuse dans les analyses des expériences de détection des neutrinos atmosphériques.

Annexe A

Section efficace inclusive neutrino-oxygène

Nous présentons dans cette annexe le calcul de la section efficace du processus d'interaction :

$$\nu_l(\bar{\nu}_l) + {}^{16}\text{O} \longrightarrow l^-(l^+) + X, \quad (\text{A.1})$$

ainsi que les résultats concernant le processus inclusif. Dans une interaction de courant chargé, le courant hadronique se met sous la forme :

$$\begin{aligned} \langle p', s' | h^\mu | p, s \rangle &= e^{iqx} \bar{u}(p', s') [F_1(t)\gamma^\mu + F_2(t)\sigma^{\mu\nu} \frac{iq_\nu}{2M_N} \\ &\quad + G_A(t)\gamma^\mu\gamma_5 + G_P(t)\gamma_5 \frac{q^\mu}{2M_N}] u(p, s), \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

où $t = q^2 = \omega^2 - \mathbf{q}^2$. Le quadri-vecteur énergie-impulsion est donc défini par $q = (\omega = p'_0 - p_0, \mathbf{q} = \mathbf{p}' - \mathbf{p})$. Notons dès à présent que la généralisation de ce formalisme aux interactions de courant neutre est immédiat, une fois effectuées les substitutions adéquates au niveau des facteurs de forme notamment.

Le premier travail consiste à effectuer une réduction non relativiste de ce courant à l'ordre $|\mathbf{p}|/M$ et $|\mathbf{q}|/M^2$. Nous considérons dans le cas général que la particule dans l'état final peut avoir une masse M' différente de celle de la particule dans l'état initial (dans le cas qui nous intéresse cet état initial sera occupé par un nucléon de masse M_N). Ainsi pour un état $\Delta - h$ ($M' = M_\Delta \neq M_N$).

La réduction du courant hadronique conduit aux résultats suivants, en adoptant un système d'axes dans lequel $\mathbf{q} = (0, 0, q^3 = |\mathbf{q}|)$ et en désignant par \mathbf{p} le moment du nucléon cible :

$$\begin{aligned} \langle p', s' | h^0 | p, s \rangle &= \alpha_0^0 \mathbb{I} + \beta_0^0 \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{q}} + \beta_1^0 \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}}, \\ \langle p', s' | h^3 | p, s \rangle &= \alpha_0^3 \mathbb{I} + \beta_0^3 \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{q}} + \beta_1^3 \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}}, \\ \langle p', s' | h^{(i=1,2)} | p, s \rangle &= \gamma_0 i(\boldsymbol{\sigma} \times \hat{\mathbf{q}})^i + \gamma_1 i(\boldsymbol{\sigma} \times \hat{\mathbf{p}})^i + \delta_0 ((\boldsymbol{\sigma} \times \hat{\mathbf{q}}) \times \hat{\mathbf{q}})^i. \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Les paramètres que nous avons introduits dans les expressions précédentes sont des fonctions de l'énergie et du moment de transfert :

$$\begin{aligned}
\alpha_0^0 &= N_q \left[F_1 - F_2 \frac{\mathbf{q}^2}{2M'(E_q + M')} \right], \\
\alpha_0^3 &= N_q \left[F_1 - F_2 \frac{\omega}{2M} \right] \frac{|\mathbf{q}|}{E_q + M'}, \\
\beta_0^0 &= N_q \left[G_A - G_P \frac{\omega}{2M} \right] \frac{|\mathbf{q}|}{E_q + M'}, \\
\beta_0^3 &= N_q \left[G_A - G_P \frac{\mathbf{q}^2}{2M'(E_q + M')} \right], \\
\beta_1^0 &= N_q \left[G_A \left(1 + \frac{E_q + M'}{2M'} \right) - G_P \frac{\omega}{2M} \left(1 - \frac{E_q + M'}{2M'} \right) \right] \frac{|\mathbf{p}|}{E_q + M'}, \\
\beta_1^0 &= 0, \\
\gamma_0 &= N_q \left[F_1 - F_2 \frac{\omega}{2M} + F_2 \frac{E_q + M'}{2M'} \right] \frac{|\mathbf{q}|}{E_q + M'}, \\
\gamma_1 &= N_q \left[F_1 \left(1 - \frac{E_q + M'}{2M'} \right) - F_2 \frac{\omega}{2M} \left(1 + \frac{E_q + M'}{2M'} \right) \right] \frac{|\mathbf{p}|}{E_q + M'}, \\
\delta_0 &= -N_q G_A
\end{aligned} \tag{A.4}$$

Le coefficient de normalisation des spineurs vaut : $N_q = \left(\frac{E_q + M'}{2M'} \right)^{1/2}$.

Les composantes du tenseur hadronique qui ne s'annulent pas sont les suivantes :

$$\begin{aligned}
H_{PP'}^{00} &= \alpha_0^0 \alpha_0^{0'} R_c + \beta_0^0 \beta_0^{0'} R_t^{[0-0]} + \beta_0^0 \beta_1^{0'} R_t^{[0-1]} + \beta_1^0 \beta_0^{0'} R_t^{[1-0]} + \beta_1^0 \beta_1^{0'} R_t^{[1-1]}, \\
H_{PP'}^{03} &= \alpha_0^0 \alpha_0^{3'} R_c + \beta_0^0 \beta_0^{3'} R_t^{[0-0]} + \beta_0^0 \beta_1^{3'} R_t^{[0-1]} + \beta_1^0 \beta_0^{3'} R_t^{[1-0]} + \beta_1^0 \beta_1^{3'} R_t^{[1-1]}, \\
H_{PP'}^{33} &= \alpha_0^3 \alpha_0^{3'} R_c + \beta_0^3 \beta_0^{3'} R_t^{[0-0]} + \beta_0^3 \beta_1^{3'} R_t^{[0-1]} + \beta_1^3 \beta_0^{3'} R_t^{[1-0]} + \beta_1^3 \beta_1^{3'} R_t^{[1-1]}, \\
H_{PP'}^{11} &= \gamma_0 \gamma_0' R_t^{[0-0]} + \gamma_0 \gamma_1' R_t^{[0-1]} + \gamma_1 \gamma_0' R_t^{[1-0]} + \gamma_1 \gamma_1' R_t^{[1-1]}, \\
H_{PP'}^{22} &= H_{PP'}^{11}, \\
H_{PP'}^{12} &= -i\gamma_0 \delta_0' R_t^{[0-0]} - i\delta_0 \gamma_0' R_t^{[0-0]} - i\gamma_1 \delta_0' R_t^{[1-0]} - i\delta_0 \gamma_1' R_t^{[0-1]}.
\end{aligned} \tag{A.5}$$

Dans l'expression précédente, les quantités primées se rapportent à l'état $P' - h$ et les quantités non primées à l'état $P - h$.

Le tenseur leptonique s'écrit sous la forme habituelle :

$$L_{\mu\nu} = 8(k_\mu k'_\nu + k_\nu k'_\mu - g_{\mu\nu} k \cdot k' \mp i\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} k^\alpha k'^\beta). \tag{A.6}$$

L'amplitude invariante intervenant dans la section efficace doublement différentielle résulte de la contraction :

$$\begin{aligned}
|T|^2 &= L_{00} H^{00} + L_{33} H^{33} + (L_{03} + L_{30}) H^{03} + \\
&\quad (L_{11} + L_{22}) H^{11} \pm (L_{12} - L_{21}) H^{12} \begin{cases} + & (\nu) \\ - & (\bar{\nu}), \end{cases}
\end{aligned} \tag{A.7}$$

où

$$\begin{aligned}
H^{\mu\nu} &= \sum_{P,P'=N,\Delta} \frac{M'}{E'} N N' H_{PP'}^{\mu\nu}, \\
\text{avec} \quad E' &= (\mathbf{q}^2 + M'^2)^{1/2}, \quad N = \left(\frac{\lambda}{2}\right)^{1/2}, \quad N' = \left(\frac{\lambda'}{2\delta}\right)^{1/2}, \\
L_{00} &= 8(k_0 k'_0 + k k' \cos \theta), \\
L_{33} &= 8(2k_3 k'_3 + k_0 k'_0 - k k' \cos \theta), \\
L_{03} + L_{30} &= 16(k_0 k'_3 + k_3 k'_0), \\
L_{11} + L_{22} &= 16(k_0 k'_3 + k_3 k'_0), \\
L_{12} - L_{21} &= \mp i(k_0 k'_3 - k_3 k'_0), \\
\text{avec} \quad k_3 &= \frac{k}{q}(k' \cos \theta - k), \\
\text{et} \quad k'_3 &= \frac{k'}{q}(k' - k \cos \theta).
\end{aligned} \tag{A.8}$$

L'expression finale de la section efficace doublement différentielle d'interaction entre un neutrino ν_l ($l = e, \mu$) et un noyau est donc :

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial \Omega_{k'} \partial k'} = \frac{G_F^2 \cos^2 \theta_C \mathbf{k}'^2}{32\pi^2 k_0 k'_0} |T|^2. \tag{A.9}$$

Annexe B

Réponses partielles $\Delta\Delta$ par nucléon de l'oxygène

Dans cette annexe sont présentées les courbes des réponses partielles $\Delta\Delta$ de l'oxygène. Ces réponses sont normalisées au nombre de nucléon du noyau et sont exprimées en inverse de masse de pion (m_π^{-1}). Elles sont exprimées en fonction de l'énergie de transfert (ω) pour plusieurs valeurs de la norme du moment de transfert ($|\mathbf{q}|$) puis à ω fixée en fonction de $|\mathbf{q}|$. Ceci permet d'assurer une large couverture du plan ($\omega, |\mathbf{q}|$).

Les canaux partiels $\Delta\Delta$ dont les effets se manifestent et que nous avons représentés sur les figures de cette annexe sont :

- le canal **quasi-élastique** ($\Delta \longrightarrow \pi N$),
- le canal **2p-2h** ($\Delta N \longrightarrow N N$),
- le canal **3p-3h** ($\Delta N N \longrightarrow N N N$).

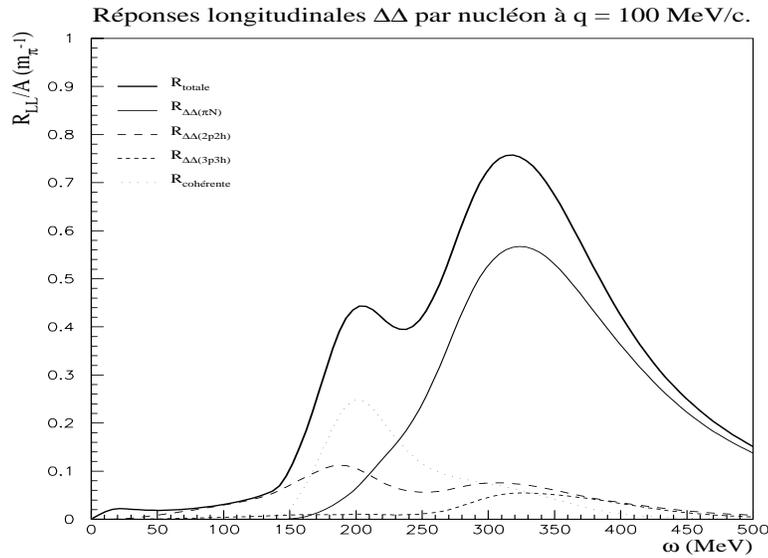


FIG. B.1: Réponses longitudinales $\Delta\Delta$ totale et partielles à $q = 100$ MeV/c en fonction de l'énergie de transfert. En trait appuyé est représentée la réponse $\Delta\Delta$ totale. Elle se décompose en quatre canaux partiels principaux : le canal $\Delta\Delta$ "quasi-élastique" ($\Delta \rightarrow \pi N$) en ligne continue, les canaux $\Delta\Delta$ 2p-2h (ligne hachurée avec longs tirets) et $\Delta\Delta$ 3p-3h (ligne hachurée avec petits tirets) et le canal cohérent (ligne pointillée).

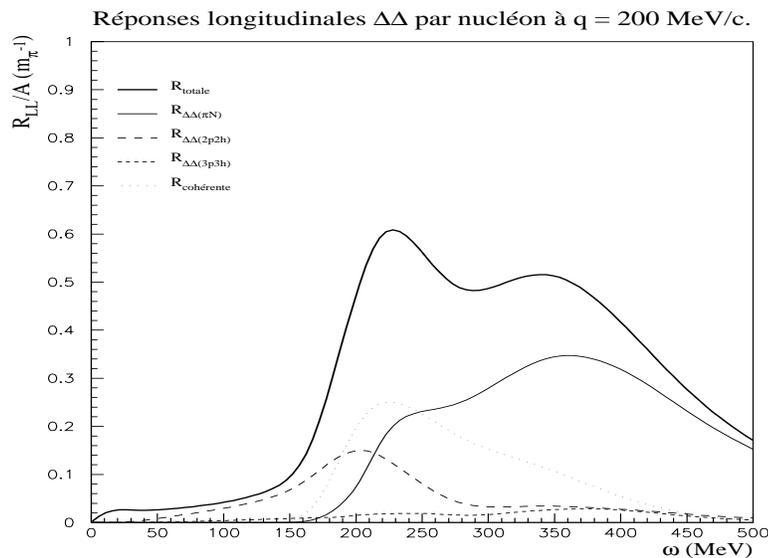


FIG. B.2: Réponses longitudinales $\Delta\Delta$ totale et partielles à $q = 200$ MeV/c en fonction de l'énergie de transfert. Voir la légende de la figure B.1.

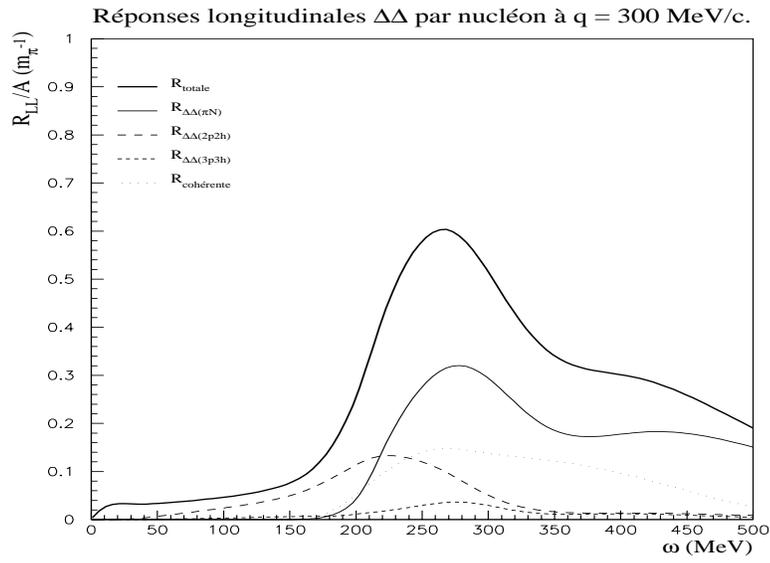


FIG. B.3: Réponses longitudinales $\Delta\Delta$ totale et partielles à $q = 300$ MeV/c en fonction de l'énergie de transfert. Voir la légende de la figure B.1.

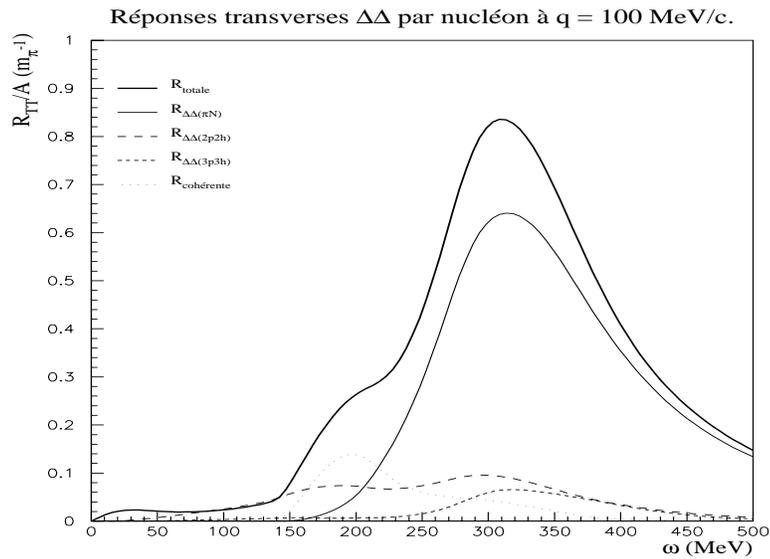


FIG. B.4: Réponses transverses $\Delta\Delta$ totale et partielles à $q = 100$ MeV/c en fonction de l'énergie de transfert. Voir la légende de la figure B.1.

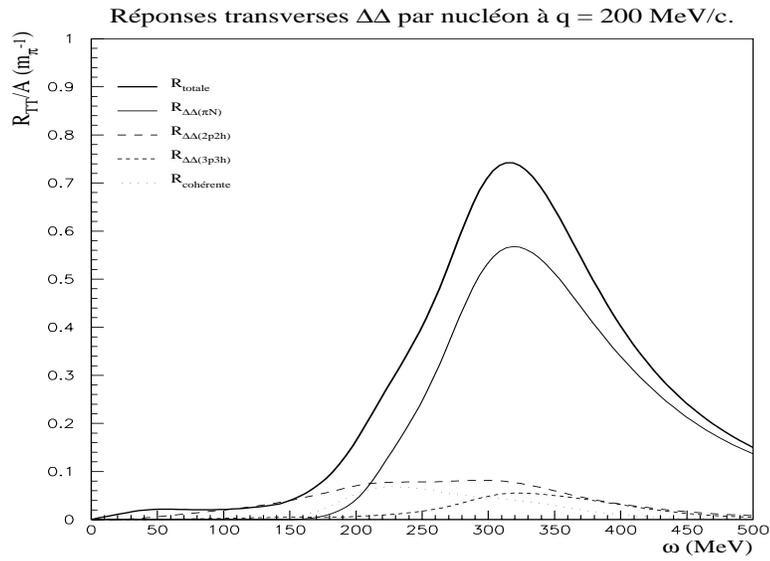


FIG. B.5: Réponses transverses $\Delta\Delta$ totale et partielles à $q = 200$ MeV/c en fonction de l'énergie de transfert. Voir la légende de la figure B.1.

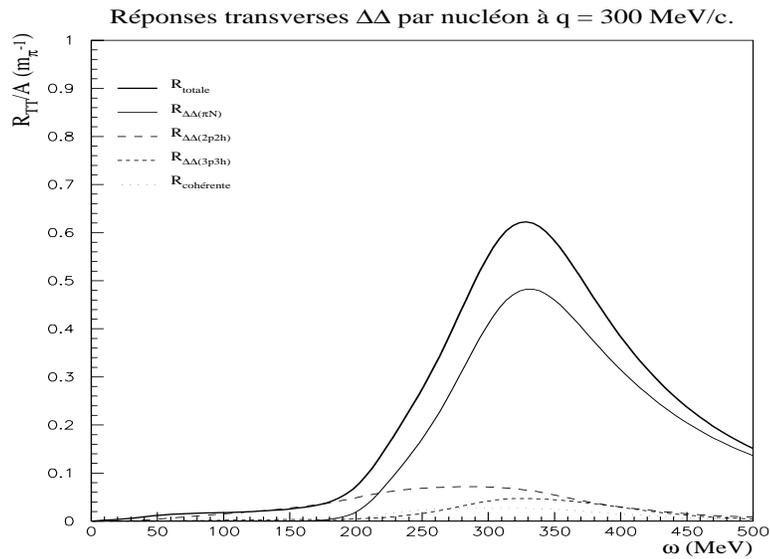


FIG. B.6: Réponses transverses $\Delta\Delta$ totale et partielles à $q = 300$ MeV/c en fonction de l'énergie de transfert. Voir la légende de la figure B.1.

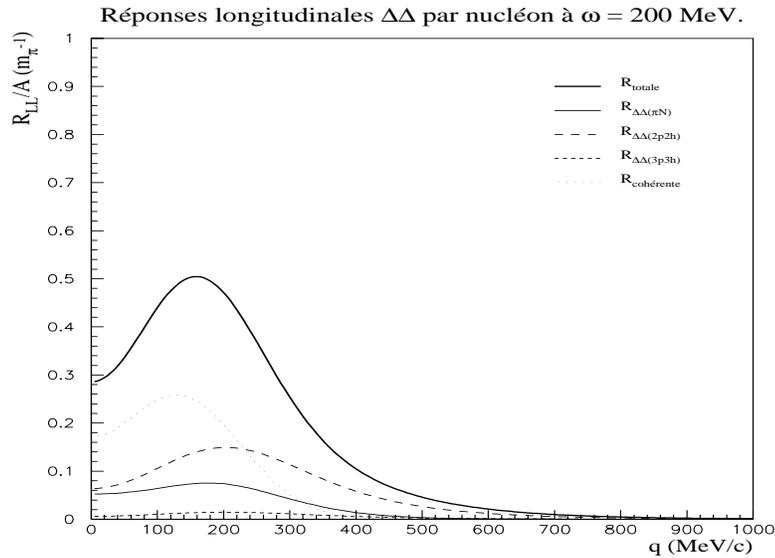


FIG. B.7: Réponses longitudinales $\Delta\Delta$ totale et partielle à $\omega = 200$ MeV en fonction du moment de transfert. En trait appuyé est représentée la réponse $\Delta\Delta$ totale. Elle se décompose en quatre canaux partiels principaux : le canal $\Delta\Delta$ "quasi-élastique" ($\Delta \rightarrow \pi N$) en ligne continue, les canaux $\Delta\Delta$ 2p-2h (ligne hachurée avec longs tirets) et $\Delta\Delta$ 3p-3h (ligne hachurée avec petits tirets) et le canal cohérent (ligne pointillée).

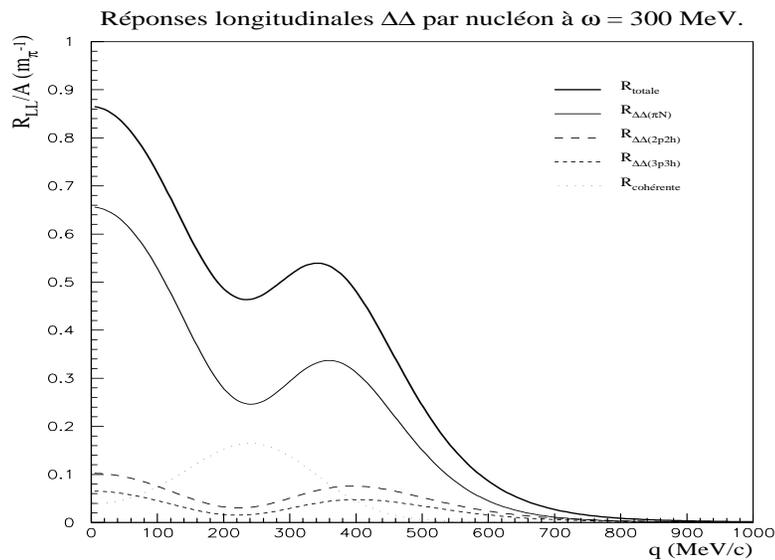


FIG. B.8: Réponses longitudinales $\Delta\Delta$ totale et partielle à $\omega = 300$ MeV en fonction du moment de transfert. Voir la légende de la figure B.7.

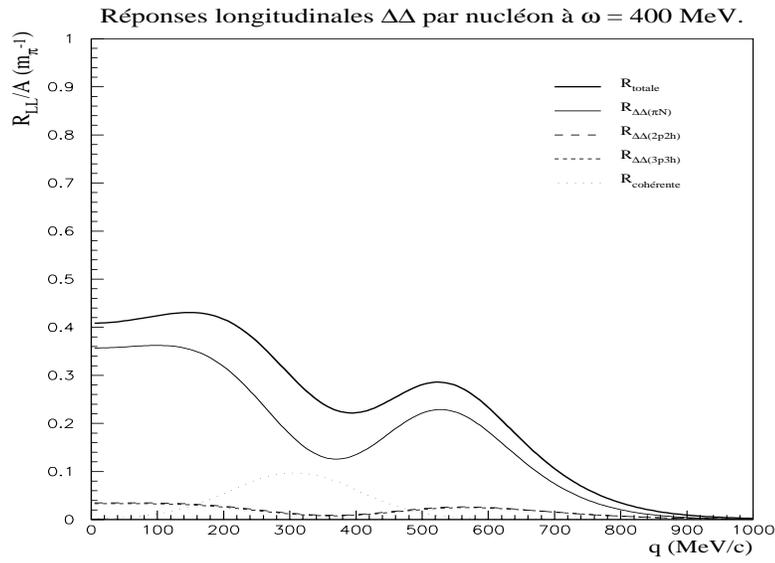


FIG. B.9: Réponses longitudinales $\Delta\Delta$ totale et partielle à $\omega = 400$ MeV en fonction du moment de transfert. Voir la légende de la figure B.7.

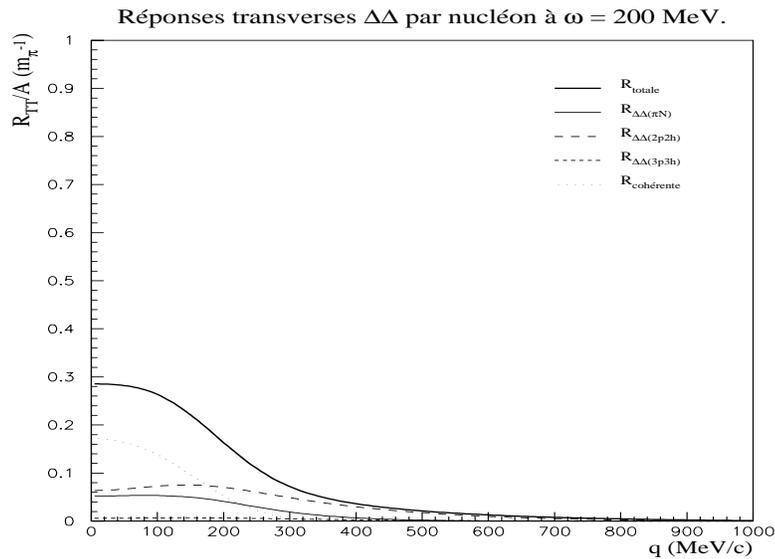


FIG. B.10: Réponses transverses $\Delta\Delta$ totale et partielle à $\omega = 200$ MeV en fonction du moment de transfert. Voir la légende de la figure B.7.

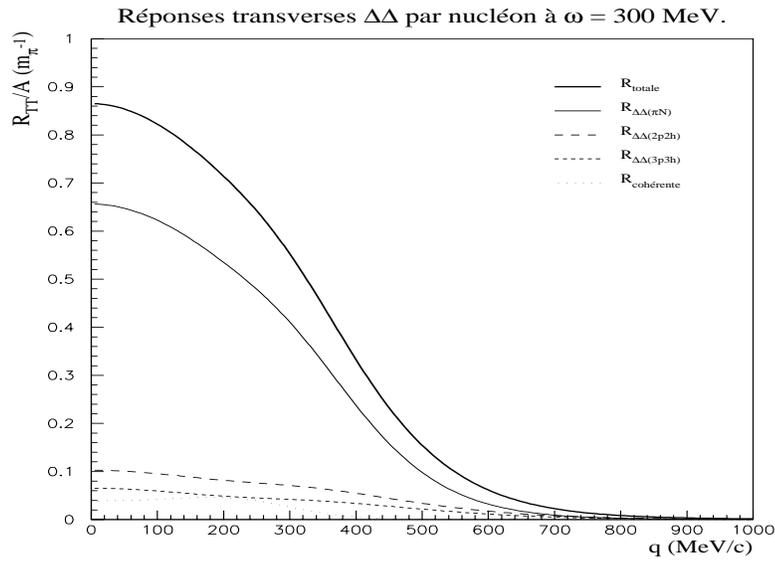


FIG. B.11: Réponses transverses $\Delta\Delta$ totale et partielle à $\omega = 300$ MeV en fonction du moment de transfert. Voir la légende de la figure B.7.

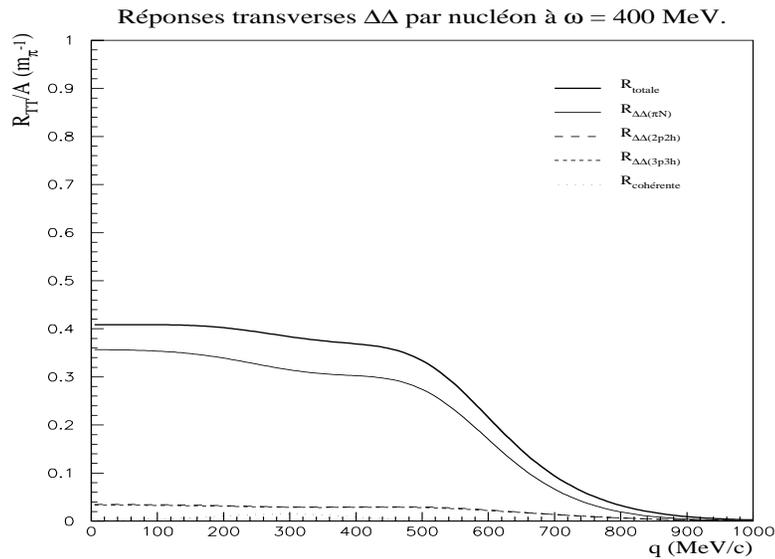


FIG. B.12: Réponses transverses $\Delta\Delta$ totale et partielle à $\omega = 400$ MeV en fonction du moment de transfert. Voir la légende de la figure B.7.

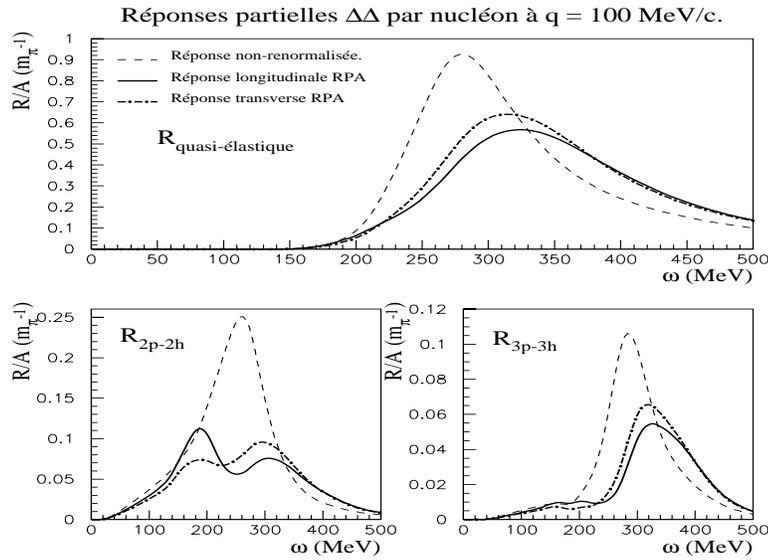


FIG. B.13: Effets de la RPA sur les réponses $\Delta\Delta$ partielles à $q = 100$ MeV/c en fonction de l'énergie de transfert. La figure supérieure représente le canal $\Delta\Delta$ "quasi-élastique" ($\Delta \rightarrow \pi N$), la figure inférieure gauche le canal $\Delta\Delta$ 2p-2h et la figure inférieure droite le canal $\Delta\Delta$ 3p-3h. Sur chaque figure la ligne pointillée correspond à la réponse nue, la ligne continue à la réponse longitudinale RPA et la ligne mixte à la réponse transverse RPA.

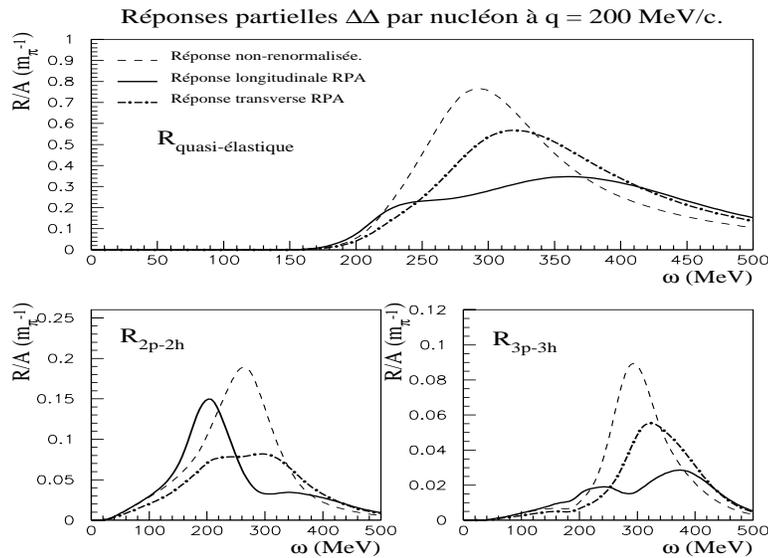


FIG. B.14: Effets de la RPA sur les réponses $\Delta\Delta$ partielles à $q = 200$ MeV/c en fonction de l'énergie de transfert. Voir la légende de la figure B.13.

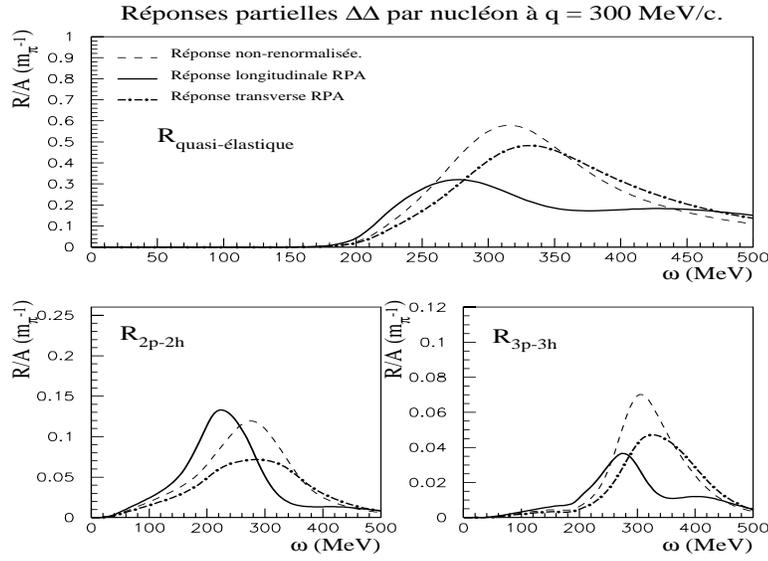


FIG. B.15: Effets de la RPA sur les réponses $\Delta\Delta$ partielles à $q = 300$ MeV/c en fonction de l'énergie de transfert. Voir la légende de la figure B.13.

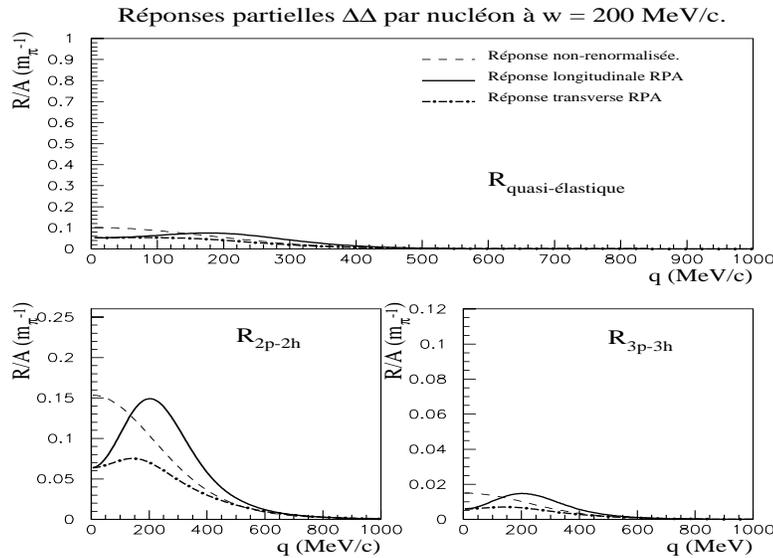


FIG. B.16: Effets de la RPA sur les réponses $\Delta\Delta$ partielles à $\omega = 200$ MeV/c en fonction du moment de transfert. La figure supérieure représente le canal $\Delta\Delta$ "quasi-élastique" ($\Delta \rightarrow \pi N$), la figure inférieure gauche le canal $\Delta\Delta$ 2p-2h et la figure inférieure droite le canal $\Delta\Delta$ 3p-3h. Sur chaque figure la ligne pointillée correspond à la réponse nue, la ligne continue à la réponse longitudinale RPA et la ligne mixte à la réponse transverse RPA.

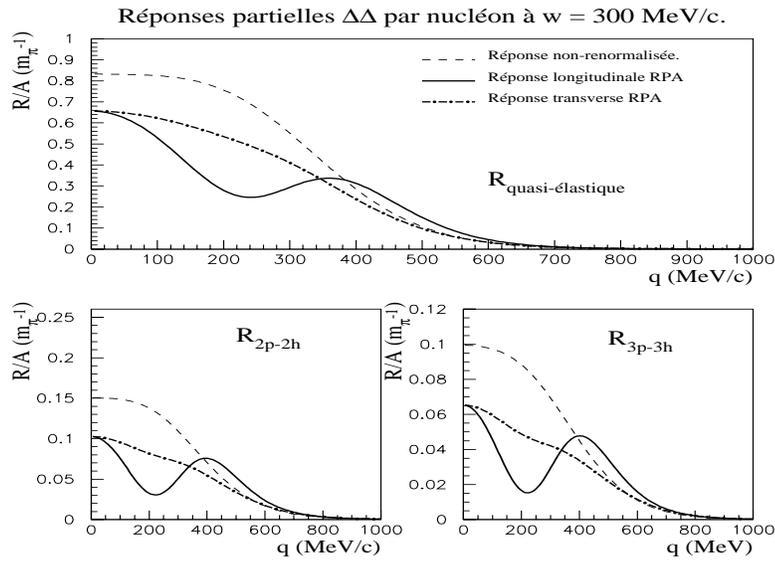


FIG. B.17: Effets de la RPA sur les réponses $\Delta\Delta$ partielles à $\omega = 300$ MeV/c en fonction du moment de transfert. Voir la légende de la figure B.16.

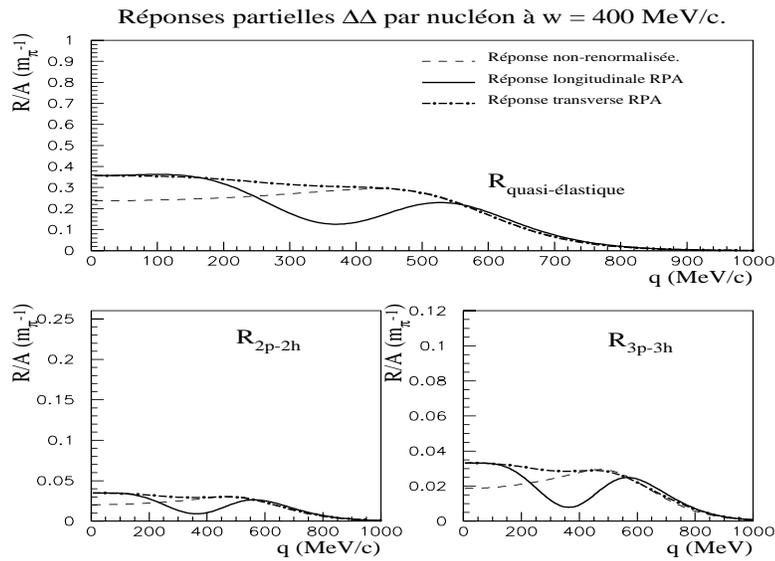


FIG. B.18: Effets de la RPA sur les réponses $\Delta\Delta$ partielles à $\omega = 400$ MeV/c en fonction du moment de transfert. Voir la légende de la figure B.16.

Annexe C

Corrections de vitesse : propagateurs de polarisation et réponses

Dans cette annexe nous donnons les expressions finales des propagateurs de polarisation que l'on rencontre dans le canal de spin-isospin transverse-transverse. Ces propagateurs interviennent dans le calcul des réponses jusqu'à l'ordre 2 en \mathbf{p}/M_N .

1.

$$\begin{aligned}
 \Pi_{\alpha\beta PP'} \varepsilon_{i\alpha\gamma} \mathbf{q}_\gamma \varepsilon_{j\beta\delta} \mathbf{q}'_\delta &= 2(-1)^i \sum_{JM} \sum_{\substack{\lambda, \lambda' = \\ (J \pm 1, J)}} \frac{2J+1}{\sqrt{2\lambda+1}\sqrt{2\lambda'+1}} Y_{M-i}^*(\hat{q}) Y_{M+j}^*(\hat{q}') \\
 &\times \langle J-M, 1i | \lambda - M + i \rangle \langle J-M, 1-j | \lambda' - M - j \rangle \\
 &\times \langle J1, 1-1 | \lambda 0 \rangle \langle J1, 1-1 | \lambda' 0 \rangle \\
 &\times (2 \sum_L \langle J1, 1-1 | L0 \rangle^2 \Pi_{PP'}^L(\omega, q, q')); \tag{C.1}
 \end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned}
 \Pi_{\alpha\beta PP'}^0 \varepsilon_{i\alpha\gamma} \mathbf{q}'_\gamma \varepsilon_{j\beta\delta} \mathbf{q}_\delta &= -2(-1)^i \sum_{JM} \sum_{\substack{\lambda, \lambda' = \\ (J \pm 1, J)}} 3(2J+1) Y_{M-i}^*(\hat{q}) Y_{M+j}^*(\hat{q}') \\
 &\times \langle J-M, 1i | \lambda - M + i \rangle \langle JM, 1j | \lambda' M + j \rangle \\
 &\times \sum_L \langle \lambda 0, 10 | L0 \rangle \langle \lambda' 0, 10 | L0 \rangle \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \lambda & J \\ 1 & L & \lambda' \end{Bmatrix} \\
 &\times \Pi_{PP'}^L(\omega, q, q'); \tag{C.2}
 \end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned}
 \Pi_{\alpha\beta PP'}^0 \varepsilon_{i\alpha\gamma} \mathbf{q}_\gamma \varepsilon_{j\beta\delta} \mathbf{q}_\delta &= 2(-1)^i \sum_{JM} \sum_{\substack{\lambda, \lambda' = \\ (J \pm 1, J)}} \frac{2J+1}{\sqrt{2\lambda+1}\sqrt{2\lambda'+1}} Y_{M-i}^*(\hat{q}) Y_{M+j}^*(\hat{q}') \\
 &\times \langle J-M, 1i | \lambda - M + i \rangle \langle J-M, 1-j | \lambda' - M - j \rangle \\
 &\times \Pi_{PP'}^{\lambda'}(\omega, q, q'). \tag{C.3}
 \end{aligned}$$

Nous donnons ensuite la forme des réponses de spin-isospin lorsque les corrections de vitesse sont ajoutées.

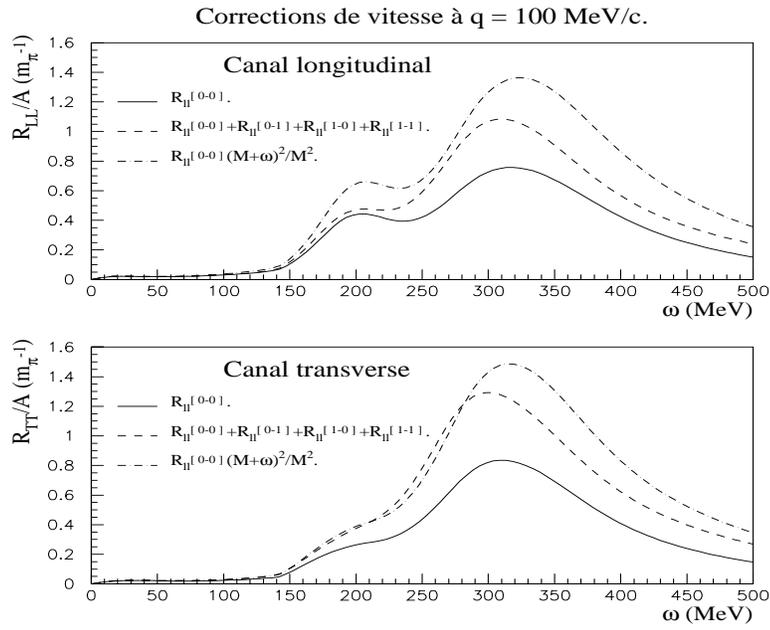


FIG. C.1: *Effets des corrections de vitesse à $q = 100 \text{ MeV}/c$.*

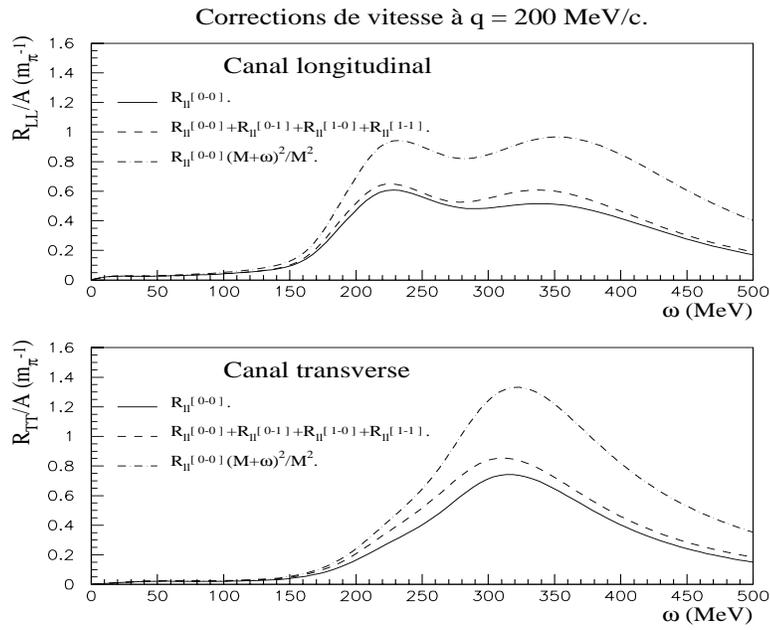
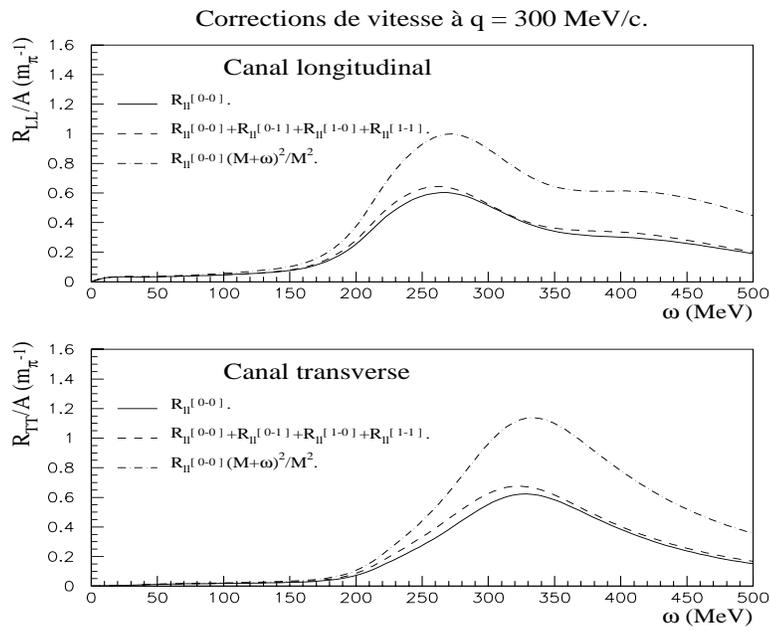


FIG. C.2: *Effets des corrections de vitesse à $q = 200 \text{ MeV}/c$.*



Bibliographie

- [1] F. REINES, C.L. COWAN, *Science* **124**, 103(1956) ; F. REINES, C.L. COWAN, *Phys. Rev.* **113**, 273(1959).
- [2] C.S. WU *et al*, *Phys. Rev.* **105**, 1413(1957).
- [3] G. GOLDHABER *et al*, *Phys. Rev.* textbf109, 1015(1958).
- [4] B. PONTECORVO, *J. Exptl. Theortl. Phys.* **33**, 549(1957).
- [5] K. DAUM *et al.*, *Z. Phys.* **C66**, 417(1995) ;
Ch. BERGER *et al.*, *Phys. Lett.* **B245**, 305(1990) ;
Ch. BERGER *et al.*, *Phys. Lett.* **B227**, 489(1989).
- [6] M. AGLIETTA *et al.*, *Europhys. Lett.* **15**, 559(1991) ;
M. AGLIETTA *et al.*, *Europhys. Lett.* **8**, 611(1989).
- [7] Y. FUKUDA *et al.*, *Phys. Lett.* **B335**, 237(1994) ;
K.S. HIRATA *et al.*, *Phys. Lett.* **B280**, 146(1992) ;
K.S. HIRATA *et al.*, *Phys. Rev.* **D44**, 2241(1991).
- [8] Y. FUKUDA *et al.*, the Super-Kamiokande collaboration, *Phys. Lett.* **B433**, 9(1998) ;
Y. FUKUDA *et al.*, the Super-Kamiokande collaboration, *Study of the atmospheric neutrino flux in the multi-GeV energy range*, hep-ph/9805006 ;
Y. FUKUDA *et al.*, the Super-Kamiokande collaboration, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 1562(1998).
- [9] R. BECKER-SZENDY *et al.*, *Nucl. Phys.* **B38**, 331(1995) ;
R. BECKER-SZENDY *et al.*, *Phys. Rev.* **D46**, 3720(1992) ;
D. CASPER *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2561(1991) ;
R.M. BIONTA *et al.*, *Phys. Rev.* **D38**, 768(1988) ;
T. J. HAINES *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 1986(1986).
- [10] W.W.M. ALLISON *et al.*, *Phys. Lett.* **B391**, 491(1997).
- [11] P. LIPARI, communication privée.
- [12] T.K. GAISSER, T. STANEV, G. BARR, *Phys. Rev.* **D38**, 85(1988) ;
G. BARR, T.K. GAISSER, T. STANEV, *Phys. Rev.* **D39**, 3532(1989).
- [13] V. AGRAWAL, T.K. GAISSER, P. LIPARI, T. STANEV, *Phys. Rev.* **D53**, 1314(1996).
- [14] M. HONDA, K. KASAHARA, K. HIDAKA, S. MIDORIKAWA, *Phys. Lett.* **B248**, 193(1990) ;
M. HONDA, T. KAJITA, K. KASAHARA, S. MIDORIKAWA, *Phys. Rev.* **D52**, 4985(1995).
- [15] E.V. BUGAEV, V.A. NAUMOV, *Phys. Lett.* **B232**, 391(1989).
- [16] T.K. GAISSER, M. HONDA, K. KASAHARA, H. LEE, S. MIDORIKAWA, V.A. NAUMOV, T. STANEV, *Phys. Rev.* **D54**, 5578(1996).
- [17] L.V. VOLKOVA, *Sov. J. Nucl. Phys* **31**, 784(1980).
- [18] E. KEARNS, *Experimental measurements of atmospheric neutrinos*, TAUP97, the 5th International Workshop on Topics in Astroparticle and Underground Physics, Sept 7-11, 1997, LNGS, Assergi, Italy.

- [19] GALLEX Coll., Phys. Lett. **B342**, 440(1995);
GALLEX Coll., Phys. Lett. **B388**, 384(1996);
T. KIRSTEN *et al.*, GALLEX collaboration, *Neutrino 98*, Nucl. Phys. **B** (Proc. Suppl.).
- [20] J.N ABDURASHITOV *et al.*, Phys. Rev. Lett. **77**, 4708(1996);
V. GAVRIN *et al.*, SAGE collaboration, *Neutrino 98*, Nucl. Phys. **B** (Proc. Suppl.).
- [21] B.T. CLEVELAND *et al.*, Nucl. Phys. B(Proc. Suppl.) **38**, 47(1995);
R. DAVIS, Prog. Part. Nucl.Phys. **32**, 13(1994);
- [22] Y. FUKUDA *et al.*, Phys. Rev. Lett. **77**, 1683(1996);
K. S. HIRATA *et al.*, Phys. Rev. **D44**, 2241(1991);
K. S. HIRATA *et al.*, Phys. Rev. Lett. **65**, 1297(1990).
- [23] Y. FUKUDA *et al.*, Phys. Rev. Lett. **81**, 1158(1998).
- [24] J.N BAHCALL, M.H. PINSONNEAULT, Rev. Mod. Phys. **67**, 781(1995);
J.N BAHCALL, S. BASU, M.H. PINSONNEAULT, Phys. Lett. **B433**, 1(1998).
- [25] J. N. BAHCALL, P. I. KRASTEV, Phys. Lett. B **436**, 243(1998).
- [26] S. TURCK-CHIEZE, I. LOPES, Astrophys. J. **408**, 347(1993).
- [27] A. DAR, G. SHAVIV, *The solar neutrino problem, an update.*, Proceedings of *From Atomic Nuclei to Stars and Galaxies* Haifa, January 12-16, 1998;
A. DAR, G. SHAVIV, Ap. J. **468**, 933(1996).
- [28] M. APOLLONIO *et al.*, Phys. Lett. **B420**, 397(1998).
- [29] Y. DECLAIS, *et al.*, Phys. Lett. **B338**, 383(1994).
- [30] B. ACHKAR *et al.*, Nucl. Phys. **B434**, 503(1995).
- [31] F. DYDAK *et al.*, Phys. Lett. **B134**, 281(1984);
I.E. STOCKDALE *et al.*, Phys. Rev. Lett. **52**, 1384(1984).
- [32] L.A. AHRENS *et al.*, Phys. Rev. **D36**, 702(1987);
L. BORODOVSKY *et al.*, Phys. Rev. Lett. **68**, 274(1992);
A. ROMOSAN *et al.*, Phys. Rev. Lett. **78**, 2912(1997).
- [33] C. ATHANASSOPOULOS *et al.*, Phys. Rev. Lett. **77**, 3082(1996);
C. ATHANASSOPOULOS *et al.*, Phys. Rev. **C54**, 2685(1996).
- [34] K. EITEL, KARMEN collaboration, Proceedings of the *32nd Rencontres de Moriond*, Electro-weak Interactions and Unified Theories, Les Arcs, March, 15th-22nd, 1997.
- [35] E. KOLBE, K. LANGANKE, S. KREWALD, F.K. THIELEMANN, Nucl. Phys. **A450**, 599(1992);
E. KOLBE, K. LANGANKE, F.K. THIELEMANN, P. VOGEL, Phys. Rev. **C52**, 3437(1995);
J. ENGEL, E. KOLBE, K. LANGANKE, P. VOGEL, Phys. Rev. **C54**, 2740(1996).
- [36] N. AUERBACH, N. VAN GIAI, O.K. VOROV, Phys. Rev. **C56**, 2368(1997).
- [37] H. SHIBUYA *et al.* *The OPERA emulsion detector for a long-baseline neutrino-oscillation experiment.* Lettre d'intention LNGS-LOI 8/97.
- [38] J. P. REVOL *A search program for explicit neutrino oscillations at long and medium baselines with ICARUS detector.* ICARUS-TM-97/01.
- [39] M. AMBROSIO *et al.*, NOE collaboration, Nucl. Instr. Meth. **A363**, 604(1995);
P. BERNARDINI *et al.*, *NOE, a neutrino oscillation experiment at Gran Sasso laboratory.*, contributed paper at *Neutrino Oscillation Workshop (NOW'98)*, September 7-9, 1998, Amsterdam .
- [40] D. AYRES *et al.*, MINOS collaboration, NuMI-L-63 MINOS proposal.
- [41] C. YANAGISAWA, KEK-SK collaboration, talk given at the *International workshop on physics beyond the standard model : from theory to experiment*, Valencia, Spain, octobre 1997.

- [42] S.P. MIKHEYEV, A. YU. SMIRNOV, *Yad. Fiz.* **42**, 1441(1985);
L. WOLFENSTEIN, *Phys. Rev.* **D17**, 2369(1978).
- [43] P. B. PAL, *Neutrino properties from reactor and accelerator experiments*, conférence *B and ν workshop*, Allahabad, Inde.
- [44] G. BATTISTONI, P. LIPARI, *Atmospheric neutrinos, long-baseline neutrinos beams and the precise measurement of the neutrinos oscillation parameters*, proceedings of the 1998 *Vulcano workshop on Frontier Objects in Astrophysics and Particle Physics*.
- [45] C. JARLSKOG, *Neutrinos, a theoretical introduction*, cours donné à l'Ecole de Gif 92.
- [46] H. KLAPDOR, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **32**, 261(1994).
- [47] C. CASO *et al.*, *Review of Particle Physics*, *Eur. Jour. Phys.* **C3**, 1(1998).
- [48] S.M. BILENKY *et al.*, *Phys. Lett.* **B356**, 273(1995);
S.M. BILENKY *et al.*, *Phys. Rev.* **D54**, 4432(1996);
S.M. BILENKY *et al.*, talk at Ringberg Euroconference *New Trends in Neutrino Physics*, 24-29 May 1998, Ringberg Castle, Tegernsee, Germany;
S.M. BILENKY *et al.*, talk at 9th International School *Particles and Cosmology*, Kabardino Balkaria, Baksan Valley, Russia, April 15-22, 1997;
S.M. BILENKY *et al.*, talk at XVI International Workshop on *Weak Interactions and Neutrinos*, Capri, Italy, June 22-28 1997.
- [49] R. FOOT, R. R. VOLKAS, O. YASUDA, *Phys. Lett.* **B433**, 82-87(1998).
- [50] P. LIPARI, M. LUSIGNOLI, *Phys. Rev.* **D58**, 073005(1998).
- [51] J. W. F. VALLE, invited talk at KEK 4th Topical Conference on Flavor Physics, October 1996.
- [52] M. C. GONZALEZ-GARCIA Proceeding of the *Ringberg euroconference - new trends in neutrino physics* Ringberg Castle, Tegernsee, Germany;
M. C. GONZALEZ-GARCIA *et al.* *Phys. Rev.* **D58**, 033004(1998).
- [53] J. N. BAHCALL, P. I. KRASDEV, A. YU. SMIRNOV, *Phys. Rev.* **D58** 096016(1998).
- [54] H. GEORGI, S. L. GLASHOW, *Neutrinos on Earth and in the Heavens*, hep-ph/9808293.
- [55] J. ENGEL, E. KOLBE, K. LANGANKE, P. VOGEL, *Phys. Rev.* **D48**, 3048(1993).
- [56] H. KIM, S. SCHRAMM, C.J. HOROWITZ, *Phys. Rev.* **C53**, 3131(1996),
H. KIM, S. SCHRAMM, C.J. HOROWITZ, *Phys. Rev.* **C53**, 2468(1996),
H. KIM, S. SCHRAMM, C.J. HOROWITZ, *Phys. Rev.* **C51**, 2739(1995).
- [57] J. DELORME, M. ERICSON, *Phys. Lett.* **B156**, 263(1985).
- [58] E. OSET, S.K. SINGH, *Nucl. Phys. A* **542**, 587(1992);
S.K. SINGH, E. OSET, *Phys. Rev.* **C48**, 1246(1993).
- [59] A.L. FETTER, J.D. WALECKA, *Quantum theory of many-particle systems*, Mc Graw-Hill Book Company, 1971.
- [60] P. RING, P. SCHUCK, *The nuclear many-body problem*, Ed. Springer Verlag, 1980.
- [61] T. ERICSON, W. WEISE, *Pions and nuclei*, Oxford Science Publications, 1988.
- [62] H. M. PILKUHN, *Relativistic particle physics*, Springer-Verlag, New-York, 1979.
- [63] E. LEADER, E. PREDAZZI, *An introduction to gauge theories and the "new physics"*, Cambridge University Press, 1982.
- [64] W.D. MYERS, *Nucl. Phys.* **A145**, 387(1970).
- [65] H. DE VRIES, C.W. DE JAGER, C. DE VRIES, *Atomic and nuclear data tables*, **14**, 479(1974).
- [66] M. BRACK, C. GUET, H.B. HÅKANSSON, *Phys. Rep.* **123**, 276(1985).

- [67] P.F. SAWYER, Nucl. Phys. **A331**, 315(1980).
- [68] G. CHANFRAY, M. ERICSON, Phys. Lett. **B141**, 163(1984).
- [69] J. DELORME, in Sixièmes journées des théoriciens Saturne, *Pion absorption and Δ -resonance decay in nuclei*, rapport LNS/Ph/93/03, p. 365.
- [70] J. DELORME, Workshop on the $NN \rightarrow \Delta$'s in nuclei, *Towards the understanding of the ($^3\text{He}, t$) reactions ?*, Copenhagen, feb. 22-24 (1988).
- [71] P.A.M. GUICHON, J. DELORME, *Journées d'études de Saturne*, Piriac (1989).
- [72] J. DELORME, P.A.M. GUICHON, Proceedings of 10^e biennale de physique nucléaire, Aussois, march 6-10, 1989, rapport LYCEN 8906, p. C.4.1, also in the Proceedings of *The 5th french-japanese symposium on nuclear physics*, Dogashima, Izu, september 26-30, 1989 ;
J. DELORME, P.A.M. GUICHON, Phys. Lett. B **263**, 157(1991).
- [73] J. DELORME, A. FIGUREAU, N. GIRAUD, Nucl. Ph. **A389**, 509(1982) ;
J. DELORME, M. ERICSON, A. FIGUREAU, N. GIRAUD, Phys. Lett. B **89**, 327(1980).
- [74] M. ERICSON, Phys. Lett. **B120**, 285(1983).
- [75] J. BLOMQUIST, J.M. LAGET, Nucl. Phys. **A280**, 405(1977).
- [76] E. OSET, L.L. SALCEDO, D. STROTTMAN, Phys. Lett. **165B**, 13(1985).
- [77] S.O. BÄCKMAN, G.E. BROWN, J.A. NISKANEN, Phys. Rep. **124**, 1(1985).
- [78] F.T. BAKER *et al*, Phys. Rep. **289**, 235(1997).
- [79] G. CHANFRAY, P. SCHUCK, Phys. Rev. **A474**, 4832(1988).
- [80] G. CHANFRAY, Nucl.Phys. **A474**, 114(1987).
- [81] M. ERICSON, T.E.O. ERICSON, Ann. Phys. **36**, 383(1966).
- [82] K. SHIMIZU, A. FAESSLER, Nucl. Ph. **A306**, 311(1978) ; K. SHIMIZU, A. FAESSLER, Nucl. Ph. **A333**, 495(1980).
- [83] A. MESSIAH, *Mécanique Quantique*, Dunod Ed.,1995.
- [84] E. OSET, H. TOKI, W. WEISE, Phys. Rep. **83**, 281(1982).
- [85] E. AMALDI, S. FUBINI, G. FURLAN, *Springer Tracts in Modern Physics*, **83**,1.
- [86] O. DUMBRAJS *et al.*, Nucl. Ph. B **216**, 277.
- [87] B.D. SEROT, J.D. WALECKA, *Advances in Nuclear Physics*, edited by J.W. Negele and E. Vogt, Plenum, New-York, Vol. 16, 1986.
- [88] R. R. WHITNEY *et al.*, Phys. Rev. C **9**, 2230(1974).
- [89] U. STROTH , R.W. HASSE, P. SCHUCK, W.M. ALBERICO, A. MOLINARI, M. ERICSON, Phys. Lett. **B156**, 291(1985).
- [90] I. LAKTINEH, W.M. ALBERICO, J. DELORME, M. ERICSON, Nucl. Phys. **A555**, 237(1993) ;
I. LAKTINEH, thèse, Université Claude Bernard Lyon 1, 1993.
- [91] D. CONTARDO *et al.*, Phys. Lett. **B168**, 331(1986).
- [92] V.G. ABLEEV *et al.*, J.E.T.P. Lett. **40**, 763(1984).
- [93] A.S. CAROLL, *et al.*, Phys. Rev. C **14**, 635(1974).
- [94] I.S. TOWNER, Phys. Lett. **B233**, 13(1994) ;
I.S. TOWNER, Nucl. Phys. **A540**, 478(1992) ;
I.S. TOWNER, Phys. Rep. **155**, 263(1987).
- [95] I.S. TOWNER, J.C. HARDY, *The Nucleus as a Laboratory for Studying Symmetries and Fundamental Interactions*, eds. E.M. Henley and W.C. Haxton.
- [96] J. DELORME, I.S. TOWNER, Nucl. Phys. **A475**, 720(1987).

- [97] J. DELORME, Nucl. Phys. **A374**, 541(1982).
- [98] K. KUBODERA, J. DELORME, M. RHO, Phys. Rev. Lett. **40**, 755(1978).
- [99] M. KIRCHBACH, D.O. RISKA, K. TSUSCHIMA, preprint HU-TFT-91-54.
- [100] E.K. WARBURTON, *Interactions and structures in nuclei*, ed. R.J. BLIN-STOYLE, W.D. HAMMILTON, Adam Hilger, Bristol/Philadelphia (1988).
- [101] E.K. WARBURTON, Phys. Rev. **C44**, 233(1991);
E.K. WARBURTON, Phys. Rev. Lett. **66**, 1823(1991).
- [102] M.J. DEKKER, P.J. BRUSSAARD, J.A. TJON, Phys. Rev. **C49**, 2650(1994),
M.J. DEKKER, P.J. BRUSSAARD, J.A. TJON, Phys. Lett. **B266**, 249(1991),
M.J. DEKKER, P.J. BRUSSAARD, J.A. TJON, Phys. Lett. **B255**, 249(1992).
- [103] W. M. ALBERICO, M. ERICSON, A. MOLINARI, Nucl. Phys. **A379**, 429(1982);
W. M. ALBERICO, M. ERICSON, A. MOLINARI, Ann. Phys. (N.Y.) **154**, 356(1984).
- [104] G. CHANFRAY, J. DELORME, M. ERICSON, A. MOLINARI, Nucl. Phys. **A556**, 439(1993).
- [105] K. WEHRBERGER, C. BEDAU, F. BECK, Nucl. Phys. **A504**, 797(1989).
- [106] J. W. VAN ORDEN, T. W. DONNELLY, Ann. Phys. **131**, 4(1981).
- [107] P. BARREAU *et al.*, Nucl. Phys. **A402**, 515(1983);
Z. E. MEZIANI, *et al.*, Phys. Rev. Lett. **54**, 1233(1985);
Z. E. MEZIANI, *et al.*, *Diffusion d'électrons par ^{40}Ca , ^{48}Ca et ^{56}Fe : sections efficaces et fonctions de réponse longitudinale et transverse.*, communication privée.
- [108] J. S MC CARTHY, Nucl. Phys. **A335**, 27(1980).