Propulsion biomimétique de structures élastiques

Sophie Ramananarivo

▶ **To cite this version:**

Sophie Ramananarivo. Propulsion biomimétique de structures élastiques. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. Université Paris-Diderot - Paris VII, 2014. Français. NNT : . pastel-00955323

HAL Id: pastel-00955323
https://pastel.hal.science/pastel-00955323

Submitted on 4 Mar 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

Présentée à

UNIVERSITÉ PARIS DIDEROT

École doctorale :

MATIÈRE CONDENSÉE ET INTERFACES

(ED 518)

Par SOPHIE RAMANANARIVO

Pour obtenir le grade de DOCTEUR

Spécialité : MÉCANIQUE DES FLUIDES

PROPULSION BIOMIMÉTIQUE DE STRUCTURES ÉLASTIQUES

Thèse dirigée par :

BENJAMIN THIRIA ET RAMIRO GODOY-DIANA

Soutenue le : 10 JANVIER 2014

Devant la commission d'examen formée de :

M. Christophe Clanet	Rapporteur
M. Christophe Eloy	Rapporteur
M. Yves Couder	Président
M. Emmanuel de Langre	Examinateur
M. Jean-Marc Di Meglio	Examinateur
M. Ramiro Godoy-Diana	Directeur de Thèse
M. Benjamin Thiria	Directeur de Thèse

TABLE DES MATIÈRES

Table des matières **i**

Remerciements **1**

Résumé **3**

1 Introduction **5**

2 Interactions entre une structure élastique et le fluide environnant **23**
2.1 Déformation d'un corps élastique 23
2.1.1 Elasticité 23
2.1.2 Poutre en flexion 26
2.1.3 Modes en milieu fini 29
2.2 Interactions fluide/structure 32
2.2.1 Problème couplé fluide/solide 32
2.2.2 Couplage fort : structure élancée en interaction avec un écoulement axial 33
2.3 Conclusion 39

3 Vol battu **41**
3.1 Modèle mécanique d'insecte auto-propulsé 41
3.1.1 Dispositif expérimental 41
3.1.2 Ailes de l'insecte 42
3.1.3 Paramètres de contrôle 45
3.1.4 Grandeurs mesurées 45
3.2 Résultats expérimentaux 48
3.2.1 Analyse dimensionelle : inertie, élasticité et forces fluides . . 48
3.2.2 Performances du système 50
3.2.3 Cinématique des ailes 53
3.2.4 Dynamique de l'amplitude et de la phase 57
3.3 Modélisation théorique de l'aile flexible 63
3.3.1 Modèle non-linéaire de poutre forcée 63
3.3.2 Résolution par échelles multiples 66
3.3.3 Mesure des coefficients de frottement de l'air ξ et ξ_{nl} 69

3.3.4 Comparaison théorie/expérience . . . 71
3.4 Discussion . . . 72
3.4.1 Effets de résonance ? . . . 73
3.4.2 Rôle de l'amortissement fluide . . . 76
3.4.3 Optimum des performances . . . 76
3.5 Conclusion . . . 79

4 Nage Anguilliforme 81
4.1 Problématique . . . 81
4.2 Théorie des corps élancés de Lighthill . . . 84
4.2.1 Force de propulsion . . . 84
4.2.2 Point de vue énergétique . . . 87
4.3 Modèle mécanique de nageur anguilliforme . . . 88
4.3.1 Nageurs . . . 88
4.3.2 Dispositif expérimental . . . 89
4.3.3 Paramètres de contrôle . . . 92
4.3.4 Grandeurs mesurées . . . 92
4.4 Résultats expérimentaux : performances et cinématique du nageur . 93
4.5 Réponse d'une poutre immergée à un forcage ponctuel . . . 96
4.5.1 Modèle fluide/structure . . . 96
4.5.2 Résolution numérique . . . 99
4.5.3 Comparaison prédictions théoriques - mesures expérimentales . . . 103
4.5.4 Rôle prépondérant du frottement fluide quadratique . . . 104
4.6 Discussion . . . 107
4.6.1 Prédiction de la vitesse de nage, modèle de Lighthill . . . 107
4.6.2 Efficacité mécanique . . . 109
4.7 Modèle de traînée globale . . . 112
4.8 Propagation d'ondes en milieu élastique fini . . . 120
4.8.1 Equation dynamique d'une plaque forçée . . . 121
4.8.2 Expériences de vibration . . . 123
4.8.3 Influence de la dissipation sur la cinématique de la plaque . 124
4.8.4 Perspectives . . . 129
4.9 Conclusion . . . 130

5 Conclusion et perspectives 133

Bibliographie 137

Remerciements

Pour continuer dans la lignée de mes remerciements oraux post-soutenance (qui faute d'être très académiques, ont au moins eu le mérite de faire rire), un grand merci à tous ceux qui ont fait de cette thèse une très belle expérience.

Mes premiers remerciements vont à mes directeurs de thèse Benjamin Thiria et Ramiro Godoy-Diana. Je fais une entorse au second voire troisième degré qui est de mise dans l'équipe, pour vous adresser un vrai merci pour votre encadrement. Pour m'avoir guidée au long de ces trois années, et m'avoir transmis une belle image de ce qu'est la recherche. Merci à Ramiro pour ses conseils et son assistance, notamment en matière de techniques expérimentales. Merci à Benjamin pour les discussions scientifiques au "'feeling-feeling"', pour avoir tenu bon dans mes grandes périodes de remise en question de toutes les hypothèses, et avoir maintenu le cap avec un optimisme à toute épreuve.

Je remercie également tous ceux avec qui j'ai été amenée à travailler. Veronica Raspa (consultante numéro un en électronique, et quatrième membre de l'équipe), Daniel Pradal (pour son expertise en modélisme d'insecte). Les stagiaires : Maxime Dana (grand master du sens de l'humour pince-sans-rire), Antoine Gaillard, Olivia Gann et Karanvir Singh. Ainsi que Cyril Touzé, Olivier Doaré, Christophe Eloy, Sébastien Michelin, Kiran Singh, Elie Raphael, Michael Benzaquen et Alexandre Darmon, pour avoir pris le temps de répondre à mes questions.

Merci à la joyeuse troupe zinzin (Jojo, Raph et Bertrand) pour toutes les rigolades, le cacao plus fort, le Wall Street Inglishe, les repas gastronomiques au RU, et pour avoir rendu la période de rédaction si fun ! A Nawal, Hélène, Thomas (M. Grognon), et tous ceux qui ont eu successivement à me supporter dans leur bureau dans la joie et la bonne humeur. Aux Mecawets, pour l'accueil dans leur openspace où il fait bon vivre. A Fred, Amina, et Claudette qui ont enduré mon aptitude inexistante à me plier aux démarches administratives. Et plus généralement à tout le PMMH, à sa bonne ambiance, et sa diversité thématique qui en fait un laboratoire si riche !

Je voudrais aussi remercier les membres de mon jury. Christophe Clanet et Christophe Eloy, pour avoir assumé la tâche de rapporteur, ainsi qu'Yves Couder,

Emmanuel de Langre, et Jean-Marc Di Meglio pour avoir accepté de faire partie de mon jury. Ce fut un réel plaisir.

Enfin merci à mes amis et à ma famille qui rendent mon quotidien si drôle. A Manu et Guena (oui je sais ça prend un "'w"'), meilleures colocs devant l'éternel. Guena tu es un petit soleil, remède bien plus efficace que le nutella pendant les passages à vide, et Manu, je crois bien qu'on est vouées à être connectées du bulbe pour l'éternité, quoi qu'il arrive, même dans le cas (beaucoup trop hypothétique maintenant) où je vire Mère Theresa, et tu vires Bill Gates. Merci aux "'vrais amis"' (wink wink !). JR et Geekou, ma deuxième maison, celle qui sent bon le soignon et les réveils devant BFM TV. Dimy, mon acolyte de vadrouilles post-APS. Et Alois et ses poèmeversaires incompréhensibles. Vous êtes une chouette découverte les coupaings ! Merci à Léotou de m'avoir écouté raconter ma vie sans (trop) broncher, à David et ses sorties ciné, à Clem pour m'avoir fait découvrir Le France (haut lieu de la vie nocturne normande), à Luc qui a déblayé avant moi le terrain de la rédaction et de la recherche de post-doc, à la crew marseillaise, aux Kagress, à Elo, et tous ceux que j'ai eu le plaisir de côtoyer et qui sauront se reconnaitre. Last but not least, merci Man, Daddy, Ka et Math pour toute la funkytude qui règne dans notre famille, tous les fous rires, et les blagues de haute voltige. Merci infiniment aux parents pour votre soutien sans faille pendant toutes ces années.

Résumé

Résumé

Les oiseaux et poissons se déplacent dans leur environnement fluide en interagissant avec l'air/eau qui les entoure. Pour des régimes inertiels, les mécanismes de propulsion se basent sur un transfert de quantité de mouvement au fluide ; les battements d'ailes ou de nageoires générant un jet dans le sillage de l'animal qui le propulse vers l'avant. Pour les oiseaux comme pour les poissons, les structures utilisées possèdent une certaine flexibilité, et sont donc susceptibles de plier de façon importante. La littérature montre que ces déformations passives peuvent améliorer les performances de propulsion lorsqu'elles sont exploitées de façon constructive. Le détail des mécanismes en jeu reste cependant mal compris. L'objectif de cette thèse est d'étudier, à travers deux modèles biomimétiques, la façon dont une structure battante déformable génère des forces de propulsion. Le premier modèle est une version mécanique simplifiée d'insecte dotée d'ailes flexibles, tandis que le deuxième est un nageur dont le corps élastique reproduit le mouvement d'ondulation d'une anguille. Nous montrons que la façon dont ces systèmes se déforment passivement est déterminante pour leurs performances, et que leur réponse élastique peut être décrite par des modèles théoriques simplifiés d'oscillateurs forcés. Ces modélisations mettent par ailleurs en avant le rôle crucial joué par le frottement fluide quadratique qui s'oppose aux mouvements de battements de la structure. Ce résultat introduit l'idée, un peu contre-intuitive, qu'il peut s'avérer avantageux de dissiper une part de son énergie dans le fluide pour améliorer ses performances.

Abstract

Birds and aquatic animals exploit the surrounding fluid to propel themselves in air or water. In inertial regimes, the mechanisms of propulsion are based on momentum transfer ; by flapping wings or fins, animals accelerate fluid in their wake, creating a jet that propels them forward. The structures used to move can be flexible, and are thus likely to experiment large bending. Literature showed that those passive deformations can improve propulsive performance, when exploited in a constructive way. The mechanisms at play however remain poorly understood. In the present thesis, we aim at studying how a flapping elastic structure generates thrust, using two experimental biomimetic models. The first setup is a simplified mechanical

insect with flexible wings, and the second one is a swimmer whose elastic body mimics the undulating motion of an eel. We show that propulsive performance is significantly influenced by the way the systems passively bend, and that their elastic response can be described by simplified theoretical models of forced oscillators. Those models also bring forward the crucial role of the quadratic fluid damping that resists the flapping motion. This result introduces the counter-intuitive idea that it is sometimes desirable to dissipate part of the energy in the fluid, in order to improve performance.

CHAPITRE 1

INTRODUCTION

Pour se déplacer dans leur environnement, les organismes et animaux ont développé des moyens de locomotion propres à leur mode de vie. Selon les spécificités du milieu, les structures leur permettant d'avancer (comme des jambes, des ailes, des nageoires) se sont adaptées, ainsi que la façon de les utiliser. Alexander (2003) dresse une liste des différentes stratégies de déplacement ; incluant la marche, le déplacement en rampant, le vol battu ou planaire, et la nage par propulsion d'un jet ou par ondulations. Dans cette étude, on se concentre plus particulièrement sur la locomotion dans un fluide, c'est à dire le vol et la nage.

Selon la taille de l'animal et les caractéristiques de l'écoulement extérieur, les mécanismes de propulsions sont différents car la nature des forces exercées par le fluide change. Le nombre de Reynolds permet de mesurer l'importance relative des actions visqueuses et inertielles :

$$Re = \frac{UL}{\nu}, \tag{1.1}$$

où L est la taille caractéristique de l'organisme, U sa vitesse et ν la viscosité cinématique de l'écoulement. A petite échelle, par exemple pour des nageurs cellulaires de l'ordre de quelques microns, $Re \ll 1$, et l'inertie de l'eau peut être négligée. La force qui propulse le système provient alors de la friction visqueuse. L'organisme se sert de la résistance que le fluide oppose à ses mouvements pour "prendre appui" et se déplacer. On note qu'à bas nombre de Re la linéarité des équations décrivant l'écoulement (équations de Stokes) impose des contraintes sur les mouvements que peut effectuer le nageur pour avancer. En l'absence d'inertie, son cycle temporel de déformation doit être asymmétrique pour qu'il y ait un déplacement moyen ; cette propriété est connue comme le théorème de la co-

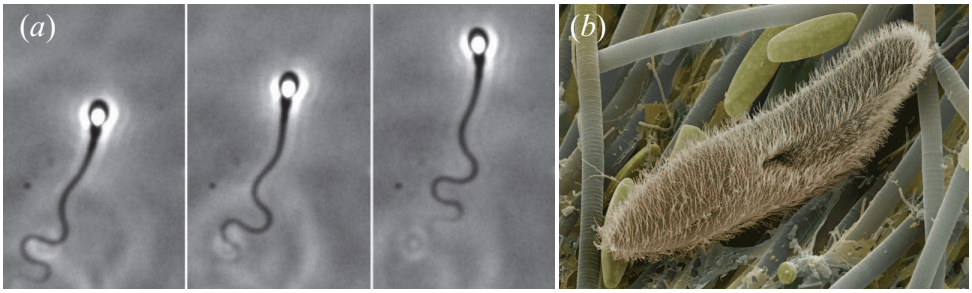


FIGURE 1.1: (a) Spermatozoide humain se déplaçant en propageant une onde le long de son flagelle (image tirée de Smith *et al.* (2009)). (b) Rangées de cils battants d'une paramécie.

quille Saint-Jacques, énoncé par Purcell (1977). La Figure 1.1 montre deux exemples de micro-organismes (bactérie et spermatozoide) agitant des cils ou flagelles de façon non-réciproque pour se propulser. Le spermatozoide, par exemple, propage une onde le long de sa queue flexible grâce à un ensemble de moteurs moléculaires. L'article de revue de Lauga & Powers (2009) présente les différents aspects de la locomotion à bas nombre de Reynolds.

Les mécanismes de propulsion sont différents pour des animaux de taille plus importante, comme les oiseaux ou les poissons, qui opérent dans la gamme inertielle (c'est à dire à des Re plus grands). La propulsion provient alors d'un transfert de quantité de mouvement au fluide. L'air ou l'eau est accéléré, et poussé dans le sillage de l'animal ; le jet qui est ainsi généré le propulse vers l'avant. Il existe principalement deux façons de communiquer une impulsion au fluide. La première est de créer un jet en expulsant le fluide d'une cavité par contraction de muscles, comme le font les coquilles Saint-Jacques, les calamars ou les méduses (voir par exemple Daniel (1983)). La deuxième, plus commune, est d'effectuer des mouvements de battement. Les oiseaux et les insectes par exemple volent en battant des ailes (Figure 1.2(a) et (c)), et les poissons utilisent leurs nageoires. Chez les poissons, on peut différencier différentes situations en fonction de la proportion du corps impliquée dans le mouvement. Les espèces sont classifiées en différents groupes, thunniforme, carangiforme, sub-carangiforme et anguilliforme, qui traduisent la transition d'une cinématique de battement localisée au niveau de la queue (ou des nageoires), vers un mouvement impliquant tout le corps comme pour les anguilles. Les espèces des premiers groupes ont en général un corps rigide à l'avant, qui reste relativement droit, et l'essentiel de la déformation se concentre au niveau de la queue (Figure 1.2(b)). Cette morphologie leur permet d'atteindre des vitesses importantes, mais offre moins de manoeuvrabilité. Le mode anguilliforme consiste lui à propager une onde de flexion le long du corps (Figure 1.2(d)) ; elle concerne surtout des animaux élancés. Cette méthode de propulsion est assez répandue ; on la trouve par exemple chez les serpents de

FIGURE 1.2: Exemples d'animaux se propulsant par battements d'aile, de queue ou de nageoire : (a) faucon, (b) truite, (c) libellule, et (d) serpent de mer.

mer (Graham *et al.* (1987)), les poissons des sables (Maladen *et al.* (2009)) ou les anguilles (Gray (1933)). Les articles de revue de Lighthill (1969) et Blake (2004) dressent une classification de ces différents modes de déplacement aquatique et de leurs spécificités.

Les travaux présentés dans cette thèse portent sur cette classe de propulsion par battement d'ailes ou de nageoires. Plus particulièrement, nous nous sommes intéressés aux mécanismes du vol battu et de la nage anguilliforme. L'étude du vol comme de la nage commence par les premières observations qualitatives sur des systèmes biologiques. Marey (1868a) filme, par exemple, les battements d'ailes d'insectes attachés à un support, suivi 90 ans après par l'étude de Jensen (1956) sur le vol des sauterelles. L'utilisation plus répandue de caméras rapides, permet plus tard de décrire plus en détails la cinématique des ailes et de visualiser l'écoulement extérieur en utilisant la vélocimétrie par images de particules (PIV) ; à l'aide de ces mesures, les forces fluides qui s'exerçent sur les ailes peuvent être estimées (voir la revue de Spedding & Hedenström (2009)). Des études numériques,

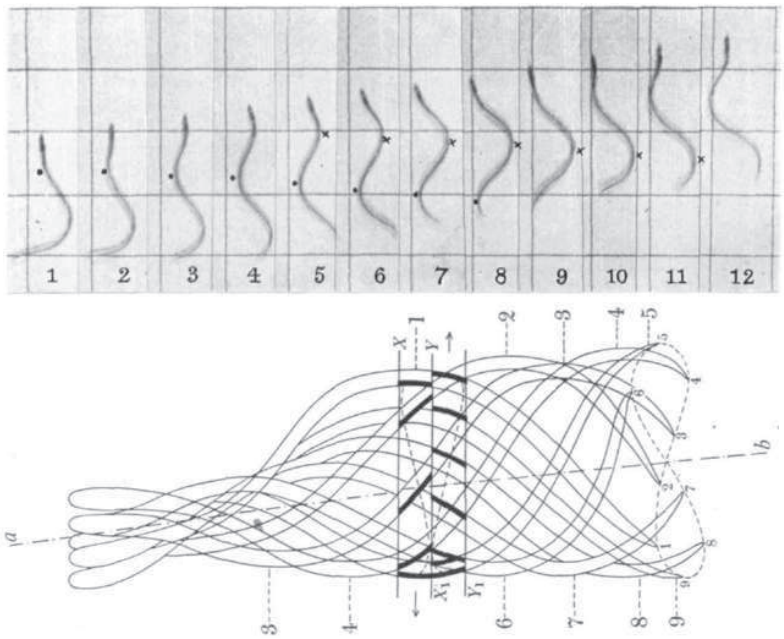


FIGURE 1.3: Analyse de la nage d'une anguille par Gray (1933). (haut) Photographies successives, les points et croix repèrent la propagation d'une onde musculaire le long du corps. (bas) Dessins montrant le mouvement d'une section de l'anguille au passage de l'onde.

théoriques et expérimentales mettent en évidence des structures tourbillonaires complexes dans l'écoulement, ainsi que différents mécanismes instationnaires comme le 'clap and fling' ou la capture de sillage (l'insecte exploite et interagit avec les vortex générés au battement précédent, Lehmann *et al.* (2005)). Les articles de revue de Wang (2005) et Shyy *et al.* (2010) retracent l'historique de la recherche sur le vol battu et rapportent les dernières avancées dans le domaine. En ce qui concerne la nage anguilliforme, Gray (1933) est l'un des premiers à essayer de définir les principes mécaniques à l'origine de la propulsion. Il filme la nage d'une anguille (ainsi que d'autres espèces de poissons) dans un bassin, et analyse sa cinématique pour comprendre comment ses mouvements cycliques d'ondulation lui permettent de se propulser (Figure 1.3). Dans les années 50-70, des théories sont développées pour décrire les forces s'appliquant sur le poisson, comme le modèle de Taylor (1952), celui de Wu (1961) qui traite le cas simplifié d'une plaque en ondulations dans l'eau, et celui de Lighthill (1960) sur la nage d'un corps élancé. Ces modèles sont exposés plus en détails par la suite. Ils ont depuis été repris et affinés (par ex. par Lighthill (1971); Candelier *et al.* (2011)) ; les changements de section le long d'un poisson ou la présence de nageoires ont notamment été pris en compte (voir la revue de Wu (2011)). Les mouvements d'accélération ou de changement de direction soudains, utilisés par les poissons pour

attraper une proie ou échapper à un prédateur, ont également été étudiés (voir la revue de Triantafyllou *et al.* (2000)).

Nous nous intéressons ici plus spécifiquement au vol et à la nage en régime de croisière, c'est à dire lorsque l'animal se propulse à une vitesse constante. Que ce soit dans l'air ou dans l'eau, les performances de propulsion en croisière sont fortement liées à l'intensité de l'écoulement induit en aval de l'aile/queue et à ses caractéristiques. Ce sillage est constitué de vortex émis périodiquement à chaque battement ; le comportement de cette allée tourbillonaire dépend de la façon dont la vorticité a été injectée dans le jet et donc de la façon dont la queue ou l'aile se déplace (angle d'attaque, amplitude..). Un paramètre adimensionnel décrivant la cinématique de ces derniers est le nombre de Strouhal :

$$St = \frac{fA}{U}, \tag{1.2}$$

avec A l'amplitude des battements, f la fréquence, et U la vitesse d'avancée de l'animal. Comme l'amplitude de l'excursion latérale A correspond aussi en première approximation à la largeur du sillage, St caractérise également la dynamique du jet ; l'expression 1.2 est en effet analogue à la définition utilisée pour l'étude de sillages derrière des corps non-profilés. Il a été montré qu'il existe une gamme de nombre de Strouhal :

$$0.2 < St < 0.4, \tag{1.3}$$

dans laquelle le sillage devient optimal pour la propulsion, et entraine un pic d'efficacité (voir Triantafyllou *et al.* (1991, 1993, 2000); Taylor *et al.* (2003)). L'observation de nombreuses espèces de poissons, insectes, et oiseaux indique que ces animaux ont naturellement sélectionné cette gamme optimale de St dans laquelle les performances attendues sont maximales (Triantafyllou *et al.* (2000); Taylor *et al.* (2003)). Malgré leurs différences, toutes ces espèces opèrent à des nombres de Strouhal très similaires ; chaque morphologie et physiologie animale (qui fixe a priori les f et A atteignables) a donc une vitesse de vol/nage préférentielle dont l'ordre de grandeur est donné par $U \in [2.5,\ 5] \times fA$. On note toutefois que dans le cas de poissons, Eloy (2012) trouve une gamme optimale de Strouhal élargie $St \in [0.15, 0.8]$, en optimisant sous contraintes la cinématique de la queue du nageur. Il montre également que ces prédictions théoriques sont cohérentes avec les observations faites sur 53 espèces d'animaux aquatiques.

La locomotion par battements permet aux oiseaux, insectes et poissons de se propulser de façon efficace, et leur confère une grande agilité. Ces performances ont inspiré l'ingénierie, qui a commencé à développer des systèmes artificiels reproduisant les mécanismes de la locomotion animale. Le biomimétisme est un domaine en plein développement se basant sur l'idée (évoquée précédemment avec le nombre de Strouhal) que les systèmes naturels ont évolué et ont convergé,

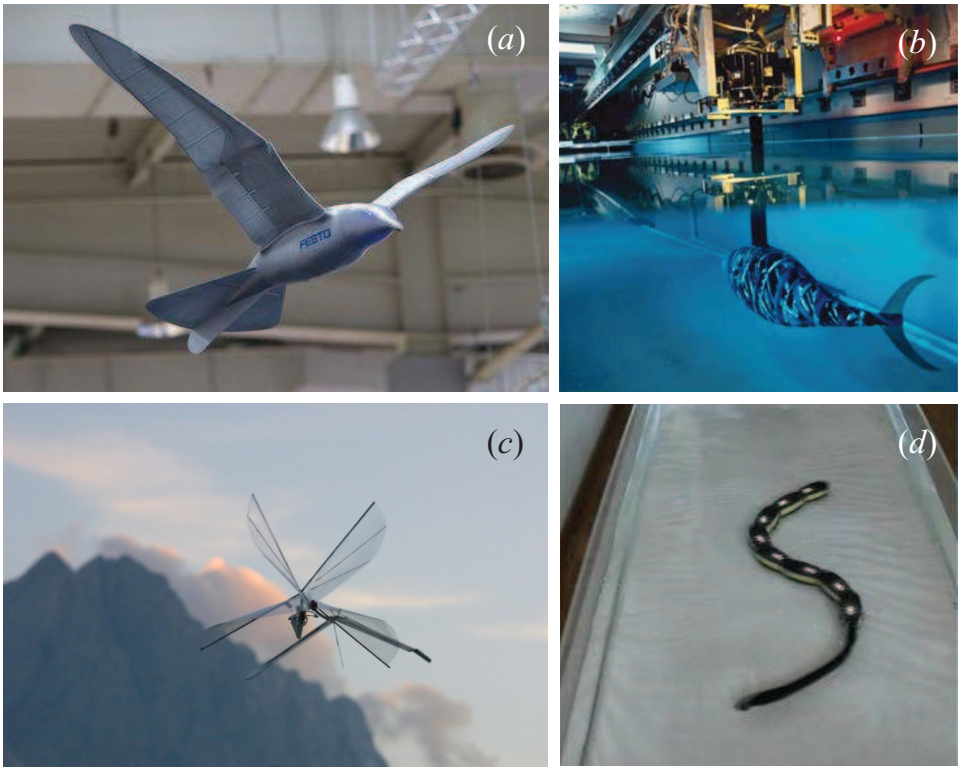


FIGURE 1.4: (a) Robot Smartbird développé par l'entreprise Festo imitant les mouvements d'une mouette. (b) Robot de laboratoire Robotuna de Barrett (1996) reproduisant la nage du thon. (c) Robot insecte Delfly de De Croon *et al.* (2009). (d) Robot AmphiBot développé par Crespi & Ijspeert (2006) s'inspirant de l'anguille.

grâce à la sélection naturelle, vers des formes au fonctionnement optimal. Un certain nombre de robots les imitant ont depuis été construits ; Triantafyllou *et al.* (2000) et Lentink (2008) listent plusieurs réalisations. La Figure 1.4 montre quelques exemples : le robot Smartbird développé par Festo qui imite les mouvements d'une mouette, le robot de laboratoire Robotuna de Barrett (1996) reproduisant la nage du thon, le robot insecte Delfly de De Croon *et al.* (2009) équipé d'une caméra embarquée, et le robot AmphiBot développé par Crespi & Ijspeert (2006) qui s'inspire de l'anguille. L'objectif visé est bien sûr, en partie, de développer des robots efficaces à but industriel, capables par exemple de réaliser des missions d'observation dans l'eau ou l'air ; mais le biomimétisme a aussi un impact sur la compréhension scientifique des mécanismes de propulsion. Contrairement aux organismes vivants, le mouvement de ces robots est entièrement contrôlé, ce qui rend les études et les acquisitions de mesures (mesures de forces, ou visualisation d'écoulement par exemple) plus simples. La mise en oeuvre de variantes d'un même design permet également de tester les hypothèses faites sur le mode de fonctionnement d'un

vrai animal, et par exemple d'essayer de comprendre en quoi leur constitution et leurs mouvements sont optimaux pour se déplacer.

Une thématique importante de recherche aujourd'hui concerne les mécanismes faisant intervenir l'élasticité dans la propulsion animale. Pour les poissons comme pour les oiseaux, les structures utilisées pour avancer ne sont pas complètement rigides et l'animal ne contrôle pas toujours entièrement leur forme. Elle peuvent donc se déformer de façon importante sous l'action de l'écoulement d'air/eau extérieur ou de leur propre inertie. Quand elles sont exploitées de façon constructive, ces déformations améliorent les performances de propulsion. Il existe de nombreux exemples de structures élastiques dans la nature. Les ailes des oiseaux par exemple sont constituées de plusieurs rangées de plumes flexibles et les chauves-souris possèdent des ailes membranaires fines. Pour le vol, ces déformations passives sont particulièrement prononcées chez les insectes ; la Figure 1.5 montre par exemple un papillon *Manduca sexta*. La structure des ailes d'insectes est généralement faite d'une membrane, et de veines qui la rigidifient ; un bord d'attaque rigide à l'avant permet d'exercer le forçage. La déformation des ailes est contrôlée par l'architecture des veines et les propriétés des matériaux ; il existe une grande variété de motifs chez les insectes, qui donne lieu à des distributions spatiales de rigidités en flexion diverses (voir Combes & Daniel (2003*a*) et Combes & Daniel (2003*b*)). La Figure 1.6, tirée de Combes & Daniel (2003*b*) en recense quelques exemples. Le corps des nageurs anguilliformes peut aussi être caractérisé par une rigidité propre. Les poissons sont d'ailleurs capables de modifier cette rigidité en utilisant leurs muscles (Long & Nipper (1996)), ce qui leur permet de moduler en partie la vitesse des ondes qu'ils propagent le long de leur corps. De façon générale, les systèmes naturels ont vraisemblablement ajusté leurs propriétés structurelles au cours de l'évolution et ont convergé vers une flexibilité optimale pour se propulser efficacement. L'intérêt qui est porté au rôle de l'élasticité dans la locomotion est en partie motivé par l'ingénierie qui cherche à améliorer l'efficacité de ses robots. L'utilisation de matériaux flexibles est une option prometteuse pour augmenter à moindre frais le niveau de performance sans avoir à impliquer de nouveaux procédés actifs (voir Mazaheri & Ebrahimi (2010)).

L'élasticité est un avantage mécanique pour les animaux car elle donne une meilleure résistance aux forces importantes que peuvent exercer l'air ou l'eau, et elle permet aux structures de s'adapter à un environnement fluide fluctuant (Shyy *et al.* (1999)). Elle affecte aussi l'efficacité de propulsion de l'animal en réduisant le travail inertiel à fournir pour actionner ses ailes ou sa queue. Le vol et la nage sont des modes de locomotion couteux car ils impliquent de constamment décélérer et ré-accélérer la structure battante, que ce soit une aile/nageoire ou le corps entier dans le cas d'anguilles. Lorsque celle-ci est rendue flexible, elle devient alors un ressort capable de stocker de l'énergie momentanément sous forme élastique pour ensuite la restituer sous forme d'énergie cinétique. Cette stratégie permet de réduire le coût du forçage que doivent fournir les muscles. Ces mécanismes

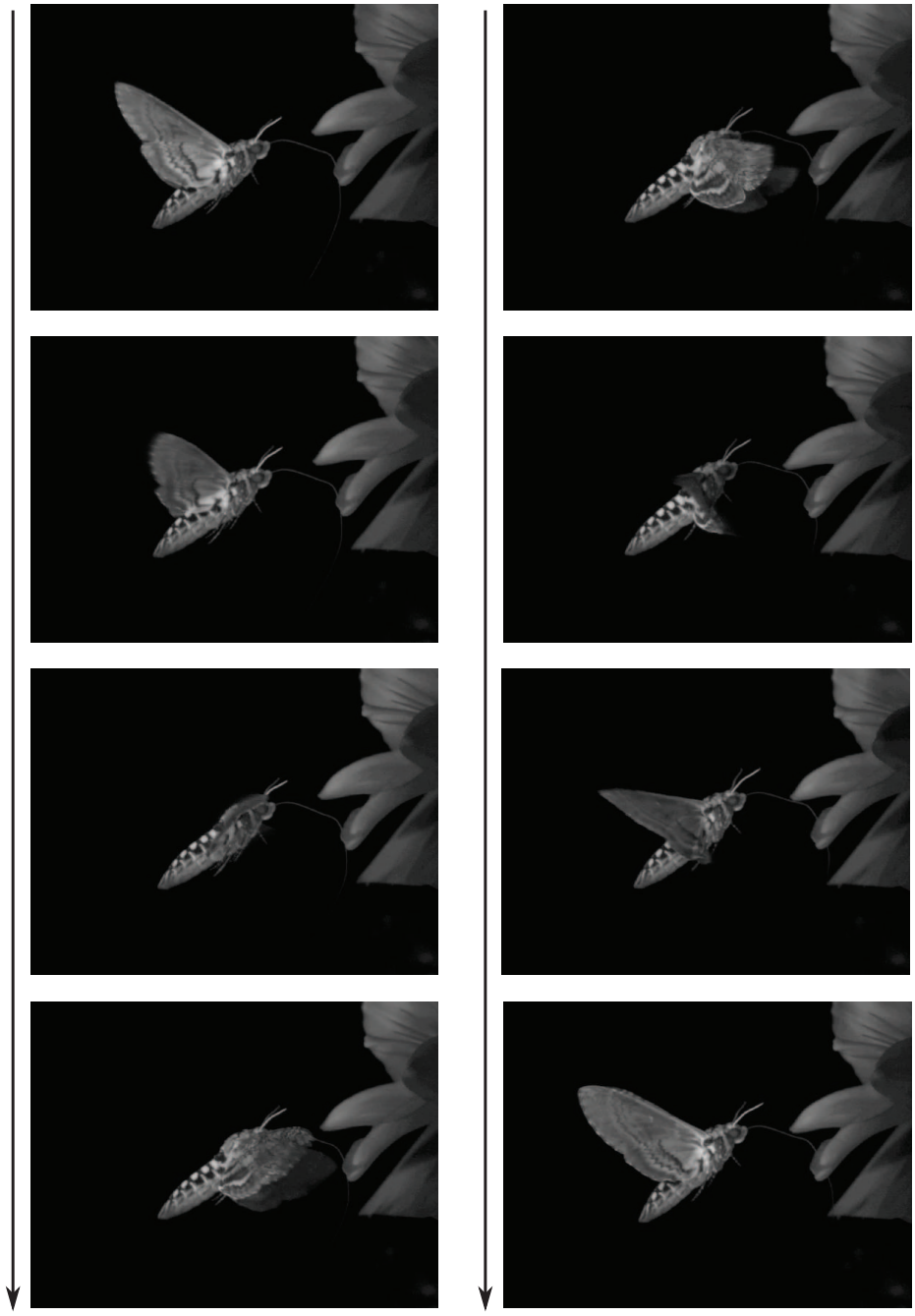


FIGURE 1.5: Déformation en vol des ailes flexibles d'un papillon *Manduca sexta* (images tirées d'une vidéo de A. Mountcastle, associée à l'article Mountcastle & Daniel (2010)).

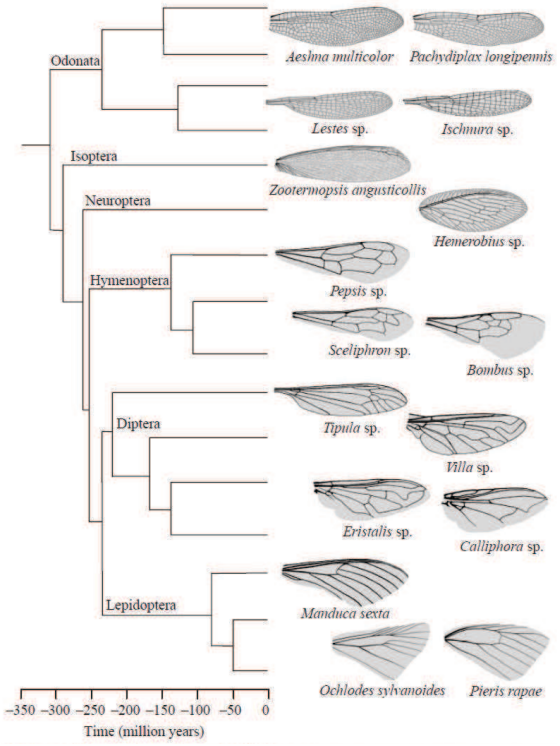


FIGURE 1.6: Motifs de veine de différentes ailes d'insectes (figure tirée de Combes & Daniel (2003*b*)) associés à une large variété de distributions de rigidité en flexion.

énergétiques sont assez bien documentés pour des systèmes simples (comme les invertébrés se propulsant pas émission d'un jet), mais il reste difficile d'estimer la part d'énergie économisée pour des modes de fonctionnements plus complexes comme pour les poissons, les oiseaux et insectes (voir Pabst (1996); Dickinson & Lighton (1995) pour quelques exemples).

La déformation des ailes/nageoires modifie également les interactions avec l'écoulement extérieur, et donc provoque des changements importants dans les forces fluides liées au vol ou à la nage. Mountcastle & Daniel (2010) ont étudié les conséquences aérodynamiques de la flexibilité en visualisant les mouvements d'air générés par des ailes de papillon *Manduca sexta* (actionnées de façon robotisée) à l'aide de mesures PIV. Il montre que les déformations de l'aile amplifient l'écoulement généré et le redirige dans une direction plus favorable à l'insecte (Figure 1.7). Le détail des mécanismes aéroélastiques reste toutefois encore mal compris. Il est difficile d'étudier l'impact de la déformation passive sur la propulsion pour des cinématiques aussi complexes que celles observées chez les animaux

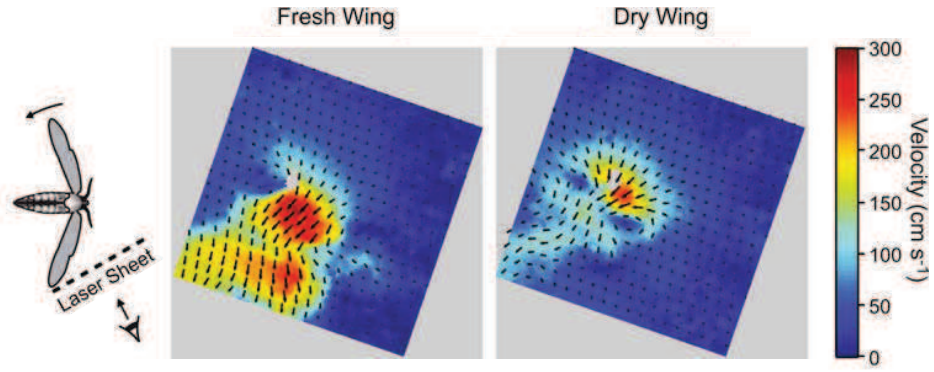


FIGURE 1.7: Figure tirée de Mountcastle & Daniel (2010). Mesures PIV de l'écoulement induit par des ailes de *Manduca sexta* battues de façon robotisée : à gauche pour des ailes fraichements prélevées ; à droite pour des ailes desséchées et donc plus rigides. Les ailes flexibles produisent un jet plus important et mieux dirigé vers le bas, plus avantageux pour le vol stationnaire.

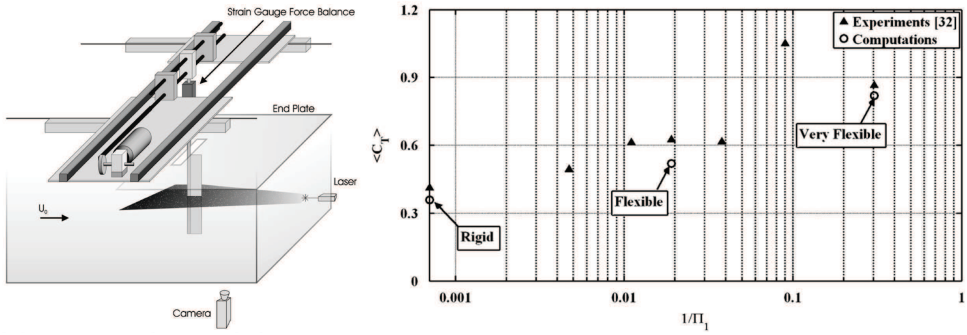


FIGURE 1.8: Coefficients de poussée obtenus pour des ailerons de flexibilités différentes (Π_1 est une rigidité effective), battus latéralement. Les points expérimentaux proviennent de Heathcote & Gursul (2007), dont le dispositif est illustré par le shéma. Le fait d'introduire un degré de flexibilité améliore la propulsion. (Figure tirée de Shyy *et al.* (2010)).

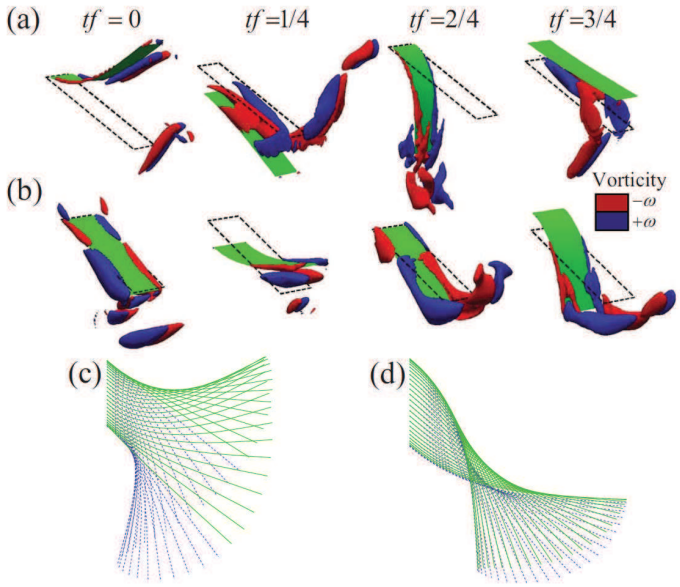


FIGURE 1.9: Déformation temporelle de l'aile de Masoud & Alexeev (2010) pour des retards de phase différents entre le bout et la racine : (a) et (c) déphasage de $\pi/2$, (b) et (d) déphasage de π. Deux shémas temporels de vorticité sont alors observés.

(comme la combinaison de rotations des ailes d'insecte, Wang (2005)). Les analyses sont donc souvent simplifiées en se basant, par exemple, sur des systèmes modèles de plaques flexibles auxquelles on impose un mouvement de battement sinusoidal simple. Shyy *et al.* (2010) passe en revue l'ensemble des travaux numériques et expérimentaux qui ont été réalisés. Les résultats s'accordent sur le fait que l'élasticité mène globalement à de meilleures performances (voir par exemple la Figure 1.8). Les écoulements générés par des structures déformables sont plus importants, et la cambrure de l'aile en vol, qui change sa géométrie effective, permet une meilleure exploitation des forces aérodynamiques. Il ressort de ces travaux que l'intensité du jet qui propulse le système varie avec le taux de flexion ; une plus grande amplitude de battement au bout de l'aile/nageoire "brasse" plus de fluide, et génère donc un sillage plus important. Mais le jet émis semble aussi dépendre de la corrélation entre le mouvement du bord d'attaque (bord avant) et du bord de fuite (bord arrière). Cette différence de phase avait déjà été établie comme un paramètre critique pour l'efficacité dans le cas d'ailes battantes rigides dont le pivotement autour du bord d'attaque est contrôlé (Anderson *et al.* (1998); Hover *et al.* (2004)). Elle détermine l'évolution temporelle de la forme de l'aile et donc le "timing" de formation et d'émission de vorticité dans le sillage (voir par exemple la Figure 1.9, ainsi que Marais *et al.* (2012)). L'amplitude comme le retard de phase changent avec la flexibilité : une structure plus souple aura tendance à se déformer plus, et mettra plus de temps à propager le signal imposé au bord d'attaque le long de son corps. En changeant l'élasticité, on peut donc moduler les

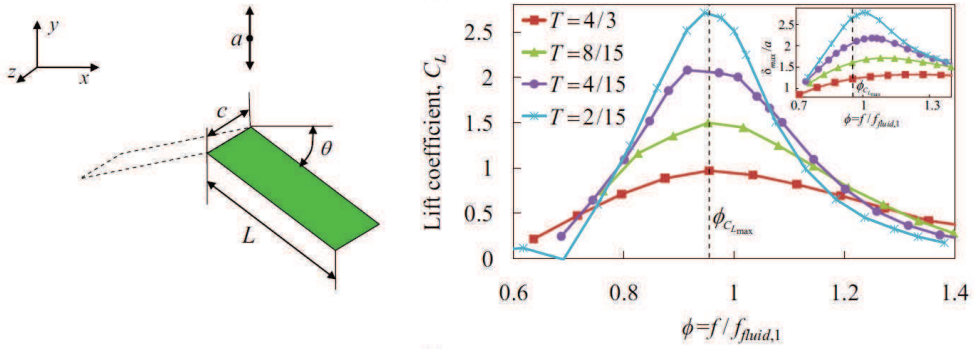


FIGURE 1.10: Simulations numériques de Masoud & Alexeev (2010) d'une aile inclinée flexible, battue verticalement. Les coefficients de portance mesurés pour différents rapports de masse fluide/solide montrent tous un pic pour des fréquences voisines de la résonance de l'aile.

Natural frequencies measured in air

	Total mass (mg)	Beating frequency (Hz)	Natural frequency $f_{t,m}$ (Hz)
Anax parthenope julius	670	27	75(C)* 120(D)
Cercion calamorum calamorum	27	41	133(C)
Sympetrum baccha matutinum	191	31	67(C)
Calopteryx atrata	245	15	48(C)

* ( ): point where external force is applied.

FIGURE 1.11: Tableau tiré de Sunada *et al.* (1998), rapportant les fréquences de battement de différentes espèces de libellules, ainsi que la fréquence propre de leurs ailes. Pour toutes les variétés testées, cette dernière est plus de deux fois plus grande.

performances du système. La question qui se pose alors est de savoir quelle serait la flexibilité optimale pour un système opérant à une fréquence de battement donnée, et inversement à quelle fréquence devrait fonctionner un système dont les propriétés structurelles sont fixées. On note qu'ici, les mécanismes de nage et de vol sont étudiés du point de vue des interactions fluide/structure ; l'optimalité est donc définie en terme de force de propulsion générée et d'efficacité propulsive. Pour des organismes vivants, cette définition est cependant restrictive car d'autres facteurs entrent en jeux pour définir quelle serait la structure optimale de l'animal : par exemple la résistance à des contraintes extérieures pour ne pas casser, où la facilité des ailes/nageoires à être manoeuvrées.

Les structures flexibles sont des systèmes masse/ressort ; elles possèdent donc

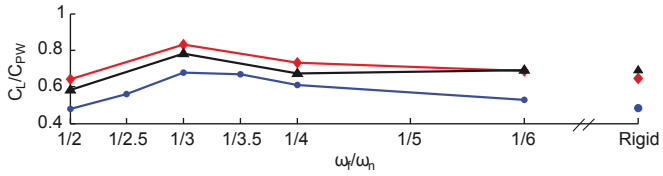


FIGURE 1.12: Simulation de Vanella *et al.* (2009) d'une aile flexible en vol stationnaire se déformant de façon importante. Le rapport de coefficients mesure l'efficacité de l'aile à générer une force de portance. Un pic de performances est observé lorsque l'aile est excitée par une résonance nonlinéaire à 1/3 de sa fréquence propre.

une fréquence naturelle d'oscillation pour laquelle leur réponse à un forçage est amplifiée. Une stratégie d'optimisation possible est de profiter de ce caractère résonant du système. On exploite alors les propriétés structurelles de l'aile/nageoire en lui injectant de l'énergie avec une périodicité proche de sa périodicité propre, c'est à dire en battant à une fréquence proche de sa fréquence de résonance. Des travaux récents sur des modèles simplifiés de plaques battantes déformables (soit parce que le matériau est flexible, soit il est rigide mais l'aile est libre de pivoter passivement autour de son bord d'attaque) ont montré que des oscillations résonantes augmentent de façon importante les forces propulsives générées (Masoud & Alexeev (2010); Michelin & Llewellyn Smith (2009); Spagnolie *et al.* (2010); Zhang *et al.* (2010), voir la Figure 1.10). Ce pic de performance est à mettre en lien avec la déformation plus prononcée de l'aile lorsque celle-ci est forcée à sa fréquence naturelle. Dans la nature, ce phénomène a été mis en évidence plus distinctement chez les méduses et pour les valves avec lesquelles les coquilles Saint-Jacques expulsent l'eau (Demont & Gosline (1988); Demont (1990)). Comme évoqué plus haut, il a aussi été montré que les poissons étaient capables de moduler activement leur rigidité, ce qui leur permet d'adapter la fréquence de résonance de leur corps à la fréquence des mouvements d'oscillations qu'imposent leurs muscles (Long & Nipper (1996)). Pour les insectes par contre, et plus particulièrement pour les espèces les plus grosses, les fréquences de battement mesurées sont bien en dessous de la fréquence propre des ailes (Chen *et al.* (2008); Sunada *et al.* (1998); Nakamura *et al.* (2007) ; voir la Figure 1.11 ainsi que les travaux récents de Ha *et al.* (2013) sur huit espèces différentes). L'étude expérimentale de Thiria & Godoy-Diana (2010), qui utilise un modèle d'insecte mécanique se propulsant par grands battements d'ailes flexibles (ce dispositif sera réutilisé dans cette thèse), est cohérente avec ces observations puisqu'un pic d'efficacité est aussi enregistré pour des fréquences inférieures à la fréquence de résonance des ailes. Ceci remet donc en question l'idée avancée par Greenewalt (1960) selon laquelle la valeur des fréquences de battement des animaux est fixée par la fréquence propre de leurs ailes. Les résultats de Vanella *et al.* (2009) suggèrent par ailleurs l'existence de ré-

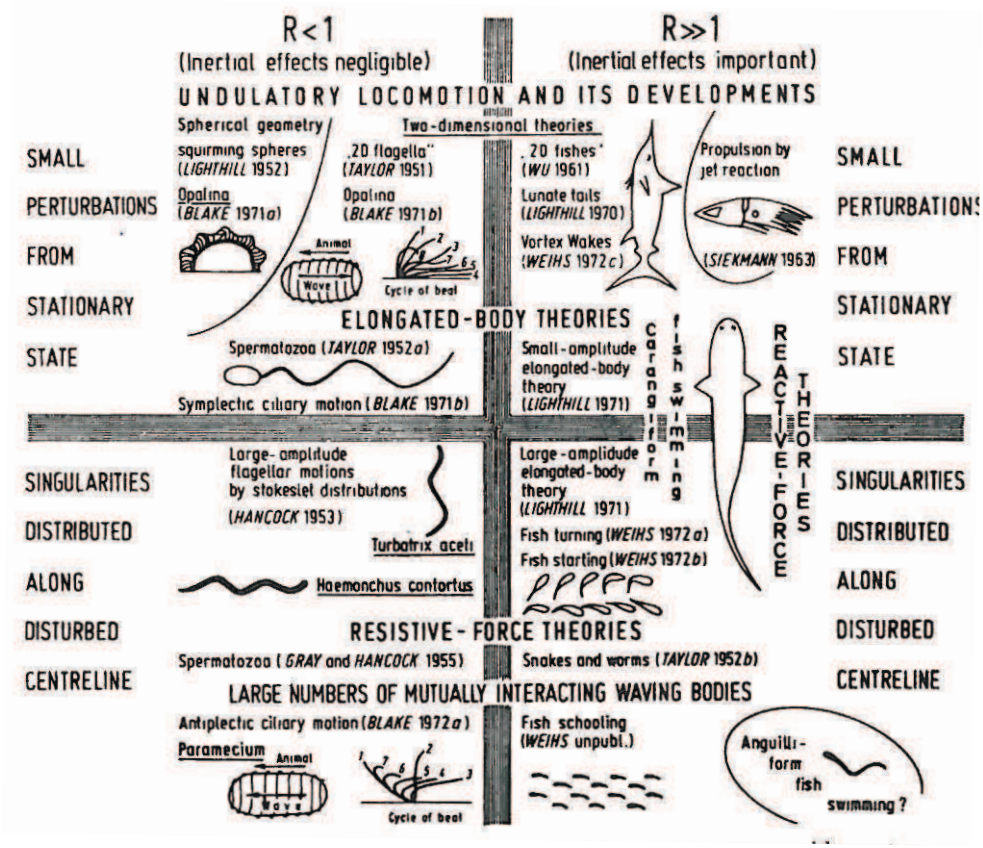


FIGURE 1.13: Classification des différents modèles de forces fluides pour la nage (figure tirée de Lighthill (1975)).

sonances surharmoniques dans le cas de grandes déformations, ce qui pourrait définir de nouvelles gammes optimales de fonctionnement (Figure 1.12). La question de la résonance est donc à prendre avec réserve et reste encore à comprendre.

Le problème se pose un peu différemment pour la nage animale anguilliforme. Les anguilles (et autres poissons) possèdent des muscles le long de leur corps qui leur permettent de contrôler activement leurs formes, contrairement aux ailes d'insectes qui plient passivement. L'enjeu est alors de savoir quelle cinématique leur imposer pour se propulser dans l'eau de manière efficace. Pour pouvoir comprendre l'impact d'une cinématique sur les forces de propulsion générées, il est nécessaire de connaître les forces qu'exerce le fluide sur le corps en déformation. Comme évoqué brièvement plus tôt, plusieurs modèles ont été développés en régime inertiel, qui sont présentés dans la partie droite du shéma récapitulatif de Lighthill (1975) de la Figure 1.13. La théorie de Taylor (1952) suppose que l'action principale du fluide est de s'opposer aux mouvements d'ondulations du pois-

son, à travers un frottement inertiel qui dépend de la vitesse instantanée locale de chaque portion du corps. Ces forces, intégrées sur la longueur, propulsent l'animal vers l'avant. Ce principe a aussi été utilisé pour décrire la nage à petits nombres de Reynolds (Gray & Hancock (1955)), les forces de frottement inertielles étant remplacées par des forces de friction visqueuses. Ces deux théories sont rassemblées sous le nom de théories *résistives*, qui traduit le fait que le nageur exploite la résistance du fluide pour se propulser. D'un autre côté, la théorie de Lighthill (1960, 1970, 1971) (et Wu (1961) pour des géométries à deux dimensions), appelée théorie *réactive*, postule, elle, que les forces s'exerçant sur le nageur proviennent de la réaction du fluide à l'accélération qui lui a été communiquée. Le poisson transfère de la quantité de mouvement à l'eau qui en retour le propulse vers l'avant ; ce modèle sera exposé plus en détail dans les Chapitres 2 et 4. Ces deux modèles permettent donc de discriminer quelles cinématiques seront efficaces ou non pour la locomotion. Lighthill (1960, 1970) fournit notamment une expression de l'efficacité hydrodynamique η du nageur (qui traduit la capacité de ses mouvements à le propulser) en fonction de sa cinématique :

$$\eta = 1 - \frac{1}{2}(v_\varphi - U)/v_\varphi, \tag{1.4}$$

qui montre que la vitesse de l'onde se propageant le long du corps v_φ, est un paramètre important pour les performances (U est la vitesse de propulsion). Cette expression sera discutée dans le Chapitre 4. Les caractéristiques de la déformation qui est propagée (sa vitesse, mais aussi son amplitude) vont donc déterminer les performances. Pour un poisson, cette cinématique est sélectionnée par l'action des muscles. Dans cette thèse, on remplacera cette actuation continue par un corps flexible passif qui ondule grâce à un forçage appliqué à l'une de ses extremités. Les caractéristiques de l'onde sont alors fixées par la réponse élastique du nageur ainsi que son interaction avec le fluide environnant. En changeant sa géométrie et le forçage appliqué, on peut modifier sa cinématique et donc moduler sa vitesse d'avancée par exemple.

Il est communément admis que l'élasticité aide à la propulsion. Les mécanismes restent cependant encore mal compris car la dynamique de l'animal et celle de l'écoulement extérieur évoluent de façon couplée (ce qui rend notamment les simulations numériques complexes). L'objectif de cette thèse est de mieux comprendre, à travers deux modèles biomimétiques, la façon dont une structure déformable qui oscille génère des forces de propulsion. Le premier modèle est une version mécanique simplifiée d'insecte (développée par Thiria & Godoy-Diana (2010)) qui est montée sur un "manège" et qui se propulse en battant ses ailes flexibles (Figure 1.14(a)). Le deuxième est un nageur anguilliforme élastique actionné à l'une de ses extrémités par le biais d'interactions magnétiques ; les ondulations qui se propagent le long de son corps le propulsent à la surface d'un réservoir d'eau (Figure 1.14(b)). Ces deux dispositifs expérimentaux présentent l'avantage d'être auto-propulsés ; ce qui veut dire que la vitesse du fluide qui les entoure

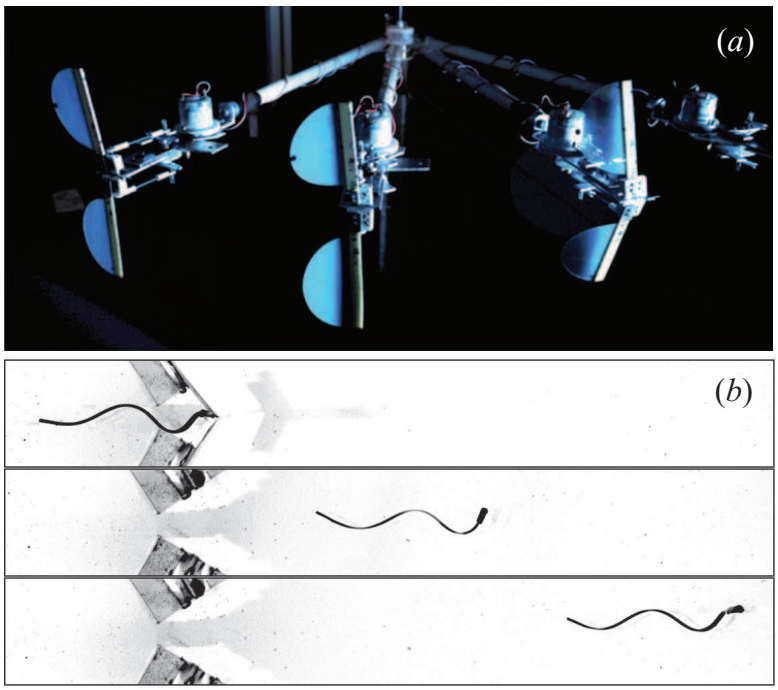


FIGURE 1.14: (a) Superposition d'images de l'insecte mécanique auto-propulsé. (b) Vues de dessus du nageur se déplaçant à la surface de l'eau en ondulant.

est imposée par leur vitesse de croisière, et donc par les mouvements qu'ils effectuent. Beaucoup d'études sont au contraire faites avec un dispositif fixe, placé dans un écoulement incident dont la vitesse est imposée indépendamment. Le fait de découpler la dynamique de battement et la vitesse de l'écoulement rend difficile toute extrapolation des conclusions tirées au cas d'animaux ou de robots en déplacement libre.

Nous chercherons donc à décrire les interactions fluide/structure dans la locomotion animale en régime inertiel. Les travaux cités précédemment montrent que la façon dont le système se déforme passivement lorsqu'il nage/vole est déterminante pour ses performances ; certaines cinématiques étant plus efficaces que d'autres pour alimenter le jet fluide qui propulse le système. Il faut donc être capable de comprendre comment ces cinématiques évoluent sous l'effet combiné des forces élastiques, fluides, et inertielles ; et comment cela affecte les forces de propulsion qui sont générées. Nous montrerons que les déformations des structures élastiques étudiées ici peuvent être décrites par des modèles théoriques simplifiés d'oscillateurs forcés. Ces modélisations seront par ailleurs utilisées pour mettre en avant certains mécanismes intéressants intervenant dans la propulsion. En particulier, nous allons montrer que le frottement fluide quadratique qui s'oppose aux mouvements de battements de la structure joue un rôle crucial. Alors

qu'il est une source de dissipation pour le système, il s'avère être un élément moteur de la déformation qui permet l'établissement d'une cinématique favorable à la propulsion.

Plan de thèse

Le **Chapitre 2** présente les outils théoriques utilisés dans cette thèse pour décrire la dynamique de déformation d'une structure flexible. Nous introduirons aussi le modèle fluide dont nous nous servirons pour exprimer les forces qu'exerce un écoulement sur une surface déformable lorsque les interactions fluide/structure sont importantes.

Dans le **Chapitre 3**, nous étudierons l'effet de la flexibilité sur les performances de l'insecte mécanique en explorant une large gamme de rigidités en flexion et de fréquences de battement. Nous montrerons que l'optimum de performance du système n'est pas fixé par une simple condition de résonance. Un modèle de poutre nonlinéaire est développé pour comprendre l'évolution de la cinématique des ailes dans la gamme de paramètres balayée. Nous observerons notamment que la trainée nonlinéaire s'opposant aux battements de l'aile permet d'introduire un retard de phase entre le mouvement de son bord avant et de son bord arrière, ce qui joue un rôle important dans la propulsion. De façon plus générale, ces travaux tendent à montrer qu'il n'est pas particulièrement avantageux de chercher à atteindre la résonance dans le vol battu ; mais qu'il est possible que les espèces cherchent plutôt à utiliser la flexibilité pour aligner la forme instantanée de leurs ailes avec l'écoulement incident.

Le **Chapitre 4** s'intéressera ensuite à la dynamique du nageur anguilliforme placé à la surface de l'eau. Sa réponse élastique sera étudiée en forçant des nageurs de longueurs différentes dans une gamme de fréquence étendue. Les jeux de paramètres explorés permettront ainsi d'observer des modes de déformations plus variés que ceux de l'aile de l'insecte du Chapitre 3. Nous montrerons que sa cinématique et ses performances peuvent être décrites en couplant une théorie de poutre élastique forcée au modèle de forces fluides de Lighthill (1960). Cette étude nous amènera également à nous poser la question de comment établir un mouvement anguilliforme dans un corps passif (c'est à dire non doté de muscles) ? Autrement formulé, comment propager une onde dans un milieu de taille finie avec une injection locale d'énergie ? Ce problème sera étudié de façon plus approfondie sur un système modèle de plaque forcée. Nous montrerons comme pour le Chapitre 3 que la présence du frottement quadratique est cruciale ; cette source de dissipation permet ici l'établissement d'une dynamique propagative. On abordera également la question de la nature de la traînée s'opposant au déplacement global d'un nageur.

Enfin, la **Conclusion** rassemblera les résultats obtenus pendant cette thèse et discutera des perspectives.

CHAPITRE 2

INTERACTIONS ENTRE UNE STRUCTURE ÉLASTIQUE ET LE FLUIDE ENVIRONNANT

Dans cette thèse, nous nous intéressons au rôle joué par la flexibilité dans les mécanismes de propulsion. Les déformations passives de l'aile d'un insecte en vol ou de la queue d'un nageur donnent lieu à des interactions complexes, puisque la dynamique de l'air/eau et de la structure flexible évoluent de façon couplée. Dans cette partie, nous introduisons les outils utilisés dans les chapitres suivants pour décrire ce couplage. Dans un premier temps nous allons nous pencher sur la façon dont se déforme un corps élastique, puis ensuite sur son comportement sous la contrainte d'un écoulement fluide.

2.1 Déformation d'un corps élastique

2.1.1 Elasticité

La manière dont un objet répond à une contrainte change selon les propriétés mécaniques du matériau considéré et sa géométrie. Les formes rencontrées dans cette thèse présentent la particularité d'avoir une (ou deux) longueur très grande devant les autres. Les ailes de l'insecte mécanique du Chapitre 3 sont des plaques minces dont l'épaisseur est petite par rapport aux deux autres directions (voir l'exemple de la Figure 2.1(a)) ; et le nageur du Chapitre 4 s'apparente lui à une poutre élancée, c'est à dire que les dimensions de sa section transverse sont petites devant sa longueur (voir l'exemple de la Figure 2.1(b)). Du fait de leurs géométries, ces deux types de structures se déforment préférentiellement en flexion et en torsion : les plaques peuvent plier dans les deux directions x et z (les axes sont définis sur la Figure 2.1), et les poutres quant à elles peuvent fléchir mais aussi se tordre

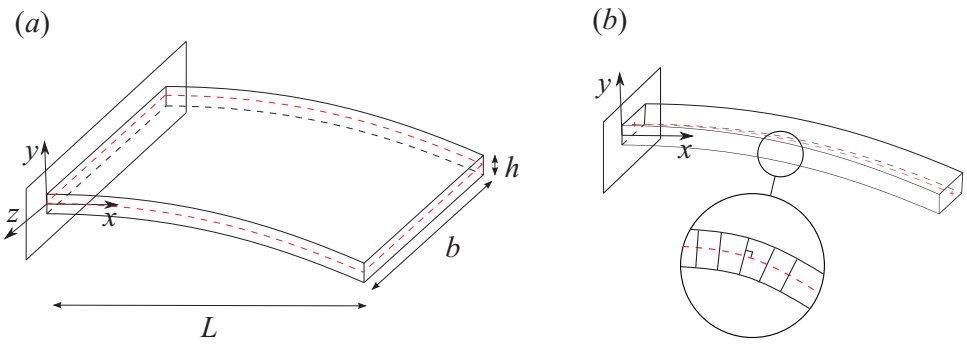


FIGURE 2.1: (a) Plaque mince ($h \ll L$), et (b) poutre élancée en flexion. Dans le cas où on néglige les effets de cisaillement, chaque section de la poutre/plaque reste perpendiculaire à la "ligne neutre" (ligne centrale en pointillés rouge) au cours de la déformation.

autour de leur ligne neutre (qui est la ligne centrale en pointillés rouges). Toutefois, si l'on ne s'intéresse qu'à la flexion dans une seule direction, comme c'est le cas pour les illustrations de la Figure 2.1, alors les deux systèmes sont équivalents et peuvent être décrits par les mêmes équations (si ce n'est que la masse et la flexibilité seront définies par unité de longueur pour la plaque). C'est ce qu'il se passe en pratique pour les corps élastiques étudiés dans cette thèse : dans le Chapitre 3 la présence d'un bord d'attaque rigide contraint l'aile à ne plier que selon sa corde, et le dispositif expérimental du Chapitre 4 restreint les déformations du nageur à de la simple flexion dans un plan.

Le nombre réduit de dimensions de ces objets rend le problème plus simple d'un point de vue théorique. Leur réponse à une contrainte est alors décrite par la théorie d'Euler-Bernoulli (voir Timoshenko & Goodier (1951)), qui s'applique à des poutres élancées se déformant faiblement sous l'action de forces latérales. On suppose que les contraintes de cisaillement dans l'épaisseur restent négligeables ; ce qui se traduit par le fait que, durant la déformation, chaque section de la poutre reste plane et perpendiculaire à la ligne neutre comme illustré dans la Figure 2.1(b). Cette "rotation solide" des sections les unes par rapport aux autres induit des tractions/compressions de part et d'autre de la ligne centrale. La résultante de ces efforts est une force de rappel qui tend à ramener la poutre vers sa configuration de moindre énergie (c'est à dire droite si elle n'a pas de courbure naturelle). Nous rappelons brièvement dans la suite le calcul de ces forces locales de rappel élastique. Considérons pour cela une portion de longueur ds d'une poutre de section transverse S, dont la position est décrite par la fonction $y(s,t)$, où s est la coordonnée curviligne repérée le long de sa ligne neutre (Figure 2.2(a)). La flexion induit un rayon de courbure local ρ et délimite un angle élémentaire $d\theta$ (qui caractérise donc la rotation entre les deux sections délimitant le tronçon). La longueur

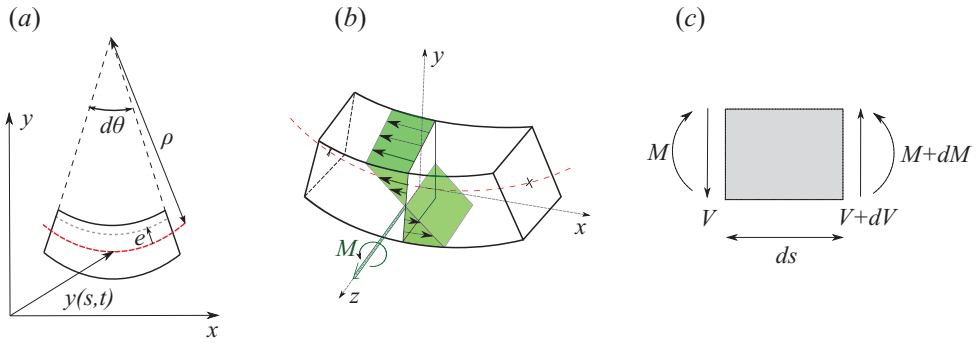


FIGURE 2.2: (a) Déformation d'une section de poutre de longueur ds, dont la ligne neutre est décrite par $y(s,t)$, avec s la coordonnée curviligne. Cette déformation induit un rayon de courbure local ρ et délimite un angle élémentaire $d\theta$. (b) Moment de flexion M dans une poutre, résultant des forces de traction-compression (flèches vertes) dans sa hauteur. (c) Equilibre statique de l'élément dx de la poutre, sous l'action des moments de flexion et des efforts tranchants V sur ses deux extremités.

d'un arc situé à la distance radiale e au dessus de l'axe neutre est $(\rho - e)d\theta$, ce qui correspond à une contraction :

$$\epsilon = \frac{(\rho - e - \rho)d\theta}{\rho d\theta} = -\frac{e}{\rho}. \tag{2.1}$$

La réponse du matériau est dictée par la loi de comportement linéaire de Hooke qui relie la déformation ϵ de l'objet élastique aux contraintes internes σ :

$$\sigma = E\epsilon, \tag{2.2}$$

avec E le module élastique d'Young qui est une grandeur intrinsèque au matériau. A chaque déformation (2.1) est donc associée une force élémentaire $dF(e) = -E\frac{e}{\rho}dS$, où dS est la surface élémentaire située à hauteur e. Cette distribution de forces de compression et de traction sur la hauteur de la poutre (représentée en vert sur la Figure 2.2(b)) induit un moment de flexion :

$$\mathcal{M} = \int_S e \times \left(E\frac{e}{\rho}dS\right) = \frac{E}{\rho}\int_S e^2 dS = \frac{EI}{\rho} \tag{2.3}$$

où $I = \int_S e^2 dS = \iint_S e^2 dzde$ est le moment quadratique de la section S par rapport à l'axe (Oz). Dans le cas de petites déformations (c'est à dire pour $\frac{\partial y}{\partial x}$ petit), le rayon de courbure local peut être raisonablement approximé par :

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\partial^2 y}{\partial s^2} \quad \Rightarrow \quad \mathcal{M}(s) = EI\frac{\partial^2 y}{\partial s^2}. \tag{2.4}$$

L'équilibre statique de l'élèment ds (voir Figure 2.2(c)) permet ensuite de remonter à l'expression des efforts tranchants internes $V(s)$ (E et I sont constants le long de la poutre) :

$$-\mathcal{M} + V\frac{ds}{2} + (V + dV)\frac{ds}{2} + (\mathcal{M} + d\mathcal{M}) = 0 \quad \Rightarrow \quad V = -\frac{\partial \mathcal{M}}{\partial s} = -EI\frac{\partial^3 y}{\partial s^3}. \quad (2.5)$$

La force de rappel élastique verticale résultant de ces efforts tranchants s'écrit alors :

$$F_{el} = \frac{\partial V}{\partial s} = -EI\frac{\partial^4 y}{\partial s^4} \quad (2.6)$$

Cette force dépend donc de la déformation locale à travers $\frac{\partial^4 y}{\partial s^4}$, mais aussi des propriétés de la poutre caractérisées par la rigidité en flexion $B = EI$. B prend en compte les caractéristiques mécaniques du matériau (module d'Young E) et sa géométrie (moment quadratique I). A titre de comparaison, la force élastique pour une corde en tension, qui est considérée d'épaisseur nulle, ne dépend de fait pas de sa géométrie et est proportionnelle à $\partial^2 y/\partial s^2$. Dans le cas d'une poutre cylindrique, la section est un disque de rayon r, et :

$$I = \pi\frac{r^4}{4} \quad \text{et} \quad B = E\pi\frac{r^4}{4} \quad (2.7)$$

Pour une plaque semblable à celle de la Figure 2.1(a), la section est un rectangle de hauteur h et de longueur b selon (Oz) ; on trouve alors $I = \frac{bh^3}{12}$. La forme de la poutre étant invariante dans la direction (Oz), on définit un moment quadratique et une rigidité linéique :

$$I = \frac{h^3}{12} \quad \text{et} \quad B = E\frac{h^3}{12} \quad (2.8)$$

Nous n'avons ici pas tenu compte des déformations de la poutre dans les directions transverses au plan de flexion. En pratique l'expression de la rigidité linéique est corrigée par $B = Eh^3/12(1-\nu^2)$, où ν est le coefficient de Poisson qui traduit le fait que lorsqu'un matériau est déformé élastiquement dans un sens, ses dimensions dans les autres sens changent également (Timoshenko & Goodier (1951)). Pour les deux géométries, il apparait qu'une façon de faire varier facilement et de façon importante la rigidité est de modifier la dimension transverse r ou h. C'est la méthode qui a été adoptée pour changer la flexibilité des ailes de l'insecte du Chapitre 3.

2.1.2 Poutre en flexion

Nous nous intéressons maintenant à la dynamique en flexion de cette poutre ; c'est à dire à son évolution temporelle sous l'effet combiné de sa propre inertie qui tend à la déformer, et de la force de rappel élastique, introduite précédemment, qui la ramène vers sa position d'équilibre. Soit μ sa masse linéique, L sa longueur,

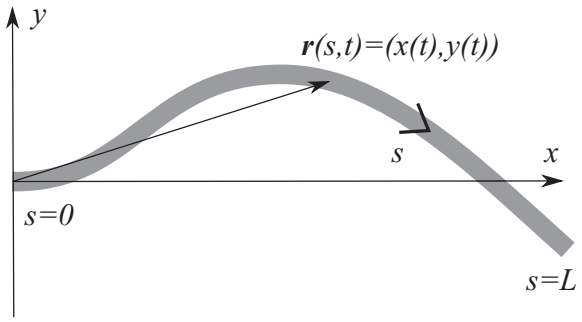


FIGURE 2.3: Shéma d'une poutre en flexion de longueur L dont la position est décrite par le vecteur $\mathbf{r}(s,t)$ où s est la coordonnée curviligne

et B sa rigidité. La dynamique de la poutre est décrite par l'équation dynamique d'Euler-Bernouilli :

$$\mu\frac{\partial^2\mathbf{r}}{\partial t^2}+B\frac{\partial^4\mathbf{r}}{\partial s^4}-\frac{\partial}{\partial s}\left(T\frac{\partial\mathbf{r}}{\partial s}\right)=0. \tag{2.9}$$

Le vecteur $\mathbf{r}(s,t)$, où s est la coordonnée curviligne, décrit la position de la poutre (voir la Figure 2.3) ; il peut aussi être décomposé en ses composantes horizontale et verticale $\mathbf{r}=\big(x(s,t),y(s,t)\big)$. T est une tension axiale qui permet d'imposer la condition d'inextensibilité de la poutre, c'est à dire de s'assurer que celle-ci reste de longueur constante au cours de sa déformation. Cette condition s'écrit :

$$||\partial_s\mathbf{r}||=1. \tag{2.10}$$

Les bornes du domaine sont décrites par des conditions aux limites ; elles sont choisies ici de type "encastré-libre", comme pour les cas rencontrés en pratique dans les Chapitre 3 et 4. A l'extrémité $s=0$ la poutre est encastrée, c'est à dire maintenue à une position fixe avec une tangente horizontale :

$$y(0,t)=\partial_s y(0,t)=0; \tag{2.11}$$

L'autre extremité $s=L$ est libre de toutes contraintes, ce qui correspond à un effort tranchant interne (voir l'Eq. 2.4) et un moment de flexion (voir l'Eq. 2.5) nuls :

$$\partial_s^2 y(L,t)=\partial_s^3 y(L,t)=0, \tag{2.12}$$

En projetant l'Eq. 2.9 sur les axes (Ox) et (Oy), on obtient le problème en (x,y) couplé :

$$\mu\partial_t^2 x+B\partial_s^4 x-\partial_s(T\partial_s x) = 0, \tag{2.13}$$
$$\mu\partial_t^2 y+B\partial_s^4 y-\partial_s\big(T\partial_s y\big) = 0, \tag{2.14}$$

La résolution de ce système peut également être trouvée dans les références Yadykin *et al.* (2001); Eloy *et al.* (2012). Afin de découpler ces deux équations dynamiques, on utilise d'abord la projection selon x donnée par l'Eq 2.13 pour obtenir

l'expression de la tension T :

$$T = -\frac{1}{\partial_s x}\int_s^L \left(\mu\partial_t^2 x + B\partial_s^4 x\right) ds \tag{2.15}$$

Les termes en $x(s,t)$ et ses dérivées peuvent être exprimés en fonction de $y(s,t)$ en utilisant la condition d'inextensibilité (2.10) qui se réécrit aussi sous la forme :

$$(\partial_s x)^2 + (\partial_s y)^2 = 1 \quad \Rightarrow \quad \partial_s x = \sqrt{1-(\partial_s y)^2} \tag{2.16}$$

Nous nous limitons ici au cas de déformations modérées, ce qui veut dire que y/L et ses dérivées restent relativement petits. En ne choisissant de garder que les termes jusqu'à l'ordre 2 en y, il découle de l'Eq 2.16 :

$$\begin{aligned}
\partial_s x &\approx 1 - \frac{1}{2}(\partial_s y)^2, \\
\partial_s^2 x &\approx -\partial_s y\ \partial_s^2 y, \\
\partial_s^3 x &\approx -\partial_s y\ \partial_s^3 y - (\partial_s^2 y)^2,
\end{aligned} \tag{2.17}$$

et,

$$\begin{aligned}
x &\approx s - \int_0^s \frac{(\partial_s y)^2}{2} ds, \\
\partial_t^2 x &\approx -\frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\int_0^s (\partial_s y)^2 ds,
\end{aligned} \tag{2.18}$$

L'Eq. 2.15 se réécrit alors :

$$T = \frac{\mu}{2}\int_s^L \left[\frac{\partial^2}{\partial t^2}\int_0^s (\partial_s y)^2 ds\right] ds - B\left[\partial_s^3 x\right]_s^L + o(y^2) \tag{2.19}$$

avec $\left[\partial_s^3 x\right]_s^L = \left[-\partial_s y\ \partial_s^3 y - (\partial_s^2 y)^2\right]_s^L$. La condition de bord libre $\partial_s^2 y|_L = \partial_s^3 y|_L = 0$ permet de simplifier ce terme en $\left[\partial_s^3 x\right]_s^L = \partial_s y\ \partial_s^3 y + (\partial_s^2 y)^2$. La tension T s'exprime donc en fonction de y :

$$T = \frac{\mu}{2}\int_s^L \left[\frac{\partial^2}{\partial t^2}\int_0^s (\partial_s y)^2 ds\right] ds - B\left(\partial_s y\ \partial_s^3 y + (\partial_s^2 y)^2\right) + o(y^2). \tag{2.20}$$

En injectant cette forme de T dans l'Eq. 2.14, on obtient l'équation faiblement non-linéaire décrivant les vibrations transverses de la poutre :

$$\mu\partial_t^2 y + B\partial_s^4 y = \frac{\mu}{2}\frac{\partial}{\partial s}\left[\partial_s y\int_s^L \left[\frac{\partial^2}{\partial t^2}\int_0^s (\partial_s y)^2 ds\right] ds\right] - B\frac{\partial}{\partial s}\left[(\partial_s y)^2\ \partial_s^3 y + \partial_s y\ (\partial_s^2 y)^2\right] + o(y^3). \tag{2.21}$$

Pour finir, la coordonnée curviligne s peut raisonnablement être approximée par son abscisse x ; puisque les premières corrections résultant de cette substitution apparaissent à l'ordre y^2 (on a en effet $\partial_s = \frac{1}{1+(\partial_x y)^2}\partial_x$). Pour alléger les notations,

on utilisera par la suite des points et primes pour désigner respectivement les dérivées par rapport au temps et par rapport à x. L'Eq. 2.21 se réécrit donc (voir également Crespo da Silva & Glynn (1978)) :

$$\mu\ddot{y} + By'''' = \frac{\mu}{2}\left[y'\int_x^L\left[\frac{\partial^2}{\partial t^2}\int_0^x y'^2 dx\right]dx\right]' - B\left[y'^2y''' + y'y''^2\right]' + o\left(y^3\right). \quad (2.22)$$

Le membre de gauche $\mu\ddot{y} + By''''$ correspond à l'équation linéaire classique décrivant le comportement d'une poutre se déformant faiblement (en l'absence de contraintes extérieures). Le membre de droite correspond, lui, à des non-linéarités inertielles et élastiques ; on note que ces termes sont de nature géométrique (c'est-à-dire dus aux grandes déformations dans la poutre) et ne proviennent pas d'une réponse non-linéaire du matériau. Pour les nageurs du Chapitre 4, qui ondulent avec des amplitudes petites devant leur longueur, ces termes d'ordre y^3 pourront être négligés. Ce ne sera toutefois pas le cas pour les ailes de l'insecte du Chapitre 3, où les déformations sont trop importantes pour négliger ces non-linéarités.

2.1.3 Modes en milieu fini

Dans cette section, nous nous plaçons dans un cas de figure où l'équation dynamique (2.22) peut être linéarisée, afin de discuter des particularités liées au fait que les structures flexibles que l'on étudie ont une taille finie. Lorsqu'on considère les vibrations de flexion dans un système borné, les extremités ont une influence directe sur la dynamique des ondes qui s'y développent. A cause des réflexions multiples aux bords du domaine, une perturbation se propageant dans le milieu évolue vers un état d'onde stationnaire. Pour une structure flexible donnée, il existe un nombre infini mais dénombrable d'états stationnaires solutions de son équation dynamique, que l'on appelle modes propres. La forme spatiale de ces modes est sélectionnée par les conditions aux limites imposées. Nous nous intéressons plus particulièrement ici aux modes propres de déformation de la poutre encastrée-libre introduite précédemment ; cas simple qui permet de modéliser le comportement des différents systèmes élastiques rencontrés.

Considérons donc les oscillations libres d'une poutre de longueur finie L dont la dynamique est décrite par l'équation linéaire introduite précédemment :

$$\mu\ddot{y} + By'''' = 0. \quad (2.23)$$

Ce cas correspond en pratique à une poutre dans le vide (sans forces fluides exercées) et dont les déformations restent faibles. Les conditions aux limites sont les mêmes que précédemment : encastré en $x = 0$ et libre en $x = L$,

$$y(0,t) = \partial_x y(0,t) = \partial_x^2 y(L,t) = \partial_x^3 y(L,t) = 0. \quad (2.24)$$

Pour calculer les modes propres du système, on cherche une solution sous la forme complexe aux variables temps et espace séparées :

$$y(x,t) = \phi(x)e^{i\omega t}. \tag{2.25}$$

L'Eq. 2.23 se réécrit pour ϕ :

$$\phi'''' = \frac{\mu}{B}\omega^2\phi. \tag{2.26}$$

La solution générale de cette équation du quatrième ordre est :

$$\phi(x) = a_1\cos(kx) + a_2\sin(kx) + a_3\cosh(kx) + a_4\sinh(kx) \tag{2.27}$$

où (a_1, a_2, a_3, a_4) sont quatre constantes à déterminer, et k est donné par la relation de dispersion du système :

$$k^4 = \frac{\mu}{B}\omega^2. \tag{2.28}$$

Les valeurs des constantes sont calculées grâce aux conditions aux limites (Eq. 2.24) qui se réécrivent en terme de conditions pour ϕ :

$$\phi_{(x=0)} = \frac{\partial\phi}{\partial x}_{(x=0)} = 0 \tag{2.29}$$

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}_{(x=L)} = \frac{\partial^3\phi}{\partial x^3}_{(x=L)} = 0 \tag{2.30}$$

Les conditions en $x = 0$ (Eq. 2.29) impliquent $a_3 = -a_1$ et $a_4 = -a_2$. Les conditions en $x = L$, elles, conduisent à :

$$\begin{bmatrix} \cos kL + \cosh kL & \sin kL + \sinh kL \\ \sin kL - \sinh kL & -(\cos kL + \cosh kL) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{2.31}$$

Des solutions non-nulles ne peuvent être trouvées que si le déterminant de ce système est égal à zéro, soit, après développement :

$$\cos kL\cosh kL = -1. \tag{2.32}$$

Les racines de l'Eq. 2.32 donnent un ensemble de valeurs $\{k_n\}_{n\geq 1}$ qui sont donc fixées par la longueur de la poutre et par les conditions aux limites. Ces longueurs d'ondes sélectionnées donnent aussi, en remplaçant dans la relation de dispersion, un ensemble de pulsations propres associées :

$$\omega_n = \sqrt{\frac{B}{\mu}}k_n^2. \tag{2.33}$$

Les déformées modales se déduisent enfin en reportant les valeurs trouvées pour (a_1, a_2, a_3, a_4) dans l'Eq. 2.27. En imposant que les fonctions propres soient normées ($\int_0^L \phi_n(x)^2 = 1$), on trouve $a_1 = 1$ pour tout n. On a alors :

$$\phi_n(x) = \cos k_n x - \cosh k_n x + \frac{\sin k_n L - \sinh k_n L}{\cos k_n L + \cosh k_n L}(\sin k_n x - \sinh k_n x) \tag{2.34}$$

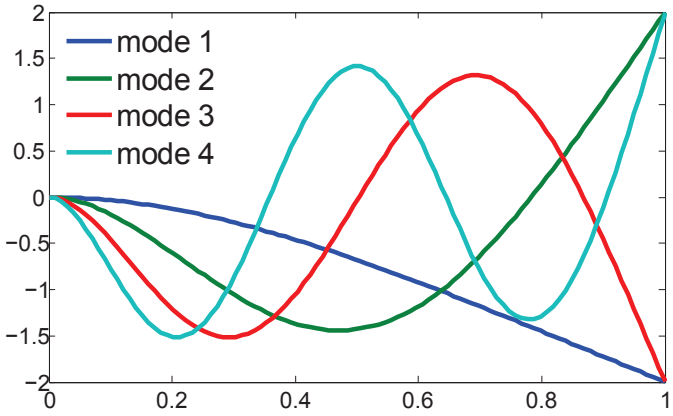


FIGURE 2.4: Quatre premières déformées modales d'une poutre encastré-libre.

La Figure 2.4 montre les quatre premières déformées modales de la poutre encastrée-libre.

On peut montrer que, comme le problème formulé par l'Eq. 2.26, avec les conditions aux limites (2.29)-(2.30) est auto-adjoint, les modes propres du système sont orthogonaux deux à deux (voir Meirovitch (1997) et Touzé & Doaré (2012)). Ils constituent donc une famille de fonctions normées et orthogonales entre elles. Un des intérêts de l'analyse modale est que cette famille peut être utilisée comme base de projection pour construire l'ensemble des fonctions solutions du problème vibratoire. On peut traiter par exemple le problème d'une poutre encastrée-libre cette fois-ci soumise à des forces externes $f(x,t)$ (par exemple un forçage appliqué à l'une de ses extremités), et dont la dynamique serait décrite par :

$$\mu \ddot{y}(x,t) + B y''''(x,t) = f(x,t). \tag{2.35}$$

N'importe quelle solution du problème peut alors être décomposée sur la base modale qui a été construite précédemment en considérant les oscillations libres du système. La solution du problème dynamique peut donc être cherchée sous la forme suivante :

$$y(x,t) = \sum_{n=1}^{+\infty} X_n(t)\phi_n(x). \tag{2.36}$$

En insérant l'expansion modale (2.36) dans l'équation aux dérivées partielles (2.35) et en utilisant la relation (2.26), on obtient :

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \ddot{X}_n(t)\phi_n(x) + \sum_{n=1}^{+\infty} \omega_n X_n(t)\phi_n(x) = \frac{1}{\mu} f(x,t). \tag{2.37}$$

Lorsqu'on projette cette équation sur le mode ϕ_n, il vient ensuite pour tout $n \geq 1$:

$$\ddot{X}_n(t) + \omega_n X_n(t) = F_n(t) \quad \text{avec} \quad F_n(t) = \int_0^L f(x,t)\phi_n(x)\,dx. \tag{2.38}$$

On s'affranchit ainsi de la résolution du problème en espace en décomposant le mouvement sur les fonctions de base $\{\phi_n(x)\}_{(n\geq 1)}$. Le problème aux dérivées partielles initial est remplacé par un système d'équations d'oscillateurs découplés portant sur les amplitudes modales $X_n(t)$, fonctions qui ne dépendent que du temps. Cette méthode de résolution est d'autant plus efficace quand la dynamique de la poutre est gouvernée par un petit nombre de modes propres. Ce sera le cas par exemple pour l'insecte mécanique du Chapitre 3 où les ailes se déforment principalement selon leur premier mode ; le problème se réduit alors à l'étude du comportement d'un seul oscillateur. Nous verrons cependant que les déformations importantes que subissent les ailes font que l'on ne peut pas négliger les termes non-linéaires dans l'équation dynamique (Eq.2.22), ce qui complique un peu la résolution. Il est toujours possible de chercher la solution sous forme de combinaison linéaire des modes linéaires $\phi_n(x)$, mais les équations pour les amplitudes modales $X_n(t)$ sont alors couplées. Toutefois, nous montrerons qu'une description à un seul mode permet de modéliser correctement ce système.

2.2 Interactions fluide/structure

2.2.1 Problème couplé fluide/solide

Jusqu'à présent, nous n'avons pas pris en compte la présence de fluide autour de l'objet élastique. L'existence de fluide aux frontières du solide déformable modifie sa dynamique de façon parfois complexe à cause du couplage entre les deux milieux. Le solide se déforme sous l'action des contraintes fluides à l'interface ; en retour, cette déformation affecte le champ de l'écoulement et donc aussi par conséquent, la direction et l'intensité des forces fluides appliquées sur l'objet (de Langre (2002); Païdoussis (1998, 2004); Childress (1981); Doaré (2012)). La dynamique des deux milieux évolue donc conjointement. Cette boucle de rétroaction peut être simplifiée dans certains cas. Par exemple, lorsque la vitesse caractéristique de l'écoulement est grande devant les vitesses de déformation du solide, le solide devient un élément de frontière immobile qui impose des conditions aux limites au fluide. A l'inverse, lorsque la dynamique de l'écoulement est lente devant celle du solide, le fluide peut être considéré au repos ; on néglige alors l'écoulement de base au regard de celui généré par les vibrations du solide. L'importance du couplage va également dépendre du rapport de masse entre le fluide et le solide. Plus la masse de fluide mis en mouvement par l'objet augmente par rapport à celle du solide en question, plus sa dynamique s'en trouve modifiée.

Dans les cas où il n'est pas possible de négliger l'action du solide sur le fluide, ou l'inverse, il faut alors résoudre les jeux d'équations des deux domaines qui sont liés par les conditions à l'interface. Ces conditions sont à la fois de nature cinématique (égalité entre la vitesse du solide et du fluide) et dynamique (équilibre des contraintes à l'interface). Pour les configurations complexes, le problème est sou-

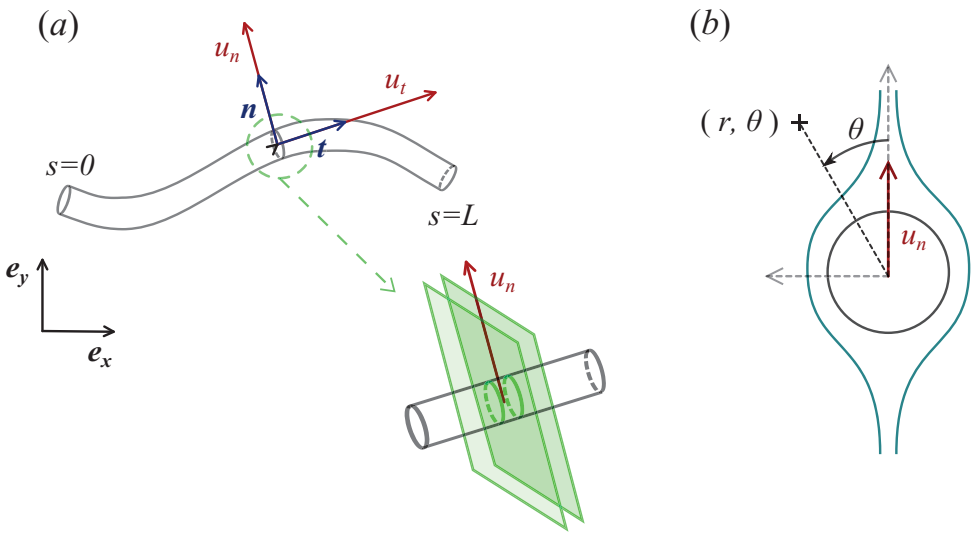


FIGURE 2.5: (a) Poutre élancée immergée dans un fluide. u_n et u_t sont les vitesses locales dans la direction normale et tangentielle. Dans la limite des corps élancés, seuls les mouvements selon la normale **n** induisent un écoulement significatif dans le fluide. L'écoulement dans une tranche de fluide localement perpendiculaire au squelette de la poutre peut être approximé par (b) l'écoulement potentiel autour d'un cylindre infini se déplaçant à la vitesse u_n.

vent traité de façon numérique avec des codes de calculs qui résolvent le fluide et le solide simultanément (e.g. Kolomenskiy *et al.* (2013)), ou alors de façon partitionnée avec un code qui fait transiter l'information entre les deux (e.g. Kang *et al.* (2011)). Dans les systèmes abordés ici, il est toutefois possible de modéliser le couplage analytiquement de façon simplifiée. L'approche adoptée consiste à découpler les équations de chaque milieu en trouvant une expression analytique qui décrit l'action du fluide sur le solide. Dans la partie suivante, nous traitons le cas d'une poutre en interaction avec un écoulement parallèle ; cas rencontré au Chapitre 4, dans le cadre de l'étude d'un long nageur cylindrique qui se propulse en propageant une onde de vibration transverse le long de son corps.

2.2.2 Couplage fort : structure élancée en interaction avec un écoulement axial

Dans le Chapitre 4, nous nous intéresserons aux déformations d'un nageur flexible se propulsant dans l'eau en ondulant. Pour caractériser sa réponse élastique, il sera nécessaire de connaitre l'action du fluide extérieur sur sa dynamique. Comme évoqué dans l'introduction, Lighthill (1971) propose un modèle de forces dans le cas où le fluide peut être considéré potentiel. Ces forces, appelées *réactives*, proviennent de la réaction de l'eau à l'accélération qui lui a été transmise par

les oscillations du nageur. Chaque section de son corps accélère donc localement le fluide qui l'entoure et exerce sur lui une force proportionelle au taux de variation de la quantité de mouvement que le fluide acquiert. Par principe d'action-réaction, le fluide exerce alors en retour une force sur le solide. Dans sa théorie des "large amplitude elongated body", Lighthill (1971) montre qu'il est possible d'obtenir son expression analytique pour le cas particulier de corps élancés. Des formes similaires sont aussi utilisées hors du cadre de la nage, pour étudier par exemple le comportement d'un drapeau dans un écoulement axial, ou le problème inversé d'un tuyau flexible parcouru par un fluide (Païdoussis (1998); Doaré & De Langre (2002); Eloy *et al.* (2012)). Le développement menant à cette expression des forces est présenté dans la suite.

Le nageur est modélisé par une poutre élancée cylindrique de diamètre d et de longueur L (voir Figure 2.5(a)), qui est immergée dans un fluide de masse volumique ρ. Les mouvements de la poutre sont confinés dans un plan (xOy) ; au repos la poutre est dirigée le long de l'axe des x, et elle peut osciller latéralement dans la direction y. Chaque section de l'objet se déplace par rapport au fluide avec une vitesse normale $u_n(s,t)$ et une vitesse tangentielle $u_t(s,t)$ portées respectivement par les vecteurs $\mathbf{n}$ et $\mathbf{t}$ (s étant la coordonnée curviligne repérée le long du corps). On regarde l'une de ces sections, ainsi que la tranche d'eau perpendiculaire au squelette de la poutre à cet endroit (voir Figure 2.5(a)). Dans la limite des corps élancés $d \ll L$, Lighthill fait l'hypothèse que l'eau contenue dans cette tranche sera principalement affectée par le mouvement local de la section que nous sommes en train de regarder. Localement, la forme du corps diffère peu de celle d'un cylindre infini de section transversale $S = \pi \frac{d^2}{4}$. L'écoulement autour de S peut donc être approximé par l'écoulement potentiel 2D que génèrerait un cylindre infini se déplaçant à la vitesse $u_n(t)$ dans un fluide au repos (voir Figure 2.5(b)). Nous appelons Φ le potentiel associé à cet écoulement 2D ; il s'exprime en coordonnées polaires (r,θ) (Batchelor (1968)) :

$$\Phi(r,\theta,t) = -u_n(t)\frac{(d/2)^2}{r}\cos\theta; \tag{2.39}$$

la condition aux limites de glissement donne une vitesse du fluide égale à $(u_n\cos\theta, u_n\sin\theta)$ à la surface du cylindre. Le champs de pression associé est donné par l'équation de Bernoulli instationnaire :

$$\begin{aligned} p &= -\rho\frac{\partial\Phi}{\partial t} - \frac{1}{2}\rho|\nabla\Phi|^2 \\ &= \rho\frac{\partial u_n}{\partial t}\frac{(d/2)^2}{r}\cos\theta - \frac{1}{2}\rho u_n^2\frac{(d/2)^4}{r^4}. \end{aligned} \tag{2.40}$$

Si nous intégrons maintenant ces forces de pression sur le périmètre du cylindre, nous obtenons la force par unité de longueur F exercée par le cylindre sur le fluide. Sa direction est parallèle à u_n et sa valeur est donnée par :

$$F = M\frac{\partial u_n}{\partial t} \quad \text{avec} \quad M = \rho\pi\frac{d^2}{4}. \tag{2.41}$$

Cette force est de nature inertielle ; elle correspond à l'accélération d'une masse de fluide par unité de longueur M, qui est appelée masse ajoutée. M estime "l'alourdissement" de la poutre dû à l'inertie supplémentaire que celle-ci doit donner au fluide environnant lorsqu'elle accélère (Païdoussis (2004); de Langre (2002)). Dans le cas particulier d'une section cylindrique, cette masse ajoutée est égale à la masse d'eau déplacée ρS. Au vu de l'Eq. 2.41 (qui peut se réécrire sous la forme $F = \partial_t(Mu_n)$), on peut attribuer à la tranche de fluide une impulsion totale qui est dirigée perpendiculairement à la poutre, et qui a pour valeur :

$$Mu_n(s,t)\mathbf{n} \tag{2.42}$$

La force réactive **f** exercée en retour par le fluide sur le solide peut maintenant être calculée en faisant un bilan de conservation de quantité de mouvement de la tranche d'eau que l'on regarde. La variation de l'impulsion $\partial_t(Mu_n\mathbf{n})$ peut être attribuée à trois causes :

1. la convection de quantité de mouvement à travers les deux plans qui délimitent la tranche de fluide considérée. Du fait de sa géométrie élancée, la poutre déplace l'eau surtout selon sa direction transversale **n**. Les mouvements d'eau dans la direction **t** parallèle à la poutre sont donc faibles et vont jouer un rôle mineur dans la convection ; la convection est en fait majoritairement liée à la translation de la section de solide elle-même à la vitesse $u_t\mathbf{t}$. Ce transport de Mu_n le long de la poutre induit une variation :

$$\frac{\partial}{\partial s}\left(Mu_n u_t \mathbf{n}\right). \tag{2.43}$$

2. la force **f** que le fluide exerce sur le solide.
3. les contraintes de pression exercées par le fluide présent de part et d'autre de la tranche. En utilisant la forme de la pression définie par l'Eq.2.40, la résultante des forces de pression sur une face est égale à

$$-\left[\iint_{r>d/2}\left[-\rho\frac{\partial\Phi}{\partial t}-\frac{1}{2}\rho|\nabla\Phi|^2\right]dr\ rd\theta\right]\mathbf{t} \tag{2.44}$$

La composante en $\rho\frac{\partial\Phi}{\partial t}$ donne une résultante nulle ; il reste donc :

$$\frac{1}{2}\rho\iint_{r>d/2}|\nabla\Phi|^2 dS=\frac{1}{2}\rho u_n^2\iint_{r>d/2}\frac{(d/2)^4}{r^4}dr\ rd\theta=\frac{1}{2}Mu_n^2. \tag{2.45}$$

La résultante des contraintes dues à la présence du fluide extérieur est donc :

$$\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{1}{2}Mu_n^2\mathbf{t}\right). \tag{2.46}$$

En tenant compte de ces trois sources de transfert de quantité de mouvement, l'équation de conservation s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial t}(Mu_n\mathbf{n})=\frac{\partial}{\partial s}\left(Mu_n u_t\mathbf{n}\right)-\mathbf{f}-\frac{\partial}{\partial s}(\frac{1}{2}Mu_n^2\mathbf{t}) \tag{2.47}$$

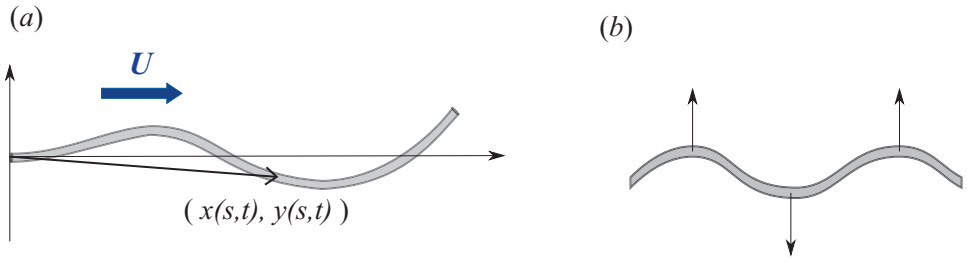


FIGURE 2.6: (a) Interactions fluide/structure dans le cas d'un écoulement uniforme et constant de vitesse **U** parallèle à l'orientation de la poutre. (b) Effet "centrifuge" exercé par le fluide sur la poutre, ces forces ont tendance à amplifier les déformations de la poutre et à la déstabiliser.

On en déduit l'expression analytique de la force exercée par le fluide en fonction des vitesses locales u_n et u_t de la poutre (Lighthill (1971); Candelier *et al.* (2011)) :

$$\mathbf{f} = -M\left(\frac{\partial}{\partial t}(u_n\mathbf{n}) - \frac{\partial}{\partial s}(u_n u_t \mathbf{n}) + \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial s}(u_n^2\mathbf{t})\right) \tag{2.48}$$

Nous considérons ici un nageur qui se propulse à la vitesse U. Sa position est décrite par les coordonnées $(x(s,t), y(s,t))$, repérées dans son référentiel propre (en translation par rapport au fluide au repos). La poutre voit donc un écoulement de vitesse constante **U** parallèle à son orientation (voir Figure 2.6(a)). Les composantes normales et tangentielles de la vitesse de la poutre par rapport au fluide extérieur sont alors données par :

$$u_n\mathbf{n} + u_t\mathbf{t} = \partial_t\left[x(s,t), y(s,t)\right] - \mathbf{U}, \tag{2.49}$$

où,

$$\partial_t\left[x(s,t), y(s,t)\right].\mathbf{n} = \frac{\partial y}{\partial t}\frac{\partial x}{\partial s} - \frac{\partial x}{\partial t}\frac{\partial y}{\partial s} \quad \text{dirigée selon } \mathbf{n} = \begin{pmatrix} -\partial_s y \\ \partial_s x \end{pmatrix} \tag{2.50}$$

$$\partial_t\left[x(s,t), y(s,t)\right].\mathbf{t} = \frac{\partial x}{\partial t}\frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial y}{\partial t}\frac{\partial y}{\partial s} \quad \text{dirigée selon } \mathbf{t} = \begin{pmatrix} \partial_s x \\ \partial_s y \end{pmatrix} \tag{2.51}$$

Pour pouvoir donner une forme plus explicite à l'Eq. 2.48, et discuter de la nature physique de chacun de ses termes, nous supposons ici que les déformations de la poutre restent petites (ce qui sera en pratique le cas pour le nageur du Chapitre 4). Dans cette approximation, les vitesses et les vecteurs normaux et tangentiels s'écrivent aux premiers ordres (voir les développements de x et ses dérivées en terme de y dans la Section 2.1.2) :

$$u_n \approx \frac{\partial y}{\partial t} + U\frac{\partial y}{\partial x} + O(y^3) \quad \text{selon} \quad \mathbf{n} \approx \begin{pmatrix} -\partial_x y \\ 1 \end{pmatrix}, \tag{2.52}$$

$$u_t \approx -U + O(y^2) \quad \text{selon} \quad \mathbf{t} \approx \begin{pmatrix} 1 \\ \partial_x y \end{pmatrix}. \tag{2.53}$$

La combinaison des Eqs 2.52, 2.53 et 2.48 donne l'expression au premier ordre des forces fluides locales s'exerçant sur le nageur. Comme il sera fait dans le Chapitre 4, l'intégration le long du corps de leur composante selon (Ox) permet ensuite d'obtenir la force totale propulsant le nageur. La projection selon (Oy) de ces forces locales s'écrit elle sous forme linéarisée :

$$f_y \approx -M\left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + 2U\frac{\partial^2 y}{\partial x \partial t} + U^2\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right) + O(y^3) \tag{2.54}$$

Le premier terme $M\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$ est un terme inertiel de masse ajoutée. On remarque que, contrairement aux deux autres, ce terme demeure lorsque la vitesse U de l'écoulement tend vers zéro. Le terme $MU^2\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$ est lui un terme de raideur ajoutée, proportionnel à la courbure de la poutre. Il peut être interprété comme un effet centrifuge : l'écoulement, qui est contraint à changer de direction par la déformation de la poutre, tend à entraîner avec lui le solide vers l'extérieur du "virage" effectué (voir Figure 2.6(b)). Ce terme tend à amplifier toute perturbation et peut, selon la valeur de la vitesse U, déstabiliser la poutre. Le dernier terme $2MU\frac{\partial^2 y}{\partial x \partial t}$ a la forme d'un amortissement, et peut avoir un effet soit déstabilisant soit stabilisant sur la dynamique du solide selon la valeur de U. Au delà d'une certaine vitesse seuil, ces deux termes peuvent donc transmettre de l'énergie à la poutre et la faire entrer en vibration spontanée. Ce phénomène, appelé instabilité du drapeau, a surtout été étudié pour une configuration de plaque élastique fixe placé dans un écoulement incident (voir la revue de Shelley & Zhang (2011)). La Figure 2.7 (a-d), tirée de Zhang *et al.* (2000), en montre un exemple. Ces derniers ont revisité le problème de façon simplifiée, en créant un drapeau à une dimension dans un écoulement bidimensionnel. Leur dispositif expérimental est constitué d'un film de savon vertical qui s'écoule sous l'effet de la gravité, et dans lequel est inséré un fil de soie maintenu fixe à son extremité supérieure. Lorsque la vitesse dans le film est petite, le filament est immobile et aligné avec l'écoulement (voir Figure 2.7(a)). Pour des vitesses plus grandes, il entre en vibration (voir Figure 2.7(b-d)) et se met à battre de façon cohérente et périodique (c) ou plus chaotique (d) selon la valeur de la vitesse. Cette instabilité est un exemple intéressant de couplage fluide/structure fort, où les mouvements fluides et solide sont déterminés conjointement.

Pour finir on note que la force **f** de l'Eq. 2.54 est proportionnelle à la masse ajoutée de fluide M. Comme évoqué précedemment, le degré d'interaction entre une structure et le fluide environnant va dépendre de l'importance relative de la masse du fluide mis en mouvement par rapport à celle du solide lui-même. Le diagramme de la Figure 2.7(e), compare les résultats de différentes simulations numériques (Shelley *et al.* (2005); Argentina & Mahadevan (2005); Eloy *et al.* (2008); Alben & Shelley (2008)) sur la stabilité d'un drapeau en fonction des deux paramètres critiques mis en avant précédemment : le rapport de masse fluide/solide et la vitesse de l'écoulement. Ces deux grandeurs sont prises en compte sous forme d'une masse adimensionnelle $R_1 = \frac{\rho_s}{\rho_f L}$ et d'une rigidité adimensionnelle $R_2 =$

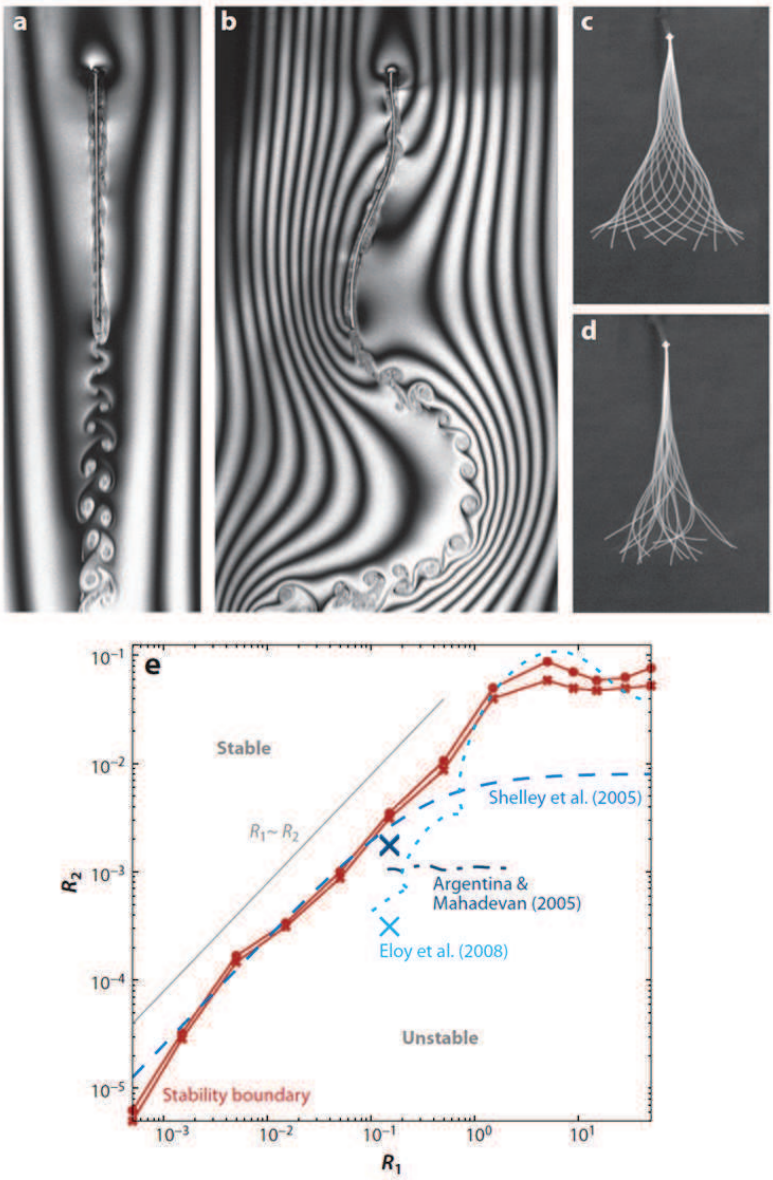


FIGURE 2.7: (a-d) Figures tirées de Zhang *et al.* (2000). Visualisation (par franges d'interférences) de l'écoulement dans un film de savon dans lequel a été placé un fil de soie, maintenu fixe à son extremité supérieure. (a) Le filament reste droit pour des écoulements de faibles vitesses, (b-d) et se met à battre au delà d'une vitesse critique, (c) de façon périodique, (d) ou apériodique à plus hautes vitesses. (e) Figure tirée de Shelley & Zhang (2011). Comparaison entre différents modèles numériques prédisant la stabilité d'un drapeau en fonction de sa masse $R_1 = \frac{\rho_s}{\rho_f L}$ et de sa rigidité $R_2 = \frac{E}{\rho_f L^3 U^2}$ adimensionées.

$\frac{E}{\rho_f L^3 U^2}$.

2.3 Conclusion

Les déformations en flexion d'une poutre/plaque élastique plongée dans un fluide (ici au repos) sont donc décrites aux premiers ordres par l'équation (voir les Eqs. 2.22 et 2.54) :

$$(\mu + M)\ddot{y} + By'''' - \frac{\mu}{2}\left[y'\int_x^L\left[\frac{\partial^2}{\partial t^2}\int_0^x y'^2 dx\right]dx\right]' + B\left[y'^2 y''' + y' y''^2\right]' = 0 \quad (2.55)$$

Les deux premiers termes sont les ingrédients classiques d'un oscillateur linéaire : l'inertie de l'objet (augmentée d'une masse ajoutée de fluide M), à laquelle s'oppose la force de rappel élastique. Lorsque la structure se déforme de façon importante, comme ce sera le cas pour les ailes d'insecte du Chapitre 3, les non-linéarités inertielles et élastiques doivent alors être prises en compte.

Quand l'objet est placé dans un écoulement axial de vitesse constante U, (comme pour le nageur du Chapitre 4) le fluide agit sur sa dynamique à travers un terme additionnel :

$$M\left(2U\frac{\partial^2 y}{\partial x \partial t} + U^2\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right) \quad (2.56)$$

Ces forces, d'origine inertielle traduisent le couplage qui s'établit entre l'écoulement fluide et les vibrations de la structure. Pour des vitesses relativement grandes, de l'énergie est alors transférée au solide qui se met a battre spontanément. Nous verrons que les vitesses de propulsion atteintes par le nageur ne sont toutefois pas assez importantes pour exploiter ce mécanisme d'instabilité. Ces termes sont d'origine potentielle et ne prennent pas en compte de possibles décollements de couches limites dans les directions tranverses. Ces effets de dissipation fluide, qui s'expriment en $\left|\frac{\partial y}{\partial t}\right|\frac{\partial y}{\partial t}$, seront inclus dans les modèles ; les résultats obtenus montreront par ailleurs qu'ils jouent un rôle important dans la dynamique des systèmes étudiés.

CHAPITRE 3

VOL BATTU

Comme il a été évoqué dans l'introduction, les ailes d'insectes et d'oiseaux sont des structures flexibles susceptibles de se déformer passivement en vol. Cette élasticité est un avantage pour la locomotion car elle minimise les coûts énergétiques du mouvement de battement et peut aussi considérablement améliorer les forces de propulsion générées lorsqu'elle est exploitée de manière constructive. La façon dont l'aile plie est déterminée par la compétition entre les forces inertielles, élastiques et fluides qui lui sont appliquées. Il a été montré que certaines cinématiques de déformation étaient plus favorables que d'autres en terme de propulsion, mais ces mécanismes restent encore mal compris. Une des questions ouvertes concerne notamment la possible exploitation de phénomènes de résonance par les animaux pour augmenter leurs performances. Dans ce chapitre, nous introduisons un modèle mécanique simplifié d'insecte auto-propulsé pour aborder ces questions et mieux comprendre de façon générale l'impact de la flexibilité sur la propulsion. Les vitesses et forces mesurées mettent en évidence un régime optimal de fonctionnement, que nous interpréterons en caractérisant la réponse élastique de l'aile en vol, ainsi que la façon dont cela affecte les forces fluides liées à la locomotion.

3.1 Modèle mécanique d'insecte auto-propulsé

3.1.1 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental, qui a été conçu par Thiria & Godoy-Diana (2010), s'inspire de l'expérience du *petit manège* de Marey (décrite par exemple par Magnan (1934)). Pour étudier le mouvement que les ailes d'insectes exécutent en vol, ce dernier a mis au point le montage suivant : un insecte vivant est relié à un pivot

central par une tige de paille, de sorte qu'il se met à entraîner le manège en rotation lorsque qu'il bat des ailes (voir Figure 3.1). Une paillette d'or, que l'on éclaire, est fixée sur une de ses ailes, et sa trajectoire est enregistrée grâce à un appareil photo. Cette étude fait partie des premières observations sur le vol des insectes.

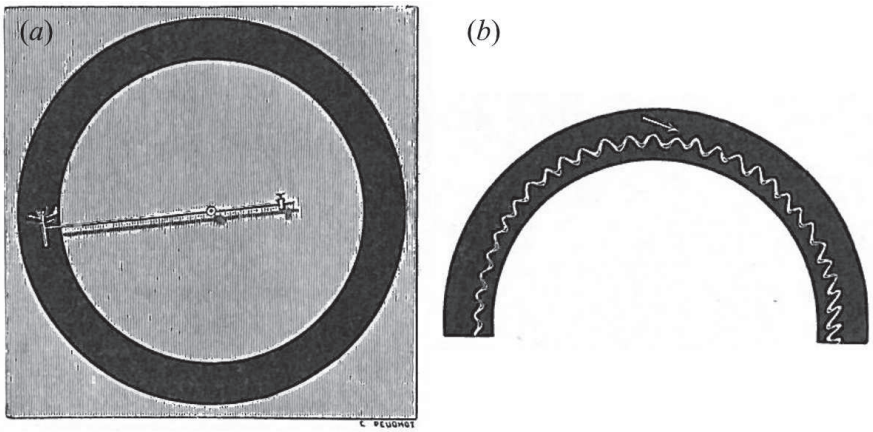
De manière similaire à l'idée de Marey, le modèle mécanique d'insecte est ici monté sur un "manège" que l'on laisse libre de tourner. Cette réplique simplifiée est constituée de deux ailes qui sont actionnées grâce à un petit moteur embarqué, par le biais d'engrenages et de bielles (voir Figure 3.2(d)). Les ailes sont attachées perpendiculairement à un mât radial de longueur $R = 0.5m$, lui même relié à un arbre vertical (voir Figure 3.2). L'insecte est orienté de façon à ce que la force de propulsion le fasse tourner autour du pivot central, tout en gardant la portance fluctuante produite pas ses ailes dirigée dans la direction du mât radial afin de minimiser les vibrations. Pour réduire au mieux les forces de friction, la jonction entre le pivot central et l'axe radial est assurée par un roulement à bille. Le mât radial a été réalisé en carbone (choisi pour sa résistance et sa légèreté) afin de minimiser sa flèche.

3.1.2 Ailes de l'insecte

Les ailes sont des demi-disques en Mylar de diamètre $2L = 6cm$ et sont reliées au mécanisme d'actionnement par des lames en fibre de verre qui rigidifient le bord d'attaque (voir Figure 3.3(a)). Cette géométrie les contraint à plier essentiellement dans le sens de leur corde (voir Figure 3.2(e)). Leur résistance à la flexion est caractérisée par leur rigidité B (voir la Section 2.1.1 du Chapitre 2), qui est fixée par le module d'Young E du Mylar utilisé, par l'épaisseur h, ainsi que par leur coefficient de poisson ν.

$$B = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \tag{3.1}$$

Comme il a été mentionné dans le Chapitre 2, on fait varier la rigidité en flexion des ailes en utilisant des feuilles de Mylar de différentes épaisseurs. Il existe plusieurs façons de mesurer B. Une grande partie de ces mesures se base sur le principe que la forme que prend une feuille à l'équilibre est entièrement déterminée par son élasticité et par les conditions imposées à ses limites (voir Love (1927) pour la définition de l'équation d'Elastica) ; de sorte que si l'on connait les conditions aux bords, on peut déduire de la forme observée la valeur de la rigidité. B est ici déterminée en réalisant le "test de la boucle" introduit par Stuart (1966). Ce dernier a montré qu'une bande déposée en boucle sur une surface horizontale (voir Figure 3.3(b)) adopte une forme invariante, dont la hauteur est uniquement déterminée par la rigidité du matériau utilisé ; la relation liant B à la hauteur de la boucle est obtenue en intégrant numériquement l'équation d'équilibre d'une



MAREY chercha aussi à connaître la trajectoire que décrit l'aile d'un insecte en plein vol. A cet effet [48] il imagina un dispositif nouveau. Il prit une caisse de bois à base carrée de 1 mètre de côté et 0 m. 25 de profondeur dont l'intérieur est noirci et dont le couvercle possède une ouverture en forme d'anneau. Au centre est placé un pivot qui supporte un petit manège dont le bras, fait d'une tige de paille, se termine à la hauteur de l'orifice annulaire et au bout duquel est fixé un insecte vivant, une libellule par exemple (fig. 52). Sur l'une des ailes de celle-ci, est collée une petite paillette d'or, qui est vivement éclairée. L'insecte livré à lui-même bat des ailes et entraîne le petit manège tandis que la paillette d'or décrit la trajectoire de l'aile qu'il est possible d'enregistrer avec un appareil photographique convenablement placé (fig. 53).

Voici donc résumées les premières observations sur le vol des Insectes.

FIGURE 3.1: (a) Petit manège de Marey pour l'inscription photographique des mouvements de l'aile d'un insecte. (b) Trajectoire de l'aile d'un insecte obtenue par Marey en photographiant sur fond noir l'extrémité d'une aile en mouvement. Les figures et l'extrait de texte descriptif sont tirés de Magnan (1934).

poutre pliant sous son propre poids. Stuart obtient ainsi le résultat suivant :

$$c = 1.103\,Y_M \text{ , avec } c = \left(\frac{B}{\rho h g}\right)^{1/3} \tag{3.2}$$

où c est une longueur caractéristique de flexion qui mesure le rapport entre les forces élastiques et les forces de gravité (ρ la masse volumique du Mylar, g la constante de pesanteur) et Y_M est la hauteur de la boucle. La rigidité des ailes a donc été déterminée en mesurant la hauteur atteinte par des plaques du même Mylar disposées en "boucle".

Enfin, la fréquence de résonance des ailes f_o peut également être mesurée en filmant à l'aide d'une caméra rapide les oscillations libres d'une aile dont l'axe rigide est maintenu fixe (voir Figure 3.3(c)). L'aile, qui est initialement défléchie, revient à sa position d'équilibre en oscillant à sa fréquence propre. Cette fréquence de relaxation spontanée est mesurée par transformée de Fourier du mouvement de l'extrémité de l'aile (voir Figure 3.3(c)). f_o est fonction des caractéristiques géo-

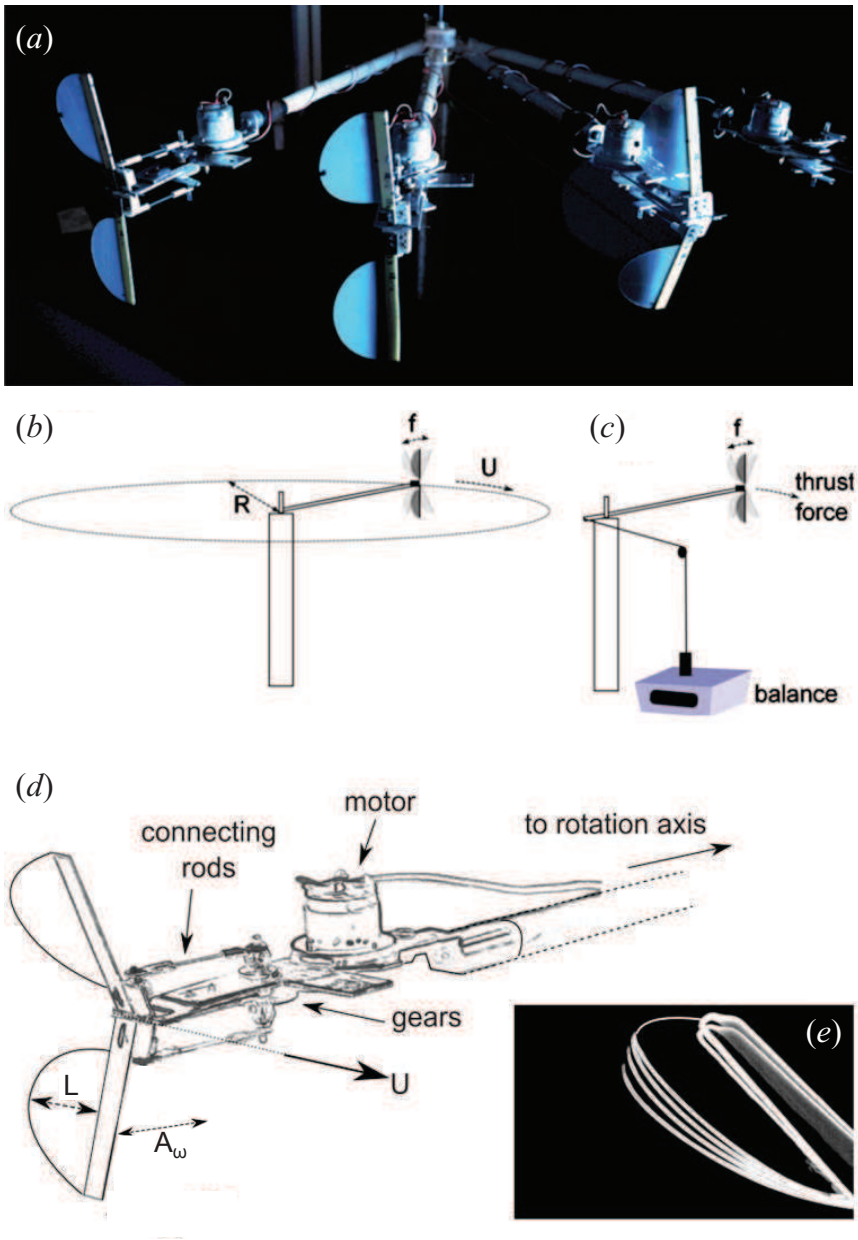


FIGURE 3.2: (a) Photographie du dispositif expérimental. (b) Schéma du manège. Les ailes sont montées perpendiculairement au mât radial. (c) Mesure de la force de propulsion à l'aide d'une balance de table. (d) Vue rapprochée du mécanisme d'actuation. L'aile semi-circulaire (de corde maximale $L = 3cm$ à mi-longueur), est attachée au mécanisme de battement par des lames en fibre de verre qui rigidifient le bord d'attaque. L'amplitude de battement A_ω de ces lames (mesurée à mi-longueur) peut être modifiée. (e) Images superposées d'une aile flexible mettant en évidence la déflection dans le sens de la corde. (les figures (b-e) sont tirées de Thiria & Godoy-Diana (2010)).

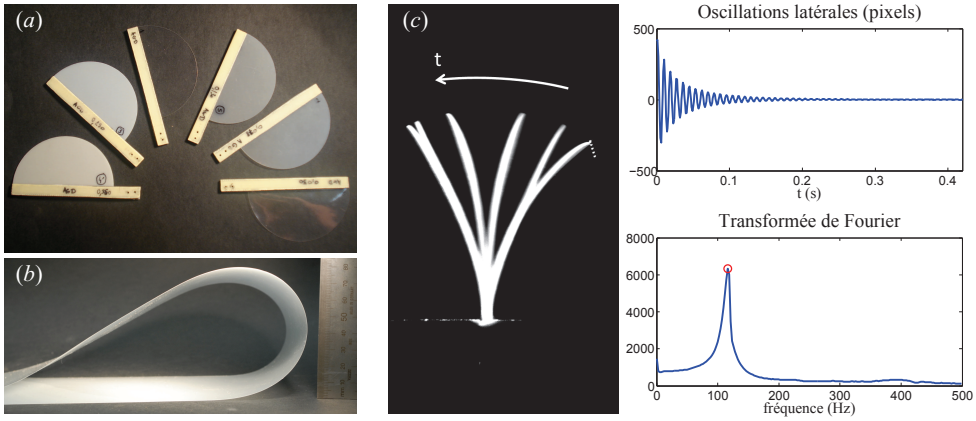


FIGURE 3.3: (a) Ailes semi-circulaires constituées de Mylar de différentes flexibilités et d'un bord d'attaque rigide. (b) Mesure de flexibilité du Mylar par le "test de la boucle" proposé par Stuart (1966). (c) Mesure de la fréquence de relaxation d'une aile de $0.250mm$ d'épaisseur.

métriques de l'aile ainsi que de la nature du matériau utilisé.

3.1.3 Paramètres de contrôle

Les paramètres de contrôle de l'expérience sont la fréquence de forçage f, l'amplitude de battement du bord d'attaque A_ω (mesurée à mi-longueur, là où la corde de l'aile est maximale), et la rigidité de l'aile dans le sens de la corde B qui est fixée par son épaisseur h. Six paires d'ailes ont été testées, couvrant un large gamme de flexibilité allant de matériaux presque rigides à très souples. Leurs propriétés structurelles (épaisseur, masse, rigidité et fréquence propre) sont récapitulées dans le Tableau 3.1.

TABLE 3.1: Propriétés structurales des ailes

Epaisseur h (mm)	0.050	0.078	0.130	0.175	0.250	0.360
Masse surfacique μ_s (kg.m^{-2})	$4.50\ 10^{-2}$	$10.63\ 10^{-2}$	$17.67\ 10^{-2}$	$24.12\ 10^{-2}$	$34.92\ 10^{-2}$	$47.95\ 10^{-2}$
Rigidité B (N.m)	$3.34.10^{-5}$	$1.83.10^{-4}$	$1.02.10^{-3}$	$2.26.10^{-3}$	$7.31.10^{-3}$	$14.00.10^{-3}$
Fréquence de relaxation f_0 (Hz)	25.4	34.2	62.2	89.5	117.1	160.8

3.1.4 Grandeurs mesurées

Les performances de vol de ce modèle mécanique auto-propulsé sont quantifiées à travers plusieurs grandeurs moyennes. La vitesse de croisière de l'insecte U est déterminée lorsque celui-ci est laissé libre de tourner, grâce à un encodeur

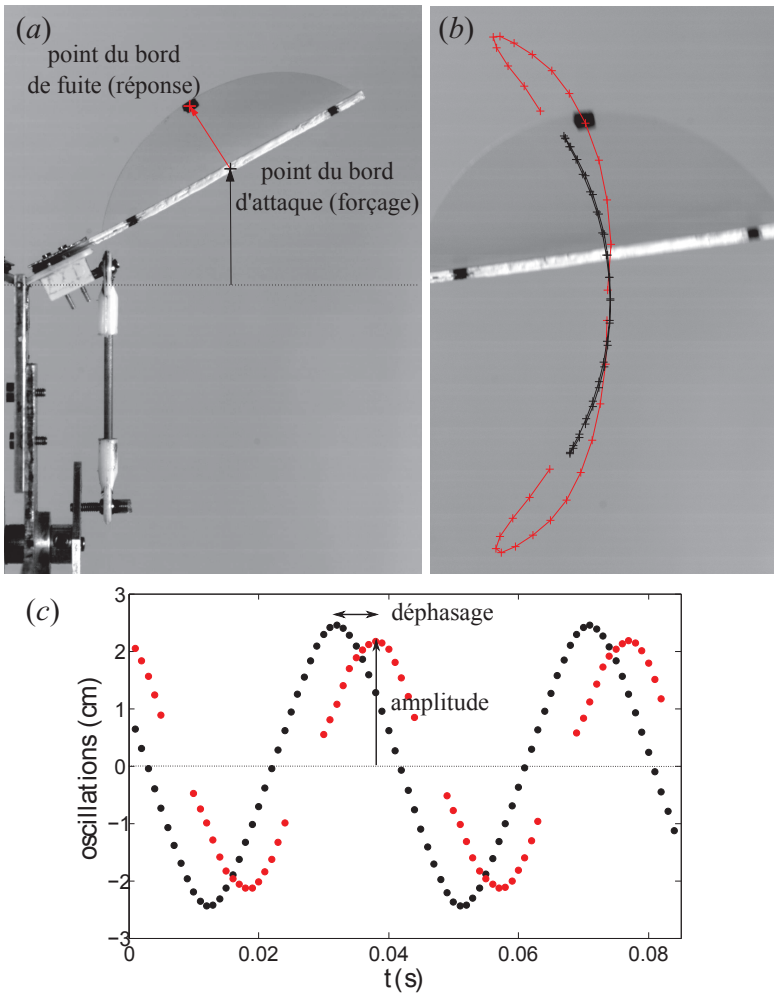


FIGURE 3.4: (a) Vue avant de la moitié de l'insecte. L'étude de la cinématique de l'aile est restreinte à celle de sa corde maximale. Deux points sont suivis par traitement d'images, situés respectivement sur le bord d'attaque et sur le bord de fuite. (b) Exemple de trajectoire de ces deux points sur une période de battement. (c) Série temporelle obtenue en mesurant les oscillations verticales du bord d'attaque (flèche noire sur la Figure (a)), ainsi que la déflection du bord de fuite dans le référentiel du forçage (flèche rouge sur la Figure (a)). De ces données sont ensuite extraits l'amplitude maximale de déformation de l'aile et son retard de phase.

placé à la base de l'axe radial. Ce dernier mesure la vitesse angulaire, qui est ensuite traduite en vitesse de vol U connaissant la distance de l'insecte au pivot central (Figure 3.2(b)). Des mesures directes de la force de propulsion F_T sont également réalisées. L'insecte est retenu en position fixe par un fil, relié à un poids calibré par l'intermédiaire d'une poulie (voir Figure 3.2(c)) ; une balance enregistre le déficit de poids résultant de la traction exercée par l'insecte. L'équilibre des moments par rapport au pivot central permet ensuite de remonter à la force de propulsion générée par les ailes. Le produit de ces deux grandeurs donne la puissance de propulsion,

$$P_T = F_T U. \tag{3.3}$$

Dans les deux configurations (fixée pour la mesure de F_T et en mouvement pour celle de U), la puissance électrique consommée P_i est relevée ; P_i est calculée à partir des valeurs de la tension et de l'intensité du courant qui alimente le moteur, auxquelles on soustrait la puissance du système fonctionnant sans ailes.

Les expériences sont reproduites pour des fréquences de battement entre 8 et 35Hz (la fréquence est mesurée à l'aide d'un stroboscope), ce qui conduit à des vitesses de vol allant de 0.3 à 3.2m/s. Les nombres de Reynolds correspondants, basés sur le rayon de l'aile L, $Re = UL/\nu$ (avec ν la viscosité cinématique de l'air) se situent dans une gamme :

$$Re \in [500, 6200]\,. \tag{3.4}$$

Le nombre de Strouhal basé sur l'amplitude de battement des ailes $St_A = f A_\omega / U$ (cette grandeur adimensionnée est introduite dans l'introduction) varie lui de :

$$St_A \in [0.2, 1]\,. \tag{3.5}$$

Ces ordres de grandeur de Re et St_A sont cohérents avec les gammes de valeurs rencontrées dans la nature (voir Taylor *et al.* (2003) qui rapportent des valeurs de Strouhal de $[0.1, 0.5]$ pour 42 espèces utilisant le vol battu, et Wang (2005) et Dudley (2000) qui indiquent des Re de $[10, 10^5]$).

Nous avons vu dans l'introduction que la façon dont les ailes plient en vol induit des changements conséquents dans la force de propulsion générée. Il a notamment été observé que les performances sont sensibles à l'amplitude de la flexion de l'aile ainsi qu'à la corrélation temporelle entre le mouvement de battement de son bord avant et de son bord arrière (Anderson *et al.* (1998); Michelin & Llewellyn Smith (2009); Zhang *et al.* (2010); Spagnolie *et al.* (2010)). Pour chaque jeu de paramètres (A_ω, f, B), on caractérise donc également la cinématique de déformation des ailes. Afin de faciliter les mesures, cette étude est réalisée en maintenant le système à une position fixe ; le véhicule est retiré du manège pour être monté sur une base fixe, et est ensuite filmé grâce à une caméra rapide (à 1000 fps) qui lui fait face (voir Figure 3.4(a)). A cause du bord d'attaque rigide, la feuille

de mylar plie principalement dans le sens de la corde ; sa forme reste donc relativement invariante le long de l'envergure. L'étude de la déformation de l'aile peut être ramenée à celle d'une "poutre équivalente" de longueur L, forcée à l'une de ses extrémités et dont la fréquence propre f_o (mesurée expérimentalement) prend en compte la géométrie de l'aile entière. Dans la gamme de paramètres balayée, les formes que prend cette poutre restent assez simples et sont principalement décrites par son premier mode propre (voir les déformées modales de la Figure 2.4 du Chapitre 2). Pour analyser sa réponse au forçage imposé, nous avons réalisé le suivi temporel de ses deux points extrêmes : le premier est placé sur le bord d'attaque et l'autre sur le bord de fuite (voir Figure 3.4(a)-(b)). De ces trajectoires sont extraits : le mouvement vertical du point du bord d'attaque représenté par la flèche noire dans la Figure 3.4(a), et la déflexion du bord de fuite dans le référentiel du forçage représentée par la flèche rouge (et qui correspond donc à la distance entre les deux points repérés). Il serait en fait plus exact de mesurer les oscillations de forçage le long de l'arc de cercle que décrit le point noir (Figure 3.4(b)) ; mais comme les angles balayés par le bord d'attaque restent petits, on peut raisonnablement approximer ce mouvement par sa composante verticale, qui s'écrit aussi $A_\omega \cos(\omega_f t)$ où $\omega_f = 2\pi f$. On néglige également les effets de distorsion liés au fait que la caméra n'enregistre qu'une projection dans un plan de la forme de l'aile. La Figure 3.4(c) montre une série temporelle typique : la courbe noire correspond à l'actionnement et la courbe rouge à la réponse de l'aile. Les formes observées sont très proches de sinusoides, ce qui appuie les approximations faites dans l'analyse des images. Pour chaque jeu de paramètre, on extrait ensuite de ces courbes l'amplitude maximale de la déformation de l'aile ainsi que son déphasage par rapport au forçage.

3.2 Résultats expérimentaux

3.2.1 Analyse dimensionelle : inertie, élasticité et forces fluides

Pour comprendre l'effet de la flexibilité des ailes, il est important d'identifier d'abord les mécanismes sous-jacents responsables de leur déformation. La cambrure d'une aile élastique en vol résulte de l'effet combiné des forces aérodynamiques exercées sur sa surface, des forces inertielles provenant des accélérations et decélérations successives de sa masse, ainsi que des forces de rappel élastique. Il est possible de mesurer l'importance relative de ces contributions en utilisant un modèle simplifié de plaque de longueur L, de masse surfacique μ_s, de rigidité en flexion B, et dont le bord d'attaque oscille sinusoïdalement avec une pulsation ω_f et une amplitude A_ω (voir la Figure 3.5). Le moment que produit une distribution de pression uniforme $\rho_f u_\omega^2$ (où $u_\omega = A_\omega \omega_f$ est la vitesse de battement maximale et ρ_f la masse volumique de l'air) est d'ordre :

$$M_f \propto \rho_f u_\omega^2 L^3 = \rho_f \omega_f^2 A_\omega^2 L^3, \tag{3.6}$$

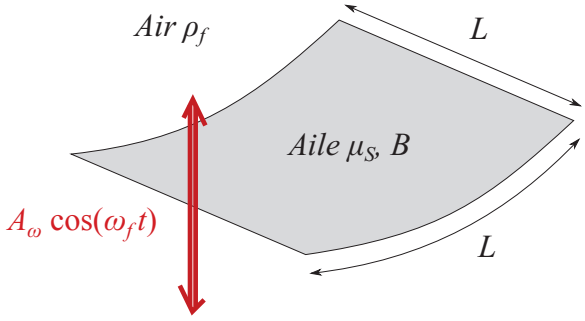


FIGURE 3.5: Analyse dimensionelle des forces s'exerçant sur un modèle simplifié d'aile de longueur caractéristique L, de masse surfaçique μ_s, de rigidité en flexion B, et dont le bord d'attaque oscille sinusoïdalement avec une pulsation ω_f et une amplitude A_ω. L'aile est immergée dans l'air, de masse volumique ρ_f.

Le moment des forces inertielles est lui d'ordre :

$$M_i \propto \mu_s L^3 A_\omega \omega_f^2. \tag{3.7}$$

Le rapport de ces deux moments M_i/M_f correspond à un rapport de masse $\mu_s/(\rho_f A_\omega)$ qui varie de 2 à 20 pour les ailes testées ici. Le principal moteur de la flexion des ailes est donc l'inertie. Ce résultat est cohérent avec l'analyse de Daniel & Combes (2002); Combes & Daniel (2003*c*), qui conclut que, dans l'air, la contribution relative des forces aérodynamiques dans la déformation globale de l'aile est négligeable par rapport aux mécanismes élasto-inertiels. Cela simplifie beaucoup le problème, car on a pas besoin de traiter le couplage entre la forme instantanée de l'aile et le mouvement de l'air autour.

Si l'on compare le moment des forces inertielles M_i au moment des forces de rappel élastique $M_e \propto B$, la compétition entre ces deux contributions M_i/M_e est décrite par le nombre élasto-inertiel $\mathcal{N}_{ei}$ définit par Thiria & Godoy-Diana (2010) :

$$\mathcal{N}_{ei} = \frac{\mu_s A_w \omega_f^2 L^3}{B} = \left(\frac{L}{L_b}\right)^3 = \frac{A_\omega}{L}\left(\frac{\omega_f}{\omega_0}\right)^2 \tag{3.8}$$

$\mathcal{N}_{ei}$ peut être exprimé en fonction de la longueur de flexion caractéristique :

$$L_b = (B/\mu_s A_\omega \omega_f^2)^{1/3}. \tag{3.9}$$

L_b permet d'estimer dans quelle mesure les forces inertielles provenant de l'accélération de l'aile seront contrebalancées par la résistance élastique à la flexion. Cette longueur caractéristique est analogue aux longueurs de flexion qui apparaissent dans des problèmes opposant l'élasticité à d'autres forces pliant l'aile ; voir par exemple, Bico *et al.* (2004) et Alben *et al.* (2002), où les forces motrices de la déformation sont respectivement les forces capillaires et hydromécaniques.

Pour $\mathcal{N}_{ei} \ll 1$ (c'est-à-dire $L \ll L_b$) par exemple, l'aile battante est trop rigide pour que son inertie ait un effet visible et aucune déformation ne sera observée sur l'échelle de longueur L de la corde de l'aile. $\mathcal{N}_{ei}$ peut également s'écrire comme une fonction du rapport entre la fréquence de forçage et la fréquence de relaxation de l'aile, multiplié par l'amplitude du mouvement de forçage adimensionnée. Cette seconde formulation est intéressante car elle permet d'exprimer le taux de déformation de l'aile directement comme une fonction des paramètres de forçage adimensionnés. Elle est utile pour traduire la proximité à la résonance et sera utilisée pour analyser les données expérimentales. Les résultats seront donc présentés en fonction de la fréquence réduite :

$$\bar{\omega}_f = (\omega_f/\omega_0) = \bar{A_\omega}^{-1/2} \mathcal{N}_{ei}^{1/2}, \tag{3.10}$$

où $\bar{A_\omega} = \frac{A_w}{L}$ est l'amplitude réduite des battements. Afin de pouvoir comparer les performances aérodynamiques de toutes les expériences, la force de propulsion et la vitesse de croisière de l'insecte sont adimensionnées en utilisant les grandeurs caractéristiques du problème,

$$f_T = F_T L/B \quad \text{et} \quad u = U/A_\omega \omega_f. \tag{3.11}$$

F_T est adimensionnée par la force caractéristique B/L qui prend en compte les propriétés géométriques et structurelles de l'aile, et u compare les vitesses d'"entrée" et de "sortie" du système qui sont respectivement la vitesse maximale de battement imposée au bord d'attaque $A_\omega \omega_f$ et la vitesse de vol U. On note que u a une forme similaire à l'inverse du nombre de Stouhal (défini dans l'introduction par l'Eq. 1.2). On peut ensuite définir les puissances adimensionnées :

$$p_T = UF_T L/BA_\omega \omega_f \quad \text{et} \quad p_i = P_i L/B\omega_f. \tag{3.12}$$

3.2.2 Performances du système

Les mesures de force de propulsion et de vitesse de vol sont présentées dans les Figures 3.6(a) et (b). Pour les deux ailes les plus rigides (courbes violette et noire), la vitesse d'avancée croit linéairement avec la fréquence de battement. La pente correspondante est associée à un nombre de Strouhal asymptotique $St = 0.14$ ($A_\omega f/U \to 0.14$ quand f augmente), proche de la gamme optimale de Taylor *et al.* (2003). Il est intéressant de remarquer que le système converge naturellement vers une valeur proche du St optimal pour la propulsion, sans avoir à effectuer de réglages fins de la mécanique de l'insecte. Comme ces deux paires d'ailes ne se déforment presque pas en vol dans la gamme de fréquence utilisée, leur comportement peut être comparé à l'expérience modèle d'aile rigide de Vandenberghe *et al.* (2004). Cette aile est battue verticalement dans une cuve d'eau et laissée libre de bouger horizontalement. Vandenberghe *et al.* obtiennent alors une relation $U(f)$ linéaire robuste cohérente avec nos résultats. Lorsqu'on augmente la flexibilité des ailes, les mesures de force et de vitesse montrent l'apparition de deux régimes

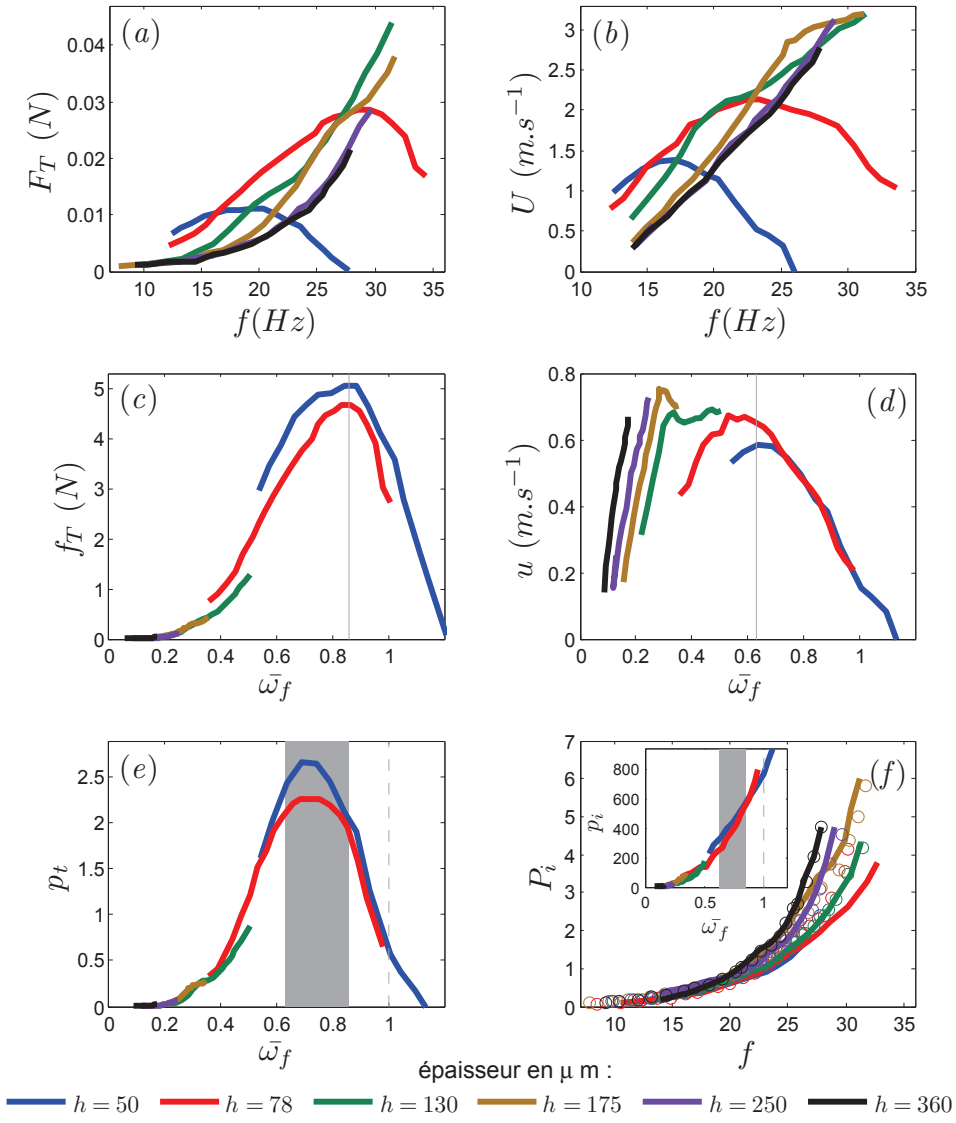


FIGURE 3.6: (a) Force de propulsion et (b) vitesse de croisière du système (adimensionnées respectivement en (c) et (d)), en fonction de la fréquence de forçage (et de la fréquence de forçage réduite pour (c) et (d)). (f) Puissance injectée en fonction de la fréquence, mesurée pour chaque jeu de paramètres à la fois en configuration fixe (o) et en mouvement (lignes). (e) Puissance de propulsion et (insert de (f)) puissance injectée adimensionnées, en fonction de $\bar{\omega}_f$ (Eq. 3.12). La zone grise signale la zone de performances optimales, et la ligne pointillée indique la position de la fréquence réduite naturelle de l'aile.

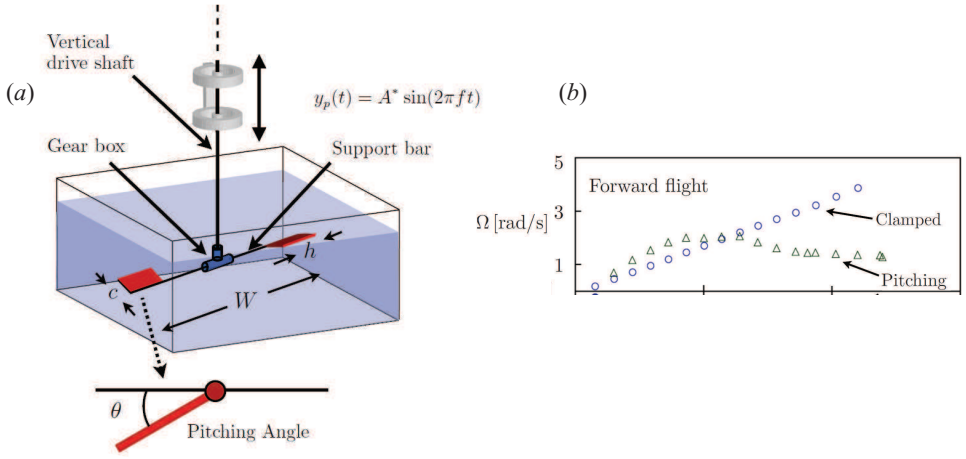


FIGURE 3.7: Figures tirées de Spagnolie *et al.* (2010). (a) Dispositif expérimental : deux plaques sont connectées par une barre de support à un arbre de transmission vertical, qui bouge de bas en haut sinusoïdalement. Les plaques sont autorisées (ou non) à pivoter autour de la barre de support ; et elles se propulsent autour de l'axe central grâce aux interactions avec le fluide. Un ressort de torsion sert de pivot au niveau du bord d'attaque, et modélise l'élasticité des ailes. (b) Résultats expérimentaux qui montrent la vitesse de rotation des plaques lorsque celles ci sont maintenues fixes (cas analogue à nos ailes rigides) et lorsqu'elles sont libre de pivoter (cas analogue aux ailes flexibles).

distincts. Jusqu'à une certaine fréquence de battement, les performances des ailes plus souples surpassent celles des ailes rigides ; puis apparait un régime de sous-performance (observable surtout pour les deux ailes les plus flexibles, courbes bleue et rouge), où F_T et U se retrouvent sous les mesures rigides. Il est donc avantageux de se doter d'ailes souples, jusqu'à une certaine fréquence au-delà de laquelle les performances s'effondrent. Pour l'aile la plus flexible (courbe bleue) les performances décroissent à tel point que l'insecte s'immobilise à hautes fréquences, la vitesse de vol et la force de propulsion chutant à zéro. Des résultats similaires à ceux de la Figure 3.6(b) ont été observés par Spagnolie *et al.* (2010). Dans cette étude numérique et expérimentale, l'aile flexible est modélisée par une plaque rigide équipée d'un ressort de torsion servant de pivot au niveau du bord d'attaque ; lorsque celui-ci est bloqué le système est analogue à une aile rigide, et lorsqu'il est laissé libre de tourner il correspond à une aile flexible. Comme le montre la Figure 3.7 tirée de Spagnolie *et al.* (2010), les vitesses d'avancée mesurées ont un comportement proche de celui de notre insecte, avec une amélioration dans une certaine gamme de fréquence, suivie ensuite d'un régime de sous-performance où la flexibilité n'aide plus à la propulsion.

Les mesures de la puissance électrique P_i consommée par le moteur (à la fois en configuration fixe, marqueurs, et mobile, lignes) sont rapportées en Figure 3.6(f). Le vol battu coûte beaucoup d'énergie, à cause des cycles rapides d'accélérations et de décélérations qu'il implique. Ce coût augmente rapidement à hautes fréquences car les accélérations sont plus importantes, ce qui a d'ailleurs limité la gamme de fréquences atteignables par notre générateur, particulièrement pour les ailes les plus rigides. Comme on peut l'observer, maintenir le système à une fréquence donnée nécessite moins de puissance lorsque la flexibilité des ailes augmente. Les ailes les plus souples peuvent économiser jusqu'à 75% de leur énergie consommée par rapport aux ailes rigides dans la gamme de fréquence 25-30Hz. Enfin, on note que $P_i(f)$ ne change quasiment pas lorsque le système est maintenu en position fixe (lignes) ou laissé libre de tourner (points). Ceci indique que la modification des forces aérodynamiques induite par l'écoulement incident dû à la vitesse de croisière ne joue pas un rôle crucial en ce qui concerne l'énergie nécessaire pour actionner les ailes.

Si l'on regarde maintenant la puissance de propulsion adimensionnée (voir Figure 3.6(e)), toutes les données se rassemblent sur une même courbe maîtresse présentant un pic de performance clair. Il est important de remarquer que le maximum de performance n'a pas lieu à la fréquence de résonance, mais plus bas, autour de $0.7\omega_o$. La valeur de la puissance de propulsion adimensionnée à $\bar{\omega}_f = 1$ (voir la ligne en pointillés gris sur la Figure 3.6(e)) est par ailleurs plus de quatre fois plus petite que la valeur de l'optimum. On remarque qu'il n'y a également presque aucun signe de la résonance dans les courbes de puissance injectée adimensionnée (voir insert de la Figure 3.6(f)).

On note que comme F_T et U sont mesurées respectivement dans une configuration fixe et en mouvement, la physique de l'écoulement dans le voisinage des ailes peut changer. Cette différence semble se manifester par un léger écart entre les transitions vers les régimes de sous-performance de la vitesse et de la force de propulsion (repérées par une ligne pleine grise dans les Figure 3.6(c) et (d)) ; la position des maxima devrait en effet normalement être la même si les deux mesures étaient réalisées en configuration mobile. Il est possible néanmoins de définir une "région" de performances optimales, plutot qu'une localisation exacte. Les bornes de cette région sont définies par la position des optimums de la force et de la vitesse (lignes pleines grise). Nous avons donc introduit dans les figures une zone grise en fond qui traduit "l'erreur" induite par le fait de mesurer les grandeurs dans deux configurations différentes. Cette zone grise sera affichée pour tous les résultats par la suite.

3.2.3 Cinématique des ailes

Nous nous intéressons à présent à la façon dont les ailes se déforment en vol. La dynamique d'une aile peut être plus simplement interprétée comme celle d'un

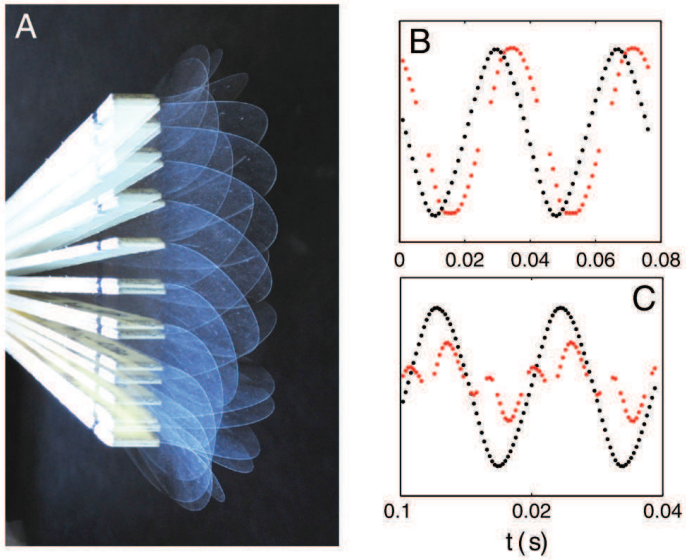


FIGURE 3.8: (a) Photographie d'une aile montrant ses états successifs de déformation durant un cycle de battement (l'épaisseur est de 0.050mm et $\bar{\omega}_f = 0.5$). L'aile se déforme principalement selon son premier mode. Dans ce cas, le retard de phase est assez conséquent. (b) Série temporelle typique suivant le mouvement du bord d'attaque (courbe noire) et du bord de fuite (courbe rouge) de l'aile à mi-envergure, obtenue à partir d'enregistrement vidéos réalisés à 1000 fps. (c) Même graphe que (b) mais avec une fréquence de forçage proche de $\frac{1}{3}\omega_o$, montrant une résonance super-harmonique typique des système dynamiques contenant des non-linéarités cubiques.

oscillateur soumis à un forçage externe, où les oscillations du bord d'attaque correspondent à l'actionnement, et celles du bord de fuite à la réponse. Cette représentation suppose néanmoins que l'aile ne se déforme que selon son premier mode propre (voir les photographies successives de la Figure 3.8(a)), puisque le suivi temporel de deux points permet difficilement de capturer des cinématiques plus complexes impliquant plusieurs modes. Comme décrit précédemment, l'amplitude et le retard de phase de la réponse peuvent être mesurés en suivant le déplacement des deux bords de l'aile à l'aide d'une caméra rapide. La Figure 3.8 montre l'évolution des oscillations de forçage (en noir) et de la réponse élastique de l'aile dans le référentiel en mouvement (en rouge). Pour un cas typique (Figure 3.8(b)), on obtient une réponse principalement sinusoidale à la même fréquence que la fréquence de forçage (ici $\bar{\omega}_f = 0.79$) ; ceci corrobore par ailleurs l'hypothèse selon laquelle l'aile se déforme principalement selon son premier mode. On observe également un type marginal de réponse lorsque ω_f est proche d'un tiers de la fréquence de résonance de l'aile ω_o (voir Figure 3.8(c)). La réponse est alors une superposition de deux sinusoïdes : l'une à la fréquence d'excitation

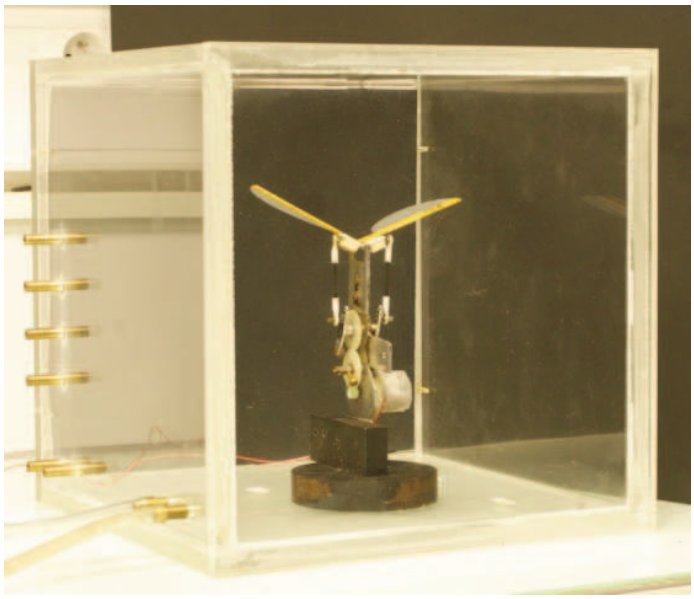


FIGURE 3.9: Mesure de la déformation des ailes dans une chambre à vide à 10% de la pression ambiante. Elle est constituée d'un caisson étanche en plexiglas de dimensions $(30 \times 30 \times 30cm)$, équipé d'une pompe à vide.

$\omega_o/3$, et l'autre à la fréquence naturelle du système ω_o. Cette apparition d'une oscillation libre quand $\omega_f \rightarrow \omega_o/3$ témoigne de l'existence d'une résonance superharmonique (voir Nayfeh & Mook (1979)), et indique que le système contient des non-linéarités cubiques. Nous y reviendrons par la suite.

Pour chaque paire d'ailes et chaque fréquence de forçage, l'amplitude adimensionnée a (qui correspond donc au maximum de déformation divisé par la longueur de l'aile L) et le déphasage γ de la réponse sont extraits de ces signaux. Afin d'observer l'effet de la non-linéarité sur la cinématique de l'aile, ces mesures sont réalisées pour deux amplitudes d'excitation différentes $\bar{A_\omega} = 0.8$ et $\bar{A_\omega} = 0.5$. En parallèle, nous avons également reproduit ces mêmes expériences avec les deux ailes les plus flexibles dans une chambre à vide à 10% de la pression ambiante. Celle-ci est constituée d'un caisson étanche en plexiglas de dimensions $(30 \times 30 \times 30cm)$, équipé d'une pompe à vide (voir Figure 3.9). L'objectif est d'avoir une idée claire de la dynamique des ailes ainsi que des effets du fluide sur celle-ci. Les résultats sont présentés dans la Figure 3.10.

La Figure 3.10(a) montre que l'amplitude a augmente très rapidement dès les plus basses fréquences. Ce comportement est attendu dans la mesure où le forçage est de nature inertielle, et augmente donc proportionellement au carré de la fréquence. L'amplitude atteint ensuite un plateau à $a \approx 0.8$, qui provient de limitations géométriques liées au fait que l'aile est de taille finie et ne peut pas être

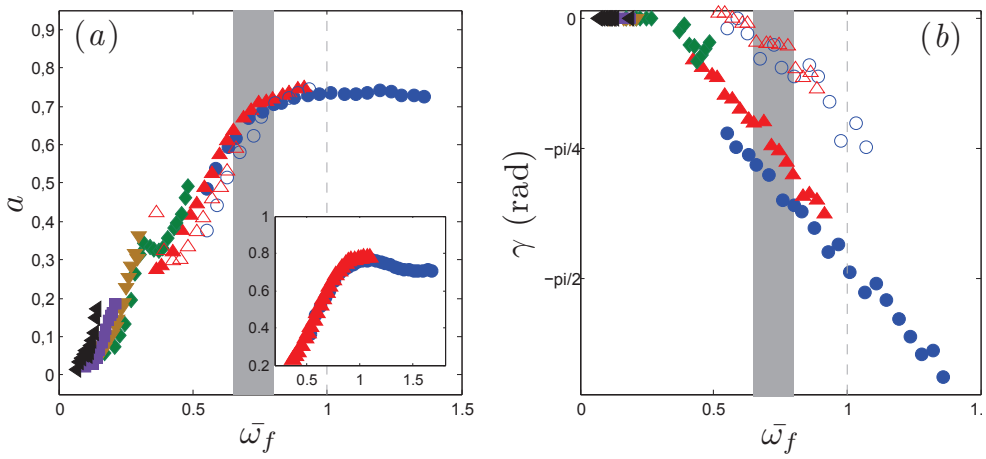


FIGURE 3.10: Evolution (a) de l'amplitude adimensionnée et (b) du déphasage de la réponse du bord de fuite de l'aile, en fonction de la fréquence de forçage réduite, pour une amplitude de battement de $\bar{A_\omega} = 0.8$. L'évolution de l'amplitude est aussi montrée en insert pour un cas avec $\bar{A_\omega} = 0.5$. Les symboles pleins représentent les mesures dans l'air, tandis que les symbole creux représentent celles dans le vide.

défléchie de plus que sa propre longueur. On remarque également que la courbe d'amplitude présente un léger pic au voisinage de $\omega_o/3$, qui confirme l'existence de la résonance super-harmonique préssentie précédemment. Cette augmentation locale de l'amplitude se traduit d'ailleurs par un petit pic de vitesse dans la Figure 3.6. Comme le suggère Vanella *et al.* (2009), il est possible que les insectes ou oiseaux qui exécutent des battements d'ailes de grande amplitude exploitent ce phénomène. Enfin, deux derniers points doivent être soulignés. D'une part, on observe que les mesures d'amplitude dans l'air (symboles pleins) et dans le vide (symboles creux) donnent des valeurs similaires. Ce résultat est en accord avec les conclusions de l'analyse dimensionelle sur le fait que l'inertie est le principal moteur de flexion, et que la présence de fluide influence peu le taux de déformation de l'aile. Le deuxième point est qu'aucune résonance n'est observée au voisinage de $\omega_f = 1$. Seul un pic peu prononcé est observé dans le cas où l'amplitude de forçage est plus basse, comme le montre l'inset de la Figure 3.10(a).

En ce qui concerne la phase γ, la Figure 3.10(b) montre que dans l'air le retard de la réponse par rapport au forçage croît rapidement avec la fréquence. Cette évolution monotone de $|\gamma|$ avec $\bar{\omega}_f$ est cohérente avec les tendances observées par Shyy *et al.* (2010); Spagnolie *et al.* (2010); Zhang *et al.* (2010); Masoud & Alexeev (2010). Il est intéressant de remarquer que l'évolution du déphasage dans le vide n'est pas la même que dans l'air, contrairement aux mesures d'amplitude. On observe que $|\gamma|$ croît plus lentement dans un environement à basse densité dans toute la gamme de fréquence de battement utilisée. Pour illustrer cette différence

de cinématique, la Figure 3.11 compare le battement d'une aile dans l'air (colonne de droite) et dans le vide (colonne de gauche) pour des fréquences de forçage voisines ($\bar{\omega}_f \approx 0.6$). Dans chaque cas de figure, les images sélectionnées correspondent au moment où la déflexion est maximale, puis nulle. La présence de l'air modifie peu l'amplitude des déformations ; mais elle introduit un retard de phase du mouvement de l'arrière sur celui du bord d'attaque qui est absent dans le cas du vide où les deux battent en phase. La différence observée entre les deux séries de mesures de la Figure 3.10(b) souligne l'importance du fluide environnant dans la dynamique de la phase. Ce point sera discuté plus tard.

3.2.4 Dynamique de l'amplitude et de la phase

Les mesures de vitesse et de force ont montré une nette amélioration grâce à la flexiblité dans une certaine gamme de fréquence. Lorsque l'on trace les résultats sous forme adimensionnée afin de comparer les six systèmes de rigidités différentes, on observe un clair pic de performance qui marque la transition entre une phase d'augmentation et une phase d'effondrement de la propulsion. En parallèle, les vidéos prises par caméra rapide indiquent d'une part que la déformation de l'aile en vol augmente rapidement avec la fréquence réduite de battement, et d'autre part que son retard de phase sur le forçage s'amplifie. Dans cette section, nous analysons les résultats cinématiques obtenus pour comprendre les différents régimes de performance observés.

La déformation croissante de l'aile est un avantage en terme de propulsion car elle amplifie les battements du bord d'attaque ; l'aile "brasse" un volume plus important d'air, et génère donc un jet plus puissant. Le deuxième bénéfice apporté par cette cambrure est une redistribution de la quantité de mouvement communiquée à l'air, qui est plus favorable à l'insecte. Les simulations numériques de la Figure 3.12, tirées de Spagnolie *et al.* (2010) illustrent cet effet. Elles montrent la vorticité induite par les battements verticaux d'une aile en vol : la première rangée (où l'aile est droite) est analogue à une aile rigide, et la deuxième (où elle pivote) à une aile flexible se déformant. Dans le cas rigide, le mouvement vertical est associé à un fort détachement des couches limites au niveau du bord d'attaque de l'aile, qui n'aide pas particulièrement à la propulsion et freine son déplacement. Dans le cas flexible par contre, cette vorticité émise à l'avant reste plus proche du corps (l'aile se déplace dans l'air avec un angle d'attaque moins grand) et passe à l'arrière pour alimenter le jet qui propulse l'insecte. Plus l'aile est inclinée (c'est à dire plus elle se déforme) et plus la quantité de mouvement communiquée au fluide est utilisée de façon constructive.

Cet effet positif de la flexion de l'aile sur la répartition des forces aérodynamiques peut aussi être interprété par approche quasi-statique. On considére pour cela une aile en vol sur laquelle s'exerce une distribution de pression (que l'on

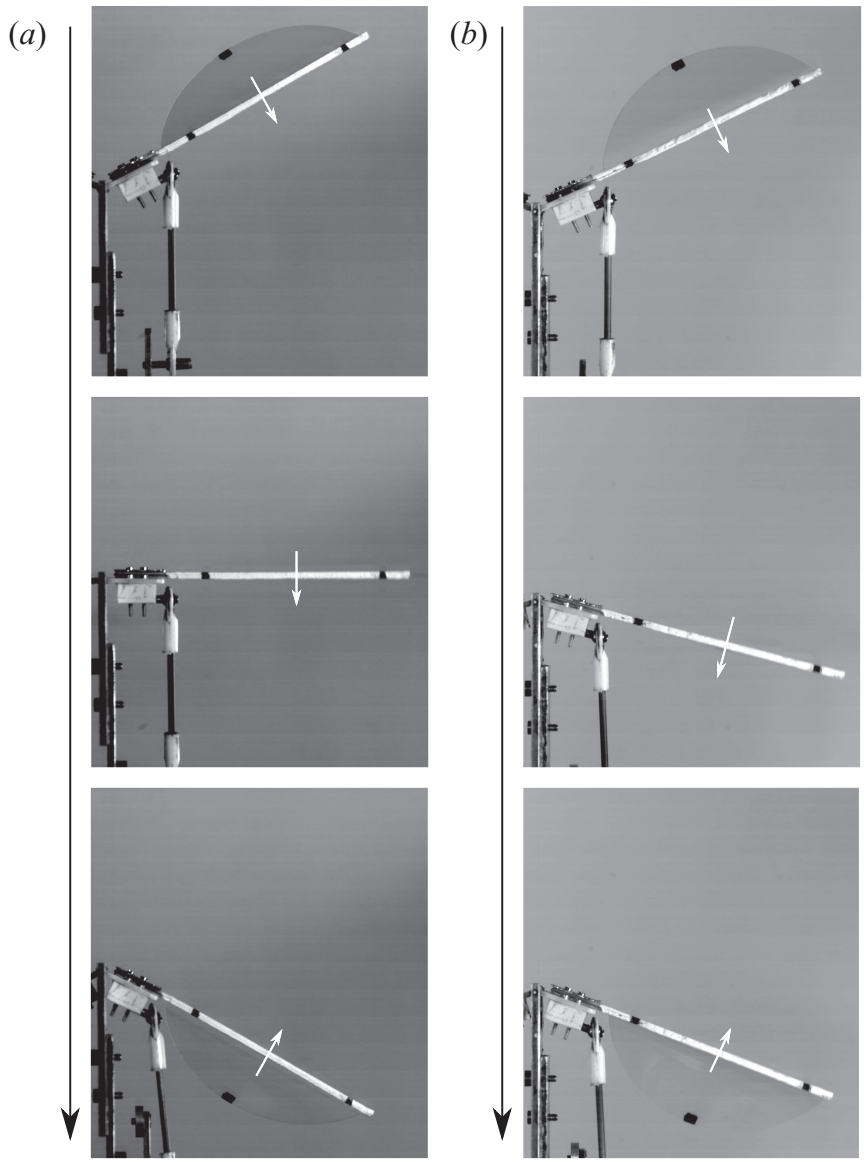


FIGURE 3.11: Battement d'une aile d'épaisseur $h = 0.078mm$ forçée à $\bar{\omega}_f \approx 0.6$ (a) dans le vide, (b) et dans l'air. Pour chaque cas de figure, les images sélectionnées correspondent au moment où la déformation est maximale (rangées du haut et du bas) puis nulle (rangée du centre). La présence de fluide modifie peu l'amplitude de déformation de l'aile, mais affecte son retard de phase sur le mouvement du bord d'attaque.

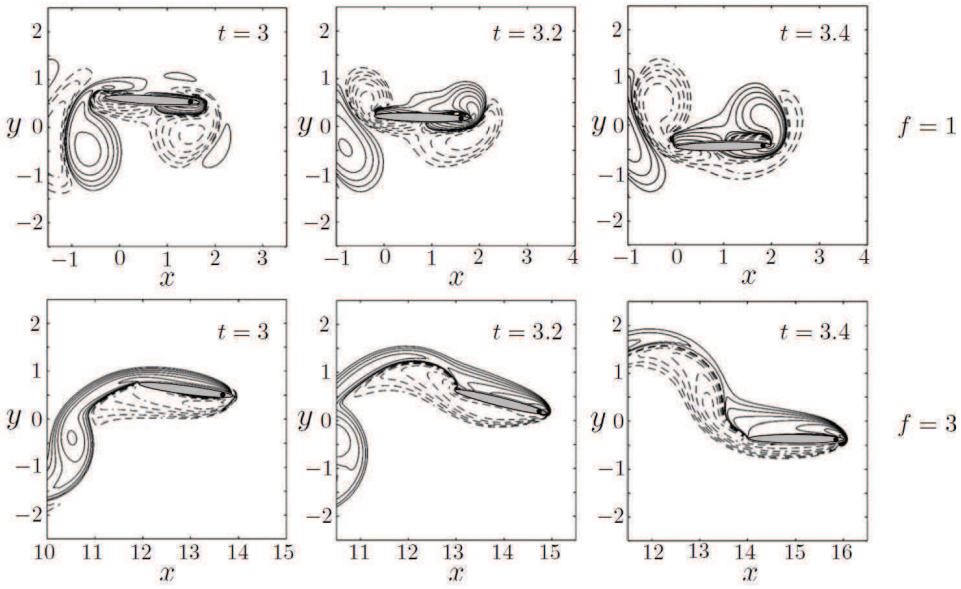


FIGURE 3.12: Figure tirée de Spagnolie *et al.* (2010) montrant la vorticité autour d'une aile battante dans deux cas de figure : l'aile reste droite en vol (cas analogue à une aile rigide), l'aile pivote autour de son bord d'attaque (analogue à une aile flexible). Dans le cas flexible, la vorticité émise au bord d'attaque reste proche du corps et va renforcer celle émise au bord de fuite, améliorant ainsi la force de propulsion générée.

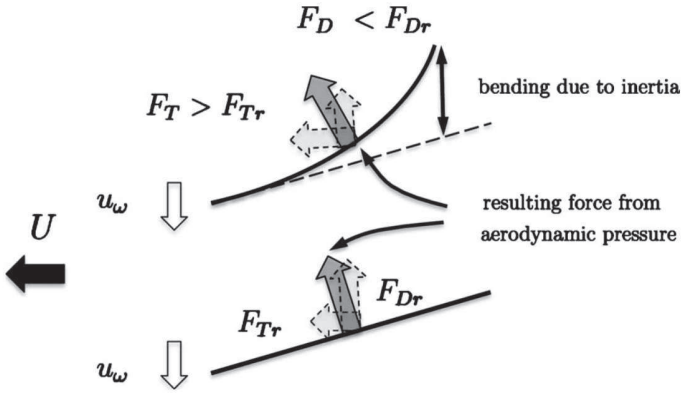


FIGURE 3.13: Schéma tiré de Thiria & Godoy-Diana (2010), montrant la redistribution des forces aérodynamiques par un modèle de plaque élastique (haut) par rapport à une plaque rigide (bas). F_{T_r} est la projection de la force aérodynamique utile à la propulsion, et F_{D_r} est la force de traînée qui s'oppose au mouvement de battement d'une aile rigide.

peut supposer uniforme en première approximation). Les forces fluides qui en résultent peuvent être décomposées en deux contributions : une composante dans la direction du déplacement vers l'avant F_T qui propulse l'aile, et une composante dans la direction du mouvement de battement F_D (voir Figure 3.13). F_D provient de la traînée importante que subit l'aile lorsqu'elle pousse l'air de haut en bas et de bas en haut. Cette force qui s'oppose au mouvement de battement, est à considérer comme une force de portance fluctuante et ne doit pas être confondue avec la force de traînée globale qui limite la vitesse de vol de l'insecte. Thiria & Godoy-Diana (2010) ont montré que la déformation de l'aile induite par l'élasticité peut alors être vue comme un "facteur de forme" qui re-répartie les contributions de forces de pression fluide dans les deux directions. Le changement de forme permet de rediriger une partie des forces aérodynamiques dans la direction d'avancée de l'aile, ce qui augmente la force de propulsion générée (voir Figure 3.13). D'autre part, la traînée F_D est réduite car l'aile présente une surface projetée moins grande perpendiculairement à l'écoulement d'air incident. Cette surface réduite s'exprime alors en fonction de la longueur de flexion intrinsèque de l'aile L_b (Eq. 3.9), au lieu de la longueur L comme ce serait le cas pour une aile rigide. Ce mécanisme est comparable à la reconfiguration de fibres ou feuilles flexibles dans un écoulement étudiée par Alben *et al.* (2002); Schouveiler & Boudaoud (2006); Gosselin *et al.* (2010), où les structures plient pour minimiser leur traînée.

Les deux forces F_D et F_T sont donc directement dépendantes de l'amplitude de la déformation de l'aile en vol (et par conséquent de sa flexibilité). L'augmentation de a avec $\bar{\omega}_f$ observée dans la Figure 3.10 conduit ainsi à une amélioration de F_T, ce qui explique la première phase de hausse des performances (pour u, f_T, et p_t) de la Figure 3.6. L'accroissement de la cambrure de l'aile provoque également une réduction de F_D. On note que cette diminution se reflète dans les mesures P_i : actionner des ailes flexibles requiert moins de puissance que pour des ailes rigides. P_i est en effet une forme de mesure du travail de la force de trainée étant donné qu'une partie de cette énergie fournie par le moteur est employée à surmonter F_D ($\propto F_D u_\omega$, avec $u_\omega = A_\omega \omega_f$). Cette première analyse "quasi-statique" (c'est à dire, qui ne prend pas en compte la dynamique temporelle de déformation de l'aile) offre une explication à l'amélioration des performances de vol induite par la flexibilité des ailes. Cette explication n'est cependant pas complète ; l'augmentation de l'amplitude seule ne permet pas d'expliquer tous les comportements observés, notamment l'effondrement de la vitesse de vol au delà d'une certaine fréquence de battement. Nous proposons donc un second niveau d'analyse qui prend en compte la dynamique temporelle de déformation de l'aile, caractérisée par le déphasage γ.

Pour que la déflexion de l'aile soit exploitée au mieux, elle doit se produire au bon moment du cycle de battement. Les schémas de la Figure 3.14 montrent trois battements d'aile (vue latérale) avec une même amplitude maximale de dé-

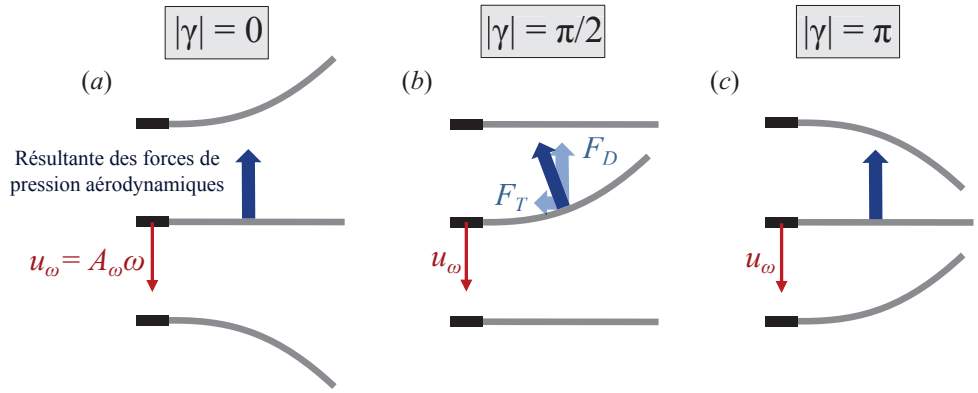


FIGURE 3.14: Schéma de l'influence du déphasage sur la propulsion. (a) Pour $\gamma = 0$, l'aile est presque droite au moment le plus favorable du cycle en terme de production de forces de propulsion (vitesse maximale). (b) Pour le cas optimal $\gamma = \pi/2$ l'aile est la plus défléchie lorsque les forces aérodynamiques sont maximales. (c) Au delà de $\pi/2$ les maximums de déformation et de vitesse de l'aile redeviennent décohérents.

formation mais des déphasages différents. Lorsque $\gamma = 0$, l'aile plie en phase avec le forçage imposé ; sa cambrure est donc maximale lorsque le bord d'attaque atteint sa position extrême et est nulle à mi-hauteur (Figure 3.14(a)). Cette configuration est particulièrement défavorable pour le système car l'aile se retrouve droite lorsque sa vitesse instantanée est maximale, c'est à dire lorsque l'essentiel des forces de propulsion est généré. Elle profite donc moins de la meilleure répartition des forces aérodynamiques que pourrait lui confèrer son élasticité. Pour que la flexibilité soit exploitée de façon constructive, il est nécessaire que le mouvement du bord de fuite accumule un certain retard sur celui du bord d'attaque, afin que l'aile soit pliée au moment où les forces aérodynamiques sont les plus grandes. Les performances de l'insecte devraient donc augmenter avec le déphasage jusqu'à atteindre un maximum pour la valeur optimale $\gamma = \pi/2$ pour laquelle la cambrure de l'aile évolue en phase avec sa vitesse (Figure 3.14(b)). Ce scénario pour la dynamique de la phase explique la première phase d'amélioration importante qui est observée pour les vitesses et forces de propulsion. Il pourrait également justifier la transition vers un régime de sous-performance, puisque au delà de $\pi/2$, on s'attend à ce que la décohérence des pics de déformation et de vitesse entraîne une chute des performances (Figure 3.14(c)). On remarque toutefois que le maximum de performances de la Figure 3.6(e) ne correspond pas à $\gamma = \pi/2$, mais a lieu relativement en dessous de cet optimum attendu (vers $\pi/4$).

A ce stade, on a donc montré que l'amélioration des performances provient de l'effet combiné d'une augmentation rapide du déphasage couplée à une amplitude croissante. Les trois séries temporelles de la Figure 3.15 pour $\bar{\omega}_f \approx 0.2$,

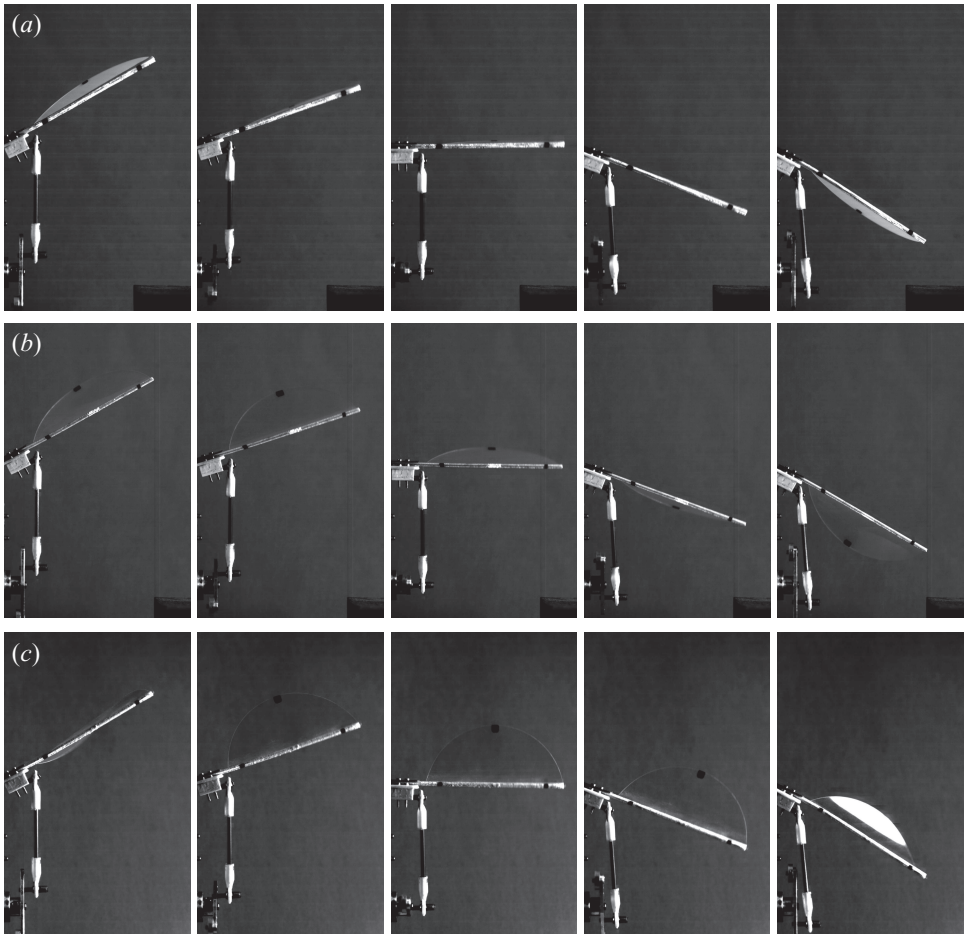


FIGURE 3.15: Séries temporelles montrant l'augmentation de l'amplitude et de la phase avec $\bar{\omega}_f$. (a) Aile d'épaisseur $h = 0.250mm$ battue à $23.7Hz$ ($\bar{\omega}_f = 0.20$) : $a \approx 0.2$ et $\gamma \approx 0$. (b) Aile d'épaisseur $h = 0.078mm$ battue à $20.3Hz$ ($\bar{\omega}_f = 0.59$) : $a \approx 0.6$ et $\gamma \approx \pi/4$. (c) Aile d'épaisseur $h = 0.050mm$ battue à $24.7Hz$ ($\bar{\omega}_f = 0.97$) c'est à dire proche de sa résonance : $a \approx 0.8$ et $\gamma \approx \pi/2$.

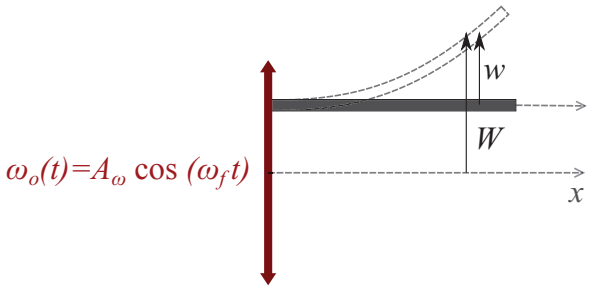


FIGURE 3.16: Modèle analytique simplifié d'une aile élastique soumise à une excitation harmonique $w_o(t) = A_\omega \cos(\omega_f t)$. W et w correspondent respectivement à la déflexion de l'aile dans le référentiel du laboratoire et dans le référentiel du forçage.

0.6 et 1 illustrent cette double évolution de a et γ avec $\bar{\omega}_f$. La déflexion de l'aile permet une redistribution des forces aérodynamique plus favorable à la propulsion, et le retard de phase du bord de fuite par rapport au forçage permet d'exploiter cette redistribution au moment où les forces de pression de l'air sont les plus importantes. Plusieurs questions restent cependant en suspens. En particulier, si l'on regarde les performances correspondant au cas de la Figure 3.15(c) ($\bar{\omega}_f \approx 1$ et $\gamma \approx \pi/2$) pour lequel la dynamique de l'aile est théoriquement idéale, la puissance de propulsion mesurée est plus de quatre fois plus petite que la valeur maximale obtenue pour $\omega_f \approx 0.7$. Pourquoi l'optimum des performances se situe-t-il donc à $\omega_f \approx 0.7$, et non à la résonance où le déphasage est optimal ? Une autre question qui se pose est, quel est le mécanisme physique permettant d'expliquer l'augmentation rapide du déphasage observée ? Cette question est importante étant donné le rôle prépondérant que joue le déphasage dans l'amélioration des performances.

3.3 Modélisation théorique de l'aile flexible

La section précédente a montré qu'il est important de comprendre la dynamique de déformation des ailes pour pouvoir expliquer les performances observées expérimentalement. Dans cette optique, nous avons développé un modèle analytique simplifié pour pouvoir décrire la réponse du système à un forçage imposé (c'est à dire un mouvement du bord d'attaque imposé).

3.3.1 Modèle non-linéaire de poutre forcée

De façon similaire à l'étude cinématique expérimentale décrite plus haut, l'aile élastique de l'insecte peut être modélisée par une poutre encastrée-libre, soumise à un forçage harmonique (voir Figure 3.16). Cette "poutre équivalente" est de longueur L, de rigidité en flexion B, et de masse linéique μ. Conformément aux observations expérimentales, on suppose ici que seules les déformations en flexion sont

autorisées, et on néglige tout effet de torsion. L'équation non-linéaire décrivant le mouvement d'oscillation de la poutre s'écrit alors :

$$BW'''' + \mu\ddot{W} = -B(W'W''^2 + W'''W'^2)' - \frac{\mu}{2}\left[W'\int_L^x \frac{\partial^2}{\partial t^2}\left[\int_0^x W'^2 dx\right]dx\right]', \quad (3.13)$$

où les notations point et prime font référence aux dérivées par rapport au temps et à x. Cette équation est introduite dans la Section 2.1.2 du Chapitre 2 (Eq.2.22), le déplacement transverse global y est ici noté W pour se conformer aux notations de Ramananarivo *et al.* (2011). On note qu'à cause des déformations importantes que subit l'aile (voir Figure 3.6, où l'amplitude adimensionnée de la déflexion de l'aile atteint $a \approx 0.8$), on ne peut pas négliger les termes non-linéaires d'origine élastique et inertielle figurant dans le membre de droite de l'Eq. 3.13. W est ensuite décomposé sous la forme :

$$W(x,t) = w(x,t) + w_o(t), \quad (3.14)$$

où $w_o(t)$ est le mouvement du forçage, décrit par $w_o(t) = A_\omega \cos(\omega_f t)$ (voir Figure 3.16). Les grandeurs sont ensuite adimensionnées par la longueur L et le temps τ caractéristiques du système élastique :

$$\tilde{w} = \frac{w}{L}; \qquad \tilde{x} = \frac{x}{L}; \qquad \tilde{t} = \frac{t}{\tau}; \quad \text{avec} \quad \tau = \left(\frac{\mu}{B}\right)^{1/2} L^2. \quad (3.15)$$

L'Eq. 3.13 adimensionnée s'écrit alors :

$$\tilde{w}'''' + \ddot{\tilde{w}} = -(\tilde{w}'\tilde{w}''^2 + \tilde{w}'''\tilde{w}'^2)' - \frac{1}{2}\left[\tilde{w}'\int_1^{\tilde{x}} \frac{\partial^2}{\partial \tilde{t}^2}\left[\int_0^{\tilde{x}} \tilde{w}'^2 d\tilde{x}\right]d\tilde{x}\right]' - \bar{A}_\omega \ddot{\tilde{w}}_o. \quad (3.16)$$

Les conditions aux limites satisfaites par la poutre encastrée-libre sont :

$$\tilde{w}(0,\tilde{t}) = \tilde{w}'(0,\tilde{t}) = \tilde{w}''(1,\tilde{t}) = \tilde{w}'''(1,\tilde{t}) = 0. \quad (3.17)$$

Le dernier terme du membre de droite de l'Eq. 3.16, $-\bar{A}_\omega \ddot{\tilde{w}}_o = \bar{A}_\omega \bar{\omega}_f^2 \cos(\bar{\omega}_f \tilde{t}) = \mathcal{N}_{ei} \cos(\bar{\omega}_f \tilde{t})$, est un terme de forçage due à l'inertie de l'aile, et dont l'amplitude est donnée par le nombre élasto-inertiel qui dépend de la fréquence d'excitation au carré. Comme discuté dans la section précédente, cette dépendence en $\bar{\omega}_f^2$, due à la nature inertielle du forçage, occasionne des déformations de l'aile de plus en plus importantes quand la fréquence de forçage augmente.

L'étape suivante consiste à s'affranchir de la dépendance spatiale de l'Eq. 3.16 en décomposant la solution $\tilde{w}$ sur la base de modes propres définis par la partie linéaire du problème. Le calcul des modes et leur utilité pour la résolution de problèmes aux dérivées partielles est présenté dans la Section 2.1.3 du Chapitre 2. Le déplacement transverse est donc développé sous la forme :

$$\tilde{w}(\tilde{x},\tilde{t}) = \sum_1^\infty X_p(\tilde{t})\Phi_p(\tilde{x}), \quad (3.18)$$

où $\Phi_p(x)$ sont les modes propres linéaires adimensionnés d'une poutre encastrée-libre, et $X_p(t)$ les amplitudes modales qui sont des fonctions ne dépendant que du temps. Le problème s'écrit alors (les tildes ont été enlevés par souci de simplicité) :

$$\ddot{X_p} + X_p = -\sum_{i,j,k=1}^{N} h^p_{ijk} X_i X_j X_k - \sum_{i,j,k=1}^{N} f^p_{ijk}(X_i X_j \ddot{X}_k + X_i \dot{X}_j \dot{X}_k) + f_p(t), \quad (3.19)$$

où h^p_{ijk} et f^p_{ijk} sont donnés par :

$$h^p_{ijk} = \int_0^1 (\Phi'_i \Phi''_j \Phi''_k + \Phi'''_i \Phi'_j \Phi'_k)' \Phi_p dx \quad (3.20)$$

$$f^p_{ijk} = \int_0^1 \left[\Phi'_i \int_1^x \int_0^u \Phi'_j(y) \Phi'_k(y) dy du \right]' \Phi_p dx. \quad (3.21)$$

La valeur de ces fonctions est calculée numériquement. La projection du terme de forçage sur le p-ème mode, $f_p(t)$ s'écrit :

$$f_p(t) = f_p \cos(\bar{\omega}_f t), \quad \text{avec} \quad f_p = \bar{A_\omega} \bar{\omega}_f^2 \int_0^1 \Phi_p(x) dx. \quad (3.22)$$

Le problème initial exprimé par une équation aux dérivées partielles (Eq. 3.13) est donc remplacé par un ensemble de problèmes couplés (Eq. 3.19) ne portant que sur la variable temps, ce qui simplifie la résolution complète. Les équations restent néanmoins encore très complexes à résoudre, du fait des fortes non-linéarités présentes dans le membre de droite qui couplent les modes linéaires de la poutre. Toutefois, si l'on regarde la gamme de fréquences $\bar{\omega}_f$ balayée dans cette étude, on constate que les régimes de propulsion explorés ici se trouvent tous en dessous de la première fréquence propre de l'aile (ou légèrement au dessus pour l'aile la plus flexible). On peut donc supposer que la réponse dynamique de l'aile est principalement capturée par son premier mode propre. Les déformées observées à l'aide de la caméra rapide corroborent cette hypothèse (voir l'exemple de la Figure 3.8(a)). L'Eq. 3.19 peut donc être considérablement simplifiée et se réduit au mode 1 :

$$\ddot{X_1} + X_1 = -h^1_{111} X_1^3 - f^1_{111}(X_1^2 \ddot{X}_1 + X_1 \dot{X_1}^2) + f_1(t). \quad (3.23)$$

où X_1 est l'amplitude modale du premier mode. Cette dernière équation peut être réécrite pour X le déplacement adimensionné du bord libre de l'aile, où $X(t) = X_1(t)\Phi_1(1)$:

$$\ddot{X} + X = -H^1_{111} X^3 - F^1_{111}(X^2 \ddot{X} + X \dot{X}^2) + F_1(t), \quad (3.24)$$

$$\text{avec} \qquad H^1_{111} = \frac{h^1_{111}}{\Phi_1^2(1)}; \qquad F^1_{111} = \frac{f^1_{111}}{\Phi_1^2(1)}; \qquad F_1(t) = f_1(t)\Phi_1(1). \quad (3.25)$$

La dernière étape consiste à inclure dans le modèle les forces aérodynamiques s'appliquant sur l'aile. Les interactions entre l'aile et l'air environnant sont traitées de façon simplifiée. Au lieu de modéliser la boucle complète de couplage

fluide/structure, il est possible ici de trouver une expression analytique représentant l'action de l'air sur l'aile. Le système est soumis à des forces de frottement fluide que l'on peut exprimer en fonction de la déformation de l'aile élastique. Durant un cycle de battement l'aile atteint des vitesses importantes, ce qui implique de grands nombres de Reynolds transverses, $Re_\omega = \frac{A_\omega \omega_f L}{\nu} \in \left[10^3, 10^4\right]$ (avec $A_\omega \omega_f$ la vitesse transversale maximale de l'aile). Il est donc nécessaire d'inclure un frottement fluide quadratique, en plus du terme linéaire classique provenant du frottement visqueux. Le frottement est ainsi choisi comme étant une combinaison d'un terme linéaire et d'un terme non-linéaire :

$$\Xi(X, \dot{X}) = 2\xi \dot{X} + \xi_{nl} |\dot{X}| \dot{X}. \tag{3.26}$$

Les coefficients linéaire et non-linéaire ξ et ξ_{nl} sont estimés à partir de l'étude de la réponse impulsionnelle de chaque aile ; le détail de la mesure sera expliqué plus loin dans le texte. L'équation complète décrivant les oscillations du bout de l'aile s'écrit donc :

$$\ddot{X} + X = -H^1_{111} X^3 - F^1_{111}(X^2 \ddot{X} + X \dot{X}^2) + 2\xi \dot{X} + \xi_{nl} |\dot{X}| \dot{X} + F_1(t). \tag{3.27}$$

On note que cette équation ressemble à celle de l'oscillateur non-linéaire de Duffing, qui est un oscillateur forcé amorti, avec un potentiel incluant un terme cubique (voir Nayfeh & Mook (1979)). Notre système diffère néanmoins de ce système modèle par la présence d'un terme de frottement non-linéaire, et par un forçage F_1 qui dépend de la fréquence.

3.3.2 Résolution par échelles multiples

La solution de l'Eq. 3.27 est calculée par la méthode des échelles multiples effectuée au premier ordre. Cette méthode est couramment utilisée dans le cas de systèmes dynamiques nonlinéaires ; l'idée sous-jacente est d'introduire plusieurs échelles de temps ou d'espace pour décrire la réponse du système (Nayfeh & Mook (1979)). Le rapport entre ces dernières est donné par le petit paramètre ϵ. On choisit ici de résoudre le système pour des fréquences proches de la résonance ; le paramètre $\sigma = (\bar{\omega_f} - 1)/\epsilon$ est donc introduit pour mesurer l'écart à la résonance. On associe aux échelles lentes et rapides des variables, qui sont traitées comme si elles étaient indépendantes. Les degrés de libertés additionnels introduits sont utilisés pour supprimer les termes séculaires apparaissant dans l'équation dynamique. Ceux-ci sont des termes résonants, c'est à dire de même pulsation que l'oscillateur, qui vont donner lieu à des solutions non bornées en temps. Le fait d'imposer leur annulation contraint la forme de la solution à travers une *condition de solvabilité* qui permet également de résoudre le système. Le problème à résoudre s'écrit ici :

$$\ddot{X} + X = -\epsilon \left(H^1_{111} X^3 + F^1_{111}(X^2 \ddot{X} + X \dot{X}^2) + \Xi(X, \dot{X}) - F_1(t) \right). \tag{3.28}$$

La solution est exprimée en fonction des différentes échelles de temps du problème :

$$X = X_0(t_0, t_1) + \epsilon X_1(t_0, t_1) + ... \tag{3.29}$$

où $t_0 = t$ est l'échelle de temps courte, liée aux oscillations de l'aile, et $t_1 = \epsilon t$ une échelle de temps plus longue. Les dérivées temporelles sont donc modifiées comme suit

$$\partial_t = \partial_{t_0} + \epsilon\partial_{t_1}; \qquad \partial_t^2 = \partial_{t_0}^2 + 2\epsilon\partial_{t_1 t_0}, \tag{3.30}$$

Ce qui donne,

$$\begin{aligned} \partial_t X &= \partial_{t_0} X_0 + \epsilon(\partial_{t_0} X_1 + \partial_{t_1} X_0) + \mathcal{O}(\epsilon^2), \\ \partial_t^2 X &= \partial_{t_0}^2 X_0 + \epsilon(\partial_{t_0}^2 X_1 + 2\partial_{t_1 t_0} X_0) + \mathcal{O}(\epsilon^2). \end{aligned} \tag{3.31}$$

En utilisant la relation $\bar{\omega_f} = \sigma\epsilon + 1$, le terme de forçage est également réexprimé pour traduire sa proximité à la résonance :

$$F_1 \cos(\bar{\omega}_f t) = F_1 \cos(t_0 + \sigma t_1). \tag{3.32}$$

– <u>ordre ϵ^0</u> :
A l'ordre ϵ^0, l'Eq. 3.28 s'écrit :

$$\partial_{t_0}^2 X_0 + X_0 = 0, \tag{3.33}$$

ce qui donne la solution

$$X_0 = A(t_1)e^{it_0} + A^*(t_1)e^{-it_0}, \tag{3.34}$$

où A est une fonction complexe de t_1 et A^* son conjugué.

– <u>ordre ϵ^1</u> :
Le problème à l'ordre ϵ^1 s'écrit :

$$\begin{aligned} \partial_{t_0}^2 X_1 + X_1 = -H_{111}^1 X_0^3 - F_{111}^1 (X_0^2 \partial_{t_0}^2 X_0 + X_0 \left(\partial_{t_0} X_0\right)^2) - \Xi(X_0, \partial_{t_0} X_0) \\ -2\partial_{t_1 t_0} X_0 + F_1 \cos(t_0 + \sigma t_1). \end{aligned} \tag{3.35}$$

En utilisant l'expression de X_0 trouvée à l'ordre ϵ^0 dans l'Eq. 3.34, on obtient

$$\begin{aligned} X_0 &= Ae^{it_0} + A^* e^{-it_0}, \\ \partial_{t_0} X_0 &= i(Ae^{it_0} - A^* e^{-it_0}), \\ \partial_{t_0}^2 X_0 &= -(Ae^{it_0} + A^* e^{-it_0}) = -X_0, \end{aligned} \tag{3.36}$$

puis,

$$\begin{aligned} X_0^3 &= A^3 e^{3it_0} + 3A^2 A^* e^{it_0} + cc, \\ X_0^2 \partial_{t_0}^2 X_0 &= -X_0^3 = -A^3 e^{3it_0} - 3A^2 A^* e^{it_0} + cc, \\ X_0 \left(\partial_{t_0} X_0\right)^2 &= -A^3 e^{3it_0} + A^2 A^* e^{it_0} + cc, \\ \partial_{t_1 t_0} X_0 &= i\partial_{t_1} A e^{it_0} + cc. \end{aligned} \tag{3.37}$$

avec *cc* qui correspond au complexe conjugué des termes précédents. Le terme de forçage quant à lui se réécrit en notation complexe,

$$F_1 \cos(t_0 + \sigma t_1) = \frac{1}{2} F_1 e^{i(t_0+\sigma t_1)} + cc, \tag{3.38}$$

et le terme de frottement fluide,

$$\Xi(X_0, \partial_{t_0} X_0) = 2i\xi \left(A e^{i t_0} - A^* e^{-i t_0} \right) + \xi_{nl} |\partial_{t_0} X_0| \partial_{t_0} X_0. \tag{3.39}$$

Les développements (3.37)-(3.38) et (3.39) montrent que le second membre de l'Eq 3.35 contient plusieurs termes séculaires résonants en $e^{i t_0}$. Afin que le développement en échelles multiples soit borné à l'infini, on impose leur annulation. Le calcul de la composante en $e^{i t_0}$ de $\xi_{nl} |\partial_{t_0} X_0| \partial_{t_0} X_0$ n'est pas immédiat à cause de la présence de la valeur absolue, on développe donc le frottement non-linéaire en série de Fourier dont on ne garde que le premier terme :

$$\frac{\xi_{nl}}{2\pi} \int_0^{2\pi} |\partial_{t_0} X_0| \partial_{t_0} X_0 e^{-i t_0} d t_0 \tag{3.40}$$

Pour calculer ce terme (3.40), il est plus pratique d'exprimer A sous la forme polaire :

$$A = \frac{1}{2} a e^{i(\sigma t_1 - \gamma)}. \tag{3.41}$$

avec a correspondant à l'amplitude de la réponse de l'aile et γ à son déphasage par rapport au forçage. La dérivée $\partial_{t_0} X_0$ s'écrit alors

$$\partial_{t_0} X_0 = \frac{1}{2} a i e^{i(t_0 + \sigma t_1 - \gamma)} + cc = -a \sin\phi, \qquad \text{où} \qquad \phi = t_0 + \sigma t_1 - \gamma, \tag{3.42}$$

ce qui donne pour (3.40) :

$$\begin{aligned} & -\frac{\xi_{nl}}{2\pi} a^2 e^{i(\sigma t_1 - \gamma)} \int_0^{2\pi} |\sin\phi| \sin\phi e^{-i\phi} d\phi \\ = \; & -\frac{\xi_{nl}}{2\pi} a^2 e^{i(\sigma t_1 - \gamma)} \left(\int_0^{2\pi} |\sin\phi| \sin\phi \cos\phi d\phi - i \int_0^{2\pi} |\sin\phi| \sin^2\phi d\phi \right) \\ = \; & i \frac{4}{3\pi} \xi_{nl} a^2 e^{i(\sigma t_1 - \gamma)} = i \frac{16}{3\pi} \xi_{nl} |A| A. \end{aligned} \tag{3.43}$$

On a donc au premier ordre :

$$\xi_{nl} |\partial_{t_0} X_0| \partial_{t_0} X_0 \approx i \frac{16}{3\pi} \xi_{nl} |A| A e^{i t_0} + cc. \tag{3.44}$$

Pour supprimer les termes séculaires, A doit donc satisfaire l'équation suivante :

$$A^2 A^* (3H^1_{111} - 2F^1_{111}) + i(2\partial_{t_1} A + 2\xi A + \frac{16\xi_{nl}}{3\pi} |A| A) = \frac{1}{2} F_1 e^{i\sigma t_1}. \tag{3.45}$$

Si l'on substitue maintenant à A sa forme polaire $\frac{1}{2}ae^{i(\sigma t_1-\gamma)}$, et que l'on ne considère que les solutions stationnaires pour lesquelles $\partial_{t_1}\gamma = \partial_{t_1}a = 0$, on obtient l'équation suivante pour a et γ :

$$\frac{1}{8}\left(3H^1_{111} - 2F^1_{111}\right)a^3 - \sigma a + i\left(\xi a + \frac{4\xi_{nl}}{3\pi}a^2\right) = \frac{1}{2}F_1 e^{i\gamma}. \tag{3.46}$$

En séparant la partie réelle est la partie imaginaire de l'Eq 3.46, on trouve :

$$\begin{aligned} \Gamma_1 a^3 - \sigma a &= \frac{1}{2}F_1\cos\gamma, \\ \xi\frac{a}{2} + \frac{4\xi_{nl}}{3\pi}\frac{a^2}{4} &= \frac{1}{2}F_1\sin\gamma, \end{aligned} \tag{3.47}$$

avec $\Gamma_1 = \frac{a^3}{8}(3H^1_{111} - 2F^1_{111})$ le coefficient des termes non-linéaires cubiques. Le système d'équations (3.47) peut être réécrit sous la forme :

$$\left(\Gamma_1 a^3 - a\sigma\right)^2 + (\xi a + \frac{4}{3\pi}\xi_{nl}a^2)^2 = \frac{F_1^2}{4} \tag{3.48}$$

$$\gamma = \arctan\left(\frac{(\xi a + \frac{4}{3\pi}\xi_{nl}a^2)}{\Gamma_1 a^3 - a\sigma}\right) \tag{3.49}$$

Ces deux dernières équations décrivent (en termes d'amplitude et de déphasage) la réponse non-linéaire d'une aile, dans l'air, au forçage qui lui est imposé.

3.3.3 Mesure des coefficients de frottement de l'air ξ et ξ_{nl}

En modélisant l'aile de l'insecte par une poutre forcée amortie, nous avons obtenu l'Eq. 3.27 qui décrit les oscillations de son extremité. La résolution par échelles multiples a ensuite permis d'établir les relations (3.48) et (3.49) pour l'amplitude de déformation de l'aile et son retard de phase sur le forçage. Pour implémenter numériquement ces prédictions théoriques, il est d'abord nécessaire de déterminer la valeur des coefficients de frottement de l'air linéaire et non-linéaire ξ et ξ_{nl}.

ξ et ξ_{nl} sont estimés à partir des mêmes expériences de réponse impulsionnelle que celles décrites précédemment dans le cadre de la mesure de la fréquence propre des ailes. La Figure 3.17 montre les oscillations libres du bout de l'aile lors de son retour à sa position d'équilibre. Les coefficients de frottement de l'air sont déterminés à partir de la décroissance de l'enveloppe du signal. La distinction entre les coefficients linéaire et non-linéaire est faite en ajustant deux fonctions analytiques différentes à l'enveloppe aux temps courts et aux temps longs : ξ_{nl} est calculé à partir de la première partie de la réponse impulsionnelle qui correspond aux plus grands déplacements, et ξ à partir de la seconde où les déplacements et les vitesses sont plus petits.

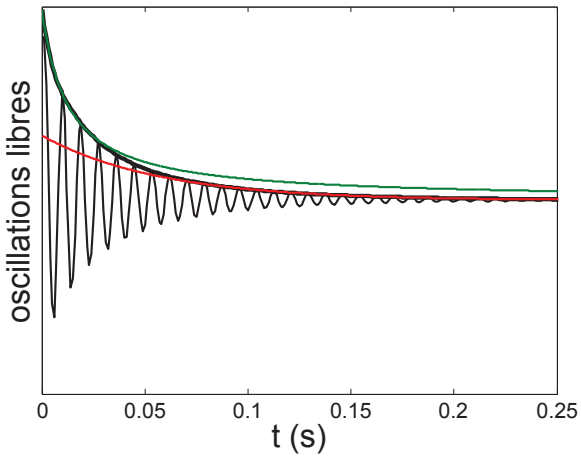


FIGURE 3.17: Suivi des oscillations libres du bout d'une aile d'épaisseur 0.250mm (courbe noire). Les coefficients de frottement linéaire et non-linéaire sont obtenus en ajustant respectivement l'expression (3.51) à l'enveloppe du signal pour les temps $t < 0.03$ (courbe verte), et l'expression (3.52) pour $0.07 < t < 0.3$ (courbe rouge).

La dynamique d'un système en oscillation libre avec un frottement quadratique est décrite aux premiers ordres par une équation (adimensionnée) de la forme :

$$\ddot{X} + X = -\xi_{nl}|\dot{X}|\dot{X} \tag{3.50}$$

où la fonction du temps $X(t)$ correspond à la position latérale du bout de l'aile. La loi de décroissance temporelle de l'amplitude des oscillations $a(t)$ est alors obtenue à partir de la même Eq. 3.45 (où Γ_1,F_1 et $\xi = 0$) en posant $A(t_1) = \frac{1}{2}a(t_1)e^{i\gamma(t_1)}$ avec cette fois $\partial_{t_1} a \neq 0$. On obtient alors (Nayfeh & Mook (1979)) :

$$a(t) = \frac{a_0}{1 + \frac{4\xi_{nl}a_0}{3\pi}t}, \tag{3.51}$$

avec a_0 l'amplitude au temps $t = 0$. Juste après avoir été relachée de sa position initiale, l'aile oscille à des vitesses suffisamment grandes pour que le frottement de l'air soit considéré majoritairement quadratique. En ajustant la fonction (3.51) au début de l'enveloppe du signal, on identifie la valeur $\xi_{nl} \approx 4$ (voir la courbe verte sur la Figure 3.17).

Le coefficient de frottement linéaire peut être identifié de la même manière, en utilisant l'enveloppe du signal à temps long. La dynamique de l'oscillateur est alors décrite par :

$$\ddot{X} + X = -2\xi\dot{X} \quad \text{ce qui donne,} \quad a(t) = a_0 e^{-\xi t} \tag{3.52}$$

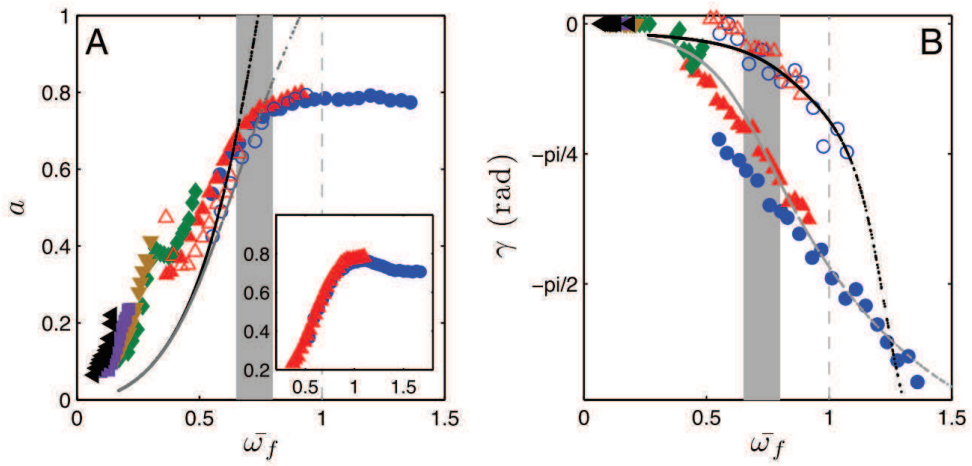


FIGURE 3.18: Evolution (a) de l'amplitude adimensionnée et (b) du déphasage de la réponse du bord de fuite de l'aile, en fonction de la fréquence de forçage réduite, pour une amplitude de battement de $\bar{A}_\omega = 0.8$ et de $\bar{A}_\omega = 0.5$ (les symboles pleins représentent les mesures dans l'air, tandis que les symbole creux représentent celles dans le vide). Ces résultats sont comparés aux prédictions non-linéaires des Eqs. 3.48-3.49 avec (ligne grise) et sans (ligne noire) frottement fluide non-linéaire (ce point est discuté dans la section suivante).

En ajustant une exponentielle décroissante (courbe rouge sur la Figure 3.17) au signal de chaque aile on obtient $\xi \approx 0.2$.

On note que le terme de frottement $\Xi(X,\dot{X}) = 2\xi\dot{X} + \xi_{nl}|\dot{X}|\dot{X}$ n'est pas strictement correct ; il devrait prendre en compte les vitesses dans le référentiel du laboratoire plutôt que dans le référentiel en mouvement du bord d'attaque de l'aile. Bien que le modèle présenté capture les ingrédients physiques principaux des mécanismes en jeu, on s'attend donc à ce que les Eqs. 3.48-3.49 soient légèrement modifiées. La contribution linéaire $a\xi$ correspond à un frottement visqueux lié à de très petits déplacements, mais peut aussi être attribuée à un amortissement solide (frottement visco-élastique) ; elle dépend donc majoritairement du seul déplacement X (i.e. dans le référentiel de l'aile). En revanche, le terme non-linéaire $\frac{4}{3\pi}\xi_{nl}a^2$ dépend fortement du mouvement global de l'aile, et doit donc être estimé dans le référentiel du laboratoire. Au premier ordre, on peut raisonnablement corriger ce terme par l'approximation $\frac{4}{3\pi}\xi_{nl}(a+\bar{A}_\omega)^2$.

3.3.4 Comparaison théorie/expérience

Les prédictions du modèle en utilisant les valeurs des paramètres de l'expérience sont tracées dans la Figure 3.18. La courbe grise, qui correspond au modèle non-linéaire complet (Eqs. 3.48-3.49), est à comparer aux données expérimentales

d'une aile dans l'air (symboles pleins). La courbe noire est elle obtenue sans le terme de frottement fluide quadratique ($\xi_{nl} = 0$), et doit donc être comparée aux mesures dans le vide (symboles creux). On peut constater que ce modèle basé sur un seul mode propre de l'aile est capable de reproduire les comportements observés expérimentalement à la fois dans un environnement à basse densité et à densité normale. La théorie ne prédit pas le pic de résonance super-harmonique dans la courbe $a(\bar{\omega}_f)$ car nous avons fait le choix de développer la solution autour de la résonance principale (la réponse autour de $\frac{1}{3}\omega_o$ est estimée marginale par rapport à la dynamique globale). On peut cependant imaginer qu'un développement complet aurait eu tendance à faire remonter la courbe de prédiction théorique au niveau de $\bar{\omega}_f \approx 1/3$. Le bon accord entre la théorie et les données expérimentales valide également l'expression analytique simplifiée des forces de fluides qui a été choisie (Eq. 3.26). Ceci tend à montrer qu'un modèle amorti simple, c'est à dire sans prendre en compte des interactions aéroélastiques complexes (comme pour les études numériques détaillées de Liu *et al.* (1998); Ramamurti & Sandberg (2002); Sun & Tang (2002); Wang (2000)), suffit à prédire le shéma de déformation temporelle de l'aile. Cette observation est en accord avec les résultats de Combes & Daniel (2003*c*) : ces derniers ont étudié puis modélisé numériquement la déformation d'une aile d'insecte dans l'air et dans l'hélium (choisi pour sa faible densité), pour conclure que l'action du fluide extérieur sur la dynamique de l'aile pouvait être réduite à un simple un effet de dissipation. Un "découplage" du problème aéroélastique est ici possible car la forme de l'aile est majoritairement gouvernée par des mécanismes élasto-inertiels (voir l'analyse dimensionelle de la Section 3.2.1). Toutefois, lorsque la contribution fluide est plus importante, la résolution de la déformation de l'aile doit être couplée à un calcul des forces aérodynamiques à chaque pas de temps.

Dans la section suivante, nous allons exploiter le modèle analytique développé pour comprendre certains mécanismes complexes impliqués dans le vol battu.

3.4 Discussion

Pour mieux comprendre le comportement de l'amplitude a et du déphasage γ de la réponse de l'aile, nous avons étudié les prédictions théoriques des Eqs 3.48-3.49 pour différents jeux de paramètres. Deux amplitudes de forçage différentes ont été imposées : une amplitude moyenne $\bar{A}_\omega = 0.45$ pour les Figures 3.19(a) et (c), et une plus grande $\bar{A}_\omega = 1.2$ pour les Figures 3.19(b) et (d). Les valeurs de $\bar{A}_\omega$ ont été choisies arbitrairement pour faciliter la discussion. Pour chacune de ces amplitudes, la Figure 3.19 compare les prédictions du modèle linéaire (courbe bleue, où le coefficient des non-linéarités cubiques $\Gamma_1 = 0$, et $\xi_{nl} = 0$), du modèle non-linéaire avec un frottement linéaire (courbe noire, où $\xi_{nl} = 0$), et du modèle non-linéaire avec un frottement non-linéaire (courbe rouge).

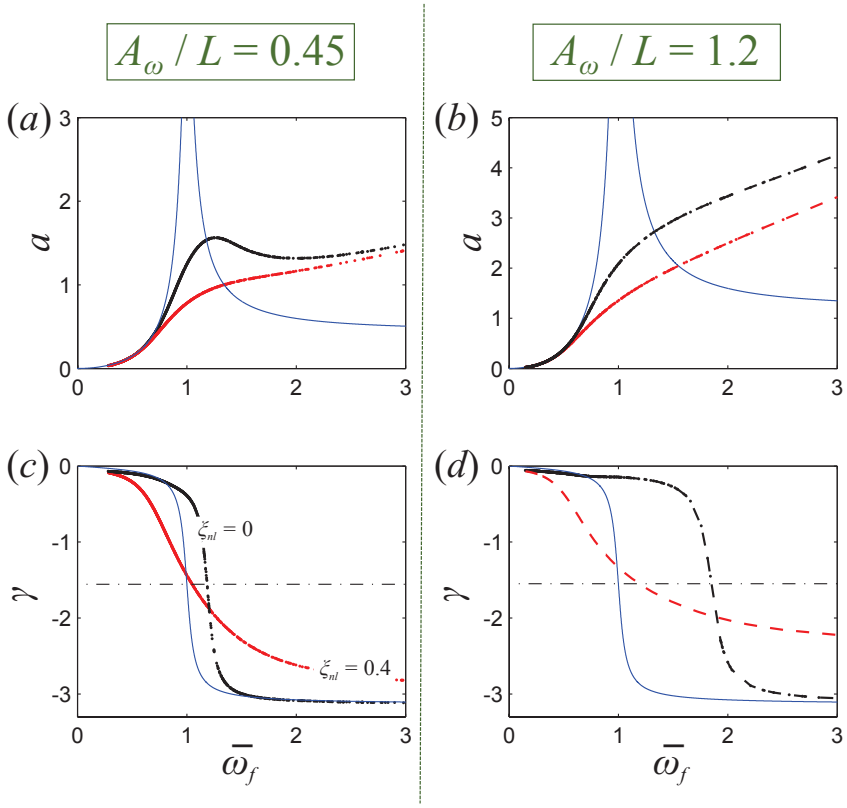


FIGURE 3.19: Amplitude a et phase γ en fonction de la fréquence de forçage réduite $\bar{\omega}_f$ pour la réponse d'une poutre encastrée-libre forcée par l'inertie et se déformant selon son premier mode propre. Deux amplitudes de forçage différentes (moyenne et grande) ont été imposées (choisies arbitrairement pour clarifier la discussion). La courbe bleu correspond à la prédiction linéaire, la courbe noire au modèle non-linéaire de l'Eq. 3.45 avec un frottement linéaire ($\xi_{nl} = 0$), la courbe rouge au modèle non-linéaire avec un frottement non-linéaire ($\xi_{nl} \neq 0$).

3.4.1 Effets de résonance ?

La première question abordée concerne le rôle joué par la résonance. Les Figures 3.19 (a) et (b) montrent que les seuls cas présentant un pic de résonance correspondent à des amplitudes de battement $\bar{A}_\omega$ relativement petites, ainsi qu'un frottement faible (c'est à dire, seulement un terme de frottement linéaire). Lorsque l'amplitude de forçage est plus grande et/ou un frottement non-linéaire est présent, le système se comporte comme un système non-résonant dans la gamme de fréquences considérée.

L'effet d'une non-linéarité d'ordre trois sur la résonance d'un oscillateur est un phénomène connu : la présence du terme cubique tend à déformer la courbe

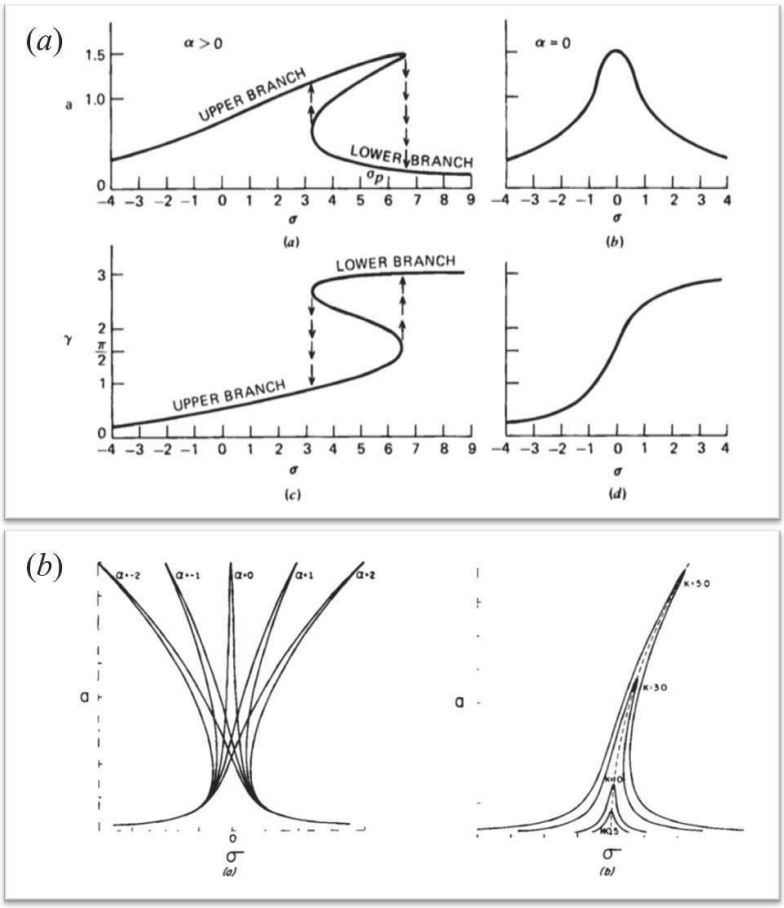


FIGURE 3.20: Figures extraites de Nayfeh & Mook (1979). (a) Comparaison entre les courbes de réponse en fréquence pour la résonance primaire d'un oscillateur de Duffing, dans le cas linéaire $\alpha = 0$ (droite) et non-linéaire $\alpha \neq 0$ (gauche). (b) Gauche : effet du coefficient de non-linéarité sur la réponse de l'oscillateur. Droite : Effet de l'amplitude de l'excitation. α est le coefficient associé au terme potentiel cubique, κ l'amplitude du forçage, et σ mesure l'écart de la fréquence de forçage à la résonance du système.

de réponse fréquentielle et à déplacer le pic de résonance. La Figure 3.20, tirée de Nayfeh & Mook (1979), montre les courbes de réponse en fréquence de l'oscillateur non-linéaire de Duffing dont l'équation dynamique ressemble à celle de nos ailes. Ce système modèle, qui a été évoqué plus haut, est décrit par l'équation :

$$\ddot{x} + \delta\dot{x} + \beta x + \alpha x^3 = \kappa\cos(\omega t) \tag{3.53}$$

où $x(t)$ est une fonction du temps (les points font référence à la dérivée temporelle), et $\delta, \alpha, \beta, \kappa$ et ω sont des constantes données. Plus particulièrement, κ est l'amplitude du forçage imposé, et α est le coefficient associé au terme potentiel cubique, qui serait l'équivalent du coefficient Γ_1 de notre modèle (voir l'Eq. 3.27). Pour un coefficient raidissant $\alpha > 0$, comme c'est le cas dans notre système, l'effet principal du terme cubique est de plier la courbe de réponse et de déplacer la résonance vers les hautes fréquences (voir Figure 3.20(b, gauche)). Cette distortion est encore plus importante lorsque l'on augmente l'amplitude de l'excitation (voir Figure 3.20(b, droite)). Plus les battements du bord d'attaque de l'aile seront importants, et plus l'effet sera donc prononcé. A cela s'ajoute le fait que le forçage est ici de nature inertielle et dépend donc de la fréquence au carré (contrairement à l'oscillateur de Duffing où κ est une constante). On s'attend, par conséquent, à ce que la courbe de résonance soit d'autant plus déformée que la fréquence de battement est grande.

La dépendance $F_1 \propto \bar{\omega}_f^2$ provoque aussi une augmentation de l'amplitude a de la réponse de l'aile, indépendamment de tout mécanisme intrinsèque de résonance (voir Figure 3.18). Cette croissance rapide est par ailleurs vite limitée par le fait que l'aile est de taille finie, et ne peut donc pas être défléchie de plus de sa propre longueur. Comme le montre la Figure 3.18, l'amplitude sature à $a = 0.8$ dès $\bar{\omega}_f \approx 0.8$, c'est à dire avant d'atteindre la fréquence de résonance de $\bar{\omega}_f \approx 1$. Cette limitation géométrique sera atteinte d'autant plus vite si l'on souhaite augmenter l'amplitude de battement A_ω, en vue d'améliorer les performances du système par exemple.

Pour des ailes et des amplitudes de battement relativement grandes (comme c'est le cas pour de gros insectes), les effets non-linéaires et inertiels, ainsi que les limitations géométriques, remettent donc en question l'idée prédominante selon laquelle les stratégies d'économie d'énergie dans le vol battu seraient liées à des mécanismes de résonance. La rapide croissance de l'amplitude dès les plus basses fréquences est plutôt à attribuer à la nature inertielle du forçage.

On note aussi que la présence de frottements fluides forts tend à accentuer le caractère non-résonant du système en atténuant la valeur d'un possible pic de résonance (voir la courbe rouge de la Figure 3.19(a)).

3.4.2 Rôle de l'amortissement fluide

Le second point concerne le rôle majeur que joue l'amortissement de l'air dans la dynamique de la phase. Nous avons vu qu'il est avantageux pour l'insecte que l'arrière de ses ailes présente un certain retard (aussi proche que possible de $\gamma = \pi/2$) sur le mouvement du bord d'attaque. Comme le montrent les courbes bleues des Figures 3.19(c) et (d), la dynamique de phase d'un oscillateur linéaire n'est pas particulièrement favorable car la phase évolue très lentement avant de sauter brutalement à $-\pi$. Les courbes noires, elles, indiquent que la présence d'une raideur non-linéaire n'avantage pas non plus l'insecte, puisqu'elle déplace le saut de phase vers des fréquences plus élevées. Ce décalage retarde l'apparition du déphasage utile à la propulsion et conduit à une évolution plus lente que dans le cas linéaire, qui n'est déjà lui-même pas particulièrement favorable (mis à part au voisinage de la résonance). Cette évolution lente pour $\xi_{nl} \approx 0$ (c'est à dire en l'absence de force de frottement quadratique de l'air) est d'ailleurs observable pour les mesures de γ dans le vide qui sont rapportées dans la Figure 3.18. Les courbes rouges des Figures 3.19(c) et (d) montrent, en revanche, que l'ajout du terme de frottement quadratique $\xi_{nl}|\dot{X}|\dot{X}$ induit une augmentation rapide du retard de phase dès les toutes premières fréquences de battement. C'est donc le caractère non-linéaire de la traînée de l'air qui retarde le mouvement de flexion de l'aile, et permet d'améliorer la propulsion de l'insecte. Ce résultat implique qu'il est nécessaire que les vitesses de battements soient relativement importantes pour que la déformation de l'aile soit exploitée de façon efficace. L'élasticité aura un effet moindre sur la propulsion si l'amplitude de battements des ailes (et donc leur vitesse) n'est pas assez grande pour induire une dissipation quadratique.

Pour résumer, la forme instantanée de l'aile est donnée par les deux éléments suivants : l'inertie fait plier l'aile et donc dicte l'évolution de l'amplitude de sa déflexion ; et l'amortissement de l'air, en contrôlant le retard de phase, permet que cette déformation soit exploitée utilement. Le déphasage idéal est théoriquement $\gamma = \pi/2$, pour lequel le maximum de déformation se produit au moment où la vitesse de l'aile est maximale. Si l'on regarde la Figure 3.18 on remarque pourtant que l'optimum des performances de l'insecte, repéré par la bande grise, se produit un peu avant d'atteindre $\gamma = \pi/2$. Les mécanismes discutés précedemment décrivent donc bien la première phase d'amélioration de la propulsion dans la Figure 3.6, mais ne permettent pas d'expliquer la transition prématurée vers un régime moins performant.

3.4.3 Optimum des performances

Puisque la position du maximum de performances ne semble pas être déterminée par la valeur a priori idéale de $\gamma = \pi/2$, la question de cet optimum reste encore à élucider. Pour comprendre ce qui provoque la transition vers un régime de sous-performance, nous avons étudié la cinématique de l'aile en prenant en

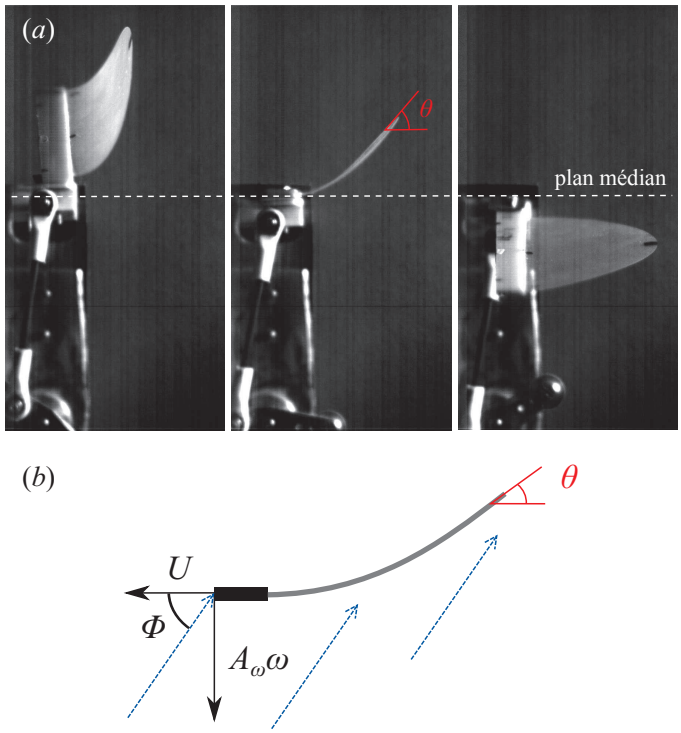


FIGURE 3.21: (a) Vues latérales et (b) schéma d'une aile au milieu d'un battement (c'est à dire, quand le bord d'attaque croise le plan médian). θ est l'angle de déflexion au bord de fuite et $\phi = \arctan(A_\omega\omega/U)$ est l'angle d'incidence de l'écoulement que rencontre l'aile (avec U la vitesse de vol de l'insecte, et $A_\omega\omega$ la vitesse verticale de l'aile.

compte le déplacement global de l'insecte à la vitesse U.

La forme instantanée de l'aile joue un rôle dans la façon dont la quantité de mouvement communiquée à l'air est transmise vers le sillage pour alimenter le jet qui propulse l'insecte. Pour estimer quantitativement cette capacité à transmettre de l'impulsion vers l'arrière, nous avons comparé deux angles caractéristiques relatifs au mouvement global de l'aile (voir la Figure 3.21(b)). Le premier angle dépend du rapport entre la vitesse verticale de battement maximale $A_\omega\omega$ et la vitesse de vol U et s'écrit : $\phi = \arctan(A_\omega\omega/U)$. Cet angle peut être vu comme l'angle d'attaque instantané de l'aile lorsque celle-ci croise le plan médian ; il est aussi associé au nombre de Strouhal $St_A = A_\omega\omega/U$ qui sert à caractériser les performances dans le vol animal. On définit également un deuxième angle caractéristique θ qui est l'angle de déflexion au bord de fuite, aussi mesuré à l'instant où la vitesse de l'aile est maximale. Nous avons choisi de définir ces deux angles lorsque le bord d'attaque est en position médiane car c'est le moment du cycle de battement où la force de propulsion générée est maximale. On note que θ est directe-

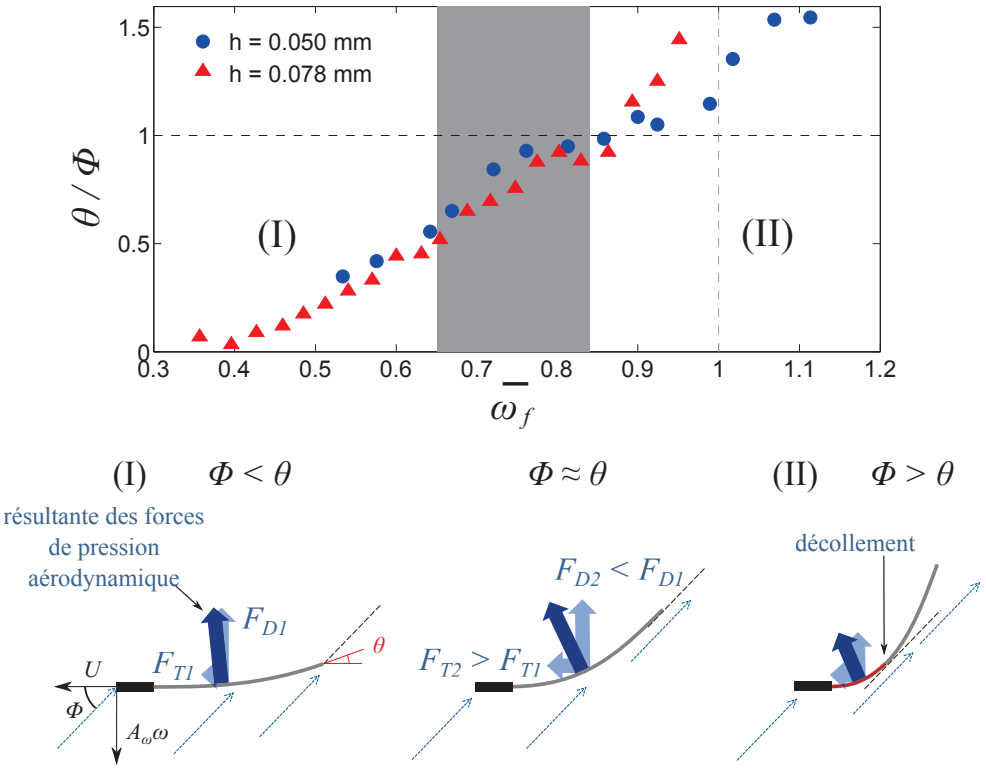


FIGURE 3.22: Evolution du rapport des deux angles caractéristiques θ et ϕ en fonction de la fréquence réduite de forçage $\bar{\omega}_f$. On peut distinguer deux régimes : (I) Le cas $\phi < \theta$ qui correspond à la phase de performances croissantes, grâce au retard de phase utile. (II) Le cas $\phi > \theta$ qui correspond à la transition vers le régime de sous-performance car la surface effective de l'aile sur laquelle s'appliquent les forces de pressions fluides diminue. L'optimum se situe au moment où ϕ et θ pointent dans la même direction (cette condition angulaire détermine le déphasage optimal).

ment lié au retard de phase γ : plus γ est proche de $\pi/2$ et plus l'angle de déflexion va être prononcé au moment de croiser le plan médian. θ détermine donc dans quelle mesure la courbure de l'aile va être utile en terme de performances. Les deux angles ont été mesurés pour les deux ailes les plus flexibles ($h = 0.050$mm et $h = 0.078$mm) à partir de vues latérales de l'insecte prises par caméra rapide (voir la Figure 3.21(a)). La Figure 3.22 montre l'évolution du rapport θ/ϕ .

Il est intéressant de constater que la transition performance/sous-performance (repérée par la bande grise) a lieu pour $\theta/\phi \approx 1$, c'est à dire quand les deux angles pointent dans la même direction. Ainsi, la situation optimale ne correspond donc pas à $\gamma = \pi/2$, mais à un déphasage tel que l'angle de déflexion θ coïncide avec l'angle d'incidence de l'air ϕ à mi-parcours de l'aile, comme dessiné sur la Fi-

gure 3.22. Pour une aile rigide, comme θ est fixé ($\theta = 0$), le problème d'optimisation est inexistant et la force de propulsion dépend uniquement de la fréquence de forçage (pour une amplitude donnée). Dans le cas flexible, l'aile plie lorsqu'on augmente $\bar{\omega}_f$ et accumule du retard sur le mouvement de son bord d'attaque (par le biais des mécanismes décrits précédemment) ; θ augmente donc et le bord de fuite de l'aile tend à s'aligner avec l'écoulement d'air incident (voir la Figure 3.22(I)). Comme le montre l'approche quasi-statique de la Figure 3.13, la courbure de l'aile conduit alors à une meilleure répartition des forces aérodynamiques, plus favorable à la propulsion. Cet argument n'est toutefois valable que si l'écoulement extérieur reste totalement attaché à l'aile. Si la couche limite d'air se décolle prématurément (avant le bord de fuite), les distributions de pression s'exerçant sur l'aile droite et l'aile pliée de la Figure 3.13 ne sont plus comparables. Dans la situation $\theta > \phi$, il est cependant très probable que le détachement ait lieu avant le bord de l'aile (voir la Figure 3.22(II)). On s'attend alors à ce que la surface effective relative aux forces aérodynamiques (en rouge sur le shéma) soit fortement réduite, entrainant une baisse des performances. La Figure 3.6 montre en effet que pour $\theta > \phi$, c'est à dire ici $\bar{\omega}_f > 0.7-0.8$, la vitesse et la force de propulsion s'effondrent ; l'aile plie trop pour communiquer de la quantité de mouvement au fluide. S'il n'y avait pas de décollement, le cas $\gamma = \pi/2$ serait théoriquement plus optimal. Cependant la déformation de l'aile augmente "trop vite" avec la fréquence ici, et une séparation se produit avant d'atteindre $\gamma = \pi/2$. La réduction des forces de propulsion (et donc de la vitesse) qui en résulte accélère la décohérence des deux angles, provoquant ainsi l'effondrement des performances observé dans la Figure 3.6. La stratégie de vol la plus économique consiste donc à faire coïncider $\theta = \phi$; ce qui correspond au moyen optimal de transférer de la quantité de mouvement dans le sillage des ailes.

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié la dynamique d'un modèle simplifié d'insecte en vol de croisière. Les résultats observés montrent que la flexibilité de ses ailes a un impact considérable sur ses performances. Des mesures de vitesse et de force de propulsion en fonction de la fréquence adimensionnée $\bar{\omega_f}$ (qui caractérise les oscillations en flexion des ailes) ont mis en évidence un pic de performance marqué pour $\bar{\omega_f} \sim 0.7$. Cet optimum définit donc une élasticité idéale pour un système opérant à une certaine fréquence, ou inversement une fréquence de fonctionnement optimale pour des ailes données. Il marque la transition entre une phase où la flexibilité améliore le système, et un régime de sous-performance où elle cesse d'aider à la propulsion.

Pour expliquer ces comportements, nous nous sommes intéressés à la façon dont l'aile se déforme en vol. Sa réponse élastique est caractérisée par une augmentation rapide de l'amplitude de flexion avec $\bar{\omega_f}$ et l'apparition d'un retard

de phase de plus en plus prononcé entre le mouvement de son bord avant et de son bord arrière. Cette évolution est avantageuse en terme de locomotion car la cambrure de l'aile redirige les forces aérodynamiques dans la direction de propulsion, et l'introduction d'un déphasage permet de mieux exploiter ce phénomène en synchronisant les oscillations en flexion de l'aile avec sa vitesse instantanée. La combinaison de ces deux effets explique le premier régime d'augmentation des performances. Ce mécanisme permet donc d'interpréter l'évolution mesurée, mais il prédit néanmoins un fonctionement optimal pour une phase $\gamma = \pi/2$ (l'aile plie en phase avec sa vitesse) qui ne correspond pas avec la position du pic observé. Nous avons alors montré qu'avant d'atteindre ce cas de figure optimal, la cambrure de l'aile devient trop prononcée pour communiquer de la quantité de mouvement au fluide, ce qui entraîne un effondrement prématuré des performances. La stratégie optimale de vol consisterait donc plutôt à aligner la forme de l'aile avec l'écoulement incident. Nous avons également montré que le système pouvait être décrit par un modèle simplifié d'oscillateur amorti, ce qui a permis de mettre en évidence le rôle critique du frottement non-linéaire fluide dans la dynamique de l'aile. Cette dissipation est un ingrédient essentiel pour créer le retard de phase utile à la propulsion.

Les résultats obtenus tendent à montrer que pour des ailes et des amplitudes de battement relativement grandes, la combinaison d'effets non-linéaires, inertiels, et de limitations géométriques, rendent difficile l'exploitation de phénomènes de résonance. Ceci remet donc en question l'idée prédominante selon laquelle les animaux auraient adopté une fréquence de battement correspondant à la fréquence propre de leurs ailes. On note que le mécanisme décrit ici n'invalide pas la présence de résonances structurelles dans les mécanismes d'optimisation des animaux. Par exemple, il est probable que les petits insectes n'utilisent pas beaucoup l'élasticité de leurs ailes car celles-ci sont trop petites ou que les nombres de Reynolds locaux ne sont pas suffisamment grands pour produire assez de frottement, et donc assez de déphasage. Toutefois, il n'existe pas vraiment de banque de données suffisamment importante comparant les fréquences de battement des insectes et des oiseaux à leur propre fréquence de résonance. Il est donc difficile de tirer des conclusions sur l'existence de deux stratégies de vol à ce stade. D'après les biologistes, les insectes et oiseaux exploiteraient d'ailleurs plutôt la résonance de leurs muscles (voir Dudley (2000); Willmott & Ellington (1997); Ha *et al.* (2013)) ; ce qui appuierait, a priori, le fait que ceux-ci ne cherchent pas particulièrement à atteindre la fréquence de résonance structurelle de leurs ailes. Des études plus poussées sur le sujet permettraient certainement de discerner s'il existe, ou pas, des caractéristiques universelles chez les animaux utilisant le vol battu.

Les résultats principaux décrits dans ce chapitre ont donné lieu à la publication de "Rather than resonance, flapping wing flyers may play on aerodynamics to improve performance", Ramananarivo *et al.* (2011).

CHAPITRE 4

NAGE ANGUILLIFORME

4.1 Problématique

Les animaux utilisent les muscles le long de leur corps pour onduler dans l'eau. Les contractions locales de ces muscles leur permettent de propager de façon active une onde, dont ils peuvent choisir la cinématique en fonction du régime de nage qu'ils souhaitent atteindre. La vitesse de l'onde, son amplitude et sa longueur d'onde peuvent ainsi être imposées séparemment. Dans le cas de nageurs artificiels, reproduire l'action des muscles nécessite une distribution continue d'actionneurs pour contrôler la forme du corps sur toute sa longueur. La Figure 4.1(a) montre un exemple de robot, appellé AmphiBot, développé par Crespi & Ijspeert (2006) ; il est constitué de différents segments actionnés les uns par rapport aux autres par un ensemble de moteurs. Un tel design nécessite des systèmes électroniques et mécaniques complexes pour coordonner le mouvement de chaque partie du corps. La mise en oeuvre de ce type de robot est compliquée, et s'avère d'autant plus difficile que l'on souhaite réduire la taille du système.

Une autre approche consiste à concevoir un nageur avec un corps flexible, et à utiliser sa réponse élastique à un forçage ponctuel (appliqué en pratique à l'une de ses extremités) pour propager une onde de façon passive. L'énergie nécessaire à l'établissement d'une cinématique anguilliforme est alors injectée un en seul point, ce qui simplifie considérablement la mise en oeuvre du forçage et diminue aussi les coûts énergétiques. Ce point de forçage, que l'on appellera "tête" peut être actionné de différentes manières. Plusieurs exemples académiques utilisent des plaques élastiques immergées dans l'eau, et attachées à un axe rigide vertical que l'on fait pivoter ou osciller latéralement à l'aide de moteurs ; le tout est

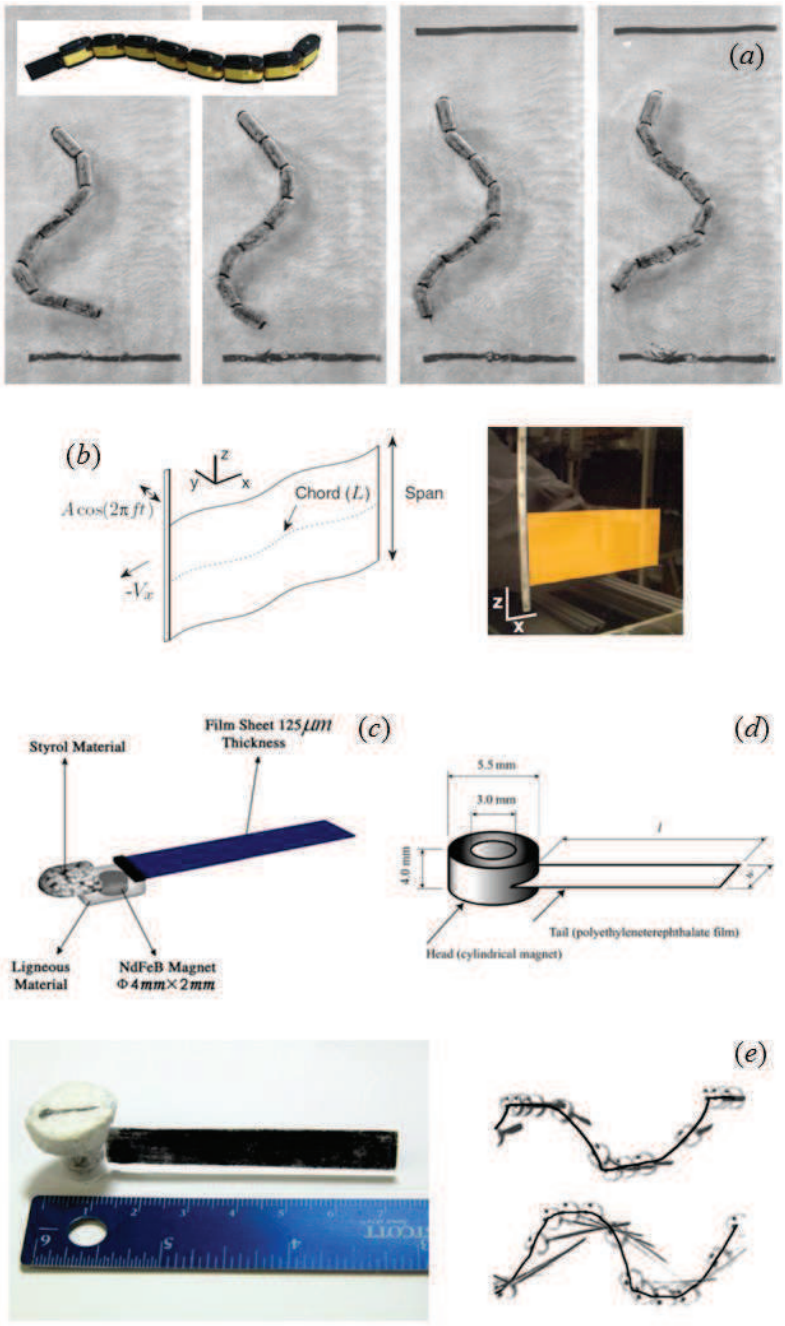


FIGURE 4.1: (a) Robot AmphiBot de Crespi & Ijspeert (2006), constitué d'un ensemble de segments actionnés les uns par rapport aux autres par des moteurs. (b) Dispositif de Alben *et al.* (2012) : plaque flexible forcée à son bord d'attaque et libre d'avancer le long d'un rail à air comprimé. Exemples de microrobots dont la tête magnétisée est forcée à l'aide d'un champs magnétique oscillant ; le moment magnétique appliqué est transformé en mouvement de battement par la queue flexible : (c) Guo *et al.* (2008), (d) Sudo *et al.* (2006), (e) Lalande *et al.* (2010) et Gosselin *et al.* (2011).

monté sur un rail à air comprimé et laissé libre de se propulser (voir Figure 4.1(b) et Alben *et al.* (2012); Dewey *et al.* (2013)) . Une autre option consiste à utiliser un forçage magnétique : un aimant est alors placé dans la tête du nageur, et un champ magnétique externe oscillant le fait pivoter. Ce type de dispositif a été étudié par exemple par Sudo *et al.* (2006); Guo *et al.* (2008); Lalande *et al.* (2010); Gosselin *et al.* (2011), dans le cadre de la recherche biomédicale. L'objectif est de développer des microrobots médicaux capables de se déplacer dans les vaisseaux sanguins pour y faire de la chirurgie, de l'observation, ou acheminer des médicaments de façon ciblée. Le champ magnétique requis peut être généré à l'aide de bobines ou d'installations déjà existantes dans le milieu médical, comme une IRM pour Gosselin *et al.* (2011). Les Figures 4.1(c-e) en montrent quelques exemples. L'utilisation d'un champ magnétique est assez élégante car elle permet d'externaliser la source d'énergie mettant en mouvement le robot. Le fait de débarasser le système d'un moteur, d'une batterie et d'un système de contrôle embarqué simplifie beaucoup le design, et augmente également les possibilités de miniaturisation, ce qui est particulièrement prometteur, par exemple, pour les nageurs à buts médicaux évoqués plus haut. Ce concept de forçage a également été exploité dans d'autres configurations (voir les microfilaments magnétiques de Dreyfus *et al.* (2005), ou le nageur polarisé de Oukhaled *et al.* (2012)), et dans des environnements fluides différents comme pour Espinosa-Garcia *et al.* (2013) qui mesurent l'impact de la visco-élasticité sur la locomotion d'un nageur flexible de structure très similaire à celui présenté dans cette thèse. On note cependant que, contrairement à plusieurs des réalisations magnétiques citées plus haut, les nageurs de ce chapitre opèrent dans des régimes inertiels.

Nous reprenons donc ici l'idée de forçage magnétique pour actionner un nageur flexible. Le mouvement induit dans la queue est alors très similaire à celui d'une anguille ; si ce n'est que les caractéristiques de l'onde qui se propage ne sont pas imposées par des muscles, mais résultent des propriétés du corps ainsi que de la façon dont celui-ci interagit avec le fluide qui l'entoure. Dans ce chapitre, nous étudions ce couplage fluide-élasticité pour comprendre la réponse du nageur à une consigne imposée et être capable de prédire la façon dont cela affecte ses performances de propulsion. Le premier objectif est de caractériser entièrement le comportement de ce type de nageur ; c'est à dire être capable de prévoir le forçage et la géométrie à utiliser pour parvenir à une vitesse de propulsion désirée. Cette expérience nous permet également d'étudier les mécanismes fluide/structure en jeu pour un fluide plus lourd que celui du chapitre précédent, et pour des modes de déformation plus élevés (les ailes de l'insecte ne se déformant que selon leur premier mode propre).

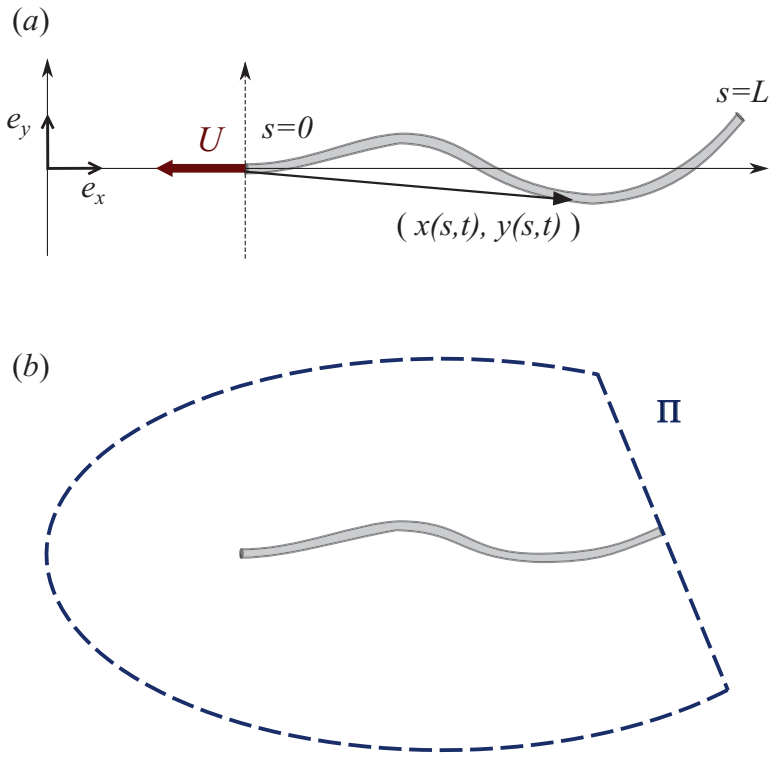


FIGURE 4.2: (a) Nageur élancé se propulsant dans l'eau à la vitesse U. Sa position est repérée par les coordonnées $(x(s,t), y(s,t))$ (où s est la coordonnée curviligne) définies dans le référentiel du poisson (c'est à dire le référentiel en translation à la vitesse $-U\mathbf{e}_x$ dans lequel le nageur fait du "surplace"). (b) Volume de contrôle de fluide $\mathcal{V}$ défini par Lighthill (1971), qui inclut le poisson et exclut son sillage. Ce volume est délimité, en aval, par le plan Π qui coupe la queue du poisson perpendiculairement.

4.2 Théorie des corps élancés de Lighthill

4.2.1 Force de propulsion

Pour pouvoir comprendre la façon dont les mouvements du nageur affecte ses performances, nous avons besoin de savoir quelles formes prennent les forces fluides liées à la propulsion. Comme évoqué dans l'introduction, plusieurs modèles de forces on été développés dans le cadre de la locomotion anguilliforme en régime inertiel. Celui de Taylor (1952), appelé modèle résistif, décrit l'action de l'eau le long du corps comme une traînée inertielle. Le nageur se propulse en "s'appuyant" sur le fluide environnant. Cette théorie est quasi-statique dans le sens où les forces qui s'exercent à tout instant sont déterminées par la vitesse instantanée de chaque section du corps. Les lois de traînée locale utilisées sont dé-

terminées semi-empiriquement à l'aide de cylindres placés dans des écoulements à vitesse constante, et ne prennent donc pas en compte les effets d'accélération. Cette théorie possède également son pendant à bas nombres de Reynolds où le frottement fluide est alors d'origine visqueuse (voir Gray & Hancock (1955), dans le cadre de la locomotion de spermatozoïdes). Le modèle de Lighthill (1960, 1971), appelé modèle réactif, est lui instationnaire. Les forces proviennent de la réaction du fluide au mouvement d'accélération qui lui a été imposé par les battements du poisson. En mettant en mouvement le fluide adjacent, le corps lui communique une quantité de mouvement globalement dirigée vers l'arrière, qui le propulse. Cette théorie a été développée pour des nageurs à hauts nombres de Reynolds, et s'est révélée utile pour décrire la nage carangiforme (les nageoires étant particulièrement adaptées pour accélérer des quantités importantes d'eau). Pour les poissons de type anguille, qui n'ont pas de nageoires ou des formes plus régulières ("bad hydromechanic shapes" comme les nomme Lighthill (1969)) la question de savoir lequel des deux modèles caractérise le mieux la nage reste non résolue (voir les discussions de Lighthill (1969, 1970)). La propulsion est probablement le résultat de la combinaison de forces réactives et résistives, les changements de nombre de Reynolds modifiant progressivement leur contribution relative. Etant donné la gamme de Re dans laquelle le nageur opère (Eq 4.19), nous avons choisi le modèle analytique de Lighthill, qui reste le plus utilisé pour décrire la nage en régime inertiel. On intégrera également un frottement de même forme que celui défini par Taylor, les effets de ce terme seront discutés par la suite.

Comme évoqué plus haut, les nageurs "réactifs" se propulsent en communiquant de l'impulsion au fluide qui les entoure ; l'eau qui est accélérée par les ondulations du poisson exerce alors en réaction des forces tout le long de son corps. Dans le cas de structures élancées, c'est à dire lorsque la longueur du nageur est très grande devant ses dimensions transverses, Lighthill (1971) montre, dans sa théorie des "large amplitude elongated body", qu'il est possible d'obtenir une expression analytique de ces forces réactives. Son calcul a été développé au Chapitre 2. Nous avons considéré un corps de longueur L et de section transverse constante S, immergé dans un fluide de masse volumique ρ ; les forces locales $\mathbf{f}(s,t)$ ont alors été obtenues en décomposant le domaine fluide en tranches localement perpendiculaires au squelette du nageur, et en réalisant un bilan de quantité de mouvement pour chacune d'elles. $\mathbf{f}$ est égale au taux d'impulsion donné à l'eau et s'écrit alors :

$$\mathbf{f}(s,t) = -M\left(\frac{\partial}{\partial t}(u_n\mathbf{n}) - \frac{\partial}{\partial s}(u_n u_t \mathbf{n}) + \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial s}(u_n^2\mathbf{t})\right) \tag{4.1}$$

où $M = \rho S$ est la masse ajoutée de fluide accéléré par unité de longueur, s est la coordonnée curviligne repérée le long du corps du poisson, et u_n et u_t sont les composantes normale et tangentielle des vitesses locales (portées respectivement par $\mathbf{n}$ et $\mathbf{t}$). Pour le cas présent d'un nageur se propulsant à la vitesse U, u_n et u_t

sont définies de la même façon que dans le Chapitre 2 :

$$\partial_t \left[x(s,t), y(s,t) \right] - U\mathbf{e}_x = u_n \mathbf{n} + u_t \mathbf{t} \tag{4.2}$$

où (x, y) décrit la position du corps (voir Figure 4.2(a)). La force totale qui propulse le nageur dans la direction $-\mathbf{e}_x$ s'obtient par intégration des forces fluides le long du corps :

$$T = \int_0^L \mathbf{f} ds \,.\mathbf{e}_x = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\int_0^L M u_n \mathbf{n} ds \right).\mathbf{e}_x + \left[M u_n u_t \mathbf{n} - \frac{1}{2} M u_n^2 \mathbf{t} \right]_0^L .\mathbf{e}_x \tag{4.3}$$

Lorsque les mouvements de nage sont périodiques, on note que le premier terme de l'Eq. 4.3 ne contribue pas en moyenne à la force de propulsion $\langle T \rangle$ (où la notation $\langle\rangle$ désigne la moyenne temporelle). Comme la valeur de l'intégrale fluctue périodiquement, l'intégration sur une période de sa dérivée temporelle est nulle. L'Eq. 4.3 peut alors s'écrire :

$$\langle T \rangle = \left\langle \left[M u_n u_t \, \mathbf{n}.\mathbf{e}_x - \frac{1}{2} M u_n^2 \, \mathbf{t}.\mathbf{e}_x \right]_0^L \right\rangle \tag{4.4}$$

En réalité, seule la borne postérieure du nageur $s = L$ contribue à la propulsion. Cet argument se base sur le fait que les échanges de quantité de mouvement au niveau de la tête du nageur sont négligeables ; ce qui reviendrait à dire que localement, la masse ajoutée de fluide accélérée est nulle. Une façon peut être plus simple d'interpréter cela est d'adopter l'approche originale de Lighthill (1971). Au lieu de considérer les variations de quantité de mouvement tranche par tranche, ce dernier considère un volume de contrôle $\mathcal{V}$ incluant le poisson entier et excluant son sillage (voir Figure 4.2(b)). $\mathcal{V}$ peut être étendu autant que voulu, jusqu'à devenir le demi-espace délimité par le plan Π qui coupe le bout de la queue du poisson perpendiculairement. De façon analogue au calcul du Chapitre 2, on peut attribuer la variation de l'impulsion dans ce volume à l'action de la force totale que le fluide exerce sur le poisson (dont la composante selon $\mathbf{e}_x$ est T), aux forces de pression s'exerçant à travers le plan Π, ainsi qu'au taux de quantité de mouvement éjectée dans le sillage. Comme la tête du nageur ne modifie pas l'écoulement en amont et ne génère pas de flux net de quantité de mouvement à travers la frontière avant dans la direction de la nage, la propulsion est uniquement déterminée par ce qui se passe à l'arrière :

$$\langle T \rangle = \left\langle \left[M u_n u_t \, \mathbf{n}.\mathbf{e}_x - \frac{1}{2} M u_n^2 \, \mathbf{t}.\mathbf{e}_x \right]_L \right\rangle \tag{4.5}$$

On néglige ici tout effet d'aspiration lié à la présence d'une singularité de pression au niveau de la tête (Robinson & Laurmann (1956)). Dans le cas où les déformations du poisson restent faibles, c'est à dire pour y petit et $\partial y/\partial x \ll 1$ on a montré au Chapitre 2 que :

$$u_n \approx \frac{\partial y}{\partial t} + U\frac{\partial y}{\partial x} \tag{4.6}$$

$$u_t \approx -U \tag{4.7}$$

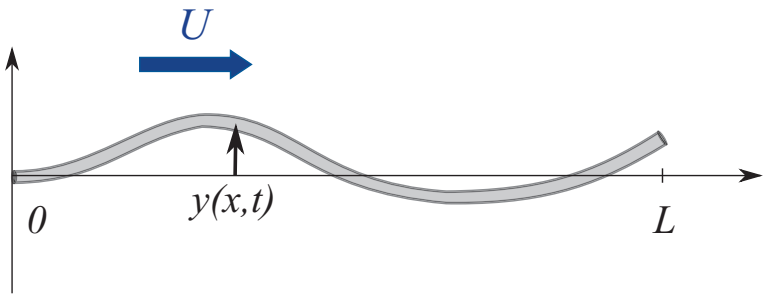


FIGURE 4.3: (a) Poisson considéré dans son propre référentiel, où il nage surplace dans un écoulement incident de vitesse U. Dans le cas de petites déformations, la position du nageur peut être décrite par la seule fonction $y(x,t)$, où $x \in [0,L]$.

ainsi que $\mathbf{n}.\mathbf{e}_x \approx -\partial_x y$, et $\mathbf{t}.\mathbf{e}_x \approx 1$. L'Eq. 4.5 se simplifie alors en :

$$\langle T \rangle \approx \frac{1}{2} M \left[\left\langle \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)^2 \right\rangle - U^2 \left\langle \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 \right\rangle \right]_L \tag{4.8}$$

Il est important de noter que la force de propulsion moyenne générée par les mouvements du poisson ne dépend, en fait, que de la cinématique de l'extrémité de sa queue.

4.2.2 Point de vue énergétique

L'expression linéarisée de la force de propulsion moyenne de l'Eq. 4.8 a été obtenue à l'origine par Lighthill (1960) dans un article antérieur à ses travaux de 1971 présentés plus haut (Lighthill (1971) est en fait une extension de sa théorie initiale à des mouvements ondulatoires d'amplitude arbitrairement grande). Il obtient cette forme de $\langle T \rangle$ par des arguments énergétiques simples, que l'on décrit brièvement dans la suite.

On se place cette fois dans le référentiel du nageur ; celui-ci est donc immobile dans un écoulement incident de vitesse U (voir Figure 4.3). La vitesse verticale d'un élément de fluide se déplaçant le long du corps du nageur (dont la position est décrite par $y(x,t)$, avec $x \in [0,L]$) est donnée par :

$$V(x,t) = \frac{\partial y}{\partial t} + U \frac{\partial y}{\partial x} \tag{4.9}$$

Comme précédement, on peut approximer l'écoulement autour du corps par une succession d'écoulements potentiels 2D (perpendiculaires au squelette du poisson), auxquels est associée la quantité de mouvement linéique $MV(x,t)$. La force latérale que doit exercer une section du nageur pour se déplacer suivant l'axe y est alors donnée par la variation d'impulsion que ce mouvement induit dans le fluide

qui passe dans le voisinage à ce moment là :

$$L(x,t) = -M\left(\frac{\partial}{\partial t} + U\frac{\partial}{\partial x}\right)V(x,t) \tag{4.10}$$

La puissance fournie par le poisson à travers ses mouvements transverses à la vitesse $\frac{\partial y}{\partial t}$, est donc :

$$W = -\int_0^L \frac{\partial y}{\partial t} L(x,t)\,dx \tag{4.11}$$

Si l'on suppose qu'il n'y a pas d'échange de quantité de mouvement entre le nageur et le fluide au niveau de la tête, la valeur moyennée en temps de cette puissance s'écrit alors (voir Lighthill (1960)) :

$$\langle W\rangle = M\left\langle \left[\frac{\partial y}{\partial t}\left(\frac{\partial y}{\partial t} + U\frac{\partial y}{\partial x}\right)\right]_{x=L}\right\rangle \tag{4.12}$$

Ce travail que fournit le poisson est consommé de deux façons :

1. une partie sert à produire la force de propulsion "utile" T qui fait avancer le nageur à la vitesse U. La puissance moyenne associée est $\langle T\rangle U$.
2. l'autre partie est perdue sous forme d'énergie cinétique $\frac{1}{2}MV^2$ liée aux mouvements latéraux du fluide. Cette énergie est convectée dans le sillage du poisson à la vitesse U, ce qui correspond à un taux d'éjection moyen à l'arrière : $\frac{1}{2}M\left\langle V^2\right\rangle U$, avec encore une fois la valeur de V du bout de la queue.

Pour résumer :

$$\langle W\rangle = \langle T\rangle U + \frac{1}{2}M\left\langle V^2\right\rangle U \tag{4.13}$$

Si le nageur avancait en "prenant appui" sur un support fixe, la puissance fournie par ses mouvements serait entièrement convertie en propulsion. Mais comme il doit mettre du fluide en mouvement vers l'arrière pour avancer, une dépense supplémentaire s'ajoute correspondant à l'énergie cinétique communiquée à cette eau. En utilisant les expressions de $\langle W\rangle$ et V données plus haut, l'Eq. 4.13 permet de retrouver la formule de la force de propulsion de l'Eq. 4.8. On dispose donc d'une expression pour prédire la force que génèrerait un poisson dont on connait les mouvements (dans le cas où les déformations de son corps restent petites). Plus particulièrement, Lighthill montre qu'il suffit de connaitre la façon dont se déplace le bout de la queue pour estimer les performances du nageur. Ce modèle fluide, qui renseigne sur les effets possibles de différentes cinématiques, devra ensuite être combiné avec un modèle dynamique pour la déformation du nageur pour décrire et comprendre les mécanismes de propulsion.

4.3 Modèle mécanique de nageur anguilliforme

4.3.1 Nageurs

Les nageurs de ce chapitre sont constitués d'une tête dans laquelle est incorporée un aimant, et d'une queue cylindrique flexible de longueur variable (voir

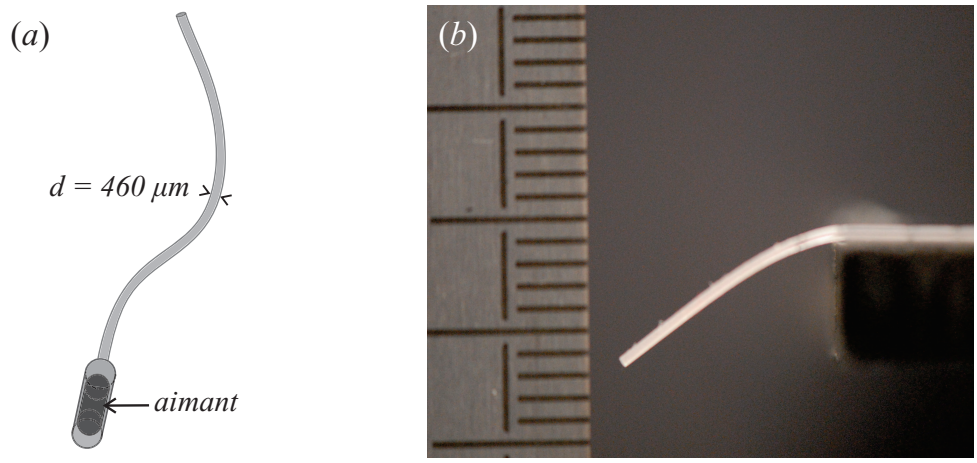


FIGURE 4.4: (a) Nageur constitué d'une queue flexible en élastomère de section circulaire (diamètre $d = 460\mu m$), et d'une tête dans laquelle est incorporée un aimant cylindrique (de dimensions : diamètre 1mm - hauteur 2mm). (b) Mesure de la rigidité en flexion de la queue en mesurant la déformation d'un échantillon encastré à une de ses extremités.

Figure 4.4(a)). Ils sont réalisés à partir d'un élastomère (le polyvynil syloxane), obtenu après mélange d'une base et d'un catalyseur liquide. Avant la solidification du mélange, le corps du nageur est moulé à l'intérieur de tubes capillaires dans lesquels on incorpore au même moment l'aimant cylindrique (diamètre 1mm, hauteur 2mm). Nous obtenons ainsi des nageurs dotés d'une queue de diamètre constant $d = 460\mu m$ et de masse linéique $\mu = 1.75.10^{-4} kg.m^{-1}$. Leur rigidité en flexion peut être mesurée par un test analogue au "test de la boucle", qui avait été utilisé pour mesurer la flexibilité des ailes de l'insecte du Chapitre 3. L'échantillon est maintenu fixe horizontalement à l'une de ses extremités et pend sous son propre poids (voir Figure 4.4(b)). Comme pour la "boucle" du Chapitre 3, la forme que prend alors l'objet est entièrement déterminée par la rigidité en flexion B du matériau, ainsi que par les conditions aux limites imposées (ici encastré-libre). En comparant la déflexion verticale de la longueur pendante de la queue avec la forme obtenue numériquement par intégration des équations d'équilibre d'une poutre encastrée-libre, on peut donc remonter à la valeur de B. Après avoir réalisé plusieurs mesures pour différentes longueurs pendantes, on obtient $B = 5.4 \times 10^{-10} \pm 1.0 \times 10^{-10} N.m^2$.

4.3.2 Dispositif expérimental

Le nageur est déposé sur un bac d'eau de dimensions $12 \times 6 \times 27 cm$ et se maintient à la surface grâce aux forces capillaires. Sa tête est actionnée à l'aide d'une

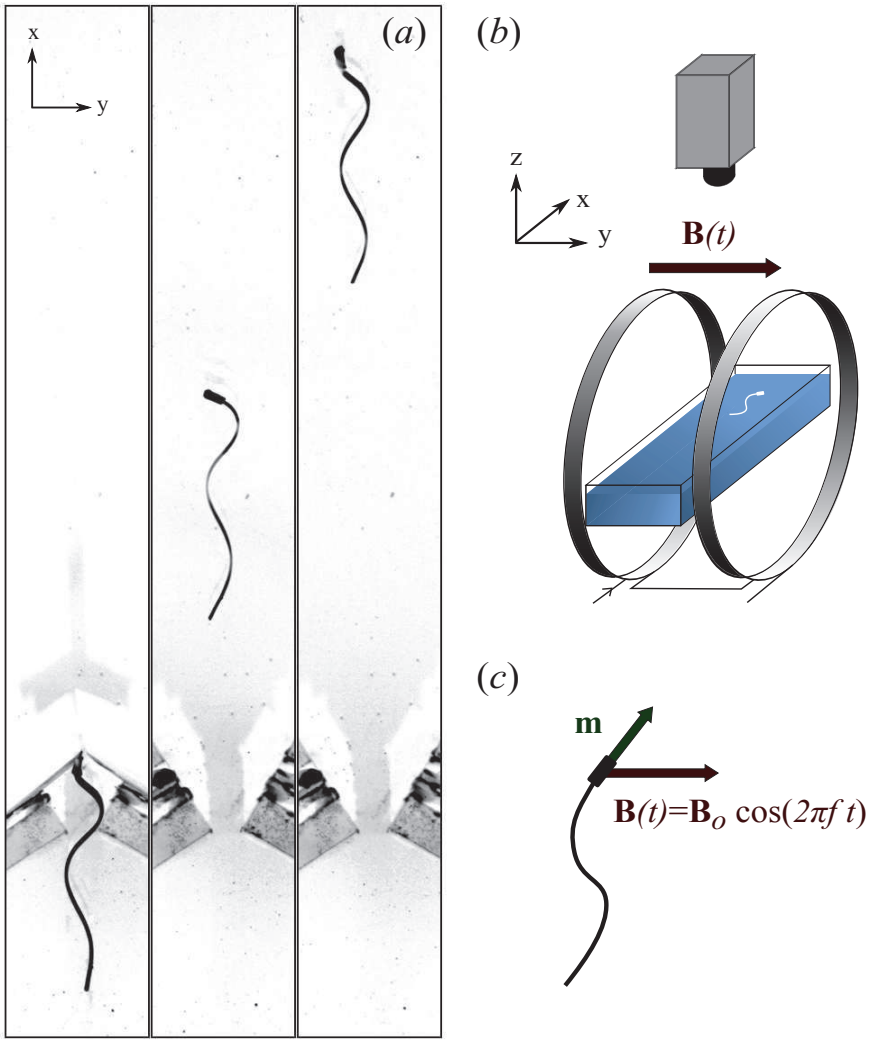


FIGURE 4.5: Dispositif expérimental : (a) Clichés, pris de dessus, d'un nageur se propulsant à la surface de l'eau après ouverture des barrières (ces dernières sont visibles au bas de l'image). (b) L'aimant contenu dans la tête est actionné grâce à un champ magnétique oscillant $\mathbf{B}(t) = \mathbf{B}_o \cos(2\pi f t)$ généré par deux bobines placées de part et d'autre du bac d'eau en configuration Helmholtz. Une caméra rapide, au dessus du bac, filme les déplacements du nageur. (c) Le champ magnétique exerce un moment $\mathbf{T}(t) = \mathbf{m} \times \mathbf{B}(t)$ (avec $\mathbf{m}$ le moment magnétique de l'aimant) sur la tête, qui la fait donc pivoter pour s'aligner avec $\mathbf{B}(t)$.

paire de bobines placée de part de d'autre du bac (voir Figure 4.5(b)) ; ces dernières sont disposées en configuration Helmholtz (c'est à dire distantes d'un rayon) de façon à générer un champ magnétique spatialement uniforme au premier ordre. En imposant un courant alternatif aux bornes des bobines, on exerce un moment oscillant sur l'aimant $\mathbf{T}(t) = \mathbf{m} \times \mathbf{B}(t)$; où $\mathbf{m}$ est le moment magnétique de l'aimant et $\mathbf{B}(t) = \mathbf{B}_o \cos(2\pi f t)$ le champ magnétique appliqué (voir Figure 4.5(c)). Ce forçage induit un mouvement combiné de rotation et de translation de la tête ; l'aimant pivote pour s'aligner avec le champ magnétique oscillant, mais à cause de la présence de la queue qui "traîne" derrière (et décale le centre d'inertie du nageur), cette rotation s'accompagne également d'un mouvement de translation latérale. Ce forçage ponctuel génère des ondes de flexion transversales qui se propagent le long de la queue, permettant ainsi au nageur de se propulser à la surface de l'eau. Pour chaque expérience, le nageur est d'abord maintenu derrière des barrières closes, avant d'être "relaché" (voir Figure 4.5(a)). Le rôle de cette phase de nage sur-place est de minimiser le "transitoire de forme", c'est à dire de faire en sorte qu'avant l'ouverture des barrières, le nageur ait déjà acquis une cinématique proche de sa cinématique finale. Une fois libéré, le filament accélère et atteint alors très rapidement une vitesse limite U (voir Figure 4.7(b)). Cette vitesse de croisière est déterminée par l'équilibre entre la force de propulsion générée par les mouvements du nageur et la traînée globale qu'il subit.

Ce système diffère de la configuration décrite par la théorie de Lighthill dans la mesure où les nageurs ne sont pas complétement immergés dans l'eau. Ils ont été placés à l'interface eau/air afin de confiner leurs déplacements dans un plan 2D. Cette particularité entraîne des effets additionnels. En particulier, le filament en mouvement émet des ondes à la surface de l'eau qui sont susceptibles de porter et dissiper une partie de son énergie (Raphaël & De Gennes (1996); Voise & Casas (2010); Benzaquen *et al.* (2011)). Ce phénomène peut représenter une source de traînée supplémentaire pour le nageur. On peut estimer l'ordre de grandeur de cette traînée de vague par analyse dimensionnelle. Les résultats de Raphaël & De Gennes (1996) indiquent que le rapport de la traînée de vague engendrée par une distribution de pression externe se déplaçant à vitesse constante v à la surface, sur la traînée de forme associée, est proportionel à We^2, avec We le nombre de Weber (voir aussi la revue de Bush & Hu (2006) sur la nage en surface) :

$$We = \frac{\rho v^2 r}{\sigma}, \tag{4.14}$$

avec r la taille caractéristique de la distribution (c'est à dire de l'objet posé sur l'eau), et σ la tension de surface. Ici, les nombres de Weber restent petits (on prend $r \sim d/2$, et v la vitesse maximale de déplacement latéral de la tête) :

$$We^2 \in \left[10^{-6}, 0.1\right]; \tag{4.15}$$

et on peut donc négliger la traînée de vague. Une étude plus détaillée des déformations de la surface libre a été commencée pour estimer l'ordre de grandeur des

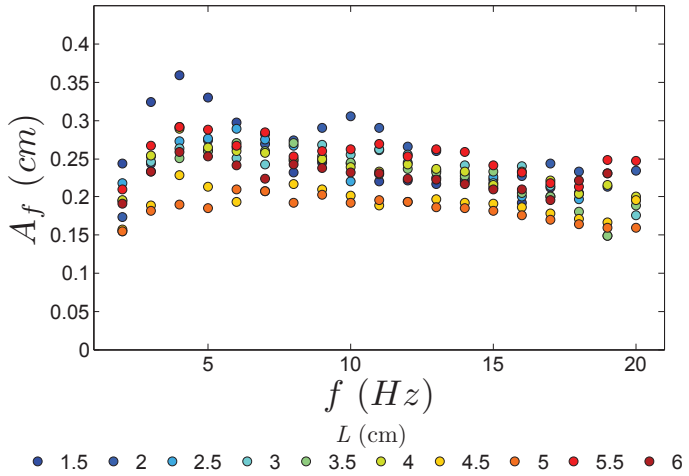


FIGURE 4.6: Amplitude des oscillations latérales imposées à la tête du nageur. Afin de maintenir cette amplitude constante, l'amplitude du champ magnétique $\mathbf{B}_o$ est adaptée en fonction de la fréquence d'actuation.

effets qui lui sont liés ; les résultats sont encore très préliminaires, et ne seront pas présentés ici. Les résultats expérimentaux de ce chapitre montreront néanmoins la validité de cette approximation.

4.3.3 Paramètres de contrôle

Nous avons fait varier la longueur des nageurs L (entre 1.5 et $6cm$) ainsi que la fréquence f du forcage sinusoidal (entre 2 et $20Hz$). Par souci de simplicité, les nageurs ont tous la même rigidité B et l'amplitude des oscillations latérales de la tête A_f est maintenue constante. Du fait de la nature du forçage, A_f est une fonction non-triviale du champ magnétique imposé, ainsi que de la longueur de "queue inerte" qui freine la rotation de la tête. Par exemple, pour un champ magnétique d'amplitude $\mathbf{B}_o$ fixée, on remarque que plus la fréquence augmente, moins la tête a le temps de se déplacer latéralement entre deux inversions de sens du champ ; il en résulte que A_f diminue avec f. Pour palier à cette décroissance, on augmente l'intensité du champ magnétique $\mathbf{B}_o$ d'un facteur qui a été déterminé empiriquement après avoir quantifié la dépendance de A_f avec la fréquence. La translation imposée à la tête peut donc être considérée d'amplitude constante $A_f = 0,23 \pm 0.04cm$ (voir la Figure 4.6) ; les variations par rapport à cette valeur moyenne seront prises en compte dans l'analyse qui va suivre.

4.3.4 Grandeurs mesurées

Pour chaque couple de paramètres (L, f) une caméra rapide, placée au dessus du bassin, filme les déplacements du nageur. L'analyse de ces vidéos permet

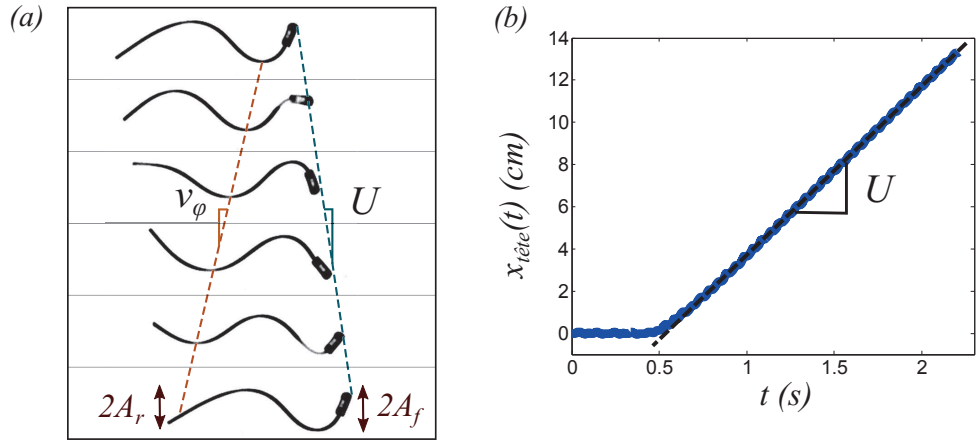


FIGURE 4.7: (a) Images successives d'un filament sur une période d'oscillation montrant la vitesse de nage U et la vitesse de propagation v_φ de l'onde de flexion le long du corps. Les amplitudes A_f et A_r sont mesurées respectivement à la tête et au bout de la queue. (b) Mesure de la vitesse de nage d'un filament à partir du suivi de l'avancée de sa tête. Après l'ouverture des barrières, le filament accélère et atteint très vite une vitesse asymptotique.

d'extraire la cinématique complète du corps : on mesure sa vitesse de croisière, ainsi que l'évolution temporelle de sa forme $y(s,t)$ (avec s la coordonnée curviligne repérée le long du squelette du nageur). Plus particulièrement, nous choisissons de mesurer la vitesse de propagation v_φ de l'onde de flexion qui parcourt le filament (voir Figure 4.7(a)) et l'amplitude des mouvements latéraux du bout de la queue A_r. Ce choix est motivé par la théorie de Lighthill, qui prédit que seule la connaissance de la cinématique locale du bout de la queue est requise pour estimer la force de propulsion générée par le nageur ; A_r permet de quantifier les déplacements de la queue, et v_φ nous renseigne sur la corrélation entre les variations spatiales à la queue (c'est à dire la pente $\frac{\partial y}{\partial s}$) et son évolution temporelle ($\frac{\partial y}{\partial t}$). La vitesse de phase est mesurée en suivant dans le temps la position des points du filament croisant la ligne médiane (c'est à dire la trajectoire moyenne du nageur).

4.4 Résultats expérimentaux : performances et cinématique du nageur

Les résultats sont présentés dans la Figure 4.8. La Figure 4.8(a) montre l'évolution de la vitesse d'avancée en fonction de la fréquence de battement pour des nageurs de longueurs différentes. Comme attendu, U est une fonction croissante de la fréquence de forçage pour tous les filaments testés. On peut également remarquer que les nageurs "courts" sont plus rapides que les nageurs "longs" dans

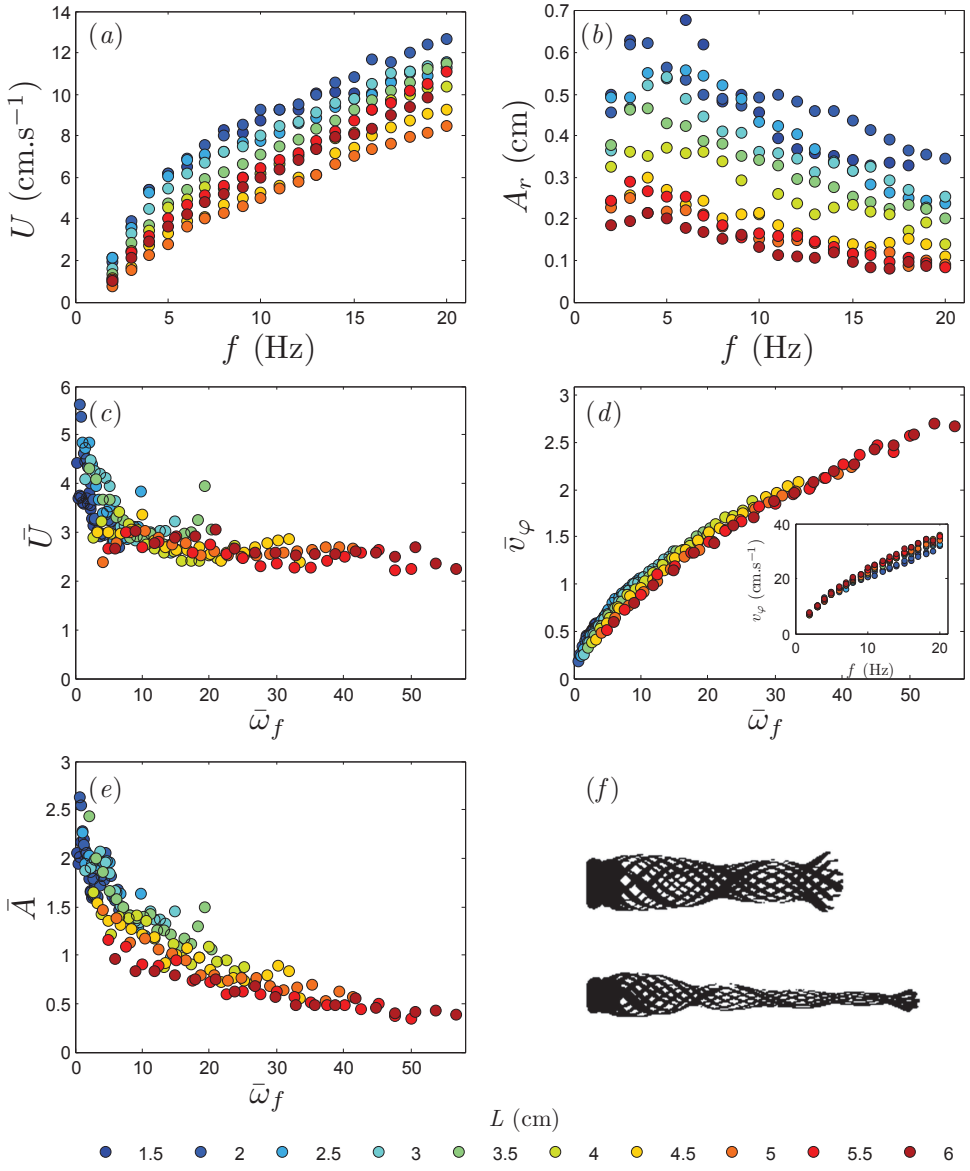


FIGURE 4.8: (a) Vitesse de nage, (b) amplitude des oscillations au bout de la queue, (inset de d) vitesse de phase, en fonction de la fréquence de forçage. Les données expérimentales sont tracées sous forme adimensionnée, en fonction de la pulsation réduite $\bar{\omega_f} = \omega_f/\omega_o$, avec $\omega_0 = \frac{2\pi}{L^2}(B/(\mu+\rho S))^{1/2}$: (c) rapport de la vitesse de nage sur la vitesse caractéristique d'actuation $\bar{U} = U/fA_f$, (d) vitesse de phase adimensionnée $\bar{v}_\varphi = v_\varphi/\omega_0 L$, (e) amplitude des oscillations de la queue normalisée par celle de la tête $\bar{A} = A_r/A_f$. (f) Enveloppes typiques obtenues dans le cas où l'onde se propage en gardant une amplitude globalement constante (filament de 3cm forcé à 10Hz) et lorsque l'onde est atténuée (filament de 4cm forcé à 20Hz).

la gamme de paramètres explorée. Cette tendance peut s'expliquer en regardant les résultats de la Figure 4.8(b) : pour une amplitude et une fréquence de forçage donnée (A_f, f), l'amplitude des battements de la queue A_r décroit avec la longueur du filament. Comme la force de propulsion dépend de la cinématique à la queue, et donc de A_r, les filaments les plus courts nagent donc plus vite. Plus généralement, on observe que la forme que prend le filament lors de la nage dépend très fortement des paramètres de forçage ainsi que de sa longueur. La Figure 4.8(f) montre deux types de déformations caractéristiques : une première où l'amplitude de l'onde reste globalement constante au cours de la propagation et une deuxième où l'amplitude décroit le long du nageur. Cette décroissance est due au fait que l'énergie injectée par le forçage à la tête n'est pas conservée le long du corps. Les changements dans la cinématique du filament, selon les paramètres (f, L) imposés, se reflètent dans l'évolution de U observée dans la Figure 4.8(a). L'insert de la Figure 4.8(d) montre la vitesse de phase v_φ ; comme attendu, la vitesse de l'onde ne dépend pas de la longueur du filament qu'elle parcourt. Son évolution est uniquement déterminée par les caractéristiques du système ; c'est à dire la rigidité du filament, et son inertie (donnée par sa masse linéique μ augmentée d'une masse ajoutée de fluide ρS, avec ρ la masse volumique de l'eau et S la section transversale du nageur).

Toutes les observations expérimentales peuvent être rassemblées en traçant les données sous forme adimensionnée en utilisant les longueurs et vitesses caractéristiques du problème. On définit ω_o la fréquence naturelle de relaxation des filaments élastiques :

$$\omega_o = \frac{2\pi}{L^2}\sqrt{\frac{B}{\mu+\rho S}} \tag{4.16}$$

La vitesse de nage, la vitesse de phase et l'amplitude adimensionnée s'écrivent alors respectivement :

$$\bar{U} = \frac{U}{f A_f} \quad , \quad \bar{v}_\varphi = \frac{v_\varphi}{\omega_o L} \quad \text{et} \quad \bar{A} = \frac{A_r}{A_f}, \tag{4.17}$$

où $f A_f$ est une vitesse caractéristique de l'actuation (qui correspond à la vitesse latérale imposée à la tête), $\omega_o L$ est une vitesse qui prend en compte les propriétés du système, et $\bar{A}$ compare l'amplitude de battement imposée à la tête à celle obtenue au niveau de la queue. Les Figures 4.8(c-e) montrent les résultats tracés sous forme compacte en fonction de la fréquence réduite :

$$\bar{\omega_f} = \frac{\omega_f}{\omega_o} \quad \text{où } \omega_f = 2\pi f \text{ désigne la pulsation.} \tag{4.18}$$

On note que $\bar{U}$ a la forme de l'inverse du nombre de Strouhal défini au Chapitre 1 dans le cadre de systèmes auto-propulsés (voir l'Eq 1.2, l'amplitude est ici celle de la tête). Les valeurs de la Figure 4.8(c) semblent indiquer que le nageur opère dans

la gamme de fonctionnement optimale $St \in [0.2, 0.4]$. $\bar{U}$ compare la vitesse caractéristique de forçage "injectée" à la tête et la vitesse "récupérée en sortie" U. Il ne peut toutefois pas vraiment être interprété comme une efficacité mécanique car il prend en compte le forçage imposé au nageur, mais pas la cinématique globale qui en résulte. Il ne traduit donc pas directement la capacité des mouvements executés par le nageur à fournir un travail efficace pour la propulsion. La Figure 4.8(c) montre que $\bar{U}$ décroit avec la fréquence et converge vers une valeur asymptotique. Cette décroissance est à mettre en relation avec la décroissance de $\bar{A}$ avec $\bar{\omega_f}$, qui provient de la perte d'énergie élastique lors de la propagation passive de l'onde le long du filament.

Enfin, on note que les nombres de Reynolds basés sur la vitesse de nage U et la longueur du nageur L varient ici dans la gamme :

$$Re = \frac{UL}{\nu} \in [250, 6100], \tag{4.19}$$

avec ν la viscosité cinématique de l'eau. Les mécanismes impliqués dans la propulsion sont donc majoritairement de nature inertielle.

4.5 Réponse d'une poutre immergée à un forcage ponctuel

4.5.1 Modèle fluide/structure

Les observations expérimentales ont montré que les performances des nageurs sont fortement liées à leur cinématique de déformation, et que cette dernière est d'autre part très dépendante de la longueur du filament ainsi que du forçage imposé. Dans cette section, nous cherchons à comprendre les mécanismes impliqués dans la dynamique de déformation des nageurs ; le but étant d'être capable de prédire quel serait le résultat pour un forçage donné, et inversement, quel serait le forçage à imposer pour parvenir à une cinématique donnée.

Le nageur est modélisé par une poutre élancée forcée à l'une de ses extremités (voir Figure 4.9). Cette poutre est de longueur L, de section circulaire $S = \pi d^2/4$ (avec d son diamètre), de masse linéique μ et de rigidité en flexion B. Elle est immergée dans écoulement fluide de masse volumique ρ et de vitesse uniforme U, fixée par la vitesse de propulsion du nageur. Nous négligeons dans ce modèle tout effet lié à l'interface eau-air en considérant un filament complétement immergé dans l'eau. Les déplacements latéraux de la poutre sont décrits par l'équation d'Euler-Bernoulli introduite dans le Chapitre 2 (voir Eq. 2.9) :

$$\mu \partial_t^2 \mathbf{r} + B \partial_s^4 \mathbf{r} - \partial_s \left(T \partial_s \mathbf{r} \right) + \mathbf{f} = 0, \tag{4.20}$$

où s est la coordonnée curviligne, $\mathbf{r}(s,t) = (x,y)$ décrit la position de la poutre, T est une tension qui permet d'imposer la condition d'inextensibilité $||\partial_s \mathbf{r}|| = 1$, et $\mathbf{f}$

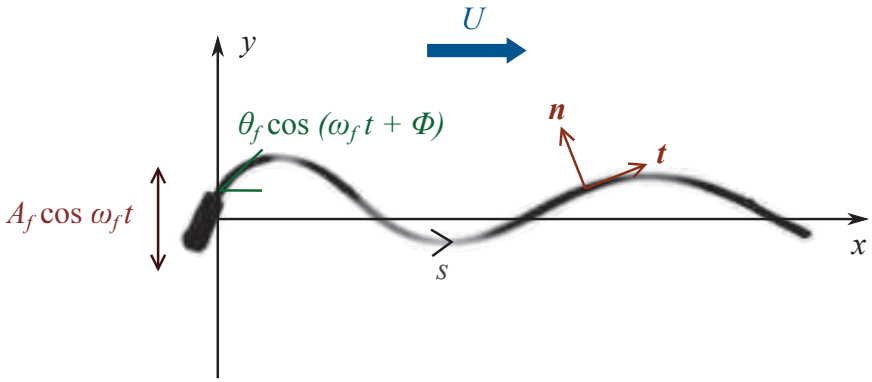


FIGURE 4.9: Modèle de poutre élancée, immergée dans un écoulement de vitesse U, et forçée à l'une de ses extremités. Le mouvement imposé en $s = 0$ est la combinaison d'une translation et d'une rotation déphasées.

correspond aux forces exercées par le fluide sur la poutre. L'extremité de la poutre en $s = L$ est libre, c'est à dire :

$$\frac{\partial^3 y}{\partial s^3}(L,t) = \frac{\partial^2 y}{\partial s^2}(L,t) = 0. \tag{4.21}$$

Comme il a été introduit dans la Section 4.3, le mouvement imposé à la tête du nageur est la combinaison d'une translation et d'une rotation sinusoidales de pulsation angulaire ω_f :

$$y(0,t) = A_f \cos(\omega_f t) \quad \text{et} \quad \frac{\partial y}{\partial s}(0,t) = \theta_f \cos(\omega_f t + \phi), \tag{4.22}$$

avec A_f l'amplitude de battement à la tête, θ_f l'angle maximal de rotation, et ϕ le déphasage entre les mouvements de translation et de pivotement de la tête.

Il reste maintenant à définir la façon dont le fluide environnant agit sur la poutre. Comme discuté dans le Chapitre 2, les interactions entre un fluide et un solide déformable peuvent s'avérer complexes ; cependant, dans la limite des structures élancées (c'est à dire pour $d \ll L$), on a montré qu'il était possible de découpler les équations régissant la dynamique de l'eau et du nageur en trouvant une expression analytique qui traduit l'action du fluide sur le solide. Dans le cas d'un écoulement potentiel, Lighthill (1971) a montré que la force exercée sur la poutre provient de la réaction du fluide qui a été accéléré par les mouvements du nageur. Cette force, que l'on appelle force réactive, s'écrit aux premiers ordres (voir les développements du Chapitre 2) :

$$\mathbf{f}_r = -M\left(\frac{\partial}{\partial t}(u_n \mathbf{n}) - \frac{\partial}{\partial s}(u_n u_t \mathbf{n}) + \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial s}(u_n^2 \mathbf{t})\right) \tag{4.23}$$

où $M = \rho S$ est la masse ajoutée de fluide par unité de longueur, et u_n et u_t sont les composantes normale et tangentielle (portées respectivement par **n** et **t**) des vitesses locales de la poutre par rapport à l'écoulement fluide uniforme. Ces dernières sont définies de la même façon qu'au Chapitre 2, c'est-à-dire telles que

$$\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} - \mathbf{U} = u_n \mathbf{n} + u_t \mathbf{t}. \tag{4.24}$$

L'étude expérimentale de la déformation des nageurs a montré que l'amplitude de l'onde qui se propage dans le filament n'est pas conservée. Pour prendre en compte cette perte d'énergie le long du nageur, on ajoute à la force réactive de Lighthill une autre contribution du fluide. Dans cette expérience, les nombres de Reynolds transversaux (basés sur la vitesse latérale caractéristique $A_f \omega_f$ et le diamètre du filament d) sont de l'ordre :

$$Re_t = \frac{A_f \omega_f d}{\nu} \approx 10 - 140; \tag{4.25}$$

on donne donc à la force fluide additionelle la forme quadratique classique (Taylor (1952); Nayfeh & Mook (1979); Eloy *et al.* (2012); Eloy (2013)) :

$$\mathbf{f}_d = -\frac{1}{2} \rho d C_d \, |u_n| \, u_n \mathbf{n}. \tag{4.26}$$

Cette force $\mathbf{f}_d$ tient compte des effets de décollement de couche limite associés aux mouvements transversaux de chaque section de la poutre (effets qui ne sont pas inclus dans le modèle de Lighthill). C_d est le coefficient de traînée associé. La force exercée par le fluide sur la poutre est donc modélisée par la combinaison d'une force réactive, et d'une force de trainée latérale qui permet de prendre en compte les effets dissipatifs le long du nageur : $\mathbf{f} = \mathbf{f}_r + \mathbf{f}_d$.

On suppose maintenant que les déformations du filament restent faibles, c'est à dire que $y \ll L$ et $\partial_s y \ll 1$. Dans cette approximation, nous avons montré au Chapitre 2 que l'Eq. 4.20 décrivant la dynamique de la poutre pouvait être réécrite sous la forme faiblement non-linéaire (voir les Eqs. 2.22 et 2.54) :

$$\mu \ddot{y} + B y'''' + f_r + f_d + O(y^3) = 0, \tag{4.27}$$

avec

$$f_r = M(\ddot{y} + 2U\dot{y}' + U^2 y'') + O(y^3), \tag{4.28}$$

et

$$f_d = \frac{1}{2} \rho d C_d \left| \dot{y} + U y' \right| (\dot{y} + U y'). \tag{4.29}$$

Les points et primes désignent respectivement les dérivées par rapport au temps et par rapport à la coordonnée x. L'Eq. 4.27 est adimensionnée en utilisant la longueur et le temps caractéristique L et $L^2\sqrt{\frac{\mu}{B}}$; ces grandeurs prennent en compte

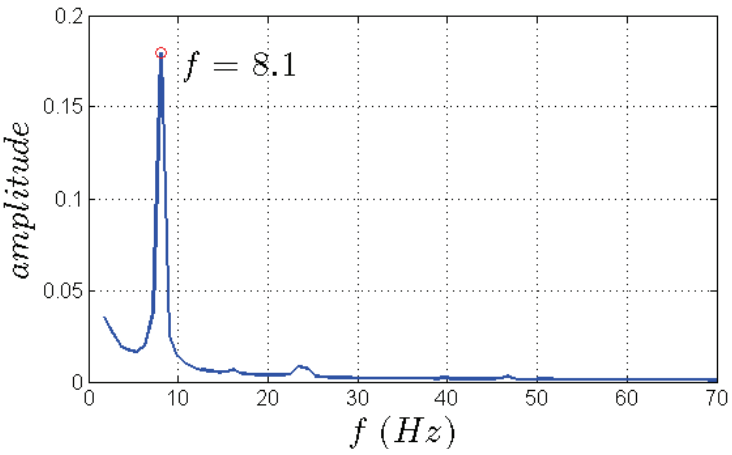


FIGURE 4.10: Transformée de Fourier temporelle des déformations d'un nageur de longueur $5.5cm$ forcé à $8Hz$. La réponse du filament se fait majoritairement à la fréquence d'actionnement, et les harmoniques plus hautes peuvent être négligées.

la longueur finie du milieu dans lequel se propage l'onde de flexion ainsi que ses propriétés. L'équation s'écrit alors :

$$(1+\tilde{m})\ddot{\tilde{y}} + \tilde{y}'''' + \tilde{m}\left[2\tilde{U}\dot{\tilde{y}}' + \tilde{U}^2\tilde{y}''\right] + \tilde{\alpha}\left|\dot{\tilde{y}} + \tilde{U}\tilde{y}'\right|(\dot{\tilde{y}} + \tilde{U}\tilde{y}') = 0. \tag{4.30}$$

Les grandeurs adimensionnées sont notées avec des tildes ;

$$\tilde{U} = UL\sqrt{\mu/B} \tag{4.31}$$

est la vitesse réduite de l'écoulement,

$$\tilde{m} = M/\mu \tag{4.32}$$

le rapport de masse comparant la masse de fluide accéléré relativement à la celle du solide et :

$$\tilde{\alpha} = \frac{1}{2}\rho d C_d L/\mu, \tag{4.33}$$

le coefficient d'amortissement adimensionné. On note que $\tilde{\alpha}$ dépend de L, ce qui reflète le fait que plus le filament est long et plus l'effet de dissipation est prononcé.

4.5.2 Résolution numérique

Pour simplifier la résolution de l'Eq. 4.30, nous supposons que le mouvement du nageur est harmonique, de fréquence ω_f fixée par le forçage. On pose donc $\tilde{y}$ sous la forme :

$$\tilde{y}(\tilde{x},\tilde{t}) = Re\left(\tilde{Y}(\tilde{x})e^{i\tilde{\omega}_f\tilde{t}}\right) = \frac{1}{2}\tilde{Y}(\tilde{x})e^{i\tilde{\omega}_f\tilde{t}} + cc \tag{4.34}$$

avec $\tilde{Y}(\tilde{x})$ l'amplitude complexe adimensionnée des oscillations le long de la poutre (cc désigne le complexe conjugé du terme précédent). Ce faisant, nous négligeons les harmoniques plus hautes pouvant apparaitre à travers le terme de traînée non-linéaire. En effectuant une transformée de Fourier temporelle des déplacements de la poutre, on peut cependant vérifier que cette approximation reste raisonnable (voir l'exemple de la Figure 4.10 pour un nageur de $5.5cm$ forcé à $8Hz$). On injecte la forme 4.34 dans l'Eq. 4.30 pour obtenir l'équation dictant l'amplitude $\tilde{Y}$:

$$\frac{1}{2}\mathscr{L}\left[\tilde{Y}(x)\right]e^{i\bar{\omega}_f\tilde{t}} + cc + \mathscr{N}\mathscr{L} = 0, \tag{4.35}$$

où $\mathscr{L}$ est l'opérateur linéaire :

$$\mathscr{L}\left[\tilde{Y}(x)\right] = -\bar{\omega}_f{}^2(1+\tilde{m})\tilde{Y} + \tilde{Y}'''' + \tilde{m}\left[2i\bar{\omega}_f\tilde{U}\tilde{Y}' + \tilde{U}^2\tilde{Y}''\right], \tag{4.36}$$

et

$$\mathscr{N}\mathscr{L} = \tilde{\alpha}\left|\frac{i\omega_f\tilde{Y} + \tilde{U}\tilde{Y}'}{2}e^{i\bar{\omega}_f\tilde{t}} + cc\right|\left(\frac{i\omega_f\tilde{Y} + \tilde{U}\tilde{Y}'}{2}e^{i\bar{\omega}_f\tilde{t}} + cc\right). \tag{4.37}$$

Une attention particulière doit être accordée à l'usage de la notation complexe pour le terme fluide non-linéaire. Pour calculer la composante en $e^{i\omega_f t}$ de ce terme nous procédons de façon analogue au calcul de la Section 3.3.2 Chapitre 3 ; c'est à dire, on le développe en série de Fourier dont on ne garde que le premier terme (voir aussi Eloy (2013)) :

$$\frac{\bar{\omega}_f}{2\pi}\int_0^{2\pi/\bar{\omega}_f}\mathscr{N}\mathscr{L}(\tilde{x},\tilde{t})e^{-i\bar{\omega}_f\tilde{t}}d\tilde{t} \tag{4.38}$$

Pour simplifier les calculs, on pose la forme complexe :

$$i\omega_f\tilde{Y} + \tilde{U}\tilde{Y}' = \beta(\tilde{x})e^{i\gamma(\tilde{x})}. \tag{4.39}$$

L'Eq. 4.38 se réécrit alors

$$\frac{\tilde{\alpha}\beta^2(\tilde{x})e^{i\gamma(\tilde{x})}}{2\pi}\int_0^{2\pi}|\cos\Gamma|\cos\Gamma e^{-i\Gamma}d\tilde{\Gamma} \quad \text{avec} \quad \Gamma = \bar{\omega}_f\tilde{t} + \gamma, \tag{4.40}$$

ce qui donne après calcul de l'intégrale

$$\frac{4}{3\pi}\tilde{\alpha}\beta^2(x)e^{i\gamma(x)} = \frac{4}{3\pi}\left|i\omega_f\tilde{Y} + \tilde{U}\tilde{Y}'\right|\left(i\omega_f\tilde{Y} + \tilde{U}\tilde{Y}'\right). \tag{4.41}$$

On a donc au premier ordre :

$$\mathscr{N}\mathscr{L} = \frac{4}{3\pi}\left|i\omega_f\tilde{Y} + \tilde{U}\tilde{Y}'\right|\left(i\omega_f\tilde{Y} + \tilde{U}\tilde{Y}'\right)e^{i\bar{\omega}_f\tilde{t}} + cc. \tag{4.42}$$

En combinant les Eqs. 4.35-4.36 et 4.42, on obtient alors l'équation de $\tilde{Y}(x)$:

$$\begin{aligned}&-\bar{\omega}_f{}^2(1+\tilde{m})\tilde{Y} + \tilde{Y}'''' + \tilde{m}\left[2i\bar{\omega}_f\tilde{U}\tilde{Y}' + \tilde{U}^2\tilde{Y}''\right]\\ &\quad + \frac{8}{3\pi}\tilde{\alpha}\left|i\bar{\omega}_f\tilde{Y} + \tilde{U}\tilde{Y}'\right|(i\bar{\omega}_f\tilde{Y} + \tilde{U}\tilde{Y}') = 0.\end{aligned} \tag{4.43}$$

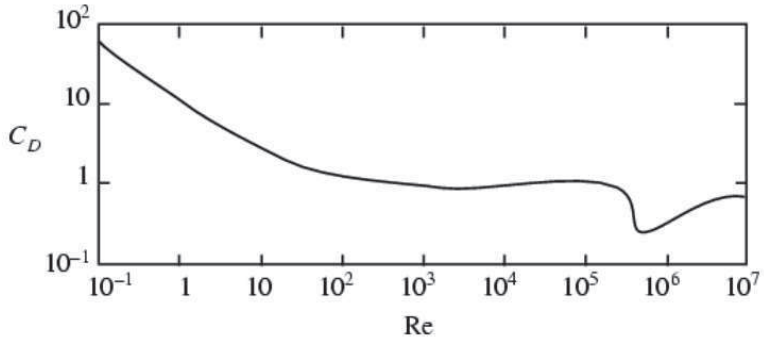


FIGURE 4.11: Coefficient de traînée d'un cylindre infini de section circulaire en fonction du nombre de Reynolds (Zdravkovich (1997); Tritton (1988)).

Les conditions aux limites 4.21 et 4.22 se réécrivent :

$$\begin{array}{ll} \tilde{Y}(0) = \frac{A_f}{L} & \\ \tilde{Y}'(0) = \theta_f e^{i\Phi} & \text{et} \quad \begin{array}{l} \tilde{Y}''(1) = 0 \\ \tilde{Y}'''(1) = 0 \end{array} \end{array} \tag{4.44}$$

L'Eq. 4.43 est résolue numériquement par différences finies. Plus spécifiquement, la poutre est discrétisée sur $N = 100$ points, N étant choisi suffisamment grand pour rendre compte des variations spatiales sur la longueur du filament. Le vecteur correspondant est noté $\vec{Y}$. L'Eq. 4.43 est alors réécrite sous forme matricielle :

$$-\bar{\omega_f}^2 \mathbf{M}\vec{Y} + i\bar{\omega_f}\mathbf{C}\vec{Y} + \mathbf{K}\vec{Y} + \frac{8}{3\pi}\tilde{\alpha}\left|\left(i\bar{\omega_f}\mathbf{Id} + \tilde{U}\mathbf{D_1}\right)\vec{Y}\right|\left(\left(i\bar{\omega_f}\mathbf{Id} + \tilde{U}\mathbf{D_1}\right)\vec{Y}\right) = \vec{0}, \tag{4.45}$$

avec **M**, **C** et **K** les matrices $(N \times N)$ de masse, d'amortissement et de raideur :

$$\begin{array}{rcl} \mathbf{M} & = & (1+\tilde{m})\,\mathbf{Id}, \\ \mathbf{C} & = & 2\tilde{m}\tilde{U}\,\mathbf{D_1}, \\ \mathbf{K} & = & \mathbf{D_4} + \tilde{m}\tilde{U}^2\mathbf{D_2}, \end{array} \tag{4.46}$$

où **Id** est la matrice identité, et $\mathbf{D_1}$, $\mathbf{D_2}$ et $\mathbf{D_4}$ sont les matrices de dérivation par différences finies à l'ordre 1, 2 et 4. Les deux premières lignes et les deux dernières lignes de chaque matrice sont modifiées et utilisées pour exprimer les conditions aux limites aux extremités de la poutre de l'Eq. 4.44. Le forçage à la tête est imposé à travers l'implémentation de ces conditions aux limites ; pour cela, nous remplaçons les deux premières lignes du vecteur $\vec{0}$ au second membre de l'Eq. 4.45 par les valeurs de $\tilde{Y}(0)$ et $\tilde{Y}'(0)$ dictée par le forçage. Le vecteur solution de l'équation matricielle non-linéaire est ensuite obtenu en utilisant Matlab.

Le seul paramètre expérimental inconnu, nécessaire à l'implémentation de l'Eq. 4.43, est le coefficient de traînée transverse C_d. Il est donc laissé comme paramètre ajustable et est déterminé par comparaison entre la déformée mesurée

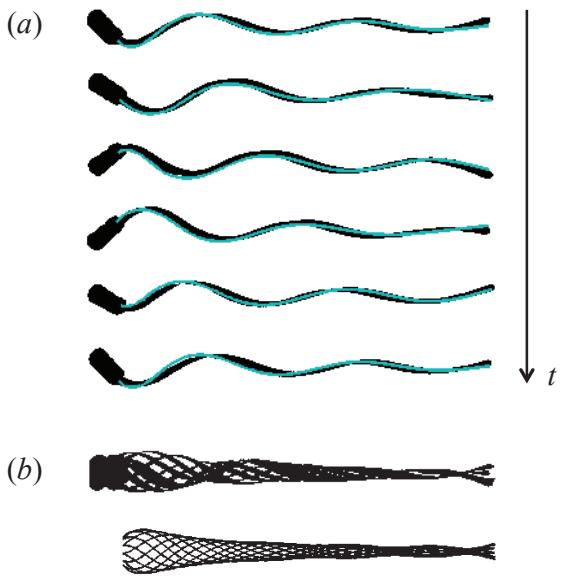


FIGURE 4.12: (a) Images successives de la déformation d'un filament de longueur $4.5cm$ forcé à $f = 19Hz$, auxquelles on a superposé les formes obtenues par simulation numérique pour ces mêmes valeurs de paramètres, et avec $C_d = 2.2$ (courbes bleues). (b) Enveloppes expérimentales et numériques correspondantes.

expérimentalement $y_e(x,t)$ et celle obtenue par simulation numérique $y_t(x,t)$. Nous calculons la valeur de C_d qui minimise le carré de la différence entre le mouvement observé et celui prédit, intégré sur une période temporelle T : c'est à dire $\int_0^T \left[\int_0^L (y_t - y_e)^2 dx\right]^2 dt$. En répétant le processus sur 27 vidéos (correspondant à trois fréquences différentes et neuf longueurs de nageurs), nous obtenons la valeur moyenne

$$C_d = 2.2 \pm 0.8 \tag{4.47}$$

Cette valeur est cohérente avec les valeurs typiques obtenues pour des corps non profilés. Pour un cylindre (complétement immergé) dans la même gamme de nombre de Reynolds $Re_t \in [10-140]$, les coefficients de traînée sont en effet autour de 1-2 (Zdravkovich (1997); Tritton (1988), voir aussi la Figure 4.11).

La Figure 4.12 compare la dynamique temporelle expérimentale d'un filament de longueur 4.5 cm forcé à $f = 19Hz$, et celle obtenue par simulation pour la valeur de C_d trouvée. On observe un bon accord à la fois pour les enveloppes de la Figure 4.12(b) qui traduisent la décroissance globale de l'amplitude de l'onde, mais aussi pour les formes de la Figure 4.12(a) qui montrent son évolution temporelle. Le modèle semble donc bien retranscrire les caractéristiques spatiales et temporelles de la déformation du filament.

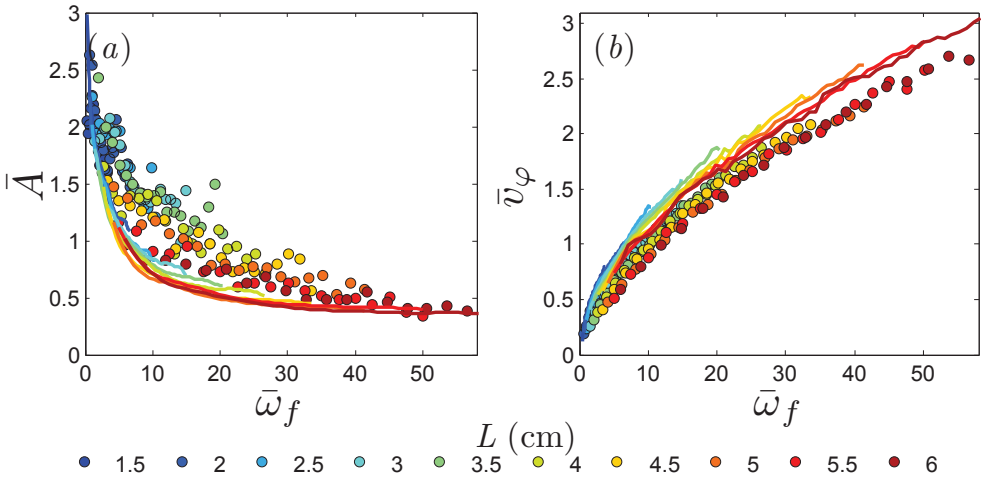


FIGURE 4.13: Comparaison entre les données expérimentales et les prédictions théoriques du modèle (lignes pleines) : (a) amplitude adimensionnée des oscillations de la queue $\bar{A} = A_r / A_f$, (b) vitesse de phase adimensionnée $\bar{v_\varphi} = v_\varphi / \omega_o L$.

4.5.3 Comparaison prédictions théoriques - mesures expérimentales

Pour valider la capacité du modèle à décrire la dynamique des nageurs, on étend la comparaison de la Figure 4.12 à tous les couples de paramètres expérimentaux (f, L). On résout donc numériquement les équations du système pour chaque (f, L). Les valeurs des grandeurs de forçage A_f, θ_f et ϕ imposées dans la simulation sont celles qui ont été mesurées expérimentalement. Par souci de simplicité, la vitesse de l'écoulement U utilisée pour implémenter les forces fluides de "drapeau" est aussi celle mesurée expérimentalement. Le fait d'imposer *a priori* la vitesse de l'écoulement peut sembler contradictoire avec notre démarche, qui est de prédire la réponse d'un nageur et ses performances pour un forçage donné ; toutefois ce "raccourci" reste raisonnable dans la mesure où les forces qui naissent de cet écoulement U contribuent faiblement à la dynamique du nageur (ce point est abordé dans la section suivante). Nous extrayons ensuite des formes obtenues l'amplitude des battements du bout de la queue ainsi que la vitesse de propagation de l'onde élastique. La vitesse de phase est calculée *a posteriori* à partir des mouvements obtenus numériquement. La mesure est la même que pour les données expérimentales : on suit dans le temps la position des points de la poutre qui croisent la ligne médiane (définie dans ce modèle par la droite $y(x) = 0$). Les résultats des simulations numériques sont rapportés dans Figure 4.13 en lignes pleines. Les prédictions théoriques montrent un bon accord avec les données expérimentales, et confirment l'aptitude du modèle à prédire la réponse des nageurs à un forçage donné (et plus précisément la réponse du bout de la queue ; qui va déterminer les performances de propulsion du filament).

Il est important de remarquer que le modèle présenté ici décrit la dynamique d'une poutre complètement immergée, alors que les nageurs de l'expérience se trouvent à une interface eau/air. On note cependant que, malgré le fait que les équations ne prennent pas en compte de possibles effets de surface, on obtient une bonne prédiction de la dynamique spatio-temporelle de nos nageurs de surface. Cette conclusion suggère que les effets de surface sont soit négligeables par rapport aux autres mécanismes en jeu, soit déjà pris en compte dans le terme quadratique de dissipation fluide à travers le coefficient C_d qui a été laissé ajustable.

4.5.4 Rôle prépondérant du frottement fluide quadratique

Les simulations numériques ont montré que l'Eq. 4.30 permet de décrire correctement la réponse des nageurs au forçage qui leur est imposé. Nous pouvons maintenant utiliser ce modèle ainsi que les simulations numériques pour mieux comprendre les mécanismes impliqués dans la déformation des filaments. Nous rappelons l'expression de l'équation adimensionnée :

$$(1+\tilde{m})\ddot{\tilde{y}} + \tilde{y}'''' + \tilde{m}\left[2\tilde{U}\dot{\tilde{y}}' + \tilde{U}^2\tilde{y}''\right] + \tilde{\alpha}\left|\dot{\tilde{y}} + \tilde{U}\tilde{y}'\right|(\dot{\tilde{y}} + \tilde{U}\tilde{y}') = 0.$$

Les deux premiers termes sont les ingrédients classiques d'une équation de poutre : l'inertie de la poutre (augmentée par la présence du fluide environnant), équilibrée par une force de rappel élastique. L'action du fluide ajoute deux autres contributions : un terme de dissipation quadratique (dernier terme) et un terme de "drapeau" (entre crochets) qui est lié à la présence d'un écoulement global à la vitesse U. Au dessus d'une vitesse critique, ce terme déstabilise la poutre ; le fluide transmet alors de l'énergie au solide, qui se met à battre de façon ordonnée (en développant des ondes propagatives) où plus chaotique pour des vitesses importantes (voir la discussion du Chapitre 2). Si l'on estime l'ordre de grandeur de ces deux termes fluides adimensionnés dans la gamme de paramètres de l'expérience

$$\tilde{m} \approx 0.96, \qquad \tilde{U} \in [0.2-4], \qquad \text{et} \qquad \tilde{\alpha} \in [50-150], \tag{4.48}$$

on trouve que le terme de dissipation est 10 à 30 fois plus grand que le terme de drapeau. Il constitue donc la contribution fluide principale dans le modèle dynamique.

En simulant numériquement tour a tour chaque terme de l'Eq. 4.30, on peut constater que ce frottement est également responsable de la propagation d'ondes le long de la poutre, qui est une spécificité de la nage anguilliforme. Ceci est particulièrement intéressant car la question de comment propager un signal dans un milieu élastique fini n'est pas triviale. Comme évoqué dans la Section 2.1.3 du Chapitre 2, les réflections multiples aux bornes du domaine entraînent, en effet, normalement la formation d'ondes stationnaires. C'est bien ce qui est observé dans la simulation numérique de la Figure 4.14(a), qui correspond à l'implémentation uniquement des deux premiers termes d'inertie et d'élasticité. Lorsque nous ajoutons le terme de drapeau, la cinématique obtenue s'écarte légèrement d'une onde

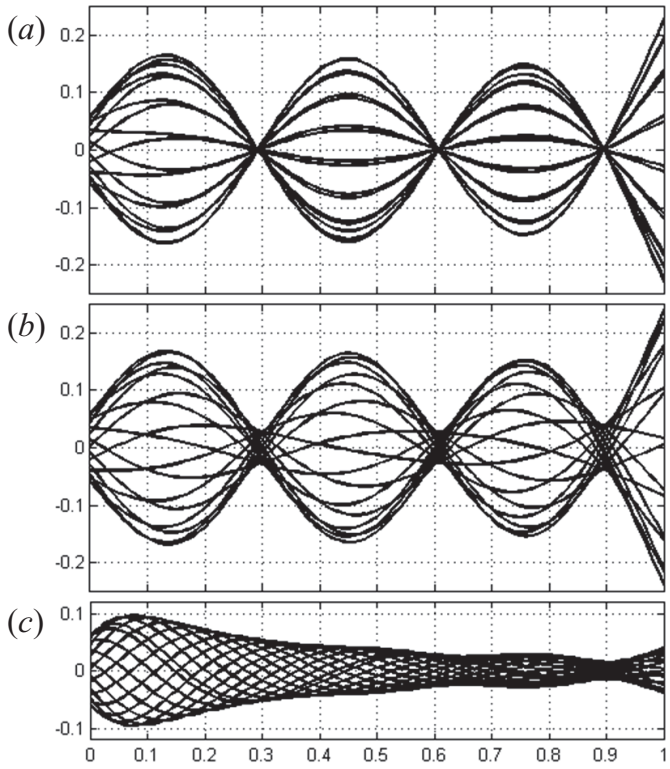


FIGURE 4.14: Mouvement de la poutre obtenu par simulation numérique lorsqu'on implémente progressivement l'Eq. 4.30 : (a) avec seulement les deux premiers termes décrivant une poutre élastique classique, (b) en ajoutant les termes de "drapeau" entre crochets, (c) en ajoutant le terme quadratique fluide.

stationnaire (voir la Figure 4.14(b)) avec un "élargissement" des noeuds, mais on n'observe pas de propagation nette. Les vitesses de propulsion atteintes par les nageurs ne sont pas suffisantes pour que l'écoulement qui en résulte déstabilise la poutre et déclenche la propagation.
Nous avons réalisé une analyse de stabilité linéaire du système (c'est à dire de l'Eq. 4.30 sans le terme de frottement quadratique) pour obtenir un ordre de grandeur de la vitesse à partir de laquelle la poutre se mettrait à battre. Pour cela, on pose la solution sous la forme harmonique $\tilde{y}(\tilde{x},\tilde{t}) = \tilde{Y}(\tilde{x})e^{\beta\tilde{t}}$, où la forme $\tilde{Y}(\tilde{x})$ est à nouveau discrétisée spatialement ; l'équation dynamique du système libre se réécrit alors sous forme matricielle, aboutissant ainsi à un problème aux valeurs propres pour β que l'on résout numériquement. Les résultats obtenus montrent que, pour un rapport de masse $\tilde{m} \approx 1$, les premiers modes propres du système libre se déstabilisent pour une valeur critique $\tilde{U}_c \approx 10$, qui est donc supérieure à la gamme de vitesse de l'écoulement $\tilde{U} \in [0.2-4]$. Cette valeur seuil est cohérente avec les valeurs trouvées par Argentina & Mahadevan (2005) dans leur étude sur

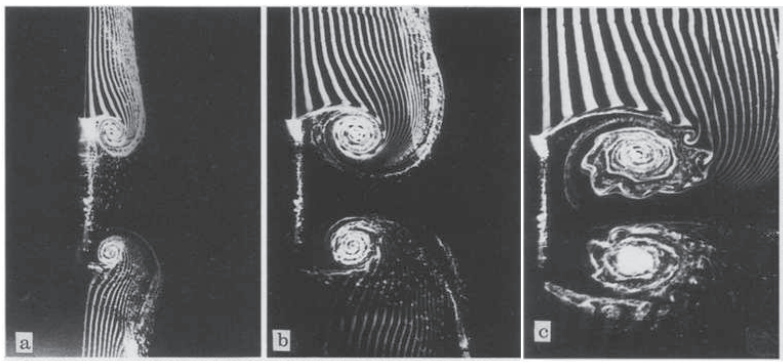


FIGURE 4.15: Exemple de décollement dû au départ accéléré d'une plaque immergée (figure tirée de Lian & Huang (1989)). Cette vorticité émise porte une énergie cinétique qui ne peut pas être récupérée par le solide.

la stabilité d'un drapeau de taille finie dans un écoulement. Il est probable que le frottement quadratique, que nous avons omis dans cette analyse linéaire, affecte les propriétés de stabilité du système (Doaré & Michelin (2011); Peake (2001)). Toutefois, au vu des profils obtenus par simulation (Figure 4.14(c)), on s'attend plutôt à ce qu'il le stabilise et augmente la valeur de la vitesse critique. Dans notre gamme de paramètres, les forces de drapeau ont donc un effet mineur sur les mécanismes de propagation. Cette affirmation est aussi appuyée par le fait qu'expérimentalement, on voit également une onde se propager dans le filament lorsque celui-ci est bloqué derrière les barrières, c'est à dire pour $U = 0$; et la cinématique "sur-place" est très similaire à celle observée lorsqu'il se déplace librement le long du bac d'eau.

Le fait d'inclure la force fluide quadratique permet par contre de propager une onde, comme le montre la simulation de la Figure 4.14(c). Le frottement fluide extrait assez d'énergie du système élastique pour minimiser l'amplitude de l'onde retour (l'onde qui remonte le long du nageur après réflexion au bout libre), et empêcher l'établissement d'ondes stationnaires. Cette action dissipative du fluide environnant est ainsi décisive, dans la mesure où elle permet aux ondulations du nageur d'évoluer vers la forme d'ondes progressives. Nous abordons ce point plus en détail dans la Section 4.8, sur un système plus simple constitué d'une plaque élastique de taille finie excitée à l'une de ses extremités.

Ce terme quadratique est lié au décollement de couche limite dans l'écoulement transverse et reflète une énergie cinétique perdue dans le fluide à travers l'émission de vorticité (Tritton (1988), voir aussi la Figure 4.15). Cet effet n'est pas pris en compte dans la théorie potentielle de Lighthill. Dans ses travaux (Lighthill (1960, 1970)), celui-ci avait néanmoins considéré cette possibilité de développement de couches limites. Il suggère alors que le raisonnement énergétique menant

à l'expression de la force de propulsion (voir Section 4.2.2) reste valable, mais que la valeur de la quantité de mouvement et de l'énergie cinétique communiquée au fluide sont modifiées par cette vorticité émise à chaque battement du corps. Il pointe toutefois le fait qu'il est difficile d'estimer de façon précise les changements induits. Le mécanisme reste donc globalement le même, mais une énergie cinétique supplémentaire est communiquée au fluide par les cotés (en plus de celle éjectée par la queue du poisson dans le sillage). La dissipation contribue au bilan énergétique de l'Eq. 4.13 à travers une dépense additionelle d'énergie qui réduit la part utilisable pour produire la force propulsive. En première approximation, l'expression de la force $\langle T \rangle$ peut être considérée la même que dans l'Eq. 4.8, mais avec un facteur correctif qui dépend du coefficient de traînée transverse C_d. Cette correction sera prise en compte dans la section suivante au moment d'estimer la vitesse de nage résultant d'une cinématique donnée. On s'attend cependant à ce que la dissipation fluide affecte les performances du nageur surtout à travers l'atténuation continue de l'amplitude des déformations le long de son corps.

4.6 Discussion

4.6.1 Prédiction de la vitesse de nage, modèle de Lighthill

Dans la section précédente, nous avons développé un modèle capable de prédire la façon donc un nageur répond à un forçage donné. En utilisant la théorie de Lighthill présentée dans la Section 4.2 il est ensuite possible d'estimer, à partir de la dynamique spatio-temporelle obtenue, les performances de propulsion du nageur. La vitesse de nage atteinte une fois dans le régime stationnaire, est déterminée par l'équilibre entre la force de propulsion générée et la force de traînée s'opposant au déplacement global du filament. Identifier la nature de la force de frottement pour une structure élancée dont la forme change dans le temps n'est pas une question simple. Elle peut notamment prendre la forme d'une friction visqueuse (associée aux frottements longitudinaux de l'eau dans la couche limite qui se développe à l'interface nageur/eau), et/ou d'une traînée de forme qui provient des forces de pression dans la direction de l'écoulement $\mathbf{U}$. Cette question sera discutée de façon plus poussée dans la Section 4.7, sur un autre modèle expérimental de nageur auto-propulsé. Les vidéos montrent ici que les filaments génèrent en se déplacant un sillage significatif, dont la largeur est fixée par l'amplitude des battements de la queue A_r. Au vu de ces observations, la traînée de forme est ici présumée dominante. On choisit alors d'utiliser comme modèle de frottement, la force de traînée qu'exercerait un écoulement incident de vitesse U sur un obstacle solide de surface effective $S' = 2A_r \times d$ (voir Tritton (1988)) :

$$\langle D \rangle = \frac{1}{2}\rho U^2 C_D S', \tag{4.49}$$

où C_D est le coefficient de traînée associé. On s'attend à ce que C_D reste relativement constant dans la gamme de nombres de Reynolds rencontrés pour ce "corps

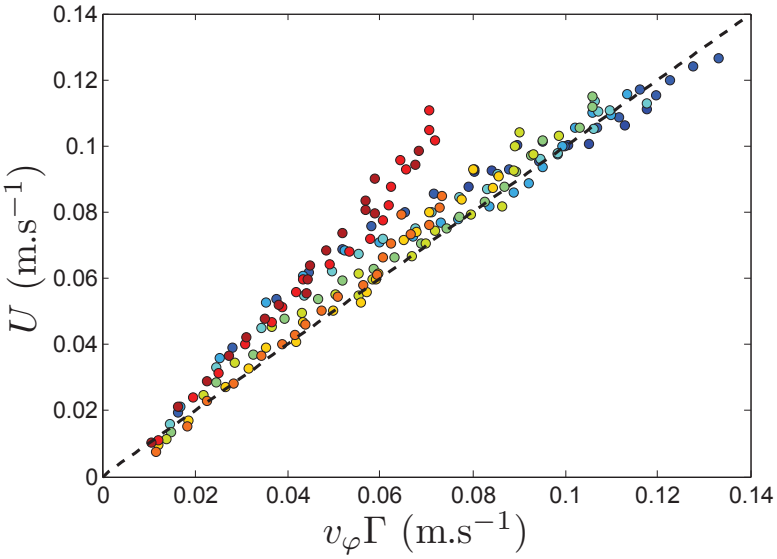


FIGURE 4.16: Implémentation de l'Eq. 4.53 à partir des données expérimentales. La droite de pente un sur laquelle s'aligne les données correspond à l'identité $U = \Gamma v_\varphi$ définie par la théorie de Lighthill.

solide équivalent" :

$$Re_b = \frac{2A_r U}{\nu} \approx [40 - 10^3]. \tag{4.50}$$

La force de propulsion prédite par le modèle de Lighthill est, elle, donnée par :

$$\langle T \rangle = \frac{1}{2}\rho S \left[\langle \dot{y} \rangle^2 - U^2 \langle y' \rangle^2 \right]_{x=L}, \tag{4.51}$$

et ne dépend que de la façon dont le bout de la queue bouge. En première approximation, si l'on s'affranchit du fait que l'amplitude des ondes varie lentement le long du nageur, nous pouvons obtenir une valeur approchée de $\langle T \rangle$ en utilisant la cinématique simplifiée $y(x,t) = A_r \cos\left(2\pi(ft - x/\lambda)\right)$, avec λ la longueur d'onde ; c'est à dire la cinématique d'une onde se propageant à la même vitesse, en gardant une amplitude constante A_r (celle des battements arrières) :

$$\langle T \rangle = \frac{1}{4}\rho S A_r^2 \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \left[v_\varphi^2 - U^2 \right]. \tag{4.52}$$

L'équilibre des forces 4.49 et4.52 donne une estimation au premier ordre de la vitesse de nage :

$$U = \Gamma(\lambda, A_r)\, v_\varphi, \qquad \text{avec} \qquad \Gamma(\lambda, A_r) = \left(1 + \frac{S' C_D \lambda^2}{2 S A_r^2 \pi^2}\right)^{-\frac{1}{2}}. \tag{4.53}$$

Γ est une fonction des caractéristiques spatiales de la déformation du nageur, A_r et λ. On peut vérifier la validité de l'expression 4.53 en utilisant les données expérimentales. La seule grandeur inconnue ici est le coefficient de traînée C_D ; il est en effet difficile de prédire sa valeur ou de la mesurer lorsque le système que l'on considère se déforme sur des échelles de temps comparables à celle de l'écoulement. C_D est donc laissé comme paramètre ajustable dans la suite. Le fait de laisser ce C_D ajustable permet également de prendre en compte les pertes d'énergies supplémentaires liées au décollement dans l'écoulement transverse, dont Lighthill ne tient pas compte dans sa théorie potentielle. Les points expérimentaux sont tracés sous la forme compacte de l'Eq. 4.53 dans la Figure 4.16. En comparant les données avec la droite théorique définie par l'identité $U = \Gamma v_\varphi$, nous obtenons la valeur de :

$$C_D \approx 0.23. \tag{4.54}$$

Cette valeur est en accord avec l'ordre de grandeur typique $C_D \approx 0.1 - 0.3$ correspondant aux corps profilés, comme des ailes d'avion (voir Abbott (1959)). Nous rappelons toutefois que le système considéré ici n'est pas le même ; il est instationnaire et déformable contrairement aux ailes d'avions. La Figure 4.16 montre que les données se rassemblent toutes le long d'une même droite linéaire. Il est important de remarquer que, bien que la théorie soit basée sur des arguments relativement simples, la forme 4.53 fournit une bonne prédiction de la vitesse atteinte par un nageur ayant une cinématique donnée. On observe cependant une légère déviation au dessus de la courbe maitresse pour les filaments les plus longs ($5.5cm$ et $6cm$). En termes de frottement, cela signifie que la valeur $C_D \approx 0.23$ surestime la force de traînée réelle dans ces cas là. Une explication peut être proposée en regardant les enveloppes des oscillations obtenues pour ces nageurs ; celles-ci sont en effet plus profilées que pour les filament plus courts, avec une amplitude au bout de la queue significativement plus petite que celle de la tête. Cette atténuation spatiale plus prononcée pourrait entrainer un coefficient de traînée plus faible.

Nous venons de montrer que la théorie de Lighthill, couplée à un modèle de traînée de forme, fournit une bonne estimation de la vitesse atteinte par un nageur dont la cinématique est connue. Ceci complète le modèle de poutre introduit précédemment pour finir de caractériser les nageurs de cette expérience : nous sommes capables de prédire leur réponse à un forçage donné, et les performances de nage qui en découlent.

4.6.2 Efficacité mécanique

Comme l'a fait Lighthill (1960) dans son étude sur la nage anguilliforme, nous pouvons aussi définir une efficacité hydromécanique pour les nageurs de cette expérience :

$$\eta = \frac{U\langle T\rangle}{\langle W\rangle} = 1 - \frac{1}{2}\frac{\rho S\langle V\rangle^2 U}{\langle W\rangle} \tag{4.55}$$

η correspond au rapport de la puissance de la force moyennée $\langle T \rangle$ qui propulse le système à la vitesse U, sur le taux de travail total fourni par le nageur $\langle W \rangle$ (voir la définition de ces grandeurs dans la Section 4.2). Elle peut aussi s'exprimer en terme de part d'énergie perdue sous forme d'énergie cinétique $1/2\rho S \langle V \rangle^2$ (où V est la vitesse latérale communiquée au fluide). Cette définition est similaire à l'efficacité de propulsion de Froude, qui mesure aussi la fraction de la puissance totale dépensée qui est utilisée pour surmonter la traînée ; l'autre partie de la puissance servant à mettre en mouvement le fluide (voir Alexander (2003)). η est une grandeur importante puisqu'elle traduit la capacité du nageur à convertir le travail fourni par ses mouvements de flexion en une force de propulsion "utile". En utilisant les expressions de $\langle V \rangle$ et $\langle W \rangle$ développées dans la Section 4.2, l'efficacité s'écrit :

$$\eta = 1 - \frac{1}{2} \frac{\left\langle \left(\frac{\partial y}{\partial t} + U \frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 \right\rangle_{x=L}}{\left\langle \frac{\partial y}{\partial t} \left(\frac{\partial y}{\partial t} + U \frac{\partial y}{\partial x} \right) \right\rangle_{x=L}} \tag{4.56}$$

Quand les oscillations du nageurs prennent la forme d'une onde d'amplitude constante se propageant à la vitesse v_φ (comme pour la cinématique simplifiée $y(x,t) = A_r \cos\left[\omega_f (t - x/v_\varphi)\right]$ de la section précédente), l'Eq. 4.56 se simplifie en (voir aussi Lighthill (1970)) :

$$\eta = 1 - \frac{1}{2}(v_\varphi - U)/v_\varphi. \tag{4.57}$$

En d'autres termes, plus la vitesse de propagation des ondes élastiques tend vers celle de l'écoulement, plus le système se propulse de manière efficace. Comme la force de propulsion dépend de $v_\varphi^2 - U^2$, (voir Eq. 4.8) un compromis est cependant requis. U ne peut pas être trop proche de v_φ , sinon la force de propulsion ne sera plus suffisante pour surmonter la résistance de la traînée $\langle D \rangle$; le cas limite $v_\varphi = U$ correspond au cas d'un nageur qui glisse dans l'eau sans déplacer de fluide latéralement. En utilisant l'Eq. 4.53, η peut être exprimée en fonction des caractéristiques cinématiques du filament :

$$\eta = \frac{1}{2}\left(1 + \sqrt{\frac{\gamma(\lambda, A_r)}{1+\gamma(\lambda, A_r)}}\right), \quad \text{où} \quad \gamma(\lambda, A_r) = \frac{\pi^3 d A_r}{4 C_D \lambda^2}. \tag{4.58}$$

A partir de l'Eq. 4.57, nous calculons l'efficacité des nageurs pour chaque jeu de paramètre (f, L), que nous traçons ensuite dans la Figure 4.17 en fonction de γ, calculé à partir des valeurs expérimentales de A_r et λ. Sur ce graphe apparait aussi en pointillés la loi théorique $\eta(\gamma)$ de l'Eq. 4.58. Le bon accord avec les données expérimentales confirme la capacité de cette fonction de γ à décrire la dépendance de η en fonction de A_r et λ. Comme ces deux longueurs résultent de la réponse élastique du filament, l'Eq. 4.58 décrit aussi indirectement la façon dont le coût de la propulsion change avec le forçage imposé.

Pour rendre plus explicite la dépendance en forçage de l'efficacité et pour comprendre les tendances observées dans la Figure 4.17, nous exprimons λ en fonc-

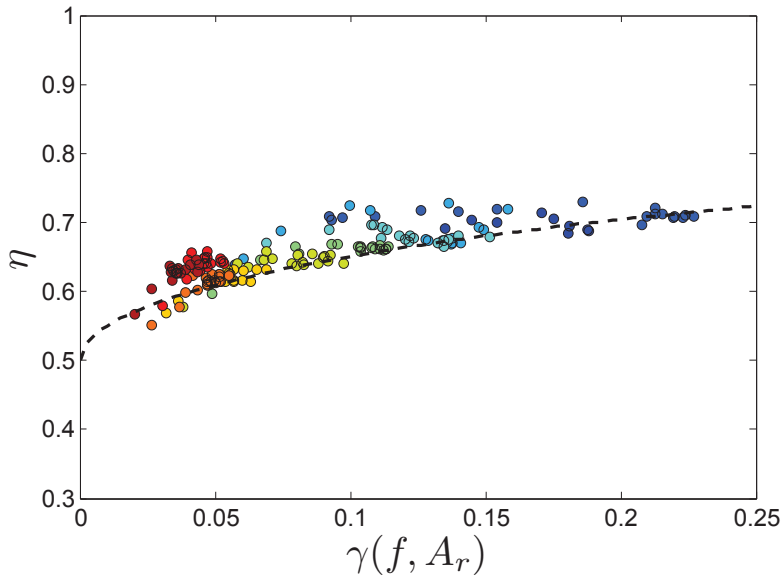


FIGURE 4.17: Efficacité hydromécanique, calculée à partir de l'Eq. 4.57, tracée en fonction de γ qui est une fontion des caractéristiques cinématiques du nageur. La ligne en pointillé correspond à la fonction $\eta(\gamma) = 1/2(1+\sqrt{\gamma/(1+\gamma)})$ tirée de la théorie de Lighthill.

tion de la fréquence f en approximant la relation de dispersion du système par celle d'une poutre immergée dans un fluide au repos sans perte d'énergie : $\lambda = \left(\frac{B}{\mu+M}\right)^{1/4}\sqrt{\frac{2\pi}{f}}$. γ se réécrit alors sous la forme :

$$\gamma \approx \beta A_r f, \tag{4.59}$$

directement proportionnelle à la vitesse des battements de la queue $A_r f$. $\beta = \frac{d}{8C_D}\sqrt{\frac{\mu+M}{B}}$ une constante fixée par les caractéristiques du système fluide/solide. L'intérêt de cette expression de γ est qu'elle inclut à la fois le paramètre d'entrée f et la sortie A_r de la "fonction de transfert" que représente le système élastique. On l'injecte ensuite dans l'Eq. 4.58 ; en remarquant que γ est petit devant un, on obtient :

$$\eta \approx \frac{1}{2}\left(1+\sqrt{\beta A_r f}\right) \tag{4.60}$$

Les nageurs voient donc leur efficacité s'améliorer lorsqu'on augmente la fréquence de forçage. C'est la tendance observée pour les données expérimentales. On remarquera que ce système donne des valeurs de η qui sont systématiquement au dessus de 1/2. A l'opposé, Lighthill (1960) a montré que pour des nageur exécutant des mouvements d'ondes stationnaires l'efficacité ne peut pas dépasser 1/2. Ceci souligne l'importance de développer des ondes propagatives dans la poutre. On a vu toutefois plus haut que la propagation passive requiert une source de dissipation. Cette perte d'énergie entraîne une diminution de l'amplitude le long du

filament, qui est particulièrement prononcée pour les longs filaments ou pour de hautes fréquences de forçage (voir Figure 4.8(e)). Le fait qu'une augmentation de la fréquence ne puisse pas être dissociée d'une décroissance de l'amplitude arrière A_r dans cette expérience limite les valeurs de l'efficacité qui peuvent être atteintes. Cela se manifeste par une saturation de la courbe $\eta(\gamma)$ dans la Figure 4.17. Cet effet limitant se manifeste aussi dans la Figure 4.8(c) où l'atténuation spatiale des ondes provoque une diminution de $\bar{U}$ avec $\bar{\omega_f}$.

Une des questions importantes pour le design de nageurs passifs actionnés ponctuellement est donc de dissiper assez d'énergie le long de leur corps élastique pour empêcher l'établissement d'ondes stationnaires, tout en maintenant une amplitude d'oscillation conséquente au niveau de la queue. L'ordre de grandeur du terme dissipatif de l'Eq. 4.30 est clairement un paramètre clé. Il est assez grand pour cette expérience, mais sa valeur est susceptible de changer pour des nageurs ayant des formes différentes, ou alors complétement immergés.

4.7 Modèle de traînée globale

Le modèle hydrodynamique de Lighthill fournit une estimation de la force qui propulse un nageur anguilliforme. Pour pouvoir prédire la vitesse de nage qui en découle ainsi que son efficacité, il est nécessaire de connaître la force de frottement qui équilibre cette propulsion. Dans la section précédente, un modèle de traînée de forme a été choisi, qui assimile le filament à un obstacle solide dont la surface effective est donnée par l'amplitude des oscillations de sa queue. Mais la question de la nature de la traînée est un problème complexe en soit.

Pour des corps solides de forme fixée, les mécanismes de frottement sont relativement bien documentés, que ce soit pour la friction visqueuse ou la traînée de forme provenant de l'action des forces de pression. Dans le cas de corps en déformation, la nature du frottement est plus complexe. Ce sujet est particulièrement controversé pour la propulsion anguilliforme, comme le montre la discussion de Schultz & Webb (2002), qui pointe la difficulté de distinguer une part de traînée et une part de propulsion dans les forces fluides s'exerçant sur un nageur en régime de croisière. Il est en effet difficile de séparer en deux composantes de forces les changements de quantité de mouvement induits dans le fluide par une même structure. Le problème se pose moins dans le cas de la nage carangiforme où la queue bouge en grande partie indépendamment du reste du corps. Cette distinction permet de séparer spatialement et temporellement la force de propulsion de la traînée : la propulsion est alors attribuée au mouvement de la queue et le frottement est majoritairement attribué au reste du corps inerte. Le problème devient plus complexe lorsque ces deux forces sont produites simultanément par les mêmes structures. Dans sa théorie des "corps élancés", Lighthill établit une distinction en attribuant chacune d'entre elles à des mécanismes différents. La force

propulsive est inertielle par nature car son expression est obtenue grâce à un modèle potentiel, et tous les effets de friction visqueuse dans la couche limite sont inclus dans une même force de frottement qui s'oppose au déplacement global du nageur. Le modèle de friction visqueuse a par la suite été discuté, pour prendre en compte l'effet des mouvements d'ondulations du corps sur la couche limite (voir par exemple l'analyse récente de Ehrenstein & Eloy (2013)). La définition de la force s'opposant au déplacement d'un nageur anguilliforme est une question encore ouverte, qui est importante pour estimer les coûts de la propulsion. Dans le cadre du post-doctorat de Veronica Raspa, nous nous sommes intéréssés à cette question pour un nageur flexible cette fois complètement immergé dans le fluide (ce qui pose le problème de la tridimensionnalité de l'écoulement), et dont on fait varier le rapport d'aspect. Les performances de propulsion mesurées ont permis d'estimer la contribution des différentes sources de frottement dans la traînée globale. Les résultats montrent que l'essentiel de la dissipation provient finalement de structures tri-dimensionnelles émises aux arrêtes arrières du nageur. Ce mécanisme est ici d'un ordre de grandeur supérieur aux forces de friction et de traînée de forme, relançant donc la discussion sur la caractérisation des forces de traînée sur ce type d'objets. Une première version de l'article en rédaction est présentée dans la suite.

Vortex-induced drag and the role of aspect ratio in undulatory swimmers

V. Raspa, S. Ramananarivo, B. Thiria, and R. Godoy-Diana[a)]
Physique et Mécanique des Milieux Hetérogènes (PMMH UMR 7636)
CNRS; ESPCI ParisTech; UPMC (Paris 6); Univ. Paris Diderot (Paris 7)
10 rue Vauquelin, 75231 Paris, Cedex 5, France

During cruising, the thrust produced by a self-propelled swimmer is balanced by a global drag force. For a given object shape, this drag can involve skin friction or form drag, both being well-documented mechanisms. However, for swimmers whose shape is changing in time, the question of drag is not yet clearly established. We address this problem by investigating experimentally the swimming dynamics of undulating thin flexible foils. Measurements of the propulsive performance together with full recording of the elastic wave kinematics are used to discuss the general problem of drag in undulatory swimming. We show that a major part of the total drag comes from the trailing longitudinal vortices that roll-up on the lateral edges of the foils. This result gives a comparative advantage to swimming foils of larger span thus bringing new insight to the role of aspect ratio for undulatory swimmers.

Generation of propulsive forces by means of anguilliform kinematics is a feature shared in nature by a wide group of aquatic animals of very different characteristics[1–3]. Anguilliform-like swimmers achieve propulsion with high hydromechanical efficiency by propagating bending waves along the body, from head to tail[4,5]. The mechanisms of thrust production at play in this type of undulatory swimming have been extensively studied since the mid 50's[4,6–10]. Depending on the Reynolds number, which measures the importance of viscous versus inertial effects, the fluid acts on the body either through local friction (resistive forces) or added mass effects (reactive forces). In both cases, the global thrust T is obtained by spatial integration of those local contributions, and is highly dependent on the kinematics of the undulating body.

The cruising regime of constant velocity U chosen by the swimmer is characterized by the balance between thrust and drag forces acting on the body. The quantification of the total drag with respect to the swimming parameters is a crucial point for the evaluation of the propulsive performance and efficiency, but the problem is non-trivial since the total drag involves various contributions (e.g. viscous friction or wake drag). Viscous friction has been more largely addressed in the fish-like swimming context. In particular, Lighthill[11] predicted that the 'thinning' of the boundary layer caused by an undulatory motion would cause an increase of friction with respect to the flat-plate type skin friction. This early hypothesis has been recently quantified[12]. The problem of wake drag has been thoroughly studied in the case of bluff-body flows. Nevertheless results are difficult to extrapolate to an object whose shape is changing with time. A description of the total drag is thus not straightforward for self-propelled anguilliform swimmers.

In this paper, we address experimentally the problem of drag by studying the performance of self-propelled swimming foils with different aspect ratios. The anguilliform kinematics is here reproduced by using the elastic response of a plate to a periodic actuation applied at one end; this simple implementation of an undulatory motion (relying on elasticity) has been recently proven to be an effective manner of addressing fish-like swimming problems[13–15]. We quantify the role of the aspect ratio of the body in the performance of the swimmers, showing in particular that the drag experienced by the foils while swimming is mainly independent of the span. This finding allows us to pinpoint the main source of drag in the system and to discuss the role of aspect ratio on swimming efficiency, both being important issues for the future design of artificial fish-mimicking swimmers.

The experiment is performed in a free–surface water tank (0.9m×0.8m×0.5m) where an artificial anguilliform-like swimmer is fully submerged and allowed to move freely in a rectilinear motion using an air bearing rail (see Figure 1). The body consists in a rectangular foil made of 130μm thick Mylar whose bending rigidity is $B = 1.02 \times 10^{-3}$N.m. The foil is clamped to a cylindrical axis ($d = 0.005$m in diameter) that constitutes the head of the swimmer and sets the swimming depth in the water bulk. A pitching motion is imposed, that generates self-propulsion by creating a backward propagating undulation along the flexible body. The rotational oscillation of the head is controlled with 0.5 degree of precision by a small stepper and a sine wave driving curve of amplitude $\theta_{max} = 50°$ and frequency f ranging from 1 to 5 Hz. Swimmers of length $l = 0.15$m and different spans w were tested, giving aspect ratios ($AR = w/l$) ranging from 0.1 to 0.7.

The swimming body kinematics is recovered from high speed camera recordings for each set of parameters. The local body deflection and the tail beating amplitude (A_r) are then extracted. Figure 2a (that corresponds to a $AR = 0.7$ foil driven at $f = 2.5$ Hz) exemplifies a typical amplitude envelope. The kinematic results, displayed in Fig. 2b, show that A_r decreases with the driving frequency (due to an increased dissipation with f, see Ref. 15), but is not depending on the foil's aspect ratio. The forward motion of the foil along the swimming axis is also tracked,

[a)]Electronic mail: ramiro@pmmh.espci.fr

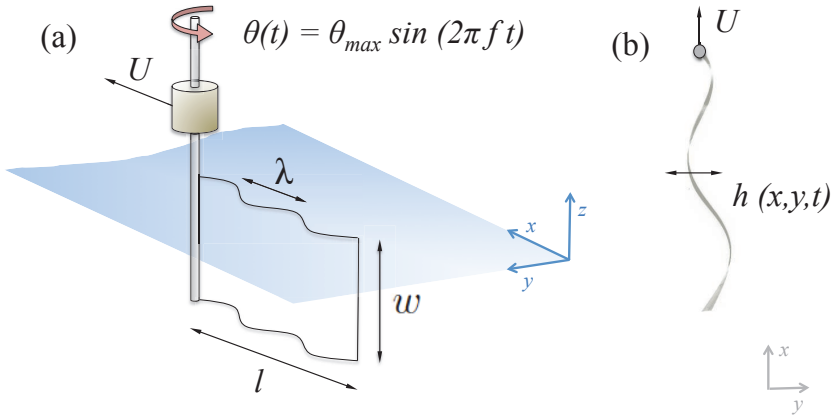


FIG. 1. Experimental setup. (a) Sketch of the mechanical swimmer submerged in the tank. Definition of driving parameters as well as swimmer's dimensions and velocity. (b) Camera view of the swimmer. The local body deflection $h(x, y, t)$ is also indicated.

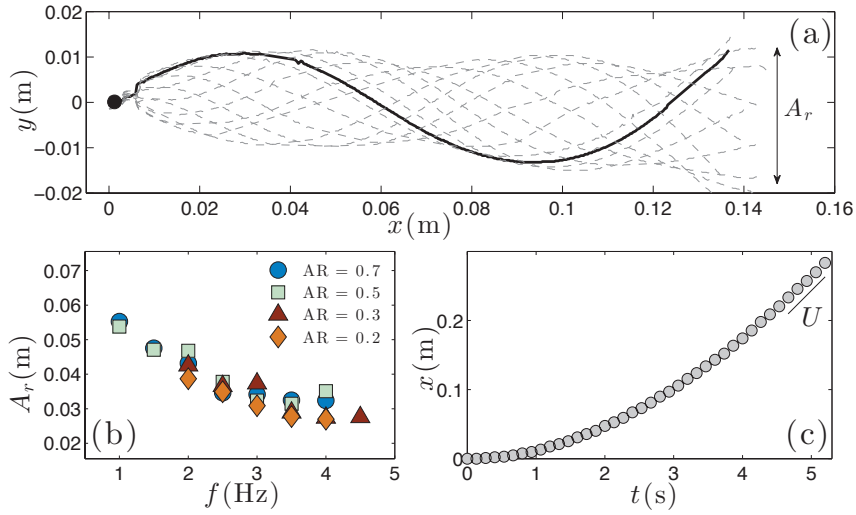


FIG. 2. Kinematics of the undulating foil. (a) Superposed envelopes from a typical video tracking. (b) Amplitude of the tail A_r as a function of the driving frequency for every swimmer. (c) Typical displacement curve $x(t)$, obtained from camera recording. The swimming velocity U is correspondingly calculated from $x(t)$. On the example, $AR = 0.7$ and f=2.5 Hz.

following the location of its head in time ($x(t)$). Fig. 2c illustrates a run, showing that after a clear transitory the swimmer reaches constant velocity. The swimming velocity U is thus calculated from the slope of the final stretch of the corresponding $x(t)$ profile, where thrust and drag are on average balanced. Fig. 3a shows U as a function of the driving frequency for all the experiments reported here. As expected, the swimming velocity is found to be an increasing function of the driving frequency. Additionally, under the same forcing, larger aspect ratios swim faster. The measured values of U give Reynolds numbers $Re_l = Ul/\nu$, with ν the kinematic viscosity of water, between 5000 and 18000.

The propulsive force can be recovered from the displacement curve of the swimmer. As in Ref. 16, measurements are fitted with $x(t) = \frac{m}{\gamma} \log \left[\cosh \frac{\sqrt{\gamma F}}{m} t\right]$, solution of the $m\ddot{x} + \gamma \dot{x}^2 = F$ simplified dynamical model of the system. Where m is the total mass of the swimmer, $\gamma \dot{x}^2$ is a quadratic hydrodynamic drag term and F is the propulsive force. Both γ and F are outputs of the least-squares fitting procedure used to match the experimental $x(t)$ curve to the analytical solution of the dynamical equation. Figs. 3b-c presents the results of thrust generation as a function of frequency and foil span, showing as expected that for a given driving frequency, foils with larger span produce higher thrust. In addition, Fig. 3c indicates that F is a linear function of the aspect ratio.

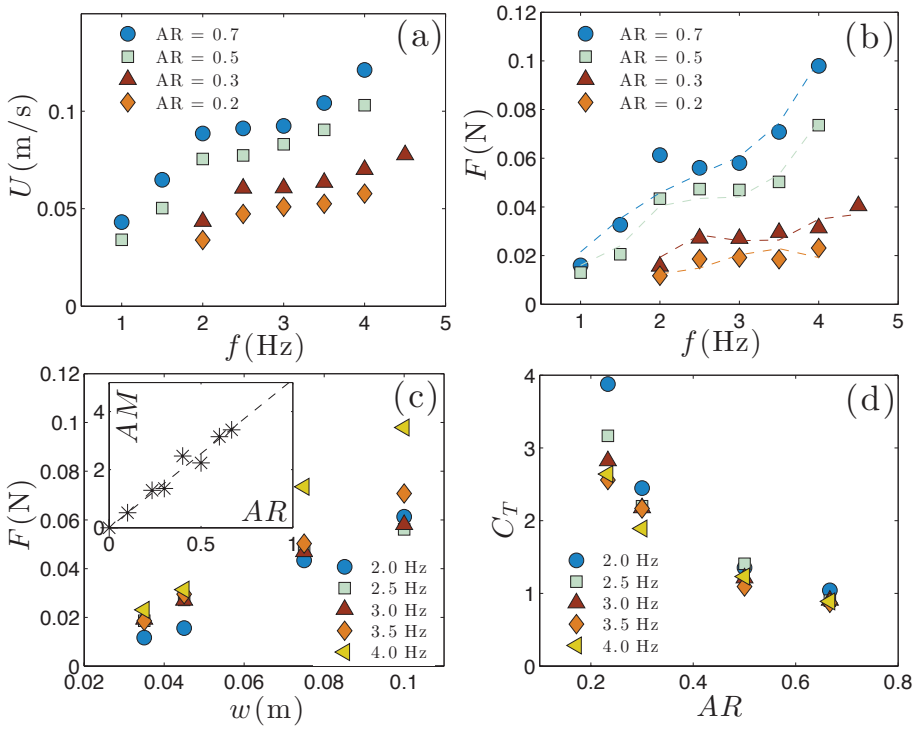


FIG. 3. (a) Self-propelled swimming velocity U as a function of the forcing frequency f for four aspect ratios. (b) and (c) Propulsive force F as a function of the forcing frequency and of the foil width, respectively. In (b) measurements are presented in symbols for different swimmers, together with the corresponding Lighthill's prediction (dashed lines). The inset in (c) shows the added mass coefficient AM as a function of the aspect ratio AR. (d) Dimensionless thrust coefficient as a function of the aspect ratio.

Since the foil kinematics and the value of the resulting thrust are both measurable in this setup, the performance of the swimmer can be compared with Lighthill's elongated-body theory (EBT) predictions. This model provides an estimate of the mean thrust produced by a given kinematics $h(x,t)$, where h is the lateral deflection of the slender body with respect to the swimming axis. This propulsive force is shown to depend only on the motion of the tail $x = l$ (with l the length of the swimmer): $F = 1/2AM\left[\overline{(\partial h/\partial t)_l^2} - U^2\overline{(\partial h/\partial x)_l^2}\right]$. AM is the added mass of water that is accelerated by the body movements. As F and the derivatives of h are both available from the 2D-kinematics presented in Fig. 2[17], AM can be estimated from the fitting of Lighthill's expression to the corresponding force data set for each aspect ratio (see Fig. 3b). The results are displayed in the inset in Fig.3c. The added mass is observed to depend linearly on the aspect ratio, meaning that all the swimmers push the same amount of fluid per unit span. This result is consistent with the fact that the measured force per unit span is a constant (knowing that the tail kinematics is independent of the swimmer span as shown in Fig. 2b).

For all the aspect ratios studied, the foil kinematics, added mass and thrust per unit span are thus the same. However, foils with different aspect ratios do not reach the same velocities. This difference shows when calculating the standard non-dimensional net thrust coefficient $C_T = F/(\frac{1}{2}\rho U^2 wl)$, which is displayed in Fig. 3d as a function of the aspect ratio. The dimensionless representation shows here that C_T diminishes with increasing aspect ratio (because U is changing with AR). Larger aspect ratio foils also show less scatter in C_T over the frequency range explored.

Aspect ratio thus significantly influences the performance of the present undulatory swimmers. Given the w-dependencies described above, the hierarchy observed in the swimming speed as a function of span (Fig. 3a) can only be explained studying the way the hydrodynamic drag varies with AR. Considering the quadratic term used in the dynamic model that accurately describes the swimming position $x(t)$, one may write the general form $D = \frac{1}{2}\rho U^2 wlC_D$, with C_D a global drag coefficient. Evidently, because the same scaling is used to write thrust and drag in terms of dimensionless coefficients, the self-propelled cruising force balance can be rewritten as $C_T = C_D$. Two main approaches have been reported in the literature to express C_D for an undulating body. The first one considers skin friction as the main contribution to drag, either ignoring the undulation and considering the drag on a flat plate[13] or computing the

increase in skin friction due to the thinning of the boundary layer[5,12]. As a first approximation, one can thus write for skin friction $C_{D\,\mathrm{skin}} = c_1 Re_l^{-1/2}$, with c_1 a constant of order unity. A more realistic skin friction coefficient should of course consider the 3D nature of the flow: it should take into account on the one hand the spanwise modulation that can be expected due to the finite size of the swimmer, and on the other the streamwise evolution of the boundary layer. These two effects, which will not be considered here, will have to be addressed in conjunction with Lighthill's boundary layer thinning due to wall-normal motion[12]. The other source of dissipation is a bluff-body type form drag, which is usually written from a quasi-two-dimensional (Q2D) perspective using the area swept by the trailing edge wA_r as reference surface[15]. This gives $C_{D\,\mathrm{form}} = c_2 A_r/l$, again, c_2 being a constant of order one (smaller than one for streamlined bodies). Examining the two previous expressions, it is clear that none of them, nor a combination $C_D = C_{D\,\mathrm{skin}} + C_{D\,\mathrm{form}}$ is capable of explaining the observed behaviour of C_T in figure 3.d as both are independent of the aspect ratio.

However, another source of inertial dissipation may occur. The Q2D form drag expression mentioned above is built from the observation of the typical reverse Bénard-von Kármán vortex structure observed in a stream-wise–cross-stream (xy) midplane section of the wake, assuming that this structure is a section of what happens all along the span of the swimmer. For three-dimensional geometries, this is nonetheless only part of a complex vortex system and each vortex in the xy plane continues over two branches shed by the top and bottom edges of the swimmer[18,19] that constitute a pair of longitudinal vortices. These structures are known as trailing vortices in the context of wing theory[20] and have been shown to account for a substantial part of the drag in bluff-body problems[21] (the so-called *induced drag*). Fig. 4 shows a visualization of a yz cross section perpendicular to the swimming direction. Indeed, two pairs of counter-rotating vortices can be observed, which constitute the longitudinal structures that will be periodically shed in the wake. It is worth noticing that the typical size of the vortex cores does not seem to be affected by the size of the swimmer. This can be understood by the fact that the characteristic shear layer length feeding the longitudinal vortex scales only with the transversal velocity at the edge and is independent of the span. This mechanism is then a constant contribution to the total drag for all the swimmers tested. Quantitatively, longitudinal vortices induce drag through the depression in each vortex core, which can be related to their rotational kinetic energy in terms of the circulation Γ of each vortex. A simple model proposed by Ref. 22 to evaluate the drag produced by a pair of counter-rotating Rankine vortices gives $D_v \approx 3\rho\Gamma^2/8\pi$ (the derivation of this estimate is included as supplementary material), which is a span-independent contribution to the drag. We have compared the values of $C_{D\,\mathrm{vortex}}$ obtained from this calculation to the drag coefficients of skin friction and quasi-2D form drag (see figure 5). For the comparison

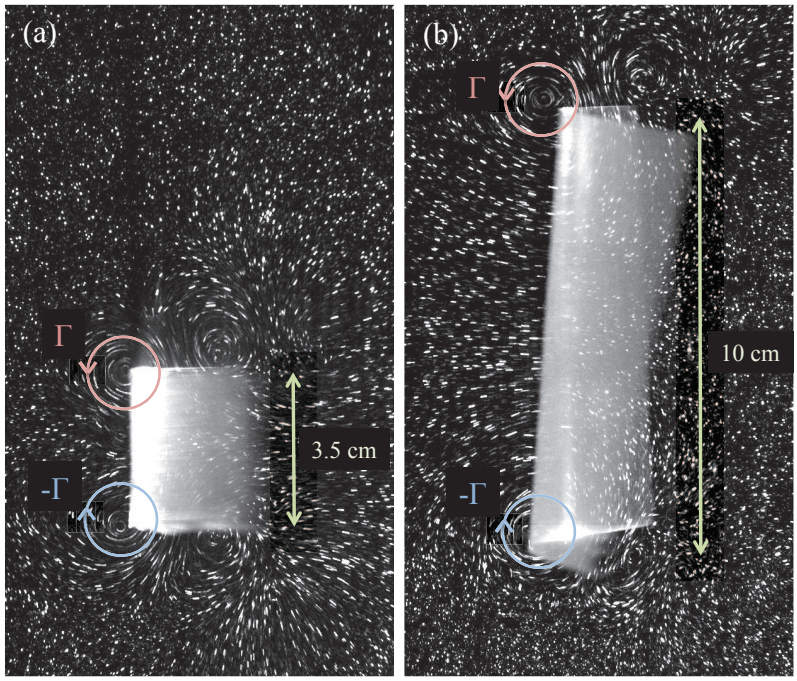


FIG. 4. Visualisation of the longitudinal vortical structures on top and bottom edges of the foils. The driving frequency was set to 1 Hz. (a) $AR = 0.2$ (Multimedia view). (b) $AR = 0.7$ (Multimedia view). Particle streaks are illuminated by a vertical laser sheet placed at the foils' mid length plane.

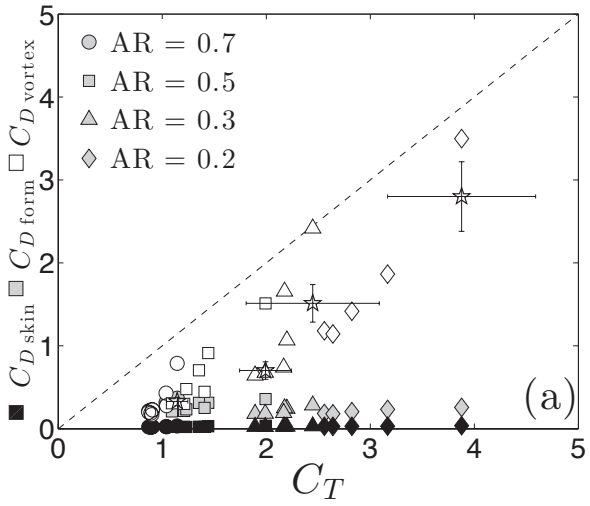


FIG. 5. Drag coefficients $C_{D\,\mathrm{skin}}$, $C_{D\,\mathrm{form}}$ and $C_{D\,\mathrm{vortex}}$ compared to C_T. The dashed line represents the balance of drag and thrust. The stars are the values of $C_{D\,\mathrm{vortex}}$ obtained using a circulation calculation from PIV measurements on the yz-plane images of Fig. 4 for $f = 1$ Hz.

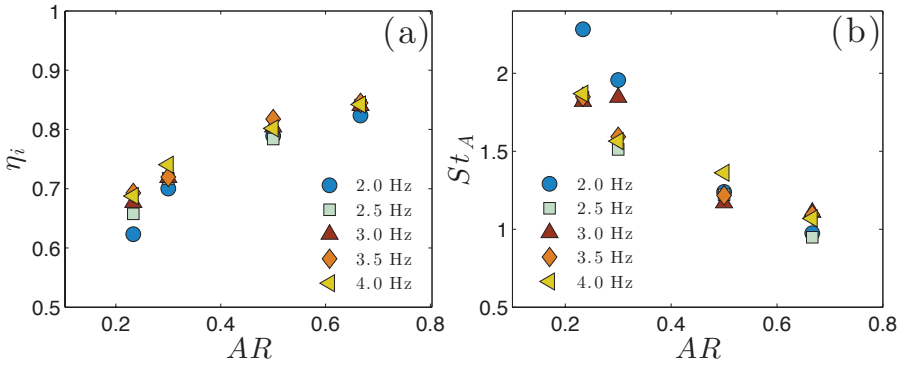


FIG. 6. (a) Ideal efficiency η_i and (b) Strouhal number St_A as a function of the aspect ratio.

we have fixed the numerical constants of order unity to $c_2 = c_3 = 1$, corresponding to form and vortex drag, and $c_1 = 2.66$, the standard value for flat plate skin friction. The circulation Γ needed to calculate vortex drag has been estimated for all the experimental points in terms of the kinematics of the trailing edge considering that the shear layer produced by the moving tip of the foil feeds a vortex during each half period. Writing $u = A_r f$ as the order of magnitude of the tip velocity, an estimate of the circulation can be written as $\oint udl$ over a circular path of length πA_r, which gives $\Gamma \approx \pi A_r^2 f$. This yields $C_{D\,\mathrm{vortex}} \approx \frac{3}{2}\pi f^2 A_r^4 / U^2 l w\, c_3$. Additionally, for one data point for each foil, particle image velocimetry (PIV) measurements performed on the yz-plane images of Fig. 4 have been used to obtain a direct measurement of the maximum circulation of these longitudinal vortices. The circulation at each time frame is calculated using an integration of the velocity field obtained by PIV over a square contour centered at the position of the extrema of vorticity (as in Ref. 23). The size of the contour was fixed as two times the characteristic size of a Gaussian fit of the most intense vorticity patch recorded during one cycle, a value large enough to obtain convergence of the calculated circulation when increasing the contour size. The obtained values of $C_{D\,\mathrm{vortex}}$ are shown in figure 5 together with $C_{D\,\mathrm{skin}}$ and $C_{D\,\mathrm{form}}$. It appears clearly that $C_{D\,\mathrm{vortex}}$ represents the main source of drag. Although to consider an "average" longitudinal vortex shed at each edge of the foil might be a strong simplification of this complex system, it certainly allows us to show that vortex-induced drag is the only term that can balance the observed thrust coefficients in terms of order of magnitude.

Thus, for real swimmers of finite size, the main source of dissipation is independent of the span, an observation that cannot be accounted for with the usual models based on skin friction, which inherently give drag per-unit-span. Drag being mostly given by a mechanism independent of the foil span determines as a direct consequence a comparative

advantage to large aspect ratio foils. The physical mechanism behind this observation can be readily understood by observing that while the thrust force increases when the span of the foil increases, the stream-wise vortices produced at the top and bottom edges of the foil remain relatively unchanged when increasing the span, so that vortex-induced drag represents a larger penalty for the smaller foils. This can be seen using the C_T values to compute an ideal efficiency, which we write, following Ref. 24, as $\eta_i = 2/(1+(1+C_T)^{1/2})$. A decreasing thrust coefficient thus results in an increasing efficiency as shown in Fig. 6a, a trend correlated also with a decreasing value of the Strouhal number St_A commonly used to describe flapping-based propulsion (Fig. 6b, see also Ref. 15). In conclusion, although a standard 2D Lighthill-theory analysis is reasonable for the prediction of the thrust of such swimmers, drag, though, needs to consider the flow as a full 3D structure. The analysis of the present paper can be useful to improve our quantitative knowledge about drag in undulatory propulsion, which is a fundamental issue for understanding the energy budget in any autonomous swimmer.

Acknowledgements We gratefully acknowledge support by EADS Foundation through project "Fluids and elasticity in biomimetic propulsion".

[1] P. W. Webb, "Body Form, Locomotion and Foraging in Aquatic Vertebrates," Am. Zool. **24**, 107–120 (1984).
[2] G. B. Gillis, "Undulatory locomotion in elongate aquatic vertebrates: Anguilliform swimming since Sir James Gray," Am. Zool. **36**, 656–665 (1996).
[3] R. W. Blake, "Fish functional design and swimming performance," J. Fish Biol. **65**, 1193–1222 (2004).
[4] M. J. Lighthill, "Note on the swimming of slender fish," J. Fluid Mech. **9**, 305–317 (1960).
[5] M. J. Lighthill, "Aquatic animal propulsion of high hydromechanical efficiency," J. Fluid Mech. **44**, 265–301 (1970).
[6] G. I. Taylor, "Analysis of the swimming of long and narrow animals," Proc. R. Soc. Lond. A **214**, 158–183 (1952).
[7] K. E. Machin, "Wave propagation along flagella," J. Exp. Biol. **35**, 796–806 (1958).
[8] T. Y. Wu, "Hydromechanics of swimming propulsion. part 1. swimming of a two-dimensional flexible plate at variable forward speeds in an inviscid fluid," J. Fluid Mech. **46**, 337–355 (1971).
[9] C. Eloy and L. Schouveiler, "Optimisation of two-dimensional undulatory swimming at high Reynolds number," Int. J. Nonlinear Mech. **46**, 568–576 (2011).
[10] F. Candelier, F. Boyer, and A. Leroyer, "Three-dimensional extension of Lighthill's large-amplitude elongated-body theory of fish locomotion," J. Fluid Mech. **674**, 196–226 (2011).
[11] M. Lighthill, "Large-amplitude elongated-body theory of fish locomotion," Proc. R. Soc. Lond. B **179**, 125–138 (1971).
[12] U. Ehrenstein and C. Eloy, "Skin friction on a moving wall and its implications for swimming animals," J. Fluid Mech. **718**, 321–346 (2013).
[13] S. Alben, C. Witt, T. V. Baker, E. Anderson, and G. V. Lauder, "Dynamics of freely swimming flexible foils," Phys. Fluids **24**, 051901 (2012).
[14] P. A. Dewey, B. M. Boschitsch, K. W. Moored, H. A. Stone, and A. J. Smits, "Scaling laws for the thrust production of flexible pitching panels," J. Fluid Mech. **732**, 29–46 (2013).
[15] S. Ramananarivo, R. Godoy-Diana, and B. Thiria, "Passive elastic mechanism to mimic fish-muscles action in anguilliform swimming," J. R. Soc. Interface **10**, 20130667 (2013).
[16] V. Raspa, R. Godoy-Diana, and B. Thiria, "Topology-induced effect in biomimetic propulsive wakes," J. Fluid Mech. **729**, 377–387 (2013).
[17] The derivatives of h are evaluated as a standard discrete approximation to differentiation. A spline is fitted to the kinematics measurements prior to differentiation. The relative error on the time derivatives is $\approx 3\%$. For the spatial derivative, a linear fit of the last portion (1/5) of the foil is first performed, whose slope gives $\partial h/\partial x$. The uncertainty in this case is related to the goodness of this fit, which has a correlation coefficient of 0.94. The main source of uncertainty in the calculation of Lighthill's force estimate, however, arises when averaging the square of the time and space derivatives over a period, because some parts of the cycle are missing owing to defects in the video tracking. The overall average error in the force estimate is of approximately 8%.
[18] J. H. J. Buchholz and A. J. Smits, "The wake structure and thrust performance of a rigid low-aspect-ratio pitching panel," J. Fluid Mech. **603**, 331–365 (2008).
[19] A. P. S. Bhalla, B. E. Griffith, and N. A. Patankar, "A Forced Damped Oscillation Framework for Undulatory Swimming Provides New Insights into How Propulsion Arises in Active and Passive Swimming," PLoS computational biology **9**, e1003097 (2013).
[20] G. K. Batchelor, "Axial flow in trailing line vortices," J. Fluid Mech. **20**, 645–658 (1964).
[21] J. L. Aider, J. F. Beaudoin, and J. E. Wesfreid, "Drag and lift reduction of a 3D bluff-body using active vortex generators," Exp. Fluids **48**, 771–789 (2009).
[22] J. F. Beaudoin, *Contrôle actif d'écoulement en aérodynamique automobile*, Ph.D. thesis, École des Mines de Paris (2009).
[23] R. Godoy-Diana, C. Marais, J. L. Aider, and J. E. Wesfreid, "A model for the symmetry breaking of the reverse Bénard-von Kármán vortex street produced by a flapping foil," J. Fluid Mech. **622**, 23–32 (2009).
[24] J. M. Anderson, K. Streitlien, D. S. Barret, and M. S. Triantafyllou, "Oscillating foils of high propulsive efficiency," J. Fluid Mech. **360**, 41–72 (1998).

4.8 Propagation d'ondes en milieu élastique fini

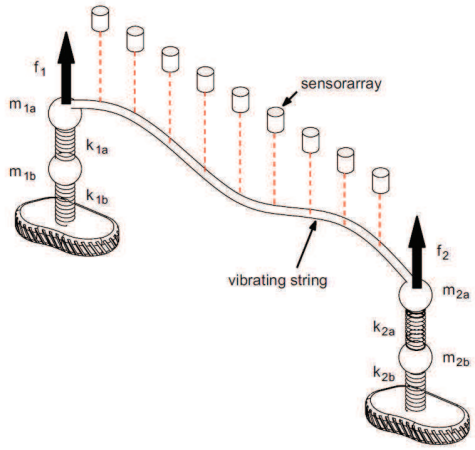


FIGURE 4.18: Shéma tiré de Gabai & Bucher (2009) : les vibrations à l'intérieur d'une corde sont contrôlées en imposant une combinaison de conditions aux limites et d'excitations particulière à chaque extremité.

La théorie de Lighthill (1960) suggère qu'il est beaucoup plus efficace pour un nageur, du point de vue de la propulsion, de propager une onde le long de son corps plutôt que d'effectuer des mouvements stationnaires (voir la discussion de la Section 4.6.2). Contrairement aux anguilles qui utilisent leur musculature pour onduler, le nageur étudié ici est un filament élastique passif qui se déforme sous l'action du forçage qui lui est appliqué. De telles géométries confinées imposent généralement des ondes réfléchies aux bords qui interagissent pour former des motifs spatiaux stationnaires. Une propagation d'onde est cependant bien observée dans ces systèmes (voir la Figure 4.12 par exemple). Le modèle théorique qui a été développé pour décrire les nageurs indique que cette cinématique anguilliforme est rendue possible par la présence d'un fort taux de dissipation fluide (voir la discussion de la Section 4.5.4) ; cette dissipation provient de la vorticité émise dans l'écoulement à chaque battement latéral à cause du décollement de couches limites. La compréhension de la transition d'une onde stationnaire vers une onde propagative est une question ouverte ; et le sujet de la propagation d'une onde dans un milieu de taille fini a été peu abordé dans la littérature à notre connaissance. On note toutefois les travaux de Gabai & Bucher (2009), qui contrôlent la forme des ondes dans une corde en appliquant aux deux bords une excitation donnée (voir la Figure 4.18). Ils montrent théoriquement qu'en ajustant le forçage à chacune des deux extremités, on peut faire émerger une onde propagative ; les auteurs précisent cependant qu'en pratique, il est difficile d'obtenir un système robuste. Nous nous proposons dans cette section de décrire la transition vers une cinématique propagative grâce au frottement fluide.

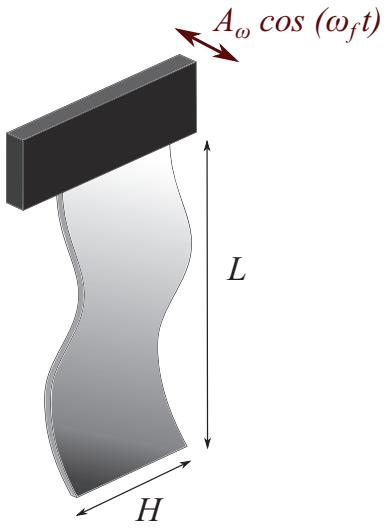


FIGURE 4.19: Modèle de plaque de longueur finie L forcée sinusoidalement à l'une de ses extremités.

4.8.1 Equation dynamique d'une plaque forçée

Le modèle théorique développé précedemment a montré que les forces fluides liées à la présence d'un écoulement global (à la vitesse de propulsion du nageur) jouaient ici un rôle mineur dans les mécanismes de propagation. Pour simplifier la discussion, nous nous plaçons donc dans une configuration fixe (le système n'avance pas dans le fluide) pour étudier l'effet du frottement fluide sur la cinématique d'un objet élastique de taille finie. Nous nous intéressons ici au système dynamique standard d'une plaque ; un mouvement de translation sinusoidal est appliqué à l'une de ses extremités (Figure 4.19). Cette plaque de longueur L et de largeur $H < L$ se déforme en flexion dans sa longueur. Etant donné la géométrie du système, et la façon dont on le sollicite (la plaque est forçée uniformément sur toute sa largeur), nous pouvons négliger les déformations dans le sens de H. On appelle μ sa masse par unité de longueur, et B sa rigidité. La plaque est immergée dans un fluide de masse volumique ρ. L'action du fluide environnant est double : il augmente l'inertie du solide d'une masse ajoutée M, et exerce une force de traînée quadratique due aux décollements de l'écoulement dans la direction transverse. L'équation de déformation de la plaque s'écrit :

$$(\mu + M)\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + B\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \alpha \left|\frac{\partial y}{\partial t}\right| \frac{\partial y}{\partial t} = 0. \tag{4.61}$$

où α est le coefficient de dissipation. La plaque est forcée en translation en $x = 0$:

$$y(0,t) = A_\omega \cos(\omega_f t) \quad \text{et} \quad \frac{\partial y}{\partial x}(0,t) = 0, \tag{4.62}$$

et libre à l'autre extremité :

$$\frac{\partial^3 y}{\partial x^3}(L,t) = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}(L,t) = 0. \tag{4.63}$$

Nous adimensionnons l'Eq. 4.61 en utilisant la longueur L et le temps $L^2\sqrt{\frac{\mu+M}{B}}$, qui prennent en compte la longueur finie du système ainsi que ses caractéristiques. A la différence du modèle de poutre du nageur, nous avons ici inclus la masse ajoutée directement dans la définition du temps caractéristique, afin qu'il ne reste qu'un seul paramètre dans l'équation, ce qui facilite la comparaison entre les différentes intensités de dissipation (et par conséquent aussi des masses ajoutées différentes). Nous obtenons alors :

$$\frac{\partial^2 \tilde{y}}{\partial \tilde{t}^2} + \frac{\partial^4 \tilde{y}}{\partial \tilde{x}^4} + \tilde{\alpha}\left|\frac{\partial \tilde{y}}{\partial \tilde{t}}\right|\frac{\partial \tilde{y}}{\partial \tilde{t}} = 0, \tag{4.64}$$

où les tildes désignent à nouveau les grandeurs adimensionnées, et :

$$\tilde{\alpha} = \alpha\frac{L}{\mu+M}. \tag{4.65}$$

Pour pouvoir résoudre analytiquement l'Eq. 4.61, et donc mieux comprendre les mécanismes généraux de la propagation d'onde, nous pouvons approximer le terme de frottement quadratique par l'expression linéaire (dans l'hypothèse où l'amplitude des oscillations varie peu le long de la plaque) :

$$\tilde{\alpha}\left|\frac{\partial \tilde{y}}{\partial \tilde{t}}\right|\frac{\partial \tilde{y}}{\partial \tilde{t}} \simeq \tilde{\alpha}\tilde{A}_\omega\tilde{\omega}_f\frac{\partial \tilde{y}}{\partial \tilde{t}}. \tag{4.66}$$

En approximant l'un des $\partial\tilde{y}/\partial\tilde{t}$ par la vitesse caractéristique de forçage $\tilde{A}_\omega\tilde{\omega}_f$, nous surestimons (ou sous-estimons selon l'amplitude des oscillations) probablement les forces de traînée transversales. Cependant, cette forme préserve les spécificités du frottement quadratique (c'est à dire une force qui s'oppose au déplacements tranversaux de la plaque et dont l'intensité augmente rapidement avec la fréquence des oscillations), et elle permet de décrire plus simplement la dynamique du système. A titre de comparaison, nous traçerons en parallèle de la solution analytique linéaire, la résolution numérique de l'Eq. 4.64 non-linéaire c'est à dire avec l'expression exacte du terme de dissipation. Le calcul numérique non-linéaire est le même que celui présenté précédemment pour le nageur : on suppose que la réponse temporelle de la plaque est dictée par la fréquence de forçage $\tilde{\omega}_f$, et on calcule ensuite avec Matlab la forme spatiale de la solution par différences finies en discrétisant la plaque sur 1000 points.

L'équation linéarisée pour le déplacement $y(x,t)$ s'écrit donc (pour faciliter la lecture, les grandeurs $\tilde{y}$, $\tilde{x}$ et $\tilde{t}$ sont notées sans tildes dans la suite) :

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \tilde{\alpha}\tilde{A}_\omega\tilde{\omega}_f\frac{\partial y}{\partial t} = 0, \tag{4.67}$$

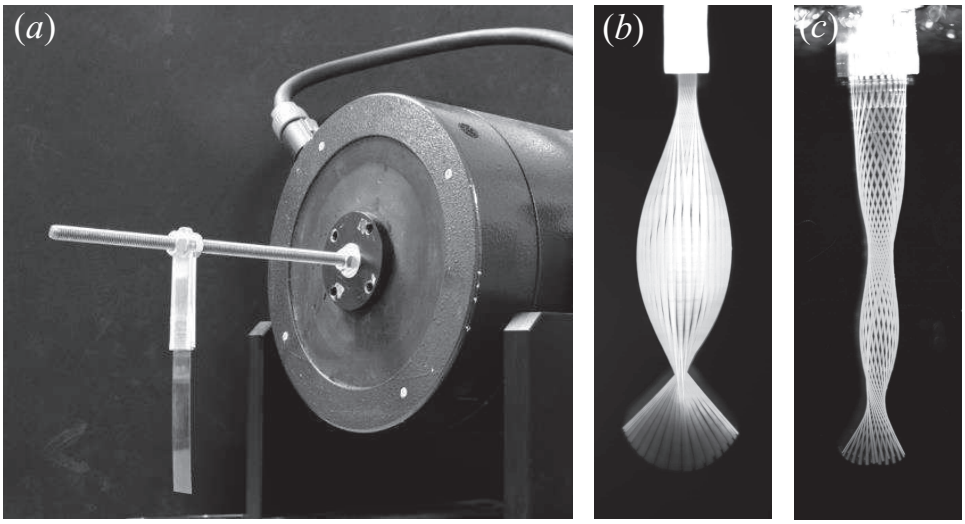


FIGURE 4.20: (a) Expériences de vibration d'une lame rectangulaire de Mylar (actionnée par un pot vibrant), (b) dans l'air, (c) et dans l'eau.

Nous résolvons par la suite cette équation pour différentes valeurs du taux de dissipation $\tilde{\alpha}\tilde{A_\omega}$ pour étudier l'effet de la dissipation sur la cinématique de déformation de la plaque.

4.8.2 Expériences de vibration

En parallèle de la résolution de l'Eq. 4.67, nous avons réalisé des expériences de vibrations de plaques que l'on comparera aux profils analytiques obtenus. Nous utilisons une plaque rectangulaire de Mylar de dimensions $2 \times 8cm$, qu'on laisse pendre verticalement. Sa masse volumique est $\mu = 4.1.10^{-3} kg.m^{-1}$; et sa rigidité en flexion $B = 1.9.10^{-5} N.m^2$ a été mesurée de la même manière que pour les nageurs de ce chapitre, c'est à dire en comparant la déflection verticale d'un échantillon de Mylar ancré à l'une de ses extremités, avec la forme obtenue numériquement par intégration des équations d'équilibre d'une poutre encastrée-libre. L'extremité supérieure de la plaque est fixée à un pot vibrant contrôlé en fréquence et en amplitude (voir la Figure 4.20). On impose un mouvement sinusoidal d'amplitude adimensionnée $\tilde{A_\omega} = 0.07$. Les visualisations sont réalisées à l'aide d'une caméra rapide en éclairant une section de la plaque avec une nappe laser. Les images sont ensuite traitées avec Matlab pour en extraire l'évolution temporelle de la déformation.

Pour faire varier le taux de dissipation fluide, les expériences sont reproduites dans l'air et dans l'eau. Les masses ajoutées et coefficients de dissipation fluide correspondants sont calculés à partir des expressions utilisées par Buchak *et al.*

(2010) : $M = \rho S$ où $S = \pi\left(\frac{H}{2}\right)^2$ est l'aire du cercle circonscrit, et $\alpha = \frac{1}{2}\rho C_d H$ avec C_d le coefficient de traînée associé au frottement. C_d a été déterminé expérimentalement par Buchak *et al.* (2010) pour une lame rectangulaire de papier placée dans un écoulement d'air ; la valeur obtenue est $C_d = 1.8$. Les taux de dissipation adimensionnés obtenus pour l'air et l'eau sont respectivement $\tilde{\alpha}\tilde{A_\omega} = 2.10^{-2}$ et $\tilde{\alpha}\tilde{A_\omega} = 0.31$. Ces expériences fournissent donc un point de comparaison pour un frottement quasi-nul et un frottement intermédiaire à 0.31.

4.8.3 Influence de la dissipation sur la cinématique de la plaque

Pour résoudre l'équation dynamique (Eq. 4.67), nous supposons comme pour le nageur anguilliforme des sections précédentes, que l'évolution temporelle du système est harmonique à la fréquence $\tilde{\omega}_f$ qui est celle imposée par le forçage. On pose donc y sous la forme aux variables séparées :

$$y(x,t) = Y(x)e^{i\tilde{\omega}_f t}. \tag{4.68}$$

En l'injectant dans l'Eq. 4.67 nous obtenons l'équation vérifiée par la fonction spatiale Y :

$$\frac{\partial^4 Y}{\partial x^4} + \tilde{k}^4 Y = 0, \tag{4.69}$$

avec $Y(0) = \tilde{A}_\omega$, $\partial_x Y(0) = \partial_x^2 Y(1) = \partial_x^3 Y(1) = 0$, et le nombre d'onde $\tilde{k}$ défini par la relation de dispersion complexe de la plaque :

$$\tilde{k}^4 = \tilde{\omega}_f^2\left(1 - i\tilde{\alpha}\tilde{A}_\omega\right). \tag{4.70}$$

La solution générale de l'Eq. 4.69 est :

$$Y(x) = a_p^+ e^{-i\tilde{k}x} + a_p^- e^{i\tilde{k}x} + a_n^+ e^{-\tilde{k}x} + a_n^- e^{\tilde{k}x}, \tag{4.71}$$

où a_p^+, a_p^-, a_n^+ et a_n^- sont quatre constantes qui sont fixées par les conditions aux limites que vérifie la plaque. Ce sont des fonctions de $\tilde{A}_\omega$ et $\tilde{k}$ dont l'expression est donnée par :

$$\begin{aligned}
a_p^+ &= \frac{\tilde{A_\omega}}{4}\left[\frac{1 + e^{i\tilde{k}}(\cosh\tilde{k} + i\sinh\tilde{k})}{1 + \cos\tilde{k}\cosh\tilde{k}}\right] \\
a_p^- &= \frac{\tilde{A_\omega}}{4}\left[\frac{1 + e^{-i\tilde{k}}(\cosh\tilde{k} - i\sinh\tilde{k})}{1 + \cos\tilde{k}\cosh\tilde{k}}\right] \\
a_n^+ &= \frac{1}{2}\left[\tilde{A_\omega} - (1+i)a_p^+ - (1-i)a_p^-\right] \\
a_n^- &= \frac{1}{2}\left[\tilde{A_\omega} - (1-i)a_p^+ - (1+i)a_p^-\right]
\end{aligned} \tag{4.72}$$

On note que comme $\tilde{k}$ est un complexe, les constantes a_p^+, a_p^-, a_n^+ et a_n^- le sont aussi. La fonction $Y(x)$ qui décrit les variations spatiales du déplacement latéral

est donc maintenant complexe (par opposition au cas sans friction $\tilde{\alpha} = 0$, où Y est réelle) ; cela permet d'introduire un déphasage entre les mouvements d'oscillation de chaque point de la poutre. En décomposant $\tilde{k}$ sous forme complexe :

$$\tilde{k} = \tilde{k}_r + i\tilde{k}_i, \tag{4.73}$$

$$\tag{4.74}$$

$y(x,t)$ s'écrit :

$$\begin{aligned} y(x,\tilde{t}) = A_p^+(x)e^{i(\tilde{\omega}_f t - \tilde{k}_r x)} + A_p^-(x)e^{i(\tilde{\omega}_f t + \tilde{k}_r x)} \\ + A_n^+(x)e^{i(\tilde{\omega}_f t - \tilde{k}_i x)} + A_n^-(x)e^{i(\tilde{\omega}_f t + \tilde{k}_i x)}, \end{aligned} \tag{4.75}$$

avec les enveloppes spatiales :

$$\begin{aligned} A_p^+(x) = a_p^+ e^{\tilde{k}_i x}, \qquad A_p^-(x) = a_p^- e^{-\tilde{k}_i x} \\ A_n^+(x) = a_n^+ e^{-\tilde{k}_r x}, \qquad A_n^-(x) = a_n^- e^{\tilde{k}_r x} \end{aligned} \tag{4.76}$$

Comme le montre l'Eq. 4.75, le déplacement latéral s'écrit donc comme la contribution de quatre ondes. Les deux premières sont des ondes propagatives qui se déplacent en sens opposés avec une vitesse qui dépend explicitement de $\tilde{k}_r$. Leurs amplitudes en fonction de x sont données par les fonctions $A_p^{\pm}$ (le signe faisant référence au sens de propagation). Ces enveloppes spatiales varient sur une échelle de longueur caractéristique $\tilde{l}_i$ (l'inverse de $\tilde{k}_i$) associée à la dissipation d'énergie le long de la plaque. $\tilde{l}_i$ est ici d'un ordre de grandeur plus grand que la longueur d'onde spatiale définie par $\tilde{\lambda}_r = 2\pi/\tilde{k}_r$. Les deux derniers termes de l'Eq. 4.75 sont des ondes de flexion de champs proche (l'indice n correspond à la traduction anglaise "nearfield") ; ce sont des ondes évanescentes qui décroissent exponentiellement quand on s'éloigne des bords de la plaque. Pour $\tilde{k}_i \ll \tilde{k}_r$, la phase spatiale $\tilde{k}_i x$ des exponentielles $e^{i(\tilde{\omega}_f t \pm \tilde{k}_i x)}$ varie lentement le long de la plaque. La contribution de ces termes est donc essentiellement stationnaire, et joue un rôle mineur dans les mécanismes de propagation. Ce point est plus clairement mis en évidence par la Figure 4.21 qui détaille les contributions respectives des deux types d'ondes pour $\tilde{\alpha}\tilde{A}_\omega = 1$: (haut) les deux premiers termes de l'Eq.4.75 responsables de la cinématique propagative, (bas) la contribution quasi-stationnaire des deux derniers termes.

Contrairement au cas sans frottement, il existe donc maintenant une possibilité de propagation globale le long de la plaque, qui est conditionnée par l'importance relative des contributions des ondes aller et retour. Cette importance relative se mesure grâce au poids respectifs des fonctions spatiales A_p^+ et A_p^-. La Figure 4.21 montre l'évolution de la solution donnée par l'Eq. 4.75 pour une même fréquence de forçage adimensionnée $\tilde{\omega}_f = 31$, et différents taux de dissipation $\tilde{\alpha}\tilde{A}_\omega$ (l'extremité forcée est à gauche). Il est d'abord intéressant de remarquer que

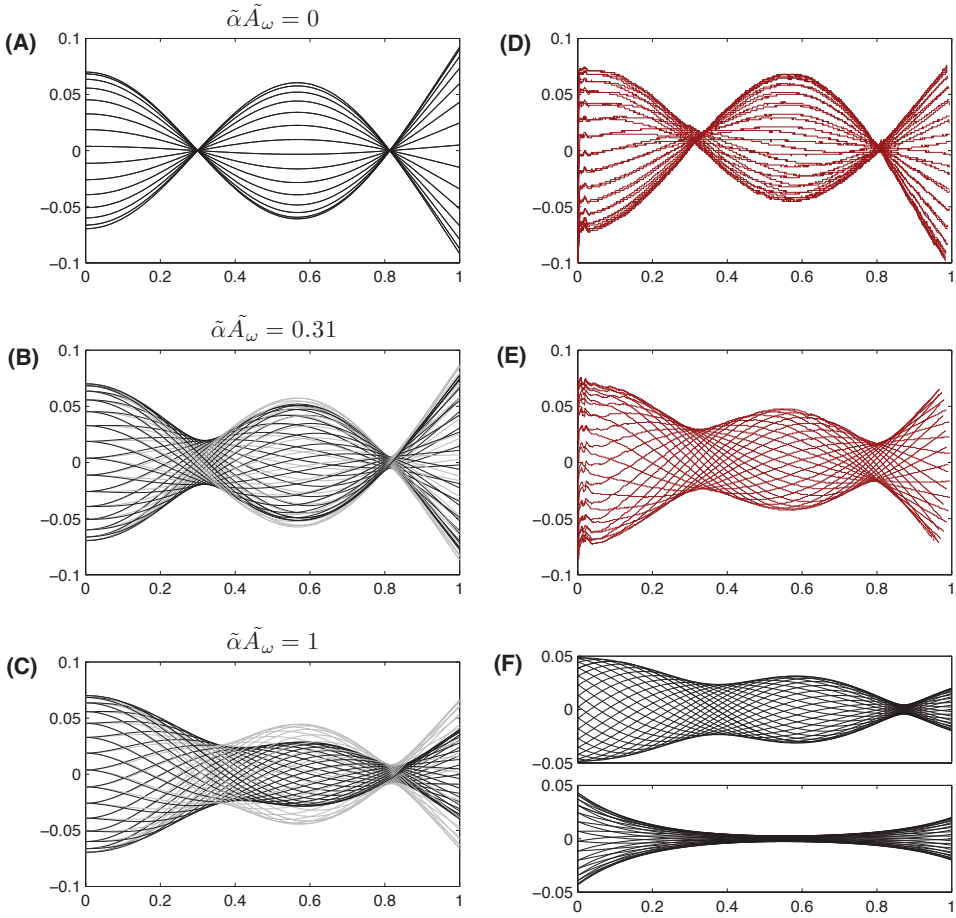


FIGURE 4.21: Evolution de la réponse de la plaque $y(x,t)$, définie par l'Eq. 4.75 pour différentes valeurs du taux de dissipation $\tilde{\alpha}\tilde{A}_\omega$. (a) et (d) : $\tilde{\alpha}\tilde{A}_\omega = 0$ (sans frottement), la réponse est une onde stationnaire, classiquement observée pour des systèmes conservatifs. Gauche : solution de l'Eq. 4.75. Droite : mesures expérimentales correspondantes (réalisées dans l'air). (b) et (e) : $\tilde{\alpha}\tilde{A}_\omega = 0.3$, la réponse n'est plus stationnaire à cause du déséquilibre entre les ondes aller et retour. De nouveau, gauche : solution de l'Eq. 4.75. Droite : mesures expérimentales correspondantes (cette fois-ci réalisées dans l'eau). La solution nonlinéaire de l'Eq. 4.64 a été superposée en gris clair pour la comparaison, les différences observées restent assez petites. (c) et (f) : $\tilde{\alpha}\tilde{A}_\omega = 1$ (forte dissipation). A présent, la quasi-totalité de l'énergie se propage dans une seule direction préférentielle, permettant ainsi une cinématique anguilliforme. Comme le montre la simulation nonlinéaire, on surestime ici la dissipation ; toutefois la physique observée reste similaire. Le panneau de droite détaille les contributions des deux premiers termes de l'Eq. 4.75 (haut), et des deux autres (bas).

pour $\tilde{\alpha}\tilde{A}_\omega = 0$ (c'est à dire $\tilde{k}_i = 0$), nous retrouvons la solution stationnaire classique qui est observée dans le cas de systèmes conservatifs sans frottement (Figure 4.21(a)). Ce cas de figure est comparé à l'expérience de vibration réalisée dans l'air pour le même jeu de paramètres (la fréquence de forçage correspondante est $f = 50.6Hz$). La cinématique obtenue (Figure 4.21(d)) est en bon accord avec les résultats théoriques. Lorsqu'on augmente $\tilde{\alpha}\tilde{A}_\omega$ (à 0.31), les noeuds de l'onde stationnaire se déstabilisent et nous observons l'émergence d'une composante propagative dans le mouvement de la plaque, qui se déplace vers l'extrémité libre (voir la Figure 4.21(b)). A nouveau, ce cas présente de fortes similitudes avec les mesures expérimentales analogues. Cette fois-ci la plaque est vibrée dans l'eau à une fréquence $f = 6Hz$ (qui correspond donc à $\tilde{\omega}_f = 31$). La solution nonlinéaire de l'Eq. 4.64 a été superposée en gris clair ; la comparaison avec sa version linéarisée montre peu de différences. Enfin, pour un taux de dissipation suffisamment grand, la réponse observée est alors une cinématique propagative (voir la Figure 4.21(c)), avec une onde qui descend la plaque depuis le point de forçage. La comparaison avec l'implémentation nonlinéaire directe est ici moins exacte. Comme indiqué plus haut, la version linéarisée du terme de frottement fluide surestime la dissipation le long de la plaque ; ceci explique, dans ce cas où la dissipation est plus grande, l'écart entre les deux solutions et l'atténuation spatiale plus prononcée pour le cas linéarisé. L'approximation faite ne conduit toutefois pas à un changement fondamental de la dynamique globale, et les différences observées n'interfèrent a priori pas dans la compréhension des mécanismes de transition d'une onde stationnaire vers une onde propagative.

La transition continue d'une cinématique stationnaire vers un comportement propagatif peut être quantitativement estimée en calculant le rapport des énergies associées aux ondes qui descendent et qui remontent la plaque. Ce rapport d'énergies (moyennées en espace et en temps sur la période $\tilde{T}$) s'écrit :

$$\bar{\mathscr{E}} = \frac{\displaystyle\int_0^1 \int_0^{\tilde{T}} \left[A_p^- e^{i(\tilde{\omega}_f t - \tilde{k}_r x)} \right]^2 dx dt}{\displaystyle\int_0^1 \int_0^{\tilde{T}} \left[A_p^+ e^{i(\tilde{\omega}_f t + \tilde{k}_r x)} \right]^2 dx dt} = \frac{\displaystyle\int_0^1 \left[A_p^-(x) \right]^2 dx}{\displaystyle\int_0^1 \left[A_p^+(x) \right]^2 dx} \tag{4.77}$$

La Figure 4.22 montre $\bar{\mathscr{E}}$ en fonction du taux de dissipation. Ce graphe illustre plus explicitement le passage vers une cinématique anguilliforme. Le système transite d'un régime $\bar{\mathscr{E}} \sim 1$ où les énergies descendant et remontant la plaque sont égales, vers un régime $\bar{\mathscr{E}} \to 0$ où la quasi-totalité de l'énergie se déplace dans le sens aller.

Les Figures 4.22(b) et (c) montrent l'évolution des nombres d'onde $\tilde{k}_r$ et $\tilde{k}_i$ avec $\tilde{\alpha}\tilde{A}_\omega$. $\tilde{k}_r$ augmente un peu le long de la transition, ce qui signifie que la forme des modes spatiaux change légèrement à cause de la présence de frottement fort qui ralentit la propagation des ondes (associée à $v_{\phi,r}$, la partie réelle de la vitesse

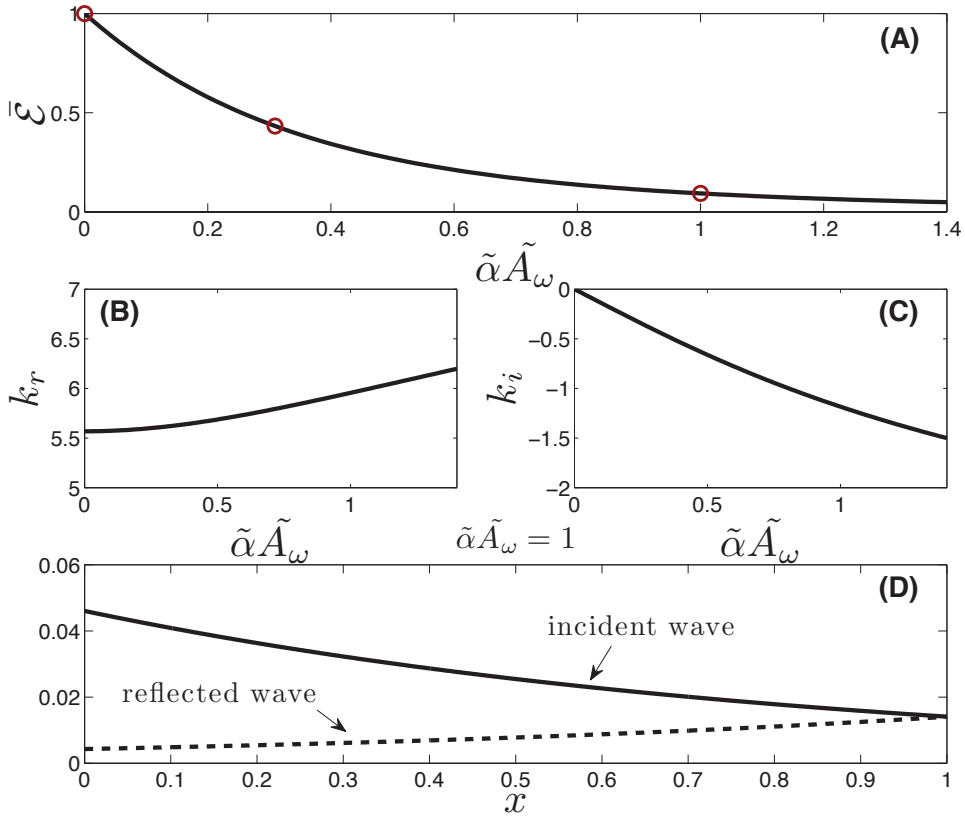


FIGURE 4.22: (a) Evolution du rapport d'énergie $\bar{\mathcal{E}}$ en fonction du taux de dissipation. Ceci illustre la transition d'une solution stationnaire ($\bar{\mathcal{E}} \sim 1$) à une cinématique propagative ($\bar{\mathcal{E}} \to 0$). (b) Evolution du nombre d'onde $\tilde{k}_r$ et (c) du nombre d'onde $\tilde{k}_i$ avec $\tilde{\alpha}\tilde{A}_\omega$. (d) Energies ($[A_p^{\pm}(x)]^2$) portées par l'onde incidente (ligne pleine) et par l'onde réfléchie (ligne pointillée) pour le cas $\tilde{\alpha}\tilde{A}_\omega = 1$; cette courbe est à mettre en parallèle avec la Figure 4.21(c). La dissipation importante permet de réduire la contribution de l'onde remontant la plaque dans la dynamique globale, rendant ainsi possible l'établissement d'une cinématique propagative.

de phase v_ϕ). $\tilde{k}_i$, qui est associé à l'échelle spatiale de décroissance de l'onde, décroit quant à lui de 0 à -1.5 ; cette évolution est cohérente avec l'augmentation de la dissipation.

Nous constatons donc que la présence d'un frottement important (c'est à dire $\tilde{k}_i \neq 0$) est un critère crucial pour sélectionner le rapport d'énergie rendant possible la propagation d'une onde, et pour déterminer à quel point la réponse va diverger d'une solution stationnaire. D'un point de vue physique, une certaine quantité d'énergie est progressivement extraite de l'onde descendante puis ensuite de l'onde qui remonte après réflexion, comme le montre la Figure 4.22(d) où sont tracées les énergies linéiques $[A_p^{\pm}(x)]^2$ portées par chaque onde. $\tilde{\alpha}\tilde{A}_\omega$ module le taux de décroissance, ce qui permet de jouer sur le déséquilibre entre les énergies parcourant la plaque dans les deux directions. Le caractère nonlinéaire de la dissipation (proportionnelle à $\tilde{\omega}_f^2$) assure un taux de dissipation suffisament élevé (par rapport à un frottement linéaire par exemple) pour voir une onde se propager. On note cependant que comme l'extraction d'énergie se fait de façon continue ici, cela impose une sorte de cohérence entre l'onde incidente et l'onde réfléchie dans le voisinage du point de réflexion. Par conséquent, l'enveloppe spatiale des oscillations de la plaque présente un resserrement à la queue, due à ces interférences (voir la Figure 4.21(c)). Pour un système réel, il est cependant probable que cet effet de cohérence soit atténué par la présence d'un sillage à l'arrière qui dissipe une partie de l'énergie de l'onde incidente. Ceci expliquerait notamment le resserrement un peu moins prononcé du profil expérimental de la Figure 4.21(e).

4.8.4 Perspectives

Nous avons donc vu comment il était possible de propager une onde même dans un milieu très contraint géométriquement. Le frottement important modifie ici l'impédance du système en extrayant continument de l'énergie le long de la plaque, ce qui amène un déséquilibre entre les ondes descendantes et montantes. Dans le contexte de la propulsion aquatique, l'établissement d'une cinétique anguilliforme a une conséquence directe sur les performances d'un nageur ; puisque l'efficacité de Froude d'un corps executant des mouvements stationnaires est plafonnée par la valeur $\eta = 1/2$. Il est donc intéressant de pouvoir moduler la part propagative d'une onde au moyen d'une source de dissipation appropriée, pour optimiser de tels systèmes.

Pour ce point particulier d'optimisation, il serait par ailleurs prometteur de mettre en oeuvre une dissipation inhomogène pour améliorer l'efficacité des mécanismes décrits précédemment. Nous avons vu en effet qu'un frottement homogène impose une cohérence résiduelle entre l'onde incidente et l'onde réfléchie près du point de réflexion. Une distribution non-uniforme pourrait réduire les interférences entre ondes. Par exemple, une dissipation faible près du point d'injection d'énergie à la tête et une dissipation forte près du point de réflexion aug-

menterait la qualité du transfert d'énergie. Ce serait également une piste intéressante pour répondre au problème évoqué dans la section précédente de comment propager une onde tout en maintenant une amplitude d'oscillation conséquente le long du corps. D'un point de vue pratique, une telle distribution inhomogène pourrait être mise en oeuvre en faisant varier la largeur H le long de la poutre, puisque la dissipation est proportionelle à la taille de la section transverse locale. Ceci pourrait être utile par exemple pour le design de nageurs artificiels comme celui décrit dans ce chapitre. Ces résultats pourraient également être étendus hors du contexte de la nage pour des systèmes dynamiques décrits par une équation similaire à l'Eq. 4.64. La possibilité d'adapter ou de changer drastiquement la cinématique d'un corps élastique ouvre des perpectives intéressantes.

4.9 Conclusion

Nous avons donc présenté dans ce chapitre un modèle de nageur auto-propulsé opérationnel, facile à mettre en oeuvre, et qui pourrait être adapté à d'autres environnements et d'autres échelles. Son fonctionnement diffère de celui d'un poisson par le fait qu'il ne possède pas de muscles le long de son corps qui lui permettrait d'imposer activement un mouvement voulu. Il est actionné localement et utilise son élasticité pour propager une onde. Sa cinématique est fixée par la réponse élastique de son corps, et peut donc être modulée en changeant sa géométrie ou le forçage imposé. Nous avons d'abord caractérisé le nageur en développant un modèle de poutre qui fournit une bonne description de sa dynamique sous excitation. Pour compléter cette caractérisation, nous avons ensuite montré que sa vitesse moyenne de propulsion et son efficacité pouvaient être prédites par la théorie potentielle introduite par Lighthill.

Plus précisément, il a été vu que la mise en place d'une cinématique anguilliforme dépend de la capacité du système mécanique à dissiper de l'énergie le long du corps du nageur, pour éviter le développement d'ondes stationnaires. En contrepartie, cette part non négligeable d'énergie transférée à l'écoulement entraîne une atténuation des ondulations le long du corps qui limite ses performances. Ce compromis implique une optimisation des mécanismes de dissipation pour réussir à propager une onde tout en maintenant une amplitude conséquente à la queue du nageur. Nous avons abordé cette question sur un système plus simple de plaque forcée, qui nous a permis de caractériser la transition d'une onde stationnaire vers une onde propagative en présence de frottement fluide quadratique. Ce dernier module le déséquilibre entre les énergies portées par les ondes aller et retour, rendant ainsi possible la propagation. Ces résultats ouvrent des perspectives intéressantes pour la propulsion biomimétique en régime inertiel. En particulier, la mise en place d'une distribution non uniforme de dissipation (en modifiant la géométrie du nageur par exemple) pourrait permettre de contrôler et d'optimiser les caractéristiques de l'onde se propageant le long du corps.

Enfin, dans le cadre du Post-doc de Veronica Raspa nous nous sommes intéressés à la nature de la force de traînée globale qui s'oppose au déplacement d'un nageur anguilliforme. Cette question est un point important pour pouvoir décrire les performances d'un système car elle détermine la vitesse de nage atteinte ainsi que son efficacité. Les résultats obtenus tendent à montrer que la principale source de dissipation provient de structures tri-dimensionnelles dont les caractéristiques ne dépendent pas de la largeur du nageur. Ce mécanisme confèrerait un avantage évolutif aux poissons de grands rapports d'aspect.

Les résultats principaux décrits dans ce chapitre ont donné lieu à la publication de "Passive elastic mechanism to mimic fish-muscle action in anguilliform swimming", Ramananarivo *et al.* (2013). Un article portant sur la propagation d'onde a également été soumis : "Propagating waves in bounded elastic media : an application to the efficiency of bio-inspired swimmers", Ramananarivo, S., Godoy-Diana, R., & Thiria, B.

CHAPITRE 5

CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Nous avons étudié dans cette thèse le rôle joué par des structures élastiques passives dans la locomotion. Les deux modèles biomimétiques présentés illustrent deux façons un peu différentes d'exploiter l'élasticité. Dans le cas de l'insecte mécanique du Chapitre 3, la déformation des ailes permet d'améliorer les performances propulsives du battement imposé par le bord d'attaque. Le nageur du Chapitre 4 utilise lui l'élasticité pour établir le mouvement anguilliforme qui lui permet de se déplacer. Dans les deux cas, la cinématique qui résulte de la compétition entre les forces élastiques/inertielles/fluides a un impact important sur la vitesse et les forces de propulsion générées.

Nous avons réalisé dans le Chapitre 3 une étude paramétrique du comportement de l'insecte mécanique en fonction de la fréquence réduite de battement $\bar{\omega}_f$; cette dernière traduit la proximité à la fréquence propre des ailes, mais c'est aussi une forme de mesure de la compétition entre l'inertie qui tend à fléchir l'aile et la force de rappel élastique. Les résultats obtenus ont montré que la cinématique des ailes en vol change progressivement avec $\bar{\omega}_f$: l'amplitude de flexion augmente, et le schéma temporel de déformation est modifié par l'apparition d'un déphasage de plus en plus prononcé entre le bord arrière et le bord avant. Cette évolution est particulièrement avantageuse, car elle permet une meilleure exploitation des forces aérodynamiques au cours du cycle de battement. Cela se traduit par une nette amélioration des vitesses de vol atteintes par l'insecte ainsi que des forces de propulsion générées. Le pic de performance qui est mesuré à $\bar{\omega}_f \sim 0.7$ définit alors une flexibilité optimale, qui de fait n'est pas déterminée par l'exploitation de phénomènes de résonance. Le modèle théorique développé a par ailleurs montré que les déformations importantes de l'aile liées à son inertie, ainsi que les effets nonlinéaires qui en découlent remettent en cause l'idée selon laquelle les

stratégies d'économie d'énergie chez les insectes seraient simplement liées à des mécanismes de résonance. Les prédictions théoriques obtenues ont également mis en évidence le rôle primordial du frottement fluide quadratique dans la dynamique de l'aile. Celui-ci permet en effet de déphaser la réponse de l'aile, et de synchroniser ses oscillations en flexion avec sa vitesse instantanée ; le déphasage optimal étant $\gamma = \pi/2$ pour lequel l'aile fléchit au moment où les forces aérodynamiques sont les plus importantes. Nous avons montré néanmoins qu'un décollement de l'écoulement dû a une cambrure trop grande des ailes induit un effondrement prématuré des performances, avant d'atteindre cette valeur optimale. Ce phénomène définit une nouvelle stratégie optimale, qui consisterait donc à ajuster l'évolution temporelle de la forme de l'aile pour l'aligner avec l'écoulement incident.

Dans le Chapitre 4 nous avons montré que l'élasticité pouvait être exploitée pour réaliser un modèle de nageur anguilliforme opérationnel, qui présente l'interêt de ne pas nécessiter la mise en oeuvre de susbstituts de "muscles" le long de son corps. Ce nageur a été entièrement caractérisé en développant d'abord un modèle décrivant sa réponse élastique à un forçage, puis en montrant que sa vitesse de nage et son efficacité pouvaient être raisonnablement prédites par le modèle de forces fluides de Lighthill. Cette description nous a amené à poser la question de la nature de la force de traînée globale s'opposant à la propulsion, qui est un enjeu important puisqu'elle détermine les performances énergétiques d'un système auto-propulsé. Pour une plaque se propulsant par ondulations, la principale source de traînée s'opposant au déplacement est indépendante de la largeur de la structure ; ce qui tendrait à avantager les nageurs de grands rapports d'aspect. Nous avons également montré que l'établissement d'une cinématique anguilliforme est conditionnée par la présence d'une source de dissipation forte qui empêche la formation de motifs stationnaires, peu efficaces en terme de propulsion. Cette dissipation demande néanmoins à être optimisée pour éviter une trop forte atténuation de l'amplitude des oscillations du corps. L'étude plus approfondie, réalisée sur un système simplifié de plaque flexible forçée, apporte des pistes intéressantes. Nous avons montré que l'intensité du frottement présent détermine le poids respectif des ondes aller et retour, permettant de moduler la forme de l'onde le long de la plaque. La mise en oeuvre d'une dissipation inhomogène, en changeant la géométrie du nageur par exemple, permettrait d'optimiser et d'adapter la cinématique de son corps.

Les travaux réalisés dans cette thèse apportent une meilleure compréhension des interactions fluide/structure impliquées dans la locomotion. Les résultats obtenus sont particulièrement intéressants pour le design de systèmes artificiels autopropulsés, où l'exploitation des mécanismes liés à l'élasticité semble une façon prometteuse d'améliorer les performances à moindre coûts. Une des observations importantes concerne le rôle du frottement quadratique fluide qui s'est avéré être un ingrédient essentiel à la fois pour la dynamique de l'insecte et du nageur. Bien

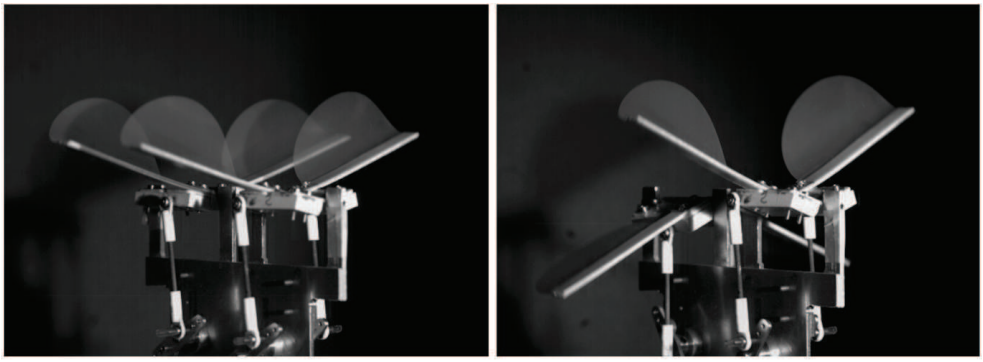


FIGURE 5.1: Insecte mécanique doté de deux paires d'ailes élastique pouvant être battues avec un déphasage réglable.

que cette force soit une source de dissipation pour le système, elle permet dans les deux cas d'établir une cinématique de déformation favorable à la propulsion. Elle introduit un déphasage continu des oscillations le long de la structure flexible, et module donc son schéma spatio-temporel de déformation. En jouant activement sur l'intensité de ces forces (en adaptant par exemple la géométrie des structures flexibles pour les rendre plus ou moins sensibles à ce frottement) on pourrait donc espérer optimiser les performances du système en modifiant sa cinématique.

Il pourrait également être intéressant d'explorer d'autres stratégies : par exemple nager près de parois solides, ou le déplacement en groupe comme le font les bancs de poissons. On s'attend en effet à ce que la présence de structures voisines modifie l'écoulement, et donc les efforts fluides liés à la propulsion. Une étude est actuellement en cours au PMMH sur le nageur anguilliforme décrit dans la Section 4.7 du Chapitre 4, que l'on fait nager près des parois de la cuve d'eau. Les premiers résultats montrent que la proximité d'un mur modifie les vitesses de propulsion atteintes par le nageur, et indiquent l'existence d'une zone optimale de nage (à une certaine distance du mur). Il peut donc être potentiellement intéressant pour un poisson d'exploiter la présence de parois. D'autre part, lorsque la "structure voisine" est flexible, comme pour deux poissons nageant côte à côte, la dynamique des deux objets peut être couplée à travers le fluide. Les nageurs évoluent alors conjointement, et on pourrait observer l'émergence de mouvements collectifs énergétiquement plus favorables. La nature magnétique du forçage rend ici difficile ce type d'études : les essais effectués montrent que les interactions entre aimants sont de plus longue portée que les interactions hydrodynamiques. Mais la mise en oeuvre d'un forçage légèrement modifié pourrait permettre de rapprocher suffisamment les nageurs pour les voir intéragir à travers le fluide. Ce même type de couplage entre structures élastiques peut être étudié pour le vol. La Fig. 5.1 montre par exemple une variante à quatre ailes de l'insecte du Chapitre 3, inspirée des libellules. Les deux paires d'ailes peuvent être battues avec un retard de phase

réglable ; l'effet ce déphasage est actuellement étudié au PMMH. Il pourrait en effet exister une valeur optimale pour laquelle la paire d'ailes arrière amplifie le jet généré par la paire d'ailes en amont, améliorant ainsi la propulsion.

BIBLIOGRAPHIE

ABBOTT, IRA H. 1959 *Theory of wing sections : including a summary of airfoil data*. Dover Publications.

ALBEN, S. & SHELLEY, M. 2008 Flapping states of a flag in an inviscid fluid : bistability and the transition to chaos. *Physical Review Letters* **100** (7), 074301.

ALBEN, S., SHELLEY, M. & ZHANG, J. 2002 Drag reduction through self-similar bending of a flexible body. *Nature* **420** (6915), 479–481.

ALBEN, S., WITT, C., BAKER, T. V., ANDERSON, E. & LAUDER, G. V. 2012 Dynamics of freely swimming flexible foils. *Physics of Fluids* **24** (5), 051901–051901.

ALEXANDER, R. MCNEILL 2003 *Principles of animal locomotion*. Princeton University Press, Princeton.

ANDERSON, J. M., STREITLIEN, K., BARRETT, D. S. & TRIANTAFYLLOU, M. S. 1998 Oscillating foils of high propulsive efficiency. *Journal of Fluid Mechanics* **360** (1), 41–72.

ARGENTINA, M. & MAHADEVAN, L. 2005 Fluid-flow-induced flutter of a flag. *Proceedings of the National academy of Sciences of the United States of America* **102** (6), 1829–1834.

BARRETT, D. S. 1996 Propulsive efficiency of a flexible hull underwater vehicle. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology.

BATCHELOR, G. K. 1968 *An introduction to fluid dynamics*. Cambridge university press.

BENZAQUEN, M., CHEVY, F. & RAPHAËL, E. 2011 Wave resistance for capillary gravity waves : Finite-size effects. *EPL (Europhysics Letters)* **96** (3), 34003.

BICO, J., ROMAN, B., MOULIN, L. & BOUDAOUD, A. 2004 Adhesion : Elastocapillary coalescence in wet hair. *Nature* **432** (7018), 690–690.

BLAKE, R. W. 2004 Fish functional design and swimming performance. *Journal of Fish Biology* **65** (5), 1193–1222.

BUCHAK, P., ELOY, C. & REIS, P. M. 2010 The clapping book : wind-driven oscillations in a stack of elastic sheets. *Physical Review Letters* **105** (19), 194301.

BUSH, J. W. M. & HU, D. L. 2006 Walking on water : biolocomotion at the interface. *Annual Review of Fluid Mechanics* **38**, 339–369.

CANDELIER, F., BOYER, F. & LEROYER, A. 2011 Three-dimensional extension of lighthill's large-amplitude elongated-body theory of fish locomotion. *Journal of Fluid Mechanics* **674**, 196.

CHEN, J-S., CHEN, J-Y. & CHOU, Y-F. 2008 On the natural frequencies and mode shapes of dragonfly wings. *Journal of Sound and Vibration* **313** (3), 643–654.

CHILDRESS, S. 1981 *Mechanics of swimming and flying*, , vol. 2. Cambridge University Press.

COMBES, S. A. & DANIEL, T. L. 2003*a* Flexural stiffness in insect wings i. scaling and the influence of wing venation. *Journal of Experimental Biology* **206** (17), 2979–2987.

COMBES, S. A. & DANIEL, T. L. 2003*b* Flexural stiffness in insect wings ii. spatial distribution and dynamic wing bending. *Journal of Experimental Biology* **206** (17), 2989–2997.

COMBES, S. A. & DANIEL, T. L. 2003*c* Into thin air : contributions of aerodynamic and inertial-elastic forces to wing bending in the hawkmoth manduca sexta. *Journal of Experimental Biology* **206** (17), 2999–3006.

CRESPI, A. & IJSPEERT, A. J. 2006 Amphibot ii : An amphibious snake robot that crawls and swims using a central pattern generator. In *Proceedings of the 9th international conference on climbing and walking robots (CLAWAR 2006)*, , vol. 11, pp. 19–27. Citeseer.

DANIEL, T. L. 1983 Mechanics and energetics of medusan jet propulsion. *Canadian Journal of Zoology* **61** (6), 1406–1420.

DANIEL, T. L. & COMBES, S. A. 2002 Flexible wings and fins : bending by inertial or fluid-dynamic forces ? *Integrative and Comparative Biology* **42** (5), 1044–1049.

DE CROON, G. C. H. E., DE CLERCQ, K. M. E., RUIJSINK, R., REMES, B. & DE WAGTER, C. 2009 Design, aerodynamics, and vision-based control of the delfly. *International Journal of Micro Air Vehicles* **1** (2), 71–97.

DEMONT, M. E. 1990 Tuned oscillations in the swimming scallop pecten maximus. *Canadian Journal of Zoology* **68** (4), 786–791.

DEMONT, M. E. & GOSLINE, J. M. 1988 Mechanics of jet propulsion in the hydromedusan jellyfish, polyorchis pexicillatus : Iii. a natural resonating bell ; the presence and importance of a resonant phenomenon in the locomotor structure. *Journal of Experimental Biology* **134** (1), 347–361.

DEWEY, P. A., BOSCHITSCH, B. M., MOORED, K. W., STONE, H. A. & SMITS, A. J. 2013 Scaling laws for the thrust production of flexible pitching panels. *Journal of Fluid Mechanics* **732**, 29–46.

DICKINSON, M. H. & LIGHTON, J. R. 1995 Muscle efficiency and elastic storage in the flight motor of drosophila. *Science* **268** (5207), 87–90.

DOARÉ, O. 2012 *Interaction fluide-structure (Cours MS-206)*. ENSTA.

DOARÉ, O. & DE LANGRE, E. 2002 Local and global instability of fluid-conveying pipes on elastic foundations. *Journal of fluids and structures* **16** (1), 1–14.

DOARÉ, O. & MICHELIN, S. 2011 Piezoelectric coupling in energy-harvesting fluttering flexible plates : linear stability analysis and conversion efficiency. *Journal of Fluids and Structures* **27** (8), 1357–1375.

DREYFUS, R., BAUDRY, J., ROPER, M. L., FERMIGIER, M., STONE, H. A. & BIBETTE, J. 2005 Microscopic artificial swimmers. *Nature* **437** (7060), 862–865.

DUDLEY, R. 2000 *The biomechanics of insect flight*. Princeton University Press, Princeton.

EHRENSTEIN, U. & ELOY, C. 2013 Skin friction on a moving wall and its implications for swimming animals. *Journal of Fluid Mechanics* **718**, 321–346.

ELOY, C. 2012 Optimal strouhal number for swimming animals. *Journal of Fluids and Structures* **30**, 205–218.

ELOY, C. 2013 On the best design for undulatory swimming. *Journal of Fluid Mechanics* **717**, 48–89.

ELOY, C., KOFMAN, N. & SCHOUVEILER, L. 2012 The origin of hysteresis in the flag instability. *Journal of Fluid Mechanics* **691**, 583–593.

ELOY, C., LAGRANGE, R., SOUILLIEZ, C. & SCHOUVEILER, L. 2008 Aeroelastic instability of cantilevered flexible plates in uniform flow. *Journal of Fluid Mechanics* **611** (1), 97–106.

ESPINOSA-GARCIA, J., LAUGA, E. & ZENIT, R. 2013 Fluid elasticity increases the locomotion of flexible swimmers. *Physics of Fluids* **25**, 031701.

GABAI, R. & BUCHER, I. 2009 Excitation and sensing of multiple vibrating traveling waves in one-dimensional structures. *Journal of Sound and Vibration* **319** (1), 406–425.

GOSSELIN, F., DE LANGRE, E. & MACHADO-ALMEIDA, B. A. 2010 Drag reduction of flexible plates by reconfiguration. *Journal of Fluid Mechanics* **650**, 319–341.

GOSSELIN, F. P., ZHOU, D., LALANDE, V., VONTHRON, M. & MARTEL, S. 2011 Miniature ferromagnetic robot fish actuated by a clinical magnetic resonance scanner. In *Intelligent Robots and Systems (IROS), 2011 IEEE/RSJ International Conference on*, pp. 901–906. IEEE.

GRAHAM, J. B., LOWELL, W. R., RUBINOFF, I. & MOTTA, J. 1987 Surface and subsurface swimming of the sea snake pelamis platurus. *Journal of Experimental Biology* **127** (1), 27–44.

GRAY, J. 1933 Studies in animal locomotion i. the movement of fish with special reference to the eel. *Journal of Experimental Biology* **10** (1), 88–104.

GRAY, J. & HANCOCK, G. J. 1955 The propulsion of sea-urchin spermatozoa. *Journal of Experimental Biology* **32** (4), 802–814.

GREENEWALT, C. H. 1960 The wings of insects and birds as mechanical oscillators. *Proceedings of the American Philosophical Society* **104** (6), 605–611.

GUO, S., PAN, Q. & KHAMESEE, M. B. 2008 Development of a novel type of microrobot for biomedical application. *Microsystem Technologies* **14** (3), 307–314.

HA, N. S., TRUONG, Q. T., GOO, N. S. & PARK, H. C. 2013 Relationship between wingbeat frequency and resonant frequency of the wing in insects. *Bioinspiration & Biomimetics* **8** (4), 046008.

HEATHCOTE, S. & GURSUL, I. 2007 Flexible flapping airfoil propulsion at low reynolds numbers. *AIAA journal* **45** (5), 1066–1079.

HOVER, F. S., HAUGSDAL, Ø. & TRIANTAFYLLOU, M. S. 2004 Effect of angle of attack profiles in flapping foil propulsion. *Journal of Fluids and Structures* **19** (1), 37–47.

JENSEN, M. 1956 Biology and physics of locust flight. iii. the aerodynamics of locust flight. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series B, Biological Sciences* **239** (667), 511–552.

KANG, C-K., AONO, H., CESNIK, C. E. S. & SHYY, W. 2011 Effects of flexibility on the aerodynamic performance of flapping wings. *Journal of Fluid Mechanics* **689** (1), 32–74.

KOLOMENSKIY, D., ENGELS, T. & SCHNEIDER, K. 2013 Numerical modelling of flexible heaving foils. *Journal of Aero Aqua Bio-mechanisms* **3** (1), 22–28.

LALANDE, V., GOSSELIN, F. P. & MARTEL, S. 2010 Experimental demonstration of a swimming robot propelled by the gradient field of a magnetic resonance imaging (mri) system. In *Advanced Intelligent Mechatronics (AIM), 2010 IEEE/ASME International Conference on*, pp. 103–108. IEEE.

DE LANGRE, E. 2002 *Fluides et solides*. Editions Ecole Polytechnique.

LAUGA, E. & POWERS, T. R. 2009 The hydrodynamics of swimming microorganisms. *Reports on Progress in Physics* **72** (9), 096601.

LEHMANN, F-O., SANE, S. P. & DICKINSON, M. 2005 The aerodynamic effects of wing–wing interaction in flapping insect wings. *Journal of Experimental Biology* **208** (16), 3075–3092.

LENTINK, D. 2008 *Exploring the biofluiddynamics of swimming and flight*. Ph. D. dissertation, Wageningen University.

LIAN, Q-X & HUANG, Z 1989 Starting flow and structures of the starting vortex behind bluff bodies with sharp edges. *Experiments in Fluids* **8** (1-2), 95–103.

LIGHTHILL, M. J. 1960 Note on the swimming of slender fish. *Journal of Fluid Mechanics* **9** (2), 305–317.

LIGHTHILL, M. J. 1969 Hydromechanics of aquatic animal propulsion. *Annual Review of Fluid Mechanics* **1** (1), 413–446.

LIGHTHILL, M. J. 1970 Aquatic animal propulsion of high hydromechanical efficiency. *Journal of Fluid Mechanics* **44** (02), 265–301.

LIGHTHILL, M. J. 1971 Large-amplitude elongated-body theory of fish locomotion. *Proceedings of the Royal Society of London. Series B. Biological Sciences* **179** (1055), 125–138.

LIGHTHILL, M. J. 1975 *Mathematical Biofluiddynamics*. SIAM.

LIU, H., ELLINGTON, C. P., KAWACHI, K. *et al.* 1998 A computational fluid dynamic study of hawkmoth hovering. *Journal of Experimental Biology* **201** (4), 461–477.

LONG, J. H. & NIPPER, K. S. 1996 The importance of body stiffness in undulatory propulsion. *American Zoologist* **36** (6), 678–694.

LOVE, A. E. H. 1927 *A treatise on the mathematical theory of elasticity*. Cambridge University Press.

MAGNAN, A. 1934 *La locomotion chez les animaux : I- Le vol des insectes*. Hermann & cie.

MALADEN, R. D., DING, Y., LI, C. & GOLDMAN, D. I. 2009 Undulatory swimming in sand : subsurface locomotion of the sandfish lizard. *Science* **325** (5938), 314–318.

MARAIS, C., THIRIA, B., WESFREID, J. E. & GODOY-DIANA, R. 2012 Stabilizing effect of flexibility in the wake of a flapping foil. *Journal of Fluid Mechanics* **710**, 659.

MAREY, E. J. 1868a Détermination expérimentale du mouvement des ailes des insectes pendant le vol. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences* **67**, 1341–45.

MASOUD, H. & ALEXEEV, A. 2010 Resonance of flexible flapping wings at low reynolds number. *Physical Review E* **81** (5), 056304.

MAZAHERI, K. & EBRAHIMI, A. 2010 Experimental investigation of the effect of chordwise flexibility on the aerodynamics of flapping wings in hovering flight. *Journal of Fluids and Structures* **26** (4), 544–558.

MEIROVITCH, LEONARD 1997 *Principles and techniques of vibrations*. Prentice Hall New Jersey.

MICHELIN, S. & LLEWELLYN SMITH, S. G. 2009 Resonance and propulsion performance of a heaving flexible wing. *Physics of Fluids* **21**, 071902.

MOUNTCASTLE, A. M. & DANIEL, T. L. 2010 Aerodynamic and functional consequences of wing compliance. In *Animal Locomotion*, pp. 311–320. Springer.

NAKAMURA, M., IIDA, A. & MIZUNO, A. 2007 Visualization of three-dimensional vortex structures around a dragonfly with dynamic piv. *Journal of visualization* **10** (2), 159–160.

NAYFEH, A. H. & MOOK, D. T. 1979 *Nonlinear oscillations*. Wiley, New York.

OUKHALED, G., CEBERS, A., BACRI, J-C., DI MEGLIO, J-M. & PY, C. 2012 Twisting and buckling : A new undulation mechanism for artificial swimmers. *The European Physical Journal E* **35** (11), 1–7.

PABST, D. A. 1996 Springs in swimming animals. *American Zoologist* **36** (6), 723–735.

PAÏDOUSSIS, M. P. 1998 *Fluid-Structure interactions. Slender Structures and Axial Flow, Vol 1*. Academic Press, London.

PAÏDOUSSIS, M. P. 2004 *Fluid-Structure interactions. Slender Structures and Axial Flow, Vol 2*. Academic Press, London.

PEAKE, N. 2001 Nonlinear stability of a fluid-loaded elastic plate with mean flow. *Journal of Fluid Mechanics* **434**, 101–118.

PURCELL, E. M. 1977 Life at low reynolds number. *American Journal of Physics* **45**, 3–11.

RAMAMURTI, R. & SANDBERG, W. C. 2002 A three-dimensional computational study of the aerodynamic mechanisms of insect flight. *Journal of Experimental Biology* **205** (10), 1507–1518.

RAMANANARIVO, S., GODOY-DIANA, R. & THIRIA, B. 2011 Rather than resonance, flapping wing flyers may play on aerodynamics to improve performance. *Proceedings of the National Academy of Sciences* **108** (15), 5964–5969.

RAMANANARIVO, S., GODOY-DIANA, R. & THIRIA, B. 2013 Passive elastic mechanism to mimic fish-muscle action in anguilliform swimming. *Journal of The Royal Society Interface* **10** (88), 20130667.

RAPHAËL, E. & DE GENNES, P-G. 1996 Capillary gravity waves caused by a moving disturbance : wave resistance. *Physical Review E* **53** (4), 3448.

ROBINSON, A. & LAURMANN, J. A. 1956 *Wing Theory*. Cambridge University Press.

SCHOUVEILER, L. & BOUDAOUD, A. 2006 The rolling up of sheets in a steady flow. *Journal of Fluid Mechanics* **563** (1), 71–80.

SCHULTZ, W. W. & WEBB, P. W. 2002 Power requirements of swimming : do new methods resolve old questions ? *Integrative and Comparative Biology* **42** (5), 1018–1025.

SHELLEY, M., VANDENBERGHE, N. & ZHANG, J. 2005 Heavy flags undergo spontaneous oscillations in flowing water. *Physical review letters* **94** (9), 094302.

SHELLEY, M. J. & ZHANG, J. 2011 Flapping and bending bodies interacting with fluid flows. *Annual Review of Fluid Mechanics* **43**, 449–465.

SHYY, W., AONO, H., CHIMAKURTHI, S. K., TRIZILA, P., KANG, C-K., CESNIK, C. E. S. & LIU, H. 2010 Recent progress in flapping wing aerodynamics and aeroelasticity. *Progress in Aerospace Sciences* **46** (7), 284–327.

SHYY, W., BERG, M. & LJUNGQVIST, D. 1999 Flapping and flexible wings for biological and micro air vehicles. *Progress in Aerospace Sciences* **35** (5), 455–505.

CRESPO DA SILVA, M. R. & GLYNN, C. C. 1978 Nonlinear flexural-flexural-torsional dynamics of inextensional beams. i. equations of motion. *Journal of Structural Mechanics* **6** (4), 437–448.

SMITH, D. J., GAFFNEY, E. A., GADÊLHA, H., KAPUR, N. & KIRKMAN-BROWN, J. C. 2009 Bend propagation in the flagella of migrating human sperm, and its modulation by viscosity. *Cell motility and the cytoskeleton* **66** (4), 220–236.

SPAGNOLIE, S. E., MORET, L., SHELLEY, M. J. & ZHANG, J. 2010 Surprising behaviors in flapping locomotion with passive pitching. *Physics of Fluids* **22** (4), 041903–041903.

SPEDDING, G. R. & HEDENSTRÖM, A. 2009 Piv-based investigations of animal flight. *Experiments in Fluids* **46** (5), 749–763.

STUART, I. M. 1966 A loop test for bending length and rigidity. *British Journal of Applied Physics* **17** (9), 1215.

SUDO, S., SEGAWA, S. & HONDA, T. 2006 Magnetic swimming mechanism in a viscous liquid. *Journal of intelligent material systems and structures* **17** (8-9), 729–736.

SUN, M. & TANG, J. 2002 Unsteady aerodynamic force generation by a model fruit fly wing in flapping motion. *Journal of Experimental Biology* **205** (1), 55–70.

SUNADA, S., ZENG, L. & KAWACHI, K. 1998 The relationship between dragonfly wing structure and torsional deformation. *Journal of Theoretical Biology* **193** (1), 39–45.

TAYLOR, G. 1952 Analysis of the swimming of long and narrow animals. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences* **214** (1117), 158–183.

TAYLOR, G. K., NUDDS, R. L. & THOMAS, A. L. R. 2003 Flying and swimming animals cruise at a strouhal number tuned for high power efficiency. *Nature* **425** (6959), 707–711.

THIRIA, B. & GODOY-DIANA, R. 2010 How wing compliance drives the efficiency of self-propelled flapping flyers. *Physical Review E* **82** (1), 015303.

TIMOSHENKO, S. & GOODIER, J. N. 1951 *Theory of Elasticity*. McGraw-Hill Book Company.

TOUZÉ, C. & DOARÉ, O. 2012 *Dynamique des systèmes mécaniques : Ondes et vibrations (Cours MS-204)*. ENSTA.

TRIANTAFYLLOU, G. S., TRIANTAFYLLOU, M. S. & GROSENBAUGH, M. A. 1993 Optimal thrust development in oscillating foils with application to fish propulsion. *Journal of Fluids and Structures* **7** (2), 205–224.

TRIANTAFYLLOU, M. S., TRIANTAFYLLOU, G. S. & GOPALKRISHNAN, R. 1991 Wake mechanics for thrust generation in oscillating foils. *Physics of Fluids A Fluid Dynamics* **3** (12), 2835.

TRIANTAFYLLOU, M. S., TRIANTAFYLLOU, G. S. & YUE, D. K. P. 2000 Hydrodynamics of fishlike swimming. *Annual review of fluid mechanics* **32** (1), 33–53.

TRITTON, D. J. 1988 *Physical fluid dynamics*. Oxford Science Publications.

VANDENBERGHE, N., ZHANG, J. & CHILDRESS, S. 2004 Symmetry breaking leads to forward flapping flight. *Journal of Fluid Mechanics* **506**, 147–155.

VANELLA, M., FITZGERALD, T., PREIDIKMAN, S., BALARAS, E. & BALACHANDRAN, B. 2009 Influence of flexibility on the aerodynamic performance of a hovering wing. *Journal of Experimental Biology* **212** (1), 95–105.

VOISE, J. & CASAS, J. 2010 The management of fluid and wave resistances by whirligig beetles. *Journal of The Royal Society Interface* **7** (43), 343–352.

WANG, Z. J. 2000 Vortex shedding and frequency selection in flapping flight. *Journal of Fluid Mechanics* **410** (1), 323–341.

WANG, Z. J. 2005 Dissecting insect flight. *Annual Review of Fluid Mechanics* **37**, 183–210.

WILLMOTT, A. P. & ELLINGTON, C. P. 1997 The mechanics of flight in the hawkmoth manduca sexta. *Journal of Experimental Biology* **200**, 2705–2722.

WU, T. Y. 2011 Fish swimming and bird/insect flight. *Annual Review of Fluid Mechanics* **43**, 25–58.

WU, Y-T. 1961 Swimming of a waving plate. *Journal of Fluid Mechanics* **10** (03), 321–344.

YADYKIN, Y., TENETOV, V. & LEVIN, D. 2001 The flow-induced vibration of a flexible strip hanging vertically in a parallel flow part 1 : Temporal aeroelastic instability. *Journal of Fluids and Structures* **15** (8), 1167–1185.

ZDRAVKOVICH, M. M. 1997 *Flow Around Circular Cylinders, vol. 1. Fundamentals*. Oxford University Press.

ZHANG, J., CHILDRESS, S., LIBCHABER, A. & SHELLEY, M. 2000 Flexible filaments in a flowing soap film as a model for one-dimensional flags in a two-dimensional wind. *Nature* **408** (6814), 835–839.

ZHANG, J., LIU, N-S. & LU, X. 2010 Locomotion of a passively flapping flat plate. *Journal of Fluid Mechanics* **659**, 43–68.