



HAL
open science

Proposition d'une démarche de modélisation pour la prévision de l'amorçage d'une fissure dans un assemblage collé sous des sollicitations statiques

A. Moradi

► To cite this version:

A. Moradi. Proposition d'une démarche de modélisation pour la prévision de l'amorçage d'une fissure dans un assemblage collé sous des sollicitations statiques. Mécanique [physics.med-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2013. Français. NNT : . tel-01010874

HAL Id: tel-01010874

<https://theses.hal.science/tel-01010874>

Submitted on 20 Jun 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

PRÉSENTÉE A

L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE

ÉCOLE DOCTORALE : ED SMAER

Par Azalia MORADI

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR

SPÉCIALITÉ : Mécanique

**Proposition d'une démarche de modélisation pour la prévision
de l'amorçage d'une fissure dans un assemblage collé sous des
sollicitations statiques**

Directeur de thèse : Dominique LEGUILLON

Soutenue le : 11 décembre 2013

Devant la commission d'examen formée de :

M. Jean-François CARON	Professeur, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées	Rapporteur
M. Rafael ESTEVEZ	Professeur, Université Joseph Fourier	Rapporteur
Mme Hélène DUMONTET	Professeur, Université Pierre et Marie Curie	Examinatrice
M. Eric MARTIN	Professeur, Université Bordeaux I	Examineur
M. Julien SCHNEIDER	Ingénieur, SNECMA	Examineur
M. Dominique LEGUILLON	Directeur de Recherche, Université Pierre et Marie Curie	Directeur de thèse
M. Cédric HUCHETTE	Ingénieur de recherche, ONERA	Encadrant

Remerciements

Ces mots sont les derniers écrits dans ce mémoire et paradoxalement ce sont les premiers que vous lisez. Sentiment bien agréable s'il en est que d'avoir atteint son objectif et pouvoir exprimer toute sa gratitude aux nombreuses personnes qui y ont contribué.

Je tiens ainsi à remercier les membres de mon jury pour avoir examiné mon travail. Je remercie ainsi Eric Martin d'avoir accepté de présider mon jury. Je tiens également à remercier tout particulièrement Jean-François Caron et Rafaël Estevez pour avoir accepté d'être les rapporteurs de mon mémoire de thèse, et, Hélène Dumontet et Julien Schneider pour avoir examiné mon travail lors de la soutenance. Leur compréhension de mon travail de thèse et la justesse de leurs remarques ont donné lieu à des échanges privilégiés que j'ai appréciés.

Ma thèse s'étant déroulée au Département des Matériaux et Structures Composites de l'Onera à Châtillon, je tiens à remercier Daniel Abbé et Jean-François Maire de m'avoir accueillie au sein de leur département.

Pour avoir été à l'origine de cette thèse, je remercie Nicolas Carrère. Plus particulièrement, je le remercie de m'avoir choisie pour ce sujet qu'il m'annonçait être un sujet d'avenir et de m'avoir encadrée durant ma première année. Sans lui, le travail au combien crucial réalisé ensemble mais également avec mon directeur de thèse Dominique Leguillon n'aurait pas été possible. Aussi, je souhaite exprimer toute ma gratitude à Dominique Leguillon. Sa pédagogie, sa disponibilité et son apport scientifique indéniable ont été autant d'éléments clés pour avancer dans mon travail.

Loin d'être un long fleuve tranquille à l'image de la plupart des thèses, ma thèse a connu des hauts et des bas. Mais même dans les moments de doutes, j'ai pu compter sur le soutien et l'aide de Cédric Huchette et de Thomas Vandellos à qui j'exprime mes remerciements les plus chaleureux. Ils ne m'ont pas seulement apporté leur expertise technique mais aussi leurs encouragements et leur écoute. Par ailleurs, je tiens à exprimer à Thomas Vandellos tout mon respect pour sa capacité à gérer son premier encadrement de thèse avec moi.

Respectivement pilotes du PRC Composites et du Workpackage 6 de ce PRC, je remercie Lionel Marcin et Julien Schneider pour avoir été mes interlocuteurs chez SAFRAN et m'avoir toujours donné envie d'aller vers le développement de méthodes utilisables en Bureau d'Etudes.

Trois années de thèse se sont écoulées pour moi au sein de l'unité Modélisation et Caractérisation des Matériaux Composites en particulier et au sein du Département des Matériaux et Structures Composites plus généralement mais ce fut trois années où il a fait bon aller travailler tous les jours. Cela est sans conteste dû à la bonne ambiance qui y règne. C'est pourquoi je remercie toute l'équipe : François-Henri Leroy, Romain Agogué, Martin Hirsekorn, Cédric Julien, Myriam Kaminski, Frédéric Laurin, Christian Fagiano, François-Xavier Irisarri, Pascal Paulmier, Benjamin Lamboul et Patrick Lapeyronnie. Au delà de l'unité et du département, je n'oublie pas les rencontres faites au sein de la cellule numérique et remercie Johann Rannou, Jean-Didier Garaud, et Arjen Roos pour leur aide très précieuse.

Je tiens également à remercier tous les doctorants que j'ai croisés tout au long de ma thèse. Tous embarqués dans la même galère, les fous rires ont tout de même toujours été au rendez-vous. Merci donc à Gaël Grail, Carole Rakotoarisoa, Emilie Troussel, Elen Hemon, Jean-Sébastien Charrier, Camélia Ben Ramdane, Alexis Lasseigne, Adrien Elias, Antoine Hurmane, Matthieu Stackler, Bertrand Denolle, Noémie Rakotomalala et Raja Romani. Officiellement plus doctorant depuis quelques années déjà mais officieusement éternellement doctorant pour nous tous, je tiens à remercier également Jean-Michel Roche pour sa bonne humeur et son soutien.

Pour me sortir la tête de ma thèse, j'ai toujours pu compter sur mes amis et leur rends hommage ici : Maryse, Jojo, Juliette, Téo, Aurélie, Sylvain, Babou, Gaëlle et tous les ESTIA.

Lourde tâche que d'encourager de manière indéfectible et de soutenir un proche dans ses choix. Voir l'émotion dans les yeux de mes parents le jour de la soutenance fut pour moi un réconfort qui a justifié mon engagement de trois années dans ce doctorat. Ce manuscrit leur est dédié ainsi qu'à ma sœur et mon frère pour les épreuves que nous avons traversées. Qualité primordiale s'il en est, l'écoute que m'a accordée ma belle famille fut très importante pour moi, elle m'a permis d'avoir un socle solide et de relativiser dans la vie.

Pour son soutien, sa patience, sa confiance indéfectible en moi et son amour, je remercie Pierre. Une page de ma vie se tourne à présent et je suis heureuse de voir que l'écriture de celle-ci s'est faite avec toi et que celle des prochaines nous réserve tant de bonheur tous les deux.

Table des matières

REMERCIEMENTS.....	I
TABLE DES MATIERES.....	III
NOMENCLATURE.....	VII
INTRODUCTION GENERALE.....	1
BIBLIOGRAPHIE.....	5
1. Qu'est-ce qu'un assemblage collé ?	8
1.1. Adhésion.....	8
1.2. Assemblages collés : sollicitations et type d'assemblage	10
1.3. Essais de caractérisation de l'amorçage dans un assemblage collé.....	11
1.4. Propriétés utiles à l'étude mécanique d'un assemblage collé.....	14
2. Comment modéliser l'amorçage d'une fissure dans un assemblage collé ?	19
2.1. Approches analytiques et semi-analytiques associées à un critère de rupture	20
2.2. Approche par calculs par éléments finis associée à un critère de rupture.....	23
2.3. Approche par le critère couplé.....	25
2.4. Approche par les modèles de zone cohésive.....	29
3. Bilan.....	34
INTRODUCTION AUX CHAPITRES 1 ET 2	35
CHAPITRE 1. MISE EN EVIDENCE PAR LE CRITERE COUPLE DE L'INFLUENCE DE L'ÉPAISSEUR DE COLLE SUR L'AMORCAGE PAR LE BIAIS DE DEVELOPEMENTS ASYMPOTIQUES	37
1. Etude asymptotique dans le cadre d'une structure dans laquelle le joint est idéalisé	40
1.1. Explicitation du problème général	40
1.2. Expression du problème extérieur	42
1.3. Expression du problème intérieur	43
1.4. Détermination de la force et de la longueur d'amorçage : cas où la longueur de la fissure et l'épaisseur sont du même ordre de grandeur.....	44
1.5. Détermination de la force et de la longueur d'amorçage : cas d'une fissure de petite longueur par rapport à l'épaisseur de colle.....	49
1.6. Détermination de la force et de la longueur d'amorçage : cas d'une épaisseur de colle petite par rapport à la longueur de la fissure.....	51
2. Résultats dans le cadre d'une structure dans laquelle le joint est idéalisé	54
2.1. Application à un collage acier/colle époxy	55

2.2. Application à un collage verre/résine époxy	65
3. Etude asymptotique dans le cadre d'une structure en présence d'un défaut initial.....	73
3.1. Explicitation du problème.....	73
3.2. Expression du problème extérieur.....	74
3.3. Expression du problème intérieur	74
4. Résultats dans le cadre d'une structure en présence d'une fissure interfaciale	77
4.1. Cas d'application d'un collage verre/résine époxy	77
4.2. Cas d'application d'un collage acier/colle époxy	78
5. Comparaison de l'influence de l'épaisseur de colle sur l'amorçage selon le cadre d'étude.....	80
6. Bilan sur les avantages et limites de l'approche par développements asymptotiques du critère couplé	83
7. Conclusions.....	84
CHAPITRE 2. MISE EN EVIDENCE PAR LE CRITERE COUPLE DE L'INFLUENCE DE L'ÉPAISSEUR DE COLLE SUR L'AMORCAGE PAR POST-TRAITEMENT D'UN CALCUL PAR ELEMENTS FINIS	85
1. Description de la mise en œuvre du critère couplé par post-traitement de calculs par éléments finis .	88
1.1. Deux critères à satisfaire.....	88
1.2. Mise en oeuvre du critère couplé avec la prise en compte de la mixité de mode.....	90
1.3. Méthode de détermination de la force et de la longueur d'amorçage	93
2. Application de la démarche d'exploitation par le critère couplé à l'étude de l'amorçage d'un décollement dans le cas de l'essai SLJ.....	107
2.1. Géométrie, maillage, chargement, conditions aux limites et propriétés matériaux.....	107
2.2. Calculs par éléments finis	109
2.3. Exploitation de la simulation	110
2.4. Résultats concernant l'influence de l'épaisseur de colle sur l'amorçage avec une approche par critères simples.....	117
2.5. Résultats concernant l'influence de l'épaisseur de colle sur l'amorçage avec une approche par critères prenant en compte la mixité de mode.....	121
3. Bilan sur les avantages et limites de l'approche par post-traitement d'un calcul éléments finis du critère couplé.....	126
4. Conclusions.....	127
CONCLUSION AUX CHAPITRES 1 ET 2	129
CHAPITRE 3. PROPOSITION D'UN MODELE DE ZONE COHESIVE ADAPTE A L'ETUDE DE L'AMORCAGE D'UN DECOLLEMENT	131
1. Présentation du modèle de zone cohésive	134
1.1. Cadre général du modèle	134
1.2. Critère en contrainte.....	135
1.3. Critère en énergie.....	136
1.4. Formes de la loi de zone cohésive.....	137

1.5. Intégration dans le modèle de zone cohésive de l'épaisseur de colle.....	140
2. Application du modèle de zone cohésive adapté à l'essai « Thick Adherend Shear Test ».....	142
2.1. Modélisation de l'essai TAST modifié, conditions aux limites et de chargement, et, propriétés matériaux	142
2.2. Etude de la convergence au maillage.....	144
2.3. Etude de l'influence de la forme de la loi sur l'amorçage	148
2.4. Etude de l'influence de la variation de la raideur de la loi cohésive sur l'amorçage.....	154
3. Application du modèle de zone cohésive adapté à l'essai « Single Lap Joint »	157
3.1. Modélisation de l'essai SLJ, conditions aux limites et de chargement, et, propriétés matériaux	158
3.2. Etude de la convergence au maillage.....	160
3.3. Etude de l'influence de la forme de la loi sur l'amorçage	165
3.4. Etude de l'influence de la variation de la raideur de la loi cohésive sur l'amorçage.....	168
3.5. Sensibilité de l'identification au choix des critères en contrainte et en énergie dans l'approche par le modèle de zone cohésive.....	170
4. Conclusions.....	174
CHAPITRE 4. VALIDATION DE LA DEMARCHE DE MODELISATION	177
1. Domaine de validité du modèle de zone cohésive proposé pour la prévision de l'amorçage d'un décollement.....	180
1.1. Cadre de l'étude	180
1.2. Résultats de la comparaison entre les approches par le critère couplé et par le modèle de zone cohésive	182
2. Pertinence d'une approche MZC+EV pour la prévision de l'amorçage d'un décollement.....	187
2.1. Comparaison des raideurs apparentes.....	187
2.2. Comparaison des comportements macroscopiques.....	188
2.3. Prévision de l'amorçage avec ou sans éléments volumiques	190
2.4. En quoi la prise en compte d'éléments volumiques est importante pour la prévision de l'amorçage ?	194
3. Validation de la démarche de modélisation proposée par rapport à des résultats expérimentaux.....	198
3.1. Cas d'une colle fragile.....	198
3.2. Cas de colles ductiles	201
4. Conclusions.....	207
ANNEXE A.....	215
ANNEXE B.....	219
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES	225

Nomenclature

Liste des acronymes

SLJ	Single Lap Joint
TAST	Thick Adherend Shear Test
CC	critère couplé
MZC	modèle de zone cohésive
EV	éléments volumiques
EF	éléments finis

Notations générales

e	épaisseur de la colle
t	largeur de l'éprouvette
h	épaisseur des substrats
ℓ	longueur de fissure
$E_{colle}, E_{substrat}$	module de Young
$G_{substrat}, G_{colle}$	module de cisaillement
ν_{colle}	coefficient de Poisson de la colle
G	taux de restitution d'énergie
G_c	taux de restitution d'énergie critique (aussi appelé ténacité)
σ	contrainte
σ_c	seuil d'amorçage critique
G_{I_c}, G_{II_c}	ténacités interlaminaires selon les modes I et II
Z_t, S_c	résistances interlaminaires selon les mode I et II
F_{max}	effort maximum

Notations liées au critère couplé

Notations générales

δW_p	variation d'énergie potentielle
δW_k	variation d'énergie cinétique
δS	nouvelle surface consécutive à l'amorçage de la fissure
G_{inc}	taux de restitution d'énergie incrémental (aussi appelé énergie incrémentale)

Notations spécifiques aux développements asymptotiques

A, \tilde{A}, B, D	coefficient calculé par des intégrales de contour
C	tenseur d'élasticité
$F_c, F_c^{(h_e=\ell)}, F_c^{(h_\ell \ll e)}, F_c^{(h_e \ll \ell)}$	force d'amorçage
k, K	facteur d'intensité de contrainte généralisé
$k_c^{(h_e=\ell)}, k_c^{(h_\ell \ll e)}, k_c^{(h_e \ll \ell)}, k_c^{(fissure)}, K_c$	facteur d'intensité de contrainte généralisé critique
$\ell_c^{(h_e=\ell)}, \ell_c^{(h_\ell \ll e)}, \ell_c^{(h_e \ll \ell)}$	longueur d'amorçage de fissure
ℓ_0	longueur de défaut
R	résultante des efforts en 2D
r, θ	coordonnées polaires
\underline{s}	tenseur sans dimension fonction de θ dérivé du déplacement singulier $\underline{u}(\theta)$
s	composante en traction de \underline{s}
$\underline{u}, \underline{v}, w, \overline{w}$	vecteur propre singulier fonction de θ
\underline{U}	champ de déplacement fonction de x_1 et x_2
$\underline{V}_0, \underline{V}_1, \hat{V}_1$	champ de déplacement adimensionné fonction de y_1 et de y_2
$\underline{W}_0, \underline{W}_1, \hat{W}_1^1$	champ de déplacement adimensionné fonction de z_1 et de z_2
x_1, x_2	coordonnées cartésiennes
X	facteur d'intensité de contrainte généralisé complexe
$y_1, y_2, \tilde{y}_1, \tilde{y}_2, z_1, z_2$	coordonnée cartésienne dilatée adimensionnée
$\alpha, \beta_{sup}, \beta_{inf} = \beta$	exposant de singularité

Ω	partie imaginaire de l'exposant de singularité complexe en pointe de fissure
$\rho, \xi, \tilde{\rho}$	coordonnée polaire radiale
χ, η	facteur d'intensité de contrainte généralisé complexe adimensionné
Ψ	Intégrale de contour
θ_0	abscisse angulaire de l'interface
κ	facteur d'intensité de contrainte généralisé adimensionné
μ_0, μ	longueur de fissure adimensionnée
μ_c	longueur de fissure adimensionnée critique
$\underline{\underline{\sigma}}$	tenseur des contraintes fonction de x_1 et de x_2
$\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}$	tenseur des contraintes adimensionné fonction de y_1 et y_2
$\tilde{\sigma}$	composante en traction adimensionnée de $\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}$
$\underline{\underline{\tau}}$	tenseur des contraintes adimensionné fonction de θ dérivé du déplacement singulier $\underline{v}(\theta)$
τ	composante en traction de $\underline{\underline{\tau}}$
$\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}$	tenseur des contraintes adimensionné fonction de z_1 et z_2
$\tilde{\sigma}$	composante en traction adimensionnée de $\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}$
$\nabla_x, \nabla_y, \nabla_z$	opérateur gradient selon x_i, y_i et z_i

Notations spécifiques à la mise en œuvre du critère couplé par post-traitement d'un calcul par éléments finis

$f_{p\sigma}, f_{pG}$	facteur proportionnel au chargement nécessaire pour remplir le critère en contrainte et celui en énergie
f_{pc}	facteur proportionnel au chargement critique
$F_{amorçage}$	force d'amorçage
$F_{imposée}$	force imposée lors du calcul par éléments finis
$l_{amorçage}$	longueur d'amorçage

Notations spécifiques aux modèles de zone cohésive

$u_n, u_{t,1}$	saut de déplacement selon le mode I et II
$T_n, T_{t,1}$	effort cohésif selon le mode I et II
K_{MZC}	raideur initiale de l'interface (identique quelle que soit la mixité de mode)
δ	saut de déplacement selon la mixité de mode
δ_0	saut de déplacement associé au seuil d'amorçage σ_c
δ_f	saut de déplacement critique
α_c	paramètre de pénalisation en compression
m, γ, η	paramètre de forme
$f(\lambda)$	effet de l'endommagement
λ	variable d'endommagement
ℓ_{cz}	longueur de process zone
$E_{transverse}$	module de Young transverse hors-plan
G_{eq}	module de Young en cisaillement équivalent
t_{maille}	taille de maille
d	déplacement
d_{max}	déplacement correspondant à l'effort maximum
$d_{bi}, d_{tri}, d_{trapez}$	déplacement à rupture des lois bi-linéaire, tri-linéaire et trapézoïdale
$F_{\lambda=1}$	force d'amorçage théorique d'un modèle de zone cohésive

Introduction générale

Le collage structural est une méthode d'assemblage de plus en plus utilisée dans bon nombre de secteurs dont notamment ceux de l'aéronautique, l'aérospatial, l'automobile, les énergies renouvelables ou encore le génie civil. Pour répondre plus spécifiquement aux besoins industriels aéronautiques, à savoir réduire la masse des avions pour diminuer la consommation de carburant en conservant de bonnes propriétés structurales, concevoir des assemblages collés entre des pièces métalliques ou des pièces composites constitue un défi à relever. En effet, les assemblages mécaniques, qu'ils soient boulonnés, rivetés ou soudés sont généralement utilisés en raison d'impératifs industriels de reproductibilité et d'entretien. Mais ces assemblages induisent une masse importante qui pourrait être réduite grâce à l'alternative de collages entre structures. Néanmoins, cette alternative soulève de nouvelles problématiques pour le dimensionnement de pièces aéronautiques tels que l'assurance de la bonne qualité de la fabrication et de la tenue mécanique de ce type d'assemblage ou encore son entretien au cours de la vie de l'avion. C'est pourquoi l'un des enjeux importants liés aux assemblages collés réside dans la prévision de l'amorçage d'un décollement dans ce type d'assemblage. Les deux types d'assemblage ciblés sont le « co-curing » composite/composite et le « co-bonding » composite/métal tel que l'aube FAN RTM développée par Snecma (Figure 1) sélectionnée pour motoriser notamment l'Airbus A320neo (Figure 2).

Pour répondre à cet enjeu, il a été jugé nécessaire de maîtriser la prévision de la tenue d'un assemblage collé sous des sollicitations quasi-statiques avant d'envisager des extensions aux sollicitations dynamiques plus complexes. Aussi, l'objectif de cette thèse consiste finalement à proposer une démarche de modélisation dans laquelle les modèles développés sont capables de prévoir l'amorçage d'un décollement sous des sollicitations statiques. Reposant sur la proposition d'une démarche de modélisation générale, la prévision de l'amorçage est réalisée dans ce travail quels que soient les matériaux en présence. Ce travail s'inscrit dans le cadre du PRC Composites, projet de recherche financé par la DGAC, impliquant le Groupe SAFRAN, l'Onera et le CNRS.



Figure 1. Aube fan RTM (source Snecma)



Figure 2. Avion Airbus A320neo (source Airbus)

Afin d'atteindre l'objectif de cette thèse, trois grands axes ont été abordés :

- La détermination et le développement du modèle le plus adapté pour décrire et prévoir l'amorçage dans une structure complexe pouvant regrouper des comportements non-linéaires géométriques ou matériaux.
- L'identification du domaine de validité du modèle proposé et la proposition de solutions pour son bon usage.
- La validation de la démarche de modélisation proposée.

En préambule, la bibliographie introduisant les principales notions associées aux assemblages collés présentera un état de l'art des essais de caractérisation de l'amorçage. Puis, seront analysés les modèles existants répondant au cahier des charges : prévoir l'amorçage d'un décollement sous des sollicitations statiques. Les approches numériques répondant à ce cahier des charges et les essais les plus pertinents pour comparer ces approches numériques seront extraits de ce chapitre.

La difficulté de contrôler l'épaisseur du joint de colle sous forme de films minces d'une centaine de microns dans les jonctions collées des structures soulève des interrogations sur l'influence de cette épaisseur sur l'amorçage d'un décollement. Or cette influence est perçue comme primordiale. Aussi, une démarche faisant appel à l'utilisation d'un critère couplé proposé par Leguillon ([Leguillon, 2002]) par la voie de développements asymptotiques sera proposée pour son étude (Chapitre 1). Son domaine de validité, ses avantages et ses limites

seront démontrés en particulier grâce à la proposition de formulations analytiques reliant l'épaisseur de colle à la force d'amorçage.

Pour pallier aux limites de la précédente mise en œuvre du critère couplé, une approche par éléments finis de ce critère sera appliquée (Chapitre 2). Les deux approches seront comparées vis-à-vis du rôle attribué à l'épaisseur de colle dans la tenue mécanique de l'assemblage collé. Finalement, un bilan sur les domaines de validité, les avantages et les limites de chaque mise en œuvre sera proposé.

A l'issue de ces discussions, on cherchera à intégrer l'épaisseur de colle dans l'approche numérique par les modèles de zone cohésive pressentie comme la plus adaptée pour la description de l'amorçage d'un décollement dans une structure. De plus, l'influence de différents paramètres (forme de la loi cohésive, taille de maille) sera étudiée afin de comprendre les spécificités de ce type de modèle pour la prévision de l'amorçage d'un décollement (Chapitre 3).

A partir de l'expérience obtenue dans le chapitre 3 sur l'utilisation d'un modèle de zone cohésive, des comparaisons entre ce modèle et le critère couplé seront menées afin de déterminer si le modèle de zone cohésive proposé est apte à prévoir l'amorçage quelle que soit l'épaisseur de colle (Chapitre 4). Le domaine de validité du modèle de zone cohésive sera ainsi identifié. Des explications permettant d'éclairer les raisons menant à ce domaine de validité seront données pour finalement proposer une démarche dans laquelle le bon usage de ce modèle sera détaillé.

Pour finir, dans le but de valider la démarche de modélisation mise en place, une comparaison entre les résultats obtenus par l'approche numérique, par le biais du modèle de zone cohésive, et les résultats expérimentaux de la littérature ([da Silva *et al.*, 2006]) sera effectuée par rapport à l'essai à simple recouvrement (Chapitre 4). Finalement, un bilan des apports et des limites des propositions faites tout au long de la démarche de modélisation pour la bonne prévision de l'amorçage permettra de proposer une procédure à suivre pour la prévision de l'amorçage d'un décollement dans un assemblage collé.

Bibliographie

1. Qu'est-ce qu'un assemblage collé ?	8
1.1. Adhésion.....	8
1.2. Assemblages collés : sollicitations et type d'assemblage	10
1.3. Essais de caractérisation de l'amorçage dans un assemblage collé.....	11
1.4. Propriétés utiles à l'étude mécanique d'un assemblage collé.....	14
2. Comment modéliser l'amorçage d'une fissure dans un assemblage collé ?	19
2.1. Approches analytiques et semi-analytiques associées à un critère de rupture	20
2.2. Approche par calculs par éléments finis associée à un critère de rupture.....	23
2.3. Approche par le critère couplé.....	25
2.4. Approche par les modèles de zone cohésive.....	29
3. Bilan	34

Afin de répondre au cahier des charges fixé, il est nécessaire dans un premier temps de comprendre les notions sous-jacentes aux joints collés, puis, dans un deuxième temps, de réaliser un état de l'art de la recherche sur les essais de caractérisation et les modèles existants pour étudier l'amorçage d'un décollement. A cet effet, ce chapitre décrit les notions essentielles à la compréhension du collage structural et les travaux de la littérature concernant (i) la caractérisation de l'amorçage d'un décollement et (ii) les modèles pour prévoir l'amorçage.

Dans un premier temps, les théories de l'adhésion étant nombreuses, il s'agira donc de bien préciser le cadre de cette étude, à savoir, le point de vue adopté pour l'étude d'un décollement. Par ailleurs, les différents cas de chargement vus par un assemblage et les différents types d'assemblage seront précisés. Avec pour objectif la prévision de l'amorçage d'une fissure dans un joint collé, un état de l'art des différents essais existants sera réalisé et les propriétés utiles à l'étude d'un assemblage collé dans le cadre fixé seront extraites.

Dans un deuxième temps, les modèles existants pour décrire l'amorçage seront présentés. Au regard des domaines de validité, des avantages et des inconvénients des différents modèles existants qui auront été analysés, il s'agira de déterminer l'approche la plus adaptée pour l'étude de l'amorçage d'un décollement dans une structure tridimensionnelle admettant des comportements non-linéaires géométriques ou matériaux.

En conclusion, un bilan de la recherche bibliographique sur les essais de caractérisation de l'amorçage et les modèles les plus pertinents qui auront été retenus sera proposé. Ce bilan posera les bases du travail de recherche qui sera mené dans cette thèse pour prévoir l'amorçage d'un décollement entre deux matériaux dans des structures tridimensionnelles.

1. Qu'est-ce qu'un assemblage collé ?

Un collage permet d'assembler deux substrats par l'intermédiaire d'un adhésif qui se trouve être un polymère dans ce travail. Dans le contexte industriel de ce travail, pour que l'assemblage soit performant, il faut que le niveau d'adhésion entre les substrats et l'adhésif soit satisfaisant, c'est-à-dire qu'il permette de tenir une certaine charge maximale et que la rupture survienne au sein du joint de colle.

1.1. Adhésion

L'adhésion est l'ensemble des phénomènes physico-chimiques qui se produisent lorsque l'on met en contact deux matériaux. La force nécessaire pour réaliser la séparation des deux matériaux en contact est *l'adhérence*. Par anglicisme, le terme d'adhésion est également utilisé à la place d'adhérence, ce qui est source de confusions pour de nombreux auteurs. Afin de s'adapter à cet abus de langage, le terme d'adhésion sera également utilisé pour signifier l'adhérence dans ce mémoire.

Plusieurs théories existent pour définir le phénomène de l'adhésion et donnent lieu à différents modèles. Dans sa thèse, Bruneaux ([Bruneaux, 2004]) synthétise les différentes approches qui permettent d'expliquer les mécanismes de l'adhésion (Figure 3). Les différentes théories portées actuellement soit par des mécaniciens, soit par des physiciens, soit par des chimistes, mettent en exergue trois grandes catégories qui interviennent finalement dans le processus de collage :

- l'adhésion mécanique,
- l'adhésion physique,
- et l'adhésion chimique.

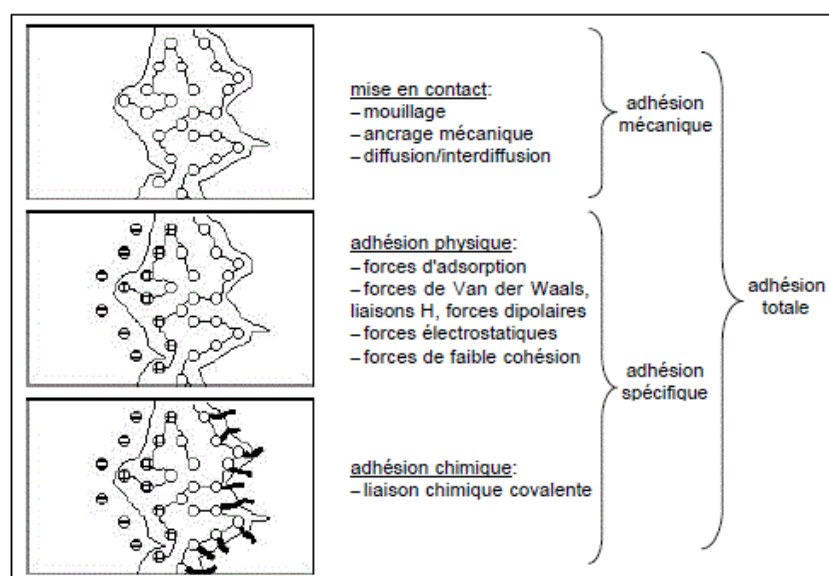


Figure 3. Décomposition du processus de collage suivant les principaux mécanismes d'adhésion mis en jeu ([Bruneaux, 2004])

L'adhésion mécanique ([McBain and Hopkins, 1924]) est une théorie rendant compte de la pénétration de l'adhésif dans les irrégularités de la surface encollée. Elle met en avant l'importance de la rugosité des interfaces.

L'adhésion spécifique qui regroupe des modèles d'interaction physico-chimique entre l'adhésif et les substrats comprend les théories de l'attraction électrostatique ([Deryagin and Krotova, 1948]), de l'adhésion chimique par création de liaisons covalentes entre matériaux, du mouillage par attractions faibles de type Van der Waals ([Kinloch, 1987]) et de la diffusion qui explique l'adhésion par des mouvements moléculaires ([Voyutskii and Margolina, 1957]).

Toutefois, aucune théorie générale et unique n'existe. Aussi, aucune de ces théories ne permet à elle seule d'expliquer le phénomène d'adhésion car celui-ci résulte de la superposition de nombreux mécanismes élémentaires. La description fine du phénomène d'adhésion nécessiterait l'utilisation d'approches allant de l'échelle atomique ou échelle locale (adhésion chimique) à l'échelle du joint de colle ou l'échelle macroscopique (mise en contact). De notre point de vue ces différentes approches pourraient être très utiles pour éviter de procéder à des essais de caractérisations des propriétés mécaniques de l'assemblage assez complexes (voir le paragraphe 1.3) et fournir directement au concepteur des valeurs de calculs (module, ténacité, résistance). Toutefois, afin de répondre à l'objectif de ce travail de prévoir la tenue d'un joint collé soumis à un chargement complexe au sein d'une structure, une vision mécanique de ce problème a été retenue. En d'autres termes, on cherche ici à déterminer la tenue mécanique pouvant s'exprimer par une force à rupture par exemple entre

deux matériaux réunis par un adhésif. On ne cherchera donc pas à comprendre les raisons (physiques, chimiques...) ayant conduit au comportement et à la rupture de l'adhésif mais nous considérerons ces propriétés comme données d'entrée de notre problème mécanique. Cependant on cherchera à comprendre leurs influences sur la tenue mécanique de l'assemblage collé considéré.

Afin de comprendre plus précisément les problématiques rencontrées dans les assemblages collés selon ce point de vue mécanique, il paraît essentiel de s'interroger sur les sollicitations subies par de tels assemblages.

1.2. Assemblages collés : sollicitations et type d'assemblage

Quatre grandes classes de sollicitation d'un assemblage collé se distinguent. Il y a les sollicitations de traction-compression, de cisaillement, de pelage et enfin de clivage ([Cognard, 2004]) comme illustrées sur la Figure 4.

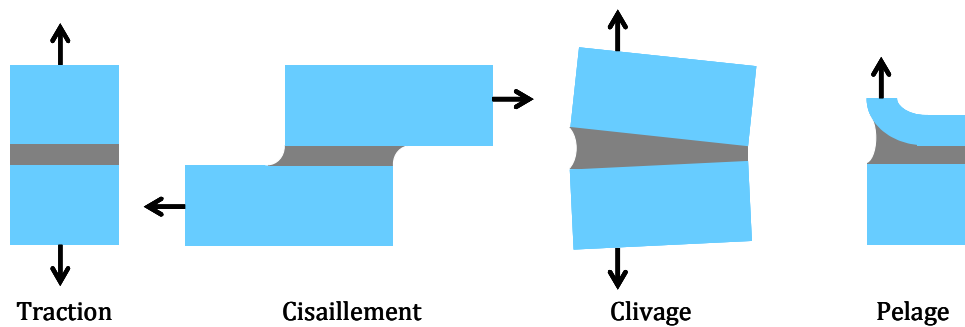


Figure 4. Nature des sollicitations mécaniques d'un joint de colle

L'efficacité d'un collage dépendant de la géométrie de l'assemblage, la conception d'un joint collé doit être adaptée au mode de sollicitation. Généralement les efforts de traction, de pelage ou de clivage ne sont pas bien supportés car des concentrations de contraintes apparaissent et favorisent la rupture. Les adhésifs sont plus efficaces lorsqu'ils travaillent en cisaillement car les efforts sont répartis sur la plus grande surface possible. En rangeant les géométries de la moins résistante à la plus résistante, le collage en bout vient en premier, en second, viennent les joints à simple recouvrement, puis, les joints à double recouvrement, et enfin, les joints à double recouvrement symétrique (Figure 5).

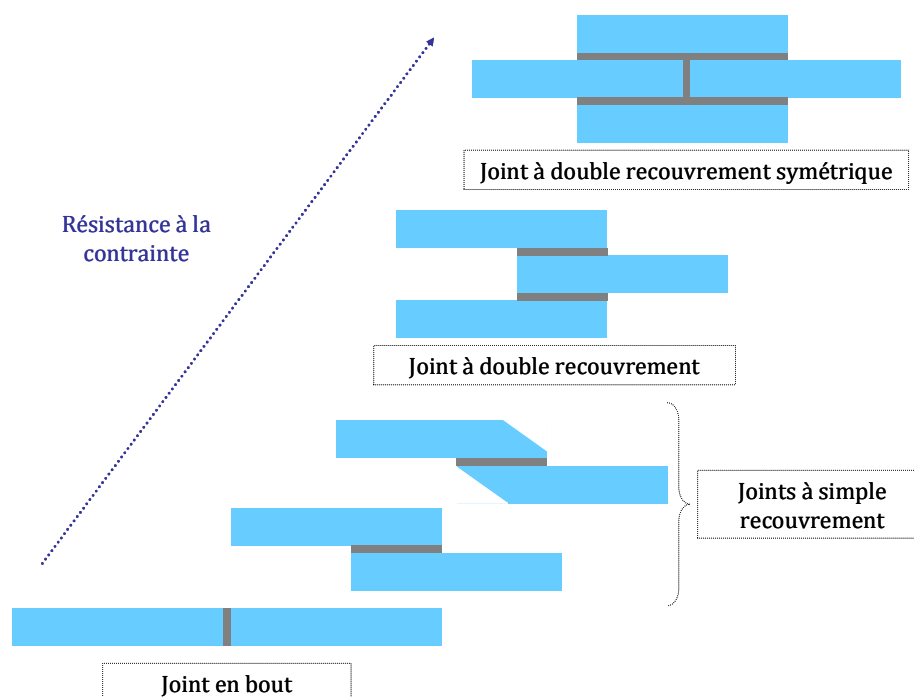


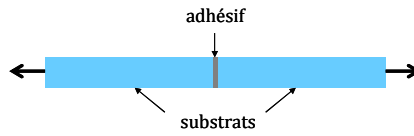
Figure 5. Schéma des différentes géométries d'assemblage

Il est donc possible d'avoir plusieurs types de sollicitations et plusieurs géométries d'assemblage. Afin de pouvoir caractériser la tenue des assemblages collés des essais ont été développés et ceci avec pour objectif de caractériser soit la tenue de l'assemblage en tant que tel soit celui de l'adhésif.

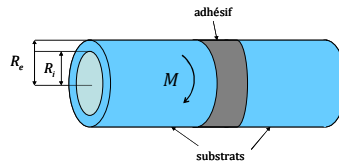
1.3. Essais de caractérisation de l'amorçage dans un assemblage collé

Dans la littérature, il existe un certain nombre d'essais pour les assemblages collés. Parmi ces essais, deux classes d'essais peuvent être distinguées : les essais de caractérisation matériau qui sollicitent l'adhésif (Table 1) et les essais de caractérisation de l'assemblage qui sollicitent l'assemblage collé dans sa globalité (Table 2).

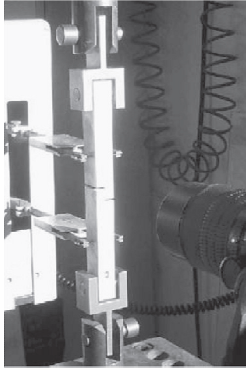
Essai de traction en bout ou « butt joint »



Essai de torsion sur cylindres ou sur tubes



Essai « Thick Adherend Shear Test » (TAST)



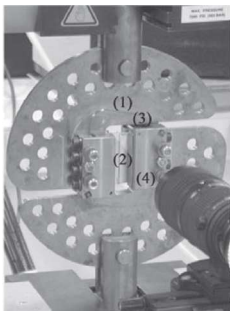
a) montage de l'essai



[Cognard *et al.*, 2008]

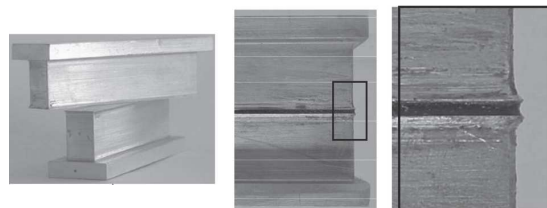
b) éprouvettes collées

Essai Arcan ([Arcan *et al.*, 1987])



- 1 – support
- 2- éprouvette collée
- 3 - système de fixation
- 4 - système de positionnement

a) montage de l'essai

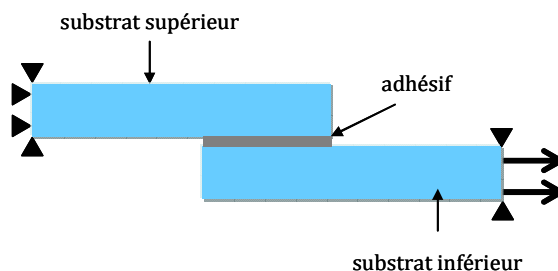


[Cognard *et al.*, 2010]

b) éprouvettes collées

Table 1. Essais de caractérisation matériau

Essai à simple recouvrement ou « Single Lap Joint (SLJ) »



Essai à double recouvrement ou « Double Lap Joint (DLJ) »

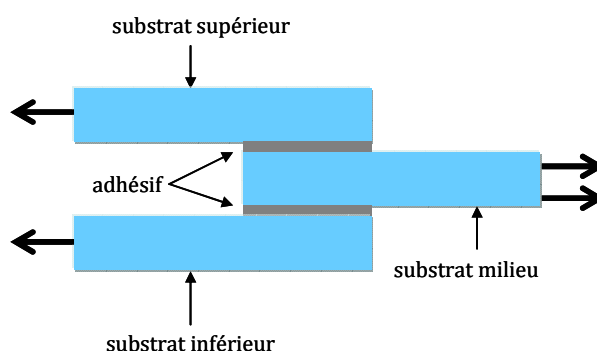


Table 2. Essais de caractérisation de l'amorçage dans un assemblage collé

L'objectif des essais sollicitant l'assemblage est de voir quelles sont les conséquences en termes de tenue des paramètres géométriques caractérisant l'assemblage (longueur de recouvrement, épaisseur du joint de colle, épaisseur des substrats), voire de l'adhésif et de sa mise en œuvre (traitement de surface des substrats, procédé de polymérisation...). On comprend bien que pour de tels essais, le chargement du joint de colle est complexe et non homogène et qu'il est donc difficile de déterminer directement les propriétés mécaniques de l'adhésif. C'est pour ces raisons que, de manière parallèle, ont été développés des essais de caractérisation de l'adhésif seul. Pour ceux-là, il est alors important que la sollicitation soit homogène au sein du matériau testé et que ce dernier soit représentatif du joint de colle présent au sein de l'assemblage. Un tel cahier des charges rend très difficile la mise en œuvre de ces essais et conduit bien souvent à l'apparition d'importants effets de bord. Les effets de bord sont certes présents au niveau de l'assemblage mais non désirés pour les essais de caractérisation de l'adhésif seul.

Aussi, ces essais (qu'ils soient au niveau de l'assemblage ou au niveau de l'adhésif) souffrent pour la plupart d'un manque de reproductibilité et d'une forte dispersion qui est engendrée essentiellement par la fragilité de ces assemblages, par la difficulté de sollicitation

pure (mise en œuvre de l'essai mécanique) et par la forte influence du procédé de mise œuvre du collage.

Dans la suite de ce travail, nous tâcherons de prévoir la tenue d'un assemblage et ceci quels que soient sa géométrie ou son chargement. C'est pour cela, que nous nous sommes concentrés non pas sur les conséquences des paramètres de mise en œuvre de l'assemblage sur la tenue de ce dernier mais sur les propriétés utiles à l'étude mécanique d'un assemblage collé. Aussi, avec pour objectif la prévision de l'amorçage d'une fissure dans un joint collé, nous nous sommes tout particulièrement intéressés au comportement de l'adhésif et aux conséquences de ce dernier sur la rupture de l'assemblage collé en s'appuyant sur les essais présentés dans les Table 1 et Table 2.

1.4. Propriétés utiles à l'étude mécanique d'un assemblage collé

Les propriétés utiles à l'étude mécanique d'un assemblage collé sont tant le comportement de l'adhésif jusqu'à rupture que celui de l'assemblage collé. Ainsi, concernant le comportement de l'adhésif, il peut être élastique dans le cas d'une colle fragile et élasto-plastique ou visco-plastique ou encore visco-élasto-plastique dans le cas d'une colle ductile. Par ailleurs, un joint collé est un lieu favorable de rupture où cette dernière se produit le plus souvent de manière instable et généralement à partir d'un défaut. Dans un assemblage collé, trois mécanismes de rupture peuvent avoir lieu (Figure 6). Lorsque la rupture a lieu à l'interface entre l'un des substrats et l'adhésif, la rupture est dite *adhésive*. Si la rupture a lieu au sein de l'adhésif laissant une couche d'adhésif sur chacun des substrats ou si elle a lieu au sein d'un des substrats, la rupture est dite *cohésive*. Enfin, si la rupture est cohésive par endroits et adhésive à d'autres, alors la rupture est dite *mixte* adhésive/cohésive. Ainsi, on observe que la fissure peut passer d'une zone à l'autre, à savoir de l'interface à la couche d'adhésif ou inversement. Ces définitions sont représentatives des différents types de rupture que l'on retrouve dans les essais mécaniques. L'apparition d'un de ces modes plutôt qu'un autre dépend de la nature du joint, de la géométrie de l'assemblage, du traitement de surface mais aussi du chargement.

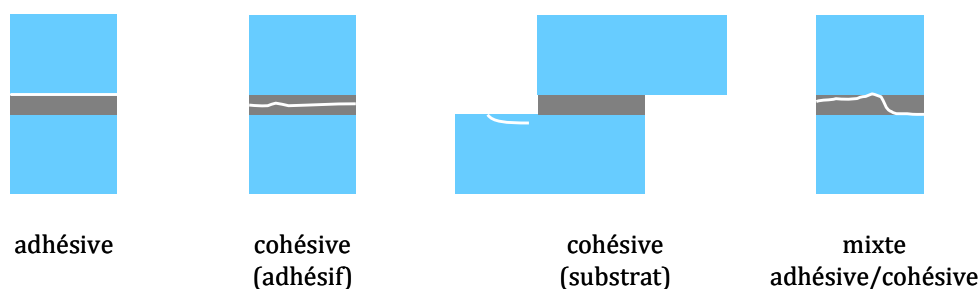


Figure 6. Mécanismes de rupture dans un joint collé

On parle souvent de « bon » ou de « mauvais » collage dans de nombreux secteurs industriels où les jonctions collées sont usitées. En particulier, dans le secteur aéronautique, le « bon » collage est désigné comme étant celui où la rupture est cohésive soit au sein de l'adhésif soit au sein des substrats tandis que le « mauvais » collage est associé à une rupture adhésive. En effet, ces considérations s'expliquent par le fait qu'une rupture adhésive est associée à une mauvaise maîtrise du procédé et donc à une non-qualité de l'assemblage collé. La résistance à rupture dans ce cas est liée aux propriétés de l'interface substrat/adhésif et reste souvent difficile à caractériser. En revanche, une rupture cohésive au sein de l'adhésif est censée garantir une meilleure reproductibilité en termes de résistance à rupture car liée aux propriétés de l'adhésif. C'est pourquoi, il est préférable de favoriser les essais qui permettent d'avoir une rupture cohésive afin d'obtenir la résistance de l'adhésif. Toutefois, cette résistance dépend du chargement qui peut être un chargement en mode I pur (mode d'ouverture), en mode II pur ou en mode III pur (modes de cisaillement) (Figure 7) ou en mode mixte (mode pouvant être vu comme une combinaison des modes purs précédents, notion à ne pas confondre avec le mécanisme de rupture mixte de la Figure 6).

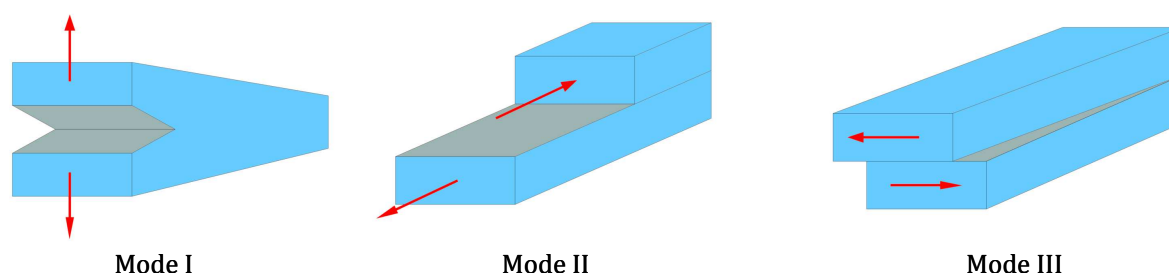


Figure 7. Description des modes purs de rupture

Dans l'état de l'art des essais existants, seuls les essais TAST ([Cognard *et al.*, 2008]) et Arcan ([Arcan *et al.*, 1987]) semblent constituer de bons candidats pour obtenir le comportement et la rupture en caractérisant l'adhésif. L'essai TAST présenté comme étant une amélioration de l'essai à simple recouvrement limite les contraintes de pelage ([Cognard *et al.*, 2008]) même dans sa configuration modifiée proposée au cours de la thèse de Créac'hcadec ([Creac'hcadec, 2008]) où il a été envisagé d'utiliser de petits échantillons qui représentent la partie utile de l'essai afin de réduire le coût de l'essai (Figure 8). Cet essai tel que réalisé au Laboratoire Brestois de Mécanique et des Systèmes l'est avec l'ajout de becs au niveau des substrats et avec un nettoyage de l'adhésif sur les bords libres avant la cuisson de l'adhésif donnant une forme convexe à l'adhésif ([Cognard *et al.*, 2010]) afin de limiter les effets de bord et générer un état de contraintes le plus homogène possible dans l'adhésif.

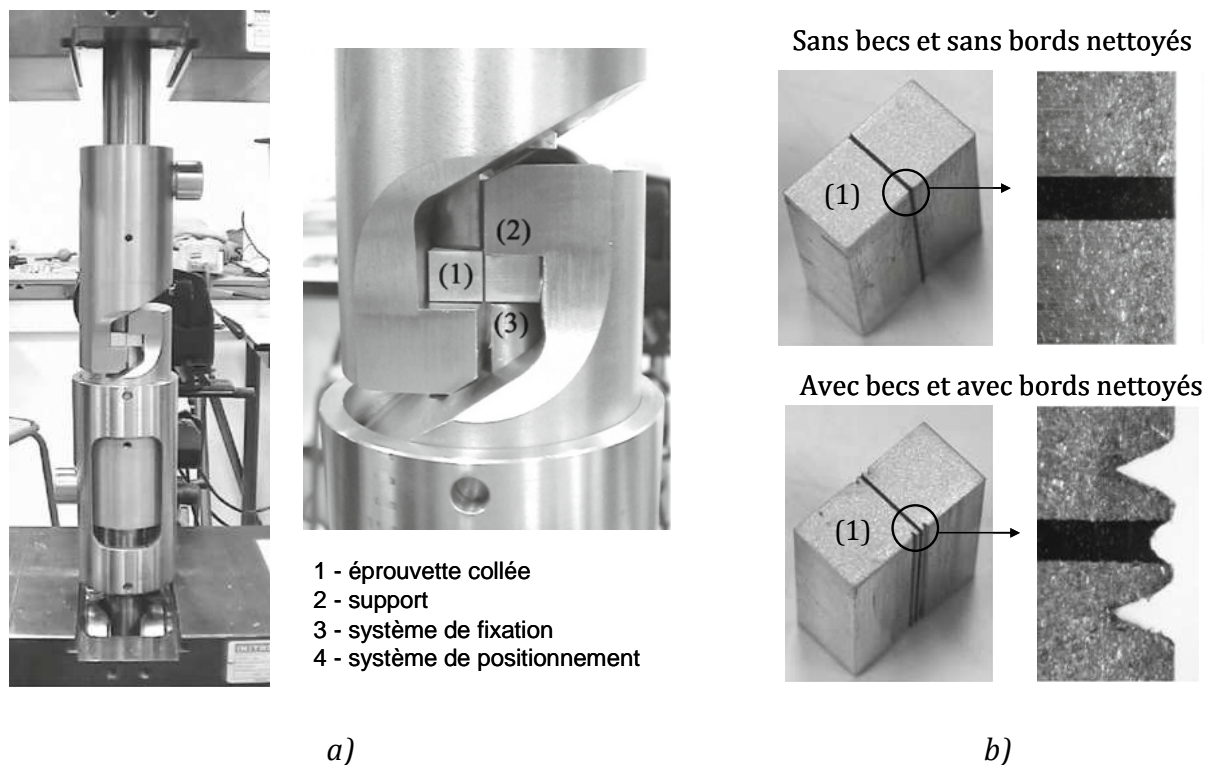


Figure 8. Essai TAST modifié ([Cognard et al., 2010]) : a) montage de l'essai et b) éprouvettes collées

Face à un chargement complexe, la caractérisation des contraintes interlaminaires n'est pas chose aisée mais constitue un élément important afin de valider un critère de rupture en contrainte identifié à partir des résistances hors-plan (Figure 9). Classiquement, l'essai Arcan ([Arcan et al., 1987]) répond de manière adaptée à cet objectif. Ainsi, il permet d'obtenir les résistances interlaminaires à l'interface entre deux substrats d'un collage ou à l'interface entre deux plis dans un composite stratifié sous différents types de chargement. L'essai Arcan permet en effet de solliciter une éprouvette sous des sollicitations proportionnelles radiales de traction/cisaillement. Par la suite, Cognard et al. ([Cognard et al., 2005]) proposent une modification de cet essai permettant d'étendre le principe à une sollicitation de compression/cisaillement. Finalement, ce montage permet de solliciter l'éprouvette collée en traction pure jusqu'au cisaillement pur ainsi qu'en compression en passant par plusieurs angles de sollicitations intermédiaires. Toutefois, une procédure expérimentale fine est requise afin de limiter la dispersion des résistances ainsi déterminées ([Cognard et al., 2006]). Aussi, une attention toute particulière est à accorder à la forme des substrats et à celle de l'adhésif afin de limiter les effets de bord comme dans le cas de l'essai TAST modifié. En effet, la dispersion des résistances mesurées se voit amoindrie lorsque les effets de bord sont limités par l'usinage de becs au niveau des substrats et par le nettoyage de l'adhésif en forme convexe au niveau des bords.

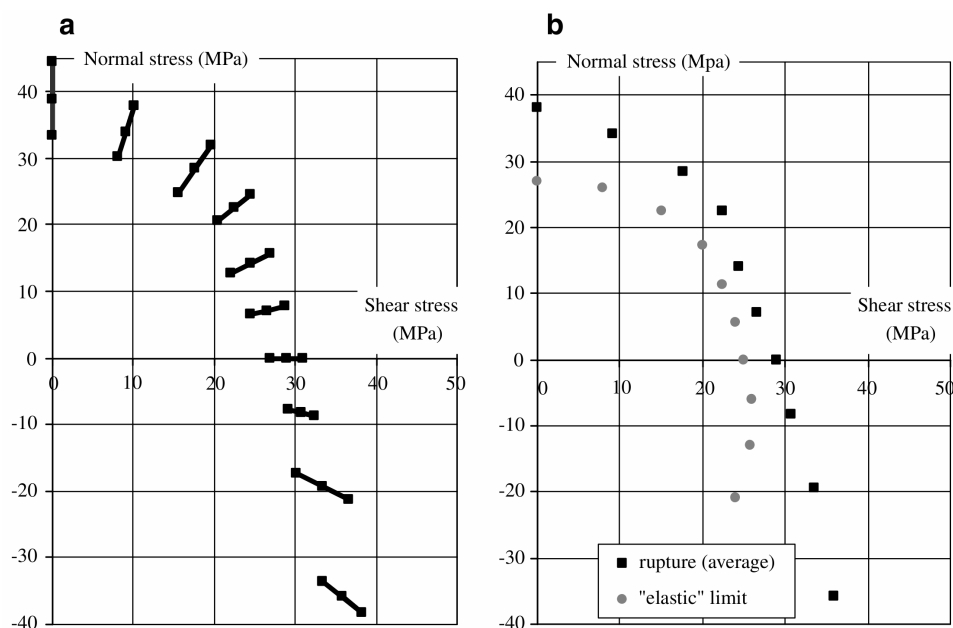


Figure 9. Rupture en traction/compression-cisaillement et enveloppe « élastiques », Vantico redux 420 : a) enveloppe de rupture et b) enveloppes « élastiques » et de rupture (tiré de [Cognard et al., 2006])

Finalement, en prenant de telles dispositions, la caractérisation de l'adhésif sans effets de bord, peut être réalisée en mode II pur grâce à l'essai TAST modifié et en mode mixte avec l'essai Arcan. Toutefois, on est amené à se demander si les propriétés matériaux déterminées par le biais de ces essais seraient suffisantes pour la prévision de l'amorçage dans un assemblage collé. Aussi, en plus du comportement et de la rupture, il semble indispensable de prendre en compte un autre ingrédient relatif à l'adhésif : l'épaisseur de la colle.

Expérimentalement, dans le cas de l'essai à simple recouvrement, il est majoritairement observé que plus l'épaisseur de colle est fine, meilleure est la tenue de différents cas d'assemblages collés comme ont pu l'observer Adams *et al.* ([Adams *et al.*, 1997]) et da Silva *et al.* ([da Silva *et al.*, 2004]) (Figure 10). Sur la base d'analyses fractographiques, Adams *et al.* ([Adams and Peppiatt, 1974]) affirment qu'une meilleure tenue des assemblages à joints fins par rapport à ceux à joints épais est à attribuer à la présence d'une moindre quantité de bulles et de micro-fissures dans ces assemblages (Figure 11). En effet, les bulles et les micro-fissures sont des facteurs dégradants de la tenue de l'assemblage collé qui peuvent conduire à un amorçage de fissure comme nous l'avons précédemment mentionné.

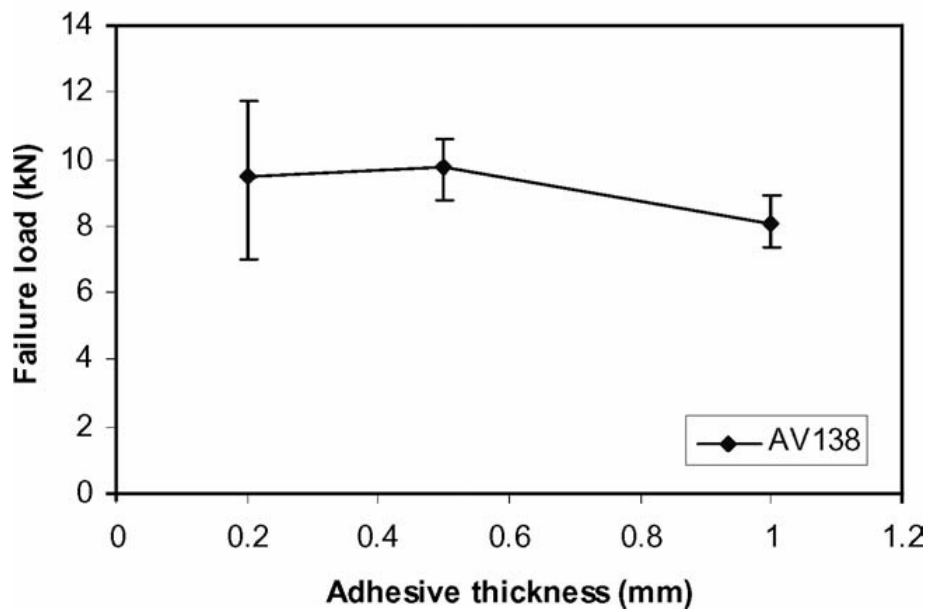


Figure 10. Force d'amorçage déterminée expérimentalement en fonction de l'épaisseur de colle et dispersion pour la colle fragile AV138/HV998 (tiré de [da Silva et al., 2006])

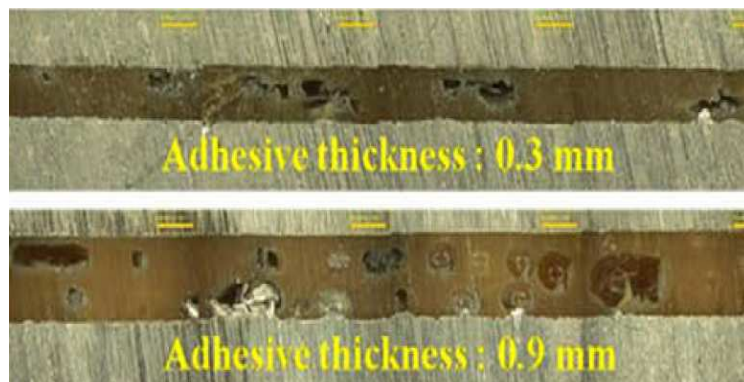


Figure 11. Bulles présentes dans un joint collé pour différentes épaisseurs de colle (tiré de [Park et al., 2010])

Ayant déterminé les propriétés et les paramètres utiles à l'étude mécanique pour la prévision de l'amorçage dans un assemblage collé, la section suivante propose un état de l'art des modèles existants ayant pour objectif de prévoir la tenue de ces assemblages à partir de ces données.

2. Comment modéliser l'amorçage d'une fissure dans un assemblage collé ?

Pour prévoir l'amorçage d'une fissure dans un assemblage collé, plusieurs approches de modélisations sont possibles. On trouve ainsi des *approches numériques* et des *approches analytiques ou semi-analytiques*. Ces différentes approches n'ont pas les mêmes domaines de validité (essentiellement par rapport à la géométrie de l'assemblage collé mais également par rapport au comportement mécanique de la colle). Par ailleurs, elles ne partagent pas une représentation commune du joint collé (vision volumique et/ou surfacique du joint de colle). En effet, pour une grande partie des approches numériques, l'étude mécanique d'un assemblage collé est menée avec une représentation prenant en compte le comportement de l'adhésif soit à travers une épaisseur de colle physique par le biais d'éléments volumiques (Figure 12-a)) soit au travers d'une interface (Figure 12-c)). N'en reste pas moins que certaines approches numériques s'efforcent de prendre en compte les interactions avec les substrats en plus du comportement de l'adhésif et la représentation qui en résulte modélise le joint de colle par des éléments volumiques et deux interfaces (Figure 12-b)).

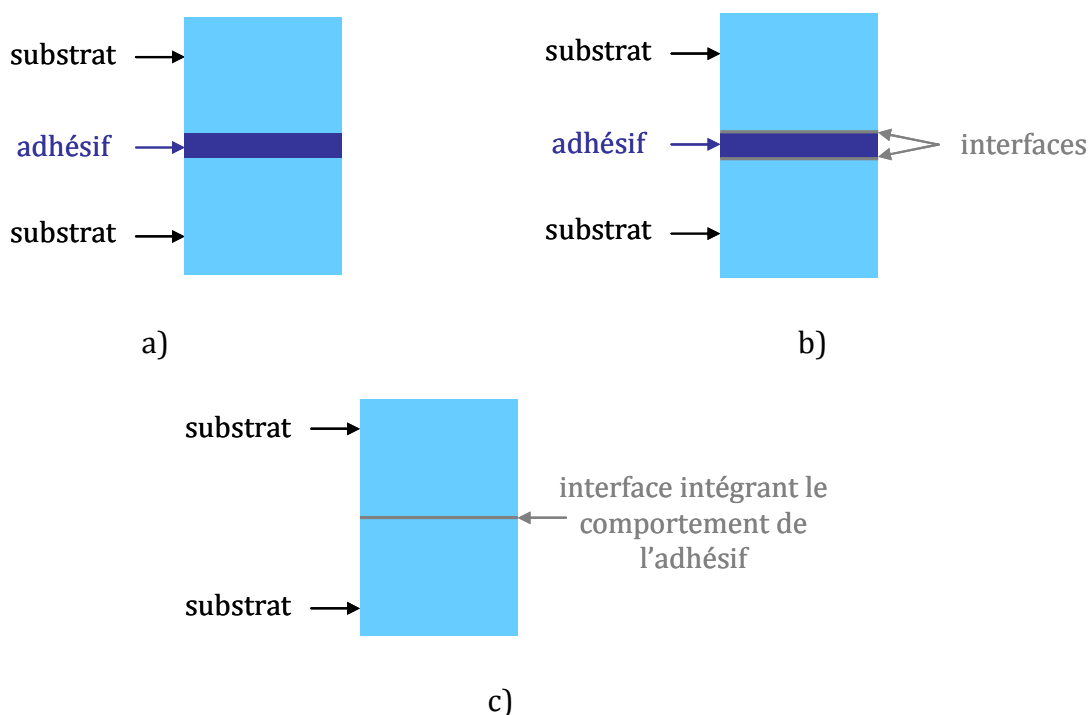


Figure 12. Représentation d'un joint collé avec a) des éléments volumiques, b) des éléments volumiques et deux interfaces et c) une interface seule pour modéliser l'adhésif

Ces modèles proposant différentes représentations du joint collé sont à l'étude dans les sections suivantes afin d'en extraire les modèles les plus pertinents pour la prévision de l'amorçage dans le cadre mécanique fixé auparavant.

2.1. Approches analytiques et semi-analytiques associées à un critère de rupture

Les approches analytiques et semi-analytiques « classiques » pouvant être considérées comme des méthodes de « quick sizing » pour la prévision de la tenue des joints collés ont fait l'objet d'une étude bibliographique récente réalisée par da Silva *et al.* dans [da Silva *et al.*, 2009a] et [da Silva *et al.*, 2009b]. Dans ces articles, ces auteurs ont fait une synthèse des principales approches analytiques ou semi-analytiques existantes (Table 3) pour la prévision de la tenue des joints collés et les ont comparées selon différents critères dont notamment le temps de préparation de l'analyse, le temps d'analyse et les moyens informatiques nécessaires (Table 4).

	Material linearity				Adherends				Adhesive stresses			Solution		
	Adhesive		Adherend		Isotropic	Composite	Similar	Dissimilar		σ_x	σ_y	τ_{xy}	Closed-form	Numerical
	Linear	Nonlinear	Linear	Nonlinear				Thickness	Material					
Volkersen [1]	X		X		X		X	X			X	X		
Goland and Reissner [2]	X		X		X		X	X		X	X	X		
Wah [21]	X		X		X	X	X	X			X	X	X	
Hart-Smith [13,50]	X	X	X		X		X	X		X	X	X		
Pirvics [22]	X		X		X		X	X	X	X	X	X		
Grimes and Greimann [58]	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	
Renton and Vinson [23-24]	X		X		X	X	X	X	X	X	X	X		
Srinivas [25]	X		X		X	X	X	X	X	X	X	X		
Allman [18]	X		X		X	X	X	X	X	X	X	X		
Ojalvo and Eidinoff [16]	X		X		X		X	X	X	X	X	X		
Delale et al. [32]	X	X	X		X	X	X	X	X	X	X	X		
Bigwood and Crocombe [12]	X		X		X		X	X	X	X	X	X	X	
Bigwood and Crocombe [51]	X	X	X		X		X	X	X	X	X	X		
Cheng et al. [26]	X		X		X		X	X	X	X	X	X	X	
Crocombe and Bigwood [59]	X	X	X	X	X		X	X	X	X	X	X	X	
Adams and Mallick [31]	X	X	X		X	X	X	X	X	X	X	X	X	
Tong [54]	X	X	X		X		X	X	X	X	X	X		
Yang and Pang [27]	X		X		X	X	X	X	X	X	X	X	X	
Frostig et al. [48]	X		X		X	X	X	X	X	X	X	X	X	
Sawa et al. [28]	X		X		X		X	X	X	X	X	X	X	
Mortensen and Thomsen [33]	X	X	X		X	X	X	X	X	X	X	X		
Adams et al. [61]	X	X	X	X	X		X	X	X	X	X	X	X	
Wang et al. [60]	X	X	X	X	X		X	X	X	X	X	X	X	
Smeltzer and Klang [56]	X	X	X	X	X		X	X	X	X	X	X	X	

Table 3. Bilan des modèles analytiques 2D linéaires et non linéaires disponibles dans la littérature (tiré de [da Silva *et al.*, 2009a])

Model	Time (using MAPLE)		Minimum computer power needed
	Preparation (min)	Analysis (s)	
Volkersen [2]	30	0.5	Scientific calculator
Goland and Reissner [3]	60	1	Scientific calculator
Frostig et al. [5]	300	15	Computer
Hart-Smith (linear) [6]	90	1	Scientific calculator
Hart-Smith (adhesive nonlinear) [6]	120	2	Computer
Bigwood and Crocombe (linear) [4]	90	0.5	Scientific calculator
Bigwood and Crocombe (adhesive nonlinear) [7]	180	300	Computer
Adams and Mallick (linear) ^a [8]	180	1	Computer
Adams and Mallick (adhesive nonlinear) ^a [8]	300	300	Computer
Adams and Mallick ('effective modulus') ^a [8,15]	180	1	Computer
Wang et al. (fully nonlinear) ^a [9]	300	1800	Computer
Adams et al. [10]	5	0.5	Simple calculator

Table 4. Comparaison des différentes approches retenues dans [da Silva et al., 2009b] en termes de temps de préparation de l'analyse, de temps de l'analyse et des moyens informatiques nécessaires

A partir des travaux de Volkersen ([Volkersen, 1938]), en passant par ceux de Goland et Reissner ([Goland and Reissner, 1944]) et ceux d'Hart-Smith ([Hart-Smith, 1973]), les modèles analytiques ou semi-analytiques ont permis de poser des bases solides dans l'analyse des contraintes d'un joint collé. En pleine connaissance du chargement critique pour lequel le joint rompt, ils permettent d'aller vers la prévision de la rupture. Dans certains cas, ces approches analytiques conduisent à des modélisations suffisantes pour un pré-dimensionnement.

De multiples améliorations ont été apportées successivement à ces modèles d'abord limités au cas de l'essai à simple recouvrement avec un chargement de cisaillement avec une colle élastique afin d'étendre leurs domaines de validité. Parmi ces améliorations, on peut retenir les suivantes :

- Ojalvo et Eidinoff ont travaillé sur l'effet de l'épaisseur de l'adhésif ([Ojalvo and Eidinoff, 1978]).
- Pirvics a permis aux modèles d'être applicables à d'autres types de joints que le joint à simple recouvrement ([Pirvics, 1974]).
- Frostig *et al.* ont représenté le joint avec un défaut, à savoir avec un congé au niveau des bords libres pouvant être considéré comme un surplus d'adhésif (bourrelet) survenu après « bavure » de l'adhésif lors du procédé de fabrication ([Frostig *et al.*, 1999]).
- Hart-Smith ([Hart-Smith, 1973]), Bigwood et Crocombe ([Bigwood and Crocombe, 1990]), Adams et Mallick ([Adams and Mallick, 1992]) et Mortensen et Thomsen

([Mortensen and Thomsen, 2002]) ont attribué un comportement élasto-plastique à l'adhésif.

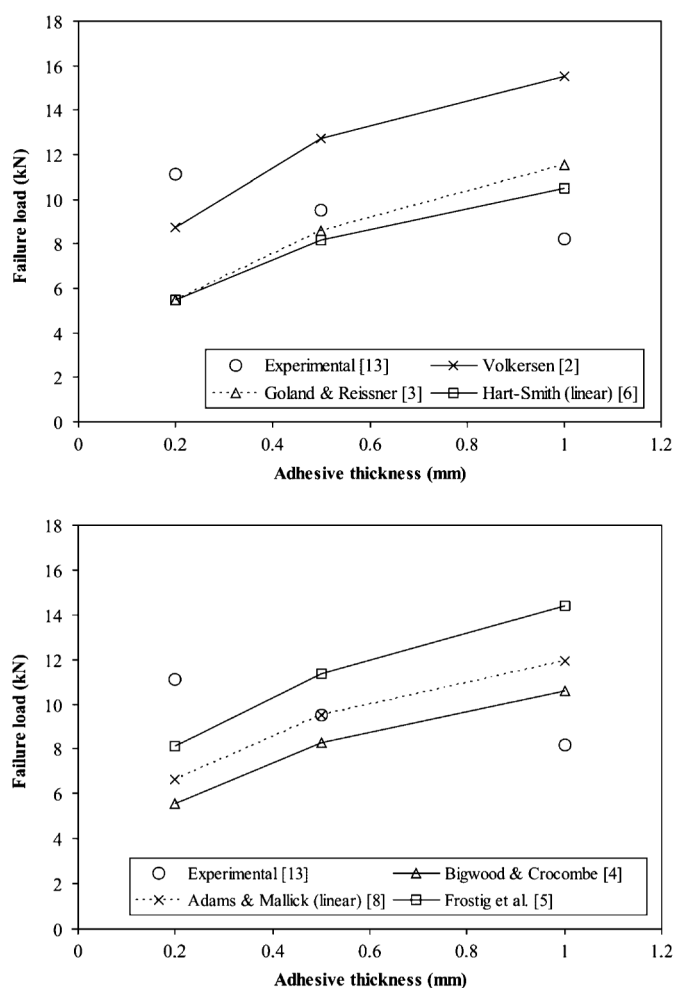


Figure 13. Influence de l'épaisseur de colle : étude linéaire (colle Hysol 9321 et acier haute résistance) (tiré de [da Silva et al., 2009a])

Toutefois, même avec un domaine de validité étendu ces modèles ont été développés pour certaines géométries, pour certains types de chargement et pour prendre en compte certains comportements de l'adhésif. Ils nécessitent ainsi des développements spécifiques pour chaque cas auquel on souhaite les étendre. Ils ne permettent donc pas l'étude d'un assemblage collé quels que soient sa géométrie, son chargement. Par ailleurs, dans ces approches tentant de décrire le champ de contrainte le plus finement possible, la prise en compte du comportement de la colle n'aboutit pas nécessairement à des résultats satisfaisants. Bien que ce comportement soit pris en compte pour les assemblages avec des colles ductiles par un comportement élasto-plastique de la colle, il ne permet pas de prévoir de manière satisfaisante la rupture de ce dernier. Dans le cas d'un assemblage avec une colle fragile, la prévision de la rupture de ce dernier est encore moins satisfaisante. Enfin, ce type

de modèles ne permet pas de capter finement la singularité en présence d'effets de bord. Pour toutes ces raisons, ce type de modèles ne semble pas satisfaisant pour répondre à notre cahier des charges.

Bien qu'une complexité et un plus fort coût de calcul entrent en jeu par rapport aux modèles analytiques, les modélisations par éléments finis permettent l'analyse de configurations complexes et variées. Par ailleurs, l'analyse des contraintes est une part importante dans la conception d'assemblages collés mais il est aussi nécessaire de pouvoir déterminer le chargement critique pour lequel l'amorçage d'une fissure aura lieu dans ce type d'assemblage. Il existe pour cela dans la littérature de nombreux critères de rupture formulés en contrainte ou en déformation abordés dans la partie suivante.

2.2. Approche par calculs par éléments finis associée à un critère de rupture

Une façon de procéder afin de prévoir l'amorçage d'une fissure peut consister à réaliser un calcul par éléments finis, puis, en post-traitement de ce calcul, appliquer un critère de rupture qu'il soit formulé en contrainte ou en déformation. Procéder ainsi requiert de mailler finement la structure étudiée en garantissant une taille de maille de l'ordre de la longueur d'amorçage pour capter les effets de bords. Une autre approche, l'approche de type « layer-wise » initialement développée pour l'étude du délaminage ([Naciri *et al.*, 1998], [Carreira *et al.*, 2002], [Saeedi *et al.*, 2012a], [Saeedi *et al.*, 2012b]) puis étendue au collage ([Diaz-Diaz *et al.*, 2009], [Chataignier *et al.*, 2010], [Chataignier *et al.*, 2011]) permet également de représenter finement les champs de contrainte à l'interface entre deux pièces collées tout en présentant l'avantage majeur de diminuer les coûts de calcul par rapport à l'approche précédente ([Joannès, 2007]). Le gain en coût de calcul étant considéré comme primordial au sein d'un Bureau d'Etudes, l'approche de type « layer-wise » déjà implémentée dans un code de calcul par éléments finis constitue une alternative intéressante à explorer. Dans le cas des deux approches, pour prévoir l'amorçage, il suffit de disposer des champs de contraintes et de déformations issus du calcul par éléments finis et de les comparer aux résistances interlaminaires.

Ces critères sont très usités, notamment en bureau de calcul industriel. En effet, ces critères présentent les avantages d'être simples à mettre en œuvre, faciles à utiliser et d'occasionner un faible coût de calcul. Le critère le plus répandu s'exprime simplement tel que :

$$\sigma_{33} \geq Z_t, \tau_{13} \geq S_c, \tau_{23} \geq S_c \quad \text{Eq. Biblio. 1}$$

où σ_{33} est la contrainte normale, τ_{13} et τ_{23} sont les contraintes de cisaillement hors-plan, Z_t est la résistance interlaminaire selon le mode I et S_c celle selon le mode II et le mode III.

En revanche, comme on peut le voir, ce critère ne prend pas en compte la mixité de mode, c'est-à-dire le couplage entre les différents modes de rupture. Or il est apparu dans la section 1.3 qu'avec l'essai Arcan, qui est un essai de caractérisation matériau en mode mixte, l'enveloppe de rupture dans la partie traction-cisaillement est quadratique. On comprend alors qu'un critère en contrainte maximale ne semble pas adapté et c'est pourquoi, d'autres critères dont la formulation serait plus adaptée peuvent être utilisés. Le critère quadratique proposé par Hashin ([Hashin, 1980]) semble alors satisfaisant et s'exprime de la manière suivante :

$$\left(\frac{\sigma_{33}}{Z_t}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{13}}{S_c}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{23}}{S_c}\right)^2 \geq 1 \quad \text{Eq. Biblio. 2}$$

Toutefois, une limitation importante qui est commune à tous les critères de rupture provient du fait qu'ils ne sont pas applicables au voisinage d'un point où le champ est singulier puisque le champ de contrainte tend vers l'infini en ce point. Dans ces conditions, appliquer un critère de rupture à ce voisinage engendrerait la prévision de l'amorçage pour un chargement quasi-nul. Néanmoins, ces critères peuvent être appliqués à une certaine distance au voisinage de la singularité en introduisant une « longueur interne ». C'est le cas dans la méthode dite de « point stress » ([Whitney and Nuismer, 1974]) pour laquelle le critère s'écrit :

$$\sigma(a) > \sigma_c \quad \text{Eq. Biblio. 3}$$

où σ est la contrainte, a est la longueur interne introduite pour appliquer le critère et σ_c est la résistance interlaminaire.

La détermination de cette longueur interne requiert des études de convergence afin de définir la longueur à laquelle le critère de rupture peut être appliqué. La détermination de cette longueur possède un caractère arbitraire dont le domaine d'applicabilité n'est pas simple à définir. Cette longueur dépend de paramètres géométriques comme l'épaisseur du joint ou de la singularité du champ de contrainte. Afin de contourner cet aspect en présence d'effets de bord, une approche basée sur un critère en contrainte et un critère en énergie a été développée par Leguillon ([Leguillon, 2002]). Cette approche se nomme le critère couplé.

2.3. Approche par le critère couplé

Le critère couplé a d'abord été utilisé pour étudier l'amorçage d'une fissure dans une éprouvette entaillée en V ([Leguillon, 2002]). Puis, il a été appliqué au cas d'un essai de flexion trois points sur un joint collé comprenant un adhésif époxy entre deux plaques en acier ([Leguillon *et al.*, 2003]). L'influence de l'émoussement du fond d'entaille a également été étudiée ([Leguillon *et al.*, 2007]). Récemment, cette approche a été utilisée dans plusieurs études. En particulier, elle a permis de décrire la rupture due à l'amorçage d'un délaminage partant d'un coin singulier dans un composite stratifié ([Martin *et al.*, 2010]) ou encore de décrire la rupture d'une plaque trouée en composites ([Martin *et al.*, 2012]).

Le critère couplé est composé de deux critères qui doivent être remplis afin de déterminer l'amorçage d'un décollement. L'unification de ces deux critères est primordiale car ces deux critères, bien que nécessaires, ne sont pas satisfaisants pris séparément en présence de singularités.

2.3.1. Critère en énergie

Afin de détailler la démarche permettant d'aboutir au critère en énergie, il convient en premier lieu de préciser que l'on considère un problème quasi-statique et que le comportement de la jonction collée sera vu comme linéaire élastique. A l'équilibre, la jonction est caractérisée par une énergie potentielle W_p et une énergie cinétique nulle $W_k = 0$. Ensuite, on considère la même jonction collée mais après l'amorçage d'une fissure ou après la propagation d'une fissure pré-existante. S'ensuit le bilan énergétique établi entre ces deux états :

$$\delta W_p + \delta W_k + G_c \delta \mathcal{S} = 0 \quad \text{Eq. Biblio. 4}$$

avec δW_p la variation d'énergie potentielle, δW_k la variation d'énergie cinétique, G_c la ténacité (énergie de rupture par unité de surface ou encore taux de restitution d'énergie critique) et $\delta \mathcal{S}$ la nouvelle surface créée par la fissure.

Comme on est dans un cadre quasi-statique, $\delta W_k \geq 0$.

Ainsi, d'après l'Eq. Biblio. 4, on obtient la forme incrémentale du critère en énergie qui s'écrit :

$$-\frac{\delta W_p}{\delta \mathcal{S}} = G_{inc} \geq G_c \quad \text{Eq. Biblio. 5}$$

où G_{inc} est le taux de restitution d'énergie incrémental (aussi appelé énergie incrémentale) qui dépend du chargement, de la géométrie et des propriétés matériaux.

2.3.2. Critère en contrainte

Le critère en contrainte repose sur la comparaison de la contrainte σ le long de l'interface à la résistance interlaminaire σ_c de la colle. L'amorçage d'une fissure a donc lieu si la condition suivante est réalisée *sur toute la longueur d'amorçage de la fissure* :

$$\sigma \geq \sigma_c \quad \text{Eq. Biblio. 6}$$

2.3.3. Combinaison des deux critères

Afin de déterminer la longueur d'amorçage ainsi que la force d'amorçage, il est nécessaire de combiner les deux précédents critères pour qu'ils soient tous les deux satisfaits. La formulation des deux critères peut se faire soit par la voie de développements asymptotiques raccordés ([Leguillon, 2002]) soit par le biais de la formulation proposée par dans [Martin *et al.*, 2010].

La formulation proposée dans [Martin *et al.*, 2010] présente l'avantage majeur de normaliser le taux de restitution d'énergie incrémental par rapport aux propriétés matériaux (par exemple le module de Young longitudinal pour application sur composite) et par conséquent de pouvoir le comparer pour différents matériaux. En revanche, la présence de plusieurs paramètres adimensionnés dépendants de la longueur d'amorçage mais ne faisant pas apparaître directement cette dernière rend la compréhension de la détermination de la longueur d'amorçage moins abordable qu'avec la formulation par les développements asymptotiques. C'est pourquoi, pour mettre en évidence la combinaison des deux critères donnant accès à la longueur d'amorçage ℓ_c , la formulation utilisée est celle par la voie des développements asymptotiques.

D'après [Leguillon, 1989], le critère en énergie s'écrit :

$$-\frac{\partial W_p}{\partial S} = Ak^2 \ell_G^{2\alpha-1} \geq G_c \quad \text{Eq. Biblio. 7}$$

où A est un coefficient calculé par une intégrale de contour, k est un facteur d'intensité de contrainte, ℓ_G est la longueur d'amorçage issue du critère en énergie et α est un exposant de singularité permettant de quantifier la singularité au coin.

Ainsi, on en déduit les longueurs d'amorçage admissibles par le critère en énergie :

$$\ell_G^{2\alpha-1} \geq \frac{G_c}{Ak^2} \quad \text{Eq. Biblio. 8}$$

Par soucis de ne pas complexifier le propos, l'évolution de l'énergie incrémentale en fonction de la longueur d'amorçage est supposée monotone croissante. Ainsi, le critère en énergie fournit une borne inférieure des valeurs de longueurs d'amorçage admissibles comme illustré sur la Figure 14.

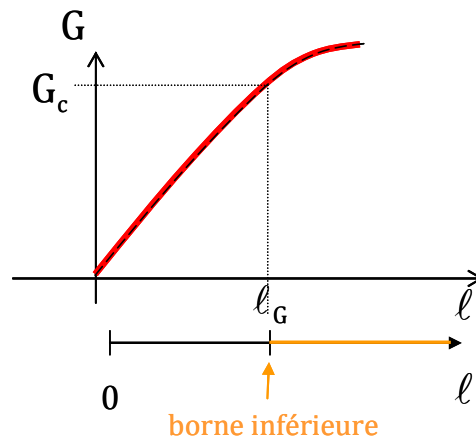


Figure 14. Valeurs de longueurs d'amorçage admissibles issues du critère en énergie

Dans [Leguillon, 1989], le critère en contrainte s'écrit :

$$k\ell_\sigma^{\alpha-1}s_{11}(\theta) \geq \sigma_c \quad \text{Eq. Biblio. 9}$$

où ℓ_σ est la longueur d'amorçage issue du critère en contrainte et s_{11} est un tenseur des contraintes sans dimension fonction de la coordonnée polaire θ dérivé du déplacement singulier u_{11} qui correspond au déplacement dans le sens du chargement.

De la même façon que pour le critère en énergie, on en déduit les longueurs d'amorçage admissibles avec le critère en contrainte :

$$\ell_\sigma^{1-\alpha} \leq \frac{ks_{11}(\theta)}{\sigma_c} \quad \text{Eq. Biblio. 10}$$

Toujours par soucis de ne pas complexifier le propos, l'évolution de la contrainte en fonction de la longueur d'amorçage est supposée monotone décroissante. Ainsi, le critère en contrainte fournit quant à lui une borne supérieure des valeurs de longueurs d'amorçage admissibles comme illustré sur la Figure 15.

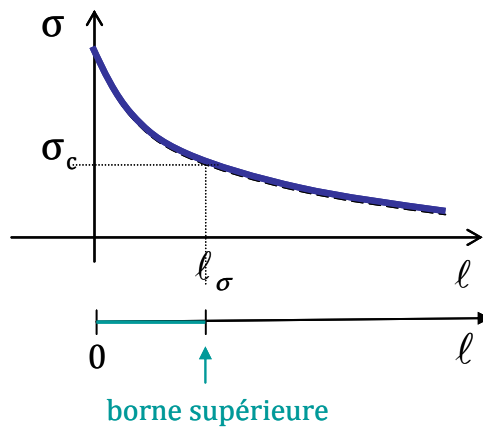


Figure 15. Valeurs de longueurs d'amorçage admissibles issues du critère en contrainte

Aussi, on remarque que, plus on augmente le chargement, soit plus k augmente, plus la borne inférieure issue du critère en énergie l_G diminue tandis que la borne supérieure issue du critère en contrainte l_σ augmente. Ces deux bornes tendent ainsi à se rapprocher. Lorsque l'on atteint la force d'amorçage, les deux critères sont satisfaits et la longueur d'amorçage l_c correspond à $l_c = l_G = l_\sigma$ (Figure 16).

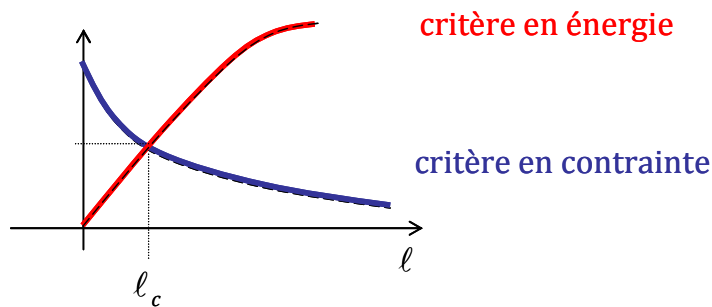


Figure 16. Détermination de la longueur d'amorçage l_c

Finalement l_c vaut donc :

$$l_c = \frac{G_c}{A} \times \left(\frac{s_{11}(\theta)}{\sigma_c} \right)^2 \quad \text{Eq. Biblio. 11}$$

Le facteur d'intensité de contrainte critique k_c qui est proportionnel au chargement appliqué se déduit à partir de l'expression de la longueur d'amorçage. En effet, en remplaçant l'expression de l_c soit dans l'Eq. Biblio. 8 soit dans l'Eq. Biblio. 10 par l'Eq. Biblio. 11, on en déduit le facteur d'intensité de contrainte critique k_c :

$$k_c = \left(\frac{G_c}{A}\right)^{1-\alpha} \times \left(\frac{\sigma_c}{s_{11}(\theta)}\right)^{2\alpha-1} \quad \text{Eq. Biblio. 12}$$

Or on peut déduire facilement la force d'amorçage en fonction du facteur d'intensité de contrainte critique avec la relation suivante :

$$k_c = a \frac{F_c}{t} \quad \text{Eq. Biblio. 13}$$

où F_c est la force d'amorçage, t est la largeur de l'éprouvette et a une constante.

Cette approche semble prometteuse pour répondre à notre objectif de prévoir l'amorçage d'un décollement. Toutefois, n'ayant pas été développée pour les assemblages collés dans le but de prendre en compte l'influence de l'épaisseur de colle, cette approche requiert des extensions ou améliorations afin qu'elle soit applicable dans ce type d'assemblages. Les autres limitations de cette approche font qu'elle n'est pas applicable dans le cas de comportements non-linéaires et est difficilement extensible à des problèmes tridimensionnels (méconnaissance de la forme du front de fissure). Afin de pallier aux limites de cette approche, une alternative basée sur la mécanique de l'endommagement et qui s'appuie également sur un critère en contrainte et un critère en énergie est également disponible dans la littérature : les modèles de zone cohésive.

2.4. Approche par les modèles de zone cohésive

Les modèles de zone cohésive sont issus de la mécanique de l'endommagement et permettent d'étudier l'amorçage et la propagation d'un délaminage. Cette approche remonte aux années 1960 avec la proposition des premiers modèles par Dugdale ([Dugdale, 1960]) et Barenblatt ([Barenblatt, 1962]) afin de remédier aux problèmes de la singularité du champ de contrainte en fond d'entaille. Par la suite, des améliorations apportées par Hillerborg *et al.* ([Hillerborg *et al.*, 1976]) ont permis de les faire évoluer en introduisant les concepts de ténacité et de contrainte critique qui sont les deux paramètres matériaux caractérisant une loi d'interface. Actuellement, ils sont couramment et majoritairement utilisés pour étudier la propagation d'un délaminage dans les structures composites ([Corigliano, 1993], [Daudeville *et al.*, 1995], [Allix *et al.*, 1995], [Allix *et al.*, 1998], [Corigliano and Allix, 2000], [Alfano and Crisfield, 2001], [Borg *et al.*, 2002], [Turon *et al.*, 2006], [Davila *et al.*, 2008], [Vandellos *et al.*, 2013]). Par ailleurs, ces modèles sont également utilisés dans le cas de l'étude du comportement des assemblages collés ([Edlund and Klarbring, 1993], [Edlund, 1994], [De Barros, 2005], [Valoroso and Champaney, 2006]) permettant l'étude de l'amorçage d'un décollement ([Campilho *et al.*, 2013], [da Silva *et al.*, 2006]), l'étude de la propagation d'un

décollement ([Sheppard *et al.*, 1998], [Yang *et al.*, 2001], [Feraren and Jensen, 2004], [Li *et al.*, 2006], [De Moura *et al.*, 2008] et [Gustafson and Waas, 2009]) et l'étude du vieillissement d'un assemblage collé ([Nguyen, 2008]). Les modèles de zone cohésive étant capables de décrire l'amorçage d'une part et étant utilisés pour les joints collés d'autre part, ils apparaissent être de bons candidats pour pallier au manque de modèles permettant de décrire l'amorçage d'un décollement dans un joint collé tridimensionnel.

Toutefois, parmi ces modèles appliqués aux joints collés, deux représentations du joint de colle sont proposées : (i) une modélisation physique de l'épaisseur de colle avec des interfaces d'épaisseur nulle de part et d'autre de la colle (*modèles de zone cohésive discrets*) (Figure 12-b)), voire même avec une interface insérée au milieu de la colle ([Pardoen *et al.*, 2005], [Campilho *et al.*, 2005], [Liljedahl *et al.*, 2007]), et, (ii) une modélisation de la colle uniquement par une interface avec une épaisseur nulle intégrant le comportement de la colle (*modèles de zone cohésive continus*) (Figure 12-c)) ([Kafkalidis and Thouless, 2002], [Campilho *et al.*, 2008], [Campilho *et al.*, 2009]). Avec pour objectif de ne pas occasionner d'importants coûts de calcul, la représentation adoptée dans les modèles de zone cohésive continus proposant une unique interface d'épaisseur nulle sera préférée. La prise en compte du comportement de l'adhésif ou encore de son épaisseur est un point important auquel il faudra veiller.

Avec ces modèles, des lois de traction et séparation exercées entre les nœuds situés de part et d'autre de l'interface modélisée par des éléments d'interface dans un code de calcul par éléments finis conduisent à respecter un niveau d'énergie et de contrainte requis pour la rompre (Figure 17). Composés d'un critère en énergie et d'un critère en contrainte, ils intègrent donc les mêmes ingrédients que le critère couplé et peuvent être rapprochés l'un de l'autre. Les études réalisées par Carrère *et al.* ([Carrère *et al.*, 2005], [Carrère *et al.*, 2009]) et Henninger *et al.* ([Henninger *et al.*, 2007]) ont montré des similitudes entre ces deux approches.

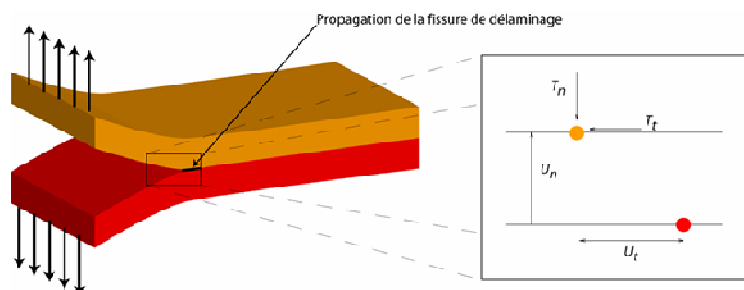


Figure 17. Illustration du principe d'un modèle de zone cohésive (tiré de [Vandellos, 2011])

La densité surfacique d'énergie de l'interface et la contrainte requises pour rompre l'interface sont contrôlées via une loi adoucissante. Le comportement mécanique de l'interface est pris en compte dans cette loi grâce à des relations entre les déplacements relatifs normaux et tangentiels $[u_n, u_t]$ entre les nœuds de part et d'autre de l'interface et les efforts normaux et tangentiels $[T_n, T_t]$ correspondants à ces nœuds par le biais d'une raideur K_{MZC} dans la loi cohésive. La loi adoucissante peut prendre différentes formes. Dans la littérature, on recense notamment des lois bi-linéaire ([Alfano and Crisfield, 2001]), multi-linéaire ([Vandellos *et al.*, 2013]), trapézoïdale ([Dugdale, 1960]), exponentielle ([Xu and Needleman, 1994]) et polynomiale ([Needleman, 1987]). Quelle que soit la forme de la loi, on peut distinguer deux parties (Figure 18).

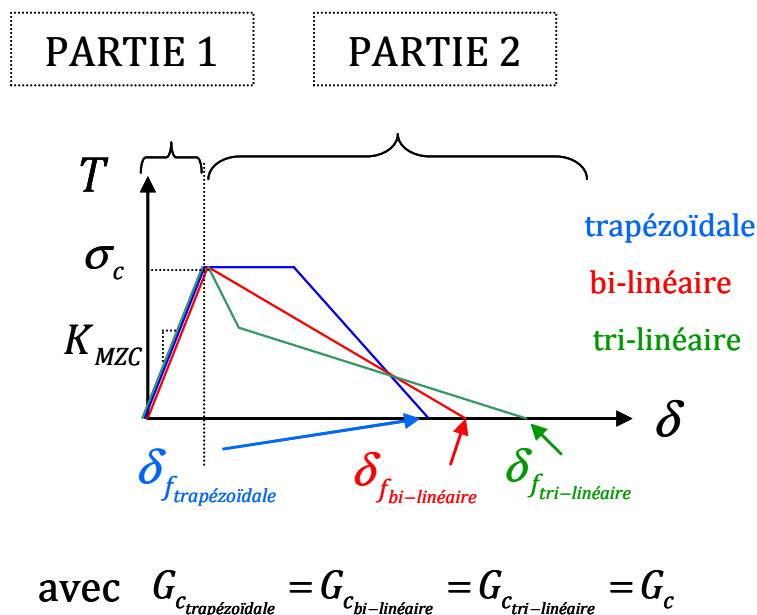


Figure 18. Différentes parties d'une loi adoucissante pour différentes formes de lois

Dans la première partie, la contrainte interlaminaire augmente jusqu'à atteindre un seuil qui correspond à la résistance interlaminaire. Dans la seconde partie, la contrainte interlaminaire diminue jusqu'à devenir nulle pour un saut de déplacement critique. La décroissance dans la seconde partie de la loi est attribuée à une perte de rigidité de l'interface qui mène à la rupture de l'interface une fois le saut de déplacement critique atteint. L'énergie qui a été requise pour rompre l'interface une fois le saut de déplacement critique atteint. L'énergie qui a été requise pour rompre l'interface, c'est-à-dire la ténacité, correspond à l'aire sous la courbe traction/saut de déplacement. Avec de telles lois, l'endommagement de l'interface est progressif traduisant l'idée que la rupture n'est pas brutale.

Finalement, pour chaque mode de rupture, dans la loi adoucissante, on retrouve donc les deux paramètres que sont la ténacité et la résistance de l'interface. Afin de décrire l'amorçage d'un décollement en mode mixte dans le cas d'une colle fragile, le critère en contrainte utilisé

couramment ([da Silva *et al.*, 2006], [Anyfantis, 2012], [Campilho *et al.*, 2013]) est le critère en contrainte quadratique de l'Eq. Biblio. 14 qui s'exprime tel que :

$$\left(\frac{\langle \sigma_{33} \rangle_+}{Z_t}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{13}}{S_c}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{23}}{S_c}\right)^2 \geq 1 \quad \text{Eq. Biblio. 14}$$

où σ_{33} est la contrainte normale, τ_{13} et τ_{23} sont les contraintes de cisaillement hors-plan, Z_t est la résistance interlaminaire selon le mode I et S_c celle selon le mode II et le mode III. Le crochet de Macaulay $\langle \cdot \rangle_+$ est défini par : $\langle x \rangle_+ = \max\{0, x\}$.

L'amorçage étant également conditionné par un critère en énergie, ce dernier est issu de la mécanique linéaire élastique de la rupture. Parmi les plus utilisés, on trouve le critère « power law » (noté power law par la suite) ([Whitcomb, 1984]) (Eq. Biblio. 15) pour l'étude des composites stratifiés carbone/époxy mais qui est aussi repris dans l'étude des joints collés ([da Silva *et al.*, 2006], [Anyfantis, 2012], [Campilho *et al.*, 2013])).

$$\left(\frac{G_I}{G_{Ic}}\right)^m + \left(\frac{G_{II}}{G_{IIc}}\right)^n + \left(\frac{G_{III}}{G_{IIIc}}\right)^p \geq 1 \quad \text{Eq. Biblio. 15}$$

Dans cette expression, G_I , G_{II} et G_{III} sont respectivement les taux de restitution d'énergie associés au mode I, au mode II et au mode III. G_{Ic} , G_{IIc} et G_{IIIc} sont respectivement les taux de restitution d'énergie critique selon les modes I, II et III. Enfin, m , n et p sont des paramètres permettant d'ajuster le critère. Lorsque $m=n=p=1$, on obtient un critère linéaire et lorsque $m=n=p=2$, on retrouve un critère quadratique.

Celui proposé par Benzeggagh *et al.* ([Benzeggagh and Kenane, 1996]) (Eq. Biblio. 16)(noté BK par la suite) est utilisé pour étudier les composites stratifiés carbone/époxy. Il s'exprime par :

$$G_c = G_{Ic} + (G_{IIc} - G_{Ic}) \left(\frac{G_{II} + G_{III}}{G_I + G_{II} + G_{III}} \right)^\eta \quad \text{Eq. Biblio. 16}$$

avec η un paramètre de forme.

Les essais de caractérisation de la propagation ne sont pas détaillés ici, car le but dans ce travail est de décrire l'amorçage d'un décollement, mais le sont dans [Vandellos, 2011]. En revanche, les ténacités d'un modèle de zone cohésive étant déterminées par le biais de tels essais, on fera mention des essais les plus répandus comme l'essai « Double Cantilever Beam »

(DCB) pour caractériser la propagation en mode I pur ([Brunner *et al.*, 2001]), l'essai « End-Notched Flexure » (ENF) et l'essai « Four point End-Notched Flexure » (4ENF) ([Martin and Davidson, 1999]) pour caractériser la propagation en mode II pur et l'essai « Mixed Mode Bending » (MMB) pour caractériser la propagation en mode mixte I/II ([Russell and Street, 1985]).

Bien que les modèles de zone cohésive présentent l'avantage de décrire l'amorçage en présence de comportements non-linéaires, ils présentent également des inconvénients. En effet, avec de tels modèles se posent des problèmes numériques comme les sauts de solution, l'influence des paramètres interfaciaux sur la réponse macroscopique et la nécessité d'une finesse de maillage importante pour décrire l'amorçage et la propagation ([Vandellos, 2011]). Il est possible de pallier à ces différents problèmes numériques mais les solutions le permettant peuvent conduire à des temps de calculs très importants (taille de maille fine ([Turon *et al.*, 2007]), utilisation d'algorithme dynamique conduisant à de faibles pas de temps, ...) ou à des approches avec lesquelles les propriétés interfaciales ne sont plus respectées (diminution de la résistance interlaminaire, régularisation visqueuse, ...).

Un autre inconvénient de ces modèles réside dans le fait que ces modèles développés pour l'étude de l'amorçage d'un délaminage, en l'état, ne semblent pas assez adaptés pour prévoir l'amorçage d'un décollement. Par ailleurs, on ne sait pas non plus s'il est possible de faire également du comportement si on remplace la colle par un modèle de zone cohésive. En effet, à notre connaissance il n'existe pas de modèles de zone cohésive prenant en compte l'épaisseur de colle d'un joint collé.

3. Bilan

La prévision de l'amorçage d'un décollement dans une structure peut être abordée par de nombreuses approches. Cependant, pour que cette prévision soit la plus satisfaisante possible, quels que soient le chargement ou la géométrie de l'assemblage considéré et en adoptant une vision mécanique de l'adhésion, seuls les modèles de zone cohésive semblent en adéquation avec le cahier des charges défini. Compte tenu de l'échelle d'étude choisie, le comportement de l'adhésif jusqu'à rupture ainsi que l'épaisseur de colle semblent être des paramètres essentiels à prendre en compte pour prévoir la tenue d'un assemblage collé.

Or, les modèles de zone cohésive ne semblent pas encore intégrer les spécificités d'un joint collé, comme l'influence de l'épaisseur de l'adhésif ou encore de ses propriétés, pour prévoir l'amorçage d'un décollement. C'est pourquoi, dans un premier temps, l'influence de l'épaisseur de l'adhésif fera l'objet d'une étude afin qu'elle soit prise en compte dans le modèle de zone cohésive. Pour cela, en raison du fort coût de calculs et des problèmes numériques liés à l'utilisation des modèles de zone cohésive, le critère couplé, basé également sur un critère en contrainte et un critère en énergie, sera mis en œuvre par développements asymptotiques puis par éléments finis. Les avantages et les limites de chacune de ces mises en œuvre seront déterminés en appliquant le critère couplé par ses deux mises en œuvre possibles sur l'essai à simple recouvrement.

Puis, une démarche de modélisation reposant sur la proposition d'un modèle de zone cohésive intégrant l'épaisseur de colle sera proposée avec pour objectif d'être utilisable en Bureau d'Etudes. Ce modèle de zone cohésif sera utilisé sur un essai matériau (l'essai TAST) et sur un essai d'assemblage (l'essai à simple recouvrement) afin de conclure sur l'effet de l'épaisseur de colle, de la forme du modèle ou encore de la taille de maille. Enfin, afin de juger de la pertinence du modèle de zone cohésive proposé, une comparaison entre les résultats des approches par le critère couplé et par le modèle de zone cohésive sera menée. Cette comparaison permettra de valider le modèle de zone cohésive, ainsi que son domaine d'utilisation, à l'aide du critère couplé par rapport aux résultats expérimentaux de la littérature.

Introduction aux chapitres 1 et 2

On note une opposition récurrente entre résultats expérimentaux et résultats analytiques ou numériques sur le rôle de l'épaisseur d'un joint collé sur la tenue structurale d'un assemblage collé, ce qui est résumé dans la revue en deux parties réalisée par da Silva *et al.* ([da Silva *et al.*, 2009a] et [da Silva *et al.*, 2009b]). En effet, expérimentalement il est observé que plus l'épaisseur de colle est fine, meilleure est la tenue de la jonction collée comme ont pu l'observer Adams *et al.* ([Adams *et al.*, 1997]) et da Silva *et al.* ([da Silva *et al.*, 2004]). En revanche les modèles analytiques classiques de Volkersen [Volkersen, 1938]), Goland *et al.* ([Goland and Reissner, 1944]), Hart-Smith ([Hart-Smith, 1973]), Oplinger [Oplinger, 1994] et Ojalvo *et al.* ([Ojalvo and Eidinoff, 1978]) ainsi que les approches numériques par éléments finis comme celles de Ouinas ([Ouinas *et al.*, 2010]) conduisent à tirer la conclusion inverse, à savoir que plus l'épaisseur de colle est importante, meilleure est la tenue de la jonction collée. Dans l'étude bibliographique qui a été réalisée, deux éléments de réponse expliquent cette opposition.

Sur la base d'analyses fractographiques, selon Adams *et al.* ([Adams and Peppiatt, 1974]), la meilleure tenue des assemblages à joints fins par rapport à ceux à joints épais est attribuée à la présence d'une moindre quantité de bulles et de micro-fissures dans ces assemblages. En effet, les bulles et les micro-fissures sont un facteur dégradant de la tenue de l'assemblage collé. Or les modèles existants ne prennent pas en compte la variabilité du volume de bulles ou du taux de micro-fissures en fonction de l'épaisseur de joint. Ainsi, une piste pour améliorer les modèles afin d'amoindrir l'opposition entre résultats expérimentaux et résultats numériques consisterait donc à le prendre en compte.

Par ailleurs, selon da Silva *et al.* ([da Silva *et al.*, 2009b]), il apparaît que les modèles analytiques et numériques existants ne prenant pas en compte la non-linéarité du comportement des colles ductiles ne sont pas satisfaisants pour rendre compte du rôle de l'épaisseur de colle sur la résistance du joint collé. L'attribution d'un comportement non-linéaire pour une colle ductile constituerait une seconde piste d'amélioration des modèles existants.

Pour conclure sur ces deux éléments de réponses, il semble que la prise en compte des bulles et micro-fissures ainsi que la prise en compte de la non-linéarité d'une colle ductile enrichiraient sans conteste les modèles et simulations. Néanmoins la prise en compte du volume de bulles ou du taux de micro-fissures dans les modèles et simulations ne semble pas

pouvoir être intégrée de manière fiable. En effet, en raison de la difficulté d'assurer la reproductibilité d'un collage très dépendante de la préparation des surfaces, la trop grande dispersion des essais ne permettrait pas de traduire une quelconque influence du volume de bulles sur la résistance. Par ailleurs, aucune réponse dans la revue de da Silva *et al.* ([da Silva *et al.*, 2009b]) n'a été apportée pour expliquer l'opposition entre résultats analytiques/numériques et expérimentaux pour des colles fragiles qui semblent pourtant le comportement de l'adhésif le plus simple.

C'est pourquoi, outre les deux pistes d'améliorations proposées précédemment, on peut noter que plus fondamentalement, en présence d'effets de bord, l'amorçage dans un assemblage collé, en général, est très dépendant (*i*) de l'état du joint de colle au départ et (*ii*) de sa géométrie, et donc, que l'épaisseur de colle joue ainsi un rôle important amplifiant une bonne ou une mauvaise tenue de l'assemblage. Le but ici a été d'adopter une démarche générale, c'est-à-dire sans distinction de traitement du problème par rapport à une colle fragile ou ductile.

La problématique abordée ici consiste donc en l'étude de l'influence de l'épaisseur de colle dans le cadre de l'essai à simple recouvrement qui est un essai singulier, en considérant, dans un premier temps, deux états du joint de colle, un état du joint considéré bon (cas idéal) et un état du joint considéré dégradé (présence d'un défaut dans un collage), puis, dans un deuxième temps, en considérant l'influence de la géométrie du joint collé. Le chapitre bibliographique a permis d'établir que le critère couplé est l'approche la plus avantageuse pour déterminer cette influence sans avoir recours à des calculs non-linéaires en faisant appel aux modèles de zone cohésive. Seulement, le critère couplé peut être mis en œuvre de deux manières : (*i*) par le biais de développements asymptotiques qui consistent en la formulation analytique de deux problèmes à résoudre ou (*ii*) par application du critère en post-traitement d'un calcul éléments finis. Ces deux mises en œuvre permettent toutes deux de déterminer la longueur d'amorçage, la force et le déplacement à rupture. Aussi, dans le chapitre 1, l'influence de l'épaisseur de colle et l'influence des petits défauts inhérents à tout procédé de fabrication sur la force d'amorçage seront étudiées avec le critère couplé par le biais de développements asymptotiques. Puis, dans le chapitre 2, l'influence de l'épaisseur de colle sur la force d'amorçage sera étudiée avec le critère couplé en post-traitement de calculs par éléments finis. Une synthèse sur le domaine de validité, les avantages et les limitations sera réalisée pour chaque mise en œuvre.

Chapitre 1

Mise en évidence par le critère couplé de l'influence de l'épaisseur de colle sur l'amorçage par le biais de développements asymptotiques

1. Etude asymptotique dans le cadre d'une structure dans laquelle le joint est idéalisé	40
1.1. Explicitation du problème général	40
1.2. Expression du problème extérieur	42
1.3. Expression du problème intérieur	43
1.4. Détermination de la force et de la longueur d'amorçage : cas où la longueur de la fissure et l'épaisseur sont du même ordre de grandeur.....	44
1.5. Détermination de la force et de la longueur d'amorçage : cas d'une fissure de petite longueur par rapport à l'épaisseur de colle.....	49
1.6. Détermination de la force et de la longueur d'amorçage : cas d'une épaisseur de colle petite par rapport à la longueur de la fissure.....	51
2. Résultats dans le cadre d'une structure dans laquelle le joint est idéalisé	54
2.1. Application à un collage acier/colle époxy	55
2.2. Application à un collage verre/résine époxy	65
3. Etude asymptotique dans le cadre d'une structure en présence d'un défaut initial	73
3.1. Explicitation du problème.....	73
3.2. Expression du problème extérieur	74
3.3. Expression du problème intérieur	74
4. Résultats dans le cadre d'une structure en présence d'une fissure interfaciale	77
4.1. Cas d'application d'un collage verre/résine époxy	77
4.2. Cas d'application d'un collage acier/colle époxy	78
5. Comparaison de l'influence de l'épaisseur de colle sur l'amorçage selon le cadre d'étude	80
6. Bilan sur les avantages et limites de l'approche par développements asymptotiques du critère couplé	83
7. Conclusions	84

La principale motivation de la mise en œuvre du critère couplé par développements asymptotiques tient dans le cadre analytique qu'apporte ce type d'approche. Aussi, l'objectif de ce chapitre réside dans l'extension du critère couplé par développements asymptotiques afin de prévoir analytiquement la tenue d'un assemblage collé en fonction de l'épaisseur de la colle dans le cas d'un essai à simple recouvrement aussi nommé « Single Lap Joint » (SLJ). Pour cela, il est important de noter que les développements asymptotiques sont classiquement mis en œuvre par rapport à un seul « petit » paramètre, généralement une fissure, en présence d'un champ de contrainte singulier. Par « petit » paramètre est entendu qu'il est de petite dimension par rapport à toutes les autres dimensions du problème et dans notre cas de celles de l'assemblage, en l'occurrence il s'agit de l'épaisseur du joint collé. C'est pourquoi, par la suite, la mise en œuvre de l'approche a été modifiée pour considérer deux « petits » paramètres offrant la possibilité d'étudier les petites fissures susceptibles d'apparaître. Afin d'évaluer les apports de ce développement, l'étude de l'influence de l'épaisseur de colle sur l'amorçage a été réalisée en se plaçant dans le cadre d'un collage considéré comme parfait (cas idéal) puis dans le cadre d'un collage imparfait (cas avec présence d'un défaut initial). À partir des résultats obtenus au cours de ce chapitre un bilan de l'influence de l'épaisseur de colle sur l'amorçage et du domaine de validité de la mise en œuvre par développements asymptotiques du critère couplé sera réalisé.

1. Etude asymptotique dans le cadre d'une structure dans laquelle le joint est idéalisé

Un joint considéré comme idéalisé n'induit aucun défaut initial en son sein, c'est-à-dire entre autres, aucun bourrelet de colle, aucune porosité au sein de la colle et une absence de fissure initiale, et se traduit par un bord droit dans le cas d'un essai à simple recouvrement. Dans un premier temps, il s'agit de démontrer la pertinence d'un tel cadre d'étude pour la prévision de l'amorçage, en termes de force et de longueur d'amorçage.

1.1. Explicitation du problème général

Le problème que l'on cherche à résoudre en 2D pour lequel on formule l'hypothèse des déformations planes représente le « vrai » problème, c'est-à-dire celui qui intègre toute la complexité de l'étude d'un joint collé. Dans ce problème mené par rapport à l'essai SLJ, on cherche à étudier l'amorçage d'une fissure de longueur ℓ en prenant en compte l'influence de l'épaisseur e du joint collé sur l'amorçage (Figure 19).

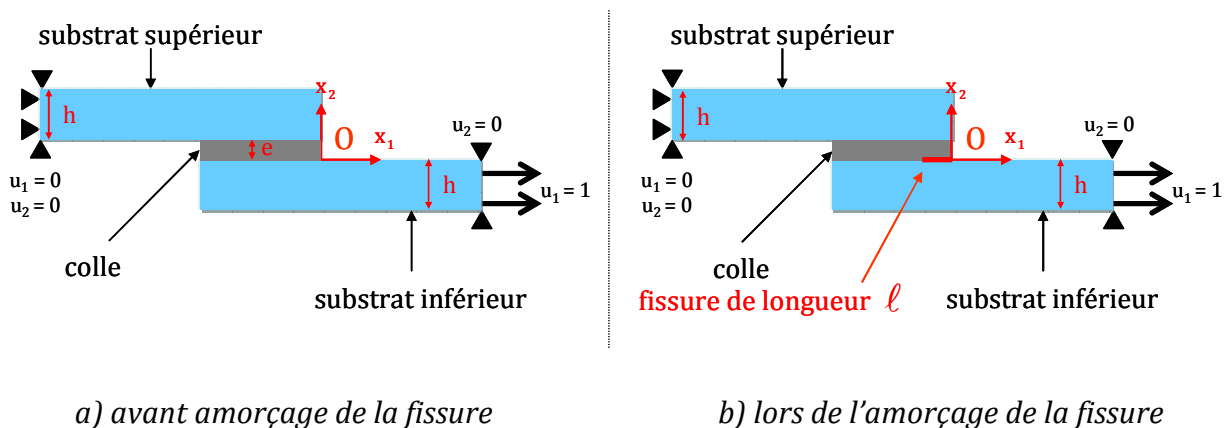


Figure 19. Représentation schématique du « vrai » problème à résoudre dans le cadre de l'essai SLJ lorsque le joint est idéalisé a) avant amorçage de la fissure et b) lors de l'amorçage de la fissure

Dans l'essai SLJ, les substrats supérieur et inférieur sont collés sur une certaine longueur que l'on appelle longueur de recouvrement. Les conditions aux limites et de chargement sont illustrées sur la Figure 19. Un déplacement unitaire du substrat inférieur dans le sens longitudinal est imposé $u_1 = 1$ tandis que les conditions aux limites $u_1 = u_2 = 0$ et $u_2 = 0$ s'appliquent respectivement aux bras supérieur et inférieur. Le comportement des substrats et celui de l'adhésif sont supposés linéaires élastiques.

Pour résoudre le problème général, on identifie d'abord les « petits » paramètres du problème qui doivent être « petits » devant l'épaisseur des substrats h : l'épaisseur de colle e et la longueur de fissure ℓ . Ensuite, comme on est en présence de deux « petits » paramètres, il est nécessaire de formuler une hypothèse supplémentaire par rapport à l'approche classique des développements asymptotiques qui ne traite d'ordinaire qu'un seul « petit » paramètre afin de hiérarchiser l'influence de chacun de ces paramètres. Trois possibilités s'offrent à nous :

- Hypothèse 1 (notée $h_{e=\ell}$ par la suite) : la longueur de fissure ℓ et l'épaisseur de colle e sont du même ordre de grandeur.
- Hypothèse 2 (notée $h_{\ell \ll e}$ par la suite) : la longueur de fissure ℓ est très « petite » par rapport à l'épaisseur de colle e .
- Hypothèse 3 (notée $h_{e \ll \ell}$ par la suite) : l'épaisseur de colle e est très « petite » par rapport à la longueur de fissure ℓ .

Dans la suite de ce travail, les trois hypothèses seront formulées tour à tour afin de déterminer leur influence respective sur les développements à venir et donc, par conséquent, sur la longueur d'amorçage ℓ_c et sur la force d'amorçage F_c . Néanmoins, quelle que soit l'hypothèse formulée, elle ne peut être vérifiée qu'*a posteriori* après le calcul de la longueur d'amorçage de la fissure. Aussi, une confrontation entre les différents résultats obtenus selon l'hypothèse formulée lors de l'application de cette approche analytique à un collage considéré *a priori* réaliste permettra de conclure sur la pertinence et le domaine de validité de chaque hypothèse.

La résolution du problème général se fait finalement en deux étapes afin d'établir le lien entre le chargement à l'échelle de la structure et les phénomènes de rupture présent à l'échelle du joint. Ainsi, par des développements asymptotiques on résout *un problème en champ lointain*, aussi appelé *problème extérieur*, correspondant au problème mécanique à l'échelle de la structure, et un *problème en champ proche*, aussi appelé *problème intérieur*, relatif aux phénomènes présents à l'échelle du joint. Notons que pour résoudre ces deux problèmes, il est nécessaire de choisir un des deux « petits » paramètres comme seul « petit » paramètre pour se ramener à l'approche classique des développements asymptotiques. Dans le but de faire les développements asymptotiques par rapport au paramètre prépondérant sur l'autre pour chacune des hypothèses formulées plus haut, on choisit comme seul « petit » paramètre e pour les hypothèses $h_{e=\ell}$ et $h_{\ell \ll e}$, et, ℓ pour l'hypothèse $h_{e \ll \ell}$. Ainsi, étant ramené à l'approche classique des développements asymptotiques, le problème extérieur se résout en faisant tendre le « petit » paramètre vers 0, ce qui correspond soit à $e \rightarrow 0$ soit à

$\ell \rightarrow 0$ suivant l'hypothèse considérée. Le problème intérieur se résout en multipliant les dimensions du problème par l'inverse du « petit » paramètre, à savoir soit par $\frac{1}{e}$ soit par $\frac{1}{\ell}$, et, en faisant tendre ce « petit » paramètre vers 0, donc soit $e \rightarrow 0$ soit $\ell \rightarrow 0$, en accord avec l'hypothèse formulée (i.e. $h_{e=\ell}$, $h_{\ell \ll e}$ ou $h_{e \ll \ell}$).

Dans un premier temps, on s'attachera à expliciter le problème extérieur. Puis, dans un deuxième temps, on mènera l'étude du problème intérieur. Finalement, le raccordement de ces deux problèmes sera assuré afin de déterminer l'influence de l'épaisseur de colle sur l'amorçage.

1.2. Expression du problème extérieur

Pour résoudre le problème extérieur, avoir $e \rightarrow 0$ ou $\ell \rightarrow 0$ fait aboutir à la même description du problème extérieur quelle que soit l'hypothèse formulée. Ainsi dans le problème extérieur, on considère la géométrie de la structure vue « de loin ». Aussi, dans le cas d'un assemblage collé et plus particulièrement celui d'un essai SLJ, le problème extérieur est celui dans lequel les deux substrats sont superposés sans que la couche de colle ni même la fissure qui s'est amorcée ne soient visibles (Figure 20). La résolution du problème se fera donc à l'échelle de la structure. Il est important de noter que, quelle que soit l'hypothèse formulée sur les « petits » paramètres, le problème extérieur est inchangé.

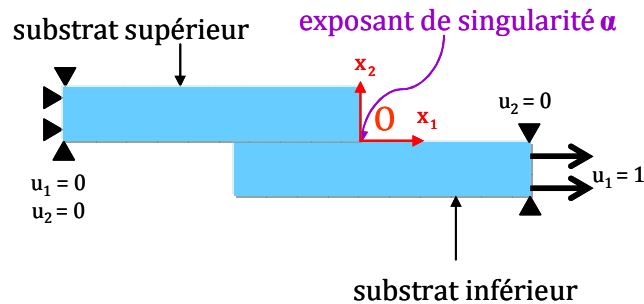


Figure 20. Représentation schématique du problème extérieur d'un essai SLJ lorsque le joint est idéalisé

La solution $\underline{U}(x_1, x_2, e, \ell)$ du problème général de la section 1.1 avec la fissure et l'épaisseur de colle peut donc s'écrire comme la somme de la solution du problème sans fissure sans épaisseur de colle $\underline{U}(x_1, x_2)$ (Figure 20) et d'une correction induite par la présence de ces derniers :

$$\underline{U}(x_1, x_2, e, \ell) = \underline{U}(x_1, x_2) + \text{petite correction} \quad \text{Eq. 1.1}$$

où la petite correction induite tend vers 0 avec soit le « petit » paramètre e soit le « petit » paramètre ℓ et ne joue aucun rôle dans les développements à venir.

Au voisinage de la singularité géométrique au point O, le champ de déplacement $\underline{U}(x_1, x_2)$ dans le repère (x_1, x_2) peut se mettre sous la forme d'un développement de Williams ([Williams, 1959]) comme suit :

$$\underline{U}(x_1, x_2) = \underline{U}(O) + kr^\alpha \underline{u}(\theta) + \dots \quad \text{Eq. 1.2}$$

Dans cette équation, (x_1, x_2) et (r, θ) sont respectivement les coordonnées cartésiennes et polaires, l'origine étant située au point O. Par ailleurs, l'exposant de singularité α y intervient. Cet exposant de singularité est compris entre $\frac{1}{2}$ (partie réelle de l'exposant dans le cas d'une fissure) et 1 (cas d'un bord droit), et il permet de quantifier la concentration de contraintes au niveau du bord au point O. La fonction angulaire $\underline{u}(\theta)$ est associée à cet exposant. L'exposant α et la fonction angulaire $\underline{u}(\theta)$ sont indépendants des chargements appliqués et de la géométrie de la structure. Ils sont solutions de problèmes aux valeurs propres qu'il est possible de résoudre en se référant à l'approche proposée par Leguillon et Sanchez-Palencia ([Leguillon and Sanchez-Palencia, 1987]). k est le facteur d'intensité de contrainte généralisé du problème extérieur ($\text{MPa} \cdot \text{mm}^{1-\alpha}$). La constante $\underline{U}(O)$ correspond à la translation de corps rigide de l'origine O, incluse par cohérence pour éviter l'annulation des déplacements en $r=0$. Enfin, les points de suspension indiquent la présence d'autres modes d'exposants supérieurs à 1. Toutefois, comme ils sont de moins en moins singuliers et dans un souci de simplification, ces termes seront négligés dans la suite du développement.

Toutefois, l'approximation de $\underline{U}(x_1, x_2, e, \ell)$ par $\underline{U}(x_1, x_2)$ est de moins en moins satisfaisante à mesure que l'on s'approche de la singularité car la fissure et le joint de colle deviennent visibles. Il est possible de remédier à cet inconvénient en résolvant le problème intérieur.

1.3. Expression du problème intérieur

Dans le problème intérieur, on dilate la structure en effectuant un « zoom » sur la structure au niveau de la singularité afin de prendre en compte les spécificités locales telles que l'épaisseur du joint de colle et la fissure qui s'est amorcée. Le problème intérieur d'un essai SLJ correspond donc à un « zoom » au niveau du collage colle/substrats. La résolution du problème se fera donc à cette échelle et correspondra à l'échelle dite du joint dans ce type d'approche. Rappelons que mathématiquement, ce « zoom » consiste à multiplier les dimensions du problème par l'inverse du « petit » paramètre, à savoir soit par $\frac{1}{e}$ soit par $\frac{1}{\ell}$,

et, à faire tendre ce « petit » paramètre vers 0, donc soit $e \rightarrow 0$ soit $\ell \rightarrow 0$, en accord avec l'hypothèse formulée (i.e. $h_{e=\ell}$, $h_{\ell \ll e}$ ou $h_{e \ll \ell}$). Dans la suite, on résout le problème intérieur en considérant tour à tour chacun des hypothèses $h_{e=\ell}$, $h_{\ell \ll e}$ et $h_{e \ll \ell}$ de la section 1.1.

1.4. Détermination de la force et de la longueur d'amorçage : cas où la longueur de la fissure et l'épaisseur sont du même ordre de grandeur

Dans le cadre de l'hypothèse $h_{e=\ell}$, on suppose que la longueur de fissure et l'épaisseur de colle sont du même ordre de grandeur. Rappelons, que pour se ramener au cadre classique des développements asymptotiques, on a choisi le paramètre e comme seul « petit » paramètre (voir section 1.1). Ainsi, on multiplie les dimensions du problème par $\frac{1}{e}$, puis, $e \rightarrow 0$. Lorsque l'amorçage a lieu, le problème intérieur peut alors être représenté par la Figure 21.

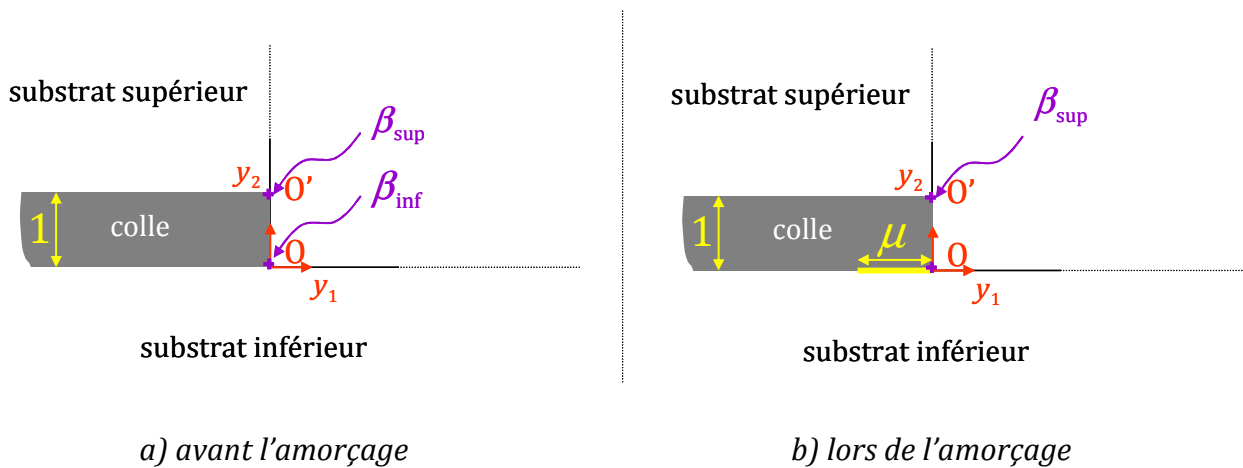


Figure 21. Représentation schématique du problème intérieur dans le cadre de l'hypothèse $h_{e=\ell}$
a) avant l'amorçage et b) lors de l'amorçage

Notons sur la Figure 21 que le passage du problème extérieur au problème intérieur non borné entraîne un changement de repère du repère x_i au repère y_i avec $y_i = \frac{x_i}{e}$. De ce fait, dans ce nouveau repère $\rho = \frac{r}{e}$. Sur cette même figure apparaissent les exposants de singularités β_{sup} et β_{inf} . L'exposant de singularité β_{sup} permet de quantifier la singularité au point O' à l'interface entre le substrat supérieur et la colle tandis que β_{inf} permet quant à lui de quantifier celle à l'interface entre le substrat inférieur et la colle au point O . Tous deux dépendent des propriétés des constituants de l'assemblage collé et de la sévérité de la singularité géométrique. Par ailleurs, suite au passage au problème intérieur, on observe que

le joint de colle a une épaisseur unitaire ($e=1$) et que la longueur de la fissure adimensionnée a pour expression :

$$\mu = \frac{\ell}{e} \quad \text{Eq. 1.3}$$

Dans le domaine Ω^∞ non borné qui a été dilaté par rapport à l'épaisseur de colle e , le champ de déplacement $\underline{U}(x_1, x_2, e, \ell)$ donne lieu au champ proche qui s'exprime comme suit :

$$\underline{U}(x_1, x_2, e, \ell) = \underline{U}(ey_1, ey_2, e \times 1, e\mu) = F_0(e)\underline{V}_0(y_1, y_2, \mu) + F_1(e)\underline{V}_1(y_1, y_2, \mu) + \dots \quad \text{Eq. 1.4}$$

avec $\lim \frac{F_{j+1}(e)}{F_j(e)} \rightarrow 0$ quand $e \rightarrow 0$. Cette formulation regroupe deux termes consécutifs de deux fonctions, les fonctions F et \underline{V} , permettant de séparer les variables e et (y_1, y_2, μ) .

Toutefois le comportement à l'infini de $\underline{V}_0(y_1, y_2, \mu)$ et $\underline{V}_1(y_1, y_2, \mu)$ n'est pas connu. Or, le champ lointain en se rapprochant de son origine doit coïncider avec le champ proche lorsque ce dernier s'en éloigne. Ainsi les deux champs coïncident dans une zone intermédiaire. Pour cela, il est donc nécessaire de raccorder les deux problèmes. Dans cette zone intermédiaire, d'un côté, le champ lointain dans l'Eq. 1.1 s'écrit :

$$\underline{U}(x_1, x_2, e, \ell) = \underline{U}(ey_1, ey_2, e \times 1, e\mu) = \underline{U}(ey_1, ey_2) + \text{petite correction} \quad \text{Eq. 1.5}$$

où :

$$\underline{U}(ey_1, ey_2) = \underline{U}(0) + ke^\alpha \rho^\alpha \underline{u}(\theta) + \dots \quad \text{Eq. 1.6}$$

Rappelons d'un autre côté que le champ proche s'écrit :

$$\underline{U}(x_1, x_2, e, \ell) = \underline{U}(ey_1, ey_2, e \times 1, e\mu) = F_0(e)\underline{V}_0(y_1, y_2, \mu) + F_1(e)\underline{V}_1(y_1, y_2, \mu) + \dots \quad \text{Eq. 1.4}$$

Donc d'après la condition de raccordement, par identification entre les expressions des Eq. 1.4 et Eq. 1.5, il en résulte que :

$$F_0(e) = 1 ; \underline{V}_0(y_1, y_2, \mu) = \underline{U}(0) ; F_1(e) = ke^\alpha ; \underline{V}_1(y_1, y_2, \mu) \approx \rho^\alpha \underline{u}(\theta) \quad \text{Eq. 1.7}$$

avec \approx signifiant "se comporte comme à l'infini" ce qui revient à dire que, mathématiquement, $\underline{V}_1(y_1, y_2, \mu)$ tend vers la limite de ρ^α à l'infini.

Par identification, il est alors possible de réécrire l'Eq. 1.4 telle que :

$$\underline{U}(x_1, x_2, e, \ell) = \underline{U}(ey_1, ey_2, e \times 1, e\mu) = \underline{U}(0) + ke^\alpha \underline{V}_1(y_1, y_2, \mu) + \dots \quad \text{Eq. 1.8}$$

Ainsi, afin de connaître le comportement de $\underline{V}_1(y_1, y_2, \mu)$ à l'infini, comme $\underline{V}_1(y_1, y_2, \mu)$ doit avoir le même comportement à l'infini que ρ^α , on fait tendre ρ^α vers l'infini. Or, dans un domaine non borné, et donc infini, l'énergie de $\underline{V}_1(y_1, y_2, \mu)$ n'est pas finie puisque $\underline{V}_1(y_1, y_2, \mu)$ tend vers l'infini quand ρ^α tend vers l'infini. Pour pallier ce problème et en appliquant un principe de superposition, il est donc nécessaire que $\underline{V}_1(y_1, y_2, \mu)$ s'exprime rigoureusement de la manière suivante :

$$\underline{V}_1(y_1, y_2, \mu) = \rho^\alpha \underline{u}(\theta) + \hat{\underline{V}}_1(y_1, y_2, \mu) \quad \text{Eq. 1.9}$$

où $\underline{V}_1(y_1, y_2, \mu)$ est solution d'un problème bien posé dans lequel $\hat{\underline{V}}_1(y_1, y_2)$ tend vers 0 à l'infini.

Maintenant que les champs de déplacement sont bien exprimés dans les deux domaines et qu'une condition de raccordement entre eux est assurée, il devient nécessaire de vérifier les deux conditions nécessaires à l'amorçage d'une fissure à savoir un critère en contrainte et un critère en énergie. Pour rappel, le critère en énergie vu dans la bibliographie dans l'Eq. Biblio. 5 s'exprime ainsi :

$$-\frac{\delta \mathcal{W}_p}{\delta \mathcal{S}} = G_{inc} \geq G_c \quad \text{Eq. Biblio. 5}$$

où $\delta \mathcal{W}_p$ est la variation d'énergie potentielle, G_{inc} est le taux de restitution d'énergie incrémental (aussi appelé énergie incrémentale) qui dépend du chargement, de la géométrie et des propriétés matériaux, G_c est la ténacité de la colle (énergie de rupture par unité de surface ou encore taux de restitution d'énergie critique) et $\delta \mathcal{S}$ est la nouvelle surface consécutive à l'amorçage de la fissure. La variation d'énergie potentielle $\delta \mathcal{W}_p$ est la différence d'énergie entre un état fissuré du joint suite à l'amorçage et un état non fissuré du joint qui peut être écrite à l'aide de l'intégrale de contour Ψ comme suit :

$$-\delta \mathcal{W}_p = \Psi(\underline{U}(x_1, x_2, e, \ell), \underline{U}(x_1, x_2, e, 0)) \quad \text{Eq. 1.10}$$

avec $\Psi(\underline{f}, \underline{g}) = \frac{1}{2} \int_{\Gamma} (\underline{\sigma}(\underline{f}) \cdot \underline{N} \cdot \underline{g} - \underline{\sigma}(\underline{g}) \cdot \underline{N} \cdot \underline{f}) ds$ une intégrale indépendante du contour choisi ([Leguillon and Sanchez-Palencia, 1987]), ce dernier étant n'importe quel contour englobant le coin au point O et la fissure amorcée.

En remplaçant dans l'Eq. 1.10, $\underline{U}(x_1, x_2, e, \ell)$ et $\underline{U}(x_1, x_2, e, 0)$ par leurs expressions d'après l'Eq. 1.8, on obtient :

$$-\delta W_p = tk^2 e^{2\alpha} (A(\mu) - A(0)) + \dots \quad \text{Eq. 1.11}$$

avec t la largeur du joint collé et A une intégrale indépendante du contour choisi telle que :

$$A(\mu) = \Psi(\underline{V}_1(y_1, y_2, \mu), \rho^\alpha \underline{u}(\theta)) \quad \text{Eq. 1.12}$$

Afin de déduire l'expression du critère en énergie, il est nécessaire de comparer la variation d'énergie potentielle à la ténacité de la fissure créée $G_c t \ell$ où le produit $t \ell$ est la surface de la fissure créée. Ainsi, d'après l'Eq. Biblio. 5, le critère en énergie s'écrit :

$$\frac{tk^2 e^{2\alpha}}{t \ell} (A(\mu) - A(0)) = G_{inc} \geq G_c \quad \text{Eq. 1.13}$$

Or $\ell = \mu e$ et l'Eq. 1.13 devient :

$$k^2 e^{2\alpha-1} \times \frac{A(\mu) - A(0)}{\mu} = G_{inc} \geq G_c \quad \text{Eq. 1.14}$$

Le critère en énergie ayant été exprimé, il s'agit maintenant d'exprimer le critère en contrainte. Pour rappel, le critère en contrainte vu dans la bibliographie dans l'Eq. Biblio. 6 est le suivant :

$$\sigma \geq \sigma_c \quad \text{Eq. Biblio.6}$$

sur le chemin présupposé de la fissure

Le critère en contrainte porte sur le champ de contraintes avant l'amorçage de la fissure. Ainsi, on écrit l'équation de comportement suivante :

$$\underline{\underline{\sigma}}(x_1, x_2) = C : \nabla_x \underline{U}(x_1, x_2, e, 0) \quad \text{Eq. 1.15}$$

où C est le tenseur d'élasticité des substrats et ∇_x l'opérateur gradient selon la direction x . En remplaçant $\underline{U}(x_1, x_2, e, 0)$ donné dans l'Eq. 1.8 dans l'Eq. 1.15, on a :

$$\underline{\underline{\sigma}}(x_1, x_2) = ke^{\alpha-1} \underline{\underline{\tilde{\sigma}}}(y_1, y_2) + \dots \quad \text{Eq. 1.16}$$

avec $\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}(y_1, y_2) = C : \nabla_y \underline{V}_1(y_1, y_2)$, ∇_y étant l'opérateur gradient selon la direction y . Finalement le critère en contrainte s'exprime selon la relation suivante :

$$\text{Pour } -\ell \leq x_1 \leq 0 \Rightarrow \sigma(-\ell, 0) \geq \sigma_c \Rightarrow ke^{\alpha-1} \tilde{\sigma}(-\mu, 0) \geq \sigma_c \quad \text{Eq. 1.17}$$

Afin d'écrire le critère couplé, on combine les Eq. 1.14 et Eq. 1.17, ce qui conduit à l'équation suivante dont la longueur de la fissure adimensionnée critique μ_c est solution :

$$\frac{1}{\tilde{\sigma}(-\mu, 0)^2} \frac{A(\mu) - A(0)}{\mu} = \frac{1}{e} \frac{G_c}{\sigma_c^2} \quad \text{Eq. 1.18}$$

Conformément à l'Eq. 1.14, l'expression de la longueur de fissure est $\ell_c^{(h_{e=\ell})} = e \times \mu_c$.

En remplaçant l'expression de μ_c dans l'Eq. 1.18 soit dans l'expression du critère en énergie (Eq. 1.14), soit dans l'expression du critère en contrainte (Eq. 1.17), on en déduit l'expression du facteur d'intensité de contrainte généralisé critique dans le cadre de l'hypothèse $h_{e=\ell}$, $k_c^{(h_{e=\ell})}$:

$$k_c^{(h_{e=\ell})} = \left(\frac{\mu_c G_c}{A(\mu_c) - A(0)} \right)^{1-\alpha} \left(\frac{\sigma_c}{\tilde{\sigma}(-\mu_c, 0)} \right)^{2\alpha-1} \quad \text{Eq. 1.19}$$

On en déduit ainsi la force d'amorçage telle que :

$$F_c^{(h_{e=\ell})} = \frac{t \times k_c^{(h_{e=\ell})}}{a} \quad \text{Eq. 1.20}$$

où $a = \frac{k}{R}$ avec k le facteur d'intensité généralisé extérieur de l'Eq. 1.2 (MPa.mm $^{1-\alpha}$) et avec R la résultante des efforts en 2D (MPa.mm).

Finalement, on obtient donc :

$$F_c^{(h_{e=\ell})} = t \frac{R}{k} \left(\frac{\mu_c G_c}{A(\mu_c) - A(0)} \right)^{1-\alpha} \left(\frac{\sigma_c}{\tilde{\sigma}(-\mu_c, 0)} \right)^{2\alpha-1} \quad \text{Eq. 1.21}$$

D'après l'expression de la force d'amorçage déterminée dans le cadre de l'hypothèse $h_{e=\ell}$ dans l'Eq. 1.21, on peut conclure que la force d'amorçage dépend des deux paramètres que sont l'épaisseur de la colle e et la longueur d'amorçage ℓ_c à travers le paramètre μ_c qui est la longueur d'amorçage adimensionnée de la fissure. Par ailleurs, la force d'amorçage dépend de l'exposant de singularité du problème extérieur α , de la résistance σ_c et de la ténacité G_c de la colle.

1.5. Détermination de la force et de la longueur d'amorçage : cas d'une fissure de petite longueur par rapport à l'épaisseur de colle

Dans le cadre de l'hypothèse $h_{l \ll e}$, rappelons que la longueur de la fissure l est plus petite que l'épaisseur de colle e . Nous suivrons ici une voie de résolution similaire à celle décrite dans la section 1.4 mais partant d'un postulat différent. Le problème extérieur reste identique à celui décrit par la Figure 20-a) et la Figure 20-b). En revanche, le problème intérieur diffère du cas de figure traité précédemment puisqu'il nécessite ici un « zoom » plus important au niveau de la jonction collée comme illustré par la Figure 22. Ce problème intérieur peut être qualifié de problème intérieur secondaire en ce sens qu'il consiste en des développements qui vont se baser sur les développements de la section 1.4. Le « zoom » effectué ici consiste d'abord à multiplier les dimensions du problème décrit par la Figure 21 par $\frac{1}{\mu}$, puis, faire en sorte que $\mu \rightarrow 0$. Pour plus de clarté, la Figure 23 résume schématiquement les différents niveaux de développements menant à celui à l'œuvre dans cette section.

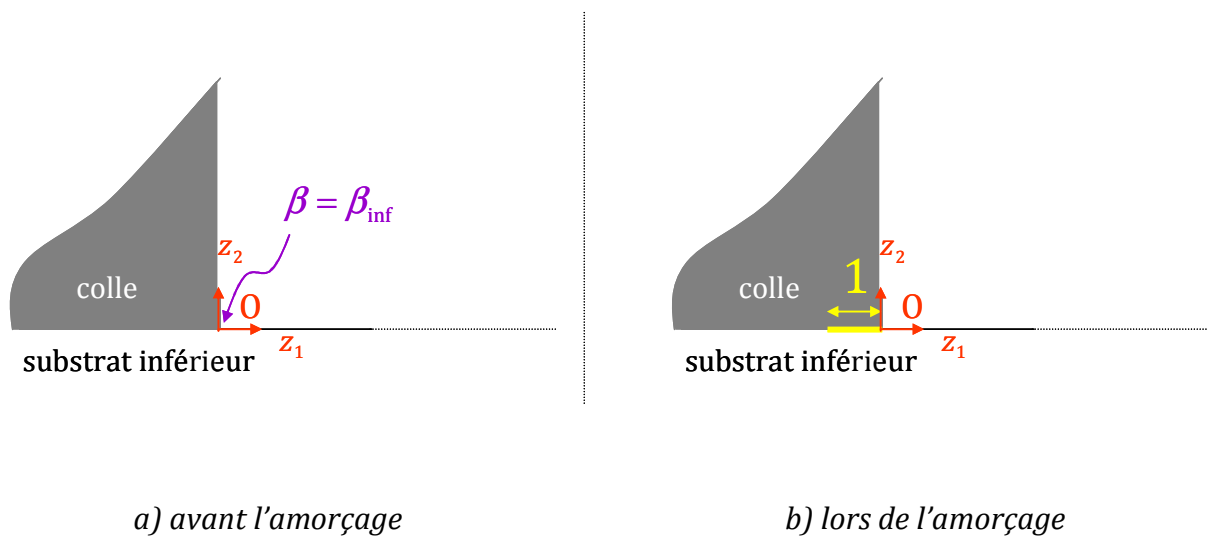


Figure 22. Représentation schématique du problème intérieur dans le cadre de l'hypothèse $h_{l \ll e}$
 a) avant l'amorçage et b) lors de l'amorçage

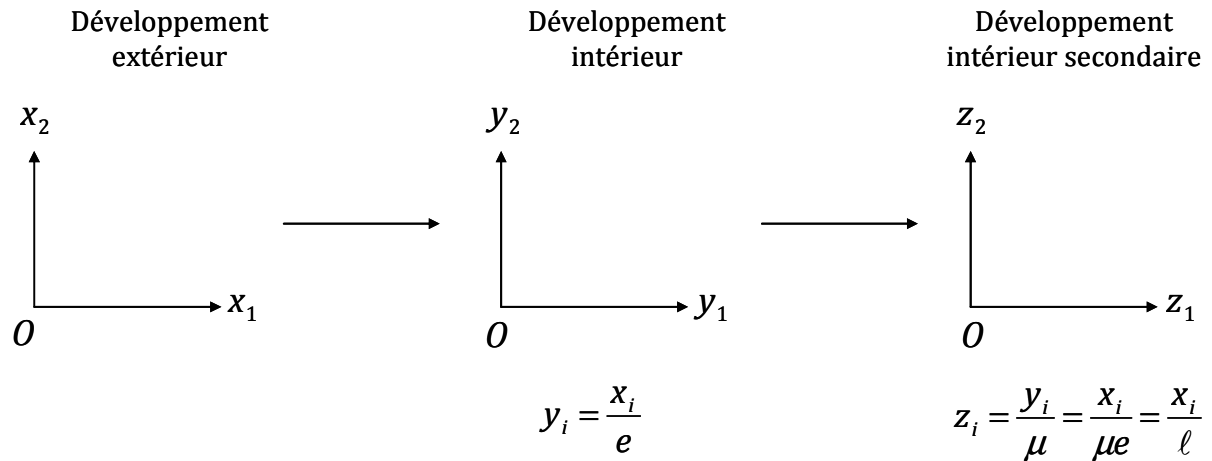


Figure 23. Représentation schématique des différents niveaux de développement menant au développement intérieur secondaire

Notons sur les Figure 22 et Figure 23 que le passage du problème intérieur non borné au problème intérieur secondaire non borné entraîne un changement nécessaire du repère y_i au repère z_i avec $z_i = \frac{y_i}{\mu}$.

Afin de ne pas alourdir le propos, les développements asymptotiques dans le cadre de l'hypothèse $h_{i \ll e}$ basés sur la même démarche que ceux dans le cadre de l'hypothèse $h_{e=\ell}$ figurent dans l'Annexe A. Les expressions du facteur d'intensité de contrainte généralisé critique, de la force d'amorçage et de la longueur d'amorçage en découlant sont respectivement résumées dans les Eq. 1.22, Eq. 1.23 et Eq. 1.24.

$$k_c^{(h_{i \ll e})} = \frac{K_c}{\kappa} e^{\beta - \alpha} \quad \text{Eq. 1.22}$$

avec $K_c = \left(\frac{G_c}{B}\right)^{1-\beta} \left(\frac{\sigma_c}{\tau(\theta_0)}\right)^{2\beta-1}$ où B est une intégrale indépendante du contour choisi dont l'expression est donnée dans l'Annexe A, κ un facteur d'intensité de contrainte généralisé sans dimension de la singularité où l'exposant est $\beta = \beta_{\text{inf}}$ dans le problème intérieur avant l'amorçage. Dans l'expression de K_c , $\tau(\theta_0)$ est le terme en traction du tenseur des contraintes sans dimension $\underline{\tau}$ fonction de θ dérivé du déplacement singulier $\underline{v}(\theta)$.

$$F_c^{(h_{i \ll e})} = \frac{RK_c t}{k\kappa} e^{\beta - \alpha} \quad \text{Eq. 1.23}$$

$$\ell_c^{(h_{l \ll e})} = \frac{G_c}{B} \left(\frac{\tau(\theta_0)}{\sigma_c} \right)^2 \quad \text{Eq. 1.24}$$

D'après l'Eq. 1.23, on peut en conclure que dans le cadre de l'hypothèse $h_{l \ll e}$ la force d'amorçage dépend directement de l'épaisseur de colle. Par ailleurs, la force d'amorçage dépend également des exposants de singularité des problèmes extérieur et intérieur, respectivement, α et β , ou plus particulièrement, de la différence $\beta - \alpha$ entre ces deux exposants. Aussi, si $\alpha < \beta$, la force d'amorçage augmente avec l'épaisseur du joint tandis que si au contraire $\alpha > \beta$, la force d'amorçage diminue lorsque l'épaisseur du joint augmente. Enfin, comme dans le cadre de l'hypothèse $h_{e=\ell}$, la force d'amorçage ainsi exprimée dépend toujours à la fois de la résistance σ_c et de la ténacité G_c de la colle par le biais de l'expression de K_c . Plus particulièrement ici, on remarque ainsi d'après l'Eq. 1.24 que la validité de l'hypothèse initiale formulée ($\ell \ll e$) est assurée si G_c est peu élevé et si σ_c est élevé.

1.6. Détermination de la force et de la longueur d'amorçage : cas d'une épaisseur de colle petite par rapport à la longueur de la fissure

Dans les sections 1.4 et 1.5, la résolution du problème intérieur a été réalisée en formulant respectivement l'hypothèse $h_{e=\ell}$ et l'hypothèse $h_{l \ll e}$. Dans cette section, le dernier cas de figure est étudié, à savoir, celui relatif à l'hypothèse $h_{e \ll \ell}$. Avec un tel postulat, le problème extérieur reste le même que celui des sections 1.4 et 1.5, à savoir celui figurant dans la section 1.2 (Figure 20-a) et Figure 20-b)). En revanche, le problème intérieur diffère des cas de figures traités précédemment dans les sections 1.4 et 1.5 et se ramène à la représentation de la Figure 24.

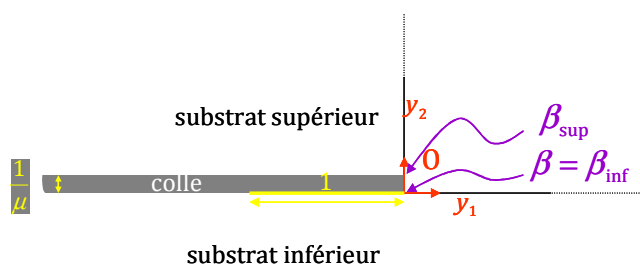


Figure 24. Représentation schématique du problème intérieur lors de l'amorçage dans le cadre de l'hypothèse $h_{e \ll \ell}$

En passant du problème extérieur au problème intérieur, un changement de repère du repère x_i au repère \tilde{y}_i a été opéré. A nouveau, afin de ne pas alourdir le propos, les

développements asymptotiques dans le cadre de l'hypothèse $h_{e \ll \ell}$ figurent dans l'Annexe B. Les expressions du facteur d'intensité de contrainte généralisé critique, de la force d'amorçage et de la longueur d'amorçage en découlant sont respectivement résumées dans les Eq. 1.25, Eq. 1.26 et Eq. 1.27.

$$k_c^{(h_{e \ll \ell})} = \left(\frac{G_c}{\tilde{A}} \right)^{1-\alpha} \left(\frac{\sigma_c}{s(\theta_0)} \right)^{2\alpha-1} \quad \text{Eq. 1.25}$$

où \tilde{A} est une intégrale indépendante du contour choisi dont l'expression est donnée dans l'Annexe B et $s(\theta_0)$ est le terme en traction du tenseur des contraintes sans dimension \underline{s} fonction de θ dérivé du déplacement singulier $\underline{u}(\theta)$.

$$F_c^{(h_{e \ll \ell})} = \frac{Rt}{k} k_c^{(h_{e \ll \ell})} = \frac{Rt}{k} \left(\frac{G_c}{\tilde{A}} \right)^{1-\alpha} \left(\frac{\sigma_c}{s(\theta_0)} \right)^{2\alpha-1} \quad \text{Eq. 1.26}$$

$$\ell_c^{(h_{e \ll \ell})} = \frac{G_c}{\tilde{A}} \left(\frac{s(\theta_0)}{\sigma_c} \right)^2 \quad \text{Eq. 1.27}$$

Ici, la force d'amorçage exprimée dans l'Eq. 1.26 est indépendante de l'épaisseur de colle mais dépend toujours à la fois de la résistance σ_c et de la ténacité G_c de la colle. On remarque ainsi que la validité de l'hypothèse initiale formulée ($e \ll \ell$) est assurée si G_c est élevé et si σ_c est peu élevé.

Finalement, en considérant une structure dans laquelle le joint est idéalisé, nous avons pu voir dans les paragraphes précédents que différents cas de figure étaient envisageables afin de déterminer la longueur et la force d'amorçage. Ces différents cas de figures se caractérisent par un postulat sur la petitesse d'un « petit » paramètre par rapport à un autre. En effet, les développements asymptotiques reposent sur la notion de « petit » paramètre qu'il s'agit de définir au cas par cas. Ici, deux petits paramètres sont *a priori* observable à l'échelle du joint de colle mais ignorés à l'échelle macroscopique : la longueur de la fissure ℓ et l'épaisseur du joint de colle e . Ainsi, trois hypothèses différentes ont été formulées :

- Hypothèse 1 ($h_{\ell \approx e}$) : la longueur de fissure ℓ et l'épaisseur de colle e sont du même ordre de grandeur.

- Hypothèse 2 ($h_{\ell \ll e}$) : la longueur de fissure ℓ est très « petite » par rapport à l'épaisseur de colle e .
- Hypothèse 3 ($h_{e \ll \ell}$) : l'épaisseur de colle e est très « petite » par rapport à la longueur de fissure ℓ .

Toutefois, ces trois hypothèses ont permis d'exprimer la longueur et la force d'amorçage de trois façons. Il en ressort que dans le cadre des hypothèses 1 et 2, la force d'amorçage dépend de l'épaisseur de colle. En revanche, dans le cadre de l'hypothèse 3, la force d'amorçage est indépendante de l'épaisseur de colle. Toutefois dans les trois formulations de la force d'amorçage et de la longueur d'amorçage, une dépendance à la ténacité G_c et à la résistance σ_c de la colle apparaissent.

Comme nous l'avons souligné à plusieurs reprises, ces développements sont la conséquence d'hypothèses qu'il est nécessaire de vérifier *a posteriori* lors de leur mise en application sur des cas concrets. Dans la suite, nous veillerons à définir quel est le domaine de validité de ces développements en discutant les résultats en fonction des propriétés à rupture de la colle et de son épaisseur.

2. Résultats dans le cadre d'une structure dans laquelle le joint est idéalisé

L'objectif de ce paragraphe est tout d'abord de démontrer l'applicabilité de la méthode basée sur des développements asymptotiques et d'analyser l'influence de l'épaisseur du joint collé sur l'amorçage (longueur et force d'amorçage). Pour cela, nous allons vérifier au travers de l'analyse de différents cas concrets (géométrie, propriétés de l'interface...) quelle hypothèse est la plus représentative, à savoir $h_{e=\ell}$, $h_{\ell \ll e}$ ou $h_{e \ll \ell}$. A partir des longueurs d'amorçage estimées, le domaine de validité de cette approche pourra être défini et la force d'amorçage en fonction de l'épaisseur sera déterminée. Les expressions de la longueur d'amorçage et de la force d'amorçage suivant l'hypothèse considérée sont rappelées dans la Table 5. Il s'agira alors de conclure sur la capacité de cette approche qui ici idéalise la géométrie du joint à mettre en évidence le rôle de l'épaisseur de colle sur la force d'amorçage par une comparaison avec des résultats expérimentaux.

Hypothèses	Longueurs d'amorçage	Forces d'amorçage
$h_{e=\ell}$	$\ell_c^{(h_{e=\ell})} = e \times \mu_c$ avec μ_c solution de l'équation : $\frac{1}{\tilde{\sigma}(-\mu, 0)^2} \frac{A(\mu) - A(0)}{\mu} = \frac{1}{e} \frac{G_c}{\sigma_c^2}$	$F_c^{(h_{e=\ell})} = t \frac{R}{k} \left(\frac{\mu_c G_c}{A(\mu_c) - A(0)} \right)^{1-\alpha} \left(\frac{\sigma_c}{\tilde{\sigma}(-\mu_c, 0)} \right)^{2\alpha-1}$
$h_{\ell \ll e}$	$\ell_c^{(h_{\ell \ll e})} = \frac{G_c}{B} \left(\frac{\tau(\theta_0)}{\sigma_c} \right)^2$	$F_c^{(h_{\ell \ll e})} = \frac{RK_c t}{k\kappa} e^{\beta-\alpha}$ avec $K_c = \left(\frac{G_c}{B} \right)^{1-\beta} \left(\frac{\sigma_c}{\tau(\theta_0)} \right)^{2\beta-1}$
$h_{e \ll \ell}$	$\ell_c^{(h_{e \ll \ell})} = \frac{G_c}{\tilde{A}} \left(\frac{s(\theta_0)}{\sigma_c} \right)^2$	$F_c^{(h_{e \ll \ell})} = \frac{Rt}{k} \left(\frac{G_c}{\tilde{A}} \right)^{1-\alpha} \left(\frac{\sigma_c}{s(\theta_0)} \right)^{2\alpha-1}$

Table 5. Récapitulatif des expressions des longueurs et des forces d'amorçage selon l'hypothèse formulée

L'approche théorique a été appliquée sur le cas de l'essai SLJ réalisé dans [da Silva *et al.*, 2006]. Afin de déterminer les longueurs et les forces d'amorçage suivant l'hypothèse adoptée, des calculs par éléments finis (EF) ont été réalisés avec le code de calcul MODULEF dans

lequel des modules de calculs nécessaires spécifiquement à ce type d'étude ont déjà été développés.

2.1. Application à un collage acier/colle époxy

2.1.1. Géométrie, conditions aux limites et de chargement, et propriétés matériaux

Les simulations ont été réalisées en adoptant les dimensions de la géométrie de l'essai SLJ (Figure 25) entre deux substrats en aluminium et une colle époxy ([da Silva *et al.*, 2006]).

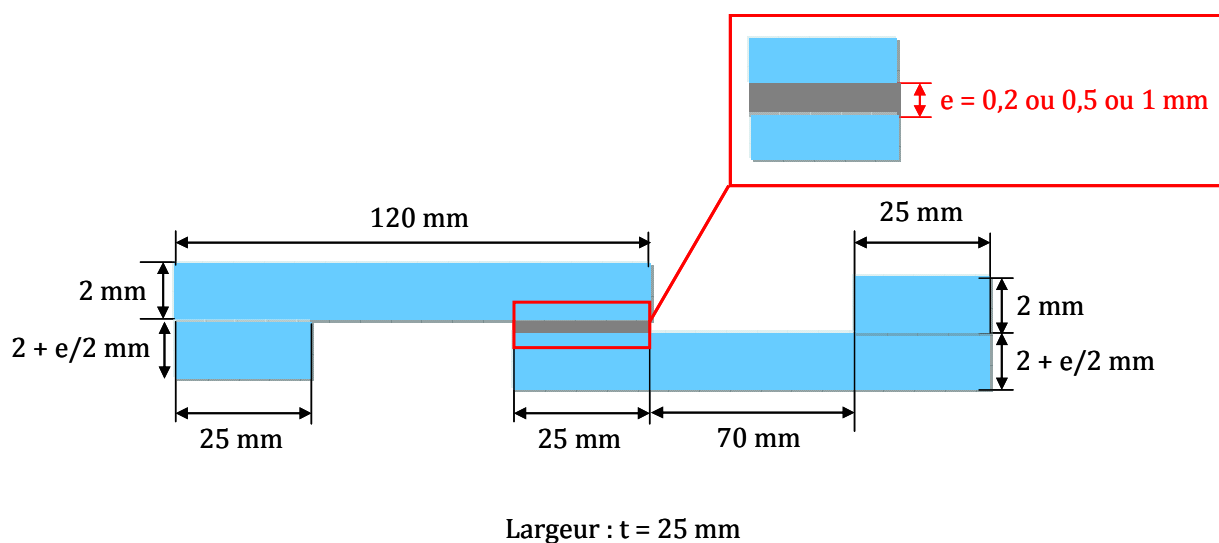


Figure 25. Géométrie de l'essai SLJ telle que dans [da Silva *et al.*, 2006]

Les propriétés des substrats (Table 6) et de la colle (Table 7) sont respectivement identiques à celles données dans [da Silva *et al.*, 2009b] et [da Silva *et al.*, 2006]. Le choix de la colle époxy Araldite® AV138/HV998 de Huntsman™ (nommée AV138 par la suite), parmi les trois colles étudiées par da Silva *et al.* s'explique par le caractère fragile de son comportement à rupture. En effet, le critère couplé n'est pas applicable en présence de comportements matériaux non-linéaires puisqu'il repose sur la mécanique élastique linéaire de la rupture. Les comparaisons entre les résultats obtenus par le critère couplé par le biais des développements asymptotiques et les résultats expérimentaux ne seront donc menées que pour cette colle. Les conditions aux limites retenues sont quant à elles celles figurant sur la Figure 19.

Module de Young (MPa)	Coefficient de Poisson
210000	0,3

Table 6. Propriétés des substrats en acier ([da Silva et al., 2009b])

Module de Young (MPa)	Coefficient de Poisson	Ténacité en mode I G_{I_c} (N.mm ⁻¹)	Résistance en mode I Z_t (MPa)
4590	0,35	0,3	41

Table 7. Propriétés de la colle AV138 ([da Silva et al., 2006])

2.1.2. Détermination de la longueur et de la force d'amorçage

Le protocole de détermination de la longueur et de la force d'amorçage peut être résumé par une succession de cinq étapes :

- La première étape a pour objectif de calculer les exposants de singularités des problèmes extérieur et intérieur, respectivement α et β .
- Le coefficient A est ensuite calculé dans une seconde étape par une intégrale de contour pour différentes longueurs adimensionnées de fissure.
- La troisième étape, quant à elle, se focalise sur la détermination de la longueur adimensionnée critique μ_c .
- La quatrième étape a pour objectif de déterminer le facteur d'intensité de contrainte généralisé k_c .
- La cinquième et dernière étape permet de calculer la force d'amorçage en déterminant la résultante des efforts R calculée en élasticité plane qu'il est nécessaire de multiplier par la largeur de l'éprouvette t et le facteur d'intensité de contrainte généralisé du problème extérieur k .

Afin d'illustrer ce protocole, nous allons détailler par la suite ces différentes étapes en les appliquant à la détermination de la longueur et de la force d'amorçage en fonction de l'épaisseur du joint collé en retenant l'hypothèse la plus générale $h_{e=\ell}$ dans le cas de l'essai SLJ

présenté précédemment. Les deux autres hypothèses $h_{\ell \ll e}$ et $h_{e \ll \ell}$ peuvent être considérées comme étant les limites de l'hypothèse $h_{e \approx \ell}$.

Détermination des exposants de singularité

Les exposants de singularité α et β ont été calculés (voir Table 8) pour un contraste de modules de Young entre le module de la colle et celui des substrats de 0.022 ($\frac{E_{\text{colle}}}{E_{\text{substrat}}} = 0,022$).

Exposant de singularité du problème extérieur α	Exposant de singularité du problème intérieur β
0,545	0,671

Table 8. Valeurs des exposants de singularité α et β

Calcul de l'évolution du coefficient A

Le coefficient A a été calculé par une intégrale de contour pour $\mu = \frac{\ell}{e}$ compris entre 0 et 5 dans le problème intérieur à l'aide d'une campagne d'essais virtuels pour laquelle le maillage utilisé est présenté sur la Figure 26. Du calcul du coefficient A pour chaque valeur de μ , on en a déduit directement l'évolution du rapport $\frac{A(\mu) - A(0)}{\mu}$.

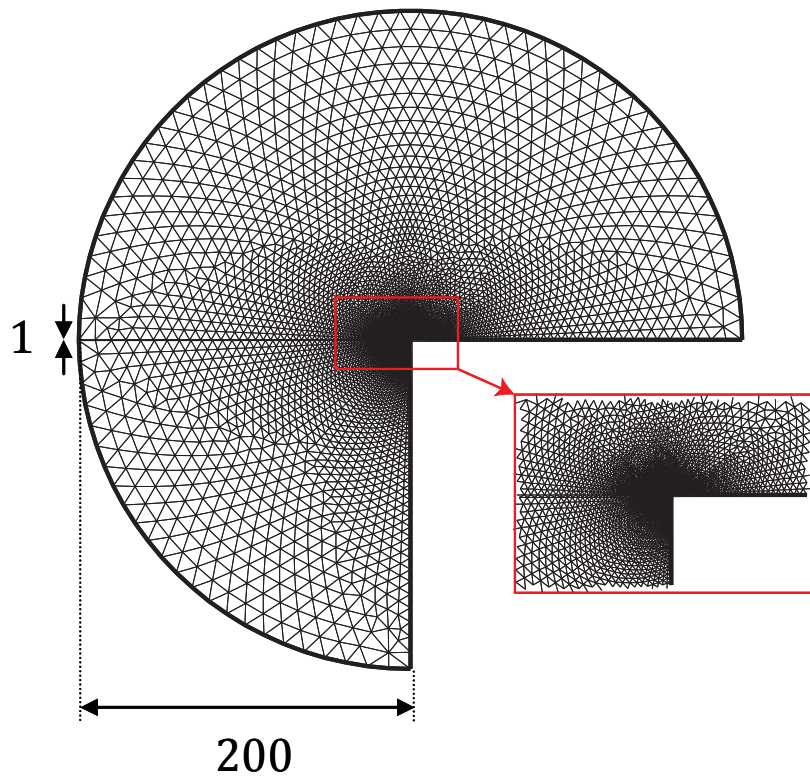


Figure 26. Maillage du problème intérieur

Détermination de la longueur de la fissure adimensionnée

Rappelons que la combinaison des équations Eq. 1.14 et Eq. 1.17 a permis de conduire à l'Eq. 1.18 rappelée ici dans laquelle la longueur adimensionnée critique μ_c est solution :

$$\frac{1}{\tilde{\sigma}(-\mu_c, 0)^2} \frac{A(\mu_c) - A(0)}{\mu_c} = \frac{1}{e} \frac{G_c}{\sigma_c^2} \quad \text{Eq. 1.18}$$

Pour chaque épaisseur de colle, on calcule ainsi μ_c , ce qui est illustré par la Figure 27. D'un côté, compte-tenu de l'intervalle admissible pour μ impliquant une valeur maximale de 5 afin de respecter le caractère de « petit » paramètre dans l'approche et des propriétés de rupture de la colle, on observe qu'il n'est pas possible de calculer une solution à cette équation tant pour des épaisseurs de colle inférieures à 0,86 mm que pour des joints de plus de 11 mm d'épaisseur. Cela est dû aux valeurs des paramètres matériaux (ténacité trop élevée et résistance pas assez élevée de la colle AV138) qui imposeraient des maillages comportant un nombre trop important de degrés de liberté. D'un autre côté, l'existence de solutions pour des épaisseurs de colle de 0,86 mm à 1 mm pose la question de la validité du résultat dans le sens où l'on est confronté aux limitations des développements asymptotiques nécessitant une épaisseur de colle petite devant l'épaisseur des substrats qui est de 2 mm. Pour ce qui est de

l'existence de solutions au-delà d'une épaisseur de colle d'1 mm elles ne peuvent donc pas être considérées comme valides. Enfin, dans le domaine de validité des résultats (pour une épaisseur de colle de 0,86 à 1 mm) on observe qu'il y a obligatoirement unicité de la solution.

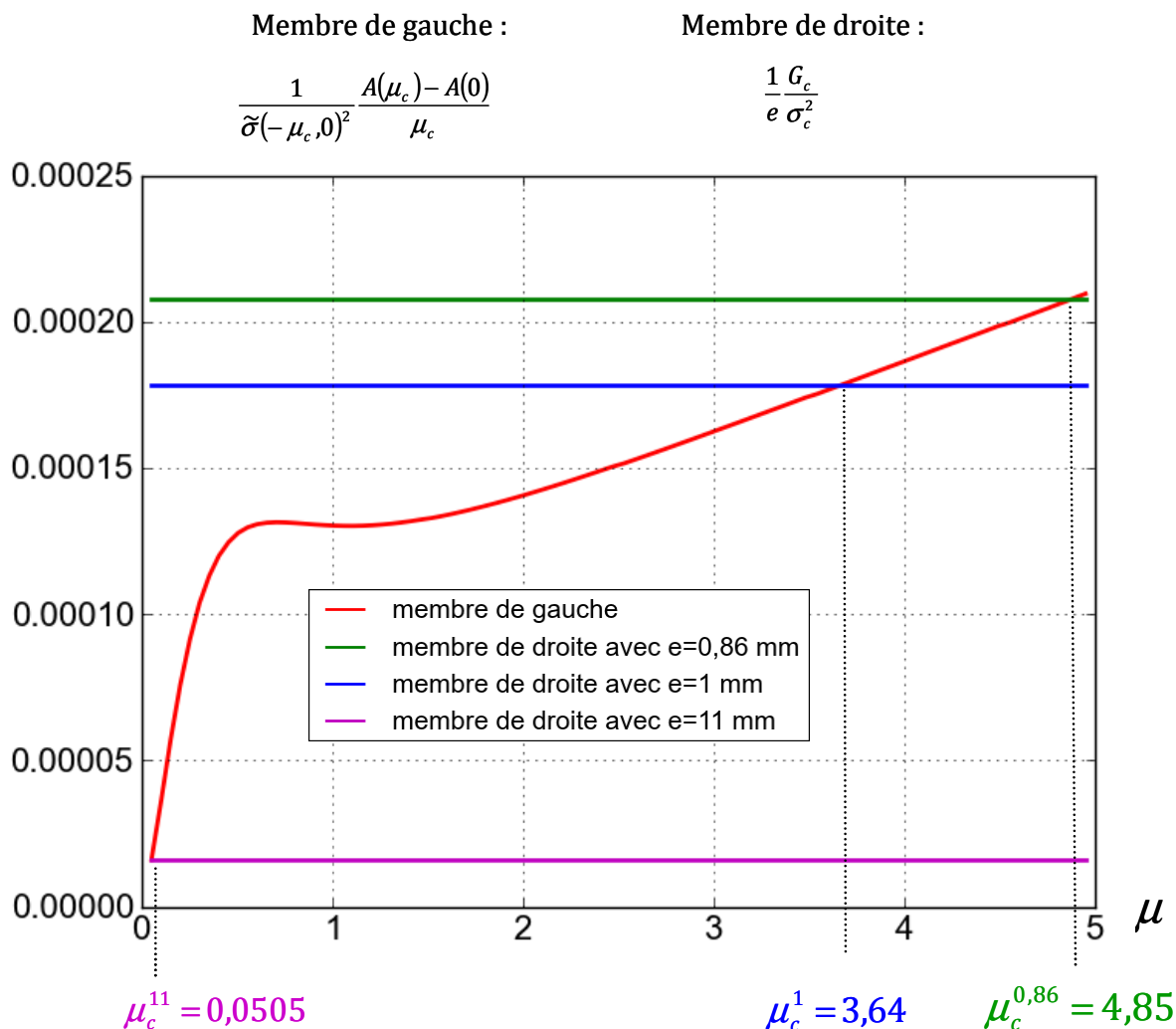


Figure 27. Détermination de μ_c

Détermination du facteur d'intensité de contrainte généralisé critique k_c

En reportant la valeur de μ_c déterminée dans l'étape précédente pour chaque épaisseur de colle dans l'Eq. 1.19, on en déduit la valeur de k_c correspondante. Les valeurs obtenues sont résumées dans la Table 9.

e (mm)	0,86	1
μ_c	4,85	3,64
k_c (MPa.mm ^{0,455})	97,76	97,81

Table 9. Détermination de k_c à partir des valeurs de μ_c pour chaque épaisseur de colle e

Détermination de la longueur d'amorçage et de la force d'amorçage

La détermination de la longueur d'amorçage et de la force d'amorçage repose sur l'estimation de R et de k . D'une part, la résultante des efforts R se calcule facilement grâce à un calcul par éléments finis sur la structure du problème extérieur en appliquant les conditions aux limites et de chargement de la Figure 19. D'autre part, afin de déterminer numériquement la valeur de k , on procède à des calculs d'intégrales de contour au niveau du coin singulier dans le problème extérieur.

Le calcul d'une intégrale de contour est, en théorie, indépendant du contour choisi. En pratique, numériquement il peut y avoir de faibles variations. C'est pourquoi on prend la moyenne des valeurs de k obtenues avec trois calculs de contours. Finalement, les valeurs de R et k sont résumées dans la Table 10.

R (MPa.mm)	Contour 1 : k (MPa.mm ^{0,455})	Contour 2 : k (MPa.mm ^{0,455})	Contour 3 : k (MPa.mm ^{0,455})	Moyenne de k (MPa.mm ^{0,455})
0,0076	0,0028	0,0029	0,0030	0,0029

Table 10. Valeurs de la résultante des efforts R et des intégrales de contour k pour différents contours et en moyenne pour les conditions aux limites et de chargement de la Figure 19

Finalement, les valeurs de ℓ_c et F_c peuvent se déduire à partir des paramètres calculés dans la section 2.1.2 et des propriétés matériaux de la colle données dans la Table 7. Leurs évolutions en fonction de l'épaisseur de colle sont représentées respectivement sur les Figure 28 et Figure 29. Précisons que sur la Figure 29, la courbe en pointillés correspond à la courbe obtenue en effectuant une régression polynomiale de degré 3 à partir des points repérés par des diamants. L'équation du polynôme utilisé pour cette régression ainsi que le coefficient de détermination sont indiqués sur cette même figure.

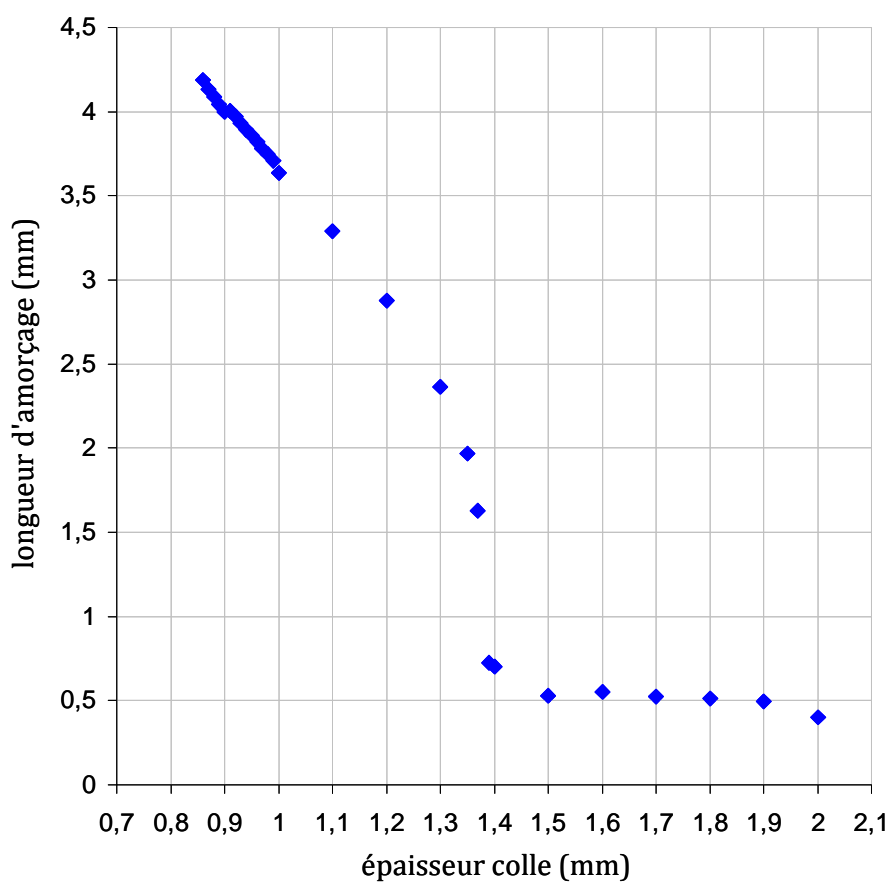


Figure 28. Evolution de la longueur d'amorçage en fonction de l'épaisseur de colle

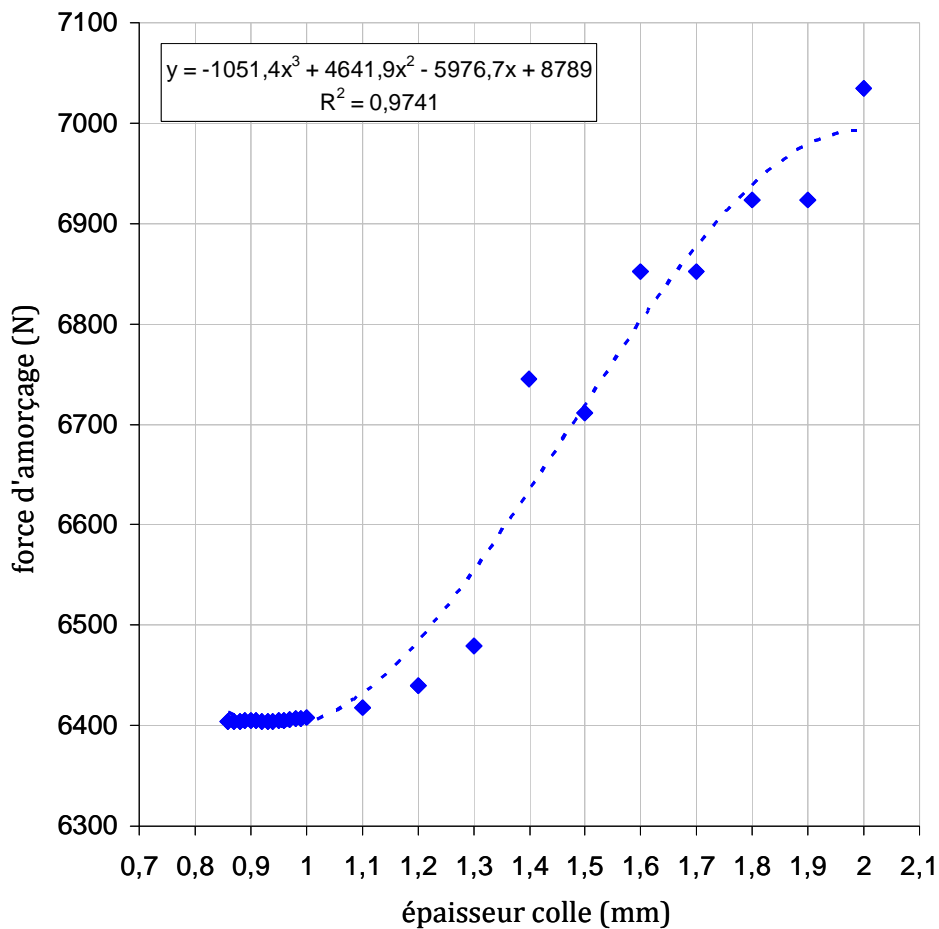


Figure 29. Evolution de la force d'amorçage en fonction de l'épaisseur de colle

Dans un premier temps, on observe que, plus le joint est épais, plus la force d'amorçage augmente. Ce résultat est similaire aux résultats analytiques et numériques de la littérature cités en introduction générale de cette partie ([Volkersen, 1938], [Goland and Reissner, 1944], [Hart-Smith, 1973], [Oplinger, 1994], [Ojalvo and Eidinoff, 1978]). En revanche, ce résultat est en contradiction avec ce qui est observé expérimentalement ([Adams *et al.*, 1997], [da Silva *et al.*, 2004]) comme expliqué dans l'introduction générale de ce chapitre (Figure 30). Toutefois, notons que ce résultat est vrai pour des épaisseurs de colle très épaisses au-delà de 1mm, domaine à partir duquel les développements asymptotiques ne sont plus valables. En revanche, pour des épaisseurs de colle en dessous de 1 mm, la force d'amorçage est constante en fonction de l'épaisseur de colle.

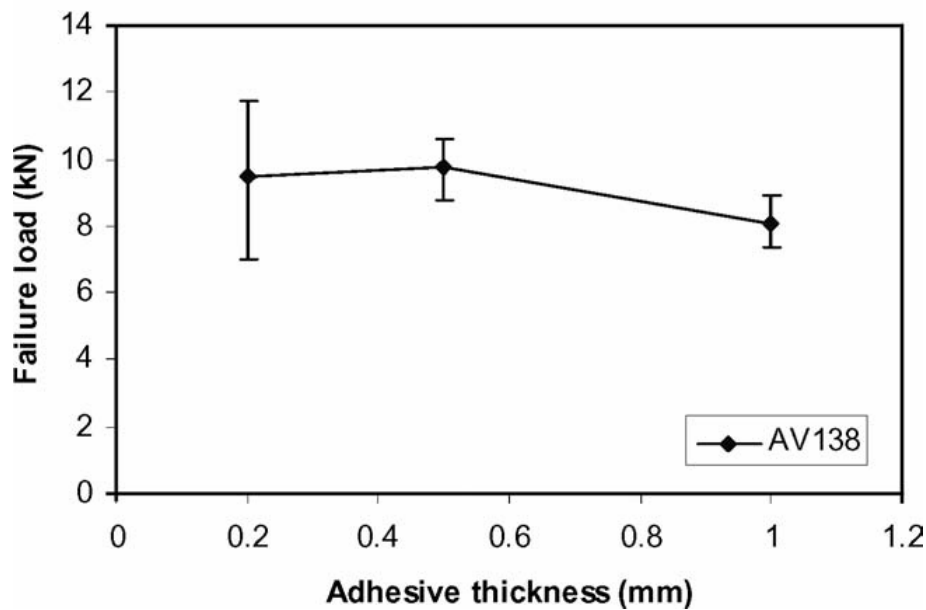


Figure 30. Force d'amorçage déterminée expérimentalement en fonction de l'épaisseur de colle et dispersion pour la colle AV138 (tiré de [da Silva et al., 2006])

Dans un deuxième temps, la longueur d'amorçage et la force d'amorçage étant déterminées à partir de k_c , on ne peut calculer ces dernières pour des épaisseurs de colle inférieures à 0,86 mm. La raison déjà invoquée dans la section 2.1.2 réside dans le fait que la ténacité de la colle AV138 est trop élevée et que sa résistance ne l'est pas assez. En effet, la longueur d'amorçage de fissure dépendant de ces propriétés, les longueurs d'amorçage deviennent trop grandes, à savoir, au-delà de 10 mm, et ne vérifient donc plus les hypothèses des développements asymptotiques. Ainsi, les développements asymptotiques ne permettent pas de déterminer la longueur d'amorçage et la force d'amorçage pour les épaisseurs de colle de 0,2 mm et 0,5 mm traitées par da Silva *et al.* ([da Silva *et al.*, 2006]). Il n'est donc pas possible ici de dégager une tendance de l'influence de l'épaisseur de colle sur l'amorçage.

En revanche, on peut essayer de comparer la valeur de la force d'amorçage pour une épaisseur de colle de 1 mm obtenue par les développements asymptotiques et la force d'amorçage déterminée expérimentalement pour une telle épaisseur de colle (Table 11).

F_c prévue numériquement (N)	F_c expérimentale (N)	Erreur (%)
6408	8100	21

Table 11. Forces d'amorçage déterminées numériquement et expérimentalement, et, erreur commise entre prévisions numériques et résultats expérimentaux

Ainsi, l'erreur commise dans la prévision de la force d'amorçage numériquement est de 21 % par rapport à l'expérimental, ce qui est élevé mais reste dans ce cas conservatif. Ce résultat est à prendre avec précaution car avec une épaisseur de colle de 1 mm, l'épaisseur des bras étant de 2 mm, la validité de l'application des développements asymptotiques est critiquable et donc la pertinence du résultat obtenu est discutable. En effet, à partir d'un ratio $\frac{e}{h} = \frac{1}{2}$ entre l'épaisseur de la colle et l'épaisseur des substrats, on peut considérer que les résultats ne sont plus nécessairement pertinents.

Les conditions aux limites et de chargement pouvant considérablement influencer la force d'amorçage, dans la section 2.1.3, on s'attache à étudier ces paramètres afin de déterminer si quantitativement l'erreur entre prévisions numériques et résultats expérimentaux peut être amoindrie de manière significative.

2.1.3. Influence des conditions aux limites et de chargement sur la force d'amorçage

Comme dans de nombreux essais de caractérisation, les conditions aux limites peuvent jouer un rôle non négligeable sur l'analyse que l'on peut en faire par simulation. C'est pourquoi, nous avons réalisé dans un deuxième temps, de nouvelles simulations en appliquant les conditions aux limites illustrées sur la Figure 31 et ceci afin d'amoindrir la flexion au niveau de la jonction collée. Les principales conséquences de la prise en compte de ces nouvelles conditions aux limites se traduisent par une évolution notable de la résultante des efforts R et du facteur d'intensité de contrainte généralisé dans le problème extérieur k . Les nouvelles valeurs de ces paramètres sont données dans la Table 12 et la comparaison entre la force d'amorçage qui en découle et la valeur expérimentale est présentée dans la Table 13.

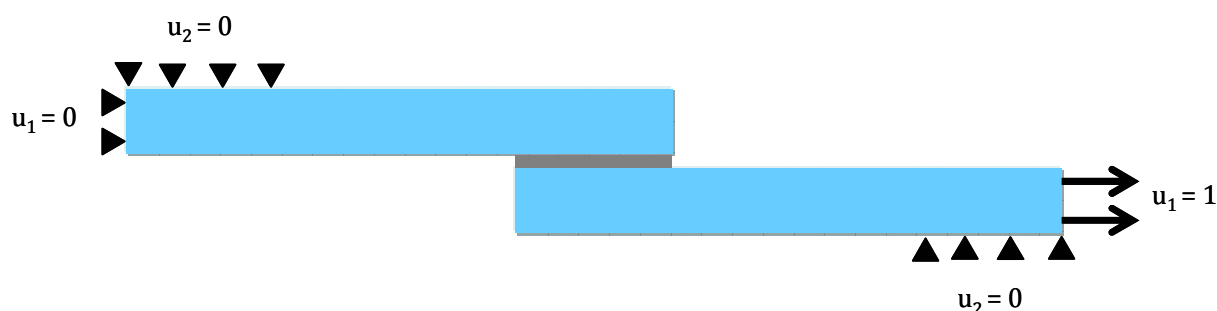


Figure 31. Conditions aux limites plus représentatives de l'essai SLJ

R (MPa.mm)	k (MPa.mm ^{0,455})
0,0085	0,0032

Table 12. Valeurs de la résultante des efforts R et de l'intégrale de contour k avec les conditions aux limites et de chargement de la Figure 31

$F_{\text{amorçage}}$ prévue numériquement (N)	$F_{\text{amorçage}}$ expérimentale (N)	Erreur (%)
6495	8100 [7270-9090]	20

Table 13. Forces d'amorçage déterminées numériquement et expérimentalement, et, erreur commise entre prévisions numériques et résultats expérimentaux avec des conditions aux limites plus représentatives de l'essai SLJ (Figure 31)

Bien que la prise en compte des nouvelles conditions aux limites ait permis de réduire l'erreur de 21 % à 20 %, cela n'est pas encore pleinement satisfaisant en termes de prévision de la force d'amorçage.

Pour conclure, la détermination de l'évolution de la longueur et de la force d'amorçage en fonction de l'épaisseur de colle n'a pas été possible pour trois raisons. Premièrement, à cause des propriétés de l'adhésif, la ténacité étant trop élevée et la résistance pas assez. Deuxièmement, à cause du ratio des épaisseurs $\frac{e}{h} = \frac{1}{2}$ à respecter. Troisièmement, à cause de la nécessité de conserver un certain ratio entre la longueur d'amorçage de fissure et l'épaisseur de colle avec la condition $\mu \in [0,5]$. Or, le domaine de validité des développements asymptotiques étant dépendant de ces trois points, il s'en est retrouvé très restreint (validité de l'approche entre une épaisseur de 0,86 mm et 1 mm). Aussi, il n'a pas été possible de vérifier *a posteriori* le domaine de validité pour chaque hypothèse formulée dans la section 1. C'est pourquoi, dans la section 2.2, la démarche a été appliquée au cas d'un collage verre/résine époxy palliant aux limitations précédentes.

2.2. Application à un collage verre/résine époxy

Dans la section précédente, nous avons identifié trois limitations ne permettant pas de déterminer la force et la longueur d'amorçage sur un domaine de validité assez étendu. Ne

pouvant déroger au respect des ratios des épaisseurs $\frac{e}{h}$ et $\mu = \frac{\ell}{e} \in [0,5]$, il serait alors intéressant de voir les conséquences pour des propriétés différentes de l'adhésif. Aussi, nous avons choisi un cas applicatif pour lequel la ténacité est moins importante mais la résistance plus élevée que dans le cas précédent. Aussi afin de mettre en évidence une tendance qualitative de l'influence de l'épaisseur de colle sur la longueur et la force d'amorçage, la même démarche que dans la section 2.1 a été appliquée au cas d'un collage de deux substrats en verre avec une résine époxy.

2.2.1. Géométrie, conditions aux limites et de chargement, et, propriétés matériaux

Les propriétés matériaux des substrats et de la résine sont données respectivement dans la Table 14 et la Table 15, elles ont été choisies proches de celles caractérisées par Caimmi et Pavan ([Caimmi and Pavan, 2009]).

Module de Young (MPa)	Coefficient de Poisson
70000	0,3

Table 14. Propriétés des substrats

Module de Young (MPa)	Coefficient de Poisson	Ténacité en mode I G_{I_c} (N.mm ⁻¹)	Résistance en mode I Z_t (MPa)
2800	0,3	0,15	50

Table 15. Propriétés de la résine époxy

2.2.2. Détermination de la longueur et de la force d'amorçage

La même démarche en cinq étapes que dans la section 2.1.2 est appliquée ici, toujours en se plaçant dans le cas de l'hypothèse la plus générale $h_{e=\ell}$.

Dans un premier temps les exposants de singularités α et β sont déterminés pour un contraste de modules de Young entre le module de la colle et le module des substrats

$\frac{E_{colle}}{E_{substrat}} = 0,04$. Les valeurs de α et β sont résumées dans la Table 16.

Exposant de singularité du problème extérieur α	Exposant de singularité du problème intérieur β
0,545	0,692

Table 16. Valeurs des exposants de singularité α et β

Puis on calcule le coefficient A et on obtient l'évolution de $A(\mu) - A(0)$ en fonction de μ . Ensuite dans un troisième temps, on détermine la longueur d'amorçage adimensionnée μ_c d'après l'Eq. 1.18 pour chaque épaisseur de colle. Sur les résultats illustrés par la Figure 32, on observe qu'il n'existe pas de solution en dessous d'une épaisseur de colle de 0,12 mm et au-dessus d'une épaisseur de 2,4 mm. A nouveau, l'existence de solutions pour des épaisseurs de colle au-delà d'1 mm pose la question de la validité du résultat. Enfin, dans le domaine de validité des résultats (pour une épaisseur de colle allant de 0,12 à 1 mm) on observe qu'il y a obligatoirement unicité de la solution.

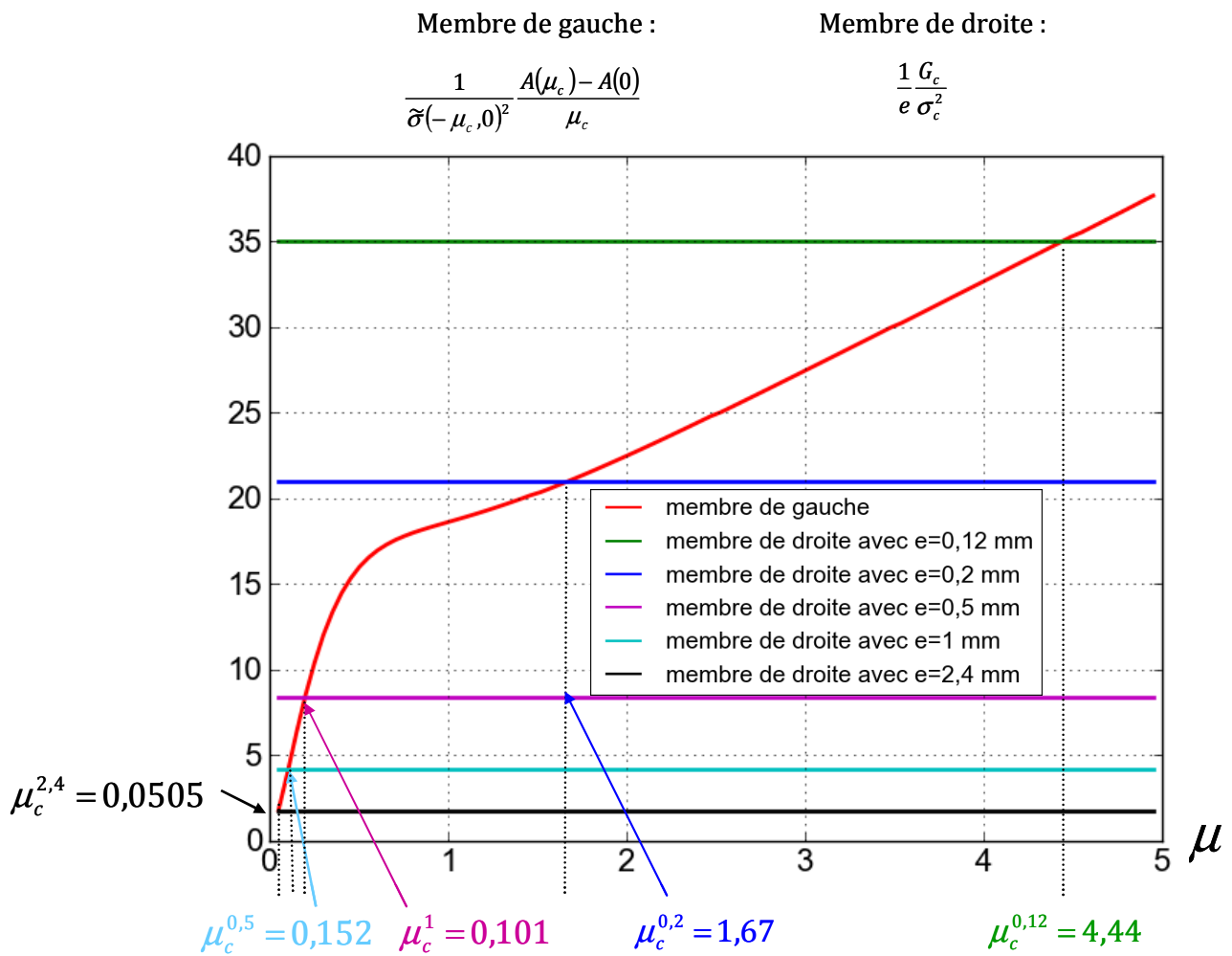


Figure 32. Détermination de μ_c

Ensuite, on détermine le facteur d'intensité de contrainte généralisé critique k_c grâce aux valeurs de μ_c déterminées précédemment (Table 17).

e (mm)	0,12	0,2	0,5	1	2,5
μ_c	4,44	1,67	0,152	0,101	0
k_c (MPa.mm ^{0,455})	0,00060	0,00061	0,00064	0,00074	0,00085

Table 17. Détermination de k_c à partir des valeurs de μ_c pour chaque épaisseur de colle e

Finalement on peut déterminer la longueur d'amorçage et la force d'amorçage. Pour cela, on dispose des valeurs du facteur d'intensité de contrainte généralisé moyen du problème extérieur k et de la résultante des efforts R calculées précédemment en adoptant des

conditions aux limites simplifiées (Figure 20) ou des conditions aux limites plus représentatives de l'essai (Figure 31). En effet, ces deux paramètres calculés dans le problème extérieur restent inchangés. Ils ne dépendent donc pas des propriétés matériaux mais uniquement des conditions aux limites et de la géométrie. Pour rappel, ils sont récapitulés dans la Table 18.

Conditions aux limites adoptées	Résultante des efforts R (MPa.mm)	Facteur d'intensité de contrainte généralisé moyen du problème extérieur k (MPa.mm ^{0,455})
Simplifiées (Figure 20)	0,0076	0,0029
Plus représentatives de l'essai (Figure 31)	0,0085	0,0032

Table 18. Récapitulatif des valeurs de R et k selon les conditions aux limites considérées

Dans le cadre de l'hypothèse $h_{\ell \ll e}$, une dernière donnée est nécessaire au calcul de la force d'amorçage et de la longueur d'amorçage, ainsi $\kappa = 0,521$ a été calculé.

Comme les propriétés matériaux choisies dans ce cas d'application permettent de déterminer μ_c et k_c pour un intervalle d'épaisseurs de colle plus étendu que dans le cas précédent, une étude de convergence au maillage dans le cadre de l'hypothèse $h_{e=\ell}$ a été réalisée. Pour cela, il a été nécessaire de calculer les intégrales de contour dans le problème intérieur pour trois maillages de degrés de raffinement différents. Ainsi :

- pour le maillage le plus grossier, les intégrales de contour ont été calculées pour des valeurs de longueur de fissure adimensionnée μ comprises entre 0 et 10,
- pour le maillage avec une taille de maille intermédiaire, les intégrales de contour ont été calculées pour μ compris entre 0 et 5, et,
- pour le maillage le plus fin, les intégrales de contour ont été calculées pour μ compris entre 0 et 0,5.

Finalement, les évolutions de la longueur d'amorçage et de la force d'amorçage en fonction de l'épaisseur de colle sont représentées sur les Figure 33 et Figure 34 dans le cadre de chaque hypothèse.

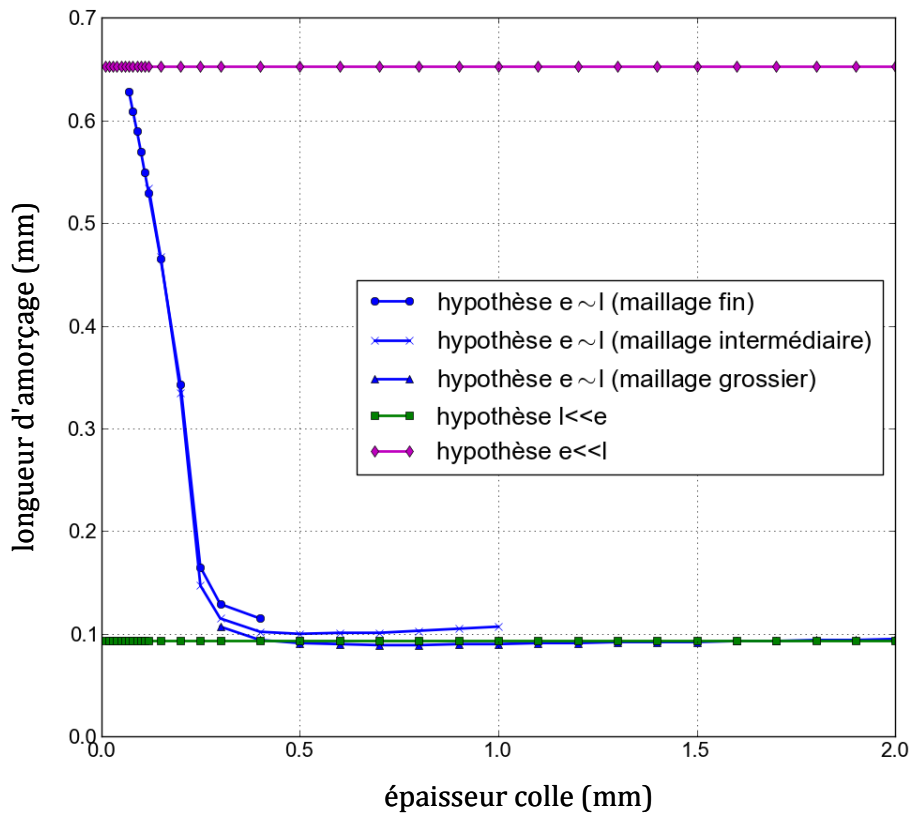


Figure 33. Evolution de la longueur d'amorçage en fonction de l'épaisseur de colle

Concernant l'évolution de la longueur d'amorçage en fonction de l'épaisseur de colle, dans un premier temps, dans le cadre de l'hypothèse $h_{e=l}$ où l'on considère que la longueur de fissure et l'épaisseur de colle sont du même ordre de grandeur, plus le joint est épais, plus la longueur de fissure est petite. Par ailleurs, on observe que la longueur de fissure reste constante à 0,1 mm pour des épaisseurs de colle importantes (plus de 0,3 mm).

Dans un deuxième temps, on remarque que les résultats obtenus dans le cadre de l'hypothèse $h_{e=l}$ pour des petites épaisseurs de colle tendent vers les résultats obtenus dans le cadre de l'hypothèse $h_{e \ll l}$. De la même façon, on remarque que les résultats obtenus dans le cadre de l'hypothèse $h_{e=l}$ pour de grandes épaisseurs de colle tendent vers les résultats obtenus en formulant l'hypothèse $h_{l \ll e}$. Ainsi, ces deux conclusions nous permettent de vérifier *a posteriori* que les résultats sont consistants avec l'hypothèse de départ formulée. Finalement, il est possible de donner les domaines de validité numériques des trois différentes hypothèses formulées (Table 19).

Hypothèse $h_{e \approx \ell}$	Hypothèse $h_{\ell \ll e}$	Hypothèse $h_{e \ll \ell}$
$0,3e \leq \rho_c^{(h_{e \approx \ell})} \leq 10e$	$\rho_c^{(h_{\ell \ll e})} \leq 0,3e$	$\rho_c^{(h_{e \ll \ell})} \geq 10e$

Table 19. Domaine de validité de chaque hypothèse

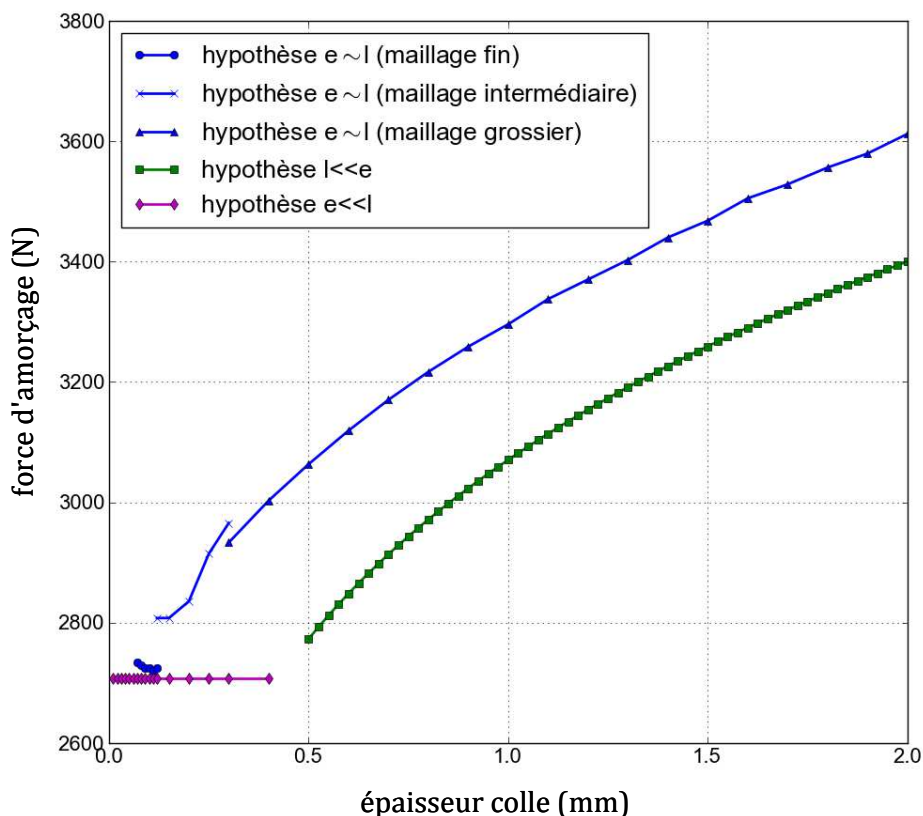


Figure 34. Evolution de la force d'amorçage en fonction de l'épaisseur de colle dans le cadre d'une structure idéalisée

Concernant l'évolution de la force d'amorçage en fonction de l'épaisseur de colle, dans un premier temps, on remarque qu'il y a convergence entre les résultats obtenus lorsque l'épaisseur de colle est petite par rapport à la fissure et les résultats obtenus lorsque l'épaisseur de colle et la fissure sont du même ordre de grandeur pour des petites épaisseurs de colle. En revanche, il n'y a pas convergence entre les résultats obtenus lorsque la fissure est petite par rapport à l'épaisseur de colle et les résultats obtenus lorsque l'épaisseur de colle et la fissure sont du même ordre de grandeur pour des grandes épaisseurs de colle. Néanmoins, l'écart n'est que de 6% entre ces résultats, ce qui est satisfaisant.

Dans un deuxième temps, on observe que, plus l'épaisseur de colle est importante, plus la force d'amorçage augmente. Ce résultat est similaire aux résultats analytiques et numériques de la littérature cités en introduction de ce chapitre. En revanche, ce résultat est en contradiction avec ce qui est observé expérimentalement comme expliqué dans l'introduction. Aussi, modéliser un joint collé de manière idéalisée sans prendre en compte les défauts inhérents à tout procédé de collage n'est pas satisfaisant. C'est pourquoi dans la section suivante, une étude similaire est menée, mais, dans le cadre d'une structure en présence d'un défaut initial.

3. Etude asymptotique dans le cadre d'une structure en présence d'un défaut initial

L'étude bibliographique sur la tenue expérimentale d'un joint collé a permis de montrer la possible présence de défauts dans la colle tels que des bulles ou des micro-fissures qui pénalisent la tenue de l'assemblage collé. Toutefois, de manière plus générale, il a été montré que la géométrie de l'adhésif près des bords a une influence sur l'état de contrainte au sein de l'adhésif ([Belingardi *et al.*, 2002] et [Cognard *et al.*, 2011]). Aussi, dans ces études un autre défaut initial formant un bourrelet de colle en dehors de la surface collée qui peut survenir à la suite de la polymérisation est étudié. Ce type de défaut au niveau de la couche de colle est modélisé par des géométries avec des becs ou des congés. Par ces modélisations, certains auteurs ([Cognard *et al.*, 2011]) cherchent même à optimiser la géométrie du congé (soit la géométrie de la colle) pour assurer une meilleure tenue de l'assemblage collé. Cependant, si la géométrie de l'adhésif a une influence sur l'amorçage, elle est limitée. En effet, cela a été mis en évidence dans une étude modélisant la colle avec un congé (Figure 35) ([Moradi *et al.*, 2013a]) où $\omega_s = 90^\circ$ est l'angle formé par le bord droit du substrat et la colle, ω_f est l'angle formé par le bourrelet de colle et $\omega_a = 90^\circ + \omega_f$. Il en ressort que la variation de la force d'amorçage est peu importante quand on fait varier l'angle ω_f ce qui est en accord avec les résultats numériques et expérimentaux dans [Papini *et al.*, 1994]. Ainsi l'angle optimal pour le congé valant $\omega_f \approx 40^\circ$ ne permet d'augmenter la force d'amorçage que de 5%, ce qui reste assez limité. C'est pourquoi, dans ce travail il a été choisi d'étudier l'influence de l'épaisseur de colle sur l'amorçage dans le cadre d'un collage imparfait en présence d'une fissure initiale.

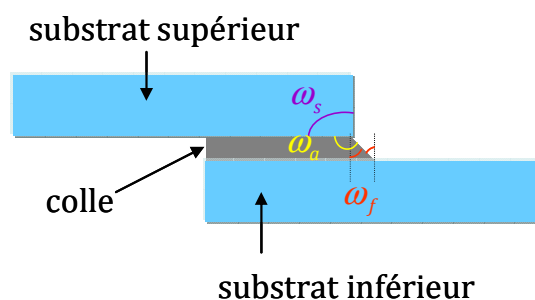


Figure 35. Représentation schématique de la géométrie locale de l'adhésif

3.1. Explicitation du problème

Dans le cas où la structure contient une fissure initiale de longueur assez « petite » afin de nous permettre de respecter le cadre de la mécanique linéaire élastique, le problème mécanique reste identique à celui obtenu en absence de fissure initiale. Aussi on cherche

toujours à étudier l'amorçage d'une fissure de longueur ℓ en prenant en compte l'effet que l'épaisseur de colle e peut avoir sur l'amorçage. Il s'agit de résoudre le problème associé à la situation d'un essai SLJ. Comme expliqué auparavant, la résolution de ce problème doit se faire en deux étapes en résolvant un problème extérieur et un problème intérieur.

3.2. Expression du problème extérieur

Le problème extérieur reste inchangé par rapport à la section 1.2. En effet, lorsque l'on observe la structure de « loin », qu'il y ait présence ou absence de défaut, on ne peut le voir. Ainsi on se reporte sur le problème illustré par la Figure 20 qui reste valable pour la résolution à venir dans cette section. Donc la solution du problème extérieur reste celle de l'Eq. 1.1. Pour rappel :

$$\underline{U}(x_1, x_2, e, \ell) = \underline{U}(x_1, x_2) + \text{petite correction} \quad \text{Eq. 1.1}$$

avec $\underline{U}(x_1, x_2)$ qui s'écrit comme dans l'Eq. 1.2 :

$$\underline{U}(x_1, x_2) = \underline{U}(O) + kr^\alpha \underline{u}(\theta) + \dots \quad \text{Eq. 1.2}$$

3.3. Expression du problème intérieur

Contrairement au problème extérieur, le problème intérieur donnant à prendre en compte les « petites » perturbations au niveau de la jonction collée va mettre en exergue les modifications du champ en présence de la fissure au niveau du point O'' et les conséquences sur le rôle de l'épaisseur de colle sur l'amorçage. Pour se ramener au cadre classique des développements asymptotiques, on a choisi le paramètre e comme seul « petit » paramètre. Ainsi, on multiplie les dimensions du problème par $\frac{1}{e}$, puis, $e \rightarrow 0$. Lorsque l'amorçage a lieu, le problème intérieur peut alors être représenté par la Figure 36.

A l'échelle du problème intérieur dans lequel nous nous plaçons, il s'agit alors d'étudier la propagation d'une fissure pré-existante. Cependant, à l'échelle de la structure, la fissure n'étant pas vue, il s'agit toujours en apparence d'un problème d'amorçage de fissure.

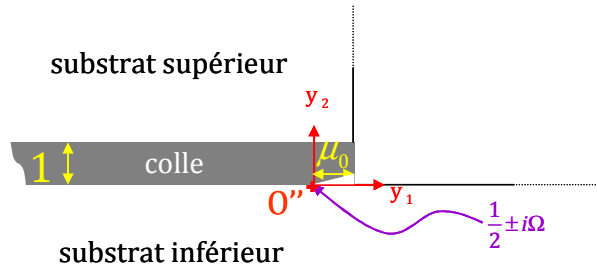


Figure 36. Représentation du problème intérieur lors de la propagation de la fissure dans le cadre d'une structure en présence d'une fissure initiale

Le champ proche $\underline{U}(x_1, x_2, e, \ell_0)$ s'exprime par mimétisme sur l'Eq. 1.8 tel que :

$$\underline{U}(x_1, x_2, e, \ell_0) = \underline{U}(ey_1, ey_2, e \times 1, e\mu_0) = \underline{U}(O'') + ke^\alpha \underline{V}_1(y_1, y_2, \mu_0) + \dots \quad \text{Eq. 1.28}$$

avec :

$$\underline{V}_1(y_1, y_2, \mu_0) = \rho^\alpha \underline{u}(\theta) + \hat{\underline{V}}_1(y_1, y_2, \mu_0) \quad \text{Eq. 1.29}$$

où $\underline{V}_1(y_1, y_2, \mu_0)$ est solution d'un problème bien posé dans lequel le terme $\hat{\underline{V}}_1(y_1, y_2, \mu_0)$ tend vers 0 à l'infini.

Comme $\underline{V}_1(y_1, y_2, \mu_0)$ « subit » la singularité complexe $\frac{1}{2} \pm i\Omega$, on l'exprime ainsi :

$$\underline{V}_1(y_1, y_2, \mu_0) = \dots + \chi \rho^{\frac{1}{2} + i\Omega} \underline{w}(\theta) + \overline{\chi} \rho^{\frac{1}{2} - i\Omega} \overline{\underline{w}}(\theta) + \dots \quad \text{Eq. 1.30}$$

où χ est un facteur d'intensité de contrainte généralisé complexe adimensionné ([Rice, 1988]) qui est indépendant de la géométrie globale de la structure et que l'on peut calculer à l'aide d'une intégrale de contour, $\frac{1}{2} + i\Omega$ est l'exposant de la singularité complexe du champ proche et $\frac{1}{2} - i\Omega$ son conjugué, \underline{w} est le vecteur propre associé à l'exposant $\frac{1}{2} + i\Omega$ et $\overline{\underline{w}}$ est son conjugué, et, pour rappel, $\rho = \frac{r}{e}$ et $y_i = \frac{x_i}{e}$. En remplaçant l'Eq. 1.30 dans les Eq. 1.28 et Eq. 1.29, le facteur d'intensité de contrainte généralisé complexe X s'écrit :

$$X = k\chi e^{\alpha - \frac{1}{2} - i\Omega} \quad \text{Eq. 1.31}$$

Afin d'étudier la propagation de la fissure, exprimons à présent le critère en énergie :

$$G = DX\bar{X} = Dk^2 \chi\bar{\chi} e^{2\alpha-1} \geq G_c \quad \text{Eq. 1.32}$$

où $D = \Psi\left(\underline{V}_1(y_1, y_2), \text{Re}\left(\rho^{\frac{1+i\varepsilon}{2}}\right)\underline{v}(\theta)\right)$ est un coefficient réel calculé par une intégrale de contour en pointe de fissure dans le champ proche ([Leguillon and Sanchez-Palencia, 1987]). Donc, le facteur d'intensité de contrainte généralisé critique s'obtient par ([Rice, 1988]) :

$$G \geq G_c \Rightarrow k \geq k_c^{(fissure)} = \sqrt{\frac{G_c}{D\chi\bar{\chi}}} e^{\frac{1}{2}-\alpha} \quad \text{Eq. 1.33}$$

Finalement, d'après l'Eq. 1.20, on en déduit l'expression de la force d'amorçage en présence d'une fissure initiale :

$$F_c^{(fissure)} = t \frac{k}{R} \sqrt{\frac{G_c}{D\chi\bar{\chi}}} e^{\frac{1}{2}-\alpha} \quad \text{Eq. 1.34}$$

Cette relation met en évidence le rôle de l'épaisseur de colle sur la force d'amorçage lorsque l'on se place dans une structure en présence d'une fissure initiale. Ainsi, on remarque que sachant que $\alpha > \frac{1}{2}$, la force d'amorçage diminue lorsque l'épaisseur du joint augmente.

4. Résultats dans le cadre d'une structure en présence d'une fissure interfaciale

4.1. Cas d'application d'un collage verre/résine époxy

Afin de déterminer la force d'amorçage pour chaque épaisseur de colle, d'après l'Eq. 1.34, les calculs de D et χ ont été nécessaires (Table 20).

D (MPa ⁻¹)	χ
52,84	$\chi = 0,265 + i0,162$

Table 20. Valeurs de D et χ

Ainsi, en appliquant l'expression de la force d'amorçage donnée dans l'Eq. 1.34 au cas de l'assemblage verre/résine époxy étudié dans la section 2.2, on observe que plus la colle est épaisse, plus la force d'amorçage diminue (Figure 37), ce qui est en accord qualitativement avec les résultats expérimentaux. Ce résultat attribue un rôle contraire à l'épaisseur de colle par rapport au résultat dans le cadre de la structure idéalisée. La raison de cette inversion de rôle réside majoritairement dans le passage de l'exposant de la singularité β au point 0 valant 0,692 à l'exposant $\frac{1}{2} \pm i\Omega$ au point 0'' valant la partie réelle de cet exposant complexe, à savoir 0,5. Finalement, on peut donc en déduire que la prise en compte d'un défaut initial permet de traduire qualitativement le rôle de l'épaisseur de colle sur l'amorçage de manière satisfaisante. En l'absence de données expérimentales sur l'évolution de la force d'amorçage en fonction de l'épaisseur de colle dans le cas étudié ici, une comparaison a été menée avec un assemblage acier/colle époxy.

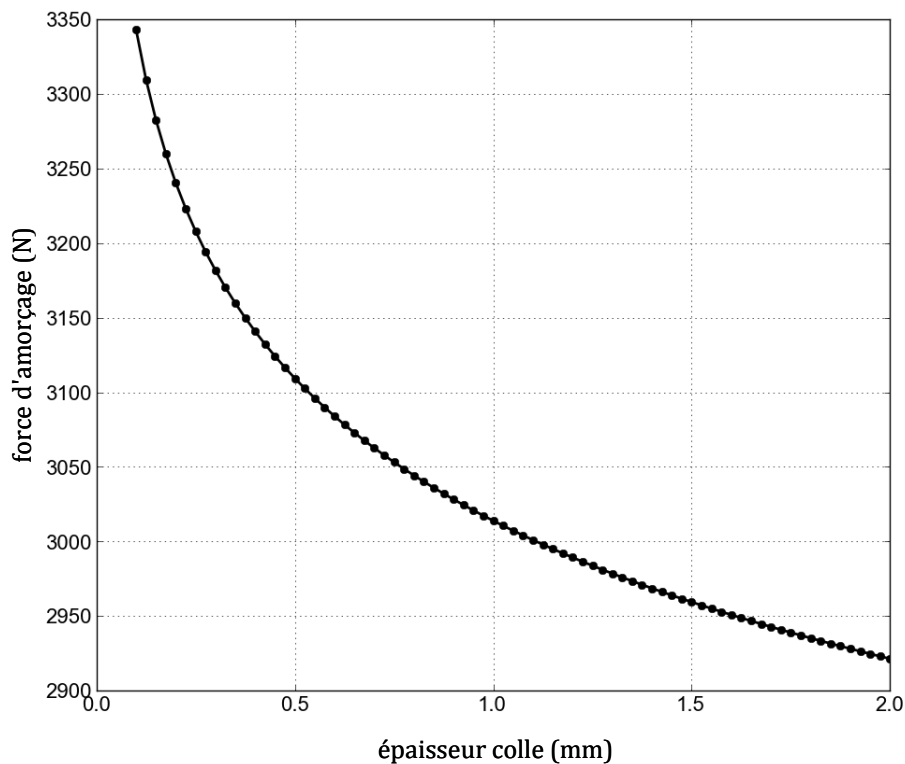


Figure 37. Evolution de la force d'amorçage en fonction de l'épaisseur de colle dans le cadre d'une structure avec présence d'une fissure initiale

4.2. Cas d'application d'un collage acier/colle époxy

Afin de déterminer si la prise en compte d'un défaut initial permet quantitativement de déterminer de manière satisfaisante la force d'amorçage en fonction de l'épaisseur de colle, la même démarche que dans le cas de l'assemblage verre/résine époxy a été appliquée au collage acier/colle fragile AV138. En effet, d'après l'Eq. 1.34, la relation entre la force d'amorçage et l'épaisseur de colle peut être ramenée à :

$$F_c^{(fissure)} = \frac{\Lambda}{e^{\alpha - \frac{1}{2}}} \quad \text{Eq. 1.35}$$

où le coefficient Λ est un facteur qui permet de recalibrer la force d'amorçage calculée pour une épaisseur de colle de 0,2 mm sur la valeur expérimentale de la force d'amorçage pour cette même épaisseur de colle. Le but est ici de vérifier si la tendance de l'évolution de la force d'amorçage s'inscrit quantitativement dans la dispersion des valeurs expérimentales. Recalibrer la force d'amorçage calculée sur la force expérimentale pour la plus petite épaisseur de colle nous semble être le plus pertinent en raison des limites de l'approche asymptotique ne s'appliquant qu'à de « petits » paramètres.

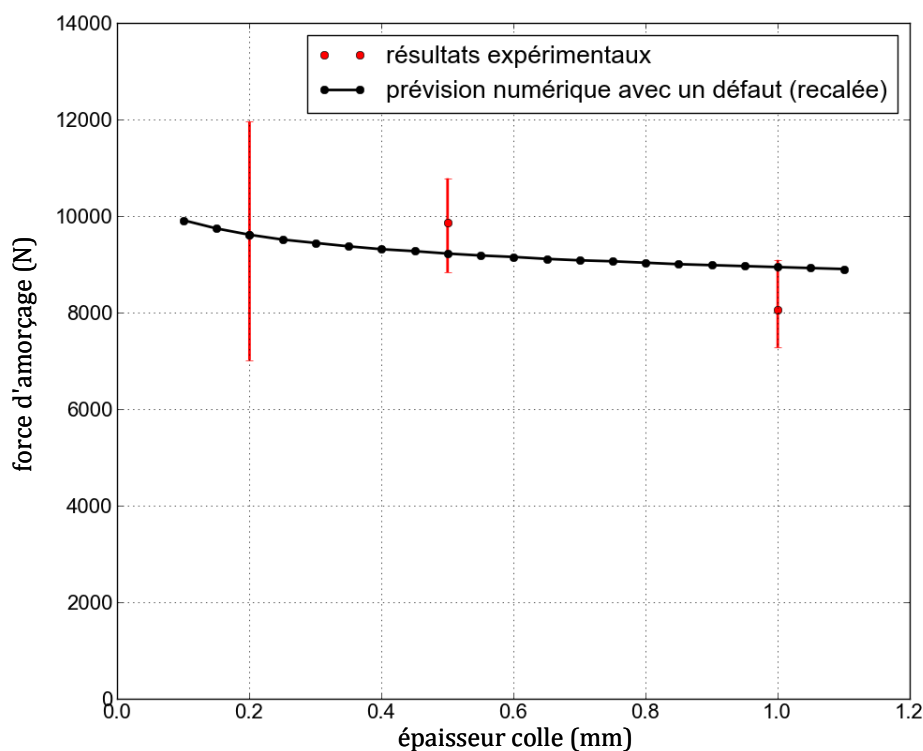


Figure 38. Comparaison essai/calcul de l'évolution de la force d'amorçage en fonction de l'épaisseur de colle dans le cadre d'une structure avec présence d'une fissure initiale

On observe finalement que quantitativement, les résultats obtenus avec le critère couplé par le biais des développements asymptotiques pour les épaisseurs de colle de 0,5 mm et 1 mm s'inscrivent dans la dispersion des valeurs expérimentales au recalage près.

Une comparaison de l'influence de l'épaisseur de colle sur la force d'amorçage entre les deux cadres d'étude considérés est nécessaire afin d'évaluer les apports de la prise en compte d'un défaut initial.

5. Comparaison de l'influence de l'épaisseur de colle sur l'amorçage selon le cadre d'étude

Afin de comparer l'influence de l'épaisseur de colle sur la force d'amorçage entre les deux cas d'étude dans les sections 2 et 4, la comparaison a été effectuée dans le cas de la structure verre/résine époxy.

En superposant les deux résultats contradictoires obtenus dans deux cadres différents (Figure 39), on observe que la force d'amorçage d'un collage imparfait (présence d'une fissure initiale dans la structure) est plus élevée que la force d'amorçage d'un collage parfait (cas de la structure idéalisée) pour des petites épaisseurs de colle mais est moins élevée à partir d'une certaine épaisseur de colle. Cela signifie que l'assemblage collé est sensible à la taille du défaut pour une longueur de fissure initiale donnée $\ell_0 = \frac{e}{2}$ dans le cas du collage imparfait.

Ainsi, pour une longueur de fissure initiale donnée $\ell_0 = \frac{e}{2}$, il apparaît qu'il existe une longueur de fissure en dessous de laquelle le défaut n'a pas d'influence sur la tenue de la structure et au-dessus de laquelle il lui est néfaste.

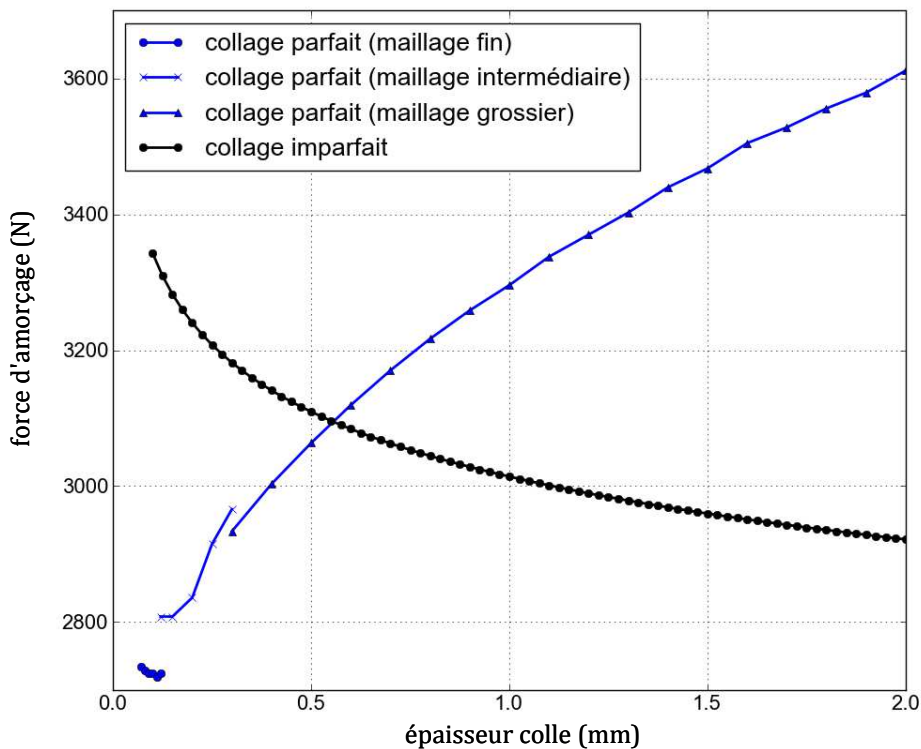


Figure 39. Comparaison de l'évolution de la force d'amorçage en fonction de l'épaisseur de colle entre un collage considéré parfait et un collage considéré imparfait

Afin de déterminer la longueur de fissure initiale en dessous de laquelle cette dernière n'a plus d'influence sur la force d'amorçage, une étude de sensibilité à la longueur de la fissure a été menée. Pour cela, la longueur s'exprimant en fonction du facteur d'intensité de contrainte généralisé complexe χ , déterminons de combien varie ce dernier si la longueur de la fissure varie.

Ainsi, si la longueur de la fissure varie de $\frac{e}{2}$ à $5e$, χ augmente petit à petit de $0,265+i0,162$ à $0,260+i0,198$. Comme χ ne varie pas beaucoup lorsque la longueur de fissure augmente, on peut dire que d'après l'Eq. 1.34, la force d'amorçage dépend majoritairement de l'épaisseur de colle et est insensible à la longueur de fissure.

D'un autre côté, plus petite est la longueur de la fissure, plus la force d'amorçage est élevée comme on peut le constater sur la Figure 34 dans le cadre de l'hypothèse 2. Ainsi, si la longueur d'amorçage est plus petite que l'épaisseur de colle, en suivant un raisonnement analogue à la section 1.5, on obtient :

$$\chi = \kappa \mu^{\beta - \frac{1}{2} - i\epsilon} \eta \quad \text{Eq. 1.36}$$

où η est le facteur d'intensité de contrainte généralisé complexe adimensionné dans le problème intérieur de la Figure 36.

Ainsi, en remplaçant l'expression de χ de l'Eq. 1.36 dans l'Eq. 1.34, on obtient :

$$k_c^{(fissure)} = \frac{1}{\ell^{\beta - \frac{1}{2}}} \frac{e^{\beta - \alpha}}{\kappa} \sqrt{\frac{G_c}{D\eta\bar{\eta}}} \quad \text{Eq. 1.37}$$

On remarque dans cette expression que quand ℓ diminue, $k_c^{(fissure)}$ augmente pour $\beta > \frac{1}{2}$ et peut donc atteindre des valeurs plus élevées encore que celles de $k_c^{(h_{e=\ell})}$ (Eq. 1.19) obtenues en l'absence de défaut. Il est difficile de comparer $k_c^{(fissure)}$ directement avec $k_c^{(h_{e=\ell})}$ car $k_c^{(h_{e=\ell})}$ intègre dans son expression μ_c qui ne peut être connu qu'implicitement grâce à l'Eq. 1.18. C'est pourquoi, on compare $k_c^{(fissure)}$ à $k_c^{(h_{l \ll e})}$ (Eq. 1.22) et $k_c^{(h_{e \ll \ell})}$ (Eq. 1.25).

Pour cela, on isole la longueur de fissure de l'Eq. 1.37, ce qui revient à écrire :

$$\ell_0^{\beta - \frac{1}{2}} \leq \frac{e^{\beta - \alpha}}{\kappa k_c} \sqrt{\frac{G_c}{D\eta\bar{\eta}}} \quad \text{Eq. 1.38}$$

avec ℓ_0 la longueur de fissure en dessous de laquelle le défaut n'a pas d'influence néfaste sur la force d'amorçage.

En comparant la relation dans l'Eq. 1.38 à celle dans l'Eq. 1.22 (dans le cadre de l'hypothèse $k_c^{(h_{e \ll \ell})}$), on a :

$$\ell_0^{\beta-\frac{1}{2}} \leq \frac{1}{K_c} \sqrt{\frac{G_c}{D\eta\bar{\eta}}} \quad \text{Eq. 1.39}$$

avec K_c déterminé par l'Eq. 1.23 et $\eta = 0,902 + i0,276$.

Donc finalement, on en déduit que le modèle est insensible à une taille de défaut inférieure à $\ell_0 = 0,083$ mm.

En comparant la relation dans l'Eq. 1.38 à celle dans l'Eq. 1.22 (dans le cadre de l'hypothèse $k_c^{(h_{e \ll \ell})}$), on a :

$$\ell_0^{\beta-\frac{1}{2}} \leq \frac{1}{\kappa k_c^{(h_{e \ll \ell})}} \sqrt{\frac{G_c}{D\eta\bar{\eta}}} \quad \text{Eq. 1.40}$$

Ainsi, la taille du défaut évolue en fonction de l'épaisseur de colle et cette évolution est donnée dans la Table 21.

e (mm)	0,05	0,075	0,1	0,125	0,15	0,175	0,2
ℓ_0 (mm)	0,016	0,020	0,027	0,033	0,038	0,042	0,047

Table 21. Analyse de sensibilité à la taille du défaut dans le cas d'une épaisseur de colle fine

Dans un premier temps, on remarque que, plus l'adhésif est épais, plus la tolérance à la taille du défaut est élevée. Dans un second temps, on remarque que la longueur de fissure est beaucoup plus petite que l'épaisseur de colle. Or, cela est contraire à l'hypothèse de départ $h_{e \ll \ell}$. Donc, comme on ne vérifie pas *a posteriori* l'hypothèse formulée, on en déduit que les résultats obtenus et résumés dans la Table 21 ne peuvent être vrais. Ainsi la longueur de défaut en dessous de laquelle ce dernier n'a pas d'influence sur l'amorçage est $\ell_0 = 0,083$ mm.

6. Bilan sur les avantages et limites de l'approche par développements asymptotiques du critère couplé

A ce stade, un bilan des avantages et des limites de la mise en œuvre du critère couplé par le biais des développements asymptotiques peut être réalisé. Il ressort alors de ce travail que le principal avantage de cette mise en œuvre du critère couplé réside dans la possibilité de déterminer la force d'amorçage et la longueur d'amorçage grâce à des formulations analytiques tout en ne nécessitant qu'un calcul dans le problème extérieur et un calcul dans le problème intérieur des différentes données nécessaires.

Toutefois, au travers de cette étude, il apparaît que l'utilisation des développements asymptotiques pour déterminer ces formulations analytiques requiert une expertise aigüe difficilement transférable à un Bureau d'Etudes. La difficulté provient des limitations liées intrinsèquement aux hypothèses des développements asymptotiques qui nécessitent une expertise pour garantir leur respect. Parmi ces hypothèses on distingue le respect des ratios $\frac{e}{h}$ et $\frac{\ell}{e}$ qui a été limitant dans le premier cas applicatif (collage acier/colle époxy), et ce d'autant plus que les propriétés de l'adhésif jouent un rôle majeur.

En revanche, à travers l'application des formulations sur des cas concrets, il apparaît que si le transfert en Bureau d'Etudes de l'expertise théorique paraît difficile, une fois les différents outils de calculs nécessaires implémentés, l'utilisation des formulations analytiques présente l'avantage d'être simple et rapide. Se présenterait alors la possibilité d'en faire une méthode utilisable en Bureau d'Etudes.

7. Conclusions

Dans ce chapitre, l'utilisation du critère couplé par le biais des développements asymptotiques a permis d'aboutir aux expressions analytiques donnant la force et la longueur d'amorçage en fonction de l'épaisseur de colle. Ainsi, dans un premier temps, le critère couplé a permis d'étudier une structure dans laquelle le joint est considéré idéalisé. Aussi, en appliquant les formulations analytiques sur deux cas applicatifs (cas d'un collage acier/colle époxy et cas d'un collage verre/résine époxy), il a été démontré que la non-prise en compte d'un défaut dans le modèle ne donne pas lieu à des résultats satisfaisants et amène à des résultats contradictoires avec les résultats expérimentaux quant à l'influence de l'épaisseur de colle sur l'amorçage. C'est pourquoi, dans un second temps, une étude prenant en compte un défaut initial, plus particulièrement une fissure, a été réalisée. Qualitativement, la prise en compte d'une fissure pré-existante dans le joint collé a permis de rendre compte de l'influence de l'épaisseur de colle dans le cas du collage verre/résine époxy. Toutefois, afin de comparer quantitativement les résultats expérimentaux aux prévisions numériques, il a été choisi de recalibrer les résultats obtenus par rapport aux résultats expérimentaux. Ainsi, quantitativement, les résultats issus de l'utilisation des développements asymptotiques après recalage font partie de la dispersion expérimentale mais ne sont pas complètement satisfaisants. Cela est dû aux hypothèses mêmes des développements asymptotiques. Enfin, à travers la comparaison des résultats obtenus dans le cadre d'un collage parfait et d'un collage imparfait, il a été démontré qu'en dessous d'une certaine taille de défaut, la tenue de l'assemblage n'est pas impactée par la présence du défaut. L'ensemble des développements et des résultats de ce chapitre ont fait l'objet d'une publication ([Moradi *et al.*, 2013b]).

Les résultats obtenus avec la mise en œuvre du critère couplé par développements asymptotiques mettent notamment en évidence la nécessité de réaliser les développements pour juger du domaine de validité. Cette observation peut rendre délicate l'utilisation d'une telle approche. Par ailleurs, il a été mis en évidence que la mise en œuvre du critère couplé par développements asymptotiques ne conduit pas à des résultats satisfaisants quantitativement parlant. Aussi la mise en œuvre par post-traitement de calculs par éléments finis du critère couplé peut représenter une alternative intéressante. C'est pourquoi, le chapitre suivant concerne la méthode de mise en œuvre par post-traitement du critère couplé et les résultats obtenus par une telle mise en œuvre.

Chapitre 2

Mise en évidence par le critère couplé de l'influence de l'épaisseur de colle sur l'amorçage par post-traitement d'un calcul par éléments finis

1. Description de la mise en œuvre du critère couplé par post-traitement de calculs par éléments finis .	88
1.1. Deux critères à satisfaire.....	88
1.2. Mise en oeuvre du critère couplé avec la prise en compte de la mixité de mode.....	90
1.3. Méthode de détermination de la force et de la longueur d'amorçage	93
2. Application de la démarche d'exploitation par le critère couplé à l'étude de l'amorçage d'un décollement dans le cas de l'essai SLJ.....	107
2.1. Géométrie, maillage, chargement, conditions aux limites et propriétés matériaux.....	107
2.2. Calculs par éléments finis	109
2.3. Exploitation de la simulation	110
2.4. Résultats concernant l'influence de l'épaisseur de colle sur l'amorçage avec une approche par critères simples.....	117
2.5. Résultats concernant l'influence de l'épaisseur de colle sur l'amorçage avec une approche par critères prenant en compte la mixité de mode.....	121
3. Bilan sur les avantages et limites de l'approche par post-traitement d'un calcul éléments finis du critère couplé.....	126
4. Conclusions.....	127

Dans le chapitre précédent, la mise en œuvre du critère couplé par développements asymptotiques a été étendue, grâce à la prise en compte de l'épaisseur de colle, pour la prévision de l'amorçage d'un décollement dans un assemblage collé. Plusieurs développements ont été proposés à partir de l'étude d'un essai « Single Lap Joint » (SLJ) pour répondre aux différents cas de figure possibles entre l'épaisseur de colle et la longueur d'amorçage ($e \approx \ell$, $\ell \ll e$ et $e \ll \ell$). Les principaux résultats obtenus démontrent les domaines de validité de ces différents développements ainsi que le caractère prédictif qualitativement de ces derniers pour deux géométries différentes (sans défaut et avec défaut). Néanmoins, les prévisions quantitatives n'apparaissent pas satisfaisantes. L'une des raisons envisageables est la non-prise en compte de l'effet de la mixité de mode sur les propriétés interfaciales. De plus, cette mise en œuvre du critère couplé requiert de réaliser les développements pour chaque nouveau cas d'étude sans connaître au préalable le domaine de validité de ces derniers, ce qui semble une limitation importante pour une utilisation au sein d'un Bureau d'Etudes industriel.

Pour répondre à ces limitations, une alternative semble disponible : la mise en œuvre du critère couplé par post-traitement de calculs par éléments finis. Aussi, l'objectif de ce chapitre consiste à comparer les résultats obtenus avec les deux mises en œuvre possibles pour déterminer le niveau d'équivalence ainsi que de complémentarité de ces approches. Pour cela, dans un premier temps, la démarche d'exploitation mise en œuvre est détaillée. Dans un deuxième temps, cette démarche est appliquée au cas de l'essai SLJ afin de prévoir l'amorçage d'un décollement. Enfin, un bilan des avantages et limites de cette mise en œuvre est proposé.

1. Description de la mise en œuvre du critère couplé par post-traitement de calculs par éléments finis

Dans le but de décrire la mise en œuvre du critère couplé par post-traitement d'un calcul par éléments finis, le critère en contrainte et le critère en énergie sur lesquels s'appuie cette approche seront rappelés dans une première partie afin de définir les ingrédients essentiels à l'étude des résultats de calculs par éléments finis (EF). Dans un deuxième temps, la procédure d'exploitation de ces ingrédients par le critère couplé sera développée en insistant sur les améliorations proposées notamment pour tenir compte de l'évolution des propriétés de l'interface en fonction de la mixité de mode du chargement vue par cette dernière. Précisons que, dans ce cadre, l'on formule l'hypothèse des déformations planes dans l'ensemble de cette étude.

1.1. Deux critères à satisfaire

La première condition à satisfaire est un critère en contrainte. Ce dernier repose sur la comparaison de la contrainte σ le long de l'interface à la résistance interfaciale σ_c de la colle :

$$\sigma \geq \sigma_c \quad \text{Eq. 2.1}$$

Cette inéquation doit être vérifiée tout le long de la longueur d'amorçage. En pratique, le champ de contrainte σ est déterminé à l'aide d'un calcul élastique à chargement imposé (à déplacement imposé) sur une structure non-fissurée. Les contraintes obtenues aux points de Gauss dans les éléments adjacents à l'interface à laquelle l'amorçage de la fissure est supposé sont ensuite extrapolées aux nœuds de cette interface.

La seconde condition à satisfaire est un critère en énergie. Pour établir le critère en énergie, on considère deux états d'une même structure chargée. L'état initial est considéré statique et à l'équilibre, ce qui implique que la jonction est caractérisée par une énergie cinétique nulle $W_k = 0$ et par une énergie potentielle W_p . Dans son état final, cette même jonction collée est toujours considérée dans un état statique et à l'équilibre mais dans laquelle une fissure s'est amorcée. S'ensuit alors le bilan énergétique établi suivant entre ces deux états :

$$\delta W_p + \delta W_k + G_c \delta \mathcal{S} = 0 \quad \text{Eq. 2.2}$$

avec δW_p la variation d'énergie potentielle, δW_k la variation d'énergie cinétique, G_c la ténacité (énergie de rupture par unité de surface ou encore taux de restitution d'énergie critique) et δS la nouvelle surface créée par la fissure. L'état initial étant statique, $\delta W_k \geq 0$. D'où, la condition de rupture nous permettant d'obtenir la forme incrémentale du critère en énergie qui s'écrit :

$$-\frac{\delta W_p}{\delta S} = G_{inc} \geq G_c \quad \text{Eq. 2.3}$$

où G_{inc} est le taux de restitution d'énergie incrémental (aussi appelé énergie incrémentale) qui dépend du chargement, de la géométrie et des propriétés matériaux. En pratique, ce taux de restitution d'énergie incrémental est évalué en post-traitement de calculs élastiques linéaires par EF grâce à l'Eq. 2.4, autant de calculs que de longueurs de fissure étudiées étant nécessaires.

$$G_{inc}(\ell) = -\frac{W_p(\ell) - W_p(0)}{\ell t} \quad \text{Eq. 2.4}$$

avec $W_p(\ell)$ l'énergie avec une fissure de longueur ℓ , $W_p(0)$ l'énergie sans fissure et t la largeur de l'éprouvette. Lors du calcul de l'énergie incrémentale $G_{inc}(\ell)$, pour l'exact respect de la longueur de fissure souhaitée, notons qu'une attention particulière doit être portée sur la précision avec laquelle il est nécessaire de récupérer les coordonnées des nœuds de l'interface.

Une première approche pour évaluer la rupture consiste à comparer d'une part le champ de contrainte σ à la résistance interfaciale σ_c en mode pur (Z_t pour le mode I et S_c pour le mode II), et d'autre part, le taux de restitution d'énergie incrémental G_{inc} à la ténacité G_c (G_{I_c} pour le mode I et G_{II_c} pour le mode II). On fera référence à cette approche en la désignant comme approche par des critères simples. Cette vision adoptée lors de l'étude par le critère couplé par le biais des développements asymptotiques dans le chapitre 1 n'a pas permis d'être en accord avec les résultats expérimentaux quantitativement parlant. Aussi, il semble nécessaire de s'interroger sur la pertinence de ces valeurs alors que le chargement responsable de l'amorçage d'une fissure est généralement en mode mixte. Par ailleurs, au vu de l'évolution des résistances interfaciales observée expérimentalement dans la bibliographie (voir section 1.4), la prise en compte de la mixité de mode semble une amélioration nécessaire pour prévoir l'amorçage.

1.2. Mise en oeuvre du critère couplé avec la prise en compte de la mixité de mode

1.2.1. Critères de rupture en contrainte et en énergie

Pour la prise en compte de la mixité de mode par un critère en contrainte, un critère du type de celui proposé par Hashin ([Hashin, 1980]) (Eq. 2.5) a été choisi.

$$\left(\frac{\langle \sigma_{22} \rangle_+}{Z_t} \right)^m + \left(\frac{\tau_{12}}{S_c} \right)^m \geq 1 \quad \text{Eq. 2.5}$$

où m est un paramètre de forme, σ_{22} la contrainte normale et τ_{12} la contrainte de cisaillement hors-plan. Le crochet de Macaulay $\langle \cdot \rangle_+$ est défini par : $\langle x \rangle_+ = \max\{0, x\}$.

Il est classique, notamment pour l'étude du délaminage ou d'une manière plus générale pour les critères de rupture, d'avoir recours à des critères puissance ou nommés « power law » (noté power law par la suite) ([Whitcomb, 1984]) ou à celui de Benzeggagh et Kenane (noté BK par la suite) ([Benzeggagh and Kenane, 1996]).

Le critère power law en 2D s'écrit sous la forme suivante :

$$\left(\frac{G_I}{G_{I_c}} \right)^\gamma + \left(\frac{G_{II}}{G_{II_c}} \right)^\gamma = 1 \quad \text{Eq. 2.6}$$

où γ est un paramètre de forme, G_I est le taux de restitution d'énergie selon le mode I et G_{II} est le taux de restitution d'énergie selon le mode II.

Le critère BK a quant à lui pour expression de G_c :

$$G_c = G_{I_c} + (G_{II_c} - G_{I_c}) \left(\frac{G_{II}}{G_I + G_{II}} \right)^\eta \quad \text{Eq. 2.7}$$

où η est un paramètre de forme.

Le critère en contrainte de l'Eq. 2.5 ressemblant dans sa formulation à celle du critère en énergie power law (Eq. 2.6), par commodité, il y sera fait référence en le nommant power law également par la suite. Toutefois, la distinction entre ce critère en contrainte power law et le critère en énergie power law sera faite par la mention de leur paramètre de forme respectif m et η .

1.2.2. Proposition d'une définition de la mixité de mode

La mixité de mode permet de quantifier la part de mode I et la part de mode II vues par l'interface lors de l'amorçage. Tran *et al.* ([Tran *et al.*, 2012]) ont proposé d'étendre le critère couplé en prenant en compte la mixité de mode dans ce dernier par le biais des développements asymptotiques pour prévoir l'amorçage d'une fissure dans une éprouvette entaillée en V sous des chargements en mode mixte. Toutefois, pour étudier l'amorçage d'un décollement, il a été choisi de prendre en compte facilement cette mixité de mode dans la mise en œuvre du critère couplé par post-traitement de calculs par EF. Par ailleurs, comme l'on cherche à comparer l'approche par le critère couplé à l'approche par les modèles de zone cohésive (noté MZC par la suite), la mixité de mode définie ici est proposée par mimétisme sur la mixité de mode définie pour les MZC.

Précisons que la notion de mixité de mode déjà présente dans les MZC s'appuie sur un angle de mixité défini comme :

$$\sin(\varphi_{MZC}) = \frac{u_{t,1}}{\delta} = \frac{u_{t,1}}{\sqrt{\langle u_n \rangle_+^2 + u_{t,1}^2}} \quad \text{Eq. 2.8}$$

où l'angle φ_{MZC} représente la contribution de la contrainte de cisaillement hors-plan par rapport au saut de déplacement total δ s'exprimant par $\delta = \sqrt{\langle u_n \rangle_+^2 + u_{t,1}^2}$ (voir Figure 40), et, $[u_n]$ (respectivement $[u_{t,1}]$) est le saut de déplacement selon le mode I (respectivement selon le mode II).

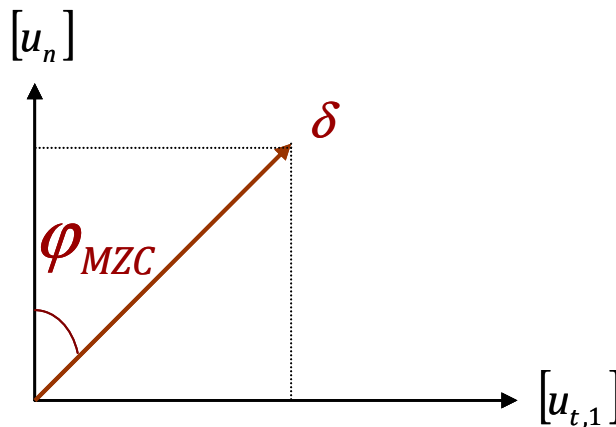


Figure 40. Illustration de l'angle φ_{MZC} par rapport aux sauts de déplacement

Toutefois, notons qu'il n'existe pas de définition mathématique arrêtée de la mixité de mode. En supposant la raideur interfaciale du MZC K_{MZC} similaire quelle que soit la mixité de mode, l'Eq. 2.8 devient alors :

$$\sin(\varphi_{MZC}) = \frac{u_{t,i}}{\sqrt{\langle u_n \rangle_+^2 + u_{t,1}^2}} \times \frac{K_{MZC}}{K_{MZC}} = \frac{\tau_{12}}{\|\sigma\|} \quad \text{Eq. 2.9}$$

où $\|\sigma\| = \sqrt{\langle \sigma_{22} \rangle^2 + (\tau_{12})^2}$ est la norme des contraintes hors-plan.

Aussi, on suppose ici que la mixité de mode s'appliquant à la démarche par le critère couplé (CC) est définie en pointe de fissure par l'expression suivante :

$$\sin(\varphi_{CC}) = \frac{\tau_{12}}{\|\sigma\|} \quad \text{Eq. 2.10}$$

où φ_{CC} est l'angle tel que repéré sur la Figure 41.

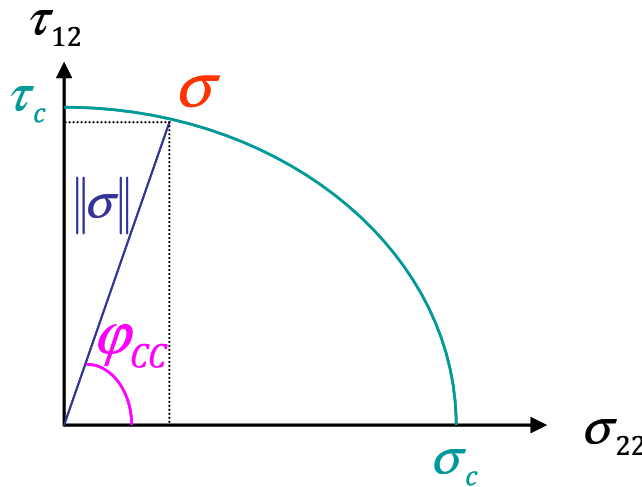


Figure 41. Illustration de l'angle φ_{CC} par rapport aux contraintes hors-plan

Le choix de définir cette mixité en pointe de fissure a été motivé par la simplicité d'application. Toutefois, le choix aurait pu être différent. En effet, il aurait notamment été possible de proposer par exemple que la mixité soit définie par sa moyenne le long de la fissure.

Ayant défini les critères en contrainte et en énergie, il est à présent possible de déterminer le chargement provoquant l'amorçage du décollement, soit la force d'amorçage, et la longueur de fissure associée, soit la longueur d'amorçage.

1.3. Méthode de détermination de la force et de la longueur d'amorçage

1.3.1. Facteur proportionnel au chargement nécessaire pour remplir le critère en contrainte

D'un côté, on définit $f_{p\sigma}$ comme étant le facteur proportionnel au chargement nécessaire pour remplir le critère en contrainte. Ainsi, ce facteur s'exprime par :

$$f_{p\sigma} = \frac{\sigma_c}{\sigma} \quad \text{Eq. 2.11}$$

Dans le cas d'un critère simple, on obtient les expressions de $f_{p\sigma}$ dans l'Eq. 2.16 avec $\sigma = \sigma_{22}$ et $\sigma_c = Z_t$ en mode I, et $\sigma = |\tau_{12}|$ et $\sigma_c = S_c$ en mode II.

Dans le cas où le critère en contrainte prend en compte la mixité de mode comme le critère en contrainte power law, d'après la Figure 41, on a :

$$\begin{cases} \sigma_{22} = \sigma \times \cos(\varphi_{cc}) \\ \tau_{12} = \sigma \times \sin(\varphi_{cc}) \end{cases} \quad \text{Eq. 2.12}$$

Ainsi, si on applique les expressions de l'Eq. 2.12 à l'Eq. 2.5, on peut écrire :

$$\left(\frac{\sigma \cos(\varphi_{cc})}{Z_t} \right)^m + \left(\frac{\sigma \sin(\varphi_{cc})}{S_c} \right)^m \geq 1 \quad \text{Eq. 2.13}$$

Puis, on a :

$$\sigma \geq \frac{1}{\left(\left(\frac{\cos(\varphi_{cc})}{Z_t} \right)^m + \left(\frac{\sin(\varphi_{cc})}{S_c} \right)^m \right)^{\frac{1}{m}}} \quad \text{Eq. 2.14}$$

Ainsi, lorsque $\sigma = \sigma_c$, on obtient :

$$\sigma_c = \frac{1}{\left(\left(\frac{\cos(\varphi_{cc})}{Z_t} \right)^m + \left(\frac{\sin(\varphi_{cc})}{S_c} \right)^m \right)^{\frac{1}{m}}} \quad \text{Eq. 2.15}$$

En remplaçant σ_c dans l'Eq. 2.11 par son expression dans l'Eq. 2.15, le facteur $f_{p\sigma}$ s'écrit tel que dans l'Eq. 2.17 dans le cas d'un critère en contrainte prenant en compte la mixité de mode.

$$\begin{aligned} & \text{Avec un critère de rupture en} & f_{p\sigma} = \frac{Z_t}{\sigma_{22}} \text{ en mode I} \\ & \text{contrainte simple} & \\ & & f_{p\sigma} = \frac{S_c}{|\tau_{12}|} \text{ en mode II} \end{aligned} \quad \text{Eq. 2.16}$$

$$\begin{aligned} & \text{Avec un critère de rupture en} & f_{p\sigma} = \frac{1}{\sigma \times \left(\left(\frac{\cos(\varphi_{cc})}{Z_t} \right)^m + \left(\frac{\sin(\varphi_{cc})}{S_c} \right)^m \right)^{\frac{1}{m}}} \\ & \text{contrainte power law} & \end{aligned} \quad \text{Eq. 2.17}$$

Table 22. Expressions du facteur proportionnel au chargement $f_{p\sigma}$ nécessaire pour remplir le critère en contrainte suivant le critère de rupture considéré

1.3.2. Facteur proportionnel au chargement nécessaire pour remplir le critère en énergie

De l'autre côté, on définit f_{pG} comme étant le facteur proportionnel au chargement nécessaire pour remplir le critère en énergie. Ainsi, avec un critère en énergie simple, ce facteur s'exprime de la manière suivante :

$$f_{pG} = \sqrt{\frac{G_c}{G_{inc}}} \quad \text{Eq. 2.18}$$

Dans le cas d'un critère en énergie simple, ce facteur f_{pG} s'écrit tel que dans l'Eq. 2.25 avec $G_c = G_{Ic}$ en mode I, et $G_c = G_{IIc}$ en mode II.

Dans le cas où le critère en énergie prend en compte la mixité de mode, les taux de restitution d'énergie selon les modes de rupture peuvent s'écrire comme :

$$\begin{cases} G_I = K_{MZC} u_n^2 = \left(\frac{K_{MZC} u_n}{K_{MZC}} \right)^2 = \frac{\sigma_{22}^2}{K_{MZC}} \\ G_{II} = K_{MZC} u_t^2 = \left(\frac{K_{MZC} u_t}{K_{MZC}} \right)^2 = \frac{\tau_{12}^2}{K_{MZC}} \end{cases} \quad \text{Eq. 2.19}$$

Or :

$$\begin{cases} \sigma_{22} = \sigma \cos(\varphi_{cc}) = K_{MZC} u \cos(\varphi_{cc}) \\ \tau_{12} = \sigma \sin(\varphi_{cc}) = K_{MZC} u \sin(\varphi_{cc}) \end{cases} \quad \text{Eq. 2.20}$$

L'Eq. 2.19 s'écrit alors :

$$\begin{cases} G_I = \frac{(K_{MZC} u \cos(\varphi_{cc}))^2}{K_{MZC}} = K_{MZC} u^2 \cos^2(\varphi_{cc}) = G_{inc} \cos^2(\varphi_{cc}) \\ G_{II} = \frac{(K_{MZC} u \sin(\varphi_{cc}))^2}{K_{MZC}} = K_{MZC} u^2 \sin^2(\varphi_{cc}) = G_{inc} \sin^2(\varphi_{cc}) \end{cases} \quad \text{Eq. 2.21}$$

Pour le cas particulier où le critère en énergie est celui de l'Eq. 2.6, cette équation devient :

$$\left(\frac{G_{inc} \cos^2(\varphi_{cc})}{G_{I_c}} \right)^\gamma + \left(\frac{G_{inc} \sin^2(\varphi_{cc})}{G_{II_c}} \right)^\gamma \geq 1 \quad \text{Eq. 2.22}$$

D'où :

$$G_{inc} \geq \frac{1}{\left(\left(\frac{\cos^2(\varphi_{cc})}{G_{I_c}} \right)^\gamma + \left(\frac{\sin^2(\varphi_{cc})}{G_{II_c}} \right)^\gamma \right)^{\frac{1}{\gamma}}} \quad \text{Eq. 2.23}$$

Donc lorsque $G_{inc} = G_c$, on a :

$$G_c = \frac{1}{\left(\left(\frac{\cos^2(\varphi_{cc})}{G_{I_c}} \right)^\gamma + \left(\frac{\sin^2(\varphi_{cc})}{G_{II_c}} \right)^\gamma \right)^{\frac{1}{\gamma}}} \quad \text{Eq. 2.24}$$

Ainsi, en remplaçant G_c dans l'Eq. 2.18 par son expression dans l'Eq. 2.24, le facteur f_{pG} s'écrit tel que dans l'Eq. 2.26 dans le cas du critère en énergie power law.

Enfin, dans le cas du critère en énergie BK de l'Eq. 2.7, le facteur f_{pG} s'écrit tel que dans l'Eq. 2.27.

Finalemment, dans la Table 23 sont résumées les expressions de ce facteur proportionnel au chargement nécessaire pour remplir le critère en énergie f_{pG} en utilisant un critère en énergie simple (Eq. 2.25), ou un critère en énergie power law (Eq. 2.26) ou encore le critère en énergie BK (Eq. 2.27).

Avec un critère en énergie simple	$f_{pG} = \sqrt{\frac{G_{Ic}}{G_{inc}}} \text{ en mode I}$	Eq. 2.25
-----------------------------------	--	----------

	$f_{pG} = \sqrt{\frac{G_{IIc}}{G_{inc}}} \text{ en mode II}$	
--	--	--

Avec un critère en énergie power law	$f_{pG} = \sqrt{\frac{1}{G_{inc} \left(\left(\frac{\cos^2(\varphi_{cc})}{G_{Ic}} \right)^\gamma + \left(\frac{\sin^2(\varphi_{cc})}{G_{IIc}} \right)^\gamma \right)^{\frac{1}{\gamma}}}}$	Eq. 2.26
--------------------------------------	--	----------

Avec un critère en énergie BK	$f_{pG} = \sqrt{\frac{G_{Ic} + (G_{IIc} - G_{Ic}) \left(\frac{G_{II}}{G_I + G_{II}} \right)^\eta}{G_{inc}}}$	Eq. 2.27
-------------------------------	---	----------

Table 23. Expressions du facteur proportionnel au chargement f_{pG} nécessaire pour remplir le critère en énergie suivant le critère considéré

1.3.3. Détermination de la force et de la longueur d'amorçage

Afin de déterminer la force et la longueur d'amorçage, l'objectif est de rechercher le chargement le plus faible permettant de vérifier les critères en contrainte et en énergie et donnant la longueur d'amorçage la plus faible. En pratique, ce chargement va être déterminé à partir des données d'entrée de l'exploitation par le critère couplé, que sont le champ de contrainte σ et l'énergie incrémentale G_{inc} , grâce aux facteurs proportionnels au chargement $f_{p\sigma}$ et f_{pG} déterminés pour remplir respectivement les critères en contrainte et en énergie. Quand les deux critères sont remplis, le facteur proportionnel au chargement critique f_{pc} obtenu permet de déduire la force d'amorçage $F_{amorçage}$ telle que :

$$F_{amorçage} = f_{pc} \times F_{imposée} \tag{Eq. 2.28}$$

avec $F_{imposée}$ étant la force imposée lors du calcul par EF.

Dans un premier temps, illustrons la recherche du chargement nécessaire pour déterminer la force et la longueur d'amorçage sur un cas simple où il existe une unique intersection entre les courbes d'évolution de G_{inc} et de σ (Figure 42). Notons ici que l'axe des abscisses représente la distance à partir du bord droit de la géométrie du SLJ à l'interface étudiée.

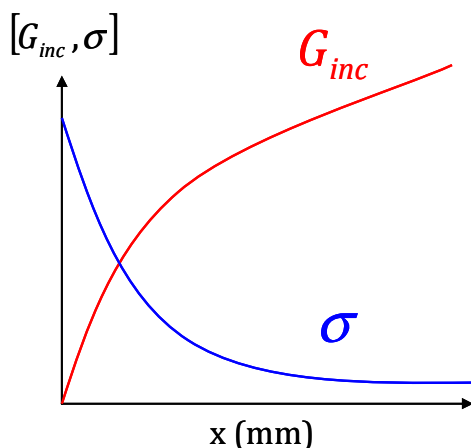


Figure 42. Evolutions de l'énergie incrémentale et du champ de contrainte le long de l'interface étudiée (cas avec une intersection)

Sur ce cas simple, lorsque la mixité de mode n'est pas prise en compte dans les critères en contrainte et en énergie, d'après les Eq. 2.16 et Eq. 2.25, le passage de G_{inc} et de σ respectivement aux facteurs f_{pG} et $f_{p\sigma}$ aboutit à la situation illustrée sur la Figure 43.

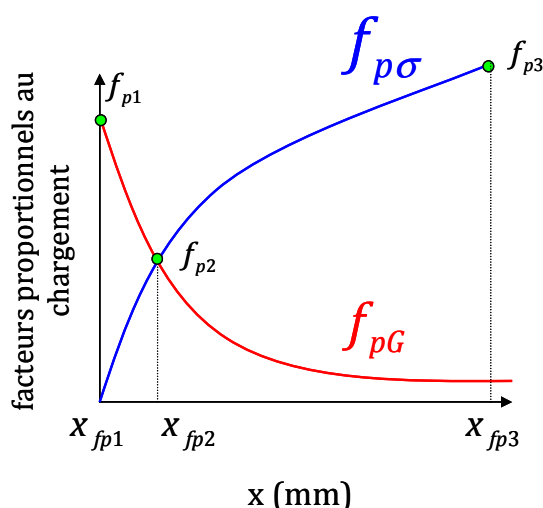


Figure 43. Evolutions des facteurs proportionnels au chargement nécessaires pour remplir les critères en contrainte et en énergie le long de l'interface étudiée (cas avec une intersection)

Deux domaines sont alors identifiés. Pour le premier, correspondant à l'intervalle $[x_{fp1}, x_{fp2}]$ le facteur proportionnel au chargement nécessaire pour satisfaire les deux critères (celui en contrainte et celui en énergie) est compris entre f_{p1} et f_{p2} . Notons ici que ce domaine correspond au facteur proportionnel f_{pG} . Au contraire, dans le second domaine, correspondant à l'intervalle $[x_{fp2}, x_{fp3}]$ le facteur proportionnel au chargement nécessaire pour satisfaire les deux critères est compris entre f_{p2} et f_{p3} . Ce domaine correspond au facteur proportionnel $f_{p\sigma}$. Toutefois, rappelons que l'on cherche le facteur proportionnel au chargement permettant de déterminer le chargement le plus faible et donnant la longueur de fissure la plus petite. Aussi, seul le facteur f_{p2} permet de remplir cet objectif. Ainsi, dans ce cas de figure où il existe une intersection, rechercher le facteur proportionnel au chargement critique f_{pc} permettant de déterminer la force et la longueur d'amorçage revient à chercher l'intersection de f_{pG} et $f_{p\sigma}$ et donc de G_{inc} et de σ . Mais qu'en est-il s'il n'existe pas d'intersection ?

Dans un deuxième temps, illustrons donc la recherche de la force et de la longueur d'amorçage lorsqu'il n'existe pas d'intersection entre les courbes d'évolution de l'énergie incrémentale et du champ de contrainte (Figure 44). Le passage de G_{inc} et de σ aux facteurs f_{pG} et $f_{p\sigma}$ grâce aux Eq. 2.16 et Eq. 2.25 est illustré par la Figure 45.

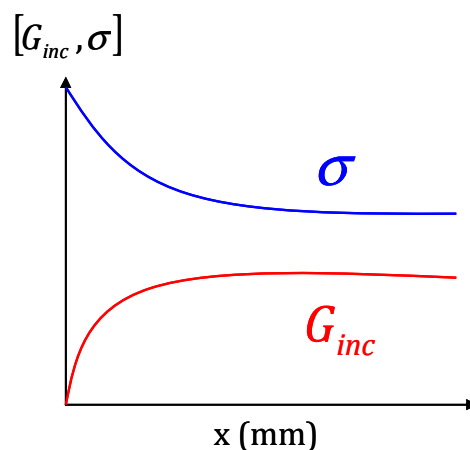


Figure 44. Evolutions de l'énergie incrémentale et du champ de contrainte le long de l'interface étudiée (cas sans intersection)

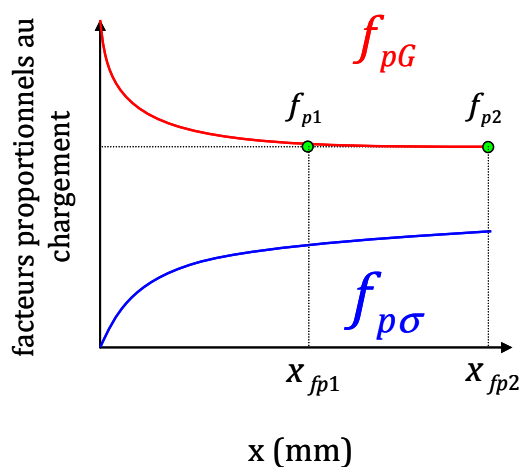


Figure 45. Evolutions des facteurs proportionnels au chargement nécessaires pour remplir les critères en contrainte et en énergie le long de l'interface étudiée (cas sans intersection)

En appliquant le même raisonnement que celui mis en place dans le cas précédent (Figure 43), les facteurs admissibles pour déterminer la force et la longueur d'amorçage sont les valeurs minimales du facteur f_{pG} , c'est-à-dire les valeurs comprises dans l'intervalle $[x_{fp1}, x_{fp2}]$. Dans cet intervalle, le plateau entraîne que $f_{p1} = f_{p2}$. Or, comme on recherche le facteur proportionnel au chargement permettant de déterminer le chargement le plus faible et donnant la longueur de fissure la plus petite, seul f_{p1} convient (donc $f_{pc} = f_{p1}$).

Finalement, dans les deux cas de figure décrits précédemment (qu'il existe une intersection entre G_{inc} et σ ou pas), il est facile de déterminer le facteur proportionnel au chargement critique f_{pc} pour en déduire la force et la longueur d'amorçage. Toutefois, on souhaite proposer une démarche d'exploitation unique qui puisse être applicable quels que soient les champs de contrainte et l'évolution de l'énergie incrémentale afin de prévoir l'amorçage de manière satisfaisante. Or, les évolutions des champs de contrainte et de l'énergie incrémentale ne sont pas nécessairement monotones comme dans les cas précédents. En présence d'une non-monotonie de l'évolution de l'énergie, Martin *et al.* ([Martin and Leguillon, 2004]) considèrent que le critère en énergie est nécessaire rempli au maximum atteint par l'énergie. Leur exploitation de l'énergie se limite donc au domaine avant le premier point d'inflexion rencontré. Dans notre cas, sachant que le champ de contrainte peut également être non-monotone, il apparaît alors que la détermination de la force et de la longueur d'amorçage est n'est pas triviale et qu'il est nécessaire de prendre en compte la non-monotonie de l'énergie incrémentale ainsi que celle du champ de contrainte. Aussi, dans un premier temps, il est indispensable de comprendre les problèmes que pose la non-monotonie à la fois des champs

de contrainte et de l'énergie incrémentale. Pour cela, considérons les cas où les évolutions du champ de contrainte et de l'énergie incrémentale sont non-monotones (Figure 46-a) et Figure 46-b)).

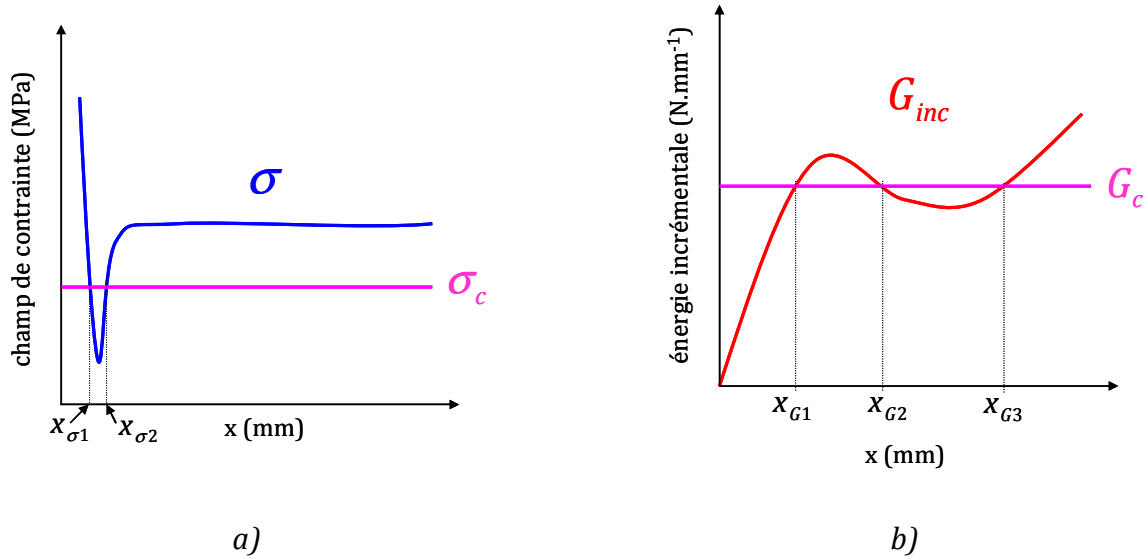


Figure 46. Evolutions non monotones du a) champ de contrainte et de b) l'énergie incrémentale le long de l'interface étudiée

D'un côté, pour une résistance interlaminaire σ_c donnée, la Figure 46-a) met en évidence que le critère en contrainte est rempli avant x_{σ_1} et après x_{σ_2} mais pas dans l'intervalle $]x_{\sigma_1}, x_{\sigma_2}[$. Or, comme cela a déjà été abordé au début de ce chapitre, il est indispensable de garantir que le critère en contrainte est rempli sur toute la longueur d'amorçage de la fissure. Il apparaît alors qu'un tel champ de contrainte non monotone ne permet pas cela si la longueur d'amorçage est supérieure à x_{σ_1} . De l'autre côté, pour une ténacité G_c donnée, la Figure 46-b) met en évidence que le critère en énergie est rempli entre x_{G_1} et x_{G_2} et au-delà de x_{G_3} . Or, entre deux intersections de G_{inc} et G_c , si le critère en contrainte est rempli à la seconde intersection, il l'est nécessairement à la première et, ne doit alors être retenue que la longueur d'amorçage la plus petite soit celle correspondant à la première intersection.

Ces différentes observations rendent l'utilisation du critère couplé délicate lorsque les évolutions du champ de contrainte σ et de l'énergie incrémentale G_{inc} sont non-monotones. C'est pourquoi, dans ces cas complexes, il pourrait être envisagé de stopper l'exploitation de ces données dès que le premier extremum est atteint. Toutefois ce choix contraint fortement la prévision de l'amorçage. En effet, considérons d'abord le cas de la Figure 47, similaire à

celui de la Figure 42 car il existe une intersection entre G_{inc} et σ mais où l'évolution de l'énergie incrémentale est ici non-monotone.

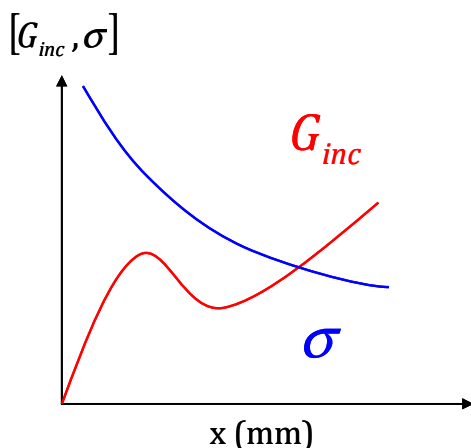


Figure 47. Evolution non-monotone de l'énergie incrémentale et évolution monotone du champ de contrainte le long de l'interface étudiée (cas avec une intersection)

Le passage de G_{inc} et de σ aux facteurs f_{pG} et $f_{p\sigma}$ permet d'illustrer la situation par la Figure 48.

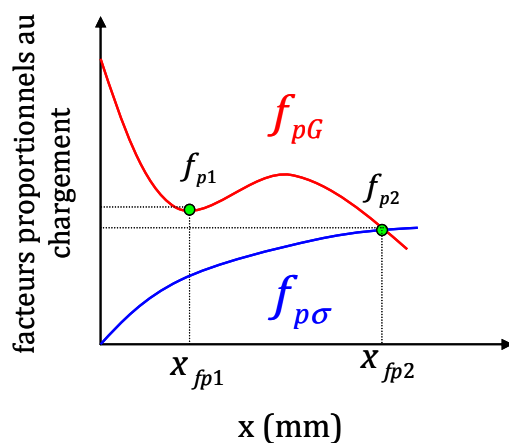


Figure 48. Evolutions des facteurs proportionnels au chargement nécessaires pour remplir les critères en contrainte et en énergie le long de l'interface étudiée quand l'évolution de l'énergie incrémentale est non-monotone (cas avec une intersection)

On remarque que si l'on ne prend pas en compte la non-monotonie, le domaine d'exploitation s'arrête au premier extremum de f_{pG} , ainsi l'amorçage a lieu pour $f_{pc} = f_{p1}$ et la longueur d'amorçage correspond à $\ell_{amorçage} = x_{fp1}$. En revanche, si la non-monotonie est

prise en compte, l'amorçage a lieu pour $f_{pc} = f_{p2}$ et la longueur d'amorçage est $\ell_{amorçage} = x_{fp2}$. Il semble donc essentiel de ne pas stopper l'exploitation au premier extremum rencontré tant les facteurs proportionnels au chargement critiques et les longueurs d'amorçage diffèrent.

Toutefois, pour pouvoir réaliser cette exploitation en présence de non-monotonie, il est indispensable de prendre des précautions, comme soulevé précédemment sur la Figure 46-b). En effet, si l'intersection des facteurs f_{pG} et $f_{p\sigma}$ a lieu après un premier extremum, tel que représenté sur la Figure 49, alors le facteur critique f_{pc} obtenu n'est pas correct puisqu'il ne correspond pas au chargement minimum entraînant l'amorçage (car $f_{pc} > f_{p1}$). Aussi, la solution préconisée pour prendre en compte la non-monotonie est de rendre monotone l'évolution de f_{pG} en minimisant les valeurs de f_{pG} à partir du premier extremum rencontré (Figure 50-a)). Une telle transformation permet d'obtenir les allures de f_{pG} . Souhaitant ne pas alourdir le propos, la démonstration n'est pas répétée par rapport au facteur $f_{p\sigma}$, mais de manière analogue il est également nécessaire de rendre monotone son évolution à cause du problème évoqué précédemment à propos de la Figure 46-a). Pour cela, les valeurs de $f_{p\sigma}$ sont maximisées à partir du premier extremum rencontré (Figure 50-b)). La transformation proposée donne lieu aux allures de $f_{p\sigma}$ illustrées sur la Figure 51.

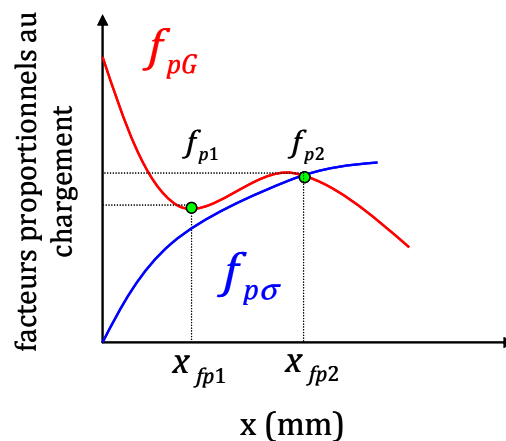


Figure 49. Evolutions des facteurs proportionnels au chargement nécessaires pour remplir les critères en contrainte et en énergie le long de l'interface étudiée quand l'évolution de l'énergie incrémentale est non-monotone (cas avec une intersection après un premier extremum)

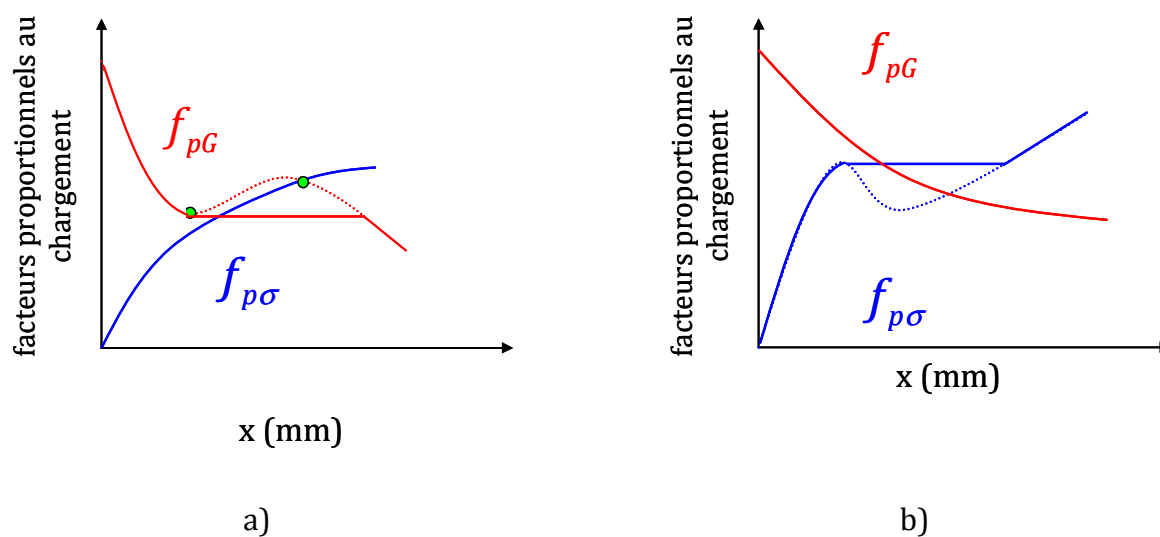
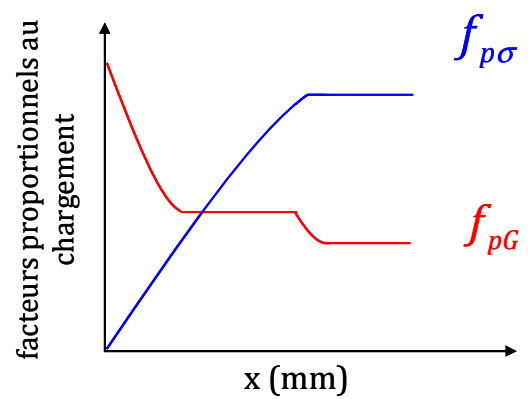
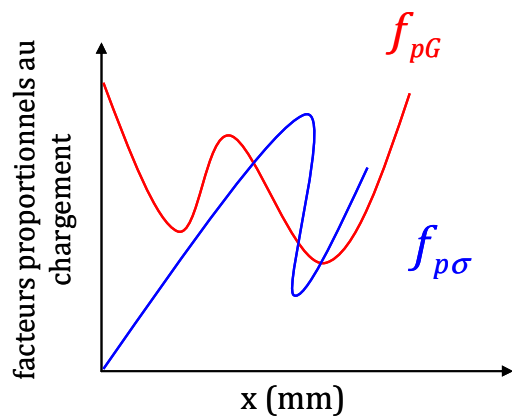
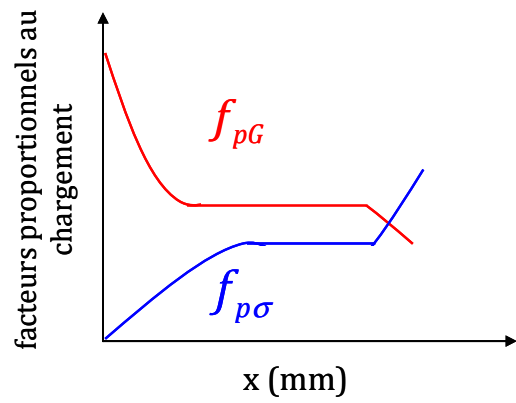
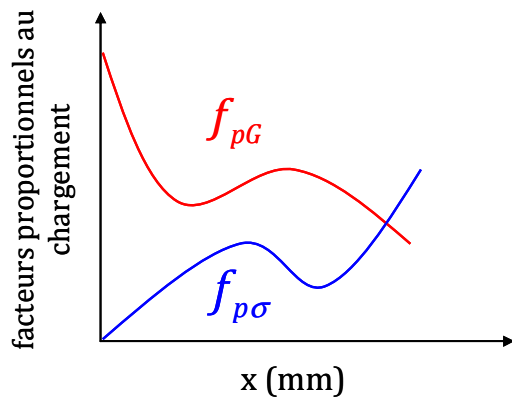
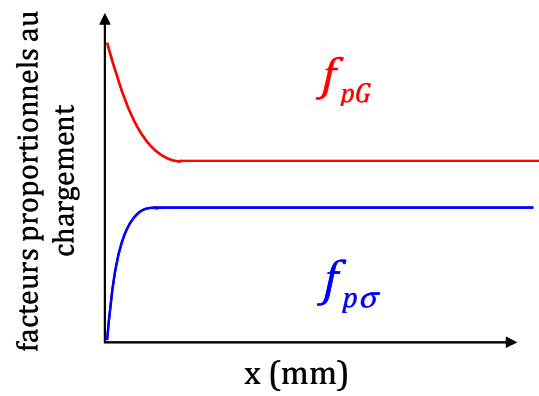
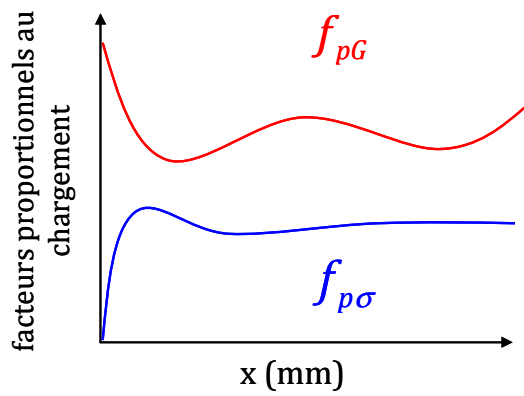


Figure 50. a) Minimisation du facteur proportionnel au chargement nécessaire pour remplir le critère en contrainte et b) maximisation du facteur proportionnel nécessaire pour remplir le critère en énergie le long de l'interface étudiée quand l'évolution de chacun de ces facteurs est non-monotone (cas avec une intersection après un premier extremum)



a)

b)

Figure 51. Transformation a) des évolutions non-monotones de f_{pG} et $f_{p\sigma}$ b) en évolutions monotones

On observe sur la Figure 51 que la prise en compte de la non-monotonie étend l'application de la démarche expliquée précédemment à de nouveaux cas complexes où il existe plusieurs intersections entre f_{pG} et $f_{p\sigma}$.

Enfin, si sans la prise en compte de la mixité de mode dans les critères en contrainte et en énergie, les transformations de f_{pG} et $f_{p\sigma}$ pourraient être réalisées directement sur G_{inc} et σ , cela n'est *a priori* plus le cas quand la mixité de mode est prise en compte. En effet, l'allure générale peut être modifiée lors du passage de G_{inc} à f_{pG} (Figure 52) et lors du passage de σ à $f_{p\sigma}$ quand la mixité de mode est prise en compte dans les critères en contrainte (Eq. 2.17) et en énergie (Eq. 2.26 et Eq. 2.27) des sections 1.3.1 et 1.3.2 car cette mixité peut varier le long de l'interface. Aussi, les raisonnements et les améliorations proposées précédemment sur la prise en compte de la non-monotonie doivent être directement appliqués sur les facteurs de proportionnalité du chargement $f_{p\sigma}$ et f_{pG} .

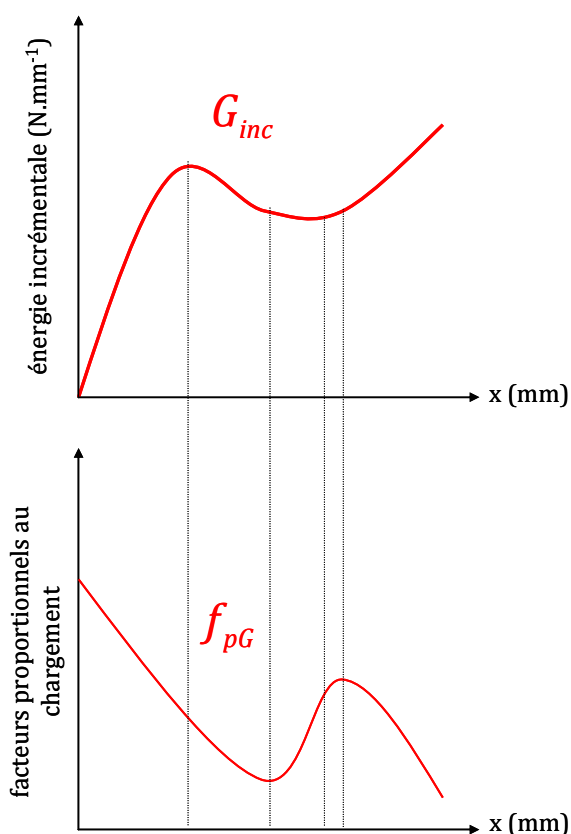


Figure 52. Modification de l'allure générale de la courbe lors du passage de G_{inc} à f_{pG}

Pour conclure, une exploitation du critère couplé pour des cas structuraux a nécessité l'apport d'un certain nombre de développements pour prendre en compte la non-monotonie possible des paramètres exploités (champ de contrainte et énergie incrémentale) ainsi que la

mixité de mode. Dans cette première partie, une extension du critère couplé a été proposée et vise à déterminer l'amorçage y compris pour des cas de chargements complexes en présence d'effets de bord. Afin de démontrer l'intérêt des apports proposés, un essai SLJ est étudié par critère couplé pour différentes épaisseurs de colle.

2. Application de la démarche d'exploitation par le critère couplé à l'étude de l'amorçage d'un décollement dans le cas de l'essai SLJ

2.1. Géométrie, maillage, chargement, conditions aux limites et propriétés matériaux

La géométrie considérée est celle de l'essai SLJ déjà explicitée auparavant. Pour rappel, ces deux figures sont données en Figure 53 et en Figure 31. Afin d'étudier l'influence de l'épaisseur de colle sur l'amorçage, des modélisations avec une épaisseur de joint de colle de 0,2 mm, de 0,5 mm et de 1 mm ont été réalisées.

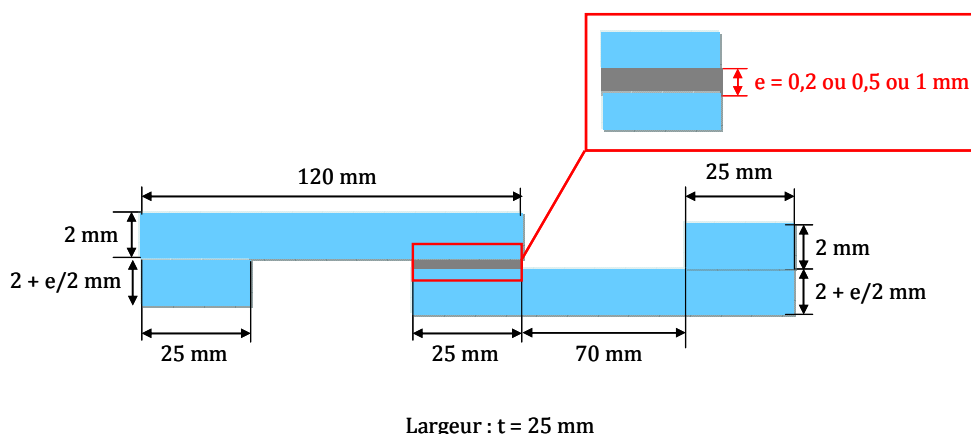


Figure 53. Géométrie de l'essai SLJ telle que dans [da Silva et al., 2006]

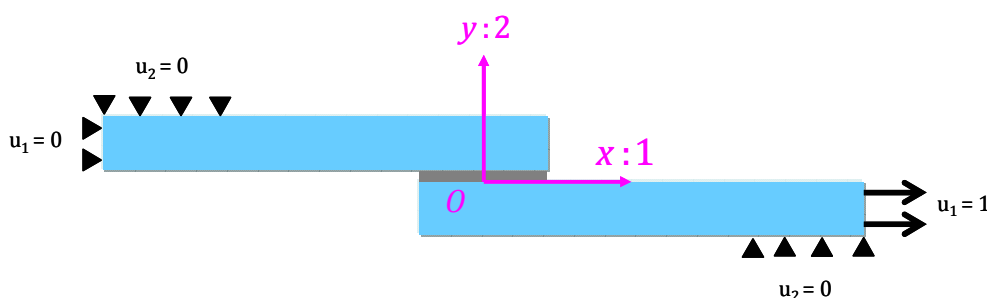


Figure 54. Conditions aux limites les plus représentatives de l'essai SLJ

Sur la Figure 55, on peut voir le maillage de la modélisation en 2D obtenu à partir d'un maillage réalisé avec l'outil de remaillage YAMS de l'INRIA qui a été utilisé pour l'obtention d'un maillage particulièrement fin dans la zone d'intérêt ciblant les trois interfaces

(adhésif/substrat supérieur, au sein de l'adhésif, adhésif/substrat inférieur). Il est à noter qu'outre le maillage très fin au niveau des bords, la taille de maille est la plus régulière possible afin d'avoir une bonne estimation de l'évolution du taux de restitution d'énergie incrémental. La taille de maille dans les zones d'intérêt peut être de l'ordre du micron. Si une taille de maille si fine n'est pas représentative d'un Volume Élémentaire Représentatif (VER), elle est pourtant indispensable à la résolution numérique du problème pour prévoir l'amorçage en raison de la singularité de contrainte dans ces zones d'intérêt. Le maillage est plus grossier pour le reste de la structure. Dans le cas présenté, le maillage contient 1660848 nœuds et 829517 éléments quadratiques triangulaires.

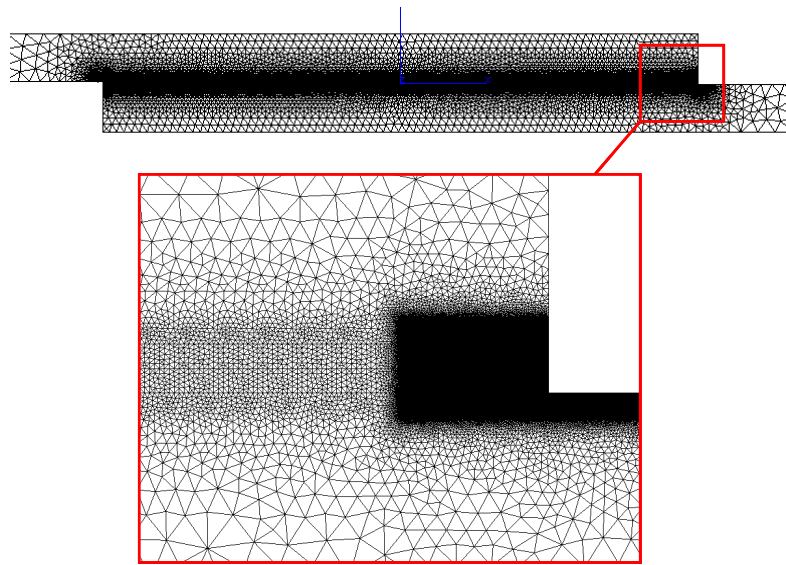


Figure 55. Maillage de la géométrie de l'essai SLJ

Les propriétés matériaux des substrats et de la colle sont celles provenant respectivement de [da Silva *et al.*, 2009b] et de [da Silva *et al.*, 2006] (Table 6 et Table 25).

Module de Young (MPa)	Coefficient de Poisson
210000	0,3

Table 24. Propriétés des substrats en acier tirées de [da Silva *et al.*, 2009b]

Module de Young (MPa)	Coefficient de Poisson	Résistance hors-plan en mode I Z_t (MPa)	Résistance hors-plan en mode II S_c (MPa)	Ténacité en mode I G_{I_c} (N.mm ⁻¹)	Ténacité en mode II G_{II_c} (N.mm ⁻¹)
4590	0,35	41	41	0,3	0,6

Table 25. Propriétés de l'adhésif (résine époxy Araldite® AV138/HV998 de Huntsman™) tirées de [da Silva et al., 2006]

2.2. Calculs par éléments finis

Les simulations numériques ont été réalisées avec le logiciel de calcul de structure implicite Zset-ZéBuLoN utilisé à l'Onera et développé conjointement par l'Onera, Northwest Numerics (Seattle, USA) et le Centre des Matériaux des Mines. La démarche décrite ci-après est néanmoins applicable dans les autres codes de calculs par éléments finis.

Pour les calculs, on procède à un premier calcul élastique linéaire sans fissure à partir duquel le champ de contrainte à l'interface et l'énergie élastique de la structure sont récupérés. Puis, on fait un calcul élastique pour chaque longueur de fissure amorcée en déboutonnant une paire de nœud à chaque fois jusqu'à atteindre la longueur de fissure amorcée souhaitée. L'objectif est ainsi de déterminer l'évolution du taux de restitution d'énergie incrémental défini par l'Eq. 2.4. Ces deux étapes de calculs sont à reproduire pour chaque épaisseur de colle que l'on souhaite étudier.

La Figure 56-a) représente un calcul sans fissure au niveau du coin droit de l'essai de simple recouvrement et la Figure 56-b) représente un calcul avec une fissure qui a amorcée sur une longueur d'1 micron au niveau du coin.

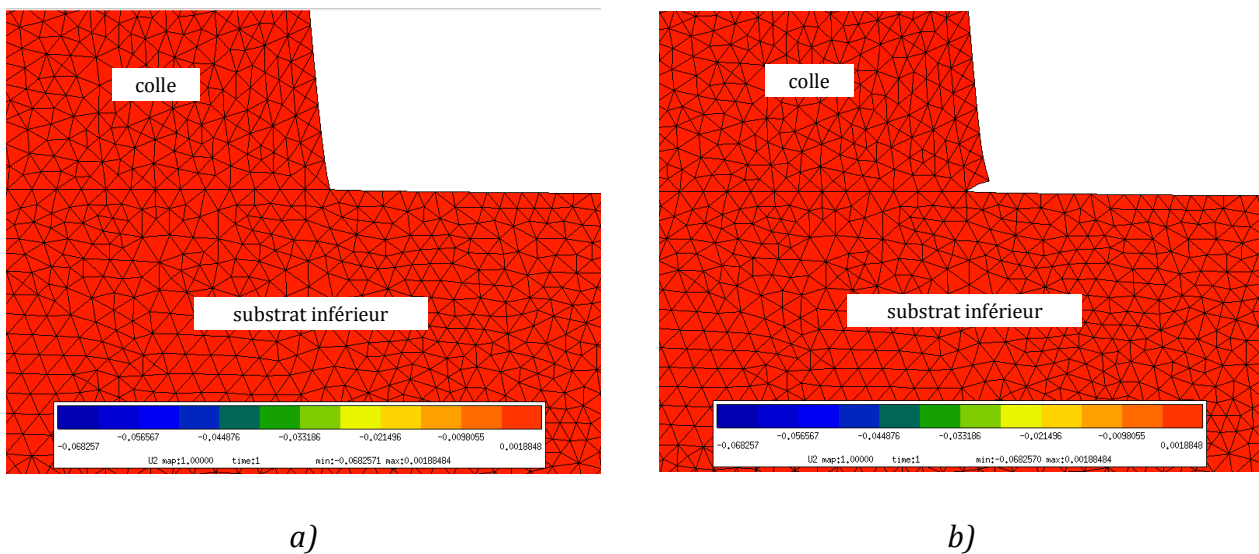


Figure 56. Calcul a) sans fissure et b) avec une fissure d'une longueur d'un micron

2.3. Exploitation de la simulation

2.3.1. Importance de la finesse du maillage au niveau des bords

On sait que le champ de contrainte est très singulier au niveau des coins droits qui plus est dans les cas de bi-matériaux. Aussi, une étude de convergence au maillage n'a pas de sens. Néanmoins, on cherche à décrire le mieux possible la singularité des champs de contraintes. Ainsi, on peut tout de même observer une influence de la taille de maille sur la description des champs de contraintes normales et de cisaillement hors-plan le long de l'interface, respectivement sur la Figure 57 et la Figure 58. Précisons que les champs de contraintes normales et de cisaillement hors-plan correspondent à ceux à l'interface entre la colle et le substrat inférieur. Ils ont été obtenus pour une épaisseur de colle de 0,2 mm. On observe alors qu'une taille de maille d'1 micron est nécessaire à une bonne description des champs de contraintes.

De même, la taille de maille doit être tout de même assez fine afin de restituer le plus fidèlement l'évolution de l'énergie incrémentale G_{inc} à une certaine distance du bord. On peut en mesurer l'importance à travers une étude de l'influence de la taille de maille qui a été effectuée par rapport à l'évolution de l'énergie incrémentale et dont les résultats sont illustrés sur la Figure 59. On observe ainsi que, la taille de maille de 80 μm est trop grossière pour décrire correctement l'évolution de l'énergie incrémentale. En revanche, à partir d'une taille de maille de 10 μm , la description de l'évolution de l'énergie incrémentale est satisfaisante.

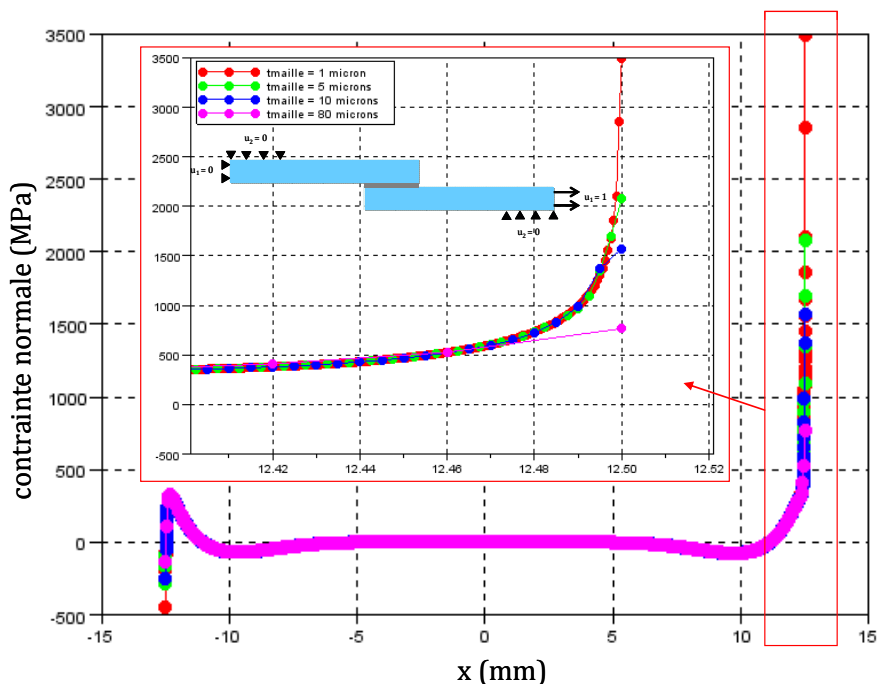


Figure 57. Evolution du champ de contraintes normales σ_{22} à l'interface colle/substrat inférieur pour différentes tailles de maille

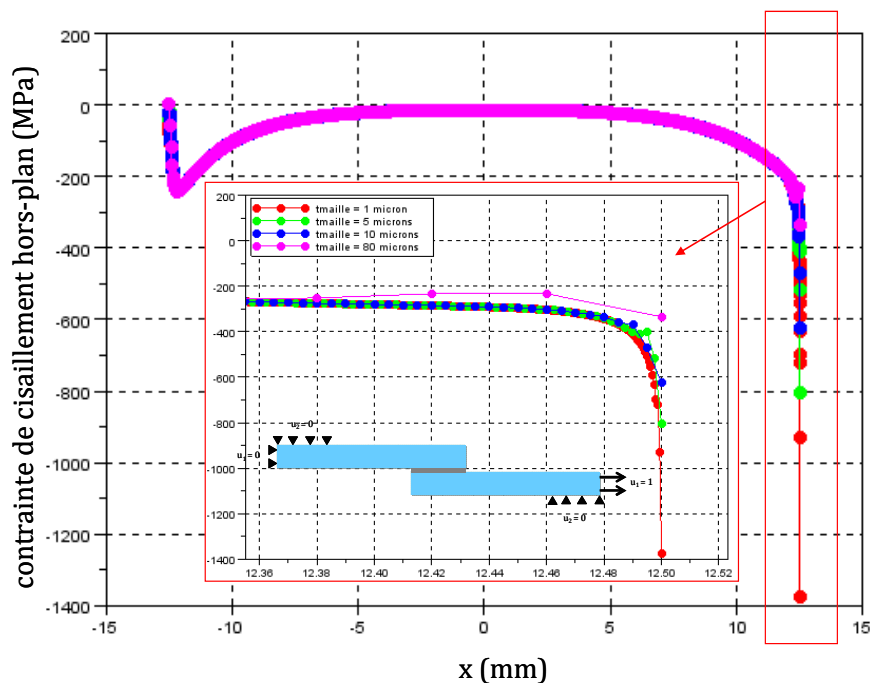


Figure 58. Evolution du champ de contraintes en cisaillement hors-plan τ_{12} à l'interface colle/substrat inférieur pour différentes tailles de maille

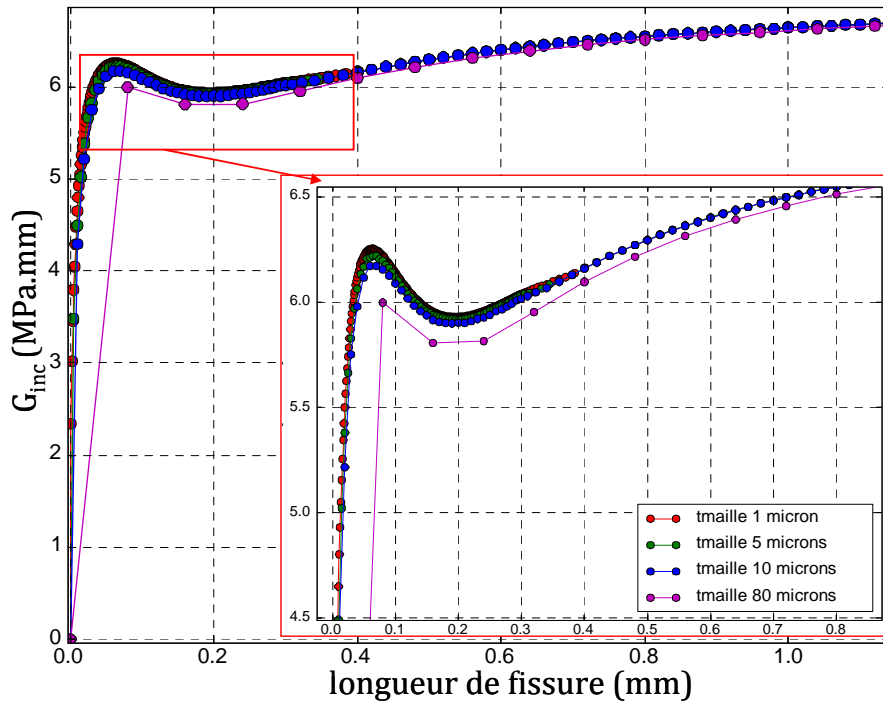


Figure 59. Evolution de l'énergie incrémentale calculée le long de l'interface colle/substrat inférieure en fonction de la longueur de fissure amorcée à partir du coin inférieur droit pour différentes tailles de maille

Pour conclure sur l'importance de la taille de maille, il apparaît nécessaire de déterminer son impact à la fois sur la force d'amorçage et sur la longueur d'amorçage. Pour cela, sont comparées les forces d'amorçage et longueurs d'amorçage obtenues avec des critères simples (c'est-à-dire ne prenant pas en compte la mixité de mode) pour différentes tailles de maille adoptées pour l'épaisseur de colle la plus petite ($e = 0,2$ mm). L'erreur sur la force d'amorçage obtenue entre un maillage avec une taille de maille de 5, 10 ou 80 microns et un maillage avec une taille de maille d'1 micron est quasiment nulle quelle que soit l'épaisseur de colle considérée. Il en est de même concernant l'erreur sur la longueur d'amorçage.

Toutefois, la même comparaison menée avec des critères prenant en compte la mixité de mode met en évidence des erreurs plus importantes en termes de force d'amorçage (Table 26) et de longueur d'amorçage (Table 27).

Taille de maille (mm)	0,001	0,005	0,010	0,080
Erreur de force d'amorçage (%)	0	0,6	1,6	1

Table 26. Erreur en termes de force d'amorçage par rapport à la force obtenue avec le maillage avec une taille de maille de 0,001 mm en fonction de la taille de maille utilisée

Taille de maille (mm)	0,001	0,005	0,010	0,080
Erreur de longueur d'amorçage (%)	0	7,7	7,7	147

Table 27. Erreur en termes de longueur d'amorçage par rapport à la longueur obtenue avec le maillage avec une taille de maille 0,001 mm en fonction de la taille de maille utilisée

Néanmoins, il en ressort que la force d'amorçage n'est quasiment pas impactée par la différence de taille de maille. De ce résultat, il est possible d'en déduire qu'il n'est pas nécessaire de mailler finement le long de l'interface. Toutefois, au vu des erreurs importantes en termes de longueur d'amorçage dès une taille de maille de 5 microns, cette conclusion n'est pas satisfaisante. En effet, comme on ne cherche pas à accorder plus d'importance à l'une des données plutôt qu'à l'autre, on en conclut donc que la taille de maille la plus adaptée correspond à celle qui est la plus restrictive, à savoir la taille de maille d'1 micron.

2.3.2. Importance de la prise en compte de la non-monotonie de l'évolution des champs de contrainte et de l'énergie incrémentale

Dans le cas de l'essai SLJ, les champs de contraintes normales et de cisaillement hors-plan obtenus le long de l'interface ne sont pas monotones. De même, l'évolution de l'énergie incrémentale le long de l'interface ne l'est pas non plus. Aussi, pour cet essai, la non-monotonie des champs de contrainte et de l'énergie incrémentale justifie les développements proposés dans la section 1.3.3. Afin de conclure sur l'apport de la prise en compte de la non-monotonie sur les résultats, les forces d'amorçage et les longueurs d'amorçage avec et sans cette prise en compte sont analysées ici pour une épaisseur de colle $e = 0,2$ mm pour un couple (σ_c, G_c) donné. Notons que dans un premier temps, ces résultats ont été obtenus pour le critère en contrainte simple de l'Eq. 2.16 et le critère en énergie simple de l'Eq. 2.25 (Table 28), et dans un deuxième temps, avec le critère en contrainte power law de l'Eq. 2.17 avec $m = 2$ et le critère en énergie power law de l'Eq. 2.26 avec $\gamma = 1$ (Table 29).

Précisons que ne pas prendre en compte la non-monotonie revient à considérer les évolutions des facteurs proportionnels au chargement f_{pG} et $f_{p\sigma}$ sans leur appliquer la transformation préconisée dans la section 1.3.3 comme dans la situation de la Figure 51-a). En revanche, prendre en compte la non-monotonie revient à considérer ces facteurs après application de la transformation proposée et ne peut donner lieu qu'à des situations du type de la Figure 51-b).

	Sans prise en compte	Avec prise en compte	Erreur
Force d'amorçage	21000 N	20347 N	3 %
Longueur d'amorçage	0,061 mm	1,04 mm	94 %

Table 28. Force et longueur d'amorçage avec et sans prise en compte de la non-monotonie, et, erreur calculée entre le fait de prendre en compte ou non la non-monotonie obtenues avec des critères en contrainte et en énergie simples pour $e = 0,2$ mm

	Sans prise en compte	Avec prise en compte	Erreur
Force d'amorçage	10500 N	10197 N	3 %
Longueur d'amorçage	0,061 mm	0,966 mm	94 %

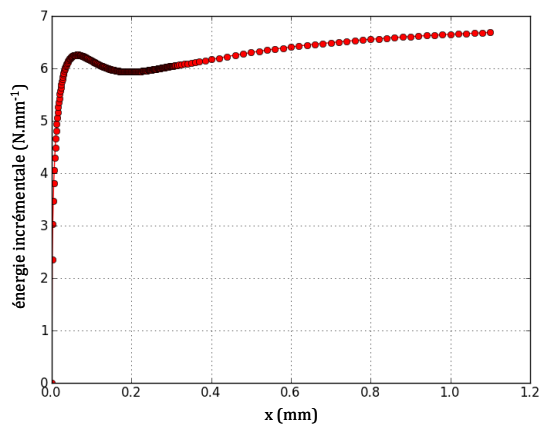
Table 29. Force et longueur d'amorçage avec et sans prise en compte de la non-monotonie, et, erreur calculée entre le fait de prendre en compte ou non la non-monotonie obtenues avec des critères en contrainte et en énergie prenant en compte la mixité de mode pour $e = 0,2$ mm

On note que, bien que l'impact de la prise en compte de la non-monotonie soit peu important sur la force d'amorçage calculée, il l'est sur la longueur d'amorçage que l'on prennent en compte la mixité de mode ou non. Or, on ne cherche pas à départager si l'écart sur la force d'amorçage est plus préjudiciable ou si c'est celui sur la longueur d'amorçage qui l'est. On considère en effet qu'à partir du moment où les résultats concernant l'une des données de sortie (la force d'amorçage ou la longueur d'amorçage) de notre démarche d'exploitation n'est pas invariable quels que soient la géométrie, les champs de contrainte et l'énergie incrémentale, cela mérite qu'on s'y intéresse.

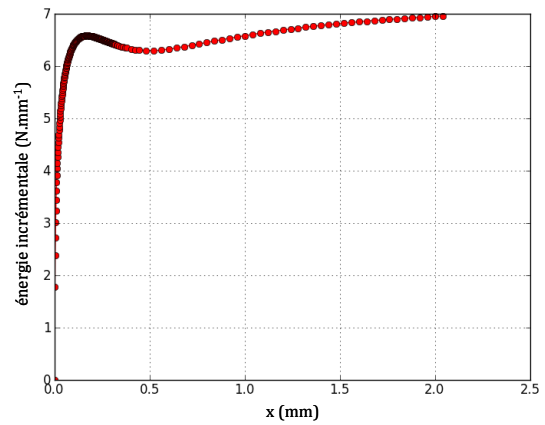
Dans le cas où l'on utilise des critères en contrainte et en énergie simples (ne prenant pas en compte la mixité de mode) (Table 28), en traçant l'évolution des facteurs proportionnels au chargement f_{pG} et $f_{p\sigma}$, on remarque que l'on est ramené à la situation décrite par la Figure 45 que l'on prenne en compte la non-monotonie ou non. Dans ce cas de figure, il n'existe pas d'intersection entre f_{pG} et $f_{p\sigma}$ avec f_{pG} qui est supérieur à $f_{p\sigma}$ et où l'évolution de f_{pG} connaît un plateau. Toutefois, le plateau quand on ne prend pas en compte la non-monotonie survient bien avant celui quand on la prend en compte. Aussi, comme on recherche le facteur proportionnel au chargement permettant de déterminer le chargement le plus faible et donnant la longueur de fissure la plus petite, on comprend que la longueur d'amorçage obtenue sans prendre en compte la non-monotonie est bien plus petite que celle obtenue en la prenant en compte.

Dans le cas où l'on utilise des critères en contrainte et en énergie prenant en compte la mixité de mode (Table 29), il n'existe pas d'intersection des facteurs proportionnels au chargement f_{pG} et $f_{p\sigma}$ quand on ne prend pas en compte la non-monotonie sur le domaine considéré. Par ailleurs, les valeurs de f_{pG} sont supérieures à celles de $f_{p\sigma}$. Aussi, en l'absence de plateau, l'amorçage a lieu pour la valeur minimale de f_{pG} . En prenant en compte la non-monotonie, il existe une intersection entre ces deux facteurs et c'est cette intersection qui permet d'obtenir la longueur d'amorçage. Or cette intersection intervient pour des longueurs d'amorçage plus élevées que celle déterminée en ne prenant pas en compte la non-monotonie. Ceci explique donc que la longueur d'amorçage soit plus élevée dans le cas où l'on prend en compte la non-monotonie.

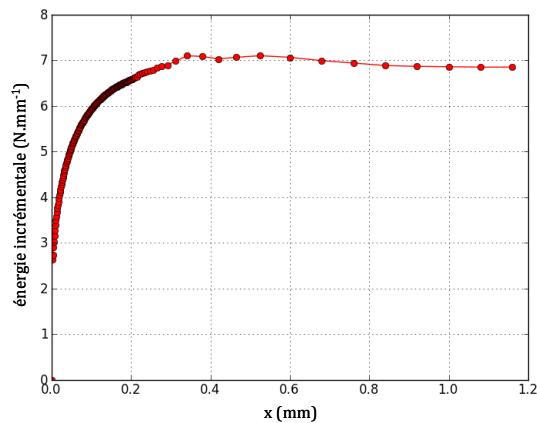
Par ailleurs, les forces et les longueurs d'amorçage avec et sans prise en compte de la non-monotonie pour des épaisseurs de colle $e = 0,5$ mm et $e = 1$ mm ont été calculées. On distingue dans ces résultats un écart important en termes de forces d'amorçage et de longueurs d'amorçage entre le fait de prendre en compte ou non la non-monotonie des champs de contrainte et de l'énergie incrémentale pour les épaisseurs de colle les plus fines, soit pour $e = 0,2$ mm et $e = 0,5$ mm. En revanche, pour une épaisseur de colle $e = 1$ mm, prendre en compte la non-monotonie ou non revient au même en termes de force et de longueur d'amorçage. Ces résultats s'expliquent par le fait que pour le cas où $e = 1$ mm, l'évolution de l'énergie incrémentale est monotone (Figure 60-c)) tandis que cette dernière ne l'est pas dans les cas où $e = 0,2$ mm (Figure 60-a)) et où $e = 0,5$ mm (Figure 60-b)), le champ de contrainte étant monotone sur le domaine de longueurs concernées.



a)



b)



c)

Figure 60. Evolution de l'énergie incrémentale a) pour $e = 0,2 \text{ mm}$, b) pour $e = 0,5 \text{ mm}$ et c) pour $e = 1 \text{ mm}$

Donc finalement l'ensemble de ces résultats démontre l'apport des dispositions particulières prises dans la section 1.3.3 pour prendre en compte la non-monotonie des champs de contrainte et de l'énergie incrémentale. Ainsi, ces dispositions constituent une amélioration notable pour l'exploitation par le critère couplé de résultats numériques.

Afin de conclure sur l'aptitude à prévoir de manière satisfaisante l'amorçage par l'approche décrite dans ce chapitre, les prévisions numériques sont comparées aux résultats expérimentaux de da Silva *et al.* ([da Silva *et al.*, 2006]). Pour cela, dans la section suivante, l'approche par critères en contrainte et en énergie simples (c'est-à-dire ne prenant pas en compte la mixité de mode) est appliquée dans un premier temps.

2.4. Résultats concernant l'influence de l'épaisseur de colle sur l'amorçage avec une approche par critères simples

D'après l'approche décrite précédemment, il est possible de déterminer la force d'amorçage obtenue par le critère couplé (CC) pour trois épaisseurs de colle avec des critères en contrainte et en énergie simples (c'est-à-dire ne prenant pas en compte la mixité de mode). Disposant de résultats expérimentaux issus des travaux menés par da Silva *et al.* ([da Silva *et al.*, 2006]), une comparaison entre résultats expérimentaux et résultats obtenus avec le critère couplé pour trois épaisseurs de colle a été réalisée. La comparaison portant sur les forces d'amorçage (Figure 61) intègre à la fois les résultats issus des deux mises en œuvre possibles du critère couplé (par développements asymptotiques et par post-traitement de calculs par EF). Les résultats par la mise en œuvre du critère couplé par développements asymptotiques ont été obtenus dans le chapitre 1 dans le cas où il y a la présence d'un petit défaut dans le joint collé. Rappelons que ces résultats ont été obtenus sans prendre en compte la mixité de mode. Par ailleurs, des études complémentaires ont été réalisées pour déterminer l'influence des paramètres géométriques et des paramètres matériaux sur la force d'amorçage ([Moradi *et al.*, 2013a]).

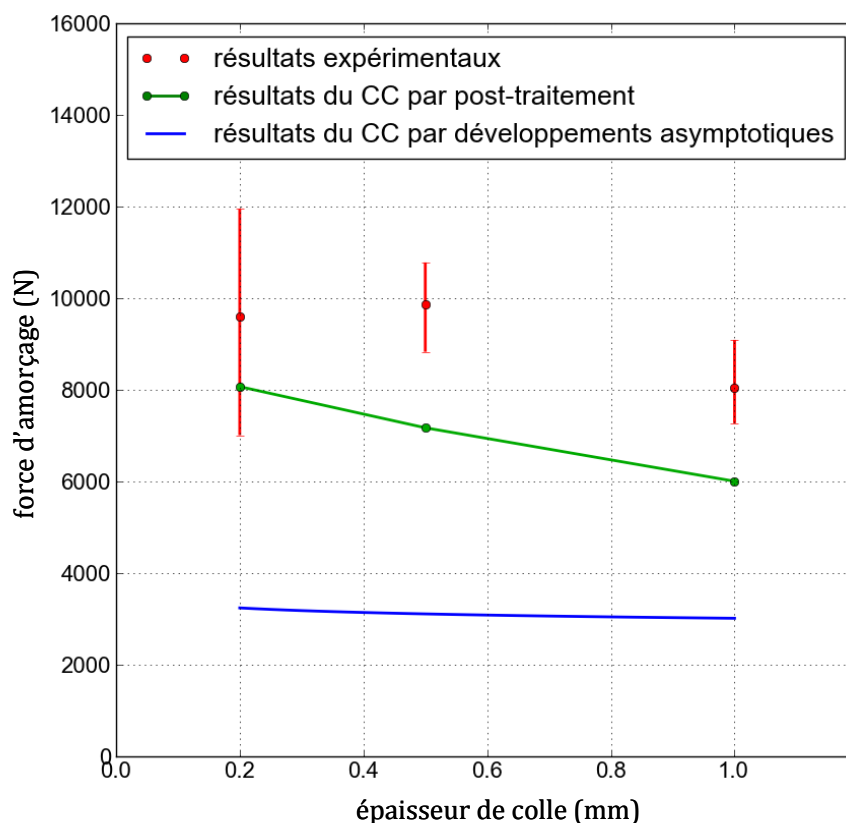


Figure 61. Comparaison entre la force d'amorçage obtenue avec le critère couplé par les deux mises en œuvre possibles et la force d'amorçage expérimentale pour différentes épaisseurs de colle

On observe tout d'abord que qualitativement, l'influence de l'épaisseur de colle sur la tenue de l'assemblage est retranscrite par la mise en œuvre par post-traitement de calculs par EF et ne l'est pas par celle utilisant les développements asymptotiques. Par ailleurs, on note que les résultats obtenus par post-traitement sont quantitativement plus proches des résultats expérimentaux que ceux obtenus par le biais de développements asymptotiques. En revanche, même si pour une épaisseur de colle de 0,2 mm le résultat obtenu par l'approche par éléments finis s'inscrit dans la dispersion expérimentale, quantitativement, cette approche ne donne pas de résultats satisfaisants pour les autres épaisseurs de colle. Ainsi on remarque que la force d'amorçage expérimentale est sous-estimée et le pourcentage d'erreur sur la force d'amorçage des prévisions numériques par rapport aux résultats expérimentaux résumé dans la Table 30 est important pour les deux mises en œuvre possibles. Une raison à cela réside peut-être dans le fait que la mixité de mode de l'essai n'est pas prise en compte dans les critères en contrainte et en énergie utilisés.

Mise en œuvre du critère couplé	Pour $e = 0,2$ mm	Pour $e = 0,5$ mm	Pour $e = 1$ mm
Par post-traitement d'un calcul EF	16 %	27 %	26 %
Par développements asymptotiques	66 %	69 %	63 %

Table 30. Erreur entre la force d'amorçage déterminée numériquement pour chaque mise en œuvre possible du critère couplé et la force d'amorçage moyenne expérimentale avec une approche par critères en contrainte et en énergie simples pour différentes épaisseurs de colle

Par ailleurs, l'influence de l'épaisseur de colle sur la longueur d'amorçage a également été étudiée (Figure 62). Si l'exploitation des résultats donnant l'évolution de la longueur d'amorçage ne semble pas intéressante pour une comparaison essai/calcul, il peut néanmoins être envisagé d'utiliser les résultats obtenus à des fins de comparaisons par rapport aux tailles de maille d'un modèle de zone cohésive par exemple.

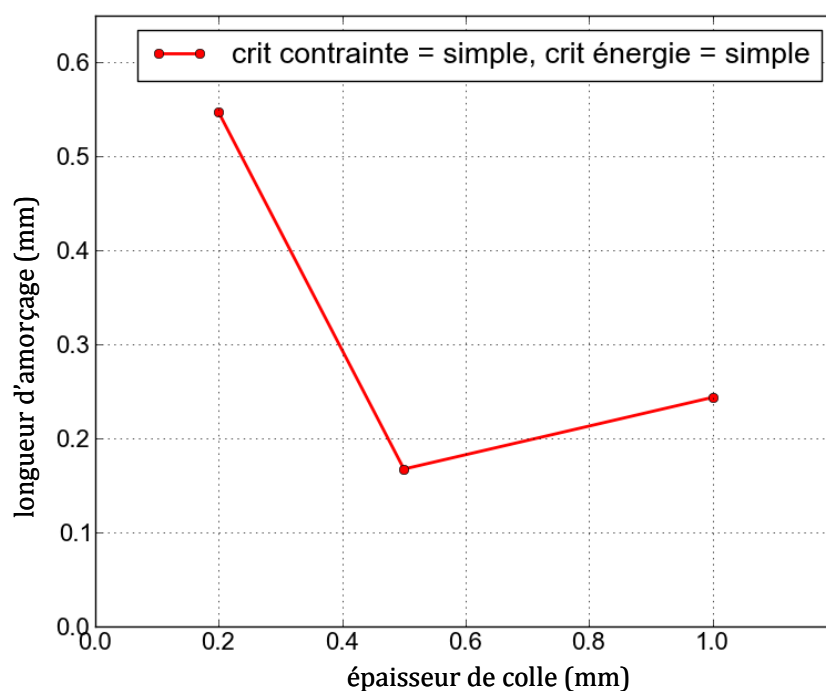


Figure 62. Evolution de la longueur d'amorçage obtenue avec le critère couplé pour différentes épaisseurs de colle

On observe ainsi que la longueur d'amorçage diminue quand l'épaisseur de colle passe de 0,2 mm à 0,5 mm, puis, augmente de 0,5 mm à 1 mm. La tendance d'évolution de la longueur d'amorçage en fonction de l'épaisseur de colle peut paraître surprenante au premier abord car elle n'évolue pas de manière monotone. Lorsque l'on trace l'évolution des facteurs f_{pG} et $f_{p\sigma}$ mentionnés dans la section 1.3.3 pour les trois épaisseurs de colle, on remarque

que pour $e = 0,2 \text{ mm}$ et pour $e = 1 \text{ mm}$, la longueur d'amorçage correspond à l'intersection de f_{pG} et $f_{p\sigma}$. En revanche pour $e = 0,5 \text{ mm}$ (Figure 63), on remarque que la longueur d'amorçage correspond à la plus petite longueur d'amorçage du plateau de valeurs f_{pc} comme dans la situation décrite sur la Figure 45. Ainsi la longueur d'amorçage correspond à ℓ_{fp1} . Sans l'application de la démarche d'exploitation expliquée dans ce chapitre, la longueur d'amorçage correspondrait à la longueur à l'intersection entre f_{pG} et $f_{p\sigma}$, à savoir à ℓ_{fp2} valant 0,29 et l'allure de l'évolution de la longueur d'amorçage en fonction de l'épaisseur de colle serait monotone décroissante.

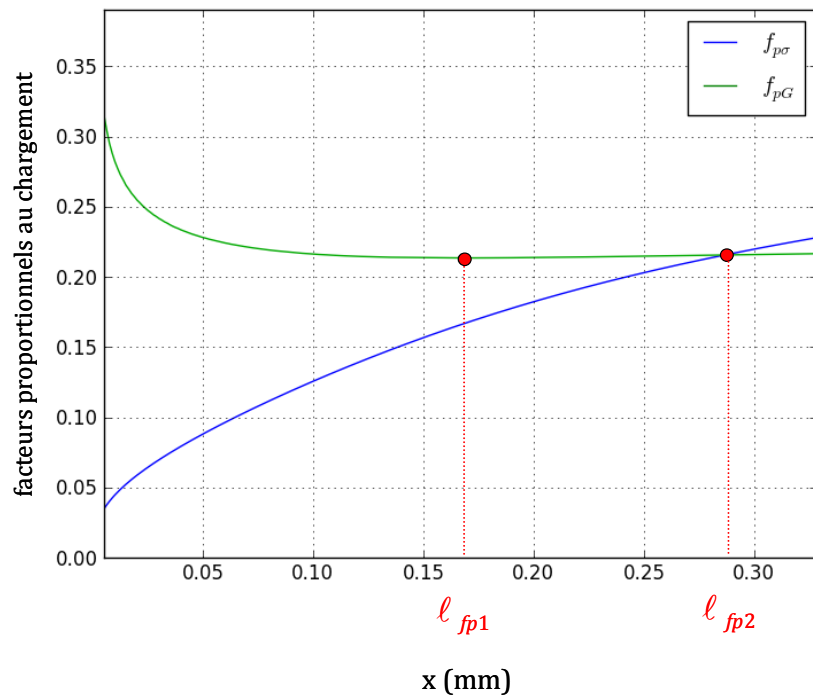


Figure 63. Evolution des facteurs f_{pG} et $f_{p\sigma}$ pour $e = 0,5 \text{ mm}$

Finalement, le critère couplé appliqué en utilisant des critères en contrainte et en énergie simples ne semble pas être suffisamment prédictif. Par ailleurs, il semblerait que l'amorçage ne soit pas suffisamment bien prévu avec le critère couplé car en termes de force d'amorçage la tendance obtenue avec le critère couplé ne suit pas la tendance observée expérimentalement. C'est pourquoi dans la section 2.5, le critère couplé est appliqué en utilisant des critères prenant en compte la mixité de mode.

2.5. Résultats concernant l'influence de l'épaisseur de colle sur l'amorçage avec une approche par critères prenant en compte la mixité de mode

Dans le cas de l'essai SLJ, l'évolution de la mixité de mode le long de l'interface est représentée en Figure 64 pour un joint collé d'une épaisseur $e = 0,2$ mm. On observe ainsi que la mixité telle que définie dans la section 1.2.2 évolue d'une valeur proche d'un mode I vers une valeur proche d'un mode II. Afin de prendre en compte cette mixité de mode, les critères en contrainte et en énergie présentés dans la section 1.2 ont été mis en œuvre ici. Les résultats de la comparaison entre la force d'amorçage expérimentale obtenue par da Silva *et al.* et la force d'amorçage obtenue par le critère couplé par post-traitement d'un calcul par EF pour trois épaisseurs de colle pour l'éventail des jeux de critères en contrainte et en énergie de la Table 31 prenant en compte la mixité de mode sont représentés sur la Figure 65.

Critère en contrainte	Critère en énergie
power law avec $m = 1$	power law avec $\gamma = 1$
power law avec $m = 1$	power law avec $\gamma = 2$
power law avec $m = 2$	power law avec $\gamma = 1$
power law avec $m = 2$	power law avec $\gamma = 2$
power law avec $m = 1$	BK avec $\eta = 1,142$
power law avec $m = 2$	BK avec $\eta = 1,142$

Table 31. Couple de jeux de critères possibles dans l'approche par le critère couplé

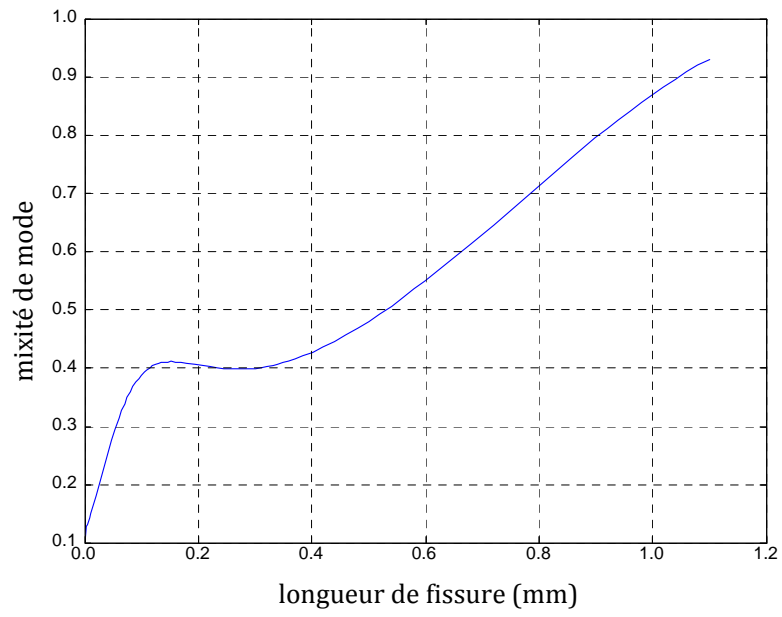


Figure 64. Evolution de la mixité de mode en fonction de la longueur de fissure pour $e = 0,2\text{ mm}$

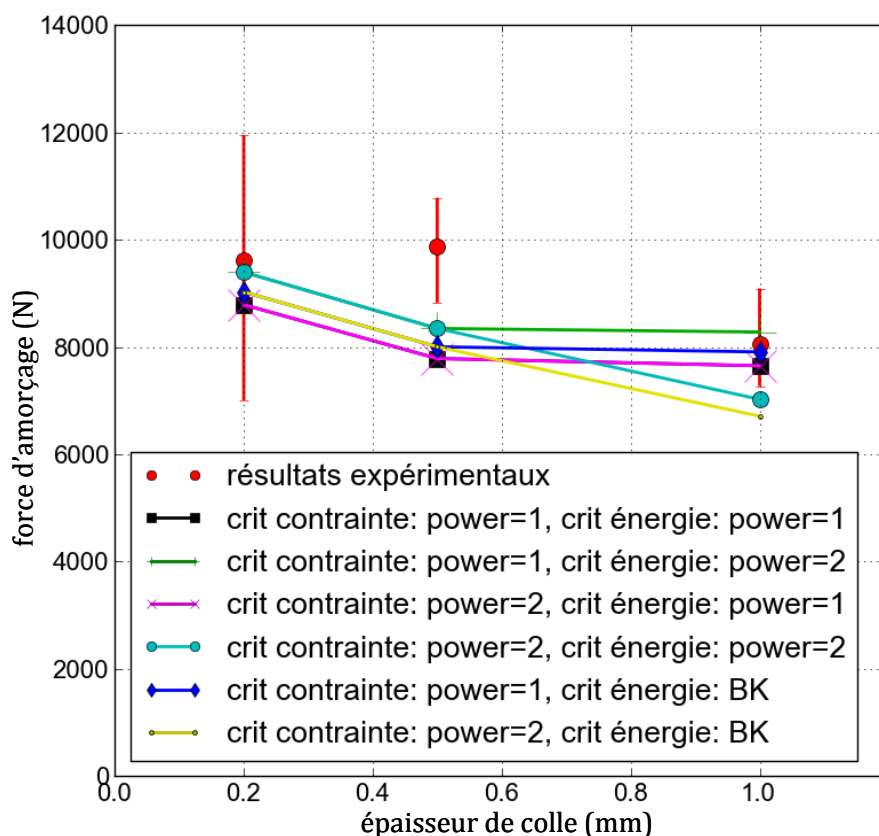


Figure 65. Comparaison entre la force d'amorçage obtenue avec le critère couplé et la force d'amorçage expérimentale pour différentes épaisseurs de colle avec différents jeux de critères en contrainte et en énergie prenant en compte la mixité de mode

Tout d'abord, on observe que la force d'amorçage prévue numériquement par le critère couplé varie d'un jeu de critères en contrainte et en énergie à un autre pour l'épaisseur la plus importante ($e = 1$ mm). Ensuite, on observe que quel que soit le jeu de critères, la tendance expérimentale en valeur moyenne n'est pas exactement traduite par les prévisions numériques. Néanmoins, du point de vue quantitatif, les résultats numériques pour les épaisseurs de $e = 0,2$ mm et $e = 1$ mm s'inscrivent dans la dispersion expérimentale pour certains jeux de critères. En particulier, pour les jeux de critères suivants :

- critère en contrainte : power = 1, critère en énergie : power = 2
- critère en contrainte : power = 1, critère en énergie : BK
- critère en contrainte : power = 2, critère en énergie : power = 1
- critère en contrainte : power = 1, critère en énergie : power = 1

Quantitativement, l'erreur de force d'amorçage commise par l'approche par le critère couplé par rapport à la force d'amorçage expérimentale moyenne pour chaque épaisseur de colle pour différents jeux de critères en contrainte et en énergie est résumée dans la Table 32.

	Pour $e = 0,2$ mm	Pour $e = 0,5$ mm	Pour $e = 1$ mm
Critère contrainte : power $m = 1$, critère énergie : power $\gamma = 1$	9 %	21 %	5 %
Critère contrainte : power $m = 1$, critère énergie : power $\gamma = 2$	2 %	15 %	3 %
Critère contrainte : power $m = 2$, critère énergie : power $\gamma = 1$	9 %	21 %	5 %
Critère contrainte : power $m = 2$, critère énergie : power $\gamma = 2$	2 %	15 %	13 %
Critère contrainte : power $m = 1$, critère énergie : BK	6 %	19 %	2 %
Critère contrainte : power $m = 2$, critère énergie : BK	6 %	19 %	17 %

Table 32. Erreur commise numériquement sur la force par rapport aux données expérimentales concernant la force d'amorçage moyenne pour différentes épaisseurs de colle et pour les différents jeux de critères en contrainte et en énergie

D'après ces valeurs, la prévision numérique la plus proche des résultats expérimentaux est obtenue avec un critère en contrainte de type power law avec $m=1$ et un critère en énergie de type power law avec $\gamma = 2$. Toutefois, l'erreur commise avec le critère couplé n'est pas très importante pour les différents jeux de critères en contrainte et en énergie. Aussi, le critère couplé mis en œuvre par post-traitement d'un calcul par EF semble donner des résultats satisfaisants en termes de force d'amorçage. Néanmoins, il est à noter que la dispersion des résultats expérimentaux est importante, surtout avec une épaisseur de colle $e = 0,2$ mm, et peut être due à la difficulté de reproductibilité du collage d'un joint collé d'une si fine épaisseur de colle. On peut alors dire que le critère couplé est au moins conservatif.

Enfin, comme le critère couplé permet de déterminer la longueur d'amorçage, l'influence de l'épaisseur de colle sur la longueur d'amorçage a été également étudiée. Cette influence est représentée sur la Figure 66.

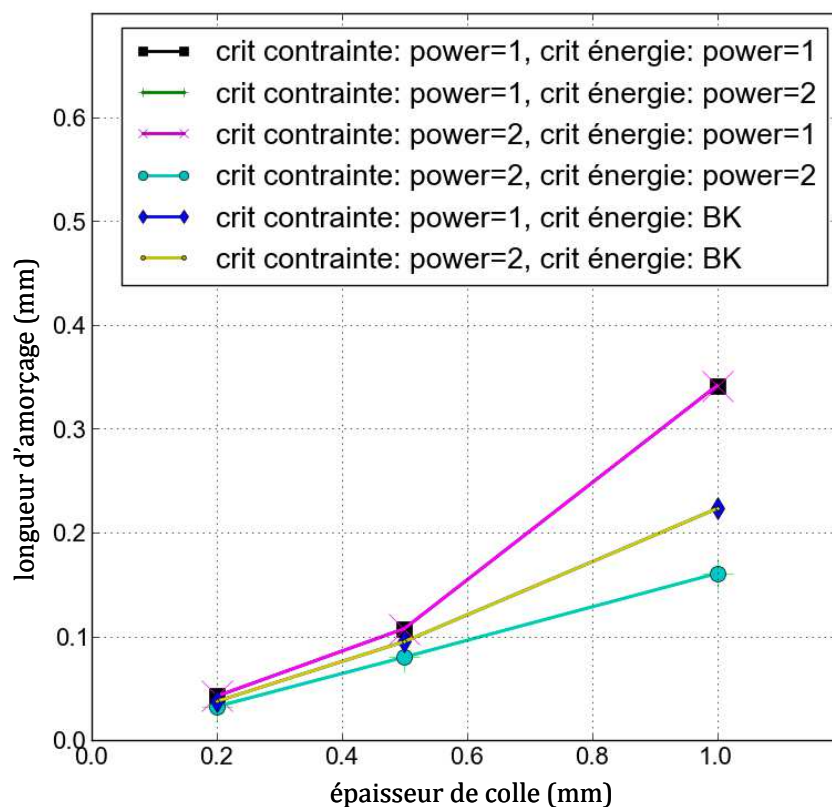


Figure 66. Evolution de la longueur d'amorçage obtenue avec le critère couplé pour différentes épaisseurs de colle pour différents jeux de critères prenant en compte la mixité de mode

On observe que, plus l'épaisseur de colle augmente, plus la longueur d'amorçage augmente. Par ailleurs, on remarque que les longueurs d'amorçage sont les mêmes pour une valeur donnée des paramètres de forme des critères en énergie, à savoir pour un m donné du critère power law ou un γ donné du critère BK. Si la longueur d'amorçage n'évolue pas beaucoup pour des joints d'épaisseurs $e=0,2\text{ mm}$ et $e=0,5\text{ mm}$, pour un joint avec une épaisseur $e=1\text{ mm}$ elle varie du simple au double suivant le critère en énergie utilisé. Toutefois, on remarque que les longueurs d'amorçage restent très petites quelle que soit l'épaisseur de la colle et quel que soit le jeu de critères, ce qui n'était pas le cas avec des critères simples. Ainsi, même pour un joint très épais ($e=1\text{ mm}$), la longueur d'amorçage n'excède pas $341\text{ }\mu\text{m}$. Enfin, notons que dans ce cas l'évolution de la longueur d'amorçage en fonction de l'épaisseur de colle est monotone contrairement au cas précédent donnant la longueur d'amorçage par une approche avec des critères simples.

3. Bilan sur les avantages et limites de l'approche par post-traitement d'un calcul éléments finis du critère couplé

A travers l'étude menée dans ce chapitre, un bilan des avantages et limitations de la mise en œuvre du critère couplé par post-traitement d'un calcul par éléments finis peut être dressé. Ainsi, il apparaît que cette mise en œuvre est facilement utilisable en l'état en Bureaux d'Etudes et rapide à mener. Par ailleurs, elle présente également l'avantage d'avoir un domaine de validité étendu grâce aux améliorations qui ont été proposées. En effet, cette mise en œuvre du critère couplé est applicable en présence d'effets de bords et quelles que soient les évolutions des champs de contrainte et de l'énergie incrémentale. Enfin, un autre avantage de cette mise en œuvre réside dans le fait qu'elle permet d'exploiter les résultats de calculs pour différents couples résistance/ténacité de l'adhésif sans plus de calculs.

Toutefois, en amont, il est nécessaire de faire autant de calculs que de longueurs de fissures étudiées et autant de calculs que d'épaisseurs de colle différentes, ce qui peut s'avérer coûteux en temps de calcul. Par ailleurs, le coût de calcul se trouve être alourdi par la nécessité d'un maillage très fin aux extrémités de la zone de recouvrement. En effet, en présence d'effets de bord, une attention particulière doit être portée à la description fine des champs de contrainte et de l'évolution de l'énergie incrémentale.

4. Conclusions

Dans ce chapitre, une démarche d'exploitation par post-traitement avec le critère couplé des résultats de simulations numériques par éléments finis a été mise en œuvre. Cette dernière permet de déterminer la force d'amorçage et la longueur d'amorçage. Afin qu'elle soit applicable indépendamment de la géométrie considérée ou quels que soient les champs de contraintes et l'évolution de l'énergie incrémentale considérés, des améliorations garantissant une exploitation unique des différents cas de figure possibles ont été apportées. Ces améliorations reposent sur la proposition d'une prise en compte de la mixité de mode et sur la prise en compte de la non-monotonie des champs de contrainte et de l'énergie incrémentale.

L'utilisation du critère couplé par post-traitement de calculs par éléments finis sur l'essai SLJ semble être satisfaisante pour déterminer des tendances d'évolution de la force d'amorçage en fonction de l'épaisseur de colle quels que soient les critères de rupture pris en compte. Quantitativement, les prévisions de la force d'amorçage obtenue expérimentalement semblent satisfaisantes, tout du moins conservatives. Néanmoins, cette conclusion reste incomplète au regard des prévisions pour une épaisseur moyenne, de l'influence des critères en contrainte et en énergie sur le résultat et des dispersions expérimentales liées à l'épaisseur de colle la plus fine.

Conclusion aux chapitres 1 et 2

Le critère couplé a été mis en œuvre par développements asymptotiques et par post-traitement de calculs par éléments finis afin de prévoir l'amorçage d'un décollement en prenant en compte l'influence de l'épaisseur de colle sur la tenue de l'assemblage. Si les développements asymptotiques ont permis de relier par une formulation analytique l'épaisseur de colle à la force d'amorçage et à la longueur d'amorçage sur la base d'un seul calcul, il n'en reste pas moins que la difficulté des notions abordées ne la rend pas aisée à utiliser au sein d'un Bureau d'Etudes. En revanche, la mise en œuvre par post-traitement bien que facilement utilisable par un Bureau d'Etudes a mis en évidence la nécessité de nombreux calculs imposant un certain coût. Néanmoins, un objectif commun aux deux mises en œuvre a consisté à comprendre pour quelle raison l'influence de l'épaisseur de colle reste une question ouverte malgré les nombreux travaux sur le sujet tant du point de vue expérimental qu'analytique/numérique et à en donner quelques éléments de réponse.

Dans le chapitre 1, l'étude de l'influence de l'épaisseur de colle a été mise en œuvre avec le critère couplé par le biais de développements asymptotiques. Les développements asymptotiques ont permis d'étudier l'influence de l'épaisseur de colle sur l'amorçage dans le cas d'un collage considéré parfait et dans le cas d'un collage imparfait. Il résulte de cette étude que la prise en compte ou non d'un défaut dans un collage influence la tenue de l'assemblage collé. Plus précisément, modéliser un joint collé sans prendre en compte les défauts inhérents à tout procédé de collage n'est pas satisfaisant et amène à des résultats contradictoires avec les résultats expérimentaux. Dans le souhait de tendre vers les résultats expérimentaux, un défaut de type « congé » a été pris en compte dans un premier temps. Il a été ainsi démontré que la force d'amorçage dépend très peu de l'angle du congé. Avec l'introduction d'un congé dans notre modélisation, l'influence de l'épaisseur de colle sur l'amorçage observée expérimentalement n'est donc pas traduite. En revanche, la prise en compte d'une fissure à l'interface entre la colle et le substrat inférieur permet qualitativement de tendre vers les résultats expérimentaux. Ainsi, la prise en compte d'une fissure semble plus pertinente pour la démonstration de l'influence de l'épaisseur de colle telle qu'observée expérimentalement que celle d'un congé. Toutefois, quantitativement, les résultats sous-estiment de moitié la force d'amorçage expérimentale. Il a alors été nécessaire de les recalibrer pour qu'ils s'inscrivent dans la dispersion des valeurs expérimentales. On peut donc en conclure que la démarche mise en place par les développements asymptotiques ne permet pas de prévoir de manière satisfaisante l'amorçage. Une cause à ces prévisions insatisfaisantes pouvant être la non-prise

en compte de la mixité de mode, il s'est agit de la prendre en compte au travers de la mise en œuvre du critère couplé par post-traitement de calculs par éléments finis.

Aussi, dans le chapitre 2, l'influence de l'épaisseur de colle a été étudiée avec le critère couplé par post-traitement de calculs par éléments finis en prenant en compte la mixité de mode. Pour cela, une démarche d'exploitation visant à être applicable à tout type de géométrie et quels que soient les champs de contrainte ou l'évolution de l'énergie incrémentale a été mise en place. Lors de la description de la marche à suivre mise en place, des points de vigilance particuliers ont été soulevés et leur apport démontré. Ainsi, il apparaît nécessaire :

- d'avoir un maillage fin aux extrémités de la longueur de recouvrement à cause des effets de bord, et,
- de prendre en compte la non-monotonie des champs de contrainte et de l'évolution de l'énergie incrémentale.

Les résultats obtenus avec cette démarche concernant la force d'amorçage sont qualitativement en accord avec les résultats expérimentaux et quantitativement satisfaisants, peu d'erreurs ayant été observées entre les prévisions numériques et les résultats expérimentaux. Toutefois, en perspective de ce travail il serait nécessaire de s'interroger sur l'erreur commise qui pourrait être due à la définition de la mixité de mode proposée. Néanmoins, dans une première approche le critère couplé par la voie numérique permet de traduire l'influence de l'épaisseur de colle sur l'amorçage de manière satisfaisante.

Finalement, l'influence de l'épaisseur de colle a été démontrée et une des mises en œuvre possibles du critère couplé a été identifiée comme la plus adaptée pour en rendre compte. Aussi, il est nécessaire d'introduire l'épaisseur de colle dans un modèle de zone cohésive s'appliquant dans un cadre plus général afin de déterminer si ce paramètre exerce une influence sur l'amorçage et si sa prise en compte proposée permet de mieux le prévoir. Pour pouvoir en juger, une nécessaire comparaison entre les résultats obtenus par le critère couplé et ceux obtenus par le futur modèle de zone cohésive à venir s'imposera. Soulignons qu'un atout indispensable pour mener cette comparaison est d'ors et déjà assuré dans la démarche d'exploitation par le critère couplé. En effet, cette démarche est unique permettant ainsi d'être applicable à tous types de géométries et à tous types de champs de contraintes et d'évolution de l'énergie incrémentale.

Chapitre 3

Proposition d'un modèle de zone cohésive adapté à l'étude de l'amorçage d'un décollement

1. Présentation du modèle de zone cohésive	134
1.1. Cadre général du modèle	134
1.2. Critère en contrainte.....	135
1.3. Critère en énergie.....	136
1.4. Formes de la loi de zone cohésive.....	137
1.5. Intégration dans le modèle de zone cohésive de l'épaisseur de colle.....	140
2. Application du modèle de zone cohésive adapté à l'essai « Thick Adherend Shear Test »	142
2.1. Modélisation de l'essai TAST modifié, conditions aux limites et de chargement, et, propriétés matériaux	142
2.2. Etude de la convergence au maillage.....	144
2.3. Etude de l'influence de la forme de la loi sur l'amorçage	148
2.4. Etude de l'influence de la variation de la raideur de la loi cohésive sur l'amorçage.....	154
3. Application du modèle de zone cohésive adapté à l'essai « Single Lap Joint »	157
3.1. Modélisation de l'essai SLJ, conditions aux limites et de chargement, et, propriétés matériaux	158
3.2. Etude de la convergence au maillage.....	160
3.3. Etude de l'influence de la forme de la loi sur l'amorçage	165
3.4. Etude de l'influence de la variation de la raideur de la loi cohésive sur l'amorçage.....	168
3.5. Sensibilité de l'identification au choix des critères en contrainte et en énergie dans l'approche par le modèle de zone cohésive.....	170
4. Conclusions	174

La description de l'amorçage d'un décollement par le critère couplé repose sur la vérification simultanée d'un critère en contrainte et d'un critère en énergie. Toutefois, cette approche n'est pas adaptée aux cas structuraux car elle est limitée à des calculs 2D et à des comportements linéaires. Aussi les modèles de zone cohésive remédiant à ces limitations, basés également sur un critère en contrainte et un critère en énergie, apparaissent comme une approche pertinente. Dans la littérature, ces modèles reliant les efforts cohésifs aux sauts de déplacement sont majoritairement utilisés afin d'étudier la propagation d'un délaminage dans les structures composites ([Corigliano, 1993], [Corigliano and Allix, 2000], [Alfano and Crisfield, 2001], [Borg *et al.*, 2002], [Turon *et al.*, 2006], [Davila *et al.*, 2008], [Vandellos *et al.*, 2013]). De tels modèles ont aussi été adaptés à l'étude du comportement des assemblages collés ([Edlund and Klarbring, 1993], [Edlund, 1994], [De Barros, 2005], [Valoroso and Champaney, 2006]) permettant l'étude de l'amorçage d'un décollement ([Campilho *et al.*, 2013], [da Silva *et al.*, 2006]), l'étude de la propagation d'un décollement ([Yang *et al.*, 2001]) et l'étude du vieillissement d'un assemblage collé ([Nguyen, 2008]). Toutefois, à notre connaissance, les modèles existants n'intègrent pas l'influence de l'épaisseur de colle sur l'amorçage. Or il a été mis en évidence dans les chapitres 1 et 2 que cette influence joue un rôle majeur dans l'étude de l'amorçage. Tout au plus, dans certaines de ces études où la colle est remplacée par une interface, est intégré le module de Young de la colle par le biais de la raideur de la loi mais sans prendre en compte l'influence de l'épaisseur de colle ([Campilho *et al.*, 2013]). Par ailleurs, l'amorçage donnant lieu à de très petites longueurs d'amorçage, comme cela a été mis en évidence dans les chapitres 1 et 2, il conviendra de réaliser des études de convergence au maillage afin de définir la taille de maille nécessaire à la description de cet endommagement. Enfin, si l'étude d'Alfano ([Alfano, 2006]) étudie l'influence de la forme de la loi sur la propagation, il n'existe pas d'études à notre connaissance s'étant penchée sur la question pour l'amorçage.

A partir de ces constats, il paraît essentiel de proposer un modèle de zone cohésive intégrant l'influence de l'épaisseur de colle sur l'amorçage, ce qui constitue l'objectif de ce chapitre. Aussi, pour cela, dans un premier temps, sera présentée la formulation du modèle de zone cohésive intégrant l'épaisseur de colle avec ses différents ingrédients. Dans un second temps, l'intégration de l'épaisseur de colle dans le modèle sera explicitée à travers deux cas applicatifs présentant des différences au niveau des conditions de chargement et de singularité. Par ailleurs, des études d'influence de la taille de maille et de la forme de la loi seront réalisées.

1. Présentation du modèle de zone cohésive

1.1. Cadre général du modèle

Dans le cadre proposé par Camanho *et al.* ([Camanho, 2002]), le modèle de zone cohésive peut être formulé en 2D comme ci-après :

$$\begin{array}{ll} \text{Si } [u_n] \geq 0 & \text{Si } [u_n] < 0 \\ \begin{cases} T_n = K_{MZC} [u_n] f(\lambda) \\ T_{t,1} = K_{MZC} [u_{t,1}] f(\lambda) \end{cases} & \begin{cases} T_n = \alpha_c K_{MZC} [u_n] \\ T_{t,1} = K_{MZC} [u_{t,1}] f(\lambda) \end{cases} \end{array} \quad \text{Eq. 3.1}$$

où T_n (respectivement $T_{t,1}$) est l'effort cohésif en mode I (respectivement l'effort cohésif en mode II), $[u_n]$ (respectivement $[u_{t,1}]$) est le saut de déplacement selon le mode I (respectivement selon le mode II), K_{MZC} est la raideur initiale de l'interface (identique quelle que soit la mixité de mode), α_c un paramètre de pénalisation permettant de prendre en compte un renforcement en compression/cisaillement. La fonction $f(\lambda)$ représente l'effet de l'endommagement et λ la variable d'endommagement variant entre 0 (état sain) et 1 (état rompu) représente la cinétique de l'endommagement. Cette dernière est définie par une fonction qui dépend, dans le repère du chargement, du saut de déplacement δ , des paramètres matériaux δ_0 et δ_f , et de paramètres de forme. δ est défini par :

$$\delta = \sqrt{\langle u_n \rangle_+^2 + (u_{t,1})^2} \quad \text{Eq. 3.2}$$

avec $\langle \cdot \rangle_+$ le crochet de Macaulay défini par : $\langle x \rangle_+ = \max\{0, x\}$. Ainsi, lorsque l'interface est sollicitée en compression hors-plan, l'endommagement n'est piloté que par le cisaillement hors-plan. δ_0 est défini comme le saut de déplacement pour lequel le seuil d'endommagement est atteint dans le repère du chargement. δ_0 dépend du critère en contrainte. δ_f est défini quant à lui comme le saut de déplacement critique pour lequel l'interface est rompue et dépend uniquement du critère en énergie.

La loi d'interface peut prendre différentes formes. Dans notre étude, une loi bi-linéaire, une loi tri-linéaire et une loi trapézoïdale sont utilisées. Ces lois ont en commun Z_t , la résistance interlaminaire en mode I (respectivement S_c , la résistance interlaminaire en mode II) et G_{I_c} la ténacité en mode I (respectivement G_{II_c} la ténacité en mode II). Les modèles utilisés ici reposent sur des lois avec un comportement élastique jusqu'à ce que la contrainte

d'amorçage soit atteinte. Ils permettent de décrire l'amorçage d'un décollement par le biais d'un critère en contrainte et d'un critère en énergie. Un exemple portant sur la loi bi-linéaire est donné en Figure 67. Notons que par la suite, nous nous intéresserons uniquement à des sollicitations en 2D.

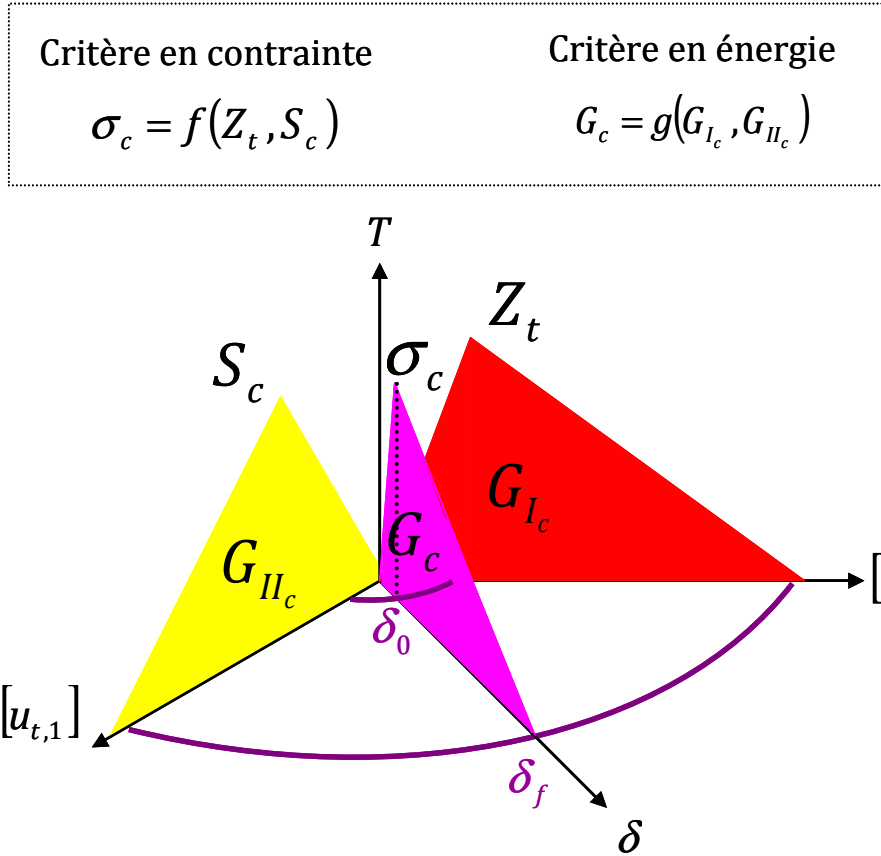


Figure 67. Représentation du modèle bi-linéaire

1.2. Critère en contrainte

Afin de décrire l'amorçage d'un décollement dans le cas d'une colle fragile, le critère en contrainte utilisé couramment dans les modèles de zone cohésive ([da Silva *et al.*, 2006], [Anyfantis, 2012], [Campilho *et al.*, 2013]) est un critère en contrainte du type de celui proposé par Hashin ([Hashin, 1980]) s'exprimant en 2D de la manière suivante :

$$\left(\frac{\langle \sigma_{22} \rangle_+}{Z_t} \right)^m + \left(\frac{\tau_{12}}{S_c} \right)^m \geq 1 \quad \text{Eq. 3.3}$$

avec $m=2$ un paramètre de forme. Rappelons que σ_{22} est la contrainte normale et que τ_{13} est la contrainte de cisaillement hors-plan. Z_t est la résistance interlaminaire selon le mode I et S_c celle selon le mode II.

C'est pourquoi, dans les trois modèles de notre étude, le critère en contrainte utilisé est le critère de l'Eq. 3.3 dans lequel, d'après la Figure 40 :

$$\begin{cases} \sigma_{22} = K_{MZC} [u_n] = \cos(\phi) \times \sigma \\ \tau_{12} = K_{MZC} [u_{t,1}] = \sin(\phi) \times \sigma \end{cases} \quad \text{Eq. 3.4}$$

avec:

$$\phi = \arccos\left(\frac{\langle u_n \rangle_+}{\delta}\right) \quad \text{Eq. 3.5}$$

où l'angle ϕ représente la contribution de la contrainte normale dans le chargement et δ est le saut de déplacement s'exprimant par $\delta = \sqrt{\langle u_n \rangle_+^2 + u_{t,1}^2}$.

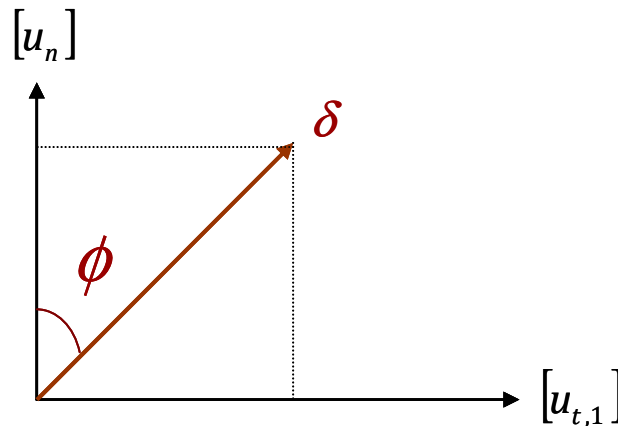


Figure 68. Décomposition du saut de déplacement δ dans l'espace des sauts de déplacement des modes de rupture (mode I et mode II)

1.3. Critère en énergie

Quant au critère en énergie, le critère couramment utilisé dans les modèles de zone cohésive est le critère nommé « power law » (noté power law par la suite) ([Whitcomb, 1984])(Eq. 3.6) ([da Silva *et al.*, 2006], [Anyfantis, 2012], [Campilho *et al.*, 2013]). C'est pourquoi, ce critère est utilisé dans les différents modèles de zone cohésive de notre étude.

$$\left(\frac{G_I}{G_{I_c}}\right)^\gamma + \left(\frac{G_{II}}{G_{II_c}}\right)^\gamma = 1 \quad \text{Eq. 3.6}$$

avec $\gamma=1$ un paramètre de forme. Rappelons que G_I et G_{II} sont respectivement les taux de restitution d'énergie associés au mode I et au mode II et que G_{I_c} et G_{II_c} sont respectivement les taux de restitution d'énergie critique selon les modes I et II.

Toutefois, afin de déterminer l'impact que peut avoir le jeu de critères choisi sur les résultats, une autre loi qui est fréquemment utilisée pour décrire la propagation d'un délaminage ([Vandellos *et al.*, 2013]), la loi de Benzeggagh et Kenane (notée BK par la suite) ([Benzeggagh and Kenane, 1996]) (Eq. 3.7), sera également utilisée dans les différents modèles de zone cohésive.

$$G_c = G_{I_c} + (G_{II_c} - G_{I_c}) \left(\frac{G_{II}}{G_I + G_{II}}\right)^\eta \quad \text{Eq. 3.7}$$

où η est un paramètre de forme.

Notons que le critère en contrainte de l'Eq. 3.3 ressemblant dans sa formulation à celle du critère en énergie power law (Eq. 3.6), par commodité, il y sera fait référence en le nommant power law également par la suite, comme dans le chapitre 2.

La formulation d'un modèle de zone cohésive classique ayant été donnée, il s'agit à présent de présenter les différentes formes de loi utilisées.

1.4. Formes de la loi de zone cohésive

Les modèles de zone cohésive présentent des formes de loi cohésive différentes. Les lois cohésives utilisées dans ce travail issues du travail réalisé par Vandellos *et al.* [Vandellos *et al.*, 2013] sont : la loi bi-linéaire, la loi tri-linéaire et la loi trapézoïdale. La forme de chaque modèle est illustrée pour une mixité de mode donnée par la Figure 69.

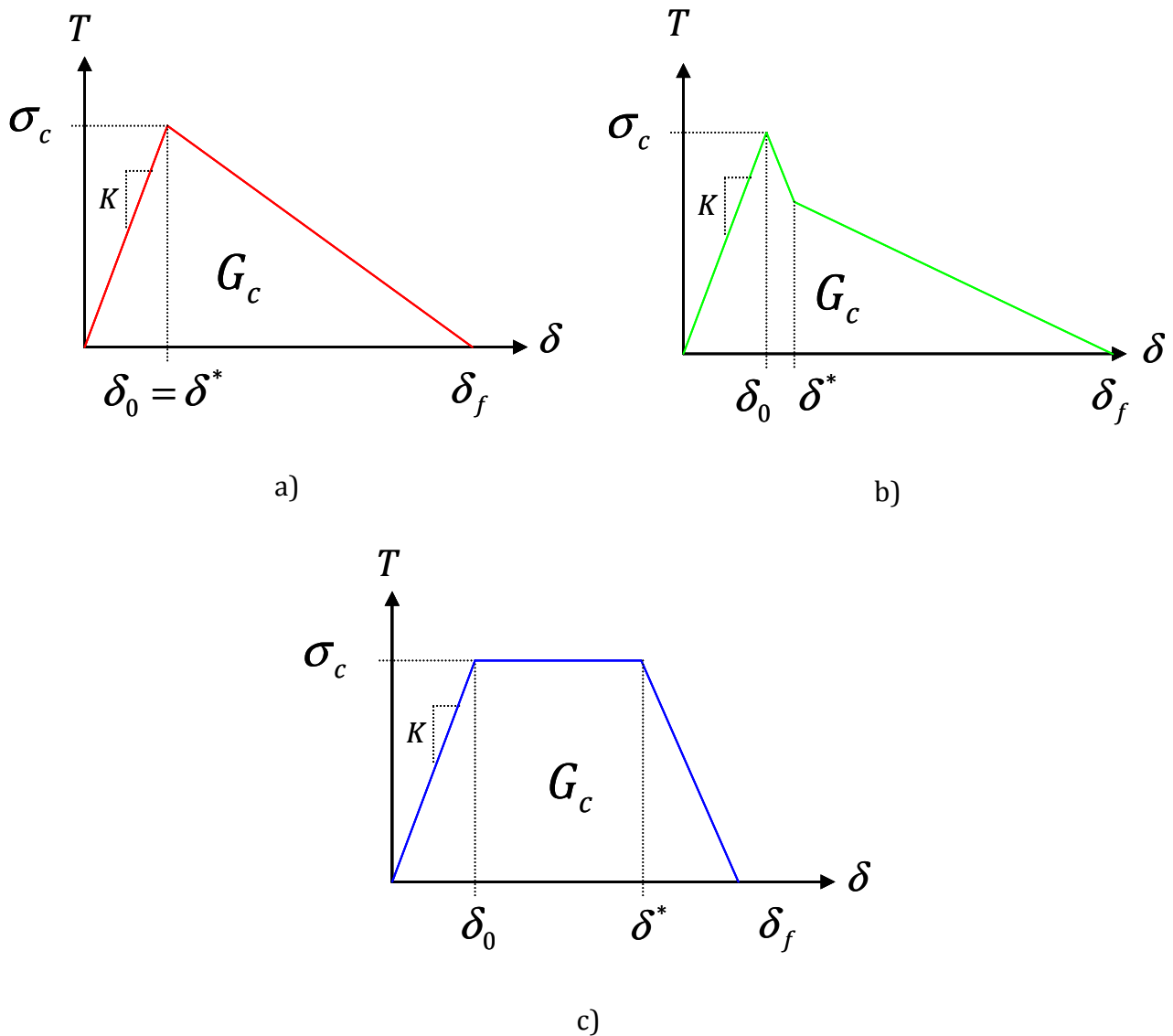


Figure 69. Représentation de la forme des modèles de zone cohésive a) bi-linéaire, b) tri-linéaire et c) trapézoïdale, pour une mixité de mode donnée

Dans le cas particulier des lois étudiées ici, il est possible de préciser l'expression du comportement de l'endommagement déjà explicité dans le cadre général du modèle (Eq. 3.1), en faisant apparaître la fonction représentant l'effet de l'endommagement tel que :

$$\begin{array}{ll}
 \text{Si } [u_n] \geq 0 & \text{Si } [u_n] < 0 \\
 \left\{ \begin{array}{l} T_n = K_{MZC} [u_n] (1 - \lambda) \\ T_{t,1} = K_{MZC} [u_{t,1}] (1 - \lambda) \end{array} \right. & \left\{ \begin{array}{l} T_n = \alpha_c K_{MZC} [u_n] \\ T_{t,1} = K_{MZC} [u_{t,1}] (1 - \lambda) \end{array} \right. \quad \text{Eq. 3.8}
 \end{array}$$

En revanche, si l'effet de l'endommagement est identique quelle que soit la loi, la cinétique de l'endommagement ne l'est pas. Toutefois, pour les trois lois utilisées, l'évolution

de la variable d'endommagement λ peut s'écrire sous la forme d'un formalisme commun et est donnée par :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \lambda \geq 0 \\ \lambda = 0 & \text{si } \delta \leq \delta_0 \\ \lambda = (\delta_0 - \delta) \frac{\delta^* - \alpha_\sigma \delta_0}{\delta(\delta_0 - \delta^*)} & \text{si } \delta_0 < \delta \leq \delta^* \\ \lambda = \min \left(\frac{\delta(\delta^* - \delta_f) + \alpha_\sigma \delta_0 (\delta_f - \delta)}{\delta(\delta^* - \delta_f)}, 1 \right) & \text{si } \delta > \delta^* \end{array} \right. \quad \text{Eq. 3.9}$$

avec δ le saut de déplacement. δ_0 , δ^* et δ_f sont les paramètres matériaux correspondant aux critères en contrainte (δ_0) et en énergie (δ^* et δ_f), et α_σ est un paramètre de forme.

Si la définition de δ_0 est identique pour les trois lois (Eq. 3.10), celles de δ^* et δ_f diffèrent d'une loi à une autre.

$$\delta_0 = \frac{\sigma_c}{K_{MZC}} \quad \text{Eq. 3.10}$$

Il est possible d'exprimer δ^* d'une manière générique par une formulation unique valable pour les trois lois (Eq. 3.11). La différence entre chaque forme de loi au sein de cette expression se fait à travers les paramètres α_σ et α_δ .

$$\delta^* = \delta_0 + \alpha_\delta (\delta_f - \delta_0) \quad \text{avec} \quad \alpha_\delta = \frac{G_c - 0,5 \times \sigma_c \delta_0}{0,5 \times \sigma_c (\delta_f - \delta_0)} - \alpha_\sigma \quad \text{Eq. 3.11}$$

où α_σ et α_δ ont été considérés égaux aux valeurs de la Table 33 suivant la loi utilisée.

Loi cohésive	α_σ	α_δ
bi-linéaire	1	0
tri-linéaire	0,9	0,05
trapézoïdale	1	0.9

Table 33. Valeurs des paramètres α_σ et α_δ pour chacune des lois utilisées

Quant au paramètre δ_f , son expression est la suivante :

$$\delta_f = \frac{G_c - \frac{1}{2} \sigma_c \delta_0}{\frac{1}{2} \sigma_c (\alpha_\delta + \alpha_\sigma)} + \delta_0 \quad \text{Eq. 3.12}$$

La formulation du modèle ainsi que les différentes formes de loi ayant été présentées, l'intégration de l'influence de l'épaisseur de colle mise en évidence dans les chapitres 1 et 2 par le biais de la loi cohésive est explicitée dans la suite.

1.5. Intégration dans le modèle de zone cohésive de l'épaisseur de colle

A partir de la formulation du modèle dans l'Eq. 3.1, il est possible de mettre en évidence l'épaisseur de colle e :

$$T_n = K_{MZC} [u_n] = K_{MZC} e \frac{[u_n]}{e} \quad \text{Eq. 3.13}$$

Par ailleurs, grâce à la loi de Hooke, on relie l'effort cohésif en mode I T_n à la déformation ε grâce au module de Young de l'adhésif E_{colle} comme suit :

$$T_n = E_{colle} \varepsilon = E_{colle} \frac{[u_n]}{e} \quad \text{Eq. 3.14}$$

Donc, en combinant l'Eq. 3.13 avec l'Eq. 3.14, on obtient la raideur cohésive en mode I :

$$K_{MZC} = \frac{E_{colle}}{e} \quad \text{Eq. 3.15}$$

De même, pour une modélisation en 2D, en mode II, on obtient la raideur :

$$K_{MZC} = \frac{G_{colle}}{e} \quad \text{Eq. 3.16}$$

avec G_{colle} le module de cisaillement de l'adhésif déterminé par : $G_{colle} = \frac{E_{colle}}{2(1 + \nu_{colle})}$ où ν_{colle} est le coefficient de Poisson de l'adhésif.

Dans les modèles qui ont été utilisés ici, la raideur initiale de la loi est identique quelle que soit la mixité de mode. Ce point constitue une limitation de ces modèles ne permettant pas de fixer une raideur différente pour chaque mode, ce qui est pourtant le cas au regard des équations Eq. 3.15 et Eq. 3.16. Aussi, dans les études d'influence suivantes, on a choisi

d'attribuer la raideur K_{MZC} en mode I ($K_{MZC} = \frac{E_{colle}}{e}$). Par ailleurs, une autre limitation de ces modèles réside dans l'impossibilité de fixer à la fois les raideurs, les résistances interlaminaires et les ténacités. En effet, des problèmes numériques concernant la bonne description de la propagation d'un délaminage en mode mixte dans les modèles de zone cohésive actuels ont été soulevés ([Turon *et al.*, 2006]). Ainsi si le respect de l'homothétie (illustrée en violet sur l'exemple de la loi bi-linéaire sur la Figure 67) permettant de conserver un rapport $\frac{\delta_0}{\delta_f}$ constant quelle que soit la mixité de mode n'est pas assuré, alors le taux de restitution d'énergie apparent (*i.e.* utilisé pour la rupture de l'élément) n'est pas égal à la ténacité imposée aux modèles. C'est pourquoi, il est impossible de respecter à la fois la raideur, les résistances interlaminaires, les ténacités et le ratio $\frac{\delta_0}{\delta_f}$. Aussi, seul le meilleur compromis pour fixer les différents paramètres du modèle de zone cohésive peut être recherché.

2. Application du modèle de zone cohésive adapté à l'essai « Thick Adherend Shear Test »

Afin d'évaluer si l'intégration de l'épaisseur de colle dans la raideur du modèle de zone cohésive est suffisante afin de décrire l'influence de l'épaisseur du joint sur la tenue de l'assemblage collé, la modélisation de l'essai « Thick Adherend Shear Test » dans sa configuration modifiée ([Cognard *et al.*, 2011]) (TAST modifié) a été mise en place en 2D avec trois modèles de zone cohésive différents : un modèle bi-linéaire, un modèle tri-linéaire et un modèle trapézoïdal. En revanche, contrairement à l'essai TAST modifié présenté dans [Cognard *et al.*, 2011] et étant donné que l'on recherche à avoir des effets de bords importants, les becs dans les substrats ne sont pas modélisés.

2.1. Modélisation de l'essai TAST modifié, conditions aux limites et de chargement, et, propriétés matériaux

Afin de modéliser l'essai TAST modifié, les dimensions et les conditions aux limites et de chargement de l'essai sont celles représentées sur la Figure 70.

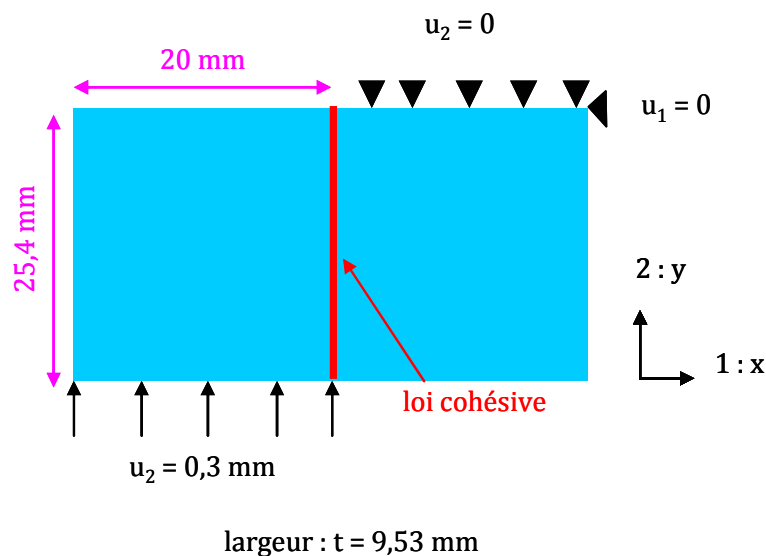


Figure 70. Représentation schématique des dimensions et des conditions aux limites et de chargement de l'essai TAST modifié sans becs

Pour cette modélisation, les propriétés matériaux des substrats en Aluminium sont présentées dans la Table 34, les propriétés de l'adhésif (résine époxy Huntsman™ Araldite® 420 A/B) sont présentées dans la Table 35 et les propriétés de l'interface sont données dans la Table 36.

Module de Young (MPa)	Coefficient de Poisson
80000	0,3

Table 34. Propriétés des substrats en Aluminium tirées de [Cognard et al., 2011]

Module de Young (MPa)	Coefficient de Poisson
2200	0,3

Table 35. Propriétés de l'adhésif (résine époxy Huntsman™ Araldite® 420 A/B) tirées de [Cognard et al., 2011]

Résistance hors-plan en mode I Z_t (MPa)	Résistance hors-plan en mode II S_c (MPa)	Ténacité en mode I G_{Ic} (N.mm ⁻¹)	Ténacité en mode II G_{IIc} (N.mm ⁻¹)
35 (*)	50 (*)	2,8 (**)	5,0 (**)

Table 36. Propriétés de l'interface tirées de (*) [Jousset, 2010] et (**) [Marzi et al., 2011]

L'intégration de l'épaisseur de colle dans le modèle de zone cohésive selon l'Eq. 3.15 donne lieu à l'établissement d'une correspondance entre l'épaisseur de colle que l'on souhaite étudier et la raideur de l'interface. Cette correspondance est résumée dans la Table 37.

Epaisseur de colle e (mm)	Raideur de l'interface K_{MZC} (N.mm ⁻³)
0,1	22000
0,2	11000
0,4	5500

Table 37. Correspondance entre épaisseur de colle et raideur initiale de l'interface selon l'Eq. 3.15

Dans un premier temps, afin d'étudier la convergence au maillage, l'influence de la forme de la loi et l'influence de la raideur, le critère en contrainte est le critère de l'Eq. 3.3 avec $m = 1$ et le critère en énergie est le critère BK de l'Eq. 3.7 avec $\eta = 1,142$ (valeur issue d'études réalisées sur des stratifiés carbone/époxy).

2.2. Etude de la convergence au maillage

Dans la littérature, des études ont été réalisées afin de déterminer la taille de maille à utiliser pour l'étude de la propagation dans un modèle de zone cohésive ([Dugdale, 1960], [Barenblatt, 1962], [Hillerborg *et al.*, 1976], [Hui, 2003], [Yang and Cox, 2005], [Turon *et al.*, 2007], [Harper and Hallett, 2008]). Cette taille de maille est déterminée par rapport à la longueur de process zone ℓ_{cz} (Figure 71) qui s'exprime de manière générale par :

$$\ell_{cz} = ME_{transverse} \frac{G_c}{\sigma_c^2} \quad \text{Eq. 3.17}$$

où $E_{transverse}$ est le module de Young transverse hors-plan pour un matériau orthotrope avec isotropie transverse, G_c la ténacité de l'interface, σ_c la résistance interfaciale et M un paramètre adimensionnel (qui varie dans la littérature entre 0,21 [Hui, 2003] et 1 [Hillerborg *et al.*, 1976]).

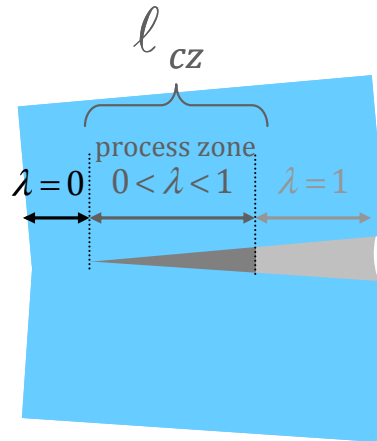


Figure 71. Représentation de la process zone

Afin de garantir la convergence du calcul lors de l'utilisation d'un modèle de zone cohésive, l'évolution de l'effort cohésif doit être décrite grâce à une discrétisation spatiale suffisamment fine. Pour cela, le nombre d'éléments minimum N que comporte la zone cohésive au sein de la process zone est généralement compris entre 3 et 10 ([Davila *et al.*, 2001], [Moës and Belytschko, 2002]). En déterminant ce nombre d'éléments et grâce à l'Eq. 3.17, il est alors possible de déterminer la taille de maille t_{maille} nécessaire :

$$t_{maille} = \frac{\ell_{cz}}{N} \quad \text{Eq. 3.18}$$

Afin de déterminer cette taille de maille dans cette étude, il est nécessaire de définir le module de Young transverse équivalent pour l'assemblage collé Al/résine époxy. L'essai étant un essai en mode II, on assume ici qu'il s'agit plutôt de définir le module de cisaillement équivalent G_{eq} tel que :

$$\frac{1}{G_{eq}} = e_{substrat} \times \frac{1}{G_{substrat}} + \frac{e_{colle}}{2} \times \frac{1}{G_{colle}} \quad \text{Eq. 3.19}$$

avec $e_{substrat}$ l'épaisseur du substrat, $G_{substrat}$ le module de cisaillement du substrat, e_{colle} l'épaisseur de la colle et G_{colle} le module de cisaillement de la colle. Ainsi, on remplace la valeur de $E_{transverse}$ dans l'Eq. 3.17 par celle de G_{eq} obtenue par l'Eq. 3.19 et on applique la formule du calcul de la taille de maille de l'Eq. 3.18. Finalement, pour l'étude de l'amorçage de différentes épaisseurs de colle et en prenant deux couples (M, N) , à savoir, un minimisant la taille de maille ($M=0,21, N=10$) et l'autre la maximisant ($M=1, N=3$), on obtient les résultats résumés dans la Table 38 et dans la Table 39.

Epaisseur de colle (mm)	0,1	0,2	0,4
Taille de maille (mm)	0,204	0,189	0,163

Table 38. Tailles de maille à utiliser pour ($M=0,21, N=10$) en fonction de l'épaisseur de colle

Epaisseur de colle (mm)	0,1	0,2	0,4
Taille de maille (mm)	3,243	2,993	2,594

Table 39. Tailles de maille à utiliser pour ($M=1, N=3$) en fonction de l'épaisseur de colle

Afin de déterminer si la formulation proposée quant à la détermination de la taille de maille pour l'étude de la propagation est applicable pour l'étude de l'amorçage, l'influence de la taille de maille est étudiée par la voie des calculs dans le paragraphe qui suit.

Pour cela, l'étude de convergence au maillage a été réalisée avec des tailles de maille moyennes d'1 μm , 4 μm , 8 μm , 132 μm et 1 mm sur toute la longueur de recouvrement au niveau de l'interface cohésive introduite entre les substrats. Le calcul avec une taille de maille d'1 μm prend 200 fois plus de temps qu'avec une taille de maille d'1 mm. Ainsi, en durée, le temps de calcul pour un maillage avec une taille de maille d'1 μm est d'environ 6 h 40 min alors qu'avec un maillage avec une taille de maille de 1 mm, il est de 2 min (Table 40). Notons que les calculs ont été réalisés avec une résolution locale sur 4 cœurs d'un nœud de calcul

ayant 36 Go de mémoire. Les résultats obtenus avec différentes tailles de maille avec les lois trapézoïdale, bi-linéaire et tri-linéaire pour une raideur initiale $K_{MZC} = 22000 \text{ N.mm}^{-3}$ sont respectivement illustrés sur les Figure 72, Figure 73 et Figure 74.

Taille de maille (mm)	0,001	0,004	0,008	0,132	1
Temps de calcul	6 h 40 min	1 h 23 min	41 min	5 min	2 min

Table 40. Temps de calcul correspondant à la taille de maille utilisée pour le calcul

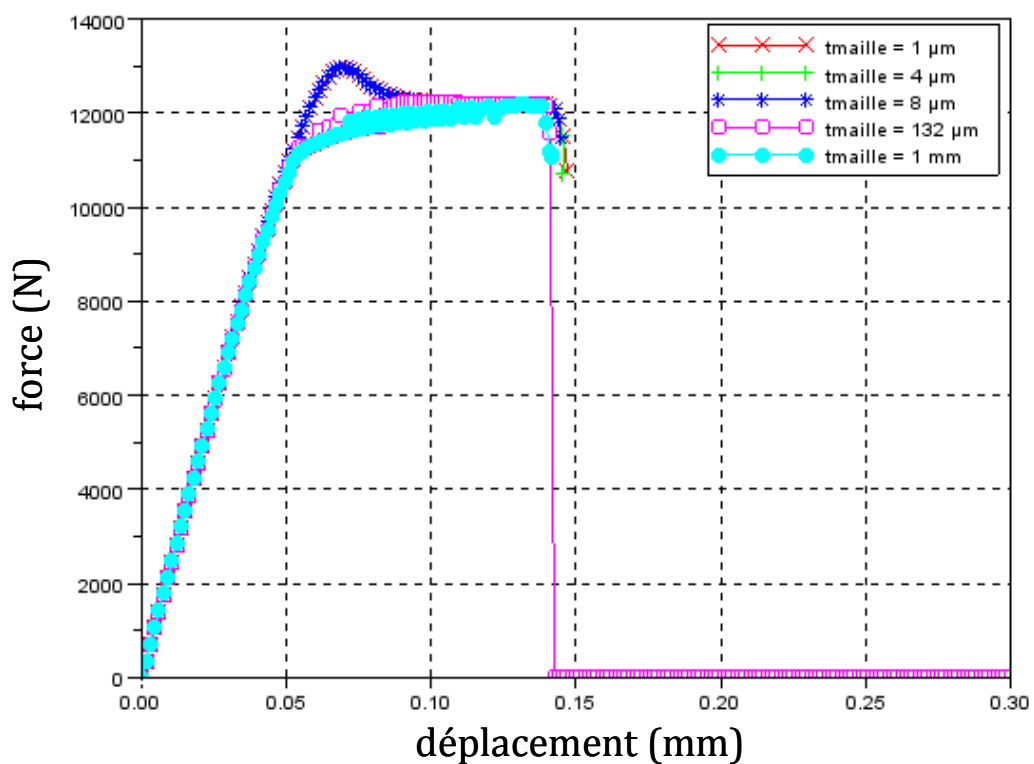


Figure 72. Influence de la taille de maille sur la réponse macroscopique avec la loi trapézoïdale

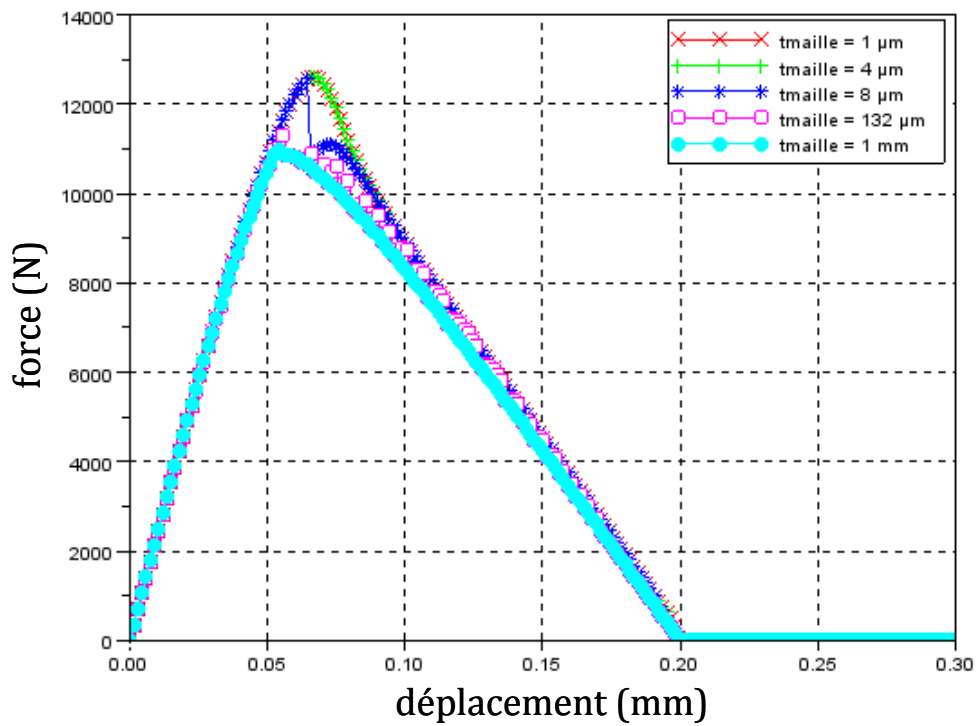


Figure 73. Influence de la taille de maille sur la réponse macroscopique avec la loi bi-linéaire

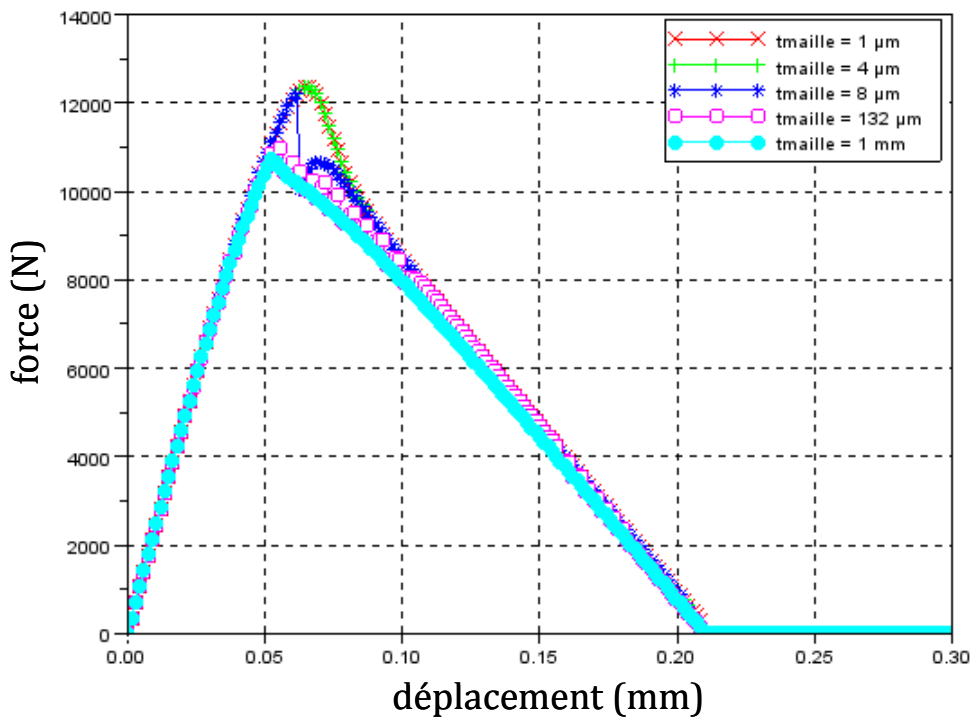


Figure 74. Influence de la taille de maille sur la réponse macroscopique avec la loi tri-linéaire

On observe qu'il y a convergence quelle que soit la loi pour des tailles de maille inférieures à 8 μm sauf pour les lois bi-linéaire et tri-linéaire pour lesquelles il semble y avoir eu un saut de solution pour le calcul réalisé avec une taille de maille de 8 μm .

Par ailleurs, la même étude de convergence au maillage a été réalisée pour $K_{MZC} = 11000 \text{ N.mm}^{-3}$ et $K_{MZC} = 5500 \text{ N.mm}^{-3}$. On observe ainsi que, pour les trois lois, le comportement macroscopique a convergé pour les tailles de maille moyennes d'1 μm , 4 μm et 8 μm sans qu'il n'y ait de sauts de solution.

Finalement, pour les trois raideurs initiales testées, dans le cas précis de l'essai TAST modifié, la taille de maille qui constitue le meilleur compromis temps de calcul/précision de la description de l'amorçage est une taille de maille de 8 μm . D'une manière plus générale, cette étude nous permet de préconiser des maillages particulièrement fins tout le long de l'interface étudiée.

Cette étude a permis de mettre en évidence l'influence de la taille de maille sur la description de l'amorçage mais également celle de la forme du modèle de zone cohésive. En effet, concernant la taille de maille, il a été mis en évidence que la taille de maille nécessaire est très petite et que les formulations de la littérature qui existent pour la description de la propagation ne sont pas satisfaisantes pour l'amorçage. Par ailleurs, le comportement global apparaît fortement influencé en fonction du modèle lorsque l'on compare la Figure 72, la Figure 73 et la Figure 74. Aussi, une étude plus complète sur l'influence de la loi sur l'amorçage du décollement est réalisée dans la suite de ce chapitre.

2.3. Etude de l'influence de la forme de la loi sur l'amorçage

Si pour une propagation stable et rectiligne d'un délaminage ([Monerie and Acary, 2001]) ou d'un décollement ([Alfano, 2006]) l'influence de la forme de la loi cohésive est négligeable, pour l'amorçage d'un décollement, son influence semble indéniable. À partir des calculs réalisés avec une raideur initiale fixée à $K_{MZC} = 5500 \text{ N.mm}^{-3}$ (Figure 75), les différences obtenues sur le comportement global peuvent être clairement mises en évidence. Parmi les déplacements repérés sur la Figure 75, d_{\max} est celui où la force atteint un maximum pour les trois lois presque simultanément. Les autres déplacements repérés correspondent aux déplacements à rupture avec chaque loi (déplacements pour lesquels $\lambda = 1$), à savoir, au déplacement à rupture de la loi trapézoïdale d_{trapez} , au déplacement à rupture de la loi bi-linéaire d_{bi} et au déplacement à rupture de la loi tri-linéaire d_{tri} .

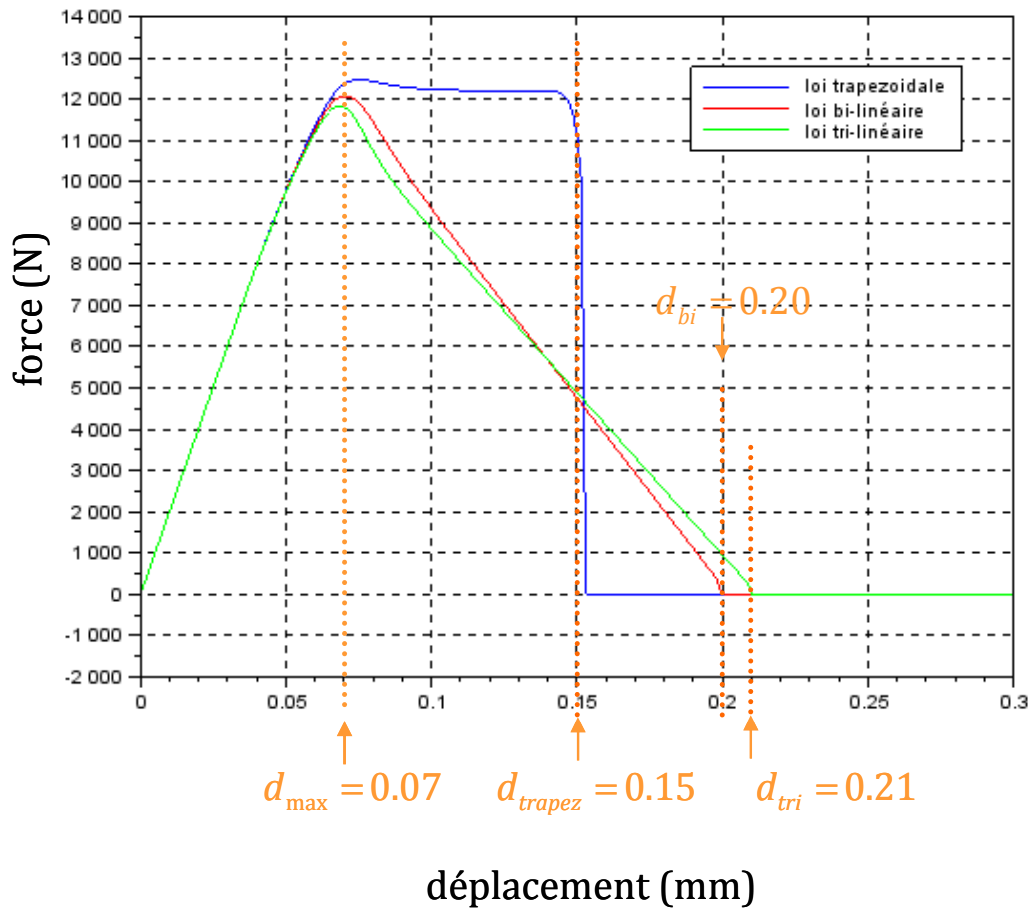
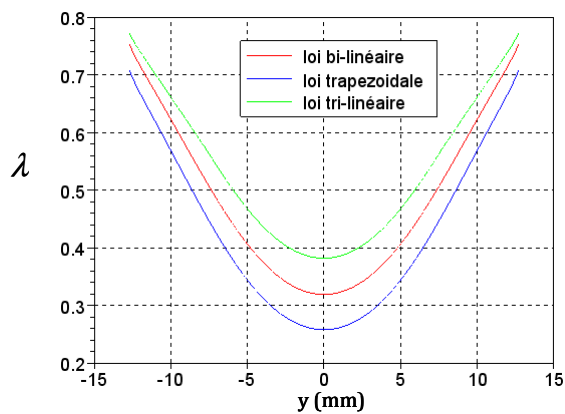


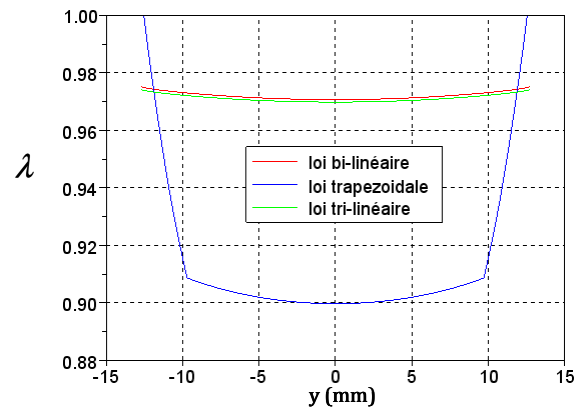
Figure 75. Influence de la forme de la loi du modèle de zone cohésive sur la courbe force/déplacement

On note que la force d'amorçage devient rapidement nulle quelle que soit la loi lorsque pour un point de Gauss $\lambda = 1$. Aussi, un pic de force ayant eu lieu avant cet amorçage théorique, cela nous amène à supposer que la force d'amorçage correspond plutôt à la force maximum observée macroscopiquement (vision qui se rapproche de celle généralement utilisée en exploitation d'essais expérimentaux).

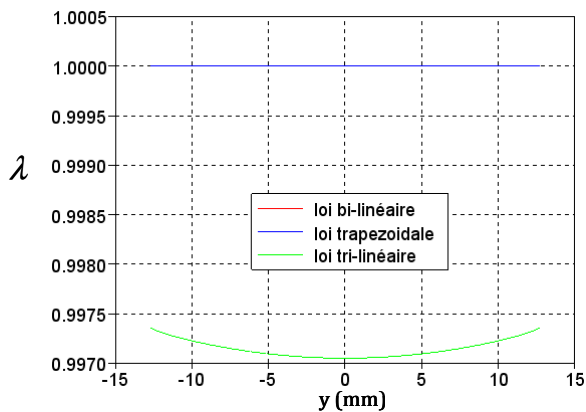
On observe que le comportement global de la structure, le déplacement à rupture et la force d'amorçage sont différents en fonction de la loi. Aussi, afin de comprendre dans un premier temps la différence de comportement global observée suivant la loi utilisée, nous avons étudié l'évolution de la variable d'endommagement λ pour chaque point de Gauss le long de l'interface pour chaque loi pour les différents déplacements repérés sur la Figure 75. Les évolutions de la variable d'endommagement λ le long de l'interface sont illustrées sur la Figure 76 pour les trois lois aux différents déplacements (d_{max} , d_{trapez} , d_{bi} et d_{tri}).



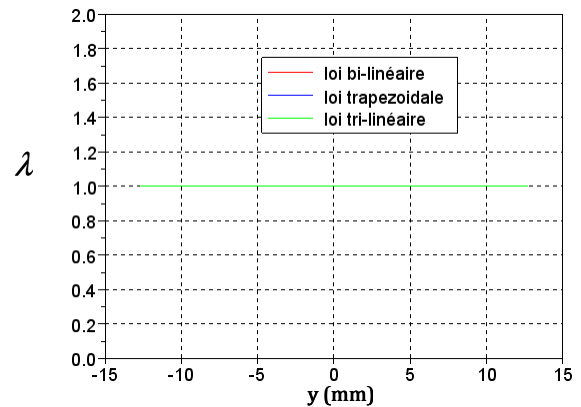
a)



b)



c)



d)

Figure 76. Evolution de la variable d'endommagement λ le long de l'interface à
a) $d_{\max} = 0,07 \text{ mm}$, b) $d_{\text{trapez}} = 0,15 \text{ mm}$, c) $d_{\text{bi}} = 0,20 \text{ mm}$ et d) $d_{\text{tri}} = 0,21 \text{ mm}$

Avant la rupture, à d_{\max} , l'interface avec la loi trapézoïdale est la moins endommagée des trois lois. C'est pourquoi pour un déplacement d_{\max} la force d'amorçage est plus élevée avec la loi trapézoïdale qu'avec les deux autres lois. La cinétique de l'endommagement déterminée théoriquement (Figure 77) corrobore également cette conclusion car la cinétique de l'endommagement avec la loi trapézoïdale diffère de celles des autres lois. En effet, avec la loi trapézoïdale, l'endommagement au début est moindre mais rapidement il surpasse celui des autres lois et la rupture a lieu plus rapidement.

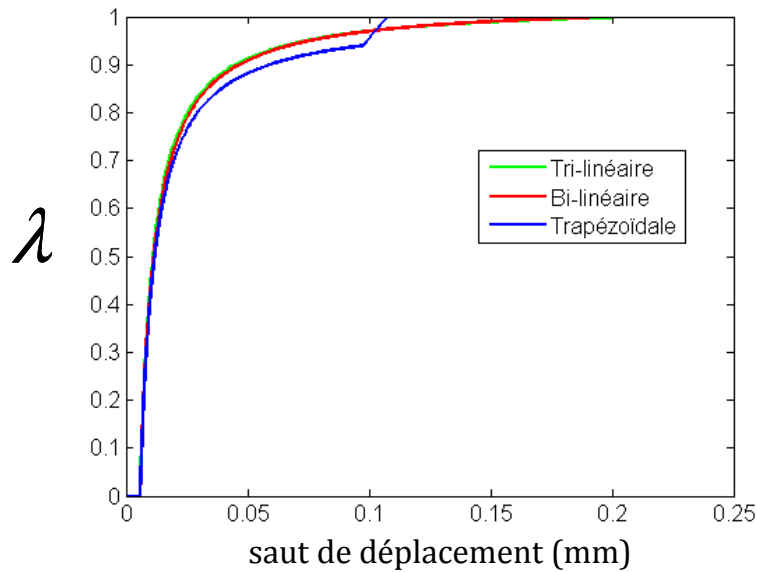


Figure 77. Evolution de la cinétique de l'endommagement en mode II pour les trois lois pour une raideur de $K = 22000 \text{ N.mm}^{-3}$

Dans un second temps, afin d'enrichir notre compréhension de la différence de comportement observée entre les différentes lois, on a cherché à savoir s'il existe une continuité dans les comportements obtenus entre les trois lois précédentes. Pour cela, nous avons considéré que la loi bi-linéaire présente une forme proche de celle de la loi trapézoïdale mais dans laquelle la longueur du plateau (contrôlée par le paramètre $\alpha_\delta = \frac{\delta^* - \delta_0}{\delta_f - \delta_0}$ dans la loi trapézoïdale) serait nulle (*i.e.* avec $\alpha_\delta = 0$) comme illustré sur la Figure 78. Aussi, afin de comprendre pourquoi le comportement global obtenu avec la loi trapézoïdale est éloigné de celui obtenu avec les lois bi-linéaire et tri-linéaire, des calculs supplémentaires avec la loi trapézoïdale comportant une modification de la longueur de son plateau lorsque l'effort cohésif atteint σ_c ont été réalisés (Figure 79). Les calculs réalisés l'ont été avec la loi trapézoïdale avec $\alpha_\delta = 0,5$ et $\alpha_\delta = 0,2$ au lieu de $\alpha_\delta = 0,9$ par défaut dans la précédente simulation avec la loi trapézoïdale. Sur la Figure 80 sont illustrées les réponses macroscopiques obtenues avec la loi trapézoïdale avec $\alpha_\delta = 0,5$ et $\alpha_\delta = 0,2$ comparées aux réponses macroscopiques obtenues précédemment pour les lois bi-linéaire, tri-linéaire et trapézoïdale avec $\alpha_\delta = 0,9$ (Figure 75).

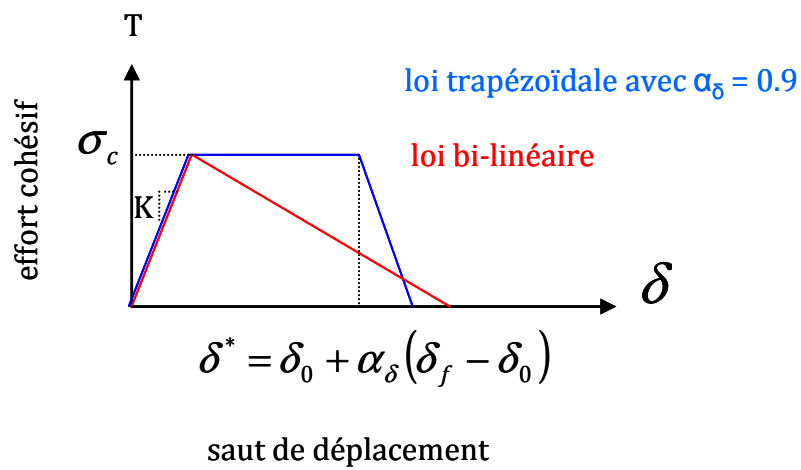


Figure 78. Représentation des lois bi-linéaire et trapézoïdale

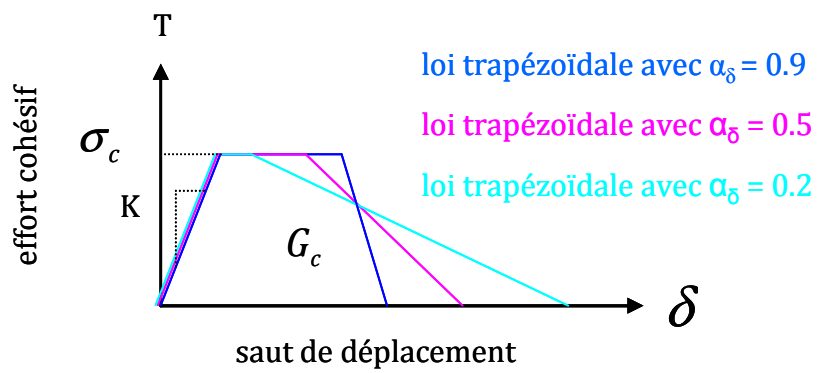


Figure 79. Trois lois trapézoïdales avec différentes longueurs de plateau à G_c et σ_c fixés

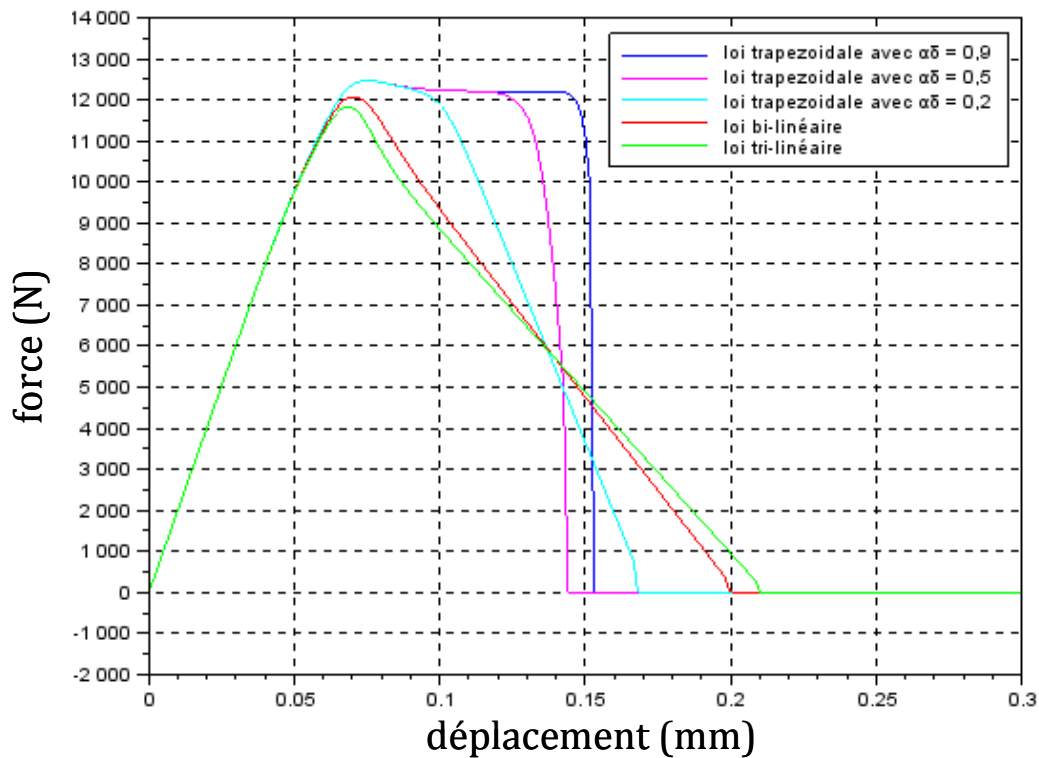


Figure 80. Comportement macroscopique en fonction de la forme de la loi d'interface

Comme on peut le voir la longueur du plateau de la loi trapézoïdale influence fortement la réponse macroscopique. Quand la longueur du plateau diminue, le comportement obtenu avec une loi trapézoïdale se rapproche de celui obtenu avec une loi bi-linéaire. Aussi, il existe une continuité du comportement macroscopique entre les différentes formes de lois d'interface.

La seconde partie de ce travail a consisté à comprendre pourquoi le déplacement à rupture est différent d'une loi à une autre. A cet effet, nous avons considéré les évolutions de la variable d'endommagement λ (Figure 76) de plus près. Il est à noter que toute l'interface est endommagée et que la rupture survient toujours quand $\lambda = 1$ pour les mêmes points de Gauss aux extrémités de l'interface pour les trois lois. Ainsi, la différence de déplacement à rupture observée semble être due à l'existence de différentes valeurs du saut de déplacement critique δ_f quand l'interface commence à rompre à ces points de Gauss. En effet, comme illustré sur la Figure 81, avec des paramètres cohésifs identiques (*i.e.* la même ténacité G_c et la même résistance σ_c), on peut remarquer que localement, pour les deux points de Gauss à chaque extrémité de l'interface, on a $\delta_{f\text{trapézoïdal}} < \delta_{f\text{bi-linéaire}} < \delta_{f\text{tri-linéaire}}$.

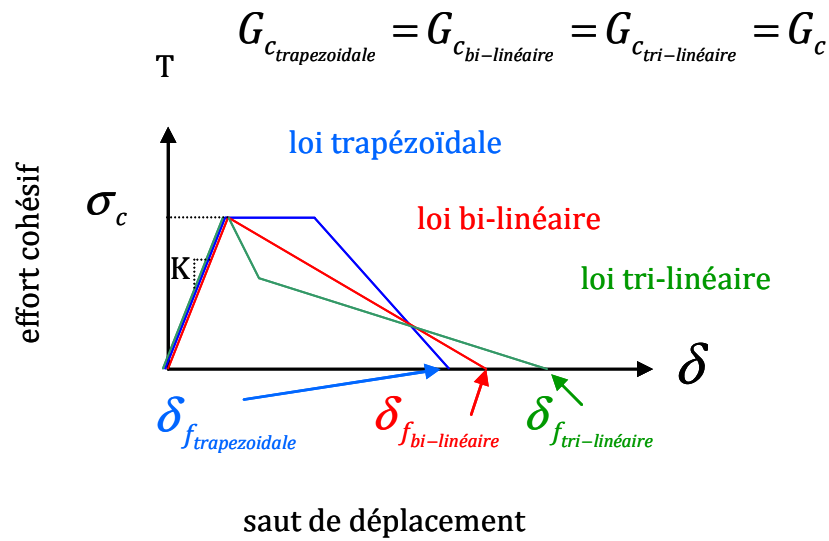


Figure 81. Représentation des sauts de déplacement critique quand l'interface est rompue pour les trois lois cohésives à G_c et σ_c fixés

On en déduit que c'est ce qui a pour conséquence la différence de déplacement à rupture observée. Aussi, par ordre croissant des sauts de déplacement critiques des trois lois, l'interface rompt d'abord avec la loi trapézoïdale, puis avec la loi bi-linéaire et enfin avec la loi tri-linéaire. Toutefois, il semble important de préciser qu'une telle conclusion ne pourrait s'appliquer à des cas où toute l'interface n'est pas comprise dans la process zone.

Après avoir analysé l'influence de la forme de la loi cohésive sur le comportement global et sur l'amorçage, une étude de l'influence de la variation de la raideur initiale de la loi cohésive est réalisée.

2.4. Etude de l'influence de la variation de la raideur de la loi cohésive sur l'amorçage

Dans les chapitres 1 et 2, on a mis en évidence l'influence de l'épaisseur de colle sur l'amorçage. On a ainsi pu observer que l'évolution de la force d'amorçage en fonction de l'épaisseur de colle n'est pas la même suivant que le collage est considéré comme parfait ou imparfait (présence de défauts). En effet, en présence de défauts, la force d'amorçage diminue quand l'épaisseur de colle augmente. En revanche, en absence de défauts, la force d'amorçage augmente quand l'épaisseur de colle augmente.

Ayant auparavant intégré l'épaisseur de colle dans le modèle de zone cohésive par le biais de sa raideur (section 1.5), il s'agit ici de voir si la force d'amorçage varie en fonction de la raideur et quelle est la tendance de cette évolution. L'influence de la variation de la raideur

de la loi cohésive sur l'amorçage a été réalisée pour trois valeurs résumées dans la Table 37. La réponse macroscopique obtenue en faisant varier la raideur pour la loi trapézoïdale est illustrée par la Figure 82. Notons que dans la légende de la Figure 82, K correspond à K_{MZC} .

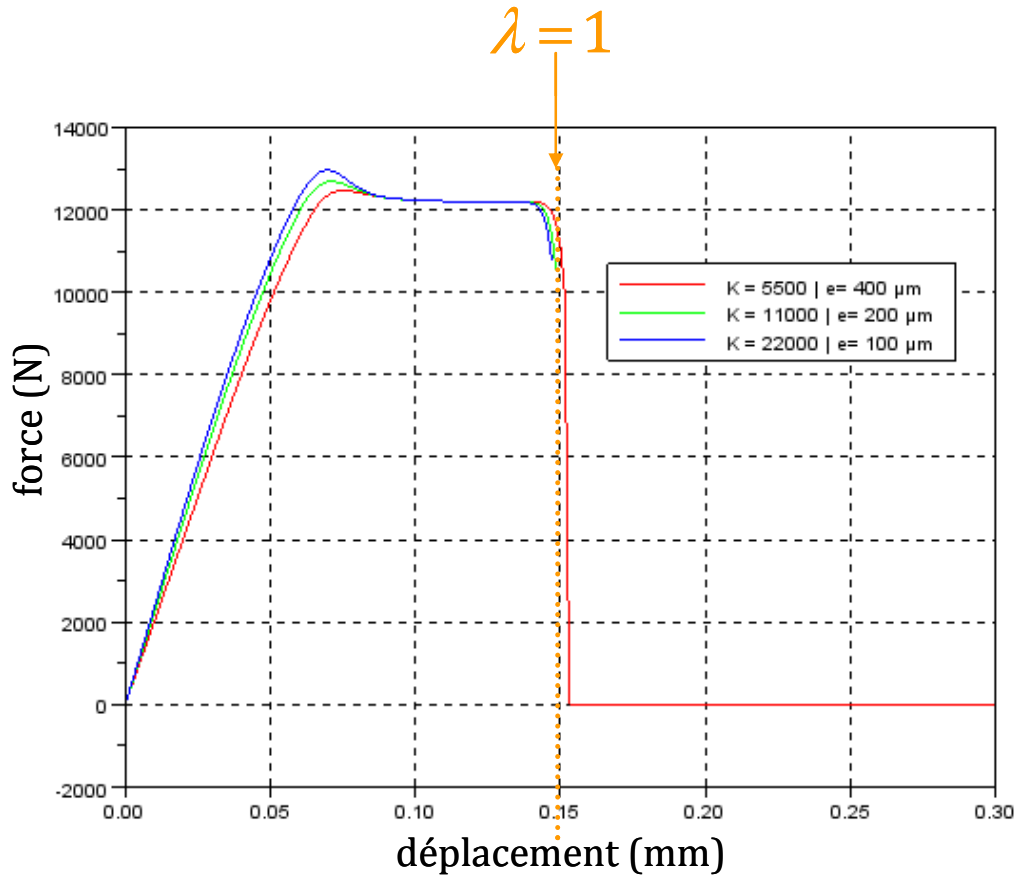


Figure 82. Influence de la raideur sur la courbe force/déplacement obtenue avec la loi trapézoïdale

Quelle que soit la loi utilisée, on observe une influence de la raideur sur le comportement global. En effet, la raideur apparente initiale de la réponse macroscopique augmente avec la raideur de la loi cohésive. Aussi, la force d'amorçage est différente pour chaque raideur de l'interface.

Par ailleurs, on observe également que la réponse macroscopique obtenue pour chaque loi est très similaire à la forme de la loi cohésive. Cette observation peut s'expliquer par le fait que toute l'interface est endommagée. Ainsi, la process zone s'étendant sur toute l'interface, c'est majoritairement le comportement de l'interface qui est observé macroscopiquement. Aussi, en perspective de ce travail, il nous semble que cet essai pourrait être pertinent pour permettre d'identifier la forme de la loi qui conviendrait le mieux par comparaison avec des résultats expérimentaux. Toutefois, pour cela, il faudrait s'assurer que :

-
- cet essai est réalisable, et que,
 - les résultats obtenus numériquement en idéalisant la structure (pas de bourrelet de colle, de fissure, ...) soient concordants avec les résultats expérimentaux.

Pour conclure, l'analyse menée par rapport à l'essai TAST modifié a permis de mettre en évidence trois influences majeures sur le comportement et sur l'amorçage :

- l'influence de la taille de maille,
- l'influence de la forme de la loi, et,
- l'influence de la raideur.

Ces influences ont été mises en évidence sur un essai présentant d'importants effets de bords. Par ailleurs, l'essai TAST modifié est un essai avec des conditions de chargement particulières qui font de lui un essai de type matériau. Les conditions de chargement de cet essai contribuent à l'existence d'une process zone aussi longue que la longueur de recouvrement. Ainsi, on a pu constater que la réponse macroscopique représente presque le comportement de l'interface (représentant le comportement de l'adhésif) à ceci près qu'il existe une contribution des substrats sur cette dernière. Or, dans l'état de l'art des essais dressé dans la bibliographie, deux catégories d'essais ont été mis en exergue : les essais sollicitant l'adhésif et les essais sollicitant l'assemblage. Aussi, on est amené à se demander quelle serait la conséquence sur la réponse macroscopique si on applique la même démarche qu'avec l'essai TAST modifié sur un autre essai présentant d'importants effets de bord mais avec des conditions de chargement différentes qui le classerait dans la catégorie des essais sollicitant l'assemblage. Par ailleurs, on est également amené à se demander si les études d'influence donneraient lieu aux mêmes résultats si, dans le cas d'un autre essai, la process zone n'incluait pas toute l'interface. C'est pourquoi, dans la section 3, la même démarche que pour l'essai TAST modifié est appliqué au cas de l'essai « Single Lap Joint ».

3. Application du modèle de zone cohésive adapté à l'essai « Single Lap Joint »

Le choix de l'essai « Single Lap Joint » (SLJ) nous paraît pertinent pour mener les études d'influence précédentes et conclure sur ces dernières car pour cet essai sollicitant l'assemblage, au déplacement d_{\max} (déplacement pour lequel la force atteint un maximum pour les trois lois comme illustré sur la Figure 83), la process zone n'inclut pas toute l'interface. En effet, deux process zones au niveau des extrémités sont visibles quelle que soit la forme de la loi (Figure 84).

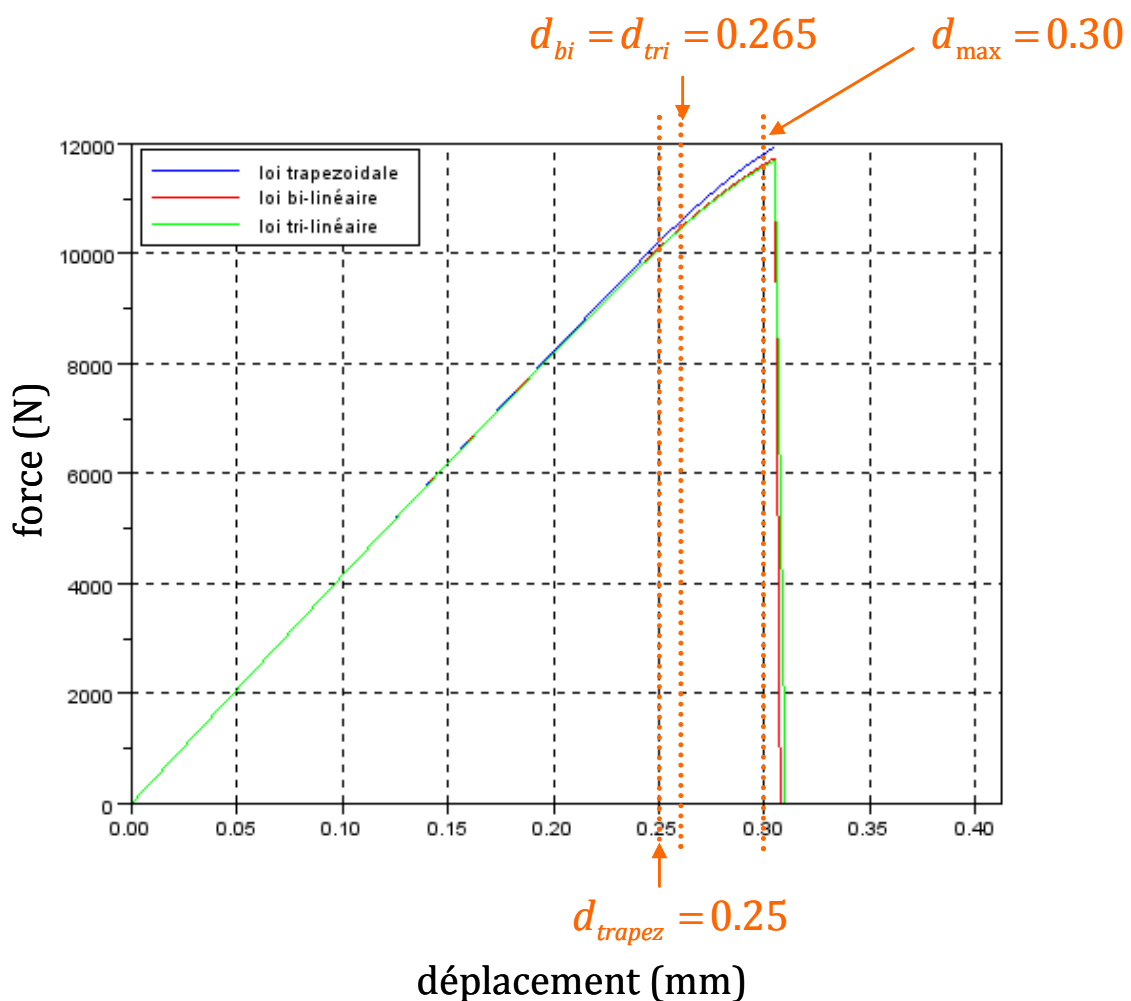


Figure 83. Courbes force/déplacement obtenues pour les trois lois

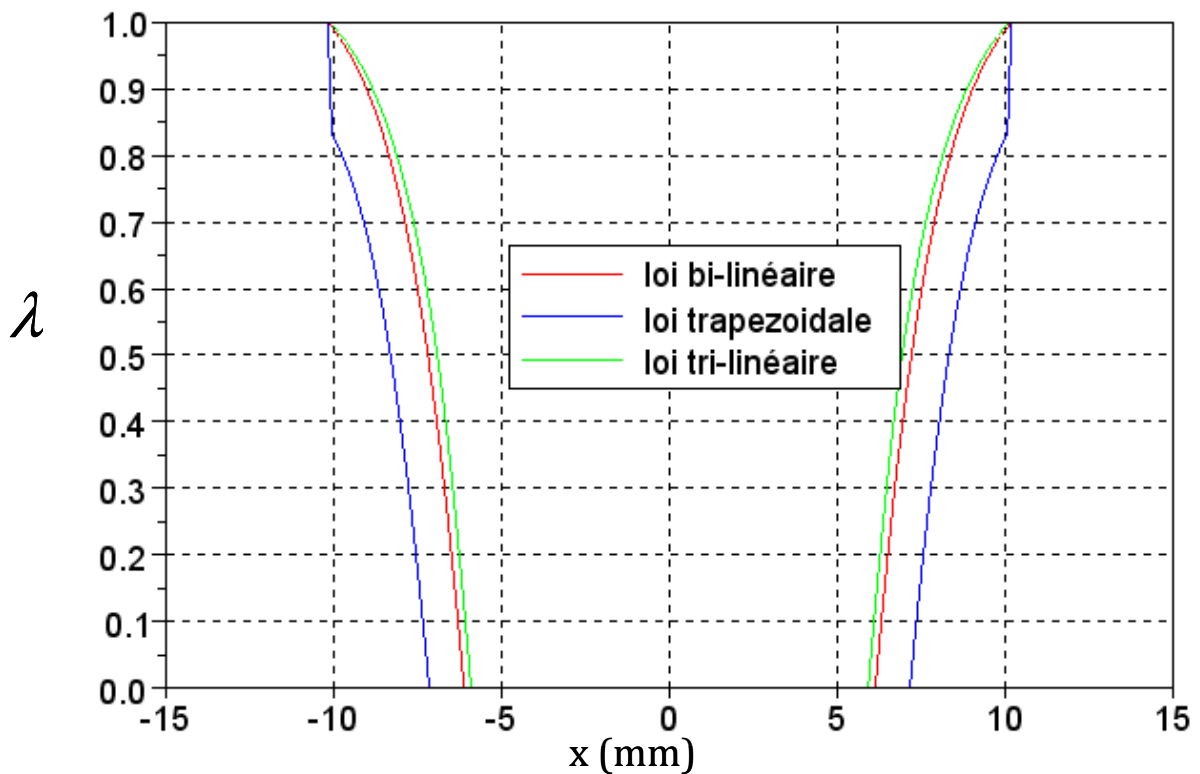


Figure 84. Evolution de la variable d'endommagement λ le long de l'interface à $d_{\max} = 0.30 \text{ mm}$

Aussi, afin d'évaluer si l'intégration de l'épaisseur de colle dans la raideur du modèle de zone cohésive est suffisante pour la description de l'influence de l'épaisseur de colle sur l'amorçage, la modélisation d'un essai SLJ a été mise en place avec les trois mêmes modèles de zone cohésive que pour la section 2, à savoir un modèle bi-linéaire, un modèle tri-linéaire et un modèle trapézoïdal.

3.1. Modélisation de l'essai SLJ, conditions aux limites et de chargement, et, propriétés matériaux

Afin de modéliser l'essai SLJ, les dimensions et les conditions aux limites et de chargement de l'essai sont celles représentées sur la Figure 85.

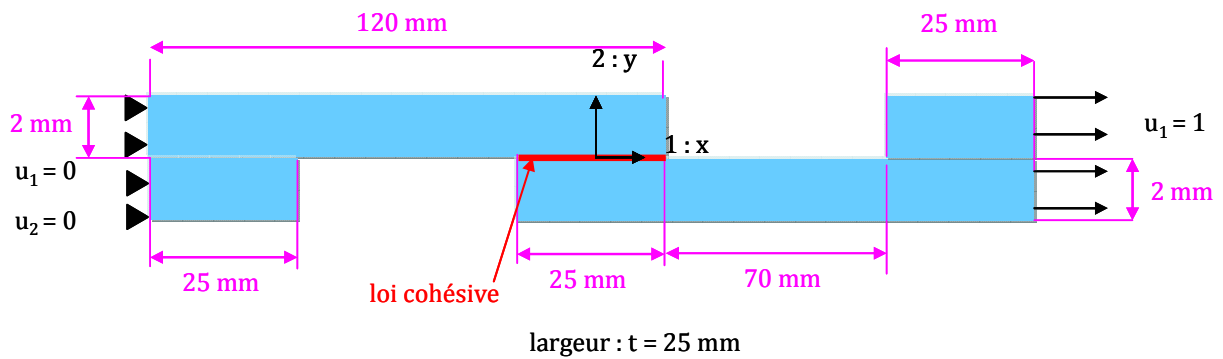


Figure 85. Représentation schématique des dimensions et des conditions aux limites et de chargement de l'essai SLJ

Pour cette modélisation, les propriétés matériaux des substrats, celles de l'adhésif et celles de l'interface sont tirées de [da Silva *et al.*, 2006]. Les propriétés matériaux des substrats en acier sont présentées dans la Table 41, celles de l'adhésif (résine époxy Araldite® AV138/HV998 de Huntsman™) sont présentées dans la Table 25 et celles de l'interface sont données dans la Table 43. Concernant les résistances de l'interface en mode I et en mode II, elles sont prises identiques car la résistance en mode II n'est pas donnée dans [da Silva *et al.*, 2006].

Module de Young (MPa)	Coefficient de Poisson
210000	0,3

Table 41. Propriétés des substrats en acier tirées de [da Silva *et al.*, 2006]

Module de Young (MPa)	Coefficient de Poisson
4590	0,35

Table 42. Propriétés de l'adhésif (résine époxy Araldite® AV138/HV998 de Huntsman™) tirées de [da Silva *et al.*, 2006]

Résistance hors-plan en mode I Z_t (MPa)	Résistance hors-plan en mode II S_c (MPa)	Ténacité en mode I G_{Ic} (N.mm ⁻¹)	Ténacité en mode II G_{IIc} (N.mm ⁻¹)
41	41	0,3	0,6

Table 43. Propriétés de l'interface tirées de [da Silva et al., 2006]

L'intégration de l'épaisseur de colle dans le modèle de zone cohésive selon l'Eq. 3.15 permet l'établissement d'une correspondance entre l'épaisseur de colle que l'on souhaite étudier et la raideur de l'interface. Cette correspondance est résumée dans la Table 44.

Épaisseur de colle e (mm)	Raideur de l'interface K_{MzC} (N.mm ⁻³)
0,2	22950
0,5	9180
1	4590

Table 44. Correspondance entre épaisseur de colle et raideur de l'interface selon l'Eq. 3.15

Dans un premier temps, afin d'étudier la convergence au maillage, l'influence de la forme de la loi et l'influence de la raideur, le critère en contrainte est le critère de l'Eq. 3.3 avec $m = 1$ et le critère en énergie est le critère power law de l'Eq. 3.6 avec $\gamma = 1$.

3.2. Etude de la convergence au maillage

Pour l'étude de l'influence de la taille de maille dans cette étude, dans un premier temps, la taille de maille a été déterminée par la formulation proposée dans l'Eq. 3.18. Le but recherché ici est à nouveau de conclure sur la taille de maille nécessaire pour capter l'amorçage et par conséquent sur la pertinence de cette formulation pour l'étude de l'amorçage. Similairement aux calculs de tailles de maille effectués pour l'essai TAST modifié, ici, en prenant deux couples (M, N) tels que l'on aboutit aux tailles de maille les plus petites (pour $(M = 0,21, N = 10)$) et à celles les plus grandes (pour $(M = 1, N = 3)$) pour différentes épaisseurs de colle, on obtient les résultats résumés dans la Table 45 et dans la Table 46.

Epaisseur de colle (mm)	0,2	0,5	1
Taille de maille (mm)	0,042	0,033	0,024

Table 45. Tailles de maille à utiliser pour ($M = 0,21$, $N = 10$) en fonction de l'épaisseur de colle

Epaisseur de colle (mm)	0,2	0,5	1
Taille de maille (mm)	0,665	0,524	0,386

Table 46. Tailles de maille à utiliser pour ($M = 1$, $N = 3$) en fonction de l'épaisseur de colle

On observe que les tailles de maille déterminées dans les tables précédentes, bien qu'elles soient très différentes d'un couple (M , N) à un autre, paraissent assez petites en regard des épaisseurs de colle considérées, ce qui paraît assez satisfaisant dans un premier temps. Toutefois, il est nécessaire d'étudier l'influence de la taille de maille par la voie des calculs pour conclure sur la taille de maille nécessaire. Ce travail fait l'objet du paragraphe qui suit.

Ainsi, l'étude de convergence au maillage a été réalisée avec des tailles de maille moyennes d'1 μm , 5 μm , 10 μm et 80 μm tout le long de la longueur de recouvrement au niveau de l'interface entre les substrats. Le calcul avec un maillage ayant une taille de maille d'1 μm prend 66 fois plus de temps en plus que celui avec un maillage ayant une taille de maille de 80 μm . Aussi, en durée, le temps de calcul pour un maillage avec une taille de maille d'1 μm est d'environ 8 h 48 min alors qu'il est de 8 min 36 s avec un maillage avec une taille de maille de 80 μm . Les calculs ont été réalisés avec une résolution locale sur 4 cœurs d'un nœud de calcul ayant 36 Go de mémoire. Les temps de calculs sont donnés pour chaque taille de maille utilisée dans la Table 47. Les résultats concernant la réponse macroscopique obtenus avec les lois trapézoïdale, bi-linéaire et tri-linéaire pour une raideur initiale $K = 22950 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-3}$ sont respectivement illustrés sur les Figure 86, Figure 87 et Figure 88. Sur ces figures ont été repérés les déplacements à l'amorçage atteints pour chaque taille de maille pour une analyse fine de la convergence au maillage. Ces déplacements sont reportés dans la Table 48 afin de synthétiser ces données.

Taille de maille (mm)	0,001	0,005	0,010	0,080
Temps de calcul	8 h 48 min	3 h 24 min	1 h 36 min	8 min 36 s

Table 47. Temps de calcul correspondant à la taille de maille utilisée pour le calcul

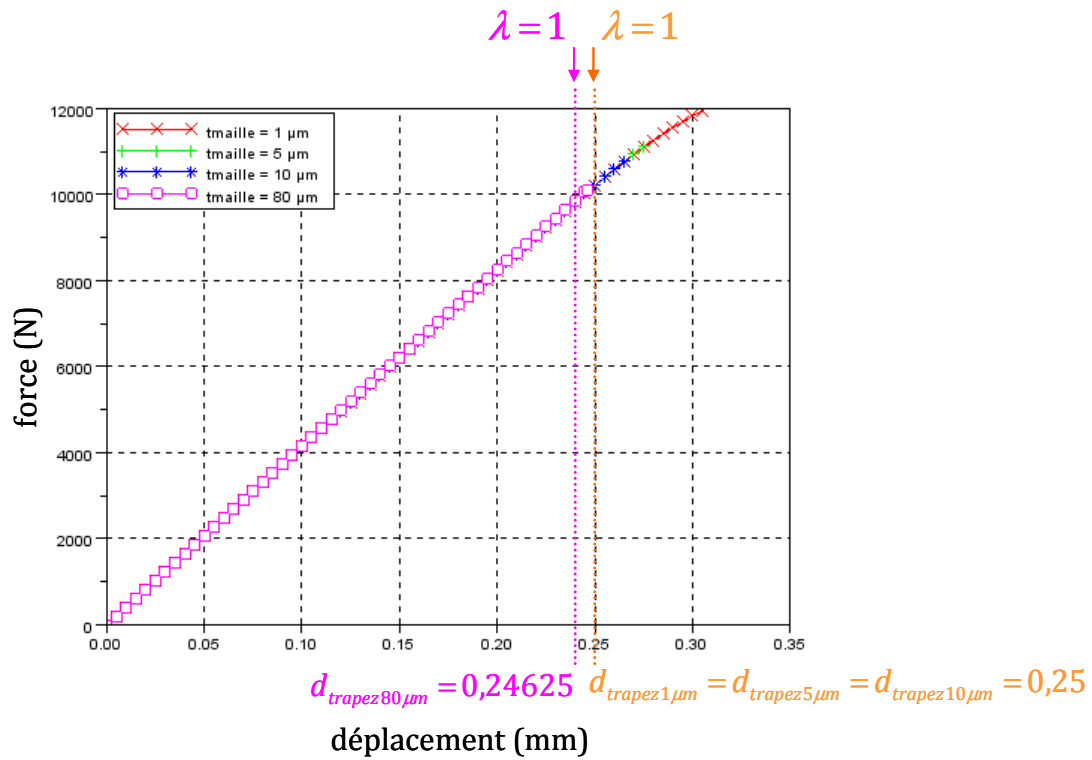


Figure 86. Influence de la taille de maille sur la réponse macroscopique avec la loi trapézoïdale

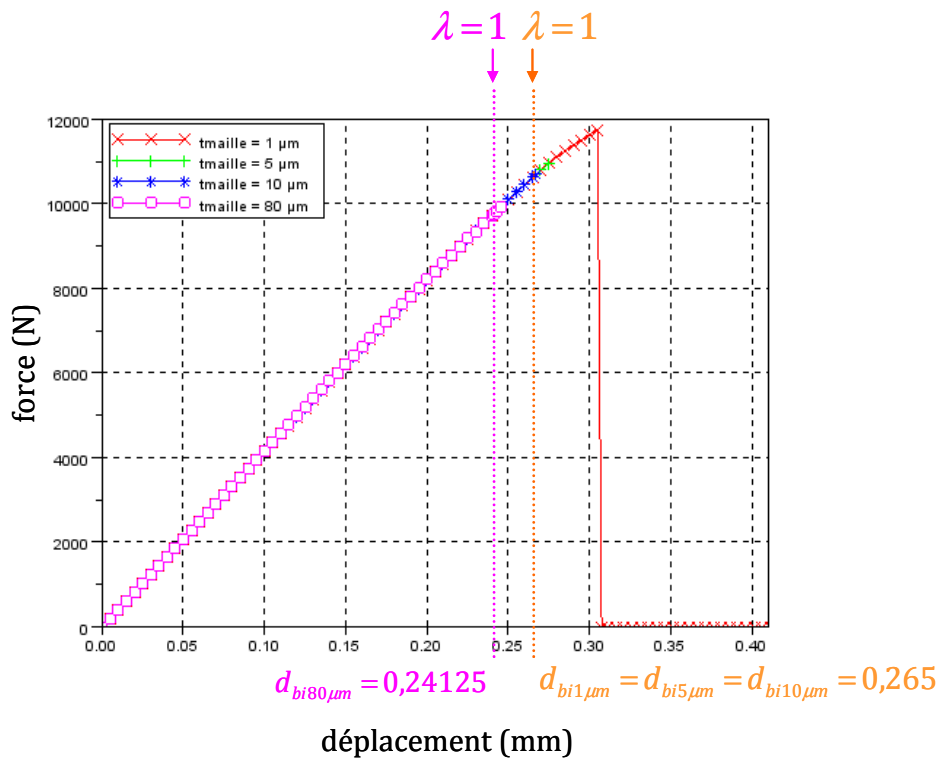


Figure 87. Influence de la taille de maille sur la réponse macroscopique avec la loi bi-linéaire

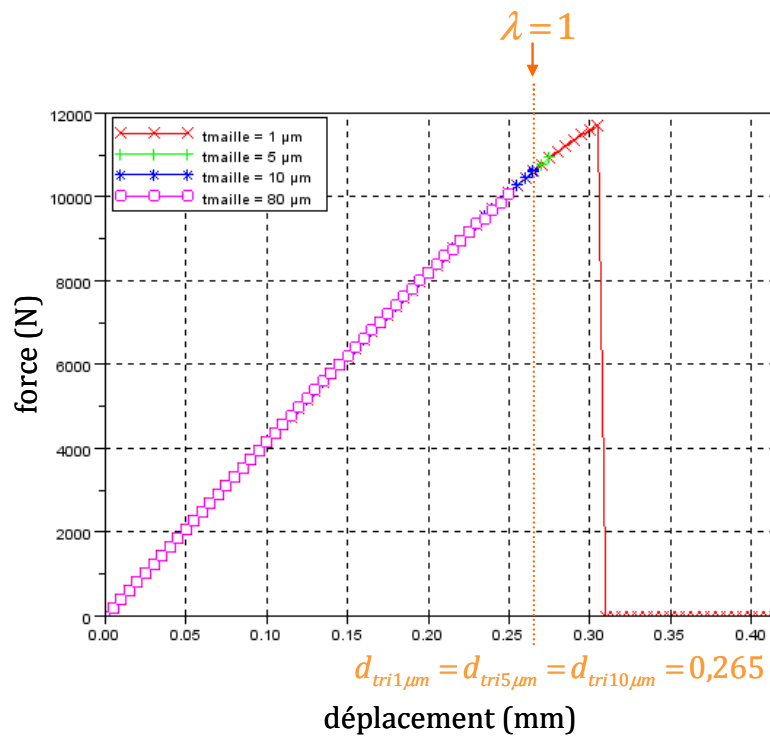


Figure 88. Influence de la taille de maille sur la réponse macroscopique avec la loi tri-linéaire

Taille de maille (μm)	Déplacement à amorçage atteint avec la loi bi-linéaire (mm)	Déplacement à amorçage atteint avec la loi trapézoïdale (mm)	Déplacement à amorçage atteint avec la loi tri-linéaire (mm)
1	0,265	0,25	0,265
5	0,265	0,25	0,265
10	0,265	0,25	0,265
80	0,24125	0,24625	Divergence du calcul

Table 48. Déplacements à amorçage atteints avec les lois bi-linéaire, trapézoïdale et tri-linéaire pour différentes tailles de maille à raideur initiale fixée ($K_{MZC} = 22950 \text{ N.mm}^{-3}$)

Ainsi, dans un premier temps, on note que la réponse macroscopique n'est pas identique suivant la taille de maille utilisée. En effet, la force d'amorçage atteinte pour $\lambda=1$ est différente suivant la taille de maille. Par ailleurs, en terme de déplacement à l'amorçage, ce dernier est identique pour les tailles de maille allant de 1 μm à 10 μm inclus. En revanche, avec une taille de maille de 80 μm le déplacement à l'amorçage est inférieur à celui atteint avec les autres tailles de maille plus fines, avec, pour exception le cas de la loi tri-linéaire pour laquelle le calcul a divergé. Finalement, il semblerait que la taille de maille la plus adaptée pour capter l'amorçage soit une taille de maille d'1 μm .

Dans un second temps, on note qu'il y a une phase de propagation après l'amorçage théorique défini lorsque $\lambda=1$ pour la première fois, l'effort continuant de croître pendant cette phase jusqu'à atteindre un maximum, ce maximum étant différent suivant la taille de maille. Puis, le calcul diverge :

- pour toutes les tailles de maille pour la loi trapézoïdale,
- pour les tailles de maille de 5 μm à 80 μm pour la loi bi-linéaire, et,
- pour les tailles de maille de 5 μm et 10 μm pour la loi tri-linéaire.

Similairement à l'essai TAST modifié, la force d'amorçage théorique et la force maximum sont différentes ici. En revanche, contrairement à l'essai TAST modifié, ici un pic de force a lieu après l'amorçage théorique. Toutefois, pour être en adéquation avec la vision utilisée en exploitation d'essais expérimentaux, il s'agirait de considérer que la force d'amorçage

correspond plutôt à la force maximum observée macroscopiquement lors de la phase de propagation. Ceci remet en question la validité de l'essai SLJ pour identifier la résistance interlaminaire car la force maximum de la réponse macroscopique de cet essai ne correspond pas à une force d'amorçage.

Ayant ainsi déterminé la taille de maille nécessaire à l'étude de l'amorçage d'un décollement pour chaque raideur de l'interface, dans la section 3.3, une étude de l'influence de la forme de la loi cohésive sur le comportement global et l'amorçage est réalisée.

3.3. Etude de l'influence de la forme de la loi sur l'amorçage

Avec une taille de maille d'1 μm , pour une raideur initiale fixée à $K_{MZC} = 22950 \text{ N.mm}^{-3}$, la Figure 89 illustre l'influence de la forme de la loi sur l'amorçage.

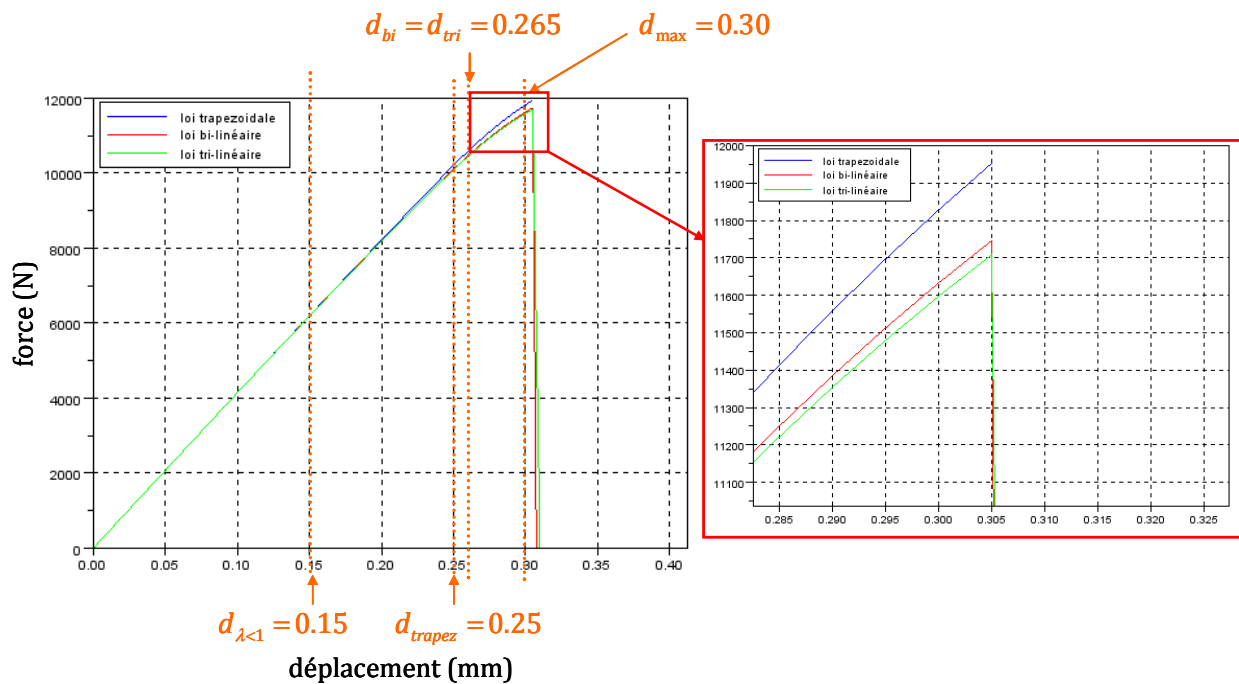


Figure 89. Influence de la forme de la loi sur la courbe force/déplacement

On remarque que la force d'amorçage théorique et le déplacement à amorçage sont presque identiques d'une loi à une autre. En revanche, une légère différence est observable du point de vue des forces maximum atteintes pour un déplacement de 0,3 mm. C'est pourquoi, les valeurs de ces dernières peuvent être comparées les unes aux autres (Table 49). Ainsi, l'écart entre les forces maximum de chaque loi étant d'environ 100 N on en conclut qu'il n'y a pas d'influence de la forme de la loi sur l'amorçage. En reproduisant la même étude pour les raideurs initiales $K_{MZC} = 9180 \text{ N.mm}^{-3}$ et $K_{MZC} = 4590 \text{ N.mm}^{-3}$, il n'y a pas d'influence de la forme sur l'amorçage non plus.

Force maximum atteinte avec la loi bi-linéaire (N)	Force maximum atteinte avec la loi trapézoïdale (N)	Force maximum atteinte avec la loi tri-linéaire (N)
11747	11953	11708

Table 49. Valeurs de la force maximum atteinte avec les lois bi-linéaire, trapézoïdale et tri-linéaire pour une raideur initiale fixée ($K_{MZC} = 22950 \text{ N.mm}^{-3}$)

Ces résultats s'expliquent par l'évolution de la variable d'endommagement λ le long de l'interface. En introduction aux études d'influence, il a été en effet mis en évidence que la process zone n'incluait pas toute l'interface et que les évolutions de la variable d'endommagement le long de l'interface ne différaient pas beaucoup d'une loi à une autre. Ainsi, l'évolution de la variable d'endommagement le long de l'interface pour les trois lois est représentée sur la Figure 90 pour les déplacements $d_{\lambda < 1}$, d_{trapez} , $d_{bi} = d_{tri}$ et d_{max} repérés sur la Figure 89. Parmi les déplacements repérés, $d_{\lambda < 1}$ est un déplacement pour lequel l'endommagement de l'interface a débuté pour chaque loi et pour lequel il semble que les réponses macroscopiques commencent à se différencier.

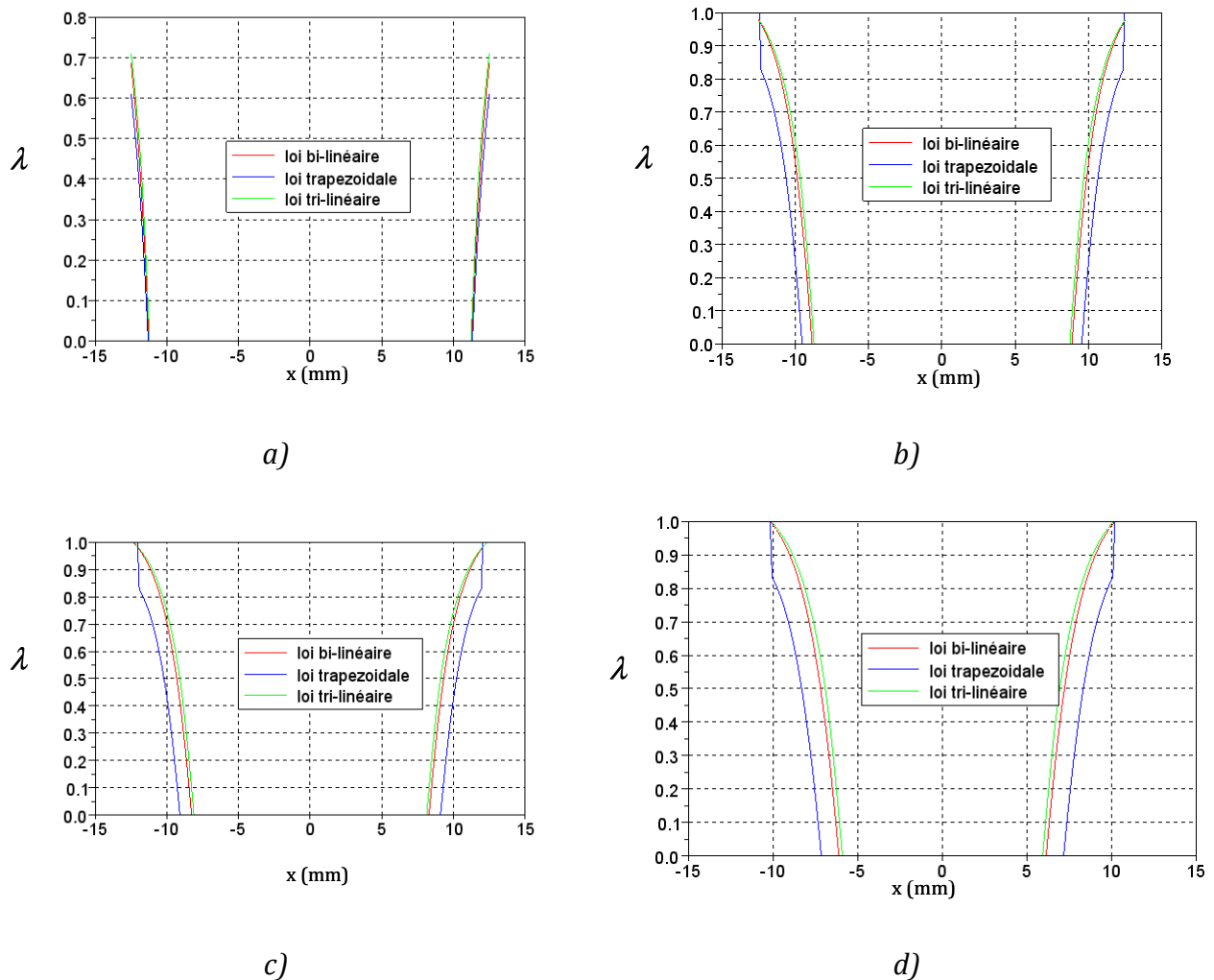


Figure 90. Evolution de la process zone à a) $d_{\lambda < 1} = 0.15 \text{ mm}$, b) $d_{\text{trapez}} = 0.25 \text{ mm}$, c) $d_{\text{bi}} = d_{\text{tri}} = 0.265 \text{ mm}$ et d) $d_{\text{max}} = 0.30 \text{ mm}$

A $d_{\lambda < 1} = 0.15 \text{ mm}$, l'état d'endommagement de l'interface est quasi-similaire quel que soit le choix de la loi. Toutefois, on peut distinguer que l'interface est moins endommagée avec la loi trapézoïdale qu'avec les deux autres lois. A partir de $d_{\text{trapez}} = 0.25 \text{ mm}$, on note que d'une manière générale l'évolution de l'endommagement le long de l'interface diffère entre la loi trapézoïdale et les lois bi-linéaire et tri-linéaire. En effet, avec les lois bi-linéaire et tri-linéaire, toute l'interface est plus endommagée qu'avec la loi trapézoïdale. Suite à ces résultats, il semblerait qu'avec la loi trapézoïdale la force maximum est un peu plus élevée qu'avec les deux autres lois car l'interface supporte mieux la charge. Toutefois, la différence de force maximum entre les trois lois reste assez limitée, ce qui n'est pas très surprenant au vu de la longueur de la process zone.

Quant à la différence de déplacement à rupture entre la loi trapézoïdale et les lois bi-linéaire et tri-linéaire, elle est peu importante. Cela peut s'expliquer par le fait que contrairement à l'essai TAST modifié, dans le cas de l'essai SLJ, la process zone n'est pas constituée de toute l'interface. Alors, même si localement le déplacement à rupture obtenu avec la loi trapézoïdale est inférieur à celui des deux autres lois, cette différence ne s'exprime pas beaucoup sur la réponse globale. Aussi, les lois bi-linéaire et tri-linéaire ayant une cinétique de l'endommagement quasi-similaire pour le jeu de paramètres choisi, leur déplacement à rupture est identique.

Finalement, il n'y a pas d'influence de la forme de la loi sur la réponse macroscopique. Cette conclusion étant identique à celle de Monerie *et al.* ([Monerie and Acary, 2001]) pour l'étude de la propagation, il semblerait donc que l'essai SLJ n'est pas un essai qui permet pour d'identifier la résistance interlaminaire comme cela a déjà été soulevé dans la section 3.2.

Après avoir analysé l'influence de la forme de la loi cohésive sur le comportement global et sur l'amorçage, une étude de l'influence de la variation de la raideur initiale de la loi cohésive est réalisée.

3.4. Etude de l'influence de la variation de la raideur de la loi cohésive sur l'amorçage

Les résultats de l'étude de l'influence de la raideur de la loi cohésive sur l'amorçage sont illustrés pour la loi trapézoïdale par la Figure 91. Notons que dans la légende de la Figure 91, K correspond à K_{MZC} .

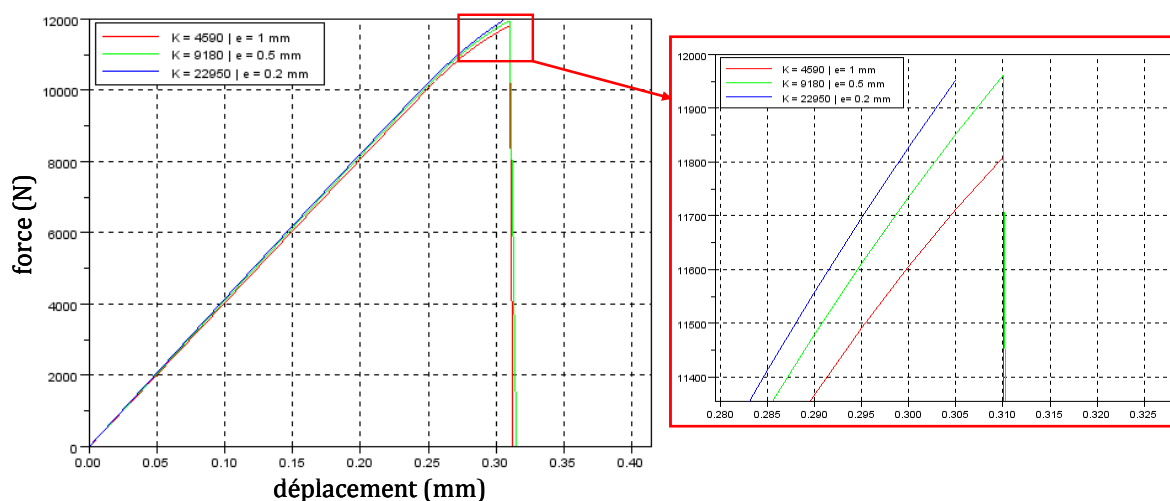


Figure 91. Influence de la raideur sur la courbe force/déplacement obtenue avec la loi trapézoïdale

En premier lieu, les courbes force/déplacement obtenues nous permettent d'observer qu'il existe une influence mineure de la raideur de la loi cohésive sur la raideur globale quelle que soit la loi. Toutefois, on observe comme on s'y attend que plus la raideur de la loi cohésive est importante, plus la raideur de la réponse macroscopique est importante. En second lieu, on note que la force d'amorçage et le déplacement à l'amorçage ne varient presque pas en fonction de la raideur de la loi cohésive. Cette conclusion entraîne que l'on ne vérifie pas l'influence de l'épaisseur de colle sur l'amorçage simplement en ayant intégré l'épaisseur et le comportement de la colle dans le modèle de zone cohésive.

Raideur de la loi cohésive K_{MZC} (N.mm ⁻³)	Force maximum atteinte avec la loi trapézoïdale (N)
22950	11953
9180	11852
4590	11712

Table 50. Valeurs de la force maximum atteinte avec les lois bi-linéaire, trapézoïdale et tri-linéaire pour différentes raideurs initiales de la loi cohésive

Pour conclure, l'analyse menée par rapport à l'essai SLJ a permis tout d'abord de mettre en évidence l'influence de la taille de maille sur l'amorçage. En revanche, aucune influence majeure de la forme de la loi ou encore de la raideur sur le comportement et l'amorçage n'a été mise en évidence. Aussi, dans le cas précis de l'essai SLJ, la process zone étant de petite longueur, le comportement local s'exprime de manière très limitée sur le comportement macroscopique. Aussi, il en résulte qu'utiliser un modèle de zone cohésive pour décrire l'influence de l'épaisseur de colle sur l'amorçage ne paraît pas satisfaisant dans ce cas de figure.

Or, les modèles de zone cohésive s'appuient sur un critère en contrainte et un critère en énergie pour lesquels différents choix sont possibles. Il s'agit ici de se demander si une meilleure prévision de l'amorçage ne serait pas possible avec d'autres choix de critères. Par ailleurs, dans le chapitre 2, il a été mis en évidence que suivant le jeu de critères choisi dans l'approche par le critère couplé, la force maximum atteinte F_{\max} varie. C'est pourquoi il semble essentiel d'évaluer l'impact du choix de ces critères dans le MZC sur la prévision de la tenue de l'assemblage.

3.5. Sensibilité de l'identification au choix des critères en contrainte et en énergie dans l'approche par le modèle de zone cohésive

Avant de réaliser cette étude de sensibilité, il est primordial de rappeler un problème numérique lié à l'utilisation des modèles de zone cohésive. En effet, si les critères utilisés ne permettent pas d'assurer que le rapport des sauts de déplacements $\frac{\delta_0}{\delta_f}$ soit constant quelle que soit la mixité de mode, alors l'énergie apparente dépensée pour rompre l'interface ne correspond pas à la ténacité interfaciale. Ce problème a été démontré par Turon *et al.* ([Turon *et al.*, 2006]) à partir de la simulation d'un essai MMB avec un modèle de zone cohésive bilinéaire avec le critère en énergie BK et le critère quadratique en contrainte avec plusieurs valeurs de résistances interfaciales. Une solution proposée par Turon est de modifier le critère en contrainte pour que ce dernier impose un rapport constant $\frac{\delta_0}{\delta_f}$ quelle que soit la mixité de mode. Ce critère est de la forme :

$$\sigma_c = \left[Z_t^2 + (S_c^2 - Z_t^2) \left(\frac{G_{II}}{G_I + G_{II}} \right)^\eta \right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{Eq. 3.20}$$

Aussi, dans cette étude, on pourra mesurer l'importance non seulement du jeu de critère choisi d'une manière générale mais également de la prise en compte ou non de la correction proposée par Turon *et al.* de manière plus spécifique lors de son application à l'essai SLJ.

Dans l'approche par le MZC, l'éventail des jeux de critères possibles est résumé dans la Table 31.

Critère en contrainte	Critère en énergie
power law avec $m = 1$	power law avec $\gamma = 1$
power law avec $m = 1$	power law avec $\gamma = 2$
power law avec $m = 2$	power law avec $\gamma = 1$
power law avec $m = 2$	power law avec $\gamma = 2$
power law avec $m = 1$	BK avec $\eta = 1,142$
power law avec $m = 2$	BK avec $\eta = 1,142$
power law avec $m = 1$	BK avec $\eta = 1,142$ et avec correction de Turon
power law avec $m = 2$	BK avec $\eta = 1,142$ et avec correction de Turon

Table 51. Couple de jeux de critères possibles dans l'approche par le MZC

Les résultats issus de l'approche par le MZC pour différents jeux de critères en contrainte et en énergie sont illustrés par la Figure 92 concernant la force F_{\max} et la Figure 92 concernant la force $F_{\lambda=1}$. La raideur n'ayant presque pas d'influence comme nous l'avons constaté dans la section 3.4, ces résultats ont été obtenus en prenant la raideur telle que

$$K_{MZC} = \frac{G_{colle}}{e}.$$

Il est important de préciser que seuls les calculs réalisés avec le jeu de critères (critère en contrainte : Power law avec $m = 2$, critère en énergie : Power law avec $\gamma = 2$) ont permis de déterminer les forces F_{\max} et $F_{\lambda=1}$ pour les trois raideurs $K_{MZC} = 8500 \text{ N.mm}^{-3}$ (correspondant à $e = 0,2 \text{ mm}$), $K_{MZC} = 3400 \text{ N.mm}^{-3}$ (correspondant à $e = 0,5 \text{ mm}$) et $K_{MZC} = 1700 \text{ N.mm}^{-3}$ (correspondant à $e = 1 \text{ mm}$). En effet, pour les autres jeux de critères, le calcul de zone cohésive n'a pas été possible pour la raideur $K_{MZC} = 1700 \text{ N.mm}^{-3}$. Ceci est dû au fait qu'il existe une raideur en dessous de laquelle le saut de déplacement critique δ_f devient inférieur au saut de déplacement δ_0 ne permettant pas le calcul.

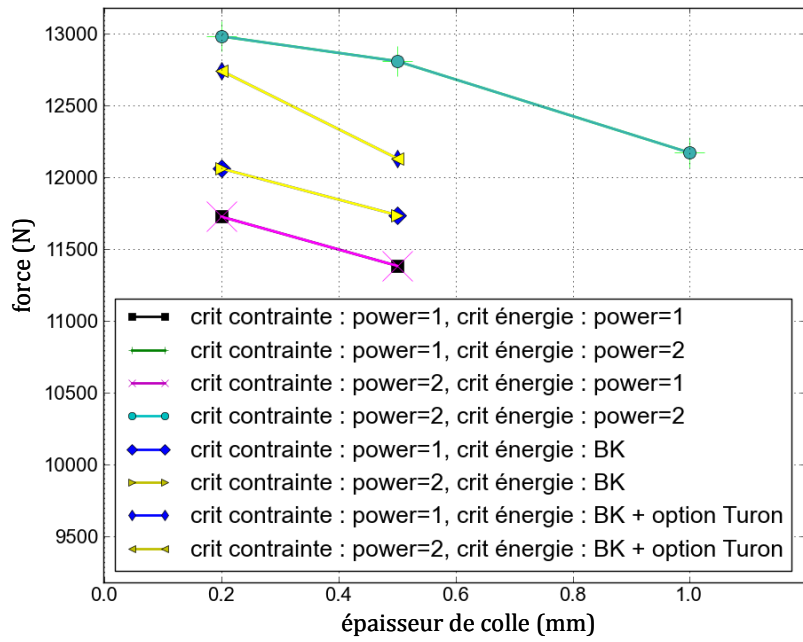


Figure 92. Influence du choix du jeu de critères en contrainte et en énergie sur la force F_{max} dans l'approche par le MZC pour différents couples (e, K_{MZC}) étudiés

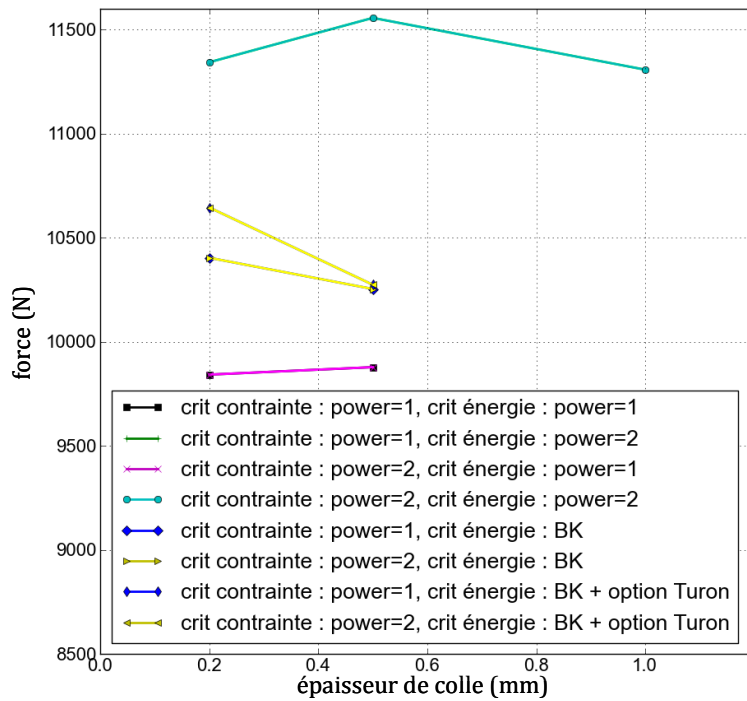


Figure 93. Influence du choix du jeu de critères en contrainte et en énergie sur la force $F_{\lambda=1}$ dans l'approche par le MZC pour différents couples (e, K_{MZC}) étudiés

Dans un premier temps, on observe que quelque soit la force déterminée par l'approche par le MZC (F_{\max} ou $F_{\lambda=1}$) elle varie en fonction du jeu de critères en contrainte et en énergie choisi mais que certains jeux de critères donnent des résultats identiques. Dans un deuxième temps, on note que quel que soit le jeu de critères choisi, aucun ne permet de décrire de manière satisfaisante la tendance de l'influence de l'épaisseur de colle sur la force observée. Pour finir, choisir un jeu de critère plutôt qu'un autre n'a quasiment pas d'incidence quantitativement sur la force d'amorçage. Finalement, jouer sur les combinaisons de critères en contrainte et en énergie ne permet pas de traduire l'influence de l'épaisseur de colle sur la force d'amorçage.

4. Conclusions

Dans la littérature, des modèles de zone cohésive existent afin de décrire l'amorçage et la propagation d'un décollement. En revanche, il a été montré que l'influence de l'épaisseur de colle n'y est pas prise en compte (chapitre bibliographique). C'est pourquoi, dans ce chapitre, un modèle de zone cohésive adapté prenant en compte l'épaisseur de colle a été proposé. Ce modèle intègre l'épaisseur de colle à travers l'expression de la raideur de la loi cohésive. Toutefois, une limitation du modèle de zone cohésive repose sur l'absence dans sa formulation de la prise en compte d'une variation de la raideur de la loi cohésive en fonction de la mixité de mode.

Afin de déterminer s'il est possible de traduire l'influence de l'épaisseur de colle par le biais de ce modèle, ce dernier a été appliqué à deux essais : un essai sollicitant l'adhésif (l'essai TAST modifié) et un essai sollicitant l'assemblage collé (l'essai SLJ). Le choix de ces deux essais repose sur le souhait de déterminer la contribution des effets de bord et des conditions de chargement d'un essai sur la traduction de l'influence de l'épaisseur de colle par le biais du modèle proposé. Ainsi, si dans le cas de l'essai TAST modifié, une influence majeure de la raideur de la loi cohésive sur le comportement et l'amorçage a été mise en évidence, cette influence est apparue moins importante dans le cadre de l'essai SLJ. Il semblerait que ces résultats pourraient être attribués à la nature de l'essai. En effet, la nature de l'essai semble impliquer une plus ou moins grande longueur de process zone suivant le cas de figure entraînant par conséquent une expression du comportement de la colle plus ou moins importante.

Par ailleurs, des études concernant l'influence de la taille de maille et l'influence de la forme de la loi ont été menées dans ce chapitre. L'influence de la taille de maille a été mise en évidence pour les deux essais considérés tout en démontrant le caractère inadéquat des formulations de la littérature proposées pour la propagation. Aussi, la proposition de nouvelles formulations concernant la taille de maille pour décrire l'amorçage constitue un enjeu majeur à relever. Concernant l'influence de la forme de la loi, elle a été mise en évidence pour les deux essais mais de manière plus importante dans le cas de l'essai TAST modifié que l'essai SLJ.

Les jeux de critères en contrainte et en énergie causant des différences mineures en termes de force d'amorçage dans l'approche par le critère couplé (chapitre 2), il s'est agi dans ce chapitre d'étudier l'impact de ces critères dans l'approche par le MZC dans le cas de l'essai SLJ car le MZC est composé des mêmes types de critères. Suite à cette étude, il a finalement été démontré que le choix des critères n'impacte pas significativement la force d'amorçage et

qu'aucun jeu de critères en particulier ne permet de mieux décrire la tendance de l'influence de l'épaisseur de colle sur la force observée expérimentalement.

Finalement, afin de valider le modèle de zone cohésive par rapport à des résultats expérimentaux, dans le chapitre 4, on s'efforcera alors à évaluer la pertinence de l'adaptation proposée (intégration de l'épaisseur de colle dans le modèle) afin de prendre en compte l'influence de l'épaisseur de colle sur le comportement et sur l'amorçage.

Chapitre 4

Validation de la démarche de modélisation

1. Domaine de validité du modèle de zone cohésive proposé pour la prévision de l'amorçage d'un décollement.....	180
1.1. Cadre de l'étude	180
1.2. Résultats de la comparaison entre les approches par le critère couplé et par le modèle de zone cohésive	182
2. Pertinence d'une approche MZC+EV pour la prévision de l'amorçage d'un décollement.....	187
2.1. Comparaison des raideurs apparentes.....	187
2.2. Comparaison des comportements macroscopiques.....	188
2.3. Prévision de l'amorçage avec ou sans éléments volumiques	190
2.4. En quoi la prise en compte d'éléments volumiques est importante pour la prévision de l'amorçage ?	194
3. Validation de la démarche de modélisation proposée par rapport à des résultats expérimentaux.....	198
3.1. Cas d'une colle fragile.....	198
3.2. Cas de colles ductiles	201
4. Conclusions.....	207

Dans le chapitre précédent, un modèle de zone cohésive intégrant dans sa formulation l'épaisseur de colle a été proposé afin de permettre une description de l'amorçage d'un décollement dans un assemblage collé dans des cas structuraux en présence de comportements non-linéaires. L'application de ce modèle à deux configurations d'essais a permis de mettre en évidence la possible influence de la forme de la loi cohésive ainsi que celle de la raideur interfaciale tant sur le comportement de l'assemblage que sur sa force à rupture.

L'objectif dans ce chapitre est de proposer une démarche de validation de ce modèle par rapport à des résultats expérimentaux avec comme intérêt principal de montrer les apports et les limites de la démarche de modélisation proposée. Pour remplir cet objectif, il s'agira dans un premier temps de déterminer l'aptitude du modèle de zone cohésive proposé à prévoir l'amorçage en le comparant à un autre modèle de référence et c'est pourquoi les résultats obtenus à l'aide de modèles de zone cohésive seront comparés à ceux obtenus en utilisant une approche par le critère couplé. Au sein de ce chapitre, le critère couplé est donc utilisé comme modèle de référence, puisqu'avec une telle approche, le comportement de la colle est directement décrit par une modélisation volumique et non approximé par une modélisation surfacique. Comme nous l'avons déjà mentionné dans le chapitre bibliographique, une telle démarche de comparaison entre ces deux approches a déjà été menée par Carrère *et al.* dans [Carrère *et al.*, 2005] et [Carrère *et al.*, 2009] dans le cas d'une décohésion interfaciale au voisinage d'une fissure principale et avait souligné entre les résultats des deux approches, une bonne correspondance qualitative mais non quantitative. L'identification du domaine de validité du modèle de zone cohésive grâce au critère couplé sera l'occasion de mettre en évidence les améliorations possibles dans la démarche de modélisation. C'est pourquoi, dans un deuxième temps, la pertinence de ces améliorations sera étudiée. Finalement, une comparaison entre les résultats numériques et les résultats expérimentaux issus de la littérature ([da Silva *et al.*, 2006]) sera menée.

1. Domaine de validité du modèle de zone cohésive proposé pour la prévision de l'amorçage d'un décollement

Afin de déterminer si le modèle de zone cohésive (MZC) proposé dans le chapitre 3 est satisfaisant ou non pour décrire l'amorçage d'une fissure dans un joint collé pour différentes configurations d'essais et correspondant à différentes sollicitations d'un assemblage collé, une comparaison entre la réponse macroscopique obtenue avec ce modèle et celle obtenue par le critère couplé (CC) a été réalisée pour les deux cas applicatifs du chapitre 3 (essais « Single Lap Joint » (SLJ) et « Thick Adherend Shear Test » (TAST modifié)).

Au vu de la conclusion des travaux réalisés dans les chapitres 1 et 2 de ce mémoire, l'approche mettant en œuvre le critère couplé à l'aide de l'approche par post-traitement de calculs linéaires par éléments finis a été retenue dans ce chapitre (voir chapitre 2). Concernant l'approche par le modèle de zone cohésive, il s'agit de celle développée dans le chapitre 3 en s'appuyant sur une modélisation surfacique de l'assemblage collé. Les trois formes de loi présentées dans le chapitre précédent (la bi-linéaire, la tri-linéaire et la trapézoïdale) ont été utilisées et leurs résultats comparés à l'approche par le critère couplé.

1.1. Cadre de l'étude

En préambule à la comparaison qui a été réalisée dans le cas de l'essai TAST modifié, il convient de préciser certaines précautions prises pour assurer une comparaison entre les deux approches. Aussi, ayant observé que l'amorçage a lieu à partir des deux extrémités de l'interface par l'approche par le MZC (Figure 94-a)), ce qui n'est pas le cas par l'approche par le CC (Figure 94-b)), il a été choisi de créer une zone « d'interface forte » (Figure 95) dans laquelle les propriétés interfaciales sont nettement supérieures à leurs valeurs physiques afin d'éviter l'amorçage d'un décollement aux deux extrémités de l'éprouvette. Toutefois, un autre choix aurait pu être fait pour rendre comparable les résultats des deux approches étudiées ici. En effet, il aurait été possible de prendre le parti d'amorcer deux fissures (une à chaque extrémité de la jonction collée) lors du calcul par éléments finis pour l'approche par le critère couplé. Cependant, il a été préféré de considérer un scénario de rupture plus proche de la réalité que celui très théorique d'un amorçage symétrique.

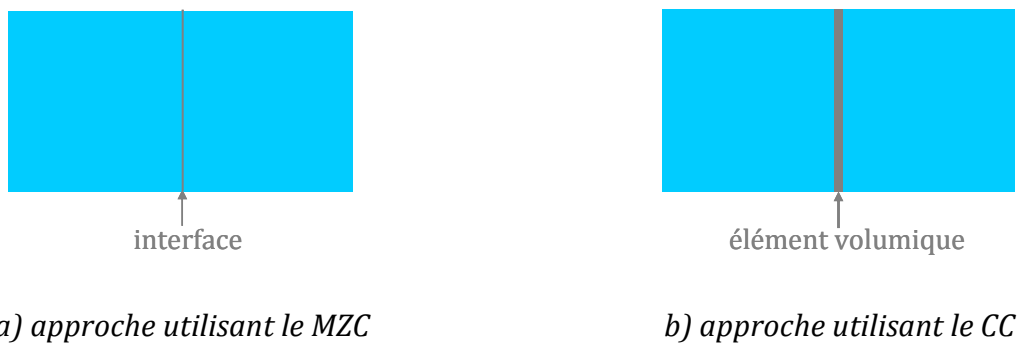


Figure 94. Représentation de l'essai TAST modifié
a) par l'approche par le MZC et b) par l'approche par le CC

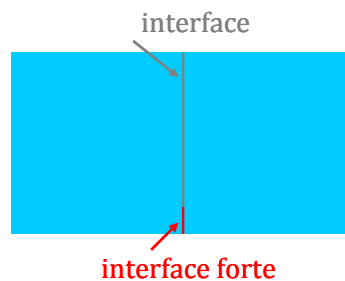


Figure 95. Représentation de l'essai TAST modifié par l'approche par le MZC
avec une interface forte à une extrémité

Pour la comparaison entre les différentes lois, les différentes approches, et les différents essais, trois épaisseurs de colle différentes et deux raideurs équivalentes de l'interface correspondant à $K_{MZC} = \frac{E_{colle}}{e}$ (Table 12 du chapitre 3 pour l'essai SLJ et Table 5 du chapitre 3 pour l'essai TAST modifié) puis à $K_{MZC} = \frac{G_{colle}}{e}$ (Table 52 pour l'essai SLJ et Table 53 pour l'essai TAST modifié) ont été considérées. Pour rappel, la colle étant considérée comme un matériau isotrope, $G_{colle} = \frac{E_{colle}}{2(1+\nu_{colle})}$. Enfin, les raideurs de l'interface ont été déterminées à l'aide des propriétés de l'adhésif de la Table 10 du chapitre 3 dans le cas de l'essai SLJ et de celles de la Table 3 du chapitre 3 pour l'essai TAST modifié.

Épaisseur de colle e (mm)	Raideur de l'interface K_{MZC} (N.mm ⁻³)
0,2	8500
0,5	3400
1	1700

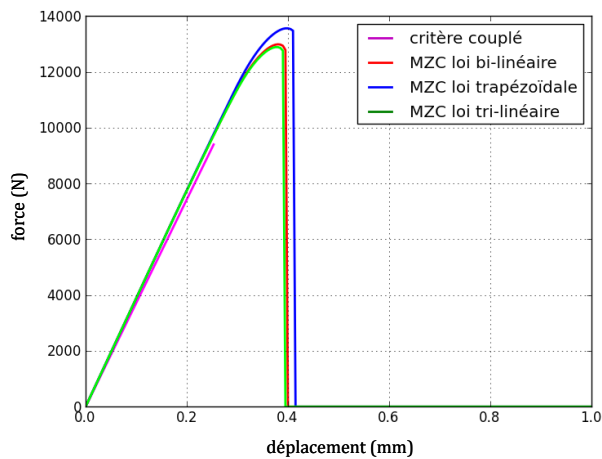
Table 52. Correspondance entre épaisseur de colle et raideur de l'interface pour l'essai SLJ

Épaisseur de colle e (mm)	Raideur de l'interface K_{MZC} (N.mm ⁻³)
0,1	8462
0,2	4231
0,4	2115

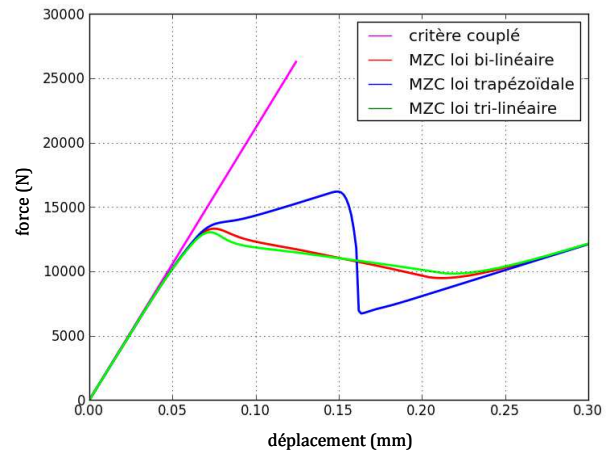
Table 53. Correspondance entre épaisseur de colle et raideur initiale de l'interface pour l'essai TAST modifié

1.2. Résultats de la comparaison entre les approches par le critère couplé et par le modèle de zone cohésive

La Figure 96 représente la comparaison des réponses macroscopiques obtenues par les approches par le CC et par le MZC pour une épaisseur de colle $e=0,2$ mm et une raideur interfaciale $K=8500$ N.mm⁻³ pour l'essai SLJ d'une part (Figure 96-a)) et d'autre part une épaisseur de colle $e=0,1$ mm et une raideur interfaciale $K=8462$ N.mm⁻³ pour l'essai TAST modifié (Figure 96-b)). Les résultats des deux méthodes ont été obtenus avec le critère en contrainte de type power law avec $m=2$ et le critère en énergie power law avec $\gamma=2$ pour l'essai SLJ, et avec le critère en contrainte du type power law avec $m=1$ et un critère en énergie BK avec $\eta=1,142$ pour l'essai TAST modifié, comme dans le chapitre 3.



a) essai SLJ

(cas $e = 0,2 \text{ mm}$ et $K_{MZC} = 8500 \text{ N.mm}^{-3}$)

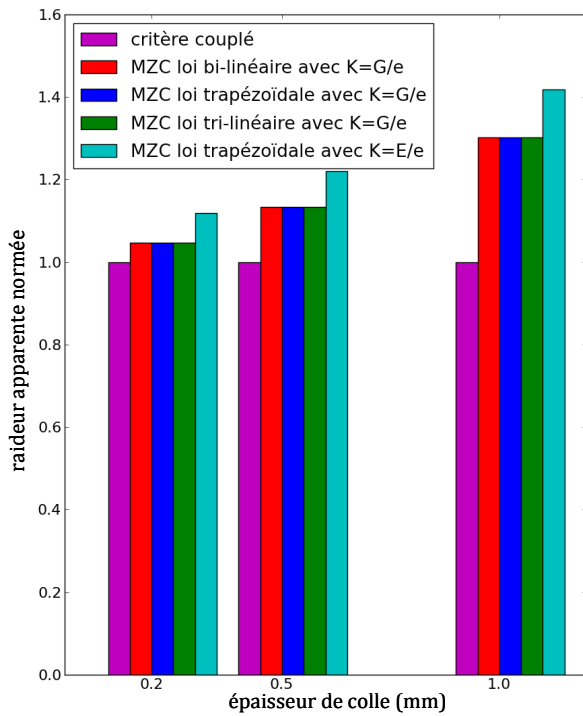
b) essai TAST modifié

(cas $e = 0,1 \text{ mm}$ et $K_{MZC} = 8462 \text{ N.mm}^{-3}$)

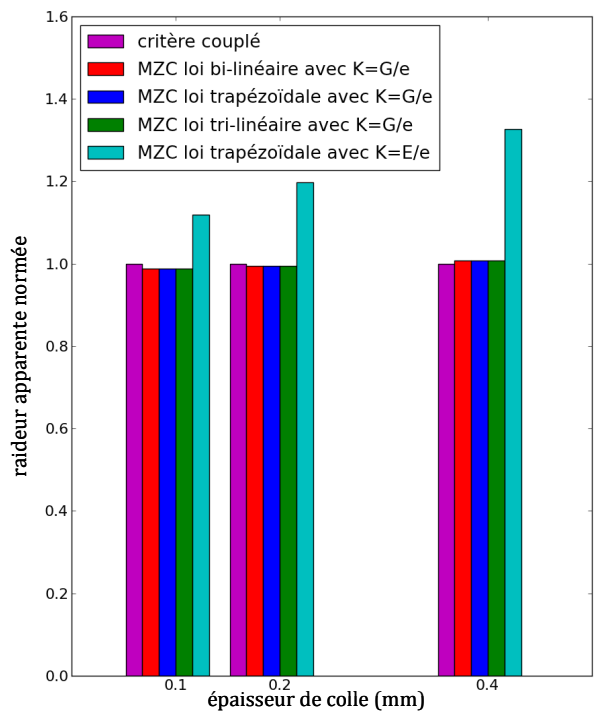
Figure 96. Comparaison des courbes force/déplacement obtenues à partir de la simulation avec le CC et avec le MZC pour différentes lois a) pour un essai SLJ et b) pour un essai TAST modifié

D'une part, il semble important d'observer que les approches par le MZC et par le CC semblent comparables sur l'essai SLJ du fait du comportement linéaire obtenu macroscopiquement avec l'approche par le MZC. Cette comparaison semble moins valable en termes de comportement concernant l'essai TAST modifié du fait de la non-linéarité importante des réponses macroscopiques obtenues par le MZC. Néanmoins, cela reste à vérifier en termes de prévision à la tenue et plus précisément de chargement à rupture. D'autre part, on note une différence de raideur apparente entre les approches par le MZC et par le CC pour le cas de l'essai SLJ. En revanche, en se limitant à la partie linéaire des courbes force/déplacement obtenues pour l'essai TAST modifié, les raideurs apparentes semblent quasiment identiques quelle que soit l'approche utilisée. Enfin, on observe que la force maximum atteinte avec l'approche par le CC est très différente de celle atteinte par l'approche par le MZC pour les deux essais, et ce, quelle que soit la loi cohésive utilisée. Il semble donc important de regarder plus finement ces deux aspects afin de conclure sur la comparaison entre le CC et le MZC pour la prévision de l'amorçage d'un décollement.

Concernant la comparaison entre les raideurs des deux approches par le CC et par le MZC, les résultats sont illustrés sur la Figure 97-a) pour l'essai SLJ et sur la Figure 97-b) pour l'essai TAST modifié. Pour présenter ces résultats, il a été choisi de normer la raideur apparente obtenue avec chaque approche par rapport à la raideur apparente de la réponse macroscopique obtenue avec le CC.



a) essai SLJ



b) essai TAST modifié

Figure 97. Comparaison des raideurs apparentes entre l'approche par le critère couplé et l'approche par le MZC pour les différents couples (e, K_{MZC}) étudiés a) pour l'essai SLJ et b) pour l'essai TAST modifié

Concernant l'essai SLJ (Figure 97-a)), on remarque que qualitativement la raideur apparente obtenue avec l'approche par le MZC est plus importante que celle obtenue avec l'approche par le CC quel que soit le couple (e, K_{MZC}) considéré que ce soit pour $K_{MZC} = \frac{G_{colle}}{e}$ ou pour $K_{MZC} = \frac{E_{colle}}{e}$. Par ailleurs, dans les deux cas, l'erreur de raideur apparente de la réponse macroscopique obtenue par le MZC par rapport à celle obtenue par le CC augmente lorsque l'épaisseur de colle augmente. Toutefois, d'une loi à une autre, la raideur apparente est identique. Quantitativement, le pourcentage d'erreur de raideur apparente pour les différents couples (e, K_{MZC}) est résumé dans la Table 54. Si cette erreur peut paraître négligeable pour le couple $(e = 0,2 \text{ mm} / K_{MZC} = 8500 \text{ N.mm}^{-3})$, cela ne peut être le cas pour les couples $(e = 0,5 \text{ mm} / K_{MZC} = 3400 \text{ N.mm}^{-3})$ et $(e = 1 \text{ mm} / K_{MZC} = 1700 \text{ N.mm}^{-3})$.

Couple (e, K_{MZC})	Erreur en termes de raideur apparente (%)
($e = 0,2 \text{ mm} / K_{MZC} = 8500 \text{ N.mm}^{-3}$)	5
($e = 0,5 \text{ mm} / K_{MZC} = 3400 \text{ N.mm}^{-3}$)	13
($e = 1 \text{ mm} / K_{MZC} = 1700 \text{ N.mm}^{-3}$)	30

Table 54. Erreur en termes de raideur apparente entre les approches par le CC et par le MZC pour les différents couples (e, K_{MZC}) étudiés dans le cas de l'essai SLJ

Concernant l'essai TAST modifié (Figure 97-b)), la raideur apparente obtenue par le MZC proposé semble satisfaisante qualitativement lorsque la raideur est définie telle que $K_{MZC} = \frac{G_{colle}}{e}$ alors qu'elle engendre une erreur non négligeable de la réponse macroscopique obtenue avec le MZC par rapport à celle obtenue avec le CC lorsqu'elle est définie telle que $K_{MZC} = \frac{E_{colle}}{e}$. On remarque ainsi que la raideur apparente obtenue avec l'approche par le MZC est quasiment égale à celle obtenue avec l'approche par le CC pour $K_{MZC} = \frac{G_{colle}}{e}$. Par ailleurs, on note que cette dernière est moins importante que celle obtenue avec l'approche par le CC pour les cas ($e = 0,1 \text{ mm} / K_{MZC} = 8462 \text{ N.mm}^{-3}$) et ($e = 0,2 \text{ mm} / K_{MZC} = 4231 \text{ N.mm}^{-3}$) mais est plus importante pour le cas ($e = 0,4 \text{ mm} / K_{MZC} = 2115 \text{ N.mm}^{-3}$). Les résultats ainsi observés sont identiques d'une loi à une autre. Quantitativement, l'erreur de raideur commise est négligeable entre les deux approches quel que soit le couple (e, K_{MZC}) considéré (Table 55).

Couple (e, K_{MZC})	Erreur en termes de raideur apparente (%)
($e = 0,1 \text{ mm} / K_{MZC} = 8462 \text{ N.mm}^{-3}$)	1,2
($e = 0,2 \text{ mm} / K_{MZC} = 4231 \text{ N.mm}^{-3}$)	0,6
($e = 0,4 \text{ mm} / K_{MZC} = 2115 \text{ N.mm}^{-3}$)	0,7

Table 55. Erreur en termes de raideur apparente entre les approches par le CC et par le MZC pour les différents couples (e, K_{MZC}) étudiés dans le cas de l'essai TAST modifié

En conclusion, on observe que la raideur apparente n'est pas correctement reproduite en fonction de l'épaisseur de colle par le MZC proposé précédemment, en particulier, lorsque la

raideur interfaciale utilisée ne coïncide pas avec le mode de chargement de l'interface. Ainsi on observe que pour un chargement de l'interface en mode II (cas du TAST modifié), la raideur apparente est bien reproduite. Cependant dans le cas de l'essai SLJ, la mixité du chargement évolue le long de l'interface pour passer d'un mode I à un mode II, ce qui rend difficile le choix d'une raideur équivalente constante pour l'interface. Suite à ce constat, une raideur variant en fonction de la mixité de mode semble constituer une solution à ce problème. Toutefois, une pareille solution ne s'avère pas être possible à mettre en place en raison de l'incapacité dans ce cas à pouvoir assurer tant le respect des critères en contrainte et en énergie que le respect de la raideur (problème soulevé par Turon *et al.* [Turon *et al.*, 2006]). Ainsi, comme il nous paraît plus judicieux d'assurer le respect des deux critères plutôt que d'avoir une raideur qui varie en fonction de la mixité de mode, cette solution n'a pas été retenue. Aussi, afin de contourner ce problème, on peut alors se demander si une modélisation de l'assemblage collé prenant en compte explicitement le joint de colle par l'ajout d'une couche d'éléments volumiques et d'un MZC entre la colle et l'un des substrats est une alternative pertinente pour la prévision de l'amorçage d'un décollement en présence d'importants effets de bord comme c'est le cas dans les deux essais étudiés. Cette approche sera nommée par la suite MZC+EV pour désigner cette approche par le modèle de zone cohésive (MZC) avec ajout d'éléments volumiques (EV).

2. Pertinence d'une approche MZC+EV pour la prévision de l'amorçage d'un décollement

Afin de comparer l'influence de la modélisation volumique de la couche d'adhésif dans l'assemblage, la couche d'adhésif est soit modélisée par un élément de zone cohésive seul (Figure 98-a) et Figure 99-a)), soit par un modèle de zone cohésive avec des éléments volumiques (Figure 98-b) et Figure 99-b)) et ceci pour les deux configurations d'essais retenues. Dans le cas de l'approche MZC+EV, l'élément de zone cohésive doit alors avoir une raideur la plus importante possible (infinie dans l'idéal) mais conserve les mêmes propriétés à rupture (résistances et ténacités) de l'adhésif que celles retenues dans l'approche par le MCZ seul. Quant à la couche d'éléments volumiques, elle a pour propriétés le module de Young et le coefficient de Poisson de l'adhésif.

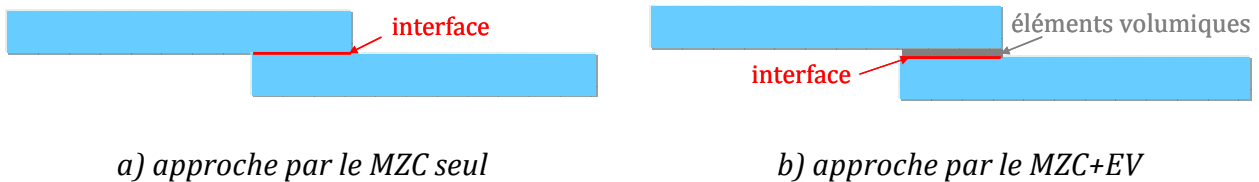


Figure 98. Représentation de l'essai SLJ a) par l'approche par le MZC et b) par l'approche par le MZC+EV

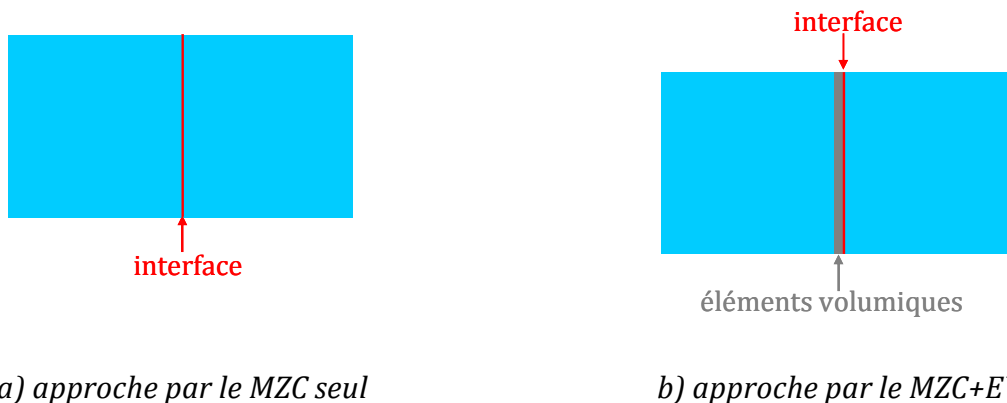


Figure 99. Représentation de l'essai TAST modifié a) par l'approche par le MZC et b) par l'approche par le MZC+EV

2.1. Comparaison des raideurs apparentes

Les raideurs apparentes obtenues avec l'approche par le MZC+EV pour deux raideurs différentes et celles obtenues par l'approche par le MZC seul ont été comparées aux raideurs

de références obtenues par calculs élastiques tant pour l'essai SLJ que pour le TAST modifié (Figure 100). On observe alors une très bonne concordance des raideurs apparentes entre les calculs élastiques et ceux avec l'approche MZC+EV et ceci quel que soit le cas d'étude ou quelle que soit l'épaisseur du joint de colle considérée pour peu que la raideur de l'interface soit suffisamment importante. En effet, pour une interface avec une raideur plus faible de l'ordre de grandeur de celle d'une colle équivalente, on observe des résultats avec un écart significatif dans le cas du TAST modifié. Ces résultats sont cohérents avec les recommandations de Turon *et al.* ([Turon *et al.*, 2006]) et de Vandellos ([Vandellos, 2011]).

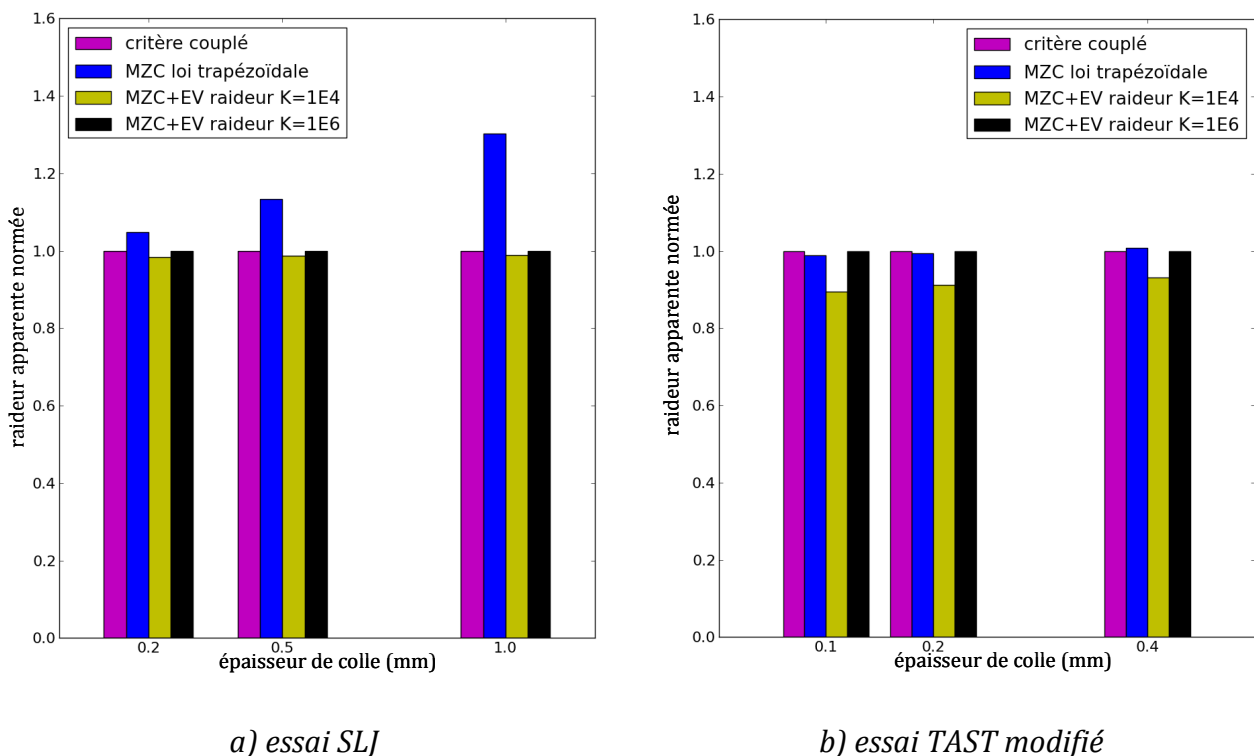


Figure 100. Comparaison des raideurs apparentes entre l'approche par le CC et l'approche par le MZC avec et sans éléments volumiques pour les différents couples (e, K_{MZC}) étudiés a) pour l'essai SLJ et b) pour l'essai TAST modifié

Compte tenu de ces résultats, il semble essentiel de poursuivre cette étude sur l'influence de l'approche MZC+EV en ce qui concerne le comportement macroscopique.

2.2. Comparaison des comportements macroscopiques

La Figure 101 (respectivement Figure 102) confronte les différentes courbes de comportements obtenues avec les différentes approches retenues (MZC, MZC+EV, CC) pour le cas de l'essai SLJ (respectivement TAST modifié). On observe ainsi sur ces figures que l'utilisation de l'approche par le MZC+EV modifie fortement le comportement par rapport aux

résultats obtenus dans le chapitre 3 avec l'approche par le MZC seul sans pour autant permettre une prévision comparable en matière de force à rupture à celle obtenue par l'approche par le CC. En effet, pour le cas de l'essai SLJ, la forme du comportement ne semble pas avoir évoluée mais l'effort maximal est plus important avec le passage à l'approche par le MZC+EV. En revanche, pour l'essai TAST modifié, la forme du comportement est modifiée et il n'est pas possible de conclure sur l'effet du passage à l'approche MZC+EV sur l'effort maximal. En effet, l'effort maximal est plus important avec les lois bi-linéaire et tri-linéaire avec le passage à l'approche par le MZC+EV, ce qui n'est pas le cas avec la loi trapézoïdale. Rappelons toutefois que la comparaison entre le CC et le MZC seul semblait difficilement réalisable pour cette configuration d'essai du fait de la non-linéarité importante de la réponse structurale.

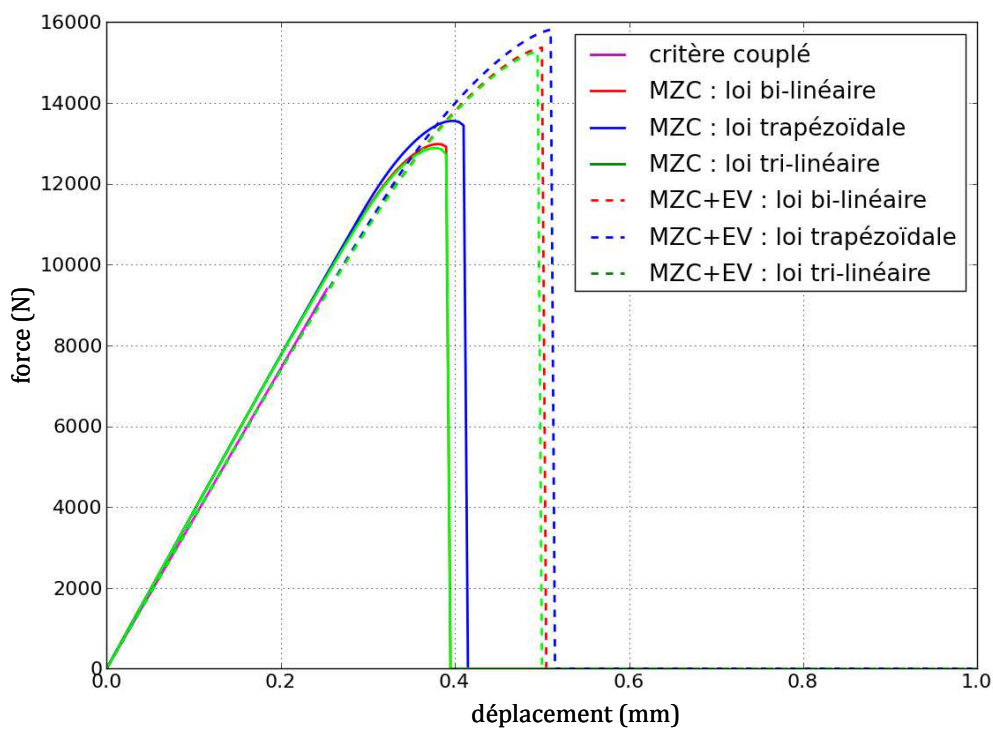


Figure 101. Comparaison des réponses macroscopiques obtenues par le CC pour $e = 0,2 \text{ mm}$, par le MZC seul pour $K_{MZC} = 8500 \text{ N.mm}^{-3}$ et pour le MZC+EV ($K_{MZC} = 10^6 \text{ N.mm}^{-3}$, $e = 0,2 \text{ mm}$) pour l'essai SLJ

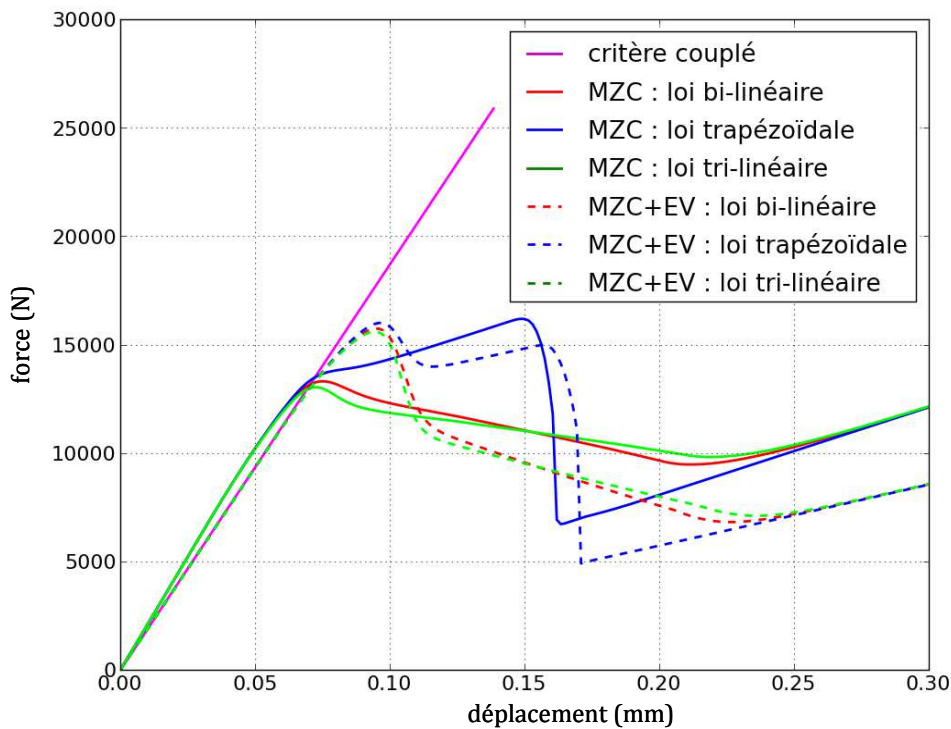


Figure 102. Comparaison des réponses macroscopiques obtenues par le CC pour $e = 0,1$ mm, par le MZC seul pour $K_{MZC} = 8462 \text{ N.mm}^{-3}$ et pour le MZC+EV ($K_{MZC} = 10^6 \text{ N.mm}^{-3}$, $e = 0,1$ mm) pour l'essai TAST modifié

Les comparaisons des courbes force/déplacement ne semblent pas permettre de conclure sur la pertinence du MZC pour la prévision de l'amorçage du décollement par rapport au critère couplé. Toutefois, ces conclusions sont basées en particulier sur les efforts maximum observés qui dans les approches par le MZC et le MZC+EV incluent ici une phase de propagation qui n'est pas prise en compte dans celle par le CC. Or, la définition de l'amorçage pour le CC comme pour le MZC correspond à la vérification simultanée du critère en contrainte et du critère en énergie. En termes de variable d'endommagement pour les modèles de zone cohésive, cela correspond à la première fois où cette variable atteint la valeur 1 (*i.e.* $\lambda = 1$). Aussi, qu'en est-il de la comparaison des efforts pour $\lambda = 1$?

2.3. Prévision de l'amorçage avec ou sans éléments volumiques

Pour l'essai SLJ (Figure 103) et pour l'essai TAST modifié (Figure 104), on peut voir les comparaisons des efforts qui ont été menées entre les différentes approches (CC, MZC et MZC+EV) pour différentes épaisseurs de colle. Ces comparaisons mettent en évidence les différences en termes d'efforts d'une approche à une autre mais elle mettent également en évidence la différence d'efforts suivant la définition de l'amorçage par l'effort maximum F_{\max}

ou par la force d'amorçage théorique dans un MZC $F_{\lambda=1}$. Notons que pour les approches MZC et MZC+EV les résultats ont été obtenus avec la loi trapézoïdale.

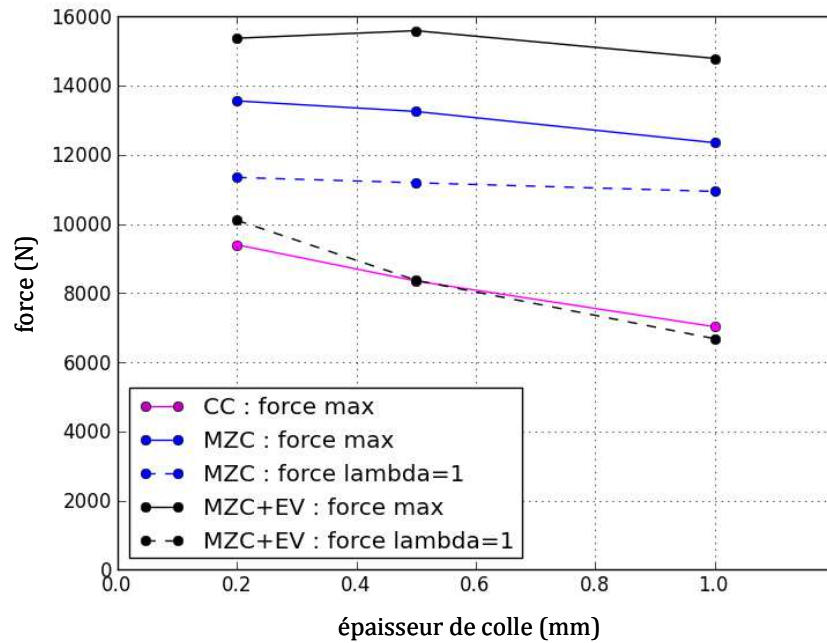


Figure 103. Comparaison des évolutions des forces d'amorçage entre les approches par le CC, par le MZC seul (avec une loi trapézoïdale) et par le MZC+EV (avec une loi trapézoïdale) pour l'essai SLJ

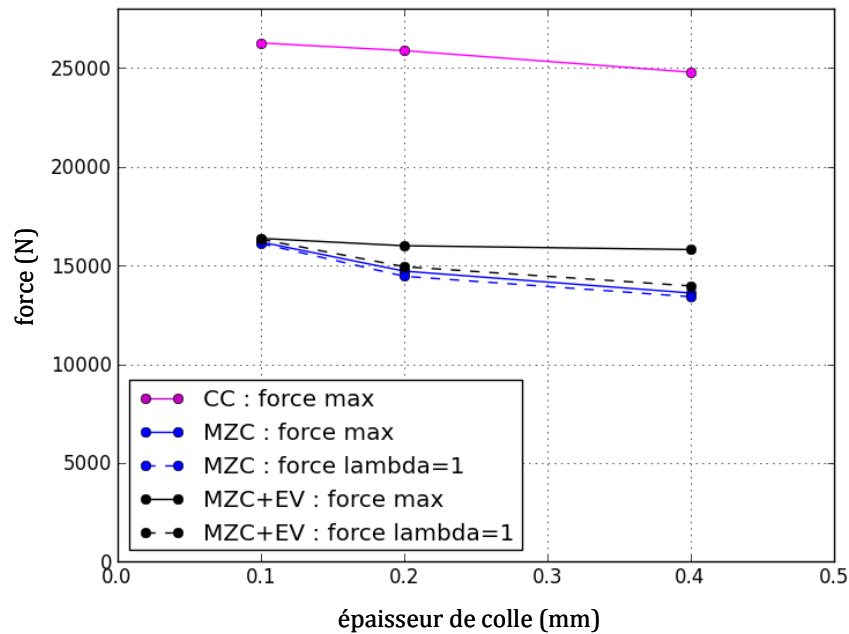


Figure 104. Comparaison des évolutions des forces d'amorçage entre les approches par le critère couplé, par le MZC seul (avec une loi trapézoïdale) et par le MZC+EV (avec une loi trapézoïdale) pour l'essai TAST modifié

D'une part, dans le cas de l'essai SLJ (Figure 103), on note qu'il y a une grande différence entre la force $F_{\lambda=1}$ et la force F_{\max} tant en termes de tendance qu'en termes de valeurs. En effet, la force F_{\max} ne permet pas de traduire ni qualitativement ni quantitativement l'évolution de la force en fonction de l'épaisseur de colle obtenue avec l'approche par le critère couplé. Au contraire, la force $F_{\lambda=1}$ le permet parce que la mixité de mode est prise en compte. Par ailleurs, il apparaît ainsi que définir l'amorçage avec un MZC par la force F_{\max} conduit toujours à une mauvaise prévision de ce dernier que l'on utilise l'approche MZC seule ou l'approche MZC+EV. Aussi, si considérer l'amorçage dans ces deux approches comme la force $F_{\lambda=1}$ permet sa meilleure prévision d'une manière générale, il convient néanmoins de dire que seule l'approche MZC+EV est satisfaisante comparée à l'approche par le critère couplé. En effet, dans un premier temps, la tendance de l'évolution de la force en fonction de l'épaisseur de colle observée par le CC est identique à celle avec l'approche MZC+EV. Par ailleurs, dans un deuxième temps, l'erreur commise dans l'approche MZC+EV par rapport à l'approche par le CC est négligeable en termes de force (Table 56).

Correspondance CC/ (MZC+EV)	Erreur en termes de force (%)
$e = 0,2 \text{ mm} / (e = 0,2 \text{ mm}, K_{MZC} = 10^6 \text{ N.mm}^{-3})$	8
$e = 0,5 \text{ mm} / (e = 0,5 \text{ mm}, K_{MZC} = 10^6 \text{ N.mm}^{-3})$	0,3
$e = 1 \text{ mm} / (e = 1 \text{ mm}, K_{MZC} = 10^6 \text{ N.mm}^{-3})$	5

Table 56. Erreur entre la force $F_{\lambda=1}$ déterminée avec l'approche MZC+EV et la force déterminée avec l'approche CC pour l'essai SLJ

D'autre part, dans le cas de l'essai TAST modifié (Figure 104), du fait du comportement particulièrement non-linéaire de l'assemblage, comme attendu, l'ajout d'éléments volumiques ne semble pas permettre une meilleure prévision de la force d'amorçage $F_{\lambda=1}$. En effet, l'erreur commise entre la force $F_{\lambda=1}$ dans l'approche MZC+EV par rapport à la force F_{\max} dans l'approche CC est importante (Table 57). Rappelons ici que F_{\max} dans l'approche par le CC correspond à l'effort pour lequel les critères en contrainte et en énergie sont satisfaits, ce qui revient à $F_{\lambda=1}$ dans les approches par MZC. Par ailleurs, malgré les différences de comportement macroscopique entre les approches MZC et MZC+EV, les forces F_{\max} de ces deux approches sont très proches. Toutefois, cela ne signifie pas que ces deux approches sont équivalentes ce que l'on peut constater à partir de la loi bi-linéaire (Figure 105).

Correspondance CC / (MZC+EV)	Erreur en termes de force (%)
$e = 0,1 \text{ mm} / (e = 0,1 \text{ mm}, K_{MZC} = 10^6 \text{ N.mm}^{-3})$	38
$e = 0,2 \text{ mm} / (e = 0,2 \text{ mm}, K_{MZC} = 10^6 \text{ N.mm}^{-3})$	42
$e = 0,4 \text{ mm} / (e = 0,4 \text{ mm}, K_{MZC} = 10^6 \text{ N.mm}^{-3})$	44

Table 57. Erreur entre la force $F_{\lambda=1}$ déterminée avec l'approche MZC+EV (avec la loi trapézoïdale) et la force F_{\max} déterminée avec le CC pour l'essai TAST modifié

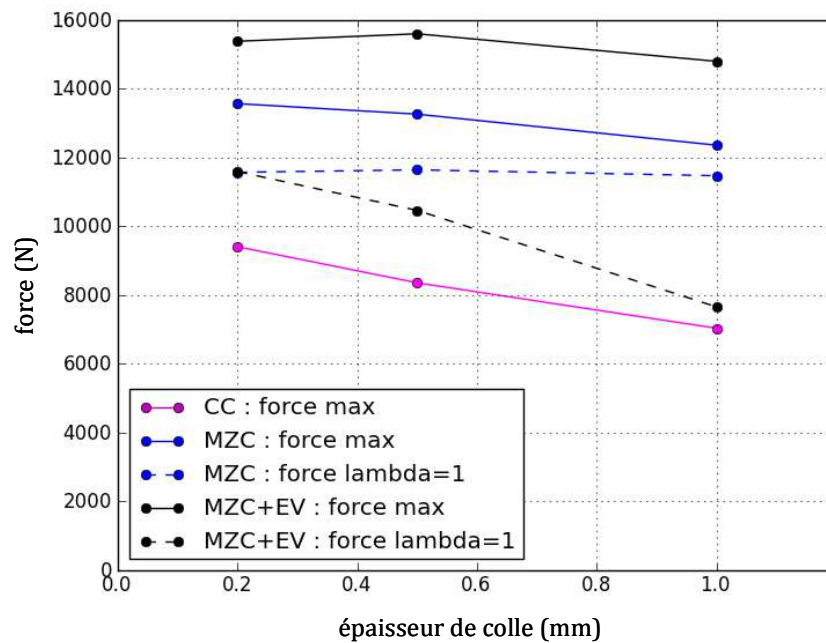


Figure 105. Comparaison des évolutions des forces d'amorçage entre les approches par le critère couplé, par le MZC seul (avec une loi bi-linéaire) et par le MZC+EV (avec une loi bi-linéaire) pour l'essai TAST modifié

En conclusion, l'approche MZC+EV semble permettre une prévision de l'amorçage d'un décollement équivalente à la prévision obtenue par le CC lorsque le comportement macroscopique semble quasi-linéaire. Ceci est possible à condition bien entendu de comparer le chargement correspondant à l'amorçage d'une fissure dans le MZC et non celui conduisant à la ruine par rupture adhésive du joint. En revanche, si le comportement est non-linéaire, les prévisions de l'amorçage par l'approche par le MZC, avec ou sans ajout d'éléments volumiques pour représenter la colle, ne sont pas satisfaisantes comme attendu.

L'exemple de l'essai SLJ reste donc le meilleur essai pour espérer expliquer la différence entre les résultats obtenus avec l'approche par le MZC et ceux obtenus avec l'approche modélisant de façon volumique le comportement du joint, que l'on analyse la force maximale F_{\max} ou celle d'amorçage de la fissure $F_{\lambda=1}$.

2.4. En quoi la prise en compte d'éléments volumiques est importante pour la prévision de l'amorçage ?

Afin de comprendre la différence de résultats obtenus par l'approche MZC avec les modélisations incluant une représentation volumique du joint collé, une comparaison des champs de contraintes normale (Figure 106) et de cisaillement hors-plan (Figure 107) entre les différentes approches (CC, MZC et MZC+EV) a été réalisée dans le cas de l'essai SLJ. Dans

l'approche MZC+EV, les calculs ont été réalisés pour deux raideurs différentes, à savoir pour $K_{MZC} = 10^4 \text{ N.mm}^{-3}$ et pour $K_{MZC} = 10^6 \text{ N.mm}^{-3}$, afin de déterminer s'il existe une influence de cette raideur sur l'aptitude à capter la singularité de contrainte.

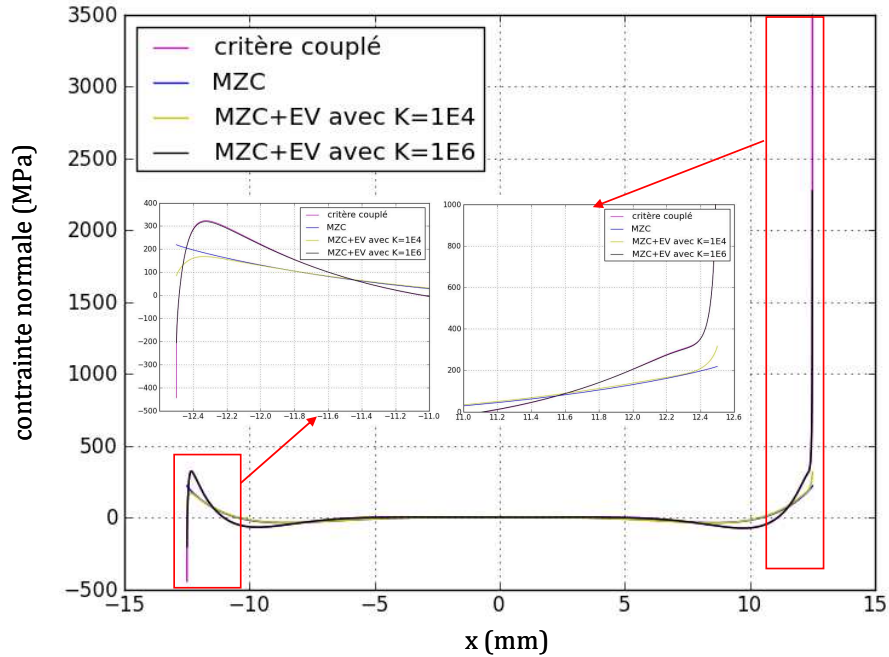


Figure 106. Champs de contraintes normales des approches par le CC, par le MZC seul (cas $e = 0,2 \text{ mm}/K_{MZC} = 8500 \text{ N.mm}^{-3}$) et par le MZC+EV (cas $e = 0,2 \text{ mm}/K_{MZC} = 10^4 \text{ N.mm}^{-3}$ et $e = 0,2 \text{ mm}/K_{MZC} = 10^6 \text{ N.mm}^{-3}$)

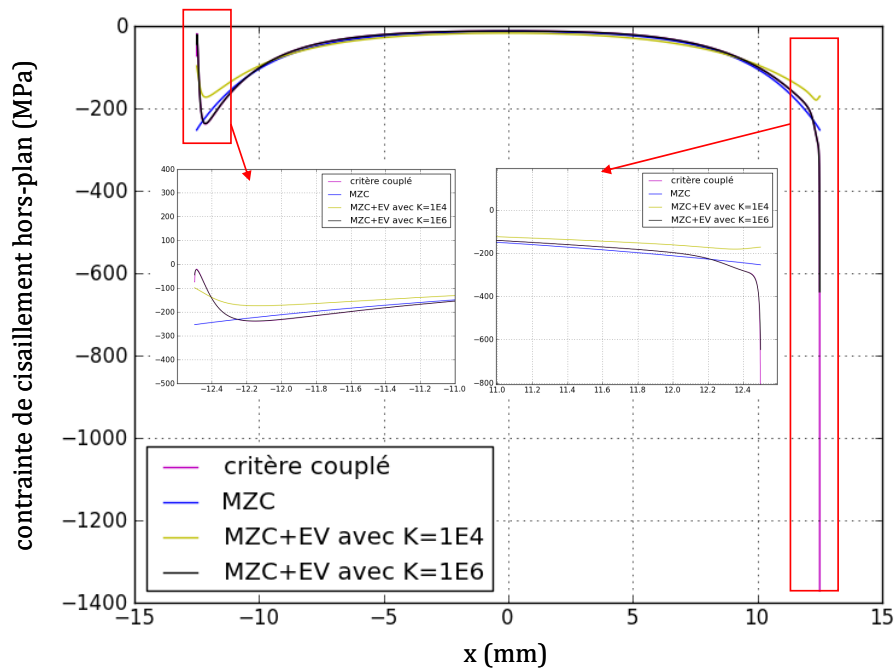


Figure 107. Champs de contraintes de cisaillement hors-plan des approches par le CC, par le MZC seul (cas $e = 0,2 \text{ mm}/K_{MZC} = 8500 \text{ N.mm}^{-3}$) et par le MZC+EV (cas $e = 0,2 \text{ mm}/K_{MZC} = 10^4 \text{ N.mm}^{-3}$ et $e = 0,2 \text{ mm}/K_{MZC} = 10^6 \text{ N.mm}^{-3}$)

Sur les résultats obtenus, on note que la singularité de contrainte est mieux décrite d'une manière générale avec des éléments volumiques en plus de l'élément de zone cohésive par rapport à une modélisation avec uniquement un élément de zone cohésive. Par ailleurs, on remarque que la singularité de contrainte est d'autant mieux décrite par l'approche MZC+EV que la raideur de l'élément de zone cohésive est plus importante. Ainsi, avec une raideur $K_{MZC} = 10^6 \text{ N.mm}^{-3}$, les champs de contraintes normale et de cisaillement hors-plan des approches par le critère couplé et par MZC+EV coïncident parfaitement que cela soit au niveau de la zone centrale de recouvrement ou au niveau des bords du joint. Or, il a été mis en évidence grâce au critère couplé dans les chapitres 1 et 2 que l'amorçage, lorsqu'il survient, se fait sur de petites longueurs d'amorçage à partir des extrémités, même si cette longueur est variable en fonction des jeux de critères en contrainte et en énergie choisis (Table 58). Aussi, dans le cas de l'essai SLJ les résultats en termes de raideur apparente et de force d'amorçage étant satisfaisants avec l'approche MZC+EV avec une raideur d'interface forte, on comprend mieux la nécessité d'avoir un champ de contrainte bien décrit au niveau des bords.

Epaisseur de colle (mm)	Intervalle de longueur d'amorçage (mm)
0,2	[0,032 ; 0,547]
0,5	[0,080 ; 0,167]
1	[0,160 ; 0,341]

Table 58. Intervalles de longueurs d'amorçage déterminées grâce au CC pour différentes épaisseurs de colle du joint collé selon différents jeux de critères en contrainte et en énergie

Toutefois, il nous semble que l'approche par le MZC seul pourrait suffire à prévoir l'amorçage de manière satisfaisante dans deux cas de figure :

- dans les cas où il n'existerait pas ou peu d'effets de bord, et,
- dans les cas où les longueurs d'amorçage seraient plus importantes.

Le premier cas de figure nous paraît être le cas pour lequel la démonstration peut être la plus immédiate et la plus triviale. Dans le deuxième cas de figure, toute la preuve de cette hypothèse doit être apportée par un travail supplémentaire à l'aide du critère couplé. Ainsi, l'investigation de ces deux cas constitue une perspective de ce travail.

3. Validation de la démarche de modélisation proposée par rapport à des résultats expérimentaux

Afin de proposer une validation de la démarche de modélisation par un modèle de zone cohésive, une comparaison entre les résultats numériques obtenus dans ce travail de thèse et les résultats expérimentaux de da Silva *et al.* ([da Silva *et al.*, 2006]) a été réalisée.

D'un côté, afin de déterminer les apports de la démarche de modélisation proposée, les résultats numériques sont issus de l'approche par le modèle de zone cohésive mais aussi de l'approche par le modèle de zone cohésive avec l'ajout d'une couche d'éléments volumiques pour modéliser l'adhésif. D'un autre côté, pour rendre compte des limites *a priori* pressenties de la démarche proposée vis-à-vis de collages réalisés avec des colles ductiles, la prévision de l'amorçage a été menée dans ce type de cas.

Les trois adhésifs impliqués dans les comparaisons réalisées appartiennent au domaine des adhésifs fragiles (Araldite® AV138/HV998 de Huntsman™), des adhésifs moyennement ductiles (Hysol® EA 9321 de Loctite™) et des adhésifs fortement ductiles (Hysol® EA 9361 de Loctite™), les courbes contraintes/déformations pour chaque adhésif attestant de leur comportement (Figure 108).

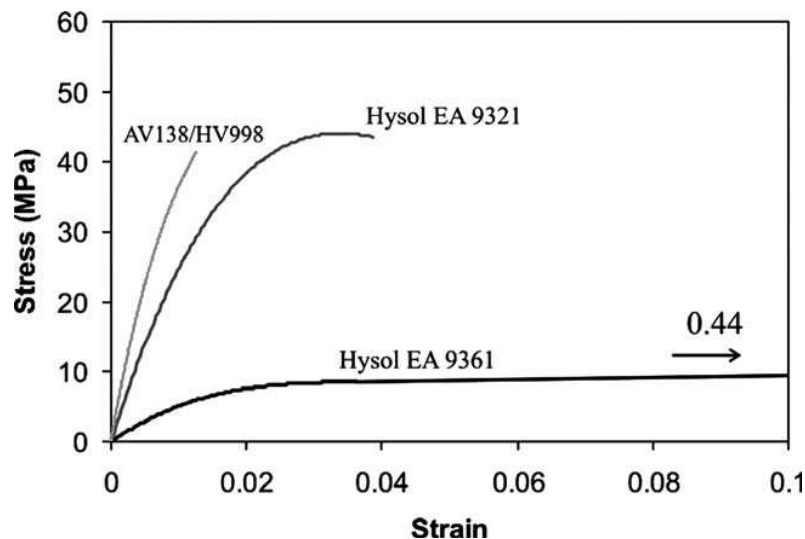


Figure 108. Courbes contraintes/déformations de traction des différents adhésifs testés tirées de [da Silva *et al.*, 2006]

3.1. Cas d'une colle fragile

Pour la comparaison essai/calcul dans le cas de la colle fragile Araldite® AV138/HV998 de Huntsman™ (nommée AV138 par la suite), les réponses macroscopiques obtenues

numériquement avec la loi trapézoïdale montrent un comportement quasiment élastique linéaire comparable au comportement élastique linéaire observé expérimentalement. En revanche, elles présentent une raideur apparente beaucoup plus importante que la raideur apparente expérimentale (Figure 109). Cela peut être dû au fait qu'expérimentalement, le déplacement machine ne correspond pas au déplacement imposé sur la longueur utile de l'éprouvette représentée lors de la modélisation de l'essai. Afin de pouvoir comparer les résultats numériques et expérimentaux, un recalage sur le déplacement a été réalisé en prenant comme référence le comportement élastique obtenu par l'approche par le CC. La Figure 110 illustre les réponses macroscopiques numériques et la réponse macroscopique expérimentale recalée.

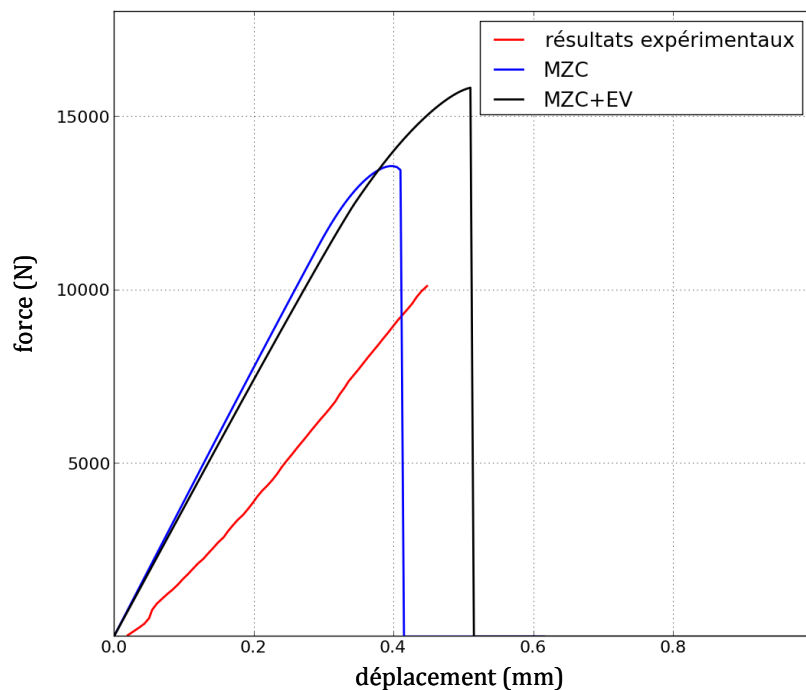


Figure 109. Comparaison des réponses macroscopiques numériques et de la réponse macroscopique expérimentale pour la colle AV138

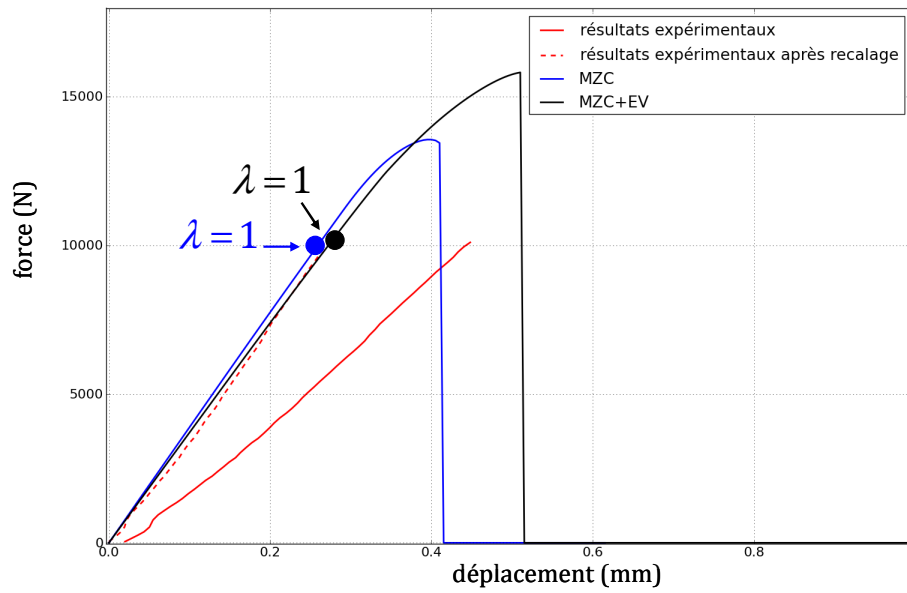


Figure 110. Comparaison des réponses macroscopiques numériques et de la réponse macroscopique expérimentale recalée pour la colle AV138

Le recalage des raideurs apparentes ayant été réalisé, il s'agit dans un deuxième temps de comparer les forces d'amorçage numériques et expérimentales (Figure 111).

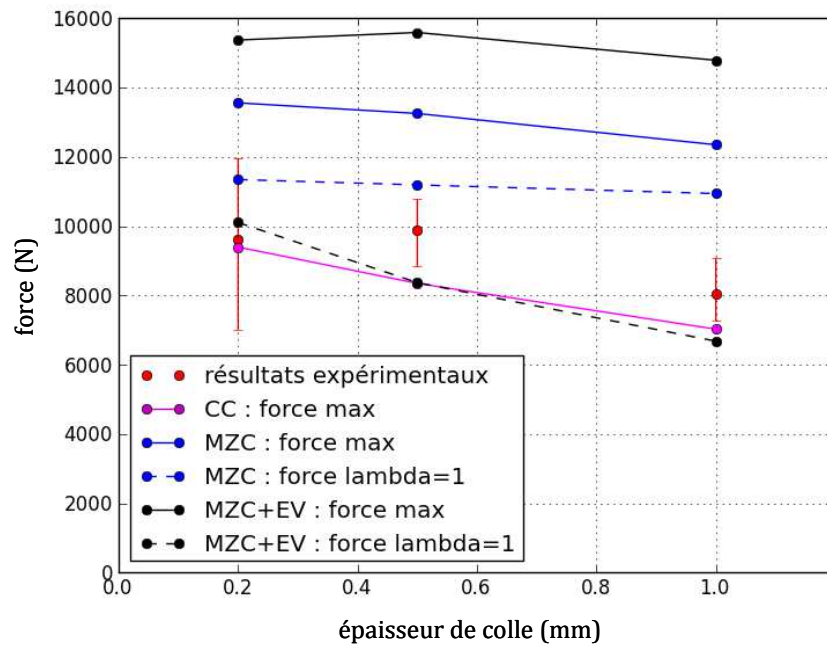


Figure 111. Comparaison des forces d'amorçage numériques et expérimentales pour la colle AV138

On remarque tout d'abord que les forces d'amorçage obtenues par l'approche CC sont satisfaisantes par rapport à celles obtenues expérimentalement. On en conclut donc que la

démarche de modélisation proposée consistant à se rapprocher de la modélisation par le CC est pertinente pour mener à une comparaison essai/calcul satisfaisante dans le cas de colles fragiles. Aussi, la force d'amorçage $F_{\lambda=1}$ de l'approche MZC+EV étant proche de celle déterminée par l'approche CC, cela confirme qu'elle est la plus satisfaisante pour prévoir l'amorçage par comparaison avec la force expérimentale au vu de l'erreur calculée de la force avec l'approche MZC+EV par rapport à celle obtenue par l'approche par le CC (Table 59). En effet, les forces F_{\max} des approches MZC et MZC+EV qui surestimaient la force d'amorçage obtenue par l'approche par le CC surestiment également la force d'amorçage mesurée expérimentalement. La force maximale obtenue correspond comme nous l'avons déjà dit dans la section 2.3 à la force maximale conduisant à une rupture adhésive et non cohésive de l'assemblage comme observé expérimentalement. Au vu des résultats, on peut donc émettre l'hypothèse que l'amorçage adhésif conduit à une surcharge au sein du joint collé qui mène de manière catastrophique à une rupture cohésive. Aussi, la bifurcation de la fissure n'a pas été considérée dans la modélisation et peut constituer un manque.

Epaisseur de colle (mm)	Erreur en termes de force (%)
0,2	5
0,5	15
1	17

Table 59. Erreur entre la force d'amorçage $F_{\lambda=1}$ de l'approche MZC+EV et la force d'amorçage expérimentale moyenne pour différentes épaisseurs de colle pour la colle AV138

Finalement, bien que la démarche de modélisation proposée pour prévoir la force nécessaire pour amorcer une fissure dans un assemblage collé dans le cas d'une colle fragile gagnerait à être enrichie, on peut néanmoins considérer l'approche MZC+EV comme une première approche satisfaisante pour se rapprocher des résultats expérimentaux à condition de comparer la force d'amorçage définie par $F_{\lambda=1}$ dans un MZC avec la force déterminée expérimentalement. Aussi, la démarche de modélisation proposée dans le cas d'assemblages collés avec un adhésif fragile est-elle valable ou non dans le cas de colles au comportement moins fragile ?

3.2. Cas de colles ductiles

A partir des résultats de calculs concernant la colle moyennement ductile Hysol® EA 9321 de Loctite™ (nommée EA9321 par la suite), il est nécessaire de recalibrer la courbe expérimentale par rapport à celle concernant l'approche CC. Pour ce recalage, la partie

non-linéaire n'est pas prise en compte. Le recalage est donc réalisé à partir des parties linéaires de la réponse macroscopique. Ici, la recherche d'un facteur correctif à appliquer au déplacement de sorte à conserver les mêmes efforts est identique par rapport au cas précédent. La comparaison des réponses macroscopiques des différentes approches numériques concernant la loi trapézoïdale et expérimentale rendue possible par le recalage est illustrée par la Figure 112.

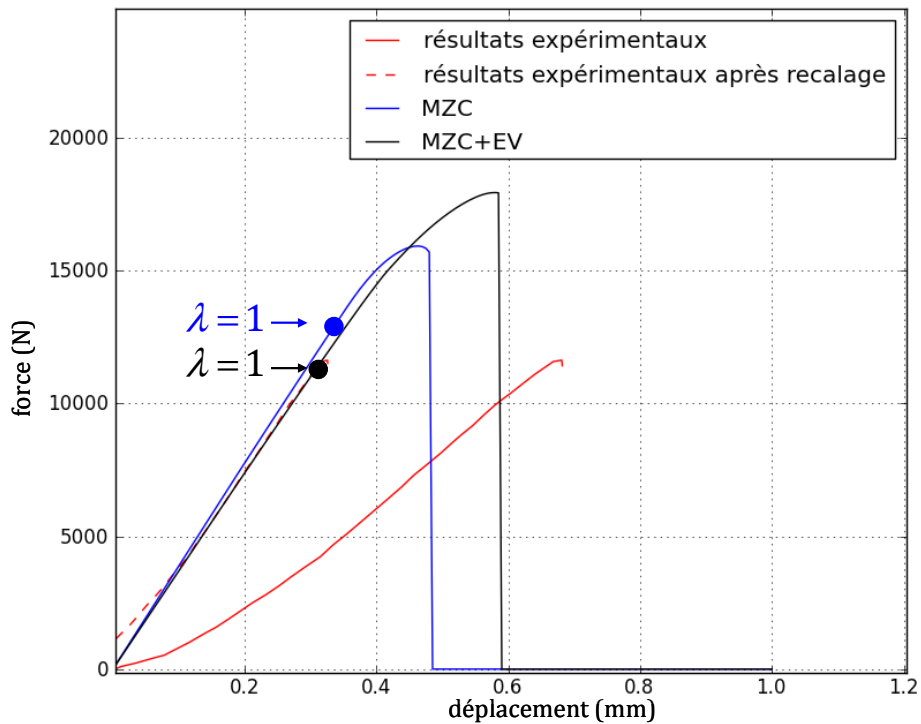


Figure 112. Comparaison des réponses macroscopiques numériques et de la réponse macroscopique expérimentale recalée pour la colle EA9321

Les réponses macroscopiques numériques dans le cas de la colle EA9321 sont semblables en termes de comportement global par rapport à celles obtenues avec la colle AV138. On observe ainsi un comportement linéaire jusqu'à un pic de force maximum, puis, une chute de l'effort. Cette similitude peut être attribuée au fait que les propriétés des adhésifs AV138 (Table 59) et EA9321 (Table 61) sont proches.

Module de Young (MPa)	Coefficient de Poisson	Résistance hors-plan en mode I Z_t (MPa)	Résistance hors-plan en mode II S_c (MPa)	Ténacité en mode I G_{I_c} (N.mm ⁻¹)	Ténacité en mode II G_{II_c} (N.mm ⁻¹)
4590	0,35	41	41	0,3	0,6

Table 60. Propriétés de l'adhésif AV38 tirées de [da Silva et al., 2006]

Module de Young (MPa)	Coefficient de Poisson	Résistance hors-plan en mode I Z_t (MPa)	Résistance hors-plan en mode II S_c (MPa)	Ténacité en mode I G_{I_c} (N.mm ⁻¹)	Ténacité en mode II G_{II_c} (N.mm ⁻¹)
3870	0,36	46	46	0,45	0,9

Table 61. Propriétés de l'adhésif EA9321 tirées de [da Silva et al., 2006]

Afin de discuter du caractère prédictif de l'approche de modélisation proposée dans un cas *a priori* hors de son domaine de validité, une comparaison entre les forces d'amorçage déterminées numériquement et celles déterminées expérimentalement a été réalisée pour les différentes épaisseurs de colle testées expérimentalement (Figure 113).

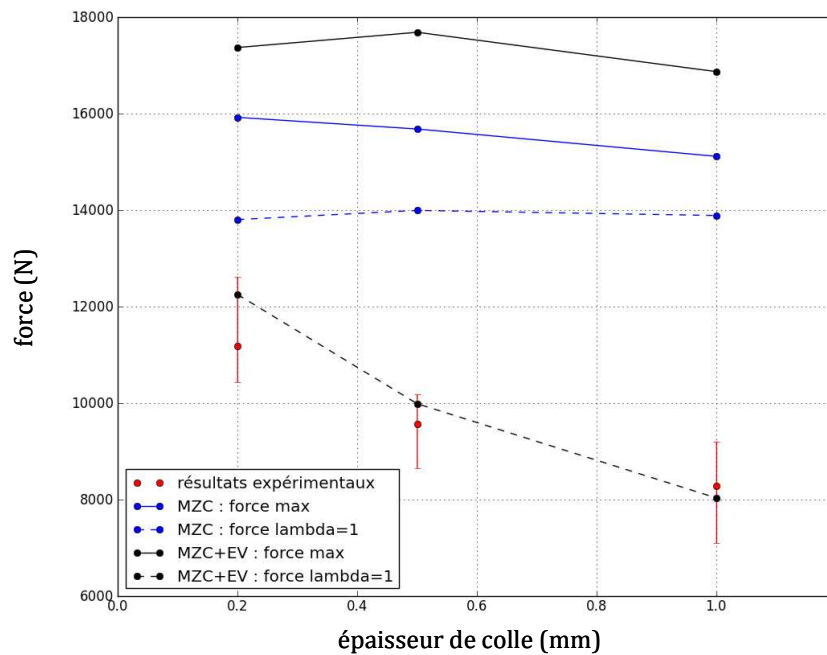


Figure 113. Comparaison des forces d'amorçage numériques et expérimentales dans le cas de la colle EA9321

Sur cette comparaison, la prévision par l'approche MZC+EV avec une définition de la force d'amorçage par $F_{\lambda=1}$ est étonnamment satisfaisante. En effet, on remarque que les résultats obtenus traduisent l'influence de l'épaisseur observée expérimentalement tant qualitativement que quantitativement puisque ces résultats s'inscrivent dans la dispersion expérimentale pour les trois épaisseurs de colle étudiées et ceci avec une erreur dans les prévisions peu importante par rapport aux résultats expérimentaux (Table 62).

Epaisseur de colle (mm)	Erreur en termes de force (%)
0,2	10
0,5	4
1	3

Table 62. Ecart entre la force d'amorçage $F_{\lambda=1}$ de l'approche MZC+EV et la force d'amorçage expérimentale moyenne pour différentes épaisseurs de colle pour la colle EA9321

Le bon accord entre prévisions numériques et résultats expérimentaux semble au premier abord mettre en évidence un domaine de validité de l'approche proposée un peu plus étendu que ce à quoi l'on pouvait s'attendre. Toutefois, il convient de rester prudent face à un tel résultat qui semble montrer que l'approche de modélisation proposée donne de meilleurs

résultats dans le cas d'une colle moyennement ductile plutôt que dans le cas d'une colle fragile. En effet, le bon accord est obtenu surtout parce que dans l'approche MZC+EV, la réponse macroscopique est non-linéaire seulement après que la force $F_{\lambda=1}$ soit atteinte et non avant comme on peut l'observer sur la Figure 112.

Finalement, on peut envisager d'atteindre plus clairement les limites de la démarche de modélisation adoptée en l'appliquant sur le cas d'une colle fortement ductile. Après un recalage similaire à celui réalisé précédemment, la Figure 114 présente la comparaison entre les comportements macroscopiques de l'assemblage obtenus par les approches MZC et MZC+EV et celui expérimental dans le cas de la colle ductile Hysol® EA 9361 de Loctite™ (nommée EA9361 par la suite). Notons que le facteur correctif appliqué pour le recalage de la courbe expérimentale par rapport à l'approche par le CC est d'environ 0,6 pour les trois adhésifs, ce qui permet de conforter l'hypothèse que le déplacement expérimental provient du déplacement machine et non pas du déplacement appliqué sur la longueur utile de l'éprouvette.

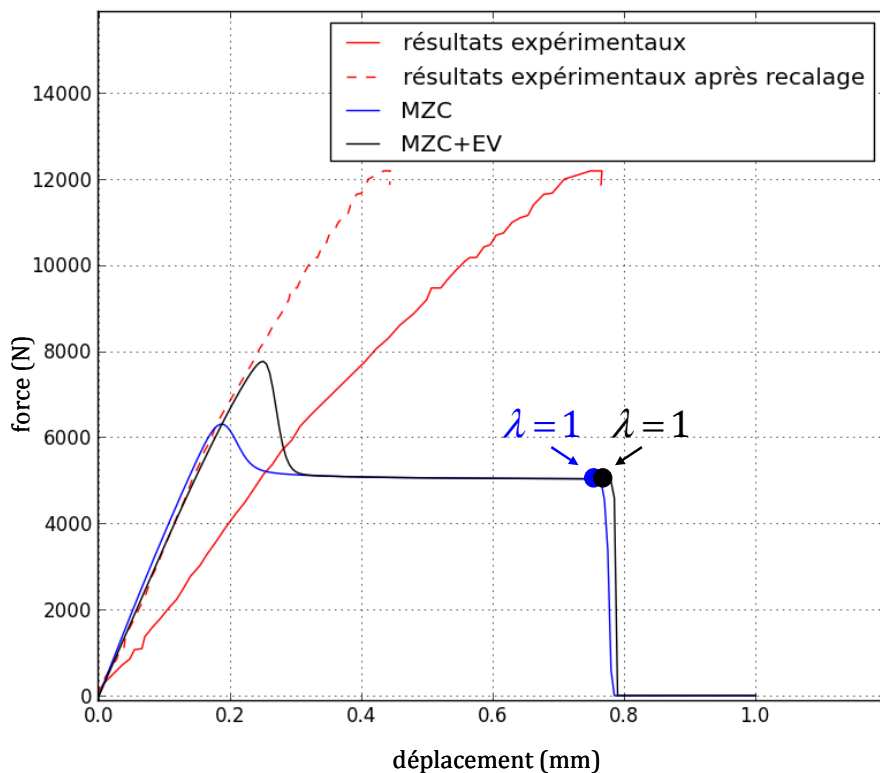


Figure 114. Comparaison des réponses macroscopiques numériques et de la réponse macroscopique expérimentale recalée pour la colle EA9361

Ainsi, on observe que les réponses macroscopiques numériques obtenues pour la loi trapézoïdale sont radicalement différentes en termes de comportement global de celles obtenues pour les colles fragile AV138 et moyennement ductile EA9321. En effet, dans le cas

de la colle fortement ductile EA9361, on remarque que ces dernières présentent un comportement non-linéaire qui est très similaire à la forme de la loi cohésive. Rappelons que l'on avait rencontré ce cas de figure dans le chapitre 3 dans le cas de l'essai TAST modifié. Une explication à cette observation avait été donnée et reposait sur le fait que toute l'interface était endommagée très tôt. Ainsi, la process zone s'étendant sur toute l'interface avant rupture, c'était majoritairement le comportement de l'interface qui était observé macroscopiquement. C'est également le cas ici. Il est possible de rajouter ici que le fait d'avoir toute l'interface qui est très endommagée mais tient longtemps avant la rupture est dû au fait que les ténacités de l'adhésif sont très importantes et les résistances très faibles (Table 63).

Module de Young (MPa)	Coefficient de Poisson	Résistance hors-plan en mode I Z_t (MPa)	Résistance hors-plan en mode II S_c (MPa)	Ténacité en mode I G_{Ic} (N.mm ⁻¹)	Ténacité en mode II G_{IIc} (N.mm ⁻¹)
670	0,4	8	8	2,61	5,22

Table 63. Propriétés de l'adhésif EA9361 tirées de [da Silva et al., 2006]

Au vu de ces constats, une comparaison des forces d'amorçage prévues numériquement et celles obtenues expérimentalement n'a pas de sens. On en conclut que la démarche de modélisation atteint ses limites dans le cas de collages réalisés avec des adhésifs fortement ductiles. Afin de pouvoir prévoir l'amorçage d'un décollement avec de tels adhésifs, en perspective de ce travail, il serait nécessaire de prendre en compte *a minima* un comportement plastique dans la couche d'adhésif. Afin de valider l'hypothèse formulée consistant à attribuer l'erreur commise dans les prévisions numériques par rapport aux résultats expérimentaux à la différence de scénario de rupture considéré (rupture considérée adhésive du point de vue de la modélisation et rupture adhésive observée expérimentalement), il semble que la prise en compte d'un critère de rupture en contrainte maximum dans la colle serait nécessaire par ailleurs.

4. Conclusions

Dans ce chapitre, une démarche de validation de la modélisation adoptée a été proposée. Elle repose dans un premier temps sur une comparaison entre les résultats obtenus avec le modèle de zone cohésive proposé dans le chapitre 3 et ceux obtenus avec le critère couplé dans le chapitre 2. Dans un second temps elle repose sur la confrontation des résultats numériques avec des résultats expérimentaux de la littérature.

Dans un premier temps, la comparaison entre l'approche MZC et l'approche CC a permis de montrer qu'il existe un écart important en termes de force d'amorçage pour les deux essais étudiés dans ce chapitre (essai TAST modifié et essai SLJ). Aussi, dans un deuxième temps, il s'est agi de comprendre à quoi pouvait être dû cet écart. Il a été mis en évidence que ce dernier peut être dû soit à la non prise en compte d'une raideur variant en fonction de la mixité de mode, soit au fait que l'élément de zone cohésive n'est pas apte à capter la singularité de contrainte due aux effets de bord. La proposition d'une raideur évoluant en fonction de la mixité ayant été considérée difficile à mettre en œuvre, il a été choisi de pallier ce manque par l'ajout d'éléments volumiques en plus de l'élément de zone cohésive. Cette préconisation pour modéliser l'adhésif permet une meilleure discrétisation du champ de contrainte dans l'épaisseur du joint de colle et permet donc d'avoir une meilleure description de la singularité de contrainte au niveau de l'interface la plus sollicitée. Cette solution s'est avérée nécessaire et suffisante dans le cas de l'essai SLJ et a permis une adéquation satisfaisante entre les résultats obtenus avec l'approche MZC+EV et ceux avec l'approche CC. En revanche, si l'ajout d'éléments volumiques dans la modélisation a paru nécessaire dans le cas de l'essai TAST modifié améliorant légèrement la prévision effectuée, elle ne s'est pas avérée suffisante pour obtenir une prévision proche de celle obtenue par le critère couplé du fait d'un comportement macroscopique fortement non-linéaire. Néanmoins, il semble important de préciser que l'approche MZC seul pourrait s'avérer pertinente dans les cas de figure où la longueur d'amorçage est importante, ou encore, dans les cas où il n'existe pas ou peu d'effets de bord. Ces deux points mériteraient des développements supplémentaires pour les valider.

De la confrontation des prévisions numériques des approches MZC et MZC+EV avec les résultats expérimentaux, il en ressort dans le cas d'une colle fragile que le comportement global n'est pas similaire et que les forces d'amorçage théorique d'un MZC ($F_{\lambda=1}$) sont satisfaisantes dans une première approche. Toutefois, l'hypothèse de la démarche de modélisation supposant un amorçage adhésif s'appuyant sur l'analyse des exposants de singularité et non cohésif comme observé expérimentalement pourrait expliquer l'écart de force observé entre prévisions numériques et résultats expérimentaux. Afin d'amoinrir cet

écart, il resterait à prendre en compte la possibilité d'une bifurcation de la fissure de l'interface vers la colle ou encore l'amorçage à l'interface cohésive à partir d'un défaut initial. Dans le cas d'une colle moyennement ductile, les résultats en termes de force d'amorçage se sont étonnamment révélés être meilleurs que ceux obtenus avec la colle fragile. Mais, il a été mis en évidence dans ce cas que dans l'approche MZC la réponse macroscopique est non-linéaire après que la force d'amorçage soit atteinte, donc on est ramené à la même situation que dans le cas de la colle fragile, d'où le bon accord observé entre prévisions numériques et résultats expérimentaux. Enfin, dans le cas d'une colle fortement ductile, les limites de la démarche de modélisation ont été mises en évidence. En effet, il a été montré que le comportement global obtenu numériquement est très fortement non-linéaire et similaire à la loi cohésive du fait des ténacités élevées et des résistances faibles de l'adhésif. En l'état, la démarche de modélisation n'est pas adaptée pour l'étude de colles ductiles. Il serait nécessaire en perspective de voir si l'introduction d'un comportement *a minima* plastique dans la couche de colle permettrait de prévoir l'amorçage de manière satisfaisante dans le cas de colles ductiles et de vérifier l'hypothèse de bifurcation de la fissure dans le joint collé.

Conclusions et perspectives

Le collage représente une alternative attractive aux méthodes de boulonnage et de rivetage pour alléger les structures aéronautiques. Toutefois l'utilisation de cette méthode d'assemblage soulève de nombreuses problématiques tant en termes de conception que de caractérisation ou de modélisation. Aussi, l'une des ambitions du Programme de Recherche Concertée sur les Composites (PRC Composites) était, d'une part, de mettre en place la méthodologie expérimentale permettant l'identification des paramètres des modèles d'interface, et d'autre part, de développer les modélisations associées en incluant des stratégies de calcul pour des assemblages collés composite/composite et composite/métal. Pour cela, il semblait tout d'abord indispensable de maîtriser la prévision de la tenue d'un assemblage collé. C'est pourquoi l'objectif de cette thèse était de proposer une démarche de modélisation pour la prévision de l'amorçage d'une fissure dans un assemblage collé sous des sollicitations statiques.

S'appuyant sur un état de l'art des approches numériques existantes, les modèles de zone cohésive composés d'un critère en contrainte et d'un critère en énergie sont apparus être les plus appropriés car ils sont applicables à des structures tridimensionnelles en présence de comportements non-linéaires géométriques ou matériaux. Néanmoins, des améliorations de ces modèles étaient nécessaires pour répondre à la problématique d'amorçage dans les assemblages collés, en particulier par la prise en compte de l'influence de l'épaisseur de colle sur la tenue mécanique de l'assemblage.

En effet, comme vu dans le chapitre bibliographique sur la caractérisation expérimentale de l'amorçage d'un décollement, plus l'épaisseur de colle est fine, meilleure est la tenue de l'assemblage. Or les approches analytiques actuelles décrivent l'influence inverse quelles que soient les hypothèses formulées ou les améliorations proposées. C'est pourquoi, l'influence de l'épaisseur de colle a alors été étudiée par le critère couplé proposé par Leguillon ([Leguillon, 2002]) composé des mêmes ingrédients que les modèles de zone cohésive. S'appuyant sur des calculs élastiques linéaires, ce critère présente l'avantage d'occasionner de faibles coûts de calculs par rapport aux modèles de zones cohésives. Les deux mises en œuvre de ce critère ont été utilisées : les développements asymptotiques et le post-traitement de calculs par éléments finis. Par la voie des développements asymptotiques, des formulations analytiques prenant en compte l'épaisseur de colle ont été proposées dans le cadre de l'essai « Single Lap Joint » (SLJ). L'intérêt principal de ce travail réside dans la démonstration de l'influence de la présence ou non d'un défaut sur la force d'amorçage. Il a ainsi été démontré qu'en présence

d'un défaut quand l'épaisseur de colle augmente la force d'amorçage diminue, conformément aux résultats expérimentaux. Sans la prise en compte de ce défaut, le résultat inverse est obtenu, c'est-à-dire que la force d'amorçage augmente avec l'épaisseur de colle. Toutefois, les précautions d'usage pour appliquer les développements asymptotiques ont mis en lumière un domaine de validité de cette mise en œuvre du critère couplé plus restreint que celui nécessaire à la prévision de l'amorçage dans les assemblages visés dans ce travail. C'est pourquoi, afin d'utiliser le critère couplé pour un domaine de validité plus étendu, sa mise en œuvre par post-traitement d'un calcul par éléments finis a été utilisée.

Deux améliorations visant à étendre le domaine d'application du critère couplé ont consisté à prendre en compte dans sa mise en œuvre par post-traitement l'évolution des propriétés interfaciales en fonction de la mixité de mode et la non-monotonie des champs de contrainte et de l'énergie incrémentale. La prise en compte de ces développements a permis d'améliorer sensiblement la prévision de l'amorçage dans le cas d'un SLJ ([da Silva *et al.*, 2006]). Toutefois, il demeure un écart entre les prévisions numériques et ces résultats expérimentaux. Il est alors apparu que l'erreur commise dans l'approche numérique pourrait être attribuée à la définition de la mixité de mode proposée dans la mise en œuvre du critère couplé par post-traitement.

L'influence de l'épaisseur de colle sur l'amorçage ayant été identifiée, l'intégration de l'épaisseur de colle dans la loi interfaciale du modèle de zone a été réalisée à travers l'expression de la raideur de cette loi en posant que cette dernière est égale au rapport du module de Young de l'adhésif pour un essai en mode I ou de son module de cisaillement pour un essai en mode II sur l'épaisseur de colle. L'influence de cette raideur sur la prévision de l'amorçage a été démontrée à partir de la simulation de deux essais sélectionnés grâce à l'état de l'art, l'un relevant des essais sollicitant le matériau (essai TAST modifié) et l'autre relevant des essais sollicitant l'assemblage (essai SLJ). Si elle est mineure dans le cas de l'essai sollicitant l'assemblage, elle est importante dans le cas de l'essai sollicitant le matériau. Par ailleurs, contrairement aux observations dans le cas d'une propagation stable et rectiligne, la forme de la loi cohésive a une influence tant sur le comportement que sur la rupture. Enfin, il a également été mis en évidence qu'une taille de maille particulièrement fine revêt une importance capitale pour une bonne prévision de l'amorçage et que les formulations proposées pour la propagation sont inadaptées pour la déterminer.

Néanmoins, à partir d'une comparaison entre le modèle de zone cohésive proposé et le critère couplé par post-traitement il a été montré que le modèle de zone cohésive ne permet pas de prévoir l'amorçage de manière satisfaisante, d'une part, dans le cas où la raideur interfaciale utilisée ne correspond pas au comportement réel du joint pour la mixité du chargement appliquée, d'autre part, lorsque la singularité de contrainte aux bords n'est pas

bien décrite. Aussi, la solution privilégiée pour remédier au problème a consisté à modéliser la colle par des éléments volumiques et le décollement à l'interface adhésive par un modèle de zone cohésive permettant ainsi de mieux capter la singularité de contrainte. Cette solution a porté ses fruits et a permis d'aboutir à des prévisions en meilleur accord avec le critère couplé qu'avec un modèle de zone cohésif seul. Sachant cela, les résultats obtenus par cette approche ont été comparés aux résultats expérimentaux sur le cas de l'essai SLJ. A l'issue de cette comparaison, la démarche de modélisation par un modèle de zone cohésive avec des éléments volumiques pour représenter le comportement de la colle s'est avérée satisfaisante dans une première approche dans le cas d'une colle fragile et aussi conservatrice que le critère couplé. Au vu de la correspondance entre les simulations et les données expérimentales, une hypothèse de scénario de rupture du joint de colle est ici proposée. En effet, expérimentalement, c'est une rupture cohésive qui est observée et non adhésive. Il en découle que cette rupture fait directement suite à une bifurcation de l'amorçage adhésif prévu dans le joint de colle au comportement fragile. Cette hypothèse est renforcée au vue de la comparaison essai/calcul avec des colles plus ductiles puisque dans ces cas la rupture du joint de colle intervient bien après l'amorçage de la fissure adhésive. Aussi, au vu du comportement très non-linéaire observé pour ce type de colle, la prise en compte dans un premier temps d'un comportement élasto-plastique dans la couche d'éléments volumiques modélisant l'adhésif semble être une perspective indispensable à explorer pour une prévision de l'amorçage. Par ailleurs, du fait du caractère cohésif de la rupture, chercher à satisfaire un critère de rupture dans l'adhésif constitue également une piste à explorer.

De plus, compte tenu de l'influence que peut avoir un défaut sur l'amorçage et sachant qu'expérimentalement la rupture est cohésive, une piste intéressante serait de prendre en compte ce défaut à l'interface cohésive dans le modèle de zone cohésive pour en déterminer l'impact sur les résultats.

Afin de répondre à l'enjeu du PRC Composites, à savoir la prévision de l'amorçage sous des sollicitations dynamiques, il semble indispensable d'étudier les effets de vitesse. Dans le cadre de ce programme, un autre axe de recherche prévu à l'Onera va consister à intégrer la viscosité de la colle dans la démarche de modélisation proposée et de voir dans quelle mesure cette prise en compte du comportement visqueux de la matrice suffit à traduire le comportement dynamique de l'interface. Par ailleurs, pour la prévision de l'amorçage sur le collage composite/métal, la caractérisation des propriétés interfaciales de ce type d'assemblage est un point clé. Il nous apparaît que, à la fois, les travaux de thèse de Stackler portant sur la caractérisation des ténacités ([Stackler, 2013]) et les caractérisations des résistances réalisées au Laboratoire Brestois de Mécanique et des Systèmes sur ce type d'assemblage y contribuent fortement. Une fois la caractérisation des propriétés interfaciales d'un assemblage collé composite/métal acquise, par une étude avec le critère couplé, il serait

alors possible d'identifier si l'une des propriétés interfaciales peut être négligée pour favoriser le respect de la raideur de la loi cohésive dans le modèle de zone cohésive proposé par exemple. En définitive en perspective de ce travail il s'agirait de développer un modèle de zone cohésive intégrant le comportement de la colle suivant la mixité de chargement, un critère en contrainte identifié et un critère en énergie identifié. Enfin, il semble indispensable que le joint collé étant soumis à un environnement particulier (humidité, température ...) dans lequel il est sollicité, l'influence de celui-ci sur l'amorçage d'une fissure soit exploré.

Annexes

Annexe A

Détermination de la force et de la longueur d'amorçage avec le critère couplé par le biais des développements asymptotiques : cas d'une fissure petite par rapport à l'épaisseur de colle

Les développements présentés dans cette annexe concernent l'hypothèse $h_i \ll e$ comme hypothèse de départ formulée dans la section 1.1 du chapitre 1.

Dans un premier temps, exprimons le champ lointain de ce problème :

$$\underline{V}_1(y_1, y_2, \mu) = \underline{V}_1(y_1, y_2, 0) + \text{petite correction} \quad \text{Eq. A. 1}$$

Or le champ $\underline{V}_1(y_1, y_2, 0)$ « subit » la singularité au niveau du coin 0 quantifiée par l'exposant de singularité β_{inf} (voir Figure 4-a) du chapitre 1). Dans la suite, l'exposant de la singularité β_{inf} sera noté β . En exprimant le champ $\underline{V}_1(y_1, y_2, 0)$ par rapport à la singularité β , on obtient :

$$\underline{V}_1(y_1, y_2, 0) = \underline{V}(0) + \kappa \rho^\beta \underline{v}(\theta) + \dots \quad \text{Eq. A. 2}$$

où κ un facteur d'intensité de contrainte généralisé sans dimension de la singularité où l'exposant est β dans le problème intérieur avant l'amorçage de la Figure 4-a) du chapitre 1. Il est indépendant de la géométrie globale de la structure. La fonction angulaire $v(\theta)$ est associée à l'exposant β . Par ailleurs, pour rappel, $\rho = \frac{r}{e}$ et $y_i = \frac{x_i}{e}$.

Par ailleurs, par le changement de repère du repère y_i au repère z_i , on peut écrire :

$$\underline{V}_1(\mu z_1, \mu z_2, 0) = \underline{V}(0) + \kappa \xi^\beta \mu^\beta \underline{v}(\theta) + \dots \quad \text{Eq. A. 3}$$

avec $\xi = \frac{\rho}{\mu}$ et $z_i = \frac{y_i}{\mu}$.

Dans un deuxième temps, dans le domaine qui a été dilaté par rapport à la longueur de fissure adimensionnée μ (voir la Figure 4-b) du chapitre 1), exprimons le champ $\underline{V}_1(y_1, y_2, \mu)$:

$$\underline{V}_1(y_1, y_2, \mu) = \underline{V}_1(\mu z_1, \mu z_2, \mu) = G_0(\mu) \underline{W}_0(z_1, z_2) + G_1(\mu) \underline{W}_1(z_1, z_2) + \dots \quad \text{Eq. A. 4}$$

avec $\lim \frac{G_{j+1}(\mu)}{G_j(\mu)} \rightarrow 0$ quand $\mu \rightarrow 0$. Cette formulation regroupe deux termes consécutifs de deux fonctions, les fonctions G et \underline{W} , permettant de séparer les variables μ et (z_1, z_2) .

Donc d'après la condition de raccordement, par identification entre les expressions des Eq. A. 1 et Eq. A. 4, on aboutit à :

$$G_0(\mu) = 1 ; \underline{W}_0(z_1, z_2) = \underline{V}(0) ; G_1(\mu) = \kappa \mu^\beta ; \underline{W}_1(z_1, z_2) \approx \xi^\beta \underline{v}(\theta) \quad \text{Eq. A. 5}$$

On en déduit la nouvelle écriture de l'Eq. A. 3 :

$$\underline{V}_1(\mu z_1, \mu z_2, 0) = \underline{V}(0) + \kappa \mu^\beta \underline{W}_1(z_1, z_2) + \dots \quad \text{Eq. A. 6}$$

avec $\underline{W}_1(z_1, z_2) = \xi^\beta \underline{v}(\theta) + \hat{W}_1(z_1, z_2)$.

A partir de l'expression du champ $\underline{V}_1(\mu z_1, \mu z_2, 0)$ et de l'Eq. 1.8 du chapitre 1, on remonte au champ $\underline{U}(x_1, x_2, e, \ell)$ qui s'exprime ainsi :

$$\underline{U}(x_1, x_2, e, \ell) = \underline{U}(0) + k e^\alpha \kappa \rho^\beta \underline{v}(\theta) + \dots \quad \text{Eq. A. 7}$$

Or comme $\rho = \frac{r}{e}$, on en déduit donc que :

$$\underline{U}(x_1, x_2, e, \ell) = \underline{U}(0) + k e^{\alpha-\beta} \kappa r^\beta \underline{v}(\theta) + \dots \quad \text{Eq. A. 8}$$

Exprimons à présent comme dans la section 1.4 du chapitre 1 les critères en énergie et en contrainte. L'expression du critère en énergie nécessite l'expression de la variation d'énergie potentielle qui s'exprime dans ce cas par :

$$-\delta W_p = tk^2 \kappa^2 e^{2\alpha} \left(\frac{\ell}{e}\right)^{2\beta} (B(\mu) - B(0)) + \dots \quad \text{Eq. A. 9}$$

avec t la largeur du joint collé et B une intégrale indépendante du contour choisi telle que :

$$B(\mu) = \Psi(\underline{W}_1(z_1, z_2), \xi^\beta \underline{v}(\theta)) \quad \text{Eq. A. 10}$$

Finalement le critère en énergie s'écrit :

$$k^2 \kappa^2 e^{2(\alpha-\beta)} \ell^{2\beta-1} (B(\mu) - B(0)) = G_{inc} \geq G_c \quad \text{Eq. A. 11}$$

Pour écrire le critère en contrainte, il est nécessaire d'écrire l'équation de comportement élastique linéaire, ce qui donne :

$$\underline{\underline{\sigma}}(x_1, x_2) = k \kappa e^{\alpha-\beta} \ell^{\beta-1} \underline{\underline{\tilde{\sigma}}}(z_1, z_2) + \dots \quad \text{Eq. A. 12}$$

avec $\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}(z_1, z_2) = C : \nabla_z (\xi^\beta \underline{v}(\theta))$ où C est le tenseur d'élasticité des substrats et ∇_z l'opérateur gradient selon la direction z . Aussi, le critère en contrainte s'écrit :

$$\text{Pour } -1 \leq z_1 \leq 0 \Rightarrow k \kappa e^{\alpha-\beta} \ell^{\beta-1} \underline{\underline{\tilde{\sigma}}}(-1, 0) \geq \sigma_c \quad \text{Eq. A. 13}$$

Or avant l'amorçage :

$$\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}(z_1, z_2) = \xi^{\beta-1} \underline{\underline{\tau}}(\theta) \quad \text{Eq. A. 14}$$

avec $\underline{\underline{\tau}}$ le tenseur des contraintes sans dimension fonction de θ dérivé du déplacement singulier $\underline{v}(\theta)$. Cela revient donc à écrire le critère en contrainte comme suit :

$$k \kappa e^{\alpha-\beta} \ell^{\beta-1} \tau(\theta_0) \geq \sigma_c \quad \text{Eq. A. 15}$$

où θ_0 est l'abscisse angulaire de l'interface et τ est la composante en traction du tenseur $\underline{\underline{\tau}}$.

Lorsque des deux critères explicités dans les équations Eq. A. 11 et Eq. A. 15 sont remplis, on détermine la longueur d'amorçage dans le cadre de l'hypothèse $h_{l \ll e}$, $\ell_c^{(h_{l \ll e})}$:

$$\ell_c^{(h_{l \ll e})} = \frac{G_c}{B(\mu_c) - B(0)} \left(\frac{\tau(\theta_0)}{\sigma_c} \right)^2 \quad \text{Eq. A. 16}$$

Cette relation conduit à souligner que pour vérifier le postulat de départ, à savoir, que la longueur de fissure est petite par rapport à l'épaisseur de colle, requiert *a priori* des propriétés spécifiques. En effet, cette longueur dépend linéairement de la ténacité de la colle G_c et de sa résistance G_c et ne sera donc vérifiée que si G_c est peu élevé et si, σ_c est élevé. En remplaçant l'expression de la longueur d'amorçage déterminée dans l'Eq. A. 16, soit dans l'expression du critère en énergie (Eq. A. 11), soit dans l'expression du critère en contrainte (Eq. A. 15), on en déduit l'expression du facteur d'intensité de contrainte généralisé critique dans le cadre de l'hypothèse $h_{l \ll e}$, $k_c^{(h_{l \ll e})}$:

$$k_c^{(h_{l \ll e})} = \left(\frac{G_c}{B(\mu_c) - B(0)} \right)^{1-\beta} \left(\frac{\sigma_c}{\tau(\theta_0)} \right)^{2\beta-1} \left(\frac{1}{\kappa e^{\alpha-\beta}} \right) \quad \text{Eq. A. 17}$$

Et en posant :

$$K_c = \left(\frac{G_c}{B(\mu_c) - B(0)} \right)^{1-\beta} \left(\frac{\sigma_c}{\tau(\theta_0)} \right)^{2\beta-1} \quad \text{Eq. A. 18}$$

On exprime finalement $k_c^{(h_{l \ll e})}$ tel que :

$$k_c^{(h_{l \ll e})} = \frac{K_c}{\kappa} e^{\beta-\alpha} \quad \text{Eq. A. 19}$$

Alors, la force d'amorçage associée à ce $k_c^{(h_{l \ll e})}$ s'écrit :

$$F_c^{(h_{l \ll e})} = \frac{RK_c t}{k\kappa} e^{\beta-\alpha} \quad \text{Eq. A. 20}$$

Annexe B

Détermination de la force et de la longueur d'amorçage avec le critère couplé par le biais des développements asymptotiques : cas d'une fissure longue par rapport à l'épaisseur de colle

Les développements présentés dans cette annexe concernent l'hypothèse $h_{e \ll \ell}$ comme hypothèse de départ formulée dans la section 1.1 du chapitre 1.

Le champ lointain de ce problème s'exprime par l'Eq. 1.1 du chapitre 1 rappelée ici :

$$\underline{U}(x_1, x_2, e, \ell) = \underline{U}(x_1, x_2) + \text{petite correction} \quad \text{Eq. B. 1}$$

avec :

$$\underline{U}(x_1, x_2) = \underline{U}(0) + kr^\alpha \underline{u}(\theta) + \dots \quad \text{Eq. B. 2}$$

Comme expliqué dans le chapitre 1, on choisit ℓ ici comme seul « petit » paramètre pour se ramener à l'approche classique des développements asymptotiques. Le problème intérieur se résout en multipliant les dimensions du problème par l'inverse du « petit » paramètre, à savoir par $\frac{1}{\ell}$, et, en faisant tendre ce « petit » paramètre vers 0 ($\ell \rightarrow 0$). Ainsi, en passant du problème extérieur au problème intérieur, un changement de repère du repère x_i au repère $\tilde{y}_i = \frac{x_i}{\ell}$ est opéré.

L'expression du champ proche devient donc :

$$\underline{U}(x_1, x_2, e, \ell) = \underline{U}\left(\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \frac{\ell}{\mu}, \ell \times 1\right) = \underline{U}(0) + k\ell^\alpha \tilde{V}_1\left(\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \frac{1}{\mu}\right) + \dots \quad \text{Eq. B. 3}$$

avec :

$$\underline{\tilde{V}}_1\left(\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \frac{1}{\mu}\right) = \tilde{\rho}^\alpha \underline{u}(\theta) + \underline{\tilde{V}}\left(\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \frac{1}{\mu}\right) \quad \text{Eq. B. 4}$$

Dans le domaine intérieur représenté par la Figure 6 du chapitre 1, $\frac{1}{\mu}$ est petit et peut être considéré comme une perturbation d'un domaine intérieur homogène. Ainsi, le champ lointain pour $\underline{\tilde{V}}_1$ s'écrit :

$$\underline{\tilde{V}}_1\left(\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \frac{1}{\mu}\right) = \underline{\tilde{V}}_1(\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, 0) + \text{petite correction} \quad \text{Eq. B. 5}$$

Exprimons à présent comme dans la section 1.4 du chapitre 1 les critères en énergie et en contrainte. Ainsi le critère en énergie s'exprime par :

$$k^2 \ell^{2\alpha-1} \tilde{A} \geq G_c \quad \text{Eq. B. 6}$$

avec :

$$\tilde{A} = \Psi\left(\underline{\tilde{V}}_1(\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, 0), \tilde{\rho}^\alpha \underline{u}(\theta)\right) \quad \text{Eq. B. 7}$$

Quant au critère en contrainte, il s'écrit :

$$k \ell^{\alpha-1} s(\theta_0) \geq \sigma_c \quad \text{Eq. B. 8}$$

Lorsque les deux critères dans les Eq. B. 6 et Eq. B. 8 sont remplis, on détermine la longueur d'amorçage dans le cadre de l'hypothèse $h_{e \ll \ell}$, $\ell_c^{(h_{e \ll \ell})}$:

$$\ell_c^{(h_{e \ll \ell})} = \frac{G_c}{\tilde{A}} \left(\frac{s(\theta_0)}{\sigma_c} \right)^2 \quad \text{Eq. B. 9}$$

Cette relation conduit à souligner que pour vérifier le postulat de départ, à savoir, que la longueur de fissure est petite par rapport à l'épaisseur de colle, requiert *a priori* des propriétés spécifiques. En effet, cette longueur dépend linéairement de la ténacité de la colle G_c et de sa résistance σ_c et ne sera donc vérifiée que si G_c est élevé et si, σ_c est peu élevé. Comme attendu, ces conditions sont les conditions opposées à celle du postulat de l'hypothèse $h_{\ell \ll e}$.

En remplaçant l'expression de la longueur d'amorçage déterminée dans l'Eq. B. 9 , soit dans l'expression du critère en contrainte (Eq. B. 8), soit dans l'expression du critère en énergie (Eq. B. 6), on en déduit l'expression du facteur d'intensité de contrainte généralisé critique dans le cadre de l'hypothèse $h_{e \ll \ell}$, $k_c^{(h_{e \ll \ell})}$:

$$k_c^{(h_{e \ll \ell})} = \left(\frac{G_c}{\tilde{A}} \right)^{1-\alpha} \left(\frac{\sigma_c}{s(\theta_0)} \right)^{2\alpha-1} \quad \text{Eq. B. 10}$$

Finalement, la force d'amorçage associée à ce $k_c^{(h_{e \ll \ell})}$ s'écrit :

$$F_c^{(h_{e \ll \ell})} = \frac{Rt}{k} \left(\frac{G_c}{\tilde{A}} \right)^{1-\alpha} \left(\frac{\sigma_c}{s(\theta_0)} \right)^{2\alpha-1} \quad \text{Eq. B. 11}$$

Références Bibliographiques

Références bibliographiques

- Adams, R. D., Comyn, J., and Wake, W. C., 1997
Structural adhesive joints in engineering
Chapman and Hall, 2nd edition, London
- Adams R.D. and Mallick V., 1992
A Method for the Stress Analysis of Lap Joints
The Journal of Adhesion, 38(3-4):199-217
- Adams R.D. and Peppiatt N.A., 1974
Stress analysis of adhesively bonded lap joints
The Journal of Strain Analysis for Engineering Design, 9(3):185-196
- Alfano G. and Crisfield M.A., 2001
Finite element interface models for the delamination analysis of laminated composites: mechanical and computational issues
International Journal for Numerical Methods in Engineering, 50(7):1701-1736
- Alfano G., 2006
On the influence of the shape of the interface law on the application of cohesive-zone models
Composites Science and Technology, 66(6):723-730
- Allix O., Ladevèze P. and Corigliano A., 1995
Damage analysis of interlaminar fracture specimens
Composite Structures, 31(1):61-74
- Allix O., Lévêque D. and Perret L., 1998
Identification and forecast of delamination in composite laminates by an interlaminar interface model
Composites Science and Technology, 58(5):671-678
- Anyfantis K.N., 2012
Finite element predictions of composite-to-metal bonded joints with ductile adhesive materials
Composite Structures, 94(8):2632-2639
- Arcan, L., Arcan, M. and Daniel, L., 1987
SEM fractography of pure and mixed mode interlaminar fracture in graphite/epoxy composites

-
- Barenblatt G.I., 1962
Advances in Applied Mechanics : The Mathematical Theory of Equilibrium Cracks in Brittle Fracture
Dryden, H. L., 7, Elsevier
- Belingardi G., Goglio L. and Tarditi A., 2002
Investigating the effect of spew and chamfer size on the stresses in metal/plastics adhesive joints
International Journal of Adhesion and Adhesives, 22(4):273-282
- Benzeggagh M.L. and Kenane M., 1996
Measurement of mixed-mode delamination fracture toughness of unidirectional glass/epoxy composites with mixed-mode bending apparatus
Composites Science and Technology, 56(4):439-449
- Bigwood D.A. and Crocombe A.D., 1990
Non-linear adhesive bonded joint design analyses
International Journal of Adhesion and Adhesives, 10(1):31-41
- Borg R., Nilsson L. and Simonsson K., 2002
Modeling of delamination using a discretized cohesive zone and damage formulation
Composites Science and Technology, 62(10–11):1299-1314
- Bruneaux M.A., 2004
Durabilité des assemblages collés : modélisation mécanique et physico-chimique
Thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées
- Brunner A.J., Blackman B.R.K., and Davies P., 2001
Fracture Mechanics Testing Methods for Polymers, Adhesives and Composites : Mode I delamination
Moore, D. R., 28, Elsevier
- Caimmi F. and Pavan A., 2009
An experimental evaluation of glass-polymer interfacial toughness
Engineering Fracture Mechanics, 76(18):2731-2747
- Camanho, P. P. Davila C. G., 2002
Mixed-mode decohesion finite elements for the simulation of delamination in composite materials
NASA report - NASA/TM-2002-211737
- Campilho R.D.S.G., Banea M.D., Neto J.A.B.P. and da Silva L.F.M., 2013
Modelling adhesive joints with cohesive zone models: effect of the cohesive law shape of
-

the adhesive layer

International Journal of Adhesion and Adhesives, 44(0):48-56

Campilho R.D.S.G., De Moura M.F.S.F. and Domingues J.J.M.S., 2005

Modelling single and double-lap repairs on composite materials

Composites Science and Technology, 65(13):1948-1958

Campilho R.D.S.G., De Moura M.F.S.F. and Domingues J.J.M.S., 2008

Using a cohesive damage model to predict the tensile behaviour of CFRP single-strap repairs

International Journal of Solids and Structures, 45(5):1497-1512

Campilho R.D.S.G., De Moura M.F.S.F. and Domingues J.J.M.S., 2009

Numerical prediction on the tensile residual strength of repaired CFRP under different geometric changes

International Journal of Adhesion and Adhesives, 29(2):195-205

Carreira R.P., Caron J.F. and Diaz-Diaz A., 2002

Model of multilayered materials for interface stresses estimation and validation by finite element calculations

Mechanics of Materials, 34(4):217-230

Carrère, N., Martin, E., Leguillon, D. and Huchette, C., 2005

Amorçage de la décohésion interfaciale : comparaison d'un critère mixte et d'un modèle de zone cohésive.

14èmes Journées Nationales sur les Composites, 22-3-2005 in Compiègne, France.

Carrère, N., Vandellos, T. and Martin, E., 2009

Multilevel analysis of delamination initiated near the edges of composite structures.

17th International Conference on Composite Materials, 27-7-2009 in Edinburgh, United Kingdom.

Chataignier S., Caron J.F., Diaz-Diaz A. and Aubagnac C., 2010

Non-linear failure criteria for a double lap bonded joint

International Journal of Adhesion and Adhesives, 30:10-20

Chataignier S., Caron J.F., Duong V.A. and Diaz-Diaz A., 2011

Experimental and numerical investigation of shear strain along an elasto-plastic bonded lap joint

Construction and Building Materials, 25:432-441

Cognard, J., 2004

Sciences et technologie du collage

Presses polytechniques et universitaires romandes, 2ème édition

-
- Cognard J.Y., Creac'hcadec R. and Maurice J., 2011
Numerical analysis of the stress distribution in single-lap shear tests under elastic assumption – Application to the optimisation of the mechanical behaviour
International Journal of Adhesion and Adhesives, 31(7):715-724
- Cognard J.Y., Creac'hcadec R., Sohier L. and Davies P., 2008
Analysis of the nonlinear behavior of adhesives in bonded assemblies - Comparison of TAST and Arcan tests
International Journal of Adhesion and Adhesives, 28(8):393-404
- Cognard J.Y., Creac'hcadec R., Sohier L. and Leguillon D., 2010
Influence of adhesive thickness on the behaviour of bonded assemblies under shear loadings using a modified TAST fixture
International Journal of Adhesion and Adhesives, 30(5):257-266
- Cognard J.Y., Davies P., Gineste B. and Sohier L., 2005
Development of an improved adhesive test method for composite assembly design
Composites Science and Technology, 65(3-4):359-368
- Cognard J.Y., Davies P., Sohier L. and Creac'hcadec R., 2006
A study of the non-linear behaviour of adhesively-bonded composite assemblies
Composite Structures, 76(1-2):34-46
- Corigliano A., 1993
Formulation, identification and use of interface models in the numerical analysis of composite delamination
International Journal of Solids and Structures, 30(20):2779-2811
- Corigliano A. and Allix O., 2000
Some aspects of interlaminar degradation in composites
Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 185:203-224
- Creac'hcadec R., 2008
Analyse et modélisation du comportement non-linéaire d'assemblages collés pour application marine
Thèse de doctorat, Université de Bretagne Occidentale
- da Silva L.F.M., Adams R.D. and Gibbs M., 2004
Manufacture of adhesive joints and bulk specimens with high-temperature adhesives
International of Adhesion and Adhesives, 24:69-83
- da Silva L.F.M., das Neves P.J.C., Adams R.D. and Spelt J.K., 2009a
Analytical models of adhesively bonded joints – Part I: Literature survey
International Journal of Adhesion and Adhesives, 29(3):319-330

- da Silva L.F.M., das Neves P.J.C., Adams R.D., Wang A. and Spelt J.K., 2009b
Analytical models of adhesively bonded joints – Part II: Comparative study
International Journal of Adhesion and Adhesives, 29(3):331-341
- da Silva L.F.M., Rodrigues T.N.S.S., Figueiredo M.A.V., De Moura M.F.S.F. and Chousal J.A.G., 2006
Effect of Adhesive Type and Thickness on the Lap Shear Strength
The Journal of Adhesion, 82:1091-1115
- Daudeville L., Allix O. and Ladevèze P., 1995
Delamination analysis by damage mechanics: Some applications
Composites Engineering, 5(1):17-24
- Davila, C.G., Camanho, P.P. and De Moura, M.F.S.F., 2001
Mixed-Mode Decohesion Elements for Analyses of Progressive Delamination.
the 42nd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference Seattle, Washington.
- Davila C.G., Camanho P.P. and Turon A., 2008
Effective Simulation of Delamination in Aeronautical Structures Using Shells and Cohesive Elements
Journal of Aircraft, 45(2):663-672
- De Barros S.R., 2005
Modèle d'interface pour la simulation du comportement des assemblages collés
Thèse de doctorat, Université de Versailles Saint-Quentin
- De Moura M.F.S.F., Gonçalves J.P.M., Chousal J.A.G. and Campilho R.D.S.G., 2008
Cohesive and continuum mixed-mode damage models applied to the simulation of the mechanical behaviour of bonded joints
International Journal of Adhesion and Adhesives, 28(8):419-426
- Deryagin B.V. and Krotova N.A., 1948
Doklady Akademir Nank SSSR, 61:849-852
- Diaz-Diaz A., Hadj-Ahmed R., Foret G. and Ehrlacher A., 2009
Stress analysis in a classical double lap joint, adhesively bonded joint with a layerwise model
International Journal of Adhesion and Adhesives, 29:67-76
- Dugdale D.S., 1960
Yielding of steel sheets containing slits
Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 8(2):100-104

-
- Edlund U., 1994
Surface adhesive joint description with coupled elastic-plastic damage behaviour and numerical applications
Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 115(3–4):253-276
- Edlund U. and Klarbring A., 1993
A coupled elastic-plastic damage model for rubber-modified epoxy adhesives
International Journal of Solids and Structures, 30(19):2693-2708
- Feraren P. and Jensen H.M., 2004
Cohesive zone modelling of interface fracture near flaws in adhesive joints
Engineering Fracture Mechanics, 71(15):2125-2142
- Frostig Y., Thomsen O. and Mortensen F., 1999
Analysis of Adhesive-Bonded Joints, Square-End, and Spew-Fillet–High-Order Theory Approach
Journal of Engineering Mechanics, 125(11):1298-1307
- Goland M. and Reissner E., 1944
The stresses in cemented joints
ASME Journal of Applied Mechanics, 11:A17-A27
- Gustafson P.A. and Waas A.M., 2009
The influence of adhesive constitutive parameters in cohesive zone finite element models of adhesively bonded joints
International Journal of Solids and Structures, 46(10):2201-2215
- Harper P.W. and Hallett S.R., 2008
Cohesive zone length in numerical simulations of composite delamination
Engineering Fracture Mechanics, 75(16):4774-4792
- Hart-Smith, L. J., 1973
Adhesive bonded single lap joints
NASA Contract Report CR-112236, Virginia : Langley research center
- Hashin Z., 1980
Failure Criteria for Unidirectional Composites
Journal of Applied Mechanics, 47(2):329-334
- Henninger C., Leguillon D. and Martin E., 2007
Crack initiation at a V-notch - Comparison between a brittle fracture criterion and the Dugdale cohesive model
Comptes Rendus Mécanique, 335(7):388-393

- Hillerborg A., Modéer M. and Petersson P.E., 1976
Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements
Cement and Concrete Research, 6(6):773-781
- Hui C.Y., 2003
Crack blunting and the strength of soft elastic solids
Proc R Soc Lond A, 459:1489-1516
- Joannès S., 2007
Caractérisation mécanique et outil d'aide au dimensionnement des collages structuraux
Thèse de doctorat, Ecole des Mines de Paris
- Jousset P., 2010
Constitutive modelling of structural adhesives, experimental and numerical aspects
Thèse de doctorat, Université de Technologie de Compiègne
- Kafkalidis M.S. and Thouless M.D., 2002
The effects of geometry and material properties on the fracture of single lap-shear joints
International Journal of Solids and Structures, 39(17):4367-4383
- Kinloch, A. J., 1987
Adhesion and Adhesives
Chapman and Hall
- Leguillon D., 1989
Calcul du taux de restitution de l'énergie au voisinage d'une singularité
Compte rendu de l'Académie des Sciences de Paris, 309(2):945-950
- Leguillon D., 2002
Strength or toughness? A criterion for crack onset at a notch
European Journal of Mechanics - A/Solids, 21(1):61-72
- Leguillon D., Laurencin J. and Dupeux M., 2003
Failure initiation in an epoxy joint between two steel plates
European Journal of Mechanics - A/Solids, 22(4):509-524
- Leguillon D., Quesada D., Putot C. and Martin E., 2007
Prediction of crack initiation at blunt notches and cavities - size effects
Engineering Fracture Mechanics, 74(15):2420-2436
- Leguillon, D. and Sanchez-Palencia, E., 1987
Computation of singular solutions in elliptic problems and elasticity
Jon Wiley & Son , Masson, New York et Paris

-
- Li S., Thouless M.D., Waas A.M., Schroeder J.A. and Zavattieri P.D., 2006
Mixed-mode cohesive-zone models for fracture of an adhesively bonded polymer–matrix composite
Engineering Fracture Mechanics, 73(1):64-78
- Liljedahl C.D.M., Crocombe A.D., Wahab M.A. and Ashcroft I.A., 2007
Modelling the environmental degradation of adhesively bonded aluminium and composite joints using a CZM approach
International Journal of Adhesion and Adhesives, 27(6):505-518
- Martin E., Leguillon D. and Carrère N., 2010
A twofold strength and toughness criterion for the onset of free-edge shear delamination in angle-ply laminates
International Journal of Solids and Structures, 47(9):1297-1305
- Martin E., Leguillon D. and Carrère N., 2012
A coupled strength and toughness criterion for the prediction of the open hole tensile strength of a composite plate
International Journal of Solids and Structures, 49(26):3915-3922
- Martin E. and Leguillon D., 2004
Energetic conditions for interfacial failure in the vicinity of a matrix crack in brittle matrix composites
International Journal of Solids and Structures, 41(24–25):6937-6948
- Martin R.H. and Davidson B.D., 1999
Mode II fracture toughness evaluation using four point bend, end notched flexure test
Plastics, Rubber and Composites, 28:401-406
- Marzi S., Biel A. and Stigh U., 2011
On experimental methods to investigate the effect of layer thickness on the fracture behavior of adhesively bonded joints
International Journal of Adhesion and Adhesives, 31(8):840-850
- McBain J.W. and Hopkins D.G., 1924
On Adhesives and Adhesive Action
The Journal of Physical Chemistry, 29(2):188-204
- Moës N. and Belytschko T., 2002
Extended finite element method for cohesive crack growth
Engineering Fracture Mechanics, 69(7):813-833
- Monerie Y. and Acary V., 2001
Formulation dynamique d'un modèle de zone cohésive tridimensionnel couplant
-

endommagement et frottement

Revue Européenne des Eléments Finis, 10:489-503

Moradi A., Carrère N., Leguillon D., Martin E. and Cognard J.Y., 2013a

Strength prediction of bonded assemblies using a coupled criterion under elastic assumptions : effect of material and geometrical parameters

International Journal of Adhesion and Adhesives, 47:73-82

Moradi A., Leguillon D. and Carrère N., 2013b

Influence of the adhesive thickness on a debonding - An asymptotic model

Engineering Fracture Mechanics, 114:55-68

Mortensen F. and Thomsen O.T., 2002

Analysis of adhesive bonded joints: a unified approach

Composites Science and Technology, 62(7-8):1011-1031

Naciri T., Ehrlacher A. and Chabot A., 1998

Interlaminar stress analysis with a new Multiparticle modelization of Multilayered Materials (M4)

Composites Science and Technology, 58(3-4):337-343

Needleman A., 1987

A continuum model for void nucleation by inclusion debonding

Journal of Applied Mechanics, 54:525-531

Nguyen T.H.T., 2008

Modèle d'endommagement des assemblages collés : identification et application à la description d'un essai de vieillissement accéléré

Thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées

Ojalvo I.U. and Eidinoff H.L., 1978

Bond thickness effects upon stresses in single-lap adhesive joints

American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal, 16:204-211

Oplinger D.W., 1994

Effects of adherend deflections in single lap joints

International Journal of Solids Structures, 31:2565-2587

Ouinias D., Bouiadjra B.B., Achour T. and Benderdouche N., 2010

Influence of disbond on notch crack behaviour in single bonded lap joints

Materials & Design, 31(9):4356-4362

-
- Papini M., Fernlund G. and Spelt J.K., 1994
The effect of geometry on the fracture of adhesive joints
International Journal of Adhesion and Adhesives, 14(1):5-13
- Pardoën T., Ferracin T., Landis C.M. and Delannay F., 2005
Constraint effects in adhesive joint fracture
Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 53(9):1951-1983
- Park J.H., Choi J.H. and Kweon J.H., 2010
Evaluating the strengths of thick aluminum-to-aluminum joints with different adhesive lengths and thicknesses
Composite Structures, 92(9):2226-2235
- Pirvics J., 1974
Two Dimensional Displacement-Stress Distributions in Adhesive Bonded Composite Structures
The Journal of Adhesion, 6(3):207-228
- Rice J.R., 1988
Elastic Fracture Mechanics Concepts for Interfacial Cracks
Journal of Applied Mechanics, 55(1):98-103
- Russell A.J. and Street K.N., 1985
Delamination and Debonding of Materials, ASTM STP 876 : Moisture and Temperature Effects on the Mixed-Mode Delamination Fracture of Unidirectional Graphite/Epoxy
American Society for Testing and Materials, W.S. Johnson, Philadelphia
- Saeedi N., Sab K. and Caron J.F., 2012a
Delaminated multilayered plates under uniaxial extension. Part I: Analytical analysis using a layerwise stress approach
International Journal of Solids and Structures, 49:3711-3726
- Saeedi N., Sab K. and Caron J.F., 2012b
Delaminated multilayered plates under uniaxial extension. Part II: Efficient layerwise mesh strategy for the prediction of delamination onset
International Journal of Solids and Structures, 49:3727-3740
- Sheppard A., Kelly D. and Tong L., 1998
A damage zone model for the failure analysis of adhesively bonded joints
International Journal of Adhesion and Adhesives, 18(6):385-400
- Stackler M., 2013
Etude et analyse des mécanismes de propagation de fissures dans les assemblages

composites collés

Thèse de doctorat, Université de Technologie de Compiègne

- Tran V.X., Leguillon D., Krishnan A. and Xu L.R., 2012
Interface crack initiation at V-notches along adhesive bonding in weakly bonded polymers subjected to mixed-mode loading
International Journal of Fracture, 176(1):65-79
- Turon A., Camanho P.P., Costa J. and Davila C.G., 2006
A damage model for the simulation of delamination in advanced composites under variable-mode loading
Mechanics of Materials, 38(11):1072-1089
- Turon A., Davila C.G., Camanho P.P. and Costa J., 2007
An engineering solution for mesh size effects in the simulation of delamination using cohesive zone models
Engineering Fracture Mechanics, 74(10):1665-1682
- Valoroso N. and Champaney L., 2006
A damage-mechanics-based approach for modelling decohesion in adhesively bonded assemblies
Engineering Fracture Mechanics, 73(18):2774-2801
- Vandellos T., 2011
Développement d'une stratégie de modélisation du délaminage dans les structures composites stratifiées
Thèse de doctorat, Université de Bordeaux 1
- Vandellos T., Huchette C. and Carrère N., 2013
Proposition of a framework for the development of a cohesive zone model adapted to Carbon-Fiber Reinforced Plastic laminated composites
Composite Structures, 105(0):199-206
- Volkersen O., 1938
Die Nietkraftverteilung in zugbeanspruchten Nietverbindungen mit konstanten Laschenquerschnitten
Luftfahrtforschung, 15:41-47
- Voyutskii S.S. and Margolina Y.L., 1957
The Nature of Self-Adhesion (Tack) of Polymers. I
Rubber Chemistry and Technology, 30(2):531-543

-
- Whitcomb, J. D., 1984
Analysis of instability-related growth of a through-width delamination
NASA TM-86301, Virginia : Langley research center
- Whitney J.M. and Nuismer R.J., 1974
Stress Failure Criteria for Laminated Composites Containing Stress Concentrations
Journal of composite materials, 8:253-265
- Williams M.L., 1959
The stresses around a fault or crack in dissimilar media
Bulletin of the seismological society of America, 49:199-204
- Xu X.P. and Needleman A., 1994
Numerical simulations of fast crack growth in brittle solids
Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 42(9):1397-1434
- Yang Q.D., Thouless M.D. and Ward S.M., 2001
Elastic-plastic mode-II fracture of adhesive joints
International Journal of Solids and Structures, 38(18):3251-3262
- Yang Q. and Cox B., 2005
Cohesive models for damage evolution in laminated composites
Int J Fract, 133(2):107-137

Proposition d'une démarche de modélisation pour la prévision de l'amorçage d'une fissure dans un assemblage collé sous des sollicitations statiques

Dans un contexte de réduction de la masse des avions pour une diminution de la consommation de carburant, l'assemblage par collage représente une alternative intéressante aux assemblages boulonnés. Toutefois, les avantages des assemblages collés ne sont pas pleinement exploités, notamment de par le manque de confiance accordée dans les méthodes de dimensionnement leur étant associés. C'est pourquoi, l'objectif de ce travail était de proposer une démarche de modélisation pour la prévision de l'amorçage d'une fissure dans ce type d'assemblages sous des sollicitations statiques. De nombreux paramètres influents jouent sur la tenue à l'amorçage dans un assemblage collé. En particulier, cette tenue est fortement dépendante de l'épaisseur de la colle de cet assemblage.

Aussi, dans un premier temps, l'influence de ce paramètre a été évaluée par une approche par critère couplé pour lequel une nouvelle définition de la mixité de mode a été proposée afin de traduire la dépendance de la résistance et de la ténacité du joint au mode de chargement. La mise en oeuvre du critère couplé a permis de retrouver l'influence, observée expérimentalement, de l'épaisseur de colle sur la tenue lors d'un essai à simple recouvrement, à savoir que plus l'épaisseur de colle est fine, meilleure est la tenue. Dans un deuxième temps, il s'est agi de mettre à profit la compréhension acquise précédemment en prenant en compte de l'épaisseur de colle dans un modèle de zone cohésive composé des mêmes ingrédients que le critère couplé mais qui est applicable dans le cas de structures en 3D. Le modèle de zone cohésive ainsi proposé rend compte de l'influence de l'épaisseur de colle sur l'amorçage identifiée par le critère couplé. Finalement, les apports et les limites de la démarche de modélisation proposée ont été mis en évidence à l'aide de comparaisons avec des résultats expérimentaux issus de la littérature.

Mots-clés : ASSEMBLAGE COLLE ; AMORCAGE ; EFFETS DE BORD ; CRITERE COUPLE ; MODELE DE ZONE COHESIVE

Proposal of a modelling approach for the prediction of a crack initiation in a bonded assembly

In a context of aircraft weight reduction for a decrease of the fuel consumption, joining by bonding represents an interesting option to screwed assemblies. However, the advantages of bonded assemblies are not completely exploited especially because of the lack of confidence in the engineering design methods being used for them. That is why the purpose of this work was to propose a modelling approach for the prediction of a crack initiation in this kind of assemblies under static solicitations. Numerous parameters play a major role on the initiation in a bonded assembly. In particular, the initiation load depends highly on the adhesive thickness of the assembly.

Therefore, on the other hand, the influence of this parameter has been estimated by a coupled criterion-based approach for which a new definition of the mode mixity has been proposed in order to express the dependency of the adhesive strength and toughness to the loading mode. The application of the coupled criterion enabled to confirm numerically the influence of the adhesive thickness on the initiation observed experimentally in a single lap joint test; namely the thinner the adhesive thickness, the greater initiation load. On the other hand, the knowledge gained has been built on by taking into account the adhesive thickness in a cohesive zone model composed of the same ingredients than the coupled criterion but which can be used in 3D structures. The cohesive zone model thus proposed shows the influence of the adhesive thickness on the initiation identified with the coupled criterion. Finally, the contributions and the limitations of the modelling approach proposed have been highlighted through comparisons with experimental results of literature.

Keywords : BONDED ASSEMBLY ; INITIATION ; EDGE EFFECTS ; COUPLED CRITERION ; COHESIVE ZONE MODEL