



## UNIVERSITÉ PARIS-SUD

ECOLE DOCTORALE DE PHYSIQUE DE LA RÉGION PARISIENNE - ED 107  
LABORATOIRE DE PHYSIQUE THÉORIQUE D'ORSAY

DISCIPLINE : PHYSIQUE

### THÈSE DE DOCTORAT

Soutenue le 27 juin 2014 (14h) par

**Julien Cividini**

## **Systemes de transport multivoies : application au trafic piétonnier**

<b>Directrice de thèse :</b>	Mme. Cécile Appert-Rolland	Directeur de recherche CNRS (LPT, Orsay)
Composition du jury :		
Rapporteurs :	M. Éric Bertin M. Martin R. Evans	Chargé de recherche CNRS (LIPhy, Grenoble) Professeur (ICMCS, Université d'Edimbourg)
Examineurs :	Mme. Estelle Pitard M. Emmanuel Trizac M. Frédéric van Wijland	Chargé de recherche CNRS (LCC, Montpellier) Professeur (LPTMS, Université Paris-Sud) Professeur (MSC, Université Paris Diderot)

# Résumé

- **Physique statistique, piétons et TASEP :**

Les outils de la physique statistique connaissent parfois un succès remarquable quand on élargit leur champ d'application à des phénomènes sociaux, économiques ou biologiques. En particulier, la physique statistique hors d'équilibre est bien plus riche que son équivalent d'équilibre et permet de modéliser des phénomènes de transport de masse, de chaleur ou de charge dans des milieux denses, mais aussi des phénomènes biologiques intracellulaires ou d'autres ayant trait au trafic routier ou piétonnier. Cette thèse s'inscrit dans la continuité de ces études, se situant à mi-chemin entre les problèmes de physique statistique hors-équilibre et la modélisation du trafic piétonnier.

Dans toute la thèse, notre outil de base est le *TASEP* (Totally Asymmetric Simple Exclusion Process, ou "processus d'exclusion simple totalement asymétrique"), un modèle minimal de transport unidimensionnel très étudié en physique statistique [1]. Dans ce modèle l'espace est discret, représenté par

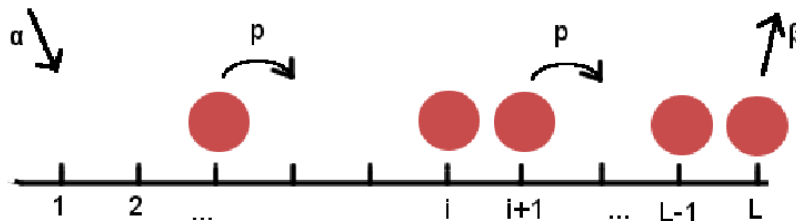


Figure .1: TASEP de longueur  $L$ . Les particules ont représentées par des disques rouges et les flèches représentent des transitions possibles pour les particules. Á part la taille du système 3 paramètres contrôlent le système : la probabilité d'entrée par pas de temps  $\alpha$ , la probabilité de saut  $p$  et la probabilité de sortie par pas de temps  $\beta$ .

un réseau unidimensionnel de sites, numérotés disons de 1 à  $L$ , de gauche à droite pour fixer les idées. Sur ces sites vivent des particules, pour l’instant sans structure interne, qui peuvent sauter de site en site. Le TASEP n’autorise que les sauts allant dans une direction donnée (“totalement asymétrique”), par exemple de gauche à droite et vers le site plus proche voisin du site de départ de la particule. A cette règle dynamique se superpose une contrainte, celle de l’exclusion simple : un site ne peut pas être occupé par plus d’une particule à la fois, et si une tentative de saut qui violerait cette règle est considérée le saut est refusé. En résumé, une particule occupant le site  $i$  ne peut sauter que vers  $i + 1$ , et uniquement si  $i + 1$  est vide. Le système est représenté en figure .1.

Les conditions aux bords sont aussi un élément important de modélisation. La voie unidimensionnelle sur laquelle circulent les particules est traditionnellement prise périodique, ouverte ou infinie. Le cas le plus pertinent pour nous est le deuxième, où les bords sont ouverts. Deux paramètres supplémentaires  $\alpha$  et  $\beta$  sont alors introduits, qui fixent le courant de particules maximal que peuvent respectivement supporter l’entrée (site 1) et la sortie (site  $L$ ). En toute généralité un autre paramètre existe, la probabilité de saut  $p$ , qui comme son nom l’indique fixe la probabilité d’accepter un saut ne contredisant pas l’exclusion simple serait proposé. Dans la grande majorité de la thèse on prendra  $p = 1$ , et on précisera que  $p < 1$  le cas échéant.

Un élément de modélisation n’a pas été évoqué jusqu’à présent, qui est au cœur de cette thèse : l’*update scheme* ou *update*, soit ”ordre de mise à jour” en français. Nous savons maintenant ce qui se passe si une particule essaie de sauter, mais nous ne savons pas comment décider quelle particule saute, et à quel moment. Plusieurs choix sont possibles, comme choisir les particules au hasard les unes après les autres (“random sequential update”), tirer un ordre au hasard et les faire sauter dans l’ordre (“random shuffle update”) ou encore les faire toutes sauter en même temps (“parallel update”). Nous nous intéressons ici à la modélisation des piétons, qui évoluent de façon plutôt régulière comparé à d’autres phénomènes modélisés à l’aide du TASEP comme le transport de ribosomes sur de l’ARNm ou le mouvement de marcheurs attachés à des microtubules. L’update doit donc être choisi en conséquence et présenter relativement peu de fluctuations, ce qui n’est pas le cas des deux premiers mentionnés plus haut. Reste le parallel update, qui donne de bons résultats appliqué aux piétons, mais qui n’est pas immédiat à généraliser à plus d’une dimension spatiale, des conflits pouvant apparaître dans le cas où deux particules essaient de sauter sur le même site.

#### • Frozen shuffle update :

Le cas du parallel update sera reconsidéré plus tard, mais pour le moment nous choisissons de créer notre propre update, adapté aux piétons. Cet update s’appelle le *frozen shuffle update*, et consiste à associer à chaque particule  $P$  une *phase*  $\tau_P \in [0, 1]$  à sa création. La phase est un nombre tiré aléatoirement qui détermine l’ordre dans lequel les particules essaient de sauter, à savoir dans l’ordre de phases croissantes. Les phases constituent donc un désordre gelé,

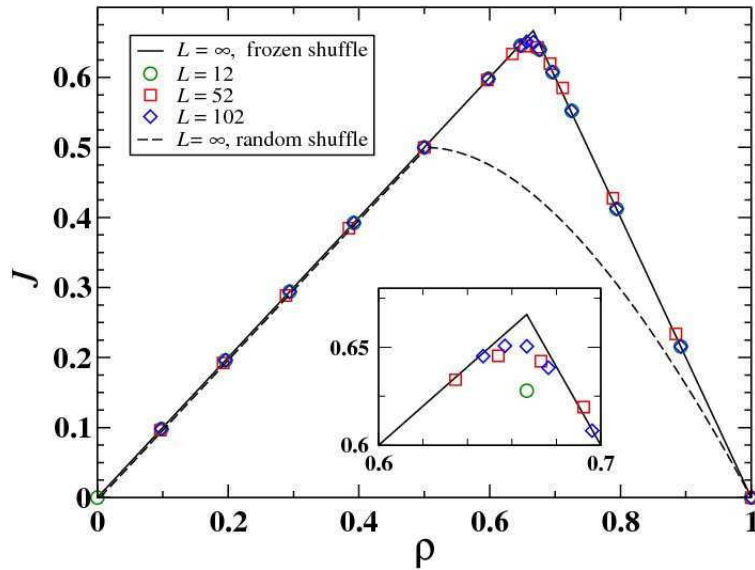


Figure .2: Diagramme fondamental du TASEP avec frozen shuffle update. La ligne noire pleine est la courbe pour un système infini, qui est constituée de deux portions linéaires qui lient  $(0, 0)$  à  $(2/3, 2/3)$  et  $(2/3, 2/3)$  à  $(1, 0)$ . Les symboles représentent des diagrammes fondamentaux pour des systèmes finis. Le frozen shuffle update est comparé au random shuffle update, représenté en lignes pointillées.

d'où le frozen shuffle update tire son nom. Le fait d'incorporer du désordre gelé nous permet de prendre la probabilité de saut  $p = 1$  tout en conservant une partie fluctuant d'une réalisation à l'autre. À l'échelle d'une seule réalisation, et en oubliant les bords, la dynamique du système est parfaitement déterministe, ce qui permet de s'attendre à une organisation à longue durée de vie et simplifie le traitement analytique.

Le TASEP avec frozen shuffle update a donc été étudié dans quelques géométries simple, afin de comprendre les principales caractéristiques de l'update.

On commence par les conditions au bord périodiques [2]. Le nombre de particules dans le système  $N$  est fixé et les phases des particules sont tirées indépendamment et uniformément entre 0 et 1 à leur création. La quantité la plus importante pour nous est le diagramme fondamental, c'est-à-dire à la relation entre la densité  $\bar{\rho} = \frac{N}{L}$  et le courant  $\mathcal{J}$ , qui peut génériquement être exprimé comme une fonction de corrélation à deux points. On montre alors qu'à densité fixée, selon la façon dont les phases sont ordonnées dans l'espace deux comportements peuvent apparaître: le système est soit en phase *free flow* (circulation fluide) ou en phase *jammed* (congestionné). Dans le premier cas les particules ne sont jamais bloquées. Dans le deuxième cas il existe des blocages dans l'état stationnaire. On montre alors que les particules s'agglomèrent en

*platoons* ("pelotons"), des groupes de particules maximale-ment compacts, qui ont la propriété de se déplacer comme un tout. Le nombre de pelotons autorisés dépend de l'ordre initial des phases, qui est conservé, ce qui explique que le comportement free flow ou jammed en dépende aussi. Dans la limite  $L \rightarrow \infty$  on démontre analytiquement et on vérifie numériquement qu'il existe une densité critique égale à  $\frac{2}{3}$  telle que pour  $\bar{\rho} < \frac{2}{3}$  presque toutes les réalisations sont en free flow dans l'état stationnaire et qu'elles soient presque toutes jammed dans le cas inverse. Le diagramme fondamental obtenu est montré figure .2. En particulier, ce seuil de congestionnement arrive plus tard en frozen shuffle qu'avec la plupart des updates à cause de l'organisation pérenne des particules en pelotons.

On étudie ensuite les conditions aux bords ouvertes [3]. Dans ce cas on doit décider de la phase des particules qu'on injecte, ce qui est fait en décrétant que, si le temps était continu, on injecterait les particules à taux constant, la partie entière de leur temps d'injection étant le pas de temps où elles sont injectées et la partie fractionnaire devenant leur phase. Une fois cette ambiguïté levée on s'intéresse au devenir du système pour  $\alpha$  et  $\beta$  fixés. À nouveau le système est soit en phase free flow soit en phase jammed, ces deux phases étant séparées par une ligne de transition dans le plan  $(\alpha, \beta)$ . Dans ces phases le courant est limité respectivement par l'entrée ou par la sortie. Notons ici que le courant peut en principe aussi être limité par l'intérieur du système, ce qui n'est ici pas possible en raison de notre choix  $p = 1$ . La position de la ligne de transition entre free flow et jammed est obtenue en écrivant que le courant maximal que peuvent supporter l'entrée et la sortie sont égaux, ce qui donne  $\alpha = \beta$ . À noter tout de même que le courant de maximal sortie dépend de la taille des pelotons formés, qui lui-même dépend de  $\alpha$ , et que cette expression n'est donc pas aussi évidente qu'il n'y paraît. Dans les deux phases on peut obtenir les expressions des densités et des courants en fonction de  $\alpha$  et  $\beta$ . On utilise aussi la théorie approximative du "domain wall" pour tenter de prédire le profile de densité, théorie à laquelle on reviendra.

La dernière géométrie simple est obtenue en prenant deux voies ouvertes unidimensionnelles et en les faisant se croiser en leur site de sortie [4]. Nous avons maintenant deux paires de paramètres  $(\alpha, \beta)$ , et on s'attend à ce que chaque voie puisse être soit en free flow soit jammed, donnant quatre états pour l'ensemble du système. Les caractéristiques de la phase free flow/free flow sont facilement obtenues à partir du cas à une seule voie, la difficulté est ici de faire de même dans les autres phases. On s'aperçoit alors que dans le cas où au moins une voie est jammed, le système est dans un état cyclique dont la "période" est définie par le temps nécessaire à un peloton pour traverser le site de sortie commun aux deux voies. En résumé, dans ce cas les courants de sortie peuvent être calculés et les lignes de transition sont obtenues de manière exacte. Dans le cas à plus de deux voies qui s'intersectent l'état cyclique existe toujours et le cas symétrique est rapidement étudié. D'autres résultats pourraient être obtenus dans le futur.

- **Théorie du Domain wall :**

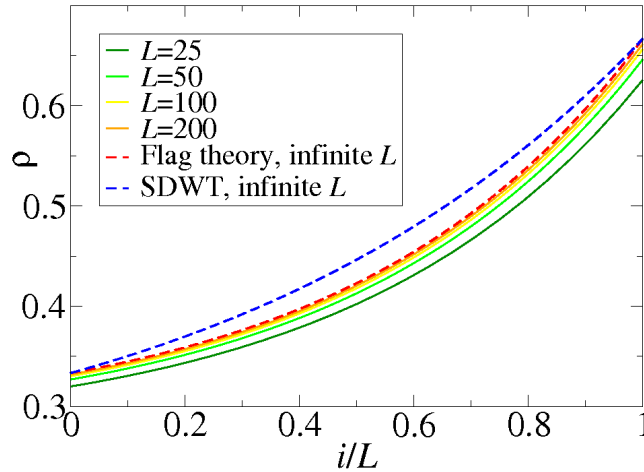


Figure .3: Profil de densité stationnaire du TASEP ouvert avec update parallèle, dans la limite d'échelle où le système est infini et proche du point critique pour  $\beta = 0.5$  et  $c \equiv L(\beta - \alpha) = 1$ . Courbe pointillée bleue : théorie du domain wall traditionnelle. Courbe pointillée rouge : prédictions par le flag. Lignes continues : simulations Monte-Carlo pour différentes longueurs.

Nous nous intéressons maintenant à une théorie très générale, la théorie du domain wall, et à son application au TASEP, en particulier aux updates adaptés au trafic.

Les idées sous-jacentes à la théorie du *domain wall*, qu'on pourrait traduire par "mur entre domaines", sont très générales. On peut par exemple voir une configuration typique du modèle d'Ising comme consistant en de grands domaines, dans lesquels le spin est constant et partout égal soit à  $+1$  soit à  $-1$  selon le domaine. Les domaines sont alors séparés par des murs, définis en général à une échelle mésoscopique. La théorie du domain wall a pour but de réduire la dynamique du système à la dynamique des murs qui le composent, le mouvement d'un mur ne dépendant que des caractéristiques macroscopiques des domaines avec lesquels ce mur est en contact. Une théorie générale du domain wall pour le TASEP a été formulée, qui est supposée valide dans un certain régime de paramètres où les corrélations à longue distance n'existent pas [5]. Cette théorie donne de très bons résultats quand elle est appliquée au TASEP avec random sequential update, allant jusqu'à reproduire l'expression exacte de la longueur caractéristique de décroissance du profil de densité. Cette théorie prédit aussi des quantités non stationnaires telles que la relaxation du profil de densité, et est facilement généralisable à des généralisation du TASEP dans lesquelles on changerait la géométrie ou certaines règles dynamiques. Le succès de la théorie du domain wall dans le cas du random sequential update repose cependant sur une propriété très spécifique au random sequential update,

à savoir l'absence de corrélations spatiales, même entre plus proches voisins.

Si on utilise d'autres updates comme le parallel ou le frozen shuffle update, tous deux adaptés aux problèmes de trafic, les prédictions de la théorie du domain wall deviennent moins bonnes et des différences systématiques apparaissent. Dans cette partie de la thèse on montre donc qu'il est possible de construire une théorie exacte du domain wall pour un de ces updates, à savoir le parallel update, toujours avec probabilité de saut  $p = 1$  [6]. Le système est divisé en deux domaines : free flow à gauche et jammed à droite. Dans notre cas le nombre de blocages est strictement nul dans le domaine free flow, ce qui permet de définir microscopiquement un *flag* ("drapeau"), qui est porté par définition par la particule la plus à gauche ayant déjà subi un blocage. On montre alors que le drapeau sépare deux régions qualitativement différentes puisqu'à sa gauche aucune particule n'a été bloquée alors qu'à sa droite elles l'ont toutes été. Ces deux régions sont identifiées avec les domaines free flow et jammed, et le flag devient donc un mur microscopique séparant ces deux domaines. Une équation maîtresse fermée peut être écrite pour la distribution jointe de la position et de la vitesse du drapeau. Le fait que la position et la vitesse soient couplées montre l'importance des corrélations en parallel update, ces corrélations étant complètement négligées par le domain wall habituel. Ces équations peuvent en principe être résolues par des méthodes standard, donnant une solution dynamique du système, mais nous nous restreignons ici à l'état stationnaire. Après avoir compris la structure des domaines le profil de densité exact peut être calculé. Dans la limite de systèmes infinis infiniment proches du point critique  $\alpha = \beta$  les équations d'évolution du flag se simplifient pour donner une équation de Fokker-Planck dont le coefficient de diffusion est différent de celui que donnerait l'approche habituelle. La comparaison est montrée figure .3.

#### • Piétons et intersections :

Nous voulons maintenant utiliser ce que nous avons appris dans les cas unidimensionnels afin d'étudier une situation plus pertinente pour les piétons, à savoir un croisement de deux flux de piétons.

Les modèles de piétons recouvrent un spectre assez varié, en nature comme en fonction. Parmi les principales familles on peut citer les modèles d'équations aux dérivées ordinaires, d'équations aux dérivées partielles, ou encore les automates cellulaires. Certains modèles sont aussi plus appliqués que d'autres, les plus fondamentaux ressemblant par exemple à nos particules dépourvues de psychologie sautant sur un réseau selon des règles très simples, alors qu'à l'autre opposé se trouvent des modèles très complexes impliquant différents types d'asservissements ou de calculs de trajectoires, certains étant mis au point pour simuler les piétons dans un lieu précis. Pour tester ces modèles on utilise en général des situations de référence dans lesquelles des phénomènes remarquables ont été mis en évidence expérimentalement. À titre d'exemples on peut citer les oscillations du courant de piétons à un goulot d'étranglement ou encore l'effet "faster-is-slower" dans les scénarios d'évacuation à très haute

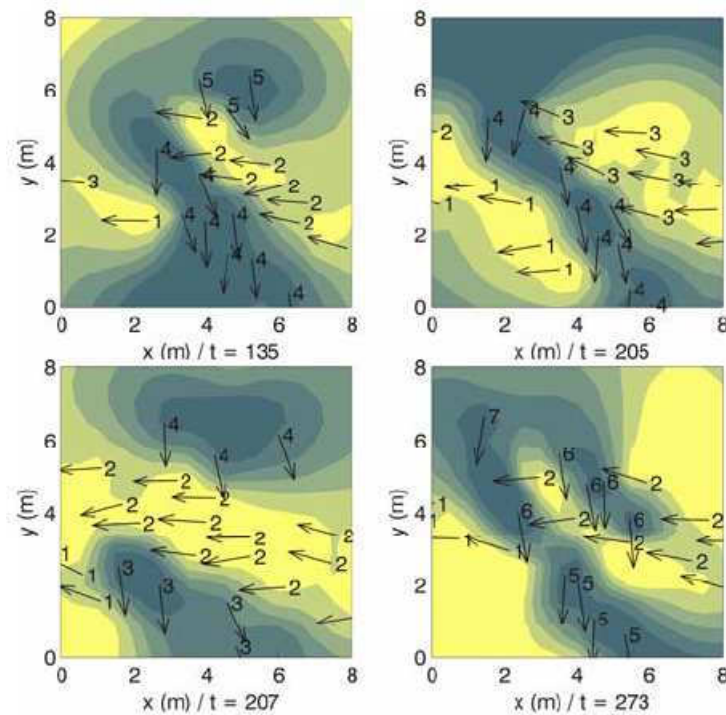


Figure .4: Formation d'alignements diagonaux dans des expériences de piétons. Un flux de piétons vient de droite et un autre vient d'en haut. Les couleurs indiquent ici la direction moyenne de la vitesse des piétons. Repris de la référence [7].

densité : plus vite chaque individu veut sortir d'une pièce, moins vite la foule sort.

Les intersections font partie de ces situations de référence. Dans ce cas, il est connu que deux flux de piétons se croisant vont finir par former des alignements de piétons allant dans la même direction, ces alignements étant perpendiculaires à la somme des vitesses des deux flux de piétons. Cette structure a aussi été observée dans des modèles beaucoup plus simples de physique statistique, le plus important d'entre eux étant le modèle BML [8], un modèle minimal de trafic routier dans une ville type Manhattan. Elle n'a par contre jamais été expliquée, et les preuves expérimentales de l'existence de ce motif restant pour le moment qualitatives.

- **Le modèle d'intersection :**

Notre approche à ce problème se base sur un modèle simple d'automate cellulaire, qui est aussi une généralisation du croisement quasi-unidimensionnel étudié plus tôt [9, 10]. Les voies sont élargies, le problème étant maintenant



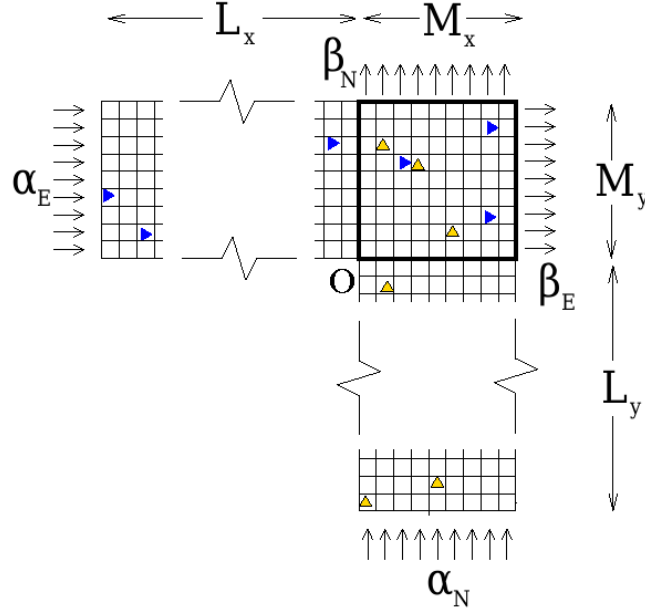


Figure .5: Intersection de deux rues de largeur  $M_x$  et  $M_y$  forme un rectangle de taille  $M_x \times M_y$ , en gras. Les particules  $\mathcal{E}$  sont représentées par les triangles bleus pointant vers la droite et les particules  $\mathcal{N}$  par les triangles oranges pointant vers le haut. Dans la suite on prendra presque toujours  $M_x = M_y$ ,  $L_x = L_y$ ,  $\alpha_E = \alpha_N$  et  $\beta_E = \beta_N = 1$ .

purement bidimensionnel comme représenté sur la figure .5. Nous nous intéressons pour le moment au croisement symétrique, les deux voies ont les mêmes taux d'entrée et de sortie. Ici nous nous intéressons spécifiquement à l'effet du croisement sur la dynamique. On élimine donc les blocages à la sortie en prenant les taux de sortie  $\beta = 1$ . On note aussi que les voies d'entrée de longueur  $L$  ne jouent aucun rôle, puisque les particules à l'intérieur sont en free flow et ne font que se translater. Finalement on arrive à un modèle à deux paramètres, la probabilité d'entrée par pas de temps  $\alpha$  et la largeur des voies  $M$ . Dans l'intersection de côté  $M$  on a deux types de particules : les particules  $\mathcal{E}$  qui entrent à l'ouest et sortent à l'est et les particules  $\mathcal{N}$  qui rentrent au sud et sortent au nord. La système est bien sûr symétrique par rapport à la diagonale. Pour l'update on choisit soit le frozen shuffle update, dont la généralisation à deux dimensions est immédiate, ou l'*alternating parallel update*, généralisation du parallel update dans laquelle on met à jour toutes les particules  $\mathcal{E}$  en parallèle, suivies par toutes les particules  $\mathcal{N}$ , suivies à nouveau par les particules  $\mathcal{E}$  et ainsi de suite. Le fait d'utiliser deux updates permet notamment de tester la

généralité des phénomènes observés.

On s'attend à juste titre à observer une transition vers l'état jammed quand  $\alpha$  augmente. Cette transition a été étudiée [11] et montre des aspects intéressants comme un point tricritique ou de la métastabilité par exemple. Le comportement des particules est par contre très différent de ce qui pourrait être attendu de piétons. On choisira donc toujours  $\alpha$  en-deçà de cette transition dans cette thèse, pour ne s'intéresser qu'à la phase free flow.

On s'intéresse d'abord au modèle d'intersection avec des conditions aux bords périodiques : on recolle les bords nord et sud et les bords est et ouest de l'intersection, sans considérer de voies d'entrée entre eux. Ce système a l'avantage d'être invariant par translation, ce qui va simplifier les calculs. Les simulations numériques montrent qu'on observe effectivement une structure diagonale se former, à un angle  $45^\circ$  de la verticale. On postule alors des équations de type champ moyen inspirées des équations d'évolution exactes du système. Les variables de ces équations sont des champs continus  $\rho_t^{\mathcal{E}, \mathcal{N}}(\mathbf{r})$ , ce qui permet une analyse de stabilité linéaire des équations autour de l'état constant et uniforme  $\rho_t^{\mathcal{E}, \mathcal{N}}(\mathbf{r}) = \bar{\rho}$ . Cette analyse montre qu'il existe une instabilité qui se propage dans la direction diagonale et a une longueur d'onde de quelques sites : les équations champ moyen expliquent le motif observé. Ce phénomène constitue d'une part une validation des équations en tant qu'approximation de l'automate cellulaire étudié, et d'autre part il prouve que l'observation d'alignements diagonaux a une portée générale, puisqu'on s'attend maintenant à les observer dans tous les systèmes dont les équations champ moyen constituent une approximation fidèle.

Nous passons maintenant aux conditions au bord ouvertes. Dans ce cas l'invariance par translation est perdue, et les particules sont injectées de manière désordonnée aux bords ouest et sud. Après une couche de pénétration les particules s'organisent à nouveau en alignements. Contrairement au cas périodique, l'angle de ces alignements dépend de la position dans le croisement. En effet, le croisement peut approximativement être divisé en deux zones de part et d'autre de la diagonale principale, dans lesquelles l'inclinaison des alignements est constante égale respectivement à  $45^\circ \pm \Delta\theta_0$ , voir figure .6. Cette différence d'angle est en fait intimement liée à une asymétrie d'organisation entre les particules : dans le triangle du haut les particules  $\mathcal{N}$  sont organisées en alignements qui font un angle  $45^\circ + \Delta\theta_0$  avec la diagonale alors que les particules  $\mathcal{E}$  semblent désorganisées et remplissent l'espace restant. Cet effet est baptisé effet *chevron*. On démontre alors qu'une analyse de stabilité linéaire des équations champ moyen calquée sur le calcul en conditions aux bords périodiques ne permet pas d'expliquer les chevrons, mais qu'en simulant numériquement les équations complètes on trouve l'effet chevron. On mentionne aussi le fait que pour l'instant, l'effet chevron n'a pas été observé expérimentalement mais que les valeurs des paramètres utilisés dans nos simulations sont cohérents avec les ordres de grandeur typiques des expériences.

On se concentre ensuite sur la façon de mesurer cette déviation par rapport à  $45^\circ$ . On utilise deux procédures différentes. La première est basée sur une relation simple entre les vitesses des particules de différents types obtenue en

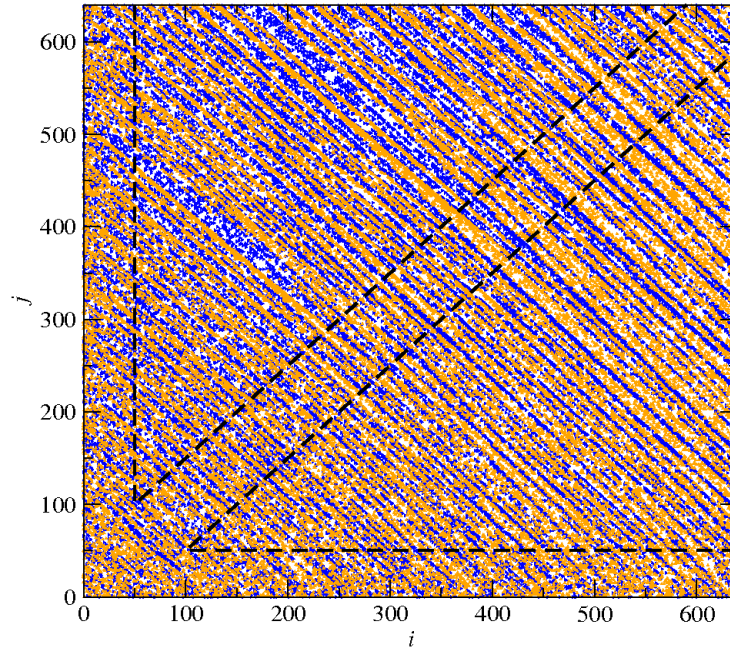


Figure 6: Configuration typique dans l'état stationnaire d'une intersection avec  $M = 640$ ,  $\alpha = 0.09$  et frozen shuffle update. Quand elles se propagent dans le système les particules s'organisent progressivement en alignements, dont l'angle est à peu près constant dans les deux régions triangulaires délimitées par les lignes pointillées.

supposant que les alignements sont impénétrables, la deuxième consiste à suivre un algorithme qui suit les crêtes du profil de densité de l'espèce organisée. Après comparaison, il se trouve que l'hypothèse d'impénétrabilité est vérifiée et que la méthode basée sur le rapport des vitesses peut être retenue comme définition de l'angle presque partout. On mesure alors  $\Delta\theta_0$ , qui se trouve être à peu près linéaire en  $\alpha$ .

#### • Interactions effectives :

Dans la partie précédente nous avons laissé de côté l'explication de l'effet chevron. Nous allons ici nous intéresser à un modèle relié et finalement montrer qu'il peut être déduit de l'asymétrie dans l'organisation entre les deux types de particules [12].

On veut ici réduire le problème comportant un nombre macroscopique de particules à un problème à deux particules interagissant via le milieu dans lequel elles baignent. Cette stratégie est souvent utilisée dans des systèmes de mécanique des fluides, par exemple pour calculer l'interaction entre deux colloïdes en solution. Si à l'équilibre la théorie est connue depuis longtemps [13],

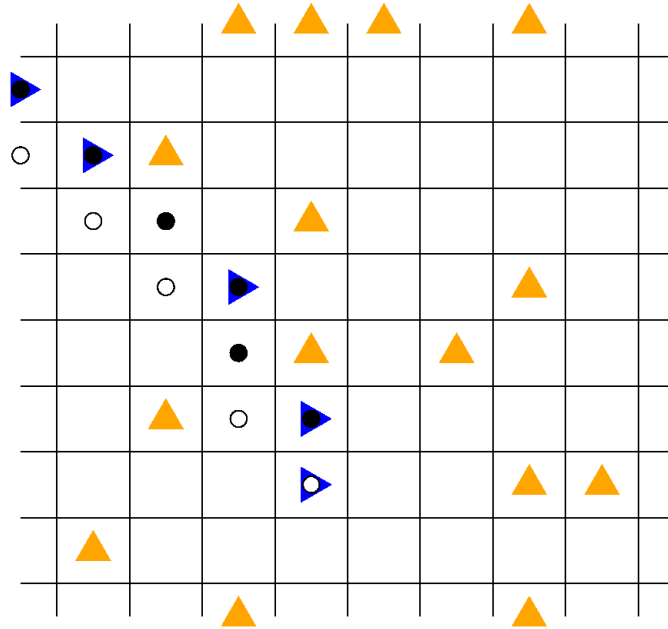


Figure .7: Exemple de mode macroscopique construit sur la base des interactions effectives et qui contribue à l'effet chevron. Les sites avec des points blancs et noirs représentent l'ombre de la particule du bas. Dans le cas de l'alternating parallel update le mode représenté est stable, et des particules peuvent en principe être ajoutées sur tous les sites noirs.

le cas hors équilibre dans lequel les colloïdes et le fluide sont en mouvement l'un par rapport à l'autre a été moins exploré [14]. Ici nous allons proposer un calcul exact d'interactions effectives dans un cas simple hors d'équilibre.

On considère une particule  $\mathcal{E}$ , qui saute donc d'ouest en est, sur un réseau infini recouvert aléatoirement de particules  $\mathcal{N}$ . Ici, les particules  $\mathcal{N}$  recouvrent le réseau de manière à ce que leurs corrélations soient les mêmes que si elles avait été injectées à un bord selon la procédure utilisée dans le modèle d'intersection. Après avoir moyenné sur les positions initiales des particules  $\mathcal{N}$  qui ne sont pas corrélées au mouvement de la particule  $\mathcal{E}$ , on peut construire un ensemble de sites auxquels on sait que les particules  $\mathcal{N}$  n'auraient pas pu accéder à cause de la présence de la particule  $\mathcal{E}$ . Ces sites sont donc vides et constituent l'"ombre" de la particule  $\mathcal{E}$ , ou *shadow*. Cette construction est valable pour les deux updates considérés.

On peut tout d'abord moyenner cette ombre sur le mouvement de la particule  $\mathcal{E}$ , ce qui donnera une sorte de sillage moyen. Ici les calculs diffèrent entre le frozen shuffle et l'alternating parallel update. On choisit donc de se limiter au frozen shuffle, et aux basses densités pour faciliter les calculs. Après avoir

effectué les moyennes, l'image est la suivante : à l'ombre correspond une zone presque vide, et de part et d'autre de cette zone vide on trouve des bourrelets plus denses que la moyenne, correspondant aux particules ayant été bloquées par la particule  $\mathcal{E}$  et à celles qui ont bloqué la particule  $\mathcal{E}$ . Ce calcul est en excellent accord avec les simulation numériques et valide l'analyse qui précède.

On ajoute maintenant une deuxième particule  $\mathcal{E}$ , qu'on fait démarrer dans l'ombre de la première. On connaît entièrement la statistique des positions des particules  $\mathcal{N}$ , ce qui nous donne accès à la forme de l'ombre. En examinant la dynamique microscopique on peut alors écrire des équations bilan pour la position de la deuxième particule par rapport à l'ombre de la première, et en déduire à partir de combien de temps la deuxième particule s'échappe. Dans le cas du frozen shuffle le décalage entre les phases des deux particules constitue une variable supplémentaire. On monte alors que, comparé à une situation de référence dans laquelle les deux particules  $\mathcal{E}$  ne sont pas corrélées, la deuxième particule  $\mathcal{E}$  met un temps bien plus long à s'échapper et que la présence de l'ombre stabilise donc sa position. Dans le cas du frozen shuffle le décalage entre les phases des deux particules  $\mathcal{E}$  introduit une variable supplémentaire, et on montre que les temps longs sont dominés par les cas où les phases des deux particules sont proches. L'alternating parallel update est formellement équivalent au frozen shuffle update si on choisit la même phase pour les deux particules, auquel cas le temps d'échappement est infini et la deuxième particule  $\mathcal{E}$  reste dans l'ombre de la première.

En alternating parallel update d'autres particules peuvent donc être rajoutées dans l'ombre de la première sans compromettre sa stabilité. On peut alors construire un mode macroscopique stable à partir du problème à deux particules, un cas typique étant représenté figure .7. Qui plus est, l'angle de l'ombre, et donc de l'alignement de particules, peut être exprimé simplement en fonction de la densité de particules  $\mathcal{N}$ , ce qui donne  $\Delta\theta_0 = \frac{\bar{v}^{\mathcal{N}}}{2}$ -rad et est en bon accord avec les mesures de l'effet chevron dans le modèle d'intersection. Dans le cas du frozen shuffle l'accord n'est que qualitatif à cause du taux d'échappement non nul. Dans d'autres updates avec plus de fluctuations on s'attend à une disparition totale des chevrons.

#### • Extensions du modèle d'intersection :

Après la définition du modèle d'intersection l'espace des paramètres a été réduit à  $(\alpha, M)$  en prenant une intersection symétrique et déterministe à l'intérieur du volume et à la sortie. Dans cette dernière partie nous allons étudier rapidement quelques variantes du modèle d'intersection qui constituent des perspectives intéressantes et vont nous permettre d'appliquer les connaissances récemment acquises. Seule restriction importante, nous restons toujours en phase free flow.

Nous nous intéressons d'abord à une variante asymétrique du croisement. Dans ce cas les chevrons existent toujours, et le croisement peut toujours être divisé en deux zones comme dans le cas symétrique. Les deux principales différences avec le cas symétrique sont le fait que la valeur absolue de l'angle

soit différent entre les deux régions et la ligne de partage, qui n'est plus le long de la diagonale mais a une pente différente. Les deux différences peuvent être expliquées par des arguments simples. Les piétons n'étant pas parfaitement réguliers, on s'intéresse ensuite au cas à nouveau symétrique mais avec  $p < 1$ . En éloignant petit à petit  $p$  de 1 on s'aperçoit que les chevrons disparaissent peu à peu, suivis par les alignements diagonaux. Un argument basé sur les équations champ moyen permet de comprendre la disparition des diagonales. La disparition des chevrons, elle, est moins bien comprise.

On étudie aussi les équations champ moyen en conditions aux bords cylindriques. Dans ce cas l'invariance par translation nous autorise à moyenniser sur une direction et on peut obtenir des mesures bien plus précises, par exemple pour la longueur de pénétration au bord désordonné. Dans l'état stationnaire les prédictions basées sur les interactions effectives sont aussi confirmées, et un effet transitoire peut aussi être compris sur la base de ces arguments.

• **Conclusion :**

Cette thèse est à mi-chemin entre l'étude des problèmes spécifiques aux piétons et la physique statistique hors équilibre. D'une part on a étudié uniquement des modèles simplifiés et aussi généraux que possible, tous inspirés de près ou de loin par le TASEP, un modèle paradigmatique de physique statistique hors d'équilibre. Les méthodes utilisées sont aussi toutes des méthodes traditionnelles de la physique statistique. D'autre part, tous les problèmes étudiés dans cette thèse sont orientés vers les piétons, que ce soit par le choix de l'update, de la géométrie ou des régimes de paramètres. Une grande importance a aussi été accordée à la possibilité de reproduire nos résultats théoriques dans de vraies expériences de piétons. Les deux domaines de recherche ont donc été complémentaires, la physique statistique fournissant les méthodes pour répondre à des questions venant des piétons.



# Bibliography

- [1] T. Chou, K. Mallick, and R. K. P. Zia, “Non-equilibrium statistical mechanics: from a paradigmatic model to biological transport,” *Reports on progress in physics*, vol. 74, p. 116601, 2011.
- [2] C. Appert-Rolland, J. Cividini, and H. J. Hilhorst, “Frozen shuffle update for an asymmetric exclusion process on a ring,” *J. Stat. Mech.*, p. P07009, 2011.
- [3] C. Appert-Rolland, J. Cividini, and H. J. Hilhorst, “Frozen shuffle update for an asymmetric exclusion process with open boundary conditions,” *J. Stat. Mech.*, p. P10013, 2011.
- [4] C. Appert-Rolland, J. Cividini, and H. J. Hilhorst, “Intersection of two TASEP traffic lanes with frozen shuffle update,” *J. Stat. Mech.*, p. P10014, 2011.
- [5] A. B. Kolomeisky, G. M. Schütz, E. B. Kolomeisky, and J. P. Straley, “Phase diagram of one-dimensional driven lattice gases with open boundaries,” *J. Phys. A*, vol. 31, pp. 6911–6919, 1998.
- [6] J. Cividini, H. J. Hilhorst, and C. Appert-Rolland, “Exact domain wall theory for deterministic tasep with parallel update,” *J. Phys. A: Math. Theor.*, vol. 47, p. 222001, 2014.
- [7] S. P. Hoogendoorn and W. Daamen, “Self-organization in walker experiments,” in *Traffic and Granular Flow '03* (S. Hoogendoorn, S. Luding, P. Bovy, and et al., eds.), pp. 121–132, Springer, 2005.
- [8] O. Biham, A. Middleton, and D. Levine, “Self-organization and a dynamic transition in traffic-flow models,” *Phys. Rev. A*, vol. 46, pp. R6124–R6127, 1992.
- [9] J. Cividini, H. J. Hilhorst, and C. Appert-Rolland, “Crossing pedestrian traffic flows, diagonal stripe pattern, and chevron effect,” *J. Phys. A: Math. Theor.*, vol. 46, p. 345002, 2013.
- [10] J. Cividini, C. Appert-Rolland, and H. J. Hilhorst, “Diagonal patterns and chevron effect in intersecting traffic flows,” *Europhys. Lett.*, vol. 102, p. 20002, 2013.



- [11] H. J. Hilhorst and C. Appert-Rolland, “A multi-lane TASEP model for crossing pedestrian traffic flows,” *J. Stat. Mech.*, p. P06009, 2012.
- [12] J. Cividini and C. Appert-Rolland, “Wake-mediated interaction between driven particles crossing a perpendicular flow,” *J. Stat. Mech.*, p. P07015, 2013.
- [13] S. Asakura and F. Oosawa, “On interaction between two bodies immersed in a solution of macromolecules,” *J. Chem Phys*, vol. 22, p. 1255, 1954.
- [14] J. Dzubiella, H. Löwen, and C. N. Likos, “Depletion forces in nonequilibrium,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 91, pp. 1–4, 2003.