



**HAL**  
open science

# Isolement acoustique de parois aux basses fréquences : programmation d'outils prédictifs et confrontations expérimentales dans le cas de planchers solivés en bois

Antonin Tribaleau

## ► To cite this version:

Antonin Tribaleau. Isolement acoustique de parois aux basses fréquences : programmation d'outils prédictifs et confrontations expérimentales dans le cas de planchers solivés en bois. Autre [cond-mat.other]. Université du Maine, 2013. Français. NNT : 2013LEMA1018 . tel-00939357v2

**HAL Id: tel-00939357**

**<https://theses.hal.science/tel-00939357v2>**

Submitted on 7 Jul 2014

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## THÈSE DE DOCTORAT

Antonin TRIBALEAU

Mémoire présenté en vue de l'obtention du  
**grade de Docteur de l'Université du Maine**  
sous le label de L'Université Nantes Angers Le Mans

**École doctorale : SPIGA**

**Discipline : 60**

**Spécialité : Acoustique**

**Unité de recherche : Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine — UMR CNRS 6613**

**Soutenue le 24 septembre 2013**

**Thèse N° :**

# ISOLEMENT ACOUSTIQUE DE PAROIS AUX BASSES FRÉQUENCES : PROGRAMMATION D'OUTILS PRÉDICTIFS ET CONFRONTATIONS EXPÉRIMENTALES DANS LE CAS DE PLANCHERS SOLIVÉS EN BOIS

## JURY

Rapporteurs : **L. BRANCHERIAU**, Chargé de recherche au CIRAD, HDR, Montpellier  
**F. DUBOIS**, Professeur des Universités, HDR, CUGCE, Egletons

Examineurs : **R. BRÉVART**, Ingénieur CRITT Bois, Épinal  
**J.F. DEÛ**, Professeur des Universités, HDR, CNAM-LMSSC, Paris  
**J.L. KOUYOUMJI**, Chercheur FCBA-Efiaconsulting, Bordeaux

Invité(s) : **N. TAHANI**, Maître de conférence, LAUM, Le Mans  
**B. BROUARD**, Maître de conférence, LAUM, Le Mans

Directeur de thèse : **J.M. GÉNEVAUX**, Professeur des Universités, HDR, LAUM, Le Mans

Co-directeur de Thèse : **O. DAZEL**, Professeur des Universités, HDR, LAUM, Le Mans



Université du Maine, Académie de Nantes  
École Doctorale : Sciences Pour l'Ingénieur, Géosciences, Architecture



**Thèse de doctorat**  
Spécialité : Acoustique

ISOLEMENT ACOUSTIQUE DE PAROIS AUX BASSES  
FRÉQUENCES : PROGRAMMATION D'OUTILS  
PRÉDICTIONNELS ET CONFRONTATIONS EXPÉRIMENTALES  
DANS LE CAS DE PLANCHERS SOLIVÉS EN BOIS

**Antonin TRIBALEAU**

Soutenue le 24 Septembre 2013 devant le jury composé de :

<b>L. BRANCHERIAU</b>	Chargé de recherche au CIRAD, HDR (Montpellier)	Rapporteur
<b>F. DUBOIS</b>	Professeur des Universités, HDR, CUGCE (Egletons)	Rapporteur
<b>R. BRÉVART</b>	Ingénieur CRITT Bois (Épinal)	Examineur
<b>J.F. DEÛ</b>	Professeur des Universités, HDR, CNAM-LMSSC (Paris)	Examineur
<b>J.L. KOUYOUMJI</b>	Chercheur FCBA-Efiaconsulting (Bordeaux)	Examineur
<b>J.M. GÉNEVAUX</b>	Professeur des Universités, HDR, LAUM (Le Mans)	Directeur de thèse
<b>O. DAZEL</b>	Maître de conférence, HDR, LAUM (Le Mans)	Co-encadrant de thèse
<b>N. TAHANI</b>	Maître de conférence, LAUM (Le Mans)	Invitée
<b>B. BROUARD</b>	Maître de conférence, LAUM (Le Mans)	Invité





# RÉSUMÉ

Dans le domaine de l'acoustique du bâtiment, la structure des constructions en bois est légère et ses capacités d'isolement acoustique sont faibles en particulier pour les basses fréquences en comparaison à d'autres techniques de construction comme le béton. Les travaux de cette thèse se sont donc centrés sur l'élaboration d'un outil prédictif visant à déterminer les performances acoustiques des planchers solivés en bois afin de compléter les outils prédictifs actuellement sur le marché. La méthode des éléments finis est adaptée pour résoudre ce problème vibro-acoustique car le comportement basses fréquences est de type modal. Pour gagner en temps de calcul, une résolution mixte éléments finis – formulation intégrale d'Huygens et différentes optimisations ont été mises en place. Grâce à l'utilisation de la méthode des éléments finis, il a été possible de mettre en évidence des résonances de ce problème couplé qui font chuter localement la valeur de l'affaiblissement ; celles-ci ne peuvent être prises en compte par la méthode des matrices de transfert. Néanmoins, ces deux méthodes fournissent des allures moyennes de courbes d'affaiblissement équivalentes, en particulier lors d'une étude en tiers d'octave. Pour aborder le problème des transmissions latérales, nous avons montré la faisabilité de la détermination expérimentale des propriétés mécaniques équivalentes d'un élément de jonction courant entre les planchers et les murs : le sabot métallique. Un modèle mécanique simplifié par éléments finis permet ainsi un couplage mécanique entre les solives et les poutres en intégrant les effets locaux de dissipation présents pour ce type de jonction.

mots clefs : vibro-acoustique, bâtiment, bois, isolement acoustique, jonction, champ diffus, transmissions latérales, éléments finis.



# ABSTRACT

In building acoustics, the structure of wooden construction is lightweight and sound insulation at low frequency are weak compared to other construction techniques like concrete. The work of this thesis is focus on the development of predictive tools for determining the acoustic performance of wooden joist floors to complete the existing predictive tools available on the market. The finite element method (FEM) is adapted to solve this vibro-acoustic problem because behavior at low frequencies is modal. To save computation time, a mixed resolution finite element with Huygens integral formulations and several optimizations were implemented. We could note the interest of the FEM : we observed that resonances of the coupled system drive locally down the value of the TL, which can not be taken into account by the method of transfer matrices. However, we note that these two methods provide equivalent average curve shapes of TL's spectrum. To deal with the problem of flanking transmissions, penalizing the lightweight construction, we experimentaly determine the mechanical properties of a equivalent junction element between floors and walls : the wood joist hanger. Through a simplified mechanical model, this numerical finite element model allows a mechanical coupling between the joists and beams by incorporating the local effects of dissipation present for this type of junction.

key words : vibro-acoustic, building, wood, sound insulation, junction, diffuse field, flanking transmission, finite element.



# REMERCIEMENTS

La rédaction des « remerciements » est une épreuve en soi : celle de n’oublier personne et de trouver les mots justes. En clôturant ainsi mon cursus scolaire avec ce document, j’ai voulu remercier, par ces quelques paragraphes libres de toutes corrections et relectures, les individus qui ont participé directement ou indirectement à cet aboutissement.

En premier lieu, je remercie les rapporteurs Loïc BRANCHERIAU et Frédéric DUBOIS et également les examinateurs, Romain BRÉVART, Jean-François DEÛ et Jean-Luc KOUYOUMJI, pour l’intérêt qu’ils ont manifesté pour lire mes travaux. Leurs commentaires, leurs critiques et les discussions qui suivront me seront précieux.

J’exprime mes sincères remerciements à remercier Stéphane OHNIMUS, le directeur du CRITT Bois, Romain BRÉVART, Sébastien AUCHET et Jean-Sébastien LAUFFER qui semblent avoir été convaincus, lors de mon premier entretien sur Épinal en juin 2009, de mon engouement pour réaliser une thèse avec leur équipe. Au sein de cette structure, je fais le bilan d’avoir travaillé dans des conditions plus qu’agréables et sereines, au-delà des tiraillements ou difficultés à travailler ensemble, événements qui me paraissent finalement inévitables au bon fonctionnement d’une entreprise. Je retiendrai de ces quelques années, les discussions ouvertes de Jean-Marc RIONDEL, la curiosité débordante de Philippe THIRIET, la voix transpersante de Coralie PELLETIER, la vitesse d’esprit d’Antoine PRATS, l’énergie et la transversalité de Romain BRÉVART. Plus largement, je remercie les personnes du CRITT Bois de m’avoir pleinement intégré à leur équipe durant mes années de thèse, un travail parfois isolant.

En restant sur le campus d’Épinal, il m’est important de ne pas oublier Pascal TRIBOULOT, le Directeur de l’ENSTIB, d’une part pour m’avoir accepté dans son école afin d’y réaliser ma première formation sur le matériau bois et d’autre part pour avoir transmis ma candidature de thèse au CRITT Bois. Pour d’autres événements évidemment, je le remercie de m’avoir fait confiance. L’ENSTIB ne se réduisant pas à son directeur charismatique, je tiens à saluer également Jean-Claude BIGNON pour sa sensibilité poétique envers le bois, Éric MOUGEL pour son professionnalisme et sa victoire au concours de sciage aux Défis du Bois 2008, Nicolas PAGEL et son humour affûté, Sébastien NUS pour m’avoir fait découvrir la photographie. Je n’oublie pas évidemment l’équipe technique de l’ENSTIB pour sa serviabilité et la qualité de ses conseils : Jean-Jacques BALLAND, Stéphane AUBERT, Cyril DEHARBE, Dominique DEHARBE, Cédric MARIN, Éric MISMER, John THOMAS. Un mot également pour Najette BENSOLTANE, qui me saluait tout les matins de son sourire.

Le campus accueille également un pôle de compétitivité : le Pôle Fibre<sup>1</sup>. À la manière d’un comédien de théâtre, je salue donc Sabrina PEREIRA, Agnès SZABO et Lionel TUALLION pour leur dire que je n’oublierai pas les envolées de nos discussions au restaurant universitaire. À propos de ce lieu, j’embrasse également les femmes de ce restaurant et son patron qui ont su résister à nos critiques gastronomiques les plus acides<sup>2</sup>.

Étant originaire de la Sarthe, j’ai principalement suivi mes études dans ce département. Mon souvenir scolaire le plus distinct est rattaché à mon B.T.S. effectué au lycée G. TOUCHARD du Mans. Je tiens à souligner l’équipe soudée de la filière Mécanique et Automatismes Industriels : Joseph ORAIN, Guy

---

1. Pôle Filles, pour les intimes

2. Demander leur spécialité de ma part : andouillette-couscous, un plat transversal par excellence

XAIXO, Rachel POMMIER, Philippe SIMIER, Hervé BOURGEOIS et André MAREAU. J'ai le souvenir d'une étroite collaboration entre professeurs et étudiants sur le projet industriel. Cette équipe de professeurs m'a confirmé qu'il existe toujours des enseignants de qualité : ceux qui nous apprennent à être curieux.

Par la suite, j'ai rejoint l'université du Maine par l'intermédiaire de Bruno BROUARD. Il fut mon premier contact avec l'université en m'acceptant de suivre la formation du D.E.U.S.T. V.A.S. Merci de m'avoir accompagné tout au long de mon cursus universitaire avec ta sincérité et ta simplicité. Plus tard, j'ai rencontré Najat TAHANI et Olivier DAZEL en tant que professeur. Merci Najat d'avoir dépoussiéré le mot « bois » de ma tête, je n'y pensais plus depuis un certain temps. Tu m'as donné l'envie d'aller suivre une formation pour ce matériau et tu représentes finalement mon lien entre Épinal et le Mans, entre le bois et l'acoustique. Merci à toi Olivier, de ne pas m'avoir dégoûté d'une certaine complexité mathématique de la méthode de éléments finis et de m'avoir recentré sur l'essentiel. C'est en commençant ma thèse que j'ai rencontré Jean-Michel GÉNEVAUX, mon directeur de thèse. Il n'y a pas de demi-mesure avec lui : on l'aime ou on ne l'aime pas. Ton encadrement m'a permis d'être confiant sur l'avancée de mes travaux, réconfortant sur des résultats peu encourageants, et également patient face à une certaine lenteur de ma part. Ce fut finalement un plaisir sans effets secondaires de travailler avec vous quatre. Je me rappellerai de nos conversions en visio-conférence : les visages surpris et moqueurs de mes collègues de bureau, la mécanique expliquée avec les mains de Jean-Michel, l'attente des retardataires avec Bruno, la ponctualité d'Olivier, la force de caractère de Najat face à ses trois loustics. En dehors de mon encadrement et en passant seulement quelques semaines au laboratoire, je retiens aussi l'ambiance des repas passés du 4<sup>ème</sup> étage et à celles et ceux qui l'animent : merci à Claire DURAND, Laurence COUTURIER, Élisabeth DUBOIS, Valérie HERMANN. Je pense également à mes collègues de bureau au laboratoire, aux discussions, aux pauses-café et à nos interrogations : Yousra BACCOUCHE, Navid NEMATI, Sylvain MÉZIL, Jean-Philippe GROBY. Merci également à Stéphane LEBON pour ses bibliothèques et ses programmes de communication avec la carte d'acquisition.

Quelques mots pour mes amis d'Épinal, Abdelhamid, Antoine, Bertrand, Christophe, Gaëlle, Lucie, Ludovic, Manon, Marie-Luce, Pascale, Sabrina et Virginie : avec le temps, nous avons construit et partagé une amitié comme je ne l'imaginai pas avant de vous connaître. L'Est de la France, la Lorraine, les Vosges et Épinal seront des mots qui auront un goût âpre et édulcoré, entre le sentiment de la nostalgie et la fraîcheur de mes souvenirs. Nous partagerons encore, j'en suis sûr, des relations qui nous emplissent. Si ce document traduit un aboutissement, alors vous traduisez pour moi une belle découverte.

Je resterais discret pour mon estime envers ma famille et mes parents. Yves, même si nos avions en bois n'ont pas encore pu décoller, mes souvenirs passés dans le grenier surchauffé tournoient depuis longtemps dans ma tête. Yveline, merci de m'avoir accompagné dans les moments si difficiles et les lieux si chargés. Claudie, il reste encore toute la vie devant nous pour écraser nos appréhensions et les distances qui nous ont séparé et nous séparent encore parfois. Raymond, excuse-moi pour mon silence, il traduit seulement ma profonde reconnaissance de ce que vous m'avez transmis, toi et ta femme. Ulysse, continue d'être contemplatif pour observer le monde !

À FREDONIE.



Bertrand : « *À fond, Sacha, à fond !* »





# TABLE DES MATIÈRES

Résumé	i
Abstract	iii
Remerciements	v
Définitions des niveaux en dB	xiii
Table des figures	xv
Listes des tableaux	xix
Introduction	1
<b>I Méthodes numériques pour la résolution de problèmes vibro-acoustiques</b>	<b>9</b>
<b>1 Modèle de sources acoustiques</b>	<b>11</b>
1.1 Concept du champ diffus acoustique . . . . .	11
1.1.1 Champ diffus théorique . . . . .	11
1.1.2 Discrétisation du champ diffus . . . . .	12
1.2 Différentes méthodes de répartition des sources . . . . .	13
1.2.1 Méthodes géométriques : révolution et géodésie . . . . .	13
1.2.2 Méthode stochastique : processus aléatoire . . . . .	15
1.3 Convergence des méthodes vers la solution analytique . . . . .	16
1.3.1 Étude de l'uniformité spatiale . . . . .	16
1.3.2 Étude de l'influence du nombre de sources . . . . .	19
1.4 Fonction équivalente $N(\text{Dim})$ déterminant le nombre optimum de sources . . . . .	21
1.5 Conclusion . . . . .	21
<b>2 Une approche numérique de la résolution du problème vibro-acoustique des planchers solivés en bois</b>	<b>23</b>
2.1 Introduction . . . . .	23
2.2 Définition du problème . . . . .	25
2.2.1 Présentation du logiciel libre : <i>FreeFem++</i> . . . . .	26
2.2.2 Écriture de la formulation variationnelle associée à un problème couplé . . . . .	26
2.3 Résolution du problème aux éléments finis à l'aide de <i>FreeFem++</i> . . . . .	28
2.3.1 Validation d'un modèle couplé aux éléments finis - tube de Kundt . . . . .	28
2.3.2 Application au rayonnement acoustique d'une plaque en champ clos . . . . .	31
2.4 Application de la formulation intégrale d'Huygens pour simplifier la résolution numérique	34
2.4.1 Problème en champ libre : affaiblissement acoustique . . . . .	35
2.4.2 Problème en champ clos - comparaison . . . . .	38

2.5	Quelques optimisations du calcul vibro-acoustique appliqué au bâtiment . . . . .	40
2.5.1	Différentes interpolations des éléments finis dans le calcul du champ de vitesses . . .	41
2.5.2	Influence de l'amortissement du fluide . . . . .	43
2.5.3	Approximation de la forme de la cavité . . . . .	43
2.5.4	Formulation intégrale avec réduction de la somme . . . . .	48
2.6	Conclusion . . . . .	52
<b>II Caractérisation expérimentale d'un système d'assemblage bois et implémentation numérique</b>		<b>55</b>
<b>3</b>	<b>Modèle numérique d'une solive en bois massif</b>	<b>57</b>
3.1	Préambule . . . . .	57
3.2	Description du matériau bois . . . . .	58
3.2.1	Anisotropie du matériau . . . . .	58
3.2.2	Loi de Hooke pour le matériau bois . . . . .	59
3.3	Analyse modale des solives : outil de caractérisation mécanique . . . . .	63
3.3.1	Description du protocole expérimental . . . . .	63
3.3.2	Validation la chaîne de mesure force - accélération . . . . .	64
3.3.3	Validation du protocole expérimental . . . . .	65
3.3.4	Linéarité du système en fonction de l'intensité de la force . . . . .	68
3.4	Détermination des propriétés mécaniques des solives via une résolution analytique . . . . .	69
3.4.1	Théorie des poutres . . . . .	70
3.4.2	Conclusions et limites du modèle analytique . . . . .	71
3.5	Détermination des propriétés mécaniques des solives via un modèle par éléments finis . . . . .	71
3.5.1	Influence du type de loi de comportement sur la réponse des solives . . . . .	72
3.5.2	Effet de la variabilité dimensionnelle, du tuilage et de la rugosité . . . . .	74
3.5.3	Confrontation du modèle numérique avec les données expérimentales . . . . .	80
3.6	Conclusion . . . . .	85
<b>4</b>	<b>Modèle numérique simplifié d'un assemblage courant</b>	<b>87</b>
4.1	Introduction . . . . .	87
4.2	Modèle simplifié d'un connecteur métallique de type sabot . . . . .	88
4.2.1	Choix d'un modèle simplifié . . . . .	89
4.3	Méthode pour la détermination des raideurs locales complexes . . . . .	90
4.3.1	Étapes de la méthode . . . . .	90
4.3.2	Description du protocole expérimental . . . . .	92
4.4	Recalage du modèle numérique avec les données expérimentales . . . . .	93
4.4.1	Raideur selon la direction $\vec{x}$ . . . . .	93
4.4.2	Raideur selon la direction $\vec{y}$ . . . . .	96
4.4.3	Raideur selon la direction $\vec{z}$ . . . . .	100
4.5	Conclusion . . . . .	103
<b>Conclusion</b>		<b>105</b>
<b>Annexes</b>		<b>111</b>
<b>A</b>	<b>Algorithmes de répartition de sources</b>	<b>113</b>
A.1	Répartition de points sur une sphère par la méthode de révolution . . . . .	113
A.2	Répartition de points sur une sphère par la méthode de géodésique . . . . .	114
A.3	Répartition de points sur une sphère par une méthode stochastique . . . . .	115

---

A.4	Méthode pour l'élaboration des cartographies des intensité acoustiques incidentes . . . . .	116
<b>B</b>	<b>Formes propres et réponses fréquentielles expérimentales et numériques</b>	<b>117</b>
B.1	Solive, poutre et sabot métallique . . . . .	118
B.1.1	Excitation suivant l'axe $\vec{x}$ . . . . .	118
B.1.2	Excitation suivant l'axe $\vec{y}$ . . . . .	121
B.1.3	Excitation suivant l'axe $\vec{z}$ . . . . .	125
	<b>References</b>	<b>127</b>



## DÉFINITIONS DES NIVEAUX EN dB

Le tableau suivant indique la définition des niveaux en dB en fonction de la nature de la variable et de sa référence.

Variable	Définition	Quantité de référence
Déplacement	$L_d = 10 \log \left( \frac{d^2}{d_0^2} \right)$	$d_0 = 10^{-12} \text{ m}$
Vitesse	$L_v = 10 \log \left( \frac{v^2}{v_0^2} \right)$	$v_0 = 10^{-9} \text{ m.s}^{-1}$
Accélération	$L_a = 10 \log \left( \frac{a^2}{a_0^2} \right)$	$a_0 = 10^{-6} \text{ m.s}^{-2}$
Pression	$L_p = 10 \log \left( \frac{p^2}{p_0^2} \right)$	$p_0 = 2.10^{-5} \text{ Pa}$
Intensité	$L_I = 10 \log \left( \frac{I}{I_0} \right)$	$I_0 = 10^{-12} \text{ W.m}^{-2}$
Énergie	$L_E = 20 \log \left( \frac{E}{E_0} \right)$	$E_0 = 10^{-12} \text{ J}$
Puissance	$L_W = 20 \log \left( \frac{W}{W_0} \right)$	$W_0 = 10^{-12} \text{ W}$



# TABLE DES FIGURES

1	Exemple de construction basée sur l'ossature bois (à gauche) et en bois massif contrecollé (à droite) . . . . .	3
2	Comparaison du niveau des transmissions aux bruits d'impacts pour deux types de construction - ossature bois (en vert) et béton (en gris) . . . . .	5
1.1	Coordonnées sphériques du type rayon-longitude-colatitude - point source $S$ et point d'observation $O'$ . . . . .	12
1.2	Deux bâtiments de forme sphérique dont le maillage est généré selon deux méthodes géométriques différentes. . . . .	13
1.3	Répartition des sources suivant les 3 méthodes décrites de $N$ points sur la sphère complète - $N = [14; 114]$ - répartition par révolution (en haut), répartition géodésique (au milieu) et répartition aléatoire (en bas). . . . .	15
1.4	Équivalence de l'aire d'un lobe d'une sinusoïde (bleu) et de l'aire d'un rectangle (vert) et la répartition de 10 unité d'aire $dS$ sur chaque forme. . . . .	16
1.5	Définitions des angles dans la rotation des sources dans l'espace. . . . .	17
1.6	Cartographie du rapport des intensités acoustiques $I(\theta_x, \theta_{n'}) / I_{\text{analyt.}}$ , moyennées sur 100 tirages et pour 2 niveaux de quantité de sources ( $N = [14; 114]$ ). . . . .	18
1.7	Évolution de l'écart-type normalisé ( $\pm\sigma$ ) autour de la valeur moyenne de l'intensité normalisée en fonction du nombre de tirages cumulés et des différentes méthodes de répartition et pour les 2 niveaux de discrétisation ( $N = [14; 114]$ ). . . . .	18
1.8	Évaluation de la stabilité de l'intensité acoustique incidente entre plusieurs tirages sur un disque de diamètre $d$ . . . . .	19
1.9	Évolution de l'intensité moyenne normalisée et son écart-type en fonction du rapport $Dim$ et du nombre de sources. . . . .	20
1.10	Régions des écart-types autour de la valeur moyenne normalisée pour les fréquences 100, 200 et 400 Hz, respectivement $Dim = [2.90; 5.81; 11.6]$ . . . . .	20
1.11	Valeur moyenne et écart-type de l'intensité incidence sur le disque de diamètre $d = 10$ m - $f = 25$ Hz - nombre de sources $[5; 10^6]$ - 100 tirages. . . . .	21
2.1	Différents domaines et interfaces dans le calcul vibro-acoustique en acoustique du bâtiment. . . . .	23
2.2	Arbre des principales méthodes de résolution des problèmes de vibro-acoustique. . . . .	24
2.3	Modèle éléments finis du tube de Kundt - piston plan + colonne fluide + poreux. . . . .	28
2.4	Schéma d'un tube de Kundt - modèle expérimental. . . . .	29
2.5	Impédance réduite de surface du matériau poreux calculée selon deux méthodes - analytique et numérique par éléments finis. . . . .	30
2.6	Différentiel des puissances incidente et transmise d'un piston plan dans un tube de Kundt - calcul par méthode des éléments finis et comparaison avec la loi de masse. . . . .	30
2.7	Affaiblissement acoustique déterminé en champ libre et en espace clos - influence de la cavité réceptrice - Conditions aux limites de la plaques du type encastrement (en haut) et de type libre (en bas). . . . .	33



2.8	Schéma représentatif d'un problème de vibro-acoustique couplé (à gauche) et découplé (à droite).	34
2.9	Principe de l'évaluation de l'affaiblissement acoustique d'une plaque de dimensions finies par la méthode des intensités.	36
2.10	Affaiblissement acoustique calculé par la méthode éléments finis et formulation intégrale en champ libre pour 2 épaisseurs de plaques.	38
2.11	Pression quad. moy. calculée par la méthode éléments finis couplée et par formulation intégrale et vitesse quad. moy. de la plaque couplée.	41
2.12	Comparaison des niveaux de vitesse quadratique moyenne sur plusieurs type d'interpolation des éléments finis de la structure - P2 isotrope, P1 isotrope, P2n/P1t et P2t/P1n.	42
2.13	Différence des vitesses et pressions quadratiques moyennes issues du calcul éléments finis avec et sans amortissement fluide dans le problème en espace clos.	43
2.14	Exemple d'un solivage bois apparent donnant dans une cuisine - <i>source : Architecture et Bois, architecte J.J.Laferrrière.</i>	44
2.15	Modèle réel (à gauche) et approché (à droite) de la forme de la cavité lorsque le solivage est apparent.	44
2.16	Forme propre du mode de cavité n°20 (type 3-0-0) selon le modèle réel et approché - $f_m \approx 120$ Hz.	45
2.17	Matrice de MAC comparant les formes propres du modèle « approché » à ceux du modèle numérique « réel ».	46
2.18	Modèle de la structure et du fluide de comparaison pour observer l'influence du rayonnement du solivage dans un espace clos - rayonnant du solivage pris en compte (modèle A), rayonnement du solivage exclu (modèle B).	47
2.19	Comparaison des niveaux de pression quadratique moyenne en prenant en compte ou non le rayonnement du solivage.	47
2.20	Distinction du rayonnement acoustique du solivage (en vert et bleu foncé) et du panneau (en rouge).	48
2.21	Pressions quadratiques moyennes issues du rayonnement de la face inférieure du panneau (rouge) et du rayonnement des solives (bleu) pour la hauteur $h$ et (vert) pour la base $b$ .	48
2.22	Matrice des pressions quadratiques moyennes associées à chaque mode de cavité (en haut) - vitesse et pression quadratique moyenne (en bas).	50
2.23	Comparaison des pressions quadratiques moyennes issues du calcul par formulation intégrale initiale MEF/HUY et selon deux formulations réduites MEF/HUY(m) et MEF/HUY(m+Q).	52
3.1	Différentes voies de transmissions vibro-acoustiques dans l'habitat <i>source figure de gauche : Critt Bois Épinal.</i>	57
3.2	Plusieurs échelles d'une section de bois (coupe transversale uniquement) - <i>source : (a) - www.torange-fr.com ; (c) - www.woodanatomy.ch.</i>	58
3.3	Schéma représentatif de la loi de comportement orthotropique (à gauche) et orthotropique cylindrique (à droite).	62
3.4	Étapes dans la construction du champ des vecteurs directeurs pour la matrice de comportement orthotropie cylindrique.	63
3.5	Protocole expérimental pour l'analyse modale des solives - méthode par pot vibrant.	64
3.6	Protocole expérimental pour la vérification de la linéarité de la mesure $A/F$ par la méthode de masse rigide et pot vibrant.	65
3.7	Réponse en fréquence $ A/F $ corrigée par la masse statique dans le cas de vérification de la constance du couple de mesure force + accélération - protocole expérimental décrit sur la fig. 3.6.	65
3.8	Dispositif expérimental - mise en suspension du pot-vibrant et de la solive par l'intermédiaire de tendeurs.	66

3.9	Différentes positions des supports élastiques sur la longueur de la solive - 2 orientations testées. . . . .	66
3.10	Description du modèle de la solive et des points caractéristiques pour la mesure de la réponse en fréquence $A/F$ - vibrations de flexion autour de l'axe $\vec{z}$ . . . . .	67
3.11	Réponse en fréquence $ A/F $ aux points $A1y$ et $F1y$ de la fig. 3.10 et fréquences propres de flexion autour de $\vec{z}$ et valeur d'amortissements associées pour les 8 premiers modes de flexion. . . . .	67
3.12	Réponse en fréquences $ A/F $ aux points $A1y$ et $F1y$ de la fig. 3.10 autour de fréquence de résonance de flexion tournant autour de l'axe formé par la hauteur de la solive et selon différentes orientations et positions des supports élastiques. . . . .	68
3.13	Réponse en fréquences $ A/F $ aux points $A1y$ et $F1y$ de la fig. 3.10 autour de fréquences de résonance de flexion tournant autour de l'axe formé par la hauteur de la solive avec différents niveaux d'amplitude d'excitation. . . . .	69
3.14	Comparaison de l'évolution du module d'élasticité longitudinale obtenue selon le modèle d'Euler-Bernoulli à partir des modes de flexion autour des axes $\vec{y}$ et $\vec{z}$ . . . . .	72
3.15	Description du modèle éléments finis de la solive pour les simulations d'analyse modale par la méthode des éléments finis. . . . .	72
3.16	Comparaison des réponses fréquentielles aux points $A3y$ et $F1y$ en fonction du type de loi de comportement mécanique de la solive. . . . .	73
3.17	Ratio des fréquences propres de flexion autour de l'axe $\vec{z}$ pour chaque loi de comportement avec les fréquences propres de référence associées à l'orthotropie cylindrique. . . . .	74
3.18	Photographies indiquant le tuilage de la section des solives et de son état de surface. . . . .	74
3.19	Principe du modèle simplifié de la section réduite intégrant l'effet des variations dimensionnelles et de la rugosité dans le calcul des moments quadratiques et évolution des ratios des moments quadratiques $\chi$ pour chaque direction principale de la section, $\vec{y}$ et $\vec{z}$ en fonction de l'épaisseur $d_r$ . . . . .	77
3.20	Évolution du recalage du module d'élasticité par la méthode analytique de Bernoulli pour les modes de flexion autour de l'axe $\vec{y}$ et $\vec{z}$ . . . . .	77
3.21	Effet du retrait et du gonflement à l'humidité du matériau bois en fonction de l'orientation des cernes à l'état initial - <i>source : www.crit.archi.fr</i> . . . . .	78
3.22	Principe du modèle simplifié du tuilage du bois et évolution des ratios des moments quadratiques $\chi$ pour chaque direction principale de la section, $\vec{y}$ et $\vec{z}$ en fonction de la flèche $d_t$ . . . . .	78
3.23	Évolution du coefficient multiplicateur de la matrice de Hooke (isotrope transverse) et sa fonction linéaire associée déterminée par régression : éq. (3.19) et évolution de l'amortissement modale et sa fonction cubique associée : éq. (3.20). . . . .	81
3.24	Comparaison des fonctions de transfert $A/F$ des modèles numériques et du modèle expérimental sur une des solives pour les points $A1y$ , $A2y$ et $F1y$ . . . . .	82
3.25	Évolution du coefficient multiplicateur de la matrice de Hooke (isotrope transverse) et sa fonction linéaire associée déterminée par régression : éq. (3.21) et évolution de l'amortissement modale et sa fonction cubique associée : éq. (3.22). . . . .	83
3.26	Description du modèle de la solive et des points caractéristiques pour la mesure de la réponse en fréquence $A/F$ - vibrations de flexion autour de l'axe $\vec{y}$ . . . . .	84
3.27	Comparaison des fonctions de transfert $A/F$ du modèle numérique recalé et expérimental sur une des solives pour les points $A1z$ , $A2z$ et $F1z$ . . . . .	84
3.28	Comparaison des deux paramètres de recalage $\tilde{Q}_{\vec{y}}(f)$ et $\tilde{Q}_{\vec{z}}(f)$ en fonction de la fréquence (recalage numérique effectué sur modes de flexion de la solive selon les directions $\vec{y}$ et $\vec{z}$ ). . . . .	85
4.1	Dessin d'un plancher solivé bois avec les termes associés et d'un modèle unitaire . . . . .	87
4.2	Utilisation type de sabot métallique pour la jonction des solives sur une poutre principale (à gauche) - principe du modèle simplifié du connecteur par l'intermédiaire de 3 ressorts dissipatifs unidirectionnels indépendants en chaque point d'assemblage (à droite). . . . .	88

4.3	Identification des nœuds pour le couplage structurel dans le maillage de la solive et de la poutre. . . . .	90
4.4	Couplage mécanique entre les deux structures {solive + poutre} dans la matrice de raideur du système complet pour un problème mono-dimensionnel. . . . .	90
4.5	Positions et directions des points d'évaluation de l'accélération et de force dans la détermination progressive des raideurs équivalentes du connecteur. . . . .	91
4.6	Méthode pour l'ajustement de la valeur de la raideur équivalente du connecteur et des différents types de couplages associés . . . . .	92
4.7	Schéma et photographie du dispositif expérimental de l'assemblage de la solive et de la poutre à l'aide du sabot métallique. . . . .	92
4.8	Évolution de la fréquence propre du modèle numérique en fonction de la raideur $\tilde{k}_x$ pour les modes de rang 2 et 4 du tab. 4.2. . . . .	94
4.9	Évolution de l'amortissement global de la structure couplée du modèle numérique en fonction de l'amortissement local du connecteur dans la direction $\vec{x}$ - application sur le 4 <sup>ème</sup> mode et pour une longueur $L_{x2,s} = 4.4$ m. . . . .	95
4.10	Réponse en fréquence $ A/F $ selon la direction de l'effort suivant $\vec{x}$ du modèle numérique et expérimental - Test sur l'assemblage aux points F1x - A1x et selon deux longueurs de solive $L_{x1,s} = 4.5$ m et $L_{x2,s} = 4.4$ m. . . . .	95
4.11	Évolution de la fréquence propre du modèle numérique en fonction de la raideur $\tilde{k}_y$ pour les modes de rang 1, 3 et 5 du tab. 4.3. . . . .	97
4.12	Évolution de l'amortissement global de la structure couplée du modèle numérique en fonction de l'amortissement local du connecteur dans la direction $\vec{y}$ - application sur le 3 <sup>ème</sup> mode et pour une longueur $L_{x1,s} = 4.5$ m. . . . .	98
4.13	Réponse en fréquences $ \frac{A}{F} $ selon la direction de l'effort suivant $\vec{y}$ - Test sur assemblage aux points F1y - A1y . . . . .	99
4.14	Évolution de la fréquence propre du modèle numérique en fonction de la raideur $\tilde{k}_z$ pour les modes de rang 1, 3 et 5 du tab. 4.4. . . . .	100
4.15	Évolution de l'amortissement global de la structure couplée du modèle numérique en fonction de l'amortissement local du connecteur dans la direction $\vec{z}$ - application sur le 1 <sup>er</sup> mode et pour une longueur $L_{x1,s} = 4.5$ m. . . . .	101
4.16	Réponse en fréquence $ A/F $ selon la direction de l'effort suivant $\vec{z}$ - Test sur assemblage aux points F1z - A1z . . . . .	102
B.1	Formes propres excitées dans le cas présenté sur la fig. 4.5-(a) . . . . .	118
B.2	Réponse en fréquence $ \frac{A}{F} $ selon la direction de l'effort suivant $\vec{x}$ du modèle numérique et expérimental - Test sur l'assemblage aux points F1x - A2x et A3x et selon deux longueurs de solive $L_{x1,s} = 4.5$ m et $L_{x2,s} = 4.4$ m. . . . .	119
B.3	Réponse en fréquence $ \frac{A}{F} $ selon la direction de l'effort suivant $\vec{x}$ du modèle numérique complet et expérimental - Test sur l'assemblage aux points F1x - A1x, A2x et A3x et selon deux longueurs de solive $L_{x1,s} = 4.5$ m. . . . .	120
B.4	Formes propres excitées dans le cas présenté sur la fig. 4.5-(b) . . . . .	121
B.5	Formes propres secondaires excitées dans le cas présenté sur la fig. 4.5-(b) avec $\Re[\tilde{k}_y] = 3 \cdot 10^6 \text{ N.m}^{-1}$ . . . . .	122
B.6	Réponse en fréquence $ \frac{A}{F} $ selon la direction de l'effort suivant $\vec{x}$ du modèle numérique et expérimental - Test sur l'assemblage aux points F1y - A2y, A3y et A4y et selon deux longueurs de solive $L_{x1,s} = 4.5$ m et $L_{x2,s} = 4.4$ m. . . . .	123
B.7	Réponse en fréquence $ \frac{A}{F} $ selon la direction de l'effort suivant $\vec{x}$ du modèle numérique complet et expérimental - Test sur l'assemblage aux points F1y - Ay, A1y, A3y et A4y et selon deux longueurs de solive $L_{x1,s} = 4.5$ m. . . . .	124
B.8	Formes propres excitées dans le cas présenté sur la fig. 4.5-(c) . . . . .	125

---

B.9 Réponse en fréquence $\left \frac{A}{F}\right $ selon la direction de l'effort suivant $\vec{x}$ du modèle numérique et expérimental - Test sur l'assemblage aux points $F1z$ - $A2z$ , $A3z$ et $A4z$ et selon deux longueurs de solive $L_{x1,s} = 4.5$ m et $L_{x2,s} = 4.4$ m. . . . .	126
--	-----



# LISTE DES TABLEAUX

1	Coût du bruit pour un logement de 100 m <sup>2</sup> selon les propositions du rapport du CGP - source : <i>AFSSET</i> . . . . .	2
1.1	À gauche : évolution de la position du point caractéristique en fonction de la fréquence - à droite : régression (fonction en puissance) obtenant les coordonnées du point caractéristique (nombre de sources en fonction du rapport Dim). . . . .	22
2.1	Propriétés et caractéristiques du tube de Kundt modélisé par éléments finis. . . . .	28
2.2	Données géométriques et propriétés mécaniques de la modélisation éléments finis pour la mesure de l'isolement acoustique d'une plaque rayonnant dans un espace clos. . . . .	32
2.3	Données géométriques et propriétés mécaniques de la modélisation éléments finis pour l'estimation de l'affaiblissement acoustique de deux plaques. . . . .	37
2.4	Description des différentes méthodes de résolution numérique pour le cas d'un problème fluide structure en espace clos : résolution couplée (à gauche) - résolution découplée avec formulation intégrale (à droite). . . . .	40
2.5	Données géométriques et propriétés mécaniques de la modélisation éléments finis pour l'étude de l'influence des fonctions d'interpolation dans le calcul du champ de vitesse d'une plaque. . . . .	42
2.6	Dimensions de la cavité utilisée dans le calcul de l'influence de la présence du solivage sur les modes propres de la cavité. . . . .	45
2.7	Comparaison des nombres d'itérations avec et sans optimisation de la somme de la formulation intégrale. . . . .	51
3.1	Valeurs caractéristiques des bois massifs résineux selon l'Eurocode 5 [BLT07]. . . . .	60
3.2	Corrections apportées par les variations de la densité et de l'hygroscopie sur les propriétés mécaniques du bois de type résineux - $\rho$ , la densité et $H$ , la teneur en eau du matériau selon [Gui87]. . . . .	61
3.3	Évolution des fréquences propres et des amortissements en fonction de l'orientation et la position des supports élastiques et des rangs des modes. . . . .	68
3.4	Niveaux d'amplitude de la force et des accélérations pour les modes 1 et 4 de flexion autour de l'axe $\vec{z}$ . . . . .	69
3.5	Évolution du module d'élasticité longitudinale en fonction du rang du mode de flexion autour de l'axe $\vec{z}$ et selon le modèle de Euler-Bernoulli - éq. (3.9). . . . .	70
3.6	Évolution du module d'élasticité longitudinale en fonction du rang du mode de flexion autour de l'axe $\vec{y}$ et selon le modèle de Euler-Bernoulli - éq. (3.9). . . . .	71
3.7	Plusieurs types de loi de comportement pour caractériser le matériau bois selon différents degrés de simplification. . . . .	73
3.8	Définition de la géométrie finale de la solive numérique en prenant compte de l'ensemble des défauts géométriques et de surface. . . . .	80
3.9	Résultats des valeurs de recalage du paramètre $\tilde{Q}_{\vec{z}}(f)$ déterminées pour les 8 premiers modes de flexion selon l'axe de rotation $\vec{z}$ de la solive - $E_0 = 13.1$ GPa, le module d'élasticité longitudinal du résineux « standard » selon Guitard [Gui87]. . . . .	81

---

3.10	Résultats des valeurs de recalage du paramètre $\tilde{Q}_{\vec{y}}(f)$ déterminées pour les 8 premiers modes de flexion selon l'axe de rotation $\vec{y}$ de la solive - $E_0 = 13.1$ GPa, le module d'élasticité longitudinal du résineux « standard » selon Guitard [Gui87]. . . . .	83
4.1	Quelques exemples de connecteurs métalliques pour le solivage - <i>source : fabricant Simpson Strong-Tie</i> . . . . .	87
4.2	Analyse modale de l'assemblage {solive + connecteur + poutre} avec une excitation vibratoire suivant l'axe $\vec{x}$ et les 4 premières fréquences propres associées pour les deux longueurs de la solive . . . . .	93
4.3	Analyse modale de l'assemblage solive - connecteur - poutre avec une excitation vibratoire suivant l'axe $\vec{y}$ . . . . .	96
4.4	Analyse modale de l'assemblage solive - connecteur - poutre avec une excitation vibratoire suivant l'axe $\vec{z}$ . . . . .	100

# INTRODUCTION

## Contexte

### Aspect énergétique, écologique et environnemental du matériau bois

Les matériaux bio-sourcés, dont le matériau bois fait partie, contribuent à enrichir les propositions de solutions à une des préoccupations internationales concernant la problématique écologique et environnementale de nos sociétés. Le bois a su trouver une place dans la construction (marchés publics et privés) par une communication importante sur ses différentes qualités tout en prenant en compte les contraintes techniques, technologiques et économiques. Toutefois l'intérêt, voire l'engouement des maîtres d'ouvrages, pour ce matériau et son ingénierie se sont développés à des vitesses différentes. Le manque de technicité et de solutions dans le domaine de l'isolation acoustique de ces structures, bien plus légères que le béton, pénalisent fortement la filière de la construction bois. Les acteurs sont donc dans l'attente d'une maîtrise de la problématique acoustique pour ces systèmes constructifs.

### Conséquences économiques et sanitaires du bruit

La qualité de l'isolation acoustique d'une habitation est devenue un critère de plus en plus déterminant pour les usagers en terme de confort. Cependant, les indicateurs acoustiques, dans le cas où ils sont présents pour définir les performances d'un logement, sont peu explicites pour un public néophyte. À l'inverse, les indicateurs pour l'isolation thermique sont plus clairs pour le public.

L'impact du bruit sur la population est important, et il est légitime que le repos soit de qualité pour chacun dans son habitat. La question des nuisances sonores en ville est régulièrement désignée lors des sondages comme le premier problème environnemental dont souffrent les français.

Dans le rapport [AFS04] de 2004, l'AFSSET<sup>3</sup> fait le bilan de l'impact sanitaire du bruit en France. Pour représenter son impact, le document expose le dommage annuel du bruit en fonction du niveau de pression acoustique équivalent,  $L_{eq}$  (cf tab. 1). Les dommages comptabilisent le prix que les riverains accordent à un environnement sonore acceptable, c'est-à-dire le prix qu'ils se déclarent prêts à payer pour une diminution voire une suppression de la gêne. Bien-sûr, on s'attend à ce que plus le niveau de bruit est important, plus l'impact économique soit important. En parallèle, le tableau présente le taux de dépréciation qui correspond à l'impact d'une situation sonore dégradée sur la valeur financière des logements. Si les coûts unitaires sont appliqués à l'ensemble des habitations exposées au bruit des transports en France, le coût total des dommages estimé pour l'année 1998 s'élève à 3.43 milliards d'€, soit 0.26 % du PIB, dont 84.2 % sont imputables à la circulation routière, 8 % au trafic ferroviaire et 7.8 % au trafic aérien [QDB01]. Même si ces estimations s'appuient sur des données anciennes concernant l'exposition des Français au bruit des transports, elles indiquent clairement l'ampleur de la gêne que représente cette nuisance pour la collectivité.

Selon le rapport [AFS04], les impacts sanitaires liés au bruit sont de trois ordres : les impacts directs sur l'audition, les effets extra-auditifs et les effets subjectifs. Au delà des traumatismes auditifs que l'oreille peut subir, l'exposition au bruit à des effets négatifs dans plusieurs domaines :

---

3. Agence Française de Sécurité Sanitaire de l'Environnement et du Travail



Bruit en façade $L_{eq}$ de jour (6h-22h) dB	Taux de dépréciation %	Domage annuel pour un logement de 100 m <sup>2</sup> €
55	0	0
65	6	395
80	24	1591

**TABLEAU 1** – Coût du bruit pour un logement de 100 m<sup>2</sup> selon les propositions du rapport du CGP -  
*source : AFSSET*

- *effets non-auditifs* : le bruit est capable d’influencer une partie des activités inconscientes de l’organisme. Un bruit peut entraîner une réponse de ces activités : accélération de la fréquence cardiaque et respiratoire, augmentation de la pression artérielle, diminution du transit intestinal et modification de la composition des sucs gastriques pouvant favoriser l’installation d’un ulcère.
- *effets sur la santé mentale* : chez les personnes souffrant d’un état anxiodépressif, le bruit est considéré comme la nuisance principale. Le sentiment de ne pouvoir échapper au bruit auquel on est sensible constitue une cause de souffrance accrue qui accentue la fréquence des plaintes subjectives d’atteinte à la santé. Par ailleurs, l’ensemble des réactions de l’organisme peut engendrer des fatigues intenses et amplifier des phénomènes préexistants de stress, d’anxiété et de dépression.
- *effets sur le sommeil* : le seuil de sensibilité varie en fonction du stade de sommeil, il dépend également des caractéristiques physiques du bruit et de sa signification. Le bruit a comme autre propriété de pouvoir modifier la structure intime du sommeil (mouvements corporels, changement de phase de sommeil). Les stimulations du monde extérieur continuent à être perçues par les organes et systèmes sensoriels de la personne endormie.

L’ensemble de ces impacts sanitaires a des conséquences économiques pour les pouvoirs publics, mais elles restent difficilement estimables. En cas de mal-être d’une personne, la nuisance sonore est souvent un facteur aggravant.

Même si l’on constate que la gêne sonore provient majoritairement du bruit provenant de l’« extérieur », réduire le bruit dans les habitations indépendamment de son origine permet d’augmenter le confort. Développer des outils prédictifs pour mieux maîtriser l’isolation acoustique et réduire ainsi les bruits transmis participent à réduire ces impacts sanitaires et économiquement négatifs. Cependant, le fait de réduire les bruits « forts » fait émerger d’autres bruits « plus faibles » que les personnes ne percevaient pas et ces derniers peuvent alors devenir gênants. Il y a donc nécessité de distinguer les bruits entre eux, entre ceux qui sont tolérables et ceux qui le sont moins.

## Ingénierie acoustique de la construction bois

En phase de conception et de réalisation, les bureaux d’études acoustiques et les constructeurs sont en attente d’outils de prévision acoustique adaptés à la construction bois, et plus particulièrement à l’ossature bois (cf. fig. 1 à gauche). En effet, ce type de construction correspond au système constructif le plus léger, ce qui induit, d’un point de vue vibratoire, des performances réduites.

Au delà de ce système constructif à ossature bois, on constate plus généralement, pour les éléments de construction horizontaux, l’utilisation de planchers solivés bois. Reposant sur ce système à ossature, ce principe de plancher est communément employé pour une majorité des constructions bois et mixte (par ex : plancher solivé bois dans les maisons traditionnelles en parpaings de béton). Le plancher est, de plus, la sous-structure la plus sollicitée de façon vibro-acoustique puisqu’en plus des bruits aériens, elle est sollicitée de façon solidienne par les impacts de pas des habitants. Face à une ingénierie de la construction lourde plus aboutie et éprouvée, les acteurs de la construction s’orientent naturellement vers la construction béton pour réaliser des ouvrages où les performances acoustiques sont connues et bien identifiées. La construction bois souffre d’un handicap dû à un retard sur les études scientifiques menées dans ce domaine de la construction. Cela a pour conséquence directe le maintien de l’utilisation de normes adaptées avant tout aux constructions traditionnelles où les connaissances sont plus affirmées.



**FIGURE 1** – Exemple de construction basée sur l’ossature bois (à gauche) et en bois massif contrecollé (à droite)

Devant ce constat, le projet ACOUBOIS est lancé en 2009 pour répondre à la problématique de l’acoustique dans la construction bois. Il réunit les grands centres techniques français, le CSTB<sup>4</sup>, le FCBA<sup>5</sup> et CERQUAL un organisme de certification pour le logement neuf, collectif et individuel groupé. Les objectifs de ce projet sont :

- la création d’une base de données de systèmes constructifs ossature bois évalués,
- le développement de modélisations spécifiques aux parois composites à base de bois avec prise en compte des transmissions solidiennes au niveau des jonctions de parois,
- une valorisation à terme est prévue par l’intermédiaire d’un logiciel d’acoustique pour validation avant réalisation.

L’axe de recherche de ce projet repose sur la constitution d’une base de données expérimentale : des essais « laboratoire » permettront de fournir une première approche des solutions actuelles pour isoler avec le bois. Par la suite, des plans expérimentaux permettront de quantifier les paramètres déterminants pour les transmissions latérales. La base de données et le modèle de transmission latérale seront destinés à intégrer à terme le logiciel actuel d’acoustique du bâtiment ACOUBAT, développé par le CSTB, pour fournir aux utilisateurs (bureaux d’études acoustiques principalement) un plus large et plus représentatif panel de systèmes constructifs par rapport à ce qui est actuellement disponible. Ce logiciel permet de prédire les spectres d’isolement acoustique à partir de la connaissance des spectres d’affaiblissement acoustique de parois testées en laboratoire, des volumes des pièces et de modèles permettant de calculer les transmissions latérales entre les différentes parois.

Récemment, des travaux de thèse ont été menés dans des pays européens pour approfondir les connaissances en acoustique du bâtiment dans les constructions légères en bois :

- Présentés dernièrement en Suède, les travaux de Bolmsvik [Bol13] se sont penchés sur la caractérisation des transmissions latérales dans les logements collectifs dans la bande fréquentielle [20, 120] Hz. Par confrontation entre modèle numérique par éléments finis et modèle expérimental de taille représentative, elle identifie les voies de transmissions latérales les plus significatives pour les structures à ossature bois. Dans son approche numérique, les assemblages aux jonctions des murs et planchers ont été modélisés à l’aide de raideurs et d’amortissement, ce qui a été également appliqué dans notre travail pour simplifier le couplage mécanique entre les éléments de construction. Notre approche expérimentale complémentaire, permettra de confronter nos résultats à ceux obtenus par ailleurs.
- Les travaux de Dikcow [DDAK11] au Danemark s’orientent vers une modélisation éléments finis du rayonnement acoustique basses fréquences des structures légères à ossature (parois doubles avec ossature bois ou métallique). À l’échelle de la paroi, ils s’intéressent également au couplage mécanique entre les plaques et l’ossature pour observer l’influence de la technique de fixation (vissage, clouage).

4. Centre Scientifique et Technique du Bâtiment qui siège à Marne la Vallée

5. Forêt Construction Bois et Ameublement, où le siège est basé à Paris, et le centre « Industries Bois Construction » à Bordeaux

La simultanéité de ces travaux avec ceux présentés dans ce document montre l'actualité de la problématique et la cohérence de l'approche suivie ici. Au delà de l'approche intrinsèquement basée sur les éléments finis, nous étudierons la pertinence de modèles simplifiés et suffisants vis-à-vis du calcul vibro-acoustique d'un plancher et de ses couplages avec deux pièces (d'émission et d'écoute). Même si les démarches scientifiques de ces travaux reposent sur des méthodes de résolution (éléments finis) ou des modèles identiques (modélisation d'assemblage), ces travaux renforcent l'idée de développer la filière construction bois à l'échelle internationale et la coopération en terme de recherche.

## La place de la construction bois dans les normes acoustiques

Pour l'acoustique du bâtiment, les normes internationales traitant des performances d'isolement acoustique se distinguent en deux parties :

- celles calculant les performances acoustiques des bâtiments [AFN00a, AFN00c, AFN00b].
- celles décrivant les méthodologies pour évaluer les performances d'isolement acoustiques [AFN95, AFN96].

Le calcul normatif des performances acoustiques des pièces et des parois s'est basé initialement sur la méthode SEA (Analyse Statistique Énergétique), et notamment sur la théorie de Gerretsen [Ger79, Ger96, Ger94]. Cependant cette méthode, valable pour les hautes fréquences où les modes propres des salles et des sous-structures ne sont pas pris en compte, n'est pas globalement adaptée à la construction en ossature bois. Les travaux de Kouyoumji [Kou00] se sont proposés d'étendre les théories existantes au domaine de la construction bois, mais sans pour autant traiter les problèmes modaux. Le dimensionnement acoustique des constructions bois performantes relève plus d'un certain empirisme que d'une compréhension scientifique des différents phénomènes qui entrent en jeu.

Les normes traitant les méthodes de mesure, ne distinguent pas de méthodologies différentes suivant la nature ou le type de construction. Cependant, on constate que la rédaction et l'évolution de ces normes sont adaptées essentiellement aux types de construction les plus développées au moment de la rédaction. Récemment, les résultats des performances acoustiques prennent en compte des bandes fréquentielles de plus en plus basses à cause du développement des constructions légères. Ce type de construction est en effet plus sensible aux basses fréquences par rapport aux constructions lourdes.

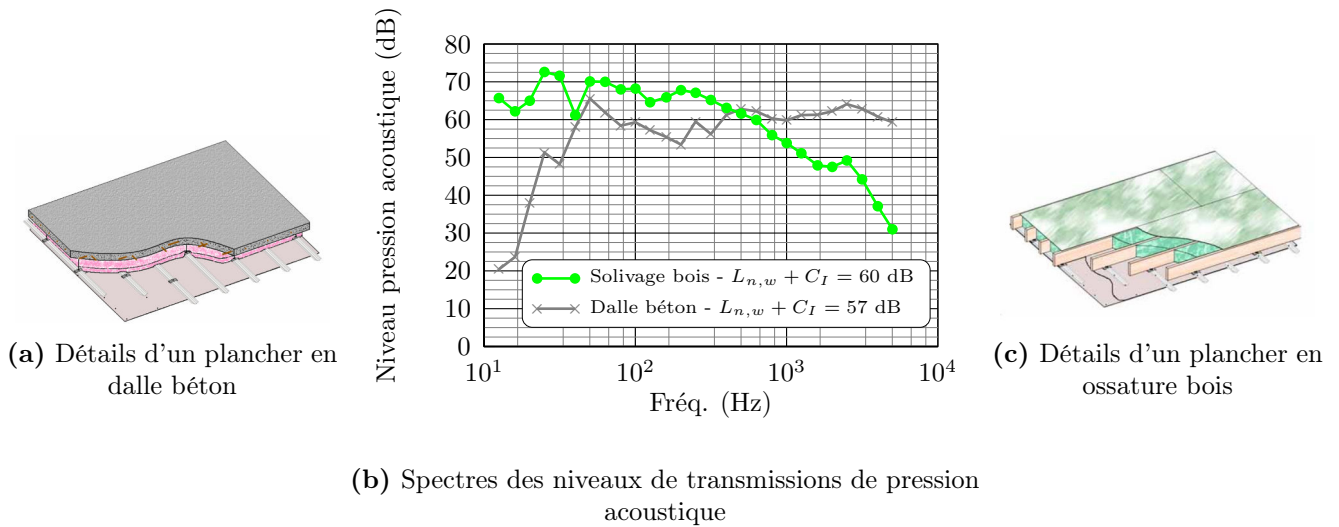
## Problématique

En 2008, le rapport du Vinnova<sup>6</sup> [FKB08] fait l'état de l'art de l'acoustique dans la construction bois à l'échelle internationale. Il mentionne les points critiques à traiter pour contribuer au développement de la construction bois. Il distingue le comportement acoustique des structures bois à ossature (cf fig. 1-(a)) avec celui des structures bois massif (cf. fig. 1-(c)). En effet, la construction massive est un système constructif plus homogène par rapport au système d'ossature, elle s'apparente finalement à la construction lourde en béton, où les valeurs de masse volumique sont simplement différentes. Aux basses fréquences [20, 200] Hz, la construction en ossature bois est moins performante par rapport à la construction en bois massif simplement du fait de la faiblesse de masse surfacique. Dans le domaine des hautes fréquences [1000, 4000] Hz, c'est l'inverse : la construction en ossature est plus performante, en raison d'une dissipation plus grande dans les éléments d'assemblages et un système masse-ressort-masse plus performant par rapport au système masse.

Au delà de la comparaison de mêmes systèmes constructifs bois, et sans vouloir opposer deux types de constructions légitimes, les différences des performances acoustiques entre construction légère à ossature bois et lourde en béton peuvent être observées sur le spectre des transmissions de bruits d'impact des planchers (cf. fig. 2). Les deux planchers ont des caractéristiques structurelles identiques en termes de charge d'exploitation. En comparant leurs performances acoustiques, le plancher lourd est très peu sensible aux basses fréquences à l'inverse du plancher léger. Dans l'acoustique du bâtiment, la masse surfacique est un paramètre important dans l'isolation acoustique aux basses fréquences [20, 200] Hz. De fait, la construction bois est déficiente par la légèreté du matériau.

---

6. Sweden's Innovation Agency



**FIGURE 2** – Comparaison du niveau des transmissions aux bruits d'impacts pour deux types de construction - ossature bois (en vert) et béton (en gris)

La problématique que nous avons retenue dans cette thèse s'est axée sur l'intégration des phénomènes basses fréquences que l'on observe sur les planchers solivés en bois. La compréhension de ceux-ci permettront de réaliser des essais et des simulations pour réduire cette faiblesse initiale, en minimisant le surcoût de l'actuel sur-dimensionnement acoustique pour répondre aux applications exigeantes.

## Objectifs et plan de la thèse

Les études portant sur l'acoustique appliquée aux planchers bois de bâtiment mettent en avant le besoin fondamental de moyens prédictifs du comportement du système avant sa mise en œuvre. Les possibilités actuelles sont assez limitées et certains codes de calculs existent mais ne traitent pas de l'ensemble des solutions bois ni de l'impact des mises en œuvre.

Face à ces observations, le CRITT Bois<sup>7</sup> a donc eu l'ambition de proposer un sujet de thèse visant à la programmation d'outils prédictifs pour l'isolation acoustique aérien et solidien de planchers solivés en bois. Cette volonté de monter en compétences sur ce domaine était nécessaire et en partie nouveau pour l'équipe du CRITT Bois et l'équipe d'encadrement scientifique de la thèse issue du LAUM<sup>8</sup>. De façon globale, la démarche scientifique de ce travail a été exploratoire, étant donné qu'il ne s'agissait pas d'une poursuite d'anciens travaux. Ce travail est devenu le point de départ d'un partenariat entre le CRITT Bois et le LAUM dans la compréhension de l'acoustique du bâtiment appliquée à la construction bois, notamment avec l'acceptation récente du projet VIBRACOUBOIS (financement ADEME<sup>9</sup>). L'objectif principal de cette thèse a donc été de mettre au point un outil de simulation vibro-acoustique adapté à la géométrie et aux caractéristiques du problème.

## Programmation d'outils de simulation vibro-acoustique

L'objectif est de mettre au point un code de calcul adapté à la vibro-acoustique des planchers solivés en bois. Nous avons donc dû choisir des méthodes de calculs en concordance à la problématique initiale de l'isolation des planchers solivés bois. Le comportement modal aux basses fréquences est déterminant dans les performances de l'isolation acoustique. En effet, la représentation des résultats en bande de tiers d'octave met l'accent sur les résonances marquées aux basses fréquences qui font chuter la valeur de l'isolement : la largeur de bande à ces fréquences est de l'ordre de grandeur de la largeur du pic de résonance.

7. Centre Régional d'Innovation et de Transfert de Technologie associé au matériau Bois basé à Épinal

8. Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine

9. Agence de l'Environnement et de la Maîtrise de l'Énergie

## Méthode d'excitation des planchers, modélisation de champs diffus

Le rayonnement acoustique des structures est fortement dépendant du type de source d'excitation. En acoustique du bâtiment, suivant que l'on veut observer la réponse d'une structure aux bruits aériens ou aux bruits d'impacts, on dénombre 3 types d'excitation :

- sources ponctuelles (ex : un marteau d'impact),
- sources quasi-ponctuelles (ex : une machine à chocs),
- et les sources surfaciques (ex : champ diffus acoustique).

Les sources de forces (ponctuelles et quasi-ponctuelles) sont les plus simples à modéliser numériquement et à réaliser expérimentalement. À l'inverse, la notion de champ diffus est plus délicate à mettre en œuvre : lors des essais, en laboratoire ou *in-situ*, la notion de champ diffus est présente au-delà d'une certaine fréquence de coupure basse : nommée fréquence de Schroeder ( $f_S = 2000\sqrt{T_{60}/V}$ , avec  $T_{60}$ , le temps de réverbération de la salle en seconde et  $V$ , le volume de la salle). Cette fréquence de coupure correspond à une transition entre séparation et mélange de modes. Aux basses fréquences, les résonances de modes de cavité se dissocient entre elles, chaque mode peut ainsi être sollicité individuellement. Aux hautes fréquences, les modes se superposent engendrant une réponse en fréquence « plate » des niveaux sonores mesurés dans la cavité. Les champs de pression acoustique à ces fréquences sont donc une combinaison de chaque mode proche de la fréquence d'excitation. On distingue ainsi des modes d'excitation différents en fonction de la fréquence (en dessous ou au-dessus de la fréquence de Schroeder), dépendant du volume des salles. Au-delà de cette fréquence de coupure, un champ diffus peut être présent dans la pièce excitatrice : les ondes incidentes n'ont pas d'orientation spécifique lorsqu'elles sollicitent la paroi, contrairement à une onde plane. De plus, cette source ne correspond pas à une excitation localisée, à la différence des sources de forces ponctuelles et quasi-ponctuelles. La modélisation et les caractéristiques du champ diffus dans le domaine numérique sont donc abordées dans ces travaux de thèse pour être exploitées dans le calcul du rayonnement acoustique des planchers solivés bois soumis à un champ diffus.

## Méthode de calcul du rayonnement acoustique des structures

Actuellement, les méthodes de calcul vibro-acoustique utilisées en acoustique du bâtiment sont basées sur la méthode SEA. Une des hypothèses de calcul pour exploiter cette technique repose sur un calcul en dehors du régime modal des salles et des structures vibrantes, c'est-à-dire où les résonances sont suffisamment nombreuses pour être indissociables entre-elles. Le régime modale est présent aux basses fréquences, là où la problématique de la construction bois est la plus importante. La méthode SEA, bien qu'efficace aux moyennes et hautes fréquences, n'est donc pas adaptée à la résolution des problèmes acoustiques basses fréquences de la construction bois. En parcourant les diverses méthodes de résolution vibro-acoustique, il est nécessaire de retenir celles qui peuvent répondre dans le domaine fréquentiel sollicité, la méthode éléments finis a donc été choisie pour cette principale raison.

Le coût de calcul par éléments finis, en mémoire et en temps, est généralement le critère le plus pénalisant. En effet, ce coût de calcul augmente avec la fréquence, où la finesse du maillage est plus grande pour des raisons de convergence du modèle. D'autres méthodes de calcul se sont développées en parallèle pour diminuer ce coût de calcul en temps et en ressources. La formulation intégrale a donc été utilisée pour résoudre la partie fluide du problème couplé fluide/structure en ajoutant certaines optimisations.

La méthode présentée, calculant le rayonnement acoustique de paroi, détermine *in-fine* l'affaiblissement acoustique également appelé les pertes par transmissions de la paroi. L'objectif final de ce travail n'est pas de se limiter aux performances de planchers solivés bois, mais de connaître les performances obtenues *in-situ*, c'est-à-dire d'évaluer son isolement. Dans ce cas, l'ensemble des voies de transmission du son (transmissions directes et latérales) coexistent et ont une influence sur le résultat. L'impact des transmissions latérales dépend de la nature des parois (paroi séparative et latérale) et des caractéristiques mécaniques de la jonction liant ces deux parois. Il est donc nécessaire de connaître les caractéristiques mécaniques des jonctions pour réaliser un calcul d'isolement par la méthode des éléments finis sur une géométrie complète {plancher + jonctions + murs}.

## Identification des paramètres mécano-vibro-acoustiques des structures de bases, organes d'assemblage et jonctions

Les documentations techniques des produits de construction (plaques, poutres, isolants, quincaillerie, éléments de jonction) sont rédigées pour faire apparaître les caractéristiques faisant référence aux normes de construction. Dans la partie expérimentale de ce document, nous avons abouti à la caractérisation mécanique d'une solive en bois et d'un connecteur métallique permettant l'assemblage des solives au murs.

La description statique du matériau bois n'est pas suffisante pour indiquer son comportement dans le domaine vibratoire. Dans le domaine du bois et de la vibration, des travaux de recherche ont cependant été menés dans des domaines différents de vibro-acoustique de la construction bois :

- travaux de caractérisation des bois de scierie [Bra02],
- travaux de caractérisation des bois de lutherie [Bre06] et de l'archet de violon [Ab11],
- et des ouvrages de référence [Buc06, Gui87, USD99] .

Dans un premier temps, un recensement des différents produits bois (bois massif et ses dérivées) a été élaboré. Nous avons retenu leurs propriétés mécaniques de base pour le calcul vibro-acoustique (élasticité, amortissement et masse).

Dans un second temps, suite à ce résultat de données statiques des matériaux insuffisant pour notre problématique, nous avons réalisé un modèle basse fréquence,  $[0, 500]$  Hz, d'une solive en bois massif. Ce modèle, mieux adapté aux vibrations de flexion, est obtenu par recalage d'un modèle numérique par éléments finis sur un modèle expérimental. On rappelle que les vibrations de flexion correspondent aux vibrations engendrant le plus de rayonnement acoustique pour les planchers.

À partir de ce modèle numérique d'une solive, nous avons poursuivi la caractérisation sur une jonction courante dans la construction bois : le sabot métallique. La caractérisation aux très basses fréquences ( $f < 20$  Hz) de cette jonction est réalisée dans le cadre d'études relatives à la sismologie. Le travail dans cette thèse a consisté à l'élaboration d'un modèle numérique simple de cet assemblage dans le domaine fréquentiel  $[0, 500]$  Hz. La modélisation « fine » de la géométrie du sabot n'est pas intéressante à l'échelle de la vibro-acoustique d'un plancher solivé bois. Aussi, ce modèle simplifié repose sur un couplage mécanique structure/structure, par l'ajout de raideurs locales dans la matrice de raideur du système. Pour des simulations tri-dimensionnelles de la vibro-acoustique des planchers bois, nous avons dû caractériser les raideurs dans les 3 directions de l'espace, par une comparaison d'un modèle numérique par éléments finis et d'un modèle expérimental.

L'ensemble de ces données relatives au matériau et à une jonction peut ainsi être exploité dans le calcul du rayonnement acoustique d'un plancher solivé bois connecté à des murs par l'intermédiaire d'un sabot métallique. Les paramètres mécaniques des jonctions dans la construction bois sont essentiels car ils sont déterminants dans la propagation des transmissions latérales : un des points à relever pour la filière bois.

## Plan du document

- Dans le premier chapitre, nous traitons de la construction d'un champ diffus acoustique numérique sur la base des propriétés de son modèle théorique. Nous avons ainsi étudié plusieurs méthodes de répartition de sources acoustiques pour construire un champ diffus avec des qualités « optimales », la répartition géodésique des sources est finalement la plus appropriée par rapport aux contraintes imposées.

- Par la suite dans le second chapitre, nous présentons la méthode de résolution des problèmes vibro-acoustiques en lien avec les caractéristiques et la géométrie de notre sujet. La méthode par éléments finis a été appliquée pour cette résolution en ajoutant une méthode analytique (formulation intégrale d'Huygens) et quelques optimisations pour réduire le coût de calcul. Nous aboutissons à des résultats cohérents par rapport à ceux obtenus selon la méthode éprouvée des matrices de transfert, certaines limites de ce modèle de référence ont pu être observées pour montrer l'intérêt de notre modèle.

- Enfin dans les troisième et quatrième chapitres, nous avons modélisé une solive en bois et une jonction par recalage du modèle numérique par méthode éléments finis avec un modèle expérimental. Les résultats

indiquent une bonne corrélation du comportement du modèle numérique avec celui expérimental, sans nécessiter une élaboration et modélisation fine de l'élément de jonction.

## Première partie

# MÉTHODES NUMÉRIQUES POUR LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES VIBRO-ACOUSTIQUES





# Chapitre 1

---

## MODÈLE DE SOURCES ACOUSTIQUES

---

Une source de bruit placée dans une salle d'un bâtiment excite nécessairement une paroi avec des niveaux et angles d'incidence des ondes qui ne sont pas uniformes. Le bruit reçu dans une pièce voisine dépendra donc fortement des dimensions de la salle d'émission. Caractériser les qualités d'isolation d'une paroi nécessite, pour que les essais soient reproductibles, de s'affranchir de la salle d'émission. C'est pourquoi, le concept de champ diffus est utilisé car il injecte une quantité d'énergie dans les structures de façon homogène, c'est à dire indépendante des angles d'incidence. On rappelle également qu'une excitation uniforme d'une structure, par exemple par une onde plane avec une incidence normale, n'est pas équivalente à celle du champ diffus.

Dans ce chapitre, nous nous concentrons sur l'excitation acoustique par champ diffus des structures d'un point de vue numérique. Ce chapitre se décompose en trois parties, la première indique les éléments de base d'une excitation acoustique par champ diffus en formulant analytiquement ses propriétés. La seconde partie propose quelques méthodes pour générer ce type de champ, et la dernière les discrimine pour déterminer la convergence des différentes méthodes vers le résultat théorique.

### 1.1 Concept du champ diffus acoustique

La notion de champ diffus intègre l'idée de l'isotropie et l'uniformité de l'intensité acoustique dans l'espace. Il est utilisé pour l'évaluation des performances d'isolation des parois selon toutes les incidences possibles. Dans la pratique, les laboratoires utilisent des salles d'émission réverbérantes dont la géométrie et les accessoires (ex : diffuseurs acoustiques) répartissent l'énergie des modes de cavité dans la salle. Les résultats de cette partie seront exploités dans les calculs numériques décrits dans le chapitre 2.

#### 1.1.1 Champ diffus théorique

Selon [Bru98], un champ diffus acoustique correspond à la superposition d'ondes planes avec une équiprobabilité de directions. Ces ondes sont distribuées de façon parfaitement aléatoire, en direction et en phase, dans l'espace. Ce champ continu de sources peut être discrétisé pour une implémentation numérique, et sera approximé par  $N$  sources. Cependant d'autres méthodes existent pour aboutir au concept de champ diffus, et trois méthodes s'offrent finalement à nous :

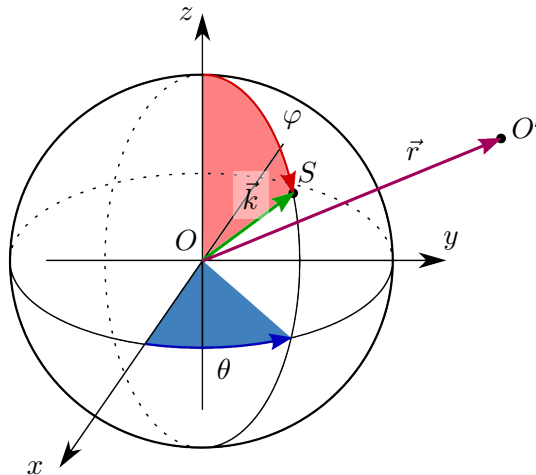
- discrétisation des intensités acoustiques,
- discrétisation dans l'espace des nombres d'ondes puis transformée de Fourier inverse [Arg06, CP09],
- ou utilisation de la matrice de densité spectrale [SA12].

La méthode de discrétisation des intensités est celle que nous avons choisie car plus simple à implémenter numériquement. L'équiprobabilité de direction permet de l'écrire la pression sous la forme d'une intégrale double parcourant l'ensemble de l'angle solide :

$$p(\vec{r}, t) = A \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^\pi e^{-i(\vec{k}\cdot\vec{r})} e^{i(\omega t + \phi)} \sin(\varphi) d\varphi \quad , \quad (1.1)$$

avec (cf fig. 1.1) :

- $\vec{r}$  : le point d'observation,
- $A$  : l'amplitude constante des ondes planes,
- $\theta$  : l'angle suivant la longitude,
- $\varphi$  : l'angle suivant la colatitude,
- $\phi(\theta, \varphi)$  : fonction aléatoire correspondant aux phases des ondes.



**FIGURE 1.1** – Coordonnées sphériques du type rayon-longitude-colatitude - point source  $S$  et point d'observation  $O'$ .

L'éq. (1.1) présente une pondération en fonction de la colatitude  $\varphi$  qui correspond à l'angle solide élémentaire, avec une surface  $d\Omega = d\theta \sin(\varphi) d\varphi$ . En d'autres termes, cette pondération est nulle aux pôles et maximale à l'équateur de la sphère. À partir de l'expression de la pression de chaque onde plane incidente, il est possible de déterminer l'équation des vitesses associées. Dans notre cas, on s'intéresse plus particulièrement aux vitesses normales, où la normale est définie suivant la direction  $\vec{z}$  du repère. Pour une onde plane donnée, la vitesse normale selon l'axe  $\vec{z}$ , est :

$$v_z(\vec{r}, t, \varphi) = \frac{\cos(\varphi)}{\rho_0 c_0} A e^{-i(\vec{k} \cdot \vec{r})} e^{i(\omega t + \phi)} \quad \text{avec} \quad \cos(\varphi) = \frac{k_z}{k_0} \quad . \quad (1.2)$$

On constate que les vitesses normales sont maximales pour des ondes provenant des pôles (ondes incidentes normales) et nulles à l'équateur (ondes incidentes rasantes). À partir de ces deux composantes, pression et vitesse, on calcule l'intensité acoustique incidente  $I(\vec{r})$  au plan  $(O, \vec{x}, \vec{y})$  au point de coordonnées  $\vec{r}$  comme l'intensité de la somme des ondes planes sur le demi-angle solide,  $\varphi \in [0; \pi/2]$  et  $\theta \in [0; 2\pi]$ , associée aux ondes arrivant sur la paroi :

$$I(\vec{r}) = \frac{1}{2} \iint \Re [p(\vec{r}) v_z(\vec{r})^*] dS = \frac{A^2}{2\rho_0 c_0} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\pi/2} \cos(\varphi) \sin(\varphi) d\varphi \quad , \quad (1.3)$$

où  $\Re$  désigne la partie réelle d'un complexe et  $*$  l'opérateur complexe conjugaison. Pour le cas analytique, pour un milieu fluide correspondant à de l'air ( $\rho_0 = 1.2 \text{ kg.m}^{-3}$ ,  $c_0 = 340 \text{ m.s}^{-1}$ ) l'intensité acoustique vaut finalement :

$$I_{\text{analyt}} = \pi \frac{A^2}{2\rho_0 c_0} \approx 3.8 \cdot 10^{-3} \text{ W.m}^{-2} \quad \text{pour} \quad A = 1 \quad . \quad (1.4)$$

### 1.1.2 Discrétisation du champ diffus

Dans le cas discret, où l'on somme une quantité finie de  $N$  ondes monochromatiques de pulsation identique  $\omega$ , on peut réécrire le champ de pression de l'éq. (1.1) sous la forme d'une somme discrète qui doit intégrer une répartition adaptée des sources :

$$p(\vec{r}, t) = A \sum_{n=1}^N e^{-i(\vec{k}_n \cdot \vec{r})} e^{i(\omega t + \phi_n)} \quad . \quad (1.5)$$

De l'éq. (1.5) et en faisant tendre  $N$  vers l'infini avec des amplitudes  $A$  égales et unitaires, le calcul de l'intensité consiste à réécrire l'éq. (1.3) sous la forme d'une somme discrète également :

$$I(\vec{r}) = \frac{1}{2} \frac{4\pi}{N} \sum_{n=1}^N \Re [p_n(\vec{r}) v_{n,z}(\vec{r})^*] \quad . \quad (1.6)$$

avec :

- $v_{n,z}(\vec{r})$ , la vitesse normale de l'onde plane d'indice  $n$  au point  $\vec{r}$ ,
- $4\pi/N$ , l'angle solide élémentaire associé à chaque source.

Ayant choisi, pour construire le champ diffus numériquement, la méthode de discrétisation des intensités, l'éq. (1.6) implique une répartition homogène des sources dans l'espace. La condition d'équiprobabilité des directions des sources ne privilégie pas une technique particulière pour placer ces sources. L'influence de diverses méthodes de répartition des sources sur l'isotropie de l'intensité acoustique générée sera traitée dans la suite de ce chapitre. L'hypothèse d'un champ diffus monochromatique induit que les extrémités de l'ensemble des vecteurs d'ondes forment une sphère de rayon égale au nombre d'onde. En limitant le nombre de vecteurs, c'est-à-dire la quantité d'ondes assemblées ( $N$  de l'éq. 1.6), on induit une discrétisation de cette sphère qui engendre une approximation de la définition théorique du champ diffus.

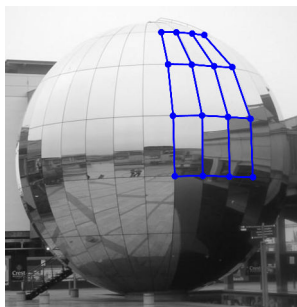
## 1.2 Différentes méthodes de répartition des sources

L'évaluation de la qualité de la modélisation du champ diffus généré par des méthodes d'assemblage d'ondes planes sera basée sur l'isotropie des amplitudes des intensités provenant des différentes directions de l'espace. La répartition des sources d'onde plane dans l'espace est un paramètre important pour cette finalité, nous présentons dans cette partie deux types de répartitions de vecteurs d'ondes qui sont distinguables d'un point de vue mathématique. On classe les méthodes par des répartitions dites « géométriques » et celles dites « stochastiques » pour lesquelles une variable aléatoire détermine la position des sources dans l'espace.

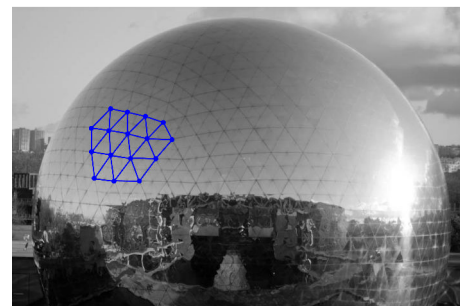
### 1.2.1 Méthodes géométriques : révolution et géodésie

Pour représenter l'ensemble des directions possibles et équiprobables des vecteurs d'ondes, on propose de répartir géométriquement ces vecteurs selon deux techniques de positionnement dans le repère cartésien  $[O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}]$ . Les deux méthodes géométriques étudiées sont :

- répartition par révolution, méthode schématisée sur la fig. 1.2-(a),
- répartition par géodésie, méthode schématisée sur la fig. 1.2-(b).



(a) Sphère par révolution - *Millenium sphere* à *Bristol*.



(b) Sphère par géodésie - *La Géode* à *Paris*.

**FIGURE 1.2** – Deux bâtiments de forme sphérique dont le maillage est généré selon deux méthodes géométriques différentes.

Il est à noter que la répartition des points sur la sphère de révolution (cf. fig. 1.2-(a)) évolue en fonction de la latitude : si l'on considère l'orientation des vecteurs d'onde par la position des points d'intersection des segments de chaque cercle, la densité de points est plus grande aux pôles, tandis qu'elle diminue à l'équateur. L'équiprobabilité des sources n'est pas présente dans ce cas, puisqu'il y a une disparité sur l'homogénéité des points. Il est nécessaire d'associer à chaque source l'élément de surface de la sphère qu'il est supposé représenter : une source dans une zone de densité double par rapport à une autre zone de référence, doit avoir une amplitude deux fois plus faible que celle de la source de référence. Par contre, pour la sphère géodésique, (cf. fig. 1.2-(b)) la répartition des points est quasi-constante sur l'ensemble de la surface, la surface de chaque triangle est similaire. Aux premiers abords, la sphère géodésique semble être mieux adaptée à la contrainte initiale du champ diffus.

### 1.2.1.1 Sphère par révolution

En discrétisant la surface de la sphère, positionnant les vecteurs d'onde, selon la longitude  $\theta$  et la colatitude  $\varphi$  (cf. fig. 1.1) de façon uniforme et constante, les coordonnées paramétriques des vecteurs d'ondes d'indice  $n$ ,  $[\vec{x}_n, \vec{y}_n, \vec{z}_n]$ , sur ce type de sphère s'écrivent :

$$\begin{cases} \vec{x}_n = \left| \vec{k}_n \right| \cos(l\Delta\theta) \sin(m\Delta\varphi) \vec{x} \\ \vec{y}_n = \left| \vec{k}_n \right| \sin(l\Delta\theta) \sin(m\Delta\varphi) \vec{y} \\ \vec{z}_n = \left| \vec{k}_n \right| \cos(m\Delta\varphi) \vec{z} \end{cases}, \quad (1.7)$$

avec :

- $l \in [1, n_\theta]$  et  $m \in [1, n_\varphi]$  : les coefficients associés au vecteur d'onde d'indice  $n$ , avec  $n \in [1, N]$ ,
- $n_\theta$  et  $n_\varphi$  : nombre de discrétisation suivant la longitude et la colatitude respectivement,
- $\Delta\theta = 2\pi/n_\theta$  et  $\Delta\varphi = \pi/n_\varphi$  : le pas angulaire selon la longitude et la colatitude.

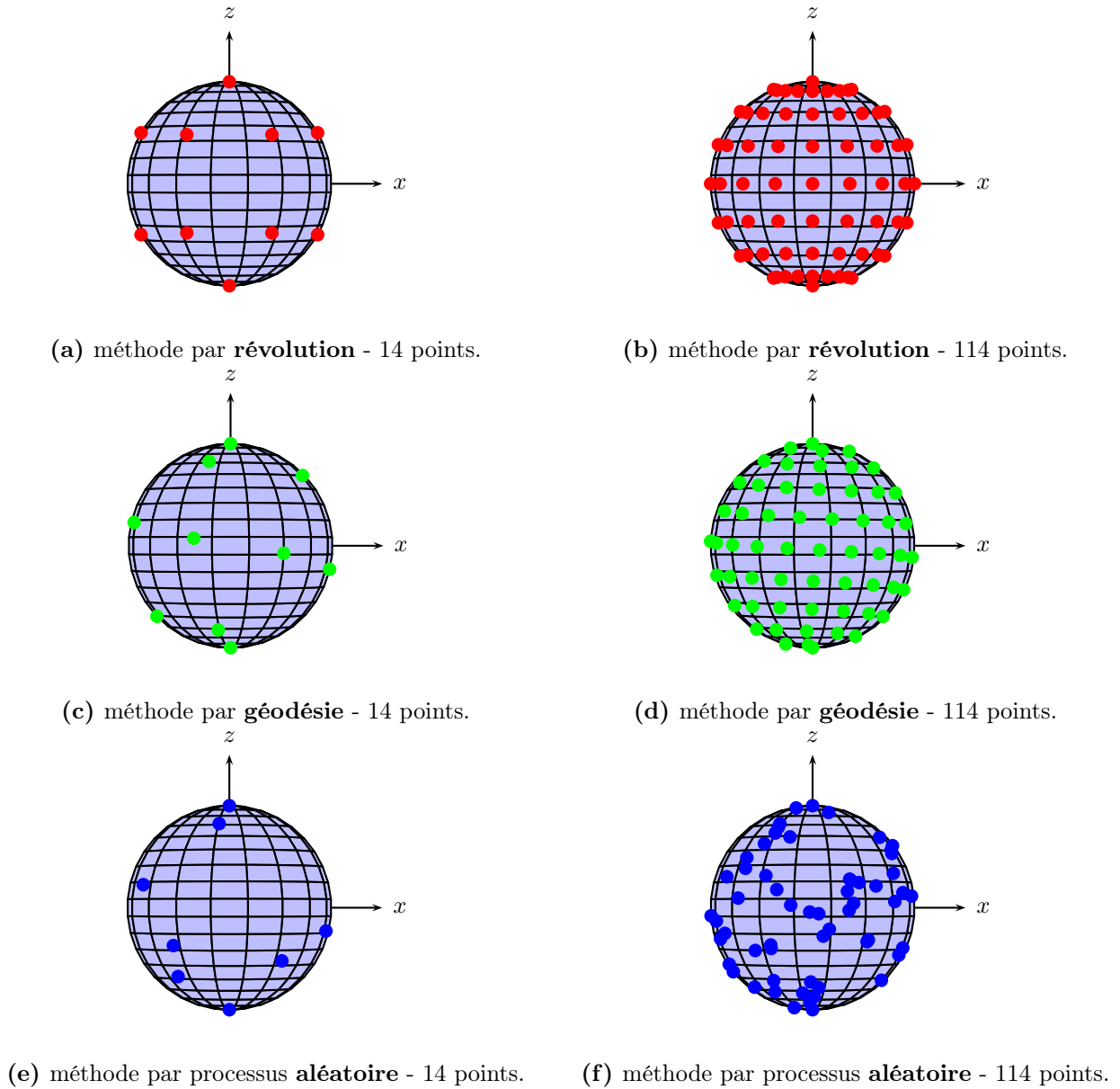
Par cette méthode de répartition, la quantité générée de vecteurs d'onde dissociables sur l'angle solide est :

$$N_{rev} = (n_\theta - 1)(n_\varphi - 2) + 2 \quad . \quad (1.8)$$

On présente dans l'alg. 1 présenté en annexe A.1 l'application directe de cette répartition. Pour cela, l'utilisateur indique un seul paramètre d'entrée : le nombre de sources réparties  $N_{rev}$ . En sortie, le nombre de sources générées peut différer de la valeur initiale imposée par l'utilisateur, puisque ce type de répartition repose sur une révolution de points (soit un module de nombre de points). Ceci étant, l'algorithme détermine un nombre de sources voisin et supérieur à celui spécifié. Le codage de l'algorithme impose un pas angulaire constant et équivalent selon la colatitude et la longitude,  $\Delta\theta = \Delta\varphi = \phi_{ini}$ . Le choix et l'intérêt de cette condition est d'obtenir une densité de source uniforme au niveau de l'équateur puisque les variations angulaires suivant la longitude  $d\theta$  et la colatitude  $d\varphi$  sont identiques. On rappelle que l'équidistance entre les sources ne privilégie aucune direction particulière (longitude ou colatitude). La fig. 1.3(a)-(b) montre la répartition des points sur la sphère pour 2 niveaux de discrétisation. On remarque que l'équidistance est valable uniquement pour la région proche de l'équateur, en s'approchant du pôle, on a finalement  $d\theta < d\varphi$ . Par la condition de l'isotropie du champ diffus, on note que cette hypothèse n'est pas respectée dans cette méthode puisque la densité de sources aux pôles et à l'équateur est différente. Il est important de remarquer que l'uniformité des angles (longitude et colatitude) n'induit pas l'équiprobabilité des directions des sources. Le fait d'associer une amplitude de source  $A_n$  proportionnelle à l'aire de l'élément de surface de la sphère qui le sépare des sources voisines, corrige l'effet de cette non équiprobabilité. Cette méthode de répartition est toutefois étudiée pour observer l'influence de cette irrégularité sur le critère de l'isotropie de l'intensité acoustique.

### 1.2.1.2 Sphère par géodésie

Pour concevoir ce type de structure, Saff [SK97] propose de répartir les points sur une sphère en développant une hélice de diamètre et de pas variables (cf. alg. 2 présenté dans l'annexe A.2). Les



**FIGURE 1.3** – Répartition des sources suivant les 3 méthodes décrites de  $N$  points sur la sphère complète -  $N = [14; 114]$  - répartition par révolution (en haut), répartition géodésique (au milieu) et répartition aléatoire (en bas).

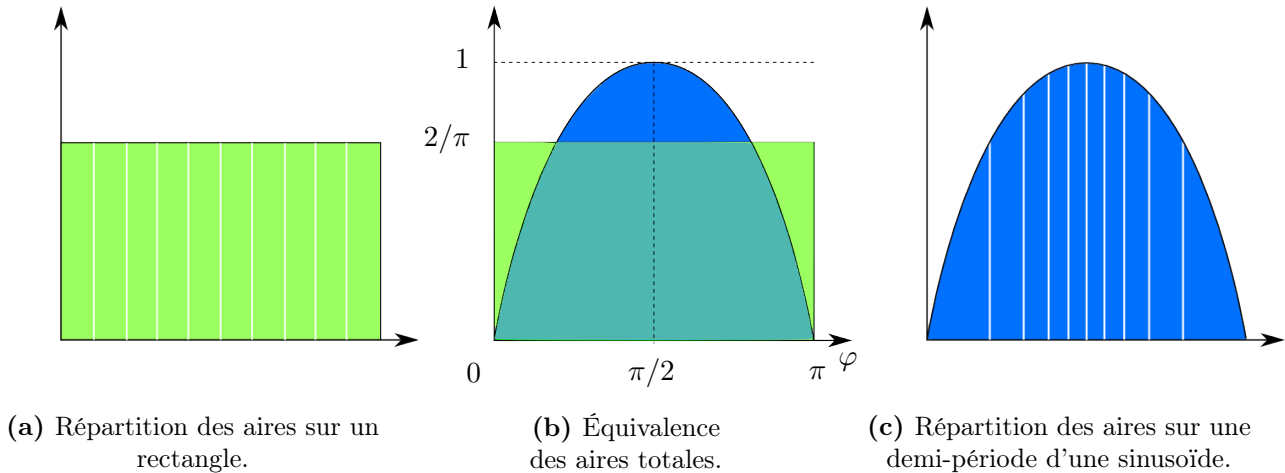
coordonnées des vecteurs sont obtenues également en fonction de la longitude ( $\theta$ ) - colatitude ( $\varphi$ ). Dans l'algorithme, le nombre de sources générées par géodésie  $N_{geo}$  est bien identique à la valeur initiale indiquée par l'utilisateur, contrairement à la méthode précédente. La fig. 1.3(c)-(d) présente la répartition des points sur la sphère pour 2 niveaux de discrétisation. Le nombre de points visé est le même que dans le cas de la répartition par révolution présenté fig. 1.3 (a)-(b).

### 1.2.2 Méthode stochastique : processus aléatoire

Pour se différencier des méthodes dites « géométriques », on complète l'étude en proposant une méthode stochastique pour orienter les vecteurs d'ondes planes dans l'espace. Le principe repose sur le choix aléatoire d'une longitude, entre  $[0; 2\pi[$ , associée à une répartition progressive des colatitudes, entre  $[0; \pi]$ , où l'algorithme correspondant est présenté dans l'alg. 3 dans l'annexe A.3. Cette répartition des colatitudes intègre la pondération en fonction de l'angle solide (fonction de  $\sin \varphi$ ), qui permet ainsi de répartir une plus grande quantité de points dans la région de l'équateur par rapport aux pôles (cf. fig. 1.3(e)-(f)). La loi de répartition est déduite de la fig. 1.4 où l'on compare deux aires équivalentes, l'une formée par un rectangle et l'autre formée par une demi période de sinusoïde. Dans le cas d'une répartition

linéaire de  $n$  points, celle-ci correspond à la segmentation régulière suivant l'axe  $\vec{x}$  en  $n$  rectangle de l'aire rectangulaire initiale. Chaque rectangle a une aire qui vaut  $dS = \frac{2}{n-1}$ . Pour la répartition progressive appliquée à notre méthode stochastique, on doit intégrer la pondération en fonction de la colatitude (cf. éq. (1.1)). On procède donc à une segmentation sur une variation sinusoïdale et on cherche finalement à résoudre :

$$\int_{\varphi_i}^{\varphi_{i+1}} \sin \varphi \, d\varphi = \frac{2}{n-1} \quad . \quad (1.9)$$



**FIGURE 1.4** – Équivalence de l'aire d'un lobe d'une sinusoïde (bleu) et de l'aire d'un rectangle (vert) et la répartition de 10 unités d'aire  $dS$  sur chaque forme.

Finalement, il est possible de déterminer la répartition des colatitudes par l'équation suivante,  $\varphi_{i+1} = \cos^{-1} \left( \cos(\varphi_i) - \frac{2}{n-1} \right)$ , par le biais d'un calcul itératif.

### 1.3 Convergence des méthodes vers la solution analytique

Parmi toutes les méthodes de répartition décrites dans le paragraphe précédent, il est nécessaire de déterminer laquelle nous permet d'obtenir la meilleure approximation d'un champ diffus. Pour cela, la démarche adoptée est la suivante. Nous fixons à une valeur arbitraire le rapport Dim, rapport de la dimension caractéristique de la surface de référence (disque de diamètre  $d$ ) soumise au champ diffus à la longueur d'onde dans l'air  $\lambda$ . Afin d'observer des longueurs d'onde des ondes planes rasantes plus petite par rapport au diamètre, nous choisissons le rapport suivant :

$$\text{Dim} = \frac{d}{\lambda} = 1.5 \quad . \quad (1.10)$$

Dans un premier temps, nous étudions l'uniformité spatiale de l'intensité acoustique incidente pour chaque méthode par l'intermédiaire de cartographies, puis dans un second temps nous nous concentrerons sur l'écart de l'intensité moyenne par rapport à la valeur analytique de l'éq. (1.4). Ces deux premières étapes nous permettent de retenir la méthode de répartition la mieux adaptée aux contraintes du champ diffus. Enfin dans un troisième temps, nous analysons l'influence du ratio Dim afin de déterminer le nombre de sources nécessaires à l'obtention d'un champ diffus pour une fréquence et une paroi données.

#### 1.3.1 Étude de l'uniformité spatiale

Pour déterminer la méthode de répartition la plus efficace, nous choisissons le critère d'uniformité spatiale de l'intensité acoustique incidente. Indépendamment du type de répartition, le résultat dépend du déphasage entre les sources, nous effectuons ainsi une série de tirage de phase et nous réalisons une cartographie sur la moyenne des intensités acoustiques incidentes. Ainsi, on définit la notion de tirage comme un tirage aléatoire de  $N$  phases indépendantes pour les  $N$  sources. On note les nombres  $N$  sources

sur la fig. 1.3 ont été déterminés pour d'obtenir une répartition du même nombre de source pour chaque méthode de répartition.

### 1.3.1.1 Description de la construction des cartographies

Pour évaluer l'isotropie du champ acoustique, nous traçons des cartographies des intensités acoustiques pour chaque méthodes de répartition. L'intensité acoustique provenant de chaque direction de l'espace est calculée sur le disque fixe de normale  $\vec{z}$  en effectuant une rotation globale des sources autour des angles azimut  $\theta_x$  et pseudo-longitude  $\theta_{n'}$  schématisés par le vecteur  $\vec{n}'$  sur la fig. 1.5. Une cartographie en fonction des angles de rotation est alors construite (cf. fig. 1.5-(b)), les points (rouge et bleu) correspondent ainsi à l'orientation des vecteurs rotation des sources représentés en couleur sur les fig. 1.5-(a) et (c) : une valeur constante sur la cartographie traduirait un champ diffus parfait. En réalisant plusieurs tirages de phase ( $m = 100$  pour la fig. 1.6), on lisse ainsi les résultats obtenus pour éviter des singularités engendrées par un unique tirage. L'algorithme utilisé dans cette partie est décrit dans l'alg. 4 de l'annexe A.4.

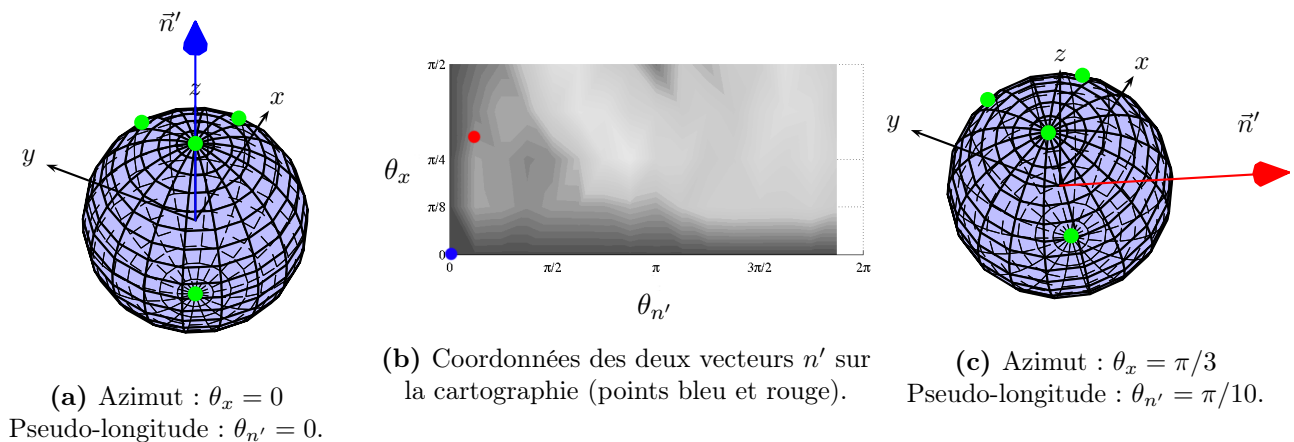


FIGURE 1.5 – Définitions des angles dans la rotation des sources dans l'espace.

### 1.3.1.2 Cartographie des ratios des intensités acoustiques

Les cartographies de la fig. 1.6 représentent le rapport entre les intensités calculées pour différentes rotations des sources ( $I(\theta_x, \theta_{n'})$ ) et la valeur analytique ( $I_{\text{analyt.}}$  provenant de l'éq. (1.4)). Ce ratio permet ainsi d'observer les écarts à la valeur théorique, et l'éloignement des maxima et des minima des intensités est une mesure de l'inhomogénéité angulaire du champ (anisotropie). Pour le cas de la méthode aléatoire où la position des sources est différente pour chaque appel de l'alg. 3 (cf. annexe A.3), il est nécessaire que la position des sources soit définie qu'une seule et même fois pour l'ensemble des tirages pour ne pas estomper les défauts de ce type de répartition.

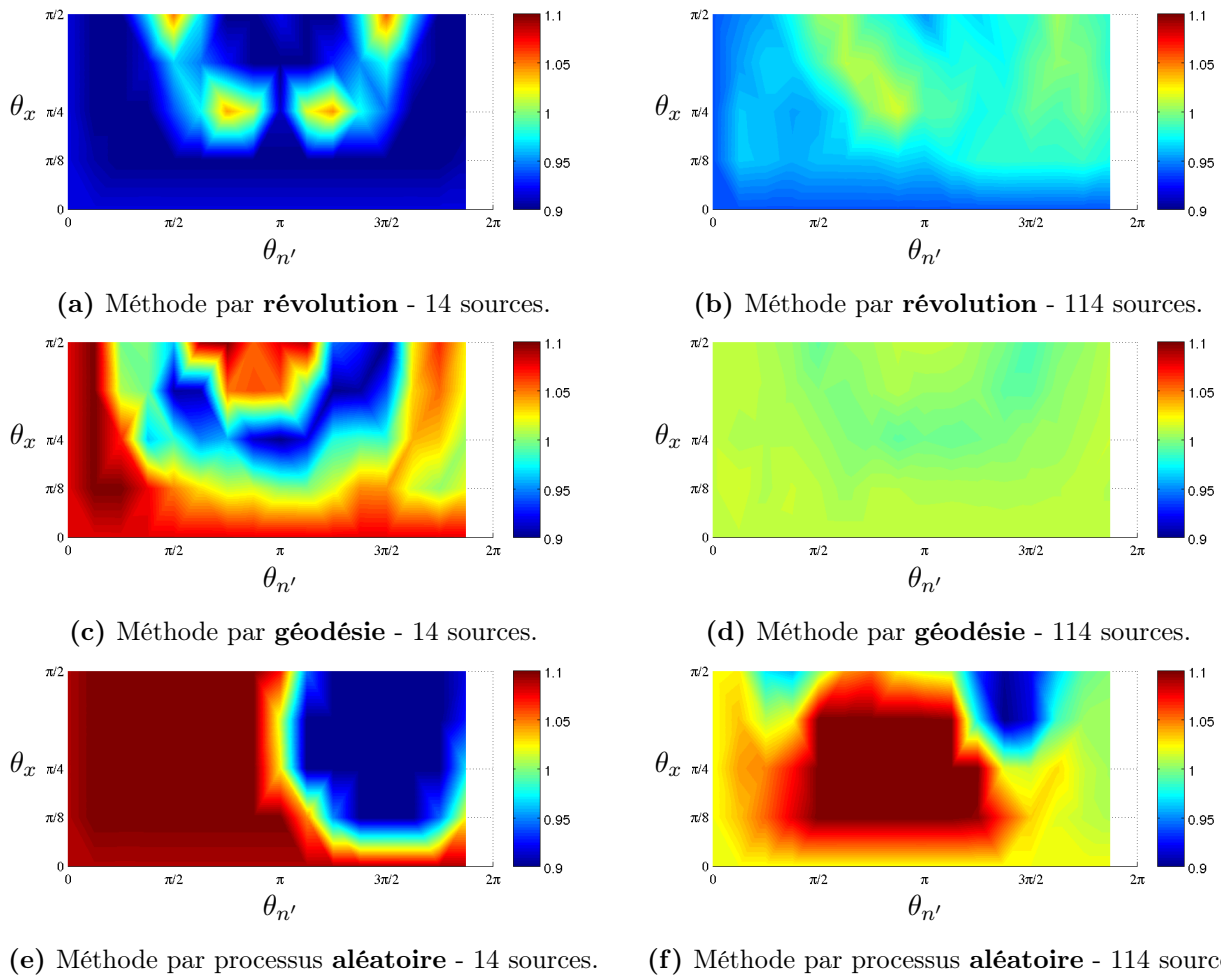
#### Remarque et interprétations :

- Sur la fig. 1.6, on remarque une inhomogénéité angulaire des intensités acoustiques pour l'ensemble des trois méthodes. Lorsque le nombre de source augmente, le champ est d'autant plus uniforme et tend bien vers la valeur analytique. La limitation du nombre de source est donc une des causes des inhomogénéités résiduelles. Toutefois, en augmentant le nombre de sources, on constate une homogénéisation des intensités acoustiques vers la valeur analytique (ratio de valeur 1).
- La méthode aléatoire montre une convergence bien plus lente que les méthodes géométriques, ce qui est justifié par les disparités de répartition importantes visibles sur les fig. 1.3 (e)-(f).

### 1.3.1.3 Convergence des écart-types de l'intensité en fonction du nombre de tirages

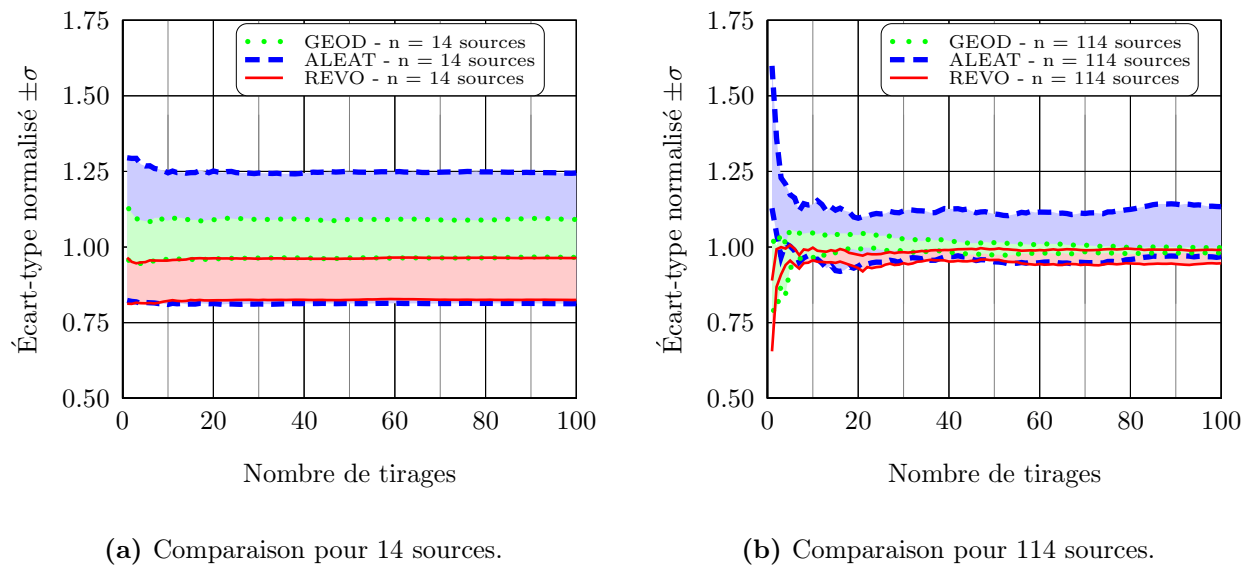
Pour compléter les cartographies de la fig. 1.6 et afin d'observer l'influence du nombre de tirages sur la convergence des intensités acoustiques incidentes, on calcule l'évolution de l'écart-type normalisé de la valeur moyenne de l'intensité en fonction du nombre de tirages. L'écart-type doit être normalisé car





**FIGURE 1.6** – Cartographie du rapport des intensités acoustiques  $I(\theta_x, \theta_{n'})/I_{\text{analyt.}}$ , moyennées sur 100 tirages et pour 2 niveaux de quantité de sources ( $N = [14; 114]$ ).

les valeurs moyennes obtenues dépendent de la cartographie étudiée, elle est réalisée par division avec la valeur théorique  $I_{\text{analyt.}}$ . Pour un champ diffus parfait, la moyenne de l'intensité vaut 1 et l'écart-type 0. La fig. 1.7 présente ces résultats pour les 3 méthodes de répartition.



**FIGURE 1.7** – Évolution de l'écart-type normalisé ( $\pm\sigma$ ) autour de la valeur moyenne de l'intensité normalisée en fonction du nombre de tirages cumulés et des différentes méthodes de répartition et pour les 2 niveaux de discrétisation ( $N = [14; 114]$ ).

**Remarques et interprétations :**

- À partir de 10 (pour 14 sources) et 20 tirages (pour 114 sources), la largeur des écarts-types et les moyennes des intensités n'évoluent plus pour l'ensemble des trois méthodes. Ainsi, les cartographies présentées sur la fig. 1.6 sont donc bien convergées.
- L'ensemble des fig. 1.6 et 1.7 montrent que, pour un même coût de calcul, la méthode géodésique est la plus performante tant au niveau de l'écart-type qu'au niveau sa valeur moyenne. Pour une valeur de  $\text{Dim} = 1.5$ , il apparaît que le nombre de tirages nécessaire pour atteindre une convergence augmente avec le nombre de sources. L'influence de ce paramètre sera étudiée dans le paragraphe suivant.
- Pour l'application numérique d'un champ diffus, il est possible de s'affranchir de la rotation des sources dans l'espace dès lors que l'écart-type des intensités devient suffisamment faible. Nous utilisons cette propriété de faible d'écart-type pour le calcul de la convergence en fonction du nombre de sources et de la fréquence, en prenant un nombre de tirages suffisamment grand.

**1.3.2 Étude de l'influence du nombre de sources**

Dans la section 1.3.1, nous avons observé les performances de chaque méthode pour construire un champ diffus. Il en résulte que la méthode géodésique est la plus appropriée pour deux points :

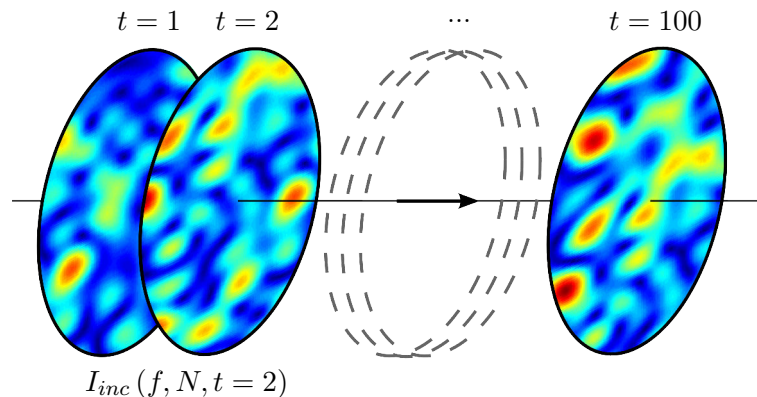
- les intensités sont proches de la valeur analytique,
- un faible écart-type des intensités selon l'orientation est remarqué.

Cependant dans les calculs menés dans la précédente section, le nombre de longueur d'onde visible par le disque de mesure a été fixé arbitrairement ( $\text{Dim} = 1.5$ ).

Dans le cas pratique, les dimensions des planchers sont fixées par l'architecte et les fréquences de calcul imposées par les normes [AFN96, AFN97]. L'évaluation de la « qualité » du champ d'excitation sur l'ensemble du spectre est donc nécessaire, on propose donc de simuler les intensités incidentes sur un disque pour des fréquences et des dimensions représentatives. Pour cette étude, le diamètre du disque est  $d = 10$  m et les fréquences sont comprises entre [25; 500 Hz] réparties en bande de 1/3 d'octave, qui correspondent aux basses fréquences associées à la mesure en acoustique du bâtiment. *In-fine*, on souhaite déterminer, en fonction des dimensions de la structure et de la longueur d'onde, le nombre de sources optimal pour obtenir un champ diffus dont l'intensité incidente est proche de la valeur analytique.

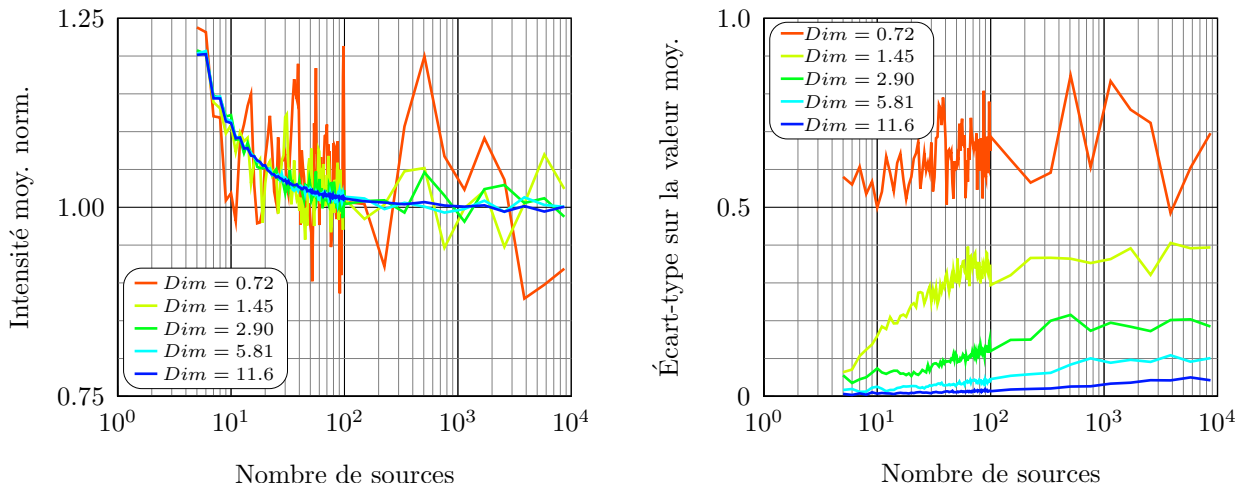
**1.3.2.1 Description de la méthode**

Pour évaluer la stabilité de la mesure de l'intensité incidente, nous avons procédé au calcul de l'intensité sur une série de 100 tirages de  $N$  sources d'ondes planes incidentes sur un disque de diamètre  $d$  et réparties selon la méthode géodésique (cf. fig. 1.8). On relève pour chaque tirage, noté  $t$ , l'intensité incidente associée au nombre de sources  $N$  et la fréquence des sources  $f$ . On détermine pour l'ensemble des tirages, la valeur moyenne de l'intensité et son écart-type (cf. fig. 1.9).



**FIGURE 1.8** – Évaluation de la stabilité de l'intensité acoustique incidente entre plusieurs tirages sur un disque de diamètre  $d$ .

### 1.3.2.2 Convergence de l'intensité moyenne incidente en fonction du nombre de sources et de la fréquence



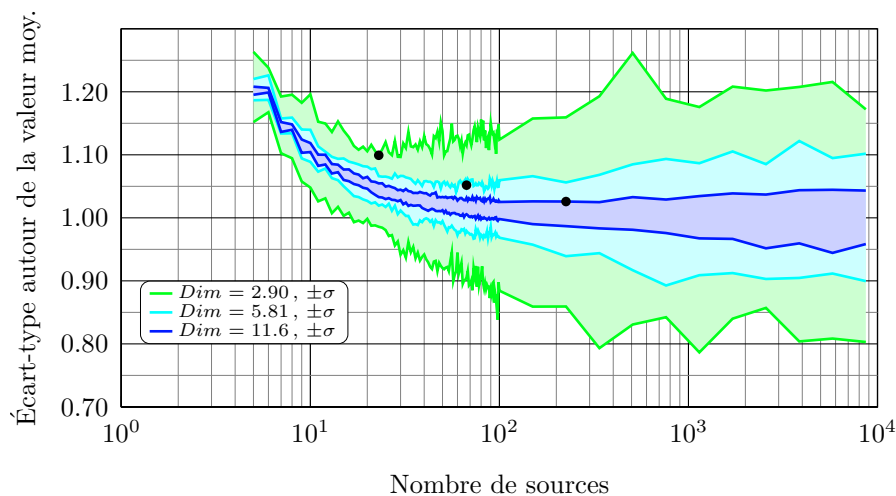
(a) Évolution sur l'intensité moyenne.

(b) Évolution sur l'écart-type.

**FIGURE 1.9** – Évolution de l'intensité moyenne normalisée et son écart-type en fonction du rapport Dim et du nombre de sources.

#### Remarques et interprétations :

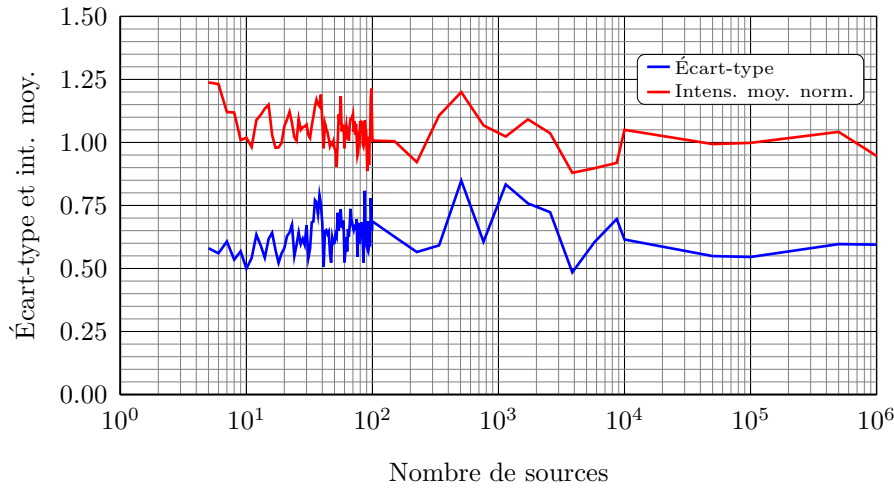
- On constate sur la fig. 1.9 deux tendances qui peuvent paraître contradictoires. En effet, l'augmentation du nombre de sources fait converger la moyenne des intensités incidentes vers la valeur analytique (valeur unitaire), mais cela s'accompagne en parallèle d'une augmentation de l'écart-type sur cette valeur moyenne.
- Pour les fréquences les plus basses, l'écart-type est tellement grand que la convergence sur la valeur moyenne de l'intensité n'est pas évidente. L'idée d'obtenir un champ diffus, dont la valeur moyenne est proche de la valeur analytique et stable en terme de reproductibilité n'est pas concevable pour l'ensemble des fréquences.



**FIGURE 1.10** – Régions des écart-types autour de la valeur moyenne normalisée pour les fréquences 100, 200 et 400 Hz, respectivement  $Dim = [2.90; 5.81; 11.6]$ .

## 1.4 Fonction équivalente $N(\text{Dim})$ déterminant le nombre optimum de sources

Nous définissons des points caractéristiques qui se traduisent par un changement de pente sur les courbes des écarts-types (cf. fig. 1.9-(b)). Lorsque les dimensions de la surface de mesure sont inférieures et proches de la longueur d'onde, nous ne distinguons pas de points caractéristiques particuliers, tandis que ces points apparaissent pour des fréquences plus grandes (cf. fig. 1.10). En effet, en augmentant le nombre de sources jusqu'à environ  $10^6$  pour la fréquence  $f = 25$  Hz, les moyennes des intensités ne convergent pas et restent constantes entre 5 et  $10^6$  sources (cf. fig. 1.11). Pour ce cas particulier, il est inutile d'augmenter le nombre de sources indéfiniment, car le rapport entre la longueur caractéristique de la plaque et la longueur d'onde est trop faible. Les disparités des valeurs moyennes observées sur la fig. 1.11 sont dues au tirage aléatoire des phases qui ont un impact important la valeur moyenne de l'intensité.



**FIGURE 1.11** – Valeur moyenne et écart-type de l'intensité incidence sur le disque de diamètre  $d = 10$  m -  $f = 25$  Hz - nombre de sources  $[5; 10^6]$  - 100 tirages.

Pour un rapport de dimensions et longueur d'onde grand, où les points caractéristiques sont présents, il est possible d'obtenir une estimation de la position de ces points par une fonction équivalente en régression de puissance, représentée sur le tab. 1.1. Les coordonnées de ces points sont définies par l'abscisse  $\text{Dim}$  et l'ordonnée  $N$  et leur valeur caractéristique est indiquée par  $I + \sigma$ . On constate que ces points suivent une droite dans une base logarithmique des deux axes (abscisse et ordonnée). Une régression linéaire est donc déterminée et de la forme :

$$\log_{10} N(\text{Dim}) = 1.46 \log_{10} \text{Dim} + 0.723 \quad \text{avec} \quad r^2 = 0.983 \quad . \quad (1.11)$$

Après réécriture de l'équation précédente, la fonction  $N(\text{Dim})$  indiquant le nombre de sources en fonction du rapport  $\text{Dim}$  de la longueur caractéristique  $L$  et de la longueur d'onde  $\lambda$  devient :

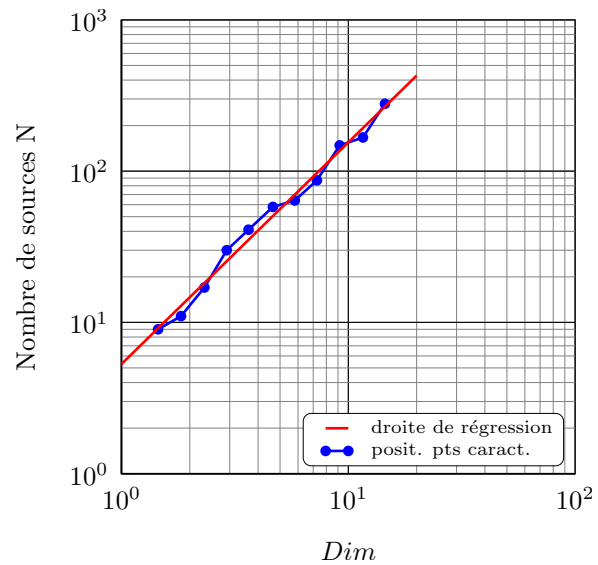
$$N(\text{Dim}) = 5.30 \cdot [29.2^{\text{Dim}}] \quad . \quad (1.12)$$

Pour des dimensions représentatives et des fréquences relativement hautes, l'éq. (1.12) indique de nombre de sources importants ( $N \approx 2.38 \cdot 10^{+11}$  pour  $f = 500$  Hz et  $L = 5$  m). La construction numérique de ce champs diffus est très long à l'échelle du temps de calcul éléments finis. Pour ne pas engager des temps de calculs volumineux, on limite le nombre maximal de sources à 1000. A titre d'information, ce nombre de sources est atteint par l'éq. (1.12) pour une dimension  $L = 5$  m et une fréquence  $f = 107$  Hz.

## 1.5 Conclusion

Dans la première section de ce chapitre, nous avons exposé la construction analytique d'un champ diffus en présentant une de ses caractéristiques de référence, l'intensité incidente. À partir de cette donnée,

Fréq. Hz	L m	Dim	$I + \sigma$	$N$
25	10	0.73	-	-
31.5		0.91	-	-
40		1.16	-	-
50		1.45	1.230	9
63		1.83	1.183	11
80		2.32	1.131	17
100		2.91	1.097	30
125		3.63	1.079	41
160		4.65	1.059	58
200		5.81	1.049	64
250		7.27	1.039	87
315		9.16	1.031	148
400		11.6	1.025	167
500		14.5	1.019	279



**TABLEAU 1.1** – À gauche : évolution de la position du point caractéristique en fonction de la fréquence - à droite : régression (fonction en puissance) obtenant les coordonnées du point caractéristique (nombre de sources en fonction du rapport  $Dim$ ).

plusieurs méthodes de répartition des sources d'onde plane ont été caractérisées pour retenir la solution la plus adaptée aux contraintes initiales imposées par le concept du champ diffus. La répartition des sources par géodésie représente la méthode la plus intéressante dans notre cas puisque la moyenne des intensités incidentes tend vers la valeur analytique, et que l'écart-type des intensités selon l'orientation des sources est le plus faible.

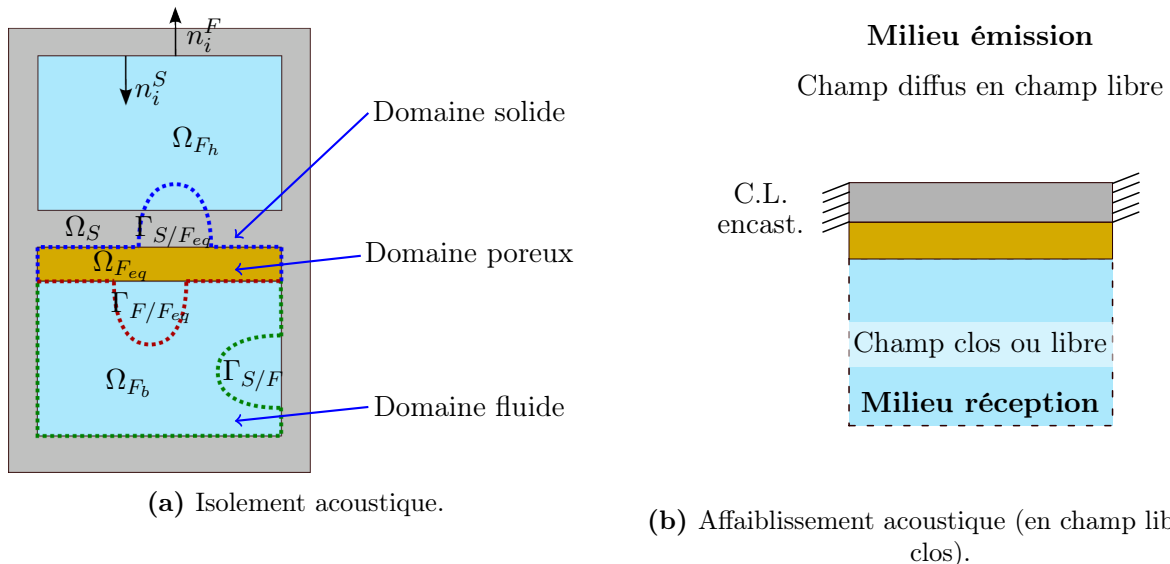
Après avoir retenu la méthode géodésique, nous avons souhaité obtenir une fonction permettant d'indiquer le nombre optimal de sources en fonction d'un paramètre adimensionnel : le rapport des longueurs (longueur caractéristique de la structure et la longueur d'onde). En augmentant le nombre de sources et pour un rapport de longueurs  $Dim > 1.45$ , la moyenne des tirages de l'intensité incidente tend vers la valeur analytique, cependant l'écart-type sur cette moyenne diverge. Nous avons donc choisi un compromis entre ces deux comportements différents, et nous avons défini une équation permettant d'obtenir un nombre de source minimal pour répondre à des conditions particulières. Le résultat offre une solution proche du résultat analytique (valeur moyenne de l'intensité) et son écart-type est également relativement faible, permettant d'obtenir des résultats concentrés sur un ensemble de tirages.

# Chapitre 2

## UNE APPROCHE NUMÉRIQUE DE LA RÉOLUTION DU PROBLÈME VIBRO-ACOUSTIQUE DES PLANCHERS SOLIVÉS EN BOIS

### 2.1 Introduction

L'objectif de ce chapitre est de proposer un modèle numérique afin de prédire les niveaux de pression acoustique dans les locaux où le rayonnement est issu des vibrations de planchers solivés en bois. Cette prédiction repose sur une modélisation à l'aide d'une méthode déterministe du problème couplé fluide/structure présenté en fig. 2.1. Les problèmes d'acoustique du bâtiment peuvent être classés en deux grandes familles : isolement vis-à-vis des bruits extérieurs au bâtiment et isolement entre les différentes pièces du bâtiment. Le cas qui nous intéresse plus spécifiquement, l'isolation de planchers, relève de la deuxième famille. La structure entoure les fluides considérés : ces problèmes sont dits « fermés ». Notre intérêt se porte *in fine* sur la structure et les fluides internes, bien que l'étude du rayonnement en fluide ouvert a également été menée.



**FIGURE 2.1** – Différents domaines et interfaces dans le calcul vibro-acoustique en acoustique du bâtiment.

L'acoustique du bâtiment possède ses propres termes que nous définissons ici. On relève ainsi une distinction entre affaiblissement et isolement acoustique pour caractériser respectivement les performances d'une paroi et d'une pièce. Nous nous plaçons directement dans le cas où la paroi séparatrice est un plancher, toutefois les calculs sont applicables pour n'importe quel type d'éléments de construction (mur, cloison, toiture, ...).

Les performances acoustiques d'une paroi ou d'un local sont définies habituellement par le rapport de la puissance incidente  $W_{inc}$  sur la puissance transmise  $W_{tra}$ . Pour l'affaiblissement d'une paroi, on exprime ce paramètre par l'indice  $R$  exprimé en dB :

$$R = 10 \log_{10} \left( \frac{W_{inc}}{W_{tra}} \right) \quad (2.1)$$

Pour les performances d'isolation d'un local, les normes définissent un paramètre différents  $D$ , afin de dissocier les performances d'une paroi (notion d'isolement) de celles d'un local (notion d'affaiblissement).

$$D_b = R + 10 \log_{10} \left( \frac{A}{S} \right) - \alpha_{t.l.} \quad (2.2)$$

avec :

- $A$  : l'aire équivalente des surfaces du domaine réception (selon Sabine  $A = 0.16V/T_{60}$ , où  $V$  est le volume du domaine et  $T_{60}$  son temps de réverbération),
- $S$  : la surface rayonnante qui sépare les deux domaines fluides,
- $\alpha_{t.l.}$  : un coefficient intégrant l'effet des transmission latérales (*t.l.*) sur la valeur de l'isolement.

Pour résoudre un problème de vibro-acoustique, un large panel de méthodes de résolution est disponible, chaque méthode ayant ses contraintes et ses hypothèses. Parmi ce choix disponible (cf. fig 2.2), on peut classifier les méthodes selon 5 catégories : méthode énergétique, discrète, mixte, analytique et empirique.

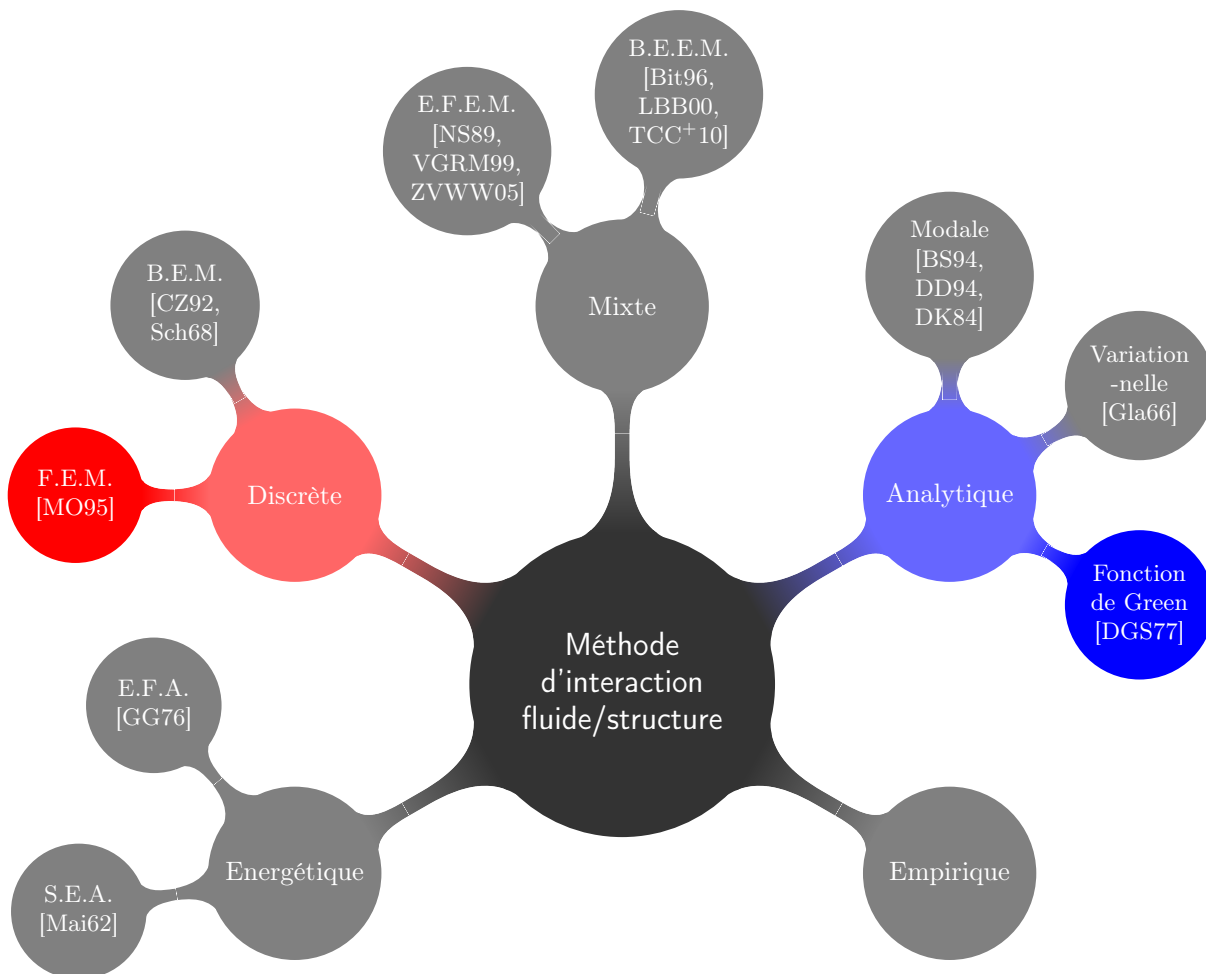


FIGURE 2.2 – Arbre des principales méthodes de résolution des problèmes de vibro-acoustique.

Afin d'effectuer un choix pertinent parmi ces méthodes, il est nécessaire de définir les critères qui permettent de retenir une ou plusieurs méthodes adaptées au problème à traiter. Pour les planchers solivés en bois, l'introduction de ce travail a mis en évidence le manque de performances des planchers dans le domaine des basses fréquences. Dans cette bande fréquentielle, le caractère modal de la vibration

pour ce type de plancher est dominant. Ainsi une des contraintes principales concernant la méthode à retenir est sa possibilité de bien modéliser les aspects modaux et géométriques qui sont une caractéristique du comportement vibroacoustique des planchers solivés en bois. L'outil de simulation le mieux adapté à ce critère est basé sur la méthode des éléments finis (M.E.F. en abrégé cf. fig. 2.2 - branche rouge). En effet, cette méthode déterministe est généralement utilisée pour des systèmes présentant des résonances bien séparées et permet de calculer en tout point la réponse du système présentant une géométrie complexe. Elle est principalement utilisée dans le domaine des basses fréquences et son utilisation aux fréquences supérieures (même si la fréquence de transition n'est pas forcément facile à définir) est limitée à la fois par des aspects incertitudes des paramètres mais surtout par un coût de calcul prohibitif.

Dans ce chapitre, nous rappelons les équations fondamentales utilisées par la méthode aux éléments finis [MO95], et ceci pour chaque domaine rencontré dans les matériaux de construction (solide, fluide et poreux). Le codage informatique des problèmes par éléments finis est réalisé à l'aide d'un programme dédié : *FreeFem++*, qui repose sur l'écriture directe des formulations variationnelles du problème étudié. Pour vérifier la validité de notre outil de simulation, nous avons dû tester cette écriture pour deux cas simple de rayonnement acoustique et comparer avec des résultats analytiques :

1. impédance de surface d'un matériau poreux avec la modélisation du tube de Kundt (qui est un problème 3D pouvant se ramener à un problème monodimensionnel),
2. affaiblissement acoustique de plaques simples (résolution tridimensionnelle à proprement parler).

La limite du calcul par la méthode par éléments finis est principalement liée au coût de calcul, en mémoire et en temps, aussi nous avons appliqué d'autres méthodes et des optimisations pour simplifier la résolution numérique :

- *réduction de la quantité de mémoire utilisée* : l'application de la formulation intégrale de Huygens (cf. fig. 2.2 - branche bleue) permet de résoudre la partie fluide de notre problème couplé. Nous avons ainsi réduit l'utilisation de la méthode éléments finis au problème *in-vacuo*, c'est-à-dire une résolution du champ de déplacement de notre solide (plancher) placé dans le vide. L'air étant un fluide léger, son influence sur les vibrations du plancher peut-être raisonnablement négligée. Cela nous permet de séparer notre résolution en deux problèmes distincts sans faire d'approximations trop importantes. La formulation intégrale est à la fois définie pour des problèmes clos, qui correspond à notre cas, mais aussi aux problèmes ouverts, en champ libre. Nous avons finalement développé ces deux types de rayonnement acoustique car ils fournissent, chacun, des informations différentes.
- *réduction du temps de calcul* : nous avons tenté de réduire le temps de calcul associé à chaque type de résolution :
  - *numérique* : l'anisotropie des fonctions d'interpolations des éléments finis pour le calcul du champ de déplacement des structures permet d'orienter dans l'espace les degrés de liberté en ne choisissant pas le même ordre d'interpolation pour les différentes directions. Cette stratégie offre une réduction de la mémoire allouée puisqu'on l'on réduit le nombre de degrés de liberté de la structure. Nous avons également observé que la résolution du problème couplé en champ clos par la méthode éléments finis est plus rapide lorsque l'on ajoute de l'amortissement au domaine fluide.
  - *analytique* : l'approximation de la forme parallélépipédique des locaux où rayonnent les planchers permet de simplifier le calcul des modes de cavité nécessaire à la résolution par formulation intégrale en champ clos. Sur ce même cas, nous avons également pu tronquer le calcul du champ de pression acoustique, sur la base modale de la cavité, sans modifier son spectre final.

## 2.2 Définition du problème

Nous nous intéressons dans ce chapitre à calculer le spectre en fréquence de l'affaiblissement et de l'isolement acoustique sur la base d'une méthode numérique en ajoutant une méthode analytique utilisant les fonctions de Green pour « alléger » le calcul par éléments finis. L'outil développé permettra ainsi de mieux appréhender les phénomènes vibro-acoustique des planchers solivés en bois.



Pour présenter le problème à résoudre, la fig. 2.1 indique les différents éléments de construction que l'on retrouve dans un problème vibro-acoustique associé au bâtiment. Évidemment, ce schéma bi-dimensionnel représentant une coupe verticale de deux locaux superposés est applicable au domaine tri-dimensionnel.

### 2.2.1 Présentation du logiciel libre : *FreeFem++*

Durant la thèse, nous avons fait le choix de nous affranchir des codes commerciaux usuels de résolution par E.F. pour se tourner vers un logiciel libre, *FreeFem++*<sup>1</sup>, développé au laboratoire Jacques-Louis Lions de l'Université Pierre et Marie Curie à Paris. En synthétisant succinctement les possibilités du programme, on retient qu'il permet de :

- créer et mailler des objets,
- résoudre des problèmes 2D/3D par la méthode éléments finis en proposant différentes interpolations,
- manipuler le contenu des différentes matrices détaillées précédemment,
- réaliser des intégrations numériques (1D, 2D et 3D).

D'autres caractéristiques sont intéressantes mais non pas été exploitées, comme par exemple la parallélisation des calculs.

Dans les débuts des travaux de thèse et pour prendre en main ce langage, nous avons procédé à différents calculs sur des cas simples en comparaison avec des résultats analytiques et numériques basés sur d'autres codes. Ces travaux initiaux se sont portés notamment sur le calcul des valeurs propres :

- modes de structure de type poutre 2D/3D en comparaison avec d'autres codes éléments finis de plusieurs systèmes :
  - *RDM6* pour le cas 2D,
  - et *SolidWorks Simulation* anciennement *COSMOSWorks* pour le cas 3D.
- modes de cavités acoustiques parallélépipédiques 3D en comparaison avec le calcul analytique.

Nous ne présentons pas ces résultats dans ce document, cependant les comparaisons entre ces méthodes ont conforté la validité du calcul sous *FreeFem++* (à moins que ce ne soit une adéquate prise en main du logiciel par nous-même). Il est important de noter que le logiciel est en développement constant, apportant avantages et inconvénients : la résolution de problèmes vibro-acoustiques couplés tridimensionnels n'a été possible qu'à partir du début de troisième année de thèse. Pendant les deux premières années de thèse, le couplage tridimensionnel a donc été réalisé « manuellement » entre un calcul tridimensionnel pour le solide, et une formulation intégrale tridimensionnelle pour la cavité fluide. Ceci a nécessité le développement d'un code spécifique en Langage *FreeFem++* pour résoudre ce type de problème qui n'était pas facilement modélisable par le logiciel.

Il est important de souligner que cet outil numérique a été le principal outil de calcul pour l'ensemble de ce document. Son application s'est portée sur sa fonction initiale, la résolution par la méthode E.F., mais également pour le calcul analytique (fonction de Green) et calcul d'intégrale.

### 2.2.2 Écriture de la formulation variationnelle associée à un problème couplé

La méthode retenue, pour la résolution de problèmes vibro-acoustique des planchers solivés, repose sur l'écriture de la formulation variationnelle des équations de mouvement de chaque milieu. Pour chaque domaine que l'on rencontre dans la construction, les équations de mouvements et les hypothèses associées sont les suivantes :

**Solide** : en prenant l'hypothèse des petits déplacements, nous avons supposé que les vibrations des planchers solivés sont régies par la condition d'équilibre de l'élastodynamique. En effet, les niveaux vibratoires dans l'habitat sont généralement inférieurs à des niveaux d'excitation où la structure se comporte de façon non linéaire, par exemple dans le cas de séismes. Faire l'hypothèse de la linéarité, implique que les jeux d'assemblage n'interviennent pas. Pour simplifier l'écriture des phénomènes dissipatifs, on choisit un amortissement de type structural pour les solides, qui revient à considérer des coefficients de rigidité complexes.

---

1. <http://www.freefem.org/ff++/>

**Fluide et poreux** : pour la même raison que le domaine solide, on s'intéresse ici à des problèmes d'acoustique linéaire harmoniques à la même pulsation  $\omega$ , l'écriture de la formulation faible associée aux domaines fluide et poreux s'appuie sur l'équation d'onde (ou équation de Helmholtz). Pour implémenter les matériaux poreux dans un problème, plusieurs modèles selon l'hypothèse de fluide équivalent sont présents dans la littérature scientifique et nous avons choisi de retenir le modèle de Johnson-Allard [AC92, Dau04], développé en partie au sein du L.A.U.M., pour déterminer les propriétés du matériau en terme de célérité et de densité équivalente ( $\tilde{c}_{eq}$  et  $\tilde{\rho}_{eq}$ ).

**Couplage** : Le terme « vibro-acoustique » désigne de fait un problème couplé entre un domaine solide et un domaine fluide acoustique. A l'interface d'une plaque vibrante plongée dans un fluide, notée  $\Gamma_{S/F}$  et  $\Gamma_{S/F_{eq}}$  dans la fig. 2.1, nous avons la continuité des contraintes et des déplacements normaux.

D'après [MO95], pour un problème couplé {structure / fluide}, l'écriture de la formulation variationnelle associée au mouvement harmonique à la pulsation  $\omega$  s'écrit selon l'éq. (2.3) où la légende des couleurs est la suivante :

Force surfacique  $\Gamma_S$

Termes  $\Omega_S$ 
Couplage  $\Gamma_{S/F}$ 
Couplage  $\Gamma_{S/F}$ 
Termes  $\Omega_F$

$$\begin{aligned}
 & u_i \in \mathbb{C}_s^0, \forall \delta u_i \in \mathbb{C}_s^0 \quad , \\
 & p \in \mathbb{C}_f^0, \forall \delta p \in \mathbb{C}_f^0 \quad , \\
 & \int_{\Omega_S} \sigma(u_i) : \epsilon(\delta u_i) d\Omega - \omega^2 \rho_s \int_{\Omega_S} \delta u_i u_i d\Omega - \int_{\Gamma_S} \delta u_i f_i d\Gamma \\
 & + \int_{\Gamma_{S/F}} (u_i \cdot n_i^F) \delta p d\Gamma + \int_{\Gamma_{S/F}} p (n_i^F \cdot \delta u_i) d\Gamma \\
 & + \frac{1}{\tilde{\rho}_f} \int_{\Omega_F} \frac{\partial p}{\partial x_i} \frac{\partial \delta p}{\partial x_i} d\Omega - \frac{\omega^2}{\tilde{\rho}_f \tilde{c}_f^2} \int_{\Omega_F} p \delta p = 0 \quad .
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

avec les éléments suivants appartenant au domaine solide :

- $u_i, \delta u_i$  : le champ de déplacement et son champ variationnel associé,
- $\sigma(\dots), \epsilon(\dots)$  : les composantes du tenseur des contraintes et des déformations au sens de Cauchy,
- $\rho_s$  : la masse volumique du solide,
- $f_i$  : les forces surfaciques exercées sur le domaine,
- $\mathbb{C}_s^0$  : l'espace vectoriel des solutions cinématiquement admissibles pour le domaine solide,

et ceux appartenant au domaine fluide/poreux :

- $p, \delta p$  : le champ de pression et son champ variationnel associé,
- $\tilde{\rho}_f$  : la masse volumique du milieu fluide ( $\rho_0$ ) et du fluide équivalent pour modélise le poreux ( $\tilde{\rho}_{eq}$ ),
- $\tilde{c}$  : la célérité des ondes ( $c_0$  ou  $\tilde{c}_{eq}$ ),
- $\mathbb{C}_f^0$  : l'espace vectoriel des solutions cinématiquement admissibles pour le domaine fluide

Par la méthode Ritz-Galerkin, qui consiste à chercher une solution approchée de l'éq. (2.3) par des fonctions polynomiales sur chacun des éléments, les différentes intégrales intervenant dans la formulation variationnelle du problème couplé sont remplacées par des matrices qui peuvent s'écrire en symétrisant le problème :

$$\left( \begin{array}{cc} \mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M} & -\mathbf{C} \\ -\mathbf{C}^T & \mathbf{H}/\omega^2 - \mathbf{Q} \end{array} \right) \begin{Bmatrix} u \\ p \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \text{dans } \Omega_S \text{ et } \Omega_F \quad . \tag{2.4}$$

Notons que *FreeFem++* effectue lui même la discrétisation du problème à partir de la formulation variationnelle (cf. éq. (2.3)) et des choix de fonction d'interpolation. Les aspects relatifs à la création des matrices globales éléments finis n'a donc pas été abordée dans le cadre de ce mémoire.

## 2.3 Résolution du problème aux éléments finis à l'aide de *FreeFem++*

### 2.3.1 Validation d'un modèle couplé aux éléments finis - tube de Kundt

Dans la résolution de problèmes couplés, nous avons commencé la validation du code sur la base de la modélisation du tube de Kundt [BCH<sup>+</sup>03, Hen97] (cf. fig. 2.3), simulation qui présente l'avantage de faire intervenir les trois types de milieux physiques (solide, fluide et poreux). En dessous de la première fréquence propre correspondant à des ondes acoustiques transverses, seules des ondes planes dans la direction du tube sont présentes, et le problème est assimilable à un problème mono-dimensionnel. Le tab. 2.1 présente les propriétés de chaque domaine pour la simulation et leurs conditions aux limites.

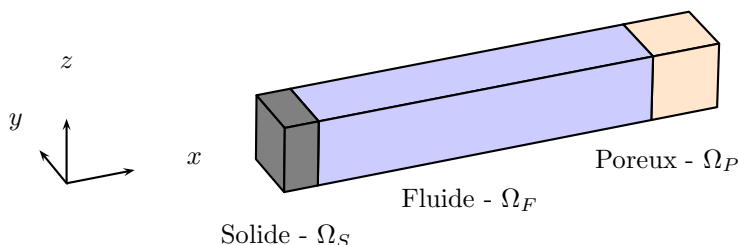


FIGURE 2.3 – Modèle éléments finis du tube de Kundt - piston plan + colonne fluide + poreux.

Domaine	Solide	Fluide	Poreux
Modèle	structure isotrope libre excitation - onde plane d'incidence normale pas d'amortissement	fluide parfait (air)	modèle Johnson-Allard
Dimensions	$e = 0.1 \text{ m}$	$l_0 = 0.5 \text{ m}$	$l_p = 0.1 \text{ m}$
Propriétés	$E = 10 \cdot 10^9 \text{ Pa}$  $\rho_s = 500 \text{ kg.m}^{-3}$	$\rho_0 = 1.2 \text{ kg.m}^{-3}$  $c_0 = 344 \text{ m.s}^{-1}$	$\sigma = 4750 \text{ kg.m}^{-3}.\text{s}^{-1}$ $\phi = 0.98$ $\alpha_\infty = 1.2$ $\Lambda' = 200 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ $\Lambda = 600 \cdot 10^{-6} \text{ m}$
Conditions aux limites	glissière d'axe x	vitesse normale nulle sur les parois latérales	vitesse normale nulle sur les parois latérales

TABLEAU 2.1 – Propriétés et caractéristiques du tube de Kundt modélisé par éléments finis.

#### 2.3.1.1 Impédance de surface du matériau poreux

Dans son utilisation initiale, le tube de Kundt permet de mesurer l'absorption et l'impédance de surface d'un matériau. Le protocole expérimental (fig. 2.4) pour l'évaluation de l'impédance est défini dans la norme [AFN98], méthode proposée par Seybert [SR77] en 1977. Elle consiste à mesurer la fonction de transfert entre deux microphones espacés d'une distance  $s$  et distant d'une longueur  $l$  par rapport à la surface du matériau. Pour valider le résultat numérique du problème couplé, on le compare avec la formule analytique [BCH<sup>+</sup>03] de l'éq. (2.5) :

$$Z_S = -i \frac{\tilde{\rho}_{eq} \sqrt{K_{eq}/\tilde{\rho}_{eq}}}{\tan\left(\frac{\omega}{\sqrt{K_{eq}/\tilde{\rho}_{eq}}}d\right)}, \quad (2.5)$$

avec :

- $\tilde{\rho}_{eq}$  : la densité effective du milieu poreux,
- $K_{eq}$  : sa compressibilité dynamique associée au modèle Johnson-Allard et détaillée dans l'éq. (2.6),
- $d$  : l'épaisseur du matériau poreux.

$$K_{eq} = \frac{\gamma P_0 / \phi}{\gamma - (\gamma - 1) \left[ 1 - i \frac{\omega'_c}{\omega} \sqrt{1 + i \frac{M'}{2} \frac{\omega}{\omega'_c}} \right]} \quad \text{avec} \quad \omega'_c = \frac{8\nu_0}{Pr\Lambda'^2}, \quad M' = 1, \quad (2.6)$$

avec les termes suivants associés au milieu fluide :

- $\gamma = C_p/C_v \approx 1.4$  : le rapport des chaleurs spécifiques,
- $P_0 \approx 10^5$  Pa : la pression statique,
- $\nu_0 \approx 1.57 \cdot 10^{-5}$  m<sup>2</sup>.s<sup>-1</sup> : la viscosité cinématique,
- $Pr \approx 0.708$  : le nombre de Prandtl.

**Remarques et interprétations :** la fig. 2.5 représente l'impédance réduite de surface en fonction de la fréquence. On constate que le modèle éléments finis donne un résultat équivalent à la valeur théorique au-delà de 40 Hz pour notre problème, et présente une divergence négligeable pour la partie réelle en dessous de cette fréquence. Notons la différence importante entre partie réelle et imaginaire signifiant que la partie réelle est dans le bruit numérique ce qui explique ces oscillations. Le couplage par éléments finis sous *FreeFem++* entre la partie fluide et le matériau poreux peut être considéré comme validé. Cependant le résultat ne permet pas d'affirmer que le couplage entre la partie solide et le fluide est correct, on mesure seulement l'impédance du matériau. Pour confirmer la validité du couplage fluide/structure<sup>2</sup>, on observe le comportement du piston en fonction de son excitation. L'excitation de type force répartie correspond par l'équivalence à une onde plane de pression avec une incidence normale.

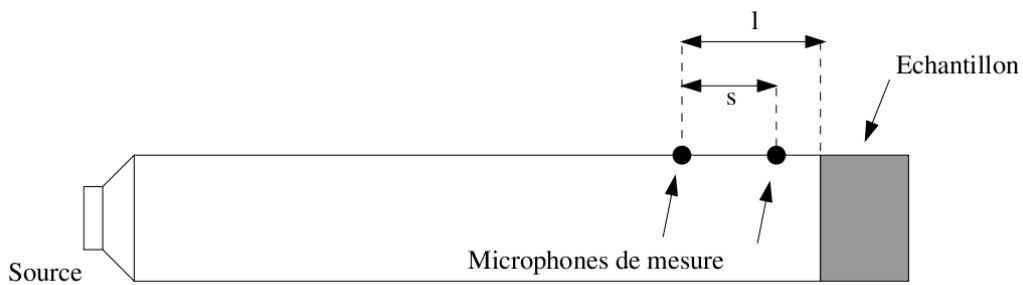


FIGURE 2.4 – Schéma d'un tube de Kundt - modèle expérimental.

### 2.3.1.2 Atténuation acoustique du piston libre sous incidence normale

Dans cette modélisation par méthode éléments finis, représentée par la fig. 2.3, où un piston oscille par réaction à une pression, l'étude permet d'estimer une « atténuation » entre la puissance incidente et celle transmise mécaniquement par le piston couplé à un fluide/poreux. Nous rappelons, dans le cas présent, qu'il ne s'agit pas précisément de l'évaluation de l'affaiblissement acoustique mais d'une atténuation d'un piston couplé. En effet, en mesurant la puissance incidente et transmise par le piston, il est possible de déterminer un différentiel de puissance s'apparentant à l'affaiblissement acoustique en incidence normale.

Finalement, le rapport logarithmique de la puissance incidente et transmise se réduit à l'éq. (2.7) en utilisant le déplacement normal au piston  $u_n$  pour le calcul de la puissance transmise :

2. noté également F/S

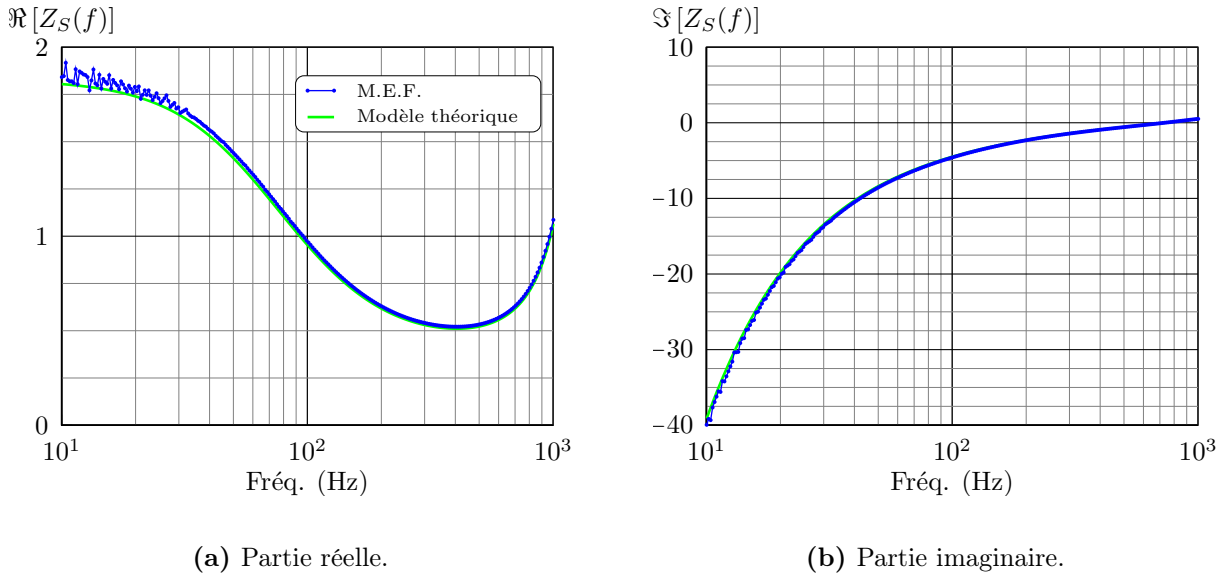


FIGURE 2.5 – Impédance réduite de surface du matériau poreux calculée selon deux méthodes - analytique et numérique par éléments finis.

$$10 \log_{10} \left( \frac{\Pi_{inc}}{\Pi_{tra}} \right) = 10 \log_{10} \left( \frac{1}{(2\rho_0 c_0 \omega)^2 u_n^2} \right) \quad (2.7)$$

La fig. 2.6 présente les résultats obtenus par la méthode numérique et analytique (loi de masse sous incidence normale ( $R = 10 \log \left( |(\omega \rho_s e_s)/(2\rho_0 c_0)|^2 \right)$ , où  $\rho_s$  est la masse volumique de la plaque et  $e_s$  son épaisseur). Précédemment, nous avons rappelé que cette simulation ne correspond pas à l'évaluation de l'affaiblissement acoustique du piston seul, cependant nous faisons le choix de comparer le résultat numérique à une loi empirique de référence (loi de masse).

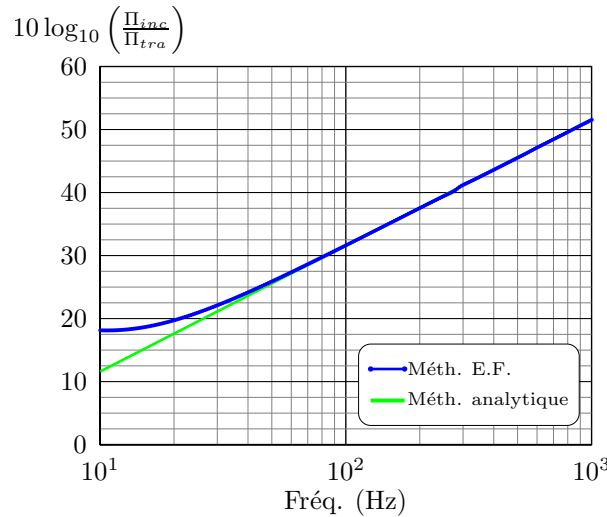


FIGURE 2.6 – Différentiel des puissances incidente et transmise d'un piston plan dans un tube de Kundt - calcul par méthode des éléments finis et comparaison avec la loi de masse.

### Remarques et interprétations :

- On observe une bonne corrélation sur l'ensemble du domaine fréquentiel entre le modèle analytique et le modèle numérique. Le mouvement du piston plan est donc cohérent avec la physique du problème. Cependant les résultats numériques divergent aux basses fréquences par rapport à la référence analytique ( $f < 40$  Hz) : ceci s'explique par la contre-réaction de la pression présente dans la colonne d'air et le poreux. En diminuant la fréquence, les amplitudes des oscillations par rapport

à la longueur du tube augmentent, et la contre réaction est d'autant plus forte. Pour obtenir la même puissance transmise juste après le piston, il faut donc que la puissance incidente soit plus grande, et donc un rapport  $\Pi_{inc}/\Pi_{tra}$  plus grand que celui de la loi de masse. Le problème est fortement couplé. Inversement, aux fréquences plus hautes ( $f > 40$  Hz), les amplitudes relatives du mouvement du piston sont faibles devant la longueur du tube, la pression présente dans le milieu fluide et poreux ne modifie pas l'amplitude des oscillations du piston : le couplage est faible. Le comportement du problème couplé et découplé sont équivalents.

- D'après l'écriture du problème, la section du piston et le module d'Young n'ont pas d'influence sur le résultat de ce différentiel de puissance. En effet le mouvement du piston est une translation de corps rigide dans la direction  $\vec{x}$ , la rigidité du piston n'a pas d'effet puisqu'il est libre de se déplacer. Les ondes de compression dans le solide sont présentes à des fréquences bien plus hautes que celles calculées ici. De plus, les ondes de flexions ne sont pas excitées par ce modèle unidimensionnel. La masse surfacique du piston est le seul paramètre modifiant ce ratio de puissances.

Dans cette section, nous avons résolu le problème couplé par la méthode des éléments finis par l'intermédiaire de la modélisation du tube de Kundt. Sur la fig. 2.6, nous avons observé les deux types de couplage F/S : couplage fort ( $f < 40$  Hz) et faible ( $f > 40$  Hz). Toutefois, lorsque le couplage est faible, la résolution de problème couplé par éléments finis n'est pas intéressante sur le plan des ressources de calculs. En effet, pour ce type de couplage, les comportements de la structure *in-vacuo* et lorsqu'elle interagit avec le fluide sont similaires, on peut finalement réduire les ressources du calcul vibro-acoustique sans perturber globalement le comportement de la structure. La résolution de la partie fluide peut être menée à la suite de la résolution dans le domaine structurel *in-vacuo*.

En acoustique du bâtiment, on se retrouve principalement à résoudre des problèmes à couplage faible car les volumes des pièces et les masses surfaciques de parois sont suffisamment importants. Pour cette raison, dans la section suivante 2.4, nous avons choisi de développer le calcul intégral de la partie fluide pour les espaces clos et le champ libre. Au moment où nous avons réalisé ce choix, celui-ci est également justifié par le fait que le couplage tridimensionnel n'était pas disponible dans le programme *FreeFem++*.

### 2.3.2 Application au rayonnement acoustique d'une plaque en champ clos

Pour l'acoustique du bâtiment et dans le cas du rayonnement acoustique des planchers, les problèmes de vibro-acoustique sont des problèmes dits intérieurs et clos. Nous choisissons donc de réaliser une simulation numérique de l'isolement acoustique d'une plaque à l'échelle d'une pièce d'habitation (isolement acoustique au sens du problème clos). Nous comparons nos résultats à ceux obtenus par des codes de calcul analytique pour les confronter et déterminer des voies de développement dans le calcul vibro-acoustique.

L'isolement acoustique est habituellement estimé en intégrant le temps de réverbération,  $T_{60}$ , de la salle réceptrice qui correspond à notre domaine fluide  $\Omega_F$  dans le modèle numérique. La définition de l'isolement acoustique est présentée dans l'éq. (2.2). Le temps de réverbération intègre à la fois la dissipation dans l'air mais également celle des murs latéraux par absorption des ondes acoustiques. Dans notre modèle numérique où nous n'intégrons pas de dissipation dans le domaine fluide et une cavité aux parois parfaitement rigides, il n'y a aucune dissipation d'énergie acoustique dans la cavité. On peut calculer ainsi la puissance transmise dans la cavité par :

$$\Pi_{tra} = \frac{1}{8\rho_0 c_0} \int_{\Omega_F} |p(\vec{r}, \omega)|^2 d\Omega_F \quad . \quad (2.8)$$

Le calcul de l'isolement peut être approché par celui de l'affaiblissement acoustique (cf. éq. (2.1)). On mesure ainsi l'isolement acoustique par l'intermédiaire du rapport logarithmique de la puissance acoustique incidente sur celle transmise.

#### 2.3.2.1 Géométrie et propriétés du modèle éléments finis

Afin d'étudier le rayonnement acoustique d'une plaque couplée à une cavité, on choisit de prendre des hypothèses simples comme approche initiale : comportement isotrope de la plaque, condition aux limites libres et/ou encastrées de la plaque, parois du domaine fluide parfaitement rigides, excitation de la

plaque par champ diffus acoustique. Ainsi, l'ensemble des caractéristiques de notre modèle couplé {fluide / structure} est décrit dans le tab. 2.2.

Géométrie et propriétés physiques		
Type	Unité	Valeur
Épaisseur	m	0.1
Dimensions		$L_x = 4$ et $L_y = 2.5$
Haut. cavité		$h = 3$
Comportement	isotrope	
Mod. d'Young	Pa	$E = 10 \cdot 10^9$
Coef. Poisson	-	$\mu = 0.3$
Amortiss.	%	$\eta_{str} = 3$
Masse vol.	$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$	$\rho = 500$

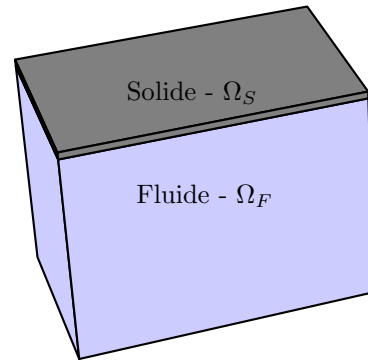


TABLEAU 2.2 – Données géométriques et propriétés mécaniques de la modélisation éléments finis pour la mesure de l'isolement acoustique d'une plaque rayonnant dans un espace clos.

**Données géométriques, propriétés mécaniques, conditions aux limites et type d'excitation acoustique :** pour cette comparaison, on étudie l'affaiblissement d'une plaque représentative des matériaux utilisés dans la construction. Les dimensions dans le plan sont conformes à celles demandées pour un essai normalisé en laboratoire [AFN95, AFN97], la surface normalisée devant être supérieure ou égale à  $10 \text{ m}^2$ . Pour les propriétés mécaniques, on choisit de réaliser un calcul avec les hypothèses les plus simples, c'est-à-dire un matériau isotrope avec une masse volumique et un module d'élasticité qui seront choisis proches de ceux du matériau bois de construction [BLT07] en considérant le module d'élasticité longitudinal.

En terme de conditions aux limites de la plaque, on réalise le calcul éléments finis avec deux types de conditions : libres et encastrées sur l'ensemble des bords de la plaque. Dans la réalité des essais de type laboratoire, les éléments sont généralement insérés dans un tableau rigide (cadre en béton) où l'étanchéité est ensuite réalisée par un mastic lourd. Dans cette situation, les conditions aux limites sont intermédiaires aux conditions encastrées et libres. On désire toutefois observer numériquement l'influence de ces conditions extrêmes sur les valeurs de l'affaiblissement acoustique.

Dans cette partie, nous appliquons les techniques développées dans le chapitre 1 pour déterminer l'affaiblissement en champ diffus d'une plaque par la méthode des éléments finis. Pour confronter ces résultats avec ceux obtenus selon une méthode différente, nous choisissons de calculer l'affaiblissement d'une plaque par la méthode des matrices de transfert, via le programme *Maine3A* [BLA95]. Le choix d'utiliser ce programme comme référence est justifié car il est paramétrable sur l'ensemble des propriétés des matériaux (solive fluide et poreux), et de plus développé par l'un de mes encadrants de thèse (B. Brouard) du L.A.U.M.

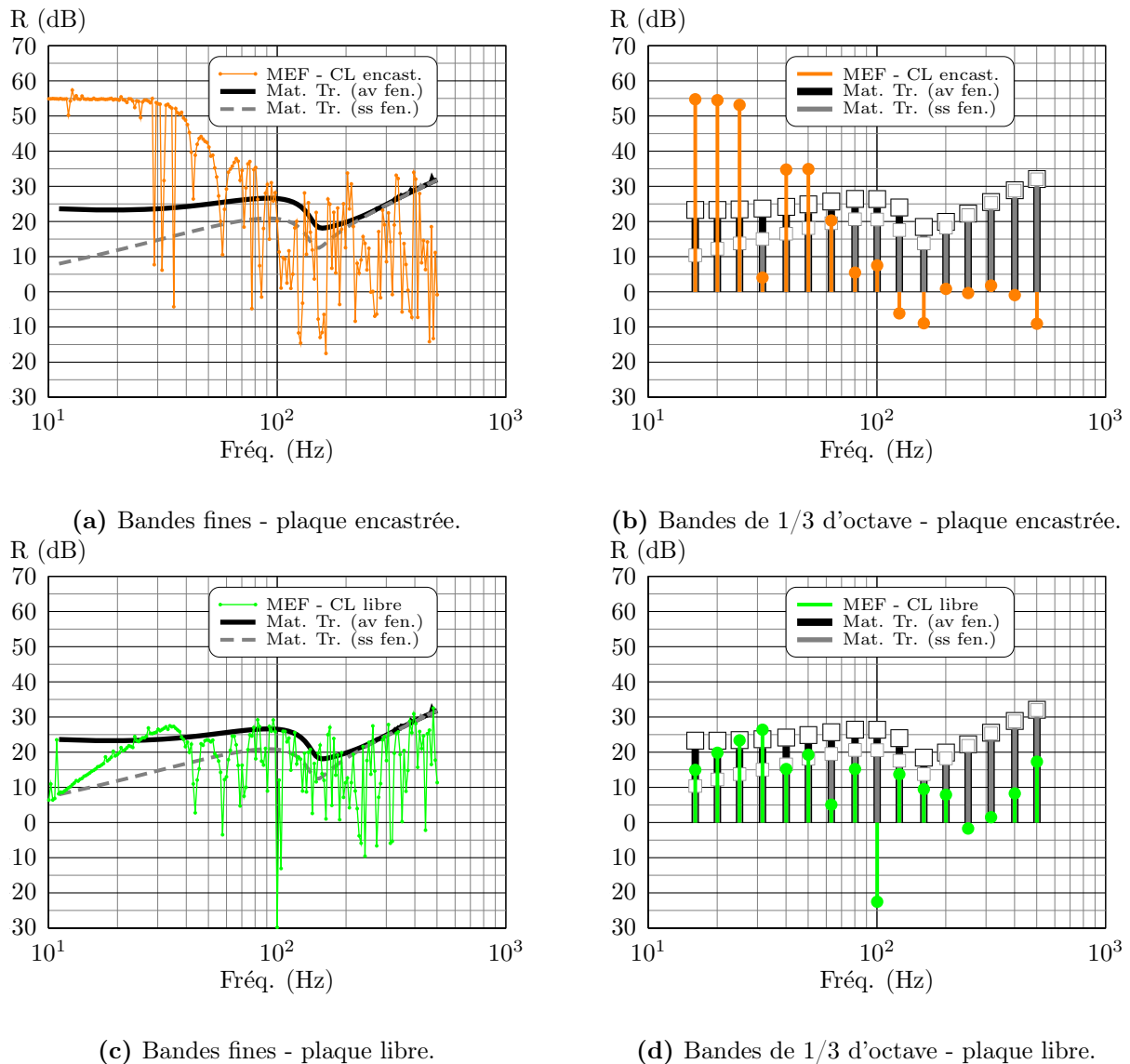
On rappelle que cette méthode permet de déterminer le coefficient de transmission de plaques de dimensions infinies, ce qui n'est pas le cas dans notre modèle par éléments finis. De plus, *Maine3A* intègre les travaux de Villot [VGG01] qui déterminent la correction à apporter sur les résultats, dans le cas d'une plaque de dimension infinie, qui n'est excitée que sur une fenêtre spatiale de dimension finie. Par ce biais, nous pouvons comparer l'affaiblissement de plaques dans des conditions similaires :

- plaques finies par une résolution aux éléments finis,
- plaques infinies avec fenêtrage spatial par une résolution par matrices de transfert. La taille de la fenêtre est prise égale aux dimensions transversales de la plaque.

**Courbes d'affaiblissement acoustique en bandes fines et tiers d'octave :** pour présenter les résultats selon les deux méthodes de résolution, on choisit de représenter les spectres des affaiblissements en bandes fines et en bandes de tiers d'octave. Cette dernière représentation est celle utilisée en acoustique du bâtiment lors des essais normalisés (laboratoires et *in-situ*). Il est également plus intéressant d'observer l'influence du filtrage en tiers d'octave que la physionomie des courbes d'affaiblissement.

### 2.3.2.2 Résultats et comparaison avec une méthode analytique

Les courbes des spectres d'affaiblissement selon les différentes méthodes de résolution sont présentées dans la fig. 2.7 en reprenant les données inscrites dans le tab. 2.2.



**FIGURE 2.7** – Affaiblissement acoustique déterminé en champ libre et en espace clos - influence de la cavité réceptrice - Conditions aux limites de la plaques du type encastrement (en haut) et de type libre (en bas).

#### Remarques et interprétations :

- Les courbes de la fig. 2.7 montrent une divergence importante entre les résultats des affaiblissements avec des conditions aux limites libre ou encastrement. Aux basses fréquences, les conditions aux limites d'encastrement augmentent l'affaiblissement puisque la plaque ne peut vibrer facilement, le mode de corps rigide est supprimé par ce type de conditions aux limites. À l'inverse, à partir de 100 Hz, l'affaiblissement est plus important avec des conditions aux limites libre de la plaque.
- En comparant les résultats entre les deux méthodes de résolution, on relève que les courbes d'affaiblissement obtenues par la méthode des éléments finis sont très en dessous de celles du modèle analytique. On rappelle que la méthode de matrice de transfert s'applique pour une plaque infinie séparant deux domaines fluides infinis. Le seul phénomène de résonance correspond à la fréquence critique de la plaque que l'on observe sur les courbes autour de la fréquence de 150 Hz.
- En bandes fines, on constate que les valeurs d'affaiblissement dans une plage de fréquence réduite peut avoir des variations très importantes de l'ordre de 30 dB. Dans ce type de modélisation, les



modes de plaque (flexion) et les modes de cavité font chuter l'affaiblissement acoustique par le fait que la pression acoustique transmise est importante à ces résonances. Par rapport aux dimensions du modèle éléments finis, ce sont principalement les modes de cavité qui font chuter l'affaiblissement et qui le rendent parfois négatif. En effet, à certaines fréquences de résonance de cavité, l'affaiblissement simulé en espace clos atteint -30 dB, la puissance incidente est très inférieure à celle transmise. Ceci est justifié par le fait que la pression acoustique présente dans la cavité est d'autant plus grande que la fréquence est proche d'une fréquence propre de la cavité. Ajouter de la dissipation sur les parois est une voie qui permettrait d'atténuer l'effet des modes de cavités sur l'allure de la courbe d'affaiblissement. Cependant, il est nécessaire dans ce cas de prendre en compte la puissance dissipée dans la cavité dans le calcul de la puissance transmise. A l'image des méthodes expérimentales qui prennent en compte la dissipation par l'intermédiaire du temps de réverbération, la prise en compte numérique peut être mise en place.

- En bandes de tiers d'octave, les remarques précédentes sont également applicables. L'effet de ce type de filtrage limite seulement les grandes variations d'affaiblissement que l'on observe en bandes fines.

À partir de ce premier résultat d'affaiblissement acoustique, nous avons choisi de poursuivre dans le découplage du problème initial, c'est-à-dire d'étudier le rayonnement de la plaque en champ libre. Dans cette section, nous avons pu observer l'influence des modes de cavité qui se traduit par une chute de l'affaiblissement dans une bande de fréquence autour de la résonance. Nous souhaitons s'affranchir de ce phénomène dans la suite de ce travail pour observer uniquement le comportement de la plaque et constater la différence. L'étude en champ libre permet de réaliser cela. Dans la suite de ce document, nous avons ainsi appliqué la formulation intégrale pour résoudre ce problème dans cette configuration. Cependant, nous avons utilisé également la formulation intégrale en champ clos pour valider et comparer notre premier calcul numérique vibro-acoustique d'un problème couplé par méthode éléments finis.

## 2.4 Application de la formulation intégrale d'Huygens pour simplifier la résolution numérique

La formulation intégrale consiste à déterminer le champ de pression induit par les vibrations d'une structure, les mouvements locaux de la structure deviennent des sources acoustiques indépendantes d'un domaine fluide ouvert (champ libre) ou fermé (espaces clos). La figure 2.8 schématise la résolution du problème vibro-acoustique d'une structure rayonnant dans un fluide selon deux types de couplage :

- couplage direct (à gauche) ou résolution couplée, la structure et le fluide interagissent,
- problème découplé (à droite), le champ de déplacement de la structure devient une source acoustique pour le fluide.

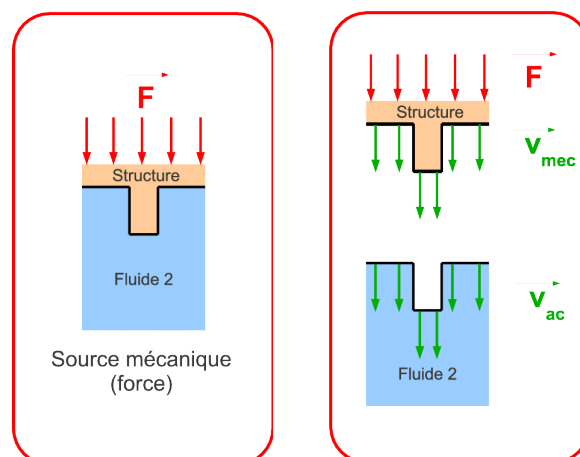


FIGURE 2.8 – Schéma représentatif d'un problème de vibro-acoustique couplé (à gauche) et découplé (à droite).

Pour ce dernier cas, la formulation intégrale est un moyen pour déterminer le champ acoustique induit par le champ de déplacement. Dans la problématique de l'affaiblissement de parois ou de l'isolement de pièce, il est intéressant d'utiliser la formulation intégrale en champ libre et en espace clos pour plusieurs raisons.

- La résolution du rayonnement en champ libre permet de calculer la réponse intrinsèque d'une structure pour s'affranchir des perturbations dues aux résonances des cavités d'émission et de réception.
- Pour les espaces clos et l'évaluation des performances acoustiques des pièces, le champ de pression acoustique, induit par le rayonnement des structures, est perturbé aux voisinages de chaque fréquence de résonance de l'une des cavités. En acoustique du bâtiment, la morphologie des salles (volume et disposition) représente un paramètre déterminant dans les performances finales de l'isolement. On souhaite déterminer l'influence de la cavité réceptrice sur les performances finales simulées, et les comparer avec les performances en champ libre. Faire les deux études permet d'identifier dans les performances acoustiques ce qui émane intrinsèquement de la structure, et ce qui provient des volumes finis des pièces qui sont couplées à cette structure.

### 2.4.1 Problème en champ libre : affaiblissement acoustique

Le rayonnement en champ libre d'une plaque est formulé généralement pour déterminer la réponse intrinsèque de la structure : facteur de rayonnement, directivité... Pour évaluer numériquement les performances acoustiques d'une paroi, on peut utiliser le rayonnement en champ libre en positionnant cet élément sur un baffle plan infini. D'après [LH88], en connaissant le champ de vitesse normale à la paroi, on peut calculer le champ de pression acoustique dans un demi-espace infini par l'équation suivante :

$$p(\vec{r}, \omega) = \frac{i\omega\rho_0}{2\pi} \int_{S_0} \frac{\tilde{v}_n(\vec{r}_0) e^{-ikR}}{R} dS_0 \quad , \quad (2.9)$$

avec :

- $p(\vec{r}, \omega)$  : la pression acoustique au point d'écoute  $\vec{r}$ ,
- $\vec{r}_0$  : le vecteur au point source balayant la surface vibrante  $S_0$ ,
- $\tilde{v}_n$  : la vitesse normale à la surface de la plaque,
- $k$  : le nombre d'onde de l'onde acoustique,
- $R = |\vec{r}_0 - \vec{r}|$  : la distance entre les deux points  $\vec{r}_0$  et  $\vec{r}$ .

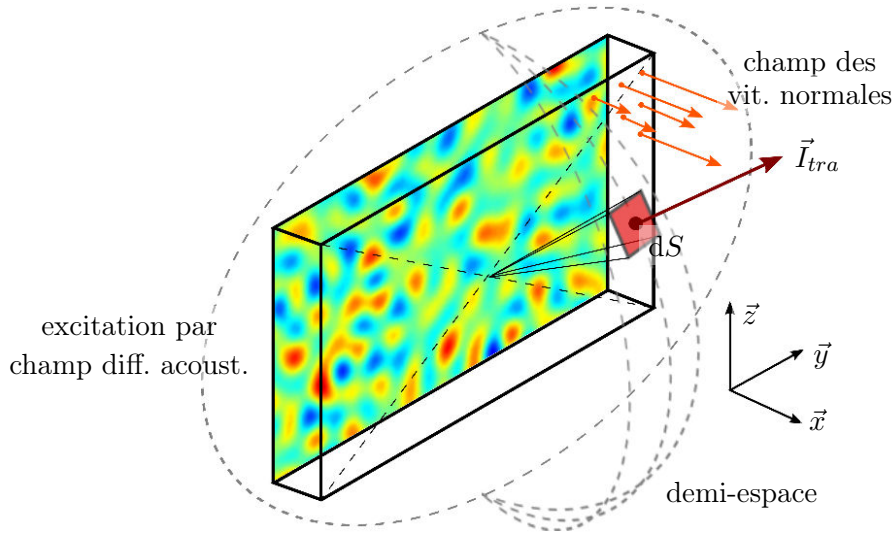
On note qu'il est possible de calculer par M.E.F. la réponse de la structure couplée à un fluide infini utilisant des couches P.M.L. <sup>3</sup> placées dans le fluide [Ber94, Ber96]. Cependant, la problématique finale de ce travail est consacrée aux problèmes en espace clos, nous avons choisi de calculer le champ de pression de façon analytique pour le rayonnement en champ libre.

#### 2.4.1.1 Estimation de l'affaiblissement acoustique d'une paroi

En déterminant la pression acoustique rayonnée par la plaque vibrante soumise à un champ diffus, il est possible de déterminer son affaiblissement par le biais de la puissance acoustique. On calcule ainsi le logarithme du rapport de la puissance incidente et la puissance transmise via la mesure de l'intensité acoustique pour chaque domaine d'étude. Dans le cas d'une excitation en champ diffus, l'intensité incidente est connue de façon analytique (cf. éq. (1.4)), cependant le chapitre 1 nous indique que l'on observe une certaine variance de l'intensité incidente générée un par champ diffus numérique. Pour cette raison, nous choisissons de mesurer la puissance incidente sur la surface  $S_1$  (côté excitation) de la plaque qui vaut :

$$\Pi_{inc} = \frac{S_1}{4\rho_0 c_0} \langle |p|^2 \rangle = \frac{1}{8\rho_0 c_0} \int_{S_1} |p(\vec{r}_1, \omega)|^2 dS_1 \quad , \quad (2.10)$$

avec  $\langle |p|^2 \rangle$ , la pression quadratique moyenne sur la plaque.



**FIGURE 2.9** – Principe de l'évaluation de l'affaiblissement acoustique d'une plaque de dimensions finies par la méthode des intensités.

Dans le demi-espace « réception », où la plaque rayonne dans un domaine sans sources, on détermine la puissance rayonnée à partir de la mesure de l'intensité transmise sur plusieurs points placés sur un hémisphère de rayon  $R_M$  (cf. fig. 2.9). De la même manière que l'on conçoit un champ diffus numérique (cf. chapitre 1), on répartit ces points de mesure de façon à ne pas favoriser une direction particulière. La répartition géodésique de ces points est donc appliquée dans ce cas. Pour cela,  $N_{pt}$  points sont répartis sur deux hémisphères de rayon  $R_A$  et  $R_B$ , en déterminant la pression en deux points appartenant à chacun de hémisphère,  $p(\vec{r}_A, \omega)$  et  $p(\vec{r}_B, \omega)$ , on peut calculer l'intensité selon l'axe de ces points. Nous utilisons l'éq. (2.9) pour déterminer la pression transmise sur chaque point.

$$I_{tra}(\vec{r}_M, \omega) = \frac{\Im [p(\vec{r}_A, \omega) \cdot p(\vec{r}_B, \omega)^*]}{2 \rho_0 c_0 k d_{AB}} \quad , \quad (2.11)$$

avec :

- A et B, deux points dans l'espace réception,
- $\Im [\dots]$ , la partie imaginaire,
- $p(\vec{r}_A, \omega)$  et  $p(\vec{r}_B, \omega)^*$ , la pression en A et le conjugué de celle en B,
- $\vec{r}_M$ , le vecteur position du point M milieu de A et B,
- $d_{AB}$  : la distance séparant les points A et B.

La puissance transmise par la plaque est donc estimée par une somme discrète des intensités pondérées par leurs surfaces associées :

$$\Pi_{tra} = \int_{S_{hemis.}} I_{tra}(\vec{r}_M) dS_{hemis.} \approx \frac{4\pi |\vec{r}_M|^2}{2} \left[ \frac{1}{N_{pt}} \sum_{n=1}^{N_{pt}} I_{tra}(n) \right] \quad , \quad (2.12)$$

avec :

- $N_{pt}$ , le nombre de points répartis sur l'hémisphère de rayon  $|\vec{r}_M|$  et de surface  $S_{hemis.}$ ,
- $I_{tra}(n)$ , l'intensité transmise au point d'indice  $n$  balayant l'hémisphère.

#### 2.4.1.2 Application numérique - calcul de l'affaiblissement de plaques simples

Dans cette partie, nous reprenons la géométrie et les propriétés de la plaque décrite dans la section 2.3.2 pour réaliser un calcul comparable. L'ensemble de ces données est indiqué dans le tab. 2.3. Nous ajoutons également à ce calcul, l'application de la méthode sur une plaque d'épaisseur plus fine,  $e = 0.05$  m. Au regard des dimensions des plaques, l'intensité transmise est mesurée sur un hémisphère dont le rayon est  $R_M = 10$  m et de centre, le milieu de la face côte « réception ». Cette disposition, schématisée par la figure 2.9, permet d'englober la totalité de la structure rayonnante.

Dans cette section, on compare également nos résultats avec la méthode analytique par matrice de transfert. Dans cette configuration en champ libre, la comparaison est plus aisée par rapport à la section 2.3.2 car les domaines fluides ont les mêmes hypothèses, seul la géométrie de la plaque diffère (plaque finie pour le modèle numérique et plaque infini pour le modèle analytique).

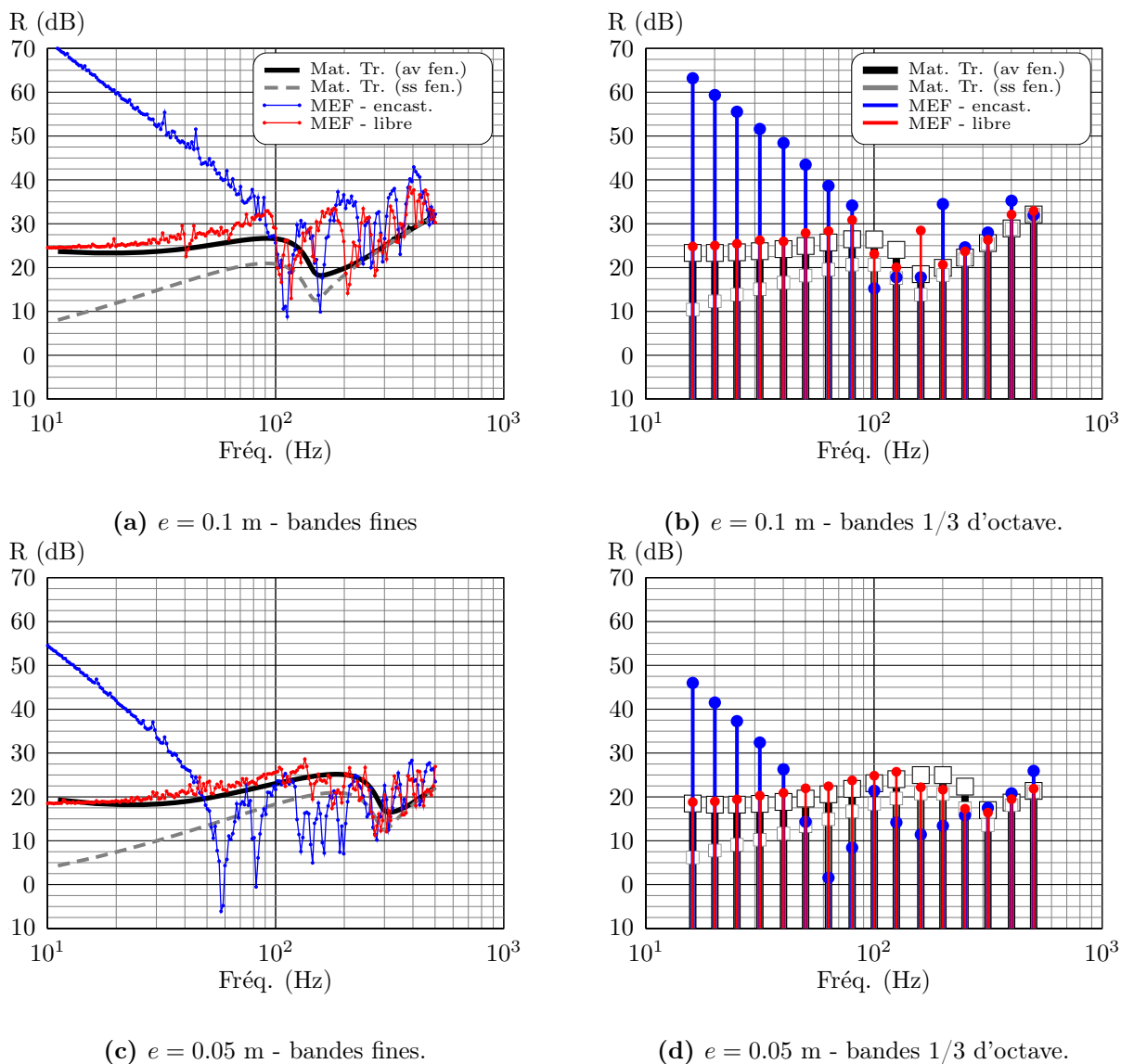
Géométrie et propriétés physiques			
Nom	Unité	Valeur	
Épaisseur	m	0.1	0.05
Dimensions		$L_x = 4 - L_y = 2.5$	
Mod. d’Young	Pa	$E = 10 \cdot 10^9$	
Coef. Poisson	-	$\mu = 0.3$	
Amortiss. str.	%	$\nu_{str} = 3$	
Masse vol.	$\text{kg.m}^{-3}$	$\rho = 500$	
Modèle E.F.			
Nb élém. / m	-	12	24
Fonct. interp.	linéaire		
Nb d.d.l.	-	13 671	53 253
Temps de calcul			
Tp calc. / fréq.	s	22.5	101.5
Tp calc / d.d.l.		$1.6 \cdot 10^{-3}$	$1.9 \cdot 10^{-3}$

**TABLEAU 2.3** – Données géométriques et propriétés mécaniques de la modélisation éléments finis pour l’estimation de l’affaiblissement acoustique de deux plaques.

On présente ainsi les courbes d’affaiblissement en champ libre pour les deux épaisseurs et selon les différentes méthodes exposées dans cette section sur la fig. 2.10.

**Remarques et interprétations :**

- Entre les deux méthodes de résolution (numérique et analytique), le comportement de la plaque aux conditions libres modélisé par E.F. est similaire à celui de la plaque infinie avec la correction du fenêtrage spatial. Sur le spectre en bande de tiers d’octave, on note toutefois un décalage d’environ 3 dB entre les deux modèles en-dessous de la fréquence critique, où le modèle analytique sous-estime le modèle numérique.
- Concernant l’influence des conditions aux limites, on constate également que l’affaiblissement est plus important pour la plaque encastree aux basses fréquences. Lorsque la plaque est libre et aux basses fréquences, on relève sur les résultats numériques une vitesse normale issue d’un mouvement de corps rigide qui réduit ainsi l’affaiblissement à une valeur limite ( $R \approx 23$  dB pour  $e = 0.1$  m et  $R \approx 20$  dB pour  $e = 0.05$  m). Lorsque la fréquence tend vers zéro, la vitesse tend vers l’infini, cependant le fenêtrage spatial dû aux dimensions finies de la plaque limite son rayonnement aux basses fréquences. La valeur de l’affaiblissement tend vers une valeur limite qui dépend fortement des dimensions et de la masse surfacique de la paroi.
- Au-delà de la fréquence critique ( $f_c \approx 140$  Hz pour  $e = 0.1$  m et  $f_c \approx 280$  Hz pour  $e = 0.05$  m), les affaiblissements des modèles numériques et analytiques sont sensiblement équivalents sur le spectre filtré en bande de tiers d’octave.
- En dessous de la fréquence critique, les résultats de la plaque encastree la plus fine indiquent une grande variations entre le modèle numérique et les modèles analytiques. En effet, la hauteur des creux aux résonances de flexion de plaque sont en-dessous du modèle analytique avec fenêtrage (écart d’environ 20 dB). On constate ici les limites du modèle analytique qui ne prend pas en compte les singularités aux résonances de la plaques qui font chuter l’affaiblissement de façon considérable.
- Aux fréquences situées entre deux modes de flexion, la plaque présente une rigidité supplémentaire permettant d’augmenter localement la valeur de l’affaiblissement. Une différence d’environ 20 dB est constatée entre les creux des résonances et la partie supérieure des lobes inter-modaux. Cependant le filtrage en tiers d’octave des courbes d’affaiblissement gomme ces disparités à ces fréquences.



**FIGURE 2.10** – Affaiblissement acoustique calculé par la méthode éléments finis et formulation intégrale en champ libre pour 2 épaisseurs de plaques.

Dans cette étude, nous avons pu comparer le résultat de l'affaiblissement acoustique de 2 plaques simples selon différentes méthodes. Au-delà de la fréquence critique de la paroi, les modèles numériques et analytiques sont équivalents en bande de tiers d'octave. Les conditions aux limites de la plaque n'ont pas d'influence sur les valeurs de l'affaiblissement dans le spectre en bande de tiers d'octave au-delà de la fréquence critique. Cependant, on constate des résultats divergents en dessous de cette fréquence. Le modèle éléments finis est d'autant plus nécessaire à ces basses fréquences puisqu'il prend en compte l'ensemble des résonances de la structure, tandis que le modèle analytique intègre seulement la notion de fréquence critique qui sépare deux types de comportement de la courbe d'affaiblissement. Notons que la question de la modélisation de la bonne condition aux limites est donc mise en évidence et que ce problème physique, hors du cadre du présent travail, en constitue une perspective.

### 2.4.2 Problème en champ clos - comparaison

En acoustique du bâtiment, le rayonnement acoustique des planchers est transmis à des cavités généralement parallélépipédiques. Cette géométrie simple présente l'avantage de ne pas nécessiter de ressources importantes pour déterminer ses modes car ceux-ci sont calculables de façon analytique comme produits de fonctions trigonométriques. La formulation intégrale associée aux espaces clos permet de déterminer la pression dans une cavité engendrée par des sources volumiques et surfaciques en prenant en compte l'effet des modes de salle. Afin de réduire la formulation généralisée, et pour des sources surfaciques

et des parois parfaitement réfléchissantes, la formulation adaptée à notre cas de rayonnement de plancher s'écrit :

$$p_\omega(\vec{r}) = \iint_S G_\omega(\vec{r}, \vec{r}_0) \hat{U}(\vec{r}_0) dV \quad , \quad (2.13)$$

où S correspond à la surface rayonnant dans le domaine et  $G_\omega(\vec{r}, \vec{r}_0)$ , la fonction de Green associée au problème :

$$G_\omega(\vec{r}, \vec{r}_0) = \sum_{m'} \frac{\Psi_{m'}(\vec{r}_0)}{k_{m'}^2 - k_0^2} \Psi_{m'}(\vec{r}) \quad , \quad \vec{r} \in \Omega_F \quad , \quad (2.14)$$

et  $\hat{U}(\vec{r}_0)$ , la source surfacique de pression au point  $\vec{r}_0$

$$\hat{U}(\vec{r}_0) = \frac{\partial p}{\partial n'} = -i\omega\rho_0\tilde{v}_{n'}(\vec{r}_0) \quad , \quad (2.15)$$

avec  $n'$  représente la normale à la surface.

Pour déterminer la fonction de Green associée aux espaces clos, la formulation utilise les formes propres et les nombres d'onde des modes de cavités. Dans le cas d'une cavité parallélépipédique de dimensions  $L_x$ ,  $L_y$  et  $L_z$ , et aux parois parfaitement rigides, le calcul de la forme propre normalisée  $\Psi_{m'}$  et son nombre d'ondes  $k_{m'}$  du mode de cavité d'indice  $m'$  peuvent être déterminés analytiquement par

$$\Psi_{m'}(\vec{r}) = \Psi_{mnp}(\vec{r}) = \sqrt{\frac{2 - \delta_{m0}}{L_x}} \sqrt{\frac{2 - \delta_{n0}}{L_y}} \sqrt{\frac{2 - \delta_{p0}}{L_z}} \cos\left(\frac{m\pi}{L_x}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{L_y}y\right) \cos\left(\frac{p\pi}{L_z}z\right) \quad , \quad (2.16)$$

avec  $\delta_{m'0}$  le symbole de Kronecker associé à l'indice  $m'$

$$\omega_{m'} = \sqrt{k_{m'}^2 c_0^2} \quad \text{avec} \quad k_{m'}^2 = \left(\frac{m\pi}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{L_z}\right)^2 \quad . \quad (2.17)$$

#### 2.4.2.1 Validation du calcul intégral en espace clos sous *FreeFem++*

Pour valider le calcul par formulation intégrale en espace clos, on se propose de reprendre le calcul du rayonnement en espace clos d'une plaque encastrée obtenu par la résolution du problème couplé par la M.E.F. La validation des résultats est réalisée par la comparaison des pressions obtenues par méthode numérique couplée (appelée MEF/COU dans le tab. 2.4), que nous avons déjà présentée dans la section 2.3.2, et la méthode découplée avec formulation intégrale d'Huygens (appelée MEF/HUY). Pour observer finement les différences que l'on pourrait constater entre les deux méthodes de résolution, il a été choisi une excitation par une onde plane d'incidence normale. L'imposition d'une source simple évite la variabilité de l'excitation que nous aurions par une excitation en champ diffus acoustique.

Pour cela, on modélise le problème suivant les méthodes décrites dans le tab. 2.4 et qui reprend les caractéristiques du cas précédent (cf. tab. 2.2). Dans cette modélisation où la cavité est parallélépipédique, nous calculons les valeurs propres et les formes propres de cavité sous *FreeFem++*. La définition de ces formes propres, dans un logiciel d'éléments finis, peut faire appel à un maillage, c'est le choix que nous avons pris. Toutefois, pour limiter les ressources et en connaissant les indices  $m, n, p$  des éq. (2.16) et (2.17), le maillage définissant chaque formes propres est adapté à un critère : nombre d'éléments par unité de longueur d'onde. Pour les fréquences des modes les plus élevées, le maillage est plus raffiné par rapport à ceux des modes aux fréquences basses. Dans le tab. 2.4, on constate un nombre d'éléments par unité de longueur (qui vaut 3 dans le cas présent), il s'agit de la définition du maillage final du fluide où l'ensemble des contributions de chaque modes de cavité sont inclus (cf. éq. (2.14) dans l'éq. (2.13)).

Sur la 2.11, les comparaisons sont réalisées sur la pression quadratique moyenne dans la cavité réceptrice. On ajoute également à cette figure et à titre informatif, la vitesse quadratique moyenne de la plaque rayonnante pour constater ses résonances.

MEF/COU			MEF/HUY			
Type	Unité	Valeur	Type	Unité	Valeur	
<b>Modèle E.F. (str)</b>			<b>Modèle E.F. (str)</b>			
Nb élém. / m	-	12	Nb élém. / m	-	12	
Fonct. interp.	linéaire		Fonct. interp.	linéaire		
Nb d.d.l.	-	13671	Nb d.d.l.	-	13671	
<b>Modèle E.F. (flu)</b>			<b>Modèle F.I. (flu)</b>			
Nb élém. / m	-	12	Nb élém. / m	-	3	
Fonct. interp.	linéaire		Nb points	-	4557	
Nb d.d.l.	-	56203	Fréq. max modes cavité	Hz	$f_m < 250$	$f_m < 500$
<b>Temps de calcul</b>			<b>Temps de calcul</b>			
Durée totale / fréq.	s	230	Tps dép. / fréq.	s	28	
			Tps F.I. / fréq.	s	400	3000
			Durée totale / fréq.	s	428	3028

**TABLEAU 2.4** – Description des différentes méthodes de résolution numérique pour le cas d’un problème fluide structure en espace clos : résolution couplée (à gauche) - résolution découplée avec formulation intégrale (à droite).

**Remarques et interprétations :**

- En prenant comme référence le calcul selon la méthode MEF/COU, si l’on utilise dans la formulation intégrale tous les modes dont la fréquence est inférieure à 500 Hz ( $f_{m'} < 500$  Hz), on constate une bonne corrélation des résultats des pressions quadratiques moyennes obtenues par la formulation intégrale MEF/HUY dans toute la gamme de fréquences. Par contre, si on limite artificiellement le nombre de modes utilisés par la méthode intégrale à ceux ayant des fréquences inférieures à 250 Hz ( $f_{m'} < 250$  Hz), au-delà de cette fréquence, la pression n’est logiquement plus cohérente avec le calcul par éléments finis complet de référence. La simulation reste néanmoins très précise jusqu’à cette fréquence de 250 Hz, fréquence où la méthode décroche d’une manière similaire à ce qui peut être observé en synthèse modale.
- Les différences constatées entre les modèles MEF/COU et MEF/HUY sont dues au fait que les fréquences propres des modes de cavité (utilisés implicitement dans la méthode MEF/COU ou calculés explicitement par la méthode MEF/HUY) peuvent différer légèrement. Un faible amortissement est utilisé pour ce deux types de calcul, aussi l’amplitude des pressions quadratiques moyennes à proximité d’un pic, est sensible à la distance entre la fréquence d’excitation et une fréquence propre considérée. De plus, en augmentant le nombre de points fréquentiels, les disparités dans le spectre filtré seraient moindres puisque le filtrage homogénéise l’énergie dans une bande de fréquence.
- Dans le tab. 2.4 on remarque que le temps de calcul associé à la méthode avec formulation intégrale est très grand devant celui de la méthode couplée. Les formes propres et les maillages associés à chaque mode de cavité sont stockés sur le disque dur pour ne pas charger la mémoire système. A chaque itération, le programme ouvre les fichiers (maillage et formes propres) ce qui nécessite du temps supplémentaire. En première approche, on pourrait affirmer que la formulation intégrale n’est pas un outil plus rapide et qu’il n’est pas nécessaire de le développer. Cependant, nous avons choisi de poursuivre l’utilisation de la formulation intégrale pour alléger les ressources de calculs et paralléliser les calculs (calcul structure E.F // calcul fluide par F.I.).

**2.5 Quelques optimisations du calcul vibro-acoustique appliqué au bâtiment**

Dans les sections 2.3 à 2.4, nous avons observé la validité du code sous *FreeFem++* du modèle couplé, et du modèle découplé avec l’application de la formulation intégrale d’Huygens. Cependant, on constate

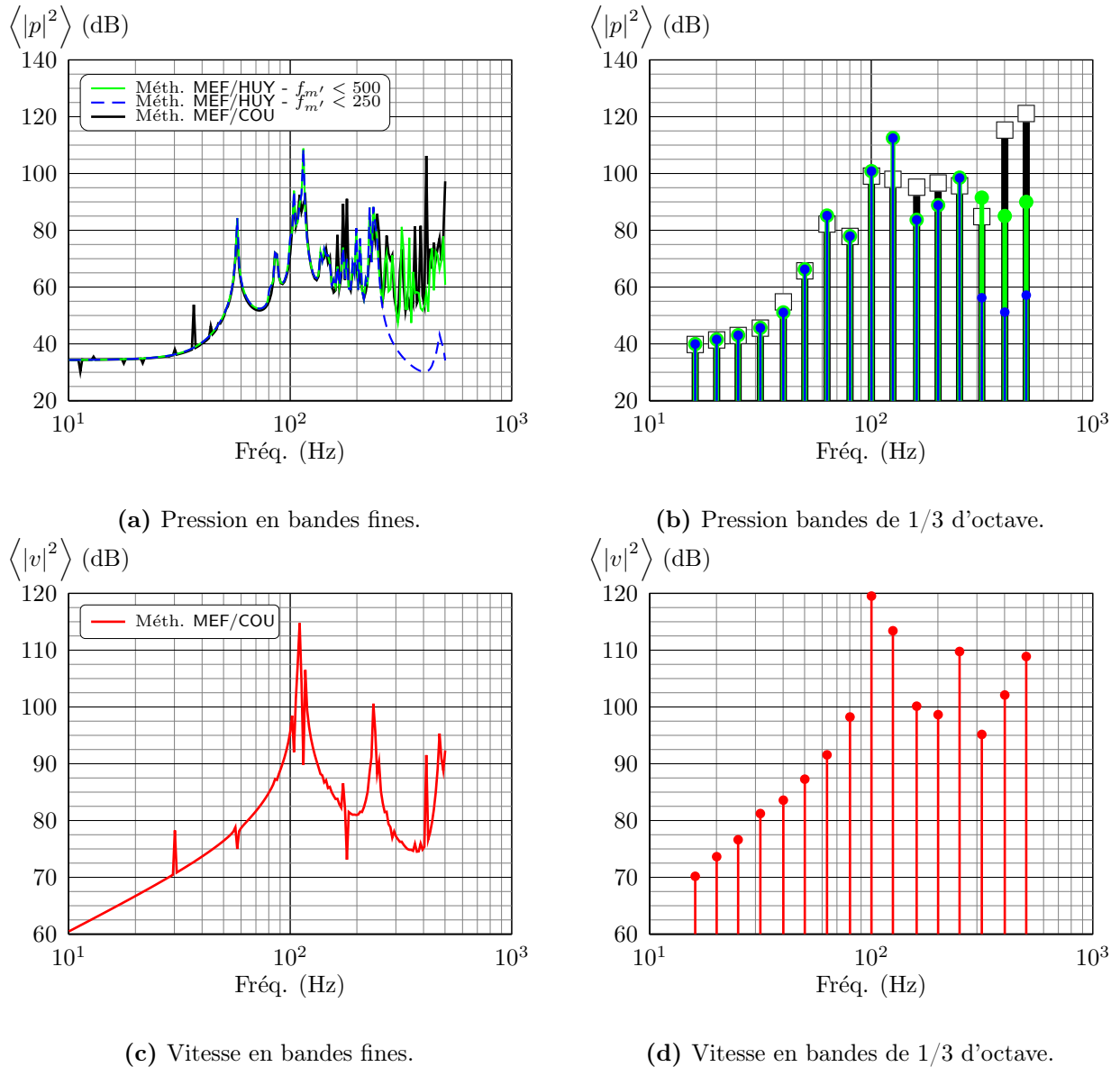


FIGURE 2.11 – Pression quad. moy. calculée par la méthode éléments finis couplée et par formulation intégrale et vitesse quad. moy. de la plaque couplée.

que certains temps de calculs sont importants par rapport à l'échelle du temps « ingénierie ». Pour cela, nous nous sommes concentrés sur quatre points d'amélioration visant à réduire les temps ou optimiser le calcul :

- type et anisotropie des fonctions d'interpolations des éléments finis dans le calcul du champ de vitesse (convergence du modèle),
- amortissement du fluide (réduction du temps de calcul),
- simplification de la géométrie de la cavité lorsque le solivage est apparent (réduction du temps de calcul),
- troncature de la somme dans le calcul par formulation intégrale (réduction du temps de calcul).

### 2.5.1 Différentes interpolations des éléments finis dans le calcul du champ de vitesses

En acoustique du bâtiment, le rayonnement des plaques est plus important pour les vibrations de flexions par rapport aux autres types de mouvement (longitudinal ou cisaillement). Le niveau des champs acoustiques rayonnés est donc principalement issu de ce type de vibrations. Dans le calcul éléments finis afin d'obtenir un modèle convergé, on retrouve généralement la notion de nombre d'éléments par unité de longueur d'onde. Pour de la flexion de plaque, le nombre d'éléments dans le plan transversal est donc



déterminant sur la convergence du modèle éléments finis. De la même façon, on peut se poser la question concernant l'orientation des degrés d'interpolation des éléments finis par rapport à l'orientation de la plaque. L'anisotropie des degrés d'interpolation est donc étudiée sur le cas de la flexion de plaque.

Le logiciel *FreeFem++* offre différents types d'interpolation entre les éléments (discontinue, linéaire P1 ou quadratique P2,...), mais aussi que la direction puisse avoir un type d'interpolation propre.

Afin de réaliser un comparatif des différentes solutions d'interpolation, nous choisissons d'étudier l'évolution de la vitesse quadratique moyenne d'une plaque *in-vacuo* excitée par une force répartie en fonction des fonctions d'interpolation. Le modèle géométrique s'appuie sur les dimensions présentées dans le tab. 2.2, et les données relatives aux différentes interpolations testées sont décrites dans le tab. 2.5.

Fonctions d'interpolation					
Type	Unité	Valeur			
Anisotrop.	-	Isotrope	Isotrope	Isot. transv.	Isot. transv.
Fonct. interp.	-	P2	P1	P2n/P1t	P2t/P1n
Nb d.d.l.	-	13671	13671	13845	13756
Temps de calculs					
Tps. calc. / fréq.	s	17.2	22.7	13.3	12.3

TABLEAU 2.5 – Données géométriques et propriétés mécaniques de la modélisation éléments finis pour l'étude de l'influence des fonctions d'interpolation dans le calcul du champ de vitesse d'une plaque.

### 2.5.1.1 Vitesses quadratiques moyennes

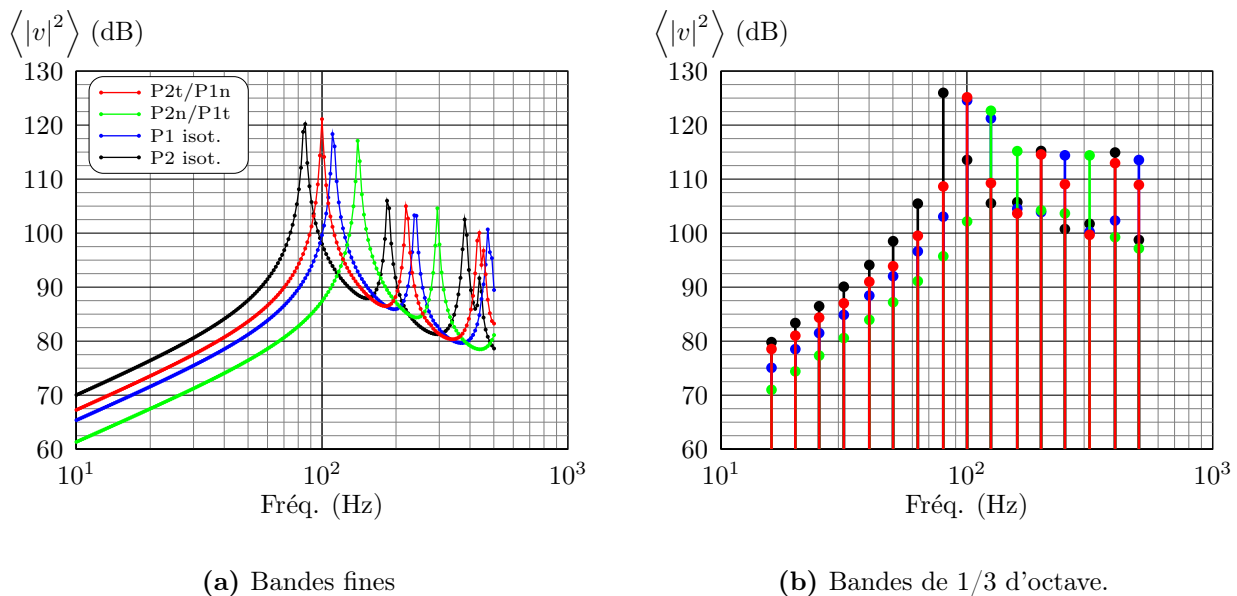


FIGURE 2.12 – Comparaison des niveaux de vitesse quadratique moyenne sur plusieurs type d'interpolation des éléments finis de la structure - P2 isotrope, P1 isotrope, P2n/P1t et P2t/P1n.

#### Remarques et interprétations :

- Dans le tab. 2.5, pour un nombre similaire de degrés de liberté, on constate que le temps de calcul diffère beaucoup. On constate un rapport d'environ 1.9 entre le temps maximal et minimal. Les algorithmes de calcul éléments finis dans le code de *Freefem++* sont plus rapides dans le cas d'une anisotropie des fonctions d'interpolation, mais nous n'en n'avons pas élucidé la raison mathématique. Ceci est probablement dû à l'implémentation des méthodes dans le logiciel ou aux techniques de résolution.
- Sur la fig. 2.12, l'anisotropie des fonctions d'interpolation a pour effet de faire converger plus rapidement le modèle pour les degrés les plus importants. Dans le cas de la flexion de plaque,

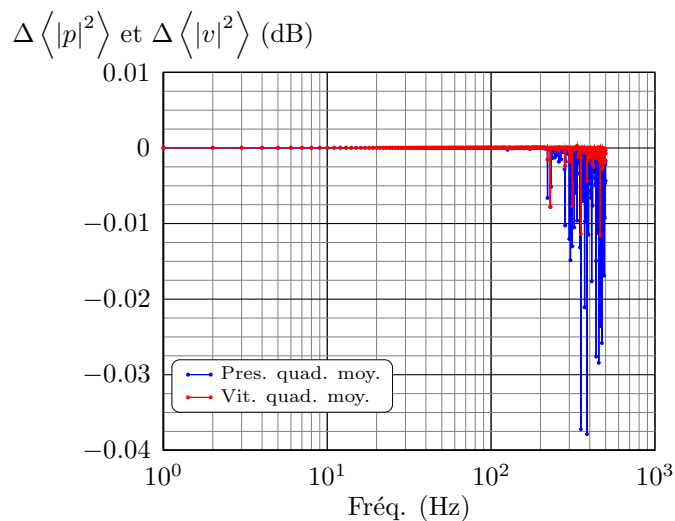
il n'est pas intéressant d'augmenter uniquement le degré d'interpolation suivant la normale à la plaque, en effet la courbe associée à P2n/P1t est la plus décalée vers les hautes fréquences et le modèle est le moins convergé de l'ensemble. A l'inverse, le modèle P2t/P1n est intéressant puisqu'il présente l'avantage d'être le plus rapide et d'avoir une convergence suffisante par rapport au modèle le plus convergé.

### 2.5.2 Influence de l'amortissement du fluide

En reprenant la géométrie du problème en espace clos décrit sur le tab. 2.4, nous avons voulu observer l'influence de la présence ou non de l'amortissement dans le fluide défini par l'éq. (2.6). L'observation est faite, dans un premier temps sur la vitesse et la pression quadratique moyenne et dans un deuxième temps sur le temps de calcul résultant. Sur la fig. 2.13, on présente les différences observées entre le modèle couplé avec amortissement fluide et sans amortissement.

#### Remarques et interprétations :

- On constate que l'amortissement de l'air n'influence pas le résultat de la pression et la vitesse quadratique moyenne. En effet, l'amortissement lié à la viscosité du fluide est proportionnel à la fréquence. À partir de l'éq. (2.6), si l'on se place à la fréquence supérieure de la bande de calcul, c'est-à-dire à l'amortissement le plus fort, on obtient une valeur d'amortissement d'environ  $2.73 \cdot 10^{-5}$  %, ce qui est négligeable devant 1.
- Cependant, on remarque que l'adjonction d'amortissement n'est pas sans intérêt dans le calcul éléments finis du domaine fluide, car il réduit d'environ 10% le temps de résolution par rapport au temps de calcul sans amortissement. Ceci peut-être dû à des choix de solvers dans le logiciel *FreeFem++* et constitue une observation qui peut changer lors des prochaines versions du logiciel.



**FIGURE 2.13** – Différence des vitesses et pressions quadratiques moyennes issues du calcul éléments finis avec et sans amortissement fluide dans le problème en espace clos.

### 2.5.3 Approximation de la forme de la cavité

Dans les sections précédentes traitant de l'affaiblissement (cf. section 2.3 et 2.4), la structure rayonnante est de géométrie simple : un plan. Cependant, dans la problématique de ce travail, la structure est nervurée à l'aide d'un solivage. Lorsque ce solivage est apparent et que le plancher est rectangulaire (cf. fig. 2.14), la cavité en dessous du plancher n'est pas parfaitement un parallélépipède (cf. fig. 2.15-(a)). Les modes de ce type cavité ne sont pas calculables de façon analytique et nous nous sommes intéressés à savoir si une approximation de cette forme de cette cavité est concevable. Cette simplification consiste à ne pas prendre en compte le volume occupé par le solivage dans le calcul par formulation intégrale pour les deux points suivants en se ramenant à la fig. 2.15-(b) :

- le calcul des modes propres de la cavité (formes et valeurs propres),
- le calcul de la pression rayonnée dans la cavité.

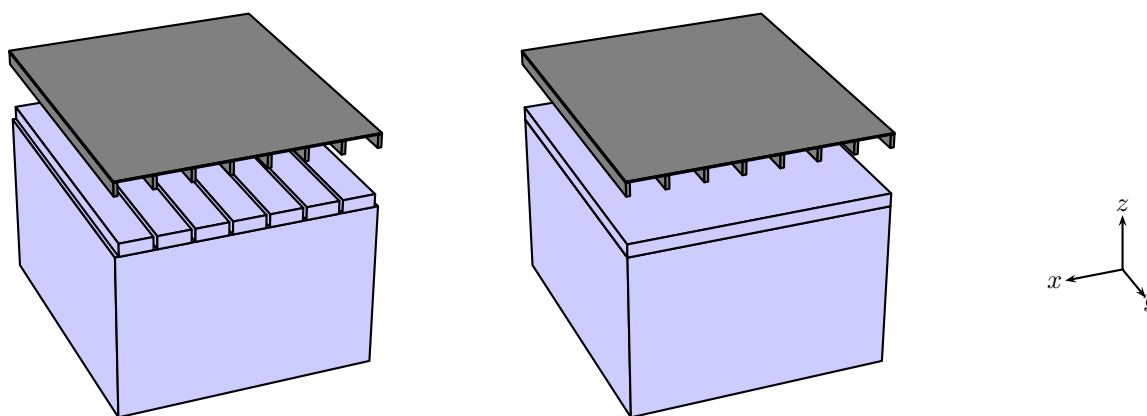
Au regard des dimensions du solivage comparées à celles des cavités, on peut supposer que l'influence du solivage est faible sur le champ acoustique rayonné dans le domaine basse fréquence. Cependant, il est nécessaire de quantifier la différence apportée sous les deux angles cités.



**FIGURE 2.14** – Exemple d'un solivage bois apparent donnant dans une cuisine - *source : Architecture et Bois, architecte J.J.Laferrière.*

### 2.5.3.1 Influence sur le calcul des modes de cavité

Dans cette partie, nous souhaitons observer l'influence de la présence du solivage sur le calcul des modes de cavité. On compare ainsi les valeurs et formes propres des modes dits « réels » (cf. fig. 2.15-(a)) et ceux dits « approchés » (cf. fig. 2.15-(b)). Pour le calcul des modes « réels », celui-ci est réalisé par la méthode aux éléments finis, pour l'autre cas, les modes « approchés » sont calculés de façon analytique (cf. éq. (2.16) et (2.17)). La simplicité du modèle approché permet de faire le calcul analytiquement, tandis que les modes du modèle réel doivent être calculés numériquement par la M.E.F., ce qui est plus coûteux en terme de calcul.



(a) Complémentarité du domaine structurel du solivage et du domaine fluide. (b) Domaine structurel du solivage englobé dans la domaine fluide.

**FIGURE 2.15** – Modèle réel (à gauche) et approché (à droite) de la forme de la cavité lorsque le solivage est apparent.

Pour réaliser la comparaison des formes propres  $[Y^a]$  et  $[Y^b]$  obtenues selon différentes méthodes notées  $a$  et  $b$ , on utilise la matrice de de corrélation modale appelée MAC (Modal Assurance Criterion) selon [FM95]. Les matrices modales correspondent finalement aux matrices des vecteurs propres  $\{y_k^a\}$  et  $\{y_k^b\}$ , tel quel :

$$[Y^a] = [\{y_1^a\} \dots \{y_k^a\} \dots \{y_{N_a}^a\}] \quad \text{et} \quad [Y^b] = [\{y_1^b\} \dots \{y_k^b\} \dots \{y_{N_b}^b\}] \quad . \quad (2.18)$$

La matrice de MAC s'écrit :

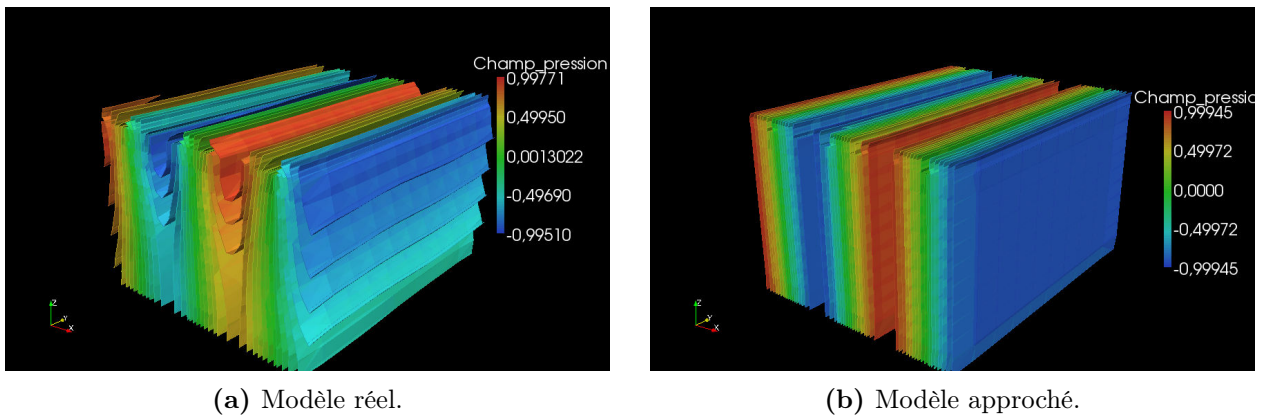
$$(MAC)_{i,j} = \frac{|\{y_i^a\}^T \cdot \{y_j^b\}|^2}{|\{y_i^a\}|^2 |\{y_j^b\}|^2} \quad . \quad (2.19)$$

Cette matrice, dont l'expression n'est pas sans rappeler celle du cosinus, quantifie le degré de corrélation entre deux formes propres par un nombre compris entre 0 et 1. Lorsque celui-ci vaut 1, les vecteurs sont parfaitement colinéaires entre eux. A contrario, lorsque la valeur vaut 0, les vecteurs sont orthogonaux, donc les formes propres très différentes. Cette formule permet donc de calculer l'angle entre deux formes modales.

Pour réaliser une comparaison sur des cavités et un solivage aux dimensions représentatives, on choisit de modéliser le fluide selon les caractéristiques indiquées dans le tab. 2.6. La matrice de MAC associée à la comparaison décrite précédemment est présentée par la fig. 2.17.

Géométrie Fluide			Géométrie Solide		
Type	Unité	Valeur	Type	Unité	Valeur
Largeur	m	$L = 4.26$	Hauteur solivage	m	$h_s = 0.22$
Portée (longueur)		$P = 5$	Largeur solivage		$l_s = 0.06$
Hauteur sous solivage		$H = 2.8$	Entraxe solivage		$e = 0.6$
			Nb solives	-	8

**TABLEAU 2.6** – Dimensions de la cavité utilisée dans le calcul de l'influence de la présence du solivage sur les modes propres de la cavité.



**FIGURE 2.16** – Forme propre du mode de cavité n° 20 (type 3-0-0) selon le modèle réel et approché -  $f_m \approx 120$  Hz.

### Remarques et interprétations :

- Sur la fig. 2.16, on remarque visuellement que les deux formes propres des vingtièmes modes sont sensiblement équivalentes. La présence du solivage, en partie haute de la cavité gauche, concentre l'énergie de ce mode au niveau de la hauteur du solivage. Les modes « locaux », qui correspondent aux modes de type résonateur quart-d'onde, ne sont pas présents dans la bande de fréquence  $[0, 250$  Hz], les longueurs d'onde dans le fluide sont trop grandes devant l'entraxe du solivage.
- La matrice de MAC de la fig. 2.17 compare les 41 premiers modes analytiques avec les 41 premiers numériques. On relève deux éléments :
  - Les formes propres similaires sont proches de la diagonale de la matrice de MAC carrée. Ceci traduit que les valeurs propres des modes sont peu modifiées par l'approximation du solivage, même si l'on constate quelques permutations dans l'ordonnancement de modes (par ex : 10<sup>ème</sup> mode).

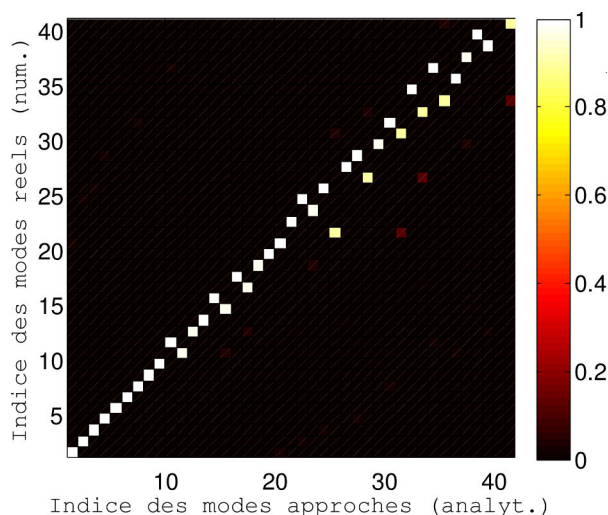


FIGURE 2.17 – Matrice de MAC comparant les formes propres du modèle « approché » à ceux du modèle numérique « réel ».

- Les formes propres sont très similaires puisque pour chaque mode calculé numériquement la valeur maximale de la matrice de MAC est supérieure à 0.9. L’approximation aux basses fréquences, et dans la bande fréquentielle étudiée, n’engendre pas d’altérations trop importantes des formes propres.

Aux basses fréquences, nous avons observé que la présence du solivage modifie peu le calcul des résonances du milieu fluide par rapport à un modèle simplifié sans solivage. Cela signifie que les modes prenant en compte ou non les solives peuvent être considérés comme similaires. Cependant nous sommes ensuite principalement intéressé par la recomposition modale. Il est intéressant d’observer maintenant son influence sur le champ acoustique rayonné, par l’intermédiaire de la pression quadratique moyenne.

### 2.5.3.2 Influence sur la pression quadratique moyenne

Pour observer l’influence du solivage, on propose de réaliser le calcul du rayonnement acoustique d’un plancher selon ses deux orientations possibles :

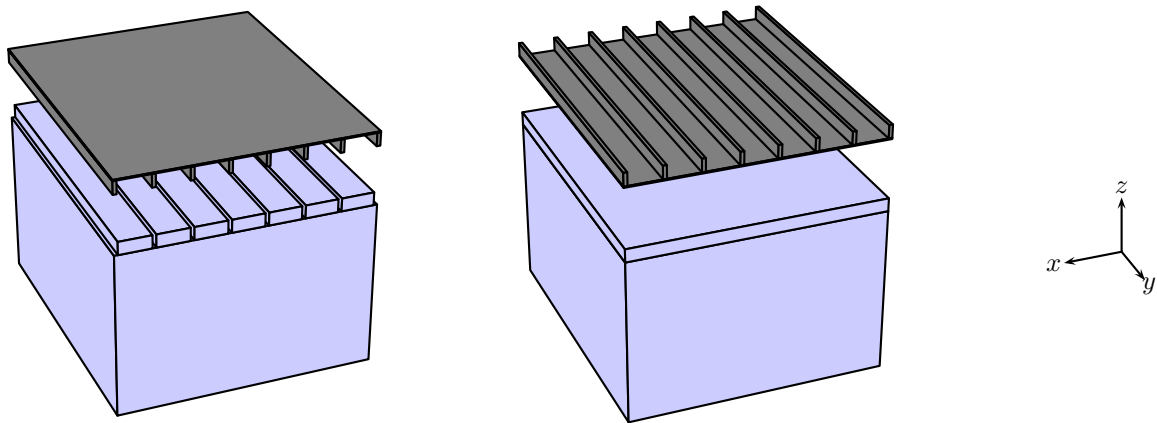
- soit le cas où le solivage est à l’intérieur de la cavité (cf. fig. 2.18-(a))
- soit le cas où le solivage est à l’extérieur de la cavité (cf. fig. 2.18-(b))

Pour ces deux configurations, les dimensions « hors-tout » de la cavité sont identiques. De plus, pour réaliser correctement la comparaison, il faut que l’excitation du plancher soit identique et localisée sur la même face. Nous choisissons de l’exciter par une onde plane d’incidence normale sur la face opposée au solivage, c’est-à-dire :

- face haute de la fig. 2.18-(a),
- interface entre le panneau du plancher et le fluide de la fig. 2.18-(b).

Même si pour ce dernier cas présenté celui-ci n’est pas concevable d’un point de vue physique, le calcul par éléments finis permet d’appliquer le champ de force sur n’importe quelle face d’une structure. Nous n’avons pas choisi d’exciter le plancher par la face haute (cf. fig. 2.18 droite) puisque la position de l’excitation diffère légèrement du premier cas. Le comportement vibratoire en serait modifié et la comparaison plus difficile.

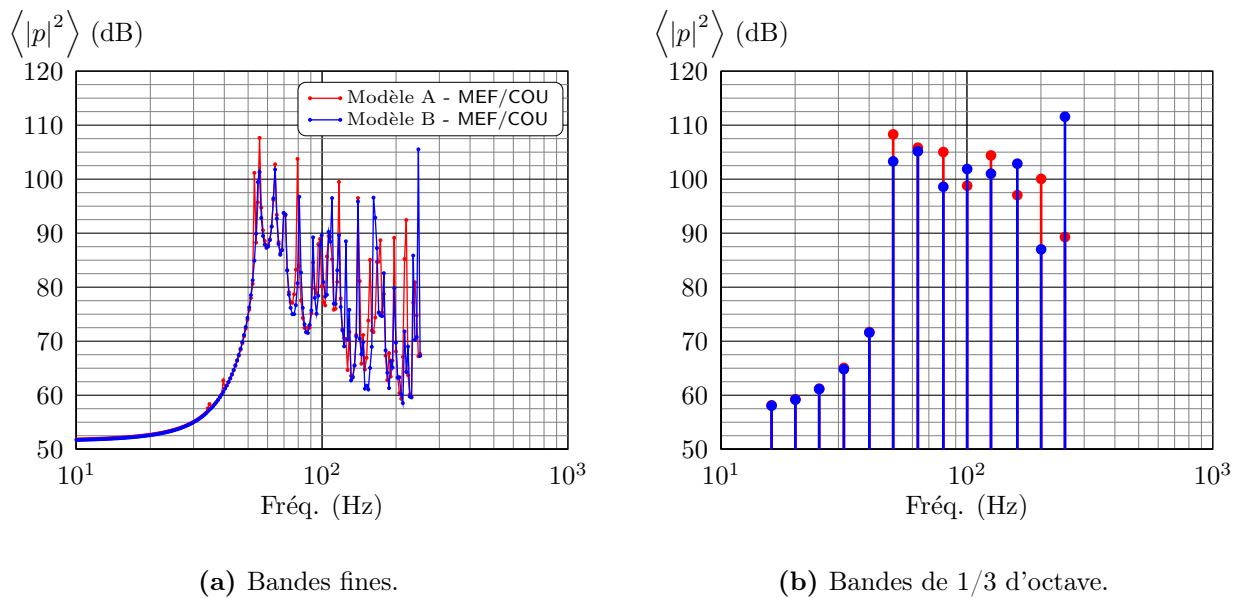
**Remarques et interprétations :** sur la fig. 2.19, les pressions quadratiques moyennes en bande de tiers d’octave sont légèrement différentes à partir des premières résonances de plaques ( $f > 50$  Hz). Les fréquences propres des cavités calculées selon chaque modèle présenté sur la fig. 2.18 sont légèrement différentes même si leur formes propres sont quasi-identique. A une fréquence donnée, le rayonnement est d’autant plus fort que cette fréquence est proche de la fréquence d’un mode de cavité. Pour palier aux différences constatées entre les deux modèles sur la fig. 2.19-(b), il est possible d’augmenter la discrétisation



(a) Modèle A.

(b) Modèle B.

**FIGURE 2.18** – Modèle de la structure et du fluide de comparaison pour observer l'influence du rayonnement du solivage dans un espace clos - rayonnant du solivage pris en compte (modèle A), rayonnement du solivage exclu (modèle B).



(a) Bandes fines.

(b) Bandes de 1/3 d'octave.

**FIGURE 2.19** – Comparaison des niveaux de pression quadratique moyenne en prenant en compte ou non le rayonnement du solivage.

en fréquence, ainsi les singularités des résonances seraient mieux définies dans une bande de fréquence et les différences moins prononcées.

### 2.5.3.3 Rayonnement des sous-structures indépendantes : panneau et solivage

La formulation intégrale correspond à une intégration du champ de vitesse projeté sur les modes de cavité. L'intégration est réalisée sur l'ensemble des faces vibrantes, toutefois il est possible de discrétiser ces faces vibrantes. On peut ainsi dissocier du rayonnement global (rayonnement de l'ensemble des faces), la part du rayonnement du panneau et la part du solivage. On propose finalement de calculer la pression quadratique moyenne de chaque sous-structure du plancher de façon indépendante (cf. fig. 2.20) :

- celle issu du rayonnement du panneau visible (face en rouge),
- du rayonnement latéral du solivage (face en bleu foncé),
- du rayonnement de la sous-face du solivage (face en vert).

Les résultats du rayonnement de chaque sous-structure sont indiqués en fig. 2.21.

**Remarques et interprétations :**



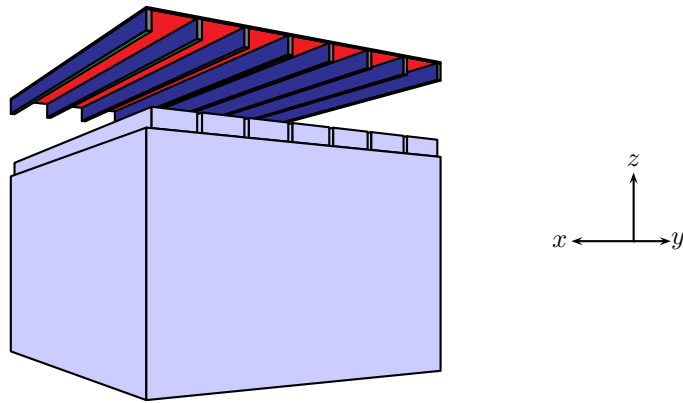


FIGURE 2.20 – Distinction du rayonnement acoustique du solivage (en vert et bleu foncé) et du panneau (en rouge).

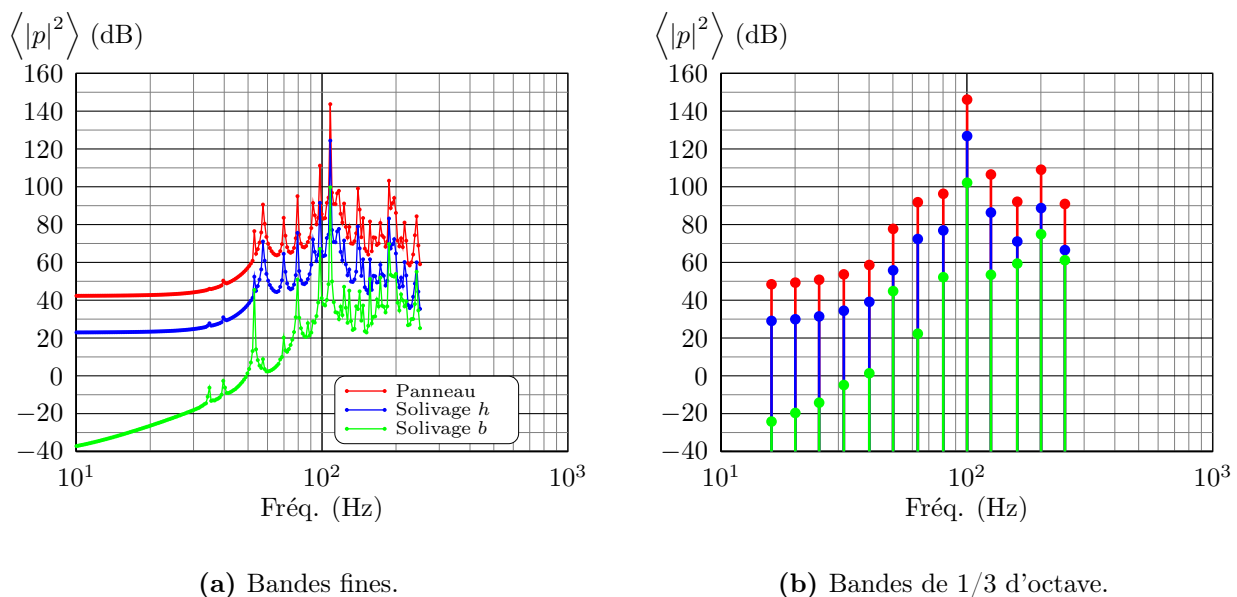


FIGURE 2.21 – Pressions quadratiques moyennes issues du rayonnement de la face inférieure du panneau (rouge) et du rayonnement des solives (bleu) pour la hauteur  $h$  et (vert) pour la base  $b$ .

- La fig. 2.21 indique que l'énergie acoustique présente dans la cavité est principalement due au rayonnement acoustique du panneau. Les rayonnements dûs aux vibrations latérales des solives et de leurs sous-faces sont négligeables devant celui du panneau. On constate globalement une pression quadratique moyenne moindre pour le solivage :
  - -20 dB pour le rayonnement des faces latérales des solives,
  - et -40 dB pour le rayonnement des sous-faces des solives.

Ces résultats mettent en évidence la pertinence du modèle simplifié.

### 2.5.4 Formulation intégrale avec réduction de la somme

Dans le calcul intégral en espace clos, l'éq. (2.14) indique qu'il est nécessaire de sommer sur l'ensemble des modes de cavité en nombre infini discret. Le nombre de modes étant infini, nous avons déjà réduit le nombre de modes calculés dans l'utilisation numérique de la formulation intégrale : nous avons restreint le calcul à l'ensemble des modes compris dans le domaine fréquentiel d'étude. Nous réalisons donc une première troncature de cette somme en réduisant le nombre de mode pris en compte. Pour autant, nous constatons que la pression quadratique moyenne n'est pas fortement perturbée par cette réduction.

Cependant on constate que le temps de calcul par formulation intégrale est d'autant plus long que le domaine fréquentiel est haut. En effet, le nombre de mode  $N(k)$  en dessous du nombre d'onde  $k$  vaut selon [Hop07] :

$$N(k) = \frac{k^3 V}{6\pi^2} + \frac{k^2 S_T}{16\pi} + \frac{k L_T}{16\pi} \quad , \quad (2.20)$$

avec :

- $V$ , le volume de la cavité,
- $S_T$ , la surface totale des parois de la cavité,
- $L_T$ , la longueurs totale des arrêtes de la parois.

À partir de cette constatation, nous avons voulu déterminer une réduction plus importante de la somme, pour ne retenir que les modes prépondérants. Ceux-ci sont observables par l'intermédiaire de la matrice qui reprend les éléments de la formulation intégrale de façon individuelle.

#### 2.5.4.1 Matrice de la pression quadratique moyenne liée à la formulation intégrale

En utilisant la formulation intégrale, l'écriture de la matrice associée à la construction de la pression quadratique moyenne est la suivante :

$$\langle \mathbf{P}^2(\Psi, f) \rangle = \begin{matrix} & f_0 & \text{fréq.} & \cdots & f_n \\ \Psi_m & \langle p^2(\Psi_m, f_0) \rangle & \langle p^2(\Psi_0, f_1) \rangle & \cdots & \langle p^2(\Psi_n, f_n) \rangle \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{Mode} & \langle p^2(\Psi_1, f_0) \rangle & \langle p^2(\Psi_1, f_1) \rangle & \cdots & \langle p^2(\Psi_1, f_n) \rangle \\ \Psi_0 & \langle p^2(\Psi_0, f_0) \rangle & \langle p^2(\Psi_0, f_1) \rangle & \cdots & \langle p^2(\Psi_0, f_n) \rangle \end{matrix} \quad , \quad (2.21)$$

avec  $\langle p^2(\Psi_m, f_n) \rangle$ , la pression quadratique moyenne associée au mode  $m$ , qui fait appel au champ de pression  $p_m(\vec{r}, f_n)$  associé à ce même mode. Ces termes se définissent suivant :

$$\langle p^2(\Psi_m, f_n) \rangle = \frac{1}{2V} \iiint_V [ |p_m(\vec{r}, f_n)|^2 ] dV \quad , \quad (2.22)$$

et

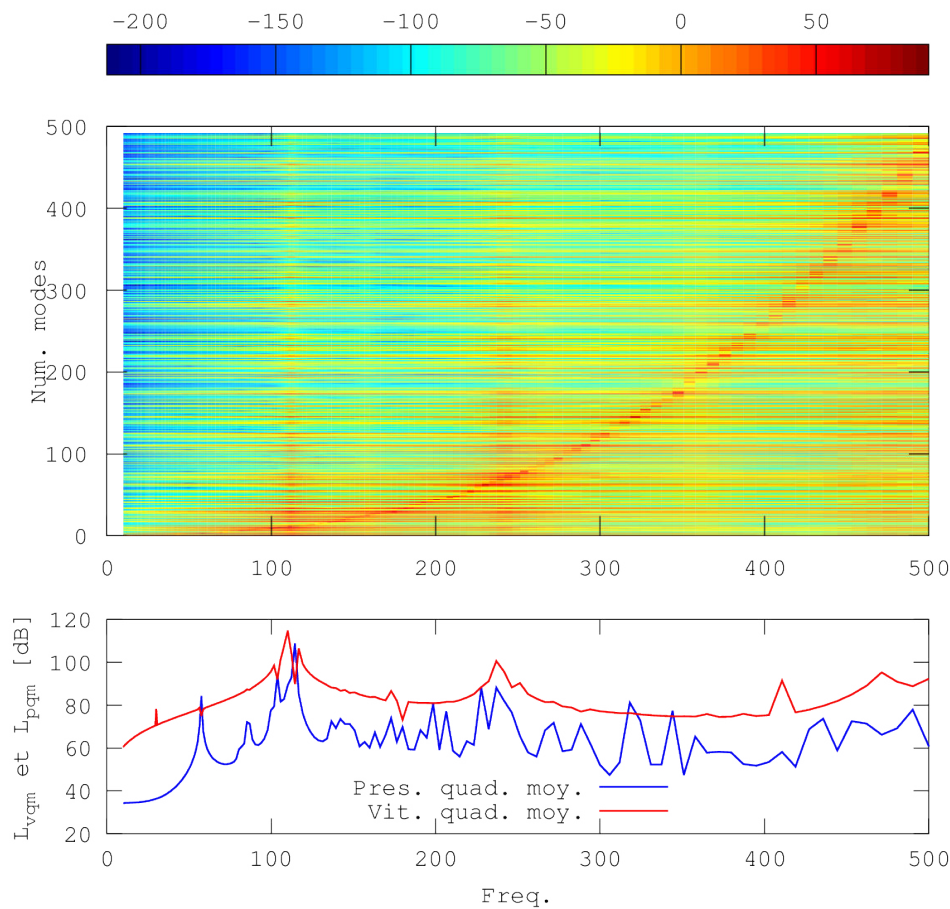
$$p_m(\vec{r}, f_n) = \iint_{S_0} \frac{\Psi_m(\vec{r}_0)}{k_m^2 - k_0^2} \Psi_m(\vec{r}) \hat{U}(\vec{r}_0) dS_0 \quad . \quad (2.23)$$

Pour déterminer le spectre du module de la pression quadratique moyenne, nous ne pouvons pas sommer directement les lignes de la matrice de l'éq. (2.21). Il est nécessaire de sommer le champ de pression sous forme complexe et de calculer ensuite la valeur moyenne quadratique.

#### Remarques et interprétations :

- La matrice  $\langle p^2(\Psi_m, f_n) \rangle$  détaillée dans la fig. 2.22 permet d'observer différents phénomènes et leur incidence sur le résultat de la pression quadratique moyenne :
  - les raies verticales correspondent aux fréquences des modes de plaques, elles sont identifiées à l'aide de la courbe des vitesses quadratiques de la même figure. À ces fréquences de résonance de plaques, les pressions quadratiques moyennes associées à chaque mode sont plus importantes étant donné que le terme de sources dans la formulation intégrale a une amplitude plus importante.
  - les raies horizontales indiquent la contribution d'un mode sur l'ensemble du spectre. On constate sur la figure que certains modes n'ont aucune contribution et d'autres beaucoup plus. Le produit scalaire de la forme propre du mode de cavité  $\Psi_m(\vec{r}_0)$  à l'interface F/S avec le champ de vitesse de la plaque  $\hat{U}(\vec{r}_0)$  sont déterminants dans cette contribution. Si le produit est faible, la contribution est faible et inversement.
  - une courbe progressive qui correspond à la diagonale de la matrice lorsque les indices de modes sont remplacés par la fréquence propre des modes de cavité. En effet, il y un fort couplage lorsque la fréquence d'excitation et la fréquence propre d'un mode correspondent. La raison est justifiée





**FIGURE 2.22** – Matrice des pressions quadratiques moyennes associées à chaque mode de cavité (en haut) - vitesse et pression quadratique moyenne (en bas).

dans l'éq. (2.14) décrivant la fonction de Green associée à un espace clos. Celle-ci devient grande lorsque les nombres d'ondes  $k_m$  et  $k_0$  sont proches.

### 2.5.4.2 Réduction de la somme aux éléments prépondérants

Dans le paragraphe précédent, nous avons constaté que la pression quadratique moyenne rayonnée par une plaque était principalement due à la contribution de :

- 1 la proximité des fréquence propres de cavité et la fréquence d'excitation (diagonale de la matrice sur la fig. 2.22),
- 2 les modes de flexion de plaques (raies verticales de la matrice),
- 3 et le produit scalaire de la formes propres des modes de cavité à l'interface F/S avec le champ de vitesse de la plaque (raies horizontales de la matrice).

Pour ce troisième point plus délicat à mettre en œuvre, nous n'avons pas élucidé de méthode permettant de ne retenir que les formes propres ayant des contributions non négligeables. Ceci-étant, nous nous sommes concentrés sur les deux premiers points pour réduire le temps de calcul par formulation intégrale en espace clos. Durant les travaux de thèse, nous avons développé plusieurs simplifications dans la sommation :

- $n$  modes avant et après la fréquence d'excitation (modes autour de la diagonale de la matrice) - méthode appelée MEF/HUY( $n$ ),
- $m$  modes les plus proches de la fréquence d'excitation (modes les plus proche de la diagonale de la matrice) - méthode appelée MEF/HUY( $m$ ),
- largeur de bande (s'apparentant à un facteur de qualité) autour des fréquences propres de flexion de plaque (raies verticales) méthode appelée MEF/HUY( $Q$ ),

– et les différentes combinaisons de méthodes, par exemple la méthode appelée MEF/HUY(m+Q).

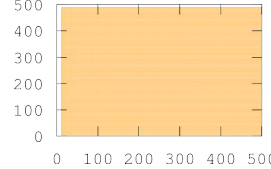
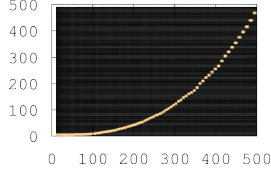
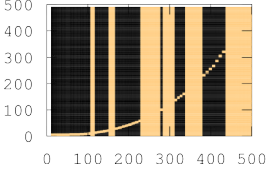
Pour intégrer les singularités de la matrice (points 1 et 2) de la précédente énumération, les méthodes simplificatrices MEF/HUY(m) et MEF/HUY(m+Q) ont été appliquées pour réduire le nombre d'itérations du calcul par formulation intégrale. Nous ne présentons pas dans ce document d'application de la méthode MEF/HUY(n) car les résultats sont sensiblement équivalents à ceux obtenus par son homologue MEF/HUY(m).

On applique ainsi les deux méthodes de réduction au résultat initial et complet défini par la méthode MEF/HUY. En choisissant un nombre de modes  $m$  de cavité et une facteur de qualité  $Q_f$ , l'ensemble des données et temps de calcul nécessaires sont indiqués dans le tab. 2.7. Pour ce facteur de qualité traduisant la largeur de la bande fréquentielle autour d'une résonance de flexion de plaque, celui s'exprime par :

$$\Delta f_0 = \frac{f_0}{Q_f} \quad , \quad (2.24)$$

avec  $\Delta f_0$ , la largeur de bande fréquentielle prise en considération à la fréquence de résonance de la structure  $f_0$ .

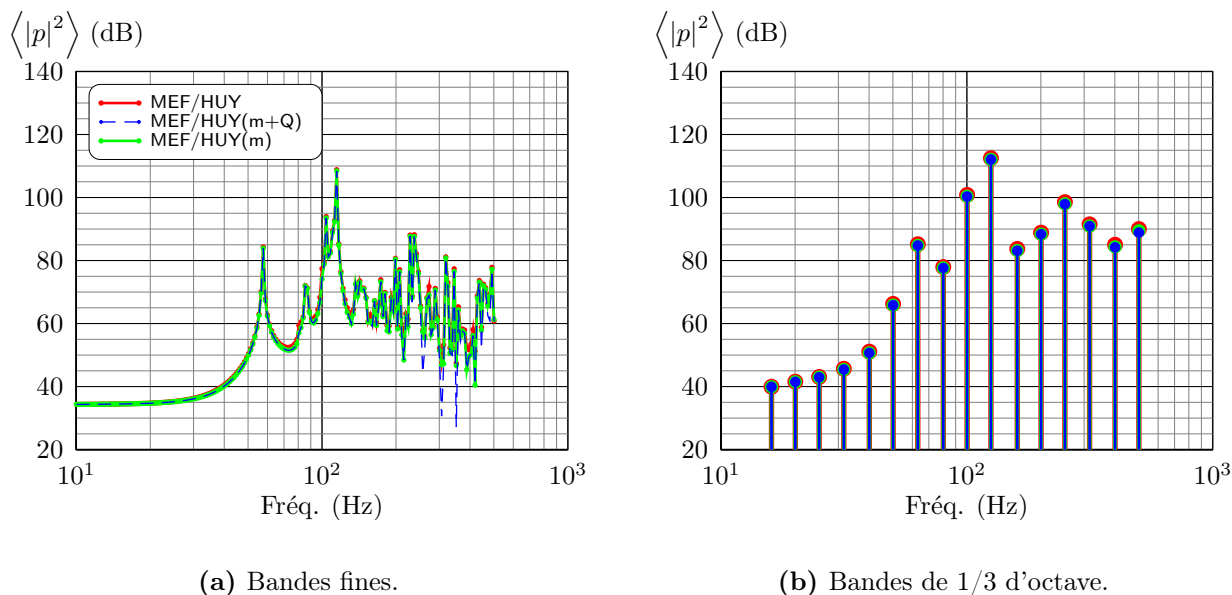
Le tableau présente également des figures, nommées matrice d'optimisation, qui représentent visuellement les zones de la matrice où le calcul par formulation intégrale est exécuté : en beige, les zones où les contributions sont calculées et intégrées, et en noir celles qui sont négligées et ainsi évitées. On fait remarquer que pour la méthode MEF/HUY(m+Q), il est nécessaire résoudre le problème aux valeurs pour déterminer les fréquences propres de la plaque dans le domaine fréquentiel avant de lancer le calcul d'optimisation, ce qui ajoute un temps supplémentaire dans la résolution globale du problème vibro-acoustique.

Calcul par formulation intégrale				
Type	Unité	form. initiale	form. réduite	
Nom	-	MEF/HUY	MEF/HUY(m)	MEF/HUY(m+Q)
Domaine fréq.	Hz	$f \in [10; 500]$		
Nb. fréq. propre	-	496 modes de cavité pour $f_m < 500$ Hz		
Nb. mode (méth. a)	-	tous	les 10 plus proches	
Fact. qualité (méth. b)	-	-		$Q_f = 10$
Réduction de calc.	%	0	97	71
Tps de calc. moy. / fréq.	s	3000	148	674
Matrice d'optimisation	-			

**TABLEAU 2.7** – Comparaison des nombres d'itérations avec et sans optimisation de la somme de la formulation intégrale.

### Remarques et interprétations :

- Les courbes, traitant de deux méthodes de réduction, obtenues sur la fig. 2.23 montrent que ces méthodes fournissent un résultat identique à celui de la formulation intégrale initiale MEF/HUY en bande fines et par conséquent en bande de tiers d'octave. Cela signifie que la méthode la plus simplificatrice, c'est-à-dire MEF/HUY(m), qui prend en compte uniquement une certaine largeur de la diagonale de la matrice décrite dans l'éq. (2.21), est suffisante.
- D'après les résultats de la méthode la plus élaborée MEF/HUY(m+Q), prendre en compte l'ensemble de modes de cavité autour des fréquences de résonances de la structure n'apporte pas plus de précision notable. De plus, elle présente l'inconvénient d'augmenter le temps de calcul autour des fréquences de résonances de structure par le fait de réaliser un calcul préalable de résolution numérique aux valeurs propres.



**FIGURE 2.23** – Comparaison des pressions quadratiques moyennes issues du calcul par formulation intégrale initiale MEF/HUY et selon deux formulations réduites MEF/HUY(m) et MEF/HUY(m+Q).

## 2.6 Conclusion

La problématique acoustique des planchers solivés en bois se positionne essentiellement dans le domaine des basses fréquences. Nous nous sommes concentrés sur la résolution par la méthode des éléments finis pour prédire le comportement vibro-acoustique de ce type de structure. Dans ce chapitre, nous avons présenté les formulations variationnelles associées aux problèmes de vibro-acoustique linéaire afin de résoudre ceux-ci par la M.E.F.. La résolution par cette méthode numérique a été réalisée avec un logiciel libre *Freefem++*.

Après avoir validé le code E.F. implanté dans le logiciel, nous avons voulu simuler l'affaiblissement de plaques simples avec des masses surfaciques et des dimensions représentatives des planchers solivés bois. En comparaison avec un code basé sur la résolution par matrice de transfert *Maine3A* et selon des conditions particulières (conditions aux limites et fenêtrage spatiale), nous avons observé la similitude des résultats numériques et analytiques. Cependant, la résolution par E.F. contient des informations supplémentaires par rapport à la résolution analytique. Les modes de flexion font chuter localement la valeur de l'affaiblissement, ce qui n'est pas pris en compte dans la résolution par matrice de transfert. Ceci justifie pleinement la nécessité du calcul élément finis aux basses fréquences.

L'affaiblissement permet de caractériser le comportement intrinsèque d'une paroi. Dans la pratique, les parois sont assemblées entre elles et forment ainsi des cavités. L'influence des cavités sur le résultats de l'affaiblissement a été menée. En comparant les résultats numériques en champ libre et en espace clos, nous avons observé une différence importante sur les courbes d'affaiblissement. Les courbes d'affaiblissement en espace clos intègrent, en plus des résonances initiales de flexion de la plaque, les résonances de la cavité réceptrice, ce qui se traduit par une chute de l'affaiblissement apparent. Les résultats obtenus en espace clos sont très en dessous de ceux obtenus en champ libre. L'idée d'intégrer un amortissement, via une impédance de surface, dans la cavité est à envisager pour absorber une partie de l'énergie présente aux résonances de cavité. Toutefois, on rappelle que la puissance acoustique dissipée par ce biais doit être intégrée dans le calcul de l'affaiblissement. On montre ainsi que les caractéristiques de la pièce en volume, forme et dissipations, influent fortement sur l'affaiblissement apparent d'un plancher. L'outil numérique développé ici permet donc d'estimer la comportement réel pour une structure particulière.

La résolution E.F. des problèmes couplés fluide/structure nécessite un coût numérique important et supplémentaire même lorsque le couplage est faible. Dans ce cas précis, il est possible de découpler la structure du fluide pour réduire ce coût. La résolution par formulation intégrale d'Huygens a été implantée dans le code pour réduire ce coût (mémoire système). Cependant, le temps de calcul associé au calcul par formulation intégrale reste important. Nous avons proposé plusieurs méthodes pour réduire ce temps

(anisotropie des degrés des fonctions d'interpolations, simplification géométrique, réduction de la somme de la formulation intégrale) qui permettent encore de gagner en rapidité et espace mémoire, sans dégrader la précision des résultats.



## Deuxième partie

CARACTÉRISATION EXPÉRIMENTALE D'UN SYSTÈME  
D'ASSEMBLAGE BOIS ET IMPLÉMENTATION  
NUMÉRIQUE



# Chapitre 3

---

## MODÈLE NUMÉRIQUE D'UNE SOLIVE EN BOIS MASSIF

---

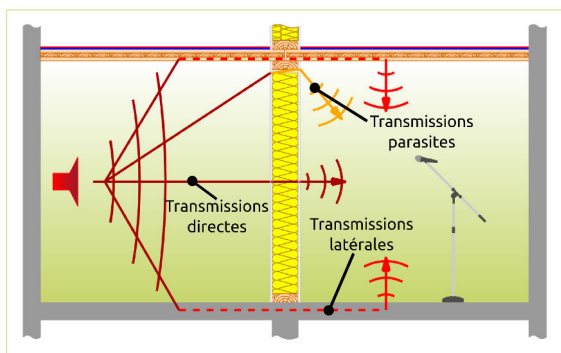
### 3.1 Préambule

Dans l'évaluation des performances d'isolation entre deux locaux, on distingue 3 types de chemins de propagation (cf fig. 3.1-(a)) :

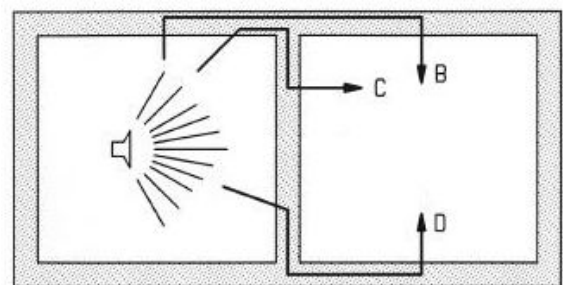
1. les transmissions directes (flux d'énergie à travers les parois séparatrices),
2. les transmissions latérales (flux par les parois raccordées à la paroi séparatrice),
3. les transmissions parasites (flux à travers des défauts).

C'est pour cette raison que l'on distingue l'affaiblissement acoustique d'une paroi de l'isolement acoustique d'une pièce. Dans le premier cas, la propagation ne se fait que à travers la paroi testée (transmissions directes uniquement), dans le second, l'ensemble des 3 chemins de propagation sont considérés. On notera également que les transmissions latérales peuvent être également décomposées en plusieurs voies, distinguant la localisation de l'origine de la vibration et l'élément rayonnant résultant. Lorsque la paroi séparatrice est une cloison, on relève les transmissions latérales (T.L.) suivantes :

- T.L. de mur à mur (voie B de la fig. 3.1),
- T.L. de mur à paroi séparatrice (voie C de la fig. 3.1),
- T.L. de la paroi séparatrice à un mur (voie D de la fig. 3.1).



(a) Mesure de l'isolement.



(b) Différentes transmissions latérales.

**FIGURE 3.1** – Différentes voies de transmissions vibro-acoustiques dans l'habitat  
*source figure de gauche : Critt Bois Épinal.*

Une des problématiques qui freine le développement de la construction et plus généralement des constructions « légères », concerne le manque de contrôle des transmissions latérales [FKB08]. Pour ce type de construction, cette voie de transmission diminue fortement les performances initiales de la paroi séparatrice. Pour être capable de contrôler ce type de transmission, qui se propage à travers les éléments de connexion, il est nécessaire de connaître les propriétés mécaniques de ces jonctions.

Pour une jonction métallique, la caractérisation de celle-ci nécessite de prendre en considération le moyen d'ancrage de la jonction dans la structure bois. Pour le problème statique, rien de sert de

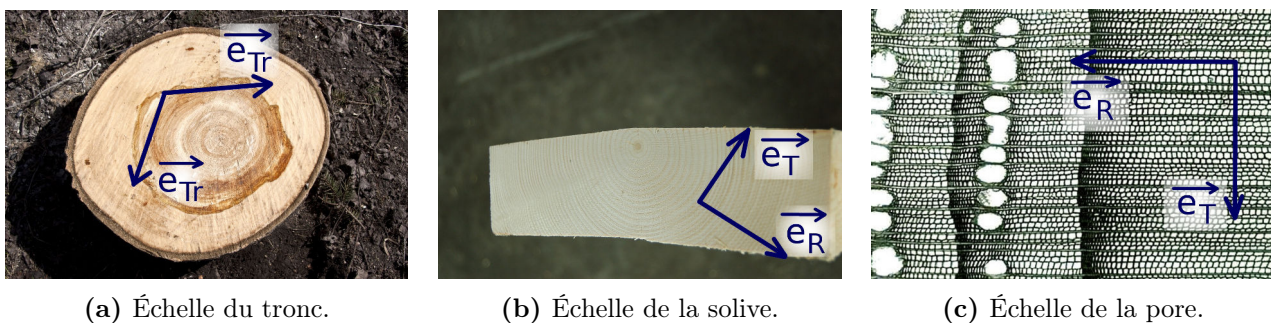


dimensionner la rigidité de la partie métallique de la jonction si son ancrage aux pièces en bois avoisinantes ne peut transmettre les efforts qu'il subit. Dans ce chapitre, il nous faudra à chaque fois interpréter le terme « jonction » comme « jonction et son ancrage ».

Les propriétés mécaniques en dynamique de ces jonctions sont méconnues. Nous avons donc choisi de traiter ce sujet dans le présent chapitre, par le biais expérimental, pour initier les travaux concernant les transmissions latérales dans l'évaluation de l'isolement acoustique des planchers solivés en bois. Il est tout d'abord nécessaire de connaître en amont les propriétés des échantillons utilisés pour tester une jonction, puis déterminer dans un second temps ses caractéristiques. Quelques rappels sur le matériau bois sont néanmoins nécessaires auparavant pour éclairer le lecteur non-spécialiste de celui-ci.

## 3.2 Description du matériau bois

L'arbre, du fait de son mode de croissance, de la présence de fibres et rayons ligneux, nécessite une loi de comportement anisotrope pour définir les propriétés de son matériau. Suivant l'échelle et le repère où l'on se place dans le matériau bois, la loi de comportement de l'élément bois diffère. À l'échelle de la grume (cf fig. 3.2 - (a)), la poutre de section cylindrique qu'elle représente peut être considérée comme isotrope transverse : un axe longitudinal parallèle aux fibres du bois et un plan transverse normal aux directions des fibres. Sur la fig. 3.2 - (a), les vecteurs sont volontairement non-orthogonaux et pour origine un point quelconque : les propriétés sont isotrope sur ce plan de coupe. Sur une petite section de bois loin du cœur et à l'échelle du centimètre (cf fig. 3.2 - (c)), celui-ci peut être considéré comme orthotrope puisque les cernes sont parallèles et rectilignes. À l'échelle des matériaux de construction (cf fig. 3.2 - (b)), qui est intermédiaire aux deux précédentes, la loi de comportement est de type orthotrope cylindrique. On distingue une symétrie axiale des propriétés et 3 directions principales.



**FIGURE 3.2** – Plusieurs échelles d'une section de bois (coupe transversale uniquement) - source : (a) - [www.torange-fr.com](http://www.torange-fr.com) ; (c) - [www.woodanatomy.ch](http://www.woodanatomy.ch).

### 3.2.1 Anisotropie du matériau

La loi de Hooke<sup>1</sup> relie le tenseur des déformations  $\bar{\bar{\epsilon}} = [\epsilon_{kl}]$  avec le tenseur des contraintes  $\bar{\bar{\sigma}} = [\sigma_{ij}]$ . Elle peut être définie par le tenseur des rigidités  $\bar{\bar{\bar{C}}} = [C_{ijkl}]$ , et elle oriente les propriétés mécaniques du matériau selon un repère local. Dans la suite du document pour simplifier sa lecture, les indices des tenseurs de déformations et des contraintes et de la matrice de rigidité sont supprimés. Pour le matériau bois à l'échelle de la fig. 3.2-(c), on distingue 3 directions principales :

- $L$  : l'axe longitudinal suivant la normale à la photographie,
- $R$  : l'axe radial suivant la perpendiculaire aux cernes,
- $T$  : l'axe tangentiel suivant la tangente aux cernes de croissances.

Pour le matériau bois et à l'échelle des éléments de construction 3.2-(b), plusieurs lois de comportement peuvent être utilisées, chacune réalise ses propres hypothèses. Le rayonnement acoustique de parois à ossature bois se traduit principalement par des vibrations de flexion des plaques et des poutres qui composent la paroi. Pour ce type de vibration et en suivant une complexité croissante du modèle de loi de comportement, on distingue plusieurs choix :

1. également appelée loi de comportement

1. Dans le cas de vibrations de flexion et en négligeant l'effet du cisaillement dans ce type de vibration, le module d'élasticité longitudinal est la composante principale de la loi de comportement influençant la valeur des fréquences propres de flexion. Dans cette situation, l'isotropie des propriétés mécaniques est suffisante selon cette hypothèse. Dans le cas pratique, l'orientation du sciage des bois favorise la sollicitation du module d'élasticité longitudinal des poutres pour ce type de vibrations, le module d'élasticité de la loi isotrope équivaut finalement au module d'élasticité longitudinal  $E_L$  du matériau bois. Pour le coefficient de Poisson de cette loi isotrope, nous choisissons de prendre la moyenne des coefficients par rapport au plan transverse ( $\nu_{LT}$  et  $\nu_{LR}$  et leurs réciproques).
2. Par rapport au précédent modèle et en prenant en compte l'effet du cisaillement transversal dans les vibrations de flexion, il est possible d'ajouter une composante supplémentaire et l'on retrouve le cas de l'isotropie transverse. Pour cette loi de comportement, on ne distingue pas de différences entre le module d'élasticité radial  $E_R$  et tangentiel  $E_T$  du matériau bois (cf. fig. 3.2-(a)), ceux-ci sont remplacés par un module transverse unique  $E_{Tr}$  (comme « Transverse »).
3. Dans le dernier cas où l'on ne réalise aucune simplification, la loi de comportement orthotropique cylindrique est la plus aboutie pour décrire le matériau bois à cette échelle, et elle fait apparaître les 3 directions principales :  $L, R, T$  : Longitudinale, Radiale et Tangentielle. Pour un grand rayon de courbure et à petite échelle, disposition présentée sur la fig. 3.2-(c), on se retrouve par équivalence avec une loi de comportement de type orthotropique .

Par confrontation avec les résultats expérimentaux, il sera alors possible de déterminer si les modèles simplifiés, bien que faux, sont suffisants pour décrire la structure à l'échelle de la solive.

### 3.2.2 Loi de Hooke pour le matériau bois

Dans la littérature scientifique et les normes de construction, les propriétés mécaniques du matériau sont décrites de différentes façons. On présente dans cette partie ces distinctions pour choisir un modèle approprié.

La description d'un matériau est généralement présentée par le biais de la loi de comportement reliant les contraintes aux déformations. Nous avons vu qu'à l'échelle mésoscopique du matériau bois (cf fig. 3.2-(c)), un comportement orthotrope était constaté, on rappelle ainsi l'écriture de l'équation de l'élasticité linéaire pour un matériau orthotrope où les directions ( $L, R, T$ ) sont concourantes avec le repère  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  [Buc06, Gor08] :

$$\bar{\sigma} = \bar{C} \cdot \bar{\epsilon} \rightarrow \begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sqrt{2}\sigma_{yz} \\ \sqrt{2}\sigma_{zx} \\ \sqrt{2}\sigma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ \text{sym.} & & & & C_{55} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{zz} \\ \sqrt{2}\epsilon_{yz} \\ \sqrt{2}\epsilon_{zx} \\ \sqrt{2}\epsilon_{xy} \end{pmatrix}, \quad (3.1)$$

avec :

$$\begin{aligned} C_{11} &= \frac{1 - \nu_{RT}\nu_{TR}}{E_R E_T \Delta}; & C_{22} &= \frac{1 - \nu_{LT}\nu_{TL}}{E_L E_T \Delta}; & C_{33} &= \frac{1 - \nu_{LR}\nu_{RL}}{E_L E_R \Delta}; \\ C_{12} &= \frac{\nu_{RL} - \nu_{TL}\nu_{RT}}{E_R E_T \Delta}; & C_{13} &= \frac{\nu_{TL} - \nu_{RL}\nu_{TR}}{E_R E_T \Delta}; & C_{23} &= \frac{\nu_{TR} - \nu_{LR}\nu_{TL}}{E_L E_T \Delta}; \\ \Delta &= \frac{1 - \nu_{LR}\nu_{RL} - \nu_{RT}\nu_{TR} - \nu_{TL}\nu_{LT} - 2\nu_{RL}\nu_{TR}\nu_{LT}}{E_L E_R E_T}; \end{aligned}$$

$$C_{44} = 2G_{RT}; \quad C_{55} = 2G_{LT}; \quad C_{66} = 2G_{LR} \quad .$$

Pour l'éq.(3.1), le tenseur de déformations linéarisé est :

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) . \quad (3.2)$$

### 3.2.2.1 Le bois « normalisé » selon l'Eurocode

En 1990, le Comité Européen de Normalisation (CEN) a entrepris la rédaction des Eurocodes, normes européennes de conception, de dimensionnement et de justification des structures de bâtiment et de génie civil, établissant un ensemble de règles techniques, dans le but de leur donner par la suite un statut de normes européennes et pallier l'absence d'harmonisation entre ces règles à travers l'Europe. Dans le calcul de résistances des structures bois, définis selon la norme Eurocode 5, le bois massif est décrit comme un matériau isotrope transverse. Ce type de loi de comportement est justifié par le fait que les matériaux de construction ont des sections suffisamment grandes et des propriétés selon les directions radiales et tangentielles similaires. Le tab. 3.1 présente ces propriétés normalisées de quelques résineux à 12% de taux d'humidité et température ambiante de différentes qualités (nommées C14 (le moins résistant/raide), C24 et C40 (le plus résistant/raide)).

Symbole	Désignation	Unité	C14	C24	C40
$E_{0,\text{mean}} = E_L$	Module moyen axial	GPa	7	11	14
$E_{90,\text{mean}} = E_{Tr}$	Module moyen transversal	GPa	0.23	0.37	0.47
$G_{\text{mean}} = G_{LT_r}$	Module de cisaillement	GPa	0.44	0.69	0.88
$\rho_{\text{mean}}$	Masse volumique moyenne	kg.m <sup>-3</sup>	350	420	500
$\nu_{0,90} = \nu_{LT_r}$	Coef. de Poisson longit. transv.	-	0.45 ~ 0.50		
$\nu_{90,0} = \nu_{TrL}$	Coef. de Poisson transv. longit.	-	0.02 ~ 0.08		

TABLEAU 3.1 – Valeurs caractéristiques des bois massifs résineux selon l'Eurocode 5 [BLT07].

On note que les ouvrages de référence n'indiquent pas de valeur pour le coefficient de Poisson dans le plan transverse,  $\nu_{90}$  ou  $\nu_{Tr}$ . Pour la suite des travaux, on prendra une valeur moyenne issue de références scientifiques [Gui87]. Pour un matériau isotrope transverse dans le plan ( $yz$ ), on rappelle la matrice de rigidité associée :

$$[C]_{I,Tr} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{22} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ \text{sym.} & & & & C_{66} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} , \quad (3.3)$$

avec :

$$C_{11} = \frac{1 - \nu_{Tr}^2}{E_{Tr}^2 \Delta'} ; \quad C_{22} = \frac{1 - \nu_{LT_r} \nu_{TrL}}{E_L E_{Tr} \Delta'} ;$$

$$C_{12} = \frac{\nu_{TrL} - \nu_{TrL} \nu_{Tr}}{E_{Tr}^2 \Delta'} ; \quad C_{23} = \frac{\nu_{Tr} - \nu_{LT_r} \nu_{TrL}}{E_L E_{Tr} \Delta'} ; \quad C_{44} = C_{22} - C_{23} ; \quad C_{66} = 2G_{LT_r} ;$$

$$\Delta' = \frac{(1 + \nu_{Tr})(1 - \nu_{Tr} - 2\nu_{TrL} \nu_{LT_r})}{E_L E_{Tr}^2} .$$

### 3.2.2.2 Le bois « scientifique » selon Guitard

L'ouvrage de Guitard [Gui87] recense les propriétés (9 composantes de l'orthotropie) de différentes essences de bois de tous horizons. Suite à ses observations, il en formule les propriétés (tab. 3.2) d'un résineux « standard » (avec un degré d'humidité  $H = 12\%$ , à température ambiante et une densité  $\rho = 450 \text{ kg.m}^{-3}$ ). La positivité des coefficients de correction en fonction de la masse volumique, exprime que plus les bois sont denses plus ils sont rigides. De même, plus l'humidité est grande, plus ils sont souples

jusqu'à la limite du point de saturation des fibres autour de 30 %. Les coefficients de Poisson sont eux considérés comme indépendants de l'humidité.

Les caractéristiques mécaniques du matériau bois sont sensibles aux variations de l'état physique, on relève ainsi que la densité et son taux d'humidité sont les principales composantes modifiant ses propriétés. Le bois est relativement peu sensible à la température dans la gamme de variation des températures que l'on observe dans une habitation. On note que les propriétés exposées dans l'ouvrage ont été testées sur des bois présentant pas ou peu de défauts (nœuds, gerces...), ce qui n'est pas le cas dans la réalité de la construction, qui classe les bois selon différentes qualités visuelles. Ceci étant, le rapport entre de la taille des défauts du bois et de la taille des solives est assez faible de telle sorte que l'on homogénéise les propriétés locales du matériau.

Les valeurs de modules ici présentées sont relatives à des essais statiques. Les mesures de déflexion ou de déformation étant faites quelques secondes après la mise en charge. Le bois étant formé de polymères, ces modules augmentent avec la fréquence de sollicitation. Ces variations peuvent être d'autant plus fortes avec l'augmentation de la fréquence, que l'un des polymères sollicités est proche de sa température de transition vitreuse pour cette fréquence.

Symbole	Résineux « standard » GPa	Correction linéaire $\rho$ MPa ( $\rho$ en $\text{kg.m}^{-3}$ )	Correction linéaire $H$ MPa ( $H$ en %)
$E_L$	13.10	+ 41.7( $\rho - 450$ )	$E_L^{12\%} [1 - 0.015(H - 12)]$
$E_R$	1.00	+ 2.37( $\rho - 450$ )	$X^{12\%} [1 - 0.030(H - 12)]$
$E_T$	0.64	+ 1.91( $\rho - 450$ )	
$G_{LR}$	0.86	+ 2.08( $\rho - 450$ )	
$G_{RT}$	0.08	+ 0.23( $\rho - 450$ )	
$G_{TL}$	0.75	+ 0.99( $\rho - 450$ )	
$E_T/\nu_{TR} = E_R/\nu_{RT}$	2.05	+ 5.28( $\rho - 450$ )	-
$E_L/\nu_{LT} = E_T/\nu_{TL}$	30.8	+ 101( $\rho - 450$ )	-
$E_R/\nu_{RL} = E_L/\nu_{LR}$	34.2	+ 117( $\rho - 450$ )	-

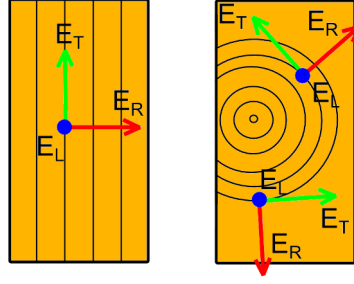
**TABLEAU 3.2** – Corrections apportées par les variations de la densité et de l'hygroscopie sur les propriétés mécaniques du bois de type résineux -  $\rho$ , la densité et  $H$ , la teneur en eau du matériau selon [Gui87].

L'anisotropie locale du matériau implique qu'en tout point d'un modèle les directions principales soit définies. Pour de l'orthotropie, les directions principales sont invariantes dans l'espace, cependant dans le cas de l'orthotropie cylindre, ces directions sont fonction de l'espace. Pour le matériau bois, cette modification des directions principales est issue généralement d'une simple rotation dont l'axe est le cœur de l'arbre. Seules les directions transversales ( $R$  et  $T$ ) sont modifiées puisque les fibres longitudinales ( $L$ ) sont parallèles à l'axe du cœur. La section suivante définit la méthode pour construire la matrice de rigidité associée à l'orthotropie cylindrique.

### 3.2.2.3 Matrice d'orthotropie cylindrique et intégration dans *FreeFem++*

L'objectif de ce paragraphe est de quantifier la nécessité ou non de faire coïncider les axes d'orthotropie du modèle et ceux locaux du fait de la présence de cerne. Pour cela, l'introduction de cette orthotropie cylindrique au sein du modèle E.F. sous *FreeFem++* est d'abord menée.

Nous ne détaillons pas l'écriture de la matrice de comportement associée à l'isotropie, cependant pour le cas de l'orthotropie cylindrique, nous exposons sa définition et son intégration. L'orthotropie cylindrique (indice o.c.), définie par la matrice de rigidité  $[C]_{o.c.}$ , se construit initialement avec la matrice de comportement associée à l'orthotropie (indice o.)  $[C]_o$ . La différence principale entre ces deux matrices réside dans l'évolution spatiale des directions d'orthotropie : la matrice associée à l'orthotropie est invariante dans l'espace, et à l'inverse, la matrice associée à l'orthotropie cylindrique tourne autour d'un axe (le cœur de l'arbre) en fonction des coordonnées de l'espace (cf fig. 3.3). Lorsque la section de la poutre est prise loin du cœur de l'arbre, on peut choisir la loi de comportement orthotropique, car le rayon des limites de cernes est suffisamment grand devant les longueurs de la section.



**FIGURE 3.3** – Schéma représentatif de la loi de comportement orthotrope (à gauche) et orthotrope cylindrique (à droite).

La formulation variationnelle associée à la construction de la matrice de raideur fait appel à la matrice de rigidité. Dans le cas général, par exemple orthotrope, cette matrice est une constante puisqu'elle ne varie pas dans l'espace (cf. fig. 3.3 à gauche). Dans notre cas de matrice d'orthotropie cylindrique, il ne s'agit plus d'une constante spatiale et nous choisissons de construire un champ de vecteurs directeurs de la matrice de Hooke ( $\vec{e}_L, \vec{e}_R, \vec{e}_T$ ) qui permet d'orienter la matrice initiale d'orthotropie. Ce travail permet ainsi de construire le champ de matrice de comportement  $[C]_{o.c.}$ . Cette construction, schématisée dans la fig. 3.4, procède de la méthode suivante qui met en œuvre une méthode de rotation :

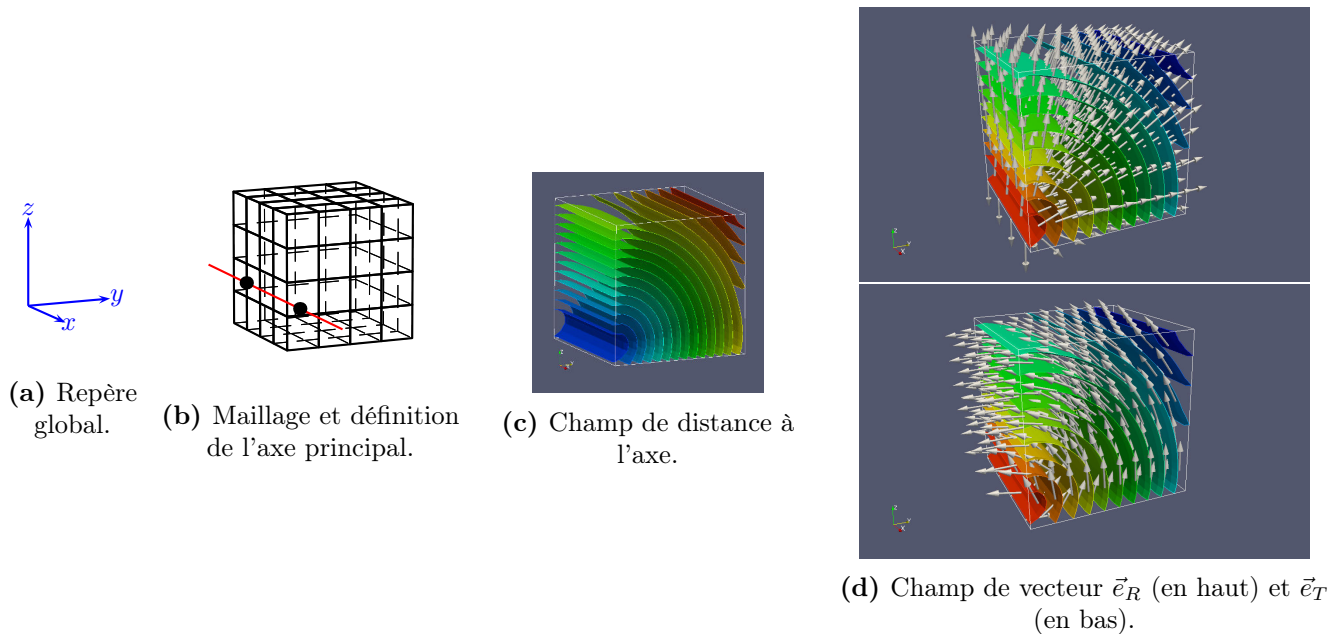
1. définition du maillage et de la droite représentant l'axe de la matrice d'orthotropie cylindrique (fig. 3.4 - (b)),
2. calcul du champ de distance  $D(x_i)$  par rapport à cet axe (représenté par les iso-contours de la fig. 3.4 - (c)),
3. définition du champ des repères directs locaux ( $\vec{e}_L, \vec{e}_R, \vec{e}_T$ ) à partir du champ  $D(x_i)$  :
  - $\vec{e}_L$  correspond à l'ensemble des vecteurs colinéaires à l'axe de la matrice d'orthotropie cylindrique (le champ coïncide avec le vecteur  $\vec{x}$  du repère global sur la fig. 3.4 - (a)),
  - $\vec{e}_R$  est déterminé à partir du gradient de  $D(x_i)$  (cf. fig. 3.4 (d) en haut) avec  $\vec{e}_R(x_i) = \vec{\nabla}D(x_i)$ ,
  - $\vec{e}_T$  correspond au produit vectoriel de  $\vec{e}_L$  et  $\vec{e}_R$  (cf. fig. 3.4 (d) en bas) avec  $\vec{e}_T(x_i) = \vec{e}_L \wedge \vec{e}_R$ ,
4. définition de la matrice d'orthotropie  $[C]_o$  selon le repère global.
5. création d'un champ de matrice de Hooke d'orthotropie cylindrique  $[C]_{o.c.}$ . Après avoir déterminé le champ de rotation  $(\theta_x, \theta_y, \theta_z)$  associé à la rotation du repère global dans le repère local ( $\vec{e}_L, \vec{e}_R, \vec{e}_T$ ), nous avons calculé la matrice de Hooke  $[C]_{o.c.}$  par rotation de la matrice globale  $[C]_o$ . Pour cela, nous avons réalisé un calcul formel déterminant l'expression de chaque composante en fonction des angles de rotations. Pour respecter la notion de repère direct, on note que la définition de la matrice globale  $[C]_o$  doit être formulée selon l'ordre  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$  correspondant à  $L \rightarrow R \rightarrow T$ . A titre d'exemple, pour une rotation unique selon  $\theta_x$ , nous avons selon [MBCM04] :

$$[C]_{o.c.} = [T^{\theta_x}] \cdot [C]_o \cdot [T^{\theta_x}]^T \quad , \quad (3.4)$$

avec  $[T^{\theta_x}]$ , le tenseur de rotation autour de  $\vec{x}$  qui s'écrit :

$$[T^{\theta_x}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (\cos \theta_x)^2 & (\sin \theta_x)^2 & 2 \cos \theta_x \sin \theta_x & 0 & 0 \\ 0 & (\sin \theta_x)^2 & (\cos \theta_x)^2 & -2 \cos \theta_x \sin \theta_x & 0 & 0 \\ 0 & -\cos \theta_x \sin \theta_x & \cos \theta_x \sin \theta_x & 2(\cos \theta_x)^2 - 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos \theta_x & -\sin \theta_x \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sin \theta_x & \cos \theta_x \end{bmatrix} \quad . \quad (3.5)$$

Dans cette partie, nous avons présenté les spécificités mécaniques du matériau bois. L'arbre dans sa croissance développe des propriétés mécaniques particulières, et la loi de Hooke qui semble la plus réaliste à l'échelle des éléments de construction est de type orthotrope cylindrique. La résolution se faisant par éléments finis, nous avons mis en place l'écriture de la matrice de rigidité en prenant en compte



**FIGURE 3.4** – Étapes dans la construction du champ des vecteurs directeurs pour la matrice de comportement orthotropie cylindrique.

les directions d'orthotropie. Néanmoins le modèle le plus réaliste n'est pas nécessairement indispensable. Afin de voir si lequel des modèles simplifiés (orthotrope, isotrope transverse, et isotrope) est suffisant, nous confronterons expériences et simulations numériques afin de vérifier l'impact du type de loi de comportement sur les réponses vibratoires issues du calcul numérique pour une solive.

### 3.3 Analyse modale des solives : outil de caractérisation mécanique

Les solives, du point de vue du mécanicien, sont des raidisseurs locaux pour soutenir une charge et ainsi réduire la flèche de déformation du plancher. Du point de vue du vibro-acousticien, les fonctions initiales des solives indiquées par le mécanicien sont complétées par le fait qu'elles ajoutent également de la masse localisée. Un système expérimental est utilisé pour caractériser le matériau bois à notre échelle 1 : nos solives ont pour longueur  $L = 4.5$  m et section rectangulaire  $S = 0.22 \times 0.06$  m<sup>2</sup>.

L'analyse modale est un des outils expérimentaux permettant de déterminer les propriétés mécaniques d'éléments dans la gamme des fréquences où les résonances sont suffisamment séparées les unes des autres. À titre d'exemple, les travaux de Brancheriau [Bra02] pour la caractérisation des sciages exploitent l'analyse modale à l'aide d'un marteau d'impact et de microphone pour estimer les modules d'élasticité longitudinale et de cisaillement transverse. Nous avons donc choisi cette méthode pour mesurer les réponses fréquentielles des solives dans une configuration précise (libre-libre) pour déterminer la composante principale de la matrice de Hooke (module d'élasticité longitudinal) et l'amortissement de nos structures en bois.

#### 3.3.1 Description du protocole expérimental

La méthode d'analyse modale par pot vibrant a été employée pour mesurer les réponses en fréquences des solives, le protocole est détaillé sur la fig. 3.5. Le choix d'une excitation stationnaire et non pas impulsionnelle à l'aide d'un marteau d'impact a été faite pour plusieurs raisons. L'excitation par pot vibrant permet :

- de fournir suffisamment d'énergie pour que la mesure soit précise sans nécessiter des niveaux de force importants,
- de libérer l'opérateur durant la mesure.

Le système d'acquisition permet en effet de programmer des séries de mesure ( $f_{min}$ ,  $f_{max}$ ,  $\Delta f$ , l'amplitude d'excitation et la durée d'acquisition) à l'avance pour être lancé successivement.



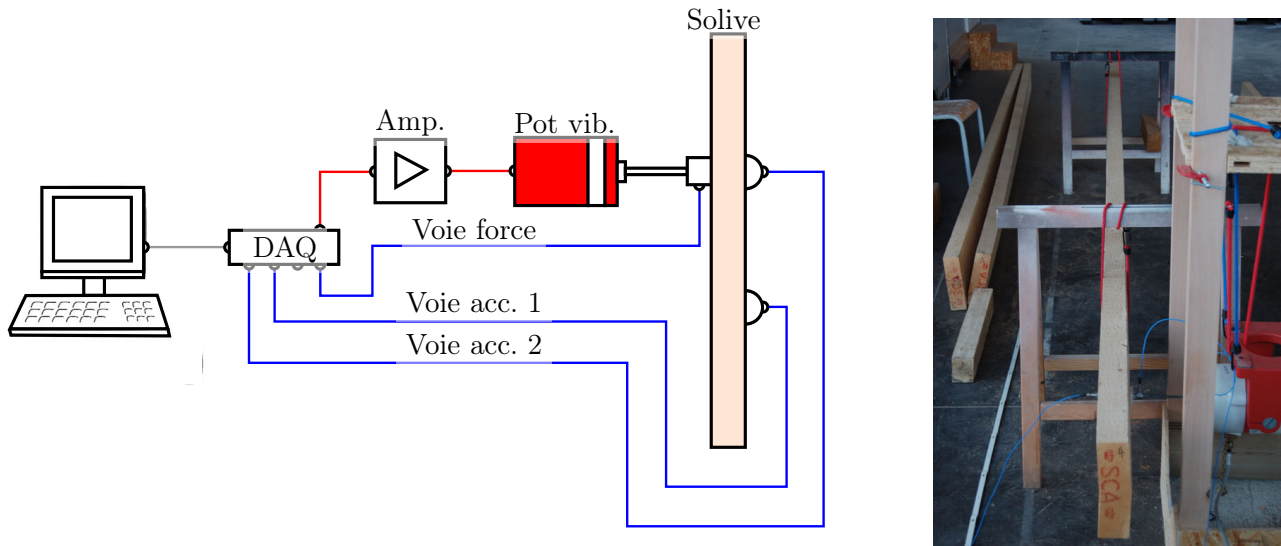


FIGURE 3.5 – Protocole expérimental pour l'analyse modale des solives - méthode par pot vibrant.

### 3.3.2 Validation la chaîne de mesure force - accélération

Afin de vérifier la validité des mesures réalisées par l'ensemble du système d'acquisition<sup>2</sup>, nous avons procédé (fig. 3.6) à la mesure de la réponse en fréquence ( $A/F$ ) sur un solide rigide de masse  $m$ , avec  $A$  l'accélération et  $F$  la force. La fonction de réponse en fréquences est théoriquement indépendante de la fréquence et égale à  $1/m$ . Cette hypothèse de solide rigide est valable en dessous de sa première fréquence propre de vibration interne. Pour le cylindre à section carrée utilisé, de dimensions ( $L = 0.11$  m et  $l = 0.04$  m) et pour une onde de cisaillement, cette fréquence propre est de l'ordre de 14 kHz. Le calcul des fréquences des modes de cisaillement transverse d'un parallélépipède libre-libre, qui ont plus de chances d'être excités, sont encore plus élevés car la célérité longitudinale  $c_L$  est supérieure à la célérité des ondes transversales  $c_T$  :

$$f_{n,L} = \frac{1}{2\pi} \frac{n\pi c_T}{L} \quad \text{avec} \quad c_T = \sqrt{G/\rho} \quad \text{et} \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad , \quad (3.6)$$

avec :

- $f_{n,T}$ , les fréquences des modes de cisaillement d'une poutre libre-libre,
- $n = 0, 1, 2, \dots$ , les entiers naturels,
- $c_T$ , la célérité des ondes de cisaillement,
- $G$ , le module de cisaillement pour un matériau isotrope,
- $E = 210$  GPa,  $\nu = 0.3$ ,  $\rho = 7800$  kg.m<sup>-3</sup> pour de l'acier,.

De plus, ce résultat permet de vérifier la linéarité en fréquence de la cellule force + accélération et de vérifier le bonne intégration des différents paramètres dans le programme (par ex : ordre de grandeur de la sensibilité des capteurs et les gains d'entrée sur les voies de la carte d'acquisition).

La fig. 3.7 indique le rapport entre la masse dynamique  $m_{\text{dyn}} = |F/A|$  et la masse statique  $m_{\text{stat}}$  pour le couple de deux capteurs faisant intervenir deux accéléromètres (Acc1 et Acc2) et le même capteur force (F). On constate une relative constance de ce ratio associé au système d'acquisition dans la bande [10, 500] Hz : l'écart maximal est de +7%, ce qui reste relativement faible. Les causes des variations brusques observées vers 40 Hz fig. 3.7 n'ont pas été élucidées. Dans le cas présenté, la masse déplacée  $M = m + m_{\text{acc}}$  correspond à :

- la masse du capteur accélérométrique ( $m_{\text{acc}} = 5.8 \pm 0.1$  gr)
- la masse rigide ( $m = 1365.6 \pm 0.1$  gr)

Pour corriger les réponses fréquentielles mesurées, on utilise l'équation suivante :

2. Du programme informatique jusqu'au capteur

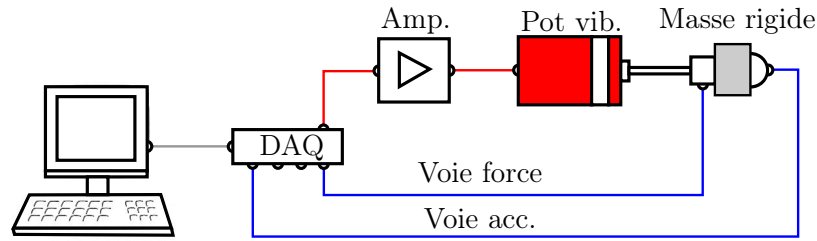


FIGURE 3.6 – Protocole expérimental pour la vérification de la linéarité de la mesure  $A/F$  par la méthode de masse rigide et pot vibrant.

$$\left(\frac{A}{F}\right)_c = \left(\frac{A}{F}\right) \cdot \left[\frac{M_{dyn}}{M_{stat}}\right], \quad (3.7)$$

avec :

- $(A/F)_c$ , la réponse en fréquence corrigée accélération sur force,
- $(A/F)$ , le réponse en fréquence mesurée par le système d'acquisition,
- $M_{dyn}/M_{stat}$ , le ratio des masses dynamique et statique (cf. fig. 3.7).

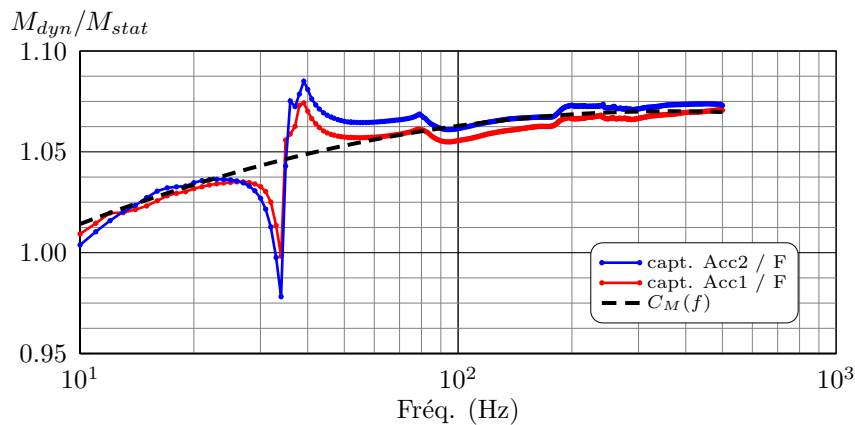


FIGURE 3.7 – Réponse en fréquence  $|A/F|$  corrigée par la masse statique dans le cas de vérification de la constance du couple de mesure force + accélération - protocole expérimental décrit sur la fig. 3.6.

Étant donné que les courbes de la fig. 3.7 sont discrètes, nous choisissons de trouver une fonction polynomiale approchant au mieux l'ensemble des points. De plus, au regard de la faible différence entre les deux courbes, qui correspond seulement à un décalage en amplitude, nous choisissons de réaliser une moyenne de ces deux courbes. On choisit une fonction quadratique sur l'axe des abscisses en base logarithmique. On obtient finalement l'équation de régression suivante :

$$C_M(f) = \left[\frac{M_{dyn}}{M_{stat}}\right](f) = -2.29 \cdot 10^{-2} \log_{10}(f)^2 + 1.17 \cdot 10^{-1} \log_{10}(f) + 9.19 \cdot 10^{-1} \quad (3.8)$$

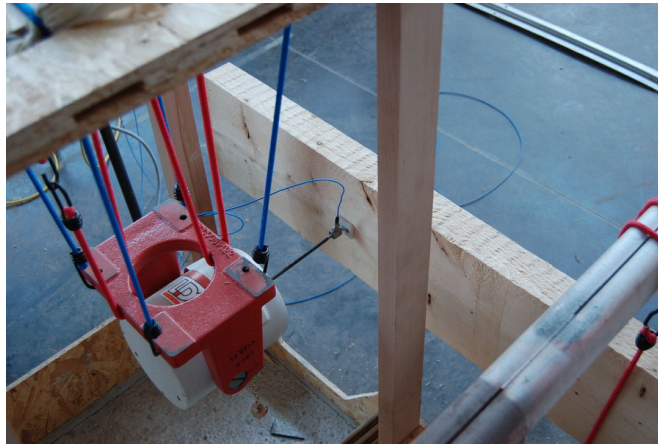
Le fait de ne pas prendre en compte l'irrégularité de la courbe à proximité de 40 Hz, dont nous n'avons pas élucidé la cause, nous obligera à veiller par la suite à ne pas sur-interpréter des sauts de fonctions de réponse en fréquences de l'ordre de 10%.

### 3.3.3 Validation du protocole expérimental

Pour l'analyse modale de nos solives, nous avons choisi une configuration libre-libre pour les conditions aux limites. Un repère global pour la solive est choisi, avec la direction  $\vec{x}$  donnée par la grande longueur de celle-ci, la direction  $\vec{y}$  donnée par la plus petite des dimensions transverses et  $\vec{z}$  dans la direction de la plus grande direction transverse.

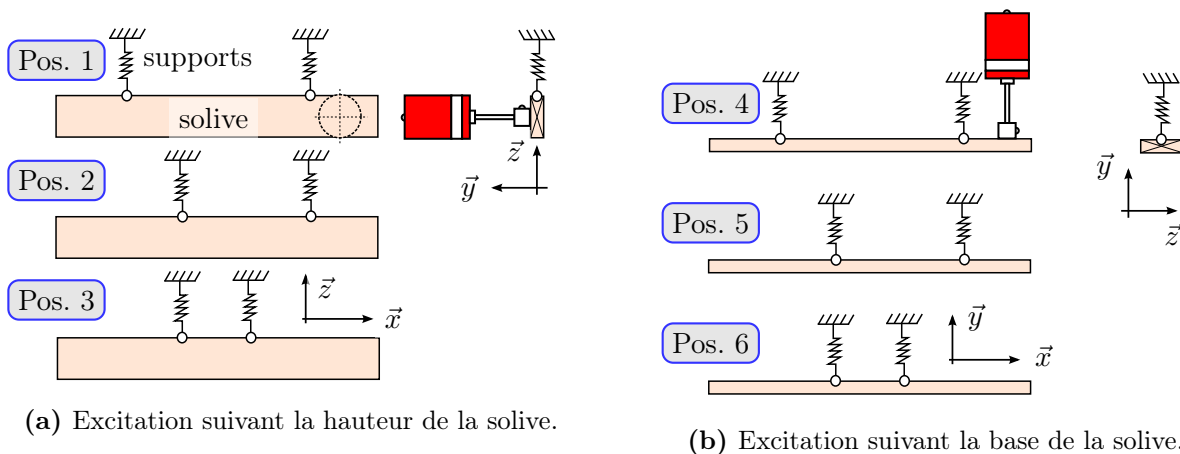


Dans le cas pratique (fig. 3.8), nous avons suspendu la structure avec deux tendeurs répartis sur la longueur. Le pot vibrant est également suspendu afin que l'effort soit toujours normal à la face excitée de la solive. Cependant au regard de la tension induite sur les tendeurs par la masse de la solive, nous devons vérifier que ce dispositif ne perturbe nos mesures.



**FIGURE 3.8** – Dispositif expérimental - mise en suspension du pot-vibrant et de la solive par l'intermédiaire de tendeurs

Pour cela, l'influence de la position des supports élastiques sur les réponses (fréquences propres et amortissements) est quantifiée pour plusieurs positions (cf. fig. 3.9-(a)). L'excitation harmonique présentée dans la fig. 3.9-(a) dans la direction  $\vec{y}$  ne sollicite pas en traction les supports élastiques dans le cas de petits déplacements, seul le poids propre des solives entraîne une tension statique sur les supports. Un autre cas de figure a été testé (cf. fig. 3.9-(b)) lorsque la force est dans la direction  $\vec{z}$  parallèle à la direction des supports car ceux-ci subissent à la fois une tension statique et dynamique.



**FIGURE 3.9** – Différentes positions des supports élastiques sur la longueur de la solive - 2 orientations testées.

On mesure initialement la réponse en fréquence « large spectre » pour localiser les fréquences de résonances de la solive. Dans cette configuration où l'excitation et la mesure de l'accélération est relativement proche d'une extrémité de la solive, on sollicite l'ensemble des modes de flexion dans la bande de fréquence [10, 500] Hz. Il est à noter que la résonance proche de 40 Hz, est d'amplitude bien supérieure au saut d'étalonnage de la chaîne de mesure qui avait été mesuré : cette résonance est donc bien physique et non pas un artefact de la chaîne de mesure. Suite à ce premier repérage, on peut ainsi réaliser avec le même protocole, un balayage en fréquences dans une bande réduite autour de ces résonances. On note ainsi dans le tableau de la fig. 3.11, les fréquences propres et leur amortissement associé calculé à l'aide de la méthode à -3 dB. On notera des dissipations de l'ordre du %, et une augmentation de la précision sur la mesure de celle-ci avec l'augmentation de la fréquence.

Modèle expérimental		
Type	Unité	Valeur
Dimensions	m	$L_x = 4.5$
		$L_y = 0.06$
		$L_z = 0.22$
Coord. pts	m	F1y : (4.13, 0, 0.11)
		A1y : (4.13, 0.6, 0.11)
		A2y : (3, 0.6, 0.11)
		A3y : (0, 0.6, 0.11)
C.L.	-	libre-libre

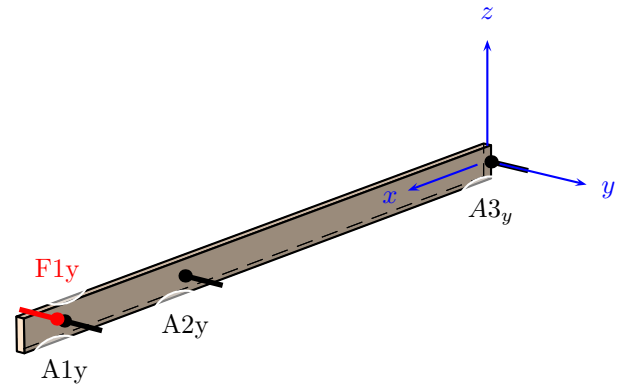
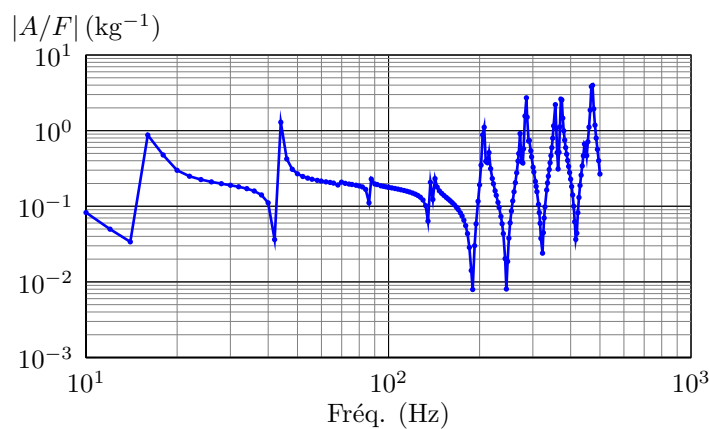


FIGURE 3.10 – Description du modèle de la solive et des points caractéristiques pour la mesure de la réponse en fréquence  $A/F$  - vibrations de flexion autour de l'axe  $\bar{z}$ .



(a) Réponse en fréquences

Rang.	Fréq. prop. Hz	$\eta$ %
1	$16.20 \pm 0.05$	$1.60 \pm 0.31$
2	$44.55 \pm 0.05$	$1.28 \pm 0.11$
3	$86.55 \pm 0.05$	$1.10 \pm 0.06$
4	$142.1 \pm 0.1$	$0.63 \pm 0.07$
5	$207.1 \pm 0.1$	$0.68 \pm 0.05$
6	$285.4 \pm 0.2$	$0.73 \pm 0.07$
7	$373.6 \pm 0.2$	$1.04 \pm 0.05$
8	$478.7 \pm 0.25$	$1.02 \pm 0.05$

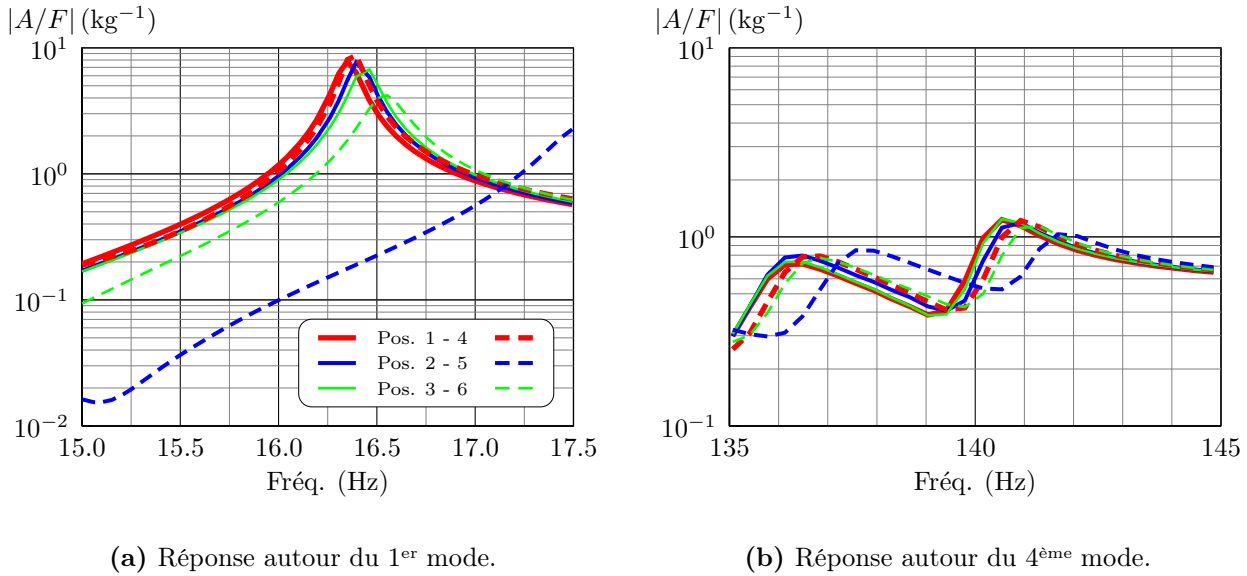
(b) Fréquences propres, amortissement et incertitudes

FIGURE 3.11 – Réponse en fréquence  $|A/F|$  aux points A1y et F1y de la fig. 3.10 et fréquences propres de flexion autour de  $\bar{z}$  et valeur d'amortissements associées pour les 8 premiers modes de flexion.

La fig. 3.12 correspond à deux balayages fréquentiels autour de la 1<sup>ère</sup> et 4<sup>ème</sup> résonance de la réponse en fréquence de la fig. 3.11. Elle permet d'observer l'influence de la position des supports et de l'orientation de la solive sur ses résonances de flexion autour de l'axe  $\bar{z}$ . Le tab. 3.3 indique les valeurs des fréquences propres et d'amortissement associées à chaque position et orientation.

### Remarques et interprétations :

- Dans un premier temps, on constate fig. 3.12 que pour la 4<sup>ème</sup> résonance, le pic n'est en fait pas unique et deux résonances proches distinctes sont observées. On suppose qu'il s'agit d'un mode de torsion par le fait que la direction d'excitation est concourante avec la fibre moyenne « géométrique » de la solive (en  $h/2$ ), mais pas le centre « mécanique » de la solive (cœur de l'arbre) qui n'est pas au même niveau. Ce décalage entre ces deux axes, peut expliquer l'apparition de modes de torsion.
- Sur les courbes des fig. 3.12, on remarque peu d'influence sur les réponses en fréquences lorsque la direction de l'excitation est perpendiculaire à la gravité (cf. fig. 3.9-(a)). Lorsque la direction d'excitation est dans le sens de gravité, les supports sont sollicités en dynamique et leurs positions modifient les fréquences de résonances. Les ressorts représentant les tendeurs ajoutent des raideurs locales augmentant ainsi les fréquences propres des modes. Pour cette raison, dans le cas le plus défavorable à la forme propre du 1<sup>er</sup> mode, la position 5 (cf. fig. 3.9-(b)) induit une rigidité locale ayant plus d'incidence sur la modification de la fréquence propre justifié par l'asymétrie des supports. En effet, la tension statique présente dans le tendeur le plus proche du ventre de vibration dans la position 5 est plus grande que celle présente dans chaque tendeur de la position 6. Cette différence de induit finalement un rigidité locale plus grande pour la position 5. L'écart induit des fréquences



**FIGURE 3.12** – Réponse en fréquences  $|A/F|$  aux points A1y et F1y de la fig. 3.10 autour de fréquence de résonance de flexion tournant autour de l'axe formé par la hauteur de la solive et selon différentes orientations et positions des supports élastiques.

Rang.	Posit.	Fréq. prop. Hz	$\eta$ %
1	1 - 4	16.35 - 16.40	0.73 - 0.73
1	2 - 5	16.40 - 17.55	0.73 - 1.99
1	3 - 6	16.45 - 16.55	0.91 - 1.27
Rang.	Posit.	Fréq. prop. Hz	$\eta$ %
4	1 - 4	135.77 - 136.12	1.41 - 1.37
4	2 - 5	135.77 - 136.20	1.29 - 1.25
4	3 - 6	135.77 - 136.12	1.37 - 1.33
5	1 - 4	140.16 - 140.54	0.90 - 0.88
5	2 - 5	140.54 - 141.50	0.83 - 1.01
5	3 - 6	140.54 - 140.91	0.83 - 0.86

**TABLEAU 3.3** – Évolution des fréquences propres et des amortissements en fonction de l'orientation et la position des supports élastiques et des rangs des modes.

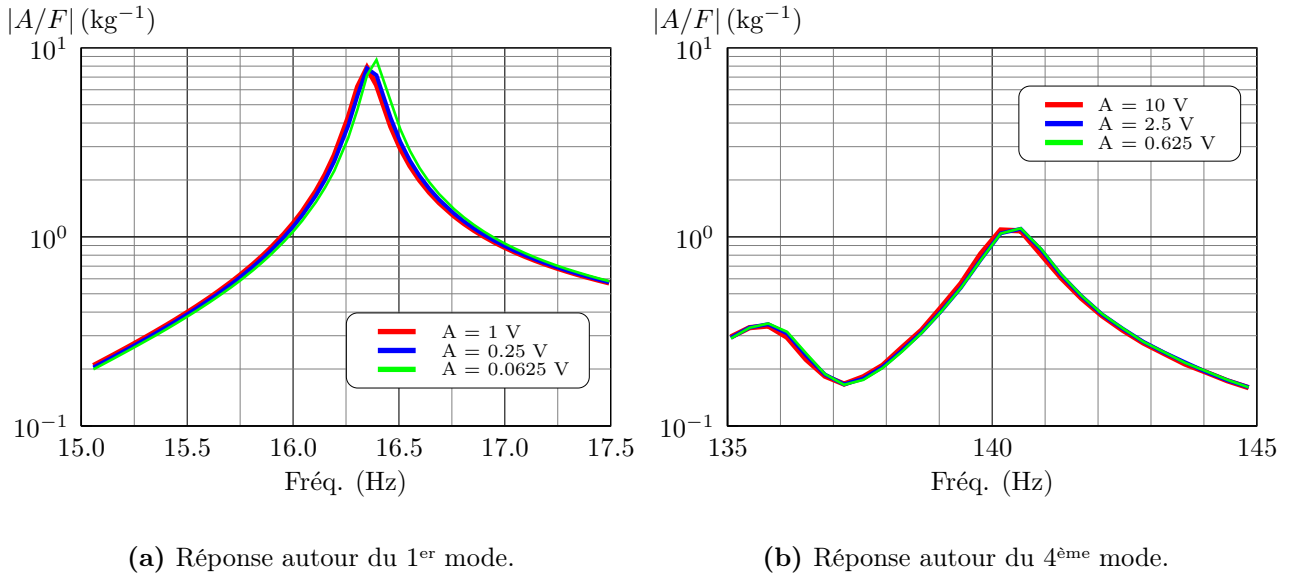
propres est d'autant plus important aux basses fréquences : on atteint un décalage fréquentiel d'environ 6% au 1<sup>er</sup> pic de résonance, et d'1% pour le 4<sup>e</sup> pic.

- On constate que les supports (à base d'élastomère) contribuent au système en y ajoutant également de la dissipation. De la même façon que l'ajout de rigidité locale, l'amortissement est plus important lorsque les supports sont positionnés près des ventres des vibrations. La position 5 de la fig. 3.9 - (b) induit un amortissement et un décalage fréquentiel plus important que la position 4, où les support sont proches des nœuds de vibrations.

Il faudrait donc veiller lorsque la direction de sollicitation est la même que la direction des supports, à positionner les tendeurs aux nœuds de vibrations de chaque forme propre afin de ne pas influencer sur les rigidités ou les amortissements mesurés pour celle-ci. Une autre solution est d'introduire dans le modèle numérique la rigidité et le positionnement des tendeurs, lors de la détermination des caractéristiques mécaniques de la solive. Au regard des décalages observés dans le cas défavorable, nous n'ajoutons pas de corrections fréquentielles sur les réponses en fréquences. Nous avons observé que la correction ne doit être apportée que lorsque la direction de l'effort est verticale, ce qui exerce une tension dynamique sur les supports élastiques. De plus, cette correction est délicate à mettre en place car elle doit prendre en compte les formes propres et la position des supports pour ajuster une valeur de décalage en fréquence.

### 3.3.4 Linéarité du système en fonction de l'intensité de la force

Pour contrôler également l'indépendance des résultats expérimentaux en fonction de l'intensité des efforts, nous avons réalisé plusieurs mesures de réponses fréquentielles  $A/F$  avec différents niveaux de force. La fig. 3.13 présente ces résultats.



**FIGURE 3.13** – Réponse en fréquences  $|A/F|$  aux points A1y et F1y de la fig. 3.10 autour de fréquences de résonance de flexion tournant autour de l'axe formé par la hauteur de la solive avec différents niveaux d'amplitude d'excitation.

**Remarques et interprétations :**

- En sollicitant une solive différente de celle utilisée pour la fig. 3.11, la fig. 3.13 montre que la réponse est indépendante au niveau d'amplitude de la force excitatrice. Le système est donc linéaire, à des fréquences proches du 1<sup>er</sup> et 4<sup>ème</sup> mode de flexion autour de l'axe  $\bar{z}$ . Ceci est observé aussi pour les autres modes.
- Pour chacun des deux modes, on présente dans le tab. 3.4 les niveaux d'effort, d'accélération et de vitesse mesurés en fonction de l'amplitude du signal fourni par le générateur. Sachant que le seuil de perception corporelle de vibration est d'environ  $1 \cdot 10^{-4} \text{ m.s}^{-1}$  selon [AFN03]. Toutes les mesures sont menées pour des accélérations au delà de ce seuil. De plus, certaines dépassent aussi le seuil préconisé pour éviter des dommages potentiels aux structures (bâtiments) de l'ordre de  $1 \cdot 10^{-2} \text{ m.s}^{-1}$  selon [AFN10]. On peut donc affirmer la linéarité du comportement des solives en matériau bois pour les niveaux de vibrations potentiellement présents dans la construction.

1 <sup>er</sup> mode $\approx 16.4 \text{ Hz}$				4 <sup>ème</sup> mode $\approx 140 \text{ Hz}$			
Amplitude V	Force N	Accélération $\text{m.s}^{-2}$	Vitesse $\text{m.s}^{-1}$	Amplitude V	Force N	Accélération $\text{m.s}^{-2}$	Vitesse $\text{m.s}^{-1}$
1	2.49	19.1	$1.85 \cdot 10^{-1}$	10	24.0	25.5	$2.86 \cdot 10^{-2}$
0.25	0.604	4.41	$4.42 \cdot 10^{-2}$	2.5	6.04	6.56	$7.45 \cdot 10^{-3}$
0.0625	0.195	1.17	$1.13 \cdot 10^{-2}$	0.625	1.51	1.66	$1.88 \cdot 10^{-3}$

**TABLEAU 3.4** – Niveaux d'amplitude de la force et des accélérations pour les modes 1 et 4 de flexion autour de l'axe  $\bar{z}$ .

**3.4 Détermination des propriétés mécaniques des solives via une résolution analytique**

Avant de développer un modèle numérique de poutre simulant son comportement expérimental, un modèle analytique est utilisé pour déterminer une des composantes de la loi de Hooke anisotrope des différents échantillons.

### 3.4.1 Théorie des poutres

Afin d'évaluer la composante axiale de l'élasticité d'une poutre, plusieurs modèles analytiques existent. Le modèle le plus simple, par la théorie d'Euler-Bernoulli, néglige le cisaillement et l'inertie de rotation, contrairement à la théorie de Timoshenko plus complète qui intègre l'ensemble. Le modèle d'Euler-Bernoulli, pour une poutre libre-libre, selon [Bra02], permet d'évaluer l'élasticité d'un matériau à partir de sa densité, la fréquence, l'indice du mode propre, et les dimensions de la poutre :

$$\left(\frac{E}{\rho}\right)_{k,EB} = \frac{4\pi^2 f_k^2 l^2}{\alpha X_k}, \quad (3.9)$$

avec :

- $f_k$ , la fréquence propre du mode  $k$  de flexion de la poutre,
- $l$ , la longueur de la poutre,
- $\alpha = I/Al^2$ , le rapport du moment quadratique  $I$  avec l'aire  $A$  de la section droite et de la longueur de la poutre,
- $X_k = m_k^4$  où  $m_k$ , la  $k$ ème solution de  $\cos(m) \cosh(m) = 1$   
(pour une poutre libre-libre :  $m_1 \approx 4.73, m_2 \approx 7.85, m_{k>2} = (2k + 1)\frac{\pi}{2}$ ).

Par l'éq. (3.9), on peut calculer le module d'élasticité à l'aide des fréquences et formes propres relevées expérimentalement sur les deux types de flexion que l'on retrouve pour des sections rectangulaires où deux axes principaux sont présents :

- flexion autour de l'axe  $\vec{z}$  (accélérations et efforts mesurés selon la direction  $\vec{y}$ ),
- flexion autour de l'axe  $\vec{y}$  (accélérations et efforts mesurée selon la direction  $\vec{z}$ ).

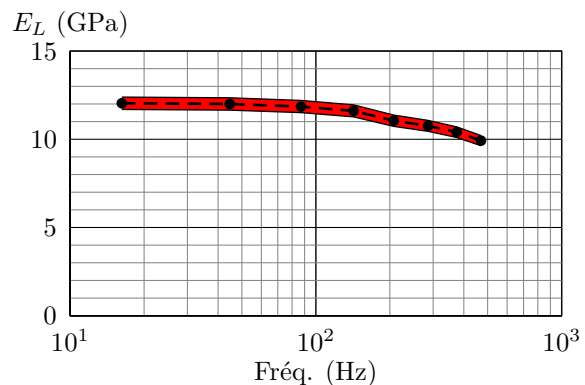
Théoriquement, l'évolution de la valeur de l'élasticité longitudinale doit être identique pour les deux types de flexions cités. Cependant devant les incertitudes de mesures et l'anisotropie du matériau, on applique le calcul pour ces deux directions.

#### 3.4.1.1 Application aux résonances de flexion autour de l'axe $\vec{z}$

Dans le tab. 3.5, on présente l'évolution de la valeur de l'élasticité longitudinale en fonction du rang du mode de flexion autour de  $\vec{z}$ . Pour notre géométrie de section, cette direction correspond à celle où le moment quadratique le plus faible  $I_{G,\vec{z}}$ , et l'on retrouve au total 8 modes de flexion dans la bande de fréquence [0; 500] Hz. Dans la partie droite du tab. 3.5, on présente l'application du calcul de l'élasticité longitudinale selon le modèle d'Euler-Bernoulli (cf éq. 3.9) où les paramètres et les incertitudes de mesure associées sont les suivantes :

- $b = 0.060 \pm 0.001$  m,
- $h = 0.220 \pm 0.001$  m,
- $L = 4.500 \pm 0.005$  m,
- $m = 25.28 \pm 0.01$  kg, la masse de la solive.

N°	Freq. exp. Hz	Mod. Euler-Bern. GPa
1	16.20 ± 0.05	$E_L = 12.0 \pm 0.35$
2	44.55 ± 0.05	12.0 ± 0.35
3	86.85 ± 0.05	11.8 ± 0.34
4	142.1 ± 0.1	11.6 ± 0.33
5	207.1 ± 0.1	11.0 ± 0.32
6	285.4 ± 0.2	10.7 ± 0.31
7	373.6 ± 0.2	10.4 ± 0.30
8	468.7 ± 0.25	9.9 ± 0.29



**TABLEAU 3.5** – Évolution du module d'élasticité longitudinale en fonction du rang du mode de flexion autour de l'axe  $\vec{z}$  et selon le modèle de Euler-Bernoulli - éq. (3.9).

3.4.1.2 Application aux résonances de flexion autour de l'axe  $\vec{y}$

Comme précédemment, on applique le même calcul pour les modes de flexion de la solive autour de l'axe  $\vec{y}$ . Dans la bande de fréquence [0; 500] Hz, on relève ainsi dans cette direction 4 modes de flexion où le moment quadratique est le plus élevé (cf tab. 3.6).

N°	Freq. exp. Hz	Mod. Euler-Bern. GPa
1	57.10 ± 0.05	$E_L = 11.1 \pm 0.25$
2	147.3 ± 0.1	9.7 ± 0.22
3	263.0 ± 0.2	8.1 ± 0.20
4	411.25 ± 0.25	7.2 ± 0.19

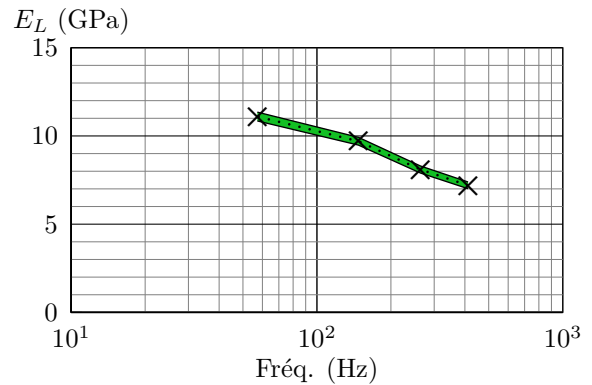


TABLEAU 3.6 – Évolution du module d'élasticité longitudinale en fonction du rang du mode de flexion autour de l'axe  $\vec{y}$  et selon le modèle de Euler-Bernoulli - éq. (3.9).

3.4.2 Conclusions et limites du modèle analytique

Pour recalculer les fréquences propres expérimentales avec le modèle de Bernoulli, les tab. 3.5 et 3.6 nous indiquent que le module d'élasticité apparent décroît avec la fréquence. Ceci est contradictoire avec [Che02] : les matériaux viscoélastiques, dont le bois fait partie, présentent tous un accroissement des rigidités avec la fréquence. Ceci implique que la cinématique de la section droite associée au modèle de Bernoulli n'est pas suffisamment réaliste et que ce type de modèle n'est pas applicable aux expériences menées ici.

De plus en comparant les deux évolutions du module d'élasticité longitudinale sur la fig. 3.14, on constate deux tendances différentes qui ne sont pas justifiées par les limites du modèle analytique, mais par le fait d'une forte anisotropie de ce matériau naturel. En effet, durant sa croissance, l'arbre peut se développer différemment selon l'évolution des conditions climatiques et environnementales. Les propriétés mécaniques locales à l'échelle de la cernes de croissance sont donc évolutives, ce que le modèle analytique ne prend pas en compte.

Suite à cette remarque, nous avons travaillé sur un modèle numérique par élément finis de la solive pour aboutir à un modèle plus réaliste par rapport à la limite du modèle de Bernoulli en terme de cinématique. Nous pourrions ainsi observer plus finement l'impact de l'anisotropie. Le modèle de Bernoulli, n'est alors utile que pour avoir un ordre de grandeur des modules d'élasticité pour le calcul numérique décrit ci-après, et également de poursuivre avec un recalage dépendant de la direction des vibrations de flexion.

3.5 Détermination des propriétés mécaniques des solives via un modèle par éléments finis

La théorie des poutres nous permet de déterminer analytiquement les fréquences propres des solives selon différentes hypothèses. Cependant, on souhaite connaître le comportement global pour le comparer avec les résultats expérimentaux. Étant données les diverses lois de comportement pouvant décrire le matériau bois à différente échelle, on propose d'observer l'influence du type de loi de Hooke sur la réponse fréquentielle d'une solive à l'aide de la méthode des éléments finis. Pour cela, on construit un modèle convergé par éléments finis décrit sur la fig. 3.15 respectant les dimensions globales de nos solives.

Nous retiendrons ainsi un modèle simple mais qui sera « suffisant » pour simuler les résultats expérimentaux. Le modèle le plus abouti à orthotropie cylindrique n'étant pas obligatoirement nécessaire dans la gamme de fréquences testées. Nous étudierons ici successivement, l'influence du type de loi de



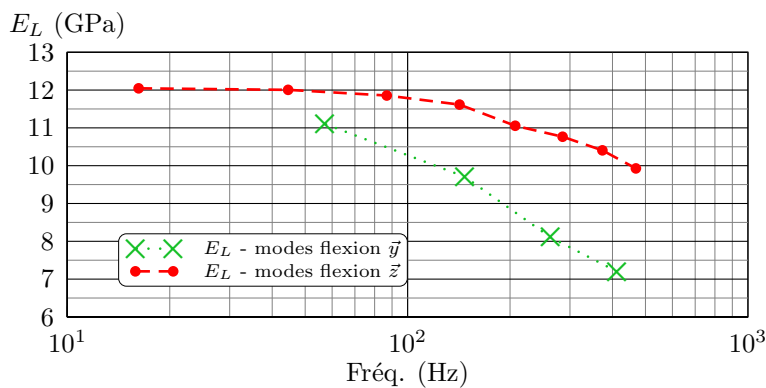


FIGURE 3.14 – Comparaison de l'évolution du module d'élasticité longitudinale obtenue selon le modèle d'Euler-Bernoulli à partir des modes de flexion autour des axes  $\vec{y}$  et  $\vec{z}$ .

comportement, mais aussi le recalage des coefficients de ce modèle à l'aide d'une expérimentation, en prenant en compte l'effet du tuilage et de la rugosité de nos échantillons.

Modèle numérique		
Type	Unité	Valeur
Dimensions	m	$L_x = 4.5$ $L_y = 0.06$ $L_z = 0.22$
Nb. élem. / m	-	15
Interpolation	-	quadratique
Nb. d.d.l.	-	11097

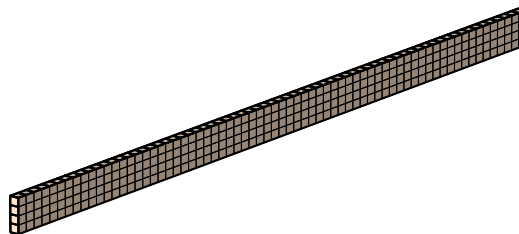


FIGURE 3.15 – Description du modèle éléments finis de la solive pour les simulations d'analyse modale par la méthode des éléments finis.

### 3.5.1 Influence du type de loi de comportement sur la réponse des solives

Pour comparer les résultats expérimentaux avec des modèles numériques, l'ensemble des lois de Hooke exposées dans le paragraphe 3.2.2 ont été considérées : isotrope, isotrope transverse, orthotrope et orthotrope cylindrique. La modélisation numérique des poutres est basée sur la M.E.F. et utilisée par l'intermédiaire de *FreeFem++*. On souhaite connaître l'influence du type de loi de comportement sur la réponse vibratoire de la poutre, nous présentons finalement les résultats numériques obtenus selon les différents cas simulés. Le maillage de la structure est fixe et l'on modifie uniquement la matrice de comportement selon le tab. 3.7 où quatre types de loi de comportement sont présentés pour définir les propriétés mécaniques du matériau bois selon différents niveaux de simplification. Les composantes des matrices de comportement sont basées sur les valeurs obtenues pour le résineux « standard » de Guitard, cependant la comparaison des résultats n'est pas tributaire de ce choix. On cherche ici à dissocier différents comportements liés aux lois de comportement. Pour les modèles les plus simples, les propriétés sont déterminées à partir du modèle le plus complet (orthotrope), dont on choisi de réaliser des moyennes suivant les axes du repère pour certaines caractéristiques.

Pour chaque loi de comportement, deux types de résolution par méthode éléments finis sont donc effectuées :

- résolution en régime harmonique où la pulsation est imposée. La fig. 3.16 présente les réponses fréquentielles  $A/F$  (aux points  $A3_y$  et  $F1_y$  de la fig. 3.10) obtenues pour chaque type de loi de comportement exposés dans le tab. 3.7. Ce type de résolution permet d'observer des variations entre les lois de comportement en dehors des résonances du système. Le modèle de Guitard n'intègre pas de dissipation, aussi pour éviter que les résonances du modèle numérique soient trop marquées,

Isotrope	Isot. transverse	Orthotrope	Ortho. cylindrique
2 comp. indépendantes	5 comp. indépendantes	9 comp. indépendantes	
$E = E_L$ $\nu = [(\nu_{LT} + \nu_{TL}) + (\nu_{LR} + \nu_{RL})]/4$	$E_L$ $E_{Tr} = (E_T + E_R)/2$ $\nu_{LT_r} = (\nu_{LT} + \nu_{LR})/2$ $\nu_{Tr_r} = (\nu_{RT} + \nu_{RT})/2$ $G_{LT_r} = (G_{LR} + G_{TL})/2$	$E_L, E_T, E_R$ $\nu_{LR}, \nu_{TL}, \nu_{RT}$ $G_{LR}, G_{TL}, G_{RT}$ Modèle de « résineux standard » selon le tab. 3.2	

TABLEAU 3.7 – Plusieurs types de loi de comportement pour caractériser le matériau bois selon différents degrés de simplification.

nous imposons un amortissement structural de 1%, moyenne des amortissements observés pour les 8 premiers modes de flexion décrit dans la fig. 3.11.

- calcul des valeurs propres pour déterminer les fréquences propres de flexion autour de l'axe  $\vec{z}$ . La fig. 3.17 expose le ratio des fréquences propres,  $f_{i,X}/f_{i,O.C.}$ , de chaque type de loi de comportement (loi notée  $X$ ) avec celles obtenues pour la loi de référence : orthotropie cylindrique. On peut ainsi observer l'évolution des fréquences propres autour d'une solution de référence déterminée par l'orthotropie cylindrique.

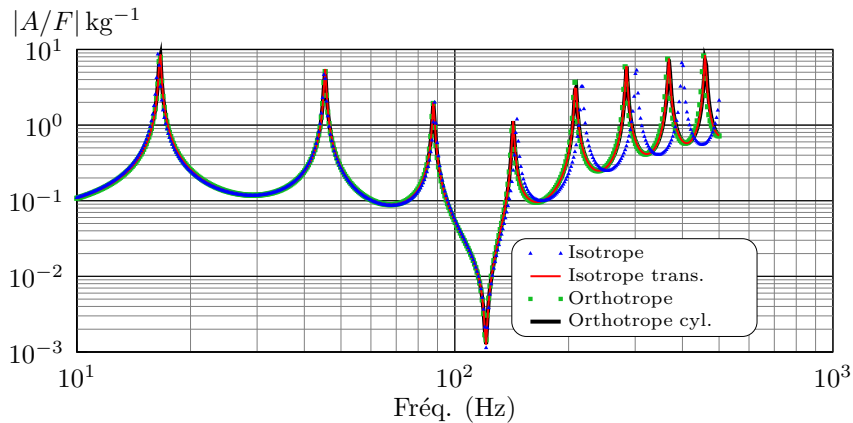
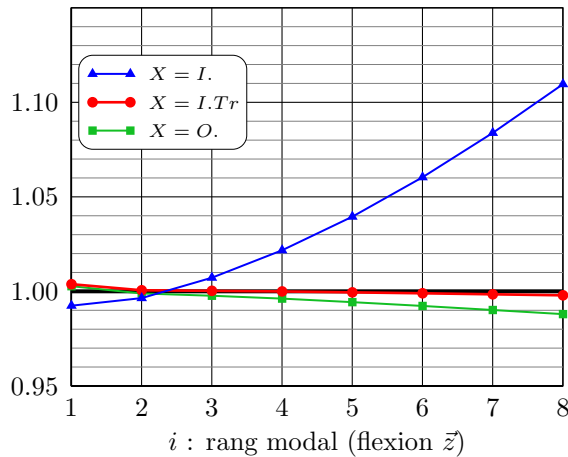


FIGURE 3.16 – Comparaison des réponses fréquentielles aux points  $A3_y$  et  $F1_y$  en fonction du type de loi de comportement mécanique de la solive.

**Remarques et interprétations :**

- Sur la fig. 3.16, on constate deux tendances sur les réponses en fréquence. La matrice de comportement isotrope implique une surestimation de la rigidité sur l'ensemble des directions de l'espace. En effet, pour construire la matrice de comportement isotrope du tab. 3.7, on considère le module longitudinal du bois comme module principal. Ce choix induit logiquement des fréquences propres avec les valeurs les plus hautes. Lorsque l'on distingue les comportements dans le plan transverse à la fibre (lois isotrope transv., orthotrope et orthotrope cylindrique), la structure est plus souple. Entre ces 3 dernières lois non-isotropes, les comportements résultants sont similaires entre-eux, l'effet du cisaillement est peu visible sur les fréquences propres entre les modèles isotrope transv., orthotrope et orthotrope cylindrique.
- La résolution aux valeurs propres permet de comparer plus efficacement les lois de comportement et la fig. 3.17 appuie l'idée de deux tendances observées sur les réponses fréquentielles. On constate que le ratio,  $f_{i,X}/f_{i,O.C.}$ , où  $X$  est associé à l'isotropie, varie plus rapidement par rapport aux autres lois à partir du 3<sup>ème</sup> mode de flexion autour de  $\vec{z}$ . On constate que le modèle le plus abouti et représentatif (modèle avec l'orthotropie cylindrique) obtient des résultats qui sont non significativement différents des résultats obtenus avec le modèle utilisant l'isotropie transverse. On prolonge ici dans le domaine vibratoire les recommandations de l'Eurocode 5, qui préconise l'utilisation du modèle isotrope transverse pour la statique. Ceci est bien-sûr vrai pour des déformées modales qui ont des longueurs



$f_{i,X}/f_{i,O.C.}$ 


Modèle O.C.	
Rang	Fréq. prop. [Hz]
-	-
1	16.59
2	45.36
3	87.78
4	142.6
5	208.7
6	284.5
7	368.7
8	460.0

(b) Fréquences propres de référence obtenues selon le modèle orthotrope cylindrique.

(a) Évolution du ratio des fréquences propres de flexion en fonction du type de loi de comportement ( $I.$  : isotrope,  $I.Tr$  : isotrope transverse et  $O.$  : orthotrope).

**FIGURE 3.17** – Ratio des fréquences propres de flexion autour de l'axe  $\bar{z}$  pour chaque loi de comportement avec les fréquences propres de référence associées à l'orthotropie cylindrique.

d'ondes plus grandes que les dimensions transverses, ce qui est notre cas sur notre bande fréquentielle  $[0, 500]$  Hz.

Au final, nous choisissons de travailler pour la suite de ces travaux avec une loi de Hooke isotrope transverse pour modéliser le comportement des solives. Ce type de loi est donc adapté au modèle vibratoire pour des éléments bois élancés à l'échelle d'une solive.

### 3.5.2 Effet de la variabilité dimensionnelle, du tuilage et de la rugosité

Dans la section 3.4 traitant de la résolution analytique du module d'élasticité, nous avons fait l'hypothèse d'une section transversale rectangulaire des solives. Ce choix est justifié d'une part par le fait qu'elles soient initialement débitées selon cette géométrie et d'autre part pour simplifier le calcul du moment quadratique. Si l'on observe les solives une fois séchées sur la fig. 3.18 à gauche, leurs sections ne sont pas parfaitement rectangulaires, elles ont subi une déformation due au séchage. Cette déformation s'accompagne d'un retrait global du bois avec une diminution des dimensions « externes » de la section et d'un effet de tuilage. En plus de ces variations dimensionnelles s'ajoute une rugosité de surface due au processus de débitage et d'usinage que l'on observe sur la fig. 3.18 à droite.



(a) Tuilage.



(b) État de surface.

**FIGURE 3.18** – Photographies indiquant le tuilage de la section des solives et de son état de surface.

Il est important de prendre en compte ces modifications géométriques car elles influent sur les valeurs des moments quadratiques de la section. Nous avons donc réalisé plusieurs études numériques sur ces paramètres modifiant la géométrie de la section pour connaître l'ordre de grandeur des variations induites sur les moments quadratiques.

### 3.5.2.1 Moment quadratique et module de rigidité de la section de la solive

Par le modèle analytique de Bernoulli ou numérique par éléments finis, la caractérisation s'oriente de façon générale aux propriétés d'une structure (ex : poutre, plaque) et non directement aux propriétés du matériau composant la structure. Ainsi, on associe des propriétés mécaniques à une géométrie donnée qui constitue finalement les propriétés d'une structure. Pour l'exemple d'une structure poutre, les modèles développés analytiques et numériques déterminent la valeur du module de rigidité (caractéristiques géométriques et mécaniques) et non uniquement le module d'élasticité longitudinal (caractéristiques mécaniques). On rappelle le lien entre module de rigidité orienté dans l'espace  $D_{\vec{j}}$  et le module d'élasticité longitudinal  $E_L$  pour le cas d'une poutre :

$$D_{\vec{j}} = E_L I_{G,\vec{j}} \quad , \quad (3.10)$$

avec  $I_{G,\vec{j}} = \iint_S j_P^2 dS$ , le moment quadratique de la section pour une flexion autour de la direction  $\vec{j}$ , avec  $j_P$  la distance normale à la direction  $\vec{j}$  entre un point courant  $P$  de la section droite et le barycentre  $G$  de la section.

En fixant une géométrie de la section pour effectuer un recalage de modèle analytique ou numérique, il est donc possible de dissocier les propriétés mécaniques aux propriétés de la structure. On note toutefois que la simplification géométrique, qui est réalisée dans la section 3.4 par le biais d'une section rectangulaire des solives, induit une erreur sur l'estimation des propriétés mécaniques. Cependant cette erreur sur les propriétés mécaniques compense les simplifications réalisées sur la géométrie afin de conserver une valeur du module de rigidité constante. Définir finement la réalité de la géométrie de la structure permet ainsi de tendre l'exercice du recalage vers les valeurs effectives des propriétés mécaniques du matériau.

La typologie visco-élastique du matériau bois fait apparaître des propriétés mécaniques qui évoluent avec la fréquence :

1. *élasticité* : le recalage du module d'élasticité longitudinal dans la section 3.4 montre que ce paramètre évolue en fonction de la fréquence. Même si les conclusions de la résolution analytique indiquent une évolution du module de Bernoulli contraire à la théorie de la visco-élasticité (augmentation de la valeur du module d'élasticité avec la fréquence), il est nécessaire de créer un paramètre modifiant l'élasticité en fonction de la fréquence.
2. *orientation* : par le biais de la fig. 3.14, nous avons observé une divergence dans l'évolution du module d'élasticité selon l'orientation des efforts et d'accélération pour de la flexion. Le paramètre de recalage est donc dépendant de l'orientation de l'axe de flexion dans le plan transverse  $yz$ .
3. *amortissement* : le tab. 3.11 indique les variations de l'amortissement pour les 8 premiers modes de flexion autour l'axe  $\vec{z}$ . Le paramètre de recalage du module doit donc être complexe pour intégrer l'évolution de l'amortissement en fonction de la fréquence.

En prenant le modèle résineux « standard » de Guitard comme référence statique pour la matrice de rigidité du matériau bois, on définit un paramètre de recalage qui permet d'exploiter cette référence dans le domaine dynamique. Pour les raisons évoquées précédemment, on définit le paramètre complexe  $\tilde{Q}_{\vec{j}}(f)$  qui intègre l'effet de l'évolution spatiale et fréquentielle de l'élasticité complexe :

$$\left[ \tilde{C}(f) \right] = \tilde{Q}_{\vec{j}}(f) \cdot [C] \quad , \quad (3.11)$$

où  $\left[ \tilde{C}(f) \right]$  le tenseur de rigidité recalé et dépendant de la fréquence  $f$ , et  $[C]$  est un tenseur de rigidité de référence.

Pour ce recalage numérique, on fait l'hypothèse que l'ensemble des constantes élastiques évoluent de façon identique en fonction de la fréquence. Il est important de noter le paramètre de recalage est

ajusté en fonction de l'orientation des efforts et des déplacements. Dans le cas d'une modélisation par éléments finis en régime harmonique, en choisissant l'orientation et la position de l'effort sur la solive, nous connaissons par avance la direction des déplacements induits. Nous pouvons donc choisir en amont de calcul le paramètre de recalage en fonction de cette orientation principale  $\vec{j}$ . De ce fait, le module de rigidité orienté de la section de la solive peut s'écrire :

$$D_{\vec{j}}(f) = \Re \left[ \tilde{Q}_{\vec{j}}(f) \times E_L \right] I_{G,\vec{j}} \quad . \quad (3.12)$$

Dans l'équation précédente, nous dissociions les caractéristiques géométriques  $I_{G,\vec{j}}$  des propriétés mécaniques  $\tilde{Q}_{\vec{j}}(f) \times E_L$ . Afin de déterminer plus finement le recalage numériques  $\tilde{Q}_{\vec{j}}(f)$  des propriétés mécaniques du matériau, nous devons déterminer la géométrie « effective » de la section en prenant en compte les différents défauts, tel quel la variabilité des dimensions transversales, la rugosité de surface et le tuilage de la section.

### 3.5.2.2 Variabilité des dimensions transversales et rugosité de surface

Les dimensions transversales des sections évoluent en fonction du taux d'humidité dans le bois. La notion d'anisotropie mécanique du matériau bois est aussi applicable à son comportement face au retrait et gonflement à l'humidité, et 3 coefficients de retrait (longitudinal, radial et tangentiel) décrivent cela. Ainsi en séchant, le bois perd de son humidité et se rétracte. La section initiale et finale des solives sont donc différentes, et les dimensions utilisées dans le calcul analytique (cf section 3.4) sont donc erronées. Cette erreur commise sur les dimensions modifient donc les moments quadratiques de la section.

Les éléments de construction en bois peuvent parfois présenter des défauts visuels liés aux méthodes de débit de matière. Par le processus de sciage, on observe généralement des sillons caractéristiques engendrant de la rugosité à sa surface (cf. fig. 3.18-(b)). À l'échelle de l'épaisseur de la rugosité, la matière n'est pas sollicitée par les contraintes de flexion de façon globale (au sens de la longueur de la solive). En prenant l'hypothèse que toute la matière de la section est sollicitée, on réalise ainsi une erreur non négligeable dans l'estimation du moment quadratique de ces poutres à surfaces rugueuses.

On étudie ainsi l'évolution des moments quadratiques pour des sections réduites par le paramètre  $d_r$ , c'est à dire, les sections sollicitées par des contraintes globales aux solives (cf. fig. 3.19). Les sections réduites sont paramétrées par le scalaire  $d_r$ , indiquant l'épaisseur de matière non-prise en compte dans le calcul des moments quadratiques. Pour cette étude, nous avons simplifié le comportement anisotrope du retrait du bois, de telle sorte que l'épaisseur  $d_r$  soit indépendante de la dimension, ce qui est faux puisque le retrait est proportionnel aux dimensions. L'épaisseur  $d_r$  est donc homogène sur l'ensemble de la section de la solive. La fig. 3.19 présente l'évolution du ratio des moments quadratiques de la section  $\chi_{\vec{y}}(d_r)$  et  $\chi_{\vec{z}}(d_r)$ , pour une section initiale qui vaut  $b = 0.060$  m et  $h = 0.022$  m :

$$\chi_{\vec{y}}(d_r) = \frac{I_{G,\vec{y}}(d_r)}{I_{G,\vec{y}}(0)} \quad \text{et} \quad \chi_{\vec{z}}(d_r) = \frac{I_{G,\vec{z}}(d_r)}{I_{G,\vec{z}}(0)} \quad , \quad (3.13)$$

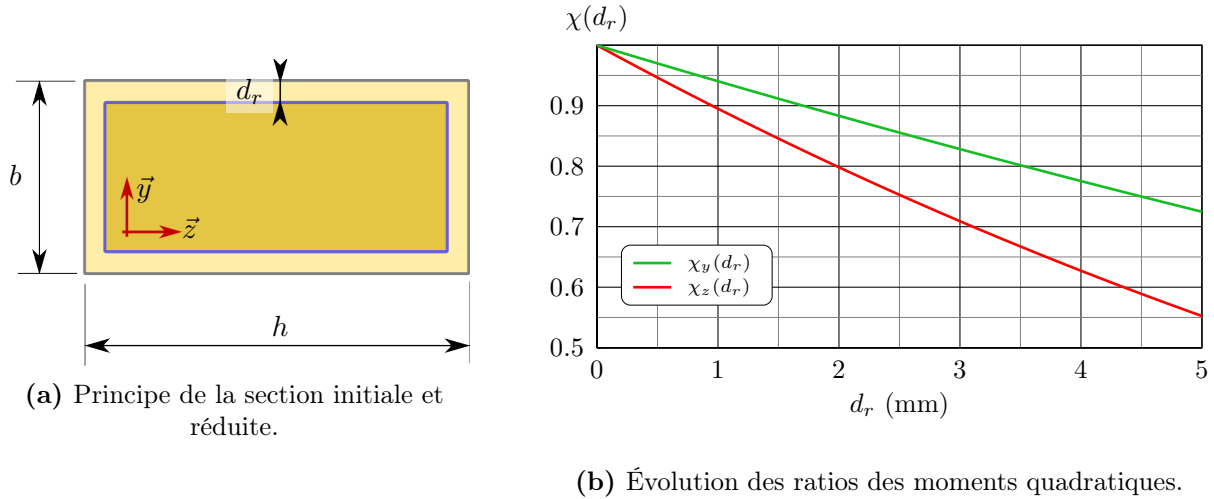
avec :

$$I_{G,\vec{y}}(0) = \frac{bh^3}{12} \quad ; \quad I_{G,\vec{z}}(0) = \frac{b^3h}{12} \quad . \quad (3.14)$$

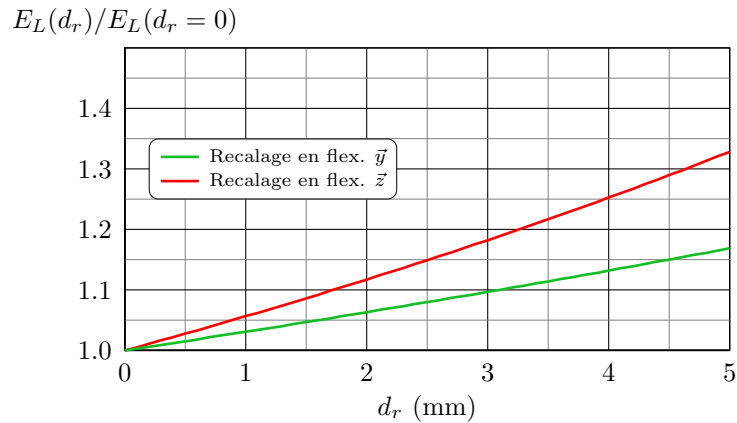
À partir de l'évolution des sections réduites et de ses moments quadratiques, on calcule l'influence induite sur le module d'élasticité longitudinal de façon analytique, à partir de l'eq.(3.9). On évalue ainsi la compensation induite sur la valeur module d'Young longitudinal pour conserver un module de rigidité constant défini dans l'éq. (3.12). La fig. 3.20 présente l'évolution du recalage analytique du module d'élasticité longitudinal  $E_L(d_r)/E_L(0)$  sur les modes de flexion pour chaque axe de rotation possible  $\vec{y}$  et  $\vec{z}$ , en fonction de la section réduite dépendante du paramètre  $d_r$ .

#### Remarques et interprétations :

- En augmentant l'épaisseur  $d_r$ , la fig. 3.19 nous indique que le moment quadratique  $I_{G,\vec{z}}$  chute plus rapidement que son homologue  $I_{G,\vec{y}}$ . Ceci est logique, puisque le ratio épaisseur sur les dimensions



**FIGURE 3.19** – Principe du modèle simplifié de la section réduite intégrant l'effet des variations dimensionnelles et de la rugosité dans le calcul des moments quadratiques et évolution des ratios des moments quadratiques  $\chi$  pour chaque direction principale de la section,  $\vec{y}$  et  $\vec{z}$  en fonction de l'épaisseur  $d_r$ .



**FIGURE 3.20** – Évolution du recalage du module d'élasticité par la méthode analytique de Bernoulli pour les modes de flexion autour de l'axe  $\vec{y}$  et  $\vec{z}$ .

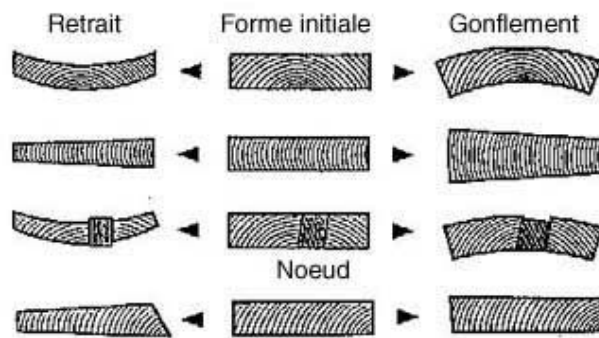
transversales de la solive sont différents :  $d_r/b > d_r/h$ . Les variations des moments quadratiques sont donc différents pour ces deux directions.

- Pour une épaisseur moyenne observée sur la majorité des solives  $d_r \approx 1$  mm, la chute des moments quadratiques  $I_{G,\vec{y}}$  et  $I_{G,\vec{z}}$  est respectivement de 6.0% et 10.1% pour une section rectangulaire  $b = 60$  mm et  $h = 220$  mm. Cette chute de valeur sur les moments quadratiques s'accompagne d'une majoration des modules d'Young  $E_L(d_r)$  associés à chaque direction de rotation en flexion de l'ordre de 3.1% et 5.7% pour conserver un module de rigidité équivalent.
- Nous aurions pu nous attendre à ce que les valeurs de minorations sur les moments quadratiques et de majorations sur les modules d'élasticités soient identiques pour conserver un module de rigidité équivalent. Ceci est normal puisque la masse volumique de la solive est dépendante de la section et donc fonction de l'épaisseur  $d_r$ . En réécrivant l'équation de Bernoulli (cf éq. (3.9)) à partir du module de rigidité, on constate que la masse volumique est le seul paramètre justifiant le fait que les modules d'élasticité et les moments quadratique ont des évolutions différentes :

$$D_{k,EB} = \frac{4\pi^2 f_k^2 l^3}{X_k} \rho(d_r), \quad (3.15)$$

### 3.5.2.3 Tuilage des sections

Dans la section précédente traitant des variabilités dimensionnelles des sections des solives, nous avons supposé une déformation due au séchage ne modifiant la forme rectangulaire de la section. Toutefois cette déformation « uniforme » s'accompagne généralement d'une déformation asymétrique qui dépend de la position de la section par rapport au cœur de l'arbre. Dans notre cas de débit de sciage où le cœur est présent sur la section, les sections initialement rectangulaires (au moment du sciage de la grume) deviennent tuilées (déformation présentée sur la 1<sup>ère</sup> ligne et 1<sup>ère</sup> colonne de la fig. 3.21).

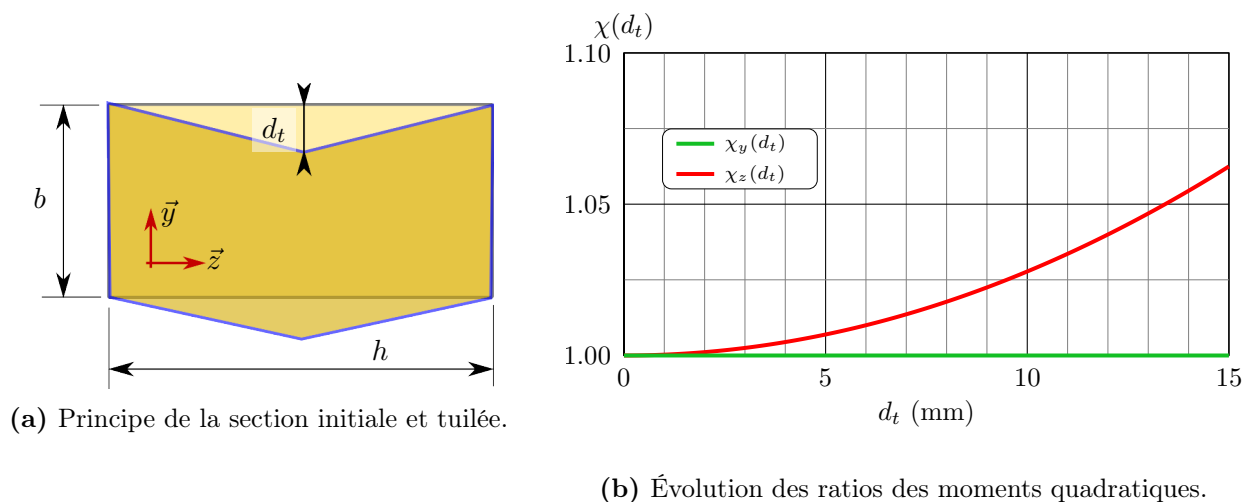


**FIGURE 3.21** – Effet du retrait et du gonflement à l'humidité du matériau bois en fonction de l'orientation des cernes à l'état initial - source : *www.crit.archi.fr*.

En se déformant par tuilage sous l'effet du séchage, les moments quadratiques suivant les axes dans le plan de la section évoluent. En admettant un modèle simple de tuilage de la section, présenté en partie gauche de la fig. 3.22, nous calculons de l'évolution des moments quadratiques selon les 2 axes principaux,  $I_{G,\bar{y}}$  et  $I_{G,\bar{z}}$  d'une section initialement rectangulaire en fonction de la flèche associée au tuilage  $d_t$ . De la même manière que la section précédente et pour faciliter la lecture, on représente les résultats comme le ratio des moments quadratiques avant et après déformations :

$$\chi_{\bar{y}}(d_t) = \frac{I_{G,\bar{y}}(d_t)}{I_{G,\bar{y}}(0)} \quad \text{et} \quad \chi_{\bar{z}}(d_t) = \frac{I_{G,\bar{z}}(d_t)}{I_{G,\bar{z}}(0)} \quad . \quad (3.16)$$

La fig. 3.22 présente l'évolution de ces ratios en fonction de la flèche de déformation due au retrait du bois  $d_t$  pour une poutre de section initiale  $b = 0.060$  m et  $h = 0.022$  m.



**FIGURE 3.22** – Principe du modèle simplifié du tuilage du bois et évolution des ratios des moments quadratiques  $\chi$  pour chaque direction principale de la section,  $\bar{y}$  et  $\bar{z}$  en fonction de la flèche  $d_t$ .

**Remarques et interprétations :**

- Sur la fig. 3.22, seul le moment quadratique  $I_{G,\bar{z}}$  est modifié par la déformation due au retrait du bois par tuilage. En effet par ce modèle de déformation, la déformation engendre un déplacement du centre de gravité de la section uniquement selon l’axe  $\bar{y}$ . De plus, la matière répartie autour du centre de gravité est seulement étirée selon cette direction. Pour ces raisons, le moment  $I_{G,\bar{y}}$  est invariant.
- Pour les flexions autour de l’axe  $\bar{z}$ , le moment quadratique évolue de façon non linéaire en fonction du tuilage. Pour une flèche moyenne  $d_t = 8$  mm constatée sur l’ensemble des solives, le moment quadratique selon cette direction est finalement augmenté d’environ 1.8% par rapport à sa valeur initiale. Le tuilage augmente le moment quadratique, à la différence du retrait global avec le paramètre  $d_r$  où l’on observe une diminution des moments quadratiques.
- À l’inverse de la section précédente concernant les variabilités dimensionnelles des sections des solives, le modèle de déformation par tuilage modifiant la géométrie de la section ne modifie pas la masse volumique de la poutre : le modèle de déformation est isochore. Ainsi par l’éq. (3.15), les variations induites par  $d_t$  sur les moments quadratiques et les modules d’élasticité sont égales et opposées. Le recalage du module d’élasticité pour une flèche  $d_t = 8$  mm abouti à une minoration d’environ 1.8% de sa valeur initiale.

Nous avons pu observer, de façon indépendante, l’influence de plusieurs types de défauts géométriques sur le recalage numérique du module d’Young longitudinal à partir du modèle analytique de Bernoulli. A partir des défauts « moyens » constatés sur la section de solive, nous souhaitons construire un modèle numérique simple et équivalent prenant en compte ces modifications géométriques. Les moments quadratiques de ce modèle simplifié doivent être équivalents à ceux associés aux sections « réelles » des solives.

### 3.5.2.4 Géométrie du modèle numérique final

Pour aboutir à un outil de recalage numérique, à l’aide de la méthode par éléments finis, déterminant les propriétés mécaniques de notre structure : la solive en bois, nous devons prendre en compte l’ensemble des déformations observées sur la géométrie de la section (variations dimensionnelles, rugosité et tuilage).

Pour construire la géométrie du modèle, les conditions sont les suivantes :

1. Section initiale  $S$  avec  $b = 0.060$  et  $h = 0.022$  m,
2. Longueur :  $L = 4.5$  m,
3. Épaisseur moyenne des variations dimensionnelles et de rugosité :  $d_r = 1$  mm,
4. Flèche moyenne de tuilage :  $d_t = 8$  mm,
5. Masse de la solive :  $m = 25.18$  kg (masse de la poutre exploitée principalement dans le document).

À l’aide de l’outil *FreeFem++* et par l’intermédiaire de son calcul d’intégrale numérique, nous calculons les moments quadratiques de la section selon les points de la précédente énumération, et nous obtenons les résultats suivants, en définissant également la section et la masse volumique de la solive :

$$\chi_{\bar{y}} = 0.912 \quad ; \quad \chi_{\bar{z}} = 0.940 \quad \text{et} \quad \frac{S'}{S} = 0.958 \quad ; \quad \rho' = 442.5 \text{ kg.m}^{-3} \quad . \quad (3.17)$$

La modélisation des sections tuilées étant plus complexe à mettre en place sous *FreeFem++*, nous avons fait le choix de conserver une section rectangulaire de la solive pour simplifier la modélisation. Nous désirons finalement connaître les dimensions transversales de la solive à section rectangulaire,  $b'$  et  $h'$  qui possèdent des caractéristiques similaires aux résultats indiqués dans l’éq.(3.17). Pour cela, nous calculons le rapport des ratios des moments quadratiques qui s’écrit  $\chi_{\bar{y}}/\chi_{\bar{z}} = (bh'/hb')^2$ . En intégrant le rapport des surfaces  $S'/S$ , nous obtenons les dimensions de la section :

$$h' = h \sqrt{\frac{S}{S_{ini}}} \sqrt{\chi_{\bar{y}}/\chi_{\bar{z}}} \approx 0.213 \text{ m} \quad \text{et} \quad b' \approx 0.059 \text{ m} \quad . \quad (3.18)$$

On constate finalement que les dimensions transversales de la solives restent similaires à celles initiales, nous constatons une diminution de l’ordre de 3% et 1% respectivement pour la hauteur et la largeur de

la solive. Pour synthétiser l'ensemble des données géométriques, physiques et numériques du modèle par éléments finis de la solive, ces informations sont présentées dans le tab. 3.8.

Géométrie			Propriétés physique			Modèle numérique	
Nom	Unité	Valeur	Nom	Unité	Valeur	Nom	Valeur
Longueur	m	$L_x = 4.5$	Masse vol.	$\text{kg.m}^{-3}$	$\rho' = 442.5$	Nb. élem. / m	15
Largeur		$L_y = b' = 0.059$	Recalage	complexe $\mathbb{C}$	$\tilde{Q}_{\vec{j}}(f)$	Interp.	quad.
Hauteur		$L_z = h' = 0.213$	matrice $[C]$			Nb d.d.l.	11097

**TABLEAU 3.8** – Définition de la géométrie finale de la solive numérique en prenant compte de l'ensemble des défauts géométriques et de surface.

### 3.5.3 Confrontation du modèle numérique avec les données expérimentales

Après avoir intégré les défauts géométriques de la section dans le modèle numérique, le recalage numérique se concentre uniquement sur la détermination de la fonction complexe  $\tilde{Q}_{\vec{j}}(f)$  qui permet d'incorporer les effets visco-élastique du matériau bois et de prendre en compte l'orientation des efforts et des déplacements pour de la flexion. Ce paramètre dépend donc de la fréquence et de la direction dans le plan de la section  $yz$ . Ainsi, pour chaque orientation  $\vec{y}$  et  $\vec{z}$ , nous appliquons une méthode utilisant la résolution de l'équation aux valeurs propres par la méthode éléments finis pour ajuster la partie réelle de  $\tilde{Q}_{\vec{j}}(f)$ . L'évolution de l'amortissement structural, qui correspond à la partie imaginaire de  $\tilde{Q}_{\vec{j}}(f)$ , est déterminée par des fonctions ajustées sur les résultats expérimentaux.

#### 3.5.3.1 Méthode d'ajustement de la partie réelle de $\tilde{Q}_{\vec{j}}(f)$

L'algorithme de recalage est basé sur le calcul des valeurs propres du système numérique décrit sur le tab. 3.8 en ajustant le facteur  $\tilde{Q}_{\vec{j}}(f)$  pour obtenir des fréquences propres proches de celles expérimentales. Une tolérance sur les fréquences propres numériques inférieure à 0.5% est acceptée. Par sa formulation, l'augmentation de la valeur du paramètre de recalage engendre indubitablement une augmentation de la fréquence propre des modes.

De ce fait, nous connaissons la valeur locale, au sens des fréquences, de  $\tilde{Q}_{\vec{j}}(f)$  pour chaque mode de flexion de la structure autour des axes  $\vec{y}$  et  $\vec{z}$ . Pour étendre la définition du paramètre de recalage à l'ensemble du spectre, nous effectuons une approximation par une fonction régressive passant au mieux par les valeurs obtenues pour chaque mode.

#### 3.5.3.2 Application sur l'expérimentation avec des vibrations autour de la direction $\vec{z}$

Pour la poutre testée expérimentalement et celle numériquement décrite dans le tab. 3.8, l'application de l'algorithme de recalage sur les modes de flexion autour de l'axe  $\vec{z}$  aboutie au tab. 3.9. La partie réelle du paramètre de recalage décrit l'élasticité du matériau et la partie imaginaire son amortissement. Étant donné que la fréquence des modes de flexion est liée étroitement à la valeur du module d'élasticité longitudinal, ce tableau indique deux modules d'élasticité longitudinal :

- $E_L(f_i)$  : le module d'élasticité longitudinal apparent associé à la fréquence du mode  $i$ . Il s'agit de la valeur brute que l'algorithme détermine pour obtenir des fréquences propres identiques.
- $\Re \left[ \tilde{Q}_{\vec{z}}(f_i) \right] \cdot E_0$  : le module d'élasticité longitudinal déterminé par la fonction régressive de la partie réelle de  $\tilde{Q}_{\vec{z}}(f)$  (cf. éq.(3.19)) à la fréquence du mode  $i$ . Le module  $E_0$  correspond au module d'élasticité longitudinal de Guitard selon le modèle de résineux « standard ». Finalement, le module obtenu par la fonction régressive est légèrement différent du module apparent par l'effet de l'approximation de la fonction régressive.

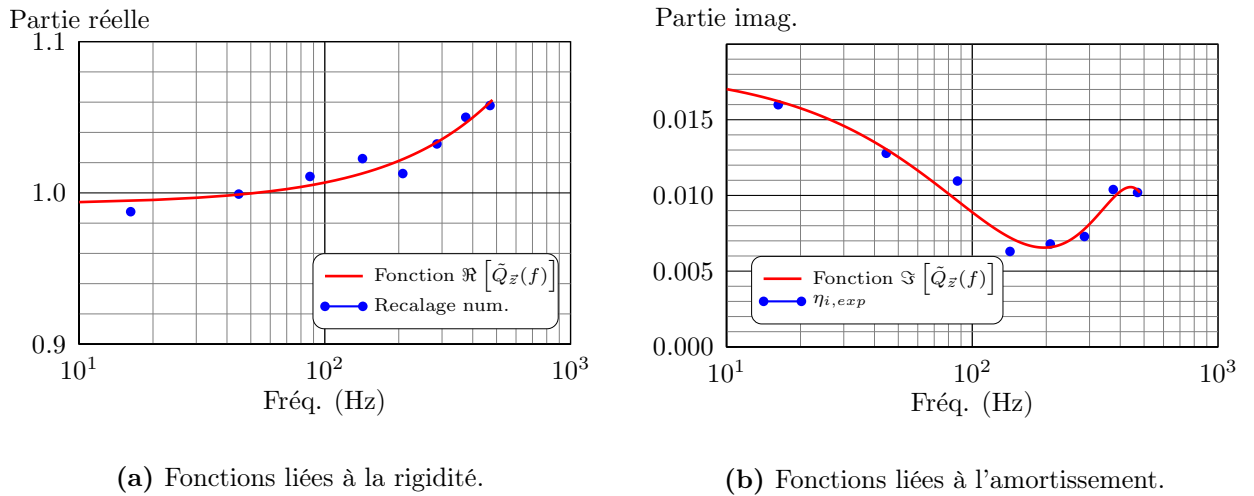
En plus du tab. 3.9, on trace les nuages de points et les courbes d'ajustements du paramètre  $\tilde{Q}_{\vec{z}}(f)$  (éq.(3.19) et (3.20)) sur la fig. 3.23.

$$\Re \left[ \tilde{Q}_{\vec{z}}(f) \right] = 1.43 \cdot 10^{-4} f + 9.92 \cdot 10^{-1} \quad \text{avec} \quad r^2 = 0.998 \quad . \quad (3.19)$$

$$\Im [\tilde{Q}_z(f)] = -5.51 \cdot 10^{-10} f^3 + 5.27 \cdot 10^{-7} f^2 - 1.42 \cdot 10^{-4} f + 1.84 \cdot 10^{-2} \quad \text{avec} \quad r^2 = 0.978 \quad . \quad (3.20)$$

Recalage de la fonction $\tilde{Q}_z(f)$ - flexion autour de $\vec{z}$						
Rang.	$f_{i,exp}$	Partie réelle			Partie imaginaire	
		$\Re [\tilde{Q}]$	$E_L(f_i)$	$\Re [\tilde{Q}_z(f_i)] \cdot E_0$	$\eta_{i,exp}$	$\Im [\tilde{Q}_z(f_i)]$
$i$	Hz	-	GPa	GPa	%	%
1	16.20	0.891	11.6	11.7	1.60	1.62
2	44.55	0.903	11.8	11.8	1.28	1.31
3	86.55	0.917	12.0	11.9	1.10	0.97
4	142.1	0.931	12.2	12.0	0.63	0.73
5	207.1	0.925	12.1	12.2	0.68	0.67
6	285.4	0.946	12.4	12.4	0.73	0.80
7	373.6	0.967	12.7	12.6	1.04	1.02
8	478.7	0.979	12.8	12.9	1.02	1.07

**TABLEAU 3.9** – Résultats des valeurs de recalage du paramètre  $\tilde{Q}_z(f)$  déterminées pour les 8 premiers modes de flexion selon l'axe de rotation  $\vec{z}$  de la solive -  $E_0 = 13.1$  GPa, le module d'élasticité longitudinal du résineux « standard » selon Guitard [Gui87].



**FIGURE 3.23** – Évolution du coefficient multiplicateur de la matrice de Hooke (isotrope transverse) et sa fonction linéaire associée déterminée par régression : éq. (3.19) et évolution de l'amortissement modale et sa fonction cubique associée : éq. (3.20).

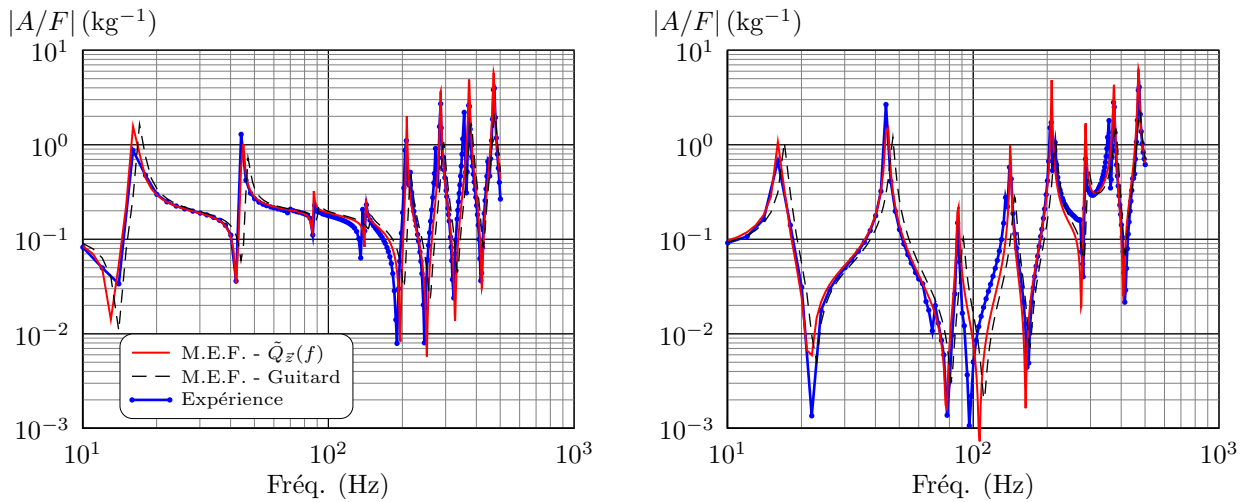
Pour un polymère, les modèles classiques impliquent l'existence d'un point d'inflexion sur la courbe d'évolution de la partie réelle du facteur  $\tilde{Q}_z(f)$  en fonction de la fréquence. Le matériau bois est constitué principalement de lignine, cellulose ou hémicellulose, mais aussi de nombreux extractibles. Cette inflexion caractéristique d'un des polymères n'est pas visible sur les points expérimentaux dans la gamme de fréquences étudiée à cette température ambiante. Plutôt que chercher une évolution par une courbe en S (fig. 3.23 à gauche), un lissage par une simple fonction affine est utilisé ici pour cette gamme fréquentielle limitée, ce qui fournit l'équation (3.19).

Pour l'amortissement structural, on relève pour chaque résonance le coefficient d'amortissement avec la méthode des -3 dB. Les polymères montrent généralement un passage par un maximum de la dissipation à la fréquence de transition vitreuse (ou à la température de transition vitreuse lors d'un essai à fréquence constante). D'après les résultats de [Gen89], la courbe expérimentale obtenue ici peut être interprétée comme la fin d'une transition vitreuse d'un des polymères constitutif du matériau bois et le début de la transition d'un second polymère. Bien que non justifiée rhéologiquement, et afin d'effectuer néanmoins



des calculs numériques en fonction de la fréquence dans la gamme étudiée, on choisi finalement une interpolation par une fonction cubique pour simuler la dissipation, indiquée par l'éq.(3.20).

Par le tab. 3.9, nous avons recalé uniquement le modèle sur les valeurs propres du système. Cependant, nous voulons vérifier que le comportement du modèle numérique obtenu corrèle sur l'ensemble du spectre de fréquence. Nous réalisons ainsi une comparaison des fonctions de transfert  $A/F$  par de l'analyse modale expérimentale et numérique utilisant les fonctions associées à  $\tilde{Q}_z(f)$ . On ajoute également à cette simulation un modèle numérique non recalé reposant sur les propriétés mécaniques statiques du matériau « résineux standard » selon Guitard (cf. tab. 3.2). L'amortissement de ce modèle est fixé à une valeur de 1% sur l'ensemble du spectre qui correspond à la moyenne des variations observées sur la fig. 3.23-(b). L'analyse modale de la fig. 3.24 repose sur les éléments indiqués sur la fig. 3.10 où l'on indique la position des différents points de mesure d'accélération et d'effort sur la solive.



(a) Réponse aux points  $A1y$  et  $F1y$ .

(b) Réponse aux points  $A2y$  et  $F1y$ .

**FIGURE 3.24** – Comparaison des fonctions de transfert  $A/F$  des modèles numériques et du modèle expérimental sur une des solives pour les points  $A1y$ ,  $A2y$  et  $F1y$ .

### Remarques et interprétations :

- Sur la fig. 3.24, on note que le modèle numérique recalé s'approche globalement du comportement de la solive testée pour les deux points d'accélération. L'ensemble des 8 modes de flexions présentés dans le tab. 3.9 sont correctement observés en amplitude et en fréquence. Cependant sur la réponse du point  $A2y / F1y$ , la 3<sup>ème</sup> anti-résonance expérimentale ( $f \approx 98$  Hz) est plus basse en fréquence par rapport au modèle numérique ( $f \approx 105$  Hz). Cette divergence est délicate à élucider car aux anti-résonances, l'amplitude des accélérations tend vers 0, les niveaux mesurés sont donc au niveau du seuil du bruit électronique. Nous considèrerons donc que la confrontation doit être faite en fréquence et en amplitude en-dehors des anti-résonances.
- Entre les deux modèles numériques, le modèle non recalé est le moins approché du modèle expérimental même si les différences constatées entre le comportement de ces deux modèles sont relativement faibles. Toutefois, il est nécessaire de rappeler que ces travaux de recalage numérique sont nécessaires dans la suite de ce mémoire afin de déterminer, sur la base du calcul des fréquences propres, les propriétés mécanique d'un élément de jonction dans la construction bois. Les résultats du modèle numérique non recalé sont présentés ici à titre de comparaison, nous retiendrons dans la suite de ce travail le modèle recalé avec le paramètre  $\tilde{Q}_z(f)$  pour modéliser le comportement de la solive selon cette direction de vibrations.

#### 3.5.3.3 Application sur l'expérimentation avec des vibrations dans la direction $\vec{y}$

En appliquant la même démarche que précédemment, on détermine les fonctions régressives associées à la flexion autour de l'axe  $\vec{y}$  pour définir le paramètre de recalage  $\tilde{Q}_{\vec{y}}(f)$ . Dans le tab. 3.10, on présente

l'évolution locale du paramètre de recalage pour les 4 premiers modes de flexion autour de l'axe  $\vec{y}$ . Finalement, les fonctions définissant la partie réelle et imaginaire du paramètre selon cette direction sont les suivantes :

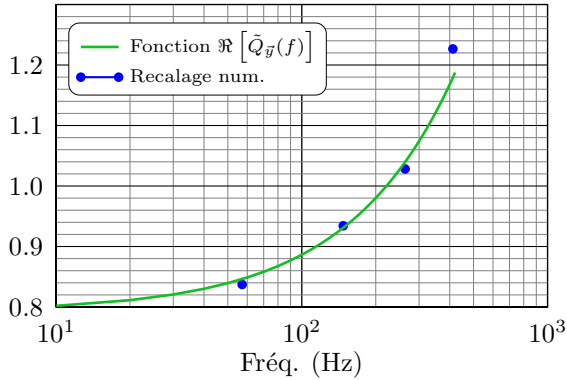
$$\Re \left[ \tilde{Q}_{\vec{y}}(f) \right] = 9.40 \cdot 10^{-4} f + 7.92 \cdot 10^{-1} \quad \text{avec} \quad r^2 = 0.970 \quad . \quad (3.21)$$

$$\Im \left[ \tilde{Q}_{\vec{y}}(f) \right] = -1.03 \cdot 10^{-5} f + 1.38 \cdot 10^{-2} \quad \text{avec} \quad r^2 = 0.985 \quad . \quad (3.22)$$

Recalage de la fonction $\tilde{Q}_{\vec{y}}(f)$ - flexion autour de $\vec{y}$						
Rang.	$f_{i,exp}$	Partie réelle			Partie imaginaire	
		$\Re \left[ \tilde{Q} \right]$	$E_L(f_i)$	$\Re \left[ \tilde{Q}_{\vec{y}}(f_i) \right] \cdot E_0$	$\eta_{i,exp}$	$\Im \left[ \tilde{Q}_{\vec{y}}(f_i) \right]$
$i$	Hz	-	GPa	GPa	%	%
1	57.10	0.837	10.9	11.0	1.34	1.32
2	147.3	0.934	12.2	12.2	1.22	1.23
3	263.0	1.03	13.5	13.6	1.10	1.11
4	411.75	1.22	16.0	15.4	0.972	0.960

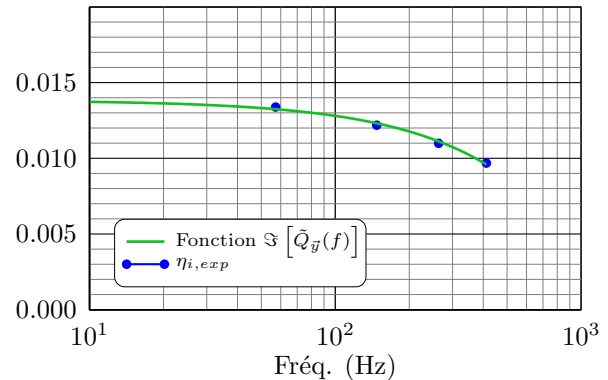
**TABLEAU 3.10** – Résultats des valeurs de recalage du paramètre  $\tilde{Q}_{\vec{y}}(f)$  déterminées pour les 8 premiers modes de flexion selon l'axe de rotation  $\vec{y}$  de la solive -  $E_0 = 13.1$  GPa, le module d'élasticité longitudinal du résineux « standard » selon Guitard [Gui87].

Partie réelle



(a) Fonctions liées à la rigidité.

Partie imag.



(b) Fonctions liées à l'amortissement.

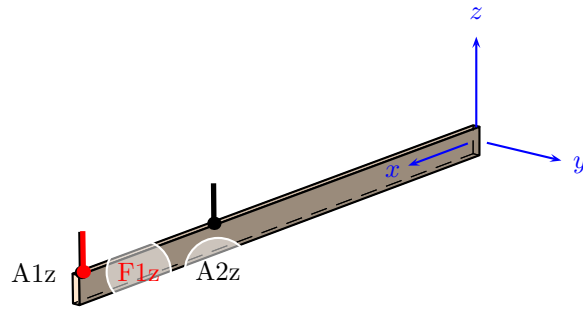
**FIGURE 3.25** – Évolution du coefficient multiplicateur de la matrice de Hooke (isotrope transverse) et sa fonction linéaire associée déterminée par régression : éq. (3.21) et évolution de l'amortissement modal et sa fonction cubique associée : éq. (3.22).

On souhaite également comparer les réponses fréquentielles  $A/F$  du modèle numérique recalé et non recalé avec le modèle expérimental pour cette direction, et l'on présente les caractéristiques de ces analyses modales pour les deux modèles sur la fig. 3.27. La fig. 3.25 présente le spectre des deux réponses expérimentales et numériques utilisant le paramètre  $\tilde{Q}_{\vec{y}}(f)$  afin d'être comparés.

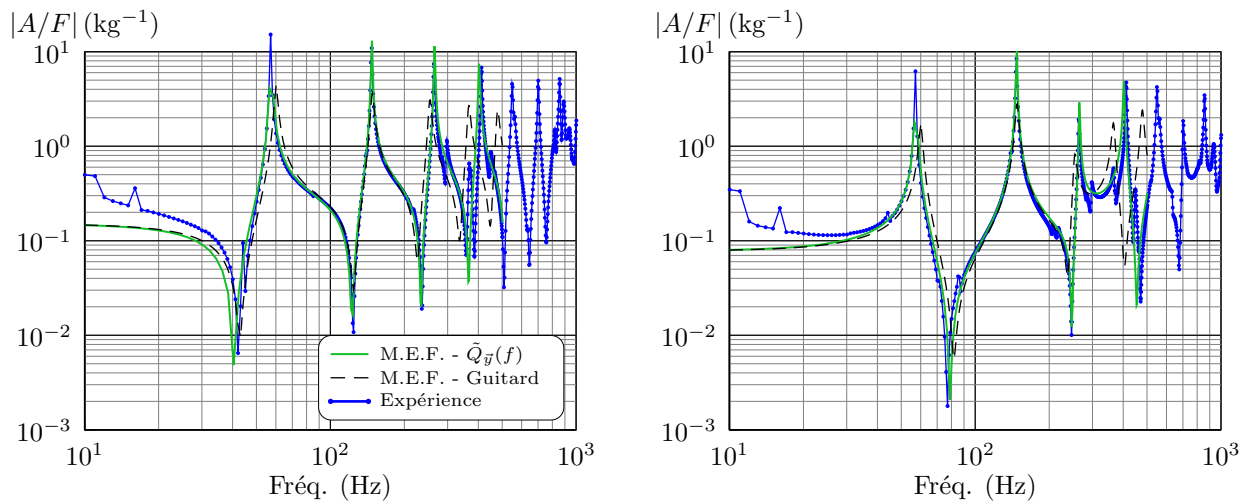
**Remarques et interprétations :**

- Les conclusions obtenues précédemment pour le paramètres  $\tilde{Q}_z(f)$  sont applicables dans le cas présent avec le recalage  $\tilde{Q}_{\vec{y}}(f)$ . En effet, les réponses en fréquence de la fig. 3.27 sont similaires, le recalage ponctuel sur quelques fréquences propres est suffisant dans notre cas de flexion autour de l'axe  $\vec{y}$ .
- On constate sur les courbes expérimentales des pics secondaires de résonances qui correspondent à des modes de torsions faiblement excités. L'excitation expérimentale de ce type de mode est justifiée par le fait que le positionnement de l'effort n'est pas tout à fait normal à la face de la solive, et

Modèle expérimental		
Type	Unité	Valeur
Coord. pts	m	F1z : (4.42, 0, 0.22)
		A1z : (4.44, 0.6, 0.22)
		A2z : (3, 0.6, 0.22)
C.L.	-	libre-libre



**FIGURE 3.26** – Description du modèle de la solive et des points caractéristiques pour la mesure de la réponse en fréquence  $A/F$  - vibrations de flexion autour de l'axe  $\vec{y}$ .



(a) Réponse aux points A1z et F1z.

(b) Réponse aux points A2z et F1z.

**FIGURE 3.27** – Comparaison des fonctions de transfert  $A/F$  du modèle numérique recalé et expérimental sur une des solives pour les points A1z, A2z et F1z.

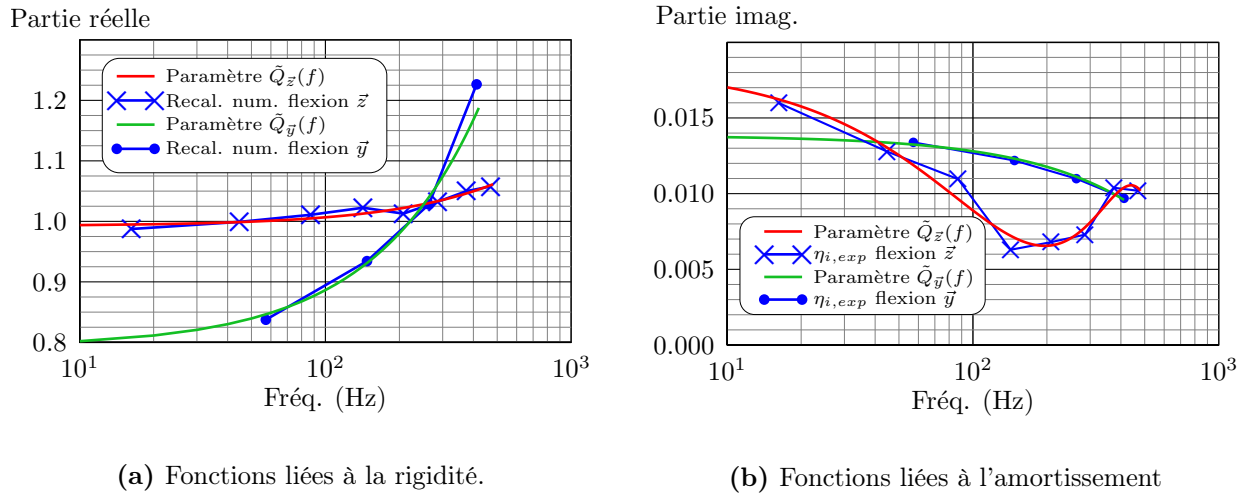
également par le fait que la solive est légèrement gauche (en hélice) selon sa longueur. Pour le modèle numérique, l'excitation et la forme de la solive n'engendrent aucun autre type de vibrations que la flexion.

- La différence des amplitudes aux très basses fréquences, dans la gamme de fréquences [10, 30] Hz, est justifiée par les limites des conditions aux limites du modèle expérimental. En effet, la tension dynamique des tendeurs font apparaître un mode de type « masse-ressort » en dessous de 10 Hz, où la solive a un déplacement de corps rigide. Cependant le pot vibrant n'est pas conçu pour descendre en dessous de la fréquence de 10 Hz, la résonance du mode corps rigide ne peut pas être mesurée expérimentalement. Dans le cas numérique, la formulation du problème et les conditions aux limites imposées induisent une fréquence nulle pour ce mode, la raideur locale des tendeurs n'a pas été intégrée dans la formulation du problème.

### 3.5.3.4 Nécessité de considérer un recalage adapté aux directions des vibrations

Pour les deux précédentes sections, nous avons déterminé deux paramètres distincts pour recalé un modèle numérique par la méthode éléments finis d'une solive en bois massif sur des résultats expérimentaux. La dépendance aux directions de vibrations du recalage est due à l'anisotropie du bois. Une anisotropie selon laquelle les propriétés du matériau évoluent notamment en fonction de la croissance de l'arbre, chaque cerne possède ainsi ses propres caractéristiques mécaniques (élasticité et amortissement).

D'après la fig. 3.28, en combinant les parties réelles et imaginaires des deux paramètres de recalage  $\tilde{Q}_{\vec{y}}(f)$  et  $\tilde{Q}_{\vec{z}}(f)$ , on peut ainsi observer les conséquences de cette anisotropie sur le recalage.



**FIGURE 3.28** – Comparaison des deux paramètres de recalage  $\tilde{Q}_{\vec{y}}(f)$  et  $\tilde{Q}_{\vec{z}}(f)$  en fonction de la fréquence (recalage numérique effectué sur modes de flexion de la solive selon les directions  $\vec{y}$  et  $\vec{z}$ ).

**Remarques et interprétations :** Par le biais de la correction des dimensions de la section par l'effet du tuilage et de la rugosité, nous n'avons pas suffisamment réduit l'écart entre les fonctions  $\tilde{Q}_{\vec{y}}(f)$  et  $\tilde{Q}_{\vec{z}}(f)$  pour aboutir à une fonction unique. L'anisotropie du matériau suivant le rayon est donc le principal élément de réponse par rapport aux différences observées entre les deux paramètres. En effet, dans le cas de la flexion d'une poutre rectangulaire, les contraintes induites par le moment de flexion évoluent spatialement en fonction de l'orientation des déplacements et des efforts. En d'autres termes, cela signifie que les sollicitations de flexion autour des axes  $\vec{y}$  et  $\vec{z}$  font travailler, selon différentes intensités, des fibres ayant des modules d'élasticité longitudinaux différents.

### 3.6 Conclusion

Dans ce chapitre, après avoir constaté les limites d'un modèle analytique simple appliqué à un matériau visco-élastique, nous avons construit un modèle par éléments finis d'une solive en bois massif. Ce modèle numérique a été élaboré tant sur le dimensionnement géométrique de la section de la solive que sur son dimensionnement mécanique.

La section équivalente du modèle numérique permet de prendre en compte les défauts géométriques de la solive expérimentale qui apparaissent par l'effet du séchage du bois et du sciage. Les propriétés de ce matériau complexe ont été déterminées, à partir de la littérature scientifique, par un recalage entre expériences et simulations vibratoires. En effet, dans la littérature concernant le matériau bois, on retrouve généralement une description statique de ce matériau qui est insuffisante pour des problèmes vibro-acoustique : les propriétés mécaniques évoluent avec la fréquence, d'après [Gen89, Bra02].

Par le biais d'un modèle numérique par éléments finis, nous avons comparé l'ensemble des lois de comportement que le matériau bois peut avoir à différentes échelles, l'isotropie transverse des propriétés mécaniques est la plus simple et la plus réaliste à notre échelle. Finalement, nous avons pu déterminer l'évolution du module d'Young longitudinal et de l'amortissement en fonction de la fréquence pour ce matériau à l'échelle de notre problématique.

Nous avons pu observer également les limites de notre modèle numérique puisqu'il est nécessaire de modifier les fonctions de recalage en fonction de l'orientation des efforts et des déplacements. L'anisotropie du bois justifie principalement cette limite puisque nous avons supposé un matériau bois isotrope transverse avec des propriétés invariantes dans l'espace. Toutefois, le modèle numérique actuel permet de compenser ce manque d'informations concernant cette évolution des propriétés mécaniques en fonction du rayon. Nous disposons d'un modèle numérique adapté aux vibrations de flexion des solives, en rappelant les vibrations de flexion sont celles qui engendrent le plus de rayonnement acoustiques des planchers.

Les travaux se sont portés sur la caractérisation de quelques solives, mais nous n'avons pas pu réellement présenter la répétabilité et la reproductibilité des essais. Ceci étant, quelques éléments nous permettent de contrôler en partie ces éléments :

- l'évolution des fréquences propres et de l'amortissement en fonction de l'orientation des supports élastiques,
- la linéarité des réponses en fonction de la puissance injectée.

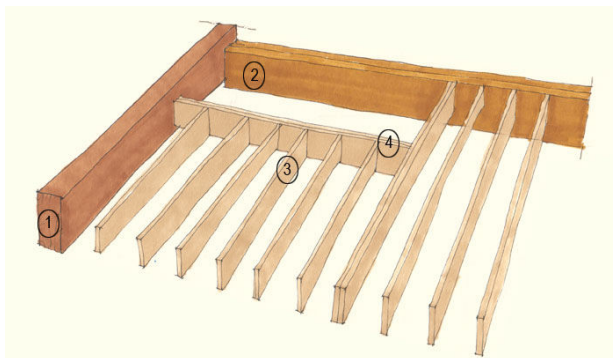
L'ensemble de ces travaux permettent de définir les propriétés mécaniques « moyennes » des solives en bois massif qui seront exploitées dans un code éléments finis de calcul de rayonnement acoustique. De plus, ces travaux d'élaboration d'un modèle numérique de solive correspondent également à des travaux préalables pour construire un modèle simplifié d'un connecteur métallique courant dans l'assemblage des planchers solivés bois (cf. chapitre 4). En effet, dans le chapitre suivant, nous caractériserons non seulement le connecteur, mais l'ensemble mécanique connecteur et ses ancrages dans le matériau bois. Pour déterminer les propriétés des connecteurs liant des éléments bois, il est nécessaire de connaître par avance les caractéristiques de ces éléments bois.

# Chapitre 4

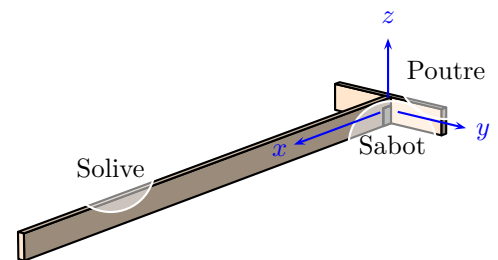
## MODÈLE NUMÉRIQUE SIMPLIFIÉ D'UN ASSEMBLAGE COURANT

### 4.1 Introduction

L'industrialisation des systèmes constructifs bois a fait émerger une quantité importante de type de jonctions mécaniques pour relier les éléments de construction entre-eux. Pour assurer l'assemblage des solives sur les murs, décrit sur la fig. 4.1, différentes solutions techniques existent : des assemblages « traditionnels » (ex : queue d'aronde) et des assemblages utilisant des connecteurs métalliques (tab. 4.1). L'assemblage par sabot métallique, de type SAE, correspond à celui le plus utilisé dans la construction bois, aussi c'est sur cette solution technique qu'a porté notre étude numérique et expérimentale de ce chapitre.



(a) Exemple d'un solivage avec son chevêtre - (1) poutre de rive, (2) muralière ou poutre, (3) solive, (4) chevêtre - source : <http://www.amnios.fr>.



(b) Assemblage d'une solive à une poutre par l'intermédiaire d'un sabot métallique

FIGURE 4.1 – Dessin d'un plancher solivé bois avec les termes associés et d'un modèle unitaire

Famille des sabots			Famille des assemblages cachés	
			sur poutre  type TU	 type ETB

TABLEAU 4.1 – Quelques exemples de connecteurs métalliques pour le solivage - source : fabricant Simpson Strong-Tie.



Si les jonctions ont été dimensionnées afin de pouvoir transmettre les charges statiques, leur propriétés mécaniques sont déterminantes dans le transfert d'énergie vibratoire à travers les éléments de construction. Les transmissions dites latérales sont ainsi propagées par les éléments de jonction. Afin d'augmenter les performances d'isolation acoustique, et donc de réduire ce type de transmission, l'idéal serait de disposer d'assemblages filtrant les vibrations en ne transmettant pas les composantes dynamiques des forces et moments. Dans les normes traitant de la prévision des performances acoustiques [AFN00a, AFN00c, AFN00b], des abaques permettent de quantifier l'impact de transmissions latérales par le biais du rapport des masses surfaciques de l'élément séparateur et de l'élément latéral. Cependant, ces normes n'indiquent pas de lien entre la rigidité de la connection avec la quantité d'énergie vibratoire transférée. Les travaux de Bolmvik [BEO13] présentent la distribution de l'énergie vibratoire transmise du plancher aux 4 murs par une excitation du plancher à l'aide d'un pot vibrant. Pour le cas des construction bois qui concerne ses travaux, ses conclusions mettent en évidence l'intérêt de cette méthode expérimentale pour mesurer les transmissions latérales car elle permet de dissocier le rayonnement de chaque élément de construction.

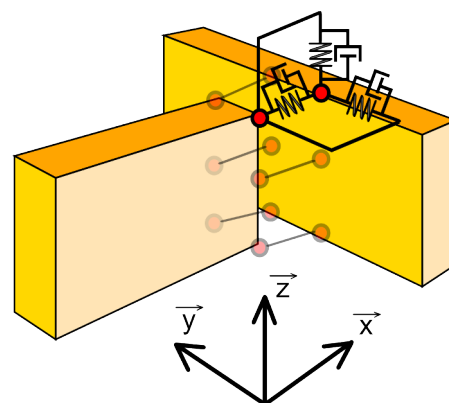
Dans le chapitre 3, nous avons déterminé la méthode pour obtenir les caractéristiques mécaniques des solives, éléments bois qui sont utilisés expérimentalement pour caractériser notre connecteur. L'objectif de ce chapitre consiste à trouver un modèle simplifié pour ce type d'assemblage à partir de résultats expérimentaux et de calculs numériques. Ce modèle sera ensuite utilisé pour joindre les planchers et les murs dans de futures modélisations numériques par éléments finis pour simuler le comportement vibro-acoustique des planchers solivés bois. Par ce type de simulations, on évalue ainsi l'isolement acoustique des locaux séparés par un plancher et nous pourrions quantifier les différents rayonnements des parois (murs, planchers hauts et bas). Nous avons fait le choix de concevoir un modèle simple du connecteur pour ne pas complexifier le maillage initiale des structures rayonnantes (plaques, poutres) et pour éviter le temps de conception 3D du connecteur.

## 4.2 Modèle simplifié d'un connecteur métallique de type sabot

Dans l'introduction de ce chapitre, nous avons présenté les différents types de connecteurs métalliques utilisables dans la jonction des solives avec un support (muralière ou poutre - cf fig. 4.2-(a)). Le sabot métallique est l'un des connecteurs les plus utilisés et il s'agit de l'élément principal liant les planchers aux murs. Sa géométrie présente une complexité plus grande par rapport à celle des éléments voisins (poutres et plaques). Pour éviter cette modélisation fine de l'assemblage, nous avons choisi de le modéliser à l'aide d'un système discret et non pas continu. Le modèle simplifié (cf. fig. 4.2-(b)) joint une solive d'axe  $\vec{x}$ , et une poutre d'axe  $\vec{y}$ .



(a) Exemple d'utilisation du sabot.



(b) Modèle simplifié du connecteur.

**FIGURE 4.2** – Utilisation type de sabot métallique pour la jonction des solives sur une poutre principale (à gauche) - principe du modèle simplifié du connecteur par l'intermédiaire de 3 ressorts dissipatifs unidirectionnels indépendants en chaque point d'assemblage (à droite).

L'avantage principal de ce modèle numérique simplifié du connecteur est de ne pas ajouter de degrés de liberté supplémentaire au problème initial {solive + poutre}. Il faut toutefois remarquer que ce modèle induit des contraintes locales « importantes » au niveau de la jonction, d'autant plus forte que le nombre de degrés de liberté connectés est faible. Même si l'on réalise localement une erreur sur l'évaluation des contraintes mécaniques de l'assemblage, l'objectif de ce modèle est de coupler mécaniquement les murs aux planchers afin de respecter la cinématique des vibrations pour étudier le rayonnement acoustique de la structure.

### 4.2.1 Choix d'un modèle simplifié

Pour les maillages des structures par éléments finis, on retrouve généralement une modélisation qui représente la forme réelle du modèle à simuler. Dans notre cas, pour construire un modèle simplifié « global », c'est à dire incluant le comportement du connecteur et de son ancrage, on choisit de ne pas modéliser la géométrie réelle mais d'intégrer les raideurs de la jonction aux structures à coupler (cf. fig. 4.2-(b)). Le comportement mécanique de l'assemblage est finalement assuré par l'intermédiaire de ressorts dissipatifs selon chaque direction  $(\tilde{k}_x, \tilde{k}_y, \tilde{k}_z)$  : les paramètres de rigidité sont donc considérés comme complexes. Le modèle simplifié que nous imposons fait également l'hypothèse que la partie réelle et imaginaire des raideurs d'assemblage n'évoluent pas en fonction de la fréquence, à la différence des matériaux visco-élastiques. La partie imaginaire d'une rigidité traduit ici l'ancrage des clous dans le bois, et d'éventuelles dissipations aux interfaces planes entre sabot métallique et bois. Nous réalisons cette hypothèse car l'acier, matière constituant le connecteur et les clous, n'est pas un matériau visco-élastique.

#### 4.2.1.1 Matrice de rigidité et de masse

**Rigidité :** sur le principe de la M.E.F., ce modèle simplifié correspond à un couplage entre deux domaines solides indépendants (ou couplage structure/structure). Pour le problème couplé {solive + connecteur + poutre}, la construction de la matrice de rigidité peut se décomposer en trois parties :

- la matrice de raideur associée à la solive,
- la matrice de raideur associée à la poutre,
- les éléments de couplage entre ces deux solides.

**Masse :** dans la matrice de masse, nous n'ajoutons pas de masse locale due à celle du connecteur au regard du rapport des masses mises en jeu dans le système ( $m_{solive} \approx 25$  kg et  $m_{conn.} \approx 0.2$  kg). Pour que cette hypothèse soit caduque, il faudrait qu'existent des formes propres où toute l'énergie cinétique soit localisée à proximité du sabot, ce qui ne sera pas le cas.

#### 4.2.1.2 Construction du couplage solive / poutre

La modélisation numérique par éléments finis de ce problème a été également menée sous le logiciel *FreeFem++*. Dans ce logiciel, le couplage des structures par éléments finis n'est pas proposé à l'utilisateur sous forme de boîte à outils, il doit être réalisé « manuellement ». Ainsi, pour le couplage des matrices de rigidité associées à la poutre et à la solive décrit sur la fig. 4.3, nous décomposons les tâches suivantes :

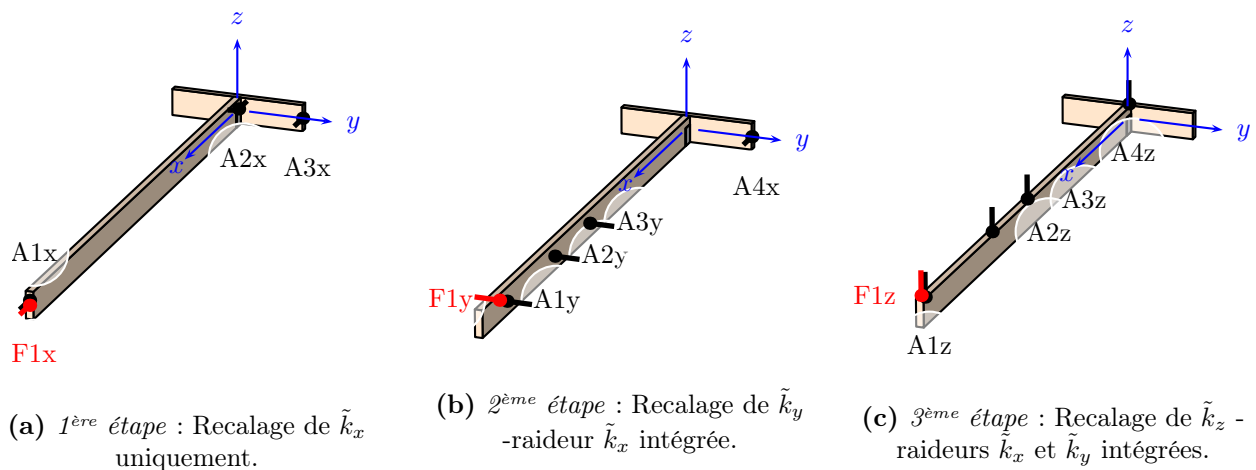
- 1 *Identification des nœuds de couplage* : à l'interface commune entre la solive et la poutre, nous identifions l'ensemble des couples de nœuds du maillage (points noirs sur la fig. 4.3-(b)) présents à l'interface commune entre la section de la solive et de la poutre. Étant donné la non-symétrie de l'assemblage selon le plan horizontal  $(xy)$  (cf. fig. 4.2-(a)) et pour ne pas perturber sa cinématique, on ne lie qu'une partie des couples de nœuds de l'interface : ceux appartenant à la moitié basse de la section de la solive séparé par la droite  $(0, \vec{y})$ . Ainsi les nœuds en rouges de la fig. 4.3-(c) seront couplés entre eux pour lier la solive et la poutre. On rappelle également que le maillage de la solive et de la poutre doit être compatible pour assurer un couplage selon les directions orthogonales du repère  $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ .
- 2 *Couplage des matrices de raideur* : pour l'écriture de la méthode de couplage, nous illustrons la méthode dans le cas monodimensionnel où le nombre de nœuds est égal au nombre de degrés de





propre donnée soit principalement orientées selon une des directions  $\vec{x}$ ,  $\vec{y}$  ou  $\vec{z}$ . Par le choix des formes propres et en isolant ainsi les sollicitations selon une direction  $\vec{i}$  au niveau de l'assemblage, la fréquence propre associée est peu modifiée par la valeur des raideurs dans les directions perpendiculaires à  $\vec{i}$ . L'ordre de la détermination des raideurs est également choisit, et la raideur déterminée par un calcul est intégrée à la résolution dans le calcul suivant. On aboutit ainsi à l'ordre suivant :

1. détermination de  $\tilde{k}_x$  (cf. fig. 4.5-(a)) : pour cette direction correspondant à l'axe longitudinal de la solive, l'excitation du système permet de générer des ondes quasi-longitudinales dans la solive, et des ondes de flexion autour de l'axe  $\vec{z}$  pour la poutre. En supposant une répartition uniforme de la masse de la poutre et par sa symétrie selon la direction  $\vec{z}$ , les raideurs dans l'axe  $\vec{y}$  et  $\vec{z}$  ne sont donc pas sollicitées .
2. détermination de  $\tilde{k}_y$  (cf. fig. 4.5-(b)) : à la suite de la direction  $\vec{x}$ , on détermine la raideur selon  $\vec{y}$  qui sollicite les modes de flexion de la solive et de la poutre selon l'axe  $\vec{z}$ . Dans ce cas, la connaissance de la raideur selon l'axe  $\vec{x}$  est nécessaire car les modes de flexion autour de  $\vec{z}$  engendrent des mouvements locaux selon la direction  $\vec{x}$  (moments de flexion).
3. détermination de  $\tilde{k}_z$  (cf. fig. 4.5-(c)) : le type de comportement dans cette direction est similaire à celui du cas précédent : de la flexion de la solive autour de  $\vec{y}$ , et autour de  $\vec{x}$  pour la poutre. Il est important de noter qu'en terme de chronologie dans la détermination des raideurs, il est possible d'invertir l'ordre de  $\tilde{k}_y$  et  $\tilde{k}_z$ , car ceux-ci sont indépendants.

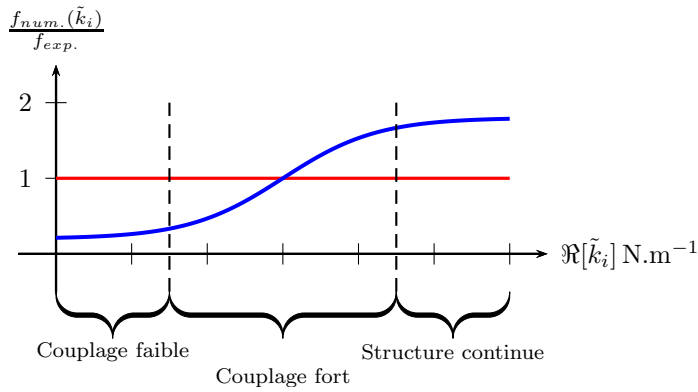


**FIGURE 4.5** – Positions et directions des points d'évaluation de l'accélération et de force dans la détermination progressive des raideurs équivalentes du connecteur.

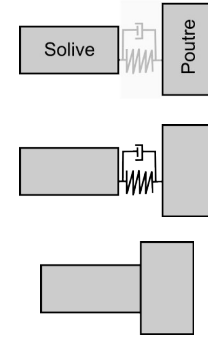
Suivant l'ordre de grandeur des raideurs, le couplage du système peut se distinguer en 3 types décrits dans la fig. 4.6 :

- *valeur faible de raideur - couplage faible*. Dans cette configuration, les deux structures ont des comportements vibratoires indépendants. Les fréquences propres de ce système couplé sont équivalentes aux fréquences propres de chaque élément pris indépendamment.
- *valeur forte - structure continue*. Les maillages de la solive et la poutre sont « collés » entre eux, les déplacements relatifs au niveau du connecteur tendent à être nuls.
- *valeur moyenne - couplage fort*. Il se situe à l'intermédiaire entre les couplages précédemment cités. Les variations de la valeur de la raideur sur ce type de couplage influence notablement la fréquence propre du système.

Après avoir déterminé la valeur de la partie réelle de la raideur selon une direction, nous nous intéressons à la partie imaginaire traitant de l'amortissement local du connecteur. En modifiant la partie imaginaire de la raideur sur le modèle numérique, on constate l'évolution induite sur l'amortissement global de la structure, c'est à dire la combinaison de l'amortissement du matériau et celui du connecteur. On détermine ainsi l'amortissement local pour obtenir un amortissement global du modèle numérique équivalent à celui du modèle expérimental.



(a) Courbe d'évolution d'une fréquence propres numérique en fonction de la raideur  $\tilde{k}_i$

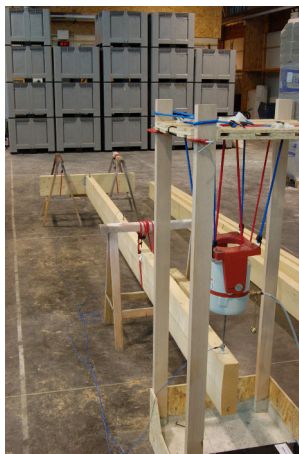


(b) Représentation schématique du couplage faible, couplage fort et structure continue (de haut en bas)

FIGURE 4.6 – Méthode pour l'ajustement de la valeur de la raideur équivalente du connecteur et des différents types de couplages associés

### 4.3.2 Description du protocole expérimental

On utilise le même dispositif expérimental que celui utilisé pour la caractérisation de la solive seule (cf. chapitre 3 avec la fig. 3.5). La fig. 4.7 présente le protocole pour le cas de la détermination de la raideur  $\tilde{k}_z$ . Sur la photographie de cette même figure, on constate que la position du sabot est inversée verticalement par rapport à son orientation prévue. Ce choix d'orientation est justifié par le fait que le dispositif expérimental supporte la structure et les efforts dus à la pesanteur sont inversés. Nous avons donc inversé l'orientation du sabot pour l'analyse modale du dispositif expérimental.



(a) Protocole expérimental.

Solive		
Nom	Unité	Valeur
Dimensions	m	$L_{x1,s} = 4.5$
		$L_{x2,s} = 4.4$
		$L_{y,s} = 0.059$
		$L_{z,s} = 0.213$
$\rho_s$	$\text{kg.m}^{-3}$	481.8
Poutre		
Dimensions	m	$L_{y,p} = 1.1$
		$L_{x,p} = 0.059$
		$L_{z,p} = 0.213$
$\rho_p$	$\text{kg.m}^{-3}$	489

(b) Dimensions et masse volumique des éléments en bois

FIGURE 4.7 – Schéma et photographie du dispositif expérimental de l'assemblage de la solive et de la poutre à l'aide du sabot métallique.

Le tableau de la fig. 4.7 détaille la géométrie du système assemblé et on remarque que deux longueurs de solive sont présentes,  $L_{x1,s}$  et  $L_{x2,s}$ . En effet, pour vérifier la validité de notre modèle et pour aller dans le sens de la répétabilité du système, nous effectuons une seconde analyse modale expérimentale avec la même solive raccourcie à 4.4 m. Initialement sa longueur  $L_{x1,s}$  est de 4.5 m et nous lui retirons 0.1 m à l'emplacement de l'assemblage pour la seconde analyse. Cette dernière analyse modale est donc effectuée sur le système ré-assemblé par le même connecteur et des éléments bois identiques.

## 4.4 Recalage du modèle numérique avec les données expérimentales

Pour observer l'intérêt du modèle simplifié du connecteur, nous comparons la réponse vibratoire expérimentale avec deux modèles numériques distincts par éléments finis : le premier correspond au modèle contenant le principe du connecteur simplifié (raideurs complexes locales) et le deuxième par assemblage directe de la solive et de la poutre au niveau de l'interface (continuité des maillages). Pour ces deux modèles numériques, les propriétés mécaniques du matériaux bois sont identiques, seul le couplage entre la solive et la poutre diffère.

On rappelle les données relatives à la construction du modèle numérique de la solive et de la poutre, éléments décrits sur la fig. 4.7. La construction de ces modèles s'appuie sur les travaux présentés dans le chapitre 3. Le coefficient complexe  $\tilde{Q}_{\vec{z}}(f)$  permet de recalibrer le modèle numérique des éléments en bois en intégrant l'anisotropie des propriétés mécaniques du matériau (élasticité et amortissement).

### 4.4.1 Raideur selon la direction $\vec{x}$

Pour estimer la raideur complexe du connecteur dans cette direction, l'excitation  $F1x$  est placée sur la section libre de la solive (cf. fig. 4.5-(a)). Les vibrations induites dans la structure sont principalement :

- des ondes quasi-longitudinales dans la solive,
- des ondes de flexion autour de la direction  $\vec{z}$  dans la poutre.

Dans cette configuration, les premiers modes sont relativement hautes fréquences, par la fait de la faible longueur de la poutre et que les modes longitudinaux de la solive soient relativement hautes fréquences (fréquences propres longitudinales de la solive libre-libre :  $\omega_n = n\pi\sqrt{E_L/\rho}/L_x$  soit  $f_{n=1} \approx 520$  Hz). Le nombre de modes visibles dans la bande fréquentielle  $[0, 500]$  Hz est donc plus restreint par rapport à celui observé dans les autres directions, où l'on peut observer des modes de flexion de la solive. Le tab. 4.2 présente l'évolution des 4 premiers modes excités selon cette direction en fonction de la longueur de la solive.



$L_{x1,s} = 4.5$ m		
Rang	Fréq. exp. Hz	$\eta$ %
1	122.4	2.5
2	159.0	2.0
3	209.9	1.9
4	438.7	7.1

$L_{x2,s} = 4.4$ m		
Rang	Fréq. exp. Hz	$\eta$ %
1	129.4	1.5 %
2	164.4	1.5
3	213.6	1.3
4	476.5	1.2

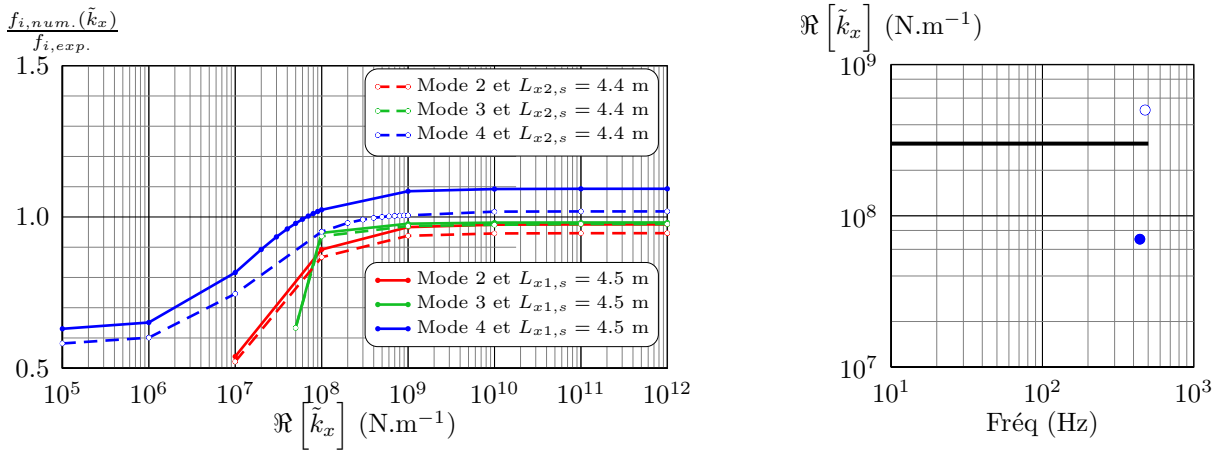
**TABLEAU 4.2** – Analyse modale de l'assemblage {solive + connecteur + poutre} avec une excitation vibratoire suivant l'axe  $\vec{x}$  et les 4 premières fréquences propres associées pour les deux longueurs de la solive

#### 4.4.1.1 Évolution des fréquences propres en fonction de $\Re[\tilde{k}_x]$

Suivant l'hypothèse que nous nous sommes imposée, de telle sorte que les raideurs soient des constantes fréquentielles, nous avons pu recalibrer les raideurs sur les modes 2, 3 et 4 du tab. 4.2. Nous avons pu déterminer la forme propre de ces modes (cf annexe B.1 sur la fig. B.1), cependant nous n'avons pas pu élucider la forme du premier puisqu'il n'est pas présent dans le modèle numérique. La fig. 4.8-(a) présente l'évolution des fréquences propres de ces modes par rapport aux fréquences obtenues expérimentalement en fonction de la raideur implantée dans le modèle numérique. La moyenne des raideurs recalées numériquement pour ces modes est déterminée pour obtenir une valeur unique pour  $\tilde{k}_x$  (cf. fig. 4.8-(b)).

#### Remarques et interprétations :

- Sur la fig. 4.8, on constate que le recalage des modes 2 et 3 n'est pas possible puisque les variations pour ces fréquences propres n'intersectent pas la valeur expérimentale associée. Pour ces mêmes



(a) Ratio des fréquences propres numériques et expérimentales en fonction de la raideur  $\tilde{k}_x$  du modèle numérique. (b) Moyenne des raideurs recalées -  $\Re[\tilde{k}_x] \approx 3 \cdot 10^8$  N.m<sup>-1</sup>.

**FIGURE 4.8** – Évolution de la fréquence propre du modèle numérique en fonction de la raideur  $\tilde{k}_x$  pour les modes de rang 2 et 4 du tab. 4.2.

modes, on observe peu de différences entre les variations des fréquences propres en modifiant la longueur de la solive, l'évolution des fréquences est donc cohérente et peu dépendante de la mise en place du connecteur.

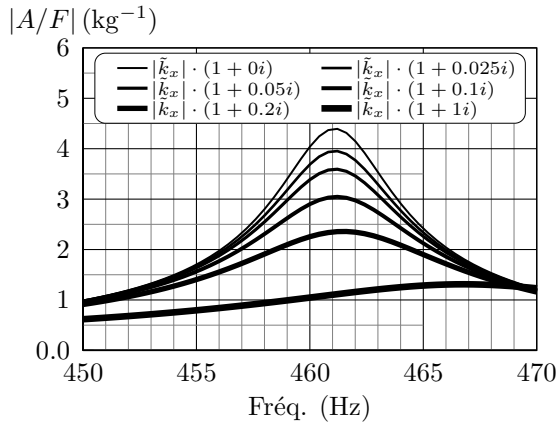
- Sur cette même figure, le mode de rang 4 permet de recalibrer la valeur de la raideur selon cette direction pour les deux longueurs. Cependant, à l'inverse du cas précédent, les variations des fréquences en modifiant la longueur de la solive sont relativement importantes. On constate un rapport de 10 entre les deux valeurs de raideur en modifiant la longueur de la solive (cf. fig. 4.8-(b), les cercles bleus vides et pleins). On peut supposer que les deux mises en place du connecteur sont différentes pour les deux cas, engendrant une variation importante de la raideur selon cette direction.

#### 4.4.1.2 Détermination de l'amortissement local $\Im[\tilde{k}_x]$

Après avoir déterminé la partie réelle de la raideur dans la direction  $\vec{x}$ , nous effectuons des simulations numériques de réponse vibratoire autour d'une fréquence propre pour évaluer l'amortissement global en fonction de l'amortissement local. Pour quelques valeurs de la partie imaginaire de la raideur, on détermine l'amortissement global de la structure à l'aide de la méthode des -3 dB. Afin d'estimer une valeur d'amortissement local, on choisit de réaliser les simulations numériques autour du 4<sup>ème</sup> mode uniquement, mode pour lequel la variation d'amortissement global sur les réponses expérimentales est la plus grande pour les deux longueurs ( $\approx 6$  % d'écart dans le tab. 4.2). Les résultats sont présentés sur la fig. 4.9.

#### Remarques et interprétation :

- Sur la fig. 4.9, l'augmentation de l'amortissement local de la raideur augmente peu significativement l'amortissement global de la structure. En effet, pour une variation de l'amortissement local de 100 %, on constate une variation de l'amortissement global d'environ 3 %.
- L'écart de variation de l'amortissement global entre les deux longueurs de la solive pour le mode 4 est de 6 % et il ne peut pas être atteint avec un amortissement local de 100 %. Une forte non-linéarité locale du connecteur nous indique la limite de la validité de notre modèle simplifié d'assemblage (hypothèse de comportement linéaire).
- Au regard des amortissements globaux observés dans le tab. 4.2, nous prendrons un amortissement local de l'ordre de 15 % pour atteindre un amortissement global moyen observé sur les résultats expérimentaux de 1.8 %.



(a) Réponses vibratoires  $|A/F|$  du modèle numérique aux points  $F1x$  et  $A3x$  autour de la fréquence du 4<sup>ème</sup> mode.

Amortissement $\eta$ - %				
Bois	Connecteur			Global
	$\vec{x}$	$\vec{y}$	$\vec{z}$	
$\approx 1.1$	0			1.1
	2.5			1.2
	5	-	-	1.3
	10			1.6
	20			2.1
	100			3.9

(b) Amortissement local et global de la structure couplée dans le modèle numérique.

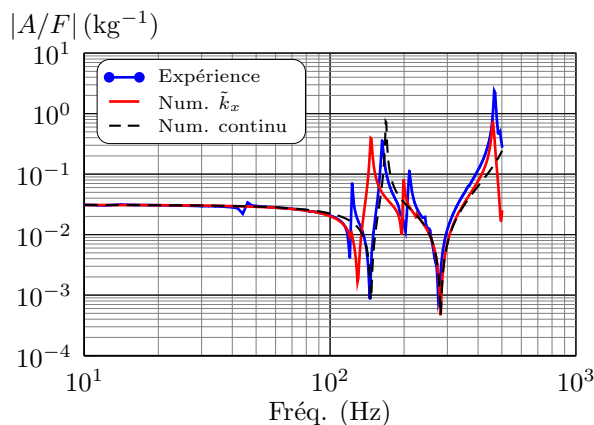
**FIGURE 4.9** – Évolution de l'amortissement global de la structure couplée du modèle numérique en fonction de l'amortissement local du connecteur dans la direction  $\vec{x}$  - application sur le 4<sup>ème</sup> mode et pour une longueur  $L_{x2,s} = 4.4$  m.

#### 4.4.1.3 Confrontation des modèles numériques et expérimentaux

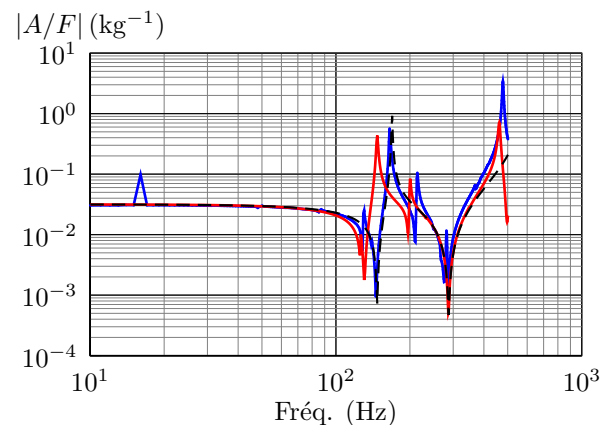
Après avoir déterminé la valeur de  $\tilde{k}_x$ , nous simulons la réponse vibratoire, sur un domaine fréquentiel compris entre  $[0; 500]$  Hz, par la méthode éléments finis en intégrant les raideurs suivantes dans le modèle simplifié du connecteur :

- $\tilde{k}_x = [3 \cdot 10^8] (1 + 0.15i) \text{ N.m}^{-1}$ ,
- $\tilde{k}_y = 0 \text{ N.m}^{-1}$ ,
- $\tilde{k}_z = 0 \text{ N.m}^{-1}$ .

On réalise également la simulation numérique avec le modèle avec la continuité du maillage. Ces deux simulations sont appliquées pour les deux longueurs de la solive, et nous les comparons aux résultats des réponses expérimentales (cf. fig. 4.10) mesurées aux points  $F1x$  et  $A1x$  décrit dans la configuration (a) de la fig. 4.5. Pour les autres points  $A2x$  et  $A3x$  en fonction de  $F1x$  décrit sur la fig. 4.5-(a), les comparaisons sont placées en annexe B.1 avec la fig. B.2.



(a) Points  $A1x / F1x$  -  $L_{x1,s} = 4.5$  m



(b) Points  $A1x / F1x$  -  $L_{x2,s} = 4.4$  m

**FIGURE 4.10** – Réponse en fréquence  $|A/F|$  selon la direction de l'effort suivant  $\vec{x}$  du modèle numérique et expérimental - Test sur l'assemblage aux points  $F1x$  -  $A1x$  et selon deux longueurs de solive  $L_{x1,s} = 4.5$  m et  $L_{x2,s} = 4.4$  m.

**Remarques et interprétations :**



- Les réponses obtenues pour le modèle avec continuité du maillage de la solive et de la poutre montre que la cinématique de l'assemblage n'est pas respectée dans ce cas : le pic du mode 3 n'apparaît pas sur les réponses numériques de ce modèle. En effet, l'asymétrie de l'assemblage selon le plan  $(xy)$  assouplit la structure pour favoriser les modes de flexion de la poutre autour de l'axe  $\vec{y}$ . Ce mode propre de rang 3 n'est pas présent dans le modèle numérique avec continuité du maillage, car il correspond à un mode de flexion local de la poutre, où l'on observe une ouverture/fermeture du jeu d'assemblage présent à l'interface entre la solive et la poutre.
- Pour le modèle numérique intégrant une raideur locale, le calcul d'une valeur moyenne de  $\tilde{k}_x$  induit que les pics de résonance du modèle numérique ne sont pas coïncidents avec ceux expérimentaux par l'effet du moyennage des raideurs recalées. Ceci étant, on constate sur la fig. 4.10 que cette approximation aboutit à un comportement vibratoire global traduisant un bon accord théorie-expérience. Les différences entre les fréquences de résonances numériques et expérimentales restent faibles devant les incertitudes de mesures.

#### 4.4.2 Raideur selon la direction $\vec{y}$

Pour déterminer la raideur selon la direction  $\vec{y}$ , nous excitions la structure selon le même axe pour solliciter les efforts de cisaillement de l'assemblage suivant cette direction (cf. fig. 4.5-(b)). Ceci étant, cette orientation d'efforts peut induire à certaines résonances des rotations selon l'axe  $\vec{z}$  au niveau du connecteur. Pour ce type de mouvement, la raideur  $\tilde{k}_x$  est donc sollicitée. Ainsi, on constate l'intérêt de la chronologie dans la détermination des 3 raideurs :  $\tilde{k}_x$  dans un premier temps puis  $\tilde{k}_y$  et  $\tilde{k}_z$  dans un deuxième temps.

##### 4.4.2.1 Évolution des fréquences propres en fonction de $\Re[\tilde{k}_y]$

Le tab. 4.3 présente l'évolution fréquentielle des 5 premiers modes excités selon cette direction, et nous observons que pour l'ensemble des fréquences propres, l'ordre de grandeur de la variation, induite par le raccourcissement de la solive, est similaire. Ceci signifie que la longueur de la solive est déterminante dans les vibrations de ces modes. La fig. 4.11 présente le résultat du recalage de la raideur  $\Re[\tilde{k}_y]$  sur l'évolution des fréquences propres des modes 1, 3 et 5 ainsi que la valeur moyenne des raideurs recalées. Les évolutions des fréquences propres associées aux modes 2 et 4 ne sont pas représentées sur la fig. 4.11-(a) pour ne pas surcharger la figure, ceci étant, leurs recalages apparaissent sur la fig. 4.11-(b).



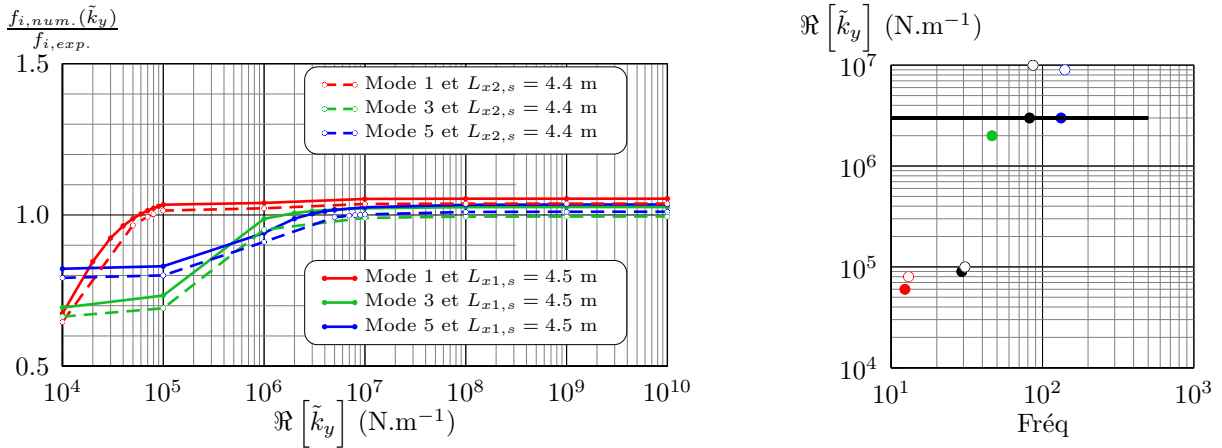
$L_{x1,s} = 4.5 \text{ m}$		
Rang	Fréq. exp. Hz	$\eta$ %
1	12.3	0.8
2	29.2	6.2
3	46.0	2.5
4	81.6	1.1
5	132	1.4

$L_{x2,s} = 4.4 \text{ m}$		
Rang	Fréq. exp. Hz	$\eta$ %
1	12.95	0.9
2	30.81	3.8
3	48.84	1.3
4	86.51	1.2
5	140.2	0.8

TABLEAU 4.3 – Analyse modale de l'assemblage solive - connecteur - poutre avec une excitation vibratoire suivant l'axe  $\vec{y}$

#### Remarques et interprétations :

- Sur la fig. 4.11-(a), on constate que le recalage de mode 1, 3 et 5 est obtenu autour de la valeur convergée des fréquences propres. Cela signifie que la raideur selon cette direction est grande devant la rigidité du matériau bois. Avec une raideur tendant vers l'infini, les fréquences propres de ces trois modes seraient relativement proches de celles expérimentales.



(a) Ratio des fréquences propres numériques et expérimentales en fonction de la raideur  $\tilde{k}_y$  du modèle numérique.

(b) Moyenne de raideurs recalées -  $\Re[\tilde{k}_y]$  (N.m<sup>-1</sup>)  $\approx 3 \cdot 10^6$  N.m<sup>-1</sup>.

**FIGURE 4.11** – Évolution de la fréquence propre du modèle numérique en fonction de la raideur  $\tilde{k}_y$  pour les modes de rang 1, 3 et 5 du tab. 4.3.

- En modifiant la longueur de la solive, les variations des fréquences sont similaires et l'on retrouve, pour chaque mode, de raideurs dans le même ordre de grandeur. Pour le cas le plus défavorable où l'écart entre les raideurs recalées entre les deux longueurs est le plus grand, le 4<sup>ème</sup> mode, on obtient pour les longueurs  $L_{x1,s}$  et  $L_{x2,s}$  des raideurs  $\Re[\tilde{k}_y] = 3 \cdot 10^6$  et  $1 \cdot 10^7$  N.m<sup>-1</sup> (cf. fig. 4.11-(b)).
- Pour l'ensemble des raideurs recalées sur les 5 modes de chaque longueurs (cf. tab. 4.3), on aboutit à une raideur moyenne de  $\Re[\tilde{k}_y] = 3 \cdot 10^6$  N.m<sup>-1</sup>.

#### 4.4.2.2 Détermination de l'amortissement local

Pour cette étude, on réalise plusieurs modélisations numériques de la réponse fréquentielle  $|A/F|$  autour de la fréquence du 3<sup>ème</sup> mode du tab. 4.3 avec les paramètres suivants :

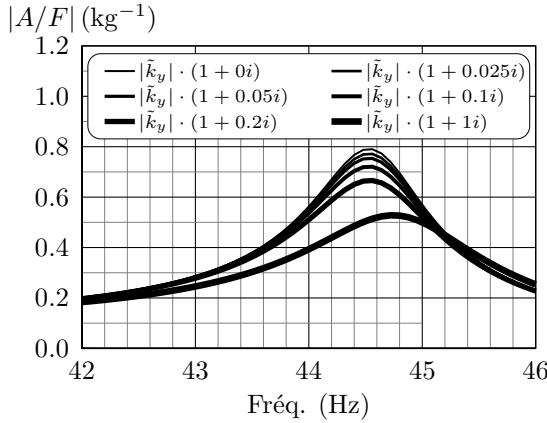
- $\tilde{k}_x = [3 \cdot 10^8] (1 + 0.15i)$  N.m<sup>-1</sup>,
- $\tilde{k}_y = [3 \cdot 10^6] (1 + \eta_n i)$  N.m<sup>-1</sup>, où  $\eta_n$  vaut respectivement [0; 0.025; 0.05; 0.1; 0.2; 1]
- $\tilde{k}_z = 0$  N.m<sup>-1</sup>.

Pour la raideur selon la direction  $\vec{z}$ , nous avons volontairement fixé sa valeur par une raideur nulle pour deux raisons : la première résulte du fait que nous ne l'avons pas encore déterminée, la seconde est qu'elle n'est pas sollicitée dans les vibrations induites par l'excitation présentée sur la fig. 4.5-(b). Les résultats sont indiqués sur la fig. 4.12 où l'on présente la réponse des différents cas et les valeurs d'amortissement global selon chaque cas d'amortissement locale du connecteur.

#### Remarques et interprétations :

- Lorsque il n'y a pas d'amortissement local selon la direction  $\vec{y}$ , on constate que l'amortissement du matériau et celui global sont différents. Ceci est justifié par le fait que ces simulations intègrent la raideur complexe  $\tilde{k}_x$  qui intègrent également de l'amortissement (15%). Pour le 3<sup>ème</sup> mode, celui-ci sollicite donc les raideurs  $\tilde{k}_x$  et  $\tilde{k}_y$ .
- Les variations d'amortissement global (écart d'environ 2.3%) sont plus faibles que les variations de l'amortissement local (écart de 100%), cependant ces variations globales restent dans l'ordre de grandeur de celles observées sur la fig. 4.9 qui traitent de l'amortissement selon la direction  $\vec{x}$ . En d'autres termes, l'amortissement global constaté n'est pas fonction de l'orientation des vibrations, on relève des valeurs d'amortissement global quasi-équivalentes pour ces deux directions,  $\vec{x}$  et  $\vec{y}$ .
- Au regard des amortissements observés sur l'ensemble de modes du tab. 4.3, nous n'ajoutons pas d'amortissement local selon la direction  $\vec{y}$  dans le recalage de la raideur complexe  $\tilde{k}_y$ , car celui selon la direction longitudinale de la solive suffit.



(a) Réponses vibratoires  $|A/F|$  du modèle numérique.

Amortissement $\eta$ - %				
Bois	Connecteur			Global
	$\vec{x}$	$\vec{y}$	$\vec{z}$	
$\approx 1.3$	1.5	-	0	2.3
			2.5	2.3
			5	2.4
			10	2.5
			20	2.7
			100	4.6

(b) Amortissement local et global de la structure couplée dans le modèle numérique.

**FIGURE 4.12** – Évolution de l'amortissement global de la structure couplée du modèle numérique en fonction de l'amortissement local du connecteur dans la direction  $\vec{y}$  - application sur le 3<sup>ème</sup> mode et pour une longueur  $L_{x1,s} = 4.5$  m.

#### 4.4.2.3 Confrontation des modèles numériques et expérimentaux

En reprenant les résultats du recalage des raideurs complexes  $\tilde{k}_x$  et  $\tilde{k}_y$ , on réalise des simulations numériques de réponse en fréquences dans la bande fréquentielle [10; 500] Hz. Les paramètres locaux du connecteur sont les suivants :

- $\tilde{k}_x = [3 \cdot 10^8] (1 + 0.15i) \text{ N.m}^{-1}$ ,
- $\tilde{k}_y = [3 \cdot 10^6] \text{ N.m}^{-1}$ ,
- $\tilde{k}_z = 0 \text{ N.m}^{-1}$ .

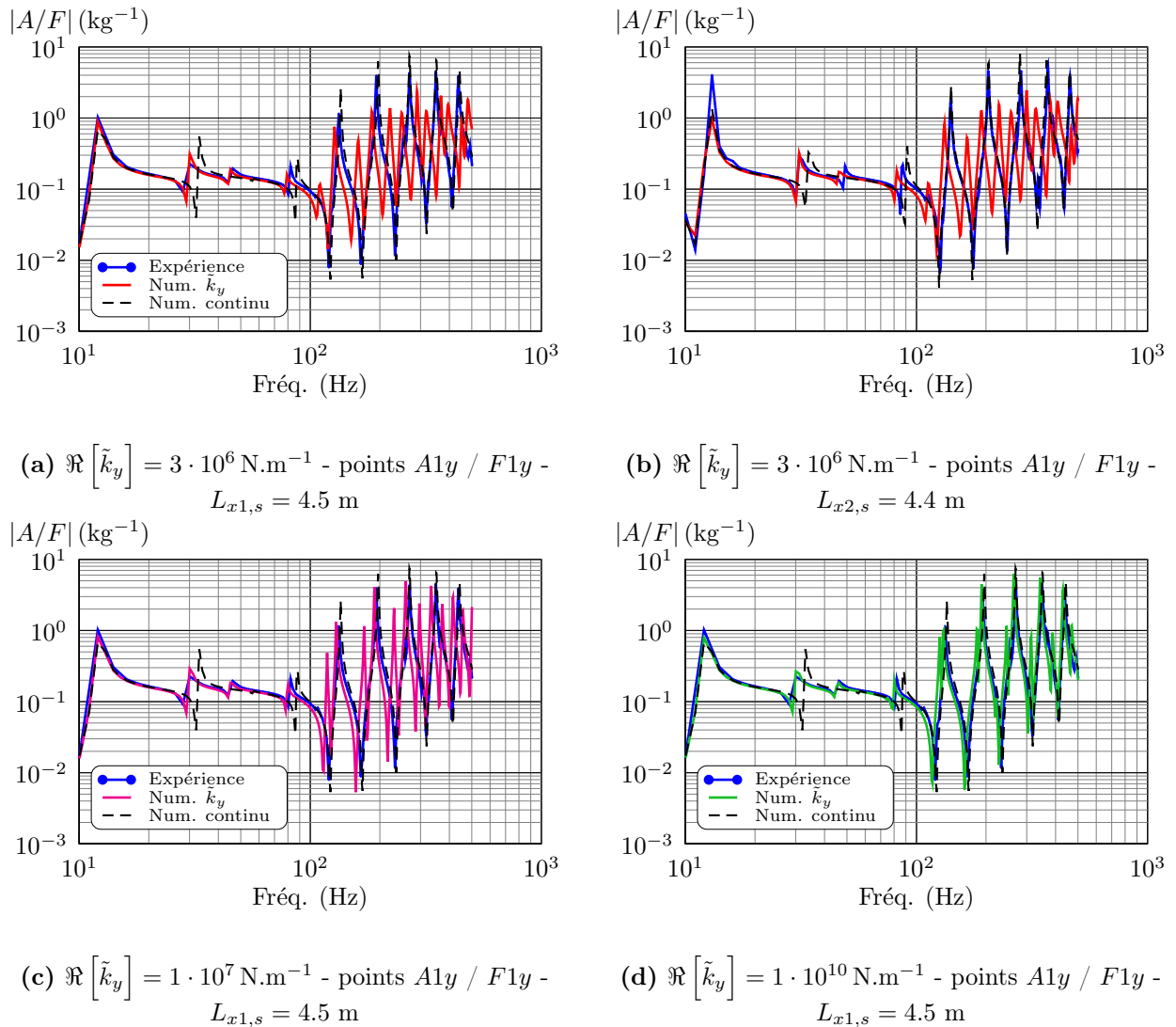
De la même manière que le cas précédent, on compare les résultats des réponses des deux modèles numériques (modèle simplifié du connecteur et modèle à maillage continu) avec ceux des réponses expérimentales aux points décrits sur la fig. 4.5-(b). Les comparaisons des réponses aux points  $A1y$  et  $F1y$  pour les deux longueurs testées sont présentées dans la fig. 4.13. Pour les autres points  $A2y$ ,  $A3y$  et  $A4x$ , les résultats sont fournis en annexe B.1 sur la fig. B.6.

Pour compléter la comparaison dans la direction  $\vec{y}$ , on ajoute deux nouvelles simulations numériques basées sur le modèle à raideur locale. Pour ces deux autres simulations, les parties réelles de la raideur  $\tilde{k}_y$  sont plus grandes par rapport à la valeur moyenne obtenue en recalant les 5 premières fréquences propres du tab. 4.3. On choisit donc de prendre comme valeur :

- $\tilde{k}_y = [1 \cdot 10^7] \text{ N.m}^{-1}$  (cf. fig. 4.13-(c)), qui correspond à la valeur de raideur à partir de laquelle il n'y a plus de variations importantes des fréquences pour les 5 premiers modes de cette direction que l'on observe sur la fig. 4.11-(a),
- et  $\tilde{k}_y = [1 \cdot 10^{10}] \text{ N.m}^{-1}$  (cf. fig. 4.13-(d)), qui correspond à une valeur grande devant les deux valeurs de raideurs précédentes,  $3 \cdot 10^6 \text{ N.m}^{-1}$  et  $1 \cdot 10^7 \text{ N.m}^{-1}$ .

#### Remarques et interprétations :

- Les fig. 4.13-(a)(b) indiquent que les deux modèles numériques sont cohérents avec les résultats expérimentaux sur deux domaines fréquentiels distincts. Aux basses fréquences et jusqu'au la valeur de la fréquence du 5<sup>ème</sup> mode recalé ( $f_{i=5} \approx 135$  Hz), le modèle numérique avec le connecteur simplifié  $\tilde{k}_y$  correspond au modèle le plus approché. À l'inverse et à partir de cette fréquence, la réponse du modèle numérique à maillage continu est très similaire à la réponse expérimentale.
- En effet sur le modèle simplifié et à partir de la fréquence de 5<sup>ème</sup> mode, on remarque des résonances secondaires qui ne sont pas présentes dans les résultats expérimentaux. Ces modes secondaires ne sont pas présents dans le modèle numérique avec continuité des maillages, ce qui le rend plus cohérents avec le modèle expérimental. Sur la fig. B.5 placée en annexe B.1, nous présentons 4 des formes propres de ces modes secondaires pour le modèle où  $\Re[\tilde{k}_y] = 3 \cdot 10^6 \text{ N.m}^{-1}$ . On constate que ces modes correspondent à des vibrations de torsion de la solive autour de l'axe  $\vec{x}$ . La construction



**FIGURE 4.13** – Réponse en fréquences  $\left| \frac{A}{F} \right|$  selon la direction de l'effort suivant  $\vec{y}$  - Test sur assemblage aux points F1y - A1y

de notre modèle simplifié du connecteur autorise ce type de mouvement car le couplage des nœuds communs entre la solive et la poutre est réalisé uniquement en partie basse de la section de la solive. En augmentant la raideur selon la direction  $\vec{y}$  et par cette asymétrie de couplage, la fréquence propre de ces modes de torsion augmentent plus rapidement que les modes de flexion. Cette asymétrie de couplage n'existe pas pour l'autre modèle numérique à maillage continu, ces modes sont donc inexistantes avec cette excitation où l'axe est confondu avec la fibre moyenne de la solive.

- À partir des remarques précédentes, on constate finalement que le modèle numérique avec la continuité du maillage est le plus approprié pour décrire les résultats expérimentaux. Ceci étant, ce modèle implique que les maillages soient continus, ce qui n'est pas adapté aux résultats du cas précédent avec le recalage de  $\tilde{k}_x$ . C'est pour cette raison que nous avons poursuivi les simulations avec le modèle à raideur locale en augmentant de façon significative sa valeur. Les fig. 4.13-(c)(d) montrent que le comportement du modèle numérique à raideur locale augmentée s'approche de celui obtenu par continuité des maillages.
- En augmentant la valeur de la raideur, les fréquences de résonances secondaires observées dans les modèles numériques à raideur locale convergent vers les fréquences des modes primaires. Toutefois, sur le modèle où la raideur est la plus forte, certaines résonances secondaires sont encore présentes. En augmentant plus fortement la raideur, on ne constate pas de changement notable dans les résultats exposés sur la fig. 4.13-(d). Finalement, nous retiendrons la valeur de  $1 \cdot 10^{10} \text{ N.m}^{-1}$  pour définir la raideur locale selon la direction  $\vec{y}$  du connecteur.

### 4.4.3 Raideur selon la direction $\vec{z}$

La direction des efforts suivant l'axe  $\vec{z}$  correspond à la direction des efforts des charges statiques et dynamiques (bruits aériens et d'impact) que reprennent les planchers. De la même manière que la précédente section (raideur  $\tilde{k}_y$ ), cette orientation de l'effort engendre du cisaillement sollicitant  $\tilde{k}_z$  et du moment de flexion sollicitant  $\tilde{k}_x$ . La détermination de  $\tilde{k}_z$  est possible pour des formes propres sollicitant également la raideur  $\tilde{k}_x$  étant donné que nous connaissons déjà la valeur de la raideur dans le sens longitudinal de la solive.

#### 4.4.3.1 Évolution des fréquences propres en fonction de $\tilde{k}_z$

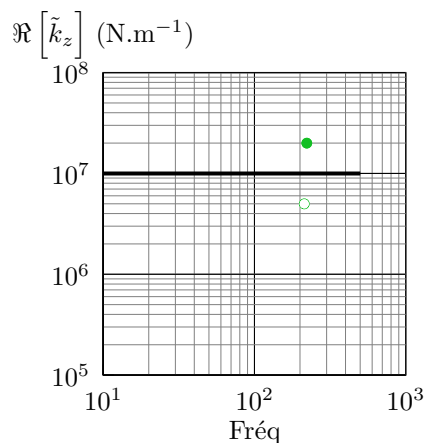
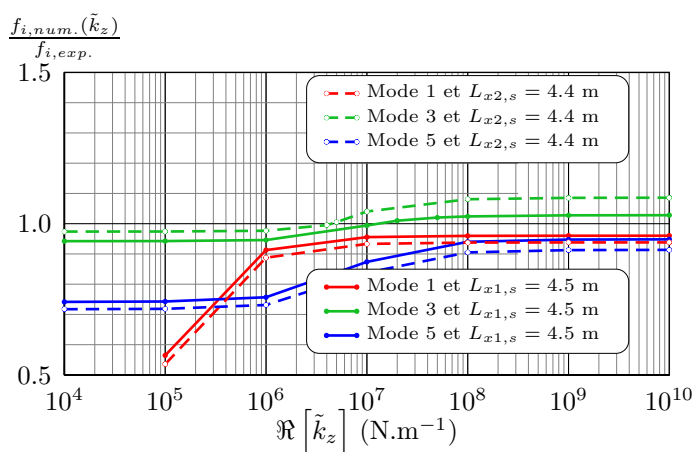
Dans le tab. 4.4, on donne l'évolution des fréquences propres des 6 premiers modes de cette direction. On y constate seulement une variations relativement importante de l'amortissement global pour les modes 3 et 4, avec un écart de moins de 2%. De la même manière, on détermine les raideurs recalées selon la direction  $\vec{z}$  pour aboutir à des fréquences propres du modèle numérique équivalentes à celles expérimentales. Pour les 6 premiers modes, le résultat de ce recalage est indiqué sur la fig. 4.14. On fournit également en annexe B.1 les formes propres des 6 modes sur la fig. B.8.



$L_{x1,s} = 4.5 \text{ m}$		
Rang	Fréq. exp. Hz	$\eta$ %
1	44.10	1.0
2	117.9	1.6
3	219.3	3.6
4	262.6	3.2
5	356.2	1.9
6	481.7	1.6

$L_{x2,s} = 4.4 \text{ m}$		
Rang	Fréq. exp. Hz	$\eta$ %
1	47.08	0.8
2	129.2	1.2
3	212.0	1.9
4	264.7	1.7
5	385.5	1.3
6	> 500	-

TABLEAU 4.4 – Analyse modale de l'assemblage solive - connecteur - poutre avec une excitation vibratoire suivant l'axe  $\vec{z}$ .



(a) Ratio des fréquences propres numériques et expérimentales en fonction de la raideur  $\tilde{k}_z$  du modèle numérique.

(b) Moyenne de raideurs recalées -  $\Re[\tilde{k}_z] \approx 1 \cdot 10^7 \text{ N.m}^{-1}$ .

FIGURE 4.14 – Évolution de la fréquence propre du modèle numérique en fonction de la raideur  $\tilde{k}_z$  pour les modes de rang 1, 3 et 5 du tab. 4.4.

Remarques et interprétations :

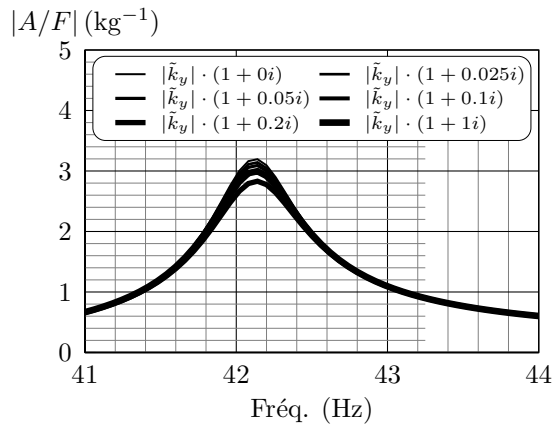
- D'après la fig. 4.14-(b), le recalage n'est applicable que sur le 3<sup>ème</sup> mode en considérant les 6 premiers modes. Toutefois pour les modes 1 et 5, les valeurs de fréquences propres numériques sont très proches de celles expérimentales à partir d'une raideur de  $1 \cdot 10^8 \text{ N.m}^{-1}$ .
- Pour les modes exposés de la fig. 4.14-(a), les variations des fréquences propres induites par le raccourcissement de la solive restent faibles, même si elles sont plus importantes que dans les cas précédents ( $\tilde{k}_y$  et  $\tilde{k}_z$ ).
- La valeur moyenne recalée selon cette direction ( $\Re [\tilde{k}_z] = 1 \cdot 10^7 \text{ N.m}^{-1}$ ) est du même ordre de grandeur que son homologue selon la direction  $\vec{y}$  ( $\Re [\tilde{k}_y] = 3 \cdot 10^6 \text{ N.m}^{-1}$ ).

#### 4.4.3.2 Détermination de l'amortissement local

Pour cette dernière direction de recalage, on réalise également plusieurs modélisations numériques de la réponse fréquentielle  $|A/F|$  autour de la fréquence du 1<sup>er</sup> mode du tab. 4.4 avec l'ensemble des paramètres déterminés :

- $\tilde{k}_x = [3 \cdot 10^8] (1 + 0.15i) \text{ N.m}^{-1}$ ,
- $\tilde{k}_y = [1 \cdot 10^{10}] \text{ N.m}^{-1}$ ,
- $\tilde{k}_z = [1 \cdot 10^7] (1 + \eta_n i) \text{ N.m}^{-1}$ , où  $\eta_n$  vaut respectivement  $[0; 0.025; 0.05; 0.1; 0.2; 1]$ .

La fig. 4.15 présente la réponse des différents cas et les valeurs d'amortissement global selon chaque cas d'amortissement local du connecteur.



(a) Réponses vibratoires  $|A/F|$  du modèle numérique aux points  $A1z$  et  $F1z$ .

Amortissement $\eta$ - %				
Bois	Connecteur			Global
	$\vec{x}$	$\vec{y}$	$\vec{z}$	
$\approx 1.3$	1.5	0	0	1.4
			2.5	1.4
			5	1.4
			10	1.4
			20	1.5
			100	1.5

(b) Amortissement local et global de la structure couplée dans le modèle numérique.

**FIGURE 4.15** – Évolution de l'amortissement global de la structure couplée du modèle numérique en fonction de l'amortissement local du connecteur dans la direction  $\vec{z}$  - application sur le 1<sup>er</sup> mode et pour une longueur  $L_{x1,s} = 4.5 \text{ m}$ .

#### Remarques et interprétations :

- En modifiant l'amortissement local selon la direction  $\vec{z}$ , les variations induites sur l'amortissement global sont quasi-nuls : écart de 0.1% de l'amortissement global en modifiant de 100% la partie imaginaire de la raideur. Il n'est donc pas possible d'évaluer la dissipation de la liaison dans la direction  $\vec{z}$  à l'aide des modes ici utilisés.
- Par rapport aux valeurs d'amortissement du modèle expérimentale du tab. 4.4, il n'est finalement pas nécessaire d'ajouter de l'amortissement local selon cette direction.

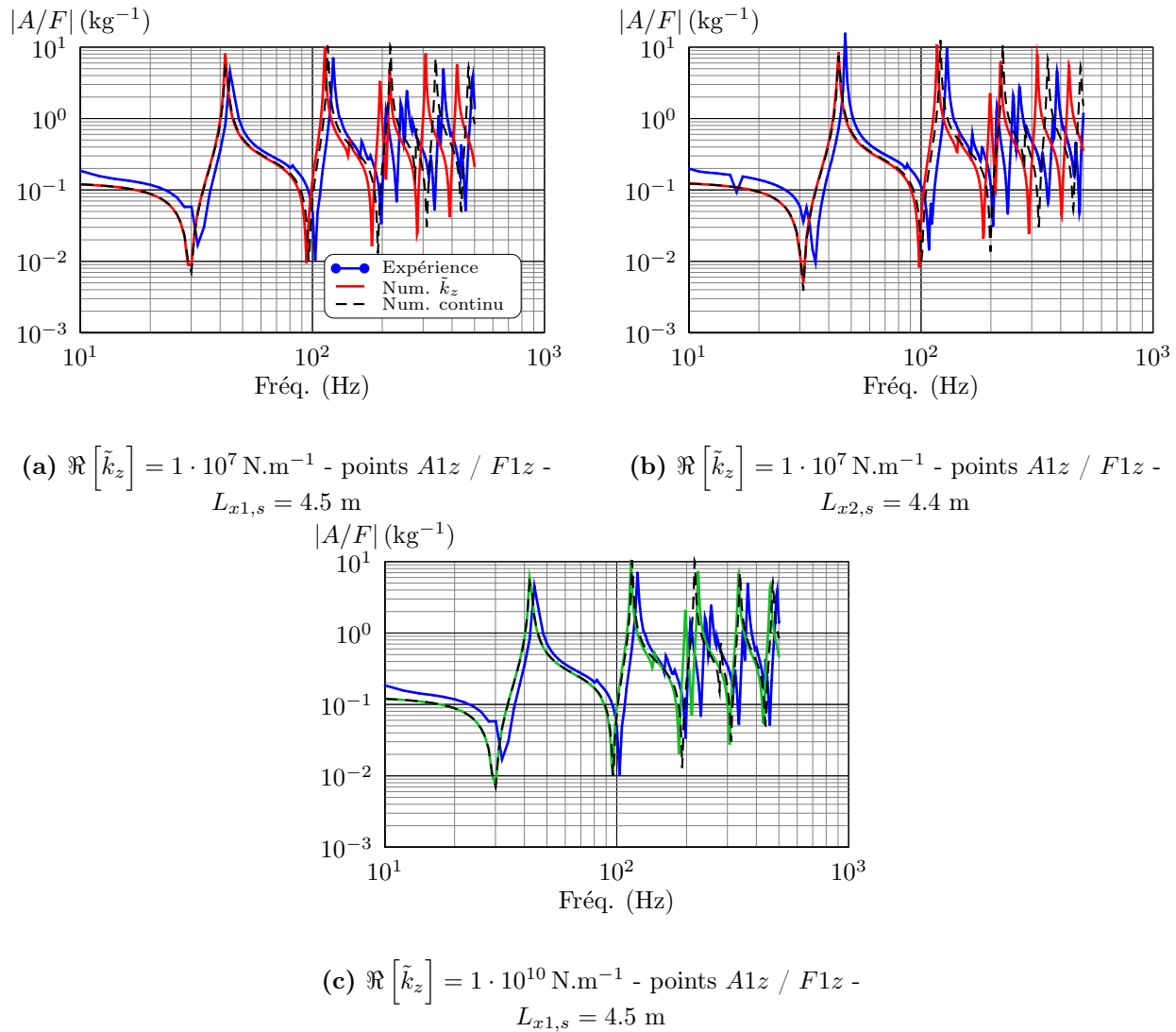
#### 4.4.3.3 Confrontation des modèles numériques et expérimentaux

En incluant l'ensemble des recalages des raideurs complexes  $\tilde{k}_x$ ,  $\tilde{k}_y$  et  $\tilde{k}_z$ , on réalise également des simulations numériques dans la direction  $\vec{z}$ . Les paramètres locaux du connecteur sont les suivants :

- $\tilde{k}_x = [3 \cdot 10^8] (1 + 0.15i) \text{ N.m}^{-1}$ ,

- $\tilde{k}_y = [1 \cdot 10^{10}] \text{ N.m}^{-1}$ ,
- $\tilde{k}_z = [1 \cdot 10^7] \text{ N.m}^{-1}$ .

Par rapport aux remarques précédentes concernant l'estimation de la dissipation selon la direction  $\vec{y}$ , la raideur selon cette même direction est purement réelle car la dissipation présente dans la direction  $\vec{x}$  est suffisante. Les comparaisons des réponses numériques et expérimentales sont présentées sur la fig. 4.16 pour les points  $A1z$  et  $F1z$  décrit sur la fig. 4.5-(c). Pour les autres points,  $A2z$ ,  $A3z$  et  $A4z$ , les résultats sont placés dans l'annexe B.1 en fig. B.9. On ajoute également un troisième calcul numérique basée sur le modèle à raideur locale, avec une valeur de  $\tilde{k}_z$  égale à celle de son homologue  $\tilde{k}_z$  qui vaut  $1 \cdot 10^{10} \text{ N.m}^{-1}$ .



**FIGURE 4.16** – Réponse en fréquence  $|A/F|$  selon la direction de l'effort suivant  $\vec{z}$  - Test sur assemblage aux points  $F1z - A1z$

#### Remarques et interprétations :

- Sur la fig. 4.16-(a)(b), le comportement du modèle numérique à raideur locale est moins adéquat que celui du modèle à maillage continu. Les remarques faites sur les réponses de la fig. 4.13 sont applicables également dans cette direction. À partir de la fréquence du 3<sup>ème</sup> mode, on constate une divergence des réponses entre les deux modèles numériques, où les résonances du modèle à raideur locale ont des fréquences plus faibles de celles du modèle à maillage continu.
- Par rapport à ce constat, nous avons donc réalisé la simulation avec une raideur plus importante dans le modèle numérique correspondant (cf. fig. 4.16-(c)). Nous constatons également que cette rigidification permet au modèle à raideur locale de s'approcher du comportement à maillage continu.

- Finalement, nous prendrons ce dernier résultat de simulation pour caractériser les propriétés du connecteur dans la direction  $\vec{z}$ , c'est à dire  $\Re \left[ \tilde{k}_z \right] = 1 \cdot 10^{10} \text{ N.m}^{-1}$ .

Dans cette section concernant la direction  $\vec{z}$ , nous avons vérifié que le modèle intégrant l'ensemble des 3 raideurs complexes représentant le connecteur métallique permet d'approcher le comportement pour des vibrations de flexion autour de  $\vec{y}$  pour la solive et de  $\vec{x}$  pour la poutre. Cependant nous n'avons pas vérifié notre modèle complet, au sens de l'intégration des 3 raideurs, pour les deux précédentes directions  $\vec{x}$  et  $\vec{y}$  dans les paragraphes correspondants. Ainsi, nous avons réalisé de nouvelles simulations intégrant les 2 raideurs pour ces deux directions, et l'annexe B.1 avec les fig. B.3 et B.7 présente le résultat. Finalement, nous constatons que l'hypothèse initiale concernant la chronologie de la détermination des raideurs est nécessaire pour notre méthode. Les réponses fréquentielles avec l'ensemble sont mêmes meilleures que celles intégrant le modèle partiel du connecteur (une partie des 3 raideurs déterminées).

## 4.5 Conclusion

Dans ce chapitre, notre objectif consistait à déterminer un modèle simplifié par éléments finis d'un modèle de sabot métallique, type d'organe d'assemblage courant dans la construction pour lier les solives d'un plancher sur les murs. La connaissance de ces propriétés permet d'assembler numériquement les structures des planchers aux structures de murs pour réaliser *in-fine* des simulations numériques traitant des transmissions latérales à travers ce type de structure. On rappelle que ces transmissions dégradent les performances d'isolation acoustique des planchers solivés bois et plus généralement des structures bois.

Le modèle simplifié dans ce chapitre repose sur une adjonction de raideur dans les trois directions de l'espace cartésien dans la matrice de résolution par éléments finis pour coupler deux structures. L'intérêt de ce modèle est de ne pas ajouter de degrés de liberté supplémentaires, de ne pas nécessiter de modélisation géométrique (maillage du connecteur) et d'intégrer directement l'effet de l'ancrage dans le matériau.

Un autre modèle numérique, celui obtenu par continuité des maillages entre la solive et la poutre, est aussi intéressant en terme de coût de calcul (pas de d.d.l. supplémentaires) et de modélisation géométrique (couplage direct par « collage » des maillages). Ceci étant en comparant le comportement et la cinématique des deux modèles numériques, on remarque que les modèles à raideurs locales sont plus réalistes dans le comportement selon la direction  $\vec{x}$ . En effet, pour les autres directions  $\vec{y}$  et  $\vec{z}$ , le modèle avec continuité des maillages représente le modèle le plus approché à celui expérimental. Par ces deux contraintes où les deux modèles numériques sont adaptés à des comportements dans des directions différentes, nous avons fait le choix de garder le modèle à raideurs locales. Pour pallier à cet écart de comportement, nous avons augmenté arbitrairement les raideurs locales afin de compenser ces différences entre les deux modèles numériques dans les directions  $\vec{y}$  et  $\vec{z}$ .

L'amortissement de l'assemblage est intégré seulement dans la raideur suivant la direction longitudinale de la solive. Les sollicitations mécaniques dans cette direction sont présentes dans tous les mouvements de la solive. En effet, les moments de flexion de la solive autour de l'axe  $\vec{y}$  et  $\vec{z}$  induisent des sollicitations de la raideur selon la direction  $\vec{x}$ . Ainsi pour l'ensemble des mouvements courants du système {solive + connecteur + poutre}, une dissipation selon la direction  $\vec{x}$  est suffisante.



## CONCLUSION





# CONCLUSION

## Rappel du contexte et de la problématique

Face aux contraintes environnementales et écologiques de la construction, le matériau bois dispose de qualités qui le rendent intéressant auprès des divers acteurs de la construction mais également auprès d'une population de plus en plus consciente de ses responsabilités en terme d'habitat. Hormis un prix légèrement supérieur à l'achat d'une construction neuve en bois par rapport à celui d'une construction traditionnelle en béton, la construction bois souffre d'un manque évident de maîtrise des performances acoustiques. En effet, les contraintes dans ce domaine sont de plus en plus contrôlées, notamment par l'arrêté du 27 novembre 2012 relatif à l'attestation de prise en compte de la réglementation acoustique applicable en France métropolitaine aux bâtiments d'habitation neufs. Ainsi, pour toutes nouvelles constructions dont le permis de construire a été demandé à compter du 1<sup>er</sup> janvier 2013, celles-ci doivent attester que les performances acoustiques requises sont respectées.

Le C.R.I.T.T. Bois d'Épinal a décidé de financer des travaux de recherche, en partenariat avec le L.A.U.M., pour ouvrir des voies de développements dans le registre de la prédiction des performances acoustiques dans la construction bois. L'objet de cette première thèse s'est donc porté sur la structure des planchers solivés bois, une structure à la fois sensible aux vibrations induites par les ondes acoustiques (bruits aériens) et mécaniques (bruits d'impacts).

Première thèse sur ce domaine acoustique pour ce centre technique et ce laboratoire, cette thèse aborde la problématique via des études numériques et expérimentales. Ainsi, l'axe principal de recherche s'est portée sur le développement d'un outil numérique de prédiction de l'affaiblissement acoustique de structures légères en bois aux basses fréquences. Dans un second axe, des travaux expérimentaux ont été menés sur la caractérisation mécanique d'un assemblage courant dans la construction bois. Suite à ces études, il est possible d'exploiter l'outil numérique pour des structures à l'échelle de pièce d'habitation afin de déterminer l'isolement acoustique des planchers solivés en bois en intégrant les différentes voies de transmissions de l'énergie acoustique et vibratoire.

## Développement de l'outil numérique

Dans cette partie, nous avons d'abord présenté une méthode numérique d'excitation acoustique par champ diffus. Ce type d'excitation est utilisé en acoustique du bâtiment pour générer des ondes acoustiques n'ayant pas d'orientation particulière, le champ résultant étant homogène dans l'espace. En effet le rayonnement acoustique des parois dépend étroitement de l'angle d'incidence dans le cas d'une excitation par une onde plane. Ainsi pour s'affranchir de cette contrainte angulaire, le champ diffus acoustique permet de solliciter une structure de façon globale. Par définition, un champ diffus est une somme continue et infinie d'ondes planes de directions aléatoires, d'amplitudes uniformes et de phases aléatoires. L'implémentation numérique de ce type d'excitation, contraint de limiter la quantité de sources d'ondes planes, et l'influence de plusieurs paramètres dans l'élaboration d'un champs diffus numérique est détaillée dans ce mémoire. Deux méthodes de répartition des sources ont été présentées dans ce document : répartition géométrique ou stochastique. Une répartition géométrique de type géodésique des sources est plus efficace. Cette méthode géométrique permet de répartir uniformément sur l'angle solide une quantité donnée de vecteurs d'onde. Le second paramètre réside dans le nombre optimal de vecteurs

d'onde à répartir sur l'angle solide pour obtenir un champ diffus « approché et suffisant » par rapport à son homologue théorique. Il est nécessaire de réaliser un compromis entre la valeur de l'intensité incidente du champ et son écart-type. En effet, en augmentant le nombre de vecteurs, l'intensité incidente tend vers sa valeur théorique, cependant son écart-type entre différents tirages (phases aléatoires entre différents tirages) diverge. Une fonction permet de déterminer le nombre optimal de vecteurs d'onde répondant à ce compromis à partir d'un paramètre adimensionnel relatif aux dimensions de la structure et de la fréquence. Pour l'élaboration d'un champ diffus acoustique numérique, il est intéressant de retenir qu'une augmentation du nombre de vecteurs d'onde répartis géodésiquement permet de faire tendre l'intensité totale acoustique incidente vers sa valeur théorique. Toutefois cette augmentation de vecteurs d'onde ne s'accompagne pas d'une diminution de l'écart-type de l'intensité moyenne incidente entre plusieurs tirages de phases. En effet, l'augmentation du nombre de vecteurs induit une probabilité plus grande de singularités associées aux tirages aléatoires de phase, élargissant ainsi la répartition des valeurs moyennes des intensités entre plusieurs tirages. Par le biais d'une répartition stochastique des vecteurs d'onde, ce constat est également présent. Aux singularités de phases s'ajoutent également pour ce type de répartition, les singularités de directions où l'on peut observer des densifications et des éclaircissements sur la répartition des sources.

L'élaboration de l'outil numérique de prévision de l'affaiblissement acoustique repose sur une résolution par la méthode des éléments finis, qui est bien adaptée aux basses fréquences dans le régime modal. Nous avons fait le choix de travailler sous le logiciel *FreeFem++* sous licence GPL pour réaliser l'ensemble des calculs. Au delà des fonctions initiales de ce programme en ligne de commande, il offre une grande liberté de manipulations des matrices éléments finis, de calculs d'intégrales numériques, de maillages de structure de façon paramétrique. En implémentant les travaux précédents sur la construction d'un champ diffus acoustique, nous avons abouti à un programme calculant l'affaiblissement d'une structure couplée, intégrant les différents types de matériau que l'on retrouve dans la construction : solides, fluide et poreux. Du fait du couplage faible de ce problème, nous avons pu développer d'autres méthodes pour réduire le coût de calcul induit par la méthode éléments finis. Ainsi, une formulation intégrale a été exploitée pour résoudre la partie concernant le domaine fluide du problème couplé, en offrant une résolution du rayonnement en champ libre ou clos. Des optimisations de calculs ont été explorées pour réduire également ce coût : choix des fonctions d'interpolation dans la résolution du problème structurel, prise en compte de l'amortissement et approximation géométrique du domaine fluide, troncature de la somme relative au calcul intégral en champ clos. Ceci étant, le temps de résolution est encore relativement long par rapport à l'échelle du temps « ingénierie », mais nous avons constaté qu'il est principalement dû à des accès répétés à la mémoire vive dans la formulation intégrale en champ clos. Les résultats de ces simulations numériques ont été comparés à ceux obtenus par une méthode analytique par matrice de transfert (programme *Maine3A* développé par le L.A.U.M.), elle indique des résultats cohérents de notre modèle numérique. Suite à ces comparaisons, il apparaît que la résolution par méthode E.F. complète les solutions analytiques puisque le comportement est modal aux basses fréquences. Dans les domaines fréquentiels moyens et hautes fréquences, des travaux de recherches ont déjà été menés pour résoudre des problèmes vibro-acoustique couplés. Il est intéressant de souligner qu'il est important d'intégrer le comportement modal d'une paroi dans la détermination de son affaiblissement acoustique. En effet pour un amortissement du matériau bois de l'ordre de 3%, on relève un écart moyen d'environ 20 dB de creux de résonance sur les courbes d'affaiblissement. Aux basses fréquences où les résonances sont marquées, les méthodes ne prenant pas en compte ces résonances ne sont pas adaptées aux calculs « précis et suffisants » de l'acoustique du bâtiment. Même si les incertitudes de mesures (dimensions, modules d'élasticité, masse volumique,...) sont nombreuses et importantes dans la construction, il est important de remarquer que les résonances sont simplement décalées fréquentiellement de quelques pour cent. Les conditions aux limites d'une paroi sont déterminantes sur son affaiblissement aux basses fréquences. En dessous de la fréquence critique, on observe un écart moyen de 15 dB sur ses courbes d'affaiblissements selon les deux conditions aux limites opposées (libres et encastrées). Ainsi, la connaissance de ces conditions est donc primordiales pour modéliser correctement le comportement d'une structure *in-situ*.

## Caractérisation mécanique d'un assemblage courant

Les performances de l'isolement acoustique d'une pièce dépendent principalement de la capacité isolante de la paroi séparatrice, exprimée par son affaiblissement acoustique, et également par le rayonnement des parois adjacentes, appelé généralement transmissions latérales. La construction bois dispose de systèmes constructifs acoustiquement performants, mais les performances finales peuvent être facilement réduites par cette voie de transmissions latérales. Ces transmissions peuvent être intensifiées par une incohérence du choix des parois ou des méthodes d'assemblage entre les éléments de constructions. Maîtriser, pour mieux limiter cette voie de transmission vibratoire, nécessite de connaître dans un premier temps les propriétés mécaniques des principaux organes d'assemblage liant les planchers aux murs. Pour cette raison, nous avons développé un axe expérimental visant à modéliser les propriétés mécaniques équivalentes d'un connecteur courant dans les structure à solive bois : le sabot métallique. Nous avons donc choisi de réaliser des études par analyse modale sur des éléments bois assemblés avec ce type de connecteur pour déterminer ses propriétés. La construction bois est fondée sur un matériau visco-élastique naturel, aussi dans un premier temps, il nous a été nécessaire de caractériser ce matériau présentant de grandes variabilités physique par rapport à des matériaux « industriels ». En confrontant un modèle numérique par éléments finis et un modèle expérimental, nous avons pu décrire finement le comportement dynamique d'une solive dans un domaine fréquentiel donné. La forte anisotropie de ce matériaux implique un recalage du modèle numérique pour l'ensemble des directions principales et transversales d'une solive à section rectangulaire. Les propriétés mécaniques intégrant l'amortissement ont donc été déterminées et présentées pour une solive particulière. La « fine » connaissance de ces propriétés est indispensable pour la suite des travaux expérimentaux visant à déterminer les propriétés mécaniques du connecteur choisi. L'anisotropie du matériau bois est constatée dans ce chapitre d'une façon peu connue pour les matériaux « industriels » de telle sorte que les propriétés mécaniques évoluent selon le rayon de croissance de l'arbre. En effet, le recalage d'un modèle numérique d'une solive (section rectangulaire) sur un modèle expérimental nécessite deux coefficients dépendant de la fréquence ajustant une loi de comportement orthotropique cylindrique de référence. Selon l'axe de rotation des vibrations de flexion de la solive, le coefficient de recalage est différent. Dans la gamme de fréquence [10; 500] Hz, l'aspect visco-élastique du matériau bois est observé sur ces deux coefficients de recalage, on relève ainsi une variation du module d'élasticité longitudinal de 40% par rapport à la valeur de référence (13.1 GPa), et une variation de l'amortissement structural de 0.6 à 1.7 %.

À partir du modèle numérique de nos échantillons bois, nous avons également construit un modèle numérique du système composé d'une solive, d'une poutre et du connecteur. L'élément d'assemblage n'a pas été modélisé par le biais d'un maillage et de propriétés mécaniques sous forme de matrice de comportement. Pour modéliser le comportement du connecteur, nous avons fait le choix de concevoir un modèle simplifié équivalent qui intègre l'ensemble de ses propriétés, c'est-à-dire les propriétés de son matériau constitutif et celles de son ancrage. Ce modèle simplifié est constitué de raideurs locales selon les trois directions de l'espace cartésien, il couple ainsi deux domaines solides (solive et poutre) par l'intermédiaire de raideurs complexes pour intégrer les effets dissipatifs de l'assemblage. Pour observer l'intérêt de ce modèle simplifié, nous avons comparé son comportement avec celui d'un modèle numérique où il y a continuité du maillage de la solive et de la poutre. Ces deux modèles numériques présentent l'intérêt de ne pas ajouter de degrés de liberté supplémentaires au problème initial. Par un recalage des fréquences propres en confrontant les modèles numériques aux données expérimentales par l'intermédiaire de réponse fréquentielle accélération sur force, nous avons pu aboutir à un modèle suffisamment approché pour définir les propriétés mécaniques d'un modèle de sabot métallique. La modélisation du connecteur testé, ne nécessite l'introduction d'une dissipation de 10%, que pour la rigidité associée à des déplacements dans l'axe de la solive. En effet, la raideur complexe selon cette direction est sollicitée pour l'ensemble des vibrations autour des deux axes principaux du plan de la section rectangulaire de la solive. En comparant les valeurs des raideurs selon les deux directions transverses avec celle de l'axe longitudinal de la solive, on constate une rigidité plus importante selon les directions transverses avec une valeur environ cent fois plus grande. Ceci semble logique puisque les connecteurs sont conçus initialement plus pour résister à des

contraintes de cisaillement que des efforts de traction longitudinale, on s'attend finalement à ce que les rigidités reprenant le cisaillement soient plus grandes.

## Perspectives de futurs travaux

En rappelant que ces travaux ont été les premiers à mettre en partenariat le C.R.I.T.T. Bois et le L.A.U.M., il est important d'indiquer qu'ils sont exploités actuellement dans une seconde thèse encadrée par ces mêmes partenaires visant à extrapoler les méthodes et calculs présentés dans ce document à l'échelle de plusieurs pièces d'habitation. Cette thèse, menée par David BLON, devra également aboutir sur la rédaction d'un « guide des bonnes pratiques » destinés aux acteurs de la construction soucieux des performances acoustiques des constructions bois. L'application de la méthode par éléments finis à cette échelle engendrera des coûts de calculs importants, ainsi l'idée de développer des outils analytiques est également choisie dans cette seconde thèse. Formuler une loi de composition permettant de quantifier la répartition de l'énergie vibratoire dans les structures rayonnantes en fonction de paramètres physiques du problème (masse surfacique, dimensions, position,...) permettront de déterminer une valeur approchée des transmissions latérales.

Une des premières perspectives envisagée et directement applicable, est de fusionner les résultats de la caractérisation expérimentale du sabot métallique avec les outils numériques pour déterminer le spectre d'isolement acoustique sur une géométrie simple, un plancher et quatre murs. En effet, même si nous disposons de l'ensemble des informations nécessaires à ce calcul, nous n'avons pas eu le temps de réaliser ce type de calcul dans cette thèse. Cette modélisation nous permettra de quantifier les voies de transmissions en fonction de différents paramètres géométriques et physiques : influence du rapport des masses surfaciques entre les murs et plancher, influence des raideurs d'assemblage, incidence de la présence de mur de refend...

La résolution numérique du problème vibro-acoustique a été menée sur une plage de fréquence réduite aux basses fréquences, domaine où les structures légères sont sensibles. Par rapport à cela, il serait intéressant de faire le lien avec les méthodes de prédiction de l'isolement à fréquences plus hautes en exploitant les méthodes déjà développées dans d'autres travaux. Ce travail de recombinaison permettra de réaliser des modélisations à large bande, les résultats numériques pourront être exprimés selon des indices acoustiques connus et pourront être mieux exploités par la suite.

D'un point de vue informatique, il serait également intéressant d'exploiter la parallélisation des calculs numériques par éléments finis puisque le logiciel offre cette possibilité.

Dans la partie expérimentale traitant de la caractérisation d'un assemblage, nous n'avons pas pu réaliser, par manque de temps, des séries de test sur un même modèle de sabot pour vérifier la répétabilité du système. L'incidence du chargement statique sur les caractéristiques dynamiques équivalentes des connecteurs reste aussi à quantifier. En effet, en phase chantier, la pose des connecteurs est réalisée sans chargement statique préalable, certains jeux d'assemblage disparaissent ou apparaissent au cours de l'évolution du chantier. Les jeux d'assemblages pourraient induire un comportement non-linéaire de l'assemblage que nous n'avons pas observé lors de nos expérimentations. D'autre part, on trouve sur le marché des connecteurs « améliorés » qui intègrent un résilient pour absorber une partie de l'énergie vibratoire. Il serait donc intéressant de mener des études par analyse modale avec ce type de connecteur afin de quantifier leurs intérêts dans la réduction des vibrations.

# ANNEXES



# Annexe A

---

## ALGORITHMES DE RÉPARTITION DE SOURCES

---

### A.1 Répartition de points sur une sphère par la méthode de révolution

---

**Algorithm 1** Répartition par révolution de  $N_{rev}$  points sur une sphère de rayon unitaire.

---

**Require:**  $N_{rev} \geq 2, N_{rev} \in \mathbb{N}$

$$\Delta\phi_{ini} = \frac{\pi \sqrt{8 N_{rev} - 7} - 5\pi}{2 N_{rev} - 8}$$

▷ Pas angulaire calculé

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\text{floor}\left(\frac{2\pi}{\phi_{ini}}\right)}$$

▷ Pas angulaire approché

**for**  $k = 0$  to  $\frac{2\pi}{\Delta\phi} - 1$  **do**

▷ Balayage selon la longitude

**for**  $l = 1$  to  $\frac{\pi}{\Delta\phi} - 1$  **do**

▷ Balayage selon la colatitude

$$\begin{cases} \vec{x}_{n,kl} = \cos(k\Delta\phi) \sin(l\Delta\phi) \vec{x} \\ \vec{y}_{n,kl} = \sin(k\Delta\phi) \sin(l\Delta\phi) \vec{y} \\ \vec{z}_{n,kl} = \cos(l\Delta\phi) \vec{z} \end{cases}$$

**end for**

**end for**

$$\begin{cases} \vec{x}_{n,kl+1} = \vec{0} \\ \vec{y}_{n,kl+1} = \vec{0} \\ \vec{z}_{n,kl+1} = \vec{z} \end{cases}$$

▷ Pôle Nord

$$\begin{cases} \vec{x}_{n,kl+2} = \vec{0} \\ \vec{y}_{n,kl+2} = \vec{0} \\ \vec{z}_{n,kl+2} = -\vec{z} \end{cases}$$

▷ Pôle Sud

---



## A.2 Répartition de points sur une sphère par la méthode de géodésique

---

**Algorithm 2** Répartition géodésique de  $N_{geo}$  points sur une sphère de rayon unitaire selon [SK97].

---

**Require:**  $N_{geo} \geq 2, N_{geo} \in \mathbb{N}$

$\phi_0 = 0$  ▷ Longitude initiale

**for**  $i = 1$  to  $N_{geo}$  **do**

$$h = -1 + \frac{2(i-1)}{N_{geo}-1}$$

$$\varphi = \arccos(h)$$

▷ Colatitude

**if**  $(i = 1 \parallel i = N_{geo})$  **then**

$$\theta = 0$$

**else**

$$\theta = \left( \phi_0 + \frac{3.6}{\sqrt{N_{geo}(1-h^2)}} \right) \bmod 2\pi$$

▷ Longitude

**end if**

$$\theta_0 = \theta$$

$$\begin{cases} \vec{x}_{n,i} = \cos(\theta) \sin(\varphi) \vec{x} \\ \vec{y}_{n,i} = \sin(\theta) \sin(\varphi) \vec{y} \\ \vec{z}_{n,i} = \cos(\varphi) \vec{z} \end{cases}$$

**end for**

---

### A.3 Répartition de points sur une sphère par une méthode stochastique

---

**Algorithm 3** Répartition stochastique de  $N_{sto}$  points sur une sphère de rayon unitaire.

---

**Require:**  $N_{sto} \geq 2, N_{sto} \in \mathbb{N}$

$\varphi_0 = 0$

▷ Colatitude initiale

**for**  $k = 1$  to  $N_{sto} - 2$  **do**

▷ Balayage selon le nombre de source

$$\begin{cases} \theta = 2\pi \cdot \text{randreal1}() \\ \varphi = \cos^{-1} \left[ \cos(\varphi_0) - \left( \frac{2}{N_{sto}-1} \right) \right] \end{cases}$$

▷ Longitude et colatitude de chaque source

$$\begin{cases} \vec{x}_{n,k} = \cos(\theta) \sin(\varphi) \vec{x} \\ \vec{y}_{n,k} = \sin(\theta) \sin(\varphi) \vec{y} \\ \vec{z}_{n,k} = \cos(\varphi) \vec{z} \end{cases}$$

$\varphi_0 = \varphi$

**end for**

$$\begin{cases} \vec{x}_{n,N-1} = \vec{0} \\ \vec{y}_{n,N-1} = \vec{0} \\ \vec{z}_{n,N-1} = \vec{z} \end{cases}$$

▷ Pôle Nord

$$\begin{cases} \vec{x}_{n,N} = \vec{0} \\ \vec{y}_{n,N} = \vec{0} \\ \vec{z}_{n,N} = -\vec{z} \end{cases}$$

▷ Pôle Sud

---

## A.4 Méthode pour l'élaboration des cartographies des intensité acoustiques incidentes

La discrimination des méthodes de répartition repose sur le calcul de l'intensité acoustique incidente à la surface d'un disque de diamètre ( $d = 1.5\lambda$ ) placé dans le plan normal à  $\vec{z}$  en  $z = 0$  et centré en  $x = y = 0$ . Le choix de cette taille de disque est un compromis entre deux contraintes : un diamètre suffisamment grand pour observer les ondes incidentes rasantes, c'est-à-dire les longueurs d'ondes projetées les plus courtes, et suffisamment petit pour limiter le temps de calcul d'intégrales sous un maillage adaptatif (selon le module de la pression acoustique). De plus, on associe à chaque source une phase temporelle choisie aléatoirement et comprise entre  $[0, 2\pi[$ .

Par la suite, une rotation de l'ensemble des sources permet, par réciprocité, d'orienter le disque de mesure de l'intensité dans l'espace. La rotation est définie selon le vecteur  $\vec{n}'$ . Pour éviter certaines aberrations de résultats dues à l'utilisation de variables aléatoires, on répète le calcul des intensités sur plusieurs tirages,  $t$ , où l'on modifie la phase de chaque source.

---

**Algorithm 4** Processus de calcul de l'intensité incidente selon une des méthodes de répartition.

---

**Require:**  $T, N \in \mathbb{N}$  ▷ T : nb. de tirage, N : nb. sources

*Vecteurs d'ondes répartis (coordonnées cartésiennes) :*

$$\vec{K}_0 = [K_{x,0}, K_{y,0}, K_{z,0}] = k_0 \cdot [X_0, Y_0, Z_0]$$

**for**  $t = 1$  to  $T$  **do** ▷ Bouclage sur l'ensemble des essais

$P_{old} = 0, V_{old} = 0$  ▷ Initialisation

**for**  $\theta_x = 0$  to  $\pi/2$  **do**

**for**  $\theta_z = 0$  to  $2\pi$  **do**

**for**  $n = 1$  to  $N$  **do** ▷ Bouclage sur l'ensemble des sources

*Rotation vecteur-angle (Rodrigues) :*

$$\vec{\Omega} = [0, \sin(\theta_x), -\cos(\theta_x)]$$

▷ Vecteur unitaire rotation

$$\vec{K}_n = (\cos \theta_z) \vec{K}_0 + (1 - \cos \theta_z) (\vec{K}_0 \cdot \vec{\Omega}) \vec{\Omega} + (\sin \theta_z) (\vec{\Omega} \otimes \vec{K}_0)$$

**if**  $K_{z,n} > 0$  **then**

*Composition des pressions et vitesses :*

$\theta_i = 2\pi \cdot \text{randreall}()$  ▷ Phase temp. aléatoire

$$p_n = \exp[-i(K_{x,n}\vec{x} + K_{y,n}\vec{y} + K_{z,n}\vec{z})] \exp(i\theta_n)$$

$$v_{z,n} = \frac{K_{z,n}}{|\vec{K}_0| \rho_0 c_0} p_n$$

*Assemblage par superposition :*

$$P = P_{old} + p_n$$

$$V = V_{old} + v_{z,n}$$

$$P_{old} = P$$

$$V_{old} = V$$

**end if**

**end for**

*Intensité de l'assemblage des ondes :*

$$I(m, \theta_x, \theta_z) = \frac{1}{\pi R^2} \frac{1}{2} \int_S \Re[PV^*]$$

**end for**

**end for**

**end for**

---

## Annexe B

---

### FORMES PROPRES ET RÉPONSES FRÉQUENTIELLES EXPÉRIMENTALES ET NUMÉRIQUES

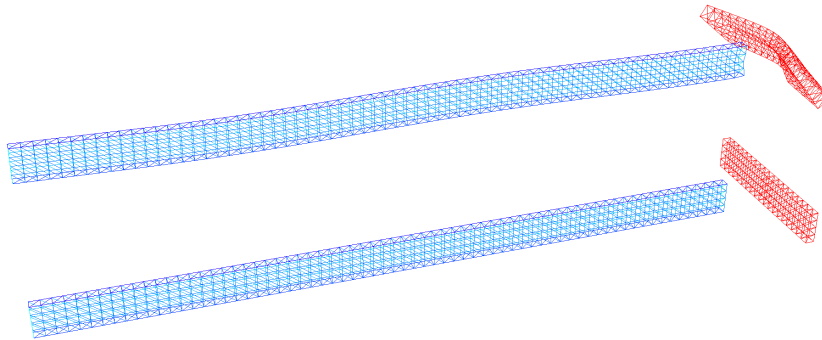
---

## B.1 Solive, poutre et sabot métallique

### B.1.1 Excitation suivant l'axe $\vec{x}$

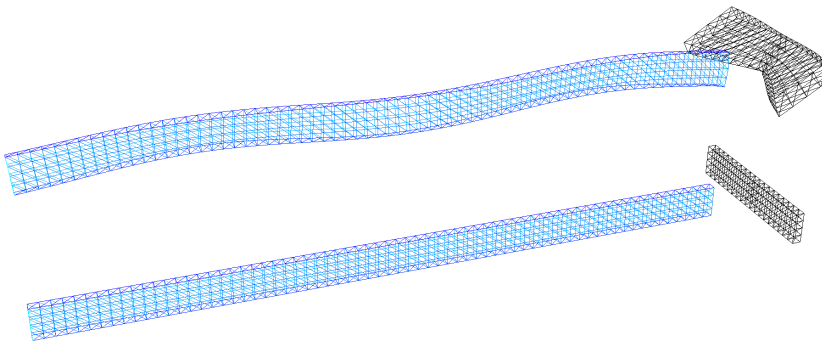
#### B.1.1.1 Formes propres des modes

Mode 01 - Freq=10.100Hz - Ex=3x10<sup>0</sup>



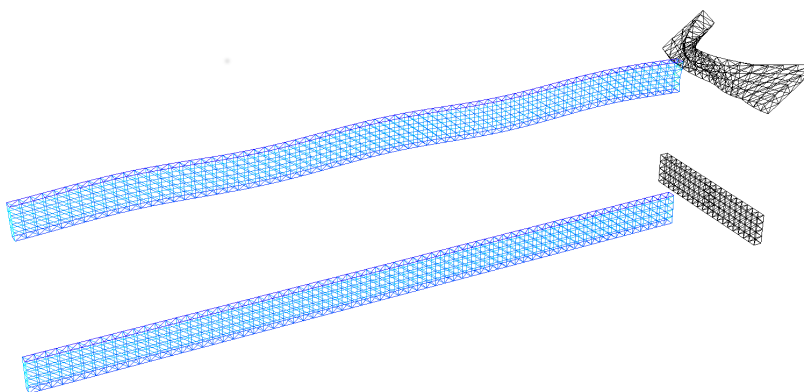
(a) Mode 2 - déformée modale en partie haute, forme initiale en partie basse

Mode 02 - Freq=20.200Hz - Ex=3x10<sup>0</sup>



(b) Mode 3 - déformée modale en partie haute, forme initiale en partie basse

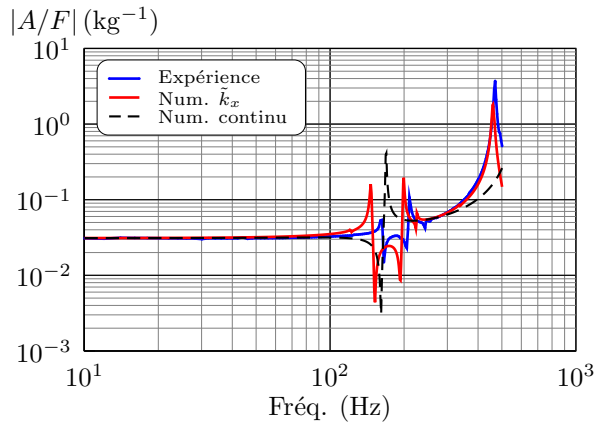
Mode 03 - Freq=40.400Hz - Ex=3x10<sup>0</sup>



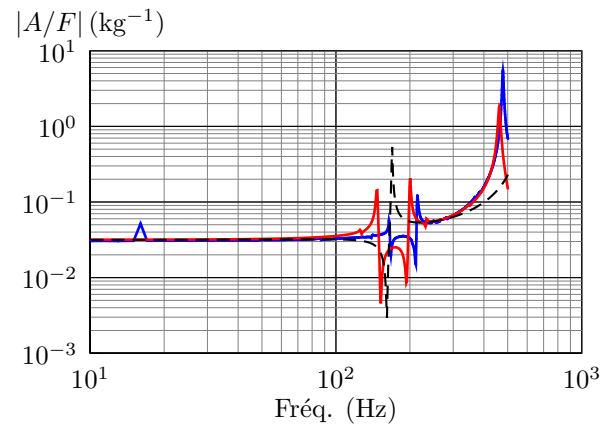
(c) Mode 4 - déformée modale en partie haute, forme initiale en partie basse

**FIGURE B.1** – Formes propres excitées dans le cas présenté sur la fig. 4.5-(a)

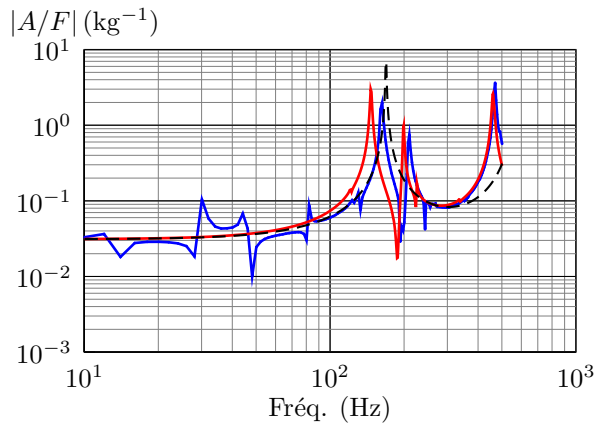
### B.1.1.2 Comparaisons des réponses numériques et expérimentales - modèle partiel



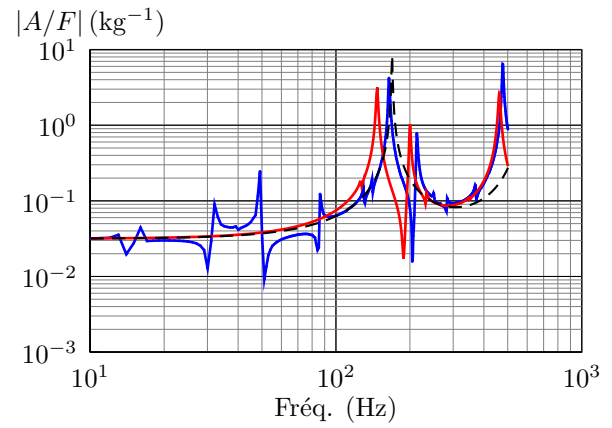
(a) Points  $A2x / F1x - L_{x1,s} = 4.5$  m



(b) Points  $A2x / F1x - L_{x2,s} = 4.4$  m



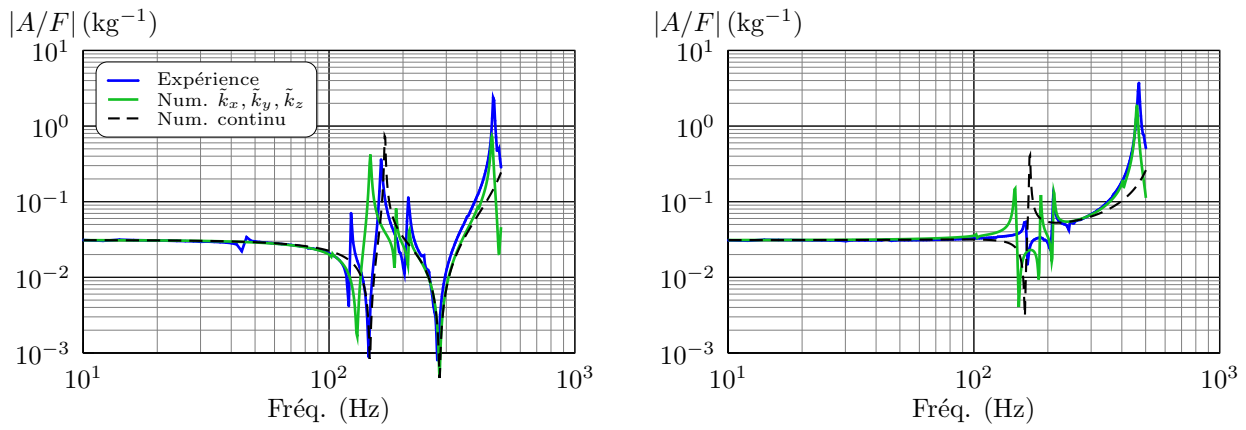
(c) Points  $A3x / F1x - L_{x1,s} = 4.5$  m



(d) Points  $A3x / F1x - L_{x1,s} = 4.4$  m

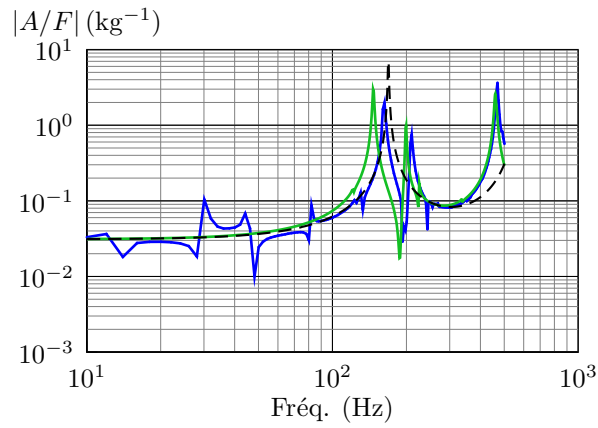
**FIGURE B.2** – Réponse en fréquence  $\left| \frac{A}{F} \right|$  selon la direction de l'effort suivant  $\vec{x}$  du modèle numérique et expérimental - Test sur l'assemblage aux points  $F1x - A2x$  et  $A3x$  et selon deux longueurs de solive  $L_{x1,s} = 4.5$  m et  $L_{x2,s} = 4.4$  m.

### B.1.1.3 Comparaisons des réponses numériques et expérimentales - modèle complet



(a) Points  $A1x / F1x - L_{x1,s} = 4.5$  m

(b) Points  $A2x / F1x - L_{x1,s} = 4.5$  m



(c) Points  $A3x / F1x - L_{x1,s} = 4.5$  m

**FIGURE B.3** – Réponse en fréquence  $\left| \frac{A}{F} \right|$  selon la direction de l'effort suivant  $\vec{x}$  du modèle numérique complet et expérimental - Test sur l'assemblage aux points  $F1x - A1x$ ,  $A2x$  et  $A3x$  et selon deux longueurs de solive  $L_{x1,s} = 4.5$  m.

## B.1.2 Excitation suivant l'axe $\vec{y}$

### B.1.2.1 Formes propres des modes

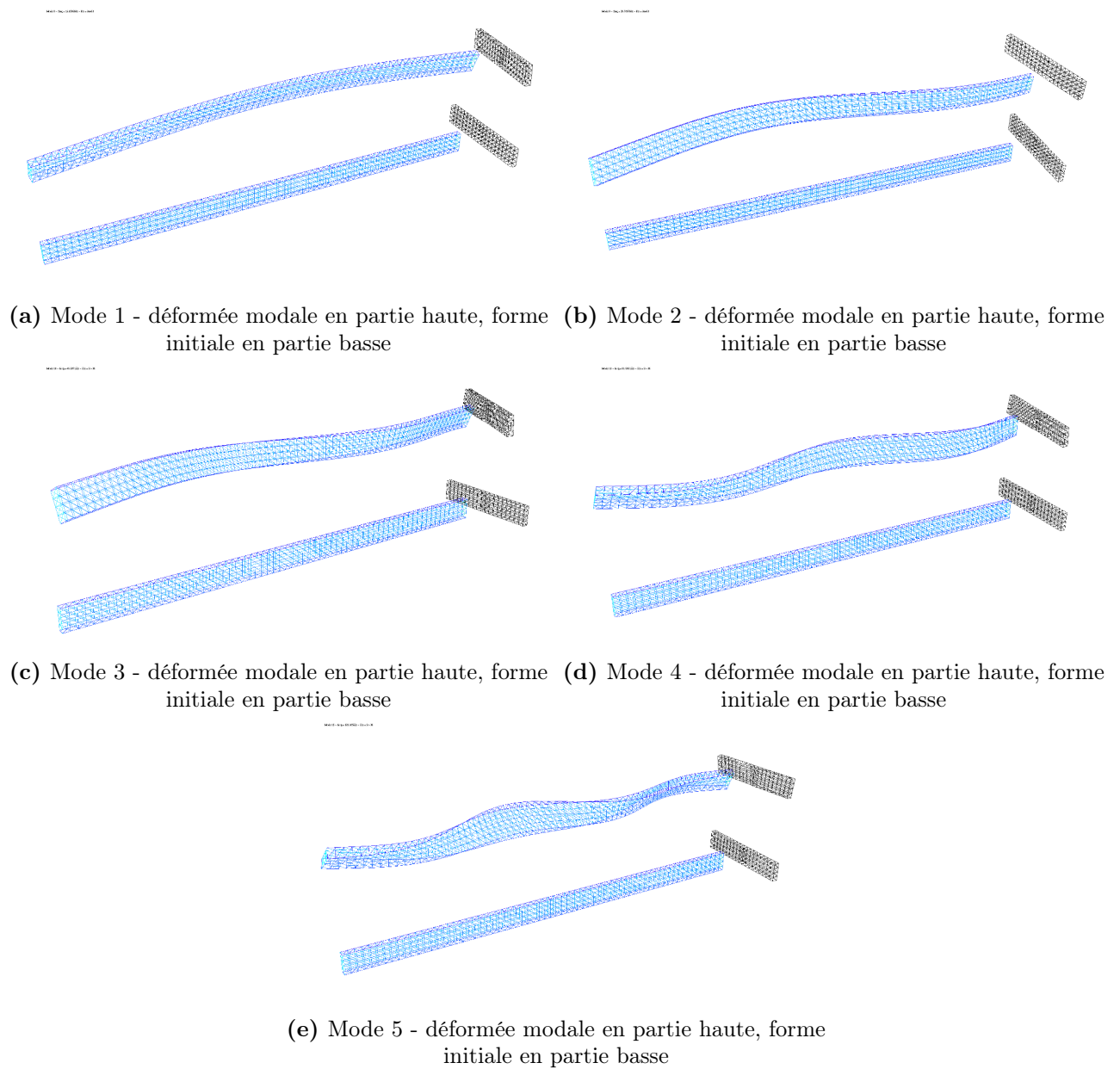
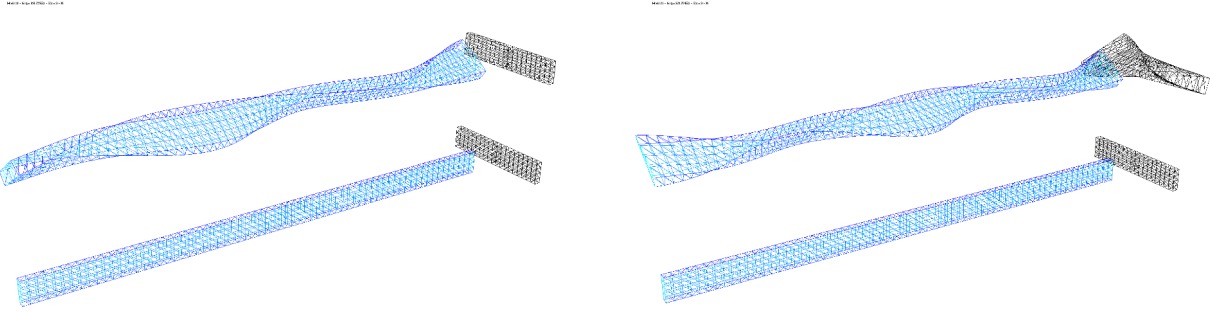


FIGURE B.4 – Formes propres excitées dans le cas présenté sur la fig. 4.5-(b)

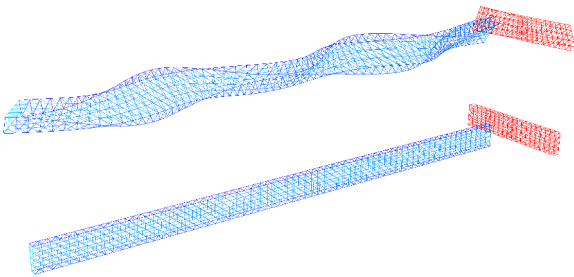


### B.1.2.2 Formes propres des modes secondaires du modèle avec $\Re[\tilde{k}_y] = 3 \cdot 10^6 \text{ N.m}^{-1}$

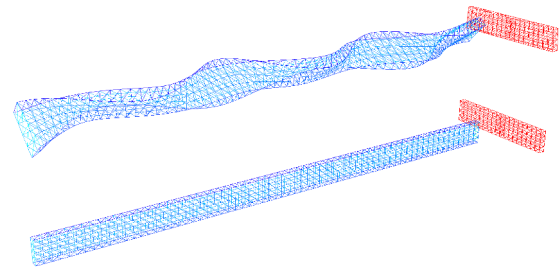


(a) Mode s1 - déformée modale en partie haute, forme initiale en partie basse -  $f \approx 160 \text{ Hz}$

(b) Mode s2 - déformée modale en partie haute, forme initiale en partie basse -  $f \approx 221 \text{ Hz}$



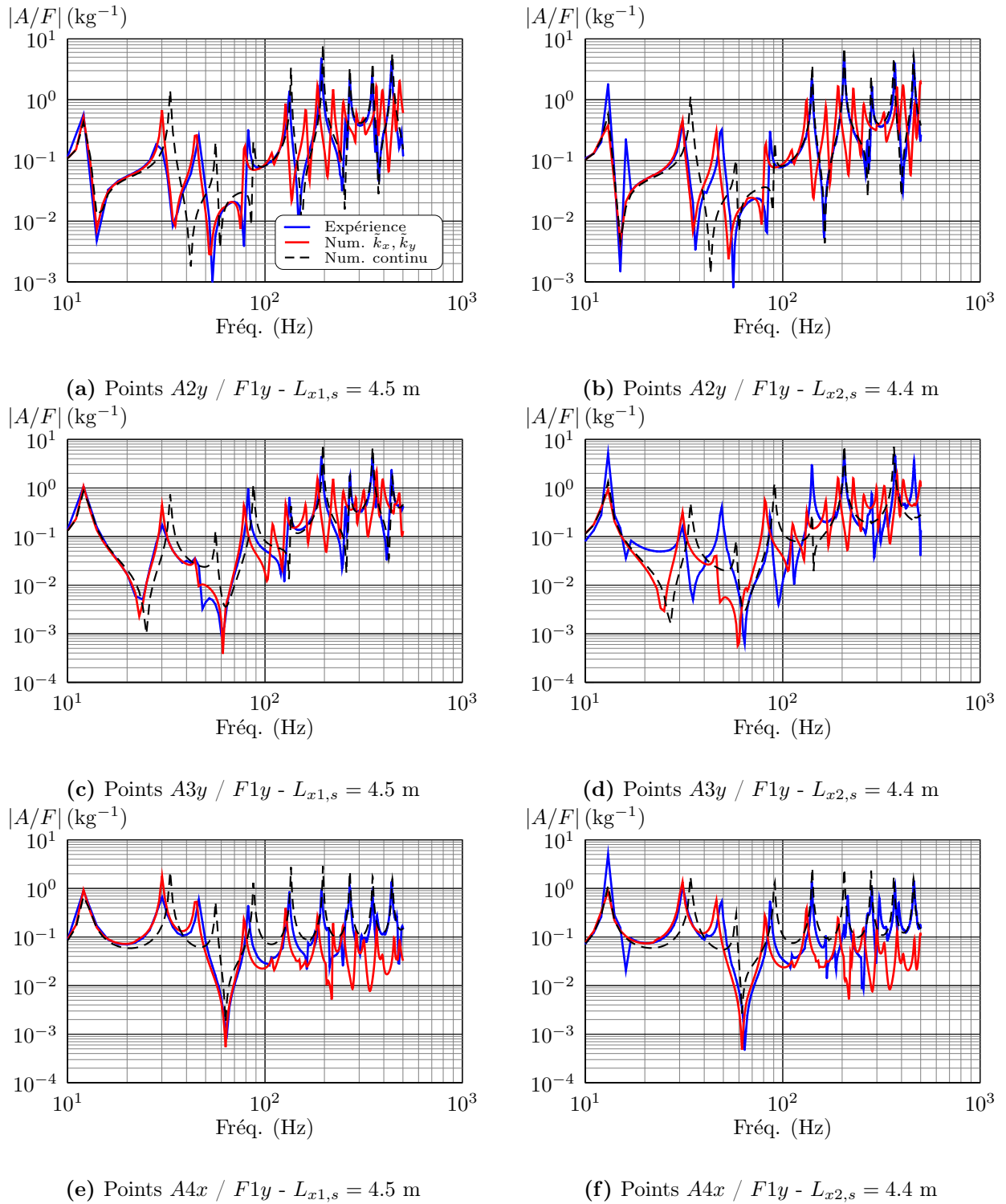
(c) Mode s3 - déformée modale en partie haute, forme initiale en partie basse -  $f \approx 248 \text{ Hz}$



(d) Mode s4 - déformée modale en partie haute, forme initiale en partie basse -  $f \approx 317 \text{ Hz}$

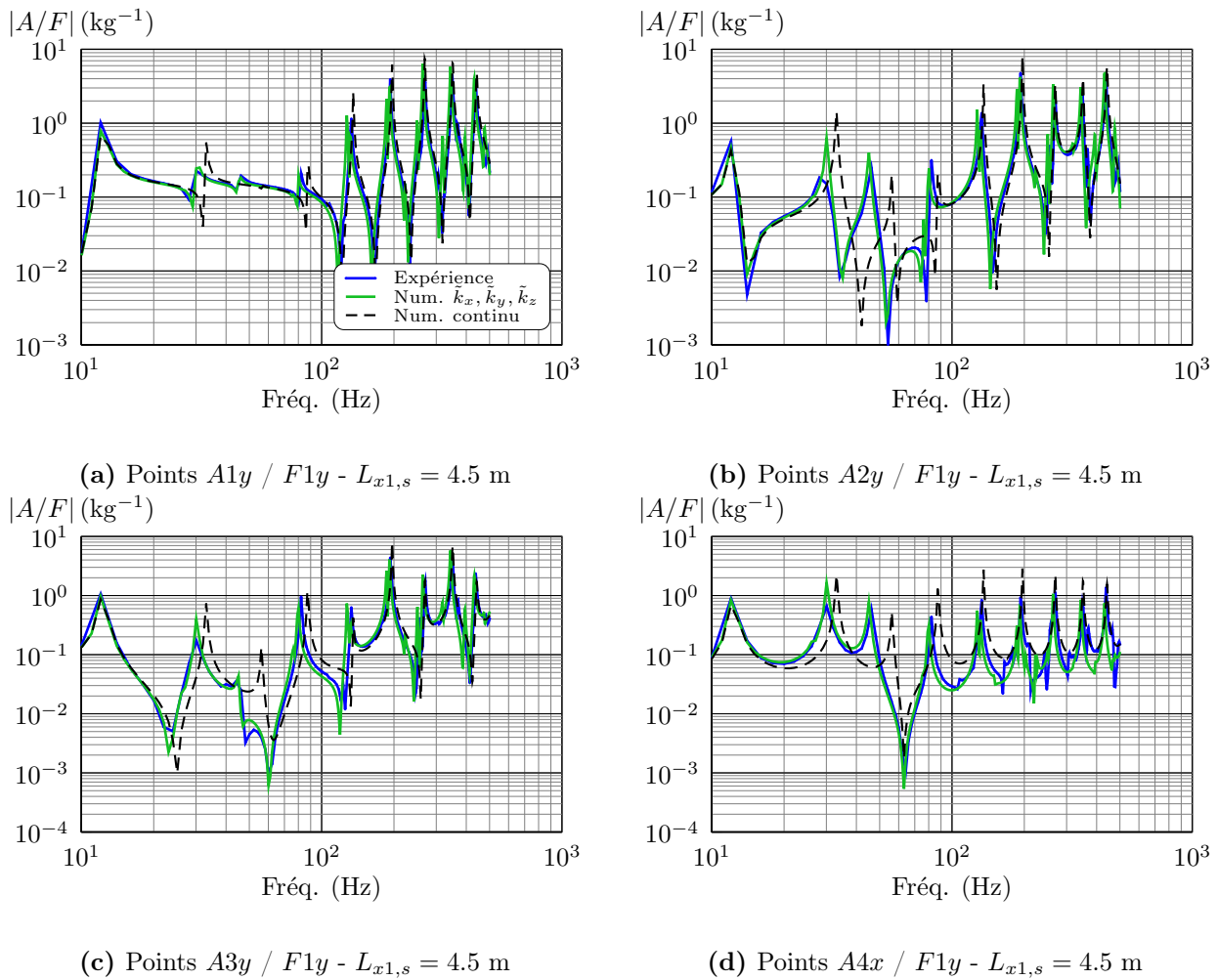
**FIGURE B.5** – Formes propres secondaires excitées dans le cas présenté sur la fig. 4.5-(b) avec  $\Re[\tilde{k}_y] = 3 \cdot 10^6 \text{ N.m}^{-1}$

### B.1.2.3 Comparaisons des réponses numériques et expérimentales - modèle partiel



**FIGURE B.6** – Réponse en fréquence  $\left|\frac{A}{F}\right|$  selon la direction de l'effort suivant  $\vec{x}$  du modèle numérique et expérimental - Test sur l'assemblage aux points  $F1y - A2y, A3y$  et  $A4y$  et selon deux longueurs de solive  $L_{x1,s} = 4.5$  m et  $L_{x2,s} = 4.4$  m.

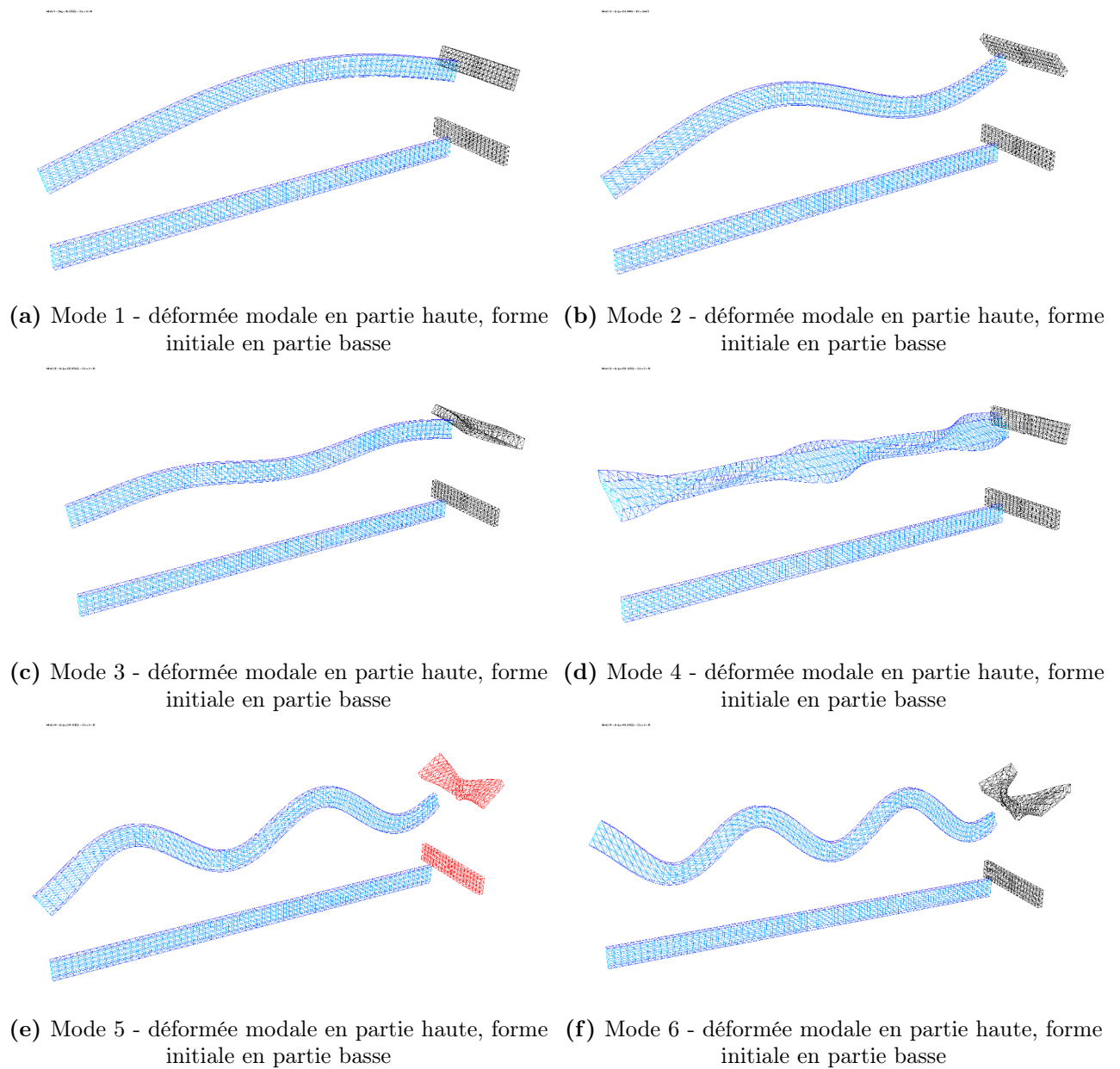
### B.1.2.4 Comparaisons des réponses numériques et expérimentales - modèle complet



**FIGURE B.7** – Réponse en fréquence  $\left| \frac{A}{F} \right|$  selon la direction de l'effort suivant  $\vec{x}$  du modèle numérique complet et expérimental - Test sur l'assemblage aux points  $F1y - Ay, A1y, A3y$  et  $A4y$  et selon deux longueurs de solive  $L_{x1,s} = 4.5$  m.

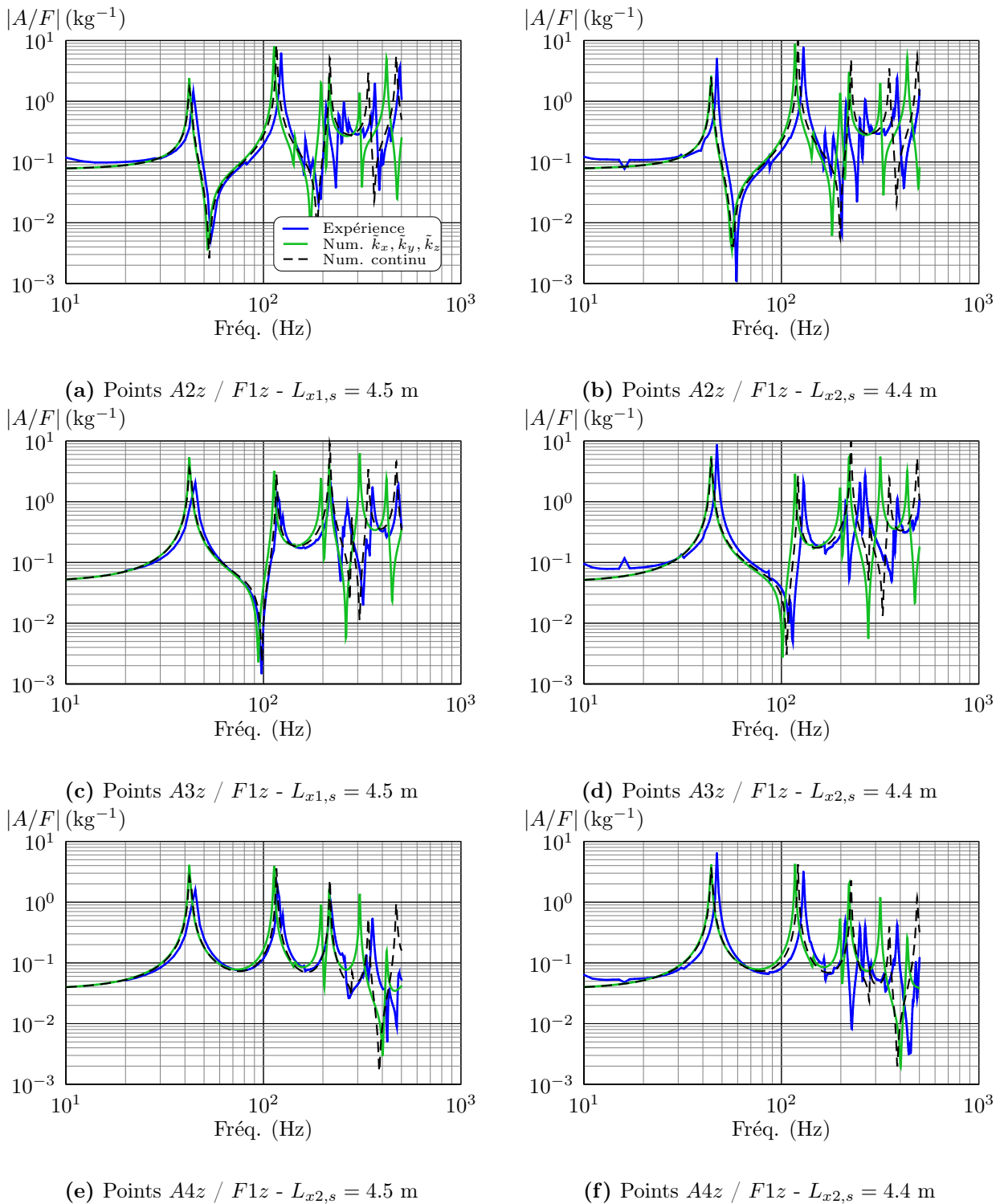
### B.1.3 Excitation suivant l'axe $\vec{z}$

#### B.1.3.1 Formes propres des modes



**FIGURE B.8** – Formes propres excitées dans le cas présenté sur la fig. 4.5-(c)

### B.1.3.2 Comparaisons des réponses numériques et expérimentales - modèle complet



**FIGURE B.9** – Réponse en fréquence  $|A/F|$  selon la direction de l'effort suivant  $\vec{x}$  du modèle numérique et expérimental - Test sur l'assemblage aux points  $F1z - A2z, A3z$  et  $A4z$  et selon deux longueurs de solive  $L_{x1,s} = 4.5$  m et  $L_{x2,s} = 4.4$  m.

## REFERENCES

- [Abl11] F. Ablitzer. *Influence des paramètres mécaniques et géométriques sur le comportement statique de l'archet de violon en situation de jeu*. PhD thesis, Université du Maine, 2011.
- [AC92] J.F. Allard and Y. Champoux. New empirical equations for sound propagation in rigid frame fibrous materials. *J. Acoust. Soc. Am.*, 91 (6) :3346–3353, 1992.
- [AFN95] AFNOR. Mesurage de l'isolement acoustique des immeubles et des éléments de construction - partie 3 : mesurage en laboratoire de l'affaiblissement des bruits aériens par les éléments de construction., 1995.
- [AFN96] AFNOR. Évaluation de l'isolement acoustique des immeubles et des éléments de construction – partie 1 : Isolement aux bruits aériens, 1996.
- [AFN97] AFNOR. Mesurage de l'isolement acoustique des immeubles et des éléments de construction - partie 1 : spécifications relatives aux laboratoires sans transmissions latérales., 1997.
- [AFN98] AFNOR. Détermination du facteur d'absorption et de l'impédance acoustique à l'aide du tube d'impédance, partie 2 : Méthode de la fonction de transfert, 1998.
- [AFN00a] AFNOR. Calcul de la performance acoustique des bâtiments à partir de la performances des éléments- partie 1 : isolement acoustique aux bruits aériens entre des locaux, Août 2000.
- [AFN00b] AFNOR. Calcul de la performance acoustique des bâtiments à partir de la performance des éléments - partie 3 : isolement aux bruits aériens venus de l'extérieur, Juin 2000.
- [AFN00c] AFNOR. Calcul de la performance acoustique des bâtiments à partir de la performance des éléments - partie 2 : isolement acoustique au bruit de choc entre des locaux, Sept. 2000.
- [AFN03] AFNOR. Vibrations et chocs mécaniques - Évaluation de l'exposition des individus à des vibrations globales du corps - partie 2 : Vibrations dans les bâtiments (1 hz à 80 hz), 2003.
- [AFN10] AFNOR. Vibrations et chocs mécaniques - vibrations des structures fixes - lignes directrices pour le mesurage des vibrations et l'évaluation de leurs effets sur les structures, 2010.
- [AFS04] AFSSE. Impacts sanitaires du bruit : état des lieux et indicateurs bruit-santé. Technical report, Agence Française de Sécurité Sanitaire Environnementale, Novembre 2004.
- [Arg06] B. Arguillat. *Étude expérimentale et numérique de champs de pression pariétale dans l'espace des nombres d'onde, avec application aux vitrages automobiles*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, 2006.
- [BCH<sup>+</sup>03] B Brouard, B Castagned, M Henry, D Lafarge, and S Sahraoui. Mesures des propriétés acoustiques des matériaux poreux. *Technique de l'ingénieur*, Doc. R 6 120 :24, 2003.
- [BEO13] A. Bolmsvik, T. Ekevid, and A. Olsson. Measurement of vibration distribution. Technical report, Vaxjo University, 2013.
- [Ber94] J.P. Berenger. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves. *Journal of Computational Physics*, 114(2) :185 :200, 1994.
- [Ber96] J.P. Berenger. Three-dimensional perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves. *Journal of Computational Physics*, 127(2) :363–379, 1996.

- [Bit96] F. Bitsie. *The structural acoustic energy finite element method and energy boundary element method*. PhD thesis, Purdue University, USA, 1996.
- [BLA95] B. Brouard, D. Lafarge, and J.F. Allard. A general method of modelling sound propagation in layered media. *Journal of Sound and Vibration*, 183 :129–142, 1995.
- [BLT07] Y. Benoit, B. Legrand, and V. Tastet. *Calcul des structures en bois - guide d'application*. Afnor, 2007.
- [Bol13] A. Bolmsvik. *Structural-acoustic vibrations in wooden assemblies*. PhD thesis, Linnaeus University - Suède, 2013.
- [Bra02] L. Brancheriau. *Expertise mécanique des sciages par analyses des vibrations dans le domaine acoustique*. PhD thesis, Université de la méditerranée – Aix Marseille II, 2002.
- [Bre06] I. Bremaud. *Diversité des bois utilisés ou utilisables en facture d'instruments de musique*. PhD thesis, Université de Montpellier II, 2006.
- [Bru98] M. Bruneau. *Manuel d'acoustique fondamentale*. Hermès, 1998.
- [BS94] V.B. Bokil and U.S. Shirahatti. A technique for the modal analysis of sound-structure interaction problems. *Journal of Sound and vibration*, 173 :23–41, 1994.
- [Buc06] V. Bucur. *Acoustics of Wood - Second Edition*. Springer, 2006.
- [Che02] Y. Chevallier. Comportements élastique et viscoélastique des composites. *Technique de l'ingénieur*, 2002.
- [CP09] P. Chainais and M. Pachebat. Simulation de champs de pression en paroi par des processus aléatoires. In *Proceedings of the 22nd Colloquium GRETSI, Dijon*, 2009.
- [CZ92] G. Chen and J. Zhou. *Boundary Element Methods*. Academic Press, 1992.
- [Dau04] N. Dauchez. Matériaux absorbants pour l'acoustique. In *cours de 3ème année ENSIM*, 2004.
- [DD94] S. M. Doherty and E.H. Dowell. Experimental study of asymptotic modal analysis applied to a rectangular plate with concentrated masses. *Journal of Sound and Vibration*, 5 :671–681, 1994.
- [DDAK11] K.A. Dickow, P.G. Domadiya, L. Andersen, and P.H. Kirkegaard. A parameter study of coupling properties in finite element models of single-stud double-plate panels. In *Internoise 2011 - Japon*, 2011.
- [DGS77] E.H. Dowell, G.F. Gorman, and D.A. Smith. Acoustoelasticity : General theory, acoustic natural modes and forced response to sinusoidal excitation, including comparisons with experiment. *Journal of Sound and vibration*, 52(4) :519–542, 1977.
- [DK84] E. H. Dowell and Y. Kubota. Asymptotic modal analysis and statistical energy analysis of dynamical systems. *American Society of Mechanical Engineers Journal of Applied Mechanics.*, 52 :949–956, 1984.
- [FKB08] Jens Forssén, Wolfgang Kropp, and Jonas Brunskog. Acoustics in wooden buildings state of the art 2008 - vinnova project 2007-01653. Technical report, SP Sveriges Tekniska Forskningsinstitut, 2008.
- [FM95] M. Friswell and J.E. Mottershead. *Finite Element Model Updating in Structural Dynamics*. Kluwer Academic Publishers Dordrecht, 1995.
- [Gen89] J.M. Genevaux. *Le fluage à température linéairement croissante : caractérisation des sources de viscoélasticité anisotrope du bois*. PhD thesis, Institut Polytechnique De Lorraine, 1989.
- [Ger96] E. Gerretsen. Calculation of airborne and impact sound between dwellings. *Applied Acoustics*, 19 :245–264, 1996.
- [Ger79] E. Gerretsen. Calculation of the sound transmission between dwellings by partitions and flanking structures. *Applied Acoustics*, 12 :413–433, 1979.
- [Ger94] E. Gerretsen. European development in prediction models for building acoustics. *Acta Acoustica*, 2 :205–214, June 1994.

- [GG76] B.M. Gibbs and C.L.S. Gilford. The use of power flow methods for the assessment of sound transmission in building structures. *Journal of Sound and Vibration*, 49(2) :267–286, 1976.
- [Gla66] G.M.L. Gladwell. A variational formulation of damped acousto-structural vibration problems. *Journal of Sound and vibration*, 4(2) :172–186, 1966.
- [Gor08] L. Gornet. *Généralités sur les matériaux composites*. Ecole Centrale de Nantes, 2008.
- [Gui87] D. Guitard. *Mécanique du matériaux bois et composites*. Collection Nabla, 1987.
- [Hen97] M. Henry. *Mesures des paramètres caractérisant un milieu poreux. Etude expérimentale du comportement acoustique des mousses aux basses fréquences*. PhD thesis, Université du Maine, 1997.
- [Hop07] C. Hopkins. *Sound Insulation*. Elsevier, 2007.
- [Kou00] J.L. Kouyoumji. *Caractérisation des parois courantes et des liaisons structureales pour la prévision de l'isolement acoustique d'une construction en bois*. PhD thesis, Université de Savoie, 2000.
- [LBB00] A. Le Bot and A. Bocquillet. Comparison of an integral equation on energy and the ray tracing technique for room acoustics. *Journal of Acoustical Society of America*, 108 :1732–1740, 2000.
- [LH88] C. Lesueur and M. Heckl. *Rayonnement acoustique des structures*. 1988.
- [Mai62] G. Maidanik. Response of ribbed panels to reverberant acoustic fields. *Journal of the Acoustical Society of America*, 34 :809–826, 1962.
- [MBCM04] J.A. Manson, P.E. Bourban, L. Carlsson, and J.P. Mercier. *Matériaux composites à matrice organique - Traité des matériaux Vol. 15*. 2004.
- [MO95] H. J.-P. Morand and R. Ohayon. *Fluid Structure Interaction. Applied Numerical Methods*. John Wiley & Sons, 1995.
- [NS89] D.J. Nefske and S.H. Sung. Power flow finite element analysis of dynamic systems : Basic theory and application to beams. *Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design*, 111 :94–100, 1989.
- [QDB01] C. Quin, F. Duprez, and N. Bourgis. *Compte national du transport de voyageurs (1998). tome 2 : Les coûts externes du transport de voyageurs. rapport au ministre de l'équipement, des transports et du logement*. Technical report, Ministre de l'Équipement, des Transports et du Logement, février 2001.
- [SA12] Free Field Technologies SA. *Actran 12.1 User's Guide - Volume 1 : Installation, Operations, Theory and Utilities*. Actran, Janvier 2012.
- [Sch68] H.A. Schenck. Improved integral equation formulation for acoustic radiation problems. *Journal of the Acoustical Society of America*, 44(1) :41–58, 1968.
- [SK97] E. B. Saff and A. B. J. Kuijlaars. Distributing many points on the sphere. *Mathematical Intelligencer* 19,1, pages 5–11, 1997.
- [SR77] A.F. Seybert and D.F. Ross. Experimental investigation of acoustic properties using a two microphone random-excitation technique. *J. Acoust. Soc. Am.*, 61(5) :1362–1370, 1977.
- [TCC<sup>+</sup>10] M. Thivant, A. Cloix, C. Clerc, N. Blairon, and C. Braguy. Boundary element energy method : an efficient tool for acoustic computation. In *10ème Congrès Français d'Acoustique à Lyon*, Avril 2010.
- [USD99] USDA. *Wood Handbook : wood as an engineering material*. Forest Products Laboratory, 1999.
- [VGG01] M. Villot, C. Guigou, and L. Gagliardini. Prediction the acoustical radiation of finite size multi-layered structures by applying spatial windowing on infinite structures. *Journal of Sound and Vibration*, 245(3) :433–455, 2001.
- [VGRM99] N. Vlahopoulos, L.O. Garza-Rios, and C. Mollo. Numerical implementation, validation, and marine applications of an energy finite element formulation. *Journal of Ship Research*, 43 :143–156, 1999.



- [ZVWW05] W. Zhang, N. Vlahopoulos, K. Wu, and A. Wang. High frequency vibration analysis of stiffened plates under heavy fluid loading by an energy finite element analysis formulation. *Finite Elements in Analysis and Design*, 41 :1056–1078, 2005.



# THÈSE DE DOCTORAT

Antonin TRIBALEAU

## Isolement acoustique de parois aux basses fréquences : programmation d'outils prédictifs et confrontations expérimentales dans le cas de planchers solivés en bois

## Sound insulation of walls at low frequencies : programming predictive tools and experimental results in the case of timber joist floor

### Résumé

Dans le domaine de l'acoustique du bâtiment, la structure des constructions en bois est légère et ses capacités d'isolement acoustique sont faibles en particulier pour les basses fréquences en comparaison à d'autres techniques de construction comme le béton. Les travaux de cette thèse se sont donc centrés sur l'élaboration d'un outil prédictif visant à déterminer les performances acoustiques des planchers solivés en bois afin de compléter les outils prédictifs actuellement sur le marché. La méthode des éléments finis est adaptée pour résoudre ce problème vibro-acoustique car le comportement basses fréquences est de type modal. Pour gagner en temps de calcul, une résolution mixte éléments finis – formulation intégrale d'Huygens et différentes optimisations ont été mises en place. Grâce à l'utilisation de la méthode des éléments finis, il a été possible de mettre en évidence des résonances de ce problème couplé qui font chuter localement la valeur de l'affaiblissement ; celles-ci ne peuvent être prises en compte par la méthode des matrices de transfert. Néanmoins, ces deux méthodes fournissent des allures moyennes de courbes d'affaiblissement équivalentes, en particulier lors d'une étude en tiers d'octave. Pour aborder le problème des transmissions latérales, nous avons montré la faisabilité de la détermination expérimentale des propriétés mécaniques équivalentes d'un élément de jonction courant entre les planchers et les murs : le sabot métallique. Un modèle mécanique simplifié par éléments finis permet ainsi un couplage mécanique entre les solives et les poutres en intégrant les effets locaux de dissipation présents pour ce type de jonction.

### Mots clés

Vibro-acoustique, bâtiment, bois, isolement acoustique, jonction, champ diffus, transmissions latérales, éléments finis.

### Abstract

In building acoustics, the structure of wooden construction is lightweight and sound insulation at low frequency are weak compared to other construction techniques like concrete. The work of this thesis is focus on the development of predictive tools for determining the acoustic performance of wooden joist floors to complete the existing predictive tools available on the market. The finite element method (FEM) is adapted to solve this vibro-acoustic problem because behavior at low frequencies is modal. To save computation time, a mixed resolution finite element with Huygens integral formulations and several optimizations were implemented. We could note the interest of the FEM : we observed that resonances of the coupled system drive locally down the value of the TL, which can not be taken into account by the method of transfer matrices. However, we note that these two methods provide equivalent average curve shapes of TL's spectrum. To deal with the problem of flanking transmissions, penalizing the lightweight construction, we experimentally determine the mechanical properties of a equivalent junction element between floors and walls : the wood joist hanger. Through a simplified mechanical model, this numerical finite element model allows a mechanical coupling between the joists and beams by incorporating the local effects of dissipation present for this type of junction.

### Key Words

Vibro-acoustic, building, wood, sound insulation, junction, diffuse field, flanking transmission, finite element.