



HAL
open science

Introduction des Ondes de Surface dans un Modèle Adapté de Faisceaux Gaussiens pour le Traitement du Couplage Antenne-Structure.

Olivier Balosso

► **To cite this version:**

Olivier Balosso. Introduction des Ondes de Surface dans un Modèle Adapté de Faisceaux Gaussiens pour le Traitement du Couplage Antenne-Structure.. Sciences de l'ingénieur [physics]. Institut National Polytechnique de Toulouse - INPT, 2014. Français. NNT: . tel-01017031

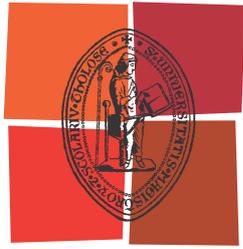
HAL Id: tel-01017031

<https://theses.hal.science/tel-01017031>

Submitted on 1 Jul 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Université
de Toulouse

THÈSE

En vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par :

Université Toulouse 3 Paul Sabatier (UT3 Paul Sabatier)

Présentée et soutenue par :

Olivier BALOSSO

Le mercredi 18 juin 2014

Titre :

Introduction des Ondes de Surface dans un Modèle Adapté de Faisceaux
Gaussiens pour le Traitement du Couplage Antenne-Structure

ED GEET : Électromagnétisme et Systèmes Haute Fréquence

Unité de recherche :

ONERA, DEMR-AMM

UPS, LAPLACE-GRE

Directeur(s) de Thèse :

Jérôme SOKOLOFF

Sylvain BOLIOLI

Rapporteurs :

Christine LETROU

Raphaël GILLARD

Autre(s) membre(s) du jury :

Olivier PASCAL, président du Jury
Philippe POULIGUEN, examinateur
Nicolas CAPET, examinateur

*« On ne peut pas peindre du blanc sur du blanc, du noir sur du noir.
Chacun a besoin de l'autre pour se révéler. »*

Proverbe africain

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier l'Office Nationale d'Etude et de Recherche en Aérospatial, ainsi que le Centre National d'Etudes Spatiales pour avoir financé cette thèse.

Je tiens également à remercier M. Florent Christophe, directeur du Département ElectroMagnétisme et Radar, ainsi que M. Vincent Gobin, directeur de l'unité Antenne Modélisation et Matériaux, pour m'avoir accueilli au sein de leurs équipes.

Je tiens aussi à exprimer toute ma gratitude à Mme Christine Letrou, professeur de Télécom SudParis et à M. Raphaël Gillard, professeur à l'INSA/IETR de Rennes, pour avoir accepté d'être rapporteurs de ce manuscrit.

Je suis également très reconnaissant à M. Olivier Pascal, professeur de l'université Paul Sabatier, pour avoir présidé mon jury.

Ma reconnaissance va également à M. Hubert Diez, ancien chef du service antenne du CNES pour avoir initié ce sujet de thèse au détour d'une discussion informelle avec mon directeur de thèse, Jérôme Sokoloff. Voilà à présent initiés des travaux couplant faisceaux gaussiens et ondes de surface !

Je tiens aussi à remercier chaleureusement mes deux encadrants. Je remercie tout particulièrement Jérôme pour sa bonne humeur, malgré des moments de rush. Je remercie aussi Sylvain qui, bien que moins présent, a sû relayer Jérôme aux bons moments.

Ma thèse avait commencée d'un mauvais pied, mais à trois nous avons pu la remettre sur ses rails. Je me souviens encore des quelques moments particulièrement difficiles, au cours desquels l'avenir de cette thèse capricieuse s'est joué. Tout d'abord, en fin de première année, alors que ma motivation était au plus bas, Jérôme m'a repêché en m'offrant un bureau au LAPLACE. Bonne transaction, puisque j'y ai gagné un directeur de thèse à deux bureaux du mien et des collègues Asma, Juslan et Adnane, puis plus tard Kevin, charmants et travaillant sur des sujets assez proches pour des discussions passionnées (notamment en cuisine. A non ce n'est pas le sujet !). De même, en fin de thèse, mon moral était aussi en berne et Sylvain et Jérôme ont joué en duo pour qu'on arrive à tenir le timing. Ouf deux tourdumondistes pourront partir le 5 juillet !

Je tiens absolument à remercier mes collègues de galère, heu de thèse, pour toutes ces discussions, délirades, et autre rigolades qui ont fait que ces presque 4 ans sont passés plutôt vite, finalement ! Kevin mon voisin de bureau pour ses discussions passionnés sur tout et rien et surtout le menu du week-end ! On en a écumé des repas au CNES ! Trop peu pour ma part, mais bon... ☺. Merci aussi de me louer gratuitement ta cave pour un an. Merci aussi Asma ! Tu as su nous supporter tous les deux. Tu as été notre indétrônable modèle ☺ et notre juge de paix lorsque les discussions tournaient mal ! Tu es trop sympa même si tu me dois des agrafes ! Enfin quelques bureaux plus loin Romain, Jonathan et Nicolas ont été les compagnons de presque toutes mes pauses repas, et de la pause café et mots fléchés qui s'en suivait naturellement ! Grâce à vous je maîtrise enfin les grilles faciles ! ☺

Je regrette de n'avoir pas pu fréquenter plus longtemps Juslan, Adnane, Philippe, Yu et Mustafa. Vous avez commencé votre thèse trop tôt les gars, mais on se reverra. De même, j'aurais aimé faire plus ample connaissance avec Alexandre, Hector, Hamza. Alexandre il faudra se faire un duel de blagues pourries un jour !

Je remercie aussi de tout cœur mes amis qui ont toujours été là pour me soutenir. Olivier « the bro », Ayoub « l'arabe », ainsi que tous les amis du théâtre. Viva GTAIER l'asso théâtre de Paul Sabatier ! Lucie, Sébastien, Cindy et Laura, nous avons fait un bon boulot de gestionnaires ensemble !

J'adresse un remerciement tout particulier à ma famille qui n'a jamais cessé de me faire confiance et de croire en moi, durant toute ma scolarité et particulièrement durant cette thèse et son lot de moments difficiles. Merci Maman et Papa vous assurez ! Merci Caro, Nini et Popo, vous allez me manquer en Afrique ! Merci aussi de tout cœur Papé et Mamé !

Pour finir je ne saurais jamais assez remercier ma compagne Marjorie pour son soutien inconditionnel et la confiance qu'elle m'a accordée. Merci ma chérie ! Un grand merci aussi à toute ta famille ma chérie. Leurs petits plats et leurs attentions m'ont bien remonté le moral !

Et maintenant : Un, deux, trois ... Afrique !

Composition du jury

Mme Christine LETROU Professeur de Télécom SudParis
Télécom SudParis
Dpt CITI and SAMOVAR Lab. (UMR CNRS-TSP 5157)
9 rue Charles Fourier
91011 EVRY Cedex - christine.letrou@telecom-sudparis.eu

M Raphaël GILLARD Professeur de l'INSA/IETR Rennes
INSA/IETR
20 avenue des buttes de Coësmes, CS 70839
35708 RENNES Cedex 7 - Raphael.gillard@insa-rennes.fr

M Olivier PASCAL Professeur de l'Université Paul Sabatier
Université Toulouse 3 Paul Sabatier, CNRS UMR 5213
118 route de Narbonne
31062 TOULOUSE Cedex 9 – olivier.pascal@laplace.univ-tlse.fr

M Jérôme SOKOLOFF Maître de conférences de l'Université Paul Sabatier

Université Toulouse 3 Paul Sabatier, CNRS UMR 5213
118 route de Narbonne
31062 TOULOUSE Cedex 9 – jerome.sokoloff@laplace.univ-tlse.fr

M Sylvain BOLIOLI Ingénieur HDR à l'ONERA Toulouse
ONERA
Dpt DEMR
2 av. Edouard Belin
31055 TOULOUSE - sylvain.bolioli@onera.fr

M Philippe POULIGUEN Ingénieur DGA Bagnaux
DGA/DS - Mission pour la Recherche et l'Innovation Scientifique
7, rue des Mathurins
92221 BAGNEUX - philippe.pouliguen@intradef.gouv.fr

M Nicolas CAPET

Ingénieur au CNES de Toulouse

CNES

Service Antennes

18 av Édouard Belin

31401 TOULOUSE - nicolas.capet@cnes.fr

Table des matières

Introduction	1
Notations et définitions	5
Chapitre I : Les ondes de surface et de fuite	7
1. Introduction	7
2. Etat de l'art	8
2.1. Les débuts (premières décennies du 20 ^{ième} siècle) [25]:	9
2.2. Après la 2 ^{nde} guerre mondiale, avec l'essor de l'électromagnétisme.....	10
2.3. Le récent regain d'intérêt et les nouvelles applications	12
3. Les Ondes Planes Inhomogènes	13
3.1. Propriétés	13
3.1.1. Relations angulaires	14
3.1.2. Relations portant sur les amplitudes.....	16
3.1.3. Vitesse de phase et notion d'onde rapide et d'onde lente	16
3.2. Représentation dans le plan complexe	17
4. Etude modale des ondes de surface et de fuite	18
4.1. Introduction.....	19
4.2. Cas du dioptre plan air-métamatériau	20
4.2.1. Equations caractéristiques des modes	20
4.2.1.a. Démarche classique.....	21
4.2.1.b. Angle de Brewster et pôles de Sommerfeld	22
4.2.2. Etude du cas air-diélectrique	24
4.2.2.a. Cas sans perte.....	24
4.2.2.b. Cas avec pertes.....	25
4.2.2.c. Allure du champ et synthèse	27
4.3. Cas de la lame plane de métamatériau sur métal	30
4.3.1. Equations caractéristiques des modes	30
4.3.2. Etude du cas de la lame de diélectrique sur métal.....	32
4.3.2.a. Cas sans perte.....	32
4.3.2.b. Cas à pertes	37
4.3.2.c. Allure du champ et synthèse	37
5. Conclusion du chapitre	40
Chapitre II : Excitation des ondes de surface et de fuite.....	43
1. Etat de l'art	43
1.1. Etude théorique et modélisation de l'excitation des ondes de surface et de fuite..	44
1.2. L'excitation des ondes de surface et de fuite.	44
2. Excitation par une source de courant magnétique élémentaire	46

2.1. Cas du dioptre plan air-métamatériau	47
2.1.1. Calcul de l'excitation des modes TM.....	47
2.1.1.a. Expression spectrale du champ total.....	47
2.1.1.b. Calcul du champ total.....	49
2.1.1.c. Cas particulier en champ lointain	53
2.1.2. Etude de l'excitation des modes TM.....	55
2.1.2.a. Discussion et signification physique des champs H_S , H_{SA} et H_P	55
2.1.2.b. Excitabilité des ondes de surface sur la structure.....	56
2.2. Cas de la lame plane de métamatériau sur métal	58
2.2.1. Calcul de l'excitation des modes TM.....	59
2.2.1.a. Expression spectrale du champ total.....	59
2.2.1.b. Calcul du champ total.....	61
2.2.1.c. Cas particulier en champ lointain	64
2.2.2. Etude de l'excitation des modes TM.....	66
2.2.2.a. Signification physique des champs H_S et H_P	66
2.2.2.b. Excitabilité des ondes de surface et de fuite sur la structure.....	67
3. Excitation par une source de courant électrique élémentaire	72
4. Conclusion du chapitre	73

Chapitre III : Décomposition et propagation d'un champ en Faisceaux Gaussiens 2D

1. Faisceaux Gaussiens en 2D	75
1.1. Formulation scalaire à partir de l'équation de propagation paraxiale.....	75
1.1.1. Equation de propagation paraxiale	75
1.1.2. Solution	76
1.2. Formulation scalaire à partir du spectre angulaire d'ondes planes	77
1.2.1. Spectre angulaire d'ondes planes	77
1.2.2. Formulation paraxiale	78
1.3. Formulation vectorielle.....	79
1.4. Formulation champ lointain.....	79
1.5. Propriétés physiques	80
1.5.1. Amplitude.....	80
1.5.2. Phase.....	81
1.5.3. Caractéristiques vectorielles.....	82
1.5.4. Puissance transportée	83
1.6. Formulation utilisant le point source complexe.....	83
1.7. Faisceau gaussien conforme	85
1.8. Récapitulatif des différentes définitions	86
2. Décomposition d'un champ incident 2D en Faisceaux Gaussiens	87
2.1. Principe	87
2.2. Différentes décompositions	87
2.3. Décomposition multi-faisceaux 2D	88
2.3.1. Principe.....	88
2.3.2. Exemple.....	89

2.3.3. Conclusion.....	91
3. Conclusion du chapitre	92
Chapitre IV : Interaction d'un Faisceau Gaussien 2D avec des objets canoniques.....	93
1. Introduction	93
2. Lancer de faisceaux gaussiens.....	95
2.1. Transformation d'un FG par une interface	95
2.2. Limitations	96
2.3. Algorithme de lancer de faisceaux gaussiens	97
3. Formulations alternatives existantes.....	98
3.1. Courbure et/ou incidence modérée	98
3.1.1. Interface simple	98
3.1.2. Paroi multicouche fine	99
3.1.3. Paroi multicouche épaisse	100
3.2. Courbure et/ou incidence forte.....	100
4. Nouvelle formulation pour la lame de métamatériau seule ou court-circuitée.....	100
4.1. Interaction du rayonnement d'une distribution de courants avec la structure	101
4.2. Simplification de l'intégrale spectrale pour un FG.....	102
4.3. Formulation analytique en champ lointain	103
4.4. Exemple et performances.....	105
4.4.1. Comparaison avec le lancer de FGs	105
4.4.2. Domaine de validité	109
4.4.3. Cas du décalage latéral d'un FG sur une structure à ondes de fuite.....	111
4.5. Conclusion	113
5. Conclusion du chapitre	114
Chapitre V : Adaptation du modèle Faisceaux Gaussiens pour prendre en compte les ondes de surface.....	117
1. Présentation de la méthode	118
1.1. Principe de la méthode.....	118
1.2. Limites des domaines de décomposition	119
1.3. Calcul des coefficients de décomposition.....	122
2. Résultats	123
2.1. Configuration de test.....	124
2.2. Paramétrage et performances	125
2.2.1. Avec des FGs définis comme des points sources complexes.....	125
2.2.1.a. Etude d'un cas de référence	125
2.2.1.b. Paramétrage optimal de α_1 et α_2	128
2.2.1.c. Domaine de validité de la décomposition en FGs	129
2.2.2. Avec des FGs paraxiaux et champ lointain.....	130
3. Autres degrés de liberté	130
4. Conclusion du chapitre	132
Conclusion.....	133

Annexe A : Modes, guidés par une interface, exclus de l'étude.....	137
Annexe B : Etude modale des ondes de surface et de fuite en polarisation TE.....	141
1. Cas du dioptre plan air-métamatériau.....	141
2. Cas de la lame plane de métamatériau sur métal.....	142
Annexe C : Recherche des ondes de surface et de fuite associées à une lame de métamatériau sur PEC	149
Annexe D : Expression du champ en polarisation TE et/ou pour une lame de métamatériau	153
1. Cas de la polarisation TE.....	153
2. Cas de la lame de métamatériau	153
Annexe E : Résolution d'intégrales spectrales par le théorème du point col et des résidus	157
Annexe F : Optimisation de la résolution numérique d'intégrales spectrales par la méthode du point col et des résidus.....	161
Annexe G : Validité du champ issu des FGs dans la méthode de décomposition hybride.....	165
Annexe H : Influence des autres degrés de liberté de la méthode de décomposition hybride.....	169
1. Augmentation de r_{dec}	169
2. Evaluation numérique de W_0	169
3. Pas de décomposition en FGs.....	171
4. Pas de décomposition et rayonnement des courants équivalents	172
5. Recouvrement des deux domaines de décomposition.	174
Publications personnelles.....	179
Bibliographie.....	181
Résumé en Anglais (Abstract).....	193

Introduction

Contexte de l'étude

En électromagnétisme, les ondes de surface possèdent la propriété de se propager de manière confinée le long d'une interface, éventuellement courbe, entre deux milieux. Depuis une dizaine d'années, ces ondes suscitent un intérêt croissant dans la communauté scientifique. En effet, la tendance à la miniaturisation des antennes amène à utiliser des diélectriques plus épais et de plus forte permittivité [1]. Ces conditions favorisent la propagation d'ondes de surface indésirables. Le rapprochement des éléments d'antennes, toujours dans une volonté de compacité, engendre des phénomènes de couplages et/ou de diffraction directement liés à l'apparition de ces ondes [1], [2].

Le développement récent des métamatériaux [3] participe également au regain d'intérêt pour ces ondes en ouvrant de nouvelles voies d'applications pour celles-ci [4], [5].

Cependant, la définition même des ondes de surface et de leurs variantes, telles que les ondes de fuite, est peu connue et apparaît de manière confuse dans la littérature.

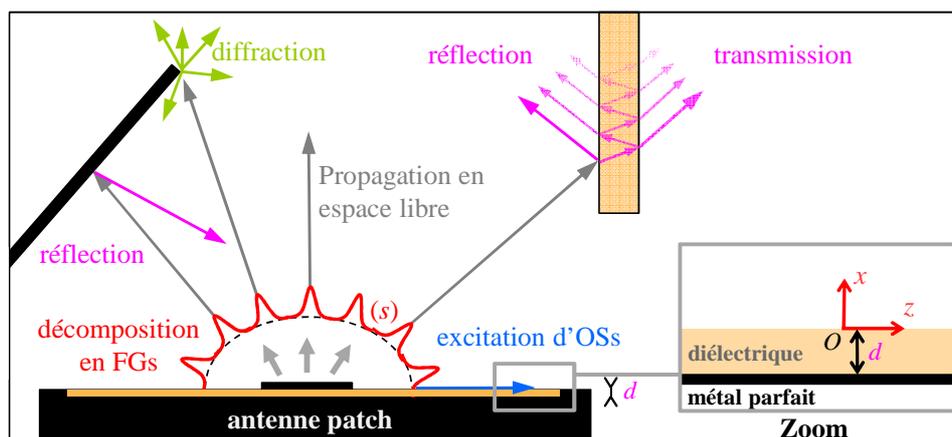
Plus largement, les progrès technologiques dans le domaine des télécommunications conduisent à une complexité croissante des composants électromagnétiques, entraînant des besoins en modélisation grandissants. En parallèle, l'augmentation des capacités de calcul a permis le développement de méthodes électromagnétiques autorisant la simulation de systèmes complexes. Ces techniques sont réparties en deux catégories :

- *Les méthodes rigoureuses* sont basées sur la résolution directe des équations de Maxwell. Elles dérivent soit d'une formulation intégrale (méthode des moments [6]), soit d'une formulation différentielle (éléments finis ou différences finies [7]) de ces équations. Malgré l'introduction de méthodes accélératrices (Fast Multipole Method [8], solveurs itératifs [9] et pré-conditionneurs adaptés [9], [10]), elles restent mal adaptées aux problèmes grands devant la longueur d'onde. En effet, lorsque le volume de calcul dépasse quelques centaines de longueurs d'onde, le temps de calcul et surtout l'espace mémoire requis deviennent rapidement prohibitifs.
- *Les méthodes asymptotiques* [11], [12], [13] ont recours à des approximations haute fréquence pour résoudre les équations de Maxwell. Ces techniques supposent que les objets considérés sont grands devant la longueur d'onde et sont donc d'autant plus précises que cette hypothèse est vérifiée. Les plus couramment utilisées sont l'optique géométrique et l'optique physique. Cependant celles-ci s'avèrent mal adaptées aux structures complexes, du fait de l'augmentation rapide du nombre de rayons à traiter. Dans ce cas, les techniques à base de faisceaux gaussiens peuvent présenter des alternatives efficaces [14]-[24]. Au cours des dix dernières années, le Groupe de Recherche en Electromagnétisme du LAPLACE, en collaboration avec le Département Electromagnétisme et Radar de l'ONERA, a travaillé sur ces techniques.

Ce travail a permis de développer de nouvelles méthodes de décomposition en faisceaux gaussiens [21], [22] ; mais aussi des formulations analytiques de l'interaction d'un faisceau gaussien avec un multicouche courbe [21], [22], de sa diffraction par un bord métallique [22] ou, plus récemment, de son interaction avec une lame dichroïque [24]. Dans cette période récente, il faut également noter le travail conséquent réalisé sur ce sujet par D. Lugara et C. Letrou [19], [20], P. H. Pathak [16] et P. Schott [18].

Toutefois, à ce jour, la décomposition d'un champ incident en faisceaux gaussiens doit se faire sur une surface courbe présentant une amplitude non nulle du champ sur ses bords. Cette contrainte n'est pas limitante dans de nombreux cas sauf celui, par exemple, d'une antenne posée sur un support. En effet, le champ rasant de part et d'autre de l'antenne peut alors être non nul et même interagir fortement avec le support en excitant des ondes de surface [1]. Cette configuration fait apparaître au niveau du modèle un problème de fermeture du domaine de décomposition et de prise en compte des ondes de surface.

La figure ci-dessous illustre la procédure utilisée pour résoudre un problème électromagnétique avec le formalisme Faisceaux Gaussien (FGs). Le champ rayonné par l'antenne est décomposé, sur la surface (s) , en une somme de faisceaux gaussiens élémentaires (lignes rouges). Chaque faisceau est ensuite propagé en espace libre (flèches grises) jusqu'à rencontrer un objet. Nous calculons alors analytiquement les champs transmis, réfléchi et diffracté, en fonction du type d'objet rencontré [21]- [24]. Finalement, quand toutes les interactions ont été traitées, le champ total résultant est obtenu en combinant les champs de tous les faisceaux gaussiens finaux. Cette figure illustre aussi la problématique des incidences rasantes, où le rayonnement de l'antenne peut exciter des Ondes de Surface (OSs).



Principe de résolution d'un problème électromagnétique avec un formalisme Faisceaux Gaussiens (FGs), et illustration de la problématique des incidences rasantes et de l'excitation d'Ondes de Surface (OSs).

Objectifs

L'objectif de ce travail de thèse consiste, dans un premier temps, à réaliser une synthèse la plus claire possible sur les différents types d'ondes de surface. En effet, la littérature présente une multitude de variantes d'ondes de surface, dont les définitions se recoupent parfois, ce qui rend difficile la compréhension des phénomènes physiques associés.

Dans un second temps, nous souhaitons proposer une adaptation du modèle faisceaux gaussiens permettant la prise en compte des ondes de surface, pour le calcul du couplage antenne-structure. Cette adaptation sera aussi à même d'assurer la fermeture de n'importe quel domaine de décomposition en faisceaux gaussiens.

L'étude conduite dans cette thèse sera réalisée en deux dimensions.

Plan de l'étude

Dans le premier chapitre nous présentons les propriétés et définissons les conditions d'existence des ondes de surface et des ondes de fuite. Nous commençons par justifier notre choix de focaliser notre étude sur ces deux types de modes. Après un bref état de l'art sur l'étude modale de ces ondes et sur leurs applications, nous introduisons la notion d'onde plane inhomogène qui va simplifier l'interprétation de leurs propriétés. Finalement, nous réalisons une étude modale des ondes de surface et de fuite sur deux structures canoniques planes : le dioptre air-métamatériau¹ et la lame de métamatériau sur métal.

Le second chapitre est consacré à l'excitation des ondes de surface et de fuite et à la modélisation de celles-ci. Le but est, d'une part, de comprendre leurs conditions d'excitation et, d'autre part, de savoir modéliser l'excitation des deux structures canoniques étudiées au chapitre 1 par une distribution de courants quelconque. Pour ce faire, nous commençons par calculer l'expression du champ résultant de l'excitation de ces deux structures par une source de courant magnétique. Puis nous utilisons cette expression pour analyser l'excitation des ondes de surface et de fuite. Nous étendons ensuite notre étude aux cas de l'excitation par une source de courant électrique.

Le troisième chapitre présente, d'une part, les différentes formulations conduisant à la définition des faisceaux gaussiens et, d'autre part, les méthodes permettant de décomposer un champ en une somme de faisceaux gaussiens. A cette occasion, nous présentons les propriétés physiques des faisceaux gaussiens et nous voyons les limites de leurs différentes formulations. Nous justifions aussi le choix de la décomposition multi-faisceaux qui sera utilisée au chapitre 5.

Le quatrième chapitre s'intéresse au calcul de l'interaction d'un faisceau gaussien avec différentes structures représentées par un ensemble d'interfaces éventuellement courbes. Nous

¹ Ici le *métamatériau* est considéré comme la généralisation d'un matériau classique. Il s'agit donc d'un matériau dont la permittivité et la perméabilité peuvent être indépendamment positives, négatives ou complexes.

présentons les techniques existantes et notamment le lancer de faisceaux gaussiens. Nous introduisons ensuite une nouvelle formulation dérivée des expressions du chapitre 2, dont nous comparons les performances et les limitations avec le lancer de faisceaux gaussiens.

Le cinquième chapitre est consacré à l'objectif principal de cette thèse, qui consiste à développer une méthode de décomposition en faisceaux gaussiens hybridée à une formulation en courants équivalents, permettant la fermeture du domaine de décomposition et la prise en compte de l'excitation et de la propagation des ondes de surface. Nous commençons par présenter la problématique et le choix de la méthode que nous avons développée. Puis, à partir d'un cas test représentatif du rayonnement d'une antenne, nous effectuons une étude nous permettant de définir un paramétrage approprié au cas général.

Notations et définitions

Grandeurs utilisées :

Dans cet ouvrage, les grandeurs utilisées sont notées comme suit :

- \mathbf{x} et x : vecteur \mathbf{x} et scalaire x respectivement
- ϵ_0 et μ_0 : permittivité et perméabilité du vide respectivement
- ϵ et μ : permittivité et perméabilité d'un matériau respectivement
- ϵ_r et μ_r : permittivité et perméabilité relatives d'un matériau respectivement : $\epsilon_r = \epsilon / \epsilon_0$ et $\mu_r = \mu / \mu_0$.
- \mathbf{k} : vecteur d'onde d'une onde plane homogène ou inhomogène
- k_x, k_y, k_z : composantes suivant x, y et z respectivement de \mathbf{k}
- k : nombre d'onde défini comme la norme de \mathbf{k} : $k = |\mathbf{k}| = \omega \sqrt{\epsilon \cdot \mu}$, avec ω la pulsation de l'onde.
- k_0 : nombre d'onde dans le vide : $k_0 = \omega \sqrt{\epsilon_0 \cdot \mu_0}$
- n : indice d'un milieu : $n = \sqrt{\epsilon \cdot \mu}$
- $\hat{\mathbf{H}}$: spectre angulaire d'ondes planes suivant z du champ \mathbf{H}

Convention utilisée :

Dans cet ouvrage, une dépendance en temps des champs électromagnétiques, en $e^{+j\omega t}$, est supposée et supprimée. De ce choix découle les conventions suivantes :

- La permittivité des matériaux s'écrit : $\epsilon = \epsilon' - j \cdot \epsilon''$, avec ϵ' un réel, ϵ'' un réel positif.
 - La permittivité des matériaux s'écrit : $\mu = \mu' - j \cdot \mu''$, avec μ' un réel, μ'' un réel positif.
- ⇒ Le choix du signe "-" et du signe de ϵ'' et μ'' est imposé par le fait que les matériaux étudiés dans cette thèse sont choisis passifs.
- Un vecteur d'onde s'écrit : $\mathbf{k} = \mathbf{k}' - j \cdot \mathbf{k}''$, avec \mathbf{k}' et \mathbf{k}'' des vecteurs réels. Le signe "-" est choisi de manière à ce que l'onde s'atténue dans la direction et le sens donnés par le vecteur \mathbf{k}'' .

Ici j est défini par $j^2 = -1$.

Lexique et acronymes :

- *Guide ouvert* : Guide d'onde électromagnétique constitué d'une interface, éventuellement courbe, entre un milieu semi-infini et un milieu quelconque.
- *Onde complexe* : désigne ici un mode électromagnétique, guidé par une guide ouvert, et définis par une unique onde plane inhomogène dans le milieu semi-infini.
- *Interface de propagation de l'onde complexe* (sur un guide ouvert) : désigne l'interface entre le milieu semi-infini et l'autre milieu. C'est l'interface sur laquelle se propage l'onde complexe.
- *Modes propres & impropres* : Contrairement aux modes propres, les modes impropres ne peuvent pas être excités par une source physique en l'absence d'autres modes (notamment des ondes d'espace) [139]. On désigne aussi un mode propre comme *spectral* et un mode impropre comme *non spectrale*.
- TM : Transverse Magnétique
- TE : Transverse Electrique
- OS : Onde de Surface
- OF : Onde de Fuite
- OPI : Onde Plane Inhomogène
- CDR : Chemin de Descente Rapide
- FG : Faisceau Gaussien
- CES : Courant Equivalent de Surface
- LDM : Lame Diélectrique sur Métal

Chapitre I :

Les ondes de surface et de fuite

L'objectif de ce chapitre est de présenter les propriétés et les conditions d'existence des ondes de surface et des ondes de fuite. Cette étude est réalisée en deux dimensions et sur des structures planes uniquement.

Dans l'introduction nous définirons les ondes, guidées par une interface, qui seront étudiées dans cette thèse. Nous présenterons ensuite un bref état de l'art sur l'étude modale de ces ondes et sur leurs applications. Dans la troisième partie, nous introduirons la notion d'onde plane inhomogène, essentielle à l'interprétation des propriétés de ces ondes. Finalement, nous réaliserons une étude modale des ondes de surface et de fuite sur deux structures canoniques planes : le dioptre air-métamatériau² et la lame de métamatériau sur métal. Cette étude permettra d'identifier les propriétés physiques et les conditions d'existence de ces ondes.

1. Introduction

Une interface, éventuellement courbe, entre un milieu semi-infini et un milieu quelconque est un guide électromagnétique appelé guide ouvert. Dans le cas général, l'excitation d'un tel guide par une source réelle va donner naissance à un champ constitué d'un rayonnement d'espace et d'un rayonnement guidé à la surface de ce guide. La difficulté réside dans la définition du rayonnement guidé. En effet, choisir une telle définition implique, d'une part d'établir une séparation claire entre les deux types de rayonnement (*i.e.* d'espace et guidé) et, d'autre part, de choisir une définition (sous formes de modes) qui représente bien les propriétés de ce rayonnement.

Dans cette thèse nous avons choisi d'étudier les ondes dont le rayonnement guidé au-dessus de l'interface se décrit au moyen d'une unique onde plane inhomogène³. Ce choix, sans être général, permet toutefois de distinguer clairement les principales caractéristiques des différents types de modes guidés par une interface. Il implique en outre que l'interface soit

² Ici le *métamatériau* est considéré comme la généralisation d'un matériau classique. Il s'agit donc d'un matériau dont la permittivité et la perméabilité peuvent être indépendamment positives, négatives ou complexes.

³ Une onde plane inhomogène est une onde caractérisée par un vecteur d'onde complexe. Les propriétés de ces ondes seront étudiées dans la section 3.

plane. Ainsi, on retrouve comme mode, les ondes de surface (surface waves), et les ondes de fuite (leaky waves). Afin de simplifier leur dénomination nous les désignerons sous le terme d'ondes complexes⁴ dans tout le manuscrit.

Les autres modes guidés, qui ne font pas l'objet de cette thèse, seront toutefois brièvement présentés en Annexe A dans laquelle on pourra trouver les références afférentes. Il s'agit entre autres de l'onde rampante (creeping wave) ou mode de Watson, l'onde latérale (latéral wave), l'onde de Norton ou encore les modes d'Elliot et d'Albertsen.

La Figure I-1a et la Figure I-1b représentent respectivement une onde de surface et une onde de fuite.

L'onde de surface se propage sans rayonnement et son énergie reste confinée au niveau de l'interface. Trois types d'ondes de surface sont identifiés dans la littérature : D'une part, les Plasmons de Surface et les Modes de Surface, qui sont des modes propres⁵ et peuvent se propager sans pertes ; et d'autre part, les Ondes de Zenneck qui sont des modes impropres⁵ et ne peuvent pas se propager sans pertes.

L'onde de fuite est un mode qui rayonne au cours de sa propagation le long de l'interface. Ce rayonnement implique forcément une propagation à pertes. Par rapport à son sens de propagation le long de l'interface, l'onde de fuite peut rayonner soit en avant soit en arrière. On parle respectivement de rayonnement forward ou backward de l'onde de fuite. Les modes associés sont respectivement impropre⁵ et propre⁵.

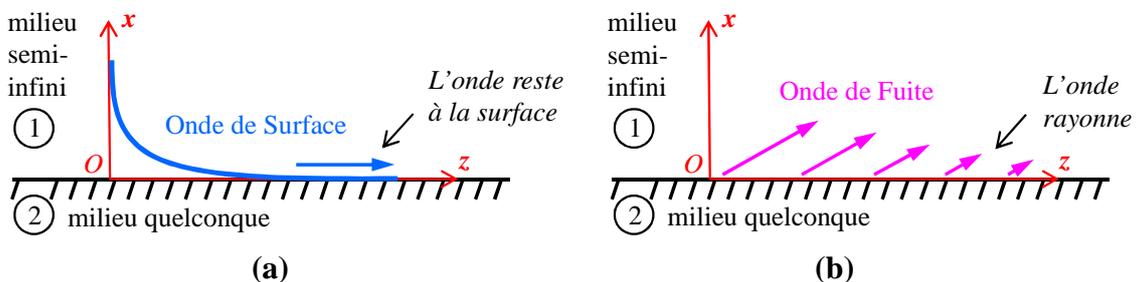


Figure I-1 : (a) Onde de surface et (b) Onde de Fuite, à l'interface entre le milieu 1, semi-infini, et le milieu 2, quelconque.

2. Etat de l'art

Dans cette section nous présenterons un rapide historique de l'étude des ondes guidées par une interface, depuis les premiers travaux datant de 1907. Nous en profiterons pour montrer certaines applications passées, présentes et futures de ces ondes. Cette présentation donnera au lecteur une vue d'ensemble du champ d'application des ondes étudiées dans ce manuscrit et l'aidera à mieux aborder la suite du chapitre.

⁴ Cette notation est couramment utilisée dans la littérature pour désigner ces ondes.

⁵ Conformément aux définitions préconisées par IEEE [139], les modes impropres sont définis par opposition aux modes propres, qui peuvent être excités par une source physique en l'absence d'autres modes (notamment des ondes d'espace).

2.1. Les débuts (premières décennies du 20^{ième} siècle) [25]:

Les premiers travaux sur le guidage d'ondes électromagnétiques par une interface ont été conduits par J. Zenneck en 1907 [26]. Il s'agissait de comprendre les phénomènes constatés de guidage d'une onde électromagnétique basse fréquence par l'interface air-sol. Ainsi est née la notion d'onde de surface. Les potentialités d'une telle onde pour la propagation d'ondes radio à longues distances ont rapidement suscité l'intérêt de la communauté scientifique. En 1909 Arnold Sommerfeld poursuit l'étude modale de J. Zenneck en s'intéressant au cas avec source. Malheureusement son article de 1909 [27] présentait une faute de signe dans l'évaluation mathématique d'une intégrale spectrale, qui conduisit longtemps à penser que l'onde de Zenneck était prépondérante dans le champ guidée par le sol. Plusieurs physiciens contestent ce résultat [28] et en 1926 Sommerfeld corrige cette erreur [29]. Il est alors reconnu unanimement que l'onde de Zenneck est une onde impropre qui contribue de manière négligeable au champ total dans ce cas [25]. Par ailleurs les ondes liées au sol, en général, ne peuvent pas être excitées seules par une source de dimensions finies. Afin d'utiliser ces ondes pour la propagation d'onde radio, il est alors nécessaire de pouvoir les séparer du reste du champ excité.

C'est l'objet des travaux de K. A. Norton, qui en 1936 propose une formulation asymptotique de l'onde liée au sol, dans l'hypothèse des très basses altitudes [30]. L'onde résultante, appelée *onde de surface de Norton*, diffère de l'onde définie par J. Zenneck. Elle est présentée en Annexe A.

L'onde utilisée dans les travaux de J. Zenneck et de A. Sommerfeld est appelée *onde de Zenneck*. Son champ dans chacun des deux milieux s'apparente à une unique Onde Plane Inhomogène (OPI). Par ailleurs, l'étude de A. Sommerfeld faisant apparaître ce mode à travers des pôles du coefficient de réflexion, on parle souvent de *pôles de Sommerfeld*.

Les travaux sur l'*onde de Norton* sont toujours d'actualité. Aujourd'hui les applications concernent notamment le domaine militaire, pour la propagation d'ondes radio à grandes distances en terrains vallonnés [31] ou la propagation d'ondes radar au-delà de l'horizon pour le contrôle des zones littorales [32]-[35] (→ radars à ondes de surface).



Figure I-2 : Photographie des antennes d'un radar à ondes de surface développé par l'Onera – The French Aerospace Lab. (Crédit photo www.onera.fr)

2.2. Après la 2^{nde} guerre mondiale, avec l'essor de l'électromagnétisme

A partir des années 50 le champ de recherche s'élargit. On étudie notamment le guidage par l'interface air-multicouche et l'interface air-métal corrugué. De nouveaux types d'ondes de surface nommés *modes de surface piégés* sont identifiées [36], [37]. D'autres ondes se propageant en rayonnant sont également découvertes. Celles-ci sont nommées *ondes de fuite* ou *modes de fuite* [37], [38].

Pour ces deux types d'ondes, tout comme pour l'onde de Zenneck, le champ dans l'air correspond à une unique OPI.

En revanche, contrairement à l'onde de Zenneck qui est unique pour une structure et une fréquence données, plusieurs modes de surface et ondes de fuite peuvent coexister. Les contributeurs principaux à ces travaux sont T. Tamir, L. B. Felsen, A. A. Oliner, J. R. Wait, S. Barone, A. Hessel et L. M. Brekhovskikh, A. Ishimaru, H. M. Barlow and A. L. Cullen.

Les applications liées à ces ondes sont nombreuses et variées encore aujourd'hui.

Dans le domaine des antennes on trouve notamment les antennes à ondes de surface [39] et les antennes à ondes de fuite [40]-[42] (voir Figure I-3). Ces antennes utilisent ces ondes pour obtenir un rayonnement contrôlé. En revanche, dans certaines antennes on cherche à supprimer une partie [43] ou la totalité de ces ondes [2]. La maîtrise de ces ondes permet aussi de décaler latéralement des faisceaux à la réflexion [44].

Dans le domaine des circuits on peut chercher à guider des ondes de surface ou, au contraire, à couper leur propagation à l'origine de couplages malvenus [2].

D'autres applications plus originales peuvent être trouvées, notamment en médecine [45], [46]. La Figure I-4 illustre le fonctionnement d'un compteur de cellules utilisant des modes de surface. Une goutte de sang est déposée sur la lame. Un marqueur métallisé a préalablement

été ajouté au sang et s'est fixé sur les molécules que l'on veut détecter. On excite alors un mode de surface qui va se propager en étant atténué proportionnellement à la quantité de marqueurs métallisés contenue dans la goutte de sang. A partir de l'atténuation mesurée on remonte à la concentration sanguine en molécules marquées.

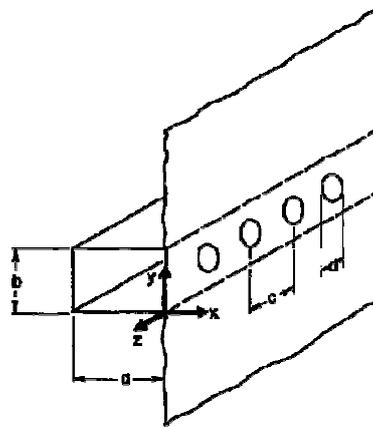


Figure I-3 : Antenne périodique à ondes de fuite (d'après L. Goldstone 1959 [41])

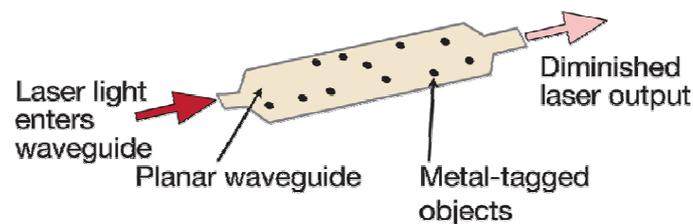


Figure I-4 : Compteur de cellules utilisant un guide d'onde de surface (d'après John LeBlanc, 2012 [46])

Par ailleurs, dans le domaine de l'optique, on découvre en 1957 l'existence d'une onde de surface se propageant avec peu de pertes sur un dioptre air-argent [47]. Cette onde apparaît à la fréquence plasma du métal, à laquelle le métal présente une permittivité largement négative. Elle est ainsi nommée *plasmon de surface* ou plasmon polariton de surface.

Quelques années plus tard, on découvre que le plasmon de surface peut aussi exister pour les fréquences utilisées en électromagnétisme [48]. Il apparaît alors que *plasmons de surface* et *ondes de Zenneck* répondent aux mêmes équations mais appliquées à des milieux différents [49]. Cependant les phénomènes physiques mis en jeu sont différents dans les deux cas [50].

Au niveau du nombre d'applications, le domaine de l'optique a aujourd'hui rattrapé celui de l'électromagnétisme, notamment grâce aux nombreuses possibilités offertes par les plasmons de surface.

En effet, les plasmons de surface étant très sensibles aux propriétés du matériau sur lequel ils se propagent, le dépôt de quelques molécules sur celui-ci influencera leur propagation de manière notable. Il en découle de très nombreuses applications dans la biochimie et la médecine [51], [52].

Des applications concernent aussi les domaines de la transmission de données aux fréquences

optiques [53], de la métrologie [54], de l'excitation de plasmas [55], ou de l'amélioration de cellules solaires [56], [57].

2.3. Le récent regain d'intérêt et les nouvelles applications

Depuis les années 2000 on observe un regain d'intérêt pour l'étude des ondes de surface et de fuite.

D'une part, dans la recherche constante de composants électromagnétiques plus performants, il apparaît nécessaire de prendre en compte les ondes de surface pour la modélisation du rayonnement électromagnétique.

D'autre part, l'apparition des métamatériaux, ou cristaux photoniques [3], [58], a ouvert de nouvelles perspectives dans le domaine des ondes de surface et de fuite. Ces nouvelles structures donnent en effet des degrés de liberté supplémentaires jusqu'alors réservés aux rêves des théoriciens. Les réalisations possibles vont des matériaux à indice négatif [3], aux matériaux actifs [59] en passant par les matériaux à bandes interdites [60]-[62].

Dans les matériaux à indice négatifs, l'énergie et la phase se propagent dans des sens opposés. Ainsi, sur ces matériaux, les ondes de surface et de fuite peuvent adopter de nouveaux comportements [63]-[65].

Les nouvelles applications sont très nombreuses. Entre autres, les structures à base de métamatériaux permettent d'améliorer la transmission dans un guide en utilisant des ondes de surface [61], [62], [66]. A contrario, il est également possible de couper la propagation des modes de surface [67], [68].

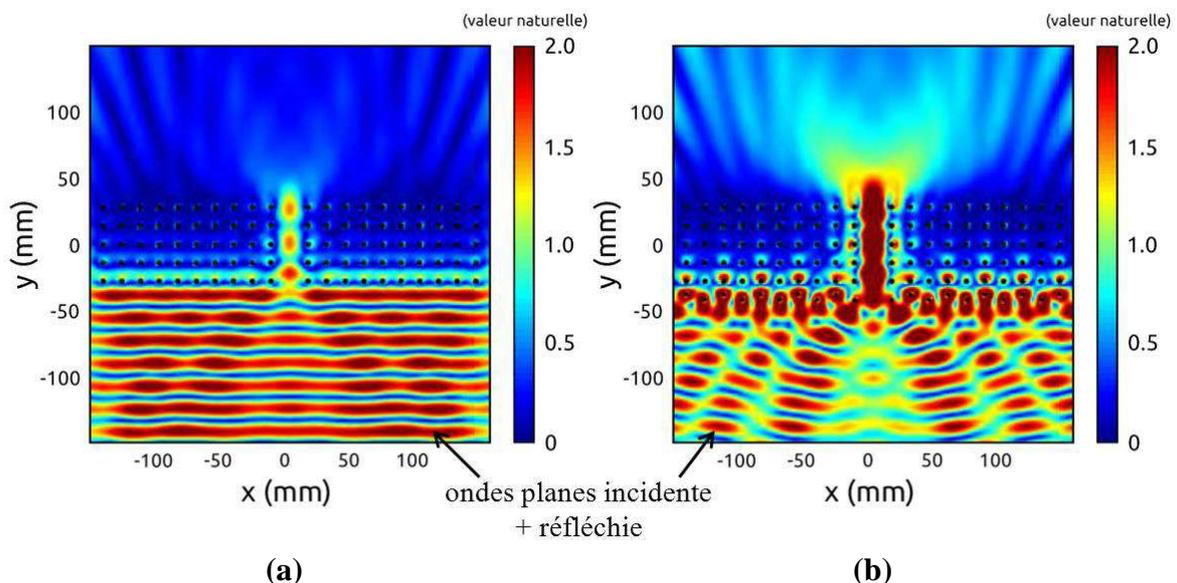


Figure I-5 : Amélioration de la transmission d'une onde plane incidente, dans un guide, par l'utilisation d'un métamatériau propageant des ondes de surface à sa surface. (a) utilisation d'un métamatériau ne propageant pas d'ondes de surface ; (b) utilisation d'un métamatériau propageant des ondes de surface. On voit que la transmission de l'onde plane incidente est améliorée dans le second cas (d'après S. Varault, 2011 [61])

3. Les Ondes Planes Inhomogènes

L'étude des propriétés des Ondes Planes Inhomogènes (OPI) permet de mieux comprendre le comportement des ondes complexes. En effet une onde complexe est définie simplement par un nombre limité d'OPI assurant la continuité des champs électriques et magnétiques au niveau de l'interface de propagation.

Une OPI se distingue d'une onde plane classique, ou homogène, par le fait que son vecteur d'onde possède toujours une composante imaginaire. Son vecteur d'onde s'écrit alors : $\mathbf{k} = \mathbf{k}' - j.\mathbf{k}''$, avec \mathbf{k}' et \mathbf{k}'' représentant des vecteur réels et j défini par $j^2 = -1$.

Cette caractéristique lui confère des propriétés originales liées à la variation de son amplitude, à sa vitesse de phase et à son vecteur de Poynting.

Ces propriétés feront l'objet de la première partie de cette section. Dans la seconde partie, nous présenterons les deux types de plans complexes utilisés pour classifier les OPIs.

3.1. Propriétés

Tout d'abord, il convient de remarquer que la forme du vecteur d'onde \mathbf{k} de l'OPI impose que l'amplitude de l'onde devient infinie dans la direction opposée à \mathbf{k}'' . Ainsi l'OPI ne peut exister que dans le demi-espace représenté en vert sur la Figure I-6.

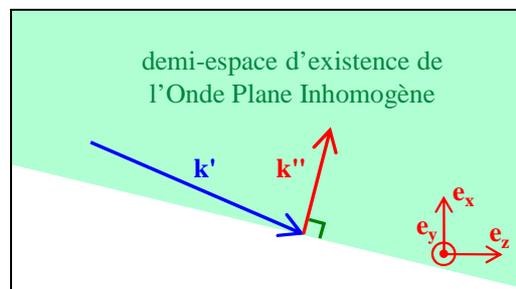


Figure I-6 : demi-espace d'existence d'une Onde Plane Inhomogène

Par ailleurs, on obtient facilement des équations reliant les composantes réelles et imaginaires du vecteur d'onde \mathbf{k} et du vecteur de Poynting \mathbf{P} . Ces équations permettent alors d'obtenir des relations intéressantes sur les angles et les amplitudes de leurs composantes.

Dans ces équations nous utiliserons la notion de nombre d'onde. Le nombre d'onde k est défini comme la norme du vecteur d'onde \mathbf{k} . Pour un vecteur d'onde réel, $k = \|\mathbf{k}\|$, la norme euclidienne de \mathbf{k} , définie par le produit scalaire de \mathbf{k} par lui-même. Dans notre cas, \mathbf{k} est un vecteur complexe, c'est-à-dire que ses composantes suivant x et z sont complexes. Le nombre d'onde k se définit de même comme la norme du vecteur d'onde \mathbf{k} . Cependant cette norme va alors être complexe. Pour éviter toute confusion nous noterons cette norme $\|\cdot\|_c$, définie par $\|\mathbf{k}\|_c^2 = \langle \mathbf{k}, \mathbf{k} \rangle$.

Dans ce cas, le carré du nombre d'onde peut se décomposer en une partie réelle et une partie imaginaire :

$$k^2 = \varepsilon_r \cdot \mu_r \cdot k_0^2 = \|\mathbf{k}\|_C^2 = \langle \mathbf{k}, \mathbf{k} \rangle = k_x^2 + k_z^2 = \|\mathbf{k}'\|^2 - \|\mathbf{k}''\|^2 - 2j\langle \mathbf{k}', \mathbf{k}'' \rangle \quad (\text{I.1})$$

avec k_0 le nombre d'onde de l'onde plane dans le vide et k_x et k_z les composantes de \mathbf{k} suivant \mathbf{e}_x et \mathbf{e}_z respectivement.

En séparant les composants réels et imaginaires purs de (I.1), on trouve :

$$\text{Im}(\varepsilon_r \cdot \mu_r) \cdot k_0^2 = k_0^2 \cdot (\varepsilon_r'' \mu_r' + \varepsilon_r' \mu_r'') = 2 \cdot \langle \mathbf{k}', \mathbf{k}'' \rangle \quad (\text{I.1a})$$

$$\text{Re}(\varepsilon_r \cdot \mu_r) \cdot k_0^2 = k_0^2 \cdot (\varepsilon_r' \mu_r' - \varepsilon_r'' \mu_r'') = \|\mathbf{k}'\|^2 - \|\mathbf{k}''\|^2 \quad (\text{I.1b})$$

Im et Re désignant respectivement *la partie imaginaire de* et *la partie réelle de*. Les grandeurs ε_r' , ε_r'' , μ_r' et μ_r'' sont définies dans la partie *Notations et définitions*.

D'autre part, le vecteur de Poynting \mathbf{P} peut s'écrire :

$$\mathbf{P}_{\text{TM}} = \frac{1}{2} \mathbf{E} \times \mathbf{H}^* = \frac{|H_y|^2}{2\omega} \frac{\mathbf{k}' - j\mathbf{k}''}{\varepsilon' - j\varepsilon''} \quad , \quad \mathbf{P}_{\text{TE}} = \frac{|E_y|^2}{2\omega} \frac{\mathbf{k}' - j\mathbf{k}''}{\mu' - j\mu''} \quad (\text{I.2})$$

les indices TM et TE désignant respectivement les polarisations TM et TE et ω étant la pulsation de l'onde. Tout comme le vecteur \mathbf{k} , le vecteur \mathbf{P} peut être décomposé en parties réelle et imaginaire : $\mathbf{P} = \mathbf{P}' - j \cdot \mathbf{P}''$.

3.1.1. Relations angulaires

L'équation (I.1a) donne l'angle entre les composantes \mathbf{k}' et \mathbf{k}'' du vecteur d'onde \mathbf{k} .

La partie imaginaire de l'équation (I.2) donne l'angle entre les composantes \mathbf{k}' (la partie réelle du vecteur d'onde) et \mathbf{P}' (la partie réelle du vecteur de Poynting).

Trois cas de figures principaux se présentent alors :

- Dans un milieu sans perte, $\varepsilon_r'' = \mu_r'' = 0$. Ainsi \mathbf{P}_{TM}' , \mathbf{P}_{TE}' et \mathbf{k}' sont colinéaires et \mathbf{k}' et \mathbf{k}'' sont orthogonaux (Figure I-7a).
- Dans un milieu à pertes électriques, $\varepsilon_r'' \neq 0$ et $\mu_r'' = 0$. Ainsi \mathbf{P}_{TE}' et \mathbf{k}' sont colinéaires, \mathbf{P}_{TM}' et \mathbf{k}' ne sont pas colinéaires et \mathbf{k}' et \mathbf{k}'' ne sont pas orthogonaux (Figure I-7b).
- Dans un milieu à pertes magnétiques, $\varepsilon_r'' = 0$ et $\mu_r'' \neq 0$. Ainsi \mathbf{P}_{TM}' et \mathbf{k}' sont colinéaires, \mathbf{P}_{TE}' et \mathbf{k}' ne sont pas colinéaires et \mathbf{k}' et \mathbf{k}'' ne sont pas orthogonaux.

Il est important de ne pas confondre l'OPI, et l'onde plane classique ou homogène. Pour cette dernière, dans un milieu avec ou sans pertes, \mathbf{k}' , \mathbf{k}'' et \mathbf{P}' sont colinéaires (Figure I-8). Ainsi les plans équi-phases sont aussi équi-amplitudes.

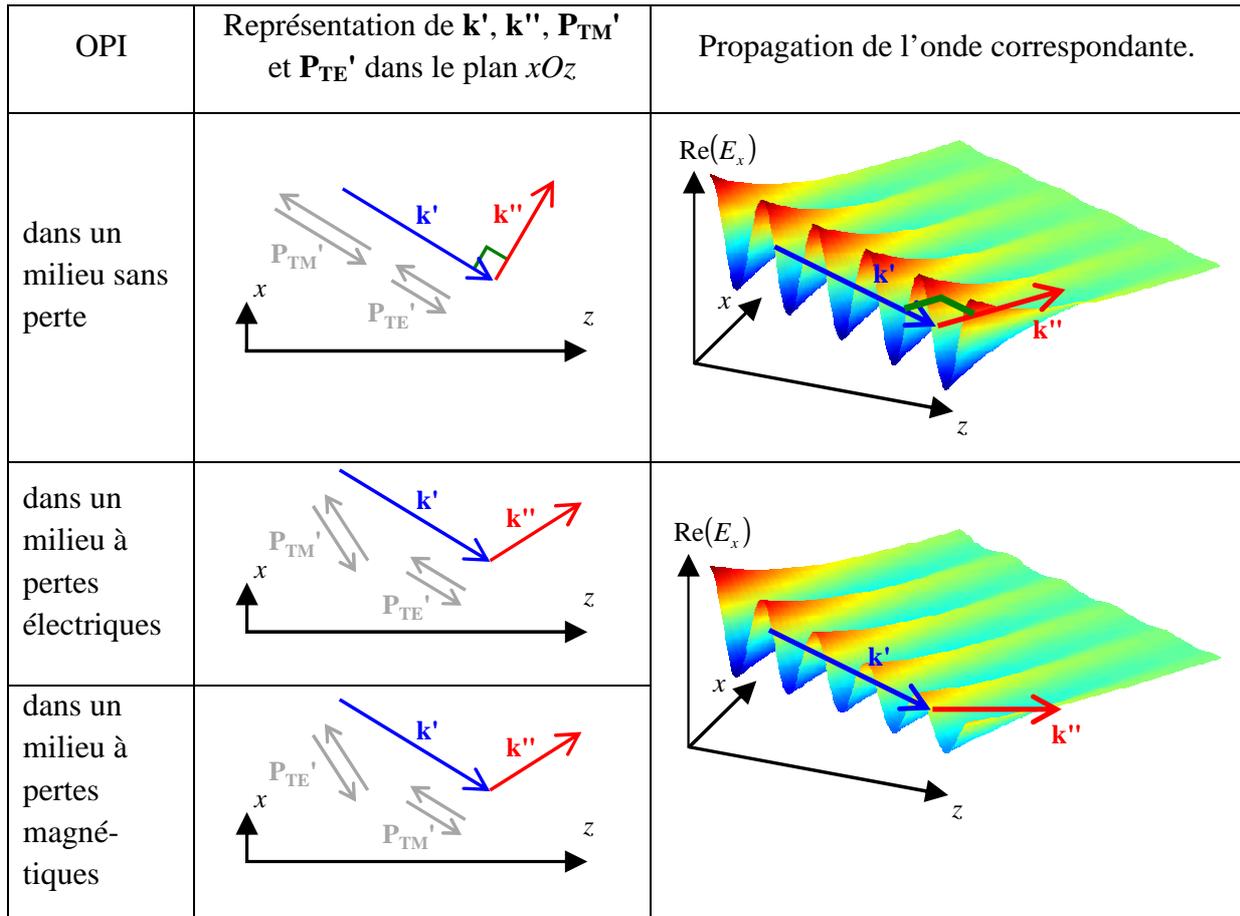


Figure I-7 : Relations angulaires entre les composantes réelle et imaginaire du vecteur d'onde et la composante réelle du vecteur de Poynting pour une **OPI** dans différents milieux.

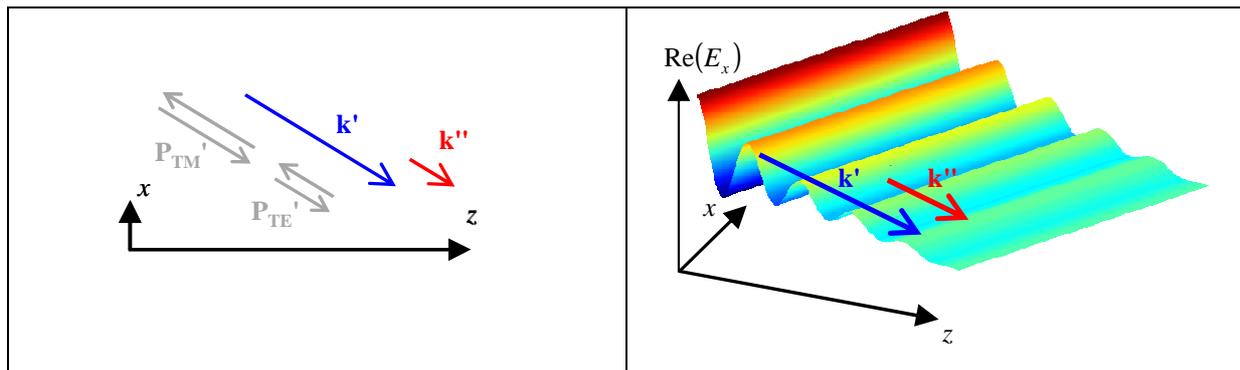


Figure I-8 : Relations angulaires entre les composantes réelle et imaginaire du vecteur d'onde et la composante réelle du vecteur de Poynting pour une **onde plane homogène** dans un milieu à pertes électriques et/ou magnétiques.

3.1.2. Relations portant sur les amplitudes

L'équation (I.1b) de la page 14 met en relation les amplitudes des composantes \mathbf{k}' et \mathbf{k}'' du vecteur d'onde \mathbf{k} . On distingue deux cas :

$$\|\mathbf{k}\|^2 = \|\mathbf{k}'\|^2 + |\operatorname{Re}(\varepsilon_r \cdot \mu_r)| k_0^2, \text{ si } \operatorname{Re}(\varepsilon_r \cdot \mu_r) > 0 \quad (\text{I.3a})$$

$$\|\mathbf{k}''\|^2 = \|\mathbf{k}'\|^2 + |\operatorname{Re}(\varepsilon_r \cdot \mu_r)| k_0^2, \text{ si } \operatorname{Re}(\varepsilon_r \cdot \mu_r) < 0 \quad (\text{I.3b})$$

avec $\operatorname{Re}(\varepsilon_r \cdot \mu_r) = (\varepsilon_r' \mu_r' - \varepsilon_r'' \mu_r'')$

Le théorème de Pythagore permet de représenter géométriquement les équations (I.3a) et (I.3b) sur la Figure I-9a et la Figure I-9b respectivement. On obtient ainsi une relation géométrique entre les amplitudes de \mathbf{k}' et \mathbf{k}'' et les grandeurs caractéristiques du milieu.

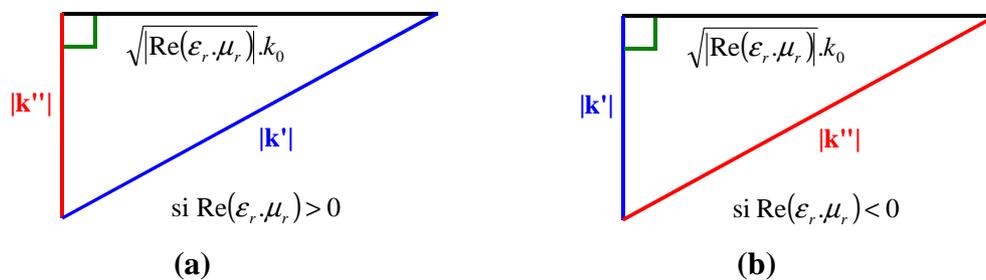


Figure I-9 : Représentation géométrique des relations entre les amplitudes des composantes \mathbf{k}' et \mathbf{k}'' du vecteur d'onde d'une OPI, suivant le signe de $\operatorname{Re}(\varepsilon_r \cdot \mu_r)$

3.1.3. Vitesse de phase et notion d'onde rapide et d'onde lente

La vitesse de phase de l'OPI est orientée suivant \mathbf{k}' , la composante réelle de son vecteur d'onde. Cette vitesse vaut :

$$v_\varphi^{OPI} = \omega / \|\mathbf{k}'\| \quad (\text{I.4})$$

La vitesse de phase d'une onde plane homogène vaut quant à elle :

$$v_\varphi^{OPH} = \frac{\omega}{\sqrt{\Re(\varepsilon_r \cdot \mu_r)} k_0} \quad (\text{I.5})$$

Nous pouvons alors établir le rapport entre ces deux vitesses. Celui-ci est donné par l'équation (I.6).

Si ce rapport est strictement supérieur à 1, l'onde complexe est dite "rapide". Si ce rapport est strictement inférieur à 1 elle est dite "lente".

$$\frac{V_{\varphi}^{OPI}}{V_{\varphi}^{OPH}} = \frac{\sqrt{\Re(\epsilon_r \cdot \mu_r)} \cdot k_0}{\|\mathbf{k}'\|} \quad (\text{I.6})$$

Il faut noter que pour un diélectrique classique sans perte (*i.e.* $\mu_r = 1$ et $\epsilon_r > 0$), la Figure I-9a fait apparaître que ce rapport est inférieur à 1. Ainsi dans ce type de milieu une OPI sera toujours lente.

3.2. Représentation dans le plan complexe

Le couple de plans complexes k_{x1} , k_z est couramment utilisé pour représenter le vecteur d'onde \mathbf{k}_1 de l'OPI dans le milieu 1.

Le plan k_z , représenté sur la Figure I-10a, permet de faire apparaître le sens de propagation et d'atténuation de l'onde suivant l'axe z (*i.e.* $z+$ ou $z-$).

Le plan k_{x1} , représenté Figure I-10b, joue le même rôle pour l'axe x .

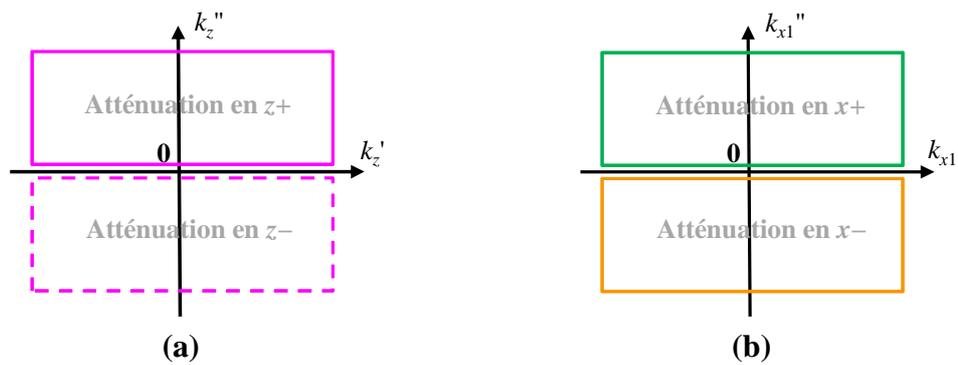


Figure I-10 : (a) plan complexe k_z et (b) plan complexe k_{x1} .

La représentation ci-dessus n'est cependant pas très pratique à l'usage. En effet, un vecteur d'onde complexe \mathbf{k}_1 n'est défini correctement que s'il est représenté simultanément dans les deux plans complexes de la Figure I-10.

Une représentation plus condensée est obtenue en remarquant que les grandeurs k_{x1} et k_z peuvent être définies, en coordonnées polaires spectrales, au moyen d'une unique variable Φ (I.7).

$$\begin{cases} k_{x1} = k_1 \cos \Phi \\ k_{z1} = k_1 \sin \Phi \end{cases} \quad (\text{I.7})$$

Ainsi on peut se contenter de représenter le vecteur \mathbf{k}_1 dans le seul plan complexe Φ .

La Figure I-11 représente ce plan. Nous y avons fait apparaître toutes les OPIs existantes dans un matériau sans perte. Cela représente toutes les orientations possibles des composantes \mathbf{k}' et \mathbf{k}'' du vecteur d'onde \mathbf{k} , par rapport aux axes x et z .

Sur cette figure, on retrouve les 8 cadrans apparaissant sur les Figure I-10a et Figure I-10b.

Les OPIs se propageant suivant z_+ sont représentées en tirets pleins. Par symétrie, on trouve les OPIs se propageant suivant z_- , représentées en tirets pointillés.

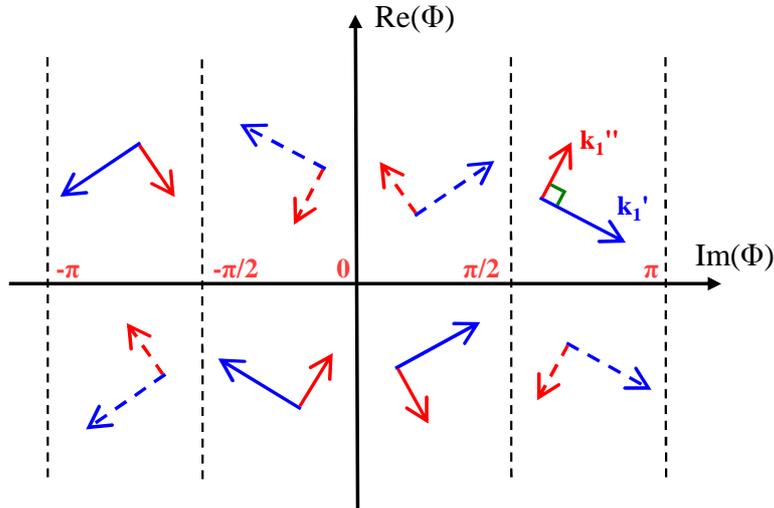


Figure I-11 : Représentation de toutes les OPI dans le plan complexe Φ , avec $\Phi = \sigma + j.\eta$. OPIs suivant z_+ (tirets pleins) ; OPIs suivant z_- (tirets pointillés).

L'étude de ces plans complexes sera complétée dans le chapitre 2, traitant de l'excitation des ondes de surface et de fuite.

4. Etude modale des ondes de surface et de fuite

Dans la section précédente nous avons étudié les propriétés des Ondes Planes Inhomogènes (OPI) en espace libre.

Considérons à présent 2 milieux, séparés par une interface plane. On forme alors un dioptre plan (Figure I-12a). Si on place une unique OPI dans chacun des 2 milieux, les conditions de continuité à l'interface imposent un comportement cohérent à ce couple d'OPIs.

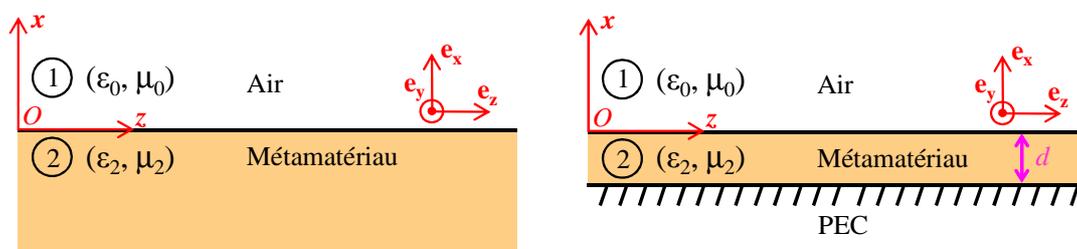


Figure I-12 : (a) Dioptre air-métamatériau ; (b) lame de métamatériau sur PEC, d'épaisseur d .

Sous certaines conditions, l'onde globale ainsi formée est une onde de surface. Si on ajoute

une interface parallèle supplémentaire, la structure composée alors de trois milieux peut propager d'autres types d'ondes de surface, ainsi que des ondes de fuite. Un exemple est montré sur la Figure I-12b. En revanche, en ajoutant encore des interfaces parallèles aucun nouveau type d'onde n'est observé.

L'objectif de cette section est de présenter les propriétés physiques et les conditions d'existence des ondes de surface et de fuite.

Pour cela nous traitons le cas sans source. Les modes présentés ici peuvent donc être des modes propres ou impropres et nous ne nous intéressons pas à leur excitabilité. Nous rappelons que cette étude est réalisée en deux dimensions et sur des structures planes uniquement.

Dans l'introduction nous listerons les différentes catégories d'ondes de surface et de fuite en fonction de l'allure de leur champ. Nous justifions ainsi le choix des deux structures étudiées dans cette section. Celles-ci sont le dioptre air-métamatériau et la lame de métamatériau sur métal parfait (PEC) représentés respectivement sur la Figure I-12a et la Figure I-12b.

Ensuite nous analyserons les modes guidés par ces 2 structures. Pour chacune d'elles, nous déterminerons les équations caractéristiques des modes, d'abord par l'approche classique, puis par l'utilisation du coefficient de réflexion.

Enfin, dans le cas particulier où le métamatériau est un diélectrique, nous présenterons les différents modes existants et leurs propriétés physiques.

4.1. Introduction

Nous avons vu dans l'introduction générale de ce chapitre que les ondes de surface se caractérisent par un confinement du champ au-dessus de la surface de propagation (Figure I-1a).

En dessous de cette surface, en revanche, le champ correspondant peut être confiné ou non au niveau de celle-ci. On parlera respectivement d'ondes de surface à double évanescente et d'ondes de surface à simple évanescente. Ces deux catégories sont illustrées respectivement sur la Figure I-13a et la Figure I-13b.

Comme nous le montrerons dans la suite de ce chapitre, une structure présentant au moins une interface peut supporter la première, mais il faut que cette structure ait au moins 2 interfaces pour supporter la seconde. L'onde de fuite, quant à elle, ne peut exister que sur une structure présentant au moins deux interfaces, comme on le voit sur la Figure I-13c.

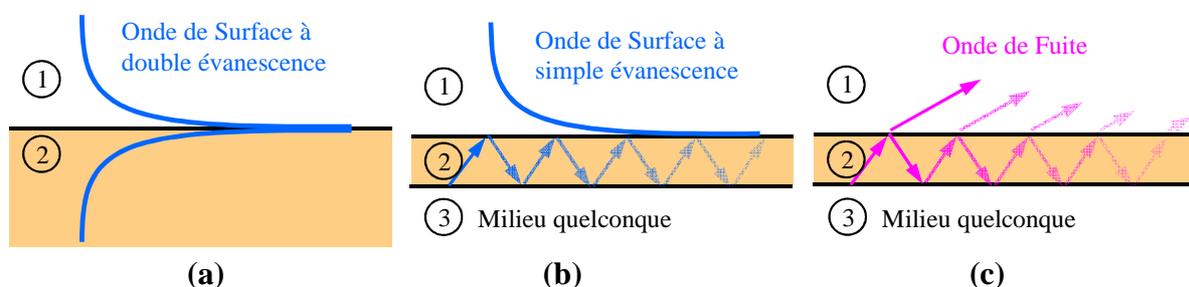


Figure I-13 : Mise en évidence des 3 catégories d'ondes complexes pour le dioptre air-métamatériau et la lame de métamatériau sur PEC.

Par ailleurs, il apparaît que multiplier le nombre de couches en dessous de la surface de propagation ne fait pas apparaître de nouveaux types d'ondes. Toutes les propriétés des ondes de surface à simple évanescente et des ondes de fuite peuvent ainsi être observées sur une lame de métamatériau sur PEC.

Ainsi, à partir de ces observations, nous avons choisi de limiter l'étude modale à seulement deux structures qui sont le dioptre air-métamatériau et la lame de métamatériau sur métal parfait. Le cas de la lame métamatériau simple se déduit simplement de ce dernier cas (voir Annexe D). Pour des études sur des structures planes à plus de 2 interfaces, nous invitons le lecteur à se reporter à [69]- [71].

Ces 2 structures sont considérées invariantes suivant \mathbf{e}_y et \mathbf{e}_z et le champ électromagnétique invariant suivant \mathbf{e}_y . L'étude en 2 dimensions sera donc réalisée dans le plan xOz .

Par ailleurs, pour un métamatériau quelconque, la polarisation de l'onde complexe peut être aussi bien TE que TM. Le champ générateur sera alors respectivement le champ électrique ou magnétique. Par convention, il sera orienté suivant \mathbf{e}_y .

Dans cette section nous n'étudions que la polarisation TM. Le cas de la polarisation TE est présenté dans l'Annexe B.

4.2. Cas du dioptre plan air-métamatériau

Nous nous intéressons ici aux ondes complexes se propageant sur un dioptre plan air-métamatériau. Sur cette structure, représentée sur la Figure I-12a, seule une unique onde complexe peut exister. Il s'agit d'une unique Onde de Surface (OS) à double évanescente dont les propriétés dépendent de la permittivité et de la perméabilité relatives du métamatériau, notées respectivement ϵ_{r2} et μ_{r2} .

4.2.1. Equations caractéristiques des modes

L'onde de surface sur le dioptre plan air-métamatériau est définie par une OPI unique dans chacun des deux milieux. L'OPI dans chaque milieu est définie par son vecteur d'onde complexe, noté \mathbf{k}_1 et \mathbf{k}_2 respectivement, comme représenté sur la Figure I-14.

On rappelle que l'on note $\mathbf{k} = \mathbf{k}' - j.\mathbf{k}''$, avec \mathbf{k}' et \mathbf{k}'' des vecteur réels.

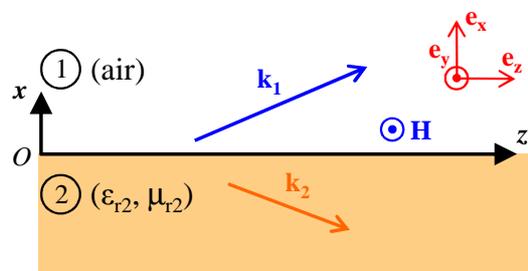


Figure I-14 : Représentation des deux OPI constituant une onde de surface TM sur un dioptre air-métamatériau

On cherche à calculer l'onde de surface résultante.

4.2.1.a. Démarche classique

La démarche classique, pour caractériser cette onde de surface, consiste à appliquer simplement aux deux OPI les conditions aux limites associées au dioptre.

L'application de la continuité des champs électrique et magnétique au niveau de l'interface (en $x = 0$) permet de déterminer les composantes des deux vecteurs d'onde au signe près. Puis l'application des conditions de rayonnement suivant x et z permet de fixer cette indétermination de signe. C'est la démarche que nous appliquons ci-après.

Nous avons choisi la polarisation TM. Ainsi le champ magnétique est orienté suivant \mathbf{e}_y et s'écrit dans les milieux 1 et 2 par :

$$\begin{cases} H_{y1} = C_1 \exp(-jk_{x1}x - jk_{z1}z) & (x \geq 0) \\ H_{y2} = C_2 \exp(+jk_{x2}x - jk_{z2}z) & (x \leq 0) \end{cases} \quad (\text{I.8})$$

k_x et k_z représentent les composantes du vecteur d'onde suivant respectivement \mathbf{e}_x et \mathbf{e}_z . Les indices 1 et 2 définissent le milieu considéré. Les signes sont choisis de telle sorte que les conditions de rayonnement en $x-$, $x+$ et $z+$ soient vérifiées avec k_{x2} , k_{x1} et k_z positifs.

Au niveau de l'interface ($x = 0$), la continuité des champs magnétique et électrique tangentiels implique respectivement les équations (I.9a) et (I.9b) :

$$H_{y1} = H_{y2} \quad (\text{I.9a})$$

$$\frac{\partial H_{y1}}{\partial x} \epsilon_{r2} = \frac{\partial H_{y2}}{\partial x} \quad (\text{I.9b})$$

L'application des égalités (I.9a) et (I.9b) au système (I.8) conduit alors successivement à (I.10a) et à (I.10b).

$$\begin{cases} C_1 = C_2 = C \\ k_{z1} = k_{z2} = k_z \end{cases} \quad (\text{I.10a})$$

$$k_{x2} = -\epsilon_{r2} \cdot k_{x1} \quad (\text{I.10b})$$

Par ailleurs, les composantes de \mathbf{k} , dans chacun des milieux, sont reliées par l'équation (I.11).

$$\begin{cases} k_{x1}^2 + k_{z1}^2 = k_0^2 & (x > 0) \\ k_{x2}^2 + k_{z2}^2 = n_2^2 k_0^2 & (x < 0) \end{cases} \quad (\text{I.11})$$

On rappelle que le milieu 1 est de l'air et que le milieu 2 est un métamatériau d'indice de réfraction $n_2 = \sqrt{\epsilon_{r2} \mu_{r2}}$. k_0 désigne le nombre d'onde de l'onde plane dans le vide

En appliquant l'équation (I.10a) au système (I.11), ce dernier se réduit à l'équation (I.12).

$$k_{x2}^2 - k_{x1}^2 = k_0^2 (n_2^2 - 1) \quad (\text{I.12})$$

Finalement en combinant les équations (I.10b) et (I.12) puis en appliquant à l'équation (I.11) on trouve l'expression analytique des composantes des vecteurs d'onde des deux OPIs constituant l'onde de surface :

	$k_{z1} = k_{z2} = k_z = \pm k_0 \sqrt{\frac{n_2^2 - \epsilon_{r2}}{1 - \epsilon_{r2}}}$	(I.13a)
<i>En TM</i>	$k_{x1} = \pm \sqrt{k_0^2 - k_z^2} = \pm k_0 \sqrt{\frac{1 - n_2^2}{1 - \epsilon_{r2}}}$	(I.13b)
	$k_{x2} = -\epsilon_{r2} \cdot k_{x1}$	(I.13c)

avec $n_2 = \sqrt{\epsilon_{r2} \mu_{r2}}$ l'indice de réfraction du milieu 2.

L'utilisation de la racine carrée conduit à une incertitude sur les signes de k_{x1} et k_z . Mais les conditions de rayonnement suivant x et z permettent de fixer cette indétermination de signe. Ces conditions de rayonnement doivent être choisies judicieusement.

Pour choisir la condition de rayonnement en z , il faut choisir un sens de propagation pour l'onde. Si on considère des ondes complexes se propageant suivant $z+$, la solution doit s'atténuer suivant $z+$, d'où $k_z'' \geq 0$.

Concernant la condition de rayonnement en x , dans le cas général, il n'est pas possible de satisfaire à la fois les conditions de rayonnement suivant $x+$ et $x-$. On choisit communément de privilégier la condition de rayonnement suivant $x-$ [65].

4.2.1.b. Angle de Brewster et pôles de Sommerfeld

Dans la démarche classique, nous avons appliqué directement les conditions de continuité à l'interface pour obtenir l'expression des deux OPIs constituant l'onde de surface. Une autre approche consiste à raisonner à partir du coefficient de réflexion.

La Figure I-15 montre une OPI incidente sur un dioptre, donnant lieu à une OPI réfléchi et une OPI transmise. Cette configuration conduit à définir le coefficient de réflexion sur le dioptre. Celui-ci correspond au rapport des amplitudes du champ électrique incident sur le champ électrique réfléchi et est déduit des conditions de continuité à l'interface du dioptre. En polarisation TM, il s'écrit :

$$R_{TM} = \frac{E_{rT}}{E_{iT}} = \frac{\epsilon_{r2} \cdot k_{x1} - k_{x2}}{\epsilon_{r2} \cdot k_{x1} + k_{x2}} \quad (I.14)$$

E_{rT} et E_{iT} étant respectivement les composantes transverses à la surface des champs électriques réfléchi et incident, correspondant respectivement à l'OPI_r et l'OPI_i sur la Figure I-15.

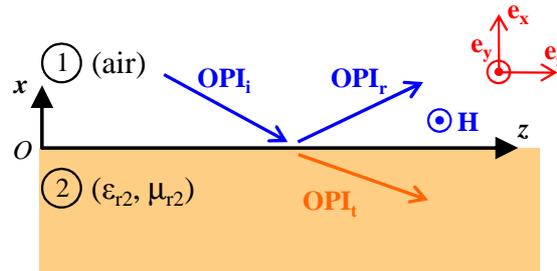


Figure I-15 : OPI incidente (OPI_i) sur un dioptre, donnant lieu à une OPI réfléchie (OPI_r) et une OPI transmise (OPI_t).

Or, comme nous l'avons vu précédemment, une onde de surface est définie par une unique OPI dans le milieu 1. Ainsi, l'existence d'une onde de surface impose d'annuler soit E_{rT} soit E_{iT} dans l'expression de R_{TM} donnée par (I.14).

→ Si on annule le champ réfléchi E_{rT} , alors $R_{TM} = 0$. Cela conduit à résoudre la racine du coefficient de réflexion :

$$\varepsilon_{r2} \cdot k_{x1} = k_{x2} \quad (\text{I.15a})$$

$R_{TM} = 0$ peut être interprété comme le cas où une OPI arriverait sur la surface et serait entièrement transmise, ne donnant pas lieu à une onde réfléchie. L'OPI incidente arrive donc sur l'interface avec l'angle complexe de transmission totale. C'est l'angle de Brewster, ici généralisé aux incidences complexes.

→ Si on annule E_{iT} , alors le coefficient de réflexion devient infini. Cela conduit à résoudre le pôle du coefficient de réflexion, aussi appelé pôle de Sommerfeld :

$$\varepsilon_{r2} \cdot k_{x1} = -k_{x2} \quad (\text{I.15b})$$

$R_{TM} = \infty$ peut être interprété comme le cas où une OPI serait renvoyée par la surface de chaque côté de celle-ci, sans qu'il y ait d'onde incidente. Cette onde est donc un mode propre du dioptre. On remarque que l'équation (I.15b) est identique à l'équation (I.10b) obtenue avec la démarche classique.

Les deux choix ci-dessus permettent d'obtenir une unique OPI dans le milieu 1. Ils satisfont donc tous les deux aux conditions d'obtention d'une onde de surface.

On remarque cependant que les égalités (I.15a) et (I.15b) diffèrent d'un signe. Cette différence provient directement du choix adopté pour définir l'OPI dans le milieu 1 : dans l'équation (I.15a), l'OPI est considérée arrivant sur l'interface ($e^{+j.kx1.x}$) ; dans l'équation (I.15b), l'OPI est considérée partant de l'interface ($e^{-j.kx1.x}$).

Ainsi ces deux équations donnent le même résultat et traduisent le même phénomène. Il faudra cependant faire attention à les utiliser dans le cadre de la bonne convention.

La convention associée au pôle du coefficient de réflexion est celle communément utilisée car la résolution du problème avec source nécessite la résolution de ce pôle (voir chapitre 2).

4.2.2. Etude du cas air-diélectrique

Le dioptre air-diélectrique est le dioptre le plus fréquemment rencontré. Par ailleurs, par rapport au cas du métamatériau, l'expression des vecteurs d'onde \mathbf{k}_1 et \mathbf{k}_2 de l'onde de surface y est simplifiée. Elle fait ainsi apparaître clairement les principales caractéristiques des ondes de surface. On notera que, sur un dioptre air-diélectrique, seuls des modes en polarisation TM peuvent exister.

Les composantes des vecteurs d'onde \mathbf{k}_1 et \mathbf{k}_2 de l'onde de surface s'écrivent dans ce cas :

$$k_z = k_0 \sqrt{\frac{\epsilon_{r2}}{1 + \epsilon_{r2}}}, \quad k_{x1} = k_0 \sqrt{\frac{1}{1 + \epsilon_{r2}}}, \quad k_{x2} = -k_{x1} \epsilon_{r2} \quad (\text{I.16})$$

avec la permittivité relative du diélectrique ϵ_{r2} qui se décompose en $\epsilon_{r2} = \epsilon_{r2}' - j.\epsilon_{r2}''$, avec ϵ_{r2}' un réel et ϵ_{r2}'' un réel positif.

4.2.2.a. Cas sans perte

Pour un diélectrique sans perte (*i.e.* $\epsilon_{r2}'' = 0$), le système d'équations (I.16) donne lieu à 3 types de modes, en fonction de la valeur de ϵ_{r2}' : un mode correspondant à une onde de surface, un mode évanescents suivant z et un mode constitué d'une onde plane homogène dans chaque milieu.

Ces résultats sont développés sur le Tableau I-16 :

$\epsilon_{r2}' < -1$	<p>k_z est réel ; k_{x1} et k_{x2} sont imaginaires purs.</p> <p>Le mode est confiné au niveau de l'interface et se propage sans perte le long de celle-ci.</p> <p>➤ Ce mode est une onde de surface appelée <i>Plasmon de Surface</i>.</p>
$-1 < \epsilon_{r2}' < 0$	<p>k_z est imaginaire pur ; k_{x1} et k_{x2} sont réels.</p> <p>Le mode est évanescents le long de l'interface.</p> <p>➤ Ce mode est un régime de coupure pour l'onde de surface.</p>
$\epsilon_{r2}' > 0$	<p>k_z, k_{x1} et k_{x2} sont réels.</p> <p>L'onde se propage suivant x et z sans perte.</p> <p>➤ Le mode est constitué d'une onde plane homogène dans chacun des deux milieux.</p>

Tableau I-16 : Nature de l'onde apparaissant à l'interface d'un dioptre air-diélectrique, en fonction de ϵ_{r2}' (la partie réelle de la permittivité) pour un diélectrique sans perte.

4.2.2.b. Cas avec pertes

L'ajout de pertes au diélectrique transforme les modes définis dans le cas sans perte. Par ailleurs, la transition entre ces modes est rendue continue en fonction de ϵ_{r2}' .

La Figure I-17a et la Figure I-17b représentent respectivement l'évolution, en fonction de ϵ_{r2}' , des parties réelles et imaginaires des composantes k_z , k_{x1} et k_{x2} normalisées par rapport à k_0 . Nous rappelons que ces grandeurs sont reliées au champ magnétique par l'expression (I.8) de la page 21. Dans la suite de l'étude nous avons choisi arbitrairement une onde se propageant suivant k_z (*i.e.* $k_z' > 0$)

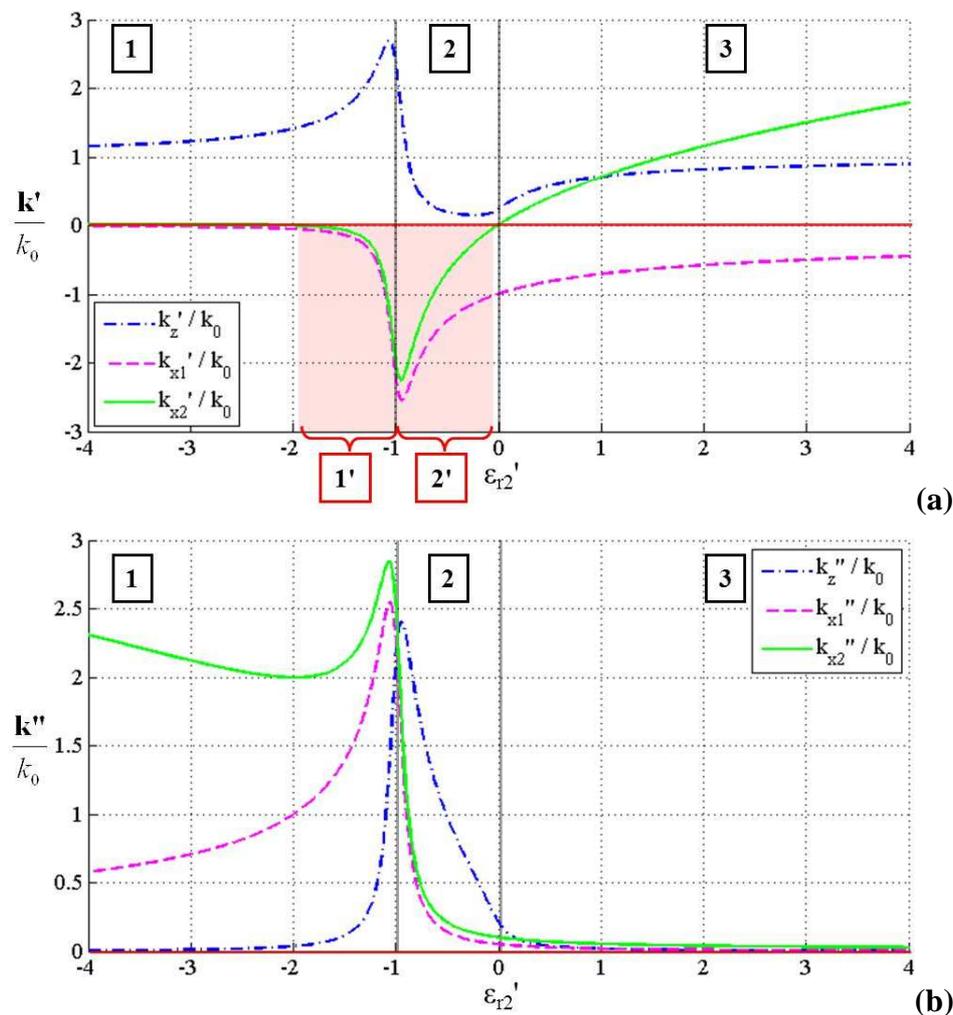


Figure I-17 : Partie réelle (a) et imaginaire (b) des composantes de \mathbf{k}_1 et \mathbf{k}_2 normalisées par rapport à k_0 , en fonction de ϵ_{r2}' , la partie réelle de la permittivité du milieu 2. $\epsilon_{r2}'' = 0.1$ (pertes modérées)

En observant la Figure I-17b, on peut identifier 3 zones notées de 1 à 3.

La zone 1 est caractérisée par un fort confinement de l'onde (courbes violette et verte) et une

faible atténuation suivant z (courbe bleue). C'est la zone des *plasmons de surface*. La zone 2 se caractérise par une forte atténuation suivant z . C'est un *régime de coupure*. La zone 3 se caractérise par un faible confinement et une atténuation modérée suivant z . C'est la zone des *ondes de Zenneck*.

En observant la courbe bleue sur la Figure I-17a, on constate que le plasmon de surface est une onde de surface lente ($k_z' > k_0$), tandis que l'onde de Zenneck est une onde de surface rapide ($k_z' < k_0$). La transition entre onde lente et onde rapide a lieu dans la zone de coupure (i.e. $-1 < \epsilon_{r2}' < 0$).

Par ailleurs, on observe que k_{x2}' (courbe verte) est constamment positive sauf dans la zone marquée en rouge clair et comprise entre $\epsilon_{r2}' = -2$ et $\epsilon_{r2}' = 0$. Dans cette zone, la phase de l'OPI dans le milieu 2 se propage vers la surface, alors qu'habituellement elle s'en éloigne. On parle dans ce cas de régime de *backward-wave* pour le déroulement de la phase suivant x . On remarque que cette zone s'étale à la fois sur les zones 1 et 2. On la désigne alors respectivement par 1' et 2'.

De plus, l'observation de $\mathbf{P}_{\text{TM}2}'$, la partie réelle du vecteur de Poynting, nous donne une information supplémentaire sur le comportement des modes dans chacun de ces régimes. L'expression de $\mathbf{P}_{\text{TM}2}'$ est obtenue, à partir du vecteur d'onde \mathbf{k} et de ϵ , en appliquant la formule (I.2) de la page 14.

La Figure I-18 représente l'évolution, en fonction de ϵ_{r2}' , des composantes de $\mathbf{P}_{\text{TM}2}'$ dans le milieu 2. L'unité utilisée est arbitraire (UA). Nous ne représentons pas $\mathbf{P}_{\text{TM}2}'$ dans le milieu 1. En effet, le milieu 1 étant de l'air, $\mathbf{P}_{\text{TM}2}'$ y a la même direction et le même sens que \mathbf{k}_1 .

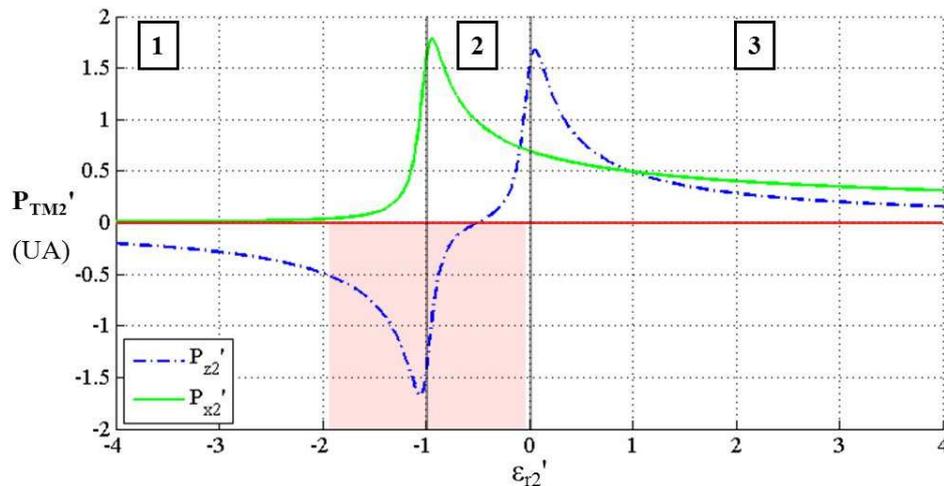


Figure I-18 : Composantes de $\mathbf{P}_{\text{TM}2}'$ (la partie réelle du vecteur de Poynting dans le milieu 2) en fonction de ϵ_{r2}' (la partie réelle de la permittivité du milieu 2). $\epsilon_{r2}'' = 0.1$ (pertes modérées). Unité arbitraire.

Sur la Figure I-18 on observe tout d'abord que l'énergie se propage toujours vers le bas dans le milieu 2, tout comme dans le milieu 1 (courbe verte). Ce comportement est attendu. En effet l'énergie globale de l'onde se propage vers le milieu 2 à pertes. Ce milieu absorbe alors

celle-ci. Plus l'énergie se propage perpendiculairement à l'interface, plus l'onde va être atténuée au cours de sa propagation. Cette observation est confirmée par l'allure de \mathbf{k}_1 et \mathbf{k}_2 (cf Figure I-17a et Figure I-17b).

Par ailleurs, on observe que l'énergie du plasmon de surface se propage en arrière dans le milieu 2 (courbe bleue). Ce comportement est dû au signe négatif de ϵ_{r2}' .

Dans la zone de coupure, l'énergie dans le milieu 2 se propage tantôt en avant, tantôt en arrière (courbe bleue). En particulier, pour $\epsilon_{r2}' = -0.5$, l'énergie se propage uniquement suivant x (*i.e.* pas de propagation le long de l'interface).

Remarque sur les ondes latérales : L'étude conjointe de la Figure I-18 et de la Figure I-17a, montre que pour ϵ_{r2}' légèrement supérieures à 0, l'onde est peu confinée et son énergie se propage pratiquement parallèlement à l'interface. On reconnaît là le comportement de réfraction de l'onde à l'angle d'incidence critique. Ce régime est souvent modélisé à travers un formalisme d'onde latérale [65], [72] (voir Annexe A). Nous n'abordons pas ce formalisme ici, car l'onde latérale n'est pas une onde complexe au sens où nous l'avons défini. Néanmoins nous invitons le lecteur à s'intéresser à ce formalisme qui peut permettre de modéliser efficacement certains problèmes électromagnétiques difficiles à traiter avec des ondes complexes [72].

Influence de l'augmentation des pertes : L'augmentation des pertes se traduit par un adoucissement de la transition entre les 3 zones. En particulier, lorsque les pertes deviennent très grandes (*i.e.* $\epsilon_{r2}'' \rightarrow \infty$), \mathbf{k}_1 et \mathbf{k}_2 tendent à devenir indépendants de ϵ_{r2}' . Ainsi k_z' , k_{x1}' et k_{x2}' tendent respectivement vers k_0 , 0 et $-\infty$.

Par ailleurs, pour $\epsilon_{r2}'' > 1$, la zone de "backward wave" disparaît.

4.2.2.c. Allure du champ et synthèse

A partir des figures précédentes, nous avons identifié les propriétés principales des modes pouvant se propager sur un dioptré air-diélectrique. Afin de préciser et clarifier ces observations, nous traçons ci-après un diagramme de champ correspondant à chacun des 4 régimes identifiés précédemment. Nous faisons figurer dans chaque cas le vecteur d'onde et le vecteur de Poynting dans les deux milieux. La polarisation utilisée est toujours TM, la fréquence est de 10 GHz et les champs sont exprimés en unité arbitraire (UA).

1 Régime des plasmons de surface ($\epsilon_{r2}' < -1$)

La Figure I-19 montre l'amplitude du champ magnétique associé à un plasmon de surface se propageant sur un dioptré air-diélectrique. Ici $\epsilon_{r2}' < -2$, donc l'onde dans le milieu 2 ne peut pas être en régime de *backward-wave*. Le diélectrique pourrait ici être un plasma.

L'onde de surface est très confinée et se propage suivant z avec une faible atténuation. La faible atténuation implique une faible inclinaison de \mathbf{k}_1' vers l'interface. Or \mathbf{k}_1' et \mathbf{k}_1'' étant orthogonaux (voir § 3.1) il en découle le fort confinement de l'onde dans le milieu 1.

On observe également que $\mathbf{P}_{\text{TM}2}'$ (partie réelle du vecteur de Poynting dans le milieu 2) est suivant $z-$ quand \mathbf{k}_2' et $\mathbf{P}_{\text{TM}1}'$ sont suivant $z+$.

Par ailleurs $k_z' / k_0 > 1$ (Figure I-17a). Ainsi le plasmon de surface est une onde lente suivant z .

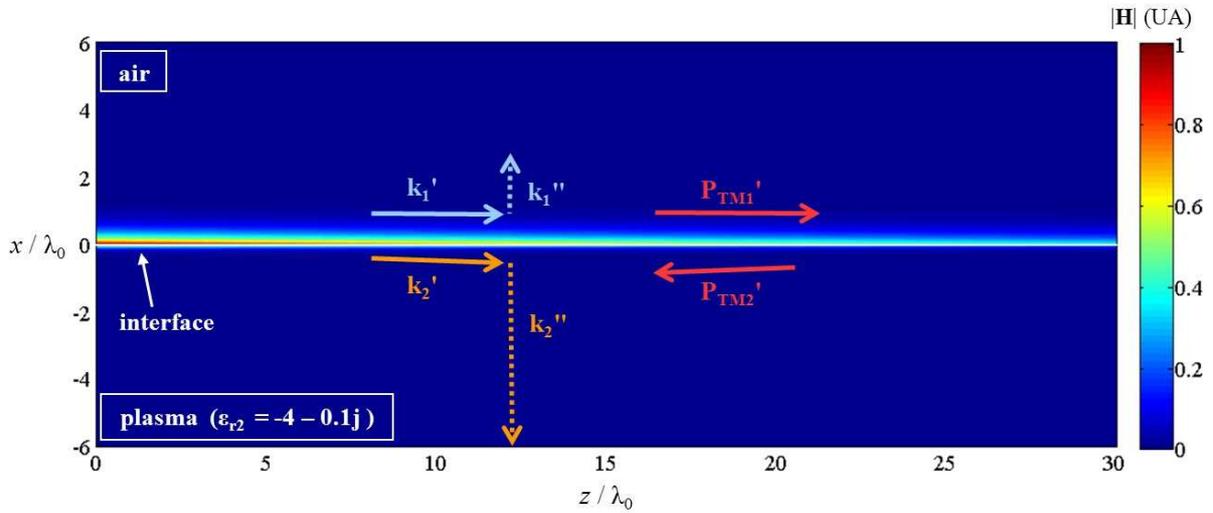


Figure I-19 : Amplitude du champ magnétique et grandeurs caractéristiques d'un plasmon de surface TM sur un dioptré air-diélectrique. UA = Unité Arbitraire.

[1'] Régime des plasmons de surface et de backward-wave suivant x

La Figure I-20 montre l'amplitude du champ magnétique associé à un plasmon de surface se propageant sur un dioptré air-diélectrique en régime de backward-wave. Comme dans le cas précédent, ici le diélectrique pourrait être un plasma.

L'onde de surface a les mêmes propriétés qu'un plasmon de surface sauf en ce qui concerne le sens de propagation de la phase dans le milieu 2. En effet ici, la phase dans le milieu 2 se propage vers la surface au lieu de s'en éloigner.

Le régime de backward-wave existe seulement si la permittivité du plasma vérifie (I.17). Il s'étend donc à la fois sur les zones [1] et [2] de la Figure I-17a.

$$\begin{cases} -1 - \sqrt{1 - \epsilon_{r2}''^2} < \epsilon_{r2}' < -1 + \sqrt{1 - \epsilon_{r2}''^2} \\ \epsilon_{r2}'' < 1 \end{cases} \quad (\text{I.17})$$

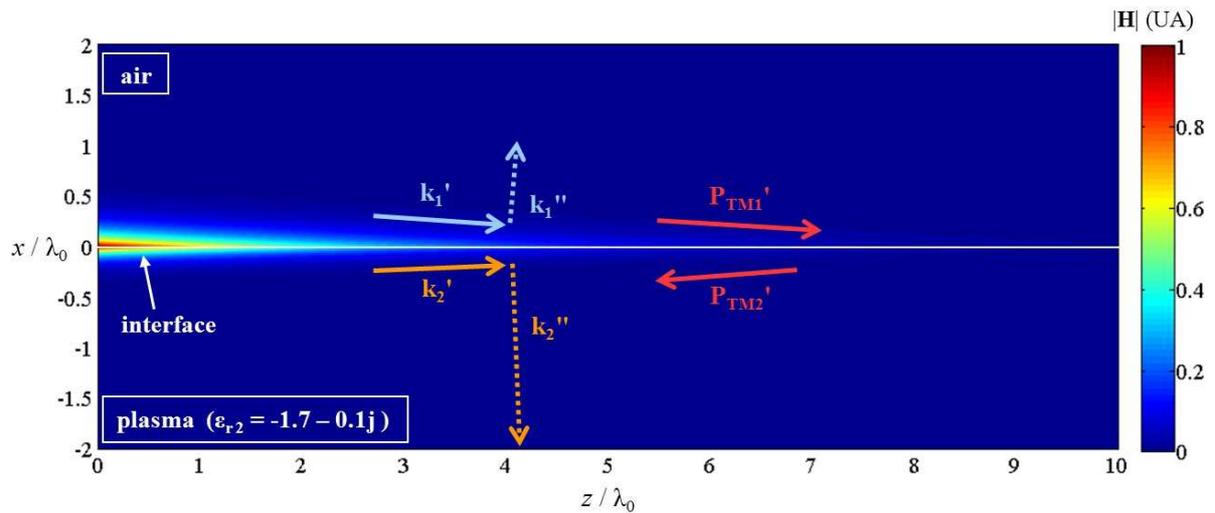


Figure I-20 : Amplitude du champ et grandeurs caractéristiques d'un plasmon de surface TM en régime de backward-wave suivant x , sur un dioptré air-diélectrique. UA = Unité Arbitraire.

2 Régime de coupure ($-1 < \epsilon_{r2}' < 0$)

La Figure I-21 montre l'amplitude du champ magnétique associé au régime de coupure sur un dioptré air-diélectrique. Le diélectrique pourrait ici être un plasma. On remarquera qu'ici l'onde est aussi en régime de backward-wave suivant x (voir ci-dessus).

Le mode à l'interface se propage suivant z avec une très forte atténuation. On parle de régime de coupure pour l'onde de surface. Comme vu dans la section 3, \mathbf{k}_1' et \mathbf{k}_1'' sont orthogonaux. Ainsi cette très forte atténuation implique directement le très faible confinement de l'onde dans le milieu 1.

Dans la zone de régime de coupure, \mathbf{k} et \mathbf{P}_{TM2}' varient rapidement en fonction de ϵ_{r2}' comme on le voit sur la Figure I-17 et la Figure I-18 respectivement. Ainsi \mathbf{P}_{TM2}' est suivant $z-$ pour $\epsilon_r' < -0.5$ et suivant $z+$ pour $\epsilon_r' > -0.5$.

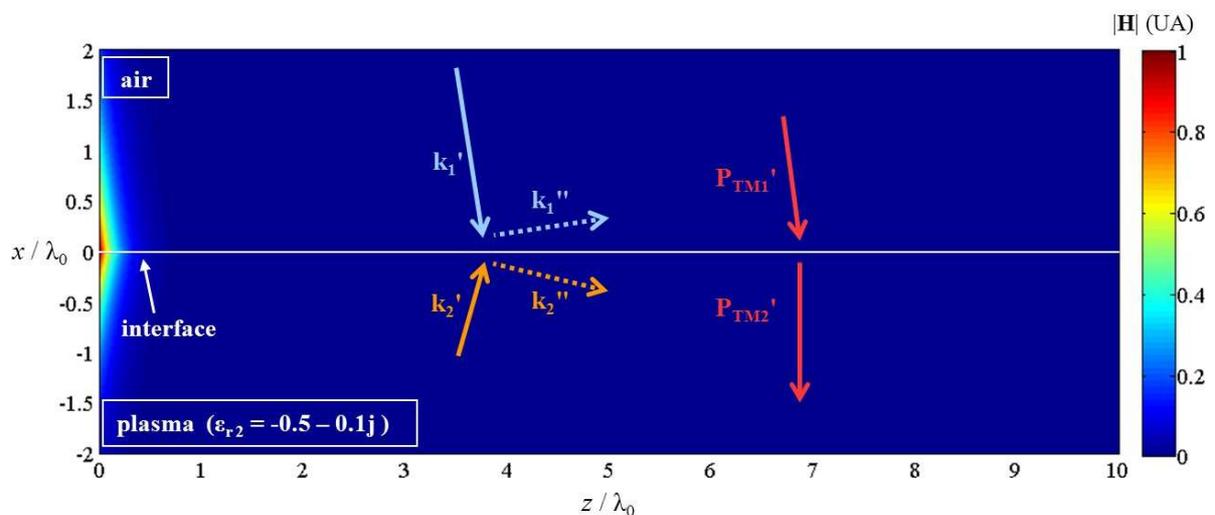


Figure I-21 : Amplitude du champ et grandeurs caractéristiques associées au régime de coupure en TM sur une interface air-diélectrique. UA = Unité Arbitraire.

3 Régime des ondes de Zenneck ($\epsilon_{r2}' > 0$)

La Figure I-22 montre l'amplitude du champ magnétique associé à une onde de Zenneck se propageant sur un dioptré air-diélectrique.

Le diélectrique pourrait être de l'eau de mer. En effet l'interface air mer est appropriée pour propager l'onde de Zenneck [35].

L'onde de surface est peu confinée et se propage suivant z avec une atténuation modérée.

\mathbf{P}_{TM}' est pratiquement colinéaire et de même direction que \mathbf{k}' .

Par ailleurs $k_z' / k_0 < 1$ (Figure I-17a). Ainsi l'onde de Zenneck est une onde rapide suivant z .

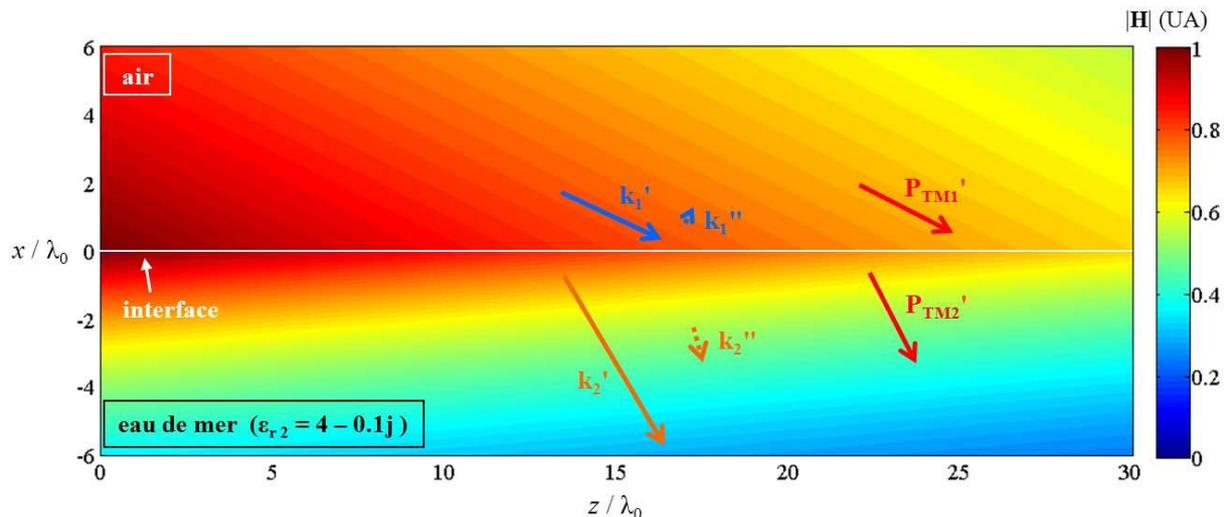


Figure I-22 : Amplitude du champ et grandeurs caractéristiques d'un onde de Zenneck TM sur un dioptré air-diélectrique. UA = Unité Arbitraire.

4.3. Cas de la lame plane de métamatériau sur métal

Dans ce paragraphe nous nous intéresserons aux ondes complexes se propageant sur une lame de métamatériau sur métal parfait (PEC). Sur cette structure, représentée sur la Figure I-12b, plusieurs ondes de surface et de fuite peuvent exister. Et notamment, l'onde de surface définie sur un dioptré dans le paragraphe précédent peut aussi exister.

4.3.1. Equations caractéristiques des modes

Une onde complexe sur une lame de métamatériau sur métal est définie par une unique OPI dans le milieu semi-infini (milieu 1) et la somme de deux OPI dans la lame de métamatériau (milieu 2).

Sur la Figure I-23, nous représentons l'OPI du milieu 1 par son vecteur d'onde \mathbf{k}_1 et les deux OPI du milieu 2 par leurs vecteurs d'onde \mathbf{k}_{2a} et \mathbf{k}_{2b} . On rappelle que ces trois vecteurs d'ondes sont complexes.

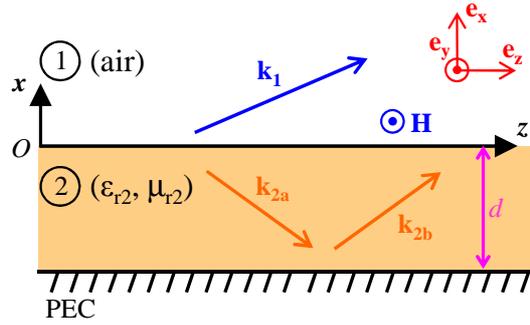


Figure I-23 : Représentation des 3 OPI constituant une onde de complexe TM sur une lame de métamatériau sur métal parfait (PEC)

On cherche à calculer l'onde complexe résultante.

La polarisation étant TM, le champ magnétique est orienté suivant \mathbf{e}_y . Il s'écrit dans les milieux 1 et 2 par :

$$\text{En TM : } \begin{cases} H_{y1} = C_1 \exp(-jk_{x1}x - jk_{z1}z) & (x \geq 0) \\ H_{y2} = C_{2a} \exp(+jk_{x2a}x - jk_{z2a}z) + C_{2b} \exp(-jk_{x2b}x - jk_{z2b}z) & (x \leq 0) \end{cases} \quad (\text{I.18})$$

La continuité des champs magnétique et électrique tangentiels au niveau de l'interface ($x = 0$) et du PEC ($x = -d$) conduit aux égalités suivantes :

$$\begin{cases} C_1 = C_{2a} + C_{2b} \\ k_{z1} = k_{z2a} = k_{z2b} = k_z \\ k_{x2a} = -k_{x2b} = k_{x2} \end{cases} \quad (\text{I.18a})$$

<i>En TM :</i>	$k_{x1} \cdot \epsilon_{r2} + j \cdot k_{x2} \cdot \tan(k_{x2} \cdot d) = 0$	(I.18b)
----------------	--	---------

Les étapes de calcul intermédiaires ne sont pas données ici, mais le principe est le même que dans la section 4.2.1.a.

Par ailleurs, les composantes spatiales des vecteurs d'ondes, dans chacun des milieux, sont reliées par l'ensemble d'équations (I.19). En appliquant (I.18a) à l'ensemble d'équations (I.19), ce dernier se réduit à l'équation (I.20).

$$\begin{cases} k_{x1}^2 + k_{z1}^2 = k_0^2 \\ k_{x2a}^2 + k_{z2a}^2 = n_2^2 k_0^2 \\ k_{x2b}^2 + k_{z2b}^2 = n_2^2 k_0^2 \end{cases} \quad (\text{I.19})$$

$\begin{cases} k_{x2}^2 - k_{x1}^2 = k_0^2 (n_2^2 - 1) \\ k_{x1}^2 + k_z^2 = k_0^2 \end{cases} \quad (\text{I.20})$

avec $n_2 = \sqrt{\epsilon_{r2} \mu_{r2}}$ l'indice de réfraction du milieu 2.

Le champ magnétique dans les 2 milieux s'écrit alors en fonction de ces grandeurs :

$$En\ TM : \begin{cases} H_{y1} = C_1 \exp(-jk_{x1}x - jk_z z) & (x \geq 0) \\ H_{y2} = C_1 \frac{\cos(k_{x2}(x+d))}{\cos(k_{x2}d)} \exp(-jk_z z) & (x \leq 0) \end{cases} \quad (I.21)$$

Si les équations (I.18b) et (I.20) sont satisfaites simultanément, les deux vecteurs d'ondes \mathbf{k}_1 et \mathbf{k}_2 résultant représentent une onde complexe sur la lame de métamatériau sur métal parfait. Ce sont donc les équations caractéristiques des ondes complexes sur cette structure.

On notera que, comme pour le dioptre air-métamatériau, les équations caractéristiques peuvent aussi être obtenues à partir du coefficient de réflexion.

4.3.2. Etude du cas de la lame de diélectrique sur métal

La lame diélectrique sur métal est le cas particulier le plus fréquemment rencontré.

Contrairement au cas du dioptre, on ne peut pas trouver, dans le cas général, de solution analytique aux équations caractéristiques des ondes complexes (ici les équations (I.18b) et (I.20)). Cependant, en considérant un diélectrique sans perte, ces équations peuvent se simplifier.

On peut alors identifier directement les caractéristiques des différentes ondes complexes pouvant se propager sur la structure. C'est la démarche appliquée dans la section 4.3.2.a.

Si l'on introduit des pertes, la résolution du système d'équation (I.18b) et (I.20) doit être réalisée numériquement, comme nous le verrons dans la section 4.3.2.b.

4.3.2.a. Cas sans perte

Dans ce paragraphe le diélectrique est sans perte. On note donc sa permittivité relative $\epsilon_{r2} = \epsilon_{r2}'$, avec ϵ_{r2}' un réel.

Le système d'équations caractéristiques s'écrit donc ainsi :

$$En\ TM : \begin{cases} k_{x1} \cdot \epsilon_{r2}' + j k_{x2} \cdot \tan(k_{x2} \cdot d) = 0 \\ k_{x2}^2 - k_{x1}^2 = k_0^2 (\epsilon_{r2}' - 1) \\ k_{x1}^2 + k_z^2 = k_0^2 \end{cases} \quad (I.22)$$

Commençons par identifier les modes correspondant à des ondes de surface. Nous chercherons ensuite à identifier les autres modes.

1) Recherche des ondes de surface

Tout d'abord, comme vu dans la section 4.2, l'absence de perte implique que l'onde de Zenneck ne peut pas exister.

L'onde de surface est définie comme ne rayonnant pas lors de sa propagation le long de la structure (*i.e.* suivant z). Ainsi l'absence de perte dans la lame diélectrique implique qu'il n'y a pas d'atténuation de l'onde suivant z . Donc k_z , la composante suivant z du vecteur d'onde, est réelle. D'où : $k_z = k_z'$.

Par ailleurs, comme vu dans la section 3, \mathbf{k}_1' et \mathbf{k}_1'' sont orthogonaux car le milieu 1 est sans perte. Il en résulte donc que k_{x1} est imaginaire pur. D'où : $k_{x1} = -j.k_{x1}''$.

De plus, si l'on veut que le mode soit confiné au-dessus de la surface, il faut : $k_{x1}'' > 0$

(I.23) résume ces premiers résultats :

$$k_z = k_z' \text{ et } k_{x1} = -j.k_{x1}'' \quad (\text{I.23})$$

avec k_z' un réel et k_{x1}'' un réel positif.

En appliquant la condition (I.23) à la troisième ligne de l'équation (I.22), on obtient (I.24).

$$k_z'^2 = \sqrt{k_0'^2 + k_{x1}''^2} \quad (\text{I.24})$$

D'où $k_z' > k_0'$. Ce qui implique que l'onde de surface est lente.

Etudions maintenant la deuxième ligne de l'équation (I.22). En lui appliquant (I.23), celle-ci devient (I.25). Il apparaît alors que k_{x2} est, soit réel, soit imaginaire pur.

$$k_{x2}^2 = k_0'^2 (\epsilon_{r2}' - 1) - k_{x1}''^2 \quad (\text{I.25})$$

Nous rappelons que ϵ_{r2}' est un réel et k_{x1}'' un réel positif.

Deux cas de figure se présentent alors en fonction de la valeur de ϵ_{r2}' :

→ $\boxed{\epsilon_{r2}' < 1}$: Dans ce cas, l'équation (I.25) implique que k_{x2} est imaginaire pur. Le mode est donc confiné des deux côtés de l'interface à $x = 0$. Il peut s'apparenter à un plasmon de surface

La première ligne de l'équation (I.22) devient dans ce cas l'équation (I.26).

$$\text{En TM :} \quad k_{x1}'' . \epsilon_{r2}' = -k_{x2}'' . \tanh(k_{x2}'' . d) \quad (\text{I.26})$$

avec k_{x2}'' un réel.

k_{x1}'' étant positif, l'équation (I.26) implique que ϵ_{r2}' est négatif.

Par ailleurs, on remarquera que le couple d'équations caractéristiques (I.25) et (I.26) a une unique solution.

En conclusion : Il s'agit d'un plasmon de surface. Il est unique pour un diélectrique donné et existe dès lors que :

$$\text{En TM :} \quad \varepsilon_{r2}' < 0 \quad (\text{I.27})$$

On remarque que le domaine de permittivité permettant l'existence du plasmon de surface est ici étendu par rapport au cas du dioptre vu au paragraphe 4.2.2.

→ $\boxed{\varepsilon_{r2}' > 1}$: Dans ce cas, l'équation (I.25) implique que k_{x2} peut être réel ou imaginaire pur. Or s'il est imaginaire pur, la démarche ci-dessus s'applique et conduit à la condition (I.27) qui n'est pas compatible avec " $\varepsilon_{r2}' > 1$ ". Ainsi k_{x2} est réel.

Dans ce cas, d'après l'équation (I.21), page 32, l'amplitude dans le milieu 2 décrit des arches de cosinus suivant x . Le nombre d'arches est donné par la partie entière de $k_{x2}' \cdot d / \pi$. Il correspond à l'ordre du mode noté n .

Il s'agit d'un mode de substrat se propageant dans la lame de diélectrique. On l'appelle *mode de surface piégé*, ou *mode de surface*.

Dans ce cas, les 2 premières lignes de l'équation (I.22) s'écrivent :

$$\text{En TM :} \quad \begin{cases} k_{x1}'' \cdot \varepsilon_{r2}' = k_{x2}' \cdot \tan(k_{x2}' \cdot d) \\ k_{x2}'^2 + k_{x1}''^2 = k_0^2 (\varepsilon_{r2}' - 1) \end{cases} \quad (\text{I.28})$$

Le couple d'équations caractéristiques (I.28) a au moins une solution, mais peut en avoir plusieurs. Pour résoudre ce système, on trace ces deux équations dans le repère $(k_{x1}'' \cdot d, k_{x2}' \cdot d)$.

Dans ce repère, la 1^{ère} ligne de l'équation (I.28) correspond à des arcs de tangente et la 2^{ème} ligne de (I.28) correspond à un cercle de centre (0,0) et de rayon a , défini par (I.29).

$$\text{En TM :} \quad a = k_0 \cdot d \sqrt{(\varepsilon_{r2}' - 1)} \quad (\text{I.29})$$

Sur la Figure I-24 nous traçons les 2 équations de (I.28), dans le repère $(k_{x1}'' \cdot d / \pi, k_{x2}' \cdot d / \pi)$, pour 2 valeurs d'épaisseur d et $\varepsilon_{r2} = 2$. Le cercle rouge correspond à $d = \lambda_0 / 4$ et le cercle bleu à $d = \lambda_0 / 2$. Dans les deux cas, le mode de surface est marqué par une croix noire ; il est unique et d'ordre $n = 0$.

Sur la Figure I-24, la zone correspondant à k_{x1}'' est grisée car on a imposé $k_{x1}'' > 0$ pour que le mode soit confiné au-dessus de la surface.

L'augmentation de l'épaisseur d ou de la permittivité relative ε_{r2} du diélectrique, se traduit par l'augmentation du rayon a du cercle représenté par la 2^{ème} ligne de (I.28). Le cercle peut alors couper des arcs de tangente supplémentaires. Ainsi, le nombre de modes de surface, supportés par la structure, augmente.

Dans le cas de $d = \lambda_0 / 2$, on remarque que la 2^{ème} intersection se fait à $k_{x1}'' = 0$ (croix rouge). Dans ce cas limite, on ne peut pas parler de mode de surface car le mode n'est pas confiné au-dessus de la surface (*i.e.* $k_{x1}'' = 0$). Si l'on augmente l'épaisseur d , au-delà de cette valeur critique, un nouveau mode de surface va être supporté par le guide. Ce mode de surface est d'ordre $n = 1$.

On remarquera que, quel que soit l'épaisseur d du diélectrique, un mode de surface d'ordre 0 sera toujours supporté.

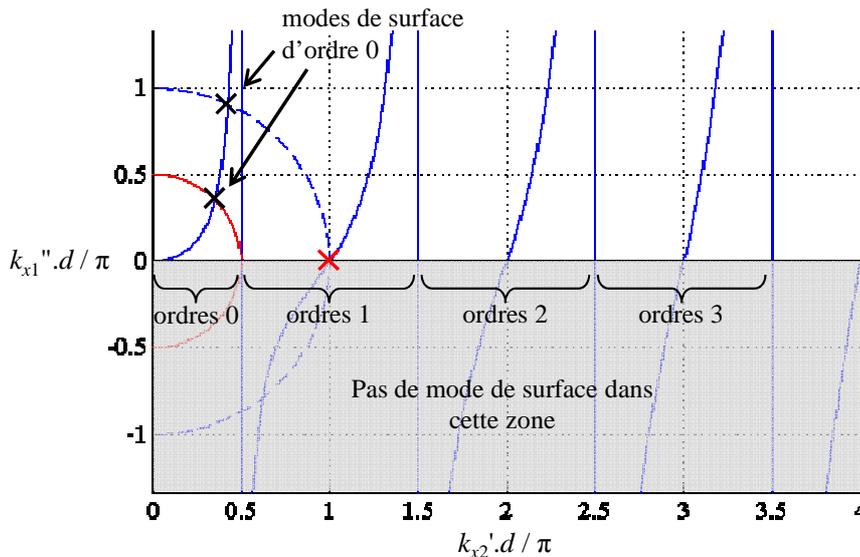


Figure I-24 : Localisation graphique des modes de surface piégés pour une lame de diélectrique sur métal parfait. Ici le diélectrique est défini par $\epsilon_{r2} = 2$. Le cercle rouge correspond à $d = \lambda_0 / 4$ et le cercle bleu à $d = \lambda_0 / 2$, avec d l'épaisseur du diélectrique.

Finalement, à partir de a , on peut calculer le nombre de modes de surface pouvant se propager sur la structure. Ce nombre est égal à « $n+1$ » avec n un entier naturel vérifiant la relation (I.30). On voit que n correspond aussi à l'ordre maximal des modes de surface pouvant se propager sur la structure.

$$\text{En TM :} \quad n \leq a / \pi \leq n + 1 \quad (\text{I.30})$$

avec n un entier naturel et a donné par (I.29).

2) Recherche des autres modes

Par opposition, les autres modes sont définis par $k_z = k_z' - j \cdot k_z''$ avec k_z' un réel et k_z'' un réel positif non nul.

Dans ce cas, le système d'équations caractéristiques (I.22) admet une infinité de solutions, quelles que soient la permittivité ϵ_{r2}' et l'épaisseur d .

→ Si $k_z' = 0$, le système d'équations caractéristiques (I.22) n'admet pas de solution. Ainsi, aucun mode de coupure, pour la propagation suivant z , ne peut exister sur la structure.

→ Si $k_z' \neq 0$, le mode se propage suivant z en s'atténuant. Tous les milieux étant sans perte, cette atténuation implique que le mode rayonne, dans le milieu 1, au cours de sa propagation le long de la structure. D'où $k_{x1}' > 0$.

Par ailleurs, comme k_z' et k_z'' sont non nuls, alors k_{x1}' , k_{x1}'' , k_{x2}' et k_{x2}'' sont aussi non nuls. Ainsi, d'après l'équation (I.21) page 32, l'amplitude dans le milieu 2 décrit des arches de cosinus suivant x . Le nombre d'arches est donné par la partie entière de $k_{x2}' \cdot d / \pi$. Il correspond à l'ordre du mode noté n .

Ce mode est donc une onde de fuite, dont l'ordre n est donné par la partie entière de $k_{x2}' \cdot d / \pi$.

A partir de la première ligne du système d'équations caractéristiques (I.22) on trouve que k_{x1}'' et ε_{r2}' sont toujours de signes opposés. Ainsi, dans un diélectrique classique (i.e. $\varepsilon_{r2}' > 0$), l'onde de fuite est un mode impropre⁶. A l'inverse, dans un diélectrique à permittivité négative, l'onde de fuite est un mode propre⁶.

Ici, le système d'équations caractéristiques (I.22), page 32, n'admet pas de solution analytique en mode TM pour $\varepsilon_{r2} \neq 1$. Dans le cas TE, par contre, une solution analytique peut être trouvée (voir Annexe B). Cette formule analytique permet d'obtenir une propriété intéressante valable aussi en polarisation TM : pour une structure donnée, l'ordre minimal du mode doit être égal à l'ordre maximal du mode de surface pouvant exister. Ce résultat reste vrai pour une lame de diélectrique ne pouvant supporter de mode de surface (i.e. $\varepsilon_{r2}' \leq 1$). En effet, dans ce cas-là, l'ordre minimal des modes de fuite est $n = 0$.

Dans ce paragraphe nous avons identifié les modes pouvant exister sur une lame de diélectrique sans perte sur métal parfait. Nous avons montré que :

1. il existe toujours une infinité d'ondes de fuite. Celles-ci rayonnent dans le milieu 1 au cours de leur propagation le long de la structure ;
2. si et seulement si $\varepsilon_{r2}' > 1$, il existe au moins un mode de surface. Le nombre de modes de surface augmente avec l'épaisseur et la permittivité du diélectrique. Ces modes se propagent sans perte le long de la surface. Leur énergie est confinée au niveau de l'interface dans le milieu 1 ;
3. si et seulement si $\varepsilon_{r2}' < 0$, il existe un plasmon de surface. Ce plasmon de surface est unique pour un diélectrique donné. Il se propage sans perte le long de la surface. Son énergie est confinée au niveau de l'interface entre les milieux 1 et 2.

⁶ Conformément aux définitions préconisées par IEEE [139], les modes impropres sont définis par opposition aux modes propres, qui peuvent être excités par une source physique en l'absence d'autres modes (notamment des ondes d'espace).

Les équations caractéristiques (I.18b) et (I.20) peuvent être résolues numériquement dans le cas général (avec pertes et sans perte) par des méthodes adaptées pour ce problème. Elles sont présentées en Annexe C.

Dans le cas sans perte, elles permettent aussi d'analyser plus finement les propriétés des ondes de fuite. On trouve ainsi que l'atténuation des ondes de fuite le long de la structure, dans le cas sans perte, dépend très fortement de la valeur de ε_{r2}' . Pour $\varepsilon_{r2}' < 0$ cette atténuation est très forte. Pour $\varepsilon_{r2}' > 1$ cette atténuation est modérée. Pour $0 < \varepsilon_{r2}' < 1$ cette atténuation est faible voir très faible.

Par ailleurs, cette atténuation augmente avec l'ordre de l'onde de fuite et influe grandement sur la directivité du rayonnement des ondes de fuite.

4.3.2.b. Cas à pertes

Dans le cas à pertes, on retrouve les mêmes ondes que dans le cas sans perte et la résolution ne peut se faire qu'au moyen des méthodes numériques exposées ci-dessus. Concernant leurs propriétés, la seule différence vient de fait que tous les modes s'atténuent plus rapidement au cours de leur propagation le long de la structure. Cette atténuation supplémentaire est due exclusivement aux pertes. On notera aussi que l'atténuation des modes de surface augmente légèrement avec l'ordre.

Par ailleurs, en présence de pertes, la relation (I.30) explicitant le nombre de modes n'est plus exacte. Cependant, l'erreur commise sur l'évaluation du nombre de modes de surface pouvant exister ne dépassera jamais 1.

Une étude détaillée du comportement des ondes de fuite, se propageant sur une lame de diélectrique sur métal, est réalisée dans le paragraphe 2.2.2.b du chapitre 2.

On notera que la présence de pertes peut théoriquement permettre l'existence de l'onde de Zenneck. Cependant, celle-ci étant peu confinée dans le milieu 2, elle existera uniquement si l'épaisseur d de la lame de diélectrique est suffisamment importante.

4.3.2.c. Allure du champ et synthèse

Dans les deux paragraphes précédents, nous avons identifié les propriétés principales des modes pouvant se propager sur une lame de diélectrique sur métal parfait. Afin de préciser et clarifier ces observations, nous traçons ci-après un diagramme de champs correspondant à un mode de surface, et deux modes de fuite différents. Nous faisons figurer dans chaque cas le vecteur d'onde et le vecteur de Poynting dans les deux milieux. La polarisation utilisée est toujours TM et les champs sont exprimés en unité arbitraire (UA).

→ Mode de surface ($\epsilon_{r2}' > 1$) :

La Figure I-25 montre l'amplitude du champ magnétique associé à un mode de surface se propageant sur une lame de diélectrique sur métal parfait. Le diélectrique est un diélectrique à pertes classique.

L'onde de surface est très confinée et se propage suivant z avec une faible atténuation. Comme vu dans la section 3, \mathbf{k}_1' et \mathbf{k}_1'' sont orthogonaux. Ainsi cette faible atténuation implique directement le fort confinement de l'onde dans le milieu 1.

Dans le milieu 2, l'amplitude du champ décrit des arches de cosinus suivant x , comme on peut le voir sur la coupe de gauche. Dans ce milieu, la phase et l'énergie globales de l'onde se propagent suivant $z+$.

\mathbf{P}_{TM1}' (partie réelle du vecteur de Poynting dans le milieu 1) est incliné vers la surface. Cette inclinaison est due aux pertes dans le milieu 2 qui dissipent l'énergie du mode au cours de sa propagation.

Pour le mode de surface, $k_z' / k_0 > 1$. Ainsi le mode de surface est une onde lente suivant z .

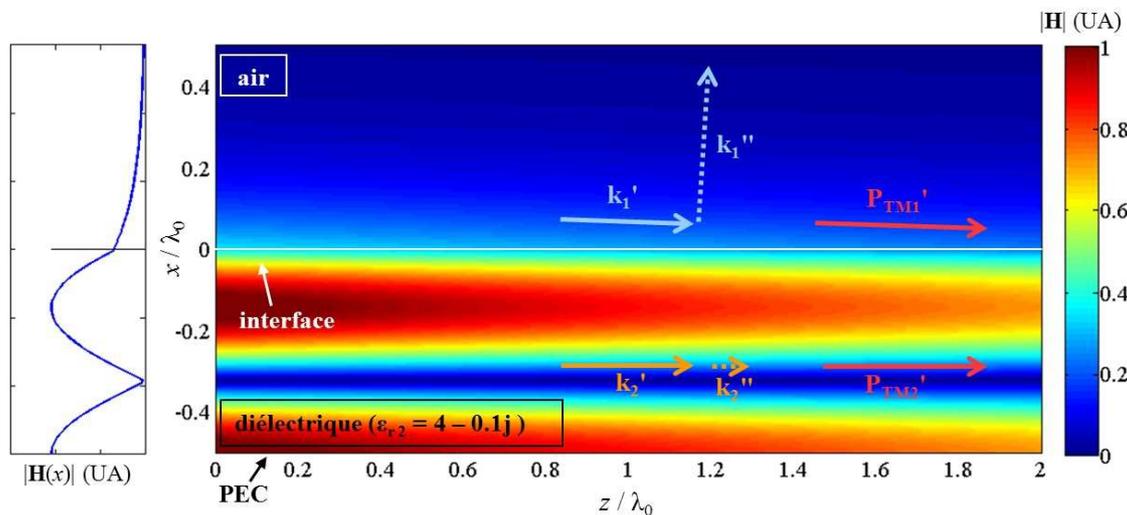


Figure I-25 : Amplitude du champ magnétique et grandeurs caractéristiques d'un mode de surface TM sur une lame de diélectrique sur métal parfait (PEC). UA = Unité Arbitraire.

→ Mode de fuite forward ($\epsilon_{r2}' > 0$) :

La Figure I-26 montre l'amplitude du champ magnétique associé à une onde (ou mode) de fuite forward se propageant sur une lame de diélectrique sur métal parfait. Le diélectrique est un diélectrique à pertes classique.

A la différence des ondes de surface, pour ce mode, \mathbf{P}_{TM1}' (partie réelle du vecteur de Poynting dans le milieu 1) est orienté vers le haut. L'énergie de l'onde fuit donc la surface. L'onde rayonne, au cours de sa propagation le long de la surface, et on parle d'onde de fuite. Dans le milieu 2, l'amplitude du champ décrit des arches de cosinus suivant x , comme on peut le voir sur la coupe de gauche. Dans ce milieu, la phase et l'énergie globales de l'onde se propagent suivant $z+$.

Ici, \mathbf{P}_{TM1}' et \mathbf{P}_{TM2}' sont tous deux orientés suivant $z+$. Le rayonnement de l'onde est donc dans le même sens que la propagation de l'énergie sous la surface. On parle de rayonnement

« forward ».

Par ailleurs, l'énergie quittant la surface au point noté A sur la figure, se propage sans perte dans l'air en suivant la direction donnée par $\mathbf{P}_{\text{TM1}'}$. Elle atteint alors le point B. Ainsi, le champ représenté dans le domaine hachuré, résulte du rayonnement de l'onde de fuite se propageant dans le domaine défini par $x < 0$. Si on excite cette onde de fuite par une source finie placée en $z = 0$, l'onde de fuite ne peut pas avoir d'extension spatiale infinie suivant z . Le champ dans la zone hachurée n'aura alors pas de sens. Ainsi, dans cette zone d'espace, on ignorera la contribution de l'onde de fuite au profit d'autres modes. De ce fait, on qualifie l'onde de fuite forward de mode impropre.

Pour cette onde, $k_z' / k_0 < 1$. Ainsi l'onde de fuite est une onde rapide suivant z .

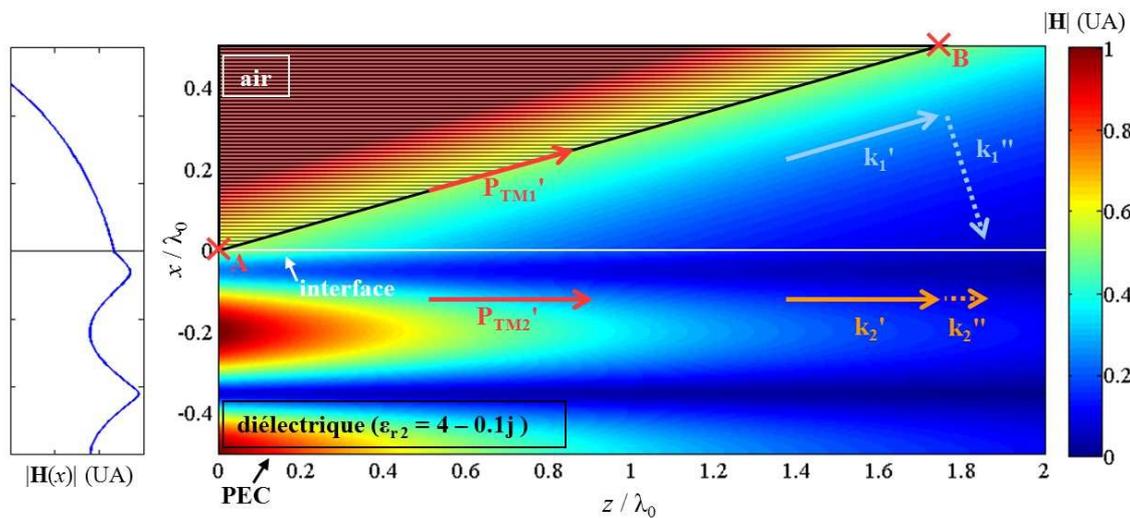


Figure I-26 : Amplitude du champ magnétique et grandeurs caractéristiques d'un mode de fuite TM sur une lame de diélectrique sur métal parfait (PEC). UA = Unité Arbitraire.

→ Mode de fuite backward ($\epsilon_{r2}' < 0$) :

La Figure I-27 montre l'amplitude du champ magnétique associé à une onde (ou mode) de fuite backward se propageant sur une lame de diélectrique sur métal parfait. Le diélectrique pourrait ici être un plasma.

Comme pour l'onde précédente, $\mathbf{P}_{\text{TM1}'}$ est orienté vers le haut. Ainsi l'onde rayonne, au cours de sa propagation le long de la surface, et on parle d'onde de fuite.

Dans le milieu 2, l'amplitude du champ décrit des arches de cosinus suivant x , comme on peut le voir sur la coupe de gauche. Dans ce milieu, l'énergie et la phase se propagent respectivement suivant $z-$ et $z+$. Ce comportement est dû au signe négatif de ϵ_{r2}' .

Il en découle donc que, $\mathbf{P}_{\text{TM1}'}$ et $\mathbf{P}_{\text{TM2}'}$ sont orientés respectivement suivant $z-$ et $z+$. Le rayonnement de l'onde est donc dans sens opposé à la propagation de l'énergie sous la surface. On parle de rayonnement « backward ».

Contrairement à l'onde de fuite forward, l'onde de fuite backward est définie dans tout l'espace. Elle peut donc exister seule et on la qualifie de mode propre.

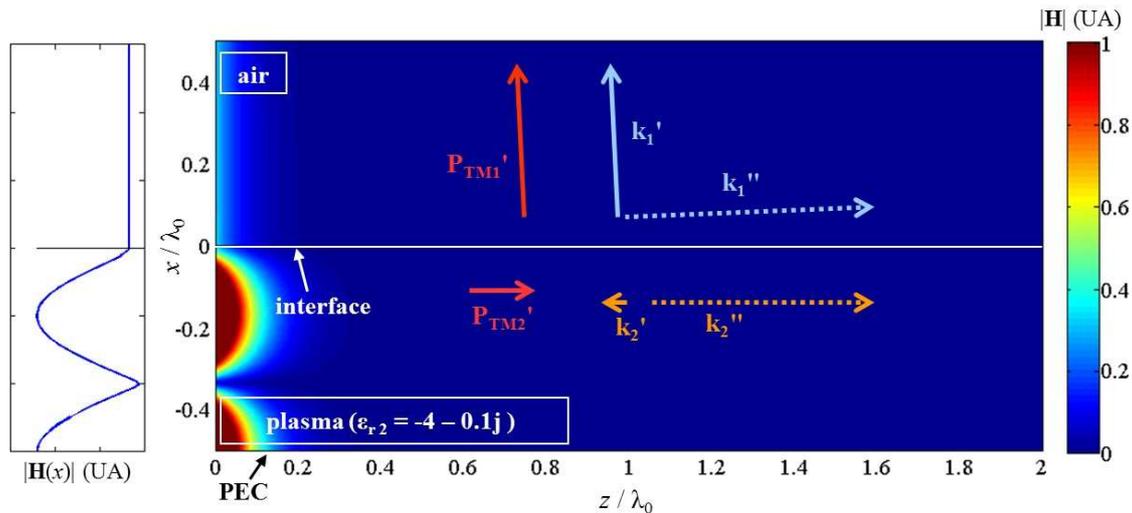


Figure I-27 : Amplitude du champ magnétique et grandeurs caractéristiques d'un mode de fuite TM sur une lame de diélectrique sur métal parfait (PEC). UA = Unité Arbitraire.

5. Conclusion du chapitre

Les guides ouverts sont constitués d'une interface entre un milieu semi-infini et un milieu quelconque. Cette interface peut guider une onde. S'il s'agit d'une onde de surface, l'onde se propage sans rayonner avec son énergie confinée au niveau de l'interface, dans le milieu semi-infini. S'il s'agit d'une onde (ou mode) de fuite, l'onde se propage le long de l'interface en rayonnant dans le milieu semi-infini. Ces deux types d'ondes sont regroupés sous l'appellation d'*ondes complexes*. On notera qu'une onde complexe peut-être définie comme une unique Onde Plane Inhomogène (OPI) dans le milieu semi-infini et une somme d'OPIs dans l'autre milieu. Ainsi une partie des propriétés des ondes complexes dérivent des propriétés des OPIs. En particulier, si le milieu semi-infini est sans perte, la propagation de l'onde complexe s'y fera orthogonalement à son atténuation.

A partir de seulement deux guides ouverts on peut faire apparaître l'ensemble des ondes complexes ainsi que leurs propriétés. Il s'agit du dioptré plan et de la lame de métamatériau sur métal. Un dioptré peut propager une unique onde de surface. Il peut s'agir d'un plasmon de surface ou d'une onde de Zenneck selon les propriétés des deux milieux considérés. Une lame de métamatériau sur métal peut, en plus, propager un nombre limité d'ondes de surface, appelées modes de surface, et une infinité de modes de fuite. Sur une structure donnée, l'ordre maximal des modes de surface est égal à l'ordre minimal des modes de fuite et se calcule analytiquement. On notera que l'atténuation des ondes de fuite, du fait de leur rayonnement, augmente rapidement avec leur ordre.

Suivant les conventions utilisées, les vecteurs d'onde de ces ondes correspondent, soit aux racines, soit aux pôles du coefficient de réflexion associé à une OPI incidente sur la structure (*i.e.* à partir du milieu semi-infini). Dans le cas général des matériaux à pertes, ces vecteurs

d'ondes s'obtiennent analytiquement dans le cas du dioptre mais numériquement dans le cas de la lame de métamatériau sur métal.

Maintenant que nous connaissons les propriétés modales des ondes complexes nous pouvons nous intéresser à leur excitation. C'est l'objet du chapitre suivant.

Chapitre II :

Excitation des ondes de surface et de fuite

Dans le chapitre précédent nous avons présenté les conditions d'existence et les propriétés modales des ondes de surface et de fuite. Nous nous intéressons maintenant à l'excitation de ces ondes et à la modélisation de cette excitation. Le but est, d'une part, de comprendre les conditions d'excitation des ondes de surface et de fuite et, d'autre part, de savoir modéliser l'excitation, des deux structures canoniques étudiées au chapitre 1, par une distribution quelconque de courants élémentaires magnétiques et électriques.

Cette étude est réalisée, en polarisation TM, en deux dimensions et sur des structures planes uniquement. Par ailleurs, nous donnerons dans ce chapitre uniquement les expressions des champs magnétiques \mathbf{H} . Les champs électriques correspondant pourront être déduits en appliquant les équations de Maxwell.

Nous commencerons par présenter un bref état de l'art sur la modélisation de l'excitation des ondes de surface et de fuite et sur les dispositifs utilisés pour cette excitation. En second lieu, nous étudierons l'excitation, par une source de courant magnétique élémentaire, du dioptré air-métamatériau, puis de la lame de métamatériau sur métal parfait. Pour ce faire nous commencerons par calculer l'expression du champ résultant de cette excitation. Puis nous utiliserons cette expression pour analyser l'excitation des ondes de surface et de fuite. Finalement, dans la troisième section, nous étendrons l'étude précédente aux cas de l'excitation par une source élémentaire de courant électrique.

Nous rappelons que les ondes de surface et de fuite sont regroupées sous la dénomination d'ondes complexes.

1. Etat de l'art

Dans cette section nous présenterons un bref état de l'art, d'une part, sur l'étude théorique et la modélisation de l'excitation des ondes complexes et, d'autre part, sur les différentes structures utilisées pour exciter ces ondes.

1.1. Etude théorique et modélisation de l'excitation des ondes de surface et de fuite

L'excitation des ondes complexes a d'abord été abordée théoriquement avec les travaux de Sommerfeld, van der Pol, Rice et Norton [27], [29], [73], [74] et [30] qui ont étudié de manière rigoureuse l'excitation du dioptré air-sol par un dipole ou des sources de courant élémentaires. Dans leur approche, que nous verrons en détail dans la section 2 de ce chapitre, le problème était résolu dans le domaine spectral. Le champ électromagnétique est alors exprimé sous la forme d'une intégrale spectrale. Après application des théorèmes du point col et des résidus, l'intégration est réalisée numériquement ou analytiquement suivant que le point d'observation est proche ou loin de la source ($k.r \gg 1$, avec k le nombre d'onde du milieu et r la distance à la source).

Par la suite cette approche a été étendue à l'excitation des ondes complexes par une source quelconque [75]-[77]. En effet, il suffit pour cela de représenter la source par une somme de courants élémentaires équivalents.

Cette approche rigoureuse est encore utilisée aujourd'hui car elle est bien adaptée à ce problème et permet d'isoler, dans une certaine mesure, la contribution des ondes de surface et de fuite [78]. Par ailleurs cette approche met en lumière l'impossibilité de décrire entièrement ce problème par des approches asymptotiques telles que l'optique géométrique ou l'optique physique [72].

Les méthodes rigoureuses, basées sur la résolution directe des équations de Maxwell permettent aussi de résoudre ces problèmes. Il s'agit des méthodes des moments, des différences finies et des éléments finis [79]. Cependant elles sont souvent plus gourmandes en espace mémoire et en temps de calcul que la méthode spectrale précédente. De plus, elles masquent les contributions individuelles des différentes ondes complexes ce qui limite l'interprétation physique des résultats.

1.2. L'excitation des ondes de surface et de fuite.

Tout d'abord, il faut noter que les ondes de surface et les ondes de fuite présentent des distributions de champ très proches. Ainsi les techniques d'excitation sont similaires pour ces deux types d'ondes. En particulier, il est possible d'exciter des ondes de surface aux moyens d'ondes de fuite ou l'inverse [42], [80].

Plus généralement, quel que soit le mode électromagnétique que l'on souhaite exciter, il est nécessaire de remplir deux conditions :

1. Utiliser une structure qui supporte le mode désiré.
2. Illuminer cette structure avec un champ le plus proche possible du champ caractéristique du mode désiré.

Dans le chapitre 1 nous avons présenté les conditions de guidage des différentes ondes de surface et de fuite, ce qui permet de répondre à la première condition. Nous avons aussi étudié l'allure des champs caractéristiques de ces ondes, ce qui aide à répondre à la seconde condition.

Le problème le plus épineux reste alors le choix de la source permettant de satisfaire à cette seconde condition.

Ce problème se décline en deux grandes branches, suivant que les fréquences de travail sont dans le domaine optique ou électromagnétique. Dans ces deux cas les contraintes et moyens disponibles sont très différents. En effet dans le premier cas, la source de prédilection est le laser dont l'ouverture, relativement à la longueur d'onde, est très large. Dans le second cas, les sources utilisées ont des ouvertures relatives faibles.

En optique on utilise historiquement deux types de coupleurs [80]. D'une part, les coupleurs transversaux, pour lesquels le faisceau (laser) est focalisé sur une section du guide (Figure II-1a). D'autre part, les coupleurs longitudinaux, pour lesquels le faisceau arrive obliquement sur le guide, à travers un prisme ou un réseau de diffraction (Figure II-1b). En pratique ces derniers donnent les meilleures performances. Plus récemment, l'excitation localisée de plasmons de surface, a été obtenue grâce à un faisceau laser focalisé à travers une lentille d'huile, donnant lieu à des ondes évanescentes au niveau de la surface [81], [82].

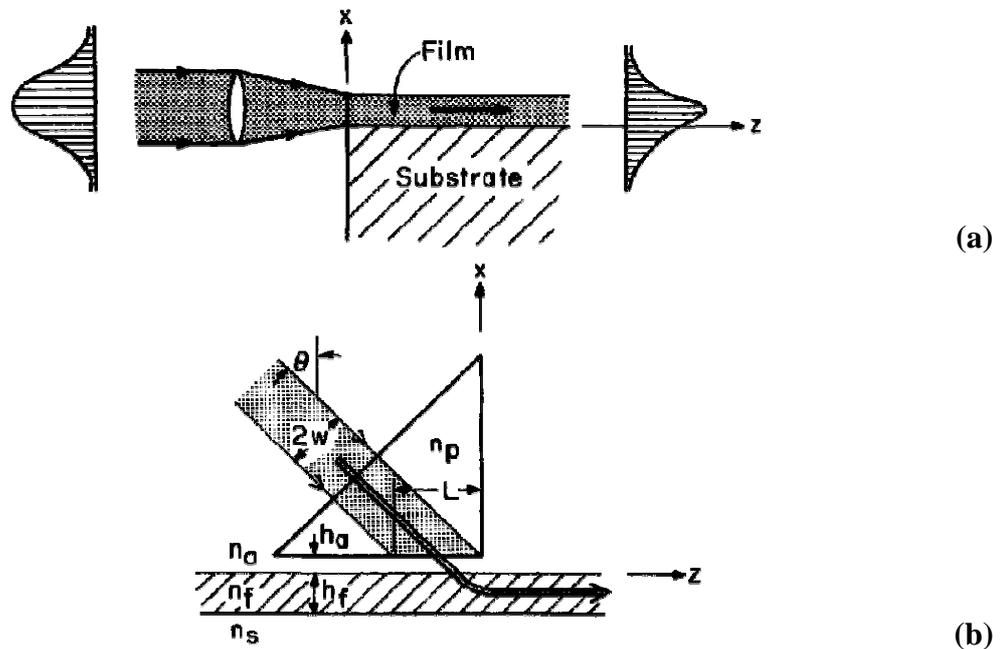


Figure II-1 : Couplage d'un faisceau laser avec une onde de surface dans une lame de matériau en utilisant un coupleur (a) longitudinal et (b) transversal par prisme (d'après T. Tamir, 1979 [80])

Dans le domaine électromagnétique, les sources peuvent prendre des formes plus diverses. La solution la plus simple est d'utiliser une source très large spectralement, telle qu'une ligne de courant, un dipôle ou un élément diffractant. Si cette source est placée judicieusement, une

partie significative de son spectre pourra se coupler avec le mode désiré [75], [83]. Des efficacités supérieures à 80% ont été rapportées. Une solution intuitive, et donnant de bons résultats, est aussi d'illuminer une section du guide avec un cornet [84]. Cependant, toutes ces techniques sont difficiles, voire impossibles, à réaliser en technologie de circuit planaire, actuellement dominante. Des structures à fentes ont ainsi été spécifiquement développées [42], [77] et [85] (voir Figure II-2).

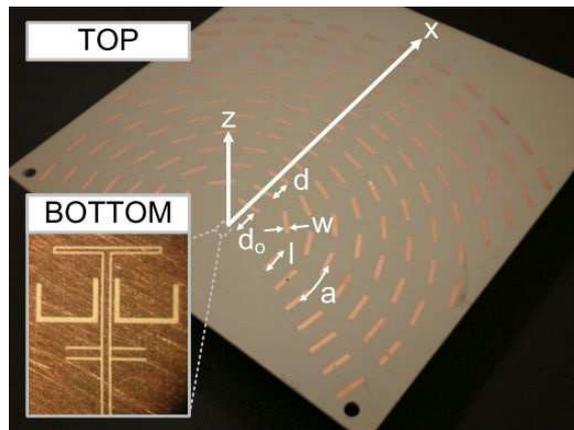


Figure II-2 : Réalisation, en technologie de circuit planaire, d'une antenne à ondes de fuite alimentée par une structure à fente excitant des modes de surface piégés (d'après Podilchak, S. K., 2010 [42])

2. Excitation par une source de courant magnétique élémentaire

L'objectif de cette section est d'étudier l'excitation, par une source de courant magnétique élémentaire, du dioptré air-métamatériau, puis de la lame de métamatériau sur métal parfait. Ces structures sont représentées respectivement sur la Figure I-12a et la Figure I-12b, page 18.

La démarche sera identique pour ces 2 structures. Nous commencerons par exprimer, sous forme d'une intégrale spectrale, le champ résultant de l'excitation de la structure. Puis, nous résoudrons cette intégrale en appliquant les théorèmes du point col et des résidus. Finalement, à partir de l'expression obtenue, nous étudierons les conditions d'excitation des ondes de surface et de fuite.

2.1. Cas du dioptre plan air-métamatériau

Comme vu au chapitre 1, dans le cas du dioptre plan air-métamatériau, une seule onde de surface peut exister. Il s'agit d'une onde de surface à double évanescente dont les propriétés dépendent de la permittivité et de la perméabilité relatives du métamatériau, notées respectivement ϵ_{r2} et μ_{r2} . Cette onde est définie par une unique onde plane inhomogène dans chacun des milieux.

La Figure II-3 représente un dioptre air-métamatériau excité par une source élémentaire de courant magnétique infinie suivant \mathbf{e}_y et placée en $x = x_s$ et $z = 0$. La structure est infinie suivant \mathbf{e}_z et invariante suivant \mathbf{e}_y .

Le champ magnétique \mathbf{H} est orienté comme le courant \mathbf{M} de la source. Pour exciter un champ en polarisation TM il faut donc que le courant \mathbf{M} de la source soit orienté suivant \mathbf{e}_y .

Dans la suite nous supposons que la source est dans le milieu 1. C'est-à-dire que $x_s \geq 0$. La méthode de résolution est la même si la source est dans le milieu 2.

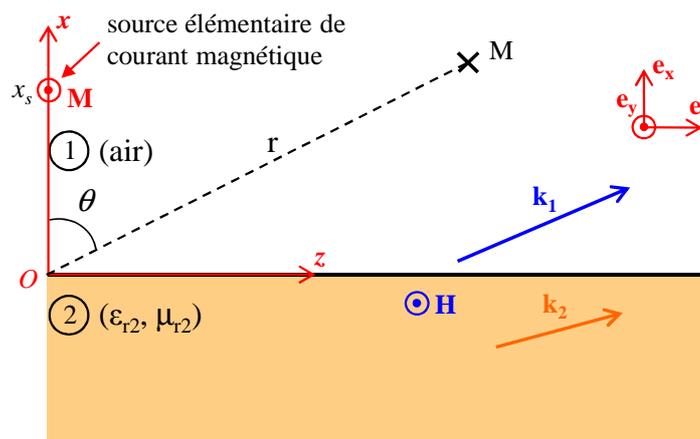


Figure II-3 : Dioptre air-métamatériau excité par une source élémentaire de courant magnétique infinie suivant \mathbf{e}_y et placée en $x = x_s$ et $z = 0$.

2.1.1. Calcul de l'excitation des modes TM

2.1.1.a. Expression spectrale du champ total

La structure représentée sur la Figure II-3 présente trois domaines différents : au-dessus de la source, entre la source et l'interface et en dessous de l'interface. L'expression du champ magnétique dans chacun d'eux est donnée par (II.1) :

$$\begin{aligned}
\mathbf{H}_{1a} &= C_1 \exp(-jk_{x1}x - jk_{z1}z) \cdot \mathbf{e}_y & x \geq x_s \\
\mathbf{H}_{1b} &= [C_2 \exp(-jk_{x1}x - jk_{z1}z) + C_3 \exp(+jk_{x1}x - jk_{z1}z)] \mathbf{e}_y & 0 \leq x \leq x_s \\
\mathbf{H}_2 &= C_4 \exp(+jk_{x2}x - jk_{z2}z) \cdot \mathbf{e}_y & x \leq 0
\end{aligned} \quad (\text{II.1})$$

k_x et k_z représentent les composantes du vecteur d'onde suivant respectivement \mathbf{e}_x et \mathbf{e}_z . Les indices 1 et 2 définissent le milieu considéré. Les signes sont choisis de telle sorte que les conditions de rayonnement en $x-$, $x+$ et $z+$ soient vérifiées avec k_{x2} , k_{x1} et k_z positifs.

On détermine les inconnues de ce système en lui appliquant les conditions aux limites sur les champs électrique et magnétique.

Comme dans le cas sans source, les champs électrique et magnétique tangentiels sont continus au niveau de l'interface (en $x = 0$). Par ailleurs, au niveau de la source l'équation d'Helmholtz s'écrit :

$$(\nabla^2 + k_0^2) \mathbf{H}_1(x, z) = j \cdot \omega \epsilon_0 \cdot \mathbf{M} \cdot \delta(z) \delta(x - x_s) \quad (\text{II.2})$$

avec k_0 le nombre d'onde dans l'air et δ désignant la distribution de Dirac.

Le problème étant invariant suivant \mathbf{e}_y , l'équation (II.2) s'écrit :

$$\frac{\partial^2 \mathbf{H}_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{H}_1}{\partial z^2} + k_0^2 \mathbf{H}_1 = j \cdot \omega \epsilon_0 \cdot \mathbf{M} \cdot \delta(z) \delta(x - x_s) \quad (\text{II.3})$$

Pour résoudre l'équation (II.3) il est intéressant de passer dans le domaine spectral. On définit ainsi $\hat{\mathbf{H}}$ le spectre angulaire d'ondes planes suivant z du champ \mathbf{H} , défini par :

$$\hat{\mathbf{H}}(x, k_z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{H}(x, z) \cdot \exp(+jk_z z) \cdot dz \quad (\text{II.4})$$

En appliquant la transformation (II.4) à l'équation (II.3) et en réalisant une intégration par parties sur le terme $\partial^2 / \partial z^2$ on trouve :

$$\frac{\partial^2 \hat{\mathbf{H}}_1(x, k_z)}{\partial x^2} + (k_z^2 - k_0^2) \hat{\mathbf{H}}_1(x, k_z) = j \cdot \omega \epsilon_0 \cdot \mathbf{M} \cdot \delta(x - x_s) \quad (\text{II.5})$$

En intégrant l'équation (II.5) autour de la source, il apparaît que \mathbf{H} est continu au niveau de la source, mais pas sa dérivée suivant x . La discontinuité de cette dernière s'écrit :

$$\left. \frac{\partial \hat{\mathbf{H}}_1}{\partial x} \right|_{x=x_s+} - \left. \frac{\partial \hat{\mathbf{H}}_1}{\partial x} \right|_{x=x_s-} = j \cdot \omega \epsilon_0 \cdot \mathbf{M} \quad (\text{II.6})$$

avec x_{s+} et x_{s-} l'ordonnée d'un point placé respectivement juste au-dessus et juste en dessous de la source de courant magnétique.

En appliquant, aux champs définis dans (II.1), la transformation (II.4), puis en appliquant la condition (II.6) en $x = x_s$, ainsi que la continuité des champs électrique et magnétique en $x = 0$, on trouve l'expression finale de $\hat{\mathbf{H}}$ dans chacun des 3 domaines :

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{H}}_{1a} &= \mathbf{C} \cdot \left[e^{-jk_{x1}(x-x_s)} + R \cdot e^{-jk_{x1}(x+x_s)} \right] & x > x_s \\ \hat{\mathbf{H}}_{1b} &= \mathbf{C} \cdot \left[e^{+jk_{x1}(x-x_s)} + R \cdot e^{-jk_{x1}(x+x_s)} \right] & 0 < x < x_s \\ \hat{\mathbf{H}}_2 &= \mathbf{C} \cdot T \cdot e^{+j[k_{x2} \cdot x - k_{x1} \cdot x_s]} & x < 0 \end{aligned}$$

avec :

$$\mathbf{C} = -\frac{\omega \cdot \epsilon_0 \cdot \mathbf{M}}{2k_{x1}}, \quad R = \frac{\epsilon_2 \cdot k_{x1} - \epsilon_0 \cdot k_{x2}}{\epsilon_2 \cdot k_{x1} + \epsilon_0 \cdot k_{x2}}, \quad T = \frac{2\epsilon_2 \cdot k_{x1}}{\epsilon_2 \cdot k_{x1} + \epsilon_0 \cdot k_{x2}} \quad (\text{II.7})$$

et :

$$\begin{cases} k_{x1}^2 + k_{z1}^2 = k_0^2 \\ k_{x2}^2 + k_{z2}^2 = n_2^2 k_0^2 \end{cases}, \quad k_0 = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}, \quad n_2 = \sqrt{\epsilon_{r2} \mu_{r2}}$$

avec R et T étant respectivement les coefficients de réflexion et de transmission pour une onde arrivant du milieu 1 sur l'interface. On retrouve l'expression en R définie dans le chapitre 1.

Finalement le champ magnétique \mathbf{H} est obtenu en appliquant à $\hat{\mathbf{H}}$ la transformation inverse à (II.4) :

$$\mathbf{H}(x, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{\mathbf{H}}(x, k_z) \cdot \exp(-jk_z z) \cdot dk_z \quad (\text{II.8})$$

2.1.1.b. Calcul du champ total

Pour obtenir le champ magnétique résultant de l'excitation du dioptre air-métamatériau par la source élémentaire de courant magnétique, il est nécessaire de résoudre l'intégrale spectrale (II.8).

Etude de l'intégrale spectrale :

L'intégration à lieu sur tout l'axe réel (*i.e.* $]-\infty, +\infty[$) du plan complexe k_z . On rappelle que k_z est la composante suivant z du vecteur d'onde complexe \mathbf{k} . L'intégration dans ce plan est réalisée grâce au théorème de Cauchy (l'intégrale sur un contour fermé d'une fonction analytique est nulle).

La fermeture du contour d'intégration implique la contribution de deux branches de coupure [37]. On rappelle que les branches de coupure ne peuvent pas être traversées par le contour d'intégration. En effet elles correspondent au point de passage entre les deux couches de Riemann, correspondant respectivement à $k_{x1} > 0$ et $k_{x1} < 0$. Le contour d'intégration doit donc contourner ces branches.

La Figure II-4 fait apparaître ces deux branches de coupure dans le plan complexe k_z , ainsi que les couches de Riemann définies sur le plan complexe k_x . Le franchissement d'une branche de coupure dans le plan k_z correspond à un changement de couche de Riemann (dans le plan k_x). Sur la Figure II-4, nous avons numéroté les cadrans du plan k_z selon la numérotation couramment utilisée [37]. Par ailleurs, les lettres T et B désignent respectivement les couches de Riemann supérieur (Top) et inférieur (Bottom).

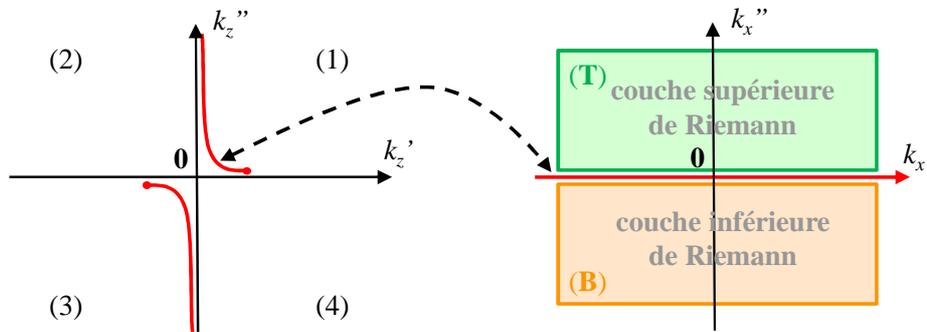


Figure II-4 : Représentation des deux branches de coupure dans le plan complexe k_z ; représentation des deux couches de Riemann dans le plan complexe k_x et lien avec la notion de branche de coupure. On rappelle que $k_{x/z} = k_{x/z}' - j \cdot k_{x/z}''$, avec $k_{x/z}'$ et $k_{x/z}''$ des réels.

Application du théorème du point col :

Le théorème du point col nous permet de résoudre efficacement l'intégrale spectrale (II.8). Pour cela il est intéressant de passer des coordonnées cartésiennes spatiales (x, z) et spectrales (k_x, k_z) aux coordonnées cylindriques spatiales (r, θ) et spectrales ($|\mathbf{k}|, \Phi$). Cela se fait en appliquant la transformation suivante :

$$\begin{cases} x = r \cdot \cos \theta \\ z = r \cdot \sin \theta \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} k_x = |\mathbf{k}| \cdot \cos \Phi \\ k_z = |\mathbf{k}| \cdot \sin \Phi \end{cases} \quad (\text{II.9})$$

Nous désignons ici par $|\mathbf{k}|$ le module du vecteur d'onde \mathbf{k} , aussi égal au module du nombre d'onde k .

Par la transformation (II.9), l'intégrale spectrale (II.8) devient (II.10a) pour le champ dans le milieu 1 et (II.10b) pour le champ dans le milieu 2 :

$$\mathbf{H}_1(r, \theta) = -\frac{\omega \cdot \varepsilon_0 \cdot \mathbf{M}}{4\pi} \int_{-\frac{\pi}{2} - j\infty}^{\frac{\pi}{2} + j\infty} \left[e^{-jk_0 r' \cos(\Phi - \theta')} + R(k_0, \Phi) \cdot e^{-jk_0 r'' \cos(\Phi - \theta'')} \right] d\Phi \quad (\text{II.10a})$$

$$\text{avec } r', r'', \theta' \text{ et } \theta'' \text{ définis par : } \begin{cases} x - x_s = r' \cos \theta' \\ z = r' \cdot \sin \theta' \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} x + x_s = r'' \cos \theta'' \\ z = r'' \cdot \sin \theta'' \end{cases}$$

$$\mathbf{H}_2(r, \theta) = -\frac{\omega \cdot \varepsilon_0 \cdot \mathbf{M}}{4\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}-j\infty}^{\frac{\pi}{2}+j\infty} \left[T(|k_2|, \Phi) \cdot \frac{k_{x2}}{k_{x1}} \cdot e^{-jk_{x1} \cdot x_S} \cdot e^{j|k_2| r \cos(\Phi+\theta)} \right] d\Phi \quad (\text{II.10b})$$

R et T sont identiques à (II.7), page 49. Il s'agit respectivement des coefficients de réflexion et de transmission pour une onde arrivant du milieu 1 sur l'interface.

La transformation (II.9) présente un autre avantage. Elle permet de représenter le vecteur d'onde complexe \mathbf{k} à partir de la seule variable complexe Φ . Ainsi le plan complexe Φ fusionne les deux couches de Riemann et il n'y a plus de branche de coupure dans ce plan.

La Figure II-5 représente le plan complexe Φ . On y retrouve les 8 cadrans définis par les deux plans complexes représentés sur la Figure II-4. Dans le plan Φ , nous représentons en bleu le chemin d'intégration actuel défini par $k_z \in]-\infty, +\infty[$ avec $k_z = |\mathbf{k}| \cdot \sin(\Phi)$.

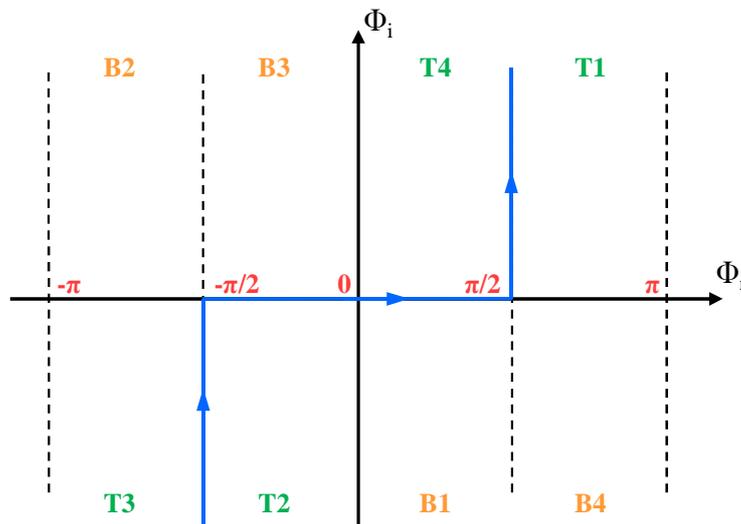


Figure II-5 : Représentation du chemin d'intégration initial dans le plan complexe Φ . Les grandeurs Φ_r et Φ_i représentent respectivement la partie réelle et la partie imaginaire de Φ

Comme expliqué dans l'Annexe E, pour appliquer le théorème du point col, il est nécessaire de déformer le contour d'intégration en un chemin appelé Chemin de Descente Rapide (CDR). Dans notre cas, le CDR est défini par la relation (II.11) et le point col est défini par $\Phi = \theta$.

$$\cos(\Phi_r - \theta) \cosh(\Phi_i) = 1 \quad (\text{II.11})$$

avec Φ_r et Φ_i étant respectivement la partie réelle et la partie imaginaire de Φ . L'angle θ représente les angles θ , θ' ou θ'' suivant les équations considérées.

Par ailleurs, cette déformation implique la contribution des pôles de l'intégrande localisés entre le chemin d'intégration initial et le CDR. En effet, le chemin d'intégration ne pouvant pas croiser ces pôles, il va les contourner donnant lieu à des résidus.

D'après l'Annexe E, le champ magnétique \mathbf{H} s'écrit alors comme la somme des contributions, de l'intégrale sur le CDR et des résidus. Ces contributions sont représentées respectivement par \mathbf{H}_S et $\Sigma \mathbf{H}_P$ dans l'équation (II.12).

$$\mathbf{H}(r, \theta) = \mathbf{H}_S(r, \theta) + \sum_{p=1}^N \mathbf{H}_P(r, \theta) \quad (\text{II.12})$$

\mathbf{H}_S est donné par les formules (II.10a) et (II.10b). \mathbf{H}_P représente uniquement la contribution, sous forme de résidu, du pôle p . Pour avoir la contribution de tous les pôles, il faut sommer les \mathbf{H}_P de l'ensemble des pôles de l'intégrande.

Ici, les pôles de l'intégrande sont les pôles de R ou T . Comme nous l'avons montré au chapitre 1, chaque pôle est associé à une onde complexe pouvant se propager sur la structure. Dans le cas du dioptre, ces pôles sont au nombre de 2, donc $N = 2$. Ils correspondent à des ondes de surface se propageant soit, suivant $z+$ (cadran T1), soit suivant $z-$ (cadran T3).

A partir des formules données en Annexe E, on peut exprimer pour chaque pôle p , de vecteur d'onde dans le milieu 1 \mathbf{k}_{1P} , le champ \mathbf{H}_P correspondant dans chacun des milieux :

$$\mathbf{H}_{P1}(r, \theta) = \pm j \frac{\omega \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_0 \cdot \mathbf{M}}{2} e^{-jk_0 r'' \cos(\Phi_p - \theta'')} \cdot \frac{\boldsymbol{\varepsilon}_2 \cdot k_{x1P} - \boldsymbol{\varepsilon}_0 \cdot k_{x2P}}{\left(\boldsymbol{\varepsilon}_2 + \boldsymbol{\varepsilon}_0 \cdot \frac{k_{x1P}}{k_{x2P}} \right) k_{zP}} U(\theta, \theta_c) \quad (\text{II.13a})$$

$$\text{avec : } \begin{cases} k_{x1P} = k_0 \cos \Phi_p \\ k_{zP} = k_0 \sin \Phi_p \end{cases} \quad \text{et} \quad k_{x2P} = \sqrt{k_{x1P}^2 + k_0^2 (n_2^2 - 1)}$$

avec r' , r'' , θ' et θ'' identiques à l'équation (II.10a) page 50.

$$\mathbf{H}_{P2}(r, \theta) = \pm j \frac{\omega \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_0 \cdot \mathbf{M}}{2} e^{j|k_2| r \cos(\Phi_p + \theta)} \cdot e^{-jk_{x1P} \cdot x_S} \cdot \frac{2 \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_2 \cdot k_{x2P}}{\left(\boldsymbol{\varepsilon}_2 \cdot \frac{k_{x2P}}{k_{x1P}} + \boldsymbol{\varepsilon}_0 \right) k_{zP}} U(\theta, \theta_c) \quad (\text{II.13b})$$

$$\text{avec : } \begin{cases} k_{x2P} = |k_2| \cos \Phi_p \\ k_{zP} = |k_2| \sin \Phi_p \end{cases} \quad \text{et} \quad k_{x1} = \sqrt{k_{x2}^2 - k_0^2 (n_2^2 - 1)}$$

Le signe \pm dépend du sens de contournement du pôle. $U(\theta, \theta_c)$ désigne la fonction de Heaviside (ou Echelon) qui vaut 1 lorsque le pôle Φ_p donne lieu à un résidu et 0 dans le cas contraire. La grandeur θ_c est une grandeur associée au pôle, définie par la relation (II.14). Elle correspond à la valeur de Φ au point col lorsque le CDR passe sur le pôle Φ_p .

$$\cos(\Phi_{Pr} - \theta_c) \cosh(\Phi_{Pi}) = 1 \quad (\text{II.14})$$

avec Φ_{Pr} et Φ_{Pi} étant respectivement la partie réelle et la partie imaginaire de Φ_p .

Sur la Figure II-6a nous avons représenté le plan complexe Φ . Dans ce plan nous avons dessiné un pôle Φ_P de l'intégrande pouvant correspondre à un plasmon de surface (croix rouge) ainsi que le chemin d'intégration initial (trait bleu). Le pôle Φ_P est ici placé dans le quadrant T1. La courbe en pointillés violets représente le CDR passant par le pôle Φ_P . Ainsi ce CDR coupe l'axe des abscisses en θ_c . La courbe verte représente le CDR pour un point d'observation quelconque θ . Ainsi ce CDR coupe l'axe des abscisses en θ .

Nous rappelons que, d'après le théorème de Cauchy, un pôle contribue sous la forme d'un résidu lorsque qu'il est localisé entre le chemin d'intégration initial et le CDR. Pour le pôle Φ_P tracé sur la Figure II-6a, cela se produit dès lors que $\theta \geq \theta_c$. Dès lors le CDR doit être déformé pour contourner Φ_P , comme représenté sur la Figure II-6b. Le contournement du pôle se fait dans le sens indirect, donc \pm prend le signe moins dans les expressions (II.13a) et (II.13b) du champ \mathbf{H}_P . De plus, pour ce pôle, $U(\theta, \theta_c)$ vaut 0 pour $\theta < \theta_c$, 0,5 pour $\theta = \theta_c$ et 1 pour $\theta > \theta_c$.

Si le pôle Φ_P appartenait au cadran T3, le chemin d'intégration le contourne dans le sens direct (*i.e.* \pm prend le signe plus) et $U(\theta, \theta_c)$ vaudrait 0 pour $\theta > \theta_c$, 0,5 pour $\theta = \theta_c$ et 1 pour $\theta < \theta_c$, dans les expressions (II.13a) et (II.13b).

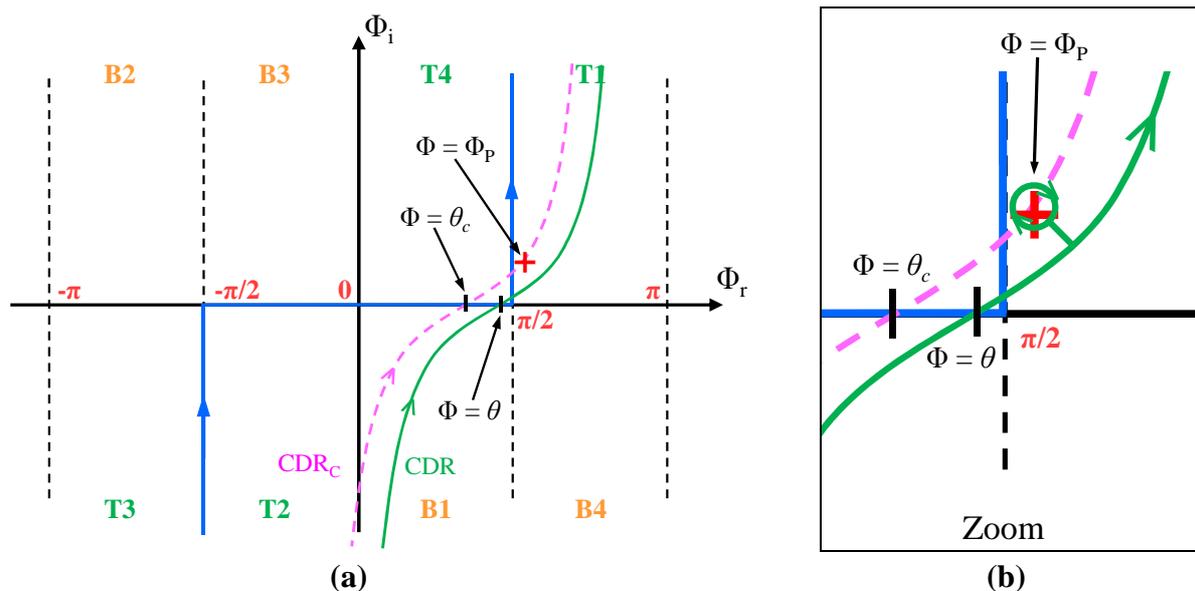


Figure II-6 : (a) : Représentation, dans le plan complexe Φ , du chemin d'intégration initial (trait bleu), d'un pôle Φ_P (croix rouge) et de deux CDR, correspondants à deux directions d'observation θ différentes ; (b) : zoom sur la déformation du CDR imposée par le pôle.

2.1.1.c. Cas particulier en champ lointain

Dans ce paragraphe, nous supposons que le point d'observation est placé en champ lointain de la source (*i.e.* $|\mathbf{k}|.r \gg 1$).

Si le point col, défini par $\Phi = \theta$, ne possède pas de pôles Φ_P à proximité, le théorème du point col stipule que l'intégrale spectrale définissant \mathbf{H}_S peut se réduire à la contribution du point

col (voir Annexe E). Dans le cas du dioptré, cette hypothèse est généralement vérifiée pour l'ensemble des angles d'observations (*i.e.* $\theta \in [-\pi/2, +\pi/2]$).

Dans ce cas, par un développement limité de l'intégrande au niveau du point col, on trouve une expression analytique de \mathbf{H}_S notée \mathbf{H}_{SA} . Les équations (II.15a) et (II.15b) donnent $\mathbf{H}_{SA}(r, \theta)$ obtenu pour un développement limité d'ordre 0. Ces expressions ne sont pas valables pour θ ou $\theta'' = \pi/2$, avec θ'' défini dans (II.10a). Pour s'affranchir de cette limitation il faut mener le développement limité à l'ordre 2.

$$\mathbf{H}_{SA1}(r, \theta) = \frac{\omega \varepsilon_0 \mathbf{M}}{4\pi} \left[\sqrt{\frac{2\pi}{k_0 \cdot r'}} e^{-j(k_0 r' \frac{\pi}{4})} + R(k_0, \theta'') \cdot \sqrt{\frac{2\pi}{k_0 \cdot r''}} e^{-j(k_0 r'' \frac{\pi}{4})} \right]$$

$$\text{avec : } R = \frac{\varepsilon_2 \cdot K_{x1} - \varepsilon_0 \cdot K_{x2}}{\varepsilon_2 \cdot K_{x1} + \varepsilon_0 \cdot K_{x2}} \quad (\text{II.15a})$$

$$\text{et : } K_{x1} = k_0 \cos \theta'', \quad K_{x2} = \sqrt{K_{x1}^2 + k_0^2 (n_2^2 - 1)}$$

avec r' , r'' et θ'' identiques à l'équation (II.10a) page 50.

$$\mathbf{H}_{SA2}(r, \theta) = \frac{\omega \varepsilon_0 \mathbf{M}}{4\pi} \left[T(|k_2|, \theta) \cdot \frac{K_{x2}}{K_{x1}} \cdot \sqrt{\frac{2\pi}{|k_2| \cdot r}} \cdot e^{-jK_{x1} \cdot x_S} \cdot e^{-j(|k_2| r \frac{\pi}{4})} \right]$$

$$\text{avec : } T = \frac{2\varepsilon_2 \cdot K_{x1}}{\varepsilon_2 \cdot K_{x1} + \varepsilon_0 \cdot K_{x2}} \quad (\text{II.15b})$$

$$\text{et : } K_{x2} = |k_2| \cos \theta, \quad K_{x1} = \sqrt{K_{x2}^2 - k_0^2 (n_2^2 - 1)}$$

Distance numérique : Si le point col se retrouve proche d'un pôle, $\mathbf{H}_S(r, \theta)$ va être mal approximé par $\mathbf{H}_{SA}(r, \theta)$. En effet dans ce cas, la variation lente de R et T autour du point col, nécessaire à la validité de la formulation analytique, n'est plus vérifiée. Une grandeur nommée *distance numérique* \underline{p} a été introduite par Sommerfeld pour quantifier l'influence des pôles. Ces travaux, repris par G. D Bernard et A. Ishimaru [86] montrent que $\mathbf{H}_{SA}(r, \theta)$ est valide si la condition (II.16) est vérifiée pour tous les pôles. Nous rappelons que Φ_P désigne la coordonnée spectrale angulaire du pôle p .

$$\underline{p} = 2 \cdot |k| \cdot r \left| \sin^2 \left(\frac{\Phi_P - \theta}{2} \right) \right| > 10 \quad (\text{II.16})$$

La Figure II-7 illustre l'erreur associée à \mathbf{H}_{SA} en fonction de la valeur de \underline{p} .

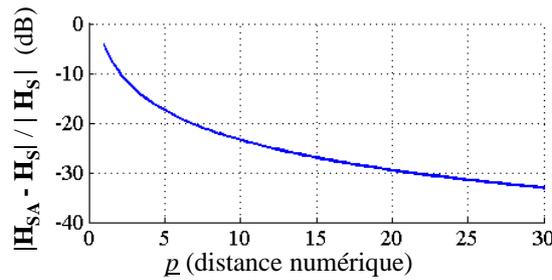


Figure II-7 : Validité de H_{SA} en fonction de la distance numérique.

On notera que les pôles associés aux plasmons de surface et aux ondes de Zenneck sont toujours localisés loin du point col. Ainsi le critère $p = 10$ est atteint pour des distances à la source faible. Sur la Figure II-8 du paragraphe suivant nous représentons graphiquement le domaine de validité de H_{SA} dans le plan xOz .

2.1.2. Etude de l'excitation des modes TM

Nous allons à présent nous appuyer sur les formules du paragraphe précédent (§ 2.1.1) pour étudier l'excitation des ondes de surface sur un dioptre. Cette analyse va s'appuyer sur l'étude des fonctions H_S et H_P . Ainsi il convient tout d'abord de comprendre la signification physique de ces champs.

2.1.2.a. Discussion et signification physique des champs H_S , H_{SA} et H_P

La Figure II-8 illustre les domaines d'existence des champs H_S et H_P et les domaines de validité de H_{SA} , dans le cas du dioptre. On remarquera que la distance nécessaire pour assurer $p = 10$ est maximale pour $\theta = \text{Re}(\Phi_P)$. Cet angle est très légèrement supérieur à 90° pour un plasmon de surface et largement supérieur à 90° pour une onde de Zenneck. On notera aussi que, lorsque l'angle θ dépasse θ_C , H_S admet une discontinuité qui est compensée par la contribution de H_P , de manière à garder un champ global H continu.

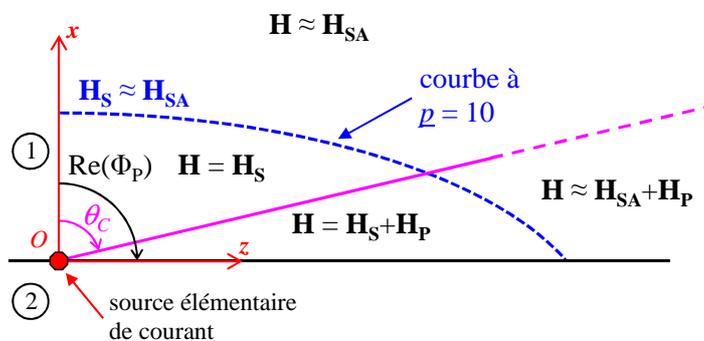


Figure II-8 : Domaines d'existence de H_S et H_P et les domaines de validité de H_{SA} , dans le cas du dioptre.

On rappelle que le champ H_P provient directement du résidu associé au pôle p .

Le champ de l'onde complexe associée au pôle p est représenté majoritairement par le champ \mathbf{H}_p , pour les angles d'observation $\theta > \theta_c$. Cette dernière propriété est d'autant plus vraie que l'écart entre θ et θ_c est grand. En particulier, proche de la surface (*i.e.* $\theta = \pi/2$), on peut considérer que la totalité de l'onde complexe, associée au pôle p , est représentée par \mathbf{H}_p . Ce résultat est présenté dans [78].

A contrario \mathbf{H}_s représente le reste du champ. Ainsi, une certaine proportion du champ de l'onde complexe, associée au pôle p , est contenue dans \mathbf{H}_s . En effet, pour les angles d'observation $\theta < \theta_c$, tout le champ de l'onde complexe est contenu dans \mathbf{H}_s . Dans le cas de l'excitation d'un dioptré, \mathbf{H}_s contient très majoritairement les ondes d'espace libre. Ces dernières sont celles qui peuvent être représentées par l'optique géométrique [72], [78].

2.1.2.b. Excitabilité des ondes de surface sur la structure

D'après les résultats du paragraphe précédent, on peut considérer qu'une onde de surface est excitée si et seulement si elle donne lieu à un champ \mathbf{H}_p sur l'interface. Dans ce paragraphe nous nous limiterons donc à l'étude de \mathbf{H}_p pour identifier les conditions d'excitation des ondes de surface.

Pour que \mathbf{H}_p soit non nul il faut que le pôle p donne lieu à un résidu. La Figure II-9, page 57, montre la position des pôles Φ_p correspondant aux plasmons de surface et aux ondes de Zenneck se propageant suivant z_+ , en fonction de la permittivité ϵ_{r2} du milieu 2, pour $\mu_{r2} = 1$ (*i.e.* diélectrique). Quelle que soit la permittivité, ces pôles appartiennent au cadran T1.

CDR⁺ désigne le Chemin de Descente Rapide (CDR) pour l'angle d'observation maximal (*i.e.* $\theta = \pi/2$). Ainsi les pôles situés à la droite de cette courbe ne donneront jamais lieu à des résidus. On remarque ainsi que l'onde de Zenneck ne sera jamais contenue dans le champ \mathbf{H}_p . Cela implique que l'amplitude de l'onde de Zenneck est très faible sur l'interface. En effet cette onde ne pourra contribuer que dans le champ \mathbf{H}_s , et ce seulement en champ proche (*i.e.* $|\mathbf{k}|_r$ proche de 1) et si son pôle Φ_{pOZ} est proche de $\pi/2$ [25], [86].

L'excitabilité de l'onde de Zenneck et sa contribution dans le champ total furent l'objet d'importantes controverses [25], [87], [88]. Ces controverses reparaissent occasionnellement, lorsque l'onde de Zenneck est improprement confondue avec l'onde de Norton [89]-[91].

Contrairement à l'onde de Zenneck, le champ du plasmon de surface est contenu dans le champ \mathbf{H}_p . On peut donc étudier sa propagation et son excitation à partir de la forme de \mathbf{H}_p . Celle-ci est donnée par les équations analytiques (II.13a) et (II.13b).

Concernant les propriétés en propagation, ces formules confortent les résultats de l'analyse modale conduite au chapitre 1 : les plasmons de surface sont des ondes lentes qui se propagent avec une faible atténuation et avec leur énergie fortement confinée autour de l'interface.

Concernant l'excitation, dans les expressions de \mathbf{H}_p , le terme en « $\cos(\Phi_p - \theta)$ » dans l'exponentielle est réel seulement si Φ_{pr} , la partie réelle de Φ_p , est égal à θ . Pour un plasmon de surface, $\Phi_{pr} \approx \pi/2$. Ainsi on maximisera l'excitation avec un champ incident rasant.

Si la source est une unique source de courant, cela sera obtenu en la rapprochant le plus possible de l'interface. Si on ne dispose pas d'un champ incident rasant, une alternative

consiste à utiliser des sources secondaires placées sur la surface, qui vont assurer le couplage de l'onde incidente avec le plasmon de surface. Il peut s'agir, par exemple, d'éléments diffractant ou d'un prisme [80].

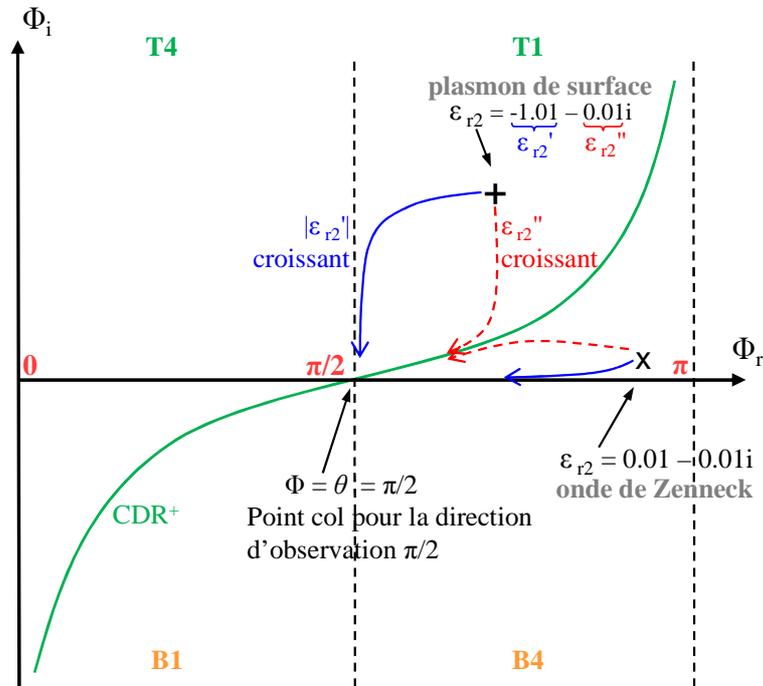


Figure II-9 : Position des pôles Φ_p correspondant aux plasmons de surface et aux ondes de Zenneck se propageant suivant z_+ , en fonction de la permittivité ϵ_{r2} du milieu 2 ($\mu_{r2} = 1$).

La Figure II-10 représente le champ obtenu en excitant un dioptré air-diélectrique par une source de courant magnétique placée sur l'interface. Le diélectrique a une permittivité négative ($\epsilon_{r2} = -4$) et pourrait donc correspondre à un plasma. Cette structure permet donc d'exciter un plasmon de surface, comme nous pouvons le voir sur la cartographie de gauche qui représente l'amplitude du champ dans les deux milieux. La cartographie de droite représente la partie réelle du champ et permet de vérifier que le plasmon de surface est bien une onde lente.

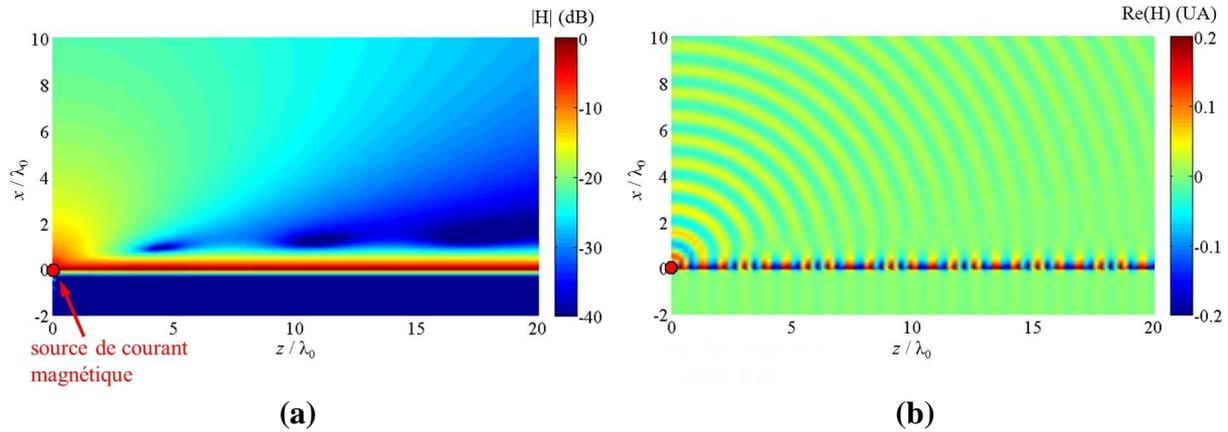


Figure II-10 : Excitation d'un plasmon de surface sur un dioptré air-diélectrique ($\epsilon_{r2} = -4$) par une source de courant magnétique placée en $(x, z) = (0, 0)$. (a) : Amplitude du champ total en dB , (b) : partie réelle du champ totale en Unité Arbitraire. Fréquence = 10 GHz

2.2. Cas de la lame plane de métamatériau sur métal

Comme vu au chapitre 1, dans le cas de la lame de métamatériau sur métal, plusieurs ondes de surface et de fuite peuvent exister. Et notamment, l'onde de surface définie sur un dioptré dans le paragraphe précédent peut aussi exister. Leurs propriétés dépendent de la permittivité et de la perméabilité relatives du métamatériau, notées respectivement ϵ_{r2} et μ_{r2} . Cette onde est définie par une unique Onde Plane Inhomogène (OPI) dans le milieu semi-infini (milieu 1) et la somme de deux OPI dans la lame de métamatériau (milieu 2).

La Figure II-11 représente un lame de métamatériau sur métal parfait (PEC) excitée par une source élémentaire de courant magnétique infini suivant \mathbf{e}_y et placée en $x = x_s$ et $z = 0$. La structure est infinie suivant \mathbf{e}_z et invariante suivant \mathbf{e}_y .

Nous rappelons que le champ magnétique \mathbf{H} est orienté comme le courant \mathbf{M} de la source. Pour exciter un champ en polarisation TM il faut donc que le courant \mathbf{M} de la source soit orienté suivant \mathbf{e}_y .

Dans la suite nous noterons l'abscisse de la source x_{s1} ou x_{s2} suivant que la source est respectivement, dans le milieu 1 (*i.e.* $x_{s1} \geq 0$) ou dans le milieu 2 (*i.e.* $x_{s2} \leq 0$).

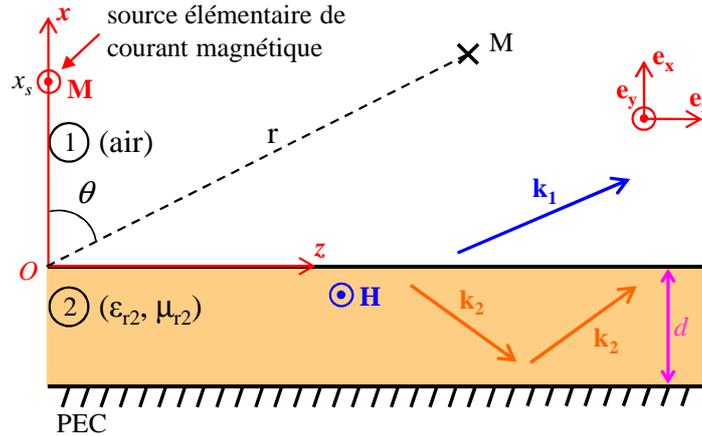


Figure II-11 : Lamme de métamatériau sur métal parfait (PEC) excitée par une source élémentaire de courant magnétique infini suivant \mathbf{e}_y et placée en $x = x_s$ et $z = 0$.

2.2.1. Calcul de l'excitation des modes TM

2.2.1.a. Expression spectrale du champ total

La structure représentée sur la Figure II-11 présente trois domaines différents.

- Avec la source dans le milieu 1, ces domaines sont : au-dessus de la source, entre la source et l'interface et en dessous de l'interface. L'expression du champ magnétique dans chacun d'eux est donnée par (II.17) :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{H}_{1a} &= C_1 \exp(-jk_{x1}x - jk_{z1}z) \mathbf{e}_y & x \geq x_{s1} \\
 \mathbf{H}_{1b} &= [C_2 \exp(-jk_{x1}x - jk_{z1}z) + C_3 \exp(+jk_{x1}x - jk_{z1}z)] \mathbf{e}_y & 0 \leq x \leq x_{s1} \\
 \mathbf{H}_2 &= [C_4 \exp(-jk_{x2}x - jk_{z2}z) + C_5 \exp(+jk_{x2}x - jk_{z2}z)] \mathbf{e}_y & -d \leq x \leq 0
 \end{aligned} \quad (\text{II.17})$$

k_x et k_z représentent les composantes du vecteur d'onde suivant respectivement \mathbf{e}_x et \mathbf{e}_z . Les indices 1 et 2 définissent le milieu considéré. Les signes sont choisis de telle sorte que les conditions de rayonnement en $x+$ et $z+$ soient vérifiées avec k_{x1} et k_{z1} positifs.

- Avec la source dans le milieu 2, ces domaines sont : au-dessus de l'interface, entre l'interface et la source et en dessous de la source. L'expression du champ magnétique dans chacun d'eux est donnée par (II.18) :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{H}_1 &= C_1 \exp(-jk_{x1}x - jk_{z1}z) \mathbf{e}_y & x \geq 0 \\
 \mathbf{H}_{2a} &= [C_2 \exp(-jk_{x2}x - jk_{z2}z) + C_3 \exp(+jk_{x2}x - jk_{z2}z)] \mathbf{e}_y & x_{s2} \leq x \leq 0 \\
 \mathbf{H}_{2b} &= [C_4 \exp(-jk_{x2}x - jk_{z2}z) + C_5 \exp(+jk_{x2}x - jk_{z2}z)] \mathbf{e}_y & -d \leq x \leq x_{s2}
 \end{aligned} \quad (\text{II.18})$$

On détermine les inconnues de ces 2 systèmes en leur appliquant les conditions aux limites sur les champs électrique et magnétique.

Comme dans le cas sans source, les champs électrique et magnétique tangentiels sont continus au niveau de l'interface (en $x = 0$) et le champ électrique tangential est nul sur le PEC. Par ailleurs, comme pour le dioptré (§ 2.1), le champ \mathbf{H} est continu au niveau de la source, mais pas sa dérivée suivant x . La discontinuité de cette dernière s'écrit :

$$\left. \frac{\partial \hat{\mathbf{H}}}{\partial x} \right|_{x=x_s^+} - \left. \frac{\partial \hat{\mathbf{H}}}{\partial x} \right|_{x=x_s^-} = j \cdot \omega \cdot \varepsilon \cdot \mathbf{M} \quad (\text{II.19})$$

Nous rappelons que $\hat{\mathbf{H}}$ est le spectre angulaire d'ondes planes suivant z du champ \mathbf{H} , défini par (II.20). x_{s^+} et x_{s^-} sont des points placés respectivement juste au-dessus et juste en dessous de la source de courant magnétique. ε représente la permittivité dans le milieu considéré.

$$\hat{\mathbf{H}}(x, k_z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{H}(x, z) \cdot \exp(+jk_z z) \cdot dz \quad (\text{II.20})$$

En appliquant, aux champs définis dans (II.17) et (II.18), la transformation (II.20), puis en appliquant la condition (II.19) en $x = x_s$, ainsi que la continuité des champs électrique et magnétique en $x = 0$ et $x = -d$, on trouve l'expression finale de $\hat{\mathbf{H}}$ dans chacun des 3 domaines. Cette expression est donnée par (II.21) si $x_s \geq 0$ et par (II.22) si $x_s \leq 0$.

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{H}}_{1a} &= \mathbf{C}_1 \cdot \left[e^{-jk_{x1}(x-x_{s1})} + R_{12} \cdot e^{-jk_{x1}(x+x_{s1})} \right] & x \geq x_{s1} \\ \hat{\mathbf{H}}_{1b} &= \mathbf{C}_1 \cdot \left[e^{+jk_{x1}(x-x_{s1})} + R_{12} \cdot e^{-jk_{x1}(x+x_{s1})} \right] & 0 \leq x \leq x_{s1} \\ \hat{\mathbf{H}}_2 &= \mathbf{C}_1 \cdot T_{12} \cdot e^{-jk_{x1} \cdot x_{s1}} \cdot \frac{\cos(k_{x2} \cdot (x+d))}{\cos(k_{x2} \cdot d)} & -d \leq x \leq 0 \end{aligned} \quad (\text{II.21})$$

$$\text{avec : } \mathbf{C}_1 = -\frac{\omega \cdot \varepsilon_0 \cdot \mathbf{M}}{2k_{x1}}$$

$$\text{et : } R_{12} = \frac{\varepsilon_2 \cdot k_{x1} - j\varepsilon_0 \cdot k_{x2} \tan(k_{x2} \cdot d)}{\varepsilon_2 \cdot k_{x1} + j\varepsilon_0 \cdot k_{x2} \tan(k_{x2} \cdot d)}, \quad T_{12} = \frac{2\varepsilon_2 \cdot k_{x1}}{\varepsilon_2 \cdot k_{x1} + j\varepsilon_0 \cdot k_{x2} \tan(k_{x2} \cdot d)}$$

avec R_{12} et T_{12} étant respectivement les coefficients de réflexion et de transmission pour une onde arrivant du milieu 1 sur l'interface.

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{H}}_1 &= \mathbf{C}_2 \cdot T_{21} \cdot \frac{\cos(k_{x2} \cdot (x_{s2} + d))}{\cos(k_{x2} \cdot d)} \cdot e^{-jk_{x1} \cdot x} & x \geq 0 \\ \hat{\mathbf{H}}_{2a} &= 2\mathbf{C}_2 \cdot R_{21} \cdot \cos(k_{x2} \cdot x) \cdot \frac{\cos(k_{x2} \cdot (x_{s2} + d))}{\cos(k_{x2} \cdot d)} & x_{s2} \leq x \leq 0 \\ \hat{\mathbf{H}}_{2b} &= 2\mathbf{C}_2 \cdot R_{21} \Big|_{x=x_{s2}} \cdot \cos(k_{x2} \cdot x_{s2}) \cdot \frac{\cos(k_{x2} \cdot (x+d))}{\cos(k_{x2} \cdot d)} & -d \leq x \leq x_{s2} \end{aligned} \quad (\text{II.22})$$

$$\text{avec : } \mathbf{C}_2 = -\frac{\omega \cdot \varepsilon_2 \cdot \mathbf{M}}{2k_{x2}}$$

$$\text{et : } R_{21} = \frac{\varepsilon_0 \cdot k_{x2} - j\varepsilon_2 \cdot k_{x1} \tan(k_{x2} \cdot d)}{\varepsilon_2 \cdot k_{x1} + j\varepsilon_0 \cdot k_{x2} \tan(k_{x2} \cdot d)}, \quad T_{21} = \frac{2\varepsilon_0 \cdot k_{x2}}{\varepsilon_2 \cdot k_{x1} + j\varepsilon_0 \cdot k_{x2} \tan(k_{x2} \cdot d)}$$

avec R_{21} et T_{21} étant respectivement les coefficients de réflexion et de transmission pour une onde arrivant du milieu 2 sur l'interface.

Par ailleurs k_{x1} , k_{x2} et k_z sont reliés par la relation (II.23) :

$$\begin{cases} k_{x1}^2 + k_{z1}^2 = k_0^2 \\ k_{x2}^2 + k_{z2}^2 = n_2^2 k_0^2 \end{cases}, \quad k_0 = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}, \quad n_2 = \sqrt{\varepsilon_{r2} \mu_{r2}} \quad (\text{II.23})$$

Finalement le champ magnétique \mathbf{H} est obtenu en appliquant à $\hat{\mathbf{H}}$ la transformation inverse à (II.20), définie par (II.8) page 49.

2.2.1.b. Calcul du champ total

Pour obtenir le champ magnétique résultant de l'excitation de la lame de métamatériau sur métal par la source élémentaire de courant magnétique, il est nécessaire de résoudre l'intégrale spectrale (II.8).

Pour ce faire, nous procédons de la même manière que dans le cas du dioptre (§ 2.1).

Nous résolvons cette intégrale grâce au théorème du point col. Pour cela, nous passons des coordonnées cartésiennes spatiales (x , z) et spectrales (k_x , k_z) aux coordonnées cylindriques spatiales (r , θ) et spectrales ($|\mathbf{k}|$, Φ). Ainsi, l'intégrale spectrale (II.8) devient (II.24) si $x_s \geq 0$ et (II.25) si $x_s \leq 0$.

$$\mathbf{H}_1(r, \theta) = -\frac{\omega \varepsilon_0 \mathbf{M}}{4\pi} \int_{\frac{\pi}{2} - j\infty}^{\frac{\pi}{2} + j\infty} \left[e^{-jk_0 r' \cos(\Phi - \theta')} + R_{12}(k_0, \Phi) \cdot e^{-jk_0 r'' \cos(\Phi - \theta'')} \right] d\Phi \quad (\text{II.24})$$

$$\mathbf{H}_2(x, z) = -\frac{\omega \varepsilon_0 \mathbf{M}}{4\pi} \int_{\frac{\pi}{2} - j\infty}^{\frac{\pi}{2} + j\infty} \left[T_{12}(k_0, \Phi) \cdot e^{-jk_{x1} \cdot x_{s1}} \cdot \frac{\cos(k_{x2} \cdot (x + d))}{\cos(k_{x2} \cdot d)} \cdot e^{-jk_{z1} \cdot z} \right] d\Phi$$

$$\text{avec } r', r'', \theta' \text{ et } \theta'' \text{ définis par : } \begin{cases} x - x_{s1} = r' \cos \theta' \\ z = r' \cdot \sin \theta' \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} x + x_{s1} = r'' \cos \theta'' \\ z = r'' \cdot \sin \theta'' \end{cases}$$

R_{12} et T_{12} sont identiques à (II.21).

$$\mathbf{H}_1(r, \theta) = -\frac{\omega \varepsilon_2 \mathbf{M}}{4\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}-j\infty}^{\frac{\pi}{2}+j\infty} \left[T_{21}(k_0, \Phi) \cdot \frac{k_{x1}}{k_{x2}} \cdot \frac{\cos(k_{x2} \cdot (x_{s2} + d))}{\cos(k_{x2} \cdot d)} \cdot e^{-jk_0 r \cos(\Phi - \theta)} \right] \cdot d\Phi$$

$$\mathbf{H}_2(x, z) = -\frac{\omega \varepsilon_2 \mathbf{M}}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}-j\infty}^{\frac{\pi}{2}+j\infty} \left[U \cdot \frac{k_{x1}}{k_{x2}} \cdot e^{-jk_z \cdot z} \right] \cdot d\Phi \quad (\text{II.25})$$

$$\text{avec : } \begin{cases} U = R_{21}(k_0, \Phi) \cdot \cos(k_{x2} \cdot x) \cdot \frac{\cos(k_{x2} \cdot (x_{s2} + d))}{\cos(k_{x2} \cdot d)} & \text{si : } x_{s2} \leq x \leq 0 \\ U = R_{21}(k_0, \Phi) \Big|_{x=x_{s2}} \cdot \cos(k_{x2} \cdot x_{s2}) \cdot \frac{\cos(k_{x2} \cdot (x + d))}{\cos(k_{x2} \cdot d)} & \text{si : } -d \leq x \leq x_{s2} \end{cases}$$

R_{21} et T_{21} sont identiques à (II.22).

Comme pour le dioptre, nous appliquons le théorème du point col en déformant le contour d'intégration en le CDR. Nous rappelons que le CDR est défini par la relation (II.26) et le point col est défini par $\Phi = \theta$.

$$\cos(\Phi_r - \theta) \cosh(\Phi_i) = 1 \quad (\text{II.26})$$

avec Φ_r et Φ_i étant respectivement la partie réelle et la partie imaginaire de Φ . L'angle θ représente les angles θ , θ' ou θ'' suivant les équations considérées. Par ailleurs, dans les expressions de \mathbf{H}_2 , le point col est à $\Phi = \theta = \pi/2$.

Cette déformation implique la contribution, sous forme de résidus, des pôles de l'intégrande localisés entre le chemin d'intégration initial et le CDR.

Comme pour le dioptre, on écrit \mathbf{H} comme la somme des contributions, de l'intégrale sur le CDR et des résidus :

$$\mathbf{H}(r, \theta) = \mathbf{H}_s(r, \theta) + \sum_{p=1}^N \mathbf{H}_p(r, \theta) \quad (\text{II.27})$$

Ici \mathbf{H}_s est donné par les formules (II.24) ou (II.25).

De même, les pôles de l'intégrande, donnant lieu aux résidus, sont les pôles de R (ou de T). Pour une lame de métamatériau sur métal, il y en a une infinité. Cependant, comme nous le verrons au paragraphe 2.2.2.b, tous ces pôles ne contribuent pas de manière significative. Ainsi la grandeur N pourra prendre une valeur finie. Ces pôles correspondent à des ondes de surface ou de fuite se propageant soit, suivant z_+ (cadrans T1, B1, T2), soit suivant z_- (cadrans T3, B3, T4).

Comme dans le cas du dioptre, les formules données en Annexe E nous permettent de calculer, pour chaque pôle p de vecteur d'onde dans le milieu 1 \mathbf{k}_{1p} , le champ \mathbf{H}_p correspondant dans chacun des milieux. Son expression est donnée par (II.28) si $x_s \geq 0$ et par (II.29) si $x_s \leq 0$.

$$\mathbf{H}_{\mathbf{P1}}(r, \theta) = \pm \mathbf{U}_1 \frac{[\varepsilon_2 k_{x1P} \cdot \cos(\kappa_{2P}) - j\varepsilon_0 k_{x2P} \cdot \sin(\kappa_{2P})]}{2} \cdot e^{-jk_0 r'' \cos(\Phi_P - \theta'')} U(\theta'', \theta_c)$$

$$\mathbf{H}_{\mathbf{P2}}(x, z) = \pm \mathbf{U}_1 \cdot \varepsilon_2 k_{x1P} \cdot \cos(k_{x2P} \cdot (x + d)) \cdot e^{-j(k_{x1P} \cdot x_{s1} + k_{zP} \cdot z)} U\left(\frac{\pi}{2}, \theta_c\right) \quad (\text{II.28})$$

avec : $\mathbf{U}_1 = \frac{-j\omega \cdot \varepsilon_0 \cdot \mathbf{M} / k_{zP}}{\sin(\kappa_{2P}) \frac{\kappa_{1P}}{\kappa_{2P}} (\varepsilon_2 \kappa_{1P} - j\varepsilon_0) - \cos(\kappa_{2P}) (\varepsilon_2 + j\varepsilon_0 \kappa_{1P})}$

avec r' , r'' , θ' et θ'' identiques à l'équation (II.24) page 61.

$$\mathbf{H}_{\mathbf{P1}}(r, \theta) = \pm \mathbf{U}_1 \cdot \varepsilon_2 k_{x1P} \cdot \cos(k_{x2P} \cdot (x_{s2} + d)) \cdot e^{-jk_0 r \cos(\Phi_P - \theta)} U(\theta, \theta_c)$$

$$\mathbf{H}_{\mathbf{P2}}(x, z) = \pm \frac{-U_2 \cdot j\omega \cdot \varepsilon_2 \cdot \mathbf{M} \cdot k_{x1P} / (k_{x2P} \cdot k_{zP}) \cdot e^{-jk_{zP} \cdot z} U\left(\frac{\pi}{2}, \theta_c\right)}{\sin(\kappa_{2P}) \frac{\kappa_{1P}}{\kappa_{2P}} (\varepsilon_2 \kappa_{1P} - 2j\varepsilon_0) - \cos(\kappa_{2P}) \left(\varepsilon_2 \left(1 + \left(\frac{\kappa_{1P}}{\kappa_{2P}} \right)^2 \right) + j\varepsilon_0 \kappa_{1P} \right)} \quad (\text{II.29})$$

avec :
$$\begin{cases} U_2 = \cos(k_{x2P} \cdot (x_{s2} + d)) [\varepsilon_0 k_{x2P} \cdot \cos(k_{x2P} \cdot x) - j\varepsilon_2 k_{x1P} \cdot \sin(k_{x2P} \cdot x)] \\ \text{si : } x_{s2} \leq x \leq 0 \\ U_2 = \cos(k_{x2P} \cdot (x + d)) [\varepsilon_0 k_{x2P} \cdot \cos(k_{x2P} \cdot x_{s2}) - j\varepsilon_2 k_{x1P} \cdot \sin(k_{x2P} \cdot x_{s2})] \\ \text{si : } -d \leq x \leq x_{s2} \end{cases}$$

Ci-dessus, $\kappa_{1P} = k_{x1P} \cdot d$, $\kappa_{2P} = k_{x2P} \cdot d$, $\begin{cases} k_{x1P} = k_0 \cos \Phi_P \\ k_{zP} = k_0 \sin \Phi_P \end{cases}$ et $k_{x2P} = \sqrt{k_{x1P}^2 + k_0^2 (n_2^2 - 1)}$

$U(\theta, \theta_c)$ désigne toujours la fonction de Heaviside (ou Echelon) qui vaut 1 lorsque le pôle Φ_P donne lieu à un résidu et 0 dans le cas contraire. Ici encore la grandeur θ_c est une grandeur associée au pôle et définie par la relation (II.14) page 52.

Sur la Figure II-12a, page suivante, nous avons représenté le plan complexe Φ . Dans ce plan nous avons placé arbitrairement trois pôles du coefficient de réflexion (croix rouge). Φ_P^{PS} correspond à un plasmon de surface (cadran T1), Φ_P^{OFF} correspond à une onde de fuite forward (cadran B1) et Φ_P^{OFb} correspond à une onde de fuite backward (cadran T2). La courbe bleue représente le chemin d'intégration initial. La courbe en pointillés violets représente le CDR passant par le pôle Φ_P^{PS} . Ainsi ce CDR coupe l'axe des abscisses en θ_c^{PS} . La courbe verte représente le CDR pour un point d'observation quelconque θ . Ainsi ce CDR coupe l'axe des abscisses en θ .

Nous rappelons que, d'après le théorème de Cauchy, un pôle contribue sous la forme d'un résidu lorsque qu'il est localisé entre le chemin d'intégration initial et le CDR. Pour le pôle

Φ_P^{PS} tracé sur la Figure II-12a, cela se produit dès lors que $\theta \geq \theta_c^{PS}$. Alors le CDR doit être déformé pour contourner Φ_P^{PS} , comme représenté sur la Figure II-12b. Le contournement du pôle se fait dans le sens indirect, donc \pm prend le signe moins dans les expressions (II.28) et (II.29) du champ \mathbf{H}_P . De plus, pour ce pôle, $U(\theta, \theta_c)$ vaut 0 pour $\theta < \theta_c^{PS}$, 0,5 pour $\theta = \theta_c^{PS}$ et 1 pour $\theta > \theta_c^{PS}$.

A partir de ces observations on peut déduire le signe pris par \pm , ainsi que la définition de $U(\theta, \theta_c)$, dans le cas général :

- Si Φ_P est à droite du chemin d'intégration initial (*i.e.* le mode correspondant se propage suivant $z+$) alors, \pm prend le signe $-$ et $U(\theta, \theta_c)$ vaut 0 pour $\theta < \theta_c$, 0,5 pour $\theta = \theta_c$ et 1 pour $\theta > \theta_c$.
- Si Φ_P est à gauche du chemin d'intégration initial (*i.e.* le mode correspondant se propage suivant $z-$) alors, \pm prend le signe $+$ et $U(\theta, \theta_c)$ vaut 0 pour $\theta > \theta_c$, 0,5 pour $\theta = \theta_c$ et 1 pour $\theta < \theta_c$.

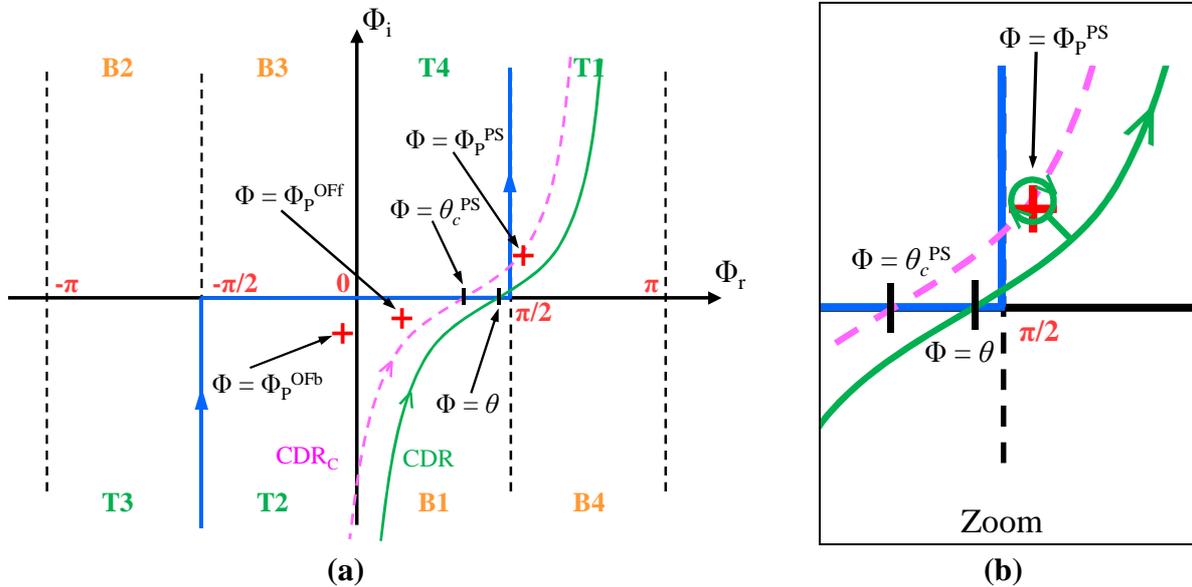


Figure II-12 : (a) : Représentation, dans le plan complexe Φ , du chemin d'intégration initial (trait bleu), de 3 pôles (croix rouge) et de deux CDR (tracés violet et vert), correspondants à deux directions d'observation θ différentes ; (b) : zoom sur la déformation du CDR imposée par le pôle Φ_P^{PS} .

2.2.1.c. Cas particulier en champ lointain

Nous supposons à présent que le point d'observation est placé en champ lointain de la source (*i.e.* $|\mathbf{k}| \cdot r \gg 1$). Nous pouvons alors appliquer le même raisonnement que pour le dioptre.

Si le point col, défini par $\Phi = \theta$, ne possède pas de pôles Φ_P à proximité, le théorème du point col stipule que l'intégrale spectrale définissant \mathbf{H}_S peut se réduire à la contribution du point col (voir Annexe E).

Dans ce cas, par un développement limité de l'intégrande au niveau du point col, on trouve

une expression analytique de \mathbf{H}_S notée \mathbf{H}_{SA} . Les équations (II.30) et (II.31) donnent le champ $\mathbf{H}_{SA}(r, \theta)$ dans le milieu 1, obtenu par un développement limité à l'ordre 0. (II.30) correspond au cas $x_s \geq 0$ et (II.31) au cas $x_s \leq 0$.

On notera que ces expressions ne sont pas valables pour θ ou $\theta'' = \pi/2$, avec θ'' défini dans (II.24), page 61. Pour s'affranchir de cette limitation il faut mener le développement limité à l'ordre 2.

$$\mathbf{H}_{SA1}(r, \theta) = \frac{\omega \varepsilon_0 \mathbf{M}}{4\pi} \left[\sqrt{\frac{2\pi}{k_0 \cdot r'}} e^{-j(k_0 r' - \frac{\pi}{4})} + R_{12}(k_0, \theta'') \cdot \sqrt{\frac{2\pi}{k_0 \cdot r''}} e^{-j(k_0 r'' - \frac{\pi}{4})} \right]$$

$$\text{avec : } R_{12} = \frac{\varepsilon_2 \cdot K_{x1} - j\varepsilon_0 \cdot K_{x2} \tan(K_{x2} \cdot d)}{\varepsilon_2 \cdot K_{x1} + j\varepsilon_0 \cdot K_{x2} \tan(K_{x2} \cdot d)} \quad (\text{II.30})$$

$$\text{et : } K_{x1} = k_0 \cos \theta'', \quad K_{x2} = \sqrt{K_{x1}^2 + k_0^2 (n_2^2 - 1)}$$

avec r' , r'' et θ'' identiques à l'équation (II.24) page 61.

$$\mathbf{H}_{SA1}(r, \theta) = \frac{\omega \varepsilon_0 \mathbf{M}}{4\pi} \left[T_{21}(k_0, \theta) \cdot \frac{K_{x1}}{K_{x2}} \cdot \sqrt{\frac{2\pi}{k_0 \cdot r}} e^{-j(k_0 r - \frac{\pi}{4})} \right]$$

$$\text{avec : } T_{21} = \frac{2\varepsilon_0 \cdot K_{x2}}{\varepsilon_2 \cdot K_{x1} + j\varepsilon_0 \cdot K_{x2} \tan(K_{x2} \cdot d)} \quad (\text{II.31})$$

$$\text{et : } K_{x1} = k_0 \cos \theta, \quad K_{x2} = \sqrt{K_{x1}^2 + k_0^2 (n_2^2 - 1)}$$

Des expressions analytiques peuvent aussi être obtenues pour le champ \mathbf{H}_S dans le milieu 2, à partir d'un développement limité à l'ordre 2. Cependant, elles ne sont valables que pour z très grand (voir *distance numérique*) et sont très souvent négligeables devant les champs \mathbf{H}_P dus aux résidus.

Distance numérique : Si le point col se retrouve proche d'un pôle, $\mathbf{H}_S(r, \theta)$ va être mal approximé par $\mathbf{H}_{SA}(r, \theta)$. Comme dans le cas du dioptre, on peut utiliser la *distance numérique* \underline{p} pour s'assurer de la validité de \mathbf{H}_{SA} . Celle-ci est garantie si la condition (II.32) est satisfaite pour tous les pôles.

$$\underline{p} = 2 \cdot |k| \cdot r \left| \sin^2 \left(\frac{\Phi_P - \theta}{2} \right) \right| > 10 \quad (\text{II.32})$$

On rappelle que Φ_P désigne la coordonnée spectrale angulaire du pôle p .

On notera que les pôles associés aux plasmons de surface, aux ondes de Zenneck et aux modes de surface sont toujours localisés loin du point col. Ainsi ils ne limitent pas ou très peu la validité de \mathbf{H}_{SA} . En considérant uniquement ces pôles, les domaines de validité de \mathbf{H}_S , \mathbf{H}_P et \mathbf{H}_{SA} sont illustrés sur la Figure II-8, page 55 (§ 2.1.1.c).

En revanche les pôles associés aux ondes de fuite vont généralement grandement limiter le domaine de validité de \mathbf{H}_{SA} . En effet, pour ces pôles, le critère $p = 10$ est généralement atteint pour des distances à la source importantes. La Figure II-13 illustre les domaines d'existence des champs \mathbf{H}_S et \mathbf{H}_P et les domaines de validité de \mathbf{H}_{SA} , en considérant uniquement les pôles associés aux ondes de fuite. La distance de validité de \mathbf{H}_{SA} est maximale pour $\theta = \text{Re}(\Phi_P)$. Une étude de la localisation de ces pôles, en fonction des propriétés de la lame de métamatériau sur métal, est réalisée au paragraphe 2.2.2.b.

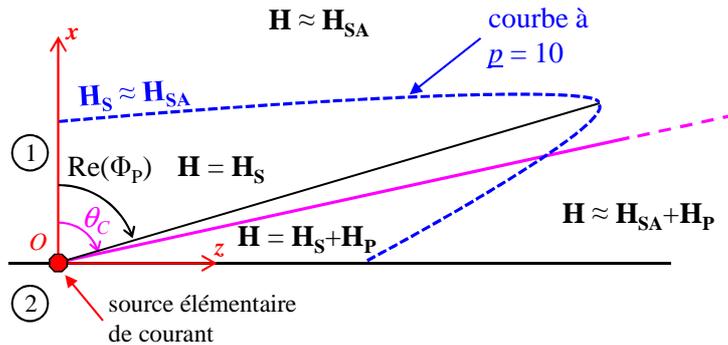


Figure II-13 : Domaines d'existence de \mathbf{H}_S et \mathbf{H}_P et les domaines de validité de \mathbf{H}_{SA} , dans le cas des pôles associés aux ondes de fuite. Ici $\text{Re}(\Phi_P) < \theta_C$ donc il s'agit d'une onde de fuite forward.

2.2.2. Etude de l'excitation des modes TM

Dans ce paragraphe, nous nous appuyons sur les formules du paragraphe précédent (§ 2.2.1) pour étudier l'excitation des ondes de surface sur un dioptré. Cette analyse va s'appuyer sur l'étude des fonctions \mathbf{H}_S et \mathbf{H}_P . Ainsi il convient tout d'abord de comprendre la signification physique de ces champs.

2.2.2.a. Signification physique des champs H_S et H_P

Concernant le champ \mathbf{H}_P , les remarques effectuées dans le cas du dioptré (§ 2.1.2.a) s'appliquent aussi ici. En particulier, dans les cas où les ondes complexes sont fortement excités, on peut considérer que, pour tout p , $|\mathbf{H}_P| \gg |\mathbf{H}_S|$ sur la surface. Dans ce cas, l'intégration par Kirchhoff-Huygens de \mathbf{H}_P sur la surface permet d'obtenir une formulation analytique du champ rayonné par le courant \mathbf{M} en tout point de l'espace [92]. Cette condition est très fréquemment satisfaite pour des lames d'indice $n_2 \in [0, 1[$, avec la source dans la lame [92]. Pour des sources dans le milieu 1 ou des indices $n_2 \notin [0, 1[$, on ne peut généralement pas considérer que, sur la surface, $|\mathbf{H}_P| \gg |\mathbf{H}_S|$ sauf lorsque l'on excite des plasmons de surface et des modes de surface piégés. Cependant ces ondes ne rayonnent pas, l'intégration par Kirchhoff-Huygens ne présente alors aucun intérêt.

A contrario, comme dans le cas du dioptré, \mathbf{H}_S représente le reste du champ. Ainsi, une certaine proportion du champ de l'onde complexe, associée au pôle p , est contenue dans \mathbf{H}_S .

Pour $\theta \geq \theta_c$ cette proportion est faible, mais pour $\Phi_P' \leq \theta < \theta_c$, tout le champ de l'onde complexe est contenu dans \mathbf{H}_S . Φ_P' représentant la partie réelle de Φ_P et correspondant à l'angle limite inférieur d'existence de l'onde complexe (voir Figure I-26, chap 1, § 4.3.2.c, pp 39).

Dans le cas général, \mathbf{H}_S contient très majoritairement les ondes d'espace libre. Ces dernières sont celles qui peuvent être représentées par l'optique géométrique [72], [78].

2.2.2.b. Excitabilité des ondes de surface et de fuite sur la structure

D'après les résultats du paragraphe précédent, on peut considérer qu'une onde complexe est excitée si et seulement si elle donne lieu à un champ \mathbf{H}_P sur l'interface. Dans ce paragraphe nous nous limiterons donc à l'étude de \mathbf{H}_P pour identifier les conditions d'excitation des ondes complexes.

Plasmons de surface et ondes de Zenneck :

Pour la lame de métamatériau sur métal, les propriétés en termes d'excitation sont les mêmes que dans le cas du dioptre (§ 2.1.2.b).

Modes de surface piégés :

Comme vu au chapitre 1, le champ dans le milieu 1 est similaire à celui des plasmons de surface. Ainsi, pour pouvoir exciter un mode de surface avec une source placée dans le milieu 1, il faut utiliser un champ incident rasant.

Dans le milieu 2, en revanche, l'amplitude du champ décrit des arches de cosinus suivant x . Par ailleurs le nombre d'arches augmente avec l'ordre du mode et le maximum d'amplitude du champ magnétique est toujours sur le métal (polarisation TM). Cela implique que, selon la position de la source, certains modes peuvent être mieux excités que d'autres. En effet, si la source est placée au niveau du maximum de champ d'un mode, le couplage avec ce mode sera maximal. Au contraire si la source est placée au niveau d'un nul de champ du mode, le couplage avec ce mode sera nul. Sur la Figure II-14 on voit que la source s_0 va exciter équitablement tous les modes. En revanche la source s_1 ne va pas exciter le mode d'ordre 2 et excitera plus le mode d'ordre 1 que celui d'ordre 0.

Les mêmes règles s'appliquent avec une distribution de sources. Ainsi, dans une structure pouvant supporter plusieurs modes de surface piégés, il est possible de n'exciter qu'un seul mode en utilisant une distribution de source correspondant exactement (*i.e.* en amplitude et en phase) au champ de ce mode.

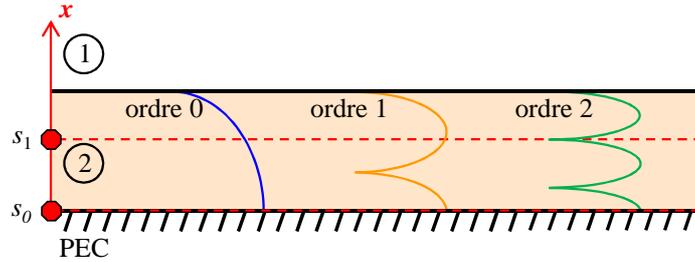


Figure II-14 : Illustration du couplage entre, une source de courant magnétique et des modes de surface piégés TM, d'ordre différents, en fonction de la position de la source dans le milieu 2.

Ondes de fuite :

Comme vu au chapitre 1, le champ dans le milieu 2 est similaire à celui des modes de surface piégés. Ainsi il semble logique que les règles concernant l'excitation, par une source placée dans le milieu 2, des modes de surface piégés, s'appliquent aussi aux ondes de fuite. En réalité, ces règles s'appliquent bien aux ondes de fuite backward, qui sont des modes propres, mais pas aux ondes de fuite forward, qui sont des modes impropres. En effet, le caractère impropre de ces dernières implique qu'il n'existe pas de source permettant d'exciter uniquement une onde de fuite forward. En revanche il existe des sources permettant de n'exciter qu'une partie des ondes de fuite forward pouvant être supportées par la structure.

Lorsque la source est placée dans le milieu 1, l'étude de \mathbf{H}_p montre que le couplage est proportionnel à l'amplitude de « $\exp(-j.k_0.r''.\cos(\Phi_p - \theta))$ ». Or le terme « $\cos(\Phi_p - \theta)$ » est réel seulement si Φ_{Pr} , la partie réelle de Φ_p , est égal à θ . Ainsi on maximisera l'excitation en utilisant un champ arrivant sur l'interface avec un angle d'incidence égal à Φ_{Pr} .

Par ailleurs, pour que \mathbf{H}_p soit non nul il faut que le pôle p donne lieu à un résidu. La Figure II-15a montre la position, dans le plan complexe Φ , du pôle correspondant à l'onde de fuite forward d'ordre 0, pour une lame de diélectrique (*i.e.* $\mu_{r2} = 1$). Nous rappelons que CDR^+ désigne le Chemin de Descente Rapide pour l'angle d'observation maximal (*i.e.* $\theta = \pi/2$). Ainsi les pôles situés à la droite de cette courbe ne donneront jamais lieu à des résidus.

On remarque tout d'abord que la position du pôle dépend de la permittivité ϵ_{r2} (avec $\epsilon_{r2} = \epsilon_{r2}' - j.\epsilon_{r2}''$) et de l'épaisseur d de la lame de diélectrique.

De plus, on peut faire les observations suivantes :

Pour de faibles pertes (*i.e.* ϵ_{r2}'' petit), Φ_{Pi} , la partie imaginaire de Φ_p , est proche de 0. Dans ce cas, lorsque ϵ_{r2}' varie de 0 à 1, Φ_{Pr} varie de 0 à presque $\pi/2$.

Lorsque les pertes augmentent, $|\Phi_{Pi}|$ augmente et l'amplitude de variation de Φ_{Pr} diminue. Lorsque d diminue, $|\Phi_{Pi}|$ augmente. Cette augmentation est d'autant plus importante que Φ_{Pr} est grand.

Φ_{Pr} est égal à l'angle de rayonnement de l'onde. $|\Phi_{Pi}|$ représente quand à lui l'atténuation de l'onde de fuite suivant z . Ainsi, si $|\Phi_{Pi}|$ est très faible, l'onde de fuite va se propager sur une

grande distance le long de l'interface. Son rayonnement sera donc très directif. En effet, l'interface qui sert de support à la propagation de l'onde de fuite représentera alors une antenne de grandes dimensions. Sur la Figure II-16a on peut voir que le rayonnement de l'onde de fuite est plus directif pour $\epsilon_{r2}' = 0.8$ que pour $\epsilon_{r2}' = 0.9$. Typiquement pour $|\Phi_i| > 0.3$ on peut négliger le rayonnement de l'onde de fuite et donc négliger le champ \mathbf{H}_P associé à ce mode.

Lorsque ϵ_{r2}' dépasse 1, le pôle passe à droite du CDR⁺ ce qui implique que \mathbf{H}_P s'annule. L'onde de fuite est alors contenue entièrement dans le champ \mathbf{H}_S . Ainsi, la contribution de l'onde de fuite, dans le champ total, devient négligeable. La Figure II-16a et la Figure II-16b illustrent ceci. La valeur critique de ϵ_{r2}' est égale à 1 dans le cas sans perte et augmente très légèrement quand on ajoute des pertes. Cette caractéristique rejoint la notion d'ordre maximal de l'onde de fuite, identifiée au chapitre 1 pour $\epsilon_{r2}' > 1$.

Il est aussi intéressant de regarder les pôles correspondant aux ondes de fuite d'ordre supérieur. La Figure II-15b montre, dans le plan complexe Φ , la position relative des pôles correspondant aux ondes fuite forward d'ordre 0, 1 et 2, pour trois valeurs de ϵ_{r2}' .

A $\epsilon_{r2}' = 0.2$, les trois pôles se suivent sur une trajectoire courbe. La distance entre les pôles diminue quand d augmente. Par ailleurs, $|\Phi_i|$ augmente avec l'ordre du pôle. Cette caractéristique a déjà été identifiée au cours de l'étude modale réalisée au chapitre 1. La directivité des ondes de fuite diminue donc à mesure que l'ordre augmente. Ainsi sur la courbe bleue de la Figure II-16a, on voit un pic net à 60° et une faible remontée à 45° correspondant respectivement au rayonnement des ondes de fuite d'ordre 0 et 1.

Si ϵ_{r2}' augmente, les 3 pôles se décalent vers la droite. Si ϵ_{r2}' dépasse 1, le pôle d'ordre 0 passe à droite du CDR⁺ et ne contribue plus au rayonnement. A partir de ce moment, ce sera donc l'onde de fuite d'ordre 1 qui se propagera avec le moins d'atténuation, le long de l'interface, et aura ainsi le rayonnement le plus directif.

Si on augmente encore ϵ_{r2}' , le pôle d'ordre 1 va aussi passer à droite du CDR⁺ et ainsi de suite. De même, si on augmente l'épaisseur d , le pôle d'ordre 1 va se rapprocher du pôle d'ordre 0, ce qui peut l'amener à passer à droite du CDR⁺.

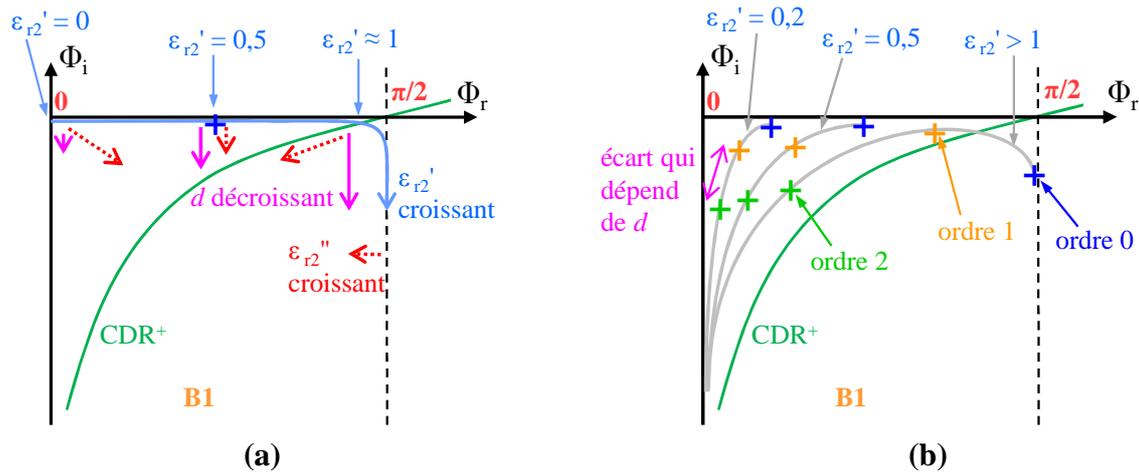


Figure II-15 : Dans le plan Φ , (a) déplacement du pôle correspondant à l'onde de fuite forward d'ordre 0, en fonction de la permittivité ϵ_{r2} et de l'épaisseur d du milieu 2 ($\mu_{r2} = 1$) ; (b) positions relatives des pôles correspondant aux ondes de fuite d'ordre 0, 1 et 2 pour 3 valeurs de ϵ_{r2}' .

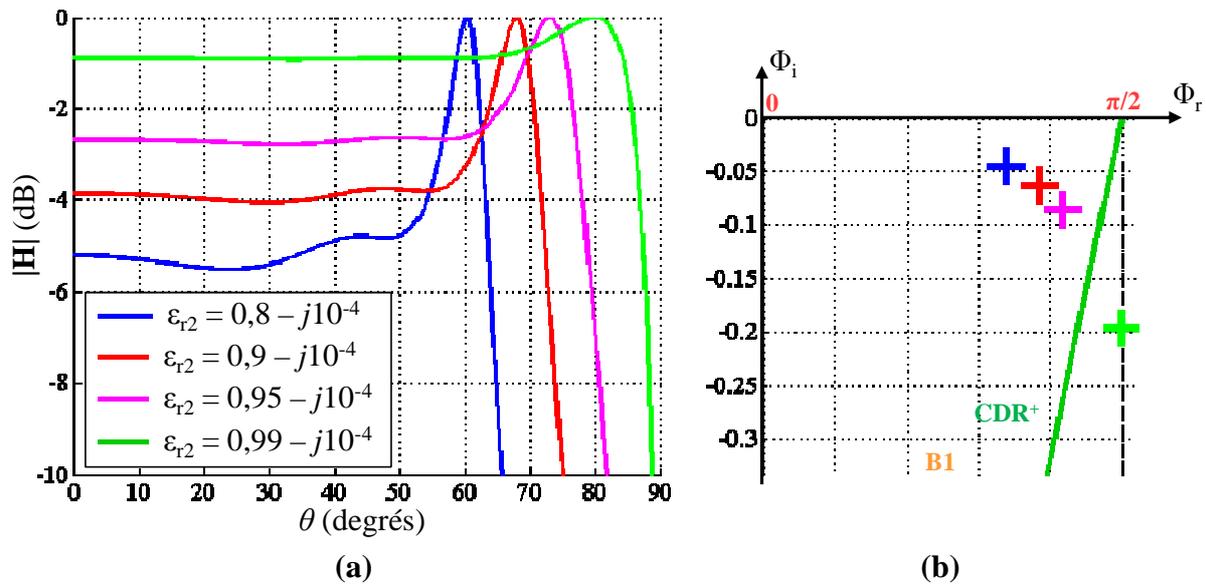


Figure II-16 : (a) diagramme de rayonnement d'une lame de diélectrique sur métal excitée par une ligne de courant magnétique, placée en $x_s = -d$, pour ϵ_{r2}' proche de 1 (en dB normalisé par rapport au maximum de chaque courbe) ; (b) positions, dans le plan Φ , du pôle correspondant à l'onde de fuite forward d'ordre 0 sur cette structure, pour les mêmes valeurs de permittivité. La lame est d'épaisseur $d = \lambda_0$, avec λ_0 la longueur d'onde dans le vide.

La Figure II-17 représente le champ obtenu en excitant une lame de diélectrique sur métal par une source de courant magnétique placée sur l'interface ($x = 0$). La lame a une épaisseur $d = 0,66\lambda$ et une permittivité relative $\epsilon_{r2} = 4$. Cette structure permet donc d'exciter un mode de surface, comme nous pouvons le voir sur la cartographie de gauche, qui représente l'amplitude du champ dans les deux milieux. On remarque que deux modes de surface se propagent. Il s'agit du mode d'ordre 0 et du mode d'ordre 1. Leurs vitesses de phase étant différentes ils interfèrent conduisant à des ondulations du champ dans la direction z de

propagation. La cartographie de droite représente la partie réelle du champ et permet de vérifier que le mode de surface est bien une onde lente.

On notera aussi un lobe de rayonnement qui quitte la surface autour de $z = 3\lambda$. Il s'agit du lobe de rayonnement d'une onde de fuite. Ce rayonnement est peu puissant, car la faible épaisseur de la lame et sa permittivité relative supérieure à 1, conduit à une faible excitation des ondes de fuite.

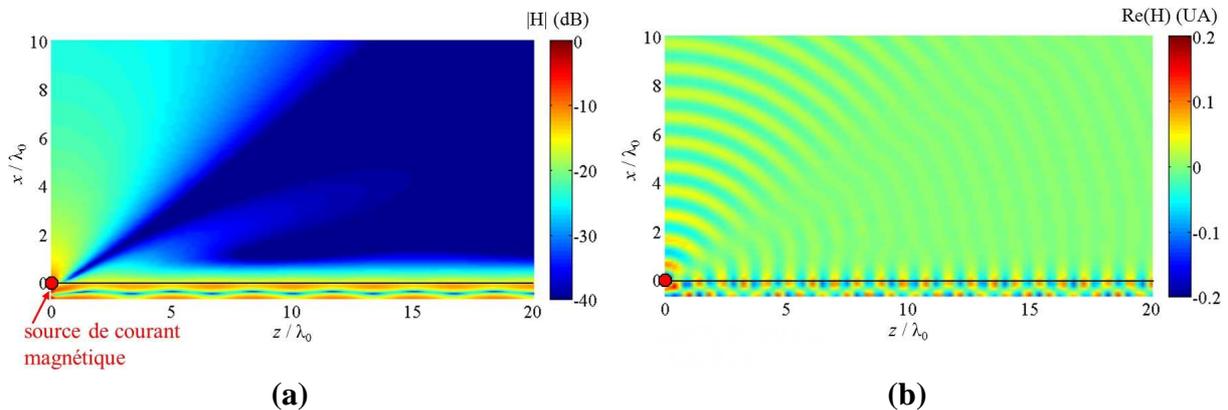


Figure II-17 : Excitation de modes de surface sur une lame de diélectrique ($\epsilon_{r2} = 4$) sur métal par une source de courant magnétique placée en $(x, z) = (0, 0)$. (a) : Amplitude du champ total en dB , (b) : partie réelle du champ totale en Unité Arbitraire. Fréquence = 10 GHz, $d = 0.66\lambda$

La Figure II-18 représente le champ obtenu en excitant une lame de diélectrique sur métal par une source de courant magnétique placée sur l'interface ($x = 0$). La lame a ici une épaisseur $d = 2\lambda$ et une permittivité relative $\epsilon_{r2} = 0.5$. Sur cette structure on peut s'attendre à un fort rayonnement des ondes fuite, comme le confirme la cartographie de gauche, qui représente l'amplitude du champ dans les deux milieux. On remarque que quatre modes de fuite se propagent. Il s'agit des modes d'ordres 0 à 3. Au bout de $z = 10\lambda$ on observe que le seul mode à se propager dans la lame est le mode d'ordre 0. En effet c'est celui qui s'atténue le moins, comme on peut le voir sur la Figure II-18b. Ainsi il aura le rayonnement le plus directif. Par ailleurs, on voit clairement que la distance de propagation des ondes de fuite dans la lame est d'autant plus courte que l'ordre du mode est grand. La directivité du rayonnement des modes va donc décroître avec l'ordre.

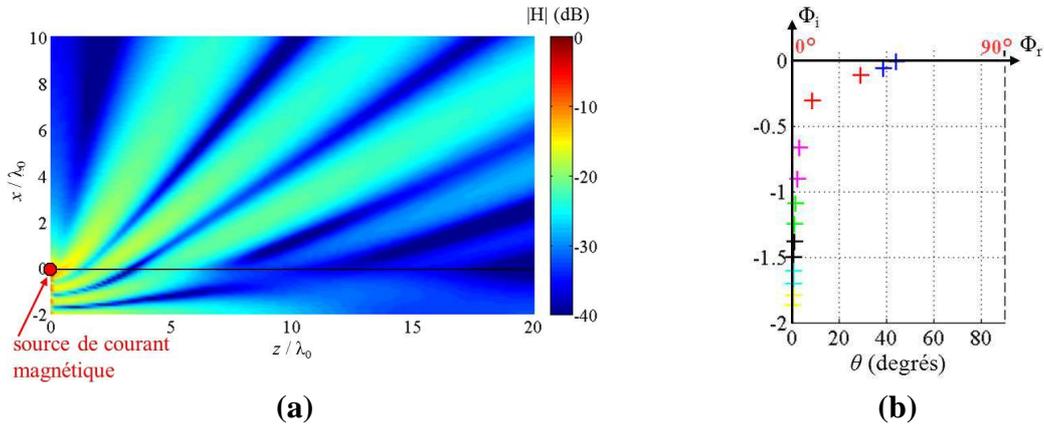


Figure II-18 : Excitation d'ondes de fuite sur une lame de diélectrique ($\epsilon_{r2} = 0.5$) sur métal par une source de courant magnétique placée en $(x, z) = (0, 0)$. (a) : Amplitude du champ total dans le plan xOz en dB , (b) localisation des pôles, correspondant à cette structure, dans le plan complexe Φ . Fréquence = 10 GHz, $d = 2\lambda$

3. Excitation par une source de courant électrique élémentaire

Dans cette section, nous adaptons l'étude de la section précédente aux cas de l'excitation par une source de courant électrique élémentaire de courant \mathbf{J} infinie suivant \mathbf{e}_y et placée en $x = x_s$ et $z = 0$.

Le champ magnétique \mathbf{H} est orienté orthogonalement au courant \mathbf{J} de la source. Pour exciter un champ en polarisation TM il faut donc que ce courant \mathbf{J} appartienne au plan xOz . L'équation d'Helmholtz s'écrit alors.

$$(\nabla^2 + k^2)\mathbf{H}(x, z) = -\nabla \times \mathbf{J} \delta(x - x_s) \delta(z) \quad (\text{II.33})$$

En écrivant (II.33) sous forme de spectre angulaire d'ondes planes suivant z (transformation (II.4) page 48) et en procédant comme au paragraphe 2.1.1 (page 48), on obtient la dépendance du problème à la source. Le champ \mathbf{H} est continu au niveau de la source, mais pas sa dérivée suivant x . La discontinuité de cette dernière s'écrit :

$$\left. \frac{\partial \hat{\mathbf{H}}}{\partial x} \right|_{x=x_s+} - \left. \frac{\partial \hat{\mathbf{H}}}{\partial x} \right|_{x=x_s-} = j \cdot (\mathbf{k} \times \mathbf{J}) \quad (\text{II.34})$$

avec \times désignant le produit vectoriel. On rappelle que $\hat{\mathbf{H}}$ est le spectre angulaire d'ondes planes suivant z du champ \mathbf{H} .

Le reste du problème reste inchangé par rapport au cas d'une source élémentaire de courant magnétique \mathbf{M} orienté suivant \mathbf{e}_y , traité dans la section précédente. Ainsi, les expressions du

champ \mathbf{H} excité par \mathbf{J} sont obtenues en remplaçant simplement, dans les expressions de la section précédente, le terme « $\omega.\varepsilon.\mathbf{M}$ » par le terme « $\mathbf{k}\times\mathbf{J}$ ».

4. Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre, nous avons étudié l'excitation du dioptré plan et de la lame de métamatériau sur métal, et en particulier l'excitation des ondes complexes (i.e. les ondes de surface et de fuite) sur ces structures. Pour cela nous avons exprimé, sous forme d'une intégrale spectrale, le champ TM résultant de l'excitation de ces deux structures par une source de courant magnétique ou électrique. Le cas de la polarisation TE est traité en Annexe D. En appliquant le théorème du point col à ces intégrales nous avons obtenu des expressions analytiques des champs, valables en champ lointain des sources (i.e. $k.r \gg 1$). Les pôles de l'intégrande peuvent limiter la validité de ces formulations. C'est en particulier le cas pour des lames épaisses ou d'indice important ou compris entre -1 et 1 . On notera que la validité est toujours assurée si la *distance numérique* p est supérieure à 10 . En deçà de cette distance cependant, l'intégrale devra être résolue numériquement. Ce calcul peut alors être très long. Nous présentons dans l'Annexe F une technique permettant d'optimiser le pas et le domaine d'intégration pour ces intégrales.

L'application du théorème du point col implique la déformation du chemin d'intégration qui conduit à la contribution, sous forme de résidus, des pôles de l'intégrande. Dans notre cas, il s'agit des pôles du coefficient de réflexion associé à la structure considérée. Comme nous l'avons montré au chapitre 1, chaque pôle est associé à une onde complexe pouvant se propager sur la structure.

Nous avons vu que, sur l'interface de propagation des ondes complexes, la contribution de chacune de ces ondes est représentée majoritairement par le résidu associé. A partir de l'expression analytique de ces résidus nous avons étudié l'excitation des ondes complexes en fonction des propriétés de la source et des matériaux utilisés. En particulier, nous avons montré des configurations de sources permettant de favoriser ou de supprimer l'excitation de certaines ondes complexes.

A partir des formulations présentées dans ce chapitre, il est possible de calculer l'excitation, du dioptré ou de la lame de métamatériau sur métal, par une distribution quelconque de courants magnétique et électrique. De plus, en appliquant le théorème des courants de surface équivalents [93], on peut calculer l'excitation par un champ quelconque. Ainsi, cette formulation permet d'exciter tout type d'ondes de surface même celles que nous n'avons pas traitées dans le chapitre 1 comme les ondes de Norton.

Par ailleurs, pour appliquer la résolution précédente à une autre structure il suffit de replacer les coefficients de réflexion et de transmission R et T par ceux de la nouvelle structure. On notera que l'impédance de surface est un outil très puissant pour le calcul de ces coefficients.

Le recours à l'impédance de surface est très intéressant en particulier lorsque le milieu considéré est un multicouche [71].

Chapitre III :

Décomposition et propagation d'un champ en Faisceaux Gaussiens 2D

Dans les chapitres précédents nous avons étudié les propriétés et l'excitation des ondes de surface. Dans ce chapitre nous procédons de même avec à l'autre pan de cette thèse, à savoir les faisceaux gaussiens (FG). Ainsi, nous commencerons par présenter les propriétés des FGs. Puis nous nous intéresserons à la décomposition en FGs, permettant de représenter un champ en une somme de FGs.

Cette étude est réalisée, en deux dimensions dans le plan xOz .

1. Faisceaux Gaussiens en 2D

Initialement les FGs ont été introduits pour définir des sources laser [94]. Les champs considérés ont transversalement une forme gaussienne et sont solution de l'équation de propagation paraxiale. Ils sont ainsi décrit très précisément et de manière analytique par un FG. Dans le cas général, l'approximation paraxiale impose certaines limitations, ce qui a conduit au développement d'autres formulations que nous présenterons dans cette section.

1.1. Formulation scalaire à partir de l'équation de propagation paraxiale

1.1.1. Equation de propagation paraxiale

En l'absence de charge et en espace libre, l'équation d'Helmholtz s'écrit en deux dimensions, dans le plan xOz :

$$(\nabla^2 + k^2)u(x, z) = \frac{\partial^2 u(x, z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(x, z)}{\partial z^2} + k^2 u(x, z) = 0 \quad (\text{III.1})$$

avec k le nombre d'onde du milieu considéré et u représentant soit un potentiel, soit une des composantes transverses du champ électrique, du champ magnétique ou des potentiels vecteurs.

En régime harmonique, l'onde plane est une solution élémentaire de cette équation. Nous cherchons une solution à (III.1) qui ne soit pas purement une onde plane, mais dont la direction principale de propagation est selon l'axe Oz . Nous écrivons cette solution :

$$u(x, z) = u_0 \psi(x, z) \cdot e^{-jkz} \quad (\text{III.2})$$

avec u_0 , une amplitude complexe.

Si la solution diverge peu au cours de sa propagation le long de l'axe Oz , nous pouvons écrire :

$$\left| \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right| \ll \left| 2k \frac{\partial \psi}{\partial z} \right| \text{ et } \left| \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \right| \quad (\text{III.3})$$

En combinant les expressions (III.1), (III.2) et (III.3), nous obtenons l'équation de propagation sous l'approximation paraxiale :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - 2jk \frac{\partial \psi}{\partial z} = 0 \quad (\text{III.4})$$

1.1.2. Solution

Une solution scalaire de l'équation de propagation paraxiale est le FG scalaire. Son expression est analytique et est donnée, en coordonnées cartésiennes, par :

$$\begin{aligned} u(x, z) = u_0 & \sqrt{\frac{W_{x0}}{W_x(z)}} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{W_x^2(z)}\right) \\ & \cdot \exp\left(-j \frac{k}{2} \cdot \frac{x^2}{R_x(z)}\right) \\ & \cdot \exp\left[j \frac{1}{2} \cdot \arctan\left(\frac{z - z_{w0x}}{z_{x0}}\right)\right] \\ & \cdot \exp(-jkz) \end{aligned} \quad (\text{III.5})$$

Avec W_{x0} et z_{w0x} les paramètres caractéristiques du FG. Comme nous le verrons par la suite, ils représentent respectivement la taille de la ceinture et sa position le long de l'axe de propagation Oz . Le paramètre z_{x0} , donne la longueur de la zone focale. Il s'apparente à la distance de Rayleigh. Son expression est donnée par :

$$z_{x0} = k \cdot W_{x0}^2 / 2 \quad (\text{III.6})$$

Finalement $W_x(z)$ et $R_x(z)$ sont des fonctions de z données par :

$$W_x(z) = W_{x0} \sqrt{1 + \left(\frac{z - z_{wx0}}{z_{x0}} \right)^2} \quad \text{et} \quad R_x(z) = (z - z_{wx0}) \left(1 + \left| \frac{z_{x0}}{z - z_{wx0}} \right|^2 \right) \quad (\text{III.7})$$

Cette solution est souvent appelée mode fondamental, ou FG fondamental, en référence aux bases de fonctions orthogonales de Gauss-Hermite (et Gauss-Laguerre, en coordonnées cylindriques), qui sont aussi solutions de l'équation de propagation paraxiale [94].

1.2. Formulation scalaire à partir du spectre angulaire d'ondes planes

Plus récemment [95], [96] une nouvelle formulation du FG a été introduite. Elle est obtenue à partir du spectre angulaire d'ondes planes du champ du FG sur sa ceinture. Cette formulation permet de définir le FG à partir d'un rayon de courbure complexe qui autorise un astigmatisme généralisé en 3D. D'autre part, comme nous le verrons au paragraphe 1.4, elle permet, en champ lointain, d'obtenir une formulation analytique valide même en dehors de l'approximation paraxiale.

1.2.1. Spectre angulaire d'ondes planes

Le champ (électrique ou magnétique) u est représenté dans le plan $z = 0$ par :

$$u(x) = u_0 \exp\left(-j \frac{k}{2} Q_0 x^2\right) \quad (\text{III.8})$$

Avec Q_0 la « matrice de courbure complexe » du FG [97], qui se ramène ici en dimension 2 à un scalaire complexe.

Afin d'assurer la décroissance du champ pour $|x| \rightarrow \infty$, la partie imaginaire de Q_0 doit être négative :

$$\text{Im}(Q_0) < 0 \quad (\text{III.9})$$

A partir de $u(x)$ il est possible de définir le spectre angulaire d'ondes planes suivant z du FG :

$$\hat{u}(k_x) = TF(u(x)) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(x) e^{jk_x x} dx \quad (\text{III.10})$$

avec k_x la composante du vecteur d'onde suivant x .

Ce spectre se calcule analytiquement :

$$\hat{u}(k_x) = u_0 \frac{\sqrt{2\pi}}{\sqrt{jkQ_0}} \exp\left(j \frac{1}{2k} \frac{k_x^2}{Q_0}\right) \quad (\text{III.11})$$

Cette expression fait apparaître une racine carrée d'un nombre complexe dont nous devons choisir la détermination. Dans toute la suite de cette partie, les racines carrées seront choisies à partie imaginaire positives.

1.2.2. Formulation paraxiale

A partir de l'équation (III.11), nous pouvons calculer la valeur du champ u en tout point de l'espace. Il suffit pour cela de faire propager chaque onde plane entre le plan $z = 0$ et le point d'observation, puis de revenir dans le domaine spatial en appliquant la transformée de Fourier inverse. On obtient ainsi :

$$u(x, z) = TF^{-1}(\hat{u}(k_x)e^{-jk_z z}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{u}(k_x) e^{-j(k_x x + k_z z)} dk_x \quad (\text{III.12})$$

Contrairement à l'équation (III.10), le calcul de la transformée de Fourier inverse n'est pas direct. Pour cela, il faut utiliser la méthode du point col, qui conduit à une formule analytique sous certaines hypothèses (voir Annexe E). Ici nous utilisons comme hypothèse l'approximation paraxiale. Dans le domaine spectral, elle consiste à privilégier les ondes planes dont la direction de propagation est proche de l'axe Oz . Elles sont caractérisées par :

$$|k_x| \ll k \quad (\text{III.13})$$

Un développement limité à l'ordre 2 peut alors être utilisé pour simplifier l'expression de k_z .

$$k_z = \sqrt{k^2 - k_x^2} \approx k - \frac{k_x^2}{2k} \quad (\text{III.14})$$

L'évaluation asymptotique de l'intégrale (III.12), par la méthode du point col, conduit ainsi à :

$$u(x, z) = u_0 \sqrt{\frac{1}{1 + Q_0 z}} \exp\left(-j \frac{k}{2} \cdot \frac{Q_0}{1 + Q_0 z} x^2 - j k z\right) \quad (\text{III.15})$$

En reliant cette expression à la formulation (III.5) nous pouvons relier la grandeur Q_0 aux caractéristiques du FG, ce qui donne :

$$Q_0 = \frac{1}{-z_{Wz0} + jz_{x0}} \quad (\text{III.16})$$

$$\sqrt{\frac{1}{1 + Q_0 z}} = \sqrt{\frac{W_{x0}}{W_x(z)}} \cdot \exp\left[j \frac{1}{2} \cdot \arctan\left(\frac{z - z_{W0x}}{z_{x0}}\right)\right]$$

1.3. Formulation vectorielle

Dans la plupart des problèmes électromagnétiques, la formulation scalaire des champs est insuffisante. Une formulation vectorielle peut être obtenue en utilisant les potentiels vecteurs définis à partir des équations scalaires définis précédemment [98]. L'orientation du potentiel vecteur électrique définit alors la polarisation principale du champ électrique.

Dans le cadre de l'approximation paraxiale, les formulations vectorielles ainsi obtenues sont analytiques :

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(x, y) &= u(x, y) \cdot \mathbf{e}_x - \frac{j}{k} \frac{\partial u(x, y)}{\partial x} \cdot \mathbf{e}_z \\ \mathbf{H}(x, y) &= \frac{\sqrt{\epsilon_r}}{Z_0} u(x, y) \cdot \mathbf{e}_y \end{aligned} \quad (\text{III.17})$$

avec ϵ_r la permittivité relative du milieu.

Dans ces formules le FG est polarisé en TM avec une polarisation principale du champ électrique suivant \mathbf{e}_x .

1.4. Formulation champ lointain

A partir du spectre angulaire d'ondes planes il est possible de trouver, en champ lointain, une formulation analytique du FG non soumise à l'approximation paraxiale. Pour cela nous résolvons l'intégrale (III.12) par la méthode du point col, non pas grâce à l'hypothèse de paraxialité, mais grâce à l'hypothèse de champ lointain ($k \cdot r \gg 1$, avec la r distance à la ceinture). Finalement la formulation analytique s'obtient par un développement limité à l'ordre 2 de l'intégrande autour du point col.

Ainsi le FG d'axe de propagation Oz est décrit en coordonnées cylindriques par :

$$\begin{aligned} u(r, \theta) &= \frac{u_0}{k} \sqrt{\frac{1}{Q_0}} \exp\left(\frac{jk \sin^2(\theta)}{2Q_0}\right) \frac{\exp(-jkr)}{\sqrt{r}} \\ &\quad \cdot \left(1 + \frac{-\frac{jk_1}{2Q_0} \cos^2(\theta) \sin^2(\theta) - \cos^2(\theta) + \sin^2(\theta)}{2Q_0 r} \right) \end{aligned} \quad (\text{III.18})$$

avec r et θ définis par : $z = r \cdot \cos(\theta)$ et $x = r \cdot \sin(\theta)$.

Nous remarquons que l'équation (III.18) fait apparaître le comportement de l'onde cylindrique en $e^{-jkr} / r^{1/2}$ que le champ 2D doit posséder en zone lointaine.

Au contraire, la formulation paraxiale ne possède pas ce comportement. En champ lointain, cela introduit une erreur importante pour les points éloignés de l'axe de propagation. Ainsi sur

la Figure III-1 on constate une erreur notable de la formulation paraxiale pour des angles supérieurs à 20° , angle de divergence maximal généralement admis pour cette formulation.

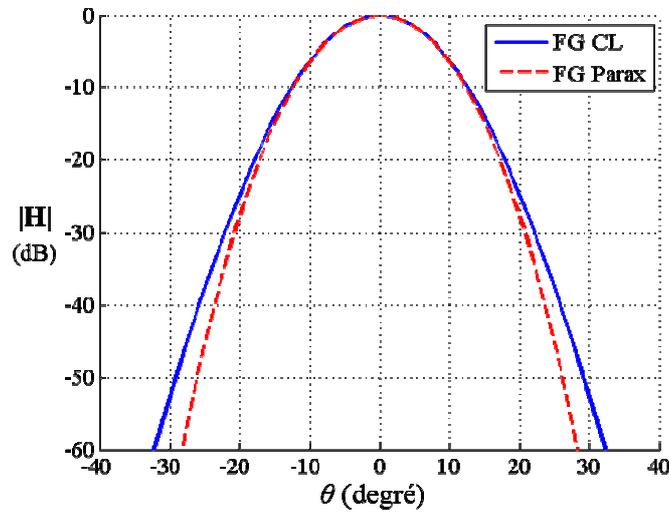


Figure III-1 : Comparaison des formulations champ lointain (CL) et paraxiale (Parax) en champ lointain, en dB.

1.5. Propriétés physiques

Dans les parties précédentes nous avons définis deux formalismes. La formulation paraxiale (III.5), (III.15) sera utilisée en champ proche, tandis que la formulation champ lointain (III.18) sera utilisée en champ lointain.

Dans ce paragraphe nous nous intéressons aux propriétés physiques du FG. Nous commencerons par étudier les propriétés scalaires, puis nous nous intéresserons aux propriétés vectorielles. Finalement nous définirons l'énergie transportée par un FG.

1.5.1. Amplitude

A partir de l'expression (III.5) on voit que l'amplitude du FG est définie par :

$$|u(x, z)| = u_0 \sqrt{\frac{W_{x0}}{W_x(z)}} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{W_x^2(z)}\right) \quad (\text{III.19})$$

Le terme u_0 définit l'amplitude au point $(0, 0)$. Le terme du milieu (terme en racine carrée) décrit l'évolution de l'amplitude du champ le long de l'axe de propagation Oz . Le terme de droite fait apparaître le caractère gaussien du champ en fonction de x dans tout plan transverse à l'axe de propagation (*i.e.* à z constant). La Figure III-2a permet d'observer ce dernier comportement. $x = \pm W_x(z)$ désigne la position de l'enveloppe du faisceau sur l'axe x .

Sur la Figure III-2b, nous traçons l'allure de l'enveloppe du FG au cours de sa propagation. Nous observons la focalisation du faisceau en $z = z_{w0x}$. Cette zone de largeur W_{0x} définit la ceinture du FG. La divergence du FG est directement liée à cette grandeur : plus la ceinture est large, moins le faisceau diverge et plus l'approximation paraxiale est vérifiée.

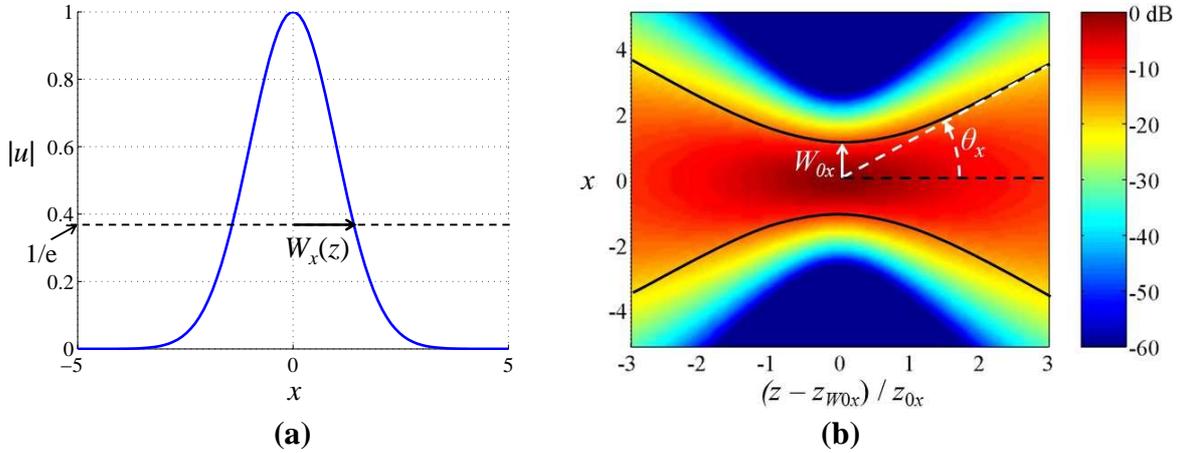


Figure III-2 : Amplitude du champ d'un FG d'axe de propagation Oz observée (a) dans un plan transverse à Oz et (b) dans le plan longitudinal xOz , en dB.

A grande distance de la ceinture (pour $|z - z_{w0x}| \gg z_{0x}$), l'analyse de (III.7) montre que $W_x(z)$ croît linéairement avec z :

$$W_x(z) \approx \frac{W_{0x}}{z_{0x}} (z - z_{w0x}) = 2 \frac{z - z_{w0x}}{kW_{0x}} \quad (\text{III.20})$$

On définit alors la divergence du FG, soit par le produit kW_{0x} , soit par son angle de divergence :

$$\theta_x = \frac{2}{kW_{0x}} \quad (\text{III.21})$$

L'angle de divergence maximal généralement admis pour respecter l'approximation paraxiale est de l'ordre de 20° , ce qui correspond à $kW_{0x} = 5$.

1.5.2. Phase

D'après l'expression (III.5), la phase du FG est composée de trois termes :

$$\arg(u) = \varphi_{OP} + \varphi_{Guoy} + \varphi_T \quad (\text{III.22})$$

$$\begin{aligned} \varphi_{OP} &= -kz \\ \text{avec : } \varphi_{Guoy} &= \frac{1}{2} \cdot \arctan\left(\frac{z - z_{W0x}}{z_{x0}}\right) \\ \varphi_T &= -\frac{k}{2} \cdot \frac{x^2}{R_x(z)} \end{aligned}$$

Chacun de ces termes correspond à une propriété physique de faisceau.

φ_{OP} a la propriété de phase d'une onde plane. Il décrit la propagation du FG suivant l'axe Oz . φ_{Guoy} traduit l'effet de la focalisation sur la phase. A la traversée de la zone focale le champ subit un déphasage de 180° . C'est l'effet Gouy, caractéristique d'une focalisation. Ce déphasage implique que la vitesse de phase suivant Oz , de l'onde au niveau de la zone focale, devient supérieure à celle de l'onde plane. Ce comportement est observable sur la Figure III-3a.

φ_{Guoy} traduit l'évolution de la phase dans la direction transverse au faisceau. Le rayon de courbure $R_x(z)$ du front d'onde devient infini au niveau de la ceinture. Le front d'onde y est donc plan. En s'éloignant de la ceinture, le rayon de courbure diminue très rapidement pour ensuite augmenter à nouveau et s'approcher (autour de l'axe Oz) du comportement d'une onde sphérique centrée en z_{W0x} . On observe ce phénomène sur la Figure III-3b.

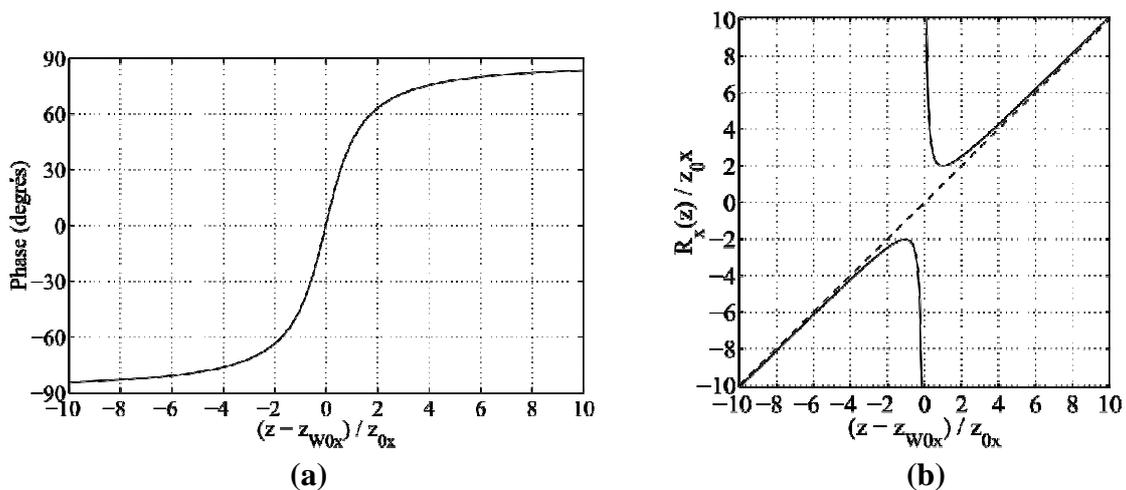


Figure III-3 : (a) Effet Gouy ; (b) Rayon de courbure du front d'onde sur l'axe Oz .

1.5.3. Caractéristiques vectorielles

Maintenant que nous avons vu le comportement scalaire du FG, il est intéressant d'étudier son comportement vectoriel. D'après l'équation (III.17), page 79, les composantes transverses des champs électrique et magnétique sont respectivement orientées suivant x et y . Dans cette équation, le champ électrique est polarisé principalement suivant x .

Il existe également une composante de l'onde orientée selon l'axe longitudinale Oz . Ainsi un FG vectoriel n'a pas la structure d'un champ TEM (Transverse ElectroMagnétique).

Les deux figures ci-dessous, montrent les deux composantes du champ électrique tracées dans le plan longitudinal xOz . On remarque que le champ électrique selon e_z est très faible comparé

au champ électrique selon \mathbf{e}_x . De plus il est nul dans le plan yOz . Dans ce plan, l'onde a donc une structure de champ TEM.

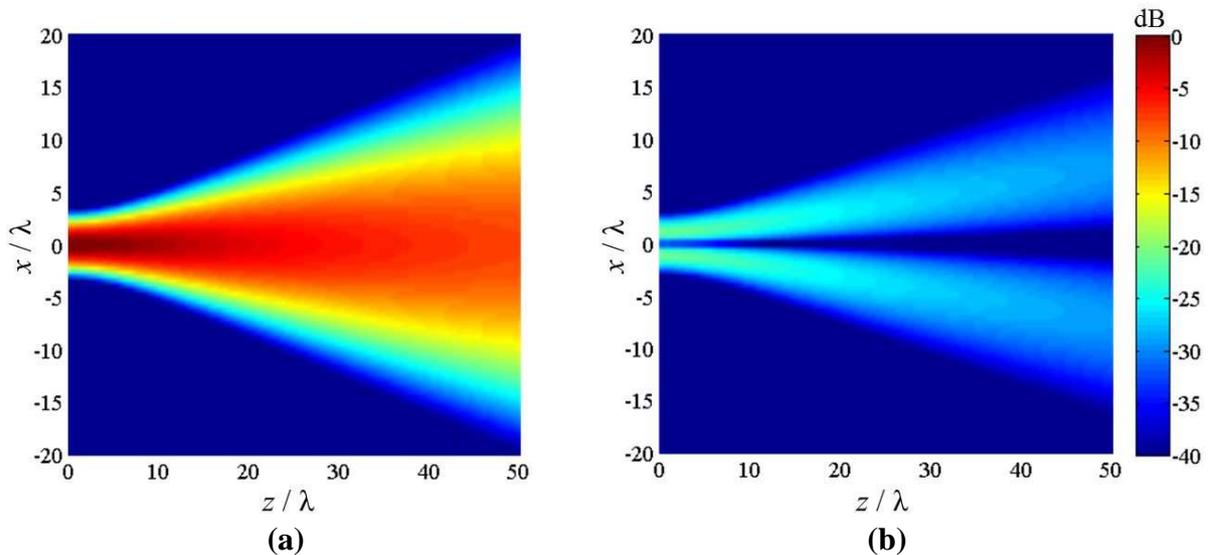


Figure III-4 : Amplitudes des composantes du champ électrique observées dans le plan longitudinal xOz : (a) composante principale ($|E_x|$), (b) composante secondaire ($|E_z|$). (dB)

1.5.4. Puissance transportée

Pour calculer la puissance transportée par le FG on applique le théorème de Poynting à l'équation (III.17), page 79. Il en résulte l'expression [99] :

$$\begin{aligned} \mathbf{P} &= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2} \operatorname{Re}(\mathbf{E}(x,0) \times \mathbf{H}^*(x,0)) \cdot \mathbf{e}_z \cdot dx \\ &= \frac{\pi \sqrt{\epsilon_r} |u_0|^2}{2kZ_0 \sqrt{\operatorname{Im}(Q_0)}} \end{aligned} \quad (\text{III.23})$$

avec ϵ_r la permittivité relative du milieu.

1.6. Formulation utilisant le point source complexe

Nous avons exposé précédemment les deux formulations classiques permettant de définir un FG. Ces formulations présentent l'inconvénient d'avoir recours à des approximations (*paraxiale* et *champ lointain* respectivement) pour aboutir à des expressions analytiques du FG. Une autre théorie a été développée, faisant appel à la notion de point source complexe. Elle possède l'avantage de provenir d'une solution exacte de l'équation d'Helmholtz.

Cette théorie résulte de la validité des équations de Maxwell dans un espace complexe. Elle a été introduite par G.A. Deschamps [100] et par J. Keller [101], dans les années 70 puis

développé par L.B. Felsen [102], [103]. Leurs travaux ont prouvé, qu'une source ponctuelle déplacée spatialement dans l'espace complexe, rayonne, dans l'espace réel, une onde focalisée très proche du FG. La poursuite de ces travaux a mené au développement de l'optique géométrique complexe.

Soit un point source de coordonnées x_s et z_s et un point d'observation de coordonnées x , z .

Le rayonnement du point source sur le point d'observation est donné par la fonction de Green en espace libre. Il s'écrit :

$$G(x, z) = \frac{\exp(-jkr)}{4\pi\sqrt{r}} \quad (\text{III.24})$$

avec r la distance entre le point source et le point d'observation donnée par :

$$r = \sqrt{(x - x_s)^2 + (z - z_s)^2} \quad (\text{III.25})$$

Supposons à présent que le point source est situé dans l'espace complexe, tandis que le point d'observation reste dans l'espace réel. La source devient alors directive.

Les coordonnées du point source peuvent se décomposer en parties réelles et imaginaire :

$$\begin{aligned} x_s &= x_{sr} + jx_{si} \\ z_s &= z_{sr} + jz_{si} \end{aligned} \quad (\text{III.26})$$

Dans l'espace complexe, la racine carrée n'est pas définie de façon unique et nécessite le choix d'une détermination. Nous choisissons donc la convention principale qui consiste à prendre la racine carrée à partie imaginaire positive. Le champ se propage alors suivant la direction donnée par le vecteur réel $-(x_{si}\mathbf{e}_x + z_{si}\mathbf{e}_z)$.

Par ailleurs, grâce à un changement de repère, nous pouvons considérer, sans perte de généralité, que seule la coordonnée suivant z est non nulle. Ainsi, en posant z_{w0} et $-z_0$ respectivement les parties réelles et imaginaire de z_s , le rayonnement de la fonction de Green (III.24), s'apparente à un FG se propageant suivant \mathbf{e}_z avec sa ceinture en z_{w0} et une distance de Rayleigh valant z_0 . La grandeur r correspondante est donnée par :

$$r = \sqrt{x^2 + (z - z_{w0} + jz_0)^2} \quad (\text{III.27})$$

La Figure III-5a et la Figure III-5b montrent le rayonnement de deux points source complexe. On observe bien que le rayonnement est très proche de celui d'un FG. De plus le champ sur la Figure III-5a, qui est très divergent, n'est pas limité par l'approximation paraxiale.

De même que pour les autres formulations, il est possible d'obtenir une formulation vectorielle du point source complexe en considérant que la fonction $G(x, z)$ est une composante du potentiel vecteur puis en utilisant la technique décrite dans [98].

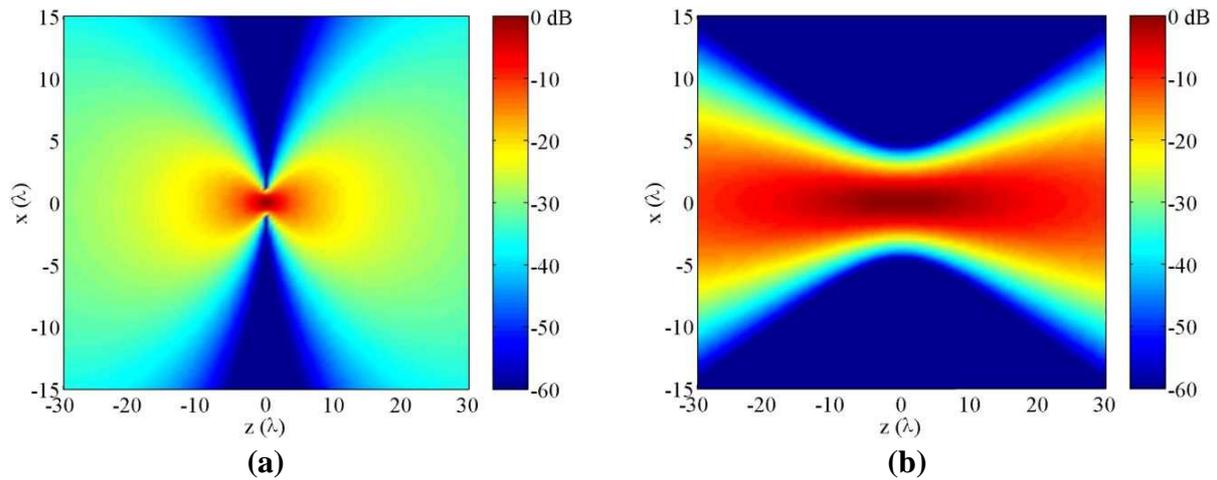


Figure III-5 : (a) Rayonnement d'un point source complexe placé en $(0, -j\lambda)$; (b) Rayonnement d'un point source complexe placé en $(0, -j10\lambda)$.

Pour conclure, le point source complexe présente l'avantage d'être une solution exacte de l'équation d'Helmholtz. Ainsi, son rayonnement ne dépend pas de l'approximation paraxiale. En revanche en 3D il permet de décrire uniquement des FGs circulaires. En 2D, par contre, cette limitation est sans effet.

1.7. Faisceau gaussien conforme

Comme nous le verrons dans la deuxième section de ce chapitre, il existe plusieurs techniques permettant de décomposer un champ en un ensemble de FGs. Parmi ces techniques, la décomposition multi-faisceaux introduite par [99] permet de décomposer des champs électromagnétiques, définis sur des surfaces modérément courbes, à l'aide des FGs présentés précédemment dans cette section. Cependant, l'application de la décomposition multi-faisceaux est limitée à une incidence modérée du champ sur la surface de décomposition, typiquement de l'ordre de 30 degrés. Pour la même raison, elle ne convient pas non plus à des surfaces de décomposition trop courbes. La Figure III-6 illustre ce problème. L'angle entre le vecteur de Poynting \mathbf{P} et la normale à la surface \mathbf{n}_s est supérieur à 30° .

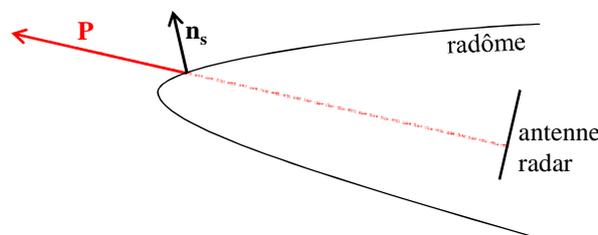


Figure III-6 : Schéma d'un radôme de pointe effilé. Illustration du problème lié à la décomposition d'un champ sur une surface sous forte incidence. Le champ se propage suivant son vecteur de Poynting \mathbf{P} et rencontre la surface en un point où la normale à la surface est \mathbf{n}_s .

Un nouveau type de FG, nommé faisceau gaussien conforme, a été défini pour surmonter cette limitation [99]. Contrairement au FG classique, qui est défini à partir d'un champ gaussien sur un plan, le FG conforme est défini à partir d'une distribution surfacique gaussienne de courant sur une surface courbe quadratique (conique en 2D). Ces courants sont de plus affectés d'un terme de phase dont l'évolution est linéaire en fonction de l'abscisse curviligne de la surface. Ce terme permet de fixer la direction principale de rayonnement. On appelle le rayonnement de cette distribution de courants, FG conforme. Ainsi, les FGs conformes rayonnent en prenant en compte la courbure de la surface dont ils sont issus et peuvent rayonner de manière très inclinée tout en restant localisés sur la surface.

Grâce à ce formalisme, une distribution de champ, sur une surface courbe, peut être décomposée en une somme de FGs conformes, à partir de la décomposition des courants équivalents sur la surface, projetée sur un ensemble de courants élémentaires gaussiens.

Des formules analytiques du rayonnement d'un FG conforme sont obtenues par une approximation grande distance ($r \gg W_0$, avec r la distance à la ceinture du FG et W_0 la largeur de cette ceinture) [99].

1.8. Récapitulatif des différentes définitions

Dans cette section nous avons présentés 4 définitions du faisceau gaussien. Le tableau ci-dessous récapitule les caractéristiques essentielles de chaque définition.

	Equation de propagation paraxiale	Spectre angulaire d'ondes planes	Point source complexe	FG conforme
Approximation	Paraxiale	Paraxiale ou champ lointain	Aucune	Grande distance
Paramètres caractéristiques	Taille et position de la ceinture (des ceintures en 3D)	Matrice de courbure complexe	Coordonnées du point source complexe	taille de la ceinture, courbure de la surface et phase linéaire
Astigmatique et elliptique (cas 3D)	Oui	Oui	X	Oui
Généralité (cas 3D)	X	Oui	X	Oui

Tableau III-7 : Récapitulatif des différentes formulations permettant de définir un FG.

2. Décomposition d'un champ incident 2D en Faisceaux Gaussiens

La section précédente nous a permis de comprendre les propriétés du Faisceau Gaussien (FG). Dans cette section nous montrons qu'il est possible de décrire le rayonnement d'un champ quelconque à l'aide de FGs. Dans la plupart des cas un seul FG n'est pas suffisant pour décrire précisément une onde de profil quelconque. L'onde doit donc être décomposée sur une famille de FGs. Cette famille peut être orthogonale, comme pour la décomposition en FGs multimodes ou la décomposition de Gabor (décomposition rigoureuse), ou non-orthogonale, comme pour la décomposition multi-faisceaux (décomposition "pragmatique").

2.1. Principe

Considérons un champ initial connu sur une surface plane ou courbe dont la taille et le rayon de courbure sont grands devant à la longueur l'onde. La décomposition a pour but d'exprimer ce champ comme une superposition de FGs de positions et de directions de propagation différentes. Une fois les coefficients de décomposition connus, le champ en tout point de l'espace est calculé analytiquement, grâce aux formulations paraxiale et/ou champ lointain, en sommant la contribution de chaque FG élémentaire.

2.2. Différentes décompositions

La décomposition sur la base de FGs multimodes vectoriels de Gausse-Hermite (ou Gauss-Laguerre) [104], [105] est une décomposition relativement classique en optique. Cette décomposition est rigoureuse mais présente l'inconvénient majeur d'être fortement dépendante de l'approximation paraxiale. Pour l'utiliser il faut que tous les champs décomposés soient paraxiaux. Cette contrainte est fortement limitante, particulièrement en électromagnétisme.

La décomposition de Gabor [106], [107] permet de s'affranchir en partie des limitations de paraxialité. Le champ initial y est exprimé comme une combinaison de fonctions gaussiennes translattées à la fois dans les domaines spatial et spectral. Cette technique de décomposition a été introduite en électromagnétisme par Einziger et Felsen [108]-[110]. Cependant, la base bi-orthogonale associée à cette décomposition induit des difficultés numériques pour calculer les coefficients. Pour surmonter ce problème Maciel et Felsen en 2002 [111], [112] ont proposé une base de Gabor utilisant des FGs à ceintures étroites. Dans le même temps, une autre solution a été proposée par D. Lugara et C. Letrou [19], [113], [114] qui utilisent des frames de Gabor plutôt que des bases.

Parallèlement la décomposition sur une surface hémisphérique a été proposée par P. H. Pathak [16], [115] et P. Schott [18], [116]. Dans ce cas, la détermination des coefficients de

décomposition est réalisée numériquement en raccordant la somme des FGs et l'expression du champ à décomposer (technique de point matching).

Plus tard, en 2004, A. Chabory propose dans sa thèse [21], [22], [99] la décomposition multi-faisceaux où le champ est décomposé sur une surface courbe à l'aide de FGs alignés sur les vecteurs de Poynting locaux. Les coefficients sont obtenus par une technique de « point matching ».

En 2007, C. Letrou [117] propose une technique permettant de décomposer un champ défini sur un cylindre à l'aide de frames dont les variables spectrales locales sont définies dans les plans tangents à la surface.

Enfin, en 2008 [118], A. Chabory propose une décomposition en FGs conformes.

Dans le paragraphe suivant nous présentons brièvement la décomposition multi-faisceaux, qui sera utilisée dans le chapitre 5 de cette thèse. On peut déjà comparer son domaine d'application avec celui de la décomposition de Gabor, qui est la méthode la plus connue :

- La décomposition de Gabor permet de décomposer un champ quelconque sur une ouverture plane. Elle décrit précisément le champ décomposé mais nécessite la génération d'un grand nombre de FGs.
- La décomposition multi-faisceaux permet de décrire un champ sur une surface courbe avec peu de FGs. Cependant les résultats sont altérés lorsque la direction de propagation du champ est très inclinée par rapport à la surface de décomposition ou lorsque la variation spatiale du champ à décomposer est rapide devant la longueur d'onde.

2.3. Décomposition multi-faisceaux 2D

2.3.1. Principe

La décomposition multi-faisceaux permet de décrire un champ, sur une surface de décomposition, à partir d'une somme de FGs. Les FGs sont répartis sur un maillage régulier d'une surface de décomposition pouvant être courbe. L'orientation de chaque FGs élémentaire est donnée par la direction du vecteur de Poynting local. Ainsi, chaque FG, d'indice n , possède son propre repère local avec son axe de propagation \mathbf{e}_{zn} défini par :

$$\mathbf{e}_{zn} = \mathbf{P}_n / |\mathbf{P}_n| \quad (\text{III.28})$$

avec \mathbf{P}_n le vecteur de Poynting local au FG.

Le principe de cette décomposition est illustré sur la Figure III-8.

On notera qu'ici la famille de décomposition ne constitue pas une frame. Pour autant elle prend en compte les caractéristiques physiques du champ à décomposer [21].

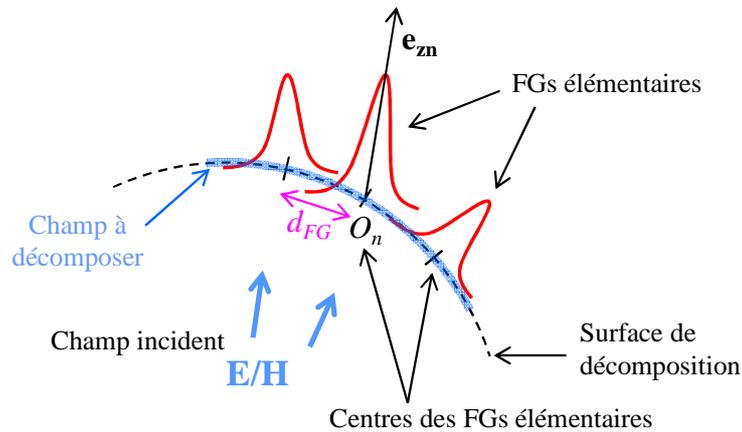


Figure III-8 : Principe de la décomposition multi-faisceaux en 2D.

Tous les FGs élémentaires utilisés possèdent une seule et même matrice de courbure Q_0 définie par :

$$Q_0 = -\frac{2j}{kW_0^2} \quad (\text{III.29})$$

La ceinture du FG est placée sur la surface de décomposition.

Les coefficients de décomposition sont obtenus par une technique de type « point matching », c'est-à-dire en raccordant la somme des FGs et l'expression du champ à décomposer. Cette technique est détaillée dans [99].

Par ailleurs, la décomposition se configure à partir de seulement deux paramètres : d_{FG} la distance entre deux FGs successifs et le paramètre κ défini par d / W_0 . D'après [99], dans le cas général, de bons résultats sont obtenus pour :

$$\kappa \times 0.8\lambda < d < 2\lambda \quad \text{et} \quad 0.6 < \kappa < 1.2 \quad (\text{III.30})$$

La limite inférieure de d_{FG} est dictée par la condition de paraxialité (i.e. $kW_0 < 5$) et la limite supérieure par la complexité du champ. Cette dernière limite peut donc parfois être dépassée.

2.3.2. Exemple

Nous prenons l'exemple d'un cornet corrugué dont nous voulons décomposer le champ sur l'ouverture placée en $z = 0$. Ce champ est approché par la formule [123] :

$$u(x,0) = u_0 \cos\left(\frac{\pi}{a}x\right) \exp\left(-j\frac{k}{2} \frac{x^2}{l_a}\right) \quad (\text{III.31})$$

avec u_0 une amplitude complexe et les a et l_a les dimensions du cornet comme illustré sur la Figure III-9.

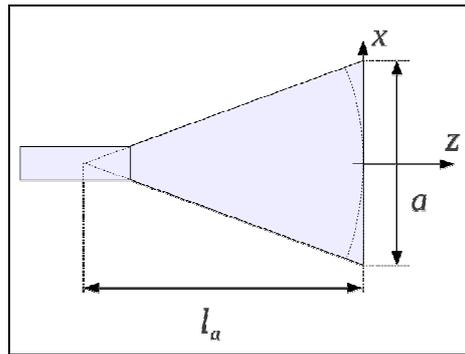


Figure III-9 : Cornet 2D (d'après K. Elis 2012 [122]).

Pour cet exemple, nous choisissons $u_0 = 1$ V/m, $a = 9\lambda$ et $l_a = 18\lambda$.

La décomposition décrit mal des champs présentant une variation spatiale rapide devant la longueur d'onde. On évitera donc de décomposer le champ directement sur l'ouverture du cornet, du fait de la troncature de celui au bord du cornet. Ainsi ici on choisit de décomposer le champ sur un demi-cercle centré sur l'ouverture du cornet et de rayon $r_{dec} = 22,5\lambda$. On obtient le champ sur ce demi-cercle en faisant rayonner des courants équivalents au champ sur l'ouverture du cornet [93]. Le champ ainsi obtenu sur le demi-cercle est alors décomposé.

Pour cet exemple, nous choisissons de fixer la distance inter-faisceaux à $d = 1,5\lambda$ et le paramètre κ à 1. Avec ces paramètres, 46 FGs sont générés.

Sur la Figure III-10, nous représentons l'amplitude du champ initial (bleu plein) et du champ recomposé (rouge pointillé) sur la surface de décomposition. On remarque que le champ recomposé décrit très précisément le champ initial. L'erreur de décomposition ($|u_{FG} - u_{ref}|$) est toujours inférieure à -55 dB.

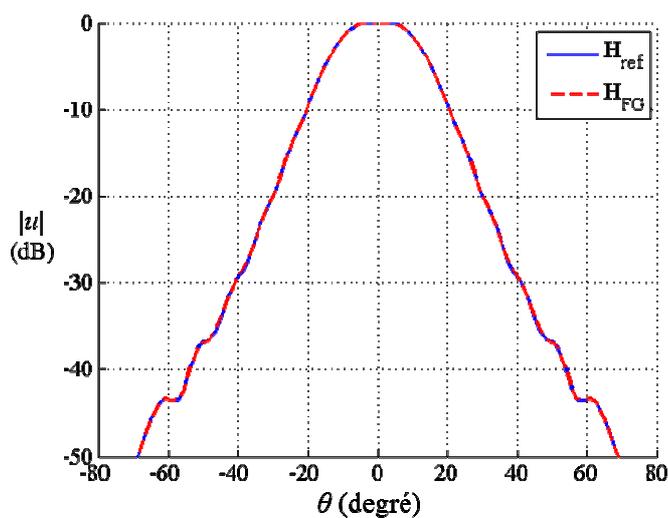


Figure III-10 : Résultat de la recomposition sur la surface de décomposition ($r = r_{dec}$), en dB.

La Figure III-11 représente les résultats de la recombinaison en champ proche. Ces résultats sont obtenus à l'aide de la formulation paraxiale et confirment que le champ incident est correctement évalué.

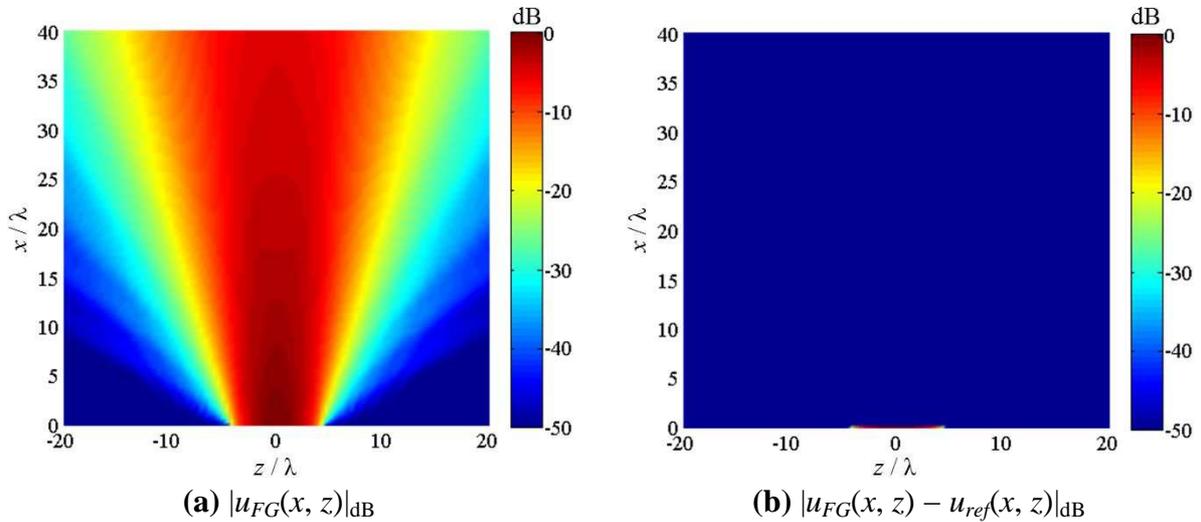


Figure III-11 : Résultat de la recombinaison en champ proche.

Les résultats sont aussi bons en champ lointain, comme le montre la Figure III-12.

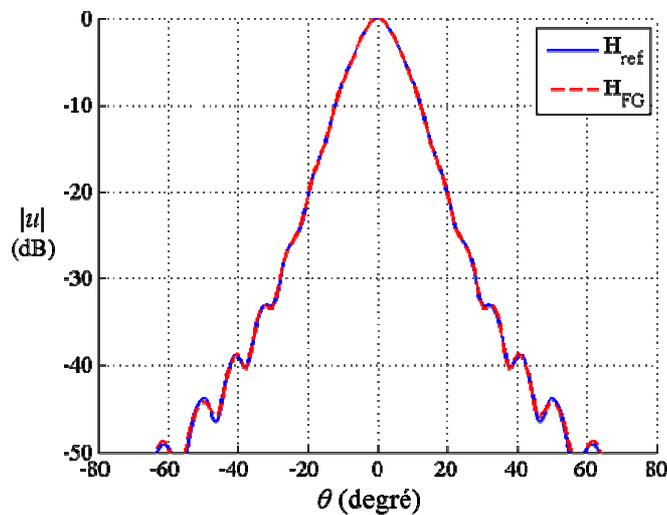


Figure III-12 : Résultat de la recombinaison en champ lointain, en dB.

2.3.3. Conclusion

La décomposition multi-faisceaux permet donc de décomposer un champ sur une surface courbe en un nombre limité de FGs. Cependant, cette technique présente trois inconvénients [99] :

- L'amplitude du champ doit varier lentement, par rapport à la longueur d'onde, le long de la surface de décomposition. Ce problème apparaît de manière récurrente en bordure de domaine de décomposition lorsque le champ n'y est pas nul. C'est ce que nous qualifions comme un problème de fermeture du domaine de décomposition.
- L'incidence du champ par rapport à la surface de décomposition ne doit pas être trop importante. En effet chaque FG élémentaire doit occuper une portion limitée de la surface afin d'assurer un bon découplage de ces FGs, et ainsi, une bonne évaluation des coefficients de décomposition. L'utilisation de FGs conformes permet toutefois de pallier cet inconvénient.
- La courbure de la surface doit rester modérée. Là encore, l'utilisation des FGs conformes permet d'étendre la décomposition à des surfaces présentant de fortes courbures.

3. Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre nous avons commencé par présenter les différentes formulations conduisant à la définition des faisceaux gaussiens. La formulation classique dérive de l'approximation paraxiale et permet d'identifier clairement les caractéristiques du faisceau gaussien. En champ lointain elle présente des erreurs de phase importantes. Dans cette zone on utilisera donc la formulation champ lointain qui est valable quelle que soit la divergence du faisceau. Il est aussi possible d'assimiler le rayonnement d'un faisceau gaussien à celui d'un point source complexe. Cette formulation a l'avantage de dériver directement de l'équation d'Helmholtz et n'est donc soumise à aucune approximation. En revanche elle occulte les grandeurs caractéristiques du faisceau gaussien. De plus, en 3D, elle permet de définir uniquement des faisceaux gaussiens circulaires. Finalement le faisceau gaussien conforme est une formulation dérivant du rayonnement d'une distribution gaussienne de courants surfaciques. Contrairement aux autres formulations elle permet de définir le rayonnement d'un faisceau gaussien à partir d'une surface présentant une incidence et/ou une courbure très importante.

Nous avons ensuite montré qu'il est possible de décrire un champ quelconque par un ensemble de faisceaux gaussiens de positions et d'axes de propagation différents. Nous avons en particulier présenté la décomposition multi-faisceaux qui détermine les faisceaux gaussiens élémentaires à partir des propriétés physiques du champ incident. Ainsi le nombre de faisceaux générés reste limité. Cependant l'amplitude du champ doit varier lentement, par rapport à la longueur d'onde, le long de la surface de décomposition. De plus, la surface de décomposition doit présenter une courbure et une incidence modérées par rapport au champ incident. L'incidence maximale est de l'ordre de 30 degrés.

Dans la suite de cette thèse nous utiliserons cette décomposition que nous hybriderons avec une autre méthode, afin de résoudre le problème de fermeture de domaine, et de prendre en compte les ondes de surface.

Chapitre IV :

Interaction d'un Faisceau Gaussien 2D avec des objets canoniques

L'étude conduite au chapitre précédent nous permet de représenter un champ incident quelconque par une somme de Faisceaux Gaussiens (FG) que nous pouvons faire propager avec différents formalismes. Lorsqu'un FG rencontre un objet il convient de modéliser cette interaction. Ainsi l'interaction du champ incident avec un objet est équivalente à la superposition de l'interaction de chacun des FG rencontrant l'objet. Le calcul de ces interactions élémentaires est l'objet de ce chapitre.

Dans ce chapitre, nous considérons qu'un objet est constitué de parois, planes ou courbes, faites de métal et/ou de plusieurs couches de métamatériaux. L'étude de l'interaction d'un champ avec cet objet se ramène donc à l'étude de l'interaction d'un champ avec ces différents types de parois.

Nous commencerons par présenter la technique de lancer de FGs qui permet de poursuivre chacun des FGs du système et qui, à un FG incident sur une interface, associe un FG réfléchi et un FG transmis. Nous verrons les limites de cette technique. Puis nous présenterons des méthodes alternatives, développées au sein du LAPLACE et du DEMR dans les thèses précédentes, pour traiter les configurations présentant une courbure et/ou incidence trop importante. Finalement nous proposerons, à partir des expressions du chapitre 2, une formulation permettant de traiter, en une seule opération et quel que soit l'angle d'incidence, l'interaction d'un FG avec une lame plane de métamatériau seule ou court-circuitée.

Cette étude est réalisée, en deux dimensions dans le plan xOz .

1. Introduction

L'approche conventionnelle pour modéliser l'interaction d'un champ incident avec une paroi ou interface utilise le spectre angulaire d'ondes planes. On parlera d'approche SOP. Le champ

incident est d'abord représenté sur son spectre angulaire d'ondes planes. Puis on calcule l'interaction de chaque onde plane avec la structure à partir des coefficients dyadiques de Fresnel. Les champs transmis et réfléchi sont alors obtenus en appliquant la transformée de Fourier inverse aux spectres d'ondes planes respectivement transmis et réfléchi. Pour des points d'observations suffisamment éloignés de l'interface (à partir de quelques λ), ce dernier calcul admet une solution analytique [99].

Cette technique est générale et précise mais nécessite, outre la résolution numérique de la transformée de Fourier inverse, le calcul numérique des coefficients dyadiques d'un grand nombre d'ondes planes et pour tous les points pour lesquels nous cherchons les champs transmis et réfléchis.

Le problème peut être simplifié en supposant que le champ incident se comporte localement comme une seule onde plane se propageant suivant la direction du vecteur de Poynting local. Ainsi seul le coefficient dyadique de cette onde plane est calculé et appliqué à l'ensemble du spectre du champ incident. C'est l'approximation de l'onde plane principale qui est d'autant mieux vérifiée que l'interface se situe dans la zone de champ lointain du champ incident. Malgré cette simplification le temps de calcul reste important. De plus, dans cette technique, l'interface est approximée localement par une lame à faces parallèles, ce qui introduit d'importantes erreurs pour des courbures et/ou épaisseurs importantes.

D'un autre côté, en 2004 dans sa thèse, A. Chabory [99] a mis en évidence les atouts des techniques basées sur les FGs pour modéliser ce problème. Les différentes techniques étudiées permettent un temps de calcul très court pour une précision très proche de la technique SOP. Dans ce chapitre nous présentons brièvement ces 3 techniques. Il s'agit du Lancer de FGs (noté LFG), d'une technique utilisant les Coefficients de réflexion et de transmission d'un FG (notée CFG) et de la décomposition en FGs Conformés (notée FGC). Nous verrons que le LFG permet de traiter la plupart des cas (voir § 2). Pour certaines configurations, en revanche, il faudra faire appel aux formalismes CFG ou FGC (voir § 3).

Par ailleurs ces trois techniques ne permettent pas de calculer la diffraction d'un FG par un bord métallique. Encore une fois, ce problème peut être résolu en utilisant une technique basée sur le spectre angulaire d'ondes planes, mais avec un temps de calcul très long. Ce sujet a été exploré par J. Hillairet en 2007 [23], [124] qui a développé une formulation analytique du problème sous l'approximation de l'optique physique.

De plus, des surfaces aux propriétés particulières (filtrage fréquentiel ou angulaire, polarisation, ...) nommées *surfaces dichroïques* sont mal prises en compte par les formalismes précédemment cités. Leur interaction avec un FG a fait l'objet en 2012 des travaux de thèse de Kevin Elis [122], [125]. Les coefficients dyadiques de Fresnel de la surface dichroïque sont calculés par un logiciel extérieur tel que HFSS. Ces coefficients sont ensuite utilisés pour représenter analytiquement les champs transmis et réfléchi sous forme de FGs dont les caractéristiques ont été obtenues par une technique de « phase matching ».

Finalement, à partir des expressions en courants magnétique et électrique présentées au chapitre 2 de cette thèse, nous proposons une nouvelle formulation du champ résultant de l'interaction d'un FG avec une structure de type lame plane de métamatériau ou lame plane de métamatériau sur métal. Le champ est représenté sur une intégrale spectrale qui se résout

analytiquement dans l'hypothèse champ lointain. Cette dernière formulation permet de traiter, en une seule opération et quel que soit l'angle d'incidence, l'interaction d'un FG avec ces deux structures. Elle fera l'objet de la section 4 de ce chapitre.

2. Lancer de faisceaux gaussiens

2.1. Transformation d'un FG par une interface

Cette technique a été introduite en optique en 1969 [126]. Elle a ensuite été transposée en électromagnétisme par G. A. Deschamps en 1972 [127] qui l'a par la suite généralisée aux FGs. Elle suppose qu'à la traversée de l'interface, le FG incident donne naissance à un FG réfléchi et un FG transmis. Ces deux nouveaux faisceaux sont chacun définis par trois paramètres qui seront calculés successivement :

- un nouveau système de coordonnées
- une nouvelle amplitude
- une nouvelle matrice de courbure

Les repères associés aux trois FGs et à la surface sont représentés sur la Figure IV-1. Les indices i , r et t font références respectivement aux FGs incident, réfléchi et transmis. L'indice Σ correspond au repère local associé à l'interface au point d'incidence I . Les deux milieux séparés par cette interface sont définis par leurs indices respectifs n_1 et n_2 .

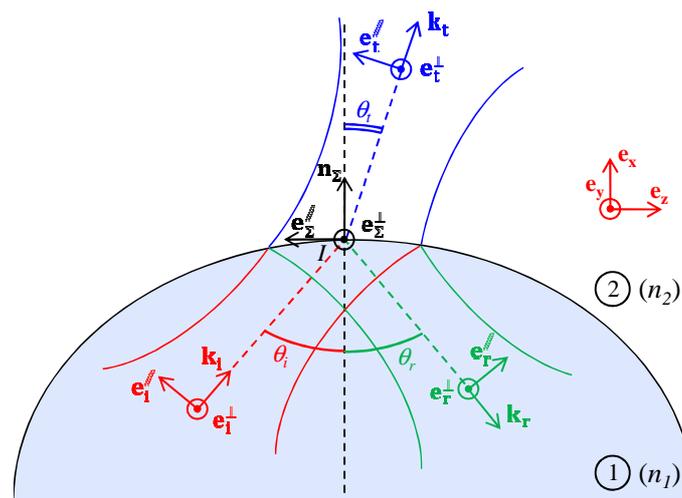


Figure IV-1 : Transformation d'un FG incident (en rouge) par une interface diélectrique, dans le cadre du lancer de FGs.

Il convient tout d'abord d'exprimer le FG incident dans le repère local Σ :

$$E^i = a_i'' \left(u_i(x_i, z_i) \mathbf{e}_i'' - \frac{j}{k_1} \frac{\partial u_i(x_i, z_i)}{\partial x_i} \frac{\mathbf{k}_i}{k_1} \right) + a_i^\perp (u_i(x_i, z_i) \mathbf{e}_i^\perp) \quad (\text{IV.1})$$

Les FGs transmis et réfléchis sont exprimés dans les repères locaux transmis et réfléchi.

- Leurs directions de propagation sont données par les lois de Snell-Descartes :

$$\theta_r = \theta_i \quad \text{et} \quad n_1 \sin(\theta_i) = n_2 \sin(\theta_t) \quad (\text{IV.2})$$

- Les amplitudes sont calculées à l'aide des coefficients de Fresnel calculés au point I :

$$\begin{bmatrix} a_r'' \\ a_r^\perp \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R'' & 0 \\ 0 & R^\perp \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_i'' \\ a_i^\perp \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{bmatrix} a_t'' \\ a_t^\perp \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T'' & 0 \\ 0 & T^\perp \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_i'' \\ a_i^\perp \end{bmatrix} \quad (\text{IV.3})$$

Les coefficients (R'' , R^\perp) et (T'' , T^\perp) sont donnés dans [99].

- Leurs matrices de courbure sont déterminées par raccordement de phase (« phase matching »). Ce raccordement est obtenu par une approximation à l'ordre deux de l'interface autour du point I . Il en résulte :

$$\begin{aligned} Q_{r0} &= Q_{i0} + 2 - \frac{Q_\Sigma}{\cos(\theta_i)} \\ Q_{t0} &= \frac{k_1}{k_2} Q_{i0} \frac{\cos^2(\theta_i)}{\cos^2(\theta_t)} + \frac{k_1 \cos(\theta_t) - k_2 \cos(\theta_i)}{k_2} \frac{Q_\Sigma}{\cos^2(\theta_t)} \end{aligned} \quad (\text{IV.4})$$

avec Q_{i0} et Q_Σ respectivement les matrices de courbures 1D du FG incident et de l'interface au point I . Pour une interface ellipsoïdale, le calcul de Q_Σ est détaillé dans [99].

Les structures étudiées dans cette thèse sont planes et à faces parallèles. Dans ce cas la matrice de courbure est nulle (*i.e.* $Q_\Sigma = 0$) [99].

2.2. Limitations

Cette méthode permet de décrire très rapidement et de manière précise l'interaction d'un FG avec une interface diélectrique courbe. Il a été montré qu'elle donne de bons résultats dans la plupart des cas [99]. Cependant elle suppose qu'un FG ne génère que deux FGs à la traversée d'une interface. Cette approximation n'est vérifiée que pour des courbures faibles afin que les champs réfléchi et transmis soient paraxiaux. De même, l'interaction avec une surface courbe ne peut se faire que sous faible incidence, afin que les faisceaux transmis et réfléchi gardent la structure d'un mode fondamental. D'autres phénomènes liés à l'incidence comme l'angle de Brewster par exemple, ne peuvent pas être modélisés par cette technique.

2.3. Algorithme de lancer de faisceaux gaussiens

Considérons maintenant une structure multicouche. Les FGs transmis vont à leur tour interagir avec la structure. Pour calculer l'interaction globale, il convient donc de poursuivre les FGs transmis et réfléchis générés à chaque interaction et qui vont à leur tour devenir des FGs "incidents".

Cet algorithme de calcul est schématisé sur la Figure IV-2.

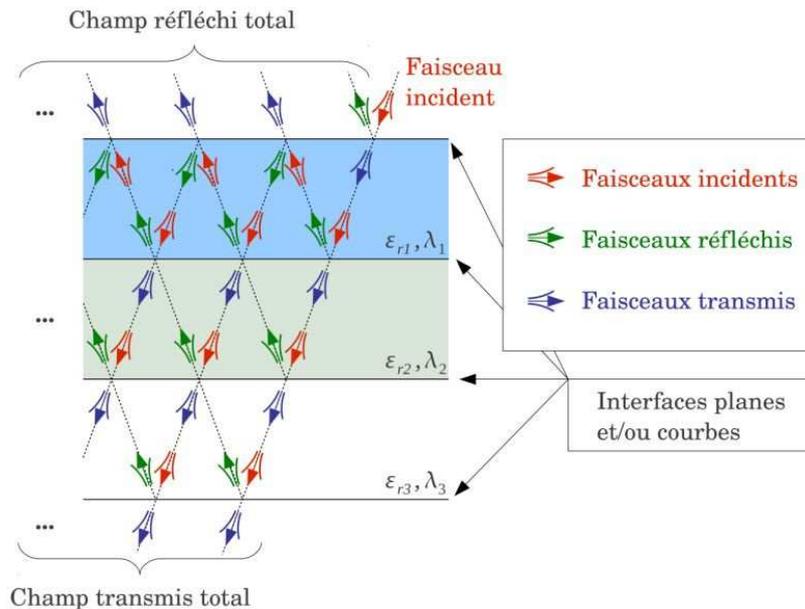


Figure IV-2 : Algorithme de lancer de FGs appliqué au traitement de l'interaction d'un FG incident avec un multicouche (d'après J. Sokoloff 2009 [128]).

Un FG arrête d'être suivi dès lors que :

- la puissance transportée par ce FG passe en dessous d'un seuil P_{\min} (qui est défini en relatif par rapport à la puissance maximale du FG ou du champ incident).
- L'interaction du FG avec l'interface suivante ne peut plus être prise en compte. Ceci se produit lorsque l'axe du FG n'a pas d'intersection avec l'interface suivante ou lorsque le FG quitte l'objet définitivement. Ceci arrive aussi si l'interaction suivante se produit hors du domaine de validité de la méthode définie au paragraphe 2.1. A savoir, lorsque la courbure de l'interface ou l'incidence est trop importante ou lorsque qu'il s'agit d'une diffraction par un bord. Le relais doit alors être assuré par d'autres formalismes.

En conclusion, le lancer de faisceaux gaussiens présente l'avantage de décrire très rapidement l'interaction d'un FG avec une interface diélectrique courbe. De plus il fournit de bons résultats dans de nombreuses situations [99]. Il prend notamment correctement en compte les réflexions multiples quelle que soit l'épaisseur des couches de l'objet. En revanche, pour des

objets possédants de nombreuses couches, le nombre de faisceaux générés par l'algorithme devient très important ce qui accroît considérablement le temps de calcul. De plus il souffre des limitations liées à la méthode de calcul des interactions élémentaires. En effet, celle-ci n'est valable que pour des courbures et incidences modérée.

3. Formulations alternatives existantes

La méthode de calcul des interactions élémentaires utilisée pour le lancer de FGs possède un domaine de validité limité. Ainsi il n'est pas adapté aux courbures et incidences modérées ou fortes. Hors de ce domaine de validité il conviendra d'utiliser les formalismes présentés dans les deux sections suivantes.

3.1. Courbure et/ou incidence modérée

L'hypothèse qu'un FG incident sur une interface génère uniquement un FG transmis et un FG réfléchi n'est vérifiée que pour des courbures et incidences modérées et pour des angles ne présentant pas d'annulation du coefficient de réflexion. Ainsi, pour dépasser cette limitation nous cherchons une approche qui ne se limite pas à cette hypothèse. Pour cela nous pouvons utiliser les intégrales spectrales de l'approche SOP (voir § 1). Dans le cas où le champ incident est un FG, ces intégrales peuvent être évaluées analytiquement à l'aide de la méthode du chemin de descente rapide (ou théorème du point col) [99]. Ceci permet de définir les coefficients de transmission et de réflexion d'un FG.

3.1.1. Interface simple

Considérons un FG incident défini par son repère $(O_i, \mathbf{e}_{xi}, \mathbf{e}_{zi})$, sa matrice de courbure $Q_i(z_i)$ et polarisé suivant \mathbf{e}_x . Les champs transmis et réfléchi peuvent alors être exprimés sur l'interface, sous forme des intégrales spectrales de la technique SOP, en fonction des paramètres de ce FG :

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_t(x_i, z_i) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\overline{\overline{T}}(\mathbf{k}_i, \mathbf{n}_\Sigma)}{\sqrt{jk_1 Q_i(0)}} \begin{bmatrix} 1 \\ -k_{xi} \\ k_{zi} \end{bmatrix} \exp\left(j \frac{1}{2k_1} \frac{k_{xi}^2}{Q_i(0)}\right) e^{-j(k_{xi}x_i + k_{zi}z_i)} dk_{xi} \\ \mathbf{E}_r(x_i, z_i) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\overline{\overline{R}}(\mathbf{k}_i, \mathbf{n}_\Sigma)}{\sqrt{jk_1 Q_i(0)}} \begin{bmatrix} 1 \\ -k_{xi} \\ k_{zi} \end{bmatrix} \exp\left(j \frac{1}{2k_1} \frac{k_{xi}^2}{Q_i(0)}\right) e^{-j(k_{xi}x_i + k_{zi}z_i)} dk_{xi} \end{aligned} \quad (\text{IV.5})$$

$\overline{\overline{T}}$ et $\overline{\overline{R}}$ sont les coefficients dyadiques de transmission et de réflexion de Fresnel de l'onde plane, définie par le vecteur réel \mathbf{k}_i , arrivant sur l'interface. Avec l'interface définie localement par le vecteur \mathbf{n}_Σ . Nous supposons que ces deux coefficients varient lentement avec k_{xi} .

Ces deux intégrales spectrales sont semblables à l'intégrale (III.12) vue dans la section 1.2.2 du chapitre 3. Comme pour cette dernière, une formulation asymptotique est obtenue en appliquant la méthode du point col dans le cadre de l'approximation paraxiale. On connaît alors les champs transmis et réfléchi sur l'interface de manière analytique.

En posant (IV.6) on détermine $\overline{\overline{T}}_f$ et $\overline{\overline{R}}_f$ les coefficients dyadiques de transmission et de réflexion du FG. Leurs expressions sont données dans [99].

$$\mathbf{E}_t(I) = \overline{\overline{T}}_f(I)\mathbf{E}_i(I) \quad \text{et} \quad \mathbf{E}_r(I) = \overline{\overline{R}}_f(I)\mathbf{E}_i(I) \quad (\text{IV.6})$$

Avec cette méthode, les résultats sont très proches de la méthode SOP, établie comme référence, pour un temps de calcul très inférieur. Ils sont aussi plus précis que ceux obtenus avec l'approximation de l'onde plane principale, présenté dans la section 1. En effet, pour un unique FG incident le gain est d'un facteur 6000 environ, par rapport à la méthode SOP, et 1500 environ, par rapport à l'approximation de l'onde plane principale. On notera toutefois que, pour un champ complexe décomposé en plusieurs FGs, le gain sera moindre.

En revanche cette formulation présente plusieurs inconvénients. D'une part, la précision est dépendante de la paraxialité du FG incident. D'autre part, l'erreur d'évaluation des coefficients dyadiques augmente avec l'angle d'incidence. De plus lorsque le FG devient rasant, la zone éclairée devient très étendue obligeant à évaluer numériquement des intégrales spectrales pour un très grand nombre de points. Finalement, l'angle d'incidence doit aussi rester inférieur à l'angle de réflexion totale pour que les formules analytiques des coefficients dyadiques des FGs restent valides. Cette contrainte s'avère limitante lorsque l'indice du milieu 1 est supérieur à l'indice du milieu 2 (*i.e.* $n_1 > n_2$). Par exemple, pour une interface diélectrique telle que $\epsilon_{r1} = 2$ et $\epsilon_{r2} = 1$, l'angle de réflexion totale est égale à 45° (*i.e.* $\arcsin(\epsilon_{r1} / \epsilon_{r2})^{1/2}$) et l'erreur sur l'interface est au-dessus de $-30dB$ à partir d'un angle d'incidence de 40° .

3.1.2. Paroi multicouche fine

Pour une lame à faces parallèles fine on peut définir des coefficients dyadiques globaux associés aux ondes planes incidentes [99]. Il est alors possible, en appliquant le même principe que pour l'interface simple, de calculer de manière analytique les coefficients dyadiques globaux de transmission et de réflexion du FG, pour cette structure.

La validité de cette formulation est soumise aux mêmes règles que dans le cas de l'interface simple. S'ajoute en plus l'influence de l'épaisseur totale de la paroi. Celle-ci ne doit pas dépasser 1 ou 2 lambda. De plus, l'erreur augmentant avec l'angle d'incidence, l'épaisseur limite réduit à mesure que l'angle d'incidence augmente [99].

3.1.3. Paroi multicouche épaisse

Lorsque la paroi multicouche devient épaisse, elle n'est plus assimilable globalement à une lame à faces parallèles. Il faut alors, comme dans l'algorithme de lancer de FGs, suivre les FGs dans chaque couche et traiter indépendamment les interactions au niveau de chaque interface. Ce traitement est très long car il oblige en plus à décomposer en FGs les champs transmis et réfléchis après chaque interaction. Pour accélérer le processus, A. Chabory propose dans sa thèse [99] deux techniques d'optimisation. D'une part, en distinguant les couches fines et épaisses il est possible de traiter de manière globale plusieurs couches. D'autre part, en analysant le trajet des FGs dans le multicouche, il apparaît que près de la moitié des phases de décomposition en FGs peuvent être évitées.

Dans cette technique les multiples décompositions du champ sont réalisées avec la décomposition multi-faisceaux, afin de limiter le nombre de FGs générés. Cependant, cette technique n'est plus valide pour des courbures ou incidences importantes, typiquement de l'ordre de 30° (voir § 2.3 du chapitre 3). L'utilisation de cette technique de décomposition est donc le paramètre limitant de cette méthode.

3.2. Courbure et/ou incidence forte

Nous avons vu que la méthode du paragraphe précédent (§ 3.1) doit être limitée à des incidences et courbures modérées du fait principalement de l'utilisation de la décomposition multi-faisceaux. En effet chaque FG élémentaire doit occuper une portion limitée de la surface pour assurer une bonne évaluation des coefficients de décomposition. Pour pallier ce problème, il est possible d'utiliser une décomposition multi faisceaux gaussiens conformes. En revanche, suite à cette décomposition il n'est plus possible de faire interagir à nouveau le champ avec un objet.

4. Nouvelle formulation pour la lame de métamatériau seule ou court-circuitée

Nous avons vu précédemment qu'il est possible de représenter un FG par une distribution de courant d'allure gaussienne, en utilisant le théorème des courants équivalents de surface [93]. Par ailleurs, nous avons présenté au chapitre 2 et en Annexe D des expressions permettant de calculer les champs réfléchis et transmis par une lame de métamatériau seule ou court-circuitée excitée par des courants élémentaires. Dans cette section nous montrons, qu'en appliquant ces expressions au cas d'une distribution de courants gaussienne, nous obtenons une formulation permettant de traiter, en une seule opération et quels que soient l'épaisseur de la lame et l'angle d'incidence, l'interaction d'un FG avec ces deux structures. En utilisant

l'hypothèse champ lointain, nous obtenons une formulation analytique des champs, dont nous étudierons la validité en fonction des paramètres du FG incident et de la structure.

L'étude théorique présentée ici se limite au cas de la lame de métamatériau sur métal en polarisation TM. En effet, à partir des résultats de l'Annexe D, on peut ensuite étendre cette étude aux cas de la polarisation TE et de la lame de métamatériau seule.

Les exemples présentés au paragraphe 4.4 sont d'ailleurs obtenus pour une lame de métamatériau seule.

4.1. Interaction du rayonnement d'une distribution de courants avec la structure

Soit une surface régulière s de coordonnée curviligne l . En tout point C de cette surface il existe des courants magnétique \mathbf{M} et électrique \mathbf{J} . L'orientation de ces deux courants est représentée sur la Figure IV-3.

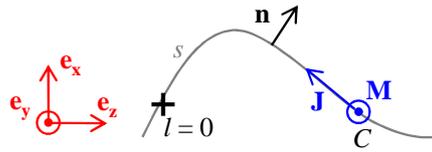


Figure IV-3 : Distribution de courants surfaciques.

Le vecteur \mathbf{n} représente la normale à la surface telle que $(\mathbf{J}, \mathbf{M}, \mathbf{n})$ forme un trièdre direct.

Nous supposons à présent que cette distribution de courants surfaciques est placée au-dessus d'une lame de métamatériau sur métal. Le milieu supérieur est de l'air et représente le milieu 1 ; la lame de métamatériau représente le milieu 2.

La distribution de courants surfaciques rayonne un champ dont nous cherchons l'interaction avec une lame de métamatériau sur métal. Pour cette structure, cette interaction se résume au champ réfléchi. Nous obtenons son expression en remplaçant, dans les équations du chapitre 2, la source de courant élémentaire placée en (x_s, z_s) , par la distribution de courants surfaciques :

$$\mathbf{H}_R(x, z) = -\frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{k_{x1}} R_{12}(k_z) e^{-jk_1 r} \left[\int_s (\omega \epsilon_0 \mathbf{M}(l) + \mathbf{k}_1(k_z) \times \mathbf{J}(l)) e^{+jk_1(k_z) \mathbf{r}_{C'}(l)} dl \right] dk_z \quad (\text{IV.7})$$

$$\text{avec : } R_{12}(k_z) = \frac{\epsilon_2 \cdot k_{x1} - j\epsilon_0 \cdot k_{x2} \tan(k_{x2} \cdot d)}{\epsilon_2 \cdot k_{x1} + j\epsilon_0 \cdot k_{x2} \tan(k_{x2} \cdot d)}, \quad \mathbf{r} = \begin{pmatrix} x \\ 0 \\ z \end{pmatrix}, \quad \mathbf{r}_{C'}(l) = \begin{pmatrix} -x_c(l) \\ 0 \\ z_c(l) \end{pmatrix}$$

La distribution de courants est définie par les points C de coordonnée $(x_C(l), z_C(l))$. Le point C' est le symétrique du point C par le plan yOz (voir Figure IV-4).

4.2. Simplification de l'intégrale spectrale pour un FG

Nous supposons à présent que cette distribution de courants rayonne un FG classique de centre $O_s = C(l=0)$ et d'axe $\mathbf{e}_{zs} = \mathbf{n}(l=0)$ et polarisé suivant $\mathbf{e}_{xs} = (\mathbf{e}_y \times \mathbf{n})$. La surface s doit donc être plane et normale à $\mathbf{n}(l=0)$. Les courants \mathbf{M} et \mathbf{J} sont alors définis par :

$$\begin{aligned} \mathbf{J}(l) &= \mathbf{n}(l) \times \mathbf{H}_{\text{FG}}(l) = -\frac{u_0}{Z_1} \exp\left(\frac{-l^2}{W_0^2}\right) \cdot \mathbf{e}_{xs} \\ \mathbf{M}(l) &= -\mathbf{n}(l) \times \mathbf{E}_{\text{FG}}(l) = -u_0 \exp\left(\frac{-l^2}{W_0^2}\right) \cdot \mathbf{e}_y \end{aligned} \quad (\text{IV.8})$$

Sur la Figure IV-4, nous représentons la configuration et les conventions utilisées. Le point C' représente toujours le symétrique du point C par le plan yOz . L'angle θ_s est choisi dans la même convention que l'angle θ . Il est donc négatif sur la Figure IV-4.

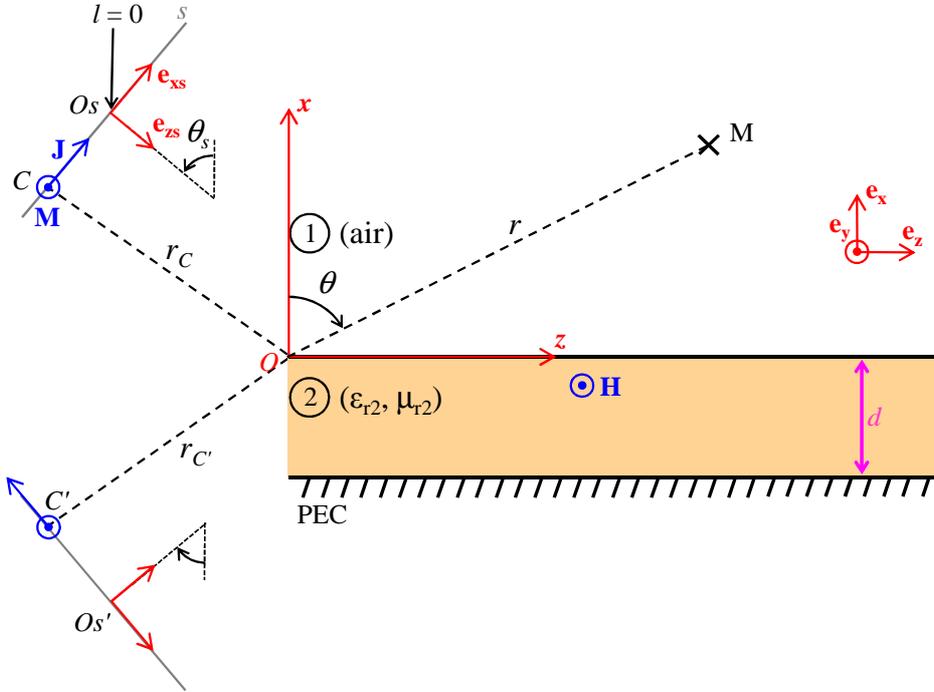


Figure IV-4 : lame de métamatériau sur métal excitée par une distribution de courants d'amplitude gaussienne.

Avec ces conventions, l'intégrale sur s dans l'équation (IV.7) s'écrit :

$$\begin{aligned} & \int_s (\omega \varepsilon_0 \mathbf{M}(l) + \mathbf{k}_1 \times \mathbf{J}(l)) \cdot e^{+j\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r}_C(l)} \cdot dl \\ &= -u_0 \left(\omega \varepsilon_0 + \frac{\mathbf{k}_1}{Z_1} \times \begin{bmatrix} -\sin(\theta_s) \\ -\cos(\theta_s) \end{bmatrix} \right) \cdot e^{+j\mathbf{k}_1 \cdot \overline{O O_s}} \int_s \exp\left(\frac{-l^2}{W_0^2}\right) \cdot \exp\left(jl \mathbf{k}_1 \cdot \begin{bmatrix} \sin(\theta_s) \\ \cos(\theta_s) \end{bmatrix}\right) \cdot dl \end{aligned} \quad (\text{IV.9})$$

On reconnaît alors la transformée de Fourier d'un FG qui se calcule analytiquement. D'où :

$$\begin{aligned}
& \int_s (\omega \varepsilon_0 \mathbf{M}(l) + \mathbf{k}_1 \times \mathbf{J}(l)) e^{+j\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r}_c(l)} dl \\
& = -u_0 \left(\omega \varepsilon_0 - \frac{\mathbf{k}_1}{Z_1} \times \begin{bmatrix} \sin(\theta_s) \\ \cos(\theta_s) \end{bmatrix} \right) e^{+j\mathbf{k}_1 \cdot \overline{O O_s}} \sqrt{\pi} W_0 \exp \left[- \left(\frac{W_0}{2} \cdot \mathbf{k}_1 \cdot \begin{bmatrix} \sin(\theta_s) \\ \cos(\theta_s) \end{bmatrix} \right)^2 \right]
\end{aligned} \tag{IV.10}$$

4.3. Formulation analytique en champ lointain

L'égalité (IV.10) permet de simplifier la résolution de l'intégrale spectrale (IV.7). Cependant cette dernière doit toujours être résolue numériquement. On notera que la résolution numérique est rendue plus efficace en procédant à une intégration sur le chemin de descente rapide (voir Annexes F et G). Pour autant le temps de calcul reste long.

Dans ce paragraphe nous cherchons une formulation analytique de l'intégrale (IV.7). Pour cela nous allons utiliser le théorème du point col et des résidus couplé à l'approximation champ lointain. Nous procédons comme aux paragraphes 2.2.1.b et 2.2.1.c du chapitre 2.

Nous commençons par appliquer la transformation (IV.11), qui permet de passer des coordonnées cartésiennes spatiales (x, z) et spectrales (k_x, k_z) aux coordonnées cylindriques spatiales (r, θ) et spectrales $(|\mathbf{k}|, \Phi)$.

$$\begin{cases} x = r \cdot \cos \theta \\ z = r \cdot \sin \theta \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} k_{x1} = k_0 \cdot \cos \Phi \\ k_z = k_0 \sin \Phi \end{cases} \tag{IV.11}$$

Par cette transformation, et en appliquant (IV.10), l'intégrale spectrale (IV.7) devient :

$$\begin{aligned}
\mathbf{H}_R(r, \theta) &= \frac{u_0 \omega \varepsilon_0}{4\pi} \int_{\frac{\pi}{2} - j\infty}^{\frac{\pi}{2} + j\infty} (1 - \cos(\Phi + \theta_s)) R_{12}(k_0, \Phi) e^{-jk_0 r'' \cos(\Phi - \theta'')} TF(FG(k_0, \Phi)) d\Phi \\
&\text{avec :} \\
TF(FG(k_0, \Phi)) &= \sqrt{\pi} W_0 \exp \left[- \left(\frac{W_0}{2} \cdot k_1 \sin(\Phi + \theta_s) \right)^2 \right] \\
R_{12}(k_0, \Phi) &= \frac{\varepsilon_2 \cdot k_{x1} - j\varepsilon_0 \cdot k_{x2} \tan(k_{x2} \cdot d)}{\varepsilon_2 \cdot k_{x1} + j\varepsilon_0 \cdot k_{x2} \tan(k_{x2} \cdot d)}
\end{aligned} \tag{IV.12}$$

$$\text{et avec } r'' \text{ et } \theta'' \text{ définis par : } \begin{cases} x + x_{O_s} = r'' \cos \theta'' \\ z - z_{O_s} = r'' \sin \theta'' \end{cases}$$

en notant x_{O_s} et z_{O_s} les coordonnées du centre O_s du FG incident.

Nous considérons à présent que le point d'observation M est en champ lointain du centre O_s du FG (*i.e.* $k_0 \cdot r'' \gg 1$). Par ailleurs nous supposons que les fonctions R_{12} et $TF(FG)$ varient lentement en fonction de la variable spectrale Φ . Dans ce cas, nous rappelons que le théorème du point col stipule que l'intégrale peut se réduire à la seule contribution du point col.

En effectuant un développement limité à l'ordre 0 de l'intégrande autour du point col, on trouve une expression analytique de \mathbf{H}_R notée \mathbf{H}_{RA} :

$$\mathbf{H}_{RA}(r, \theta) = -\frac{u_0 \omega \varepsilon_0}{4\pi} \left[(1 - \cos(\theta'' + \theta_s)) R_{12}(k_0, \theta'') \cdot \sqrt{\frac{2\pi}{k_0 \cdot r''}} e^{-j(k_0 r'' - \frac{\pi}{4})} TF(FG(k_0, \theta'')) \right]$$

$$TF(FG(k_0, \theta'')) = \sqrt{\pi} W_0 \exp \left[-\left(\frac{W_0}{2} \cdot k_1 \sin(\theta'' + \theta_s) \right)^2 \right]$$

avec :

$$R_{12}(k_0, \theta'') = \frac{\varepsilon_2 \cdot K_{x1} - j\varepsilon_0 \cdot K_{x2} \tan(K_{x2} \cdot d)}{\varepsilon_2 \cdot K_{x1} + j\varepsilon_0 \cdot K_{x2} \tan(K_{x2} \cdot d)}$$

(IV.13)

$$\text{et : } K_{x1} = k_0 \cos \theta'', \quad K_{x2} = \sqrt{K_{x1}^2 + k_0^2 (n_2^2 - 1)}$$

Avec r'' et θ'' identiques à l'équation (IV.12).

Cette expression n'est pas valable pour $\theta'' = \pi/2$. Cependant cet angle n'est jamais atteint car le centre du FG n'est jamais sur l'interface (*i.e.* $x_{Os} = 0$).

On notera que la variation lente de $TF(FG)$ autour du point col, nécessaire à la validité de cette formulation, est d'autant mieux vérifiée que la distance au centre du FG est grande. Cela correspond à se placer dans le cadre de l'approximation grande distance (*i.e.* $r'' \gg W_0$). Pour limiter ce problème nous avons décidé de pousser le développement limité à l'ordre 2 sur $TF(FG)$. Cela revient à multiplier le terme $TF(FG(k_0, \theta''))$ de l'équation (IV.13) par :

$$1 - \left(\frac{k_1 W_0}{2} \right)^2 \cdot \frac{\left(\frac{k_1 W_0}{2} \right)^2 \cos^2(\theta'' + \theta_s) \sin^2(\theta'' + \theta_s) - \cos^2(\theta'' + \theta_s) + \sin^2(\theta'' + \theta_s)}{jk_1 r''} \quad (\text{IV.14})$$

La variation lente de R_{12} autour du point col est, quant à elle, vérifiée lorsque la *distance numérique* p est supérieure à 10 (voir chap 2, § 2.2.1.c, page 65).

Par ailleurs l'application du théorème du point col implique la déformation du contour d'intégration qui peut impliquer la contribution, sous forme de résidus, des pôles du coefficient de réflexion. Les champs \mathbf{H}_P associés à ces résidus s'obtiennent simplement en appliquant la simplification (IV.10) aux expressions de \mathbf{H}_P calculées au chapitre 2. Cependant, le FG incident étant placé dans le milieu supérieur, il en résulte (voir chapitre 2) que les champs \mathbf{H}_P sont généralement faibles. Par ailleurs, les champs \mathbf{H}_P s'atténuent exponentiellement avec la distance r'' (distance entre le centre du FG image et le point d'observation). Ainsi, dans le domaine de validité de \mathbf{H}_{RA} (*i.e.* $k_0 \cdot r'' \gg 1$ et $p > 10$), nous pouvons généralement négliger \mathbf{H}_P . Ces champs seront donc ignorés dans notre formulation analytique.

4.4. Exemple et performances

Dans ce paragraphe nous étudions les performances de la formulation analytique présentée au paragraphe précédent. Nous commençons par comparer ses performances avec l'algorithme de lancer de FGs présenté dans la section 2. Puis nous expliquerons ses limitations à partir de l'étude de l'intégrande de l'intégrale spectrale.

Les structures étudiées ici sont des lames de métamatériau. Nous rappelons que les formulations des champs réfléchis et transmis par ces structures sont déduites des équations du paragraphe précédent en appliquant les résultats de l'Annexe D.

4.4.1. Comparaison avec le lancer de FGs

Nous prenons l'exemple d'un unique FG incident sur une lame de diélectrique d'épaisseur $d = 4$ cm et de permittivité relative $\epsilon_{r2} = 5$. La fréquence de travail est de 10 GHz. La ceinture du FG est de largeur $W_0 = \lambda_0$ et l'amplitude du FG est définie par $u_0 = 1$ V/m.

Dans la suite nous utilisons les mêmes conventions que sur la Figure IV-4, page 102. Ainsi la distance du FG au point d'incidence est notée $|OO_S|$ et l'angle d'incidence du FG est noté θ_s . Dans la suite nous fixons $|OO_S| = 60$ cm.

La Figure IV-5 présente les champs obtenus avec les deux méthodes pour un angle d'incidence faible ($\theta_s = -10^\circ$). Le champ lointain est tracé à $r = 30$ m. On observe que notre formulation analytique donne des résultats très proches de ceux obtenus avec le lancer de FGs. Le champ transmis a exactement la même forme dans les deux cas (Figures b et d). En revanche, sur le champ réfléchi, notre formulation prévoit une chute plus rapide de l'amplitude à partir de 50° (Figures b et d). Cela est dû à la proximité de l'angle de Brewster (ici égal à 65.9°) caractérisé par un zéro du coefficient de réflexion. Le lancer de FGs ne modélisant pas ce phénomène, il ne décrit pas correctement le champ réfléchi.

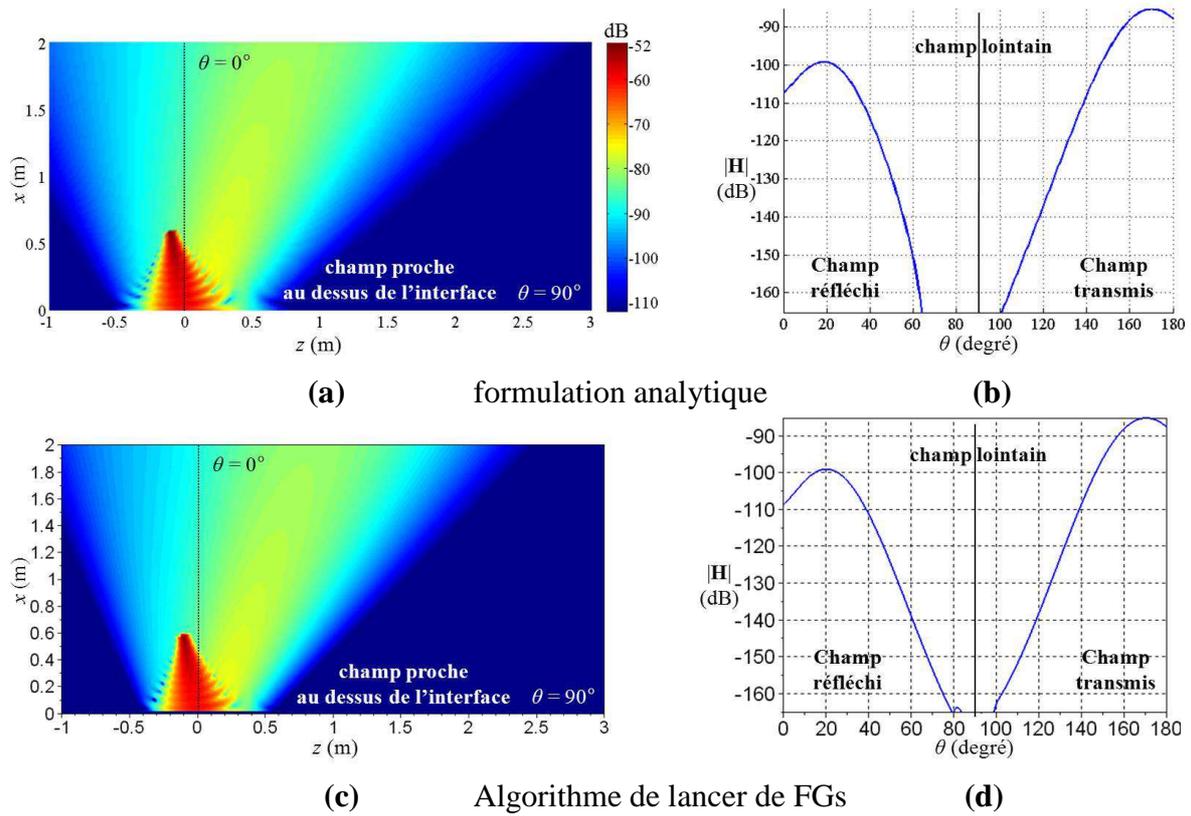


Figure IV-5 : Cas d'un FG incident à $\theta_s = -10^\circ$ sur une lame de diélectrique ($\epsilon_{r2} = 5$, $d = 4$ cm). (a) et (b) champs obtenus avec notre formulation analytique ; (c) et (d) champs obtenus avec l'algorithme de lancer de FGs.

Dans ce cas l'erreur de la formulation analytique, par rapport à la résolution numérique de l'intégrale spectrale est très faible, comme le montre la Figure IV-6.

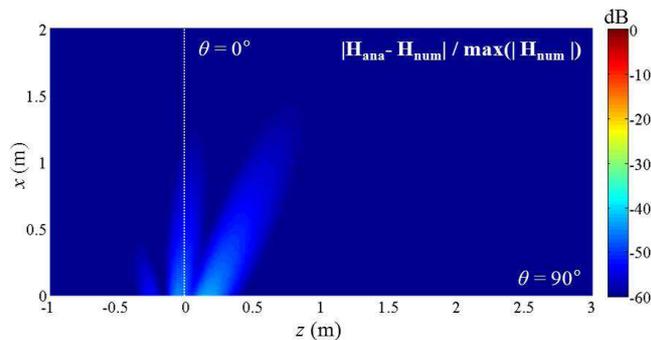


Figure IV-6 : Cas d'un FG incident à $\theta_s = -10^\circ$ sur une lame de diélectrique ($\epsilon_{r2} = 5$, $d = 4$ cm). Erreur de la formulation analytique sur le champ au-dessus de l'interface.

La Figure IV-7 présente les mêmes champs obtenus pour un angle d'incidence moyen ($\theta_s = -40^\circ$). Comme dans le cas précédent, le champ transmis a exactement la même forme avec les deux méthodes. En revanche, dans le cas du champ réfléchi, on remarque que le lancer de FGs ignore la présence de l'angle de Brewster. Pour cet angle d'incidence, l'erreur engendrée n'est pas trop importante (*i.e.* environ -20 dB). En revanche si l'on se rapproche de

l'angle de Brewster le problème va devenir plus important. C'est ce que nous faisons sur la Figure V-9.

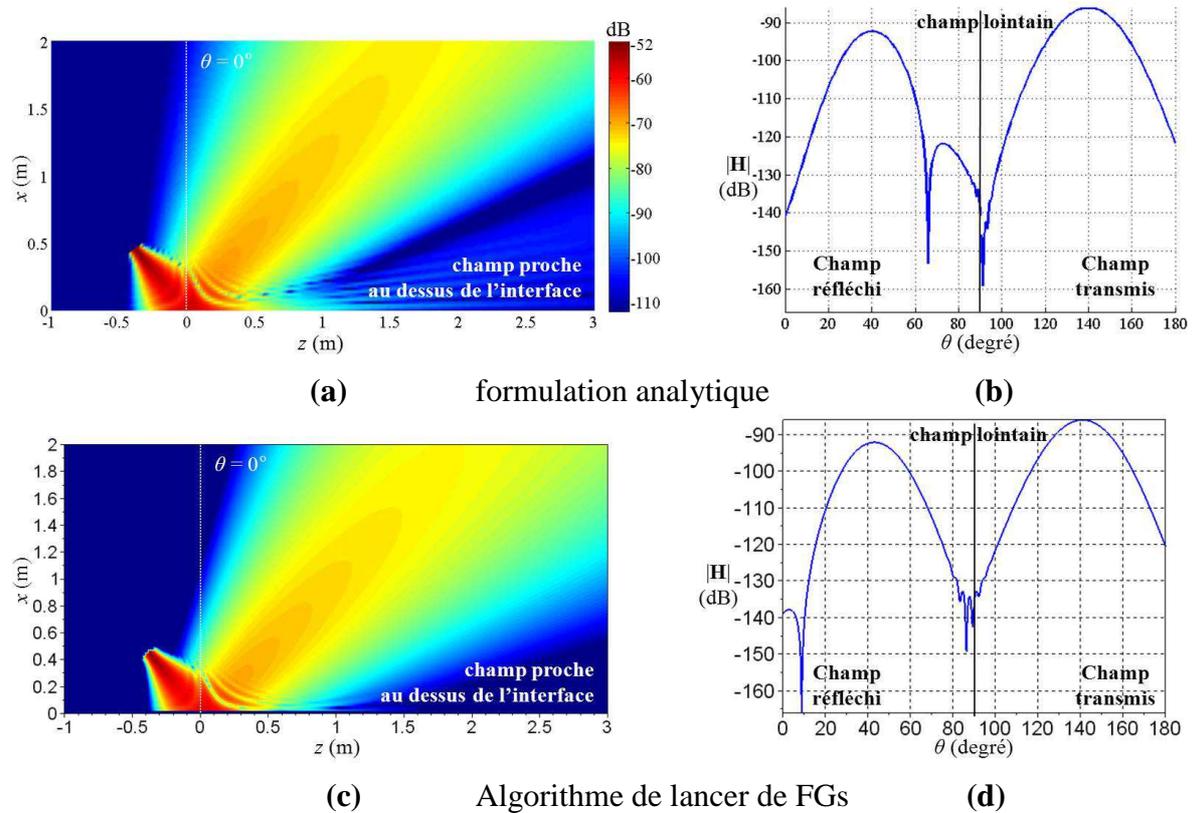


Figure IV-7 : Cas du FG incident à $\theta_s = -40^\circ$.

On notera qu'ici encore, l'erreur de la formulation analytique est très faible, comme le montre la Figure IV-8.

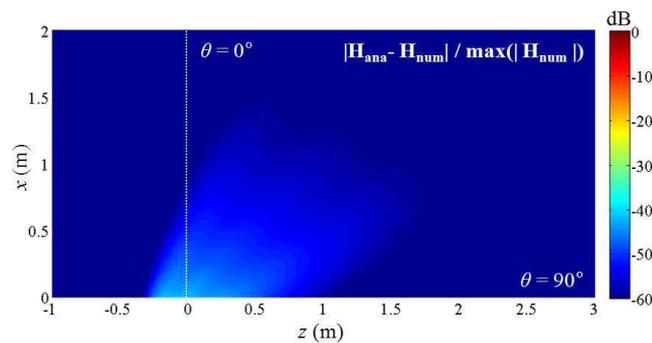


Figure IV-8 : Cas du FG incident à $\theta_s = -40^\circ$.

La Figure V-9 présente les mêmes champs obtenus pour $\theta_s = -65.9^\circ$ (angle de Brewster). Ici encore le champ transmis a exactement la même forme avec les deux méthodes. En revanche, le lancer de FGs donne un champ réfléchi nul. Dans ce cas, l'erreur engendrée est importante et l'utilisation du lancer de FGs doit être exclue. L'erreur de la formulation analytique, par rapport à la résolution numérique de l'intégrale spectrale est présentée sur la Figure IV-10. On voit qu'elle est plus importante que dans les cas précédents. En effet, avec l'augmentation de

l'angle d'incidence, le centre O_s du FG incident se rapproche de l'interface et les hypothèses champ lointain et grande distance sont moins bien respectées pour une partie du FG. L'erreur reste cependant contenue.

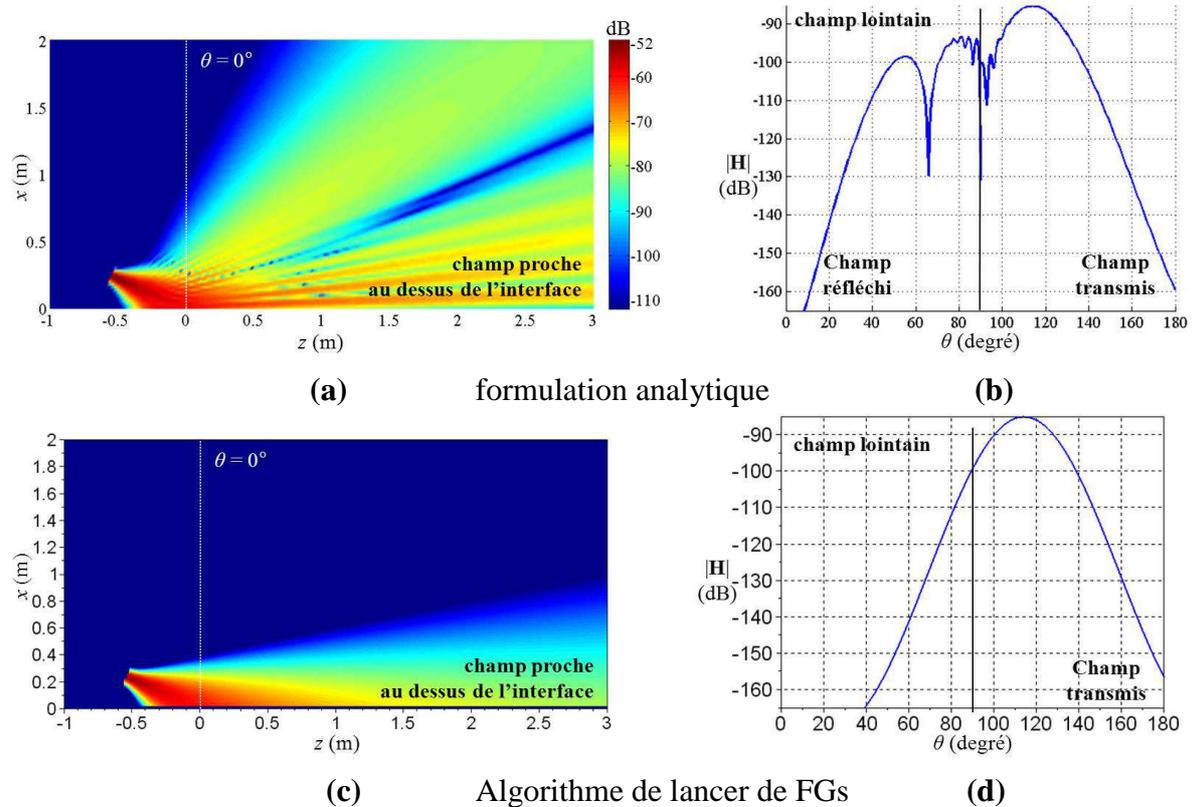


Figure IV-9 : Cas du FG incident à $\theta_s = -65.9^\circ$ (= angle de Brewster).

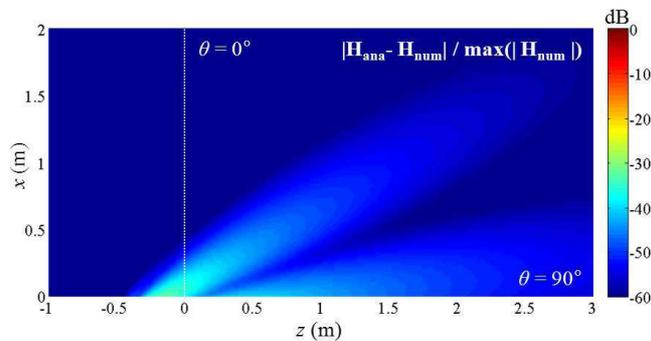


Figure IV-10 : Cas du FG incident à $\theta_s = -65.9^\circ$ (= angle de Brewster).

Pour calculer les 100x200 points du diagramme de champ 2D il a fallu : 1 seconde avec le lancer de FG, 0.5 seconde avec la formulation analytique et 37 secondes avec la résolution numérique de l'intégrale spectrale.

Notre formulation analytique est plus rapide que le lancer de FGs. En effet, contrairement à ce dernier, elle donne immédiatement les champs réfléchis et transmis et ne nécessite pas, pour cela, la poursuite de FGs à l'intérieur de la lame diélectrique. Par ailleurs, elle n'est pas limitée par l'angle de Brewster ni par l'angle d'incidence du FG. En revanche, notre

formulation ne permet pas d'exprimer directement les champs réfléchis et transmis sous forme de FGs. Il faudra donc décomposer ces champs en FGs si nous voulons, par la suite, les faire propager et interagir sous forme de FGs. Finalement, il ne faut pas oublier que cette formulation analytique est issue d'une hypothèse champ lointain. Sa validité dépend donc de la distance entre le centre du FG image et le point d'observation, notée r'' et définie dans l'équation (IV.12).

4.4.2. Domaine de validité

La précision de la formulation analytique dépend de plusieurs facteurs :

- La distance r'' au centre de l'image du FG incident.
- De la direction d'observation.
- De l'angle d'arrivée du FG incident sur l'interface

Ces 3 facteurs sont liés à la validité de l'hypothèse de faible variation des coefficients de réflexion R et de transmission T autour du point col. En effet :

- Plus la distance r'' est grande, plus la zone à considérer pour l'intégration est confinée autour du point col. Ainsi la variation de R et T autour du point col a moins d'effet.
- La vitesse de variation de R et T autour du point col dépend de la direction d'observation. En effet, de cette direction d'observation, dépend la position relative du point col par rapport aux pôles de R et T . On remarquera que les pôles de R et de T sont les mêmes. La distance numérique \underline{p} définie au paragraphe 2.2.1.c du chapitre 2 permet d'évaluer l'impact de ce phénomène sur la précision de la formulation analytique. On retiendra, qu'un pôle p de coordonnée spectrale angulaire Φ_p , entraîne un maximum d'erreur dans la direction d'observation telle que $\theta'' \approx \text{Re}(\Phi_p)$, avec θ'' défini dans (IV.12) , page 103. L'égalité est d'autant mieux vérifiée que $\text{Im}(\Phi_p)$ est petit.
- L'angle d'arrivée du FG incident conditionne les directions des maximums des champs réfléchis et transmis. Or si ces maximums sont dans les directions des maximums d'erreur associés aux pôles, l'erreur globale sur les champs sera maximale.

Nous allons illustrer ce dernier point dans le cas de la lame étudiée au paragraphe précédent.

Sur la Figure IV-11a, nous représentons, dans le plan complexe Φ , les pôles du coefficient de réflexion R pour la lame de diélectrique étudiée précédemment. Nous rappelons que le point col est caractérisé par $\Phi_r + j \cdot \Phi_i = \theta'' + j \cdot 0$. On observe que trois pôles sont relativement proches du lieu des points col (*i.e.* $\Phi_i = 0$). Nous avons noté ces pôles p_1 , p_2 et p_3 et leur avons associé les coordonnées spectrales angulaires Φ_{p_1} , Φ_{p_2} et Φ_{p_3} respectivement. Les pôles p_1 et p_2 correspondent à des ondes de fuite, et le pôle p_3 à un mode de surface.

Nous souhaitons vérifier que, lorsqu'un FG arrive sur la lame avec un angle d'incidence θ_s proche de $\text{Re}(\Phi_{p_1})$, $\text{Re}(\Phi_{p_2})$ ou $\text{Re}(\Phi_{p_3})$, l'erreur globale sur le champ réfléchi est maximale.

Pour cela nous faisons varier l'angle d'incidence du FG sur la lame et nous mesurons en champ lointain l'erreur associée à la formulation analytique. La Figure IV-11b présente ce résultat. L'erreur totale sur le champ réfléchi, est mesurée sur un demi-cercle S_{obs} de centre $(0, 0)$ et placé en champ lointain ($r = 30$ m) dans le milieu supérieur :

$$Erreur = \frac{\sum_{S_{obs}} \|\mathbf{H}_{Rana} - \mathbf{H}_{Rnum}\|^2}{\sum_{S_{obs}} \|\mathbf{H}_{Rnum}\|^2} \quad (IV.15)$$

Le FG incident est choisi très directif ($W_0 = 5\lambda_0$). Nous observons 2 maximums d'erreur. Le premier est obtenu pour un angle d'incidence θ_s proche de $\text{Re}(\Phi_{p1})$. Le second est obtenu pour θ_s proche de l'angle de Brewster. L'erreur relative à ce niveau est importante car le champ y est très faible. Ce second maximum cache le maximum dû au pôle $p2$. Finalement, on n'observe pas de maximum pour $\theta_s \approx \text{Re}(\Phi_{p3})$. Cela veut dire que le pôle $p3$ n'apporte pas ou très peu d'erreur. Cette dernière observation est confirmée par l'étude de la distance numérique présentée au paragraphe 2.2.1.c du chapitre 2, qui prévoit une faible erreur due aux pôles associés aux modes de surface.

On notera que les mêmes résultats peuvent être obtenus en étudiant le champ transmis.

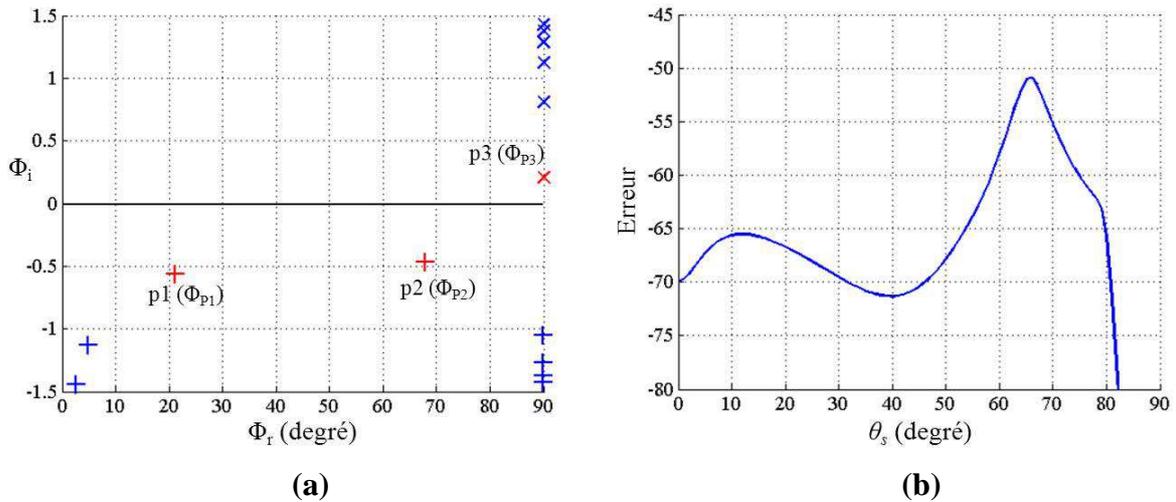


Figure IV-11 : (a) Représentation des pôles de R dans le plan complexe Φ . (b) Erreur globale sur le champ réfléchi avec la formulation analytique, pour différents angles d'incidence θ_s du FG incident. Le FG incident est choisi très directif ($W_0 = 5\lambda_0$).

Jusqu'ici nous n'avons considéré qu'une seule structure. Or l'épaisseur et les propriétés du diélectrique ont une influence importante sur la localisation des pôles et donc la précision de la formulation analytique. Ainsi, comme nous l'avons montré au paragraphe 2.2.2.b du chapitre 2, l'influence des pôles augmente avec l'épaisseur et l'indice de la lame. Leur influence est encore plus importante si le diélectrique a une permittivité relative $\epsilon_{r2} \in]0, 1[$.

4.4.3. Cas du décalage latéral d'un FG sur une structure à ondes de fuite

Dans ce paragraphe, nous présentons un cas très intéressant d'interaction entre un FG et une lame de métamatériau. Il s'agit d'un décalage latéral semblable à celui de Goos-Hänchen, mais nettement plus important, qui survient sur les structures à ondes de fuite. On nomme ainsi des structures qui propagent très bien des Ondes de Fuite (OF). La lame de diélectrique, seule ou court-circuitée, de permittivité relative $\epsilon_{r2} \in]0, 1[$, et entourée d'air, entre dans cette catégorie. Le phénomène que nous mettons en évidence ici est connu depuis longtemps en optique et peut être associé, suivant les approches, à l'excitation d'OFs ou d'ondes latérales [44], [72] et [129]. L'influence des pôles étant très importante pour de telles structures, nous verrons que notre formulation analytique ne prévoit pas ce phénomène.

Dans la suite, la distance du FG au point d'incidence est comme avant fixée à $|OO_S| = 60\text{cm}$. En revanche, ici $W_0 = 2\lambda$.

La Figure IV-12 montre un cas de décalage positif (*i.e.* vers la droite) obtenu avec un FG incident à $\theta_s = -65^\circ$. Ce type de décalage est obtenu pour un matériau d'indice positif et inférieur à 1. Ici nous avons choisi une lame de diélectrique avec $\epsilon_{r2} = 0.8$. L'OF prépondérante est donc celle d'ordre 0 qui rayonne à un angle de 63.5° . En choisissant l'angle d'incidence proche de -63.5° , on maximise l'excitation de cette onde et donc le décalage latéral du faisceau. On notera que le décalage a lieu à la fois pour les faisceaux réfléchis et transmis. En effet les OFs à l'origine de ce décalage rayonnent à la fois dans le milieu supérieur et inférieur.

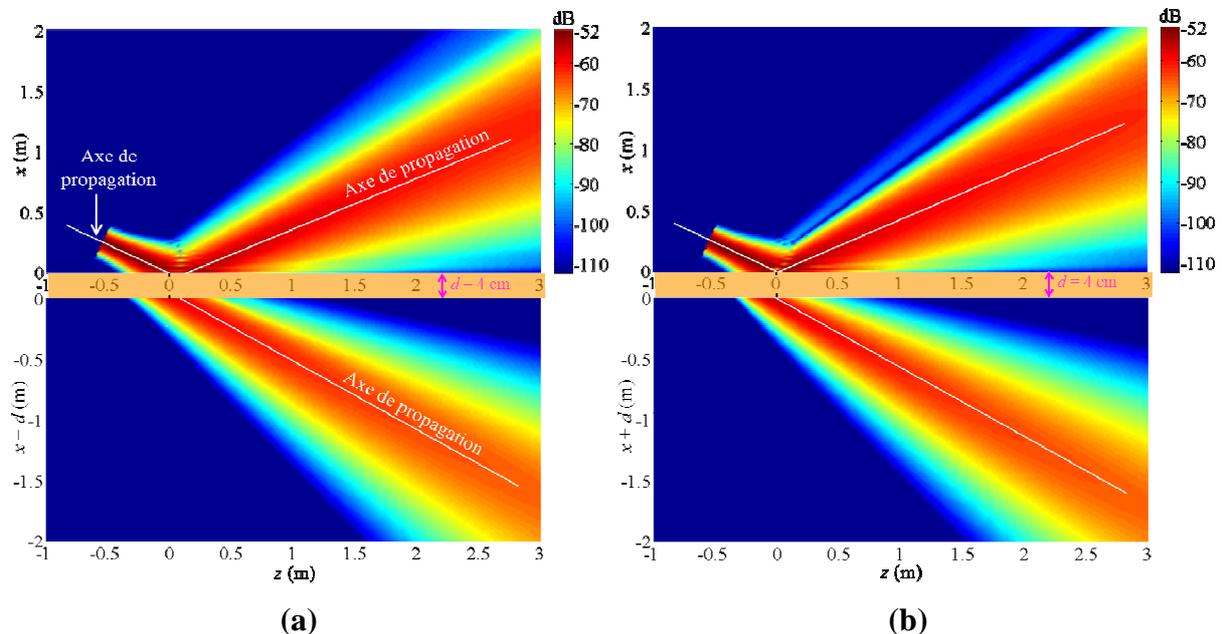


Figure IV-12 : Cas d'un FG incident à $\theta_s = -65^\circ$ sur une lame de diélectrique ($\epsilon_{r2} = 0.8$, $d = 4\text{ cm}$). Champs obtenus (a) par intégration numérique et (b) avec la formulation analytique. Attention l'épaisseur de la lame de diélectrique n'est pas à l'échelle.

On observe que la formulation analytique ne prévoit pas le décalage, d'où l'erreur importante tracée sur la Figure IV-13b. On pouvait s'attendre à ce résultat car ce phénomène intervient en champ proche et est lié à une contribution très importante des pôles (ici des OFs).

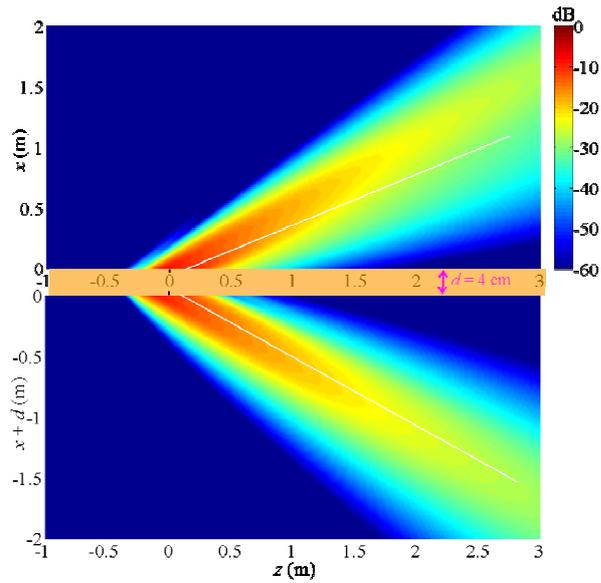


Figure IV-13 : Erreur de la formulation analytique par rapport à l'intégration numérique.

La Figure IV-14 montre un cas de décalage négatif obtenu pour le même angle d'incidence. Ce type de décalage est obtenu pour un matériau d'indice négatif et supérieur à -1 . Ici nous avons utilisé une lame de métamatériau avec $\epsilon_{r2} = -0.8$ et $\mu_{r2} = -1$. L'OF prépondérante est la même que dans le cas précédent mais elle se propage maintenant suivant z^- dans la lame de métamatériau, d'où le décalage vers la gauche. Comme dans le cas précédent, le décalage a lieu à la fois sur les faisceaux réfléchis et transmis.

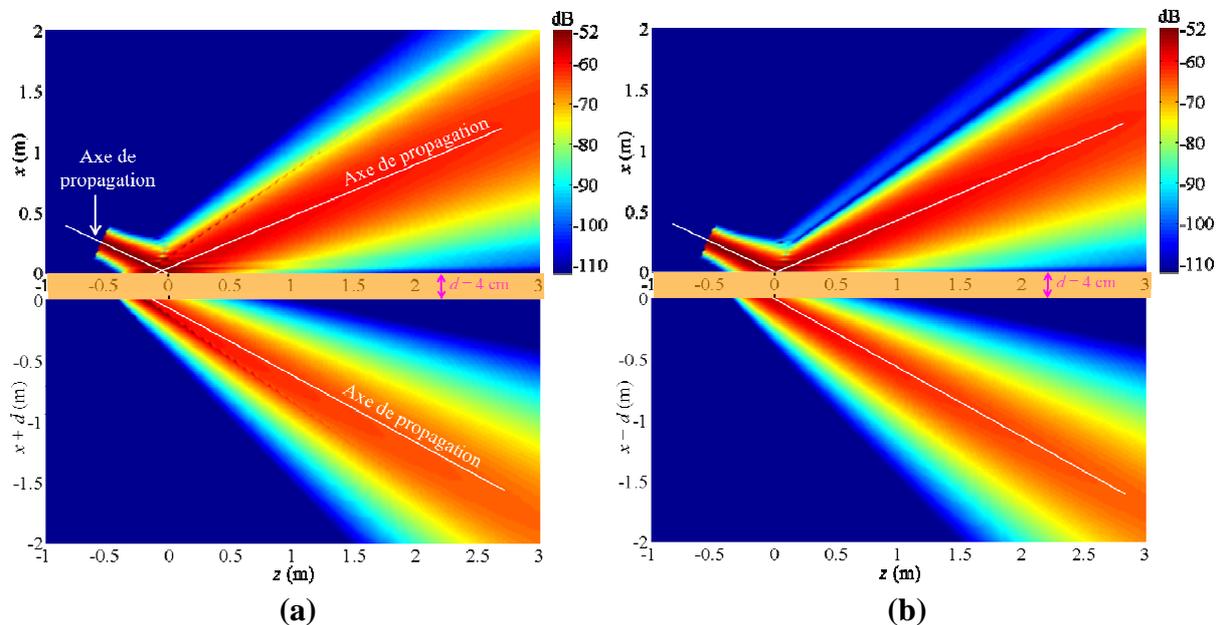


Figure IV-14 : Cas d'une lame de métamatériau ($\epsilon_{r2} = -0.8$, $\mu_{r2} = -1$, $d = 4$ cm). Champs obtenus (a) par intégration numérique et (b) avec la formulation analytique.

De même la formulation analytique ne prévoit pas le décalage, d'où l'erreur importante tracée sur la Figure IV-15.

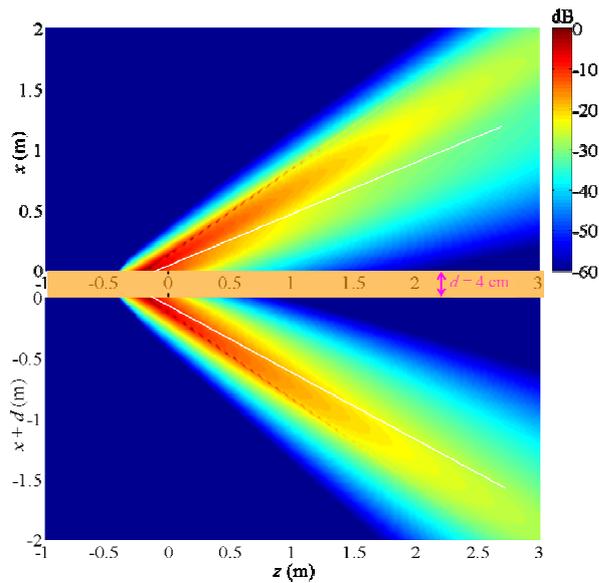


Figure IV-15 : Erreur de la formulation analytique par rapport à l'intégration numérique.

Dans ces deux cas, l'intégration numérique nécessite un pas d'intégration plus fin, du fait de la variation rapide de R et T . Le temps de calcul est donc légèrement augmenté et passe à environ 41 secondes pour 100×200 points.

4.5. Conclusion

Dans cette section nous avons adapté les intégrales du chapitre 2 pour traiter l'interaction d'un FG avec une lame de métamatériau seule ou court-circuitée. L'intégrale ainsi simplifiée permet une résolution numérique relativement rapide du problème. En appliquant le théorème du point col à cette intégrale, nous avons obtenu une formulation analytique, valable en champ lointain du centre de l'image du FG incident (par l'interface). Cette formulation analytique donne directement les champs réfléchis et transmis ce qui la rend plus rapide que la technique de lancer de FGs. Par ailleurs, contrairement à cette dernière, elle n'est pas limitée par l'angle de Brewster ni par l'angle d'incidence du FG. En revanche, notre formulation ne permet pas d'exprimer directement les champs réfléchis et transmis sous forme de FGs. Il faudra donc décomposer ces champs en FGs si nous voulons, par la suite, les faire propager et interagir sous forme de FGs.

Nous avons aussi vu que cette formulation analytique a une précision dégradée lorsque des pôles du coefficient de réflexion se trouvent à proximité du point col. C'est notamment le cas pour des lames épaisses ou présentant des indices importants ou compris entre -1 et 1 . Dans ce cas, la distance minimale au centre de l'image du FG incident, nécessaire pour assurer la validité de la formulation analytique, peut être très grande. Il s'agit de la distance pour laquelle la *distance numérique* $p = 10$. Elle dépend du pôle considéré et de la direction d'observation. La résolution numérique ne présente pas ces restrictions et permet d'identifier des phénomènes intéressants d'interaction entre un FG et une lame de métamatériau seule ou court-circuitée, qui sont liés à l'excitation d'onde de fuite.

Finalement, on notera qu'il est possible, en suivant la même démarche que pour le FG classique, d'aboutir à une formulation analytique de l'interaction d'un FG conforme avec ces deux structures.

5. Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre nous avons présenté plusieurs techniques permettant de calculer l'interaction d'un faisceau gaussien avec des structures représentées par un ensemble d'interfaces.

Le lancer de faisceaux gaussiens permet de décrire très rapidement l'interaction d'un faisceau gaussien avec une interface diélectrique courbe. Les résultats sont relativement précis dans la plupart des cas et les réflexions multiples sont correctement prises en compte quel que soit l'épaisseur du multicouche considéré. Les champs transmis et réfléchi à chaque interface sont directement décrits sous forme de faisceaux gaussiens. Cependant pour un nombre de couches élevées le nombre de faisceaux gaussiens générés peut devenir important. De plus cette méthode n'est valable que pour des courbures et incidences modérées et est très limitée par l'angle de Brewster.

La technique basée sur le calcul des coefficients de transmission et de réflexion d'un faisceau gaussien est très précise. Les champs transmis et réfléchi sont calculés analytiquement sur l'interface ou les parois du multicouche fin. Cependant la précision dépend de la paraxialité des faisceaux gaussiens incidents. De plus les résultats se dégradent lorsque l'angle d'incidence ou l'épaisseur du multicouche augmentent. On notera que l'angle d'incidence ne doit pas dépasser l'angle de réflexion totale. Dans cette méthode les champs transmis et réfléchi ne sont pas directement exprimés sous forme de faisceaux gaussiens. Pour traiter une surface multicouche épaisse, on aura donc recours à une multitude de décompositions en faisceaux gaussiens. Le nombre de faisceaux générés restera contenu en utilisant la décomposition multi-faisceaux, mais cette technique n'est plus valide pour des courbures ou incidences importantes, typiquement de l'ordre de 30° .

Pour des incidences plus importantes la décomposition en faisceaux gaussiens conformes représente une bonne alternative. Cependant on ne sait pas calculer analytiquement l'interaction d'un faisceau gaussien conforme avec des structures en champ proche. Ainsi, cette décomposition ne pourra être utilisée que pour décrire les champs sur les parois extérieures d'un multicouche.

Nous avons également proposé une approche basée sur les intégrales du chapitre 2 pour traiter l'interaction d'un faisceau gaussien avec une lame de métamatériau seule ou court-circuitée. Nous avons obtenu une formulation analytique qui donne directement les champs réfléchi et transmis en champ lointain du centre de l'image, par l'interface, du faisceau gaussien incident. Cette formulation n'est pas limitée par l'angle de Brewster ni par l'angle d'incidence du faisceau. En revanche les champs transmis et réfléchi ne sont pas directement exprimés sous forme de faisceaux gaussiens. Par ailleurs, on obtient une précision dégradée pour des lames épaisses ou présentant des indices importants ou compris entre -1 et 1 . Dans ce cas, la

distance minimale au centre de l'image du faisceau gaussien incident, nécessaire pour assurer la validité de la formulation analytique, peut être très grande. Il s'agit de la distance pour laquelle la *distance numérique* $p = 10$. Cette grandeur, définie au chapitre 2, dépend du pôle considéré et de la direction d'observation. La résolution numérique ne présente pas ces restrictions.

Chapitre V :

Adaptation du modèle Faisceaux Gaussiens pour prendre en compte les ondes de surface

Dans les deux chapitres précédents nous avons présenté les méthodes de modélisation basées sur les Faisceaux Gaussiens (FG). Ces méthodes permettent de modéliser rapidement et précisément la propagation et la plupart des interactions électromagnétiques dans des systèmes complexes grands devant la longueur d'onde. Cependant les méthodes de décomposition existantes ne permettent pas encore de prendre en compte l'excitation et la propagation d'ondes de surface et de fuite. Dans ce chapitre nous proposons une technique, basée sur les résultats des chapitres précédents, permettant de dépasser cette limitation.

Sur la surface de décomposition, la partie du champ associée aux ondes de surface et de fuite est décrite sous forme de courants équivalents. En effet, leur rayonnement avec les formules du chapitre 2 permet de modéliser la propagation de ces ondes. Le reste du champ est, quant à lui, décomposé en FGs en utilisant la décomposition multi-faisceaux, présentée au chapitre 3. Les paramètres d'hybridation de ces deux techniques doivent être choisis judicieusement pour des résultats optimaux. Un objectif important sera de décorrélérer au maximum les rayonnements des courants équivalents et des FGs, pour que ceux-ci prennent en compte respectivement les ondes se propageant en espace libre et les ondes couplées à la surface.

Dans ce chapitre, nous commencerons par présenter le fonctionnement de la méthode. Nous étudierons ensuite les résultats obtenus avec un champ incident représentatif du rayonnement d'une antenne. Nous en déduirons un jeu de paramètres permettant d'obtenir de bons résultats dans le cas général. Dans la section 3 nous nous intéresserons aux autres degrés de liberté de cette méthode et discuterons dans quelle mesure ceux-ci permettent d'améliorer les performances.

Cette étude est réalisée, en deux dimensions dans le plan xOz . Par souci de concision nous ne considérerons ici que des champs en polarisation TM dont nous n'étudierons que le champ magnétique noté \mathbf{H} .

1. Présentation de la méthode

Dans cette section, nous présentons la méthode et son fonctionnement. Nous commençons par expliquer le principe général. Puis nous nous intéresserons au choix optimal de la ceinture W_0 des FGs élémentaires et de la limite entre les deux domaines de décomposition. Finalement nous définirons la méthode de calcul des coefficients de décomposition.

1.1. Principe de la méthode

La Figure V-1 représente une antenne rayonnant un champ TM \mathbf{H}_{rad} dans les milieux 1 et 2. Nous supposons que cette antenne excite des Ondes de Surface (OS) et/ou des Ondes de Fuite (OF) sur l'interface entre ces deux milieux [1], [2]. Par ailleurs, \mathbf{H}^i , le champ initial sur la surface de décomposition $S_{\text{déc}}$, est considéré connu. Il a pu être obtenu, par exemple, avec un logiciel tel que HFSS. Nous cherchons à décomposer la partie du champ \mathbf{H}^i qui rayonne en espace libre (c'est à dire celle qui ne voit pas l'interface), en une somme de FGs. En revanche cela n'est plus possible au niveau de l'interface pour le champ associé aux OS et OF qui interagit fortement avec l'interface. En effet, nous ne pouvons pas modéliser ce phénomène avec des FGs. Ainsi, dans cette zone, nous décomposons plutôt \mathbf{H}^i en Courants Equivalents de Surface (CES) [93]. Il en découle deux domaines de décomposition différents que nous faisons apparaître sur la Figure V-1. Dans notre méthode de décomposition hybride, nous commençons par définir les limites des deux domaines de décomposition. Nous calculons ensuite les coefficients de décomposition associés aux FGs (rouges) et aux CESs (points bleus). Finalement, nous obtenons le champ en tout point M en additionnant les champs rayonnés, en M, par l'ensemble des FGs et des CESs élémentaires.

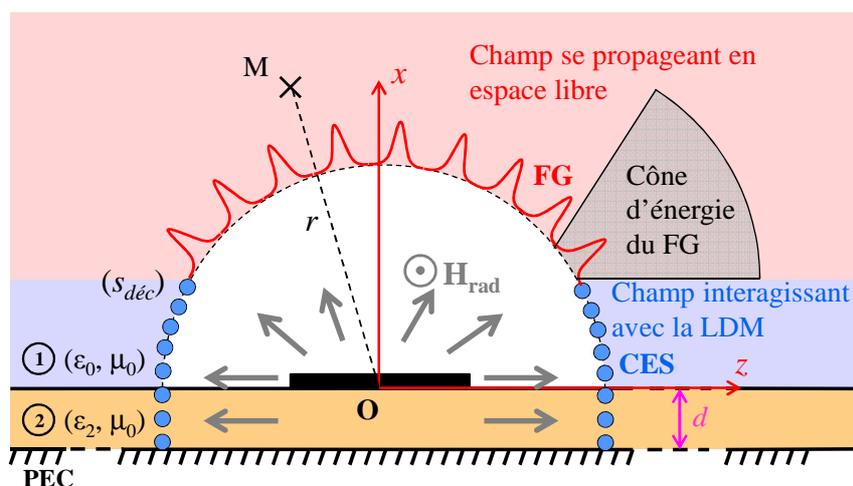


Figure V-1 : Décomposition du champ, autour d'une antenne posée sur une Lamme de Diélectrique sur Métal (LDM), en utilisant à la fois des Courants Equivalents de Surface (points bleus) et des Faisceaux Gaussiens (courbes rouges). La surface de décomposition $S_{\text{déc}}$ est dessinée en pointillés.

Pour les besoins de notre méthode, nous définissons deux nouvelles grandeurs associées aux FG élémentaires. La Figure V-2 représente l'amplitude d'un FG 2D d'axe de propagation Oz . Comme vu au chapitre 3, ce FG est défini par, W_0 la largeur de sa ceinture et θ_x , son angle de divergence qui s'écrit :

$$\theta_x = \frac{2}{k.W_0} \quad (\text{V.1})$$

Dans le plan de sa ceinture ($z = 0$), l'amplitude du champ à $x = W_0$ est 8.7 dB en dessous de l'amplitude à $x = 0$. En revanche, le faisceau ne s'arrête pas brutalement au-delà de cette largeur ou de cet angle de divergence. Pour notre méthode il sera ainsi nécessaire de définir deux nouvelles grandeurs α_1 et α_2 qui nous permettront de décrire respectivement les largeurs spatiale et spectrale (*i.e.* angulaire) « utiles » du FG, c'est-à-dire la largeur spatiale et l'angle de divergence en cohérence avec la précision voulue de la méthode.

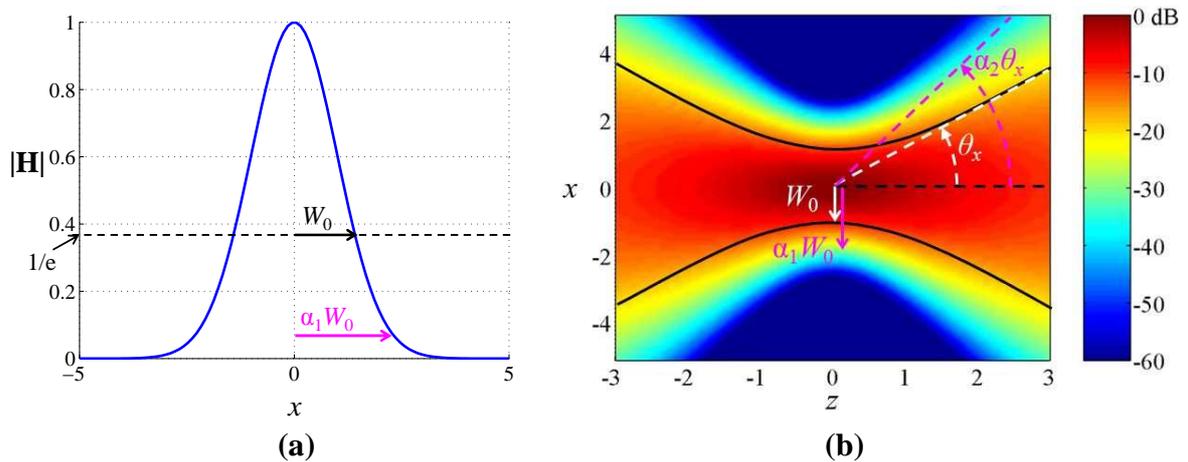


Figure V-2 : Amplitude du champ d'un FG d'axe de propagation Oz observée (a) dans le plan transversal contenant la ceinture ($z = 0$) et (b) dans le plan longitudinal xOz , en dB.

Par ailleurs, comme les formulations analytiques utilisées pour calculer les interactions des FGs dans les algorithmes FGs dépendent de l'approximation paraxiale, nous prendrons soin d'utiliser des FGs élémentaires paraxiaux (*i.e.* $\theta_x < 20^\circ$).

1.2. Limites des domaines de décomposition

La méthode utilisée pour déterminer les limites entre les deux domaines de décomposition est la même des deux côtés de l'axe Ox . Ainsi, dans la suite, nous considérerons uniquement le demi-espace correspondant à $z > 0$.

Comme montré sur la Figure V-3a, nous décomposons sur $S_{déc}$, de rayon $r_{déc}$, le champ initial \mathbf{H}^i en N FGs de centres O_n (n allant de 1 à N) et en M CESs positionnés en Q_m (m allant de 1 à

M). Nous rappelons que les FGs élémentaires sont déterminés en utilisant la décomposition multi-faisceaux. Comme première approche, nous choisissons de fixer $Q_I = O_N$, ce qui revient à définir deux domaines de décomposition adjacents sans recouvrement. L'intérêt de libérer cette contrainte sera discuté dans la section 3.

Le choix des limites entre les deux domaines de décomposition résulte de la contrainte suivante : aucun FG élémentaire ne doit interagir avec la Lampe de Diélectrique sur Métal (LDM). En réalité, on peut considérer que cette contrainte s'applique uniquement à FG_N , le FG élémentaire qui est le plus proche de l'interface. Ainsi, nous devons déterminer, d'une part, O_N le centre du FG_N positionné sur la surface de décomposition $S_{déc}$ et, d'autre part, W_0 la taille de la ceinture des FGs élémentaires. Lorsque la surface de décomposition est localisée en champ lointain de l'antenne, ce problème peut être ramené à de simples considérations géométriques. On peut alors exprimer O_N à travers ses coordonnées cylindriques ($r_{déc}$, θ_N), et \mathbf{P}_N , le vecteur de Poynting du champ initial en O_N , peut être considéré normal à $S_{déc}$ (Figure V-3b).

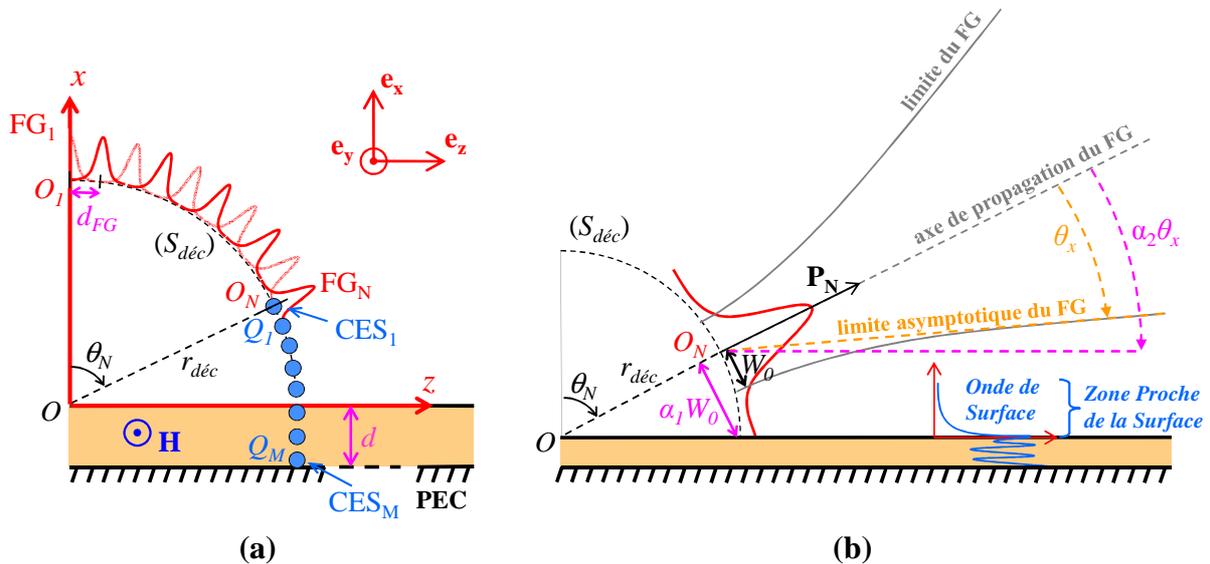


Figure V-3 : (a) Décomposition du champ incident en utilisant à la fois des FGs et des CESs ; Zoom sur la position de O_N , le centre du dernier FG, en fonction de $\alpha_1 W_0$, θ_N , $r_{déc}$ et $\alpha_2 \theta_x$.

A partir des contraintes précédemment citées, il apparaît que O_N et W_0 doivent respecter deux critères :

- Au niveau de la surface $S_{déc}$, l'amplitude du FG_N doit être minimale sur la LDM (Figure V-3b). Cette amplitude peut être ajustée grâce au paramètre α_1 . Nous verrons dans la section 2 comment la précision de la décomposition dépend de ce paramètre. Ce premier critère s'écrit :

$$\tan \theta_N = \frac{r_{déc}}{\alpha_1 W_0} \quad (V.2)$$

- Le champ lointain, loin du FG_N , doit illuminer au minimum la LDM. Comme \mathbf{P}_N est orienté suivant θ_N , la limite asymptotique du FG est orientée suivant $\theta_N + \theta_x$. Le paramètre α_2 permet d'ajuster cette limite. Celle-ci, afin d'éviter l'interaction du FG avec la LDM, doit être choisie parallèle à l'interface. Finalement, comme la LDM correspond à un angle de $\pi/2$, θ_N doit satisfaire au critère suivant :

$$\theta_N = \frac{\pi}{2} - \alpha_2 \theta_x \quad (V.3)$$

ou écrit autrement :

$$\tan \theta_N = 1 / \tan \alpha_2 \theta_x \quad (V.4)$$

Par ailleurs, le respect de l'approximation paraxiale impose que $\alpha_2 \theta_x < 20^\circ$, ce qui permet de faire l'approximation $\tan(\alpha_2 \theta_x) \approx \alpha_2 \theta_x$. En introduisant cette simplification, ainsi que (V.1) dans l'équation (V.2) et en appliquant le résultat à (V.4) on trouve :

$$W_0^2 = \frac{2r_{dec}}{k} \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \quad (V.5)$$

Finalement à partir de (V.5) on obtient les coordonnées du centre O_N du FG_N .

On observe que W_0 et O_N dépendent de r_{dec} , le rayon de S_{dec} , et des paramètres α_1 et α_2 . L'impact de α_1 et α_2 sur la méthode sera étudié dans la section 2. Pour étudier l'influence du paramètre r_{dec} nous décidons de fixer, dans la suite de ce paragraphe, $(\alpha_1, \alpha_2) = (1.5, 1)$, qui correspond à un paramétrage donnant des résultats satisfaisants.

Sur la Figure V-4a, nous avons représenté l'évolution de W_0 en fonction de r_{dec} . Comme on pouvait s'y attendre, W_0 croît avec r_{dec} . Cependant, cette évolution n'est pas homothétique par rapport à r_{dec} . En effet, W_0 / λ_0 croît seulement de 1.1 à 2.1 quand r_{dec} / λ_0 croît de 5 à 20. A partir de W_0 on peut déduire le nombre de FGs élémentaires nécessaires à la décomposition. Comme le montre la Figure V-4b, ce nombre croît avec r_{dec} . Ce comportement est dû à l'évolution non homothétique de W_0 en fonction de r_{dec} .

Finalement, il en découle que la proportion de la surface de décomposition couverte par les FGs élémentaires augmente elle aussi avec la distance de décomposition r_{dec} . La Figure V-4c représente ce taux de couverture qui correspond au rapport entre la surface couverte par les FGs élémentaires et la surface totale de décomposition S_{dec} . On notera que la maximisation de ce taux de couverture est l'un de nos objectifs, puisqu'il correspond à favoriser la décomposition en FGs par rapport à celle en CESs.

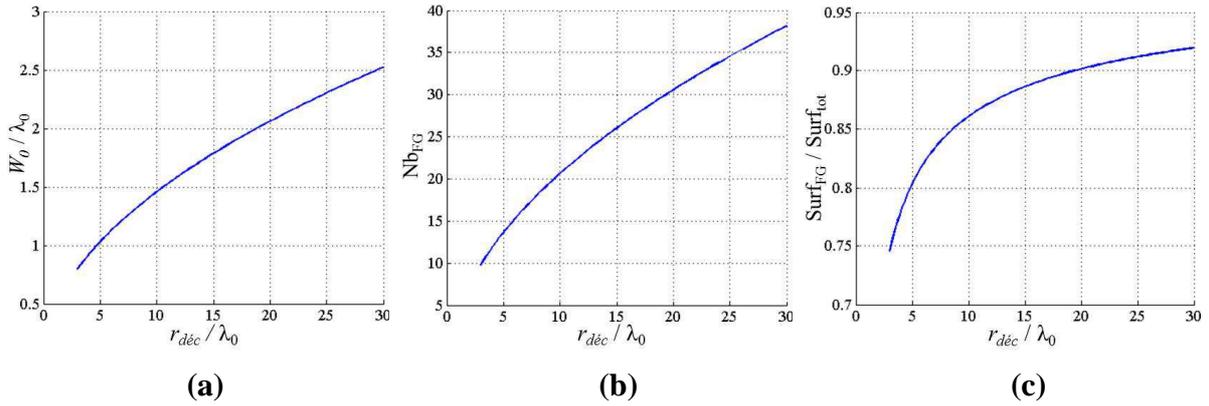


Figure V-4 : (a) W_0 , (b) nombre de FGs élémentaires et (c) proportion de S_{dec} couverte par les FGs élémentaires, en fonction de r_{dec} , pour $(\alpha_1, \alpha_2) = (1.5, 1)$. Notons que la décomposition a été faite avec une distance standard inter-faisceaux $d_{GB} = 0.9W_0$.

1.3. Calcul des coefficients de décomposition

A partir des coordonnées de O_N et de la ceinture W_0 obtenues au paragraphe précédent, nous déterminons la position des centres O_n des FGs élémentaires, ainsi que la position des points Q_m correspondant aux CESs.

Le pas de maillage en FGs d_{FG} (Figure V-3a) est choisi tel que $\kappa = d_{FG} / W_0 = 0.9$. D'après [21] cette valeur permet une décomposition en FGs précise. Dans la section 3 nous discuterons de l'intérêt de faire varier le paramètre κ . Pour le maillage en CESs, nous choisissons un pas classique de $\lambda/8$, avec λ la longueur d'onde du milieu considéré. L'optimisation de ce pas sera aussi discutée dans la section 3.

Nous noterons que ce pas est porté à $\lambda_0/16$ juste au-dessus de l'interface, de manière à décrire correctement les ondes de surface dont le champ est très confiné dans cette zone. La zone de sur-échantillonnage choisie ici est définie par $0 \leq z \leq \lambda_0/4$ et contient environ 90% de l'énergie des ondes de surface. On remarquera que cette zone est facilement identifiable car elle correspond à $|\text{Im}(\mathbf{P})| > |\text{Re}(\mathbf{P})| / 4$, avec \mathbf{P} le vecteur de Poynting du champ.

Nous commençons par décomposer le champ initial \mathbf{H}^i sur les N FGs aux points O_n . Pour cela nous utilisons la décomposition multi-FG présentée au chapitre 3. Il faut ensuite décomposer le reste du champ en M CESs. Cependant, cette dernière étape nécessite certaines précautions. En effet, la troncature de la décomposition en FGs ramène une erreur dans la décomposition en CESs. Sur les points Q_m l'erreur causée par la décomposition en FG s'exprime en termes de champ électrique et magnétique par :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{H}_{\text{ErrFG}}(Q_m) &= \sum_{n=1}^N \mathbf{H}_{\text{FG}_n}(Q_m) \\
 \mathbf{E}_{\text{ErrFG}}(Q_m) &= \sum_{n=1}^N \mathbf{E}_{\text{FG}_n}(Q_m)
 \end{aligned}
 \tag{V.6}$$

Cette erreur implique un mauvais champ rayonné, qui peut être annulé en soustrayant $\mathbf{H}_{\text{ErrFG}}$ et $\mathbf{E}_{\text{ErrFG}}$ au champ initial sur chaque point Q_m . Les courants élémentaires électrique et magnétique, \mathbf{J} et \mathbf{M} respectivement, correspondant à la décomposition en CESs s'écrivent alors :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{J}(Q_m) &= \mathbf{n} \times \left(\mathbf{H}^i(Q_m) - \sum_{n=1}^N \mathbf{H}_{\text{FG}_n}(Q_m) \right) \\
 \mathbf{M}(Q_m) &= -\mathbf{n} \times \left(\mathbf{E}^i(Q_m) - \sum_{n=1}^N \mathbf{E}_{\text{FG}_n}(Q_m) \right)
 \end{aligned}
 \tag{V.7}$$

avec \mathbf{n} le vecteur unitaire normal à $S_{\text{déc}}$ en Q_m .

Lorsque nous appliquons la méthode de décomposition hybride, présentée dans cette section, à des champs classiques en espace libre (arche de cosinus, FG, ...), nous obtenons de très bons résultats (erreur de recombinaison inférieure à -50dB). Cela permet une première validation de la méthode. Nous pouvons alors l'appliquer à une configuration plus exigeante. C'est l'objet de la section suivante.

2. Résultats

Dans cette section nous étudions les résultats obtenus en appliquant notre méthode à la décomposition d'un champ incident représentatif d'un cas général contenant des ondes de surface. Nous commencerons par présenter la configuration de test. Nous effectuerons ensuite, à partir de cette configuration, une étude paramétrique nous permettant de définir un jeu de paramètres garantissant de bons résultats dans le cas général.

Notons que l'étude paramétrique est effectuée en faisant rayonner les FGs élémentaires à partir de leur définition comme point source complexe. En effet cette approche permet de nous affranchir des erreurs inhérentes aux formulations asymptotiques du rayonnement des FGs. Finalement nous montrerons les résultats obtenus en faisant rayonner les FGs élémentaires à partir de leurs formulations paraxiale et champ lointain.

Le rayonnement des CESs sera calculé par une résolution numérique des intégrales spectrales du chapitre 2, afin d'assurer la validité des résultats en tout point de l'espace.

2.1. Configuration de test

Par commodité nous choisissons d'utiliser comme référence un champ calculé directement avec notre code de rayonnement de Courants Equivalents de Surface (CES). Ce champ résulte de l'excitation d'une Lampe de Diélectrique sur Métal (LDM) par un CES et doit être représentatif de n'importe quel champ rayonné par une antenne. Ainsi la LDM est choisie de façon à obtenir un champ rayonné \mathbf{H}_{rad} qui est la combinaison d'un champ d'espace et d'Ondes de Surface (OS). Le rayonnement d'espace est donné par 2 Ondes de Fuite (OF) rayonnant à 45° et 80° . Le rayonnement en OS est donné par 6 modes de surface. Ce comportement est obtenu à 10 GHz en utilisant une LDM de hauteur $d = 6$ cm (Figure V-5a). L'excitation est réalisée grâce à une ligne de courant magnétique (point rouge) orientée et infinie suivant \mathbf{e}_y et localisée en $x = -d$ comme dans [37], [78]. Le milieu 1 est de l'air et la structure est infinie suivant \mathbf{e}_z et invariante suivant \mathbf{e}_y .

La Figure V-5a représente une cartographie, dans le plan xOz du champ rayonné par cette structure. Le maximum de rayonnement n'est pas en $\theta = 0^\circ$ car il correspond au rayonnement d'OFs. Par ailleurs, le champ correspondant aux OSs présente des ondulations. Celles-ci sont dues aux interactions constructives et destructives entre les 6 modes de surface qui ne possèdent pas la même vitesse de phase suivant \mathbf{e}_z (voir chapitre 1). La Figure V-5b montre un diagramme de rayonnement obtenu à $r = 40\lambda_0$. Nous remarquons que le maximum du champ lointain est à obtenu à $\theta = 90^\circ$ et provient donc de OSs.

Pour cette configuration, nous obtenons r_0 , la distance de champ lointain, à partir de la largeur du lobe à demi-puissance ($\theta_{HP} = 32.5^\circ$ d'après la Figure V-5b). Ainsi $r_0 \approx 7\lambda_0 = 21$ cm. Ce résultat est confirmé par la forme circulaire des équi-phase à cette distance.

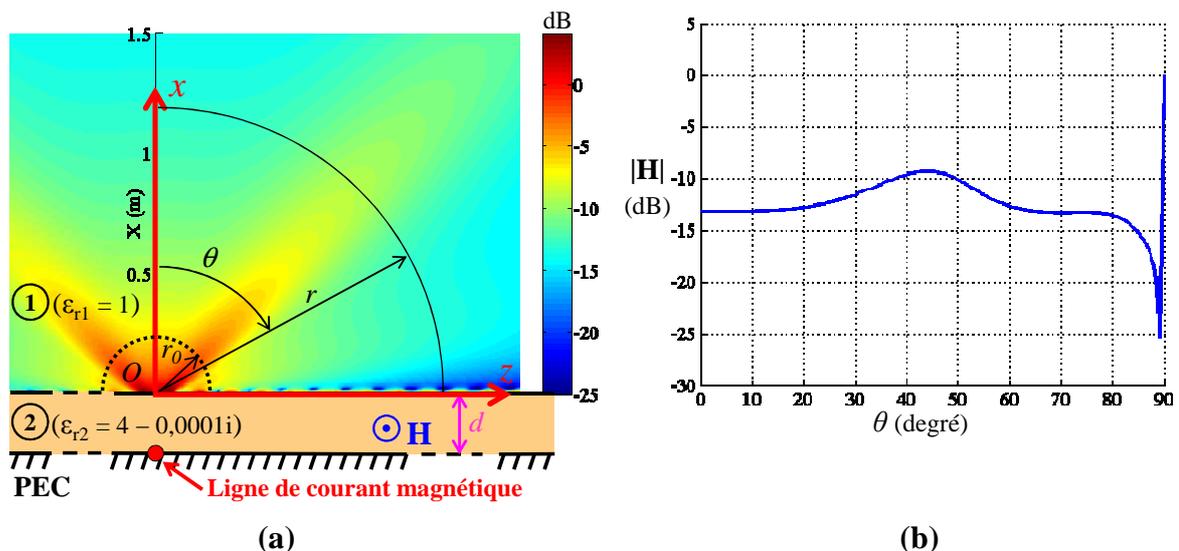


Figure V-5 : (a) Configuration et champ rayonné dans le plan xOz . (b) Diagramme de rayonnement obtenu à $r = 40\lambda_0$ (cercle noir sur la Figure a). L'amplitude du champ est normalisée par rapport au maximum de $|\mathbf{H}_{\text{rad}}|$ sur le cercle $r = r_0$, qui correspond à la distance de champ lointain mais également au rayon de la surface de décomposition utilisée dans le paragraphe suivant.

2.2. Paramétrage et performances

Dans ce paragraphe nous étudions les résultats obtenus en appliquant notre méthode hybride au cas de test présenté dans le paragraphe précédent. Nous en déduisons ainsi un jeu de paramètres donnant de bons résultats dans le cas général. Afin de pouvoir analyser au mieux ces résultats, nous souhaitons que ceux-ci soient exempts d'erreurs inhérentes aux formulations asymptotiques du rayonnement des FGs élémentaires. Ainsi nous choisissons de faire rayonner ces FGs à partir de leur définition issue du point source complexe. Dans la seconde partie de ce paragraphe nous montrons les résultats obtenus en faisant rayonner les FGs élémentaires à partir de leurs formulations paraxiale et champ lointain.

2.2.1. Avec des FGs définis comme des points sources complexes

Dans la suite, nous présentons les performances de notre méthode hybride en fonction des paramètres $r_{déc}$, le rayon de la surface de décomposition, α_1 et α_2 les paramètres définissant les largeurs spatiale et spectrale « utiles » des faisceaux élémentaires et r_{obs} , la distance d'observation sur laquelle le champ sera calculé par la recombinaison du rayonnement de tous les FGs élémentaires et toutes les CESs.

Afin de pouvoir quantifier l'erreur de recombinaison sur les points d'observation, nous définissons deux critères d'erreur calculés sur S_{obs} , une surface circulaire de rayon r_{obs} :

$$\sigma_{all} = \frac{\sum_{S_{obs}} \|\mathbf{H}_{rad} - \mathbf{H}_{rec}\|^2}{\sum_{S_{obs}} \|\mathbf{H}_{rad}\|^2}, \quad \sigma_{ZPS} = \frac{\sum_{S_{obsZPS}} \|\mathbf{H}_{rad} - \mathbf{H}_{rec}\|^2}{\sum_{S_{obsZPS}} \|\mathbf{H}_{rad}\|^2} \quad (\text{V.8})$$

avec \mathbf{H}_{rad} le champ de référence et \mathbf{H}_{rec} le champ recomposé. σ_{all} définit l'erreur de recombinaison sur S_{obs} . σ_{ZPS} définit l'erreur de recombinaison sur la portion de S_{obs} proche de l'interface. Cette Zone Proche de la Surface (ZPS) est définie comme contenant 99 % de l'énergie des OSs (voir Figure V-3b). Elle s'étend généralement, comme ici, sur une hauteur de $\lambda_0/2$ au-dessus de l'interface (*i.e.* $0 < z < \lambda_0/2$).

Dans notre étude, nous considérons que les résultats sont satisfaisants dès lors que $\sigma < -30$ dB.

2.2.1.a. Etude d'un cas de référence

Nous commençons par étudier le cas correspondant à $r_{déc} = r_0 = 7\lambda_0$ (voir § 2.1), $(\alpha_1, \alpha_2) = (1.5, 1)$ et $\kappa = 0.9$. Avec ce paramétrage, $W_0 = 1.14\lambda$ et donc, l'angle du centre du dernier FG, vaut $\theta_N = 75^\circ$. La surface de décomposition $S_{déc}$ correspond au cercle dessiné en pointillé sur la Figure V-5a et sur la Figure V-6a. La Figure V-6a et la Figure V-6b montrent respectivement l'amplitude du champ initial et du champ recomposé dans le plan xOz . Nous remarquons que le champ recomposé diffère très peu du champ incident. L'erreur relative de recombinaison représentée sur la Figure V-6c confirme cette observation. Cette erreur relative

est normalisée par $|\mathbf{H}_{\text{rad}}|$ en tout point. Ainsi, l'erreur notable obtenue pour les angles proches de $\theta = 89^\circ$ n'est pas gênante car elle correspond à des zones où $|\mathbf{H}_{\text{rad}}|$ est très faible. Sur la Figure V-6b nous avons représenté par des flèches bleues les vecteurs de Poynting réels des FGs élémentaires. On voit que dans ce cas, 17 FGs élémentaires sont nécessaires pour réaliser la décomposition sur $S_{\text{déc}}$.

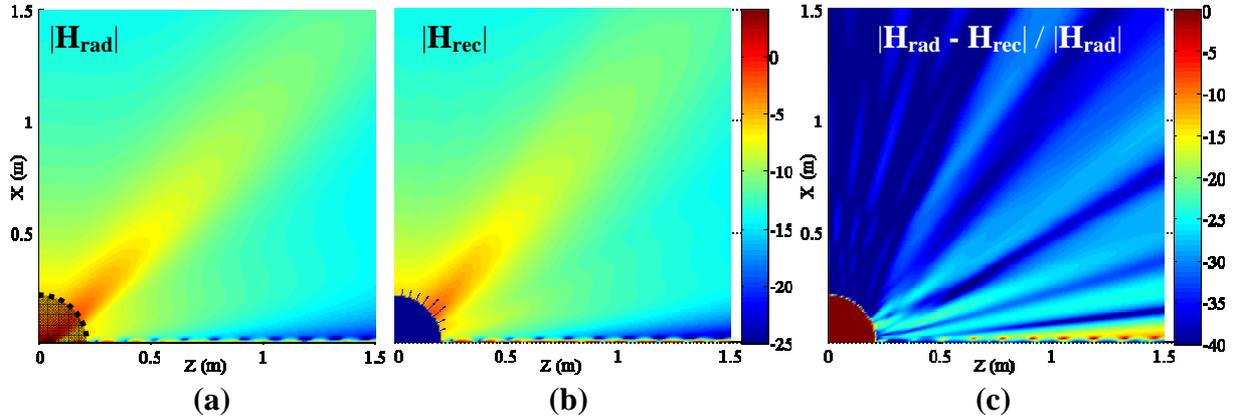


Figure V-6 : Amplitude (en dB) de (a) le champ de référence et (b) le champ recomposé, normalisés par rapport à $\max(|\mathbf{H}^i|)$, l'amplitude maximale du champ sur la surface de décomposition ; (c) erreur relative de recomposition. $r_{\text{déc}} = r_0 = 7.\lambda_0$, $(\alpha_1, \alpha_2) = (1.5, 1)$ et $\kappa = 0.9$.

La Figure V-7a montre l'erreur de décomposition en FGs. Cette erreur de décomposition est considérée uniquement pour les angles $\theta < \theta_N = 75^\circ$ sur $S_{\text{déc}}$. En effet, pour des angles $\theta \geq \theta_N$ sur $S_{\text{déc}}$, les erreurs liées à la décomposition en FGs sont annulées par la décomposition en CESs (voir § 1.3). Ici l'erreur de décomposition en FGs est associée au critère d'erreur $\sigma_{\text{all}}(r_{\text{déc}}) = -36.1 \text{ dB}$. La Figure V-7b et la Figure V-7c montrent les résultats obtenus pour $r_{\text{obs}} = 2.r_0$ et $r_{\text{obs}} = 100.r_0$ respectivement. Le champ de référence est tracé en bleu, le champ recomposé uniquement à partir des FGs en rouge, et le champ recomposé en utilisant à la fois les FGs et les CESs en vert. Proche de $S_{\text{déc}}$ (Figure V-7b), le champ recomposé uniquement à partir des FGs est suffisamment précis pour des angles d'observation θ compris entre 0 et 54° . A grande distance (Figure V-7c), ce champ est suffisamment précis pour θ compris entre 0 et 48° . Dans les deux cas, nous observons que le champ recomposé en utilisant à la fois les FGs et les CESs donne de bons résultats pour tous les angles d'observation. Les critères d'erreur correspondant sont : $\sigma_{\text{all}}(2.r_0) = -34.2 \text{ dB}$ et $\sigma_{\text{all}}(100.r_0) = -30.5 \text{ dB}$.

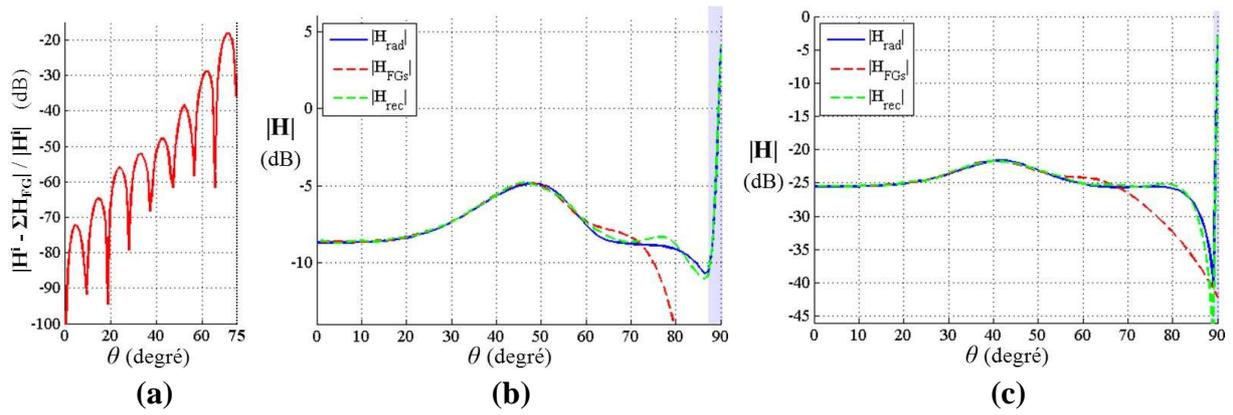


Figure V-7 : (a) Erreur de décomposition en FGs ; champs initiaux et recomposés (b) à $r_{obs} = 2.r_0$ et (c) à $r_{obs} = 100.r_0$. Amplitudes normalisées par rapport à $\max(|\mathbf{H}^i|)$. $r_{dec} = r_0$, $(\alpha_1, \alpha_2) = (1.5, 1)$ et $\kappa = 0.9$.

Sur ces figures, les zones bleues proches de $\theta = 90^\circ$ correspond à la ZPS. Sur la Figure V-8a et la Figure V-8b nous observons plus en détail cette zone aux deux distances.

Proche de S_{dec} (Figure V-8a), on observe que les OSs sont bien modélisées, ce que confirme le critère d'erreur $\sigma_{ZPS}(2.r_0) = -32.4 \text{ dB}$. Dans cette zone, le champ est entièrement modélisé par les CESs. Le rayonnement des FGs doit donc y être négligeable, ce qui est bien le cas ici. A grande distance (Figure V-8b), les OSs sont bien modélisées ($\sigma_{ZPS}(100.r_0) = -32.3 \text{ dB}$). Cependant, on observe une mauvaise représentation du champ de référence autour de 89.9° . En effet, dans cette zone, la très faible amplitude du champ de référence est bien modélisée par les CESs mais masquée par le rayonnement des FGs (ligne rouge pointillée). L'erreur dans cette zone est à relativiser car elle concerne un champ très faible.

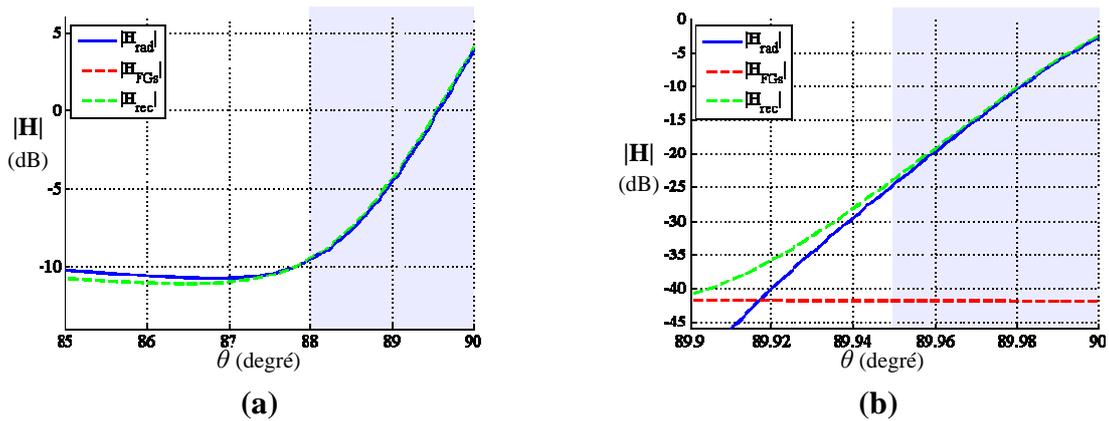


Figure V-8 : Champs initiaux et recomposés (a) à $r_{obs} = 2.r_0$ et (b) à $r_{obs} = 100.r_0$. pour des angles d'observation rasants. Amplitudes normalisées par rapport à $\max(|\mathbf{H}^i|)$. $r_{dec} = r_0$, $(\alpha_1, \alpha_2) = (1.5, 1)$ et $\kappa = 0.9$.

On notera que cette décomposition utilise en tout 17 FGs, 32 CESs dans le milieu 1 et 66 CESs dans le milieu 2. On rappelle que la répartition des FGs et des CESs est symétrique par rapport à l'axe Oz . Concernant le temps de calcul, pour les 200×200 points du diagramme de

champ de la Figure V-6b, il a fallu : 14s pour le rayonnement des FGs, 3000s pour le rayonnement des CESs du milieu 1 et 8000s pour le rayonnement des CESs du milieu 2. Ramené aux nombre de CESs, le calcul du champ recomposé en un point a duré en moyenne 0.28s dont seulement 0.43ms pour le calcul du rayonnement des FGs. Ainsi le rayonnement des CESs représente 98.3% du temps de calcul. Cependant, comme nous le verrons dans la section 3, des améliorations simples à mettre en place devraient permettre de réduire ce temps de calcul.

2.2.1.b. Paramétrage optimal de α_1 et α_2

Les résultats présentés précédemment ont été obtenus avec les paramètres $r_{dec} = r_0$, $(\alpha_1, \alpha_2) = (1.5, 1)$ et $\kappa = 0.9$. Nous allons à présent étudier l'influence des paramètres r_{dec} et α_1 . Le paramètre α_2 reste fixé à 1.

Sur la Figure V-9a nous fixons $\alpha_1 = 1.5$ et traçons l'évolution du critère d'erreur σ_{all} en fonction de r_{dec} , pour les 3 distances d'observation utilisées précédemment : $r_{obs} = r_{dec}$ (vert), $2.r_0$ (bleu) et $100.r_0$ (rouge pointillé). Nous ne traçons pas σ_{ZPS} , car il fait toujours apparaître des erreurs acceptables (*i.e.* $\sigma_{ZPS} < -30\text{dB}$).

Nous observons que les erreurs de recomposition décroissent lorsque r_{dec} augmente. Pour $r_{dec} \geq r_0$ il apparaît que toutes ces erreurs sont acceptables (*i.e.* inférieures à -30 dB). Ainsi, pour la Figure V-9b nous fixons $r_{dec} = r_0$ qui correspond au pire des cas acceptables. Sur la Figure V-9b nous montrons l'influence de α_1 , sur l'erreur de recomposition, pour les 3 mêmes distances d'observation. Il est important de rappeler que nous souhaitons privilégier la décomposition en FGs par rapport à celle en CESs. D'après la Figure V-3b page 120, cela correspond à minimiser le terme $\alpha_1 W_0$. Ce qui mène, d'après l'équation (V.5) de la même page, à minimiser les paramètres α_1 et α_2 .

A partir de la Figure V-9b on observe tout d'abord que la décomposition en FG est suffisamment précise quel que soit α_1 . Il apparaît aussi que $\sigma_{all}(2.r_0)$ et $\sigma_{all}(100.r_0)$ ont tendance à décroître à mesure que α_1 augmente. En effet lorsque α_1 est grand, l'amplitude du FG_N sur l'interface est faible au niveau de la surface de décomposition. Il en résulte une erreur de décomposition moindre, particulièrement sur la décomposition des ondes de surface et de fuite. A partir de $\alpha = 1.4$, toutes les erreurs de recomposition sont acceptables. En ajoutant une marge d'erreur supplémentaire, le réglage $\alpha = 1.5$ peut être considéré comme un bon compromis.

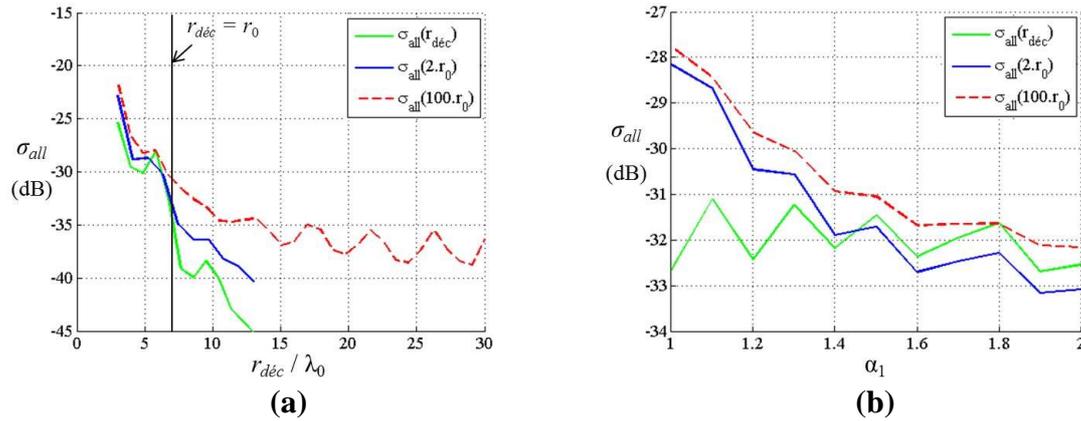


Figure V-9 : σ_{all} en fonction (a) de r_{dec} (pour $\alpha_1 = 1.5$) ou (b) de α_1 (pour $r_{dec} = r_0$). $r_{obs} = r_{dec}, 2.r_0$ ou $100.r_0$, $\alpha_2 = 1$ et $\kappa = 0.9$.

Divers tests ont montré qu'augmenter α_2 au-delà de 1 ne rend pas les résultats plus précis et conduit à augmenter le nombre de CESs. En effet ce critère n'affecte que la précision en champ lointain du FG_N .

2.2.1.c. Domaine de validité de la décomposition en FGs

Comme nous l'avons vu dans le chapitre 4, il est possible de calculer rapidement et précisément l'interaction d'un champ décomposé en FGs avec la plupart des structures existantes. A l'inverse il sera très difficile de calculer l'interaction d'un champ quelconque, tel que celui rayonné par les CESs.

Un objectif important de notre méthode de décomposition hybride est donc de maximiser la zone de validité du champ obtenu en faisant rayonner uniquement les FGs.

A cet effet l'Annexe G présente une étude de l'influence des principaux paramètres de la méthode sur ce domaine de validité. Nous en résumons les résultats importants ici.

- Le domaine de validité des FGs augmente avec r_{dec} . En effet, comme nous l'avons vu au paragraphe 1.2, la ceinture W_0 ainsi que la proportion de la surface de décomposition couverte par les FGs augmentent avec r_{dec} . Il en découle que les FGs proches de la LDM sont d'autant plus rasants et directifs que r_{dec} est grand, améliorant ainsi la couverture des FGs.
- A contrario, l'augmentation des paramètres α_1 et α_2 va éloigner les FGs de la LDM, ce qui va réduire le domaine de validité des FGs.
- La zone de validité des FGs peut être déterminée à partir de l'erreur de décomposition en FGs et des directions de propagation des FGs élémentaires, qui sont des éléments connus. Ce résultat est intéressant car il permet de connaître a priori ce domaine de validité. En particulier, dans notre exemple, on trouve que les FGs seuls représentent fidèlement le champ incident sur plus de la moitié du domaine d'observation.

2.2.2. Avec des FGs paraxiaux et champ lointain

Dans le paragraphe précédent, nous avons présenté les résultats obtenus en faisant rayonner les FGs élémentaires à partir de leur définition comme des points sources complexes. En pratique, les formulations analytiques utilisées pour calculer les interactions des FGs dans les algorithmes FGs découlent, soit de la formulation paraxiale, soit de la formulation champ lointain des FGs. Nous souhaitons donc nous assurer que notre méthode donne aussi de bons résultats lorsque l'on fait rayonner les faisceaux élémentaires en utilisant ces deux formulations.

Sur la Figure V-10, nous présentons les erreurs obtenues avec les 3 formulations. On remarque que la formulation paraxiale introduit très peu d'erreurs pour des distances r inférieures à $26\lambda_0$ (cercle blanc sur les 3 figures). A partir de cette distance, le relais est bien assuré par la formulation champ lointain.

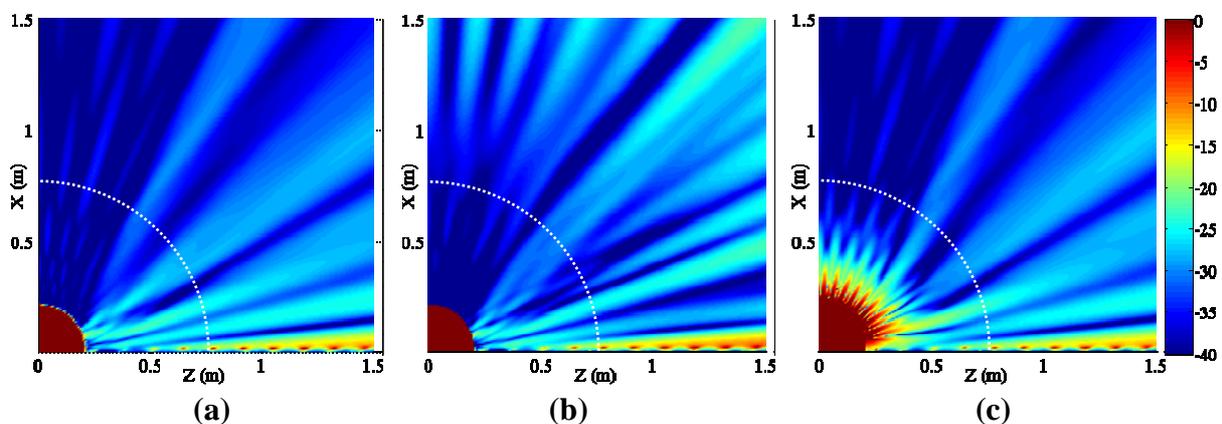


Figure V-10 : Erreurs relatives de recomposition obtenues en faisant rayonner les FGs élémentaire avec les 3 formulations : (a) point source complexe, (b) paraxiale et (c) champ lointain. Comme pour la Figure V-6, $r_{dec} = r_0 = 7\lambda_0$, $(\alpha_1, \alpha_2) = (1.5, 1)$ et $\kappa = 0.9$.

3. Autres degrés de liberté

Dans la section précédente, nous avons montré que de bonnes performances peuvent être obtenues avec $r_{dec} = r_0$, $(\alpha_1, \alpha_2) = (1.5, 1)$ et $\kappa = 0.9$. Ainsi nous pouvons considérer qu'il s'agit d'un bon paramétrage par défaut. Pour autant, certains paramètres de la méthode n'ont pas été exploités. L'Annexe H présente une étude des potentialités de ces paramètres pour l'amélioration des performances de la méthode. Nous résumons les résultats ici :

- Augmentation de r_{dec} : Dans la section 2 nous avons vu qu'en augmentant la distance de décomposition r_{dec} , la précision du champ recomposé était améliorée. De plus, cela conduit à privilégier plus encore la décomposition en FGs par rapport à celle en CESs (voir § 1.2). Cependant on notera que décomposer le champ à plus grande distance implique l'augmentation du volume de calcul nécessaire pour obtenir le champ sur la

surface de décomposition S_{dec} . Or ceci n'est pas souhaitable, voire impossible. Ainsi le choix de r_{dec} résulte d'un compromis.

- Evaluation numérique de W_0 : Il est possible dans certains cas, d'améliorer les performances de la méthode en raffinant l'évaluation de W_0 , la taille de la ceinture des FGs élémentaires. En effet, on remarquera qu'en présence d'ondes de fuite, comme c'est le cas dans notre exemple, la valeur de W_0 déduite de l'équation analytique (V.5), est toujours surestimée. Ces ondes de fuite rayonnant depuis la surface, le vecteur de Poynting en O_N admet un angle $(\mathbf{e}_x, \mathbf{P}_N)$ plus petit que θ_N (voir Figure V-3b du § 1.2). La surestimation de W_0 implique une décomposition en FGs moins précise et un domaine de validité des FGs moindre. De plus cela mène à l'utilisation de plus de CESs, et donc un temps de calcul augmenté.

Il est possible d'évaluer plus précisément le W_0 optimal en prenant en compte la direction effective du vecteur de Poynting \mathbf{P}_N . Cela peut se faire facilement numériquement.

- Pas de décomposition en FG: L'utilisation d'une valeur de $\kappa (= d_{FG} / W_0)$ plus petite permet d'obtenir une meilleure précision du champ recomposé. En revanche, le nombre de FG augmente entraînant un temps de calcul plus long.
- Pas de décomposition et rayonnement des CESs: Actuellement, le rayonnement des CESs représente 98.3% du temps de calcul du champ recomposé. Un effort important est donc à faire à ce sujet. Ainsi nous proposons 4 pistes d'améliorations, qui pourraient ensemble réduire significativement le temps de calcul. Il s'agit tout d'abord d'optimiser le pas de décomposition en CESs. Il faudrait ensuite calculer le rayonnement des CESs uniquement dans les zones où il contribue significativement. On pourrait aussi tirer profit des formulations analytiques du rayonnement des CESs (actuellement le rayonnement des CESs est calculé numériquement). Enfin il serait facile d'augmenter le pas d'intégration numérique afin de l'adapter plus justement à la précision requise (ici -30 dB).
- Recouvrement des deux domaines de décomposition: Dans le paragraphe 1.2 nous avons fixé, comme première approche, $Q_I = O_N$, ce qui correspond à définir deux domaines de décomposition adjacents sans recouvrement. En opérant un recouvrement de la décomposition en FGs par la décomposition en CESs, une partie de l'erreur de décomposition en FGs sera annulée par la décomposition en CESs. Le champ recomposé sera ainsi plus précis. Cependant, pour limiter l'augmentation du temps de calcul, il convient de limiter le nombre de CESs supplémentaires. Dans l'Annexe H nous montrons que cela est facilement réalisable. En effet nous faisons passer l'erreur de recomposition de -32 dB à -36 dB en ajoutant seulement 6 CESs supplémentaires. On notera cependant que cette solution est efficace uniquement si l'erreur de décomposition en FGs est initialement importante (*i.e.* κ grand).

4. Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre nous avons proposé une méthode permettant d'étendre la décomposition multi-faisceaux afin de tenir compte de l'excitation et de la propagation des ondes de surface et de fuite sur une lame de diélectrique sur métal. La méthode consiste à hybrider les décompositions en faisceaux gaussiens et en courants équivalents de surface pour que ceux-ci prennent en compte respectivement les ondes se propageant en espace libre et les ondes couplées à la surface de la lame de diélectrique sur métal. Le champ recomposé s'obtient en faisant rayonner les faisceaux gaussiens à partir des expressions du chapitre 3 et les courants équivalents à partir des expressions du chapitre 2.

A partir de critères géométriques, nous avons obtenu une expression analytique de la ceinture W_0 des faisceaux gaussiens élémentaires et de la limite entre les deux domaines de décomposition. Nous avons ensuite montré, qu'augmenter la distance de décomposition, permet de privilégier la décomposition en faisceaux gaussiens par rapport à celle en courants équivalents de surface, et tend à donner de meilleurs résultats. Par une étude paramétrique nous avons identifié un jeu de paramètres permettant d'obtenir de bonnes performances dans le cas général. L'impact, des autres paramètres de liberté de la méthode, sur les performances a aussi été étudié et répertorié en Annexe H. Nous avons montré que leur optimisation offre une marge d'amélioration supplémentaire, autant en termes de précision que de temps de calcul.

Sur notre exemple, le calcul du champ recomposé en un point a duré en moyenne 0.28s dont seulement 0.43ms pour le calcul du rayonnement des faisceaux gaussiens. Ainsi le rayonnement des courants équivalents représente 98.3% du temps de calcul. Nous avons donc proposé 3 solutions permettant de réduire significativement ce dernier temps de calcul. On notera que le temps de calcul reste minime par rapport à une méthode de décomposition utilisant uniquement des courants équivalents. En effet, nous avons montré que l'utilisation des faisceaux gaussiens permet de réduire grandement le nombre de courants équivalents à utiliser. Par ailleurs, la décomposition d'un champ en faisceaux gaussiens permet d'avoir recours à la puissance des méthodes de modélisation associées. En effet, comme nous l'avons montré au chapitre 4, l'interaction du champ décomposé en faisceaux gaussiens avec la plupart des structures, peut être calculée analytiquement. Nous avons d'ailleurs montré que le rayonnement des faisceaux gaussiens seuls décrit bien le champ incident sur plus de la moitié du domaine d'observation.

Il est intéressant de remarquer que ce travail peut facilement être transposé à des structures plus complexes tels que des multicouches de métamatériaux. En effet le principe d'hybridation reste identique dans tous les cas.

On notera aussi que cette méthode d'hybridation peut être utilisée pour réaliser la fermeture de n'importe quel domaine de décomposition en faisceaux gaussiens.

Conclusion

Notre travail de thèse présente un double objectif. Il s'agit d'une part, de réaliser une synthèse, la plus claire possible, sur les différents types d'ondes de surface et, d'autre part, de proposer une adaptation du modèle faisceaux gaussiens permettant leur prise en compte pour le calcul du couplage antenne-structure.

Pour réaliser le **premier objectif**, nous avons commencé par présenter la notion de guide ouvert. Puis nous avons recentré notre étude sur une partie seulement des modes propagés par ces guides. Il s'agit des ondes de surface et de fuite regroupées sous l'appellation d'*ondes complexes*. Nous avons vu que ces ondes peuvent être définies comme une somme d'ondes planes inhomogènes. Ainsi, afin d'interpréter plus facilement les propriétés modales des ondes complexes, nous avons introduit la notion d'ondes planes inhomogènes et avons présenté leurs propriétés.

Cette étude modale a été réalisée sur deux structures seulement dont nous avons vu qu'elles permettent de mettre en lumière l'ensemble des propriétés modales des ondes complexes. Il s'agit du dioptre plan et de la lame de métamatériau sur métal.

Par ailleurs, nous avons montré que, suivant les conventions utilisées, les vecteurs d'onde de ces ondes correspondent, soit aux racines, soit aux pôles du coefficient de réflexion associé à une onde plane inhomogène incidente sur la structure. Dans le cas général des matériaux à pertes, ces vecteurs d'ondes s'obtiennent analytiquement dans le cas du dioptre mais numériquement dans le cas de la lame de métamatériau sur métal.

En second lieu, nous avons étudié l'excitation des ondes complexes sur le dioptre plan et la lame de métamatériau sur métal. Pour cela nous avons traité séparément le cas des sources de courants électriques et magnétiques. Nous avons ainsi exprimé le champ total en tout point sous forme d'une intégrale spectrale à laquelle nous avons appliqué le théorème du point col et des résidus. Cela nous a permis, d'une part, de rendre plus efficace la résolution numérique de l'intégrale et, d'autre part, d'obtenir des formulations analytiques du champ valables en champ lointain. La validité de ces formulations, en fonction de la localisation des pôles du coefficient de réflexion, a été explorée et nous avons établi le lien avec la notion de distance numérique.

Ces formulations sont facilement applicables à des structures plus complexes. Pour cela, il suffit de remplacer les coefficients de réflexion et de transmission utilisés par ceux de la nouvelle structure.

Nous avons également analysé les conditions d'existence des résidus, associés aux pôles du coefficient de réflexion. A partir de l'expression analytique de ces résidus nous avons étudié l'excitation des ondes complexes en fonction des propriétés de la source et des matériaux utilisés. En particulier, nous avons montré des configurations de sources permettant de favoriser ou de supprimer l'excitation de certaines ondes complexes.

A partir du chapitre 3, nous nous sommes consacrés au **second objectif** de cette thèse. Pour cela, nous avons tout d'abord rappelé les différentes définitions conduisant aux faisceaux gaussiens. Ces définitions mènent à plusieurs formulations analytiques de leur rayonnement dont nous avons exposé les domaines de validité. Nous avons ainsi pu expliciter les propriétés physiques des faisceaux gaussiens.

Pour représenter un champ à partir de ces faisceaux gaussiens, il faut avoir recours à une méthode de décomposition. Nous avons donc présenté le principe général de ces méthodes. Nous nous sommes ensuite intéressés plus particulièrement à la décomposition multi-faisceaux qui est utilisée au chapitre 5. Cette technique détermine les faisceaux gaussiens élémentaires à partir des propriétés physiques du champ incident, ce qui permet d'utiliser un minimum de faisceaux. En contrepartie, l'amplitude du champ doit varier lentement, par rapport à la longueur d'onde, le long de la surface de décomposition. De plus, la surface de décomposition doit présenter une courbure et une incidence modérées par rapport au champ incident. Ces limitations sont compatibles avec les champs décomposés au chapitre 5.

Une fois le champ initial décomposé en faisceaux gaussiens, il s'agit de les faire interagir avec les structures environnantes. A cet effet, nous avons présenté les différentes techniques existantes permettant de calculer cette interaction. Cet exposé a permis de mettre en évidence le double avantage des méthodes à base de faisceaux gaussiens : les interactions sont locales et sont résolues analytiquement sous certaines hypothèses (i.e. paraxialité et incidence et courbure modérées, ou champ lointain et contribution faible des pôles). Le lancer de faisceaux gaussiens permet de décrire très rapidement l'interaction d'un champ avec une interface diélectrique courbe. Il suppose qu'un faisceau gaussien élémentaire incident génère un faisceau réfléchi et un faisceau transmis, ce qui est valable uniquement pour des courbures et incidences modérées. De plus la réflexion autour de l'angle de Brewster est mal décrite. La technique basée sur le calcul des coefficients de transmission et de réflexion d'un faisceau gaussien donne de très bons résultats. Cependant sa précision dépend de la paraxialité des faisceaux gaussiens incidents. Par ailleurs, on ne peut pas l'appliquer à des lames épaisses présentant des courbures ou incidences importantes. Pour limiter ce problème, les champs sur les parois extérieures de la lame, pourront être décomposés en faisceaux gaussiens conformes plutôt qu'en faisceaux gaussiens classiques.

Les expressions développées au chapitre 2 nous ont par ailleurs permis de proposer une formulation analytique de l'interaction d'un faisceau gaussien avec une lame de métamatériau seule ou court-circuitée. Cette formulation est valable en champ lointain et n'est pas limitée par l'angle de Brewster ni par l'angle d'incidence du faisceau. Cependant nous avons montré que la précision était dégradée pour des lames épaisses ou présentant des indices importants ou compris entre -1 et 1 . Dans ce cas, la distance minimale nécessaire pour assurer la validité de la formulation analytique peut être très grande. Pour autant, nous disposons d'une expression analytique de cette distance.

Dans le cinquième et dernier chapitre, nous avons exposé une méthode permettant d'étendre la décomposition multi-faisceaux pour tenir compte de l'excitation et de la propagation des ondes de surface et de fuite sur une surface plane. La méthode consiste à hybrider les

décompositions en faisceaux gaussiens et en courants équivalents de surface pour que ceux-ci prennent en compte respectivement les ondes se propageant en espace libre et les ondes couplées à la surface. Afin de tester notre méthode, nous avons choisi une lame de diélectrique sur métal pour représenter la surface. Nous avons identifié un jeu de paramètres permettant d'obtenir de bonnes performances dans le cas général. Par ailleurs, nous avons montré que l'optimisation des autres degrés de liberté de la méthode offre une marge d'amélioration supplémentaire, autant en termes de précision que de temps de calcul.

Le rayonnement des courants équivalents représente 98.3% du temps de calcul. Ainsi, par rapport à une méthode de décomposition utilisant uniquement des courants équivalents, l'intérêt de l'hybridation avec les faisceaux gaussien est double. D'une part, l'utilisation des faisceaux gaussiens permet de réduire grandement le nombre de courants équivalents à utiliser et donc le temps de calcul. D'autre part, leur utilisation permet d'avoir recours à la puissance des méthodes de modélisation par faisceaux gaussiens pour calculer l'interaction du champ avec son environnement. Nous avons d'ailleurs montré que le rayonnement des faisceaux gaussiens seuls décrivait bien le champ incident sur plus de la moitié du domaine d'observation.

Finalement on notera que cette méthode peut être appliquée à des surfaces plus complexes telles que des multicouches [69]-[71]. De plus, on peut l'utiliser pour réaliser la fermeture de n'importe quel domaine de décomposition en faisceaux gaussiens.

Perfectionnement des outils développés

Il serait envisageable d'améliorer les formulations analytiques développées, afin de limiter l'influence des pôles lorsque ceux-ci sont à proximité du point col. Actuellement ces formulations dérivent d'un développement limité à l'ordre 0 de l'intégrande autour du point col. Monter en ordre le développement limité n'est pas la solution. En effet un développement à l'ordre 2 conduit à une expression analytique très lourde qui n'améliore que peu les résultats. Dans ce type de situations, il a été montré que la technique du point col modifié était mieux adaptée [86], [130]-[132]. Par ailleurs il serait intéressant de chercher des simplifications aux expressions résultantes. Par exemple en considérant des faibles pertes ou des lames fines.

Toujours concernant les formulations analytiques, il serait également souhaitable d'effectuer l'évaluation asymptotique de l'interaction d'un faisceau gaussien avec les structures étudiées, à partir de l'approximation paraxiale. Il serait intéressant d'étudier dans quelles mesures cette formulation subit l'influence des pôles à proximité du point col.

De plus, nous avons vu que la formulation analytique de l'interaction d'un faisceau gaussien, développée au chapitre 4, peut aisément être étendue aux faisceaux gaussiens conformes. Il serait alors intéressant d'étudier son domaine de validité en fonction des paramètres du faisceau gaussien conforme.

Par ailleurs, la méthode d'hybridation développée dans le dernier chapitre pourrait être améliorée de plusieurs façons. Comme nous l'avons vu, une amélioration simple à mettre en place serait d'optimiser le pas de décomposition en courants équivalents de surface, en

fonction de la complexité du champ incident. Il serait aussi intéressant d'étudier de plus près l'erreur obtenue sur le champ à proximité de l'interface lorsque nous utilisons le critère de distance numérique. Une autre piste d'amélioration serait de répartir les faisceaux gaussiens de manière non uniforme sur la surface de décomposition. En effet, nous avons vu qu'une valeur de κ faible permet d'obtenir une décomposition plus précise proche de la troncature du domaine de décomposition en faisceaux gaussiens. Cependant, cela conduit à un nombre important de faisceaux générés. Un bon compromis serait obtenu avec un κ faible (*i.e.* ≤ 0.6) au bord de la surface de décomposition et un κ plus grand (*i.e.* ≥ 0.9) sur le reste du domaine. Finalement, la surface de propagation des ondes de surface n'étant jamais infinie, il serait nécessaire de tenir compte de la diffraction de ces ondes au niveau du bord de la lame [133].

Plus largement, il serait envisageable d'étendre cette étude, ainsi que la méthode d'hybridation du chapitre 5, aux cas 3D [134], [135] d'une part et aux surfaces courbes [136], [137] d'autre part. Au niveau des ondes complexes la transposition en 3D pourrait se faire assez simplement en définissant ces ondes dans un repère cylindrique.

Perspectives

De nombreux travaux sont aujourd'hui menés sur des matériaux aux propriétés particulières excitant des ondes de surface. Il s'agit notamment des plasmas et des métamatériaux. Notre formalisme est général et pourrait facilement s'appliquer à l'étude des phénomènes de propagation sur ces structures.

Par ailleurs le recours à l'hybridation de méthodes est très prometteur pour permettre de cumuler les avantages de plusieurs techniques hautes fréquences. Dans ce travail nous avons hybridé les décompositions en faisceaux gaussiens et en courants équivalents de surface. Une voie prometteuse, permettant étendre le formalisme des faisceaux gaussiens au traitement du couplage antenne-structure faisant intervenir des objets complexes, serait l'hybridation avec des matrices de diffraction en modes sphériques (« generalized scattering matrix ») [138].

Annexe A :

Modes, guidés par une interface, exclus de l'étude

Un guide ouvert peut supporter une multitude de modes. Comme précisé dans l'introduction du chapitre 1, seule une partie de ces modes est étudiée dans cette thèse.

Dans cette annexe, nous définissons brièvement les modes ainsi exclus. Cette présentation étant succincte, des références seront données au lecteur pour lui permettre d'aller plus loin dans la compréhension.

Onde de sol : En considérant le problème d'une source placée à proximité du sol terrestre en l'absence d'ionosphère, l'onde de sol désigne l'onde à proximité du sol. L'onde de sol peut être décomposée en l'*onde de surface de Norton* et l'onde d'espace. L'onde d'espace étant elle-même la somme d'une onde directe et d'une onde réfléchie par le sol [139].

Onde de surface de Norton : En considérant le problème d'une source placée à proximité du sol terrestre en l'absence d'ionosphère, l'onde de surface de Norton désigne l'onde se propageant au niveau du sol, moins le champ prévu par l'optique géométrique [139]. En effet Norton considère que le champ total se décompose en trois composantes : le rayon direct, le rayon réfléchi, obtenu en utilisant les coefficients de Fresnel, et un terme de correction. Il considère ces deux premiers termes comme l'onde d'espace (*i.e.* le champ de l'optique géométrique) et le dernier comme l'onde de surface (*i.e.* l'onde de Norton). Ces deux composantes, prises séparément, ne respectent pas les équations de Maxwell.

L'onde de surface de Norton dérive d'une formulation asymptotique de l'onde liée au sol, dans l'hypothèse des très basses altitudes. Cette formulation fut présentée par K. A. Norton en 1936 [30]. Elle donne des formulations simplifiées pour différents cas d'antennes et est très intéressante pour effectuer un bilan de liaison au niveau du sol.

Par ailleurs, à grande distance de la source, l'*onde de surface de Norton* s'apparente à une onde latérale [25].

Dans sa publication de 1936 [30], Norton définit l'intensité F (mV/m) du champ rayonné par une antenne placée au-dessus du sol, par l'expression (A.1) :

$$F = \frac{37.28kh_e I_0 A_1}{d} \quad (\text{A.1})$$

avec d la distance à la source en miles et I_0 le courant sur la source. La grandeur h_e définit une hauteur équivalente de la source en fonction de sa hauteur réelle et de l'angle de rayonnement. La grandeur A_1 est obtenue par la résolution d'une intégrale spectrale mais Norton donne, dans sa publication, des abaques permettant d'obtenir sa valeur directement en fonction de la distance numérique et de la permittivité du milieu au-dessus duquel est placée la source.

Onde rampante (creeping wave) : L'onde rampante représente une contribution particulière dans le cadre de Théorie Géométrique de la Diffraction (TGD). Il s'agit de l'onde diffractée dans la zone d'ombre pour un champ arrivant sur une surface convexe [139]. L'onde rampante se propage donc, le long de la surface convexe, par diffraction successive le long de cette surface. Elle rayonne donc forcément au cours de sa propagation, comme on peut le voir sur la Figure A-1. Cette onde semblant suivre la surface, est souvent confondue à tort avec une onde de surface, qui est une onde physique. Contrairement à l'onde de surface, l'onde rampante peut se propager sur un métal parfait mais ne peut pas exister sur une interface plane [140], [141].

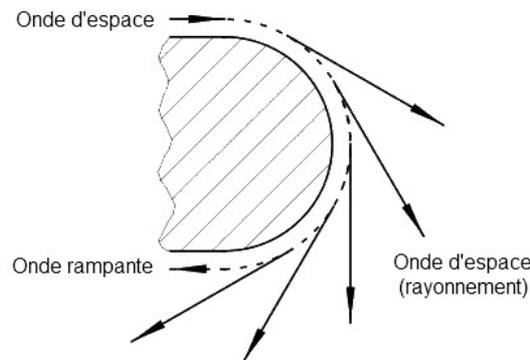


Figure A-1 : Illustration d'une onde d'espace excitant un onde rampante sur un cylindre métallique parfait.

Mode de Watson : Le mode de Watson [142] est un autre nom pour l'onde rampante [141].

Onde latérale : En considérant une source placée au-dessus d'une interface entre deux milieux, l'onde latérale correspond au re-rayonnement dans le milieu supérieur d'une onde se propageant parallèlement à l'interface dans le milieu inférieur [143]. A la différence de l'onde de fuite, l'atténuation de l'onde latérale est algébrique en fonction de la distance parcourue le long de l'interface [72]. Par ailleurs contrairement à l'onde de fuite qui est associée à un pôle du coefficient de réflexion, l'onde latérale est associée à l'intégration le long d'une branche de coupure [72]. Les ondes latérales étant très étroitement liées au phénomène de réflexion totale, leur contribution est exacerbée lorsque la source et le point d'observation sont tous deux placés dans le diélectrique le plus dense [65], [72]. A grande distance de la source, l'onde latérale sur un dioptre s'apparente à l'onde de surface de Norton [25].

Mode d'Elliot : Le mode d'Elliot est l'équivalent du *mode de surface piégé*, étudié au paragraphe 4.3.2 du chapitre 1, mais dans le cas des surfaces courbes [141], [144].

Mode d'Albertsen : Le mode d'Albertsen est l'équivalent de l'*onde de fuite*, étudiée au paragraphe 4.3.2 du chapitre 1, mais dans le cas des surfaces courbes [141], [145].

Onde de Sommerfeld-Goubau : L'onde de Sommerfeld-Goubau est une onde de surface se propageant axialement le long d'un cylindre métallique couvert d'une couche de diélectrique (ou autre matériau ou métal corrugué) [146]. Ce comportement fut d'abord évoqué par Sommerfeld puis étudié par Goubau [147] d'où le nom donné à cette onde. Si le rayon de courbure du cylindre tend vers l'infini, l'onde de Sommerfeld-Goubau devient le *mode de surface piégé* étudié dans cette thèse (voir paragraphe 4.3.2 du chapitre 1).

Résonance de Fano (Fano resonance) : La résonance de Fano est un phénomène physique observé très récemment dans le domaine de l'optique. Il s'agit de l'association d'un plasmon de surface dit lumineux (*i.e.* plasmon de surface classique) et d'un plasmon de surface dit sombre, créant une onde présentant une distribution transversale d'amplitude asymétrique aux propriétés très intéressantes [148], [149].

Annexe B :

Etude modale des ondes de surface et de fuite en polarisation TE

L'étude modale réalisée au paragraphe 4 du chapitre 2 était appliquée uniquement au cas de la polarisation TM. Les résultats principaux de ce paragraphe sont donnés ici dans le cas de la polarisation TE.

Nous rappelons que le champ générateur en polarisation TE est le champ électrique. Par convention il sera orienté suivant \mathbf{e}_y .

1. Cas du dioptre plan air-métamatériau

Sur cette structure, seule une unique onde complexe peut exister. Il s'agit d'une unique Onde de Surface (OS) à double évanescente dont les propriétés dépendent de la permittivité et de la perméabilité relatives du métamatériau, notées respectivement ϵ_{r2} et μ_{r2} .

Elle est définie par une OPI unique dans chacun des deux milieux. L'OPI dans chaque milieu est définie par son vecteur d'onde complexe, noté \mathbf{k}_1 et \mathbf{k}_2 respectivement, comme représenté sur la Figure B-1.

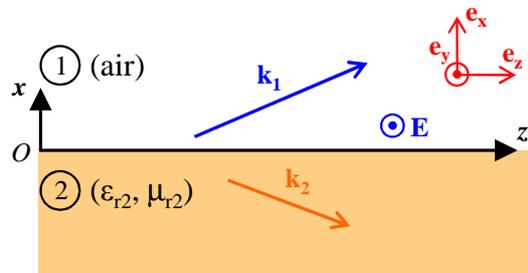


Figure B-1 : Représentation des deux Onde Plane Inhomogène (OPI) constituant une onde de surface TE sur un dioptre air-métamatériau.

Il s'écrit dans les milieux 1 et 2 par :

$$\begin{cases} E_{y1} = C \exp(-jk_{x1}x - jk_{z1}z) & (x \geq 0) \\ E_{y2} = C \exp(+jk_{x2}x - jk_{z2}z) & (x \leq 0) \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

avec les composantes de \mathbf{k}_1 et \mathbf{k}_2 valant :

$$k_{z1} = k_{z2} = k_z = \pm k_0 \sqrt{\frac{n_2^2 - \mu_{r2}^2}{1 - \mu_{r2}^2}} \quad (\text{B.1a})$$

$$k_{x1} = \pm \sqrt{k_0^2 - k_z^2} = \pm k_0 \sqrt{\frac{1 - n_2^2}{1 - \mu_{r2}^2}} \quad (\text{B.1b})$$

$$k_{x2} = -\mu_{r2} \cdot k_{x1} \quad (\text{B.1c})$$

avec $n_2 = \sqrt{\varepsilon_{r2}\mu_{r2}}$ l'indice de réfraction du milieu 2 et k_0 le nombre d'onde de l'onde plane dans le vide

Par rapport au cas TM, les conditions de continuité sur les champs magnétique et électrique tangentiels au niveau de l'interface sont inversées. Ainsi l'expression des composantes de \mathbf{k}_1 et \mathbf{k}_2 est obtenue en remplaçant " ε_{r2} " par " μ_{r2} " dans les équations (I.13a), (I.13b) et (I.13c) :

Comme pour le cas TM, ces équations caractéristiques peuvent aussi être obtenues à partir du coefficient de réflexion. En polarisation TE il vaut :

$$R_{TE} = \frac{E_{rT}}{E_{iT}} = \frac{\mu_2 \cdot k_{x1} - \mu_0 \cdot k_{x2}}{\mu_2 \cdot k_{x1} + \mu_0 \cdot k_{x2}} \quad (\text{B.2})$$

Etude du cas air-diélectrique :

Le dioptre air-diélectrique ne peut pas supporter d'onde de surface TE comme nous pouvons le déduire des équations caractéristiques ci-dessus.

2. Cas de la lame plane de métamatériau sur métal

Sur cette structure, plusieurs ondes de surface et de fuite peuvent exister. En particulier, l'onde de surface définie sur un dioptre dans le paragraphe précédent peut exister aussi.

Une onde complexe sur cette structure est définie par une unique OPI dans le milieu semi-infini (milieu 1) et la somme de deux OPIs dans la lame de métamatériau (milieu 2). Sur la Figure B-2, nous représentons l'OPI du milieu 1 par son vecteur d'onde \mathbf{k}_1 et les deux OPIs du milieu 2 par leurs vecteurs d'onde \mathbf{k}_{2a} et \mathbf{k}_{2b} .

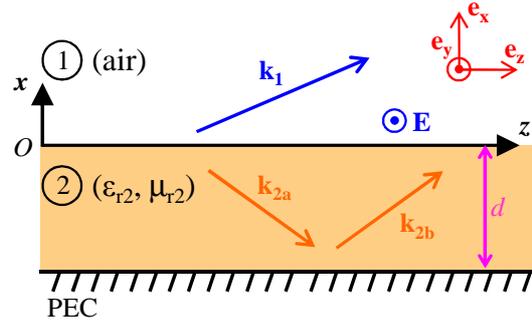


Figure B-2 : Représentation des 3 OPI constituant une onde de complexe TM sur une lame de métamatériau sur métal parfait (PEC)

Pour vérifier la continuité des champs magnétique et électrique tangentiels au niveau de l'interface ($x = 0$) et du PEC ($x = -d$), il faut : $\mathbf{k}_{2a} = \mathbf{k}_{2b} = \mathbf{k}_2$.

Le champ générateur est le champ électrique, orienté suivant \mathbf{e}_y . Il s'écrit dans les milieux 1 et 2 par :

$$\begin{cases} E_{y1} = C_1 \exp(-jk_{x1}x - jk_z z) & (x \geq 0) \\ E_{y2} = C_1 \frac{\sin(k_{x2}(x+d))}{\sin(k_{x2}d)} \exp(-jk_z z) & (x \leq 0) \end{cases} \quad (\text{B.3})$$

avec les composantes de \mathbf{k}_1 et \mathbf{k}_2 valant :

$$\begin{cases} k_{x1} \mu_{r2} - j k_{x2} \cot(k_{x2} d) = 0 \\ k_{x2}^2 - k_{x1}^2 = k_0^2 (n_2^2 - 1) \\ k_{x1}^2 + k_z^2 = k_0^2 \end{cases} \quad (\text{B.4})$$

On notera que, comme pour le dioptre air-métamatériau, les équations caractéristiques peuvent aussi être obtenues à partir du coefficient de réflexion.

Etude du cas de la lame diélectrique sur métal :

Sur la lame diélectrique sur métal parfait, les ondes complexes, autres que celle définie sur le dioptre, peuvent exister à la fois en polarisations TE et TM.

Contrairement au cas du dioptre, on ne peut pas trouver, dans le cas général, de solution analytique au système d'équations caractéristiques des ondes complexes (ici le système d'équations (B.4)). Cependant, en considérant un diélectrique sans perte, ces équations peuvent se simplifier.

On peut alors identifier directement les caractéristiques des différentes ondes complexes pouvant se propager sur la structure.

Dans ce paragraphe le diélectrique est sans perte. On note donc sa permittivité relative $\epsilon_{r2} = \epsilon_{r2}'$, avec ϵ_{r2}' un réel.

Avec un diélectrique sans perte, le système d'équations caractéristiques s'écrit :

$$\begin{cases} k_{x1} - j.k_{x2} \cdot \cot(k_{x2} \cdot d) = 0 \\ k_{x2}^2 - k_{x1}^2 = k_0^2 (\epsilon_{r2}' - 1) \\ k_{x1}^2 + k_z^2 = k_0^2 \end{cases} \quad (\text{B.5})$$

avec ϵ_{r2}' la permittivité réelle du diélectrique.

1) Recherche des ondes de surface

Comme pour la polarisation TM, les ondes de surface se caractérisent par :

$$k_z = k_z' \quad \text{et} \quad k_{x1} = -j.k_{x1}'' \quad (\text{B.6})$$

avec k_z' un réel et k_{x1}'' un réel positif.

On en déduit que k_{x2} est, soit réel, soit imaginaire pur.

→ Si $\epsilon_{r2}' < 1$, la 2^{ème} ligne du système (B.5) implique que k_{x2} est imaginaire pur. La 1^{ère} ligne du système (B.5) devient donc :

$$k_{x1}'' = -k_{x2}'' \cdot \coth(k_{x2}'' \cdot d) \quad (\text{B.7})$$

avec k_{x2}'' un réel.

k_{x1}'' étant positif, l'équation (B.7) n'admet pas de solution.

La lame de diélectrique sur métal ne supporte donc pas de plasmon de surface polarisé en TE. Ce résultat était attendu par analogie avec le cas du dioptré air-diélectrique en polarisation TE. En effet le plasmon de surface est une onde de surface appartenant au dioptré, puisqu'elle ne dépend que des propriétés du dioptré sur lequel elle se propage.

→ Si $\epsilon_{r2}' > 1$, k_{x2} peut être réel. Dans la suite on considère que k_{x2} est un réel.

Dans ce cas, d'après l'équation (B.3), l'amplitude dans le milieu 2 décrit des arches de sinus suivant x . Le nombre d'arches est donné par la partie entière de $k_{x2}' \cdot d / \pi$. Il correspond à l'ordre du mode noté n .

Ce mode est à un mode de substrat se propageant dans la lame de diélectrique. On appelle ce mode *mode de surface piégé*.

Plusieurs modes de surface peuvent coexister sur cette structure. Pour trouver leurs vecteurs d'ondes il convient de résoudre le système d'équation suivant :

$$\begin{cases} k_{x1}'' \cdot \varepsilon_{r2}' = -k_{x2}' \cdot \cot(k_{x2}' \cdot d) \\ k_{x2}'^2 + k_{x1}''^2 = k_0^2 (\varepsilon_{r2}' - 1) \end{cases} \quad (\text{B.8})$$

avec k_{x2}' un réel.

On peut résoudre graphiquement ce système en traçant ces deux équations dans le repère $(k_{x1}'' \cdot d, k_{x2}' \cdot d)$.

Sur la Figure B-3 nous représentons les 2 équations de (B.8), dans le repère $(k_{x1}'' \cdot d / \pi, k_{x2}' \cdot d / \pi)$, pour 2 valeurs d'épaisseur d et $\varepsilon_{r2} = 2$. Le cercle rouge correspond à $d = \lambda_0 / 4$ et le cercle bleu à $d = \lambda_0 / 2$. Le rayon du cercle est égale à la grandeur a qui est identique au cas TM (voir (I.29) page 34) :

$$a = k_0 \cdot d \sqrt{(\varepsilon_{r2}' - 1)} \quad (\text{B.9})$$

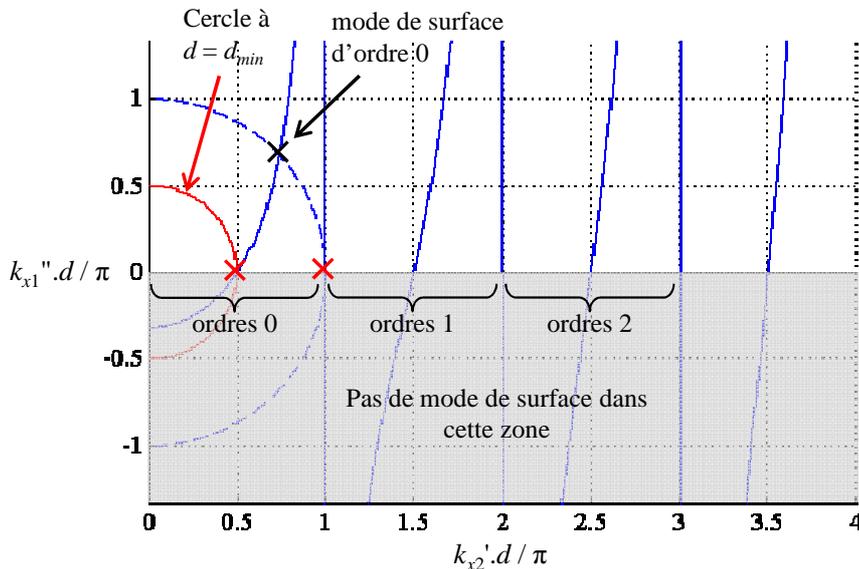


Figure B-3 : Localisation graphique des modes de surface piégés pour une lame de diélectrique sur métal parfait. Ici le diélectrique est défini par $\varepsilon_{r2} = 2$. Le cercle rouge correspond à $d = \lambda_0 / 4$ et le cercle bleu à $d = \lambda_0 / 2$, avec d l'épaisseur du diélectrique.

Sur la Figure B-3, la zone correspondant à k_{x1}'' est grisée car on a imposé $k_{x1}'' > 0$ pour que le mode soit confiné au-dessus de la surface. Ainsi, un mode de surface existe seulement dans le second cas (*i.e.* pour $d = \lambda_0 / 2$).

Comme pour le cas TM, l'augmentation de l'épaisseur d et de la permittivité relative ε_{r2} du diélectrique, se traduit par l'augmentation du rayon du cercle représenté par la 2^{ème} ligne de (B.8). Le cercle peut alors couper des arcs de tangente supplémentaires. Ainsi, le nombre de modes de surface supportés par la structure augmente.

En revanche, contrairement au cas TM, il existe une valeur limite du rayon du cercle a en dessous de laquelle aucun mode de surface TE ne peut exister. Le cercle rouge de la Figure B-3 représente ce cas limite.

Finalement, comme dans le cas TM on déduit de a le nombre de modes de surface pouvant se propager sur la structure. La formule est la même qu'en polarisation TM : voir équation (I.30) page 35.

2) Recherche des autres modes

Par opposition, les autres modes sont définis par $k_z = k_z' - j \cdot k_z''$ avec k_z' un réel et k_z'' un réel positif non nul.

Comme en polarisation TM :

- aucun mode de coupure, pour la propagation suivant z , ne peut exister sur la structure.
- le système d'équations caractéristiques admet alors une infinité de solutions, quelles que soient la permittivité ε_{r2}' et l'épaisseur d .
- Ces solutions correspondent à des modes se propageant suivant z en s'atténuant. Ils rayonnent, dans le milieu 1, au cours de leur propagation le long de la structure. D'où $k_{x1}' > 0$.
- k_{x1}' , k_{x1}'' , k_{x2}' et k_{x2}'' sont non nuls. Ainsi, d'après l'équation (B.3), l'amplitude dans le milieu 2 décrit des arches de sinus suivant x .
- Le nombre d'arches est donné par la partie entière de $k_{x2}' \cdot d / \pi$. Il correspond à l'ordre du mode noté n .
- ce mode est donc une onde de fuite, dont l'ordre n est donné par la partie entière de $k_{x2}' \cdot d / \pi$.
- k_{x1}'' et ε_{r2}' sont toujours de signes opposés. Ainsi, dans un diélectrique classique (*i.e.* $\varepsilon_{r2}' > 0$), l'onde de fuite est un mode impropre. A l'inverse, dans un diélectrique à permittivité négative, l'onde de fuite est un mode propre.

Contrairement à la polarisation TM, ici, le système d'équations caractéristiques (B.5) admet une solution analytique. Pour cela il convient de poser :

$$\begin{cases} j \cdot k_{x1} \cdot d = w = u + jv \\ k_{x2} \cdot d = Z = X + jY \\ a = k_0 \cdot d \cdot \sqrt{(\varepsilon_{r2}' - 1)} \end{cases} \quad (\text{B.10})$$

avec u , v , X et Y des réels

Le système (B.5) devient alors :

$$\begin{cases} w = -Z \cdot \cot(Z) \\ w^2 + Z^2 = a^2 \\ k_{x1}^2 + k_z^2 = k_0^2 \end{cases} \quad (\text{B.11})$$

En combinant les deux premières lignes de (B.11) on trouve (B.12), qui se décompose en (B.12a) et (B.12b).

$$Z = \pm a \cdot \sin(Z) \quad (\text{B.12})$$

$$a \cdot \sin(X) \cdot \cosh(Y) = \pm X \quad (\text{B.12a})$$

$$a \cdot \cos(X) \cdot \sinh(Y) = \pm Y \quad (\text{B.12b})$$

Le signe \pm dans les équations (B.12a) et (B.12b) proviennent directement de l'équation (B.12). Il convient donc de résoudre, d'une part le couple + et, d'autre part, le couple -. Il apparaît alors que seules les solutions pour lesquelles X appartient à l'intervalle $[m \cdot \pi + \pi / 2, m \cdot \pi + \pi]$, avec m un entier naturel, sont possibles.

On peut résoudre graphiquement ce système en traçant les équations (B.12a) et (B.12b) dans le repère $(k_{x2}'' \cdot d, k_{x2}' \cdot d)$.

Sur la Figure B-4 nous représentons ces 2 équations dans le repère $(-k_{x2}'' \cdot d, k_{x2}' \cdot d / \pi)$, pour une permittivité $\epsilon_{r2} = 2$ et une épaisseur $d = \lambda_0 / 2$.

Sur ce graphique nous avons localisé les 3 premiers modes de fuite qui peuvent exister sur cette structure (croix noires). Le premier mode de fuite est d'ordre $n = 1$.

Le point d'intersection marqué par une croix rouge donne $k_{x2}'' = 0$, et ne donne donc pas un mode de fuite. Cela correspond en réalité à l'existence d'un mode de surface d'ordre 0.

Ainsi on remarquera que si le paramètre a augmente, l'ordre n du premier mode de fuite croît aussi et, avec lui, le nombre de modes de surface pouvant exister sur la structure. Par contre, si $\epsilon_{r2}' < 1$, les modes de surface ne peuvent pas exister et le premier mode de fuite sera toujours d'ordre $n = 0$.

Finalement on trouve que le critère $k_{x2}' \cdot d > a$ est, en général, un critère fiable pour déterminer l'ordre du premier mode de fuite pouvant exister sur la structure. Cette ordre n_{min} est égale à la partie entière de a / π . Ici $a = \pi$ et nous avons tracé en violet la droite « $k_{x2}' \cdot d = a$ » sur la Figure B-4.

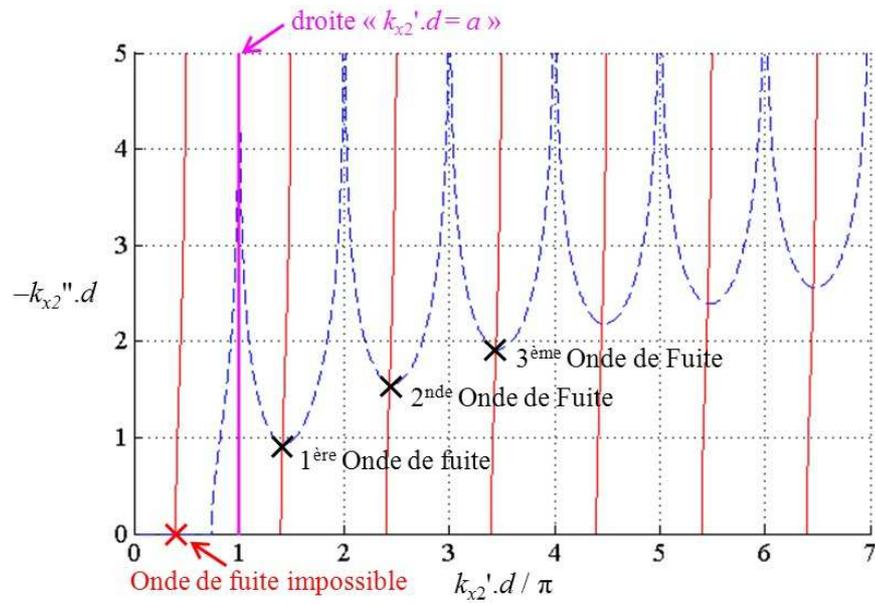


Figure B-4 : Localisation graphique des modes de fuite pour une lame de diélectrique sur métal parfait. Ici le diélectrique est défini par $\epsilon_{r2} = 2$ et $d = \lambda_0 / 2$, avec d l'épaisseur du diélectrique.

Annexe C :

Recherche des ondes de surface et de fuite associées à une lame de métamatériau sur PEC

Dans cette annexe nous présentons des méthodes numériques permettant d'évaluer les vecteurs d'ondes associés aux différentes ondes de surface et de fuite pouvant se propager sur une lame de métamatériau sur métal parfait (PEC). Cette structure est représentée sur la figure ci-dessous.

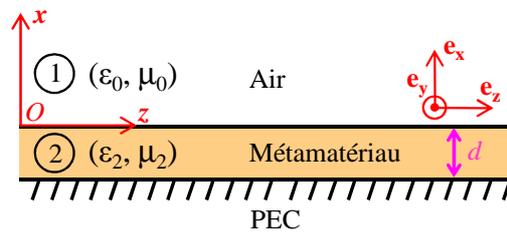


Figure C-1 : lame de métamatériau sur PEC, d'épaisseur d .

Nous rappelons ci-dessous le système d'équations à résoudre. Il s'agit de (C.1a) en polarisation TM et de (C.1b) en polarisation TE.

$$\text{En TM :} \quad \begin{cases} k_{x1} \cdot \epsilon_{r2} + j \cdot k_{x2} \cdot \tan(k_{x2} \cdot d) = 0 \\ k_{x2}^2 - k_{x1}^2 = k_0^2 (n_2^2 - 1) \\ k_{x1}^2 + k_z^2 = k_0^2 \end{cases} \quad (\text{C.1a})$$

$$\text{En TE :} \quad \begin{cases} k_{x1} \cdot \mu_{r2} - j \cdot k_{x2} \cdot \cot(k_{x2} \cdot d) = 0 \\ k_{x2}^2 - k_{x1}^2 = k_0^2 (n_2^2 - 1) \\ k_{x1}^2 + k_z^2 = k_0^2 \end{cases} \quad (\text{C.1b})$$

avec $n_2 = \sqrt{\epsilon_{r2} \mu_{r2}}$ l'indice de réfraction du milieu 2.

Dans la suite, le raisonnement concernera uniquement le cas de la polarisation TM. La transposition au cas TE est évidente.

1) Choix de la variable de calcul

La résolution du système (C.1a) peut se réduire à la résolution de l'unique équation (C.2).

$$\text{En TM :} \quad \sqrt{Z^2 - a^2} \cdot \epsilon_{r2} + j \cdot Z \cdot \tan(Z) = 0 \quad (\text{C.2})$$

avec $Z = k_{x2}.d$ et $a^2 = k_0^2.d^2.(n_2^2 - 1)$.

Comme vu au paragraphe 4.3.2, du chapitre 1, il n'existe pas, dans le cas général, de solution analytique à l'équation (C.2). Sa résolution ne peut donc se faire que numériquement.

La résolution de l'équation (C.2) à partir de la variable Z complexe, en utilisant un algorithme de Newton-Raphson, est simple et efficace. Nous avons donc choisi cette méthode.

La variable de calcul est donc Z .

2) Choix du point initial

Comme vu au paragraphe 4.3.2, du chapitre 1, cette équation admet plusieurs solutions pour une même configuration. En effet, une configuration donnée, définie par un couple $(\varepsilon_{r2}, \mu_{r2}, k_0, d)$ fixé, peut potentiellement propager plusieurs modes de surface et de fuite en plus de l'onde de surface définie pour le dioptre. Or, dans le cas général, ces ondes sont indifféremment solution de l'équation (C.2). La convergence de l'algorithme vers un mode de surface plutôt que vers une onde de fuite, ou même vers d'une onde de fuite d'ordre 0 plutôt que d'ordre 1 est entièrement dépendante du choix du point initial. Ainsi, afin de pouvoir identifier l'intégralité des ondes complexes associées à une structure donnée, il convient donc de choisir judicieusement ces points initiaux.

Dans notre méthode, nous avons choisi de prendre comme points initiaux, des solutions analytiques de l'équation (C.2) correspondant aux différents modes pouvant de propager sur la structure :

- Pour les modes de surface, une unique formulation analytique existe. Elle s'obtient dans le cas sans perte et permet d'obtenir tous les modes pouvant exister sur la structure dans le cas sans perte. Cette formulation nécessite la résolution numérique d'un système d'équation.
- Pour les ondes de fuite, il existe toujours une formule analytique dans les cas particuliers suivants sans perte :
 - o Si $\varepsilon_{r2} = 1$ et $\mu_{r2} \neq 1$. Cette formulation nécessite la résolution numérique d'un système d'équation. Ce qui est contraignant.
 - o Si la variable a est réelle il est possible d'appliquer la technique décrite dans [150]. Cette technique implique une résolution numérique itérative sur la variable d . Ce qui est contraignant.
 - o Si $\varepsilon_{r2} = 0$, l'équation (C.2) devient : $Z.\tan(Z) = 0$. Cette équation n'ayant pas de solution complexe, cela implique que $Z = n.\pi$, avec n un entier naturel qui correspond au mode de l'onde de surface. Pour cette formule, la résolution est donc directe. → On choisit cette solution.

- Pour l'onde de surface définie pour le dioptre, une formule analytique existe uniquement dans le cas sans perte pour $\varepsilon_{r2} < 0$, ce qui correspond au régime des plasmons de surface.

3) Choix de la variable d'incrémentation

Dans tous les cas, la valeur initiale est obtenue dans le cas sans perte, et il faut ajouter les pertes à posteriori. A partir de cette valeur initiale on se déplacera donc vers la solution finale en itérant sur la variable ε_{r2} , jusqu'à atteindre la permittivité finale :

- Dans le cas des modes de surface et du plasmon de surface l'itération se fera uniquement sur ε_{r2}'' , la composante imaginaire de ε_{r2} .
- Dans le cas de l'onde de Zenneck, il faudra partir d'un plasmon de surface sans pertes, puis ajouter les pertes (itération sur ε_{r2}''), puis se déplacer pas à pas vers les permittivités positives (itération sur ε_{r2}').
- Dans le cas de l'onde de fuite, on itèrera directement sur ε_{r2} complexe.

Note 1: pour les ondes de surface dans le cas avec pertes et pour les ondes de fuite dans le cas général, la valeur finale de Z est à partie imaginaire non nulle. Pour que cette solution soit atteinte avec l'algorithme de Newton-Raphson, il faut ajouter une petite partie imaginaire à la valeur d'initialisation de l'algorithme, qui est toujours réelle.

Note 2 : Pour $\varepsilon_{r2} = 1$, l'équation (C.2) diverge. Pour éviter ce problème, il suffit d'ajouter une partie imaginaire importante à la permittivité (e.g. $\varepsilon_{r2}'' = 0.2$) lorsque ε_{r2}' est proche 1.

Annexe D :

Expression du champ en polarisation TE et/ou pour une lame de métamatériau

Les expressions des champs calculées dans le chapitre 2 correspondent uniquement aux cas du dioptré et de la lame de métamatériau sur PEC (Perfect Electric Conductor) excitée en polarisation TM (Transverse Magnétique). Dans cette annexe nous montrons comment ces expressions se transforment dans le cas, d'une part, de la lame de métamatériau sur PEC en polarisation TE (Transverse Electrique), et d'autre part, de la lame de métamatériau seule en polarisations TM et TE.

1. Cas de la polarisation TE

Le champ générateur en polarisation TE est le champ électrique \mathbf{E} orienté suivant \mathbf{e}_y . Pour exciter ce champ on utilisera donc des sources élémentaires de courants électrique \mathbf{J} et magnétique \mathbf{M} orientés respectivement suivant \mathbf{e}_y et orthogonalement à \mathbf{e}_y . Les courants \mathbf{J} et \mathbf{M} voient donc leurs rôles inversés par rapport au cas TM.

Par ailleurs, par rapport au cas TM, les rôles de la permittivité et de la perméabilité sont inversés.

Ainsi, dans le cas du dioptré, l'expression du champ électrique \mathbf{E} , en polarisation TE s'obtient à partir des expressions du champ \mathbf{H} , en polarisation TM (paragraphe 2.1 du chapitre 2), en intervertissant \mathbf{J} et \mathbf{M} , d'une part, et ε et μ , d'autre part.

Dans le cas de la lame de métamatériau sur PEC, en polarisation TE, le champ générateur s'annule sur le PEC. Après calcul, il vient que l'expression du champ électrique \mathbf{E} , en polarisation TE s'obtient à partir des expressions du champ \mathbf{H} , en polarisation TM (paragraphe 2.2 du chapitre 2), en changeant les *cos* en *sin*, les *sin* en $-cos$ et les *tan* en $-cotan$. De plus, comme pour le dioptré, il faut intervertir \mathbf{J} et \mathbf{M} , d'une part, et ε et μ , d'autre part.

On notera que les autres composantes du champ s'obtiennent, à partir du champ générateur, en appliquant les équations de Maxwell appropriées.

2. Cas de la lame de métamatériau

La Figure D-1 représente une lame de métamatériau sur métal excitée en mode TM par une source de courant placée dans le milieu 1. La lame est de hauteur $2d$ et la structure présente un

plan de symétrie placé en $x = -d$ et marqué par un trait pointillé. Le repère (x', z') s'obtient à partir du repère (x, z) par symétrie par rapport à ce plan.

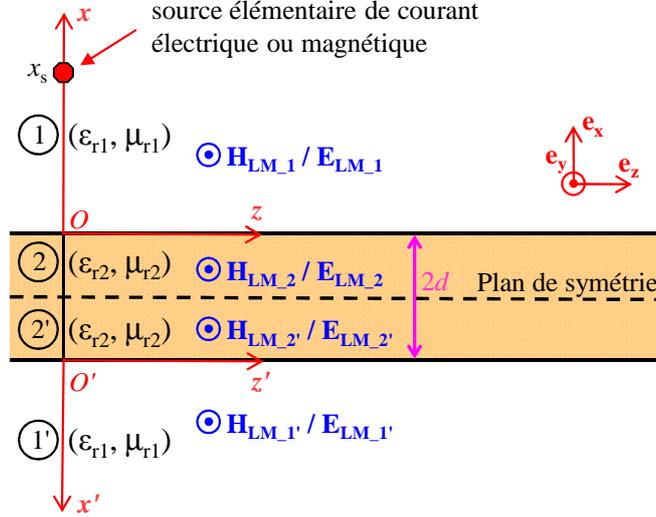


Figure D-1 : Lamme de métamatériau excitée par une source élémentaire de courant infinie suivant \mathbf{e}_y et placée en $x = x_s$ et $z = 0$. Les milieux 1' et 2' sont la symétrie des milieux 1 et 2 respectivement par le plan de symétrie (ligne pointillée).

Les modes TM d'une lame métamatériau sur PEC (Perfect Electric Conductor) d'épaisseur d et les modes TM d'une lame de métamatériau sur PMC (Perfect Magnetic Conductor) d'épaisseur d , correspondent respectivement aux modes TM pairs et impairs d'une lame de métamatériau d'épaisseur $2d$. Ainsi, le champ magnétique \mathbf{H}^{LM} résultant de l'excitation d'une lame de métamatériau d'épaisseur $2d$ s'obtient en sommant les champs \mathbf{H}^{LM+PEC} et \mathbf{H}^{LM+PMC} résultants respectivement de ces deux structures, selon l'équation (D.1).

$$\begin{cases} \mathbf{H}_1^{LM}(x, z) = \mathbf{H}_1^{LM+PEC}(x, z) + \mathbf{H}_1^{LM+PMC}(x, z) \\ \mathbf{H}_2^{LM}(x, z) = \mathbf{H}_2^{LM+PEC}(x, z) + \mathbf{H}_2^{LM+PMC}(x, z) \\ \mathbf{H}_{2'}^{LM}(x', z') = \mathbf{H}_{2'}^{LM+PEC}(x', z') - \mathbf{H}_{2'}^{LM+PMC}(x', z') \\ \mathbf{H}_{1'}^{LM}(x', z') = \mathbf{H}_{1'}^{LM+PEC}(x', z') - \mathbf{H}_{1'}^{LM+PMC}(x', z') \end{cases} \quad (D.1)$$

Les expressions du champ \mathbf{H}^{LM+PEC} sont données au paragraphe 2.2 du chapitre 2. Les expressions du champ \mathbf{H}^{LM+PMC} sont obtenues en remplaçant, dans les expressions de \mathbf{H}^{LM+PEC} , les \cos par \sin , les \sin par $-\cos$ et les \tan par $-\cotan$.

En polarisation TE, les modes de la lame métamatériau sur PEC et de la lame de métamatériau sur PMC correspondent respectivement aux modes impairs et pairs de lame de métamatériau. De même, le champ électrique \mathbf{E}^{LM} s'obtient en sommant les champs \mathbf{E}^{LM+PEC} et \mathbf{E}^{LM+PMC} , selon l'équation (D.2).

$$\begin{cases} \mathbf{E}_1^{\text{LM}}(x, z) = \mathbf{E}_1^{\text{LM+PEC}}(x, z) + \mathbf{E}_1^{\text{LM+PMC}}(x, z) \\ \mathbf{E}_2^{\text{LM}}(x, z) = \mathbf{E}_2^{\text{LM+PEC}}(x, z) + \mathbf{E}_2^{\text{LM+PMC}}(x, z) \\ \mathbf{E}_{2'}^{\text{LM}}(x', z') = \mathbf{E}_{2'}^{\text{LM+PEC}}(x', z') - \mathbf{E}_{2'}^{\text{LM+PMC}}(x', z') \\ \mathbf{E}_{1'}^{\text{LM}}(x', z') = \mathbf{E}_{1'}^{\text{LM+PEC}}(x', z') - \mathbf{E}_{1'}^{\text{LM+PMC}}(x', z') \end{cases} \quad (\text{D.2})$$

Les expressions du champ $\mathbf{E}^{\text{LM+PEC}}$ sont données dans la sections 1 de cette annexe. Les expressions du champ $\mathbf{E}^{\text{LM+PMC}}$ sont obtenues en remplaçant, dans les expressions de $\mathbf{E}^{\text{LM+PEC}}$, les *cos* par $-\sin$, les *sin* par *cos* et les *cotan* par $-\tan$.

Annexe E :

Résolution d'intégrales spectrales par le théorème du point col et des résidus

Les intégrales spectrales de cette thèse s'écrivent sous la forme :

$$I(\rho, \theta) = \int_{\Gamma} X(\Phi) \cdot \exp(\rho \cdot f(\Phi)) \cdot d\Phi \quad (\text{E.1})$$

ρ et θ sont des paramètres réels et ρ est très grand devant 1

Φ est une variable complexe

$X(\Phi)$ est une fonction complexe analytique possédant des pôles et étant lentement variable sauf au niveau de ses pôles.

$f(\Phi) = -j \cdot \cos(\Phi - \theta)$ est une fonction complexe analytique.

Le chemin d'intégration initial Γ est complexe et défini par $\Phi = \arcsin(k_z)$, avec k_z parcourant tout l'axe réel $]-\infty, +\infty[$. Ce chemin d'intégration représente un contour fermé.

Théorème du point col :

Nous nous intéressons aux points stationnaires Φ_s de la fonction $f(\Phi)$. Ceux-ci sont définis par :

$$\frac{\partial f(\Phi_s)}{\partial \Phi} = 0 \quad (\text{E.2})$$

La fonction $f(\Phi)$ ne peut avoir de maximum ou de minimum (propriétés des fonctions complexes analytiques). Les points stationnaires Φ_s sont donc nécessairement associés à des points col (ou points selles).

Dans notre cas, un seul point col existe. Il est défini par $\Phi_s = \theta$.

Un chemin partant de ce point col est défini par $s(\Phi) = f(\Phi) - f(\Phi_s) = s_r(\Phi) + j \cdot s_i(\Phi)$. Avec $s_r(\Phi)$ et $s_i(\Phi)$ des fonctions réelles. Ces deux fonctions définissent la variation, à partir du point col, de respectivement l'amplitude et la phase du terme en exponentiel de l'intégrande.

Suivant les variations de $s_r(\Phi)$ et $s_i(\Phi)$ le long de ce chemin, ce dernier peut avoir différentes propriétés. En particulier un chemin existe pour lequel $s_i(\Phi)$ est nulle et $s_r(\Phi)$ décroît le plus rapidement à partir du point col. On nomme ce chemin, Chemin de la Descente Rapide (CDR).

Par ailleurs, d'après le théorème de Cauchy (l'intégrale sur un contour fermé d'une fonction analytique est nulle), on peut, sans changer I , déformer le chemin d'intégration initiale Γ de

telle sorte que le nouveau chemin d'intégration soit le CDR. Sur ce nouveau chemin d'intégration, l'amplitude de la fonction exponentielle est maximale autour du point col et décroît très rapidement à partir de celui-ci. La contribution de l'intégrande devient alors négligeable sauf au niveau du point col. Cette propriété est d'autant mieux vérifiée que ρ est grand devant 1 et que $X(\Phi)$ est lentement variable autour du point col. On rappellera à ce titre que $X(\Phi)$ est lentement variable sauf au niveau de ses pôles.

Dans le cas où la contribution du point col peut être considérée comme prépondérante, l'intégrande, le long du CDR, peut être approximée par son développement limité au niveau du point col. Par ailleurs, le long du CDR, $s(\Phi)$ est réel. On en déduit une expression analytique de l'intégrale :

$$I(\rho, \theta) = \sqrt{\frac{2\pi}{\rho}} \frac{\exp(\rho \cdot f(\Phi_s))}{\sqrt{-f''(\Phi_s)}} \cdot \sum_{m=0}^N \left[\left. \frac{\partial^{2m} X}{\partial \Phi^{2m}} \right|_{\Phi=\Phi_s} \frac{(-1)^m}{m!} \left(\frac{1}{2\rho \cdot f''(\Phi_s)} \right)^m \right] \quad (\text{E.3})$$

avec f'' la dérivée seconde de f par rapport à Φ .

Ici, $f(\Phi_s) = -j$ et $f''(\Phi_s) = j$.

Obtention de l'équation du CDR : Le long CDR on calcule le développement limité de $s_i(\Phi)$, au niveau du point col. L'équation du CDR s'obtient alors en imposant la condition $s_i(\Phi) = 0$.

Dans notre cas, le CDR est défini par :

$$\cos(\Phi_r - \theta) \cosh(\Phi_i) = 1 \quad (\text{E.4})$$

avec Φ_r et Φ_i étant respectivement la partie réelle et la partie imaginaire de Φ .

Théorème des résidus :

Afin de tirer parti du théorème du point col, le chemin d'intégration initial Γ a été déformé en le CDR. D'après le théorème de Cauchy, cette déformation implique la contribution des singularités localisées entre le chemin initial et le chemin final. Ces singularités peuvent être, soit des branches de coupure, soit des pôles de l'intégrande. Dans notre cas, les branches de coupure n'interviennent pas (voir chapitre 2 et [151]). En revanche, la fonction $X(\Phi)$ possède des pôles. Le chemin d'intégration ne pouvant pas croiser ces pôles il doit être déformé pour les contourner, faisant intervenir des contributions supplémentaires nommées résidus.

L'intégrale spectrale I s'écrit à présent :

$$I(\rho, \theta) = \left[\int_{CDR} X(\Phi) \cdot \exp(\rho \cdot f(\Phi)) \cdot d\Phi \right] + 2\pi \cdot j \sum \text{Résidus} \quad (\text{E.5})$$

Le terme de gauche représente la contribution de l'intégrale intégrée le long du CDR. Ce terme peut se réduire à la contribution du point col en appliquant le théorème du point col. Le terme de droite représente la contribution des différents résidus de $X(\Phi)$.

Dans notre cas, la fonction $X(\Phi)$ peut s'écrire sous la forme suivante :

$$X(\Phi) = A(\Phi)/B(\Phi) \quad (\text{E.6})$$

avec $B(\Phi)$ une fonction complexe analytique représentant le dénominateur de $X(\Phi)$.

Ainsi le résidu associé au pôle Φ_p est égal à :

$$\text{Résidu}(\Phi_p) = \pm A(\Phi_p)/B'(\Phi_p) \quad (\text{E.7})$$

avec B' la dérivé de B par rapport à Φ .

Le signe \pm correspond à un $+$ si le pôle Φ_p est contourné dans le sens direct et à un $-$ dans le cas contraire. Si le pôle Φ_p est sur le chemin d'intégration, le chemin ne doit contourner ce pôle qu'à moitié. Dans ce cas, la valeur du résidu est divisée par deux par rapport à la formule (E.7).

Annexe F :

Optimisation de la résolution numérique d'intégrales spectrales par la méthode du point col et des résidus

Les intégrales spectrales de cette thèse seront éventuellement intégrées numériquement. Avant toute chose nous appliquons à ces intégrales les théorèmes du point col et des résidus. Comme montré dans l'Annexe D, ces intégrales s'écrivent alors sous la forme :

$$I(\rho, \theta) = \left[\int_{CDR} X(\Phi). \exp(\rho.f(\Phi)). d\Phi \right] + 2\pi.j \sum \text{Résidus} \quad (\text{F.1})$$

ρ et θ sont des paramètres réels et ρ est très grand devant 1

Φ est une variable complexe

$X(\Phi)$ est une fonction complexe analytique possédant des pôles et étant lentement variable sauf au niveau de ses pôles.

$f(\Phi) = -j.\cos(\Phi-\theta)$ est une fonction complexe analytique.

Le chemin d'intégration est le Chemin de Descente Rapide (CDR). C'est le chemin d'intégration qui passe par le point col du terme en exponentiel de l'intégrande de I . Ce chemin d'intégration représente un contour fermé.

Dans l'expression (F.1), le terme de gauche représente la contribution de l'intégration le long du CDR. Le terme de droite représente la contribution des différents résidus de $X(\Phi)$.

Calcul des résidus (terme de droite) :

Les résidus de $X(\Phi)$ sont calculés analytiquement à partir de la valeur des pôles Φ_P de $X(\Phi)$ (voir Annexe E). Ces pôles sont obtenus à partir de la méthode numérique exposée dans l'Annexe C.

Calcul de l'intégrale le long du CDR (terme de gauche) :

Etude de l'intégrande :

Pour que l'intégration numérique soit efficace, il convient de connaître le comportement de l'intégrande. Comme vu dans l'Annexe D, cette intégrande se compose :

1. d'un terme en exponentiel qui est maximal au point col et qui décroît rapidement à mesure que l'on s'en éloigne le long du CDR. Ici le point col est défini par $\Phi = \Phi_s = \theta$.

2. de la fonction $X(\Phi)$ qui est lentement variable sauf à proximité de ses pôles. Ici on suppose que $X(\Phi)$ possède 2 pôles correspondant respectivement à $\Phi = \Phi_{P1}$ et $\Phi = \Phi_{P2}$.

L'intégrande est intégrée le long du CDR défini par :

$$\cos(\Phi_r - \theta) \cosh(\Phi_i) = 1 \quad (\text{F.2})$$

Φ_r et Φ_i étant respectivement la partie réelle et la partie imaginaire de Φ .

Au point col, $\Phi_r = \Phi_s = \theta$ et $\Phi_i = 0$.

Par simplicité, nous avons choisi de suivre le CDR en incrémentant Φ_i . La valeur correspondante de Φ_r est ensuite déduite de (F.2).

Sur la Figure F-1 nous traçons, dans un cas réaliste, l'amplitude de l'intégrande et de ses 2 composantes, en fonction de Φ_i .

On retrouve les comportements présentés précédemment. D'une part, le terme en exponentiel (vert) est maximal au niveau du point col et décroît rapidement à mesure que $|\Phi_i|$ augmente. Ce terme peut se réduire à la seule contribution du point col. D'autre part, la fonction $X(\Phi)$ (rouge) est lentement variable sauf à proximité de ses 2 pôles.

En observant l'intégrande (bleu pointillé) on remarque que celle-ci subit toujours fortement la contribution du terme en exponentielle. Par ailleurs, lorsqu'un pôle est proche du point col (ici le pôle Φ_{P1}), $X(\Phi)$ devient très grand et contribue aussi à l'intégrande.

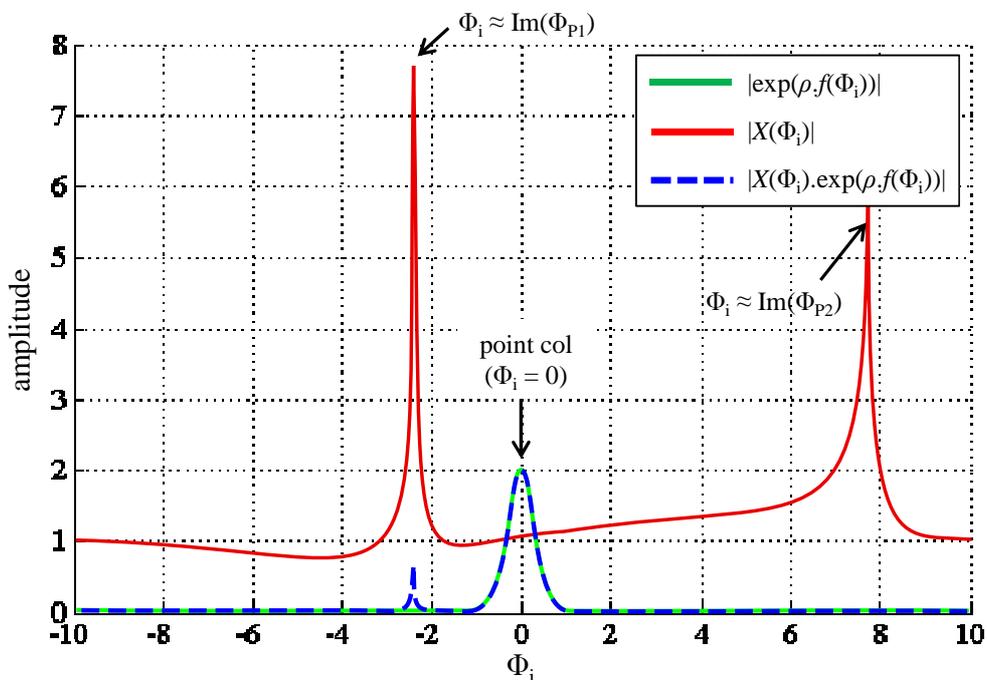


Figure F-1 : Amplitude de l'intégrande et de ses deux composantes en fonction de Φ_i , la partie imaginaire de Φ . "Im" désigne la partie imaginaire de.

Optimisation de l'intégration numérique :

Le meilleurs compromis entre précision et temps d'intégration est obtenue en intégrant uniquement sur les portions du chemin de descente rapide (CDR) pour lesquelles l'intégrande est non négligeable. Par ailleurs, sur ces portions, le pas d'intégration $d\Phi_1$ doit être optimisé.

Ce compromis idéal n'est pas atteignable car nous ne connaissons pas à l'avance le comportement de l'intégrande. Cependant nous connaissons trois propriétés de l'intégrande :

1. Le point col Φ_s contribue toujours de manière importante. A partir de ce point, l'amplitude du terme en exponentiel diminue rapidement.
2. A mesure que $|\Phi_i|$ augmente, l'intégrande diminue jusqu'à devenir négligeable.
 - En l'absence de pôles cette évolution est connue analytiquement
 - En deçà d'une certaine valeur, l'influence de $X(\Phi)$ est toujours négligeable.
3. $X(\Phi)$ est d'autant plus grand que Φ est proche de Φ_p
 - On connaît la valeur Φ_p pour chacun des pôles. La distance entre Φ et Φ_p est donc connue.

La propriété 1, nous conduit à toujours tenir compte du point col Φ_s .

→ Ainsi on va parcourir le CDR en partant du point col. C'est-à-dire à partir de $\Phi_i = 0$.

La propriété 2, nous conduit, d'une part à optimiser le pas d'intégration au niveau du point col Φ_s , et, d'autre part, à arrêter l'intégration lorsque l'intégrande passe en dessous d'une certaine valeur.

→ L'intégration commence au point col. Le pas d'intégration au niveau du point col est donc le pas d'intégration initial $d\Phi_{i0}$. On choisit ce pas afin que la variation de l'intégrande, au niveau du point col, soit pris en compte de manière assez précise. Un critère efficace est le suivant :

$$\left| \exp(\rho \cdot f(\Phi_s + d\Phi_0)) \right| = \frac{1}{2} \left| \exp(\rho \cdot f(\Phi_s)) \right| \quad (\text{F.3})$$

avec $d\Phi_0 = d\Phi_{r0} + j \cdot d\Phi_{i0}$ et $d\Phi_{r0}$ déduit de $d\Phi_{i0}$ à partir de (F.2)

On en déduit, après calcul :

$$d\Phi_{i0} = \sqrt{\frac{-\ln(0.5)}{\rho}} \quad (\text{F.4})$$

Comme attendue, la variation du terme en exponentiel devient plus rapide à mesure que ρ augmente. Le pas d'intégration initial diminue donc en fonction.

→ Un critère suffisant pour arrêter l'intégration est le suivant :

$$|\psi(\Phi)| < 10^{-3} |\psi(\Phi_s)| \quad (\text{F.5})$$

avec ψ l'intégrande.

La propriété 3, nous conduit, à diminuer le pas d'intégration à mesure que l'on s'approche d'un pôle, de manière à ne pas ignorer la remontée soudaine de l'intégrande à proximité de celui-ci.

La remontée de l'intégrande est proportionnelle à la remontée de $X(\Phi)$ qui varie dans le même sens que la grandeur *PoidsPoles* définie par :

$$PoidsPoles(\Phi) = \sum \frac{1}{|\Phi - \Phi_p|} \quad (\text{F.6})$$

avec Σ représentant la somme sur l'ensemble des pôles de la fonction $X(\Phi)$.

Après de nombreux tests, on trouve un critère empirique efficace donnant la valeur du pas en fonction de *PoidsPoles*(Φ) :

$$d\Phi_i = \frac{0,003}{(PoidsPoles(\Phi) / 50)^{1,5}} \quad (\text{F.7})$$

Par ailleurs, on remarquera que le pas ne doit jamais devenir trop faible, sous peine d'ignorer une remontée de l'intégrande à proximité d'un pôle. Ainsi dans, tous les cas, on impose :

$$d\Phi_i \leq 0,01 \quad (\text{F.8})$$

Annexe G :

Validité du champ issu des FGs dans la méthode de décomposition hybride

Un objectif important de la méthode de décomposition hybride, présentée au chapitre 5, est de maximiser le domaine de validité du champ obtenu en faisant rayonner uniquement les Faisceaux Gaussiens (FG) élémentaires (cf chap 5, § 2.2.1.c).

Il est donc intéressant de mesurer l'influence des principaux paramètres de la méthode sur ce domaine de validité. C'est l'objet de cette annexe.

Dans toutes les figures de cette annexe, nous utiliserons $(\alpha_1, \alpha_2) = (1.5, 1)$ et $\kappa = 0.9$.

Pour cette étude il nous faut définir une grandeur permettant de quantifier l'étendue du domaine de validité des FGs. A cette effet, nous définissons $\theta_{FG|-30dB}$, qui correspond à l'angle en deçà duquel l'erreur de recomposition, en faisant rayonner uniquement les FGs, est toujours inférieure à -30 dB.

La Figure G-1 présente l'erreur de recomposition obtenue, soit en faisant rayonner uniquement les FGs (rouge), soit en faisant rayonner à la fois les FGs et les Courants Equivalents de Surface (CES) (vert et violet). Il s'agit du même cas que celui illustré sur la Figure V-7b (voir chap 5, § 2.2.1.a). On remarque qu'ici $\theta_{FG|-30dB} = 54^\circ$. On notera qu'à partir de cet angle, les FGs seuls ne suffisent pas à décrire fidèlement le champ.

La Figure G-2 représente l'évolution du paramètre $\theta_{FG|-30dB}$ en fonction de la distance de décomposition r_{dec} . Deux distances d'observation sont utilisées : $r_{obs} = 2.r_0$ et $100.r_0$. On observe que, dans les deux cas, le domaine de validité des FGs seuls augmente avec r_{dec} . Ce comportement était prévisible. En effet, comme nous l'avons vu au paragraphe 1.2 du chapitre 5, la ceinture W_0 ainsi que la proportion de la surface de décomposition couverte par les FGs augmentent avec r_{dec} . Il en découle que les FGs proches de la Lame de Diélectrique sur Métal (LDM) sont d'autant plus rasants et directifs que r_{dec} est grand, améliorant ainsi la couverture des FGs.

A contrario, l'augmentation des paramètres α_1 et α_2 va éloigner les FGs de la LDM, ce qui va causer une diminution de $\theta_{FG|-30dB}$. On notera toutefois que, si α_1 est trop faible (i.e. $\alpha_1 W_0 < \lambda_0/2$), le coefficient associé au FG_N sera mal évalué car il le sera à partir d'un champ correspondant aux Ondes de Surface (OS). Cela dégradera alors la validité des FGs.

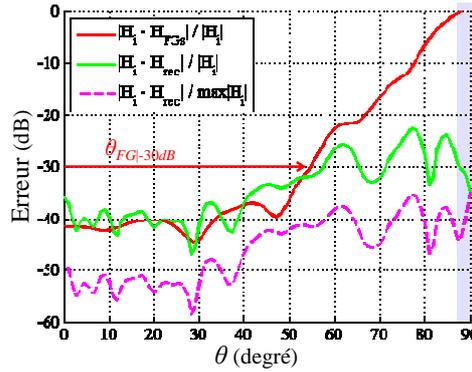


Figure G-1 : Erreur de recomposition observée à $r_{obs} = 2.r_0$, en faisant rayonner uniquement les FGs ou en faisant rayonner à la fois les FGs et les CESs. $r_{dec} = r_0$.

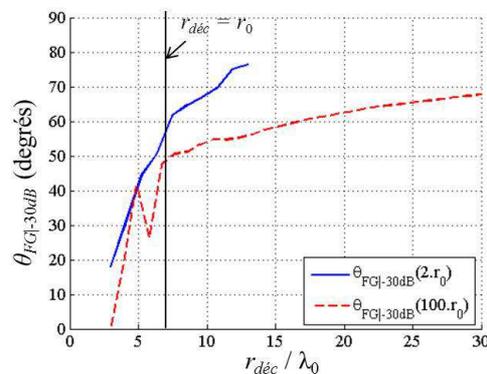


Figure G-2 : Evolution du domaine angulaire de validité des FGs seuls en fonction de r_{dec} , la distance de décomposition, pour $r_{obs} = 2.r_0$ ou $100.r_0$.

Etudions à présent l'influence de la distance d'observation. Tout d'abord, en observant la Figure G-2 il apparaît que, quel que soit r_{dec} , $\theta_{FG-30dB}$ est plus grand en zone proche qu'en zone lointaine. Sur les figures qui suivent nous observons de plus près cette tendance.

La Figure G-3a et la Figure G-3b représentent respectivement l'amplitude du champ initial et du champ recomposé en faisant rayonner uniquement les FGs. Nous remarquons que le champ recomposé avec uniquement les FGs est très proche du champ incident sur une grande partie du diagramme. La Figure G-3c montre cependant que l'erreur relative associée est supérieure à -30 dB sur près de la moitié du diagramme.

On remarque que les iso-niveaux d'erreur sont des droites. Celui à -30 dB est représenté par la droite blanche. Ce dernier est pratiquement parallèle à la direction du vecteur de Poynting local au FG_{N-3} , orienté suivant $\theta = 43^\circ$ (flèche orange). Cela est confirmé par le comportement asymptotique de $\theta_{FG-30dB}$ à grande distance, observable sur la Figure G-4.

Pour comprendre la relation entre le FG_{N-3} et $\theta_{FG-30dB}$ il faut étudier l'erreur de décomposition en FGs, représentée sur la Figure V-7a (voir chap 5, § 2.2.1.a). Il apparaît ainsi que le FG_{N-3} (3^{ème} minimum d'erreur en partant de 75°) est le premier FG en partant du FG_N qui est caractérisé par une erreur de décomposition inférieure à -30 dB à l'intérieur de sa ceinture.

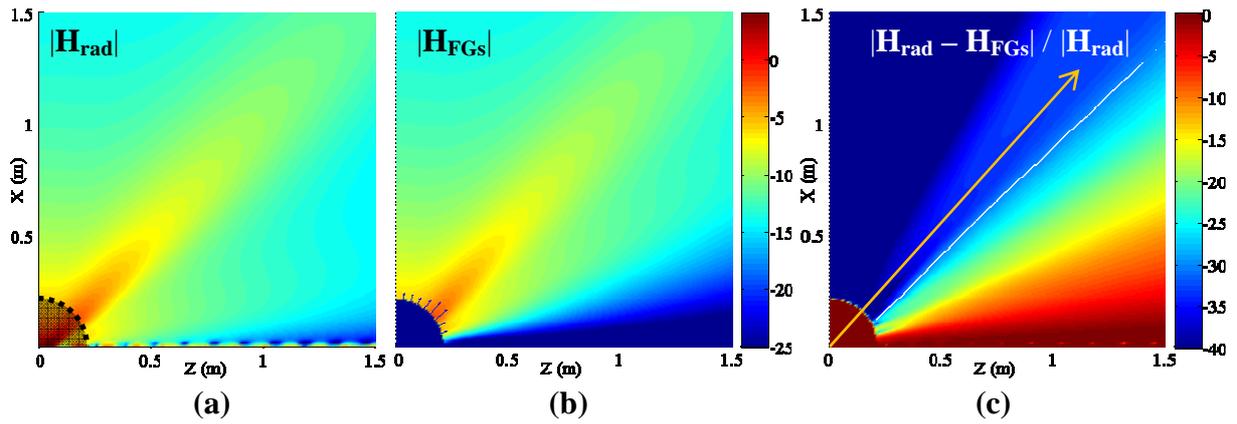


Figure G-3 : Amplitude (en dB) de (a) le champ de référence et (b) le champ recomposé avec les FGs seuls, normalisés par rapport à $\max(|\mathbf{H}^i|)$, l'amplitude maximale du champ sur la surface de décomposition ; (c) erreur relative de recomposition avec les FGs seuls. $r_{dec} = r_0$.

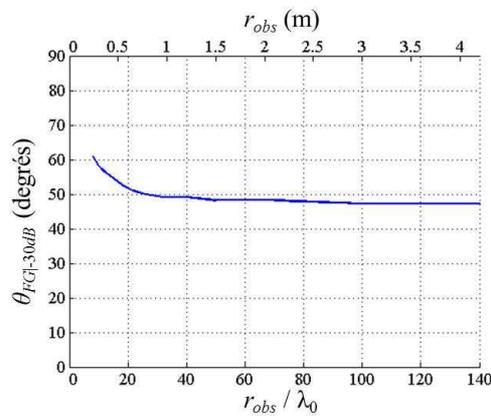


Figure G-4 : Evolution du domaine angulaire de validité des FGs seuls en fonction de r_{obs} , la distance de décomposition. $r_{dec} = r_0$.

Il est donc possible, à partir d'éléments connus (*i.e.* l'erreur de décomposition en FGs et l'orientation des FGs), de déduire la zone de validité du champ obtenu en faisant rayonner uniquement les FGs élémentaires.

Annexe H :

Influence des autres degrés de liberté de la méthode de décomposition hybride

Dans cette section nous présentons les résultats qui ont conduit aux conclusions présentées dans sa section 3 du chapitre 5. Nous nous intéressons donc ici aux potentialités des autres degrés de liberté de la méthode hybride, pour améliorer les performances de cette méthode.

Les résultats présentés dans cette annexe sont obtenus à partir de la configuration présentée au paragraphe 2.1 du chapitre 5.

1. Augmentation de $r_{déc}$

Dans la section 2 du chapitre 5, nous avons vu qu'en augmentant la distance $r_{déc}$ de décomposition, la précision du champ recomposé était améliorée. De plus, cela mène à privilégier plus encore la décomposition en Faisceaux Gaussiens (FG) par rapport à celle en Courants Equivalents de Surface (CES) (voir chap 5, § 1.2). Cependant on notera que décomposer le champ à plus grande distance implique l'augmentation du volume de calcul nécessaire pour obtenir le champ sur la surface de décomposition $S_{déc}$. Or ceci n'est pas souhaitable, voire impossible. Ainsi le choix de $r_{déc}$ résulte d'un compromis.

2. Evaluation numérique de W_0

Il est possible dans certains cas, d'améliorer les performances de la méthode en raffinant l'évaluation de W_0 , la taille de la ceinture des FGs élémentaires. En effet, on remarquera qu'en présence d'ondes de fuite, comme c'est le cas dans notre exemple, la valeur de W_0 déduite de l'équation analytique (V.5), page 121, est toujours surestimée. Ces ondes de fuite rayonnant de la surface, le vecteur de Poynting en O_N admet un angle ($\mathbf{e}_x, \mathbf{P}_N$) plus petit que θ_N (voir Figure V-3b du chap5, § 1.2). Il est possible d'évaluer plus précisément le W_0 optimal en prenant en compte la direction effective du vecteur de Poynting \mathbf{P}_N . Cela peut se faire facilement numériquement.

Sur la Figure I-1a nous pouvons observer l'écart entre la valeur de W_0 obtenue, analytiquement (courbe bleue), à partir de (V.5), et numériquement (courbe verte). Ce décalage augmente avec $r_{déc}$. La surestimation de W_0 implique l'utilisation de moins de FGs élémentaires (Figure I-1b), et donc une moins bonne description du champ incident. Elle implique aussi un moins bon taux de remplissage, par les FGs, de la surface de décomposition (Figure I-1c). Comme nous l'avons vu au paragraphe 2.2.1.c du chapitre 5, ce résultat n'est

pas souhaitable, car il conduit à une réduction du domaine de validité du champ obtenu à partir des seuls FGs. De plus, cela conduit à une augmentation du nombre de courants équivalents à faire rayonner, et donc une augmentation du temps de calcul.

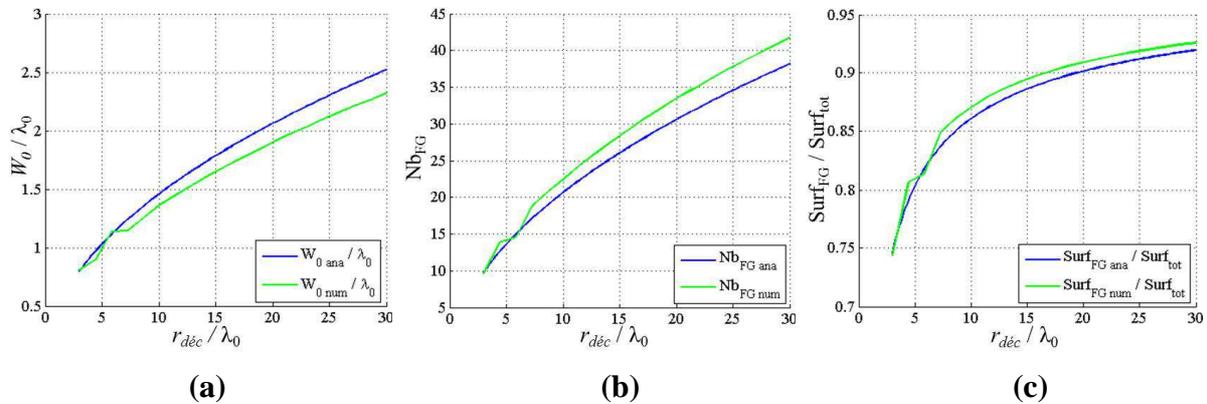


Figure I-1 : (a) W_0 , (b) nombre de FGs élémentaires et (c) proportion de S_{dec} couverte par les FGs élémentaires, en fonction de r_{dec} , obtenus analytiquement (bleu) ou numériquement (vert). $(\alpha_1, \alpha_2) = (1.5, 1)$ et $d_{GB} = 0.9W_0$.

La Figure H-2a représente l'erreur de décomposition en FGs pour le même champ incident que la Figure V-7a du paragraphe 2.2.1.a (chap 5). Ici en revanche, W_0 est calculé numériquement. En comparant avec la Figure V-7a on observe que l'erreur de décomposition en FGs est moindre lorsque W_0 est évalué numériquement. En comparant la Figure H-2b et la Figure H-2c, on voit que le champ recomposé est aussi plus précis. Ces observations confirment bien ce que nous avons dit plus haut.

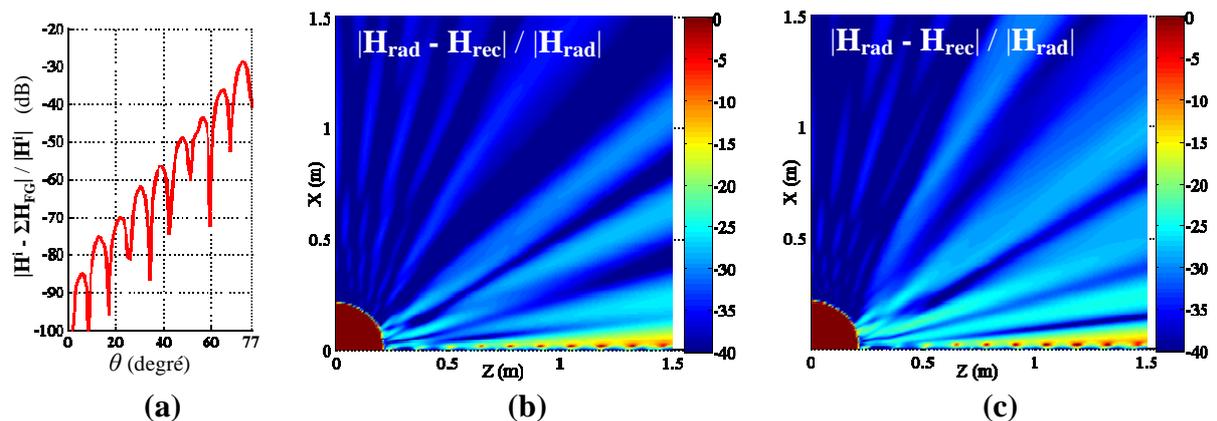


Figure H-2 : (a) Erreur de décomposition en FGs et (b) erreur relative de recomposition, obtenues avec W_0 calculé numériquement ; (c) erreur relative de recomposition, obtenue avec W_0 calculé analytiquement. $r_{dec} = r_0 = 7\lambda_0$, $(\alpha_1, \alpha_2) = (1.5, 1)$ et $\kappa = 0.9$.

3. Pas de décomposition en FGs

Dans l'étude conduite au paragraphe 2 du chapitre 5, nous avons fixé le paramètre $\kappa = d_{FG} / W_0$ à 0.9. En effet, d'après [21], cette valeur permet une décomposition en FGs précise. Or nous avons observé avec ce paramètre des erreurs de décomposition en FGs importantes. Cela est dû au fait que la décomposition en FGs s'accommode très mal d'une troncature dans une zone de champ non nul. Pour autant, il est possible de limiter cette erreur de décomposition en utilisant plus de FGs élémentaires, donc plus de degrés de liberté. W_0 étant fixé par ailleurs, cela est réalisable en diminuant κ .

On notera aussi, qu'en améliorant la précision de la décomposition en FGs, on améliorera aussi le domaine de validité du rayonnement des FGs (voir chap 5, §2.2.1.c).

Sur la Figure H-3 nous traçons, dans le cas d'une décomposition opérée à $r_{dec} = r_0$, l'évolution de l'erreur de décomposition en FGs (courbe verte) ainsi que l'erreur de recomposition totale à faible distance (courbe bleue) et à grande distance (courbe rouge pointillée) de la surface de décomposition. Nous observons tout d'abord que l'erreur de décomposition en FGs diminue rapidement avec κ . L'erreur globale chute aussi quand κ diminue, mais l'erreur admet un minimum entre $\kappa = 0.6$ et $\kappa = 0.5$ avant de remonter pour $\kappa = 0.4$. En effet, pour $\kappa < 0.5$, les FGs élémentaires sont très couplés entraînant une moins bonne description du champ.

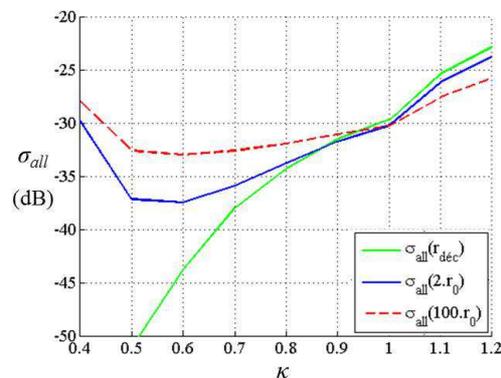


Figure H-3 : σ_{all} en fonction κ , observé à $r_{obs} = r_{dec}, 2.r_0$ ou $100.r_0$. $r_{dec} = r_0 = 7.\lambda_0$ et $(\alpha_1, \alpha_2) = (1.5, 1)$.

D'après ces résultats, il apparaît que l'utilisation d'une valeur de κ plus petite permet d'obtenir une meilleure précision du champ recomposé. Cependant, ce résultat est à modérer. En effet avec une valeur de κ faible, les FGs générés vont se propager en se superposant largement. Or, si l'on fait rayonner ces FGs élémentaires avec des formulations asymptotiques (i.e. paraxiale ou champ lointain), les erreurs de chacun des FGs vont se recombiner pour engendrer des erreurs d'autant plus importantes que les FGs se recouperont. Un autre problème lié à l'utilisation d'une valeur de κ faible, est la génération d'un plus grand nombre de FGs, ce qui va augmenter les temps de calcul si nous devons faire interagir ces FGs avec les structures environnantes.

4. Pas de décomposition et rayonnement des courants équivalents

L'optimisation du pas de décomposition en CESs et du rayonnement des CESs offre une marge d'amélioration très intéressante au niveau du temps de calcul. En effet, actuellement dans notre méthode, le rayonnement des CESs représente 98.3% du temps de calcul du champ recomposé.

Plusieurs pistes sont envisageables pour améliorer ces deux points :

- Optimiser le pas de décomposition. Pour l'étude réalisée au paragraphe 2 du chapitre 5, nous avons choisi comme première approche, un pas classique de $\lambda/8$ pour le maillage en CESs. Ce pas donne de bons résultats, mais on peut remarquer qu'une marge de progression importante est possible. En effet, comme nous pouvons l'observer sur la Figure H-4a, le nombre de CESs peut être réduit d'un facteur 1/3 sans perte notable de précision. De plus nous pouvons observer que les CESs proches de O_N , le centre du dernier FG, ont une amplitude très faible. Une réduction du nombre de CESs dans cette zone semble donc envisageable. On notera cependant que le pas, juste au-dessus de la Lampe de Diélectrique sur Métal (LDM) (*i.e.* $0 \leq z \leq \lambda_0/4$) doit rester petit (*i.e.* $\lambda_0/16$) pour décrire correctement les ondes de surface. L'optimisation du pas de décomposition devrait permettre une réduction par 2 du temps de calcul, voire plus si la décomposition a lieu plus loin (*i.e.* $r_{dec} > r_0$).

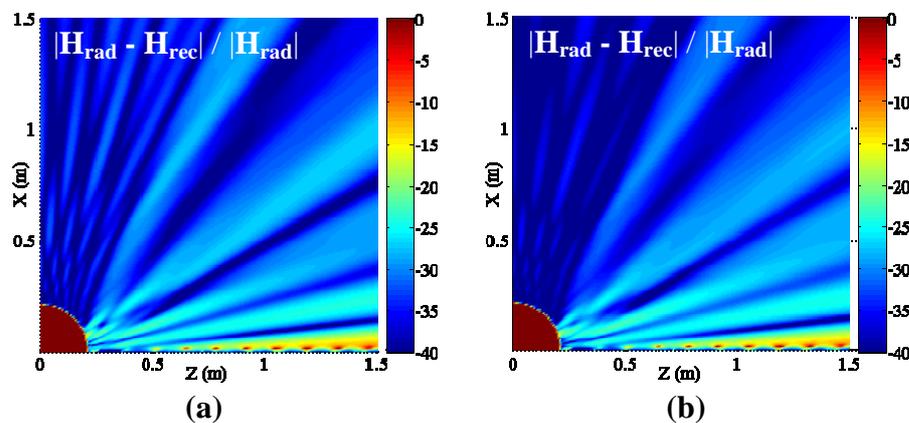


Figure H-4 : Erreurs relatives de recomposition, obtenues avec un pas de maillage en CESs de (a) $\lambda/5$ et (b) $\lambda/8$. $r_{dec} = r_0 = 7.\lambda_0$, $(\alpha_1, \alpha_2) = (1.5, 1)$ et $\kappa = 0.9$.

- Calculer le rayonnement des CESs uniquement dans les zones où il contribue significativement. Le but des CESs est de rayonner un champ uniquement à proximité de la LDM. La Figure H-5 permet de vérifier cela. Il est donc inutile de calculer leur rayonnement en tout point comme nous le faisons actuellement. Une première approche, pour déterminer les zones où le rayonnement des CESs est inutile, est de considérer que si les FGs contribuent beaucoup, alors les CESs contribuent peu. Une

autre approche est de considérer que, dans les zones où les FGs seuls décrivent suffisamment bien le champ, le rayonnement des CESs est inutile. Cette dernière solution est directement applicable en utilisant les résultats du paragraphe 2.2.1.c du chapitre 5.

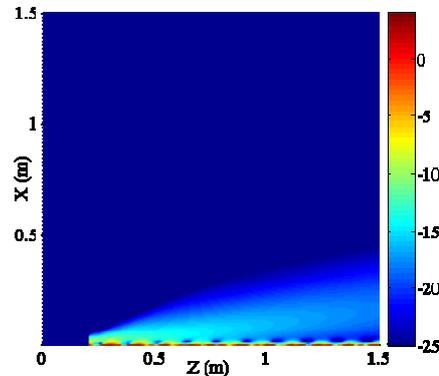


Figure H-5 : Amplitude (en dB) du champ rayonné par les CESs, normalisé par rapport à $\max(|\mathbf{H}^1|)$. $r_{dec} = r_0$, $(\alpha_1, \alpha_2) = (1.5, 1)$ et $\kappa = 0.9$

- Utiliser des formulations analytiques du rayonnement des CESs. Actuellement la totalité du rayonnement des CESs est calculé par une résolution numérique des intégrales spectrales du chapitre 2. Cette méthode a l'avantage de donner des résultats précis en tout point de l'espace, mais conduit à un temps de calcul très long. Or nous avons proposé au chapitre 2, des formulations analytiques de l'interaction des CESs avec un LDM, qui sont toujours valables pour des distances à la source supérieures à 10 *distance numérique* p . Par ailleurs, on peut considérer que les formulations analytiques du rayonnement d'un CES en espace libre sont valables au-delà de 10λ . A partir de ces deux considérations, il est possible de modifier le code de calcul du rayonnement des CESs pour choisir automatiquement la méthode de résolution adéquat en fonction de la position du point d'observation. La Figure H-6a montre l'erreur relative de décomposition obtenue avec cette nouvelle implémentation. En comparant avec le cas tout numérique, nous observons que les résultats sont satisfaisants partout, sauf dans une zone à proximité de la LDM. Une étude plus approfondie de l'origine de cette erreur serait nécessaire pour tirer le meilleur parti de cette nouvelle implémentation. Au niveau du temps de calcul, le gain est supérieur à un facteur 2.

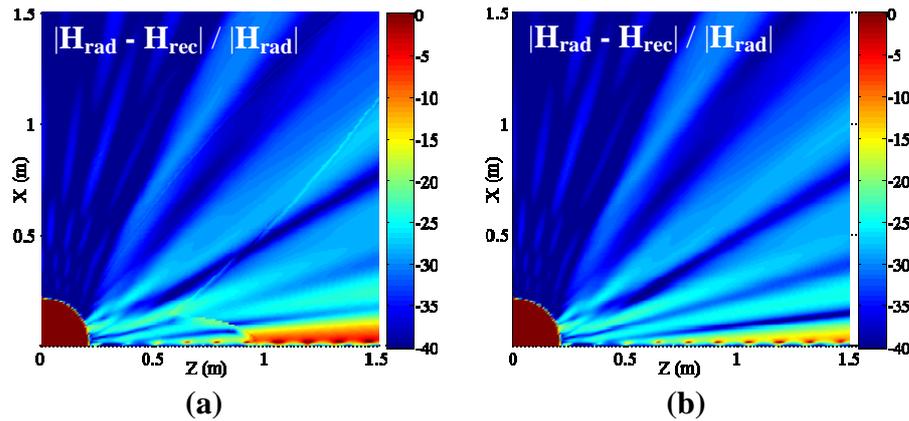


Figure H-6 : Erreurs relatives de recombinaison, obtenues (a) par résolution numérique/analytique et (b) par résolution numérique seule. $r_{dec} = r_0$, $(\alpha_1, \alpha_2) = (1.5, 1)$ et $\kappa = 0.9$.

Au final, chacune de ces trois pistes d'amélioration devrait permettre une réduction du temps de calcul d'un facteur 2.

On notera qu'il est aussi possible d'augmenter le pas d'intégration numérique afin de l'adapter plus justement à la précision requise (ici -30 dB).

5. Recouvrement des deux domaines de décomposition.

Sur la Figure H-7 nous représentons l'erreur de recombinaison relative obtenue au paragraphe 2.1 du chapitre 5. Sur cette figure, nous remarquons qu'autour de la limite entre les deux domaines de décomposition (cercle rouge), l'erreur de recombinaison est maximale. Pour limiter cette erreur nous proposons d'introduire un recouvrement des deux domaines de décomposition.

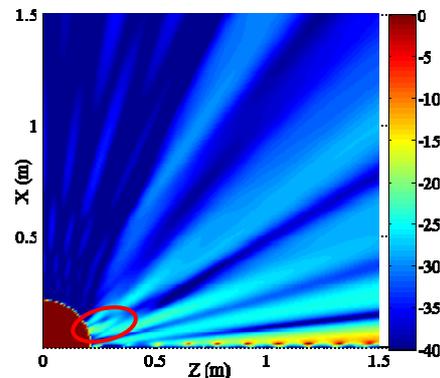


Figure H-7 : Erreur de recombinaison relative, obtenue avec W_0 calculé analytiquement. $r_{dec} = r_0 = 7\lambda_0$, $(\alpha_1, \alpha_2) = (1.5, 1)$ et $\kappa = 0.9$.

Nous avons vu précédemment que la limite de la zone de décomposition en FGs est imposée par W_0 , lui-même imposé par les caractéristiques du champ proche de la surface. Nous ne pouvons donc pas décaler cette limite. En revanche la limite de la zone de décomposition en CESs peut être choisie librement. Dans le paragraphe 1.2, du chapitre 5 nous avons fixé, comme première approche, $Q_I = O_N$, qui est le réglage que nous avons utilisé jusqu'ici. En étendant la zone de décomposition en CESs le long de S_{dec} (i.e. l'angle $(\mathbf{e}_x, \mathbf{OQ}_1)$ devient plus petit que θ_N , voir Figure V-3b) une partie de l'erreur de décomposition en FGs sera annulée par la décomposition en CESs. Le champ recomposé est ainsi plus précis. En l'état, cette solution présente l'inconvénient majeur de nécessiter le calcul du rayonnement d'un grand nombre de sources supplémentaires, augmentant d'autant le temps de calcul.

Dans ce paragraphe nous allons discuter de la possibilité d'étendre la zone de CESs en limitant l'augmentation du nombre de CESs à calculer. Nous réalisons cette étude pour deux valeurs différentes du paramètre κ (i.e. $\kappa = 0.9$ et $\kappa = 0.5$). En effet, comme nous le verrons, les résultats obtenus dépendent grandement de ce paramètre.

Dans toutes les figures de ce paragraphe, W_0 sera déterminé analytiquement et nous utiliserons $(\alpha_1, \alpha_2) = (1.5, 1)$ et $r_{dec} = r_0 = 7\lambda_0$.

La Figure H-8a et la Figure H-8b représentent l'erreur de décomposition en FGs obtenue pour $\kappa = 0.9$ et $\kappa = 0.5$ respectivement. On observe tout d'abord que l'erreur est moindre pour $\kappa = 0.5$, comme cela a été vu au paragraphe 3 de cette annexe. Par ailleurs, dans les deux cas, l'erreur de décomposition présente, d'une part, des minimums au niveau du centre des FGs élémentaires, et d'autre part, des lobes de remontée d'erreur entre ces minimums.

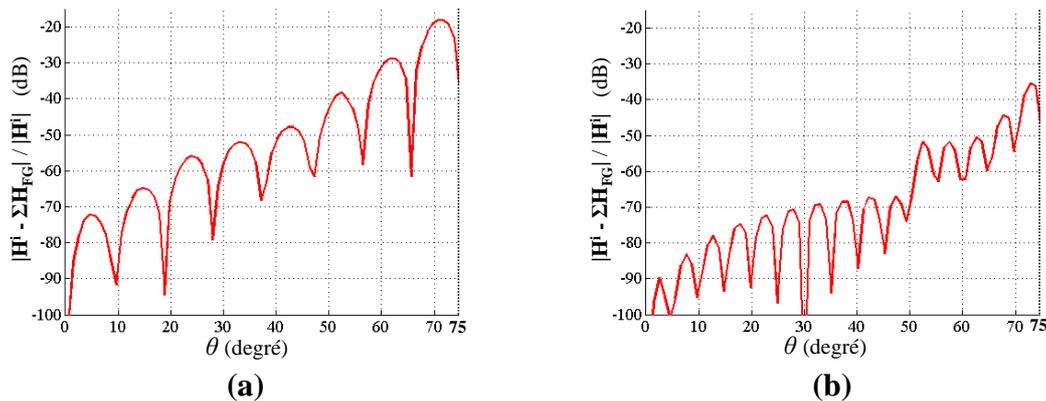


Figure H-8 : Erreurs de décomposition en FGs obtenues pour (a) $\kappa = 0.9$ et (b) $\kappa = 0.5$.

Nous allons à présent étendre la zone de couverture des CESs de manière à "compenser" une partie de cette erreur. Nous définissons pour cela un seuil d'erreur à compenser Err_{maxFG} . Pour un seuil Err_{maxFG} donné, nous "compensons" tous les lobes qui dépassent ce seuil. Ainsi pour $Err_{maxFG} = -20$ dB, si $\kappa = 0.9$ nous ajouterons des CESs au niveau du lobe le plus haut (i.e. entre $\theta = 66^\circ$ et $\theta = 75^\circ$), mais si $\kappa = 0.5$ nous n'ajouterons pas de CESs. Nous remarquons déjà que le nombre de CESs nécessaire va augmenter avec κ .

Au niveau de l'ajout de CESs, nous testons plusieurs configurations. D'abord, nous allons espacer les CESs supplémentaires du même pas que sur le reste de la couverture (ici ce pas est de $\lambda_0 / 8$). *Ce sera le cas de référence*. Autrement nous allons utiliser 1, 2 ou 3 CESs par lobe. Dans ce cas, sur chaque lobe couvert, la distribution des CESs sera centrée sur le lobe et les CESs seront espacés de $L / (n_{CES} + 1)$ avec L la largeur du lobe et n_{CES} le nombre de CESs sur le lobe (*i.e.* 1, 2 ou 3).

Les figures ci-dessous représentent, pour les deux valeurs de κ , l'erreur de recombinaison σ_{all} ainsi que le nombre de CESs associé en fonction de la valeur du paramètre Err_{maxFG} . $Err_{maxFG} = 0$ correspond au cas sans ajout de CESs supplémentaire.

Étudions d'abord le cas avec $\kappa = 0.9$ (figures a et b). On observe tout d'abord que l'erreur diminue rapidement jusqu'à $Err_{maxFG} = -30$ dB, puis stagne. Le cas de référence est tracé en noir et représente le cas optimal. On remarque qu'à partir de 2 CESs par lobe, l'erreur est très proche de l'optimal. Avec 1 CES par lobe, les résultats sont déjà très bons, pour un nombre de sources supplémentaires très contenu.

Dans le cas où $\kappa = 0.5$ (figures c et d), l'ajout de CESs n'apporte aucune amélioration. On notera cependant que l'erreur de recombinaison est déjà faible sans ajout de CES supplémentaire.

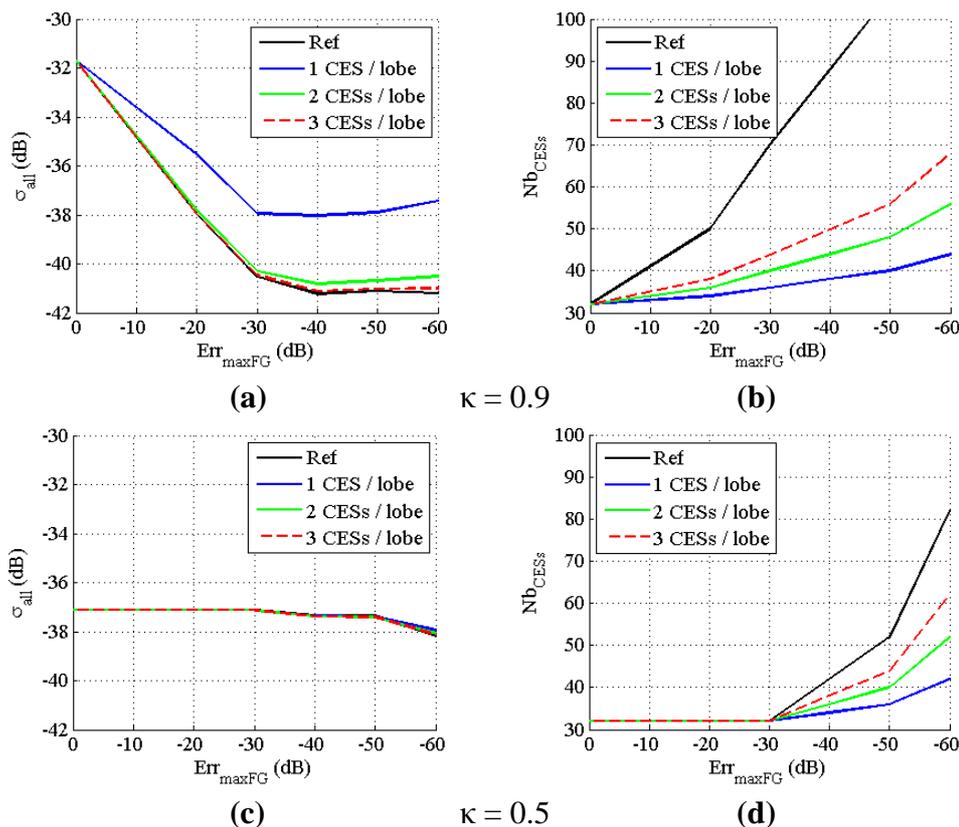


Figure H-9 : Erreur de recombinaison σ_{all} à $r_{obs} = 2.r_0$, en fonction de Err_{maxFG} , (a) pour $\kappa = 0.9$ et (c) pour $\kappa = 0.5$. Nombre de CESs associé, (b) pour $\kappa = 0.9$ et (d) pour $\kappa = 0.5$.

D'après cette étude, il apparaît qu'il est possible d'améliorer significativement les résultats en opérant un recouvrement de la décomposition en FGs par la décomposition en CESs, tout en

limitant l'augmentation du temps de calcul. On notera cependant que cette solution est efficace uniquement si l'erreur de décomposition en FGs est initialement importante (*i.e.* κ grand).

Publications personnelles

Revue internationale

Balosso, O., J. Sokoloff, S. Bolioli, “Integration of Leaky and Surface Waves in a 2D Gaussian Beam Formalism for Antenna-Structure Coupling”, *PIERB*, Vol. 58, page 233-244, 2014

Conférences internationales

Balosso, O., J. Sokoloff, S. Bolioli, “Brief overview about Surface Wave theory and applications”, *Antenna Technology and Applied Electromagnetics (ANTEM)*, 2012 15th International Symposium on, pp.1-7, 25-28 June 2012

Bibliographie

- [1] Nicolas Capet, " Amélioration du découplage inter éléments par Surface Haute Impédance pour des antennes réseaux GNSS compactes", Thèse, *Université Toulouse III – Paul Sabatier*, 2010.
- [2] N. Capet, C. Martel, J. Sokoloff, and O. Pascal, "Optimum high impedance surface configuration for mutual coupling reduction in small antenna arrays," *Progress In Electromagnetics Research B*, Vol. 32, 283-297, 2011.
- [3] D. R. Smith, Willie J. Padilla, D. C. Vier, S. C. Nemat-Nasser, and S. Schultz, "Composite Medium with Simultaneously Negative Permeability and Permittivity" , *Phys. Rev. Lett.* 84, 4184–4187 (2000)
- [4] A. Petrin, *Wave Propagation in Materials for Modern Applications*, InTech, jan 2010, ch 9
- [5] Baccarelli, P.; Burghignoli, P.; Frezza, F.; Galli, A.; Lampariello, P.; Lovat, G.; Paulotto, S., "Fundamental modal properties of surface waves on metamaterial grounded slabs," *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on* , vol.53, no.4, pp.1431,1442, April 2005
- [6] D. R. Wilton, *Scattering : Scattering and Inverse Scattering in Pure and Applied Science*, chap. Chap. 1.5.5, Computational Methods, p. 316–365. Academic Press, R.Pike and P.Sabatier, 2002
- [7] M. N. O. Sadiku, *Numerical Techniques in Electromagnetics*. CRC Press, 2001.
- [8] L. Greengard and V. ROKHLIN, « A fast algorithm for particle simulations », *Journal of Computational Physics*, vol. 73, p. 325–348, déc. 1987.
- [9] C. T. Kelley, *Iterative Methods for Linear and Nonlinear Equations*, SIAM, 1995
- [10] M. Benzi, « Preconditioning Techniques for Large Linear Systems: A Survey », *Journal of Computational Physics*, vol 182, pp 418–477, nov. 2002.
- [11] D. Bouche et F. Molinet, *Méthodes asymptotiques en électromagnétisme*. Springer-Verlag, 1994.
- [12] P. H. Pathak and R. J. Burkholder, *Scattering : Scattering and Inverse Scattering in Pure and Applied Science*, chap. Chap. 1.5.2, High frequency scattering, p. 245–275. E.R. Pike and P. Sabatier, Academic Press, Ltd., London, 2002.
- [13] S. Maci and al., « High frequency methods and traveling wave antennas », in UNISI - Siena / Sapienza - Rome, 2005

- [14] Maciel, J. J., and L. B. Felsen, "Gaussian beam analysis of propagation from an extended plane aperture distribution through dielectric layers. I. Plane layer and II. Circular Cylindrical Layer," *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, vol.38, no.10, pp.1607,1617, Oct 1990
- [15] Pascal, O., F. Lemaître, and G. Soum, "Dielectric lens analysis using vectorial multimodal Gaussian beam expansion," *Ann. Telecom.*, Vol. 52, No. 9–10, 519–528, 1997.
- [16] Chou, H., P. Pathak, and R. Burkholder, "Novel Gaussian beam method for the rapid analysis of large reflector antennas," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 49, pp. 880 – 893, 2001.
- [17] Maciel, J. J. and L. B. Felsen, "Gabor-based narrow-waisted Gaussian beam algorithm for transmission of aperture-excited 3D vector fields through arbitrarily shaped 3D dielectric layers," *Radio Science*, Vol. 37, No. 2, vic6.1–6.9, 2002.
- [18] Schott, P., "Interaction d'une onde électromagnétique avec des structures de grande taille par la méthode des rayons gaussiens," Thèse, *Université Toulouse III – Paul Sabatier*, 2001.
- [19] Lugara, D., C. Letrou, A. Shlivinski, E. Heyman, and A. Boag, "Frame-based Gaussian beam summation method : theory and applications," *Radio Sci.*, vol. 38, pp. vic 27.1–27.15, 2003.
- [20] Ghannoum, I., C. Letrou, G. Beauquet, "Gaussian Beam Shooting algorithm based on iterative frame decomposition," *Antennas and Propagation (EuCAP), 2010 Proceedings of the Fourth European Conference on*, vol., no., pp.1,4, 12-16 April 2010
- [21] Chabory, A., J. Sokoloff, S. Bolioli, and P. F. Combes, "Computation of electromagnetic scattering by multilayer dielectric objects using Gaussian beam based techniques," *C.R. Phys.*, No. 6, 654–662, 2005.
- [22] Chabory, A., J. Sokoloff, and S. Bolioli, "Physics-based expansion on 3D conformal gaussian beams for the scattering from a curved interface," *Progress In Electromagnetics Research B*, Vol. 54, 245-264, 2013.
- [23] J. Hillairet, J. Sokoloff, and S. Bolioli, "Uniform analytic scattered fields of a PEC plate illuminated by a vector paraxial gaussian beam," *Progress In Electromagnetics Research B*, Vol. 14, 203-217, 2009.
- [24] Elis, K., A. Chabory, and J. Sokoloff, "3D interaction of Gaussian beams with dichroic surfaces for the modeling of quasi optical systems," *International Symposium on Antenna Technology and Applied Electromagnetics (ANTEM)*, 1–5, Toulouse, France, June 2012.
- [25] Wait, James R., "The ancient and modern history of EM ground-wave propagation," *Antennas and Propagation Magazine, IEEE*, vol.40, no.5, pp.7,24, Oct 1998

- [26] J. Zenneck, "Propagation of Plane EM Waves Along a Plane Conducting Surface," *Ann. Phys.* (Leipzig), 23, 1907, pp. 846-866.
- [27] A. N. Sommerfeld, "Propagation of Waves in Wireless Telegraphy," *Ann. Phys.* (Leipzig), 28, 1909, pp. 665-737; 81, 1926, pp. 1135-1153.
- [28] Weyl, H., "The Propagation of Electromagnetic Waves Over a Plane Conductor," *Ann. Phys.*, 60, 1919, pp. 481-500.
- [29] A. N. Sommerfeld, "Propagation of Waves in Wireless Telegraphy," *Ann. Phys.* (Leipzig), 81, 1926, pp. 1135-1153.
- [30] K. A. Norton, "The Propagation of Radio Waves Over the Surface of the Earth," *Proceedings of the IRE*, 24, 1936, pp. 1367-1387; 25, 1937, pp. 1203-1236.
- [31] Donohue, D.J.; Kuttler, J.R., "Propagation modeling over terrain using the parabolic wave equation," *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on* , vol.48, no.2, pp.260,277, Feb 2000
- [32] King, W. P., "Surface-wave radar and its application," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 51, No. 10, Oct. 2003.
- [33] Lesturgie. M. "Contribution de la technologie radar HF à ondes de surface à la surveillance maritime depuis le littoral", *REE. Revue de l'électricité et de l'électronique*, 2004, no3, pp. 40-46
- [34] V. Fabbro, P. F. Combes, and N. Guillet, "Apparent radar cross section of a large target illuminated by a surface wave above the sea," *Progress In Electromagnetics Research*, Vol. 50, 41-60, 2005.
- [35] M. Menelle, G. Auffray and F. Jangal, "Full Digital High Frequency Surface Wave Radar: French Trials in the Biscay Bay", *IEEE, RADAR*, 2008
- [36] Attwood, Stephen S. "Surface-Wave Propagation Over a Coated Plane Conductor." *Journal of Applied Physics* 22(4): 504-509, 1951
- [37] Tamir, T.; Oliner, A.A., "Guided complex waves. Part 1: Fields at an interface," *Electrical Engineers, Proceedings of the Institution of*, vol.110, no.2, pp.310,324, February 1963
- [38] S. Barone and A. Hessel, Leaky Wave Contributions to the Field of a Line Source Above a Dielectric Slab, "Microwave Research Inst., Polytechnic Institute of Brooklyn, N. Y., Rept. No . R-698-58; December, 1958
- [39] R. E. Collin and F. J. Zucker, Eds., *Antenna Theory*, McGraw-Hill, Part 2, 1969, ch 21
- [40] R. E. Collin and F. J. Zucker, Eds., *Antenna Theory*, McGraw-Hill, Part 2, 1969, ch 20
- [41] Goldstone, L.; Oliner, A.A., "Leaky-wave antennas I: Rectangular waveguides," *Antennas and Propagation, IRE Transactions on* , vol.7, no.4, pp.307,319, October 1959

- [42] Podilchak, S.K.; Freundorfer, A.P.; Antar, Y.M.M., "Continuous one-sided beam scanning through broadside from backfire to forward fire by efficient surface-wave excitation," *Electromagnetic Theory (EMTS), 2010 URSI International Symposium on* , vol., no., pp.303,306, 16-19 Aug. 2010
- [43] Podilchak, S.K.; Antar, Y.M.M.; Freundorfer, A.; Baccarelli, P.; Burghignoli, P.; Paulotto, S.; Lovat, G., "Planar antenna for continuous beam scanning and broadside radiation by selective surface wave suppression," *Electronics Letters* , vol.46, no.9, pp.613,614, April 29 2010
- [44] T. Tamir and H. Bertoni, "Lateral Displacement of Optical Beams at Multilayered and Periodic Structures," *J. Opt. Soc. Am.* **61**, 1397-1413 (1971).
- [45] Pchel'nikov, Yu N.; Yelizarov, A.A., "Medical application of slow electromagnetic waves," *Electronics and Radiophysics of Ultra-High Frequencies, 1999. International University Conference Proceedings* , vol., no., pp.464,467, Aug 1999
- [46] John LeBlanc, Andrew J. Mueller, Adrian Prinz, and Manish J. Butte, "Optical planar waveguide for cell counting", *Appl. Phys. Lett.* 100, 043701 (2012)
- [47] Ritchie, R. H. "Plasma Losses by Fast Electrons in Thin Films". *Physical Review* 106 (5): 874–881. 1957
- [48] Tamir, T.; Oliner, A.A., "The spectrum of electromagnetic waves guided by a plasma layer," *Proceedings of the IEEE* , vol.51, no.2, pp.317,332, Feb. 1963
- [49] Ari Sihvola, Jiaran Qi, and Ismo V. Lindell, "Bridging the gap between plasmonics and Zenneck waves", *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, Vol. 52, No.1, February 2010
- [50] Stefan Maier (2007). *Plasmonics: Fundamentals and Applications*. Springer, 2007
- [51] Ha Minh Hiep et al, "A localized surface plasmon resonance based immunosensor for the detection of casein in milk," *Sci. Technol. Adv. Mater.* 8 331, 2007
- [52] Kuo Y-C, Ho JH, Yen T-J, Chen H-F, Lee OK-S, "Development of a Surface Plasmon Resonance Biosensor for Real-Time Detection of Osteogenic Differentiation in Live Mesenchymal Stem Cells", *PLoS ONE*, 6(7): e22382, 2011
- [53] Heideman, R.G.; Geuzebroek, D.H.; Walker, J. A., "High Contrast Surface Waveguide Technology for Biochemical Sensing and Telecom Applications," *Lasers and Electro-Optics Society, 2006. LEOS 2006. 19th Annual Meeting of the IEEE* , vol., no., pp.957,958, Oct. 2006
- [54] Cheng-Min Lee; Chia-Hao Chang; Shun-Wen Liu; Pei-Wen Chou; Yu-Si Jheng; Tian-Fu Wu; Jyun-Ming Lan; Hung-Tze Wu, "Using the excitation surface plasma waves of Kretschmann configuration to the normal saline measurement," *Electronics, Communications and Control (ICECC), 2011 International Conference on* , vol., no., pp.4062,4064, 9-11 Sept. 2011

- [55] Zhaoquan Chen, Minghai Liu, Liang Tang, Peng Hu, and Xiwei Hu, "A planar-type surface-wave plasma source with a subwavelength diffraction grating inclusion for large-area plasma applications", *J. Appl. Phys.* 106, 013314, 2009
- [56] Zisheng Su, Lidan Wang, Yantao Li, Guang Zhang, Haifeng Zhao, Haigui Yang, Yuejia Ma, Bei Chu, and Wenlian Li, "Surface Plasmon Enhanced Organic Solar Cells with a MoO₃ Buffer Layer", *ACS Appl. Mater. Interfaces*, 5 (24), pp 12847–12853, 2013
- [57] Marine Laroche, "Rôle des ondes de surface dans la modification des propriétés radiatives de matériaux microstructurés. Application à la conception de sources infrarouges et à l'effet thermophotovoltaïque.", Thèse, *Ecole Centrale des Arts et Manufactures*, 2005
- [58] Pendry, J.B.; Holden, A. J.; Robbins, D. J.; Stewart, W. J., "Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena," *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on* , vol.47, no.11, pp.2075,2084, Nov 1999
- [59] Rajab, K. Z., et al., et al. "Stability of Active Magnetoinductive Metamaterials." *Journal of Applied Physics*, Vol. 108, 2010
- [60] Sievenpiper, Dan; Lijun Zhang; Broas, R. F J; Alexopolous, N.G.; Yablonovitch, E., "High-impedance electromagnetic surfaces with a forbidden frequency band," *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on* , vol.47, no.11, pp.2059,2074, Nov 1999
- [61] Stefan Varault, "Modélisation et études expérimentales de structures à bande interdite électromagnétique reconfigurables intégrant des capillaires plasmas pour applications micro-ondes", Thèse, *Université Toulouse III – Paul Sabatier*, 2011
- [62] S. Varault, B. Gabard, T. Crepin, J. Sokoloff, S. Bolioli, "Reconfigurable modified surface layers using plasma capillaries around the neutral inclusion regime", *Journal of Applied Physics*, 115(8), jan 2014
- [63] A. Grbic and G. V. Eleftheriades "Experimental Verification of Backward-Wave Radiation from a Negative Refractive Index Metamaterial", *J. Appl. Phys.*, vol. 92, no. 10, pp.5930 -5935, 2002
- [64] Baccarelli, P.; Burghignoli, P.; Frezza, F.; Galli, A.; Lampariello, P.; Lovat, G.; Paulotto, S., "Effects of leaky-wave propagation in metamaterial grounded slabs excited by a dipole source," *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on* , vol.53, no.1, pp.32,44, Jan. 2005
- [65] Ishimaru, A.; Thomas, J.R.; Jaruwatanadilok, S., "Electromagnetic waves over half-space metamaterials of arbitrary permittivity and permeability," *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on* , vol.53, no.3, pp.915,921, March 2005
- [66] Esteban Moreno, F. J. García-Vidal, and L. Martín-Moreno, "Enhanced transmission and beaming of light via photonic crystal surface modes", *Phys. Rev. B* 69, 121402(R), 2004

- [67] Xun Gong; Chappell, W.J.; Katehi, L.P.B., "Embedded radiating filters in metamaterial substrates," *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2003. IEEE* , vol.3, no., pp.351,354 vol.3, 22-27 June 2003
- [68] Rao, N.; Dinesh, K.V., "Performance enhancement of a microstrip antenna by suppression of surface waves using EBG structure in multiple layer substrate," *Antennas and Propagation in Wireless Communications (APWC), 2011 IEEE-APS Topical Conference on* , vol., no., pp.935,939, 12-16 Sept. 2011
- [69] Tamir, T.; Foon Kou, "Varieties of leaky waves and their excitation along multilayered structures," *Quantum Electronics, IEEE Journal of*, vol.22, no.4, pp.544,551, Apr 1986
- [70] Michael Paulus, Phillippe Gay-Balmaz, and Olivier J. F. Martin, "Accurate and efficient computation of the Green's tensor for stratified media", *Phys. Rev. E* 62, 5797–5807 (2000)
- [71] R. E. Collin, *Field Theory of Guided Waves*, 2nd, Ed. Piscataway, NJ: IEEE Press, 1991, ch 11.1 à 11.3, pp 697-708.
- [72] Tamir, T.; Felsen, L.B., "On lateral waves in slab configurations and their relation to other wave types," *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on* , vol.13, no.3, pp.410,422, May 1965
- [73] van der Pol, B., and K. F. Niessen, "The Propagation, of Electromagnetic Waves Over a Plane Earth," *Ann. Phys*, 6, pp. 273-294, 1930
- [74] Rice, S. O., "Series for the Wave Function of a Radiating Dipole at the Earth's Surface," *Bell System Technical Journal*, 16, pp. 101-109, 1937
- [75] Chi, C.-L.; Alexopoulos, N., "Radiation by a probe through a substrate," *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on* , vol.34, no.9, pp.1080,1091, Sep 1986
- [76] Soares, A.J.M.; Fonseca, S.B.d.A.; Giarola, A.J., "Surface wave excitation on a microstrip ring antenna," *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on* , vol.37, no.10, pp.1310,1312, Oct 1989
- [77] Mahmoud, S.F.; Antar, Y.M.M.; Hammad, H.F.; Freundorfer, A.I.P., "Theoretical considerations in the optimization of surface waves on a planar structure," *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on* , vol.52, no.8, pp.2057,2063, Aug. 2004
- [78] Tamir, T.; Oliner, A.A., "Guided complex waves. Part 2: Relation to radiation patterns," *Electrical Engineers, Proceedings of the Institution of* , vol.110, no.2, pp.325,334, February 1963
- [79] Sadiku, M. N. O., *Numerical Techniques in Electromagnetics*, CRC Press, 2001.
- [80] Tamir, T., Editor, "Integrated Optics", Springer-Verlag, Heidelberg, 1979, sec 3, pp 83-137.
- [81] Kano, H., S. Mizuguchi, and S. Kawata, "Excitation of surface-plasmon polaritons by a focused laser beam," *J. Opt. Soc. Am. B* 15, 1381-1386 (1998).

- [82] Bouhelier, A., F. Ignatovich, A. Bruyant, C. Huang, G. Colas des Francs, J. Weeber, A. Dereux, G. Wiederrecht, and L. Novotny, "Surface plasmon interference excited by tightly focused laser beams," *Opt. Lett.* **32**, 2535-2537 (2007).
- [83] Cullen, A.L., "The excitation of plane surface waves," *Proceedings of the IEE - Part IV: Institution Monographs*, vol.101, no.7, pp.225,234, August 1954
- [84] M. Davarpanah, C. Goben, D. Begley, and S. Griffith, "Surface electromagnetic wave coupling efficiencies for several excitation techniques," *Appl. Opt.* **15**, 3066-3072 (1976).
- [85] Hammad, H.F.; Freundorfer, A.P.; Antar, Y.M.M., "CPW slot antenna for TM slab mode excitation," *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2001. IEEE*, vol.3, no., pp.240,243 vol.3, 8-13 July 2001
- [86] Bernard, G. D., and Ishimaru, A., "On complex waves," *Electrical Engineers, Proceedings of the Institution of*, vol.114, no.1, pp.43,49, January 1967
- [87] Petrillo, L., Darces, M., Jangal, F., Montmagnon, J.-L., Helier, M., "Towards a better excitation of the surface wave: Electromagnetic field on the sea surface," *Antennas & Propagation Conference, 2009*.
- [88] Petrillo, L., F. Jangal, M. Darces, J.-L. Montmagnon, and M. Hélier, "Towards a better excitation of the surface wave," *Progress In Electromagnetics Research M*, Vol. 13, 17-28, 2010.
- [89] Datsko, V. N., and A. A. Kopylov (2008), "On surface electromagnetic waves" [letter to the editor], *Phys.-Usp.* 51 101, 2008
- [90] Kukushkin, A. V. (2009), "On the existence and physical meaning of the Zenneck wave" [letter to the editor], *Phys.-Usp.* 52 755, 2009
- [91] Hendry, J., "Isolation of the Zenneck surface wave," *Antennas and Propagation Conference (LAPC), 2010 Loughborough*, vol., no., pp.613,616, 8-9 Nov. 2010
- [92] Tamir, T.; Oliner, A.A., "The influence of complex waves on the radiation field of a slot-excited plasma layer," *Antennas and Propagation, IRE Transactions on*, vol.10, no.1, pp.55,65, January 1962
- [93] Balanis, C. A., *Advanced Engineering Electromagnetic (Second Edition)*, New York, John Wiley & Sons, 2012, ch. 7.8
- [94] Kogelnick, H., and T. Li, "Laser beams and resonators," *Proceedings of the IEEE*, Vol. 54, No. 10, 1312-1329, 1966.
- [95] Marcuse, D., *Light transmission optics*. NY : Van Nostrand Reinhold, 1982.
- [96] Martin, D. H., and J. W. Bowen, "Long-wave optics," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 41, pp. 1676-1690, 1993.

- [97] Deschamps, G., "Ray techniques in electromagnetics," Proc. IEEE, vol. 60, pp. 1687–1693, 1972.
- [98] Arora, R., and Z. Lu, « Graphical depiction of the electromagnetic fields of hermite-gaussian modes », *Microwaves, Antennas and Propagation, IEE Proceedings H*, vol. 139, p. 369–375, août 1992.
- [99] Alexandre Chabory, "Modélisation électromagnétique des radômes par des techniques basées sur les faisceaux gaussiens", Thèse, *Université Toulouse III – Paul Sabatier*, 2004
- [100] Deschamps, G., « Gaussian beam as a bundle of complex rays », *Electronics letters*, vol. 7, pp. 684-685, novembre 1971
- [101] Keller, J., W. Streifer, « Complex ray with an application to Gaussian beams », *Journal of the optical society of America*, vol. 61, pp. 40-43, janvier 1971
- [102] Felsen, L.B., « Complex source point solutions of the field equations and their relation to the propagation and scattering of Gaussian beams », in *Symposium of Mathematics*, vol. 18, pp. 40-56, Academic press, 1976
- [103] Felsen, L.B., « Geometrical theory of diffraction, evanescent waves, complex rays, and Gaussian beams », *Geophys J. R. astr. Soc.*, vol. 79, pp. 77-88, 1984
- [104] Pascal, O., "Rayonnement d'une antenne associant un cornet rainuré à une lentille diélectrique," Thèse, *Université Toulouse III – Paul Sabatier*, 1996.
- [105] Sokoloff, J., "Modélisation par la méthode des faisceaux gaussiens vectoriels et multimodes de l'interaction d'une onde électromagnétique avec un diélectrique épais ou un réflecteur métallique," Thèse, *Université Toulouse III – Paul Sabatier*, 2001.
- [106] Gabor, D., "Theory of communication", *Journal of the institute of electric engineering*, vol. 93, pp. 429-457, 1946
- [107] Bastiaans, M., "Gabor's expansion of a signal into Gaussian elementary signals", *Proceedings of the IEEE*, vol. 68, pp. 538-539, 1980
- [108] Einziger, P.D., S. Raz, M. Shapira, "Gabor representation and aperture theory", *Journal of optical society of america*, vol. 3, pp. 508-522, 1986
- [109] Einziger, P.D., S. Raz, "Beam series representation and the parabolic approximation: the frequency domain", *Journal of the optical society of america*, vol. 5, pp. 1883-1892, 1988
- [110] Maciel, J. J., and L. B. Felsen, "Systematic study of fields due to extended apertures by gaussian beam discretization," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 37, pp. 884–892, 1989.
- [111] Maciel, J. J., and L. B. Felsen, "Discretized Gabor-based beam algorithm for time-harmonic radiation from two-dimensional truncated planar aperture distributions—I:

- Formulation and solution,” *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 50, pp. 1751–1759, 2002.
- [112] ———, “Discretized Gabor-based beam algorithm for time-harmonic radiation from two-dimensional truncated planar aperture distributions —II: Asymptotics and numerical tests,” *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 50, pp. 1760 – 1768, 2002.
- [113] Lugara, D., “Modélisation d’antennes et de systèmes focaux par décomposition sur une famille de faisceaux gaussiens,” Thèse, *Université Paris-Est Marne-la-Vallee*, 2000.
- [114] Lugara D., and C. Letrou, “Alternative to Gabor’s representation of plane aperture radiation,” *Electron. Lett.*, vol. 34, pp. 2286–2287, 1998.
- [115] Burkholder, R., and P. Pathak, “Analysis of em penetration into and scattering by electrically large open waveguide cavities using gaussian beam shooting,” *Proc. IEEE*, vol. 79, pp. 1401–1412, 1991.
- [116] Schott, P., F. Lemaitre, and O. Pascal, “Use of Gaussian beam to compute antenna pattern,” *Ann. Telecommun.*, vol. 57, pp. 775–797, 2002.
- [117] Letrou, C., “A gaussian beam shooting scheme for fast multidimensional physical simulation of propagation channels in wireless communication systems,” in *International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications (ICEAA '07)*, 2007.
- [118] Chabory, A., J. Sokoloff, and S. Bolioli, “Physically based expansion on conformal Gaussian beams for the radiation of curved aperture in dimension 2,” *IET Microw. Antennas Propag.*, vol. 2, pp. 152–157, 2008.
- [119] Daubechies, I., “The wavelet transform time frequency localization and signal analysis,” *IEEE Trans. on information theory*, vol. 36, pp. 961–1005, 1990.
- [120] Daubechies, I., “Ten lectures on wavelets”, CBMS-NSF regional conference series in applied mathematics, *SIAM press*, 1992
- [121] Bastiaans, M., “On optimum oversampling in the Gabor scheme”, *International conference on acoustics, speech and signal processing*, pp. 2101-2104, Munich (Allemagne), 1997
- [122] Elis, K., “Modélisation par Faisceaux Gaussiens de Systèmes Quasi-Optiques Intégrant des Surfaces Dichroïques pour la Radiométrie Millimétrique,” Thèse, *Université Toulouse III – Paul Sabatier*, 2012.
- [123] Balanis, C. A., *Antenna Handbook : Theory, applications and design*. Van nostrand Reinhold Company, 1988, ch. Horn Antennas.
- [124] Hillairet, J., “Application du formalisme des faisceaux Gaussiens à la modélisation de l’interaction d’une onde électromagnétique avec un objet 3d complexe,” Thèse, *Université Toulouse III – Paul Sabatier*, 2007.

- [125] Elis, K.; Chabory, A.; Sokoloff, J.; Bolioli, S., "2D interaction of a Gaussian Beam with a dichroic surface for the modeling of quasi-optical systems," *Electromagnetics in Advanced Applications (ICEAA), 2011*
- [126] Massey, G., A. Siegman, « Reflection and refraction of a Gaussian light beam at tilted ellipsoidal surfaces », *Applied Optics*, vol. 8, pp. 975-978, mai 1969
- [127] Deschamps, G., "Ray techniques in electromagnetics," *Proc. IEEE*, vol. 60, pp. 1687–1693, 1972.
- [128] Sokoloff, J., "Modélisation de la propagation d'un champ électromagnétique et de son interaction avec objets complexes par des méthodes de faisceaux gaussiens", HDR, *Université Toulouse III – Paul Sabatier*, sep 2009.
- [129] Tamir, T., "Leaky waves in planar optical waveguides" *Nouvelle Revue d'Optique* 6 273, 1975
- [130] Van der Waerden, B. L. : "On the method of saddle points", *Appl. Sci. Res.*, 1951, B2, pp. 33-45
- [131] Banos, A.: "Dipole radiation in the presence of a conducting half-space" (Pergamon, 1966), pp. 63-81
- [132] Felsen, L. B., and Marcuvitz, N., "Modal analysis and synthesis of electromagnetic fields", Polytechnic Institute of Brooklyn, Microwave Research Institute, Report R-776-59, P1B-7O5, AFCRC-TN-59-991, 1959
- [133] Chuang, C. W., "Surface wave diffraction by a truncated inhomogeneous dielectric slab recessed in a conducting surface," *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on* , vol.34, no.4, pp.496,502, Apr 1986
- [134] Hasegawa, K., J. U. Nöckel, and M. Deutsch , "Curvature-induced radiation of surface plasmon polaritons propagating around bends", *Phys. Rev. A* 75, 063816, 2007
- [135] Willatzen, M., "Electromagnetic-wave propagation along curved surfaces", *PHYSICAL REVIEW A* 80, 043805, 2009
- [136] Ip, A., and Jackson, D.R., "Radiation from cylindrical leaky waves," *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on* , vol.38, no.4, pp.482,488, Apr 1990
- [137] Labunko, O.S., "Surface waves excitation in cylindrical antennas," *Antenna Theory and Techniques, 2005. 5th International Conference on* , vol., no., pp.138,141, 24-27 May 2005
- [138] Martini, E., G. Carli, and S. Maci, "A domain decomposition method based on a generalized scattering matrix formalism and a complex source expansion," *Progress In Electromagnetics Research B*, Vol. 19, 445-473, 2010.
- [139] IEEE Std. 211-1990 (R1997) *IEEE Standard Definitions of Terms for Radio Wave Propagation*, 1997

- [140] Choudhary, S.; Felsen, L., "Asymptotic theory for inhomogeneous waves," *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on* , vol.21, no.6, pp.827,842, November 1973
- [141] Paknys, R.; Jackson, D.R., "The relation between creeping waves, leaky waves, and surface waves," *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on* , vol.53, no.3, pp.898,907, March 2005
- [142] Watson, G. N., "The Diffraction of Radio Waves by the Earth", *Proceedings of the Royal Society*, A95, 1918, pp. 83-99
- [143] L. M. Brekhovskikh, "Waves in Layered Media", *Academic Press, New York* (1960). Ch. 4.
- [144] R. S. Elliot, "Azimuthal surface waves on circular cylinders," *J. Appl. Phys.*, vol. 26, no. 4, pp. 368–376, 1955.
- [145] N. C. Albertsen, "Creeping wave modes for a dielectric coated cylinder," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 37, no. 12, pp. 1642–1644, Dec. 1989.
- [146] R. E. Collin, *Field Theory of Guided Waves*, 2nd, Ed. Piscataway, NJ: IEEE Press, 1991, ch 11.6, pp 718-723.
- [147] Goubau, Georg, "Surface Waves and Their Application to Transmission Lines," *Journal of Applied Physics*, vol.21, no.11, pp.1119-1128, Nov 1950
- [148] Jordi Sancho-Parramon and Salvador Bosch, "Dark Modes and Fano Resonances in Plasmonic Clusters Excited by Cylindrical Vector Beams", *ACS Nano* 2012 6 (9), 8415-8423
- [149] Gallinet, B., A. Lovera, T. Siegfried, H. Sigg, O. J. F. Martin, "Fano resonant plasmonic systems: Functioning principles and applications", *Fifth International Workshop On Theoretical And Computational Nano-Photonics*, vol. 1475, p. 18-20, 2012
- [150] Zhe Song, Kai-Lai Zheng, Hou-Xing Zhou, Jun Hu, Wei Hong, "A method of locating leaky wave poles of spectral Green's functions for a layered medium by consecutive frequency perturbation," *Electrical Design of Advanced Packaging & Systems Symposium*, 2009. (EDAPS 2009). *IEEE* , vol., no., pp.1,4, 2-4 Dec. 2009
- [151] R. E. Collin, *Field Theory of Guided Waves*, 2nd, Ed. Piscataway, NJ: IEEE Press, 1991, ch 11.8, pp 725-744.

Résumé en Anglais (Abstract)

AUTHOR: Olivier Balosso

TITLE: Surface Waves Introduction in an Adapted Gaussian Beam Model, for Modeling Antenna-Structure Coupling

DATE AND PLACE OF DEFENCE: June 18th 2014, auditorium of ONERA Toulouse

ABSTRACT:

During the last two decades, work in collaboration with the Electromagnetism and Radar Department of ONERA and Electromagnetics Research Group of LAPLACE have enabled the development of a Gaussian beam based model, treating the interaction of electromagnetic fields with large complex structures. In this asymptotic formalism the incident field is represented as a sum of elementary beams. It allows reducing the overall calculation of the field interaction with structure to a sum of more simple interactions. Moreover, the Gaussian distribution of the beams and the canonical form of the portions of objects met allow to obtain analytical formulations of the radiated field.

However, this model requires the decomposition of the incident field on a curved surface having zero field amplitude on its edges. This restriction brings no limitation in many cases except, for example, when an antenna is placed on a support. In this case, the grazing field on either side of the antenna can be non-zero and strongly interact with the substrate by exciting surface waves. In this configuration, the Gaussian beam model shows a problem of decomposition domain closure and does not take into account surface waves.

These are of increasing interest first, due to the microwave systems miniaturization goal and, secondly, due to the development of metamaterials. In these two cases the surface waves are either endured or used. However, the definition of surface waves and their variants such as the leaky waves is little known and appears in a confuse manner in literature.

Thus, the objective of this thesis is dual. We first aim at summarizing the different types of surface waves and, secondly, propose an adaptation of the Gaussian beams method to take these waves into consideration for antenna-structure coupling modeling.

At first, we study the modal properties and the excitation of surface and leaky waves. Then, we adapt formulations found in the literature to model, in two dimensions, the excitation of these waves by surface equivalent currents. On this occasion we propose an analytical far-field formulation of the interaction of a Gaussian beam with a grounded metamaterial slab.

In the second part of the work, we propose, in two dimensions, a method to combine the Gaussian beam decomposition and the surface equivalent currents decomposition. This method is applied to the case of an antenna placed on a grounded dielectric slab. We define relevant parameters to describe the hybridization. Then, we study their influence on the

performances of this method and deduce a default parameter setting able to treat general cases.

KEY WORDS:

Modeling, Asymptotical methods, Gaussian beam, Surface waves, Leaky waves, Hybridation, Antenna-structure coupling, Metamaterials.