



**HAL**  
open science

# Fissuration en fatigue des structures mécano-soudées soumises à un environnement mécanique complexe

David Lebaillif

► **To cite this version:**

David Lebaillif. Fissuration en fatigue des structures mécano-soudées soumises à un environnement mécanique complexe. Matériaux. Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II, 2006. Français. NNT: . tel-00695047

**HAL Id: tel-00695047**

**<https://theses.hal.science/tel-00695047>**

Submitted on 7 May 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre : D.U. 1669  
EDSPIC : 351

Université BLAISE PASCAL – Clermont II  
Ecole Doctorale  
Sciences pour l'Ingénieur de Clermont – Ferrand

## Thèse

Présentée pour obtenir le grade de

### Docteur de l'Université

(Spécialité : Génie Mécanique)

par

**David LEBAILLIF**

Ingénieur de l'Ecole Centrale de Lille  
DEA de Mécanique - Université Lille 1

## Fissuration en fatigue des structures mécano-soudées soumises à un environnement mécanique complexe

Soutenue publiquement le 13 septembre 2006 devant le jury :

<b>M. Henri-Paul LIEURADE</b>	<b>Président du Jury</b> Responsable de Recherche et Développement Matériaux (CETIM)
<b>M. Ky DANG VAN</b>	<b>Rapporteur</b> Directeur de recherche au LMS (Polytechnique)
<b>M. Gérard DEGALLAIX</b>	<b>Rapporteur</b> Professeur des Universités (Ecole Centrale de Lille)
<b>Examineurs:</b>	
<b>M. Guy PARMENTIER</b>	Chef de service au département recherche Marine (Bureau Véritas)
<b>M. Eric PETITPAS</b>	Responsable de domaine Etude Amont (GIAT Industries)
<b>M. Naman RECHO</b>	<b>Directeur de thèse</b> Professeur des Universités (Université Blaise Pascal, Clermont II)
<b>Mme. Xiao-Bing ZHANG</b>	Maître de conférences (Université Blaise Pascal, Clermont II)

Laboratoire de Mécanique et Ingénieries **LaMI**



*A mon père,*



## REMERCIEMENTS

Cette thèse a été effectuée dans le cadre d'une convention CIFRE à GIAT-Industries, en collaboration avec le CETIM, le Bureau Veritas et le LaMI.

Je tiens tout d'abord à présenter mes remerciements à Monsieur Naman Recho, mon directeur de thèse et professeur à l'université Blaise Pascal (Clermont-Ferrand) et à l'université Pierre et Marie Curie (Jussieu, Paris) pour m'avoir permis de réaliser ce travail, soutenu et conseillé tout au long de ces années de recherche, donné l'envie de franchir les épreuves afin de présenter cette thèse dans son intégralité. Je lui suis plus que reconnaissant pour la confiance qu'il m'a accordée.

Je remercie également Monsieur Gérard Degallaix, Professeur à l'école Centrale de Lille, et Monsieur Ky Dang Van, directeur de recherche au LMS – Polytechnique, pour m'avoir fait l'honneur d'assumer la tâche de rapporteurs et pour l'intérêt qu'ils ont manifesté dans ce travail.

Je ne saurais trop remercier Monsieur Henri-Paul Lieurade, pour m'avoir ouvert les portes de la fatigue alors que j'étais stagiaire de l'école Centrale de Lille au CETIM et pour m'avoir associé à ses réflexions et recommandations, en particulier sur la qualité des joints soudés. J'ai bénéficié tout au long de ces travaux de ses qualités humaines et scientifiques et je tiens à lui exprimer particulièrement ma reconnaissance d'avoir accepté d'être le président du Jury.

Mes remerciements vont également à Monsieur Eric Petitpas, à l'époque responsable du service Modélisation de Giat-Industries à Bourges, pour ses conseils et ses échanges tout au long de ces travaux et je lui exprime ma gratitude pour la confiance qu'il m'a accordée dans la poursuite de la démarche qu'il a initiée à Giat-Industries.

Je tiens à exprimer ma sincère gratitude à Madame Michelle Serror, ingénieur au Bureau Veritas, pour le travail qu'elle a effectué afin de développer l'outil VERICRACK, et ce, malgré les épreuves. Je remercie également Mademoiselle Isabel Huther, Ingénieur au CETIM, pour sa participation aux réflexions et pour la réalisation des essais sur la maquette dont la fabrication a été menée de main de maître par Robert Périnet, ingénieur soudeur à Giat-industries. Parmi les acteurs de notre collaboration, je remercie également Monsieur Guy Parmentier et Monsieur Michel Huther du Bureau Veritas pour avoir grandement participé à la compréhension des phénomènes et leur modélisation dans un code de calcul.

Il y a bien sûr mes collègues du LERMES de Montluçon, à savoir Philippe Darcis, Xiao Bing Zhang, Shixiang Ma et Jia Li que je tiens à remercier pour la participation aux réflexions menées sur les phénomènes de fermeture des fissures, pour leur soutien et pour avoir grandement contribué aux articles réalisés dans le cadre de ce travail.

Un grand merci à mes ex-stagiaires, Hervé, Sébastien et Ludovic, pour leur contribution, leur sérieux et leur sympathie.

Une mention spéciale pour mes collègues de Giat-Industries : Ludovic, Xavier, Maryline, Laurent, Paul-Olivier, Laëtitia, Bruno, Olivier, Pascal ... Il m'est impossible de citer tout le monde mais je tiens à les remercier pour leur participation aux travaux et pour leurs encouragements.

Enfin une pensée pour ma mère, ma sœur, mon amie, mes amis, qui m'ont supporté le temps de ces travaux et m'ont apporté leur soutien constant.

# RESUME

L'analyse en fatigue dans les structures mécano-soudées industrielles conduit à évaluer la durée de vie d'une structure avant rupture brutale. Ces structures, telles les navires, les véhicules blindés ou les voitures sont soumises à des chargements d'amplitude variable, parfois aléatoires (houle, roulage). Le but des analyses en fatigue est aussi de définir le suivi en service des structures et de prévoir la réparation des défauts.

Dans ce travail, la démarche d'analyse est basée sur une approche multi-échelle avec l'utilisation de la méthode des éléments finis pour réaliser une carte du dommage avant de s'intéresser localement à l'amorçage de fissures. L'amorçage est déterminé par approche locale, à partir des caractéristiques locales des cordons de soudure. Sur ce même principe, le multi-amorçage permet de considérer la naissance de fissures multiples en pied de cordon. La propagation en pleine tôle est réalisée au moyen des éléments « Line Spring », introduits par Rice et Levy, dans le cas de fissures semi-elliptiques, et la propagation des fissures traversantes dans l'épaisseur de la tôle est réalisée grâce au développement de Boîtes A Fissures.

De plus, une Boîte A Fissure a été introduite dans le code Abaqus de manière à simuler la propagation de défauts en minimisant le remaillage, dans des matériaux au comportement élastique ou élasto-plastique (cas 2D et coques). Cette technique a aussi été utilisée dans l'étude du phénomène de retard lors de l'application de surcharges. Cette approche est finalement comparée à la méthode des « Bandes Plastifiées » (type Dugdale).

Tous ces développements ont permis de créer un outil, VERICRACK, permettant de traiter, sans remaillage, de l'amorçage d'une fissure jusqu'à la ruine. Appliqué au cas d'une structure mécano-soudée, il donne des résultats encourageants et met en avant l'importance de la qualité de soudage. Enfin, d'autres exemples industriels montrent l'intérêt de l'utilisation de cette méthodologie.

## Mots-clés

Amorçage de Fissures de Fatigue, Propagation de Fissures, Boîtes A Fissures, Structures Soudées, Qualité de Soudure, Ouverture des Fissures, Surcharge, Maillage Automatique, Mode Mixte, Chargement Variable et Monotone.

# ABSTRACT

The aim of a fatigue analysis on welded complex structures is to evaluate the lifetime to initiate a crack and to propagate it, until the failure of the structure occurs. Those structures as ships, FPSO, armoured vehicles, cars, are submitted to variable amplitude loads, sometimes random, as the wave loads. The results of such a calculation is to help operators to take decisions for inspection, repair and maintenance process.

In this study, we present a multi-scale approach, based on the use of finite elements from the global cartography of the damaged zones to the local calculation with cracks inserted in the models. Crack initiation is based on the local approach, taking into account the residual stress fields, notch and plastic corrections. Multi-initiation of fatigue cracks is considered as damage is accumulated during simulation. The crack propagation is performed using the Line Spring model introduced by Rice and Levy to take into account the flexibility due to cracks. Crack Box Technique allows to precisely calculate the stress intensity factors for various loads.

Furthermore, a numerical automatic Crack Box Technique (CBT) is developed to perform fine fracture mechanics calculations in various structures (2D, shells) with minimum remeshing, for elastic and elastic-plastic materials. This technique is also used to study crack growth delay following an overload and compared with a 2D-modeling based on the Strip-Yield method.

All these developments were included in the software VERICRACK which is efficient and easy to carry out to assess crack initiation until failure. This approach is then applied to an overall aluminium welded structure experiment, designed to allow several cracks to initiate and propagate. The results are in good agreement with calculations and point out the quality of welds for fatigue design. Some other examples show the use of this methodology in industrial structures.

## **Keywords :**

Fatigue Crack Initiation, Crack Growth, Crack Box, Welded Structures, Weld Bead Quality, Crack Opening, Overload, Automatic Remeshing, Mixed-Mode Fracture, Monotonic and Variable loading.

# NOTATIONS

## Majuscules latines

$C$	tenseur de Hooke
$C$	paramètre de la loi de la courbe S-N
$C$	coefficient d'évanescence dans la loi d'érouissage de Chaboche
$C, C_e$	coefficient de la loi de Paris
$C_a$	module d'érouissage cinématique
$E$	module d'Young
$F^1, F^2$	fonctions asymptotiques
$F_I$	fonctions enrichies
$F_{ext}$	effort extérieur au loin
$F_s, F_e, F_b, F_g$	facteurs d'influence dans le modèle d'Engesvik
$F_G$	facteur d'influence dans le modèle de Maddox
$H$	fonction Heaviside
$H$	hauteur de l'éprouvette
$G$	taux de restitution d'énergie
$G_c$	énergie de fissuration du matériau
$J$	intégrale de contour de Rice
$J_I$	part de l'intégrale de contour de Rice en mode I
$J_{II}$	part de l'intégrale de contour de Rice en mode II
$J_{inv}$	demi-différence entre $J_I$ et $J_{II}$
$J_{IC}$	valeur critique (ténacité) de l'intégrale de $J$ en mode I
$J_{IIC}$	valeur critique (ténacité) de l'intégrale de $J$ en mode II
$K$	paramètre d'érouissage monotone de la loi de Ramberg-Osgood
$K$	facteur d'intensité de contrainte
$K'$	paramètre d'érouissage cyclique de la loi de Ramberg-Osgood
$K^*$	facteur d'intensité de contrainte de la branche bifurquée
$K_I$	facteur d'intensité de contrainte en mode I
$K_{II}$	facteur d'intensité de contrainte en mode II
$K_{III}$	facteur d'intensité de contrainte en mode III
$K_{IC}, K_c$	facteur d'intensité de contrainte critique (ténacité)
$K_{fermeture}$	facteur d'intensité de contrainte à partir duquel la fissure se referme
$K_{max}$	facteur d'intensité de contrainte maximal dans le cycle
$K_{ouv}$	facteur d'intensité de contrainte à partir duquel la fissure est ouverte
$K_{pic}$	facteur d'intensité de contrainte à l'application de la surcharge
$K_{PR}$	facteur d'intensité de contrainte à partir duquel il y a propagation
$K_R$	facteur d'intensité de contrainte correspondant à la restriction de $\Delta K$
$K_r, K_{res}$	facteur d'intensité de contrainte dû à la contribution des contraintes résiduelles
$K_t$	coefficient de concentration de contrainte
$K_{ul}$	facteur d'intensité de contrainte lors d'une sous-charge
$L$	longueur des bandes plastifiées
$M$	moment au loin
$Max\_Zp$	taille maximale de la zone plastifiée
$M_k(.)$	facteur de concentration de contrainte
$M^e$	paramètre de mixité élastique
$M^p$	paramètre de mixité plastique
$M^p_c$	paramètre de mixité plastique critique

$N$	nombre de cycles
$N$	effort au loin
$N_a$	nombre de cycles d'amorçage de la fissure
$N_d$	nombre de cycles affectés par la surcharge
$N_i$	nombre de cycles à rupture correspondant au chargement $i$
$N_k(.)$	fonction d'interpolation
$N_t$	nombre de cycles de durée de vie totale
$N_p$	nombre de cycles de propagation de la fissure
$P$	effort
$P_{max}$	contrainte hydrostatique maximale
$Q$	paramètre isotrope de la loi d'écrouissage de Chaboche
$Q$	facteur de forme
$R_0$	limite de surface de charge initiale
$R_p$	limite de surface de charge
$R_e$	contrainte limite d'élasticité
$R_m$	contrainte limite à rupture
$R_{pic}$	rapport de surcharge
$R, R_\sigma$	rapport de charge
$S$	variation de contrainte dans le cas des courbes S-N, sinon $S$ est la contrainte au même titre de $\sigma$
$S_{eq}$	contrainte équivalente
$S_{min}$	contrainte minimale appliquée
$S_{max}$	contrainte maximale appliquée
$S_{ouv}$	contrainte appliquée de manière à ouvrir les lèvres de la fissure
$T$	durée
$T$	contrainte « T-Stress » (second terme du développement limité de la contrainte au voisinage de la pointe de la fissure)
$V$	déplacement des lèvres de la fissure (modèle Dugdale)
$W$	largeur de l'éprouvette
$W$	densité de déformation d'énergie élastique
$W_e$	énergie élastique (Griffith)
$W_s$	énergie surfacique nécessaire pour créer une fissure de longueur $2a$ (Griffith)
$X$	vecteur d'écrouissage cinématique
$Zp(.)$	taille de la zone plastifiée

### Minuscules latines

$a$	longueur de fissure
$a.., b_l, c..$	coefficient des degrés de liberté supplémentaires dans les X-FEM
$b$	paramètre d'écrouissage de la loi de Chaboche
$b$	paramètre de la loi de Basquin
$c$	longueur de fissure
$d$	dommage
$d_i$	dommage associé au chargement $i$
$f$	fonction de déplacement des lèvres de la fissure
$f_t$	facteur de correction
$g..$	fonction de souplesse de la fissure
$g_t, g_b$	coefficients de Tada
$h$	hauteur de l'éprouvette
$m$	coefficient de la loi de Paris
$n$	paramètre d'écrouissage monotone de la loi de Ramberg-Osgood

$n'$	paramètre d'érouissage cyclique de la loi de Ramberg-Osgood
$n_i$	nombre de cycles pour le chargement $i$
$r$	distance à la pointe de la fissure pour la solution locale de Westergaard
$r, r_p$	taille de la zone plastifiée
$r_{constant}$	taille de la zone plastifiée pour le chargement de base constant
$r_{surcharge}$	taille de la zone plastifiée pour le chargement de surcharge
$r_c$	rayon critique

### Majuscules grecques

$\Delta a$	incrément de longueur de fissure
$\Delta a^*$	incrément de longueur de fissure fixé
$\Delta K$	variation du facteur d'intensité de contrainte
$\Delta K_B$	variation du facteur d'intensité de contrainte du chargement de base
$\Delta K_{eff}$	variation effective du facteur d'intensité de contrainte
$\Delta K_T$	valeur du seuil intrinsèque de non-propagation
$\Delta K_{th}$	valeur du seuil de non-propagation th=threshold
$\Delta P$	variation de l'effort appliqué
$\Delta P_{eff}$	variation effective de l'effort appliqué
$\Delta \sigma$	variation de contrainte
$\Delta S$	surfaces fissurées potentielles
$\Delta T$	incrément de temps
$\Phi$	angle normé
$\Phi_{el}$	densité d'énergie libre élastique
$\Gamma$	contour
$\Omega$	volume

### Minuscules grecques

$\alpha$	paramètre matériau pour les critères de fatigue
$\alpha$	coefficient de correction géométrique
$\beta$	paramètre matériau pour les critères de fatigue
$\chi$	facteur CP/DP
$\delta_i$	déplacement des lèvres de la fissure au nœud $i$ pour un chargement interne
$\delta_i^\infty$	déplacement des lèvres de la fissure au nœud $i$ pour un chargement externe
$\varepsilon$	déformation
$\varepsilon_p$	déformation plastique
$\gamma_s$	énergie par unité de surface
$\varphi$	paramètre angulaire pour les ellipses
$\mu$	module de cisaillement
$\nu$	coefficient de poisson
$\theta, \theta_0$	angle de bifurcation
$\theta$	angle en radian des coordonnées cylindriques
$\theta$	rotation des lèvres de la fissure
$\sigma_{-1}$	limite de fatigue en traction alternée
$\sigma_c$	valeur critique de la contrainte de traction
$\sigma_D$	limite d'endurance en fatigue
$\sigma_c$	valeur critique de la contrainte de traction

$\sigma_e$	limite d'élasticité
$\sigma_f'$	paramètre de la loi de Basquin
$\sigma_H$	contrainte hydrostatique
$\sigma_m$	contrainte moyenne
$\sigma_{min}$	contrainte minimale
$\sigma_{max}$	contrainte maximale
$\sigma_r^{xy}(x)$	distribution des contraintes résiduelles selon x
$\sigma_{RDM}$	contrainte au sens de la RDM
$\sigma_{\theta\theta}$	contrainte circonférentielle
$\sigma_{\theta\theta max}$	maximum de la contrainte circonférentielle
$\sigma_Y$	limite d'élasticité
$\tau$	contrainte de cisaillement
$\tau_{-1}$	limite de fatigue en torsion alternée
$\tau_c$	valeur critique de la contrainte de cisaillement
$\tau_a$	contrainte de cisaillement alternée
$\bar{\tau}$	contrainte de cisaillement moyenne

### Vecteurs

$\vec{T}$	contrainte
$\vec{u}$	déplacement

### Matrices

[A]	matrice des coefficients de Tada
[J]	matrice Jacobienne
[K <sub>t</sub> ]	matrice de coefficient de concentration de contrainte
[S]	matrice de souplesse de la fissure

### Ensembles

{B}	ensemble des nœuds voisins de la fissure
{C}	ensemble des nœuds de la fissure
N <sub>B1</sub>	ensemble des nœuds voisins de la lèvres inférieure
N <sub>B2</sub>	ensemble des nœuds voisins de la lèvres supérieure
N <sub>C1</sub>	ensemble des nœuds de la lèvres inférieure
N <sub>C2</sub>	ensemble des nœuds de la lèvres supérieure

### Abréviations

3D	tridimensionnel
2D	bidimensionnel
BAF	Boîte A Fissure
CP	Contraintes Planes
CAO	Conception Assistée par Ordinateur
CBT	Crack Box Technique
COD	Crack Opening Displacement
CPLM	Crack Propagation Load Measurement
CT	Compact Tension

CTOD	Crack Tip Opening Displacement
DDL	Degré De Liberté
DSP	Densités Spectrales de Puissance
DP	Déformations Planes
FIC	Facteur d'Intensité des Contraintes
GMTS	Generalized Maximum Tangential Stress
GU	Coordonnées (U) généralisées (Generalized)
ISO	International Standards Organization
LS	Line Spring ou Eléments Ressorts
MEF	Méthode des Eléments Finis
MERR	Maximum Energie Release Rate
MTS	Maximum Tangential Stress
RDM	Résistance Des Matériaux
SE	Semi-Empirique
SY	Strip Yield
X-FEM	eXtended Finite Element Modeling
ZAT	Zone Affectée Thermiquement

# SOMMAIRE

A	INTRODUCTION .....	17
A.1	Contexte .....	17
A.1.1	But du calcul de structure.....	17
A.1.2	La rupture par fissuration.....	18
A.1.3	Le phénomène de fatigue .....	18
A.1.4	La collaboration .....	19
A.2	Contraintes industrielles.....	21
A.3	Objectif de la thèse.....	24
A.4	Stratégie globale.....	26
A.5	Plan de rédaction .....	28
A.5.1	Chapitre I : Méthodologie .....	28
A.5.2	Chapitre II : Développement de modèles.....	29
A.5.3	Chapitre III : Applications .....	31
B	CHAPITRE 1 : METHODOLOGIE.....	33
B.1	Généralités sur le phénomène de la fatigue .....	34
B.1.1	Le phénomène de fatigue .....	34
B.1.2	Modèles de plasticité.....	39
B.1.3	La propagation des fissures de fatigue.....	42
B.2	Comment caractériser une fissure dans une structure.....	51
B.2.1	Les modèles analytiques – cas d’assemblages soudés .....	51
B.2.2	Les méthodes numériques .....	53
B.2.3	Conclusion .....	60
B.3	Présentation des outils existants.....	61
B.3.1	Localisation des zones à risque.....	61
B.3.2	Calcul de la durée vie à l’amorçage .....	62
B.3.3	Propagation des fissures non traversantes.....	71
B.4	Extension de la démarche et des outils : VERICRACK.....	82
B.4.1	Présentation globale de la démarche et de l’outil .....	82
B.4.2	Philosophie de la démarche.....	83
B.4.3	Organigramme fonctionnel .....	84
C	CHAPITRE 2 : DEVELOPPEMENT DE MODELES .....	89
C.1	Propagation des fissures : Principe de la boîte à fissure .....	94
C.1.1	Extension de l’utilisation des "Line Spring" .....	94
C.1.2	Validation de la méthode implémentée dans VERICRACK .....	97
C.1.3	Pilotage de la BAF : calcul des facteurs d’intensité de contrainte.....	98
C.1.4	Calcul du multi-amorçage.....	111
C.1.5	Extension à la modélisation 3D des fissures .....	113
C.1.6	Conclusion sur l’utilisation de la boîte à fissure .....	130
C.2	Détermination du chemin de fissuration .....	133
C.2.1	Généralités .....	133
C.2.2	Méthode simplifiée .....	134
C.2.3	Prévision de la bifurcation en milieu élastique par propagation incrémentale .....	138
C.2.4	Prévision de la bifurcation en milieu elasto-plastique .....	151
C.2.5	Conclusion .....	159
C.3	Prise en compte du chargement variable.....	161
C.3.1	Qu’est ce que le $K_{ouv}$ ? .....	161
C.3.2	Bibliographie : Le $K_{ouv}$ , constatations expérimentales .....	168
C.3.3	Bibliographie : Le $K_{ouv}$ , modélisation numérique.....	178

C.3.4	Modélisation du phénomène de fermeture des lèvres des fissures .....	193
C.3.5	Etude de l'influence de la modélisation sur le niveau de $K_{ouv}$ .....	198
C.3.6	Modélisation de type Dugdale et extensions .....	213
C.3.7	Conclusion .....	225
D	CHAPITRE 3 : APPLICATIONS .....	227
D.1	Evaluation et amélioration de la démarche sur maquette .....	228
D.1.1	But .....	228
D.1.2	Présentation de la maquette .....	229
D.1.3	Comment dimensionner l'essai ? .....	232
D.1.4	Comment instrumenter l'essai ? .....	247
D.1.5	Calibration de l'essai : chargement statique .....	249
D.1.6	L'essai dynamique .....	250
D.1.7	Les rayons de raccordement .....	262
D.1.8	Calcul de l'amorçage des fissures .....	265
D.1.9	Propagation des fissures de fatigue .....	272
D.1.10	Conclusion .....	304
D.2	Exemple industriel : re-conception d'une zone soudée .....	305
D.2.1	Présentation du cas .....	305
D.2.2	Localisation du dommage .....	306
D.2.3	Solution de renforcement .....	307
D.2.4	Introduction du défaut dans la structure .....	307
D.2.5	Méthodologie de calcul en fissuration .....	309
D.2.6	Intégration des différentes longueurs de fissures .....	310
D.2.7	Détermination de la vitesse de la fissuration .....	310
D.2.8	Résultats .....	311
D.2.9	Critère de sécurité d'emploi .....	313
D.2.10	Conclusion .....	314
D.3	Autre exemple industriel : prise en compte de la réponse dynamique de la structure .....	315
D.3.1	Les modèles et les efforts .....	315
D.3.2	Méthodologie de calcul .....	316
D.3.3	Calcul en approche locale .....	320
D.3.4	Finalité : l'inspection et la réparation .....	325
D.3.5	Apports de VERICRACK .....	327
E	CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES .....	329
E.1	Conclusions .....	329
E.2	Perspectives .....	333
F	REFERENCES .....	335
G	ANNEXES .....	345
G.1	Boîtes A Fissures .....	345
G.1.1	L'intégrale de contour J .....	345
G.1.2	Les dérivées croisées du champ de déplacement .....	352
G.1.3	Eléments de Barsoum .....	356
G.1.4	Vérification de la forme du champ de contrainte dans la BAF .....	359
G.1.5	Validation du FIC de la BAF par rapport à des cas de référence .....	363
G.2	Mesure des rayons de raccordement .....	368
G.2.1	But .....	368
G.2.2	Contexte .....	368
G.2.3	Comment déterminer la concentration de contrainte .....	369
G.2.4	Comment obtenir les profils de cordons de soudure ? .....	373
G.2.5	Comment mesurer les rayons et angles de raccordement .....	375
G.2.6	Automatisation de la méthode « CAGEP » .....	376

G.3	Prise en compte du chargement à amplitude variable.....	382
G.3.1	Les différentes méthodes .....	382
G.3.2	Méthode retenue.....	384
G.3.3	Présentation détaillée de la méthodologie appliquée .....	384
G.3.4	Résultats .....	386
G.4	Compléments .....	388
G.4.1	Zone plastifiée.....	388
G.4.2	Mesure des contraintes résiduelles.....	395



# A INTRODUCTION

## A.1 Contexte

Le calcul des structures par éléments finis a connu un essor formidable depuis une quarantaine d'années. Les techniques de discrétisations et les algorithmes de calculs de plus en plus performants, alliés à une informatique doublant ses capacités tous les deux ans, permettent de simuler des phénomènes complexes que les progrès technologiques n'ont de cesse de mettre en exergue. La modélisation de ces phénomènes permet de limiter les essais expérimentaux. En effet, la concurrence frénétique des industriels impose une réduction drastique des essais, ceux-ci mobilisant à la fois des fonds, du personnel mais aussi du temps. Devant la complexité des mécanismes mis en jeu, on ne peut toutefois pas s'affranchir complètement des essais, car ils permettent d'une part de recalibrer les modèles, et d'autre part de mieux comprendre les phénomènes physiques et ainsi vérifier la validité des hypothèses de la modélisation. Ceci est d'autant plus nécessaire que l'on utilise de nouveaux matériaux et de nouveaux procédés d'assemblage. Un exemple probant est la rupture à quai de nombreux navires de la liberté, les « Liberty Ship » construits lors de la seconde guerre mondiale et pour lesquels le procédé de rivetage des tôles avait été remplacé, pour des raisons de coûts et de délais, par le soudage. Ce qui constituait un progrès indéniable dans la conception et la fabrication de tels navires s'est révélé catastrophique à l'usage et a ouvert la voie à une recherche accrue dans le domaine de la fissuration.

### A.1.1 But du calcul de structure

Le but du calcul de structure est de modéliser le comportement d'une pièce soumise à une sollicitation particulière jusqu'à son état limite. Différentes stratégies peuvent alors être mises en place. Des calculs linéaires élastiques sont le plus souvent réalisés. Ils permettent de déterminer les champs de contraintes et de déformations dans la pièce. Lorsqu'on compare ces grandeurs calculées à des valeurs « seuils » intrinsèques au matériau, l'ingénieur obtient un critère utilisable dans le but de dimensionner cette pièce. Puis, suivant le degré de raffinement de calcul souhaité, le calcul de structure par éléments finis permet de prendre en compte des phénomènes plus complexes voir non linéaires, en particulier :

- la réponse dynamique de la structure excitée par certaines fréquences de la sollicitation
- la plastification du matériau lorsque les contraintes y dépassent sa limite d'élasticité
- la présence de contact entre les différentes parties de la structure

Le but de toute modélisation de structure présente ainsi deux aspects :

- Le dimensionnement : calculer la structure afin qu'elle supporte les contraintes de service
- Le maintien en conditions opérationnelles : expliquer, par le calcul, les éventuelles fissurations développées par le matériel au cours de sa vie et apporter des solutions pour éviter l'extension de ce type de défaut.

### A.1.2 La rupture par fissuration

Ce qu'on appelle « problème » est très souvent la présence d'une fissure, une discontinuité géométrique présente dans les zones critiques de la structure, et qui tend à se propager au gré des sollicitations appliquées. Celle-ci peut conduire à la ruine de la structure. Nous ferons ici appel à la mécanique de la rupture pour caractériser la propagation de ce type de défaut. Il est bien entendu que la présence de ce défaut constitue une source de non-linéarité géométrique qui s'ajoute aux phénomènes cités précédemment. Mais la mécanique de la rupture suppose la présence d'un défaut initial, à partir duquel la fissure va pouvoir s'amorcer. Ce défaut peut être un trou, une inclusion dans le matériau, une imperfection due au procédé de fabrication, qui engendre des sur-contraintes locales. A ce stade, la propagation pourra être :

- Soit rapide et brutale
- Soit lente et progressive

Dans le premier cas, la rupture fait appel à la notion de ténacité, caractéristique intrinsèque du matériau dont on reparlera par la suite. La rupture peut alors apparaître dès la mise en service du matériel. Cela traduit une conception erronée et déphasée avec le choix du matériau et du type d'assemblage utilisé (cas des navires de la liberté).

Dans le second cas, la fissuration progressive est difficilement décelable. Elle est responsable de nombreux accidents, de ruptures de pièces de machines (arbres de transmissions, cuves de réacteurs ...) ou de structures (aéronautiques, navales, automobiles ...) alors que le dimensionnement à la limite élastique est correctement réalisé. Ainsi les contraintes qui transitent dans les pièces sont généralement bien inférieures aux caractéristiques statiques « seuils » du matériau déterminées par un essai de traction. Mais qu'en est-il des caractéristiques cycliques ? Un matériau subissant un cycle de chargement ou un million doivent-ils se comporter de la même façon ? N'y a-t-il pas un processus d'endommagement progressif du matériau ?

### A.1.3 Le phénomène de fatigue

Les premières ruptures d'éprouvettes ou de composants métalliques soumis à des sollicitations variant au cours du temps ont été constatées au début du dix-neuvième siècle. Le nom « fatigue » a été donné à ce type de phénomène et reflète la perplexité des ingénieurs de l'époque quant à la nature même du problème [PA98]. Les premiers essais de fatigue ont alors probablement été menés par Albert en Allemagne en 1829. Le phénomène a connu un engouement tout particulier dans les années 60 avec le développement de l'aéronautique civile et militaire où la propagation des fissures sous sollicitations variables conduisait à des catastrophes (rupture de l'attache réacteur / fuselage ...) parfois plusieurs années après la mise en service de l'appareil. Ainsi voilà l'effet pernicieux de ce phénomène : il se propage à partir d'un défaut microscopique, et presque imperceptiblement atteint des dimensions non négligeables, qui affectent la structure tant et si bien qu'il peut conduire à sa rupture brutale. On distingue deux phases dans la vie  $N_t$  d'une structure : l'amorçage  $N_a$ , aussi appelée initiation en anglais, puis la propagation (Figure 1).

Le dimensionnement des structures doit alors prendre en compte, dès la phase de la conception, des méthodologies permettant d'éviter l'apparition de fissures de fatigue, et pour les matériels en service, de prévoir l'évolution des fissures existantes afin de déterminer, soit des moyens de renforcement, soit des périodes d'inspection dans le cas d'une fissure stable.

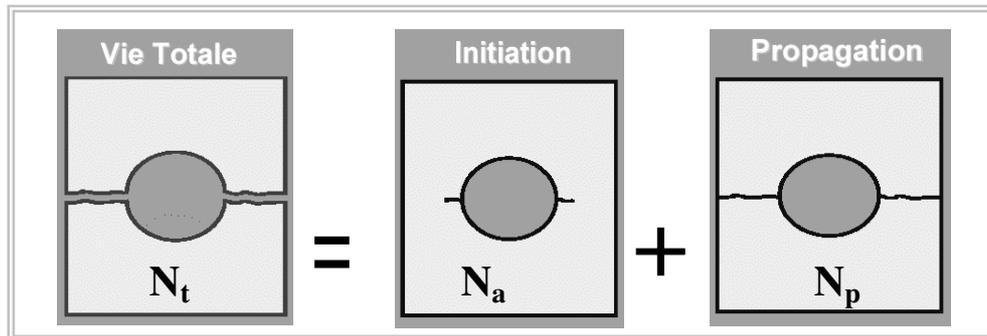


Figure 1 : les deux étapes de la vie d'une structure

#### A.1.4 La collaboration

Les industriels GIAT-Industries, Bureau Veritas et CETIM sont associés avec le laboratoire LaMI (anciennement LERMES) dans le cadre du projet intitulé « projet durabilité ». Le but est de mettre en commun les outils et les méthodologies développées par chacun des membres dans les différents domaines ayant trait à la fatigue, que ce soit l'amorçage ou la propagation de fissures.

En particulier, GIAT-Industries a développé un outil de CALCUL de l'ENDommagement, CALEND, permettant la détermination fine du nombre de cycles de chargement avant amorçage d'une fissure de fatigue ( $N_a$ ) par approche locale en utilisant un critère à facette (de Dang Van). [DV04] Le Bureau Veritas, a pour sa part, mis au point un outil de calcul de la propagation de fissure dans l'épaisseur de tôles par la méthode des éléments ressorts (Line Spring) [RL72]. Ces outils sont les points de départ de la collaboration. A cela s'ajoutent les compétences dans la mise en œuvre d'essais de fatigue du CETIM et du LaMI, de manière à disposer de résultats expérimentaux permettant de recalibrer les méthodologies exposées.

Les structures sur lesquelles ce type d'outil est utilisé sont des structures complexes et mécano-soudées (Figure 2) :

- Pour GIAT-Industries, les structures sont des véhicules blindés, chenillés ou à roues, soumis à des sollicitations cycliques de roulage et de tir. La taille caractéristique est de l'ordre de la dizaine de mètres et l'épaisseur des tôles est supérieure à 10 mm (plusieurs dizaines de mm).
- Le Bureau Veritas travaille sur des structures navales, de plusieurs centaines de mètres, soumises à des chargements cycliques de type houle et vent. L'épaisseur des tôles est là aussi supérieure à 10mm.
- En ce qui concerne le CETIM, les structures sont diverses, des véhicules automobiles dont l'épaisseur des tôles est égale à quelques millimètres, aux moyens de manutention-levage, dont les dimensions caractéristiques de la structure et des tôles sont comparables aux deux premières entreprises.



**Figure 2 : navire FSPO et Char Leclerc**

L'intérêt des industriels GIAT-Industries d'une part, du Bureau Veritas et du CETIM, partenaires de la thèse, d'autre part, réside dans la détermination de la durée de vie de la structure  $N_t$ . Le calcul à la fatigue des structures est actuellement basé sur l'utilisation des courbes S-N (Stress-Number of cycles) qui donnent pour chaque assemblage et matériau la limite du nombre de cycles à appliquer avant l'amorçage d'une fissure de fatigue. Mais celles-ci intègrent l'amorçage et une partie non quantifiable de la propagation des fissures, généralement négligeable. Or le calcul explicite de la phase de propagation est un besoin car il permet de se prononcer sur la vitesse de propagation des fissures dans une structure endommagée, de spécifier des intervalles de contrôle et de recommander des opérations de réparation, voire d'estimer la durée de vie résiduelle.

## A.2 Contraintes industrielles

La méthodologie proposée doit prendre en compte des contraintes industrielles importantes. Ces contraintes sont essentiellement de trois types :

- La taille des structures.

### *Des modèles Eléments Finis imposants*

Les structures industrielles sont généralement de taille importante, que ce soit dans le cas d'un navire, d'un char ou d'une grue de chantier, ce qui génère des modèles éléments finis présentant un nombre de degrés de liberté conséquent. De plus, la complexité de la structure, présentant de nombreux détails, jonctions soudées et renforts, fait que les modèles dépassent parfois 40.000 éléments coques linéaires. Aussi est-il nécessaire d'utiliser soit la technique de la « sous-structuration », permettant d'utiliser les réponses modales de différentes sous-structures et de les assembler, soit la technique du « zoom structural », basée sur l'imposition des déplacements d'un modèle dit global aux frontières d'un modèle dit local. Ce dernier peut être une modélisation raffinée en coques ou une modélisation volumique. Dans ce dernier cas, les modèles réalisés peuvent être composés de plus de 200.000 éléments tridimensionnels quadratiques.

### *Une modélisation coque ou volumique ?*

L'objectif est de limiter l'utilisation des zooms volumiques et de préférer, lorsque l'hypothèse de coque est valable, des éléments coques 3D. La difficulté principale dans le maillage tridimensionnel est de disposer d'un modèle initial de CAO suffisamment propre (au niveau de la définition des surfaces et de leurs jonctions) pour pouvoir réaliser par la suite un maillage tétraédrique automatique. Cette étape est d'autant plus délicate que les logiciels de CAO, de maillage, et de calcul par éléments finis sont généralement différents. La CAO peut en effet être réalisée sous PRO-ENGINEER, le maillage sous EDS IDEAS et le calcul éléments finis sous ABAQUS. Les différents éditeurs tentent d'unifier ces différentes tâches, mais chaque entreprise utilise les outils qui répondent le mieux à leur besoin et entre lesquels la communication n'est pas toujours aisée. La compatibilité entre les différents outils est alors nécessaire mais ne se fait pas sans difficultés, souvent au travers de formats de conversion qui nécessitent des vérifications et modifications ultérieures de la part de l'ingénieur. De plus, la CAO initiale présente des détails utiles et nécessaires dans le cadre de la définition et de la fabrication du produit, mais qu'il n'est pas pertinent de considérer dans le calcul de structure, et qu'il faut alors supprimer. Limiter l'intervention de l'utilisateur final est alors une contrainte qui passe par la simplification de la modélisation. Mais cette simplification, qui fait souvent appel à la modélisation coque de la structure, n'est pas, elle aussi, aisée. Mailler en fibre neutre une structure issue d'une modélisation volumique CAO implique une rigueur avérée de la part du mailleur, qui doit réaliser les jonctions entre les coques, en adaptant le maillage, en évitant les sur-contraintes dues à l'utilisation d'éléments rigides par exemple, et en réalisant le bon compromis entre la finesse du maillage dans ces zones qui sont généralement critiques, et la taille globale du modèle. La réalisation de « zooms structuraux » coques peut ici être mise en avant, car elle permet de mailler finement les liaisons soudées, tout en étant simple à mettre en œuvre, puisque basée sur la modélisation coque globale. Dans tous les cas une démarche multi-échelle s'avère nécessaire pour pouvoir traiter de la présence d'une fissure de taille réduite par rapport à la structure.

- Limiter les temps de calcul

*en réalisant des calculs linéaires*

Différentes sources de non-linéarités peuvent intervenir et ce pour les raisons suivantes :

- Non-linéarité géométrique : dans le cas où la rigidité de la structure évolue de façon importante lorsque la fissure atteint une certaine longueur, et que, pour le chargement appliqué, les déformations ou/et les déplacements sont importants, il est nécessaire de réactualiser la matrice de rigidité des éléments.
- Non-linéarité de contact : les lèvres de la fissure peuvent être en contact lors de chargement en compression ou en flexion.
- Non-linéarité du matériau : lors d'un chargement important, le matériau peut se plastifier, ou, lorsque la longueur de la fissure est telle que la structure ne peut faire transiter les efforts dans le matériau sans que les contraintes dépassent la limite d'élasticité.

Les calculs menés dans le cadre de la fatigue d'endurance sont généralement réalisés en élasticité linéaire. En effet les contraintes sont relativement faibles, par rapport à la limite d'élasticité du matériau. Même lors d'un chargement accidentel important tel une « surcharge », la zone plastifiée est considérée confinée en pointe de fissure et ne modifie pas la rigidité de la structure. En ce qui concerne les non-linéarités géométriques ou de contact, elles ne sont alors pas prises en compte. Les considérer contraindrait à réaliser un calcul complet de la structure ou du sous-modèle à chaque instant  $t$  du chargement.

*en réalisant des calculs sous chargements variables par recombinaison de réponses unitaires*

Le chargement appliqué dépend du type de sollicitation que subit la structure. Dans le cas de véhicules ou de navires, les chargements sont souvent complexes : ils sont utilisés sous la forme de spectres ou d'historiques de chargement et issus soit de relevés expérimentaux, soit d'outils très spécifiques (spectres de houle dans le cas des navires) ou de logiciels de calcul en dynamique multi-corps numériques permettant de simuler le roulage d'une véhicule à roue ou à chenilles sur un terrain et à une vitesse donnée. Le chargement est donc variable dans le temps. De nombreux tirages aléatoires (houle) ou non (terrain) sont utilisés pour représenter le plus fidèlement le type de chargement rencontré par le matériel en service. Les calculs précédents doivent donc être réalisés pour l'ensemble des tirages fonctions du temps souhaités. Le calcul linéaire s'impose donc car il permet de recombinaison, à partir de chargements unitaires appliqués à la structure, les champs de contraintes et de déplacements de la structure pour à instant  $t$ .

*Mais la fissure est une non-linéarité*

Il reste un élément non linéaire incontournable dans le modèle : la fissure. Au cours de sa propagation, la rigidité locale de la structure va évoluer, et ce de façon non linéaire par rapport à sa longueur. La principale contrainte industrielle consiste alors à déterminer une méthodologie permettant de prendre en compte cette non-linéarité, tout en évitant de multiplier les calculs par éléments finis de toute la structure.

- Les contraintes particulières relatives au mécano-soudage.

L'assemblage des tôles fait presque exclusivement appel à des procédés de soudage industriels. Ces procédés, peu coûteux par rapport aux solutions de rivetage utilisées dans l'aéronautique présentent

le principal défaut que d'être difficile à maîtriser, en particulier dans les matériaux tels que les alliages d'aluminium ou certaines nuances d'acier. La qualité obtenue s'évalue, au sens de la norme, sur des proportions macro-géométriques, qui ne prend pas en compte l'aspect micro-géométrique local, celui-ci ayant une importance majeure dans la tenue en fatigue aux grands nombres de cycles de la liaison soudée. De plus, les contraintes résiduelles, inhérentes au procédé de soudage et généralement de traction, viennent aggraver le phénomène de rupture par fatigue. L'estimation des caractéristiques micro-géométriques locales et des contraintes résiduelles est alors nécessaire pour prendre en compte, dans le calcul, les caractéristiques spécifiques des assemblages soudés. Une notion de qualité apparaît alors, en particulier au sujet des caractéristiques géométriques que l'on doit savoir mesurer et spécifier.

### **A.3 Objectif de la thèse**

Le but de cette thèse est de compléter les méthodes de calcul d'amorçage de fissures par approche locale déjà développée par GIAT-Industries et les méthodes de propagation de fissures mises au point par le Bureau Veritas, par intégration de façon explicite de la phase de propagation de fissures.

La méthodologie et les modèles doivent prendre en compte le calcul des fissures :

- en pleine tôle et dans les soudures,

Les fissures de fatigue s'amorcent dans les zones de fortes concentrations de contraintes, telles les discontinuités géométriques. Plus la singularité engendrée par ces discontinuités est importante, plus le risque d'amorcer une fissure de fatigue est grand. Les liaisons entre deux pièces sont des zones susceptibles de présenter ces discontinuités, et le cas de l'assemblage soudé a ceci de particulier que la géométrie de la soudure présente une dispersion très importante le long du cordon, et une concentration de contrainte proche de celle d'un trou. Une partie de ce rapport sera consacrée aux caractéristiques géométriques des soudures. La propagation des fissures sera donc traitée dans le cas des assemblages soudés. La fissure peut, par la suite, se propager en pleine tôle

- pour des chargements à amplitude constante ou variable,

Les structures sur lesquelles travaillent les différents partenaires sont soumises à des chargements variables dans le temps (roulage, houle ...). C'est pourquoi la méthodologie développée doit prendre en compte ces chargements variables. En particulier, la présence d'« accidents » de chargement (que nous appellerons par la suite surcharges ou sous-charges) peut modifier considérablement la propagation des fissures

- pour des chargements multiaxiaux.

Lors du roulage d'un véhicule, par exemple, sur une piste, la structure est sollicitée par les efforts qui transitent au niveau des suspensions. Ces efforts peuvent solliciter la zone fissurée dans différentes directions. Il n'y a pas d'axe privilégié. De la même manière, les navires soumis à une certaine répartition de pression sur leur coque subissent des contraintes multiaxiales.

- dans des structures complexes 3D coques/3D volumiques

Le but de la démarche proposée est de disposer d'un outil relativement simple et peu coûteux en terme de temps calcul. La modélisation coque est tout à fait adaptée aux structures industrielles, et d'un coût modéré par rapport aux approches volumiques. Mais ces dernières sont parfois nécessaires, lorsque la théorie des coques n'est pas applicable. L'ingénieur doit alors disposer de moyens lui permettant d'inclure la présence et le développement de défauts grâce à des modèles tridimensionnels.

L'ensemble des outils doit répondre à des contraintes industrielles, aussi bien au niveau du choix des logiciels (maillages, codes de calculs, langage de programmation) que dans la taille et la complexité des modèles générés et les temps de calcul associés. A ceci s'ajoute une certaine contrainte d'ergonomie de mise en œuvre. Cela sous-entend que les outils développés doivent être

automatisés et d'une grande flexibilité ce qui peut sembler paradoxal de prime abord. Le but n'est pas de concevoir un logiciel « boîte noire » mais de fournir une méthodologie de calcul de l'amorçage et de la propagation de fissure dans des structures complexes, et un ensemble d'outils d'aide à l'analyse et à la prise de décision. L'automatisation consiste à s'affranchir de la génération de maillages complexes et répétitifs et de manipulations de fichiers afin de laisser à l'ingénieur l'analyse de la problématique, le choix des hypothèses, la recherche de solutions, finalement tout ce qui est relatif à son cœur de métier.

Mis à part le développement d'un outil fonctionnel, appelé VERICRACK, intégrant les contraintes industrielles et permettant de déterminer la durée de vie de structures, ce travail de thèse fournit :

- une nouvelle technique de suivi de propagation de fissure par l'utilisation d'une Boîte à Fissure (BAF)
- et une méthodologie d'évaluation de la fermeture des fissures soumises des surcharges ou des sous-charges. Cette fermeture conduit à l'estimation du retard de fissuration sous fatigue dans le cas d'une surcharge.

## A.4 Stratégie globale.

Compte tenu des contraintes industrielles précitées, la démarche mise en place est nécessairement multi-échelle. La présence de la fissure étant supposée ne pas modifier le comportement global de la structure, il est possible de décomposer le calcul global de fissuration en 3 étapes (voir Figure 3) :

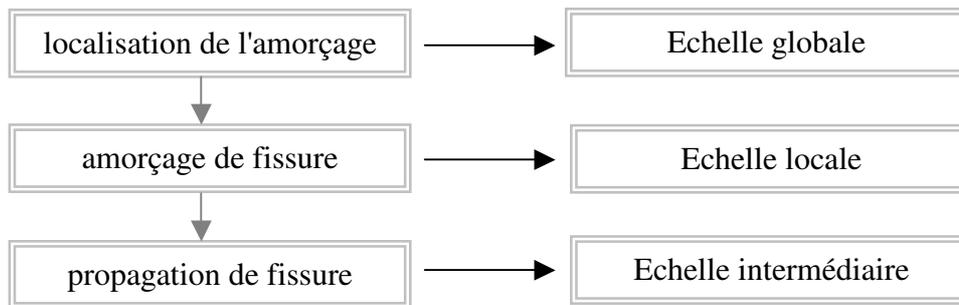


Figure 3 : les 3 phases principales de la démarche

En amont du calcul de fissuration, il est nécessaire de déterminer les zones de la structure susceptibles de subir un dommage important. Cette première analyse va au-delà d'un simple calcul de structure et nécessite l'établissement d'un critère d'endommagement. Cette analyse est globale, en ce sens qu'elle est réalisée sur l'intégralité de la structure. Les zones endommagées sont alors regardées plus finement. Le calcul de l'amorçage d'une fissure de fatigue se fait à l'échelle locale, c'est à dire, pour une structure soudée, au pied de cordon de soudure. La propagation de la fissure, quant à elle, se fait à une échelle intermédiaire. Cette échelle dépend de la taille de la fissure. Si par exemple, la fissure est de petite taille par rapport au cordon soudé ou à l'épaisseur des tôles, une approche locale peut être considérée. Dans le cas contraire où les dimensions de la fissure sont grandes (plus de dix fois) par rapport à la taille caractéristique de la zone regardée, une approche plus globale est nécessaire et dans certains cas, la prise en compte de la fissure dans le modèle global est obligatoire.

### *Localisation et amorçage d'une fissure de fatigue*

Pour ce qui est des calculs de localisation et d'amorçage de fissure, ce travail s'appuie sur les travaux menés par GIAT-Industries et qui ont conduit au développement de deux outils FATIG et CALEND, respectivement.

### *Propagation d'une fissure de fatigue*

En ce qui concerne le calcul de la propagation de la fissure, la nécessité est de déterminer les grandeurs caractéristiques de la mécanique de la rupture permettant d'évaluer la cinétique de la propagation. Les contraintes industrielles obligent à limiter le nombre de calcul et toute la démarche s'architecture autour de cet objectif. Aussi ne s'autorise-t-on pas un remaillage de la structure à chaque pas de calcul, cette contrainte conduit à mettre en place une méthodologie qui privilégie les calculs dits unitaires et pouvant être recombinaisonnés en fonction des chargements vus par la structure. Dans le cas des joints soudés, nous verrons que la propagation se fait d'abord principalement dans l'épaisseur de la tôle avant d'aboutir à de grandes fissures complètement traversantes. Dans le

premier cas nous nous appuyerons sur les méthodes développées par le Bureau Veritas et l'outil SISIF [HX95] que nous étendrons dans le cas de la fissure traversante.

*Quid de la direction de la fissure ?*

Le calcul linéaire de la fissuration suppose que la direction suivie par la fissure est connue au préalable. Sachant que celle-ci dépend du chargement appliqué, il apparaît nécessaire de développer des méthodologies permettant de prédire le chemin de la fissure a priori.

*Quid de la vitesse de la fissuration ?*

Le chemin de fissuration étant défini, et les grandeurs qui régissent la mécanique linéaire de la rupture étant connues pour les fissures présentes dans la structure étudiée, reste à déterminer le lien entre ces grandeurs et la cinétique de la fissuration, au moyen de paramètres matériaux issus de résultats d'essais. Néanmoins, lors de chargements variables, le calcul de la durée de vie de la structure fait intervenir des mécanismes complexes, conduisant à des accélérations ou des ralentissements de la cinétique de la fissuration. Une modélisation de ces phénomènes, dans les structures de forte épaisseur est ainsi nécessaire et représente le dernier rempart à franchir avant la simulation complète de la vie de la structure, de la naissance d'une fissure à sa ruine.

Outre la mise au point d'une stratégie globale de calcul (voir chapitre B.4), la thèse apporte des éléments de réponse à deux problèmes conceptuels :

- l'intégration automatique de fissures (Boîtes à Fissures) dans un maillage éléments finis (voir chapitre C.1) au service de la simulation de la propagation, en utilisant des critères de bifurcations adaptés (voir chapitre C.2).
- la prévision du comportement des fissures dans le cas de chargements variables par des méthodes éléments finis avancées et des méthodes simplifiées (voir chapitre C.3).

## A.5 Plan de rédaction

La rédaction s'articule autour du plan de développement qui regroupe les différentes briques de l'outil global de prévision d'amorçage et de propagation de fissures de fatigue.

### A.5.1 Chapitre I : Méthodologie

Ce premier chapitre présente introduit tout d'abord le phénomène de la fatigue et introduit la mécanique de la rupture. Différentes techniques permettant de considérer des fissures dans les assemblages afin de les caractériser sont alors présentées.

La question principale à laquelle nous apporterons des réponses dans ce manuscrit est la suivante : *Comment déterminer les grandeurs de la mécanique de la rupture dans des structures coques, optimisés dans l'optique de permettre des calculs itératifs pour des trajets de chargement variés ?*

Dans le cas de liaisons soudées, les fissures s'amorcent souvent par multi amorçage, en particulier dans les cas où la contrainte est répartie le long du cordon de soudure. La fissure peut aussi se propager rapidement dans la profondeur des plaques puis s'étendre principalement le long du cordon de soudure. Le cas le plus répandu, est l'enchaînement de ces deux types de propagation. Premièrement on observe la propagation par multi amorçage de la fissure, qui sera qualifiée de « non traversante ». S'en suit une propagation dite « traversante » lorsque la fissure a complètement traversé l'épaisseur de la plaque.

Une méthodologie basée sur les Line Spring est alors présentée dans cette section pour évaluer la propagation de la fissure suivant la phase « non traversante », notée {NT} ; l'objet de la section suivante étant alors d'étendre les principes présentés à la fissure « traversante », notée {T} et au multi-amorçage.

Afin de mettre en place la démarche globale, nous allons dans un premier temps présenter la méthodologie des *Line Spring* et le calcul de l'amorçage des fissures par approche locale dans le paragraphe « B.3 Présentation des outils existants ».

Le paragraphe « B.4 Extension de la démarche et des outils : VERICRACK » de ce premier chapitre met ensuite en place l'architecture globale du programme de développement et la manière suivant laquelle s'enchaînent les différents développements nécessaires. 7 blocs fonctions sont ici considérés (voir l'organigramme global dans la Figure 4) :

1. La fonction « mise en données » qui regroupe l'ensemble des données nécessaires pour réaliser un calcul de fissuration
2. La fonction « localisation de l'endommagement » permettant de détecter les zones d'amorçage de fissure de fatigue
3. La fonction « durée de vie à l'amorçage », détaillant le calcul du nombre de cycles avant apparition d'une fissure de fatigue dans la zone précédemment localisée
4. La fonction « chemin de fissuration », concernant le choix de la direction de la fissure au cours de sa propagation
5. La fonction « propagation de fissure » traitant la durée de vie en propagation de la structure
6. La fonction « critère de ruine », critère d'arrêt de propagation de fissure, moment à partir duquel la structure n'est plus capable de remplir son rôle.

7. La fonction « écriture des résultats », reportant l'ensemble des résultats issus des différentes fonctions précédentes.

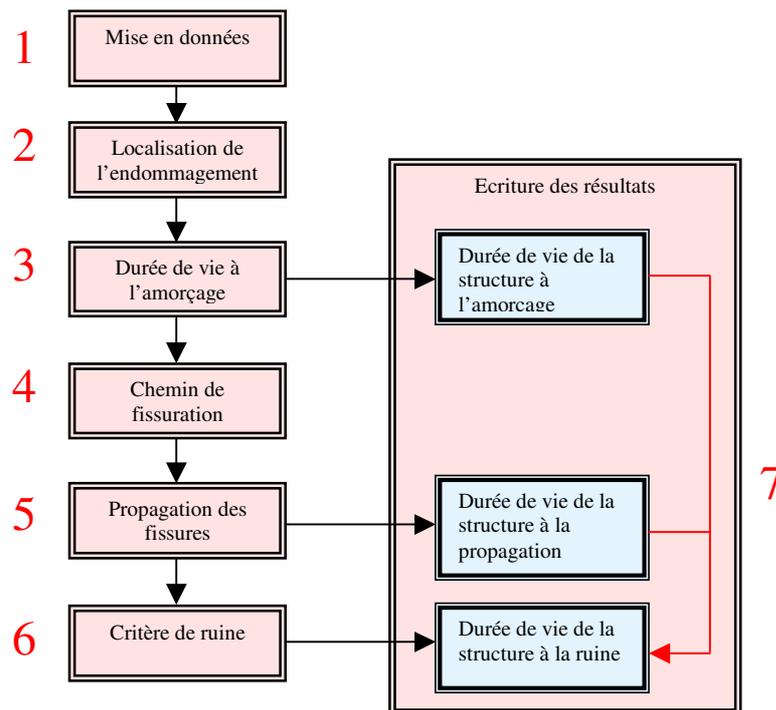


Figure 4 : Méthodologie globale

Dans ce travail, l'accent est mis sur les fonctions 4 et 5. Néanmoins, l'ensemble des fonctions est tout d'abord exposé dans cette première partie.

La mise en place de la démarche globale a nécessité la réalisation de différents développements relatifs aux questionnements suivants :

- Comment intégrer les fissures dans une structure ?
- Comment prévoir la direction de la fissure ?
- Comment calculer précisément la cinétique de la fissuration pour des chargements variables ?

## A.5.2 Chapitre II : Développement de modèles

Le chapitre II tente d'apporter une réponse aux différentes questions posées précédemment. Il est donc naturellement décomposé en trois sous parties, exposées par la suite. Dans ce chapitre, deux apports majeurs de la thèse sont développés. Il s'agit, d'une part du développement et de l'utilisation de boîtes à fissures (C.1) pour le calcul de la bifurcation dans des matériaux fragiles ou ductiles (C.2) et dans le cadre de la propagation des fissures dans les structures industrielles. Il s'agit, d'autre part du calcul de la propagation sous chargements d'amplitudes variables (C.3), en utilisant les développements précédents au service de la mise en place d'un modèle industriel simplifié.

**Section C.1**                      *« Utilisations de la boîte à fissure »*

---

Cette partie est consacrée à l'introduction de boîtes à fissures permettant de déterminer les facteurs d'intensité de contrainte dans le cas de fissures traversantes. Nous traitons de plus dans cette même section de la détermination de la première phase de la propagation de la fissure, à savoir le multi-amorçage, car il s'appuie sur les mêmes développements. L'extension de la boîte à fissure est alors suivie d'une réflexion sur la fissuration 3D et la réalisation de boîtes à fissures plus ou moins complexes.

**Section C.2**                      *« Comment prévoir la direction de la fissure et suivre son cheminement? »*

---

Le choix de la direction de la fissuration conditionne le bon déroulement du calcul de la cinétique de la fissuration. Le chemin devant être connu a priori, des méthodes sont développées pour le déterminer :

- Par méthode simplifiée, sans remaillage, en fonction de la direction des contraintes principales de traction
- Par remaillage dans un matériau élastique, en réactualisant le maillage au cours de la fissuration et en utilisant des critères élastiques de bifurcation
- Par remaillage dans un matériau plastique, de la même manière que dans le cas élastique, en utilisant un critère de bifurcation adapté au milieu plastique, qui prend en compte la possibilité de propager en cisaillement ou en traction.

**Section C.3**                      *« Comment calculer précisément la cinétique de la fissuration pour des chargements variables ? »*

---

Lors de chargements à amplitude constante, le calcul de la cinétique de la fissuration est relativement aisé, pour autant que des données expérimentales soient disponibles. Mais lors de chargements réels, variables dans le temps, la vitesse de propagation de la fissure est grandement affectée par l'« histoire » du chargement. Ainsi est-il constaté expérimentalement [SC03] que la présence d'un chargement élevé accidentel, que nous appellerons « surcharge » tend, paradoxalement, à retarder la progression de la fissure. Outre une partie consacrée à la compréhension des phénomènes mis en jeu au travers de résultats expérimentaux, la modélisation par éléments finis de ces phénomènes sera abordée dans un second paragraphe. Ensuite, l'utilisation de ces résultats permettra d'alimenter un modèle simplifié de type Dugdale dans un contexte industriel. Ainsi les différents points abordés dans cette section sont les suivants :

- Constats expérimentaux et modèles classiques
- Modélisation par éléments finis
- Approche par la méthode simplifiée de Dugdale

### **A.5.3 Chapitre III : Applications**

Ce dernier chapitre présente l'utilisation des différents outils développés dans le précédent chapitre dans le cadre de réalisations industrielles :

- Ensemble mécano-soudé appelé « maquette »
- Mis en place d'un renfort dans un matériel militaire fissuré
- Détermination des facteurs d'intensité de contrainte dans une structure sollicitée de manière complexe (chargement dynamique complexe)

Il est à noter que l'ensemble des outils est complètement modulable. Ainsi, la première application ne présente qu'une partie de la démarche. La seconde application, dont le but est de valider l'ensemble de la méthodologie proposée, utilise l'ensemble des outils et une comparaison est réalisée avec des essais expérimentaux.



## B CHAPITRE 1 : METHODOLOGIE

---

### **But du chapitre :**

Ce premier chapitre a pour but de présenter d'une part le phénomène de la fatigue et plus particulièrement la propagation des fissures en se focalisant sur les théories et outils utilisables pour l'ingénieur. C'est une introduction à la présentation de la démarche que nous allons mettre en place tout au long des chapitres. Pour ce faire, différentes briques sont présentées et des hypothèses sont d'ores et déjà prises afin de construire le plan de développement de l'outil VERICRACK.

### **Contenu du chapitre :**

1. Généralités sur la fatigue : présentation générale des principes théoriques.
2. Comment caractériser une fissure dans une structure : présentation de différentes méthodes.
3. Présentation globale de la démarche : mise en place des différents modules qui seront explicités dans le chapitre 2.

## B.1 Généralités sur le phénomène de la fatigue

Quelques points théoriques sont rappelés. Des définitions relatives au phénomène de la fatigue sont présentées, suivies des critères de fatigue utilisés. Ceux-ci font appel à des notions de plasticité qui seront présentées dans le paragraphe suivant. Enfin des éléments sur la fissuration en fatigue permettront au lecteur de mieux appréhender les travaux présentés dans ce manuscrit. Le but n'est pas une description exhaustive du phénomène mais de donner des éléments qui permettent de mieux comprendre les moyens de caractériser la criticité des défauts.

### B.1.1 Le phénomène de fatigue

#### B.1.1.1 Définition du phénomène de la fatigue

Toute pièce mécanique est soumise durant son fonctionnement normal à un certain nombre de sollicitations de causes variables mais qui se traduisent le plus souvent par des variations cycliques des contraintes qui lui sont appliquées. Or, on constate souvent, la ruine parfois catastrophique, d'un certain nombre de structures alors que celles-ci ne sont soumises qu'à des sollicitations dynamiques jugées modestes par rapport aux capacités statiques des matériaux (résistance à la rupture et limite d'élasticité) (Figure 5).

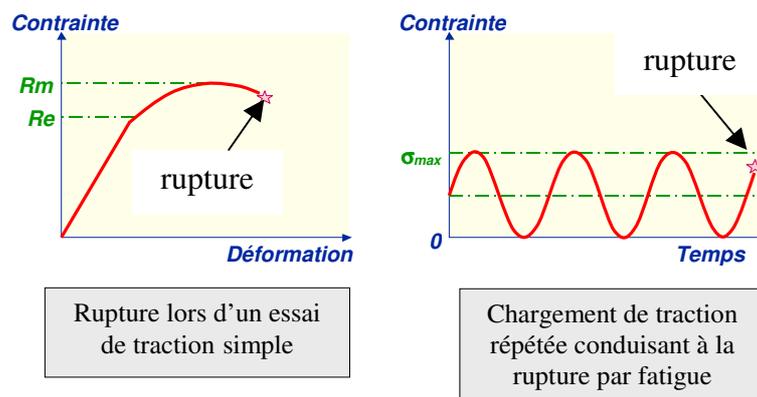


Figure 5 : Définition de la fatigue

Le responsable de ces ruines est très souvent le phénomène de fatigue du matériau – phénomène qui se développe lentement dans le temps, sans modifications apparentes au niveau macroscopique des pièces et des structures et dans des zones souvent inaccessibles mais particulièrement sujettes à cet endommagement de par leur conception.

#### B.1.1.2 Les différentes étapes de la fatigue

Cet endommagement par la fatigue mené jusqu'à son terme, c'est-à-dire jusqu'à la ruine, comprend 3 périodes de durées variables suivant les matériaux et les caractéristiques des sollicitations (Figure 6)

- période de germination ou période d'amorçage de fissures

- période de propagation de fissures
- rupture brutale

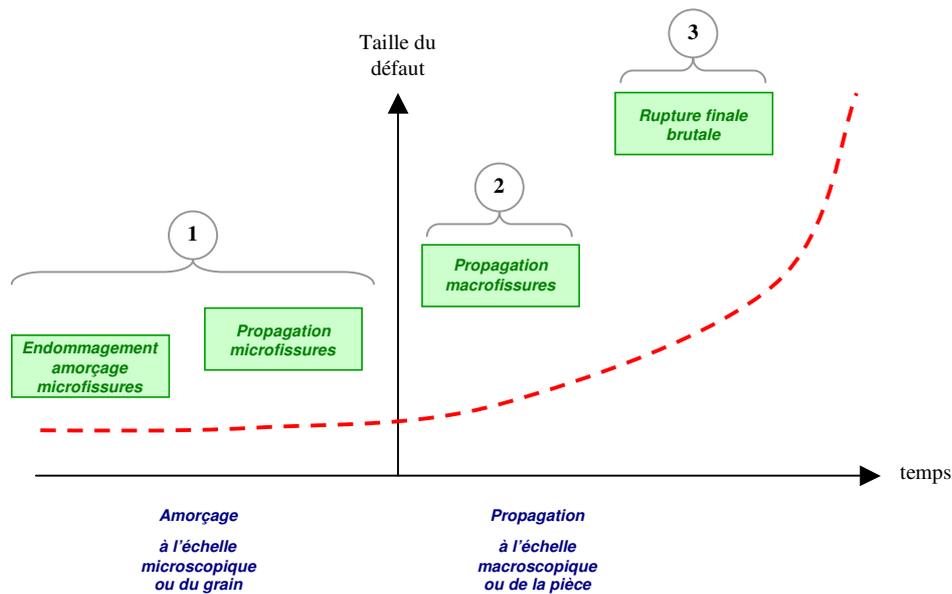


Figure 6 : Les 3 phases de la rupture par fatigue

### B.1.1.3 Le faciès de rupture

Lors d'une rupture par fatigue, on observe à l'œil nu deux zones distinctes caractéristiques (voir Figure 7 ci-après):

- Une zone de rupture brutale avec un faciès à grains ou à nerfs,
- Une zone de fissure de fatigue avec une surface lisse et soyeuse.



Figure 7 : Faciès de rupture

Lorsque la fissure occupe une section de la pièce telle que la section résiduelle est trop faible pour supporter les sollicitations appliquées, il se produit la rupture brutale.

### B.1.1.4 Représentation de la résistance à la fatigue des matériaux

On représente la résistance à la fatigue des matériaux au moyen des courbes de Wöhler en échelle bi-logarithmiques: (Figure 8).

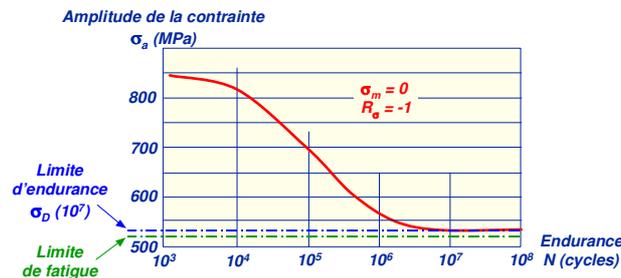


Figure 8 : Définition de la courbe de Wöhler

Avec les définitions suivantes :

**contrainte moyenne :** 
$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\min} + \sigma_{\max}}{2} \quad (B.1)$$

**amplitude de la contrainte:** 
$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\min} - \sigma_{\max}}{2} \quad (B.2)$$

**rapport de contrainte :** ( $R_\sigma$ ) : 
$$R_\sigma = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} \quad (B.3)$$

**limite de fatigue :** c'est, pour une contrainte moyenne  $\sigma_m$  donnée, la plus grande amplitude de contrainte pour laquelle il n'est pas observé de rupture après un *nombre infini* de cycles. Dans le cas particulier des aciers, il est expérimentalement constaté que ce nombre infini peut être ramené à  $10^7$  cycles.

**limite d'endurance :** c'est pour une contrainte moyenne  $\sigma_m$  donnée, l'amplitude de contrainte pour laquelle il est constaté 50% de rupture après un *nombre fini*  $N$  (appelé censure) de cycles. Cette valeur peut être déterminée à l'aide de méthodes statistiques. Dans le cas des aciers, la censure est généralement de  $10^7$  cycles. Cette limite d'endurance est notée  $\sigma_D$  (N).

**durée de vie ou endurance :** c'est le nombre de cycles de contrainte  $N$  nécessaire pour que l'éprouvette ou la pièce se rompe pour un cycle de contrainte ( $\sigma_a, \sigma_m$ ). Ces valeurs peuvent être déterminées à l'aide de méthodes statistiques.

Cette courbe est appelée courbe S-N (Stresses - Number of cycles) dans les pays anglo-saxons. Elle permet de visualiser la tenue de la pièce ou des matériaux dans tous les différents domaines de sollicitations :

- Zone de fatigue oligocyclique : la rupture apparaît après un faible nombre de cycles (inférieur à  $10^4$ ). Les contraintes appliquées y sont importantes et on peut observer une déformation plastique notable du matériau.
- Zone de fatigue polycyclique (ou d'endurance limitée) : la rupture apparaît après un nombre important de cycles de chargement. On n'observe aucune déformation plastique notable.
- Zone d'endurance illimitée (aussi appelée zone de sécurité) : la rupture n'apparaît pas avant un nombre très important de cycles. (à partir de  $2 \cdot 10^6$  cycles).

Chaque pièce est soumise à des cycles d'efforts périodiques ;  $N_R$  est le nombre de cycles au bout duquel la rupture se produit. Les échelles sont logarithmiques. Pour tracer les courbes S-N, il est

nécessaire de réaliser des essais à contrainte moyenne constante et faire varier l'amplitude du cycle de contrainte appliqué.

La courbe de Wöhler présente en général une asymptote horizontale correspondant à une contrainte dont la valeur est, par définition, la limite de fatigue. C'est le cas des aciers. En revanche, pour certains alliages d'aluminium, de cuivre ou de titane et dans le cas d'essais de fatigue sous corrosion, la courbe de Wöhler ne prend pas cette allure horizontale pour les grands nombres de cycles et il n'est pas sûr que la limite de fatigue existe.

Il est à noter que l'on reporte sur les courbes S-N le nombre de cycles à rupture. Celui-ci est différent du nombre de cycles à amorçage d'une fissure de fatigue. Il apparaît donc nécessaire de connaître le critère à rupture utilisé lors des essais afin d'exploiter au mieux ces courbes. Lorsque les essais de fatigue ont lieu sur une éprouvette lisse, sans défaut, la phase d'amorçage est très importante par rapport à la phase de propagation et représente plus de 90% de la durée de vie. Dans ce cas, on peut aisément assimiler les résultats de la courbe S-N à la durée de vie en amorçage. Par contre, lorsque l'amorçage est facilité par la présence d'un défaut (cordon soudé, éprouvette entaillée), la phase de propagation n'est pas négligeable.

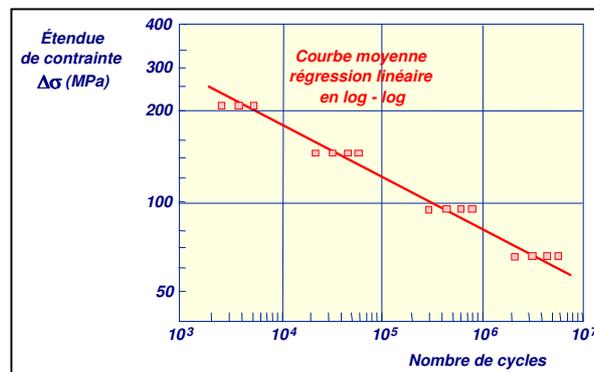


Figure 9 : courbe SN : régression linéaire

La courbe S-N (Figure 9) est linéarisée, et on utilise communément la loi de Basquin associée à la limite d'endurance pour la représenter :

$$N.S^{m'} = C \quad (\text{B.4})$$

Avec S, l'étendue de contrainte, N, le nombre de cycles, m' et C des constantes. Soit :

$$\text{Log}(N) = \text{Log}(C) - m'.\text{Log}(S) \quad (\text{B.5})$$

La courbe S-N :  $\log(S) = \text{fonction}(\log(N))$  est alors de pente  $m = -1/m'$ .

### B.1.1.5 Les critères de fatigue

Les critères de fatigue sont un moyen pour l'ingénieur de déterminer la durée de vie d'une structure pour des chargements multiaxiaux et variables à partir de résultats expérimentaux obtenus pour des chargements uni-axiaux à amplitude constante. Ces critères peuvent être subdivisés en deux catégories [BB97] qui permettent de quantifier le dommage  $d$  :

- selon une grandeur équivalente : contrainte, déformation ou énergie.
- dans un plan de rupture particulier appelé *plan critique*.

Remarque : le cas des critères basés sur une énergie équivalente ne sera pas considéré, car ils n'ont généralement pas été acceptés. Nous traiterons en particulier du critère de Dang Van basé sur un approche dite du plan critique.

### B.1.1.6 Modèles basés sur une grandeur équivalente

Les premiers modèles sont basés sur une contrainte ou une déformation équivalente, permettant de représenter l'état de contrainte triaxial en un scalaire aisément comparable avec une contrainte ou une déformation seuil obtenue au moyen d'essais. Ces critères sont alors basés soit sur la contrainte de cisaillement (critère de Tresca), soit sur l'énergie de distorsion (critère Von Mises ou critère octaédral). Partant de la constatation expérimentale selon laquelle les fissures de fatigue se propagent initialement dans un plan de cisaillement, mais que la contrainte de traction a également une influence sur l'amorçage, de nombreux critères se présentent sous la forme suivante :

$$\sigma_{eq} = \sigma_{cisaillement} + \alpha \cdot \sigma_{traction} < \beta \quad (B.6)$$

où  $\alpha$  et  $\beta$  sont des paramètres dépendant du matériau que l'on peut calculer au moyen de deux essais de fatigue, par exemple l'un de traction et l'autre de cisaillement ou pour deux rapports de chargement différents. Cette contrainte équivalente est dite macroscopique car elle considère les contraintes « ingénieur » dans la structure. Citons en exemple le critère de Crossland (1957) :

$$\tau_a + \alpha \cdot P_{max} < \beta \quad (B.7)$$

où  $\tau_a$  est la contrainte de cisaillement alternée et  $P_{max}$  la contrainte hydrostatique maximale. Le critère de Sines, quant à lui, considère la contrainte hydrostatique moyenne.

La simplicité de mise en œuvre est le principal avantage de ces méthodes, dans le cas de chargements proportionnels (la direction des contraintes principales ne change pas au cours du chargement). Dans le cas de chargements non proportionnels, ces méthodes se sont révélées non conservatrices car elles ne considèrent pas l'histoire du chargement. Les méthodes les plus avancées, comme celles proposées par Sines et Crossland, permettent de prendre en compte l'effet d'une contrainte moyenne dont l'influence est supposée linéaire, ce qui interdit tout écoulement plastique.

### B.1.1.7 Modèles basés sur un plan critique

Les méthodes faisant appel au plan critique présentent une meilleure corrélation avec les résultats expérimentaux, en particulier lors de chargements non proportionnels. La notion de contrainte ou de déformation équivalente est toujours de rigueur, mais en utilisant le tenseur des contraintes projeté

selon un plan. Le plan critique est le plan de propagation des microfissures. Dans ce plan critique, ces critères sont donc la somme algébrique de la contrainte (ou déformation) normale, et du cisaillement (ou de la contrainte de cission) pondéré par un coefficient déterminé expérimentalement. Cela représente ainsi une contrainte équivalente.

#### B.1.1.8 Approche de Dang Van

Tous les critères présentés sont basés sur des contraintes macroscopiques alors que la fatigue est un phénomène qui s'initie à l'échelle mésoscopique, c'est à dire au niveau des grains, donc le critère de fatigue doit porter sur les contraintes à cette échelle. Or les contraintes « ingénieur » sont macroscopiques et sont calculées dans l'hypothèse du milieu homogène. Un point M d'un tel milieu représente en réalité un volume élémentaire représentatif (V.E.R) contenant des grains (cristaux) de toutes formes et orientations de sorte que le comportement global macroscopique soit homogène. Le passage entre les contraintes à l'échelle macroscopique et les contraintes dans le V.E.R n'est pas faisable sans hypothèses simplificatrices. Pour Dang Van, aucune fissure de fatigue ne peut s'amorcer au bout d'un nombre de cycles de chargement infini si et seulement si la réponse du grain à la sollicitation cyclique est adaptée (le grain qui s'est plastifié, se déforme ensuite dans le domaine élastique). L'idée est alors de déterminer la contrainte microscopique dans un grain au cours du cycle adapté et de la comparer à une valeur seuil selon un critère de plasticité. Nous ne rentrerons pas dans les détails de démonstration de Dang Van mais il en ressort, que dans l'hypothèse de la fatigue d'endurance (c'est à dire pour un grand nombre de cycles), l'expression originelle du critère de Dang Van est la suivante:

$$\max_{\vec{n}} \left( \max_t \left( \|\vec{\tau}(n,t)\| + a.p(t) \right) \right) < b \quad (\text{B.8})$$

où  $\vec{n}$  est la normale à la facette (plan) considérée,  $t$  le temps,  $\vec{\tau}$  le vecteur cisaillement mésoscopique instantané dans le plan de normale  $\vec{n}$ ,  $p$  la pression hydrostatique instantanée.  $a$  et  $b$  sont des paramètres dépendant du matériau qu'il convient de déterminer au moyen de deux essais de fatigue.

Cela signifie que, dans toutes les directions de l'espace, la contrainte  $\|\vec{\tau}(n,t)\| + a.p(t)$  ne doit jamais dépasser le seuil  $b$  pour qu'il n'y ait pas amorçage d'une fissure de fatigue. L'approche est dite locale car il est nécessaire de déterminer la contrainte élasto-plastique locale.

Dans le cas des joints soudés, il sera nécessaire de déterminer la contrainte dans la zone susceptible de voir l'amorçage d'une fissure de fatigue (au pied du cordon de soudure). Celle-ci peut être calculée dans le domaine élastique puis être corrigée pour obtenir la contrainte élasto-plastique (dans l'hypothèse de plasticité confinée).

### B.1.2 Modèles de plasticité

La prise en compte du comportement plastique du matériau est essentielle, puisque c'est le phénomène qui est supposé responsable de l'amorçage des fissures. Des compléments sur la zone plastifiée, en particulier en pointe de fissure sont présentés en annexe G.4.1. La réponse du matériau, lorsqu'il est soumis à un chargement supérieur à sa limite d'élasticité  $R_e$ , peut être approximée de différentes manières, par exemple de façon linéaire (voir Figure 10).

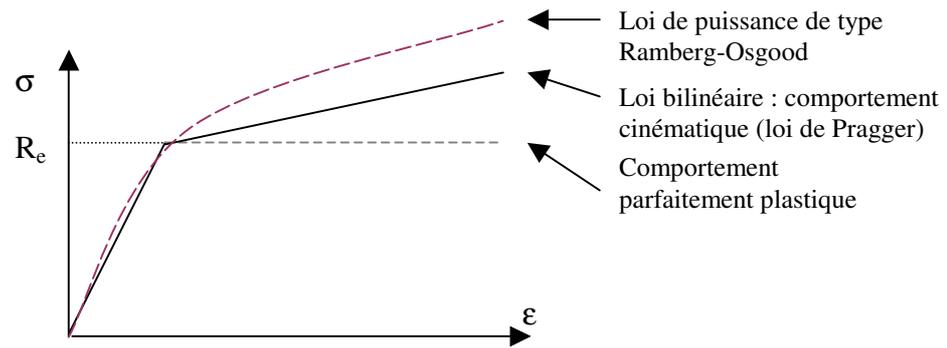


Figure 10 : lois de plasticités

Le plus souvent, on utilise la loi de Ramberg-Osgood pour représenter le comportement d'un matériau. Son expression est la suivante :

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \left( \frac{\sigma}{K'} \right)^{\frac{1}{n'}} \quad (\text{B.9})$$

$K'$  et  $n'$  sont les constantes d'écrouissage cyclique du matériau. La loi de Ramberg-Osgood est aussi transposable pour un chargement monotone et dans ce cas,  $K$  et  $n$  seront les constantes d'écrouissage monotone du matériau. Seul l'écrouissage dit cinématique est considéré : c'est à dire qu'au cours du chargement le matériau s'écrouit et admet une nouvelle limite d'élasticité (dans l'espace tridimensionnel des contraintes, le domaine élastique délimité par la surface de charge garde le même diamètre mais se déplace par translation). Pour d'autres matériaux, le comportement peut être plutôt isotrope (cela correspond à une variation du diamètre de la surface de charge) (voir Figure 11). Lors de chargements variables, le matériau peut soit durcir, soit s'adoucir (Figure 12).

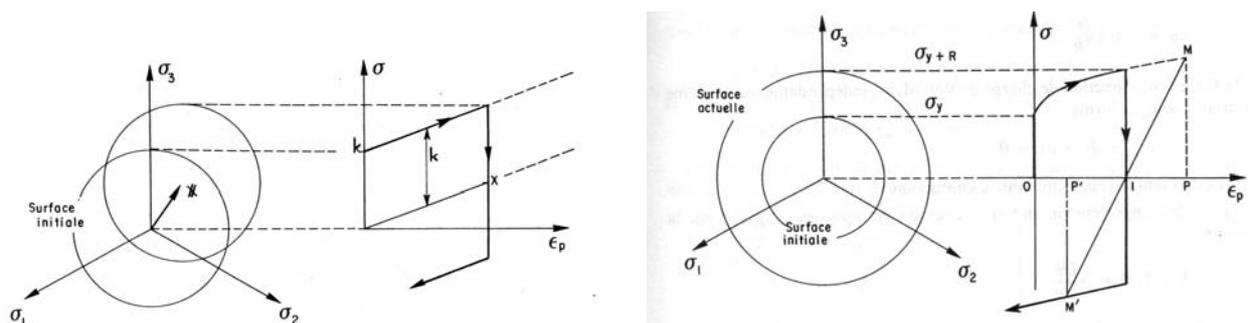


Figure 11 : à gauche, écrouissage cinématique, à droite : écrouissage isotrope [LC01]

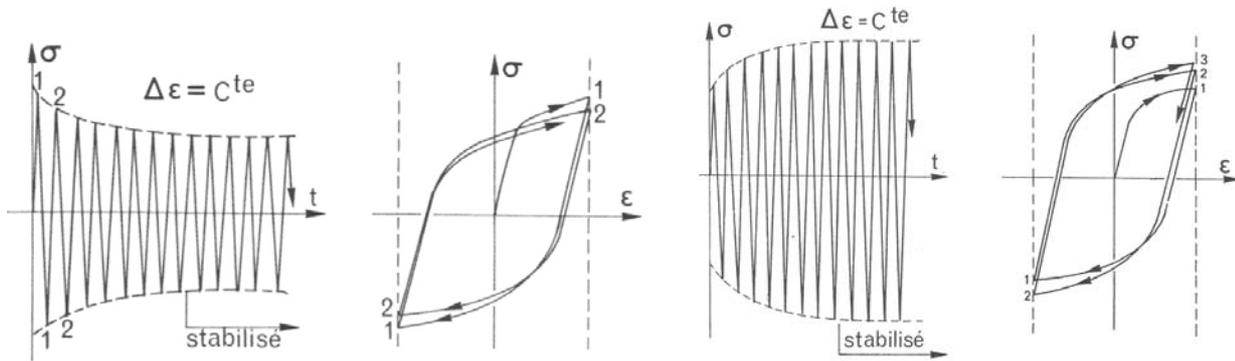


Figure 12 : à gauche, adoucissement cyclique, à droite : durcissement cyclique [LC01]

Le modèle développé par Chaboche [LC01], permet de prendre en compte une combinaison de ces deux types d'érouissages (voir Figure 13) lors de chargements cycliques.

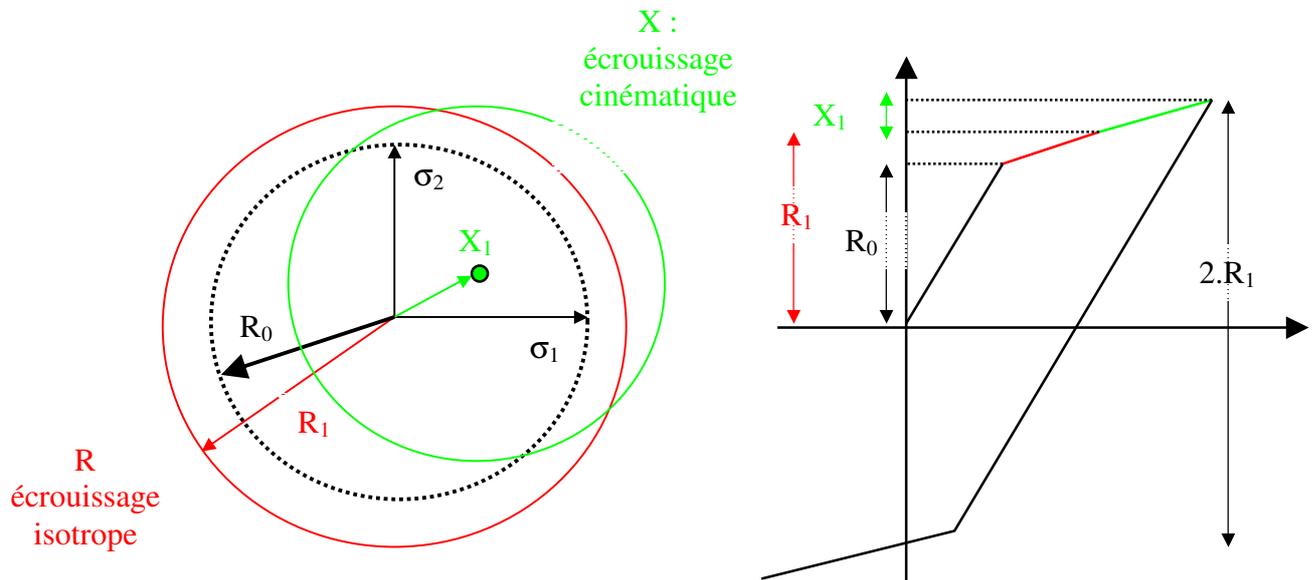


Figure 13 : modèle de Chaboche X érouissage cinématique, R érouissage isotrope

Nous ne rentrerons dans les détails du modèle de Chaboche et nous allons simplement expliciter ses grandeurs caractéristiques (voir Figure 14):

- Loi d'érouissage cinématique :

$$\sigma = \sigma_y + \frac{Ca}{C} (1 - e^{-C \cdot \epsilon_p}) \quad (B.10)$$

où  $Ca$  est le module d'érouissage cinématique et  $C$  le paramètre d'évanescence.  $R_p$  est la limite de surface de charge et  $\epsilon_p$  la déformation plastique.

- Loi d'érouissage isotrope :

$$R_p = R_0 + Q (1 - e^{-b \cdot p}) \quad (B.11)$$

où  $R_0$  est la limite de surface de charge initiale (limite d'élasticité  $\sigma_y$ ),  $Q$  et  $b$  les paramètres de la loi d'écroissage.  $p$  est la déformation plastique cumulée.  $C$  est ce paramètre qui permet de conserver l'historique de déformation du matériau.

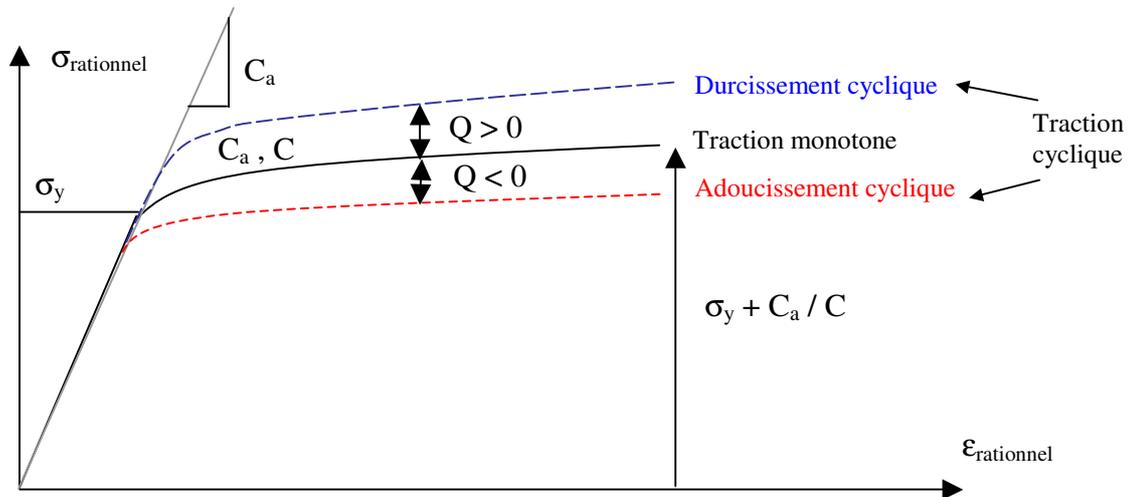


Figure 14 : courbe d'écroissage cyclique et monotone : modèle de Chaboche

$\frac{C_a}{C}$  représente la consolidation plastique maximale du matériau. On l'évalue d'après la différence entre la valeur de la contrainte asymptotique de la courbe et la limite d'élasticité.

$$\frac{C_a}{C} = \sigma_{\text{asymptotique}} - \sigma_y \quad (\text{B.12})$$

Le paramètre  $C_a$  donne la consolidation à l'origine du matériau.

Le paramètre  $C$  donne la vitesse à laquelle la courbe tend vers son asymptote  $\sigma_y + \frac{C_a}{C}$ .

Le paramètre  $b$  donne la vitesse à laquelle le durcissement ou l'adoucissement cyclique se produit. Si  $b$  est faible l'évolution est lente, s'il est fort elle est rapide.

$Q$  représente le durcissement ( $Q > 0$ ) ou l'adoucissement ( $Q < 0$ ) maximum cyclique du matériau

### B.1.3 La propagation des fissures de fatigue

#### B.1.3.1 Définition

Au cours des cycles de fatigue, la microfissure initiale devient grande par rapport à la taille du grain, et les différentes microfissures vont coalescer. Une macro-fissure apparaît ainsi et sa direction est généralement imposée par les contraintes d'ouverture, maximum des contraintes principales de traction.

On distingue alors deux stades :

*la fissure courte* (Figure 15): la zone plastifiée en pointe de la fissure est importante devant la taille de la fissure. On utilise alors la Mécanique de la Rupture Elasto-Plastique (MREP). La propagation de la fissure dans le milieu élasto-plastique est complexe et on considère que cette phase est en partie prise en compte dans l'étape d'amorçage de fissure.

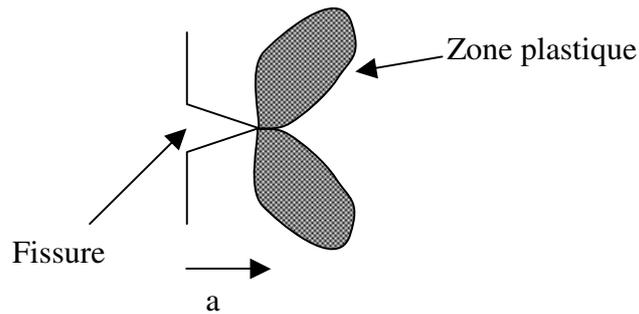


Figure 15 : Fissure courte

la fissure longue (Figure 16): la taille de la zone plastifiée est faible devant la longueur de la fissure et sa déformation est déterminée par le champ élastique l'entourant. Si la réponse de la structure reste élastique linéaire et que la taille de la zone plastique peut être négligée, alors il est possible d'utiliser la Mécanique de la Rupture Elastique Linéaire (MREL).

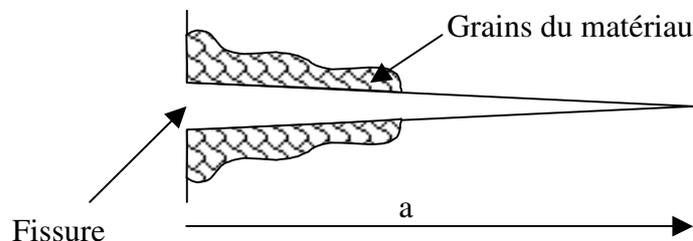


Figure 16 : Fissure longue

### B.1.3.2 La Mécanique de la Rupture Elastique Linéaire

La rupture d'une pièce peut être interprétée comme la présence d'une discontinuité dans la structure. Or la présence de discontinuités pose problème lorsqu'on veut appliquer les principes de la mécanique des milieux continus MMC. En effet les contraintes tendent vers l'infini lorsqu'on se rapproche de la singularité que constitue la pointe de la fissure. Localement, la très forte contrainte présente au voisinage de la singularité géométrique conduit à l'écroutissage du matériau et à la formation d'une zone plastifiée en pointe de fissure. Cette zone est plus ou moins étendue selon le chargement et la loi de comportement du matériau.

Dans la suite, nous allons considérer que cette zone plastifiée est très localisée et restera confinée en pointe de fissure pour un chargement de fatigue à très grand nombre de cycles. On ne considèrera donc pas la plastification généralisée du matériau (domaine de la fatigue oligocyclique).

Dans ce travail, nous nous plaçons dans le cadre de la mécanique linéaire de la rupture. Diverses méthodes permettent d'étudier les champs de déformations et de contraintes au voisinage de la fissure.

Deux catégories de méthodes existent :

- Les approches directes initiées par Westergaard et Muskilishvili qui sont fondées sur une résolution analytique en utilisant des fonctions complexes (fonctions d'Airy). Ces approches directes donnent essentiellement des solutions dans le cas de milieux élastiques linéaires.
- Les approches indirectes fondées sur des considérations énergétiques. On calcule par exemple le taux de restitution d'énergie  $G$  pour un accroissement virtuel de la fissure. On parlera d'intégrales de contour  $A$ ,  $T$  et en particulier de l'intégrale  $J$ . Ces méthodes sont plus souples et permettent de prendre en compte la présence de plasticité.

Il est à noter que le déplacement des lèvres de la fissure peut être découplé suivant trois modes de fissuration (voir Figure 17). Leur signification est explicitée par la suite. Il est généralement convenu que la fissure tend à propager suivant le mode de fissuration qui facilite son ouverture, à savoir le mode I de fissuration.

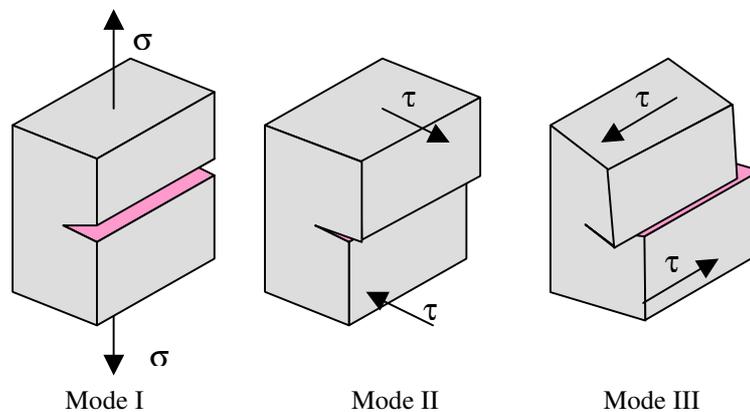


Figure 17 : Les différents modes de fissuration

*Mode I :*

Mode d'ouverture de la fissure. Les déplacements aux lèvres de la fissure sont perpendiculaires à la direction de la propagation.

*Mode II :*

Mode de cisaillement dans le plan. Les déplacements aux lèvres de la fissure sont parallèles à la direction de la fissure.

*Mode III :*

Mode de cisaillement hors du plan. Les déplacements aux lèvres de la fissure sont parallèles à la direction de la propagation.

La mécanique de la rupture suppose l'existence d'une fissure initiale dans la structure étudiée. La détermination de cette grandeur est nécessaire car elle influe de manière très importante sur les résultats. Cette longueur initiale dépend du matériau utilisé et du type d'assemblage considéré. Elle correspond à la taille du défaut initial à partir duquel la fissure va s'amorcer. La présence de cette discontinuité va introduire une singularité des champs de contraintes et de déformations à la pointe de la fissure. Le but de la démarche est de déterminer les caractéristiques de ce champ que l'on appelle champ singulier. Ces caractéristiques permettront par la suite de calculer la vitesse de la fissuration.

La théorie de la mécanique de la rupture s'attache à décrire l'interaction entre la singularité que représente la fissure et le milieu continu que représente le reste de la structure. Pour passer de cette zone de pointe de fissure discontinue au milieu continu, on peut distinguer plusieurs zones schématisées dans la Figure 18.

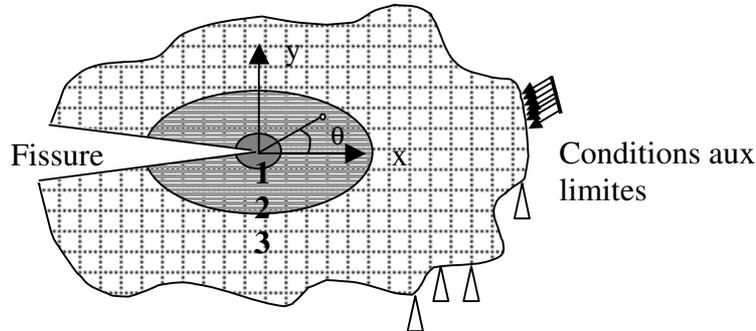


Figure 18 : les différentes zones considérées dans la mécanique de la rupture

**Zone 1 : zone d'élaboration :** Dans cette zone, les contraintes sont très importantes et le matériau est très fortement endommagé. L'étude de cette zone est très complexe. En mécanique, on considère cette zone ponctuelle.

**Zone 2 : zone singulière :** Dans cette zone, on considère que les champs de déformations et de contraintes sont continus mais possèdent une formulation indépendante de la géométrie lointaine de la structure. Dans cette zone, les contraintes tendent vers l'infini quand  $r$  tend vers 0 en suivant une loi en  $1/\sqrt{r}$ . Etant donné que le matériau a une limite d'élasticité, il existe un rayon en deçà duquel le matériau est plastifié. Ce rayon est communément noté  $r_p$ . La valeur de  $r_p$  permet de montrer l'étendue de la zone plastifiée et d'indiquer la nécessité de l'utilisation de la mécanique de la rupture non linéaire.

**Zone 3 : zone extérieure :** Dans cette zone, les champs se raccordent, d'une part à la zone singulière, et d'autre part aux conditions aux limites en charge et en déplacement. Il est à noter que les champs n'évoluent pas de manière très importante dans cette zone, et on peut donc réaliser une approximation des déplacements par des polynômes (calculs classiques par éléments finis).

### B.1.3.3 Le facteur d'intensité de contrainte par les déplacements

Cette méthode permet de déterminer les champs de contraintes, déformations et déplacements au voisinage d'une fissure en milieu homogène, isotrope, élastique linéaire. C'est une méthode asymptotique pour laquelle on recherche une fonction complexe harmonique dont l'expression dépend de deux paramètres : la forme de la fissure et le type de chargement.

La solution locale donne, en ce qui concerne les déplacements :

$$\begin{aligned}
 u &= \frac{K_I}{8\mu} \sqrt{\frac{2r}{\pi}} \left[ (2\chi-1) \cos \frac{\theta}{2} - \cos \frac{3\theta}{2} \right] + \frac{K_{II}}{8\mu} \sqrt{\frac{2r}{\pi}} \left[ (2\chi+3) \sin \frac{\theta}{2} + \sin \frac{3\theta}{2} \right] \\
 v &= \frac{K_I}{8\mu} \sqrt{\frac{2r}{\pi}} \left[ (2\chi+1) \sin \frac{\theta}{2} - \sin \frac{3\theta}{2} \right] + \frac{K_{II}}{8\mu} \sqrt{\frac{2r}{\pi}} \left[ (2\chi-3) \cos \frac{\theta}{2} + \cos \frac{3\theta}{2} \right] \\
 w &= \frac{K_{III}}{\mu} \sqrt{\frac{2r}{\pi}} \sin \frac{\theta}{2}
 \end{aligned}
 \tag{B.13}$$

dans le repère lié à la fissure présenté dans la Figure 19.

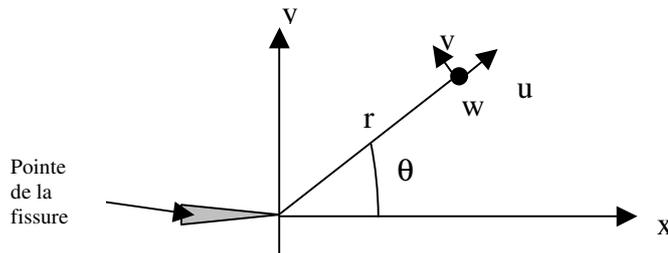


Figure 19 : coordonnées cylindriques en pointe de fissure

$u, v, w$  sont les composantes de déplacements selon les axes  $x, y, z$

$\chi$  est un facteur permettant de prendre en compte les conditions de déformations planes et de contraintes planes.

- $\chi=3-4\nu$  en déformations planes
- $\chi=(3-\nu)/(1+\nu)$  en contraintes planes

$\nu$  est le coefficient de poisson et  $\mu = E/2(1+\nu)$  est le module de cisaillement.  $K_I, K_{II}$  et  $K_{III}$  sont les facteurs d'intensité de contraintes en modes I, II et III. Ils dépendent de la répartition des contraintes dans le solide, de la géométrie de la fissure, mais sont indépendants de l'approximation contraintes planes – déformations planes.

#### B.1.3.4 L'intégrale de contour

La caractérisation du champ de contrainte au voisinage de la singularité peut être réalisée au moyen de certaines intégrales de contour, que l'on peut déduire de la loi de conservation de l'énergie. Le taux de restitution d'énergie  $G$  peut alors s'écrire sous la forme d'une intégrale notée  $J$  sur le contour ouvert et continu  $\Gamma$  (voir Figure 20) entourant la pointe de la fissure. La formulation originelle a été définie par RICE [RI68], dans un milieu élastique linéaire fissuré plan (état de déformation plane ou de contrainte plane), en l'absence de chargement sur la fissure et de déformations d'énergie thermique :

$$G = J = \int_{\Gamma} W dy - \vec{T} \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} ds \quad (\text{B.14})$$

Où  $W$  est la densité de déformation d'énergie élastique (ou plastique pour les matériaux plastifiés),  $\vec{n}$  la normale au contour,  $\vec{T}$  le vecteur contrainte en un point et  $\vec{u}$  le vecteur déplacement au même point. Cette intégrale est indépendante du contour, à condition que le contour se trouve en milieu élastique linéaire.

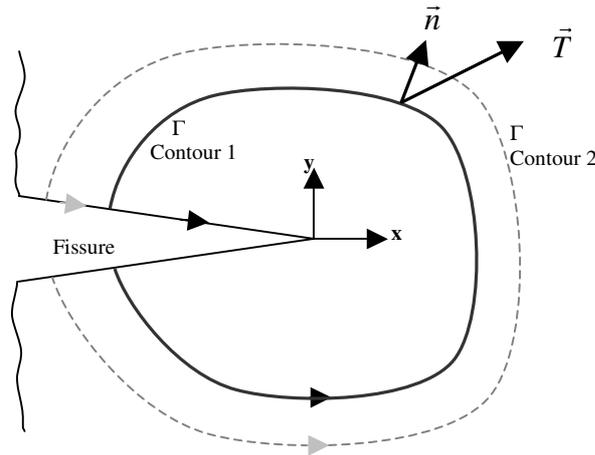


Figure 20 présentation de l'intégrale de contour

L'avantage de cette méthode est de caractériser la fissure grâce à des informations « au loin » et non grâce aux champs en pointe de fissure plus difficilement approximables d'un point de vue numérique. Ce moyen est commode pour relier ce qui se passe à la pointe de la fissure à ce qui se passe au loin. L'intégrale J est communément utilisée pour déterminer le taux de restitution d'énergie.

Mais dans les cas où la fissuration est en mode mixte, ces méthodes ne permettent pas de découpler les différents modes de fissuration (voir G.1.1).

#### B.1.3.5 Les lois de fissuration

Les lois de fissuration permettent de relier l'état de contrainte asymptotique en pointe de fissure à la vitesse de fissuration.

- Bref historique des lois de fissuration

Les premières lois de fissuration étaient plus ou moins basées sur la théorie de la mécanique de la rupture. En 1957, Paris émit l'idée de relier la vitesse de propagation de fissures au paramètre d'intensité élastique de contrainte à la pointe de la fissure  $K$ . Mais il a fallu attendre 1959 afin de disposer des équipements nécessaires pour appliquer la méthode et vérifier qu'elle est valable dans une large gamme de vitesses de fissuration. Elle s'est alors imposée et reste encore valable de nos jours. Elle s'exprime sous la forme suivante :  $\frac{da}{dN} = C.(\Delta K)^m$  (B.15)

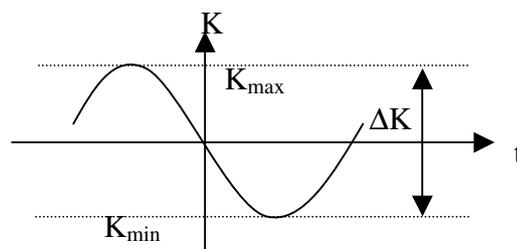


Figure 21 : définition d'un cycle

$a$  est la longueur de la fissure.  $N$  représente le nombre de cycles de chargement appliqué,  $\frac{da}{dN}$  est la vitesse de propagation de la fissure,  $\Delta K$  est la variation du facteur d'intensité de contraintes pour le cycle de chargement considéré (voir Figure 21 pour la définition d'un cycle de chargement), et enfin  $C$  et  $m$  sont des paramètres qui dépendent de la qualité du matériau dans lequel se propage la fissure. Cette loi, très simple, est de plus linéaire en échelle bi-logarithmique. Elle a par la suite été enrichie de manière à y inclure des phénomènes plus complexes tel le phénomène de fermeture de fissure observée par Elber pour lequel la variation du facteur d'intensité de contraintes est amputée d'une part destinée à ouvrir la fissure :

$$\Delta K_{\text{eff}} = K_{\text{max}} - K_{\text{fermeture}} \quad \& \quad \frac{da}{dN} = C (\Delta K_{\text{eff}})^m \quad (\text{B.16})$$

$K_{\text{fermeture}}$  est le seuil en deçà duquel la fissure ne se propage pas.

- Les différents stades de la fissuration

Le schéma suivant (Figure 22) représente les différents stades de fissuration :

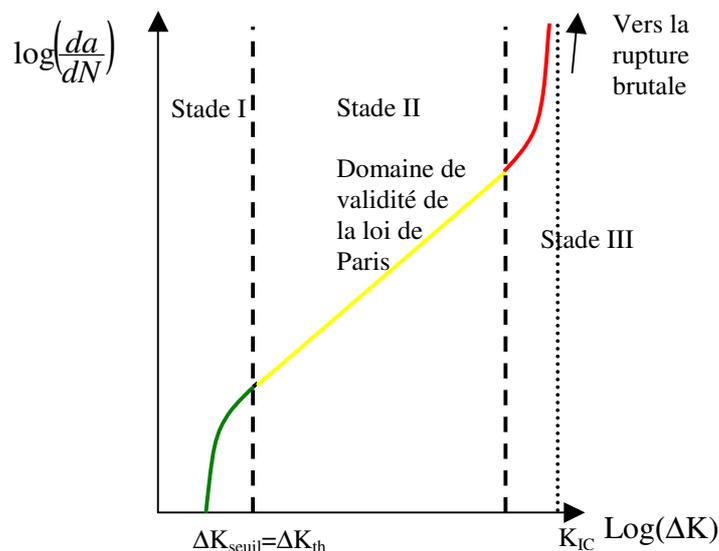


Figure 22 : Les différents stades de la fissuration

Les différents stades sont les suivants :

- Stade I  
On est dans le domaine des faibles vitesses de fissuration. Les mécanismes y sont discontinus et les facteurs influents sont la microstructure, la contrainte moyenne et l'environnement.
- Stade II  
C'est un régime intermédiaire dans lequel la loi de Paris est valable. Les mécanismes y sont continus. La microstructure, la contrainte moyenne, l'environnement et l'épaisseur ont peu d'influence dans ce domaine.

- Stade III

C'est le domaine des hautes vitesses de fissuration. Les mécanismes y sont quasi 'statiques' (clivage, rupture intergranulaire ou fibreuse). Il y a une très grande influence de la microstructure, de la contrainte moyenne et de l'épaisseur.

- Les différentes lois de fissuration

Ce paragraphe s'attache à présenter les principales lois empiriques pour décrire le phénomène de fissuration par fatigue.

A la suite des travaux de Paris, de nombreuses lois de propagation ont été créées, dans le but de représenter les frontières du stade II (avec d'un côté le seuil de propagation et de l'autre la limite de ténacité  $K_{IC}$ ).  $R$  est le rapport de charge.  $R=K_{min}/K_{max}$ .

Loi de Paris : 
$$\frac{da}{dN}=C(\Delta K)^m \quad (B.17)$$

Loi d'Elber 
$$\frac{da}{dN}=C(\Delta K_{eff})^m \quad (B.18)$$

Loi de Forman : 
$$\frac{da}{dN}=\frac{C(\Delta K)^m}{(1-R).K_c-\Delta K} \quad (B.19)$$

Les modèles présentés permettent de déterminer la propagation de la fissure en mode I. Mais en général, une fissure est soumise à un mode mixte de chargement donnant un  $\Delta K_I$  et  $\Delta K_{II}$ . Certains modèles permettent de prendre en compte la propagation de la fissure en mode mixte. Néanmoins, il apparaît, dans le cas où la zone plastique reste confinée, que la fissure bifurque de manière à se placer en mode I de fissuration.

### B.1.3.6 Autres approches : tentatives d'unification de l'amorçage et de la propagation des fissures

L'amorçage et la propagation des fissures sont deux phénomènes continus. La transition entre les deux phénomènes est liée à la taille du défaut. Lorsqu'il est de faible taille, l'endommagement est lié à la propagation de micro-défauts suivant des plans de cisaillement alors que lorsqu'il est de taille importante, la flexibilité qu'il procure influence la répartition des contraintes dans la structure et sa direction de propagation est perpendiculaire à la direction des contraintes principales maximales. Les deux phénomènes devraient être basés sur les mêmes principes alors que nous utilisons d'un côté, une approche globale d'amorçage à partir de résultats d'essais, et d'un autre côté une approche basée sur la singularité au niveau du défaut et sur des approches énergétiques.

Griffith (1920) montre en 1920 que l'énergie élastique  $W_e$  relâchée par une plaque uniforme, d'épaisseur unitaire et contenant une fissure de longueur  $2a$ , est proportionnelle à l'énergie contenue dans le cercle de rayon  $a$  avant la fissure :

$$W_e = \pi a^2 \frac{\sigma^2}{E} \quad (B.20) \text{ , avec } E \text{ module élastique du matériau.}$$

Soit  $W_s = 4a\gamma_s$ , l'énergie surfacique nécessaire pour créer une fissure de longueur  $2a$  et  $\gamma_s$ , l'énergie par unité de surface. Lorsque l'énergie élastique relâchée dans une extension virtuelle est supérieure ou égale à celle consommée par la création de la surface libre supplémentaire, la fissure peut

propager soit :  $\frac{dW_e}{da} \geq \frac{dW_s}{da} \quad (B.21)$  d'où  $\sigma \geq \sqrt{\frac{2\gamma_s E}{\pi a}} \quad (B.22)$ . On note  $G$ , le taux de restitution

d'énergie le produit  $2\gamma_s$ . La théorie de Griffith, fondement de la mécanique de la rupture telle qu'elle a été présentée dans les paragraphes précédents se heurte à la question de l'amorçage puisqu'il est nécessaire de définir une taille de défaut pour qu'il y ait propagation. Les fissures naissant à partir de défauts caractéristiques donnent lieu à la phase d'amorçage. L'amorçage est alors fortement dépendant de la taille, de la position et de l'orientation du défaut [FM02]. La bifurcation de ces défauts est liée, dans le cas de l'élasticité plane isotrope, à la direction pour laquelle le mode I est dominant, mais quant est-il pour l'élasticité anisotrope ? D'autres questions se posent sur la propagation brutale. Le critère de Griffith paraît adapté aux fissurations progressives, mais lorsque la fissure rompt brutalement (dans les cas où le facteur d'intensité de contrainte dépasse la limite de ténacité du matériau), comment qualifier temporellement la cinétique de rupture brutale, et quel est l'état de la fissure après la rupture brutale ? D'après Francfort et Marigo [FM02], les « détours » par la mécanique de l'endommagement pour traiter du cas de l'amorçage, les critères pour le branchement et la mécanique de la rupture incrémentale pour traiter des problèmes de ruptures brutales sont liés par une théorie macroscopique. Cette théorie est basée sur un principe universel : le principe de minimisation d'énergie.

La théorie de Francfort et Marigo généralise ainsi la théorie de Griffith pour prévoir l'initiation et la propagation brutale de fissures. En élasticité, la formulation est basée sur la minimisation de l'énergie  $E_{FM}$  dont l'expression est présentée ci-dessous :

$$E_{FM}(u, S) = \int_{\Omega/S} \Phi_{el}(\varepsilon(u)) d\Omega + G_c \text{Aire}(\Delta S) \quad (\text{B.23})$$

$E_{FM}$  dépend du déplacement  $u$  et des surfaces fissurées potentielles ( $\Delta S$ ). Dans l'expression précédente,  $\Omega$  est le volume occupé par la matière,  $\Phi_{el}$  est la densité d'énergie libre élastique et  $G_c$  est l'énergie de fissuration du matériau. L'énergie dissipée est proportionnelle à l'aire de la surface créée, conformément à l'hypothèse de Griffith. L'énergie de surface est, quant à elle, déterminée selon Dugdale ou Barenblatt.

Ce type d'approche, étendu au cas de la plasticité [WL05] permet de traiter des problèmes de « petits défauts », d'effets de décharge, de pré chargement à chaud. Les travaux de Jaubert et Marigo [JM05], étendent les principes énoncés dans [FM02] de manière à modéliser la propagation des fissures de fatigue : une énergie de surface de type Dugdale est considérée, une condition d'irréversibilité est implémentée de manière à représenter la fissuration, et l'énergie totale de toute la structure est minimisée. L'énergie de surface de Griffith est alors remplacée par une énergie qui dépend du saut de déplacement à travers la fissure. Le cas présenté par les auteurs est celui d'un film initialement collé sur un socle rigide et soumis sur une de ses extrémités à une tension constante et une déflexion cyclique. Ce qui est particulièrement intéressant pour l'ingénieur, est que les auteurs en déduisent une loi de propagation de la fissure liée au taux de restitution de l'énergie potentielle en puissance de 1,5 ce qui donnerait une loi en facteur d'intensité de contrainte de type Paris avec une puissance de 3, ce que l'on retrouve communément en mécanique de la rupture.

Ce type d'approche permet d'étendre les théories « classiques » afin de modéliser au sein d'une théorie unifiée les phénomènes d'amorçage et de propagation de fissure brutale et de fatigue. Appliquée au cas des assemblages, les possibilités offertes par ces approches sont intéressantes mais cela nécessite de déterminer de nouveaux paramètres dépendant des matériaux et de corroborer l'ensemble des modèles actuellement validés pour l'amorçage et la propagation des fissures de fatigue.

## **B.2 Comment caractériser une fissure dans une structure**

Considérer une fissure dans une structure plus ou moins complexe, c'est chercher à déterminer sa vitesse d'avancée afin d'en déterminer sa criticité. Plusieurs moyens sont de nos jours disponibles pour arriver à ce but, d'autant plus complexes que la géométrie de la structure et que les chargements le sont également. Ces moyens font appel à différents outils, séquentiels ou parallèles dont le but est toujours de caractériser la singularité, de lui associer une évolution temporelle et d'en déduire une réponse : la longueur de la fissure en fonction du temps. L'objet de ce chapitre est de présenter différentes méthodes permettant de caractériser la singularité de la fissure.

De nombreuses expressions analytiques permettent de déterminer aisément les facteurs d'intensité de contrainte en fonction de paramètres géométriques et du chargement appliqué. Ces formules sont réunies dans des Handbook tel celui de Murakami [MU87] ou celui de Tada [TP73]. Les géométries présentées dans ces Handbook vont de l'éprouvette CT aux fissures semi-elliptiques, et traitent aussi bien des bifurcations de fissures, des soudures et de la fissuration sous chargement dynamique. Les abaques qui y sont reportés sont obtenus de différentes façons : calcul exact par résolution des équations de Westergaard pour les géométries les plus simples, calcul par la méthode des éléments finis – dont la validité dépend en partie du maillage pour les calculs les plus anciens -, calcul par la méthode des éléments frontières, etc. Ces formules ne sont valables que pour certaines géométries et pour certains chargements, dans des limites de validité spécifiées. C'est ce qui limite leur utilisation car même si de très nombreuses configurations ont été calculées, il est assez rare pour l'ingénieur de disposer de la géométrie et du chargement voulu. Avant que la méthode des éléments finis ne soit aussi répandue, l'ingénieur trouvait dans ces Handbook un moyen d'approximer le facteur d'intensité de contrainte. Nous allons ici balayer différentes méthodes utilisées pour déterminer les facteurs d'intensité de contrainte, de la méthode analytique à la MEF (Méthode des Eléments Finis) en passant par les nouvelles méthodes sans maillage et les équations intégrales. Enfin, la méthode des Line Spring, une méthode couplant éléments finis et formulations analytiques – couramment utilisée dans les codes de calculs – bénéficie d'un chapitre (B.3.3) qui lui est dévolu et ne sera donc pas traité dans le cadre de ce chapitre.

### **B.2.1 Les modèles analytiques – cas d'assemblages soudés**

Dans le cas de géométries simples (fissures semi-elliptiques, elliptiques), les formules de Newman et Raju [NR86], obtenues par la MEF, donnent des résultats qui font office de référence. Pour les appliquer au cas des assemblages soudés (cas représenté dans la Figure 23), des facteurs de correction sont à prendre en compte. Ces facteurs correspondent au rapport entre le facteur d'intensité de contraintes en pied de cordon d'une pièce fissurée avec le facteur d'intensité de contraintes d'une plaque fissurée.

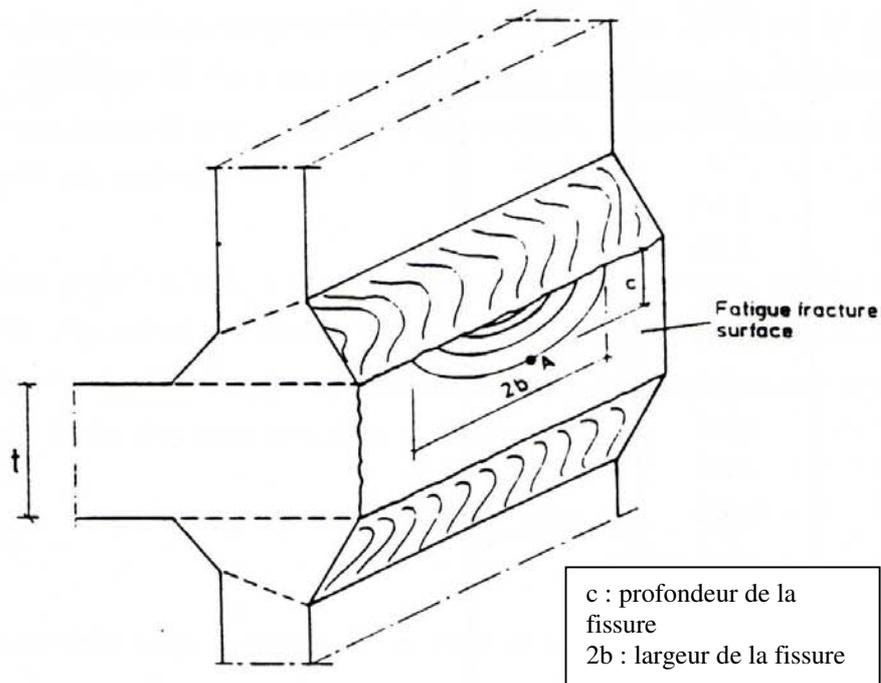


Figure 23 : Une fissure semi-elliptique dans un assemblage soudé [IB94]

Différents modèles existent tels :

- Le Modèle d'Engesvik

La formule d'Engesvik [DA02] s'écrit en séparant les différents facteurs d'influence :

$$K = \sigma \cdot F_S \cdot F_E \cdot F_T \cdot F_G \cdot \sqrt{\pi a}$$

Cette expression est valable pour tout type d'assemblage et de chargement et le rôle des différents facteurs d'influence est :

- $F_S$  permet de tenir compte de la surface libre de la lèvres de la fissure :

$F_S = F_S' \cdot (1 - 0.16 \cdot (\frac{a}{2c}))$  (B.24) avec  $F_S' = f(\sigma, \theta)$  où  $\sigma$  l'état des contraintes au bord de la fissure et  $\theta$  l'angle du cordon.

- $F_E$  est un coefficient tenant compte de l'effet de la courbure du front de fissure
- $F_T$  est un coefficient tenant compte de l'épaisseur finie de la plaque
- $F_G$  est un facteur de correction géométrique, pouvant être assimilé à un  $K_t$

- Le Modèle de Maddox

La fonction  $F_G$ , également noté  $M_k(a)$  dans certaines publications peut s'écrire sous la forme [DA02]:

$$M_k(a) = v \left( \frac{a}{t} \right)^w \quad (\text{B.25}), \text{ où } v \text{ et } w \text{ sont des constantes pour une géométrie donnée.}$$

## B.2.2 Les méthodes numériques

### B.2.2.1 La méthode des éléments finis

#### a) Principe

La méthode des éléments finis revient à résoudre un problème discrétisé grâce à la formulation variationnelle. Le domaine d'intégration est décomposé en sous domaines de formes simples : les éléments composés de noeuds (par exemple des triangles ou des quadrangles en deux dimensions). Sur chaque noeud, le champ de déplacement inconnu est approximé à l'aide de fonctions simples, de type polynomial. Ainsi, l'approximation des déplacements  $u$  au point  $M$  s'écrit de la manière suivante :

$$u(M) = \sum_k N_k(M).u_k \quad (\text{B.26})$$

où  $N_k$  représente la fonction d'interpolation, et  $u_k$  les déplacements aux noeuds

Industriellement, la méthode des éléments finis est utilisée dans tous les secteurs. De nombreuses entreprises ont développé des codes basés sur la méthode des éléments finis permettant de discrétiser des phénomènes complexes, incluant des problèmes non linéaires de contact, des effets thermomécaniques couplés, l'influence de la vitesse de déformation dans le cas de crash, cette liste n'étant en aucun cas exhaustive.

#### b) Application à la mécanique de la rupture

L'utilisation de la méthode des éléments finis en mécanique de la rupture pose toutefois un certain nombre de problèmes. Ceux-ci sont liés à la singularité que constitue la fissure. Dans le cas de l'élasticité linéaire, la contrainte est infinie en pointe de fissure et le résultat est dépendant du maillage utilisé. D'où l'idée de s'intéresser à des grandeurs énergétiques [RI68] plutôt qu'aux contraintes ou aux déformations. Cela conduit à des maillages relativement fins et alourdit considérablement les calculs. D'autre part, l'accroissement de la fissure entraîne une redistribution des contraintes, et ce d'autant plus que la fissure est grande. Lorsqu'il est nécessaire de la prendre en compte, un nouveau calcul par la méthode des éléments finis s'impose ce qui oblige à réactualiser le maillage.

Afin de faciliter le calcul par élément finis, des formulations d'éléments spécifiques ont été mises en place depuis de nombreuses années. La plus utilisée, et la plus simple, consiste à modifier la position des noeuds milieux dans des éléments à 8 noeuds, à champ de déplacement quadratique (voir annexe « Eléments de Barsoum » G.1.3). Par contre, les codes EF industriels les plus répandus n'intègrent pas tous d'outils particuliers de la mécanique de la rupture, de manière à intégrer aisément des fissures et à déterminer leur propagation. Dans le code ABAQUS, des éléments sur-intégrés ne sont pas disponibles mais le calcul de l'intégrale de Rice, des facteurs d'intensité de contrainte et de la direction de la fissuration est proposé.

De nombreux outils de propagation de fissures dans des modèles éléments finis ont alors été développés en parallèle des codes éléments finis. Certains de ces programmes industriels sont interfacés avec les codes MEF de manière à tendre vers la convergence des outils. L'idéal est alors de pouvoir, à partir d'un même modèle global (véhicule par exemple), analyser le comportement

local (soudure) en utilisant les technique de zoom structural et de pouvoir localement intégrer des défauts et étudier leur évolution. Le code de calcul éléments finis est ici l'outil autour duquel se construit le dimensionnement, le calcul de structure, la définition de la qualité (de soudure par exemple) et l'analyse de risque (présence d'un défaut – comment évolue-t-il ?). Certains codes développés soit par des universités, soit par des groupes privés, permettent de traiter les cas bidimensionnels : FRANC2D, FORGE2D,..., d'autres proposent l'insertion de fissures dans des modèles volumiques : ZENCRACK, FRANC3D...

Le principe de ces outils est souvent basé sur des « boîtes à fissures », reliées au reste du maillage par une zone intermédiaire. Certains outils intègrent la propagation : la fissure est propagée par incrément, et à chaque incrément la direction que doit suivre celle-ci est déterminée à l'aide d'un critère. Ensuite la zone autour de la fissure est remaillée. Le remaillage permet de conserver une bonne qualité de maillage autour de la pointe de fissure et d'obtenir un calcul des contraintes et des facteurs d'intensité de contraintes satisfaisant. La Figure 24 montre un exemple de propagation d'une fissure dans une plaque par l'outil FORGE2D. On observe le remaillage pour différentes longueurs de fissure.

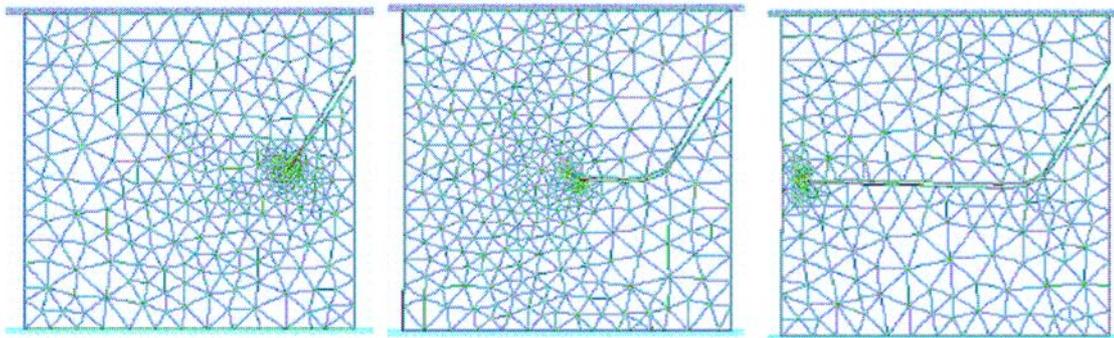


Figure 24 : Propagation d'une fissure dans une plaque préfissurée [BB03]

Il existe également des outils permettant de simuler la propagation de fissure dans des milieux tridimensionnels. On peut ainsi citer FRANC3D, développé par l'Université de Cornell aux Etats-Unis, qui permet de modéliser la propagation de fissures dans des modèles coques et volumiques. La modélisation présentée sur la Figure 25 de la rupture d'un engrenage donne des résultats satisfaisants, par rapport à l'expérience. L'outil Zencrack [TC04], dont un exemple de résultat est présenté dans la Figure 26, montre l'utilisation de boîtes à fissure en tridimensionnel. L'utilisation de boîtes à fissures dans un maillage d'éléments briques pose des problèmes lors de la bifurcation, dans la manière de faire le lien entre les éléments briques et les éléments de la pointe de la fissure. Mais l'avantage de la boîte à fissure est de disposer d'un maillage régulier pour lequel un nombre relativement faible d'élément permet de déterminer précisément les grandeurs de la mécanique de la rupture, contrairement au maillage libre (voir Figure 24) qui conduit à des maillages très raffinés en pointe de fissure.

D'autres auteurs tels Givoli [GZ02], Murthy [MM00] et Schnöllmann [SF03], développent des méthodologies de maillage automatique dites adaptatives pour représenter la propagation des fissures dans des modèles tridimensionnels.

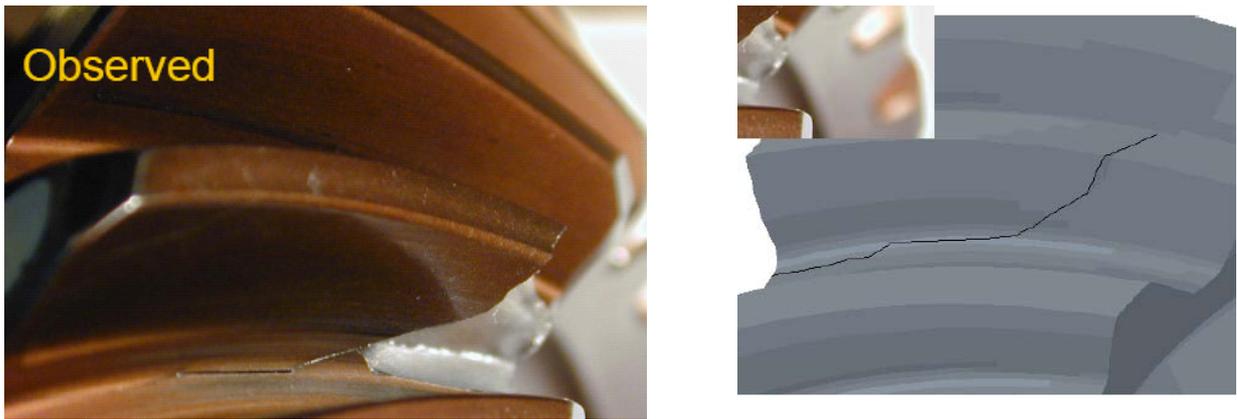


Figure 25 : Comparaison expérience (gauche) /simulation (droite) de la rupture d'un engrenage (FRANC3D ; [IA04])

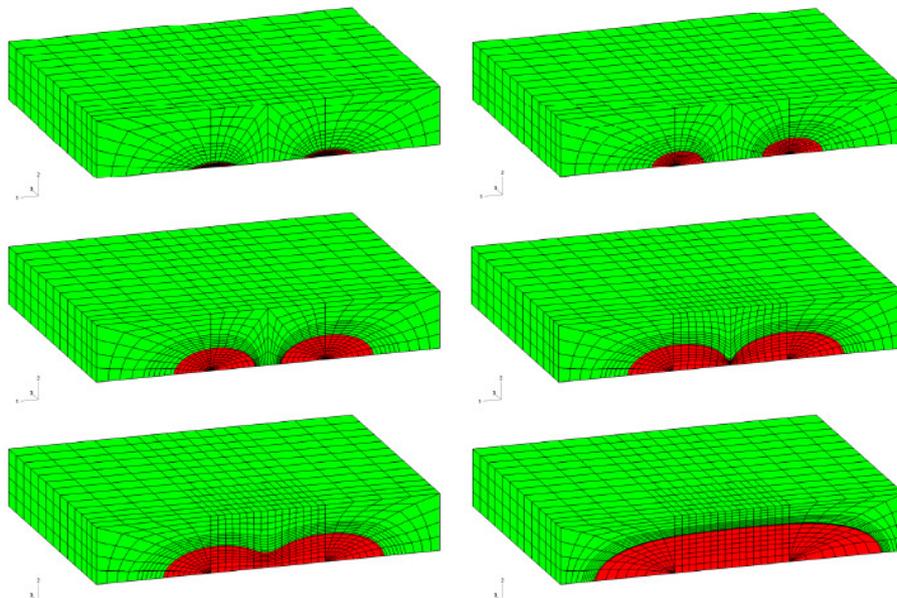


Figure 26 : Différentes étapes de propagation (Zencrack ; [TC04])

En France, la Snecma a développé une méthodologie d'introduction de fissures dans des structures volumiques [BC04]. La boîte à fissure (Figure 27 et Figure 28) est constituée de trois zones :

- le front de fissuration est entouré d'un maillage réglé hexaédrique
- au loin, le maillage est tétraédrique
- entre ces deux zones se trouve une couche de transition, maillée à l'aide d'éléments pyramidaux (figure 20)

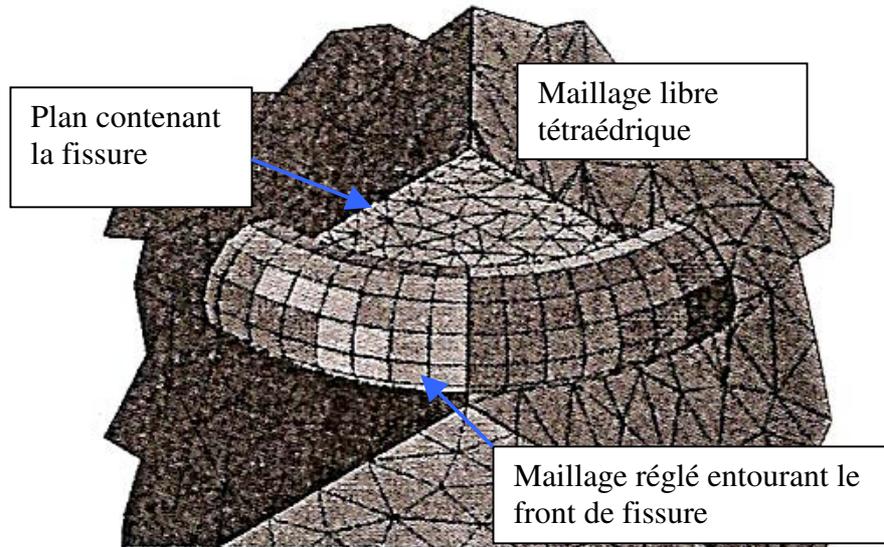


Figure 27 : Les différentes zones du maillage [BC04]

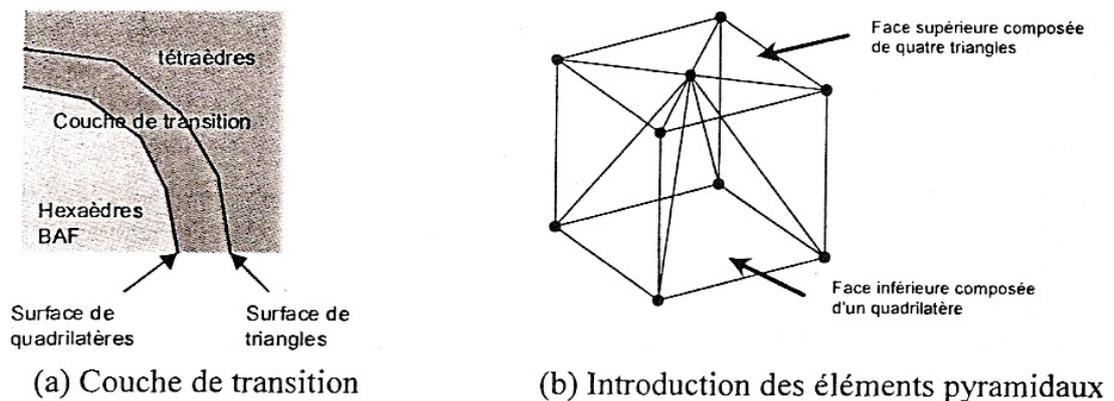


Figure 28 : Définition de la couche de transition [BC04]

La méthode mise en place est ici la suivante :

1. Données de la peau du composant et de la fissure
2. Introduction de la fissure dans le composant
3. Maillage régulier (réglé) de la fissure et maillage libre du reste du composant
4. Fusion des deux maillages

Cette méthode appliquée à une plaque contenant une fissure semi-elliptique en traction permet d'obtenir des résultats avec des écarts inférieurs à 5% par rapport aux solutions analytiques de référence.

#### B.2.2.2 la méthode X-FEM (*eXtended Finite Element Modelling*)

La méthode des X-FEM est basée sur la méthode des éléments finis, mais elle ajoute à l'approximation des déplacements un terme permettant de décrire des modes de déplacements supplémentaires [MO04]. La méthode des éléments finis exige de réaliser un maillage représentant

la géométrie de la structure étudiée, ce qui pose des difficultés dans la modélisation de discontinuités géométriques tels les trous, les fissures. La méthode X-FEM permet de prendre en compte ces singularités sans avoir à les représenter au niveau des mailles. Ainsi peut-on traiter de la propagation d'un défaut sans modifier le maillage [MD99], même dans le cas de géométries volumiques [SM00].

L'approximation du champ des déplacements s'écrit ainsi :

$$u(M) = \sum_k N_k(M) \left( u_k + \sum_l^{n_E(k)} a_{kl} F_l(M) \right) \quad (B.27)$$

où  $F_l$  sont les fonctions dites enrichies et  $a_{kl}$  les degrés de libertés supplémentaires pour le nœud  $k$ .

Dolbow, Belytschko et Moës proposent [DM00] de diviser une fissure en trois zones (voir Figure 29), et d'ajouter des fonctions d'enrichissements suivant ces zones :

- deux zones sont constituées chacune par une pointe de fissure « near tip regions »
- la troisième contient la fissure, sans les pointes de fissures « interior region »

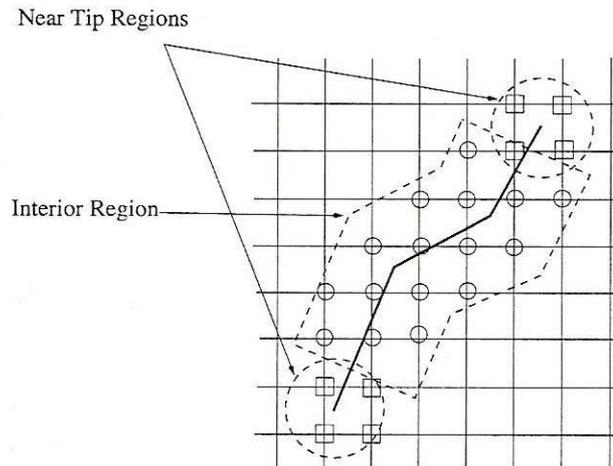


Figure 29 : Exemple de fissure en Xfem [DM00]

La formulation enrichie s'écrit alors :

$$u(M) = \sum_k N_k u_k + \sum_l N_l H(x) b_l + \sum_{j \in J_1} N_j \left( \sum_{i=1}^4 c_{ji}^1 F_j^1(M) \right) + \sum_{j \in J_2} N_j \left( \sum_{i=1}^4 c_{ji}^2 F_j^2(M) \right) \quad (B.28)$$

où les coefficients  $b_l$ ,  $c_{ji}$  sont les degrés de libertés correspondant aux fonctions d'enrichissement introduites :

- $H$  décrit la discontinuité due à la fissure ; il s'agit de la fonction Heaviside
- $F^1$  et  $F^2$  décrivent le comportement asymptotique en pointe de fissure

Les nœuds des deux éléments contenant les deux pointes de fissure correspondent à  $J_1$  et  $J_2$  et sont enrichis des fonctions asymptotiques. Les nœuds des éléments traversés par la fissure – sauf les nœuds de pointe de fissure – constituent le groupe de nœuds auquel est appliqué  $H$ . Les nœuds éloignés ont une formulation qui n'est pas affectée par la présence de la fissure.

Dolbow et al [DM00] ont appliqué cette méthode à une plaque soumise à un effort de traction à ses extrémités, contenant une fissure inclinée. Les résultats de la Figure 30 présentent la comparaison

des résultats de la méthode X-FEM avec la solution exacte, pour les modes I et II. Les résultats montrent une parfaite corrélation.

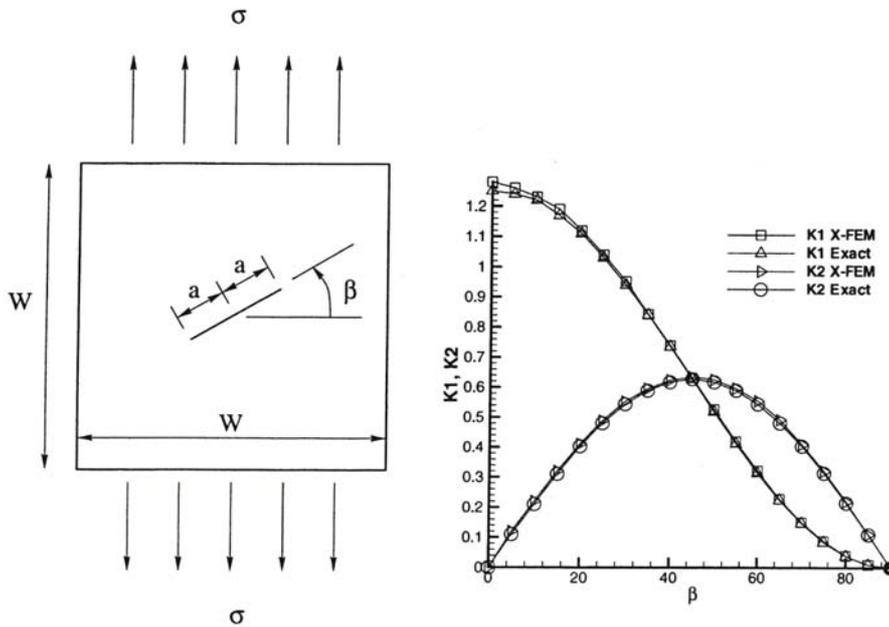


Figure 30 : Modèle (à gauche) et comparaison des facteurs d'intensité de contrainte avec la solution exacte (à droite) [DM00]

Les éléments n'ont donc plus de frontières infranchissables (voir Figure 31). Cela évite le remaillage de la structure. Par contre, les résultats sont toujours conditionnés par la finesse du maillage initial, qui se veut alors particulièrement raffiné. Localement, il est néanmoins possible de raffiner le maillage à moindre coût afin d'accroître la précision des résultats. Par rapport à un remaillage local de la structure par les procédures classiques, le gain qui apparaît dans les X-FEM concerne la facilité de l'intégration du défaut qui ne doit pas forcément coïncider avec le maillage. Pour ce qui est de la propagation de ladite fissure, le nombre de calculs par éléments finis nécessaires pour faire propager la fissure ne diffère pas des méthodes traditionnelles, avec des maillages automatiques éprouvés. Les X-FEM présentent encore des limites quant à leur utilisation pour des problématiques non linéaires qui font l'objet de récents et nombreux travaux. L'intégration de cette méthode de calcul dans les codes industriels permettra de s'affranchir du maillage et simplifiera l'utilisation de la démarche de calcul présentée dans le cadre de ce mémoire. Enfin, il est à noter que, dans une certaine mesure, la méthode X-FEM est une extension de la méthode des « Line Spring ».



Figure 31 : Exemple de fissure dans un modèle XFEM [BB99]

B.2.2.3 la méthode des équations intégrales : de frontière

Nombre de problèmes de la mécanique de la rupture peuvent être résolus par des méthodes énergétiques. En particulier, les dérivées premières et secondes de l'énergie potentielle à l'équilibre par rapport à une extension du front de fissuration donnent, dans l'ordre, le taux de restitution d'énergie (que l'on peut relier à la singularité en pointe de fissure), et la possibilité de caractériser l'extension de la fissure (vitesse de l'extension, instabilité) [XI94], [BX95]. La méthode des équations intégrales consiste à transformer des équations d'état qui décrivent le comportement des fonctions inconnues à l'intérieur et sur le contour d'un domaine en une équation intégrale reliant les inconnues et certaines de leurs dérivées aux valeurs qu'elles prennent sur la frontière [BB97]. L'intérêt de ces équations de frontière est la transformation de l'intégration sur le volume en l'intégration sur une surface. Cependant la prise en compte de la fissure est ici plus complexe que pour la méthode des éléments finis.

La Figure 32 présente le cas d'un assemblage constitué de trois plaques boulonnées (figure 26), comprenant deux fissures de part et d'autre d'un trou et soumis à un effort de traction à une extrémité alors qu'il est encastré à l'autre extrémité. Les algorithmes utilisés intègrent les équations intégrales de frontières ainsi que la gestion du contact. Ici les résultats (voir Figure 33) obtenus par la méthode des équations intégrales donne des résultats satisfaisants par rapport aux résultats expérimentaux. Les résultats sont ici plus proches de l'expérience que les calculs par la méthode des éléments finis (qui sous-estime de 10 à 15% le FIC dans le cas de cette étude).

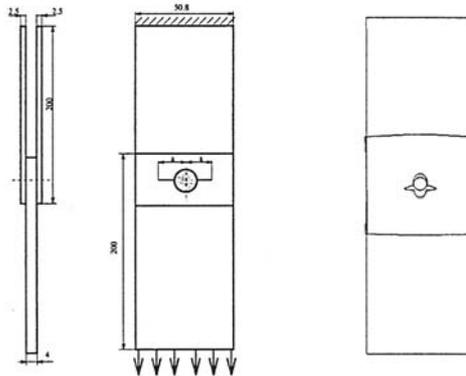


Figure 32 : Assemblage boulonné soumis à un effort de traction [KR96]

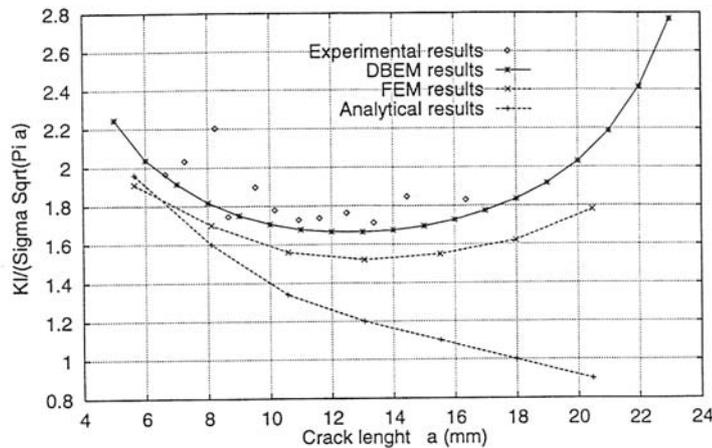


Figure 33 : Facteur d'intensité de contraintes en fonction de la longueur de fissure et comparaison de différentes techniques [KR96]

### B.2.3 Conclusion

Nous avons ici présenté quelques méthodes et codes de calcul utilisés soit couramment, soit en phase de développement dans les équipes de recherche universitaires. Les moyens numériques de calcul par éléments finis sont actuellement disponibles chez de nombreux industriels mais l'intégration d'une discontinuité reste toujours un problème, lié à la singularité qui la caractérise. Il existe aujourd'hui quelques codes de calcul intégrant la possibilité de faire propager des défauts, dans des cas bidimensionnels et tridimensionnels. Dans le cas de géométries complexes, en particulier près des cordons de soudure, l'utilisation de ces outils atteint ici ses limites, liées à la difficulté de réaliser un maillage suffisamment fin et régulier afin de calculer les grandeurs de la mécanique de la rupture. Les méthodes sans maillages apportent un gain appréciable mais leur intégration dans les géométries complexes industrielles n'est pas encore aisée et de nombreux développements sont en cours sur ce sujet. Une autre voie, celle utilisant les principes énergétiques et les équations intégrales, semble aussi prometteuse mais il faut rappeler que toutes ces méthodes permettent uniquement de caractériser la présence d'une fissure. Sa naissance dans des joints soudés et sa propagation – soit dans les joints soudés, soit en pleine tôle – sont ici les préoccupations industrielles sur lesquelles portent principalement cette thèse, ce qui fait l'objet des chapitres suivants.

### B.3 Présentation des outils existants

Les outils existants présentés ce chapitre ont pour but le calcul de l'endommagement et de la vitesse de propagation de fissures non traversantes. Ces outils s'inscrivent dans une démarche plus globale et multi-échelle, aboutissant effectivement au calcul de la durée de vie de la structure. La Figure 34 présente, au travers de quelques exemples, la démarche industrielle permettant de déterminer la localisation des zones à risque. La première phase concerne la connaissance de l'environnement dans lequel va évoluer la structure. Les problématiques de profil d'emploi de la structure y sont traitées. La seconde phase est la simulation dynamique du comportement de la structure, supposée soit rigide soit flexible. Cette phase permet d'obtenir des évolutions temporelles d'efforts, d'accéléérations, permettant ensuite de calculer finement la réponse de la structure par la méthode des éléments finis, conduisant à la localisation des zones critiques.

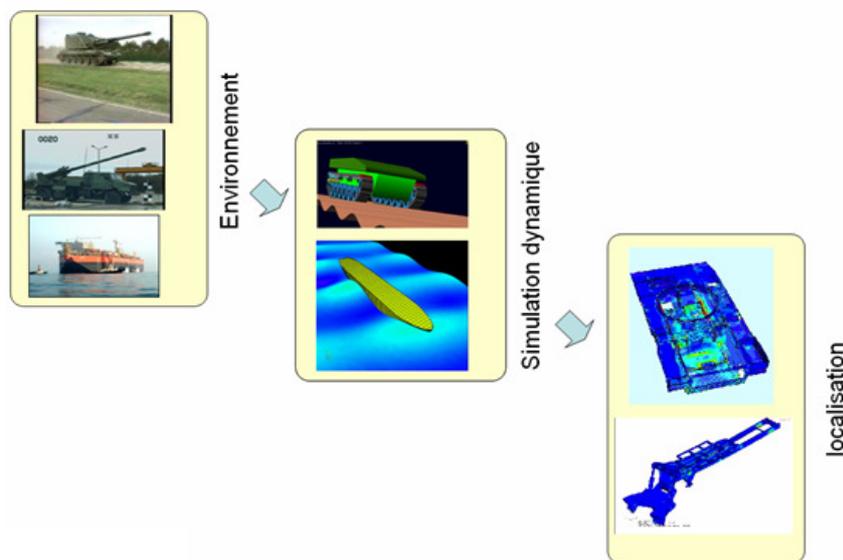


Figure 34 : démarche multi-échelle

#### B.3.1 Localisation des zones à risque

La localisation des zones à risque sur l'ensemble de la structure est réalisée par le logiciel FATIG, basé sur l'utilisation du logiciel CALEND développé par GIAT-Industries. Suivant l'hypothèse selon laquelle les fissures s'amorcent à partir de défauts de surface, les contraintes en chaque nœud de surface du maillage par éléments finis sont calculées dans le repère local de la surface du modèle. A partir des temporels d'évolution des contraintes planes, le logiciel CALEND évalue le cumul d'endommagement. Dans ce calcul de localisation des zones à risque, les raffinements de calcul relatifs à la correction géométrique et la correction élasto-plastique ne sont pas pris en compte. L'estimation de la durée de vie est alors imprécise mais la cartographie obtenue (Figure 35) permet de déterminer les zones fortement concernées par un amorçage de fissure de fatigue.

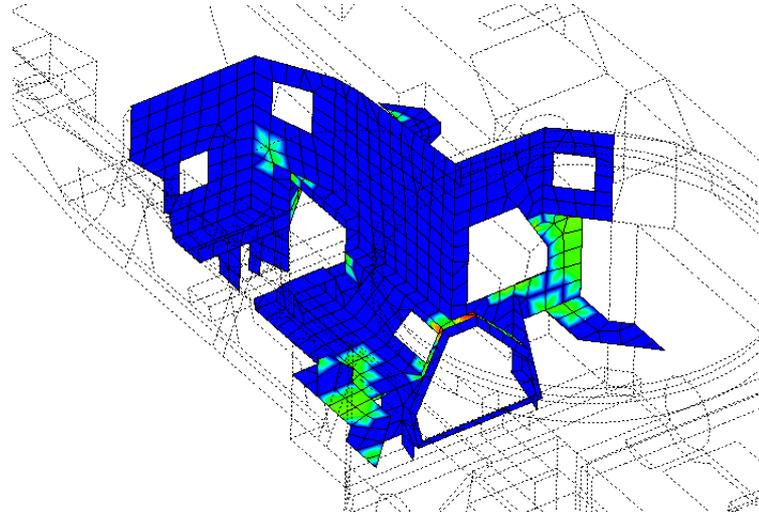


Figure 35 : Cartographie d'endommagement : en rouge les zones les plus sollicitées

### B.3.2 Calcul de la durée vie à l'amorçage

La démarche globale de calcul de l'endommagement est explicitée dans l'organigramme de la Figure 39. Cette démarche est issue des travaux d'Eric Petitpas [PL00]. Les différentes étapes de calcul sont explicitées dans les paragraphes suivants.

#### B.3.2.1 La contrainte locale

Le calcul de la durée de vie à l'amorçage est basé sur l'état de contrainte local. L'évaluation des contraintes se fait par un calcul éléments finis considérant un maillage global de type coque. Or, la modélisation globale simplifie localement la géométrie, dans le but de limiter le nombre d'éléments. Ainsi, les concentrations de contraintes que l'on peut relever dans les zones de singularités géométriques ne sont pas évaluées précisément et généralement, elles sous-estiment la contrainte réelle locale. La matrice 3x3 de coefficient de concentration de contraintes  $K_t$  permet de corriger les contraintes dites nominales. C'est une matrice de passage entre les contraintes locales et les contraintes globales (en notation de Voigt, le plan de la surface est défini par les directions 1,2) :

$$\sigma_{\text{locales}} = K_t \cdot \sigma_{\text{globales}} \quad (\text{B.30})$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{bmatrix}_{\text{locale}} = \begin{bmatrix} K_{t11} & K_{t12} & K_{t16} \\ & K_{t22} & K_{t26} \\ & & K_{t66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{bmatrix}_{\text{globales}} \quad (\text{B.31})$$

La matrice  $K_t$  est obtenue en identifiant les contraintes obtenues

- Dans le maillage global au niveau de la singularité (contrainte dite globale)

- Dans le maillage local au niveau de la concentration de contrainte

La Figure 36 illustre cette démarche dans le cas d'un assemblage soudé en L de deux tôles. L'évolution des contraintes de peau sur la semelle jusqu'au pied de cordon est donnée dans la Figure 37. (ces résultats sont détaillés dans le chapitre traitant de l'essai sur la maquette : D.1).

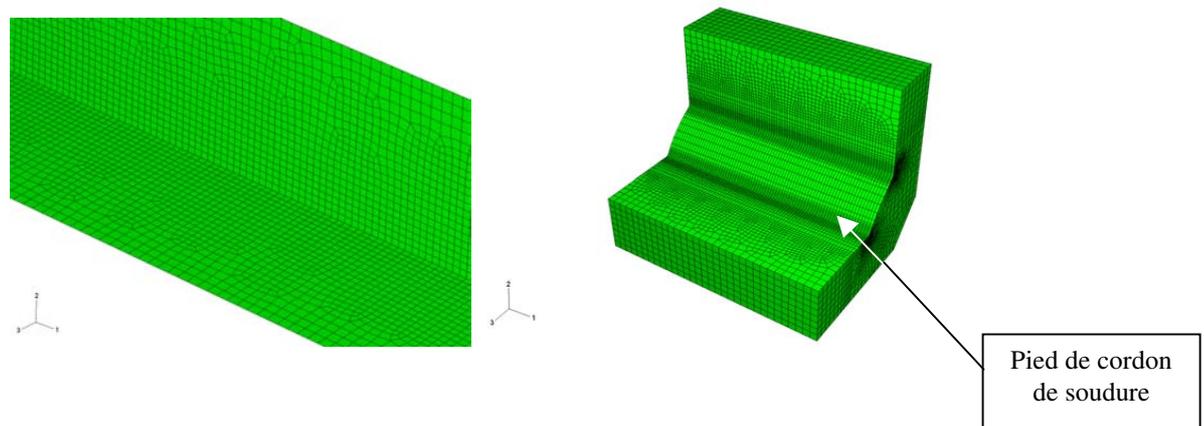


Figure 36 : maillage global coque (à gauche) – maillage local volumique (à droite)

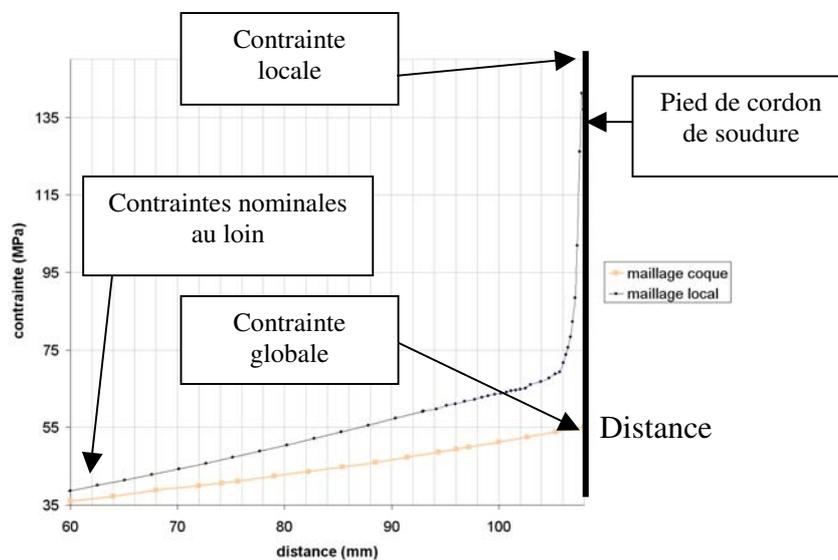


Figure 37 : évolution des contraintes transversales au pied de cordon de soudure en fonction du maillage utilisé

La contrainte dite globale correspond, dans le cas des joints soudés, à la contrainte géométrique. Les caractéristiques micro-géométriques locales ne sont pas prises en compte dans son estimation et sa valeur dépend des dimensions macro-géométriques de l'assemblage. La contrainte locale, quant à elle, dépend du rayon et de l'angle de raccordement local au niveau du pied de cordon de soudure et sa valeur est très nettement supérieure à la contrainte globale (Figure 37, la contrainte locale vaut 2.5 fois la contrainte dite globale). Il est à noter que, dans le cas des joints soudés, la matrice  $K_t$  est

l'identité sauf dans la direction perpendiculaire au cordon de soudure. De plus, de nombreuses formules analytiques, déterminées à partir de calculs par la méthode des Eléments Finis, permettent de relier le  $K_t$  à la géométrie de l'assemblage et aux caractéristiques micro-géométriques locales.

### B.3.2.2 La contrainte élasto-plastique

La contrainte locale corrigée de la singularité géométrique induit en général des contraintes telles que le matériau s'écrouit localement. Le calcul de la contrainte dans un milieu élasto-plastique permet alors de limiter les contraintes en pied de cordon calculées par la méthode du  $K_t$ . Ce calcul peut se faire soit :

- par éléments finis en utilisant le code ABAQUS et une loi de plasticité de type Chaboche, mais les temps de calculs sont d'autant plus importants qu'il y a de cycles de chargements.
- en utilisant une approche simplifiée limitée à la zone de concentration de contrainte, dans le cas où la plasticité est confinée, c'est à dire que le comportement dans la zone plastique est imposé par les déplacements de la matrice élastique. Cette approche est basée sur l'intégration pas à pas des lois de comportement à partir de champ de contrainte plane élastique imposé. C'est généralement cette méthode intégrée à l'outil CALEND qui est utilisée.

### B.3.2.3 Les contraintes résiduelles

Les contraintes résiduelles dues au soudage sont ajoutées aux contraintes locales sous forme de contraintes initiales. Elles sont obtenues dans notre campagne expérimentale à partir d'essais par diffraction des rayons X.

### B.3.2.4 Le critère de fatigue

Pour l'ingénieur, les critères de fatigue sont un moyen de déterminer la durée de vie d'une structure pour des chargements multiaxiaux et variables à partir de résultats expérimentaux obtenus pour des chargements uni-axiaux à amplitude constante. Ces critères peuvent être subdivisés en deux catégories qui permettent de quantifier le dommage  $d$  :

- selon une grandeur équivalente : contrainte, déformation ou énergie.
- dans un plan de rupture particulier appelé *plan critique*.

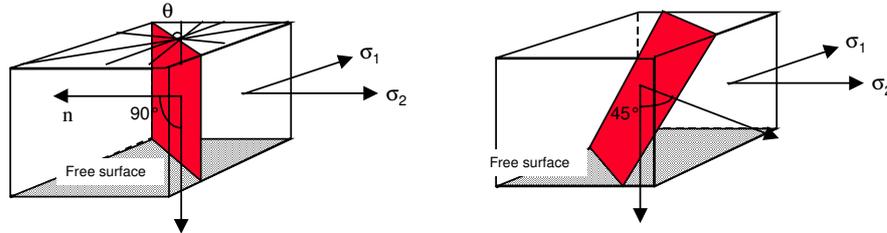
Remarque : le cas des critères basés sur une énergie équivalente ne sera pas considéré, car ils rendent difficile leur application à des chargements aléatoires. Nous traiterons en particulier du critère basé sur l'approche de Dang Van basé sur une approche de type plan critique, étendue aux chargements aléatoires par E. Petitpas.

### B.3.2.5 Approche de Dang Van utilisée dans Calend

Le critère de fatigue est calculé à partir du temporel du tenseur de contraintes 2D surfacique local après correction élasto-plastique. Il s'agit d'un critère à facette en contrainte qui consiste, dans le cas d'un chargement cyclique, à calculer sur chaque facette de normale  $\vec{n}$ , le maximum sur le cycle de la combinaison linéaire de l'amplitude de la contrainte de cisaillement  $\tau_a^{\vec{n}}(t)$  et de la contrainte hydrostatique  $\sigma_H(t)$  :

$$\sigma_{fat}^{\bar{n}} = \text{MAX}_{\text{cycle}} \left[ \tau_a^{\bar{n}}(t) + \beta \cdot \sigma_H(t) \right] \quad (\text{B.32})$$

$$\text{avec } \tau_a(t) = \tau(t) - \bar{\tau}_{\text{cycle}} \quad (\text{B.33})$$



**Figure 38 : les deux familles de facettes**

L'analyse des maxima de la contrainte de cisaillement à partir des cercles de Mohr, montre que seules deux familles de facettes maximisent le critère de fatigue, la famille dont la normale fait un angle de  $90^\circ$  par rapport à la normale à la surface, et la famille dont la normale fait un angle de  $45^\circ$  avec le normale à la surface. Seules ces deux familles sont analysées. Les différentes facettes appartenant à ces 2 familles sont auscultées avec un pas angulaire  $\Delta\theta = 5^\circ$ .

Sur chaque facette, deux variables temporelles sont calculées, la contrainte de cisaillement  $\tau^{\bar{n}}(t)$  et la contrainte hydrostatique  $\sigma_H(t)$  (commune à toutes les facettes). La contrainte de cisaillement est alors utilisée comme variable d'extraction des cycles.

Les cycles sont extraits par la méthode Rainflow sur la composante de cisaillement [AF93]. Chaque cycle est caractérisé par la valeur maximale et minimale de la contrainte de cisaillement et par les temps de début et de fin de cycle, ce qui permet de calculer l'amplitude de la contrainte de cisaillement sur le cycle  $n_i$ : (B.29)

$$\tau_a^{\bar{n}}[n_i; t_{début}; t_{fin}] = \frac{1}{2} \left| \tau_{\max}^{\bar{n}}(t_{début}; t_{fin}) - \tau_{\min}^{\bar{n}}(t_{début}; t_{fin}) \right| \quad (\text{B.34})$$

La contrainte hydrostatique est calculée entre les temps de début et de fin de cycle :

$$\sigma_H(t) = \sigma_H(t_{début}; t_{fin}) \quad (\text{B.35})$$

La contrainte de fatigue est alors calculée pour l'ensemble des cycles extraits de la facette et sur toutes les facettes analysées :

$$\sigma_{fat}^{\bar{n}}(n_i; t_{debut}; t_{fin}) = \left[ \tau_a^{\bar{n}}(n_i; t_{debut}; t_{fin}) + \beta \cdot \text{Max}_{t_{debut}; t_{fin}} \sigma_H(t) \right] \quad (\text{B.36})$$

### B.3.2.6 Cumul de l'endommagement

L'endommagement est calculé facette par facette, en utilisant l'hypothèse de Miner [MI45] qui considère l'endommagement proportionnel à l'inverse du nombre de cycle à rupture  $N_R$ . Ainsi, sur une facette de normale  $\bar{n}$  l'endommagement est calculé pour chaque cycle extrait à partir de la

contrainte de fatigue associée au cycle  $n_i$ ,  $\sigma_{fat}^{\bar{n}}(n_i)$  et de la courbe de résistance à la fatigue du matériau localement, sous forme de loi de Basquin ; l'endommagement totale sur la facette correspond à la somme des endommagements de l'ensemble des cycles extraits :

$$d^{\bar{n}} = \sum_{n_i} d^{\bar{n}}(n_i) = \sum_{n_i} \frac{1}{N_{R}(n_i)} = \sum_{n_i} \frac{1}{\left( \frac{\sigma_{fat}^{\bar{n}}(n_i)}{\sigma_f'} \right)^{\frac{1}{b}}} \quad (B.37)$$

avec  $\sigma_f'$  et  $b$  les deux paramètres de la loi de Basquin.

La facette qui maximise l'endommagement est utilisée pour le calcul de l'endommagement maximum:

$$d = \text{MAX}_{\bar{n}} [d^{\bar{n}}] \quad (B.38)$$

La durée de vie est obtenue par le produit de l'inverse de l'endommagement maximum par la durée  $T$  du chargement :

$$\text{Durée de vie} = \frac{T}{d} \quad (B.39)$$

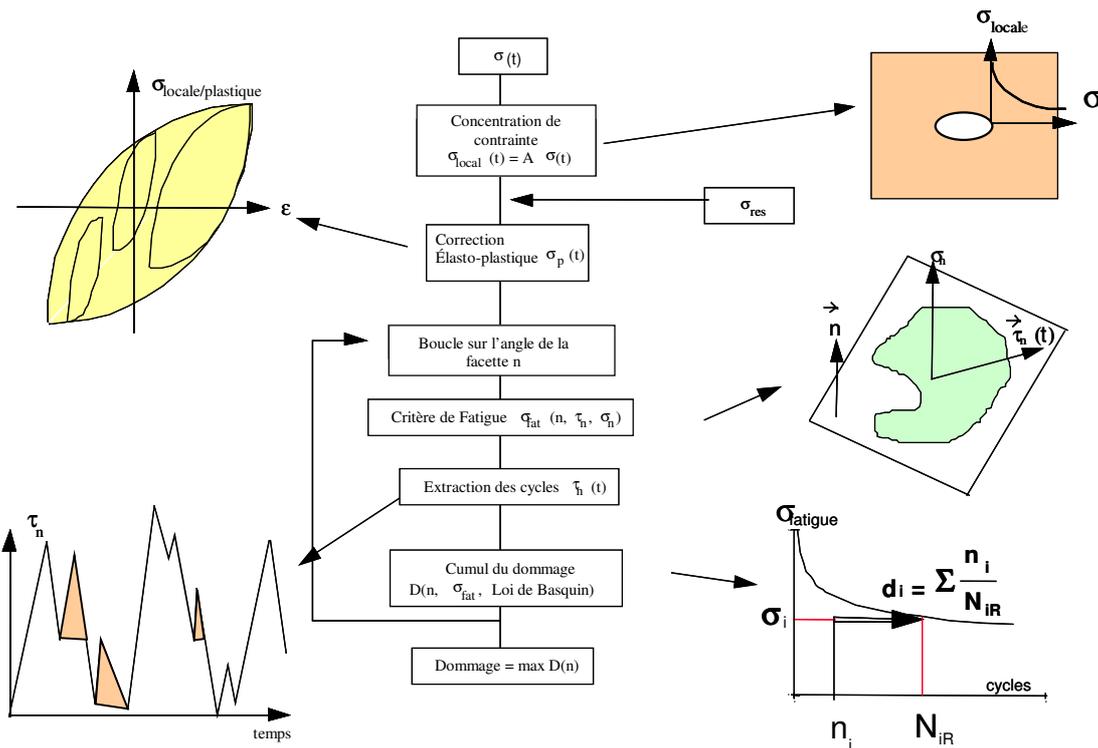


Figure 39 : démarche globale de calcul de l'endommagement [PL00]

### B.3.2.7 Applications

La démarche ayant été présentée, nous allons ici illustrer l'intérêt de la correction élasto-plastique et de la loi d'écrouissage de type Chaboche au niveau des contraintes locales. Ensuite, nous allons montrer les résultats présentés au congrès de Lisbonne [LL01] sur l'utilisation de l'approche locale développée dans CALEND, dans le cas d'un acier soumis à différents types de chargements et dans le cas d'un assemblage soudé.

a) Influence de la plasticité sur les contraintes

Le but est ici d'illustrer l'influence de la plasticité dans la contrainte utilisée par la suite dans le critère de fatigue. Considérons un matériau fictif, de limite d'élasticité égale à 200 MPa, de module d'Young égal à 73000 et dont les caractéristiques de l'écroutissage cinématiques sont les suivantes :

$$Ca=20000$$

$$C=150$$

Soit un chargement de traction alternée suivant la direction Y. La contrainte nominale est égale à 200 MPa et le  $K_t$  utilisé varie de 1 à 3. L'amplitude importante de la contrainte appliquée est volontairement choisie de manière à intensifier le comportement de la zone plastifiée. Dans les cas industriels où l'on suppose un comportement élastique de la structure, cette contrainte est en réalité inférieure à la limite d'élasticité.

La Figure 40 présente l'évolution des boucles d'hystérésis « contrainte – déformation » en fonction du  $K_t$ . Pour un  $K_t$ , la contrainte dite géométrique est égale à la limite d'élasticité et on observe un comportement linéaire. Par contre, pour des valeurs supérieures du coefficient de concentration de contrainte, on observe des cycles ouverts stabilisés.

Pour les exemples suivants, nous avons  $Ca=100000$ . La Figure 41 présente l'évolution des cycles de contrainte géométrique et de contrainte corrigée, pour un chargement maintenant répété. On observe ici le phénomène de symétrisation de la contrainte dans la zone plastifiée. Le chargement nominal était un chargement répété alors que la zone plastifiée voit un chargement alterné, ce qui est illustré dans les boucles d'hystérésis (voir Figure 40). Dans le cas d'un chargement de compression, on retrouve le même constat, ce qui permet d'expliquer l'amorçage et la propagation de certaines fissures soumises à des chargements de compression.

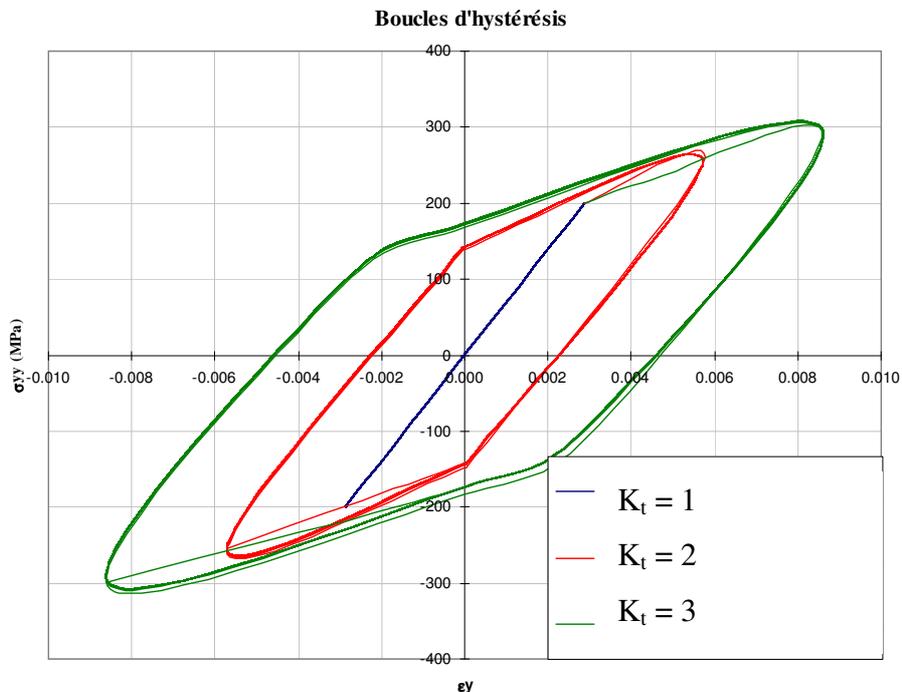


Figure 40 : évolution des boucles d'hystérésis en fonction du  $K_t$  : cas du chargement alterné

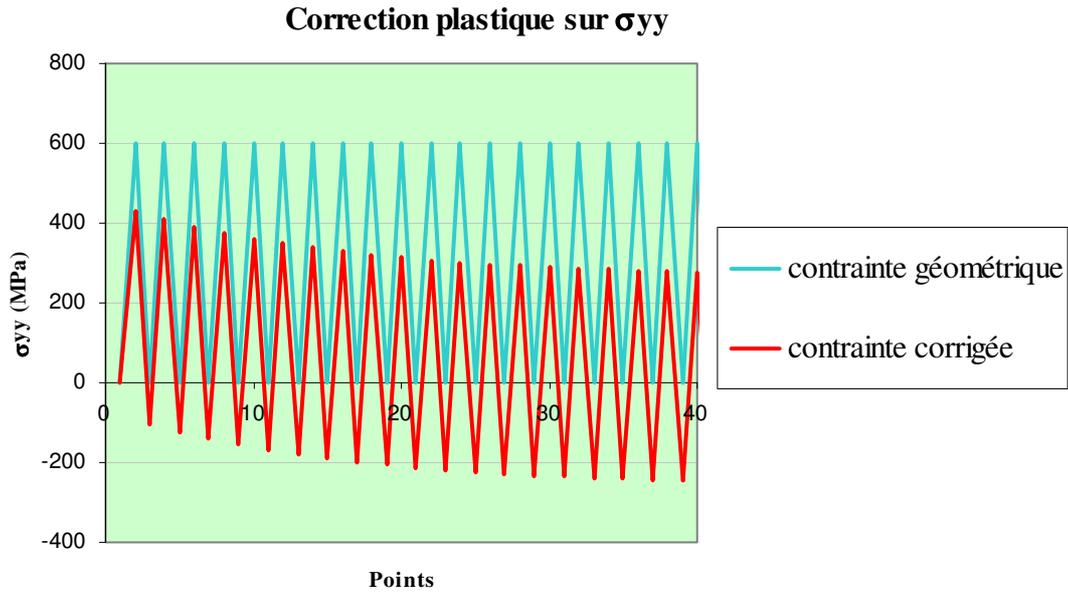


Figure 41 : évolution de la contrainte en fonction des points de calcul : cas du chargement répété

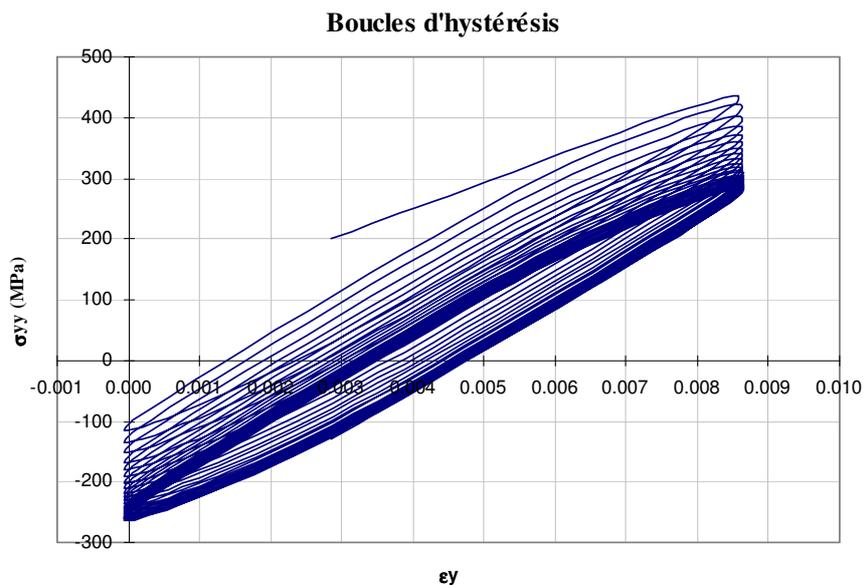


Figure 42 : évolution des boucles d'hystérésis : cas du chargement répété

Le rapport de charge lors de l'introduction de contraintes résiduelles est aussi lié au comportement de la zone plastifiée. Ainsi lorsque le chargement additionné aux contraintes résiduelles ne dépasse pas la limite d'élasticité, on observe un rapport de charge constant et égal à :

$$R = \frac{\sigma_{\min} + \sigma_{res}}{\sigma_{\max} + \sigma_{res}} \quad (\text{B.40})$$

alors qu'il y a symétrisation du cycle et relaxation des contraintes résiduelles lorsqu'il y a plastification, dans le cas du chargement alterné (voir Figure 43). La Figure 43 illustre aussi l'influence de l'écroutissage isotrope (ici d'une valeur de 100 MPa), qui se traduit par une augmentation, au cours des cycles, de leur étendue.

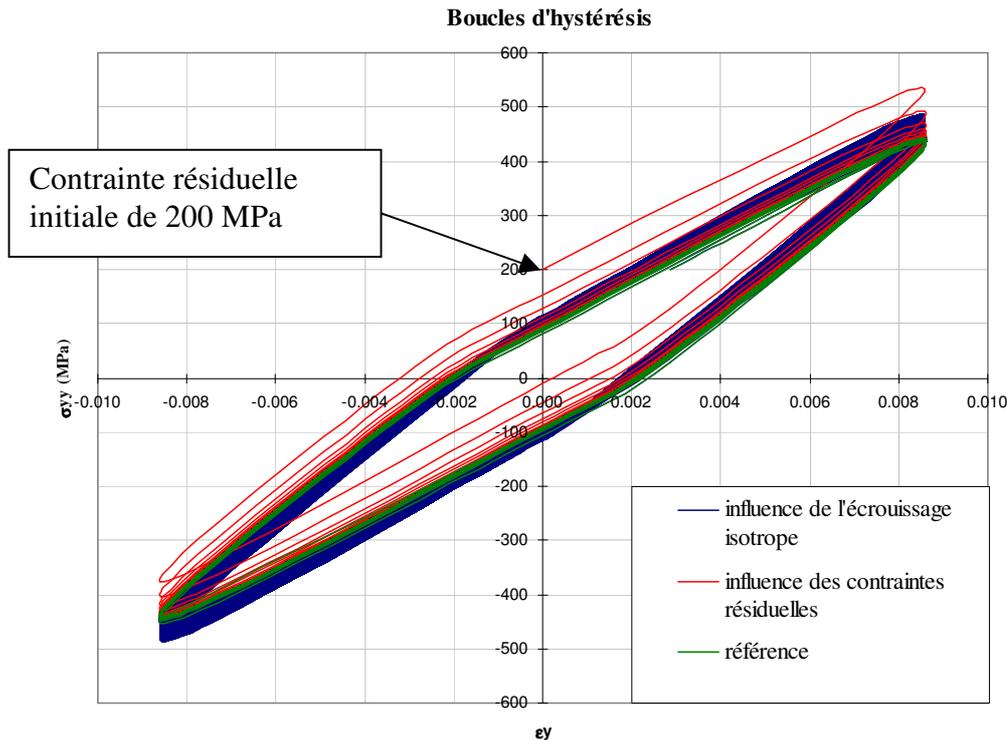


Figure 43 : évolution des boucles d'hystérésis

b) *Application sur des axes tubulaires et cylindriques en acier C45*

L'article [LL01] présente l'utilisation de l'outil CALEND dans l'estimation de la durée de vie d'axes tubulaires et cylindriques en acier C45 pour les chargements suivants :

- chargement déterministe de traction
- chargement proportionnel traction torsion
- chargement non proportionnel traction torsion
- chargement aléatoire de traction, flexion et torsion

Les résultats sont exprimés avec un intervalle d'erreur compris entre  $N_f/3$  et  $3N_f$ . La plus grande erreur est obtenue pour le chargement non proportionnel et pour le chargement aléatoire. Dans le cas du chargement non proportionnels, les auteurs indiquent que le critère du plan critique basé sur le maximum de l'amplitude du cisaillement pendant un cycle donne des résultats dispersés, et qu'un critère moyennant cette amplitude de contrainte sur l'ensemble des facettes pendant le cycle donne un résultat plus précis.

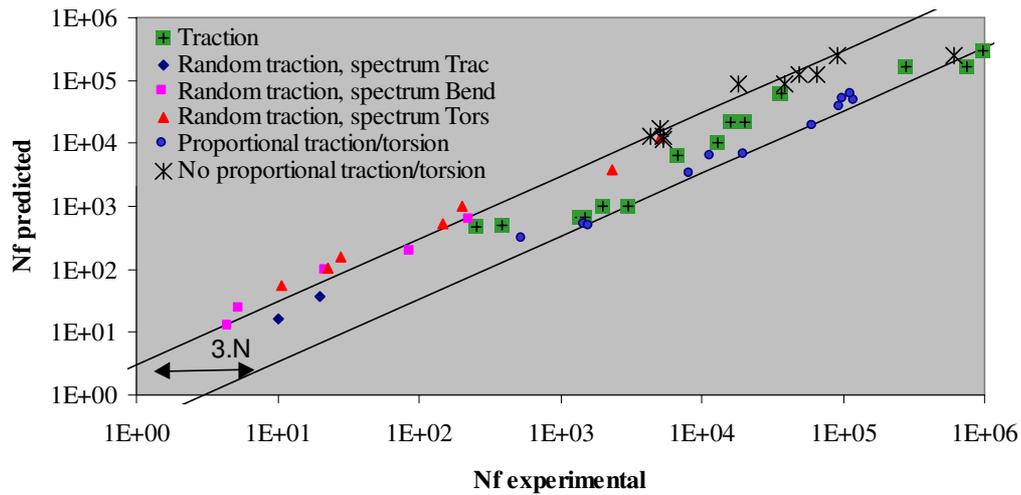


Figure 44 : comparaisons entre les durées de vie calculées et expérimentales pour des chargements variés [LL01]

c) Application à des joints soudés

Le même article présente une application à des joints soudés en acier 16MNC5 d'épaisseur 6 mm soudés en bout à bout par le procédé MAG. Deux rapports de charge  $R=0,5$  et  $R=-1$  sont ici considérés. L'intérêt est ici de montrer comment, à partir de données locales (géométrie du pied de cordon de soudure, contraintes résiduelles éliminées par détentionnement, prise en compte des défauts d'alignement et de la déflexion angulaire), il est possible de calculer le comportement en fatigue de joints soudés. La Figure 45 présente la comparaison entre les simulations et les résultats d'essais et montre une bonne corrélation dans le domaine des grands nombres de cycles. Par contre, dans le domaine oligocyclique, les phénomènes de plasticité et les hypothèses quant au confinement de la zone plastifiée ne sont plus valables et il est ici nécessaire de simuler le comportement cyclique de la zone plastifiée par la méthode des éléments finis. De plus la loi de Basquin utilisée devrait être remplacée par une approche en déformation de type Manson-Coffin, pour ces hauts niveaux de chargement.

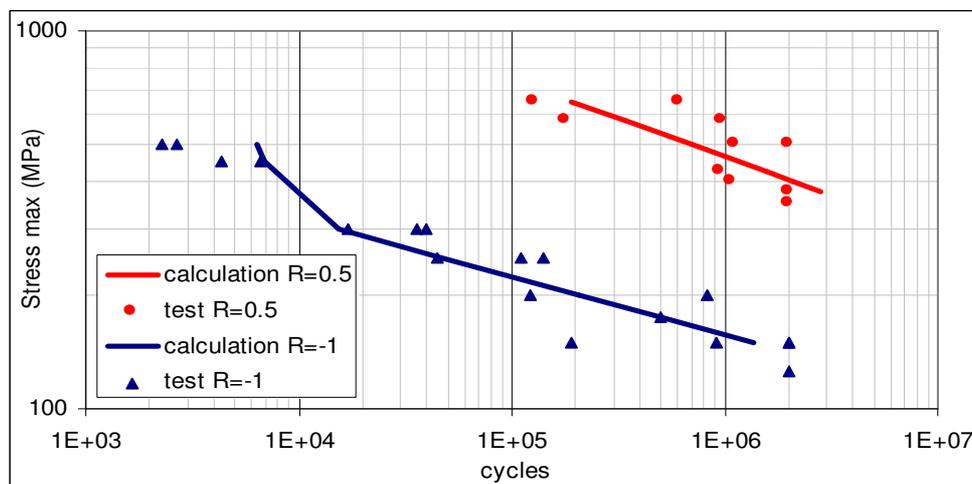


Figure 45 : comparaison calcul / expérience - cas de joints soudés [LL01]

### B.3.3 Propagation des fissures non traversantes

#### B.3.3.1 Généralités

Le calcul des facteurs d'intensité de contrainte sur le front d'une fissure semi-elliptique peut être réalisé au moyen d'éléments finis, et ce d'au moins deux manières :

- calcul par éléments finis tridimensionnels volumiques

La fissure est alors modélisée en éléments volumiques ce qui nécessite un nombre d'éléments important. Ce type d'approche est présenté dans la section "extension de la boîte à fissure en trois dimensions". Ce type de calcul est fastidieux, tant au niveau de la réalisation du maillage que du temps calcul.

- calcul par éléments finis tridimensionnels coques

Le calcul global est réalisé en éléments coques mais la souplesse à l'interface que constitue la fissure est calculée en fonction de sa profondeur. La fissure est ainsi discrétisée en un ensemble de petites éprouvettes entaillées adjacentes. L'intérêt de cette technique est de ne nécessiter qu'un maillage global coque de la structure et le temps calcul s'en trouve considérable réduit. Dans le paragraphe suivant, nous nous intéresserons à cette démarche de calcul, basée sur les éléments de souplesse aussi appelés éléments "Line Spring".

#### B.3.3.2 Principe des éléments "Line Spring"

La méthode des "Line Spring" a été mise en place par Rice & Levy [RI68] pour un comportement élastique et a été par la suite étendue par Parks [PA81] au cas élasto-plastique. Considérons une plaque élastique supposée infinie d'épaisseur  $h$  et contenant une fissure de surface, non traversante de longueur  $2.c$  (voir Figure 46). La plaque est soumise à un effort de type membrane  $N$  et/ou un effort de flexion  $M$ . Elle satisfait à la théorie des coques minces avec les hypothèses de Kirschhoff. La méthode des *Line Spring* est basée sur la discrétisation de la fissure en un ensemble de petites éprouvettes adjacentes, soumises aux efforts  $N$  et  $M$ . Pour chaque éprouvette unitaire, les déplacements des lèvres de la fissure en translation  $\delta$  et en rotation  $\theta$  sont liés aux efforts  $N$  et  $M$  respectivement. On suppose alors que la relation entre  $(\delta, \theta)$  et  $(N, M)$  peut être obtenue à partir de la solution d'une plaque entaillée, en condition de déformation plane.

On a donc :

$$\begin{aligned} h.\delta &= A_{tt}\sigma + A_{tb}m \\ \frac{h^2\theta}{6} &= A_{bt}\sigma + A_{bb}m \end{aligned} \quad (B.41)$$

avec

$$\sigma = \frac{N}{h}, m = \frac{6M}{h^2} \quad (B.42)$$

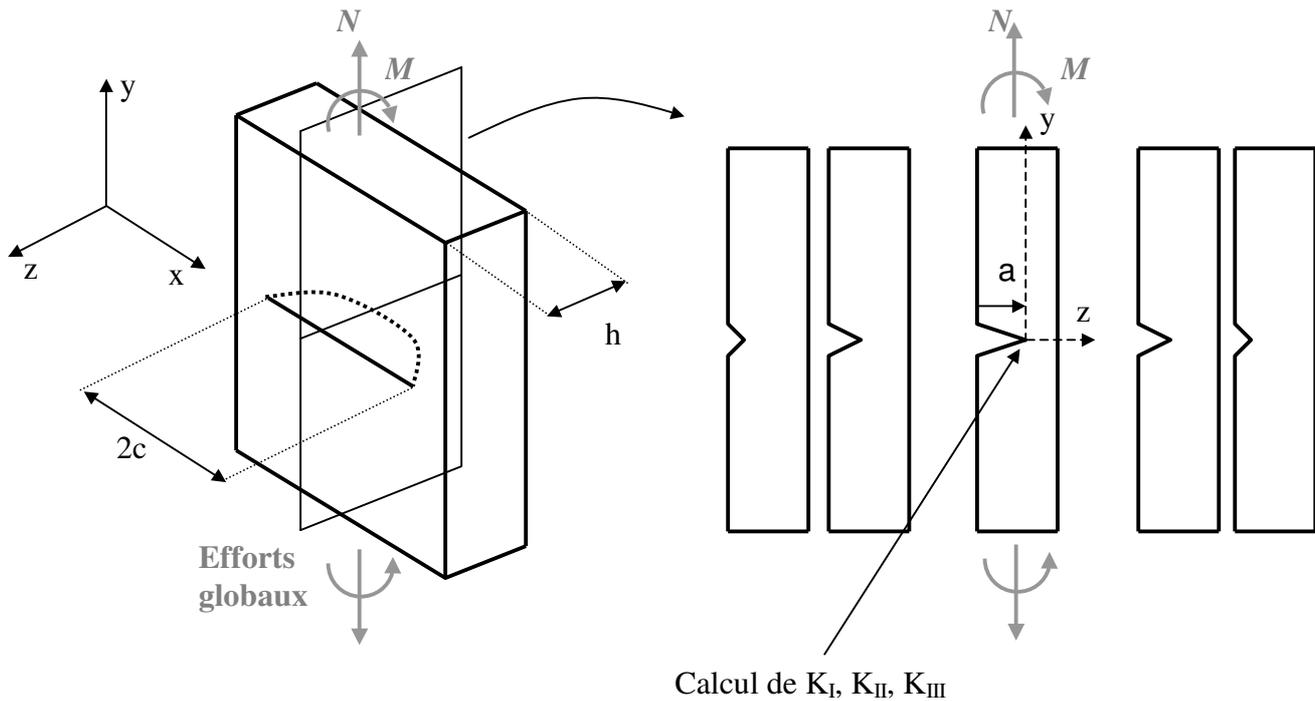


Figure 46 : Principe des Line Spring

La matrice  $[A]$  égale à  $\begin{bmatrix} A_{tt} & A_{tb} \\ A_{bt} & A_{bb} \end{bmatrix}$  est ainsi la matrice de passage entre les déplacements  $\{d\}$  et les efforts  $\{F\}$ , avec  $\{d\} = \begin{Bmatrix} \delta \\ \theta \end{Bmatrix}$  et  $\{F\} = \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix}$ .

Les coefficients de Tada [TP73], appelés *compliance coefficients* peuvent être utilisés pour lier  $\{d\}$  et  $\{F\}$ . Ces coefficients sont sans dimension et dépendent du rapport : profondeur de la fissure sur épaisseur de la tôle ( $a/h$ ).

Les déplacements  $\{d\}$  étant obtenus à partir des efforts  $\{F\}$ , le facteur d'intensité de contrainte peut être calculé, dans le cas de la plaque en mode I, par la relation suivante ( $g_t$  et  $g_b$  sont des fonctions de  $a/h$ ) :

$$K = \sqrt{h} \cdot (\sigma \cdot g_t + m \cdot g_b) \quad (B.43)$$

### B.3.3.3 Méthodologie

La théorie des *Line Spring*, présentée dans le paragraphe précédent permet de calculer les facteurs d'intensité de contrainte d'une structure contenant une fissure non traversante, pour laquelle on connaît les efforts appliqués  $\{F\}$ . Mais comment déterminer ces efforts par éléments finis ? La fissure est représentée par une ligne de nœuds dédoublés dans le maillage, ce qui nécessite la connaissance de la direction de la fissuration. Celle-ci est déterminée au préalable suivant les méthodes exposées dans le chapitre C. Au cours du calcul, la validité de ce chemin est vérifiée à partir des résultats de facteurs d'intensité de contrainte. La matrice  $[A]$  simule alors la présence d'un ressort liant les nœuds de la surface supérieure à ceux de la surface inférieure de la fissure. Ce ressort a une rigidité variable, fonction de la profondeur de la fissure au nœud considéré.

Un premier calcul est alors réalisé en considérant le chargement extérieur, tous les nœuds de la fissure étant dédoublés ; la fissure est complètement ouverte.

Le but est ensuite de déterminer le couple  $(\{F\}, \{d\})$  permettant de refermer la fissure jusqu'à obtenir la fissure de la longueur et de la profondeur souhaitée. Pour cela, il est nécessaire de connaître la souplesse  $[S]$  de la structure fissurée. Celle-ci est obtenue en appliquant des efforts unitaires sur chacun des nœuds de la fissure et en calculant les déplacements de l'ensemble des nœuds de la fissure.

A partir des matrices  $[S]$  et  $[A]$  et des déplacements des lèvres de la fissure pour le chargement extérieur, nous pouvons déterminer les facteurs d'intensité de contrainte pour chaque nœud fissuré.

Cette théorie est généralisée aux coques.  $\{F\}$  est alors composé de 3 efforts  $F_X, F_Y, F_Z$ , et de deux moments  $M_X$  et  $M_Y$ . Les déplacements  $\{d\}$  des nœuds de la fissures sont alors composés de trois translations  $\delta_X, \delta_Y, \delta_Z$  et deux rotations  $\theta_X, \theta_Y$ . On obtient alors les facteurs d'intensité de contrainte suivants :

$$\begin{aligned} K_I &= f_1 \sqrt{h} \cdot (\sigma_Y g_b + m_X g_{tt}) \\ K_{II} &= f_2 \sqrt{h} \cdot (\sigma_Z g_n) \\ K_{III} &= f_3 \sqrt{h} \cdot (\sigma_Z g_t + m_Y g_{bb}) \end{aligned} \quad (B.44)$$

où  $g$  sont les coefficients de Tada, définies pour une éprouvette entaillée. Ces coefficients dépendent du rapport  $a/h$ .

La méthodologie appliquée pour déterminer les facteurs d'intensité de contrainte comporte ainsi trois phases dont le point de départ est la structure complètement fissurée (voir Figure 47).

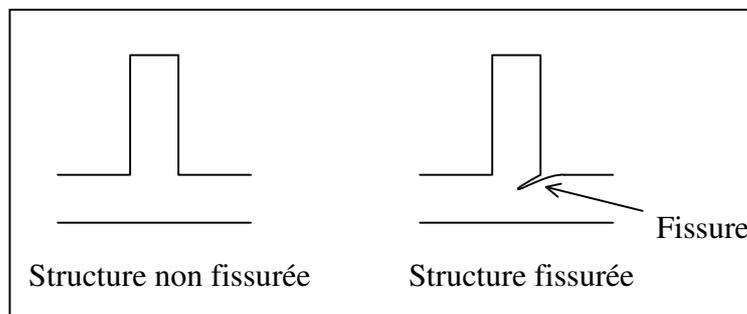


Figure 47 : géométrie structure non fissurée / structure fissurée

### 1<sup>ère</sup> étape : Chargement externe, fissure complètement ouverte

On charge la structure totalement fissurée avec les efforts extérieurs  $F_{\text{ext}}$  et on relève le déplacements  $\delta_i^\infty$  des nœuds de la fissure dans les 5 degrés de liberté (voir Figure 48) :

$$F_{\text{ext}} \rightarrow \delta_i^\infty, i \in N$$

$N$  est l'ensemble des nœuds de la fissure.

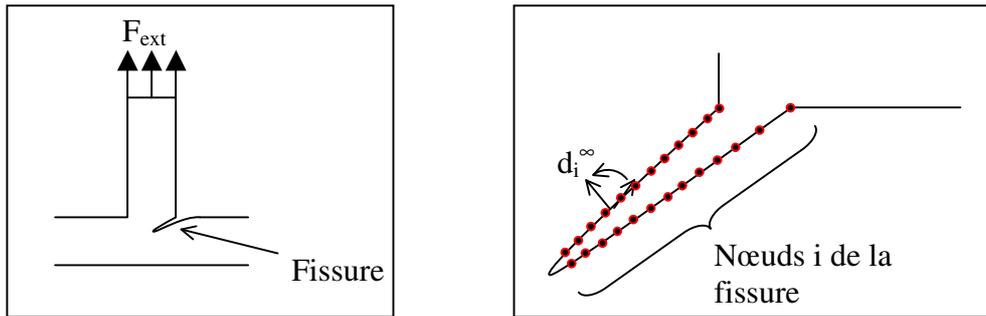


Figure 48 : calcul des déplacements des nœuds pour un chargement extérieur

**2ème étape : Chargement interne, fissure complètement ouverte**

On charge les nœuds de la fissure avec des efforts unitaires. On en déduit la matrice de souplesse [S].

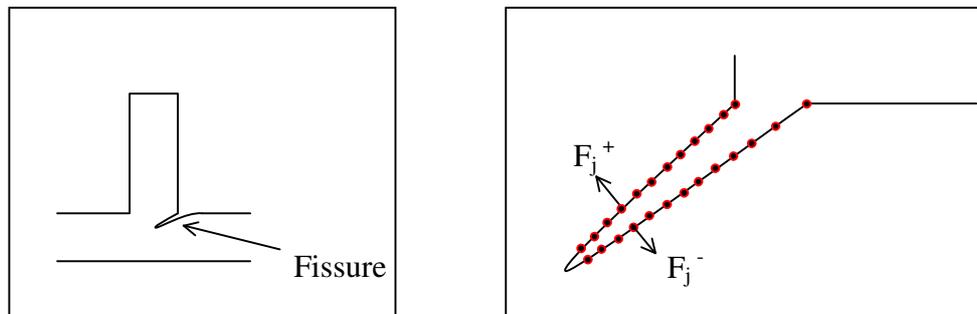


Figure 49 : détermination de la souplesse [S] de la structure fissurée

Pour des efforts  $F_j$  unitaires appliqués suivant chaque degré de liberté au nœud  $j$ , on calcule le déplacement des nœuds  $i \in N$ .

On obtient :

$$S_{ij}F_j = \delta_i \quad (\text{B.45})$$

**3ème étape : fissure non complètement ouverte**

A partir des deux étapes précédentes, nous sommes en mesure de trouver le couple  $(\{F\}, \{d\})$  pour n'importe quelle ouverture de fissure. Pour cela il nous faut résoudre deux équations :

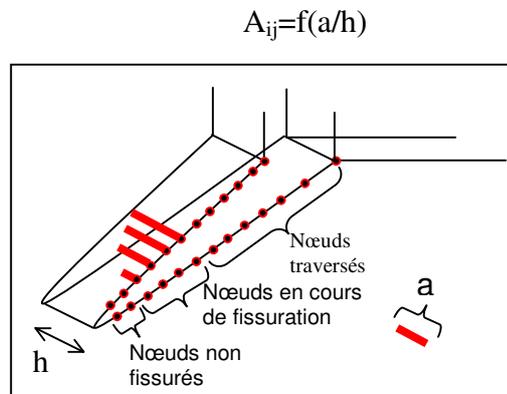
$$-S_{ij}F_j = \delta_i - \delta_i^\infty \quad (\text{B.46})$$

$$-A_{ij}F_j = \delta_i \quad (\text{B.47})$$

Dans l'équation (B.46),  $F_j$  correspond aux efforts qu'il faut appliquer sur  $N$ , pour refermer la fissure. Ainsi, lorsque la fissure est complètement ouverte, on a  $F_j = 0$  et  $\delta_i = \delta_i^\infty$ . Quand la fissure est complètement fermée, on a  $\delta_i = 0$  et  $S_{ij}F_j = \delta_i^\infty$ . On obtient alors les contraintes qui permettent de refermer complètement la fissure. Il est judicieux de vérifier que cette contrainte correspond à celle obtenue lors du calcul MEF de la structure non fissurée.

Dans l'équation (B.47),  $-F_j$  correspond aux efforts qu'il faut appliquer sur N, pour ouvrir la fissure.

On utilise alors la matrice des coefficients de complaisance (Tada) qui permet de donner le déplacement relatif des lèvres de la fissure en fonction de sa profondeur  $a$  et de l'effort appliqué.



Où :

- $a$  : profondeur de la fissure (au nœud considéré)
- $h$  : épaisseur de la tôle.

Les équations (B.46) et (B.47) permettent d'obtenir  $\{F\}$  et  $\{d\}$ . La connaissance, pour une fissure non complètement ouverte, de  $F$  et de  $A$  permet, comme on l'a vu précédemment, de calculer les facteurs d'intensité de contrainte  $K_I$ ,  $K_{II}$  et  $K_{III}$ .

#### B.3.3.4 Limites

Les principales limites de la méthodologie *Line Spring* sont les suivantes :

- limites de la théorie de Kirschhoff : le cisaillement transverse n'est pas pris en compte. Delale et Erdogan [DE81] ont alors reformulé le problème en utilisant la théorie des plaques de Reissner.
- Profondeur de la fissure et rapport  $a/c$  de l'ellipse.

Une étude de Gonçalves [GO96] compare les résultats de la méthode *Line Spring* implémentée dans ABAQUS, utilisant les coefficients de Tada pour déterminer les facteurs d'intensité de contrainte avec les calculs 3D volumiques réalisés par Newman & Raju [NR86] dans le cas d'une fissure semi-elliptique dans un plaque en traction et en flexion (voir la définition des paramètres de l'ellipse dans la Figure 50).

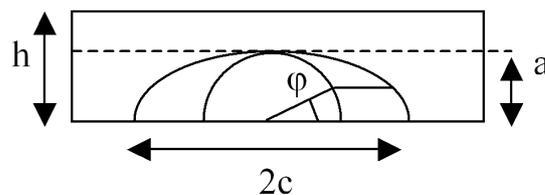


Figure 50 : définition de la fissure semi-elliptique

Le Tableau 1 montre l'erreur maximale obtenue pour des angles  $\phi$  supérieurs à  $30^\circ$ . En dessous de  $30^\circ$ , la méthode des *Line Spring* n'est plus valable. En effet la discrétisation de la

fissure en éprouvettes entaillées n'est pertinente que lorsque la profondeur de la fissure varie peu. Ainsi la méthode des *Line Spring* ne prenant pas en compte la courbure du front de fissure, elle ne représente pas une bonne approximation au voisinage de la surface, la profondeur y évoluant très rapidement. Dans le cas d'une sollicitation de type membrane, les courbes de facteurs d'intensité de contrainte normés (voir définition dans le chapitre "extension de la boîte à fissure en trois dimensions") sont représentées en fonction de l'angle  $\phi$  pour différents rapports  $a/c$  et  $a/h$  (voir Figure 51). Il apparaît que les erreurs sont d'autant plus grandes que le rapport  $a/c$  est grand, avec des erreurs de 20% pour une fissure semi-circulaire. De même l'erreur augmente en fonction du rapport  $a/h$ . Globalement il semble que les *Line Spring* soient raisonnablement valables pour des rapports de  $a/c$  et de  $a/h$  inférieurs à .6.

Tableau 1 : erreur en % *Line Spring* / solution de Newman Raju pour différents rapports  $a/c$  et  $a/h$

a/c	Sollicitation de membrane				Sollicitation de flexion			
	a/h				a/h			
	0.2	0.4	0.6	0.8	0.2	0.4	0.6	0.8
0.2	5	5.3	6.2	11	8	7.6	10.8	16.7
0.4	2.2	1.9	0.9	2.3	4.3	2.2	3.4	12
0.6	3	4.7	7.7	5.8	3.9	5.6	5.8	83.6
1	10.9	17.4	19.5	14.9	10.6	20.6	21.8	44.9

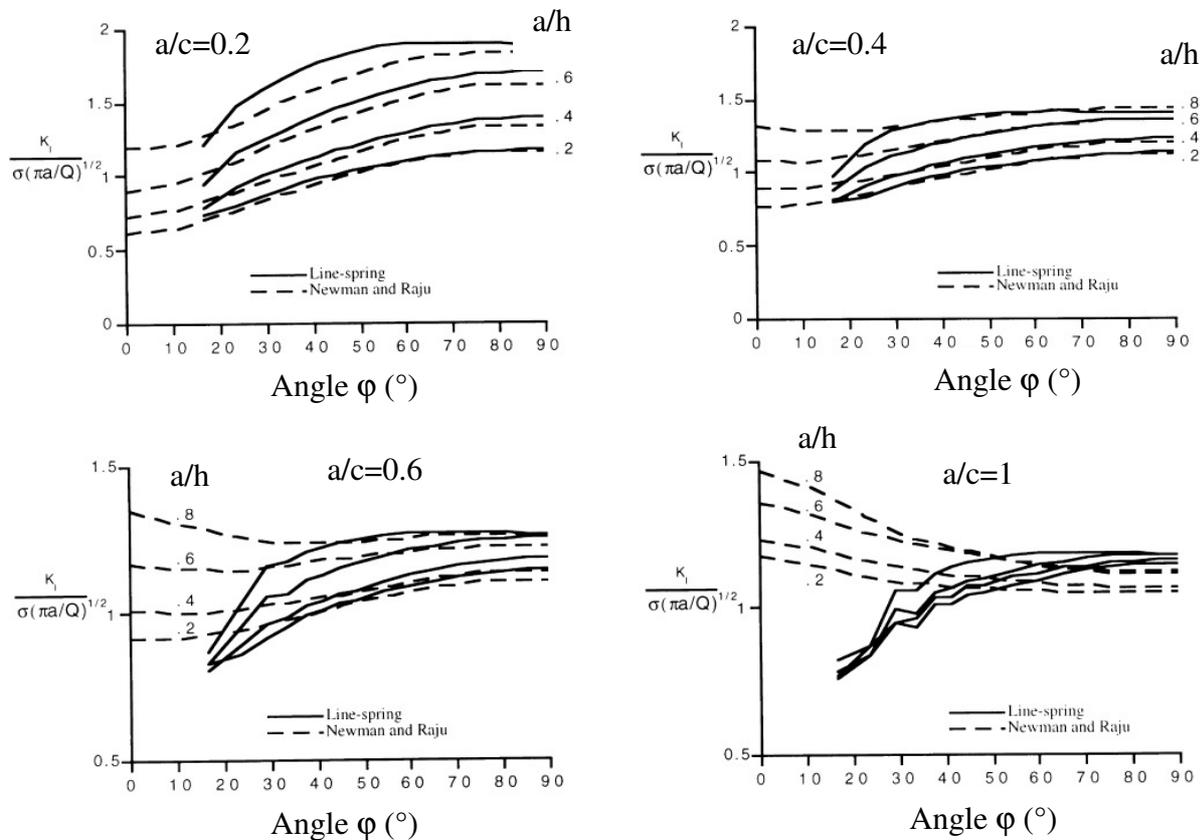


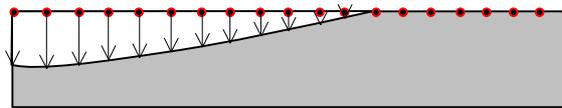
Figure 51 : facteurs d'intensité de contrainte fonction de  $\phi$ , pour différents rapports de  $a/c$  et  $a/h$  [GO96]

- Fissure traversante

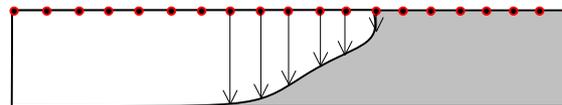
La méthode présentée dans la 3<sup>ème</sup> étape n'est valable que dans le cas de fissures non traversantes ou biaises. La fissure se propage ici dans la profondeur de la tôle.

Par contre, lorsque le front de la fissure est droit, la fissure se propage parallèlement à la surface de la tôle et la méthodologie utilisée n'est plus valable. Les facteurs d'intensité de contraintes pourraient alors être obtenus à partir des ouvertures calculées sur les nœuds proches de la pointe de fissure. Mais le maillage relativement grossier ne permet pas d'obtenir avec précision les facteurs d'intensité de contrainte. Par la suite, nous verrons comment calculer ces grandeurs au moyen d'une boîte à fissure.

*Fissure non traversante : propagation dans la profondeur :*



*Fissure biaise : propagation dans la profondeur :*



*Fissure droite : propagation parallèle à la surface de la tôle :*



**Figure 52 : les différents fronts de propagation**

### B.3.3.5 Validation des éléments "Line Spring" implantés dans VERICRACK

L'outil industriel VERICRACK a été réalisé dans le cadre de la coopération de recherche par le Bureau Veritas. L'implantation des « Line Spring » dans ce programme est ici testée pour le cas d'une plaque carrée dont la dimension du côté est égale à  $c$ , soumise à un chargement de traction et contenant une fissure de longueur  $a=c/2$  (voir Figure 53). Trois profondeurs de fissure sont considérées. Différents modèles sont comparés :

- Une modélisation en éléments à champ de déplacement linéaire. Le calcul est réalisé par le code Isymost de Principia [NSO]. Les déplacements calculés sont utilisés pour alimenter le programme VERICRACK.
- Une modélisation en éléments coques à champ de déplacement quadratique. Le calcul est réalisé par le code ABAQUS qui intègre le calcul des facteurs d'intensité de contrainte par la méthode des « Line Spring ». L'utilisation d'éléments à champ de déplacement quadratique est une condition sine qua non pour pouvoir utiliser les éléments Line Spring « LS6 » permettant de calculer la souplesse de la structure fissurée dans le code ABAQUS.
- Les formules des Handbooks de Tada [TP73] pour la même géométrie.

Les résultats sont présentés dans la Figure 54. On observe ici que la modélisation VERICRACK est plus proche des résultats de Tada avec des écarts inférieurs à 4%, par rapport au code ABAQUS pour lequel les erreurs sont plus importantes. Bien que les deux modélisations par éléments finis s'appuient sur les résultats de Tada, la différence du code de calcul et du type d'élément implique des écarts relativement importants.

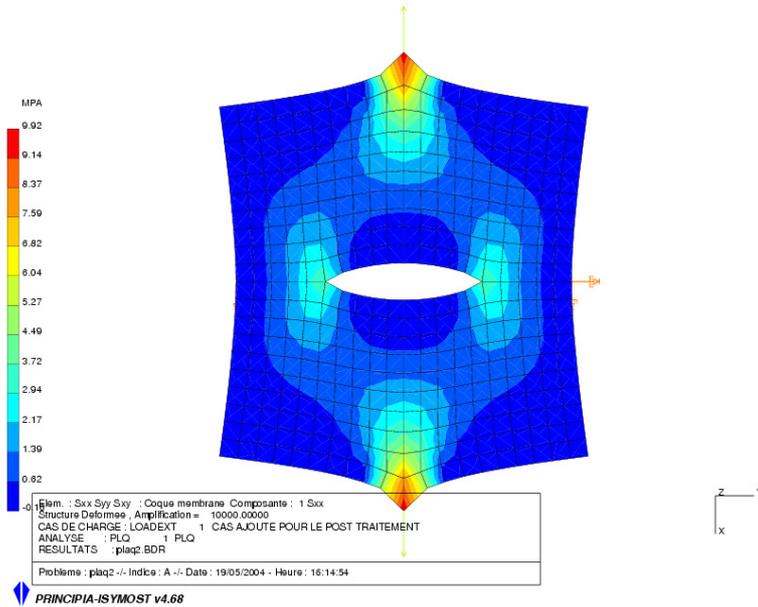


Figure 53 : cas d'une plaque fissurée soumise à un chargement de traction, contraintes de Von-Misès

**Facteur d'intensité de  
contrainte en mode I  
(MPa.mm<sup>0,5</sup>)**

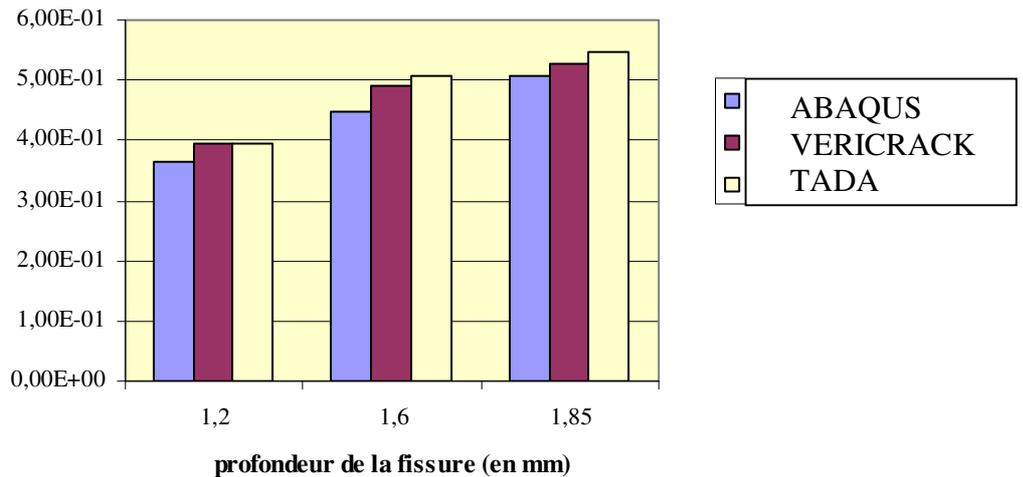


Figure 54 : comparaison du  $K_I$  pour les différentes modélisations de la plaque fissurée

### B.3.3.6 Les "Line Spring" dans un contexte industriel

#### a) Présentation du cas

Nous considérons ici un exemple de fissure pouvant s'amorcer en pied de cordon de soudure. La configuration en L de la soudure est présentée dans la Figure 55. Le but de cet exemple est de montrer l'adéquation entre une approche fine volumique et une approche plus globale en éléments coques avec l'utilisation des « Line Spring ». L'effort étant ici très proche du cordon de soudure, c'est le pied de cordon du bas qui peut voir l'apparition d'un défaut.

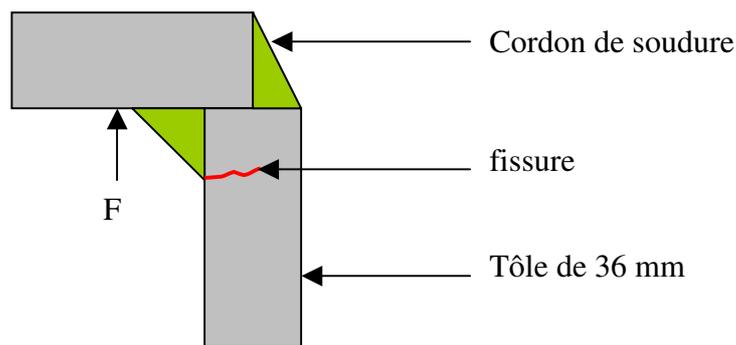


Figure 55 : exemple de géométrie de type industriel

#### b) Présentation des modèles

Deux types de modélisations sont considérés pour cet exemple pour une fissure de 250 mm de long et de 18 mm de profondeur. D'un côté la modélisation coque utilisant des éléments de type « Line Spring » utilisée dans Abaqus. L'insertion d'éléments spéciaux se fait dans le maillage d'éléments à champ de déplacement quadratique. L'intégralité du modèle dont on ne voit ici qu'une partie (voir Figure 56) est discrétisé au moyen d'éléments à champ de déplacement linéaire.

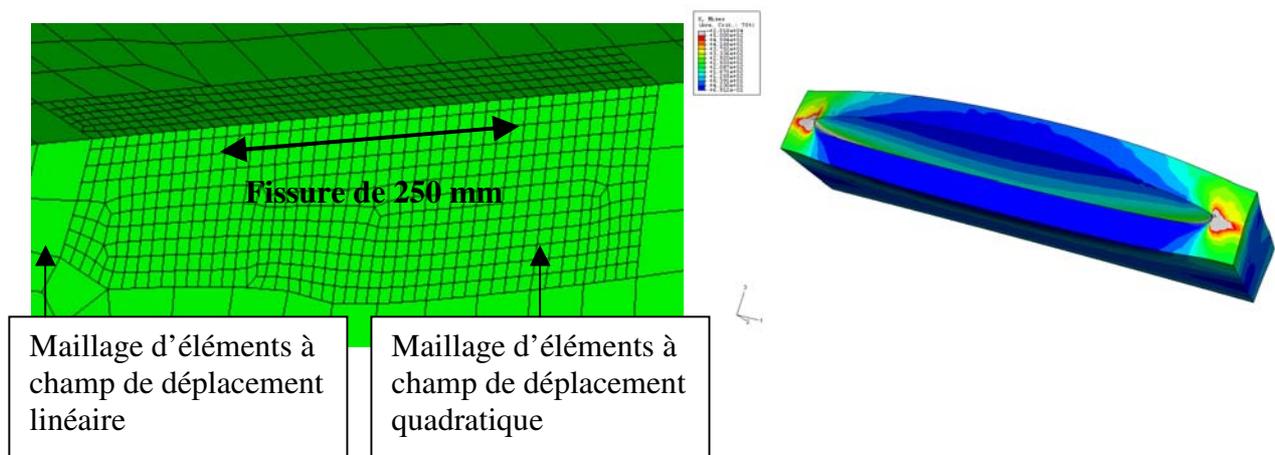


Figure 56 : à gauche approche éléments coques - à droite approche éléments volumiques

La liaison entre les deux type de maillage fait appel à une fonction de type collage entre les deux maillages. On définit alors des lignes de frontière à l'interface de ces deux maillages avec d'un côté des nœuds dits « maîtres » et de l'autre des nœuds dits « esclaves ». Les nœuds « maîtres » sont ceux appartenant aux mailles les plus grandes et contraignent en déplacement les nœuds « esclaves » du maillage le plus fin par l'ajout d'équations internes. Cette technique permet de densifier rapidement un maillage. C'est cette même technique qui est utilisée pour réaliser le maillage de la fissure en éléments volumiques. Pour ce faire, nous réalisons une boîte à fissure (BAF) comme présentée dans la suite dans le chapitre C.1. Cette BAF est représentée à la Figure 56, à droite en vue de contrainte Von Mises et en état déformée. Nous voyons que c'est une simple boîte qui ne présente pas de cordon de soudure. Toutefois, il est à noter que le cordon de soudure subsiste hors de la boîte. Nous l'intégrons alors dans le maillage volumique tétraédrique qui intègre un raffinement de la zone et en particulier les cordons de soudure. L'utilisation de la fonction de collage entre des maillages disjoints est ici aussi utilisée. On voit ici que le gradient des contraintes Von Mises est respecté à l'interface des deux maillages. Le cordon de soudure est ici aussi lié à la BAF au moyen d'un collage. L'intérêt est ici de pouvoir placer n'importe quel défaut dans n'importe quelle structure via ce collage et ainsi de disposer d'une banque de défaut à pouvoir intégrer dans les structures.

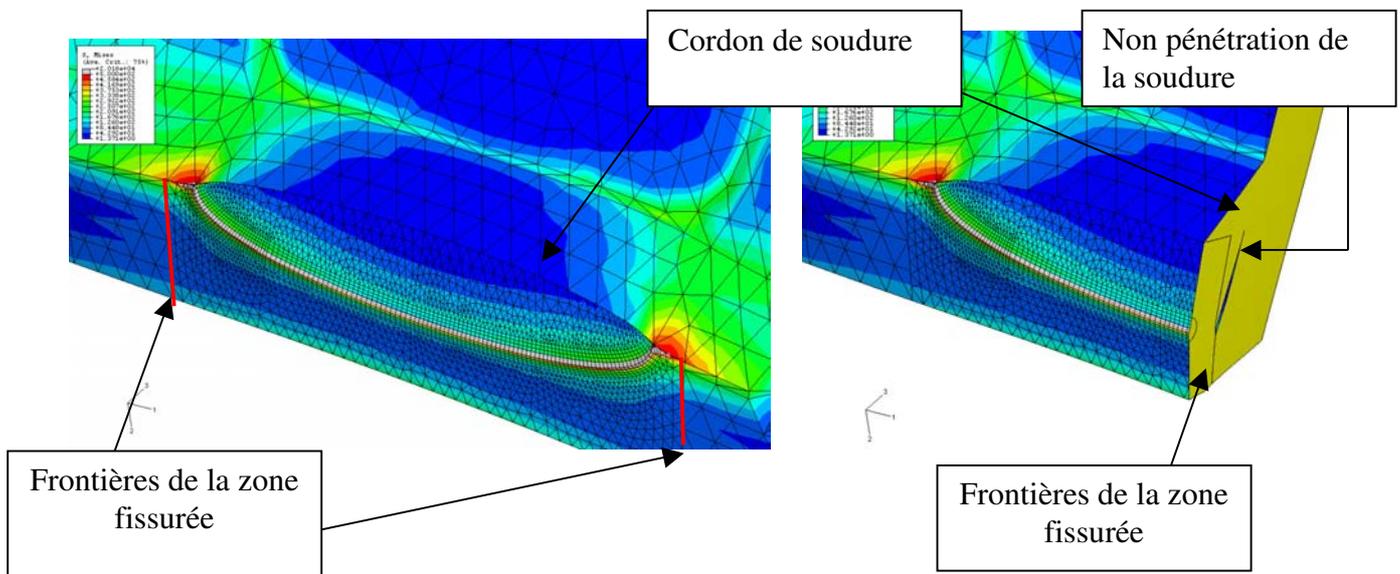


Figure 57 : boîte à fissure intégrée dans le modèle tridimensionnel (vues en coupes)

### c) Résultats

Les résultats en terme de facteur d'intensité de contrainte permettent de comparer les deux approches (voir Figure 58). La différence de finesse entre les deux approches se compte en plusieurs dizaines de milliers de degrés de liberté et les temps calculs sont sans commune mesure favorables au modèle d'éléments coques. Malgré cette grande différence au niveau de la modélisation, les deux modèles donnent, en premier lieu, le même ordre de grandeur ; c'est à dire le mode I dominant, les modes II et III beaucoup plus faibles avec un point d'inflexion pour le mode III. Si nous regardons plus en détail les résultats, il s'avère que le modèle d'éléments coques donne ici, compte tenu de la différence de géométrie modélisée, un FIC en mode I supérieur à cœur et inférieur à la surface. Cette dernière constatation était prévisible car la présence du cordon de soudure introduit une singularité des contraintes. Le FIC en mode II est sous-estimé dans le modèle

global, en particulier en surface où la fissure tend naturellement à bifurquer ce qui est empêché par le multi-amorçage ce qui a été observé sur la maquette présentée dans le chapitre D.

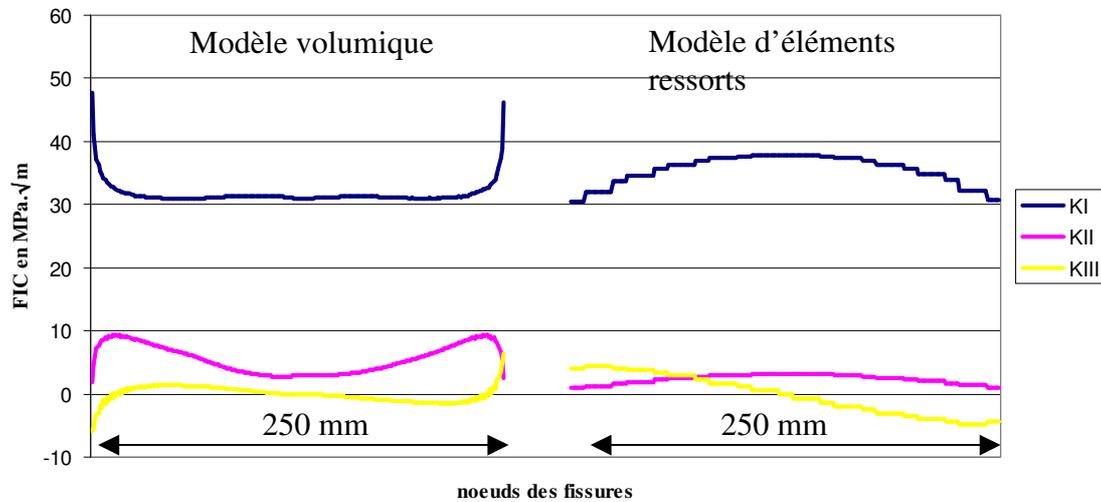


Figure 58 : résultats des facteurs d'intensité de contrainte suivant les deux approches

d) *Conclusions*

Cette comparaison montre que l'utilisation des éléments « Line Spring » en condition « industrielle » permet un gain de temps évident par rapport à l'utilisation de maillages raffinés, et propose une solution acceptable mais forcément entachée d'une erreur dès que l'on s'approche du pied de cordon de soudure. L'objectif de la démarche que nous proposons est de palier cette insuffisance par le développement d'une démarche combinant simultanément :

- le calcul de l'amorçage des fissures à partir de l'outil existant CALEND,
- la propagation des fissures dans l'épaisseur de la tôle à partir de la méthode Line Spring,
- la propagation des fissures le long du pied de cordon de soudure par multi-amorçage avec l'outil CALEND,
- la propagation des fissures traversantes à l'aide de la technique de la boîte à fissure pilotée par les déplacements issus des calculs globaux.

L'intérêt de l'utilisation des boîtes à fissure présentées tout au long de ce manuscrit est de pouvoir combiner les avantages de chacune des techniques à notre disposition pour en faire un tout cohérent. Une idée pragmatique et donc utilisable industriellement est de considérer un coefficient de passage entre le modèle fin et le modèle grossier et de l'utiliser pour chaque configuration, équivalent de la matrice de  $K_t$  mais appliqué au calcul du facteur d'intensité de contrainte. Contrairement aux coefficients que l'on trouve dans la littérature [BV89] [NG87], cette matrice est complètement dépendante du maillage utilisé car elle permet de corrélérer deux maillages d'éléments finis, ce qui implique l'obligation de définir des règles de maillage.

## **B.4 Extension de la démarche et des outils : VERICRACK**

Ce paragraphe introduit la démarche globale conduisant à l'outil VERICRACK. Il présente la philosophie de l'outil, les différentes fonctions et les différents principes qui sont soit issus d'outils existants, soit issus de nouveaux développements. Ces derniers font l'objet du chapitre 2.

### **B.4.1 Présentation globale de la démarche et de l'outil**

Le but de l'outil VERICRACK est de déterminer la durée de vie de structures

- en phase d'amorçage
- en phase de propagation

de fissures de fatigue avec localisation de l'amorçage

- en pied de cordon de soudure
- en pleine tôle

maillées avec

- des éléments coques
- des éléments volumiques (extension future)

et soumises à des chargements

- complexes et variables dans le temps
- multiaxiaux

Pour cela il est nécessaire de :

- localiser les lieux d'amorçage des fissures
- déterminer précisément le nombre de cycles avant amorçage de chaque fissure
- déterminer le chemin de la fissure et intégrer la discontinuité dans le maillage éléments finis
- calculer la propagation des fissures selon trois modes :
  - propagation par multi-amorçage
  - propagation dans l'épaisseur
  - propagation des fissures traversantes

## B.4.2 Philosophie de la démarche

Dans une démarche de calcul en fissuration, la rigidité de la structure est, pour des tailles de fissures importantes, affectée par la présence de la discontinuité due à la fissure. Le calcul des facteurs d'intensité de contraintes dépend de la longueur de la fissure et il est nécessaire d'itérer sur la longueur de la fissure (Figure 59) pour obtenir l'évolution des FIC au cours de la propagation et pouvoir ainsi déterminer précisément la cinétique de la fissuration. Le remaillage itératif lorsqu'il est réalisé manuellement est long et fastidieux. C'est pour palier à la répétitivité de ce travail qu'a été mis en place une démarche, basé sur l'utilisation de Boîtes à Fissures, et permettant de décoller les éléments d'un maillage et de remplacer un ensemble d'éléments par des raffinement compatibles avec la réalisation de calculs de mécanique de la rupture. Cet outil, valable pour des fissures complètement traversantes mais facilement extensible à des fissures semi-elliptiques nécessite un calcul par éléments finis de l'ensemble de la structure à chaque incrément de fissure et pour chaque type de chargement. Afin de limiter le nombre de calcul à réaliser, l'idée de l'outil VERICRACK est de condenser toutes les informations de la structure aux nœuds de la fissure et de calculer au préalable :

- la souplesse de la structure complètement fissurée : relation entre les efforts aux nœuds de la fissure et leur déplacement.
- la réponse de la structure complètement fissurée aux différents chargements extérieurs

et, en utilisant la théorie des Line Spring, de déterminer les efforts qui permettent de refermer la fissure. Ainsi peut-on évaluer les FIC pour tout front de fissure souhaité. La limitation principale de cette technique est qu'elle n'est valable que pour les éléments coques, mais c'est une hypothèse que nos structures vérifient. De plus elle ne permet de calculer que les FIC pour des fissures non traversantes, c'est à dire semi-elliptiques. Une extension de la théorie des Line Spring est alors proposée afin de pouvoir l'utiliser dans le cas de fissures complètement traversantes.

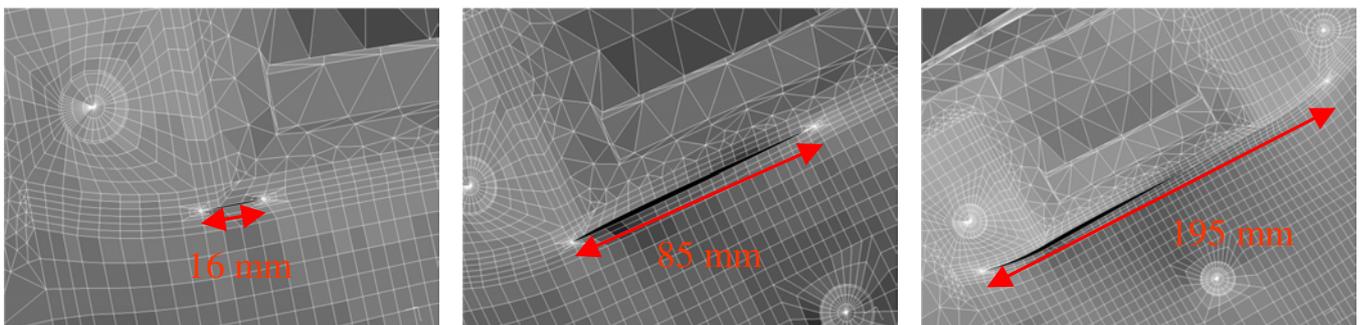


Figure 59: Intégration de fissures de longueurs variables dans le maillage

Le chemin de la fissuration doit être connu au préalable. La détermination du chemin de fissuration est découplée du calcul de la vitesse de la fissuration, ce que l'on retrouve dans les travaux réalisés par Oliveira Miranda [OM03] (dans le cas bidimensionnel pour des chargements à amplitudes variables, en mode mixte).

### B.4.3 Organigramme fonctionnel

L'organigramme global fonctionnel (Figure 60) présente les différentes fonctions nécessaires à un calcul de structure en amorçage et en fissuration.

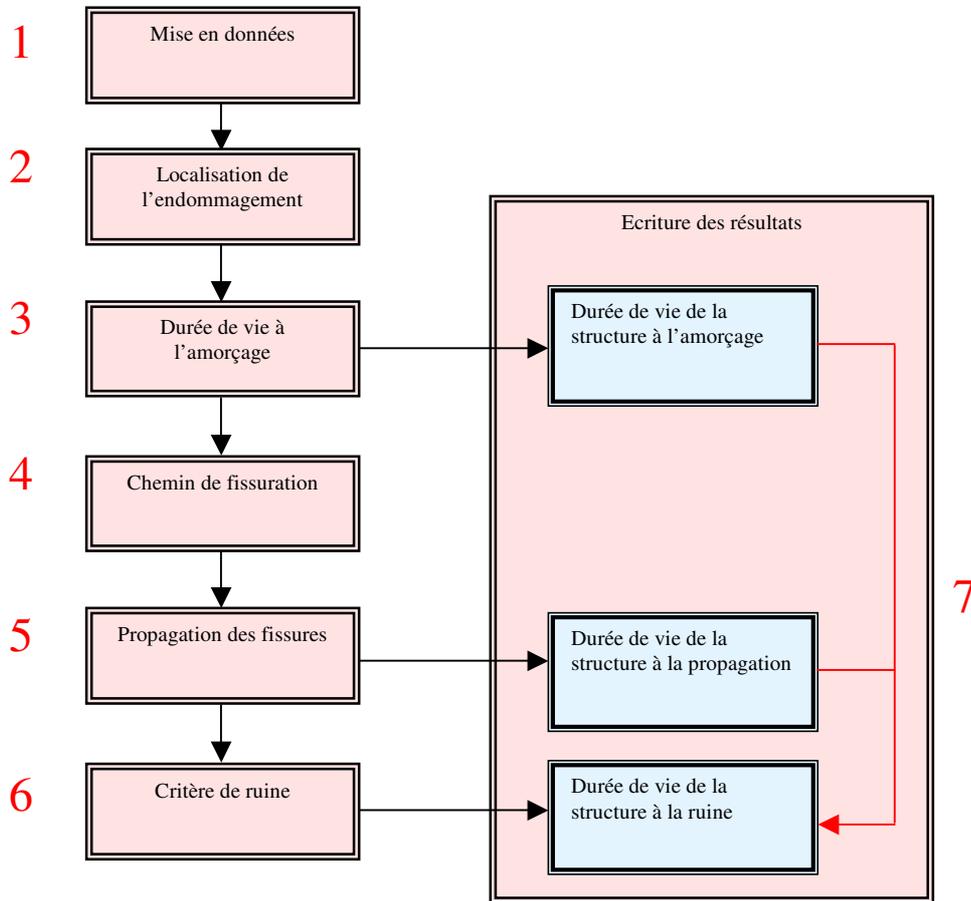


Figure 60 : Organigramme global

Les différentes fonctions sont les suivantes :

#### *B.4.3.1 Fonction 1 : mise en données*

Cette fonction permet la mise en donnée globale nécessaire au calcul VERICRACK. Elle intègre des informations sur :

- Les données « matériaux » : données statiques et cycliques, loi de fissuration.
- Les données « chargement » : type de chargement, historique.
- Les données « structure » : modes de la structure pour des chargements statiques unitaires suivant les différents degré de liberté des sollicitations, chemin de fissuration, caractéristiques des soudures (coefficient de concentration de contraintes, contraintes résiduelles).  
N.B. : dans le cas de chargements dynamiques, les modes statiques sont remplacés par les modes dynamiques de la structure obtenus par analyse modale.

#### *B.4.3.2 Fonction 2 : localisation de l'endommagement (outil existant FATIG)*

Le but de cette fonction est de réaliser une cartographie de l'endommagement obtenu pour le chargement appliqué. Celle-ci permet à l'utilisateur de repérer, en particulier, les zones soudées de la structure particulièrement soumises à un risque d'amorçage d'une fissure de fatigue. Ce calcul ayant pour unique vocation la visualisation de la répartition globale des endommagements, il n'intègre pas les données caractéristiques des soudures.

#### *B.4.3.3 Fonction 3 : durée de vie à l'amorçage (outil existant CALEND)*

Connaissant le lieu d'amorçage probable d'une fissure de fatigue, un calcul de durée de vie à l'amorçage est réalisé, de manière plus précise, aux nœuds endommagés. Le calcul réalisé est plus précis que lors de la localisation et intègre en particulier les caractéristiques micro-géométriques locales de la soudure, une correction élasto-plastiques et les contraintes résiduelles de soudage.

#### *B.4.3.4 Fonction 4 : chemin de fissuration*

La zone d'amorçage de fissure étant connue, il est nécessaire de déterminer au préalable le chemin de fissuration et d'intégrer la fissure dans le maillage éléments finis. Le chemin de fissuration ne pourra être modifié par la suite mais le calcul en propagation permettra de vérifier la validité du choix réalisé. Dans un premier temps, la direction de la fissure est supposée perpendiculaire aux contraintes principales maximales de traction. Si toutefois le calcul infirme le choix initial de la fissure, il sera nécessaire d'itérer sur le chemin de fissuration et des fonctions avancées ont été mises en place afin de le déterminer plus précisément de manière itérative.

#### *B.4.3.5 Fonction 5 : propagation des fissures*

La fonction « propagation des fissures » détermine la cinétique de la propagation de la fissure pour les différents scénarios de chargement prévus. Les différentes étapes sont les suivantes :

- Introduction d'une fissure de longueur maximale.

- Préparation des calculs et calculs éléments finis sous chargements unitaires
- Calcul des facteurs d'intensité de contraintes FIC : compétition entre deux types de propagation :
  - Dans l'épaisseur : la fissure n'est pas traversante et on utilise la théorie des Line Spring pour calculer les facteurs d'intensité de contrainte. Un critère de multi-amorçage permet de simuler la propagation longitudinale et de considérer le réamorçages de fissures dans l'ensemble des zones considérées.
  - Longitudinale seule : la fissure devient traversante, et on utilise un couplage entre la théorie des Line Spring et un remaillage local de la pointe de la fissure appelé Boîte à Fissure pour évaluer les facteurs d'intensité de contraintes.
- On utilise enfin une loi de type Paris pour déterminer la vitesse de fissuration, en prenant en compte le phénomène de fermeture de fissures et de surcharge dans le calcul de la variation effective du facteur d'intensité de contraintes tout le long du temporel de chargement.

#### *B.4.3.6 Fonction 6 : critère de ruine*

Le but de cette fonction est de prévoir la ruine de la structure. Cette ruine peut se présenter de deux manières :

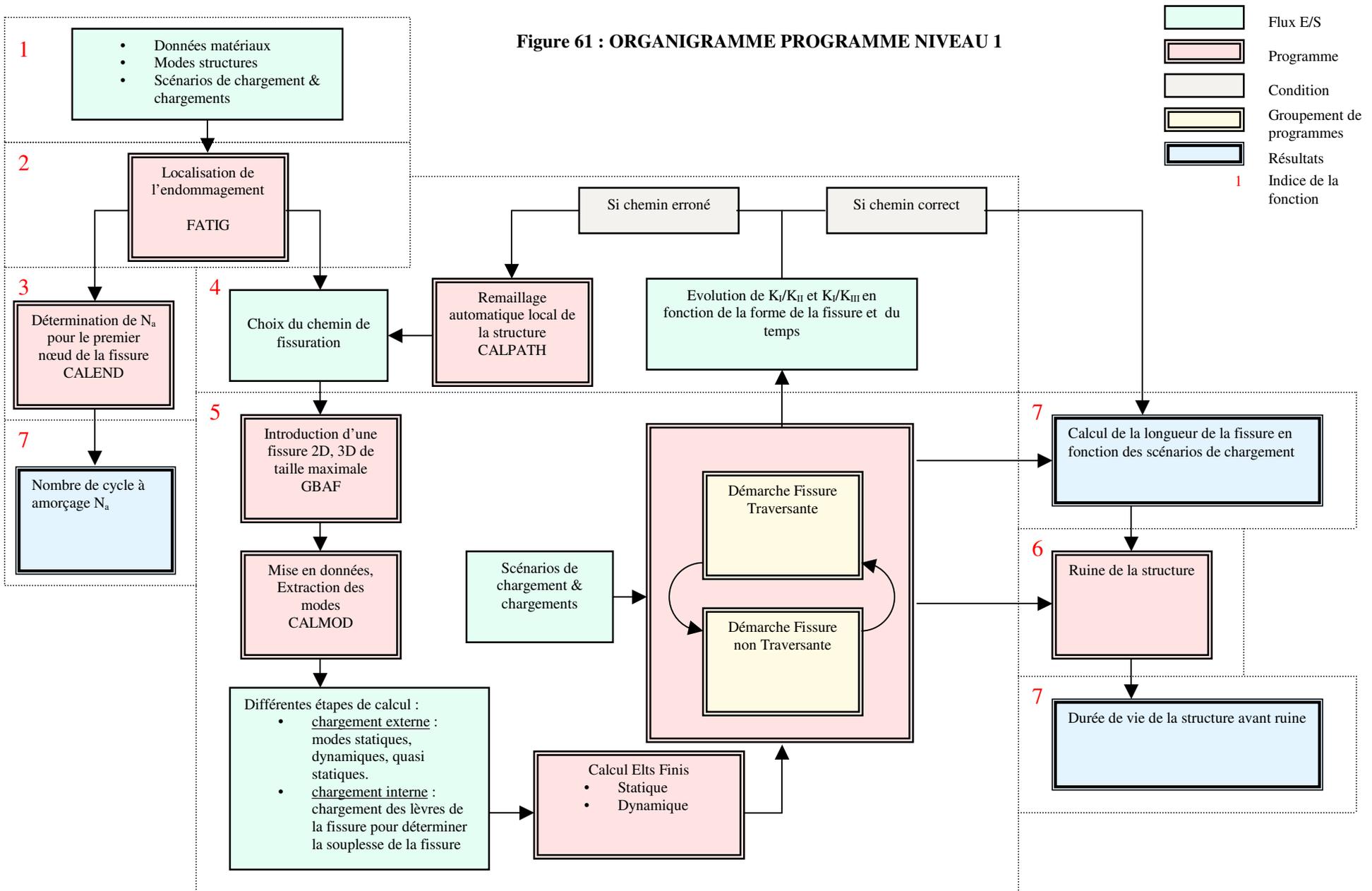
- Rupture brutale, lorsque le FIC en mode I dépasse la limite  $K_{IC}$  du matériau.
- Ruine par instabilité plastique, lorsque la fissure est d'une taille telle que la structure ne peut supporter les efforts de chargement : on a plastification généralisée.
- 

#### *B.4.3.7 Fonction 7 : écriture des résultats*

La durée de vie à l'amorçage est reportée dans les fichiers résultats. De plus à chaque cycle ou séquence de cycles de chargement, les informations relatives à la propagation de la fissure (longueur de la fissure, facteurs d'intensité de contraintes en mode I, II et III) sont écrites.

La Figure 61 présente plus précisément l'organigramme du programme (niveau 1). On y retrouve les fonctions présentées précédemment, et leur enchaînement au sein du programme global.

Figure 61 : ORGANIGRAMME PROGRAMME NIVEAU 1





---

## C CHAPITRE 2 : DEVELOPPEMENT DE MODELES

---

### But du chapitre :

L'utilisation des éléments coques comme base de notre méthodologie permet de construire un outil permettant de considérer à la fois l'amorçage et la propagation des fissures, dans une structure dont la flexibilité évolue au cours de la propagation des défauts. L'un des apports de ce travail est le couplage avec le multi-amorçage qui permet de prévoir l'apparition de nouvelles fissures dans la structure fissurée. Par exemple, lorsqu'une fissure s'arrête et que la contrainte se trouve reportée dans une zone qui deviendra la plus chargée ou encore dans le cas de zones à forte concentration de contraintes, comme les cordons de soudure, où le multi-amorçage constitue un premier mode de propagation des fissures en surface.

La question de la fissure complètement traversante se pose aussi, car nous atteignons les limites des éléments Line Spring, qui permettent de traiter du deuxième mode de propagation. Un second apport de ce travail est alors de prévoir la propagation des fissures traversantes, qui constitue un troisième mode de propagation. Les considérations relatives à ces modes de propagation (le premier et le troisième) sont développées dans la section C.1. Le choix de cette méthodologie conditionne aussi la définition au préalable du chemin de fissuration et des pistes sont explorées dans le cas de matériaux fragiles ou ductiles (section C.2). Pour ces trois modes de propagation, la fissuration des structures mécano-soudées soumises est à considérer lors de chargements complexes. Ainsi le problème du chargement à amplitude variable est à considérer. Sont alors traitées différentes théories et les manières d'implémenter une technique « industrielle » dans le programme VERICRACK (C.3).

### Contenu du chapitre :

1. Principe de la boîte à fissure : où comment utiliser des zooms structuraux pour affiner le calcul du facteur d'intensité de contrainte ; intégration dans un programme industriel. L'extension de l'utilisation des éléments Line Spring pour piloter les boîtes à fissures nous permettra de plus de traiter du multi-amorçage.
2. Prévision du chemin de la fissuration : utilisation des procédures de remaillage itératif afin de déterminer le chemin de fissuration dans le cas des matériaux fragiles et ductiles [LR06].
3. Prise en compte du chargement variable : recherche bibliographique sur l'influence de l'histoire dans la propagation des fissures : analyse du cas de la surcharge par éléments finis et par la méthode des « bandes plastiques ».

### Organigramme de développement des modèles

L'organigramme de la Figure 62 présente l'ensemble des développements pour les éléments 3D coques, 3D volumiques ou bidimensionnels, tels qu'ils seront présentés dans l'ensemble de ce

chapitre. Les interactions entre les différentes modélisations y sont mises en avant. Elles font l'objet d'un traitement détaillé dans les 3 différentes sections. L'organigramme de la Figure 63 rappelle l'état de développement initial avec l'utilisation d'outils existants permettant de traiter de l'amorçage d'un côté, et de la propagation de fissures semi-elliptiques d'un autre côté.

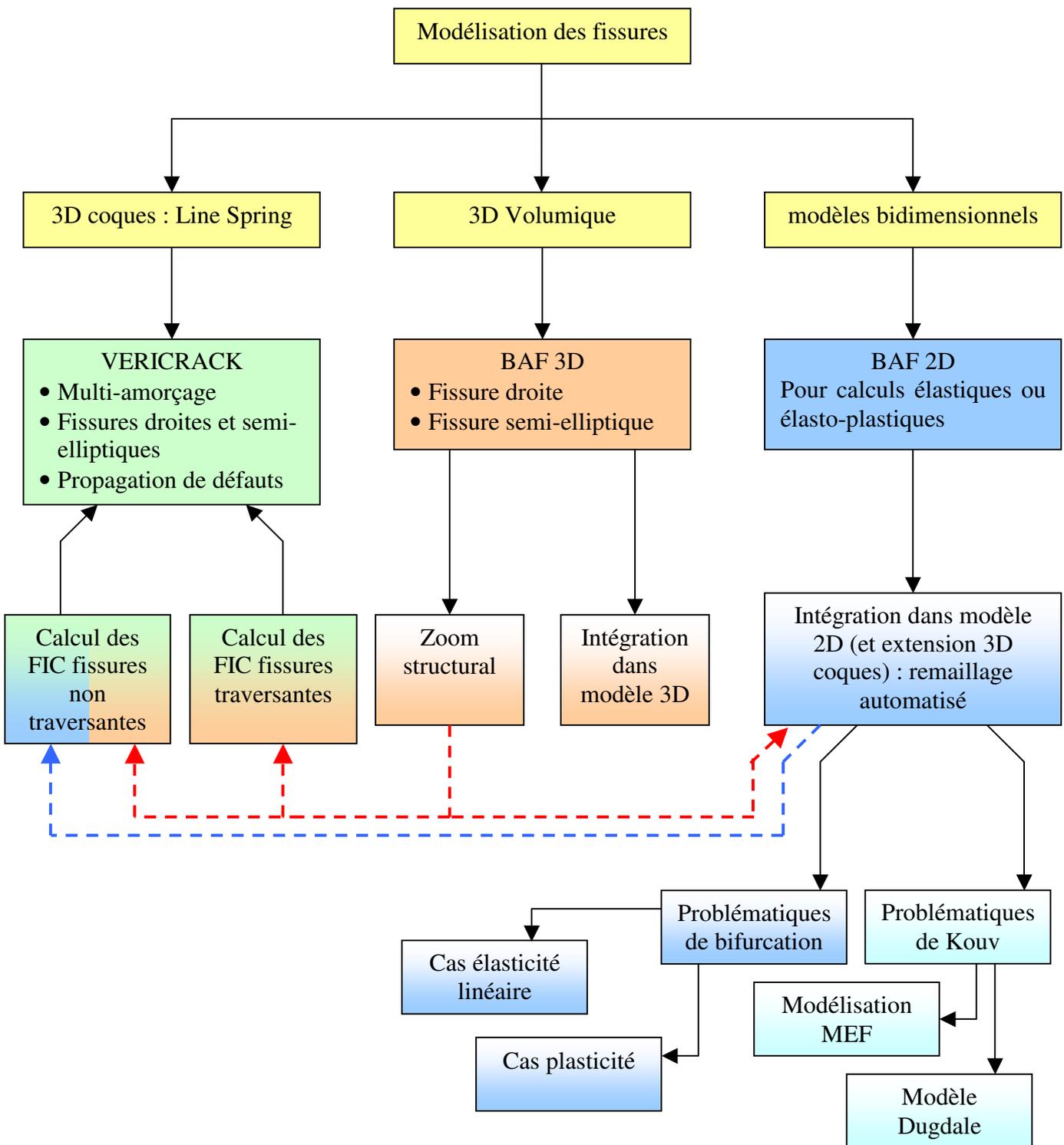


Figure 62 : organigramme de développement de modèles

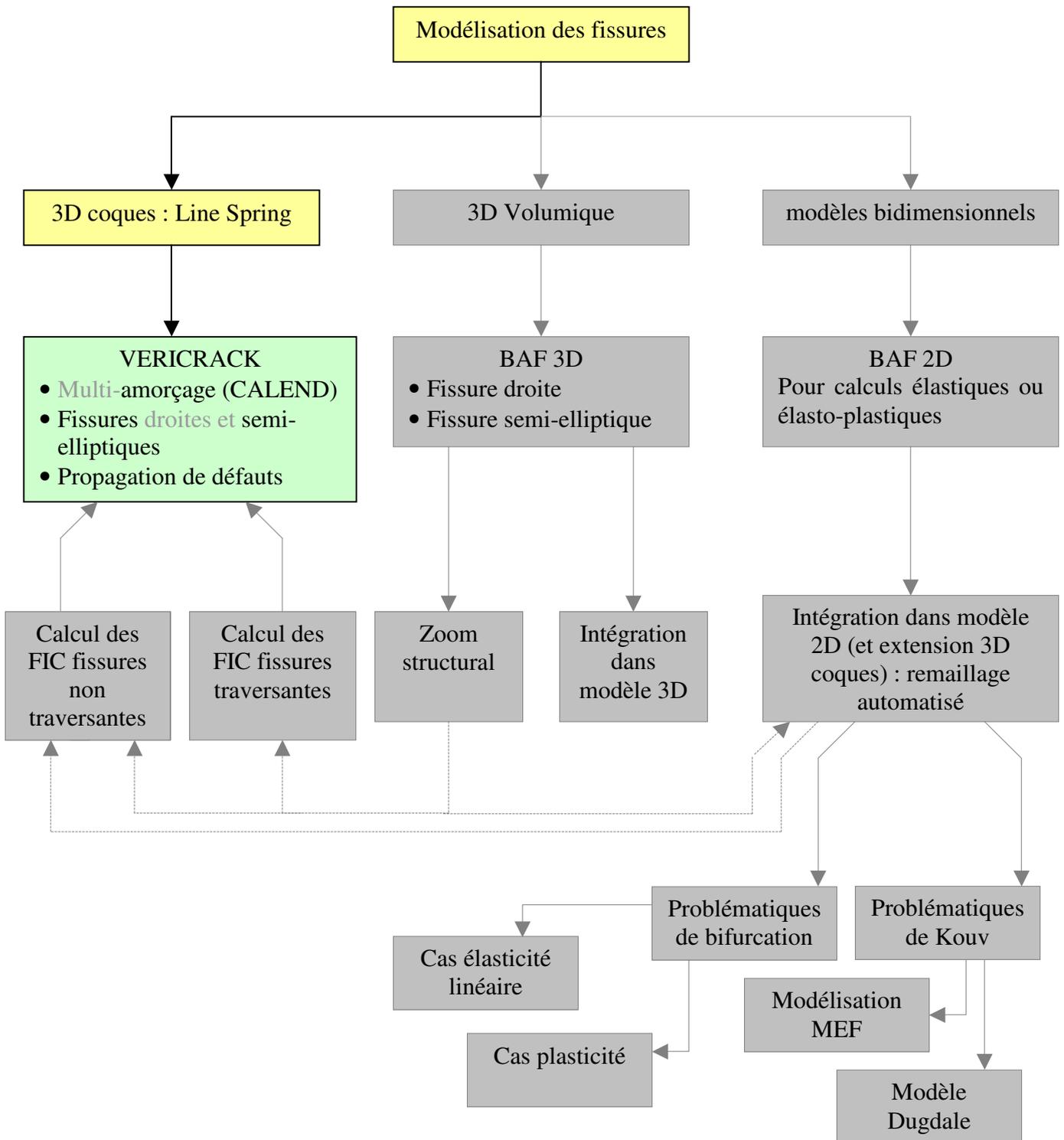


Figure 63 : organigramme de développement de modèles : état initial

## SECTION 1

### Principe de la Boîte à Fissure

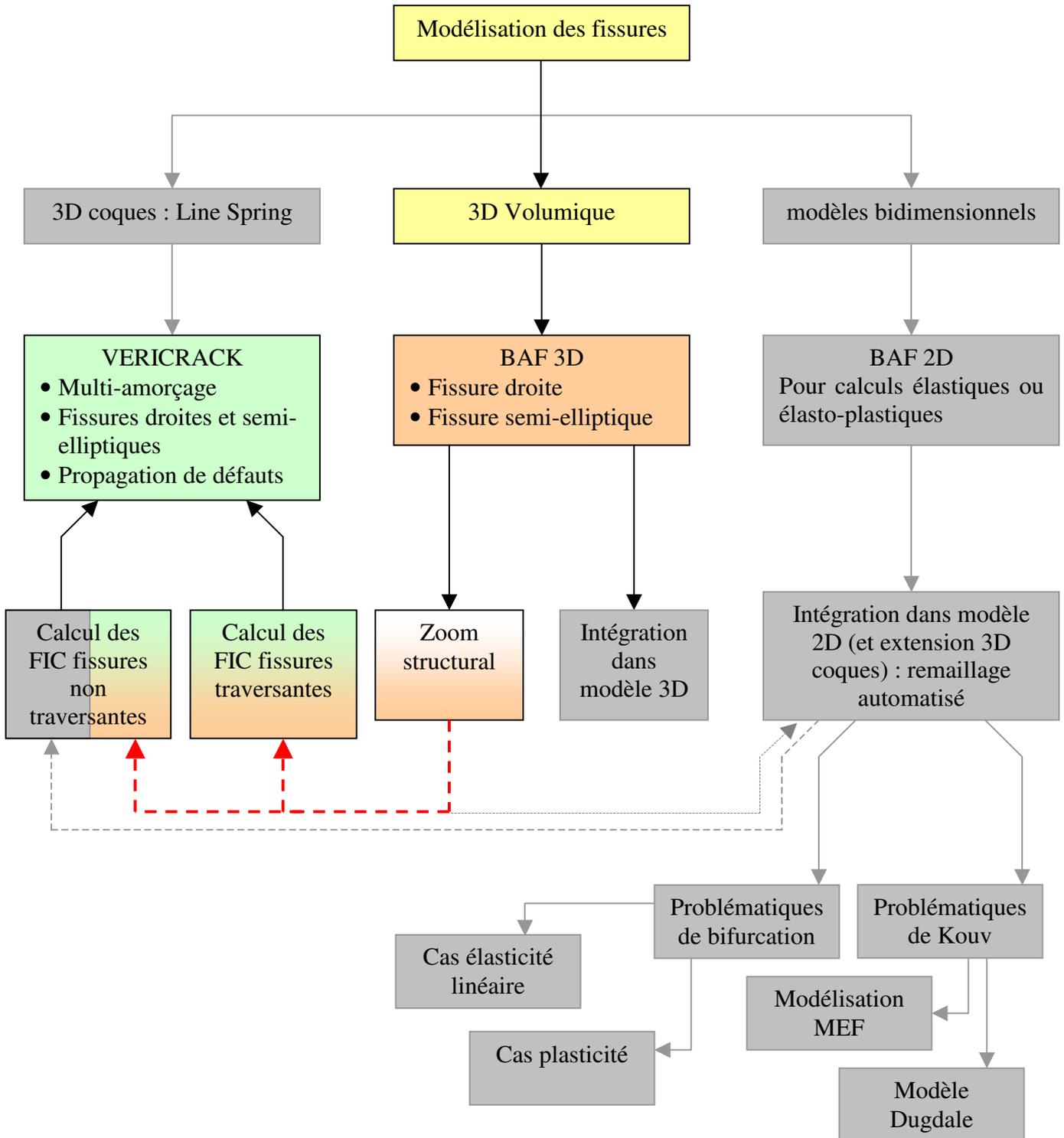


Figure 64 : organigramme de développement de modèles : principe de la boîte à fissure

## C.1 Propagation des fissures : Principe de la boîte à fissure

### C.1.1 Extension de l'utilisation des "Line Spring"

La méthodologie utilisée pour déterminer les facteurs d'intensité de contrainte de fissures non traversantes peut être étendue de manière à traiter des fissures traversantes. Lorsqu'on résout les différentes équations permettant de refermer la fissure, on impose une condition de déplacement relatif entre les lèvres de la fissure aux nœuds où elle ne s'est pas encore propagée et on calcule le déplacement relatif des nœuds où la fissure s'est propagée. Rien ne nous empêche ici de calculer les déplacements relatifs de n'importe quel nœud de la structure. Ceci peut nous permettre ainsi de pouvoir remonter à différentes informations :

- Au tenseur complet des contraintes aux nœuds pour lesquels une propagation par multi-amorçage est prévisible
- Au tenseur complet des contraintes en différents nœuds de la structure où peuvent avoir été posés des jauges de déformations ou dans le cas où on souhaite vérifier l'impact d'une fissuration sur la report des contraintes dans une zone particulièrement sensible
- Au facteur d'intensité des contraintes pour des fissures supposées non traversantes
- Au déplacement d'un ensemble de nœuds permettant de piloter par la suite un zoom structural

L'intérêt est ici de pouvoir disposer de l'ensemble de ces informations à chaque incrément de fissuration. Ainsi la redistribution des contraintes est directement en ligne de compte.

Comment procéder ? Lorsqu'on détermine les matrices de souplesse d'une part, et la réponse de la structure complètement fissurée à des efforts extérieurs, d'autre part, on réalise des sorties sur les nœuds de la fissure. Rien ne nous empêche de conserver l'information de déplacement au niveau d'autres nœuds.

Nous allons prendre l'exemple de la détermination des facteurs d'intensité de contrainte, sachant que le principe est identique pour la détermination des contraintes, et sera explicité par la suite.

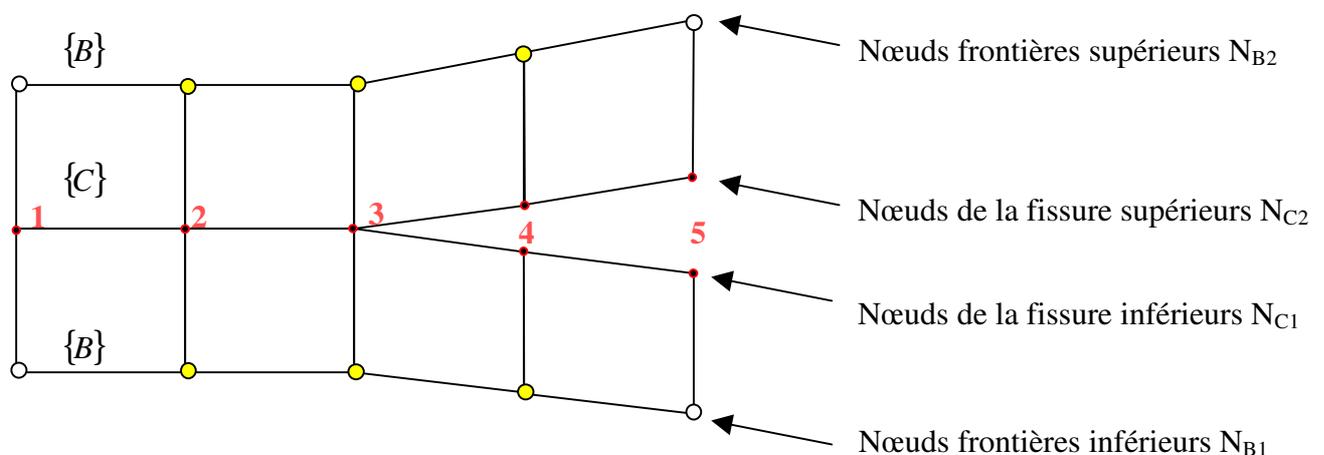


Figure 65 : principe des nœuds frontière

Le maillage est composé d'éléments à champ de déplacement linéaire. Ce maillage, en pointe de fissure, ne permet pas de calculer les facteurs d'intensité de contrainte avec une précision suffisante. Les règles de maillage supposent l'utilisation d'un champ de déplacement au moins quadratique, avec si possible, un déplacement des nœuds milieux de pointe au quart de l'élément. Le maillage est de plus trop grossier pour pouvoir utiliser l'intégrale J et des codes de calcul tels qu'Abaqus imposent l'utilisation d'éléments à champ de déplacement quadratique. L'idée est alors d'utiliser les déplacement autour de la pointe de la fissure pour piloter un zoom structural, remaillage fin tridimensionnel de la zone, respectant un maillage réglé permettant le calcul des facteurs d'intensité de contrainte avec une précision suffisante. Comme dans toute utilisation du zoom structural, il est nécessaire que la rigidité de la zone contenue dans les frontières du zoom soit très proche entre le modèle raffiné dit local et le modèle initial dit global. Dans notre cas, la fissure est réellement intégrée sous la forme d'une discontinuité dans le modèle global et la différence entre le modèle global et le modèle local est relativement faible en terme de rigidité, la seule différence provenant de la différence de maillage et de finesse de maillage. En effet, dans le modèle global, les éléments utilisés sont de type coque tridimensionnelle alors que dans le modèle local, les éléments sont de type brique volumique.

La Figure 65 montre le type de maillage global dont nous disposons en pointe de fissure d'un modèle industriel. Nous définissons l'ensemble  $\{C\}$  des nœuds de la fissure. Ce sont en fait des doublets de nœuds qui peuvent être :

- soit collés où la fissure ne s'est pas encore propagée ;
- soit complètement décollés où la fissure s'est complètement propagée ;
- soit partiellement décollés où la fissure se propage dans l'épaisseur de la tôle.

Nous considérons ici les deux états extrêmes des doublets de la fissure: soit collés, soit décollés, afin de simuler la propagation d'une fissure dite droite, c'est à dire concernant toute l'épaisseur de la tôle. Nous décomposons l'ensemble  $\{C\}$  en deux sous-groupes  $N_{C2}$  l'ensemble des nœuds de la lèvres supérieure et  $N_{C1}$  l'ensemble des nœuds de la lèvres inférieure. Ces doublets ont indice que nous noterons  $i$ ,  $i$  variant entre 1 et 5 dans la Figure 65.

Considérons maintenant l'ensemble des nœuds dits « frontières » c'est-à-dire voisins de l'ensemble  $\{B\}$ . Nous considérons arbitrairement les nœuds immédiatement voisins des doublets de la fissure mais il est tout aussi possible de considérer des nœuds plus éloignés. Nous verrons plus tard que cela permettra d'accroître la précision de la détermination des facteurs d'intensité de contrainte.

Lors de la détermination de la matrice de la souplesse  $S$  de la structure, nous calculons, pour chaque doublet  $i$ , la variation de déplacement  $\delta_{pqij}$  entre le nœud supérieur (2) et le nœud inférieur (1) du doublet, dans la direction  $p$ , due à un effort appliqué au nœud  $j$  dans la direction  $q$ . Ce déplacement relatif est de même calculé au niveau de chaque doublet pour un effort au loin noté infini :  $\infty$ . On obtient donc  $\delta_{p\infty i}$ . Nous considérons pour l'instant un seul cas de chargement mais la méthodologie est identiquement applicable pour une infinité de cas de chargement. De la même manière, nous obtenons le déplacement relatif des nœuds dits voisins :  $\delta_{B1}^{pqij}$  et  $\delta_{B2}^{pqij}$ . Il est à noter qu'on travaille ici en déplacement relatif mais il est tout aussi possible de travailler en déplacements absolus. Dans le cas des déplacements absolus, on pourra ensuite calculer à la fois les déplacements, les déformations et les contraintes. Dans le cas des déplacements relatifs, on ne peut que calculer les déformations et les contraintes. Pourquoi travailler avec les déplacements relatifs ? car cela limite le nombre d'informations à stocker et que seuls les efforts et les contraintes seront utilisés par la suite. Enfin, on calcule les déplacements des nœuds voisins pour des chargements « au loin ».

L'ensemble des équations suivantes présente l'ensemble des informations nécessaires pour pouvoir utiliser par la suite une boîte à fissure :

$$\delta_{pqij} = u_{pqiz,j} - u_{pqiz,i} \longrightarrow \left( \begin{array}{l} \text{déplacement relatif du} \\ \text{doublet } i, \text{ dans la direction} \\ \text{p, dû à un effort au nœud } j, \\ \text{dans la direction } q \end{array} \right) \quad (C.1)$$

$$\delta_{p\infty i} = u_{p\infty iz} - u_{p\infty iz,i} \longrightarrow \left( \begin{array}{l} \text{déplacement relatif du} \\ \text{doublet } i, \text{ dans la direction} \\ \text{p, dû à un effort extérieur,} \\ \text{défini comme } F^\infty \end{array} \right) \quad (C.2)$$

$$\delta_{B1}^{pq} = u_{B1}^{pq} - u_{pqiz,i} \longrightarrow \left( \begin{array}{l} \text{déplacement du nœud } B_{i1} \\ \text{ou } B_{i2} \text{ auquel on soustrait le} \\ \text{déplacement du nœud } i1 \text{ ou} \\ \text{i2, (dans la direction } p \text{ dû à} \\ \text{un effort au nœud } j, \text{ dans la} \\ \text{direction, } q) \end{array} \right) \quad (C.3)$$

$$\delta_{B1}^p = u_{B1}^p - u_{p\infty iz,i} \longrightarrow \left( \begin{array}{l} \text{déplacement relatif des} \\ \text{nœuds voisins du doublet } i, \\ \text{dans la direction } p, \text{ dû à un} \\ \text{effort extérieur, défini} \\ \text{comme } F^\infty \end{array} \right) \quad (C.4)$$

Nous rappelons ici les deux équations utilisées dans une analyse de type « Line Spring » :

$$\left[ \begin{array}{l} [-S_{ij}^{pq} * F_j^q] = [\delta_i^p - \delta_{i\infty}^p] \quad (C.5) \\ -A_{ij}^{pq} * F_j^q = \delta_i^p \quad (C.6) \end{array} \right.$$

Avec  $S_{ij}$  la matrice de Souplesse,  $F_i$  les efforts aux doublets,  $\delta_i$  les déplacements relatifs des nœuds de chaque doublet et  $A_{ij}$  la matrice des coefficients de Tada [TP73]. La matrice de souplesse  $S$  est une matrice carrée de dimension  $5.N_C \times 5.N_C$ . En ajoutant les nœuds du voisinage nous obtenons alors une nouvelle matrice  $S_{ij}$  qui est, cette fois-ci, rectangulaire et de dimension  $[5.N_C + 5.N_{B1} + 5.N_{B2}] \times [5.N_C]$ .

Lorsqu'on referme la fissure, on recherche les efforts et les déplacements solutions des équations (C.5) et (C.6).

En particulier avec  $F_j^q$ , on résout les équations (C.7) et (C.8) suivantes :

$$[-S_{B1j}^{pq} * F_j^q] = [\delta_{B1i}^p - \delta_{B1\infty}^p] \quad (C.7)$$

$$[-S_{B2j}^{pq} * F_j^q] = [\delta_{B2i}^p - \delta_{B2\infty}^p] \quad (C.8)$$

Ce qui permet de déterminer les déplacements relatifs des nœuds voisins :  $\delta_{B,li}^p$   $\delta_{B,2i}^p$ . Dans le cas des déplacements absolus, la méthodologie utilisée est identique.

### C.1.2 Validation de la méthode implémentée dans VERICRACK

L'exemple de la plaque en traction décrit dans le paragraphe B.3.3.5 est ici repris. Nous allons vérifier le calcul des déplacements du nœud au centre de la fissure et du nœud immédiatement voisin (hors des lèvres de la fissure) pour trois profondeurs de fissure.

Les résultats sont présentés dans la Figure 66 pour le nœud appartenant à la fissure et la Figure 67 pour le nœud voisin de la fissure. Les différences entre les deux codes traduisent un petit écart dans les résultats qui sont néanmoins beaucoup plus proche que les résultats en terme de facteur d'intensité de contrainte.

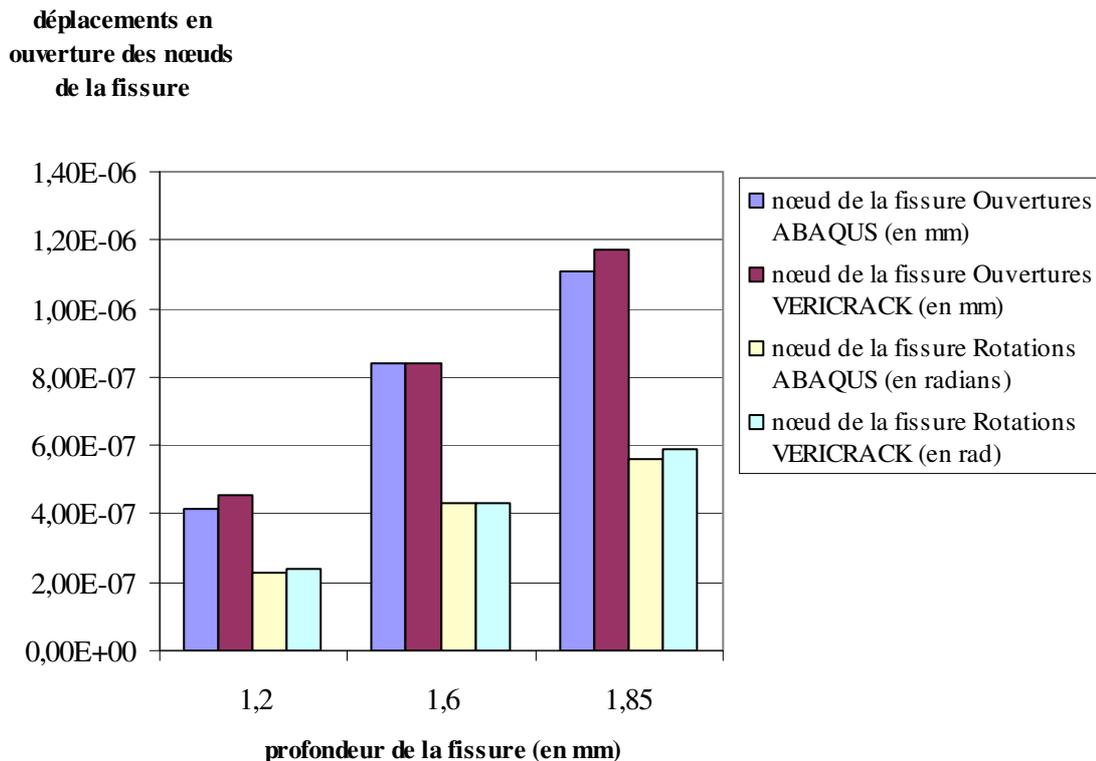


Figure 66 : déplacements en ouverture d'un nœud de la fissure

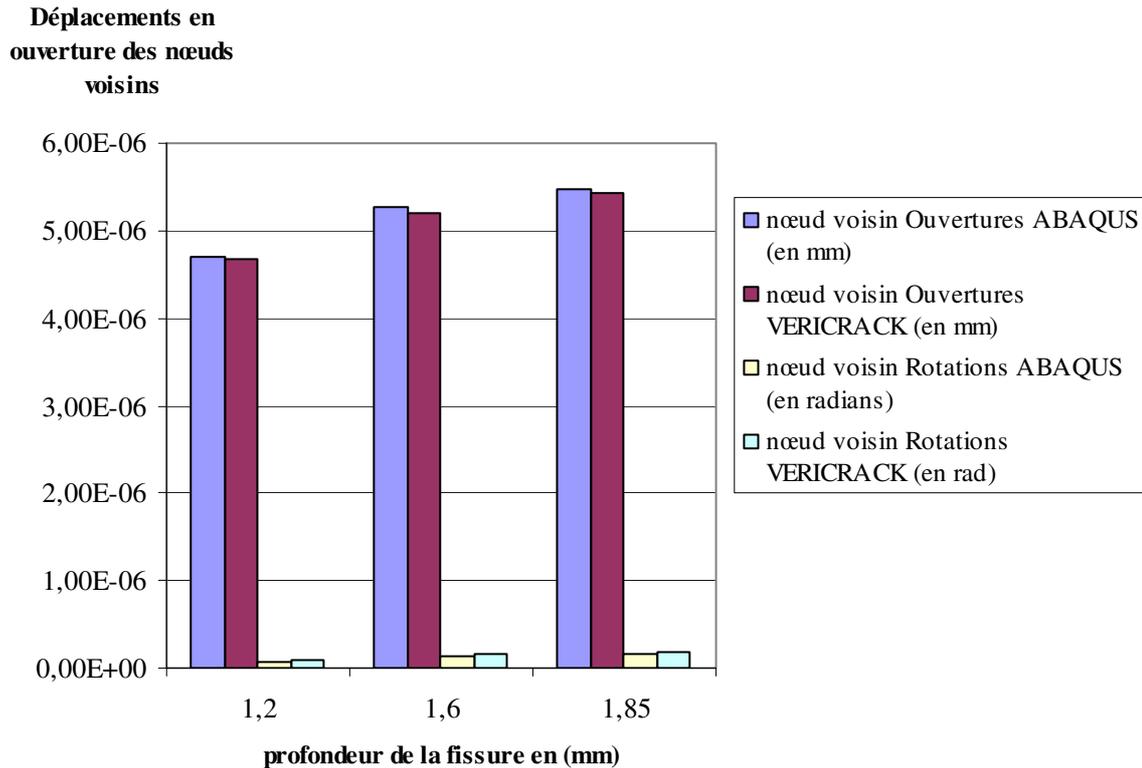


Figure 67 : déplacements en ouverture d'un nœud voisin de la fissure

### C.1.3 Pilotage de la BAF : calcul des facteurs d'intensité de contrainte

Ainsi en « généralisant » les « Line Spring » au calcul des déplacements des nœuds voisins de la pointe de la fissure, on peut utiliser ces déplacements pour piloter une boîte à fissure. Lorsque la fissure se propage, la rigidité de la liaison entre les nœuds d'un doublet évolue : elle diminue lorsque la fissure se propage dans l'épaisseur de la coque jusqu'à s'annuler lorsque la fissure est complètement traversante. De la même façon, le déplacement des nœuds du voisinage est affecté par la perte de rigidité. Ainsi, lorsque la fissure est complètement traversante, ces nœuds peuvent piloter la boîte à fissure qui contient un remaillage fin au voisinage de la pointe de fissure. Le calcul à l'intérieur de la boîte est réalisé par la méthode des éléments finis habituelle. Or afin de limiter les temps de calcul dans le programme global, il est souhaitable de limiter le nombre d'entrées-sorties. En effet, à chaque pas de temps, les déplacements imposés au raffinement de maillage évoluent et doivent piloter la boîte à fissure ce qui implique à chaque fois un calcul par éléments finis. La résolution peut soit se faire en intégrant dans le code global un module dédié à la résolution du problèmes par la méthode des éléments finis, soit le code global fait appel à un code dédié tel qu'Abaqus ce qui entraîne de nombreux échanges et alourdit considérablement le programme. Nous verrons par la suite comment nous pouvons procéder, en gardant à l'esprit l'hypothèse d'élasticité linéaire que nous avons émise. Tout d'abord, vérifier le bien fondé de la technique du zoom structural pour déterminer les facteurs d'intensité de contrainte.

#### C.1.3.1 Validation du principe du zoom structural pour calculer les facteurs d'intensité de contraintes

Une fissure est insérée au pied de cordon virtuel d'un assemblage mécano-soudé en L sur lequel différentes sollicitations sont appliquées.

Ces sollicitations sont :

- de traction
- de flexion

L'épaisseur des tôles est de 10 mm. La fissure a une longueur de 100 mm sur une longueur totale de l'éprouvette de 500 mm et est située à 14.5 mm de l'intersection des deux coques.

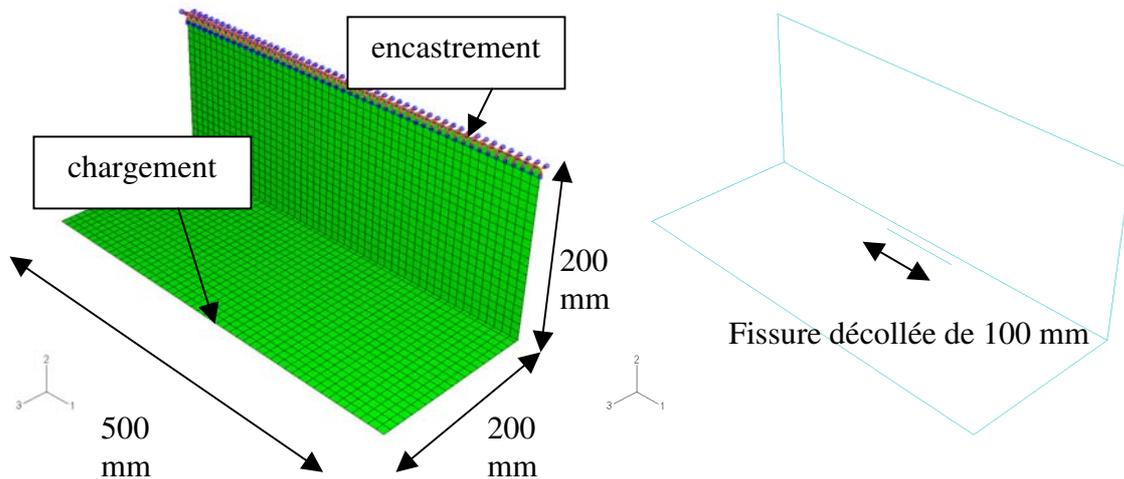


Figure 68 : présentation de la géométrie et des conditions aux limites du modèle étudié

Différents maillages sont réalisés et présentés dans les figures suivantes.

1. Un maillage global coque linéaire avec des mailles de 10 mm et une fissure décollée
2. Un maillage global coque linéaire avec des mailles de 10 mm avec BAF
3. Un maillage global coque quadratique avec des mailles de 2.5 mm
4. Un maillage global 3D volumique tétraédrique avec des mailles parallélépipédiques quadratiques de 2.5 mm au voisinage de la fissure
5. Un maillage local 3D volumique avec des mailles parallélépipédiques quadratiques de 2.5 mm

Les différents types d'éléments utilisés sont les suivants :

- Volumiques
  - C3D10 : éléments tétraédriques à 10 nœuds à champ de déplacement quadratique
  - C3D20 : éléments briques à 20 nœuds à champ de déplacement quadratique
  - C3D20R : même élément que précédent mais avec intégration réduite
- Coques
  - S4 : élément de type coque à 4 nœuds à champ de déplacement linéaire. Cet élément est assez général, c'est à dire qu'il peut être utilisé pour représenter des coques épaisses et des coques minces. En effet sa formulation tend vers l'état de contrainte plane quand l'épaisseur tend vers 0. Il dispose de 4 points d'intégration de Gauss.
  - S4R : même élément que précédemment mais à intégration réduite c'est à dire qu'il ne dispose que d'un unique point d'intégration.
  - S4R5 : même élément que précédemment mais ne disposant que de 5 degrés de liberté au lieu de 6 et utilisable uniquement dans le cas des coques minces.

- S8R : élément de type coque à 8 nœuds, à champ de déplacement quadratique, et utilisable uniquement dans l'hypothèse des coques épaisses. Il dispose de 4 points d'intégration.
- S8R5 : même élément que précédemment mais ne disposant que de 5 degrés de liberté et uniquement utilisable dans le cas des coques minces.

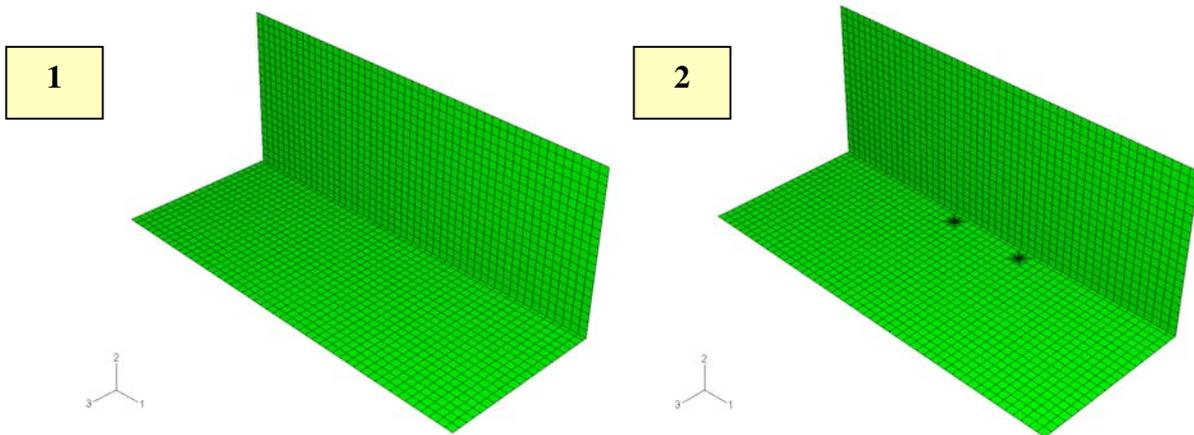


Figure 69 : modèles et maillages (1/3)

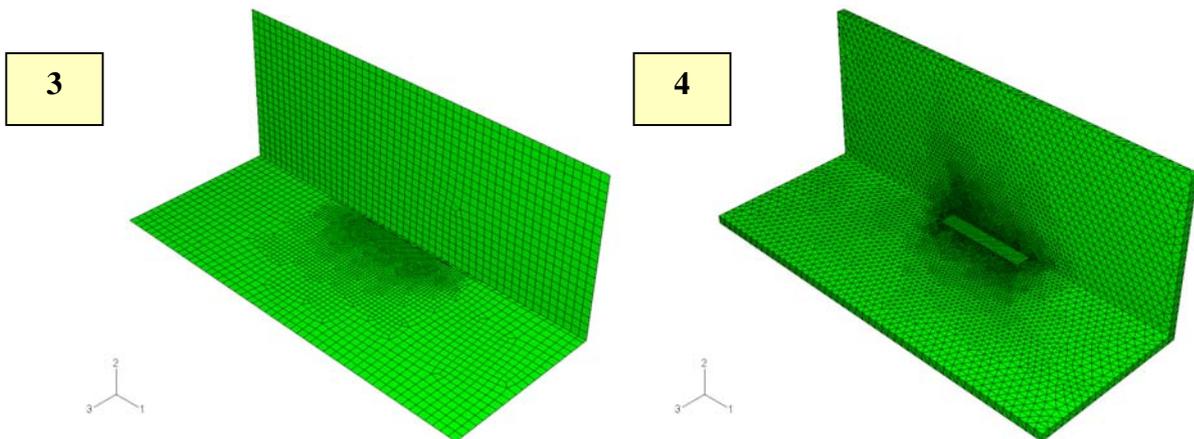


Figure 70 : modèles et maillages (2/3)

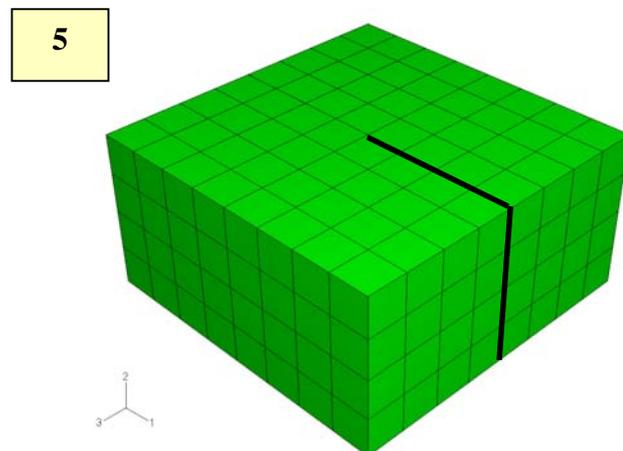


Figure 71 : modèles et maillages (3/3)

a) Cas du chargement de traction (chargement 1)

Le chargement le plus simple, de traction, est tout d'abord considéré. La Figure 72 présente les résultats obtenus en contraintes Von-Misès pour le modèle coque (au-dessus) et le modèle volumique (au-dessous). Le niveau des contraintes au niveau des pointes de la fissure est relativement faible mais cela n'a aucune incidence car le but recherché est de comparer les différentes modélisations. Les facteurs d'intensité de contrainte ne peuvent être calculés que dans les configurations 2 à 4. Nous mettons pour l'instant de côté les résultats du zoom structural qui feront l'objet d'un paragraphe ultérieur. Considérant la longueur de la fissure par rapport à la taille des éléments dans la configuration 3 et 4, le maillage réalisé, même s'il n'intègre pas un raffinement particulier, est tout de même satisfaisant pour déterminer correctement les facteurs d'intensité de contrainte. La Figure 73 présente les résultats en terme de facteurs d'intensité de contrainte dans la configuration 4. On a ici une composante dominante de traction maximale en milieu de tôle. La composante de mode II, bien que plus faible, n'est pas négligeable et vaut le tiers de la composante en mode I. Enfin la composante de mode III est négligeable. La Figure 74 présente les résultats en terme d'intégrale J entre la configuration 4 et la configuration 3, en faisant soit l'hypothèse des coques minces, soit l'hypothèse des coques épaisses. Il est à noter qu'avec le code Abaqus, on obtient le facteur d'intensité de contrainte au niveau de la fibre neutre, ce que l'on retrouve dans cette comparaison. La différence entre les coques minces et les coques épaisses est faible (inférieure à 3%).

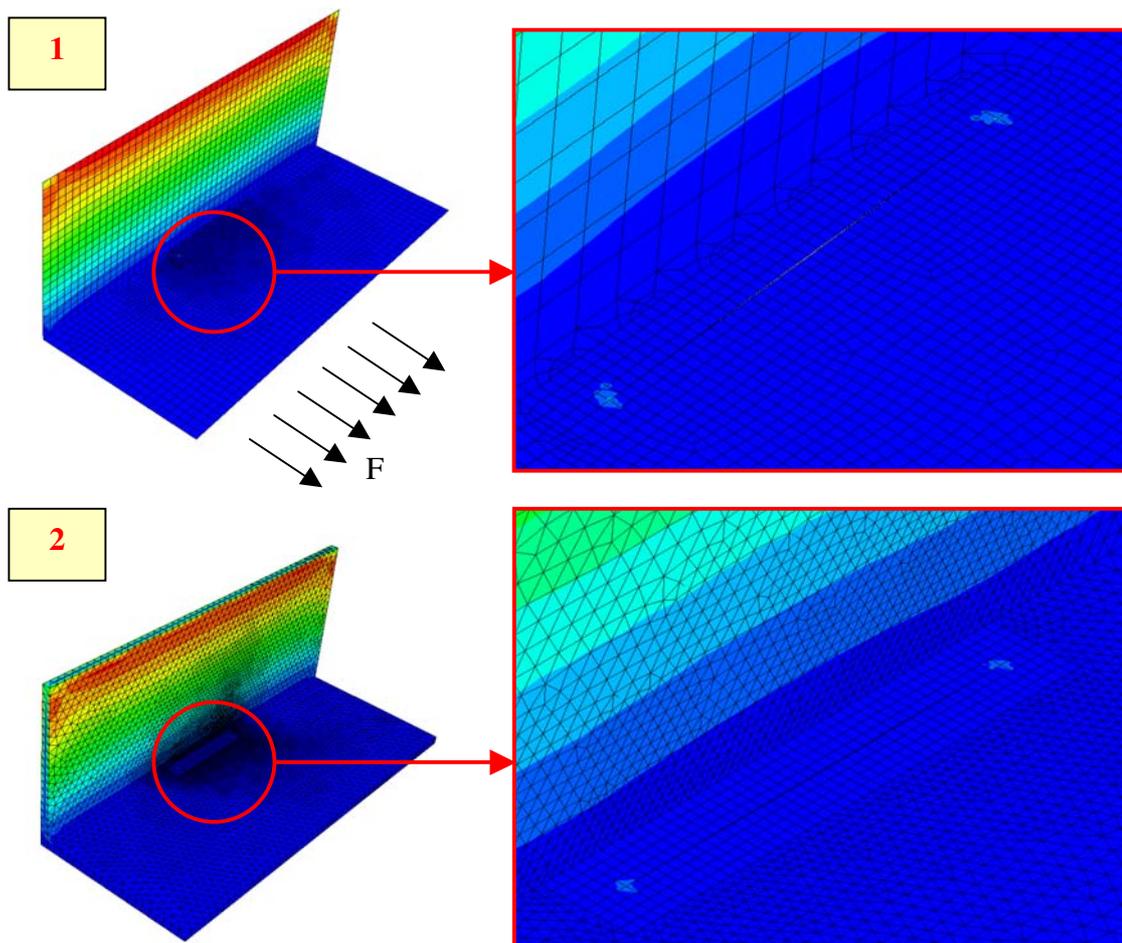


Figure 72 : cas de chargement considérés

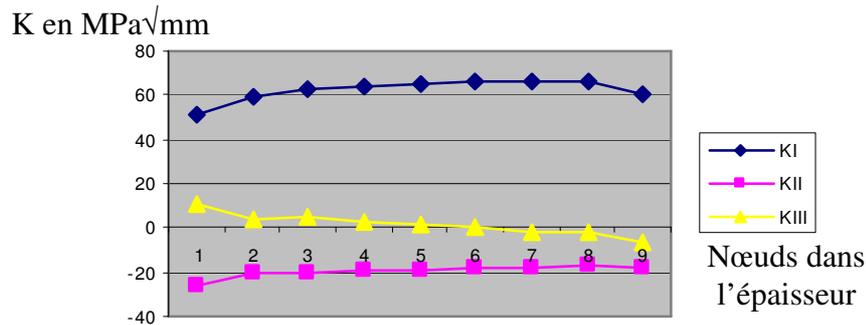


Figure 73: évolution des facteurs d'intensité de contrainte dans le cas des éléments volumiques (C3D10 et C3D20R en pointe de fissure)

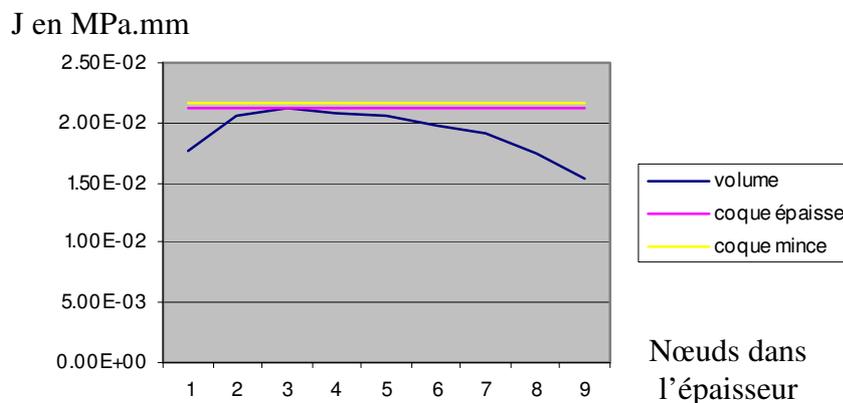


Figure 74: comparaison de la valeur de l'intégrale J entre les résultats volumiques et coques

Le Tableau 2 présente la comparaison des facteurs d'intensité de contrainte en mode I et en mode II pour les différentes modélisations et pour différents types d'éléments. L'erreur maximale sur le  $K_I$  est inférieure à 5% dans l'ensemble des configuration alors que l'erreur sur le  $K_{II}$  est plus importante et peut atteindre 15%. Il est à noter que la différence entre l'utilisation les configurations 2 et 3 n'est pas significative. On voit ici que l'utilisation d'une boîte à fissure autour de la pointe de fissure, le tout inséré dans les éléments à champ de déplacement linéaire, donne un résultat très proche d'un maillage d'éléments plus fins et à champ de déplacement quadratique. Il est à noter que les calculs de facteurs d'intensité de contrainte sont réalisés sur la base d'une méthode énergétique sauf si le contraire est précisé (calcul à partir des déplacements des nœuds de la fissure).

Tableau 2 : comparaison des facteurs d'intensité de contrainte suivant différents maillages, K en MPa√mm

modélisation	Type d'éléments	$K_I$	$K_{II}$
4	C3D10+C3D20R	65.4	18.8
3	coque S8R	62.2	20.5
3	coque S8R5	64	21.1
2	coque S4+S8R5	63.3	19.9
2	coque S4R+S8R5	65.1	20.6
2	coque S4R5+S8R5	65.1	20.4
2	coque S4R5+S8R5 par les déplacements	64.8	20.4

b) Cas du chargement de flexion (chargement 2)

Le second cas de chargement considéré est ici une flexion. Les conditions aux limites et la représentation des champs de contraintes et des déplacements sont présentées dans la Figure 75.

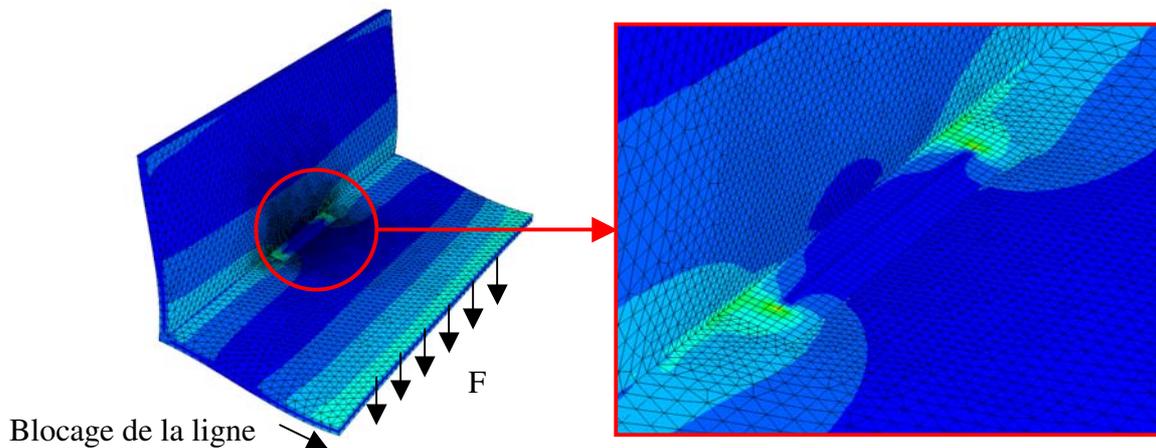


Figure 75 : déformée et vue en contrainte de Von-Mises dans le cas du chargement de flexion

Le Tableau 3 présente l'évolution des facteurs d'intensité de contrainte et de l'intégrale J dans l'épaisseur de la fissure. Ayant un chargement de flexion pure, le  $K_I$  est nul à la fibre neutre. Les résultats des modèles coques (Tableau 4) sont alors faibles et ne retranscrivent pas correctement la flexion globale. Il peut être envisagé de déterminer les facteurs d'intensité de contrainte à partir des déplacements des lèvres de la fissure mais les résultats dépendent de la finesse du maillage. Il paraît alors intéressant d'utiliser des nœuds plus éloignés pour piloter un modèle volumique raffiné de la pointe de la fissure. Ceci permet, dans le cas de sollicitations complexes multiaxiales, de calculer les facteurs d'intensité de contrainte dans le modèle tridimensionnel.

Tableau 3 : évolution des facteurs d'intensité de contrainte et de l'intégrale J dans le modèle volumique C3D10+C3D20R pour un effort de flexion, K en  $\text{MPa}\sqrt{\text{mm}}$  et J en  $\text{MPa}\cdot\text{mm}$

Nœuds dans l'épaisseur	$K_I$	$K_{II}$	$K_{III}$	J
1	525.6	-78.6	46.3	1.257
2	408.5	-36.8	37.2	0.759
3	266.7	-28.7	52.8	0.276
4	127.1	-20.3	50.0	0.116
5	-11.3	-13.6	49.7	-0,034
6	-150.1	-7.1	49.3	0.142
7	-291.1	1.2	49.2	0.332
8	-431.9	10.5	34.4	0.841
9	-546.4	48.0	35.0	1.338

Tableau 4 : comparaison des facteurs d'intensité de contrainte et de l'intégrale J dans les modèles coques (modélisation 3) , K en MPa√mm et J en MPa.mm

Type d'éléments	$K_I$	$K_{II}$	$K_{III}$	J
S8R	-8.04	14.05	-	0.2 à 0.25
S8R5	-9.328	15.99	-	0.12 à 0.18

c) *Utilisation du zoom structural*

La validité du zoom structural est d'autant plus vraie que la différence de rigidité entre le modèle dit global et le modèle dit local est faible. Il est aussi nécessaire de respecter les conditions de Saint Venant et de regarder les contraintes dans une zone éloignée des conditions aux limites. Pour se faire, nous allons considérer deux tailles de zooms différents, présentés dans la Figure 76. Le modèle global est la configuration notée 1 et présentant une fissure maillée au moyens de 10 éléments de forme carrée à champ de déplacement linéaire, de 10 mm de côté. Le zoom intitulé « zoom » est de taille 20x20 mm alors que le zoom plus étendu et nommé « gd zoom » est de taille 40x40 mm.

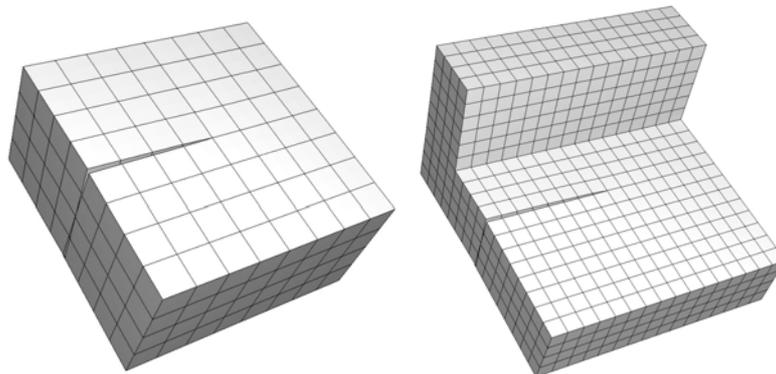


Figure 76 : maillages des zooms : à gauche ZOOM et à droite GD ZOOM

La Figure 77 présente l'évolution des facteurs d'intensité de contraintes dans l'épaisseur des tôles. La référence est le modèle tridimensionnel complet et noté « ref ». Les résultats issus des deux zooms (voir Figure 76) sont comparés à la solution de référence. Il apparaît que l'erreur sur le facteur d'intensité de contrainte en mode I est acceptable tandis que les facteurs d'intensité des contraintes en mode II et III sont surestimés. Ainsi l'erreur sur le  $K_I$  est de l'ordre de 5 à 6 % pour le zoom de 20x20mm pour le chargement en traction et de 4 à 5 % pour le chargement en flexion. Par contre l'erreur sur le mode II et III atteint 33% pour le chargement de traction. Mais il faut relativiser cette erreur et mettre en lumière le fait que les niveaux de  $K_{II}$  et  $K_{III}$  sont faibles devant le  $K_I$ . Le passage au grand zoom « gd zoom » permet de limiter l'erreur en traction sur le  $K_I$  à moins de 3%. Par contre l'erreur sur ce même facteur d'intensité de contrainte pour le chargement de flexion atteint 10%. Cela vient, d'une part, du comportement en cisaillement des éléments linéaires, comparés aux éléments quadratiques. D'autre part, la différence entre les deux taille de zooms vient de la différence de modélisation de la liaison entre la partie verticale et la partie horizontale. Il est intéressant d'obtenir une telle corrélation compte tenu de la différence de modélisation entre le modèle coque et le modèle tridimensionnel volumique, sachant que dans le premier cas, l'insertion

d'une fissure ne permet pas de satisfaire à la théorie des coques lorsque cette fissure prend place au voisinage immédiat de la jonction soudée. Une manière d'accroître la précision serait de réaliser un calcul global en éléments quadratiques, plutôt qu'en éléments linéaires. Il est aussi possible d'étendre encore la taille du zoom. D'un point de vue industriel, cette dernière proposition n'apparaît pas satisfaisante car elle oblige à un remaillage étendu à chaque accroissement de la longueur de la fissure. Par contre, travailler sur des éléments quadratiques ne modifie en rien le principe de l'outil développé, seule la routine permettant de calculer les contraintes pour la détermination du dommage doit être modifiée de manière à prendre en compte le champ de déplacement quadratique.

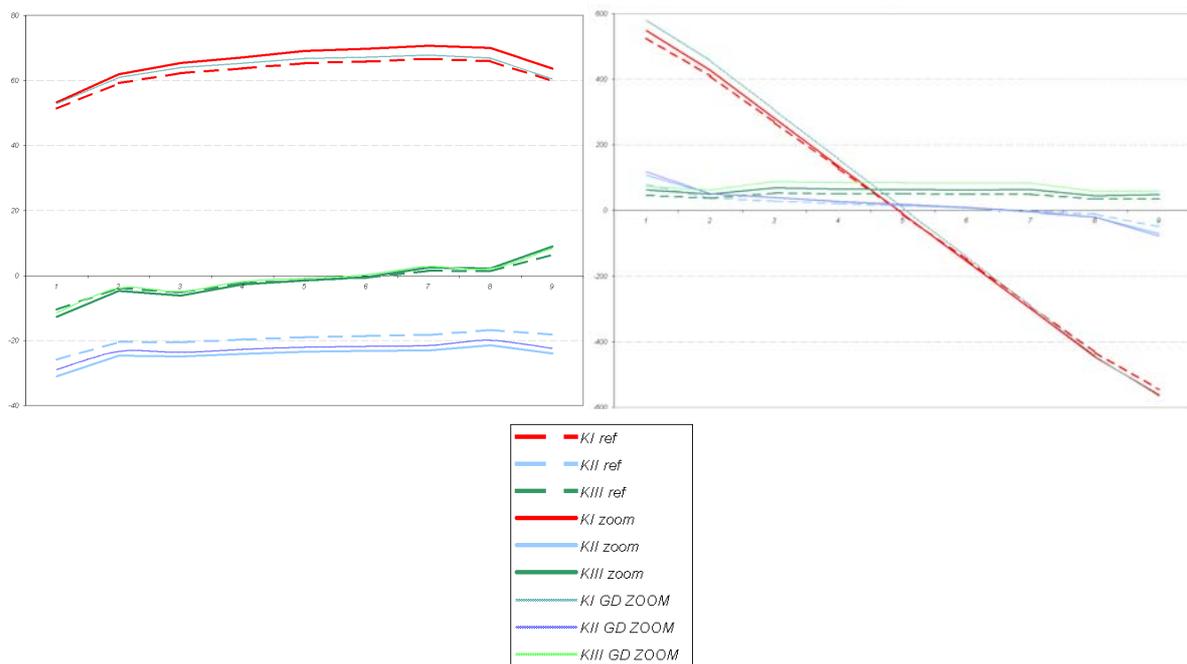


Figure 77 : évolution des facteurs d'intensité de contrainte (en ordonnée) en fonction du numéro de noeud dans la profondeur (abscisse)

### C.1.3.2 La matrice de passage : limiter les calculs par la MEF

Le but est, au cours de la simulation de la fissuration, de calculer les déplacements des nœuds frontière sur le modèle global de la structure fissurée et de les utiliser pour piloter un zoom structural de la pointe de la fissure. Comme nous l'avons vu précédemment, cette opération nécessite un calcul par la méthode des éléments finis et peut s'avérer gourmande en temps calcul si elle doit être réalisée pour chaque cycle appliqué. L'idée est alors d'obtenir une matrice de passage entre les déplacements des nœuds frontière du modèle global (calculés à partir d'un maillage d'éléments coques à champ de déplacement linéaire) et les facteurs d'intensité des contraintes (en mode I, II et III) dans l'épaisseur du modèle finement remaillé. Ceci n'est valable qu'en condition d'élasticité linéaire.

#### a) Principe

Le modèle volumique fissuré maillé suivant les règles de l'art pour réaliser des calculs de mécanique de la rupture est généré automatiquement à partir des données de l'utilisateur

(concernant notamment les dimensions de la boîte et le type de raffinement souhaité). Afin de piloter ce modèle en déplacements unitaires permettant d'obtenir des FIC unitaires. Les FIC unitaires seront recombinaés par la suite avec les déplacements calculés par le programme de simulation de fissuration (voir Figure 81). Il est nécessaire de réaliser un modèle coque appelé modèle « global » sur lequel sont appliquées les conditions aux limites en déplacements unitaires. Un second calcul, utilisant le principe du zoom structural entre un modèle coque et un modèle volumique (SHELL TO SOLID sous ABAQUS) permet d'appliquer effectivement les déplacements sur le modèle volumique que nous appellerons modèle « local » selon le principe suivant :

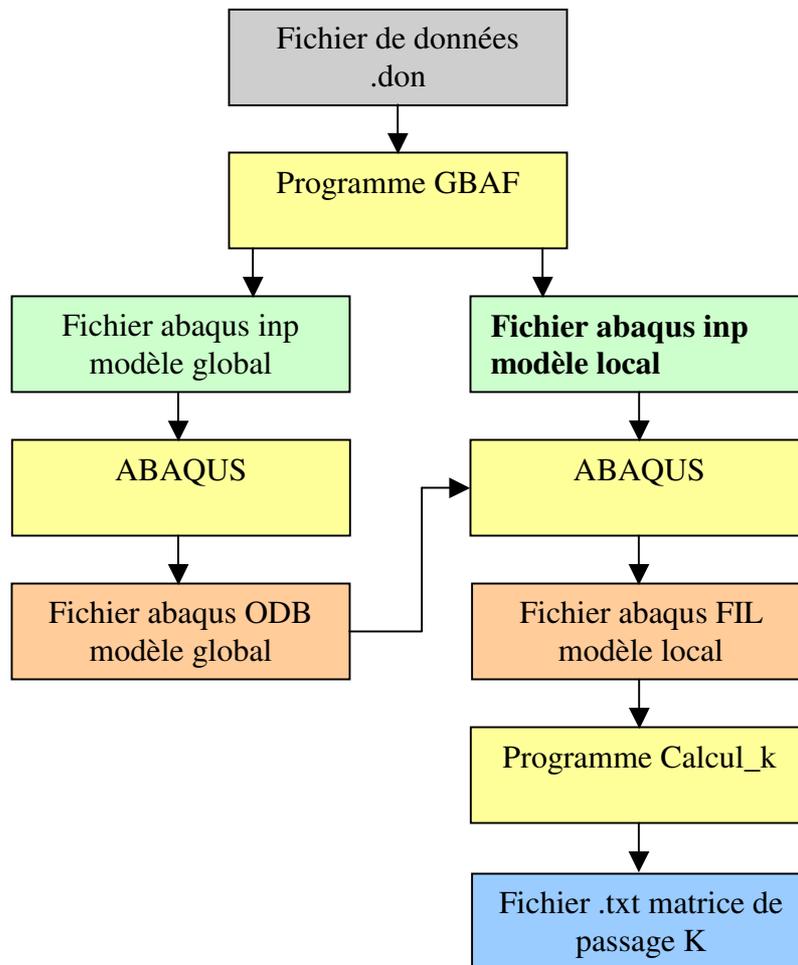


Figure 78 : organigramme de l'obtention de la matrice de passage K

Il est à noter qu'il n'y a pas de différences entre la méthodologie proposée et les calculs précités relatifs à la validité du zoom structural.

*b) Caractéristiques de la Boîte à Fissure*

La figure suivante (Figure 79) représente le modèle global de la boîte à fissure (vue déformée avec application d'un déplacement imposé sur le nœud 10001). Les nœuds sur lesquels les déplacements sont imposés sont dans l'ordre les nœuds 10001, 10002, 10003, 10004, 10005, 10006, 10007, 10008, 10009.

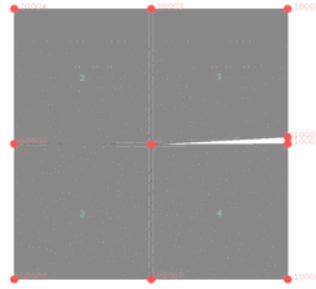


Figure 79 : vue de la boîte à fissure : modèle global

La boîte à fissure n'est pas obligatoirement symétrique. Ainsi 4 coefficients A, B, C, D ont été définis pour pouvoir générer différentes formes de boîtes (Figure 80). On peut aussi imaginer toute forme de pointe de fissure afin de traiter n'importe quel cas.

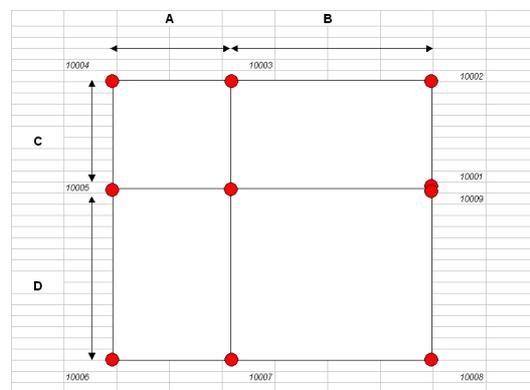
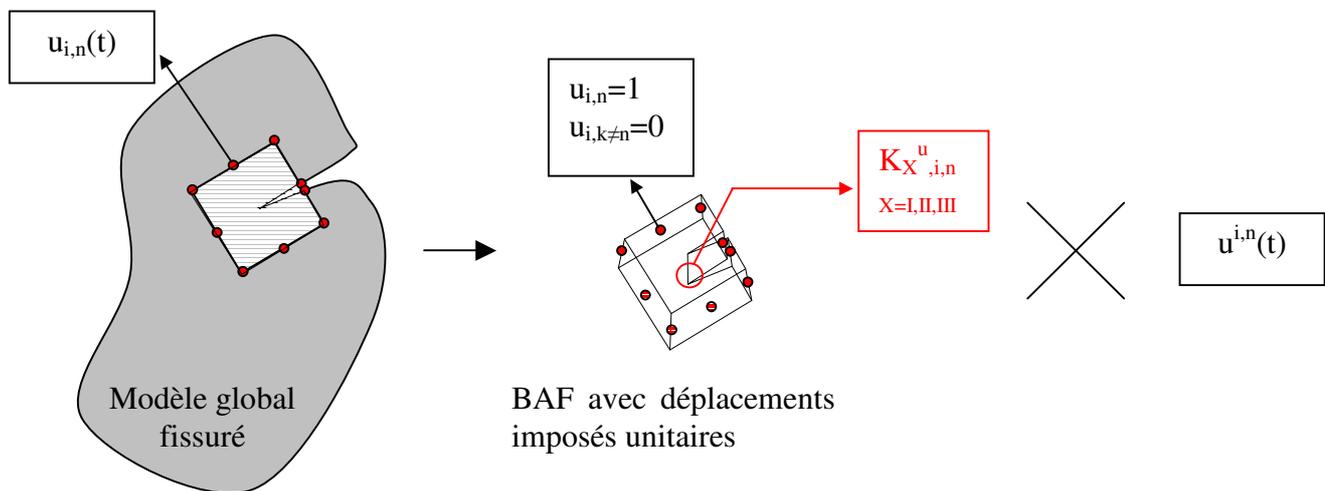


Figure 80 : exemple de paramètres décrivant la BAF



$$K_X(t) = \sum_i \sum_n K_X^{u,i,n} \cdot u^{i,n}(t)$$

$X=I,II,III$   
 Avec  $i$  le ddl,  $n$  l'indice du nœud frontière,  $X$  le mode de fissuration,  $t$  le temps,  $u$  le déplacement et  $K$  le facteur d'intensité de contrainte

Figure 81 : utilisation de la BAF pour des chargements complexes

c) Résultats

Les figures suivantes présentent les déformées et contraintes pour des déplacements unitaires imposés au nœud 10001, les autres étant bloqués. On obtient alors le facteur d'intensité de contrainte pour les trois modes, pour chaque nœud déplacé dans chaque degré de liberté, soit une matrice K de 45x3 (9 nœuds par 5 degrés de liberté soit 45, et ce pour les modes I, II et III).

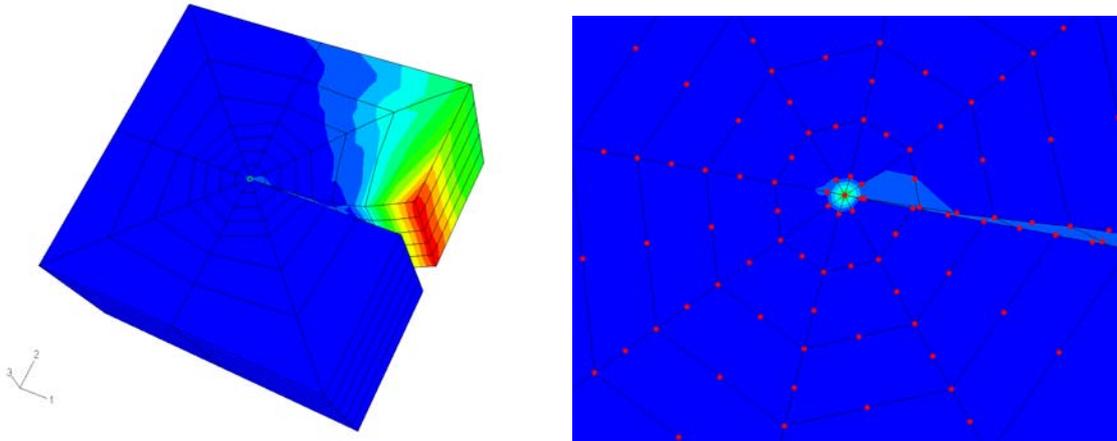


Figure 82 : application d'un déplacement sur le nœud 10001 à gauche, vue de la déformée, zoom sur la pointe de la fissure à droite

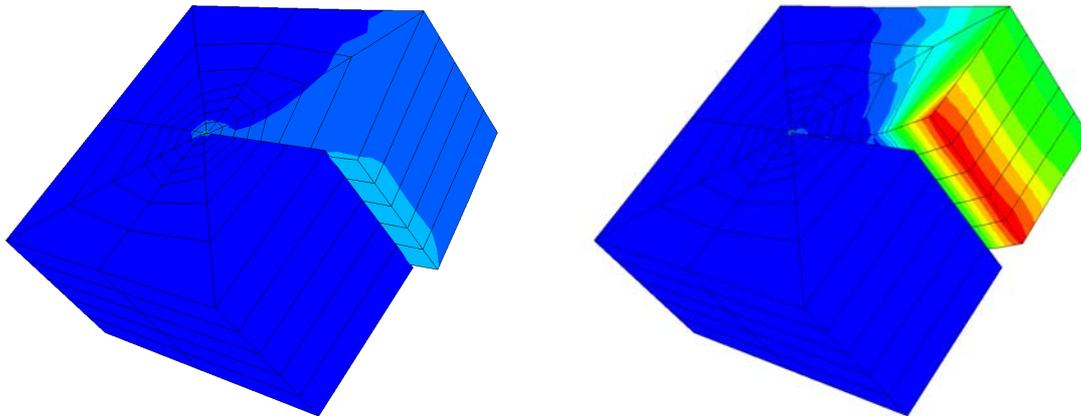


Figure 83 : translation nœud 10001 suivant 1 à gauche, translation nœud 10001 suivant 2 à droite

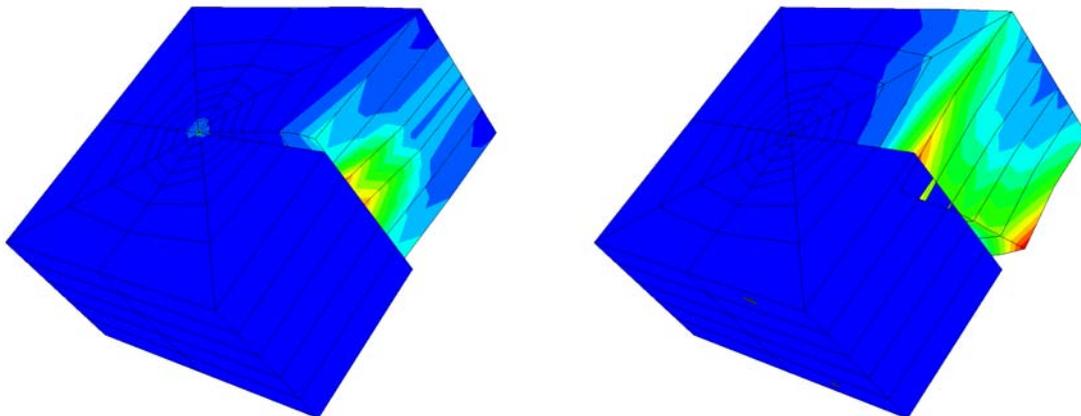


Figure 84 : translation nœud 10001 suivant 3 à gauche, rotation nœud 10001 suivant 1 à droite

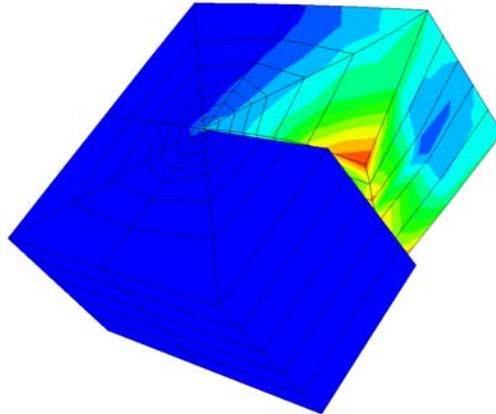


Figure 85 : rotation nœud 10001 suivant z

d) *Validation*

La validation porte sur l'éprouvette CT. Deux longueurs de fissure ont ici été considérées : 70 mm et 180 mm. Le Tableau 5 présente la comparaison des résultats entre la boîte à fissure et le Handbook [MU87]. Une modélisation fine a de plus été réalisée et il s'avère que pour une longueur de fissure de 70 mm, le  $K_I$  est identique au Handbook. Ce tableau nous montre que l'utilisation d'une boîte à fissure avec des éléments frontières situés à une maille de la pointe de la fissure (soit 10 mm) donne des erreurs supérieures à 7%. L'utilisation d'éléments quadratiques dans le modèle global permet de limiter l'erreur à environ 5%. Le pilotage avec des nœuds plus éloignés (20 mm) permet de diminuer notablement l'erreur (moins de 2%). Il est à noter que la différence entre les éléments à champ de déplacement linéaire à intégration réduite / totale est de moins de 1%. Ainsi, est-il possible d'améliorer sensiblement les résultats en augmentant la taille de la boîte de manière à appliquer les déplacements de la structure qui ne sont pas trop affectés par le raffinement du maillage en pointe de fissure. Le Tableau 6 montre l'influence de la modélisation de la pointe de la fissure. Les résultats pour la boîte à fissure avec nœuds déplacés au quart des éléments de pointe sont comparés à ceux issus d'un maillage régulier non rayonnant (du type de celui réalisé dans la Figure 71). La différence entre les deux modélisation est inférieure à 2%.

Tableau 5 : comparaison des FIC du calcul BAF / Théorie

longueur de fissure (mm)	nœuds pilote	BAF avec pointe au quart	écart / Handbook
70 mm	à 10 mm (S4 de 10 mm)	2,05	7,45
	à 10 mm (S8R de 10 mm)	2,10	5,19
	à 20 mm (S4R de 10 mm)	2,25	1,58

Tableau 6 : influence de la modélisation en pointe de fissure (%)

longueur de fissure (mm)	nœuds pilotes	BAF avec pointe au quart	BAF avec éléments réguliers	écart
70 mm	à 10 mm (S4 de 10 mm)	2,05	2,09	-1,95
	à 10 mm (S8R de 10 mm)	2,10	2,14	-1,90
	à 20 mm (S4R de 10 mm)	2,25	2,2528	-0,12

Enfin, le Tableau 7 présente les résultats obtenus pour la fissure de longueur égale à 180 mm et atteste de la même tendance. Cependant on observe des écarts plus importants par rapport aux résultats du Handbook, ce qui est infirmé par le calcul MEF avec maillage très fin. On peut ici mettre en avant des écarts au niveau des conditions aux limites ou alors la limite de validité d'anciens calculs réalisés par la MEF.

**Tableau 7 : résultats pour une fissure de 180 mm**

longueur de fissure (mm)	nœuds pilote	BAF avec pointe au quart	écart / calcul par éléments finis fins	écart / Handbook
180	à 10 mm (S4 de 10 mm)	3,82	7,95	11,98
	à 10 mm (S8R de 10 mm)	3,78	8,92	12,90
	à 20 mm (S4 de 10 mm)	4,18	0,72	3,69

*e) Conclusion*

Pour conclure sur l'utilisation de la boîte à fissure, il est préconisé :

- de piloter la boîte à fissure avec les nœuds de la seconde couche et non pas avec les nœuds directement voisins de la fissure.
- d'utiliser une boîte à fissure avec des nœuds déplacés au quart de l'élément de pointe.

### C.1.4 Calcul du multi-amorçage

Lorsque la fissure n'a pas encore amorcé, le calcul d'endommagement réalisé au moyen du code Calend permet de déterminer le premier nœud pour lequel l'endommagement dépassera un seuil critique. Le nœud amorcé se voit alors affecté d'une fissure de longueur initiale  $a_0$ . Dans les zones à forte concentration de contrainte, comme les pieds de cordon de soudure, on observe habituellement une propagation de la fissure en surface, le long de la zone de concentration de contrainte par un mode de multi-amorçage. Pour rendre compte de ce mode, l'endommagement est calculé et cumulé en fonction du chargement en tout point non encore amorcé de la future fissure. En effet, l'ouverture d'un nœud provoque un rechargement des nœuds adjacents. Les contraintes des nœuds voisins rechargés sont recalculées, en prenant en compte l'évolution de la souplesse de la structure maintenant fissurée. Pour chacun de ces nœuds voisins, on envoie à Calend la contrainte des nœuds adjacents à la fissure réactualisée de manière à en incrémenter l'endommagement.

Nous distinguerons trois sous-ensembles de l'ensemble  $\{N\}$  des nœuds de la fissure (voir Figure 86) :

- Les nœuds non amorcés  $\{j\}$ , pour lesquels l'endommagement cumulé  $d_j$  n'est pas supérieur à l'endommagement critique  $d_c$ .
- Les nœuds qui se propagent  $\{i\}$ , pour lesquels la profondeur de propagation  $a$ , est inférieure à l'épaisseur  $h$  de la plaque. On ne calcule plus l'endommagement mais les grandeurs de la mécanique de la rupture avec les éléments coques Line Spring
- Les nœuds qui ont traversé  $\{t\}$ , et pour lesquels la rigidité est nulle.

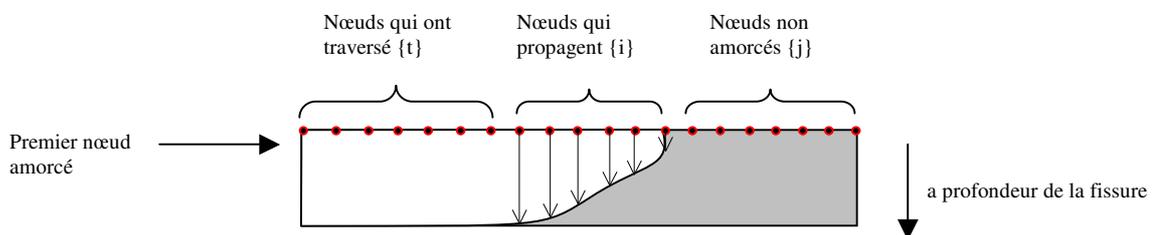


Figure 86 : les trois sous-ensembles de nœuds de la fissure

Ainsi l'ensemble  $\{N\}$  des nœuds de la fissure se décompose en  $\{t\} + \{i\} + \{j\}$ .

La Figure 87 représente l'organigramme du calcul de l'amorçage des fissures dans ce contexte de multi-amorçage.

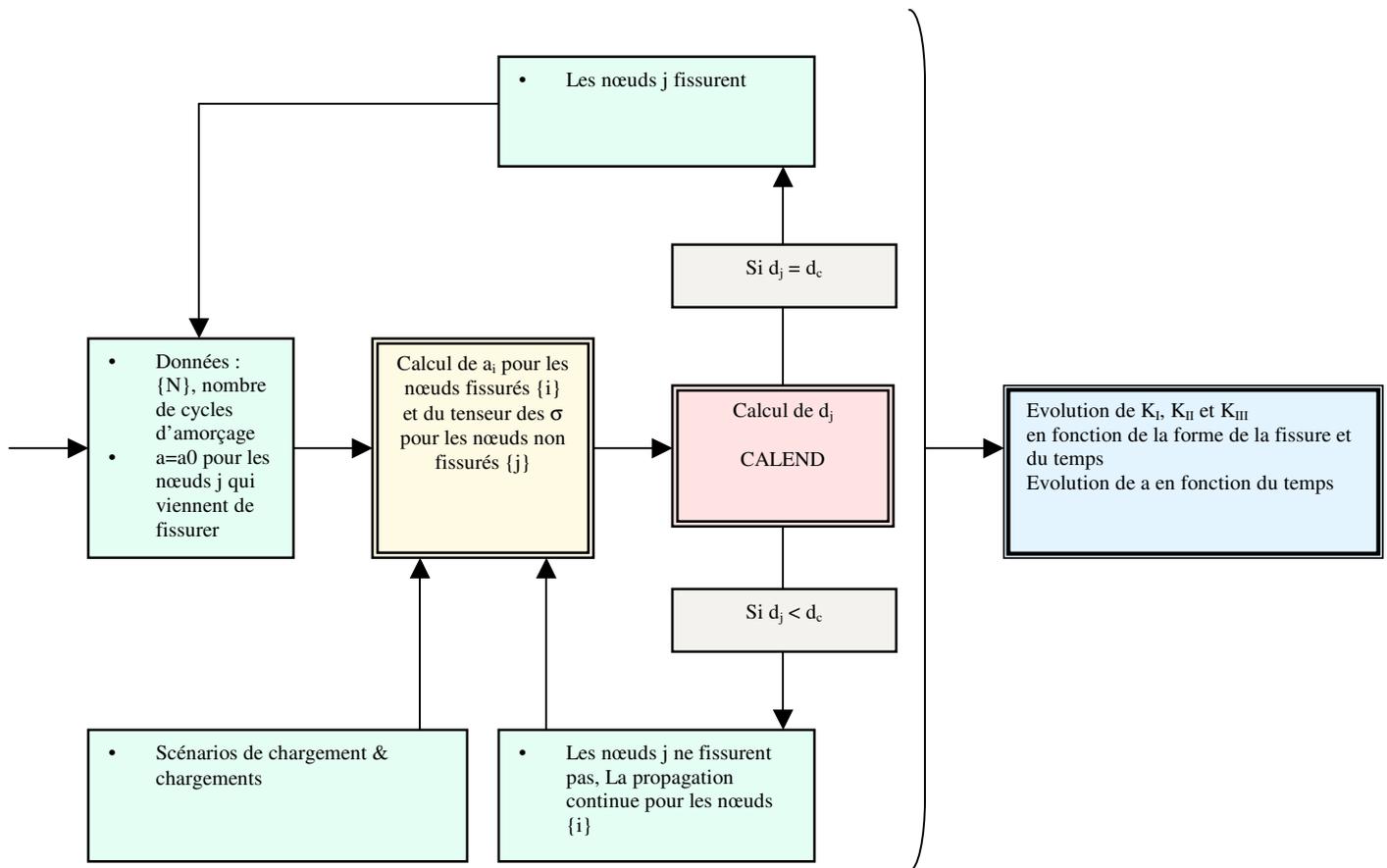


Figure 87 : organigramme de la démarche de calcul en multi-amorçage

De nombreuses variables doivent être stockées pour chacun des nœuds afin de conserver, en particulier :

- le dommage qu'il faut cumuler
- les paramètres de plasticité modifiés au cours du chargement : la déformation plastique cumulée  $\epsilon_p$ , le tenseur d'écrouissage cinématique  $X$  et la limite de surface de charge  $R_p$ .

Le calcul de l'endommagement passe par le calcul de l'état de contrainte réactualisé de part le rechargement dû à l'ouverture de la fissure. Dans les premières versions de VERICRACK, le calcul de l'endommagement se faisait au travers d'une fonction de probabilité de rupture ne dépendant que de la contrainte d'ouverture. Celle-ci était alors déterminée par le rapport de la force agissant en un nœud n'ayant pas amorcé sur la surface d'un élément. Par cette méthode, nous ne disposons pas des contraintes longitudinales et des contraintes de cisaillement. Afin de les calculer les contraintes, nous reprenons le principe des nœuds voisin. Nous utilisons alors les déplacements des nœuds pour re-déterminer les contraintes à partir des formulations d'interpolation des éléments à champ de déplacement linéaire ou quadratique [DT81].

### C.1.5 Extension à la modélisation 3D des fissures

La représentation en 3 dimensions de la fissure peut s'avérer nécessaire dans le cas où le défaut s'amorce dans des zones complexes qu'il n'est pas possible de modéliser fidèlement en éléments coques. L'intégration d'une fissure dans un maillage reste un exercice particulièrement difficile quand il s'agit de respecter des critères industriels :

- Précision du résultat inférieure à 5 %
- Intégration aisée dans tout maillage
- Maillage relativement grossier pour optimiser les temps de calcul afin de réduire les coûts

Nous distinguerons deux cas, la fissure droite et la fissure semi-elliptique. Le cas de la fissure droite est assez aisé, il est basé sur la technique de la boîte à fissure. Le cas de la fissure elliptique est plus problématique car il suppose le raccordement de la zone en pointe de forme torique avec un maillage « au loin » soit réglé, soit libre.

#### C.1.5.1 Contexte

Intégrer une fissure dans un maillage tridimensionnel peut être une opération :

- du logiciel de maillage
- du code éléments finis
- d'une routine intermédiaire

Peu de logiciels de maillage disposent de routine permettant l'intégration de fissure dès la conception du maillage. Cela est d'autant dommageable que ces outils sont particulièrement performants. En effet la modification de l'« arbre de construction » du modèle CAO est relativement aisée et la mise à jour du maillage se fait automatiquement. Ainsi l'introduction d'une fissure pourrait être une fonction directement implémentée dans ce type d'outil. La principale limite est, outre la réalisation de la fonction permettant l'implémentation d'une fissure, la difficulté à échanger des données avec le code éléments finis pour faire propager ladite fissure de manière incrémentale.

Certains codes de calculs (FRANC3D [IA04]) sont spécialisés dans la mécanique de la rupture. Ils permettent l'intégration de la fissure dans le maillage, sa propagation et sa bifurcation. L'utilisation de routines intermédiaires (ZENCRACK [TC04], SNECMA Moteurs [BC04]) permet de modifier le maillage sans affecter la géométrie de la structure. La difficulté de ce type d'approche est de modifier le maillage existant et de l'adapter à l'insertion d'un défaut, avec une précision suffisante. Il est alors nécessaire de réaliser un compromis entre la finesse du maillage et la précision souhaitée.

#### C.1.5.2 Principe

Le principe de la Boîte à Fissure est repris. Suivant la finesse du maillage, il peut être nécessaire de disposer d'éléments de type Barsoum à la pointe de la fissure et d'un maillage régulier d'éléments briques à champ de déplacement quadratique pour calculer l'intégrale de contour J. Que ce soit en fissure droite ou en fissure semi-elliptique, les éléments voisins de la pointe de la fissure forment un disque extrudé dont la première couronne est constituée d'éléments briques dégénérés dont les nœuds milieux sont déplacés au quart de l'élément. Cette zone « pointe de la fissure » doit alors être connectée au reste du maillage. Dans le cas de la fissure droite, cette connexion peut être réalisée assez simplement et sera calquée sur la BAF coque, avec extrusion de la BAF dans l'épaisseur.

Dans le cas d'une fissure semi-elliptique, le même type d'approche sera utilisé, mais la liaison entre la nouvelle BAF et le reste du maillage sera obtenue par collage des deux maillages.

### C.1.5.3 Cas de la fissure semi-elliptique

#### a) Présentation

Le cas de la fissure semi-elliptique est plus complexe car le maillage de pointe de fissure n'est plus un cylindre mais un tore. L'approche 2D présentée dans le chapitre traitant de la bifurcation des fissures (C.2) montre que l'on peut connecter ce maillage avec le reste de la structure au moyen d'éléments triangles de type Delaunay [NAG]. Les triangles ont en effet la propriété de permettre des gradients importants de taille de mailles. Dans un contexte tridimensionnel, les tétraèdres sont bien adaptés pour faire cette transition. Un logiciel de maillage libre (Georges P.L.[GB98]) peut réaliser ce maillage intermédiaire. Encore faut-il établir une liaison entre le maillage tétraédrique et le maillage hexaédrique, par exemple avec des équations de liaison ou des éléments intermédiaires pyramidaux. Cette méthode est d'une grande flexibilité mais l'intégration de la fissure peut poser des difficultés lorsque la géométrie de la pièce est complexe au voisinage de la fissure. Ici nous n'avons accès qu'au maillage et non plus à la géométrie de la pièce. Ainsi est-il nécessaire de fournir au code de maillage libre les frontières de la zone dans laquelle la fissure sera intégrée. Ce type d'approche, extension de la fissure 2D, sera réalisé dans des travaux ultérieurs. Ici nous allons développer une méthode intermédiaire entre l'approche par logiciel de maillage et la routine intermédiaire. Ce que nous appellerons BAF est désormais un parallélépipède rectangle contenant une fissure semi-elliptique (Figure 88). Cette approche est bien entendue approximative, car la transition entre l'ellipse et le rectangle n'est pas sans introduire des mailles déformées voire dégénérées. Ces mailles, bien qu'étant loin de la pointe de la fissure, ne rentrent plus dans les critères d'acceptation du code éléments finis ABAQUS qui préconise des angles entre les différents segments supérieurs à  $45^\circ$ . Ici, certains éléments ont des angles de l'ordre de  $20^\circ$ . Leur précision lors du calcul éléments finis est bien sûr affectée par cette distorsion.

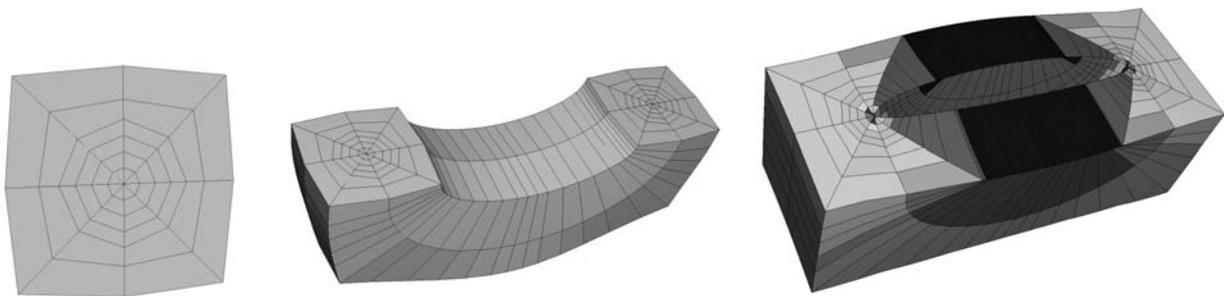


Figure 88 : maillage pointe de fissure extrudé dans un parallélépipède rectangle

De plus comment connecter la nouvelle BAF avec le reste du maillage ? Le collage peut être une solution simple à mettre en œuvre. Contrairement au contact, le collage se traduit par des équations liant les deux surfaces à coller. La Figure 89 montre l'intégration de la BAF dans un maillage libre tétraédrique. On y voit une répartition des contraintes Von Mises sans sur-contraintes et une forme parabolique des lèvres de la fissure.

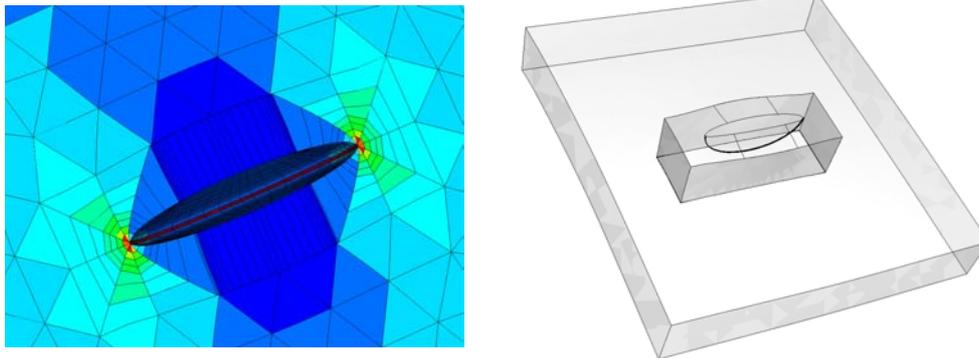


Figure 89 : Maillage BAF dans un maillage libre - vue locale des contraintes Von Mises - vue globale

b) Cas de validation n°1

Le premier cas de validation concerne la fissure semi-elliptique dans une plaque chargée en traction (Figure 90). La solution communément admise est celle obtenue par éléments finis par Newman et Raju [NR86]. L'ellipse est caractérisée par son grand axe,  $c$ , et son petit axe,  $a$ . Les formules de Newman et Raju permettent d'obtenir les facteurs d'intensité de contraintes pour différentes valeurs des rapports  $c/a$  et  $a/t$ ,  $t$  étant l'épaisseur de la plaque pour chaque angle  $\phi$ . Pour un rapport  $c/a$  égal à 0.6, deux rapports  $a/t$  sont considérés (0.2 et 0.6) et deux finesses de maillage global tétraédrique sont prises en compte (taille caractéristique égale à  $c$  « maillage grossier », taille caractéristique égale à  $c/2$  « maillage fin ») (Figure 91). Le rapport  $c/H$  est égal à 0.2. Le maillage de la pointe de la fissure est représenté dans la Figure 92.

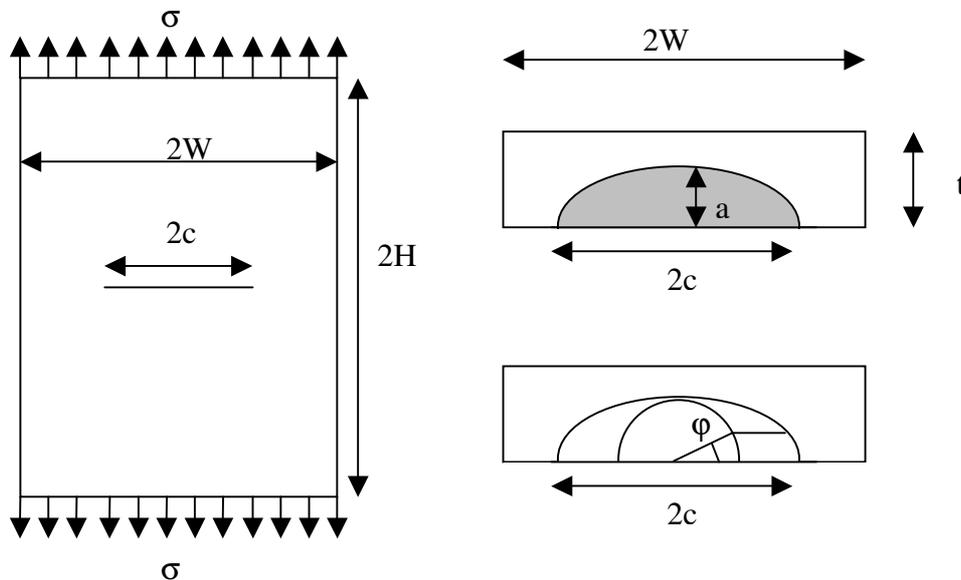


Figure 90 : Schéma d'une fissure semi-elliptique dans une plaque

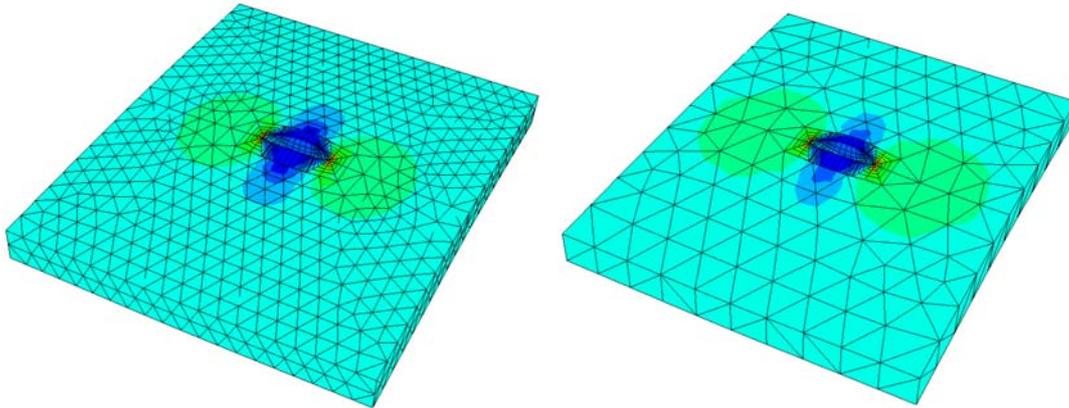


Figure 91 : maillage fin (gauche) - maillage grossier (droite) de la zone périphérique de la BAF

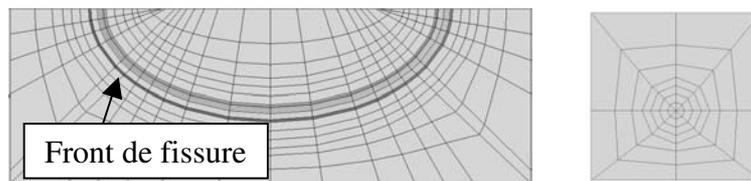


Figure 92 : maillage du front de fissure et coupe du maillage

Les facteurs d'intensité de contrainte sont normés pour obtenir le facteur de correction  $f_t$  suivant :

$$f_t = \frac{K_I}{\sigma \sqrt{\frac{\pi \cdot a}{Q}}} \quad (\text{C.9})$$

$Q$  est un facteur de forme et représente le carré de l'intégrale elliptique complète du second ordre. Sa forme simplifiée est la suivante :

$$Q = 1 + 1.464 \left( \frac{c}{a} \right)^{1.65} ; c \leq a \quad (\text{C.10})$$

$$Q = 1 + 1.464 \left( \frac{a}{c} \right)^{1.65} ; a \leq c \quad (\text{C.11})$$

Dans le Tableau 8 figurent les résultats obtenus pour ces deux maillages, dans le cas où  $\phi$  vaut  $90^\circ$ . Il apparaît que les erreurs sont acceptables pour les deux rapports  $a/t$ . La différence entre les deux maillages est assez faible, le maillage grossier permettant d'obtenir un résultat correct (moins de 5% d'erreur).

Tableau 8 : comparaison  $f_t$  calcul BAF / Newman et Raju

Maillage grossier			
Rapport a/t	$f_t$ en profondeur	$f_t$ référence	erreur %
0.2	1.07	1.11	3.60
0.6	1.208	1.23	1.79
Maillage fin			
Rapport a/t	$f_t$ en profondeur	$f_t$ référence	erreur %
0.2	1.09	1.11	1.80
0.6	1.223	1.23	0.57

Nous allons maintenant apprécier le facteur d'intensité de contrainte en fonction de l'angle normé  $\Phi = 2\varphi / \pi$  dans le cas du maillage fin. Les résultats sont présentés pour  $a/t = 0.6$  (Figure 93) et pour  $a/t = 0.2$  (Figure 94).

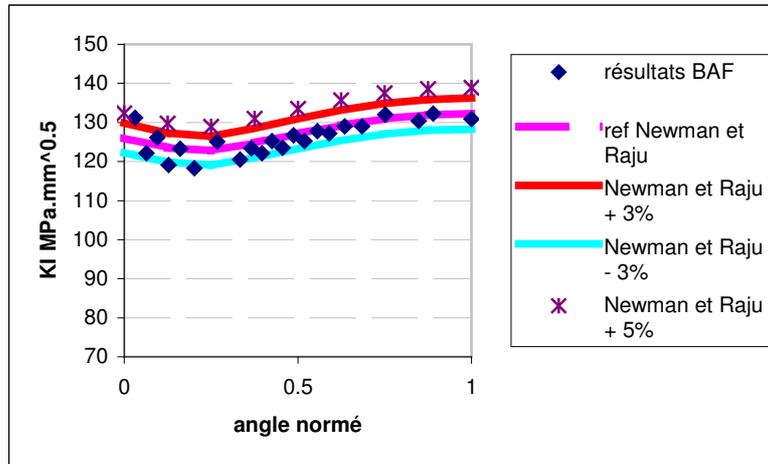


Figure 93 :  $K_I$  fonction de l'angle normé pour  $a/c=0.6$ ,  $a/t=0.6$

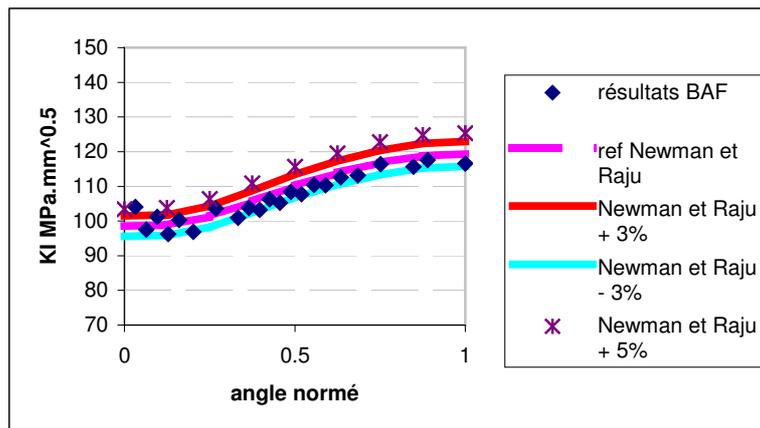


Figure 94 :  $K_I$  fonction de l'angle normé pour  $a/c=0.6$ ,  $a/t=0.2$

Il apparaît que le facteur d'intensité de contrainte oscille autour de la solution de Newman et Raju avec un écart maximal égal à 3 %. De plus il n'est pas possible de calculer le  $K_I$  pour  $\varphi = 0$ , celui-ci dépendant du contour. La raison invoquée est la distorsion excessive des éléments. Celle-ci est responsable de l'oscillation du  $K_I$  lorsque l'angle normé tend vers 0. La valeur trouvée est, tout de même, satisfaisante d'un point de vue industriel. Un second rapport  $a/c$  égal à 0.2 est alors étudié. Pour ce dernier, le maillage s'avère logiquement plus déformé au voisinage de la surface. De plus, le plan n°2 (Figure 95) ne peut être orthogonal à l'ellipse sans que les éléments ne se croisent.

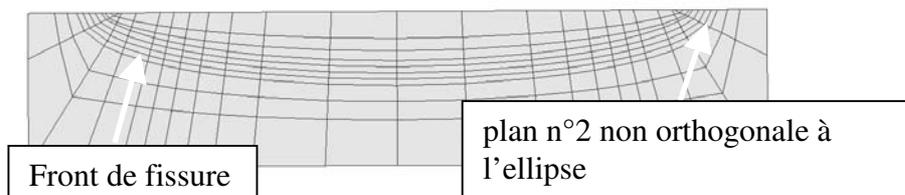


Figure 95 : maillage de la fissure dans le cas  $a/c=0.2$

Les résultats sont présentés dans la Figure 96. Comme attendu, le facteur d'intensité de contrainte est correct pour les angles élevés et l'erreur commise s'accroît au voisinage de la surface. De plus, la valeur de  $K_I$  calculé pour le plan n°2, pour lequel il existe une forte discontinuité de forme entre les deux éléments adjacents, s'avère nettement éloignée de la solution de référence, avec une erreur de 12%.

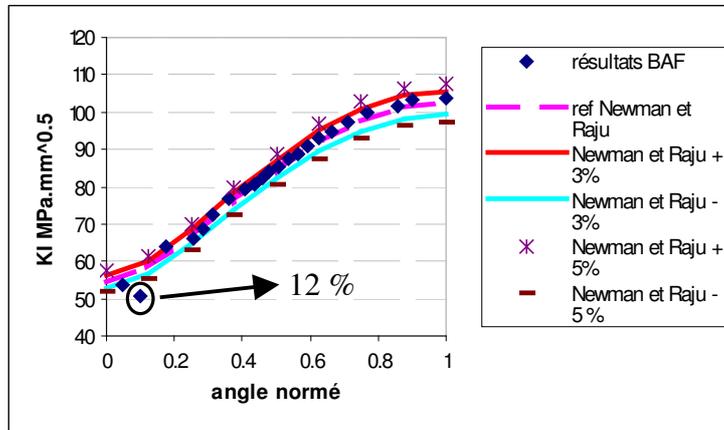


Figure 96 :  $K_I$  fonction de l'angle normé pour  $a/c=0.2$ ,  $a/t=0.4$

c) Cas de validation n°2

Le cas de validation n°2 est un cas classique de l'aéronautique : une fissure en coin aux abords d'un trou dans une plaque sollicitée en traction (Figure 97). Les résultats seront comparés avec une étude de Backuckas [BH99], qui présente les résultats obtenus par différents codes éléments finis. Les grandeurs géométriques sont les suivantes :

$H=200$  mm,  $W=100$  mm,  $R=20$  mm,  $a/c=0.8$ ,  $a/t=0.2$ . Pour raison de symétrie, la moitié de l'éprouvette est représentée. Modéliser le quart de l'éprouvette aurait suffi si la boîte à fissure ne l'empêchait, pour des raisons d'application des conditions limites.

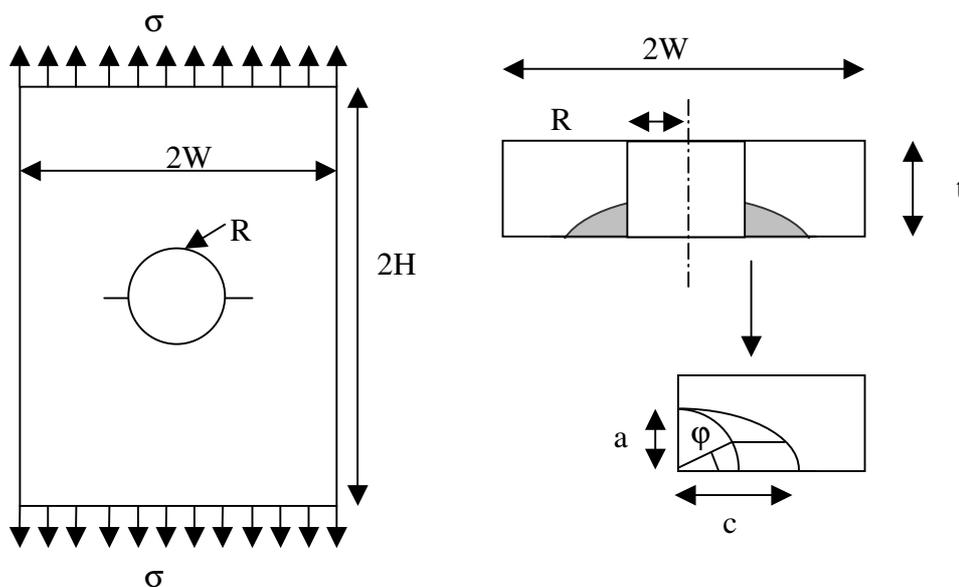


Figure 97 : Schéma d'une fissure coin symétrique aux abords d'un trou dans une plaque chargée en traction

La contrainte appliquée est égale à 1 MPa. Sur ce modèle, l'intégrale J a été calculée par ABAQUS pour tous les points.

$K_I$  est alors donné, dans les hypothèses de déformations planes par la relation suivante :

$$K_I = \sqrt{\frac{J \cdot E}{1 - \nu^2}} \quad (C.12)$$

La Figure 98 représente le maillage de l'éprouvette. La Figure 99 permet de mieux apprécier la BAF intégrée dans la structure en configuration soit non déformée, soit déformée. De plus, on peut y voir la répartition des contraintes Von Mises qui transitent de manière continue entre la BAF et le maillage global. La taille des éléments du maillage libre aux abords de la BAF est d'environ le cinquième du demi-axe de l'ellipse. Ce maillage est assez grossier par rapport à la démarche proposée par Backuckas qui utilise deux zooms structuraux pour modéliser la pointe de la fissure. Cette approche, baptisée GIL (Global, Intermédiaire, Local) est représentée dans la Figure 100.

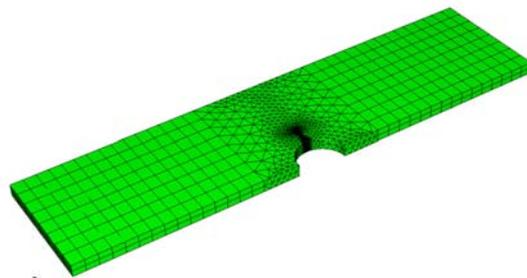


Figure 98 : maillage de l'éprouvette

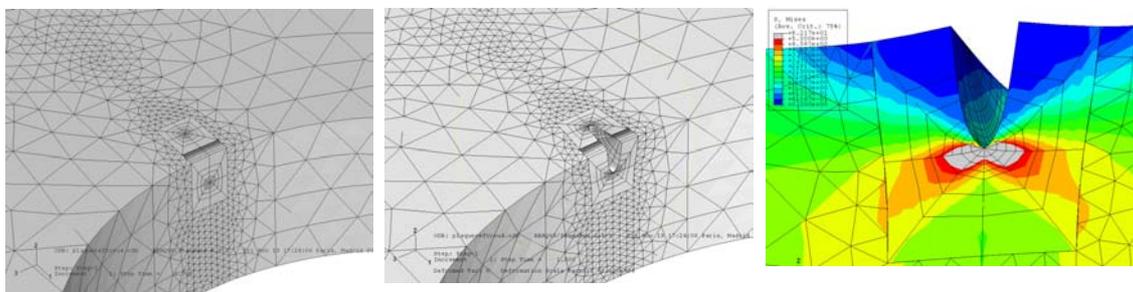


Figure 99 : zoom sur la BAF, configuration non déformée, déformée, et contraintes Von Mises

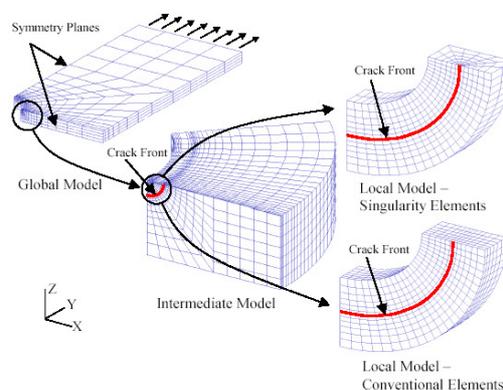


Figure 100 : maillage de la pointe de la fissure réalisé par 2 sous-modèles, utilisé par Backuckas

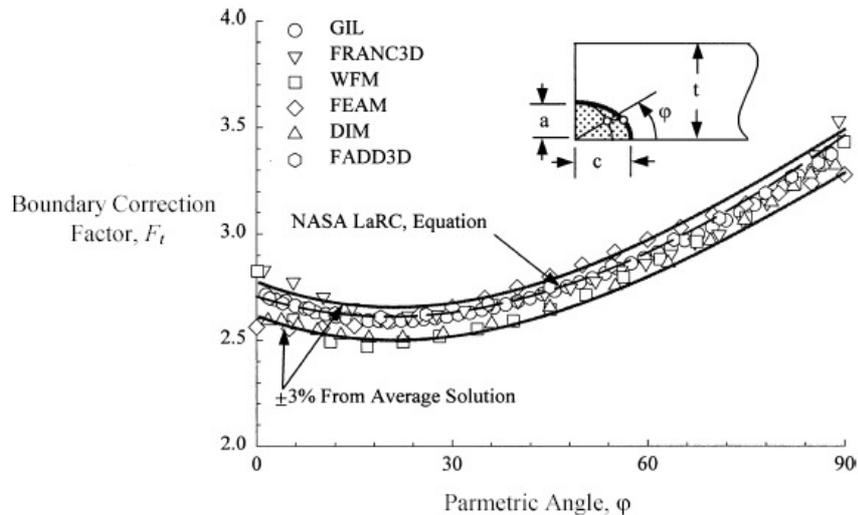


Figure 101 : Résultats obtenus par différents codes éléments finis ( $F_t$  défini dans l'équation C.9) [BH99]

Les résultats obtenus par différents codes éléments finis sont représentés dans la Figure 101. On y voit les solutions de :

- GIL : méthode par zoom structuraux et calcul énergétique par ABAQUS
- FRANC3D : éléments frontière (boundary elements)
- WFM : utilisation de fonctions de poids
- FEAM : méthode itérative alternant entre le résultat de calcul de la structure non fissurée et la solution analytique d'une fissure soumise à des efforts de traction dans une plaque infinie.
- DIM : méthode énergétique : méthode d'intégration du domaine équivalent.
- NASA LaRC : méthode semi-empirique
- FADD3D : éléments frontière avec éléments spéciaux en pointe fissure

La Figure 102 présente les résultats obtenus avec la BAF par rapport à la solution GIL et par rapport aux deux courbes enveloppes ( $\pm 3\%$  de la valeur moyenne des résultats obtenus par les différents codes).

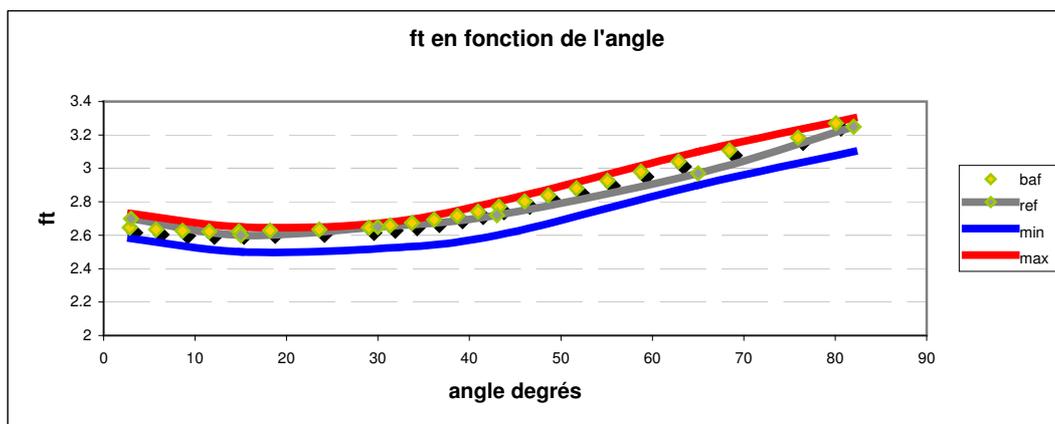


Figure 102 : Résultats obtenus pour la BAF, comparée au résultat de GIL et aux courbes à  $\pm 3\%$  de la moyenne obtenue par les différents codes

On peut observer une très bonne corrélation entre les résultats obtenus par la BAF et les résultats communément obtenus par les différents codes de calcul.

#### C.1.5.4 Intégration d'une fissure avec éléments tétraédriques de liaison

Dans un contexte industriel, la géométrie des pièces dans lesquels il est nécessaire d'intégrer les fissures est parfois complexe ce qui peut empêcher l'utilisation de la BAF présentée dans le chapitre précédent. Il est plus facile d'intégrer la fissure directement dans la CAO, afin de contrôler les limites de maillage automatique au voisinage de singularités géométriques (pied de cordon de soudure, discontinuité représentant la non-pénétration totale de la soudure, etc.). Mais intégrer la fissure dans un maillage complexe n'est pas chose aisée, car la présence de la discontinuité caractéristique de la fissure peut introduire des erreurs liées aux tolérances du logiciel de maillage. C'est le cas avec le logiciel I-DEAS, qui n'est pas, *a priori*, destiné à faciliter l'intégration de fissure dans le maillage. C'est pour cette raison qu'une procédure simplifiée a été mise en place pour faciliter l'intégration de fissures tridimensionnelles dans un maillage.

##### a) Principe

Le maillage de la pointe de la fissure est réalisé sous IDEAS (Figure 103) sans décollement des lèvres de la fissure puis une routine Fortran externe permet de décoller les lèvres de la fissure et de déplacer les nœuds milieux des éléments de pointe au quart de l'élément afin d'approcher au mieux la forme du champ de contrainte asymptotique en mécanique linéaire de la rupture (Figure 104). La difficulté dans l'intégration d'une fissure dans un maillage sous le logiciel IDEAS est liée au décollement des surfaces définissant les lèvres de la fissure. Le maillage régulier rayonnant est obtenu en extrudant un cercle (donnant la limite entre le maillage réglé et le maillage libre) le long du front de fissure. Le volume tubulaire alors extrudé est maillé en éléments réguliers après avoir été partitionné en 4 parties. Les éléments de pointe de fissure sont ici (dans un premier temps) des éléments C3D15 (briques prismatiques à champ de déplacement quadratique à 15 nœuds), les autres éléments étant des C3D20 (briques à champ de déplacement quadratique à 20 nœuds). Les éléments de pointe de fissure sont ensuite transformés en éléments briques à 20 nœuds dégénérés puisque de forme prismatique. Le reste du maillage (Figure 105) est réalisé en éléments tétraédriques libres à champ de déplacement quadratique à 10 nœuds (C3D10).

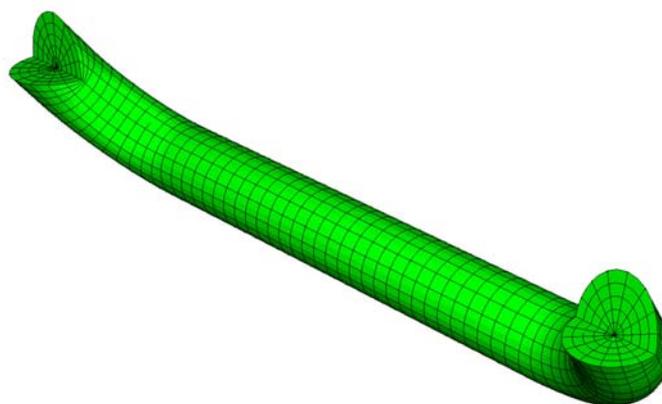


Figure 103 : maillage réglé de la fissure

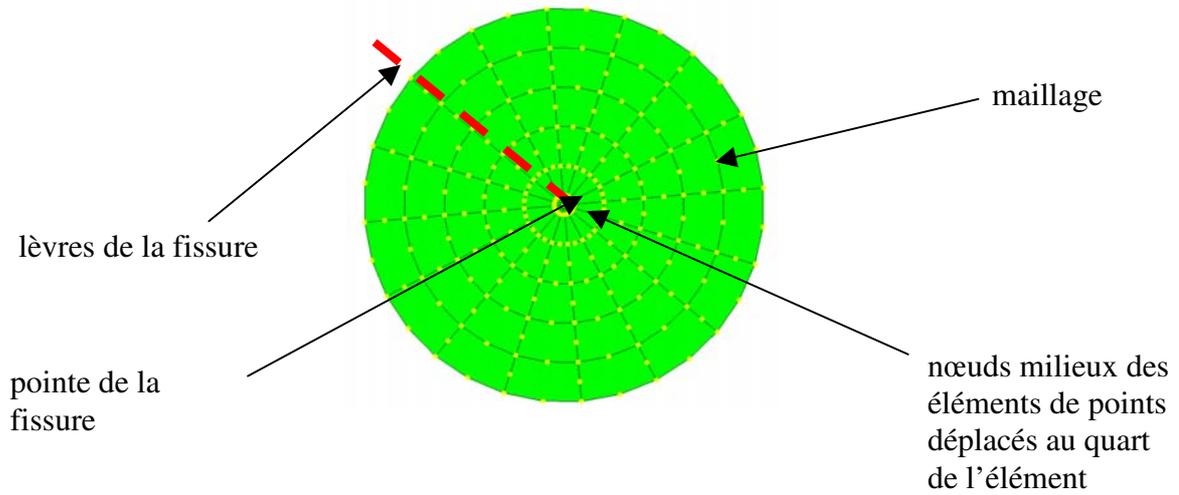


Figure 104 : maillage de la pointe de la fissure

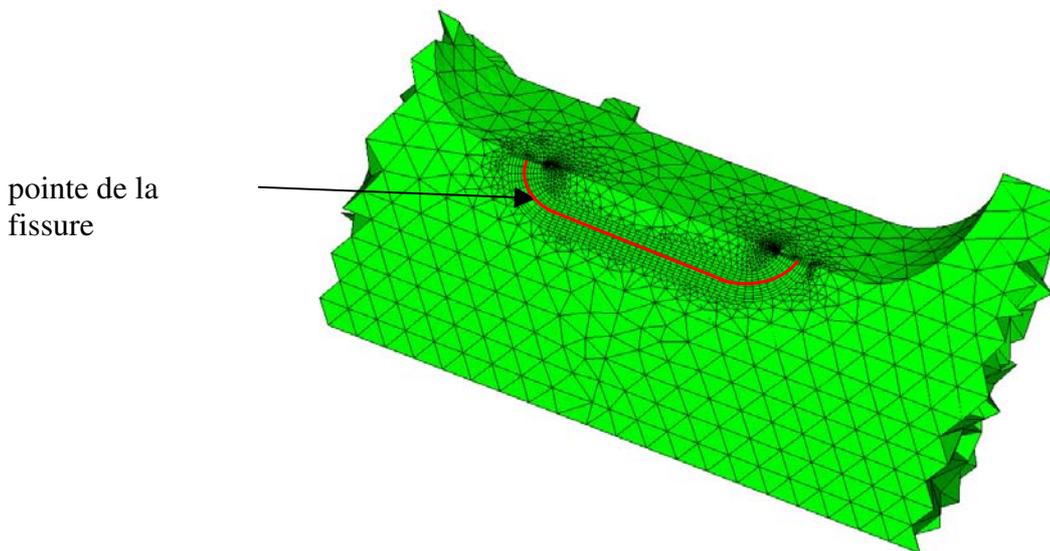


Figure 105 : maillage réglé de la pointe de la fissure intégré dans un écorché de la structure

Un système d'équation permet de piloter les déplacements du nœud milieu d'interface libre entre les éléments briques (parallélépipèdes quadratiques à 20 nœuds) et les éléments tétraédriques (à 10 nœuds) (Figure 106). Ces équations sont directement implémentées par IDEAS.

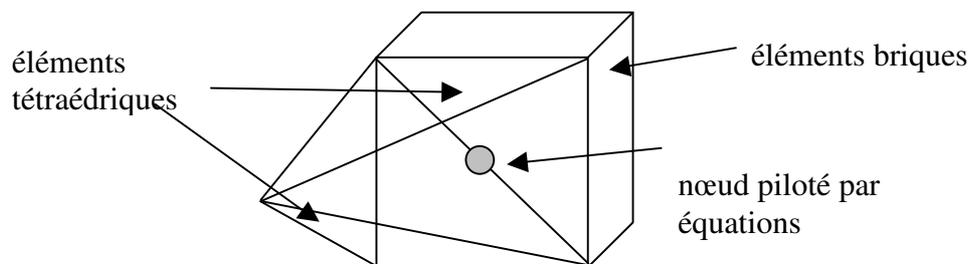


Figure 106 : interface éléments briques / éléments tétraédriques

Le maillage ainsi obtenu ne permet pas de faire des calculs de mécanique de la rupture. Pour ce faire, la méthode utilisée consiste à :

- décoller les nœuds des lèvres de la fissure
- transformer les éléments de pointe C3D15 en C3D20 dégénérés
- déplacer les nœuds milieux des éléments de pointe au quart de l'élément
- modifier les équations de liaison briques / tétraédriques au voisinage des lèvres de la fissure

Il est au préalable nécessaire d'avoir réalisé les groupes de nœuds et d'éléments suivants dans le fichier de données Abaqus :

- ELSET=SUP : contient les éléments associés à l'une des surfaces (lèvre SUP ou INF) de la fissure.
- NSET=NŒUDS : contient l'ensemble des nœuds à décoller (exceptés les nœuds de pointe de fissure).
- NSET=NOEUDSFISS : contient l'ensemble des nœuds de pointe de fissure.

*b ) Validation Cas N°1*

L'éprouvette plaque contenant une fissure semi-elliptique débouchante est ici reprise. La géométrie de la fissure semi-elliptique est présentée dans la Figure 107 et la Figure 108. Dans cette dernière figure, on peut voir la zone réglée extrudée le long du front de fissure, reliée à l'ensemble du maillage au moyen d'éléments tétraédriques de liaison.

Dans le Tableau 9 figurent les résultats obtenus pour ces  $a/t=0.2$  et  $a/t=0.6$  en surface. Il apparaît que les erreurs sont acceptables pour les deux rapport  $a/t$ . L'erreur est un peu plus importante en surface qu'en profondeur et nous visualisons ici un phénomène de bord qui nécessiterait un maillage plus fin. Mais globalement, l'erreur maximale est de 5 % ce qui est tout à fait acceptable et conduit à des erreurs de l'ordre de 15% en durée de vie.

**Tableau 9 : comparaison FIC calcul éléments finis / Newman et Raju**

FIC en MPa.mm <sup>0.5</sup>	a/c=0.6					
	a/t=0.2			a/t=0.6		
	calcul	théorie	erreur %	calcul	théorie	erreur %
surface	103.8	98.5	5.4	131.5	126	4.4
profondeur	116.1	119.36	-2.7	130	132.2	-1.7

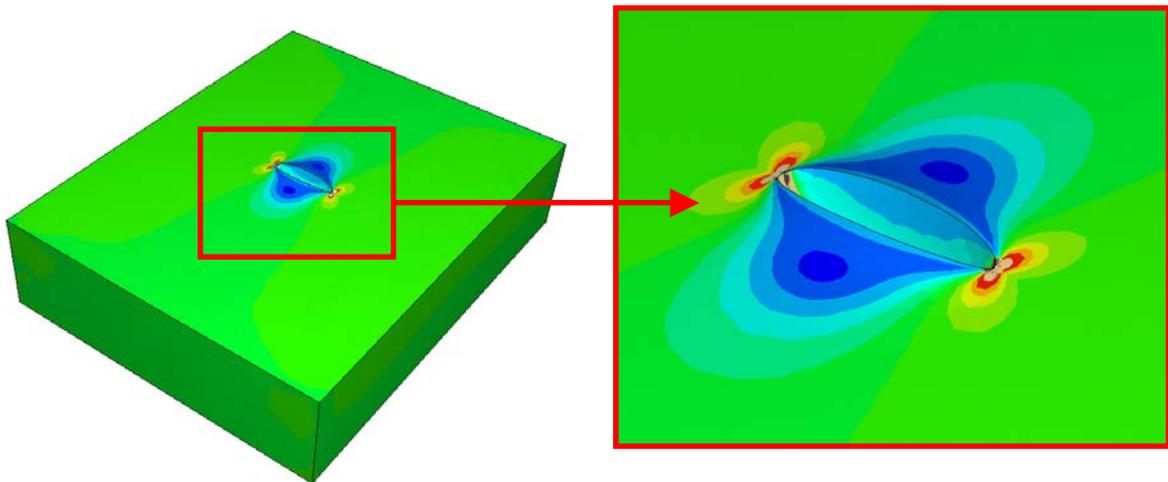


Figure 107 : fissure elliptique ( $a/t=0.6$ ) intégrée dans le modèle et zoom

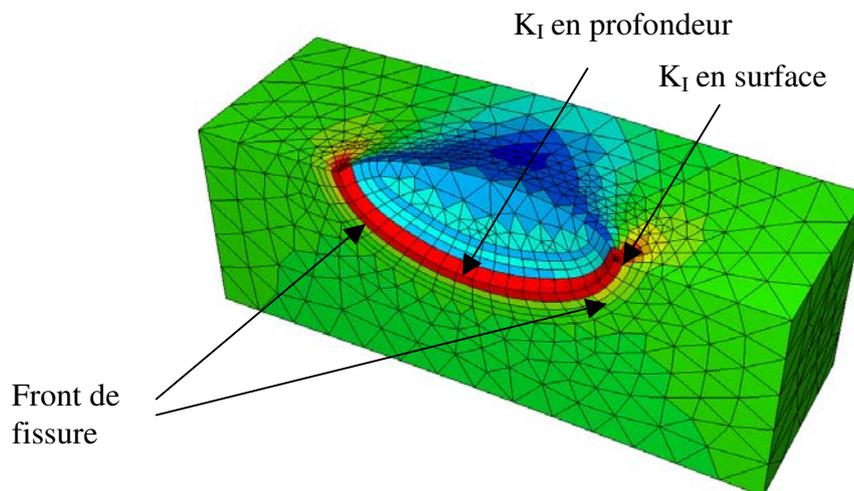


Figure 108 : coupe du maillage de la fissure (visualisation de l'état de contrainte au niveau du front de fissure)

c ) Validation Cas N°2

L'éprouvette plaque contenant une fissure en coin aux abords d'un trou est ici reprise. La Figure 109 représente le maillage de l'éprouvette. On y voit en particulier le maillage réalisé pour représenter la pointe de la fissure. Les résultats sont présentés dans la Figure 110. Les résultats sont très proches de la solution de Newman & Raju (moins de 1% d'écart) sauf au niveau du dernier point près de la surface pour un angle  $\varphi$  égal à  $90^\circ$ . Un raffinement au niveau des triangles de liaison ne permet pas de diminuer cet écart et il est probable ici que l'erreur au voisinage de la surface libre provienne de la longueur trop importante du dernier élément. Mais, même pour ce dernier élément, l'erreur sur le facteur d'intensité de contrainte reste inférieure à 6%.

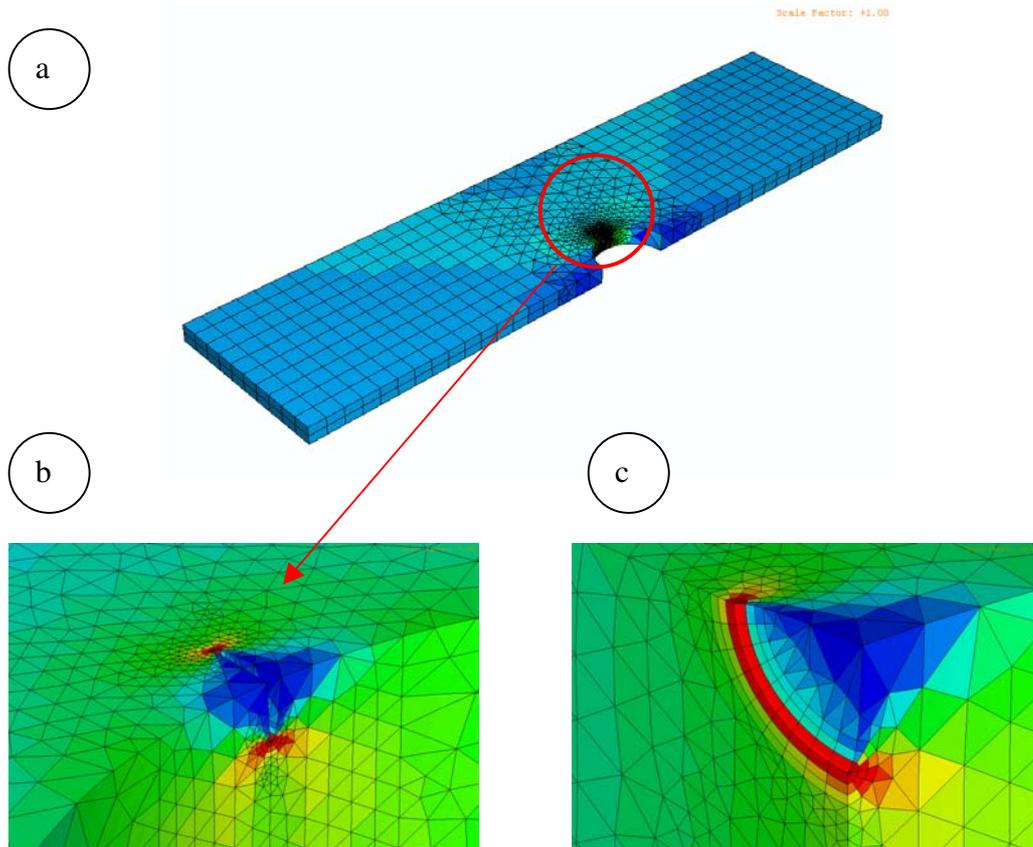


Figure 109 : a) maillage global (vue en contrainte Von Mises), b) zoom sur fissure, c) écorché de b)

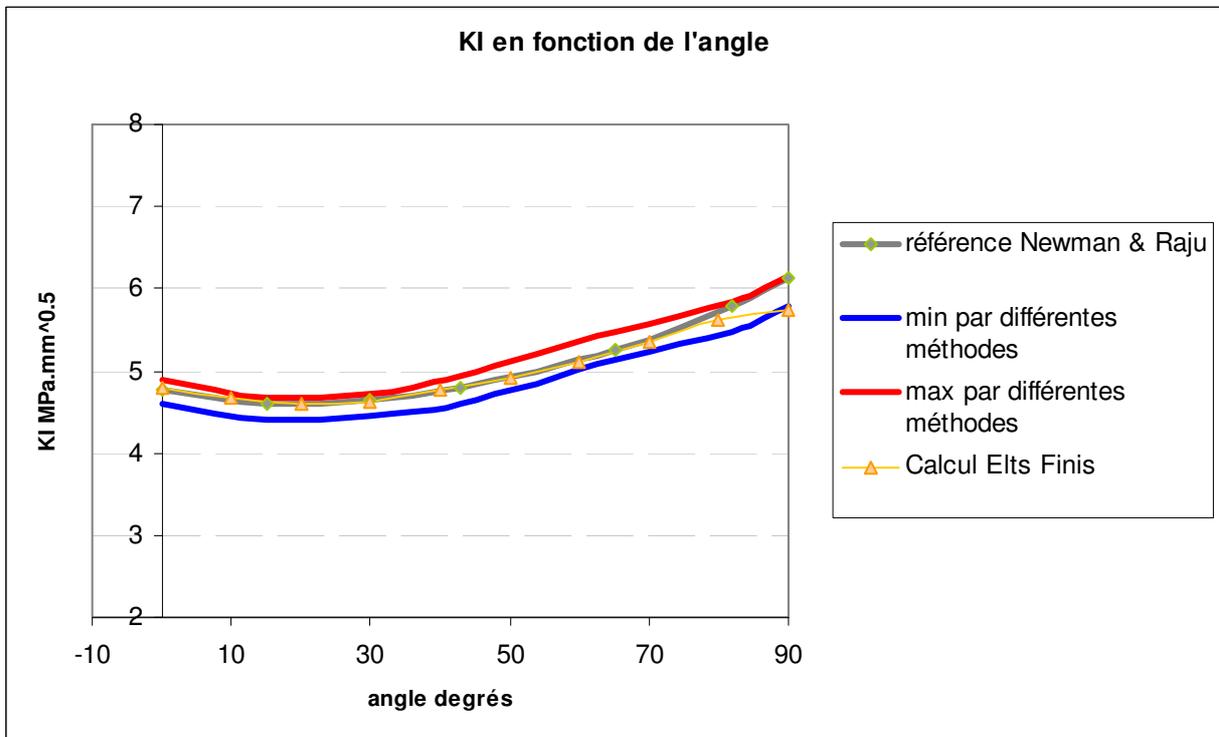


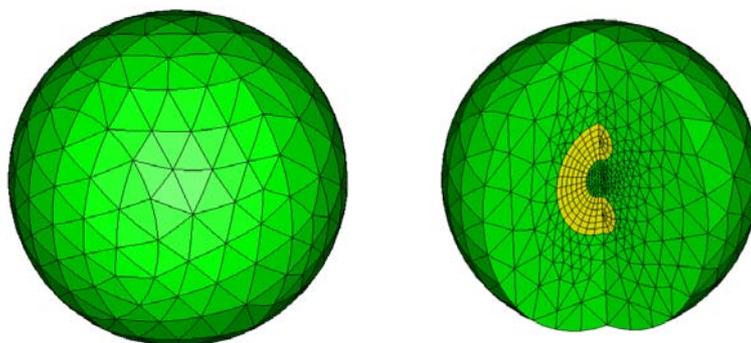
Figure 110 : Facteur d'intensité de contrainte comparé à différents résultats

### C.1.5.5 Utilisation de la BAF pour modéliser des défauts

L'objectif de ce travail est de bénéficier d'un outil de maillage automatique tridimensionnel comme dans le cas de la boîte à fissure bidimensionnelle. Mais le problème est ici l'intégration de fissures dans des géométries complexe. Dans tous les travaux présentés, le maillage en pointe de fissure est rayonnant et régulier. Cela garantit une bonne qualité de la détermination du facteurs d'intensité de contraintes. La transition entre la zone de maillage réglé et la zone de maillage libre est parfois complexe dans sa forme, en particulier lorsque la fissure modélisée l'est au niveau d'un cordon de soudure. La nécessité de disposer d'un maillage réglé en pointe de fissure est lié d'une part à la nécessité de disposer d'éléments non déformés et d'autre part des algorithmes de calculs du facteur d'intensité de contraintes du code de calcul ABAQUS obligeant à utiliser des éléments de type briques (C3D20). Nous avons pour l'instant vu deux méthodes permettant d'intégrer une fissure : soit prévoir une partition dans le modèle global et intégrer la fissure au moyen d'un contact collant, soit intégrer la fissure directement dans le modèle global, ce qui oblige à prévoir des partitions complexes car semi-elliptiques dans le maillage. Nous pouvons alors combiner les deux, c'est à dire réaliser des modèles de boîtes à fissures intégrées directement dans une sous partition soit sphérique soit parallélépipédique qui seront liés au modèle soit par un contact collant, soit au moyen d'un zoom structural. Cette dernière méthode permet d'éviter d'intégrer le défaut dans le modèle global mais l'erreur en terme de facteur d'intensité de contraintes sera d'autant plus importante que les limites du zoom seront proches de la fissure et que la flexibilité due à la présence de la fissure sera importante.

#### Exemple : cas d'une fissure circulaire

L'exemple considéré ici est le cas d'une fissure circulaire d'un diamètre par exemple égal à 1 mm. Elle est ici encapsulée dans une sphère de diamètre 2 ou 4 mm. La Figure 111 présente le maillage réalisé en pointe de fissure (éléments briques de couleur jaune), la transition entre ces éléments réglés et la sphère se faisant au moyen d'éléments tétraédriques générés automatiquement. On peut alors imaginer intégrer des défauts de différente taille en gardant la même surface extérieure. On peut tout aussi imaginer modifier la forme de la surface extérieure et la remplacer par une forme parallélépipédique comme nous l'avons déjà évoqué et dans le but de traiter des fissures débouchantes.



**Figure 111 : maillage d'une fissure circulaire (jaune) dans une sphère de maillage libre (vert)**

Dans le cas présenté ici, le défaut est intégré dans un modèle tridimensionnel de cordon de soudure (voir Figure 112) au moyen d'un contact collant. L'intérêt du contact collant a déjà été montré auparavant et nous allons nous étendre sur le moyen d'intégrer ce défaut dans toute structure.

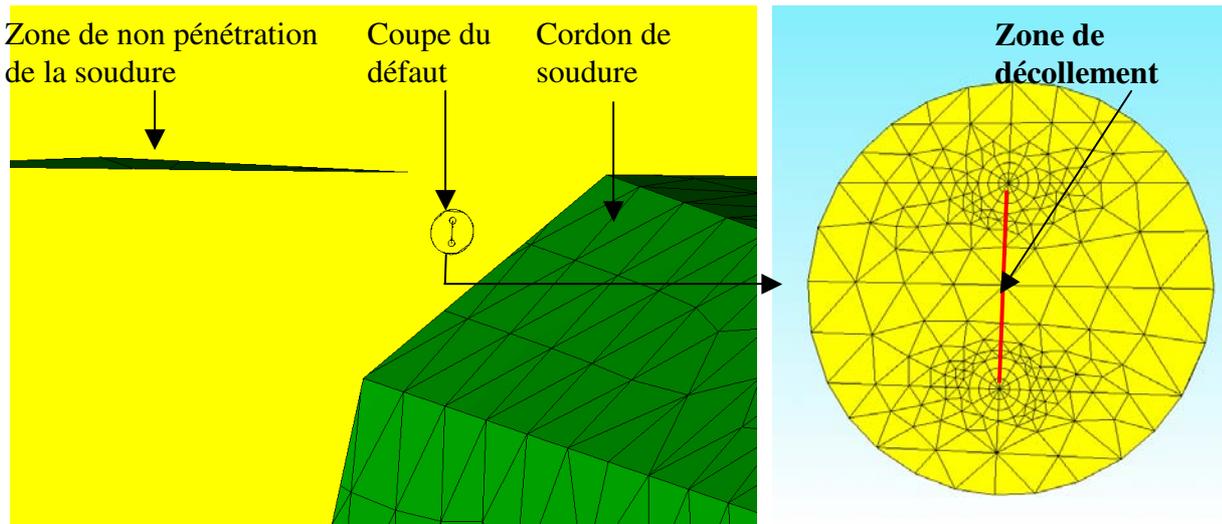


Figure 112 : intégration d'un défaut dans une structure mécano-soudée

La sphère est considérée par

- La taille et le type de défaut intégré en son sein
- La surface de contact avec le reste du maillage
- Son orientation
- Sa taille

L'intérêt d'utiliser une sphère est de pouvoir conserver le même maillage auquel on peut effectuer une rotation de manière à orienter la fissure. De plus, on peut la déplacer où on le désire dans le maillage en effectuant une simple translation. De plus il est aussi aisé de réaliser une homothétie de ce maillage que l'on pourrait qualifier d' « unitaire » afin de modifier la taille du défaut. Ceci est plus commode avec l'utilisation du zoom structural pour imposer les déplacements du modèle dit global à la surface extérieure de la sphère contenant le défaut, avec les limites que l'on connaît dans l'utilisation de cette technique.

La figure suivante (Figure 113) présente l'état de contraintes au voisinage de la pointe de la fissure.

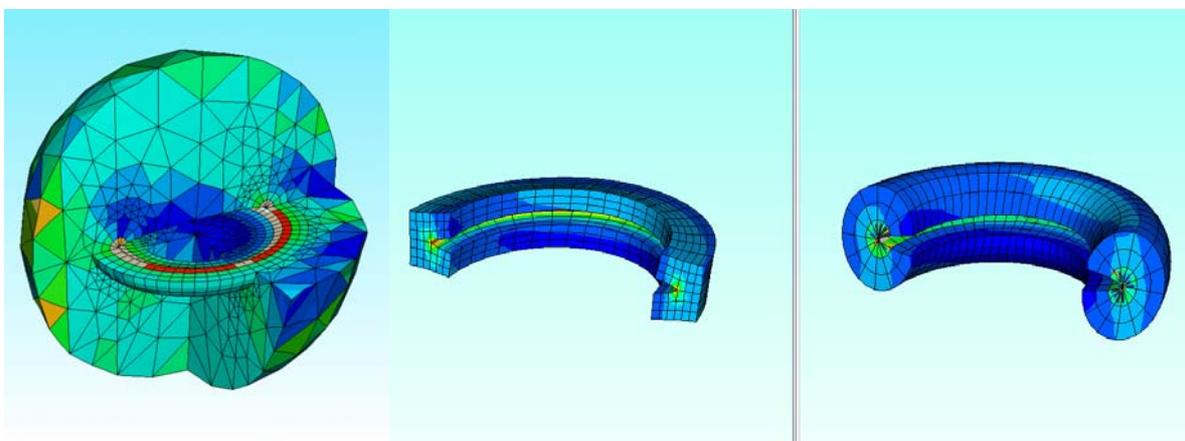


Figure 113 : vue en coupe de l'état des contraintes à gauche. Utilisation d'un maillage en pointe de fissure rectangulaire au milieu et triangulaire à droite

Deux types de maillage ont été considérés : maillage de type rayonnant avec des éléments briques dégénérés en prisme en pointe de fissure d'une part, et des éléments briques non dégénérés, plus proches des éléments de référence, d'autre part. Nous avons vu, au travers des exemples précédents la validité du maillage rayonnant. Il s'avère que dans le cas que nous considérons actuellement, le type de maillage choisi donne des résultats forts perturbés (voir Figure 114) alors qu'un maillage rectangulaire (de type quadrangle) avec les nœuds milieux de pointe non déplacés au quart de l'élément donne des résultats continus le long de la fissure. On voit ici que l'écart du maillage triangle par rapport au quadrangle est de l'ordre de 100 % au maximum alors que le minimum est à 50 % d'écart. Les éléments de pointe de fissure sont particulièrement déformés vu qu'ils sont dégénérés ce qui peut avoir une influence sur l'intégrale J calculée sur le premier contour. Mais la différence constatée étant observable pour tous les contours, on peut ici invoquer un problème de tolérance, la taille du défaut étant du millimètre, alors que la taille de la structure globale est plus proche du mètre.

Le problème rencontré ici montre que la détermination du facteur d'intensité de contrainte via des logiciels « boîtes noires » n'est pas aisé et qu'il peut dépendre de paramètres que l'utilisateur ne maîtrise pas, en particulier dans les cas où il utilise l'outil à sa limite de validité. Le maillage réalisé en briques quadratiques non dégénérées (nommé de type quadrangle) donne des résultats suffisamment précis pour aborder un cas élastique. Les résultats sont présentés dans la Figure 115. L'influence des nœuds les plus proches de la pointe de fissure que l'on place au quart de l'élément afin d'approcher le champ de la solution de Westergaard n'est pas évident comme nous le montre la Figure 116, le maillage étant suffisamment fin et le contour où sont relevés les champs de déformation et de contrainte étant suffisamment loin de la pointe de la fissure.

Enfin la Figure 117 illustre l'influence d'une rotation du défaut de 90°, celui-ci n'étant plus vertical mais horizontal. On peut alors imaginer une demi-sphère comme défaut pouvant être placé pour prendre en compte une fissure semi-circulaire ou plus généralement semi-elliptique débouchante.

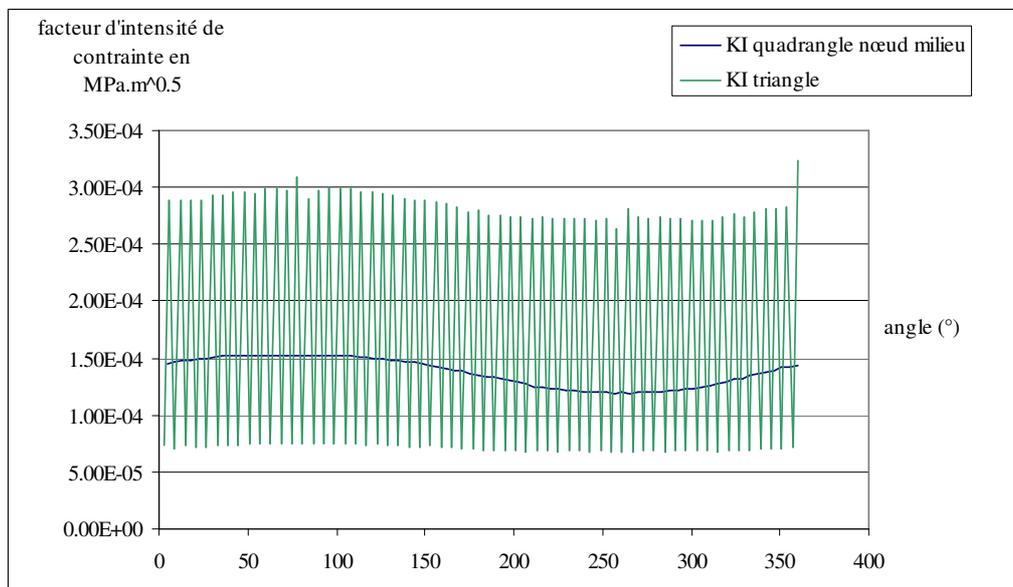


Figure 114 : évolution du facteur d'intensité de contrainte : comparaison maillage triangle / quadrangle

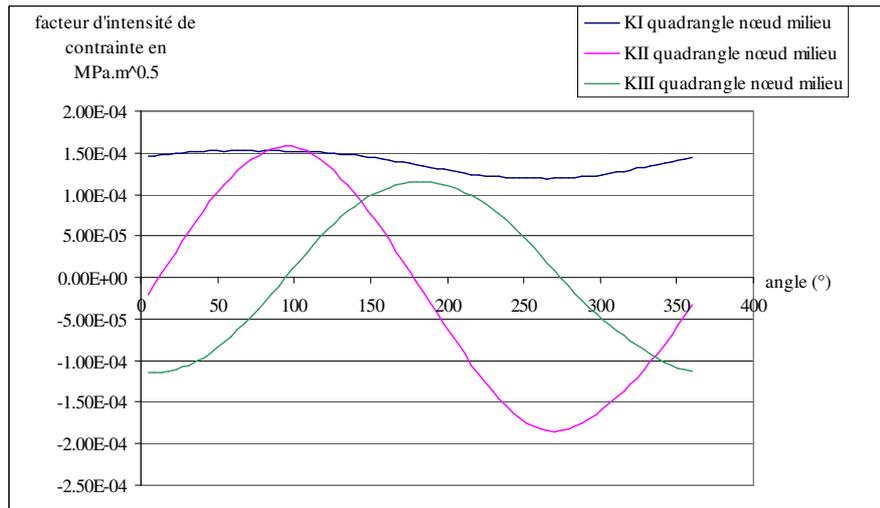


Figure 115 : évolution du facteur d'intensité de contrainte en fonction de l'angle

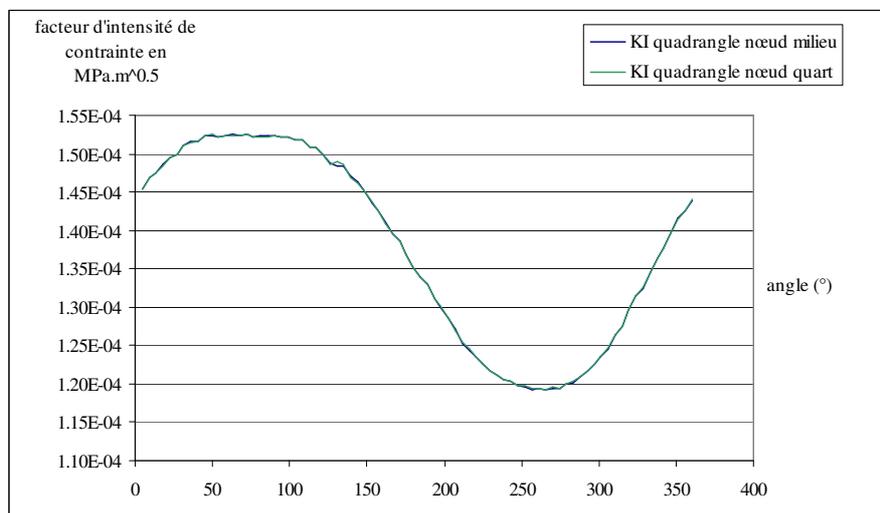


Figure 116 : évolution du facteur d'intensité de contrainte : influence des éléments de pointe

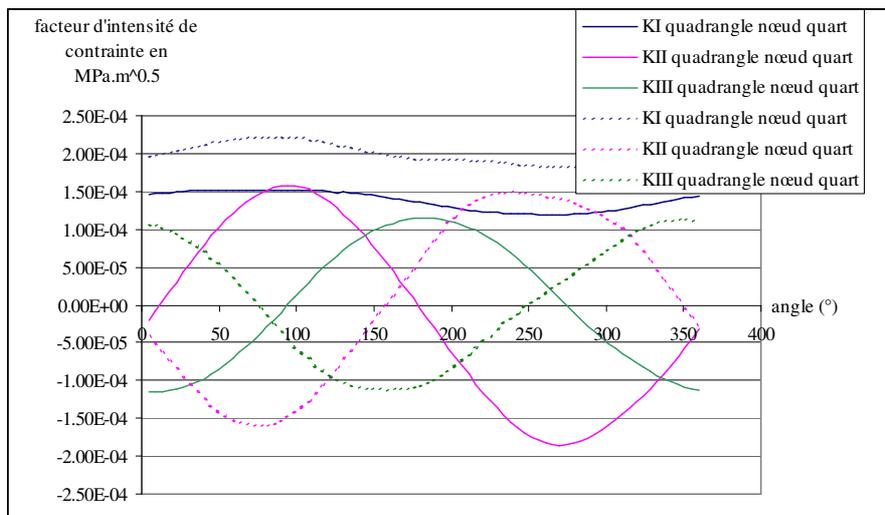


Figure 117 : évolution du facteur d'intensité de contrainte : en trait plein : position initiale du défaut, en trait pointillé : rotation de 90° du défaut

### C.1.6 Conclusion sur l'utilisation de la boîte à fissure

Les « Line Spring » et les déplacements des nœuds du voisinage (illustré dans la Figure 118) sont essentiellement utilisés pour :

- intégrer la souplesse de la fissure dans le modèle global de la structure.
- calculer la propagation de la fissure dans l'épaisseur des coques
- calculer le rechargement des nœuds au cours de la propagation pour prendre en compte la propagation de fissure en multi-amorçage
- piloter la Boîte à Fissure afin de calculer le FIC dans le cas de fissures non traversantes.

Ceci est illustré au travers de la partie supérieure de la Figure 119. La généralisation de cette méthodologie à des géométries complexes (avec ici le cas particulier des joints soudés) est illustrée dans la partie inférieure de la Figure 119. Plusieurs techniques peuvent être utilisées et ont été utilisées dans le cas de la maquette (voir application dans le paragraphe D.1) :

- Pour calculer la contrainte locale en pied de cordon de soudure : on utilise une matrice de passage  $K_t$  entre les contraintes dans le modèle global et les contraintes dans le modèle local. Dans ce cas, cette matrice n'évolue pas au cours de la fissuration. L'utilisation d'un zoom (2D ou 3D), piloté directement par les nœuds du modèle global est une technique permettant de calculer la contrainte locale au cours de la fissuration (voir le paragraphe D.1.8.3 pour une intégration aisée par superposition)
- Pour calculer les facteurs d'intensité de contrainte : on peut utiliser une BAF de dimension étendue et englobant le cordon de soudure pour traiter des fissures traversantes. Pour les fissures non traversantes, on peut corriger le FIC obtenu grâce aux coefficients de Tada avec une fonction  $K_g(a)$ ,  $a$  étant la profondeur de la fissure, traduisant l'influence la macro-géométrie du cordon de soudure sur le FIC.

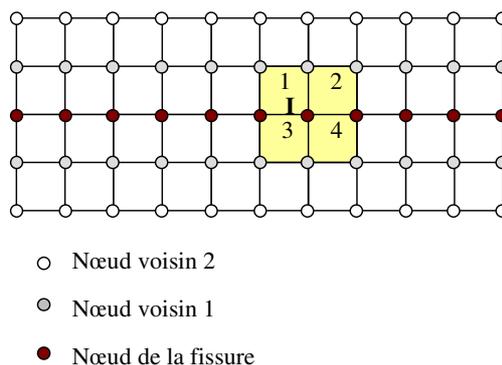


Figure 118 : définition du nœud voisin

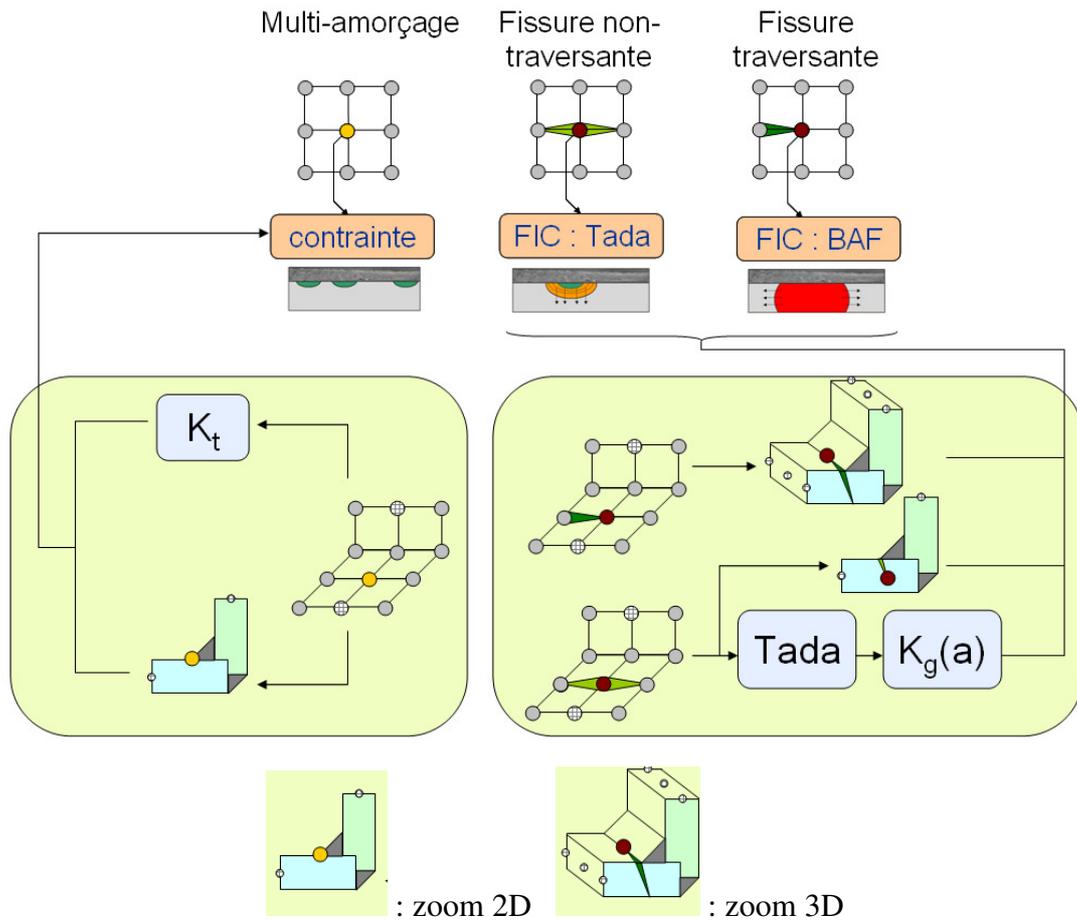


Figure 119 : calcul des contraintes ou des FIC

## SECTION 2

### Prévision de la direction des fissures

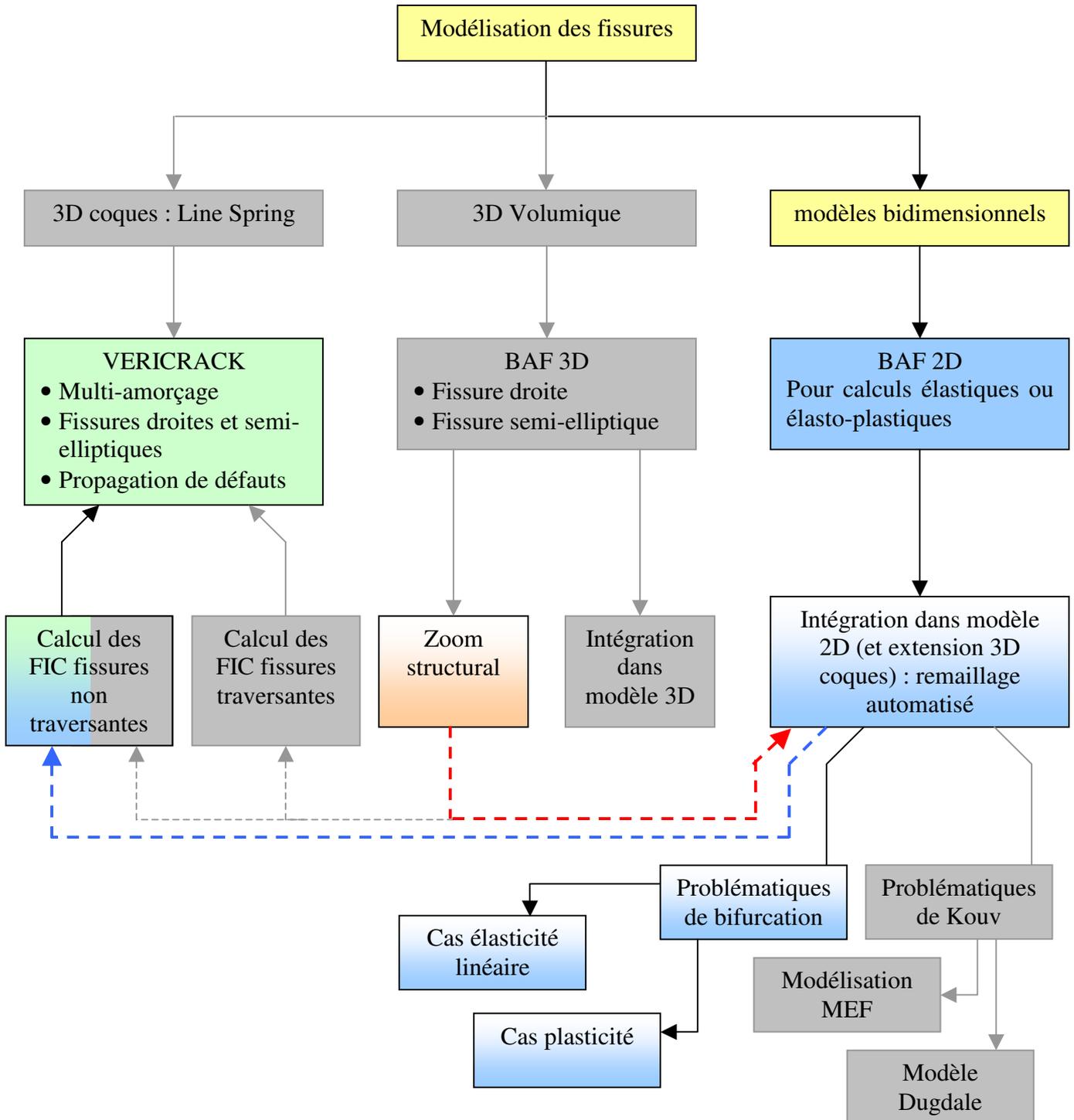


Figure 120 : organigramme de développement de modèles : Prévision de la direction des fissures

## C.2 Détermination du chemin de fissuration

### C.2.1 Généralités

Différentes méthodologies peuvent être utilisées pour déterminer le chemin de fissuration. Celui-ci dépend d'une part de la géométrie et d'autre part du type de sollicitation appliqué à la structure. Dans le cas des structures soudées, les joints soudés induisent des singularités géométriques qui provoquent un multi-amorçage de fissures de fatigue le long du cordon de soudure définissant généralement le chemin de fissuration. Dans le cas où la fissure s'éloigne d'un cordon de soudure, il est nécessaire de déterminer un critère permettant de justifier du chemin de fissuration. La Figure 121 montre la fissuration de l'intérieur d'un véhicule au niveau d'un palier de transmission des efforts de mobilité. L'effort est appliqué à l'extérieur de la caisse, représenté sur la Figure 121. On vérifie que la fissuration se produit au pied de cordon de soudure. Une manière de prévoir la zone d'amorçage de la fissure et d'apprécier la direction qu'elle prend (Figure 122) est de calculer l'endommagement de la structure (Figure 123). On y retrouve en noir les zones d'endommagement maximal, dont la concentration se localise le long du cordon de soudure sur la partie gauche de la jonction soudée entre le palier et la caisse.

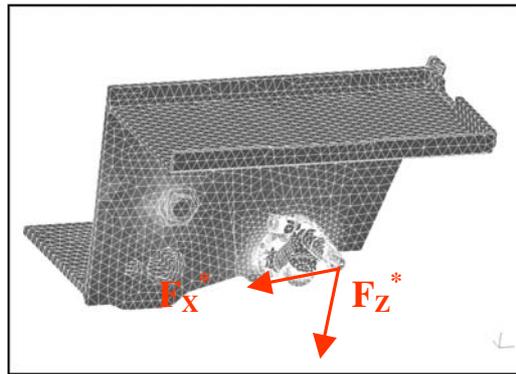


Figure 121 : maillage et point d'application des efforts



Figure 122 : fissure de fatigue dans une structure mécano-soudée

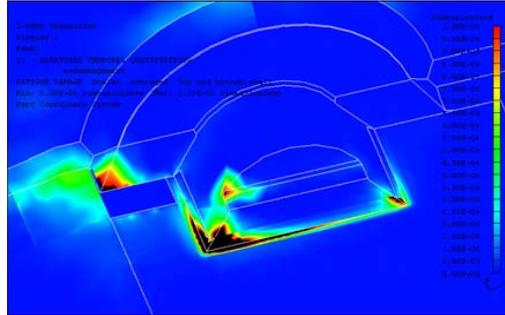


Figure 123 : localisation d'endommagement (zones noires les plus endommagées)

Deux méthodes ont été mises en place pour déterminer la direction que prend, d'une façon générale, une fissure. Tout d'abord, une méthodologie simple sur la base des directions des contraintes principales de traction est utilisée. Cette méthode est valable lorsqu'on identifie un chargement simple prépondérant mais dans le cas de chargements plus complexes, il serait nécessaire de réaliser un comptage des cycles de contraintes principales associé à leur direction de manière à établir un critère permettant de statuer sur la direction de la fissure.

Elle est ensuite comparée à une méthodologie plus précise basée sur des remaillages incrémentaux au moyen d'une boîte à fissure. Ceci est valable pou

## C.2.2 Méthode simplifiée

### C.2.2.1 Principe

Nous avons vu dans la section théorique (B.1), que les fissures s'amorcent principalement selon des critères de cisaillement (stade I). Lorsque la fissure est détectée, sa taille est relativement importante par rapport à la taille de la zone plastifiée : nous sommes dans le stade II de propagation. A ce niveau, ce sont les contraintes d'ouverture (de traction) qui régissent la propagation de la fissure. Dans le cas élastique, étendu à la plasticité confinée, la fissure se propage selon la direction perpendiculaire à la direction des contraintes principales maximales de traction. Cette direction minimise l'énergie nécessaire à la propagation de la fissure : la fissure se place en mode I [PO03].

### C.2.2.2 Application à une éprouvette

Nous avons comparé des calculs basés sur les contraintes principales (sous ABAQUS) avec des calculs très fins incrémentaux (résultats de CASTEM 2000), simulant la propagation de la fissure (ces méthodes seront présentées dans la section suivante). Pour cela, l'éprouvette de Tohgo & Ishii [TI92] est considérée. C'est une éprouvette fissurée soumise à une combinaison de flexion et d'effort tranchant. Cinq chargements sont considérés (voir Figure 124), pour lesquels la fissure est, soit en mode I pur (éprouvette A), soit en mode II pur (éprouvette E), soit en mode mixte (éprouvettes B à D). Les rapports  $K_I/K_{II}$  pour les différentes éprouvettes sont reportés dans le Tableau 10.

Tableau 10 : rapports  $K_I/K_{II}$

Eprouvette	rapport $K_I/K_{II}$
A	Infini (mode I pur)
B	3.3
C	2
D	1
E	0 (mode II pur)

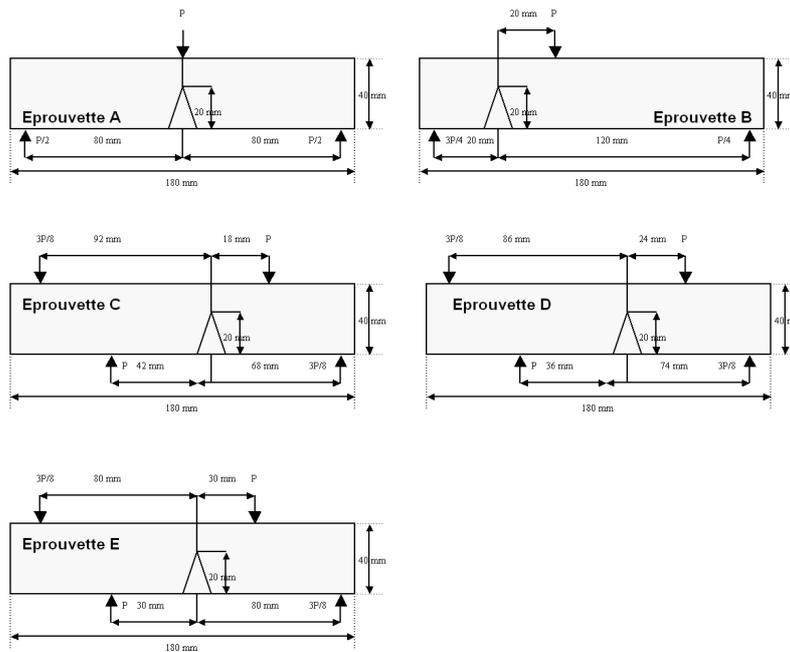


Figure 124 : Dimensions et conditions aux limites

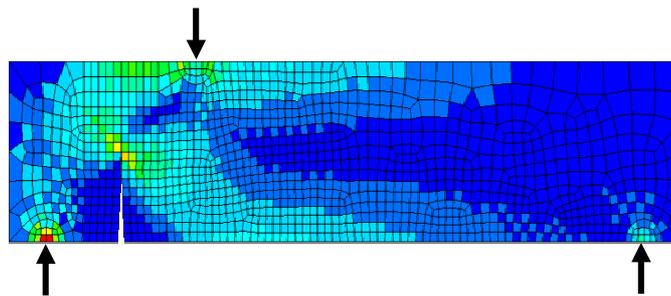


Figure 125 : Résultats des contraintes principales maximales sur l'éprouvette B

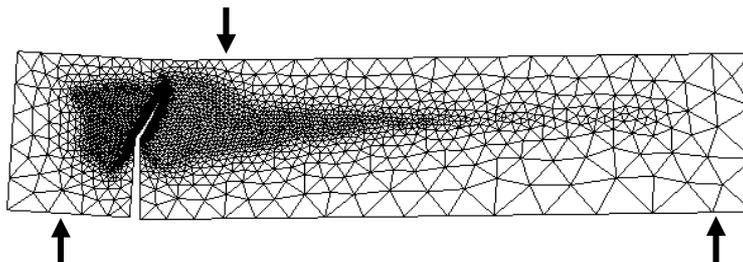


Figure 126 : Résultats de fissuration : éprouvette B méthode incrémentale

La Figure 126 représente les résultats issus d'un calcul incrémental raffiné (Figure 126), non compatible avec des préoccupations industrielles, car difficile à mettre en œuvre, itératif, et manuel. Un des résultats de la méthode simplifiée est présenté dans la Figure 127. Les flèches représentent la direction de la fissure, estimée à partir des directions des contraintes principales de traction.

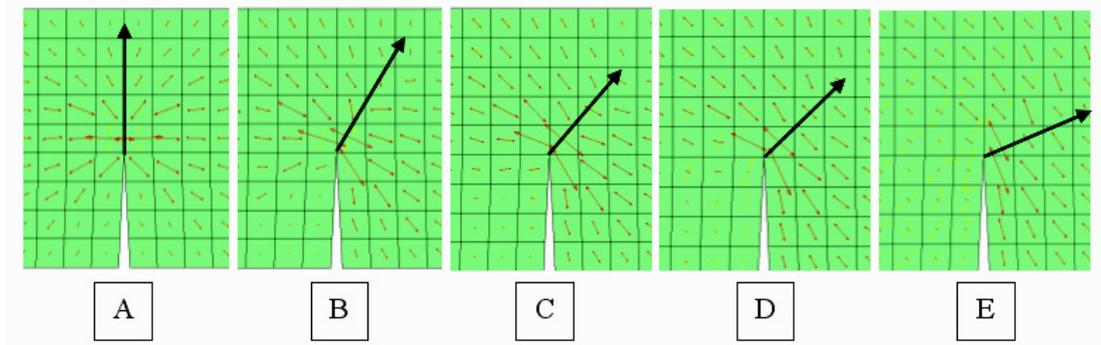


Figure 127 : zoom sur la fissure : contraintes principales de traction (en rouge) pour les différentes éprouvettes

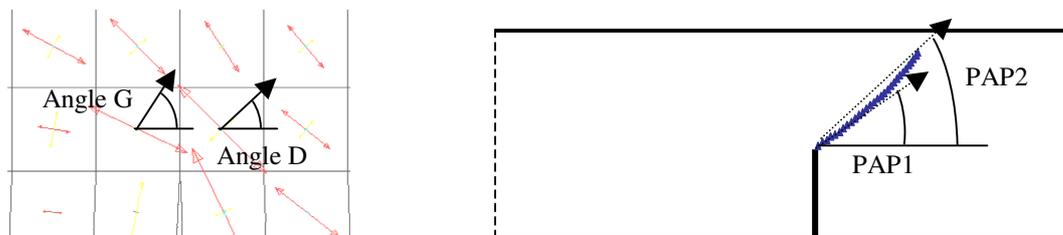


Figure 128 : définition des critères de mesure d'angle de bifurcation

Trois critères sont considérés, voir Figure 127 et Figure 128 [LM03]:

- Pour la simulation incrémentale deux valeurs sont relevées : La première PAP1 correspond à la direction initiale de la fissure. Il est intéressant de noter que cette valeur correspond à l'angle que prend la fissure pendant les 8 premiers millimètres de fissuration. La seconde PAP2 correspond à l'angle global que prend la fissure au bout de 16 millimètres de fissuration.
- Pour l'approche simplifiée, on mesure les angles pour les deux éléments en pointe de fissure (élément de gauche donnant l'angle G et élément de droite donnant l'angle D).
- Pour l'approche simplifiée, on estime globalement, sur une dizaine d'éléments la droite qui permet de maximiser les contraintes circonférentielles.

Tableau 11 : résultats du calcul des angles (en degrés)

Poutres	Rapport $K_I/K_{II}$	1. Calcul pas à pas :		2. Contrainte ouverture maximale : angle initial		3. Contrainte ouverture maximale Estimation globale
		PAP1	PAP2	ANGLE G	ANGLE D	
BEAM A	infini	90	90	90	90	90
BEAM B	3.2	60.88	65	65	71,6	60
BEAM C	2	49.81	57	51	69.45	50
BEAM D	1	37.88	43	46.5	63.44	45
BEAM E	0	19.20	20	27	58	25

Il en résulte que les directions prévues (Tableau 11) par la méthode simple sont en accord avec les méthodes raffinées, tant que le mode II de cisaillement ne domine pas (lorsque  $K_{II} > K_I$ ). Citons par exemple l'éprouvette B, soumise à un effort de flexion 3 points. Le calcul incrémental et la méthodologie simplifiée donnent des angles voisins de  $60^\circ$  de bifurcation par rapport à l'horizontale. Cette dernière méthode n'est par contre valable que lorsque la rigidité de la structure n'est pas modifiée de façon importante. Suivant le Tableau 12, la méthode du maximum des contraintes principales de traction est valable quand le rapport  $K_I/K_{II}$  est supérieur à 2. Au delà, l'estimation de la direction de la fissuration par la méthode des contraintes principales de traction est moins précise mais acceptable industriellement.

Concernant la direction des deux éléments en pointe, l'élément de gauche conduit à des résultats très différents de ceux obtenus par l'élément de droite. Une meilleure approche consiste alors à considérer un plus grand nombre d'éléments au voisinage de la pointe : c'est l'estimation globale.

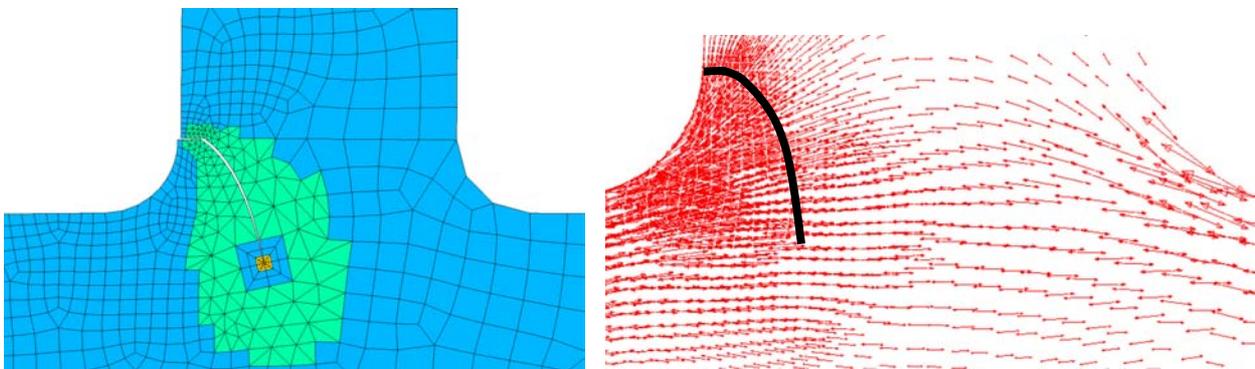
Cette méthode n'est certes pas très précise lorsque le mode II domine, mais elle permet d'apprécier globalement la direction de la fissure.

**Tableau 12 : écart entre la méthode simplifiée et la méthode incrémentale**

<i>Poutres</i>	<i>Rapport <math>K_I/K_{II}</math></i>	<i>Calcul pas à pas : PAP1</i>	<i>Contrainte ouverture maximale : angle initial écart %</i>	<i>Calcul pas à pas : PAP2</i>	<i>Contrainte ouverture maximale Estimation globale écart %</i>
BEAM A	infini	90	0	90	0
BEAM B	3.3	61	6.5	65	8
BEAM C	2	50	2.5	57	12
BEAM D	1	38	22	43	5
BEAM E	0	19	40	20	25

### C.2.2.3 Cas d'un assemblage en T

La Figure 129a représente une fissure dans un assemblage en T (cas étudié dans la section suivante). La direction de la fissuration  $y$  est alors prédite par la méthode des contraintes principales (Figure 129b) avec une excellente corrélation avec celle obtenue par la méthode incrémentale.



**Figure 129 : fissure dans un assemblage en T : a) résultat méthode incrémentale [LR05a],  
b) résultat méthode des contraintes principales**

### C.2.3 Prédiction de la bifurcation en milieu élastique par propagation incrémentale

La méthode présentée précédemment n'est valable que lorsque la souplesse de la structure fissurée n'affecte pas la direction de la propagation de la fissure. Si tel est le cas, il est nécessaire d'inclure cette fissure dans la structure et de déterminer le chemin de fissuration de manière incrémentale.

#### C.2.3.1 But

Une méthodologie « industrielle » de calcul du chemin de fissuration est ici présentée en utilisant le code ABAQUS. Le but est de réaliser un maillage en pointe de fissure peu coûteux mais suffisamment fin pour calculer les grandeurs de la mécanique de la rupture, tout en limitant la taille des éléments.

Au voisinage de la pointe de la fissure, les champs de contraintes sont déterminés par des analyses dites asymptotiques. Elles permettent de prévoir le niveau de chargement critique conduisant à la propagation de la fissure, et de déterminer l'angle de bifurcation. Mais ce champ présente un gradient très important au voisinage de la pointe de la fissure, ce qui nécessite d'y mettre en place un maillage d'éléments fins réguliers et fins. Ce maillage doit pouvoir se déplacer lorsque la fissure se propage et évoluer de manière à optimiser le nombre d'éléments. Au-delà de la question des critères de ruine ou de bifurcation il faut d'abord préciser les caractéristiques du maillage en pointe de fissure et la méthodologie permettant son raccordement au reste du maillage.

#### C.2.3.2 Méthodologie [LR05b]

La méthodologie de la BAF est ici reprise. Nous avons vu qu'elle nécessite l'établissement d'une transition entre le maillage local « BAF » (Boîte A Fissure) et le maillage global de la structure. Trois zones sont alors considérées (voir Figure 130) :

- Zone (A): BAF (Figure 131) : Cette zone présente un maillage spécifique et régulier. A la pointe de la fissure, la solution asymptotique domine. Dans le cas de calculs élastiques, peu d'éléments sont nécessaires. La pointe de la fissure est modélisée au moyen d'éléments quadratiques quadrangulaires dégénérés en triangles. De plus les nœuds « milieux » des éléments de pointe sont placés au quart de l'élément de manière à représenter un champ de déformation en  $r^{-0,5}$  ( $r$  : distance à la pointe de la fissure), ce qui correspond au degré de singularité du champ asymptotique.

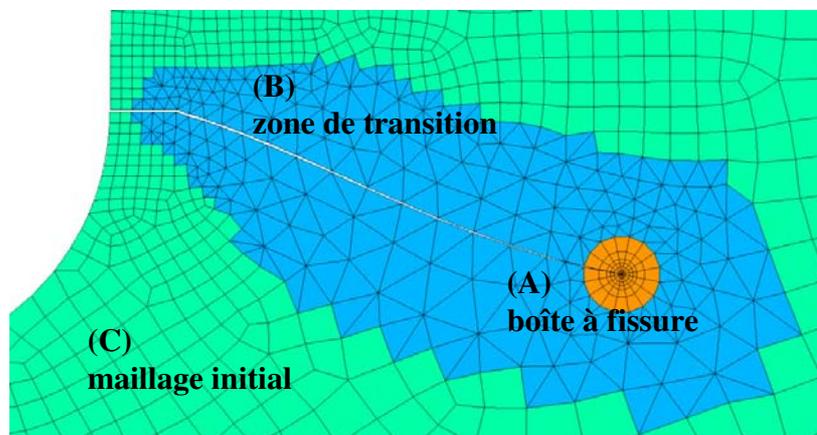


Figure 130 : Boîte à fissure dans un maillage (zones A, B et C)

Dans le cas de calculs élasto-plastiques, en raison de la représentativité du comportement plastique, un nombre plus important d'éléments est nécessaire. Pour introduire une singularité en  $r^{-1}$  dans le cas de matériaux parfaitement plastiques, les éléments quadrangles à champ de déplacement quadratique sont aussi utilisés, mais les nœuds de la pointe de la fissure peuvent se déplacer indépendamment et les nœuds « milieux » ne sont pas déplacés au quart des éléments. Enfin, dans le cas des matériaux de type Ramberg-Osgood, le dernier maillage considéré permet une bonne approximation du champ de déformation en  $r^{-n/n+1}$  ( $n$  : coefficient d'écroutissage). Les nœuds déplacés au quart des éléments peuvent être utilisés pour les valeurs faibles de  $n$ .

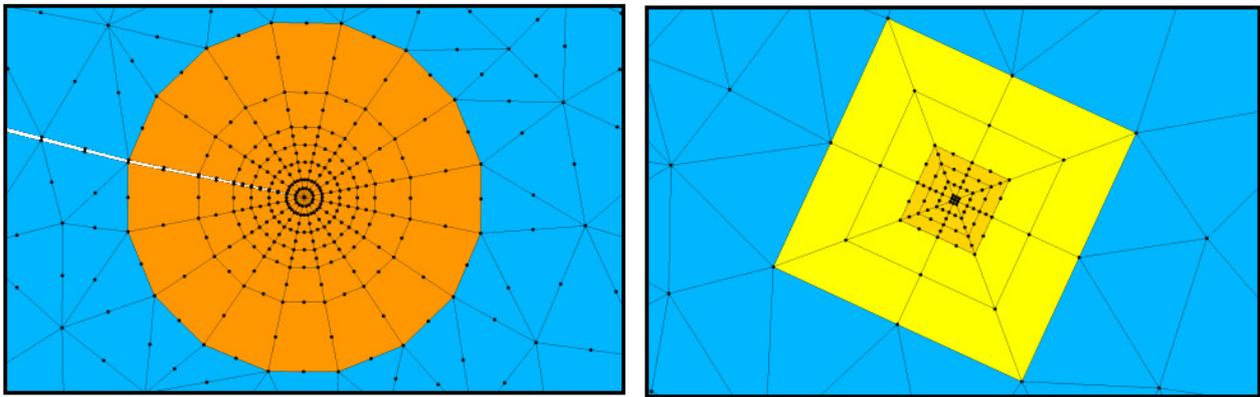


Figure 131 : BAF maillage fin (gauche) et BAF maillage grossier (droite)

- Zone (B): Zone de transition. C'est un maillage composé d'éléments triangulaires optimisés linéaires pour des calculs purement élastiques ou quadratiques (dans des cas plastiques ou pour une meilleure précision de calcul dans le cas élastique, les éléments triangles linéaires ne sont pas recommandés). Ce maillage est obtenu en utilisant une procédure de triangulation de Delaunay, développée dans NAG [NAG]. Ces éléments permettent de connecter le maillage spécifique de la pointe de la fissure au reste du modèle ABAQUS [ABAQUS] qui peut être bidimensionnel en déformations planes, en contraintes planes ou tridimensionnel (coques).
- Zone (C): Maillage global. C'est un maillage quadrangulaire classique (ou triangulaire). Il est à noter qu'il n'est pas nécessaire de remailler l'intégralité de la structure au cours de la propagation de la fissure.

La technique de la BAF présentée utilise le code ABAQUS et consiste à :

- Mailler les trois zones (A), (B) et (C) pour la fissure initiale
- Réaliser un calcul par éléments finis pour déterminer l'angle de bifurcation
- Incrémenter la longueur de la fissure dans la direction déterminée précédemment
- Créer le maillage en pointe de fissure et le lier au reste de la structure
- Réaliser un nouveau calcul par éléments finis, et ainsi de suite.

*Remarque sur la zone de transition:*

La zone (B) fonctionne comme un contour autour de la pointe de la fissure qui se rapproche d'une condensation statique du comportement de la structure à ce contour par le biais d'un maillage intermédiaire. Cette technique est similaire à l'approche par équations intégrales de frontières, dans laquelle le contour est ici remplacé par une zone de transition. [BX95].

*Remarque sur les coques :*

Dans le cas des coques, nous avons vu dans la section précédente qu'il n'était pas possible avec le code ABAQUS de calculer directement l'intégrale de contour J en peau supérieure ou inférieure. La technique de la boîte à fissure peut ici être mise à contribution. Le maillage de la fissure est alors réalisé de la même manière que dans les cas bidimensionnels, mis à part lorsque la coque présente une courbure. Un code de maillage automatique spécifique doit ainsi être utilisé dans le cas de surfaces courbes. La BAF peut alors être pilotée par les nœuds voisins de la pointe de la fissure. L'intérêt de la BAF est de pouvoir mailler grossièrement la fissure dans le modèle d'éléments coques et ainsi de limiter la taille des modèles. Reste le choix du critère de bifurcation, traité dans le paragraphe suivant dans les cas bidimensionnels. Dans le cas des coques, le problème se pose lorsque l'état de contrainte en peau supérieure et en peau inférieure sont distincts.

### C.2.3.3 Les critères de bifurcation

Différents critères peuvent être utilisés pour déterminer le chemin de fissuration en mode mixte de chargement, à savoir, le critère de la contrainte circonférentielle maximale  $\sigma_{\theta\theta_{max}}$  (Erdogan et Sih [ES63]), le critère du maximum du taux de restitution d'énergie MERR (Palaniswamy et Knauss [PK78]), le critère du minimum de la densité d'énergie de déformation (Sih [SI74]), le critère  $J_{II}=0$  (Pawliska et al. [PR93]) ou  $K_{II}=0$  (Cotterell et Rice [CR80]) ( $J_{II}$  est la partie de l'intégrale J correspondant au mode II pur et  $K_{II}$  est le facteur d'intensité de contraintes pour le mode II), le CTOD, critère de l'ouverture des lèvres de la fissure (Sutton et al. [SD00]), et bien d'autres encore. Dans le cas de matériaux élasto-plastiques, Li, Zhang, Recho [LZ04] ont développé un critère  $J-M_p$ . Dans ce travail, nous nous limiterons tout d'abord aux critères élastiques.

#### Le critère de la contrainte circonférentielle maximale

Dans le cas élastique, le critère  $\sigma_{\theta\theta_{max}}$  est le plus communément utilisé. D'après ce critère la direction de la propagation de la fissure est perpendiculaire à la direction du maximum des contraintes circonférentielles. L'équation de la contrainte circonférentielle  $\sigma_{\theta\theta}$  s'écrit (voir Figure 132) :

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{1}{4\sqrt{2\pi r}} \left[ K_I \left( \cos \frac{\theta}{2} + \cos \frac{3\theta}{2} \right) - 3K_{II} \left( \sin \frac{\theta}{2} + \sin \frac{3\theta}{2} \right) \right] \quad (C.13)$$

où  $r$  et  $\theta$  sont les coordonnées polaires à la pointe de la fissure

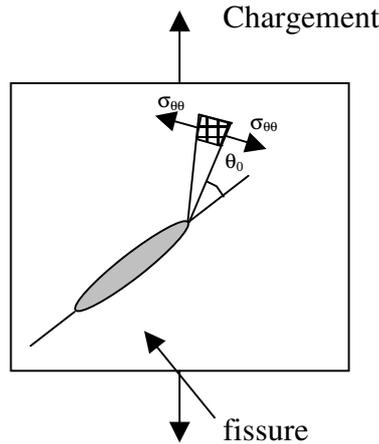


Figure 132 : définition de la contrainte circonférentielle

L'angle de bifurcation  $\theta_0$  peut être obtenu lorsque  $\frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} = 0$ , et après avoir calculé les facteurs d'intensité de contraintes  $K_I$  et  $K_{II}$  :

$$\tan\left(\frac{\theta_0}{2}\right) = \frac{1}{4} \left(\frac{K_I}{K_{II}}\right) \pm \frac{1}{4} \sqrt{\left(\frac{K_I}{K_{II}}\right)^2 + 8} \quad (\text{C.14})$$

Le critère du taux de restitution d'énergie MERR maximum

Le critère du taux de restitution d'énergie G maximum (MERR), est basé sur la notion de taux de restitution d'énergie G déjà utilisée par Griffith.

Posons  $\theta$ , l'angle de bifurcation et  $K_I^*(\theta)$  et  $K_{II}^*(\theta)$ , les facteurs d'intensité de contrainte de la branche bifurquée de longueur  $s \rightarrow 0$  (voir Figure 133).

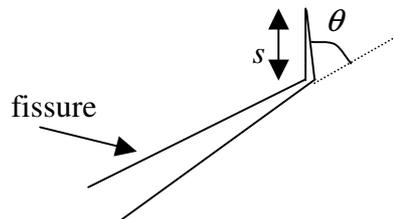


Figure 133 : critère MERR

$K_I^*(\theta)$  et  $K_{II}^*(\theta)$  s'expriment en fonction de  $K_I$  et  $K_{II}$  par la relation suivante [AB80] :

$$\begin{Bmatrix} K_I^*(\theta) \\ K_{II}^*(\theta) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} K_I \\ K_{II} \end{Bmatrix} \quad (\text{C.15})$$

$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix}$  ne dépend que de  $\theta$ .

On peut alors calculer  $G$ , par exemple en contraintes planes :

$$G = \frac{1}{E} \left[ K_I^{*2}(\theta) + K_{II}^{*2}(\theta) \right] \quad (C.16)$$

L'angle de bifurcation s'obtient alors de deux manières équivalentes :

- $\frac{\partial G}{\partial \theta} = 0$
- $K_{II}^*(\theta) = 0$

On retrouve ici le critère  $K_{II}=0$  que l'on utilisera aussi par la suite.

Les deux critères donnent des résultats assez proches. De nombreux essais expérimentaux [RE95] ont été réalisés pour valider le critère de la contrainte circonférentielle maximale. Le graphique de la Figure 134 représente des résultats d'essais réalisés sur du plexiglas [RE95].

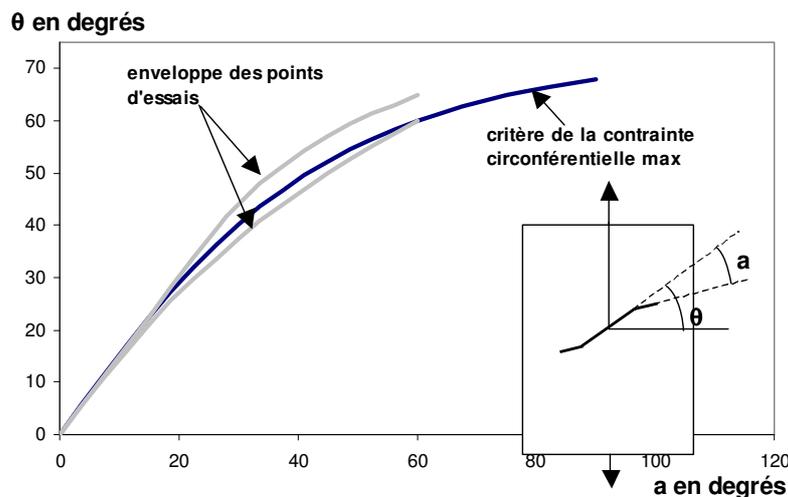


Figure 134 : comparaison critère de la contrainte circonférentielle avec des essais expérimentaux

#### C.2.3.4 Comparaison BAF / maillage très raffiné

La technique de la BAF (maillage linéaire; boîte de 7 mm de côté) est comparée avec les résultats [MZ03] obtenus à partir de maillages très fins de la pointe de la fissure (maillage d'éléments à champ de déplacement quadratique, éléments inférieurs à 0.1 mm) (Figure 135). Les résultats (Figure 136) montrent que la finesse du maillage du modèle avec BAF est suffisante.

De faibles différences apparaissent dans le cas du chargement à  $30^\circ$  et trahissent ici l'influence du pas de propagation. Une étude complémentaire sur l'influence de la valeur de l'incrément de

propagation serait à considérer. L'incrément de propagation est arbitrairement fixé et égal à la taille de la BAF.

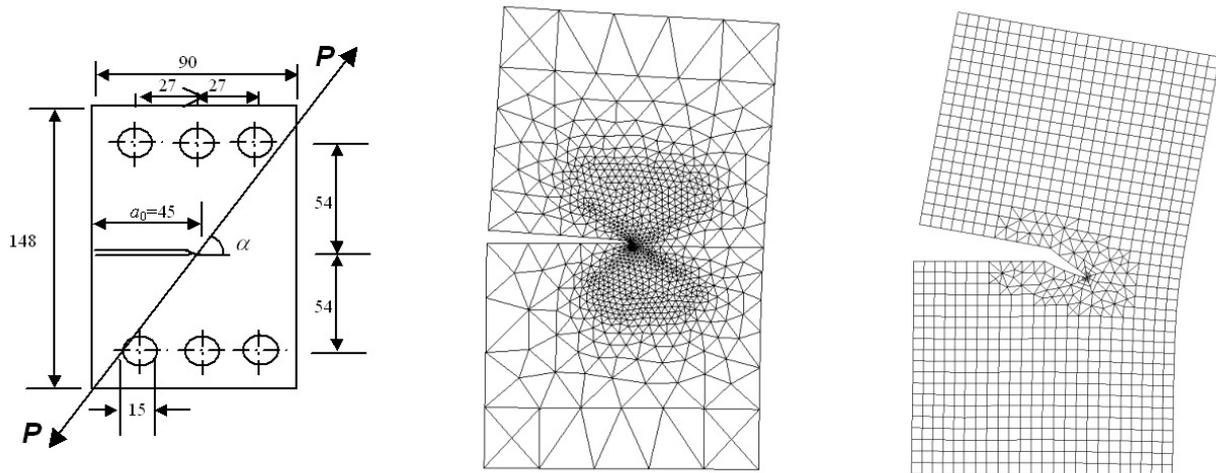


Figure 135 : maillage très raffiné et maillage BAF

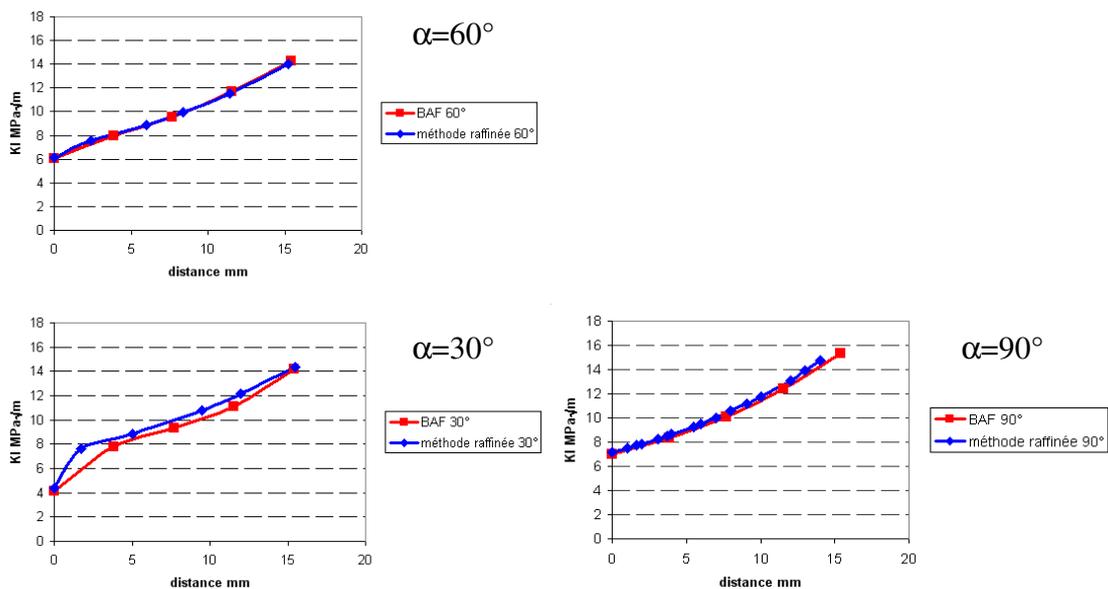


Figure 136 : comparaison K<sub>I</sub> BAF / maillage très raffiné

### C.2.3.5 Comparaison BAF / résultats expérimentaux

Pour comparer les résultats dans le cas d'un alliage d'aluminium 7020, des essais expérimentaux ont été réalisés en mode mixte sur une éprouvette CTS (Figure 137). Le système de mors permet de réaliser des essais bi axiaux. Des essais de fatigue à  $R=0,5$  et  $P_{\max} = 12$  kN ont été réalisés. Les trajets de fissuration expérimentaux et les simulations réalisées selon le critère des contraintes circonférentielles maximales sont représentés dans la Figure 138.

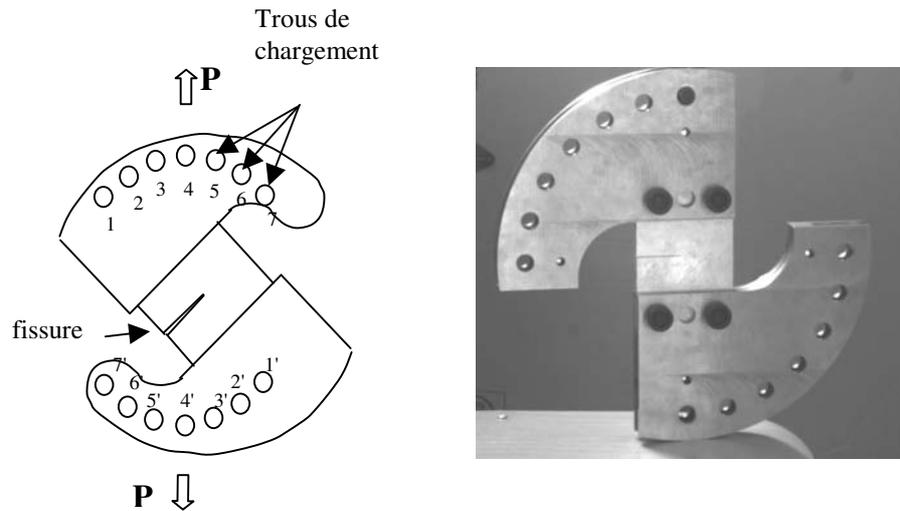


Figure 137 : montage d'une éprouvette CTS

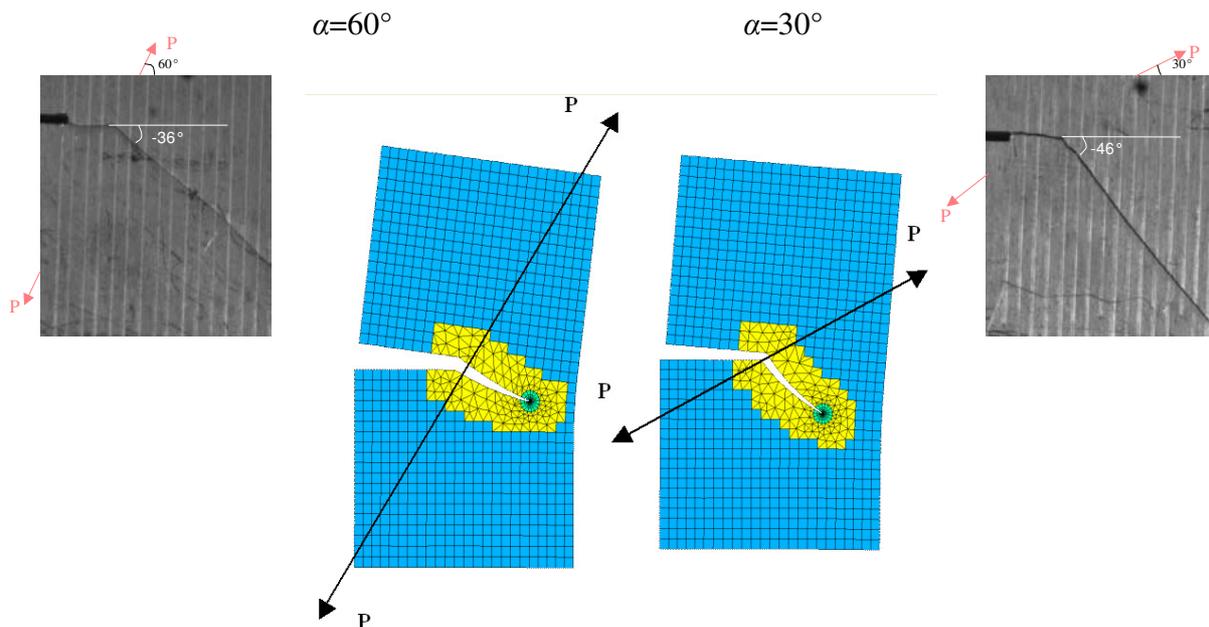


Figure 138 : résultats expérimentaux et simulations pour deux angles de chargement : 60° (droite) et 30° (gauche)

Quant aux résultats selon les deux méthodes exposées (contraintes circonférentielles maximales et MERR) ils sont présentés sur la Figure 139. Ces résultats sont assez proches lorsque la fissure est inférieure à 20mm. Il apparaît que l'angle est surestimé dans le cas du chargement à 30° : 51° par simulation pour 46° expérimentalement et sous-estimé dans le cas du chargement à 60° : 31° par simulation pour 29° par simulation. L'erreur se situe entre -10% et 20%, ce qui reste acceptable. Il est à noter que, pour un matériau plus ductile, d'autres critères devraient être utilisés.

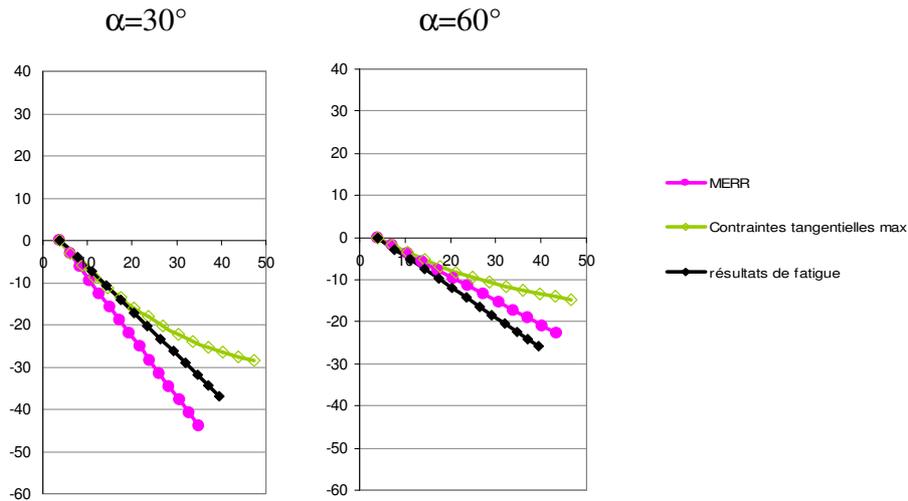


Figure 139 : résultats de fissuration pour les deux critères, comparaison avec les grandeurs expérimentales (abscisse et ordonnée en mm)

### C.2.3.6 Application à des configurations variées

Cet exemple montre la capacité de la BAF à s'adapter à différentes géométries. Il est important de noter que seule la zone de transition est remaillée au cours du calcul. Dans cet exemple, la rigidité en flexion de l'assemblage en T est affectée par la hauteur  $h$  de la semelle. Pour des valeurs faibles de  $h$ , la composante de flexion est importante et la fissure bifurque de manière importante. Pour des valeurs élevées de  $h$ , la rigidité de la semelle est telle que la fissure est presque dès le départ en mode I. Les résultats de Bouchard [BB03], utilisant le critère des contraintes circonférentielles maximales sont présentés dans la Figure 140. Les résultats de la BAF, utilisant le même critère de bifurcation sont présentés dans la Figure 141. Il s'avère que les résultats diffèrent légèrement, cela pouvant provenir des conditions aux limites. La bifurcation  $\gamma$  est très sensible, en particulier pour l'épaisseur  $h = 115$  mm pour laquelle il existe un état limite correspondant au fait que la fissure peut soit continuer sa progression à l'intérieur du socle de l'assemblage, soit tourner de manière à rejoindre le second rayon de raccordement. La différence de rigidité entre les éléments quadrangulaires et les éléments triangulaires pouvant être la cause des différences observées, un essai numérique a été réalisé avec un maillage raffiné et similaire à celui réalisé par Bouchard. Il montre la même tendance que la BAF, et rend compte de la différence observée qui est liée aux conditions aux limites.

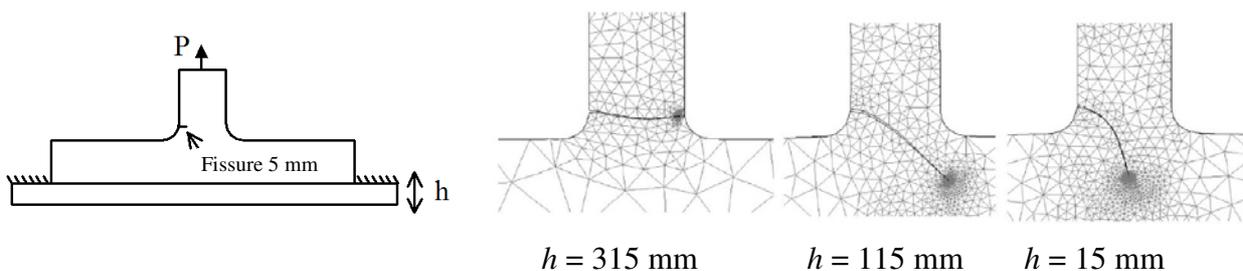


Figure 140 : éprouvette en T : résultats de fissuration pour 3 valeurs de  $h$  [BB03]

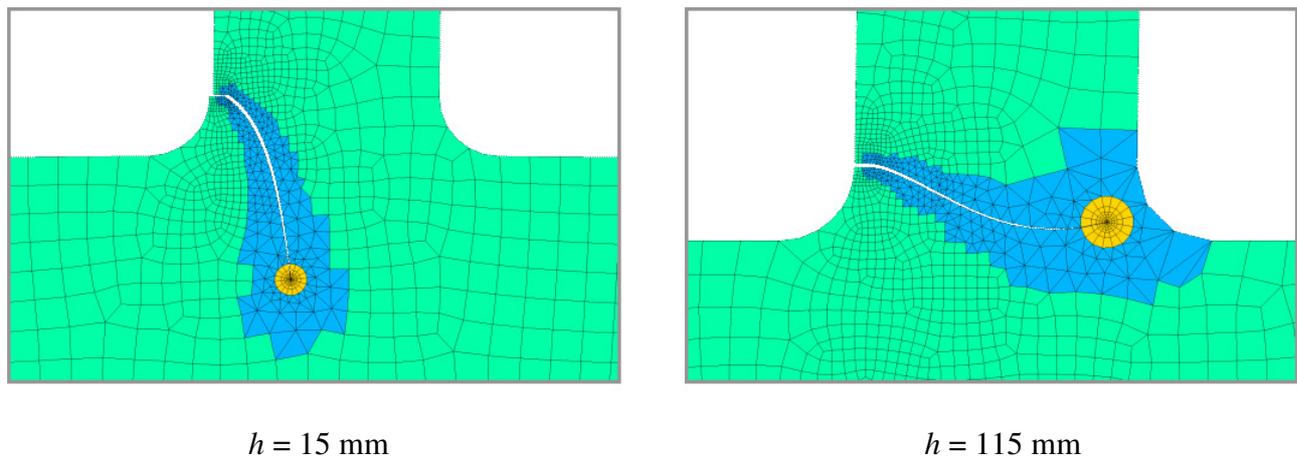


Figure 141 : éprouvette en T : résultats BAF

Enfin une dernière réalisation (Figure 142) montre l'influence de trous (qui pourraient être remplacés par des inclusions métallurgiques) sur la propagation de la fissure. Ce type de configuration se retrouve principalement dans le cas des assemblages boulonnés ou rivetés.

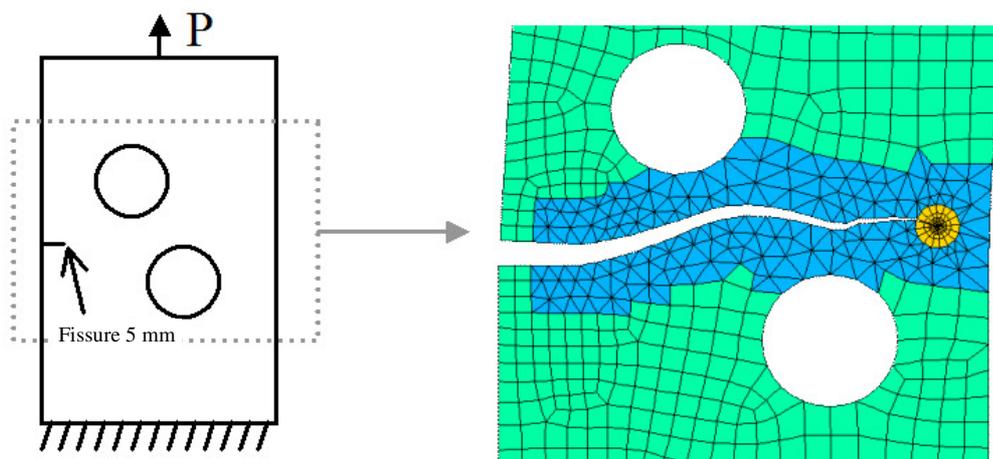


Figure 142 : fissure dans une plaque trouée

### C.2.3.7 Amélioration du critère de la contrainte circonférentielle maximale

#### a) Principe

Généralement, le critère de la contrainte circonférentielle maximale permet de bien corrélérer les résultats expérimentaux, lorsque le rapport  $K_I/K_{II}$  est supérieur à 1. Mais dans les cas où le  $K_{II}$  domine, les résultats divergent [LM03]. Le critère de la contrainte circonférentielle maximale utilisé communément est basé sur le premier terme en  $1/\sqrt{r}$  de l'expansion de Williams (C.17) [WI52]. Or le second terme appelé contrainte T, « T-Stress » en anglais, n'est pas négligeable en mode mixte. Ayatollahi, Aliha et Hassani [AA06] proposent de modifier le critère de la contrainte circonférentielle maximale (MTS) et de l'étendre en intégrant la contrainte T (critère appelé GMTS). Ils ont réalisé des essais et des calculs éléments finis sous ABAQUS pour montrer la

précision apportée par la prise en compte de ce second terme. Mais le problème suivant se pose lors de la recherche de l'angle  $\theta_0$  qui maximise la contrainte circonférentielle : la définition d'une distance critique  $r_c$  où calculer cette contrainte.

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \times \left[ K_I \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) - \frac{3}{2} K_{II} \cdot \sin(\theta) \right] + T \cdot \sin^2(\theta) + O(r^{1/2}) \quad (C.17)$$

L'angle  $\theta_0$  est obtenu en maximisant l'expression précédente soit :

$$\left. \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} \right|_{\theta=\theta_0} = \left[ K_I \sin(\theta_0) + K_{II} (3 \cdot \cos(\theta_0) - 1) \right] - 16 \frac{T}{3} \sqrt{2\pi r_c} \cos(\theta_0) \sin\left(\frac{\theta_0}{2}\right) = 0 \quad (C.18)$$

On retrouve le terme  $\left[ K_I \sin(\theta_0) + K_{II} (3 \cdot \cos(\theta_0) - 1) \right]$  utilisé classiquement, plus un terme faisant intervenir la contrainte T et la distance critique  $r_c$ .

A partir de la détermination de l'angle  $\theta_0$ , on peut calculer le  $K_{Ic}$ , en fonction des valeurs critiques de  $K_I$ ,  $K_{II}$  et T, notées  $K_{If}$ ,  $K_{IIf}$  et  $T_f$ .

$$K_{Ic} = \cos\left(\frac{\theta_0}{2}\right) \cdot \left[ K_{If} \cos^2\left(\frac{\theta_0}{2}\right) - \frac{3}{2} K_{IIf} \sin(\theta_0) \right] + \sqrt{2\pi r_c} \cdot T_f \sin^2(\theta_0) \quad (C.19)$$

Soit en divisant par  $K_{If}$  :

$$\frac{K_{Ic}}{K_{If}} = \cos\left(\frac{\theta_0}{2}\right) \cdot \left[ \cos^2\left(\frac{\theta_0}{2}\right) - \frac{3}{2} \frac{K_{IIf}}{K_{If}} \sin(\theta_0) \right] + \sqrt{2\pi r_c} \cdot \frac{T_f}{K_{If}} \sin^2(\theta_0) \quad (C.20)$$

On peut donc calculer les rapports  $\frac{K_{If}}{K_{Ic}}$  et  $\frac{K_{IIf}}{K_{Ic}} = \frac{K_{IIf}}{K_{If}} \times \frac{K_{If}}{K_{Ic}}$

Cette méthodologie est appliquée sur une éprouvette demi-disque fissurée en mode mixte.

### b) Présentation des essais de validation

Ayatollahi, Aliha et Hassani [AA06] ont réalisé des essais sur des éprouvettes demi-disque fissurées en PMMA (polyméthylmethacrylate). Ce matériau est couramment utilisé en mécanique de la rupture, car il est relativement homogène et isotrope, sa rupture est le plus souvent fragile. Bon marché et facile à usiner, il permet de réaliser un nombre important d'éprouvettes à moindre coût. Enfin, sa nature transparente permet d'observer avec aisance la pointe de la fissure.

La géométrie de l'éprouvette utilisée est présentée dans la Figure 143. C'est un demi-disque entaillé de rayon égal à 50 mm. La distance entre les deux appuis est de 43 mm. La fissure a une longueur de 15 mm et l'épaisseur de l'éprouvette est de 5 mm. La fissure est inclinée d'un angle  $\beta$  par rapport à l'axe vertical, suivant lequel est appliqué l'effort P. En faisant varier l'angle  $\beta$  entre  $0^\circ$  et  $50^\circ$ , le rapport  $K_I/K_{II}$  évolue de  $\infty$  ( $K_I$  pur) à 0 ( $K_{II}$  pur). Les essais ont permis d'obtenir, pour

chaque angle  $\beta$ , l'effort critique  $P_{cr}$ , et les grandeurs  $K_{I\beta}$  et  $K_{II\beta}$ .  $K_{I\beta}$  a été déterminé pour  $\beta=0$  et vaut  $2.13 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ .

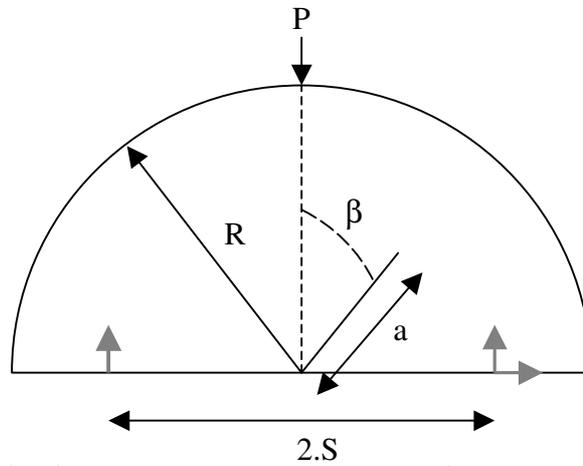


Figure 143 : géométrie et conditions aux limites de l'éprouvette demi-disque entaillé

c) Calculs sous ABAQUS

La BAF avec remaillage a été mise à profit et permet de calculer à la fois  $K_I$ ,  $K_{II}$  et  $T$ , pour les différentes éprouvettes. La Figure 144 et la Figure 145 représentent les simulations de propagation de fissure en utilisant le critère de la contrainte circonférentielle maximale.

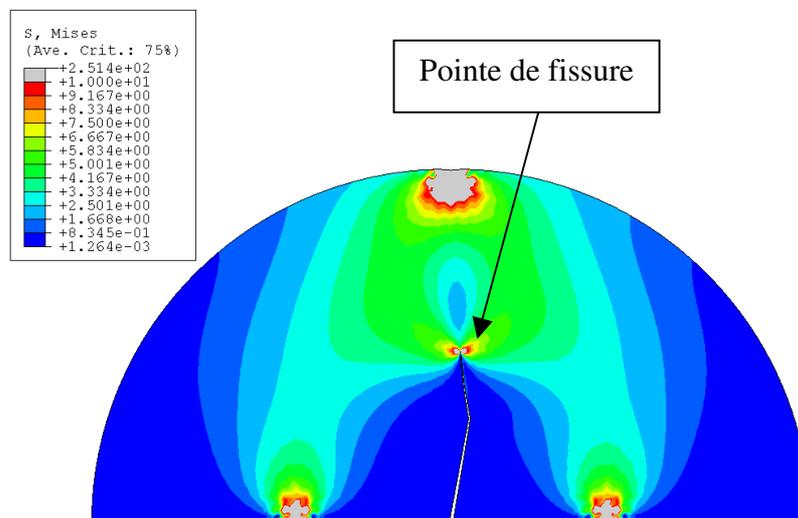


Figure 144 : direction de propagation, critère de la contrainte circonférentielle maximale, cas  $\beta = 10^\circ$

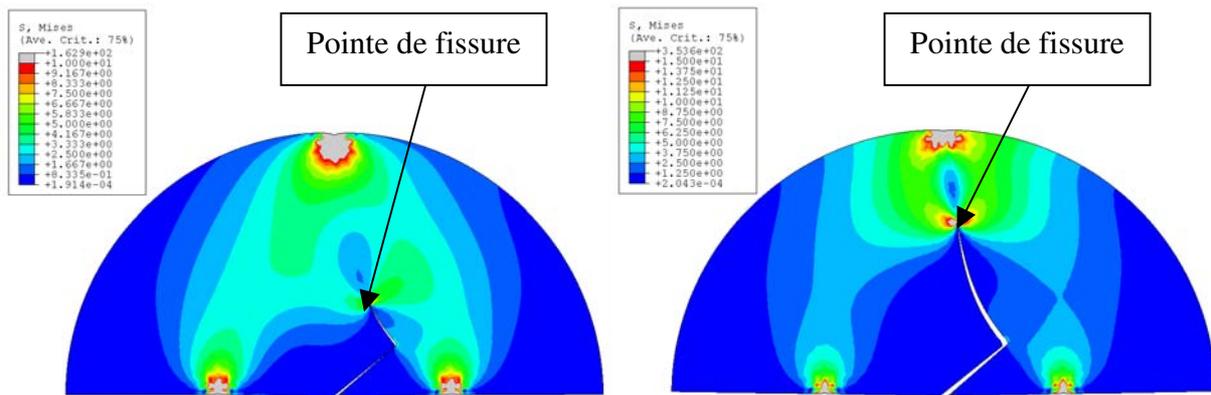


Figure 145 : direction de propagation, critère de la contrainte circonférentielle maximale, cas  $\beta = 50^\circ$

La Figure 146 représente l'évolution de  $K_I$ ,  $K_{II}$  et de la composante T pour les différentes valeurs de  $\beta$  considérées. On voit ainsi que la fissure est en mode II pur pour  $\beta = 50^\circ$ . La composante T croît progressivement entre  $\beta = 10$  et  $\beta = 50^\circ$  où elle atteint son maximum et où son influence sera donc maximale. Le Tableau 13 présente les angles de bifurcations calculés selon les deux critères MTS et GMTS. La différence entre les valeurs calculées est faible (jusqu'à 7% en mode II pur). Ce n'est donc pas au niveau de l'angle de bifurcation que l'on peut mesurer l'influence de la prise en compte de la composante T. Pour calculer les valeurs critiques  $K_{If}$  et  $K_{IIf}$ , représentées dans la Figure 147, divisées par  $K_{Ic}$ , il est nécessaire de considérer une distance critique  $r_c$ . D'après les auteurs des essais, cette grandeur peut varier entre 0,05 mm et 0,2 mm. Ils ont considéré que la valeur de 0,065 mm permet de corréliser au mieux les simulations avec les essais. Dans la Figure 147, les essais sont comparés au critère MTS, GMTS avec  $r_c = 0.065$  mm et  $r_c = 0.2$  mm.

Il apparaît nettement que la prise en compte de la composante T permet de mieux calculer les facteurs d'intensité de contrainte critiques, en particulier lorsque le mode II domine en pointe de fissure. Avec  $r_c = 0.065$  mm et plus encore avec  $r_c = 0.2$  mm, on retrouve les résultats expérimentaux mais, considérant la dispersion des résultats, il serait nécessaire de réaliser davantage d'essais pour avoir une meilleure représentativité. Mais contrairement aux résultats ABAQUS des auteurs de l'essai, les résultats ne sont pas plus proches des essais pour un angle  $\beta$  de  $10^\circ$ . La composante T n'a d'influence sur les facteurs d'intensité de contrainte critiques que pour des angles  $\beta$  supérieurs à  $30^\circ$ .

Tableau 13 : angle de bifurcation prédit avec les critères MTS et GMTS

angle beta (°)		10	20	30	40	50
angle de bifurcation (°)	GMTS	22	39	53	64	76
	MTS	23	39	50	60	71
écart %		-4.55	0.00	5.66	6.25	6.58

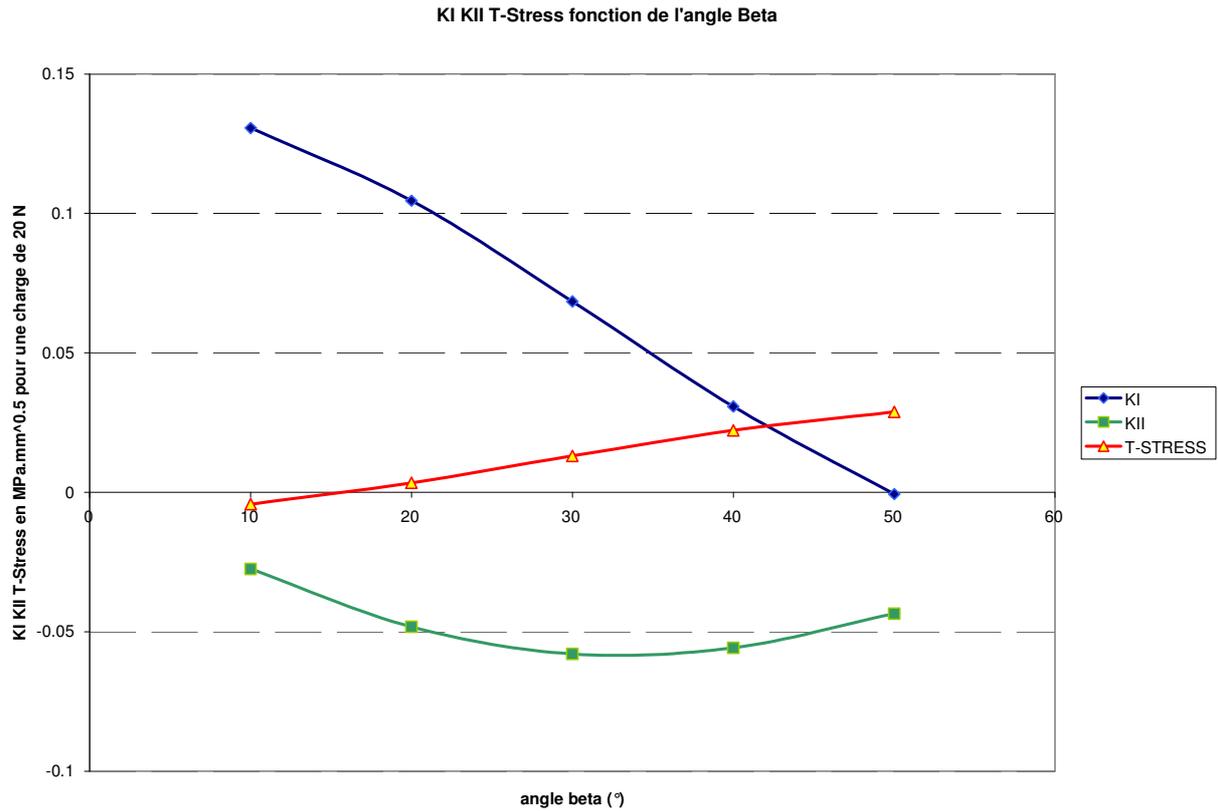


Figure 146 : évolution de  $K_I$ ,  $K_{II}$  et T pour différents angles  $\beta$

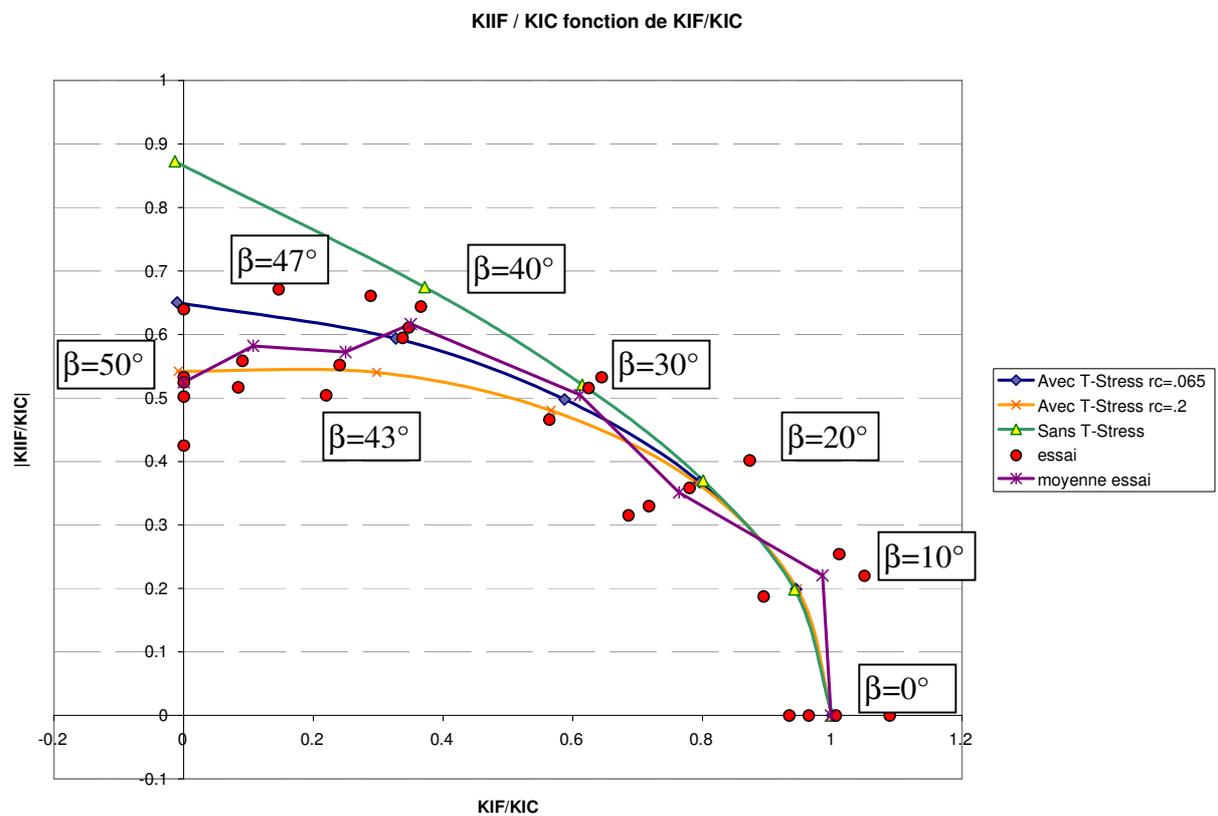


Figure 147 : évolution de  $K_{IIF}/K_{IC}$  en fonction de  $K_{IF}/K_{IC}$

## C.2.4 Prédiction de la bifurcation en milieu elasto-plastique

### C.2.4.1 L'approche élasto-plastique

Considérons une fissure dans un matériau élasto-plastique. Son angle de bifurcation résulte d'une compétition entre d'une part la rupture fragile ( de type T pour « tensile » ), liée essentiellement à la croissance puis à la coalescence de micro-fissures dans des plans cristallographiques particuliers, d'autre part la rupture ductile (de type S pour « shear » ), suivant des bandes de cisaillement, par croissance et coalescence de cupules. Le critère  $J-M^p$  a été développé de manière à calculer l'angle de bifurcation ce qui revient à prévoir, selon les matériaux et le chargement, le phénomène qui l'emporte, du clivage ou du cisaillement.

Dans le cas de fissures élasto-plastiques dans des chargements conduisant à la propagation d'une fissure en mode mixte, Shih (1981) [SH74] montre que les champs de contraintes, de déformations et de déplacements au voisinage de la pointe de la fissure sont dominés par la singularité HRR, et sont caractérisés par deux paramètres, à savoir la valeur de l'intégrale de contour J et le paramètre de mixité  $M^p$  ( $M^p$  variant de 0 à 1). Lorsque  $M^p$  vaut 0, nous sommes dans le cas du mode II pur, et, pour  $M^p$  égal à 1, dans le cas du mode I pur. Une méthode numérique a été développée pour déterminer ces deux paramètres dans le cas d'une fissure en mode mixte :  $M^p$  est défini comme suit :

$$M^p = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{2}{\pi} \tan^{-1} \left| \frac{\sigma_{\theta\theta}(\theta = 0)}{\sigma_{r\theta}(\theta = 0)} \right| \quad (C.21)$$

Des études expérimentales [RK73] montrent, que, pour un matériau à comportement élasto-plastique, il existe une transition de rupture type T / type S. Cette transition est contrôlée par la valeur critique du paramètre de mixité  $M_c^p$  qui peut être déterminé au moyen d'essais expérimentaux en fonction des valeurs critiques de l'intégrale J en mode I et en mode II,  $J_{IC}$  et  $J_{IIC}$  respectivement ( $J_{IC}$  est obtenu à partir d'un essai de traction pur et  $J_{IIC}$  à partir d'un essai en cisaillement pur). Si le paramètre de mixité  $M^p$  pour un chargement donné, est supérieur à  $M_c^p$ , la fissure se propage selon le mode I, c'est à dire selon le critère du maximum des contraintes circonférentielles  $\sigma_{\theta\theta_{max}}$  qui est alors utilisé pour calculer l'angle de bifurcation. Dans le cas inverse, si  $M^p$  est plus petit que  $M_c^p$ , la fissure se propage suivant une des bandes de cisaillement (rupture de type S). L'angle de bifurcation peut alors être déduit à partir du critère des bandes cisaillement [LZ04].

*Note* : en élasticité,  $M^p$  conduit à l'évaluation du rapport  $K_I/K_{II}$  et, par conséquent, l'angle de bifurcation est aisément déterminé par l'équation C.14.

### C.2.4.2 Le critère élasto-plastique

Le champ au voisinage de la pointe de la fissure est complètement déterminé par les deux paramètres de rupture : intégrale J et  $M^p$ . Ceci, combiné avec le critère RKR (de Ritchie et al., 1973) [RK73], donne le critère de transition TS, fonction de  $M^p$ .

Pour déterminer le critère TS dans l'hypothèse des déformations planes, pour un chargement en mode mixte, nous devons définir un critère physique permettant de représenter les mécanismes de fissuration dans les matériaux. Le critère proposé par Ritchie (1973), le critère RKR, suppose qu'une fissure se propage en clivage si le maximum de la contrainte circonférentielle  $\sigma_{max}$  est supérieur à une valeur critique  $\sigma_c$ , déterminée une distance caractéristique  $r_c$  de la pointe de la

fissure. Ce critère peut être, de plus, étendu à la rupture de type S, cisaillement. Dans ce cas, la fissure se propage en cisaillement si le maximum de la contrainte de cisaillement est supérieur à une valeur critique  $\tau_c$  à une distance critique  $r_c$ :

$$\sigma_{\max}(r = r_c) \geq \sigma_c \quad \text{et} \quad \tau_{\max}(r = r_c) \geq \tau_c \quad (\text{C.22})$$

A partir de ces deux conditions, le critère TS peut être défini tel que la rupture par clivage domine si le rapport  $\sigma_{\max} / \tau_{\max}$  à la distance critique  $r_c$  de la pointe de la fissure est supérieur au rapport  $\sigma_c / \tau_c$ . Dans le cas contraire, la rupture est de type S :

$$\frac{\sigma_{\max}}{\tau_{\max}} > \frac{\sigma_c}{\tau_c} \Rightarrow \text{clivage} \quad \text{et} \quad \frac{\sigma_{\max}}{\tau_{\max}} < \frac{\sigma_c}{\tau_c} \Rightarrow \text{cisaillement} \quad (\text{C.23})$$

Bien que ces critères, basés sur l'approche RKR, soient physiquement admissibles, leur application n'en est pas pour autant aisée, étant donné que les paramètres  $\sigma_c$ ,  $\tau_c$  et  $r_c$  sont particulièrement difficiles à obtenir. C'est pour cette raison, que nous préférons utiliser le critère  $J-M^p$  qui permet une mise en œuvre plus facile des considérations physiques. Pour cela, il est nécessaire de disposer de deux caractéristiques du matériau pouvant être obtenues au moyen d'essais expérimentaux. A partir d'un essai de traction pur, et d'un essai de cisaillement pur, nous pouvons déterminer les valeurs critiques de ténacité  $J_{IC}$  et  $J_{IIc}$ . Shih [SH74] a montré que, dans le cas de matériaux respectant la loi d'érouissage de Ramberg-Osgood, le champ asymptotique des contraintes en pointe de fissure est donné par :

$$\sigma_{ij} = \sigma_0 \left( \frac{EJ}{\alpha \sigma_0^2 I_n r} \right)^{\frac{1}{n+1}} \tilde{\sigma}_{ij}(\theta, M^p) \quad (\text{C.24})$$

où  $\alpha$  est un paramètre « matériau »,  $n$  est le coefficient d'érouissage,  $\sigma_0$  est la limite d'écoulement,  $I_n$  une constante. Les fonctions adimensionnelles  $\tilde{\sigma}_{ij}$  ne dépendent que de l'angle  $\theta$  et du paramètre  $M^p$ .

Pour un mode mixte donné, les rapports  $\sigma_c / \tau_c$  et  $\sigma_{\max} / \tau_{\max}$  à la distance critique  $r_c$  peuvent être calculés selon la solution HRR généralisée. Le paramètre  $\lambda$  est défini pour écrire l'équation (C.23) en fonction de  $J_{IC}$  et de  $J_{IIc}$ .

L'équation (C.23) devient alors:

$$\begin{aligned} \lambda > \lambda_c &\Rightarrow \text{clivage} \\ \lambda < \lambda_c &\Rightarrow \text{cisaillement} \quad \text{avec} \quad \lambda_c = J_{Ic} / J_{IIc} \end{aligned} \quad (\text{C.25})$$

$$\lambda = \left[ \frac{\max_{\theta} \tilde{\sigma}_{\theta\theta}}{\max_{\theta} \sqrt{(\tilde{\sigma}_{rr} - \tilde{\sigma}_{\theta\theta})^2 / 4 + \tilde{\sigma}_{r\theta}^2}} \frac{\tilde{\sigma}_{r\theta}(M^p = 0, \theta = 0)}{\tilde{\sigma}_{\theta\theta}(M^p = 1, \theta = 0)} \right]^{(n+1)} \frac{I_n^{(I)}}{I_n^{(II)}} \quad (\text{C.26})$$

La Figure 148 représente les variations de  $\lambda$  en fonction du paramètre  $M^p$  et du coefficient d'érouissage,  $n$ , du matériau. Il apparaît que  $\lambda$  est une fonction monotone de  $n$ . Par conséquent,

pour une valeur critique  $\lambda_c$ , on obtient une valeur critique  $M_c^p$ , ce qui permet d'écrire le critère de transition TS sous la forme suivante :

$$M^p > M_c^p \Rightarrow \text{clivage} \quad \text{et} \quad M^p < M_c^p \Rightarrow \text{cisaillement} \quad (\text{C.27})$$

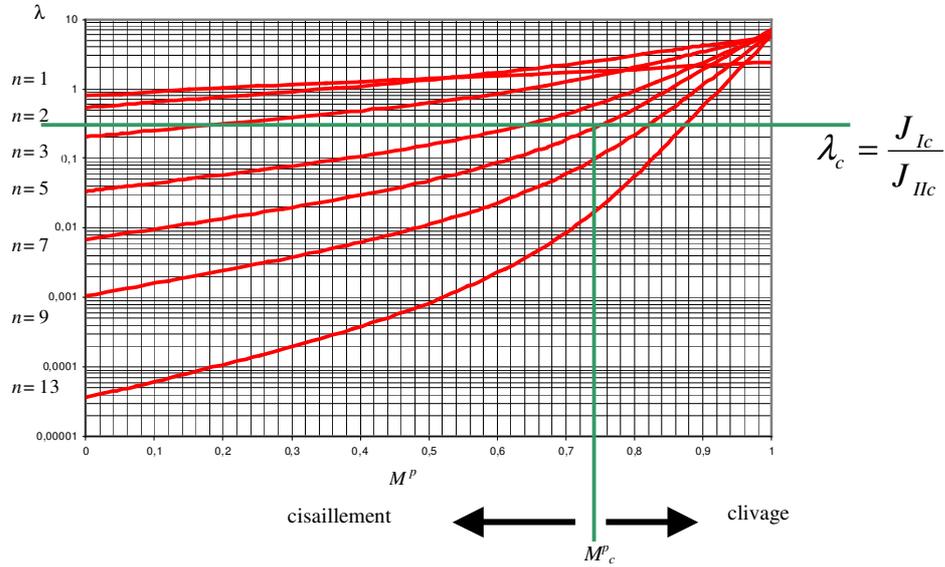


Figure 148 : critère de transition TS

#### C.2.4.3 Mise en pratique du critère

Le but est de calculer le paramètre  $M^p$  en fonction des paramètres  $J_I$  et  $J_{II}$ . Pour cela, nous allons utiliser un paramètre de mixité  $M^{e*}$ .

Sih a défini le paramètre de mixité  $M^e$  dont la forme est la suivante, pour un matériau élastique linéaire:

$$M^e = \frac{2}{\pi} \tan^{-1} \left( \frac{K_I}{K_{II}} \right) \quad (\text{C.28})$$

Ce paramètre reste applicable dans le cas de la plasticité confinée.

Lorsque la plasticité n'est plus confinée en pointe de fissure, il est nécessaire de définir un paramètre de mixité élastique  $M^{e*}$  qui est équivalent à  $M^e$  dans le cas élastique (ou en plasticité confinée).

$$M^{e*} = \frac{2}{\pi} \tan^{-1} \sqrt{\frac{J_I}{J_{II}}} \quad (\text{C.30})$$

La relation entre  $M^{e*}$  et  $M^p$  est portée sur la Figure 149 avec :

$$M^p = \frac{2}{\pi} \tan^{-1} \sqrt{\frac{I_n^{(I)}}{I_n^{(II)}}} \quad (C.31)$$

L'équation 13 peut être calculée pour toute valeur de  $M^p$  ce qui donne le graphique Figure 149.

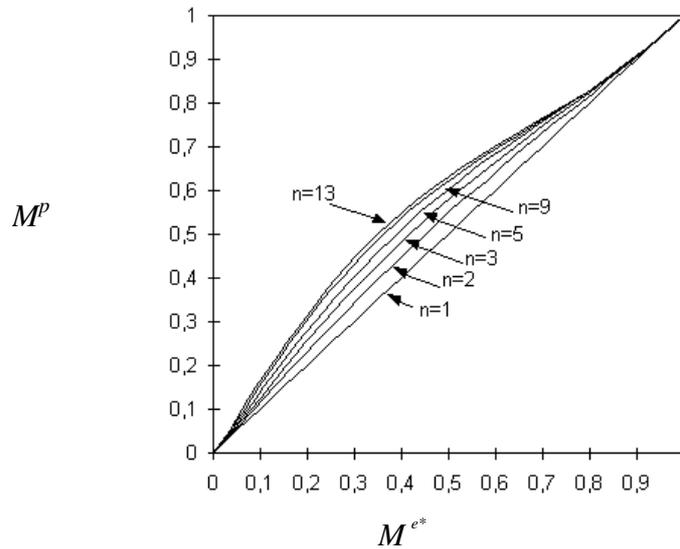


Figure 149 : relation  $M^p / M^{e*}$

La procédure permettant de déterminer le mode de rupture peut donc s'exprimer suivant l'organigramme de la Figure 150. Dans le cas où la fissure se propage en clivage, on utilise le critère des contraintes circonférentielles maximales pour déterminer l'angle de bifurcation. Dans le cas où la fissure se propage en cisaillement, elle suit une bande de cisaillement. A titre d'exemple, les lignes de cisaillement sont représentées dans la Figure 151a pour un matériau ayant un coefficient d'écroutissage  $n=3$  et  $M^p=0.53$ . Il apparaît que ces lignes se resserrent selon des directions privilégiées. L'angle de bifurcation est alors indiqué pour différentes valeurs de  $n$  et de  $M^p$  dans la Figure 151b. Il apparaît une valeur de  $M^p$  (0.61) limitant deux domaines. Lorsque  $M^p$  est inférieur à 0.61, la bande de cisaillement à  $0^\circ$  par rapport à l'axe de la fissure est favorisée. A l'inverse, lorsque  $M^p$  est supérieur à 0.61, la bande de cisaillement à  $45^\circ$  est privilégiée.

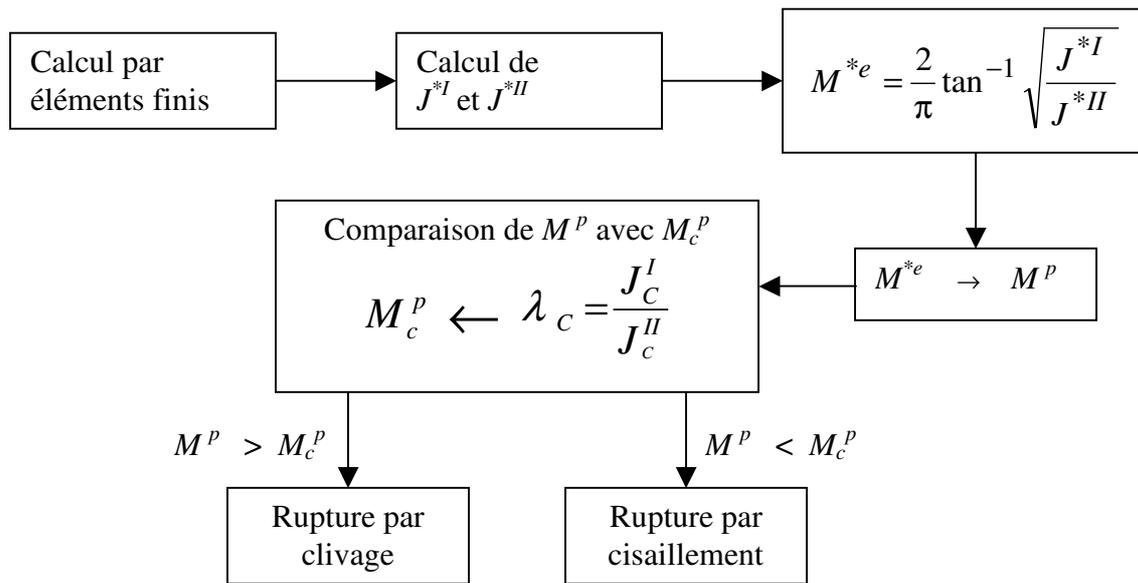


Figure 150 : organigramme de détermination du type de rupture

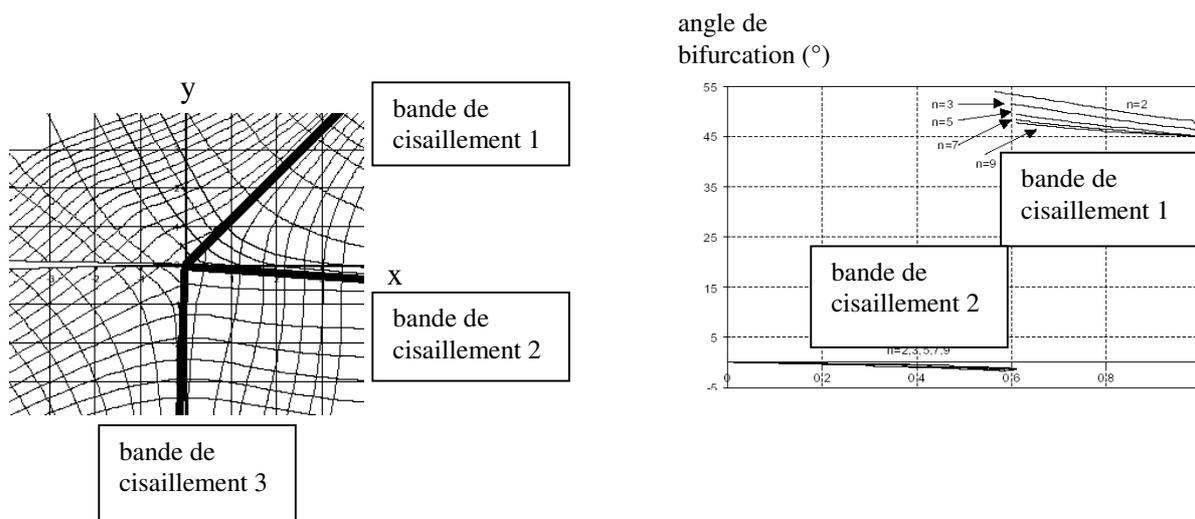


Figure 151 a) lignes de cisaillement pour  $M^p=0.53$ ,  $n=3$

b) évolution de l'angle de bifurcation en fonction de  $M^p$  et  $n$

#### C.2.4.4 Application : poutre

Les éprouvettes (poutres) en flexion trois ou quatre points de Tohgo et Ishii [TI92] sont ici considérées à nouveau, mais dans le cas d'un matériau plastique. Le matériau utilisé lors des essais expérimentaux est l'aluminium 6061-T651 dont le coefficient d'écrouissage  $n$  est égal à 7. Les résultats expérimentaux donnent les deux ténacités  $J_{IC} = 14\text{N/mm}$  et  $J_{IIC} = 46\text{N/mm}$  dont on déduit le paramètre de mixité critique  $M_c^p$  égal à 0.75. De plus, lors des essais, il apparaît que la fissure des poutres A à C se propage en clivage alors que la fissure des poutres D et E se propage en cisaillement.

De manière à obtenir le paramètre  $M^p$ , les deux intégrales  $J^{*I}$  et  $J^{*II}$  sont alors calculées (voir annexe « l'intégrale de contour J ») par éléments finis pour les différentes éprouvettes.  $M^p$  est alors comparé à  $M_c^p$  pour déterminer l'angle de bifurcation (CLIVage ou CISaillement).

Les valeurs de  $M^p$  calculé pour les 5 poutres sont consignées dans le Tableau 14. Pour les poutres A à C on obtient des valeurs supérieures à la valeur critique de 0,75 ce qui confirme la propagation en clivage alors que pour les poutres D et E,  $M^p$  est inférieur à la valeur critique, ce qui implique une propagation suivant les bandes de cisaillement. On peut remarquer que la valeur de  $M^p$  se stabilise très rapidement autour de 0 (mode II pur) ou 1 (mode I pur). La poutre D a ceci de particulier que, lorsqu'on suit une bande de cisaillement à 49°, les lèvres de la fissure sont en contact. Négliger le contact conduit à des résultats erronés sur  $M^p$  puisque l'interpénétration des lèvres est considérée comme de l'ouverture ce qui n'est pas physiquement correct. Pour introduire le contact, il serait nécessaire d'inclure la pression exercée sur les lèvres de la fissure dans le calcul de l'intégrale  $J$  ce qui complique son calcul et ce calcul n'a donc pas été réalisé dans ce travail. Les résultats des propagations pour les différentes éprouvettes sont présentés dans la Figure 153 et la Figure 154. Nous pouvons ici observer la différence de trajet de fissuration pour les poutres D et E, par rapport aux résultats de la simulation de bifurcation en milieu élastique de la Figure 152 [LZ06].

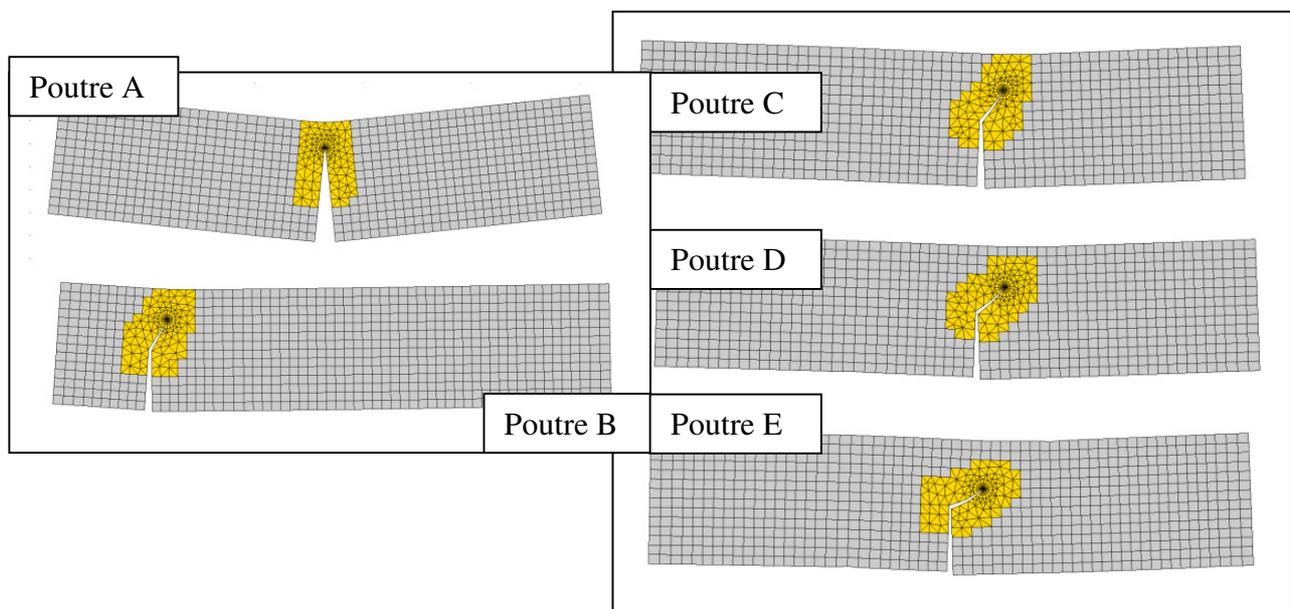


Figure 152 : bifurcation des fissures pour les différentes poutres : cas élastique avec BAF

Tableau 14 : calcul de l'angle de bifurcation pour les 5 poutres

	<i>poutre A</i>	<i>poutre B</i>	<i>poutre C</i>	<i>poutre D</i>	<i>poutre E</i>
$M^p$ incrément 1	0.98	0.84	0.77	0.62	0.04
$M^p$ incrément 2	0.99	0.98	0.99	0.03	0.03
$\theta$ bifurcation (°)	0.	-32.1	-40.5	49.4	-0.1
prédiction CLIV/CIS	<b>CLIV</b>	<b>CLIV</b>	CLIV	<b>CIS</b>	<b>CIS</b>

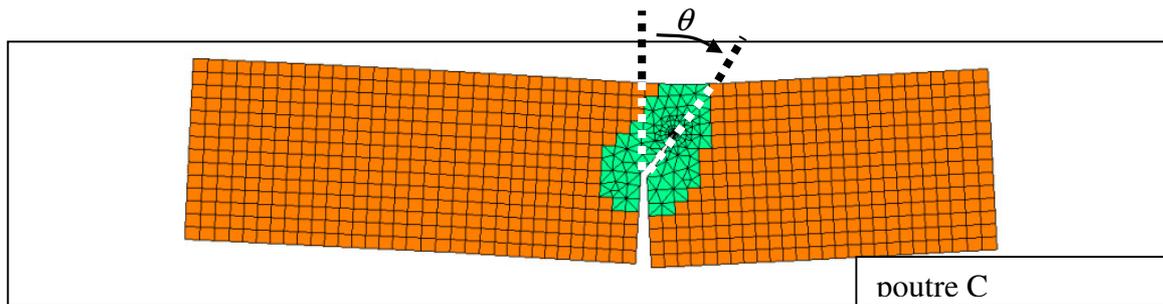


Figure 153 : propagation dans la poutre C pour un matériau plastique  $n=7$  [

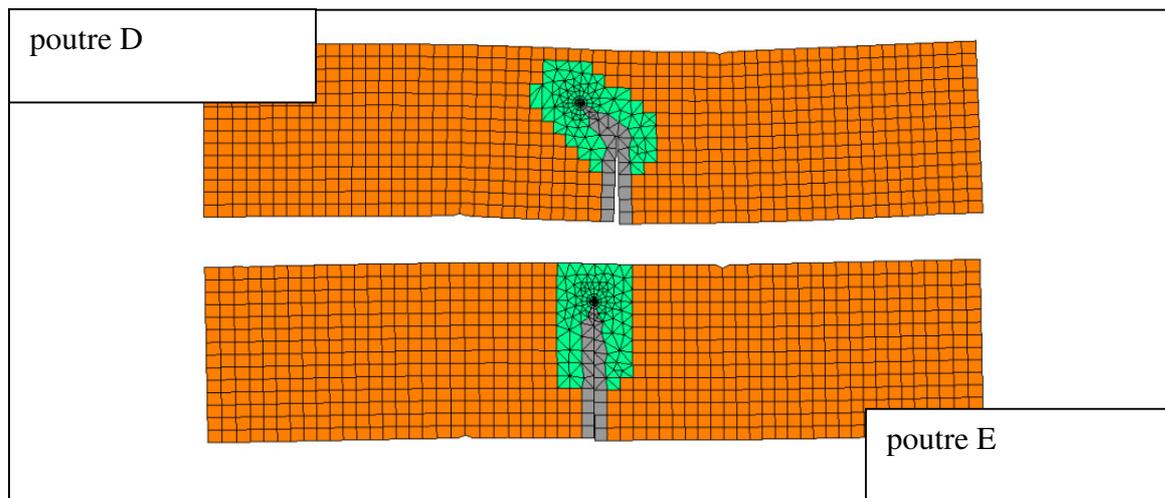


Figure 154 : propagation dans les poutres D et E pour un matériau plastique  $n=7$

#### C.2.4.5 Limites : conditions de déformation plane

La principale limitation à l'utilisation du critère  $M^p$  est la condition de déformation plane qu'il est nécessaire de respecter. Or cette condition n'est valable que lorsque l'épaisseur de l'éprouvette est grande devant :

- la longueur de la fissure (condition A)
- la taille de la zone plastifiée (condition B)

Les essais réalisés pour déterminer la frontière entre la rupture fragile et la rupture ductile sont des essais de traction monotone pour lesquels la condition B n'est valable que pour de faibles longueurs de propagation. En effet dès que la fissure s'accroît, les contraintes sont telles que l'éprouvette se plastifie globalement. De plus, la zone plastifiée est plus importante et correspond à la condition de contrainte plane (voir annexe « compléments / zone plastifiée ») qu'en déformation plane (à cœur). La condition de déformation plane n'est en théorie respectée que lorsque l'épaisseur de l'éprouvette est importante par rapport à la zone plastifiée, mais la surface de l'éprouvette reste en contrainte plane. Certains auteurs ont défini [SK96] un critère de confinement géométrique  $\alpha_g$ , quantifiant la part de déformation plane par rapport à la contrainte plane. Tohgo & Ishii ont choisi une épaisseur de 20 mm pour garantir cette condition de déformation plane.

Sur la base des essais de Aoki et al. [AK90], utilisant l'éprouvette CTS, des essais similaires ont été réalisés par S. Ma [MZ03] pour différents rapports de mixité. L'épaisseur de l'éprouvette est de 8 mm et, selon les mesures expérimentales de Aoki et al, l'éprouvette est globalement en condition de contrainte plane. Les résultats expérimentaux sont présentés sur la Figure 155 pour deux angles de chargement (30° et 60°). Expérimentalement, il s'avère que l'on suit toujours les bandes de glissement, même pour l'angle de 60° pour lequel  $M^p = 0,84 > M^p_c$ . L'angle initial pris par la fissure est toujours de 40-45°, puis la fissure suit une bande de glissement à -90 à -110°. Par simulation numérique, en considérant un incrément de fissuration initial à 45°, les zones plastifiées ont été tracées, dans des conditions de contraintes planes pour les deux angles de chargement (voir Figure 156). On vérifie alors que les directions prises par la fissure sont les directions des bandes plastifiées. La bande plastifiée favorisée est celle qui met la fissure en ouverture. La valeur de J calculée pour une fissure à -90° – -110° étant supérieure au J calculé pour une fissure à +45°, on retrouve que la bande de glissement à -90° – -110° est bien favorisée par rapport à la bande de glissement à +45°.

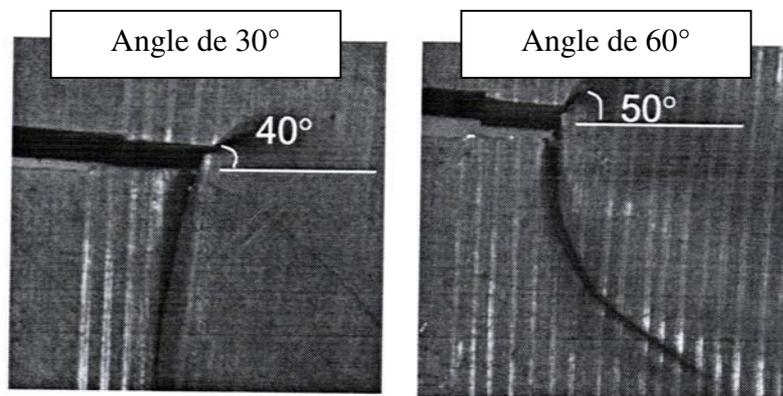


Figure 155 : résultats expérimentaux éprouvette CTS pour 30° et 60°

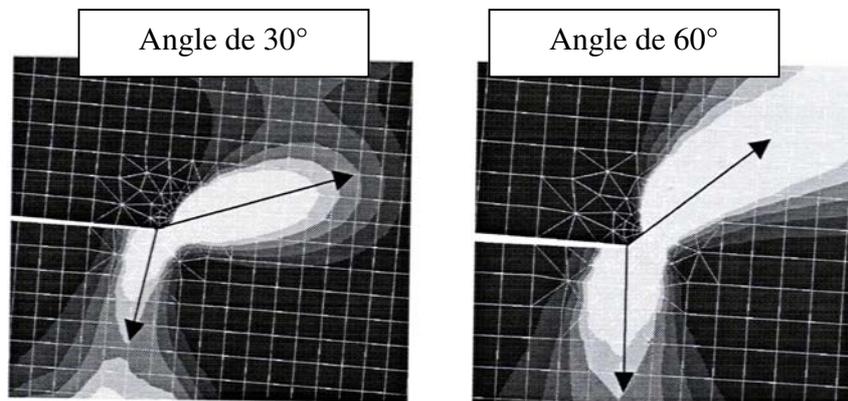


Figure 156 : zones plastifiées calculées par éléments finis

### C.2.5 Conclusion

Le chemin de propagation de fissure peut être déterminé relativement simplement à l'aide des contraintes principales. Dans le cas d'un comportement élastique, la fissure se propageant suivant le mode I, la direction perpendiculaire aux contraintes principales de traction donne la direction globale de la fissure, et ce d'autant plus précisément que le mode I domine. Dans le cas d'un chargement cyclique, la direction de la fissuration est peu perturbée par la présence de la zone plastifiée ; celle-ci étant confinée en pointe de fissure ; c'est le champ globalement élastique qui impose ses déformations. La prise en compte de la composante T (deuxième terme du développement de Williams de la contrainte asymptotique) n'offre pas un gain significatif sur la direction de la bifurcation en élasticité linéaire mais permet de mieux appréhender les facteurs d'intensité de contrainte critiques dans les cas où le mode II domine. Dans le cas où la zone plastifiée n'est plus confinée en pointe de fissure, un calcul élasto-plastique est nécessaire. L'utilisation d'un critère adapté tel  $J-M^p$  permet de prévoir la direction de la fissure dans un état de déformation plane. Ce type de critère pourrait, par extension, être utilisé dans la simulation incrémentale de la propagation de fissure par fatigue, lors de surcharges pour représenter plus finement le chemin de la fissure (voir C.3.4).

### SECTION 3

#### Prise en compte du chargement variable

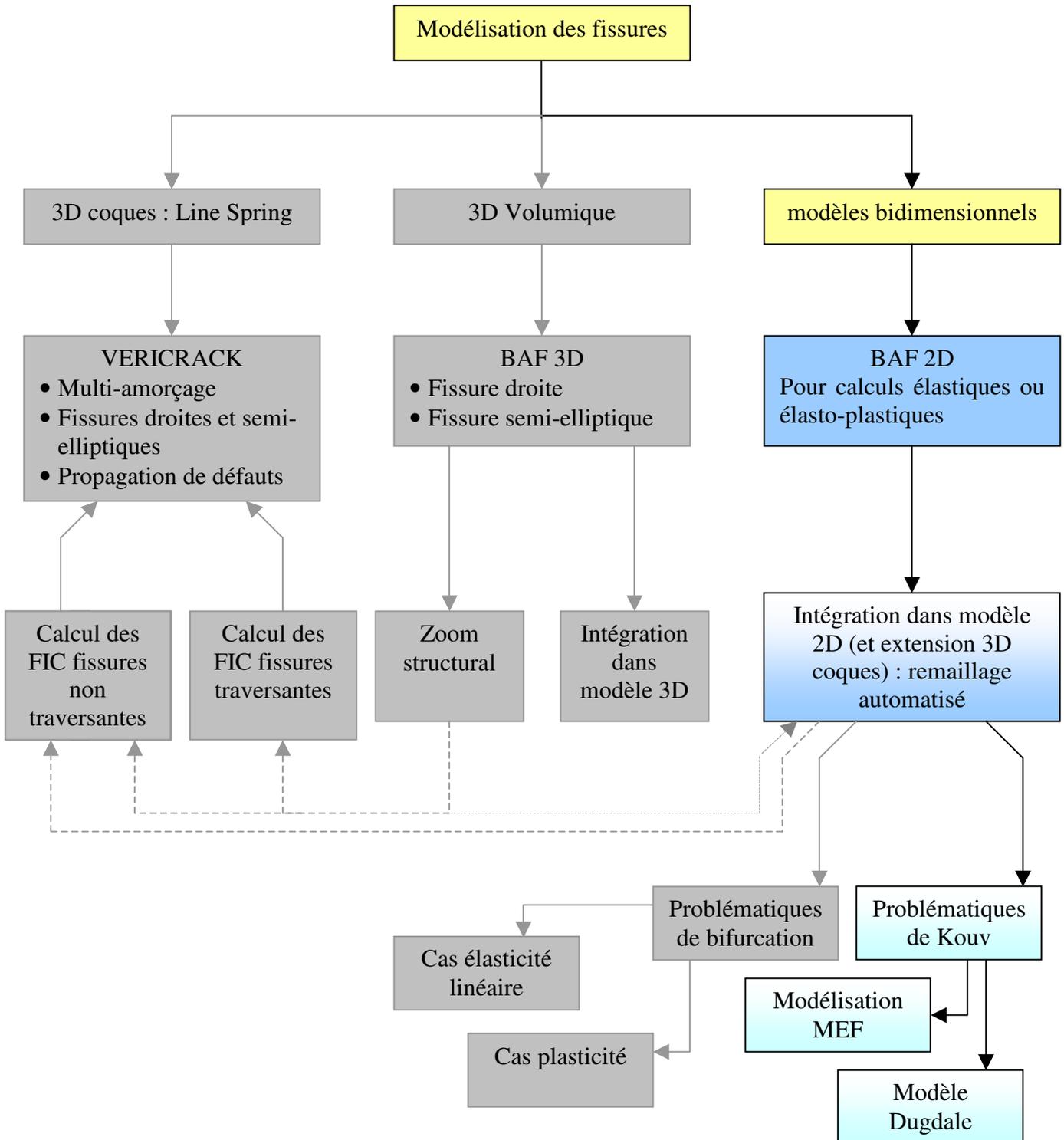


Figure 157 : organigramme de développement de modèles : Prise en compte du chargement variable

### C.3 Prise en compte du chargement variable

#### C.3.1 Qu'est ce que le $K_{ouv}$ ?

##### C.3.1.1 Origine du $K_{ouv}$

Les premières lois de fissuration étaient plus ou moins basées sur la théorie de la mécanique de la rupture. En 1957, Paris émit l'idée de relier la vitesse de propagation de fissures au facteur d'intensité élastique de contrainte à la pointe de la fissure  $K$ . Mais il a fallu attendre 1959 afin de disposer des équipements nécessaires pour appliquer la méthode et vérifier qu'elle est valable dans une large gamme de vitesses de fissuration. Elle s'est alors imposée et reste encore valable de nos jours. Elle s'exprime sous la forme suivante :  $\frac{da}{dN} = C.(\Delta K)^m$

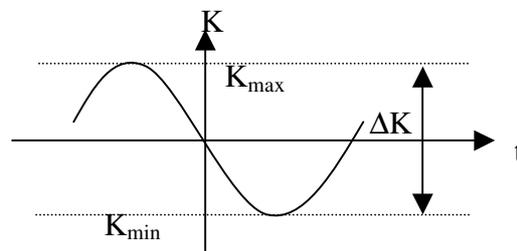


Figure 158 : définition d'un cycle

$a$  est la longueur de la fissure.  $N$  représente le nombre de cycles de chargement appliqué,  $\frac{da}{dN}$  est la vitesse de propagation de la fissure,  $\Delta K$  est la variation du facteur d'intensité de contraintes pour le cycle de chargement considéré (voir Figure 158 pour la définition d'un cycle de chargement), et enfin  $C$  et  $m$  sont des paramètres qui dépendent de la qualité du matériau dans lequel se propage la fissure. Cette loi, très simple, est de plus linéaire dans une échelle bi logarithmique. Elle a par la suite été enrichie de manière à y inclure des phénomènes plus complexes telle le phénomène de fermeture de fissure observée par Elber pour lequel la variation du facteur d'intensité de contraintes est amputée d'une part destinée à ouvrir la fissure :

$$\Delta K_{eff} = K_{max} - K_{fermeture} \quad \& \quad \frac{da}{dN} = C(\Delta K_{eff})^m \quad (C.32)$$

$K_{fermeture}$  est le seuil en deçà duquel la fissure ne se propage pas. Ce seuil peut aussi être appelé  $K_{ouv}$  ou  $K_{ouverture}$ .

##### C.3.1.2 Phénoménologie du $K_{ouv}$

Les principaux arguments phénoménologiques, actuellement mis en lumière et permettant d'expliquer la présence d'un seuil de fissuration sont les suivants :

- L'émoussement plastique en pointe de fissure [CH59],
- Les contraintes résiduelles de compression en front de fissure [SB62],
- La fermeture de fissure induite par plasticité [EL70],
- La fermeture de fissure induite par oxydation [PA62],
- L'érouissage cyclique du matériau au fond de la fissure [JO73],

- La bifurcation de fissure [SC74],
- La fermeture de fissure induite par rugosité [MI81],

Une représentation de la localisation de ces différents phénomènes est schématisée sur le graphique suivant (Figure 159):

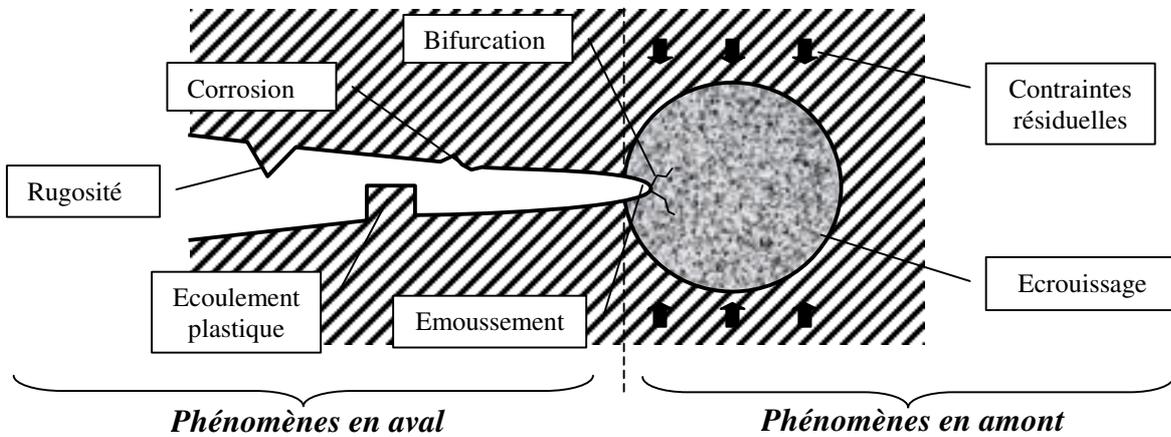


Figure 159 : Localisation des différents phénomènes provoquant une perturbation de la propagation de fissure.

Mais tous ces phénomènes ne sont pas d'importance équivalente. Les contraintes résiduelles en fond de fissure (pour les phénomènes en amont), et la rugosité (pour les phénomènes en aval), sont de nos jours considérées comme les deux phénomènes majeurs.

### C.3.1.3 $K_{ouv}$ : intérêt

L'intérêt de la notion du concept  $K_{ouv}$ , est d'obtenir une loi de propagation centrée sur une seule courbe (Figure 160 b) à partir de courbes de propagation pour différents rapports de charge (Figure 160 a). Ce seuil traduit ici l'effectivité du cycle. Il apparaît seulement lié à la nature du matériau.

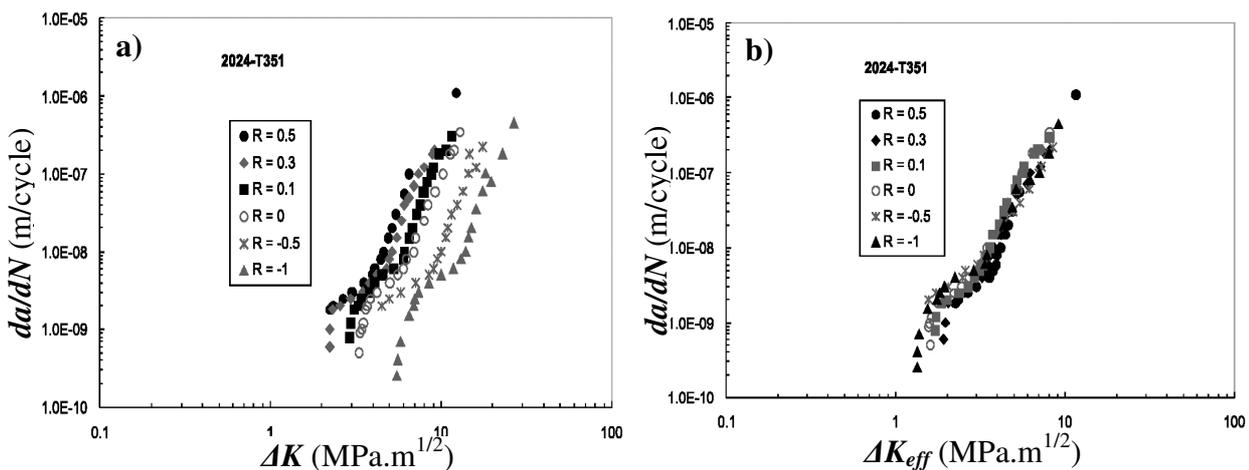


Figure 160 : Evolutions de la propagation de fissure par fatigue pour l'alliage l'aluminium 2024-T351 en fonction de a)  $\Delta K$  et b)  $\Delta K_{eff}$  [DA2002]

Pour différents matériaux, la Figure 161 donne l'évolution du  $K_{ouv}$  en fonction de  $\Delta K$ . Il s'avère que pour les matériaux en acier en alliage d'aluminium considérés, le niveau d'ouverture est constant en fonction de l'étendue du facteur d'intensité de contrainte.

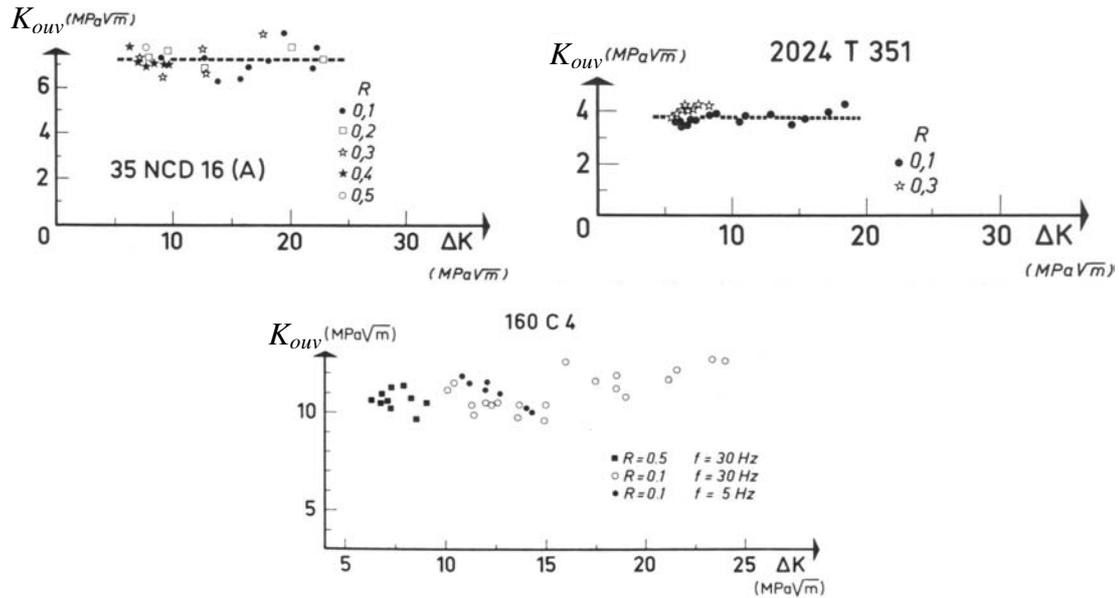


Figure 161 : évolution du  $K_{ouv}$  en fonction de  $\Delta K$  [DA2002], [BL85]

#### C.3.1.4 Définition du seuil de fissuration

La Figure 162, tirée des travaux de Darcis [DA02] permet de comprendre la notion de seuil de propagation et son lien avec le  $K_{ouv}$ . Cette modélisation d'efficacité de la variation du facteur d'intensité de contrainte permet d'expliquer pourquoi la  $K_{ouv}$  apparaît comme une constante en fonction du rapport de charge pour les différents matériaux de la Figure 161 alors que de nombreux auteurs considèrent que le seuil de propagation  $\Delta K_{th}$  varie en fonction du rapport de charge. Le seuil est lié au  $K_{ouv}$  par la formule suivante :

$$\Delta K_{th} = (1 - R) \cdot K_{ouv} \quad (C.33)$$

Ce que l'on définit par  $\Delta K_T$  dans la Figure 162 est une variation intrinsèque d'intensité de contrainte au seuil et est constante pour tout rapport de charge. Darcis dit de cette grandeur que c'est « ... l'amplitude en dessous de laquelle l'élément de matière, au front de la fissure, est soumis uniquement à des cycles de contrainte élastiques [...]  $\Delta K_T$  est pour le corps fissuré ce qu'est la limite élastique pour un corps non fissuré »

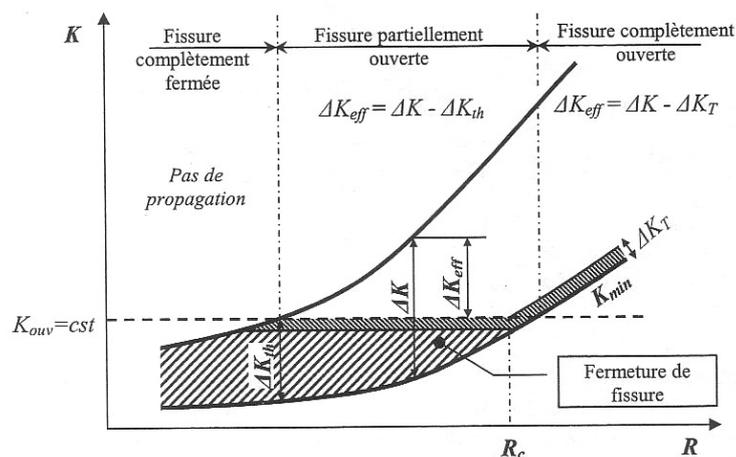


Figure 162 : définition du seuil de fissuration en fonction du rapport de charge [DA02]

### C.3.1.5 Facteurs liés pouvant expliquer le $K_{ouv}$

Les facteurs principaux pouvant expliquer phénoménologiquement le  $K_{ouv}$  sont les suivants :

#### a) Les contraintes résiduelles

Pour que la fissure se propage, il faut que l'énergie dont elle dispose pour s'ouvrir soit supérieure à l'énergie emmagasinée par la matière déformée plastiquement par les avancées précédentes de la fissure. La fissure doit donc avoir une force d'ouverture supérieure aux forces de fermeture exercées par les contraintes résiduelles de compression pour pouvoir se propager.

La pointe de la fissure se décompose en différentes zones. En plasticité confinée, la matière éloignée de la fissure se déforme selon un comportement élastique. Au voisinage de la pointe de la fissure, la matière subit un état de déformation plastique. La déformation plastique est imposée par le champ globalement élastique. La matière en pointe de fissure se déforme donc plastiquement lors de la charge et son volume augmente. A la décharge, le matériau écrouit en pointe de fissure ne peut revenir à l'état initial imposé par le reste du matériau, et se retrouve donc en compression. Ceci est illustré au travers de la Figure 163 [DA02].

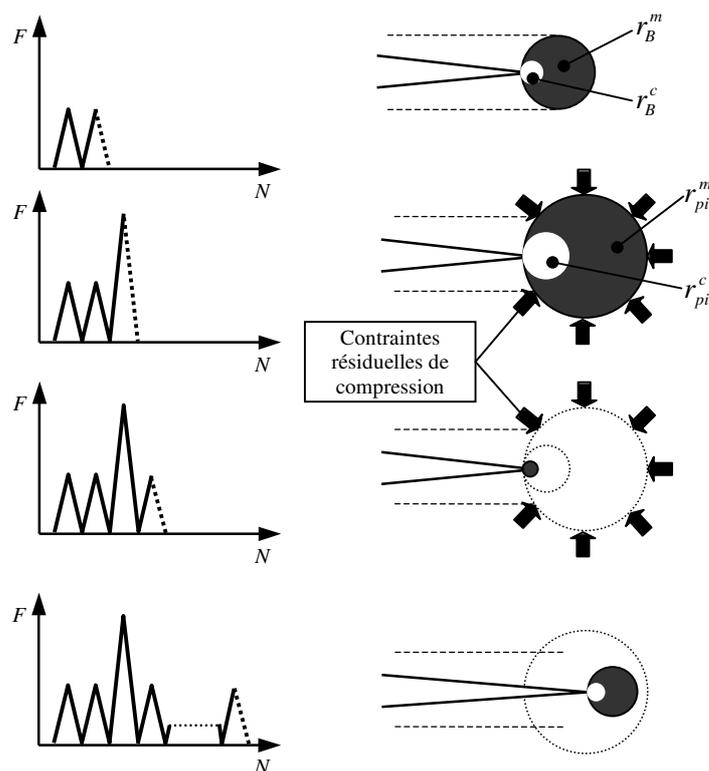


Figure 163 : graphique récapitulatif de l'avancée d'une fissure suite à une surcharge [DA02]

#### b) La rugosité

Les lèvres de la fissure ne sont pas rectilignes et possèdent des aspérités. Lorsque les deux lèvres entrent en contact, une partie de l'énergie pouvant faire propager la fissure est absorbée par ce contact et est restituée au milieu extérieur sous forme de chaleur. Cette élévation locale de la

température peut même entraîner un point de soudure entre les deux lèvres de la fissure. La rugosité fut historiquement la cause du phénomène de fermeture de fissure (thèse étayée par Elber) mais elle a laissé sa place aux contraintes résiduelles, plus à même d'expliquer les différents comportements des fissures lors des chargements variables.

### C.3.1.6 Comment mesurer le seuil de propagation de fissure $K_{ouv}$ ?

Trois méthodes peuvent être utilisées pour la mesure du seuil de propagation d'une fissure :

- Une méthode basée sur la détection de l'ouverture globale de la fissure (COD)
- Une méthode basée sur la détection de l'ouverture la fissure en pointe (CTOD)
- Une méthode basée la détection de l'avancée de la fissuration (CPLM)

#### a) Méthode COD

Pour les mesures de COD (Crack Opening Displacement) les différentes possibilités sont les suivantes :

- Coller des jauges de déformations sur les côtés ou l'arrière de l'éprouvette.
- Positionner un capteur de déplacement sur l'avant de l'éprouvette.

Dans les cas des jauges de déformations, si elles sont placées sur le côté de l'éprouvette, elles donneront les déplacements de surface et retranscriront donc un état de contrainte plane. Une jauge située sur la face arrière de l'éprouvette verra, quant à elle, un état global mixte de déformation et de contrainte plane.

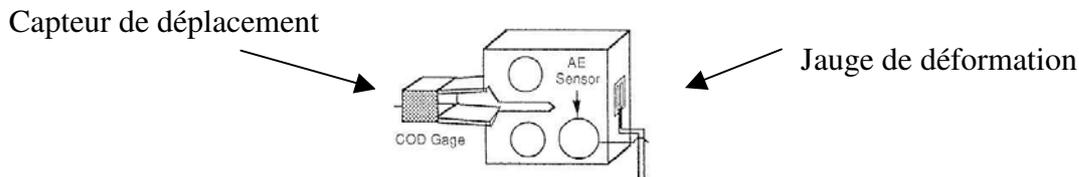


Figure 164 : graphique explicatif de la position des jauges et du capteur de déplacement [M1a]

#### b) Méthode CTOD

Pour les mesures de CTOD, une seule position de mesure est utilisée. Il s'agit de positionner un capteur de déplacement sur le coté de l'éprouvette. Les deux points utilisés pour réaliser la mesure sont espacés de 2,5mm de part et d'autre de la fissure.

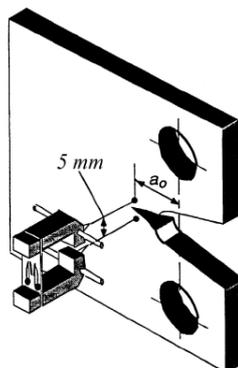


Figure 165 : graphique explicatif de la position du capteur [LA92]

Dans les deux cas de capteur, COD ou CTOD, l'étape suivant l'acquisition des mesures, est la détermination de  $P_{ouv}$ , niveau de chargement à partir duquel la fissure est ouverte. On obtient ainsi des courbes charge-ouverture dont un exemple est donné dans la Figure 166 [BE79]

Entre  $P_{min}$  et  $P_{ouv}$ , on observe une évolution rapide de la pente de la tangente au cycle charge-ouverture. Or, cette pente est caractéristique de la rigidité de l'éprouvette fissurée; son évolution, due aux contraintes résiduelles de compression qui existent au voisinage de la pointe de la fissure, indique que la longueur apparente de la fissure change au cours du chargement.

La charge  $P_{ouv}$  est définie par le point inférieur de la partie linéaire du cycle, à la montée en charge. Entre  $P_{ouv}$  et  $P_{el}$ , la pente du cycle  $P-\delta'$  est constante; elle est caractéristique de la rigidité d'une éprouvette dont la longueur de fissure apparente est égale à celle de la fissure réelle.

Au dessus du point  $P_{el}$ , on observe un changement de rigidité dans le sens d'une diminution de la complaisance de l'éprouvette, ce qui correspond à un émoussement de la pointe de la fissure.

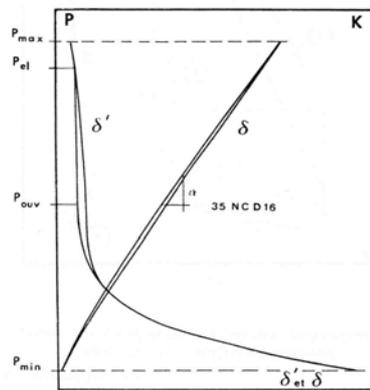


Figure 166 : cycle charge-ouverture  $P-\delta$  et  $P-\delta'$  où  $\delta' = \delta - \alpha P$  [BE79]

c ) Méthode CPLM

Lang et Marci sont à l'origine d'une méthode expérimentale appelée "méthode CPLM" (CPLM : Crack Propagation Load Measurement). Elle est illustrée dans la Figure 167. Cette méthode a d'abord été introduite par Marci dès 1979, et a été ensuite développée dans les années 1990 [LA00]. La méthode CPLM consiste à évaluer la valeur du facteur d'intensité de contraintes à partir de laquelle la propagation de fissure redémarre, ce seuil est noté  $K_{PR}$ . La figure suivante montre la démarche permettant de déterminer  $K_{PR}$  après une surcharge consécutive à un chargement à amplitude constante (entre  $K_{max,i}$  et  $K_{min,i}$ ).

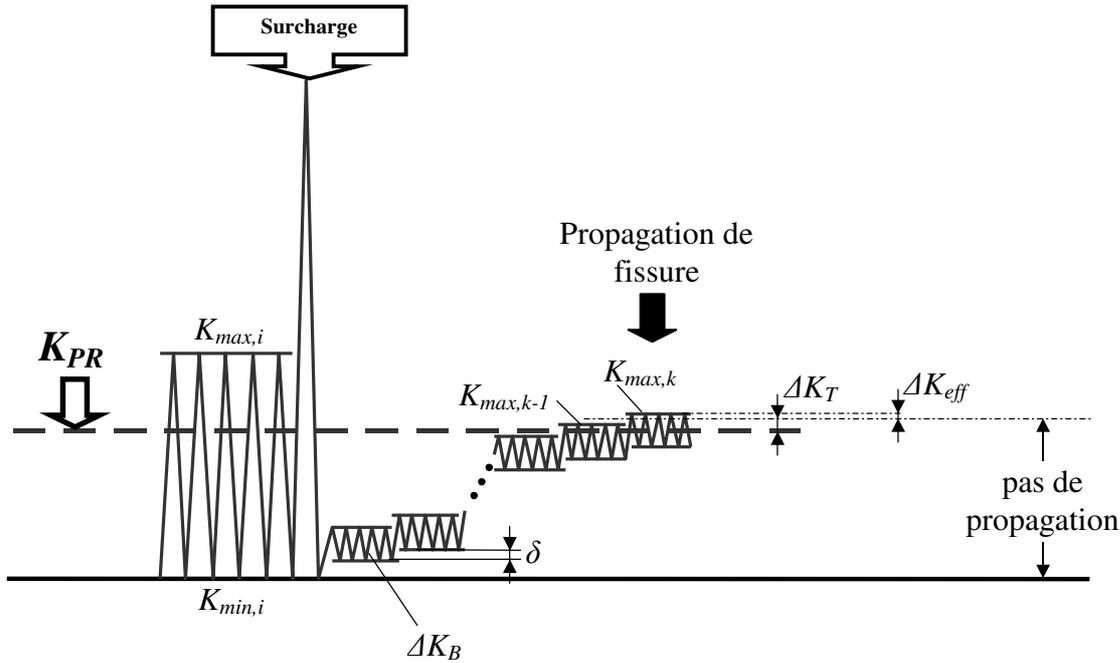


Figure 167 : Méthode expérimentale CPLM (Crack Propagation Load Measurement) permettant de déterminer  $K_{PR}$ . [LA00]

Après l'application d'une surcharge, l'éprouvette testée est chargée avec des cycles de faible amplitude,  $\Delta K_B$ , très inférieure au seuil  $K_{PR}$  escompté.  $\Delta K_B$  doit être plus grand que  $\Delta K_T$ , seuil intrinsèque au matériau. Si la fissure ne propage pas, la valeur moyenne du chargement de base  $\Delta K_B$  est augmentée d'un petit accroissement  $\delta$ . Ici, le terme "propagation" signifie que le taux de propagation est plus grand que  $10^{-7}$  mm/cycles, la vitesse du seuil de non-propagation. Ensuite, l'éprouvette est de nouveau chargée avec une amplitude de  $\Delta K_B$ , mais avec une contrainte moyenne de chargement plus élevée afin de déterminer si la fissure se propage à ce niveau. Si la fissure ne se propage pas, la contrainte moyenne de chargement est encore augmentée de  $\delta$ . Cette procédure est répétée jusqu'à ce que la fissure se propage, nous avons alors  $K_{max} > K_{PR} + \Delta K_T$ . Ensuite,  $K_{PR}$  est facilement obtenu par :

$$K_{PR} = \frac{(K_{max,k} + K_{max,k-1})}{2} - \Delta K_T \quad (C.34)$$

Le chargement cyclique est réalisé pour un maximum de  $10^7$  cycles, afin de voir s'il y a une quelconque détection de la propagation de fissure, sinon,  $K_{max}$  est augmenté. Lang et Marci ont constaté, pour plusieurs essais sur une éprouvette soumise à un même chargement, qu'il faut augmenter  $K_{max}$  jusqu'à un niveau identique de  $K_{PR}$  avant que la fissure ne recommence à se propager.

La qualité de ces essais, ainsi que la robustesse de cette méthode, permettent d'obtenir une très bonne redondance des points de mesures de  $K_{PR}$  pour un même chargement.

### C.3.2 Bibliographie : Le $K_{ouv}$ , constatations expérimentales

Les paramètres ayant une importance sur le seuil de fissuration  $K_{ouv}$  sont principalement les suivants :

- Le chargement et son histoire
- Les caractéristiques du matériau et l'état de contrainte (déformation ou contrainte plane)

#### C.3.2.1 Effet du chargement

Les effets du chargement à amplitude variable sur la propagation de fissure peuvent être découpés en trois catégories principales:

- Les surcharges.
- Les sous-charges.
- Les chargements aléatoires (succession de surcharges et de sous-charges).

##### a) Effet d'une surcharge

L'application d'une surcharge pendant un chargement à amplitude constante est le cas le plus simple d'interaction de chargement. Les surcharges sont connues pour avoir un effet de retard à la propagation de la fissure. Cet effet dépend de plusieurs facteurs, en particulier des propriétés d'écoulement du matériau, du glissement inter ou intra granulaire et de la microstructure.

Quelques observations générales sont récapitulées ci-après:

- Les surcharges produisent un ralentissement de la cinétique de la fissuration (voir Figure 168).

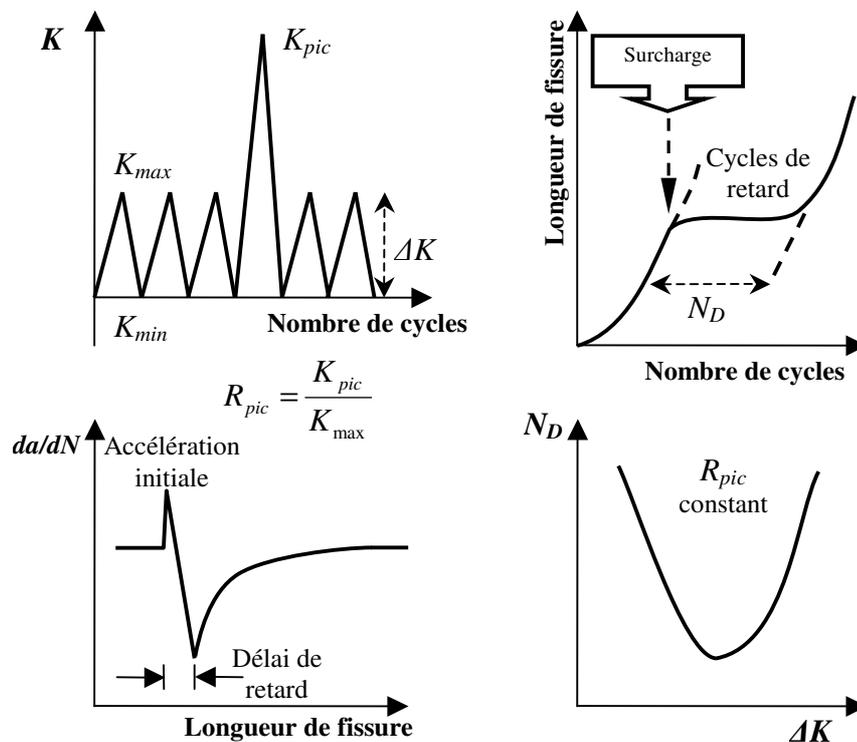


Figure 168 : Illustration schématique de l'effet d'une surcharge sur la propagation de fissure en fatigue. [AB97]

- Le retard est mesuré en nombre de cycles de retard,  $N_d$  à partir duquel la vitesse de la fissure initiale est rétablie
- L'effet du retard dépend du taux de surcharge ( $R_{pic} = K_{pic}/K_{max}$ ), de la valeur du chargement de base,  $\Delta K$ , avant l'intervention de la surcharge et du rapport du chargement de base  $R$ .
- Tandis que l'effet du chargement devrait toujours exister pour n'importe quelle surcharge, nous observons des effets mesurables seulement si  $R_{pic}$  dépasse une certaine valeur seuil, en général au moins 150 % du chargement de base ( $R_{pic} = 1,5$ ).

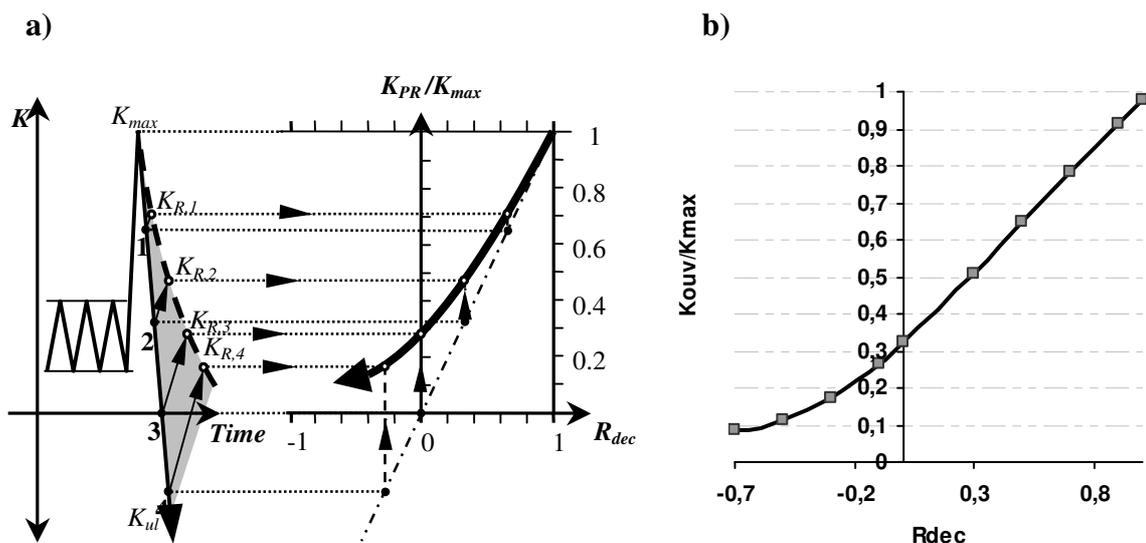


Figure 169 : a) définition de  $R_{dec}$  b) Evolution du  $K_{ouv}$  avec une surcharge [LM99]

La Figure 169 représente l'effet du retard en fonction du rapport de décharge  $R_{dec}$ . La bissectrice correspond à la droite  $K_{ouv}=K_{min}$ . Pour  $R_{dec}=1$ , on a  $K_{ouv}=K_{min}=K_{max}$ . On remarque que le  $K_{ouv}$  est d'autant plus important que le rapport de décharge est faible.

- Les surcharges peuvent produire une accélération initiale très courte avant la décélération de la cinétique de fissuration. Cette première accélération est observable seulement pour un haut niveau de  $R_{pic}$ , pour lequel l'incrément de fissure de surcharge est suffisamment important, et dépend du comportement d'écoulement de la matière (rupture locale fragile ou ductile).
- La décélération maximale de la vitesse de propagation se produit à une distance courte après le point de surcharge, et cet effet se nomme le "délai de retard". Ce délai de retard dépend de  $R_{pic}$  et du chargement de base.
- Pour un même rapport de surcharge  $R_{pic}$ , le nombre de cycles de retard  $N_d$  atteint un minimum en fonction de la valeur de base de  $\Delta K$ .
- Le retard persiste jusqu'à ce que la fissure se soit propagée hors de la zone perturbée par la surcharge. Par conséquent,  $N_d$  dépend de la taille de la zone plastifiée monotone de surcharge.

- Le retard dépend de l'épaisseur de la pièce puisque la taille de la zone plastifiée diffère selon l'état du tenseur des contraintes : contrainte plane (à la surface de l'éprouvette) ou de déformation plane (à cœur). Le retard est ainsi plus important dans les conditions de contraintes planes. Ceci explique la forme caractéristique des fronts de fissuration (Figure 170), avec une vitesse accrue à cœur par rapport à la surface de l'éprouvette. Dans le cas d'une surcharge, ce phénomène est amplifié et on observe alors une rupture brutale de la matière en surface afin de rééquilibrer le front de fissuration, la fissure ayant propagé de manière importante à cœur.

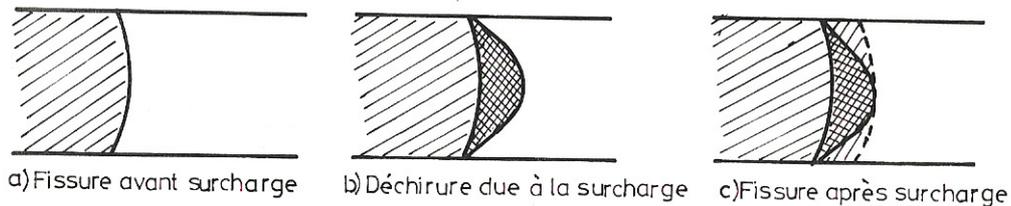


Figure 170: Modèle de fissuration avant et après surcharge en condition de déformation plane. [MIb]

De nombreuses observations générales de ce phénomène ont été réalisées depuis les années 60, mais la compréhension du phénomène de retard n'est pas encore acquise et ce sujet est encore d'actualité, 40 ans après les premières observations. La compréhension phénoménologique du retard reste le point clé de sa modélisation. La raison aujourd'hui invoquée, pour expliquer le phénomène de retard, est la zone plastifiée de surcharge qui, après décharge, induit des contraintes résiduelles de compression, tant que la fissure n'est pas sortie de la zone affectée par la surcharge. La photographie de la Figure 171 montre en lumière rasante les zones plastifiées avant et après surcharge et la taille de la zone affectée par la surcharge (zone comprise entre le rayon et le diamètre de la zone plastifiée de surcharge).

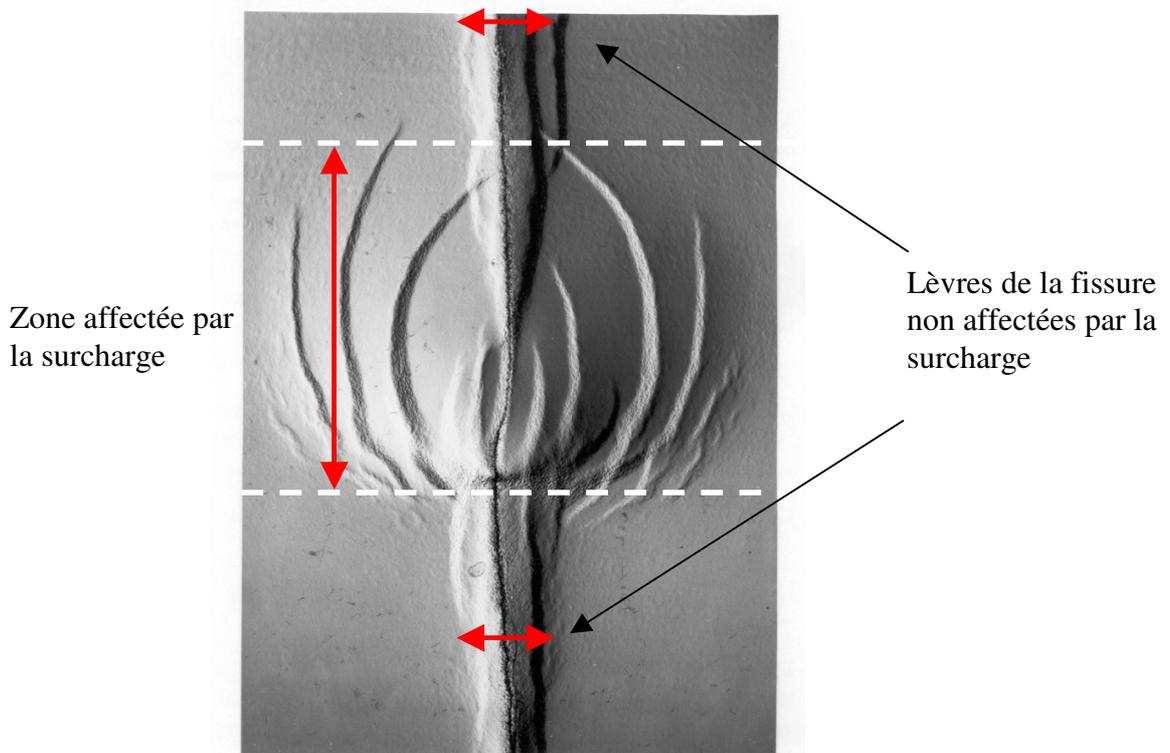


Figure 171: Photographie en lumière rasante de la propagation d'une fissure avant et après une surcharge [RO88]

Imad a étudié les effets du rapport de charge  $R$  dans le cas d'un acier E36 avec une amplitude de chargement constant  $\Delta P$  constant. Le nombre de cycle de retard  $N_d$  augmente avec le rapport de charge  $R$  de manière pratiquement linéaire. Ceci s'explique par le fait que l'augmentation du rapport de charge dans les essais se traduit par une augmentation du rapport entre l'amplitude de surcharge et l'amplitude du chargement de base. Ainsi, lorsque  $R$  varie de 0.1 à 0.4, ce rapport varie de 211% à 266% et il n'est donc pas possible d'évaluer directement l'influence du rapport de charge. Celui-ci augmentant, le retard augmente (voir Figure 172). Le phénomène de surcharge est un phénomène complexe, dont la cinétique dépend de quantité de facteurs. De nombreuses études ont été réalisées sur ce domaine et parfois les résultats sont contradictoires [SK96]. Mais la comparaison n'est possible que lorsque l'on dispose de toutes les informations sur la nature de l'éprouvette, son épaisseur, la méthode de mesure de l'ouverture (l'ouverture de la lèvres de la fissure ne traduit pas forcément la propagation de la fissure), le rapport de surcharge, etc.

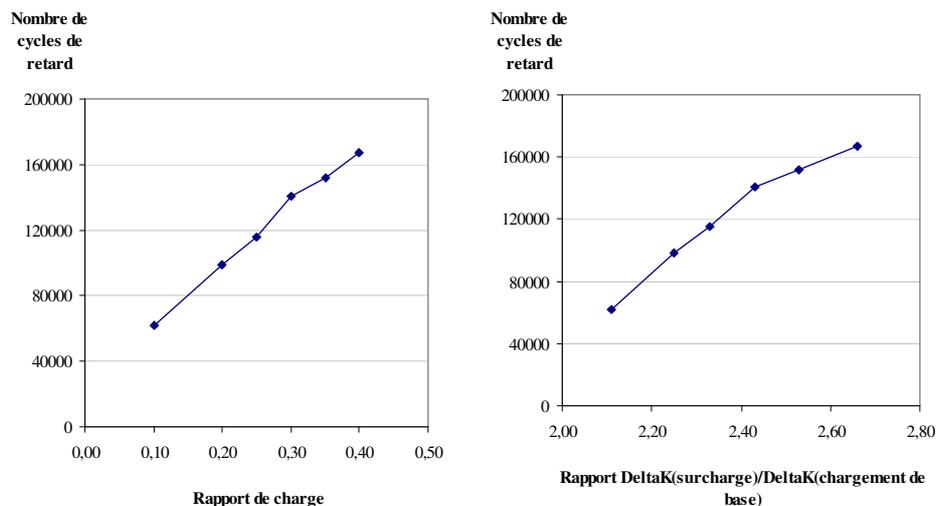


Figure 172 : évolution du nombre de cycles de retard avec le rapport de charge et du rapport de surcharge [IM89]

b ) Effet d'une sous-charge

Une sous-charge dans un essai à amplitude constante ne produit pratiquement pas d'effet sur la cinétique de la fissuration [SK96]. Par contre, il n'en est pas de même pour tous les cycles de chargement notamment lorsque la sous-charge suit immédiatement une surcharge. Ce dernier cas est développé dans la suite.

c ) Effet de plusieurs surcharges

Les surcharges multiples peuvent provoquer des retards qui s'ajoutent à ceux produits par une surcharge unique. La vitesse de fissuration après une surcharge décroît jusqu'à une valeur minimum quand la fissure a progressé d'une longueur égale au quart de la zone affectée. Mills et Hertberg [MH76] ont démontré que la plus grand retard provoqué par une seconde surcharge était appliqué pour une longueur de fissure correspondant à la vitesse de fissuration minimum résultant de la première surcharge.

La Figure 173 représente l'effet de  $N$  surcharges sur le retard. On peut y observer l'augmentation de l'effet de retard avec le nombre de cycles de surcharges appliqués.

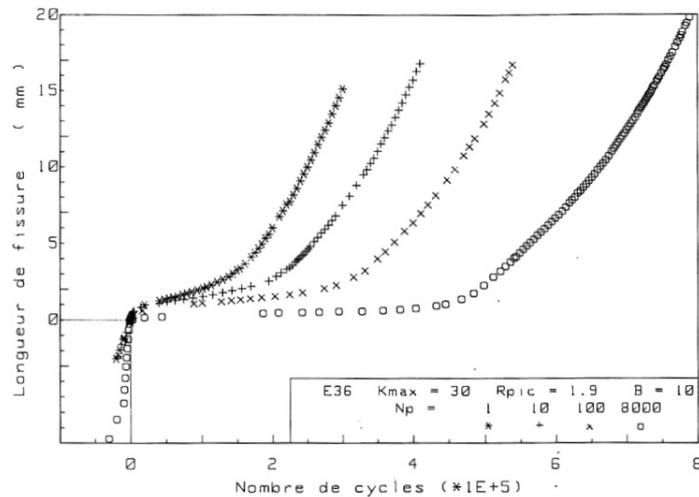


Figure 173: Influence du nombre de pics de surcharge sur le retard [RO88]

d) Effet du chargement variable

Des séquences multiples ont été fréquemment étudiées en terme de séquences de chargement par paliers haut – bas et bas – haut. Une augmentation brutale de la contrainte maximum provoque uniquement des petits effets d'interaction, avant de se stabiliser à la vitesse de fissuration d'équilibre associée à l'amplitude la plus élevée de la séquence de chargement. Cette accélération ne peut pas toujours être observée macroscopiquement mais la mesure de l'écartement des stries révèle généralement une accélération locale de la vitesse de fissuration.

Une réduction brutale de la contrainte maximum produira un retard instantané, avec une vitesse de fissuration minimum suivant immédiatement la diminution de charge, contrairement au retard différé observé pour des surcharges uniques.

Divers mécanismes peuvent contribuer à des effets d'interaction de charges. Le concept d'Elber a été employé pour décrire qualitativement l'interaction pendant la séquence de chargement résumé schématiquement sur la Figure 174.

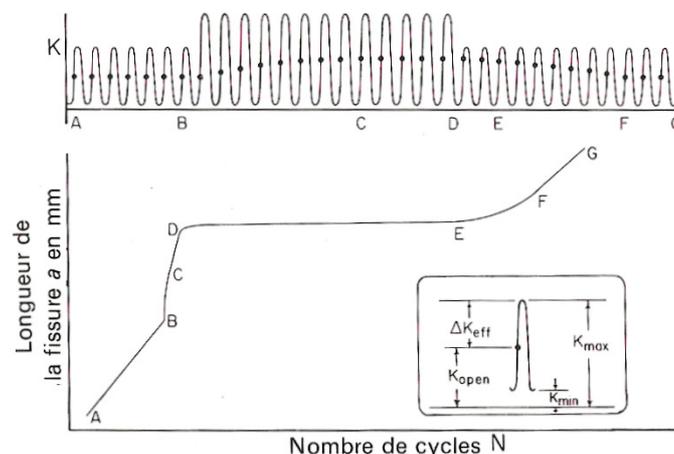


Figure 174: interprétation de séquences de charge par blocs à différentes amplitudes en utilisant le concept de fermeture de fissures. [TR73]

Sur cette figure, le facteur d'intensité de contrainte « appliqué »  $K$  est représenté en fonction du temps et la longueur de la fissure est tracée en fonction du nombre de cycles  $N$ , avec les points d'ouverture et de fermeture de fissures correspondant aux différents blocs de chargement. La partie A-B représente la vitesse de fissuration constante résultant d'un  $\Delta K_{\text{eff}}$  constant. Le premier cycle à charge élevée, au point B, fait augmenter  $\Delta K_{\text{eff}}$  et provoque une accélération instantanée. Puis, la fissure croît dans la zone plastifiée la plus grande associée aux charges plus élevées. La contrainte nécessaire à l'ouverture augmente graduellement pendant la partie B-C, provoquant une décélération jusqu'à obtenir une valeur de  $K_{\text{ouv}}$  stabilisée. La vitesse de fissuration atteint une nouvelle valeur d'équilibre C-D. Au point D, la diminution de la charge provoque un retard immédiat, tandis que  $K_{\text{ouv}}$  reste au niveau associé à la séquence précédente. La contrainte nécessaire à l'ouverture diminue graduellement avec la croissance de la fissure qui suit jusqu'à ce qu'une nouvelle valeur d'équilibre soit atteinte au point F.  $\Delta K_{\text{eff}}$  est alors constant et par conséquent la vitesse est constante pendant l'étape F-G.

e) Effet d'une sous-charge combinée à une surcharge

Une surcharge négative qui suit immédiatement une surcharge positive peut réduire de manière significative l'effet de retard qui résulterait normalement de la surcharge positive. Si la surcharge négative précède la surcharge positive, la diminution du retard due à la surcharge est beaucoup plus petite ; d'où l'importance de la séquence des cycles de surcharge (voir Figure 175 et Figure 176).

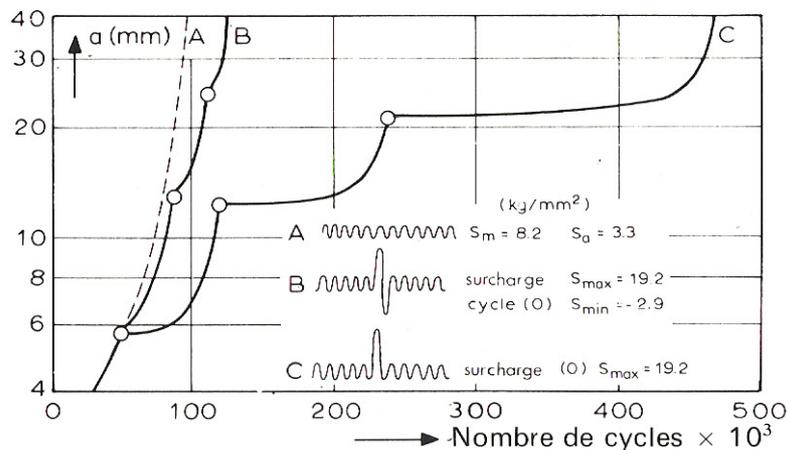


Figure 175 : Retard après surcharge dans de l'aluminium 2024 [SB62].

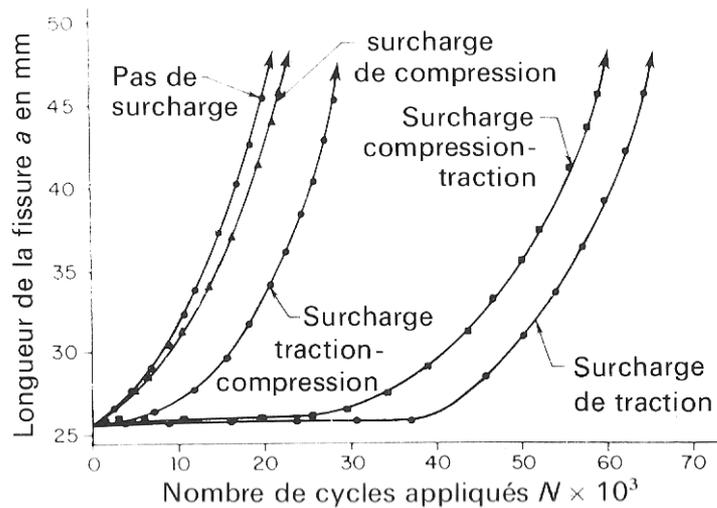


Figure 176: Croissance des fissures dans différents types de surcharge dans l'alliage 7075 [SC76]

### C.3.2.2 Fermeture ou ouverture de la fissure ?

Les travaux de Zhu [ZS96] portent sur la corrélation entre des mesures de niveau d'ouverture et de fermeture des lèvres de la fissure par rapport à la longueur de la fissure calculée en prenant en compte une correction du facteur d'intensité de contrainte associée à la loi « classique » de propagation de Paris. Nous considérons ici le chargement à amplitude constante. Les niveaux d'ouvertures et de fermetures sont relevés grâce à une jauge de déformation. Les cycles effort / déformation à la jauge sont représentés dans la Figure 177 et permettent de mettre en avant la détermination du niveau d'ouverture et du niveau de fermeture. Dans le cas d'une éprouvette CT de 12,7 mm d'épaisseur d'alliage d'aluminium 7075-T651, ces niveaux (d'efforts) sont déterminés en fonction de la longueur de fissure par rapport à la largeur de l'éprouvette CT ( $W=50,8$  mm). La Figure 178 présente les résultats, montrant que le niveau d'ouverture est supérieur au niveau de fermeture et que les deux niveaux suivent la même tendance : une diminution en fonction de la longueur de fissure (pour un rapport de charge de 0,05 et une étendue de variation d'effort appliqué à l'éprouvette de 3556 N). Ainsi, l'importance de l'ouverture de la fissure est liée aux faibles valeurs d'étendue de variation du facteur d'intensité de contrainte : dans le cas des chargements constants, lorsque l'effort appliqué est très supérieur au seuil de propagation, il n'y a que très peu d'effet de l'ouverture en pointe de fissure.  $K_{ouv}/K_{max}$  varie ainsi de 0,25 à 0,1 en fonction de la longueur de la fissure – donc en fonction de  $\Delta K$ . La détermination du  $K_{ouv}$  est ici liée à l'ouverture des lèvres de la fissure et non pas au niveau d'effort à partir duquel la fissure croît. Les auteurs [ZS96] ont alors utilisé les résultats afin d'intégrer la loi de Paris (courbe conventionnelle) en fonction du nombre de cycle, en considérant un facteur de correction de type Elber. Ce facteur est soit le niveau d'ouverture, soit le niveau de fermeture. L'ensemble des calculs est comparée avec les résultats expérimentaux (voir Figure 179). Il s'avère que considérer la correction de  $\Delta K$  avec le niveau de fermeture donne des résultats plus satisfaisants que la méthode conventionnelle (loi de Paris) mais n'apparaît pas suffisante. Par contre la correction de  $\Delta K$  avec le niveau d'ouverture donne des écarts de l'ordre de 5% sur le nombre de cycles entre les calculs et les essais, ce qui nous amène à plutôt considérer le niveau d'ouverture que le niveau de fermeture. D'un point de vue phénoménologique, l'ouverture des lèvres de la fissure est associée à la propagation de la fissure alors que la fermeture ne permet pas d'accroître la fissure.

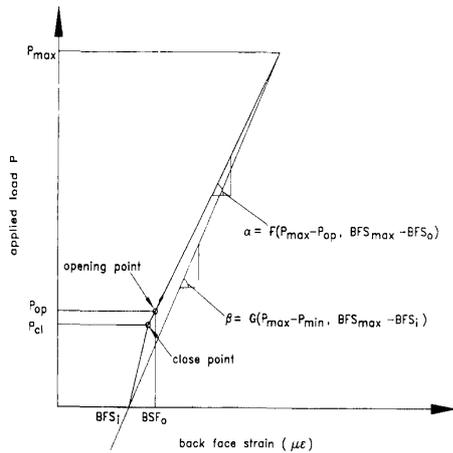


Figure 177 : définition des points d'ouverture et de fermeture sur le cycle charge/déformation à la jauge [ZS96]

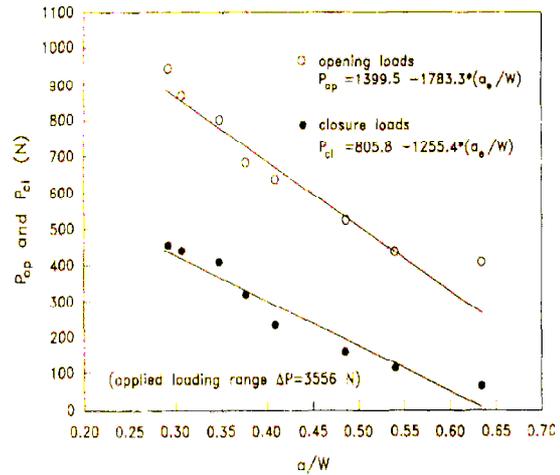


Figure 178 : détermination de l'ouverture et de la fermeture de la fissure en fonction du rapport a/W [ZS96]

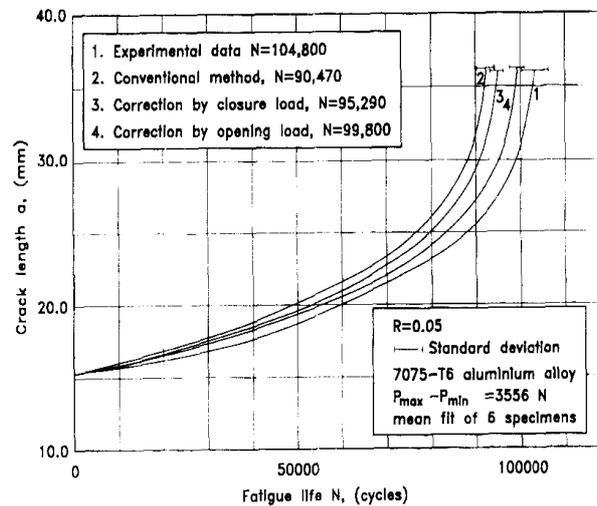


Figure 179 : comparaison calcul / expérience de la longueur de la fissure en fonction du nombre de cycles appliqués (par différentes corrections sur le FIC) [ZS96]

### C.3.2.3 Influence du matériau

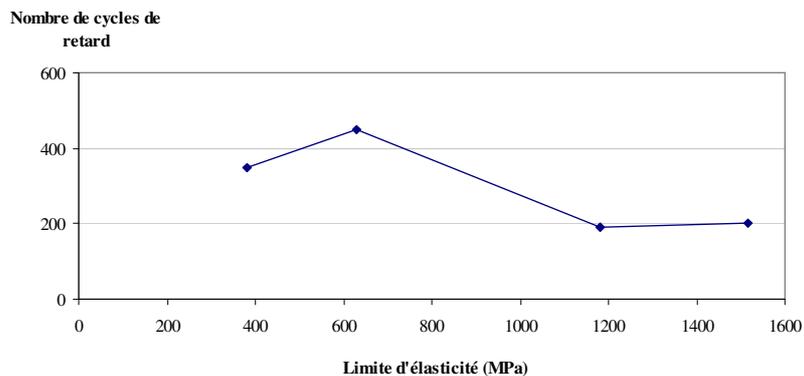
Les travaux de Louah [LO80] ont été réalisés sur quatre aciers de nuances différentes. Le même essai a été réalisé pour les différentes nuances. Le rapport de la surcharge par rapport au chargement de base est de 2,5 ( $\Delta K=16,2 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ ). Le Tableau 15 présente la limite d'élasticité des différentes nuances d'acier.

Ce tableau met en évidence la différence entre la taille de la zone plastifiée monotone de surcharge  $\omega_{pic}$  et la valeur de la longueur de la fissure affectée par la surcharge  $a_d$ . Cette différence est accentuée pour les nuance HLE. Néanmoins,  $a_d$  augmente avec la taille de la zone plastifiée. La Figure 180 présente l'évolution du nombre de cycles de retard en fonction de la limite d'élasticité. La Figure 181 présente la longueur de la fissure affectée par le retard en fonction de la taille de la zone plastifiée de surcharge. On retrouve ici le lien entre l'importance de la surcharge (grande longueur de fissure affectée ou grand nombre de cycles de retard) et la taille de la zone plastifiée. Pour les HLE, on retrouve ici une faible influence de la surcharge par rapport aux aciers à plus basses caractéristiques. Par contre, il s'avère que le nombre de cycles de retard soit plus important

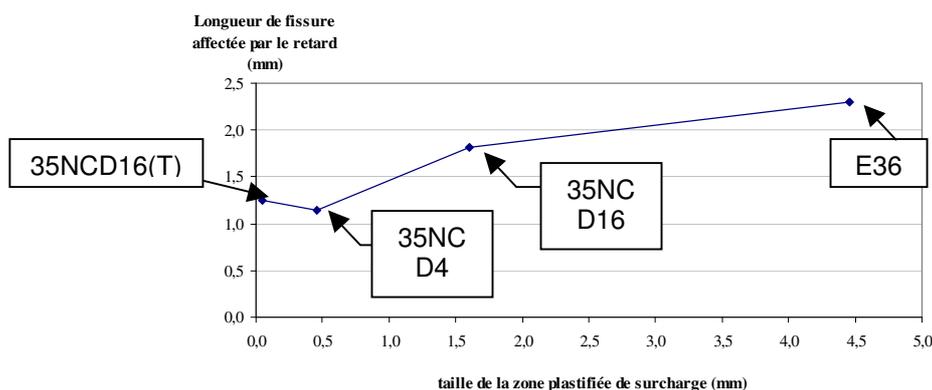
pour le 35NCD16 que pour l'E36 alors que la longueur de fissure affectée par la surcharge est plus importante pour le 35NCD16. Il faut ici considérer la différence de vitesse de fissuration dans les différents matériaux qui pourrait ici expliquer cette inversion de tendance.

**Tableau 15 : limite d'élasticité pour différentes nuances d'acier [LO80]**

matériau	E36	35NCD16	35NCD4	35NCD16(T)	unité
limite d'élasticité	380	630	1180	1515	MPa



**Figure 180 : évolution du nombre de cycles de retard avec la limite d'élasticité de l'acier [LO80]**



**Figure 181 : évolution de la longueur de la fissure affectée par le retard avec la taille de la zone plastifiée de surcharge [LO80]**

#### C.3.2.4 Influence de l'épaisseur de l'éprouvette

Song et Sheu [SS02] ont étudié différentes configurations de chargement dans le cas de 2 alliages d'acier (l'AISI 4130 acier faiblement allié de limite d'élasticité 696 MPa et l'AISI 304 acier inoxydable de limite d'élasticité 324 MPa). Deux épaisseurs différentes sont considérées pour l'AISI 4130 : 3,5 et 8 mm (et une unique épaisseur de 8 mm pour l'AISI 304). Un essai d'indentation est réalisé (voir Figure 182). Le but est d'appliquer une effort de compression de part et d'autre de la fissure de manière à plastifier le matériau en surface. Ceci a pour effet de réduire la vitesse de fissuration, comme dans le cas d'une surcharge. La Figure 183 présente les résultats obtenus en terme de rapport de  $K_{ouv}/K_{max}$ ,  $K_{max}$  étant égal à  $25 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  pour les éprouvettes d'acier AISI 304 et  $26 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  pour les éprouvettes d'acier AISI 4130. L'influence du matériau (l'un peu ductile et l'autre très ductile) ne s'avère par prépondérante au niveau du rapport  $K_{ouv}/K_{max}$ . La tendance s'inverse en fonction de l'effort d'indentation. On retrouve ici le fait que le niveau d'ouverture dépend peu de la taille de la zone plastifiée alors que la longueur de la fissure affectée par la surcharge dépend essentiellement de cette grandeur. Une augmentation de la charge

d'indentation se traduit par une augmentation du niveau d'ouverture de la fissure. La différence entre les deux épaisseurs traduit ici le rapport entre la zone plastifiée de surface et la zone plastifiée à cœur. Ici l'influence de l'indentation est moins importante dans le cas de l'épaisseur la plus importante et on retrouve les tendances selon lesquelles l'influence de la surcharge diminue lorsque l'épaisseur de l'éprouvette augmente. On retrouve cette influence dans la Figure 184 et la Figure 185. La taille de la zone affectée par la surcharge diminue lorsque l'épaisseur de l'éprouvette augmente. On voit ici un effet de retard qui perdure même lorsque l'éprouvette est épaisse. L'existence du phénomène de retard à cœur de l'éprouvette (en conditions de déformations planes) reste un sujet de débat pour les chercheurs. Selon Robin [RO88] : « Dans les états de contraintes planes, le retard serait dû à la fermeture de fissure induite par la forte plasticité se développant à la pointe de la fissure. Pour les états de déformations planes pour lesquels les – selon les auteurs [VH84] – il n'existe pas ce type de fermeture, le phénomène serait dû à d'autres causes liées au seuil de non-fissuration : la fermeture induite par l'oxydation, le branchement de fissure ou la rugosité des surfaces de rupture ».

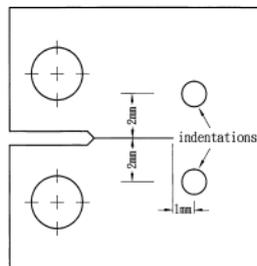


Figure 182 : principe de l'indentation [SW02]

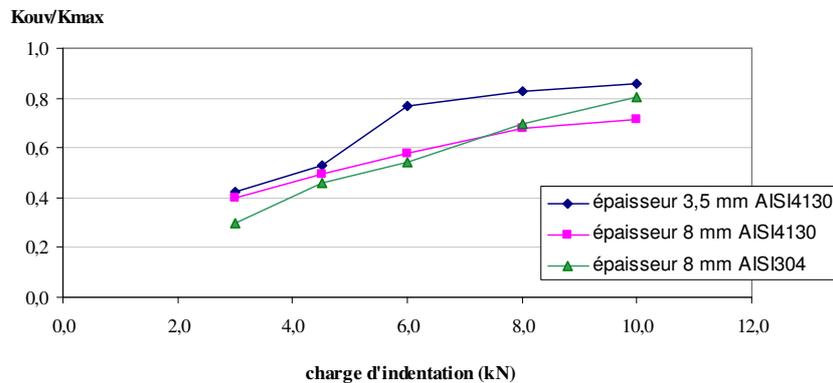


Figure 183 : évolution du rapport  $K_{ouv}/K_{max}$  en fonction de la charge d'indentation [SW02]

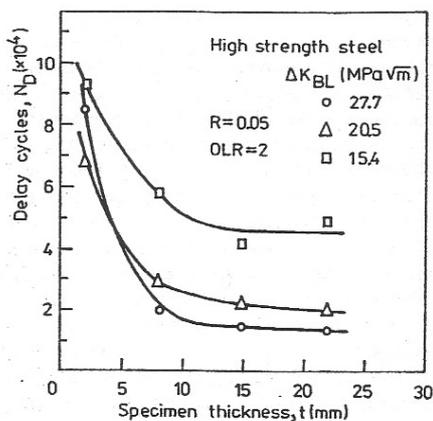


Figure 184 : influence de l'épaisseur de l'éprouvette et de la variation du FIC du chargement de base sur le retard dû à une surcharge de x2 [SK96]

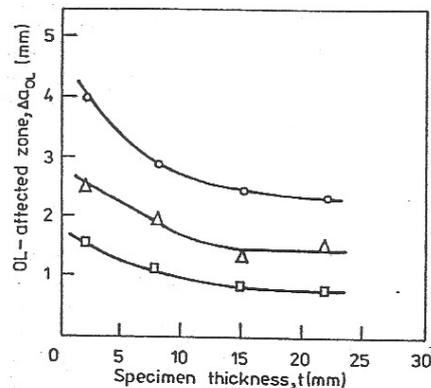


Figure 185 : influence de l'épaisseur de l'éprouvette et de la variation du FIC du chargement de base sur le retard dû à une surcharge de x2 [SK96]

### C.3.3 Bibliographie : Le $K_{ouv}$ , modélisation numérique

Les premiers modèles de propagation de fissure prenant en compte l'historique du chargement ont été développés par Willenborg et al. [WE71] et Wheeler [WH72] qui s'intéressèrent à une surcharge unique en prenant l'hypothèse selon laquelle le retard à la propagation était dû uniquement aux contraintes résiduelles de compression générées par la surcharge.

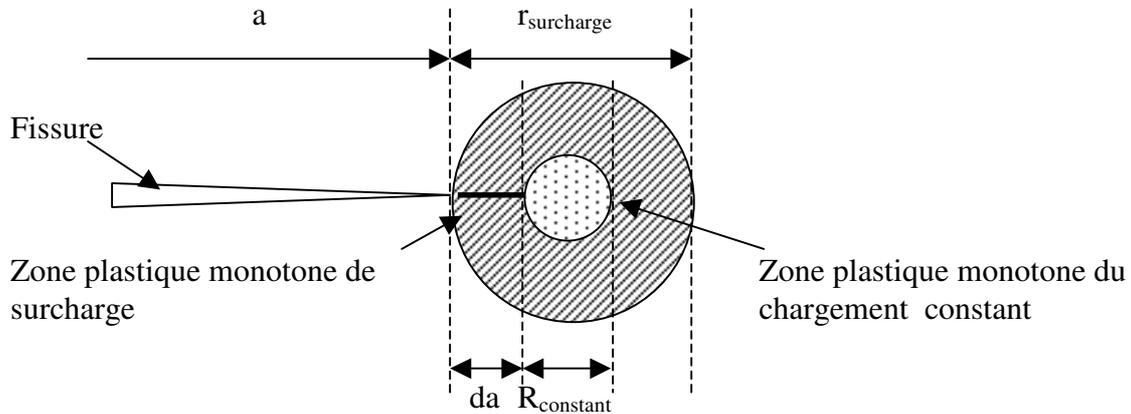


Figure 186 : comportement de la zone cyclique en pointe de fissure

La propagation est affectée tant que la zone plastifiée du chargement constant évolue dans la zone plastifiée générée par la surcharge (Figure 186), soit l'inégalité suivante :

$$\frac{r_{\text{constant}}}{r_{\text{surcharge}} - da} < 1$$

da étant la longueur de propagation de la fissure dans la zone plastifiée de surcharge.

Lorsque la fissure évolue à l'intérieur de la zone plastifiée de surcharge, le cycle de chargement considéré dans les lois de propagation est  $K_{\max}-K_{\text{red}}$  , où  $K_{\text{red}}$  est l'équivalent d'un  $K_{ouv}$ , et est déterminé en fonction de la taille des zones plastifiées. De nombreux raffinements ont été développés pour permettre à ce type de modèle de prendre en compte des séquences plus complexes de chargement.

Pour déterminer  $K_{ouv}$ , nous allons nous intéresser aux différentes méthodes qui ont été mises en place de manière à simuler la fermeture des lèvres de la fissure. 3 types de modélisations coexistent :

- les modèles semi-empiriques (SE)
- les modèles « bandes plastifiées » (Strip Yield)
- les modèles éléments finis (MEF)

### C.3.3.1 Généralités sur les modèles semi-empiriques

Les modèles semi-empiriques [SK96] calculent à chaque cycle l'ouverture de la fissure en fonction de grandeurs empiriques. Ils prennent en compte l'historique du chargement c'est-à-dire l'interaction du chargement, mais ne permettent pas de rendre complètement compte des phénomènes de transition entre des cycles différents, en particulier de l'effet du décalage dans le temps du retard consécutif à une surcharge. Nous nous intéresserons donc peu à ce type de modélisation. Néanmoins nous pouvons dire que 3 modèles existent : CORPUS, ONERA, PREFAS et sont particulièrement utilisés dans l'aéronautique. Ces modèles sont basés sur des grandeurs expérimentales déterminées par

- des essais de propagation de fissure à chargement constant pour différents rapports de charge,
- des essais de propagation de fissure avec de surcharges.

On y retrouve ainsi les constatations expérimentales, à savoir que la présence d'une surcharge provoquera un retard à la fissuration tandis qu'une sous-charge l'accélénera. Ces trois modèles considèrent aussi que si, au cours du chargement, le  $K_{\max,i}$  du cycle  $i$  est supérieur au chargement  $K_{\max,j}$ , pour  $j < i$  alors la précédente zone plastifiée actuelle est due au chargement  $i$  et l'historique est effacé. Mais là où les modèles diffèrent, c'est dans la prise en compte de la longueur de la fissure influencée par la présence de la surcharge, la sauvegarde de cette grandeur et de la zone plastifiée qui lui est associée. C'est ainsi que dans le modèle PREFAS et contrairement aux deux autres modèles, il n'y a pas de relation entre la taille de la zone plastifiée et l'historique du matériau à tel point qu'une surcharge peut avoir de l'influence sur la propagation d'une fissure qui n'est plus dans sa zone plastifiée d'influence.

### C.3.3.2 Principe des modèles Strip Yield

Le modèle SY s'appuie sur la définition de la zone plastifiée suivant Dugdale qui a été modifiée de manière à rendre compte de la présence du matériau écroui sur les lèvres de la fissure au cours de la propagation. La procédure de calcul développée par Newman permet d'évaluer au cours d'une chargement variable l'interaction entre les lèvres de la fissure. Il est utilisé dans les codes FASTRAN et CLOTEST.

#### a) Définition de la zone plastifiée suivant Dugdale [IB94] [SK96]:

Le modèle de Dugdale est aussi appelé modèle de bande plastifiée. En effet, dans des conditions de contraintes planes, la zone plastifiée en pointe de fissure est supposée confinée dans une bande infiniment étroite dont les déformations sont parfaitement plastiques.

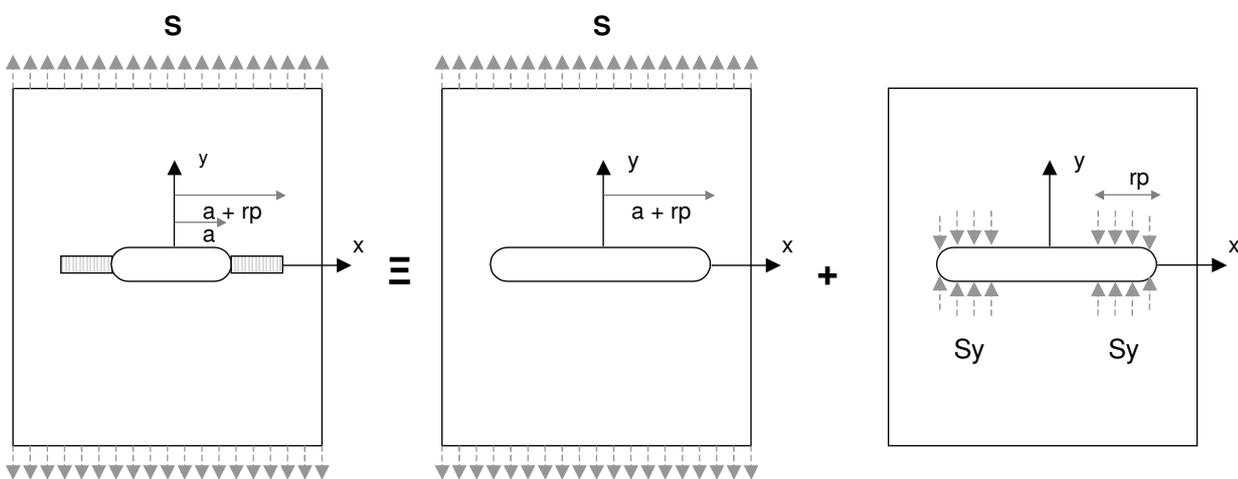


Figure 187 : principe de superposition appliqué au calcul de la zone plastifiée de Dugdale

Soit une plaque fissurée soumise à un effort de traction (Figure 187), la longueur de la zone plastifiée, notée  $r_p$ , est prise en compte en remplaçant la fissure initiale de longueur  $a$  par une fissure fictive de longueur supérieure, égale à  $a+r_p$ . Entre  $a$  et  $a+r_p$ , le COD de la fissure fictive est égal à l'élongation plastique du matériau en pointe de fissure. La surface de la fissure fictive est alors chargée avec la contrainte correspondant à la limite d'écrouissage  $S_y$ .

A la pointe de la fissure fictive, les contraintes ne peuvent excéder la limite d'élasticité. Il n'y a donc pas de singularité du champs de contrainte, le facteur d'intensité de contraintes  $y$  est donc nul. Ainsi par superposition des deux chargements de la fissure (chargement externe  $S$  et chargement dû à la zone plastifiée  $S_y$ ), on a :

$$K(a+r_p) = K(a+r_p, S) + K(a+r_p, -S_y) \quad (C.35)$$

Avec

$K(a+r_p, S)$  le facteur d'intensité des contraintes calculé pour une contrainte extérieure  $S$

$K(a+r_p, -S_y)$  le facteur d'intensité des contraintes calculé pour une contrainte  $S_y$  égale à la limite d'élasticité entre  $a$  et  $a+r_p$ .

Pour une plaque infinie :

$$K(a+r_p, S) = S \cdot \sqrt{\pi \cdot (a+r_p)} \quad (C.36)$$

$$K(a+r_p, -S_y) = -S_y \cdot \sqrt{\pi \cdot (a+r_p)} \frac{2}{\pi} \operatorname{acos} \left( \frac{a}{a+r_p} \right) \quad (C.37)$$

d'où on a :

$$\left( \frac{a}{a+r_p} \right) = \cos \left( \frac{\pi \cdot S}{2 \cdot S_y} \right) \quad (C.38)$$

En supposant que  $r_p \ll a$  et  $S \ll S_y$  on peut développer l'équation sous la forme d'une série de Taylor, et on éliminant les termes de degré supérieur à 2 pour les contraintes, et 1 pour la taille de la zone plastifiée et en posant

$$K = S \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \quad (C.39)$$

on obtient :  $r_p = \frac{\pi}{8} \left( \frac{K}{S_y} \right)^2$  (C.40) et on retrouve une forme comparable à la formulation d'Irwin avec

un coefficient de 0.4 au lieu de 0.5 devant le rapport du carré du facteur d'intensité de contrainte sur la limite d'élasticité.

#### b ) Principe des modèles « Strip Yield »

La méthode des Strip Yield est basée sur la discrétisation de la zone plastifiée en pointe de fissure en « bandes plastifiées ». Soit une fissure de longueur  $2a$ , soumise à un chargement au loin uniforme  $S$ . Seul un quart de l' « éprouvette » est considéré pour des raisons de symétrie. Sur chaque bande plastifiée, la contrainte est supposée constante. On considère alors une fissure fictive de longueur  $a+r_p$ .  $V_{fictive}$  est le déplacement des lèvres de la fissure fictive et  $L$  est la longueur des éléments parfaitement plastiques qui représentent à la fois le sillon plastifié et la zone plastifiée en pointe de fissure. Cette dernière est calculée à chaque incrément à partir du rayon plastique  $r_p$  de Dugdale. Le déplacement des lèvres de la fissure effective est la superposition de la contribution du déplacement dû à la contrainte au loin  $S$  et du déplacement dû à la présence de la zone plastifiée  $-S_y$ .

$$V_{fictive} = V_{fictive}(S) + V_{fictive}(-S_y) \quad (C.41)$$

Considérons un élément plastifié  $i$ . Dans la zone plastifiée on a  $L_i = V_i$ . La contrainte peut évoluer entre la limite en compression  $\sigma_c$  et la limite en traction  $\sigma_t$ . Pour les éléments en contact en pointe de fissure (cas d'une décharge), la condition  $L_i = V_i$  est aussi vérifiée, mais la contrainte dans l'éléments est de compression. Enfin lorsque  $L_i$  est inférieur à  $V_i$  les éléments ne sont plus en contact (Figure 188).

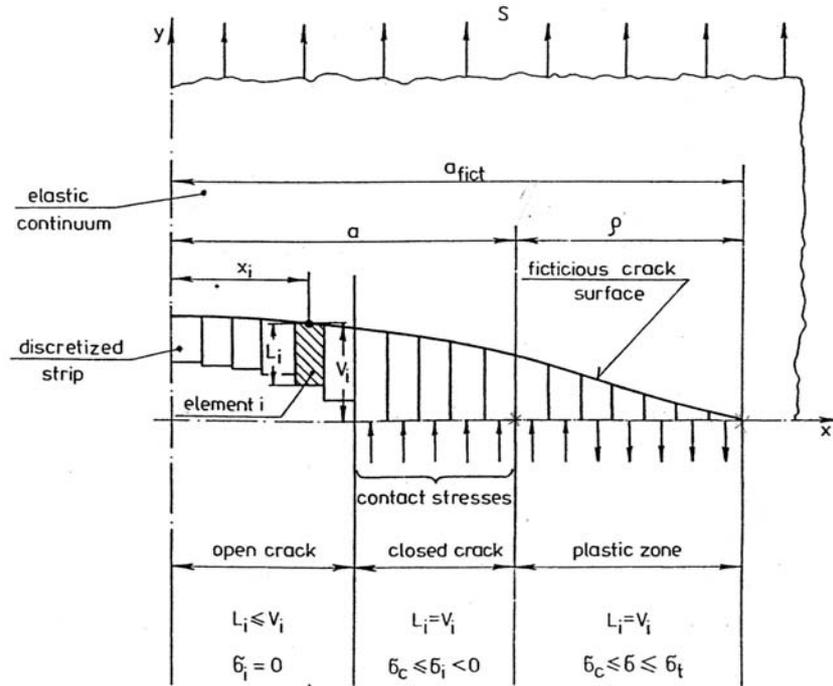


Figure 188 : discrétisation de la zone plastifiée [PE97]

L'équation dite de compatibilité est la suivante :

$$L_i = S \cdot f_i - \sum_{j=1}^n \sigma_j \cdot g_{ij}, \quad i, j = 1 \text{ à } n \quad (C.42)$$

avec  $f_i$  la fonction donnant le déplacement des lèvres de l'élément  $i$  pour un chargement extérieur unitaire,  $g_{ij}$  donnant le déplacement de l'élément  $i$  pour une contrainte répartie (constant et égal à  $-S_y$ ) sur l'élément  $i$ .

La longueur des éléments plastifiés est calculée pour le chargement maximum (ouverture de la fissure) soit pour l'ensemble des éléments  $n_{\text{plastique}}$  qui plastifient (entre  $a$  et  $a + r_p$ ), nous pouvons déterminer la longueur des éléments plastifiés :

$$L_i = S_{\max} \cdot f_i - \sum_{j=1}^{n_{\text{plastique}}} \sigma_j \cdot g_{ij} \quad (C.43)$$

Le but est alors de déterminer l'état de contraintes dans les éléments rigides lorsque le chargement est minimum  $S_{\min}$ . Pour chaque élément  $i$ , la contrainte est calculée de la manière suivante :

$$\sigma_i = \left( S \cdot f_i - L_i - \sum_{j=1}^{i-1} \sigma_j \cdot g_{ij} - \sum_{j=i+1}^n \sigma_j \cdot g_{ij} \right) / g_{ij} \quad (C.44)$$

Par méthode itérative de Gauss-Seidel, la contrainte peut être obtenue dans toutes les bandes plastifiées. Pour les éléments qui replastifient, la longueur des bandes plastifiées  $L_i$  est recalculée pour le prochain incrément de calcul.

Newman a défini deux critères pour déterminer le  $S_{ouv}$ , qui est ici un  $S_{ouv}$ , car c'est le niveau de chargement à partir duquel la fissure peut propager

- par calcul du facteur d'intensité de contrainte en supposant que pour les éléments dans la zone plastifiée, il ne peut pas y avoir de singularité en pointe d'où

$$K(S_{ouv}-S_{min})-K(\sigma_j)=0, j > n_{plastique} \quad (C.45)$$

- en considérant que la fissure peut se propager à partir du moment où aucun élément  $i$  n'est en contact en aval de la pointe de la fissure, soit :

$$(S_{ouv,i} - S_{min}) \cdot f_i = \sum_{j=1}^n \sigma_j \cdot g_{ij} \quad (C.46)$$

### c) Le coefficient de correction géométrique

La zone plastifiée de Dugdale est calculée dans l'hypothèse des contraintes planes et le modèle SY a alors été appliqué dans le cas des plaques minces, sur des alliages d'aluminium de l'aéronautique. Sur des éprouvettes épaisses, l'état des contraintes varie entre la contrainte plane en peau et la déformation plane à cœur. Un coefficient de correction géométrique  $\alpha$  permet d'augmenter artificiellement la limite d'écoulement en traction. Ainsi suivant l'épaisseur de l'éprouvette la limite d'écoulement en traction s'exprimera suivant :  $\sigma = \alpha \cdot \sigma_t$ , où  $\alpha$  varie de 1 en contrainte plane à 3 en déformation plane.

### d) Résultats

#### **Cas du chargement constant**

La Figure 189 montre l'évolution du ratio du chargement à ouverture de fissure sur le chargement maximal sur des éprouvettes CCT et CT respectivement avec différentes valeurs de coefficients de correction géométrique permettant de simuler les états de contrainte plane et de déformation plane.

On retrouve en particulier l'ordre de grandeur de  $\frac{S_{ouv}}{S_{max}} \approx \frac{1}{3}$  pour un chargement à  $R=0$ . Pour les

rapports de charge importants, la fissure est pratiquement toujours ouverte et le niveau de  $S_{ouv}$  tend vers  $S_{min}$ . En compression, l'influence de l'état de contrainte est importante et il apparaît que le ratio

$\frac{S_{ouv}}{S_{max}}$  ne varie que très peu avec le rapport de charge, ce que l'on observe aussi de manière expérimentale.

L'influence du niveau de chargement a aussi été étudié. Il apparaît que le rapport  $\frac{S_{ouv}}{S_{max}}$  dépend de

façon très importante du niveau des efforts pour des rapports de charge faibles et aussi de l'état de CP/DP.

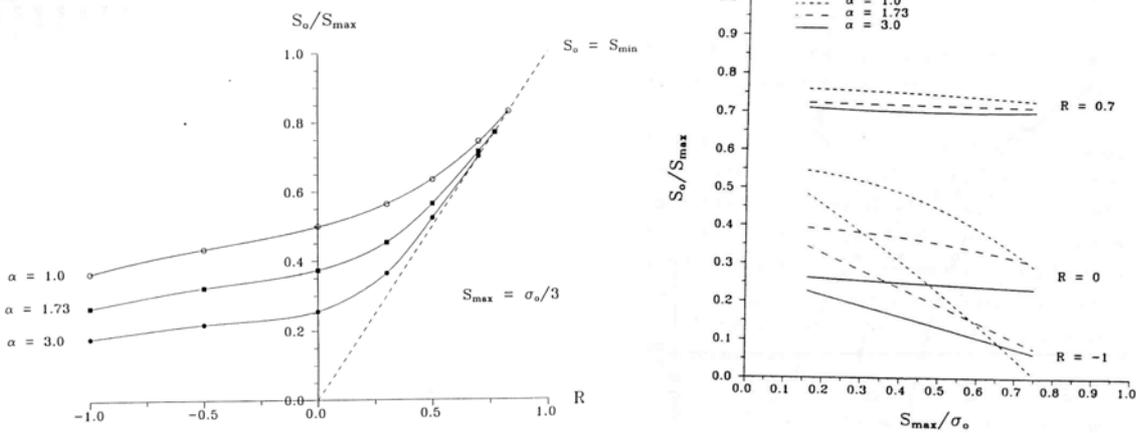


Figure 189 : à gauche, influence de l'état CP/DP sur le rapport Souv/Smax pour différents rapports de charge (CP  $\alpha=1$ , DP CP  $\alpha=1.73$  (Irwin) ou 3) ; à droite, influence de Smax sur Souv pour différents rapports de charge et états de contrainte [IB94]

### Cas de surcharges

Le cas d'une surcharge (Figure 190) ou plusieurs surcharges est assez éloquent de l'adéquation de ce type de modélisation avec les résultats expérimentaux dans le cas de contrainte plane pour des matériaux ayant des coefficients d'érouissage faibles (au sens de Ramberg-Osgood). En effet l'érouissage est supposé inexistant dans le modèle SY (loi de comportement parfaitement plastique et la limite d'élasticité est alors remplacée par la moyenne de la limite d'élasticité et de la limite à rupture de manière à prendre en compte un érouissage modéré du matériau). De plus, dans le cas de déformations planes, la connaissance du coefficient de correction géométrique est nécessaire et des essais expérimentaux se révèlent indispensables. Des corrections élasto-plastiques peuvent être apportées de manière à prendre en compte des lois d'érouissage cinématique et/ou isotrope mais les incertitudes relatives à la détermination de  $\alpha$  font que le gain apporté n'est pas significatif.

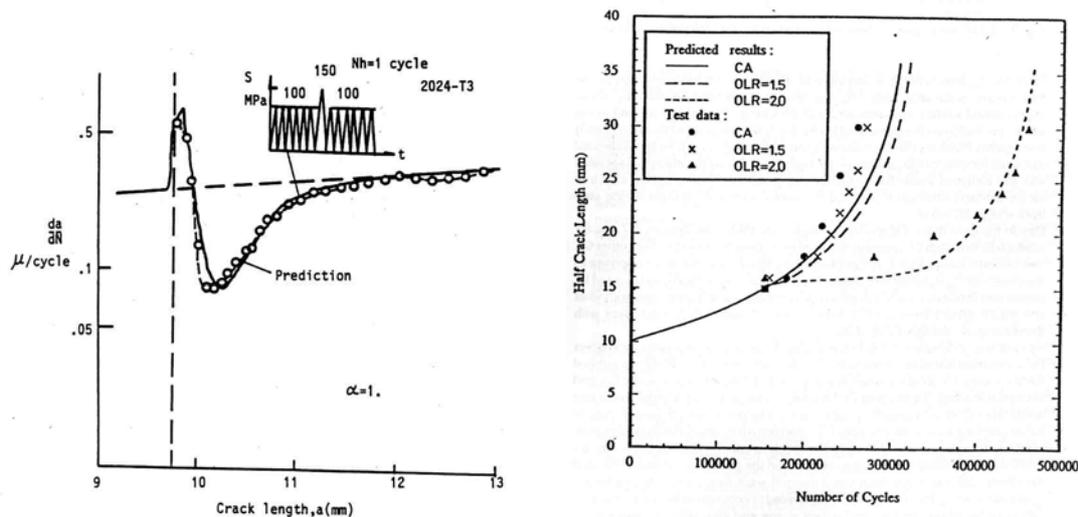


Figure 190 : à gauche, comparaison essais/modèle SY, pour une surcharge de 1.5 de la cinétique de la fissure [WA91] ; à droite, comparaison essais/modèle SY pour différentes surcharges, de  $a$  en fonction du nombre de cycles [SK96]

### Influence d'une sous-charge

Koning et Liefing [KL88] ont montré que l'on retrouve l'influence négative de la sous-charge suivant une surcharge, celle-ci diminuant le niveau de  $S_{ouv}$  et accélérant ainsi la fissuration.

#### e) Extension de la méthodologie des bandes plastiques

Daniewicz et al [DA00] a étendu l'utilisation des bandes plastiques de la fissure complètement traversante à la fissure semi-elliptique, en décomposant l'ellipse en éléments unitaires fissurés, contenant soit une fissure débouchante (*a slice* voir Figure 191), soit une fissure non débouchante (*b slice*), les deux étant couplés. L'intérêt de cette méthode par rapport aux éléments finis est qu'elle est peu gourmande en temps calcul mais l'inconvénient est qu'il est toujours nécessaire de déterminer des coefficients de correction géométrique traduisant la taille de la zone plastifiée en fonction de la condition CP/DP. Dans ce cas, il est nécessaire de déterminer un coefficient  $\alpha_A$  et un coefficient  $\alpha_B$  pour les points A et B. Théoriquement, il serait nécessaire de les déterminer en tout point du front de fissure.

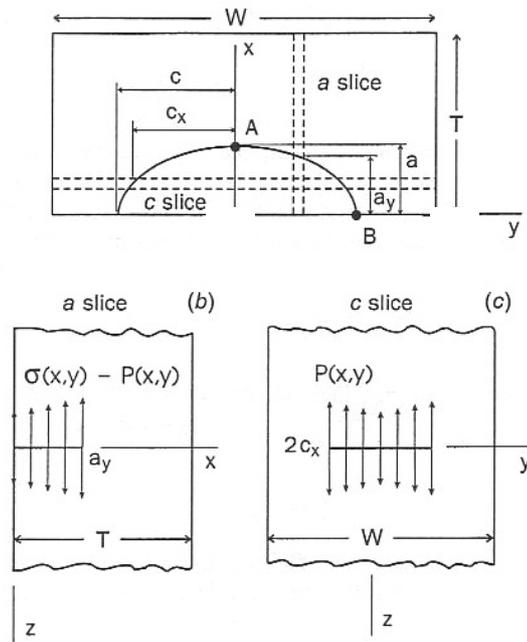


Figure 191 : principe des bandes plastiques appliqué à une fissure semi-elliptique [DA00]

### C.3.3.3 Modélisation par éléments finis

Contrairement aux modélisations SY qui s'apparentent à des modèles 1D de la pointe et des lèvres de la fissure, les modélisations MEF permettent d'appréhender le comportement local élasto-plastique de la fissure en 2 dimensions voire 3 dimensions. Ceux-ci permettent d'obtenir le tenseur complet des contraintes et des déformations dans toute la structure considérée et ceci pour des chargements variables. La modélisation par éléments finis permet de déterminer finement l'ouverture de la fissure mais de nombreux choix de modélisations sont nécessaires et il est important de connaître l'influence de nombreux paramètres.

La modélisation par éléments finis du phénomène de fermeture des lèvres de fissure connaît un regain d'intérêt depuis quelques années (Ellyin et al., 1999 [EW99]; Pommier 2002 [PO02] [PF02] [PB00]; Solanki 2003-2004 [SD03] [SD04]). Or les modélisations par éléments finis proposées sont toutes variées et diffèrent suivant :

- le type de modélisation 2D ou 3D, contraintes ou déformations planes ;
- le type d'éprouvette utilisé CT, MT, CCT
- le choix du type d'éléments et la taille des éléments utilisés en pointe de la fissure et pour représenter le type de contact entre les lèvres de la fissure ;
- le choix de la modélisation de la propagation de la fissure : méthode utilisée pour libérer les nœuds au cours de la propagation, propagation après le chargement minimal, maximal, pendant le demi-cycle de charge ou de décharge.
- la définition du critère d'ouverture des lèvres de fissure : critères en contrainte ou en déplacement.
- Le matériau utilisé, la loi de comportement qui lui est associée.

Nous allons nous intéresser à ces différents aspects pour le maillage 2D en particulier. En effet la plupart des résultats sont disponibles pour les structures 2D. La modélisation 3D d'une éprouvette dans le but d'observer l'ouverture de la fissure oblige à réaliser des maillages très raffinés et à développer des procédures de maillage et d'extension de la fissure beaucoup plus complexes qu'en 2D.

En 2D, le principe est assez simple. L'éprouvette est maillée et la fissure est insérée comme une discontinuité dans la maillage. Le chargement cyclique est appliqué et la longueur de la fissure est incrémentée. De cette manière un sillon plastifié apparaît sur les lèvres de la fissure. Il est alors nécessaire de définir un critère de propagation de fissure  $K_{ouv}$ .

#### a) Finesse du maillage et type d'élément

La finesse du maillage utilisé doit permettre de représenter correctement les champs de contrainte et de déformation dans la zone plastifiée monotone et dans la zone cyclique. La taille des éléments finis en pointe de fissure est calculée à partir de la taille de la zone plastifiée  $r_p$  en pointe de fissure (au sens d'Irwin) :

$$r_p = \frac{1}{6\pi} \left( \frac{K_{max}}{S_y} \right)^2 \quad (C.47)$$

où  $S_y$  est la limite d'écoulement initiale. Pour représenter au mieux le comportement élasto-plastique en pointe de fissure, il est conseillé (Solanki 2004) de disposer de 3 à 4 éléments dans la zone plastifiée cyclique, et d'au moins 10 éléments dans la zone monotone. La discrétisation de la

propagation de la fissure est aussi un facteur important. L'incrément de fissure  $\Delta a$  doit être faible devant la taille de la zone plastifiée. Dans le cas contraire, il est difficile d'obtenir une valeur constante du  $K_{ouv}$ . Il apparaît d'ailleurs que le niveau de  $K_{ouv}$  dépend du rapport  $\frac{\Delta a}{r_p}$ . Un rapport de 0.1 (10 éléments) donne un  $K_{ouv}$  25% plus important que pour un rapport de .05 (Figure 192 où  $r_f$  est l'équivalent de  $r_p$ ). L'augmentation de la finesse du maillage semble stabiliser la valeur de  $K_{ouv}$ , mais la densification du maillage implique un accroissement important des déformations des éléments en pointe de fissure, qui peuvent être déformés au-delà de leur validité.

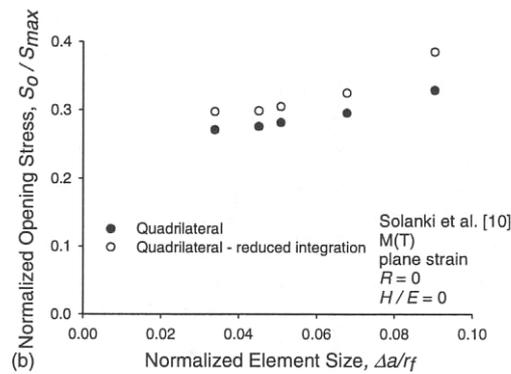


Figure 192 : influence de la finesse du maillage sur la détermination de l'ouverture de la fissure [SD04]

En ce qui concerne le choix du type d'élément en pointe de fissure, les résultats sont sensiblement différents selon le type d'éléments (triangle/quadrangle, intégration réduite/intégration pleine voir graphique Figure 193). De nombreux auteurs utilisent (Solanki, Ellyin) des éléments quadratiques à champ de déplacement linéaire (4 nœuds), afin d'alléger le temps calcul, de faciliter le déboutonnage de la fissure et d'éviter les phénomènes de verrouillage volumique en déformation plane. De plus la gestion du contact par les codes de calcul est facilitée dans le cas d'éléments à champ de déplacement linéaire. D'autres auteurs utilisent des éléments à champ de déplacement quadratique [PB00]. La nécessité de libérer des nœuds au fur et à mesure du calcul oblige à l'utilisation de maillages qui ne sont pas toujours adaptés à des calculs de mécanique de la rupture.

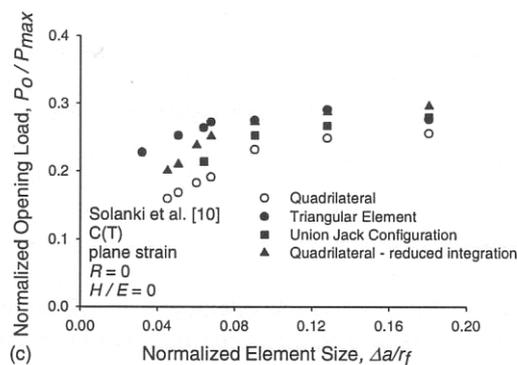


Figure 193 : influence du type d'élément sur la détermination de l'ouverture de la fissure [SD04]

Les Figure 194 montrent le type de maillage que l'on peut utiliser pour réaliser une propagation en 2D en mode I de sollicitation. La fissure se propage alors suivant une droite et un maillage quadrangulaire peut être utilisé.

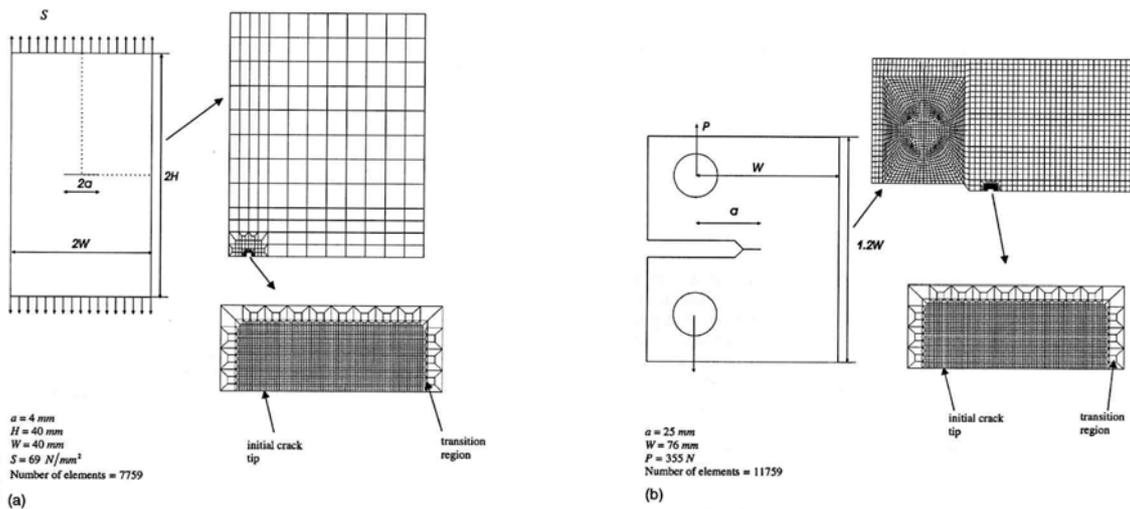


Figure 194 : à gauche maillage du quart d'une éprouvette MT, à droite maillage d'une demi éprouvette CT [SD03]

b) Condition de CP/DP

Le niveau d'ouverture de fissure est différent en contrainte plane et en déformation plane. Les premiers modèles éléments finis ont été mis en place afin de valider les modèles SY et ont été utilisé dans l'aéronautique, pour des états de contrainte plane. En ce qui concerne la déformation plane, les mécanismes de plastification sont complètement différents. [RE95] Dans une éprouvette, la zone plastifiée est confinée en pointe de fissure par la matrice élastique qui impose ses déformations. Or, étant donné le caractère incompressible du matériau plastifié, l'élongation axiale de la zone plastifiée doit pouvoir se compenser par une contraction latérale ou transversale. Mais, à cœur, la contraction transversale est très limitée par l'effet de confinement d'où une possibilité de contraction axiale faible. On a donc un état de déformation plane avec une zone plastifiée limitée par rapport à l'état de contrainte plane pour lequel la présence du bord libre permet la contraction transversale et l'obtention d'une zone plastifiée de dimensions importantes. De nombreux auteurs émettent des réserves sur la possibilité que la fermeture des fissures sous des conditions de déformations planes puisse exister. L'argument principal est que la contraction transversale est impossible et donc l'élongation axiale très limitée.

Le calcul de l'ouverture des fissures en déformation plane est plus difficile qu'en contrainte plane car la taille de la zone plastifiée est bien plus faible ce qui oblige à densifier le maillage pour obtenir la même précision qu'en CP. Les calculs MEF montrent l'existence du  $K_{ouv}$  mais sa valeur est d'au moins deux fois inférieure à celle calculée en DP. Nombre de résultats ne peuvent être exploités car soit le maillage est trop grossier, soit les éléments choisis sont sujets au verrouillage volumique. Cet artefact de calcul intervient particulièrement pour les éléments complètement intégrés soumis à un comportement matériau pratiquement incompressible (cas de la pointe de la fissure : zone plastifiée avec grandes déformations) ; en particulier les éléments du second ordre à intégration pleine présentent ce défaut à partir du moment où la déformation plastique est de l'ordre de grandeur de la déformation élastique. Les éléments réduits du second ordre sont moins sujets au verrouillage volumique. Les éléments linéaires à intégration pleine n'y sont pas sensibles. Lorsque cet artefact apparaît la pression hydrostatique aux points d'intégration des éléments est fortement discontinue. Afin de se prémunir de l'effet de verrouillage volumique de la composante hydrostatique du tenseur des contraintes (lorsque le coefficient de Poisson tend vers 0,5) pour les éléments fortement

déformés de la pointe de la fissure, des éléments hybrides sont conseillés (la partie hydrostatique est alors calculée séparément et est sous intégrée).

c ) Modèles de plasticité

Les modèles de plasticité sont présentés en annexe dans le chapitre : « compléments / zone plastifiée ».

d ) Gestion du contact des lèvres de la fissure

Dans le cas de chargements cycliques, il est nécessaire d'éviter que les lèvres de la fissure s'interpénètrent, ce contact pouvant en effet avoir une influence sur le  $K_{ouv}$ . Différentes techniques peuvent être utilisées : modifier la rigidité des ressorts qui permettent de coller les surfaces au milieu desquelles la fissure va évoluer (Figure 195 gauche), ajouter des contraintes sur les nœuds des lèvres de la fissure, ajouter des éléments de liaison de rigidité variable (Figure 195 droite). La méthode la plus raffinée consiste à utiliser les fonctions de contact du code élément finis, mais de nombreux problèmes de convergence sont à déplorer et les temps de calcul sont très importants.

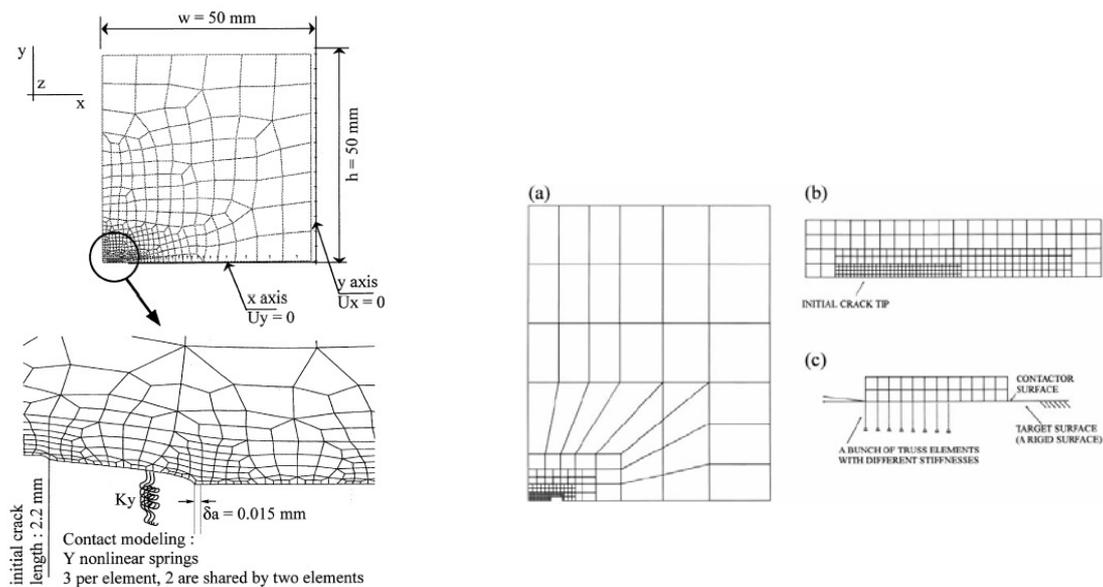


Figure 195 : à gauche modélisation de contact de Pommier [PB99], à droite modélisation d'Ellyin par éléments de liaisons à rigidité variable [EW99]

e ) Méthodologie d'avancée de la fissure

L'avancée de la fissure permet de créer un sillon plastifié comme dans le cas des modèles SY. Cela consiste à libérer un ou plusieurs nœuds de manière à faire propager la fissure d'un incrément de longueur  $\Delta a$ . Il est à noter que représenter la propagation de la fissure de manière incrémentale n'a aucune réalité physique vis-à-vis du phénomène de propagation de fissure sous chargement de

fatigue puisque nous ne prenons pas en compte le niveau de contraintes et de déformations comme critères de propagation. Ainsi par cette méthode, le niveau d'effort à partir duquel la fissure peut propager est déterminable mais pas directement le comportement en fatigue de la fissure. Pour cela il faudrait par exemple définir une contrainte seuil au-delà duquel la fissure peut avancer et la faire propager automatiquement au cours du calcul selon la contrainte en aval de la fissure. C'est le type d'approche utilisé dans ABAQUS avec la fonction DEBOND (voir Figure 196).

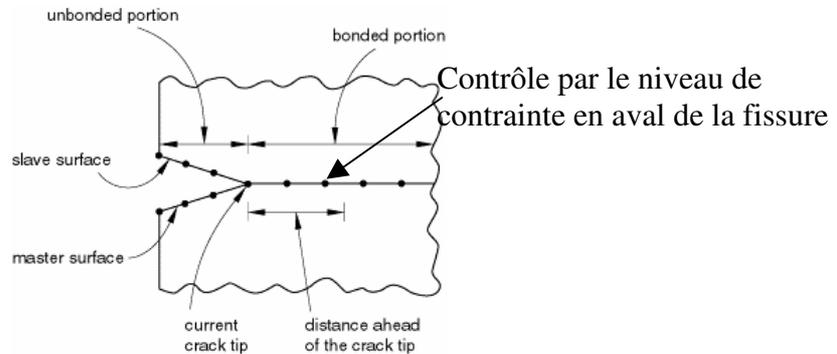


Figure 196 : méthode de décollement sous ABAQUS avec critère en contrainte [ABAQUS]

En ce qui concerne le décollement de la fissure, différentes stratégies existent. Le décollement des nœuds peut se faire au chargement maximum, au chargement minimum, ou entre les deux. De même, l'influence du niveau de charge sur le décollement est mal connu et certains auteurs prétendent qu'il est important alors que d'autres auteurs montrent qu'il n'y a pas de différences entre le décollement des nœuds au chargement maximum et au chargement minimum si le maillage est suffisamment raffiné (Figure 197)

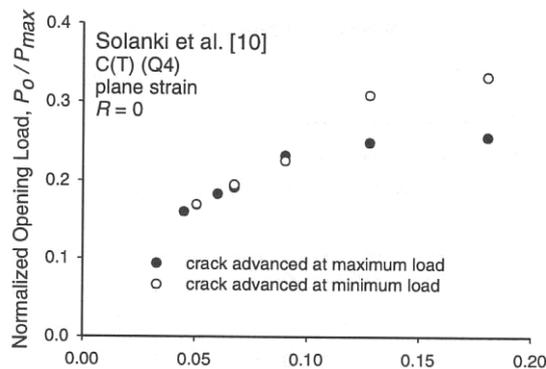


Figure 197 : influence du chargement pendant le décollement sur l'ouverture en fonction de la finesse du maillage [SD04]

#### f) Type de chargement

Les chargements généralement utilisés sont simples. Peu d'auteurs font évoluer le rapport de charge  $R$  car lorsqu'il atteint des valeurs importantes, la zone plastifiée cyclique est limitée et le maillage éléments finis doit alors être très raffiné de manière à disposer d'assez d'éléments dans cette zone. Aussi, beaucoup de séquences sont réalisées pour des rapports de charge nuls ou négatifs avec présence de une ou  $N$  surcharges.

g) Evaluation du  $K_{ouv}$

Différents critères peuvent être utilisés pour déterminer le niveau à partir duquel la fissure pourra se propager.

**Critères en déplacements**

La pointe de la fissure est le dernier nœud qui sera sollicité lorsqu'on est en phase d'ouverture de l'éprouvette. Beaucoup d'auteurs dont Newman et McClung utilisent des critères basés sur le déplacement du premier nœud derrière la pointe de la fissure. Ce critère peut s'apparenter à un CTOD. Il est aussi imaginable de mesurer le  $K_{ouv}$  au niveau du deuxième nœud derrière la pointe de la fissure. La Figure 198 présente les résultats de  $K_{ouv}$  en fonction de la finesse du maillage pour différents critères en déplacement. On observe une très importante disparité des résultats en fonction de nœud choisi et le  $K_{ouv}$  déterminé par la contrainte au second nœud derrière la pointe de la fissure est très faible par rapport aux valeurs « classiques » (20 à 30 % du chargement). Il apparaît également sur ce graphique un critère basé sur les pressions de contact qui donne un niveau de  $K_{ouv}$  un peu plus important que pour les critères en contrainte. Pommier utilise, elle aussi, un critère de déplacement (voir Figure 199). Sur ce graphique nous pouvons observer la fermeture des lèvres de la fissure pour différents comportements matériaux (BAU écrouissage cinématique,  $PPR_m$  écrouissage isotrope [PB99]). Le type de comportement élasto-plastique du matériau a une influence très prononcée sur le déplacement des lèvres de la fissure.

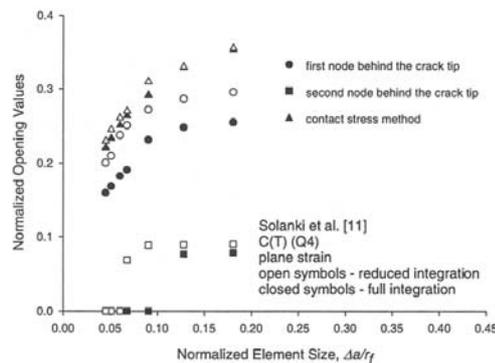


Figure 198 : influence du chargement pendant le décollement sur l'ouverture en fonction de la finesse du maillage [SD04]

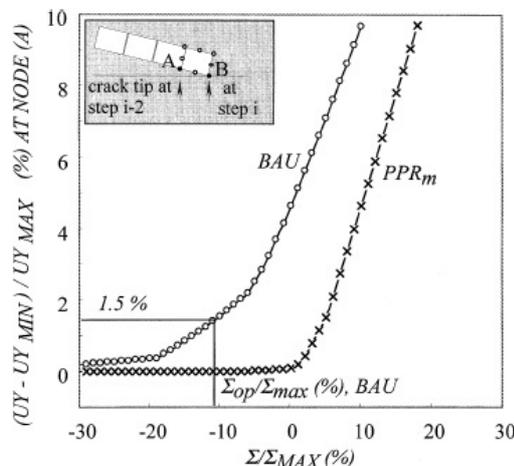


Figure 199 : critère d'ouverture sur une éprouvette DECT pour un chargement alterné [PB99]

### Critères en contraintes

Wu et Ellyin, quant à eux, déterminent le niveau de  $K_{ouv}$  à partir du passage de compression à traction du nœud en pointe de la fissure (Figure 200) (a). On retrouve le phénomène de retard par une augmentation du  $K_{ouv}$ , avant qu'il converge vers la valeur du  $K_{ouv}$  du chargement constant. Sur le graphique (b) est représenté le critère de Newman de déplacement du nœud immédiatement derrière la fissure sous la forme de croix, comparé aux résultats de Ellyin obtenus eux à partir des déplacements du même nœud. Les différences viennent d'une stratégie différente du nombre d'éléments décollés. Ainsi Ellyin, partant du constat expérimental selon lequel la fissure subit une accélération pendant la surcharge décolle 5 nœuds lors de la surcharge contrairement à Newman qui en décolle 1 seul. Les résultats d'Ellyin selon les critères en contrainte et en déplacement sont pratiquement identiques ce qui tendrait à valider sa méthodologie. Les résultats de Newman surestiment dans ce cas le  $K_{ouv}$ . Selon ce même critère, Ellyin retrouve la constatation expérimentale selon laquelle une sous-charge seule n'affecte pas le  $K_{ouv}$ .

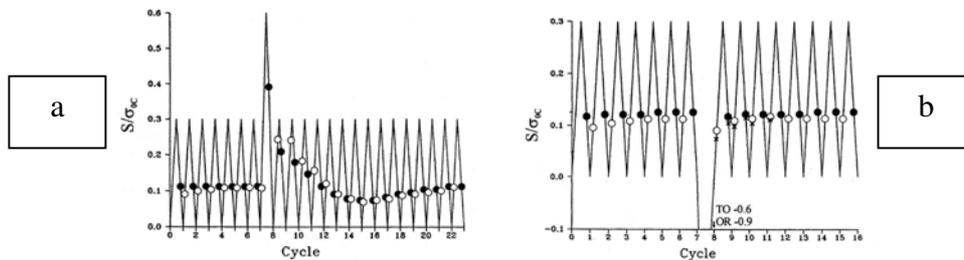


Figure 200 : évolution du  $K_{ouverture}$  (point blanc) et du  $K_{fermeture}$  (point noir), pour un chargement de surcharge (a) et une sous-charge (b) [EW99]

### C.3.4 Modélisation du phénomène de fermeture des lèvres des fissures

#### C.3.4.1 Présentation

De nombreux phénomènes perturbant la propagation de fissure peuvent être évoqués. Dans le présent travail, le phénomène des contraintes résiduelles de compression en pointe de fissure est retenu comme étant celui régissant la restriction de la vitesse de propagation de fissure [DA02]. Ce phénomène s'explique comme suit : lors du chargement, une zone plastique monotone se crée en pointe de fissure, zone dans laquelle se produit un écoulement de matière. Puis, lors du déchargement, une zone plastique cyclique se crée à son tour et l'écoulement de matière (créé précédemment lors du chargement) est comprimé par la partie élastique entourant la partie plastique. Cette compression peut être assimilée à un mors qui entraîne l'apparition de contraintes résiduelles de compression. Durant les cycles suivants, la propagation se heurte aux contraintes résiduelles, ce qui a pour effet un ralentissement de la vitesse de propagation.

Ce phénomène de fermeture mis en évidence lors du chargement à amplitude constante est amplifié lors du chargement à amplitude variable, et ce notamment lors de l'application de pics de chargement (surcharges). Il peut être représenté comme un ratio du facteur d'intensité de contraintes maximal et en fonction du rapport de charge suivant (la transition descendante), noté  $R_{déc}$  (avec  $R_{déc} = K_{déc} / K_{max}$ ). L'évolution schématisée de  $K_{ouv} / K_{max}$  est représentée sur la Figure 201.

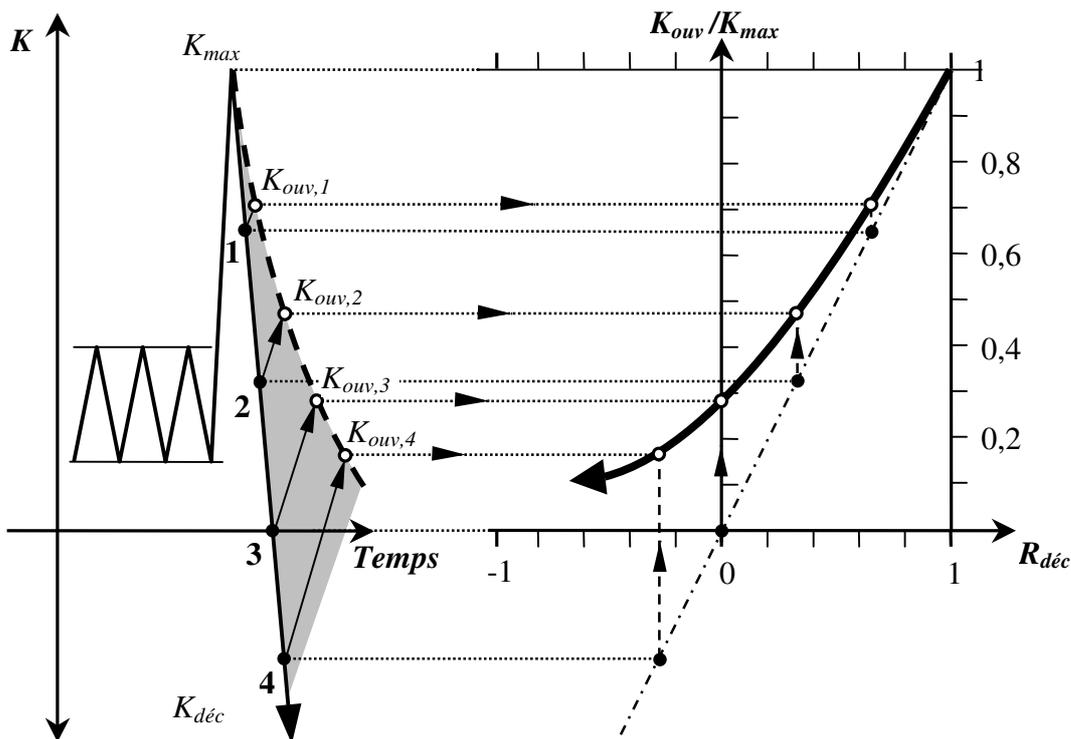


Figure 201 : Evolution de  $K_{ouv} / K_{max}$ , ainsi que son implication conceptuelle.

La modélisation numérique par la méthode des éléments finis est réalisée à l'aide du code de calcul Abaqus et est validée expérimentalement à travers des essais de Lang et Marci (Lang et al., 1999).

#### C.3.4.2 Principe

La modélisation par éléments finis du phénomène de fermeture des lèvres de fissure connaît un regain d'intérêt depuis quelques années (Ellyin et al., 1999 ; Pommier 2002 ; Solanki 2003-2004).

Or les modélisations par éléments finis proposées sont variées et diffèrent suivant :

- le type de modélisation 2D ou 3D, contraintes ou déformations planes ;
- le choix du type d'éléments et la taille des éléments utilisés en pointe de la fissure et pour représenter le type de contact entre les lèvres de la fissure ;
- le choix de la modélisation de la propagation de la fissure : méthode utilisée pour libérer les nœuds au cours de la propagation, propagation après le chargement minimal, maximal, pendant le demi-cycle de charge ou de décharge. Il est à noter que représenter la propagation de la fissure de manière incrémentale n'a aucune réalité physique vis-à-vis du phénomène de propagation de fissure sous chargement de fatigue puisque nous ne prenons pas en compte le niveau de contraintes et de déformations comme critères de propagation ;
- la définition du critère d'ouverture des lèvres de fissure : critères en contrainte ou en déplacement.

Les choix que nous préconisons sont maintenant exposés.

#### C.3.4.3 Choix de modélisation (méthode des éléments finis)

La modélisation par éléments finis de la propagation de la fissure conduit à des maillages très raffinés en pointe de fissure de manière à représenter correctement les contraintes et les déformations dans les zones plastiques monotones et cycliques. Il est de plus nécessaire de discrétiser finement les cycles de chargement de manière à détecter précisément l'ouverture des lèvres de la fissure. Le calcul est non linéaire au niveau géométrique (gestion du contact des lèvres des fissures) et au niveau du matériau (calcul élasto-plastique). De manière à limiter les temps de calculs, il a été choisi de modéliser une éprouvette en 2D déformation plane. L'hypothèse de déformations planes est inhérente à l'éprouvette choisie.

- *Choix du type d'éléments.* Le calcul est élasto-plastique et l'écroutissement est non linéaire de type Chaboche [ABAQUS]. Afin de garantir une bonne précision de calcul et d'éviter le phénomène de Hourglass (déformation gauchissante parasite des éléments à énergie nulle), des éléments quadrangles quadratiques à intégration réduite non déformés ont été choisis (type CPE8R). De plus, afin de se prémunir de l'effet de verrouillage volumique de la composante hydrostatique du tenseur des contraintes (lorsque le coefficient de Poisson tend vers 0,5) pour les éléments fortement déformés de la pointe de la fissure, des éléments hybrides de type CPE8RH ont été choisis (la partie hydrostatique est alors calculée séparément et est sous intégrée).
- *Détermination de la taille des éléments.* La taille des éléments finis en pointe de fissure est calculée à partir de la taille de la zone plastique  $r_p$  en pointe de fissure (au sens d'Irwin) :

$$r_p = \frac{1}{6\pi} \left( \frac{K_{\max}}{S_y} \right)^2 \quad (C.48)$$

où  $S_y$  est la limite d'écoulement initiale. Pour représenter au mieux le comportement élasto-plastique en pointe de fissure, il est conseillé (Solanki 2004) de disposer de 3 à 4 éléments dans la zone plastique cyclique, et d'au moins 10 éléments dans la zone monotone. Ici nous avons considéré une taille d'éléments de 10 microns, ce qui nous permet de disposer de plus de 5 éléments dans la zone plastique cyclique consécutive à la surcharge (Figure 202).

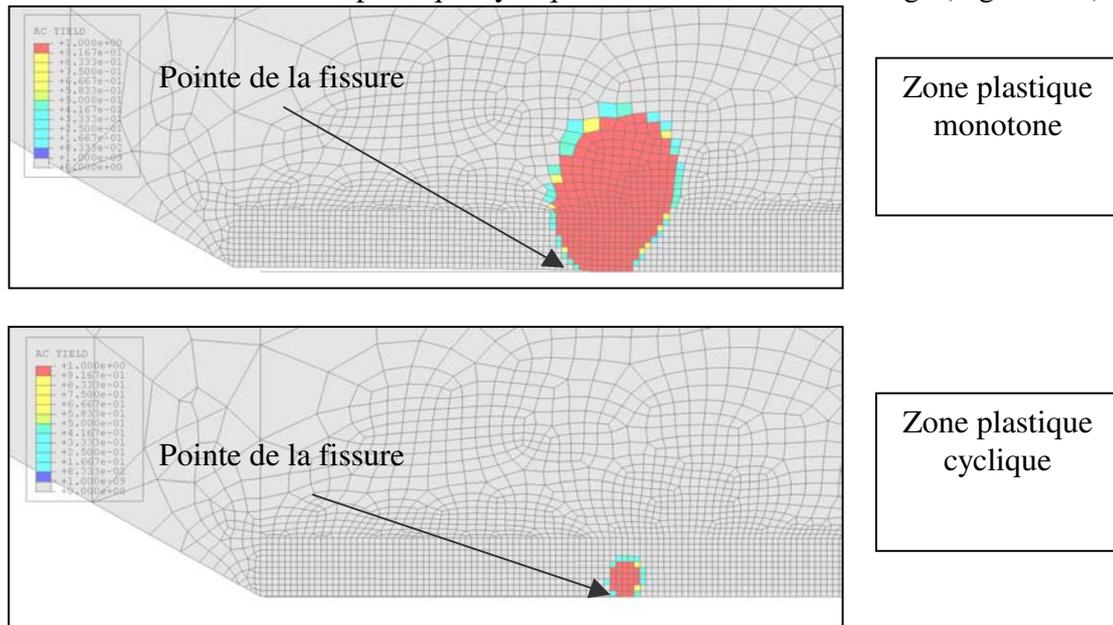


Figure 202 : Zones plastiques monotones et cycliques

- *Ouverture de la fissure.* La simulation de la propagation se fait par décollement des nœuds à des instants donnés, la fissure étant modélisée sous Abaqus par deux surfaces initialement en contact collant. Le décollement se traduit par un assouplissement de la raideur entre deux nœuds à chargement constant ce qui a pour effet de redistribuer les contraintes aux nœuds voisins. Les principaux problèmes que nous rencontrons dans ce type de modélisation concernent la convergence du calcul, les déformations étant très importantes dans le premier élément en pointe de fissure et un soin particulier doit être accordé aux paramètres régissant le décollement des nœuds.

Il a été vérifié que les contraintes élasto-plastiques se stabilisaient au bout de deux cycles de chargement. Deux cycles de chargements sont toujours appliqués avant une procédure de décollement des nœuds des lèvres de la fissure.

#### C.3.4.4 Critères d'ouverture des lèvres de fissure

Les critères d'ouverture (ou de fermeture) peuvent être scindés en deux catégories :

- *Critères en déplacement.* Ils sont relatifs aux déplacements des lèvres de fissure. Pommier (Pommier 2002) définit un critère en fonction du déplacement du nœud initial de l'élément décollé (nœud qui était en pointe de fissure avant le décollement de l'élément). Son critère

s'écrit comme suit :  $(U_{ouv} - U_{min}) / (U_{max}) = 1,5 \%$ , où  $U_{max}$  et  $U_{min}$  sont, respectivement, le déplacement maximal et minimal du nœud, et  $U_{ouv}$  est le paramètre d'ouverture (déterminé numériquement).

- *Critères en contrainte.* Ils sont relatifs au passage de la traction à la compression d'un nœud ou d'un élément en pointe de fissure. Ellyin (Ellyin et al., 1999) définit un critère d'ouverture comme étant le passage de la compression à la traction du nœud en pointe de fissure (ce critère est ici adopté).

Ces critères vont maintenant être mis en œuvre sur une application.

### C.3.4.5 Application

#### a) *Description de l'éprouvette utilisée*

L'éprouvette utilisée pour cette application est une demi éprouvette CT (Compact Tension), de largeur  $W = 50$  mm et d'épaisseur  $B = 10$  mm (éprouvette utilisée dans les travaux expérimentaux de Lang et Marci). Les conditions aux limites de l'éprouvette sont représentées sur la Figure 203.

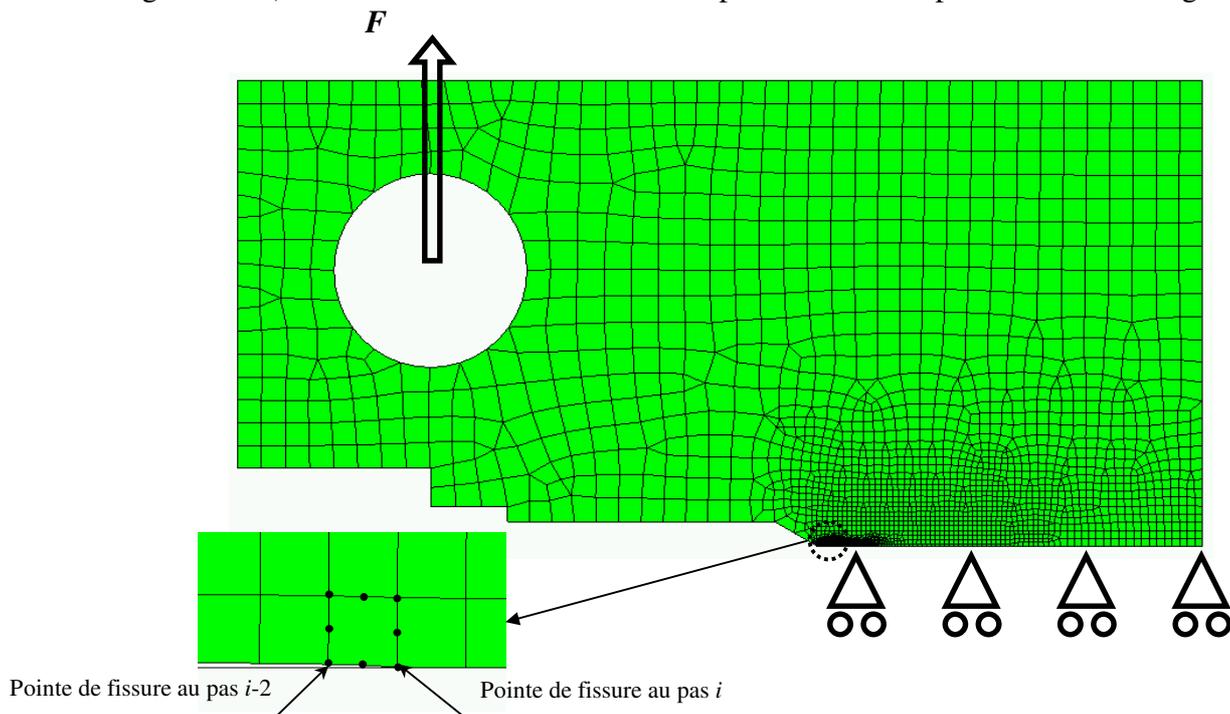


Figure 203 : Définition du maillage et des conditions aux limites.

Les simulations sont effectuées avec une longueur de fissure de 6 mm, afin de nous affranchir des conditions de propagation pour des fissures courtes et de celles près de la ruine. Le matériau utilisé est un alliage d'aluminium Al7475-T7351 ( $S_y = 350$  MPa,  $E = 71500$  MPa et  $\nu = 0,3$ ). Le modèle élasto-plastique utilisé est le modèle de Chaboche (voir B.1.2 - avec  $C = 290$  MPa,  $C_A = 50\ 000$  MPa,  $Q = 0$ ,  $b = 15$ ).

b) Comparaison des différents critères d'ouverture

Différents critères ont été considérés, avec  $K_{max} = 8,06 \text{ MPa.m}^{1/2}$  et un rapport de surcharge égale à 3.

Le critère en contrainte a été décomposé en deux critères 1 et 2. Le critère 1 : calcul de l'ouverture au cycle suivant la surcharge. Le critère 2 : calcul de l'ouverture après deux cycles de stabilisation consécutifs à la surcharge (voir Figure 204). Le critère 2 a été défini afin de représenter au mieux les essais expérimentaux de Lang et Marci, dans lesquels la procédure opératoire peut conduire à une stabilisation de la zone plastique.

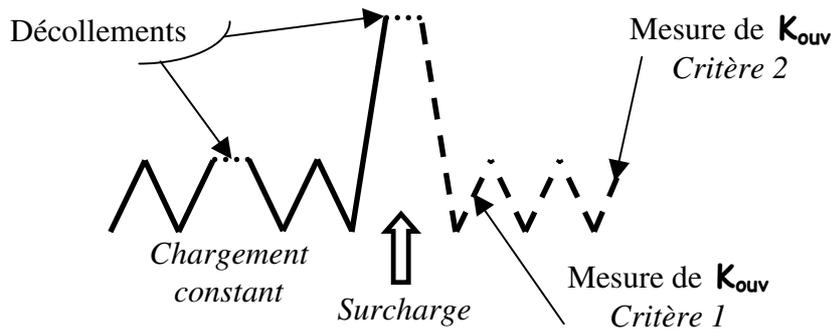


Figure 204 : Mesure de  $K_{ouv}$  après deux cycles de stabilisation.

Les évolutions obtenues avec ces 2 critères ainsi que celle obtenue à l'aide du critère en déplacement sont représentées sur la Figure 205.

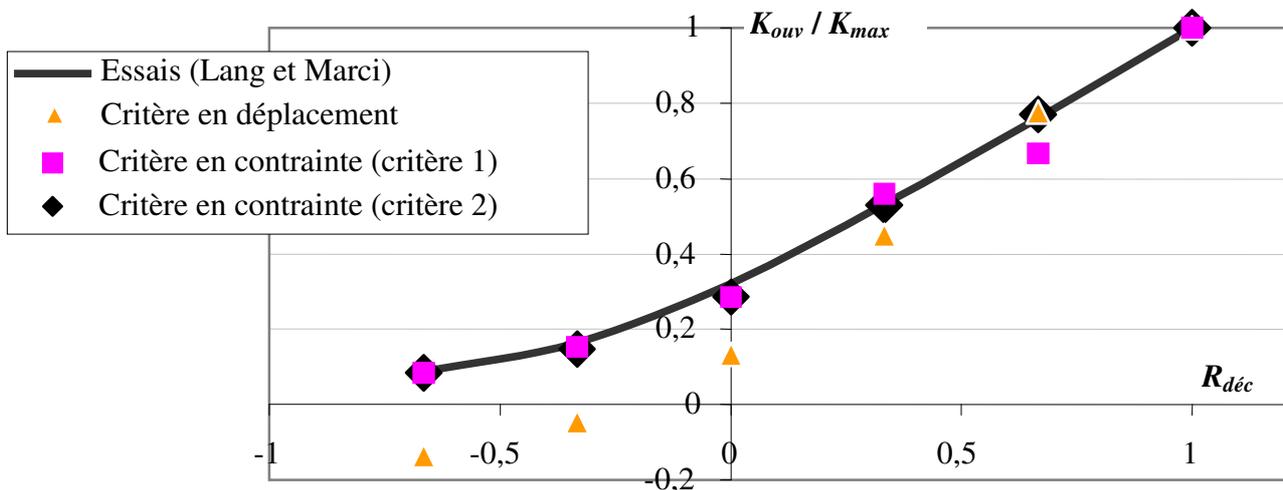


Figure 205 : Comparaison des essais de Lang et Marci et des simulations par M.E.F. [LD05]

Il apparaît que le passage de compression en traction du nœud en pointe de fissure est le critère qui se rapproche le plus de la réalité expérimentale. Le critère en déplacement, quant à lui, donne des valeurs de  $K_{ouv} / K_{max}$  plus faibles que les résultats expérimentaux.

### C.3.4.6 Premières conclusions

Cette étude présente une démarche complète de modélisation par éléments finis du phénomène de fermeture en pointe de fissure. Elle reprend en détail les choix de maillage comme la taille des éléments en pointe de fissure, le type d'éléments et le type de décollement des lèvres de fissure utilisés. De plus, plusieurs critères d'ouverture (critères en déplacement et en contrainte) sont appliqués et comparés entre eux.

Finalement, les résultats de la simulation coïncident avec une bonne corrélation aux résultats expérimentaux, ce qui tend à valider la démarche proposée de la modélisation numérique des contraintes résiduelles de fermeture en pointe de fissure. Nous pouvons noter que les critères en contrainte représentent mieux le phénomène de fermeture que les critères en déplacement. Ainsi, le critère en contrainte proposé peut être adopté pour déterminer le niveau de chargement à partir duquel nous pouvons observer une propagation de la fissure.

### C.3.5 Etude de l'influence de la modélisation sur le niveau de $K_{ouv}$

#### C.3.5.1 Comparaison entre le modèle avec fonction de décollement et le modèle Ressort

La comparaison entre les modèles utilisant la fonction de décollement « DEBOND » et le modèle basé sur les ressorts est réalisée dans le cas d'un chargement constant. Le chargement a été choisi de façon à ce qu'il ne soit pas trop important pour la structure afin que la validité de la simulation ne soit pas mise en cause par la déformation excessive des éléments de pointe de fissure (au-delà de leur limite de validité). Au contraire si le chargement n'est pas assez important, la taille de la zone plastifiée en pointe de fissure est trop faible et ne concerne que quelques éléments. Un compromis taille des éléments / chargement est donc recherché.

Pour remplir ces critères nous avons choisi les séquences de chargement suivantes :

Exercer un effort de traction de 2000N. Réaliser un décollement des nœuds et enfin appliquer quelques cycles de chargement ; ces cycles de chargement étant indispensables pour stabiliser l'état d'écrouissage cyclique du matériau. Dans notre cas seulement quelques cycles sont nécessaires puisque l'alliage d'aluminium utilisé pour l'éprouvette se stabilise rapidement (voir Figure 206).

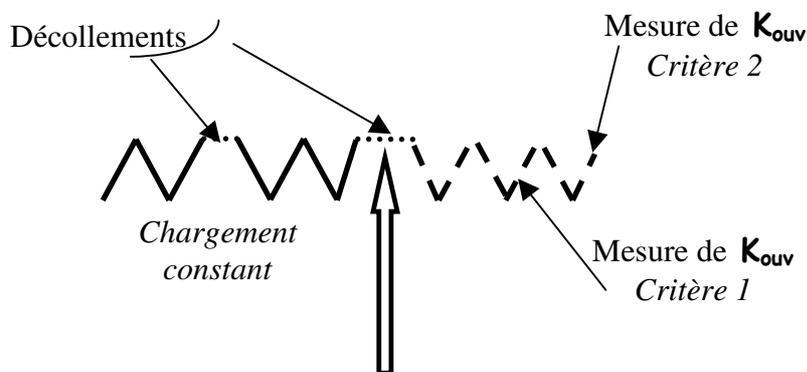


Figure 206 : Schéma de chargement

### C.3.5.2 Modèle Ressort

Le modèle Ressort utilise une ligne de ressort définie entre la lèvres supérieure et inférieure de la fissure. Lorsque la fissure n'est pas active, les ressorts ont une rigidité théoriquement infinie (cohésion de la matière). Lorsque la fissure se propage les ressort ont une rigidité nulle en traction. Toutefois les ressorts possèdent une rigidité infinie en compression afin de simuler la non-pénétration des lèvres de la fissure. Ce modèle est stable et permet de réaliser des calculs peu coûteux. Un problème demeure, la déformation des deux éléments de pointe lorsque le chargement est trop important.

### C.3.5.3 Modèle avec fonction de décollement : DEBOND

Le modèle « Debond » est un modèle où la fissure est prédéfinie (comme pour le modèle Ressort), deux surfaces sont considérées en contact collant (aucun déplacement relatif entre les deux surfaces). La propagation de la fissure est modélisée par le décollement des deux surfaces au niveau des nœuds. Il faut prédéfinir une fissure où on gère par des notions de contact le fait que certains nœuds soient collés et d'autres non. Les différents moyens de faire propager une fissure sont :

- une gestion en longueur de propagation ;
- en contrainte, la fissure se propage quand la contrainte en un point défini dépasse une valeur seuil.

Le problème de l'utilisation de la longueur comme critère de propagation est le suivant : le maillage se déforme et que, par conséquent, la longueur de fissuration varie en fonction de la charge pour un même nombre d'éléments décollés. Le problème de la gestion par valeur de la contrainte est le suivant : la valeur maximale de la contrainte est en pointe de fissure et, dès que la fissure commence à se propager elle se propage entièrement de ce fait.

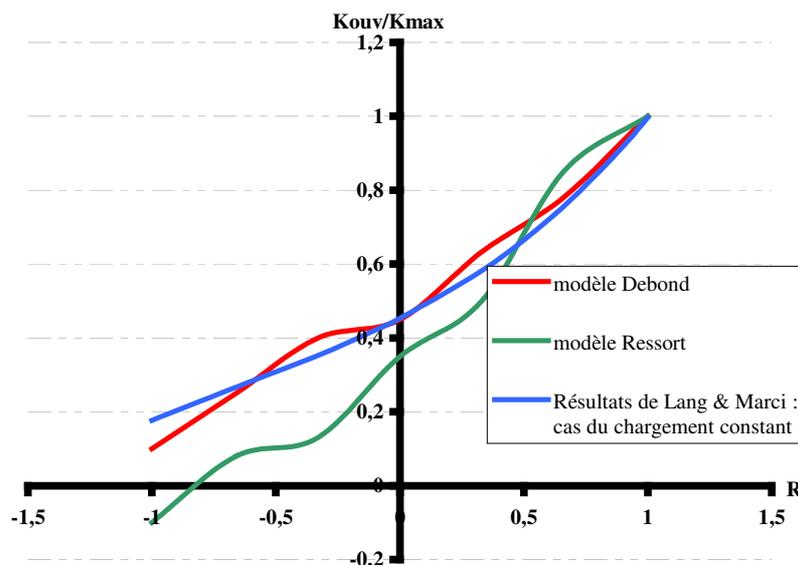


Figure 207 : comparaison entre les deux modélisations et les résultats de Lang & Marci

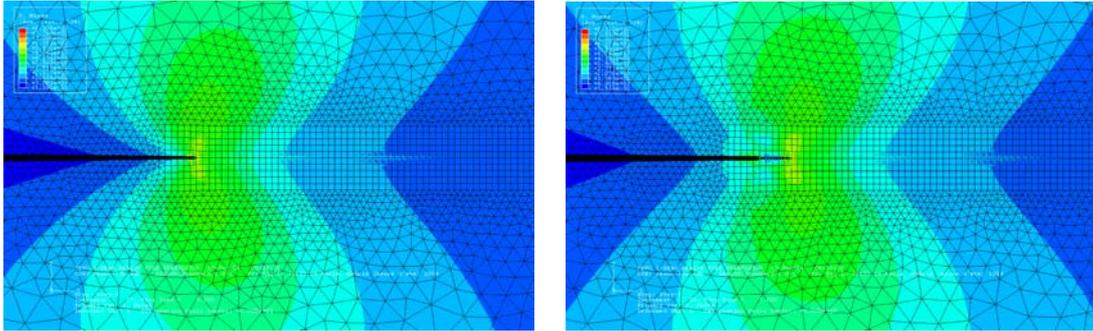


Figure 208 : propagation avec les ressorts

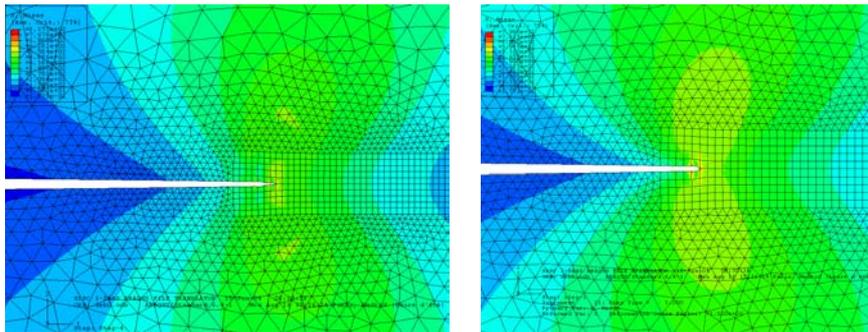


Figure 209 : propagation avec la méthode DEBOND

#### C.3.5.4 Modèle avec remaillage de l'éprouvette

##### a) Principe du modèle

Dans ce modèle, l'objectif est de toujours avoir un maillage rayonnant en pointe de la fissure. Pour se faire, il est nécessaire de déplacer la pointe et le maillage qui lui est associé. Ainsi l'éprouvette est découpée en trois zones. Une zone de pointe maillée au moyen d'éléments quadrangles dégénérés, une zone lointaine également maillée en éléments quadrangles mais non dégénérés et enfin une zone faisant l'interface entre les deux qui est remaillée automatiquement entre deux propagations. Cette dernière zone est discrétisée au moyen d'éléments triangulaires. Un programme Fortran permet de récupérer et de réappliquer les déplacements des bords de l'éprouvette. Les contraintes et les déformations sont également récupérées mais par une fonction intégrée au code de calcul ABAQUS et appelée « Map Solution ».

La fonction Map Solution ayant quelques problèmes de stabilité (due aux opérations d'interpolation aux nœuds), il y a eu nécessité de réaliser un maillage plus volumineux en nombre de mailles que le maillage initial, en réalisant un gradient plus fin de la taille des mailles, pour que les contraintes obtenues sur le modèle remaillé soient correctes.

La totalité de la structure n'est pas remaillée. En effet seuls les éléments proches de la pointe et les éléments réalisant le gradient jusqu'au maillage fixe ont nécessité d'être remaillés. Le maillage de ce modèle est constitué d'éléments triangulaires quadratiques. Les éléments constituant la pointe de la fissure sont des éléments rectangulaires quadratiques avec des éléments dégénérés à la pointe. Pour respecter la forme théorique du champ de contrainte en pointe de fissure, les nœuds s'y situant sont communs mais non collés.

b) Principe de la fonction Map Solution

Cette fonction du code ABAQUS est utilisée lorsqu'il est nécessaire de remailler la structure (par exemple lorsque le maillage est trop déformé). Il permet de récupérer les champs de contrainte et de déformation de l'ancien maillage pour les ré-appliquer sur un nouveau maillage en tant que conditions initiales.

La fonction extrapole les résultats des points d'intégrations aux nœuds. Ce sont les contraintes aux nœuds d'un maillage sur l'autre qui sont interpolées. Les contraintes aux nœuds dans le nouveau maillage sont ensuite interpolées au point d'intégration. Les différentes interpolations et moyennes successives créent de erreurs et modifient le champ de contrainte. Pour une opération « map solution », trois interpolations et une moyenne sont réalisées. Ceci peut générer des dérives dans la contrainte comme on peut l'observer dans la Figure 210. L'exemple considéré ici est une plaque trouée soumise à un chargement de traction. Le maillage est ici de type triangulaire à champ de déplacement quadratique et le calcul est réalisé en plasticité parfaite. La fonction Map Solution est utilisée  $N$  fois sur le même maillage et on observe entre  $N=2$  et  $N=9$  des surcontraintes. Cette dérive n'apparaît pas pour les éléments quadrangulaires à champ de déplacement quadratique comme on peut l'observer dans la Figure 211. Néanmoins, l'utilisation de la boîte à fissure est pour l'instant limitée à l'utilisation d'éléments de liaison triangulaires à champ de déplacement quadratique. Les évolutions de la BAF (remaillage avec des éléments quadrangulaires) et du code de calcul ABAQUS permettront d'utiliser plus amplement cette fonction. Nous pouvons considérer ces calculs comme un premier test de cette méthodologie.

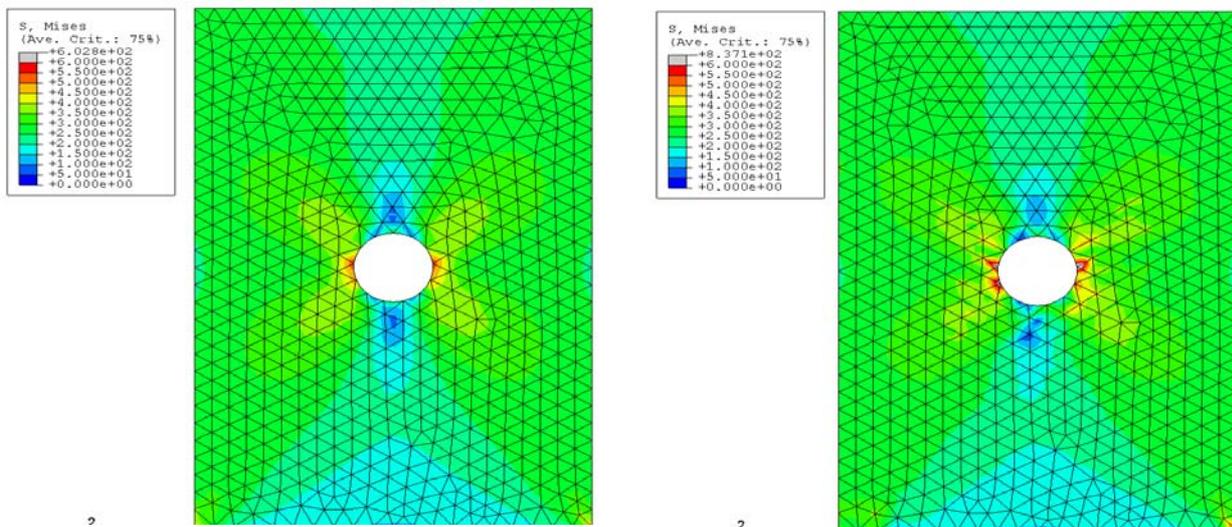


Figure 210 : effet de l'interpolation sur les contraintes : map solution utilisée 2 fois à gauche et 9 fois à droite

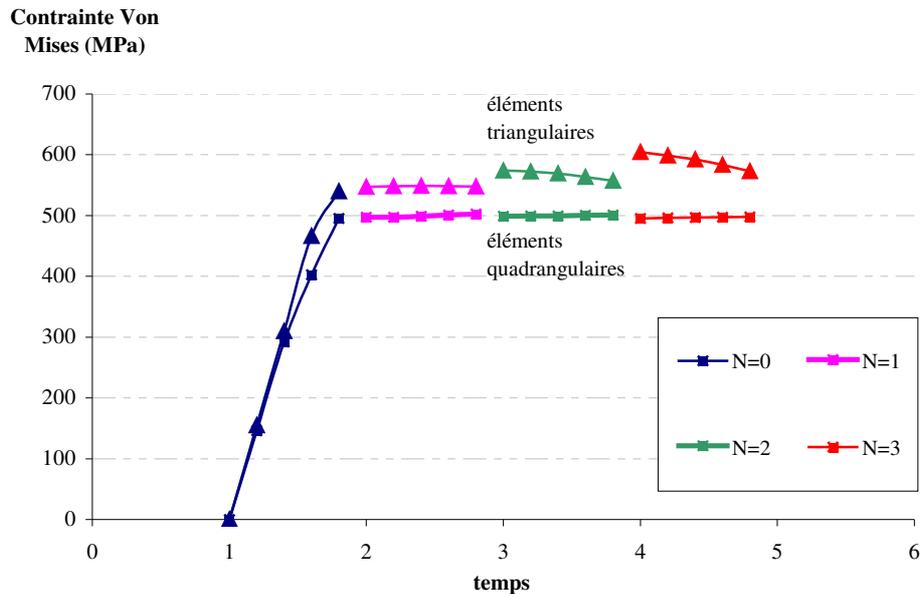


Figure 211: évolution du « Mapping » en fonction du type d'élément

c ) *Réalisation du modèle*

La Figure 213 présente la modélisation par remaillage. L'éprouvette CT est ici représentée dans son intégralité de manière à pouvoir traiter par la suite la bifurcation des fissures dans le domaine plastique en conservant la zone plastique au cours du calcul. Dans ce travail, les éléments sont seulement mis en place pour étudier ce phénomène qui sera traité dans de futurs travaux. Dans cette même figure, on peut observer le maillage de la pointe de la fissure, du type boîte à fissure.

La méthodologie de calcul est alors présentée dans la Figure 214. A l'incrément  $i$ , un calcul élasto-plastique est réalisé sous Abaqus en intégrant une fissure de longueur  $a_i$  dans le maillage de l'éprouvette CT. On récupère en sortie les déplacements de la structure, le champ de déformations plastiques et le champ de contraintes. Un nouveau maillage est alors réalisé à l'incrément  $i+1$ . Pour ce faire, le maillage initial est repris et modifié de la manière suivante :

- la position de tous les nœuds est actualisée avec les déplacements des nœuds de l'éprouvette de l'incrément  $i$
- une fissure de longueur  $a_{i+1}$  est intégrée dans le maillage
- les déplacements des lèvres de la nouvelle fissure sont réactualisées pour prendre en compte la déformée des lèvres de la fissure de l'incrément  $i$

Un nouveau calcul par la méthode des éléments finis est alors réalisé sur l'éprouvette CT à l'incrément  $i+1$ , en prenant comme état initial le champ de contraintes et le champ de déformations plastique de l'éprouvette CT à l'incrément  $i$ .

Chaque étape de calcul se décompose comme suit (voir Figure 212) :

1. Mapping : Récupération des contraintes et déformations plastiques cumulées du maillage  $i$  réappliquées sur le maillage  $i+1$   
Effort appliqué :  $F_{max}/2$
2. Application de l'effort maxi :  $F_{max}$
3. Cycles de chargements  $F_{max} \rightarrow F_{min}$
4. Chargement  $F_{min} \rightarrow F_{max}$ : Calcul de  $K_{ouv}$
5. Cycle  $F_{max} \rightarrow F_{min} \rightarrow F_{max} /2$

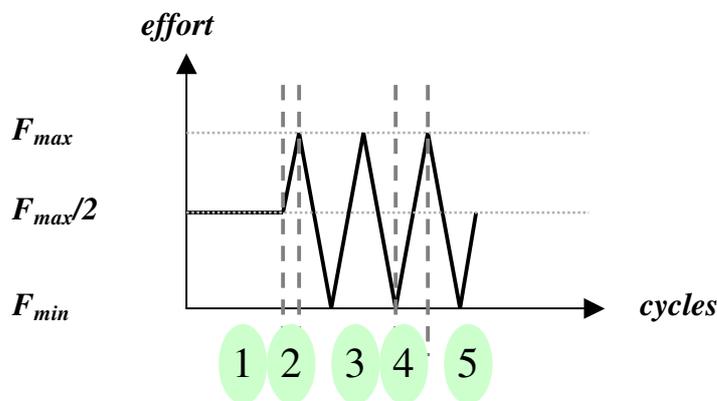


Figure 212 : chargement appliqué sous ABAQUS

Différents paramètres sont alors modifiables :

- La position initiale de la fissure
- La position du nœud de la pointe de fissure
- La condition liant les nœuds de pointes de fissure (collés ou non)
- La séquence de chargement caractérisée par :
  - Numéro de séquence
  - Effort minimum de la séquence
  - Effort maximum de la séquence
  - Nombre de cycles dans la séquence
  - Taille de la boîte à fissure
  - Longueur de l'incrément de fissuration
  - Le nombre d'éléments pour décrire la Boîte à Fissure
  - Le nombre de contours pour décrire la Boîte à Fissure

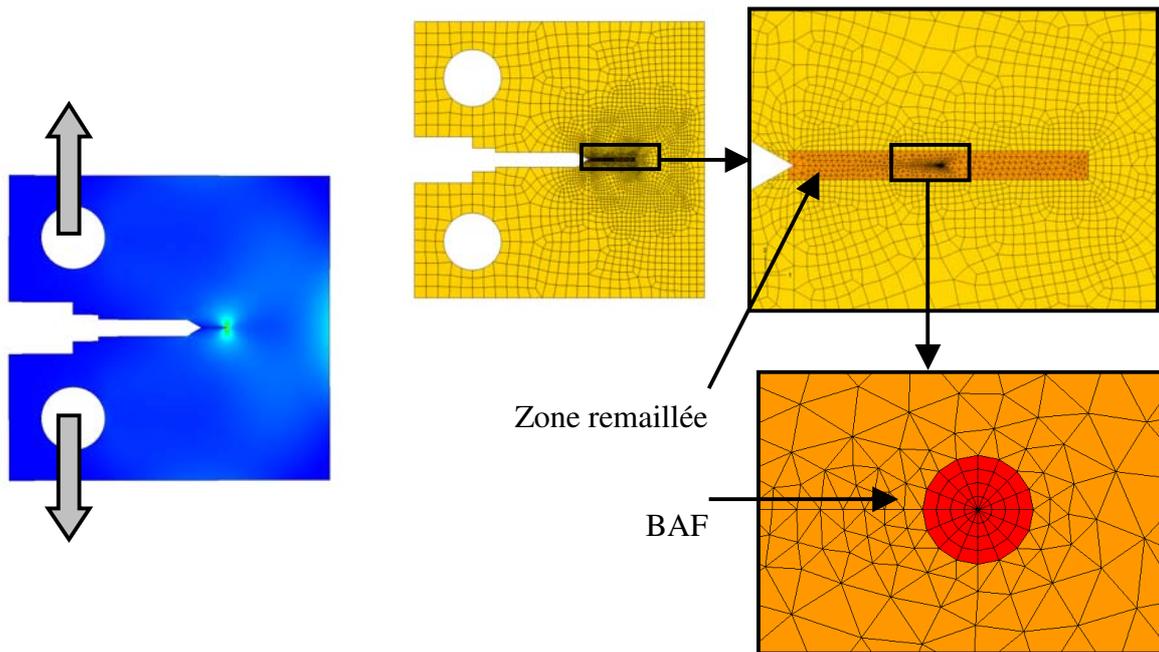


Figure 213 : maillage et chargement de l'éprouvette CT

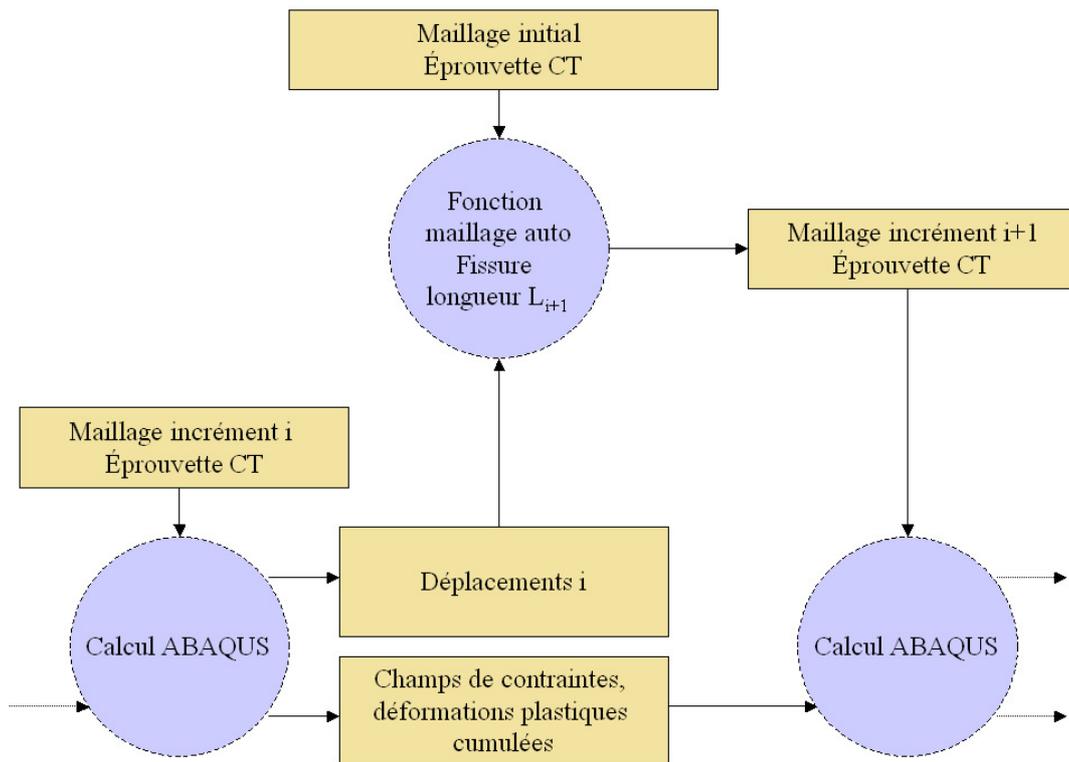
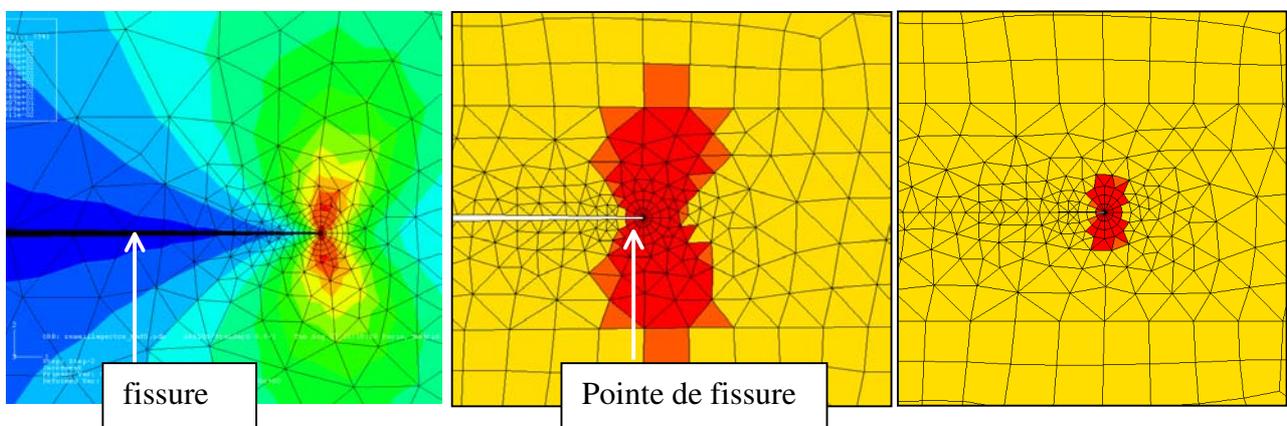


Figure 214 : méthodologie de calcul

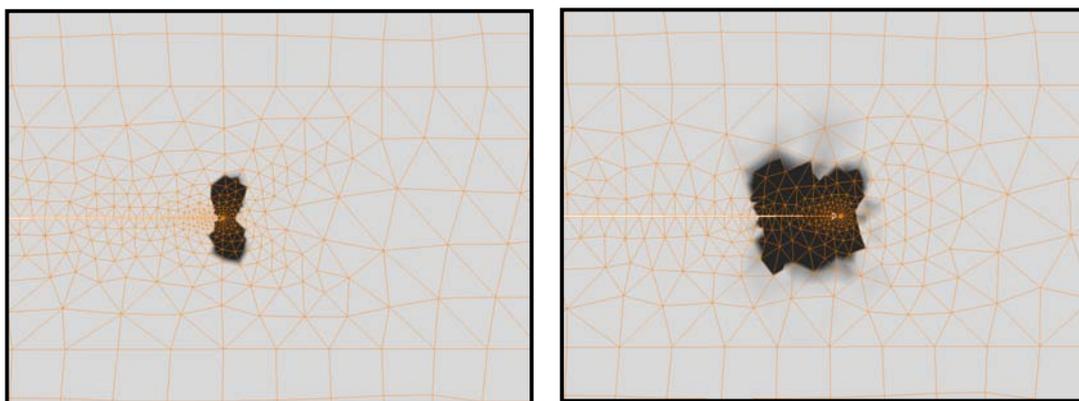
d) *Résultats numériques*

**Etude de la zone plastifiée : application à la surcharge**

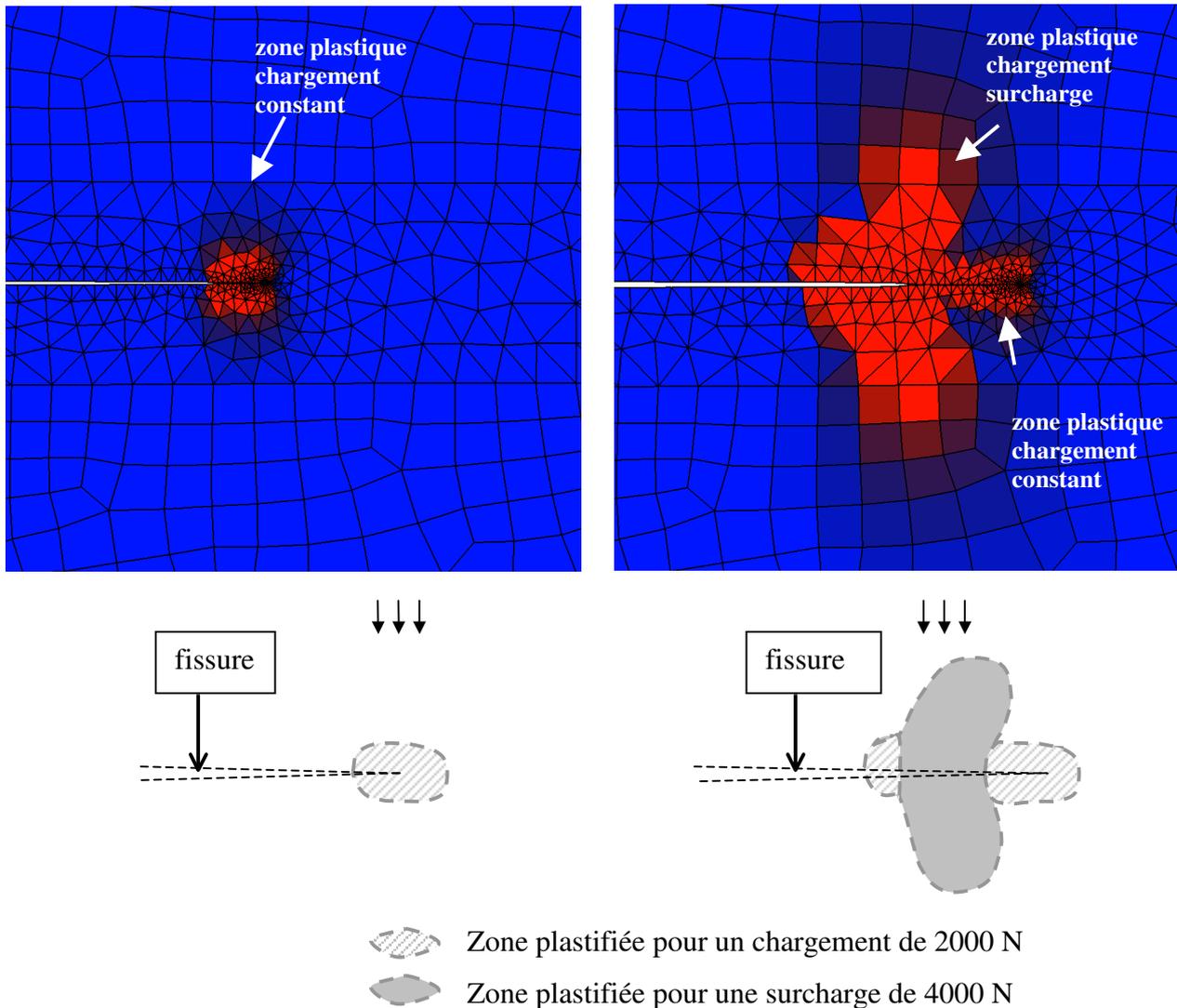
La Figure 215 présente un résultat de calcul et on peut apprécier le champ de contrainte en pointe de fissure dans le premier incrément de calcul. De plus, on peut observer la zone plastique monotone et la zone plastique cyclique pour un chargement de 2000 N. La Figure 216, quant à elle, présente la taille de la zone plastifiée entre le premier incrément et le sixième. On voit ainsi le ligament plastique se constituer au cours de la propagation de la fissure. La Figure 217 présente l'évolution du ligament plastique lors d'une surcharge. Le chargement à amplitude constante évolue entre 0 et 2000 N alors que la surcharge atteint 4000 N soit un facteur 2. La taille de la zone plastique de surcharge est alors de 4 fois la taille de la zone plastique du chargement à amplitude constante à 2000 N.



**Figure 215 : maillage à la pointe de la fissure (à gauche), zone plastifiée monotone (au milieu) et zone plastifiée cyclique (à droite)**



**Figure 216 : zone plastique à l'incrément 0 et zone plastique après six incréments de propagation**



**Figure 217 : modèle à deux stades d'avancement différents de la fissure. Représentation des zones plastiques (gauche sans surcharge, droite avec surcharge)**

Entre les deux figures ci-dessus, la fissure s'est propagée de 50 fois 50  $\mu\text{m}$  soit 2500 $\mu\text{m}$ . On peut également apprécier le gradient du maillage qui a été choisi de façon à optimiser le nombre de mailles, la récupération des déplacements des lèvres (forme de la déformée) ainsi que les déformations plastiques autour des lèvres de la fissure. On y voit l'évolution de la zone plastique au cours d'un chargement contenant une surcharge.

Sur ce modèle, différentes valeurs ont été notées. Notamment des valeurs de  $K_{OUV}$  suivant différents critères (contraintes, déplacements). Le critère en déplacement est basé sur la distance séparant les lèvres de la fissure (voir Figure 217).

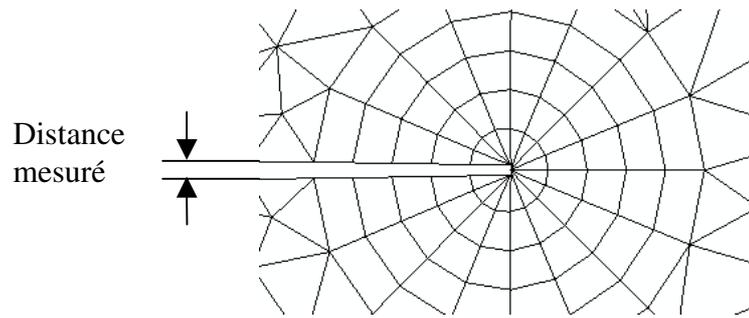


Figure 218 : maillage de la pointe et explication de la mesure de COD

Les courbes qui suivent montrent les résultats obtenus. La distance entre les lèvres est alors tracée. On peut l'assimiler au COD Crack Opening Displacement. Ces courbes sont tracées pour chaque séquence (ou incrément – composé de deux cycles de chargement) au deuxième cycle après la propagation dans la partie ascendant du cycle.

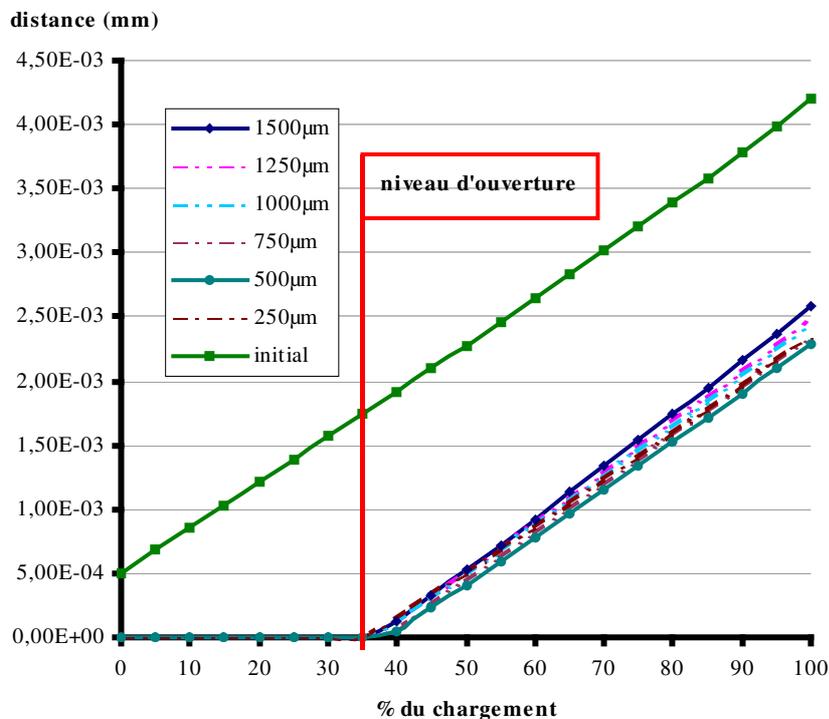


Figure 219 : Mesure du  $K_{ouv}$  sans surcharge

Sur la Figure 219, pour un chargement à amplitude constante, le  $K_{ouv}$  correspond à 35 à 40% du chargement. Cette valeur correspond à ce que l'on retrouve couramment dans la littérature.

Les résultats de notre modèle, en utilisant le critère du déplacement, sont consignés dans la Figure 220. On y voit le chargement  $\Delta P$  appliqué à l'éprouvette et le chargement  $\Delta P_{eff}$  vu par la pointe de la fissure. On observe alors une accélération de la fissure lors de la surcharge. Mais très vite, la fissure se propage dans une zone plastifiée. On observe alors un retard se traduisant par un niveau d'effort à vaincre avant de pouvoir ouvrir la fissure : ce niveau correspond à 0,3 fois la taille de la zone plastifiée de surcharge. Il faut environ 600 microns à la fissure avant de retrouver le niveau d'ouverture d'avant la surcharge ce qui correspond globalement à la taille du rayon plastique. Selon la définition d'Irwin, ce rayon est de 0.775 mm pour un chargement de 4000 N en faisant

l'hypothèse d'un champ de déformations planes. On retrouve les considérations expérimentales selon lesquelles une surcharge se traduit par un retard correspondant à 0,3 fois la chargement de la surcharge et de plus, que la fissure est affectée par la zone plastifiée jusqu'à ce qu'elle en sorte. La Figure 221 montre alors la longueur de fissure en fonction du nombre de cycles appliqués. Le nombre de cycles est ici imposé de manière à obtenir un ratio entre le nombre de cycles de surcharge et le nombre de cycles de chargement à amplitude constante très faible. On observe alors l'accélération de la fissure suivie d'un retard.

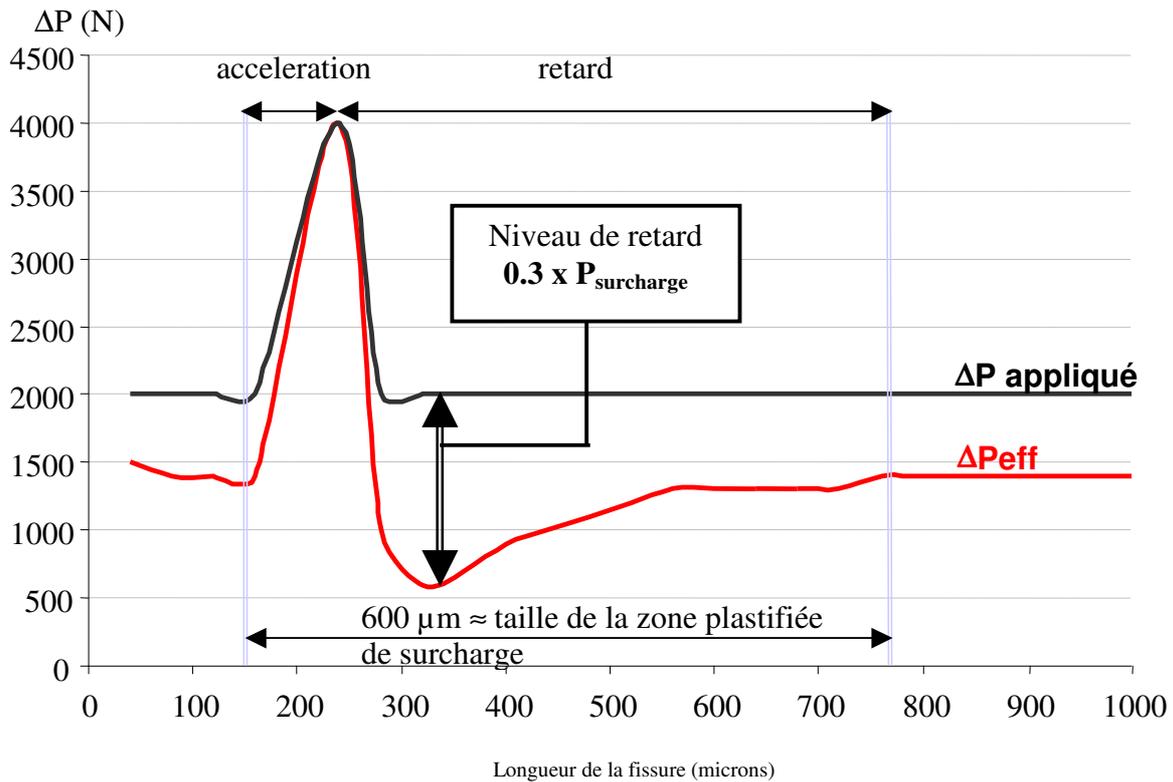


Figure 220 : évolution du Kouv au cours de la propagation de la fissure [LR06]

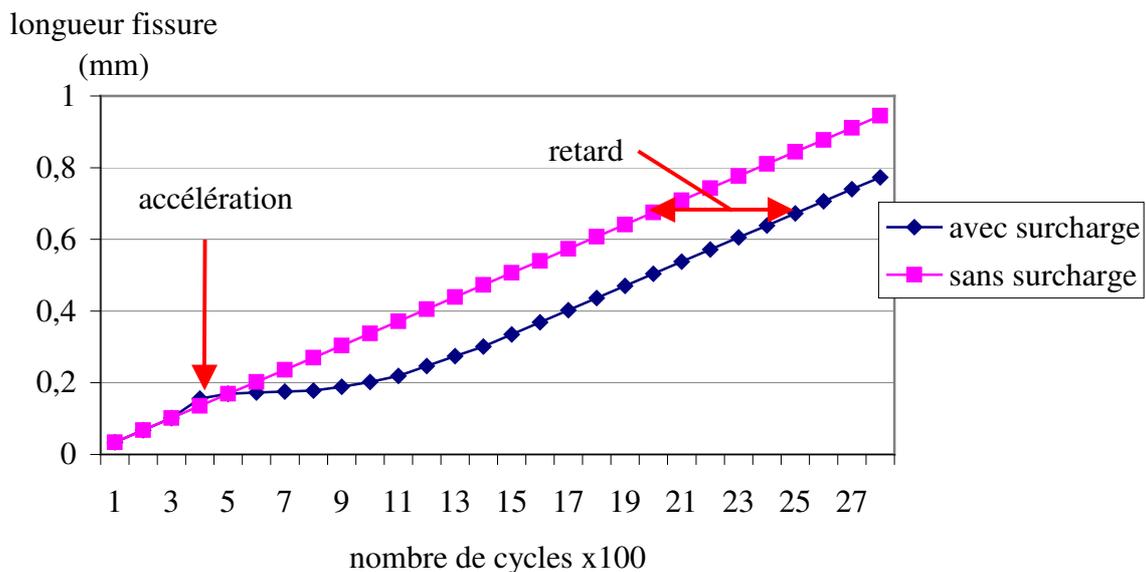


Figure 221 : évolution de la longueur de la fissure en fonction des cycles appliqués

### Etude de différents facteurs : application au chargement à amplitude constante

La Figure 222 présente l'évolution du rapport  $K_{ouv}/K_{max}$  dans le cas suivant de 7 cycles de chargement à amplitude constante :

- Le type de maillage en pointe de fissure : nœuds collés en pointe de fissure ou non.
- Le pas de propagation : entre 40 microns et 120 microns. Il est toujours inférieur à la taille de la zone plastifiée (190 microns pour un chargement de 2000 N).

Il apparaît ici que la condition de collage des nœuds en pointe de fissure conditionne légèrement la stabilité du calcul de  $K_{ouv}$ . Le pas de propagation n'a, par contre, d'influence que sur le nombre de séquence avant stabilisation. Il est intéressant de remarques que le niveau de  $K_{ouv}$  augmente progressivement avant de se stabiliser. Ceci peut s'apparenter à la différence que l'on retrouve entre le chargement relatif à la surcharge et le chargement à amplitude constante, avec un niveau de fermeture plus important lorsque le nombre de cycle et donc la consolidation de la zone plastifiée, augmentent.

Quant à la Figure 223, elle montre que le niveau de fermeture est plus important en condition de contraintes planes qu'en condition de déformations planes. Enfin, la Figure 224 montre l'influence d'un comportement isotrope de l'écroutissage que l'on ajoute au comportement cinématique. Cela se traduit par une légère augmentation du  $K_{ouv}$ .

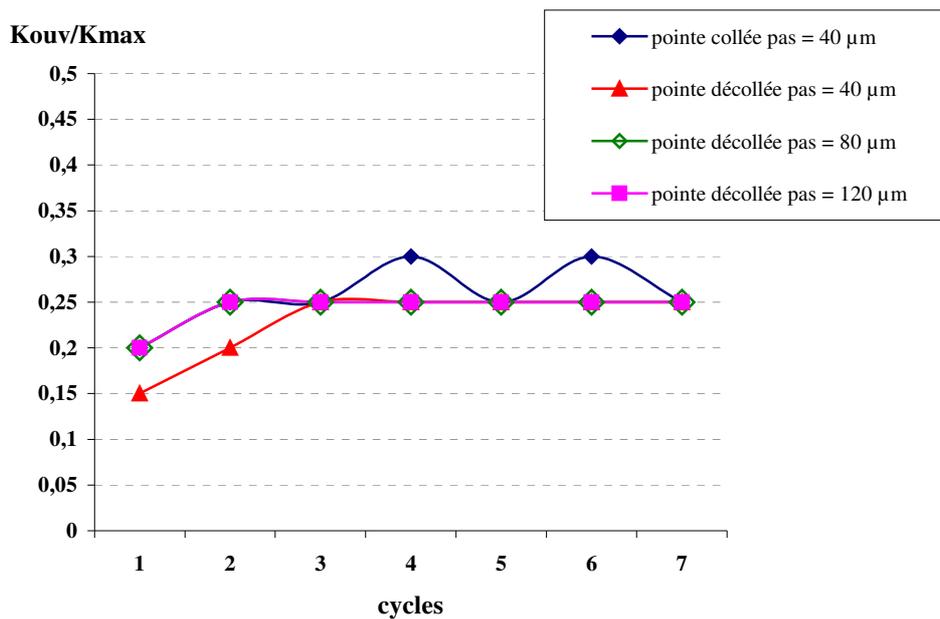


Figure 222 : influence du pas et du maillage en pointe de fissure sur le  $K_{ouv}$

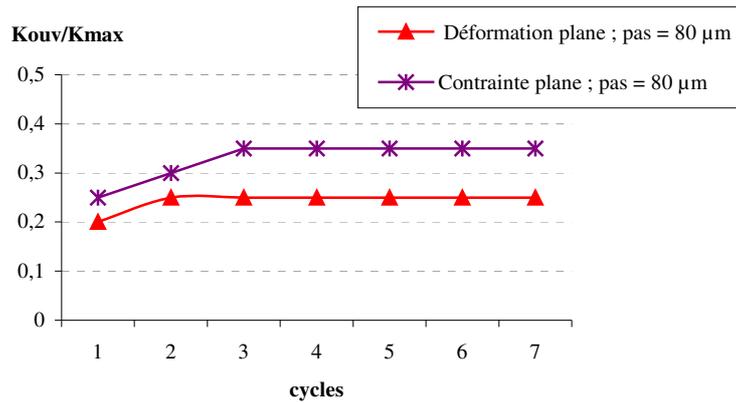


Figure 223 : influence du type de condition : déformation plane ou contrainte plane

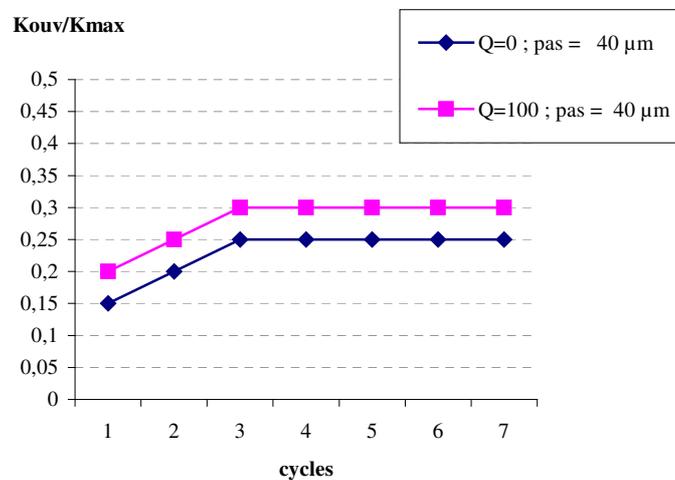


Figure 224 : influence de la valeur du paramètre d'érouissage isotrope

### Influence des critères : application au chargement à amplitude constante

On considère ici les deux critères de déplacement et de contrainte décrits en début de cette section. Ces deux critères sont comparés aux résultats obtenus par le modèle des bandes plastiques développé dans la section suivante (C.3.6). Il est ici comparé au critère de déplacement dans la Figure 225. Il apparaît que le critère de déplacement utilisé correspond très exactement au modèle de bandes plastiques, en considérant un coefficient alpha de 3. Ce coefficient permet de prendre en compte un comportement allant du champ de contrainte plane (alpha égal à 1) au champ de déformation plane (alpha égal à 3) dans le modèle des bandes plastiques sachant que ce modèle est à la base valable uniquement pour le champ de contrainte plane. Les résultats obtenus avec le critère en contrainte sont, comme nous l'avons vu précédemment, toujours supérieurs aux résultats obtenus avec le critère en déplacement. Ces résultats s'apparenteraient à ceux obtenus avec les bandes plastiques en supposant un champ de contrainte plane. Mais les deux approches ne sont ici pas comparables car notre calcul par éléments finis est réalisé avec l'hypothèse d'un champ de déformation plane, afin de correspondre, au mieux, aux expérimentations de Lang et Marci.

La Figure 226 présente la confrontation des deux critères avec les résultats de Lang et Marci dans le cas d'un chargement à amplitude constante. Là encore, le critère de la contrainte donne des résultats sensiblement meilleurs que le critère basé sur le déplacement des lèvres de la fissure. On pourrait

alors arguer du fait que, même lorsque les lèvres de la fissure sont fermées, le champ de contrainte étant en pointe de fissure en traction, la fissure peut se propager. Il est à noter que les résultats de calcul corroborent les résultats expérimentaux tant que le contact entre les lèvres de la fissure n'est pas important, c'est à dire dans le cas d'un rapport de charge supérieur à 0. Dans le cas d'un chargement partiellement en compression, la gestion du contact entre les lèvres de la fissure (ici supposée sans frottement) peut sensiblement modifier le  $K_{ouv}$ . Il est assez étonnant que les résultats diffèrent aussi nettement par rapport au modèles « Debond » et « Ressorts » pour lesquels la même condition de contact entre les lèvres de la fissure avait été considérée. Il est à noter que les critères en déplacement et contrainte évoluent toujours parallèlement. C'est alors ici les différences de maillages entre les différents modèles qui doivent conditionner les différences de comportement observées pour des rapports de charge négatifs.

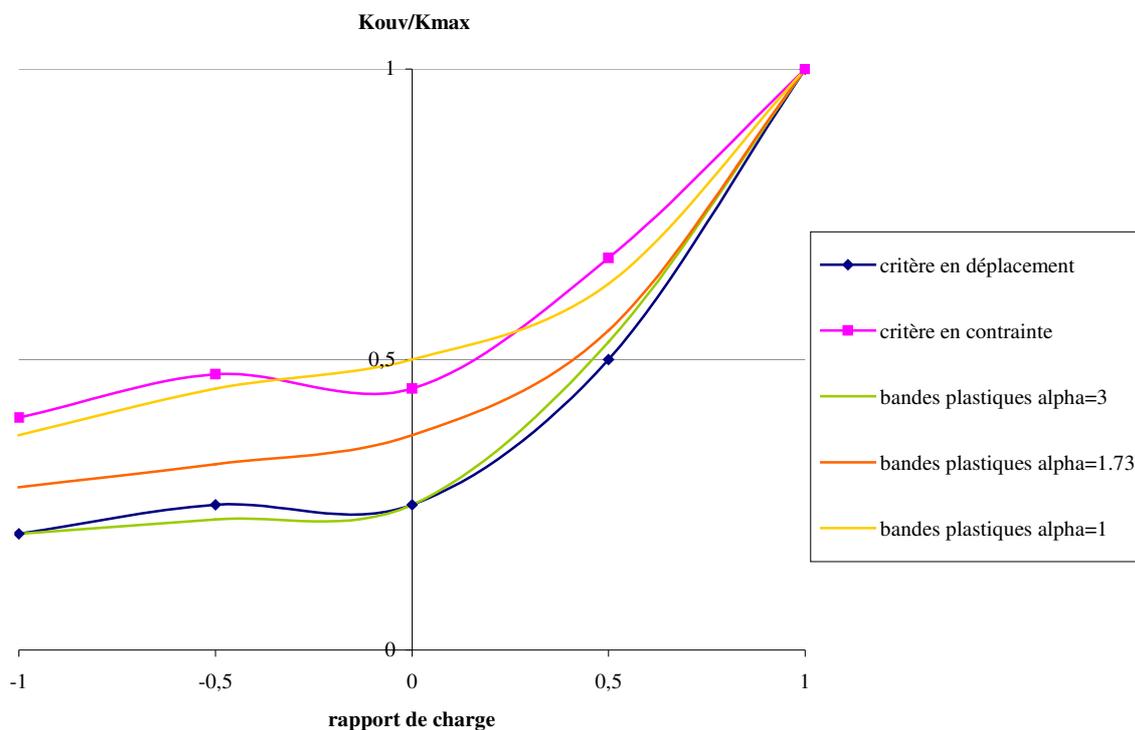


Figure 225 : comparaison des critères en contrainte et en déplacement par rapport aux résultats numériques des modèles de bandes plastiques 1D

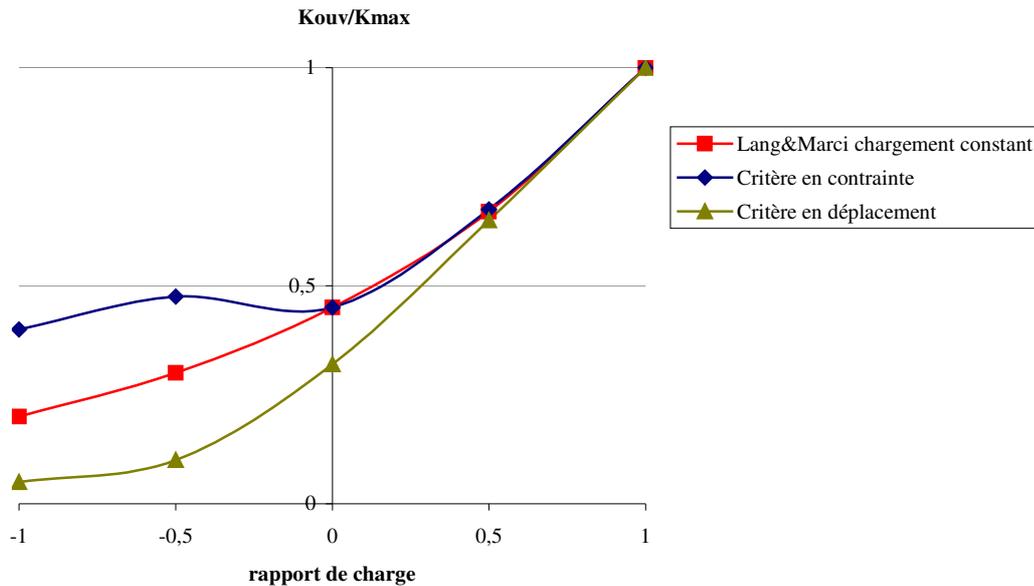


Figure 226 : comparaison entre les résultats obtenus pour un chargement à amplitude constante avec le critère en contrainte

#### C.3.5.5 Conclusion

En conclusion les trois modèles donnent des résultats cohérents avec les essais expérimentaux de Lang et Marci. Toutefois seul le modèle basé sur la BAF permet des propagations de grandes longueurs sans problème de convergence. Un autre avantage du troisième modèle réside dans la possibilité de conserver un nombre de mailles plus restreint, ce qui entraîne des temps de calcul plus courts. Par extension ce modèle permettra de suivre la bifurcation de la fissure car le chemin n'a pas à être spécifié a priori.

### C.3.6 Modélisation de type Dugdale et extensions

#### C.3.6.1 Le programme KouV2

Le programme KouV2 est un programme codé en Fortran et qui est basé sur les principes du modèle Y.S. exposés par Newman [NE81] dans la section C.3.3.2. Les sorties du programme Fortran sont réalisées au format ASCII. Un programme réalisé sur Microsoft Excel permet de visualiser différentes sorties. On peut en particulier observer le déplacement des éléments composant les bandes plastiques et les contraintes qui y sont calculées à chaque incrément de calcul. La Figure 227 présente les contraintes obtenues dans les éléments plastifiés lors de l'application du chargement minimal. On peut y voir un zoom au niveau de la nouvelle zone plastifiée avec une transition compression / traction. La pointe de la fissure est réellement au niveau du début de la zone plastifiée (délimitation jaune) et virtuellement au niveau de la fin de la zone plastifiée (délimitation rouge). L'extension du programme au chargement à amplitude variable est présenté dans les annexes G.3: « prise en compte du chargement à amplitude variable ».

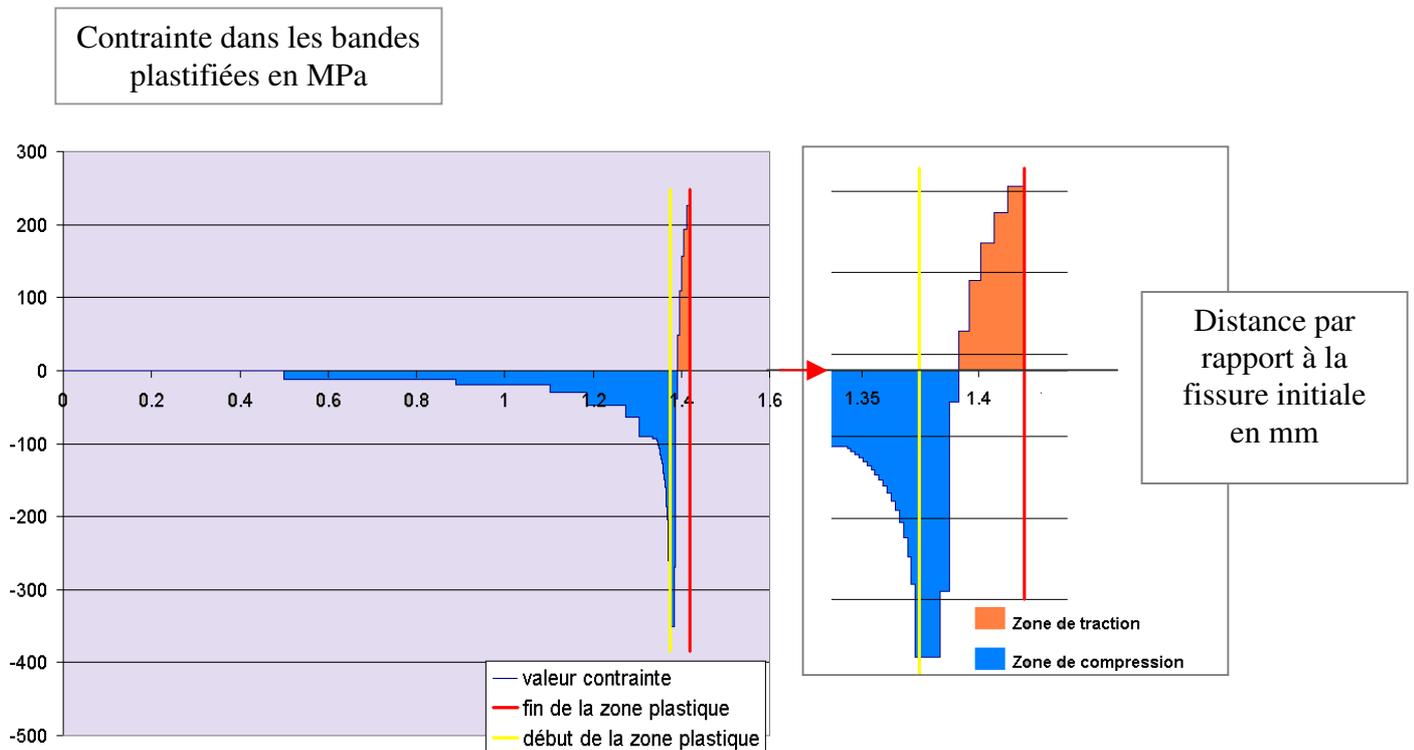


Figure 227 : contraintes dans les éléments plastifiés

#### C.3.6.2 Comparaison de KouV2 avec Nasgro

Les différents tests sont réalisés sur l'aluminium 7005, ayant une limite d'élasticité de 350 MPa. Nous considérons ici le cas de référence de Dugdale, c'est à dire une plaque infinie contenant une fissure et soumise à un chargement de traction. Nous la nommerons configuration A (voir Figure 229). La configuration B est basée sur une plaque semi-infinie contenant une fissure débouchante. Les différents chargements que nous allons considérer sont reportés dans la Figure 228.

On y considère :

- Le chargement à amplitude constante de niveau  $P$
- Le chargement à amplitude constante de niveau  $P$  avec 1 surcharge de niveau  $1,7 P$
- Le chargement composé de deux blocs, le premier de niveau  $P$  et le second de niveau  $1,7 P$

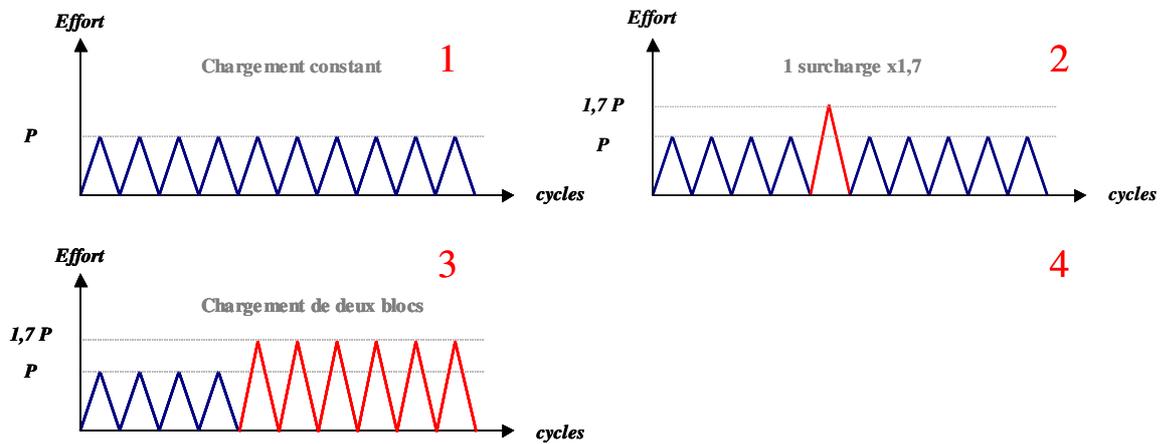


Figure 228 : Configurations de chargement testées

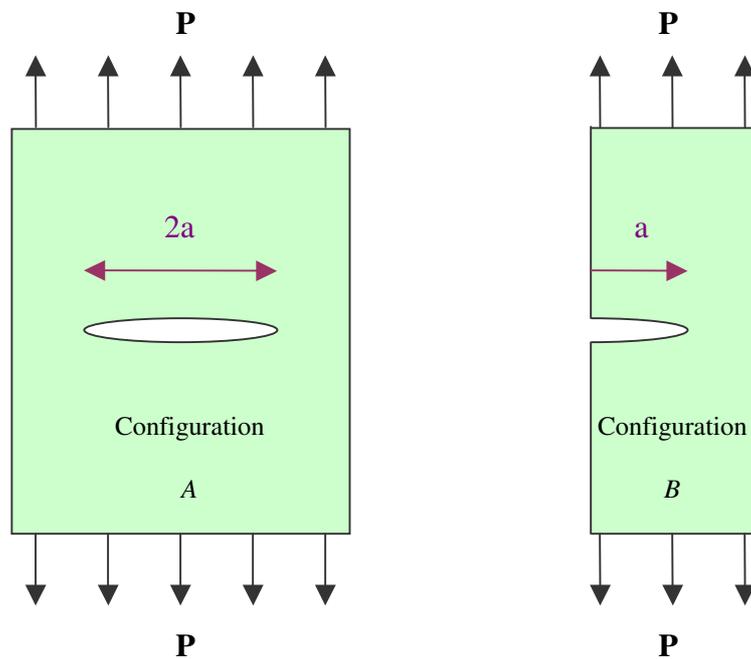


Figure 229 : Les deux configurations d'éprouvettes

Pour comparer KouV2 et Nasgro, il faut :

- les mêmes caractéristiques matériaux
- le même chargement
- appliquer les surcharges au même instant
- appliquer la même loi de propagation de fissure.

Kouv2 utilise la loi de propagation de type :

$$\frac{da}{dN} = C \Delta K^m \quad (C.49)$$

Avec  $a$  qui est la longueur de la fissure,  $N$  nombre de cycles appliqués,  $C$  et  $m$  les paramètres matériau de la loi de Paris et  $\Delta K$  la variation de FIC.

Dans NASGRO, la loi de propagation utilisée, et qui a été initialement publiée par Forman et Mettu [NASGRO] est la suivante :

$$\frac{da}{dN} = C \left[ \left( \frac{1-f}{1-R} \right) \Delta K \right]^m \frac{\left( 1 - \frac{\Delta K_{th}}{\Delta K} \right)^p}{\left( 1 - \frac{K_{max}}{K_c} \right)^q} \quad (C.57)$$

Avec  $\Delta K_{th}$ , le seuil de facteur d'intensité de contraintes,  $K_c$ , FIC critique (ou limite de ténacité),  $K_{max}$  le FIC maximum,  $p$  et  $q$  qui sont des constantes caractéristiques du matériau,  $R$  qui est le rapport de charge et  $f$  qui est une variable issue de la contrainte d'ouverture.

Il est nécessaire d'appliquer les paramètres suivants pour que les deux lois soient identiques :  $f = 0$ ,  $R = 0$ ,  $p = 0$  et  $q = 0$

La Figure 230 présente les résultats de simulation de propagation de fissure, pour les deux configurations considérées, en supposant un facteur de correction géométrique égal à 1,73. Les trois cas de chargement ont été considérés. La longueur de la fissure est ici tracée en fonction du nombre de cycles appliqués. Les résultats des simulations sont comparés avec ceux obtenus par le code Nasgro. Les résultats du programme KouV2 sont en bonne corrélation avec ceux de Nasgro. Le Tableau 16 présente les écarts obtenus entre les deux programmes et il s'avère que, pour des fissures atteignant 8 mm, ces écarts sont inférieurs ou égaux à 3%.

**Tableau 16 : écart entre les programmes Nasgro et KouV2**

Configuration	Chargement	Ecart Nasgro/Kouv2 en %
A	1	2
	2	2,2
	3	1,6
B	1	3

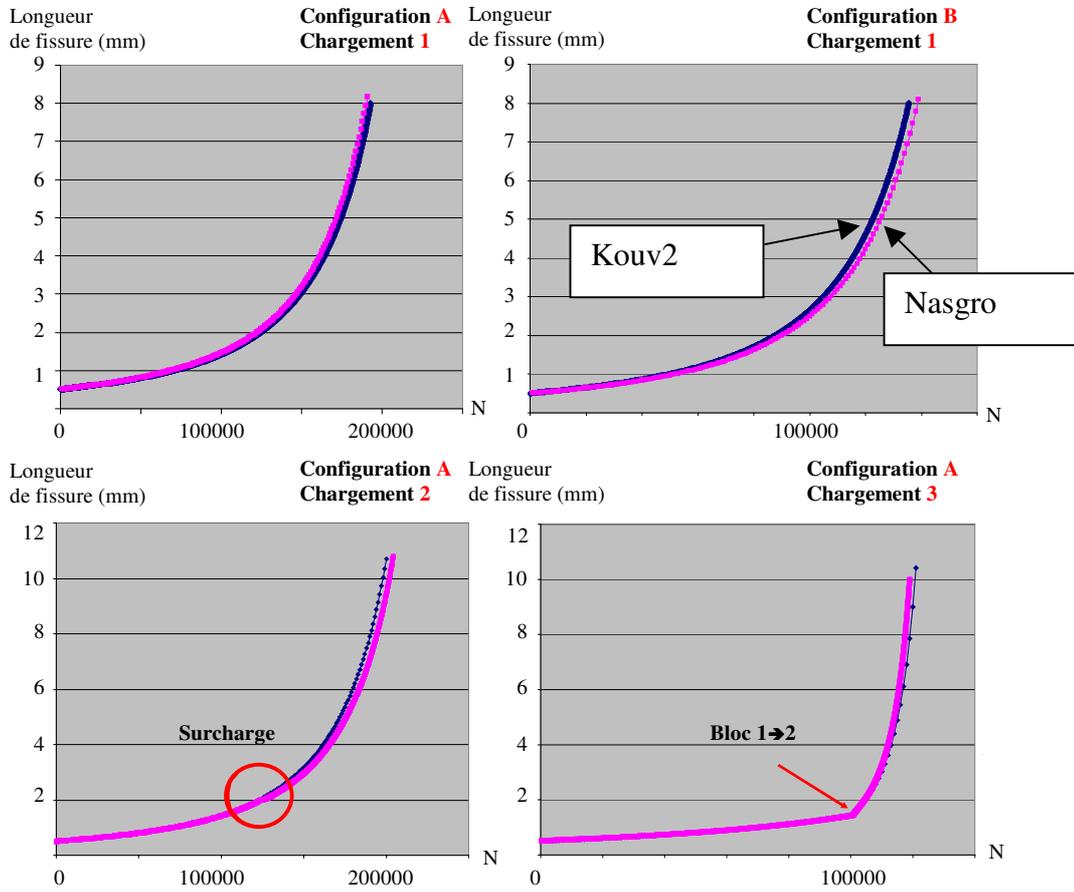


Figure 230 : comparaisons KouV2 / Nasgro

### C.3.6.3 Résultats dans le cas particulier d'une surcharge

Le cas d'une surcharge de 1,7 (chargement de type 2) est présenté ci-après sur la configuration A. La contrainte appliquée en chargement à amplitude constante est de 100 MPa. La contrainte associée à la surcharge est donc de 170 MPa. Cette surcharge est imposée lorsque la longueur de la fissure atteint 1,9 mm. Le coefficient de correction géométrique considéré est égal à 1,73. La Figure 231 présente l'évolution de la contrainte d'ouverture  $S_{ouv}$ , transposition du  $K_{ouv}$ , en fonction de la longueur de la fissure. On y observe une évolution classique du niveau d'ouverture que l'on retrouve dans la Figure 232, à savoir une accélération de la fissure suivie d'un retard.

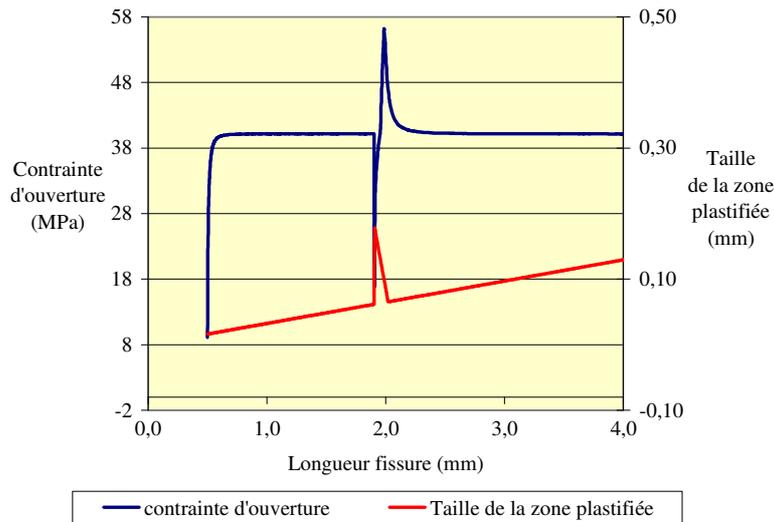


Figure 231 : contrainte d'ouverture en fonction de la longueur de la fissure

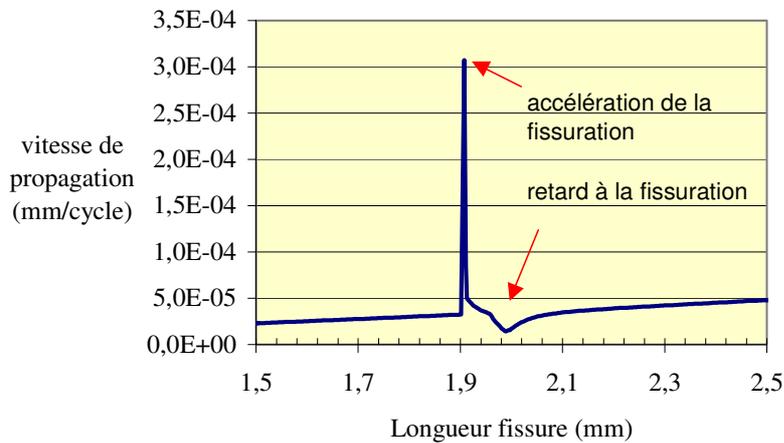


Figure 232 : vitesse de la fissure en fonction de sa longueur

C.3.6.4 Prise en compte des contraintes résiduelles

La prise en compte des contraintes résiduelles est intégrée dans le modèle sous la forme d'un  $K_{res}$  que l'on ajoute au chargement. L'idée est alors [IB94] de déterminer une contrainte au loin équivalente, permettant de générer en pointe de fissure le  $K_{res}$ .

Le point de départ est la répartition du champ de contraintes résiduelles dans la matière (voir Figure 233). Le facteur d'intensité de contrainte dû à cette distribution peut s'exprimer sous la forme [MU87] suivante :

$$Kr = 2 \cdot \sqrt{\frac{c}{\pi}} \cdot \int_0^c \frac{\sigma_r^{yy}(x)}{\sqrt{c^2 - x^2}} \cdot f_1\left(\frac{x}{c}, \frac{c}{W}\right) dx \quad (C.51)$$

$c$  étant la demi-longueur de la fissure,  $f_1$  un facteur de géométrie et  $\sigma_r^{yy}(x)$  la distribution de contraintes résiduelles le long de la ligne de propagation de la fissure.

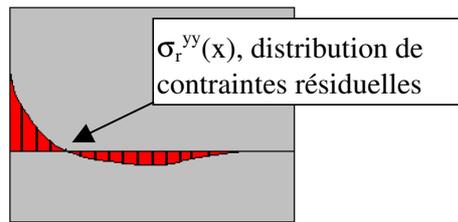


Figure 233 : distribution des contraintes résiduelles

Puisque le facteur d'intensité de contrainte dû à une charge uniforme équivalente s'exprime de la manière suivante :

$$K = S_{eq} \sqrt{\pi c} f_2\left(\frac{x}{c}, \frac{c}{W}\right) \quad (C.52)$$

On obtient alors :  $S_{eq} = \frac{2}{\pi} \int_0^c \frac{\sigma_r^{yy}(x)}{\sqrt{c^2 - x^2}} \cdot \frac{f_1\left(\frac{x}{c}, \frac{c}{W}\right)}{f_2\left(\frac{x}{c}, \frac{c}{W}\right)} dx$  (C.53) et  $K_{res} = S_{eq} \sqrt{\pi a}$  (C.54)

Ainsi, si l'on impose  $f_1=f_2=1$  et  $\sigma_r^{yy}(x)=\sigma$  égal à une constante. On trouve  $K=\sigma\sqrt{\pi \cdot c}$  ce qui montre bien la redistribution du champ de contrainte de la plaque non fissurée lorsque la longueur de la fissure croît.

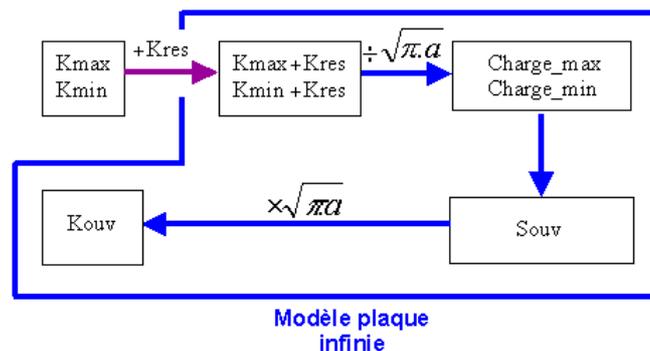


Figure 234 : intégration des contraintes résiduelles dans le programme Kou2

La Figure 235 présente un résultat de calcul du niveau d'ouverture  $S_{ouv}$  en fonction de la longueur de la fissure, lors de l'introduction des contraintes résiduelles. Le chargement est un chargement à amplitude constante entre 0 et 100 MPa. En ce qui concerne la distribution de contraintes résiduelles, le maximum des contraintes est de 330 MPa ( $\sigma_0$  ; valeur proche de la limite d'élasticité) et la valeur de  $c$  égale à 8 mm (abscisse où la contrainte résiduelle est nulle). Ces valeurs ont été prises conformément à la forme des champs de contraintes trouvés dans la référence [MIa]. On voit alors un niveau de contrainte d'ouverture très important. Il est dû à la formation d'une zone plastifiée importante lors de l'application du chargement de 100 MPa et des contraintes résiduelles. Mais il faut toutefois noter que nous sommes à la limite de la validité du calcul, puisqu'on applique ici à l'éprouvette une contrainte voisine de sa limite d'élasticité.

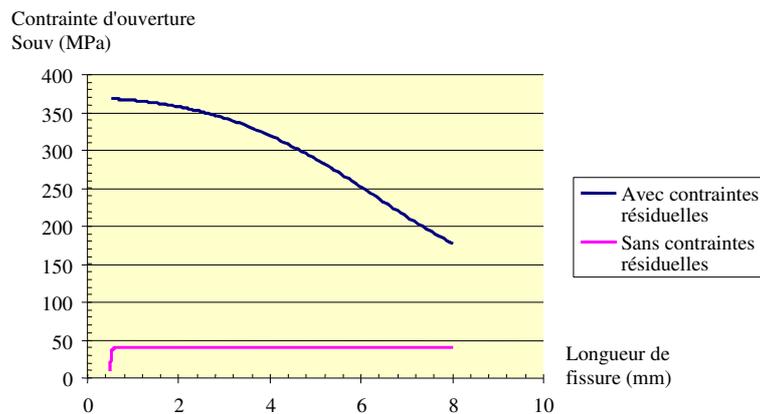


Figure 235 : évolution de  $S_{ouv}$  avec introduction de contraintes résiduelles

### C.3.6.5 Influence du coefficient de correction géométrique $\alpha$

Le chargement constant appliqué est de 140 MPa. Nous étudions ici l'influence du coefficient  $\alpha$  sur le comportement de la fissure à différents chargements. Les résultats du niveau d'ouverture en fonction de la longueur de la fissure sont présentés dans la Figure 236. Le Tableau 17 présente la corrélation entre longueur de la fissure affectée par la modification du chargement et la taille de la zone plastifiée. On observe ainsi que la longueur de la fissure affectée est proche de la taille de la zone plastifiée.

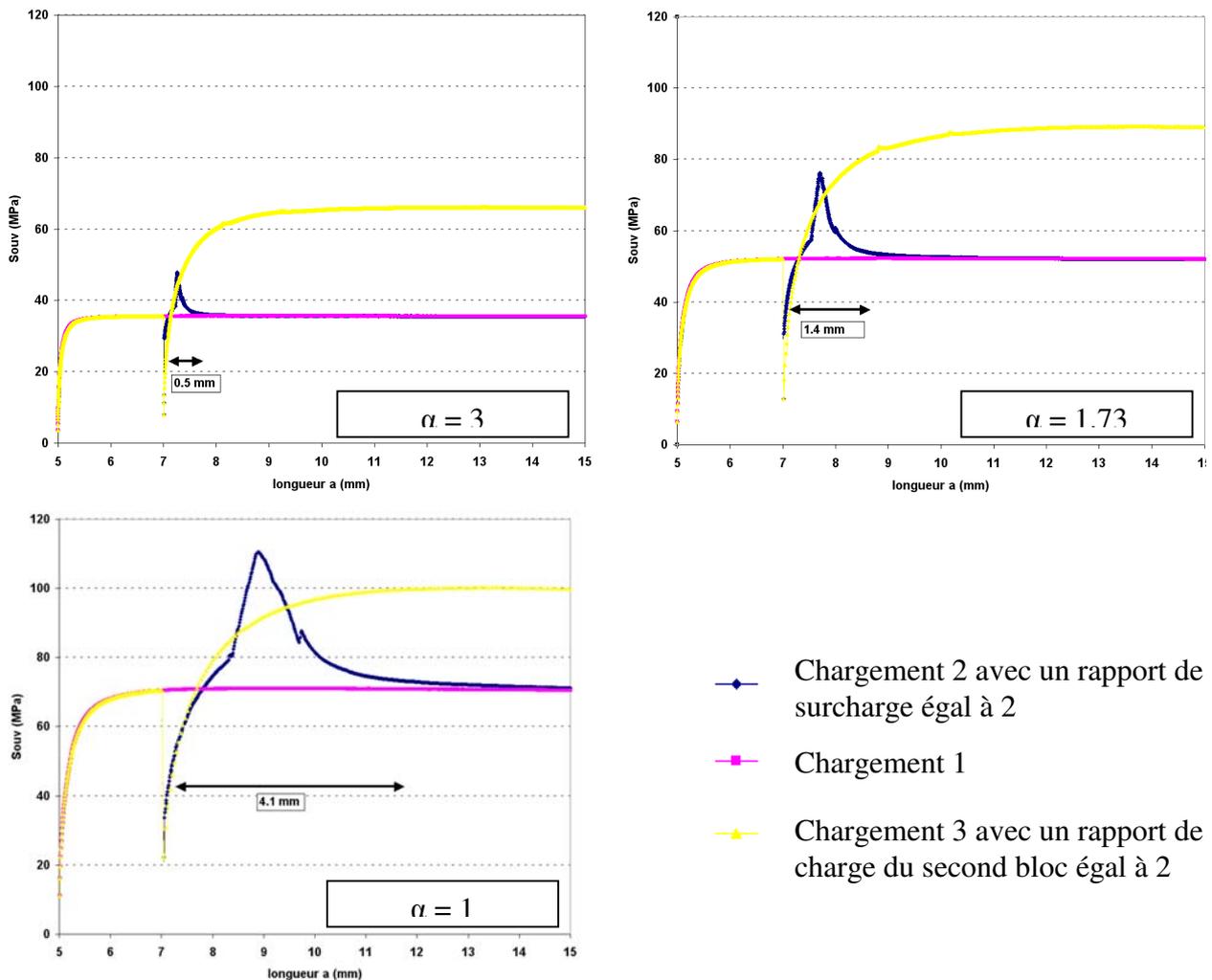


Figure 236 : influence du coefficient de correction géométrique alpha sur le niveau d'ouverture

Tableau 17 : comparaison entre la taille de la zone plastifiée de surcharge et la longueur de la fissure affectée par une surcharge

	Taille de la zone plastifiée	Longueur de fissure affectée
$\alpha = 3$	0,6	0,5
$\alpha = 1,73$	1,8	1,4
$\alpha = 1$	5,5	4,1

### C.3.6.6 Principe de l'analogie du facteur d'intensité de contrainte

Actuellement, les équations programmées dans KouV2 permettent de traiter le cas d'une fissure dans une plaque infinie. Comme nous l'avons vu auparavant, deux fonctions sont nécessaires pour calculer les facteurs relatifs aux déplacements des lèvres de la fissure :

- la fonction f donnant la relation entre l'effort ou la contrainte (suivant les formules) au loin et le déplacement des lèvres de la fissure
- la fonction g appelée souplesse donnant la relation entre l'application d'un effort ou d'une contrainte sur les lèvres de la fissure et la réponse en déplacement de la fissure.

Les Handbook [BA80] permettent, très souvent, de déterminer la fonction  $f$ . Par contre la souplesse de la fissure est très difficile à estimer de manière analytique et ce même pour des géométries simples. L'idée est alors de faire une analogie entre le facteur d'intensité de contrainte déterminé pour une configuration donnée et le facteur d'intensité de contraintes calculé pour la plaque infinie. Cette méthode est inspirée d'une méthode développée par Newman [SK96] appelée *K-analogy*.

Prenons le cas de l'éprouvette semi-infinie (entaille débouchante). Pour réaliser l'analogie sur cette configuration, on égalise le facteur d'intensité de contrainte (FIC) de la plaque semi-infinie, avec le FIC d'une plaque infinie à épaisseur égale ayant les mêmes longueurs de fissure. Ainsi, on pourra se passer de la connaissance de  $f_i$  et de  $g_{ij}$ , pour une plaque semi-infinie. En terme d'équation, ceci s'exprime de la manière suivante :

$$K_{\text{semi infinie}} = K_{\text{infinie}} \quad (\text{C.55})$$

En égalant les deux FIC, nous allons chercher à obtenir une contrainte équivalente  $S_{eq}$ . Cette contrainte appliquée à l'éprouvette infinie donne le même FIC qu'une contrainte  $S$  appliquée à la plaque semi-infinie.

Soit la formulation analytique du facteur d'intensité de contrainte pour une éprouvette semi-infinie :

$$K_{\text{semi infinie}} = 1,1215.S.\sqrt{\pi a} \quad (\text{C.56})$$

Avec  $S$  qui est la contrainte appliquée et  $a$  la longueur de la fissure.

Pour une plaque infinie le FIC s'exprime ainsi :

$$K_{\text{infinie}} = S.\sqrt{\pi a} \quad (\text{C.57})$$

Donc en faisant une analogie avec FIC, c'est-à-dire en appliquant l'équation (12), on en déduit aisément  $S_{eq}$  à appliquer sur l'éprouvette infinie pour obtenir le comportement de l'éprouvette semi-infinie :

$$S_{eq} = 1,1215.S \quad (\text{C.58})$$

De la même manière, le  $S_{ouv}$  est calculé ainsi :

$$K_{ouv} = 1,1215.S_{ouv}.\sqrt{\pi a} \quad ; \quad S_{ouv} = \frac{K_{ouv}}{1,1215.\sqrt{\pi a}} \quad (\text{C.59})$$

Pour résumer clairement les étapes de la *K-analogy* voici un schéma récapitulatif de la méthode (voir Figure 237).

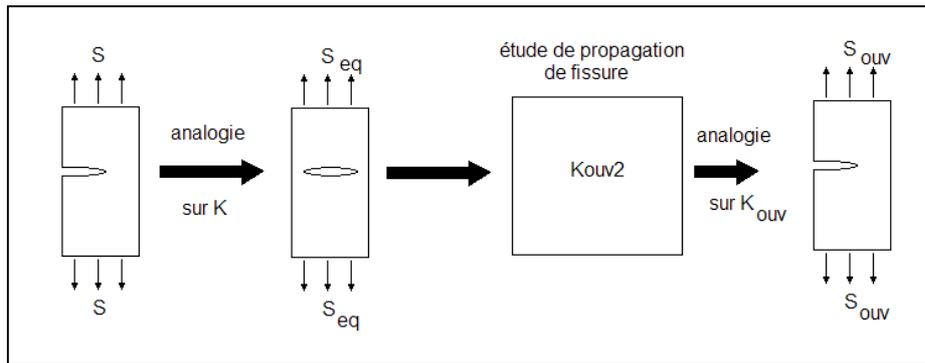


Figure 237 : principe de l'analogie du facteur d'intensité de contraintes

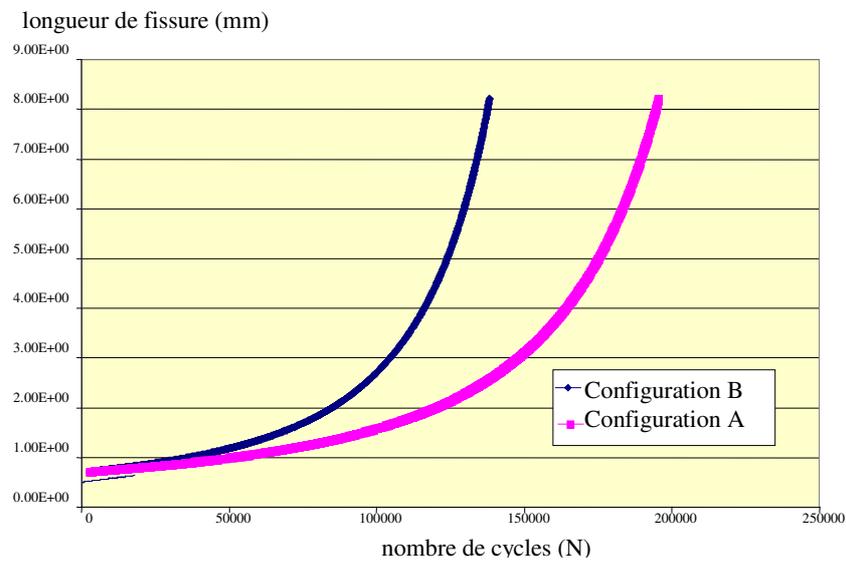


Figure 238 : évolution de la longueur de la fissure en fonction du nombre de cycles pour les deux configurations

La fissure, pour un chargement équivalent, se propage plus rapidement dans l'éprouvette semi-infinie (B) que dans l'éprouvette infinie (A) (voir Figure 238). On retrouve le fait que le facteur d'intensité de contraintes soit supérieur dans le cas d'une éprouvette débouchante.

C.3.6.7 Principe d'analogie : cas des joints soudés

Nous allons appliquer la démarche à un joint soudé. Nous considérons l'amorçage en pied de cordon de soudure. La propagation est considérée dans la profondeur de la semelle. Une simulation de propagation de fissure a été réalisée par éléments finis (voir Figure 239). Nous obtenons alors l'évolution du facteur d'intensité de contrainte en fonction de la longueur de la fissure (Figure 240).

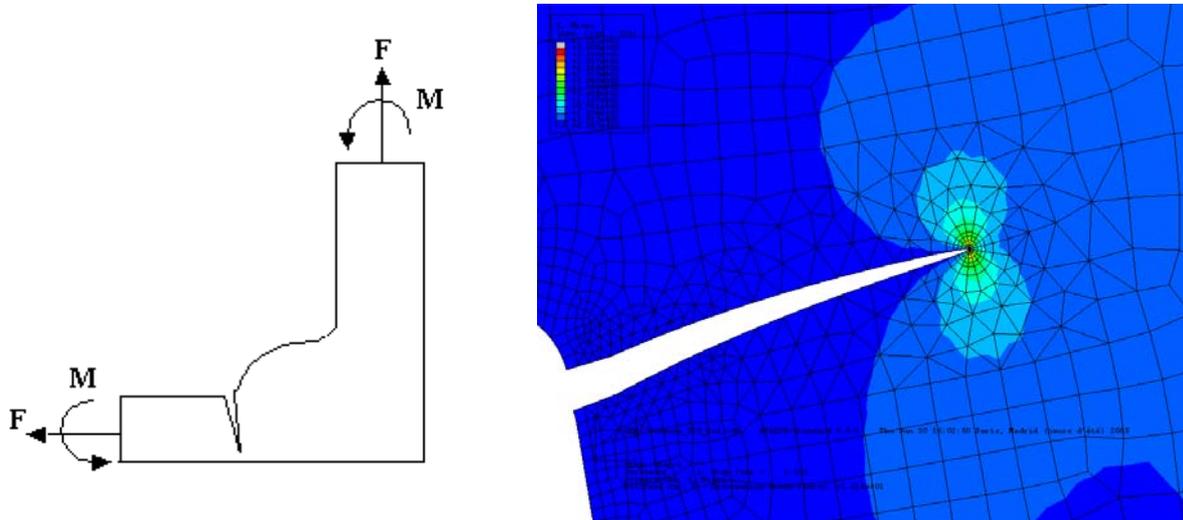


Figure 239 : cas d'un joint soudé

K (MPa.mm<sup>0.5</sup>)

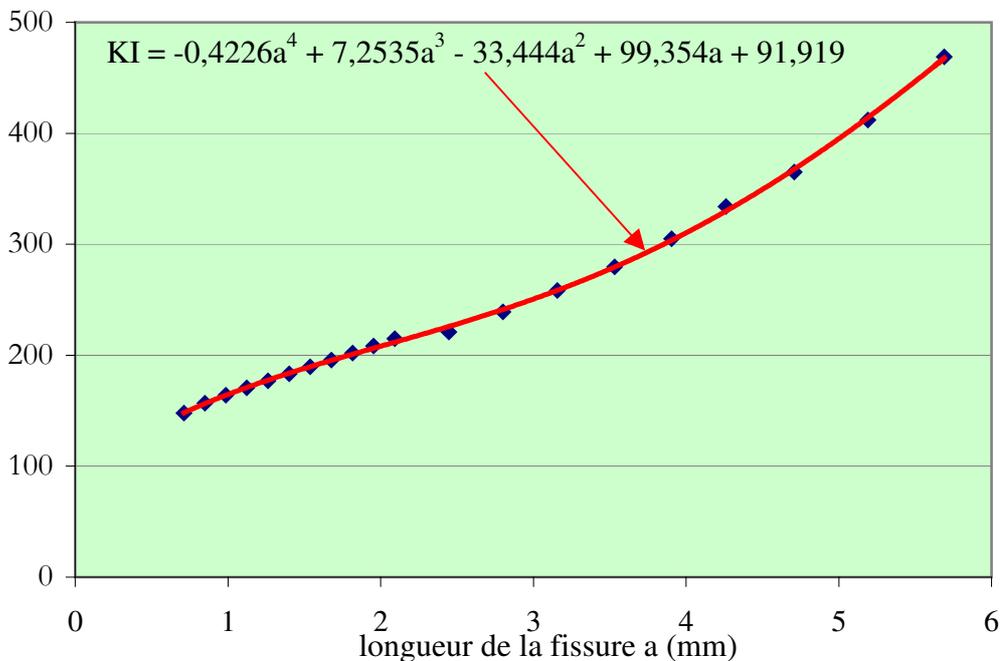


Figure 240 : évolution du facteur d'intensité de contrainte en fonction de la profondeur pour un effort imposé de 16,5 N

Le principe d'analogie est ici réalisé de manière équivalente au cas précédent. En interpolant les résultats de calculs par éléments finis, nous avons  $K=f(a)$  pour un effort donné. Nous recherchons l'effort à imposer à la plaque infinie  $\text{charge\_max} = \frac{K_{\max}}{\sqrt{\pi a}}$ ,  $K_{\max}$  étant  $K=f(a)$ .

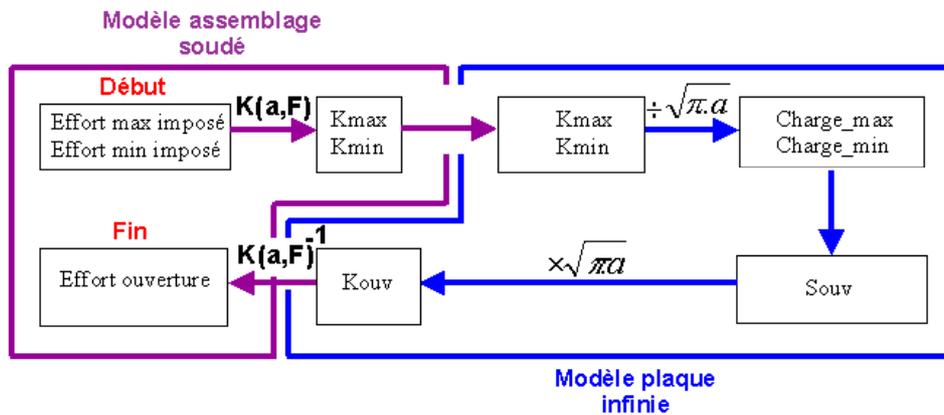


Figure 241 : principe de l'analogie du facteur d'intensité de contrainte dans le cas du joint soudé

Là encore nous faisons l'analogie sur le facteur d'intensité de contrainte et seule la fonction  $f$  est affectée par le changement de géométrie. L'influence de la géométrie sur la souplesse  $g$  de la fissure n'est ici pas considérée mais nous pouvons imaginer l'obtenir par le biais d'un calcul par la méthode des éléments finis. L'idée est alors d'appliquer des efforts unitaires sur les nœuds de la fissure et de relever les déplacements des lèvres de la fissure pour tous les nœuds de la fissure. Cette opération est d'autant plus fastidieuse qu'il est nécessaire de réaliser cette opération pour toutes les longueurs de fissure. Ces résultats peuvent alors être interpolés pour obtenir la fonction  $g$ . Dans le cas de modèles bidimensionnels, les moyens actuels nous permettraient de réaliser ces calculs automatiquement et rapidement, encore faut-il évaluer l'impact d'une détermination exacte de  $g$  sur les résultats. On peut en effet considérer que le comportement de la fissure est représenté, en premier ordre, par son facteur d'intensité de contraintes.

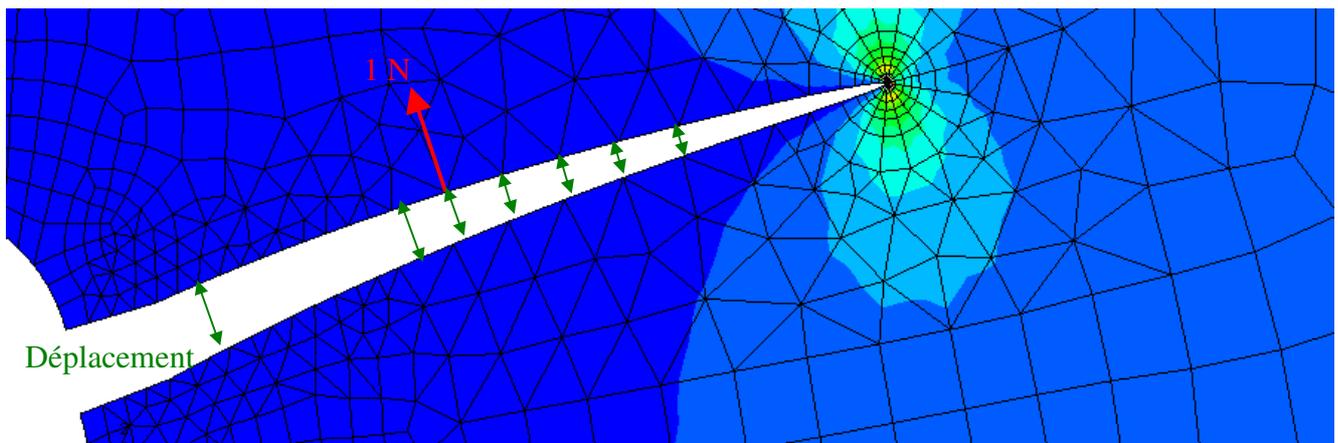


Figure 242 : principe de détermination de la souplesse de la fissure

### C.3.7 Conclusion

La modélisation du chargement variable au moyen du modèle de Dugdale apparaît cohérente avec les modèles éléments finis réalisés, si l'on considère un critère d'ouverture en déplacement. Par contre, les résultats de Lang et Marci seraient plus proches d'un critère en contrainte. Ces auteurs n'ont pas considéré l'ouverture physique des lèvres de la fissure mais le niveau de chargement à partir duquel la fissure propage ce qui induit des niveaux de  $K_{ouv}$  plus élevés. Il serait alors intéressant de conduire des essais sur le matériau en alliage d'aluminium 7020, en relevant à la fois l'effort nécessaire à la propagation de la fissure et l'ouverture des fissures afin de comparer ces résultats à la modélisation.

L'intégration d'une boîte à fissure, en conservant le ligament plastifié, ouvre la voie à la propagation en mode mixte avec bifurcation dans un champ élasto-plastique. Ce type de modélisation est pour l'instant réservé à des approches de type « éprouvette », car la taille des mailles (de l'ordre de la dizaine de microns) est incompatible d'une approche industrielle.

L'approche Dugdale, par contre, se prête à l'utilisation en milieu industriel. Par contre, cette approche est très sensible au paramètre  $\alpha$  de correction géométrique, lié à la taille de la zone plastifiée par rapport à l'épaisseur de la plaque (ce qui revient en fait à la proportion de la fissure en contrainte plane par rapport à la part de la fissure en déformation plane). Contrairement au modèle d'éléments finis, les modèles de type Dugdale permettent aisément de traiter le cas du chargement variable (voir annexe G.3). Le passage entre une éprouvette et la fissure réelle peut se faire de la façon suivante :

- Pour une fissure dans l'épaisseur de la tôle, on considère une plaque avec une fissure débouchante et on réalise une analogie sur le facteur d'intensité de contrainte
- Pour une fissure longue et traversante, on peut de même réaliser l'analogie sur le facteur d'intensité de contrainte. La fonction souplesse de la fissure n'est connue dans les modélisations de type Dugdale que pour une plaque contenant une fissure centrale. L'outil VERICRACK nous permet de calculer cette souplesse.



## D CHAPITRE 3 : APPLICATIONS

---

### But du chapitre :

Ce dernier chapitre présente l'utilisation des différents outils dans le cadre de réalisations industrielles. Le cas de la « maquette » permet de mettre en œuvre l'intégralité du programme de développement excepté la notion d'effectivité du facteur d'intensité de contrainte. Il permet aussi de mettre en avant des notions de qualité de soudure dans les corrélations entre les calculs et les essais. Deux autres exemples sont de plus traités de manière à montrer l'intérêt des boîtes à fissures et l'apport de VERICRACK.

### Contenu du chapitre :

1. Evaluation et amélioration de la démarche au moyen de l'essai « maquette » : ceci constitue une application du programme VERICRACK dans laquelle les calculs sont comparés avec les essais [LH05b]. Ceci amène une réflexion sur les grandeurs locales et la notion de qualité de soudure.
2. Exemple de cas industriel : procédure de re-conception d'une zone soudée d'un véhicule blindé. Ici le but est d'appliquer le principe de la boîte à fissure dans le cas d'une application industrielle permettant de prolonger la durée de vie de 12 ans du véhicule. Outre la compréhension de l'amorçage et la recherche de moyens permettant de soulager la zone critique, des calculs sont réalisés afin de garantir la non-propagation des défauts et le non réamorçage de fissure, ce qui a ensuite été validé par des essais « grandeur réelle ».
3. Autre exemple industriel : prise en compte de la réponse dynamique de la structure. L'exemple du véhicule blindé permet d'appréhender la propagation de fissures pour des chargements complexes de roulage. Pour ce faire, des fissures virtuelles ont été placées dans différentes zones correspondant à des points chauds. VERICRACK n'ayant pu être utilisé pour cette étude, nous appliquons ici le principe de la boîte à fissure et l'ensemble est orienté de manière à pointer du doigt l'intérêt de VERICRACK dans le cas d'un chargement complexe avec des sollicitations dynamiques.

## **D.1 Evaluation et amélioration de la démarche sur maquette**

### **D.1.1 But**

Le but de l'essai « maquette » est d'appliquer la démarche globale proposée sur une structure de type industrielle. Ce qui sous-entend :

- Une structure mécano-soudée d'une taille non négligeable (1 à 2 m)
- Un procédé de soudage industriel (automatique et manuel)
- Un matériau couramment utilisé (alliage d'aluminium 7020)

Cela permet ainsi de ne pas se trouver dans une configuration type « éprouvette » et l'intérêt de cette structure mécano-soudée est que l'on va obtenir des contraintes de bridage d'une part, et que d'autre part les difficultés d'accès pour réaliser certains cordons de soudure vont obliger les soudeurs à effectuer des soudures dans différentes positions, en utilisant les procédés manuels et automatiques, comme lors de l'industrialisation de la fabrication d'une caisse de véhicule blindé.

Plutôt que de validation des modèles, nous parlerons ici d'évaluation des modèles et de recherche des paramètres permettant à l'industriel d'améliorer la modélisation.

Le choix d'une présentation chronologique de la démarche est intentionnelle car elle permet de mettre en avant l'écart entre les prévisions, les essais, les « recalages ». Cela permet de mettre en exergue les hypothèses de calcul qui ont un impact très important sur le calcul de la durée de vie. Il est important de bien spécifier ce que, dans ce mémoire, nous entendons par « recalage ». Le but n'est pas de trouver des valeurs à des paramètres pour que la modélisation donne des résultats proches des essais mais d'affiner la modélisation pour donner des valeurs physiquement acceptables et dans la mesure du possible mesurables à ces paramètres.

Ce chapitre présente tout d'abord la maquette, puis la méthode de dimensionnement de l'essai. Ensuite les calculs par éléments finis sont validés par rapport à l'essai statique. L'essai de fatigue peut alors avoir lieu, avec la mise en évidence de l'amorçage de plusieurs fissures. Ces résultats sont analysés et l'influence dominante d'un paramètre est mis en avant et permet d'expliquer les résultats de l'essai. Enfin la phase de calcul de la propagation des fissures est traitée et corrélée aux résultats expérimentaux.

## D.1.2 Présentation de la maquette

La forme de la maquette est une réplique à échelle réduite de la caisse d'un véhicule blindé, et est caractérisée par :

- Un plancher
- Deux tôles latérales gauches et droites
- Une cloison intermédiaire
- Une tôle en biais appelée glacis, à l'avant du véhicule
- Une tôle arrière légèrement inclinée

Le procédé de soudage utilisé pour assembler les tôles est le procédé MIG.

### D.1.2.1 Dimensions

La géométrie de cette caisse est présentée dans la Figure 243 et la Figure 244.

Elle est de longueur 1,99 m, de largeur, 0,99 m et de hauteur 0,49 m. L'épaisseur des plaques utilisées est 10 mm.

Les soudures entre le plancher et les parois latérales sont réalisées à l'aide d'un robot de soudage alors que les soudures montantes entre la cloison intermédiaire et les parois latérales sont réalisées manuellement.

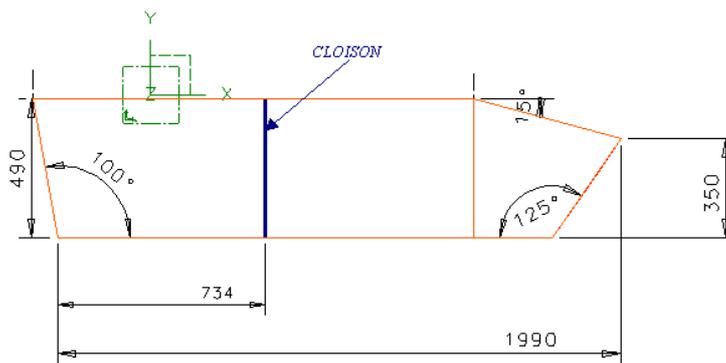


Figure 243 : géométrie de la structure mécano-soudée

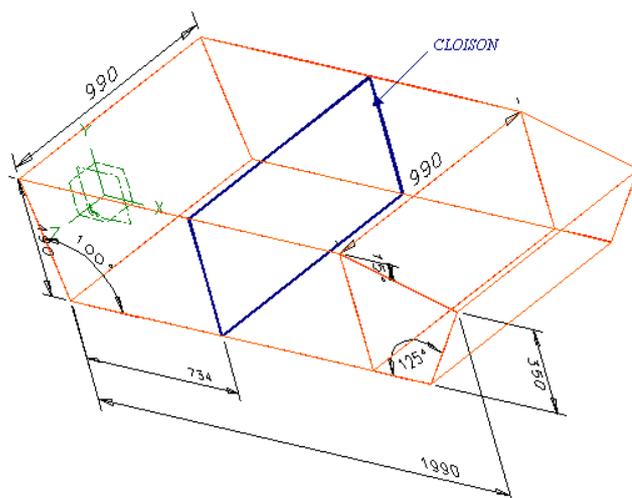


Figure 244 : géométrie de la structure mécano-soudée

#### D.1.2.2 Caractéristiques du matériau utilisé

Le matériau utilisé est un alliage d'aluminium à hautes caractéristiques : le 7020. Sa limite d'élasticité est de 350 MPa (à 0,2 % de déformation) et son coefficient de Poisson est de 0,3. Quant à son module d'Young, il vaut 73079 MPa.

Les propriétés de fatigue choisies pour l'alliage 7020 sont les suivantes :

$$\sigma_{-1}(\text{pour } 10^6 \text{ cycles}) = 170 \text{ MPa}$$
$$\beta = 10.53$$

Avec  $\sigma_{-1}$  la limite de fatigue en traction alternée, nous verrons par la suite  $\tau_{-1}$  la limite de fatigue en torsion alternée et  $\beta$  le coefficient de la loi de Basquin.

Nous disposons aussi des propriétés mécaniques du matériau au niveau de la Zone Affectée Thermiquement surchauffée de l'assemblage soudé MIG de l'alliage d'aluminium 7020.

Ces caractéristiques sont présentées ci-après :

- Paramètres de la loi d'érouissage cinématique et isotrope de la ZAT en pied de cordon selon la loi de Chaboche (voir B.1.2):

$$C_a = 10000 \text{ MPa}$$

$$C = 150$$

$$Q = 100 \text{ MPa}$$

$$b = 50$$

$$S_y = 200$$

- Paramètres de fatigue :

$$\sigma_{-1}(\text{pour } 10^6 \text{ cycles}) = 130 \text{ MPa}$$

$$\tau_{-1}(\text{pour } 10^6 \text{ cycles}) = 92.7 \text{ MPa}$$

$$b = -0,1186$$

### D.1.3 Comment dimensionner l'essai ?

Avant la réalisation de l'essai, il fallait intégrer les contraintes suivantes :

- Nous disposons d'une seule maquette
- Nous disposons d'un nombre de vérins limité
- Nous ne disposons pas précisément de la géométrie locale des cordons de soudure

Au programme défini par les différents partenaires n'était prévue qu'une seule maquette. Il apparaît alors difficile de pouvoir mettre en exergue un phénomène aussi statistique qu'est la fatigue des matériaux, avec un seul essai, alors qu'au moins une trentaine seraient nécessaires afin d'obtenir une représentation statistique suffisante. Dans le but de disposer d'au moins deux résultats comparables entre eux, l'idée est alors de solliciter la maquette de façon symétrique.

Quant au nombre de vérins, il était limité à 2 pour des contraintes de coût et de disponibilité. Augmenter le nombre d'entrée de sollicitations aurait eu pour conséquence de rendre encore plus complexe la mise en œuvre d'un essai dont la fiabilité des prévisions n'était pas encore acquise.

#### *D.1.3.1 Position des vérins*

L'idée est alors de solliciter les parois latérales de la caisse. Celle-ci étant symétrique, cela permet de solliciter au moins deux cordons de soudure. Dans ce cas, un seul vérin est alors nécessaire. Placé au centre de la partie avant de la caisse, il permet d'appliquer un effort identique sur les deux parois latérales. D'autres configurations ont été testées mais, n'étant pas optimales, elles ne seront pas présentées dans le cadre de ce mémoire (des déformations imposées à l'ensemble de la caisse, par exemple en imprimant une torsion globale, conduisant à sur-contraindre de façon importante aux points d'entrée des efforts, pouvant conduire à une ruine au niveau de l'accrochage des vérins). La Figure 245 présente le maillage de la caisse, avec les deux efforts suivant l'axe Z. La liaison entre les vérins et la caisse est une liaison linéaire annulaire. En réalité, une pièce intermédiaire de la forme d'un disque de 100 mm de diamètre assemblé suivant une liaison rotule avec le vérin est mis en appui sur la paroi latérale. La partie arrière de la caisse est alors boulonnée sur le sol grâce à 9 boulons.

Les éléments choisis dans le maillage global sont des éléments quadrangles à champ de déplacement linéaire et à intégration réduite (appelés S4R dans le code de calcul ABAQUS, 1 seul point d'intégration). Ils sont plus précis que les éléments à intégration non réduite (S4, 4 points d'intégration) et moins coûteux que les quadrangles à champ de déplacement quadratique (S8R ou S8R5). De plus, ils sont valables pour les coques épaisses (suivant la théorie de Mindlin-Reissner) et ils tendent vers la solution de Kirschhoff lorsque leur épaisseur tend vers 0 (contrairement aux éléments S8R, valables seulement pour les plaques épaisses, et les éléments S8R5, valables pour les plaques minces uniquement). L'erreur en déplacement et en contrainte pour les éléments S4R est inférieure à 5 % par rapport à un calcul RDM pour un maillage suffisamment fin.

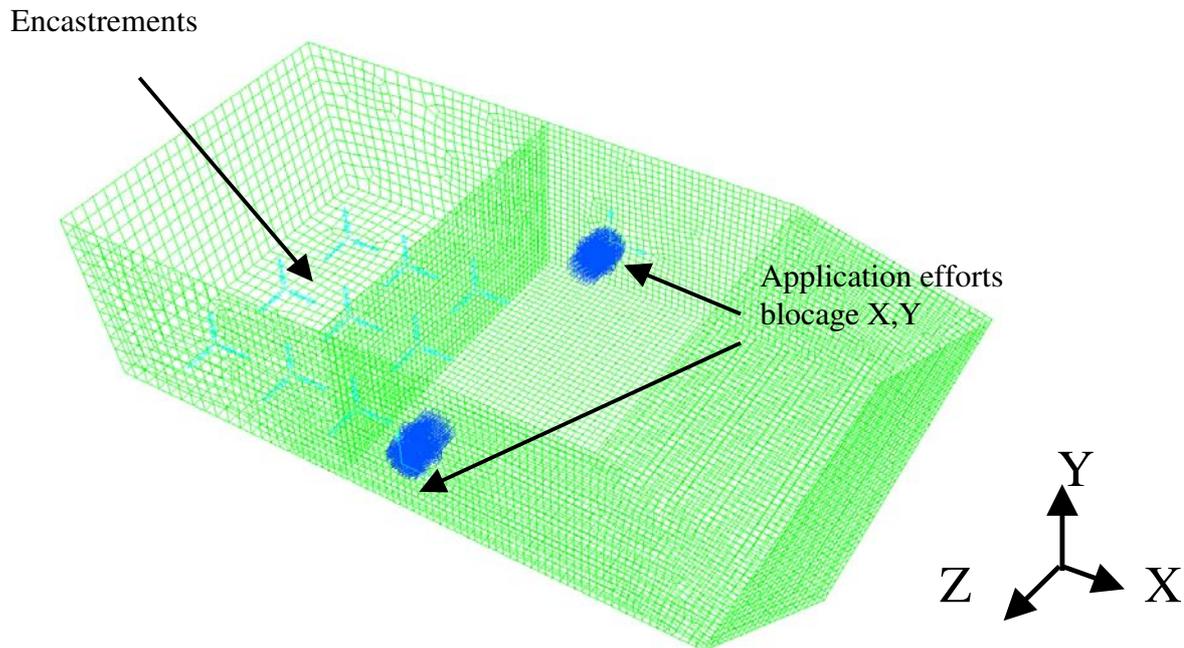


Figure 245 : maillage de la caisse et pointe d'application des efforts

Les contraintes dans la caisse (voir Figure 246) sont, comme prévu, localisées au niveau des cordons de soudure au voisinage du point d'appui du vérin. Elles sont très majoritairement de flexion et la part de type membrane est négligeable au niveau des cordons de soudure. On s'aperçoit alors que 3 pieds de cordons de soudure peuvent être sollicités de chaque côté de la maquette, à savoir les deux pieds de cordons de la soudure entre le plancher et la paroi latérale et un pied de cordon soudé au niveau de la soudure entre la cloison intermédiaire et la paroi latérale, du côté de la latérale. Ceci nous amène à la possibilité d'amorçage de 6 fissures. L'idée est ensuite de retarder l'amorçage d'une fissure (par exemple sur le plancher) par rapport à l'autre (par exemple sur la partie montante) afin d'étudier l'influence de la propagation de la première fissure sans prendre en compte l'influence de la seconde. Il suffit alors de rapprocher le vérin du plancher et de l'éloigner par rapport à la cloison, de manière à augmenter le bras de levier de l'effort sur le cordon de soudure montant (entre cloison et paroi latérale). Le rapport des distance entre le point d'appui de l'effort et les cordons de soudure doit être choisi de manière à garantir l'amorçage de la première fissure bien avant celui de la seconde. Ce rapport a été fixé à 1,25. La Figure 247 représente le côté gauche de la maquette – par rapport à un observateur situé à l'intérieur de la caisse et regardant en direction de la tôle du glacié – et précise la pointe d'accrochage du vérin. De plus les différents pieds de cordon de soudure sont numérotés de 1 à 4 (car sur chaque cordon de soudure, nous avons deux pieds de cordons).

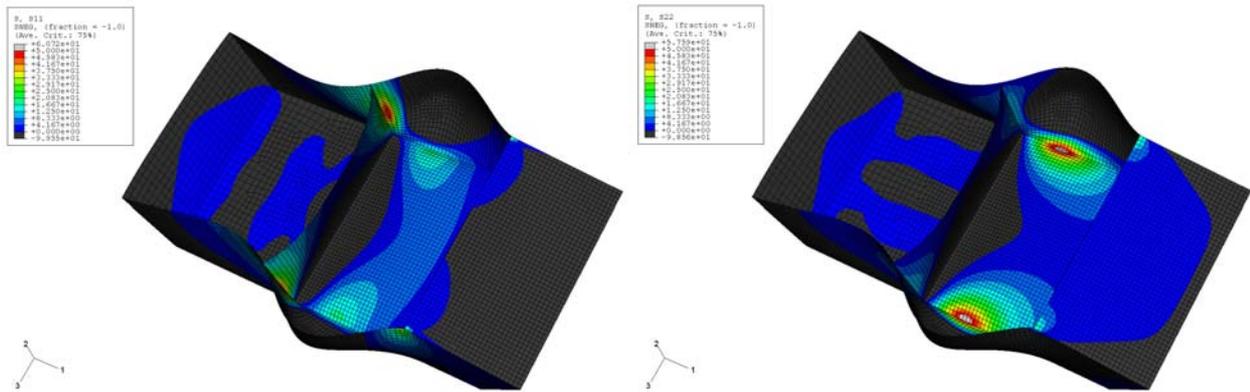


Figure 246 : contrainte suivant l'axe 1 (gauche) et suivant l'axe 3 (droite) dans la maquette (vue déformée)

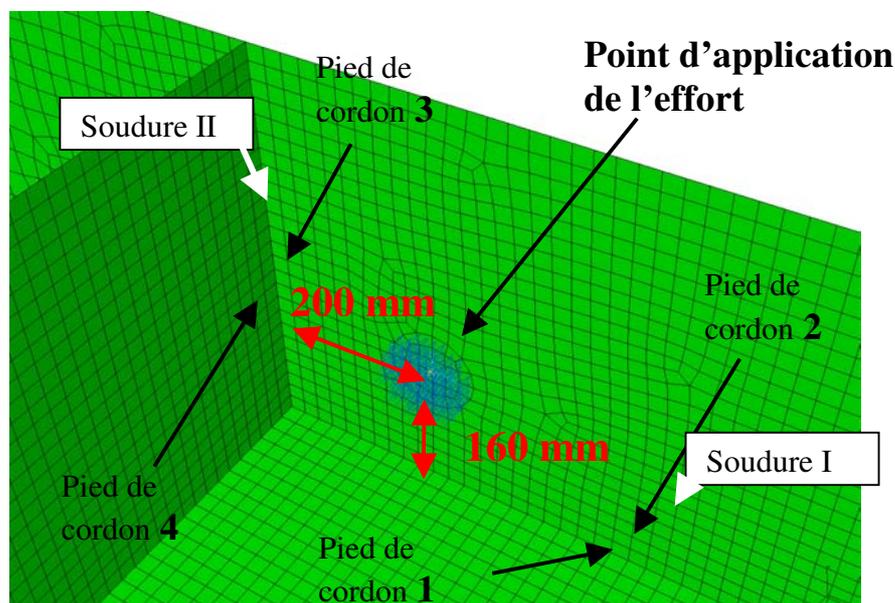


Figure 247 : position du vérin et désignation des différents pieds de cordons de soudure

#### D.1.3.2 Dimensionnement de l'effort

Pour dimensionner l'effort, on peut utiliser deux approches : soit évaluer la contrainte géométrique pour chaque pied de cordon soudé, soit calculer la contrainte locale en pied de cordon de soudure et utiliser l'approche locale pour déterminer l'endommagement. Tout d'abord, il convient de fixer le rapport de charge.

##### a) Le rapport de charge

Afin d'éviter de fixer le vérin sur la paroi latérale, et d'éviter ainsi les sur-contraintes qui pourraient conduire à amorcer au niveau de l'accrochage du vérin, il a été choisi de mettre en contact le vérin et la tôle par le truchement d'un disque d'un diamètre de 100 mm. Le diamètre a été déterminé de manière à répartir la charge du vérin sur une surface importante dans le but de limiter les contraintes dans la tôle ce qui permet d'éviter l'amorçage d'une fissure en pleine tôle. Pour qu'il y ait contact entre le disque et la paroi latérale, il est nécessaire d'appliquer un effort de poussée, ce qui interdit les rapports de charge négatifs et oblige à imposer un rapport de charge strictement positif. Reste

alors le choix d'un rapport de charge de 0,1 pour lequel la fissure est en partie fermée ou un rapport de charge de 0,5 pour lequel la fissure est toujours ouverte. Afin de limiter le niveau de contrainte, il a été choisi le rapport de charge le plus faible, à savoir 0,1.

*b ) Calcul de la contrainte locale*

En ce qui concerne la modélisation de la maquette, il est à noter que :

- aucune condition de contact n'a été considérée entre le plancher avant et le sol. En effet les déplacements négatifs du plancher avant sont inférieurs à 50 microns et ont donc été négligés.
- la gravité a été négligée.

Différents zooms structuraux ont été réalisés afin d'apprécier au mieux les contraintes dans les soudures 1 à 4.

**Les différents sous-modèles utilisés**

Les conditions nécessaires à l'élaboration d'un zoom structural sont les suivantes :

- les frontières du zoom doivent être situées loin des conditions aux limites
- la rigidité du zoom doit être proche de la rigidité du modèle global
- les frontières du zoom ne doivent pas être situées dans une zone à fort gradient de contraintes et de déplacements.

Les zooms réalisés sont de trois types (voir Figure 248):

- type A : zoom coque :

On utilise les déplacements du modèle global coque pour piloter le modèle local coque. Les déplacements et les rotations des nœuds du modèle global sont les conditions limites du modèle local.

- type B : zoom volumique – coque :

On utilise les déplacements du modèle global pour piloter le modèle local volumique (avec modélisation du cordon de soudure). Les déplacements des nœuds du modèle global sont les conditions aux limites du modèle local volumique. Les rotations  $\theta$  du modèle global sont transmises au modèle local de manière linéaire sous la forme de translation des nœuds distants de  $d$  de la fibre neutre d'une valeur de  $d\theta$ .

- type C : zoom volumique – volumique

On utilise les déplacements du modèle volumique précédent pour piloter le modèle volumique raffiné (avec raffinement de maillage au pied de cordon de soudure). Les déplacements des nœuds du modèle volumique précédent sont les conditions aux limites du modèle raffiné volumique.

Pourquoi réaliser un zoom intermédiaire entre le zoom de type C et le modèle global ? Car la prise en compte du rayon de raccordement dans le modèle d'éléments finis conduit à des maillages très fins, qui peuvent dépasser 300.000 éléments. Si cela ne constitue pas forcément une limite pour le code de calcul ABAQUS, il n'en est pas de même pour le logiciel IDEAS avec lequel il s'agit de manipuler des modèles volumineux sur des machines compatibles PC 32 bits.

Afin de réduire la taille des modèles, le zoom de type C est de dimensions réduites. Limiter la différence de rigidité entre le modèle global représenté avec des coques - modèle qui ne tient pas compte du cordon de soudure - et le modèle raffiné prenant en compte le rayon de raccordement, un zoom intermédiaire (de type B) est mis en place. Il permet d'assurer la continuité des contraintes entre les différentes modélisations.

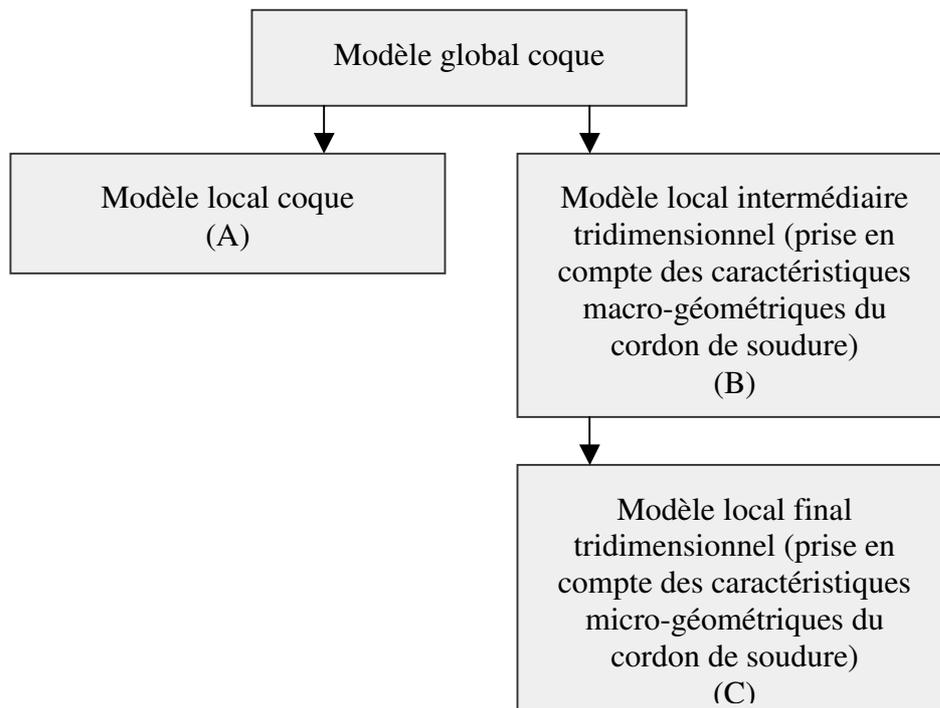


Figure 248 : organigramme présentant les différents sous-modèles utilisés

### Les différents types d'éléments finis utilisés

Le modèle global est ici modélisé en utilisant des éléments coques, car les dimensions caractéristiques de la maquette sont supérieures à vingt fois l'épaisseur de la tôle. En ce qui concerne les éléments coques, le choix peut donc se porter sur les éléments suivants :

- éléments coques quadrangles à champ de déplacement linéaire et à intégration réduite (S4R)
- éléments coques quadrangles à champ de déplacement quadratique et à intégration réduite et à 5 degrés de liberté (S8R5)

Les modèles volumiques peuvent, quant à eux, être maillés avec les éléments suivants :

- éléments volumiques à champ de déplacement linéaire à 8 nœuds et à intégration réduite (C3D8R)
- éléments volumiques à champ de déplacement linéaire à 8 nœuds et modes incompatibles (utilisés principalement pour les chargements en flexion) (C3D8I)
- éléments volumiques quadratiques à 20 nœuds et intégration réduite (C3D20R)

Il est à noter que pour un chargement de flexion, l'erreur en déplacement de ces éléments est inférieure à 2 % sauf pour les éléments C3D8R lorsqu'il y a moins de cinq éléments dans l'épaisseur.

Les erreurs en contrainte sont plus importantes et il a été vérifié que :

- l'utilisation de 5 éléments C3D8R dans l'épaisseur d'une plaque donne des erreurs en contrainte de l'ordre de 13% par rapport à la RDM dans le cas d'une plaque en flexion encastree à une de ses extrémités.
- Pour les éléments C3D8I, un seul élément dans l'épaisseur est suffisant pour obtenir une erreur inférieure à 1 %.
- Pour les éléments C3D20R, l'utilisation d'un à deux éléments dans l'épaisseur donne une erreur de l'ordre de 15 %.

### Caractéristiques géométriques des soudures

Deux types d'assemblage sont considérés :

- assemblage en L (soudure I)

Les assemblages en L sont préparés suivant la Figure 249. La hauteur de gorge théorique du cordon de soudure est de 5 mm.

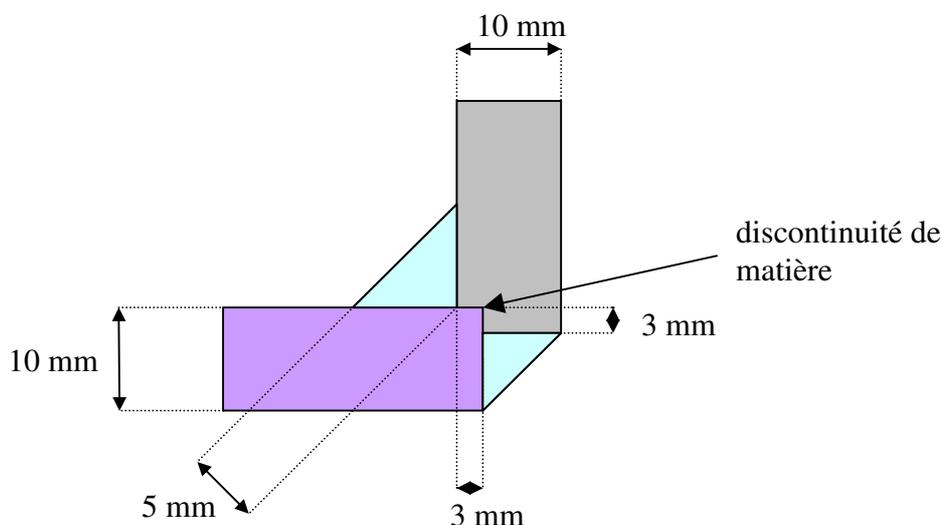


Figure 249 : géométrie de la soudure en L entre le plancher et la paroi latérale

Deux types d'assemblage sont considérés :

- assemblage en T (soudure II)

Les assemblages en T sont préparés suivant la Figure 250. La hauteur de gorge théorique du cordon de soudure est de 4.5 mm.

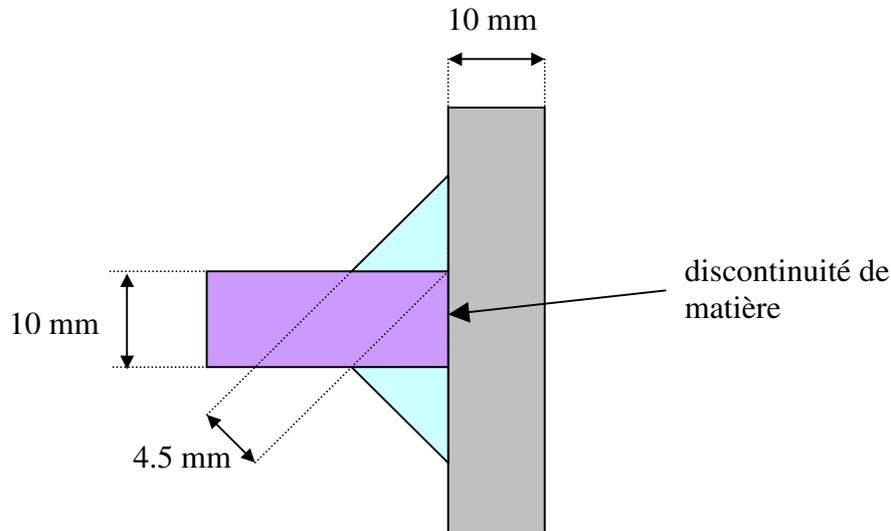


Figure 250 : géométrie de l'assemblage en T entre la paroi latérale et la cloison intermédiaire

La non-pénétration totale du cordon de soudure est prise en compte dans le calcul par un décollement de nœuds pour les deux assemblages (non-continuité de matière).

Les modèles raffinés en pied de cordon considèrent un rayon de raccordement de 1 mm et une surépaisseur de la soudure de 0.5 mm.

Différents profils, relevés sur la soudure entre le plancher et la paroi latérale, sont présentés dans la Figure 251. Ces profils ont été obtenus par analyse d'image après photographie des profils de 10 coupes d'une réplique du cordon de soudure en résine.

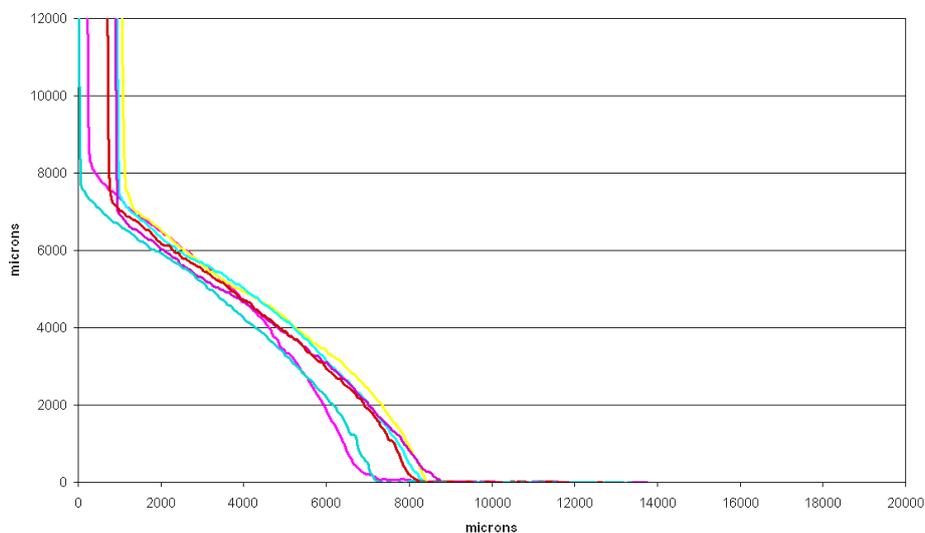


Figure 251 : profils de cordons de soudure I

### Présentation des modèles de zoom

Le zoom coque de type A des pieds de cordons 1 à 4 est présenté dans la Figure 252. Il est présenté dans la figure suivante. La taille des mailles est d'environ 2,7 mm.

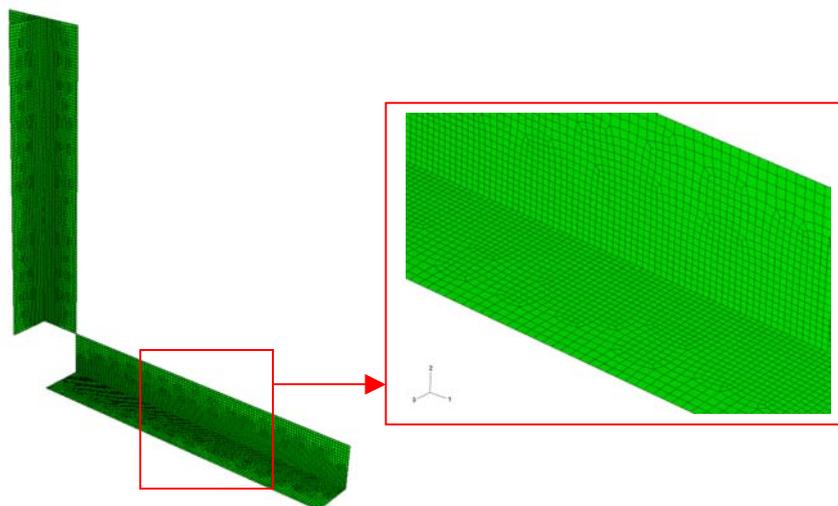


Figure 252 : Zoom de type A

Les zooms de type B sont des zooms volumiques. Deux modélisations ont été réalisées, la première ne prenant pas en compte le cordon de soudure et la seconde intégrant la modélisation grossière du cordon de soudure. La première modélisation permet de recalculer le type d'éléments et le nombre d'éléments dans l'épaisseur des plaques par rapport au modèle global coque. Les différentes géométries sont présentées dans la Figure 253 pour la soudure I et dans la Figure 254 pour la soudure II.

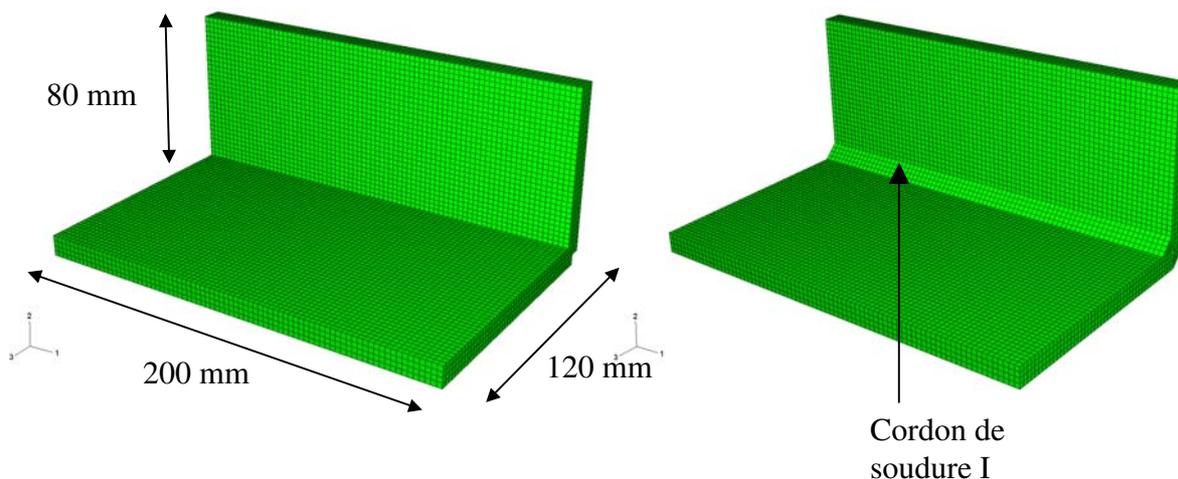


Figure 253 : modèle volumique de la soudure I (sans cordon à gauche et avec cordon à droite)

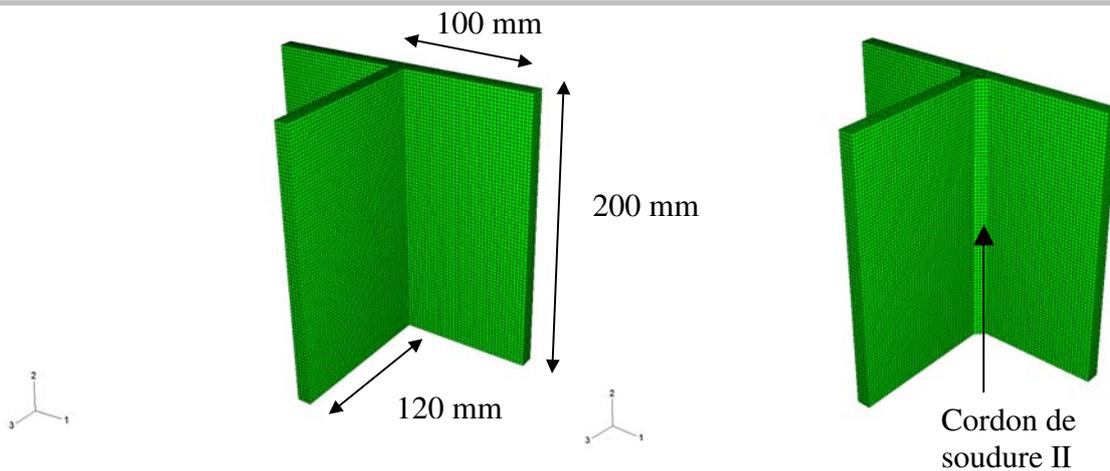


Figure 254 : modèle volumique de la soudure II (sans cordon à gauche et avec cordon à droite)

Enfin, le zoom de type C est un remaillage du centre du zoom volumique précédent en prenant en compte le pied de cordon de soudure. Les éléments en pied de cordon de soudure ont une taille caractéristique de 0.21 mm de manière à en disposer d'au moins 4 dans cette zone.

De manière à obtenir le maillage le plus régulier possible, ces maillages ont été obtenus par plusieurs extrusions, si bien que les éléments frontières sont cubiques et les éléments en pied de cordons peu distordus. Les maillages des soudures I et II sont présentés dans la Figure 255.

La Figure 256 représente l'état de contrainte Von Mises dans les deux zooms pour un effort de 10 kN appliqué au niveau du vérin. On vérifie ici que les deux cordons de soudures sont pratiquement en flexion pure et que les pieds de cordon 1 et 2 sont chargés de la même façon au niveau de la soudure I alors que le pied de cordon 4 n'est pratiquement pas chargé par rapport au pied de cordon 4, ceci étant la conséquence de l'assemblage soudé en T, plus rigide que l'assemblage soudé en L.

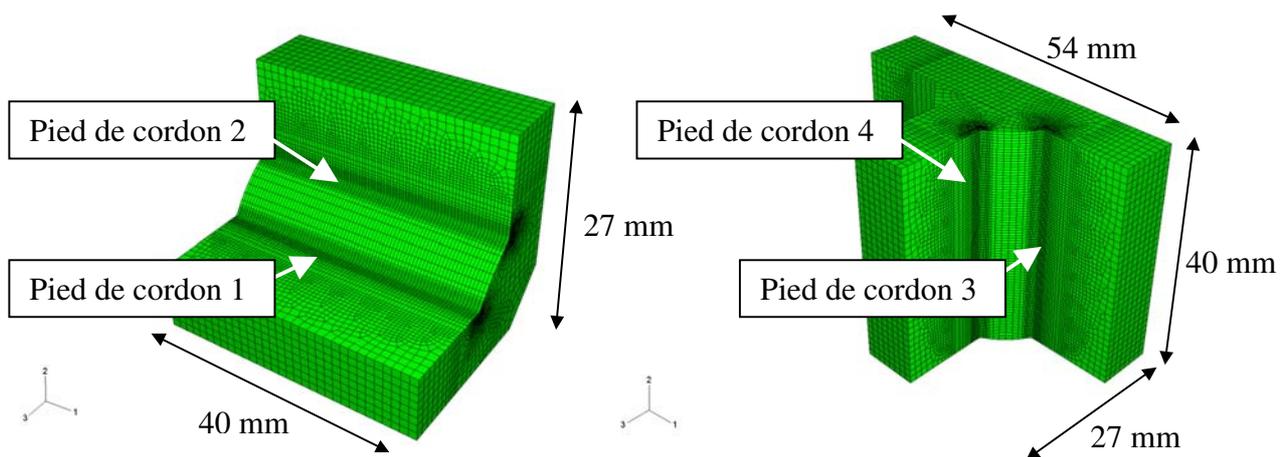


Figure 255 : maillage raffiné de type C : soudure I (à gauche) et soudure II (à droite)

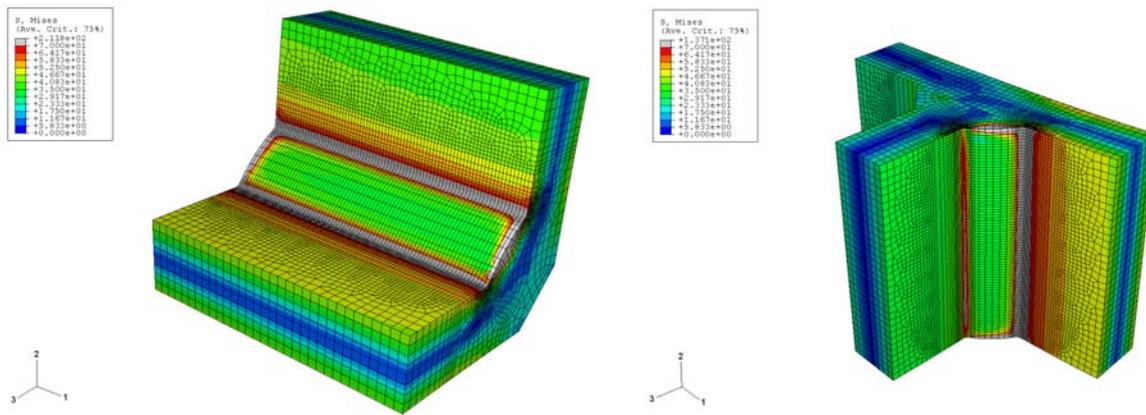


Figure 256 : Etat de contrainte au sens Von Misès dans les maillages de type C : soudure I (à gauche) et soudure II (à droite)

**Influence du type d'élément :**

Tout d'abord, nous allons comparer les résultats de calcul du modèle représenté au moyen de coques avec les résultats du zoom de type (B) dans le cas du pied de cordon I. Le graphique de la Figure 257 représente l'évolution des contraintes perpendiculaires au pied de cordon pour la soudure 1. Le pied de cordon est symbolisé par une droite verticale rouge.

Il apparaît que le choix de 4 éléments C3D8I (courbe jaune) représente bien l'évolution des contraintes du maillage global (courbe bleue foncée). Les éléments C3D8R donnent une erreur de l'ordre de 30%.

Le zoom coque apporte peu d'informations par rapport au calcul global coque. L'utilisation d'éléments à champ de déplacement quadratique ne s'impose pas.

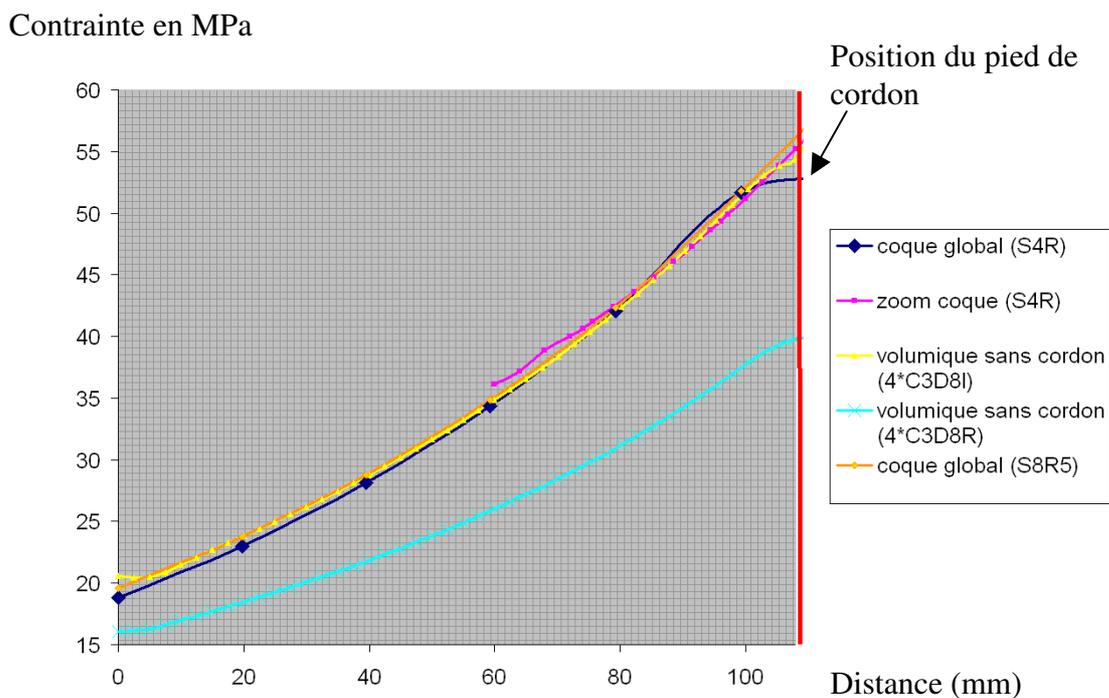


Figure 257 : évolution de la contrainte normale à la soudure au voisinage du pied de cordon 1 : comparaison modèle coque / modèle volumique sans prise en compte de la soudure

Ensuite nous avons pris en compte l'influence du cordon de soudure. Il apparaît que celui-ci modifie de façon non négligeable le champ de contraintes, même au loin de la soudure, sachant qu'il est difficile d'augmenter la taille du zoom, les conditions aux limites étant alors assez proches. Les résultats sont présentés dans la Figure 258. L'utilisation de 4 éléments C3D8I ou 4 éléments C3D20R est préconisée par rapport à l'utilisation de deux éléments quadratiques C3D20R dans l'épaisseur (comparaison courbe verte-courbe rouge). L'Eurocode [EU05] préconise un élément quadratique dans l'épaisseur ce qui donnerait des résultats encore plus éloignés. Il apparaît de plus que le zoom raffiné (de type C) C3D8I est très proche du zoom type (B), sauf, il va de soi, à l'approche du pied de cordon : on a bien continuité des contraintes entre le zoom de type (B) et le zoom de type (C). Les éléments C3D8R sont là aussi à proscrire (courbe marron) avec une erreur de 20%.

En ce qui concerne l'évolution des contraintes dans le zoom de type (C), il apparaît que la contrainte n'est plus affectée par la présence du rayon de raccordement lorsque celle-ci est relevée à plus de 4 mm du pied de cordon de soudure.

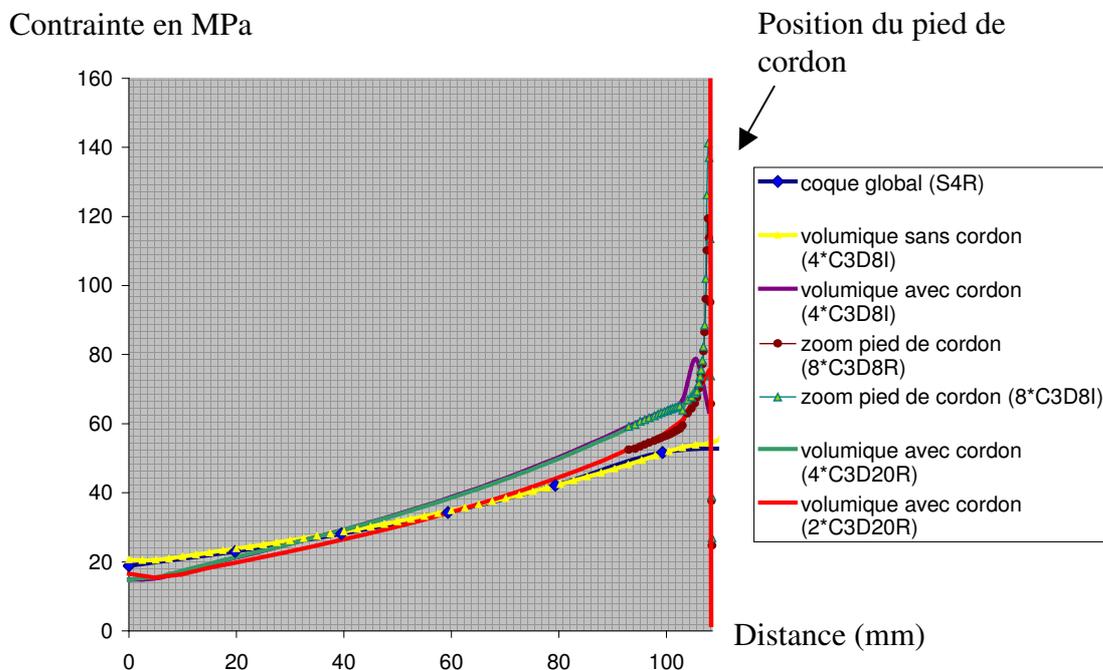


Figure 258 : évolution de la contrainte normale à la soudure au voisinage du pied de cordon 1 : comparaison modèle coque / modèle volumique avec prise en compte de la soudure / modèle raffiné de type (C)

### Contraintes géométriques et contraintes locales

Les contraintes géométriques sont obtenues par extrapolation des résultats volumiques sans et avec cordon de soudure des contraintes aux nœuds (exprimées en MPa). Les contraintes ont été relevées à 4 mm et 10 mm du pied de cordon de soudure (conformément à l'Eurocode [EU05] mais d'autres auteurs considèrent d'autres paramètres – tels la profondeur du cordon et les conditions aux limites sur la détermination des distances à prendre en compte [LR99]) et ont été extrapolées au pied de cordon de soudure. Les contraintes locales sont les contraintes maximales aux nœuds dans les modèles de zoom de type (C). Les résultats sont consignés dans le Tableau 18. La contrainte locale pour les cordons de soudure 1 et 2 est identique alors que la contrainte géométrique est différente ce qui montre la nécessité de réaliser une approche locale et de ne pas appliquer directement un

coefficient de concentration de contrainte quand la géométrie n'entre pas dans le cadre des formules analytiques .

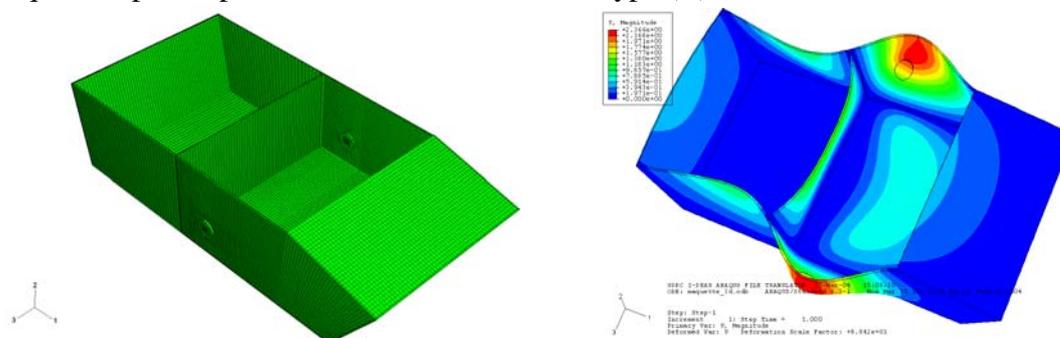
**Tableau 18 : contrainte géométrique et contrainte locale pour les différents pieds de cordon de soudure**

Contrainte en MPa pour un effort de 10 kN	contrainte géométrique sans cordon (MPa)	contrainte géométrique avec cordon (MPa)	contrainte locale (MPa)
Pied de cordon 1	55	70	140
Pied de cordon 2	45	65	140
Pied de cordon 3	62	75	155
Pied de cordon 4	37	43	80

Considérant les niveaux de contraintes relevés, l'effort de 10 kN apparaît ici suffisant pour amorcer une fissure au bout d'un million de cycles. En effet 70 MPa correspond approximativement à la limite d'endurance d'un tel assemblage en aluminium et la contrainte locale est voisine de la limite d'endurance de la ZAT. Afin de permettre un amorçage plus rapide lors de l'essai, il semble plus approprié d'appliquer un effort supérieur, compris entre 10 et 15 kN.

### Modèle complet d'éléments volumiques

Afin de valider les résultats obtenus, un modèle complet d'éléments volumiques, intégrant la macro-géométrie des cordons de soudure a été réalisé et est présenté dans la Figure 259 (maillage et cartographie de la magnitude du déplacement en configuration déformée). Les résultats en terme de contrainte sont présentés dans la Figure 260. Il est à noter que la désignation « vol total » correspond au modèle volumique complet et que la position du maximum des contraintes étant légèrement décalée, les courbes « même position » sont les résultats calculés au même point que dans le calcul coque ; les courbes « max » sont quant à elles obtenues au niveau du maximum des contraintes du modèle volumique complet. La dimension des mailles du modèle volumique complet est de 15 mm. On peut voir les conséquences de moyenner les contraintes aux nœuds pour les éléments linéaires C3D8I dans cette même figure, sous la forme d'une diminution des contraintes au voisinage du pied de cordon de soudure. Cet artefact de calcul ne transparait pas avec les éléments C3D20R au niveau du pied de cordon virtuel de la soudure, le nombre de nœuds étant plus important pour ces éléments. La présence du cordon de soudure continue à avoir une influence non négligeable à une distance assez élevée du pied de cordon de soudure (à dix fois l'épaisseur de la tôle, l'écart est de 10 %). La contrainte géométrique apparaît être la même pour le modèle volumique complet et pour le modèle avec zoom de type (B)



**Figure 259 : maillage volumique global et cartographie de déplacement (modèle déformé)**

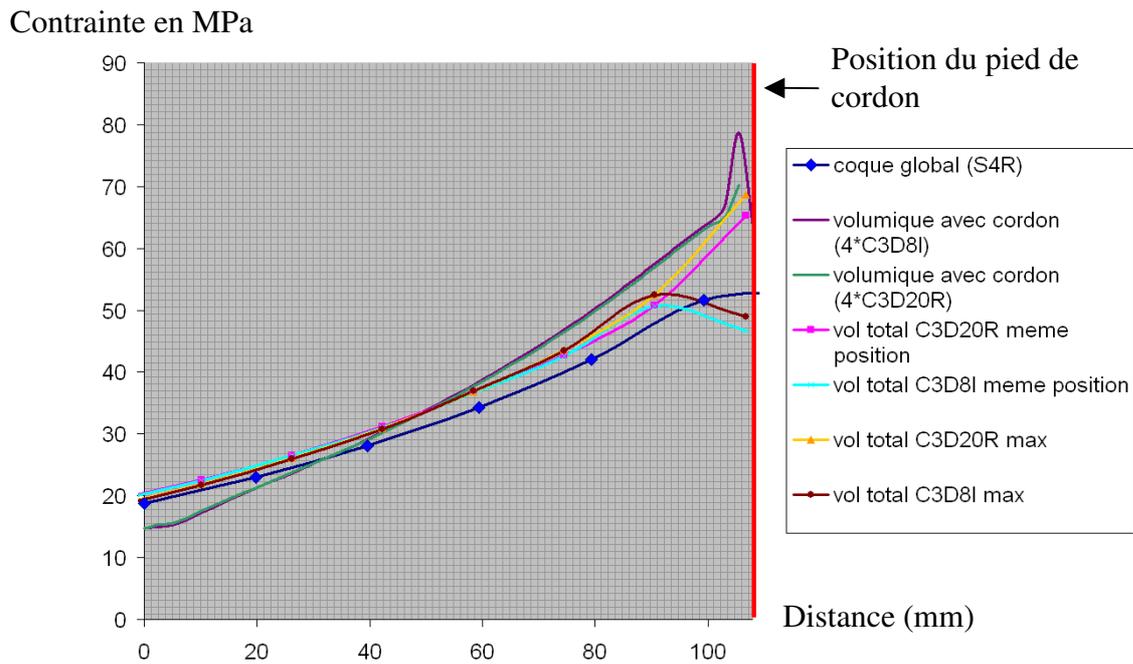


Figure 260 : évolution de la contrainte normale à la soudure au voisinage du pied de cordon 1 : comparaison modèle global coque, modèle de zoom (B) et modèle volumique

### Mesure des contraintes résiduelles

Les contraintes résiduelles ont été mesurées par le SERAM (laboratoire de l'ENSAM de Poitiers) en utilisant la méthode de diffraction des rayons X. L'intérêt de cette méthode est qu'elle est non destructive et donc compatible avec la réalisation consécutive à la mesure d'un essai de fatigue. Pourquoi mesurer les contraintes résiduelles ? Dans l'optique de calculer la contrainte locale en pied de cordon de soudure, il est nécessaire de disposer de données locales. Or la contrainte en pied de cordon est la contrainte locale calculée par éléments finis, pour un rayon donné, à laquelle il est nécessaire d'ajouter les contraintes résiduelles qui viennent, d'une part du procédé de soudage, et d'autre part du bridage de la pièce. Lors d'un essai de fatigue, l'influence des contraintes résiduelles réside non pas dans l'étendue des contraintes, mais dans le niveau des contraintes moyennes ce qui a un effet sur l'amorçage des fissures (plus la contrainte moyenne est importante, plus la limite d'endurance est faible pour une même étendue des contraintes).

Mais à quelle profondeur doit-on mesurer les contraintes résiduelles ? Dans un cordon soudé, la fissure peut amorcer soit au niveau du pied de cordon soudé (donc en surface), soit en racine. La configuration de l'essai ne permettra pas d'amorcer en racine et ce sont donc les contraintes de surface qui nous intéressent. Mais il y a un facteur à considérer, qui peut avoir une influence très importante sur le niveau des contraintes résiduelles de surface : le brossage. En effet, après toute opération de soudage, un brossage du pied de cordon est réalisé dans le but d'éliminer le laitier restant et les dépôts. Or cette opération introduit des contraintes de compression en surface sur une couche d'épaisseur très faible (inférieure à 50 microns). Afin de s'affranchir de ces contraintes de brossage, il a été choisi de mesurer les contraintes résiduelles à une profondeur de 100 microns. Un polissage électrolytique est donc été réalisé afin de retirer la matière en surface. Mais cela peut avoir une influence sur l'essai de fatigue, car la mesure des contraintes résiduelles n'est plus ici non-destructive. C'est pour cette raison, que les contraintes résiduelles ont été mesurées en surface à l'avant de la caisse, au niveau des cordons de soudure qui seront effectivement sollicités en fatigue, et à 100 microns de profondeur à l'arrière de la caisse, au niveau de cordons de soudure équivalents

à ceux de l'avant de la caisse. Il est à noter que les contraintes résiduelles de soudage devraient être identiques à l'avant et à l'arrière du véhicule, car les procédés de soudage le sont. Mais il n'en est pas de même pour les contraintes résiduelles de bridage qu'il est difficile de dissocier des contraintes résiduelles de soudage.

Pour des raisons d'encombrement, les contraintes n'ont pas toujours été mesurées dans toutes les directions de l'espace. Aussi avons nous des résultats manquants dans certaines directions.

Le Tableau 19 présente les résultats des mesures de contraintes résiduelles à l'avant du véhicule (en surface). Dans le Tableau 20 sont reportées les valeurs des contraintes résiduelles à l'arrière du véhicule (en profondeur après polissage électrolytique d'une couche d'épaisseur 100 microns).

**Tableau 19 : contraintes résiduelles mesurées à l'avant de la maquette (en surface) pour différents angles de mesure**

A l'avant		-25 à 25 °	45 à 50 °	80 à 90 °
soudure 1	gauche	-65		
	droite	-75		
soudure 2	gauche	-20	-145	
	droite			
soudure 3	gauche	10		20
	droite	10		-15
soudure 4	gauche			-80
	droite			

**Tableau 20 : contraintes résiduelles mesurées à l'arrière de la maquette (à 100 µm de profondeur) pour différents angles de mesure**

A l'arrière		-25 à 25 °	45 à 50 °	80 à 90 °
soudure 1	gauche	0		
	droite			
soudure 2	gauche	-45	-65	
	droite			
soudure 3	gauche	75		-70
	droite			
soudure 4	gauche			-40
	droite			

Les contraintes dans les directions manquantes ont alors été déduites des cordons « équivalents », pour lesquels le même procédé de soudage a été utilisé mais il est vrai que le faible nombre de points de mesure ne permet pas d'avoir une idée très précise des contraintes résiduelles. Tout du moins pouvons nous remarquer que le niveau est globalement faible, excepté pour les contraintes de surface qui peuvent dépasser 100 MPa en compression. Les contraintes sont, comme prévu, plus faibles (en valeur absolue) à 100 microns de profondeur qu'en surface, attestant le rôle du brossage la présence de compression en surface.

### Premiers calculs d'endommagement

Les premiers calculs de contrainte permettent de choisir le niveau d'effort dans le vérin entre 10 et 15 kN pour voir un amorçage au niveau du pied de cordon 3 et potentiellement au niveau des pieds de cordon 1 et 2. Par contre, un amorçage au niveau du pied de cordon 4 est exclu, le niveau des contraintes y étant particulièrement faible.

Les premiers calculs d'endommagement sont présentés dans le Tableau 21.

**Tableau 21 : premiers calculs d'endommagement en vue du dimensionnement de l'essai de fatigue**

		Pied de cordon 1				Pied de cordon 2			Pied de cordon 3				Pied de cordon 4		
		10 kN	15 kN	20 kN	36	10 kN	15 kN	20 kN	10 kN	15 kN	20 kN	24	10 kN	15 kN	20 kN
CONTRAINTES GLOBALES	S11 global	18	27	36	7	10.5	14	12	18	24		10	15	20	
	S22 global	52	78	104	37	55.5	74	55	82.5	110		32	48	64	
	S12 global	-5	-7.5	-10	-11	-16.5	-22	-16	-24	-32		-9	-13.5	-18	
CONTRAINTES LOCALES	S11 local	50	75	100	40	60	80	52	78	104		22	33	44	
	S22 local	140	210	280	135	202.5	270	154	231	308		80	120	160	
	S12 local	-12	-18	-24	-12	-18	-24	-11	-16.5	-22		-10	-15	-20	
MATRICE KT	KT11	2.78			5.71			4.33				2.20			
	KT22	2.69			3.65			2.80				2.50			
	KT12	2.40			1.09			0.69				1.11			
CONTRAINTES RESIDUELLES SURFACE	res S11	-70			-15			10				10			
	res S22	-280			-280			10				-80			
	res S12	0			15										
CONTRAINTES RESIDUELLES A 100 MICRONS	res S11	0			-45			75				75			
	res S22	-60			-60			-70				-40			
	res S12	30			-15										
CALCUL ENDOMMAGEMENT	sans CR	6.07E-07	2.90E-05	1.02E-04	4.78E-07	1.52E-05	8.36E-05	1.61E-06	3.93E-05	1.57E-04		6.16E-09	1.23E-06	2.12E-06	
	avec CR surface	5.99E-07	7.75E-07	4.18E-07	9.18E-08	5.68E-08	8.49E-07	2.69E-06	4.99E-05	1.80E-04		6.27E-11	1.45E-07	2.92E-07	
	avec CR à 100 microns	8.54E-08	8.27E-06	9.17E-05	9.01E-09	1.35E-06	2.85E-05	1.83E-06	4.89E-05	3.49E-04		3.07E-08	3.00E-06	4.92E-06	
	nbcyclechangement	1.90E+01	3.00E+01	2.10E+01	2.00E+01	2.00E+01	2.00E+01	2.30E+01	2.30E+01	2.30E+01		2.00E+01	2.00E+01	2.00E+01	
CALCUL DU NOMBRE DE CYCLES	en milliers de cycles														
	sans CR	31301	1034	206	41841	1316	239	14286	585	146		3246753	16260	9434	
	avec CR surface	31720	38710	50239	217865	352113	23557	8550	461	128		318979266	137931	68493	
avec CR à 100 microns	222482	3628	229	2219756	14815	702	12568	470	66		651466	6667	4065		
DUREE ESSAI EN JOURS	fréquence essai	5													
	sans CR	72.46	2.39	0.48	96.85	3.05	0.55	33.07	1.35	0.34		7515.63	37.64	21.84	
	avec CR surface	73.42	89.61	116.29	504.32	815.08	54.53	19.79	1.07	0.30		738377.93	319.28	158.55	
	avec CR à 100 microns	515.01	8.40	0.53	5138.32	34.29	1.62	29.09	1.09	0.15		1508.02	15.43	9.41	

Il apparaît que :

- l'amorçage au niveau du pied de cordon 3 devrait intervenir rapidement pour un effort de 15 kN (une journée à une fréquence de l'essai de 5 Hz)
- l'amorçage au niveau du pied de cordon 4 n'est pas envisageable, même avec un effort de 20 kN.
- l'amorçage au niveau des pieds de cordon 1 et 2 apparaît difficile compte tenu de la présence de contraintes de compression non négligeables. Si nous prenons en compte les contraintes résiduelles de surface, il est très peu probable qu'il y ait amorçage d'une fissure de fatigue même pour un effort de 20 kN. Par contre, si nous considérons les contraintes résiduelles à 100 microns de profondeur, un amorçage est possible au niveau du pied de cordon 1 au bout de 8 jours. Augmenter l'effort à 20 kN permettrait d'amorcer au niveau des deux pieds de cordons.

### Définition du niveau de l'effort et prévisions de l'amorçage des fissures de fatigue

Afin de limiter les contraintes au niveau de l'interface entre le disque monté au bout du vérin et la paroi latérale, un effort de 15 kN est choisi. Les calculs prévoient :

- 2 fissures au niveau des soudures montantes (soudure II). L'amorçage devrait intervenir au bout de 450 000 cycles.
- 4 fissures potentielles au niveau des soudures plancher (soudure I). L'amorçage devrait intervenir tardivement dans le cas d'un effort de 15 kN et rapidement dans le cas d'un effort de 20 kN. Il est alors prévu la possibilité d'augmenter l'effort au cours de l'essai pour permettre l'amorçage au niveau des soudures I.

### D.1.4 Comment instrumenter l'essai ?

Les différents points chauds de la structure ayant été localisés, l'instrumentation de l'essai a pour but de recueillir les contraintes dans la structure au cours de l'essai. Nous disposons alors :

- de 6 rosettes à 45° pour déterminer l'état de contrainte
- de 10 jauges de déformations pour réaliser le suivi de la propagation

Les calculs par éléments finis ont montré que la contrainte n'est plus affectée par le rayon local lorsqu'elle est calculée à plus de 4 mm du pied de cordon de soudure. Il a été choisi de positionner la plupart des jauges et des rosettes à une distance égale à 10 mm du pied de cordon de soudure. Ainsi la contrainte relevée au cours du calcul ne sera pas affectée par la micro-géométrie locale du pied de cordon de soudure par contre elle tiendra compte de l'influence de l'assemblage soudé. Un nombre limité de rosette a été placé à une distance supérieure (70 mm du pied de cordon de soudure) de manière à s'affranchir de l'influence de la modélisation de l'assemblage soudé sur la contrainte, dans le cas où les contraintes relevées à 10 mm du pied de cordon de soudure, au cours de l'essai, soient trop éloignées des résultats de calculs. Le but de cette démarche est de permettre un recalage ultérieur au niveau de la modélisation des joints soudés grâce à la contrainte dite « au loin ». La position des rosettes permettant de relever les maxima de contrainte pour les soudures I et II est reportée dans la Figure 261.

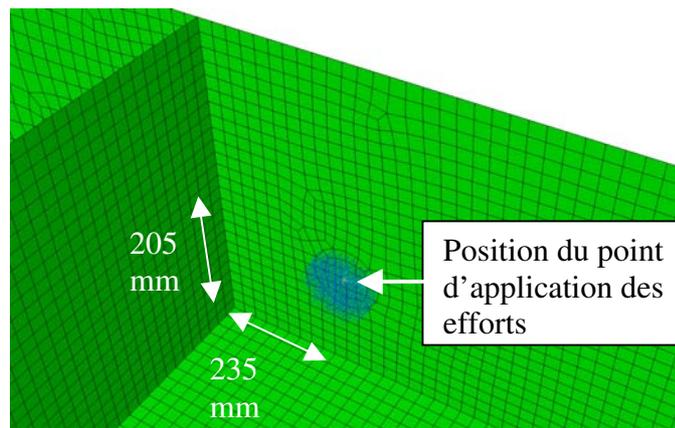


Figure 261 : position des rosettes permettant d'apprécier le maximum des contraintes pour les soudures I et II

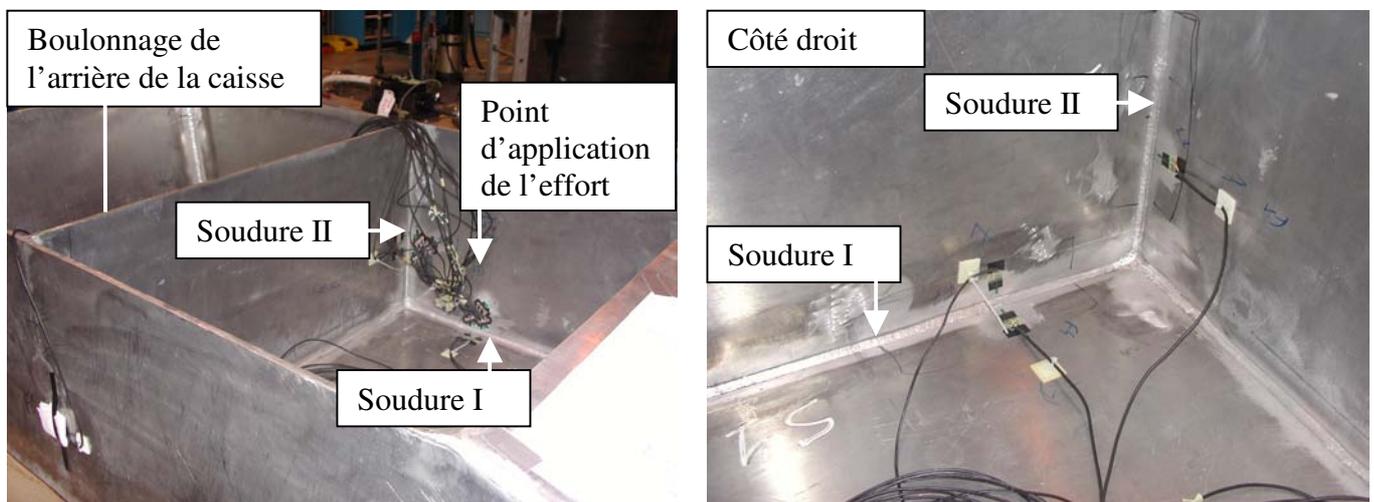


Figure 262 : instrumentation de l'essai

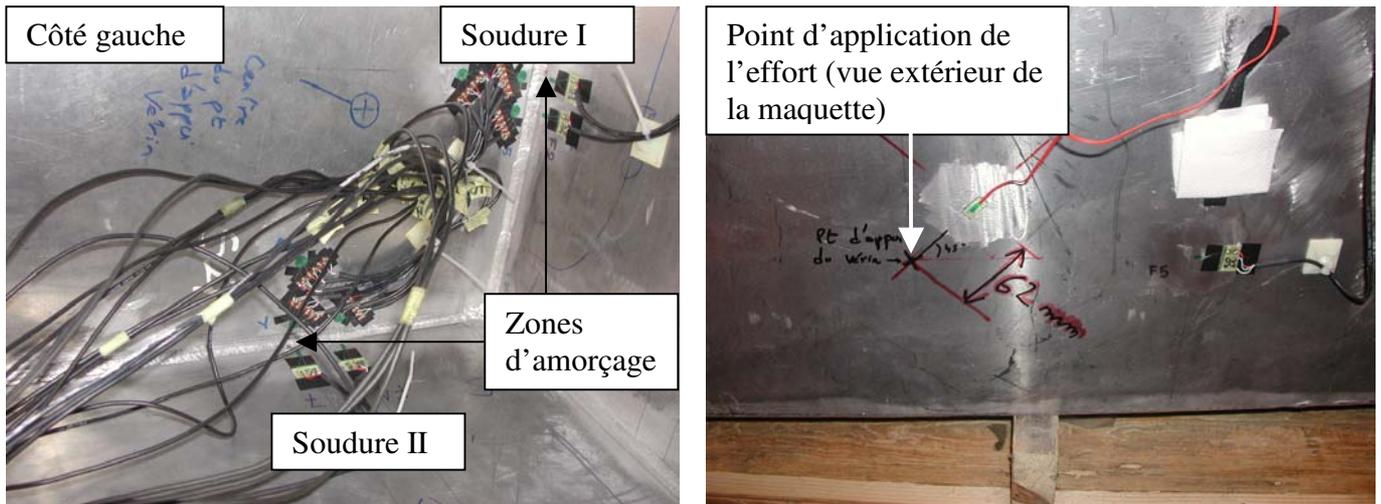


Figure 263 : instrumentation de l'essai

La Figure 262 et la Figure 263 représentent des clichés de la maquette instrumentée au niveaux des soudures I et II, sur les parois latérales gauche et droite. Etant donné la symétrie de la structure, les rosettes n'ont été placées que du côté gauche. Par contre, les jauges de déformation ont été placées des deux côtés, puisqu'elles sont destinées à détecter l'amorçage des fissures de fatigue. De plus, afin de vérifier le niveau des contraintes au niveau du point d'appui du vérin, une jauge a été placée du côté extérieur de la maquette. En effet, puisque le vérin appuie à l'intérieur de la maquette sur la paroi latérale, la face intérieure de cette dernière est en compression alors que la face extérieure est en traction. Cette jauge permet de contrôler le niveau des contraintes dans cette zone qui n'a pas bénéficié d'une modélisation très fine, d'autant que la géométrie du disque en appui sur la paroi latérale n'était pas connue lors du dimensionnement de l'essai.

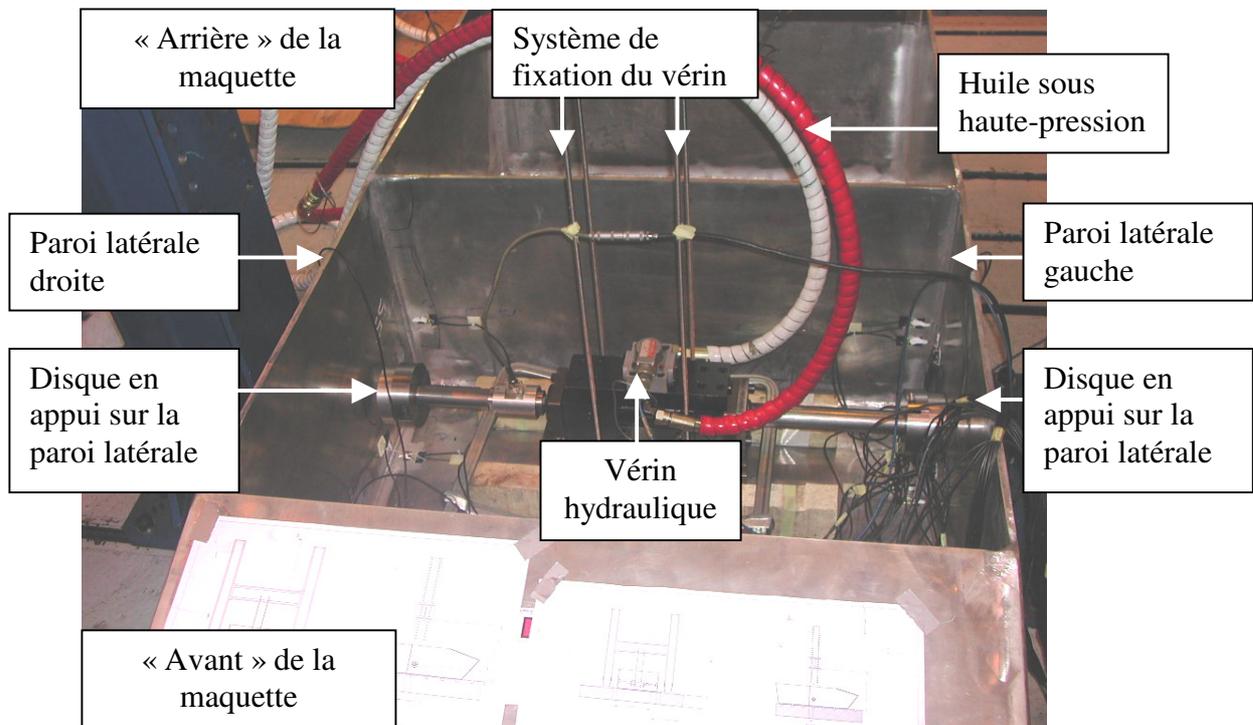


Figure 264 : vérin mis en position à l'intérieur de la maquette

La Figure 264 représente le vérin mis en position à l'intérieur de la maquette. Il n'y a qu'un seul vérin, mais placé en position centrale, il permet d'exercer un effort identique sur les deux parois latérales. Un système de fixation permet simplement de le maintenir au centre du plancher.

### D.1.5 Calibration de l'essai : chargement statique

La Figure 265 permet de bien visualiser la position des jauges et rosettes, par rapport au modèle volumique et à l'état de contrainte (Von Misès) qui règne au voisinage des pieds de cordon de soudure.

L'essai statique a consisté à appliquer un effort de 15 kN et à vérifier que la réponse de la structure est linéaire. Cette vérification a été effectuée pour une des rosettes de l'instrumentation et la réponse de cette rosette en fonction de l'effort appliqué (après plusieurs charges et décharges) est tracée dans la Figure 266.

Les contraintes, pour un effort de 10 kN, ont été relevées au niveau des jauges et des rosettes, à dix mm des pieds de cordon de soudure 1 à 4, et transversalement à eux, et sont comparées avec les résultats issus de différentes modélisations. Nous rappelons qu'à cette distance du pied de cordon de soudure, la macro-géométrie du joint soudé a une influence notable sur la contrainte. Ainsi le Tableau 22 nous montre les limites de la modélisation coque, avec des écarts par rapport à l'essai pouvant atteindre 30 %. Les résultats du modèle de zoom de type (B) sont beaucoup plus proches des résultats expérimentaux, avec des écarts inférieurs à 10%, sauf dans le cas du pied de cordon de soudure 4 pour lequel l'erreur atteint 15%. Il est à noter, de plus, que le modèle volumique complet donne des résultats pratiquement identiques au modèle de zoom, donc très proches des résultats d'essais.

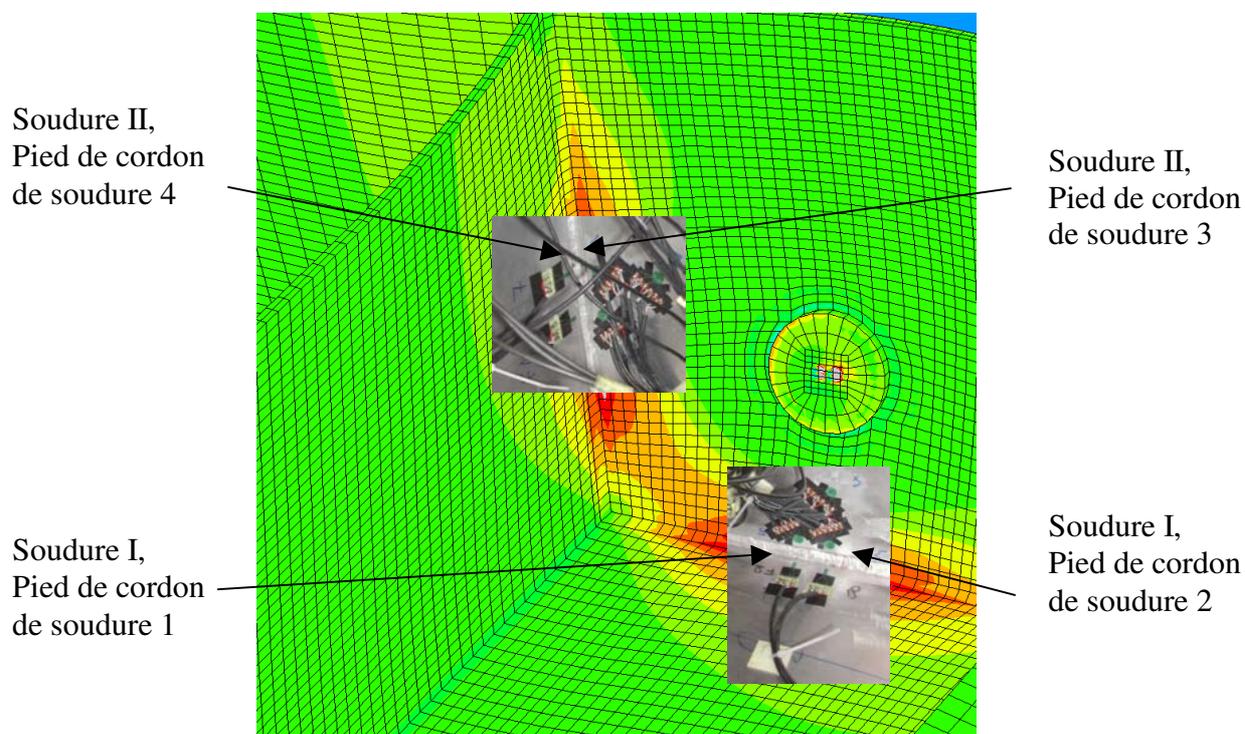


Figure 265 : position des jauges et rosettes au voisinage des pieds de cordon 1 à 4.

ESSAI STATIQUE rosette 3 contrainte principale SP11

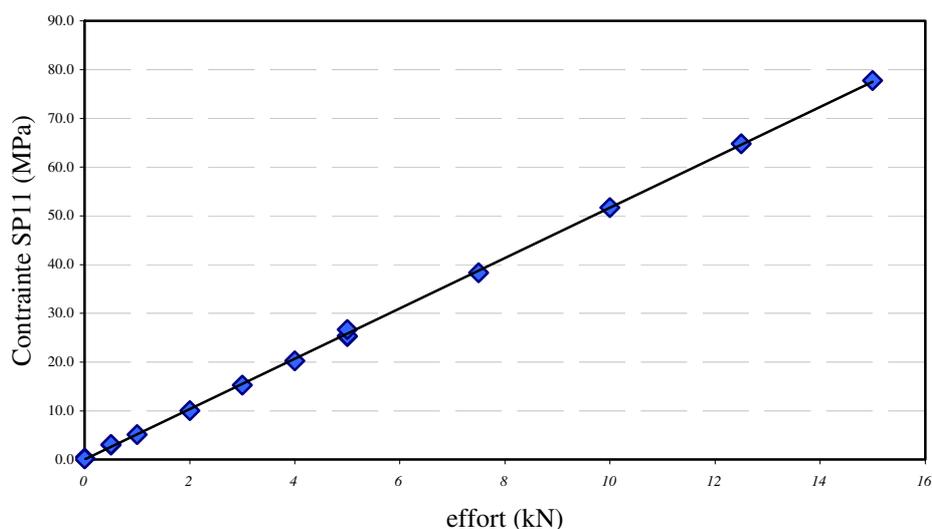


Figure 266 : évolution de la contrainte SP11 de la rosette 3 en fonction de l'effort appliqué

Tableau 22 : contrainte à 10 mm : comparaison entre les résultats d'essai et les différentes modélisations

<i>Contrainte en MPa</i>	<i>essai</i>	<i>Modèle zoom (B)</i>	<i>erreur %</i>	<i>modèle coque</i>	<i>erreur %</i>	<i>3d complet</i>	<i>erreur %</i>
Pied de cordon 1	55	60	9	48	-13	60	9
Pied de cordon 2	52	50	-4	38	-27	54	4
Pied de cordon 3	63	65	3	55	-13	65	3
Pied de cordon 4	33	38	15	34	3	37	12

### D.1.6 L'essai dynamique

L'essai statique permet simplement de vérifier la concordance des contraintes avec les calculs. Cette vérification est nécessaire car elle conditionne la validité des calculs d'amorçage et donc la durée de l'essai. Le vérin choisit pour l'essai a une capacité maximale de 30 kN mais pour cet essai, il applique un effort cyclique de 15 kN à une fréquence de 3 Hz, la fréquence de 5 Hz initialement choisie étant trop élevée, au regard des déplacements de la paroi latérale. L'amorçage aura donc lieu plus tardivement.

#### *D.1.6.1 Procédure de contrôle de l'amorçage des fissures de fatigue*

Afin de détecter l'amorçage des fissures, un relevé des jauges est réalisé toutes les quatre heures. L'essai est arrêté tous les soirs. Tous les matins, un ressuage est réalisé. La procédure est la suivante :

- nettoyage avec le dégraissant BABB.CO N120
- pulvérisation du pénétrant BABB.CO DP55 (Lot 11803)
- attente du temps de pénétration (20 minutes)
- élimination de l'excès de pénétrant à l'eau,
- séchage/essuyage avec des chiffons non pelucheux
- application du spray révélateur BABB.CO D100 (Lot 16104)
- interprétation de la présence ou non d'une fissure

Tous les pieds de cordon 1 à 4 des côtés gauche et droite sont ainsi inspectés quotidiennement.

Les deux informations – relevé des jauges et ressuage – permettent d'estimer le moment d'amorçage d'une fissure.

#### *D.1.6.2 Résultats de l'essai*

Trois fissures se sont amorcées et se sont propagées pendant toute la durée de l'essai (environ deux semaines). Nous avons, dans l'ordre, amorçage d'une fissure de fatigue :

- Au niveau du pied de cordon 3, côté gauche
- Au niveau du pied de cordon 3, côté droit
- Au niveau du pied de cordon 2, côté droit

Lors de la ruine de la structure, aucune autre fissure ne s'est amorcée. Nous retrouvons ici les prévisions du dimensionnement, à savoir, dans l'ordre, amorçage des fissures au niveau des pieds de cordon 3 puis amorçage potentiel au niveau des pieds de cordon 2. Regardons plus en détail l'amorçage au niveau de chacune des zones.

##### *a ) Cas du pied de cordon 3, côté gauche (voir Figure 268)*

Très tôt (entre 50000 et 100000 cycles), les jauges au voisinage du pied de cordon 3 du côté gauche de la maquette ont divergé (voir Figure 267). Pourtant, aucune fissure n'était visible au ressuage. Il a fallu attendre 290000 cycles pour voir l'apparition d'une fissure de 23 cm. Il est à noter que nous nous attendions à détecter une fissure de l'ordre de quelques millimètres jusqu'à environ trois centimètres. Pourquoi n'avons nous pas vu cette fissure avant qu'elle n'atteigne cette longueur

importante. Il est à noter que lors de l'essai, nous avons l'impression que la fissure ne se propageait pas perpendiculairement à la paroi latérale mais suivant son plan.

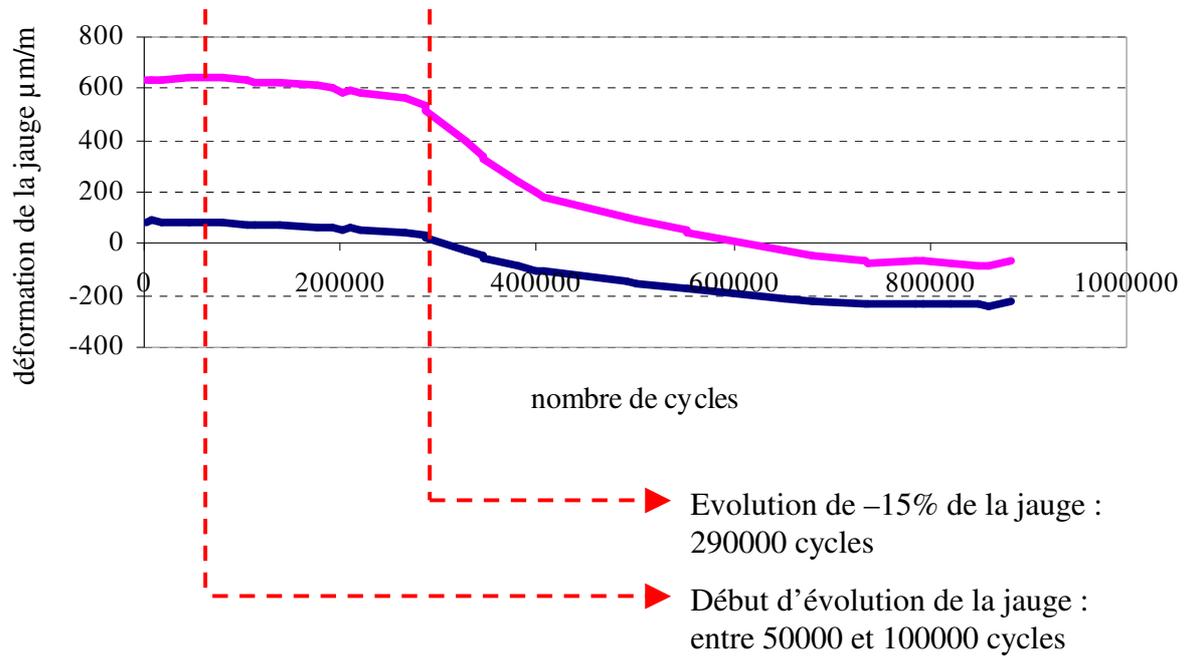


Figure 267 : évolution de la jauge 1 en fonction du nombre de cycles

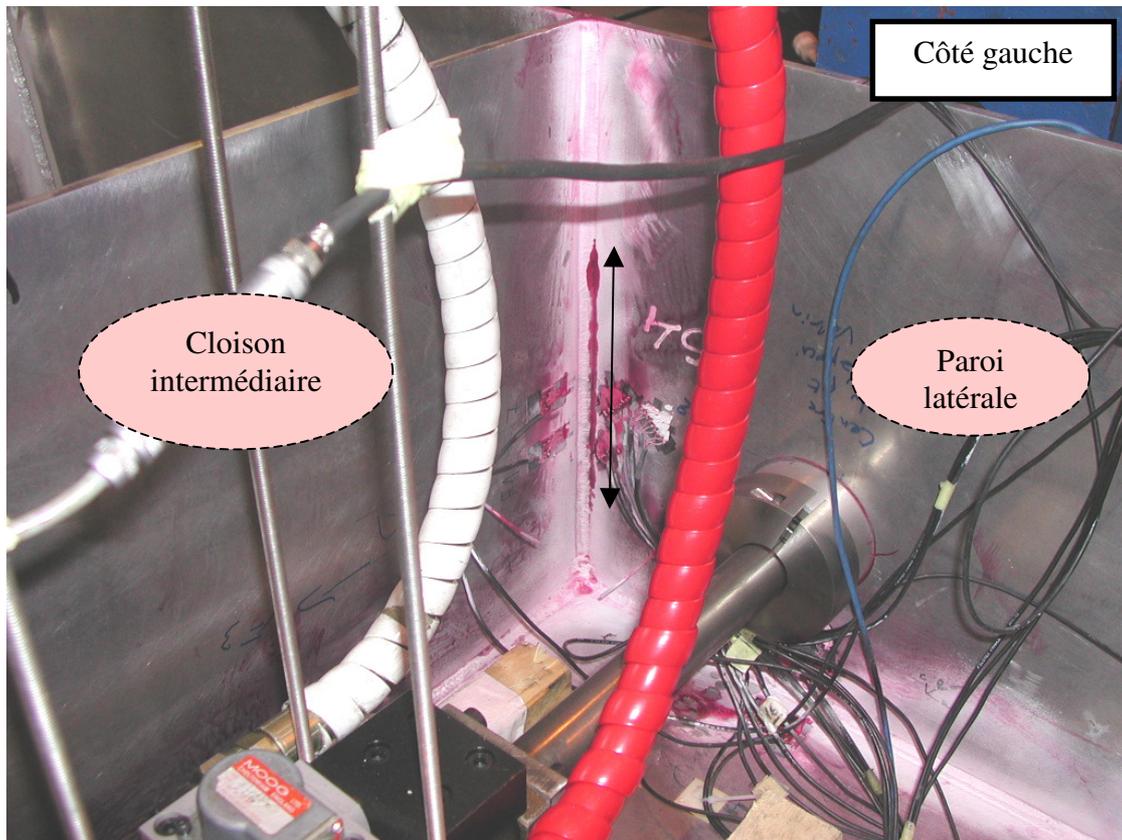
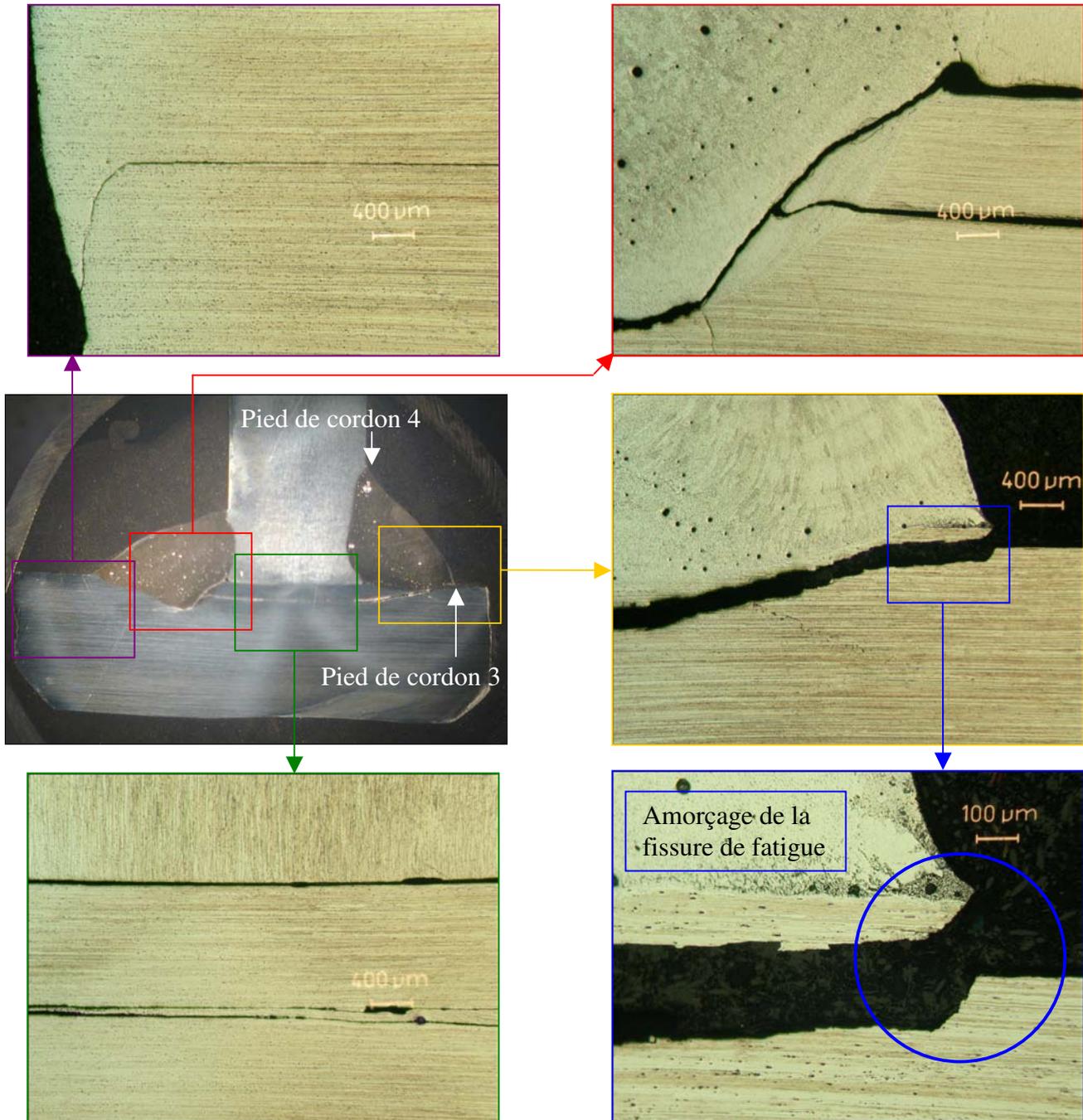


Figure 268 : fissure s'amorçant au pied de cordon de soudure 3 côté gauche (la fissure est désignée par la flèche noire)

Une macrographie d'une coupe de la soudure II (voir Figure 269) a été réalisée de manière à mieux comprendre pourquoi nous avons mis tellement de temps à détecter l'amorçage de la première fissure. Avant de poursuivre, il convient de préciser que des radiographies aux rayons X ont été réalisées sur l'ensemble des soudures de la maquette. Il ressort de ces clichés qu'il n'y avait pas de défauts notables, mis à part quelques porosités dans la ZAT.



Les macrographies de la Figure 269 nous montrent que :

- la fissure a potentiellement amorcé en pied de cordon de soudure, perpendiculairement à la surface
- cette fissure bifurque rapidement et suit l'interface entre la ZAT et le métal de base, on n'a pas de propagation en ouverture puisque la direction des contraintes principales est dans le plan de la paroi latérale (globalement la sollicitation appliquée au joint soudé est de la flexion pure). On s'attendrait à ce que la fissure propage dans la direction perpendiculaire à ces contraintes principales.
- la fissure propage par délaminage de la tôle d'alliage d'aluminium
- une fissure réamorçe au niveau de la racine de l'autre cordon de soudure

La fissure bifurque rapidement après avoir propagé sur une longueur d'environ 200  $\mu\text{m}$  puis propage à l'intérieur de l'assemblage soudé, par délaminage. S'agit-il d'un défaut de laminage de la tôle ? Ou bien cela peut-il venir des paramètres de soudage, cette soudure ayant été effectuée manuellement ? Le phénomène responsable de cette fissuration n'est à ce jour pas encore explicité, des compléments doivent avoir lieu avec une analyse plus poussée des fronts de fissuration au microscope électronique à balayage.

La difficulté d'observation de cette fissure avec le ressuage vient de la direction qu'elle a prise, direction qui n'a pas favorisé le pénétration du liquide dans la fissure.

b ) Cas du pied de cordon 3, côté droit (voir Figure 271)

La seconde fissure s'est amorcée un peu plus tard. Une évolution de la jauge 3 de  $-15\%$  (voir Figure 270) nous permet de dater l'amorçage de la fissure à environ 400000 cycles. Elle a été effectivement observée à 406000 cycles et avait une longueur d'environ 9 cm. La propagation de cette fissure (voir figures pages suivantes) est plus classique. En effet celle-ci s'est propagée de manière perpendiculaire à la paroi latérale (voir Figure 272 et Figure 273).

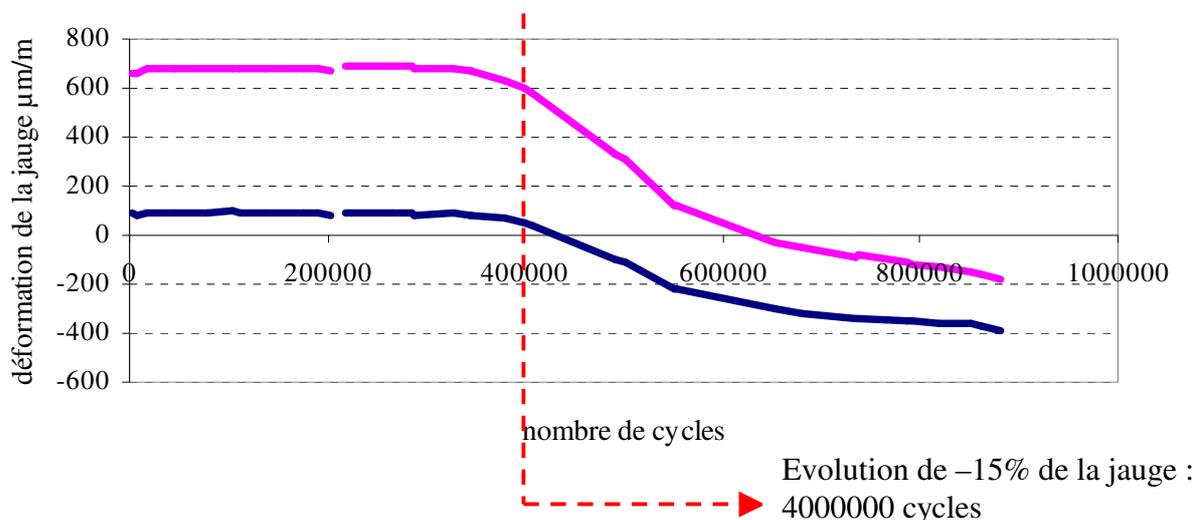


Figure 270 : évolution de la jauge 3 en fonction du nombre de cycles

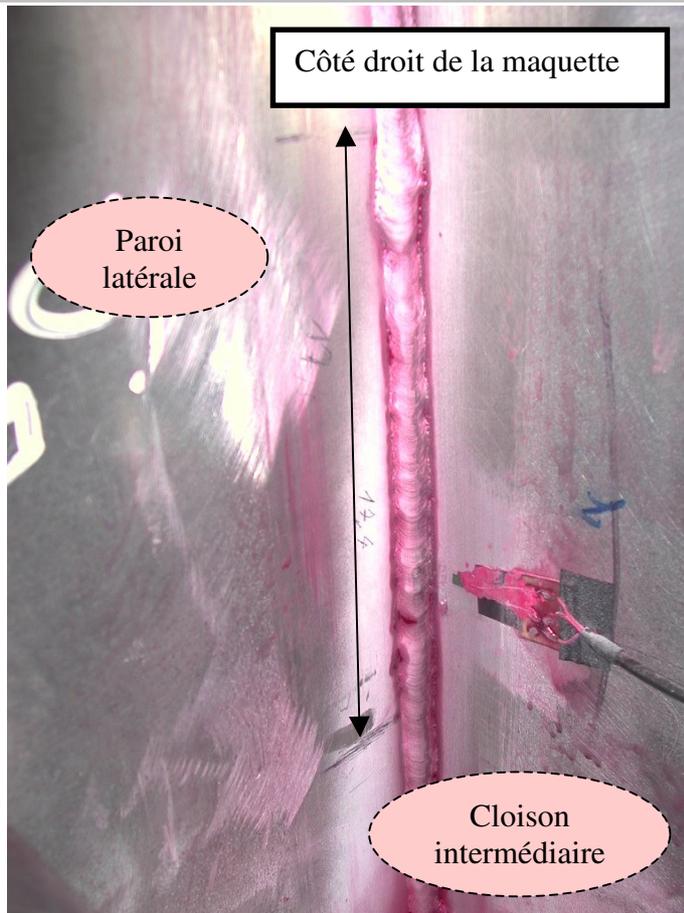


Figure 271 : fissure s'amorçant au pied de cordon de soudure 3 côté droit (la fissure est désignée par la flèche noire)

Fissure complètement traversante : propagation perpendiculaire à la paroi latérale

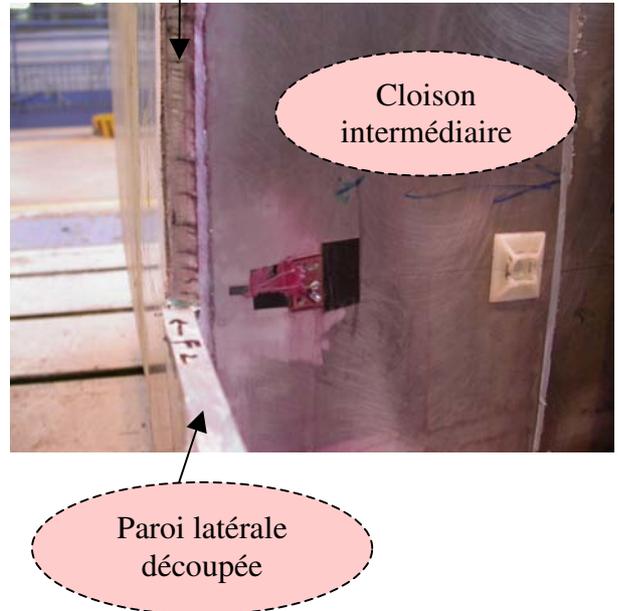


Figure 272 : après ruine de la structure

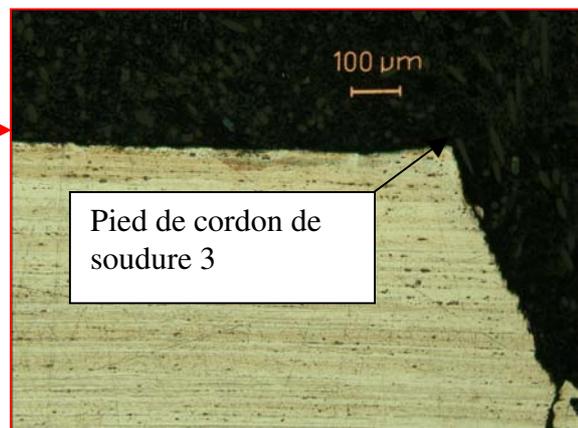
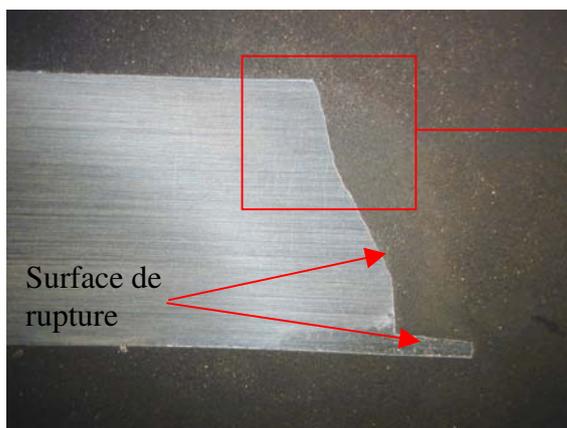


Figure 273 : propagation de la fissure au niveau du pied de cordon 3 à partir du rayon de raccordement (côté droit)

c) *Remarque sur les fissures en pied de cordon 3 (gauche et droite)*

Les fissures en pied de cordon 3 s'amorcent et propagent beaucoup plus rapidement que les fissures en pied de cordon 2. Dès lors qu'elles se rapprochent de l'angle formé par le plancher, la cloison intermédiaire et la paroi latérale, les fissures en pied de cordon 3 vont bifurquer et se propager dans le métal de base. En effet ce nœud est très rigide et la fissure va tendre à se propager globalement normalement à la droite liant la pointe de la fissure à la position d'appui du vérin. Il y a ici

compétition entre le multi-amorçage en pied de cordon de soudure qui tendrait à faire propager la fissure le long du cordon de soudure et le champ global des contraintes imposé par la géométrie qui tendrait à faire bifurquer la fissure. On peut observer dans la Figure 274 et la Figure 275 la direction de la fissure au bout de 650000 cycles.

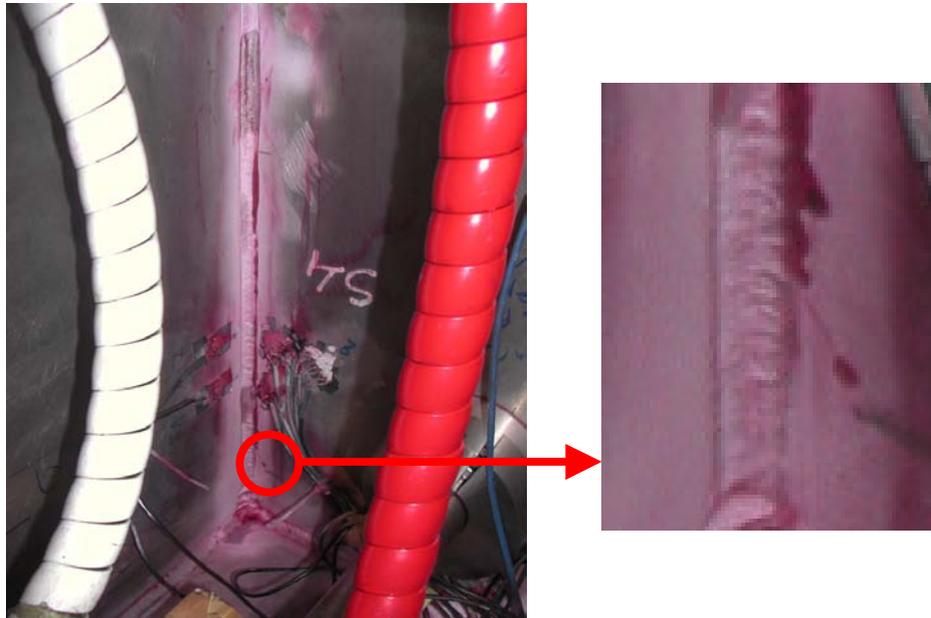


Figure 274 : bifurcation de la fissure amorçant au niveau du pied de cordon 3 du côté gauche de la maquette

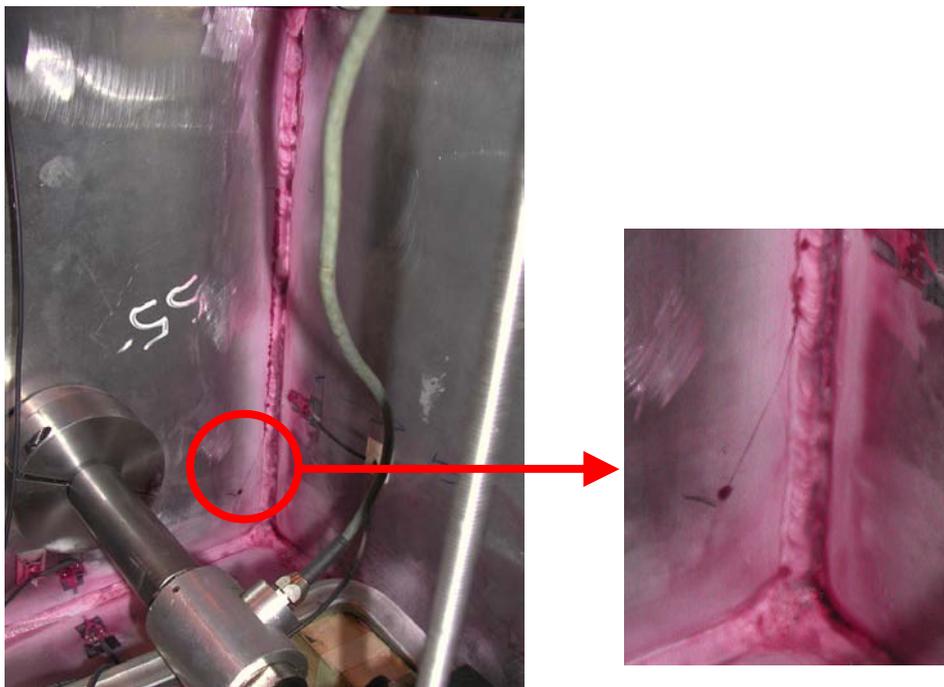


Figure 275 : bifurcation de la fissure amorçant au niveau du pied de cordon 3 du côté droit de la maquette

d) Cas du pied de cordon 2, côté droit (voir Figure 277)

C'est la dernière fissure ayant amorcé. Elle fut détectée vers 406000 cycles (environ 3 cm) et avait une longueur de 7,8 cm à 491000 cycles. Par contre entre 491000 cycles et 792000 cycles, il y avait des doutes sur la présence effective de cette fissure et ainsi sur les ressurgements effectués auparavant. La jauge 4 nous indique la présence de la fissure vers 550000 cycles avec une augmentation de la

déformation de près de 15% (voir Figure 276). La Figure 278 met en évidence la direction de la propagation de la fissure : comme pour la fissure au pied de cordon 3 du côté droit de la maquette, la fissure se propage globalement perpendiculairement à la paroi latérale (avec un petit angle de bifurcation dû à la géométrie de l'assemblage soudé).

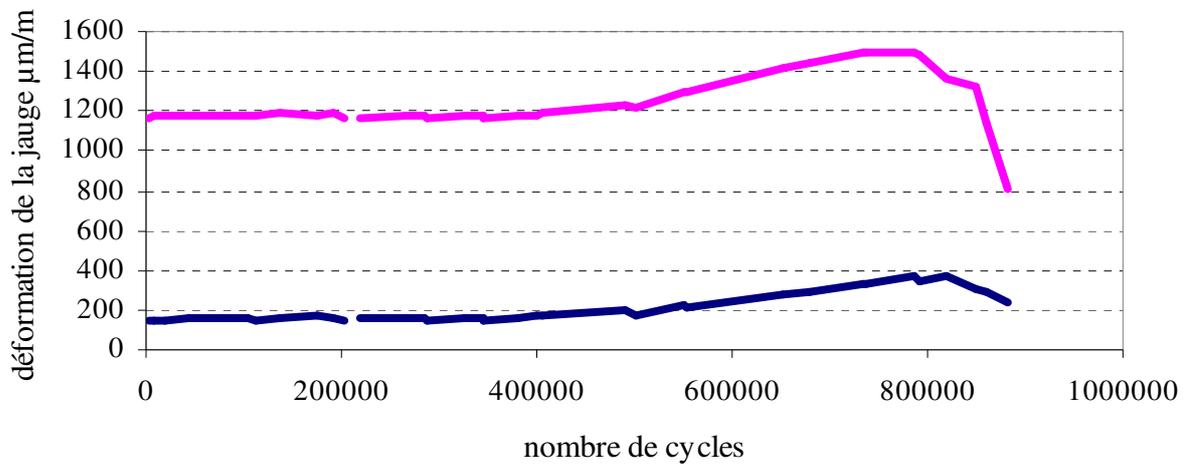


Figure 276 : évolution de la jauge 4 en fonction du nombre de cycles

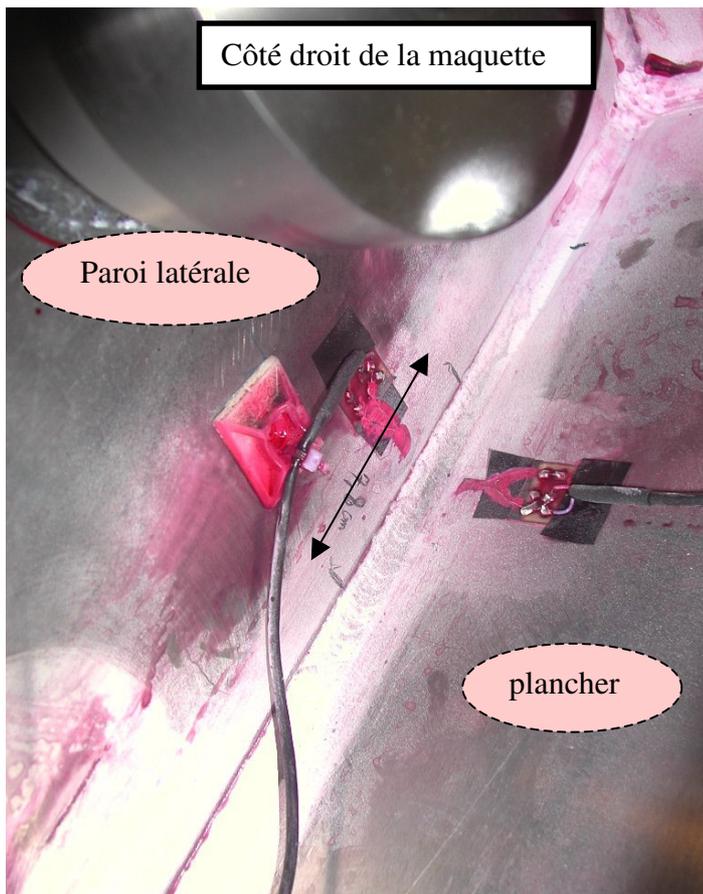


Figure 277 : fissure s'amorçant au pied de cordon de soudure 2 côté droit (la fissure est désignée par la flèche noire)

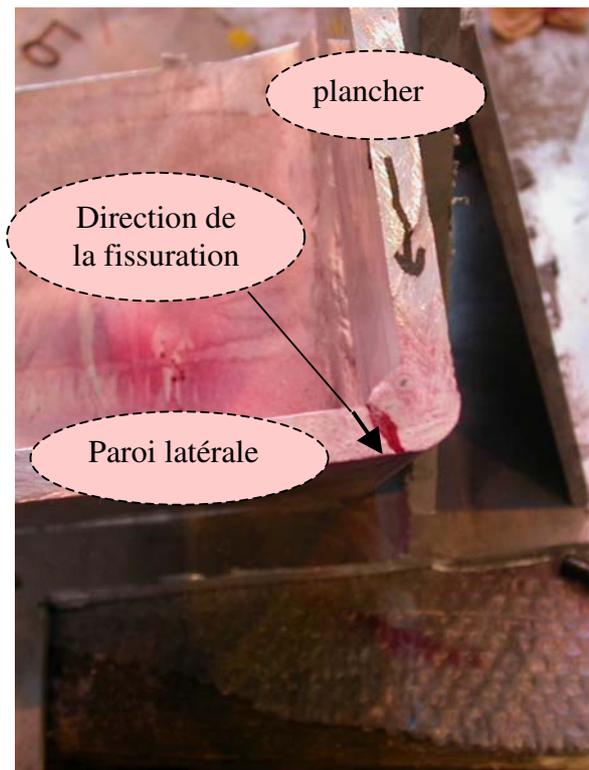


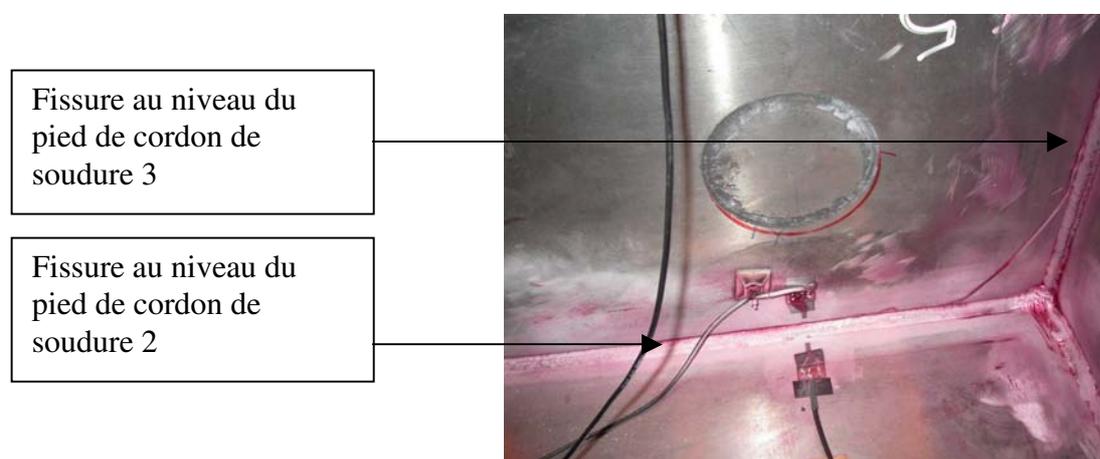
Figure 278 : fissuration au niveau du pied de cordon de soudure 2 côté droit (vue en coupe permettant d'apprécier la direction de la fissure dans l'épaisseur de la paroi latérale)

e ) De l'amorçage de la fissure à la ruine de la structure

Le Tableau 23 présente la chronologie du développement des 3 fissures, de leur amorçage à la ruine de la structure. La première fissure a été visible à 287000 cycles mais ce n'est pas celle-ci qui est à l'origine de la ruine de la structure, intervenue à environ 950000 cycles. La fissure responsable de la ruine est au niveau de la soudure montante du côté droit de la maquette. Elle a alors rejoint la fissure de la soudure du bas, entre le plancher et la paroi latérale (voir Figure 279).

**Tableau 23 : suivi de la fissuration au cours de l'essai**

nombre de cycles	287000	344500	406000	491600	653200
Soudure II fissure pied de cordon 3 côté gauche	23 cm	23 cm	25 cm	25 cm	29 cm
Soudure II fissure pied de cordon 3 côté droit			9 cm	17,4 cm	29 cm
Soudure I fissure pied de cordon 2 côté droit			3,5 cm	7,8 cm	doute
nombre de cycles	735000	792000	860000	882000	942052
Soudure II fissure pied de cordon 3 côté gauche	30 cm	31,5cm	31,5cm		
Soudure II fissure pied de cordon 3 côté droit	38 cm	44 cm	<b>remonte jusqu'à l'arrête supérieure</b>	<b>a traversé la tôle</b>	Le côté est déchiré sur toute la hauteur
Soudure I fissure pied de cordon 2 côté droit	doute	11 cm	13,5 cm		



**Figure 279 : ruine de la structure du côté droit de la maquette**

### D.1.6.3 Réflexions sur le suivi de la fissuration par les jauges de déformations

Seules les jauges de déformations et une rosette ont été suivies au cours de l'essai de fatigue. Nous avons deux informations de contrainte par zone d'amorçage. La Figure 280 nous montre les emplacements des jauges et rosettes participant au suivi des fissures des côtés gauche et droite de la maquette. La position de la fissure ayant amorcé du côté droit y est reportée. Le Tableau 24 présente les durées de vie à amorçage déterminées pour différents seuils de variation de la contrainte au niveau des différentes jauges pour lesquelles les fissures ont amorcé. Ces valeurs sont comparées avec celles obtenues par détection visuelle. Les zones d'une même couleur permettent de détecter l'amorçage d'une même fissure (vert : fissure à gauche au pied de cordon 3, jauge : fissure à droite au pied de cordon 3 et violet : fissure à droite au pied de cordon 2). On s'aperçoit ici que l'écart du nombre de cycles obtenu pour les deux jauges de part et d'autre du cordon de soudure est inférieur à 40000 cycles sauf pour la première fissure ayant amorcé lors de l'essai. On vérifie aussi ici que la jauge la plus proche de la fissure (par exemple la jauge 6) voit sa contrainte évoluer plus rapidement que la jauge la plus éloignée (par exemple la jauge 3) (voir Figure 281). Il est à noter qu'utiliser 2% de la contrainte initiale comme seuil de détection de l'amorçage n'est pas approprié, car on se situe ici dans la plage de la tolérance de mesure. Utiliser 5% ou 15% [RE84] donne sensiblement les mêmes résultats pour deux fissures. Pour la fissure s'amorçant du côté gauche, la jauge 5 la plus proche de la fissure donne un nombre de cycle à l'amorçage très éloigné de la jauge 1, traduisant un amorçage très rapide de la fissure.

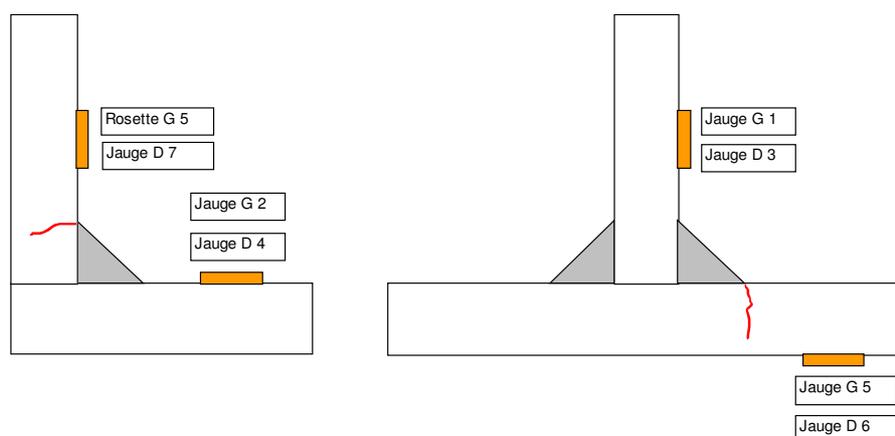


Figure 280 : position de différentes jauges (soudure I à gauche et soudure II à droite).

Tableau 24 : détermination du nombre de cycle à amorçage suivant différentes tolérances sur les jauges

	2% de la contrainte de la jauge	5% de la contrainte de la jauge	15% de la contrainte de la jauge	Détection visuelle
Jauge G 1	137000	190000	290000	286000
Jauge G 5			50000	286000
Jauge D 3	345000	380000	410000	
Jauge D 6	indéterminé	344000	370000	406000
Jauge 4 D	400000	500000	600000	
Jauge 7 D	400000	490000	570000	406000 puis doute

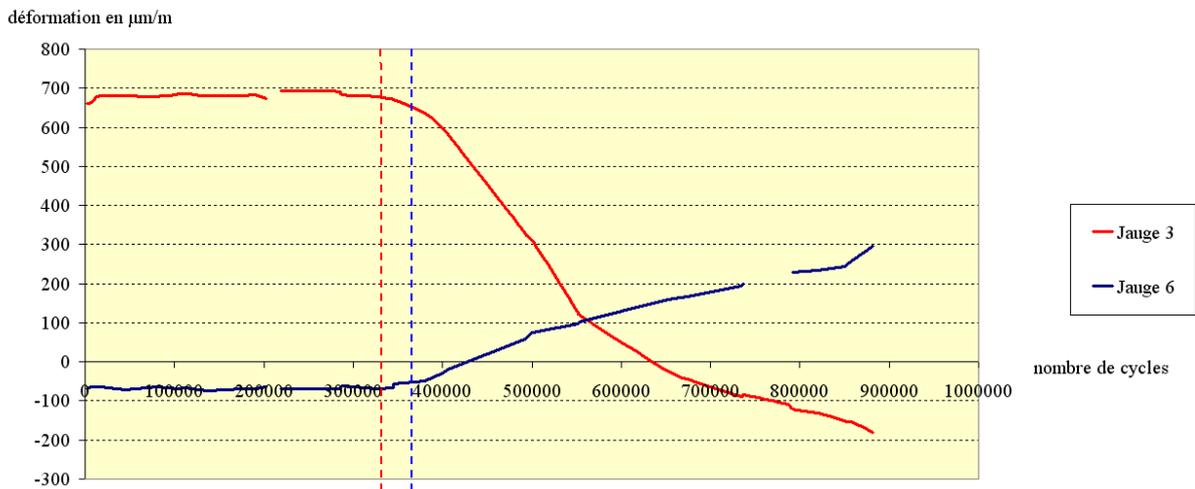


Figure 281 : détection de l’amorçage (5% de l’évolution de la contrainte de la jauge) pour les jauges 3 et 6

#### D.1.6.4 Influence d’une fissure sur l’autre

La fissure au niveau de la soudure II peut avoir une influence sur la contrainte au niveau de la soudure I. C’est ce que l’on vérifie sur le côté gauche de la maquette, pour lequel aucune fissure ne s’est amorcée au niveau de la soudure I, alors qu’une grande fissure s’est amorcée au niveau du cordon II. La Figure 282 montre une augmentation globale de la contrainte de 10% (jauge 2). On peut alors douter de la pertinence de l’utilisation d’un critère de 5% d’évolution de la contrainte au niveau de la jauge pour les soudures de type I, du côté droit de la maquette. Or si l’on compare l’évolution de la contrainte au niveau des jauges 4 et 7 (du côté droit de la maquette pour lequel il y a amorçage d’une fissure), avec la contrainte au niveau de la jauge 2 (du côté gauche de la maquette pour lequel il n’y a pas d’amorçage), on peut estimer la présence certaine de la fissure, à l’instant où les évolutions divergent. On trouve alors une valeur de 540000 cycles, assez proche des valeurs trouvées précédemment. Ainsi même si la présence de la fissure au niveau de la soudure II a une influence sur la soudure I, celle-ci paraît négligeable pour l’amorçage des fissures lors de l’essai.

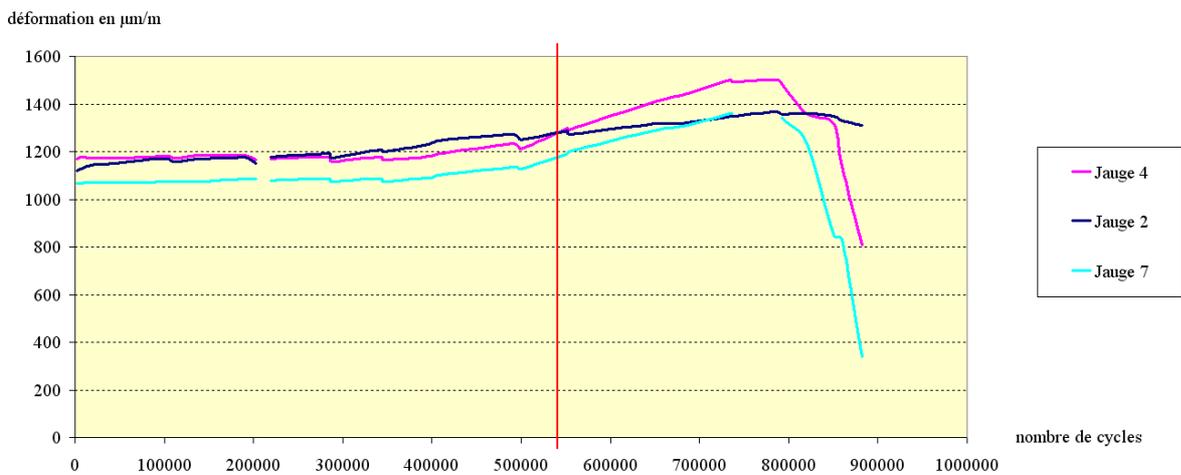


Figure 282 : mise en évidence de l’influence d’une fissure au niveau de la soudure II sur la soudure I

#### *D.1.6.5 Première conclusion sur l'essai « maquette »*

L'essai maquette est globalement satisfaisant. En effet des fissures se sont amorcées, au niveau des zones prévues, à savoir les 2 pieds de cordon de soudure 3. Le nombre de cycles prévu était d'environ 470000 cycles et les fissures ont été observées après 406000 cycles pour le côté droit et 287000 cycles pour le côté gauche ce qui reste d'un bon ordre de grandeur. Mais le signal des jauges nous a indiqué que la fissure du côté gauche avait amorcé très tôt. Nonobstant le fait que la fissure n'ait pas propagé dans la direction prévue (dans l'épaisseur de la paroi latérale), on peut tout de même comparer la durée d'amorçage de cette fissure lors de l'essai avec les prévisions car celle-ci s'est tout de même amorcée en pied de cordon de soudure.

Ensuite, on a vu l'amorçage d'une fissure au niveau du pied de cordon 2, du côté droit de la maquette. Lors du dimensionnement, il avait été indiqué que cette zone pouvait être un point chaud mais seulement si on augmentait l'effort au cours du calcul. On peut alors se demander si la présence de la fissure montante a eu une influence sur l'amorçage de cette fissure. Mais dans ce cas, on aurait dû avoir également amorçage d'une fissure de fatigue du côté gauche, puisque c'est de ce côté que la fissure s'est propagée plus rapidement (jusqu'à 650000 cycles). Et pourquoi n'avons nous pas eu amorçage au niveau du pied de cordon 1, où la contrainte locale calculée était identique à celle du pied de cordon 1 ?

Il y a un point sur lequel nous n'avons pas encore suffisamment investigué : les rayons de raccordement en pied de cordon de soudure. Ce rayon va complètement déterminer la concentration de contrainte locale. Or, nous l'avons, pour le dimensionnement, considéré identique pour toutes les soudures et égal à 1 mm. Dans la suite de ce chapitre, nous allons nous intéresser particulièrement à ces rayons afin de vérifier s'ils permettent d'expliquer cette dissymétrie droite/gauche au niveau de l'amorçage des fissures et aussi pourquoi une fissure s'est amorcée au niveau du pied de cordon de soudure 2 mais pas au niveau du pied de cordon de soudure 1.

### D.1.7 Les rayons de raccordement

Une approche locale ne peut se faire sans avoir de données locales et le rayon local est le facteur prédominant dans l'amorçage des fissures [LH05a]. La maîtrise de ces rayons lors de l'opération de soudage reste un art délicat, en particulier pour les soudures d'alliages d'aluminium, matériau réputé être difficile à souder. De plus, il est tout aussi difficile de qualifier et de mesurer la qualité des cordons de soudure et c'est pour cette raison que les réglementations et les normes ne peuvent l'imposer, tant l'accès à cette mesure est difficile. Le but est de trouver le cercle permettant d'épouser au mieux le profil local du pied de cordon de soudure et toute la difficulté est dans l'interprétation « d'épouser ». Ce n'est pas un terme très mathématique mais un terme qui fait plutôt penser au côté pratique, à l'expérimentation et donc à l'opérateur. Le problème réside dans le fait que l'on fait appel à l'appréciation d'un opérateur pour réaliser une mesure, qui a un caractère plus universel qu'une estimation dépendant de l'épaisseur du trait et de l'éclairage du bureau. Estimer la qualité de la soudure passe alors par une quantification et non plus une qualification, d'où l'idée d'introduire des tolérances permettant de lier la mesure à la finalité, à savoir la durée de vie à l'amorçage d'une fissure. Ces tolérances permettent de ne plus être dépendant de l'échelle à laquelle on mesure les rayons de raccordement. De manière à s'affranchir de la dispersion liée à l'opérateur, un outil de mesure automatique des rayons de raccordement CAGEP a été utilisé (voir annexe G.2 « mesure des rayons de raccordement »).

Dans le cadre de cet essai, des mesures de rayons de raccordement ont été effectuées avec l'outil CAGEP v2 sur tous les pieds de cordon de soudure (1 à 4 sur les côtés gauche et droite).

a) *Cas de la soudure 1 – plancher/latérale (pieds de cordon de soudure 1 – côté plancher – et 2 – côté tôle latérale)*

Les figures suivantes présentent les résultats de mesure de rayons de raccordement au moyen du logiciel CAGEP v2. On observe ici une dissymétrie, d'une part entre le côté gauche et le côté droit, et d'autre part entre le pied de cordon 1 et le pied de cordon 2. Dans les 4 cas, il n'y a pas de rayons de raccordement inférieurs à 0,2 mm. Les rayons déterminés au niveau du pied de cordon de soudure 2 du côté droit de la maquette, présentent des niveaux faibles mais réguliers (la moyenne des rayons est de 0,42 mm et plus de 90 % des rayons sont compris entre 0,2 et 0,6 mm). Quant aux pieds de cordon 1 du côté droit de la maquette, les rayons sont nettement plus élevés (aucun n'est inférieur à 0,4 mm) avec une distribution centrée sur 1,26 mm.

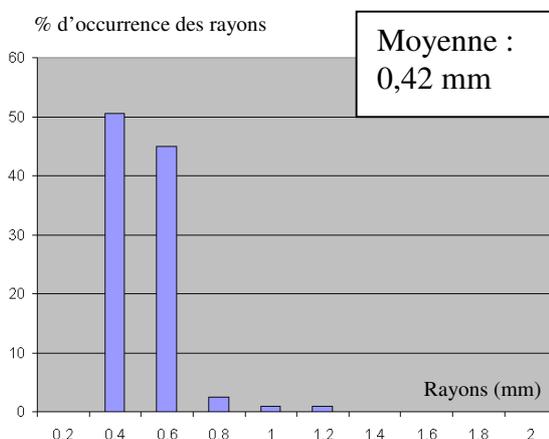


Figure 283 : répartition des rayons pied de cordon 2 côté droit

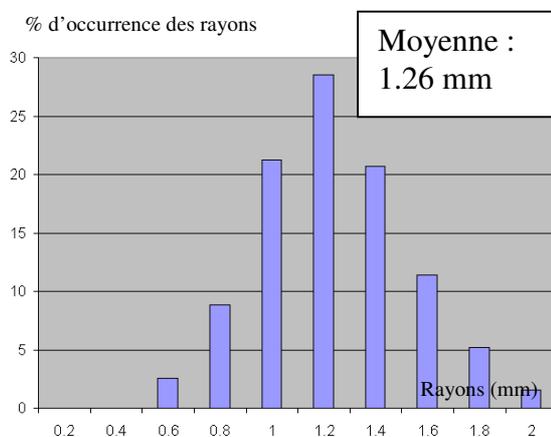
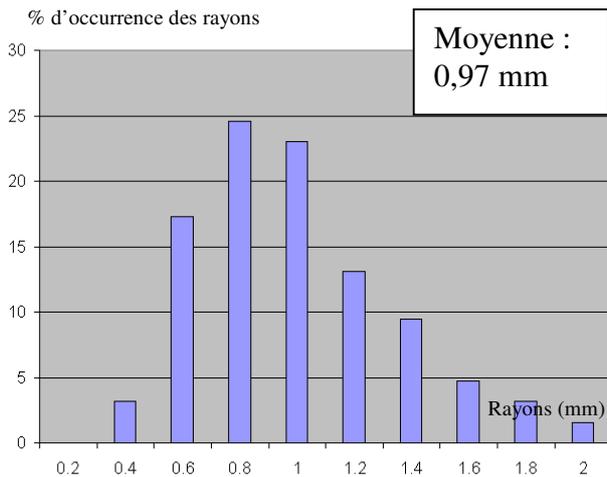
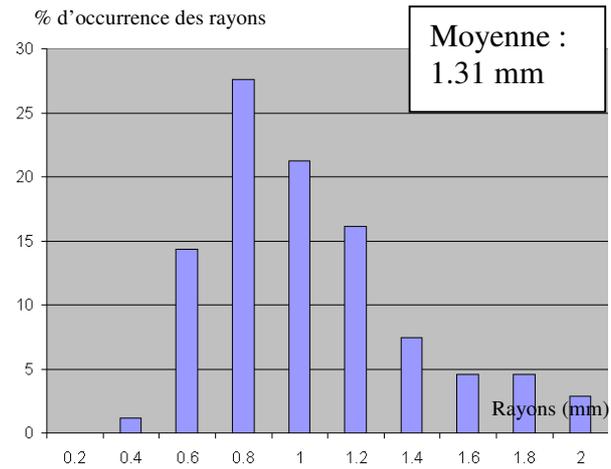


Figure 284 : répartition des rayons pied de cordon 1 côté droit



**Figure 285 : répartition des rayons pied de cordon 2 côté gauche**

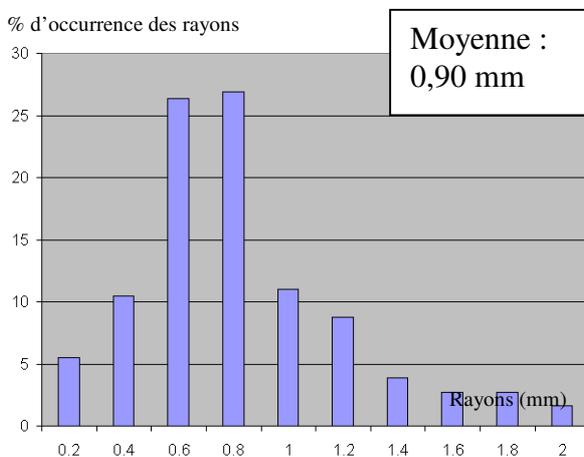


**Figure 286 : répartition des rayons pied de cordon 1 côté gauche**

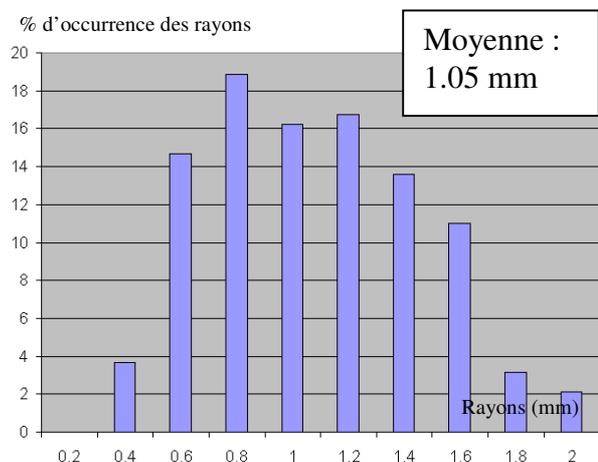
Ainsi, si l'on compare les rayons de raccordement des 4 pieds de cordon de soudure 1 gauche, 1 droit, 2 gauche et 2 droit, la moyenne des rayons est de l'ordre de 1 mm (et plus) sauf pour le pied de cordon 2 du côté droit de la maquette, au niveau duquel une fissure de fatigue a amorcé, contrairement aux autres pieds de cordon de soudure.

*b) Cas de la soudure II – plancher/laterale (pieds de cordon de soudure 3 – côté tôle latérale – et 4 – côté cloison interne)*

Les figures suivantes présentent également les résultats de mesure de rayons de raccordement au moyen du logiciel CAGEP v2, mais dans le cas des soudures montantes. Ici, la distribution des rayons est plus chaotique (en particulier pour le pied de cordon 4 du côté droit). Le procédé de soudage utilisé pour les soudures II est manuel alors qu'il est automatisé pour les soudures I. Les procédés robotisés permettent d'obtenir un cordon beaucoup plus régulier, d'où les différences observées dans les distributions des rayons. Comme pour les soudures I, la moyenne des rayons est globalement de 1 mm sauf pour le pied de cordon 3 du côté gauche qui présente presque 20 % de rayons compris entre 0,2 et 0,4 mm contre un peu moins de 3 % pour son homologue du côté opposé. On retrouve ici la tendance des résultats d'essai avec un amorçage plus rapide du côté gauche que du côté droit.



**Figure 287 : répartition des rayons pied de cordon 4 côté droit**



**Figure 288 : répartition des rayons pied de cordon 3 côté droit**

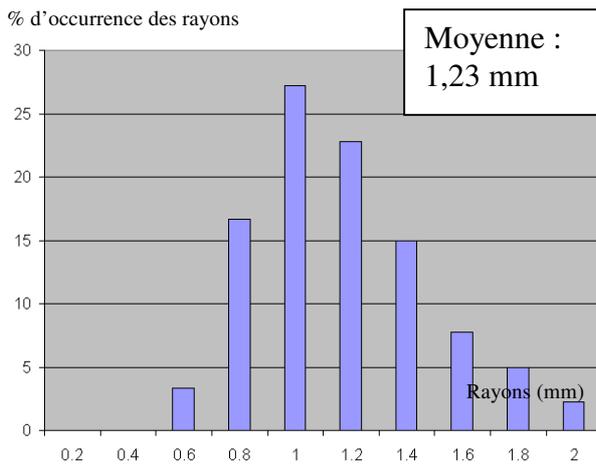


Figure 289 : répartition des rayons pied de cordon 4 côté gauche

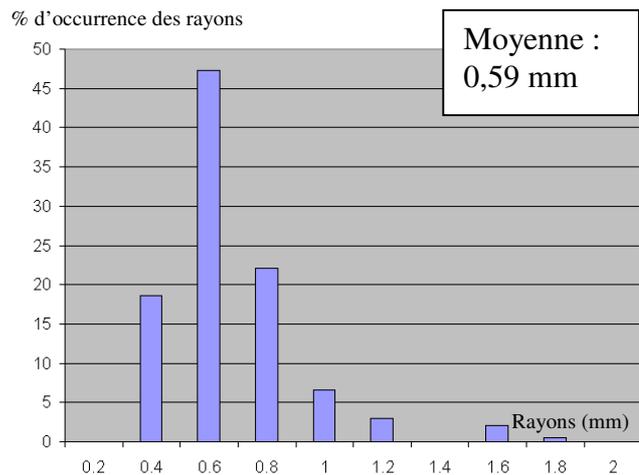


Figure 290 : répartition des rayons pied de cordon 3 côté gauche

C'est au niveau du pied de cordon 4, du côté droit de la maquette, que l'on retrouve les plus petits rayons (inférieurs à 0,2 mm). Cette zone est très peu chargée, donc tout risque d'amorçage est évité. Mais dans le cas d'une autre sollicitation, on peut se demander si une fissure s'amorcerait très rapidement dans cette zone, bien que le rayon moyen soit élevé. Si les 5% de rayons inférieurs à 0,2 mm sont tous concentrés autour d'un défaut positionné au niveau du maximum des contraintes (au sens global) alors dans ce cas, il y a un fort risque d'amorçage. On voit ici qu'une notion de moyenne n'est peut-être pas suffisante pour caractériser les rayons.

c ) Conclusion sur la mesure des rayons

La mesure des rayons de raccordement (dont une synthèse est présentée dans la Figure 291) permet d'éclaircir les zones d'ombre, quant aux différences de durée d'amorçage des fissures observées. Au niveau du pied de cordon 3 (soudure II), il apparaît que les rayons sont beaucoup plus faibles du côté gauche que du côté droit (moyenne de 0,59 et 1,05 respectivement) et on retrouve dans l'essai un amorçage plus rapide du côté gauche. De la même façon, au niveau des soudures I, la moyenne des rayons pour les différents pieds de cordon de soudure est de l'ordre du millimètre sauf pour le pied de cordon 2 du côté droit et on retrouve dans l'essai une fissure au niveau de cette zone alors qu'aucune fissure n'a amorcé au niveau des autres pieds de cordon de soudure 1 et 2.

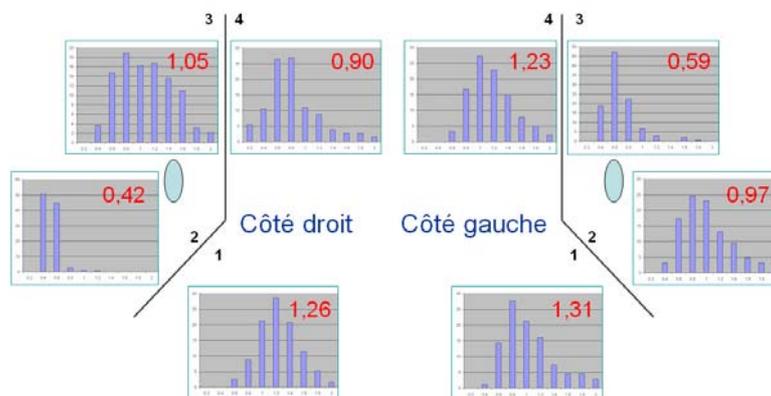


Figure 291 : synthèse des rayons de raccordement (moyenne en mm en rouge)

### D.1.8 Calcul de l'amorçage des fissures

Les considérations sur les rayons de raccordement mettent en avant l'influence primordiale de la qualité de la soudure sur l'amorçage des fissures de fatigue mais ces considérations ne sont que qualitatives et le but de la suite de ce chapitre est de quantifier l'effet du rayon de raccordement sur la durée de vie. Le but est de réaliser les calculs d'amorçage pour différents rayons de raccordement et de regarder comment les rayons moyens se situent par rapport aux prévisions.

#### D.1.8.1 Détermination de la contrainte locale en fonction du rayon de raccordement

Nous avons vu que des sous-modèles volumiques pilotés en déplacement permettent de calculer la contrainte locale. Les précédents calculs furent réalisés avec un rayon de 1 mm. Un modèle de zoom intermédiaire est utilisé pour limiter la taille du sous-modèle dans lequel le rayon de 1 mm est modélisé. Quatre éléments sont disposés dans le rayon de manière à modéliser finement le gradient de contrainte local. Des éléments quadratiques doivent être choisis mais la finesse du maillage réalisé nous a contraint à utiliser des éléments linéaires. Or nous pouvons voir sur la Figure 292 l'influence du nombre d'éléments dans le rayon sur la contrainte locale en pied de cordon d'une soudure bout à bout, modélisée en 2D avec l'hypothèse d'un état plan des déformations. Il apparaît qu'il est nécessaire de disposer d'au moins 3 éléments quadratiques pour avoir stabilisation de la contrainte locale. L'utilisation de 4 éléments quadrangulaires linéaires donne une erreur de près de 10 % par rapport aux éléments quadratiques et il faut plus de 7 éléments linéaires pour avoir moins de 5 % d'erreur. 10 % d'erreur sur la contrainte donne globalement un facteur 2 sur les prévisions en durée de vie, en considérant qu'il n'y a pas plastification locale. Ce facteur doit donc être réévaluer à la baisse dans notre cas car la contrainte locale dépasse la limite d'élasticité de la ZAT. L'erreur commise alors est potentiellement d'un facteur 2 sur la durée de vie. S'il a été choisi de conserver dans ce mémoire un récit chronologique, c'est dans le but de montrer la très forte incidence que peut avoir des erreurs de modélisation. Il faut toutefois relativiser, un facteur deux en durée de vie n'est pas considéré comme une erreur importante. En outre, il apparaît que, contrairement à ce que l'on pouvait supposer, il est préférable d'utiliser localement en pied de cordon des éléments triangulaires à champ de déplacement quadratique, même en faible densité, que des éléments quadrangulaires à champ de déplacement linéaire (voir Figure 292).

#### D.1.8.2 Modélisation bidimensionnelle

Faire varier le rayon de raccordement sur les modèles tridimensionnels n'est guère envisageable, considérant la finesse de maillage que nous avons pour des rayons de 1 mm. Quelles sont les autres alternatives ? On peut imaginer utiliser une équation donnant le  $K_t$  pour une géométrie se rapprochant de la configuration de l'essai ce qui est assez aisé pour la soudure II qui présente une géométrie en forme de T très rigide. Cela correspond approximativement à rechercher le gradient de contrainte en flexion pure d'une plaque encastree. Le cas de la soudure I, soudure en L, est plus difficile à traiter car il n'est pas aussi aisé de lui trouver une configuration géométrique s'en rapprochant. Une autre alternative peut être envisagée : traiter le problème en état bidimensionnel. Ici nous nous intéressons en effet à une coupe du joint soudé et nous pouvons faire l'hypothèse de la modélisation bidimensionnelle en déformation plane. Pour ce faire, la géométrie et le chargement doivent vérifier les hypothèses suivantes :

- grande épaisseur de la pièce par rapport aux autres dimensions (ici l'épaisseur correspond à la longueur du cordon) c'est à dire pas de déformation suivant le cordon de soudure
- les efforts doivent être dans le plan de la pièce modélisée en 2D.

Nous pouvons, dans le cas de la maquette, faire cette hypothèse, puisque nous allons nous intéresser aux zones présentant les contraintes maximales, qui sont situées en vis-à-vis du point d'application de l'effort. De plus, les déformations sont principalement dans les plans représentés dans la Figure 293. Le but est alors de récupérer les déplacements et les rotations du modèle coque et de les appliquer sur les modèles bidimensionnels. La Figure 294 représente le joint soudé en L sur lequel on applique les deux translations  $u_x$  et  $u_y$  et la rotation  $\theta_z$  issus du calcul global en éléments coques. La rotation est transformée en translation, le modèle 2D ne présentant que 3 degrés de liberté. Il est à noter que dans le cadre de cette étude, le maillage global de la maquette a été affiné en pied de cordon de soudure (mailles de 5 mm) au moyen de contacts collants (voir Figure 293).

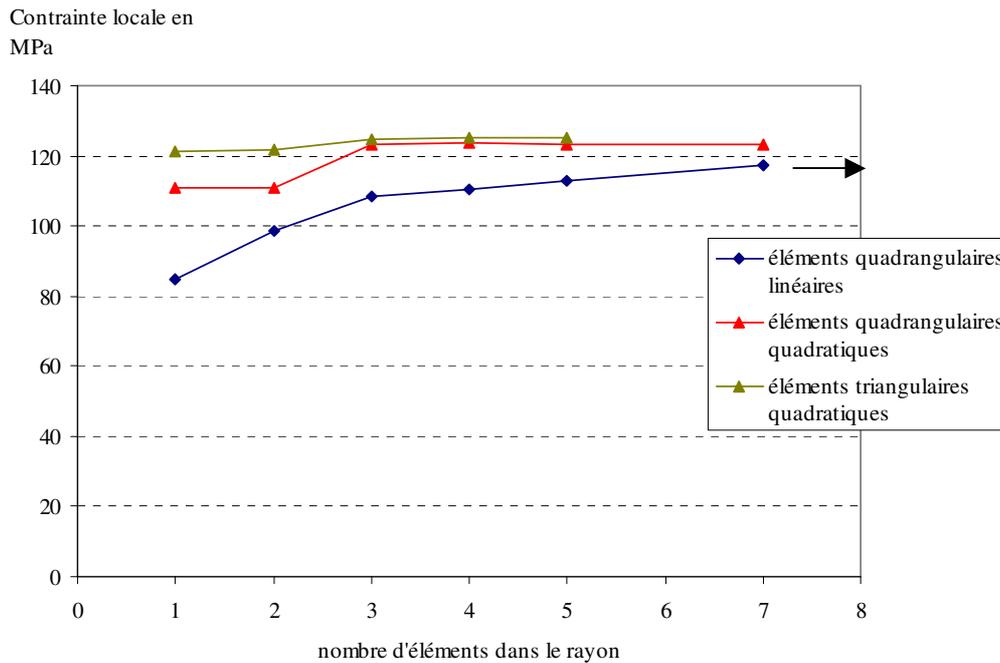


Figure 292 : Influence du nombre d'éléments dans le rayon sur la contrainte locale

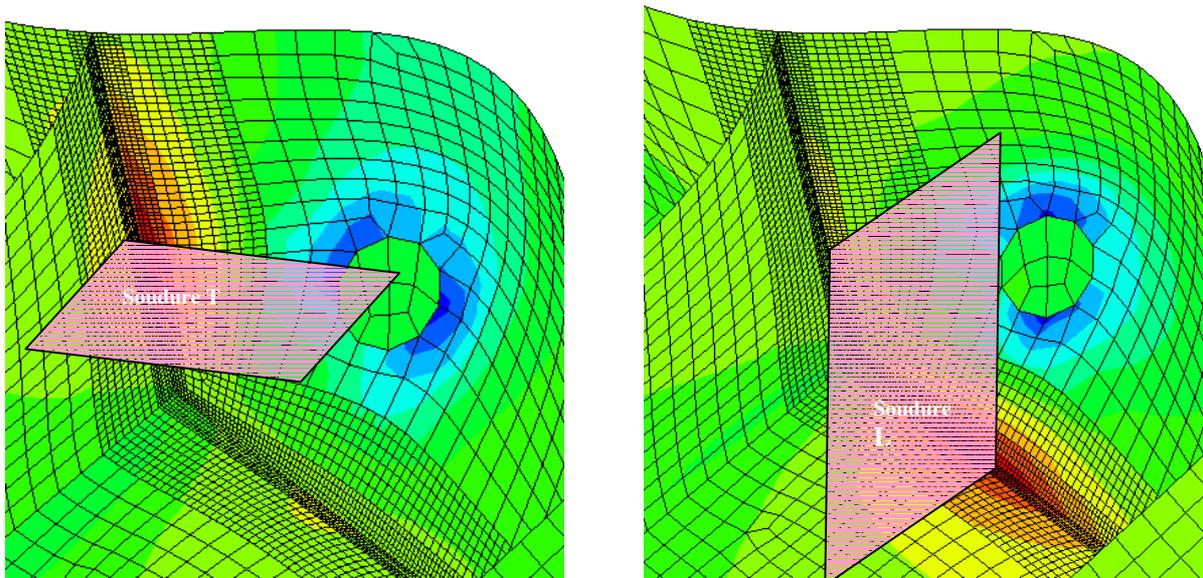


Figure 293 : plans dans lesquels sont modélisés les joints soudés en T et L dans l'hypothèse d'un état plan de déformations

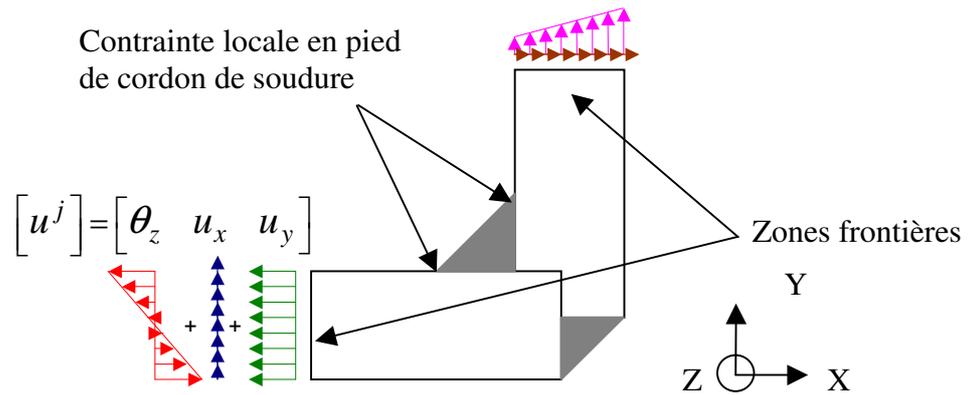


Figure 294 : principe de passage des déplacements et rotations des coques sur le modèle bidimensionnel

### D.1.8.3 Calcul par recombinaison

Nous nous plaçons ici toujours dans l'optique d'une utilisation industrielle, avec la possibilité de traiter des chargements variables et complexes. Dans les cas où la modélisation bidimensionnelle en déformation plane, le calcul de la contrainte locale se fait à partir de déplacements imposés au niveau des zones frontières (entre le modèle coque et le modèle 2D). Pour un chargement variable, nous sommes alors contraints de réaliser autant de calculs bidimensionnels aux éléments finis qu'il y a de pas de temps dans le modèle global. Afin de limiter le nombre de calculs par éléments finis, l'idée est ici de réaliser une matrice de passage entre les déplacements du modèle global (au niveau de la zone frontière) et la contrainte locale pour le pied de cordon k. Des déplacements unitaires sont donc imposés aux nœuds frontières du modèle bidimensionnel et la contrainte locale y est déterminée pour chaque déplacement unitaire. Les contraintes locales « unitaires »  $\sigma^*$  sont alors recombinaisonnées avec les déplacements aux zones frontières afin d'obtenir la contrainte locale (voir Figure 295).

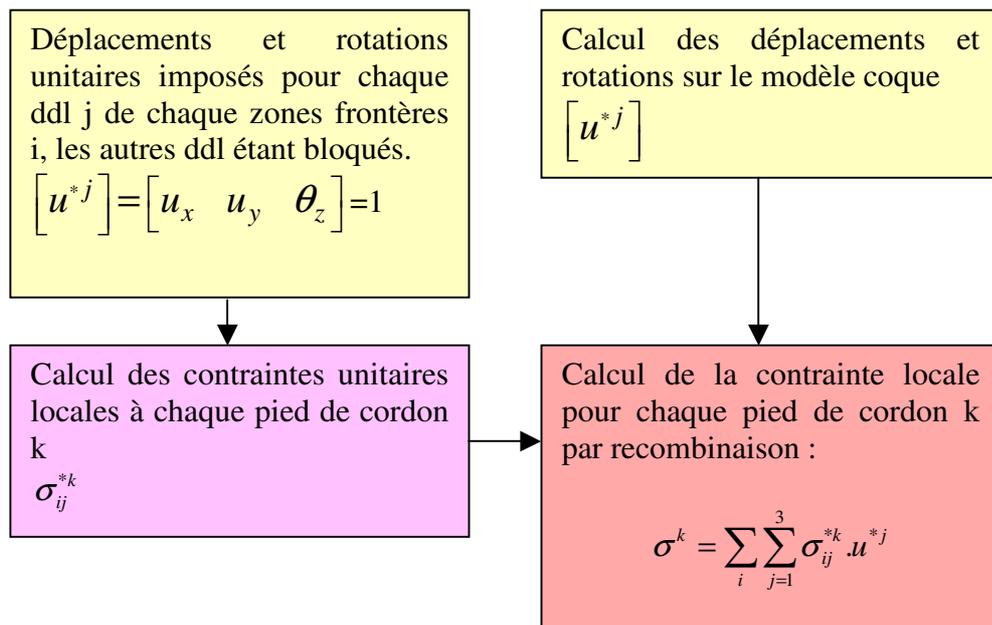


Figure 295 : principe de calcul de la contrainte locale en pied de cordon de soudure par recombinaison de contraintes locales unitaires

D.1.8.4 Application à la maquette

La méthodologie présentée dans le paragraphe précédent est utilisée dans le cas de la maquette pour les soudures de type I (voir Figure 297) et de type II (voir Figure 296).

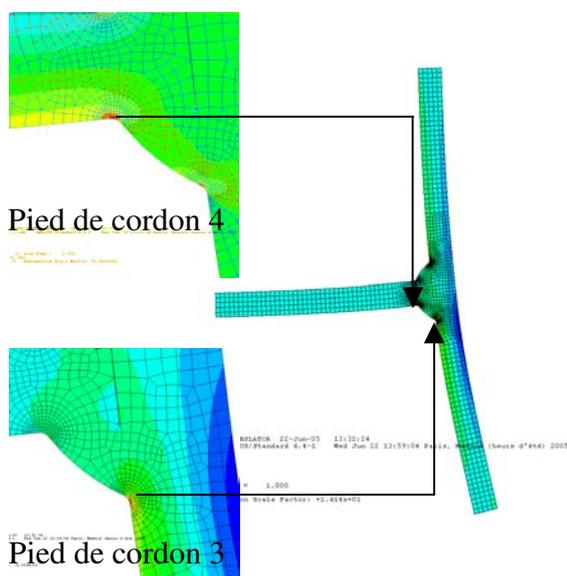


Figure 296 : soudure II : modèle bidimensionnel

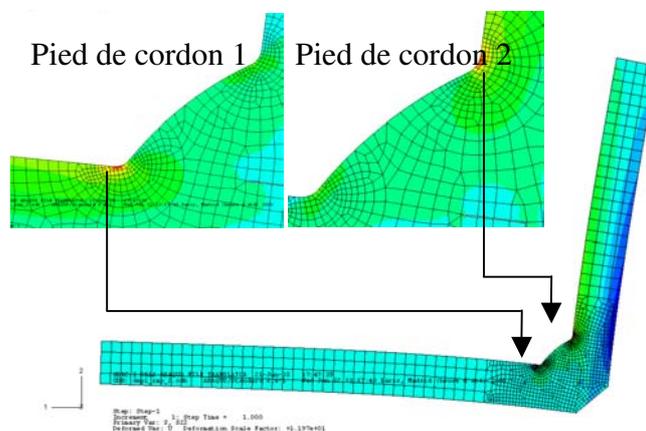


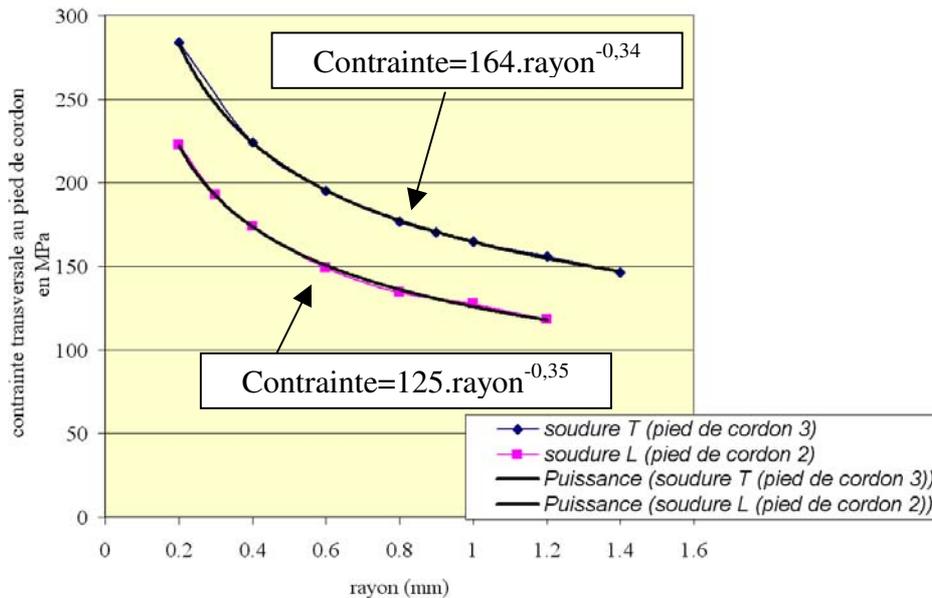
Figure 297 : soudure I : modèle bidimensionnel

Les modèles bidimensionnels permettent de mieux corréler les résultats d'essai, au niveau de la contrainte transversale, à 10 mm du pied de cordon de soudure. Le Tableau 25 présente cette comparaison. Par contre, les résultats sont un peu moins concluants pour le pied de cordon 4, pour lequel aucune fissure ne s'est amorcée.

Tableau 25 : comparaison des contraintes à 10 mm du pied de cordon soudure entre l'essai et les modèles bidimensionnels

<i>Contraintes en MPa</i>	<i>essai</i>	<i>Modèles bidimensionnels</i>	<i>erreur %</i>
Pied de cordon 1	55	54	-1.3
Pied de cordon 2	52	51	-1.6
Pied de cordon 3	63	66	5.0
Pied de cordon 4	33	40	22

Etant donné la rapidité de ces calculs, la contrainte locale peut être calculée pour différents rayons de raccordement. Seuls les pieds de cordon de soudure 2 et 3 sont traités (voir Figure 298).



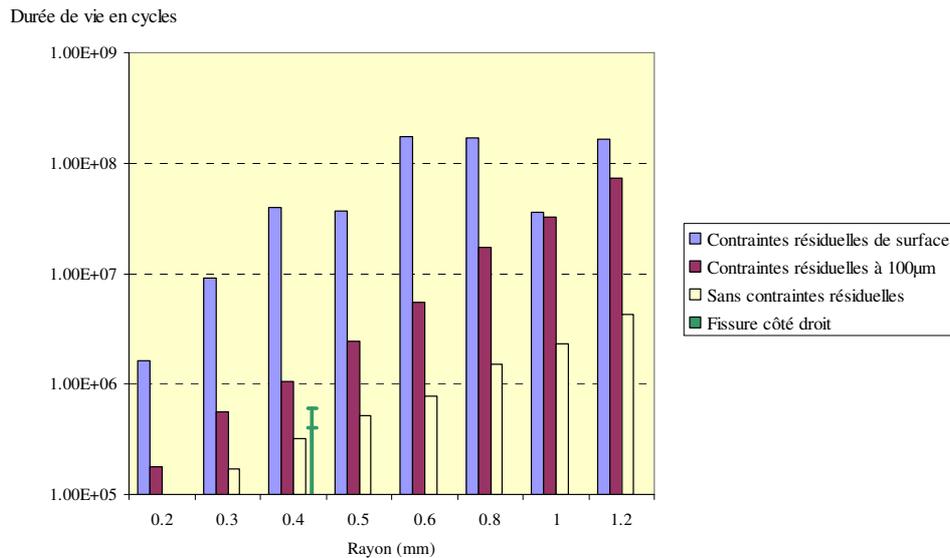
**Figure 298 : évolution de la contrainte locale transversale au pied de cordon de soudure en fonction du rayon de raccordement**

Il s'avère que l'évolution de la contrainte locale en fonction du rayon est une loi puissance. C'est en effet ce que l'on retrouve dans les équations donnant le  $K_t$ . On voit ici que la géométrie n'a pas d'influence sur la puissance de la loi (égale à  $-0,35$  environ) et la différence de géométrie et de chargement est représentée au travers de la constante (165 pour la soudure de type T et 126 pour la soudure de type L). Pour les soudures de la maquette, il suffit alors de réaliser un unique calcul avec un rayon donné (par exemple 1 mm, afin de calculer la constante) pour pouvoir traiter tous les rayons possibles au moyen des équations de la Figure 298.

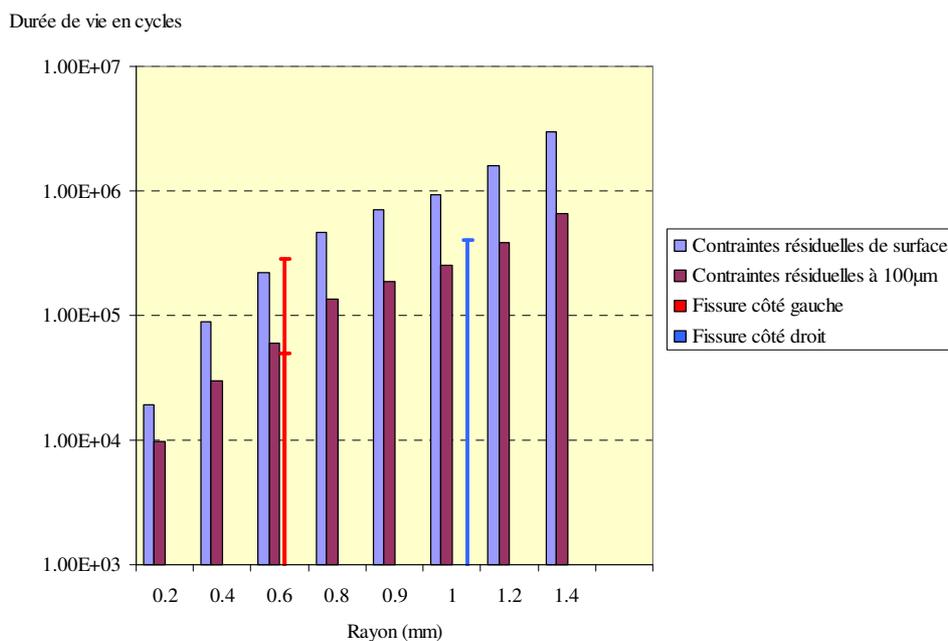
#### D.1.8.5 Calculs de l'endommagement

Les calculs d'endommagement peuvent donc être réalisés puisque nous disposons de toutes les caractéristiques locales. Nous allons calculer les endommagements pour les rayons allant de 0,2 mm à 1,2 mm en utilisant l'approche locale. Ensuite nous pourrons comparer les prévisions avec les observations.

Les graphiques Figure 299 et Figure 300 présentent les calculs d'endommagements réalisés, comparés aux essais. Les résultats d'essais sont représentés par une barre comportant deux traits horizontaux. Ces traits correspondent à la plage d'erreur d'estimation de l'amorçage, en prenant en compte à la fois les résultats des jauges et les observations obtenues par ressuage. Ces résultats expérimentaux ont été reportés sur le graphique au niveau des rayons moyens.



**Figure 299 : évolution du dommage en fonction du rayon et de l'influence des contraintes résiduelles : cas du pied de cordon de soudure 2**



**Figure 300 : évolution du dommage en fonction du rayon et de l'influence des contraintes résiduelles : cas du pied de cordon de soudure 3**

On observe une bonne corrélation entre les dommages calculés pour les rayons moyens et les résultats d'essai. Premièrement, les tendances sont respectées. Ainsi les fissures au niveau du pied de cordon de soudure 3 s'amorcent avant les fissures au niveau du pied de cordon de soudure 2. Puis, étant donné que les rayons moyens pour les soudures I sont voisins de 1 mm, excepté pour le pied de cordon de soudure 2 du côté droit qui présente un rayon moyen de 0,42 mm, il n'y a pas amorçage de fissures sauf pour ce dernier. En effet pour un rayon de 1 mm, pour les pieds de cordon de soudure 1 et 2, on obtient un nombre de cycles d'amorçage supérieur à dix millions alors que l'essai a duré environ  $10^6$  cycles.

Enfin, notons que les contraintes résiduelles ont un effet non négligeable sur les prévisions d'amorçage. La prise en compte des contraintes résiduelles de surface obligerait à considérer des

rayons beaucoup plus faibles pour la soudure II (pied de cordon 3). Quant à la soudure I (pied de cordon 2), utiliser les contraintes résiduelles de surface ne permet pas d'expliquer l'amorçage de la fissure, même en considérant un rayon de 0,2 mm. Le choix des contraintes résiduelles à 100 microns de profondeur est judicieux. En effet, les contraintes dues à l'opération de brossage sont très superficielles (moins de 50 microns de profondeur) et leur gradient est très important. A partir de 100 microns de profondeur, l'évolution des contraintes résiduelles dans l'épaisseur – correspondant à l'opération de soudage – est plus lente.

En considérant les contraintes résiduelles à 100  $\mu\text{m}$  de profondeur, on peut calculer le dommage le long des pieds de cordons de soudure en utilisant le rayon local mesuré. Les résultats sont reportés dans les deux figures suivantes (Figure 301 : cas du pied de cordon de soudure 3, côté droit Figure 302 : cas du pied de cordon de soudure 2, côté droit). Le long du cordon de soudure, le dommage calculé grâce à CALEND est reporté. Ces courbes permettent de voir comment se positionne la moyenne des rayons par rapport à la fourchette des résultats d'essais et par rapport au dommage local. Ici, seul le côté droit de la maquette est considéré. Pour ce qui est du pied de cordon 3, on retrouve le fait que le dommage calculé à partir de la moyenne des rayons corrèle les essais. Le dommage local évolue quant à lui autour de cette position moyenne. Quant au pied de cordon de soudure 2, les résultats sont différents puisque les essais situent l'amorçage au même temps que celui calculé grâce au rayon minimum. Il serait intéressant d'affiner cette analyse en réalisant une recherche précise plus précise du lieu de l'amorçage. Mais rappelons encore l'influence des contraintes résiduelles dont les mesures sont incomplètes (l'intégralité du tenseur des contraintes n'a pas été relevé). Il s'avère que dans le cas du pied de cordon de soudure 2, la valeur de l'amorçage calculée avec des contraintes résiduelles nulles et un rayon moyen corrobore les résultats expérimentaux. Au niveau dimensionnement, il serait conseillé ici de considérer le rayon minimum et non le rayon moyen.

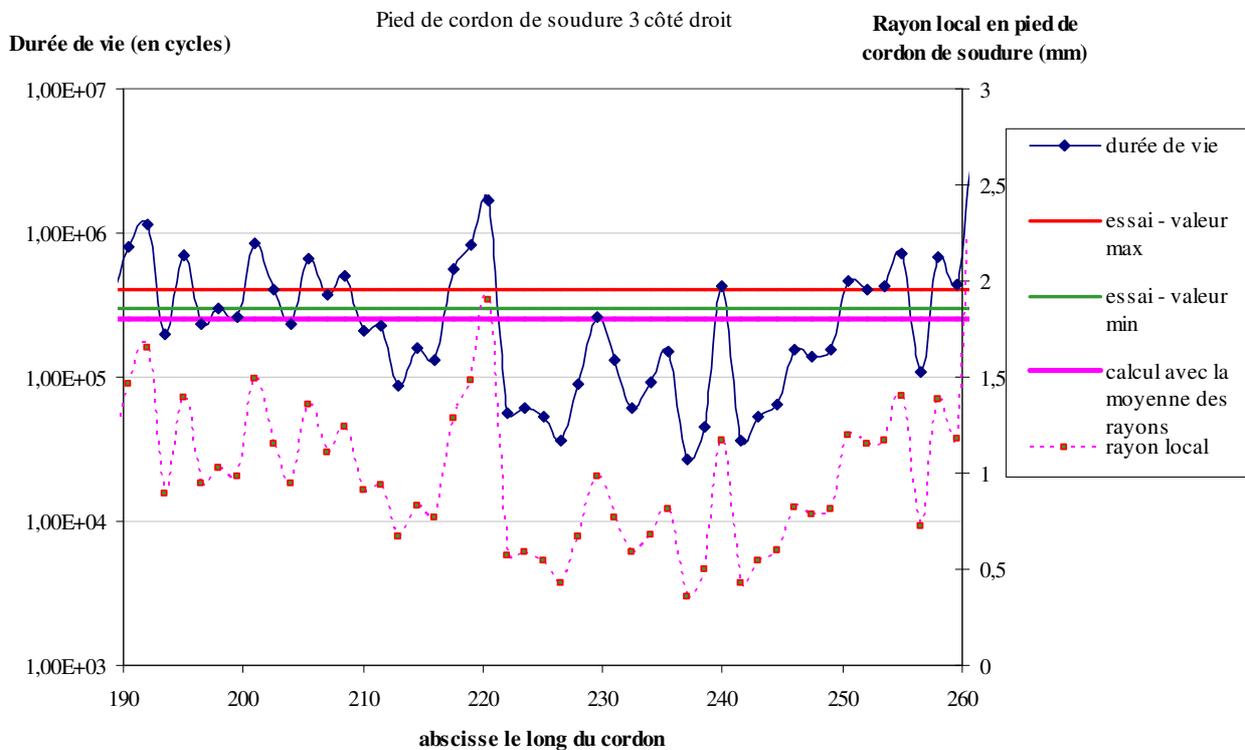


Figure 301 : évolution du dommage calculé le long du pied de cordon de soudure 3 côté droit, dans la zone d'amorçage de la fissure, avec contraintes résiduelles à 100  $\mu\text{m}$

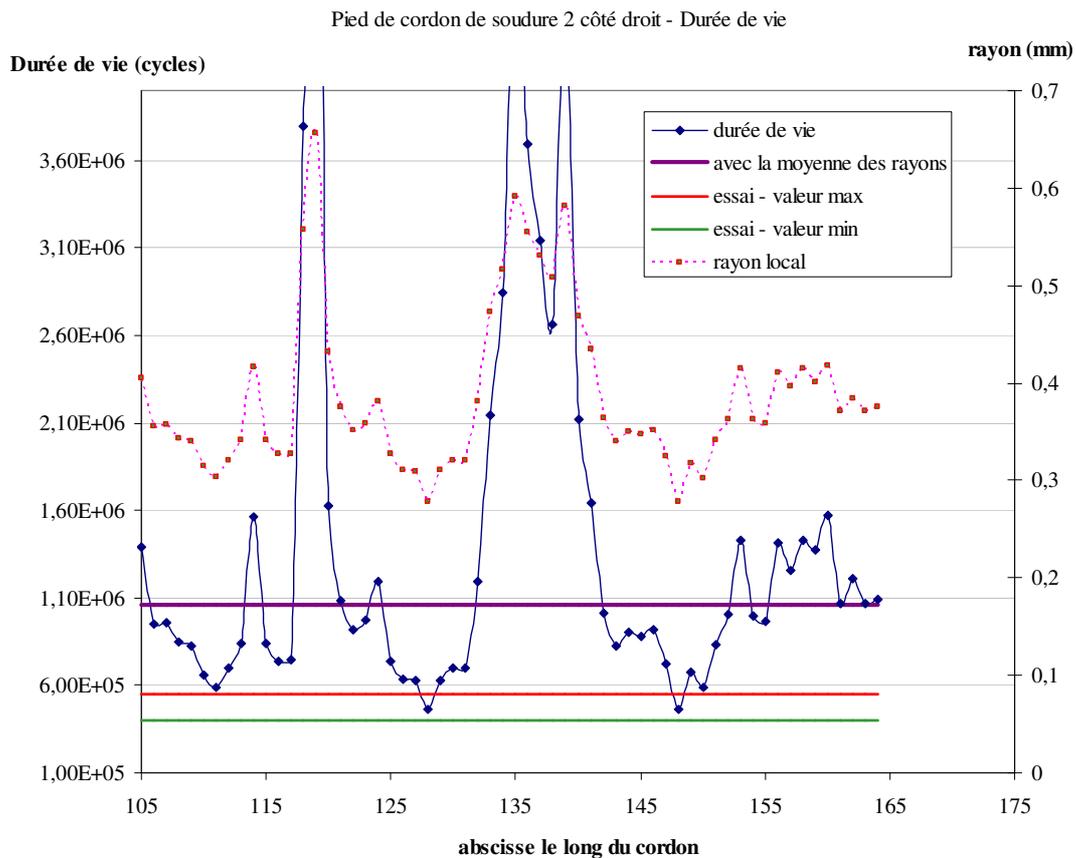


Figure 302 : évolution du dommage calculé le long du pied de cordon de soudure 2 côté droit, dans la zone d'amorçage de la fissure, avec contraintes résiduelles à 100 µm

### D.1.9 Propagation des fissures de fatigue

Nous nous attachons maintenant à la phase de propagation des fissures de fatigue. Dans un premier temps, nous allons essayer d'apporter des éléments de réponse sur le cas particulier de la fissure du côté gauche, celle qui ne suit pas la direction perpendiculaire à la direction des contraintes principales de traction. Puis, nous nous intéressons aux fissures qui se propagent du côté droit de la maquette d'un point de vue numérique. Pour ce faire, nous traiterons tout d'abord de la propagation de ces fissures dans la profondeur des tôles par une approche bidimensionnelle, puis tridimensionnelle au moyen des Line Spring et de modélisations volumiques. Enfin nous réaliserons des simulations avec VERICRACK de manière à étudier les différentes phases de la propagation, et en particulier le multi-amorçage. Une analyse des paramètres permettra de mettre en évidence par simulation les phénomènes observés lors de l'essai.

#### D.1.9.1 Analyse de la propagation des fissures

La Figure 303 présente en une photo l'ensemble des phases de propagation observée au niveau des fissures ayant propagé du côté droit de la maquette. Il est à noter que la zone d'amorçage initiale au niveau du pied de cordon 2 n'est pas ici représentée mais nous pouvons tout de même observer une partie de la propagation en multi-amorçage (présence de lunelles caractéristiques) le long de ce type

de cordon de soudure, avant que la fissure ne se trouve rejointe par la fissure de la soudure verticale (pied de cordon de soudure 3) qui, après avoir vu un multi-amorçage tout le long du cordon de soudure - jusqu'à déboucher au niveau de l'arrêt supérieure (voir Tableau 23) - bifurque en pleine tôle. Cette bifurcation intervient près du nœud de soudure (rencontre de la latérale, du plancher et de la cloison intermédiaire), zone particulièrement rigide que la fissure évite.

Il est noter la présence, pour l'ensemble des zones fissurées, d'un ligament résiduel qui n'aurait cédé qu'à la fin de l'essai, lors de la rupture brutale (provoquée).

Les images MEB de la Figure 304 permettent de valider la fissuration par fatigue, avec la présence de stries. Malheureusement celles-ci sont difficilement visibles et il n'apparaît pas possible de réaliser une cartographie de la vitesse d'avancée de la fissure à toutes les étapes de la fissuration (en pied de cordon de soudure, en pleine tôle ...). Mais, il apparaît tout de même que la propagation en fatigue ait eu lieu jusqu'à atteindre ce ligament résiduel (d'épaisseur inférieure au millimètre).

La Figure 305 présente la propagation de la fissure de la soudure II du côté gauche de la maquette (propagation le long de la tôle au niveau de la zone d'amorçage). L'analyse au MEB de cette zone (Figure 306) ne permet pas de voir des stries de fatigue, car la surface fait état d'un matage important mais la direction des fronts de fissuration laisse augurer que la fissure amorce effectivement au niveau du pied de cordon de soudure. D'autres analyses futures permettront d'affiner la recherche de la zone d'amorçage des fissures.

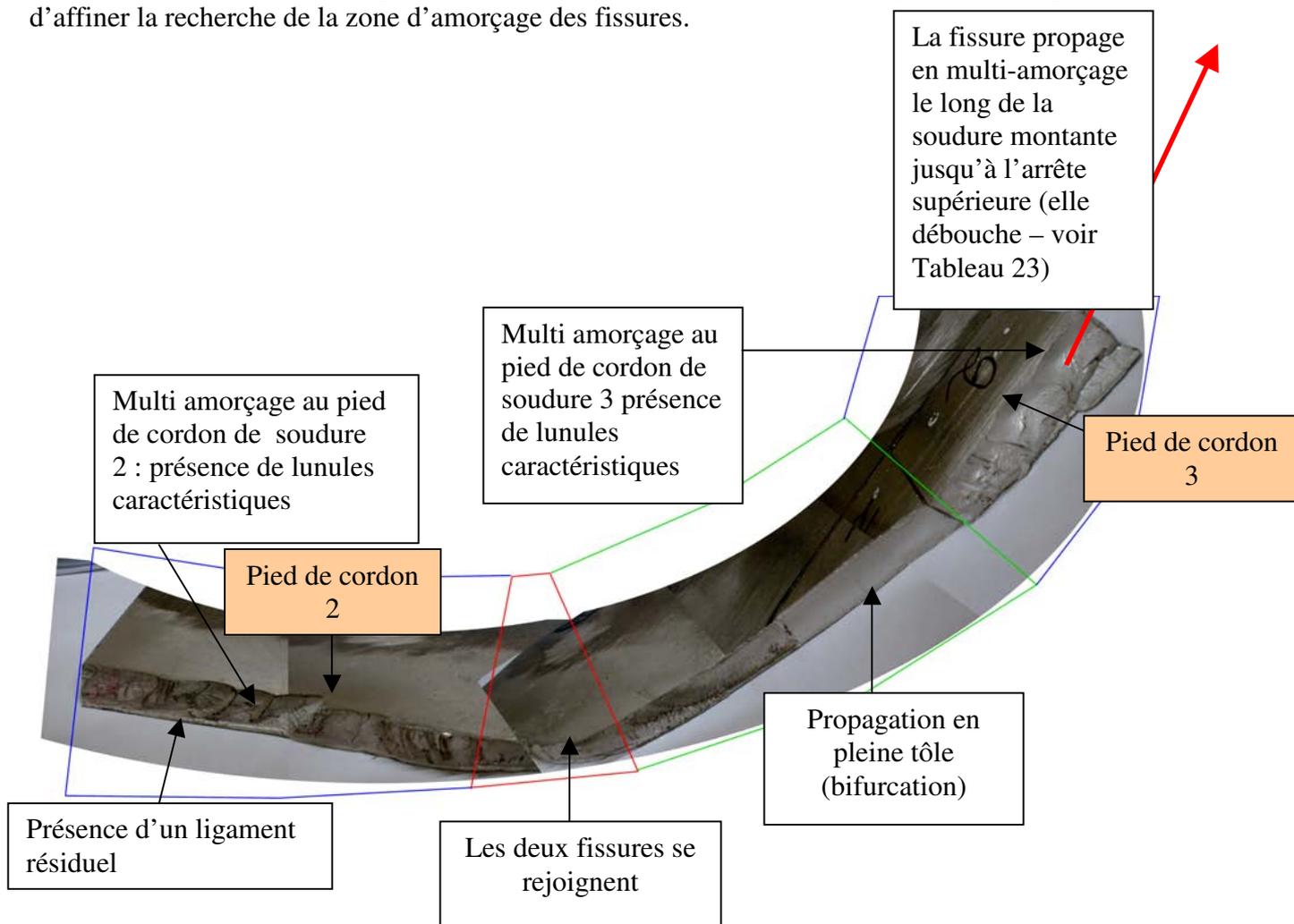


Figure 303 : vue globale de la fissure côté droit

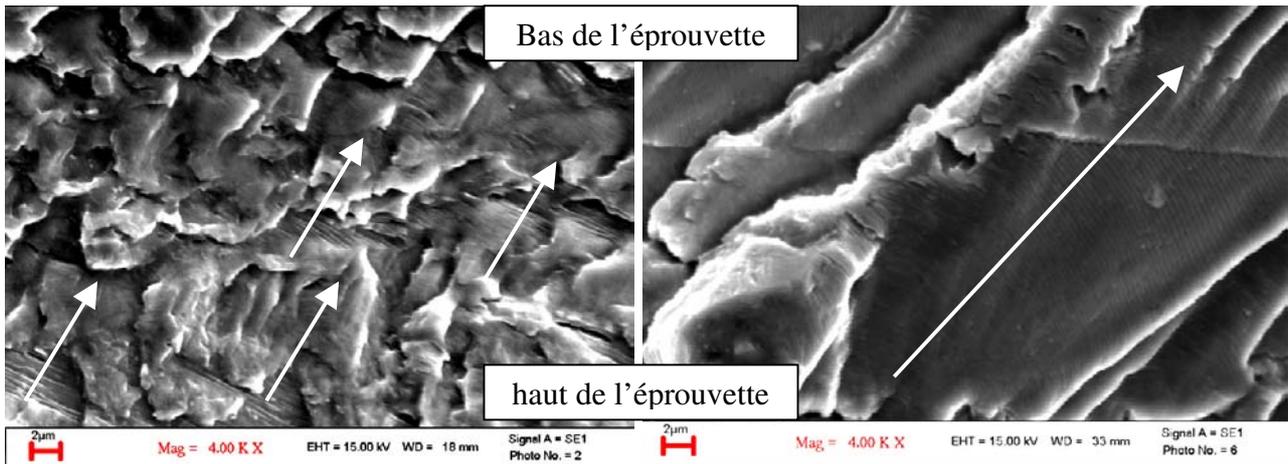


Figure 304 : vue des stries de fatigue au MEB



Figure 305 : vue globale de la fissure de la soudure II côté gauche

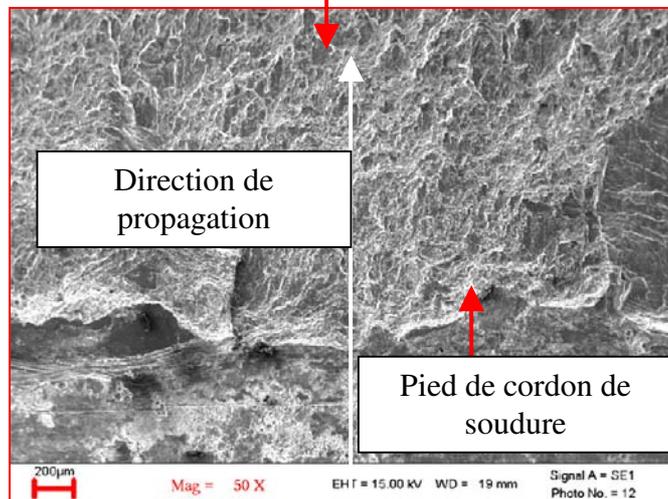


Figure 306 : vue de la surface au MEB

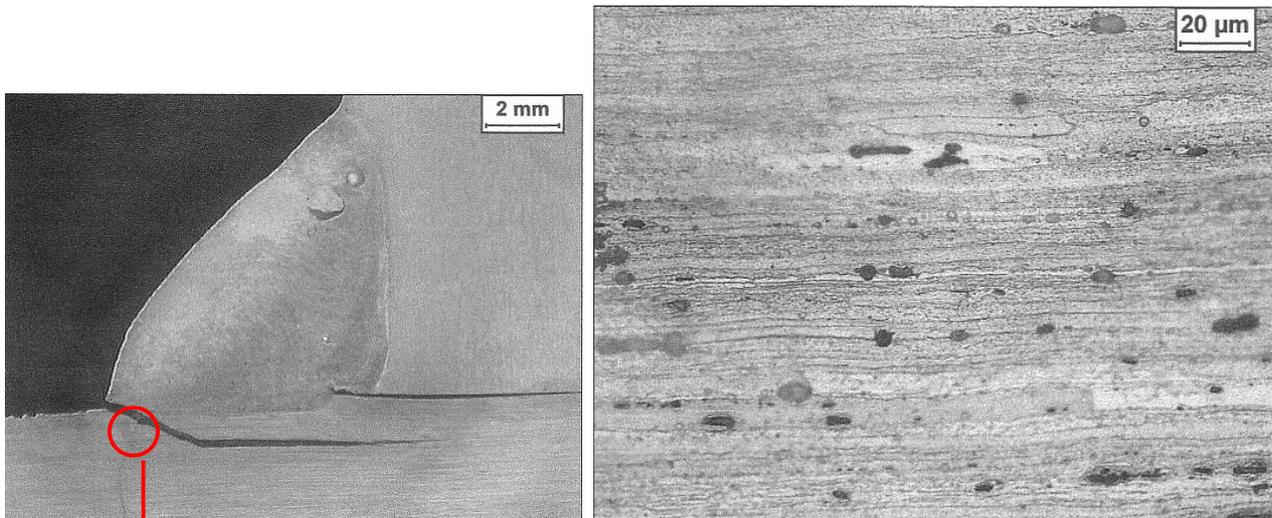


Figure 307 : vue en coupe au niveau du pied de cordon de soudure (à gauche). Etat micrographique de la tôle laminée (à droite)

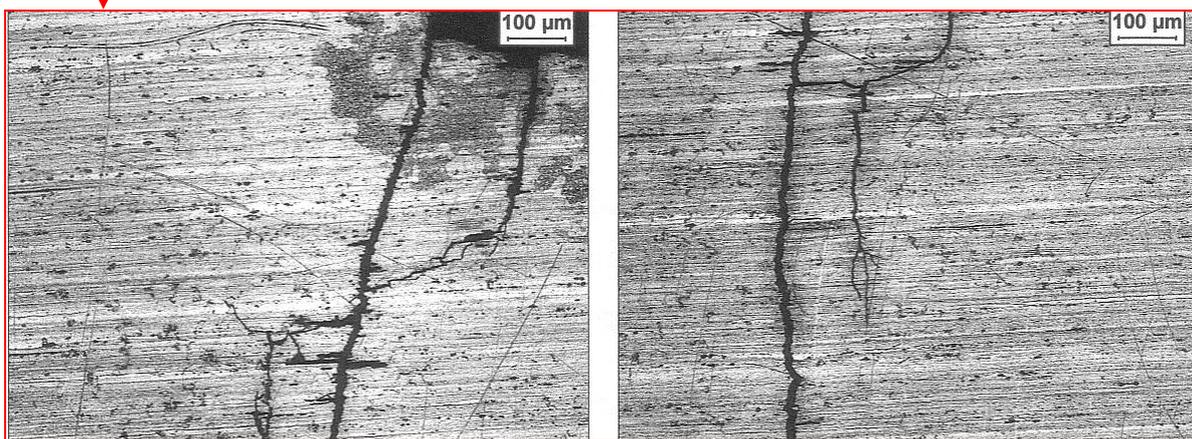
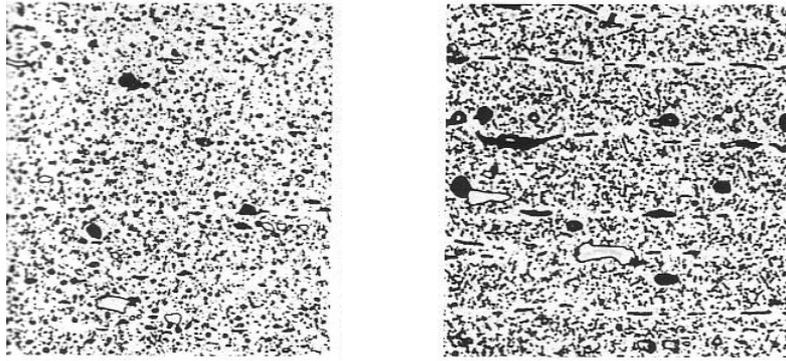


Figure 308 : zoom sur les multi fissurations

La Figure 309 présente les micrographies de l'alliage 7075 recuit (x500) dans le Handbook de métallurgie [AS85], l'échelle est directement comparable avec la micrographie de droite, Figure 307). L'échantillon de gauche montre un état standard. Les particules de  $MgZn_2$  ont précipité à des températures plus faibles pendant l'augmentation de la température jusqu'à la température de recuit ou au refroidissement à partir de cette température. Les particules insolubles de  $FeAl_3$  (gris clair, entouré) ne sont pas affectées par le recuit. L'échantillon de droite montre le même matériau mais subissant un refroidissement plus lent, ce qui a permis au  $MgZn_2$  de précipiter au niveau des joints de grain. C'est ce que l'on retrouve dans notre matériau ; la présence des précipités alignés dans les joints de grain crée une anisotropie marquée de la résistance en fatigue de la tôle et explique la bifurcation de la fissure dans le plan de laminage de la tôle, par « déboutonnage » au niveau des précipités.



**Figure 309 : micrographie de l'alliage 7075 recuit (x500) L'échantillon de droite a été refroidi plus lentement (échelle identique à la Figure 307 de droite)**

#### *D.1.9.2 Propagation des fissures dans l'épaisseur des tôles par approche bidimensionnelle*

Nous allons tout d'abord utiliser l'approche bidimensionnelle pour étudier la propagation de la fissure dans la profondeur de la tôle, grâce à la méthode de calcul incrémentale (voir paragraphe C.2.3) et sans mettre en œuvre dans le cas présent le code VERICRACK.

##### *a ) Principe*

Les déplacements sont issus du modèle global de la maquette maillée au moyen d'éléments de type « coque » et permettent de piloter le sous-modèle dans lequel la fissure croît au moyen de la boîte à fissure 2D (voir Figure 310). Mais, contrairement à ce qui est présenté dans VERICRACK, la souplesse de la fissure n'est ici pas prise en compte dans le modèle 2D puisque les déplacements sont issus de la maquette non fissurée.

L'hypothèse de déplacement imposé posée ici est une hypothèse forte. En effet, la Figure 311 présente la comparaison entre le calcul en effort imposé pour lequel la fissure croît d'autant plus vite que la fissure est longue, et le calcul en déplacement imposé pour lequel la vitesse de fissuration connaît un maximum vers 5 mm avant de décroître. En effet, dans le premier cas, la flexibilité de l'assemblage fissuré augmente fortement avec la profondeur. On peut considérer, qu'à partir de 2 mm de profondeur, il est nécessaire de prendre en compte la flexibilité de la fissure pour le calcul du facteur d'intensité de contrainte. Par contre l'hypothèse de déformations planes conduit à supposer que la fissure est très longue et n'évolue pas le long du cordon de soudure alors que dans la réalité de l'essai, le ratio entre la longueur et la profondeur de la fissure varie au cours des cycles de chargement.

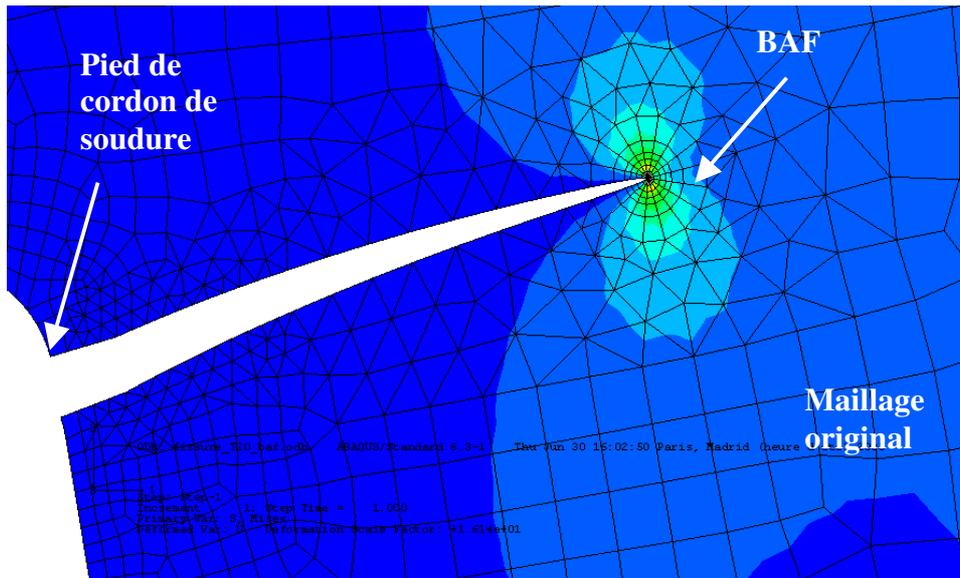


Figure 310 : Boîte à Fissure 2D dans un joint soudé en T

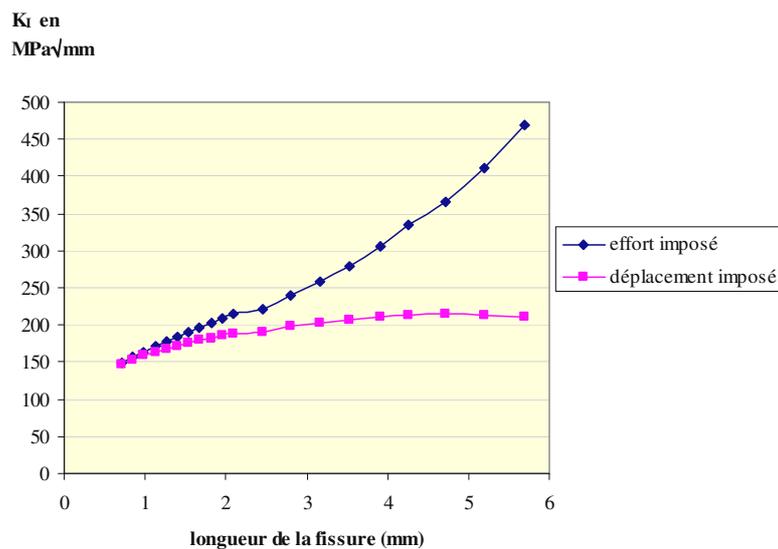


Figure 311 : évolution du facteur d'intensité de contrainte en fonction de la condition d'effort imposé ou de déplacement imposé : cas de la soudure en T

b) Contraintes à la jauge

Nous pouvons alors nous poser la question suivante : quelle est l'évolution de la contrainte à la jauge située à 10 mm du pied de cordon en fonction de la profondeur de la fissure ? La Figure 312 représente cette contrainte ; pour une évolution de 5% des jauges, la fissure atteint entre 1,5 et 2 mm de profondeur. Si nous considérons l'amorçage à une évolution de 3% des jauges, la profondeur de la fissure est ainsi de l'ordre du millimètre.

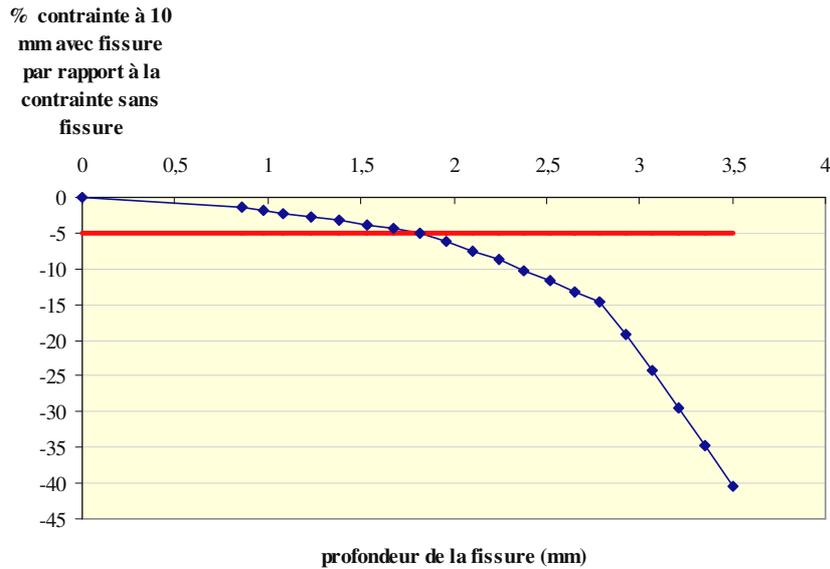


Figure 312 : évolution de la contrainte au droit de la fissure à 10 mm du pied de cordon de soudure en fonction de la profondeur de la fissure

c ) Influence de la géométrie du cordon de soudure

Qu'en est il de la différence de géométrie entre les deux types d'assemblage ? La Figure 313 présente l'évolution du facteur d'intensité de contraintes en fonction de la profondeur de la fissure, pour un défaut ayant amorcé en pied de cordon de soudure et de 0,5 mm de profondeur, et ce pour les deux géométries de cordon de soudure. Les deux géométries donnent des grandeurs très proches et seule la micro-géométrie locale permet alors d'expliquer pourquoi l'amorçage a eu lieu principalement au niveau des assemblages en T.

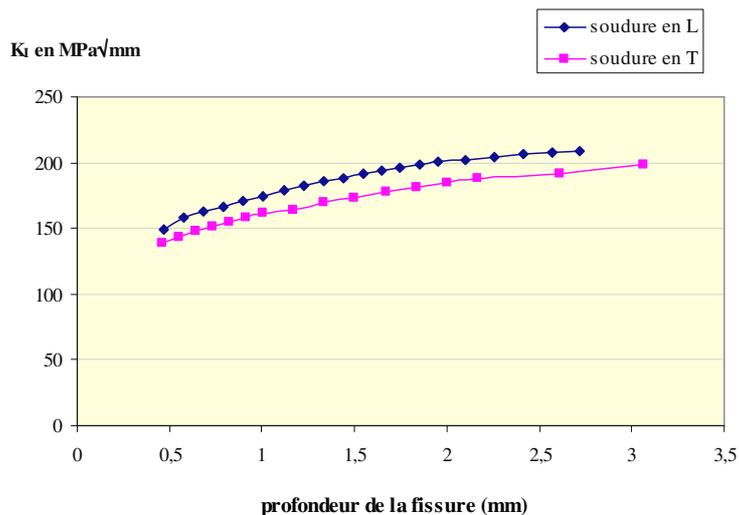


Figure 313 : évolution du facteur d'intensité de contrainte pour les deux assemblages – calcul en déplacement imposé de la structure non fissurée aux frontières du modèle

d) Influence des conditions aux limites

Dans le cas de cette configuration, différentes hypothèses sont posées de manière à étudier les facteurs influençant la valeur du facteur d'intensité de contrainte (Figure 314). On peut y vérifier que :

- L'influence de la raideur du cordon de soudure diminue avec l'augmentation de la profondeur de la fissure
- L'influence de la condition effort imposé et déplacement imposé est importante à partir d'une profondeur de 2 mm (ce qui a déjà été noté ci-avant)
- L'influence de la longueur de la fissure le long du cordon de soudure donne des courbes comprises entre les deux courbes enveloppes du point précédent. Plus la fissure est longue, plus on tend vers la courbe d'effort imposé. A titre d'exemple, lorsque la fissure a une profondeur de 4,7 mm et une longueur de 253 mm, l'erreur commise sur le facteur d'intensité de contrainte, lorsqu'on ne prend pas en compte l'évolution de la souplesse dû à la fissuration, est de 35%.

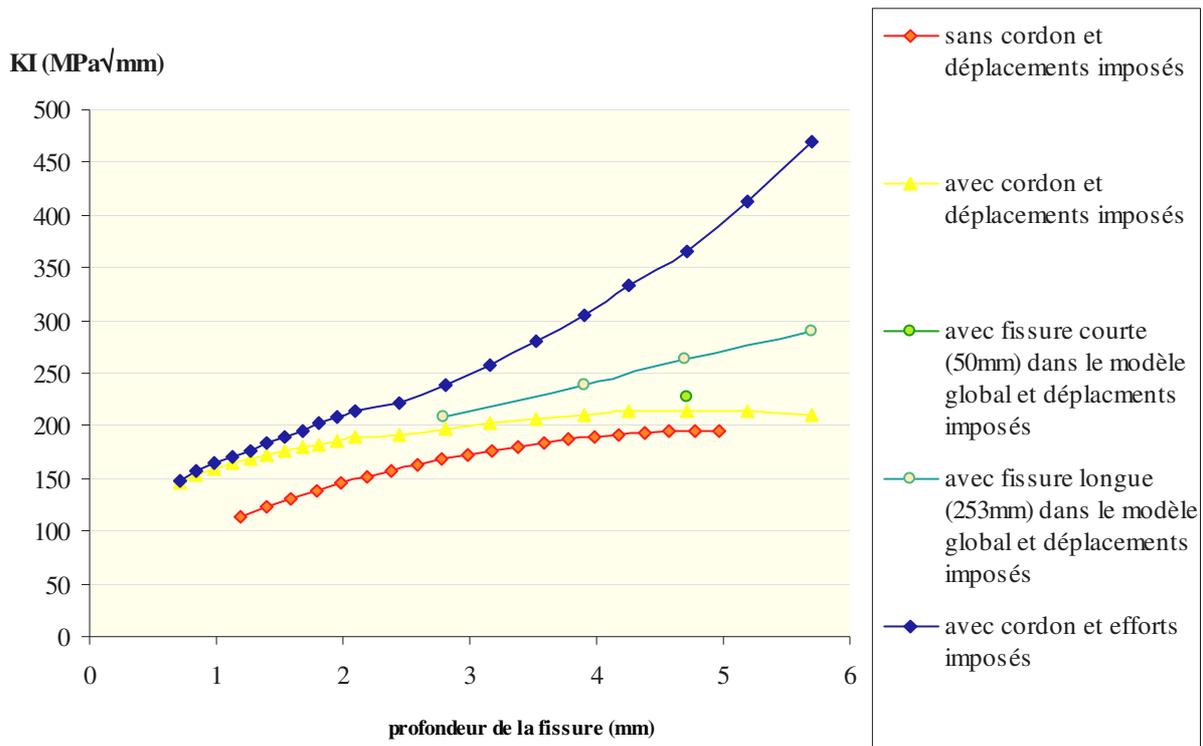


Figure 314 : évolution du facteur d'intensité des contraintes suivant différentes hypothèses (cas du joint en T)

e) Chemin de fissuration dans la profondeur

Le but est ici de comparer le calcul et l'expérience en terme de direction de la fissure en utilisant la méthode de calcul incrémentale. Ces calculs sont réalisés en déplacement imposé. Pour ce faire, la BAF est ici utilisée et le critère de la contrainte circonférentielle maximale est considéré. La direction initiale de la fissure est prise perpendiculairement à la contrainte principale maximale. On vérifie ensuite que la direction calculée de la fissure est conforme à l'hypothèse prise. La Figure

315 présente les résultats en surimpression d'une macrographie de l'assemblage en L rompu dont on voit le pied de cordon (position 0,0 sur le graphique). La direction calculée est conforme à celle observée mais on peut voir un écart grandissant à partir d'une profondeur de 1 mm. Cet écart peut être lié à la propagation de la fissure longitudinale, ce qui ne peut être observé qu'avec VERICRACK et fera l'objet de travaux ultérieurs.

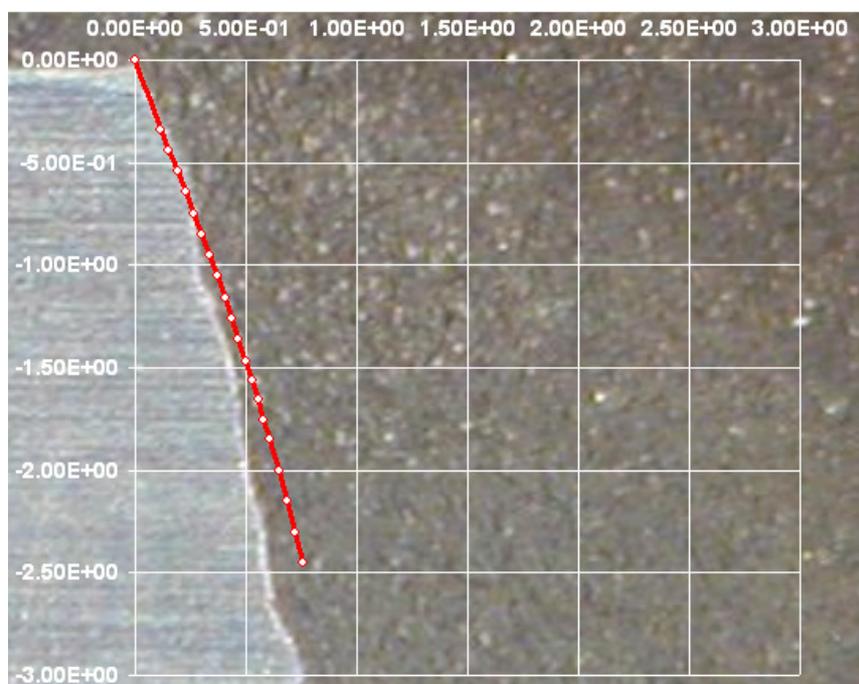


Figure 315 : chemin de fissuration dans l'épaisseur (échelles en mm) : comparaison entre calcul et résultats expérimentaux : cas du joint en L (soudure I)

#### D.1.9.3 Propagation des fissures dans l'épaisseur des tôles par approche Line Spring

Nous comparons ici l'approche VERICRACK avec l'utilisation des éléments Line Spring dans le code ABAQUS afin de vérifier, pour différentes longueurs de fissure, la bonne adéquation entre les deux codes pour une géométrie plus complexe qu'une plaque en traction.

Nous considérons ici l'amorçage en pied de cordon de soudure en T. Deux cas sont ici présentés, correspondant à deux incréments de propagation de fissure dans VERICRACK. La première fissure est de longueur égale à 60 mm et de profondeur égale à 1,3 mm alors que la seconde est plus longue (130 mm) et plus profonde (6 mm). Le résultat en terme de contrainte perpendiculaire au cordon de soudure est présenté dans la Figure 317. Les comparaisons avec le code ABAQUS sont présentés dans la Figure 316 et montrent une bonne corrélation entre les deux modèles au centre de la fissure mais une divergence qui s'accroît lorsqu'on approche les bords de la fissure, en particulier dans le cas de la fissure de 130 mm. La différence que l'on observe alors proviendrait de la différence d'éléments localement entre le maillage d'éléments à champ de déplacement linéaire du modèle VERICRACK et le modèle ABAQUS d'éléments à champ de déplacement quadratique.

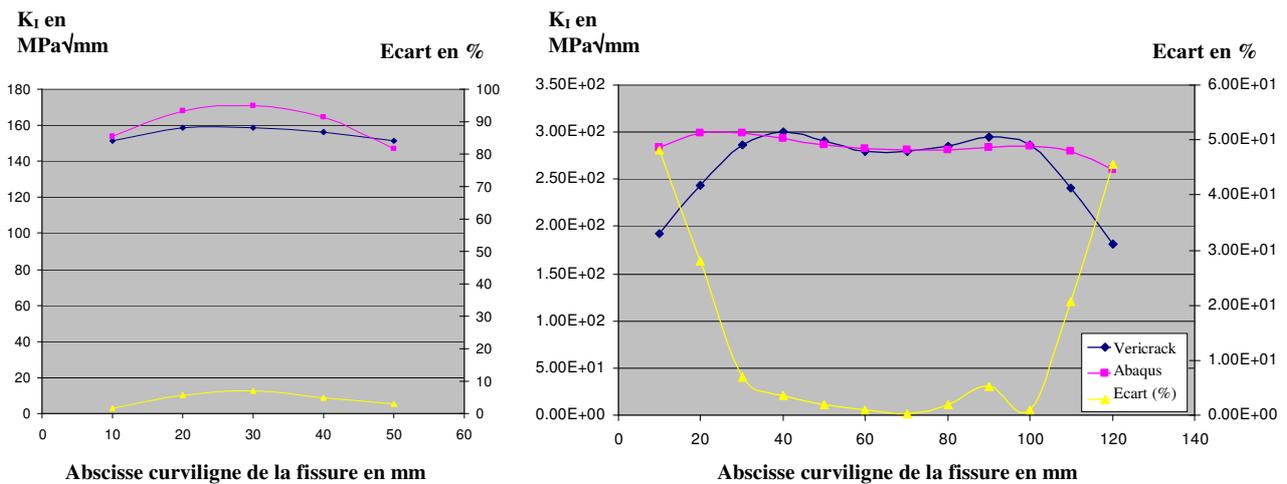


Figure 316 : facteurs d'intensité de contrainte pour une fissure de 60 mm de longueur et de 1,3 mm de profondeur à gauche, et de 130 mm de longueur et de 6 mm de profondeur

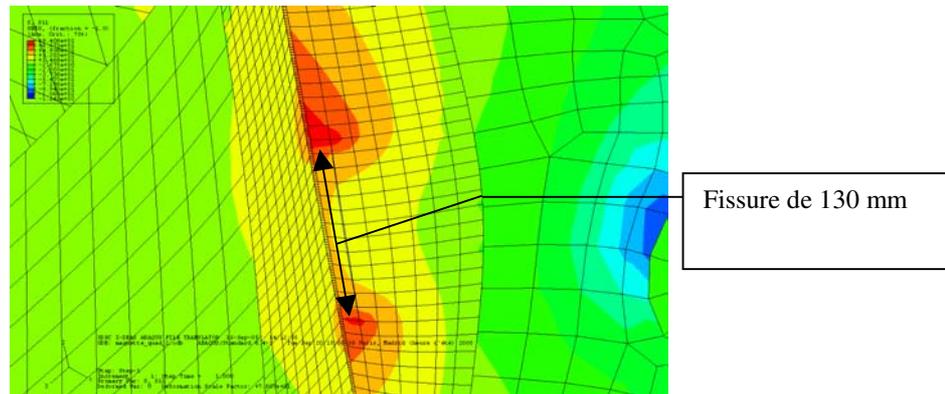


Figure 317 : intégration d'une fissure de 130 mm de longueur et de 6 mm de profondeur sous la forme d'éléments Line Spring dans ABAQUS : résultats en terme de contrainte suivant la direction perpendiculaire au cordon de soudure

#### D.1.9.4 Comparaison des modélisations avec une approche volumique

L'approche volumique permet de comparer les résultats de VERICRACK avec une modélisation plus fine de la zone fissurée, intégrant la macro-géométrie du cordon de soudure. Le maillage est réalisé conformément au chapitre C.1.5 (voir Figure 318). Nous pouvons voir, dans ce maillage, la taille très faible des éléments tétraédriques au voisinage des éléments briques. Ceci est inhérent au logiciel de maillage automatique IDEAS et il apparaît plus opportun de réaliser des « collages » de différents maillages non compatibles (comme celui réalisé dans le paragraphe B.3.3.6).

Considérant la finesse du maillage et le temps de calcul nécessaire pour déterminer l'évolution des facteurs d'intensité de contrainte, ce type de méthodologie ne peut être réalisé que pour vérifier l'adéquation avec la méthode globale. De plus, il est très difficile de représenter des fissures ayant un rapport  $a/c$  ( $a$  étant la demi longueur et  $c$  étant la profondeur) inférieur à 0,2. La fissure ici considérée les caractéristiques suivantes :  $a/c$  égal à 0,2 et  $a/t$  égal à 0,75,  $t$  étant la profondeur de la plaque. Nous nous trouvons alors dans les limites du possible dans le maillage de la fissure. Si l'on voulait diminuer le rapport  $a/c$ , il faudrait diminuer de façon importante la taille des mailles en pointe de fissure de manière à épouser la courbure importante de l'ellipse au voisinage de la

surface. La surface pose un second problème, au niveau de la singularité que représente le pied de cordon de soudure (modélisé approximativement par une rupture de pente) ce qui se traduit par une discontinuité du facteur d'intensité de contrainte. Dans les résultats présentés ci-après, nous ne considérons pas le facteur d'intensité de contrainte au niveau de ce point singulier. Afin de s'affranchir de cette singularité, il peut être envisagé de représenter la micro-géométrie locale au niveau du pied de cordon de soudure.

Le modèle considéré est un joint soudé soumis à un chargement de flexion. Les conditions aux limites et le modèle, sont représentés dans la Figure 319. Dans cette figure, le cordon de soudure n'est pas modélisé. En effet, le but est de noter l'influence du cordon de soudure sur le facteur d'intensité de contrainte en mode I. Un effort de 2400N est appliqué à 150 mm du pied de cordon de soudure. Il est à noter que les conditions aux limites considérées dans ce calcul ne sont pas exactement celles de l'essai réalisé. Aussi une version raccourcie de ce modèle, appelée « zoom », a été réalisée et pilotée au niveau de ses frontières par les déplacements du modèle « global » de la maquette.

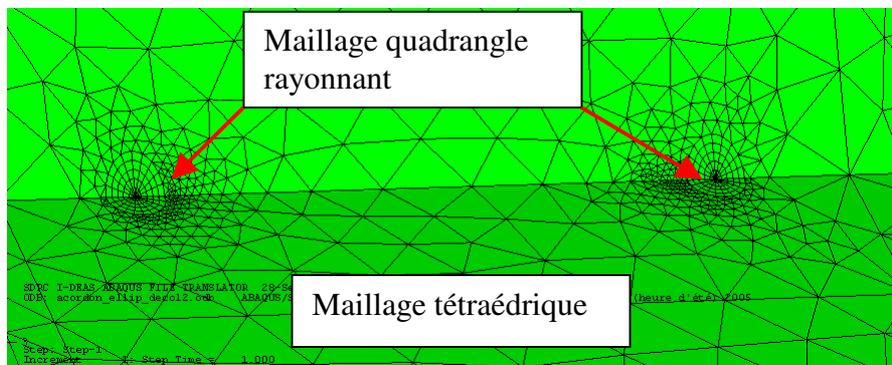


Figure 318 : vue locale du maillage d'une fissure semi-elliptique en pied de cordon de soudure

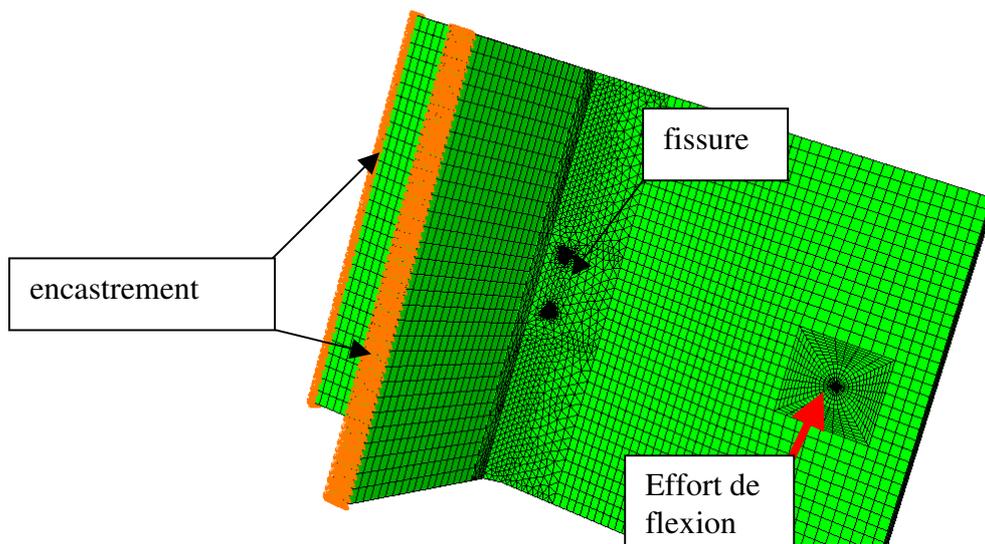


Figure 319 : modélisation tridimensionnelle du cordon de soudure (version sans cordon de soudure)

Le Tableau 26 présente l'influence du cordon de soudure en surface et en profondeur, pour le chargement de flexion considéré. On observe une grande différence de comportement entre la surface et à cœur. Les écarts entre les deux modélisations sont importants en profondeur mais le niveau est très inférieur à la surface au niveau de laquelle on n'observe qu'un écart de 13%. Ici la

raideur du nœud de trois tôles n'a pas une influence très importante sur le facteur d'intensité de contrainte, d'autant plus que les conditions aux limites très raides favorisent une flexion globale de la tôle au niveau du pied de cordon de soudure. Cette remarque est d'autant plus vraie que la fissure est ici profonde par rapport à l'épaisseur de la tôle. Par contre, les résultats du zoom structural, présentés dans le Tableau 27 et le Tableau 28 montrent une plus grande différence de la prise en compte du cordon de soudure. Plus que la singularité due à sa présence, c'est sa raideur qui apparaît responsable des écarts observés. En effet, dans la technique du zoom, on applique les mêmes déplacements du modèle global pour les deux modèles locaux, avec ou sans cordon de soudure). Or, il est difficile ici d'échapper à l'influence du cordon de soudure, car cela signifie définir les frontières à une distance de plus de 10 fois l'épaisseur de la tôle. Nous sommes ici limités par le point d'application de l'effort. C'est globalement le même problème que l'on rencontre industriellement : il est difficile de s'éloigner des conditions aux limites car la géométrie est souvent complexe et l'on est alors souvent confronté à la validité du zoom structural. Une technique revient alors à intégrer le zoom dans le modèle global. On obtient alors un modèle hybride éléments coques / éléments volumiques. Cette technique, coûteuse à la fois en temps de maillage et en temps calcul, donne bien souvent des résultats plus réalistes et évite les surcontraintes dues à la différence de raideur entre le modèle global et le modèle local.

**Tableau 26 : comparaison de  $K_I$  avec et sans modélisation du cordon de soudure (Résultats en  $MPa\sqrt{mm}$ ) avec un rapport  $a/c=0.2$  et  $a/t=0.75$**

	$K_I$ avec cordon	$K_I$ sans cordon	Ecart
En surface	119	103	13%
En profondeur	5.65	11.9	110%

**Tableau 27 : Résultat sur le Zoom avec un rapport  $a/c=0.4$  et  $a/t=0.75$  (Résultats en  $MPa\sqrt{mm}$ )**

	KI avec cordon	KI sans cordon	Ecart
En surface	315	215	30%
En profondeur	18	25	39%

**Tableau 28 : Résultat sur le Zoom avec un rapport  $a/c=0.2$  et  $a/t=0.75$  (Résultats en  $MPa\sqrt{mm}$ )**

	KI avec cordon	KI sans cordon	Ecart
En surface	330	210	36%
En profondeur	63	66	4.8%

Le Tableau 29 présente la comparaison entre les modélisations volumiques avec et sans cordon de soudure et les résultats des Line Spring. Les résultats sont relevés en profondeur et il s'avère que l'ordre de grandeur est bien respecté et la modélisation avec Line Spring surestimé le facteur d'intensité de contrainte d'environ 20%

**Tableau 29 : comparaison des résultats Line Spring / modélisation volumiques (Résultats en  $MPa\sqrt{mm}$ )**

	Avec cordon 3D	Sans cordon	Line Spring
En profondeur	63	66	79.7

Enfin, l'influence du cordon de soudure est étudié dans le cas d'une fissure droite (complètement traversante). La Figure 320 présente les deux géométries considérées et l'état de contrainte de Von Misès. Il est à noter que le chargement retenu est celui présenté au début de ce paragraphe. La Figure 321 présente l'évolution du  $K_I$  dans l'épaisseur de la tôle de 10 mm. Il s'avère que dans ce cas, l'influence du cordon de soudure n'est véritable qu'en surface. On pourrait alors utiliser un

facteur de correction géométrique du facteur d'intensité de contrainte, comme le  $K_t$  traduisant la concentration locale par rapport à l'état de contrainte global.

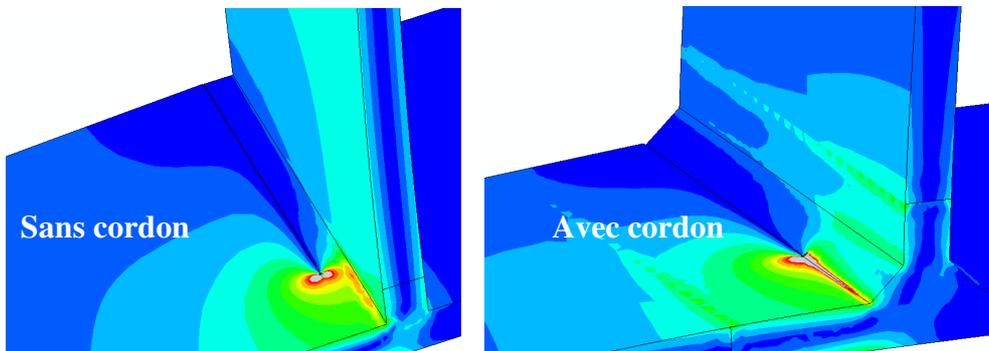


Figure 320 : vue en contrainte de Mises pour une fissure complètement traversante

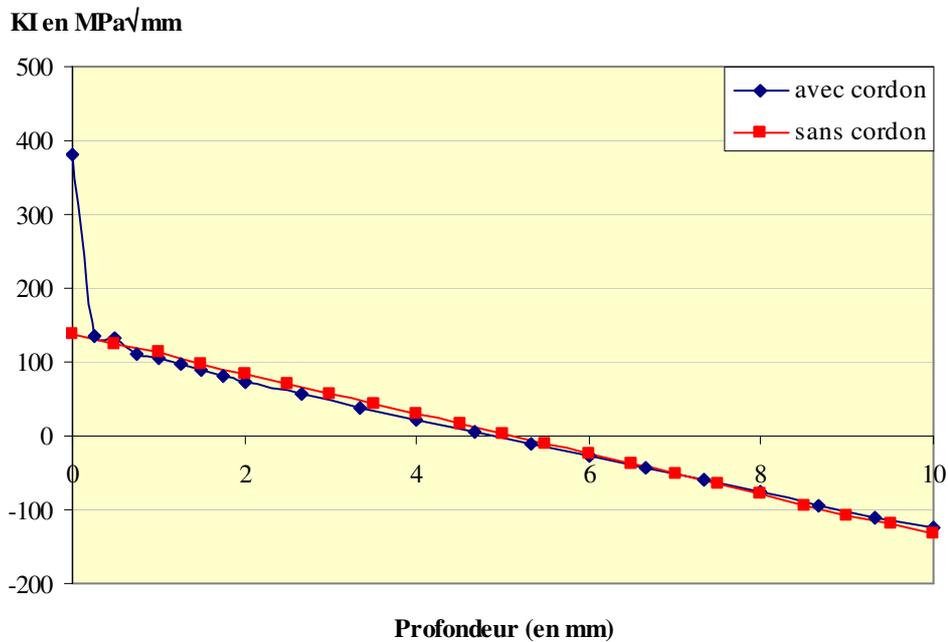


Figure 321 : facteur d'intensité de contrainte en mode I : influence de la présence du cordon de soudure

#### *D.1.9.5 Utilisation de la méthode VERICRACK appliquée à la maquette instrumentée*

##### *a ) Présentation de la démarche*

La démarche de l'outil VERICRACK appliquée à la maquette instrumentée est une version un peu simplifiée de la démarche présentée dans ce mémoire. En effet, la validation d'un outil passe par de nombreux essais et un seul essai était ici réalisable pour des raisons de coût et de délais.

L'organigramme de la Figure 322 présente l'intégralité de la démarche développée dans le cadre de ce mémoire. Nous allons tout de même résumer les différentes grandes étapes de cette démarche.

La première étape consiste à déterminer l'état de contrainte dans la pièce intact. Mais le chargement étant généralement multiaxial, cette information ne suffit pas pour déterminer les zones d'amorçage de défauts et il est nécessaire d'utiliser la démarche simplifiée de calcul de l'endommagement par FATIG en tout point de la structure. Dans ces zones, un calcul plus précis prenant en compte l'aspect local de la géométrie permet d'estimer le nombre de cycles à amorçage de fissures. Ces défauts sont alors intégrés dans la structure en considérant leur dimension maximale. Pour ce faire, il est nécessaire de disposer de la direction de chaque fissure, ce qui peut se faire en l'estimant à partir de la direction des contraintes principales, ou bien via des modèles plus complexes de remaillage et des critères de bifurcations. Comme expliqué dans le paragraphe B.3.3, les chargements sont appliqués sur la fissure complètement ouverte. Ces chargements sont de deux natures : soit internes, ils permettent de déterminer la souplesse de la fissure indépendamment du chargement extérieur ; soit externes, ce sont les chargements extérieurs. Cette opération est appelée condensation de la structure à la fissure et elle permet de ne travailler que sur un modèle très simplifié limité aux nœuds de la fissure, ceux considérés comme dans leur voisinage pour déterminer les facteurs d'intensité de contrainte, ceux plus lointains utilisés pour piloter ensuite un zoom structural (qui peut être une BAF par exemple) ou pour calculer un état de contrainte (cas d'une jauge). On entre alors dans la phase de calcul de la propagation de fissure (voir Figure 323). A chaque instant, il y a compétition entre plusieurs phénomènes : amorçage de fissure en surface, propagation de fissure dans la profondeur (fissure non traversante), propagation en surface en multi-amorçage et propagation de la fissure droite (fissure traversante). Lorsque des fissures amorcent, la perte de souplesse qui en découle est directement redistribuée sur tous les nœuds. Ceux qui n'ont pas amorcé voient l'endommagement qui leur est associé se cumuler jusqu'à atteindre un dommage critique. Ceci permet de prendre en compte un effet de multi-amorçage que l'on retrouve dans le cas des joints soudés.

Dans le cadre de l'essai de la maquette :

- nous ne considérons maintenant que les phases débutant qu'à partir de la détermination du chemin de fissuration, la phase de calcul de la durée de vie à l'amorçage ayant déjà été traitée par ailleurs.
- nous ne déterminons pas la variation effective du facteur d'intensité de contrainte. En effet, l'essai est réalisé à amplitude constante et nous disposons des courbes de Paris pour le rapport de charge de 0,1 utilisé pour l'essai sur la maquette. D'autres essais en cours de réalisation permettront de mettre en application le modèle réalisé et de comparer avec des résultats expérimentaux pour des historiques de chargement complexes.

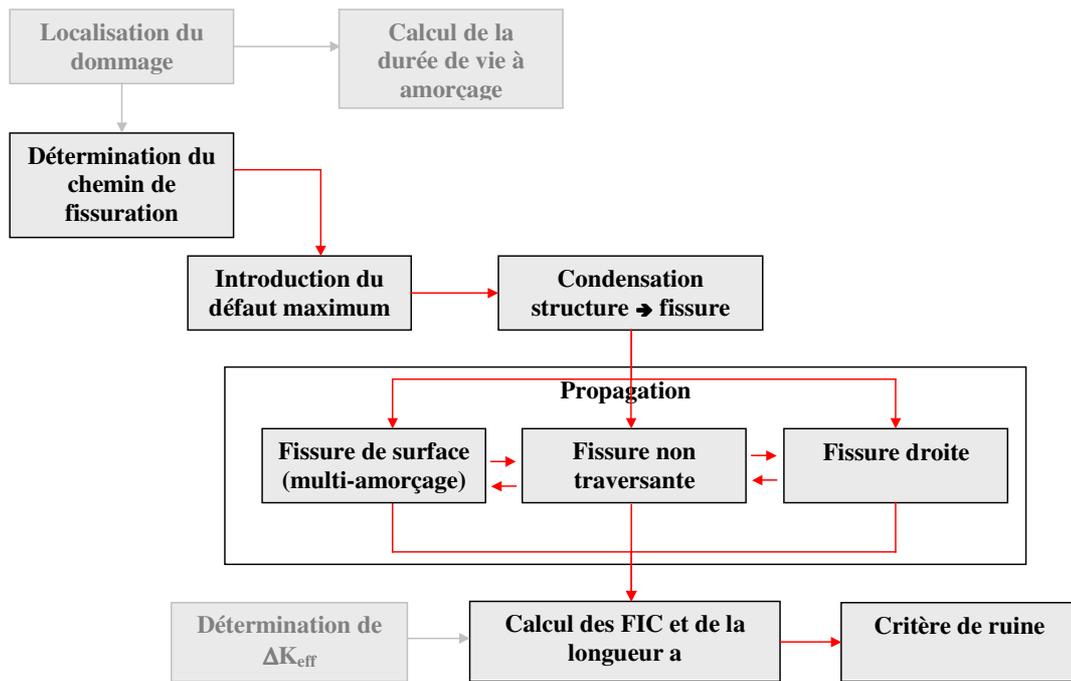


Figure 322 : organigramme global adapté à l'essai réalisé

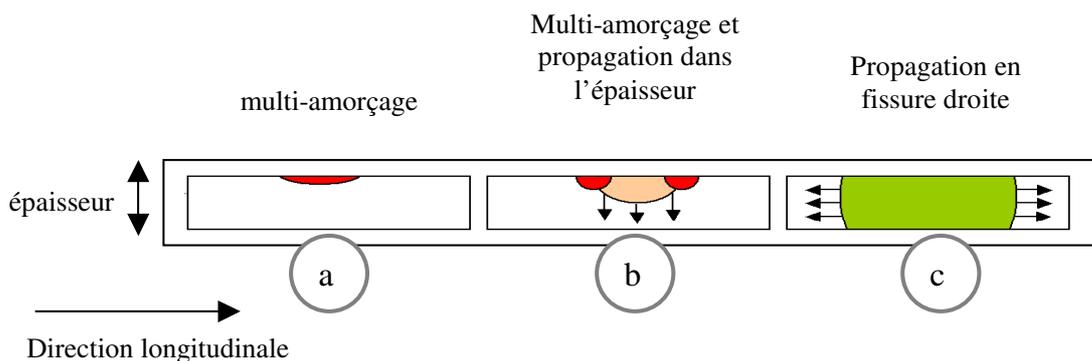


Figure 323 : différentes étapes de la fissuration

*b ) détermination du chemin de fissuration et introduction du défaut maximum*

L'essai nous a montré que la fissure propageait globalement le long du cordon de soudure sauf à l'approche du nœud de soudure au niveau duquel la fissure avait bifurqué. La Figure 324 présente l'évolution des contraintes principales de traction le long des cordons de soudures. On retrouve un état de traction perpendiculaire au pied de cordon de soudure pour les zones d'amorçage de fissure. La fissure tend ensuite à bifurquer en pleine tôle d'autant plus que l'angle augmente entre la direction des contraintes principales de traction et la normale au pied du cordon de soudure. C'est surtout le cas pour le pied de cordon de soudure 2, et, si l'on compare au pied de cordon de soudure 3, on retrouve ici la raison pour laquelle on obtient pour le pied de cordon de soudure 2 un profil beaucoup plus tourmenté avec des amorces de bifurcation. Il y a ici une compétition entre la bifurcation et la propagation en pleine tôle d'un côté, et le réamorçage en pied de cordon avec propagation dans la profondeur. Il n'a pas été retenu, dans le temps imparti à ce travail, de déterminer un critère permettant de définir numériquement le moment à partir duquel la fissure change de direction. Ce critère pourrait être défini dans le code VERICRACK en comparant, par

exemple, la vitesse de fissuration en pleine tôle et le réamorçage d'un défaut (ou sa propagation) au niveau du pied de cordon de soudure.

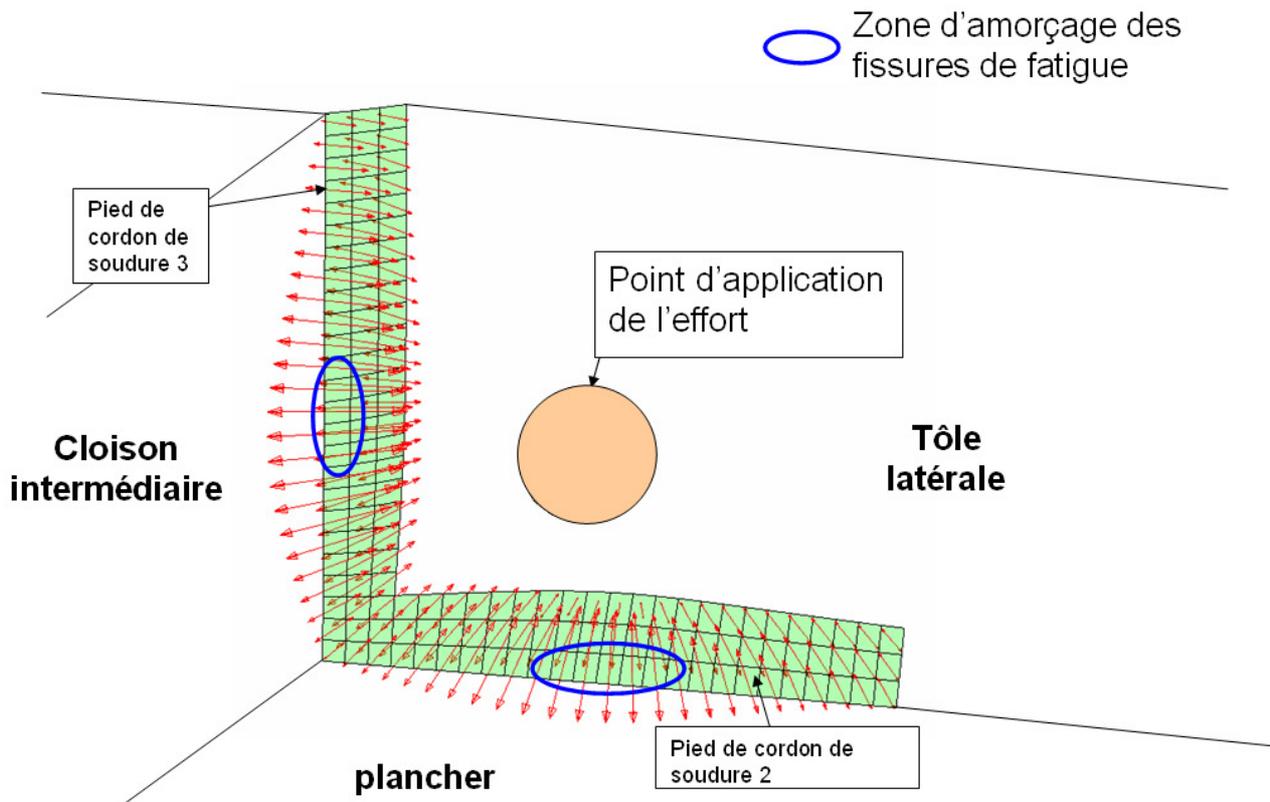


Figure 324 : direction des contraintes principales de traction

Nous allons maintenant traiter de la taille maximale du défaut à insérer dans le modèle. Tout d'abord, nous pouvons considérer qu'un seul des deux côtés de la maquette. Ensuite, il est possible de décomposer les fissures s'amorçant au niveau des soudures en T et des soudures en L en deux fissures distinctes ou alors ne conserver qu'une fissure globale. Les supposer distinctes ne veut pas dire que l'on considère qu'elles n'ont pas d'influence l'une sur l'autre. Ensuite il est possible de prévoir la fissure de la soudure 3 débouchante ou non. Pour les résultats présentés dans cette partie, la taille maximale du défaut est représentée dans la Figure 325 :

- deux fissures sont insérées

Réaliser une seule fissure pose le problème du changement de direction entre les deux fissures. Celles-ci sont perpendiculaires et la tangente au chemin de fissuration présente un point singulier. Comment déterminer le facteur d'intensité de contrainte en ce nœud ? L'idéal est de remailler la structure en utilisant la boîte à fissure afin de suivre le chemin maximisant le facteur d'intensité de contrainte en mode I (voir Figure 326). Mais cela pose un problème dans l'utilisation de la BAF qui implique, dans l'état actuel, de disposer d'un maillage régulier. Par contre les dimensions de la BAF pouvant être complètement paramétrables, il est tout à fait envisageable de créer automatiquement des BAF déformées pour suivre le maillage déformées respectant la courbe du chemin de propagation. Deux fissures sont donc insérées. L'hypothèse consistant à dire que les fissures s'amorçant du côté gauche de la maquette n'ont pas d'influence sur les fissures s'amorçant du côté droit s'est révélée réaliste lorsque la matrice de souplesse est déterminée. Son conditionnement est lié à l'influence de l'effort imposé à un nœud sur un autre

nœuds. Ainsi l'influence d'un effort sur un nœud du côté droit est pratiquement nul sur un nœud du côté gauche et engendre des soucis de convergence dans la résolution des équations.

- la fissure n'est pas débouchante (pour chaque fissure, on a deux extrémités)

Le cas de la fissure débouchante n'avait pas encore été implémenté lors de la réalisation des travaux mais, par contre, il n'est pas possible de traiter le cas d'une fissure potentiellement débouchante des deux côtés car, dans ce cas, le modèle fissuré est composé de deux pièces indépendantes ce qui interdit le calcul de la matrice de souplesse.

- Le maillage a été adapté

Afin de faciliter les calculs de la BAF, un maillage régulier est ici réalisé de manière à disposer d'éléments réguliers de forme carrée et de côté égal à l'épaisseur de la coque, soit 10 mm. Les fissures sont alors discrétisées en 97 nœuds. Un autre maillage allégé ne considère que 73 nœuds. Il est utilisé dans les 10 cas de calculs présentés dans la suite de ce chapitre. Dans l'ensemble des résultats présentés par la suite, l'abscisse curviligne correspond à celle des nœuds du pied de cordon 3 puis du pied du cordon 2, dans le sens indiqué par les flèches rouges de la Figure 325. Contrairement à ce qui est représenté sur cette dernière figure, seul le côté droit de la maquette est ici étudié (la maquette est symétrique).

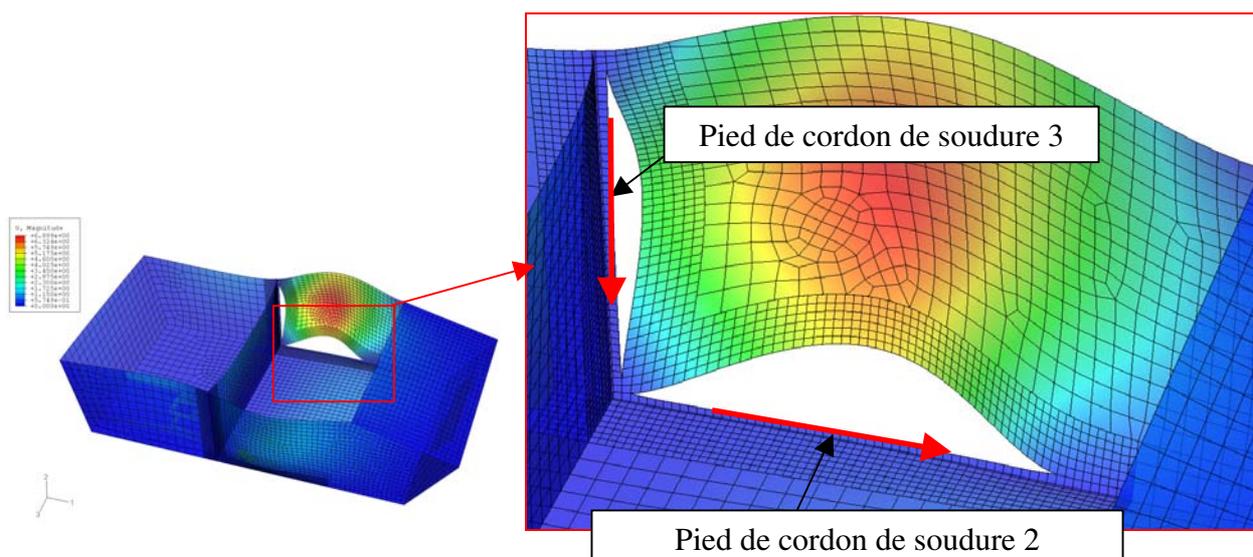


Figure 325 : calcul de la réponse de la structure pour la fissure de taille maximale (cartographie des déplacements) en mm)

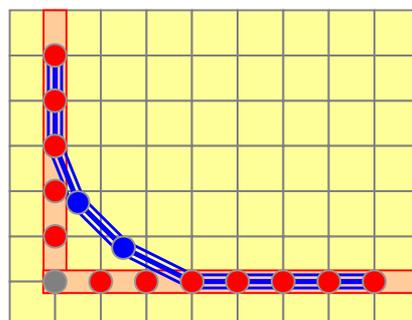


Figure 326 : schématisation de la bifurcation : en rouge approche simplifiée, en bleu approche par remaillage

c ) Premiers calculs

Nous considérons l'amorçage et la propagation de la fissure présente sur le côté droit de la maquette. Le multi-amorçage est traité exactement de la même manière que pour les calculs d'amorçage présentés dans ce chapitre.

- Une valeur de  $K_t$  est affectée à chaque nœud du chemin de fissuration. Ce  $K_t$  est le rapport entre la contrainte locale (calculée dans le paragraphe D.1.8.4 en fonction du rayon local) et la contrainte du modèle global.
- Des contraintes résiduelles de soudage sont de la même manière affectées à chaque nœud.

Pour ce qui est des paramètres de fissuration, les grandeurs suivantes de la loi de Paris sont appliquées :  $C=1.73e^{-11}$  et  $m=2,9$ .

de manière à obtenir une vitesse en mm/cycle avec un facteur d'intensité de contrainte en  $10 \text{ MPa}\sqrt{\text{mm}}$ . Un seuil très faible  $\Delta K_s=10 \text{ MPa}\sqrt{\text{mm}}$  a, dans un premier temps, été considéré. La limite de ténacité est égale à  $600 \text{ MPa}\sqrt{\text{mm}}$ .

Les hypothèses suivantes ont tout d'abord été considérées et servent de bases de réflexion :

- La fissure s'amorce à partir d'un cumul de dommage supérieur à 1 – ceci permet de traiter le cas de la propagation de la fissure par multi-amorçage ;
- Quand une fissure s'amorce à un nœud, une fissure de profondeur initiale de 1 mm est introduite dans le modèle – la forme de la lunule dépend de la taille des mailles du modèle global ici 10 mm ;
- Quand la contrainte dans le ligament est supérieure à la limite d'élasticité en un nœud, la fissure est supposée traverser l'épaisseur de la plaque ;
- Quand le front de la fissure est incliné, la propagation de la fissure dans l'épaisseur de la tôle est réalisée par la méthode des Line Spring ;
- Quand le front de la fissure est droit, la fissure traversante se propage le long du chemin de fissuration (ici il s'agit du cordon de soudure), au moyen de la boîte à fissure ;
- Il y a compétition entre l'amorçage par accumulation de dommage et propagation par la mécanique de la rupture.
- 2 cas sont ici présentés : le cas 1 dans lequel on considère les contraintes résiduelles pour le calcul de l'amorçage et le cas 2, dans lequel on ne les considère pas.

Il est à noter que le rayon minimum utilisé au niveau du pied de cordon 2 a été volontairement pris à la place du rayon moyen dans le cas 2, et contrairement au cas 1. Cette hypothèse a été prise de manière à favoriser la propagation de la fissure au niveau du pied de cordon 2 par rapport au pied de cordon 3. Il est à noter que les premiers résultats présentés sont issus de versions de développement de l'outil, donc entachées d'une certaine quantité de bogues. Le développement d'un outil multi plateforme (Unix et Windows), adapté à la fois aux outils de GIAT-Industries (ABAQUS) et aux outils du Bureau Veritas (PRINCIPIA/NSO) multiplie les risques d'erreurs et la difficulté de programmation. Ces premiers résultats contribuent tout de même à développer la réflexion car ils permettent de mettre en exergue les paramètres influents sur la propagation. Une première étude paramétrique portant sur l'influence de différents facteurs est présentée par la suite, après analyse des premiers résultats, et sur une version plus avancée du programme.

d) Résultats

La Figure 327 montre l'évolution de la profondeur de fissuration au cours des cycles appliqués. La Figure 328 présente l'évolution du cumul de dommage en surface et enfin la Figure 329 présente l'évolution de la contrainte globale en surface (pour le cas 1). Les comparaisons entre le calcul et l'expérience sont présentés à la Figure 331 et la Figure 332 alors que la Figure 330 présente la Figure 327 sous une forme tridimensionnelle ; on y voit en particulier la limite entre les deux fissures (pour le cas 2). Tous ces résultats sont discutés par la suite. L'abscisse curviligne est définie à la page 286.

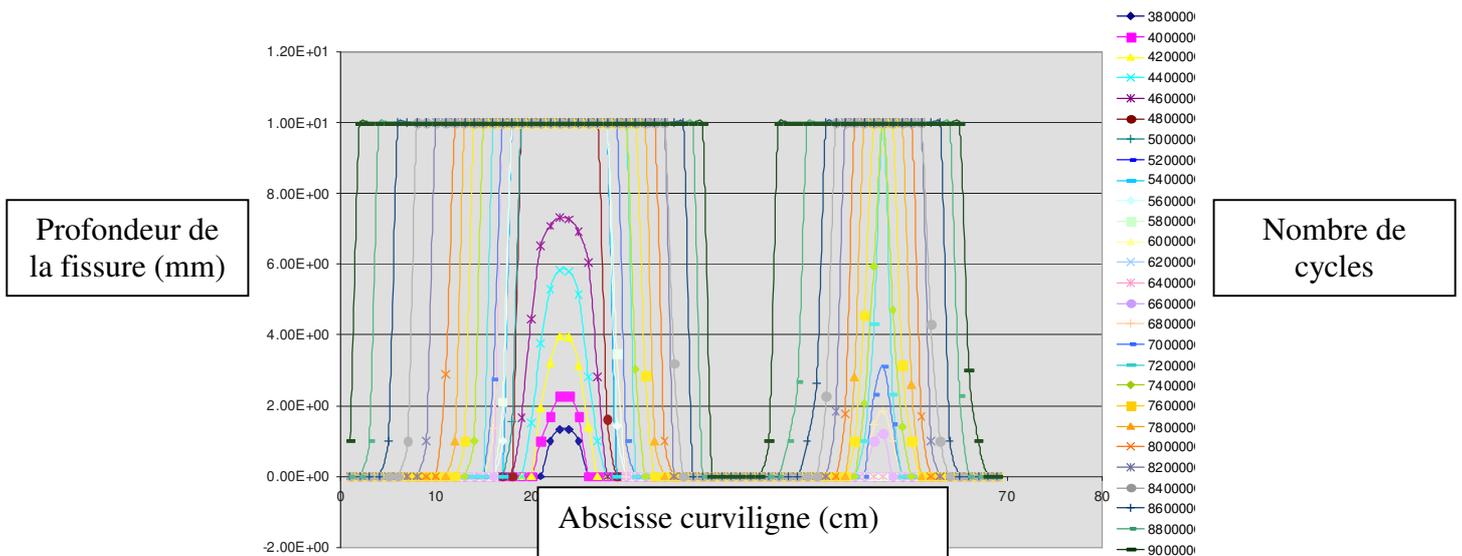


Figure 327 : évolution de la profondeur de la fissure en fonction du nombre de cycles (cas 1)

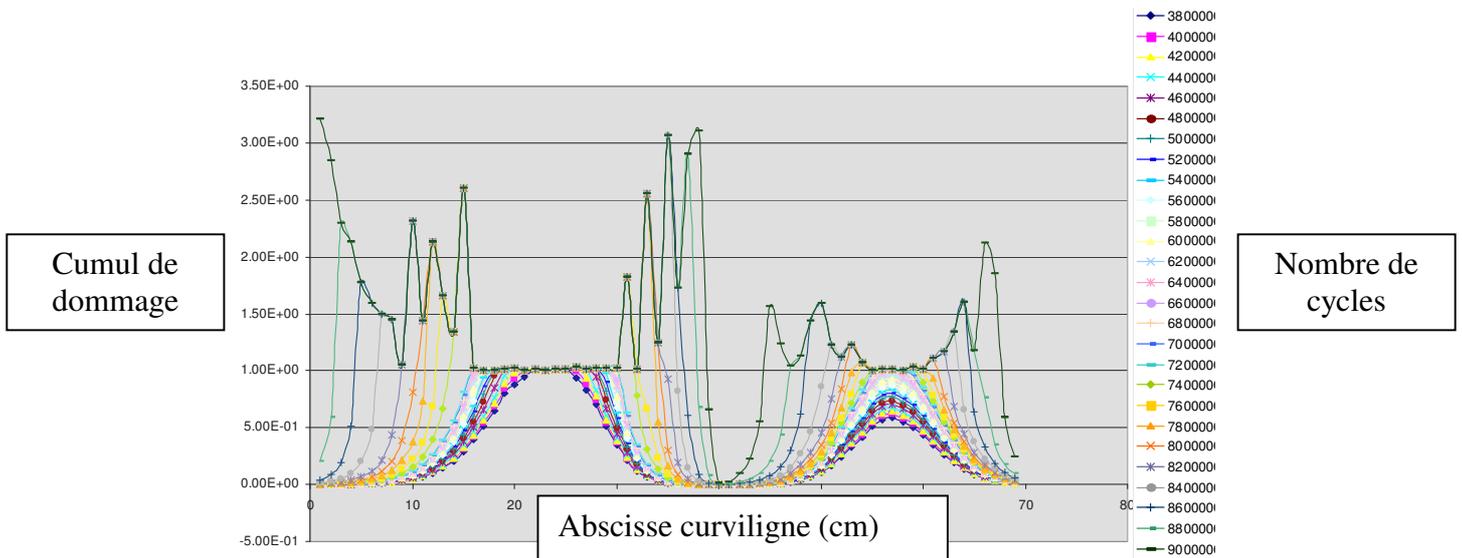


Figure 328 : évolution du cumul de dommage en pied de cordon en fonction du nombre de cycles (cas 1)

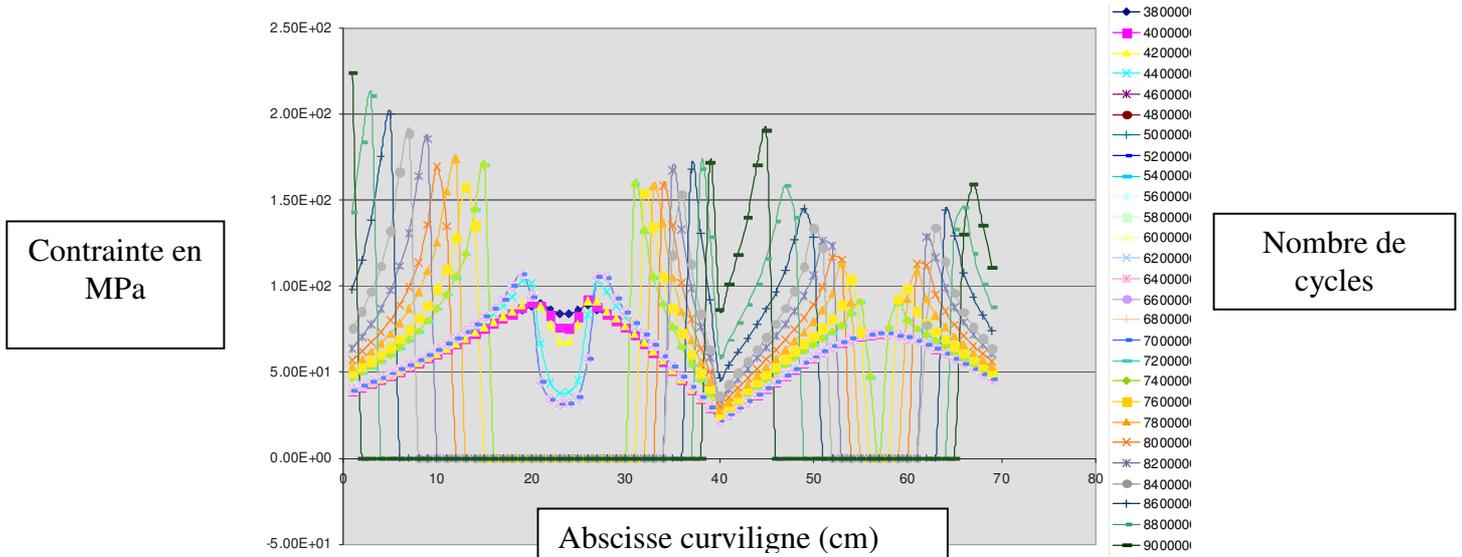


Figure 329 : évolution de la contrainte globale en fonction du nombre de cycles (cas 1)

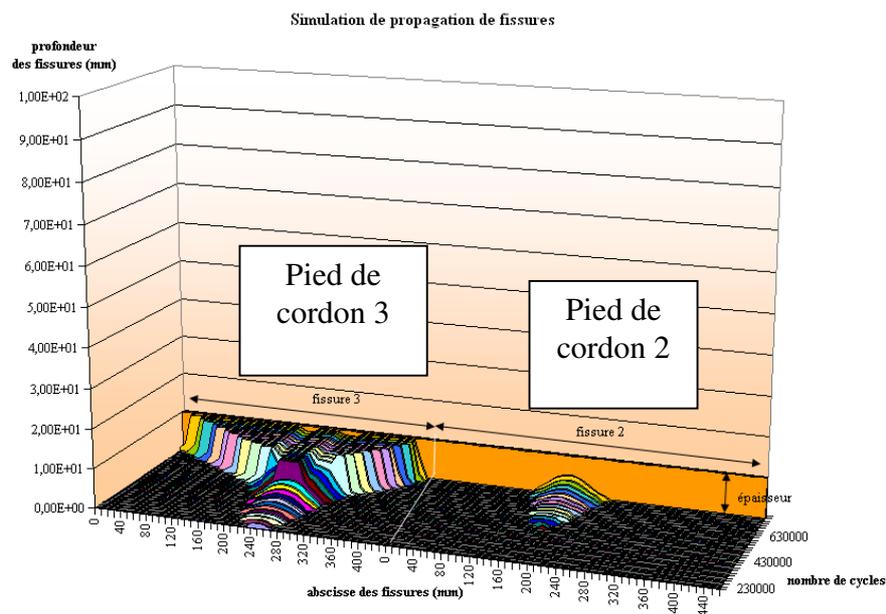


Figure 330 : évolution de la profondeur de la fissure en fonction des cycles (cas 2)

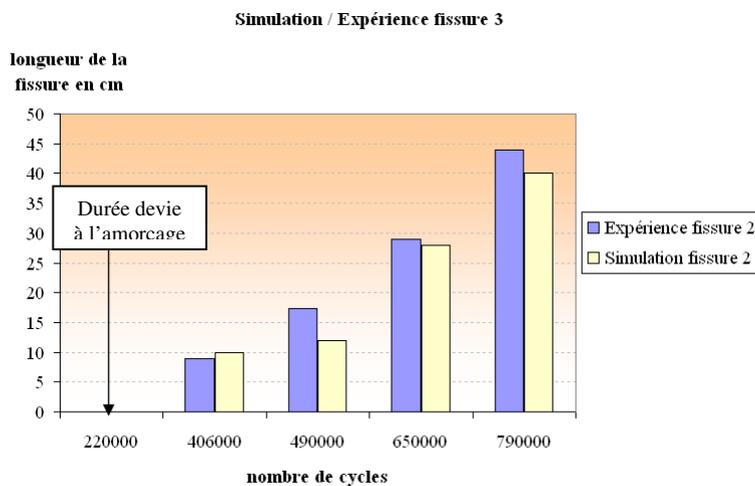


Figure 331 : comparaison calcul / expérience : cas de la fissure au pied de cordon 2 côté droit (soudure en T) (cas 2)

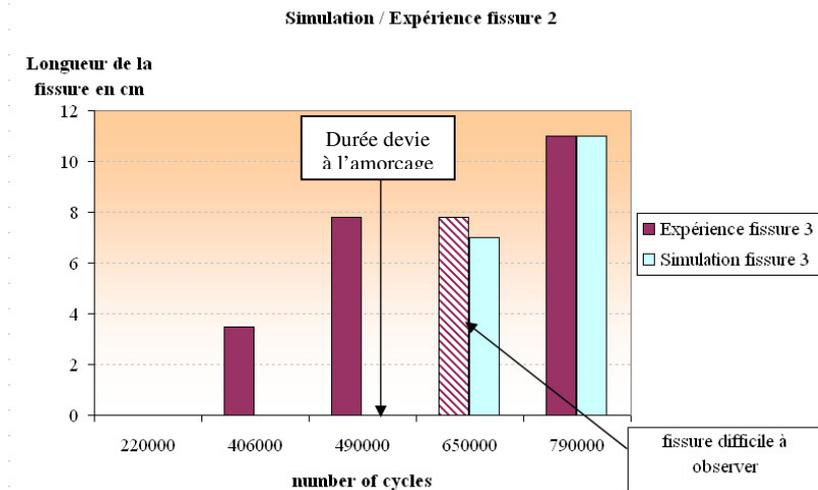


Figure 332 : comparaison calcul / expérience : cas de la fissure au pied de cordon 3 côté droit (soudure en L) (cas 2)

e) Discussion des premiers résultats

- Propagation de surface de la fissure par multi-amorçage

On retrouve par calcul le multi-amorçage tel qu’observé sur les photographies (Figure 303). Plusieurs nœuds amorcent pratiquement en même temps ce qui provoque une redistribution des contraintes sur les nœuds voisins qui voient à leur tour un dommage dépassant le dommage critique ce qui conduit à l’amorçage d’une. Il est à noter que la propagation des fissures en surface par multi-amorçage intervient pendant toute la durée de la simulation. Il y a compétition entre ce mode de propagation et la propagation par la mécanique de la rupture. La propagation de la fissure est complètement gouvernée par le multi-amorçage et la fissure est très vite traversante.

- Propagation dans la profondeur de la tôle

Dans l’essai la fissure se propage très lentement dans la profondeur par rapport à la direction longitudinale et il s’avère qu’elle n’est traversante que très tard (à plus de 880 000 cycles). Il reste un ligament. Par contre, dans le calcul, la fissure est traversante à partir de 500 000 cycles dans le cas de calcul 1. Il est à noter, que dans le cas de calcul n°2, la fissure ne traverse pas en chaque point (Figure 330). En 4 nœuds, la fissure ne propage plus. Plusieurs raisons peuvent être mises en avant :

- Les hypothèses prises impliquent que la fissure traverse la tôle en un nœud lorsque la contrainte dans le ligament dépasse la limite d’élasticité. Ceci est une vision pénalisante d’autant plus qu’en flexion, cette contrainte présente un gradient. A partir du moment où la mécanique élastique linéaire de la rupture n’est plus applicable, il est nécessaire de prendre en compte d’autres critères. Il peut être envisagé de calculer l’endommagement (à partir des déformations et de la loi de Manson-Coffin [CH79]) dans l’éprouvette entaillée correspondant au ligament restant. Ceci n’est pas nécessaire dans notre cas puisque les facteurs d’intensité de contrainte sont faibles et permettent de rester dans les hypothèses de la mécanique élastique linéaire de la rupture.
- Nous pouvons aussi mettre ce problème sur le compte d’incrément de propagation trop importants – il y a un compromis à trouver pour ne pas trop grèver le temps

calcul car il y a un ratio potentiel de 40 entre la longueur de la fissure et sa profondeur.

- La conséquence principale des deux points précédents est l'importance dans le calcul de la propagation en multi-amorçage. Entre deux incréments de calcul, le dommage dépasse parfois la valeur critique de 1. Une procédure de retour en arrière et redécoupage des cycles a été mise en place pour la propagation et non pas pour le calcul du dommage. Lorsque l'incrément de fissure dépasse une certaine longueur, le programme retourne au pas précédent et découpe le pas de temps en réactualisant la matrice de souplesse. Par contre cette opération n'est pas réalisée lorsque le dommage est supérieur à 1, ce qui peut aussi constituer un critère pour redéfinir le pas de temps. Celui-ci consiste à découper le pas de temps par le dommage maximum s'il est supérieur à 1, ce qui a été implémenté par la suite. La validité du calcul de l'endommagement se pose alors dans le cas de fissures traversantes, bien que les résultats expérimentaux corroborent les hypothèses considérées. En effet, le maillage global n'est en rien un maillage de pointe de fissure, et la contrainte calculée dépend de la taille des mailles. Ainsi, il n'est pas exclu qu'une autre combinaison des paramètres retenus donne un résultat satisfaisant en nombre de cycle mais il n'est pas satisfaisant de ne pas reproduire le phénomène physique : à savoir la présence d'un ligament qui perdure jusqu'à la rupture.

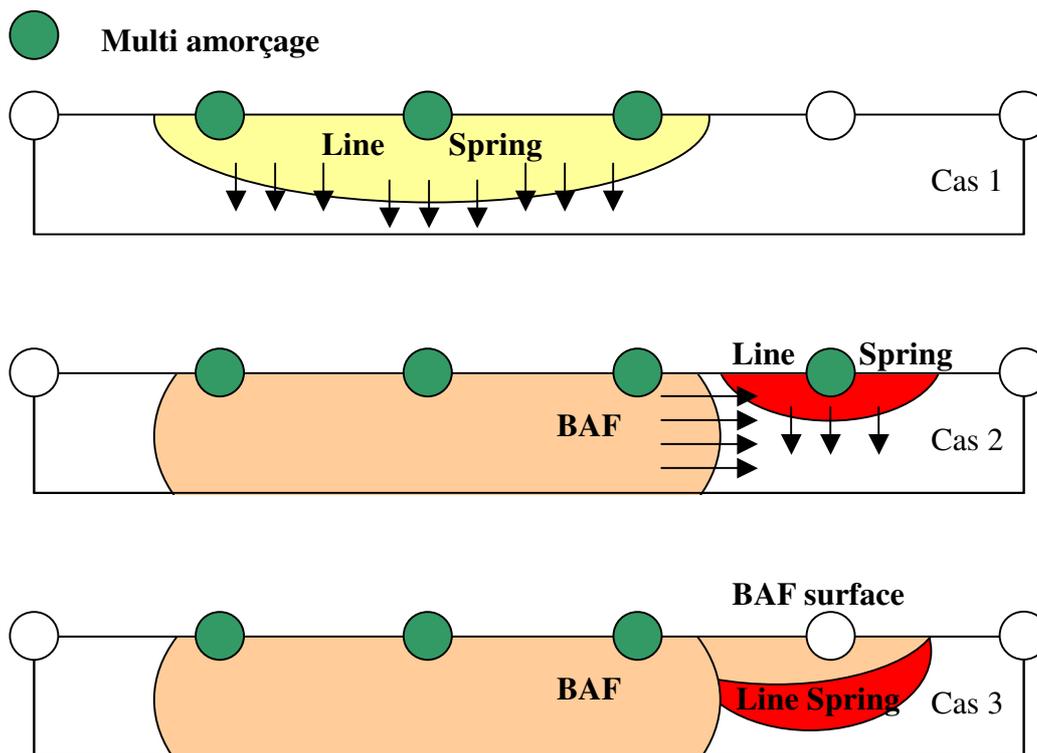


Figure 333 : différentes méthodologies dans la propagation des fissures

- La propagation en multi-amorçage peut-elle être utilisée lorsque la fissure est complètement traversante ? Dans un sens, on peut imaginer qu'il y ait une compétition entre le multi-amorçage et la fissure traversante même si restent des interrogations sur la validité du calcul

de la contrainte pour le multi-amorçage dans ce cas. La Figure 333 présente différentes manières de traiter de ce point particulier. Elle rappelle la propagation en multi-amorçage suivie de la propagation dans la profondeur (cas 1). Ensuite, soit il y a compétition entre le multi-amorçage et propagation en fissure droite (Cas 2), soit on pilote la boîte à fissure avec les déplacements de surface de manière à en déduire un FIC de surface. Il y aurait alors compétition entre ce FIC et le multi-amorçage, sachant que le calcul du FIC en surface fait intervenir la micro-géométrie locale.

#### *D.1.9.6 Compléments de l'analyse : Influence de différents paramètres*

Les résultats présentés dans le paragraphe précédent nous conduisent à considérer l'influence des paramètres suivants :

- Le  $K_t$  et son influence sur l'amorçage et le multi-amorçage
- Le seuil de fissuration, considéré trop faible. On s'attend, dans le cas des alliages d'aluminium, à des valeurs comprises entre 30 et 70  $\text{MPa}\sqrt{\text{mm}}$ .
- Le critère de rupture du ligament et l'incrément de propagation dans la profondeur car cela conditionne complètement la vitesse de la propagation de la fissure. Lorsque la fissure est de taille importante, la souplesse liée à la rupture du ligament engendre une ouverture importante ce qui conditionne le FIC en pointe de fissure dans la direction longitudinale. Or il apparaît durant l'essai que la fissure ne traverse qu'en toute fin, juste avant la rupture finale.

#### *a) Présentation des cas de calcul*

Nous allons étudier l'influence de ces différents paramètres sur la longueur de la fissure et relever la vitesse de la fissuration dans la profondeur de la tôle. 10 calculs sont ici réalisés et présentés dans le Tableau 30. Le critère de rupture du ligament a été supprimé. Le  $K_t$  correspond ici au rapport entre la contrainte locale calculée par les approches bidimensionnelles (présentées dans le paragraphe D.1.8) et la contrainte sur le modèle coque. Les contraintes résiduelles considérées sont les contraintes résiduelles à 100  $\mu\text{m}$  de profondeur. Le critère d'amorçage basé sur l'approche locale est toujours le suivant : « lorsque le dommage est supérieur à 1, un défaut de longueur 1 mm est inséré dans la structure ».

Les différents cas de calcul sont les suivants :

- Cas 1 : rayons moyens, pas de seuil
- Cas 2 : rayons moyens, seuil de 30  $\text{MPa}\sqrt{\text{mm}}$
- Cas 3 : rayons minimum pour le pied de cordon 2, seuil de 30  $\text{MPa}\sqrt{\text{mm}}$
- Cas 4 : cas 2 avec 110% du  $K_t$  obtenu avec les rayons moyens
- Cas 5 : rayons minimums, seuil de 70  $\text{MPa}\sqrt{\text{mm}}$
- Cas 6 : rayon de 0,9 imposé pour le pied de cordon 3 et rayon minimum pour le pied de cordon 2, seuil de 30  $\text{MPa}\sqrt{\text{mm}}$
- Cas 7 : rayon de 0,9 imposé pour le pied de cordon 3 et rayon minimum pour le pied de cordon 2, seuil de 50  $\text{MPa}\sqrt{\text{mm}}$
- Cas 8 : rayon de 0,9 imposé pour le pied de cordon 3 et rayon minimum pour le pied de cordon 2, seuil de 70  $\text{MPa}\sqrt{\text{mm}}$

- Cas 9 : rayon de 0,7 imposé pour le pied de cordon 3 et rayon minimum pour le pied de cordon 2, seuil de  $70 \text{ MPa}\sqrt{\text{mm}}$
- Cas 10 : cas 9, avec un  $K_t$  de 110% du  $K_t$  obtenu avec le rayon moyen, pour le pied de cordon 2.

**Tableau 30 : cas de calcul**

cas	rayon pied de cordon 3 (mm)	rayon pied de cordon 2 (mm)	seuil de propagation de fissure ( $\text{MPa}\sqrt{\text{mm}}$ )	$K_t$ pied de cordon 3	$K_t$ pied de cordon 2
cas 1	1	0,42	0	2,76	3,52
cas 2	1	0,42	30	2,76	3,52
cas 3	1	0,278	30	2,76	4,07
cas 4	0,75	0,33	30	3,036	3,872
cas 5	0,432	0,278	70	3,67	4,07
cas 6	0,9	0,278	30	2,86	4,07
cas 7	0,9	0,278	50	2,86	4,07
cas 8	0,9	0,278	70	2,86	4,07
cas 9	0,7	0,278	70	3,146	4,07
cas 10	0,7	0,33	70	3,146	4,07

*b) Etude du ligament*

La Figure 334 présente l'évolution de la profondeur des 2 fissures (en leur milieu) en fonction du nombre de cycles appliqués, dans le cas 7. On vérifie ici le ralentissement de la propagation de la fissure en profondeur au cours des cycles ce qui corrobore les constatations expérimentales, à savoir que la fissure ne traverse la tôle qu'à la fin de l'essai. La Figure 335 présente l'évolution du facteur d'intensité des contraintes en mode I. Il s'avère que le facteur d'intensité de contrainte augmente tout d'abord dans la profondeur avant que la tendance ne s'inverse ; il tend alors vers le seuil de propagation. Lorsqu'il y a eu multi-amorçage, la fissure est longue et peu profonde. Celle-ci tend ainsi à se propager dans la profondeur de la tôle. Le front de la fissure se rééquilibre ensuite entre le multi-amorçage d'un côté, et la propagation dans l'épaisseur de la tôle, de l'autre. Mais, le chargement étant de flexion, on s'attend à ce que la fissure traverse la tôle, puisque la fibre neutre se déplace au cours de la propagation. Il est à noter que nous ne sommes pas ici dans le cas d'une éprouvette d'essai en flexion, car la géométrie est ici plus complexe. Si l'on compare ces résultats avec les calculs bidimensionnels, il s'avère que l'on se situe plus dans une configuration « déplacement imposé » qu'« effort imposé ».

Concernant la validité du calcul du facteur d'intensité de contrainte par la mécanique linéaire élastique de la rupture (MLER), elle dépend de la taille de la zone plastifiée (selon Irwin) et des grandeurs caractéristiques (telles que la longueur de fissure, la longueur du ligament ...). Cette taille devrait être inférieure aux grandeurs caractéristiques selon l'équation suivante :

$$2,5 \left( \frac{K_I}{S_Y} \right)^2 < \text{Grandeurs caractéristiques, avec } S_Y \text{ la limite d'élasticité} \quad (D.1)$$

Ce rapport est tracé dans la Figure 336 en fonction du nombre de cycles, pour le premier nœud ayant vu l'amorçage d'une fissure. Il s'avère que l'équation est toujours satisfaite.

Enfin, il faut remarquer que le fait de traverser ou non l'épaisseur de la tôle dépend de la vitesse du multi-amorçage. Dans le cas de calcul 4, la fissure multi-amorce très rapidement et on obtient une fissure très longue. Le facteur d'intensité de contrainte est alors maximal au centre de la fissure et elle propage rapidement jusqu'à traverser. C'est ce que l'on observe dans la Figure 337. Ceci est un élément permettant de mettre de côté les hypothèses prises dans le cas du calcul 4, par rapport au calcul 7.

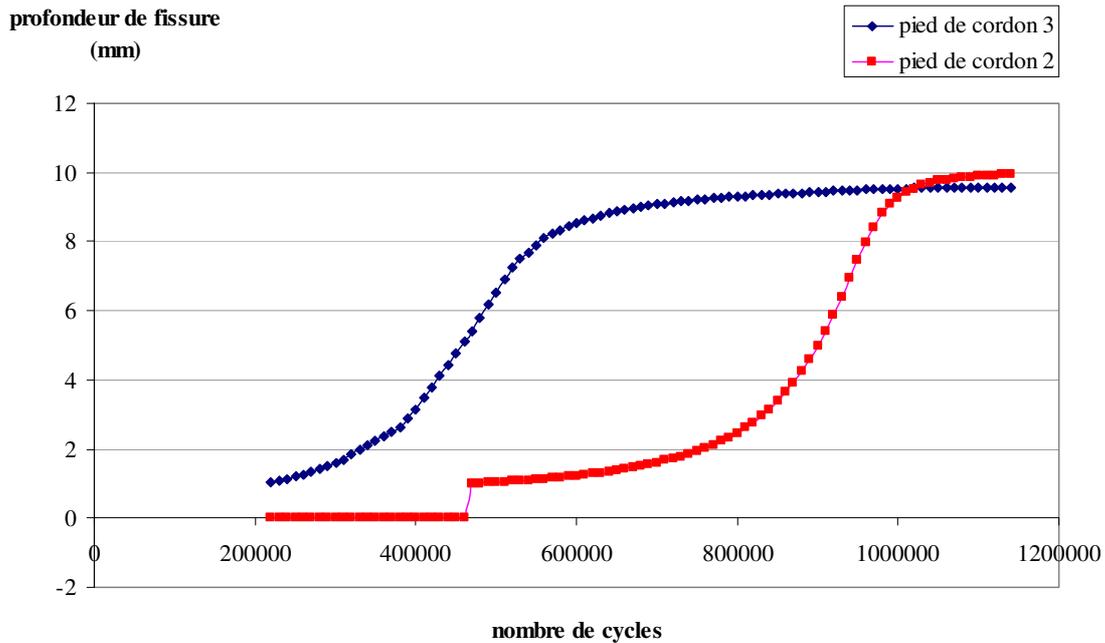


Figure 334 : évolution de la profondeur au centre des fissures en fonction du nombre de cycles appliqués (cas 7)

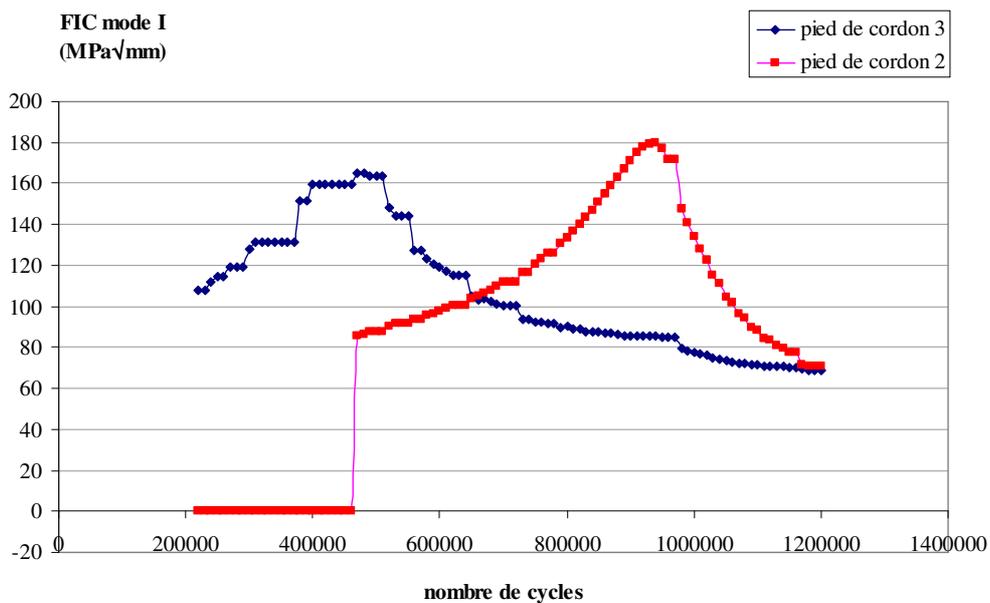


Figure 335 : évolution du FIC en mode I au centre des fissures en fonction du nombre de cycles appliqués (cas 7)

**Validité de la MLER  
(limite =1)**

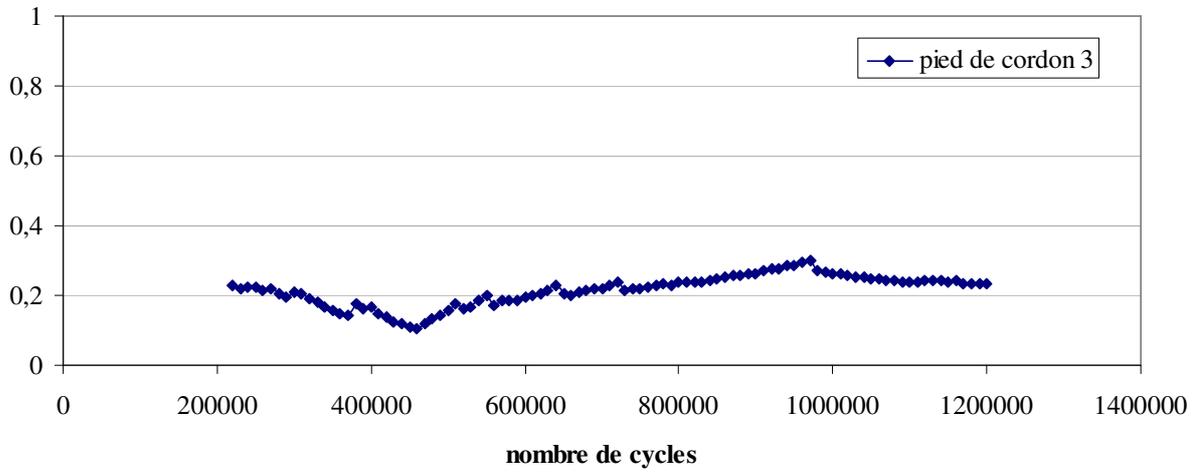


Figure 336: validité du calcul en mécanique élastique linéaire de la rupture (cas 7)

**profondeur de fissure  
(mm)**

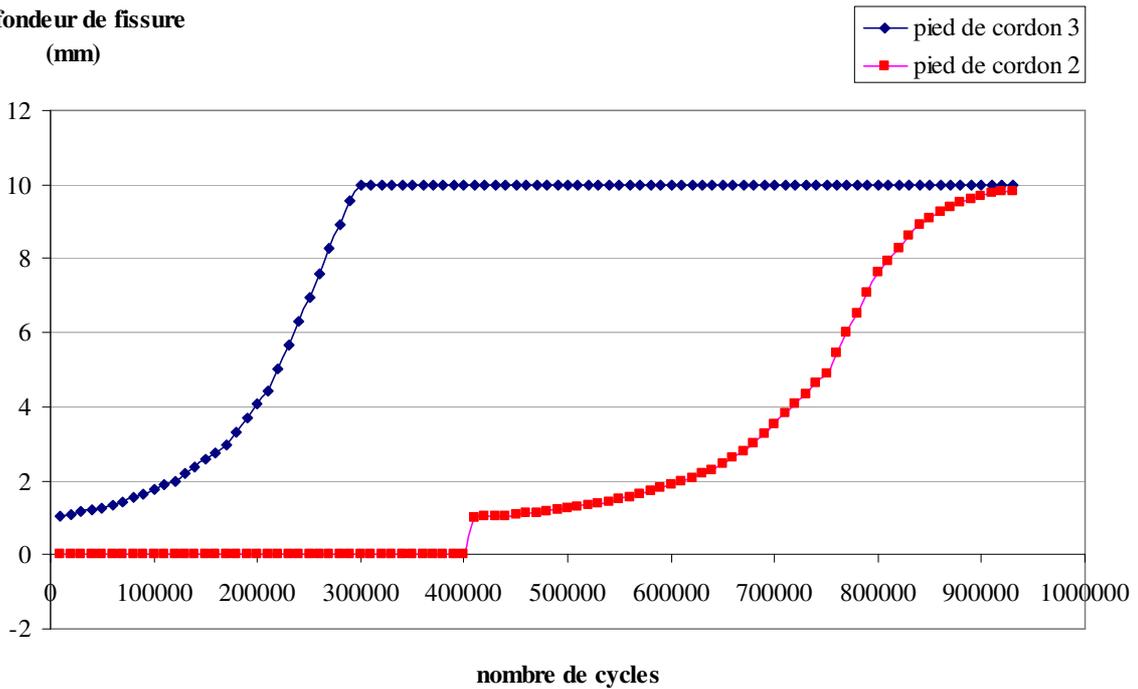


Figure 337: évolution de la profondeur en fonction du nombre de cycles appliqués (cas 4)

c ) Influence du rayon et du seuil de propagation de fissures

Nous abordons ici l'influence du rayon en pied de cordon de soudure et du seuil de propagation de fissures sur un même résultat : la longueur de fissure en fonction du nombre de cycles appliqués. La Figure 338 présente l'ensemble des 10 résultats obtenus pour la fissure du pied de cordon 3 et la Figure 339 présente le cas de la fissure du pied de cordon 2. Le Tableau 31 et le Tableau 32 présentent ces mêmes informations, accompagnées d'un code couleur subjectif. De la couleur rouge à la couleur verte, en passant par le orange, les résultats des simulations sont plus proches des résultats d'essais. Le cas de calcul 7 corréle le mieux les résultats d'essais. Ces résultats sont discutés ci-après.

longueur de la fissure  
(cm)

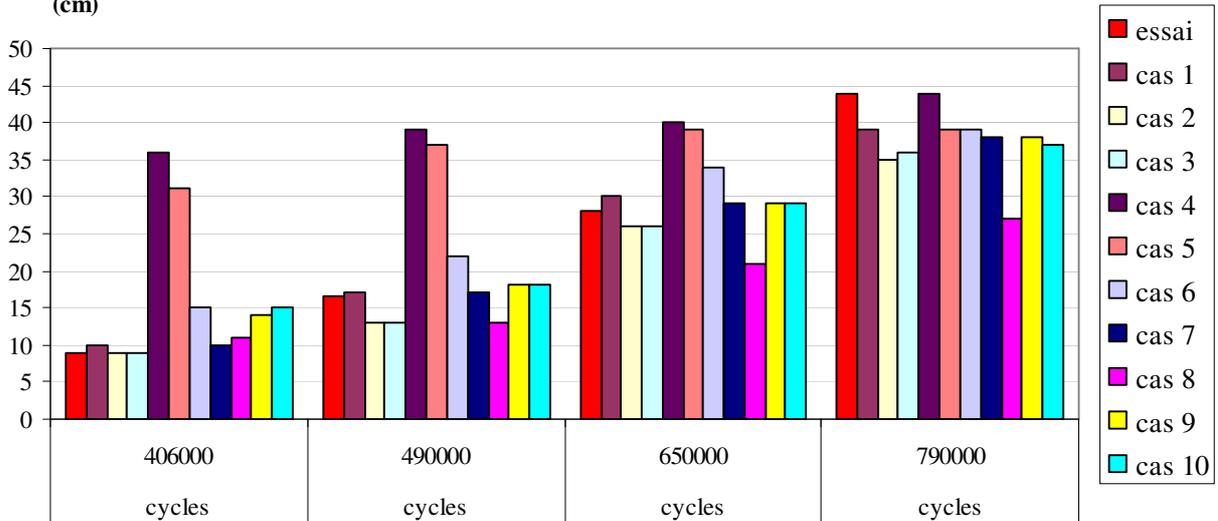


Figure 338 : comparaison calculs / expérience pour le pied de cordon 3, côté droit

longueur de la fissure  
(cm)

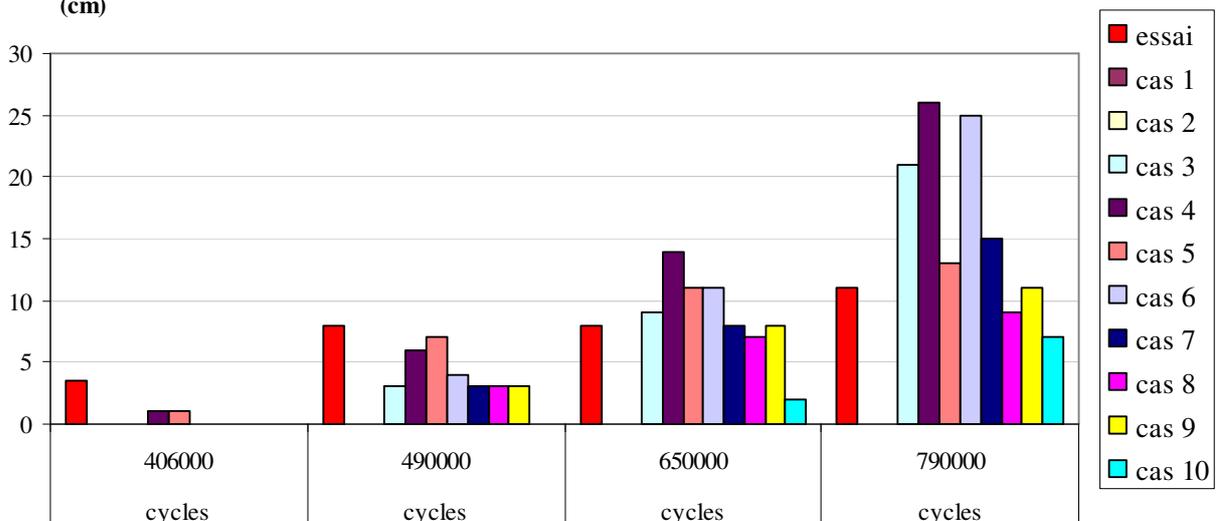


Figure 339 : comparaison calculs / expérience pour le pied de cordon 2, côté droit

**Tableau 31 : résultats pour le pied de cordon 3**

cas			essai	cas 1	cas 2	cas 3	cas 4	cas 5
Nombre de cycles à amorçage				290000	290000	290000	130000	40000
longueur (cm)	406000	cycles	9	10	9	9	36	31
longueur (cm)	490000	cycles	16,5	17	13	13	39	37
longueur (cm)	650000	cycles	28	30	26	26	40	39
longueur (cm)	790000	cycles	44	39	35	36	44	39
cas			essai	cas 6	cas 7	cas 8	cas 9	cas 10
Nombre de cycles à amorçage				210000	210000	210000	130000	130000
longueur (cm)	406000	cycles	9	15	10	11	14	15
longueur (cm)	490000	cycles	16,5	22	17	13	18	18
longueur (cm)	650000	cycles	28	34	29	21	29	29
longueur (cm)	790000	cycles	44	39	38	27	38	37

**Tableau 32 : résultats pour le pied de cordon 2**

cas			essai	cas 1	cas 2	cas 3	cas 4	cas 5
Nombre de cycles à amorçage				supérieur	supérieur	460000	410000	390000
longueur (cm)	406000	cycles	3,5	0	0	0	1	1
longueur (cm)	490000	cycles	8	0	0	3	6	7
longueur (cm)	650000	cycles	8	0	0	9	14	11
longueur (cm)	790000	cycles	11	0	0	21	26	13
cas			essai	cas 6	cas 7	cas 8	cas 9	cas 10
Nombre de cycles à amorçage				450000	460000	470000	460000	630000
longueur (cm)	406000	cycles	3,5	0	0	0	0	0
longueur (cm)	490000	cycles	8	4	3	3	3	0
longueur (cm)	650000	cycles	8	11	8	7	8	2
longueur (cm)	790000	cycles	11	25	15	9	11	7

Il apparaît ainsi, que :

- Pour la soudure du pied de cordon 2, on retrouve les conclusions du calcul de dommage, à savoir que le nombre de cycles à l'amorçage calculé pour le rayon moyen est de 2 à 3 fois supérieur à celui observé dans l'essai. L'influence des contraintes résiduelles est ici prédominante. Par contre, en considérant le rayon minimum (0,278 au lieu de 0,42), on retrouve le niveau d'amorçage observé expérimentalement. On obtiendrait pratiquement le même résultat en prenant le rayon moyen mais en supprimant les contraintes résiduelles, pour lesquelles des doutes subsistent quant à leur fiabilité. Ainsi l'ensemble des cas (5 à 9) pour lesquels on a un rayon de 0,278 donnent des résultats satisfaisants, sauf dans le cas d'un seuil trop faible (30 MPa√mm).

- Considérer le rayon le plus faible pour le pied de cordon 3 conduit à un amorçage très rapide suivi d'une propagation beaucoup plus rapide que lors de l'essai, même en considérant un seuil de  $70 \text{ MPa}\sqrt{\text{mm}}$ . D'autres tests pourraient être menés ultérieurement avec des niveaux de seuils allant jusqu'à  $140 \text{ MPa}\sqrt{\text{mm}}$  (le seuil que l'on retrouve en général dans les alliages d'aluminium est compris entre 30 et  $140 \text{ MPa}\sqrt{\text{mm}}$ ). Par contre, considérer le rayon moyen (cas 1 à 3) permet de retrouver les résultats expérimentaux, pour des valeurs de seuil inférieures à  $30 \text{ MPa}\sqrt{\text{mm}}$ . Pour  $70 \text{ MPa}\sqrt{\text{mm}}$ , la propagation de la fissure dans l'épaisseur est ralentie et seule l'adoption d'un rayon inférieur (0,7 mm) permet, en accélérant l'amorçage de compenser la présence du seuil de propagation.
- La comparaison des cas 8 et 5 permet de voir l'influence d'une fissure sur l'autre. Si on regarde le pied de cordon 3, il apparaît que, dans le cas 8 la fissure propage lentement alors qu'elle est très longue dès 400000 cycles dans le cas 5. L'influence de la longueur de la fissure au niveau du pied de cordon 3 sur l'amorçage de la fissure au niveau du pied de cordon 2 est alors de près de 80000 cycles : plus la première fissure croît rapidement, plus la seconde apparaît rapidement.
- Il est à noter que la boîte à fissure n'intervient ici jamais : on a, comme constaté expérimentalement, une propagation de surface en multi-amorçage. On ne traite pas ici de la bifurcation de la fissure en pleine tôle car la version du modèle ne présente que 73 nœuds, et la bifurcation se fait en dehors des fissures insérées. Considérer deux fissures séparées ne permet pas d'arriver à ce qu'elles se rejoignent. Il faut alors insérer une seule fissure dans la structure, suivant le chemin de fissuration, ce qui fera l'objet de futurs travaux. L'influence du maillage aussi devra être étudiée.
- Le but n'est pas ici de trouver les paramètres qui permettent de recalibrer les essais. Dans l'ensemble, les tendances sont respectées. Plusieurs jeux de paramètres permettent de corrélérer les résultats expérimentaux, tout en ayant des valeurs physiques. Les éléments qui permettront d'affiner ces comparaisons pourront être :
  - Le suivi des jauges de déformations dans la simulations, comparé au suivi dans les essais
  - La forme du front des fissures. La Figure 340 donne, à titre d'exemple, le résultat des fronts de fissuration pour le cas de calcul 7. L'échelle des profondeurs est volontairement « écrasée » pour se rapprocher d'un repère orthonormé mais, l'épaisseur de la tôle n'étant que de 10 mm, et la longueur de la fissure dépassant les 400 mm, il est difficile de représenter les fronts de fissure. A noter que l'on peut remarquer sur cette figure que la fissure au niveau du pied de cordon 3 (sur la soudure verticale) à tendance à se propager plus rapidement vers le haut de la maquette (sens inverse de celui donné par l'abscisse curviligne) plutôt que de rejoindre la seconde fissure. C'est effectivement dans cet ordre qu'ont propagées les fissures (la première fissure s'est rapidement propagée en remontant le long de la soudure verticale avant de rejoindre la fissure du pied de cordon 2).

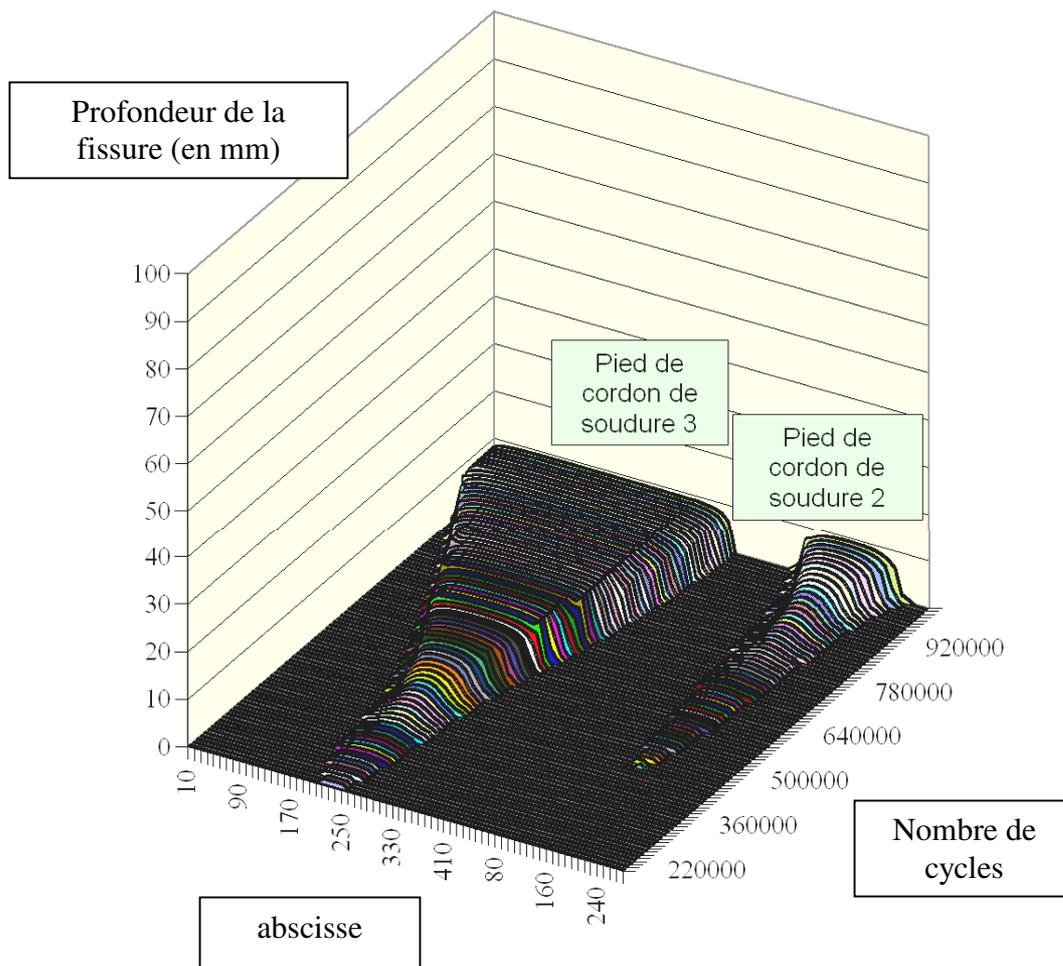


Figure 340: évolution du front de fissure en fonction du nombre de cycles appliqués (cas 7)

d) Prise en compte du cordon de soudure dans la détermination du FIC

Dans toutes les simulations réalisées précédemment, le FIC était calculé sans prendre compte l'influence de la macro-géométrie de la soudure. Pour prendre en compte cette correction, nous pouvons utiliser les résultats obtenus dans Figure 314, c'est à dire les facteurs d'intensité de contrainte déterminés dans les modèles 2D avec et sans cordon de soudure. Nous définissons alors le coefficient de correction  $K_G$  comme suit :

$$K_G = \frac{K_I \text{ avec cordon de soudure}}{K_I \text{ sans cordon de soudure}} \quad (D.1)$$

$K_G$  est alors tracé sur la Figure 341. On vérifie que  $K_G$  tend vers 1 lorsque la fissure propage, s'éloignant du cordon de soudure. Il est à noter que le  $K_G$  n'est ici valable que pour les profondeurs supérieures à 1 mm (en dessous de cette valeur, le  $K_G$  est issu d'extrapolations).

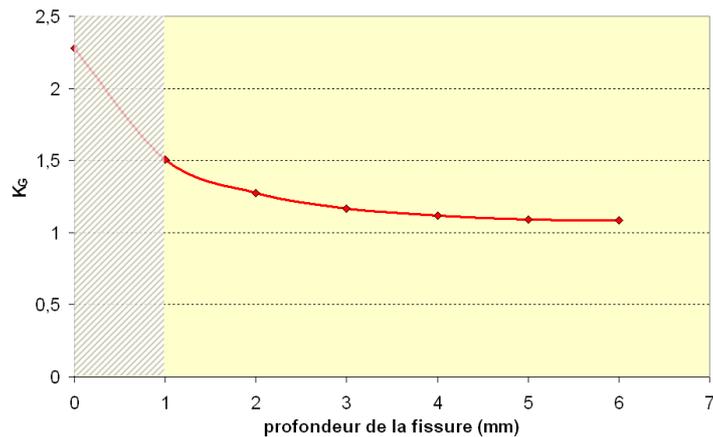


Figure 341 :  $K_G$  en fonction de la profondeur de la fissure

La Figure 342 présente les résultats de deux méthodes : la simulation VERICRACK et la propagation incrémentale bidimensionnelle, pour laquelle les déplacements de la structure non fissurée étaient imposés au modèle 2D (voir Figure 314). L'intérêt de VERICRACK est ici de calculer le FIC lorsque la souplesse de la structure évolue, alors que la fissure propage en surface en multi-amorçage. Comparons tout d'abord les résultats sans prendre en compte le cordon de soudure. On vérifie ici qu'utiliser les Line Spring au voisinage d'une liaison est valable puisque, lorsque la fissure est petite, le  $K_I$  calculé par les deux méthodes est identique. Par contre les résultats divergent lorsque la fissure croît, ceci étant la conséquence de l'évolution de la souplesse. Contrairement aux *a priori*, la fissure ne propage pas avec un FIC compris entre celui déterminé en déplacement imposé et celui obtenu en effort imposé mais avec un FIC plus faible ce qui est appuyé par les constatations expérimentales. Lorsque l'on prend en compte la macro-géométrie du cordon de soudure, la fissure croît plus rapidement mais l'impact sur la longueur de la fissure est assez limité, quoique non négligeable (voir Figure 343) car la propagation le long du cordon de soudure est pilotée principalement par le multi-amorçage.

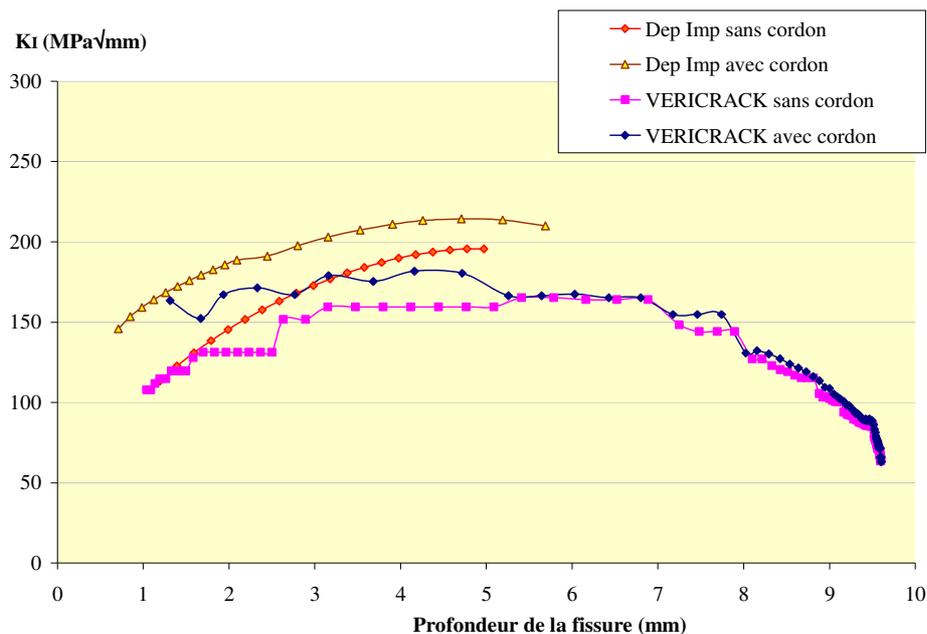


Figure 342 : Résultats de VERICRACK (sur le cas n°7)

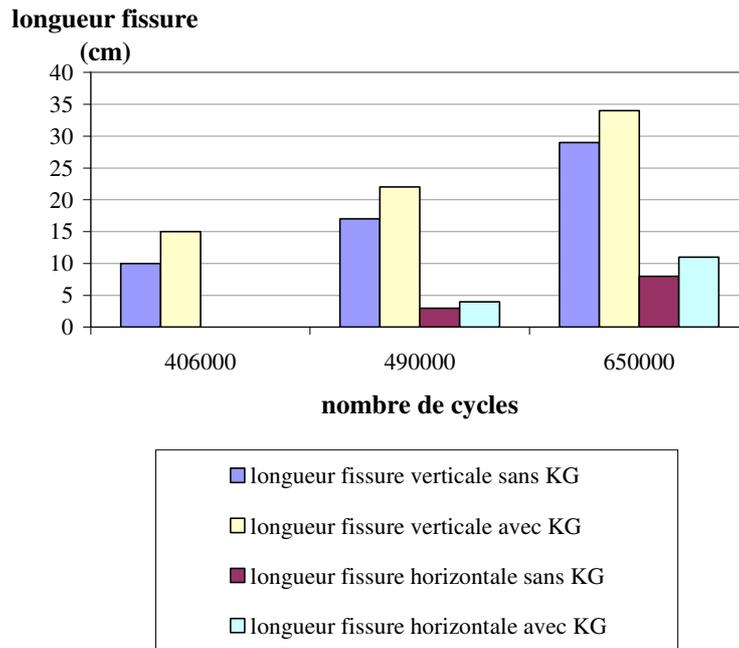


Figure 343 : Influence de  $K_G$  sur la longueur des fissures (sur le cas n°7)

La figure Figure 344 présente l'influence de la profondeur initiale du défaut sur la longueur des fissures (le long des cordons de soudure). Il apparaît que lorsque celle-ci est trop faible – soit par exemple 0,2 mm – le FIC est proche du seuil de propagation. La fissure ne propage alors pas dans la profondeur de la tôle ce qui limite son ouverture donc cela tend à réduire le rechargement des contraintes aux nœuds du cordon de soudure. Ainsi, dans ce cas, la fissure verticale ne progresse que très lentement le long du cordon de soudure. Ensuite l'influence du  $a_0$  sur la longueur des fissures est du même ordre de grandeur que l'influence du  $K_G$ , ce qui peut paraître étonnant pour un calcul de mécanique de la rupture, si l'on ne garde pas à l'esprit que le multi-amorçage est ici le mode de propagation principal et que la vitesse de propagation de la fissure décroît lorsque celle-ci atteint 70% de l'épaisseur de la tôle (voir Figure 334).

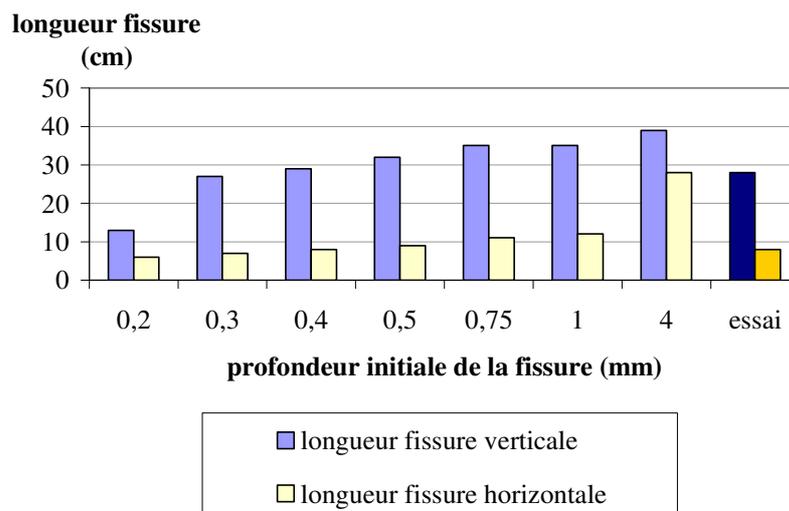


Figure 344 : Influence de la longueur initiale de la fissure (sur le cas n°7 + prise en compte de  $K_G$ ) pour 650000 cycles.

### D.1.10 Conclusion

Le dimensionnement en fatigue de la maquette mécano-soudée a conduit à la réalisation d'un essai qui a permis :

- De faire amorcer et propager différentes fissures
- De mesurer la qualité des soudures, grâce à un outil performant CAGEPv2 et surtout d'expliquer pourquoi et dans quel ordre, seules trois fissures ont pu amorcer,. Les calculs d'endommagements réalisés à partir des données locales sont bien corrélés avec le nombre de cycles à amorçage des différentes fissures.
- De valider la démarche et le modèle en analysant la propagation des différentes fissures et en retrouvant :
  - une propagation en multi-amorçage le long des cordons de soudure,
  - la raison de la présence d'un ligament résiduel jusqu'à la fin de l'essai
  - des vitesses de propagation des fissures proches des essais.

Par contre, une étude de sensibilité complémentaire est nécessaire pour mesurer l'influence de facteurs tels :

- La taille des éléments du maillage
- Le choix de la taille du défaut initial à relier au nombre de cycles à amorçage (dommage critique). Toute la difficulté vient dans le passage d'une méthodologie à une autre afin de définir des critères utilisables industriellement.
- L'introduction de contraintes résiduelles dans la phase de propagation

Enfin, l'exploitation de la forme des fronts de fissure et de l'évolution des signaux de jauges expérimentaux, sera une information très utile pour analyser cette étude de sensibilité, d'autant plus que VERICRACK a été conçu pour sortir ces informations (forme du front de fissure et évolution de la contrainte au niveau de nœuds spécifiques au cours des cycles de chargement).

## D.2 Exemple industriel : re-conception d'une zone soudée

### D.2.1 Présentation du cas

Le premier cas industriel concerne la réparation d'un véhicule militaire : l'AMX10P. Le but est le renforcement de la soudure arrière gauche du palier de point fixe (voir Figure 345). Le véhicule AMX10P est un véhicule de transport et d'appui de l'infanterie des unités blindées mécanisées. Il est blindé, amphibie et chenillé. Nous intéresser en, particulier à la poulie de tension permettant de tendre la chenille. Elle est fixée à un vilebrequin et la tension est générée au moyen d'un vérin. Les efforts cycliques transitant au niveau de la poulie de tension sont de l'ordre de 8 tonnes (80.000 N) dans la direction indiquée dans la Figure 345 (l'angle  $\theta$  vaut environ  $15^\circ$ ). Ils ont été déterminés par une modélisation dynamique des solides du véhicule chenillé sous le logiciel ADAMS. Cet ensemble est relié à la caisse via le palier de point fixe. La Figure 346 présente une photographie de l'intérieur du véhicule. On y voit le palier de point fixe et la présence d'une fissure en pied de cordon de soudure.

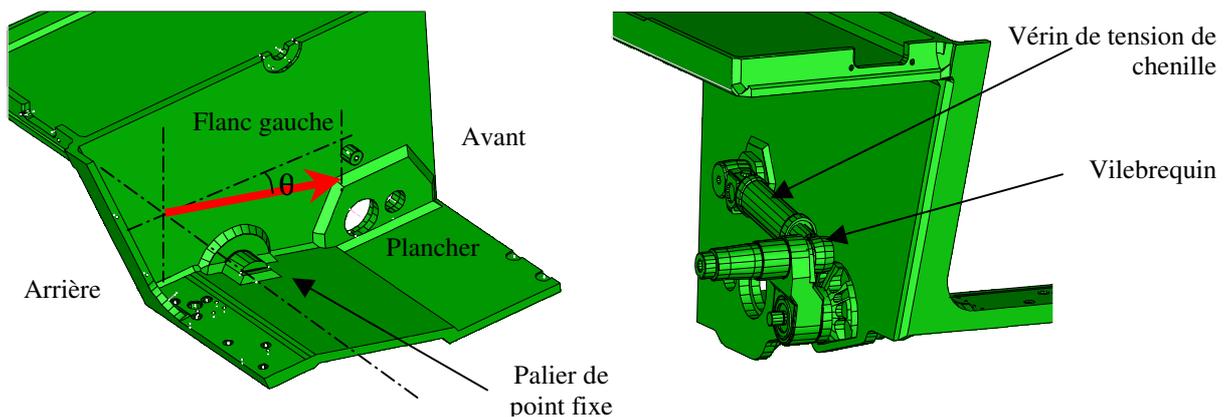


Figure 345 : CAO de la zone du palier de point fixe

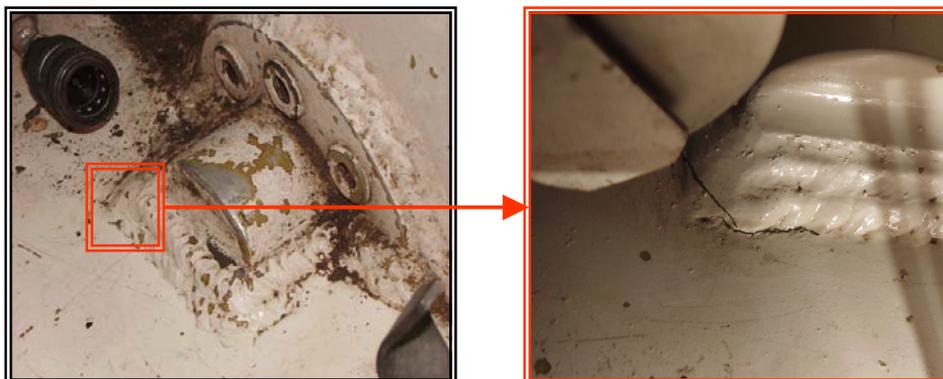


Figure 346 : photographies du palier de point fixe et zoom sur une fissure

Nous allons, dans ce chapitre, étudier la fissuration de cette zone dans le cadre d'une analyse multi-échelle (voir Figure 347). Il est tout d'abord nécessaire de déterminer les efforts liés au roulage du véhicule. Ces sollicitations sont ici connues et nous ne développerons pas dans le cadre de cette thèse. Un calcul global sera alors mené de manière à localiser les zones d'amorçage de fissures. A noter que ce calcul peut être réalisé soit sur un modèle volumiques soit sur un modèle en éléments

de type coques. Dans le premier cas, seules les caractéristiques macro-géométriques des cordons de soudure seront pris en compte et les caractéristiques micro-géométriques seront prises en compte via un zoom ou une matrice  $K_t$ . Dans le second cas, le cordon n'est pas intégré dans le modèle global. Le calcul de l'endommagement s'effectue alors sur le modèle local. La fissure est ensuite intégrée dans le modèle.

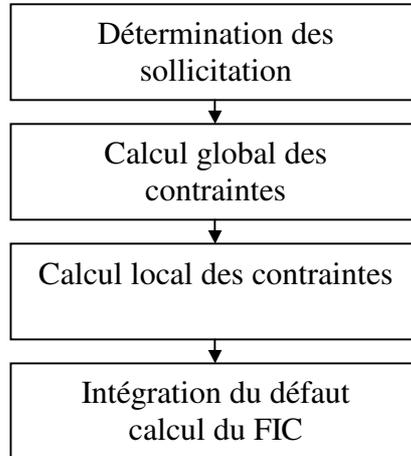


Figure 347 : rappel de la démarche multi-échelle

## D.2.2 Localisation du dommage

La représentation CAO est discrétisée en éléments finis et un calcul d'endommagement est réalisé pour chacun des nœuds du modèle. C'est en fait une version allégée de logiciel de calcul d'endommagement CALEND qui est ici utilisée. Pourquoi allégée ? Car les calculs de correction élasto-plastiques s'avèrent coûteux en temps calcul, surtout si ce calcul est répété pour plusieurs dizaines voire centaines de mailles. La version allégée du calcul d'endommagement consiste donc à ne pas réaliser cette correction élasto-plastique et à ne pas intégrer de coefficient de concentration de contraintes ni de contraintes résiduelles. Ces derniers seront intégrés a posteriori dans un calcul qui ne concernera que les zones critiques. Ce premier calcul d'endommagement est fort intéressant lorsqu'on considère un chargement réel car il permet de cumuler les cycles de contraintes en chacun des nœuds de la structure. Nous obtenons le type de réponse présenté dans la Figure 348. On y voit la localisation des contraintes sur le bord gauche de la soudure du palier de point fixe (due à l'effort suivant X) mais aussi une localisation tout le long du cordon de soudure (due à l'effort suivant Z). Les zones qui figurent en noir sont les zones où l'endommagement est supérieur à une valeur seuil de  $1.e^{-5}$  par seconde. Ceci conduirait à un amorçage en fatigue pour 27 heures de roulage intensif sur le terrain choisi pour déterminer cet endommagement, et qui ne représente effectivement qu'une fraction du profil d'emploi.

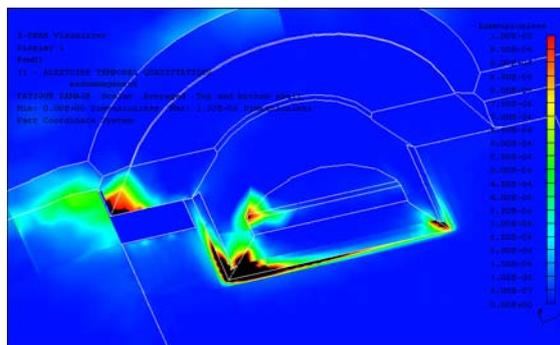


Figure 348 : cartographie des dommages par unité de temps au niveau du palier de point fixe

### D.2.3 Solution de renforcement

Différents calculs statiques ont été réalisés au préalable pour rechercher une solution permettant de renforcer la zone fissurée. La réparation consistant à éliminer la fissure et à ressouder ne permettra que d'augmenter la durée de vie du matériel (qui est déjà de 30 années) mais n'évitera pas, à terme, le réamorçage d'une fissure de fatigue. L'objectif est alors de dimensionner et de valider une solution de renforcement permettant d'éviter la propagation du défaut. Sachant que chaque opération a un coût, il nous est imposé de ne pas ressouder la zone et de laisser la fissure en l'état. Le renfort calculé par le département de modélisation vient se monter par-dessus le palier de point fixe afin de transmettre l'effort entre la paroi latérale et le plancher (voir Figure 349 une photographie du renfort et son intégration dans le maillage de la caisse). Il est à noter que contrairement au reste du véhicule qui est en alliage d'aluminium, ce renfort est réalisé en acier et est boulonné sur la caisse pour assurer une bonne reprise des efforts.

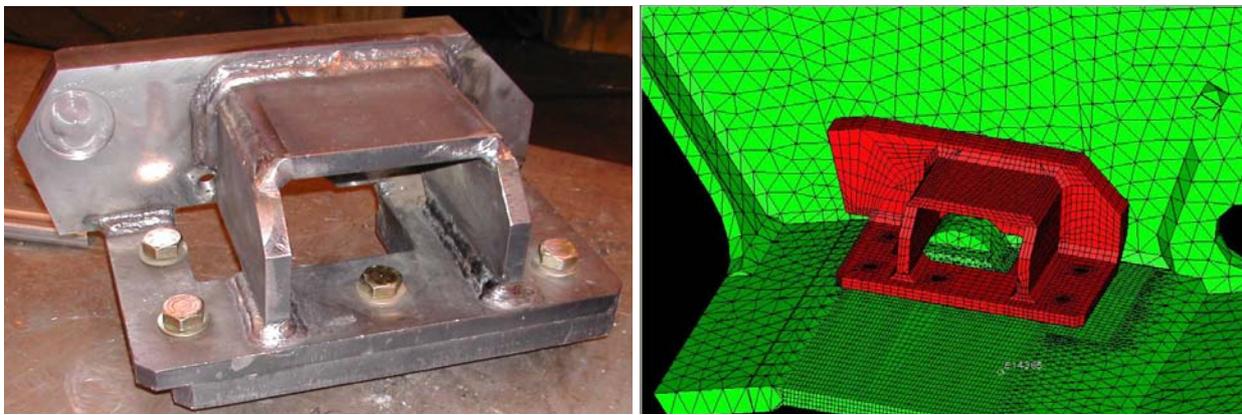


Figure 349 : photographie du renfort à gauche, maillage du renfort intégré dans la caisse à droite

### D.2.4 Introduction du défaut dans la structure

Le choix de la direction de la fissuration est ici basé sur des constatations expérimentales. Les photographies de la Figure 350 présentent l'amorçage d'une fissure de fatigue sur le côté gauche de la soudure du palier de point fixe comme obtenu par les calculs d'endommagement. La fissure se propage et atteint des proportions importantes comme on peut le voir dans la second photographie. Il est à noter que dans ce dernier cas, la fissure est complètement traversante. Nous allons alors introduire des défauts de type fissure dans la structure en considérant qu'ils sont complètement traversants. Cette hypothèse forte est motivée par :

- Le gain en terme de maillage d'intégrer des fissures droites plutôt que des fissures semi-elliptiques.
- La disponibilité des outils lors de la réalisation de ces travaux
- Des contraintes industrielles qui obligent à des approches simplifiées et pragmatiques.



Figure 350 : amorçage de la fissure (à gauche) et propagation de la fissure (à droite)

Pour intégrer le défaut de type fissure, il a alors été nécessaire de mailler la structure avec des éléments de type brique à champ de déplacement linéaire. Le maillage de pointe de fissure vient alors remplacer certaines briques et d'autres sont disjointes pour insérer la discontinuité (voir Figure 351). Le maillage réalisé en pointe de fissure est présenté à la Figure 352. Ce qu'on appelle boîte à fissure est délimitée par la zone bleu claire. Celle-ci est composée d'éléments à champ de déplacement linéaire, tout comme la zone de liaison verte. Cette dernière permet de faire la liaison entre le maillage de la structure et le maillage de briques à champ de déplacement quadratique (en bleu). Enfin la pointe de fissure est maillée en éléments briques à champ de déplacement quadratique, dégénérés et dont les nœuds milieu sont déplacés au quart de l'élément pour représenter au mieux le champ singulier en  $1/\sqrt{r}$ ,  $r$  étant la distance à la pointe de la fissure.

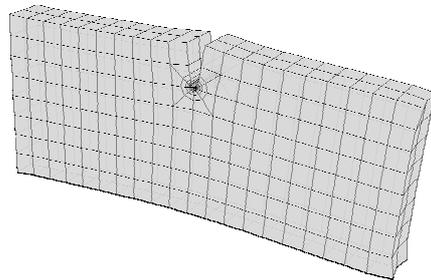


Figure 351 : intégration d'une fissure traversante dans un maillage dit réglé

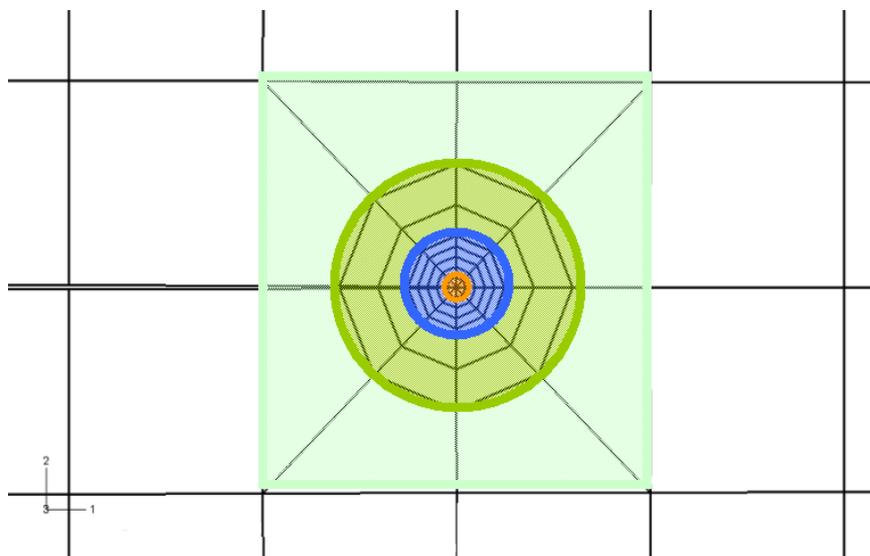


Figure 352 : principe de la boîte à fissure

Le défaut est alors intégré dans le maillage comme nous pouvons le voir sur la Figure 353. On peut ici intégrer toute longueur de fissure qui suit le maillage réglé.

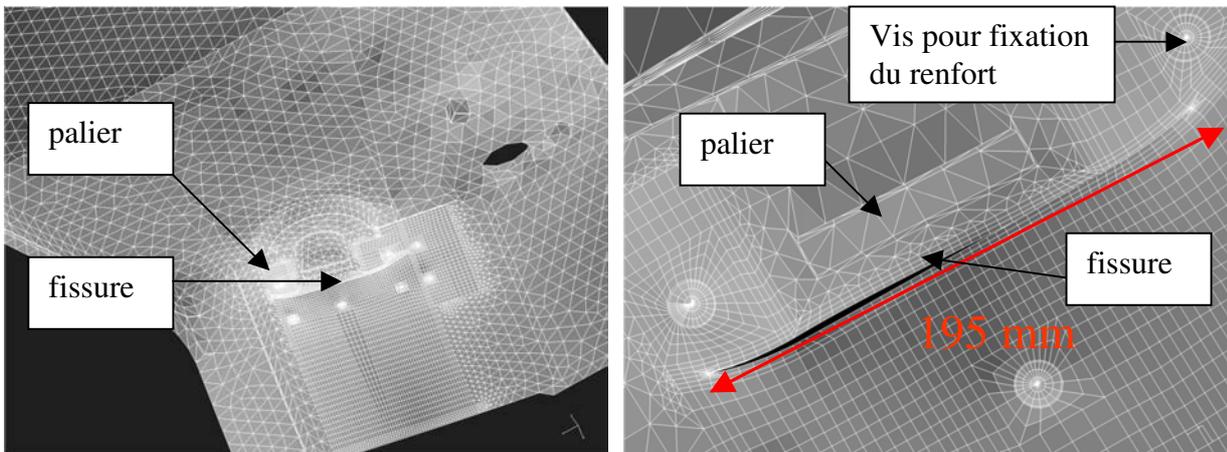


Figure 353 : intégration d'une fissure dans le maillage

### D.2.5 Méthodologie de calcul en fissuration

La démarche utilisée ici s'inspire de celle présentée dans le cas de validation de la maquette à ceci près qu'elle est simplifiée. En effet nous ne considérons ici que la propagation de fissures droites et non le multi-amorçage en pied de cordon de soudure. Différentes longueurs de fissures sont intégrées dans le maillage grâce à l'outil GBAF : Générateur de Boîtes à Fissure. Le calcul des facteurs d'intensité de contrainte est alors réalisé pour chaque longueur de fissure et pour chaque effort unitaire de chargement grâce à l'outil CALFIC (calcul des facteurs d'intensité de contrainte). Ensuite ces facteurs d'intensité de contraintes (FIC) sont recombinaisonnés avec les temporels de chargement. Pour chaque fissure de longueur différente, on calcule une vitesse instantanée et ce pour chaque type de chargement (typiquement le roulage du véhicule sur différentes pistes). Ces deux dernières étapes sont réalisées avec le logiciel CALFIS (calcul de la fissuration).

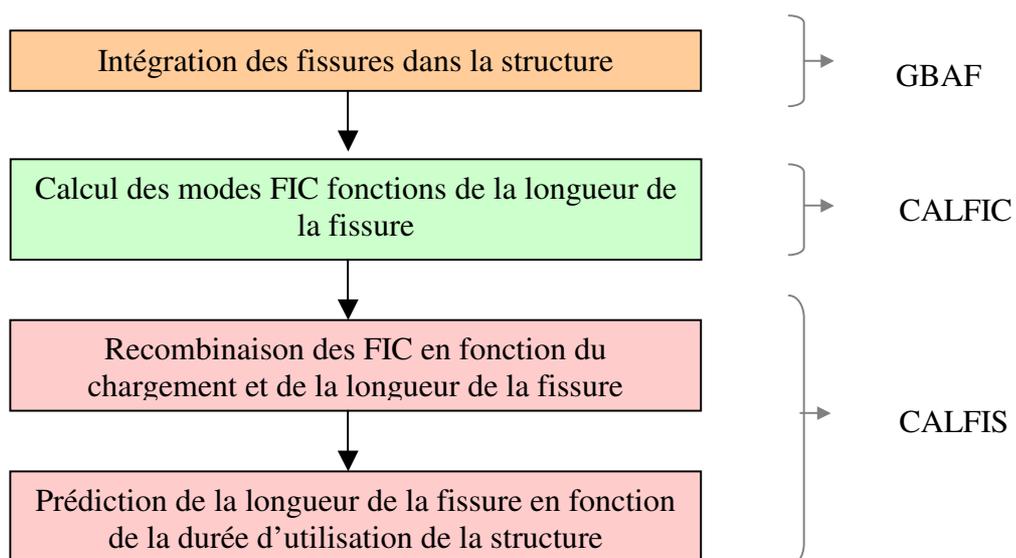


Figure 354 : démarche de calcul en fissuration

## D.2.6 Intégration des différentes longueurs de fissures

Le chemin de propagation est découpé en sept longueurs de fissure pour les calculs. La Figure 355 illustre la modélisation adoptée et les différentes configurations de fissures intégrées au niveau du palier de point fixe.

Sept tailles de fissures différentes ont ainsi été introduites. Le choix de la taille maximale de fissure de 195 mm correspond à la taille maximale des fissures observées sur les matériaux en service. Les différentes tailles de fissure sont : A : 195 mm, B : 155 mm, C : 134 mm, D : 85 mm, E : 55 mm, F : 27 mm, G : 16 mm.

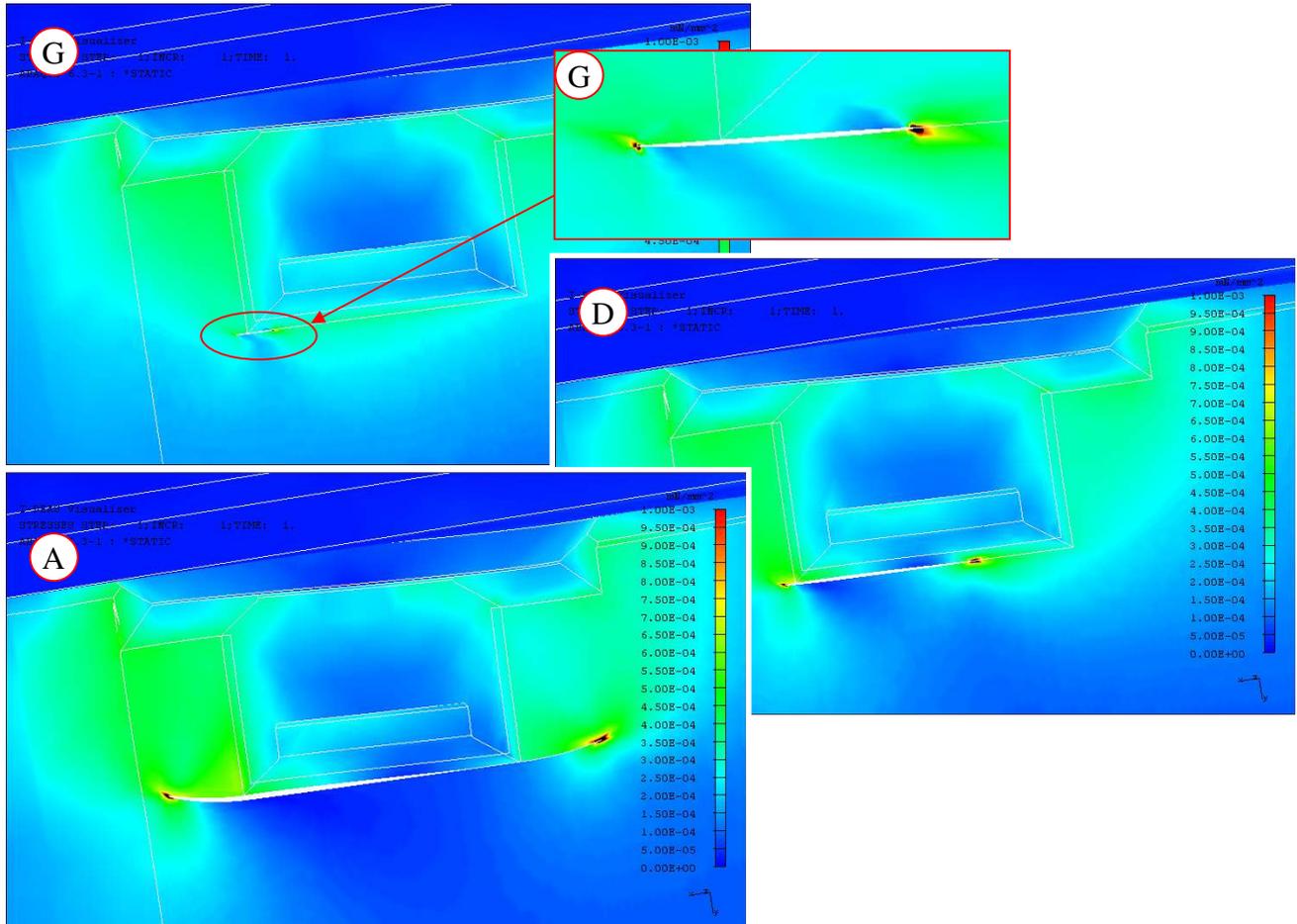


Figure 355 : vue en contrainte Von Mises de différentes configurations de fissures pour un chargement unitaire selon l'axe X

## D.2.7 Détermination de la vitesse de la fissuration

La vitesse de la fissuration est alors calculée pour chaque configuration de fissure et pour chaque configuration de terrain en recombinaison des facteurs d'intensité de contrainte avec le chargement dont un exemple est présenté dans la Figure 356. La fissure se propage ici en mode I. L'hypothèse de la fissure droite est d'autant plus vraie que la fissure est longue.

Les paramètres C et m utilisés pour la loi de Paris sont les suivants :  $\frac{da}{dN} = C(\Delta K_I)^m$

Avec  $C = 2.03 \cdot 10^{-7}$  et  $m = 3.3$  ( $K_I$  en  $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$  et  $da/dN$  en  $\text{mm}/\text{cycles}$ ). Aucun seuil de propagation de fissure n'a été considéré et l'intégralité de l'étendue du facteur d'intensité de contrainte a été prise dans le calcul. On se place ici dans la configuration la plus pénalisante en considérant que l'intégralité du cycle participe à la propagation de la fissure. Cela revient en fait à considérer

l'existence de contraintes résiduelles de traction au niveau de la soudure. Cette hypothèse est fautive dans le cas où la fissure propage en pleine tôle sauf si on admet la présence de contraintes de bridage.

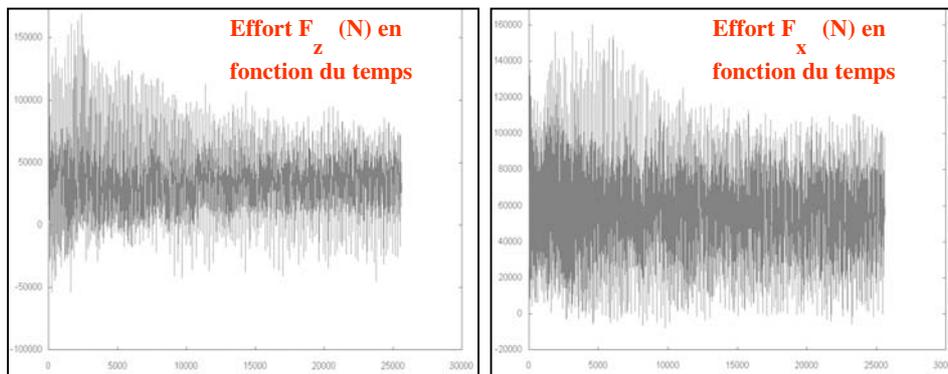


Figure 356 : exemple de temporel de chargement appliqué

On arrive alors à la notion de profil d'emploi. Les véhicules sont amenés à rouler sur différents terrains, allant de la route au tout-terrain. Les terrains sur lesquels les simulations et les essais sont réalisés sont soit des terrains réels numérisés, soit des terrains composés d'obstacles de géométries variées et maîtrisées. Dans ce dernier cas, ce sont des suites d'obstacles caractéristiques d'une sévérité pour le matériel. Ce peut-être des petits ou des grands nids de poules, des pavés belges, de la tôle ondulée, etc ... Le profil d'emploi est alors une déclinaison de l'ensemble de roulages sur différents terrains, caractéristiques de ce que verra effectivement le véhicule dans sa vie. Les calculs d'endommagement et de fissuration sont alors réalisés pour chaque terrain (à chaque vitesse) du profil d'emploi et cumulés linéairement.

### D.2.8 Résultats

L'exemple ici considéré est le roulage sur la tôle ondulée à 23 km/h pour 12 ans de profil d'emploi. La Figure 357 présente l'évolution de la vitesse de fissuration en fonction de la longueur de la fissure, avec et sans renforcement.

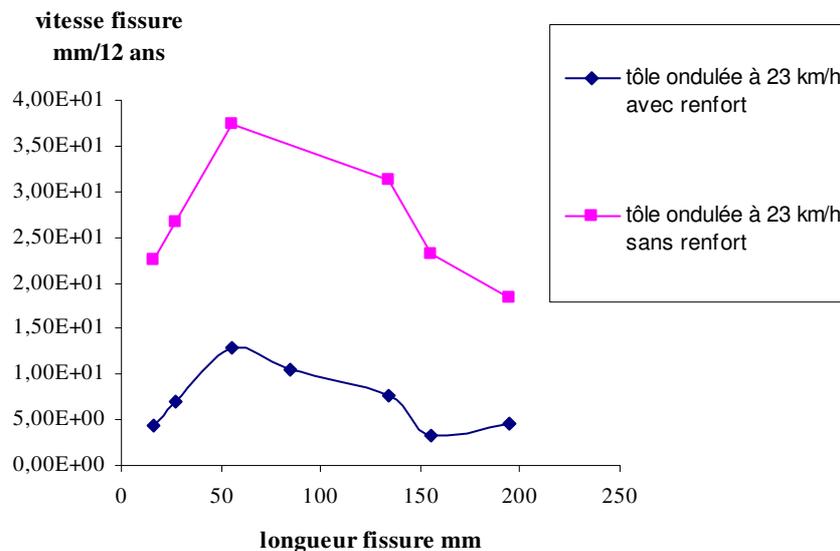


Figure 357 : évolution de la vitesse de la fissuration en fonction de la longueur de la fissure

On voit ici l'intérêt du renfort qui permet de diminuer la vitesse de la fissuration d'autant plus que la longueur de la fissure est grande. Il est à noter que la vitesse de fissuration n'est pas linéaire. La vitesse de la fissure est nettement plus importante lorsqu'elle est présente dans le cordon de soudure. C'est justement dans cette phase critique que le renfort apporte un gain garantissant la tenue de la structure. La Figure 358 présente la vitesse de fissuration pour différents terrains. On y voit que la tôle ondulée est le cas de chargement le plus dimensionnant. On peut aussi observer (voir Figure 359) l'influence du type de terrain sur la vitesse de fissuration qui conserve les mêmes tendances ; seul le niveau moyen change.

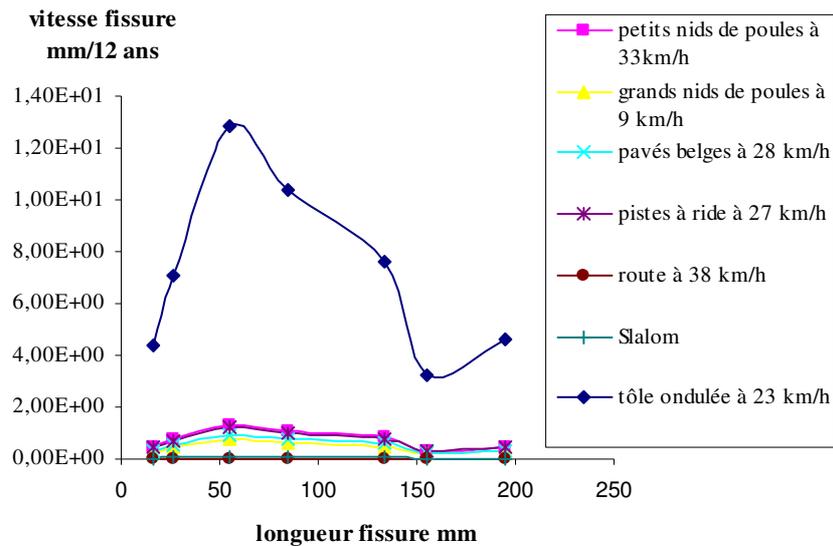


Figure 358 : comparaison de vitesse suivant les terrains (cas avec renfort)

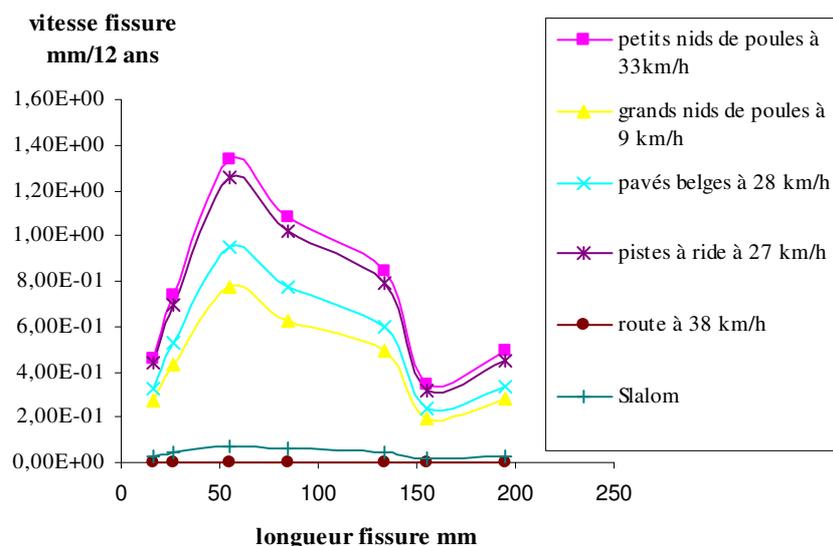


Figure 359 : comparaison de vitesse suivant les terrains (cas avec renfort)

Le Tableau 33 présente les résultats en terme de durée de vie avec et sans renfort, en considérant le profil d'emploi du véhicule décomposé en roulages sur différentes pistes. La présence du renfort permet un gain de pratiquement 12 en terme de durée de vie, pour le calcul global (élastique). Le calcul plus fin (élasto-plastique) donne un gain à peu près équivalent de 10 mais la durée de vie calculée, prenant en compte les caractéristiques locales de la soudure, est bien plus faible. Le Tableau 34 présente les résultats en fissuration et donne le temps qu'il faut à une fissure de longueur initiale comprise entre 16 mm et 195 mm pour atteindre 250 mm. Un coefficient de sécurité de 2 a ici été considéré. Le gain en propagation est ici de l'ordre de 4 à 6 fois. Pourquoi ce gain est-il prévisible ? Car en endommagement la puissance de la loi de Basquin était de 5,7. Un gain de 12 fois en terme de durée de vie se traduit globalement par un gain de  $10^{5.7}$  soit 1,56 en terme de contrainte. La loi de Paris utilisée est une loi en puissance de 3,3. Un gain de 1,56 fois en facteur d'intensité de contrainte se traduit par un gain de  $1,56^{3.3}$  soit environ 4,5 fois en terme de durée de vie, ce que l'on retrouve globalement dans nos résultats. Cette remarque n'est valable que pour les calculs d'endommagement réalisés en élasticité linéaire. Pour les calculs locaux, pour lesquels la pente de la courbe était de 8,5 (caractéristiques du métal dans la zone affectée thermiquement), cette équivalence n'est pas réalisable car les matériaux et les hypothèses de calcul considérés sont ici différents.

Tableau 33 : durée de vie en amorçage

		calcul local	calcul global
années d'utilisation avant amorçage d'une fissure de fatigue	sans renfort	1,7	5,6
	avec renfort	18	68

Tableau 34 : durée de vie en propagation

longueur de la fissure initiale (mm)		195	155	134	85	55	27	16
années d'utilisation avant d'obtenir une fissure de 250 mm	sans renfort	7	10	11	14	16	19	20
	avec renfort	28	58	63	75	90	95	103
gain en durée de vie		4	6	6	5	6	5	5

### D.2.9 Critère de sécurité d'emploi

Les calculs de fissuration donnent des résultats en terme d'accroissement de fissure à partir d'une fissure de taille donnée. Aussi faut-il pour répondre à la question de la durée de vie du matériel se fixer une taille de fissure maximale à ne pas dépasser. Ainsi il est possible d'estimer le reste à vivre de la structure jusqu'à cette configuration. C'est cette taille de fissure maximale que l'on définit comme critère de sécurité d'emploi.

Pour cette étude ce critère est double : il devra assurer que le mode de propagation de fissure ne change pas, c'est à dire que la structure ne subit pas de plastification généralisée. Il devra aussi assurer que la vitesse de propagation de la fissure ne rentre pas dans un domaine instable (FIC inférieur à  $K_{IC}$ ).

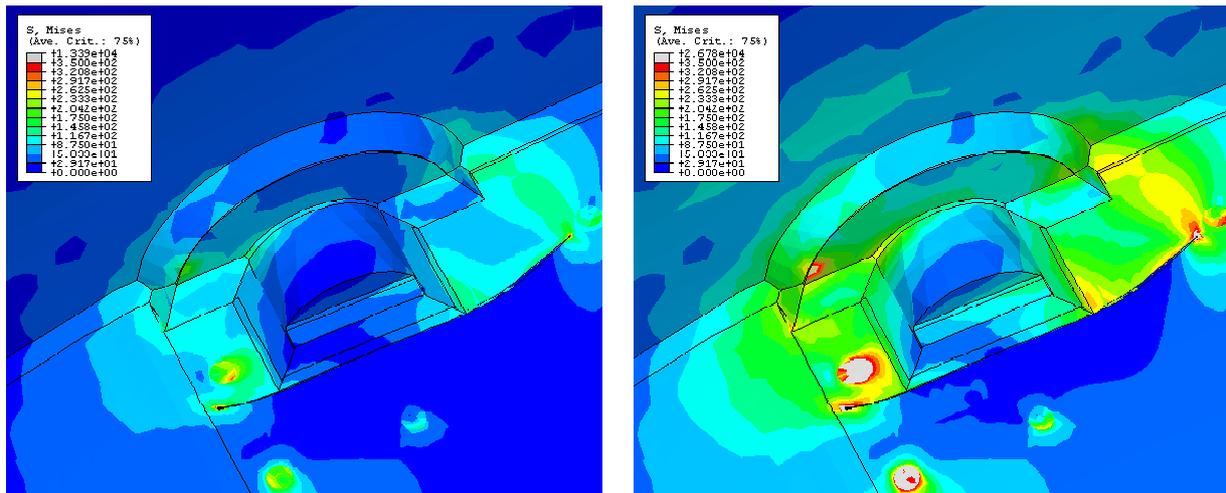


Figure 360 : Contrainte Von Mises pour un chargement de 30 tonnes (à gauche) et pour 60 tonnes (à droite)

La Figure 360 montre que pour une fissure de 250 mm de longueur, l'effort maximal avant plastification généralisée du plancher est de 60 tonnes soit un coefficient de sécurité de 3 vis-à-vis de l'effort maximal de fonctionnement estimé à 20 tonnes au maximum.

De plus pour une longueur de fissure de 250 mm, on constate que le Facteur d'Intensité de Contrainte (FIC) en pointe de fissure atteint la limite  $K_{IC}$  du matériau ( $25\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$  pour l'alliage d'aluminium considéré).

On vérifie ici qu'avec le renfort, il n'y a aucun risque de rupture brutale, en ayant considéré un coefficient de sécurité de 3.

## D.2.10 Conclusion

La démarche développée dans le cadre de ce travail a permis de comprendre l'origine et la localisation de la fissure. Ce travail préliminaire à tout calcul de fissuration permet de reconcevoir la zone en modifiant le chemin des flux d'efforts de manière à soulager les cordons de soudure incriminés, sans surcontraindre d'autres zones.

Le renfort utilisé permet de gagner un facteur 10 sur l'amorçage de la fissure et de diminuer d'un facteur 4 la vitesse de propagation de la fissure. La méthodologie présentée permet de valider ce type de renfort. Malgré les hypothèses fortes qui ont été faites dans cette étude, la durée de vie calculée pour atteindre une fissure de 250 mm n'est pas loin de la réalité. Les calculs prédisent une vingtaine d'années alors que le matériel a, à peu près, une trentaine d'années. L'hypothèse de fissure traversante considérée dans ces calculs est pénalisante et permet d'expliquer le fait que l'on sous-estime par calcul la durée de vie.

Finalement, la durée de vie de la structure est garantie pendant au moins 12 ans, considérant ce profil d'emploi et ce même lorsqu'une fissure de 250 mm est présente. Il est à noter que les fissures ont été épinglées afin de limiter leur réamorçage et des essais de validation ont été réalisés. Ils ont consisté à faire rouler 4 véhicules présentant différentes fissurations pendant une durée correspondant au profil d'emploi. Pour les fissures épinglées, aucune ne s'est propagée. Les fissures n'ayant pas été épinglées ont vu une propagation de seulement moins de 10 mm, au cours de la campagne.

### D.3 Autre exemple industriel : prise en compte de la réponse dynamique de la structure

Nous considérons ici le cas d'un véhicule blindé lourd dans lequel nous allons insérer des fissures virtuelles afin de tester la méthodologie pour des chargements de roulage.

Le type de démarche utilisé sur ce véhicule, afin de localiser les zones à risque est celui présenté dans ce mémoire. Par contre, l'aspect chargement a été peu abordé dans ce mémoire de thèse, et cet exemple est l'occasion de présenter l'intérêt de la démarche pour des chargements complexes et multiaxiaux.

Dans le cadre de ce travail, pour des raisons de confidentialité, nous ne pouvons présenter, la localisation de zones sensibles (points chauds). Il s'avère toutefois que l'ensemble des zones connues sensibles à la fatigue ont été localisées par calcul. La démarche de localisation est ici un travail préliminaire indispensable permettant de limiter les calculs locaux aux zones critiques. Le but n'est pas ici de présenter l'ensemble des travaux réalisés sur ce véhicule, mais plutôt de présenter la démarche de calcul en fissuration et de montrer l'intérêt de VERICRACK, même s'il n'a pu être utilisé dans cette étude.

#### D.3.1 Les modèles et les efforts

Des simulations de roulage sont réalisées grâce à des logiciels de dynamique multi-corps (ADAMS). Le modèle réalisé permet de représenter le comportement en roulage du véhicule sur différentes pistes à différentes vitesses. La Figure 361 représente la caisse équipée et tous les éléments du système de chenille dans la configuration de roulage sur une piste sinusoïdale à vitesse constante. La caisse est ici rigide, sa flexibilité ne modifiant pas les efforts d'entrée de la structure. Pour d'autres structures particulièrement élancées par exemple, la flexibilité de la structure est prise en compte.

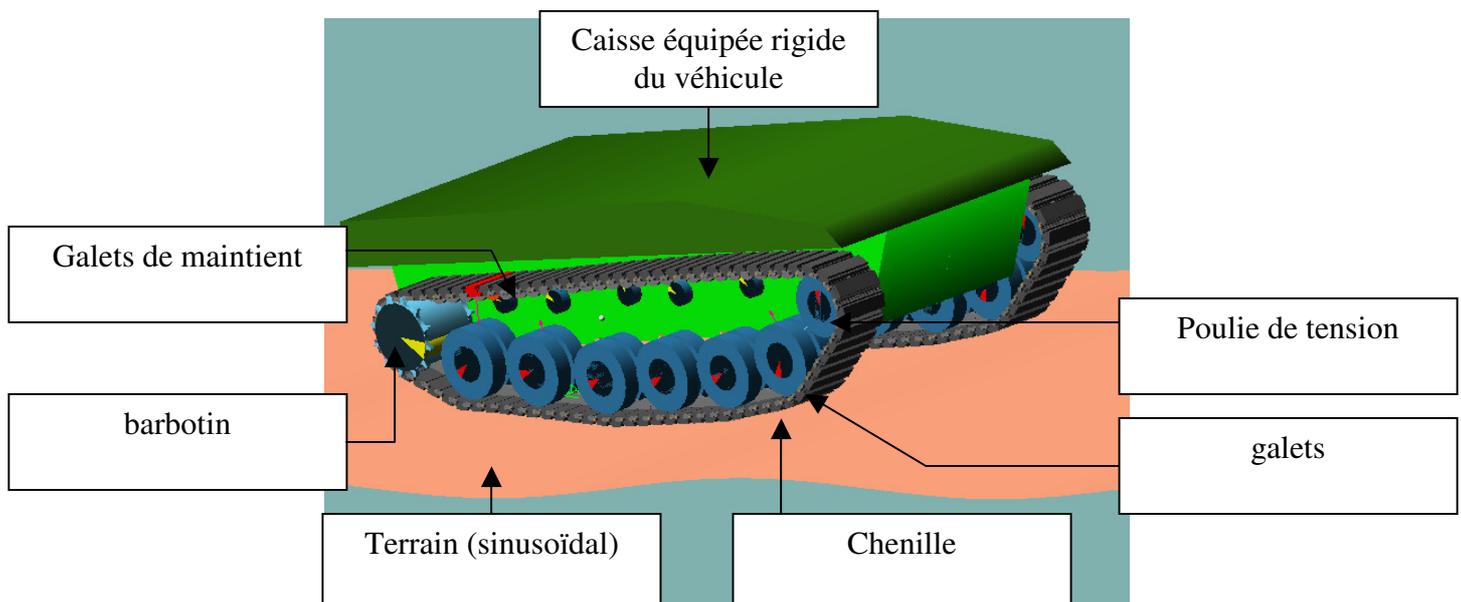


Figure 361 : Vue du modèle utilisé pour les simulations de roulage

Les efforts sont alors relevés en différents points d'entrée des liaisons sols à la structure : ils sont appelés « points d'entrée de la structure ». La Figure 362 présente le maillage de la caisse, composé de 45000 éléments coques à champ de déplacement linéaire, avec ses équipements. Les différents points d'entrée de la structure sont représentés sur cette même figure. Les points d'entrée de la structure peuvent voir des efforts dans différentes directions : 6 degré de liberté maximum, ceci dépendant du type de liaison considéré.

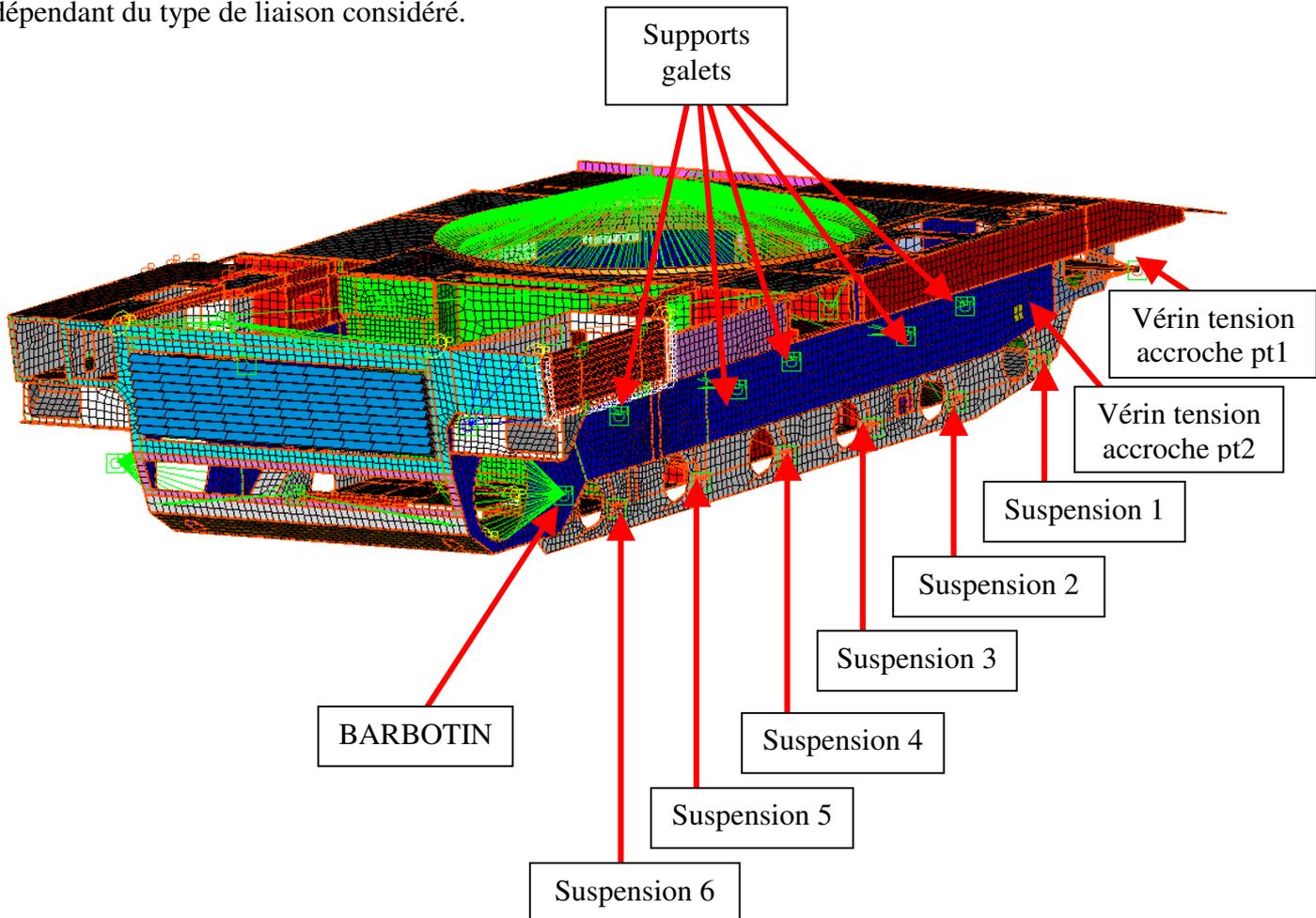


Figure 362 : vue globale du maillage du véhicule blindé lourd et points d'entrée des sollicitations

### D.3.2 Méthodologie de calcul

Les efforts issus du modèle de dynamique multi-corps sont obtenus sous la forme d'évolutions temporelles d'efforts et appliqués à la structure. Différents types de calculs peuvent être réalisés afin d'obtenir l'état de contrainte dans la structure, et ce à chaque pas de temps.

Les structures dimensionnées par exemple au roulage peuvent être sollicitées de manière :

- Quasi-statique quand la gamme des fréquences d'excitation est largement inférieure au premier mode propre de la structure [PD05],
- Dynamique lorsque les fréquences d'excitation sollicitent les modes propres de la structure.

Le graphique de la Figure 363 illustre le positionnement des premiers modes propres de la structure par rapport aux sollicitations dues au chargement.

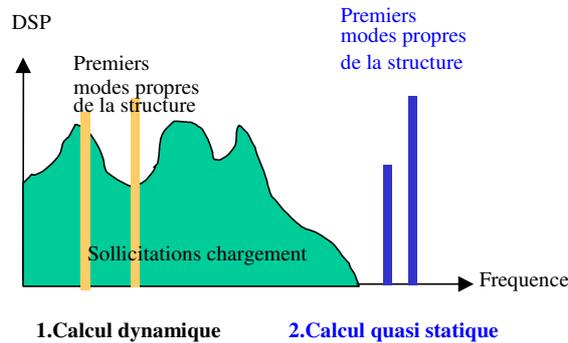


Figure 363 : Comparaison calcul dynamique / calcul statique

#### D.3.2.1 Cas des sollicitations statiques

Dans le cas des sollicitations statiques, deux cas se présentent :

- Soit la structure a des conditions aux limites en déplacement : dans ce cas il suffit d'appliquer le chargement statique. Le principe est d'appliquer des efforts statiques unitaires à chaque point d'entrée de la structure et de combiner, par la suite, les temporels de chargement avec les états de contrainte unitaires. Cela permet une grande flexibilité car tout état de contrainte peut être obtenu aisément pour chaque terrain à partir des mêmes calculs par la MEF.
- Soit la structure est libre : dans notre exemple, les efforts sont directement appliqués aux points d'entrée de la structure. La méthodologie présentée au premier point est applicable, mais il est nécessaire de compenser les efforts unitaires par les efforts d'inertie permettant d'équilibrer la structure. Nous appellerons la déformée de la structure en réponse à ces sollicitations unitaires « modes quasi-statiques ».

#### D.3.2.2 Cas des sollicitations dynamiques

Dans le cas de sollicitations dynamiques, il est nécessaire de réaliser un calcul dynamique qui peut être soit :

- par superposition modale [IM91]
- par intégration directe [IM91].

La méthode d'intégration directe revient à résoudre l'ensemble des équations de la dynamique à chaque pas de temps. C'est une méthode exacte mais très consommatrice en temps calcul. La méthode par superposition modale est une méthode de résolution basée sur de nombreuses hypothèses que nous ne détaillerons pas dans ce présent mémoire. En élasticité linéaire, la résolution par superposition modale tend vers la méthode par intégration directe lorsque le nombre de mode tend vers l'infini. La qualité des résultats du calcul dynamique par superposition modale dépend du nombre de modes considérés. La troncature modale (limitation du nombre de modes considérés) peut conduire à des résultats inexacts lorsque la réponse de la structure est quasi-statique puisque l'on ne prend pas en compte la composante statique d'une partie des modes (les modes tronqués).

Dans la structure étudiée, les zones proches des points d'entrée de la structure ont généralement une réponse quasi-statique, car ce sont souvent les zones les plus rigides. La réponse dynamique de la structure par contre, peut affecter des zones plus ou moins éloignées – et plus ou moins étendues ; ce peut être un comportement global du véhicule (mode de torsion) ou des zones locales (vibration d'une tôle isolée). Afin de combiner les avantages de la méthode de résolution quasi-statique et de la méthode par superposition modale, il peut être envisagé de :

- Réaliser le calcul par superposition modale et corriger le calcul en introduisant la réponse statique des modes non pris en compte.
- Réaliser le calcul par la méthode statiquement et y adjoindre la composante dynamique des modes à prendre en compte.

Les deux approches conduisent au même résultat et induisent le même type de démarche. Dans les deux cas, il est nécessaire de réaliser une analyse critique de l'analyse modale de la structure afin d'anticiper la réponse de la caisse. Ceci passe aussi par une analyse fréquentielle des sollicitations.

Le dimensionnement en fatigue se traduit alors par les différentes étapes suivantes:

- Analyse modale de la structure par calcul ABAQUS et calcul de l'état de contrainte associé à chacun des modes retenus par l'utilisateur pour l'analyse.
- Calcul ABAQUS des coordonnées généralisées (GU), c'est à dire la réponse des modes, associées à un chargement donné
- Recombinaison des coordonnées généralisées avec les états de contrainte pour chaque mode de manière à obtenir l'évolution temporelle de l'état de contraintes de l'ensemble de la structure multi sollicitée.
- Calcul de l'endommagement en fonction des temporels de contraintes.

On peut alors suivant ce principe ajouter les « modes quasi-statiques » (en n'oubliant de retirer la composante statique des modes considérés) comme l'illustre la Figure 364. L'intérêt est ici de partir d'une base contenant la réponse statique de la structure à ses différents point d'entrée et pour différents degrés de liberté, et les modes de la structure, et de pouvoir les recombinaison pour l'ensemble des sollicitations prévues en réalisant un minimum de calculs par la MEF. Alors que la réponse statique est recombinaison avec le temporel d'effort, ce qui n'induit pas de calculs par la MEF supplémentaires, le calcul des coordonnées généralisées nécessite un calcul pour chaque configuration de roulage.

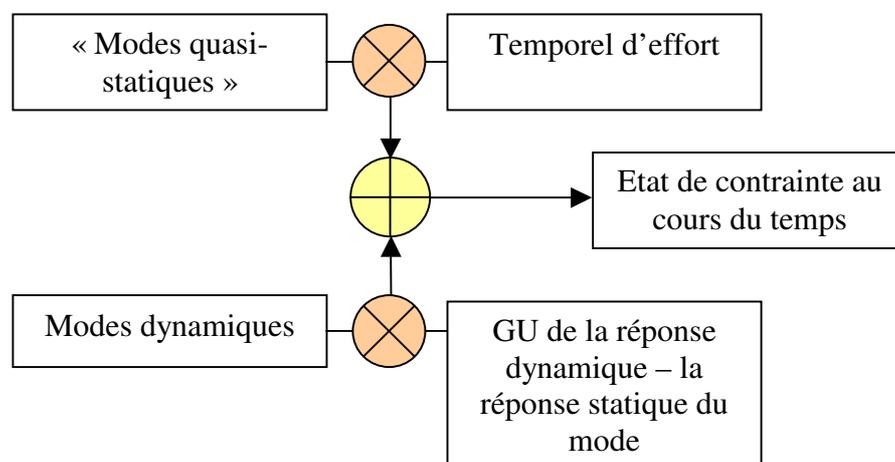


Figure 364 : principe de la méthodologie de combinaison d'états unitaires

### *D.3.2.3 Application à VERICRACK*

Le lien avec VERICRACK est le suivant : le calcul de la souplesse de la fissure est réalisé sans considération du chargement extérieur. Puis le déplacement des nœuds de la structure complètement fissurée est déterminé pour :

- chaque « mode quasi-statique » ;
- chaque mode dynamique de la structure ;

et ensuite l'ensemble est recombinaé avec le chargement et les coordonnées généralisées. Appliquer cette démarche conduit à remailler la structure de manière à intégrer la fissure. Une autre technique consiste à utiliser les outils d'insertion simplifiée de fissures dans les modèles volumiques (C.1.5). Ce type d'approche est plus précis car la géométrie locale est représentée. Mais dans ce dernier cas, il est nécessaire de réaliser autant de maillages locaux que de longueurs de fissure. Est il pour autant nécessaire d'utiliser VERICRACK et que permettrait-il d'apporter ? La réponse à cette question sera amenée à partir des réflexions sur le calcul de la propagation des fissures dans les modèles locaux.

### D.3.3 Calcul en approche locale

Introduisons un défaut local dans le véhicule au niveau d'un cadre en acier . La Figure 365 présente 2 niveaux de l'approche multi-échelle : approche globale et approche locale. Il a été vérifié expérimentalement la présence d'un mode local dont la fréquence est proche de celle donnée par le calcul (écart de 8%). C'est un mode qui peut être excité par l'engrènement des dents du barbotin sur la chenille, ce qui se traduit par des chocs successifs.

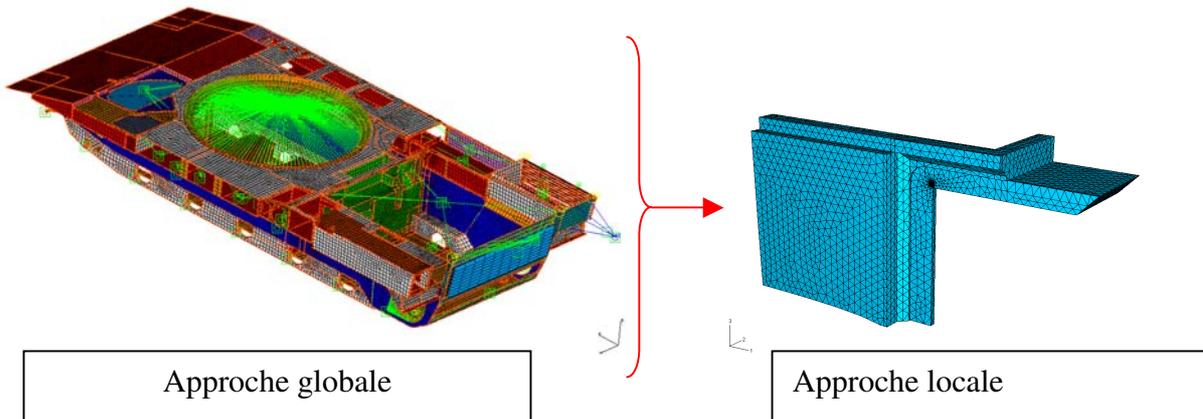


Figure 365 : approche globale / approche locale

La Figure 367 présente une vue du maillage local, avec une fissure  $a_1$ . La direction de la fissure est fixée conformément à la direction perpendiculaire aux contraintes principales de traction pour la déformée maximale du mode local. Nous vérifierons par la suite la direction de la fissure par calcul des facteurs d'intensité de contrainte (Figure 366). Les frontières du zoom ont été définies suffisamment loin afin de s'éloigner de la fissure d'une part, et suffisamment proche de manière à ce qu'il n'y ait pas de « comportement dynamique » à l'intérieur des frontières du zoom d'autre part. La Figure 368 présente une vue rapprochée du maillage de pointe de fissure. La Figure 369 représente la même zone remaillée avec une fissure de longueur  $a_2$ .

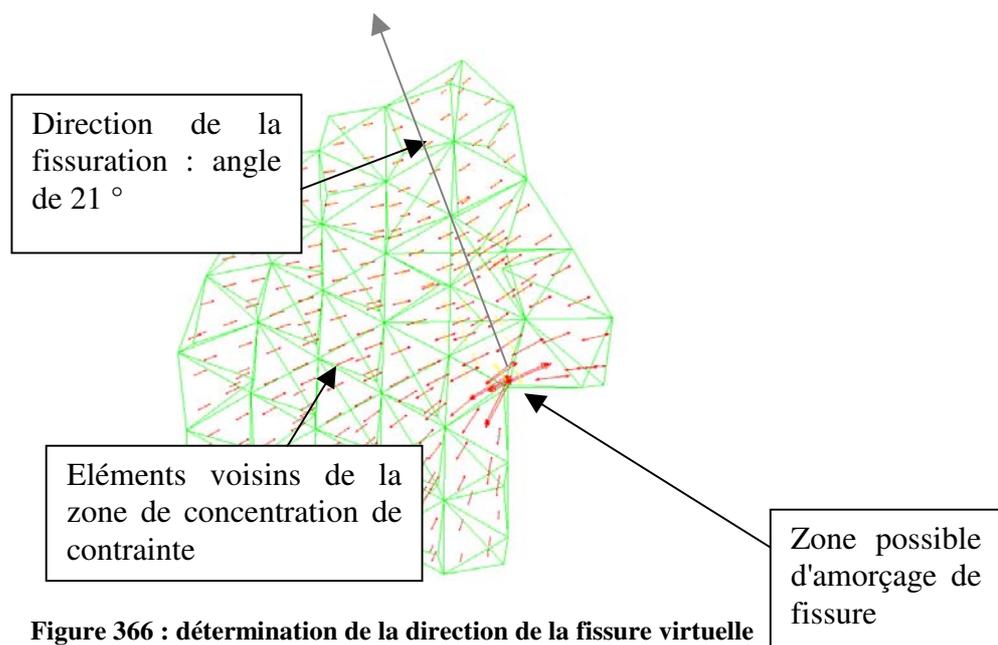


Figure 366 : détermination de la direction de la fissure virtuelle

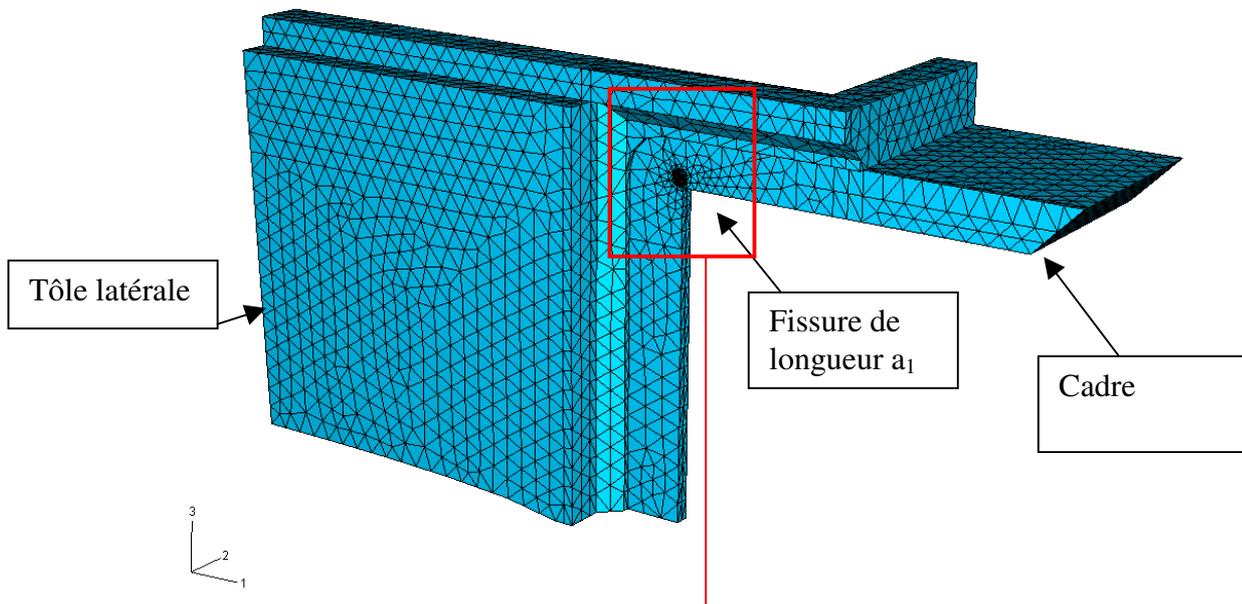


Figure 367 : vue globale du cadre avec une fissure virtuelle  $a_1$

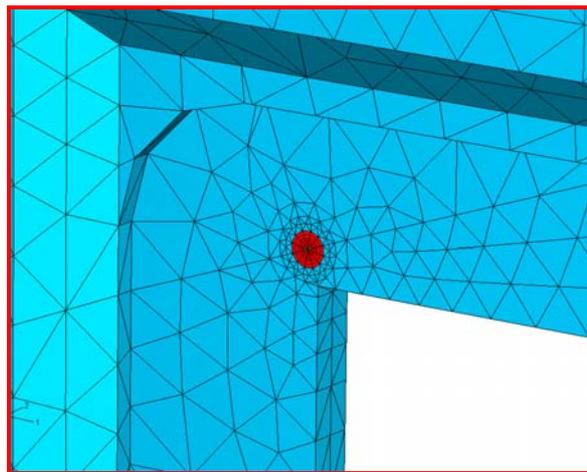


Figure 368 : zoom sur la fissure virtuelle  $a_1$

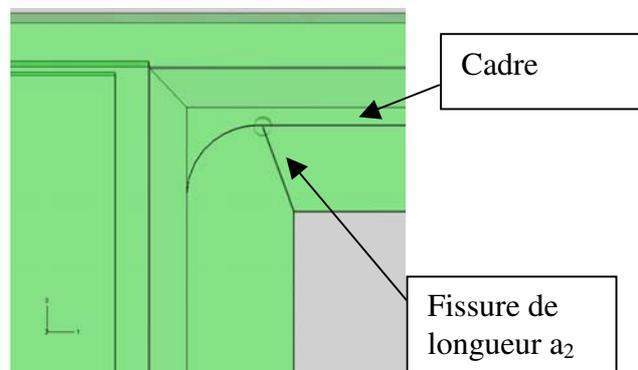


Figure 369 : cas d'une fissure virtuelle de longueur  $a_2$

La question est de savoir comment réaliser le calcul sur le modèle local, en optimisant les volumes de calcul. Il est à noter que la fissure est caractérisée par ses facteurs d'intensité de contrainte dans

les trois modes de sollicitation. Si nous partons sur une analyse dynamique par superposition modale, chaque mode de la structure est caractérisé par une déformée propre du modèle global. Imposer cette déformée à un modèle local, par la méthode du zoom structural par exemple, permet de définir les facteurs d'intensité de contrainte pour chacun des modes, qu'il suffit de recombinaison avec les coordonnées généralisées calculées dans le modèle global pour chacun des modes. Ainsi, nous ne conservons comme seule information que les facteurs d'intensité de contrainte. La Figure 370 présente les différentes étapes de la méthodologie.

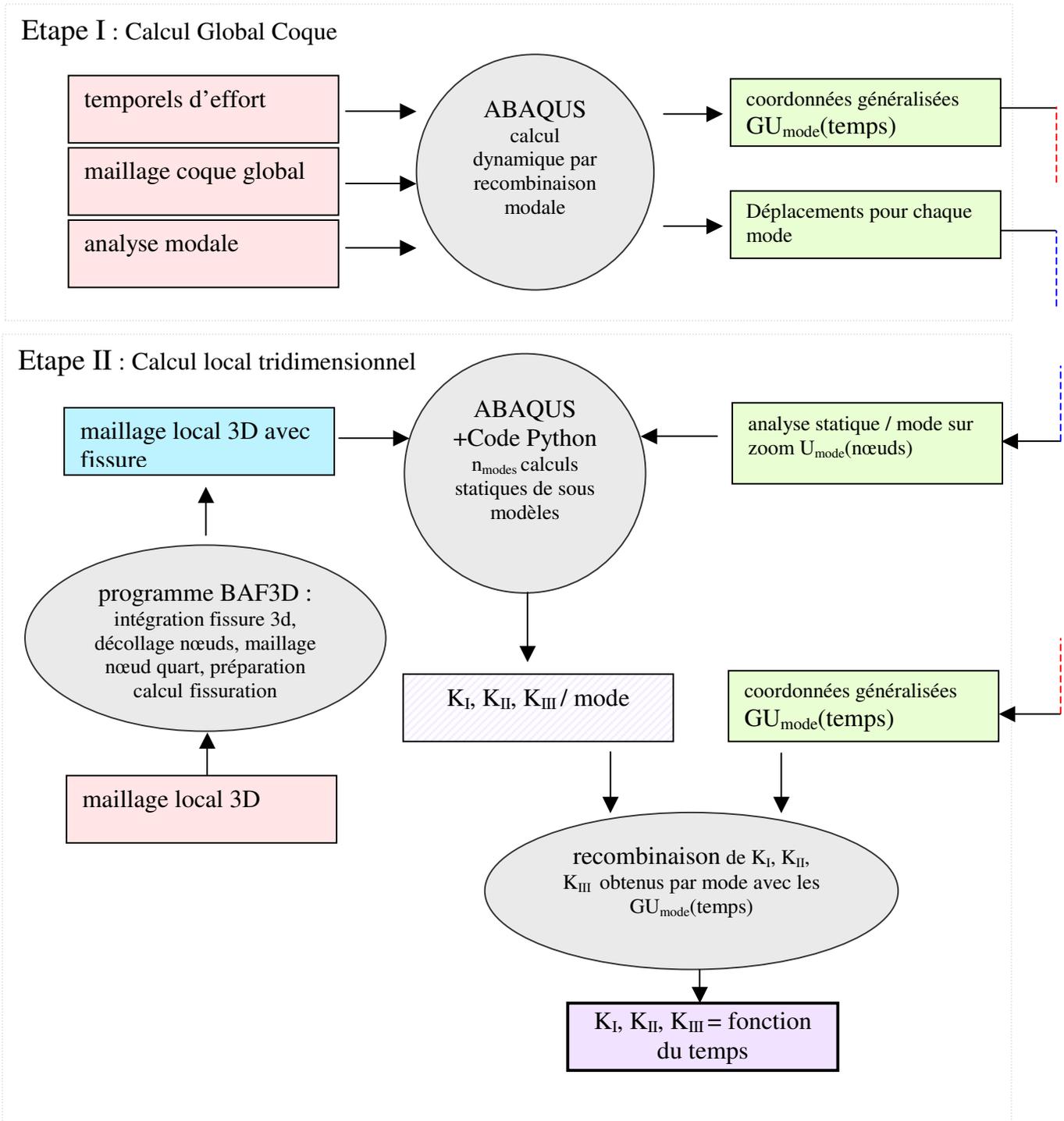


Figure 370 : présentation des différentes étapes du calcul dynamique de fissuration

L'exemple montré précédemment sur le cadre traitait d'une fissure traversante dans l'épaisseur de la tôle. Ce que l'on obtient au final est l'ensemble des facteurs d'intensité de contrainte le long du front de fissure. La Figure 371 présente une fissure non complètement traversante se propageant à partir du pied de cordon de soudure (vue en coupe).

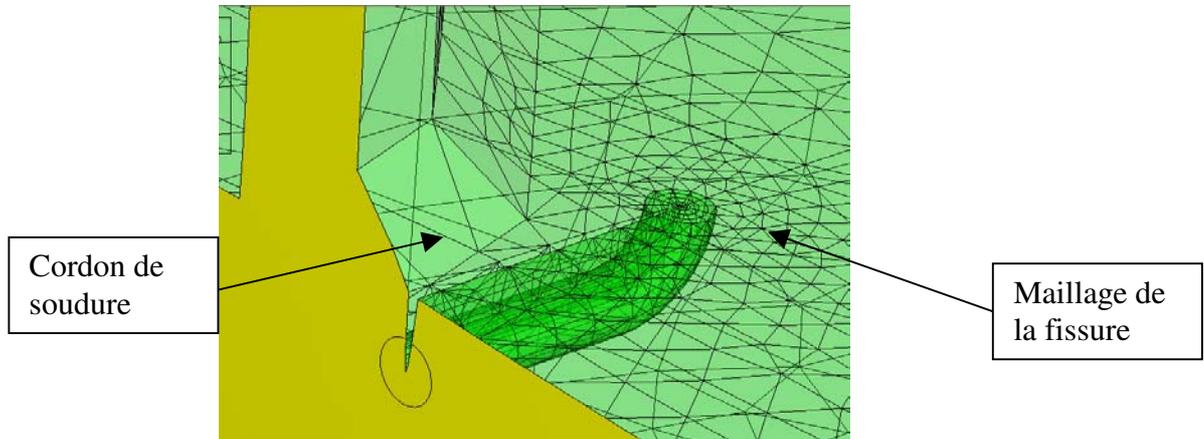


Figure 371 : écorché d'une fissure virtuelle au pied du cordon de soudure

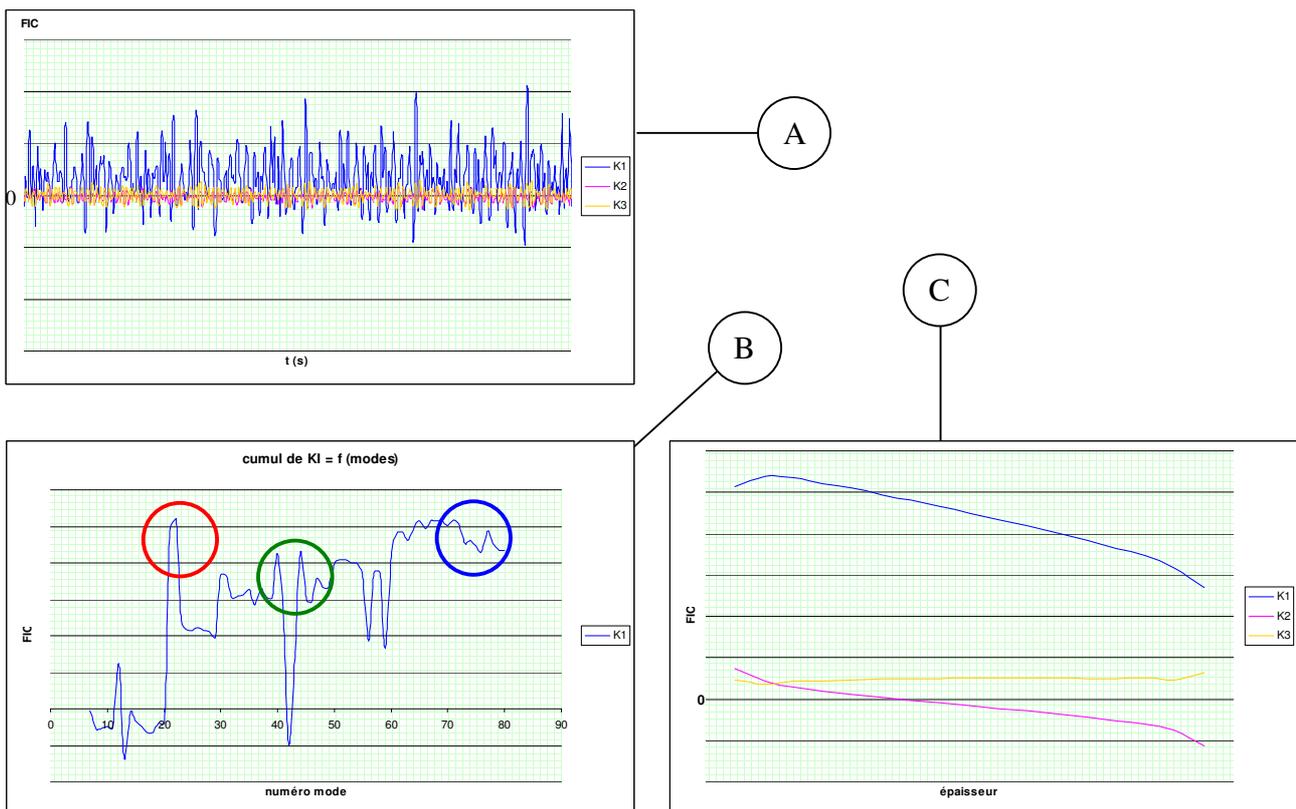


Figure 372 : résultats obtenus pour la fissure virtuelle de longueur  $a_1$

La Figure 372 ci-dessus présente le type de résultat que l'on peut obtenir pour le roulage sur une piste de sinus de longueur d'onde 0,85m :

- A. l'évolution temporelle des facteurs d'intensité de contrainte en mode I, II, III au centre de la tôle.

On observe ici que le  $K_I$  est dominant par rapport au  $K_{II}$  et au  $K_{III}$  ce qui confirme l'angle de la fissure choisi.

B. le cumul de facteur d'intensité de contrainte en fonction du nombre de modes considérés

Cela permet d'apprécier l'influence de chacun des modes en particulier le 20<sup>ème</sup> (cercle rouge) correspondant à la fréquence du mode local. Le cercle vert montre les soucis que peuvent engendrer la troncature modale : ici deux modes sont couplés en opposition de phases donc leur contribution s'annule. Il est nécessaire de disposer de suffisamment de modes (cercle bleu) pour avoir stabilisation du facteur d'intensité de contrainte (les autres modes n'apportent pas suffisamment de contribution supplémentaire - les sollicitations ne les excitent pas).

C. L'évolution du facteur d'intensité de contrainte dans l'épaisseur de la coque

Ceci permet de voir que la part de flexion est relativement faible et l'on retrouve la faible importance des modes II et III par rapport au mode I.

### D.3.4 Finalité : l'inspection et la réparation

Des jauges de déformation ont été posées sur le véhicule afin de comparer les résultats de la modélisation avec l'expérience. Une telle comparaison est présentée dans la Figure 373. Le calcul va dans le sens de la sécurité puisque les contraintes calculées sont inférieures aux contraintes relevées mais les niveaux sont très proches. Au niveau du contenu fréquentiel, les deux signaux sont aussi très proches. Les calculs de fissuration ont été réalisés pour différentes longueurs de fissures virtuelles et des calculs d'endommagement ont été réalisés en considérant un profil d'emploi comme dans le cas de l'AMX10P. Ceci permet de statuer sur la non-criticité d'un tel défaut virtuel dans la structure. Dans le cas où le défaut que nous avons inséré dans le modèle atteindrait une longueur à déterminer, une solution de réparation peut consister à épingler la fissure (voir Figure 374). Dans les zones sensibles, la mise en place de campagnes d'inspection permet de détecter la présence éventuelle d'une fissure et de surveiller son évolution.

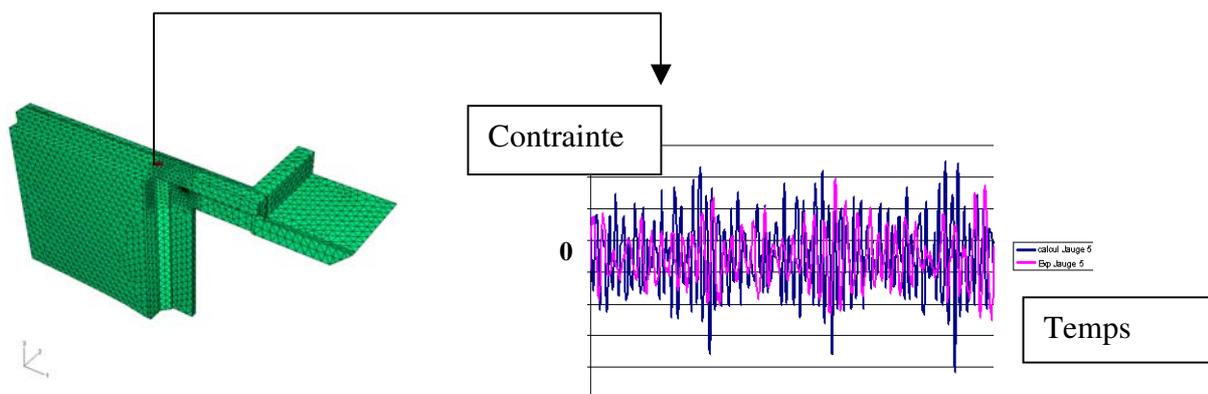


Figure 373 : comparaison essai / expérience : contrainte au niveau de la "jauge 5"

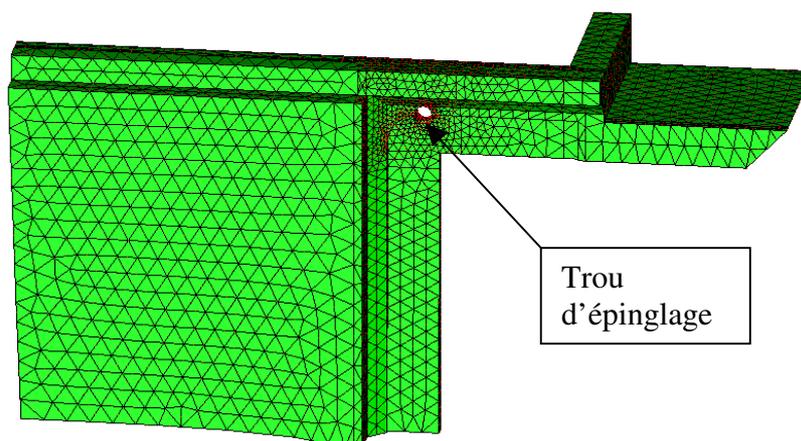


Figure 374 : possibilité d'épinglage de la fissure

La réparation des fissures amorçant au niveau des pieds de cordons de soudure serait une opération délicate. La solution consistant à refaire l'opération de soudure ne ferait que retarder la fissuration, qui pourrait intervenir plus rapidement que sur la fabrication initiale. La mise en place de renforts permettrait de décharger la zone incriminée mais leur mise en place est souvent difficile car l'accessibilité dans les zones sensibles est généralement limitée voire inexistante. Cela est dû à la

présence de nombreux équipements. On pourrait aussi se diriger vers des solutions plus locales dont quelques exemples sont donnés à titre indicatif [DO96]. Pour une fissure débouchante dans une plaque d'aluminium de 10 mm d'épaisseur (voir Figure 375) :

- application de surcharge : la plastification en pointe de fissure permet d'obtenir des contraintes de compression lors de la décharge, ce qui conduit à diminuer la vitesse de fissuration
- réparation par soudage avec ou non meulage du cordon
- patch en acier ou en composite
- trous avec ou non expansion et éventuellement montée en force d'une goupille acier.

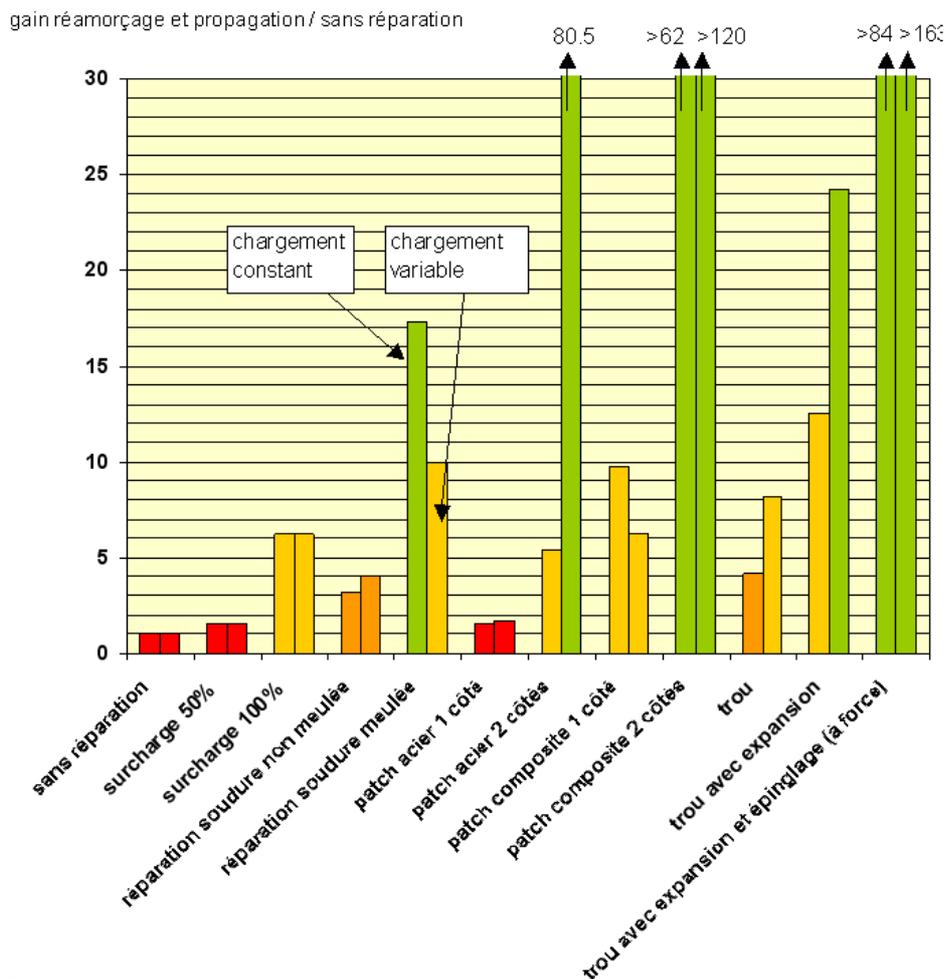


Figure 375 : gain en réparation de différentes solutions par rapport à la non-réparation pour des chargements constants et variables

Il apparaît que des gains importants en fissuration sont obtenus pour les solutions de trous avec surtout expansion et épinglage de la fissure (goupille montée à force, boulonnage ...).

Ces solutions de réparation permettent d'éviter la propagation de la fissure mais, dans la mesure du possible, il est préférable de s'intéresser au stade de la conception à l'élimination de la cause de la fissuration, en déplaçant par exemple, la fréquence des modes pour éviter qu'ils soient sollicités par l'environnement mécanique de la structure.

### D.3.5 Apports de VERICRACK

Comme exposé précédemment, la démarche VERICRACK n'a pu être adoptée dans cette étude. Ce que nous allons mettre ici en évidence, c'est l'importance de la souplesse de la fissure dans le modèle global. La Figure 376 présente une partie d'un maillage local d'une fissure virtuelle de 3 mm dans une autre zone du véhicule dans laquelle nous étudions la possibilité de propagation d'un tel défaut. La déformée correspond à un mode particulièrement sollicité et qui pourrait induire un défaut à 45°. L'évolution des facteurs d'intensité de contrainte en mode I est relevée dans la Figure 377 pour un roulage sur un terrain donné. Le mode II et le mode III sont ici très faibles devant le mode I ce qui confirme la direction initiale choisie. Intéressons nous à un défaut plus important : d'environ 16 mm. L'évolution temporelle du facteur d'intensité de contrainte en mode I est reporté dans la Figure 378. Deux cas sont considérés : soit la fissure n'est pas intégrée dans le modèle global (sans décollement), soit la fissure est intégrée dans le modèle global en dédoublant les nœuds de la fissure sur une longueur de 16 mm (avec décollement). Dans le cas où l'on prend en compte la souplesse de la fissure, le facteur d'intensité de contrainte en mode I est supérieur de 25% au cas où on n'intègre pas la souplesse de la fissure. Au-delà de cet écart, c'est la conclusion selon laquelle la fissure tendrait à stagner qui est remise en cause : à 3 mm nous avons des extrema à 13 MPa $\sqrt{m}$ , soit à peu près autant que dans le cas de la fissure de 16 mm sans décollement alors qu'avec la prise en compte d'un décollement dans le modèle global, le FIC dépasse 17 MPa $\sqrt{m}$ .

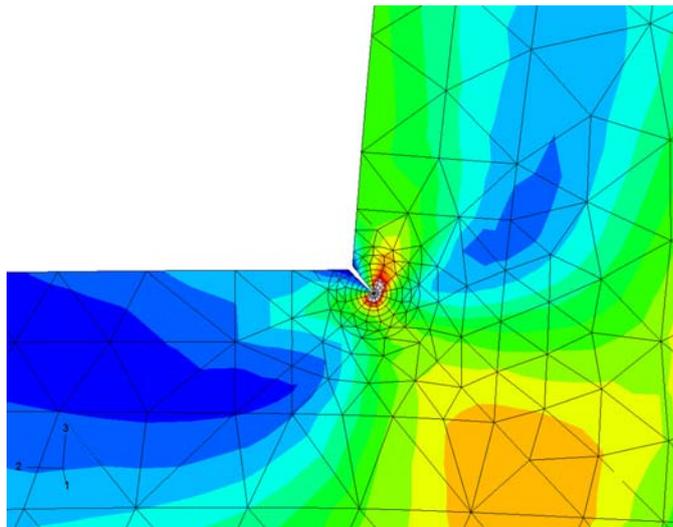


Figure 376 : fissure virtuelle amorçant dans un angle : défaut de 3 mm

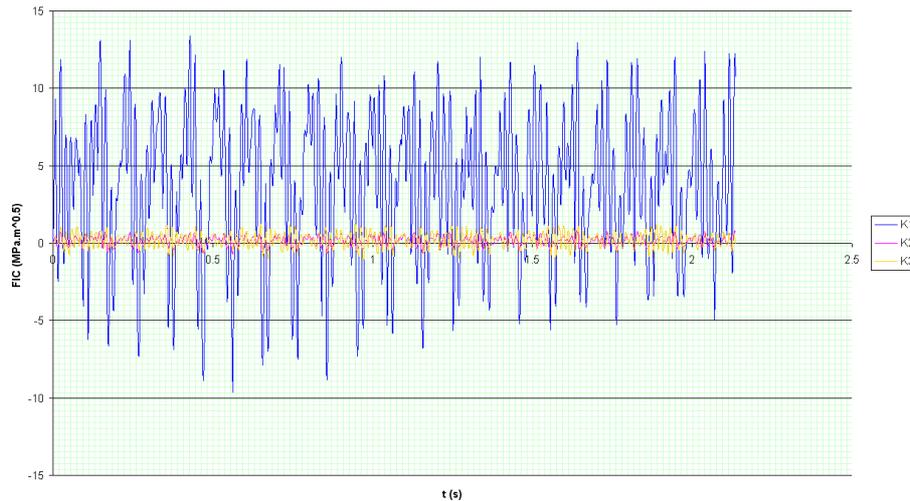


Figure 377 : évolution du facteur d'intensité de contrainte pour une fissure virtuelle de 3 mm

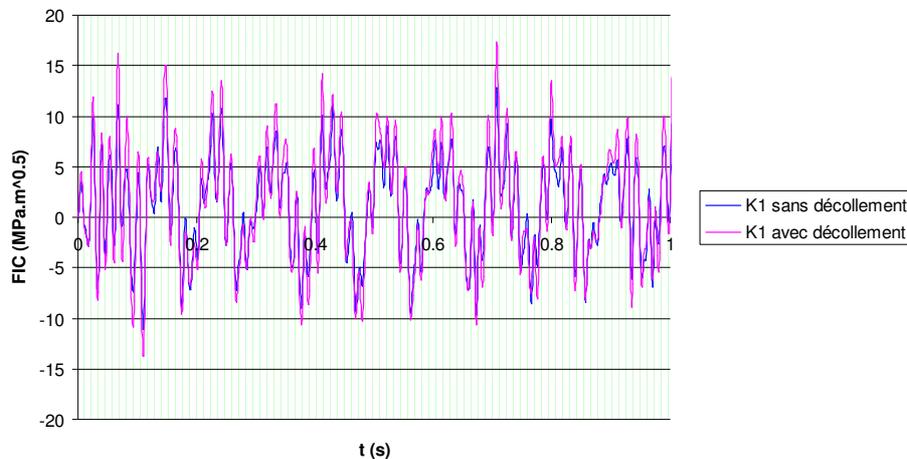


Figure 378 : évolution du facteur d'intensité de contrainte pour une fissure virtuelle de 16 mm : influence du décollement des nœuds dans le modèle global

Dans le cas de sollicitations complexes et de géométries complexes, il est parfois difficile de statuer sur la vitesse de la fissuration. L'influence de la souplesse de la fissure n'est pas négligeable et l'intérêt de VERICRACK est de pouvoir la moduler en fonction de sa taille. L'intérêt de VERICRACK est double :

- Il permet d'éviter le zoom structural lorsque la géométrie globale est proche de la géométrie réelle. Il est par contre nécessaire de remailler la structure de manière à intégrer le défaut de la taille maximale.
- Lorsque la réalisation d'un zoom structural est nécessaire, il permet de fournir au zoom structural des conditions aux frontières assouplies lorsque la fissure croît. En effet, les nœuds voisins peuvent être utilisés pour piloter le zoom structural ; le déplacement des nœuds voisins étant lié d'une part aux sollicitations, et d'autre part à la taille du défaut inséré dans la structure. Ceci permet d'éviter de réaliser autant de modèles globaux que de modèles locaux lorsque la souplesse de la fissure doit être prise en compte.

## E CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

### E.1 Conclusions

Les travaux de cette thèse permettent de mettre en avant trois développements importants :

- La boîte à fissure (chapitres C.1 et C.2)

Une boîte à fissure intégrant un maillage spécifique a été développée pour appliquer les critères de bifurcation. Celle-ci est intégrée dans le code de calcul ABAQUS. Elle couvre les modèles bidimensionnels, avec extension aux coques, et permet de déterminer de façon optimisée la direction de la fissuration dans des divers milieux : élastiques avec prise en compte de la contrainte « T-Stress », élasto-plastiques avec la définition d'un paramètre de mixité permettant de prévoir une rupture suivant les bandes de cisaillement. Ce dernier point a d'ailleurs fait l'objet d'essais de validation. Dans des cas industriels, on vérifie que la direction de la fissure est donnée par la direction perpendiculaire aux contraintes principales, sauf dans les cas où la flexibilité due à la présence de fissure modifie le cheminement des efforts. Une tentative d'extension aux modèles tridimensionnels volumiques est présentée et fera l'objet de développements futurs.

- Le chargement à amplitude variable (chapitre C.3)

La boîte à fissure est ici mise à contribution pour définir des critères spécifiques d'ouverture des fissures dans le cas d'une surcharge. En permettant de conserver le ligament plastifié, celle-ci ouvre la voie à la propagation en mode mixte avec bifurcation dans un champ élasto-plastique. Mais ce type de modélisation est pour l'instant réservé à des approches de type « éprouvette », car la taille des mailles (de l'ordre de la dizaine de microns) est incompatible d'une approche industrielle. L'approche du type « Dugdale », par contre, permet de traiter la propagation des fissures en chargement variable, bien qu'elle soit très sensible à l'influence d'un paramètre de correction géométrique traduisant la part de contrainte plane et de déformation plane dans la forme de la zone plastifiée en pointe de fissure. Il est difficile de déterminer ce paramètre, autrement que par des calcul par éléments finis tridimensionnels.

L'outil VERICRACK peut être aisément couplé avec cette méthode, d'autant plus que VERICRACK permet de calculer la souplesse de la fissure lors de sa propagation, ce qui constitue une des données d'entrée de cet outil basé sur les « bandes plastifiées ».

- La démarche globale multi-échelle (chapitre B) (voir Figure 379 et Figure 380)

Celle-ci constitue le cœur de cette thèse. Elle est basée sur :

- L'utilisation du principe de superposition que ce soit de modes de contrainte ou de déformation de la structure (statiques ou dynamiques) ou des modes de facteurs d'intensité de contrainte. Le but est de limiter le nombre de calculs par éléments finis et de disposer d'une condensation de l'information dans les zones critiques ; information que l'on peut reconstituer ensuite par superposition Ceci permet d'éviter

les calculs par éléments finis pendant une simulation d'amorçage et de propagation des fissures avec VERICRACK.

- La localisation de l'endommagement : le but est ici de savoir localiser les zones à risque dans des structures complexes, au moyen d'un calcul simplifié d'endommagement, en intégrant des chargements complexes pouvant solliciter dynamiquement la structure. Dans le cas d'un véhicule, on obtient une cartographie des zones critiques en endommagement. Toutes les approches suivantes sont alors conditionnées par la qualité de la détermination de ces points chauds ;
- Le calcul précis de l'amorçage : celui-ci est basé sur une approche locale. Dans le cas des assemblages soudés, celui-ci est grandement lié à la qualité des soudures, ce qui se traduit par la forme locale du cordon de soudure (en particulier le rayon). Le développement d'outils de mesure de la qualité (voir annexe G.2) permet d'obtenir *in fine* une bonne corrélation entre l'estimation de la durée de vie et la qualité de soudure (voir le chapitre consacré à la validation sur maquette D.1) ;
- Le choix du chemin de fissuration, objet du chapitre C.2. Celui-ci doit être défini au préalable. Le défaut maximum est alors inséré dans la structure ;
- Le calcul de la propagation de la fissure : L'utilisation des éléments ressorts et de la condensation de la structure au niveau de certains nœuds, associé au principe de superposition, permet de limiter la taille des calculs tout en réactualisant la matrice de la souplesse en fonction de la croissance des défauts (chapitre B.3.3). L'intérêt d'obtenir la souplesse de la structure fissurée au cours du temps est de pouvoir calculer les facteurs d'intensité de contrainte par la technique du zoom structural appliquée localement : la boîte à fissure. Différentes boîtes à fissures, plus ou moins complexes (semi-elliptiques, droites, intégrant une partie de la macro-géométrie, tridimensionnelles ou bidimensionnelles) peuvent alors être générées automatiquement. L'intérêt de ces boîtes est qu'elles sont peu coûteuses en temps calcul, d'autant plus si on les condense au niveau de leurs frontières au préalable (voir chapitre C.1). Ceci conduit à la définition de « nœuds voisins » ou « frontières », permettant de calculer :
  - la contrainte globale en chaque nœud de la fissure à partir des déplacements des nœuds voisins ;
  - la contrainte locale en chaque nœud grâce à des modèles bidimensionnels en déformation plane lorsque l'hypothèse est valable (cas de la validation sur maquette) ;
  - le dommage cumulé à chaque nœud permettant la croissance des fissures par multi-amorçage ;
  - la propagation des fissures dans l'épaisseur des tôles au moyen des « Line Springs »;
  - la propagation des fissures traversantes au moyen de Boîtes à Fissures
  - la contrainte dans d'autres nœuds de la structure, par exemple au niveau de jauges de déformation.

Une première validation de l'outil est présentée au travers d'un essai réalisé sur une structure mécano-soudée appelée "maquette". Le dimensionnement de cet essai a permis l'amorçage et la propagation de plusieurs fissures qui ont pu interagir. La mesure la qualité des soudures a permis de

comprendre pourquoi 3 fissures sur 8 possibles ont vu le jour, et l'ordre dans lequel elles ont pu apparaître. Les calculs d'endommagements réalisés à partir des données locales sont bien corrélés avec le nombre de cycles à amorçage des différentes fissures. L'analyse au moyen de l'outil VERICRACK a permis de retrouver les constatations expérimentales : la fissure progresse en multi-amorçage et elle ne traverse pas l'épaisseur de la tôle avant 900000 cycles.

Les résultats en propagation de fissure sont donc encourageants mais de nombreuses études paramétriques sont nécessaires, et de nombreuses validations permettront de mieux maîtriser les grandeurs caractéristiques liées au couplage entre le multi-amorçage et la propagation par la mécanique de la rupture. D'autres exemples sont ensuite présentés dans ce manuscrit et traitent de cas industriels pour lesquels des boîtes à fissures ont été insérées. Ces exemples, bien que non traités avec l'outil VERICRACK, sont présentés en mettant en avant :

- la démarche de localisation, calcul du dommage et insertion de défauts, pour des chargements complexes ;
- l'apport de l'outil VERICRACK dans les problèmes industriels.

Balayant ainsi tous les domaines de la propagation des fissures de fatigue, la démarche proposée est rarement utilisée telle quelle. D'une part, des incertitudes subsistent au niveau des frontières entre l'amorçage et la propagation, et d'autre part le besoin apparaît surtout dans les phases de :

- dimensionnement : afin d'éviter l'amorçage de fissures de fatigue. Ceci peut se faire tant au niveau global (géométrie, renforts) qu'au niveau local, car, à partir du moment où l'on est capable de mesurer la qualité des soudures, il est alors possible de la spécifier.
- maintien en conditions opérationnelles : on cherche à prédire la vitesse de fissuration d'un défaut existant et à déterminer les solutions de réparation suffisantes pour éviter sa propagation et garantir la pérennité du matériel pendant un laps de temps.

Néanmoins, dans le but de mieux comprendre les causes de la fissuration – nature des efforts pouvant conduire à l'apparition d'un défaut d'une taille donnée pour un profil d'emploi connu – l'application de l'ensemble des briques de la démarche s'avère un outil intéressant et permettant de mieux appréhender l'évolution des défauts.

L'intérêt d'un tel outil est de pouvoir étudier l'amorçage et la propagation de multiples défauts en se concentrant sur les zones à risque. La détermination de ces zones à risques est une étape clé qui passe par une analyse fine des chargements et par un outil de calcul allégé de l'endommagement. Il s'agit bien d'un outil, pour l'ingénieur, lui apportant des éléments pour comprendre la présence et le développement de fissures et non d'une boîte noire supplantant sa réflexion. L'utilisation du principe de condensation aux frontières et de réponse à des efforts unitaires et à des modes de la structure permet de considérer le chargement complexe et variable en limitant le volume des données à traiter. L'utilisation de la boîte à fissure et la condensation du facteur d'intensité de contrainte à ses frontières, permet de calculer précisément les facteurs d'intensité de contrainte.

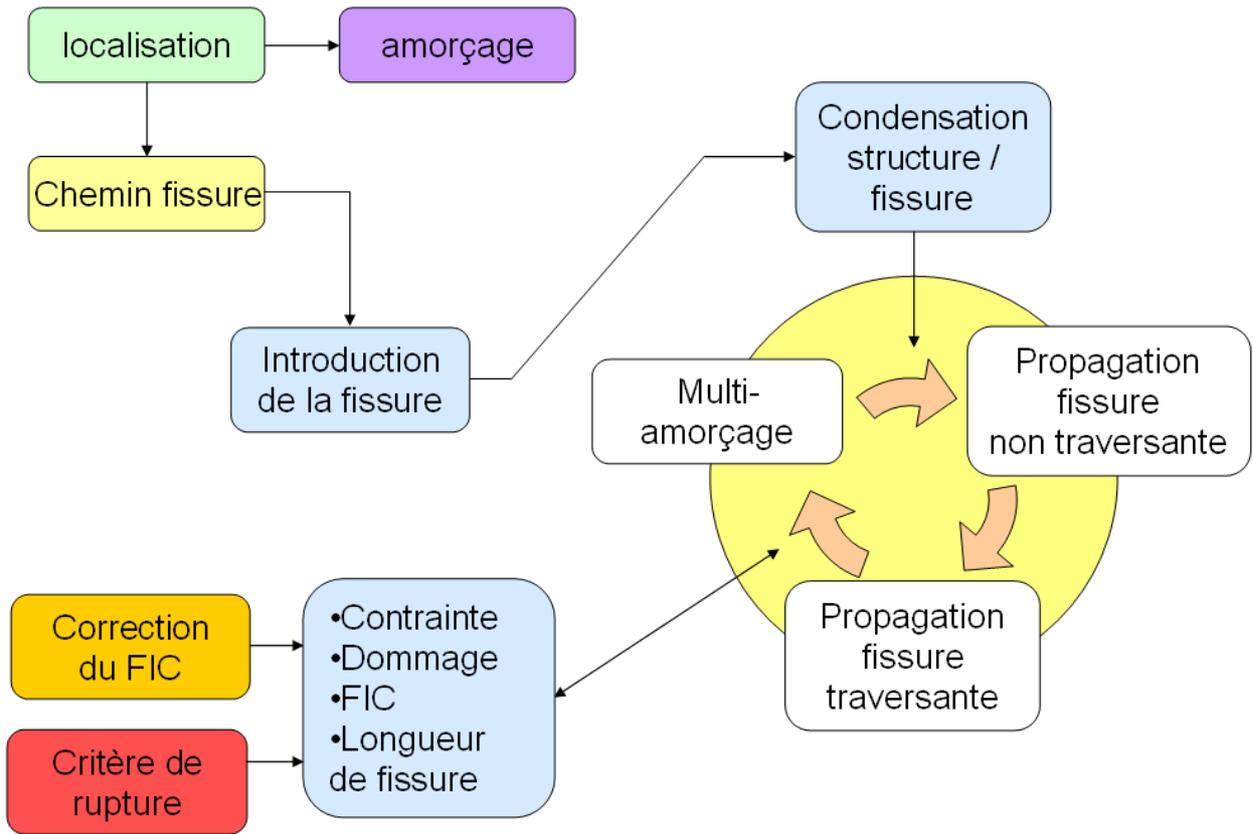


Figure 379 : schéma global de la démarche VERICRACK (1/2)

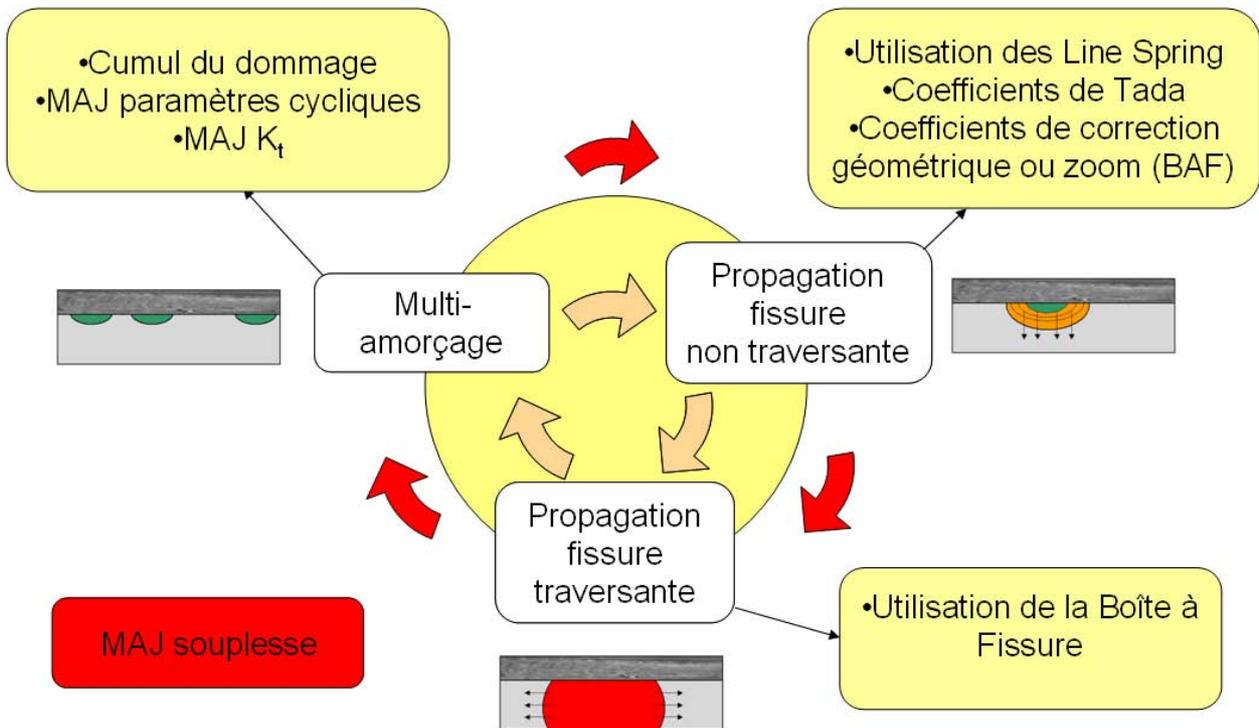


Figure 380 : schéma global de la démarche VERICRACK (2/2)

## E.2 Perspectives

Les différents modèles et outils développés dans le cadre de cette thèse présentent encore des limitations qui feront l'objet de travaux complémentaires.

- Le chemin de fissuration

Le chemin de fissuration doit être actuellement déterminé au préalable. Il a été vu, tout au long de ces travaux, que la méthode la plus simple consistant à étudier la direction des contraintes principales de traction permettait de déterminer assez précisément le chemin de fissuration. Ceci est valable tant que la fissure n'affecte pas grandement la souplesse de la structure et tant que le mode II (cisaillement des lèvres de la fissure) est peu prononcé. La méthode par remaillage s'avère peu gourmande en temps calcul, mais elle ne peut être utilisée pour la propagation en chargement variable. L'idée est alors de découpler la recherche du chemin de fissuration et le calcul de la vitesse de fissuration. Le remaillage est alors réalisé par incrément, pour un chargement « représentatif » du chargement vu par la structure, comme dans le cas du critère des contraintes principales maximales. L'utilisation du remaillage de la boîte à fissure permet alors de positionner les nœuds de la fissure qui seront ensuite utilisés dans le code VERICRACK. En effet, il est nécessaire, actuellement, de disposer d'un maillage qui intègre le chemin de la fissure. De plus, il est aussi nécessaire de disposer d'un maillage réglé autour de la zone fissurée. L'utilisation d'un maillage libre permettrait de simplifier l'intégration de ces défauts. Les nœuds frontières de la boîte à fissure ne seraient plus les nœuds physiques du maillage mais une interpolation du déplacement des nœuds voisins de la pointe de la fissure.

- La prise en compte du chargement à amplitude variable

Le chargement à amplitude variable n'a pas été ici validé au moyen d'essais expérimentaux. L'essai réalisé dans le cadre de la maquette mécano-soudée a consisté à appliquer un chargement à amplitude constante, afin de simplifier le recalage du modèle. L'intégration du chargement à amplitude variable au moyen d'un modèle basé sur la zone plastifiée de « Strip Band de Dugdale » dans VERICRACK est obtenue par une analogie au niveau du facteur d'intensité de contrainte. On considère ainsi que l'effort uni-axial à appliquer à une éprouvette est celui donnant la même intensité de contrainte que celle déterminée dans la structure par VERICRACK. Mais la souplesse calculée pour l'éprouvette n'est pas celle de la fissure dans la structure réelle. Or cette matrice de souplesse, nous la connaissons. Il apparaît ici intéressant de modifier l'outil de calcul de la propagation de fissure de manière à y intégrer la matrice de souplesse déterminée dans VERICRACK. Reste alors une inconnue de taille : le coefficient de correction géométrique  $\alpha$ , donnée dépendant de la taille de la zone plastifiée par rapport aux dimensions du modèle (épaisseur de la tôle, longueur, etc) et qu'il est nécessaire de déterminer au moyen d'essais où par des modélisations tridimensionnelles par éléments finis. Les développements réalisés en 2D, dans le cadre de ces travaux, ont mis en évidence l'intérêt de l'utilisation de la boîte à fissure dans la détermination du retard lors de l'application d'une surcharge. Couplée à l'insertion de boîtes à fissures tridimensionnelles et à l'évolution des moyens de calcul, cette méthode pourrait être ensuite utilisée pour déterminer le coefficient de correction géométrique. D'autre part, la possibilité de traiter l'ouverture des fissures grâce à la Boîte à Fissure permet d'envisager la bifurcation des fissures lors de l'application de surcharges, en utilisant le critère de mixité plastique.

- La validation des calculs par rapport aux résultats expérimentaux

Une étude paramétrique complémentaire de l'ensemble des facteurs influents sur la durée de vie est nécessaire. La question de la frontière entre l'amorçage et la propagation de fissures est toujours posée. Cette question est liée directement à la détermination du rayon en pied de cordon de soudure pour lequel on considère qu'il y a amorçage : soit la moyenne des rayons, ce qui a donné des résultats concluants dans le cadre de ce travail, soit le rayon minimum. Dans ce dernier cas, la valeur de la longueur de la fissure initiale n'est plus de l'ordre du millimètre mais de la dizaine à la centaine de microns. Cette problématique de la définition de la longueur de la fissure initiale est ici ouverte : soit on considère le  $K_t$  correspondant au plus petit défaut (sollicité) et une longueur de fissure déterminée sur des éprouvettes par analyse inverse (à partir de la longueur de la fissure et de la loi de Paris) ; soit on considère un  $K_t$  reflétant la qualité du cordon de soudure et on définit une longueur de fissure qui lui est forcément liée. La réalisation d'autres essais sur la même structure pourra en partie répondre à ces interrogations, dans le cas de tôles d'alliage d'aluminium de 10 mm. Il sera alors possible de comparer des approches basées uniquement sur le dommage (à partir des contraintes ou des déformations à chaque nœuds, réactualisées au cours des simulations) ; des approches basées uniquement sur la propagation en considérant des défauts initiaux ; et l'approche couplée, avec différentes définitions du  $K_t$  et de la longueur de la fissure initiale.

- Extensions de l'outil VERICRACK :
  - L'outil actuel permet de traiter les chargements par blocs, les temporels de chargement, et le cas des houles. Tout comme l'outil CALEND, VERICRACK sera amené à traiter le cas de chargements aléatoires en générant à partir de DSP (densité spectrales de puissances) différents temporels de chargement permettant de représenter les possibles évolutions de fissures durant la durée de vie d'une structure.
  - Dans le cas d'un calcul de la contrainte locale au moyen d'un zoom bidimensionnel piloté à ses extrémités par les nœuds frontières de VERICRACK, il est possible de déterminer l'évolution du  $K_t$  en fonction de la variation de souplesse de la structure. Des simulations numériques pourront être entreprises afin de déterminer la pertinence de la prise en compte de cette évolution.

## F REFERENCES

- [AA06] Ayatollahi MR, Aliha MRM and Hassani MM (2006) “Mixed mode brittle fracture in PMMA - An experimental study using SCB specimen” *Materials Science and Engineering – A*, Vol. **417**, PP. 348-356
- [AB80] Amestoy M., Bui H. D., Dang Van K., “Analytic asymptotic solution of the kinked crack problem. *Advances in Fracture Research*. Pergamon Press 1980.
- [AB97] Anders F., Blom, Ph.D., Welded High Strength Steel Structures, Proceedings of the First North European Engineering and Science Conference Stockholm, Suède, Octobre 1997
- [ABAQUS] Code de calcul par la méthode des éléments finis. Documentation Abaqus 6.4-1. [www.abaqus.com](http://www.abaqus.com)
- [AF93] Fatigue sous sollicitation d’amplitude variable. Méthode Rainflow de comptage des cycles. Principe et utilisation. *Recommandation AFNOR A03-406*, Novembre 1993, 32p.
- [AK90] Aoki S., Kishimoto K. Yoshida T. Sakata M. and Richard A., Elastic-Plastic fracture behavior of an aluminum alloy under mixed mode loading. *J. Mech. Phys. Solids*, **38**, No. 195-213, 1990
- [AS85] ASM Handbook Volume 09: Metallography and Microstructures (1985 Edition). ASM International pp.775
- [BA76] Barsoum S. On the use of isoparametric finite elements in linear fracture mechanics, *International Journal for numerical methods in engineering* vol. **10**, 25-37 (1976).
- [BA80] Barthélémy B. Notions pratiques de mécanique de la rupture (Livre). Edition Eyrolles. 01/04/80
- [BB03] P.O Bouchard, F. Bay, Y. Chastel. Numerical modelling of crack propagation : automatic remeshing and comparison of different criteria, , *Computation Methods in Applied Sciences and Engineering* **192** (2003) 3887-3908
- [BB97] Bathias C., Baïlon J.- La fatigue des matériaux et des structures (livre) - 1997 (2<sup>nd</sup> édition) Hermès – Lavoisier
- [BC04] Burgardt B., Cosme N., Frechinet S., Calculs de fissuration 3D pour application à des composants de turbomachine aéronautique. Forum IPSI, Journée  $\Phi^2$ AS Fatigue, endurance et mécanique de la rupture, 2004. Volume XXVIII, N°3.
- [BE79] Benoit D., Phénomène de fermeture à la pointe d’une fissure de fatigue dans le cas des aciers, IRSID, 1979
- [BH99] Bakuckas J.G. Jr., Hughes W.J., Comparison of Boundary Correction Factor Solutions for two Symmetric Cracks in a Straight-Shank Hole. *Office of Aviation Research*. DOT/FAA/AR-98/36. April 1999.

- 
- [BL85] Bignonnet A., Dias A., Lieurade H.P. Influence of Crack Closure on Fatigue Crack propagation. *Proceedings of the 6<sup>th</sup> international conference on fracture (ICF6)*. New Dehli. Oxford : Pergamon Press, 1985, pp. 1861-1868
- [BR92] Brahmi S, Analyse des processus de déformation plastique à fond de fissure de fatigue dans l'acier inoxydable austénitique Z2 Cn 18-10, 1992 (livre)
- [BV89] Bhuyan G., Vosikovskiy O., "Prediction of Fatigue Crack Initiation Lives for Welded Plate T-joints Based on the Local Stress-Strain Approach" *Int. J. Fatigue*, 11(3), pp153-159, (1989).
- [BX95] Bonnet M., Xiao H., Computation of Energy Release Rate Using Material Differentiation of Elastic BIE for 3-D Elastic Fracture. *Engineering Analysis Boundary Elements* **15**, 137-149, 1995.
- [CE00] Cetim. Approche locale en fatigue. Application à la conception des assemblages soudés. Journée technique organisée par le CETIM. 28 juin 2000.
- [CH59] Christensen, R.H. (1959). Fatigue Crack, Fatigue Damage and their Detection , *J. Metal Fatigue*, McGraw-Hill, New York .
- [CH79] Chakraborty S.B., *Fat. Engrn 9 Mater. Str.* 2 (1979)
- [CR80] Cotterell B. and Rice J.R., Slightly curved or kinked cracks, *Int. J. Fractures*, **16**, 155-169, 1980
- [DA00] Daniewicz S.R., Aveline C.R. Strip Yield and finite element analysis of part-through surface flaws. *Engineering Fracture Mechanics* **67** (2000) pp21-39.
- [DA02] Darcis Ph., Analyse fiabiliste de la fatigue des joints soudés soumis à l'effet d'une surcharge. Thèse Université Blaise Pascal – Clermont II N° D.U. 1393. Soutenue le 9 décembre 2002.
- [DA85] Davy A. Modélisation de la fissuration en fatigue sous chargements d'amplitude variable. Application aux spectres d'avions civils, 1985, Université de Technologie de Compiègne - Compiègne, Thèse de doctorat
- [DE81] Delale F., Erdogan F., "Line-Spring Model for Surface Cracks in a Reissner Plate", *Int. J. of Engineering Science*, Vol. **19**, pp. 1331-1340, 1981
- [DE99] Decoopman X. Influence des conditions de chargement sur le retard à la propagation d'une fissure de fatigue après l'application d'une surcharge. Thèse soutenue le 16 décembre 1999. Université des Sciences et Technologies de Lille.
- [DM00] Dolbow J., Moës N., Belytschko T. Discontinuous enrichment in finite elements with a partition of unity method, *Finite elements and design* **36** (2000) pp235-260.
- [DO96]. Domazet Z. Comparison of fatigue crack retardation methods, *Engineering Failure Analysis*, Vol.3, No.2, pp.137-147, (1996).

- [DT81] Dhat G., Touzot G., Une présentation de la méthode des éléments finis (livre) *Collection université de Compiègne. Maloine S.A. Editeur* (1981).
- [DV04] Dang Van K., Maitournam H., Constantinescu A., Flavenot J-F. Calcul des pièces métalliques à la fatigue. *Collège de Polytechnique – Organisme de formation continue* – 29, 30, 31 mars et 1<sup>er</sup> avril 2004.
- [EL70] Elber W., « Fatigue crack closure under cyclic tension », *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 2, 1970.
- [ES63] Erdogan F. and Sih, G.C., On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear. *Transaction of the ASME. J. Basic Eng*, 85, 519-527, 1963
- [EU05] NF EN 1993-1-9 Décembre 2005 Eurocode 3 – Calcul des structures en acier – Partie 1-9 : fatigue.
- [EW99] Ellyin F., Wu J., « A numerical investigation on the effect of an overload on fatigue crack opening and closure behaviour », *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, vol. 22, p. 835-847, 1999.
- [FM02] Francfort G., Marigo J.J. Vers une théorie énergétique de la rupture fragile. *C.R. Mecanique* 330 (2002) Conférence Débat. Pp. 225-233.
- [FP93] François D., Pineau A., Zaoui A., Comportement mécanique des matériaux (livre). 1993. Editions Hermès. 495 pages.
- [GA74] Gallagher. J.P. A Generalized Development of Yield Zone Models. AFFDL-TM-74-28-FBR, Wright Patterson Air Force Laboratory, 1974.
- [GB98] George P. L., Borouchaki H. Delaunay Triangulation and Meshing: Application to Finite Elements. *Editions HERMES*, Paris. 1998
- [GH78] Gifford Jr. L.N., Hilton P.D., Stress intensity factors by enriched finite elements. *Engineering Fracture Mechanics*. Vol. 10. 1978 pp485-496
- [GO96] Gonçalves J.P.M. , Application of the line spring model to some complex geometries, and comparison with three-dimensional results, *International Journal of vessels and piping* (76), 1996, pp 551-560.
- [GZ02] Givoli D., Zusman R. : an adaptative finite element method framework for fatigue crack propagation, *International Journal Numerical Methods Engineering* 54 (2002) pp.111-135
- [HM00] Haagensen P.J., Maddox S.J. Recommendations for weld toe improvement by burr grinding, TIG dression and hammer peening for steel and aluminium structures. The international institute of Welding IIW Commission XII. January 2000.
- [HU96] Huther I. Prévission du comportement à la fatigue des assemblages soudés. Prise en compte de l'effet macro, micro-géométrique. Thèse N° DU 817 soutenue le 11 juin 1996.
- [HX95] Huther M., Xing J. Fatigue life prediction by crack propagation, calibration of a line-spring approach. *Welding in the World/ Le soudage dans le monde* Vol. 35 n° 6 pp 395-399. 1995.

- [IA04] Ingrassia, A. R., "Computational Fracture Mechanics for Aerospace Applications", Lockheed Martin Mechanical Analysis Conference, Sunnyvale, CA, March 17, 2004. <http://www.cfg.cornell.edu/presentations/presentations.htm>
- [IB94] Ibsen J.B. Fatigue life prediction of welded joints based on fracture mechanics and crack closure. Thesis. Department of Structural Engineering, Technical University of Denmark. October 1994.
- [IM89] Imad A., Mécanismes de retard induit par l'application d'une surcharge au cours de la propagation d'une fissure de fatigue. Thèse soutenue le 22 décembre 1989 . USTL Lille.
- [IM91] Imbert J.-F. Analyse des structures par éléments finis (3<sup>ème</sup> édition) Sup' Aéro. Cépaduès Editions. Janvier 1991. 506 pages.
- [JO73] Jones, R.E., Fatigue crack growth retardation after. single-cycle peak overload in Ti-6Al-4V titanium alloy. *Engng. Fract. Mech.* **5**, pp 585-604. 1973
- [JM05] Jaubert A., Marigo J.J. Décollement d'un film mince en fatigue : une approche variationnelle. 17<sup>ème</sup> Congrès Français de Mécanique. Troyes – Septembre 2005.
- [KL88] de Koning A.U., and Liefing G. Analysis of Crack Opening Behaviour by Application of a Discretized Strip Yield Model. *Mechanics of Fatigue Crack Closure*. J.C. Newman Jr and W. Elber, (eds). ASTM STP982, pp. 437-458 (1988).
- [KR96] H. Kebir, J.M. Roelandt, J. Foulquier .Crack growth analysis in bolted joints using the dual boundary element method, *Journée  $\Phi^2AS$  Mécanique de la rupture statique et dynamique*.IPSI
- [LA00] A model for Fatigue Crack Growth, part I : phenomenology. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and structures*, 2000, **23**, pp 587-601.
- [LA92] Le Goër, J.L. et Avril, J. – Extensométrie - *Techniques de l'Ingénieur*- 1992
- [LB] Lieurade H.P., Bignonnet A., Wyseur M. Pratique des essais de fatigue sur éléments soudés. Rapport IRSID. PE4532. MS4205
- [LC01] Lemaitre J., Chaboche J.-L. – Mécanique des matériaux solides (livre) – 2001 (2<sup>nd</sup> édition) Dunod
- [LD05] D.Lebaillif, P. Darcis, N. Recho. A Residual Stress Crack Opening Approach after an overload during Fatigue. 11th International Conference on Fracture (ICF 11) , 2005, Turin (Italy)
- [LE01] Lebaillif D. Amélioration de la tenue à la fatigue des assemblages soudés parachevés par refusion TIG. Mémoire de DEA de mécanique filière matériaux de l'université de Lille 1. Année 2001.
- [LH05a] H.P. Lieurade, I. Huther et D. Lebaillif. Evaluation de la qualité des soudures vis-à-vis de la résistance à la fatigue, *Mécanique & Industries* **6**, 133–143 (2005)
- [LH05b] Lebaillif D., Huther I., Serror M. Amorçage et propagation des fissures de fatigue : un processus industriel complet validé par essais sur structure soudée industrielle. Conférence Fatigue Design Senlis. 16-18 Novembre 2005.

- [LI00] H.P. Lieurade. Comportement en fatigue des assemblages soudés. Présentation lors du « Séminaire National Architecture Métallique », le 8 mars 2000
- [LL92] Lieurade H.P., Lu J., Bel G., Flavenot J.F., Castulleci P., Efficacité des traitements de parachèvement vis à vis de la résistance à la fatigue en fonction du type d'assemblage soudé en acier HLE. Cetim, recueil de conférences sur la fatigue des composants et des structures soudées. Novembre 1992.
- [LL97] L. Lopez Martinez. Fatigue behaviour of welded high-strength steels. Thesis from KTH, report n°97-30. Department of Aeronautics
- [LL01] Labesse-Jied F., Lebrun B., Petitpas E., Robert J.L., Local approach for multiaxial fatigue assessment of welded structures, *Proceedings of the 6th International Conference on Biaxial/Multiaxial Fatigue and Fracture*, Editor: M. De Freitas. Lisbon, Portugal, pp. 81-89 , 25-28 June 2001.
- [LM99] Lang M., Marci G., The influence of single and multiple overloads on fatigue crack propagation, *Fatigue Fract Engng Mat Struct*, vol. **22**, pp. 257-271, 1999.
- [LM03] Lebaillif D., Ma S., Huther M., Lieurade H.P., Petitpas E., Recho N. Fatigue Crack Propagation and Path Assessment in Industrial Structures"International Conference on Fatigue Crack Paths / FCP 200318-20 Sept. 2003, Parma (Italy)
- [LO80] Louah M. Mécanismes de retard pour la propagation de fissure après surcharge dans le cas des aciers. Thèse soutenue le 18 septembre 1980 à l'Université de Technologie de Compiègne.
- [LR05a] Lebaillif D., Recho N. Prévission de la bifurcation en milieu élastique par remaillage. Colloque National AIP-PRIMECA de La Plagne, du 5 au 8 avril 2005.
- [LR05b] Lebaillif D., Recho Automatic crack box technique for brittle and ductile crack propagation and bifurcation criteria. 11th International Conference on Fracture (ICF 11) , 2005, Turin (Italy)
- [LR99] Labesse F., Recho N., "Geometrical Stress Level at the weld toe and associated local effects". *Welding in the World*.Vol.**43** n°1 pp 23-32 1999
- [LR06] Lebaillif D, Recho N, Brittle and ductile crack propagation using automatic finite element crack box technique. *Eng Fract Mech* (2006), accepté et à paraître en 2006.
- [LZ04] Li J., Zhang X.B. and Recho,  $J-M^p$  Based Criteria for Bifurcation Assessment of a Crack in Elastic-Plastic Materials under Mixed Mode I-II Loading, *Engineering Fracture Mechanics*. Vol. **71** (3), pp. 329-343, February 2004
- [LZ06] Lebaillif D., Zhang X.B., Recho N. Use Of A Crack Box Technique For Crack Bifurcation. Conférence ECF16 du 3 au 7 juillet 2006.
- [MC00] Maeder G., Castex L. et Barralis, J. – Précontraintes et traitements superficiels - *Techniques de l'Ingénieur*- 2000
- [MD99] Moës N., Dolbow J., Belytschko T. : A finite element method for crack growth without remeshing, *Int. J. Numerical Methods Engineering* **46** (1999) 131-150

- [MH76] Mills et Hertberg ,« The influence of single and multiple overloads on fatigue crack propagation », 1976.
- [MI45] Miner, M.A. – Cumulative Damage in Fatigue – *Journal of Applied Mechanics Trans.* – ASME, Vol. 12, No 3, pp. 154-164, 1945
- [MI81] Minakawa K, On Crack closure in near-threshold region,1981.
- [MIa] Michel A.- Pièces mécaniques soudées : Traitements thermiques et mécaniques - *Techniques de l'Ingénieur-*
- [MIb] Michel, A.- Pièces mécaniques soudées : calcul des assemblages - *Techniques de l'Ingénieur*
- [MM00] Murthy K.S.R.K., Mukhopadhyay M., Adaptive finite element analysis of mixed-mode crack problems with automatic mesh generator, *Int. J. Numerical Methods Engineering* **49** (2000) 1087-1100
- [MO04] Moës N. Modélisation de discontinuités arbitraires avec X-FEM, Journée d'étude IPSI "Quoi de neuf à propos des maillages", 23/03/2004
- [MU87] Murakami Y. Stress intensity factors handbook. Pergamon TTss, N.Y., Vol.1 and Vol.2, 1987
- [MZ03] Ma S., Zhang X.B., Li J. and Recho N., "Numerical and experimental analysis of fatigue crack growth in elastic-plastic materials", *European Conference on Fatigue Crack Paths*, Parma, Italy, September, (2003)
- [NAG] NAG, The Numerical Algorithms Group Ltd, Oxford UK., [www.nag.co.uk](http://www.nag.co.uk)
- [NASGRO] Logiciel de mécanique de la rupture et d'analyse de la propagation des fissures de fatigue développé à la NASA dans le Johnson Space Center  
<http://www.swri.edu/4org/d18/mateng/matint/NASGRO/default.htm>
- [NE81] Newman J.C. Jr. Prediction of fatigue crack growth under variable amplitude and spectrum loading using a closure mode. *Design of fatigue and Fracture Resistant Structures*. ASTM STP **761**. 255-277.
- [NG87] Niu X., Glinka G., "The Weld Profile Effects on Stress Intensity Factors in Weldments", *International Journal of Fracture*. Vol. **35**, pp3-20. (1987)
- [NR86] J.C. Newman and I.S. Raju, "Stress Intensity factors Equations for Cracks in Three Dimensional Finite Bodies subjected to tension and Bending Loads". *Computational Methods in the Mechanics of Fracture*, pp311-334, North-Holland, Amsterdam. 1986.
- [NSO] Code de calcul par la méthode des éléments finis développé par PRINCIPIA et le Bureau Veritas. <http://www.principia-rd.com/logiciels/nso/>
- [OM03] Oliveira Miranda A.C., Meggiolaro M.A.; Castro J.T.P., Martha L.F. Fatigue life prediction of complex 2D components under mixed-mode variable amplitude loading. *International Journal of Fatigue*. Vol **25** (2003) pp. 1157-1167.

- [PA62] Paris et al., "The growth of cracks due to variations in load " Lehigh University 1962.
- [PA81] Parks D.M., The Inelastic Line-Spring: Estimates of Elastic-Plastic Fracture Mechanics Parameters for Surface-cracked Plates and Shells. *Journal of Pressure Vessel Technology* **103**, August 1981, 246-254.
- [PA98] Paris P.C., Fracture mechanics and fatigue: A historical perspective. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*. **21**, pp 535–540. 1998.
- [PB00] Pommier S., Bompard P., Bauschinger effect of alloys and plasticity-induced crack closure: a finite element analysis. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials & Structures*. Vol. **23**. n°2. February 2000. pp 129-139.
- [PD05] Petitpas E., Dupont L. , Lebaillif D., Périnet R. Conception à la fatigue des véhicules blindés. Conférence Fatigue Design 2005, du 16 au 18 novembre 2005, Cetim France.
- [PE97] Pecker E. Extended numerical modeling of fatigue behavior. Lausanne EPFL 1997. Thesis number 1617.
- [PF02] Pommier S, De Freitas M., Effect on fatigue crack growth of interactions between overloads, *Fatigue and Fracture of Engineering Materials & Structures*. Vol. **25**. N°7. July 2002. pp 709-722
- [PK78] Palaniswamy K. and Knauss, W.G., On the problem of crack extension in brittle solids under general loading. In: Memat-Nasser S. (Ed.), *Mechanics Today*, vol. **4**, Pergamon Press, 87-148, 1978
- [PL00] Petitpas E. Lebrun B., de Meerleer S., Fournier P., Charrier A., Pollet. F. Utilisation de l'approche locale pour le calcul à la fatigue des soudures, Journée du Cetim du 28/06/2000 "Approches locales en fatigue, application à la conception des assemblages soudés"
- [PO02] Pommier S., « Plane strain crack closure and cyclic hardening », *Engineering Fracture Mechanics*, vol. **69**, p. 25-44, 2002.
- [PO03] Pook , LP ( 2003 ) Introduction to fatigue crack paths in metals . CD-ROM Proceedings of International Conference of Fatigue Crack Path (FCP2003), Parma, 2003
- [PR93] Pauliska P., Richard R.H. and Kiekmann P., The behavior of cracks in elastic-plastic materials under plane normal and shear loading, *Int. J. Fractures*, **62**, 43-54, 1993
- [RB83] Richard, H.A., and Benitz, K., A loading device for the creation of mixed mode in fracture mechanics", *Int. J. Fract.***22**, pp. R55-R58, 1983
- [RE95] N.RECHO "Eléments de mécanique de la rupture ; croissance des fissures de fatigue" "Propagation de fissures dans les joints soudés : calibration en fonction des résultats expérimentaux" "Fatigue sous chargement à amplitude variable" "Calculs de durée de vie en fatigue et de croissance de fissures - Applications Industrielles" 4 documents présentés dans le cadre du cours COMETT Paris 22-23 et 24 Novembre 1994 (Méthodes probabilistes pour l'analyse du comportement en fatigue des structures soudées) Editions Bureau Veritas 1995

- [RI68] Rice J.R. A path independent integral and the approximate analysis of strain concentrations by notches and cracks, *J. of Applied Mechanics*, Vol. 35, 1968, pp. 379-386
- [RK73] R. O. Ritchie, J. F. Knott, and J. R. Rice, "On the Relationship between Critical Tensile Stress and Fracture Toughness in Mild Steel," *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, vol. 21 (6), June 1973, pp. 395-410.
- [RL72] Rice J.R., Levy N., The Part-Through Surface Crack in an Elastic Plate, *Journal of Applied Mechanics*, March 1972, 185-194
- [RO88] Robin C., Habilitation à diriger des recherches : Comportement d'une fissure de fatigue sous l'action d'un chargement à amplitude non constante. Expérience et modélisation. Soutenue le 22 juin 1988.
- [RR84] Ryan I., Recho N., Regnier L., Lieurade H.P. Fatigue Life of Welded Tubular Joints in Offshore Structures *International Conference on Welded Tubular Structures*. 16-17 July 1984 - Boston, USA, Pergamon Press, 1984
- [SB62] Schijve, J. and Broek, D. (1962). The Result of a Test Program based on a Gust Spectrum with Variable Amplitude Loading , *Aircraft Engineering*, 34, pp 314-316
- [SC03] Schijve J., Fatigue of structures and materials in the 20th century and the state of the art, *Materials Science*, Vol. 39, N°3, 2003
- [SC74] Schijve, ."fatigue crack growth under variable amplitude loading", University of Delf Report.1974
- [SC76] Stephan, Coll, "load interaction effects on fatigue crack Propagation in 2024-T3 aluminium", 1976.
- [SD00] Sutton M.C., Deng X., Ma F., Newman Jr. J.C. and James M., Development and application of a crack tip opening displacement-based mixed mode fracture criterion. *Int. J. Struct. Solids*, 37, 3591-3618, 2000
- [SD03] Solanki K., Daniewicz S.R., Newman Jr. J.C. « Finite Element Modeling of plasticity-induced crack closure with emphasis on geometry and mesh refinement », *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 70, p. 1475-1489, 2003.
- [SD04] Solanki K., Daniewicz S.R., Newman Jr. J.C. « Finite Element Modeling of plasticity-induced fatigue crack closure : an overview », *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 71, p. 149-171, 2004.
- [SF03] Schöllmann M., Fulland M., Richard H.A., Development of a new software for adaptive crack growth simulations in 3D structures, *Engineering Fracture Mechanics* 70 (2003), 249-268
- [SH74] Shih C.F., Small-scale yielding analysis of mixed mode plane-strain crack problems. *ASTM STP*, 560, 187-210, 1974
- [SI74] Sih, G.C., Strain energy density factor applied to mixed mode crack problem. *Int. J. Fractures*, 10, 305-321, 1974

- [SK96] Skorupa M.- Empirical Trends and Prediction Models For Fatigue Crack Growth Under Variable Amplitude Loading- *ECN-R—96—007*, Juin 1996
- [SM00] Sukumar N., Moës N., Moran B., Belytschko T. , Extended finite element method for three-dimensional crack modelling, *Int. J. Numerical Methods Engineering* **48** (2000), 1549-1570
- [SS02] Song P.S., Sheu G.L., Retardation of crack propagation by indentation technique. *Int Journal of Pressure Vessels and Piping*. Vol. **79**. 2002. p725-733.
- [TC04] C. Timbrell, R. Chandwani, G. Cook. State Of The Art In Crack Propagation Journée Scientifique 2004: Les méthodes de dimensionnement en fatigue, Centre de Compétences Matériaux & Conception (CCM&C), Fribourg, Switzerland, Oct 27 2004.
- [TI92] Tohgo K. and Ishii H., Elastic-plastic fracture toughness test under mixed mode I-II loading. *Eng. Fracture Mech.* **41**, pp 529-540, 1992
- [TP73] Tada H., Paris P.C. & Irwin G.R., The stress analysis of cracks handbook- DEL Research Corporation, 1973.
- [TR73] Trebules., V. W., "effect of multiple overloads on Fatigue Crack propagation in 2024-T3 aluminium Alloy" ASTM STP, 1973.
- [VH84] Vecchio R.S., Hertzberg R.W., Jaccard R. On the overload induced fatigue propagation behaviour in aluminium and steels alloys. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, vol. **7**, pp 181-194, 1984.
- [WA91] Wang, W, "Astrip model for fatigue crack growth prediction under general load condition", pergamon Press, 1991
- [WE71] Willenborg, J., Engle, R.M., Wood, H.A. Crack Growth Retardation Model Using an Effective Stress Concept. Air Force Flight Dynamics Laboratory, Wreight Patterson Air Force Base, TM 71-1-FBR, 1971.
- [WH72] Wheeler, O.E. Spectrum Loading and Crack Growth. *Journal of Basic Engineering*. 1972. pp 181-186
- [WI52] Williams M.L., Stress Singularities resulting from various boundary conditions in angular corners of plates in extension. *J. Appl. Mech.* **19**. pp 526-528
- [WL05] Wadier Y., Lorentz E. Rupture élasto-plastique : définition d'un taux de restitution d'énergie et application à l'étude du préchargement à froid. *17<sup>ème</sup> Congrès Français de Mécanique*. Troyes – Septembre 2005.
- [XI94] Xiao H. Thèse : Equations intégrales de frontière, dérivation par rapport au domaine et approche énergétique pour les solides élastiques fissurés. Soutenue le 12 décembre 1994. Ecole Polytechnique.
- [ZH92] Zhang X-B. Etude numérique de la propagation de fissures par la mécanique de la rupture. Thèse n° DU 447 soutenue le 15 juin 1992.

---

[ZS96] Zhu X.Y., Shaw W.J.D. Fatigue crack closure and its effect on life prediction in compact tension specimens. *International Journal of Fatigue*. Vol. **18**, N°7, pp. 499-505. 1996.

131 références

## G ANNEXES

### G.1 Boîtes A Fissures

#### G.1.1 L'intégrale de contour J

La caractérisation du champ de contrainte au voisinage de la singularité peut être réalisée au moyen de certaines intégrales de contour, que l'on peut déduire de la loi de conservation de l'énergie. Le taux de restitution d'énergie  $G$  peut alors s'écrire sous la forme d'une intégrale notée  $J$  sur le contour fermé et continu  $\Gamma$  (voir Figure 381) entourant la pointe de la fissure. La formulation originelle a été définie par Rice [RI68], dans un milieu élastique linéaire fissuré plan (état de déformation plane ou de contrainte plane), en l'absence de chargement sur la fissure et de déformations dues à une énergie thermique :

$$G = J = \int_{\Gamma} W dy - \vec{T} \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} ds \quad (G.1)$$

Où  $W$  est la densité d'énergie élastique de déformation (ou plastique pour les matériaux plastiques),  $\vec{n}$  la normale au contour,  $\vec{T}$  le vecteur contrainte en un point et  $\vec{u}$  le vecteur déplacement au même point. Cette intégrale est indépendante du contour.

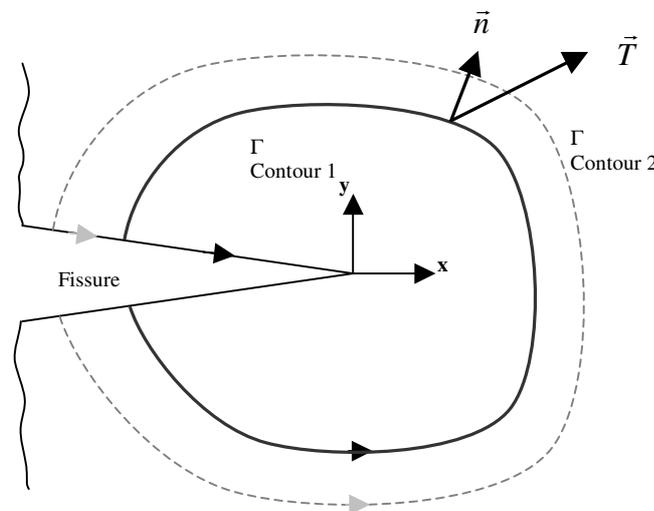


Figure 381 : présentation de l'intégrale de contour

L'avantage de cette méthode est de caractériser la fissure grâce à des informations « au loin » et non grâce aux champs en pointe de fissure plus difficilement approximables d'un point de vue numérique. Ce moyen est commode pour relier ce qui se passe à la pointe de la fissure à ce qui se passe au loin. Dans la pratique on fait le calcul de l'intégrale  $J$  sur plusieurs contours que l'on moyenne. L'intégrale  $J$  est communément utilisée pour déterminer le taux de restitution d'énergie.

Or dans les cas où la fissuration est en mode mixte, ces méthodes ne permettent pas de découpler les différents modes de fissuration. Considérons le cas 2D en mode mixte. Dans ce cas, l'expression de  $G$  ou de  $J$  est reliée aux facteurs d'intensité de contraintes  $K_I$  et  $K_{II}$  de la manière suivante :

$$G = J = \frac{K_I^2 + K_{II}^2}{E'} \quad (\text{G.2})$$

avec  $E' = E$  en contraintes planes  
 $E' = \frac{E}{1-\nu^2}$  en déformations planes

Des méthodes de découplage permettent de décomposer les grandeurs énergétiques en deux paramètres indépendamment liés au mode I et au mode II.

Ainsi

$$G = J = J_I + J_{II} \text{ avec } J_I = \frac{K_I^2}{E'} \text{ et } J_{II} = \frac{K_{II}^2}{E'} \quad (\text{G.3})$$

### G.1.1.1 Calcul de l'intégrale J

Considérons une fissure inclinée d'un angle  $\theta$  dans le repère ( X ; Y ).

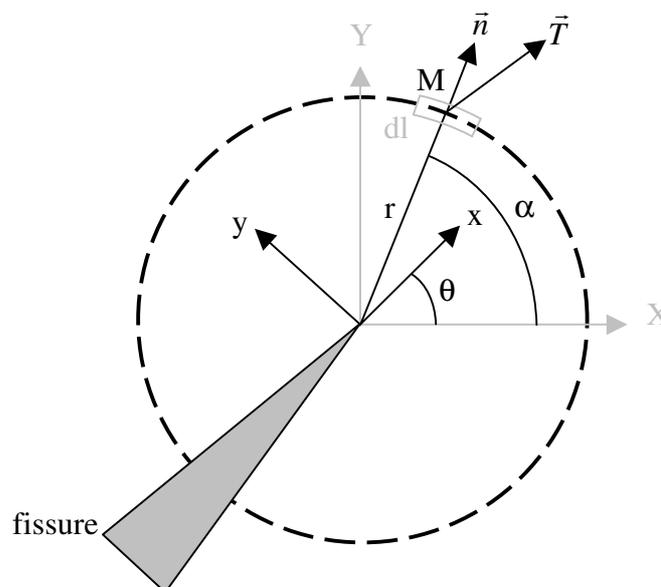


Figure 382 : définition du repère local

L'intégrale de contour  $J$  s'écrit de la façon suivante :

$$J = \int_{\Gamma} W dy - \vec{T} \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} ds$$

en considérant l'énergie totale  $W$  comme la somme de l'énergie élastique et de l'énergie plastique :

$$W = W_{\text{élastique}} + W_{\text{plastique}} \quad (\text{G.4})$$

Au point M le vecteur  $T$  s'exprime comme suit :

$$T_i = \sigma_{ij} \cdot n_j \quad (\text{G.5})$$

$$\begin{cases} T_X \\ T_Y \end{cases} = \begin{bmatrix} \sigma_{XX} & \sigma_{XY} \\ \sigma_{YX} & \sigma_{YY} \end{bmatrix} \cdot \begin{cases} n_X \\ n_Y \end{cases} \quad (\text{G.6}) \quad \text{soit} \quad \begin{aligned} T_X &= \sigma_{XX} \cdot n_X + \sigma_{XY} \cdot n_Y \\ T_Y &= \sigma_{YX} \cdot n_X + \sigma_{YY} \cdot n_Y \end{aligned} \quad (\text{G.7})$$

la quantité  $dl$  est reliée à  $dX$  et  $dY$  par :

$$n_x \cdot dl = dY \quad (\text{G.8})$$

$$n_y \cdot dl = -dX \quad (\text{G.9})$$

Calculons  $\vec{T} \cdot \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} \cdot dl$

$$\vec{T} \cdot \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} \cdot dl = \left( T_X \cdot \frac{\partial u_X}{\partial x} + T_Y \cdot \frac{\partial u_Y}{\partial x} \right) \cdot dl \quad (\text{G.10})$$

Exprimons les dérivées partielles par rapport à  $x$  dans le repère global :

$$\frac{\partial}{\partial x} = \cos \theta \frac{\partial}{\partial X} + \sin \theta \frac{\partial}{\partial Y} \quad (\text{G.11})$$

Ainsi

$$\begin{aligned} \vec{T} \cdot \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} \cdot dl &= \left[ \sigma_{XX} \left( \cos \theta \frac{\partial u_X}{\partial X} + \sin \theta \frac{\partial u_X}{\partial Y} \right) + \sigma_{XY} \left( \cos \theta \frac{\partial u_Y}{\partial X} + \sin \theta \frac{\partial u_Y}{\partial Y} \right) \right] \cdot dY \\ &\quad - \left[ \sigma_{YX} \left( \cos \theta \frac{\partial u_X}{\partial X} + \sin \theta \frac{\partial u_X}{\partial Y} \right) + \sigma_{YY} \left( \cos \theta \frac{\partial u_Y}{\partial X} + \sin \theta \frac{\partial u_Y}{\partial Y} \right) \right] \cdot dX \quad (\text{G.12}) \end{aligned}$$

Calculons  $W \cdot dy$

$$\text{On a d'une part } dy = \cos \theta \cdot dY - \sin \theta \cdot dX \quad (\text{G.13})$$

D'autre part, l'énergie est obtenue par intégration du produit  $\sigma \cdot d\varepsilon$

$$\text{Ainsi } W = \int_{\varepsilon} \sigma d\varepsilon$$

Dans le cas d'un matériau élastique linéaire :

$$W = \frac{1}{2} \left( \sigma_{XX} \varepsilon_{XX} + \sigma_{YY} \varepsilon_{YY} + \sigma_{XY} \left\{ \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right\} \right) \quad (G.14)$$

Pour un matériau plastique, il faut intégrer l'expression  $\sigma.d\varepsilon$  par morceaux pour les  $n$  étapes de calculs.

Ainsi :

$$W = \sum_{i=0}^{i=n} \frac{1}{2} \left( \begin{array}{l} (\sigma_{XX}^{i+1} + \sigma_{XX}^i)(\varepsilon_{XX}^{i+1} - \varepsilon_{XX}^i) + \\ (\sigma_{YY}^{i+1} + \sigma_{YY}^i)(\varepsilon_{YY}^{i+1} - \varepsilon_{YY}^i) + \\ (\sigma_{XY}^{i+1} + \sigma_{XY}^i) \left( \frac{\partial u_X^{i+1}}{\partial Y} + \frac{\partial u_Y^{i+1}}{\partial X} - \frac{\partial u_X^i}{\partial Y} - \frac{\partial u_Y^i}{\partial X} \right) \end{array} \right) \quad (G.15)$$

Ce calcul est réalisé aux points d'intégration, sur des contours  $\Gamma$  circulaires de la boîte à fissure.

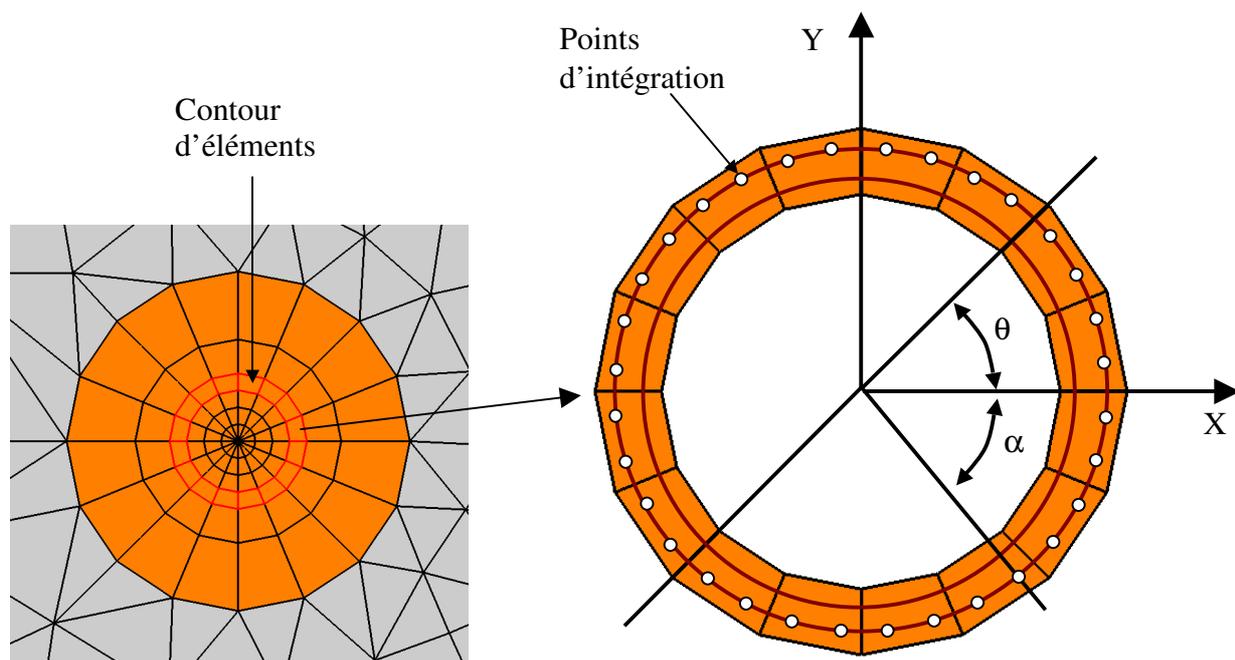


Figure 383 : vue du maillage d'éléments finis

$dJ$  est alors intégrée par rapport à l'angle  $\alpha$ . Nous avons représenté dans la Figure 384, les résultats de  $dJ$  en fonction de alpha pour un cas donné (cas élasto-plastique). La valeur de  $J$  trouvée est comparée aux résultats ABAQUS.

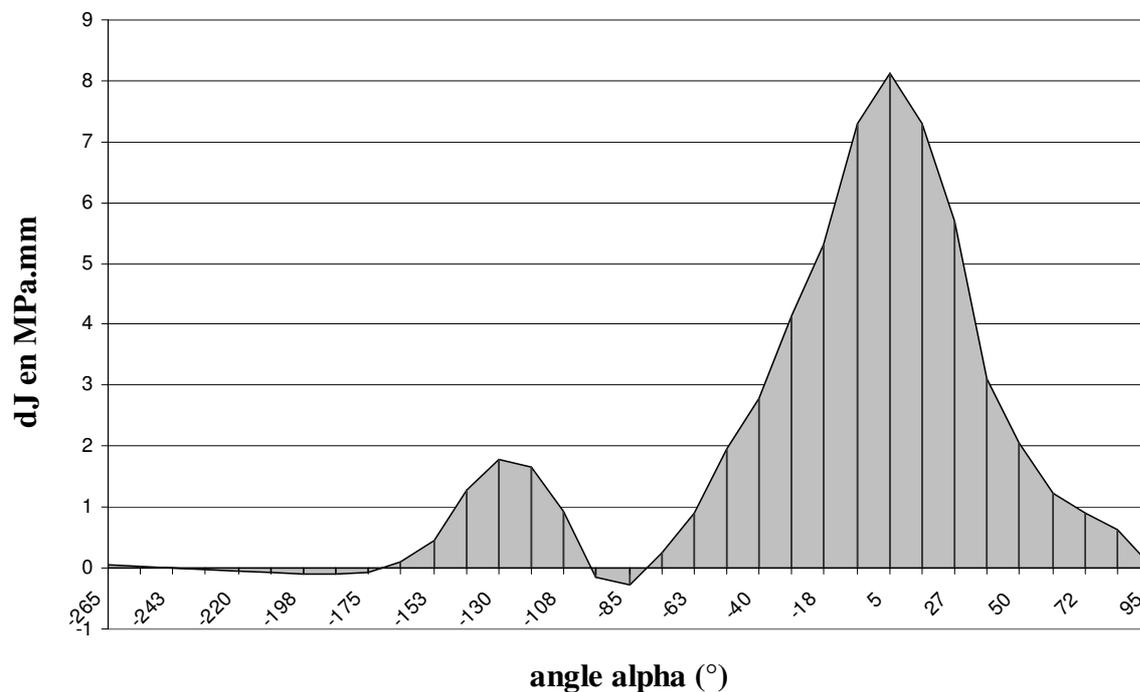


Figure 384 : valeur de dJ en fonction de l'angle alpha

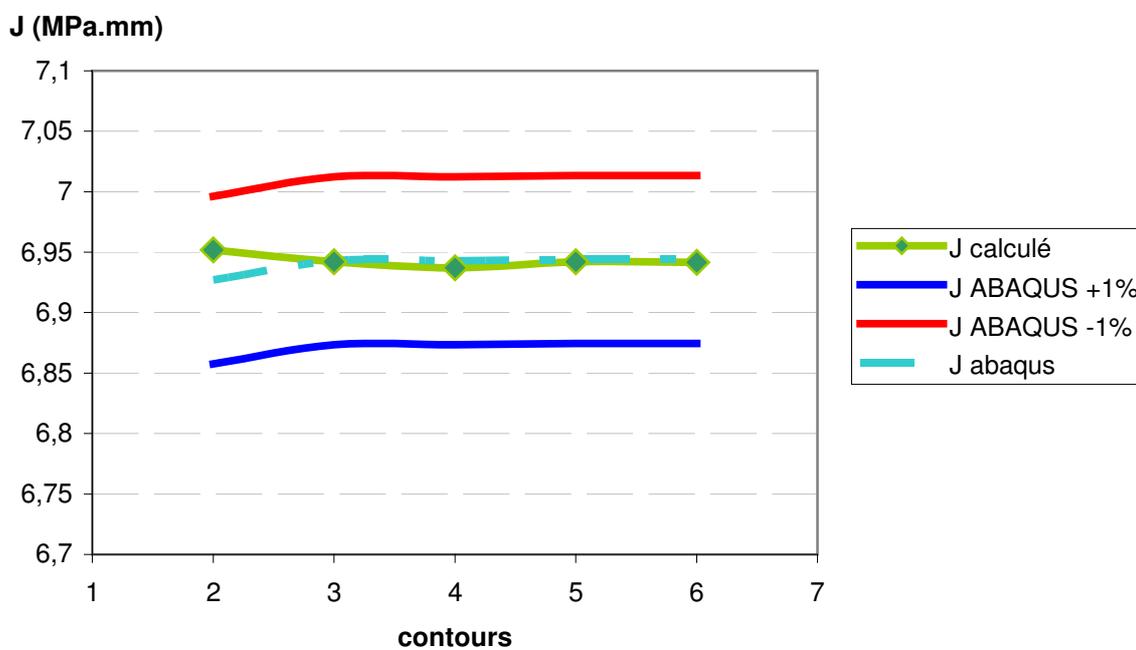


Figure 385 : vérification de la bonne corrélation en J déterminé par nos soins et J calculé par le code ABAQUS

G.1.1.2 Partitionnement de  $J$  en  $J_I$  et  $J_{II}$

Le but est maintenant de déterminer la partition en  $J_I$  et  $J_{II}$ , qui correspond à la partition entre  $K_I$  et  $K_{II}$  dans le cas de l'élasticité linéaire.

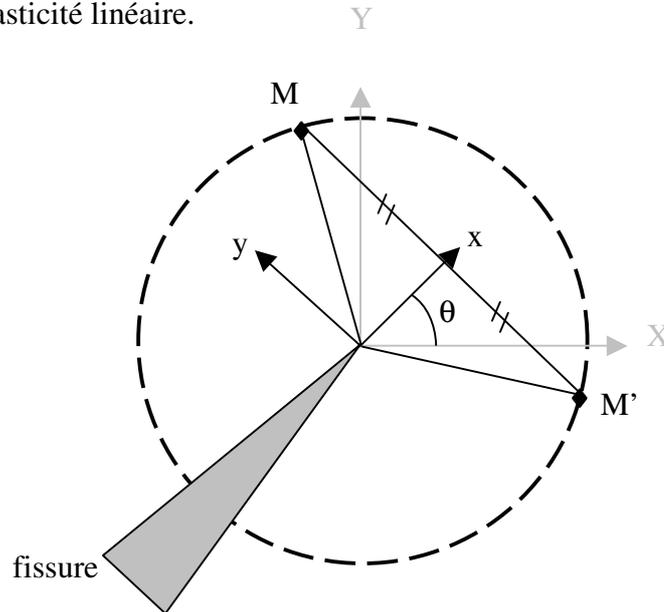


Figure 386 : définition de  $M'$

$M'$  est le symétrique de  $M$  par rapport à l'axe  $x$ .

On pose

$$\begin{pmatrix} u_1^I \\ u_2^I \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} u_1 + u_1' \\ u_2 - u_2' \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{pmatrix} u_1^{II} \\ u_2^{II} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} u_1 - u_1' \\ u_2 + u_2' \end{pmatrix} \quad (\text{G.16})$$

le champ  $\begin{pmatrix} u_1^I \\ u_2^I \end{pmatrix}$  est relatif à la composante  $J_I$  et le champ  $\begin{pmatrix} u_1^{II} \\ u_2^{II} \end{pmatrix}$  à la composante  $J_{II}$ .

Ainsi :

$$J_I = \int_{\Gamma} W^I dy - \vec{T} \frac{\partial \bar{u}^I}{\partial x} ds \quad \text{et} \quad J_{II} = \int_{\Gamma} W^{II} dy - \vec{T} \frac{\partial \bar{u}^{II}}{\partial x} ds \quad (\text{G.17})$$

Dans la pratique on définit l'intégrale  $J_{inv}$  à partir du champ de déplacement  $\begin{pmatrix} u_1^{inv} \\ u_2^{inv} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_1^I \\ -u_2^I \end{pmatrix}$

Ainsi :

$$J_{inv} = \int_{\Gamma} W^{inv} dy - \bar{T} \frac{\partial \bar{u}^{inv}}{\partial x} ds \quad \text{et} \quad J_I = \frac{J + J_{inv}}{2}; J_{II} = \frac{J - J_{inv}}{2} \quad (G.18)$$

Il est à noter que cette transformation revient à remplacer les déformations en M par les déformations en M', en changeant le signe des dérivées croisées. Ceci n'est valable que dans le repère x,y.

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial u_x^{inv}}{\partial x} \\ \frac{\partial u_y^{inv}}{\partial y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u_x'}{\partial x} \\ \frac{\partial u_y'}{\partial y} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{pmatrix} \frac{\partial u_x^{inv}}{\partial y} \\ \frac{\partial u_y^{inv}}{\partial x} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{\partial u_y'}{\partial x} \\ -\frac{\partial u_x'}{\partial y} \end{pmatrix} \quad (G.19)$$

soit dans le repère X,Y

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial u_x^{inv}}{\partial X} \\ \frac{\partial u_y^{inv}}{\partial Y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) \left( \cos(\alpha) \frac{\partial u_x'}{\partial x} + \sin(\alpha) \frac{\partial u_y'}{\partial x} \right) + \sin(\alpha) \left( -\cos(\alpha) \frac{\partial u_x'}{\partial y} - \sin(\alpha) \frac{\partial u_y'}{\partial y} \right) \\ \sin(\alpha) \left( \sin(\alpha) \frac{\partial u_x'}{\partial x} - \cos(\alpha) \frac{\partial u_y'}{\partial x} \right) + \cos(\alpha) \left( -\sin(\alpha) \frac{\partial u_x'}{\partial y} + \cos(\alpha) \frac{\partial u_y'}{\partial y} \right) \end{pmatrix} \quad (G.20)$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial u_x^{inv}}{\partial Y} \\ \frac{\partial u_y^{inv}}{\partial X} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin(\alpha) \left( \cos(\alpha) \frac{\partial u_x'}{\partial x} + \sin(\alpha) \frac{\partial u_y'}{\partial x} \right) + \cos(\alpha) \left( -\cos(\alpha) \frac{\partial u_x'}{\partial y} - \sin(\alpha) \frac{\partial u_y'}{\partial y} \right) \\ \cos(\alpha) \left( \sin(\alpha) \frac{\partial u_x'}{\partial x} - \cos(\alpha) \frac{\partial u_y'}{\partial x} \right) + \sin(\alpha) \left( -\sin(\alpha) \frac{\partial u_x'}{\partial y} + \cos(\alpha) \frac{\partial u_y'}{\partial y} \right) \end{pmatrix} \quad (G.21)$$

Note : le code ABAQUS ne donne pas accès aux dérivées croisées du champ de déplacement. Mais il est aisé de les retrouver à partir des déplacements et connaissant fonctions d'interpolation des éléments utilisés.

### G.1.2 Les dérivées croisées du champ de déplacement

Le but est ici de retrouver le champ de déformation sur le contour  $\Gamma$  à partir des résultats aux nœuds du champ de déplacement. L'élément considéré en pointe de fissure est un élément quadratique incomplet. Utilisé sous sa forme isoparamétrique, il comporte 8 nœuds sur sa frontière et présente une continuité  $C^0$ .

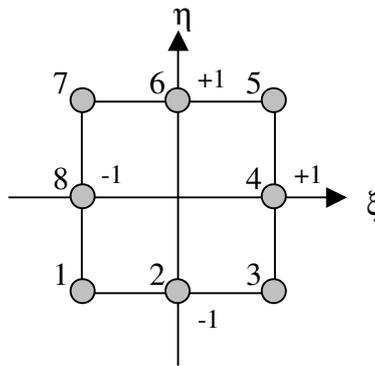


Figure 387 : représentation de l'éléments isoparamétrique à 8 nœuds

L'élément isoparamétrique de référence est ici représenté dans le repère  $(\xi, \eta)$ . La base polynomiale  $\langle P \rangle$  a la forme suivante :

$$\langle P \rangle = \langle 1 \quad \xi \quad \eta \quad \xi^2 \quad \xi \cdot \eta \quad \eta^2 \quad \xi^2 \cdot \eta \quad \xi \cdot \eta^2 \rangle \quad (\text{G.22})$$

Les fonctions d'interpolation sur l'élément de référence  $\{N\}$  du champ de déplacement à l'intérieur de l'élément et sur sa frontière sont présentées dans le Tableau 35.

Le champ de déplacement aux nœuds s'exprime alors en fonction de la matrice nodale  $\langle P \rangle$  :

$$u_x(\xi, \eta) = \langle P \rangle \cdot \{a_x\} \quad (\text{G.23})$$

$$u_y(\xi, \eta) = \langle P \rangle \cdot \{a_y\} \quad (\text{G.24})$$

avec  $a = \begin{pmatrix} a_{x,1}, \dots, a_{x,N} \\ a_{y,1}, \dots, a_{y,N} \end{pmatrix}$  les N coefficients du polynôme  $\langle P \rangle$ .

Les fonction de transformation géométriques  $\{\bar{N}\}$  permettent de déterminer  $x$  et  $y$  de l'élément réel :

$$x(\xi, \eta) = \langle \bar{N}(\xi, \eta) \rangle \{x_n\} \quad (\text{G.25})$$

Les fonction de transformation géométriques  $\{N\}$  permettent de déterminer les champs de déplacement  $u = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix}$ :

$$u(\xi, \eta) = \langle N(\xi, \eta) \rangle \{u_n\} \quad (G.26)$$

**Tableau 35 : fonctions d'interpolation pour l'élément à 8 nœuds**

nœud	$\{N\}$	$\left\{ \frac{\partial N}{\partial \xi} \right\}$	$\left\{ \frac{\partial N}{\partial \eta} \right\}$
1	$\frac{-(1-\xi)(1-\eta)(1+\xi+\eta)}{4}$	$\frac{(1-\eta)(2.\xi+\eta)}{4}$	$\frac{(1-\xi)(\xi+2.\eta)}{4}$
2	$\frac{(1-\xi^2)(1-\eta)}{2}$	$-(1-\eta).\xi$	$\frac{-(1-\xi^2)}{2}$
3	$\frac{-(1+\xi)(1-\eta)(1-\xi+\eta)}{4}$	$\frac{(1-\eta)(2.\xi-\eta)}{4}$	$\frac{-(1+\xi)(\xi-2.\eta)}{4}$
4	$\frac{(1+\xi)(1-\eta^2)}{2}$	$\frac{(1-\eta^2)}{2}$	$-(1+\xi).\eta$
5	$\frac{-(1+\xi)(1+\eta)(1-\xi-\eta)}{4}$	$\frac{(1+\eta)(2.\xi+\eta)}{4}$	$\frac{(1+\xi)(\xi+2.\eta)}{4}$
6	$\frac{(1-\xi^2)(1+\eta)}{2}$	$-(1+\eta).\xi$	$\frac{(1-\xi^2)}{2}$
7	$\frac{-(1-\xi)(1+\eta)(1+\xi-\eta)}{4}$	$\frac{(1+\eta)(2.\xi-\eta)}{4}$	$\frac{-(1-\xi)(\xi-2.\eta)}{4}$
8	$\frac{(1-\xi)(1-\eta^2)}{2}$	$\frac{-(1-\eta^2)}{2}$	$-(1-\xi).\eta$

De même pour la base polynomiale, on a, pour les coordonnées  $x, y$  :

$$x(\xi, \eta) = \langle \bar{P} \rangle \{a_x\} \quad (G.27)$$

$$y(\xi, \eta) = \langle \bar{P} \rangle \{a_y\} \quad (G.28)$$

Les gradients de déplacements  $\frac{\partial u}{\partial \xi}(\xi, \eta), \frac{\partial u}{\partial \eta}(\xi, \eta)$ , s'expriment de la façon suivante :

$$\frac{\partial u}{\partial \xi}(\xi, \eta) = \frac{\partial \langle P \rangle}{\partial \xi} . \{a\} \quad (G.29)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \eta}(\xi, \eta) = \frac{\partial \langle P \rangle}{\partial \eta} . \{a\} \quad (G.30)$$

Pour un élément isoparamétrique :  $\langle N(\xi, \eta) \rangle = \langle \bar{N}(\xi, \eta) \rangle$  et  $\langle P(\xi, \eta) \rangle = \langle \bar{P}(\xi, \eta) \rangle$

Ainsi nous avons, pour l'élément quadrilatère à 8 nœuds.

$$x(\xi, \eta) = \langle N_1(\xi, \eta) \quad \dots \quad N_8(\xi, \eta) \rangle \cdot \begin{Bmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_8 \end{Bmatrix} \text{ et de même pour } y.$$

d'où les dérivées partielles :

$$\frac{\partial x}{\partial \xi}(\xi, \eta) = \left\langle \frac{\partial N_1}{\partial \xi}(\xi, \eta) \quad \dots \quad \frac{\partial N_8}{\partial \xi}(\xi, \eta) \right\rangle \begin{Bmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_8 \end{Bmatrix} \quad (\text{G.31})$$

$$\frac{\partial x}{\partial \eta}(\xi, \eta) = \left\langle \frac{\partial N_1}{\partial \eta}(\xi, \eta) \quad \dots \quad \frac{\partial N_8}{\partial \eta}(\xi, \eta) \right\rangle \begin{Bmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_8 \end{Bmatrix} \quad (\text{G.32})$$

Exprimons les dérivées dans le repère de l'élément de référence par rapport aux dérivées dans le repère de l'élément réel soit :

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial \xi} \\ \frac{\partial}{\partial \eta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad (\text{G.33}) \quad \text{avec } [J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \quad (\text{G.34})$$

La matrice de transformation  $[J]$  est appelée matrice jacobienne. Il suffit de l'inverser pour obtenir les dérivées partielles par rapport à  $x$  et  $y$ .

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{Bmatrix} = [J]^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial \xi} \\ \frac{\partial}{\partial \eta} \end{Bmatrix} \quad (\text{G.35})$$

Dans le cas 2D nous avons :

$$[J] = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix} \quad [J]^{-1} = \frac{1}{\det(J)} \begin{bmatrix} J_{22} & -J_{12} \\ -J_{21} & J_{11} \end{bmatrix} \quad (\text{G.36})$$

avec  $\det(J) = J_{11} \cdot J_{22} - J_{12} \cdot J_{21}$

Ainsi, en fonction des déplacements aux nœuds et des coordonnées de ces nœuds, nous pouvons obtenir les dérivées le gradient du champ de déplacement en fonction de  $\xi$  et de  $\eta$ . Le gradient est alors calculé au points de Gauss :

$$\begin{aligned} \xi &= \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \eta &= \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \end{aligned} \quad (\text{G.37})$$

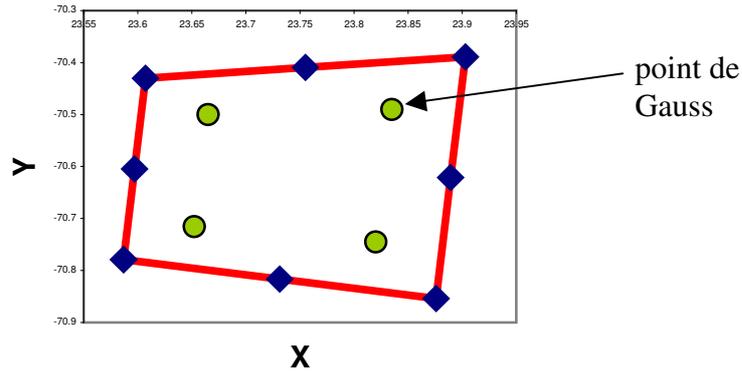


Figure 388 : position des 4 points de Gauss pour un élément à 8 noeuds

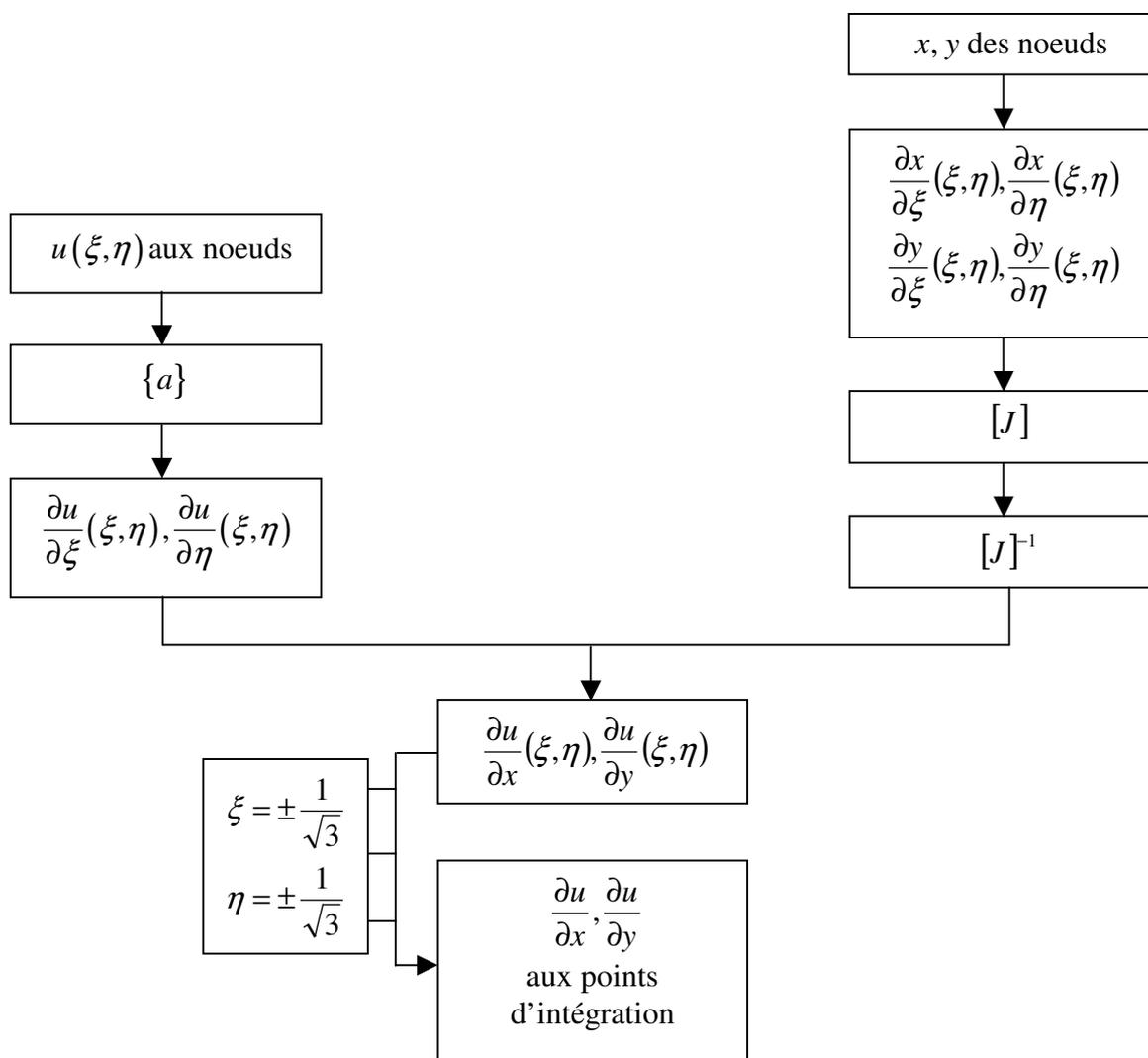


Figure 389 : organigramme du principe de détermination des dérivées croisées des déplacements

### G.1.3 Eléments de Barsoum

#### G.1.3.1 Principe

Les éléments finis permettent de réaliser une approximation d'un champ de déplacement et de déformation au moyen de fonctions d'interpolation. Dans le cas de la mécanique de la rupture, la solution de Westergaard donne un champ de déplacement de déformation et de contrainte en  $\frac{1}{\sqrt{r}}$ ,  $r$  étant la distance à la pointe de la fissure. Afin de mieux représenter ce champ en mécanique de la rupture, Barsoum [BA76] propose de déplacer les nœuds milieux d'un élément quadratique à 6 ou 8 nœuds au quart du côté. D'autres auteurs [GH78] [ZH92], proposent des éléments à 9, 12 ou 17 nœuds, englobant complètement la pointe de la fissure.

#### G.1.3.2 Vérification de la forme du champ de déformation

La pointe de la fissure est composée de 4 éléments de forme rectangulaire (voir Figure 390) ou de plus d'éléments qui forment un maillage rayonnant autour de la pointe de la fissure.

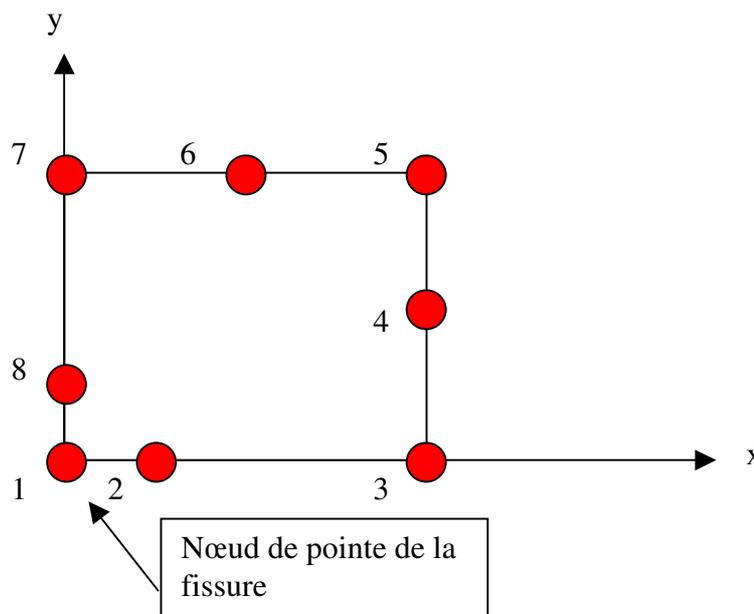


Figure 390 : élément à 8 noeud et déplacement des noeuds milieux au quart du côté

Les nœuds 2 et 8 sont placés à  $\frac{1}{4}$  de la distance  $d$  entre 1 et 3 et entre 1 et 7 respectivement.

$$x(\xi, \eta) = \langle N_1(\xi, \eta) \quad \dots \quad N_8(\xi, \eta) \rangle \cdot \begin{Bmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_8 \end{Bmatrix} \quad (\text{G.38})$$

Si l'origine est considérée au point 1, les fonctions de formes pour l'élément à 8 nœuds sont sur l'axe  $X_1$  ( $\eta = -1$ ) [ZH92] :

$$\begin{aligned} N_1 &= -\frac{1}{2}\xi(1-\xi) \\ N_2 &= 1-\xi^2 \\ N_3 &= \frac{1}{2}\xi(1+\xi) \end{aligned} \quad (\text{G.39})$$

On peut donc écrire, en posant  $x_1=0$ ,  $x_2=d/4$  et  $x_3=d$  :

$$\begin{aligned} x &= \frac{d}{4}(1+\xi)^2 \\ \xi &= 2\sqrt{\frac{x}{d}} - 1 \end{aligned} \quad (\text{G.40})$$

On peut donc calculer la dérivée de  $\xi$  :

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{1}{\sqrt{xd}} \quad (\text{G.41})$$

Ce qui nous permet d'en déduire la déformation selon  $x$  :

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u_x}{\partial x} = \frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial u_x}{\partial \xi} = \frac{1}{\sqrt{xd}} \frac{\partial u_x}{\partial \xi} \quad (\text{G.42})$$

Pour le déplacement, on a

$$u_x = -\frac{1}{2}\xi(1-\xi)u_{x1} + (1-\xi^2)\xi u_{x2} + \frac{1}{2}\xi(1+\xi)u_{x3} \quad (\text{G.43})$$

D'où l'expression de la déformation, avec un terme en  $\frac{1}{\sqrt{x}}$  permettant de représenter la singularité du champ de déformation au voisinage de la pointe de la fissure.

$$\varepsilon_x = \frac{1}{\sqrt{xd}} \frac{\partial u_x}{\partial \xi} \left[ \left( -\frac{1}{2} + \xi \right) u_{x1} - 2\xi u_{x2} + \left( \frac{1}{2} + \xi \right) u_{x3} \right] \quad (\text{G.44})$$

### G.1.3.3 Vérification du facteur d'intensité de contrainte

Barsoum [BA76] vérifie alors dans une plaque fissurée contenant une fissure débouchante (voir Figure 391) que le déplacement des nœuds au quart du côté permet de bien corrélérer les résultats théoriques pour tous les angles autour de la pointe de la fissure.

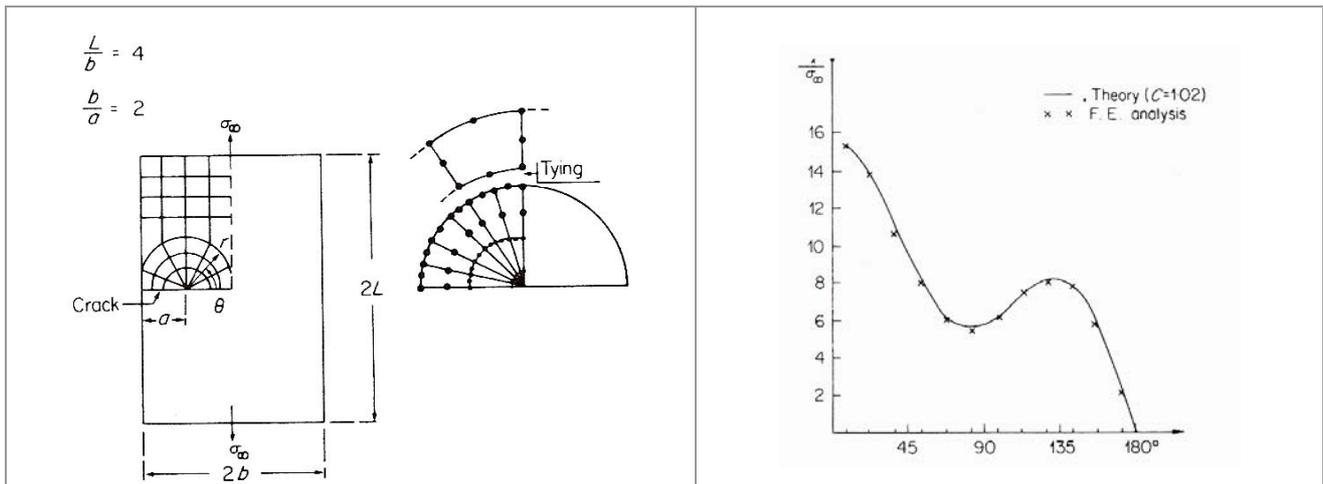


Figure 391 Comparaison éléments de Barsoum / Modèle analytique dans le cas d'une plaque fissurée contenant une fissure débouchante [BA76]

### G.1.4 Vérification de la forme du champ de contrainte dans la BAF

Afin de vérifier la validité du calcul des contraintes dans la BAF, que ce soit en calcul élastique ou élasto-plastique, une fissure traversante est intégrée dans une plaque, soumise à un effort de traction (voir Figure 392). Les contraintes considérées sont les contraintes de Von Misès au centre des éléments et les déformations sont les déformations plastiques cumulées.

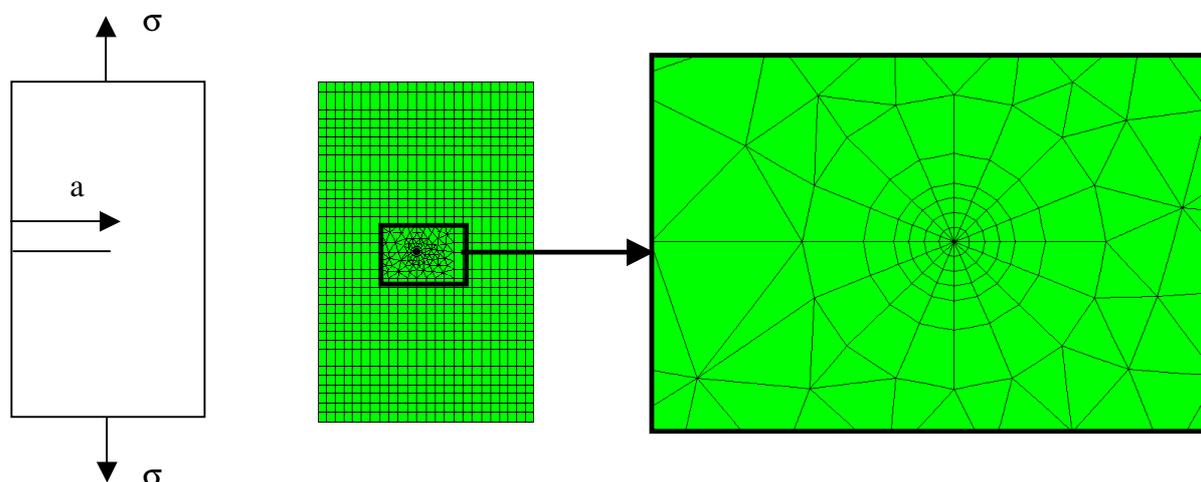


Figure 392 : géométrie de l'éprouvette test

#### G.1.4.1 Calcul en élasticité linéaire

Les éléments quadratiques en pointe de fissure sont dégénérés en triangle. Les nœuds milieux sont placés au quart de l'élément de pointe.

On retrouve un champ de contrainte en  $\frac{1}{\sqrt{r}}$  dans deux directions ( $0^\circ$  : dans la direction de la fissure, et  $90^\circ$ , dans la direction orthogonale) (voir Figure 393).

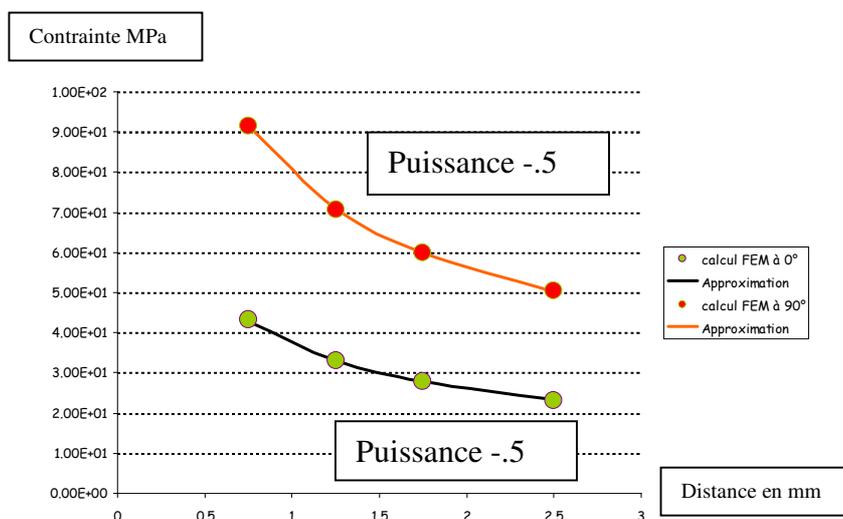


Figure 393 : évolution de la contrainte au voisinage de la pointe de la fissure : cas élastique

### G.1.4.2 Calcul élasto-plastique

Les éléments quadratiques sont ici aussi dégénérés en triangle. Mais les nœuds milieux ne sont pas déplacés au quart du côté de l'élément.

Le matériau ayant une limite d'élasticité de 200 MPa, la zone plastifiée en pointe de fissure est représentée en orange sur la Figure 394, à gauche, et en blanc, à droite.

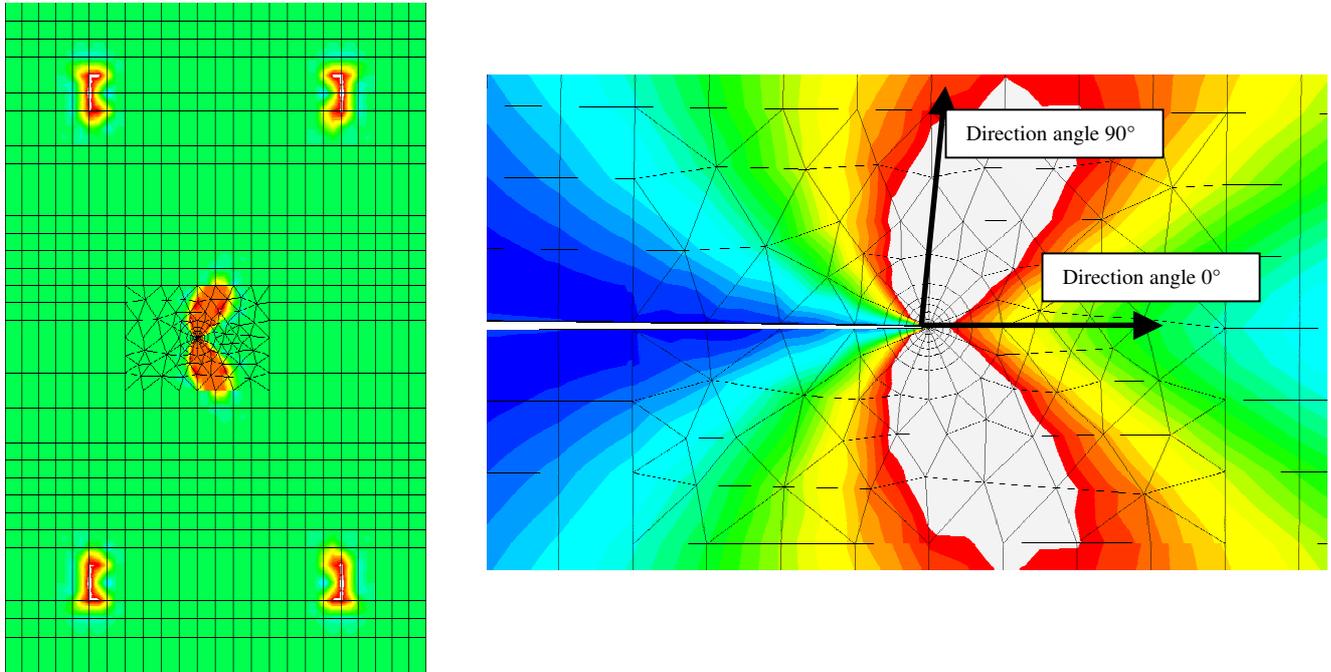


Figure 394 : calcul élasto-plastique, pour une loi de Ramberg-Osgood, vue générale (gauche), zoom sur la pointe de la fissure (à droite)

La théorie donne un champ de contrainte en  $\frac{-1}{n+1}$  et un champ de déformation en  $\frac{-n}{n+1}$ . Avec un coefficient d'écroutissage de 7, le champ de contrainte est théoriquement en -0.125 et le champ de déformation en -0.875. Par calcul, le champ de contrainte évolue en -0.14 (Figure 395). Pour un coefficient d'écroutissage de 3, le champ de contrainte est théoriquement en -0.25, ce que nous retrouvons par calcul (voir Figure 396). La Figure 397 présente l'influence du type de maillage sur l'évolution des contraintes en pointe de fissure. Deux paramètres sont mis en avant : le déplacement du nœud de pointe au quart ou au milieu du côté de l'élément et le collage des éléments en pointe de la fissure. En effet, les nœuds de pointe de fissure des différents éléments dégénérés qui la composent, peuvent soit être liés, soit se déplacer librement les uns par rapport aux autres. La différence de résultat n'est pas significative entre les différentes modélisation mais il est conseillé [ABAQUS], dans un cas plastique, de garder les nœuds milieux au milieu du côté des éléments constitutifs de la pointe de la fissure et de les lier, soit au moyen d'équations, soit en mettant en commun le nœud pointe de fissure pour les éléments de pointe. Dans le cas élastique, il est par contre conseillé de déplacer les nœuds au quart, comme nous l'avons déjà noté dans le paragraphe précédent, et de plus de laisser les nœuds de pointe indépendants.

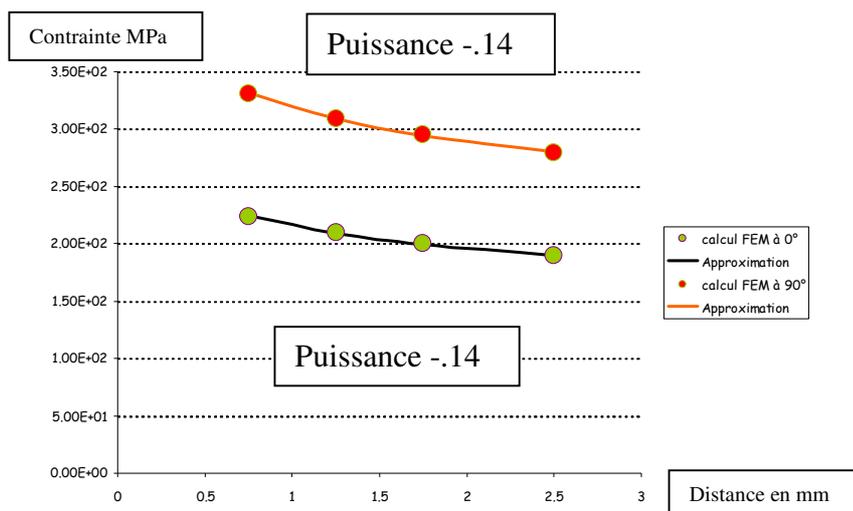


Figure 395 : champ de contrainte, n=7

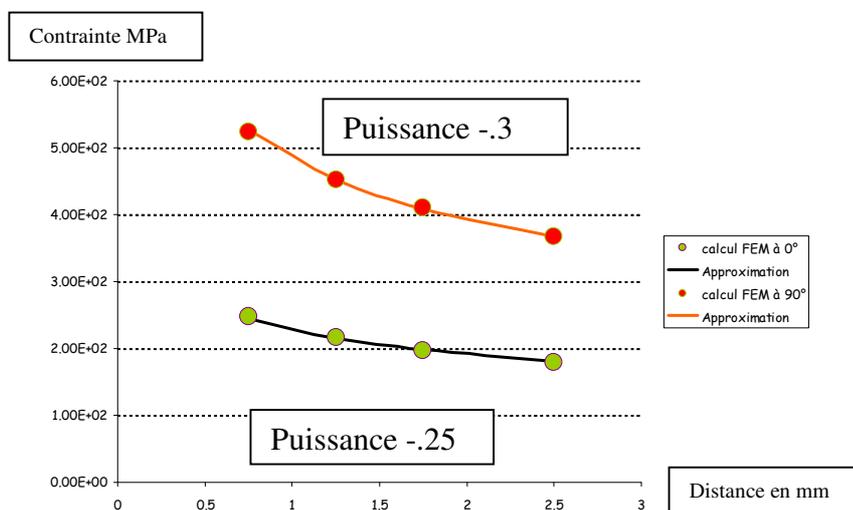


Figure 396 : champ de contrainte, n=3

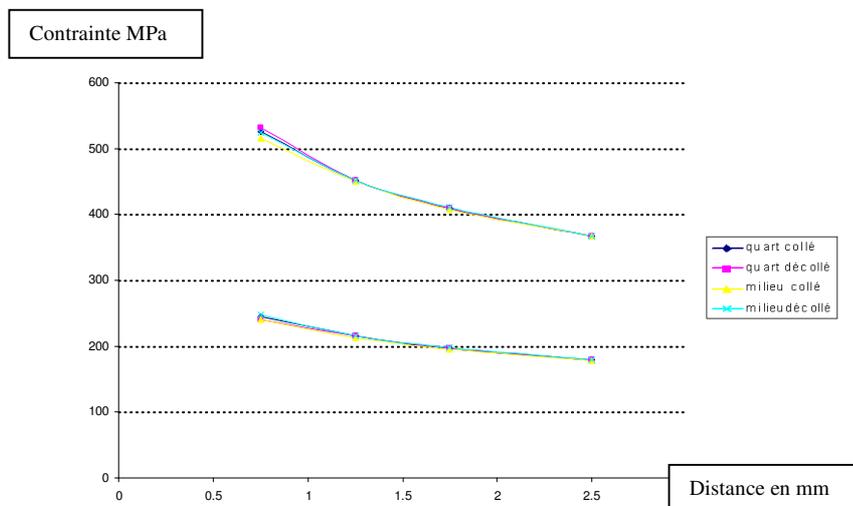


Figure 397 : champ de contrainte plastique, n=3, influence du type de maillage

Dans le cas où le coefficient d'écroutissement est important ( $n = 20$ ), on se place pratiquement en condition de plasticité parfaite et on retrouve un champ de contrainte pratiquement constant (voir Figure 398) et un champ de déformation en  $\frac{1}{r}$  (voir Figure 399).

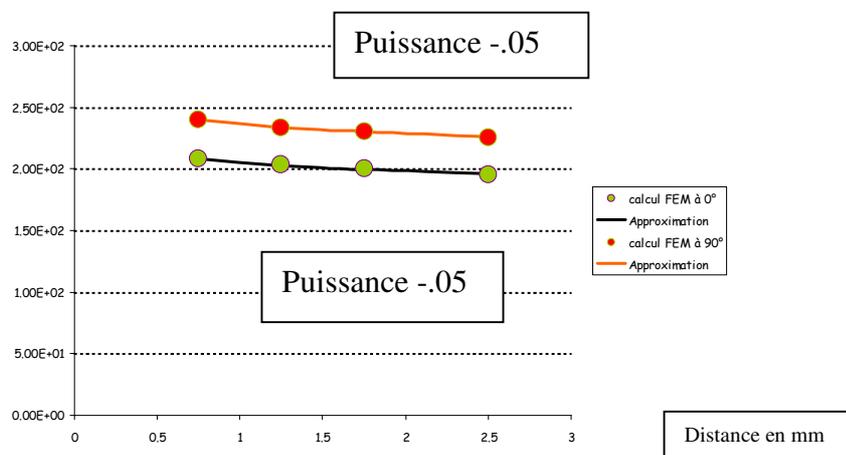


Figure 398 : champ de contrainte, plasticité parfaite n=20

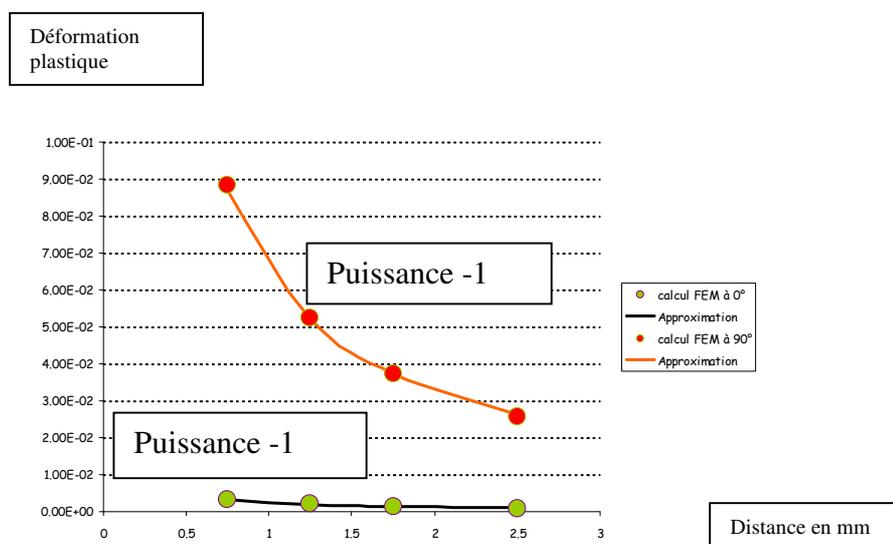


Figure 399 : champ de déformation plastique, plasticité parfaite n=20

Le maillage rayonnant de type BAF permet de bien représenter le champ de contrainte en pointe de fissure, que ce soit en élasticité linéaire, mais aussi en élasto-plasticité, en considérant une loi d'écroutissement de type Ramberg-Osgood.

### G.1.5 Validation du FIC de la BAF par rapport à des cas de référence

Les facteurs d'intensité de contrainte dans différentes configurations sont comparés aux résultats de référence obtenus dans le Handbook.[MU87]

#### G.1.5.1 Cas de la plaque en flexion 3 points

La géométrie de la plaque est présentée dans la Figure 400. Le maillage est présenté dans la Figure 401.

Le facteur d'intensité de contrainte en mode I s'exprime suivant :

$$K_I = \frac{3.S.P}{2.t.W^2} \sqrt{\pi.a}.F_I(\alpha) \quad (G.45)$$

avec  $\alpha = \frac{a}{W}$

$$\text{et } F_I = \frac{1.99 - \alpha(1 - \alpha)(2.15 - 3.93\alpha + 2.7\alpha^2)}{\sqrt{\pi}(1 + 2\alpha)(1 - \alpha)^{-3/2}} \quad (G.46)$$

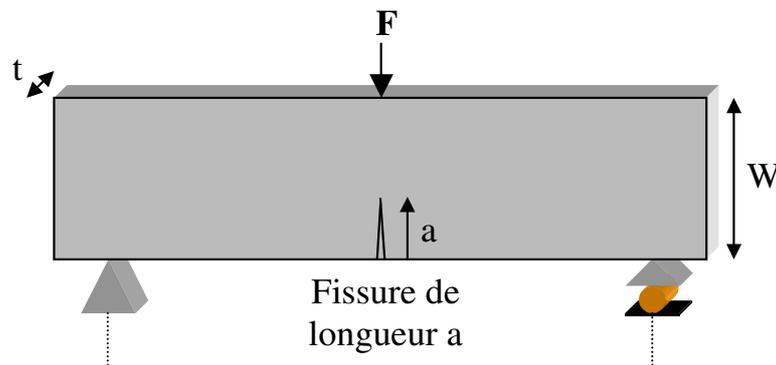


Figure 400 : géométrie de la plaque fissurée en flexion 3 points

Pour  $W=30$  mm,  $t=1$  mm,  $S=120$  mm et  $P=100$  N, on obtient le facteur d'intensité de contrainte en mode I en fonction du ratio  $\frac{a}{W}$  (voir Figure 402). Les grandeurs trouvées par calcul sont très proches de la théorie (moins de 0,5 % d'écart).

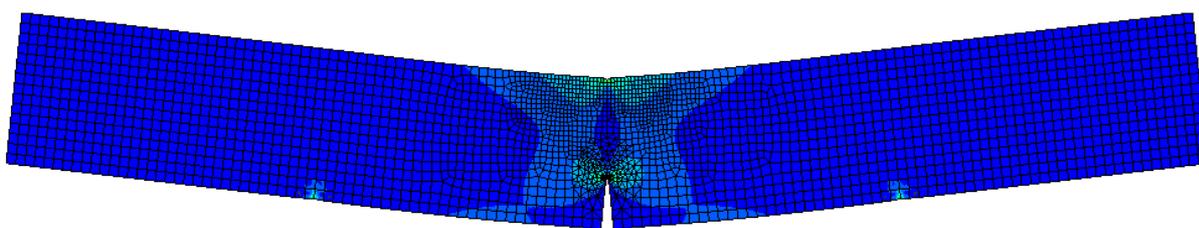


Figure 401 : maillage, et déformée de la plaque fissurée en flexion 3 points

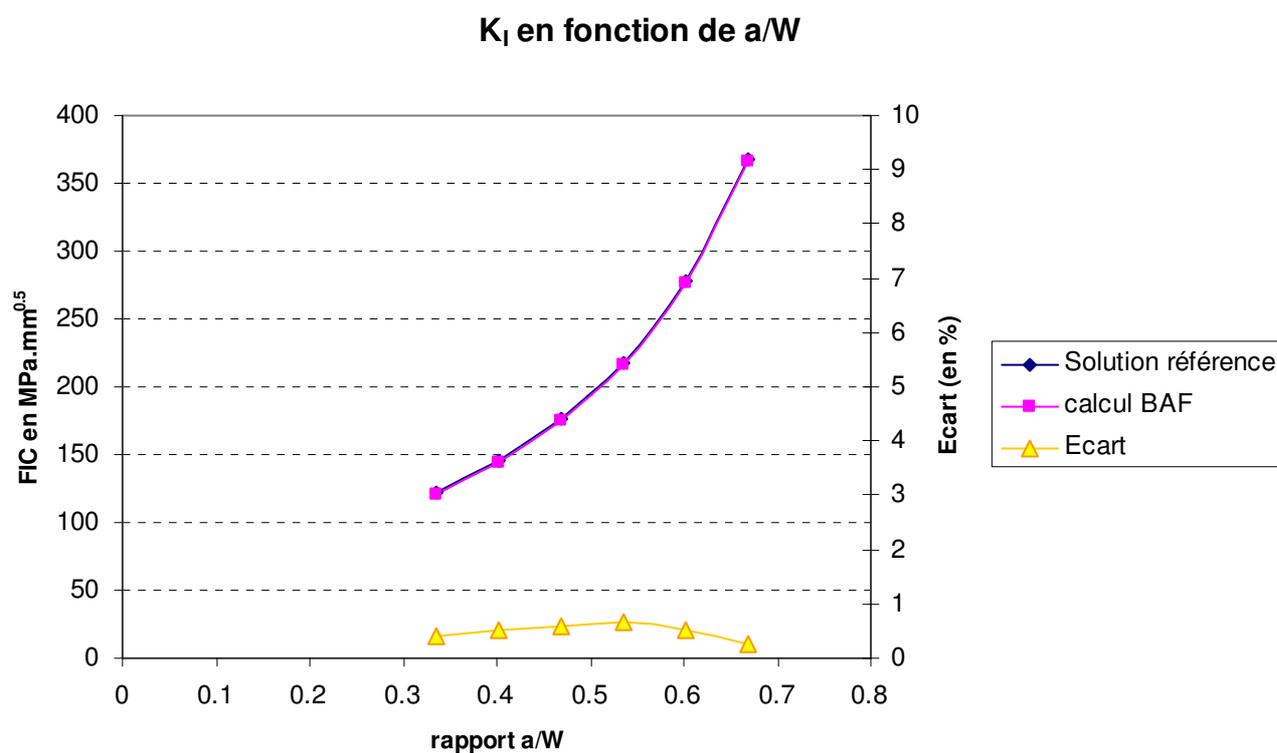


Figure 402 : facteur d'intensité de contrainte en mode I : cas de la plaque fissurée en flexion 3 points

#### G.1.5.2 Cas d'une plaque en traction comportant une fissure centrale

Cette seconde géométrie est une fissure traversante dans une plaque en traction (Figure 403). La pièce étant symétrique, seule la moitié est considérée. Le maillage est représenté dans la Figure 404 avec  $H = 100$  mm,  $W = 100$  mm et une contrainte  $\sigma$  égale à 100 MPa. L'épaisseur de la plaque est de 1 mm.

Le facteur d'intensité de contrainte en mode I est donné par :

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \cdot F_I(\alpha, \beta) \quad (\text{G.47})$$

avec  $\alpha = \frac{2a}{W}$ ,  $\beta = \frac{2H}{W}$  et  $F_I$  relevé dans le Handbook

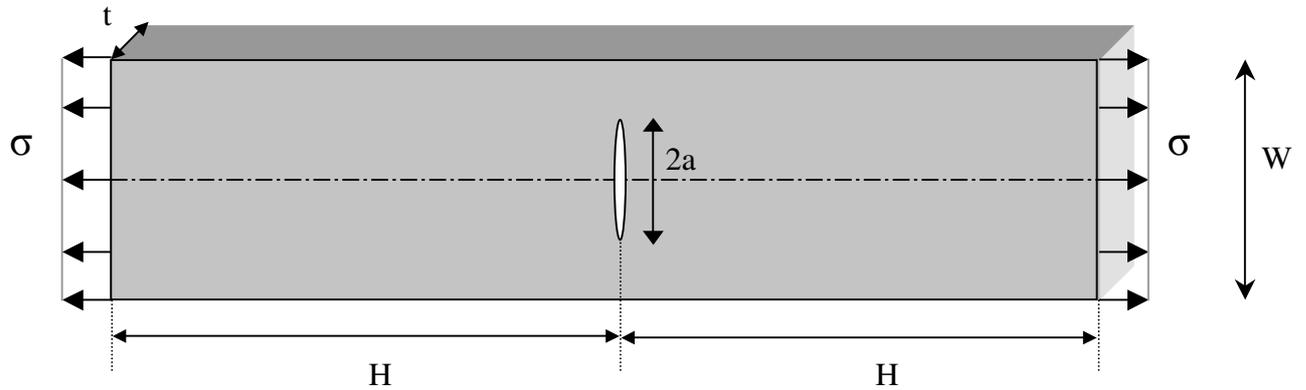


Figure 403 : géométrie de la fissure traversante dans une éprouvette en traction

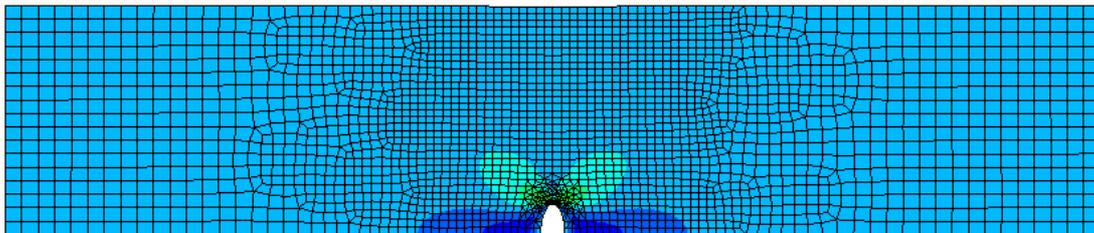


Figure 404 : représentation de la moitié de l'éprouvette de traction avec fissure centrale

### $K_I$ en fonction de $a/W$

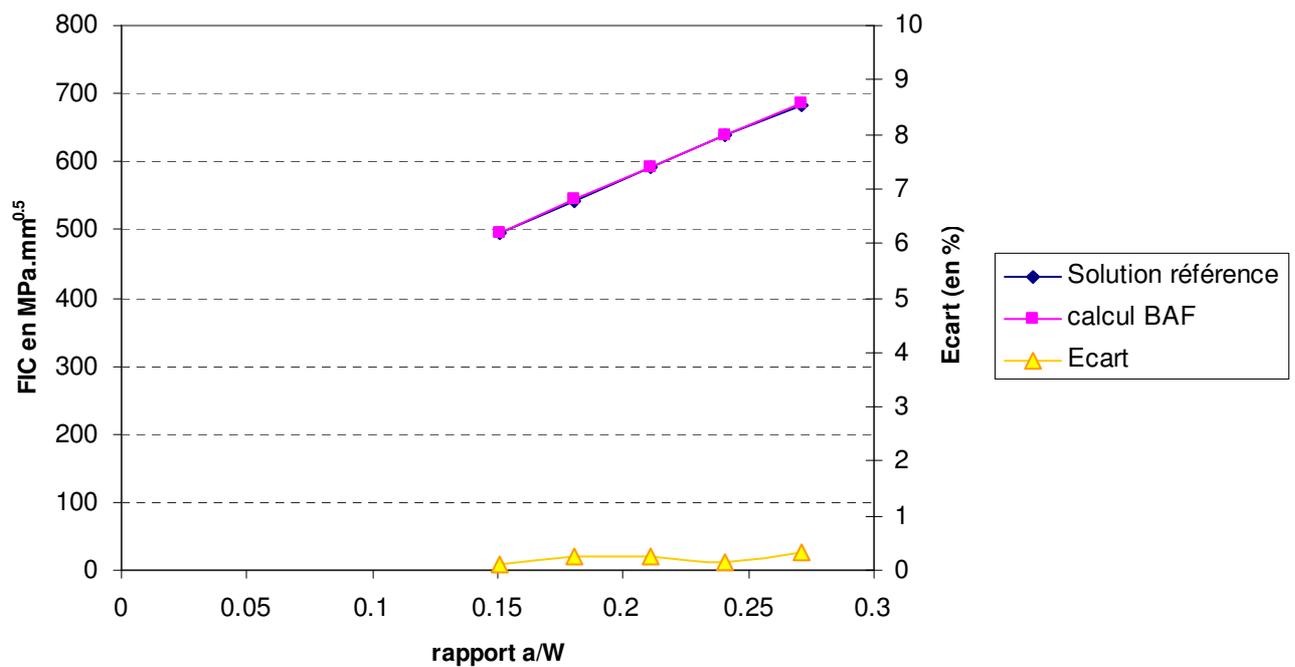


Figure 405 : facteur d'intensité de contrainte en mode I : cas de la plaque en traction avec fissure centrale

On retrouve ici aussi une erreur inférieure à 0.5 %

### G.1.5.3 Cas d'une plaque comportant une fissure inclinée

La géométrie de l'éprouvette est présentée dans la Figure 406. Le cas d'une fissure inclinée de l'angle  $\theta$  égal à  $60^\circ$  est étudié.  $H_1=H_2=W= 100$  mm, la contrainte appliquée  $\sigma$  vaut 2 MPa et l'épaisseur de la plaque est de 1 mm.

Les facteurs d'intensité de contrainte en mode I et en mode II s'écrivent :

$$K_I = F_I \sigma \sqrt{\pi a} \quad (\text{G.48})$$

$$K_{II} = F_{II} \sigma \sqrt{\pi a} \quad (\text{G.49})$$

Les fonctions  $F_I$  et  $F_{II}$  sont définies dans le Handbook. Les résultats sont présentés dans la Figure 407 pour le mode I et dans la Figure 408 pour le mode II. Ils sont comparés avec les résultats tabulés issus de calculs par éléments finis. Les écarts sont inférieurs à 5 % mais ne sont pas aussi faibles que dans les deux cas précédents. On peut alors mettre en évidence deux facteurs pouvant expliquer cette différence : la validité du calcul par éléments finis assez ancien du Handbook et la différence potentielle au niveau des conditions aux limites.

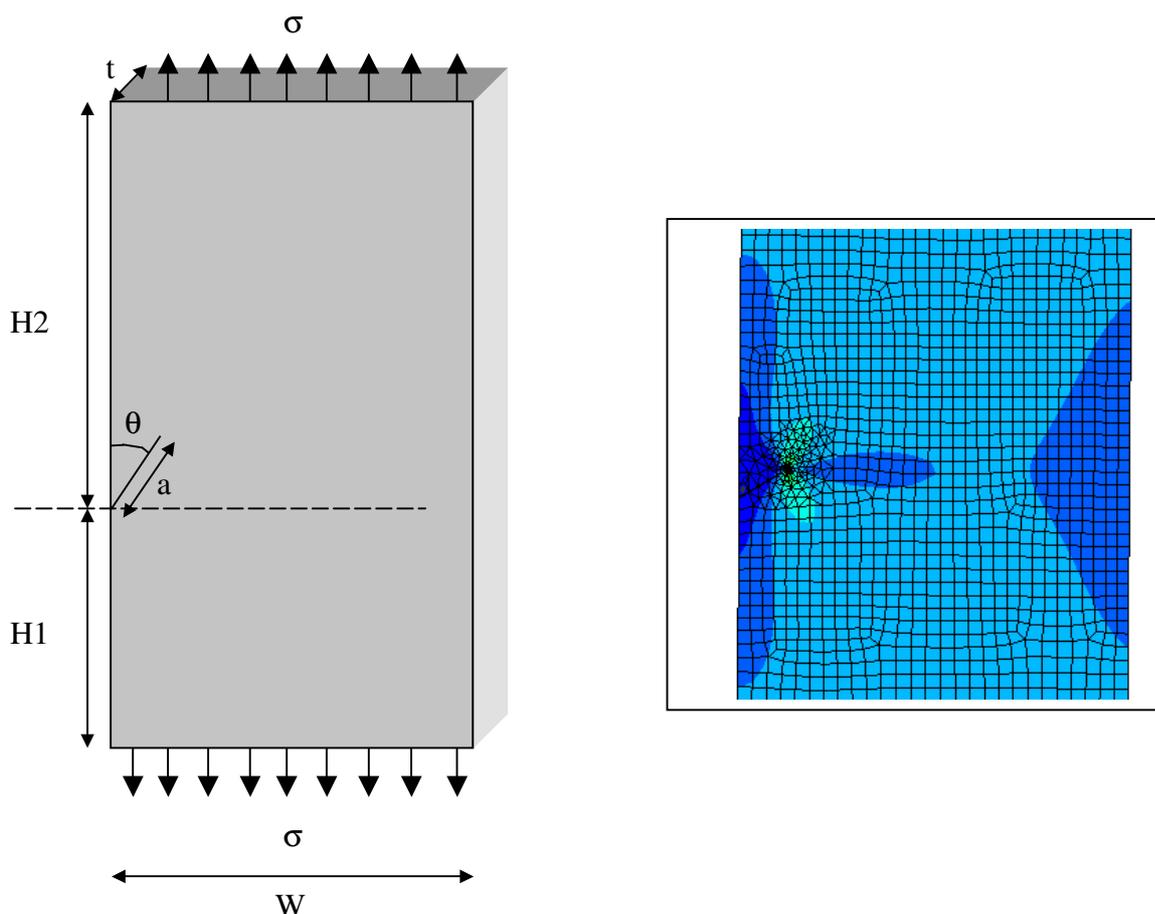


Figure 406 : géométrie de l'éprouvette (à gauche) et zoom sur le maillage (à droite)

### $K_I$ en fonction de $a/W$

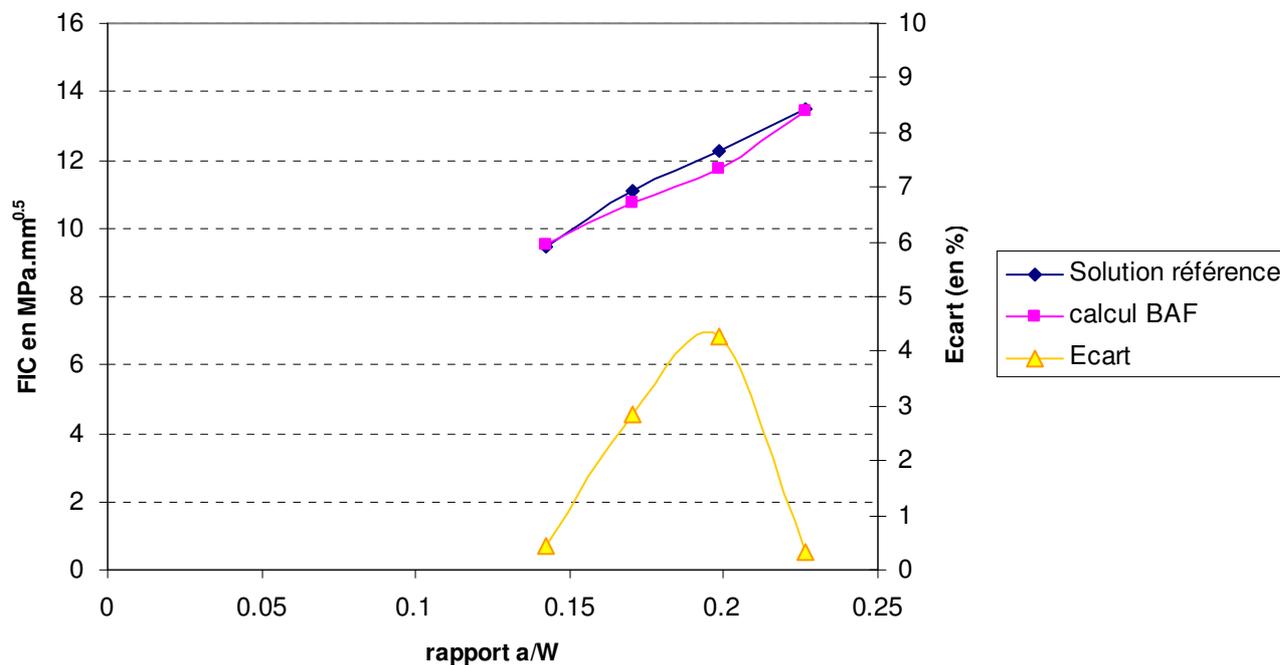


Figure 407 : facteur d'intensité de contrainte en mode I : cas de la plaque avec fissure inclinée

### $K_{II}$ en fonction de $a/W$

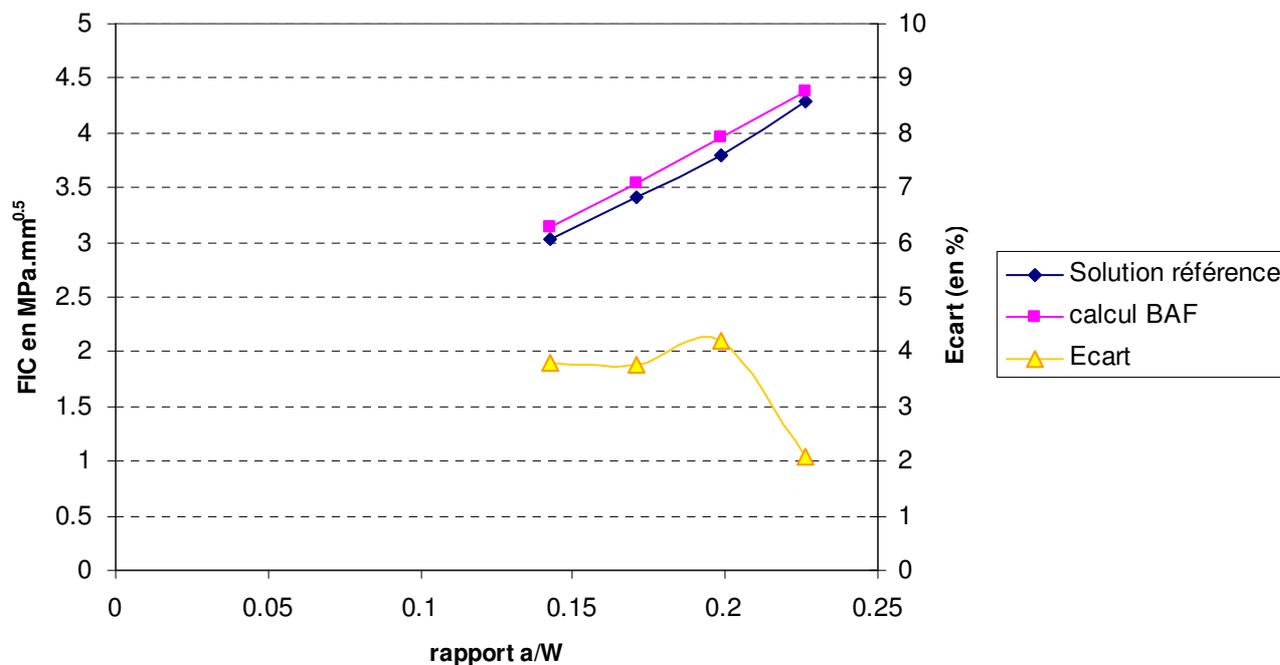


Figure 408 : facteur d'intensité de contrainte en mode II : cas de la plaque avec fissure inclinée

## **G.2 Mesure des rayons de raccordement**

### **G.2.1 But**

Dans les structures soudées, étudier la qualité des cordons soudés, dans l'optique de leur tenue à la fatigue, nécessite des relevés manuels des profils de la micro-géométrie locale du pied de cordon de soudure. Ces profils sont alors traités de manière à obtenir deux paramètres caractérisant cette géométrie locale : le rayon et l'angle de raccordement. La détermination de ces paramètres est laissée à l'appréciation d'un opérateur et les résultats obtenus présentent en général une dispersion importante. C'est de ce but qu'a été créé l'outil CAGEP : Calcul Automatique de la GEométrie des Pieds de cordon de soudure : il permet de relever, de manière non-destructive et automatique, les profils des cordons soudés et des les traiter en optimisant la recherche du rayon et de l'angle de raccordement.

### **G.2.2 Contexte**

La qualité des cordons a été grandement améliorée au cours des dernières décennies et elle a permis d'augmenter la limite d'endurance des assemblages soudés. En effet l'amorçage des fissures tient une place très importante dans la durée de vie de la structure et c'est la concentration de contrainte en pied de cordon de soudure, liée à la géométrie locale, qui va conditionner la tenue de la structure en fatigue. C'est ainsi que les procédés de soudage et la composition chimique des matériaux ont été optimisés afin d'améliorer le profil de la soudure (éviter les inclusions de laitier, caniveaux ...etc). Des techniques de parachèvement ont de plus été développées dans ce but (meulage du pied de cordon, refusion locale du pied de cordon au moyen d'une torche TIG). Mais malgré toutes ces améliorations, qui conduisent à augmenter la durée de vie des structures mécano-soudées, la contrainte admissible en fatigue n'a pas évolué, en particulier dans les codes et les réglementations. Ceci tient au fait que la grande dispersion des résultats de fatigue peut être liée à la qualité du pied de cordon de soudure, donc à la micro-géométrie locale, qui elle dépend de nombreux facteurs et n'est pas réglementée (les rayons et angles de raccordement). Ainsi la limite d'endurance d'un assemblage soudé en L, à partir d'un matériau à haute limite d'élasticité, peut-elle avoir une valeur plus de 10 fois inférieur à celle du matériau de base. L'intérêt de disposer alors d'un matériau à très haute limite d'élasticité s'évanouit, dès lors qu'il faut satisfaire aux normes. De plus, si les procédés visant à améliorer la qualité des cordons de soudure permettent de garantir une meilleure tenue de l'assemblage à la fatigue, ceux-ci ne peuvent être pris en compte, au regard des normes, car il est difficile de qualifier la micro-géométrie locale, les mesures étant coûteuses et relevant de l'appréciation d'un opérateur. Les approches sont alors « globales » dans le sens qu'elles ne s'intéressent pas à la géométrie locale mais à l'assemblage dans son intégralité. On définit alors une contrainte dite géométrique (contrainte au sens de la RDM en pied de cordon) ou une contrainte dite « au loin » (dans une zone non affectée par la présence de la liaison soudée) pour dimensionner la structure. On suppose alors que tous les assemblages soudés d'un même type ont une qualité équivalente et ce pour tous les industriels d'où un nivellement « par le bas » dans le sens de la sécurité. La Figure 409 montre différentes qualités de cordon de soudure, pour un même assemblage. Le coefficient de concentration de contrainte  $K_t$  est le rapport entre la contrainte locale et la contrainte au loin, non affectée par la géométrie du cordon soudé. Considérant une contrainte au loin de 100 MPa, la contrainte locale varie ici de 160 MPa à 560 MPa. Si on considère une pente de 10 pour la loi d'endommagement, on obtient un rapport de 300000 en terme de durée de vie entre

les deux assemblages. La phase d'amorçage est alors quasi-instantanée dans le cas d'un  $K_t$  de 5.6 contrairement au cas d'un  $K_t$  égal à 1.6.

Mais de nos jours la tendance est à l'allègement des structures et à l'augmentation du rendement des matériaux dans le sens de la contrainte appliquée par rapport à la contrainte supportée (limite d'élasticité). Cela conduit donc à augmenter les contraintes dans les assemblages soudés ce qui ne peut se faire sans améliorer la qualité. Il n'est plus possible de satisfaire aux réglementations. Libre alors à l'industriel de réaliser des essais de fatigue pour qualifier ses assemblages. Mais dans le cas de structures complexes, dans lesquels de nombreux assemblages de diverses formes sont utilisés, il apparaît très coûteux de réaliser ces essais pour chacun des assemblages. C'est dans ce but que sont mises en places des approches locales permettant de qualifier ce que le matériau, indépendamment de la micro-géométrie locale et des contraintes résiduelles, peut supporter en terme de chargements cycliques. Pour cela il faut disposer de relevés précis pour qualifier la géométrie locale. C'est dans ce contexte que des outils ont été développés au CETIM en collaboration avec l'ex CRDM d'USINOR (maintenant ARCELOR) afin de quantifier d'une manière plus précise les rayons et angles de raccordement. Cette procédure est automatisée de manière à s'affranchir de la dispersion liée à l'appréciation de l'opérateur.

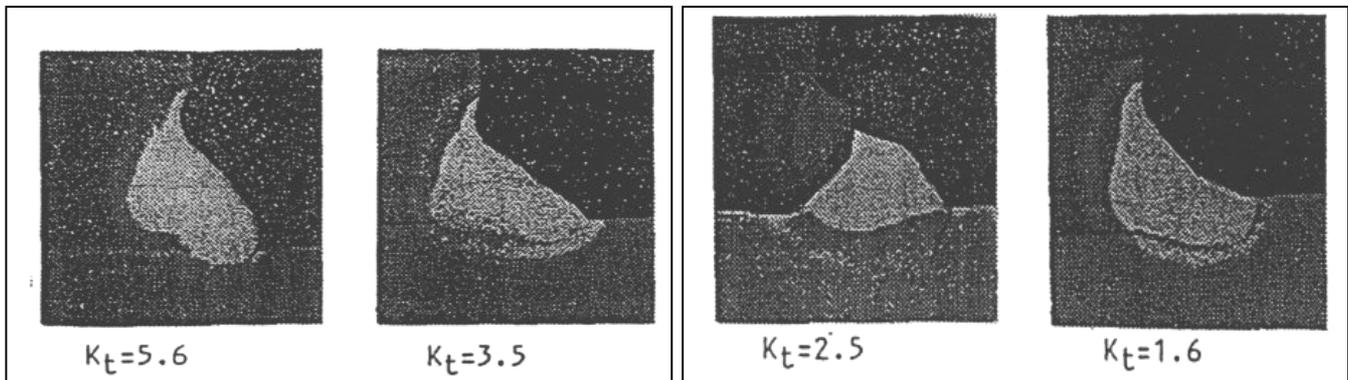


Figure 409 : coefficient de concentration de contrainte pour différentes géométries de cordons de soudure [LL97]

## G.2.3 Comment déterminer la concentration de contrainte

### G.2.3.1 Les paramètres géométriques

Dans les structures soudées, deux types de sites critiques d'amorçage de fissures de fatigue sont possibles :

- La racine de la soudure lorsque la pénétration de la soudure n'est pas suffisante
- Le pied de cordon de soudure. Cette localisation est due à l'effet d'entaille et à la présence de défauts de soudage.

La Figure 410 présente les résultats obtenus par Henri-Paul Lieurade [LB] et montre l'influence du rayon et de l'angle de raccordement sur la limite d'endurance. Ainsi lorsque le rayon de raccordement augmente, la singularité géométrique diminue ce qui a pour conséquence une augmentation de la limite d'endurance. A l'inverse, une augmentation de l'angle de raccordement induit une diminution de la limite d'endurance. Ainsi la limite d'endurance d'un assemblage bout à

bout est supérieure à celle d'une assemblage en T car les rayons sont supérieurs et les angles sont inférieurs. Il est à noter que les angles et rayons considérés dans cette étude sont des grandeurs moyennes, pour chaque série d'éprouvettes testées. La corrélation est donc retrouvée entre les grandeurs moyennées des rayons et angles et la limite d'endurance. Par contre, à l'intérieur d'une série d'éprouvettes, il n'a pas été retrouvé de corrélation de la limite d'endurance avec les grandeurs non moyennées.

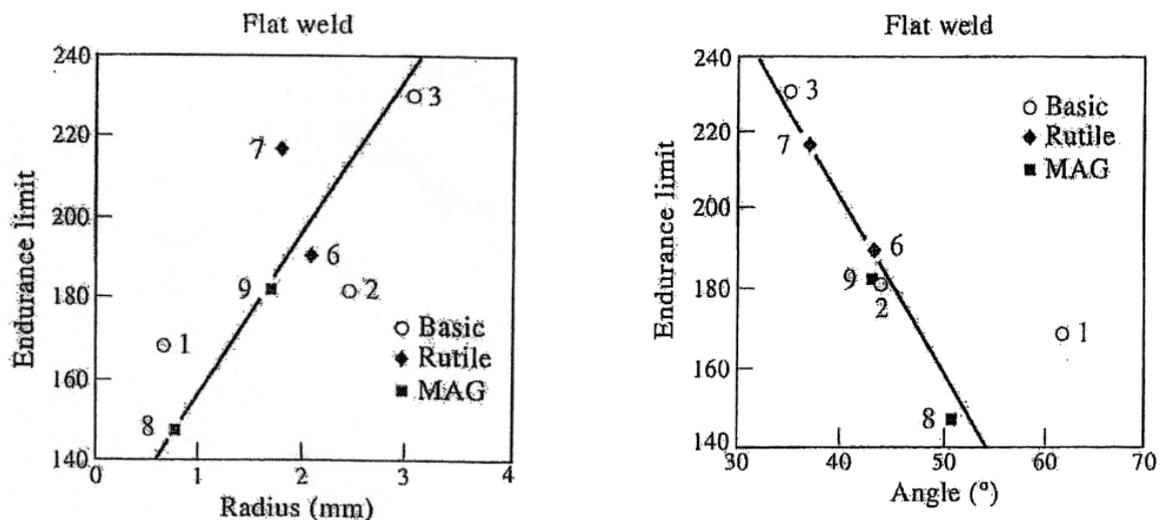


Figure 410 : relation entre limite d'endurance et angles et rayons de raccordement [LI00]

### G.2.3.2 Le Kt

Dans les joints soudés, les paramètres principaux permettant de caractériser la macro-géométrie et la micro-géométrie en pied de cordon de soudure sont présentés suivant [IB94] dans la Figure 411 et reportés ci-dessous :

- $\theta$  : angle de raccordement du cordon de soudure
- $\rho$  : rayon local de raccordement du cordon de soudure
- $s$  : épaisseur de gorge, excès de métal
- $L$  : longueur de jambe du cordon de soudure
- $t_1$  : épaisseur de charge (de la semelle)
- $t_2$  : épaisseur de l'âme

La contrainte vraie en pied de cordon de soudure est la contrainte locale en prenant en considération la micro-géométrie locale. La Figure 412 présente la définition des différentes contraintes utilisées en dimensionnement à la fatigue. La contrainte nominale est la contrainte au sens de la RDM et la contrainte géométrique est une extrapolation de la contrainte calculée en prenant en compte la macro-géométrie du cordon de soudure.

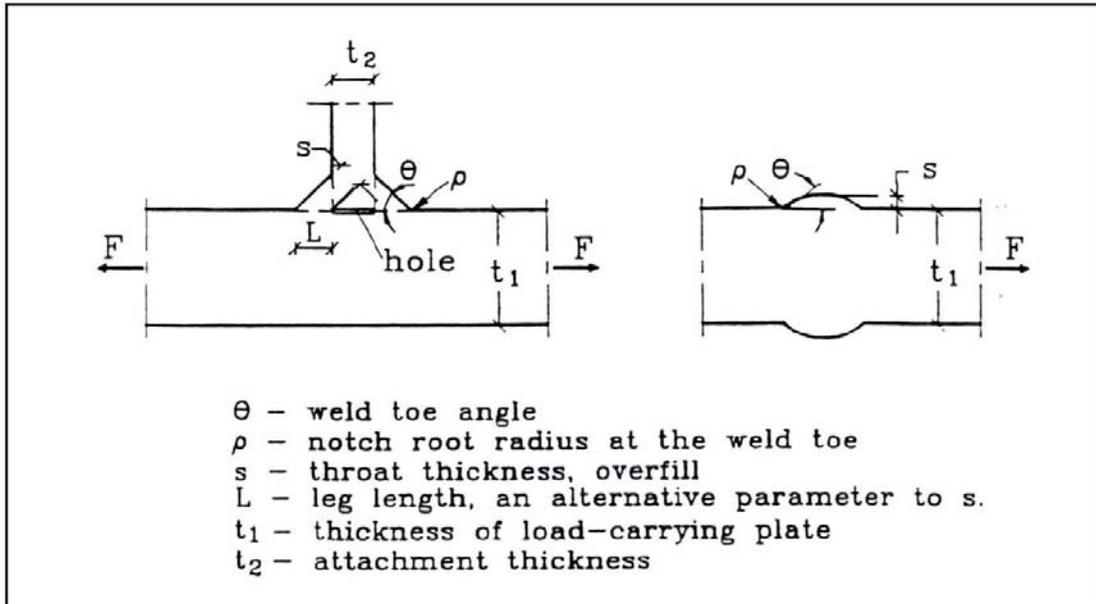


Figure 411 : paramètres caractérisant la géométrie des assemblages soudés [IB94]

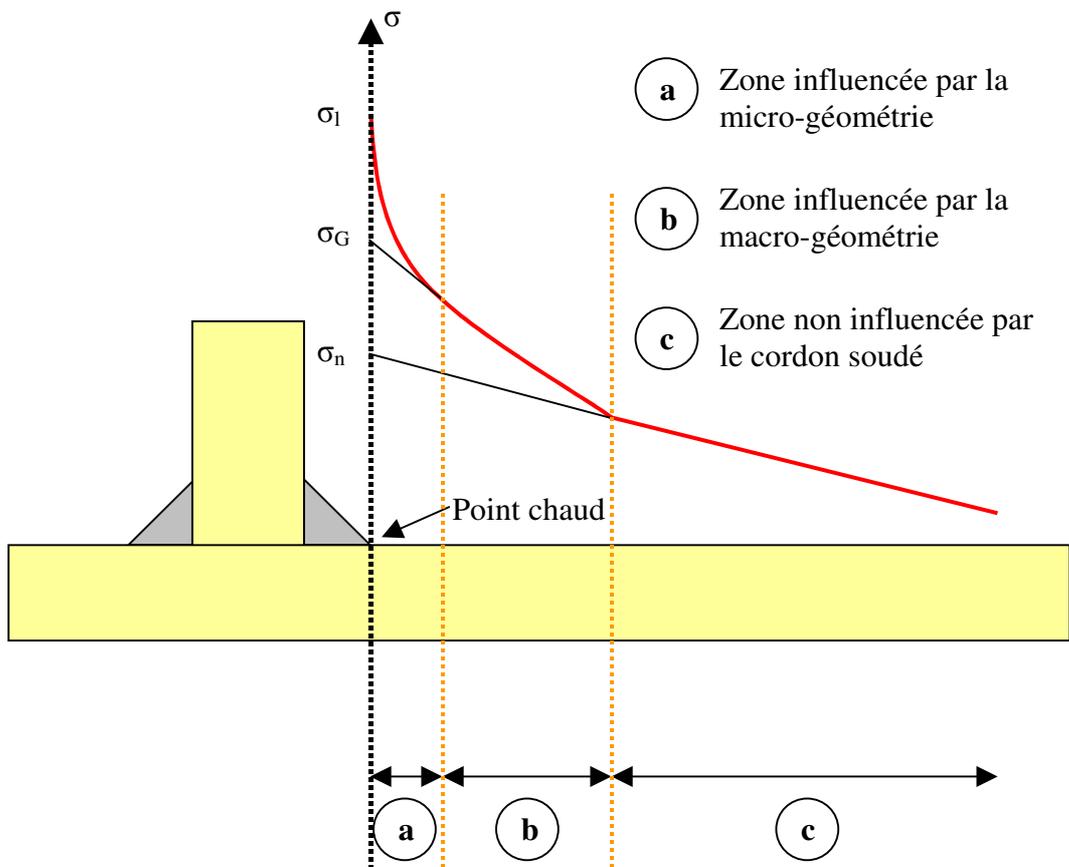


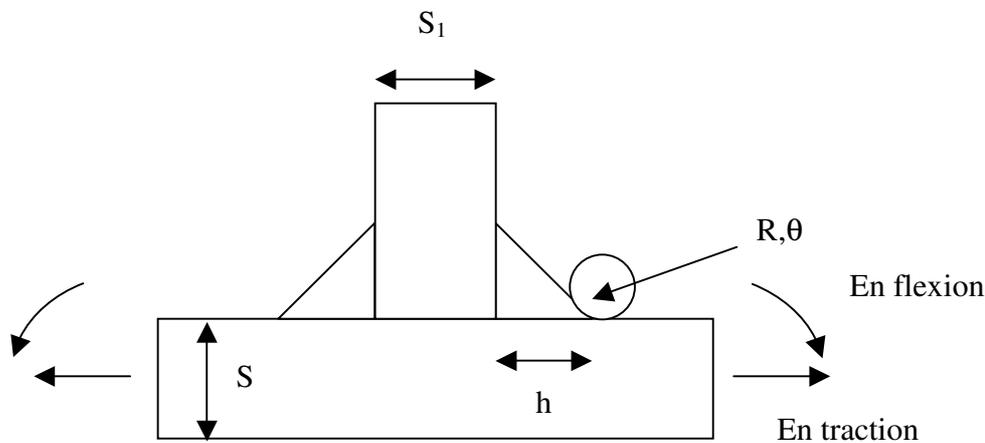
Figure 412 : Définition de la contrainte géométrique, locale et nominale [CE00]

Le coefficient de concentration de contrainte locale est le rapport entre la contrainte locale en pied de cordon de soudure et la contrainte au sens de la RDM en pied de cordon de soudure soit :

$$K_t = \frac{\sigma_{locale}}{\sigma_{RDM}} \quad (G.50)$$

Le coefficient de concentration de contrainte peut être, soit déterminé empiriquement à partir de résultats d'essais de fatigue, soit calculé par éléments finis. Il est à noter que ce coefficient dépend, outre des caractéristiques macro et micro-géométriques, du type de sollicitation.

De nombreuses équations ont été définies et un exemple est donné [HU96] pour un éprouvette de soudure T soumise à un chargement de flexion et de traction.



$$K_t = 1 + \frac{\sqrt{\frac{2h}{\left[ \left( \frac{2h}{S} + 1 \right)^2 + 1,6 \right] R}}}{\sin \theta} \rightarrow \text{en traction} \quad (G.51)$$

$$K_t = 1 + \frac{0,3 \left( \frac{2h}{S} \right)^{0,2}}{\sqrt{\frac{R}{S}}} \sin \theta \rightarrow \text{en flexion} \quad (G.52)$$

Figure 413 : équation de  $K_t$  pour une éprouvette en T en flexion et en traction (paramètres macro-géométriques en bleu et micro-géométriques en rouge)

### G.2.3.3 Evaluation des paramètres géométriques

La détermination des paramètres géométriques n'est pas aisée. Bien souvent, ces paramètres évoluent grandement le long d'un cordon de soudure. Tout dépend en fait de la qualité de la soudure. Les soudures réalisées par l'intermédiaire de robots de soudage présentent des dispersions moins importantes, comme nous pouvons le constater sur la maquette testée, que les soudures manuelles pour lesquelles de grands rayons supérieurs à 1 mm peuvent côtoyer des rayons inférieurs à 0,2 mm. [HU96]. Cette dispersion est d'autant plus préjudiciable que les rayons de

raccordement sont petits, les coefficients de concentration de contrainte local évoluant très rapidement lorsque le rayon décroît (et tendent vers l'unité lorsque le rayon de raccordement croît). Ainsi l'utilisation d'un procédé de parachèvement (meulage ou refusion TIG par exemple [HM00]) permettant d'obtenir des grands rayons de raccordement, conduit à des dispersions sur le  $K_t$  faibles.

Les grandeurs micro-géométriques sont évaluées par un opérateur suivant certains critères que nous allons expliciter par la suite. L'évaluation par différents opérateurs des mêmes caractéristiques micro-géométriques d'une pièce donne des résultats sensiblement différents. De plus, un même opérateur réalisant la même mesure deux fois, mais à une semaine d'intervalle, donne statistiquement des valeurs inférieures lors de la seconde mesure [HU96]. De plus, aucune norme ne traite aujourd'hui de la maîtrise de la micro-géométrie locale lors de l'opération de soudage, vu la difficulté rencontrée pour mesurer la qualité des soudures.

#### **G.2.4 Comment obtenir les profils de cordons de soudure ?**

La précision avec laquelle il est nécessaire de relever les profils des cordons de soudure est de l'ordre de la dizaine de microns, de manière à pouvoir correctement représenter des rayons de 0,1 mm. Toutes les techniques présentées ici permettent d'obtenir cette précision, et bien au-delà (en particulier les rugosimètres).

La détermination des profils de cordons de soudure peut se faire de deux manières :

- destructive (Figure 414) : la pièce est découpée en différentes éprouvettes, et on réalise soit des relevés sur papier calque grâce à un projecteur de profil (agrandissement x10 ou x50) des différentes éprouvettes, soit des photographies numériques des différentes coupes. Par analyse de l'image numérisée, on peut obtenir les coordonnées des points du profil. Afin de ne pas détruire la pièce à traiter, une réplique en résine du cordon soudé est réalisée. La précision de cette technique dépend de la qualité de la photographie réalisée.
- non destructive (Figure 414 et Figure 415) : la mesure se fait soit
  - avec contact, dans ce cas on utilise un palpeur. Le profilomètre est alors adapté à ce type de mesure, avec une précision de l'ordre du micromètre, le rugosimètre quant à lui n'est pas conseillé, car d'une part, sa précision accrue n'est pas nécessaire pour la mesure des rayons et d'autre part, cette précision se traduit par une capacité de mesure des dénivellations (profilométrie) très limitée (pour un cordon soudé, de l'ordre de plusieurs millimètres)
  - sans contact, dans ce cas on utilise un rayonnement : soit la lumière blanche dans le cas d'un rugosimètre optique, qui bien qu'ayant une précision très supérieure à celle nécessaire, est moins limité que son homologue avec palpeur quant à sa capacité à mesurer des dénivellations importantes, soit le laser, couplé à une caméra CCD et qui permet, par triangulation d'obtenir les coordonnées des points du profil.

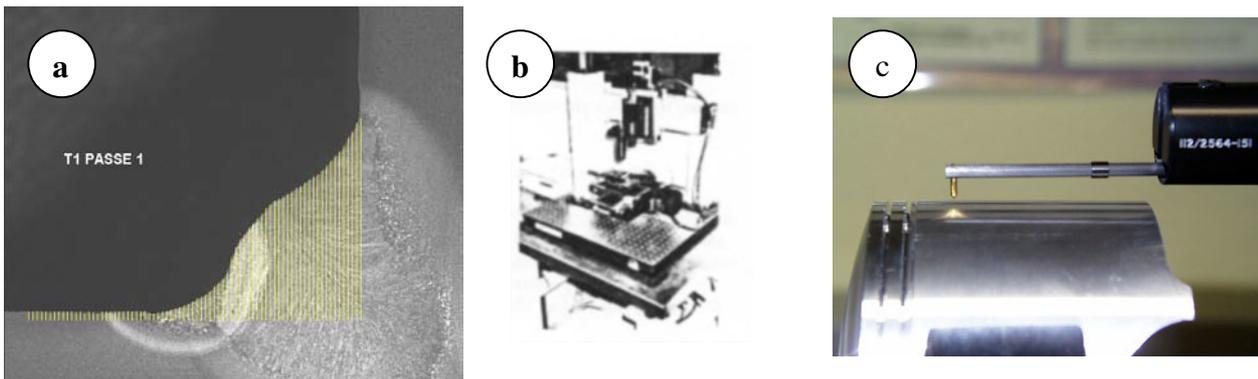


Figure 414 : différents procédés pour relever le profils de cordons soudés : a) photographie + analyse d'image b) rugosimètre optique c) profilomètre à palpeur

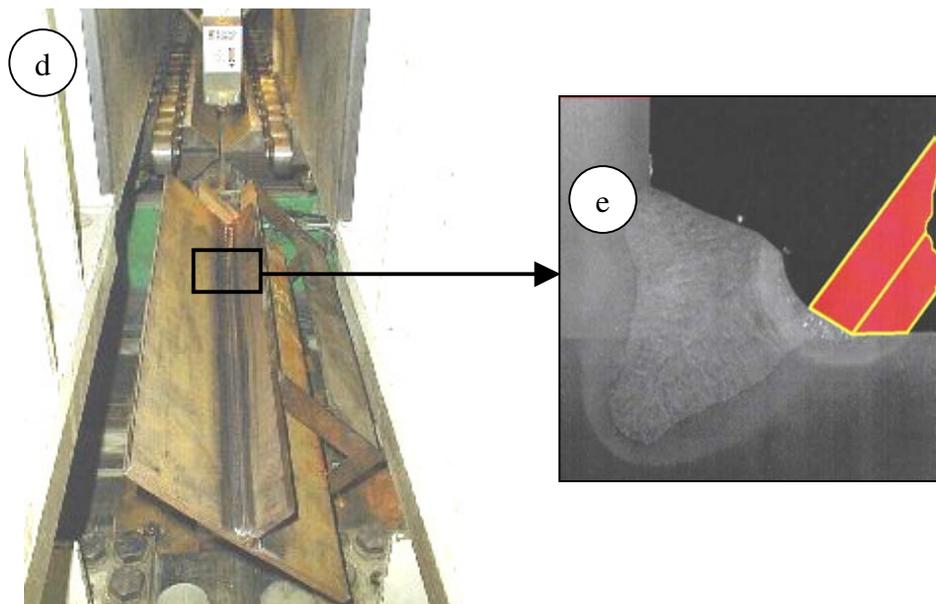


Figure 415 : d) Laser infrarouge et caméra CCD e) zoom sur la mesure du pied de cordon de soudure

Il est à noter que les procédés « avec contact » ne permettent pas de travailler directement sur la pièce à tester, sauf si celle-ci est une éprouvette bout à bout. En effet ces appareils ne sont, en général, pas transportables sur les structures mécano-soudées. Il en est de même pour le rugosimètre optique. Par contre, dans le cas du laser couplé à une caméra CCD, le contrôle peut se faire directement sur le banc de soudage (ces caméras étant souvent utilisées pour contrôler les paramètres macro-géométriques au cours de l'opération de soudage et ainsi agir sur les paramètres de soudage pour répondre à certaines tolérances).

## G.2.5 Comment mesurer les rayons et angles de raccordement

Les rayons et les angles de raccordement peuvent être mesurés suivant au moins deux méthodes :

- le cercle tangent à une distance  $d$

Cette méthode a été définie par Kobayashi K [LB]. Deux points de tangence sont définis à une certaine distance  $d$  du pied de cordon de soudure (par exemple 0,5 mm). On obtient l'angle de raccordement. Le cercle de rayon  $\rho$  est alors construit. Le problème est ici que le rayon dépend majoritairement du choix de la distance  $d$  et ne correspond pas forcément à la micro-géométrie au niveau du pied de cordon. Cette méthode a ici tendance à surestimer le rayon de raccordement

- la méthode du plus petit rayon

Cette méthode a été définie par H-P Lieurade [LB]. Elle consiste à superposer des cercles de différents diamètres sur le profil du cordon de soudure au voisinage du pied de cordon (agrandi 10 ou 50 fois) de soudure et de choisir celui qui épouse le mieux le pied de cordon de soudure. Le rayon du cercle étant choisi, l'angle est calculé entre la droite représentant le métal de base et la droite tangente au cercle au niveau du dernier point où le cercle épouse au mieux le profil.

La grande dispersion des résultats vient d'une part de la dispersion réelle des rayons en pied de cordon de soudure et d'autre part de la difficulté d'appliquer la méthode, car il est difficile de quantifier la manière avec laquelle le cercle épouse au mieux le profil du cordon de soudure.

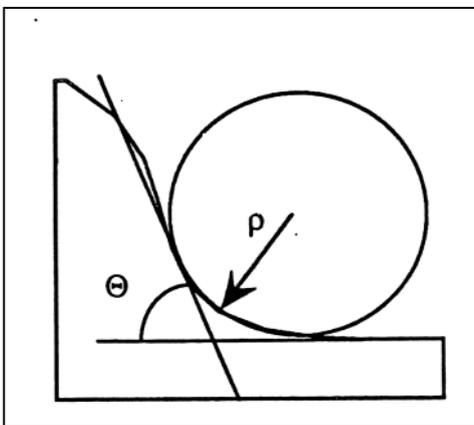


Figure 417 : méthode du plus petit rayon

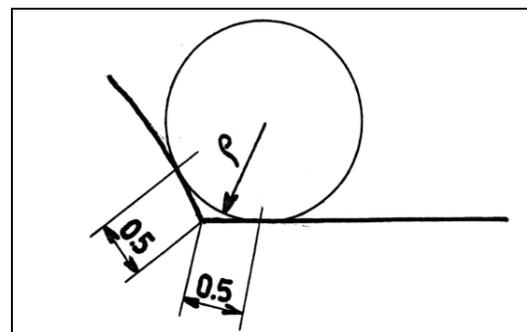


Figure 416 : méthode de la tangence à la distance  $d$  (ici 0,5 mm)

## G.2.6 Automatisation de la méthode « CAGEP »

Le logiciel CAGEP a été développé au CETIM au cours du DEA [LE01]. Il a été réutilisé dans le cadre de cette thèse et optimisé dans le cadre de cette collaboration. Dans ce mémoire, nous ne rentrerons pas dans le détail du fonctionnement de cet outil mais nous présenterons globalement son fonctionnement et les résultats obtenus dans le cadre de l'essai maquette.

### G.2.6.1 Présentation de CAGEP

CAGEP est l'acronyme de Caractérisation Automatique de la GEométrie en Pied de cordon de soudure. Le principe est le suivant :

- un relevé automatique de la géométrie locale en pied de cordon de soudure, et ce *in situ*, c'est à dire sur les pièces mécano-soudées
- un logiciel de calcul automatisé des rayons et angles de raccordement

Les différentes étapes – du relevé des profils à l'obtention de statistiques des paramètres micro-géométriques – sont présentées dans la Figure 418.

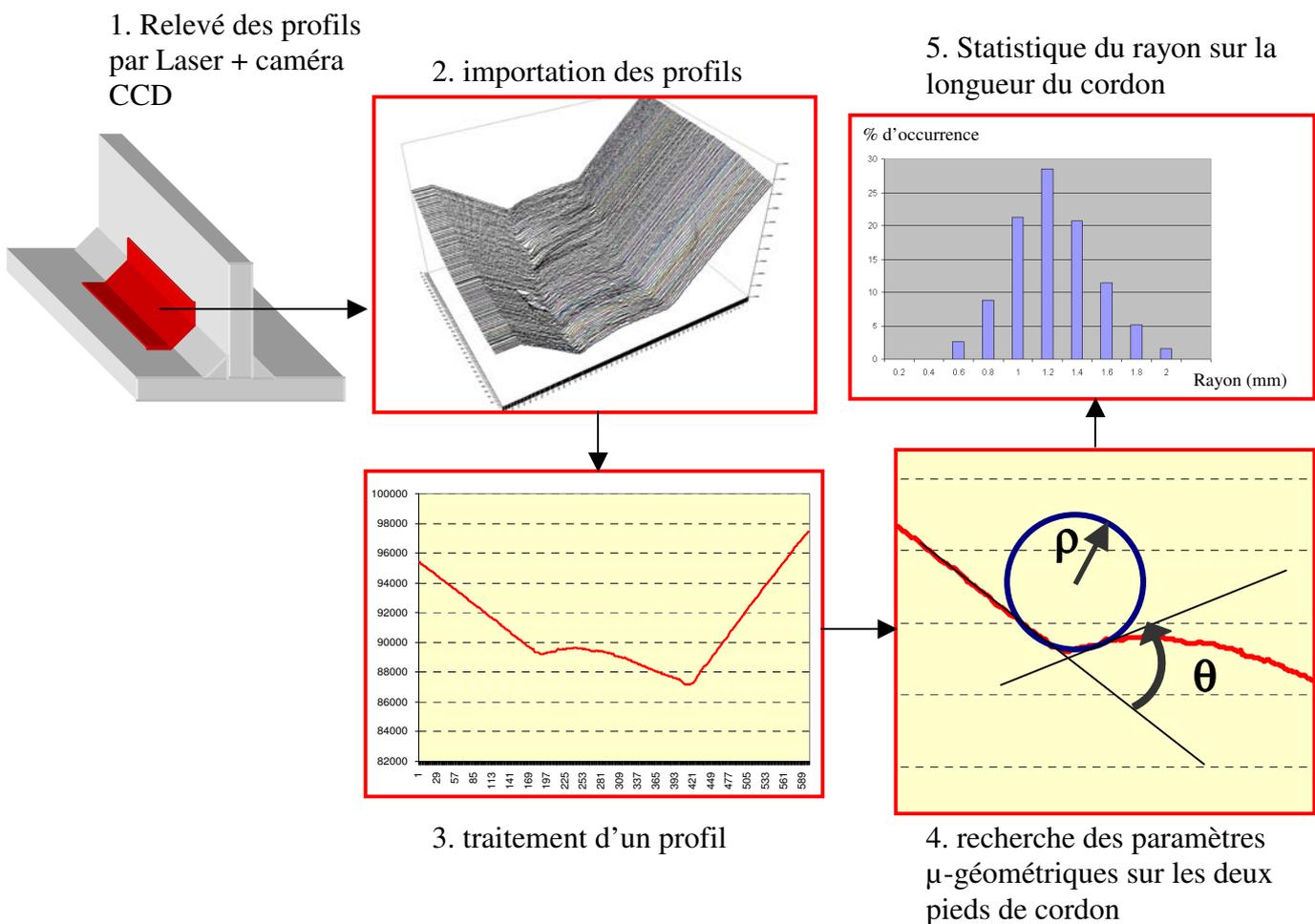


Figure 418 : les différentes étapes conduisant à l'estimation des paramètres micro-géométriques

Les deux avantages principaux de la méthode sont les suivants :

- éviter la dispersion des mesures due au facteur humain et disposer de mesures répétitives, conditions nécessaire pour aboutir à une normalisation de la mesure du rayon de raccordement
- réaliser et pouvoir exploiter un grand nombre de profils sur toute la longueur d'un cordon afin d'obtenir une statistique suffisante du rayon de raccordement.

#### G.2.6.2 Méthodologie permettant la détermination des paramètres micro-géométriques

Nous rappelons ici que le logiciel CAGEP est déposé par le CETIM et nous ne rentrerons pas dans le détail de son fonctionnement, en particulier sur le choix des différentes tolérances permettant de calculer le rayon de raccordement. La mesure des rayons de raccordement est basée sur la méthodologie manuelle. En effet, le but n'était pas ici de remettre en question les méthodologies basées sur le  $K_t$ , ni les méthodes de mesure des rayons de raccordement mais d'automatiser la mesure des rayons. C'est dans ce but que le logiciel CAGEP v1 utilise la méthode manuelle basée sur la recherche du plus petit rayon, ou plutôt du plus grand rayon permettant d'« épouser » au mieux la forme du pied de cordon de soudure. Il est évident que le terme épouser n'est pas satisfaisant. Qu'entendons-nous par « épouser le profil » ? Originellement cela consiste à rechercher le cercle qui permet au mieux de passer par les points du profil, projeté et agrandi. L'épaisseur du trait utilisé pour le cercle peut ici être assimilée à la tolérance. Il faut donc transposer cette méthode dans le programme. La méthode consiste tout d'abord à rechercher le pied de cordon de soudure (avec une certaine tolérance), puis à calculer l'équation du cercle tangent au profil en ce point et de calculer en chaque point du profil la distance entre le cercle et le profil. Il faut de plus ajouter que le cercle doit épouser le profil sur une distance maximale. Pour ce faire, pour chaque cercle, on définit deux points de décollement D1 et D2, correspondant à la limite entre le profil et le cercle (voir Figure 419). Entre ces deux points le profil et le cercle doivent concorder, avec une certaine tolérance. Toutes ces tolérances doivent être définies physiquement et ont été définies de manière à avoir une bonne corrélation avec des mesures manuelles (Figure 420).

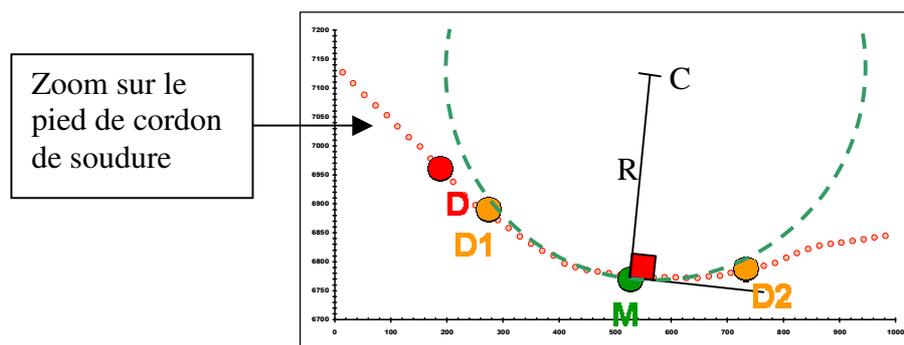
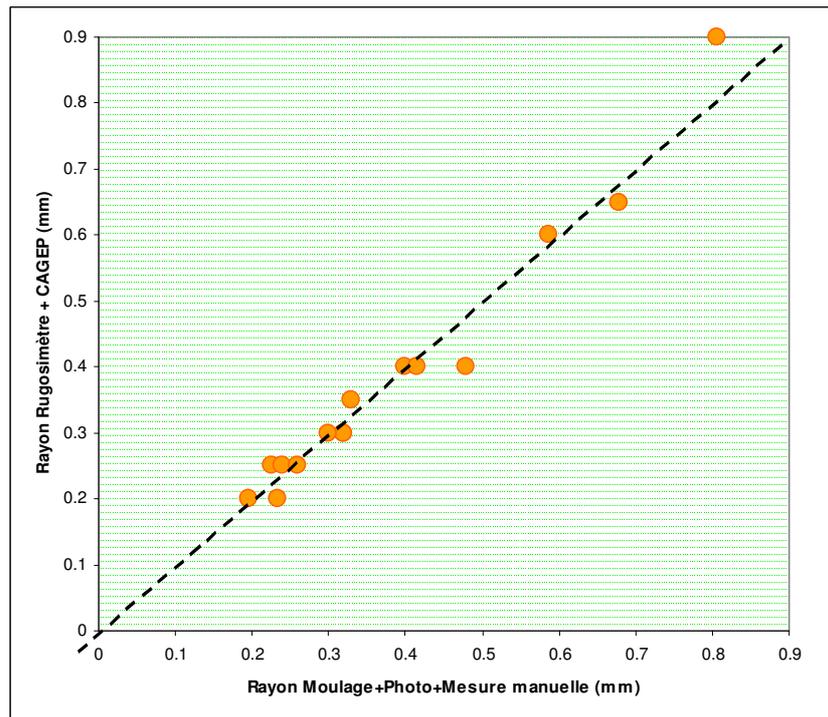


Figure 419 : définition des points de décollement



**Figure 420 : comparaison entre rayons calculés par CAGEP (relevé par rugosimètre optique) et rayons déterminés par procédure manuelle (moulage+photographie)**

CAGEP a ensuite évolué. Initialement programmé en Visual Basic, il a été réécrit en Fortran. La plus grande évolution concerne la recherche du rayon. En effet la procédure calquée sur la méthode manuelle est coûteuse en temps calcul. Une approche plus mathématique consiste à interpoler le pied de cordon avec une fonction polynomiale et de rechercher le rayon local (à partir de la valeur de la fonction d'interpolation en chaque point, et de ses deux premières dérivées). Là aussi des tolérances doivent être définies pour rechercher le pied de cordon de soudure. Le degré de la fonction d'interpolation choisi pour représenter le profil en pied de cordon de soudure constitue aussi une tolérance qu'il faut déterminer avec précaution.

#### G.2.6.3 Présentation de différentes méthodes de mesure des rayons

Différentes comparaisons sont réalisées sur une réplique en résine du cordon de soudure I de la maquette testée en fatigue (cordon de soudure entre le plancher et la paroi latérale) entre différents outils de mesure des rayons et angles de raccordement. Les résultats sont reportés ultérieurement dans le Tableau 36.

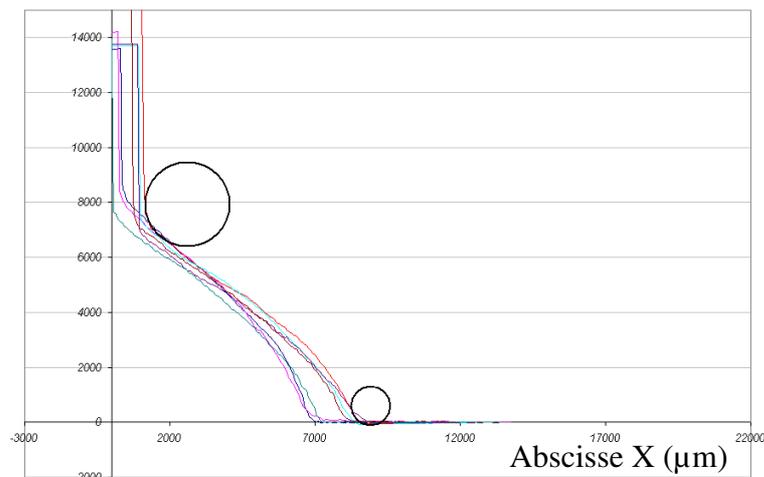
- les mesures manuelles opérateur 1: obtenues par découpe de la réplique, photographies des flancs des découpes et recherche des rayons sur la photographie
- les mesures manuelles opérateur 2: obtenues par découpe de la réplique, photographies des flancs des découpes, analyse d'image permettant de numériser les profils et recherche des rayons sur ces profils (voir Figure 421 : mesures manuelles réalisées par l'opérateur
- CAGEP v1 (voir Figure 422) et v2 : utilisation des deux algorithmes CAGEP V1 et V2 à partir des profils relevés grâce à l'outil de Servo-robot.

- Utilisation de l'outil développé par la société canadienne Servo-Robot, spécialiste de la mesure industrielle sans contact ; c'est un ensemble diode laser / caméra CCD monté sur un appareil portatif. L'ensemble est couplé avec un outil de post-traitement permettant de déterminer les rayons de raccordement.

**Tableau 36 : moyenne et écart-type des rayons obtenus pour différents outils**

		pied de cordon 2	Pied de cordon 1
CAGEP V1	moyenne (mm)	<b>0.60</b>	<b>1.70</b>
	ecart-type (mm)	<b>0.22</b>	<b>0.40</b>
	% rayons indéterminés	<b>0</b>	<b>0</b>
	nombre de points de mesure	<b>240</b>	<b>240</b>
CAGEP V2	moyenne (mm)	<b>0.42</b>	<b>1.26</b>
	ecart-type (mm)	<b>0.11</b>	<b>0.70</b>
	% rayons indéterminés	<b>0</b>	<b>0</b>
	nombre de points de mesure	<b>240</b>	<b>240</b>
Mesures manuelles opérateur 2	moyenne (mm)	<b>0.51</b>	<b>1.12</b>
	ecart-type (mm)	<b>0.28</b>	<b>0.32</b>
	% rayons indéterminés	<b>0</b>	<b>0</b>
	nombre de points de mesure	<b>8</b>	<b>8</b>
Mesures manuelles opérateur 1	moyenne (mm)	<b>0.85</b>	<b>2.20</b>
	ecart-type (mm)	<b>0.10</b>	<b>0.50</b>
	% rayons indéterminés	<b>0</b>	<b>0</b>
	nombre de points de mesure	<b>9</b>	<b>9</b>
SERVO-ROBOT	moyenne (mm)	<b>0.40</b>	<b>1.00</b>
	ecart-type (mm)	<b>0.25</b>	<b>0.56</b>
	% rayons indéterminés	<b>14</b>	<b>13</b>
	nombre de points de mesure	<b>432</b>	<b>432</b>

Ordonnée Y ( $\mu\text{m}$ )



**Figure 421 : mesures manuelles réalisées par l'opérateur 2**

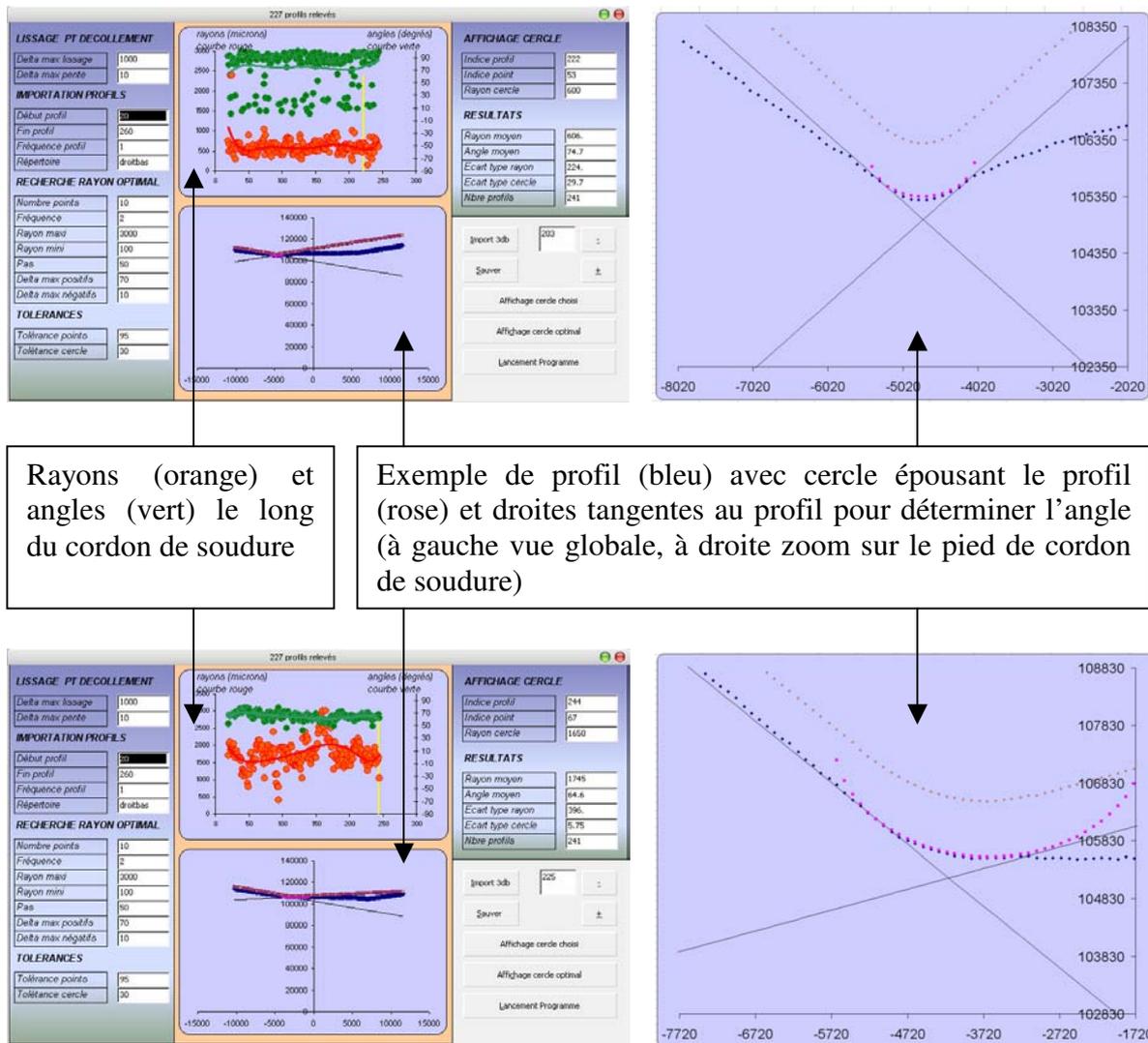


Figure 422 : résultats de calcul de l'outil CAGEP v1 sur soudure I côté droit (en haut : pied de cordon 2 et en bas pied : de cordon 1)

#### G.2.6.4 Discussion des résultats

Les résultats des différentes méthodes présentées montrent tout d'abord l'influence de l'opérateur. Ainsi pour deux opérateurs différents, la méthodologie permettant l'obtention des rayons de raccordement ne semble pas présenter les mêmes critères. De plus l'opérateur 1 a mesuré les rayons directement sur une photographie alors que l'opérateur 2 a mesuré les rayons à partir de données plus précises, à savoir les profils générés par analyse d'image. Dans les deux cas, le nombre de profils relevés est faible (inférieur à dix) mais les écarts-types trouvés par les mesures manuelles sont de l'ordre de grandeur de ceux calculés automatiquement, pour lesquels plus de 240 profils ont été relevés. Ces écarts-types sont élevés et atteignent la moitié de la valeur de la moyenne. Il est à noter que les écarts-types des rayons déterminés par l'opérateur 1 sont plus faibles mais les rayons étant plus important, on observe ici un lissage des valeurs des rayons.

Ensuite concernant les résultats de CAGEP v1 et v2, il s'avère que la version v1 tend à lisser les résultats, par rapport à la version v2. Cela vient du fait que les tolérances utilisées pour les deux programmes ne sont pas les mêmes et ne sont pas directement comparables (d'un côté tolérance sur une distance, de l'autre degré du polynôme d'interpolation). Les résultats de CAGEP v2 sont proches des résultats de l'opérateur 2, qui trouve des rayons de raccordement faibles alors que les résultats de CAGEP v1 tendent vers ceux de l'opérateur 1.

Quant aux résultats de Servo-Robot, ils sont très proches des résultats de CAGEP v2. On note que Servo-Robot (version de juillet 2004) ne permet pas de traiter les rayons trop petit (il indique alors 0) ce qui donne sur l'ensemble du cordon, environ 15 % de mesures non exploitable. Dans le cas du pied de cordon 1 gauche, ce pourcentage atteint 43 %.

Toute la difficulté de la méthode de la mesure des rayons de raccordement est de définir les tolérances qui permettent de pouvoir caler la mesure des rayons avec la concentration de contrainte locale et surtout, *in fine*, avec le durée de vie en amorçage. D'une part les critères permettant de choisir le rayon de raccordement ont, bien entendu, une importance déterminante (surtout lorsque la micro-géométrie locale à une forme assez lointaine d'un cercle), mais d'autre part les tolérances qu'il est nécessaire de fixer peuvent faire varier les résultats de plus de 25 % (voir Figure 423).

Il en résulte que, peu importe la méthodologie mise en œuvre et les tolérances fixées, il est nécessaire de déterminer les paramètres micro-géométriques en suivant toujours rigoureusement la même méthode. Il est alors nécessaire de déterminer les paramètres de la loi de fatigue (dans le cas de l'approche locale) avec des rayons déterminés avec la même méthode que celle qui sera utilisée pour mesurer les rayons des divers assemblages dimensionnés au moyen de cette même loi.

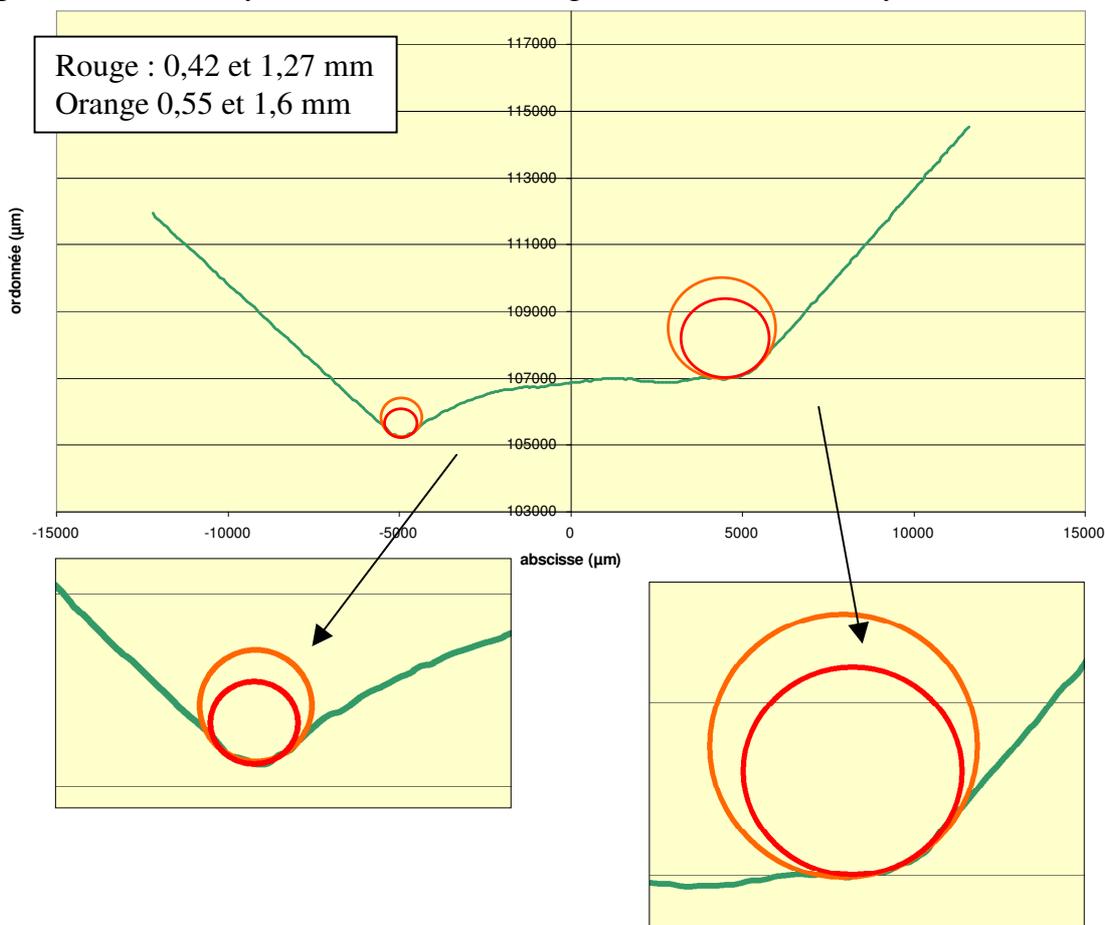


Figure 423 : différents choix de rayons pour le même profil

## G.3 Prise en compte du chargement à amplitude variable

### G.3.1 Les différentes méthodes

La prise en compte du chargement à amplitude variable est une nécessité. Nous avons présenté un modèle couramment utilisé dans l'industrie aéronautique. Avec ce modèle relativement lourd - si on le compare avec les méthodologies classiques consistant à intégrer la loi de Paris avec un niveau de fermeture constant - ne peut être utilisé à chaque pas de temps lors du chargement variable. Différentes approches ont été mises en place.

- la méthode PREFFAS
  - la méthode de Newman
  - Une méthode de comptage de Rainflow
- La méthode PREFFAS [Dav85]

Ce modèle permet de transformer un signal aléatoire donné, en un chargement équivalent à amplitude constante (Figure 424).

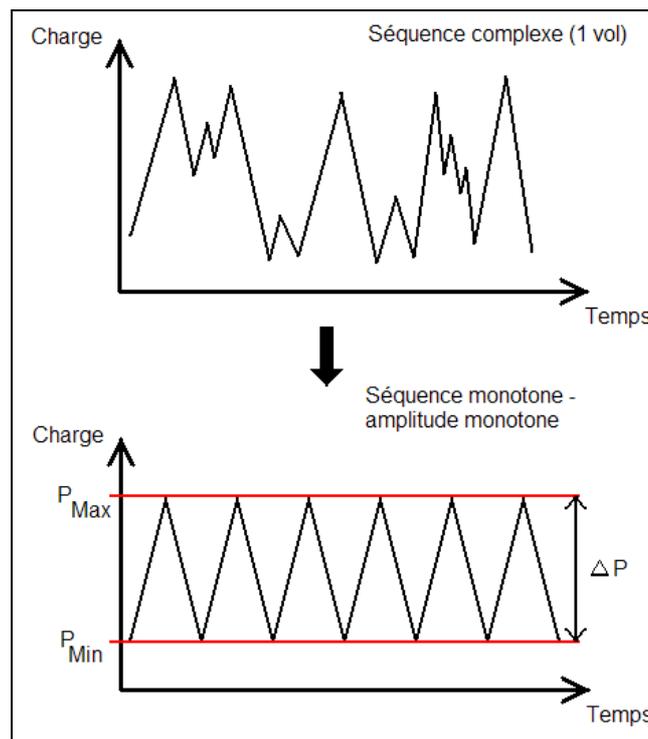


Figure 424 : principe de PREFFAS

Considérons que le spectre complexe correspond à un chargement variable sur une structure qui accroît la fissure de  $\Delta a$ . Pour cet accroissement de fissure, le modèle Preffas donne :

- L'efficacité de la séquence EF(R)

- Le nombre de cycles EQUI(R) d'un chargement monotone de rapport de charge R avec comme maximum  $P_{\max}$  le charge maximale de la séquence, aboutissant au même accroissement de fissure  $\Delta a$ .

La représentation de la modélisation de la séquence complexe s'écrit :

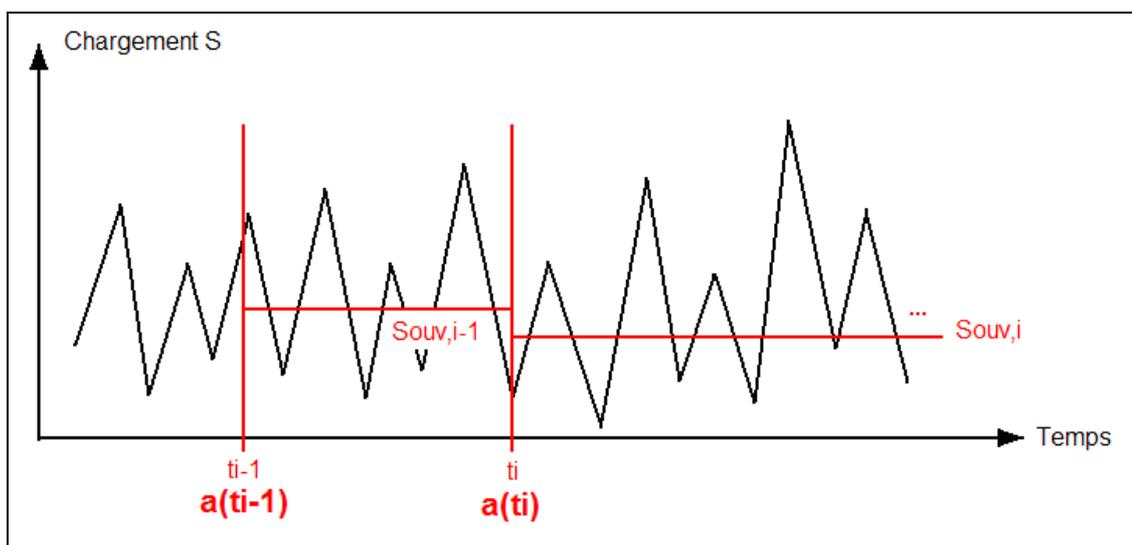
$$\frac{da}{dN} = Ce.K_{\max}^m \quad (G.53)$$

$K_{\max}$  est le facteur d'intensité de contrainte maximal,  $Ce$  le coefficient de la droite de Paris résultat du modèle qui s'exprime en fonction de  $C(R)$ ,  $EF(R)$ ,  $EQUI(R)$ .

Ainsi, le modèle PREFASS nécessite de déterminer ces différents paramètres pour pouvoir entreprendre l'étude de propagation.

- La méthode de Newman [SK96]

Cette méthode consiste à découper le chargement variable en plusieurs parties suivant différents critères. L'idée est ici de calculer le niveau d'ouverture de fissure pour une séquence donnée et de l'utiliser comme donnée d'entrée pour la séquence suivante. Ainsi la présence d'une surcharge dans une séquence  $i$  induira un retard dans la séquence  $i+1$ . Tant que la fissure n'aura pas, par exemple, dépasser la taille de la zone plastifiée de surcharge, la fissure continue de se propager dans la séquence  $i+1$ . A partir du moment où cette fissure dépasse la taille de la zone plastifiée, il est nécessaire de réactualiser le calcul du  $K_{ouv}$ . D'autres critères peuvent entrer en ligne de compte, tel le niveau du chargement maximal ou une taille maximal d'incrément de propagation de fissure. Cette méthodologie permet de n'effectuer le calcul du  $K_{ouv}$  que lorsqu'il est absolument nécessaire. La Figure 425 présente un exemple de chargement à amplitude variable, le découpage du temporel et la réactualisation du niveau d'ouverture de la fissure.



**Figure 425 : principe de la méthode développée par Newman**

Considérons un critère basé sur la taille de la zone plastifiée. Fixons par exemple un incrément de propagation  $\Delta a^*$  en relation avec la taille de la zone plastique. Sur une portion de chargement, déterminons l'accroissement de fissure  $\Delta a_i$  pour un cycle  $i$  avec une contrainte d'ouverture  $Souv_i$

calculée par la méthode des bandes plastiques et intégrons la loi de Paris jusqu'à ce que la somme des  $\Delta a_i$  atteigne l'incrément fixé  $\Delta a^*$ . A partir de ce moment-là, nous pouvons solliciter de nouveau le modèle de bandes plastifiées de manière à propager la fissure de  $\sum_i \Delta a_i$  ou  $\Delta a^*$ . Ceci correspond à un nombre de cycles. Nous pouvons extraire de cette séquence l'alternance suivante : minimum, maximum, minimum grâce à laquelle nous allons déterminer un nouveau niveau d'ouverture  $S_{ouv_i}$  qui sera utilisé pour la séquence i+1 et ainsi de suite jusqu'au critère de fin de simulation.

- Une méthode du comptage Rainflow [AF93]

L'inconvénient du comptage Rainflow est la perte de l'historique du chargement. Mais il est à noter que, dans le cas de la méthode développée par Newman, nous ne sélectionnons que les extrema de chargement dans une séquence. L'idée est toujours ici de découper le chargement en séquences pour chacune desquelles un niveau d'ouverture de fissure est calculé. Le comptage Rainflow par morceau permet, pour chaque séquence, de décomposer le chargement en cycles de chargement. Il est aussi possible de conserver les extrema. En utilisant un système de classe, on peut alors simplifier considérablement le signal.

### G.3.2 Méthode retenue

La méthode retenue dans le cadre de ces travaux est basée sur l'approche de Newman car elle permet de conserver l'intégralité de l'historique du chargement. D'autres études seront menées plus tard sur la pertinence de l'utilisation d'une méthode de comptage de cycles plus élaborée de type Rainflow. Le modèle PREFASS a été écarté car il nécessitait davantage de paramètres matériaux que l'approche de type bandes plastiques.

### G.3.3 Présentation détaillée de la méthodologie appliquée

Considérons un chargement à amplitude variable (voir Figure 426) de N points. Le pas de temps est  $\Delta T$ . Le critère choisi pour réactualiser le calcul du  $K_{ouv}$  est la taille de la zone plastifiée. En effet, il s'avère que lorsqu'une fissure est retardée par une surcharge, l'effet de la surcharge s'annule lorsque l'incrément de propagation de fissure est supérieur à la taille de la zone plastifiée de surcharge. A chaque point i on peut calculer une taille de zone plastifiée que l'on note  $Z_p(i)$ . Ce qu'on note par la suite  $Max\_Z_p$  est la taille de la zone plastifiée dans laquelle se propage la fissure. Comme dans tout algorithme, nous devons initialiser le calcul. Pour des raisons de compréhension, nous raisonnons en terme de contrainte d'ouverture  $S_{ouv}$  et non en terme de facteur d'intensité de contrainte d'ouverture  $K_{ouv}$ . Cependant les valeurs sont liées par un facteur près faisant intervenir la taille de la fissure.

Afin d'initialiser le programme, nous devons fixer une valeur de  $S_{ouv}$ . Nous utilisons le tiers du chargement maximal car c'est très souvent le résultat que l'on observe. En intégrant la loi de Paris, nous calculons la longueur de fissure  $a(t)$  en fonction du temps. De plus, nous déterminons les grandeurs  $Z_p(t)$  (taille de la zone plastifiée au temps t) et le maximum de la taille de la zone plastique  $Max\_Z_p$  depuis le début du parcours du temporel (voir Figure 426). Nous recherchons alors le temps  $t_1$  tel que  $a(t_1) > a_0 + max\_Z_p$ . Nous obtenus alors une séquence entre  $t_0$  et  $t_1$  dans

laquelle nous allons calculer, par la méthode des bandes plastifiées (Figure 427), le niveau d'ouverture  $S_{ouv}$ . La méthodologie développée ici est inspirée du travail réalisé par J.B. Ibsa [IB94]. Il est alors nécessaire de déterminer sur cette portion de temporel  $[t_0; t_1]$  trois valeurs caractéristiques qui sont :

- la contrainte maximale sur la portion  $[t_0; t_1]$ ,  $S_{max}$  ;
- la contrainte minimale sur la portion  $[t_0; t_1]$  située avant  $S_{max}$  appelée  $S_{min,b}$  ;
- et la contrainte minimale sur la portion  $[t_0; t_1]$  située après  $S_{max}$ , appelée  $S_{min,a}$ .

Ces trois valeurs sont reportées sur la Figure 428. Nous obtenons alors un nouveau niveau d'ouverture  $S_{ouv1}$  de la manière suivante :

- application de  $S_{min,b}$  à la fissure de longueur  $a_0$
- application de  $S_{max}$  à la fissure de longueur  $a_0$
- extension de la fissure d'un incrément égal à  $max\_Zp$
- application de  $S_{min,a}$  à la fissure de longueur  $a_1 = a_0 + max\_Zp$
- détermination du nouveau niveau de contrainte d'ouverture  $S_{ouv1}$

Par extension, nous avons pour l'incrément  $i$  :

- $S_{ouv,i}$  calculé pour la portion de temporel  $[t_{i-1}; t_i]$
- recherche de  $t_{i+1}$  tel que  $a(t_{i+1}) > a_i + max\_Zp = a_{i+1}$
- recherche de  $S_{max,i}$ ,  $S_{mini,a}$  et  $S_{mini,b}$  sur  $[t_i; t_{i+1}]$
- détermination de  $S_{ouv,i+1}$

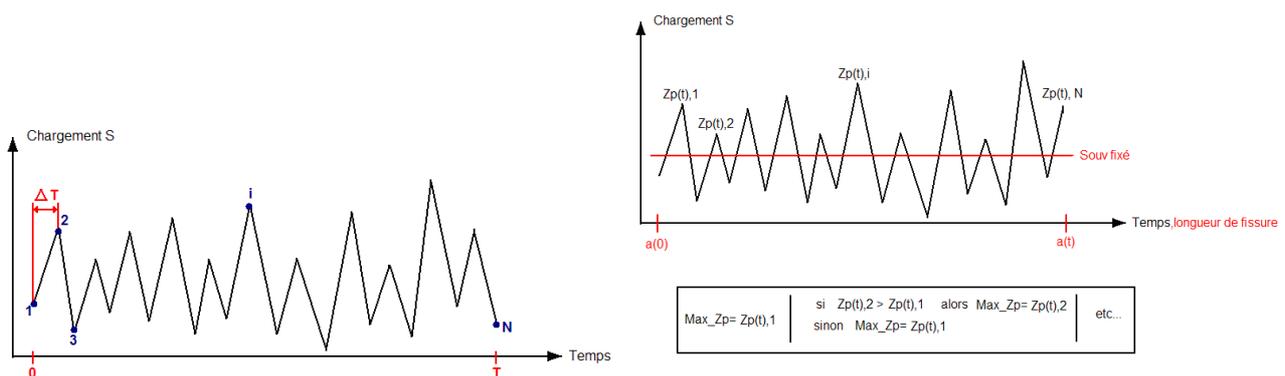


Figure 426 : initialisation à gauche, définition du niveau d'ouverture à droite

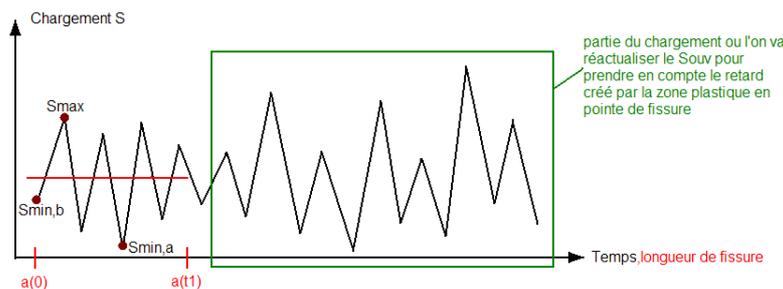
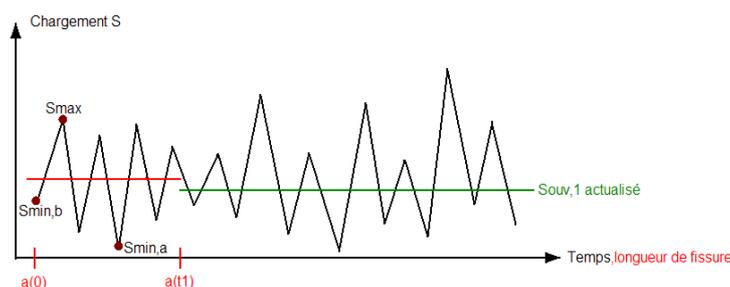
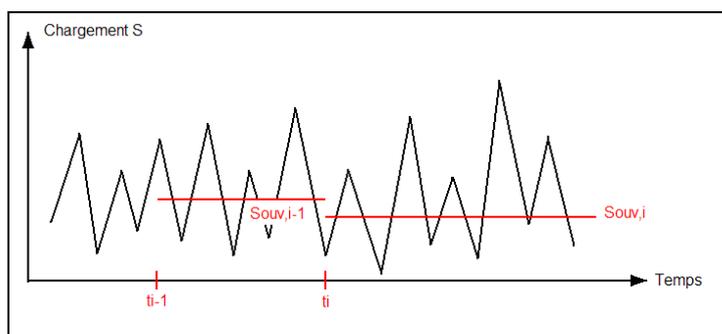
Figure 427 : réactualisation du  $K_{ouv}$  pour la séquence 1

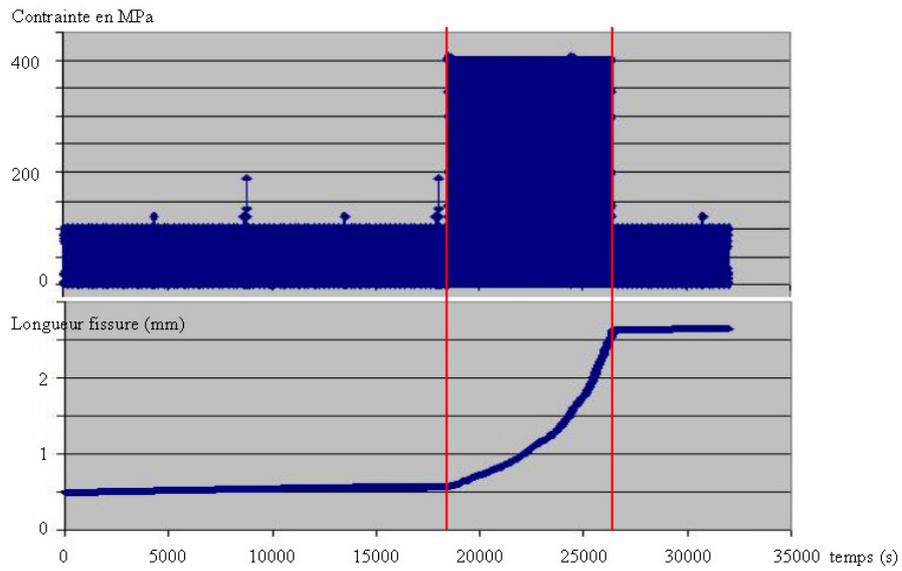
Figure 428 : niveau d'ouverture réactualisé

Figure 429 : extension à l'incrément  $i$ 

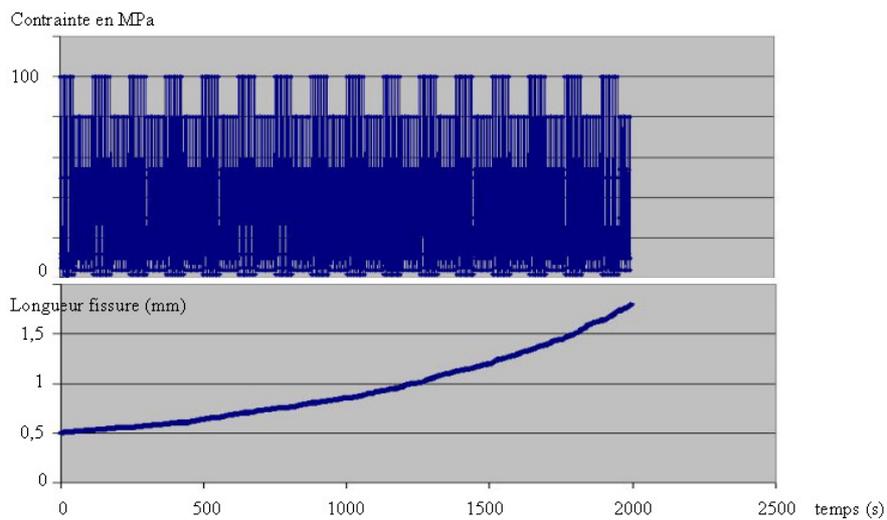
### G.3.4 Résultats

Le cas d'une éprouvette infinie contenant un défaut de 0,5 mm est ici réutilisé pour traiter deux cas de chargements variables. La Figure 430 présente le premier cas de chargement qui s'apparente au cas de chargement 3 avec un retour au chargement initial (bloc 3) après le second bloc. On observe une augmentation de la vitesse de fissuration. On peut remarquer que l'évolution de la longueur de la fissure se fait par paliers ce qui traduit la re-détermination des niveaux d'ouvertures. La longueur de la fissure évolue ensuite très peu dès le retour au chargement initial mais on peut s'étonner de ne pas observer de blocage de la fissure. Des tests complémentaires sont donc nécessaires pour valider ce type d'approche. La Figure 431 présente un second cas de chargement variable, présentant un caractère plus variable dans l'alternance de différents cycles de contrainte. On observe, de la même façon, des changements de pente qui peuvent être incombés soit à la réactualisation du niveau d'ouverture soit au chargement qui a une nature plus variable. Des calculs complémentaires sur des

chargements réels seront réalisés par la suite ; toutefois la validation de ce type de démarche ne peut se faire sans essais expérimentaux.



**Figure 430 : chargement variable : cas 1**



**Figure 431 : chargement variable : cas 2**

## G.4 Compléments

### G.4.1 Zone plastifiée

Le matériau supporte des contraintes très importantes en pointe de fissure. Il subit alors un écrouissage. La zone plastifiée ainsi formée à la pointe de la fissure (Figure 432) peut modifier le comportement local de la fissure, surtout si sa taille est petite par rapport à la zone plastifiée et ce sera d'autant plus vrai que le matériau présentera une ductilité importante. Les premiers développements considèrent une frontière plastique écrite sous forme de critères de Von-Mises ou de Tresca.[BA80]

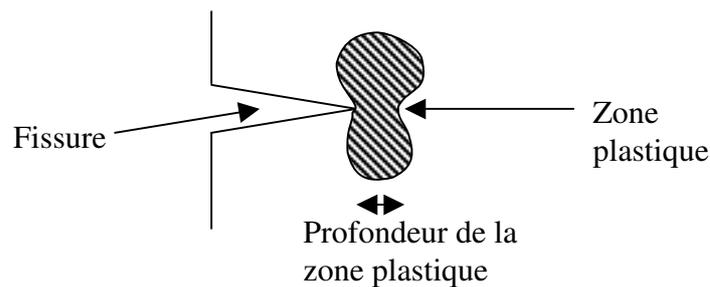


Figure 432 : Zone plastifiée en pointe de fissure

#### G.4.1.1 Zone plastifiée selon le critère de Von-Mises

Soit  $\sigma_e$  la limite d'élasticité, et  $\sigma$  le tenseur des contraintes, la frontière plastique de Von-Mises s'écrit :

$$2.\sigma_e^2 = (\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{11} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + 6.(\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{13}^2) \quad (G.54)$$

En conditions de contraintes planes on obtient :

$$\sigma_e^2 = \frac{1}{2} [(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + \sigma_{22}^2 + \sigma_{11}^2 + 3.\sigma_{12}^2] \quad (G.55)$$

Si nous reprenons le champ de contraintes solution de Westergaard, nous pouvons en déduire la courbe frontière de la zone plastifiée en coordonnées polaires :

$$r_p = \frac{K_I^2}{2.\pi.\sigma_e^2} \cos^2 \frac{\theta}{2} \left( 1 + 3.\sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \quad (G.56)$$

De la même façon, nous obtenons en déformations planes la frontière de la zone plastifiée suivante :

$$r_p = \frac{K_I^2}{2.\pi.\sigma_e^2} \cos^2 \frac{\theta}{2} \left( (1 - 2.\nu)^2 + 3.\sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \quad (G.57), \nu \text{ est le coefficient de Poisson.}$$

La profondeur de la zone plastifiée est alors  $\frac{K_I^2}{2\pi\sigma_e^2}$  dans un état de contraintes planes, et  $\frac{(1-2\nu)^2.K_I^2}{2\pi\sigma_e^2}$  dans un état de déformations planes. La forme de la zone plastifiée n'est pas circulaire et présente un aspect en ailes de papillon, ce que l'on retrouve de manière expérimentale.

#### G.4.1.2 Zone plastifiée selon Irwin [FP93]

Irwin considère la zone plastifiée comme étant sphérique de rayon égal à celui calculé par le critère de Von-Mises. La zone plastifiée est donc délimitée par un cercle de rayon  $r_p$  en pointe de fissure. Irwin considère l'existence d'une fissure fictive de longueur  $a+r_p$  où "a" est la longueur de la fissure. Cette pointe de fissure fictive est entourée par un matériau écroui au comportement élasto-plastique parfait.

Ce modèle est présenté dans le schéma suivant (Figure 433).

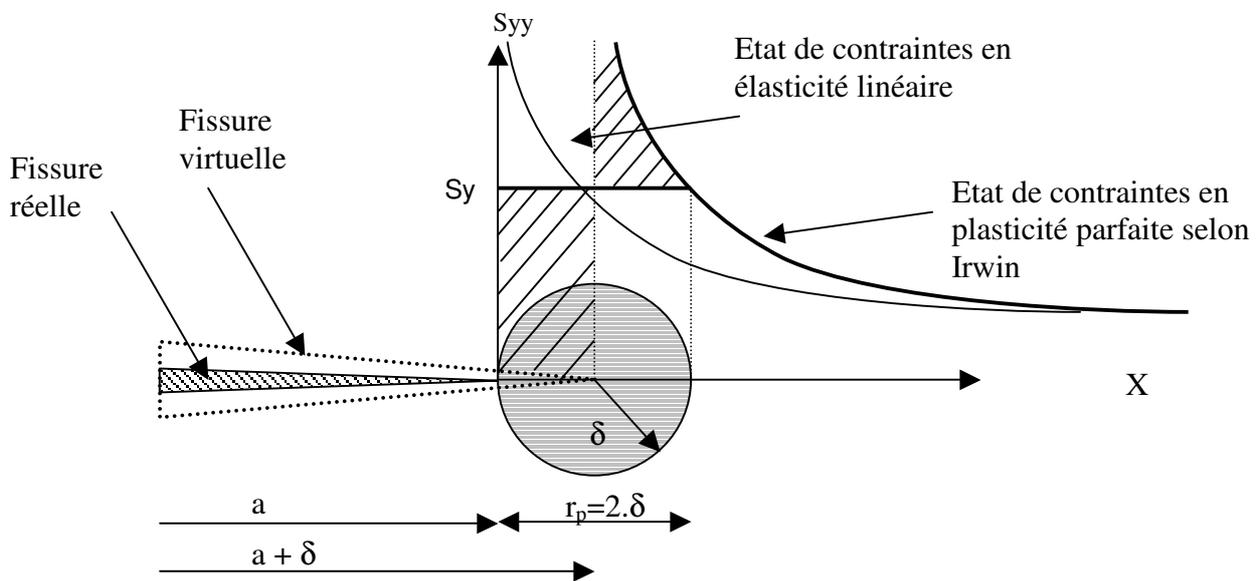


Figure 433 : Correction de zone plastifiée par Irwin

Si l'on calcule la taille de la zone plastifiée à partir de la solution élastique :

$$S_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2.\pi.r}} \quad (G.58)$$

$$d'où r_p = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{K_I}{S_y} \right)^2 \quad (G.59)$$

Il s'avère qu'en réalité, la zone plastifiée est plus étendue de manière à respecter l'équilibre des contraintes : il faut compenser la troncature de la distribution pour  $x < r_p$  [FP93]. Irwin fait alors l'hypothèse selon laquelle la distribution de la contrainte  $S_{yy}$  est translatée de  $\delta=r_p/2$ . Il doit y avoir égalité des parties hachurées soit :

$$\frac{r_p}{2} S_y = \int_{x=0}^{\frac{r_p}{2}} \frac{K}{\sqrt{2\pi \cdot x}} dx - \frac{r_p}{2} \cdot S_y \quad (\text{G.60})$$

$$\text{Avec } K = S_y \cdot \sqrt{\pi \left( a + \frac{r_p}{2} \right)} \approx S_y \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \quad (\text{G.61})$$

d'où :

$$\text{La taille de la zone plastifiée en contrainte plane est donc égale à : } r_p = \frac{1}{\pi} \left( \frac{K}{S_y} \right)^2 \quad (\text{G.62})$$

En déformations planes, on corrige la limite d'élasticité de manière à prendre en compte la triaxialité des contraintes.

$$\text{On obtient : } r_p = \frac{1}{3\pi} \left( \frac{K}{S_y} \right)^2 \quad (\text{G.63})$$

Ce modèle simplifié majore les dimensions de la zone plastifiée. Il est important de préciser, qu'en réalité, la taille et la forme de la zone plastifiée dépendent du coefficient de consolidation plastique du matériau et du type de chargement appliqué.

#### G.4.1.3 Comparaison des zones plastifiées selon différents critères

La Figure 434 présente les contours de zone plastifiée calculés par différents auteurs dans le cas de la contrainte plane. Le Tableau 37 présente l'expression de la frontière plastique selon ces mêmes auteurs [BR92].

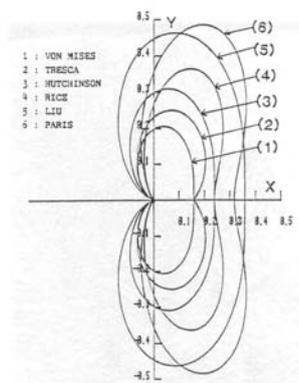


Figure 434 : contour de la zone plastifiée selon divers auteurs [BR92]

Critère	Seuil de Plasticité	Modèle	Expression du rayon de la zone plastique	$R_p (\theta = 0^\circ)$	$R_{p_{max}} (\theta = 60^\circ)$
Limite d'élasticité	$\sigma_y$	IRWIN	$R_p = \frac{1}{\pi} \left( \frac{K_I}{\sigma_y} \right)^2$	$R_p = \frac{1}{\pi} \left( \frac{K_I}{\sigma_y} \right)^2$	$R_p = \frac{1}{\pi} \left( \frac{K_I}{\sigma_y} \right)^2$
VON MISES	$1.154 \sigma_y$	RICE	$R_p = 0.239 \left( \frac{K_I}{\sigma_y} \right)^2 (\cos \frac{\theta}{2})^2 \left[ 1 + \sin^2 \frac{\theta}{2} \sin^2 \frac{3\theta}{2} \right]^2$	$R_p = 0.239 \left( \frac{K_I}{\sigma_y} \right)^2$	$R_p = 0.40 \left( \frac{K_I}{\sigma_y} \right)^2$
VON MISES	$1.154 \sigma_y$	HUTCHINSON	$R_p = 0.239 \left( \frac{K_I}{\sigma_y} \right)^2 \left[ (\cos \frac{\theta}{2})^2 + \frac{3}{4} (\sin \theta)^2 \right]$	$R_p = 0.239 \left( \frac{K_I}{\sigma_y} \right)^2$	$R_p = 0.32 \left( \frac{K_I}{\sigma_y} \right)^2$
Contrainte de cisaillement octaédrique	$0.94 \sigma_y$	LIU	$R_p = 0.358 \left( \frac{K_I}{\sigma_y} \right)^2 (\cos \frac{\theta}{2})^2 \left[ 1 + 3 (\sin \frac{\theta}{2})^2 \right]$	$R_p = 0.358 \left( \frac{K_I}{\sigma_y} \right)^2$	$R_p = 0.47 \left( \frac{K_I}{\sigma_y} \right)^2$
TRESCA	$\sigma_y$	PARIS	$R_p = 0.318 \left( \frac{K_I}{\sigma_y} \right)^2 (\cos \frac{\theta}{2})^2 \left[ 1 + \sin^2 \frac{\theta}{2} \sin^2 \frac{3\theta}{2} \right]^2$	$R_p = 0.318 \left( \frac{K_I}{\sigma_y} \right)^2$	$R_p = 0.54 \left( \frac{K_I}{\sigma_y} \right)^2$

Tableau 37 : expression du rayon de la zone plastifiée selon divers auteurs [BR92]

Tous ces modèles corroborent les résultats expérimentaux en ce qui concerne la forme de papillon (Figure 435) de la zone plastifiée, à part le modèle d'Irwin pour lequel la zone plastifiée est circulaire.

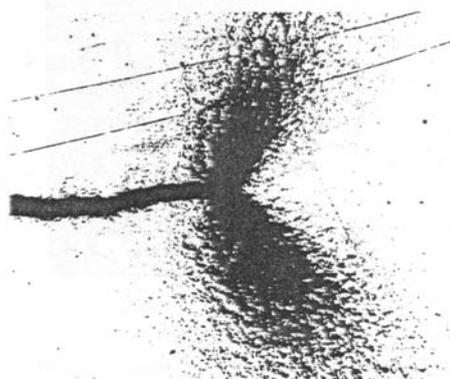


Figure 435 : observation au microscope du champ de déformation à fond de fissure [BR92]

Cette forme est caractéristique du mode I de sollicitation. En mode II, la zone plastifiée est allongée dans la direction de la propagation de la fissure, et en mode III, elle est circulaire.

#### G.4.1.4 Comparaison modèles et résultats expérimentaux

Il apparaît que le modèle de Rice est le plus proche de la zone plastifiée réelle pour un chargement monotone en mode I. La Figure 436 représente le contour de la zone plastifiée obtenu d'après des relevés de dureté. On retrouve la forme caractéristique de la zone plastifiée en mode I avec un rayon  $r_x$  suivant l'axe X de 0.2 mm et un rayon  $r_y$  de 0.35 mm alors que Rice détermine par calcul (basé sur le critère de Von-Mises) des valeurs de  $r_x$  et  $r_y$  de 0.23 mm et .37 mm respectivement.

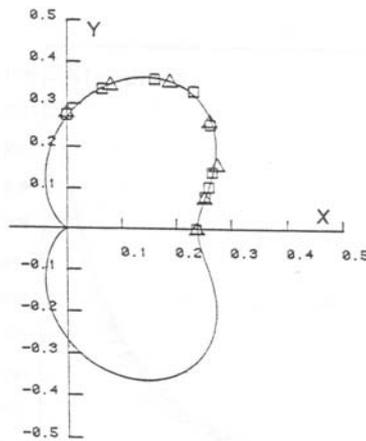


Figure 436 : contour de la zone plastifiée mesurée par microdureté sur deux types d'éprouvettes [BR92]

#### G.4.1.5 Comparaison zone plastifiée en contrainte plane (CP) et déformation plane (DP)

Les surfaces de zones plastifiées déterminées par le critère de Von-Mises montrent que la zone plastifiée est 3 fois plus grande en CP qu'en DP. Les observations expérimentales vont dans ce sens, et on observe, pour une éprouvette CT par exemple, à cœur un phénomène de confinement qui donne un champ de déformation plane, et en peau un champ de contrainte plane du fait de la présence de la surface libre (Figure 437) [RE95].

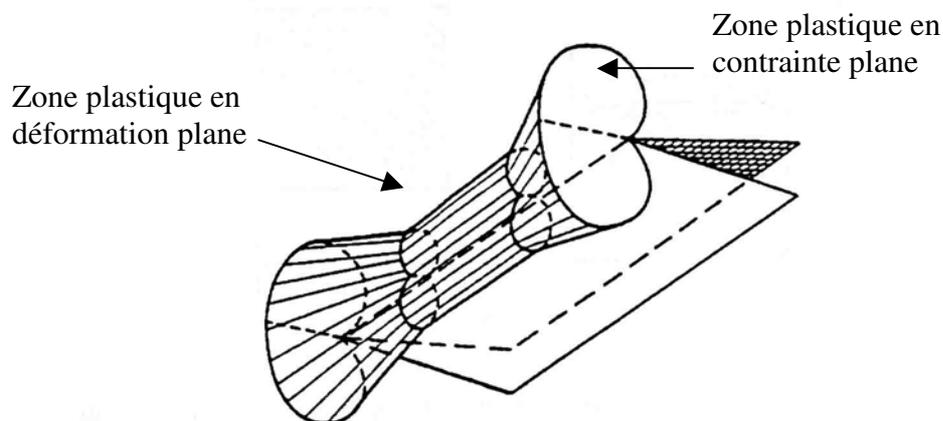


Figure 437 : représentation de la zone plastifiée à cœur et en surface d'une éprouvette [RE95]

#### G.4.1.6 Comportement de la zone plastifiée en chargement cyclique [LC01]

Dans le cas d'un chargement de fatigue, deux zones plastifiées sont présentes à la pointe de la fissure (voir Figure 438). Lors d'un cycle de traction-compression isotrope, il y a tout d'abord plastification pendant la phase d'ouverture de la fissure. Les dimensions de cette zone sont celles déterminées précédemment sous chargement statique. Puis il y a relâchement élastique lors de la fermeture de la fissure. Pendant la phase de fermeture de la fissure, une partie de la zone plastifiée peut re-plastifier en compression (voir Figure 439). On obtient ainsi deux zones plastifiées :

- Une zone plastifiée monotone dépendant de l'étendue du chargement.
- Une zone plastifiée cyclique localisée à la pointe de la fissure.

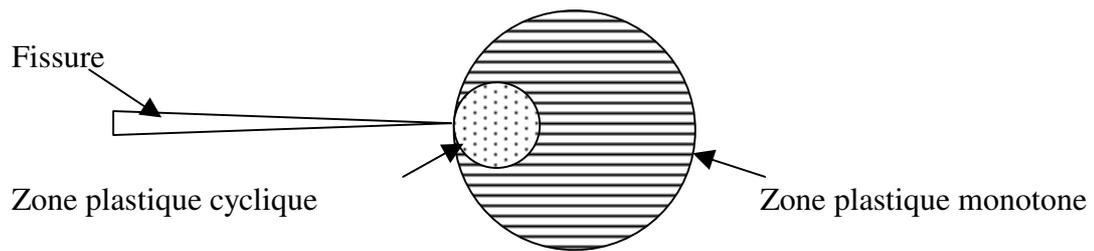


Figure 438 : Zone plastifiée cyclique et monotone en fatigue

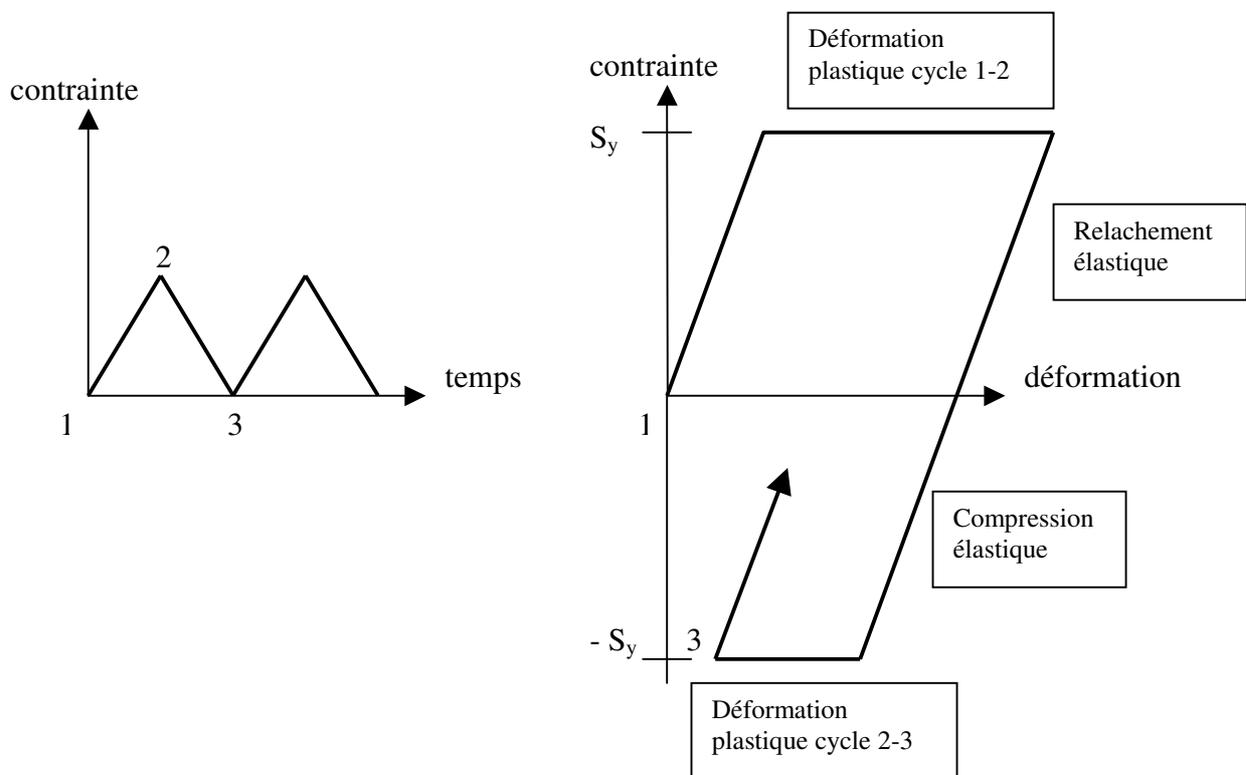


Figure 439 : comportement de la zone cyclique en pointe de fissure

La taille de la zone plastifiée cyclique est d'environ  $\frac{1}{4}$  de la taille de la zone plastifiée monotone. Ainsi, Irwin nous donne la taille maximale de la zone plastifiée monotone pour les conditions de CP (contraintes planes) et DP (déformations planes) :

$$r_{\max}(CP) = \frac{1}{\pi} \left( \frac{K_{\max}}{S_y} \right)^2 \text{ et } r_{\max}(DP) = \frac{1}{3\pi} \left( \frac{K_{\max}}{S_y} \right)^2 \quad (\text{G.64})$$

La taille de la zone plastifiée cyclique est alors donnée dans les conditions CP et DP par :

$$r_{\max}(CP) = \frac{1}{4\pi} \left( \frac{K_{\max}}{S_y} \right)^2 \quad r_{\max}(DP) = \frac{1}{12\pi} \left( \frac{K_{\max}}{S_y} \right)^2 \quad (\text{G.65})$$

## G.4.2 Mesure des contraintes résiduelles

Deux types de méthodes peuvent être utilisés pour mesurer les contraintes résiduelles :

- Des méthodes destructives (méthode du trou, méthode du trépan)
- Des méthodes non destructives (diffraction des rayons X ou des neutrons).

Les contraintes ainsi mesurées sont les contraintes macroscopiques car elles sont la moyenne des contraintes dans un élément de volume.

### G.4.2.1 Les méthodes destructives

Elles permettent de déterminer les contraintes résiduelles par voie mécanique. Deux méthodes sont utilisées (méthode du trou et méthode du trépan) et présentées ci-après ( voir aussi la Figure 440).

- La méthode du trou [MC00]

La méthode consiste à percer un trou à intervalle régulier au centre d'une rosette constituée de trois jauges à huit jauges. A chaque incrément de perçage les déformations sont enregistrées par les jauges et ainsi grâce à des équations liant coefficients d'influence et déformations il est possible de revenir à la valeur des contraintes transversales et longitudinales.

- La méthode du trépan [MC00]

Cette méthode utilise le même principe à l'exception près que l'on effectue une gorge circulaire à fond plat à la place d'un trou autour des jauges de déformation.

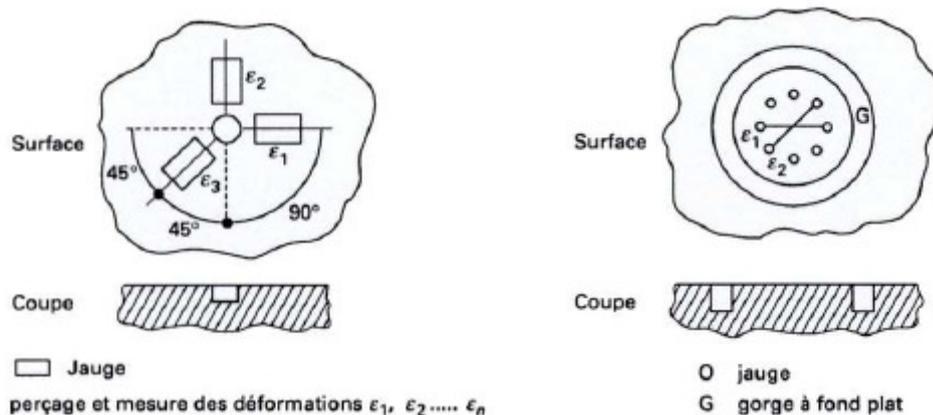


Figure 440 : principe des mesures destructives : méthode du trou (à gauche) et méthode du trépan (à droite) [MC00]

#### *G.4.2.2 Les méthodes non destructives*

Ces méthodes sont basées sur l'exploitation des spectres de diffraction d'un faisceau de rayon X ou d'un faisceau de neutrons. C'est la voie de mesure privilégiée par les chercheurs. Lorsqu'un faisceau de neutrons ou de rayons X rencontre la pièce à analyser, il est diffusé sous des angles particuliers. On peut relier l'angle de diffraction avec la distance inter-atomique  $d$ , distance affectée par la présence des contraintes résiduelles. Un jeu de collimateurs permet de sélectionner un volume de matière à sonder. En déplaçant et en tournant la pièce à étudier, après calculs et utilisation des relations de diffractométrie il est possible d'obtenir la valeur des déformations résiduelles et remonter à la valeur des contraintes résiduelles. Cette technique est capable de générer une cartographie complète et tridimensionnelle des contraintes résiduelles [MC00] [LA92]. Il est à noter que l'utilisation de rayons X permet d'obtenir des contraintes résiduelles sur une couche superficielle des pièces qui varie de quelques mm à quelques dizaines de micromètres contrairement aux neutrons qui atteignent plusieurs millimètres. Cependant cette dernière méthode nécessite de déplacer la pièce sur le site d'un réacteur nucléaire.

---

# **Fissuration en fatigue des structures mécano-soudées soumises à un environnement mécanique complexe**

## **Résumé**

Dans ce travail, une démarche d'analyse en fatigue des structures mécano-soudées industrielles soumises à des environnements mécaniques complexes est proposée. Basée sur une approche multi-échelle et sur le principe de superposition, elle utilise la méthode des éléments finis pour déterminer une carte du dommage de la structure avant de se focaliser sur l'amorçage de fissures. La propagation est traitée en couplant l'approche locale du dommage – le multi-amorçage –, avec la prise en compte de la souplesse de la structure fissurée au moyen d'éléments ressorts et grâce au développement de Boîtes à Fissures, utilisées pour le calcul des facteurs d'intensité de contrainte, l'analyse de la bifurcation et de l'ouverture des fissures pour les chargements variables.

Tous ces développements ont permis de créer une démarche et un outil permettant de traiter, sans remaillage, de l'amorçage d'une fissure jusqu'à la ruine, et qui ont été mis en oeuvre sur une structure industrielle.

## **Mots-clés**

Amorçage de Fissures de Fatigue, Propagation de Fissures, Boîtes A Fissures, Structures Soudées, Qualité de Soudure, Ouverture des Fissures, Surcharge, Maillage Automatique, Mode Mixte, Chargement Variable et Monotone.

---

# **Crack growth in welded structures submitted to fatigue complex loading**

## **Abstract**

The aim of a fatigue analysis on industrial welded structures submitted to complex loadings is to evaluate the lifetime to initiate a crack and to propagate it, until the failure of the structure occurs. In this study, we present a multi-scale approach, based on the use of finite elements from the global cartography of the damaged zones to the local calculation with cracks inserted in the models. Crack propagation is performed using multi-initiation of cracks at weld toes, Line Spring elements to take into account the flexibility due to cracks and Crack Box Technique allowing to precisely calculate the stress intensity factors. CBT is also used to determine the crack path and to calculate crack closure under variable loads.

All these developments have been included in the software VERICRACK to assess crack initiation until failure. This approach has been applied to an overall aluminium welded structure in which, results are in good agreement with calculations.

## **Keywords :**

Fatigue Crack Initiation, Crack Growth, Crack Box, Welded Structures, Weld Bead Quality, Crack Opening, Overload, Automatic Remeshing, Mixed-Mode Fracture, Monotonic and Variable loading.

---