



HAL
open science

Amélioration de la qualité des images obtenues par optique adaptative et application à l'étude des noyaux actifs de galaxie

Jonathan Exposito

► **To cite this version:**

Jonathan Exposito. Amélioration de la qualité des images obtenues par optique adaptative et application à l'étude des noyaux actifs de galaxie. Instrumentation et méthodes pour l'astrophysique [astro-ph.IM]. Université Paris-Diderot - Paris VII, 2013. Français. NNT: . tel-01005770

HAL Id: tel-01005770

<https://theses.hal.science/tel-01005770>

Submitted on 13 Jun 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE Paris Diderot - Paris VII
ECOLE DOCTORALE 127
ASTRONOMIE ET ASTROPHYSIQUE D'ÎLE-DE-FRANCE

THÈSE

pour obtenir le titre de

Docteur en Sciences

de l'Université Paris Diderot - Paris VII

Spécialité : ASTROPHYSIQUE ET INSTRUMENTATION

Présentée et soutenue par

Jonathan EXPOSITO

Amélioration de la qualité des images obtenues par optique adaptative et application à l'étude des noyaux actifs de galaxie

Thèse dirigée par :

Gérard ROUSSET, Damien GRATADOUR et Yann CLÉNET

et préparée au LESIA, Observatoire de Paris

soutenue le 4 décembre 2013

Jury :

<i>Présidente</i>	: Hélène SOL	-	LUTH, Observatoire de Paris
<i>Rapporteurs</i>	: Jean-Pierre VÉRAN	-	National Research Council Canada
	Joël VERNET	-	European Southern Observatory
<i>Examineurs</i>	: Éric THIÉBAUT	-	Centre de Recherche Astrophysique de Lyon
	Benoît NEICHEL	-	Laboratoire d'Astrophysique de Marseille
<i>Directeur</i>	: Gérard ROUSSET	-	LESIA, Université Paris Diderot - Paris 7
<i>co-Encadrants</i>	: Damien GRATADOUR	-	LESIA, Université Paris Diderot - Paris 7
	Yann CLÉNET	-	LESIA, Observatoire de Paris

Résumé :

Sujet : Amélioration de la qualité des images obtenues par optique adaptative et application à l'étude des noyaux actifs de galaxie

Directeur de thèse : Gérard Rousset, Damien Gratadour et Yann Clénet.

Ma thèse se situe à la jonction de trois domaines : l'étude des noyaux actifs de galaxies (AGN), l'optique adaptative (OA) et l'optimisation des méthodes de traitement de données associées. Elle porte sur le développement d'outils permettant d'obtenir la meilleure qualité d'image en terme de résolution et de contraste et ainsi de maximiser le retour scientifique notamment pour l'étude des AGN. L'optique adaptative permet de compenser les effets de la turbulence atmosphérique sur le front d'onde et ainsi de s'approcher de la limite théorique de résolution d'un télescope optique. La correction apportée est cependant partielle et des résidus de correction limitent le contraste dans l'image. Afin de maximiser celui-ci, il est possible d'utiliser des méthodes de déconvolution, mais il est nécessaire pour les appliquer de connaître précisément la fonction d'étalement de point (FEP) durant l'observation.

J'ai étudié le noyau actif de la galaxie NGC 1068 à l'aide de NACO, une caméra proche infrarouge munie d'une optique adaptative sur le VLT. J'ai pu déterminer que le jet, détecté en radio, est la source d'excitation probable des raies coronales observées dans les régions proches (30–60 pc), au nord du noyau, ayant une structuration très particulière en vagues régulièrement espacées et disposées le long du jet. J'ai aussi mis en évidence la présence de super amas d'étoiles dans ces mêmes régions.

L'étude a été limitée par la perte de contraste dans certaines images qui aurait pu être restaurée à l'aide d'une déconvolution. La seconde partie de ma thèse est alors dédiée à la reconstruction de la FEP afin de déconvoluer les images. Après le développement d'un outil utilisant une estimation au sens des moindres-carrés (MC) pour reconstruire la FEP à partir des données de l'OA, j'ai développé une nouvelle méthode basée sur une approche de type maximum de vraisemblance (MV) qui utilise également les données de boucle. J'ai montré sur simulation numérique (sur un système de type Canary) que la méthode MV et MC permettent toutes deux une estimation précise de la FEP dans les cas où le système d'optique adaptative fonctionne à fréquence élevée. À basse fréquence, où la méthode MC atteint ses limites, la méthode MV reste robuste et permet une estimation précise de la FEP. Sur la base des résultats préliminaires que j'ai obtenus, la méthode MV semble très prometteuse et pourra être à terme appliquée dans le cadre des ELT.

Improvement on the quality of the images obtained with adaptive optics and application to the study of the active galactic nuclei

Abstract:

My work is connecting three areas in astrophysics: the study of active galactic nuclei (AGN), adaptive optics (AO) and the optimization of the methods for related data-processing. It focuses on the development of tools to obtain the best image quality in terms of resolution and contrast so as to maximize the scientific return especially for the study of AGN. Adaptive optics can compensate for the effects of atmospheric turbulence on the wavefront and thus to approach the theoretical resolution of an optical telescope. The correction is however partial and the residual correction limits the contrast in the image. To maximize this contrast, it is possible to use deconvolution methods but it is necessary to know precisely the point spread function (PSF) during the observation.

I studied the active galactic nucleus of NGC 1068 using NACO, a near-infrared camera coupled with adaptive optics at VLT. I was able to determine that the jet detected in radio, is the likely source of excitation of the coronal lines observed in nearby regions (30-60 pc) north of the nucleus, with a very special wave structure regularly spaced and arranged along the jet. I also highlighted the presence of super star clusters in these regions.

The study was limited by the loss of contrast in some images that could be restored with deconvolution. The second part of my thesis is then dedicated to the PSF reconstruction to deconvolve the images. After the development of a tool using an estimate from a least -squares approach (LS) to rebuild the FEP from AO telemetry data, I developed a new method based on a maximum likelihood approach (ML) which also uses the telemetry data. I showed on numerical simulation (on a Canary-like system) that ML and LS methods both allow a precise estimate of the PSF when the adaptive optics system is operating at high frequency. At low frequencies, where the LS method reaches its limits, the ML method is still robust and provides an accurate estimate of the PSF. Based on the preliminary results I got, the ML method seems promising and may eventually be applied in the context of ELTs.

Remerciements

Une thèse n'est pas un projet personnel. Un grand nombre de personnes y participe de manière plus ou moins directe et cette section permet de leur rendre hommage, je l'espère, exhaustivement.

Évidemment, cette thèse n'aurait jamais vu le jour sans mes trois directeurs, Damien, Gérard et Yann. J'ai souvent eu écho de thèse en co-direction un peu compliquée. Mais durant ces trois ans, ça ne m'est jamais arrivé. J'ai bénéficié de la présence de l'un d'eux quasi constamment. Si j'ai tant apprécié ce travail c'est en grande partie grâce à eux. Éric Gendron, Didier Pelat, Daniel Rouan et Laurent Mugnier ont aussi eu un rôle important dans ce travail, et je tiens à les remercier pour leur disponibilité et leur savoir.

Je souhaite aussi remercier les membres du jury pour leur présence lors de ma soutenance et pour m'avoir fait l'honneur d'évaluer mon travail. Premièrement mes rapporteurs, Joël que j'ai pu rencontrer à l'ESO lors de ma première année et qui m'a fait découvrir GALACSI, le module d'OA de l'instrument MUSE, et Jean-Pierre que j'ai rencontré à travers son travail de thèse, puis à Amsterdam lors de la conférence SPIE, pendant laquelle il m'a fait pleinement croire en mon travail. On m'a toujours dit que les membres du jury ne lisaient pas entièrement les manuscrits de thèse. Là encore, je n'ai pas été confronté à ce problème. Ma présidente, Hélène, a méticuleusement relevé toutes les fautes d'orthographe et typographiques jusque dans la bibliographie ! C'est un travail qui a été extrêmement apprécié lors des corrections. Enfin, mes examinateurs, Éric et Benoît, que j'ai juste croisé en conférence, mais qui m'ont été d'une très grande aide de manière indirecte lors de ma thèse. De manière générale, les remarques et corrections apportées par mon jury ont amélioré le manuscrit présent et mon travail de thèse de manière plus ou moins directe.

Le LESIA a largement contribué au bon déroulement de ma thèse. C'est un laboratoire où il est bon d'être doctorant. Je voudrais alors remercier Pierre Drossart, son directeur, pour son accueil ainsi que Cris qui nous aide tous à surmonter le côté administratif durant la thèse. Ces remerciements ne seraient pas complets si je ne parlais pas du pôle HRA du LESIA. Surement le meilleur pôle de l'Observatoire ! Le bâtiment Lyot et la table équatoriale en particulier. Ils m'ont accueilli pour la première fois en M1, alors que j'étais en stage avec Pierre Kervella. Et je suis ensuite revenu en M2 pour mon stage avec Damien et Yann qui deviendront mes directeurs. Les barbecues et le concept magnifique des "pots pour rien" aident vraiment à se sentir intégré à une équipe.

J'ai bien sûr une pensée pour mes amis et autres doctorants de l'Observatoire, Céline et David, Chloé, Camille et Anna, Guitou et Meuh, Oli, Rod et Arnaud (OmX, Hulud et Khalacha) Anna-Lise et Lionel, Miguel et Mélody (et le Club Astro !), Elsa, Joanne, Lucien, Marion, Sihane et Étienne, Shan et Stefano, Hélène, Lucky, Miho, Kévin, Cateline, Clotilde et Petar, avec lesquels nous nous sommes soutenus.

J'ai eu la chance de ne rien préparer pour mon pot de soutenance, je remercie tout ceux qui m'ont préparé ces délicieux plats ! Merci à Camille, Anna, Oli et Célia, Sihane, Chloé, Emmeline, Mélody, Céline et Marie !

Plus particulièrement et personnellement, je remercie Guitou et Meuh qui malgré la distance m'ont soutenu et m'ont fait l'honneur de me choisir comme témoin à leur mariage.

La thèse, ce sont aussi des hauts et des bas. Depuis le M1, Céline et moi-même nous sommes soutenus, encouragés, écoutés et remontés le moral. Il ne fait aucun doute que la réussite de cette thèse est liée à elle, son extrême gentillesse et sa joie. (Pas de chance tu vas devoir me supporter encore longtemps)

La dernière année est une année difficile, mais elle restera pour moi l'arrivée d'Anna puis Camille au Lyot dans "mon second bureau" ! Je ne sais pas si je dois les remercier ou m'excuser mais à la vue de la quantité de cookies mangés et origamis pliés, je me déclare tout excusé. Vous m'avez permis toutes deux de me changer les idées et décompresser pendant les moments difficiles. Merci pour votre patience. Anna, tu as toute ma reconnaissance à travers Gertrude et mes élastiques (grazie mille per tutti signorina Ciurlo). Camille, j'aurais aimé te rencontrer beaucoup plus tôt ! Il y a peu de personnes avec qui je peux parler de rhododendrons ou de poulpegarous (faire des paris stupides pour mettre des mots improbables dans un manuscrit ou toutes autres choses qui nous passent par l'esprit). Je n'oublierai jamais le petit concert privé de violoncelle. Toi aussi, pas de chance tu vas devoir me supporter encore longtemps, *and Nothing Else Matters*.

J'en arrive à mon propre bureau qui a vécu pas mal de changement. D'abord Roderick, qui est arrivé quelques semaines avant moi et avec qui on a vécu des parties de Starcraft épiques pendant presque un an (En'Taro disciple) et qui m'a permis de commencer la guitare ! Puis l'arrivée d'Olivier qui a su faire évoluer les mœurs du bâtiment (on comprend tous ce que ça signifie, n'est-ce pas ?). Bref, à mes deux bassistes préférés, un grand merci pour ces trois années de bonheur, de palets, d'apéritifs, de barbecues, la porte du bureau et j'en passe.

Dans un autre bâtiment, j'en arrive à Chloé qui restera la dame blanche flippante ! Merci pour les repas, les crises de rire et surtout mon bonnet Pikachu (flippant aussi).

Je remercie aussi Pauline qui malgré l'éloignement a su me remonter aussi le moral et m'encourager dans ce projet.

Depuis le M1, Jacqueline Plancy a pris soin de nous. Elle est devenue la "maman de M1/M2/thèse". Merci pour les conversations de 3h dans ton bureau, les gâteaux etc. J'espère que tu penseras à moi quand il neigera ! Je me vengerai de la neige dans le dos un jour.

Pour finir, j'ai évidemment une pensée pour ma famille au complet qui me soutient depuis toujours dans mon projet de devenir astronome. Je les en remercie chaleureusement.

Table des matières

1	Introduction	5
1.1	Prologue	5
1.2	Formation des images au foyer d'un télescope	6
1.3	La turbulence atmosphérique : effet sur les images	7
1.4	Représentation modale de la phase	13
1.5	L'optique adaptative	18
1.5.1	Principe et instruments	18
1.5.2	Le miroir déformable	19
1.5.3	L'analyseur de surface d'onde	21
1.5.4	Les équations de la mesure	25
1.5.5	Le RTC	26
1.6	Formation des images en optique adaptative	29
1.7	Les évolutions de l'OA	31
1.8	La restauration des images	34
1.9	Yao : un outil de simulation d'OA	36
1.10	Les noyaux actifs	41
1.10.1	Qu'est-ce qui caractérise un AGN ?	42
1.10.2	Le bestiaire.	45
1.10.3	L'unification : une question de point de vue.	47
1.10.4	Les défis observationnels	47
2	La reconstruction de la fonction d'étalement de point	51
2.1	Intérêt de la reconstruction FEP	52
2.2	Calcul théorique de la FTO	53
2.2.1	L'estimation de $\bar{D}_{\Phi_{\varepsilon_{\parallel}}}$ à partir des mesures de l'ASO : la méthode des moindres carrés	54
2.2.2	L'approximation de grande bande passante	56
2.2.3	Estimation de la variance du bruit	57
2.2.4	Estimation de la covariance du repliement	59
2.2.5	L'estimation de $\bar{D}_{\Phi_{\perp}}$	59
2.3	Mise en oeuvre de la méthode MC : APETy	59
2.4	Estimation des erreurs	61
2.4.1	Reconstruction de FEP et restauration des images	74
2.5	Méthode du maximum de vraisemblance	75
2.5.1	Théorie	75
2.5.2	Choix d'une base de modes	77
2.5.3	La matrice de covariance des modes \mathbf{C}_{ε}	77
2.5.4	Le terme croisé	79
2.5.5	Influence et choix du paramètre n de la récurrence	84
2.6	Conclusion	88

3	Mise en œuvre de la méthode MV : PLEASE	93
3.1	Conditions de simulation	94
3.2	Mise en place de la méthode MV : PLEASE	98
3.2.1	Estimation de la covariance C_ε	99
3.2.2	Reconstruction de la FEP	100
3.3	Effet de la bande passante	101
3.4	Calcul de la FEP moyenne simulée	103
3.4.1	Niveau de l'erreur de convergence	103
3.4.2	Convexité du critère	104
3.5	Comparaison MC/MV	106
3.6	Performances du processus complet de la méthode MV	114
3.7	Conclusion du chapitre	122
4	Les noyaux actifs de galaxies : l'étude de NGC 1068 avec NaCo	125
4.1	Présentation de la galaxie	126
4.2	L'importance de l'IR et de l'optique adaptative	127
4.3	Observations	128
4.4	DS1 : continua	131
4.5	DS1 : les raies d'émission	132
4.6	DS2 : identification des nodules	133
4.7	DS2 : température de couleur des nodules	133
4.8	DS2 : raies d'émission et grandeurs dérivées	135
4.8.1	Raie du H I	136
4.8.2	Raie ro-vibrationnelle du H ₂ 1-0 S(1)	136
4.8.3	Raies coronales	137
4.8.4	Tête de bande du CO 2-0	138
4.9	L'origine des raies coronales	138
4.9.1	Description physique et géométrique des nodules	138
4.9.2	La source centrale	139
4.9.3	Un super amas d'étoiles	141
4.9.4	Le jet	144
4.10	Article A&A	145
4.11	Compléments sur les données	157
4.12	Conclusion de l'étude	158
5	Conclusion générale et perspectives	161
A	Le maximum de vraisemblance : un estimateur efficace.	167
B	Calcul du gradient du critère de vraisemblance pour la reconstruction de FEP	169
C	Demandes de temps de télescope	175

[Bibliographie](#)

195

Table 1: Liste des acronymes de la thèse par ordre alphabétique.

Acronymes	Signification
2MASS	<i>2 Micron All Sky Survey</i>
ADONIS	<i>ADaptive Optics Near Infrared System</i>
AGN	<i>Active Galactic Nuclei</i>
AO	<i>Adaptive Optics</i>
APETy	<i>AO PSF Estimation Tool in Yorick</i>
ASO	Analyseur de Surface d'Onde
BLR	<i>Broad-Line Region</i>
CCD	<i>Charge-Coupled Device</i>
CFHT	<i>Canada-France-Hawaii Telescope</i>
DM	<i>Deformable Mirror</i>
DSP	Densité Spectrale de Puissance
E-ELT	<i>European-Extremely Large Telescope</i>
ESA	<i>European Space Agency</i>
ESO	<i>European Southern Observatory</i>
EW	<i>Equivalent Width</i>
FEP	Fonction d'Étalement de Point
FR	Fanaroff & Riley
FTO	Fonction de Transfert Optique
FWHM	<i>Full Width at Half Maximum</i>
GeMS	<i>Gemini MCAO System</i>
IMF	<i>Initial Mass Function</i>
IR	InfraRouge / <i>InfraRed</i>
KL	Karhunen-Loève
LESIA	Laboratoire d'Études Spatiales et d'Instrumentation en Astrophysique
LGS	<i>LASER Guide Star</i>
LINER	<i>Low-Ionization Nuclear Emission Region</i>
MAD	<i>Multi-conjugate Adaptive optics Demonstrator</i>
MC	Moindre carrés
MCAO	<i>Multi-Conjugated Adaptive Optics</i>
MICADO	<i>Multi-AO Imaging Camera for Deep Observations</i>
MISTRAL	<i>Myopic Iterative STep Preserving ALgorithm</i>
MMSE	<i>Minimum Mean Square Error</i>
MOAO	<i>Multi-Object Adaptive Optics</i>
MV	Maximum de Vraisemblance
MVB	<i>Minimum Variance Bound</i>
NAOS	<i>Nasmyth Adaptive Optics System</i>
CONICA	<i>COude Near Infrared CAmera</i>
NACO/NaCo	NAos-CONica
NGC	<i>New General Catalogue</i>

Table 2: Liste des acronymes de la thèse par ordre alphabétique. (Suite)

Acronymes	Signification
NGS	<i>Natural Guide Star</i>
NLR	<i>Narrow-Line Region</i>
OA	Optique Adaptative
OTF	<i>Optical Transfert Function</i>
OVV	<i>Optically Violently Variable</i>
P.A.	<i>Polar Angle</i>
PAH	<i>Polycyclic aromatic hydrocarbon</i>
PLEASE	<i>Psf Likelihood Estimation for AO SystEms</i>
PSD	<i>Power Spectral Density</i>
PSF	<i>Point Spread Function</i>
Quasar	Anciennement QSRS pour <i>Quasi-Stellar Radio Source</i>
RTC	<i>Real-Time Control</i>
SCIDAR	<i>SCIntillation Detection and Ranging</i>
SFR	<i>Star Formation Rate</i>
SH	Shack-Hartmann
SLODAR	<i>SLOpe Detection And Ranging</i>
SNR	<i>Signal-to-Noise Ratio</i>
SPIE	<i>international society for optics and photonics</i>
SR	<i>Strehl Ratio</i>
SSC	<i>Super Star Cluster</i>
SVD	<i>Singular Value Decomposition</i>
TMT	<i>Thirty Meter Telscope</i>
ULIRG	<i>Ultra-Luminous Infrared Galaxy</i>
UV	Ultraviolet
VLA	<i>Very Large Array</i>
VLT	<i>Very Large Telescope</i>
VLTI	<i>Very Large Telescope Interferometer</i>
WFS	<i>Wave Front Sensor</i>
WHT	<i>William Herschel Telescope</i>
Yao	<i>Yorick Adaptive Optics</i>

Table 3: Liste des notations de la thèse par ordre alphabétique grec puis latin.

Quantité	Description
α	Indice de loi de puissance
$\boldsymbol{\alpha}$	Coordonnées dans le plan image
$\boldsymbol{\beta}$	Coordonnées d'un point dans le plan objet
$\Delta\mathbf{V}$	Vecteur des commandes instantanées / tensions différentielles
$\boldsymbol{\varepsilon}$	Coefficients de projection de la phase résiduelle sur les modes
$\boldsymbol{\varepsilon}_{\parallel}$	Coefficients de projection de la phase résiduelle sur les modes $\in \mathcal{M}$
$\boldsymbol{\varepsilon}_{\perp}$	Coefficients de projection de la phase résiduelle sur les modes $\notin \mathcal{M}$
θ	Résolution angulaire
λ	Longueur d'onde
ν	Fréquence
$\boldsymbol{\rho}$	Matrice de corrélation
$\boldsymbol{\rho}$	Vecteur de séparation entre deux point du plan pupille
σ	Écart-type
σ_n^2	Variance du bruit sur la mesure
Φ	Phase du front d'onde
Φ_{atm}	Phase atmosphérique turbulente
Φ_{m}	Phase du miroir déformable
$\Phi_{\boldsymbol{\varepsilon}}$	Phase résiduelle
$\Phi_{\boldsymbol{\varepsilon}_{\parallel}}$	Phase résiduelle dans \mathcal{M}
$\Phi_{\boldsymbol{\varepsilon}_{\perp}}$	Phase résiduelle en dehors de \mathcal{M}
Ψ	Front d'onde
Ω	Fonction de corrélation
I	Matrice identité.
\mathbf{a}	Coefficients de projection de la phase turbulente sur les modes
A	Extinction
B	Fonction de transfert optique
C	Matrices de variance-covariance
D	Matrice d'interaction sur les modes miroir
\mathbf{D}_{∞}	Matrice d'interaction théorique avec une infinité de colonnes
\mathbf{D}'_{∞}	Matrice telle que $\mathbf{D}_{\infty} = [\mathbf{D}\mathbf{D}'_{\infty}]$
\mathbf{D}^+	Matrice de commande / reconstituteur
D	Diamètre du télescope
D_{Φ}	Fonction de structure de la phase
E	Énergie
\mathcal{F}	Opérateur de la transformée de Fourier
F	Flux

Table 4: Liste des notations de la thèse par ordre alphabétique latin.

Quantité	Description
g	Gain de la boucle d'optique adaptative
h_{ASO}	Fonction de transfert de l'analyseur de surface d'onde
h_{bf}	Fonction de transfert en boucle fermée
h_{bo}	Fonction de transfert en boucle ouverte : $h_{\text{bo}} = h_{\text{ASO}}h_{\text{sys}}h_{\text{DM}}$
h_{cor}	Fonction de transfert de correction/réjection
h_{DM}	Fonction de transfert du miroir déformable
h_{sys}	Fonction de transfert du système
i	Distribution d'intensité dans l'image
I	Intensité d'un rayonnement
K	Fonction d'étalement de point
\mathbf{K}	Modes de Karhunen-Loève
\mathbf{K}^+	Pseudo-inverse des modes KL / projecteur sur les KL
L	Luminosité
\mathcal{L}	Fonction de vraisemblance
\mathcal{M}	Espace miroir
\mathbf{M}	Base modale dans l'espace miroir, représentation spatiale des modes miroir
M	Masse
\mathbf{m}	Coefficients de projection sur les modes miroir
$N(\mathbf{X})$	Densité de colonne de l'élément \mathbf{X}
n	Densité
\mathbf{n}	Erreur du bruit d'analyse sur le miroir
\mathbf{n}_w	Erreur du bruit d'analyse sur la mesure
o	Distribution d'intensité dans le plan objet
s	Pente donnée par un analyseur Shack-Hartmann
P	Fonction pupille du télescope
$Q(\text{H}_2)$	Taux d'ionisation du dihydrogène
\mathbf{r}	Erreur de repliement sur le miroir
T	Température
U	Paramètre d'ionisation
\mathbf{V}	Vecteur des commandes intégrées / tensions
v	Vitesse
\mathcal{W}	Opérateur analyseur de surface d'onde
\mathbf{w}	Vecteur de mesures donné par l'analyseur de front d'onde
\mathbf{Z}	Modes de Zernike

CHAPITRE 1
Introduction

Sommaire

1.1	Prologue	5
1.2	Formation des images au foyer d'un télescope	6
1.3	La turbulence atmosphérique : effet sur les images	7
1.4	Représentation modale de la phase	13
1.5	L'optique adaptative	18
1.5.1	Principe et instruments	18
1.5.2	Le miroir déformable	19
1.5.3	L'analyseur de surface d'onde	21
1.5.4	Les équations de la mesure	25
1.5.5	Le RTC	26
1.6	Formation des images en optique adaptative	29
1.7	Les évolutions de l'OA	31
1.8	La restauration des images	34
1.9	Yao : un outil de simulation d'OA	36
1.10	Les noyaux actifs	41
1.10.1	Qu'est-ce qui caractérise un AGN ?	42
1.10.2	Le bestiaire.	45
1.10.3	L'unification : une question de point de vue.	47
1.10.4	Les défis observationnels	47

1.1 Prologue

Atteindre une résolution spatiale proche de la résolution théorique du télescope n'est pas une chose facile au sol à cause de la turbulence atmosphérique.

L'optique adaptative permet de compenser les effets de la turbulence atmosphérique sur le front d'onde et de s'approcher alors de la limite théorique de résolution d'un télescope optique. Afin de maximiser le contraste des données, il est possible d'utiliser des méthodes de déconvolution permettant d'inverser le filtrage spatial opéré par le télescope et l'atmosphère mais il faut pour cela connaître la

réponse impulsionnelle de ce système. La connaissance de la réponse impulsionnelle et les méthodes pour l'obtenir sont les thèmes principaux de ce recueil.

Les noyaux actifs sont des objets lointains et complexes dont l'étude nécessite la meilleure résolution tant spatiale que spectrale à toutes les longueurs d'onde. L'étude de NGC 1068 menée dans ma thèse est née d'une étonnante constatation dans les spectres des régions situées à quelques dizaines de parsec du noyau actif de la galaxie : la cohabitation de gaz moléculaire et de plasma très fortement ionisé. Afin d'étudier ces régions de faibles tailles angulaires avec précision, NAOS, une optique adaptative au VLT, a été mise à contribution.

L'introduction qui suit a alors pour but de présenter les concepts de base qui vont être essentiels à la compréhension du manuscrit. Premièrement, la formation des images pour comprendre l'effet dévastateur de la turbulence et l'amélioration apportée par l'optique adaptative et ensuite son fonctionnement. Enfin, je présente le phénomène des noyaux actifs et l'importance de l'optique adaptative, dans le spectre visible et infrarouge, pour relever les défis observationnels que posent les AGN.

1.2 Formation des images au foyer d'un télescope

Un télescope est un système optique permettant d'observer dans son plan image un objet par formation de son image. En astronomie, les objets qu'on observe (étoiles, nébuleuses, galaxies, etc.) sont situés à une distance considérée infinie. Le plan image est alors situé au plan focal du télescope.

Un point du plan objet ou du plan image est repéré par ses coordonnées angulaires bi-dimensionnelles, dont l'origine est coïncidente avec l'axe optique. Le système optique est parfaitement caractérisé par sa réponse impulsionnelle $K(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})$ qui représente l'intensité reçue au point de coordonnées $\boldsymbol{\alpha}$ dans le plan image lorsqu'est observé un point source d'intensité unité situé dans la direction $\boldsymbol{\beta}$ du plan objet. Au travers d'un télescope, la réponse impulsionnelle est plus communément appelée la fonction d'étalement de point (FEP¹).

Un objet étendu est considéré comme un ensemble de points sources spatialement incohérents et son image est alors la superposition des images de chaque source de l'ensemble. Soit $o(\boldsymbol{\beta})$ la distribution d'intensité dans le plan objet et $i(\boldsymbol{\alpha})$ la distribution d'intensité dans le plan image. La relation entre la distribution d'intensité dans l'image et la distribution d'intensité dans le plan objet est donnée par :

$$i(\boldsymbol{\alpha}) = \int o(\boldsymbol{\beta})K(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})d\boldsymbol{\beta}. \quad (1.1)$$

Si le système est de plus isoplanétique, c'est-à-dire lorsque la FEP ne dépend pas de la direction de la source, alors, $K(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) = K(\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\beta})$ et l'équation 1.1 s'exprime plus simplement sous la forme d'une convolution,

$$i(\boldsymbol{\alpha}) = \int o(\boldsymbol{\beta})K(\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\beta})d\boldsymbol{\beta} = (o * K)(\boldsymbol{\alpha}), \quad (1.2)$$

¹PSF pour *point spread function* en anglais.

qui dans l'espace de Fourier se transforme en simple produit,

$$\mathcal{F}[i](\mathbf{k}) = \int i(\boldsymbol{\alpha}) e^{2i\pi\mathbf{k}\boldsymbol{\alpha}} d\boldsymbol{\alpha} = \tilde{i}(\mathbf{k}) = (\tilde{o} \cdot \tilde{K})(\mathbf{k}), \quad (1.3)$$

avec \mathbf{k} le vecteur de fréquence spatiale dans le plan image conjuguée de $\boldsymbol{\alpha}$ (s'exprimant en rad^{-1}) et \sim dénotant la transformée de Fourier de la variable considérée.

La transformée de Fourier de la FEP est appelée la fonction de transfert optique (FTO²) ou fonction de transfert fréquentielle du système optique et sera notée dans la suite :

$$B(\mathbf{k}) = \tilde{K}(\mathbf{k}). \quad (1.4)$$

1.3 La turbulence atmosphérique : effet sur les images

Cette section s'appuie sur les travaux de [Roddi](#) (1999) et de [Véran](#) (1997).

Un télescope est constitué d'un miroir jouant le rôle de surface collectrice et de diaphragme pupillaire, en général de forme annulaire (avec un diamètre interne d et un diamètre externe D), qu'on considèrera comme parfaite, c'est-à-dire sans le moindre défaut provoquant des aberrations. Un point du plan contenant cette pupille sera repéré en coordonnées cartésiennes par un vecteur bi-dimensionnel noté \mathbf{x} . La fonction pupille $P(\mathbf{x})$ est définie telle que :

$$P(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & \text{si } \frac{d}{2} < |\mathbf{x}| < \frac{D}{2} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

La diffraction à l'infini de Fraunhofer montre qu'un télescope observant une source ponctuelle se comporte comme un opérateur de Fourier. Si on suppose que la source est une source ponctuelle monochromatique de longueur d'onde λ , l'onde est alors caractérisée par l'amplitude complexe de son champ électrique que l'on note $\Psi(\mathbf{x})$.

$\Psi(\mathbf{x})$ dans le plan image est alors donnée par la transformée de Fourier du champ de la source dans la pupille :

$$\Psi_{\text{im}}(\boldsymbol{\alpha}) \propto \int P(\mathbf{x}) \Psi(\mathbf{x}) e^{-\frac{2i\pi}{\lambda} \mathbf{x}\boldsymbol{\alpha}} d\mathbf{x} \quad (1.5)$$

La FEP du télescope, qui n'est autre que l'image de la source, est donnée par le module carré de l'amplitude complexe du champ :

$$K(\boldsymbol{\alpha}) \propto \left| \mathcal{F}[P(\mathbf{x})\Psi(\mathbf{x})] \right|^2, \quad (1.6)$$

avec \mathcal{F} , l'opérateur transformée de Fourier.

²OTF pour *optical transfer function* en anglais

La FTO est la transformée de Fourier de la FEP et s'exprime en fonction de la fréquence spatiale $\boldsymbol{\rho}/\lambda$:

$$B(\boldsymbol{\rho}/\lambda) = \mathcal{F}[K(\boldsymbol{\alpha})]. \quad (1.7)$$

Le théorème de Wiener-Khintchine permet d'exprimer la FTO (expression dans laquelle le facteur $1/\lambda$ sera omis à présent pour alléger les notations) comme la fonction d'auto-corrélation de la quantité $P(\mathbf{x})\Psi(\mathbf{x})$, c'est-à-dire :

$$B(\boldsymbol{\rho}) \propto \int P(\mathbf{x})P^*(\mathbf{x} + \boldsymbol{\rho})\Psi(\mathbf{x})\Psi^*(\mathbf{x} + \boldsymbol{\rho})d\mathbf{x}, \quad (1.8)$$

où * représente le complexe conjugué de la quantité considérée et $\boldsymbol{\rho}$, le vecteur de séparation dans le plan pupille.

Cas idéal

En l'absence de turbulence atmosphérique, c'est le cas du télescope spatial Hubble, l'onde reçue sur la pupille est alors plane. L'amplitude complexe du champ vaut :

$$\Psi(\mathbf{x}) = 1. \quad (1.9)$$

Ainsi, la FEP s'exprime comme le module carré de la transformée de Fourier de la pupille (éq. 1.6),

$$K(\boldsymbol{\alpha}) = K_{\text{tel}}(\boldsymbol{\alpha}) \propto \left| \mathcal{F}[P(\mathbf{x})] \right|^2. \quad (1.10)$$

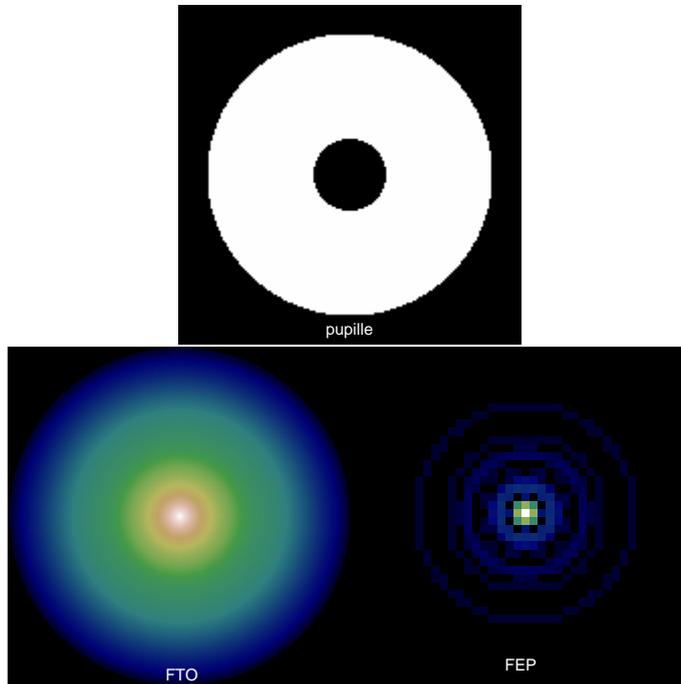


Figure 1.1: Représentation des fonctions intervenant dans la formation des images pour un télescope sans aberration. En haut la pupille, à gauche la FTO et à droite la FEP.

Dans le cas d'une pupille circulaire (en haut sur la figure 1.1), la FEP est une fonction de Bessel de première espèce, représentée sur la figure 1.1 en bas à droite. La largeur à mi-hauteur³ de la FEP vaut λ/D et représente le pouvoir de résolution du télescope. On définit souvent le pouvoir séparateur d'un télescope comme étant la distance entre le centre de la FEP et le premier anneau noir, cette distance valant $\theta = 1.22 \lambda/D$ pour une pupille pleine parfaite (dont la FEP est la tâche d'Airy).

La FTO est déduite de l'équation 1.8,

$$B(\boldsymbol{\rho}) = B_{\text{tel}}(\boldsymbol{\rho}) \propto \int P(\mathbf{x}) P^*(\mathbf{x} + \boldsymbol{\rho}) d\mathbf{x}. \quad (1.11)$$

C'est une fonction décroissante en fonction de la séparation angulaire avec une fréquence de coupure à D/λ (fig. 1.1). Un télescope est donc un filtre passe-bas.

En présence de turbulence

Sur Terre, l'onde incidente doit traverser l'atmosphère avant d'atteindre la pupille du télescope. L'atmosphère est constituée de cellules d'air, chacune ayant une taille et une température différentes. Des variations aléatoires de la densité de l'air qui engendrent des variations de l'indice de réfraction apparaissent sur le trajet de la lumière. D'après les lois de l'optique ondulatoire, ces variations d'indice conduisent à des retards ou des avances de phase du front d'onde (schématisé figure 1.2) qui n'est donc plus plan et s'écrit de façon très générale comme :

$$\Psi(\mathbf{x}) = |\Psi(\mathbf{x})| e^{-i\Phi(\mathbf{x})} \quad (1.12)$$

avec Φ la phase de l'onde. La variation de l'indice de l'air avec la longueur d'onde λ étant faible, la différence de marche δ entre deux rayons est quasi-achromatique. La phase en revanche est chromatique puisqu'elle s'exprime comme,

$$\Phi(\mathbf{x}) = \frac{2\pi}{\lambda} \delta(\mathbf{x}). \quad (1.13)$$

Par diffraction de Fresnel du front d'onde déformé, des variations de son amplitude apparaissent. Depuis le sol, on observe le joli effet appelé la scintillation. Dans l'hypothèse où les couches turbulentes sont minces comparées aux échelles spatiales de l'indice, alors l'effet de la diffraction dans la couche est négligeable (Roddiier 1999). Dans le cas de l'atmosphère, ces échelles sont de l'ordre de $d \simeq 1$ m. La distance de Fresnel en visible ($\lambda = 0.5 \mu\text{m}$) donne $L = d^2/\lambda \simeq 10^6$ m. On considère que l'espace est atteint à une distance de 100 km (ligne de Kármán) ; donc l'hypothèse est pleinement vérifiée.

L'amplitude complexe s'exprime alors simplement comme :

$$\Psi(\mathbf{x}) = e^{-i\Phi(\mathbf{x})}. \quad (1.14)$$

Cette hypothèse revient à considérer une seule couche déphasante située au niveau de la pupille du télescope. C'est l'hypothèse de couche mince ou l'hypothèse de champ proche. Cette hypothèse sera faite dans toute la suite du manuscrit.

³FWHM pour *full width at half maximum* en anglais.

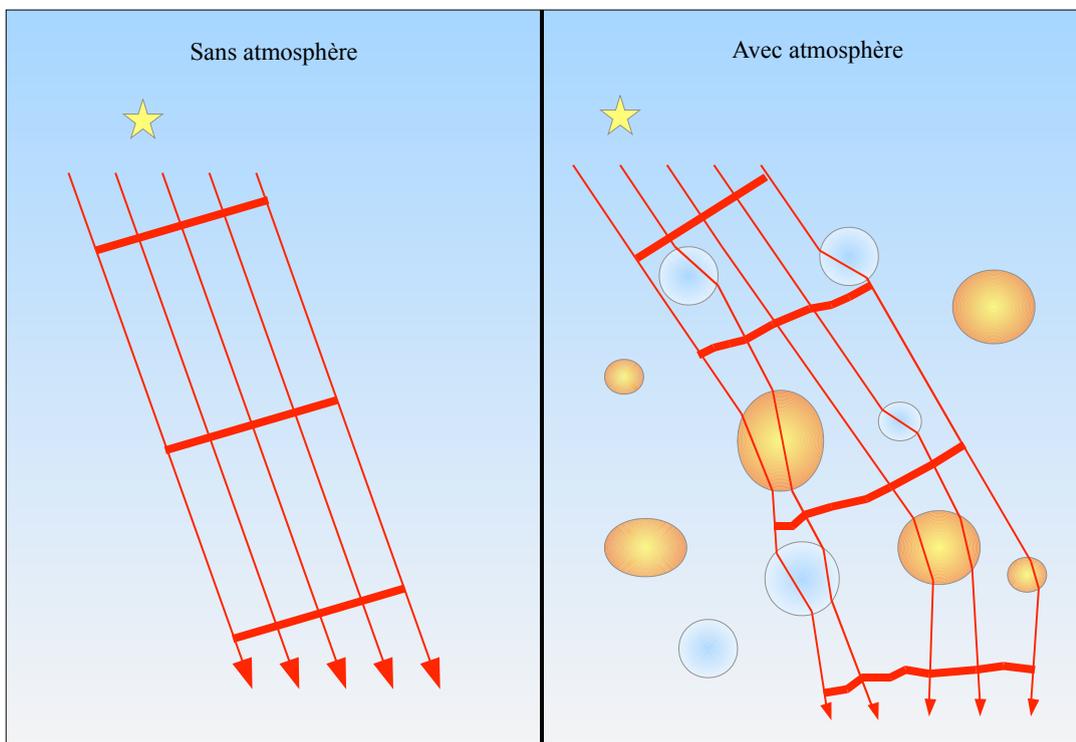


Figure 1.2: Schématisation des déformations que subit le front d'onde à la traversée de l'atmosphère. Sans atmosphère le front d'onde est plan, avec les cellules atmosphériques, possédant des densités différentes dues à différentes températures, le front d'onde est déformé.

De plus, nous allons faire l'hypothèse que la phase suit une statistique gaussienne. Si nous considérons l'atmosphère comme une infinité de couches élémentaires de turbulence, chacune perturbant aléatoirement la phase du front d'onde, alors l'application du théorème central limite nous permet de conclure qu'au niveau de la pupille, la phase du front d'onde suit une statistique gaussienne. En chaque point de la pupille de coordonnées \mathbf{x} , $\Phi(\mathbf{x})$ est une variable aléatoire gaussienne.

Enfin nous ferons l'hypothèse de Kolmogorov. Le modèle de Kolmogorov de la turbulence suppose que le transfert d'énergie s'effectue des structures turbulentes à grande échelle, vers les structures de plus petite taille. Au niveau de la pupille du télescope, le processus aléatoire gouvernant la réalisation du front d'onde est caractérisé par sa densité spectrale de puissance (DSP⁴) qui s'exprime comme (Fried 1966):

$$S_{\Phi}(\mathbf{k}) \propto |\mathbf{k}|^{-11/3} \quad (1.15)$$

où ici, \mathbf{k} représente le vecteur de fréquence spatiale dans le plan des phases (s'exprimant en m^{-1}). On remarque alors que la DSP décroît très vite avec la

⁴PSD pour *power spectral density* en anglais.

fréquence spatiale. Les fluctuations de la phase sont donc essentiellement basse fréquence.

Dans ce modèle, une infinité d'échelles spatiales participent à l'écoulement turbulent. Or, il existe des échelles critiques, notées l_0 pour la petite échelle et L_0 pour la grande échelle, au delà (ou en deçà pour l_0) desquelles S_Φ sature. Il en résulte une diminution de l'énergie des basses fréquences et des hautes fréquences spatiales de la phase (Winker 1991).

Le paramètre de Fried

Le paramètre de Fried (Fried 1966) ou la longueur de cohérence de Fried (communément désigné comme r_0) est une mesure de l'amplitude des aberrations optique à travers l'atmosphère en raison des hétérogénéités aléatoires de son indice de réfraction. Le paramètre de Fried est homogène à une longueur. Il est défini comme le diamètre équivalent d'un télescope dont le pouvoir de résolution est seulement limité par la turbulence. On définit le *seeing*⁵ comme étant la FWHM de l'image dégradée par la turbulence telle que $\theta_{seeing} = \lambda/r_0$, c'est-à-dire la résolution théorique d'un télescope de diamètre r_0 .

Le paramètre de Fried à une longueur d'onde λ peut être exprimé en fonction de la force de la turbulence atmosphérique (qui est en fait une fonction des fluctuations de température et donc d'indice) sur le chemin de la lumière :

$$r_0 = \left[0.423k^2 \int_{\text{chemin}} C_n^2(z) dz \right]^{-5/3}, \quad (1.16)$$

avec $k = 2\pi/\lambda$ le nombre d'onde. Les $C_n^2(z)$, appelés constante de structure d'indice, représentent la distribution en altitude de l'énergie turbulente. Les C_n^2 sont mesurés à partir de différentes méthodes comme le SCIDAR (Osborn et al. 2010), SLODAR (Butterley et al. 2006), etc.⁶.

Par définition, r_0 est chromatique et varie en fonction de la longueur d'onde comme $\lambda^{6/5}$. Il est donc d'autant plus grand que la longueur d'onde est grande. La turbulence est ainsi d'autant plus forte que le r_0 est petit et il peut varier de quelques centimètres à quelques dizaines de centimètres dans le spectre optique pour les meilleures conditions atmosphériques. Le *seeing* varie comme $\lambda^{-1/5}$ et s'exprime le plus généralement en seconde d'angle.

En considérant un $r_0 = 0.12$ m dans le visible (c'est-à-dire à $0.5 \mu\text{m}$), alors en bande H (à $1.65 \mu\text{m}$), $r_0 = 0.5$ m et le *seeing* passe donc de $0.86''$, dans le visible, à $0.68''$ en infrarouge. En revanche, la limite de résolution du télescope en infrarouge est aussi plus grande ($\theta = \lambda/D$). On comprend alors que la turbulence a un effet catastrophique sur la résolution d'une image car un télescope du type VLT de classe 8 m (avec une résolution théorique de $0.01''$ à $0.5 \mu\text{m}$) possède en moyenne un pouvoir

⁵ce mot n'a pas d'équivalent français.

⁶Le calcul et les détails sur ces coefficients sortant du cadre de la thèse, on pourra se référer à Roddier (1999) pour plus de détails.

de résolution d'un télescope d'environ 15 cm (en considérant le *seeing* median de 0.7'' à Paranal).

FEP et FTO en présence de turbulence

La FEP et la FTO instantanées, même en présence de turbulence, sont données par les équations 1.6 et 1.8 appliquées au système atmosphère + télescope.

La FEP moyenne est l'image qui serait obtenue par une caméra au plan focal avec un temps de pose infini, notée $\langle K(\boldsymbol{\alpha}) \rangle$, dont la transformée de Fourier est $\langle B(\boldsymbol{\rho}) \rangle$. Elle se calcule avec l'équation 1.8 en remplaçant Ψ par son expression donnée éq. 1.14 :

$$\langle B(\boldsymbol{\rho}) \rangle \propto \int P(\mathbf{x})P(\mathbf{x} + \boldsymbol{\rho}) \langle e^{i\Phi(\mathbf{x}) - i\Phi(\mathbf{x} + \boldsymbol{\rho})} \rangle d\mathbf{x}. \quad (1.17)$$

La phase est une variable aléatoire gaussienne comme nous l'avons admis auparavant et $\Phi(\mathbf{x}) - \Phi(\mathbf{x} + \boldsymbol{\rho})$ l'est aussi. La fonction caractéristique d'une variable aléatoire gaussienne centrée u est donnée par :

$$\langle e^{iu} \rangle = e^{-\frac{1}{2}\langle u^2 \rangle}. \quad (1.18)$$

Ainsi,

$$\langle B(\boldsymbol{\rho}) \rangle \propto \int P(\mathbf{x})P(\mathbf{x} + \boldsymbol{\rho}) e^{-\frac{1}{2}D_{\Phi}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\rho})} d\mathbf{x}, \quad (1.19)$$

avec la fonction de structure de la phase qui s'exprime comme :

$$D_{\Phi}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\rho}) = \langle |\Phi(\mathbf{x}) - \Phi(\mathbf{x} + \boldsymbol{\rho})|^2 \rangle. \quad (1.20)$$

Dans le cas purement turbulent, sous l'hypothèse de Kolmogorov avec des fluctuations stationnaires et isotropes, Fried (1966) a démontré que la fonction de structure de la phase ne dépend pas de la variable de position \mathbf{x} mais uniquement de la séparation $\boldsymbol{\rho}$ telle que,

$$D_{\Phi}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\rho}) = D_{\Phi}(\boldsymbol{\rho}) = 6.88 \left(\frac{|\boldsymbol{\rho}|}{r_0} \right)^{5/3}. \quad (1.21)$$

L'équation 1.19 peut alors se décomposer en deux termes, un terme atmosphérique et un terme lié au télescope :

$$\langle B(\boldsymbol{\rho}) \rangle \propto \underbrace{e^{-\frac{1}{2}D_{\Phi}(\boldsymbol{\rho})}}_{B_{\text{atm}}} \underbrace{\int P(\mathbf{x})P(\mathbf{x} + \boldsymbol{\rho}) d\mathbf{x}}_{B_{\text{tel}}}, \quad (1.22)$$

avec,

$$B_{\text{atm}}(\boldsymbol{\rho}) = e^{-\frac{1}{2}D_{\Phi}(\boldsymbol{\rho})} = \exp \left[-3.44 \left(\frac{|\boldsymbol{\rho}|}{r_0} \right)^{5/3} \right], \quad (1.23)$$

et la FEP longue pose correspondante :

$$\langle K(\boldsymbol{\alpha}) \rangle = \mathcal{F}^{-1}[\langle B(\boldsymbol{\rho}) \rangle]. \quad (1.24)$$

Sur un temps de pose court, inférieur au temps de cohérence de la turbulence, la phase est dite « gelée ». Sur les images, on observe alors des tavelures⁷ qui ont une taille caractéristique λ/D (voir figure 1.3 en bas à gauche), c'est-à-dire la limite de diffraction du télescope mais dont la distribution spatiale est de taille λ/r_0 , la résolution donnée par le *seeing*. On peut en théorie retrouver toute l'information spatiale dans ces images. Le spectre de l'image est cependant modifié par la présence de la turbulence.

L'atmosphère agit comme un filtre qui atténue fortement les fréquences spatiales dans l'image au delà de la fréquence de coupure r_0/λ . Sur la FEP longue pose, on observe une tache d'une largeur typique de λ/r_0 (voir figure 1.3 en bas à droite) en moyennant les tavelures.

La résolution n'est pas une grandeur suffisante pour caractériser un système optique. Il faut connaître la capacité du système à concentrer l'énergie reçue sur l'axe dans le plan focal. On définit alors le rapport de Strehl (souvent noté SR pour *Strehl ratio*) comme étant le rapport entre l'intensité maximale de la FEP en présence de l'atmosphère et l'intensité maximale de la FEP en l'absence de toute aberration :

$$\text{SR} = \frac{\langle K(0) \rangle}{K_{\text{tel}}(0)} = \frac{\int \langle B(\boldsymbol{\rho}) \rangle d\boldsymbol{\rho}}{\int B_{\text{tel}} d\boldsymbol{\rho}}. \quad (1.25)$$

Ce rapport de Strehl nous donne un pourcentage d'énergie concentrée dans le cœur cohérent de la tâche de diffraction sur l'axe. Pour un télescope parfait, $\text{SR} = 1$.

1.4 Représentation modale de la phase

La phase dans la pupille peut-être représentée spatialement via l'introduction d'une base de modes. À chaque instant, la phase est alors une combinaison linéaire de ces déformations élémentaires telle que :

$$\Phi_{\text{atm}}(t, \mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{\infty} \mathbf{a}_i(t) \mathbf{M}_i(\mathbf{x}), \quad (1.26)$$

où \mathbf{a}_i représente les coefficients de la décomposition de la phase atmosphérique sur les modes \mathbf{M}_i .

On passe alors d'une représentation bi-dimensionnelle de la phase (des surfaces) à une représentation vectorielle (chaque élément du vecteur contient l'information nécessaire à la reconstruction des surfaces) qui est optimale pour le traitement numérique.

⁷ *speckles* en anglais

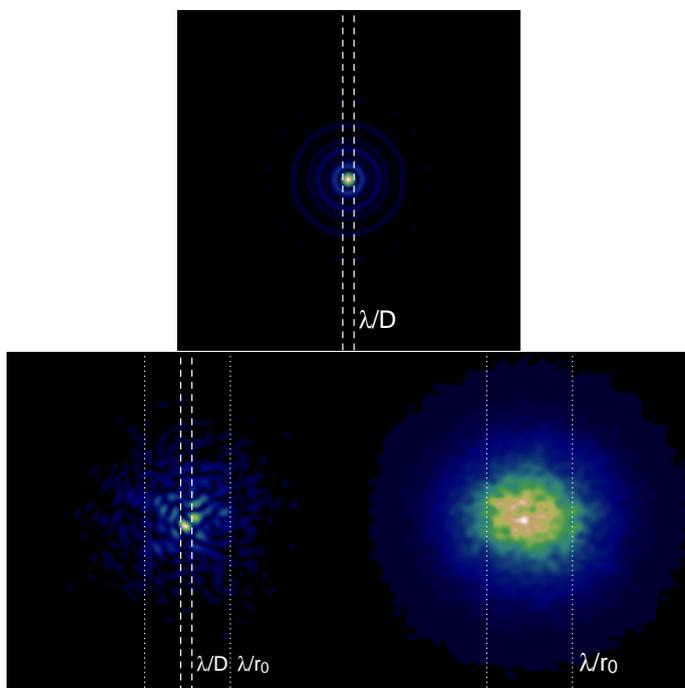


Figure 1.3: Illustration de l'effet de l'atmosphère sur la FEP. En haut, la FEP d'un télescope parfait avec obstruction centrale, à gauche, la FEP instantanée en présence de turbulence où on remarque les tavelures, et à droite, la FEP longue pose.

Les polynômes de Zernike

La base des polynômes de Zernike ([Zernike 1934](#)), utile pour décrire les aberrations communes des systèmes optiques (défocalisation, astigmatisme par exemple), a été plus tard appliquée à l'étude de la turbulence atmosphérique par [Noll \(1976\)](#). Ces modes sont semblables aux harmoniques sphériques mais sont calculés sur un disque et non sur une sphère. Sur une pupille non-obstruée, ces modes sont orthogonaux. Les modes de Zernike sont donc des fonctions très commodes pour l'étude de la turbulence. Les modes de Zernike, représentés sur la figure 1.4, s'expriment de façon analytique comme le produit d'une fonction polynomiale en r (position radiale dans la pupille) et une fonction trigonométrique de θ , l'angle azimutal dans la pupille ([Noll 1976](#)) :

$$\mathbf{Z}_i(r, \theta) = \begin{cases} m \neq 0 & \begin{cases} m \text{ pair} & \sqrt{2(n+1)}R_n^m(r) \cos(m\theta), \\ m \text{ impair} & \sqrt{2(n+1)}R_n^m(r) \sin(m\theta), \end{cases} \\ m = 0 & \sqrt{(n+1)}R_n^0(r) \end{cases}$$

Avec $0 \leq r \leq 1$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$ et,

$$R_n^m(r) = \sum_{s=0}^{(n-m)/2} \frac{-1^s (n-s)!}{s! [(n+m)/2 - s]! [(n-m)/2 - s]!} r^{n-2s}. \quad (1.27)$$

n est appelé degré radial, m degré azimutal et $0 \leq m \leq n$. Au couple (n, m) correspondent les modes d'indice $i = n(n+1)/2 + m + 1$ et $i + 1$.

Ainsi, sur cette base, la phase s'écrit :

$$\Phi_{\text{atm}}(t, \mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{\infty} \mathbf{a}_i(t) \mathbf{Z}_i(r, \theta). \quad (1.28)$$

Noll (1976) a démontré que la variance spatiale de la phase sur une pupille pleine est directement donnée par :

$$\sigma_{\Phi}^2 = \sum_{i=1}^{\infty} \mathbf{a}_i^2 \quad (1.29)$$

La variance turbulente des coefficients de ces modes sur la turbulence est proportionnelle à $(D/r_0)^{5/3}$ et décroît très vite en $(n+1)^{-17/3}$. Noll a aussi démontré que la variance de la phase à laquelle on a soustrait les J premiers modes de Zernike est donnée, lorsque J tend vers l'infini (Conan 1994), par :

$$\Delta_J = \sum_{J+1}^{\infty} \mathbf{a}_i^2 \simeq 0.257 J^{-5/6} \left(\frac{D}{r_0} \right)^{5/3}. \quad (1.30)$$

Les fonctions de Karhunen-Loève

La phase est souvent approximée par une décomposition sur une base finie de N modes :

$$\hat{\Phi}_{\text{atm}}(\mathbf{x}, t) = \sum_{i=1}^N \mathbf{a}_i(t) \mathbf{M}_i(\mathbf{x}). \quad (1.31)$$

L'erreur quadratique qui est faite en limitant le nombre de modes est alors donnée par $\langle |\hat{\Phi}_{\text{atm}}(\mathbf{x}, t) - \Phi_{\text{atm}}(\mathbf{x}, t)|^2 \rangle_{\mathbf{x}, t}$. La base des fonctions de Karhunen-Loève (KL) assure une erreur quadratique minimale quelque soit N . Cette base est orthonormale et elle assure aussi la décorrélation statistique des coefficients de la décomposition. Les fonctions KL se calculent à partir de la DSP de la phase mais il n'existe pas de formule analytique pour les calculer en présence d'une pupille obstruée. Une façon simple de les calculer est de diagonaliser la matrice de covariance statistique des coefficients de Zernike (Roddi 1990). Les vecteurs propres de cette matrice donnent alors la matrice de passage des modes de Zernike vers les modes de KL. Ces modes sont représentés sur la figure 1.5.

On remarque que les fonctions KL et les polynômes de Zernike sont très semblables pour les premiers modes. C'est pour cela que la base des Zernike est souvent préférée aux fonctions KL. L'absence d'expression analytique les rend difficilement applicables. Cependant, lorsque le nombre de modes est grand, la base des KL s'impose du fait de leur indépendance statistique.

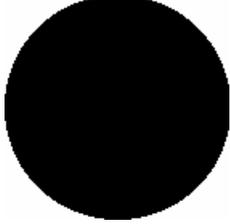
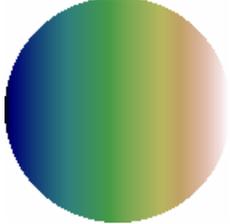
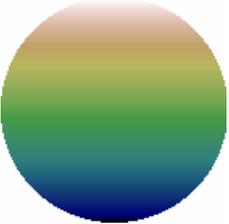
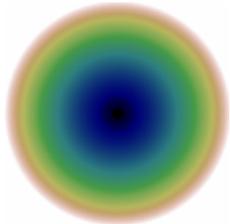
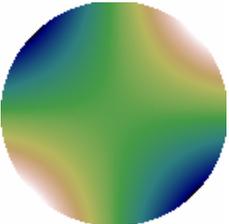
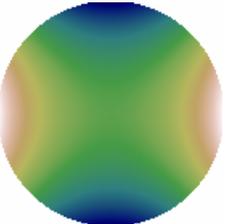
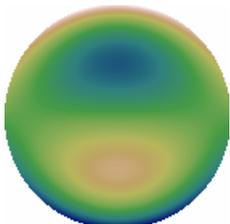
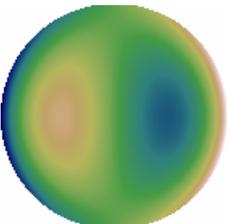
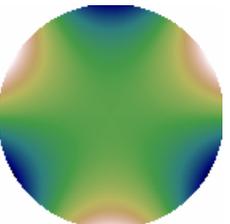
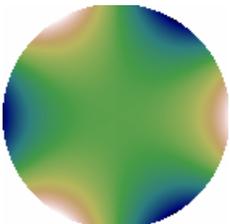
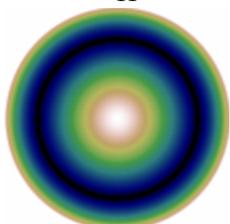
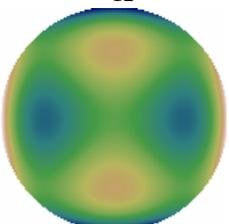
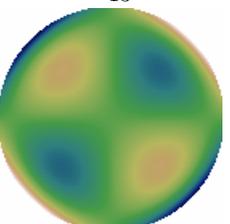
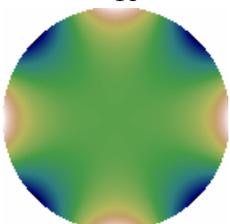
$n \backslash m$	0	1	2	3
0	Z_1  Piston			
1	Z_2  Basculement	Z_3  Basculement		
2	Z_4  Defocus	Z_5  Astigmatisme	Z_6  Astigmatisme	
3	Z_7  Coma	Z_8  Coma	Z_9  Trèfle	Z_{10}  Trèfle
4	Z_{11}  Aberration sphérique	Z_{12}  	Z_{13}  	Z_{14} 

Figure 1.4: Représentation 2D des premiers polynômes de Zernike en fonction du degré radial (n) et du degré azimutal (m). L'indice du Zernike est noté Z_i et le nom de l'aberration associée est explicitée.

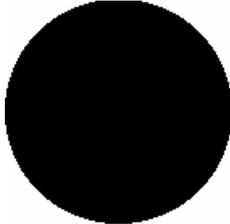
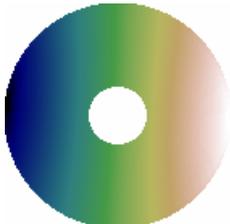
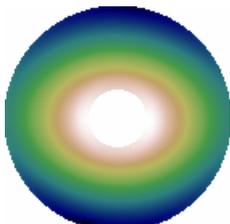
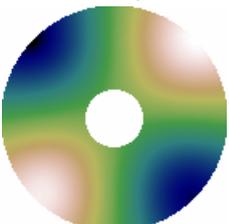
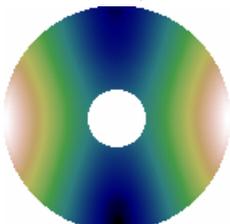
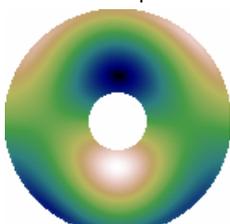
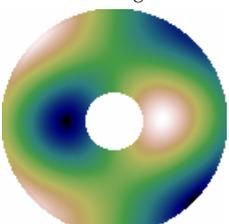
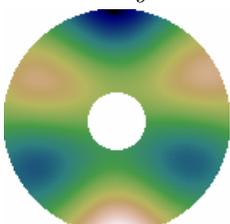
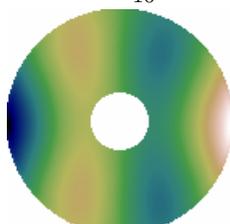
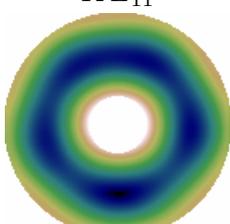
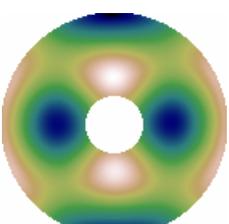
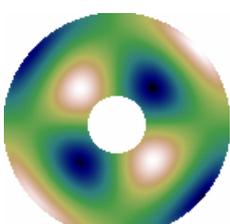
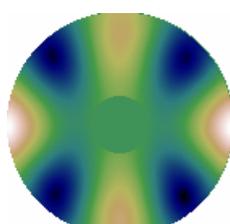
$n \backslash m$	0	1	2	3
0	KL_1  Piston			
1	KL_2  Basculement	KL_3  Basculement		
2	KL_4  Defocus	KL_5  Astigmatisme	KL_6  Astigmatisme	
3	KL_7  Coma	KL_8  Coma	KL_9  Trèfle	KL_{10}  Trèfle
4	KL_{11}  Aberration sphérique			

Figure 1.5: Représentation 2D des premiers modes de KL avec obstruction centrale ordonnée de sorte à ce qu'ils soient comparables aux modes de Zernike. Le degré radial et azimutal ou même le nom n ont pas de sens pour les fonctions KL et ne servent que pour la comparaison.

1.5 L'optique adaptative

1.5.1 Principe et instruments

L'optique adaptative (OA) consiste à placer sur le chemin du front d'onde un miroir (le miroir déformable qui sera noté DM⁸ dans la suite) dont la forme reproduit la surface d'onde pour compenser les retards ou les avances de phase engendrés par la traversée de l'atmosphère, comme illustré sur la figure 1.6. La planéité du front d'onde est restaurée et les images ne sont limitées que par la taille finie du télescope : la limite de diffraction. Les différents sous-systèmes de l'OA seront décrits dans les prochaines sections.

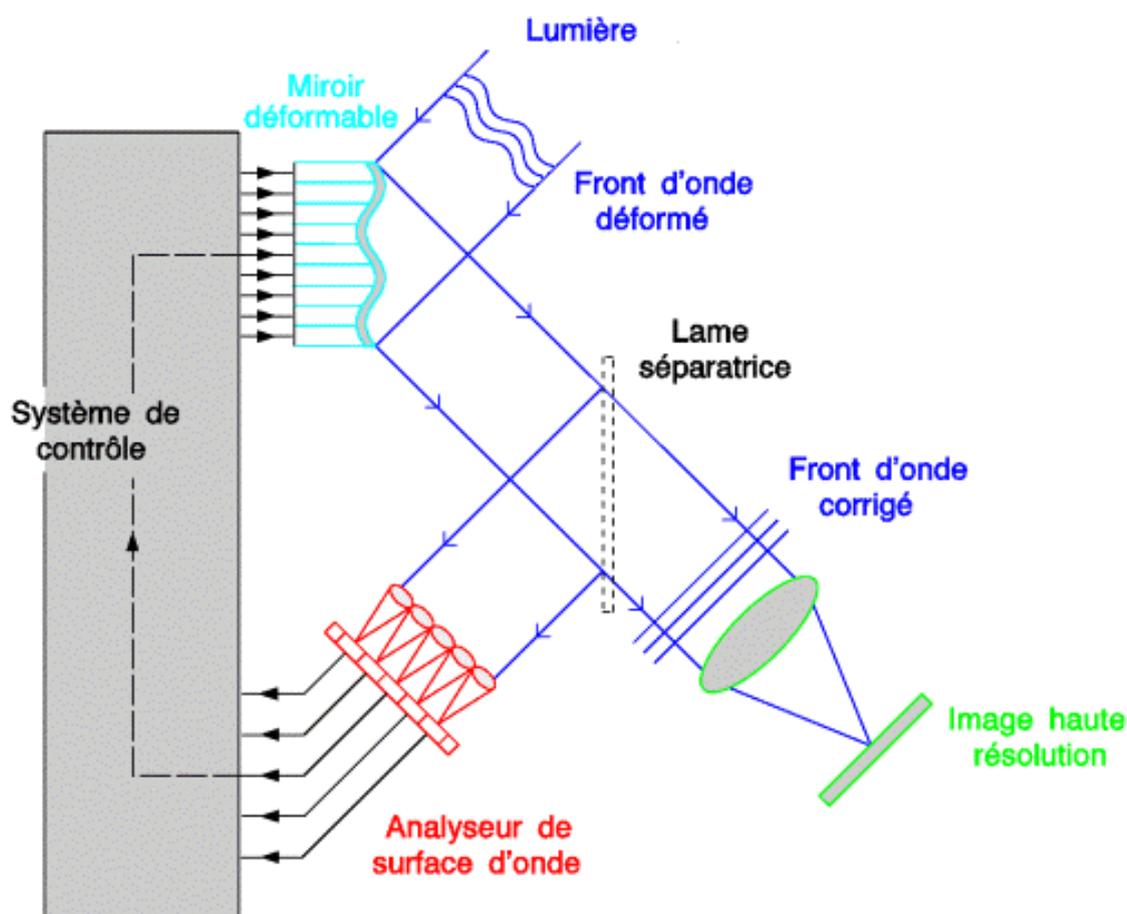


Figure 1.6: Schéma de principe de l'optique adaptative. **Crédit** : Observatoire de Paris-LESIA.

C'est en 1953 que l'idée de compenser les déformations du front d'onde en temps réel grâce à un système d'analyse a été proposée par H. W. Babcock ([Babcock 1953](#)). Malheureusement, les technologies de l'époque n'étaient pas suffisamment avancées pour aboutir à un système opérationnel.

⁸pour *deformable mirror*.

Ce n'est qu'en 1990 que la première OA en astronomie, le projet *Come-on* (Rousset et al. 1990), est appliquée à des observations sur le télescope européen de 3.6 m de La Silla au Chili. Suite à ce succès, plusieurs projets virent le jour au cours des années 90 : Come-on-plus ADONIS (Rousset et al. 1994; Beuzit et al. 1997), PUEO/CFHT (Arsenault et al. 1994).

Suite à ces succès, l'US Air Force déclassifie des dossiers des années 70 liés aux projets top-secrets tels que le projet *Star wars*. Ces projets utilisaient un système d'OA pour surveiller et identifier les satellites espions et éventuellement focaliser un faisceau laser pour les éblouir.

À ce jour, la majorité des télescopes de plus de 4 m de diamètre sont équipés d'un système d'OA classique, c'est-à-dire un analyseur de surface d'onde (ASO) qui observe une source de référence, une étoile guide naturelle (NGS⁹) et un DM qui corrige la turbulence dans la direction de l'étoile. L'ASO mesure une grandeur proportionnelle aux défauts de phase. À partir de la mesure, le calculateur en temps réel calcule la commande du DM et le DM corrige la phase qui est analysée par l'ASO... Et ainsi de suite. On est en boucle fermée.

Voyons à présent les différents sous-systèmes d'une OA.

1.5.2 Le miroir déformable

Le premier élément d'un système d'OA rencontré par la lumière est le miroir déformable. Ce miroir a la capacité de reproduire en partie la phase du front d'onde turbulent à l'instant t ($\Phi_{\text{atm}}(\mathbf{x}, t)$) en se déformant. Au même instant, la phase du miroir est notée $\Phi_{\text{m}}(\mathbf{x}, t)$. La correction apportée par le système n'est pas parfaite et il subsiste une phase résiduelle $\Phi_{\varepsilon}(\mathbf{x}, t)$. L'équation fondamentale de l'optique adaptative s'écrit donc :

$$\Phi_{\varepsilon}(\mathbf{x}, t) = \Phi_{\text{atm}}(\mathbf{x}, t) - \Phi_{\text{m}}(\mathbf{x}, t). \quad (1.32)$$

Le miroir est constitué d'une membrane réfléchissante souple qui est déformée grâce à des actionneurs. Il existe deux principaux types de miroirs :

- les miroirs à actionneurs discrets de différents types (piezo-électriques, magnétiques et électrostatiques, voir Roddier 1999) constitués d'un réseau d'actionneurs collés sous la membrane. Ces actionneurs viennent pousser ou tirer, via l'application d'une tension électrique, la membrane du miroir qui forme alors une bosse ou un creux.
- Les miroirs bimorphes, ou à contrôle de courbure, dans lesquels la surface réfléchissante est fixée sur deux feuilles de matériaux piézo-électriques entre lesquelles sont positionnées des électrodes. L'application d'une tension sur une électrode provoque la contraction d'une feuille et la dilatation de l'autre engendrant une courbure par l'effet bimorphe.

⁹pour *natural guide star*.

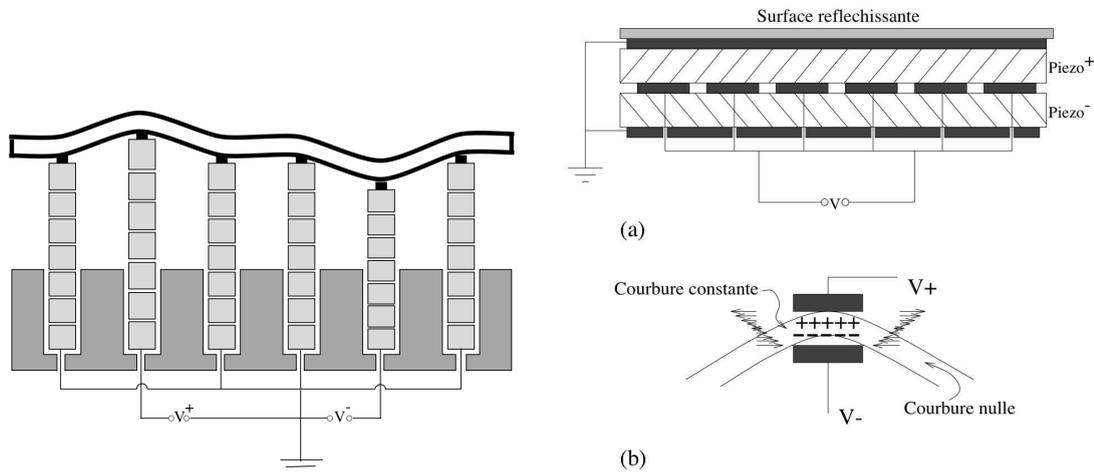


Figure 1.7: Illustration du fonctionnement des miroirs à actionneurs discrets (*gauche*) et des miroirs bimorphes (*droite*) avec en a) le principe de construction et en b) l'action d'une électrode. Reproduction de la thèse d'Olivier Lai (Lai 1996).

Quelque soit le type de miroir, la dynamique des déformations engendrées par les actionneurs est limitée à quelques microns. Les modes de basculement¹⁰ de la phase turbulente engendrent des différences de marche de plusieurs microns. Ainsi les systèmes d'OA sont équipés d'un miroir chargé exclusivement de corriger le basculement : les miroirs *tip-tilt*. Ce sont des miroirs plan, fixés à une monture capable d'effectuer des rotations autour de deux axes. Ils permettent ainsi de soulager la dynamique des miroirs déformables afin de garder la course des actionneurs pour la correction des modes d'ordres élevés.

Les actionneurs ne sont jamais utilisés un à un dans un système d'OA. On construit un vecteur de commande qui permet, à partir de l'excitation simultanée de plusieurs actionneurs, de reproduire les surfaces d'une base de modes plus pratique pour la représentation de la phase turbulente.

Bien entendu, un miroir de dimension finie ne peut pas reproduire des modes qui ont une fréquence spatiale élevée. On comprend facilement qu'un jeu de deux actionneurs ne peut que corriger le basculement dans une seule direction et ne peut en aucun cas corriger l'astigmatisme par exemple. Le nombre de modes qui peuvent être corrigés par un DM est proportionnel au nombre d'actionneurs du miroir. La fréquence spatiale maximale de la phase qui peut être corrigée par un miroir est de l'ordre de l'inverse de deux fois la distance inter-actionneurs (pour respecter le théorème de Shannon).

Correction de la phase

L'ensemble des modes miroir $\{\mathbf{M}_1, \dots, \mathbf{M}_N\}$ est noté \mathcal{M} . La phase turbulente,

¹⁰l'appellation trappe-porte, qui représente de manière astucieuse ces deux modes, est aussi utilisé par Didier Pelat.

qui contient une infinité de fréquences spatiales et donc une infinité de modes dans l'hypothèse de Kolmogorov, se décompose alors en une composante qui appartient à l'ensemble \mathcal{M} (dite parallèle) qui sera notée avec l'indice \parallel et une composante qui ne peut pas être représentée par une combinaison linéaire des modes miroir (dite perpendiculaire ou orthogonale) et qui sera notée avec l'indice \perp . Les différentes phases correspondantes à un instant t sur la pupille s'écrivent :

$$\Phi_{\text{atm}}(\mathbf{x}, t) = \underbrace{\Phi_{\text{a}\parallel}(\mathbf{x}, t)}_{\in \mathcal{M}} + \underbrace{\Phi_{\perp}(\mathbf{x}, t)}_{\notin \mathcal{M}}, \quad (1.33)$$

$$\Phi_{\varepsilon}(\mathbf{x}, t) = \Phi_{\varepsilon\parallel}(\mathbf{x}, t) + \Phi_{\perp}(\mathbf{x}, t). \quad (1.34)$$

Les phases parallèles et la phase miroir se décomposent sur les N modes miroirs comme :

$$\Phi_{\text{a}\parallel}(\mathbf{x}, t) = \sum_{i=1}^N \mathbf{a}_{\parallel i}(t) \mathbf{M}_i(\mathbf{x}), \quad (1.35)$$

$$\Phi_{\varepsilon\parallel}(\mathbf{x}, t) = \sum_{i=1}^N \varepsilon_{\parallel i}(t) \mathbf{M}_i(\mathbf{x}), \quad (1.36)$$

$$\Phi_{\text{m}}(t, \mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \mathbf{m}_i(t) \mathbf{M}_i(\mathbf{x}). \quad (1.37)$$

Les vecteurs \mathbf{a} , ε et \mathbf{m} sont les coefficients de la décomposition sur la base des modes miroir de la phase atmosphérique turbulente, la phase résiduelle et la phase miroir respectivement. L'équation 1.32 s'écrit aussi comme,

$$\varepsilon(t) = \mathbf{a}(t) - \mathbf{m}(t). \quad (1.38)$$

La correction est dite optimale si la phase du miroir reproduit parfaitement la phase turbulente parallèle, c'est-à-dire que $\mathbf{m}(t) = \mathbf{a}_{\parallel}(t)$. Dans ce cas, la phase résiduelle ne contient que la composante haute fréquence de la phase (Φ_{\perp}) qui ne peut pas être corrigée par le miroir. C'est l'erreur de sous-modélisation.

1.5.3 L'analyseur de surface d'onde

Pour pouvoir corriger la phase à chaque instant et mettre à jour la forme du DM, il est nécessaire d'analyser la phase résiduelle afin d'en avoir une mesure. Cette mesure est réalisée par un analyseur de surface d'onde (ASO¹¹) à partir d'une source suffisamment ponctuelle et brillante située à proximité de l'objet d'intérêt pour éviter les effets d'anisoplénétisme qui seront présentés succinctement dans la section 1.6. La mesure du front d'onde s'effectue dans les longueurs d'onde du spectre visible ou infrarouge (IR). En général, on va utiliser l'instrument scientifique dans l'IR pour obtenir la meilleure qualité d'image, le r_0 étant plus grand à ces longueurs d'onde et

¹¹WFS en anglais pour *wavefront sensor*.

la correction étant meilleure. L'analyse se fera alors aux longueurs d'onde visibles pour conserver un nombre maximal de photons pour l'analyse et pour l'imagerie mais l'inverse est aussi possible. La correction en IR avec une analyse en visible (et inversement) est possible car la différence de marche entre deux rayons est quasi-achromatique comme discuté dans la section 1.3.

Il n'est pas toujours possible de faire l'analyse en visible car le nombre d'étoiles brillante dans le ciel à ces longueurs d'onde est faible. Les ASO IR sont alors très utiles pour atteindre des zones du ciel où les étoiles brillantes en visible sont rares. La séparation entre la voie d'analyse et la voie d'imagerie est assurée grâce à une lame dichroïque. Dans le cas où l'on est contraint d'utiliser la même longueur d'onde pour l'observation et l'analyse, on utilise une lame séparatrice qui transmet vers la voie d'imagerie une fraction du flux, et le reste est utilisé par la voie d'analyse.

Voici une liste des principaux ASO.

L'analyseur Shack-Hartmann

L'analyseur Shack-Hartmann (SH) utilise une matrice de micro-lentilles pour échantillonner spatialement le front d'onde. Chaque sous-pupille (portion de la pupille créée par une micro-lentille) focalise les rayons sur un capteur CCD qui est situé au niveau du plan focal de la matrice de micro-lentilles. Lorsque le front d'onde est plan et parallèle à la matrice de micro-lentilles, on observe une étoile sur l'axe en dehors de l'atmosphère. L'image d'une telle source par une lentille convergente est une tâche d'Airy située dans le plan focal image de la lentille. Chaque micro-lentille donne alors une image située dans le plan focal image de chaque micro-lentille (voir figure 1.8). La position, de coordonnées $[x, y]$, de l'étoile sur chaque imagerie (les spots Hartmann) du CCD avec un front d'onde plan constitue le vecteur de mesures de référence.

Dans le cas d'un front d'onde perturbé (figure 1.8 en bas), chaque sous-pupille va mesurer la pente locale bi-dimensionnelle (α_x et α_y) du front d'onde selon la figure 1.9. À la longueur d'onde de l'ASO, la position du spot sur le CCD par rapport à la position de référence nous donne directement la mesure de la pente locale du front d'onde suivant les formules,

$$\alpha_x = \frac{s_x}{f},$$

$$\alpha_y = \frac{s_y}{f},$$

avec f la distance focale des micro-lentilles et s_x (s_y) le déplacement du centre de gravité du spot dans la direction x (y) sur le capteur par rapport à la référence. L'ASO de type SH mesure donc le gradient de la phase (la pente locale) sur la pupille du télescope. Les variations de la phase dont la fréquence spatiale est plus grande que la fréquence de coupure définie par la taille d'une sous-pupille ne peuvent pas être vues par le SH. Plus le nombre de sous-pupilles est grand, plus l'espace des fréquences mesurables par l'analyseur est grand.

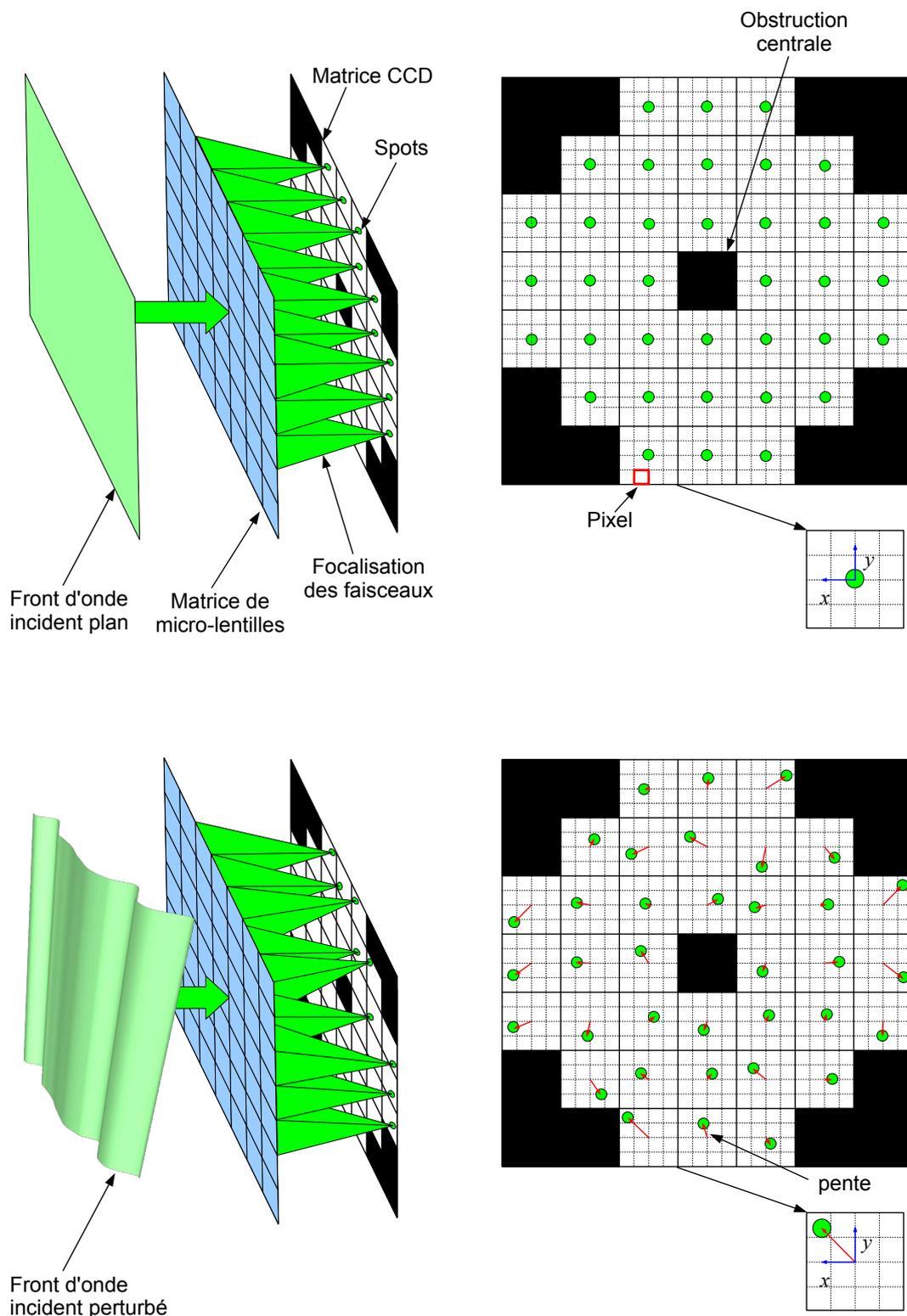


Figure 1.8: Schéma de principe de l'analyseur de surface d'onde de type Shack-Hartmann pour un front d'onde plan (*haut*) et perturbé (*bas*). Les flèches indiquent le module des pentes. **Crédit** : O. Martin, Observatoire de Paris-LESIA.

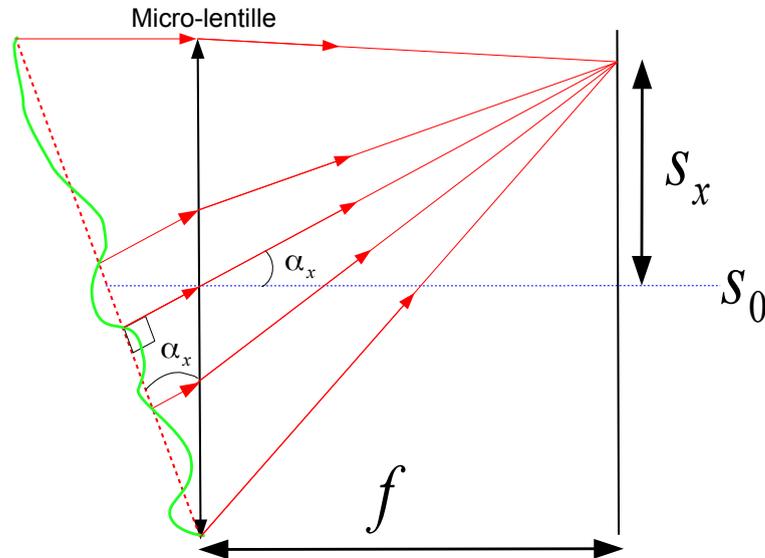


Figure 1.9: Schéma représentant le fonctionnement d'une micro-lentille en coupe sur l'axe des abscisses. S_0 représente la mesure de référence, f la distance focale et S_x le déplacement sur le capteur du spot par rapport à S_0 . **Crédit** : O. Martin, Observatoire de Paris-LESIA.

L'analyseur de courbure

Contrairement au Shack-Hartmann, qui mesure la position des spots, l'analyseur de courbure (Roddiier 1988) mesure l'intensité reçue de part et d'autre du plan pupille. Si un front d'onde présente une courbure de phase concave (resp. convexe), une sur-(resp. sous-) intensité sera détectée avant (resp. après) le plan pupille. L'analyseur mesure donc le laplacien de la phase dans la pupille.

L'analyseur à pyramide

L'analyseur de front d'onde à pyramide (voir Ragazzoni 1996, pour plus de détails) est constitué d'un prisme pyramidal dont la pointe est placée au plan focal du télescope. En l'absence d'aberration, le faisceau lumineux est divisé en quatre, puis chaque faisceau crée une image de la pupille sur un capteur. Sur le capteur, on observe quatre images de la pupille dont les intensités sont égales. En présence d'aberrations, le faisceau va illuminer de manière inégale les différentes faces de la pyramide engendrant une différence d'intensité entre les quatre images de la pupille. En combinant ces quatre images, on obtient une information sur le signe du gradient de la phase. Cet ASO est très similaire au test du couteau de Foucault. Pour obtenir l'amplitude et le signe du gradient de la phase, un miroir à basculement est placé avant la pyramide pour faire osciller le faisceau entre les quatre faces de la pyramide. Lorsque le rayon des oscillations est grand, l'analyseur est linéaire quel que soit l'amplitude des aberrations, et avec un rayon faible, la sensibilité est accrue

mais pour des faibles aberrations.

1.5.4 Les équations de la mesure

La mesure qui est faite par un analyseur quelconque est un vecteur de mesure noté \mathbf{w} . Durant un temps très court, de l'ordre du millième ou centième de seconde, un certain nombre de photons émis par la source est détecté sur le capteur. La mesure est toujours entachée de bruit qui, ici, a pour source le bruit de photon, dont l'intensité est proportionnelle à la racine carrée du nombre de photons¹² reçus. L'autre source de bruit est le bruit électronique. En effet, la perte de photo-électrons lors du processus de lecture (bruit de lecture ou *read-out noise* en anglais), les photo-électrons générés par la thermique du capteur (courant d'obscurité ou *dark current* en anglais), ou le biais (*bias* ou *offset* en anglais) induit par le simple fait que le capteur est alimenté, perturbent la mesure.

L'équation de la mesure à un instant t pour une surface d'onde quelconque est donnée par :

$$\mathbf{w}(t) = \mathcal{W}(\Phi_\varepsilon(\mathbf{x}, t)) + \mathbf{n}_w(t), \quad (1.39)$$

où Φ_ε est la phase résiduelle du front d'onde, \mathcal{W} l'opérateur représentant l'ASO et permettant de passer d'une phase à une mesure qui serait donnée par un ASO sans bruit et \mathbf{n}_w le vecteur de bruit sur la mesure. Comme vu précédemment, la phase peut se décomposer sur la base des modes miroir notée \mathbf{M} , la composante parallèle $\Phi_{\varepsilon\parallel}$, et la composante orthogonale Φ_\perp à l'espace miroir. L'équation 1.39 de la mesure devient alors,

$$\mathbf{w}(t) = \mathcal{W}(\Phi_{\varepsilon\parallel}(\mathbf{x}, t) + \Phi_\perp(\mathbf{x}, t)) + \mathbf{n}_w(t), \quad (1.40)$$

Nous supposons que l'opérateur \mathcal{W} est un opérateur linéaire, ce qui est le cas en boucle fermée car les déplacements sont faibles. Ainsi,

$$\mathbf{w}(t) = \mathcal{W}(\Phi_{\varepsilon\parallel}(\mathbf{x}, t)) + \mathcal{W}(\Phi_\perp(\mathbf{x}, t)) + \mathbf{n}_w(t), \quad (1.41)$$

On introduit alors la matrice d'interaction, notée \mathbf{D} , qui permet de réécrire l'opérateur \mathcal{W} sur \mathcal{M} , et dont la i ème colonne contient la réponse de l'ASO à un mode \mathbf{M}_i de la base des modes miroir. On obtient alors l'équation de la mesure donnée par un ASO,

$$\mathbf{w}(t) = \mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon}_\parallel(t) + \mathcal{W}(\Phi_\perp(\mathbf{x}, t)) + \mathbf{n}_w(t). \quad (1.42)$$

L'ASO échantillonne spatialement la phase ce qui induit inévitablement un repliement des spectres. Dans notre cas, on le met en évidence avec le terme $\mathcal{W}(\Phi_\perp(\mathbf{x}, t))$ qui est le terme de repliement des hautes fréquences spatiales sur la mesure.

¹²La statistique d'arrivée des photons sur le capteur suit une loi de Poisson de variance \sqrt{N} avec N le nombre moyen de photons reçus

1.5.5 Le RTC

Le RTC¹³ est le sous-système qui contrôle en temps réel le système d'OA.

Le système fonctionne en trois étapes,

- acquisition des mesures,
- calcul de la commande (souvent effectuée par un intégrateur),
- mise-à-jour de la forme du DM.

À chaque itération, les données provenant de l'ASO sont traitées par le calculateur temps réel. La fréquence d'analyse est donnée de manière optimale par la vitesse du vent v , pour que le temps de cohérence temporelle de la phase ($\sim r_0/v$) soit grand devant le pas d'échantillonnage temporel de l'analyseur. Dans la pratique, le facteur limitant est la magnitude de l'étoile. Il faut faire en sorte que l'analyseur intègre assez de photons pour fournir une mesure fiable (avec un bon rapport signal à bruit). Les mesures \mathbf{w} sont ensuite converties en un vecteur de tensions correctrices ($\Delta\mathbf{V}$) puis en tensions intégrées (via un intégrateur) pour commander la déformation du DM (\mathbf{V}). Chaque élément de ce vecteur de tensions commande un actionneur.

Pour calculer le vecteur de commande, il suffit en théorie d'inverser la matrice d'interaction \mathbf{D} , qui permet de passer des modes à la mesure, pour obtenir une matrice qui permet de passer des mesures à la décomposition des modes telle que,

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\parallel} = \mathbf{D}^{-1}\mathbf{w}. \quad (1.43)$$

Malheureusement en pratique, ce problème est un problème inverse mal posé. \mathbf{D} n'est pas une matrice carrée car il y a en général plus de mesures que de degrés de liberté, c'est-à-dire qu'il est impossible d'obtenir une mesure nulle compte tenu du nombre d'actionneurs.

Le moyen classique d'inverser le problème est de construire le vecteur de commandes qui minimise le carré du résidu sur la mesure. C'est la solution des moindres carrés et elle est donnée par,

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon} &= \mathbf{D}^+\mathbf{w} \\ &= (\mathbf{D}^t\mathbf{D})^{-1}\mathbf{D}^t\mathbf{w}. \end{aligned} \quad (1.44)$$

Notons qu'il est crucial de se placer dans un espace où les modes qui donnent une mesure nulle sur l'ASO, tel que le mode piston et dont les valeurs propres sont donc nulles, sont exclus pour assurer l'inversion de la matrice ($\mathbf{D}^t\mathbf{D}$). La matrice \mathbf{D}^+ est appelée l'inverse généralisée de \mathbf{D} et dans le cas d'un système d'OA, elle est appelée matrice de commande ou reconstruteur et elle permet de passer des mesures de l'ASO aux variations de tensions (les $\Delta\mathbf{V}$) à appliquer au DM. On notera la propriété intéressante de cette inversion qui est :

$$\mathbf{D}^+\mathbf{D} = \mathbf{I}. \quad (1.45)$$

¹³pour *real-time control*

Effet du bruit et de Φ_{\perp} : contrôle modal optimisé

La phase reconstruite grâce au reconstructeur n'est qu'une estimation. Elle est entachée d'erreurs dues au bruit d'analyse, à la composante haute fréquence de la phase qui se replie, au retard de la boucle à cause du temps d'intégration et du temps de calcul de la commande.

Pour minimiser les effets de repliement spatial et du bruit sur le miroir (respectivement $\mathbf{D}^+\mathcal{W}(\Phi_{\perp}(\mathbf{x}, t))$ et $\mathbf{D}^+\mathbf{n}_w(t)$), [Gendron & Léna \(1994\)](#) propose d'appliquer un gain sur chaque mode avant l'intégrateur. C'est le contrôle modal optimisé.

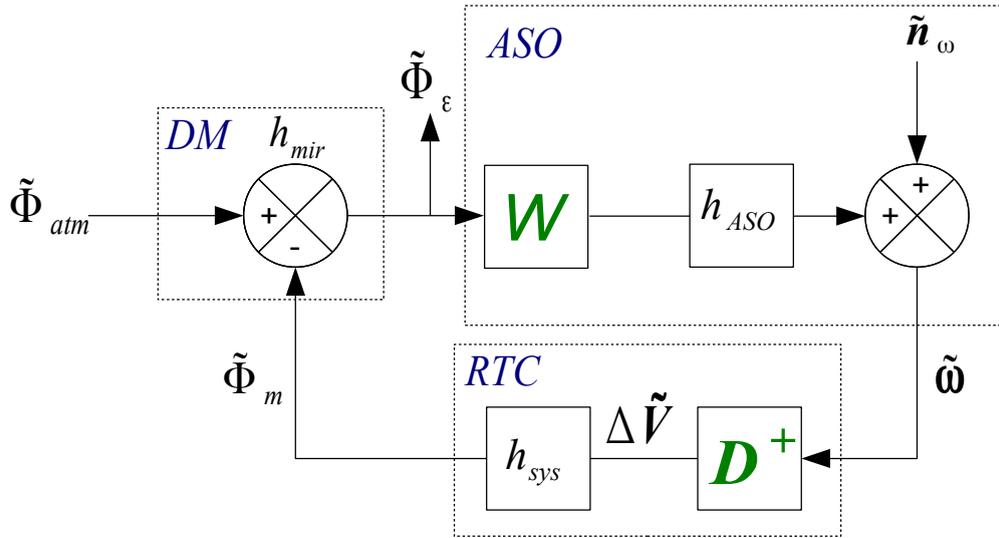


Figure 1.10: Schéma représentant le fonctionnement d'une OA en boucle fermée. La phase turbulente arrive sur le DM et est corrigée de la phase miroir. La phase résiduelle est analysée par l'ASO et les photons de la source sont intégrés pendant un temps $1/\nu_e$; sa fonction de transfert est h_{ASO} . L'ASO fournit une mesure bruitée qui est acquise par le calculateur temps réel (RTC) puis les nouvelles commandes à appliquer sur le DM sont calculées et pondérées par le gain g_i . Ces opérations conduisent à un retard pur appelé retard de boucle. La fonction de transfert du système est h_{sys} .

Chaque élément de l'OA possède une fonction de transfert qui caractérise son comportement temporel (voir fig. 1.10). On a dans l'espace des fréquences :

- $\tilde{\omega}(\nu) = \left[\mathcal{W}(\tilde{\Phi}_\epsilon) h_{ASO} \right] (\nu) + \tilde{n}_w(\nu),$
- $\widetilde{\Delta\mathbf{V}}(\nu) = \mathbf{D}^+ \tilde{\omega}(\nu),$
- $\tilde{\Phi}_m = \left[\widetilde{\Delta\mathbf{V}} h_{sys} \right] (\nu),$
- et $\tilde{\Phi}_\epsilon(\nu) = \tilde{\Phi}_{atm}(\nu) - \left[h_{DM} \tilde{\Phi}_m \right] (\nu),$

où ν est la fréquence et les h sont les fonctions de transfert qui sont décrites ci-dessous.

L'ASO, qui intègre les effets de la turbulence sur un temps de $1/\nu_e$, a une fonction de transfert qui s'exprime comme :

$$h_{\text{ASO}}(\nu) = \text{sinc}\left(\frac{\pi\nu}{\nu_e}\right) e^{-i\pi\frac{\nu}{\nu_e}}. \quad (1.46)$$

La fonction de transfert du système s'exprime comme :

$$h_{\text{sys}}(\nu, g_i) = g_i \frac{\nu_e \exp(-2i\pi\nu\tau)}{2i\pi\nu} \quad (1.47)$$

Le système est caractérisé par le retard de boucle τ , pendant lequel le CCD de l'ASO est lu, la commande est calculée et appliquée au DM. g_i représente le gain appliqué sur le mode i .

Enfin, étant donné que le miroir répond quasi-immédiatement, on peut considérer que sa fonction de transfert est donnée par $h_{\text{DM}}(\nu) = 1$.

Lorsque le système fonctionne en boucle ouverte (le DM n'est pas vu par l'ASO), la fonction de transfert de chaque mode s'écrit :

$$h_{\text{bo}}(\nu, g_i) = h_{\text{ASO}}(\nu)h_{\text{sys}}(\nu, g_i) \quad (1.48)$$

Cette fonction décrit la façon dont le signal issu de l'ASO va être traité par le système en fonction du temps. Le système dans ce cas étant principalement un intégrateur, la fonction est assez fortement décroissante. Si on considère maintenant le système en boucle fermée, on a la fonction de transfert en basses fréquences :

$$h_{\text{bf}}(\nu, g_i) = \frac{h_{\text{bo}}(\nu, g_i)}{1 + h_{\text{bo}}(\nu, g_i)} = \frac{\tilde{\Phi}_{\text{m}}(\nu)}{\tilde{\Phi}_{\text{atm}}(\nu)}. \quad (1.49)$$

h_{bf} est un filtre passe-bas (en effet, le système n'agit que sur les basses fréquences c'est-à-dire inférieures à la fréquence d'échantillonnage).

La fonction de transfert de correction (ou de réjection) décrit l'évolution temporelle du mode considéré après correction par le système. Son expression est :

$$h_{\text{cor}}(\nu, g_i) = \frac{1}{1 + h_{\text{bo}}(\nu, g_i)} = \frac{\tilde{\Phi}_{\varepsilon}(\nu)}{\tilde{\Phi}_{\text{atm}}(\nu)}. \quad (1.50)$$

C'est un filtre passe-haut, seules les basses fréquences sont corrigées par le système. Les hautes fréquences sont rejetées. Si cette fonction est mal définie, les hautes fréquences peuvent être corrigées à tort et les erreurs résultantes peuvent même être amplifiées.

La fonction de transfert du bruit s'exprime comme :

$$h_{\text{n}}(\nu, g_i) = \frac{h_{\text{sys}}}{1 + h_{\text{bo}}(\nu, g_i)} = \frac{\tilde{\Phi}_{\varepsilon}(\nu)}{\tilde{\mathbf{n}}(\nu)}. \quad (1.51)$$

C'est à partir de cette fonction et de la fonction de transfert de réjection que l'on va pouvoir optimiser le gain sur chaque mode. Elle traduit la propagation du bruit dans le système et elle ressemble fortement à la fonction de transfert en boucle fermée. L'estimation du gain optimal à appliquer à chaque mode se fait en minimisant, l'erreur résiduelle quadratique moyenne sur chaque mode.

Le comportement temporel mode à mode de la boucle d'OA se résume à (Gendron & Léna 1994) :

$$\tilde{\varepsilon}_i(\nu) = h_{\text{cor}}(g_i, \nu)\tilde{a}_i(\nu) - h_{\text{bf}}(g_i, \nu)\tilde{r}_i(\nu) - h_n(g_i, \nu)\tilde{n}_i(\nu), \quad (1.52)$$

où le symbole \sim indique la transformée de Fourier, r le repliement sur les modes et n le bruit propagé sur le miroir. Cette équation sert de base au calcul du gain optimal. Elle caractérise l'efficacité du système à corriger la composante miroir de la phase résiduelle.

La phase résiduelle se décompose en trois termes :

- la contribution de l'erreur temporelle, qui traduit la capacité du système à suivre les fluctuations de la phase turbulente,
- la contribution de l'erreur de repliement,
- et la contribution de l'erreur induite par le bruit d'analyse.

Le contrôle modal optimisé est alors un compromis entre erreur temporelle et diminution de l'erreur de repliement et du bruit. Augmenter le gain g_i signifie diminuer l'erreur temporelle et augmenter la bande passante de réjection de h_{cor} et donc une meilleure correction de la phase turbulente. En revanche, diminuer g_i permet de diminuer les effets du repliement et du bruit sur la phase résiduelle. Le compromis est calculé à partir du rapport signal à bruit des mesures et des caractéristiques de la turbulence (force, vent et DSP).

1.6 Formation des images en optique adaptative

Lorsque le système d'OA est actif, le front d'onde perturbé est corrigé. À cause de l'erreur de sous-modélisation qui est due au nombre limité d'actionneurs du DM, seule la phase parallèle à l'espace des modes miroir est corrigée. Comme nous l'avons vu précédemment, un gain ($0 \leq g_i \leq 1$) est appliqué sur chaque mode miroir pour atténuer de manière optimale l'effet du bruit et du repliement. De manière générale, la phase résiduelle s'écrit :

$$\begin{aligned} \Phi_\varepsilon(\mathbf{x}, t) &= \Phi_{\text{atm}}(\mathbf{x}, t) - \Phi_{\text{m}}(\mathbf{x}, t), \\ &= \sum_{i=1}^N \mathbf{a}_{\parallel i}(t)\mathbf{M}_i(\mathbf{x}) - \sum_{i=1}^N \mathbf{m}_i(t)\mathbf{M}_i(\mathbf{x}) + \Phi_{\perp}(t, \mathbf{x}). \end{aligned} \quad (1.53)$$

Les $\mathbf{m}_i(t)$ dépendent des commandes intégrées envoyées au DM :

$$\mathbf{V}(t) = \mathbf{V}(t - 1/\nu_e) + g_i \Delta\mathbf{V}(t). \quad (1.54)$$

Sur la base des modes, on a :

$$\boldsymbol{\varepsilon}(t) = \underbrace{\mathbf{a}_{\parallel}(t) - \mathbf{m}(t)}_{\boldsymbol{\varepsilon}_{\parallel}(t)} + \boldsymbol{\varepsilon}_{\perp}(t), \quad (1.55)$$

où $\boldsymbol{\varepsilon}_{\perp}$ est le vecteur de la décomposition de $\boldsymbol{\varepsilon}$ sur la base des modes orthogonaux à \mathcal{M} .

La phase résultante pour former l'image sur le système est partiellement corrigée. Il subsiste un résidu de phase Φ_{ε} . Les équations 1.20 et 1.19 s'écrivent alors :

$$D_{\Phi_{\varepsilon}}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\rho}) = \langle |\Phi_{\varepsilon}(\mathbf{x}) - \Phi_{\varepsilon}(\mathbf{x} + \boldsymbol{\rho})|^2 \rangle \quad (1.56)$$

$$\langle B(\boldsymbol{\rho}) \rangle \propto \int P(\mathbf{x})P(\mathbf{x} + \boldsymbol{\rho})e^{-\frac{1}{2}D_{\Phi_{\varepsilon}}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\rho})}d\mathbf{x}. \quad (1.57)$$

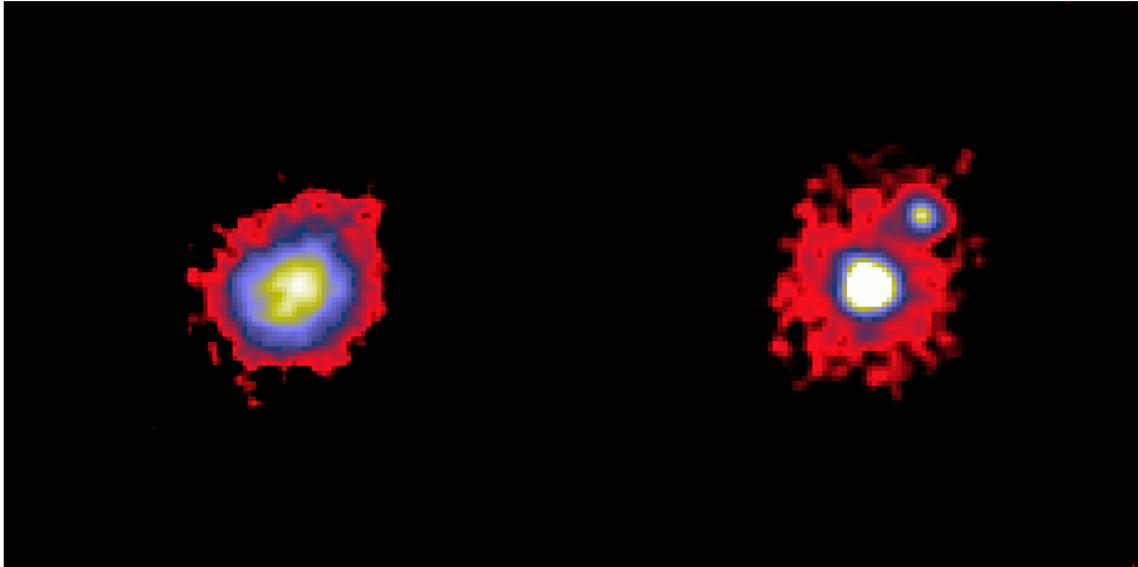


Figure 1.11: Démonstration du gain apporté par l'OA. À gauche, longue pose d'une étoile avec un télescope de 4.2 m soumis à la turbulence atmosphérique et à droite, la même étoile observée avec un système d'OA. Le gain en résolution permet de séparer les deux compagnons. L'échelle de couleur est arbitraire sur les deux images.

Crédit : équipe Canary.

La FEP résultante de la phase résiduelle est composée de deux parties. La première est le cœur cohérent qui atteint la limite de diffraction lorsque la correction est bonne et dont l'intensité du pic dépend du taux de correction (rapport de Strehl). La seconde est le halo résiduel qui est dû principalement à la phase haute fréquence et dont la largeur correspond au *seeing* (λ/r_0). Le halo est aussi dû à la partie parallèle de la phase résiduelle qui est mal corrigée et qui engendre un élargissement de la FEP. Ces résidus de correction sont bien visibles sur la figure 1.11 à droite. La FEP ne montre pas d'anneau de diffraction car la correction apportée n'était pas suffisante. Le cœur cohérent de la FEP correspond ici au noyau très brillant et le halo résiduel est visible autour de celui-ci.

1.7 Les évolutions de l'OA

Les systèmes d'OA évoluent et de nouveaux concepts apparaissent. Les étoiles naturelles ne permettent d'observer qu'une portion très restreinte du ciel, moins de 0.01% en lumière visible (Roddier 1999). Foy & Labeyrie (1985) ont proposé (avant même les premiers tests de la première OA) d'utiliser un laser pour créer une étoile artificielle et asservir le système d'OA. Aujourd'hui cette technique est utilisée dans plusieurs observatoires. Le faisceau laser est focalisé et excite les atomes de sodium présents dans la haute atmosphère (90 km) qui, en se désexcitant, émettent des photons dans la direction du télescope (entre autres), créant une étoile artificielle (voir figure 1.12). Il est aussi possible d'utiliser des lasers verts qui par diffusion de Rayleigh créent une étoile laser ; la distance de focalisation est alors plus petite, jusqu'à une vingtaine de kilomètres. Les étoiles guides laser (LGS¹⁴) permettent d'augmenter la couverture du ciel à haute résolution même si la technique présente des problèmes intrinsèques : la LGS, même focalisée à 90 km d'altitude n'est pas à l'infini ; elle est résolue spatialement. Le faisceau lumineux traverse deux fois l'atmosphère (aller-retour) et il est impossible d'estimer les modes de basculement de la phase avec une LGS, on doit donc encore utiliser une NGS pour l'estimer.

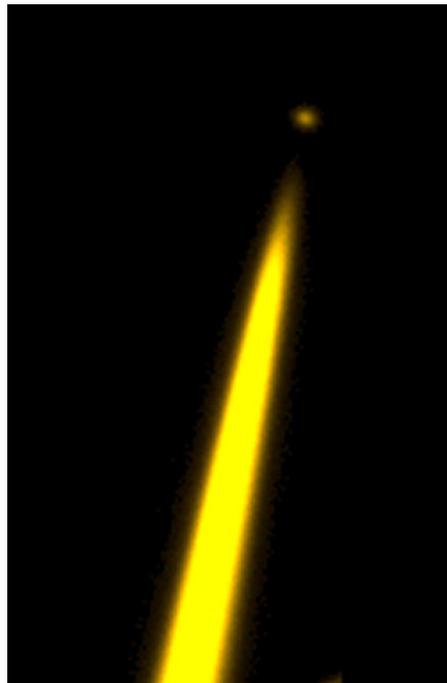


Figure 1.12: Étoile laser sodium sur le ciel. Extrait de Michaille et al. (2000).

L'OA classique ne fonctionne de manière optimale que sur un champ de vue assez petit (quelques secondes d'angle). Lorsque l'objet lui-même ne peut pas servir de source de référence pour l'OA (parce qu'il est étendu ou trop faible), on utilise

¹⁴pour *laser guide star*

une étoile à proximité. La turbulence est distribuée en altitude et les rayons lumineux provenant de l'étoile guide et de la source ne subissent pas tout à fait les mêmes déformations du front d'onde. La correction appliquée sur l'étoile n'est pas celle qui devrait être appliquée sur l'objet. Il en résulte une erreur appelée l'erreur d'anisoplanétisme (Chassat 1992). Le défi des nouvelles générations d'OA est de pallier cette limitation en développant des techniques dites grand champ :

- l'optique adaptative multi-conjuguée (MCAO¹⁵) utilise un mélange d'étoiles naturelles et laser pour reconstruire le volume turbulent au dessus du télescope (tomographie) puis, grâce à plusieurs miroirs en série conjugués à différentes altitudes, la turbulence est corrigée sur tout le champ de vue faisant plusieurs minutes d'arc de large. Cette technique a été utilisée sur le VLT avec l'instrument MAD avec uniquement des NGS (Marchetti et al. 2003) et l'est sur Gemini Sud avec GeMS avec un mélange LGS/NGS (Rigaut 2011).
- l'optique adaptative multi-objets (MOAO¹⁶), utilise une analyse tomographique de la turbulence avec un mélange de NGS/LGS mais contrairement à la MCAO, elle ne vise pas la correction dans tout le champ de vue du télescope. La MOAO utilise la tomographie pour corriger la turbulence seulement dans des directions d'intérêts (vers des galaxies par exemple). L'originalité de la méthode est que le système travaille en boucle ouverte. Les analyseurs ne voient pas ce que corrigent les miroirs¹⁷. Cette technique permet de corriger la turbulence dans des directions différentes dans un immense champ de vue (5–20' ; ce qui est très grand pour une OA). Le démonstrateur Canary, développé par l'équipe optique adaptative du LESIA et l'Université de Durham, utilise la MOAO sur le *William Herschel Telescope* et obtient à ce jour des résultats très prometteurs (Gendron et al. 2011).

E-ELT

Ces nouveaux instruments ont pour finalité d'équiper les futurs télescopes extrêmement grands, l'E-ELT (*european extremely large telescope*, Cuby 2005) européen, représenté sur la figure 1.13, le TMT (*thirty meter telescope*, Sanders & Project 2004) et le GMT (Johns 2004) issus de consortia internationaux.

L'E-ELT avec un diamètre de 39 m, possèdera un champ de vue de 10' et est conçu pour fonctionner avec une OA. L'E-ELT utilisera une combinaison d'étoiles naturelles et laser pour corriger la turbulence de manière efficace dans tout le champ.

Au delà de l'astronomie et des applications militaires, l'OA est utilisée dans d'autres domaines comme la médecine pour l'imagerie rétinienne (le corps vitreux de l'œil déforme le front d'onde à la manière de la turbulence), dans l'industrie pour

¹⁵pour *multi-conjugated adaptive optics*.

¹⁶pour *multi-object adaptive optics*.

¹⁷pour citer Gérard Rousset : « c'est comme si vous étiez sous la douche et que vous demandiez à un ami qui se trouve à l'autre bout de l'appartement de régler le débit d'eau chaude en lui criant "chaud/froid" ».



Figure 1.13: Le futur E-ELT à gauche en comparaison avec les VLT et l'arc de triomphe. **Crédit** : ESO.

focaliser des faisceaux laser pour la découpe ou la soudure et les télécommunications optiques.

1.8 La restauration des images

Le but de l'OA est d'augmenter le contraste et la résolution spatiale des images. Dans le cas d'une courte pose en présence de turbulence, l'information n'est pas complètement perdue car la taille caractéristique des tavelures atteint la limite de diffraction du télescope mais son contraste est dramatiquement atténué pour les fréquences spatiales supérieures à r_0/λ . Le télescope joue le même rôle, en atténuant le contraste, de façon moins brutale que la turbulence, mais annule l'information contenue dans les fréquences spatiales au-delà de D/λ . Dans le cas de l'imagerie longue pose avec OA, la correction partielle en temps réel permet de rétablir une partie du contraste en tendant vers la FEP du télescope. La déconvolution (voir [Richardson \(1972\)](#), [Lucy \(1974\)](#) et [Mugnier et al. \(2004\)](#) pour plus de détails) n'a donc pas pour but premier d'augmenter la résolution des images ; cette dernière étant fixée par la taille du télescope et aucune information au-delà de sa fréquence de coupure n'est présente dans l'image. La déconvolution a pour but de rétablir le contraste dans l'image, c'est à dire inverser le filtrage occasionné par le télescope et la phase résiduelle pour les fréquences spatiales inférieures à la fréquence de coupure du télescope. Cette restauration est rendue d'autant plus facile que la correction est bonne. Si l'OA fait une grande partie du travail de restauration de la qualité de l'image, la déconvolution est essentielle pour pleinement tirer partie des données (exemple de déconvolution sur la figure 1.14 réalisée avec Yoda¹⁸).

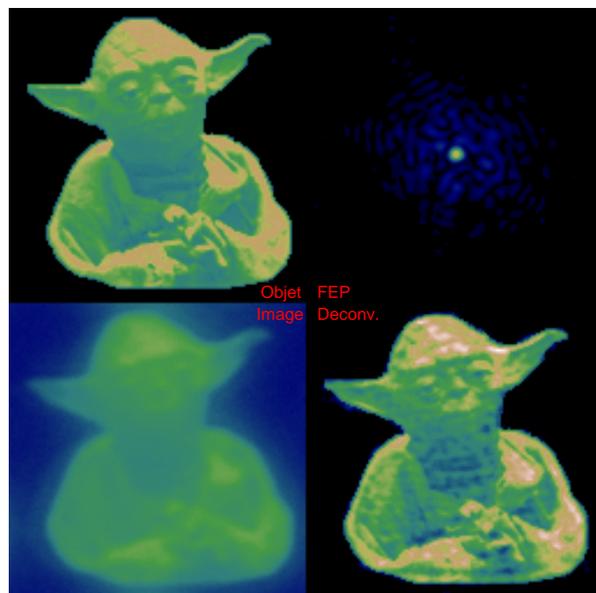


Figure 1.14: Illustration de l'intérêt de la déconvolution. Le gain en contraste est évident. Figure réalisée avec le logiciel Yoda.

Le problème de la déconvolution est qu'il faut la FEP durant l'observation. Une estimation de la FEP peut être obtenue en observant, en dépointant le télescope,

¹⁸<https://github.com/dgratadour/Yoda>

une étoile possédant des caractéristiques similaires à l'objet afin de reproduire au mieux les conditions d'observation et obtenir une estimation de la FEP compatible avec l'observation de la source scientifique. Malheureusement, cette situation est très rare et cette méthode possède des inconvénients. Premièrement, elle nécessite de réserver du temps d'observation pour les étalonnages. En effet, pour assurer la même qualité d'image entre l'objet scientifique et l'image d'étalonnage, à supposer que les deux sources soient de magnitude identique, le temps d'intégration pour la source étalon est au moins aussi grand que pour l'objet scientifique. Bien entendu, il est très difficile d'obtenir les mêmes conditions d'observation sur deux sources différentes, notamment à cause des conditions atmosphériques très fluctuantes au cours du temps. Dans de cas, une déconvolution dite myope est parfois utilisée pour pallier ce problème. Cette méthode permet d'estimer à la fois l'objet et la FEP à partir d'une FEP moyenne obtenue durant l'observation de la source étalon, d'une densité spectrale de puissance de la FEP et de l'image. La reconstruction de FEP est alors une solution. La boucle d'OA analyse à chaque instant l'état de la turbulence, les mesures de l'analyseur ainsi que les commandes sont enregistrées. Il est alors possible d'utiliser une méthode qui permet de reconstruire la FTO (ou la FEP) de l'atmosphère résiduelle durant l'observation en utilisant les données de télémétrie en temps réel fournies par la boucle d'OA. La reconstruction est faite en post-traitement et ne nécessite pas de temps supplémentaire, ce qui maximise le temps réservé à la source scientifique et présente donc un intérêt certain pour les observations.

Le chapitre 2 de ce recueil est entièrement dédié à la reconstruction de la FEP.

1.9 Yao : un outil de simulation d'OA

Yao¹⁹ (*Yorick Adaptive Optics*) est un outil de simulation Monte-Carlo pour les systèmes d'optique adaptative, écrit dans le langage Yorick²⁰. Il utilise un certain nombre de fonctions développées pour simuler les analyseurs de front d'onde (ASO), les miroirs déformables (DM) et de nombreux autres aspects d'une boucle d'OA.

Il permet une description très fine du comportement d'une optique adaptative et permet une modélisation de nombreux systèmes différents.

Il prend en entrée un fichier de paramètres créé par l'utilisateur décrivant tous les sous-systèmes sur le trajet de la lumière (de la source de référence en passant par l'atmosphère jusqu'aux paramètres de la boucle). En sortie, il fournit la FEP moyenne durant la simulation, les mesures données par l'ASO à chaque itération, les tensions correspondantes, et les matrices d'interaction et de commande utilisées dans la simulation.

Le schéma de fonctionnement de Yao est présenté sur les figures 1.15 et 1.16 et nous allons détailler chaque étape.

Description de l'initialisation : figure 1.15

Yao utilise des écrans de phase turbulents de tailles finies normalisés de telle sorte que r_0 soit de la taille de 1 pixel à $0.5 \mu\text{m}$. Ces écrans de phase sont donnés en radian.

Les différents outils sont ensuite initialisés. Les modes miroir (\mathbf{M}), matrice d'interaction (\mathbf{D}) et le reconstituteur (\mathbf{D}^+) sont créés dans cette étape. Les modes miroir sont créés à partir de formules analytiques (pour les modes de Zernike par exemple) ou de manière numérique (pour les modes de KL). Il est aussi possible de prendre la réponse aux actionneurs comme base de modes miroir. Dans le cas d'un miroir de type piezo-stacks, la réponse du miroir à un actionneur est une gaussienne (dont les paramètres sont réglables) centrée sur sa position. Pour établir la matrice \mathbf{D} , chaque actionneur est activé un à un et la réponse de l'analyseur (dans lequel aucun bruit n'est présent) est stockée dans une colonne de la matrice d'interaction. Cette matrice est ensuite inversée pour créer la matrice de commande. L'inversion de la matrice $\mathbf{D}^t\mathbf{D}$ se fait par sa décomposition en valeurs singulières (SVD, voir Press 2007) dans laquelle il est possible d'exclure les modes dont les valeurs singulières sont faibles. La matrice de commande est calculée en utilisant l'estimateur des moindres carrés (voir éq. 1.44).

Pour les besoins du présent travail, l'initialisation a été modifiée pour inclure le calcul d'une matrice de projection de la phase vers les modes comme représenté par l'encadré rouge dans la figure 1.15. L'utilité d'une telle matrice sera décrite dans le chapitre 2.

- Le télescope est défini par son diamètre et son obstruction centrale (en fraction de diamètre).

¹⁹<https://github.com/frigaut/yao>

²⁰<https://github.com/dhmunro/yorick>

- Les conditions atmosphériques regroupent :
 - le nombre de couches turbulentes qui seront simulées,
 - et l'altitude de chaque couche,
 - la distribution de l'énergie en altitude,
 - la valeur du r_0 pour chaque couche,
 - la vitesse et la direction du vent de chaque couche.
- L'ASO peut être modélisé finement. On peut définir :
 - le type de l'ASO (Shack-Hatmann, à courbure, pyramide),
 - la longueur d'onde à laquelle travaille l'ASO,
 - la magnitude de l'étoile guide (NGS ou LGS),
 - les paramètres du capteur (bruit de lecture, courant d'obscurité, etc.),
 - et le temps d'intégration du capteur.

Chaque type d'analyseur possède ses paramètres propres. Par exemple le SH est défini (principalement) par :

 - la méthode utilisée pour fournir la mesure : soit il utilise la propagation complète en produisant des spots Hartmann, soit il utilise une simple moyenne du gradient de la phase sur chaque sous-pupille (modèle analytique du SH).
 - On définit aussi la géométrie et le nombre de sous-pupilles dans le diamètre du télescope,
 - le nombre de pixels par sous-pupille et leur taille sur le ciel.

Le DM peut aussi être finement décrit.

- Son type d'abord (bimorphe, piezo-stacks, basculement, segmenté) ou bien s'il est capable de créer des modes de Zernike ou de KL,
 - la distance inter-actionneurs,
 - l'altitude à laquelle le miroir est conjugué (entre autres pour simuler des systèmes de type MCAO),
 - les éventuels défauts d'alignement entre le DM, l'ASO et la pupille du télescope,
 - la sensibilité d'un actionneur à une tension.
- Là encore chaque type de miroir possède ses paramètres spécifiques.
- Les paramètres de la source observée sont la longueur d'onde, et la distance angulaire sur le ciel à la source guide.
 - Enfin les paramètres de la boucle contiennent :

- le gain de la boucle,
- le nombre d'itérations à effectuer,
- la fréquence d'échantillonnage,
- le nombre de trames de retard entre l'analyse et la correction (retard de boucle).

Fonctionnement de Yao : figure 1.16

La première étape est la préparation des écrans de phase. Ils sont normalisés en fonction du r_0 (de sorte que le rapport D/r_0 soit respecté dans la simulation) et de la longueur d'onde de l'ASO. À l'entrée de celui-ci, la phase est en micron et est envoyée à l'ASO. À chaque itération, une image de spot est calculée à partir de la phase (il est possible de simuler le temps de pose du capteur). L'image est ensuite entachée des effets du bruit (bruit de lecture et bruit de photon), puis est envoyée à la routine qui calcule les mesures en soustrayant le vecteur de mesures de référence (qui est par défaut nul dans Yao). On obtient après cette étape les mesures \mathbf{w} de l'ASO.

Les mesures sont traitées et on calcule les commandes correctrices $\Delta\mathbf{V}$ via la matrice de commande sur lesquelles on applique le gain. On envoie ensuite ces commandes vers l'intégrateur qui calcule les tensions \mathbf{V} à appliquer sur le DM à partir de l'itération précédente.

La surface du (ou des) miroir(s) Φ_m est mise-à-jour et est soustraite de la phase turbulente incidente Φ_{atm} . Il en résulte la phase résiduelle Φ_ε .

À l'itération suivante, la phase résiduelle à laquelle on ajoute la contribution de l'atmosphère suivante est présentée à l'entrée de l'ASO. La boucle est bouclée.

Avec cette phase résiduelle, Yao calcule la FEP et le Strehl instantanés qui sont moyennés pour en tirer une tendance statistique.

À la fin de la simulation, Yao enregistre un certain nombre de données. Les mesures (\mathbf{w}), les commandes différentielles ($\Delta\mathbf{V}$) et les commandes intégrées (\mathbf{V}) à chaque itération sont sauveées.

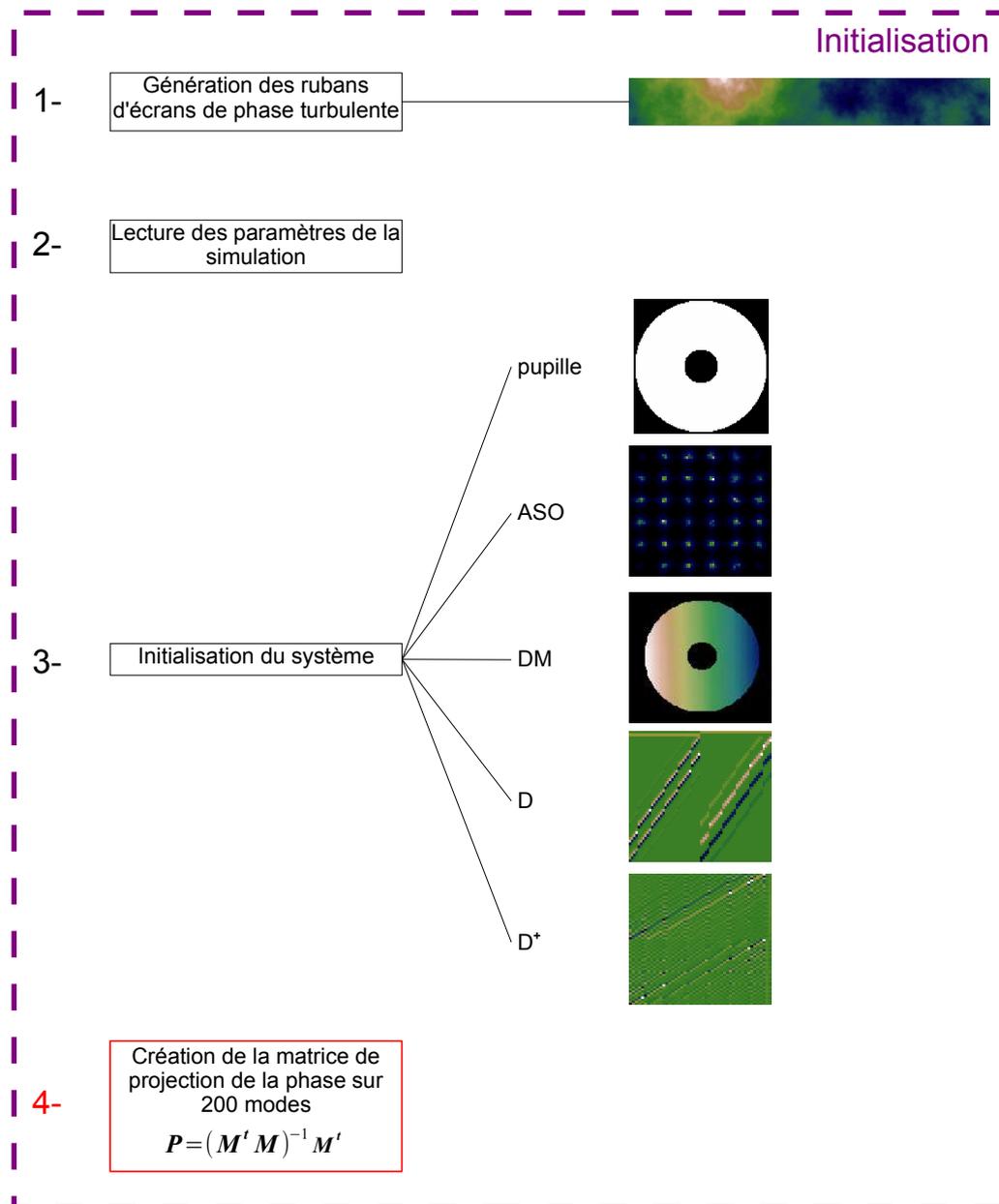


Figure 1.15: Fonctionnement schématique de l'initialisation de Yao. L'encadré rouge correspond à une modification du fonctionnement de Yao pour les besoins de la thèse.

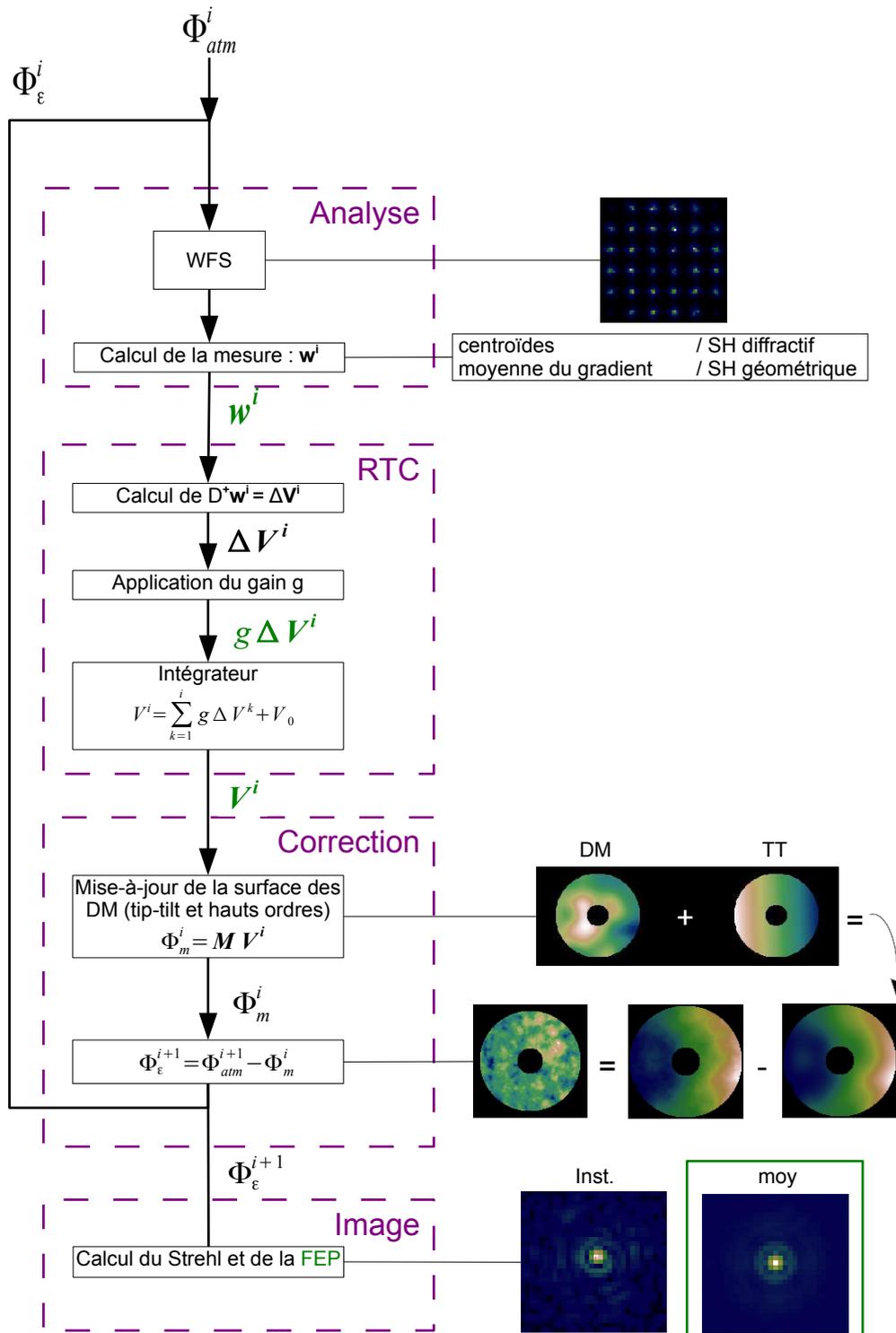


Figure 1.16: Fonctionnement schématique de Yao. En vert sont représentées les sorties naturelles de Yao.

1.10 Les noyaux actifs

Un peu plus d'un siècle après leur découverte, les noyaux actifs de galaxie (AGN²¹ ; bien que non identifiés à l'époque) sont toujours une énigme. Des découvertes sont faites régulièrement complexifiant un peu plus la compréhension de ces objets. Montrant des structures fines, l'étude du cœur de ces galaxies n'est pas facilitée du fait de leur éloignement (la plus proche étant à 15 Mpc de nous). Mais de nouveaux instruments de plus en plus performants permettent de s'attaquer au problème avec une efficacité redoutable.

Ces objets sont de véritables phares dans de nombreux domaines spectraux, du domaine infrarouge jusqu'au rayons X et parfois même radio et/ou gamma, couvrant jusqu'à treize décades en longueur d'onde. Une galaxie à noyau actif se distingue par la présence d'un cœur extrêmement brillant. Une énorme quantité d'énergie est contenue dans un volume probablement très inférieur au pc³, plus brillante qu'une galaxie classique entière.

Leur histoire commence en 1908 lorsque A.E. Fath, au *Lick Observatory* observe la « nébuleuse » spirale M77 (aussi baptisée NGC 1068) et y découvre des raies d'émission résolues et dont la largeur correspondait à des centaines de kilomètres par seconde. Edwin Hubble découvrit la nature de ces nébuleuses (bien qu'il refusa toute sa vie de les appeler galaxies) et identifia trois autres galaxies possédant les mêmes caractéristiques que M77. Carl Seyfert en 1943 identifia douze galaxies ayant elles aussi des caractéristiques très particulières.

Des sources très intenses de rayonnement radio ont été détectées dans les années 50, telle que Cygnus A (1.17), qui fut la première détection d'activité non stellaire extragalactique (Baade & Minkowski 1954). Avec le développement des instruments optiques, quelques années plus tard, la source centrale de l'objet 3C 273 qui engendre aussi des lobes radio est détectée et analysée par spectroscopie par Schmidt (1963). Cette source est ponctuelle et étonnamment éloignée avec un *redshift* $z = 0.158$. Ce travail a ouvert le champ des galaxies actives.

²¹pour *active galactic nuclei*.

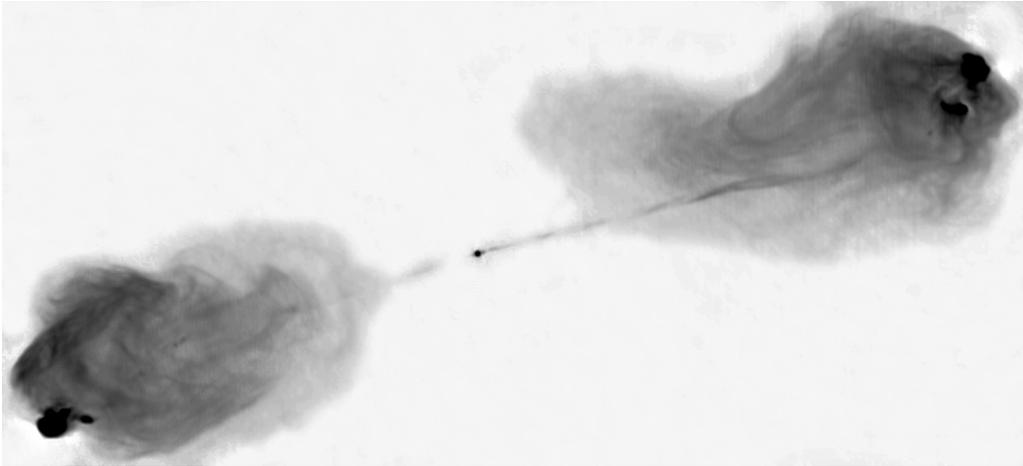


Figure 1.17: Cygnus A observé par le VLA. **Crédit** : NRAO/AUI

1.10.1 Qu'est-ce qui caractérise un AGN ?

De manière générale, un AGN se distingue par sa taille. Même dans les galaxies actives les plus proches, le cœur est (à de rares exceptions près) toujours une source nous apparaissant ponctuelle dont le flux peut être supérieur à celui de la totalité de la galaxie hôte. En effet le flux typique d'un AGN est compris entre 10^9 – 10^{15} L_{\odot} alors que le flux typique d'une galaxie classique (dans le sens qu'elle ne contient pas d'AGN) est de 10^{11} L_{\odot} . En comparaison, le Soleil a une luminosité de $1 L_{\odot} \simeq 4 \times 10^{33}$ erg s^{-1} (Krolik 1999). En revanche, la luminosité n'est pas un facteur suffisant pour caractériser un AGN car c'est un paramètre délicat à estimer. L'extinction due au gaz et à la poussière notamment joue un rôle important qu'il est essentiel de prendre en compte mais qui est aussi très difficilement estimable.

Les AGN possèdent une température effective assez semblable et rarement supérieure à $T_{\text{eff}} \sim 10^5$ K. Si on considère alors que les phénomènes à l'œuvre sont purement thermiques (on néglige alors l'émission radio et l'émission à haute énergie), il est possible, à partir de cette température effective et du flux observé (F_{obs}) en IR, d'estimer grossièrement la taille angulaire de la cavité dont la température effective vaut T_{eff} (Krolik 1999) :

$$\theta = 87 (1 + z)^2 \left(\frac{F_{\text{obs}}}{10^{-11} \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1}} \right)^{1/2} \left(\frac{T_{\text{eff}}}{10^3 \text{ K}} \right)^{-2} \mu\text{as}, \quad (1.58)$$

où z représente la valeur du décalage vers le rouge²². On remarque que la taille angulaire de l'AGN est proportionnelle à $\theta \propto F_{\text{obs}}^{1/2}$. Ainsi, les AGN les plus puissants sont aussi les plus grands. Cette comparaison est à relativiser car même pour une galaxie proche ($z = 3 \times 10^{-3}$), avec un flux et une température effective typiques ($F_{\text{obs}} = 10^{-11}$ $\text{erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ et $T_{\text{eff}} = 10^3$ K), $\theta \simeq 88$ μas , ce qui à cette distance

²²*redshift* en anglais.

(en considérant $H_0 = 75 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, la constante de Hubble) correspond à un diamètre de $\sim 10^{-2} \text{ pc}$.

La plupart des AGN ont une variabilité de leur intensité à l'échelle humaine contrairement aux galaxies classiques. Ils montrent des fluctuations de luminosité sur quelques années d'un facteur allant jusqu'à deux (Ulrich et al. 1997). Certains sont plus fortement variables avec des variations d'un facteur deux en luminosité observée au cours d'une nuit (Peterson et al. 1994) et plus (Villforth et al. 2011).

La lumière émise par les étoiles est intrinsèquement non polarisée la plupart du temps. La polarisation observée (avec un taux de polarisation de 0.5%) provient de la diffusion de la poussière interstellaire. La lumière émise par les AGN est peu polarisée (la polarisation a des origines diverses et liée à des phénomènes non-thermiques) mais suffisamment pour être distinguée de celle des étoiles, avec un taux de polarisation de 0.5–2% en polarisation linéaire et en radio. Dans certains cas où la variabilité de la luminosité est importante, on observe un taux de polarisation linéaire en radio pouvant aller jusqu'à 10%. La polarisation circulaire semble être quant à elle liée à l'émission radio d'un jet (Homan & Wardle 1999; Vitrichchak et al. 2008).

Le spectre d'un AGN est très particulier. En effet, le spectre de bande large (c'est-à-dire le spectre formé par le flux intégré dans différentes bandes spectrales) en énergie de ceux-ci est plat (en échelle log-log) (Koratkar & Blaes 1999). La luminosité bolométrique irradiée en radio est un ordre de magnitude au dessus des galaxies classiques (pour les AGN présentant un continu radio) et de trois ou quatre ordres de magnitude plus importante dans le domaine des rayons X. On parle souvent d'excès UV pour les AGN ou de *big blue bump*²³. En effet, alors que les étoiles ont un indice de couleur $(U - B)_\star \sim 0.4 \text{ mag}$, les AGN ont un indice de couleur $(U - B) \sim -1 \text{ mag}$. On dénote aussi un excès de couleur en IR comparé aux galaxies normales. Alors que la température de couleur du continu IR des galaxies classiques est de 30 K environ, les AGN ont une température de couleur aux alentours de 300 K.

Enfin, les raies d'émission et d'absorption sont très intenses (voir Fig. 1.18 par exemple) dans les spectres de galaxies actives avec des raies récurrentes d'un AGN à un autre. Ainsi, on retrouve très souvent les raies Fe $K\alpha$, les raies de Balmer, [O III] 5007Å, Ly α , H α par exemple dans le spectre optique. Les raies interdites, des raies très peu probables mais qui sont observées grâce à la faible densité du milieu interstellaire, ne montrent qu'un profil étroit. Les raies permises quant à elle montrent un profil étroit mais possédant des ailes très larges de l'ordre de 10^2 – 10^4 km s^{-1} . Ceci nous permet de supposer que les régions denses (où l'on n'observe pas de raie interdite) sont aussi des régions possédant une température équivalente élevée ou des vitesses orbitales importantes étant donnée l'importante dispersion des vitesses.

Compte tenu de toutes ces caractéristiques, quel est le phénomène caché derrière le terme AGN? La théorie la plus répandue suppose la présence d'un trou noir su-

²³traduit par « grosse bosse bleue ».

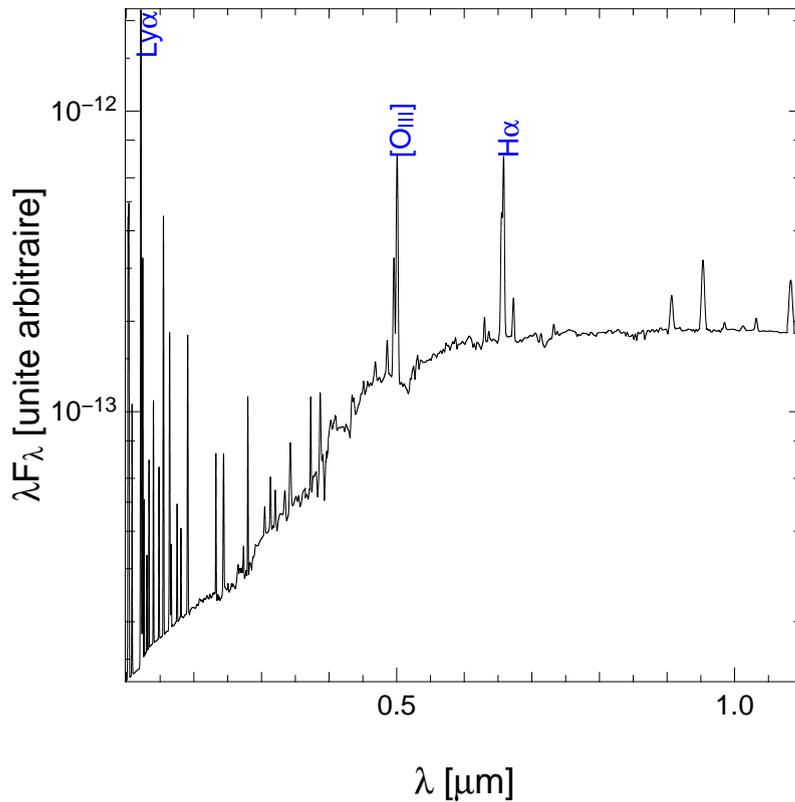


Figure 1.18: Spectre d'énergie de NGC 1068 montrant trois raies intenses communes aux AGN.

permissif entouré d'un disque d'accrétion schématisé sur la figure 1.19. En effet, ce modèle explique les caractéristiques intrinsèques d'un AGN, l'extraordinaire luminosité dans un volume restreint et la température effective. Cette théorie permet aussi d'expliquer les différences observées parmi le bestiaire des AGN (voir la sous-section suivante) et permet donc d'**unifier** les AGN autour d'un seul phénomène. Nous reviendrons sur cette unification dans la sous-section 1.10.3.

En considérant une accrétion isotrope et la limite d'Eddington pour laquelle la pression de radiation compense la pression de gravitation, la luminosité d'un tel objet est donné par :

$$L_E = 1.51 \times 10^{38} \left(\frac{M}{M_\odot} \right) \text{erg s}^{-1}. \quad (1.59)$$

Un trou noir de masse $M = 10^6 M_\odot$ permettrait alors d'expliquer la luminosité des AGN.

La température d'un disque optiquement mince est donnée par :

$$T \sim 10^6 \left(\frac{L}{10^{46} \text{ erg s}^{-1}} \right)^{-1/4} \left(\frac{L}{L_E} \right)^{1/2} \text{ K}. \quad (1.60)$$

À la limite d'Eddington, pour un trou noir de $M = 10^6 M_\odot$, on a alors $T \sim 3 \times 10^6 \text{ K}$. Cette température est plus élevée que celle observée mais la limite d'Eddington est

une limite supérieure de la luminosité d'un AGN. Un calcul plus réaliste donne une température de l'ordre de 10^5 K.

Cependant, il faut garder à l'esprit que cette théorie, bien que de nombreuses observations l'étaye, n'a jamais pu être confirmée par une observation directe. Les observations à très haute résolution angulaire utilisant l'interférométrie ont mis en évidence des structures qui s'apparentent au tore de poussières. Mais jamais un disque d'accrétion n'a été spatialement résolu au cœur d'un AGN à cause de leur éloignement. En revanche, en spectroscopie X, on observe des raies dont la variabilité ne peut être expliquées que par les phénomènes d'accrétion très proche du trou noir et qui serait alors des traceurs du rayon interne du disque d'accrétion (Iwasawa et al. 1999; Murphy et al. 2007).

La variabilité, la polarisation et le spectre varient d'un AGN à un autre et ne sont pas des caractéristiques intrinsèques à ce phénomène. À chaque configuration correspond un type d'objet. Voyons plus en détail les types d'AGN.

1.10.2 Le bestiaire.

La table 1.1 présente les différents types d'AGN et leurs caractéristiques moyennes.

Table 1.1: Le bestiaire des AGN et leurs caractéristiques moyennes.

Type	Raies larges	Raies étroites	Radio	Variable	Polarisé
Quasars radio-forts	oui	oui	oui	parfois	parfois
Quasars radio-calmes	oui	oui	faible	faible	faible
Radio galaxie à raies larges (FR1 seules)	oui	oui	oui	faible	faible
Radio galaxie à raies étroites (FR1 et FR2)	non	oui	oui	non	souvent
Quasars OVV	oui	oui	oui	oui	oui
BL Lac	non	non	oui	oui	oui
LINERs	non	oui	non	non	non
Seyfert I	oui	oui	faible	parfois	faible
Seyfert II	non	oui	faible	non	parfois

Les noms de *quasars radio-forts* ou *radio-silencieux* sont explicites. Il s'agit d'objets dont le continu en fréquences radio est très important, ou dans le cas contraire, presque inexistant. De même pour *radio galaxie à raies larges* et *radio galaxie à raies étroites*. Dans les premiers cas, on observe dans le spectre optique, des raies dont la largeur à mi-hauteur correspond à des milliers de km s^{-1} . On trouve aussi la

dénomination de FR1 (des noms de Fanaroff & Riley qui ont proposé la dichotomie entre les radio galaxies). Quant aux galaxies à raies étroites (de type FR1 ou FR2 ; le type FR2 présente en plus des lobes radios avec des spots très intenses à leurs sommets, voir Fig. 1.17), elles présentent des raies dans le visible dont la vitesse de dispersion est de l'ordre de la dizaine de km s^{-1} .

On trouve aussi des quasars dits OVV pour *optically violently variable* en référence à la grande variabilité de leur spectre optique dans le temps et en amplitude.

En fait, le terme quasar a évolué et est utilisé aujourd'hui comme synonyme d'AGN.

De la même manière, les « étoiles » variables découvertes dans la constellation du Lézard (*Lacerta* en latin) et qui se sont révélées comme des galaxies actives portent le nom de BL Lac. Celles-ci, comme les OVV, montrent une forte variabilité et on regroupe OVV+BL Lac sous le nom de *blazars* (provenant de l'anglais *blazing* qui signifie *flambée*).

Les *LINERs*, signifiant *low-ionization nuclear emission region*, montrent des raies d'émission intenses mais dont les raies faiblement ionisées sont dominantes par rapport aux fortement ionisées.

La dernière catégorie sont les galaxies de Seyfert. La définition des galaxies de Seyfert a évolué au fil du temps. Mais aujourd'hui les caractéristiques admises sont :

- souvent des galaxies spirales, parfois irrégulières,
- un noyau très brillant qui éblouit le reste de la galaxie (laquelle reste visible contrairement aux quasars),
- les variations de luminosité observées, de l'ordre de la journée, indiquent que la région émettrice a une taille de moins de 100 UA,
- une émission importante en rayons X,
- un noyau dont le continuum n'est pas thermique, à la différence des étoiles, et possédant des raies larges (jusqu'à plus de 5000 km s^{-1}) et étroites ($< 1500 \text{ km s}^{-1}$).
- des raies en absorption relativement faibles probablement causées par la présence d'étoiles.

Une sous-classification est apparue en 1974 séparant les galaxies de Seyfert en deux catégories :

- le type I, dont le spectre est constitué des raies permises larges et de raies interdites (provenant de métaux fortement ionisés) étroites et un continuum intense provenant de la source centrale,
- le type II, dont le continuum est toujours intense (et le reste en IR et en X) et dont les raies larges sont visibles uniquement en lumière polarisée, indiquant que l'émission du noyau actif est diffusée par un milieu contenant de la poussière ou des électrons libres.

Mais comment expliquer les différences observées dans chacun des objets alors que le phénomène responsable semble être le même, c'est-à-dire un trou noir supermassif entouré d'un disque d'accrétion ?

1.10.3 L'unification : une question de point de vue.

En 1985, Antonucci & Miller (1985) proposent le premier modèle unifié. Ils ont observé l'émission de raies larges permises dans le cœur de NGC 1068 classée comme Seyfert II typique, en lumière polarisée.

Ils interprétèrent cette émission comme provenant d'un noyau de type Seyfert I obscurci par un tore de poussière et de gaz sur la ligne de visée, expliquant la polarisation. Ainsi, le cœur est du type Seyfert I lorsqu'il est observé sur une ligne de visée ne croisant pas le tore, et il est du type Seyfert II s'il est observé au travers de celui-ci.

Sans observation en lumière polarisée, on observe des raies dont la vitesse de dispersion est faible ($\sim 100 \text{ km s}^{-1}$), ce qui est typique des galaxies et qui correspond au mouvement propre du gaz ou de la poussière dans une galaxie. En revanche, s'il existe un tore de poussière qui obscurcit le disque d'accrétion central, en lumière polarisée, on observe la lumière émise par la source centrale et rediffusée par le milieu environnant. Étant donnée la température et les vitesses de rotation mises en jeu dans ces objets, les raies observées sont très larges ($\sim 10^2\text{--}10^4 \text{ km s}^{-1}$). On distingue alors deux régions pour un même objet : la région à raies étroites (NLR²⁴), éloignée du trou noir ($\sim 1\text{--}1000 \text{ pc}$), et la région à raies larges (BLR²⁵), proche du trou noir ($\ll 1 \text{ pc}$).

L'inclinaison de la ligne de visée par rapport au tore de matière permet aussi d'expliquer les différences entre les autres types de noyaux actifs, ce qui lui donne le statut de modèle unifié (fig. 1.19). Aujourd'hui, le modèle a évolué et des théories font l'hypothèse d'un tore discontinu, hétérogène constitué d'un empilement de nuages alimentant le trou noir central (Nenkova et al. 2008).

1.10.4 Les défis observationnels

Le problème est que pour pouvoir confirmer ou infirmer les différentes théories sur le tore de poussière ou l'effet responsable du phénomène d'AGN, il faut pouvoir observer à très haute résolution les régions proches de la source centrale. Mais la source centrale est très intense et les régions proches sont noyées dans cette source de lumière. On comprend alors que l'OA est un outil parfait pour l'étude de tels objets. L'OA permet d'atteindre la limite de résolution du télescope et ainsi d'observer les structures les plus proches du cœur de l'AGN. L'OA permet aussi d'atteindre le meilleur contraste possible depuis le sol sur l'objet. L'énergie de la source est concentrée dans la tâche de diffraction, ce qui permet de rendre visible les structures plus faibles environnantes. De plus, les régions proches du centre émettent, entre

²⁴narrow-line region

²⁵broad-line region

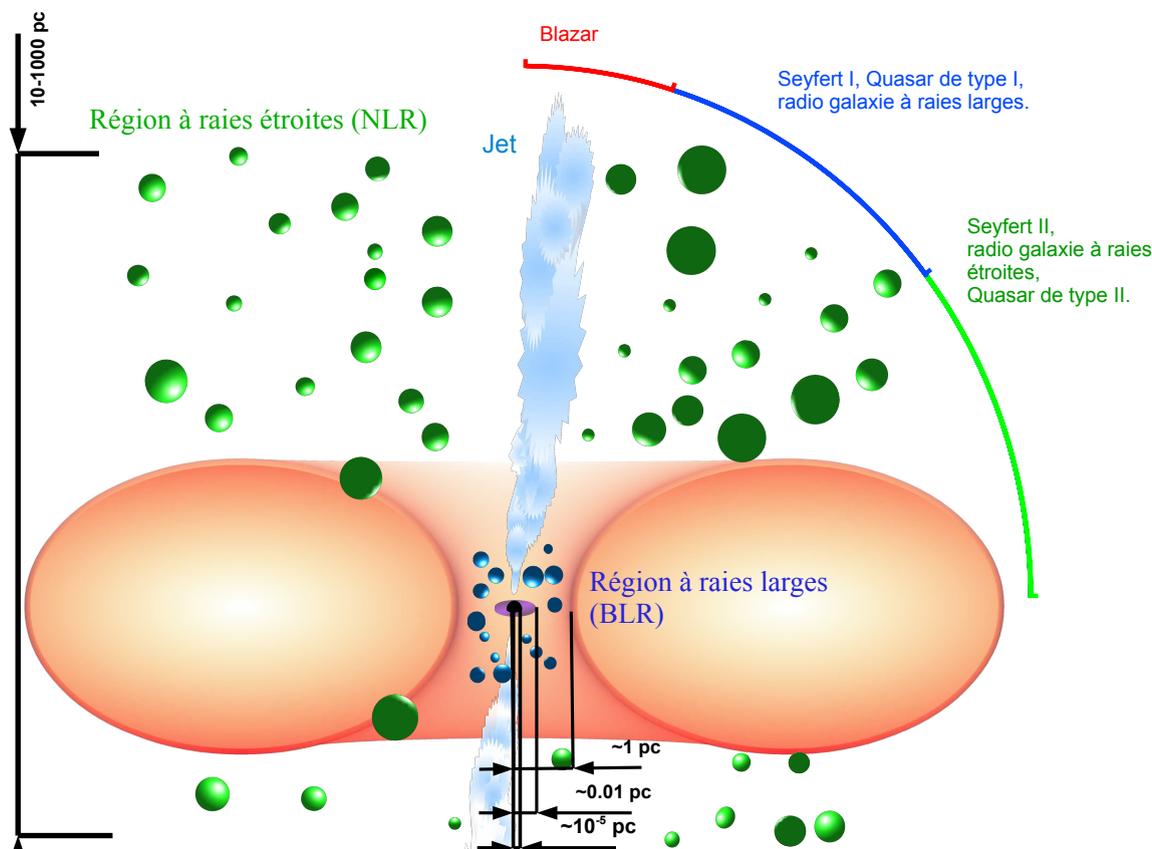


Figure 1.19: Schéma du modèle unifié. Un trou noir supermassif est entouré d'un disque d'accrétion et d'un tore de poussières. Lorsqu'on regarde directement le long de l'axe du jet, la galaxie est de type BL Lac. Avec une légère inclinaison de la ligne de visée, la galaxie est du type Seyfert I, un quasar ou une radio galaxie à raies larges. La largeur des raies est grande car le gaz proche du trou noir est en rotation rapide. Au contraire, lorsqu'on observe à travers le tore ou au travers du gaz plus éloigné, les raies sont étroites du fait de la rotation plus lente du gaz et de la poussière autour du trou noir. On observe alors des galaxies de type Seyfert II ou des radio galaxies à raies étroites. Les ULIRG (pour *ultra luminous infrared galaxy*) peuvent correspondre à toutes les lignes de visée. Les AGN radio-forts éjectent de la matière sous forme de jet.

autres, dans l'infrarouge et à ces longueurs d'onde, la poussière est transparente. Il est alors possible d'avoir des informations sur l'engin central. C'est donc un domaine spectral très intéressant pour étudier le cœur des noyaux actifs

Malheureusement, l'OA ne fournit qu'une correction partielle de la turbulence et le résidu de correction limite la précision des données (contraste, résolution, photométrie, etc.). La solution pour palier ce manque de contraste est d'utiliser des techniques de traitement du signal.

Lors du traitement, la conservation de la résolution est assurée par un recentrage précis (au niveau sub-pixelique) sur la série d'images de l'objet (Gratadour et al. 2005b).

La déconvolution permet d'inverser le filtrage opéré par le télescope et l'atmosphère et permet donc de restaurer le contraste jusqu'à la fréquence de coupure du télescope. Mais pour que la déconvolution soit efficace, il faut lui fournir la FEP, ou une estimation précise de celle-ci. La méthode classique consiste à dépointer le télescope pour observer une étoile dans les mêmes conditions d'observation que la source scientifique. Mais l'atmosphère est très variable et l'étalonnage de la FEP n'est pas synchronisée avec l'observation scientifique ce qui conduit à une estimation grossière. Une méthode plus précise consiste à utiliser le système d'optique adaptative qui analyse à grande fréquence l'état de la turbulence. En utilisant ces données, il est possible d'avoir une estimation du résidu de la phase turbulente et donc d'avoir une estimation de la FEP qui est synchronisée avec l'observation de la source scientifique (Véran 1997).

C'est la problématique qui sera traitée dans ce recueil dans le but de l'appliquer à l'étude des AGN.

Le modèle unifié a été testé de nombreuses façons différentes (Bianchi et al. 2012) au cours des dernières années, à travers un large éventail de nouveaux instruments d'imagerie (Gallimore et al. 1997), d'études spectrales (Hönig et al. 2010; Tristram & Schartmann 2011; Rupke & Veilleux 2011) et d'observations continues sur une grande période de temps (Bianchi et al. 2009). Dans l'ensemble, les différences dans les caractéristiques observées dans des AGN expliquées par le modèle unifié ont été confirmées et même renforcées par les observations les plus récentes.

Cependant, la complexité des systèmes a été accrue. En particulier, l'existence d'un tore d'absorbeurs circum-nucléaires a été prouvée mais leur structure physique et géométrique varient d'un AGN à l'autre (Gallimore et al. 1997; Drouart et al. 2012). D'autres sources de rayonnement sont aussi envisagées comme la formation stellaire intense (les galaxies à flambée d'étoiles ou dites aussi *starburst*) ou l'interaction avec le jet radio (Exposito et al. 2011; Maiolino et al. 2007).

La mission spatiale GAIA (dont le lancement a eu lieu le 19 décembre 2013), est une mission astrométrique de l'agence spatiale européenne (ESA). Sa mission (plus de 5 ans) est de produire un catalogue astronomique de plus d'un milliard d'étoiles répertoriant de manière extrêmement précise les positions (avec une précision de quelques μas), les distances, les mouvements et la magnitude des étoiles. GAIA espère ainsi clarifier la structure, la formation et l'évolution de notre Galaxie, la Voie Lactée. Lors de sa mission, GAIA va aussi pouvoir observer près d'un million d'AGN (jusqu'à la magnitude 20) plusieurs fois durant la mission. Elle va donc permettre une analyse temporelle précise de la photométrie (pendant 5 ans !). On peut donc espérer mieux comprendre les phénomènes à l'œuvre dans un AGN.

GRAVITY est un instrument de deuxième génération pour le VLTI de recombinaison à quatre faisceaux. Son mode de fonctionnement principal fait usage de tous les télescopes de 8 m pour mesurer les distances entre les objets (par astrométrie) situés dans un champ de vue de $2''$. Avec la sensibilité des 8 m et la précision astrométrique de $\sim 10 \mu\text{as}$, il permettra de mesurer les mouvements orbitaux dans le centre galactique avec une précision inégalée. D'autres modes de l'instrument

permettront de faire de l'imagerie. Il sera capable en théorie de résoudre le tore de poussières (et faire apparaître sa structure géométrique), d'approcher d'un peu plus près la «bête» et fournir des preuves du modèle unifié. Pour les AGN les plus proches, la BLR pourra être étudiée de manière précise et la distribution spatiale des raies larges pourra possiblement être associée de manière précise à des structures identifiées dans les images.

L'E-ELT, décrit dans la section 1.7, va aussi contribuer de manière significative à l'étude des AGN. Il va permettre à terme d'observer à haute résolution angulaire les régions les plus proches de la source centrale. Il sera équipé d'une large gamme d'instruments permettant l'imagerie en proche IR, la spectroscopie (haute résolution spectrale et intégrale de champ) et de la spectro-imagerie en IR moyen, de la spectroscopie multi-objets, à haute résolution spatiale puisque que l'E-ELT sera équipé d'une OA intégrée. Pour permettre une analyse précise de toutes ces données, il faudra mettre à disposition de la communauté des outils de traitement des images. La reconstruction de la FEP sera alors nécessaire pour obtenir la meilleure qualité d'image sur l'E-ELT.

On peut donc espérer dans un futur proche des avancées significatives dans notre compréhension des AGN.

Cependant, malgré la résolution angulaire extraordinaire des futurs instruments, le disque d'accrétion sera toujours hors d'atteinte de leurs yeux, spatialement parlant. Le modèle unifié pourra être étayé mais toujours pas confirmé de manière directe.

La reconstruction de la fonction d'étalement de point

Sommaire

2.1	Intérêt de la reconstruction FEP	52
2.2	Calcul théorique de la FTO	53
2.2.1	L'estimation de $\bar{D}_{\Phi_{\varepsilon_{\parallel}}}$ à partir des mesures de l'ASO : la méthode des moindres carrés	54
2.2.2	L'approximation de grande bande passante	56
2.2.3	Estimation de la variance du bruit	57
2.2.4	Estimation de la covariance du repliement	59
2.2.5	L'estimation de $\bar{D}_{\Phi_{\perp}}$	59
2.3	Mise en oeuvre de la méthode MC : APETy	59
2.4	Estimation des erreurs	61
2.4.1	Reconstruction de FEP et restauration des images	74
2.5	Méthode du maximum de vraisemblance	75
2.5.1	Théorie	75
2.5.2	Choix d'une base de modes	77
2.5.3	La matrice de covariance des modes \mathbf{C}_{ε}	77
2.5.4	Le terme croisé	79
2.5.5	Influence et choix du paramètre n de la récurrence	84
2.6	Conclusion	88

2.1 Intérêt de la reconstruction FEP

Pour obtenir la meilleure qualité d'image issue d'un système optique en terme de contraste, il est de coutume de déconvoluer l'image de la FEP. Pour que cette méthode soit efficace, il faut que la fonction de transfert optique du système télescope + atmosphère résiduelle soit bien caractérisée. La situation optimale est d'avoir une étoile proche dans le champ d'intérêt scientifique ce qui permet d'avoir une FEP ayant subi la même correction et sous les mêmes conditions de turbulence. Vis-à-vis de l'OA, la fonction de transfert peut être obtenue en observant, en dépointant le télescope, une étoile possédant des caractéristiques similaires à l'objet (essentiellement de même magnitude pour avoir le même niveau de bruit sur l'ASO) afin de reproduire au mieux les conditions de correction de l'OA et obtenir une estimation de la FEP compatible avec l'observation de la source scientifique.

Malheureusement, cette situation est très rare et cette méthode possède des inconvénients rédhibitoires.

Premièrement, elle nécessite de réserver du temps d'observation pour les étalonnages. En effet, pour assurer la même qualité d'image entre l'objet scientifique et l'image d'étalonnage, à supposer que les deux sources soient de magnitude identique, le temps d'intégration pour la source étalon est au moins aussi grand que pour l'objet scientifique. Bien entendu, il est très difficile d'obtenir les mêmes conditions de correction sur deux sources différentes, notamment à cause des conditions atmosphériques très fluctuantes au cours du temps. Dans ce cas, une déconvolution dite myope est parfois utilisée pour pallier ce problème. Cette méthode permet d'estimer à la fois l'objet et la FEP à partir d'une FEP moyenne obtenue durant l'observation de la source étalon, d'une densité spectrale de puissance de la FEP et de l'image. La déconvolution myope/aveugle n'est pas un problème convexe et possède beaucoup de dégénérescences (des solutions qui correspondent à un minimum local du critère que l'on cherche à optimiser). De ce fait il peut être intéressant de pouvoir initier l'algorithme itératif en partant d'une solution initiale proche si possible de la solution finale. Les résultats peuvent être aléatoires si l'incertitude sur la FEP est trop grande ; par exemple si les conditions de corrections sont trop changeantes.

La reconstruction de FEP est alors une solution. La boucle d'optique adaptative analyse à chaque instant l'état de la turbulence et les mesures de l'analyseur ainsi que les commandes sont enregistrées. Il est alors possible d'utiliser une méthode qui permet de reconstruire la FTO (ou la FEP) de l'atmosphère résiduelle durant l'observation en utilisant les données de télémétrie en temps réel fournies par la boucle d'OA. La reconstruction est faite en post-traitement et ne nécessite pas de temps supplémentaire, ce qui maximise le temps réservé à la source scientifique et présente donc un intérêt certain pour les observations.

2.2 Calcul théorique de la FTO

Comme nous l'avons vu dans la section 1.6, la fonction de transfert optique longue pose en optique adaptative s'écrit,

$$\langle B(\boldsymbol{\rho}) \rangle = \int P(\mathbf{x})P(\mathbf{x} + \boldsymbol{\rho}) \exp \left[-\frac{1}{2} D_{\Phi_\varepsilon}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\rho}) \right] d\mathbf{x}. \quad (2.1)$$

Avec,

$$D_{\Phi_\varepsilon}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\rho}) = \langle |\Phi_\varepsilon(\mathbf{x}) - \Phi_\varepsilon(\mathbf{x} + \boldsymbol{\rho})|^2 \rangle, \quad (2.2)$$

la fonction de structure de la phase résiduelle, Φ_ε la phase résiduelle qui est la phase turbulente soustraite de la phase miroir et où $\langle \rangle$ représente la moyenne statistique.

Le problème est que le calcul est loin d'être trivial à cause de l'intégrale car la fonction de structure dépend a priori de la variable de position \mathbf{x} . En effet, la phase résiduelle n'est pas stationnaire sur la pupille contrairement à la phase purement turbulente. On peut néanmoins calculer la fonction de structure moyenne de la phase résiduelle sur la pupille (Conan 1994) tel que,

$$\bar{D}_{\Phi_\varepsilon}(\boldsymbol{\rho}) = \frac{\int P(\mathbf{x})P(\mathbf{x} + \boldsymbol{\rho})D_{\Phi_\varepsilon}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\rho})d\mathbf{x}}{\int P(\mathbf{x})P(\mathbf{x} + \boldsymbol{\rho})d\mathbf{x}}. \quad (2.3)$$

En utilisant cette fonction de structure moyenne, on tente de rendre stationnaire la phase résiduelle et on peut écrire la fonction de transfert optique comme le produit de la FTO du télescope (B_{tel}) et la FTO de la phase résiduelle (B_{Φ_ε}).

$$B(\boldsymbol{\rho}) = B_{\Phi_\varepsilon}(\boldsymbol{\rho}) \times B_{\text{tel}}(\boldsymbol{\rho}), \quad (2.4)$$

$$= \exp \left(-\frac{1}{2} \bar{D}_{\Phi_\varepsilon}(\boldsymbol{\rho}) \right) \times B_{\text{tel}}(\boldsymbol{\rho}). \quad (2.5)$$

La validation de cette hypothèse sera discutée dans la sous-section 2.4.

D'autre, part, la phase résiduelle se décompose comme,

$$\Phi_\varepsilon = \Phi_{\varepsilon\parallel} + \Phi_{\varepsilon\perp}, \quad (2.6)$$

où le symbole \parallel représente la composante dans l'espace miroir et le symbole \perp , la composante en dehors de l'espace miroir. La fonction de structure de la phase résiduelle s'exprime alors comme la somme de trois termes :

$$\bar{D}_{\Phi_\varepsilon}(\boldsymbol{\rho}) = \bar{D}_{\Phi_{\varepsilon\parallel}}(\boldsymbol{\rho}) + \bar{D}_{\Phi_{\varepsilon\perp}}(\boldsymbol{\rho}) + 2\Gamma_\varepsilon(\boldsymbol{\rho}), \quad (2.7)$$

$$\Gamma_\varepsilon(\boldsymbol{\rho}) = \langle (\Phi_{\varepsilon\parallel}(\mathbf{x}) - \Phi_{\varepsilon\parallel}(\mathbf{x} + \boldsymbol{\rho}))(\Phi_{\varepsilon\perp}(\mathbf{x}) - \Phi_{\varepsilon\perp}(\mathbf{x} + \boldsymbol{\rho})) \rangle. \quad (2.8)$$

Nous démontrerons dans la sous-section 2.4 que le terme $\Gamma_\varepsilon(\boldsymbol{\rho})$ est négligeable pour un système de type Shack-Hartmann, et Véran et al. (1997) a montré que ce terme était négligeable également pour un système à courbure.

La FTO se décompose donc en trois termes,

$$B(\boldsymbol{\rho}) = B_{\Phi_{\varepsilon_{\parallel}}}(\boldsymbol{\rho}) \times B_{\Phi_{\varepsilon_{\perp}}}(\boldsymbol{\rho}) \times B_{\text{tel}}(\boldsymbol{\rho}), \quad (2.9)$$

$$= \exp\left(-\frac{1}{2}\bar{D}_{\Phi_{\varepsilon_{\parallel}}}(\boldsymbol{\rho})\right) \times \exp\left(-\frac{1}{2}\bar{D}_{\Phi_{\varepsilon_{\perp}}}(\boldsymbol{\rho})\right) \times B_{\text{tel}}(\boldsymbol{\rho}). \quad (2.10)$$

Il s'agit donc d'estimer les fonctions de structure de phase pour reconstruire la FTO lors de l'observation et obtenir une estimation de la FEP par une transformée de Fourier.

2.2.1 L'estimation de $\bar{D}_{\Phi_{\varepsilon_{\parallel}}}$ à partir des mesures de l'ASO : la méthode des moindres carrés

La reconstruction de la fonction d'étalement de point par la méthode des moindres carrés a été développée pour l'optique adaptative PUEO du CFHT (Canada-France-Hawaii télescope) par Jean-Pierre Véran durant sa thèse (Véran 1997; Véran et al. 1997). Cette méthode est basée sur l'estimation de la phase résiduelle à partir des données de l'ASO, c'est-à-dire les mesures \boldsymbol{w} . En voici un résumé.

D'après ce que nous avons vu dans la sous-section précédente, la fonction de structure de la phase résiduelle s'écrit,

$$D_{\Phi_{\varepsilon_{\parallel}}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\rho}) = \langle |\Phi_{\varepsilon_{\parallel}}(\boldsymbol{x}, t) - \Phi_{\varepsilon_{\parallel}}(\boldsymbol{x} + \boldsymbol{\rho}, t)|^2 \rangle. \quad (2.11)$$

En remplaçant dans l'équation 2.11 $\Phi_{\varepsilon_{\parallel}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\rho})$ par sa décomposition sur les modes du miroir (\mathbf{M}_i) telle que :

$$\Phi_{\varepsilon_{\parallel}}(\boldsymbol{x}, t) = \sum_{i=1}^N \varepsilon_{\parallel i}(t) \mathbf{M}_i(\boldsymbol{x}), \quad (2.12)$$

On obtient alors (Véran 1997),

$$D_{\Phi_{\varepsilon_{\parallel}}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\rho}) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \langle \varepsilon_{\parallel i} \varepsilon_{\parallel j} \rangle [\mathbf{M}_i(\boldsymbol{x}) - \mathbf{M}_i(\boldsymbol{x} + \boldsymbol{\rho})][\mathbf{M}_j(\boldsymbol{x}) - \mathbf{M}_j(\boldsymbol{x} + \boldsymbol{\rho})], \quad (2.13)$$

Où $\langle \varepsilon_{\parallel i} \varepsilon_{\parallel j} \rangle$ est la covariance statistique des éléments $\varepsilon_{\parallel i}$ et $\varepsilon_{\parallel j}$ du vecteur $\boldsymbol{\varepsilon}_{\parallel}$.

En moyennant sur la variable de position \boldsymbol{x} (approximation de stationnarité éq. 2.3), la fonction de structure de la phase résiduelle stationnarisée s'exprime comme :

$$\bar{D}_{\Phi_{\varepsilon_{\parallel}}}(\boldsymbol{\rho}) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \underbrace{\langle \varepsilon_{\parallel i} \varepsilon_{\parallel j} \rangle}_{\mathbf{C}_{\varepsilon_{\parallel}}} U_{ij}(\boldsymbol{\rho}), \quad (2.14)$$

avec $\mathbf{C}_{\varepsilon_{\parallel}}$ la matrice de covariance du vecteur $\boldsymbol{\varepsilon}_{\parallel}$ et,

$$U_{ij}(\boldsymbol{\rho}) = \frac{\int P(\boldsymbol{x})P(\boldsymbol{x} + \boldsymbol{\rho})[\mathbf{M}_i(\boldsymbol{x}) - \mathbf{M}_i(\boldsymbol{x} + \boldsymbol{\rho})][\mathbf{M}_j(\boldsymbol{x}) - \mathbf{M}_j(\boldsymbol{x} + \boldsymbol{\rho})]d\boldsymbol{x}}{\int P(\boldsymbol{x})P(\boldsymbol{x} + \boldsymbol{\rho})d\boldsymbol{x}}. \quad (2.15)$$

Déterminer la phase résiduelle parallèle $\Phi_{\varepsilon_{\parallel}}(\mathbf{x}, t)$ revient à déterminer ses coefficients de décomposition $\varepsilon_{\parallel}(t)$ sur la base des modes miroir. L'équation de la mesure de la phase résiduelle s'écrit (éq. 1.39) :

$$\mathbf{w}(t) = \mathcal{W}(\Phi_{\varepsilon}) + \mathbf{n}_w. \quad (2.16)$$

L'opérateur \mathcal{W} représente l'ASO qui à partir d'une phase donne une mesure, \mathbf{n}_w le vecteur de bruit sur la mesure.

La mesure se décompose en (éq. 2.6 et 2.12),

$$\mathbf{w}(t) = \mathcal{W}(\Phi_{\varepsilon_{\parallel}}) + \mathcal{W}(\Phi_{\perp}) + \mathbf{n}_w, \quad (2.17)$$

$$= \mathbf{D}\varepsilon_{\parallel} + \mathcal{W}(\Phi_{\perp}) + \mathbf{n}_w, \quad (2.18)$$

où \mathbf{D} est la matrice d'interaction qui à partir des modes donne une mesure sous l'hypothèse de linéarité de l'ASO.

L'estimation des modes au sens des moindres carrés est donnée par :

$$\hat{\varepsilon}_{\parallel}(t) = \mathbf{D}^+ \mathbf{w}(t), \quad (2.19)$$

avec,

$$\mathbf{D}^+ = (\mathbf{D}^t \mathbf{D})^{-1} \mathbf{D}^t, \quad (2.20)$$

le reconstituteur qui dans beaucoup de système joue le rôle de matrice de commande comme expliqué dans le chapitre 1. Dans le cas particulier où la composante haute fréquence de la phase (Φ_{\perp}) et le bruit sont nuls, il est évident que $\hat{\varepsilon}_{\parallel} = \varepsilon_{\parallel}$, la vraie solution.

Dans un cas général, il est impératif de prendre en compte les effets des modes de hauts ordres et du bruit sur la mesure. La mesure est alors donnée par l'équation 1.42 et l'application du reconstituteur nous donne l'estimateur :

$$\mathbf{D}^+ \mathbf{w}(t) = \mathbf{D}^+ \mathbf{D} \varepsilon_{\parallel}(t) + \mathbf{D}^+ \mathbf{n}_w(t) + \mathbf{D}^+ \mathcal{W}(\Phi_{\perp}(\mathbf{x}, t)), \quad (2.21)$$

$$\hat{\varepsilon}_{\parallel}(t) = \varepsilon_{\parallel}(t) + \mathbf{n}(t) + \mathbf{r}(t), \quad (2.22)$$

si $\mathbf{D}^+ \mathbf{D} = \mathbf{I}$, hypothèse vérifiée pour un reconstituteur de type MC. L'erreur sur l'estimation des $\varepsilon_{\parallel}(t)$ s'écrit comme la somme de deux termes :

- l'erreur due au bruit d'analyse : $\mathbf{n} = \mathbf{D}^+ \mathbf{n}_w(t)$,
- l'erreur de repliement : $\mathbf{r} = \mathbf{D}^+ \mathcal{W}(\Phi_{\perp}(\mathbf{x}, t))$.

Cette dernière est due à la présence d'une composante orthogonale (Φ_{\perp}) dans la phase. Les modes de hauts ordres sont mal vus par l'analyseur et interprétés à tort par l'ASO comme une composante miroir. C'est le phénomène de repliement spatial.

La covariance moyenne dans le temps ($C_{\varepsilon_{\parallel}}$) qui nous intéresse pour reconstruire la fonction de structure de la phase résiduelle se déduit de la covariance,

$$\begin{aligned} C_{\varepsilon_{\parallel}} = \langle \hat{\varepsilon}_{\parallel} \hat{\varepsilon}_{\parallel}^t \rangle &= \langle \varepsilon_{\parallel} \varepsilon_{\parallel}^t \rangle + \langle \mathbf{n} \mathbf{n}^t \rangle + \langle \mathbf{r} \mathbf{r}^t \rangle \\ &+ 2 \langle \varepsilon_{\parallel} \mathbf{r}^t \rangle + 2 \langle \varepsilon_{\parallel} \mathbf{n}^t \rangle + 2 \langle \mathbf{r} \mathbf{n}^t \rangle. \end{aligned} \quad (2.23)$$

On remarque donc que l'estimation au sens des moindres carrés nécessite de corriger les mesures du bruit de mesure, de corriger du biais induit par le repliement et d'un terme croisé. Le bruit sur la mesure est blanc et à chaque instant décorrélié de toute autre mesure. A l'instant t , le bruit de mesure reconstruit $\mathbf{n}(t)$ n'est pas corrélé avec la turbulence. La boucle d'OA induit un retard (τ) sur la correction du fait de l'intégration et de l'analyse des mesures. Ainsi le bruit à l'instant t n'aura d'influence qu'au temps $t+\tau$ sur la correction. La corrélation entre $\boldsymbol{\varepsilon}_{\parallel}(t)$ et $\mathbf{n}(t)$ est donc nulle ainsi que celle entre $\mathbf{r}(t)$ et $\mathbf{n}(t)$. Cela se traduit par,

$$\langle \boldsymbol{\varepsilon}_{\parallel} \mathbf{n}^t \rangle = \langle \mathbf{r} \mathbf{n}^t \rangle = 0. \quad (2.24)$$

On a donc l'expression de la covariance recherchée,

$$\begin{aligned} C_{\boldsymbol{\varepsilon}_{\parallel}} = \langle \boldsymbol{\varepsilon}_{\parallel} \boldsymbol{\varepsilon}_{\parallel}^t \rangle &= \langle \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\parallel} \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\parallel}^t \rangle - \langle \mathbf{n} \mathbf{n}^t \rangle - \langle \mathbf{r} \mathbf{r}^t \rangle \\ &- 2 \langle \boldsymbol{\varepsilon}_{\parallel} \mathbf{r}^t \rangle. \end{aligned} \quad (2.25)$$

On remarque alors la nécessité de soustraire la variance du bruit sur les modes, de débiaiser du repliement et d'estimer un terme qui représente le couplage entre les mesures des modes de bas ordres et le repliement qui provient des modes de hauts ordres.

2.2.2 L'approximation de grande bande passante

Cette approximation, largement décrite dans la thèse de Jean-Pierre Véran, consiste à simplifier les termes de couplage $\langle \boldsymbol{\varepsilon}_{\parallel} \mathbf{r}^t \rangle$ qui ne sont pas calculables (Véran et al. 1997) et sont en plus dépendants des conditions de turbulence et de la configuration du système d'OA.

Dans sa thèse, Jean-Pierre Véran nous donne une expression de ces termes (éq. 2.21 de sa thèse) :

$$\begin{aligned} \langle \boldsymbol{\varepsilon}_{\parallel} \mathbf{r}^t \rangle_{ij} &= \int h_{\text{cor}}(g_i, \nu) S_{a_i r_j}(\nu) d\nu - \int h_{\text{bf}}(g_i, \nu) S_{r_i r_j}(\nu) d\nu, \\ &= - \langle \mathbf{r} \mathbf{r}^t \rangle_{ij} + \int h_{\text{cor}}(g_i, \nu) (S_{a_i r_j} + S_{r_i r_j})(\nu) d\nu, \end{aligned} \quad (2.26)$$

où $h_{\text{cor}} = 1 - h_{\text{bf}}$ représente fonction de transfert de correction et h_{bf} la fonction de transfert en boucle fermée, g_i le gain modal optimisé (Gendron & Léna 1995), $S_{a_i r_j}$, l'inter-spectre entre les composantes des modes miroirs dans la phase turbulente et les composantes de repliement sur ces modes et $S_{r_i r_j}$ la densité spectrale de puissance (DSP) de l'erreur de repliement dans cette même base.

Ces termes, sous certaines conditions, peuvent être négligés. Cette idée a été développée pour la reconstruction de FEP de systèmes à courbure, donc à vitesse d'échantillonnage rapide (typiquement 1000 Hz). Négliger ces deux termes de couplage, c'est considérer que le système possède une grande bande passante, c'est-à-dire considérer que la fréquence de coupure de la fonction de transfert de réjection (qui décrit le comportement temporel du système en boucle fermée) est grande devant la fréquence de coupure de la DSP temporelle du mode miroir considéré.

L'erreur de repliement a pour conséquence d'ajouter de l'énergie provenant de modes de hauts ordres, donc de hautes fréquences spatiales inaccessibles à l'ASO, aux basses fréquences spatiales dans la phase résiduelle. Ces modes de hauts ordres ont une fréquence de coupure temporelle dans l'atmosphère supérieure à celle des modes du miroir (la fréquence de coupure d'un mode dans l'atmosphère est proportionnelle à son ordre radial). Mais comme leur spectre d'énergie dans l'atmosphère décroît aussi fortement avec leur ordre radial, la majeure partie de l'erreur de repliement va provenir de modes d'ordres radiaux légèrement supérieurs à celui du miroir et dont la fréquence de coupure est donc proche de celle du mode miroir d'ordre le plus élevé.

La fonction de transfert de correction h_{cor} atténue très fortement les spectres jusqu'à sa fréquence de coupure (ν_{cor}). On comprend alors que ces termes de couplages deviennent négligeables si la fréquence de coupure de la fonction de transfert de correction est grande devant la fréquence de coupure temporelle de l'atmosphère sur les modes miroirs.

Cette hypothèse est alors pleinement vérifiée dans le cas des systèmes à courbure qui permet un échantillonnage très rapide de l'atmosphère et où le nombre de modes corrigés est en général assez bas. Toutefois, un système Shack-Hartmann fonctionne avec une bande passante bien plus limitée qu'un système d'analyse à courbure (la fréquence d'échantillonnage peut descendre jusqu'à 15 Hz), ce qui permet de travailler avec des sources faibles. De fait, l'hypothèse de grande bande passante n'est pas forcément valide pour toutes les configurations d'un instrument.

Cependant, cette approximation est nécessaire car le calcul des termes de couplage requiert notamment le calcul de l'inter-spectre $S_{a_i r_j}$ impossible à déterminer à partir des données de la télémétrie ou de considérations purement statistiques sur la turbulence. Du fait de l'hypothèse de grande bande passante, les termes fonctions des inter-spectres sont considérés comme négligeables. L'équation 2.26 devient

$$\langle \boldsymbol{\varepsilon}_{\parallel} \mathbf{r}^t \rangle \simeq - \langle \mathbf{r} \mathbf{r}^t \rangle$$

Et l'équation 2.25 se simplifie en

$$\langle \boldsymbol{\varepsilon}_{\parallel} \boldsymbol{\varepsilon}_{\parallel}^t \rangle = \langle \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\parallel} \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\parallel}^t \rangle - \langle \mathbf{n} \mathbf{n}^t \rangle + \langle \mathbf{r} \mathbf{r}^t \rangle. \quad (2.27)$$

2.2.3 Estimation de la variance du bruit

La méthode du flux

C'est la méthode la plus simple (Rousset 1994). Elle consiste à dire que la variance du bruit d'une sous-pupille d'un ASO est proportionnelle à $1/N$ avec N le nombre moyen de photons reçus durant l'intégration. Mais cette estimation n'est valide que pour un fort flux lorsque le bruit de photon domine.

Méthode du périodogramme

Cette méthode est très classique et tirée de Press (2007) et appliquée à l'OA dans Gendron & Léna (1994). Comme le bruit est décorrélié du signal, la densité spectrale

de puissance des mesures s'exprime comme la somme de la DSP des mesures non bruitées et de la DSP du bruit :

$$S_w(\nu) = S_{\mathbf{W}}(\nu) + S_{n_w}(\nu). \quad (2.28)$$

où \mathbf{W} représente les mesures sans présence de bruit.

Comme le spectre de puissance des mesures est essentiellement basses fréquences, alors à hautes fréquences,

$$S_w(\nu) \simeq S_{n_w}(\nu). \quad (2.29)$$

Le bruit étant blanc, son spectre est constant et égal à la variance du bruit. On peut estimer la variance du bruit à partir des mesures réelles et à partir de la partie hautes fréquences de la DSP des mesures. Plus de détails sont donnés dans [Press \(2007\)](#).

L'application en boucle fermée présente néanmoins un problème. En effet, à cause de l'injection du bruit dans la boucle d'OA, l'énergie contenue dans les hautes fréquences de la DSP des mesures est plus grande ; c'est le phénomène d'*overshoot*, qui apparaît à des fréquences proches de la fréquence de coupure de la fonction de transfert de réjection. Il est toujours possible d'estimer la variance du bruit avec la méthode du périodogramme si on considère les très hautes fréquences, mais le bruit statistique devient aussi grand.

Méthode de l'auto-corrélation

On peut aussi utiliser la fonction d'auto-corrélation du signal pour estimer le bruit d'analyse. Cette méthode est similaire à la méthode du périodogramme mais dans l'espace temporelle et dans l'espace des fréquences.

Le bruit étant blanc, sa fonction d'auto-corrélation est un pic de Dirac en zéro dont l'amplitude est proportionnelle à la variance du bruit. Le signal, quant à lui, est corrélé, sa fonction d'auto-corrélation est une fonction décroissante, qui décroît lentement puisque le signal est essentiellement basses fréquences. Donc la fonction d'auto-corrélation des mesures vaut la fonction d'auto-corrélation du signal sauf en zéro. Si on extrapole cette fonction pour le signal en zéro, on obtient alors la hauteur du pic pour le bruit.

Plus de détails sont donnés dans [Gendron & Léna \(1995\)](#) et un test est présent dans la sous-section [2.4](#).

Cependant, comme pour la méthode du périodogramme, l'application en boucle fermée est difficile.

Méthode du rotationnel non-nul

La méthode du rotationnel non-nul ([Gendron & Léna 1994](#)) a aussi été étudiée mais pas implémentée.

Puisque le Shack-Hartmann mesure le gradient de la phase, le rotationnel des mesures sur la pupille doit être nul sauf s'il est excité par le bruit. Cette méthode donne une estimation du bruit global sur la mesure et n'est utilisable que pour un ASO donnant une mesure du gradient de la phase, c'est-à-dire le Shack-Hartmann ou l'analyseur à pyramide.

2.2.4 Estimation de la covariance du repliement

L'estimation de la covariance du repliement est calculée via une méthode de type Monte-Carlo.

On simule des écrans de phase turbulente dans lesquels on supprime la composante basse fréquence. On présente ensuite ces écrans à un modèle d'ASO qui analyse et fournit la mesure associée. L'effet du repliement sur le miroir est ensuite donné par

$$\mathbf{r} = \mathbf{D}^+ \mathcal{W}(\Phi_{\perp}(\mathbf{x}, t)).$$

La phase turbulente suit la statistique de Kolmogorov et ne dépend donc que du r_0 . Par conséquent, il est possible pour un système particulier, de calculer la covariance du repliement pour un paramètre $D/r_0 = 1$ (avec D le diamètre du télescope) et ensuite déduire cette covariance pour une observation particulière en utilisant :

$$\langle \mathbf{r} \mathbf{r}^t \rangle \Big|_{\frac{D}{r_0}} = \langle \mathbf{r} \mathbf{r}^t \rangle \Big|_{\frac{D}{r_0}=1} \times \left(\frac{D}{r_0} \right)^{5/3}.$$

2.2.5 L'estimation de $\bar{D}_{\Phi_{\perp}}$

ϵ_{\perp} est la composante de la turbulence atmosphérique qui n'est pas corrigée par le miroir. Elle suit la statistique de l'atmosphère, c'est-à-dire celle de Kolmogorov.

Sa fonction de structure peut se calculer via une méthode de type Monte-Carlo (la fonction de structure est moyennée sur un grand nombre d'échantillons) en simulant des écrans de phase privés de la composante miroir suivant la statistique de Kolmogorov pour un r_0 .

Du fait de la statistique de Kolmogorov, la fonction de structure est dépendante de D/r_0 . On peut calculer cette fonction pour $D/r_0 = 1$ et ensuite être déduite pour une observation particulière

$$\bar{D}_{\Phi_{\perp}} \Big|_{\frac{D}{r_0}} = \bar{D}_{\Phi_{\perp}} \Big|_{\frac{D}{r_0}=1} \times \left(\frac{D}{r_0} \right)^{5/3},$$

avec D le diamètre du télescope et $\bar{D}_{\Phi_{\perp}}$ la fonction de structure de la phase orthogonale stationnarisée.

2.3 Mise en oeuvre de la méthode MC : APETy

APETy¹ (AO PSF Estimation Tool in yorick) est un code pour la reconstruction de FEP utilisant la méthode de [Véran et al. \(1997\)](#).

APETy utilise une version modifiée de Yao exécutant des simulations d'OA pouvant sortir des variables utiles pour APETy. Ces variables apparaissent encadrées en rouge dans la figure 2.1 reprise de la figure 1.16 décrivant le processus de fonctionnement de Yao.

¹<https://github.com/dgratadour/APETy>

APETy prend en entrée les vecteurs de mesures (\mathbf{w}) acquis durant les observations (ou retournés par la simulation) ainsi que la matrice d'interaction du système (\mathbf{D}). L'estimation des autres paramètres ($\langle \mathbf{r}\mathbf{r}^t \rangle$ et $\bar{D}_{\Phi_{\perp}}$) se fait grâce au plugin Yao–Yorick² présenté dans la section 1.9. Il faut pour cela créer un modèle précis du système. Cette modélisation nous permet d'estimer numériquement les termes non-calculables à partir de la télémétrie, requis pour la reconstruction : $\langle \mathbf{r}\mathbf{r}^t \rangle$ et $\bar{D}_{\Phi_{\perp}}$. C'est pourquoi le modèle doit être précis car plus le système simulé sera semblable au vrai, plus les termes seront réalistes.

La covariance des mesures ($\langle \mathbf{w}\mathbf{w}^t \rangle$) est débiaisée de la variance du bruit (la variance du bruit (\mathbf{C}_n) est estimée grâce à la méthode du périodogramme ou l'auto-corrélation décrites dans Gendron & Léna (1995) et brièvement dans la sous-section 2.2.3), puis on applique le reconstruteur (\mathbf{D}^+ , éq. 2.20) pour obtenir la covariance des modes miroir ($\mathbf{C}_{\varepsilon_{\parallel}}$).

On utilise les modes miroir pour calculer les fonctions U_{ij} (éq. 2.15), la fonction de structure de phase est reconstruite (éq. 2.14) et la FEP est retournée (éq. 2.10 puis éq. 1.24).

J'ai continué le développement d'APETy durant ma thèse. Premièrement, j'ai accéléré le processus de reconstruction en implémentant l'algorithme décrit par Gendron et al. (2006). La base U_{ij} n'est pas une base orthogonale. La covariance des modes est une matrice symétrique. Le calcul de la fonction de structure nécessite le calcul de $\frac{N(N+1)}{2}$ modes U_{ij} avec N le nombre de modes miroir. Ainsi, pour un petit système de type PUEO/CFHT avec 15 modes miroir, il faut calculer 120 fonctions U_{ij} . Pour un système de type NaCo/VLT avec 159 modes miroir en configuration 14x14 sous-pupilles, il faut calculer 12720 U_{ij} . Sur un instrument comme E-ELT/MICADO avec 5000 modes miroir, on arrive à plus de 12.5 millions de fonctions à calculer. Les U_{ij} ne dépendent que du système et sont donc calculées une fois pour toute. Mais le temps de calcul de ces modes est considérable, sans compter ensuite le temps de calcul de la fonction de structure qui contient autant d'éléments à sommer.

Pour accélérer ce calcul, Gendron et al. (2006) propose alors de diagonaliser la matrice de covariance des modes et d'utiliser la base des vecteurs propres pour diagonaliser les fonctions U_{ij} . Cette nouvelle base, orthogonale, contient N fonctions nommées V_{ij} , soit seulement 159 fonctions à calculer pour le VLT/NaCo, et la fonction de structure se calcule aussi très rapidement puisqu'elle devient une simple somme sur N éléments au lieu de $\frac{N(N+1)}{2}$ éléments. Le seul inconvénient par rapport aux fonctions U_{ij} , c'est qu'elles doivent être calculées pour chaque observation car elles dépendent de la covariance des modes et non uniquement des modes miroir. Le calcul de 200 fonctions V_{ij} est toutefois rapide.

Ensuite, j'ai implémenté des méthodes de calcul de la variance du bruit sur les mesures afin de la soustraire à la covariance des mesures bruitées. Ces méthodes sont décrites à la sous-section 2.2.3

Enfin, j'ai développé tout un jeu de fonctions permettant d'estimer les erreurs

²<https://github.com/frigaut/yao>

faites à chaque étape du processus de reconstruction comme l'approximation de phase stationnaire, l'erreur sur l'estimation du repliement, l'erreur sur l'estimation du bruit et l'erreur induite par le fait de négliger le terme croisé global (Γ_ε). Ce travail est détaillé dans la sous-section suivante.

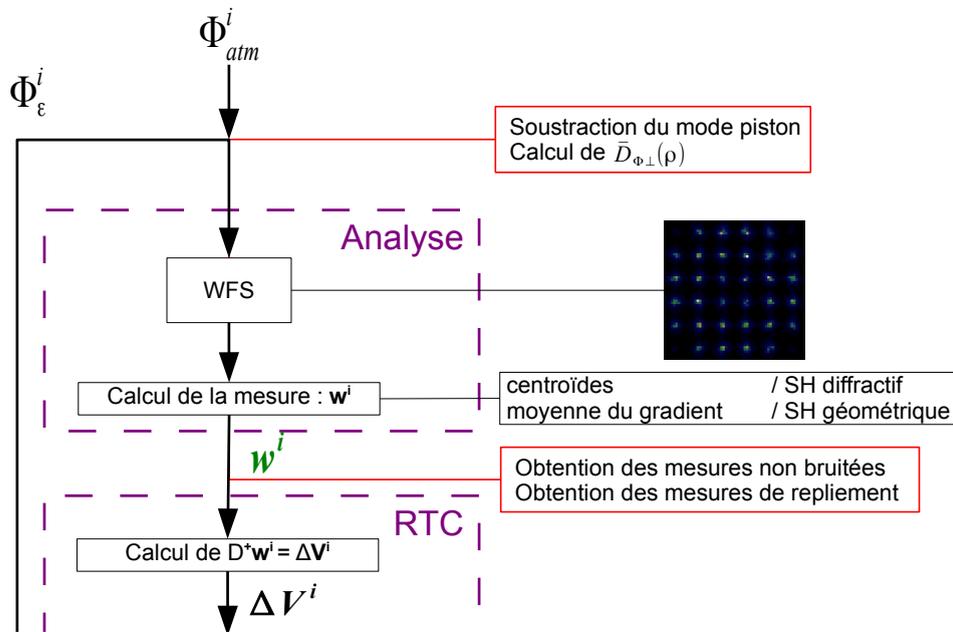


Figure 2.1: Diagramme bloc du fonctionnement de Yao. En vert sont représentées les sorties naturelles de Yao et en rouge les sorties ajoutées pour APETy.

2.4 Estimation des erreurs

Le but de cette reconstruction de FEP, dans le cadre de ma thèse, est l'application à la déconvolution pour l'amélioration de la qualité des images. La reconstruction a fait appel à plusieurs approximations et est soumise à des estimations plus ou moins précises comme l'estimation de la variance du bruit. Dans le papier qui suit, j'ai détaillé cette étude.

Cette étude a été menée sur des simulations d'OA grâce à Yao et APETy.

Pour résumer, il y a quatre sources principales d'erreurs lors du processus de reconstruction, hormis les simplifications indispensables telles que l'approximation de grande bande passante (voir sous-section 2.2.2).

La première approximation qui est faite est l'approximation de la phase résiduelle stationnaire. Nous avons simulé avec Yao l'observation d'une étoile avec une optique adaptative et comparé la reconstruction de la FEP avec le calcul exact (éq. 2.2) de la fonction de structure et le calcul en faisant l'approximation (éq. 2.14). Puis en utilisant respectivement les équations 2.1 et 2.10 pour reconstruire la FTO. Nous concluons alors que cette approximation n'a un réel impact que pour les corrections

de mauvaise qualité (avec un rapport de Strehl inférieur à 10%), sinon son effet est de l'ordre de 1% sur le rapport de Strehl estimé au maximum. L'approximation est globalement valide.

Ensuite, nous avons négligé le terme croisé global Γ_ε (éq. 2.8). Ce terme a un impact sur les hautes fréquences de la fonction de structure mais n'a pratiquement aucun effet sur la FTO et donc sur la FEP. Nous arrivons à la même conclusion que Jean-Pierre Véran, c'est-à-dire que le terme Γ_ε peut être négligé.

La covariance du repliement spatial sur les modes est nécessaire à la reconstruction. Ce terme peut être estimé par simulation avec une méthode Monte-Carlo comme décrit dans la sous-section 2.2.4. L'erreur provient alors de l'estimation du paramètre de Fried r_0 qui est utilisé pour mettre à l'échelle la covariance des modes repliés. Si on considère qu'on ne peut pas estimer le r_0 durant l'observation avec une précision meilleure que 30% comparée à sa vraie valeur, là encore, l'impact de cette erreur sur la FTO est peu perceptible (de l'ordre de 1% sur le rapport de Strehl estimé).

Enfin, les mesures données par l'ASO doivent être corrigées de la variance du bruit de l'analyseur (éq. 2.27). Cette estimation de la variance du bruit est en fait, la plus critique comme déjà abordé dans Gratadour et al. (2005a) et Gratadour (2005). En effet, une erreur de 10 ou 20% sur l'estimation de la variance du bruit conduit à une erreur de 5% au maximum sur la FTO. En revanche, une erreur supérieure a un effet catastrophique sur la reconstruction. Dans notre étude, une erreur de 30% sur l'estimation du bruit conduit à une erreur de plus de 20% sur le rapport de Strehl. Le bruit doit donc être estimé avec précision car il représente la principale source d'erreur lors de la reconstruction de la FEP.

Estimation of errors on the PSF reconstruction process for myopic deconvolution

Exposito J.^a, Gratadour D.^a, Clénet Y.^a, Rousset G.^a and Mugnier L.^b.

^a LESIA, Observatoire de Paris, CNRS, UPMC, Université Paris-Diderot, 5 place Jules Janssen, 92195 Meudon, France

^b ONERA - The French Aerospace Lab, F-92322 Châtillon, France

ABSTRACT

Images obtained with adaptive optics (AO) systems can be improved by using restoration techniques, the AO-correction being only partial. However, these methods require an accurate knowledge of the system point spread function (PSF). Adaptive optics systems allow one to estimate the point spread function (PSF) during the science observation. Using data from the wave-front sensor (WFS), a direct estimation of the averaged parallel phase structure and an estimation of the noise on the measurements are provided. The averaged orthogonal phase structure (not seen by the system), and the aliasing covariance are estimated using an end-to-end AO simulation. Finally, the estimated PSF is reconstructed using the algorithm of Véran et al. (1997).¹ However, this reconstruction is non perfect. Several approximations are done (stationary residual phase, gaussian phase, simulated aliasing, etc...) and can impact the optical transfer function (OTF) in the case of a rather poor correction. Our aim is to give an error budget for the whole PSF reconstruction process and to link this PSF reconstruction with a deconvolution algorithm that takes into account this PSF variability. Indeed, a myopic deconvolution algorithm can be feed with a priori on the object and the PSF. The latter can be obtained by studying the PSF reconstruction error budget as follows in this paper. Finally, this work will lead to an estimation of the error on the deconvolved image allowing one to perform an accurate astrometry/photometry on the observed objects and to strengthen the contrast in the images. We concluded that to neglect the global cross-term or to estimate the aliasing on the measurements using simulations has no effect on the PSF reconstruction.

Keywords: PSF reconstruction, deconvolution, adaptive optics, image processing

1. INTRODUCTION

For large ground-based telescope, the main contributor to the optical aberrations is the atmospheric turbulence. Adaptive optics (AO) is used to correct these aberrations : the wave-fronts are measured and corrected in real time by a deformable mirror whose shape is updated to match the instantaneous atmospheric aberrations. The performance of the system is never perfect. A residual halo still affect the long exposure point spread function (PSF). As a consequence, the contrast of the fine structures of an object is reduced. The common way to restore the contrast is to use a deconvolution algorithm. These methods require a rather good estimation of the PSF. For AO imaging, the long exposure PSF depends on the performances of the system during the observation. These performances fluctuate in time. As a consequence, the PSF is variable.

The AO PSF can be estimated if a star is present close to the object, but this configuration is exceptional. Another way to obtain the PSF during the observation is to use the data from the AO loop : the wave-front sensor (WFS) measurements and the commands sent to the deformable mirror (DM). This method was developed by Véran et al. (1997),¹ the advantage is to provide an estimation of the PSF synchronized with the scientific data acquisition so that the temporal variability is not a problem. However, to reconstruct the PSF, several approximations are done.

In this paper, we present our study about the main approximations related to a Shack-Hartmann WFS, based on the work of Véran et al. (1997). We try to estimate the validity and the errors caused by these

Further author information: (Send correspondence to J. Exposito)

J. Exposito: E-mail: jonathan.expositocano@obspm.fr, Telephone: +33 (0)1 45 07 71 78

approximations on the estimation of the optical transfer function (OTF). The future aim of this study is to give an error budget during the whole reconstruction process and the feed of a myopic deconvolution algorithm to get the best estimation of the restored object.

2. LONG EXPOSURE PSF

2.1 Image formation

The formation of images in the focal plane of a telescope is totally spatially characterized by its PSF. The wave-front in the telescope is diffracted by the pupil and its complex amplitude in the focal plane is given by:

$$\Psi_{im}(\vec{\alpha}) = \int \Psi(\vec{x})P(\vec{x}) \exp[-\frac{2i\pi}{\lambda}\vec{x}\vec{\alpha}]d\vec{x} \quad (1)$$

Where $\Psi(\vec{x})$ is the complex incident wave-front, $P(\vec{x})$ is the pupil function, λ the observed wavelength, \vec{x} the spatial coordinate in the pupil and $\vec{\alpha}$ the angular coordinate in the focal plane. The PSF is the square modulus of the Fourier transform of the pupil.

Without any turbulence or aberration, $\Psi(\vec{x}) = 1$. In the frequency plane, the system is totally characterized by its OTF that is defined by the autocorrelation of the wave-front in the telescope pupil:

$$\vec{B}(\vec{\rho}) = \frac{1}{S} \int \Psi(\vec{x})\Psi^*(\vec{x} + \vec{\rho})P(\vec{x})P^*(\vec{x} + \vec{\rho})d\vec{x} \quad (2)$$

Where S is the surface of the pupil. For a circular pupil, the autocorrelation gives a cut-off frequency at D/λ . In astronomy imaging, the wave-front is a plane wave. However, the wave-front is affected passing through the atmosphere, leading, in the image, to a cut-off frequency $\frac{r_0}{\lambda}$ lower than the theoretical one ($\frac{D}{\lambda}$) and thus a blurred image in the focal plane.

2.2 Long exposure PSF without AO

The variations of the density in the atmosphere generate some variations of the refractive index (Roddiier 1981²). These variations cause the deformation of the wave-front that is now written:

$$\Psi(\vec{x}) = |\psi(\vec{x})| \exp[-i\phi(\vec{x})] \quad (3)$$

Considering the near-field assumption, the amplitude variations (twinkling) can be neglected such that the wave-front is:

$$\Psi(\vec{x}) = \exp[-i\phi(\vec{x})] \quad (4)$$

Using the Eq. 2 for the atmospheric turbulence, the long exposure OTF of the system can be written:

$$\langle \vec{B}(\vec{\rho}) \rangle = \frac{1}{S} \langle \int P(\vec{x})P(\vec{x} + \vec{\rho}) \exp(i[\Phi(\vec{x}) - \Phi(\vec{x} + \vec{\rho})]) d\vec{x} \rangle \quad (5)$$

The characteristic function of a gaussian centered variable as Φ allows us to define the phase structure function and to write the Eq. 5 as:

$$\langle \vec{B}(\vec{\rho}) \rangle = \frac{1}{S} \int P(\vec{x})P(\vec{x} + \vec{\rho}) \exp\left(-\frac{1}{2}D_{\Phi}(\vec{x}, \vec{\rho})\right) d\vec{x} \quad (6)$$

$$D_{\Phi}(\vec{x}, \vec{\rho}) = \langle |\Phi(\vec{x}) - \Phi(\vec{x} + \vec{\rho})|^2 \rangle \quad (7)$$

D_{Φ} is the phase structure function. The phase in the Kolmogorov model being stationary, D_{Φ} only depends on the separation in the pupil ρ and the Fried parameter r_0 . Roddiier (1981)² gives us the theoretical value for the phase structure function:

$$D_{\Phi}(\vec{x}, \vec{\rho}) = D_{\Phi}(\vec{\rho}) = 6.88 \left(\frac{\rho}{r_0}\right)^{5/3} \quad (8)$$

Thus Eq. 6 simplifies:

$$\langle \vec{B}(\vec{\rho}) \rangle = \underbrace{\exp\left(-\frac{1}{2}D_{\Phi}(\vec{\rho})\right)}_{\vec{B}_{atm}(\vec{\rho})} \underbrace{\frac{1}{S} \int P(\vec{x})P(\vec{x} + \vec{\rho})d\vec{x}}_{\vec{B}_{tel}(\vec{\rho})} \quad (9)$$

$$\vec{B}_{atm}(\vec{\rho}) = \exp\left[-3.44 \left(\frac{\rho}{r_0}\right)^{5/3}\right] \quad (10)$$

The PSF is then simply the inverse Fourier transform of the OTF.

2.3 Long exposure PSF with AO

The equations are not modified by introducing an adaptive optics system. AO partially corrects the turbulent phase so that low spatial frequencies are filtered. This correction is not perfect and a residual phase ($\Phi_{\epsilon} = \Phi_{atm} - \Phi_{mirror}$) is still present. The major problem by introducing an AO is that, since the phase is filtered, the stationarity of the phase on the pupil is questionable. So, the OTF cannot be expressed as the product of the perfect telescope OTF and the atmospheric one.

$$\langle \vec{B}(\vec{\rho}) \rangle = \frac{1}{S} \int P(\vec{x})P(\vec{x} + \vec{\rho}) \langle \exp(i[\Phi_{\epsilon}(\vec{x}) - \Phi_{\epsilon}(\vec{x} + \vec{\rho})]) \rangle d\vec{x} \quad (11)$$

$$= \frac{1}{S} \int P(\vec{x})P(\vec{x} + \vec{\rho}) \exp\left(-\frac{1}{2}D_{\Phi_{\epsilon}}(\vec{x}, \vec{\rho})\right) d\vec{x} \quad (12)$$

$$D_{\Phi_{\epsilon}}(\vec{x}, \vec{\rho}) = \langle |\Phi_{\epsilon}(\vec{x}) - \Phi_{\epsilon}(\vec{x} + \vec{\rho})|^2 \rangle \quad (13)$$

Because of the integral term that depends on the spatial variable \vec{x} , the OTF cannot be computed easily. Indeed, this computation require a large number of pixel per pixel shifts for each phase screen (30 000 to ensure convergence of the OTF). To accelerate the computation, Conan (1995)³ propose to spatially average on the pupil the residual phase so that the phase structure function does not depend anymore on \vec{x} . Thus,

$$\overline{D}_{\Phi_{\epsilon}}(\vec{\rho}) = \frac{\int P(\vec{x})P(\vec{x} + \vec{\rho})D_{\Phi_{\epsilon}}(\vec{x}, \vec{\rho})d\vec{x}}{\int P(\vec{x})P(\vec{x} + \vec{\rho})d\vec{x}} \quad (14)$$

As a consequence,

$$\langle \vec{B}(\vec{\rho}) \rangle = \underbrace{\exp\left(-\frac{1}{2}\overline{D}_{\Phi_{\epsilon}}(\vec{\rho})\right)}_{\vec{B}_{\epsilon}(\vec{\rho})} \underbrace{\frac{1}{S} \int P(\vec{x})P(\vec{x} + \vec{\rho})d\vec{x}}_{\vec{B}_{tel}(\vec{\rho})} \quad (15)$$

This approximation will be analyzed in Sec. 4.

3. LONG EXPOSURE AO PSF RECONSTRUCTION

As explain in Sec. 1, our aim is to estimate the PSF during the observation using the data from the AO-loop. In this section, inspired by Véran et al. (1997),¹ we remember the basics of the reconstruction.

The residual phase, the atmospheric part of the PSF, can be split into two terms: the mirror phase (low frequencies measured and corrected by the system) and the orthogonal phase (high frequencies not measured by the system).

$$\Phi_{\epsilon}(\vec{x}) = \epsilon_{\parallel}(\vec{x}) + \epsilon_{\perp}(\vec{x}) \quad (16)$$

Following this decomposition, the stationnarized residual phase structure function is the sum of three terms :

$$\overline{D}_{\Phi_{\epsilon}}(\vec{\rho}) = \overline{D}_{\epsilon_{\parallel}}(\vec{\rho}) + \overline{D}_{\epsilon_{\perp}}(\vec{\rho}) + 2\Gamma_{\epsilon}(\vec{\rho}) \quad (17)$$

Where,

$$\overline{D}_{\epsilon_{\parallel}}(\vec{\rho}) = \langle |\epsilon_{\parallel}(\vec{x}) - \epsilon_{\parallel}(\vec{x} + \vec{\rho})|^2 \rangle \quad (18)$$

$$\overline{D}_{\epsilon_{\perp}}(\vec{\rho}) = \langle |\epsilon_{\perp}(\vec{x}) - \epsilon_{\perp}(\vec{x} + \vec{\rho})|^2 \rangle \quad (19)$$

$$\Gamma_{\epsilon}(\vec{\rho}) = \langle (\epsilon_{\parallel}(\vec{x}) - \epsilon_{\parallel}(\vec{x} + \vec{\rho}))(\epsilon_{\perp}(\vec{x}) - \epsilon_{\perp}(\vec{x} + \vec{\rho})) \rangle \quad (20)$$

$\Gamma_{\epsilon}(\vec{\rho})$ represents the correlation structure function between the orthogonal and the parallel phase. This term is non-null (because of the aliasing) but is considered as negligible. Indeed, we expect that the correlation between high frequencies and low spatial frequencies is negligible. This approximation will be analyzed in Sec. 4.

Thus, if $\Gamma_{\epsilon}(\vec{\rho}) = 0$, the OTF is:

$$\langle \vec{B}(\vec{\rho}) \rangle = \underbrace{\exp\left(-\frac{1}{2}D_{\epsilon_{\parallel}}(\vec{\rho})\right)}_{\vec{B}_{\epsilon_{\parallel}}} \underbrace{\exp\left(-\frac{1}{2}D_{\epsilon_{\perp}}(\vec{\rho})\right)}_{\vec{B}_{\epsilon_{\perp}}} \vec{B}_{tel}(\vec{\rho}) \quad (21)$$

3.1 Estimation of $\overline{D}_{\epsilon_{\parallel}}$

Let's consider a simple model of AO, as describe Fig. 1.

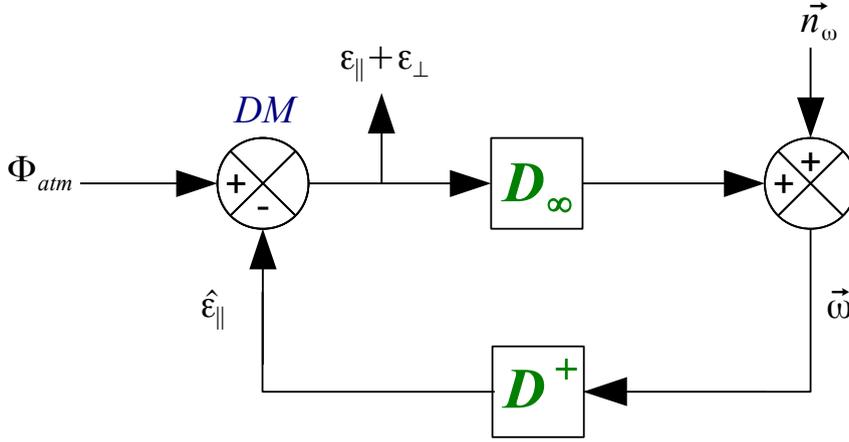


Figure 1. Simple model of an adaptive optics loop model

\mathbf{D}_{∞} is the theoretical interaction block matrix containing an infinity of columns, defined such as $\mathbf{D}^{\infty} = [\mathbf{D}_{\parallel}, \mathbf{D}_{\perp}]$, and \mathbf{D}^+ , the modal control matrix defined such as $\mathbf{D}^+ = (\mathbf{D}_{\parallel}^t \mathbf{D}_{\parallel})^{-1} \mathbf{D}_{\parallel}^t$ and \mathbf{D}_{\parallel} the real interaction matrix of mirror modes. $\vec{\omega}$ is the vector of measurements, $\hat{\epsilon}_{\parallel}$ is the reconstructed parallel phase by the DM and \vec{n}_{ω} is the vector of noise in the measurement space. Using this model, the real measures are expressed as:

$$\vec{\omega} = \mathbf{D}_{\infty}(\epsilon_{\parallel} + \epsilon_{\perp}) + \vec{n}_{\omega} \quad (22)$$

$$= \mathbf{D}_{\parallel}\epsilon_{\parallel} + \mathbf{D}_{\perp}\epsilon_{\perp} + \vec{n}_{\omega} \quad (23)$$

$$= \mathbf{D}_{\parallel}\epsilon_{\parallel} + \vec{a} + \vec{n}_{\omega} \quad (24)$$

Where $\vec{a} = \mathbf{D}_{\perp}\epsilon_{\perp}$ is the vector of the aliasing contribution on the measurements. Thus the reconstruction using the least-square estimator is written as:

$$\mathbf{D}^+ \vec{\omega} = \underbrace{\mathbf{D}^+ \mathbf{D}_{\parallel}}_{\mathbf{1}} \epsilon_{\parallel} + \mathbf{D}^+ \vec{a} + \mathbf{D}^+ \vec{n}_{\omega} \quad (25)$$

And we obtain the instantaneous parallel phase estimation (decomposed on the mirror modes):

$$\hat{\epsilon}_{\parallel}(t) = \mathbf{D}^+(\vec{\omega} - \vec{n}_{\omega}) - \mathbf{D}^+\vec{a} = \mathbf{D}^+\vec{\omega} - \mathbf{D}^+\vec{a} \quad (26)$$

$$= \sum_i^N \epsilon_i(t) M_i(\vec{x}) \quad (27)$$

$\vec{\omega}$ is the non noisy measures.

So, to estimate the residual parallel phase structure function, we want to compute:

$$\overline{D}_{\epsilon_{\parallel}} = \sum_i \sum_j \langle \hat{\epsilon}_{\parallel} \hat{\epsilon}_{\parallel}^t \rangle_{ij} U_{ij}(\vec{\rho}) \quad (28)$$

With, following the previous equations:

$$\langle \hat{\epsilon}_{\parallel} \hat{\epsilon}_{\parallel}^t \rangle = \mathbf{D}^+(\langle \dot{\omega} \dot{\omega}^t \rangle - \langle aa^t \rangle - \langle \dot{\omega} a^t \rangle - \langle a \dot{\omega}^t \rangle) \mathbf{D}^{+t} \quad (29)$$

$$U_{ij}(\vec{\rho}) = \frac{\int P(\vec{x}) P(\vec{x} + \vec{\rho}) [M_i(\vec{x}) - M_i(\vec{x} + \vec{\rho})] [M_j(\vec{x}) - M_j(\vec{x} + \vec{\rho})] d\vec{x}}{\int P(\vec{x}) P(\vec{x} + \vec{\rho}) d\vec{x}} \quad (30)$$

The equation 29 introduces two cross-terms: $\langle \dot{\omega} a^t \rangle$ and its transpose $\langle a \dot{\omega}^t \rangle$. These terms will not be studied later since Véran et al. (1997)¹ fully describe its behavior. Moreover, this term become $\langle \dot{\omega} a^t \rangle \simeq -\langle aa^t \rangle$ when the bandwidth of the system is large enough. So, we obtain:

$$\langle \hat{\epsilon}_{\parallel} \hat{\epsilon}_{\parallel}^t \rangle_{ij} = \mathbf{D}^+(\langle \dot{\omega} \dot{\omega}^t \rangle + \langle aa^t \rangle) \mathbf{D}^{+t} \quad (31)$$

$$\langle \dot{\omega} \dot{\omega}^t \rangle = \langle \omega \omega^t \rangle - C_{n_w} \quad (32)$$

Since we need the non-noisy measures, we have to get a clean estimation of the noise variance during the observation.

3.2 Estimation of the aliasing

The aliasing on the measurements is caused by high frequencies in the turbulent phase misinterpreted by the WFS. This effect gives us a non-null measurement, reconstructed by the computer and compensated by the DM, introducing an aliased phase. However, alike the orthogonal component, the aliasing can be estimated using Monte-Carlo simulations by filtering low spatial frequencies in the introduced phase. The measure of the aliasing can be estimated with:

$$\langle aa^t \rangle \Big|_{\frac{D}{r_0}} = \langle aa^t \rangle \Big|_{\frac{D}{r_0}=1} \left(\frac{D}{r_0} \right)^{5/3} \quad (33)$$

$\langle aa^t \rangle \Big|_{\frac{D}{r_0}=1}$ is computed by simulations and this estimation will be studied Sec. 4.4.

3.3 Noise variance estimation

To reconstruct the PSF following Eq. 29, we need an accurate estimation of the noise variance on the measures. This problem was fully studied by Gendron & Léna (1994, 1995)^{4,5} which described three methods to estimate the noise variance on the measurements: the power spectrum density, the auto-correlation and the curl method. The latter was not used in our study and the PSD and the auto-correlation method gives approximately the same estimation of the noise variance (see Fig. 2).

In this study, while the noise introduced on the measurements can be considered as stationary white gaussian, in the mirror space, the filtered noise is no more stationary (Gendron & Léna 1994)⁴ as a result, the AO corrected residual phase is not fully stationary. the impact of the noise variance estimation on the reconstructed OTF is studied in Sec. 4.

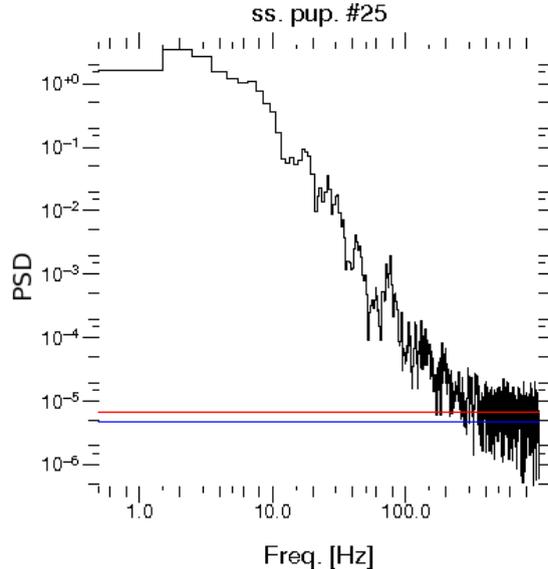


Figure 2. Noise variance estimation using the PSD (*red*) and the auto-correlation method (*blue*) superimposed on the PSD measurements on the sub-pupil #25 (on the pupil edge) with respect to the frequency.

4. APPROXIMATION ANALYSIS

In this section, we present the effect on the OTF of the main approximations which contribute on the error on the PSF reconstruction using simple simulations.

4.1 The AO system model and simulation

Yao* (Yorick Adaptive Optics) was used for realistic end-to-end AO simulations. To accelerate the simulation process, we simulated a rather small system consisting on a 6×6 sub-apertures WFS (Shack-Hartmann) and a 7×7 actuator DM. For each iteration, we compute the different phase structure functions and save the circular buffers of the required measures.

4.2 The approximation of the stationary phase

To estimate the effect of the stationary phase approximation, we need to compute the exact OTF. However, to optimized the computation time, we need to use a simplified simulations (no WFS and a Zernike DM). The simulation consists in a turbulent screen phase moving into one direction. The phase is then projected on the Zernike basis and the parallel component is subtracted of the phase screen. We vary four parameters: the Fried parameter r_0 , the noise level, the loop gain, and the number of corrected Zernike modes for 30 000 loop iterations and a loop gain equal to 1. The gain is here define as a scaling factor on the Kolmogorov statistics. if the gain is set to 0.7, 70% of the variance of the phase is filtered in each mode Fig. 7 shows the result for different set of parameters.

As shown in Fig. 7, in most cases the stationary phase approximation has no impact on the OTF. The OTF is not changed by varying r_0 (Fig. 7 top left) or by varying the AO loop gain (Fig. 7 top right), or by varying the number of Zernike despite the difference at very low Strehl ($\sim 1\%$) but this is caused by the numerical precision of our method to compute the exact OTF (Fig. 7 bottom left). Bottom right, we can see that at low Strehl ($\sim 10\%$), the residual phase is no more stationary. Indeed, the noise, in the modes space, follows a power law such as $(N + 1)^{-2}$ that is different to the turbulence law that is $(N + 1)^{-11/3}$ for the highest order modes (N is the Zernike number). Thus, the variance of the noise is superior to the turbulence variance, introducing the non-stationarity in the OTF computation.

*<http://frigaut.github.com/yao/index.html>

4.3 The global cross-term Γ_ϵ

Γ_ϵ is a coupling term (see Eq. 20) between the orthogonal phase and the residual parallel phase. The aliasing in ϵ_{\parallel} is the main contributor to the correlation between high/low spatial frequencies. The Fig. 3 indicates that only the high frequencies in the image are affected by the Γ_ϵ term (the oscillation at low frequency is negligible compared to the high frequency). This is also an effect of the aliasing because the aliased frequencies affects the highest frequencies measured by the system.

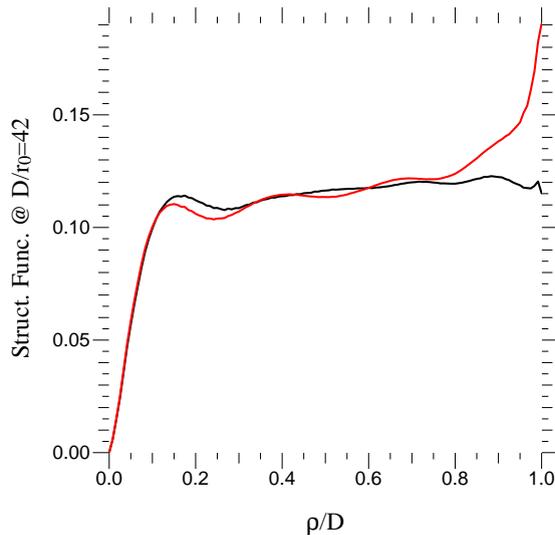


Figure 3. Circular average of the Γ_ϵ term contribution to \overline{D}_ϵ . *Black*: \overline{D}_ϵ , *red*: structure function approximated.

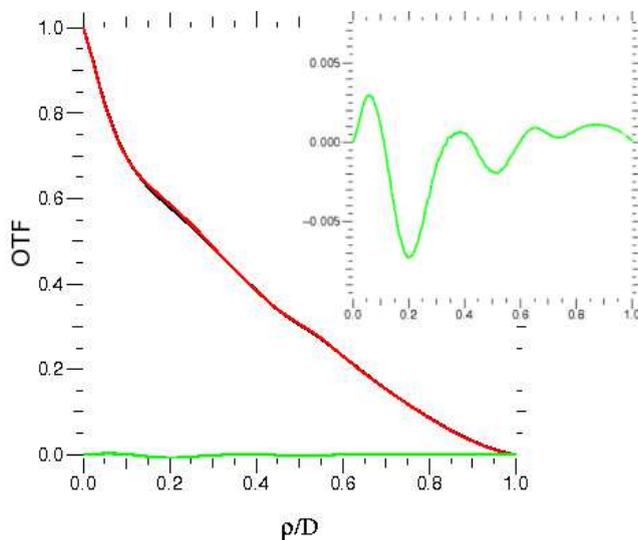


Figure 4. Circular average of the Γ_ϵ term contribution to the OTF for a Strehl ratio of 20%. *Black*: the real OTF of the observation, *red*: by neglecting the cross-term and *green*: the difference between the real and the incomplete one.

Its effect on the OTF is negligible (Fig. 4), even for a rather low Strehl ratio. As a consequence, the PSF is marginally affected by this approximation.

4.4 Aliasing

The aliasing on the measurements needs to be estimated using a simulation at $D/r_0 = 1$ and then rescaled using Eq. 33. This rescaling requires the knowledge of the Fried parameter r_0 and we show Fig. 5 that a relative error of 30% on r_0 has no significant impact on the reconstructed OTF.

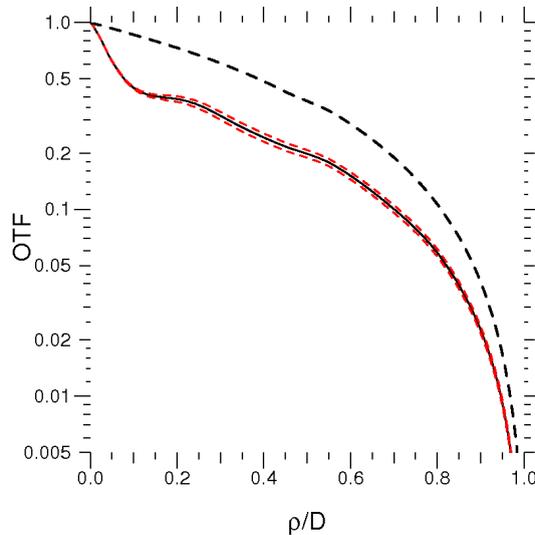


Figure 5. The aliasing estimation error. The upper black dashed line is the perfect telescope circular averaged OTF. The black solid line is the reconstructed OTF with the real aliasing obtained by simulation. The red dashed curve are the reconstructed OTF by over/under estimating r_0 by 30%.

4.5 The noise estimation

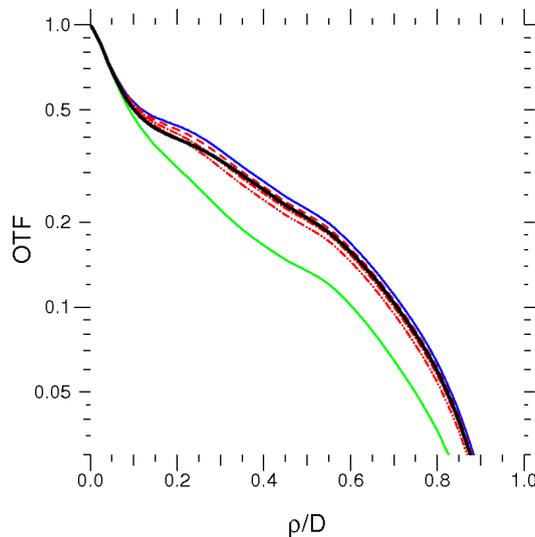


Figure 6. OTF reconstruction (circular averaged) and impact of the noise variance estimation. *Black*: the real simulated OTF. *Blue*: reconstructed OTF with the non-noisy measurements. *Green*: reconstructed OTF with the noisy measurements. *Red*: reconstruction of the OTF with a relative error on the noise variance estimation of 10%, 20% and 30%.

Sec. 4.2 we concluded that the noise variance is important for the stationarity of the residual phase. We show

that it is as well important in the OTF reconstruction (Fig. 6). Indeed, an error on the noise variance induced an error on the measurements covariance matrix (Eq. 26).

We can see (Fig. 6) that the noisy measurements cannot be used to reconstruct the OTF (green line) because the reconstruction is very different of the real one. With the subtraction of the noise variance, we reconstruct the OTF with a rather good precision (blue line). However, with 30% of relative error on the noise variance estimation, the error on the OTF becomes critical. Indeed, the Strehl ratio between the reconstruction using non-noisy data and the noisy data with 30% error on noise variance is different of $\sim 10\%$ (for a simulated Strehl ratio of 50%). For a relative error up to 20% on the noise variance, the error on the OTF is moderate, leading to an error of a few percent on the Strehl ratio.

5. CONCLUSION AND PERSPECTIVE

In this paper, we conclude that the main approximations that are done during the PSF reconstruction process are valid for a Shack-Hartmann WFS for normal performances of an adaptive optics system (Strehl $> 10\%$).

It is necessary, to reproduce the structure function of the phase, at high spatial frequency to implement the computation of the global cross-term. However, we show that the global cross-term Γ_ϵ has no effect on the OTF/PSF and can be neglected.

Moreover, the stationary phase approximation is as well valid for this range of performances. We show that the noise on the measurements is the main contributor to this approximation by introducing non stationary component in the phase of the mirror as well as the bandwidth error of the system (not studied in this paper).

The noise is as well important in the reconstruction process since it is necessary to obtain the non-noisy measurements. Using the noisy measurements, we are unable to reconstruct the OTF. We show that for a relative error superior to 10% on the noise variance estimation, the Strehl ratio is underestimated of a few percent. For a relative error of $\sim 30\%$, the error becomes significant ($>10\%$ on the Strehl ratio).

The estimation of the aliasing on measurements using simulations introduced moderate errors on the reconstruction process, even for a relative error of 30% on the estimation of the r_0 parameter. But the aliasing is crucial and need to be taken into account in the PSF reconstruction.

For the future, we want to implement the computation of the different errors to feed a myopic deconvolution algorithm, such as describe in Mugnier et al. (2004),⁶ allowing one to perform an accurate astrometry/photometry on the observed objects and to strengthen the contrast in the images, even for poor Strehl ratios during the observation.

ACKNOWLEDGMENTS

The author would like to thank Eric Gendron for its precious help on the noise determination using the curl method, and Céline Guédé for the inspiration of the poster.

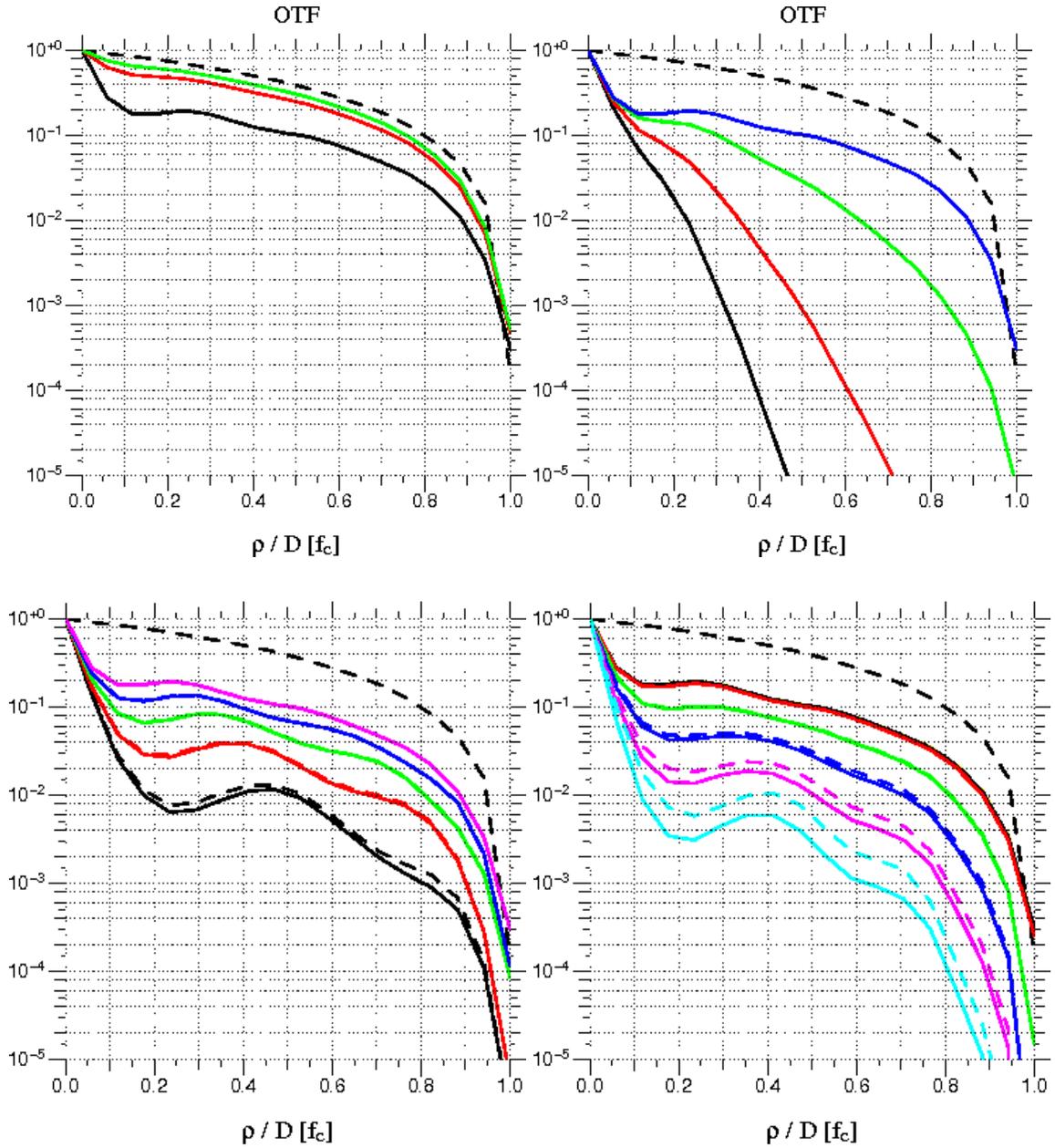


Figure 7. Plots representing the effect of the different parameters on the stationary phase approximation. All lines represent circular averaged OTF. The dashed lines represent the exact OTF, the solid lines represent the OTF with the stationary phase approximation. The upper black dashed line is the OTF of the perfect telescope. *Top left:* OTFs varying the Fried parameter ($\frac{D}{r_0} = 16, 8$ and 5 respectively *black, red* and *green*) for a simulation with no noise, 36 corrected Zernike and a gain equal to 1. *Top right:* OTFs varying the gain of the AO loop (for a gain of 0.7, 0.8, 0.9 and 1 respectively *black, red, green* and *blue*) for a $\frac{D}{r_0} = 16$, 36 corrected Zernike and no noise in the simulation. *Bottom left:* OTFs where the number of corrected Zernike vary (correction with 10, 15, 21, 28, and 36 Zernike respectively *black, red, green, blue* and *magenta*) for a simulation at $\frac{D}{r_0} = 16$, no noise and a loop gain of 1. *Bottom right:* the OTFs varying the noise level (for a noise of 10^{-2} , 8×10^{-3} , 6×10^{-3} , 4×10^{-3} and 10^{-3} times the the turbulence variance respectively *cyan, magenta, blue, green* and *red*) at $\frac{D}{r_0} = 16$, a loop gain of 1 and 36 corrected Zernike. In each plot where the dashed line is not visible, it is superimposed to the solid one

REFERENCES

- [1] Véran, J.-P., Rigaut, F., Maitre, H., & Rouan, D., “Estimation of the adaptive optics long-exposure point-spread function using control loop data.,” *J. Opt. Soc. Am. A* **14** (Nov. 1997).
- [2] Roddier, F., “The effects of atmospheric turbulence in optical astronomy,” *Progress in optics. Volume 19. Amsterdam, North-Holland Publishing Co., 1981, p. 281-376.* **19**, 281–376 (1981).
- [3] Conan, J.-M., *Etude de la correction partielle en optique adaptative*, PhD thesis, Université Paris XI, Orsay, France (1995).
- [4] Gendron, E. & Léna, P., “Astronomical adaptive optics. 1: Modal control optimization,” *Astronomy and Astrophysics* **291**, 337–347 (Nov. 1994).
- [5] Gendron, E. & Léna, P., “Astronomical adaptive optics. II. Experimental results of an optimized modal control.,” *Astronomy and Astrophysics Supplement* **111**, 153 (May 1995).
- [6] Mugnier, L. M., Fusco, T., & Conan, J.-M., “MISTRAL: a myopic edge-preserving image restoration method, with application to astronomical adaptive-optics-corrected long-exposure images,” *J. Opt. Soc. Am. A* **21**, 1841–1854 (Oct. 2004).

2.4.1 Reconstruction de FEP et restauration des images

L'option la plus pertinente pour la déconvolution sachant que la FEP reconstruite n'est pas exactement la FEP de l'observation, est d'utiliser la déconvolution dite myope (Mugnier et al. 2004). Cette méthode permet d'estimer à la fois l'objet et la FEP les plus probables sachant les données. Mais cette méthode, pour converger vers une bonne estimation de l'objet et de la FEP, a besoin d'*a priori* sur la DSP de l'objet d'une part, et d'une estimation de la DSP de la FEP. La variabilité de la FEP est liée aux conditions d'observation et principalement à la variabilité de la turbulence qui impacte la correction. La reconstruction de FEP permet d'avoir une estimation de la FEP pendant l'observation mais il est aussi important de prendre en compte les erreurs lors du processus de reconstruction pour contraindre la plage de variations de la FEP lors de la déconvolution.

Le travail ci-dessus, présenté à la conférence SPIE 2012, a été effectué dans le but d'estimer les erreurs sur la FEP. Pour la DSP des erreurs, c'est un travail qui reste à faire.

2.5 Méthode du maximum de vraisemblance

2.5.1 Théorie

Des études pour appliquer la méthode des moindres-carrés à un analyseur de type SH ont été menées (Harder & Chelli 2000; Jolissaint et al. 2012b,a) et ont fourni de bons résultats avec une NGS brillante. Ces études fournissent aussi des méthodes plus précises pour estimer la covariance des modes. Cependant, lorsque la bande passante du système est faible, la reconstruction de la FEP n'est pas assez précise (au mieux 10% d'erreur relative sur la précision photométrique Harder & Chelli 2000). Pour plus de détail sur les travaux menés au *Keck*, le lecteur pourra visiter la page suivante : http://www.oir.caltech.edu/twiki_oir/bin/view/Keck/NGAO/PSF.

Compte-tenu des limitations potentielles de la méthode MC, nous allons aborder le problème différemment. Comme nous l'avons vu, pour reconstruire la FEP, nous avons besoin de l'estimation de la covariance de la phase résiduelle parallèle $\mathbf{C}_{\varepsilon_{\parallel}}$ durant l'observation ainsi que du paramètre de Fried r_0 . La covariance de la phase résiduelle permet d'obtenir la fonction de structure de la composante miroir de la phase résiduelle et le r_0 permet d'obtenir la fonction de structure la composante orthogonale. Les $\mathbf{C}_{\varepsilon_{\parallel}}$ sont estimés dans la méthode MC en débiaisant de la variance du bruit et du repliement les mesures et des termes croisés ce qui est très difficile à estimer.

Un moyen de pallier les conséquences de ces erreurs d'estimation est d'utiliser une approche probabiliste permettant d'estimer le terme $\mathbf{C}_{\varepsilon_{\parallel}}$ et $\mathbf{C}_{\varepsilon_{\perp}}$, la covariance de la composante parallèle de la phase résiduelle. Dans ce cas, nous allons chercher à estimer \mathbf{C}_{ε} , la covariance de la phase résiduelle, dans une base de modes infinie (très grande devant le nombre de modes corrigés par le miroir) pour prendre explicitement en compte les effets de repliement.

La méthode du maximum de vraisemblance (MV) est largement applicable dans notre cas (Gratadour 2005). Cette approche permet d'obtenir de bons résultats lorsqu'on cherche à estimer un petit nombre de paramètres pour un grand nombre de données. Dans notre cas, en effet, nous cherchons à estimer les variances et covariances des modes (quelques centaines) avec une série temporelle de vecteurs de mesures avec plusieurs centaines de milliers d'échantillons.

Considérons un modèle simple de la mesure \mathbf{w} :

$$\mathbf{w} = \mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon} + \mathbf{n} \quad (2.30)$$

Nous sommes ici en présence de processus gaussien. En effet, le bruit sur les pentes peut-être considéré comme blanc gaussien (les pentes sont obtenues par une somme de réalisations indépendantes et si le nombre de photons est suffisant (> 20 photons par sous-pupille environ), on démontre qu'une distribution de Poisson converge vers une distribution gaussienne) et la phase résiduelle est aussi un processus gaussien, par le théorème central limite, car elle résulte de nombreux processus aléatoires, passés à travers un filtre linéaire, l'ASO.

La mesure \mathbf{w} est une variable aléatoire gaussienne centrée. La densité de probabilité des mesures suivant la loi normale à N dimensions, s'écrit alors comme :

$$f(\mathbf{w}) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{N}{2}} [\det(\mathbf{C}_w)]^{\frac{1}{2}}} \exp\left[-\frac{1}{2} \mathbf{w}^t \mathbf{C}_w^{-1} \mathbf{w}\right], \quad (2.31)$$

où \mathbf{C}_w est la matrice de covariance des mesures (éq. 2.30) s'exprimant telle que :

$$\mathbf{C}_w = \langle \mathbf{w} \mathbf{w}^t \rangle = \mathbf{D} \mathbf{C}_\varepsilon \mathbf{D}^t + \mathbf{C}_n, \quad (2.32)$$

avec, \mathbf{C}_n la variance du bruit, considéré comme blanc gaussien. Nous l'exprimerons comme $\mathbf{C}_n = \sigma_n^2 \mathbf{I}$ dans l'espace des mesures, le bruit étant décorréolé d'une sous-pupille à l'autre et entre les axes x et y .

Ainsi, la vraisemblance des mesures sachant la matrice de covariance des modes et la variance du bruit s'écrit,

$$\mathcal{L}(\mathbf{w} | \mathbf{C}_\varepsilon, \sigma_n^2) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{N}{2}} [\det(\mathbf{C}_w)]^{\frac{1}{2}}} \exp\left[-\frac{1}{2} \mathbf{w}^t \mathbf{C}_w^{-1} \mathbf{w}\right], \quad (2.33)$$

Et, si de plus, les vecteurs de mesures de la série temporelle sont statistiquement indépendants, on peut construire la fonction de vraisemblance des données de la série temporelle :

$$\mathcal{L}(\mathbf{w}_i | \mathbf{C}_\varepsilon, \sigma_n^2) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{nN}{2}} [\det(\mathbf{C}_w)]^{\frac{n}{2}}} \prod_{i=1}^n \exp\left[-\frac{1}{2} \mathbf{w}_i^t \mathbf{C}_w^{-1} \mathbf{w}_i\right], \quad (2.34)$$

où n est le nombre de vecteurs de mesures de la série et i représente l'itération à laquelle le vecteur de mesure \mathbf{w} a été acquis. La fonction de vraisemblance nous donne alors la probabilité d'obtenir les vecteurs de la série temporelle. Bien entendu, les mesures ne sont pas strictement statistiquement indépendantes. La correction de l'OA étant partielle, la mesure à un instant t est dépendante de la mesure à l'instant $t-1$. Néanmoins, la correction atténue fortement les basses fréquences spatiales et temporelles de la phase ce qui, dans l'hypothèse de la phase « gelée », diminue fortement le temps de corrélation. Par conséquent, entre deux itérations successives, il n'y a pas indépendance statistique entre les deux vecteurs de mesures, bien que la dépendance soit faible, mais entre l'itération i et $i+2$, la corrélation est très faible. La fonction de vraisemblance donnée ci-dessus est donc une très bonne approximation. Cette fonction pourra être modifiée au besoin pour prendre en compte la dépendance statistique.

Nous allons maximiser la probabilité d'obtenir la covariance des mesures par rapport aux éléments de \mathbf{C}_ε , σ_n^2 et r_0 . Ce qui revient à minimiser (à l'aide d'un algorithme de minimisation de fonctions multivariées) :

$$\begin{aligned} \mathcal{J}(\mathbf{C}_\varepsilon, \sigma_n^2) &= -\ln(\mathcal{L}) = \frac{nN}{2} \ln(2\pi) + \frac{n}{2} \ln |\det[\mathbf{C}_w]| + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \mathbf{w}_i^t \mathbf{C}_w^{-1} \mathbf{w}_i \\ &= \frac{nN}{2} \ln(2\pi) + \frac{n}{2} \ln |\det[\mathbf{D} \mathbf{C}_\varepsilon \mathbf{D}^t + \mathbf{C}_n]| + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \mathbf{w}_i^t (\mathbf{D} \mathbf{C}_\varepsilon \mathbf{D}^t + \mathbf{C}_n)^{-1} \mathbf{w}_i. \end{aligned} \quad (2.35)$$

2.5.2 Choix d'une base de modes

Le choix de la base de modes est essentielle dans cette approche. Le but est d'estimer la matrice de covariance des modes de la phase qui minimise le critère de vraisemblance. Un nombre restreint de paramètres à estimer est requis dans toute méthode de minimisation. Il faut donc trouver une base de modes qui réduit le nombre d'éléments dans \mathbf{C}_ε , d'autant plus qu'un grand nombre de modes est déjà requis pour prendre en compte les effets de repliement.

Nous avons choisi de nous placer dans le contexte de Canary dans sa configuration SCAO. Ainsi, nous allons considérer un système capable de corriger 30 modes basse fréquence et pour les effets de repliement, nous allons considérer 200 modes en incluant les modes utilisés pour la correction. Mais quelle base de modes ?

La base des modes de Zernike est une base orthonormale de fonctions définies sur un disque (voir sous-section 1.4) et sont très utilisés en optique. La matrice de covariance géométrique des modes est alors diagonale. La décomposition de la phase turbulente sur cette base est unique. Malheureusement, la pupille d'un télescope n'est pas pleine et l'obstruction centrale a pour effet de briser l'orthogonalité des modes de Zernike. De plus, la matrice de covariance statistique de la phase turbulente (\mathbf{C}_ε) sur la base des modes de Zernike n'est pas diagonale, c'est-à-dire qu'en considérant 200 modes, la matrice \mathbf{C}_ε contient 20100 éléments non-nuls.

Les modes de Karhunen-Loève sont alors une alternative intéressante. Cette base possède la propriété d'orthonormalité géométrique et sont de plus statistiquement indépendants sur la phase turbulente. Hors correction, la matrice \mathbf{C}_ε ne possède alors que 200 éléments diagonaux non-nuls dans notre cas. Cette propriété a scellé notre choix de la base des KL. Contrairement aux modes de Zernike, les KL n'ont pas d'expression analytique et sont calculés à partir de la DSP de la phase turbulente de manière numériques.

Le calcul des KL est possible dans Yao mais nous nous sommes rendu compte que l'indépendance statistique n'était pas totalement vérifiée avec ces modes. Pour assurer cette propriété, nous avons projeté sur ces modes KL un grand nombre de réalisation de la phase turbulente (en boucle ouverte). Nous avons ensuite calculé la matrice de covariance \mathbf{C}_ε . L'indépendance statistique n'étant pas vérifiée, la matrice n'est pas tout à fait diagonale. Nous avons alors diagonalisé cette matrice à l'aide d'une décomposition en valeurs singulières (SVD) et nous avons projeté les modes sur la base des vecteurs propres de la matrice, produisant les fonctions KL statistiquement indépendants sur la phase non corrigée. Cette base de KL atmosphériques sera utilisée dans toute la suite du chapitre et notée \mathbf{K} .

2.5.3 La matrice de covariance des modes \mathbf{C}_ε

La phase est, à chaque itération, décomposée sur la base des KL atmosphériques grâce au projecteur (au sens des moindres carrés) de la phase vers les modes définis

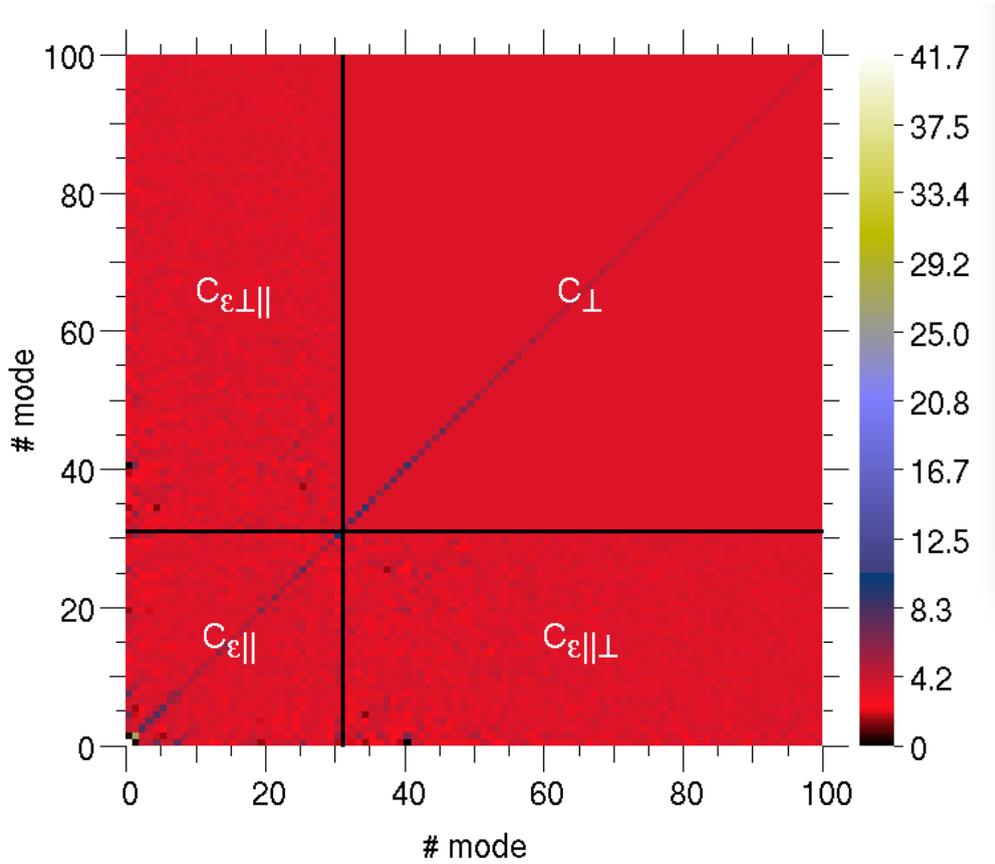


Figure 2.2: Matrice de covariance des 100 premiers modes KL. La matrice complète contient 200 modes. L'échelle de couleur (en μm) est décalée de sorte que la valeur minimale soit zéro et mise au carré pour faire apparaître la structure de la matrice.

comme,

$$\Phi_{\epsilon} = \mathbf{K}\boldsymbol{\epsilon}, \quad (2.36)$$

$$\mathbf{K}^+ = (\mathbf{K}^t\mathbf{K})^{-1}\mathbf{K}^t, \quad (2.37)$$

où \mathbf{K} est la matrice définissant les surfaces des modes, de telle sorte que,

$$\mathbf{K}^+\Phi_{\epsilon} = (\mathbf{K}^{+t}\mathbf{K})^{-1}\mathbf{K}^{+t}(\mathbf{K}\boldsymbol{\epsilon}) = \boldsymbol{\epsilon}, \quad (2.38)$$

Le vecteur $\boldsymbol{\epsilon}$ est le vecteur des coefficients la décomposition de la phase (Φ_{ϵ}) sur les 200 KL. La matrice de covariance est alors définie telle que,

$$\mathbf{C}_{\epsilon} = \langle \boldsymbol{\epsilon}\boldsymbol{\epsilon}^t \rangle. \quad (2.39)$$

Cette matrice de dimension 200x200 est représentée en partie sur le figure 2.2. Elle se décompose en quatre quadrants limités par le nombre de modes miroir corrigés par l'OA (30 modes) :

- $\mathbf{C}_{\varepsilon_{\perp}}$: ce terme représente les corrélations entre les modes de hauts ordres non-corrigés par le miroir. Les KL étant statistiquement indépendants, la matrice de covariance est donc diagonale. Dans l'hypothèse de phase Kolmogorov, la covariance de ces modes ne dépend que du paramètre r_0 . On peut alors calculer une fois pour toutes par simulation ce terme en supposant un $\frac{D}{r_0} = 1$ et ensuite en déduire la covariance pour une observation particulière :

$$\mathbf{C}_{\varepsilon_{\perp}} \Big|_{\frac{D}{r_0}} = \mathbf{C}_{\varepsilon_{\perp}} \Big|_{\frac{D}{r_0}=1} \times \left(\frac{D}{r_0} \right)^{5/3}, \quad (2.40)$$

- $\mathbf{C}_{\varepsilon_{\parallel}}$: en présence de la correction, des corrélations entre les modes apparaissent. Dans l'espace miroir, la matrice de covariance des modes n'est pas diagonale. Ces termes sont difficilement estimables. Ces termes sont contenus dans le sous-espace généré par les modes miroir et contiennent de ce fait la composante résiduelle parallèle, le repliement spatial de la mesure reconstruite à tort par le miroir et la propagation du bruit de mesure sur le miroir. De plus, ils dépendent de la correction du système. Ce sont ces termes que la méthode vise principalement à estimer.
- $\mathbf{C}_{\varepsilon_{\parallel\perp}}$: le terme croisé représente le couplage entre les modes de hautes fréquences spatiales et les modes de l'espace du miroir (corrigés) dans la matrice de covariance des modes. Hors correction de l'OA, ces termes devraient être nuls car la phase orthogonale est statistiquement indépendante de la phase parallèle. Cependant, à cause du repliement des hautes fréquences spatiales sur l'analyseur, des commandes erronées sont envoyées au DM qui introduit des basses fréquences spatiales dans la phase. Pour obtenir la covariance $\mathbf{C}_{\varepsilon_{\parallel}}$ pendant l'observation à partir de la covariance des mesures, il est alors nécessaire d'avoir une estimation des termes $\mathbf{C}_{\varepsilon_{\parallel\perp}}$ car le repliement a un impact fort sur les hauts ordres de ε_{\parallel} et donc sur la covariance des mesures (voir figure 2.3).
- $\mathbf{C}_{\varepsilon_{\perp\parallel}}$ n'est que la matrice transposée de $\mathbf{C}_{\varepsilon_{\parallel\perp}}$ et possède les mêmes caractéristiques.

2.5.4 Le terme croisé

Ce terme est constitué du couplage entre le terme de repliement, le filtrage temporel de la phase parallèle et la phase orthogonale.

Mais comment avoir une estimation de ce terme en se basant sur les données fournies par le système ?

Pour une estimation correcte, il est essentiel de prendre en compte les aspects temporels de la boucle. Nous développons dans la suite une approche en série temporelle de la décomposition de la phase sur les deux composantes (\parallel et \perp), en négligeant la durée de la pose sur l'ASO de sorte que la mesure corresponde à une réalisation de la phase et non à une phase moyenne sur le temps de pose. Sur un

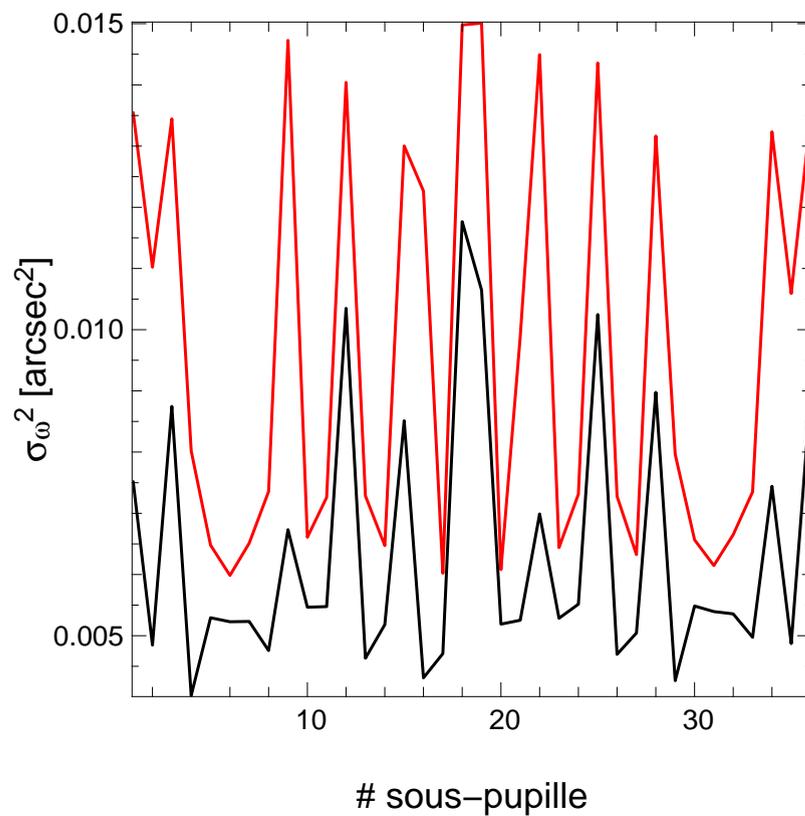


Figure 2.3: Effet des termes croisés sur la variance des mesures en fonction du numéro de la sous-pupille. En noir, la variance des mesures (\mathbf{C}_w) calculée avec la matrice complète de covariance des modes, et en rouge, \mathbf{C}_w calculée en négligeant $\mathbf{C}_{\varepsilon_{\perp\parallel}}$ et $\mathbf{C}_{\varepsilon_{\parallel\perp}}$.

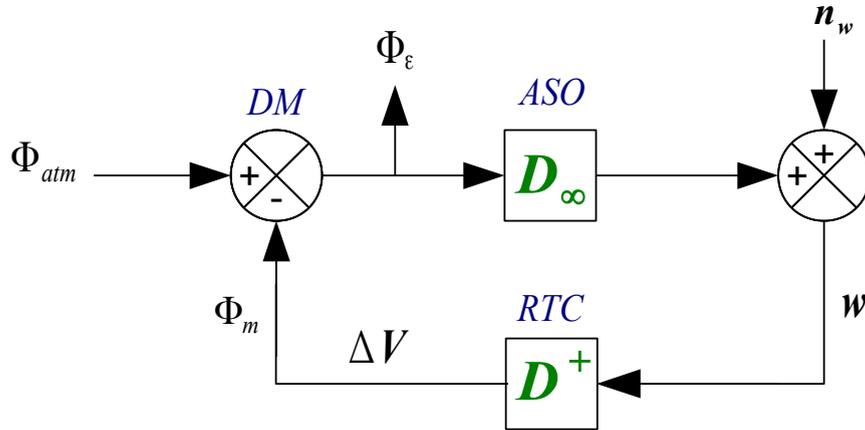


Figure 2.4: Diagramme bloc d'un système d'OA où les différentes phases, sous-systèmes et opérateurs associés sont montrés. DM, ASO et RTC représentent respectivement le miroir déformable, l'analyseur de surface d'onde et le calculateur temps réel. Φ_{atm} , Φ_ε , Φ_m sont respectivement la phase atmosphérique turbulente, la phase résiduelle et la phase miroir. n_w , w et ΔV représentent respectivement le vecteur de bruit sur la mesure, le vecteur de mesure et les tensions correctrices envoyées au miroir déformable. Enfin, D_∞ représente la matrice d'interaction (modes vers mesures) et D^+ la matrice de commande (mesures vers tensions).

miroir capable de créer des modes de Karhunen-Loève atmosphériques (\mathbf{K}), les tensions représentent les coefficients de projection de la phase sur les modes miroir tel que le produit $\mathbf{K}\mathbf{V}$ est une phase.

Nous avons, en boucle fermée, la phase résiduelle à l'itération i , qui s'écrit :

$$\boldsymbol{\varepsilon}^i = \Phi^i - \mathbf{V}^i. \quad (2.41)$$

Φ représente la décomposition de la phase turbulente Φ_{atm} sur les modes \mathbf{K} , \mathbf{V} les tensions intégrées appliquées au DM pour corriger la phase et $\boldsymbol{\varepsilon}$ le vecteur de décomposition de la phase sur les modes \mathbf{K} . Nous pouvons décomposer la phase totale et résiduelle en deux composantes :

$$\Phi^i = \Phi_{\parallel}^i + \Phi_{\perp}^i, \quad (2.42)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}^i = \boldsymbol{\varepsilon}_{\parallel}^i + \boldsymbol{\varepsilon}_{\perp}^i, \quad (2.43)$$

avec $\Phi_{\perp}^i = \boldsymbol{\varepsilon}_{\perp}^i$ et l'indice \parallel désigne l'espace miroir et \perp l'espace orthogonal au miroir. La boucle d'OA contient un intégrateur donc

$$\mathbf{V}^i = \mathbf{V}^{i-1} + g\Delta\mathbf{V}^i, \quad (2.44)$$

avec g le gain de la boucle et $\Delta\mathbf{V}$ les tensions d'erreurs sur le DM (les tensions de mise à jour de la forme du miroir déformables à chaque itération) définies comme,

$$\Delta\mathbf{V}^i = \underbrace{\mathbf{D}^+\mathbf{D}}_{\mathbf{I}} \boldsymbol{\varepsilon}_{\parallel}^{i-1} + \mathbf{D}^+\mathbf{D}'_{\infty} \boldsymbol{\varepsilon}_{\perp}^{i-1}. \quad (2.45)$$

\mathbf{D} , \mathbf{D}'_{∞} et \mathbf{D}^+ sont respectivement la matrice d'interaction (modes miroir vers mesures), la matrice d'interaction avec une infinité de colonnes (modes de la phase totale vers mesures) et le reconstituteur (mesures vers modes miroir).

On remarque que les tensions à appliquer pour corriger la phase analysée à l'itération précédente contiennent une composante résiduelle parallèle qui est due à la correction partielle de la phase (gain, fréquence d'échantillonnage, etc.), et une composante qui est due à la phase orthogonale (mal vue par l'analyseur) qui donne une mesure non nulle sur l'analyseur et qui est reconstruite sur le miroir déformable (le repliement).

Le terme parallèle de la phase résiduelle s'écrit :

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\parallel}^i = \Phi^i - \boldsymbol{\varepsilon}_{\perp}^i - \mathbf{V}^i = \Phi_{\parallel}^i - \mathbf{V}^i. \quad (2.46)$$

Donc les tensions :

$$\mathbf{V}^i = \Phi_{\parallel}^i - \boldsymbol{\varepsilon}_{\parallel}^i. \quad (2.47)$$

En remplaçant dans l'éq. 2.46 et l'éq. 2.47

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\parallel}^i = \Phi_{\parallel}^i - [\Phi_{\parallel}^{i-1} - \boldsymbol{\varepsilon}_{\parallel}^{i-1} + g\Delta\mathbf{V}^i]. \quad (2.48)$$

Avec les équations 2.48 et 2.45 on obtient :

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\parallel}^i = \boldsymbol{\varepsilon}_{\parallel}^{i-1} + \underbrace{(\Phi_{\parallel}^i - \Phi_{\parallel}^{i-1})}_{\Delta\Phi_{\parallel}^{i-1}} - g(\boldsymbol{\varepsilon}_{\parallel}^{i-1} + \mathbf{D}^+\mathbf{D}'_{\infty}\boldsymbol{\varepsilon}_{\perp}^{i-1}). \quad (2.49)$$

Au final,

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\parallel}^i = (1 - g)\boldsymbol{\varepsilon}_{\parallel}^{i-1} + \Delta\Phi_{\parallel}^{i-1} - g\mathbf{D}^+\mathbf{D}'_{\infty}\boldsymbol{\varepsilon}_{\perp}^{i-1}. \quad (2.50)$$

Cette équation nous permet d'obtenir la composante parallèle de la phase résiduelle à l'itération i en fonction de l'itération $i - 1$. On remarque qu'elle est composée de la partie parallèle qui n'a pas été corrigée à cause du gain ($0 \leq g \leq 1$), un terme de variation de phase parallèle turbulente entre l'itération i et $i - 1$ dû au retard temporel du système et le terme de repliement qui est atténué par la gain.

À l'itération précédente, la composante parallèle de la phase résiduelle s'écrit alors :

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\parallel}^{i-1} = (1 - g)\boldsymbol{\varepsilon}_{\parallel}^{i-2} + \Delta\Phi_{\parallel}^{i-2} - g\mathbf{D}^+\mathbf{D}'_{\infty}\boldsymbol{\varepsilon}_{\perp}^{i-2}, \quad (2.51)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \boldsymbol{\varepsilon}_{\parallel}^i &= (1 - g) \left[(1 - g)\boldsymbol{\varepsilon}_{\parallel}^{i-2} + \Delta\Phi_{\parallel}^{i-2} - g\mathbf{D}^+\mathbf{D}'_{\infty}\boldsymbol{\varepsilon}_{\perp}^{i-2} \right], \\ &+ \Delta\Phi_{\parallel}^{i-1} - g\mathbf{D}^+\mathbf{D}'_{\infty}\boldsymbol{\varepsilon}_{\perp}^{i-1}, \end{aligned} \quad (2.52)$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}_{\parallel}^i &= (1 - g)^2\boldsymbol{\varepsilon}_{\parallel}^{i-2} - g(1 - g)\mathbf{D}^+\mathbf{D}'_{\infty}\boldsymbol{\varepsilon}_{\perp}^{i-2}, \\ &- g\mathbf{D}^+\mathbf{D}'_{\infty}\boldsymbol{\varepsilon}_{\perp}^{i-1} + \Delta\Phi_{\parallel}^{i-1} + (1 - g)\Delta\Phi_{\parallel}^{i-2}. \end{aligned} \quad (2.53)$$

Deux itérations plus tôt, l'équation devient :

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\parallel}^{i-2} = (1-g)\boldsymbol{\varepsilon}_{\parallel}^{i-3} + \Delta\Phi_{\parallel}^{i-3} - g\mathbf{D}^+\mathbf{D}'_{\infty}\boldsymbol{\varepsilon}_{\perp}^{i-3}, \quad (2.54)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \boldsymbol{\varepsilon}_{\parallel}^{i-1} &= (1-g)^2 \left[(1-g)\boldsymbol{\varepsilon}_{\parallel}^{i-3} + \Delta\Phi_{\parallel}^{i-3} - g\mathbf{D}^+\mathbf{D}'_{\infty}\boldsymbol{\varepsilon}_{\perp}^{i-3} \right], \\ &- g(1-g)\mathbf{D}^+\mathbf{D}'_{\infty}\boldsymbol{\varepsilon}_{\perp}^{i-2} - g\mathbf{D}^+\mathbf{D}'_{\infty}\boldsymbol{\varepsilon}_{\perp}^{i-1}, \\ &+ \Delta\Phi_{\parallel}^{i-1} + (1-g)\Delta\Phi_{\parallel}^{i-2}, \end{aligned} \quad (2.55)$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}_{\parallel}^{i-1} &= (1-g)^3\boldsymbol{\varepsilon}_{\parallel}^{i-3} - g(1-g)^2\mathbf{D}^+\mathbf{D}'_{\infty}\boldsymbol{\varepsilon}_{\perp}^{i-3} - g(1-g)\mathbf{D}^+\mathbf{D}'_{\infty}\boldsymbol{\varepsilon}_{\perp}^{i-2}, \\ &- g\mathbf{D}^+\mathbf{D}'_{\infty}\boldsymbol{\varepsilon}_{\perp}^{i-1} + \Delta\Phi_{\parallel}^{i-1} + (1-g)\Delta\Phi_{\parallel}^{i-2} + (1-g)^2\Delta\Phi_{\parallel}^{i-3}. \end{aligned} \quad (2.56)$$

Finalement, en considérant les n itérations précédentes, on met en évidence la récurrence suivante :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}_{\parallel}^i &= (1-g)^n\boldsymbol{\varepsilon}_{\parallel}^{i-n} - \sum_{m=1}^n g(1-g)^{m-1} (\mathbf{D}^+\mathbf{D}'_{\infty}\boldsymbol{\varepsilon}_{\perp}^{i-m}) \\ &+ \sum_{m=1}^n (1-g)^{m-1}\Delta\Phi_{\parallel}^{i-m}, \end{aligned} \quad (2.57)$$

où $\Delta\Phi_{\parallel}^{i-m} = \Phi_{\parallel}^{i-m+1} - \Phi_{\parallel}^{i-m}$.

Cette équation n'a demandé qu'une hypothèse : $\mathbf{D}^+\mathbf{D} = \mathbf{I}$. On remarque que pour n assez grand, le facteur $(1-g)^n$ tend vers zéro car le gain $0 \leq g \leq 1$, et le premier terme de l'éq. 2.57 tend vers zéro.

Les termes $\sum_{m=1}^n g(1-g)^{m-1} (\mathbf{D}^+\mathbf{D}'_{\infty}\boldsymbol{\varepsilon}_{\perp}^{i-m})$ et $\sum_{m=1}^n (1-g)^{m-1}\Delta\Phi_{\parallel}^{i-m}$, qui dépendent des paramètres du système (gain, matrice d'interaction et de commande) et de la turbulence peuvent être estimés. En effet, $\Delta\Phi_{\parallel}$ et $\boldsymbol{\varepsilon}_{\perp}$ étant des termes purement turbulents, ils suivent la statistique de Kolmogorov.

Le terme croisé s'exprime comme,

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{\varepsilon_{\perp\parallel}} &= \langle \boldsymbol{\varepsilon}_{\parallel}\boldsymbol{\varepsilon}_{\perp}^t \rangle = \langle \left[(1-g)^n\boldsymbol{\varepsilon}_{\parallel}^{i-n} \right] \boldsymbol{\varepsilon}_{\perp}^{it} - \left[\sum_{m=1}^n g(1-g)^{m-1} (\mathbf{D}^+\mathbf{D}'_{\infty}\boldsymbol{\varepsilon}_{\perp}^{i-m}) \right] \boldsymbol{\varepsilon}_{\perp}^{it} \\ &+ \left[\sum_{m=1}^n (1-g)^{m-1}\Delta\Phi_{\parallel}^{i-m} \right] \boldsymbol{\varepsilon}_{\perp}^{it} \rangle \end{aligned} \quad (2.58)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{\varepsilon_{\perp\parallel}} &\simeq (1-g)^n \langle \boldsymbol{\varepsilon}_{\parallel}^{i-n}\boldsymbol{\varepsilon}_{\perp}^{it} \rangle - \sum_{m=1}^n g(1-g)^{m-1}\mathbf{D}^+\mathbf{D}'_{\infty} \langle \boldsymbol{\varepsilon}_{\perp}^{i-m}\boldsymbol{\varepsilon}_{\perp}^{it} \rangle \\ &+ \sum_{m=1}^n (1-g)^{m-1} \langle \Delta\Phi_{\parallel}^{i-m}\boldsymbol{\varepsilon}_{\perp}^{it} \rangle, \end{aligned} \quad (2.59)$$

où $\langle X^{i-m}\boldsymbol{\varepsilon}_{\perp}^{it} \rangle$ est une matrice de covariance entre deux variables turbulentes séparées temporellement d'un temps égal à m fois le pas temporel de la boucle. Si n est grand, le premier terme tend vers 0.

Théoriquement, il est possible d'obtenir ces termes croisés qui ne dépendent donc que du r_0 et de la vitesse du vent \mathbf{v} dans l'hypothèse de Taylor qui suppose des écrans de phase gelés se translatant devant la pupile. En effet, la statistique que suivent les variables ε_{\perp} et Φ_{\parallel} est celle de Kolmogorov. Les covariances qui apparaissent dans l'éq. 2.59 correspondent à des corrélations existantes entre deux termes séparés temporellement et sont fonctions du r_0 . Il s'agit donc de calculer les covariances entre les KL de la phase Φ_{\perp} et de toutes la phase Φ_{atm} pour des écarts temporels $m\tau$ (ou $(m-1)\tau$) (avec $\tau = 1/\nu_e$ le pas temporel de la boucle) qui peut se traduire, sous l'hypothèse de Taylor, en un simple décalage spatial $m\tau\mathbf{v}$ (ou $(m-1)\tau\mathbf{v}$). Le cadre théorique existe pour mener à bien ce calcul comme dans le cas de l'anisoplanétisme (voir Gendron 1995).

En l'absence pour l'instant de modèle analytique complet pour prendre en compte le vent et la statistique de Kolmogorov, nous proposons ici d'estimer de manière numérique le terme croisé. Le r_0 sera ajusté sur les données lors du processus de minimisation du critère de vraisemblance mais la vitesse du vent devra être estimée en exécutant plusieurs simulations pour des \mathbf{v} différentes et chercher \mathbf{v} qui minimise le critère. Enfin, par définition, grâce à l'éq. 2.57, il est en théorie possible d'obtenir aussi une estimation de la matrice de covariance $\mathbf{C}_{\varepsilon_{\parallel}}$. Dans le futur, un modèle analytique complet (c'est-à-dire prenant en compte \mathbf{v} , le temps de pose et r_0) pourra être développé.

2.5.5 Influence et choix du paramètre n de la récurrence

Le terme en ε_{\parallel} n'étant pas estimable, nous avons tout intérêt à choisir n assez grand pour rendre sa contribution négligeable dans l'équation 2.57.

Les figures 2.5 et 2.6 montrent la précision de l'estimation du terme croisé en fonction de n .

Premièrement, on remarque que l'erreur d'estimation (la différence entre la covariance exacte récupérée de la simulation et la covariance estimée par récurrence) diminue lorsque n augmente car la corrélation entre le terme croisé vrai (obtenu par simulation) et celui estimé par récurrence est de plus en plus proche de 1 (figure 2.5). De plus, la moyenne de l'erreur est nulle (ou très proche de zéro) et la variance de celle-ci diminue avec n (figure 2.6).

La précision est-elle suffisante?

Pour juger de la précision, il faut minimiser le critère MV. Nous utilisons ici un algorithme utilisant une méthode quasi-Newton à métrique variable et à mémoire limitée (Nocedal 1980; Thiebaut 2002). Si la précision du terme croisé n'est pas suffisante, le résultat de la minimisation sera erroné ou même divergent. Les mesures ne pourront pas être reproduites par le modèle étant donnée l'importance du terme croisé sur la mesure (voir figure 2.3).

La figure 2.7 représente l'erreur d'estimation sur la variance des modes par la méthode MV pour différentes valeurs du paramètre n et différents cas de correction. La figure 2.8 présente le résidu sur l'estimation de la matrice de covariance des modes pour le cas à 150 Hz.

Pour $n=1$, l'estimation de la variance donnée par la méthode MV est déjà précise. En effet, pour la majorité des modes, on atteint une précision meilleure que 10% par rapport à la variance vraie de l'observation. Seuls les premiers modes (les modes équivalents au basculement ou *tip-tilt*) ont une erreur importante ainsi que les modes 7 et 18. Pour $n=3$, les mêmes modes ont une erreur importante mais la variance est mieux estimée que dans le cas $n=1$. Enfin, pour $n>3$, dans notre cas $n=5$, la variance est estimée avec une erreur inférieure à 1%.

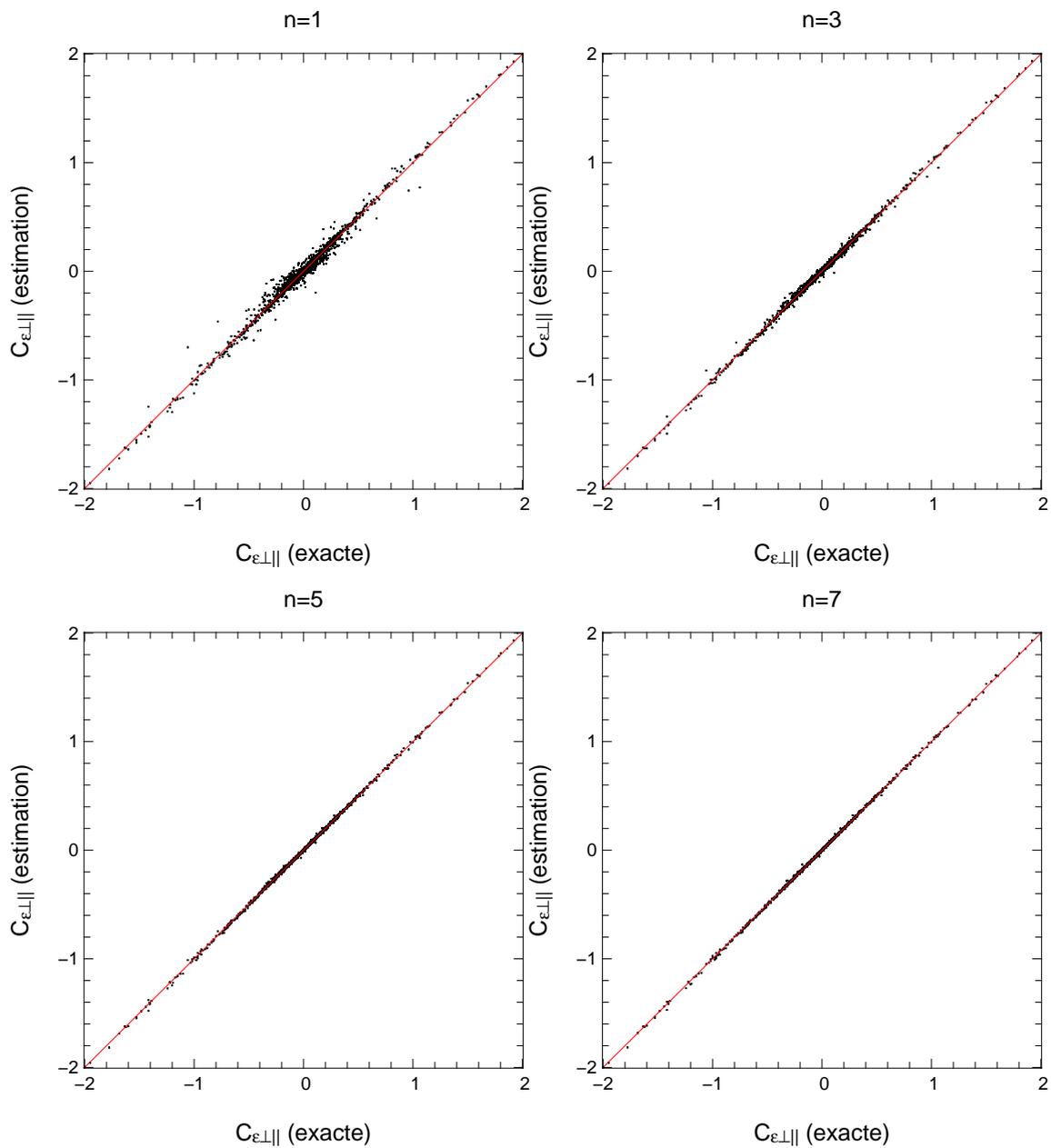


Figure 2.5: Covariances du terme croisé estimées avec la méthode récursive pour différentes valeurs de n en fonction des covariances exactes extraites de la simulation pour un système fonctionnant à 300 Hz et un gain de $g = 0.5$. Le trait rouge représente la fonction $y = x$.

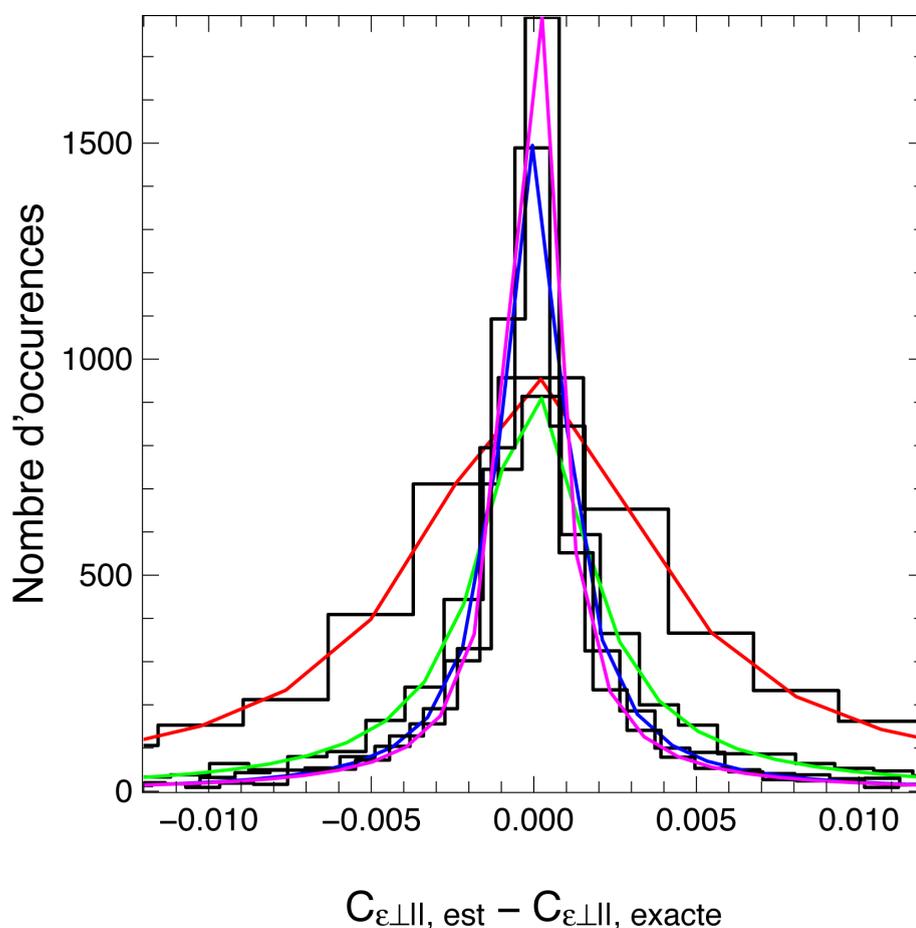


Figure 2.6: Histogramme de l'erreur absolue entre la covariance des modes i et j exacte et la covariance des mêmes modes estimée avec la méthode récursive pour un système fonctionnant à 300 Hz et un gain de boucle de 0.5. Les histogrammes sont ajustés par une distribution de Moffat afin d'estimer la variance de l'erreur, l'erreur étant de moyenne nulle. *Rouge* : pour $n = 1$, l'écart-type de l'erreur vaut $\sigma = 0.013$. *Vert* : $n=3$, $\sigma = 0.0057$. *Bleu* : $n=5$, $\sigma = 0.0043$ et *magenta* : $n=7$, $\sigma=0.0034$.

En faisant varier la fréquence de boucle, on arrive à la même conclusion. Avec une boucle à 150 Hz (figure 2.7 en haut à droite), ou 100 Hz (figure 2.7 en bas à gauche), les modes de plus hauts ordres sont tous estimés avec une erreur supérieure à 10% pour $n=1$. Pour $n=5$, on reproduit également de manière précise la variance des modes.

On peut donc conclure que la méthode récursive permet d'atteindre une précision suffisante sur le terme croisé pour permettre une estimation très précise de la variance des modes pour $n \geq 5$ dans ce cas.

Le choix de n dépend naturellement du gain g . Avec un gain plus faible, la fonction $(1 - g)^n$ décroît moins rapidement avec n . La figure 2.7 (en bas à droite) présente le résultat de la minimisation pour un gain de boucle $g=0.3$.

Dans ce cas, pour $n=1$, l'erreur sur la variance est grande ainsi que pour $n=3$. En effet, avec $n=1$ et $g=0.3$, le terme en ϵ_{\parallel} est encore à 70% de sa valeur et n'est donc

pas négligeable. Pour $n=3$, $(1-g)^n = 0.34$ ce qui reste important. L'estimation de la variance avec une précision supérieur à 1% est obtenue pour $n=9$ (non représenté).

On peut exprimer un choix de n de façon empirique. Le terme en ε_{\parallel} doit être négligeable pour que la précision sur l'estimation du terme croisé soit suffisante pour permettre une estimation précise de la variance des modes. Empiriquement, une erreur de 1% sur l'estimation du terme croisé est suffisante pour assurer la convergence et la précision de la méthode. L'erreur étant uniquement due au terme en ε_{\parallel} , on trouve une erreur inférieure à 1% lorsque,

$$n \simeq \lceil -6/\ln(1-g) \rceil. \quad (2.60)$$

La figure 2.8 montre l'erreur absolue sur l'estimation de la matrice de covariance des modes par la méthode récursive et n choisi avec l'équation précédente. On remarque que l'erreur est toujours inférieure à 5 nm en général. Les premiers modes en revanche ont une erreur plus importante sur leur estimation ; en particulier les modes de basculement. Mais ce sont aussi les modes qui contiennent la majorité de de la variance de phase et l'erreur relative sur ces modes est inférieure à 1%.

2.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons développé un outil de reconstruction de la FEP, à partir de la télémétrie du système d'OA, utilisant la méthode décrite dans [Véran et al. \(1997\)](#). Cette méthode d'inversion utilise un estimateur des moindres carrés (MC) pour estimer la composante parallèle de la phase résiduelle à partir des mesures fournies par l'ASO.

Plusieurs approximations sont faites pour mettre en œuvre cette méthode. Premièrement, on considère que la phase résiduelle est stationnaire sur la pupille ce qui implique une sous-estimation systématique de la FTO par rapport au calcul exact. Ensuite, on néglige les corrélations entre la composante miroir de la phase résiduelle et la composante haute fréquence de la phase. Enfin, on fait l'hypothèse que le système possède une grande bande passante afin d'estimer les corrélations entre la composante haute fréquence de la phase repliée sur le miroir et la composante parallèle de la phase résiduelle. Cette approximation est incontournable car le terme que l'on estime n'est pas calculable.

D'autre part, on doit estimer plusieurs paramètres. La variance du bruit sur les mesures est estimée afin de débiaiser la covariance des mesures de l'ASO. On estime de manière numérique la fonction de structure de la phase orthogonale et la covariance de la composante repliée de la phase résiduelle sur le miroir.

Dans la sous-section 2.4, on démontre que les approximations qui sont faites sont globalement valides. L'effet de l'approximation de la phase stationnaire et du terme croisé global Γ_{ε} est faible comparé au calcul exact. Cependant, l'approximation de grande bande passante n'est en général pas vérifiée pour les ASO de type SH, qui peuvent fonctionner à des fréquences aussi basses que 15 Hz.

L'estimation numérique qui est faite de la composante repliée sur le miroir et la fonction de structure de la phase orthogonale est assez précise pour avoir une

reconstruction de la FEP exploitable. L'estimation du bruit est critique lors de la reconstruction de la FEP. Le bruit sur la mesure est blanc gaussien mais la composante reconstruite de celui-ci sur le miroir est fortement non stationnaire. Une estimation précise de sa variance est donc requise.

Pour lever les limitations de la méthode MC, nous avons développé une nouvelle méthode d'estimation de la composante parallèle de la phase résiduelle basée sur une approche de type maximum de vraisemblance selon la proposition faite dans [Gratadour \(2005\)](#). Cette méthode permet d'estimer la matrice de covariance des modes la plus probable sachant les mesures en prenant explicitement en compte l'effet du repliement et du bruit sur la mesure. Pour ce faire, nous avons besoin d'une estimation précise des termes de corrélation entre la composante parallèle et perpendiculaire de la phase résiduelle. Ces termes ont un effet non négligeable sur la mesure et doivent être pris en compte pour estimer la composante parallèle. J'ai développé une expression analytique permettant l'estimation de ces termes croisés à partir de la décomposition de la phase atmosphérique sur les KL et en s'appuyant sur la statistique de Kolmogorov. L'estimation de ces termes est faite à l'aide d'une méthode récursive, qui prend en compte les effets temporels dans un système d'OA, qui nous permet d'exprimer les corrélations simplement en fonction du r_0 et de la vitesse du vent \mathbf{v} .

Le développement numérique et les tests de cette nouvelle méthode sont décrits dans le chapitre suivant.

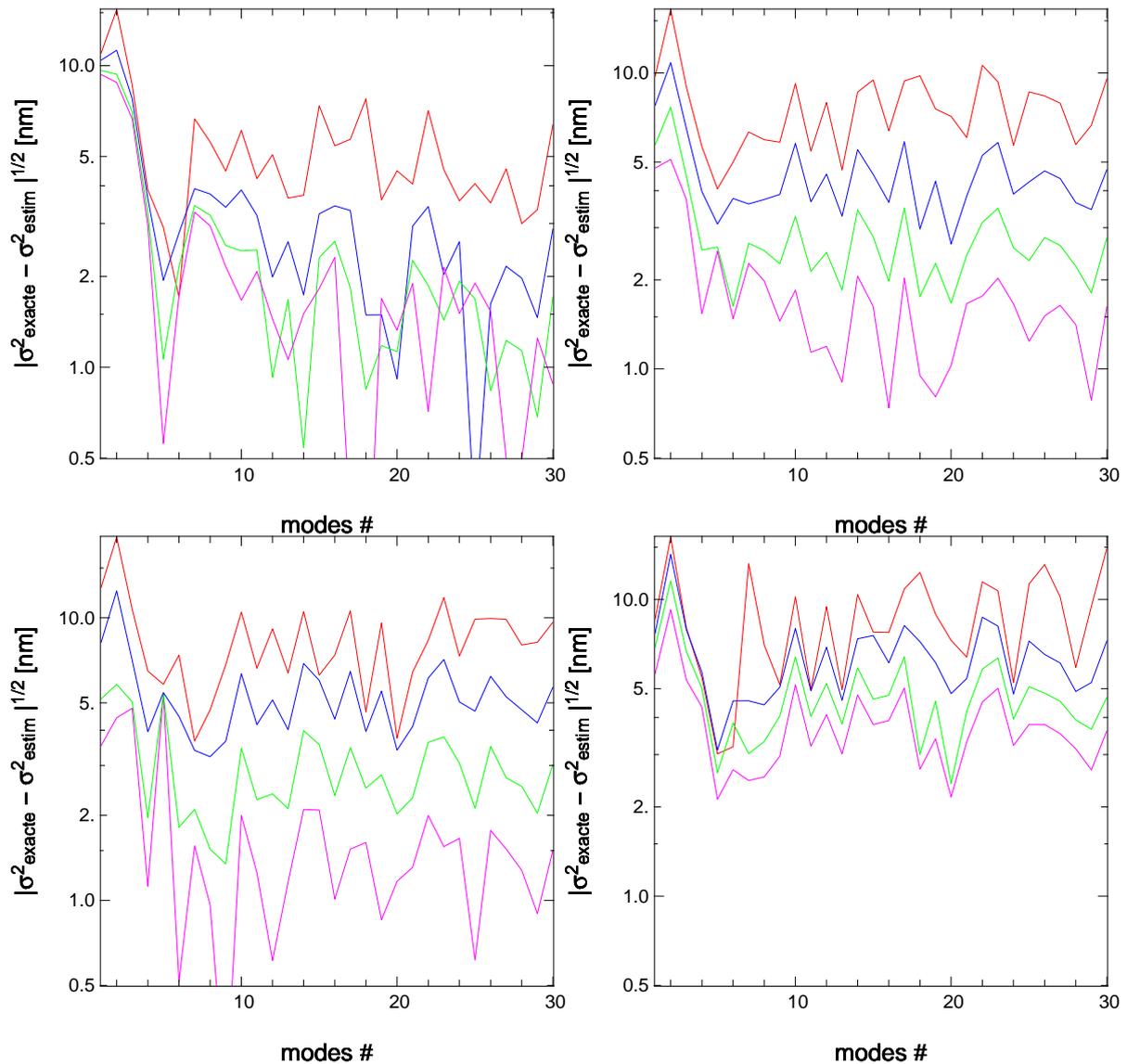


Figure 2.7: Erreurs sur la variance estimée pour $n=1$ (rouge), 3 (bleu), 5 (vert) et 7 (magenta). En haut à gauche, on considère un système simulé avec un gain de 0.5 et une fréquence d'échantillonnage de 300 Hz. En haut à droite, avec un gain de 0.5 et une fréquence d'échantillonnage de 150 Hz. En bas à gauche, avec un gain de 0.5 et une fréquence d'échantillonnage de 100 Hz. En bas à droite, avec un gain de 0.3 et une fréquence d'échantillonnage de 300 Hz.

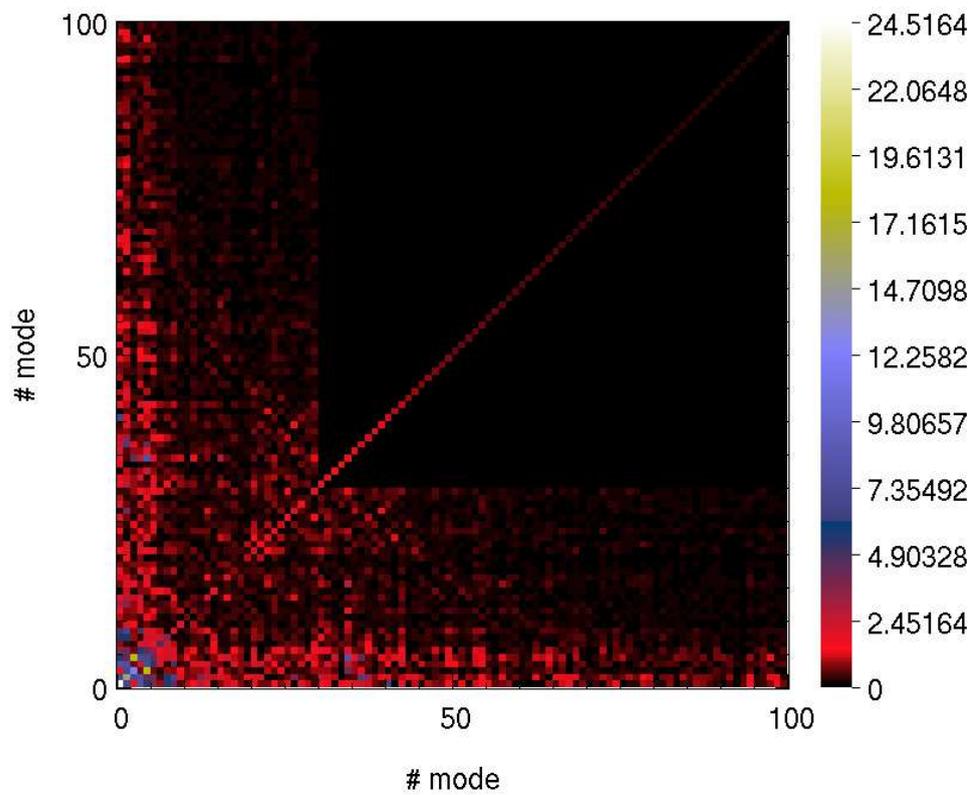


Figure 2.8: Résidu sur l'estimation de la matrice de covariance des modes pour une fréquence de boucle de 150 Hz et un gain de 0.5 et n choisi avec l'équation 2.60. Ce résidu est défini comme $\sqrt{|\mathbf{C}_{\varepsilon_{\text{exacte}}} - \mathbf{C}_{\varepsilon_{\text{estime}}}|}$. L'échelle de couleur est en nanomètre.

Mise en œuvre de la méthode MV : PLEASE

Sommaire

3.1	Conditions de simulation	94
3.2	Mise en place de la méthode MV : PLEASE	98
3.2.1	Estimation de la covariance C_ϵ	99
3.2.2	Reconstruction de la FEP	100
3.3	Effet de la bande passante	101
3.4	Calcul de la FEP moyenne simulée	103
3.4.1	Niveau de l'erreur de convergence	103
3.4.2	Convexité du critère	104
3.5	Comparaison MC/MV	106
3.6	Performances du processus complet de la méthode MV	114
3.7	Conclusion du chapitre	122

L'estimation du maximum de vraisemblance possède plusieurs avantages sur la méthode des moindres carrés. Cette méthode d'inversion vise à l'estimation de la covariance des modes qui maximise la probabilité d'obtenir la covariance des mesures connaissant le modèle de la mesure. Cela permet un traitement optimal du bruit et une prise en compte optimale de l'erreur de repliement.

La variance du bruit est estimée de la même manière, en maximisant la probabilité d'obtenir les mesures sachant la variance du bruit d'analyse. La méthode ne nécessite donc pas de débiaiser la covariance des mesures de la variance du bruit. On estime conjointement la variance du bruit sur les modes miroir et la covariance de la phase résiduelle tout en prenant en compte les effets du repliement. Les effets du repliement sont explicitement pris en compte grâce à la matrice d'interaction étendue à un nombre de modes bien supérieur au nombre de modes corrigés.

L'approximation de grande bande passante n'est pas utile pour la méthode MV car les termes de couplage entre la composante parallèle et la composante perpendiculaire sont estimés par la méthode récursive décrite dans la sous-section 2.5.4. Enfin, l'annexe A montre que l'estimateur du maximum de vraisemblance est un estimateur efficace de la covariance d'un processus aléatoire gaussien. C'est aussi

un estimateur convergent (non démontré), c'est-à-dire que l'erreur d'estimation tend vers zéro lorsque la taille de l'échantillon augmente.

Néanmoins, la méthode présente des difficultés. Premièrement, il nous faut une base de modes de la phase suffisamment grande pour pouvoir reproduire avec précision la mesure. Cela implique le calcul d'une matrice d'interaction (passage des modes vers la mesure) incluant les modes de haut ordre pour prendre en compte les effets de repliement. Enfin, il nous faut une estimation des termes croisés de la matrice de covariance des modes (correspondant aux corrélations entre le repliement sur l'espace miroir, le filtrage temporel de la phase résiduelle parallèle et les modes de la phase orthogonale à l'espace miroir). Nous avons vu section 2.4, que les termes croisés peuvent être approximés lors du processus de reconstruction de la FEP dans l'espace miroir. Mais ces termes ont un impact fort sur la mesure et doivent être estimés ici avec précision.

3.1 Conditions de simulation

Dans la suite, nous allons tester la méthode MV sur des simulations d'observations en optique adaptative.

Nous nous sommes placés dans le cadre du projet Canary, le démonstrateur de MOAO installé au WHT (Gendron et al. 2011). Canary est un instrument dit fonctionnant en *boucle ouverte* mais il peut aussi travailler en OA classique *boucle fermée*. La simulation a été configurée pour simuler ce système en boucle fermée.

Le système simulé est donc constitué d'un ASO de type Shack-Hartmann de 7x7 sous-pupilles observant à une longueur d'onde de 589 nm et dont le bruit de détecteur est nul. La pente est donnée par la différence de phase d'un bord à l'autre de la sous-pupille (SH géométrique) plutôt que de former les imagerie du SH et d'utiliser un algorithme de calcul de centre de gravité pour estimer la pente. Nous utilisons un SH géométrique avec un comportement linéaire pour que le modèle de la mesure soit pleinement vérifié. Le miroir déformable est capable de reproduire les trente premiers modes de Karhunen-Loève atmosphériques. Le télescope a un diamètre de 4.2 m et une obstruction centrale de 1.05 m, soit 0.25 en fraction du diamètre pupille (pour simuler le *William Herschel telescope*).

Ce système observe une étoile guide naturelle sur l'axe de magnitude 8, soumise à une couche turbulente possédant un $r_0 = 0.12 m$ et une vitesse de vent de $7.5 m s^{-1}$. Pour ces tests, la phase est filtrée des modes de très haut ordre. Ainsi, la phase est une combinaison linéaire de 200 KL. Les écrans de phase sont de taille infinie comme décrit dans Assémat et al. (2006) pour éviter les redondances cycliques dans les mesures. En effet, par défaut, Yao utilise des écrans de taille finie qui après un certain nombre d'itérations se répètent. Les écrans de taille infini permettent alors de supprimer cet effet et d'améliorer la statistique de la simulation.

Concernant la boucle d'OA, le système simulé fonctionne à une fréquence de 500 Hz (au maximum), avec un gain de 0.3 (typique pour Canary) pendant 5000 itérations pour obtenir un temps de pose comparable à une observation réelle. Ces

Table 3.1: Tableau récapitulatif des paramètres de simulation. Les sorties ajoutées correspondent aux ajouts implémentés dans Yao pour tester les méthodes contrairement aux sorties naturelles.

	Paramètre	Valeur
Simulation	Diamètre pupille	140 px
Atmosphère	r_0 à $0.5 \mu\text{m}$	0.12 m
	Vitesse du vent	$7.5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
	Altitude de la couche	0 m
ASO	Type	SH géométrique
	Longueur d'onde	$0.589 \mu\text{m}$
	Nombre de sous-pupilles	7x7 (36 illuminées)
	Taille du pixel sur le ciel	$0.3''$
	Pixels par sous-pupille	16x16
	Bruit	non
	Itérations d'intégration	10
DM	Type	KL
	Nombre de modes	30
	Basculement inclus	oui
Télescope	Diamètre	4.2 m
	Obstruction centrale	0.25
	Longueur d'onde observée	$1.65 \mu\text{m}$
Boucle	Gain	0.3 et 0.035
	Fréquence de boucle	500–50–5 Hz
	Fréquence de simulation	5000–500–50 Hz
	Nombre d'itérations	5000
	Trames de retard	0
Sorties naturelles	\mathbf{w}	-
	\mathbf{V}	-
	$\Delta\mathbf{V}$	-
	\mathbf{D}	-
	FEP moyenne	-
	Matrice de commande	-
Sorties ajoutées	\mathbf{a}	-
	$\boldsymbol{\varepsilon}$	-
	$\bar{D}_{\Phi_{\perp}}$	-

paramètres pourront varier pour estimer les performances de la méthode MV en fonction de la bande passante du système. Nous avons besoin de simuler le temps d'intégration sur l'ASO (voir sous-section 3.3). Yao permet de simuler le temps d'intégration. Dans notre cas, on utilise dix itérations durant lesquelles l'écran de phase translate, les spots Hartmann sont moyennés sur ces dix écrans (dans le cas du SH géométrique, on moyenne les gradients) et enfin la mesure est calculée sur les spots moyens. Nous ferons à présent la distinction entre la fréquence de la simulation qui correspond à la fréquence à laquelle les écrans de phase sont décalés et la fréquence de boucle qui correspond à la fréquence à laquelle la forme du miroir est mise-à-jour. Si nous fixons le nombre d'intégrations à 10, alors pour simuler un système à une fréquence de boucle de 500 Hz, il nous faut une fréquence de simulation de 5000 Hz. Le délai de boucle est fixé à 0 dans la simulation mais Yao considère de base qu'il existe une trame de retard entre l'analyse et l'application des commandes au miroir déformables.

A la fin de la simulation, on récupère les mesures (\mathbf{w}), les commandes du DM (\mathbf{V}) et les commandes différentielles ($\Delta\mathbf{V}$) à chaque itération, ainsi que la FEP moyenne de la simulation.

Yao a été modifié pour qu'il puisse aussi ressortir la phase turbulente \mathbf{a} à chaque itération, la décomposition de la phase résiduelle $\boldsymbol{\varepsilon}$ sur les modes KL et les mesures repliées (en injectant la phase orthogonale à l'espace miroir dans l'analyseur au cours de la simulation). Ceci nous permet d'obtenir toutes les grandeurs nécessaires pour effectuer nos tests (voir fig. 3.1).

Détails sur les modifications de Yao

Les modes miroir (\mathbf{M}) sont des modes de KL générés par Yao à partir du modèle de Kolmogorov que nous appelons \mathbf{K}^{yao} . Nous avons généré 200 de ces modes. À l'initialisation (figure 1.15), on crée une matrice de passage \mathbf{P} grâce aux \mathbf{K}^{yao} qui permet de projeter la phase sur ces modes telle que :

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= \mathbf{K}^{\text{yao}}, \\ \mathbf{P} &= \mathbf{K}^{+\text{yao}} = (\mathbf{K}^{\text{t yao}} \mathbf{K}^{\text{yao}})^{-1} \mathbf{K}^{\text{t yao}}, \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$\mathbf{K}^{+\text{yao}} \Phi_{\text{atm}} = \mathbf{a}^{\text{yao}}. \quad (3.2)$$

Avant chaque projection, la phase est soustraite du mode piston. Pour cela, on soustrait simplement la valeur moyenne de la phase dans la pupille. Avec un gain nul, nous simulons une boucle ouverte et à chaque itération, nous récupérons la phase turbulente via l'éq. 3.2. Pour vérifier les propriétés statistique des \mathbf{K}^{yao} , nous avons calculé la matrice de covariance des modes $\mathbf{C}_a = \langle \mathbf{a} \mathbf{a}^t \rangle$ mais nous avons constaté qu'ils n'étaient pas strictement statistiquement indépendants sur la phase turbulente.

Pour assurer cette indépendance, on diagonalise la matrice \mathbf{C}_a grâce à une SVD (voir Press 2007, pour plus de détails) telle que :

$$\mathbf{C}_a = \mathbf{U} \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{V}^t, \quad (3.3)$$

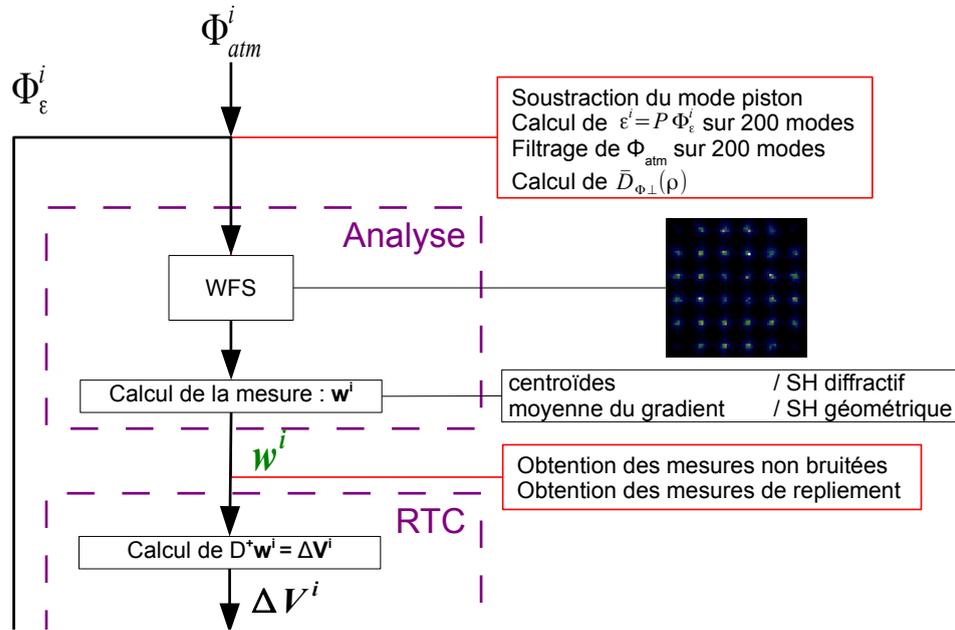


Figure 3.1: Fonctionnement schématique de Yao. En vert sont représentées les sorties naturelles de Yao et en rouge les sorties ajoutées pour les besoins du présent travail. P représente la matrice de passage de la phase vers les coefficients des modes.

qui renvoie les valeurs propres (contenues dans la matrice Λ) et les vecteurs propres (contenus dans la matrice \mathbf{V}^t) de la matrice \mathbf{C}_a . Les vecteurs propres sont utilisés pour créer les nouveaux modes KL tels que :

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}^{yao} \mathbf{V}, \quad (3.4)$$

sur lesquels \mathbf{C}_a est purement diagonale. On obtient ainsi nos modes de KL. Pour chaque simulation, on utilisera ces modes qui n'ont été calculés qu'une seule fois.

Nous avons vu que dans la méthode MV, nous avons besoin d'une matrice d'interaction qui prend en compte les modes de haut ordre de la phase et pas uniquement les modes miroir ; la matrice notée \mathbf{D}_∞ qui est la matrice d'interaction étendue pour tous les modes de la base de KL. Il a fallu pour cela exécuter Yao pour qu'il calcule la réponse de l'analyseur à ces 200 modes KL. Ainsi, la colonne k de la matrice contient la réponse de l'ASO au mode k . Cette matrice n'est calculée qu'une seule fois. La matrice d'interaction créée par Yao, en réponse aux 30 modes miroir, correspond aux 30 premières colonnes de \mathbf{D}_∞ et la matrice \mathbf{D}'_∞ correspond aux colonnes 31 à 200 de cette même matrice.

Pour filtrer la phase incidente sur les 200 modes, on utilise la matrice de passage \mathbf{K}^+ . Lors de la génération de l'écran de phase à l'instant i , on projette la phase turbulente Φ_{atm} sur les 200 modes KL, puis la phase est reconstruite via le résultat

de la décomposition, c'est-à-dire :

$$\begin{aligned}\mathbf{a} &= \mathbf{K}^+ \Phi_{\text{atm}}, \\ \Phi_{\text{atm}}^{\text{filtre}} &= \mathbf{K} \mathbf{a},\end{aligned}\tag{3.5}$$

où \mathbf{a} contient 200 éléments. Ce vecteur est sauvé à chaque itération ce qui nous permet d'obtenir la phase turbulente durant la simulation. Enfin, la mesure du SH est donnée par la matrice d'interaction étendue \mathbf{D}_∞ :

$$\mathbf{w} = \mathcal{W}(\Phi_\varepsilon) = \mathbf{D}_\infty \boldsymbol{\varepsilon}.$$

On obtient la phase résiduelle dans Yao par :

$$\Phi_\varepsilon = \Phi_{\text{atm}}^{\text{filtre}} - \Phi_{\text{m}},\tag{3.6}$$

et à l'instant k la phase miroir est :

$$\Phi_{\text{m}}^k = \mathbf{K} [\mathbf{V}^{k-1} + g\mathbf{D}^+ \mathbf{w}^k].\tag{3.7}$$

Le vecteur de la décomposition de la phase résiduelle sur les modes est obtenu par projection de la phase résiduelle sur les 200 KL. Après soustraction de la phase miroir à la phase turbulente, la phase résiduelle est projetée sur les modes tels que :

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{K}^+ \Phi_\varepsilon.$$

Le vecteur $\boldsymbol{\varepsilon}$ est aussi sauvegardé et est notre référence dans les tests de la méthode MV car il fournit la matrice exacte de covariance des modes pour l'observation simulées :

$$\mathbf{C}_\varepsilon = \langle \boldsymbol{\varepsilon} \boldsymbol{\varepsilon}^t \rangle .\tag{3.8}$$

On notera que ce vecteur contient l'information sur la phase parallèle $\boldsymbol{\varepsilon}_\parallel$ et orthogonales $\boldsymbol{\varepsilon}_\perp$ à l'espace miroir.

Avec ces modifications, nous avons tous les outils nécessaires pour la méthode MV.

3.2 Mise en place de la méthode MV : PLEASE

Voici, en détail comment fonctionne le logiciel PLEASE¹ que j'ai développé en me basant sur la méthode MV.

¹pour *PSF Likelihood Estimation for AO SysEms*

3.2.1 Estimation de la covariance \mathbf{C}_ε

Pour résumer, à la fin de la simulation d'observation, Yao fournit les mesures \mathbf{w} , les commandes instantanées $\Delta\mathbf{V}$, et les commandes intégrées \mathbf{V} à chaque itération. On obtient aussi la matrice d'interaction des modes miroir \mathbf{D} , la matrice de commande \mathbf{D}^+ et la FEP moyenne.

Grâce aux modifications apportées à Yao, on obtient les vecteurs de la décomposition sur 200 modes de la phase turbulente \mathbf{a} , de la phase résiduelle ε . On a aussi la matrice \mathbf{D}_∞ et les 200 KL atmosphériques. Ces grandeurs nous permettent d'avoir une estimation des termes qui ne peuvent être extraits du système comme le terme croisé.

On calcule aisément :

$$\begin{aligned}\mathbf{C}_\varepsilon &= \langle \varepsilon \varepsilon^t \rangle, \\ \mathbf{C}_w &= \langle \mathbf{w} \mathbf{w}^t \rangle.\end{aligned}$$

Le terme croisé

Ce terme est calculé avec l'éq. 2.59. Pour rappel, avec un paramètre n bien choisi, ce terme ne s'exprime théoriquement qu'à partir du système et des paramètres r_0 et \mathbf{v} . Dans cette équation, ε_\perp est obtenu avec le vecteur ε , et le terme $\Delta\Phi_\parallel$ est obtenu avec le vecteur \mathbf{a} (phase purement turbulente). \mathbf{D}'_∞ est extrait de \mathbf{D}_∞ .

Pour des raisons qui seront explicitées plus tard, le terme croisé est exprimé en terme de matrice de corrélation (\mathbf{R}). Pour tous les modes i et j , on a :

$$\mathbf{C}_{\varepsilon_{\parallel ij}} = \langle \varepsilon_{\parallel i} \varepsilon_{\perp j} \rangle = \mathbf{R}_{\parallel ij} \sqrt{\langle \varepsilon_{\parallel i}^2 \rangle \langle \varepsilon_{\perp j}^2 \rangle}. \quad (3.9)$$

$\mathbf{R}_{\parallel ij}$ contient alors toute l'information dont on a besoin sur le terme croisé.

Critère de vraisemblance, espace des paramètres et gradient

Le critère de vraisemblance (eq. 2.35) est décomposé en deux termes : le terme du déterminant (\mathcal{J}_1) et le terme contenant \mathbf{C}_w^{-1} (\mathcal{J}_2).

La matrice \mathbf{C}_ε est constituée de 200x200 éléments. C'est une matrice symétrique et seuls 20100 éléments sont uniques. La variance des modes orthogonaux ne dépend que du paramètre r_0 et nous avons vu dans la sous-section 2.5.4 qu'il est possible d'exprimer le terme croisé uniquement avec le système et les hypothèses de Kolmogorov et Taylor. Un seul paramètre est nécessaire pour estimer à la fois, $\mathbf{C}_{\varepsilon_\perp}$ et $\mathbf{C}_{\varepsilon_{\parallel}}$ (en utilisant l'équation 2.59) : r_0 . On suppose que la vitesse du vent est connue.

En revanche, chaque terme non-redondant de $\mathbf{C}_{\varepsilon_{\parallel}}$ doit être estimé pour minimiser le critère, incluant la variance du bruit. Au total, il faut 1 paramètre pour représenter $\mathbf{C}_{\varepsilon_\perp}$ et $\mathbf{C}_{\varepsilon_{\parallel}}$, 30 paramètres pour caractériser le bruit ($\sigma_n^2 \mathbf{I}$) et $N(N+1)/2 = 465$ avec $N = 30$ (le nombre de modes dans \mathcal{M}) pour représenter $\mathbf{C}_{\varepsilon_{\parallel}}$, soit 496 paramètres utiles pour minimiser le critère.

La minimisation du critère est effectuée grâce à un algorithme de type quasi-Newton

à métrique variable et à mémoire limitée. L'annexe B détaille le calcul analytique du gradient du critère par rapport à chaque paramètre.

La matrice de corrélation est très utile ici. En effet, on calcule le gradient du critère pour les termes diagonaux de la matrice de covariance (donc la variance de chaque mode). Mais les termes hors diagonale dépendent de la variance suivant l'éq. 3.9. Donc en exprimant les termes croisés de $\mathbf{C}_{\varepsilon_{\parallel}}$ en termes de corrélation, il n'est pas nécessaire de recalculer le gradient par rapport aux écart-types. Il suffit alors de calculer le gradient par rapport aux coefficients de corrélation. Les algorithmes de minimisation permettent de contraindre les variations des paramètres entre deux valeurs extrêmes. L'avantage des coefficients de corrélation est qu'ils sont tous bornés entre $-1 \leq \mathbf{R}_{ij} \leq 1$.

En ce qui concerne le terme croisé $\mathbf{C}_{\varepsilon_{\parallel\perp}}$, ses coefficients de corrélation sont constants. Ainsi, une simple multiplication permet de reconstruire \mathbf{C}_{ε} à partir de \mathbf{R} . De manière générale, pour tous les modes on a :

$$\mathbf{R}_{ij} = \frac{\langle \varepsilon_i \varepsilon_j \rangle}{\sqrt{\langle \varepsilon_i^2 \rangle \langle \varepsilon_j^2 \rangle}}. \quad (3.10)$$

En résumé, les paramètres à ajuster pour minimiser le critère sont :

- r_0 , qui agit sur $\mathbf{C}_{\varepsilon_{\perp}}$ (eq. 2.40) et $\mathbf{C}_{\varepsilon_{\parallel\perp}}/\mathbf{C}_{\varepsilon_{\perp\parallel}}$,
- $\mathbf{C}_{\varepsilon_{\parallel ii}}$, les variances des modes parallèles,
- σ_n^2 , les variances du bruit sur les modes miroir,
- et les $\mathbf{R}_{\parallel ij}$, coefficients de corrélation des modes parallèles déduits de l'éq. 2.59.

Les constantes fournies sont :

- $\mathbf{C}_{\varepsilon_{\perp}} \Big|_{\frac{D}{r_0}=1}$, qui est ensuite calculé pour chaque r_0 avec l'éq. 2.40,
- la matrice de corrélation du terme croisé $\mathbf{R}_{\parallel\perp}$, dont on déduit $\mathbf{C}_{\varepsilon_{\parallel\perp}}/\mathbf{C}_{\varepsilon_{\perp\parallel}}$ avec l'éq. 3.9,
- \mathbf{C}_w , la covariance des mesures que l'on cherche à reproduire,
- et les matrices définissant le système : \mathbf{D}_{∞} , \mathbf{M} , \mathbf{D}^+ .

3.2.2 Reconstruction de la FEP

L'estimation de la covariance des modes n'est que la première étape de la reconstruction de la FEP. Il faut maintenant reconstruire la fonction de structure de la phase résiduelle, puis la FTO (équation 2.5).

Nous avons démontré dans la sous-section 2.4 que l'erreur induite par l'approximation de phase résiduelle stationnaire est faible (inférieur à 1% sur le

rapport de Strehl estimé) et qu'elle permet d'accélérer énormément la reconstruction de la fonction de structure grâce à la décomposition sur la base des fonctions U_{ij} (équation 2.15). De plus, en diagonalisant la matrice de covariance des modes, on peut se placer dans la base dite des V_{ii} (Gendron et al. 2006), dans laquelle la fonction de structure se décompose sur une base orthogonale. Tout comme les fonctions U_{ij} , les fonctions V_{ij} forment une base représentant les inter-corrélations spatiales entre modes.

La fonction de structure est alors donnée par :

$$\bar{D}_{\Phi_\varepsilon}(\boldsymbol{\rho}) = \sum_{i=1}^N \Lambda_{ii} V_{ii}(\boldsymbol{\rho}), \quad (3.11)$$

où Λ représente la matrice des valeurs propres de \mathbf{C}_ε telle que $\mathbf{C}_\varepsilon = \mathbf{U}\Lambda\mathbf{V}^t$, et,

$$V_{ii}(\boldsymbol{\rho}) = \frac{\int P(\mathbf{x})P(\mathbf{x} + \boldsymbol{\rho})[\mathbf{M}'_i(\mathbf{x}) - \mathbf{M}'_i(\mathbf{x} + \boldsymbol{\rho})][\mathbf{M}'_i(\mathbf{x}) - \mathbf{M}'_i(\mathbf{x} + \boldsymbol{\rho})]d\mathbf{x}}{\int P(\mathbf{x})P(\mathbf{x} + \boldsymbol{\rho})d\mathbf{x}}, \quad (3.12)$$

avec $\mathbf{M}' = \mathbf{M}\mathbf{V}$, les nouveaux modes miroirs sur laquelle la covariance des modes de la phase est diagonale.

La FTO est ensuite calculée telle que

$$B(\boldsymbol{\rho}) = B_{\Phi_\varepsilon}(\boldsymbol{\rho}) \times B_{\text{tel}}(\boldsymbol{\rho}), \quad (3.13)$$

$$= \exp\left(-\frac{1}{2}\bar{D}_{\Phi_\varepsilon}(\boldsymbol{\rho})\right) \times B_{\text{tel}}(\boldsymbol{\rho}), \quad (3.14)$$

$$= \exp\left(-\frac{1}{2}\bar{D}_{\Phi_{\parallel}}(\boldsymbol{\rho})\right) \exp\left(-\frac{1}{2}D_{\Phi_{\perp}}(\boldsymbol{\rho})\right) \times B_{\text{tel}}(\boldsymbol{\rho}). \quad (3.15)$$

Enfin, la FEP est donnée par

$$K(\boldsymbol{\alpha}) = \left| \mathcal{F}^{-1} [B(\boldsymbol{\rho})] \right|. \quad (3.16)$$

3.3 Effet de la bande passante

L'hypothèse de grande bande passante suppose que l'analyse est faite à haute fréquence et avec un gain suffisamment élevé. Lorsque l'étoile guide est peu lumineuse, on est amené à diminuer la fréquence pour intégrer plus de photons. Sur le SH, durant le temps de pose, la phase continue de se translater sur la pupille. La mesure donnée est une moyenne de mesures du front d'onde pendant le temps d'intégration. Ainsi, le temps d'intégration sur le SH va impliquer une moyenne sur les spots Hartmann dans lesquelles les effets des modes de hauts ordres vont être filtrés. Dans le modèle du SH géométrique, la moyenne se fait directement sur les pentes. Par contre, sur la mesure d'une phase instantanée, les fluctuations à haute fréquence sont incluses.

Par défaut, Yao mesure une phase figée à une fréquence donnée. Il n'inclut pas le temps de pose sur le SH. Nous avons simulé une observation avec un gain très faible,

choisi pour donner un rapport de Strehl d'environ 10%. Dans cette simulation nous n'avons pas pris en compte le temps d'intégration sur le SH. La mesure est faite à 300 Hz mais de manière instantanée et donc sur une réalisation instantanée de la phase. Les résultats de la simulation et des reconstructions sont présentés sur la figure 3.2.

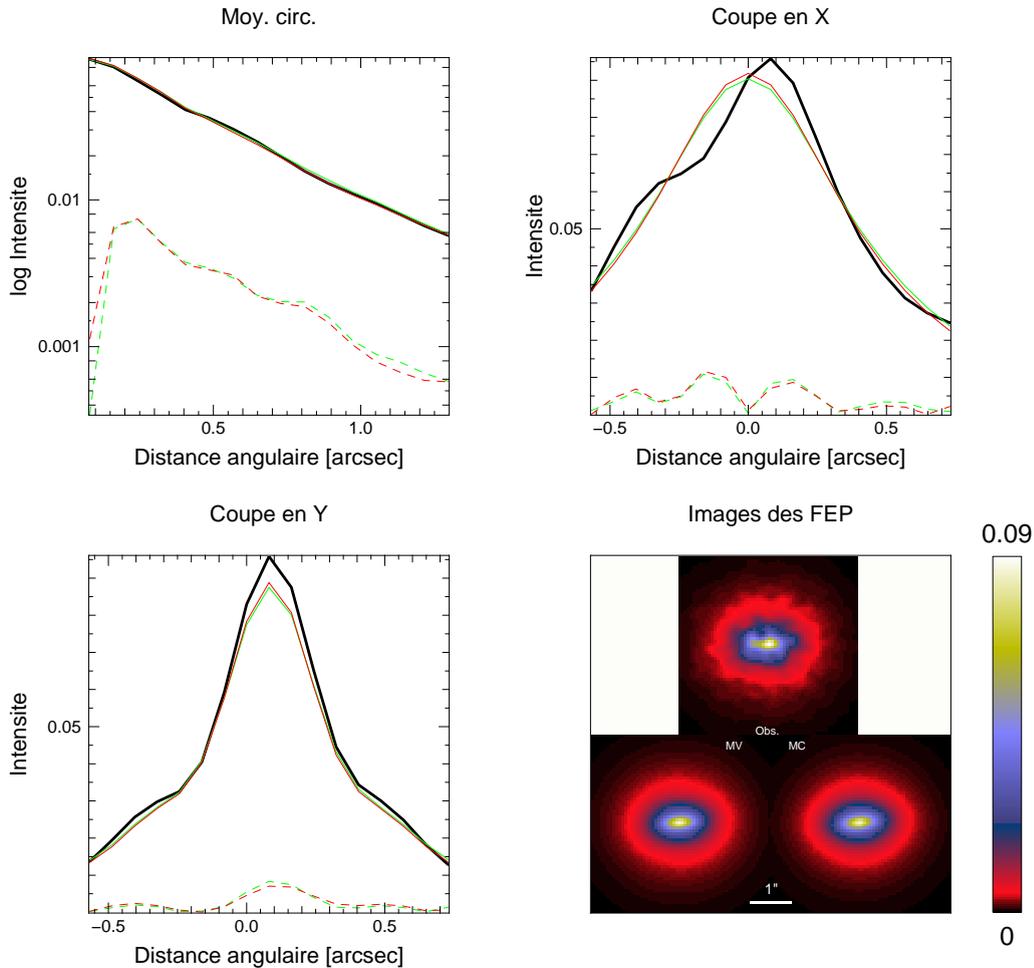


Figure 3.2: Comparaison des FEP (trait plein) simulée (*noir*), reconstruite par la méthode MV (*rouge*) et par la méthode MC (*vert*) et les résidus (pointillés) des méthodes de reconstruction (MV : *rouge*, MC : *vert*) par rapport à la FEP simulée. En haut à gauche, la moyenne circulaire des FEP est représentée en échelle logarithmique jusqu'au second anneau de diffraction. En haut à droite, la coupe suivant l'axe des abscisses des FEP en échelle linéaire et en bas à gauche, suivant l'axe des ordonnées. En bas à droite, l'image des différentes FEP dont l'échelle de couleur a été choisie pour que l'intensité maximale nous donne le rapport de Strehl, soit ici 9%. La simulation a été effectuée avec une fréquence d'échantillonnage de 300 Hz et un gain de 0.035 pour un $r_0 = 0.12$ m.

Étant donné que la méthode MC estime la matrice de covariance des modes miroir à partir d'un reconstituteur, si on n'inclut pas le temps de pose sur l'ASO,

la matrice de covariance des mesures contient l'information haute fréquence qui sera donc prise en compte dans la matrice de covariance des modes. Le système est équivalent à un système possédant une grande bande passante. L'approximation de grande bande passante ne concerne donc pas directement la bande passante liée au contrôleur (ici un intégrateur) mais la bande passante induite par la pose faite sur l'ASO.

On conclut donc que le temps d'intégration est un paramètre important qu'il est nécessaire de simuler pour prendre en compte tous les effets qui perturbent la reconstruction de la FEP. Dans la suite, nous avons fixé à 10 le nombre d'écrans de phase qui vont former un spot Hartmann moyen. De plus, le miroir déformable reste bloqué à la dernière commande durant la pose de l'analyseur

3.4 Calcul de la FEP moyenne simulée

Nous avons remarqué que la FEP moyenne retournée par Yao est systématiquement optimiste et sensiblement différente comparée à la FEP calculée de manière exacte (éq. 2.1). Ainsi, pour ne pas modifier une fonction maitresse de Yao, nous avons décidé de recalculer à la fin des simulations la FEP moyenne par un calcul exact. Ce travail est d'autant simplifié par le fait que nous récupérons la phase résiduelle totale à chaque itération lors des simulations.

Pour ce faire, à l'itération i , la phase résiduelle est donnée par :

$$\Phi_{\varepsilon}^i(\mathbf{x}) = \mathbf{K}(\mathbf{x}) \varepsilon^i.$$

L'amplitude complexe du champ électrique correspondant est :

$$\Psi^i(\mathbf{x}) = e^{-j\Phi_{\varepsilon}^i(\mathbf{x})},$$

avec j l'unité imaginaire, et donc la FEP instantanée est donnée par :

$$K^i(\boldsymbol{\alpha}) = \left| \mathcal{F}^{-1}[\Psi^i(\mathbf{x})] \right|^2.$$

On obtient la FEP moyenne de la simulation en moyennant les FEP instantanées. Cette FEP sera notre référence pour juger la reconstruction.

3.4.1 Niveau de l'erreur de convergence

Étant donné que nous travaillons avec un nombre limité d'itérations, on doit se poser la question de la convergence. En effet, le temps d'intégration pour un système fonctionnant avec une fréquence de simulation de 5000 Hz pendant 5000 itérations et dont 10 itérations sont réservées au temps de pose sur l'ASO (donc une fréquence de boucle de 500 Hz), est équivalent à une intégration de 1 s sur l'image. Les tavelures sont encore présentes ce qui signifie que les hautes fréquences spatiales dans l'image n'ont pas convergé.

Pour mesurer le niveau de convergence sur la FTO pour 5000 itérations, nous avons simulé une observation en boucle ouverte (gain $g = 0$). Nous avons ensuite calculé les FEP pour différents nombres d'itérations (voir fig.3.3).

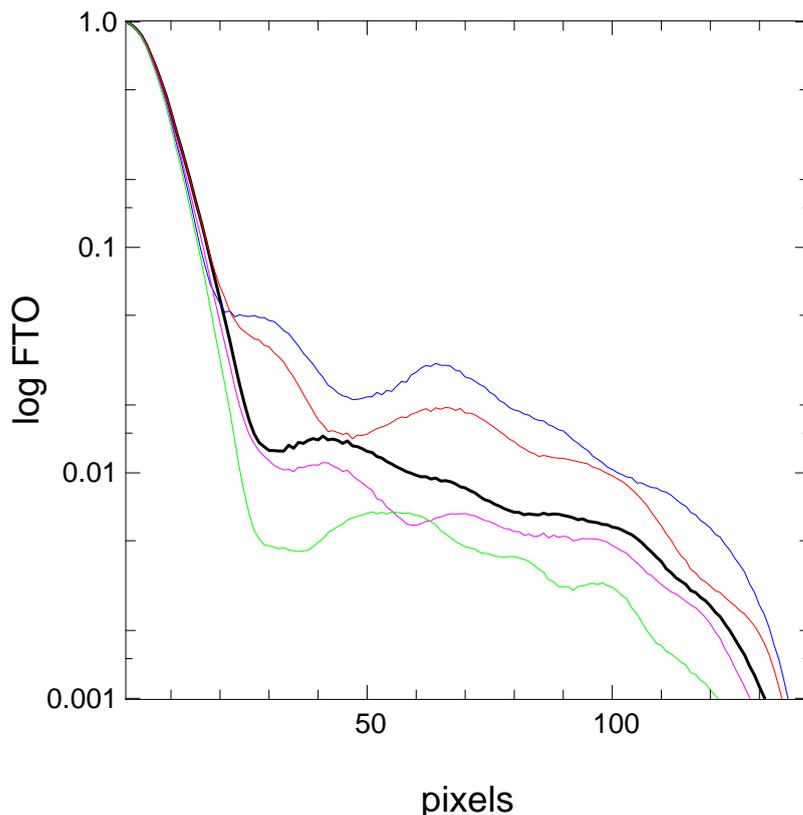


Figure 3.3: FTO calculées pour différents nombre d'itérations. En bleu, la FTO calculée avec 1000 itérations, en rouge 2000 it, en noir 5000 it, en magenta 8000 it et en vert, 20000 it.

On déduit de cette figure que le niveau de convergence est d'environ 10^{-2} pour 5000 itérations et donc ce sera une limite à prendre en compte dans nos simulations.

3.4.2 Convexité du critère

La convexité du critère doit être vérifiée pour assurer l'unicité de la solution. La figure 3.4 présente la valeur du critère en fonction de la valeur du facteur multiplicatif appliqué aux paramètres recherchés (l'un après l'autre), c'est-à-dire à la variance des modes miroirs, aux coefficients de corrélation des modes miroirs et le r_0 . Ainsi, un facteur multiplicatif égal à 1 correspond à la valeur recherchée du paramètre et donc idéalement, au minimum du critère de vraisemblance.

La figure ci-dessous montre qu'en faisant varier un paramètre à la fois le critère présente bien une convexité marquée. Je n'ai pas pu pousser plus avant cette analyse mais si les conditions initiales peuvent être choisies proches de la solution recherchée,

l'ajustement des paramètres devrait bien se passer comme nous l'observerons en simulation dans les paragraphes suivants. En revanche, lorsque l'on s'éloigne beaucoup de la solution recherchée, il existe des minima locaux (voir fig. 3.5). L'intérêt d'avoir des conditions initiales relativement proches de la solution finale est alors important. Une étude plus approfondie multidimensionnelle pourra être faite. Je présente ici des tests unidimensionnelles.

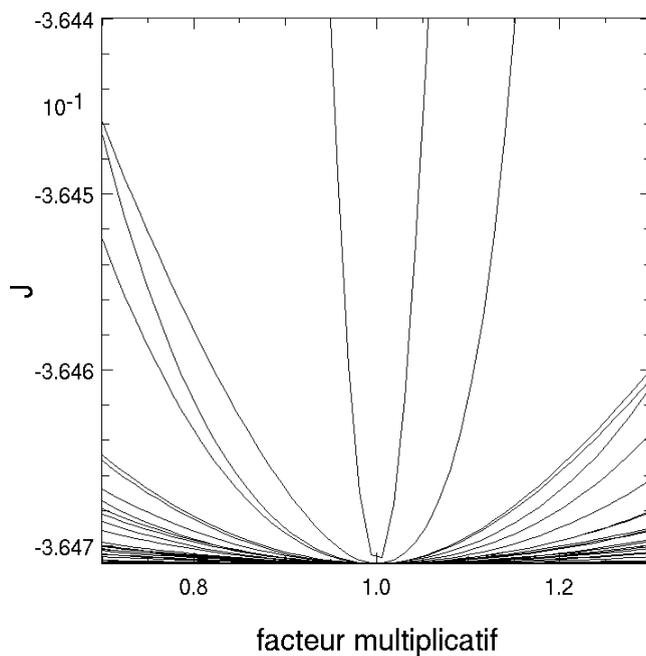


Figure 3.4: Valeur du critère de vraisemblance en fonction d'un facteur multiplicatif appliqué sur un paramètre. La courbe centrale possédant un gradient important correspond à la variation du r_0 . Les autres courbes représentent la variation de trente autres paramètres choisis au hasard dans l'espace des paramètres parmi les variances et coefficients de corrélations.

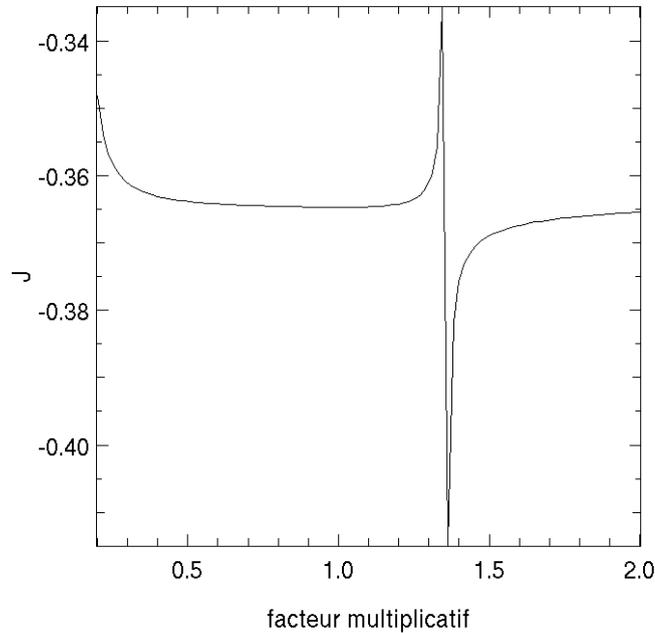


Figure 3.5: Valeur du critère de vraisemblance en fonction d'un facteur multiplicatif appliqué sur la corrélation entre le mode 1 et 6.

3.5 Comparaison MC/MV

Nous testons pour l'instant la méthode MV dans une approche simplifiée dans laquelle nous cherchons la variance des modes miroir et le r_0 en nourrissant l'algorithme avec la variance des modes orthogonaux à l'espace miroir obtenus durant la simulation et avec le terme croisé reconstruit par la méthode récursive (sous-section 2.5.4).

Nous comparons la méthode MV et la méthode MC dans les mêmes conditions de simulation dans un cas idéal sans bruit d'analyse et où la covariance du repliement est exactement connue. Nous faisons varier la bande passante du système en jouant sur la fréquence d'échantillonnage de la boucle : un cas à 500 Hz (fréquence de simulation de 5000 Hz avec 10 itérations réservées à l'intégration sur l'ASO) où l'approximation de grande bande passante est vérifiée, un cas à 50 Hz (fréquence de simulation à 500 Hz, 10 cycles d'intégrations) où l'approximation de grande bande passante n'est plus vérifiée et un cas extrême à une fréquence de 5 Hz (fréquence de simulation à 50 Hz, 10 cycles d'intégrations) de manière à tester la méthode MV dans un cas extrême. Le gain est constant et fixé à 0.3. Les conditions de simulations sont résumées dans le tableau 3.1

Nous montrons dans le premier cas les figures détaillées en échelles logarithmiques et linéaires pour les FEP et les FTO. Nous nous contenterons des représentations en échelle logarithmique pour les suivantes. Les résidus sont calculés comme étant l'erreur absolue entre la FEP reconstruite et la FEP simulée.

Cas à 500 Hz

À une fréquence d'échantillonnage de 500 Hz et un gain de 0.3, la bande passante du système est grande. L'hypothèse de grande bande passante est donc vérifiée.

On voit sur la figure 3.6 que la FEP reconstruite par la méthode MV ou la méthode MC est une estimation fiable de la FEP simulée. L'estimation MC est un estimateur optimiste qui engendre une estimation optimiste sur la FEP. C'est pour cela que le rapport de Strehl donné par la méthode MC est légèrement supérieur au cas simulé. L'erreur introduite sur la FEP est respectivement de 4% et de 2% sur le rapport de Strehl estimé pour les méthodes MC et MV.

L'erreur sur la méthode MC provient principalement des basses fréquences spatiales comme montré sur la figure 3.7. En effet, l'erreur relative sur la FTO avoisine les 20% avec la méthode MC comparée à la FTO simulée. Avec la méthode MV, on obtient une erreur absolue de seulement 2% au maximum entre la FTO obtenue par la méthode MV et la FTO simulée.

Les images sont en accord avec cette constatation. Les basses fréquences spatiales agissent sur les grandes échelles spatiales de la FEP et donc le halo. On remarque sur les images de la figure 3.7 que le cœur cohérent des deux FEP reconstruites est très proche de la FEP simulée. Le premier anneau de diffraction est aussi bien reproduit dans les deux cas. En revanche, le halo est assez mal reconstruit par la méthode MC. La structuration du second anneau est aussi mal reproduite dans le cas de la méthode MC.

La méthode MV permet d'obtenir une bonne estimation du halo. On remarque que les structures du second anneau de diffraction reproduisent bien ce qu'on observe dans la FEP simulée.

Néanmoins, le halo dans le cas présent correspond à des intensités très faibles. On conclut donc qu'avec une grande bande passante, les méthodes MV et MC donnent des résultats similaires et fournissent toutes deux des estimations précises de la FEP.

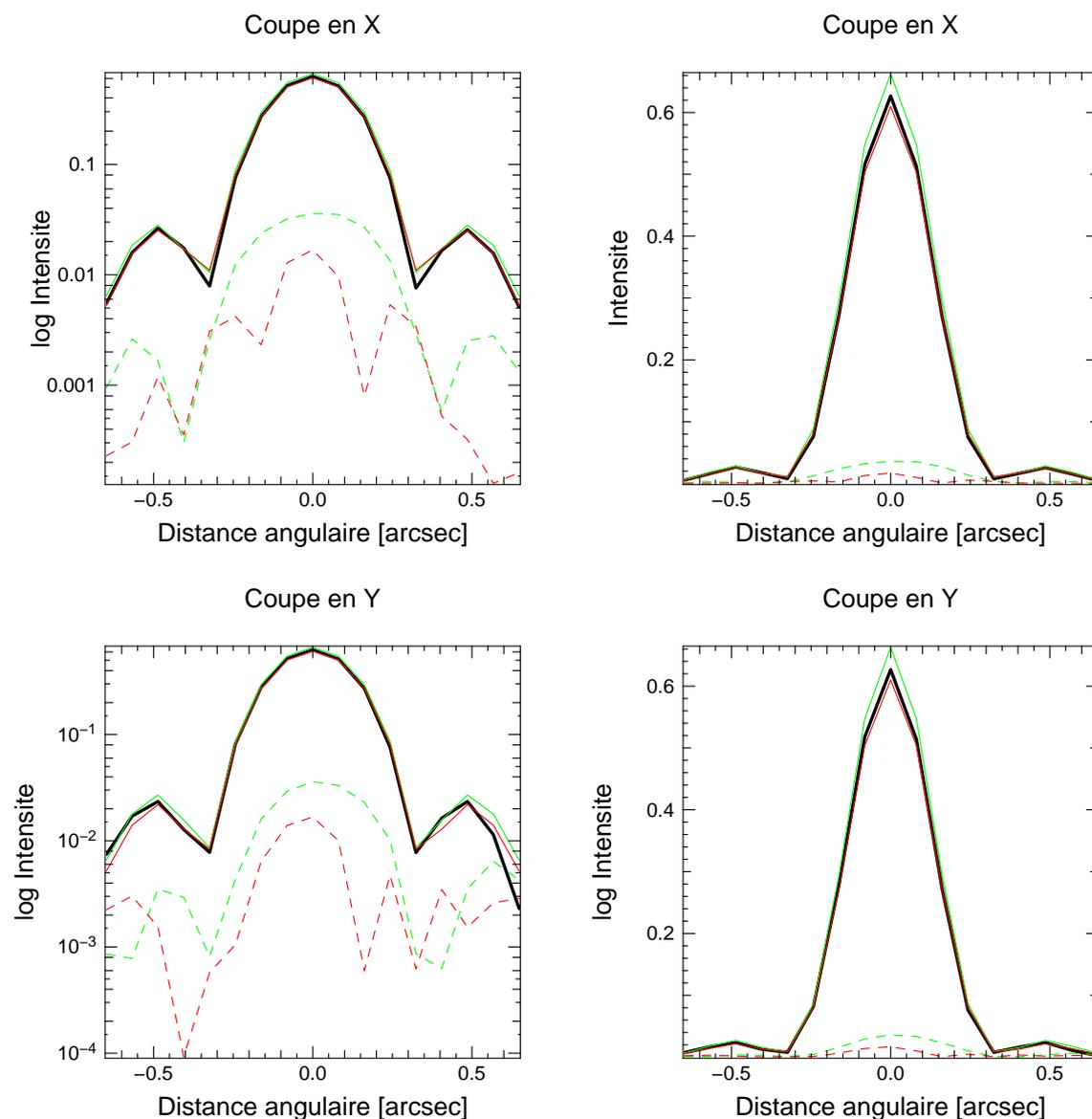


Figure 3.6: Comparaison des FEP (trait plein) simulée (*noir*), reconstruite par la méthode MV (*rouge*) et par la méthode MC (*vert*) et les résidus (pointillés) des méthodes de reconstruction (MV : *rouge*, MC : *vert*) par rapport à la FEP simulée. En haut, les coupes en abscisse des FEP sont représentées en échelle logarithmique (gauche) et linéaire (droite) jusqu'au premier anneau de diffraction. En bas, les coupes en ordonnée des FEP sont représentées en échelle logarithmique et linéaire jusqu'au premier anneau de diffraction. La simulation a été effectuée avec une fréquence d'échantillonnage de 500 Hz et un gain de 0.3 pour un $r_0 = 0.12$ m. Le rapport de Strehl résultant est donné par l'intensité maximale de la FEP.

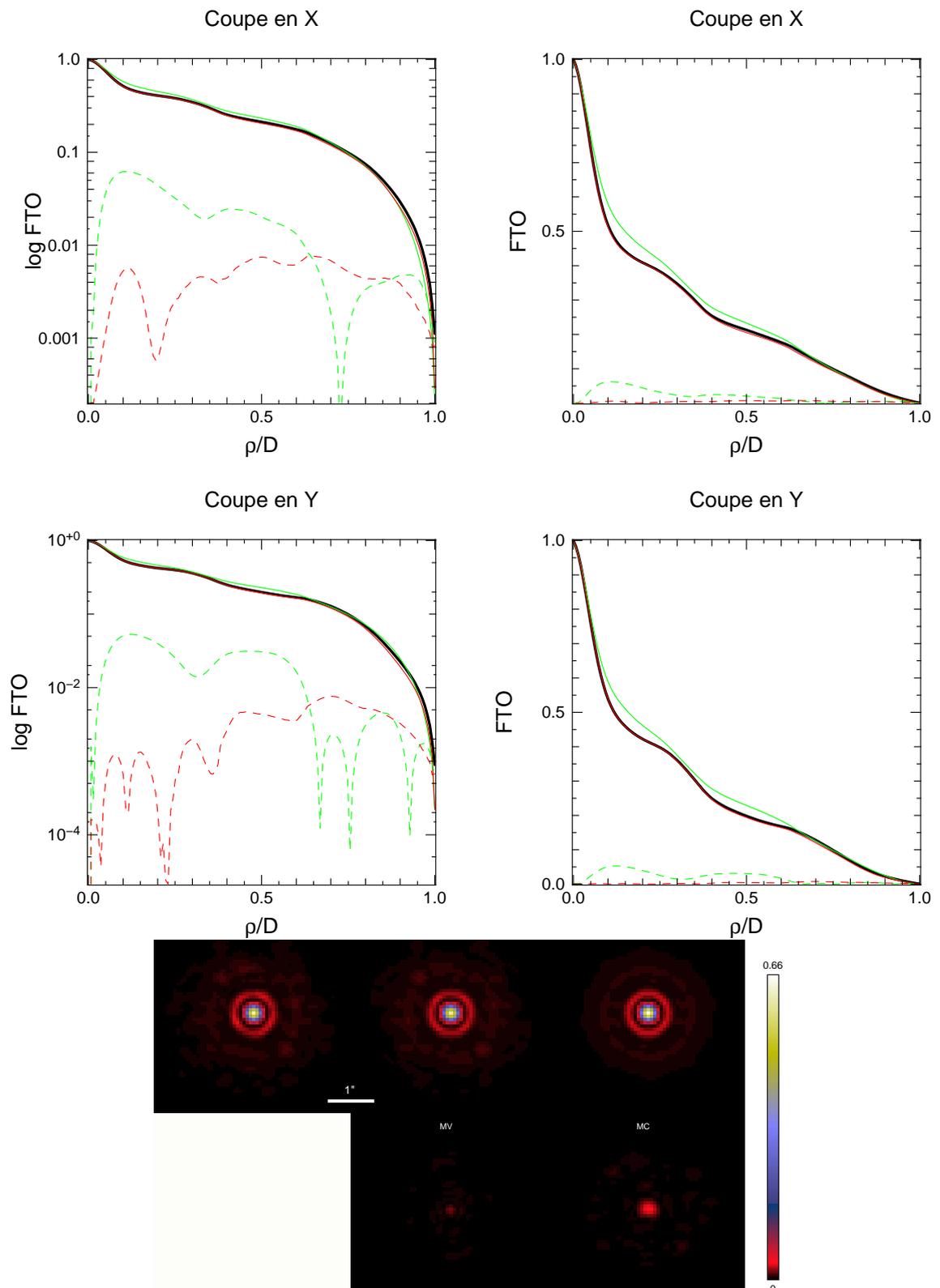


Figure 3.7: Comparaison des FTO (trait plein) simulée (*noir*), reconstruite par la méthode MV (*rouge*) et par la méthode MC (*vert*) et les résidus (pointillés) des méthodes de reconstruction (MV : *rouge*, MC : *vert*) par rapport à la FTO simulée. En bas, les images des FEP dont le maximum d'intensité sur l'image nous donne le rapport de Strehl estimé et, plus en bas encore, les différences entre les FEP reconstruites et l'image simulée.

Cas à 50 Hz

Avec une faible fréquence d'échantillonnage de 50 Hz et un gain de boucle de 0.3, l'hypothèse de grande bande passante n'est plus vérifiée. La correction apportée est faible, conduisant à un rapport de Strehl estimé à moins de 10%.

Dans ce cas, la méthode MC atteint ses limites comme décrit dans [Véran \(1997\)](#). On voit sur la figure 3.8 que la FEP est mal estimée par la méthode MC. En particulier, le rapport de Strehl donné par la méthode MC est surestimé d'un facteur presque 2.

La FTO est estimée avec une erreur relative maximale de 40% dans ce cas, ce qui engendre inévitablement une forte erreur sur la FEP.

On observe sur les images un allongement de la FEP dans la direction horizontale. Cet effet est une caractéristique des simulations dans lesquelles les écrans turbulents se déplacent uniquement dans cette direction. Les modes de basculement dans la direction perpendiculaire à la vitesse du vent convergent plus vite. On observe aussi sur la FEP reconstruite par la méthode MC un allongement moindre comparé à la FEP simulée et la FEP reconstruite par la méthode MV.

La FEP reconstruite avec la méthode MV est globalement proche de la FEP simulée. On observe sur la FTO estimée par la méthode MV une erreur importante dans les hautes fréquences spatiales. On retrouve cet effet dans les images étant donné que les tavelures sont lissées dans la reconstruction MV. Les basses fréquences spatiales sont néanmoins bien reproduites ce qui permet une bonne estimation de la forme du halo.

Cependant, on voit sur l'image simulée que la FEP n'a pas convergé vers la FEP longue pose à cause des tavelures qui sont encore présentes. En effet, le niveau de convergence des hautes fréquences spatiales de la FTO pour 5000 itérations dans les mêmes conditions de turbulence (et sans correction) est estimé à 10^{-2} . On peut donc supposer que la méthode MV est une bonne estimation de la FEP longue pose.

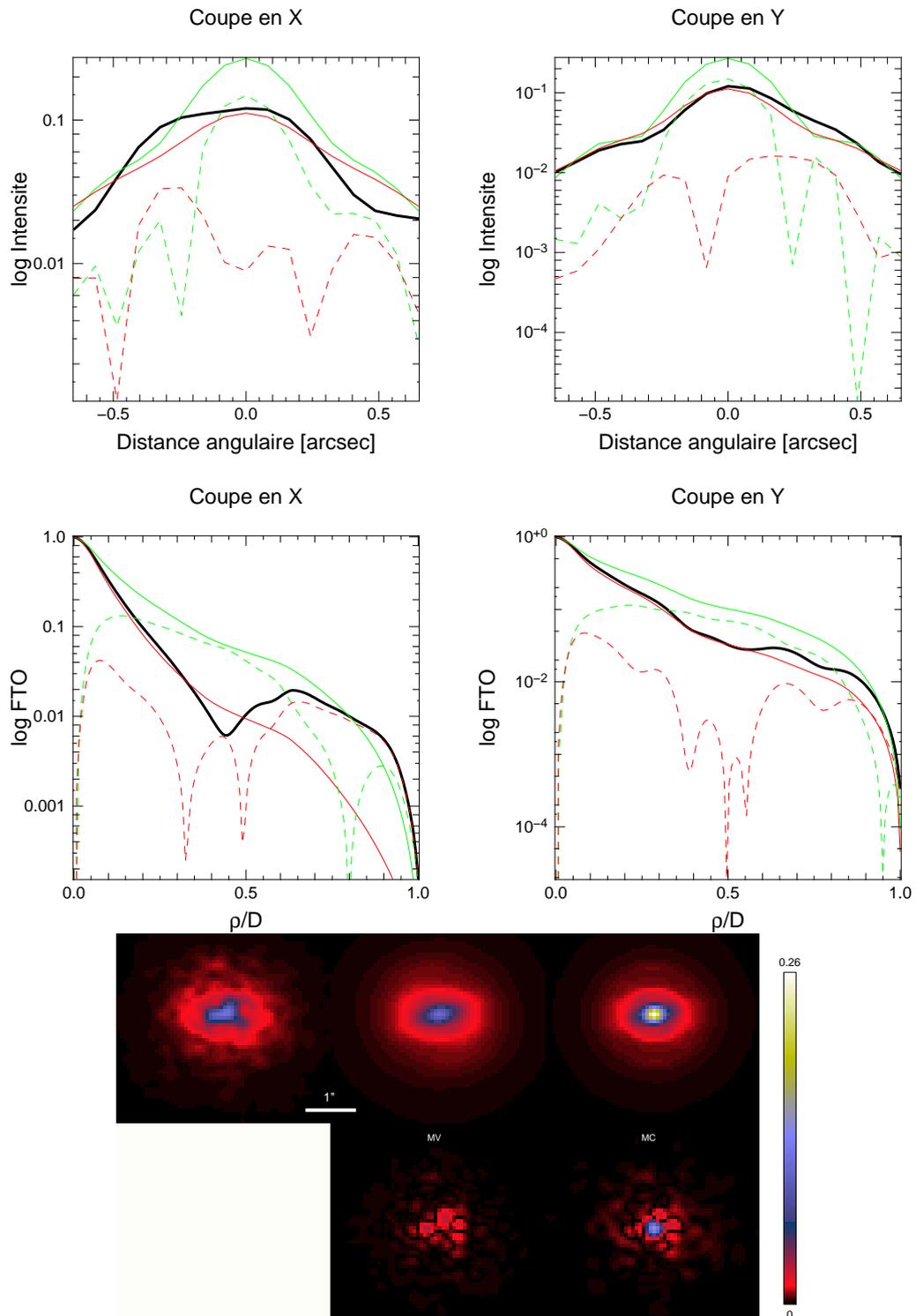


Figure 3.8: Comparaison des FEP (trait plein) simulée (*noir*), reconstruite par la méthode MV (*rouge*) et par la méthode MC (*vert*) et les résidus (pointillés) des méthodes de reconstruction (MV : *rouge*, MC : *vert*) par rapport à la FEP simulée. En haut, les coupes en X et Y des FEP en échelle logarithmique. En bas, les coupes en X et Y des FTO en échelle logarithmique. La simulation a été effectuée avec une fréquence d'échantillonnage de 50 Hz et un gain de 0.3 pour un $r_0 = 0.12$ m. Le rapport de Strehl résultant est donné par l'intensité maximale de la FEP. Les images et les résidus sont montrés en bas.

Cas à 5 Hz

Ce cas est irréaliste dans la mesure où aucun système d'OA ne fonctionne à cette fréquence. La fréquence d'échantillonnage minimale de NACO est de 15 Hz par exemple. La bande passante du système est bien sûr très faible et la méthode MC donne une estimation erronée de la FEP (fig. 3.9). Le rapport de Strehl estimé lors de la simulation est de l'ordre de 3%. On est alors proche des conditions de turbulence sans correction.

On remarque cependant que les performances de la méthode MV sont stables même dans des conditions extrêmes. À basse fréquence spatiale, la FTO reconstruite avec la méthode MV reproduit bien la FTO simulée. À haute et moyenne fréquence spatiale, on est dominé par l'erreur de convergence de l'ordre de 10^{-2} sur la FTO simulée.

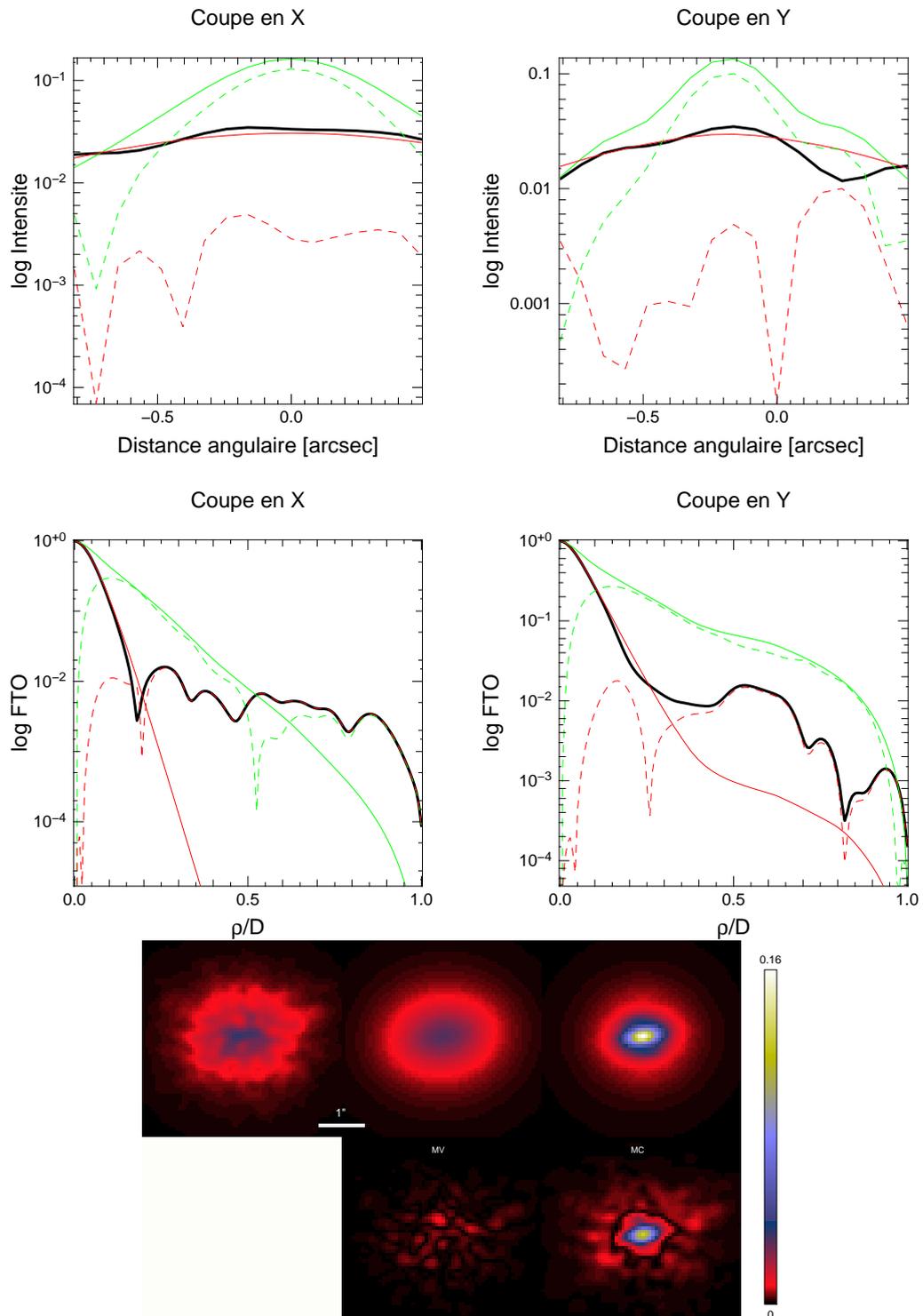


Figure 3.9: Comparaison des FEP (trait plein) simulée (*noir*), reconstruite par la méthode MV (*rouge*) et par la méthode MC (*vert*) et les résidus (pointillés) des méthodes de reconstruction (MV : *rouge*, MC : *vert*) par rapport à la FEP simulée. En haut, les coupes en X et Y des FEP en échelle logarithmique. En bas, les coupes en X et Y des FTO en échelle logarithmique. La simulation a été effectuée avec une fréquence d'échantillonnage de 5 Hz et un gain de 0.3 pour un $r_0 = 0.12$ m. Le rapport de Strehl résultant est donné par l'intensité maximale de la FEP. Les images et les résidus sont montrés en bas.

Conclusion sur la comparaison

Dans un cas simplifié, où l'on connaît parfaitement les grandeurs intervenant dans le processus de reconstruction de la méthode MV et MC, la méthode MV semble être la méthode la plus efficace en fonction de la bande passante du système. Lorsque la bande passante du système est grande, les deux méthodes convergent toutes deux vers la FEP simulée. L'approximation de grande bande passante est vérifiée et la méthode MC est efficace. Lorsque la bande passante du système devient faible, la méthode MC atteint ses limites. La FEP reconstruite reproduit assez mal la FEP simulée. La méthode MV semble reproduire de manière fiable la FEP même dans un cas extrême, quasiment limité par le *seeing* dans le cas à 5 Hz. L'erreur de convergence des FEP simulées justifie à elle seule les écarts observés. De plus, on voit sur les résidus sur la FEP estimée par la méthode MV sont uniquement des tavelures et donc des hautes fréquences spatiales.

3.6 Performances du processus complet de la méthode MV

Dans cette section, nous allons nous rapprocher des conditions réelles d'utilisation de la reconstruction de la FEP et comparer l'estimation MV avec la FEP exacte.

Pour ce faire, nous simulons une observation avec les paramètres décrits dans le tableau 3.1. Cette simulation nous fournit les vecteurs de mesure \mathbf{w} et la FEP « observée » que nous allons reconstruire a posteriori. Nous récupérons également la covariance simulée \mathbf{C}_ε . La simulation s'effectue toujours sans bruit d'analyse.

Suite à cela, nous exécutons une seconde simulation utilisant des écrans de phase différents mais avec les mêmes r_0 et \mathbf{v} . La méthode requiert des constantes (voir la sous-section 3.2.1). Avec les données de cette simulation, on estime les coefficients de corrélation des termes croisés ($\mathbf{R}_{\parallel\perp}$) avec la méthode récursive et la covariance de la composante orthogonale ($\mathbf{C}_{\varepsilon\perp}$) de la phase résiduelle qu'on a normalisé à $D/r_0 = 1$.

À partir de \mathbf{C}_ε de la deuxième simulation, on extrait aussi les paramètres à minimiser (conditions initiales) : les variances de la composante parallèle de la phase résiduelle et ses coefficients de corrélations. Pour éviter de fournir une solution trop proche de la solution recherchée en condition initiale, les paramètres sont entachés d'un bruit blanc gaussien qui conduit à un rapport signal sur bruit de 10 sur chacun des paramètres.

Nous estimons ensuite $\mathbf{C}_\varepsilon^{\text{MV}}$, par le processus complet de la minimisation (voir section 3.2) sur les mesures de la première simulation. Nous reconstruisons ainsi la FEP et nous comparons le résultat à la FEP simulée et à la FEP reconstruite sans erreur à partir de \mathbf{C}_ε fournie par la première simulation. Comme pour la comparaison avec la méthode MC, nous faisons varier la fréquence d'échantillonnage

temporelle de la boucle de 500 Hz à 5 Hz afin de sonder les performances dans des cas de grande et très faible bande passante du système. De même, le premier cas sera détaillé en montrant les coupes X et Y en échelle linéaire et logarithmique. Les suivantes ne montrent que les échelles logarithmiques.

Cas à 500 Hz

À 500 Hz, l'estimation de la FEP par la méthode MV donne un excellent résultat (voir fig. 3.10). L'erreur commise sur l'intensité, et donc le rapport de Strehl, est inférieure à 1%.

On remarque cependant sur la figure 3.11 que les basses fréquences spatiales sont moins bien reconstruites alors que les hautes fréquences spatiales sont bien estimées. Cet effet se voit sur les images dans lesquelles le cœur cohérent de la FEP ainsi que le premier anneau sont bien estimés mais le halo de la FEP estimée avec la méthode MV l'est moins. En effet, la forme globale est bien estimée, le second anneau et les structures sont assez différentes comparées à la FEP simulée ou reconstruite avec la vraie covariance.

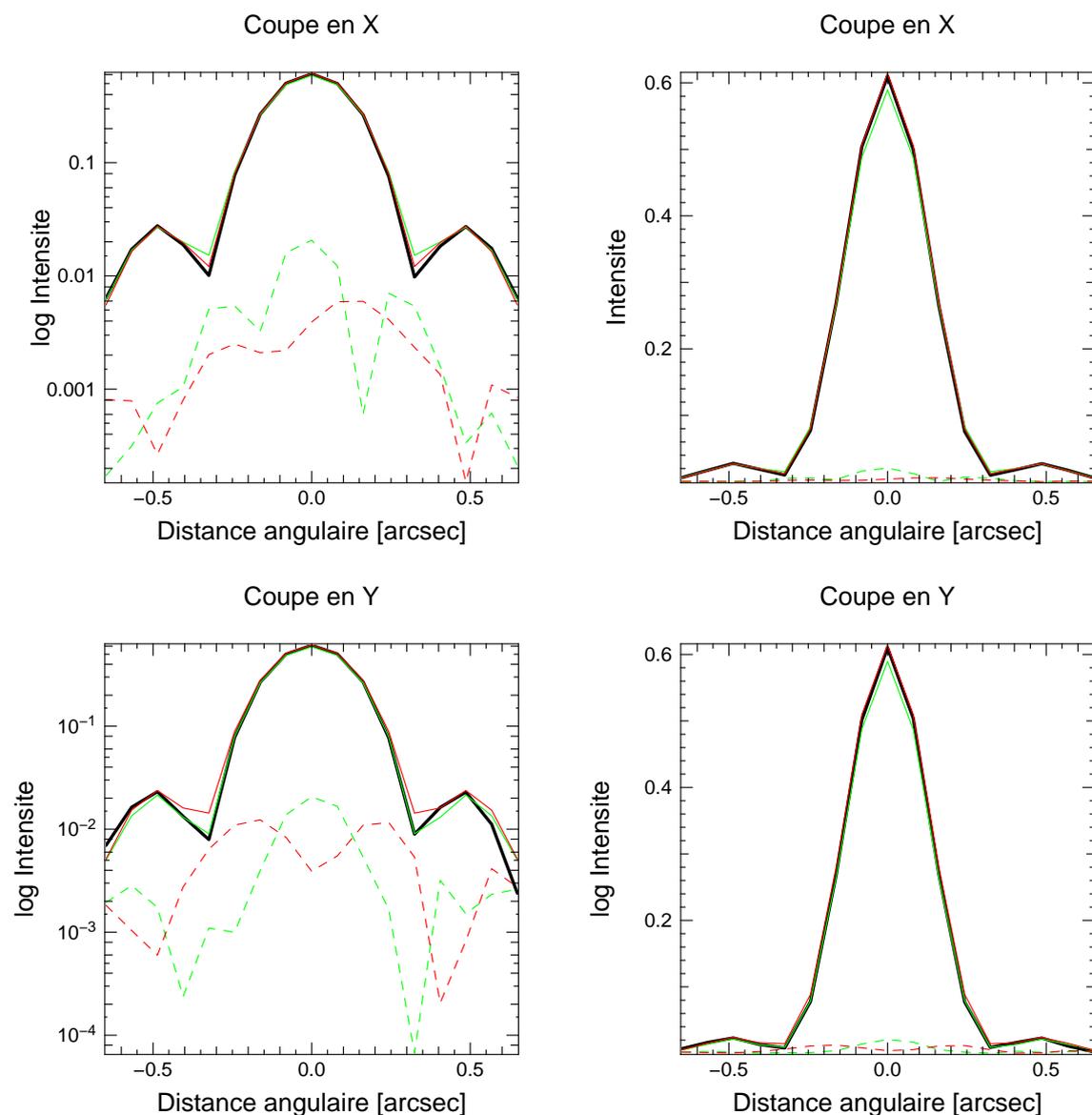


Figure 3.10: Comparaison des FEP (trait plein) simulée (*noir*), reconstruite par la méthode MV (*rouge*) et en fournissant la matrice de covariance des modes exactes (*vert*) et les résidus (pointillés) des méthodes de reconstruction (MV : *rouge*, exacte : *vert*) par rapport à la FEP simulée. En haut, les coupes en abscisses des FEP sont représentées en échelle logarithmique et linéaire jusqu'au premier anneau de diffraction. En bas, les coupes en ordonnées des FEP sont représentées en échelle logarithmique et linéaire jusqu'au premier anneau de diffraction. La simulation a été effectuée avec une fréquence d'échantillonnage de 500 Hz et un gain de 0.3 pour un $r_0 = 0.12$ m. Le rapport de Strehl résultant est donné par l'intensité maximale de la FEP.

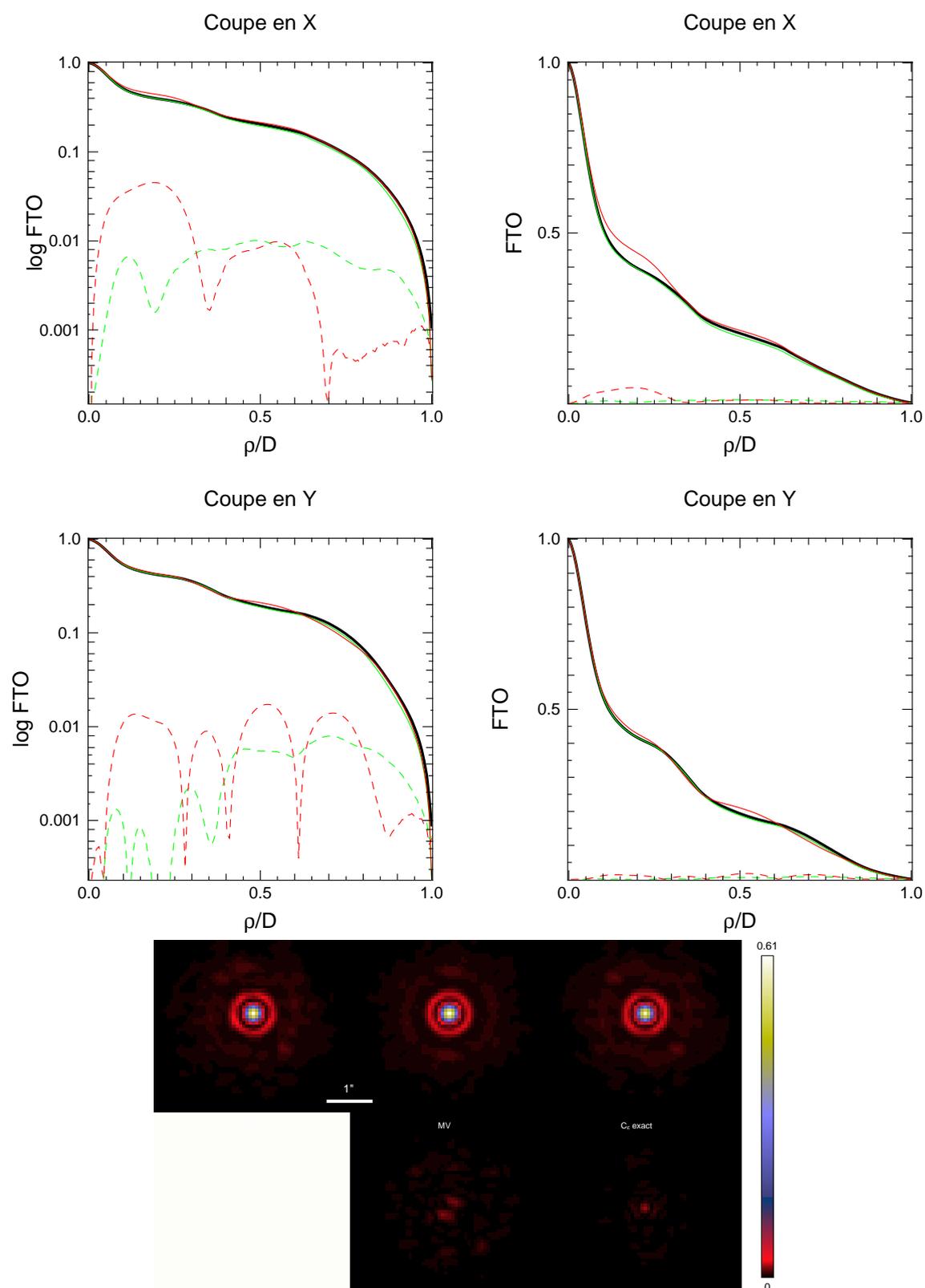


Figure 3.11: FTO et images correspondantes aux FEP présentées sur la figure précédente. Le maximum d'intensité sur l'image nous donne le rapport de Strehl estimé. Les images et les résidus sont montrés en bas.

Cas à 50 Hz

On a vu que dans un cas simplifié, la méthode MV reste robuste même lorsque la bande passante du système est faible. Dans ce cas plus réaliste, l'estimation de la FEP est moins précise mais toujours robuste.

En effet, on voit sur la figure 3.12 que la FEP reconstruite avec la méthode MV est pessimiste par rapport à celle reconstruite avec la covariance simulée ou la FEP simulée. L'erreur absolue sur le Strehl est d'environ 3%, soit 20% d'erreur relative.

Sur la FTO, nous sommes limités, à haute fréquence, par l'erreur de convergence de la FEP simulée sur la coupe en X. On remarque que la reconstruction dans cette même direction est fiable par rapport à la reconstruction avec la covariance exacte. Dans la direction Y, l'erreur sur les hautes fréquences est plus importante. Cela provient de la matrice de covariance estimée par la méthode MV dont les deux modes de basculement ont été sous-estimés. Cette sous-estimation provoque sur l'image un rétrécissement du cœur cohérent de la FEP que l'on observe dans la direction Y. L'erreur reste raisonnable et la FEP reconstruite est fiable.

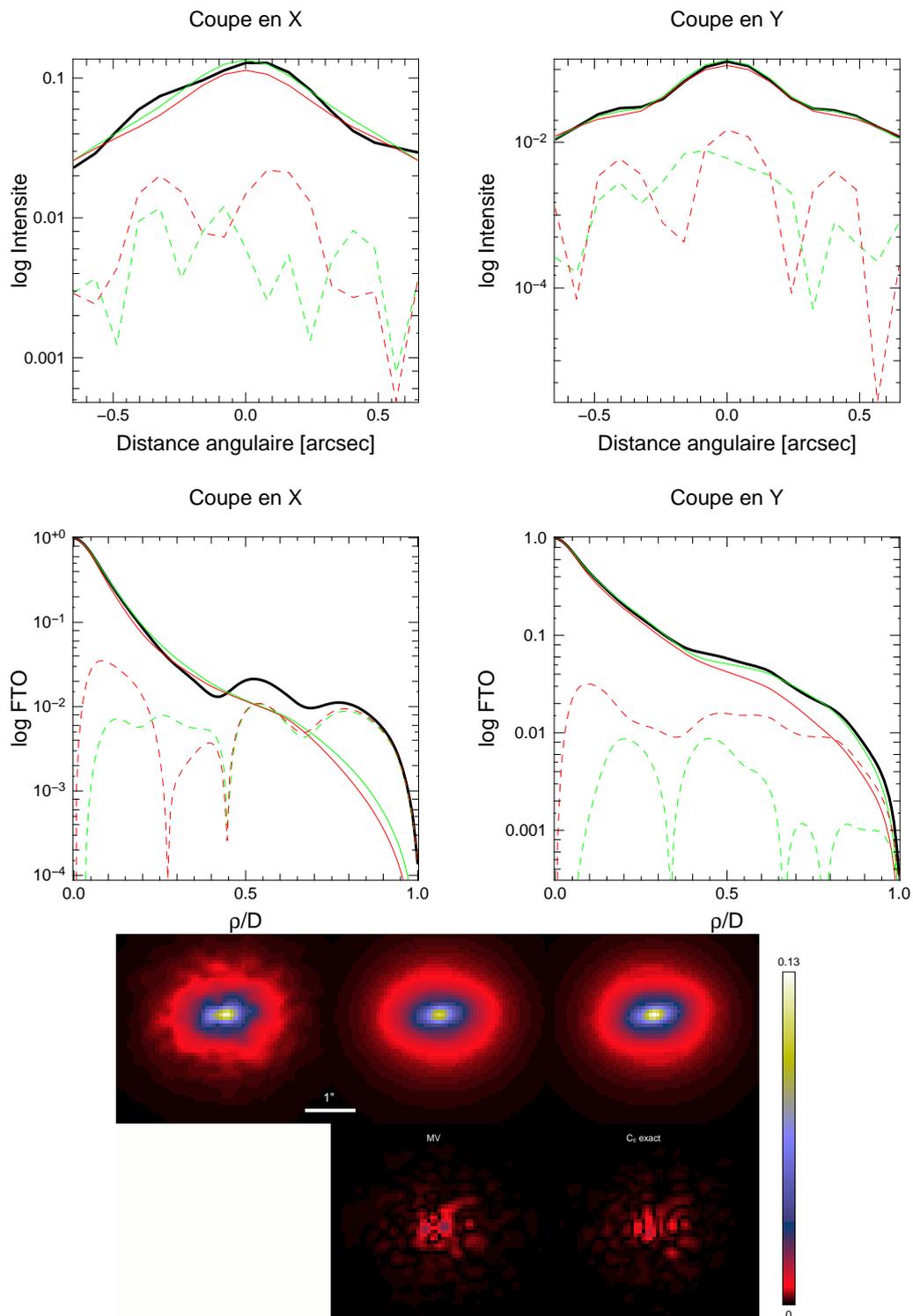


Figure 3.12: Comparaison des FEP (trait plein) simulée (*noir*), reconstruite par la méthode MV (*rouge*) et en fournissant la matrice de covariance des modes exactes (*vert*) et les résidus (pointillés) des méthodes de reconstruction (MV : *rouge*, exacte : *vert*) par rapport à la FEP simulée. En haut, les coupes en X et Y des FEP en échelle logarithmique. En bas, les coupes en X et Y des FTO en échelle logarithmique. La simulation a été effectuée avec une fréquence d'échantillonnage de 50 Hz et un gain de 0.3 pour un $r_0 = 0.12$ m. Le rapport de Strehl résultant est donné par l'intensité maximale de la FEP. Les images et les résidus sont montrés en bas.

Cas à 5 Hz

Comme dans le cas précédent, l'intensité dans la FEP est sous-estimée avec la reconstruction MV (voir fig. 3.13). L'erreur relative sur le rapport de Strehl estimé est supérieure à 60% (2% en absolu). Le taux de correction apporté est faible conduisant à une FEP quasiment limitée par la turbulence.

Dans la direction X, la FTO est bien estimée. En revanche, l'erreur dans la direction Y est importante. Cette fois, le mode *tilt* est surestimé de 12% par rapport à la valeur simulée et engendre une élongation de la FEP dans la direction Y. Effet qui apparaît clairement sur la FEP reconstruite par la méthode MV et mis en évidence sur la figure ???. Les modes de basculement sont des modes à évolution lente et d'amplitude très grande dont la convergence est très longue. La condition initiale sur la variance de ces modes est très éloignée de la solution vraie et l'algorithme converge vers un minimum local. Nous avons vérifié que sur une simulation avec un plus grand nombre d'itérations, la condition initiale est plus proche de la solution cherchée pour ces modes et permet une meilleure estimation des modes de basculement avec une erreur relative de l'ordre de 1%.

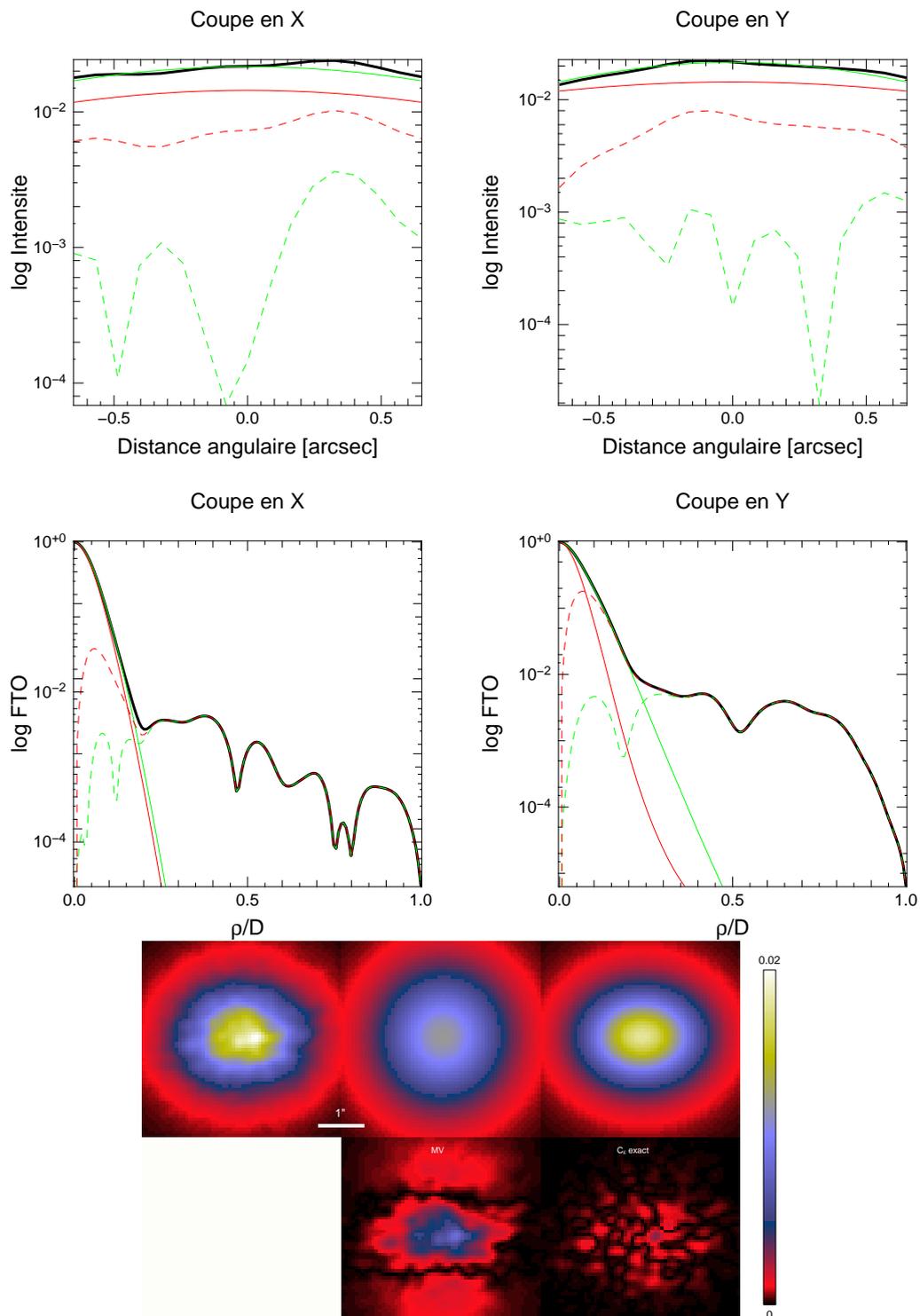


Figure 3.13: Comparaison des FEP (trait plein) simulée (*noir*), reconstruite par la méthode MV (*rouge*) et en fournissant la matrice de covariance des modes exacte (*vert*) et les résidus (pointillés) des méthodes de reconstruction (MV : *rouge*, exact : *vert*) par rapport à la FEP simulée. En haut, les coupes en X et Y des FEP en échelle logarithmique. En bas, les coupes en X et Y des FTO en échelle logarithmique. La simulation a été effectuée avec une fréquence d'échantillonnage de 5 Hz et un gain de 0.3 pour un $r_0 = 0.12$ m. Le rapport de Strehl résultant est donné par l'intensité maximale de la FEP. Les images et les résidus sont montrés en bas.

3.7 Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre, nous avons décrit et testé l'algorithme PLEASE de reconstruction de la FEP utilisant la méthode MV. Pour ce faire, j'ai simulé avec Yao des observations avec le dimensionnement du démonstrateur Canary en boucle fermée.

L'ASO est un SH géométrique qui nous permet d'avoir une matrice d'interaction qui reproduit parfaitement le comportement du SH. Le bruit dans le cadre de ce modèle d'analyseur sans formation des images n'est pas défini. La phase résiduelle incidente est filtrée de telle sorte que l'intégralité de la phase puisse être reproduite par une combinaison de 200 KL. On simule aussi le temps d'intégration sur l'ASO pour faire apparaître les effets de moyenne des hauts ordres de la phase sur la mesure et ainsi simuler les effets de la bande passante du système. Je n'ai pas considéré un modèle de SH formant des spots afin de limiter les paramètres pour cette phase initiale de réalisation de la méthode MV.

Dans ce cadre simplifié, j'ai comparé les méthodes MC et MV en fournissant la matrice de covariance du repliement exacte à la méthode MC et la matrice de corrélation des modes calculée par la méthode récursive (présentée dans le chapitre 2) à la méthode MV. La méthode MV estime les variances des modes parallèles et le r_0 . Lorsque le système possède une grande bande passante, les méthodes ont un comportement similaire et donnent d'excellentes estimations de la FEP. Lorsque le système possède une bande passante plus restreinte, avec une fréquence d'échantillonnage de 50 Hz et un gain de 0.3 par exemple, la précision sur la FEP estimée par la méthode MC n'est plus suffisante, avec une erreur d'un facteur 2 sur le rapport de Strehl estimé. La méthode MV est robuste dans ce cas. Avec une fréquence d'échantillonnage extrême de 5 Hz, donc une bande passante très faible, la méthode MV est toujours robuste.

J'ai aussi testé la méthode MV en faisant une estimation des paramètres nécessaires à la reconstruction n'ayant pas été extraits de la même simulation, c'est-à-dire les termes croisés et la matrice de covariance des modes orthogonaux. Pour cela, j'ai simulé une première observation suite à laquelle je récupère les mesures de l'ASO et l'image de l'étoile. Dans un second temps, on estime avec une simulation indépendante, les termes croisés par la méthode récursive et la matrice de covariance de la composante orthogonale de la phase avec les données fournies par cette simulation.

L'erreur d'estimation avec la méthode MV reste faible quelle que soit la bande passante du système. À 5 Hz, la méthode est limitée par la convergence statistique de la matrice de covariance. En effet, les conditions initiales fournies par la seconde simulation sont très éloignées de la solution recherchée et la méthode converge vers un minimum local sur les modes de basculement. L'erreur absolue sur le Strehl estimé est de 2% (60% en relatif). Avec un plus grand nombre d'itérations, la convergence des modes de basculement est meilleure et les conditions initiales sont donc plus proches de la solution recherchée, ce qui permet une meilleure estimation.

Le paramètre de Fried est aussi estimé. En l'absence de bruit, la seule contribution haute fréquence à la mesure de la phase résiduelle est la phase orthogonale à

l'espace miroir qui dépend du r_0 . Par conséquent, l'estimation qui est faite du r_0 est très proche du r_0 dans la simulation avec une erreur inférieure à 1 mm ($r_0 = 12$ cm dans les simulations). Cette estimation est très encourageante mais nécessite d'être confronté à une simulation plus réaliste et notamment avec du bruit sur les mesures.

Les noyaux actifs de galaxies : l'étude de NGC 1068 avec NaCo

Sommaire

4.1	Présentation de la galaxie	126
4.2	L'importance de l'IR et de l'optique adaptative	127
4.3	Observations	128
4.4	DS1 : continua	131
4.5	DS1 : les raies d'émission	132
4.6	DS2 : identification des nodules	133
4.7	DS2 : température de couleur des nodules	133
4.8	DS2 : raies d'émission et grandeurs dérivées	135
4.8.1	Raie du H I	136
4.8.2	Raie ro-vibrationnelle du H ₂ 1-0 S(1)	136
4.8.3	Raies coronales	137
4.8.4	Tête de bande du CO 2-0	138
4.9	L'origine des raies coronales	138
4.9.1	Description physique et géométrique des nodules	138
4.9.2	La source centrale	139
4.9.3	Un super amas d'étoiles	141
4.9.4	Le jet	144
4.10	Article A&A	145
4.11	Compléments sur les données	157
4.12	Conclusion de l'étude	158

Cette étude sur les noyaux actifs, plus particulièrement NGC 1068 (fig. 4.1), a été débutée lors de mon stage de M2 effectué au LESIA avec Yann Clénet et Damien Gratadour. L'étude a ensuite été complétée et améliorée pour enfin donner lieu à un article publié dans le journal A&A. Les résultats ont été présentés lors de la conférence *The Central Kiloparsec in Galactic Nuclei – Astronomy at High Angular Resolution 2011* à Bad Honnef en Allemagne.

Voici une synthèse de l'étude avec les compléments n'ayant pas été décrits dans l'article.



Figure 4.1: Image visible de NGC 1068. **Crédit** : Robert Gendler et APOD.

4.1 Présentation de la galaxie

NGC 1068 est une galaxie spirale située à 15 Mpc ($z = 0.003786$, $1'' = 73$ pc pour $H_0 = 75 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$). C'est l'une des plus étudiées des galaxies de Seyfert et elle montre un spectre typique du type II, qui sert de base essentielle à la mise au point du modèle unifié (Antonucci & Miller 1985). Elle possède un jet synchrotron (Gallimore et al. 1996b), une région à raies larges (BLR pour *broad-line region*) uniquement visible en lumière polarisée (Antonucci & Miller 1985), une région à raies étroites (ci-après NLR pour *narrow-line region*), un anneau de flambée d'étoiles (Davies et al. 1998) et une barre mise en évidence par des observations des raies du CO (Schinnerer et al. 2000). Le tore de poussière a été résolu spatialement par des observations interférométriques (Gallimore et al. 1997; Jaffe et al. 2004; Poncelet et al. 2007).

La source centrale est très compacte, d'une masse d'environ $10^8 M_\odot$ (Alloin et al. 2001). On observe la présence de raies coronales témoignant du haut potentiel d'ionisation (Oliva & Moorwood 1990). Beaucoup d'études ont été faites sur le cœur de NGC 1068. Rouan et al. (2004) et Gratadour et al. (2005c, 2006) ont mis en évidence des structures complexes à quelques dizaines de parsecs de la source centrale en utilisant la haute résolution angulaire et des techniques de traitement de données dédiées à l'OA (fig 4.2). Ce sont ces structures qui ont motivés l'étude qui va suivre.

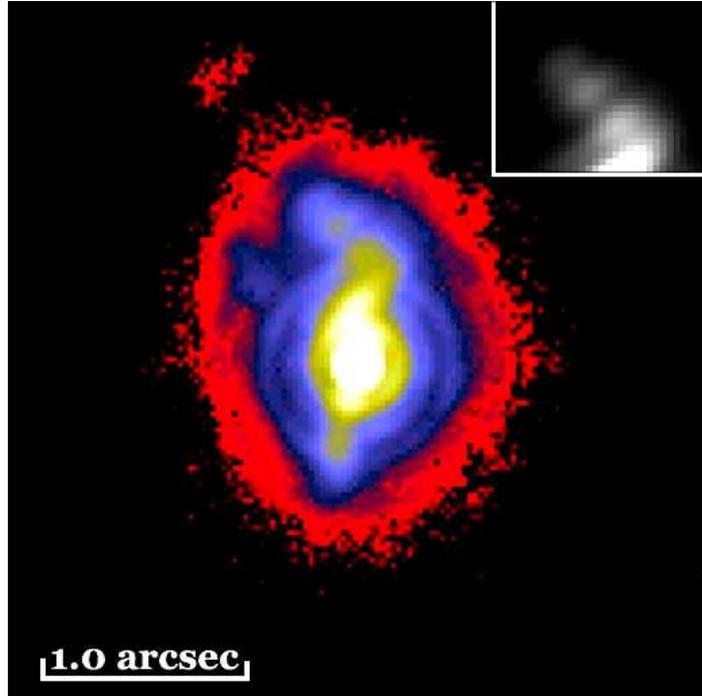


Figure 4.2: Image de NGC 1068 en bande M observée avec NaCo avec, en haut à droite, un insert avec une échelle de couleur différente pour faire apparaître les nodules. **Crédit** : Rouan et al. (2004).

4.2 L'importance de l'IR et de l'optique adaptative

Pour étudier les régions les plus proches des noyaux actifs, il est nécessaire de faire appel à la haute résolution angulaire. L'optique adaptative est une technique particulièrement performante pour cela. Premièrement, les structures que l'on cherche à observer sont fines (de l'ordre du parsec soit $0.013''$ à la distance de NGC 1068) et la turbulence atmosphérique ne permet pas d'atteindre, au sol, la résolution nécessaire pour spatialement les résoudre. L'OA permet d'atteindre la limite de résolution du télescope. Cependant, il reste des résidus de correction sur l'image ; il subsiste un halo résiduel et un élargissement de la fonction d'étalement de point qui limite le contraste dans les images photométrique et donc la précision. D'autre part, les nodules émettent principalement dans l'infrarouge (Gratadour et al. 2003) et on a donc envie d'étudier les régions proches dans ces longueurs d'onde. L'atout de l'OA utilisée à ces longueurs d'onde est que les performances sont meilleures comparées aux performances dans le visible, comme montré dans la section 1.3.

Le contraste entre la source centrale et les régions proches est optimum. En effet, ces régions ont une température de couleur de l'ordre de $T \sim 500$ K pour NGC 1068. Si on suppose un spectre de corps noir, l'intensité maximale dans le spectre se situe, d'après la loi du déplacement de Wien, à une longueur d'onde de :

$$\lambda_{\max} = \frac{hc}{4.965 k_B T} = \frac{2.898 \times 10^{-3}}{T} \sim 5.8 \mu\text{m},$$

avec h , la constante de Planck, k_B la constante de Boltzmann et c la célérité de la lumière. La luminosité est donc plus importante en IR qu'en visible.

D'un point de vue astrophysique, les poussières sont transparentes dans l'infrarouge. Les régions étudiées sont masquées dans le spectre visible.

Enfin, il existe de nombreux traceurs de l'activité d'un AGN en spectroscopie infrarouge :

- les raies coronales, par analogie à la couronne solaire ayant un fort potentiel ionisant, qui sont des raies interdites d'éléments fortement ionisés, traceurs du champ ionisant,
- les raies $\text{Br}\gamma$ et $\text{Br}\alpha$ traceurs de l'activité stellaire et du champ ionisant,
- les bandes des PAH traceur de poussières et donc du tore (le réservoir de matière pour l'accrétion),
- les raies du CO indicatrices de l'activité stellaire.

4.3 Observations

Les spectres de NGC 1068 ont été obtenus au cours de deux séries différentes d'observations, nous allons donc, dans la suite, séparer les données en deux séries, à savoir DS1 (pour *dataset*) et DS2. Toutes ces données ont été acquises avec NaCo (Rousset et al. 2003; Lagrange et al. 2003) au foyer Nasmyth de YEPUN (VLT-UT4) en utilisant le mode longue fente spectroscopique. Le noyau central a été utilisé comme source de référence pour l'analyseur visible de surface d'onde. Comme le noyau de cette galaxie est assez lumineux, le mode le plus précis de l'ASO de NaCo a été utilisé (14x14 sous-pupilles).

Les données DS1, ont été obtenues en bande Ks ($\sim 2.2 \mu\text{m}$) en Novembre 2002. Trente-six spectres de NGC 1068 ont été enregistrés entre deux séries de 15 spectres de HD 16835, une étoile de type F0 qui a été utilisée pour l'étalonnage photométrique et la correction de la transmission atmosphérique comme l'émission fluorescente du OH ou les bandes d'absorption de l'eau. Le mode *auto-jitter* a été utilisé afin que chacun des spectres soit translaté de façon aléatoire sur le capteur à l'intérieur d'une boîte de $8'' \times 8''$ pour assurer une bonne correction des effets du capteur.

La source d'étalonnage est presque aussi brillante que le noyau de NGC 1068 de sorte que le système d'OA ait un comportement comparable dans les deux cas. Au cours de l'observation de NGC 1068, le rapport de Strehl (SR) mesuré par le RTC se situait entre 0.4 et 0.6, et au cours de l'acquisition de la référence, un Strehl de 0.6 a été atteint. La masse d'air variait de 1 à 1.2 et le *seeing* était assez bon (environ $0.8'' \pm 0.2''$ au cours de toutes les observations).

La fente de 86 mas a été utilisée et orientée selon un angle polaire P.A. = 12° . Le temps total d'intégration sur NGC 1068 est de 7200 s et la taille du pixel était de 27 mas. Ce positionnement permet de sonder la lumière infrarouge de plusieurs régions identifiées au Nord du noyau (voir fig. 4.3) : la région IR-1b, une région vide

dans l'IR (mais où le jet est observé à des longueurs d'onde radio) et les structures IR-3 et 4. Aucune structure n'est présente au Sud du noyau, dans la zone balayée par la fente.

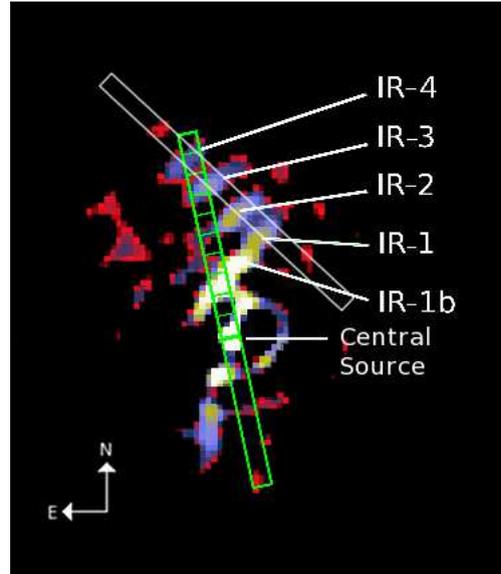


Figure 4.3: Identification des structures et positionnement des fentes sur NGC 1068. En vert, la fente de l'ensemble DS1 et en blanc, la fente de DS2. **Crédit : Gratadour et al. (2006)**

La seconde observation (DS2) contient des spectres obtenus en bandes Ks et L' ($\sim 3.5 \mu\text{m}$) des nodules IR-1 à IR-4 (voir fig. 4.3) découverts dans Rouan et al. (2004) et Gratadour et al. (2006) et ont été obtenus en septembre 2005. La fente de 86 mas a été orientée selon P.A. = 47° et centrée sur IR-2. Au cours de cette observation, les conditions atmosphériques étaient plutôt mauvaises (avec un *seeing* moyen de $1.55''$, un fort vent et une turbulence rapide) conduisant à des rapports de Strehl variant de 0.1 à 0.4 à $2.2 \mu\text{m}$ et à un SR moyen de 0.2 en Ks, soit 0.4 en L'. Pour ces observations, des pixels de 27 mas et 54 mas étaient utilisés en Ks et L' respectivement. Quarante spectres de NGC 1068 ont été enregistrés dans la bande Ks et 60 en L', soit un temps d'intégration total de 5600 s et 1200 s respectivement. Dans ce cas, BD-00 413, une étoile de type G0, a été utilisée comme étalon.

La réduction des données est similaire à ce qui est décrit dans Gratadour et al. (2006), c'est-à-dire une soustraction du courant d'obscurité et du fond de ciel, une élimination des mauvais pixels et des cosmiques, une correction de champ plat et un recentrage sub-pixelique (Gratadour et al. 2005b).

Toutefois, la dispersion du spectrographe n'est pas strictement linéaire sur tout le détecteur, ce qui introduit une distorsion de la position exacte des raies le long de la fente. Cette effet est évalué en ajustant un polynôme de deuxième ordre sur une lampe d'étalonnage (dans notre cas, une lampe à argon pour la bande Ks) et sur les raies telluriques du spectre d'étalonnage de l'étoile BD-00 413 en bande L'.

La fente n'était pas exactement alignée avec les pixels du détecteur ce qui engendre sur l'image spectrale, une inclinaison du spectre. Cet effet a été corrigé par une simple rotation dont l'angle a été déterminé par un ajustement gaussien sur la dimension spatiale, le long de la dimension spectrale. Le décalage de la moyenne de la gaussienne d'un bord à l'autre du détecteur nous donne l'angle de rotation. Dans notre cas, nous trouvons un décalage de 0.3° .

La correction de la transmission atmosphérique est également nécessaire. Pour cela, on utilise les étoiles de référence dans chaque bande spectrale qui ont aussi subi les effets de la transmission atmosphérique.

On peut considérer que l'atmosphère possède un facteur de transmission $t(\lambda)$ dépendant de la longueur d'onde. On a :

$$F_{\star, \text{obs}}(\lambda) = F_{\star}(\lambda) \times t(\lambda), \quad (4.1)$$

$$F_{\text{AGN}, \text{obs}}(\lambda) = F_{\text{AGN}}(\lambda) \times t(\lambda), \quad (4.2)$$

avec $F(\lambda)$ le flux reçu par unité de longueur d'onde, les indices \star et AGN désignant l'étoile de référence et la galaxie respectivement et l'indice obs pour désigner le flux observé. Or, on connaît le type spectral de l'étoile observée (F0 ou G0V) et on dispose de spectres théoriques d'étoiles en fonction du type spectral (Pickles 1998). Ainsi, $F_{\lambda, \star}$ est connu, c'est-à-dire le spectre de l'étoile non affecté par l'atmosphère. On peut donc déduire la transmission atmosphérique de l'équation 4.1 :

$$t(\lambda) = \frac{F_{\star, \text{obs}}(\lambda)}{F_{\star}(\lambda)}. \quad (4.3)$$

Le spectre théorique est ajusté sur le spectre de l'étoile, sur un intervalle de longueur d'onde où le spectre de l'étoile ne subit pas d'extinction. Cet ajustement permet d'obtenir une courbe de transmission normalisée à 1 là où le spectre ne subit pas d'effet atmosphérique. On en déduit le spectre de l'AGN simplement en combinant les équations 4.2 et 4.3 :

$$F_{\text{AGN}}(\lambda) = \frac{F_{\text{AGN}, \text{obs}}(\lambda)}{t(\lambda)}, \quad (4.4)$$

$$= F_{\text{AGN}, \text{obs}}(\lambda) \times \frac{F_{\star}(\lambda)}{F_{\star, \text{obs}}(\lambda)}. \quad (4.5)$$

Il est important de remarquer que ce $t(\lambda)$ ne contient pas uniquement l'information sur la transmission atmosphérique mais aussi la transmission instrumentale. En effet, le filtre et les différents composants optiques de l'instrument diminuent le flux reçu et on a :

$$t(\lambda) = t_{\text{atm}}(\lambda) \times t_{\text{miroirs}}(\lambda) \times t_{\text{filtres}}(\lambda) \times \dots \quad (4.6)$$

Nous avons utilisé le spectre moyen de l'étoile de référence pour étalonner le flux sur nos spectres. Pour estimer la quantité de flux de l'étoile passant par la fente, nous avons calculé la FEP obtenue avec un Strehl de 0.6 avec un code de simulation

Monte-Carlo réaliste d'un système OA. Cela conduit à un facteur de correction d'ouverture de 55%. Nous avons ensuite additionné les spectres des étoiles dans la dimension spatiale, corrigé des effets atmosphériques et utilisés les résultats comme spectres étalons contenant 55% du flux de l'étoile ($m_K = 9.43$ obtenue à partir du catalogue 2MASS et un flux en bande L' valant $F_{L,*} = 9.056 \times 10^{-10} \text{ erg s}^{-1} \text{ cm}^{-2}$ d'après les archives *Spitzer*).

4.4 DS1 : continua

Les spectres en bande Ks (extrait par pas de $0.054''$ soit 4 pc) ont été utilisés pour estimer la température de couleur des régions les plus proches du noyau. Ces spectres ont été lissés par une convolution avec une gaussienne de 50 px de largeur à mi-hauteur (FWHM), dans la dimension spectrale pour réduire les erreurs causées par des raies potentielles. On a ensuite ajusté les spectres par un spectre de corps noir. L'ajustement nous donne une estimation de la température de couleur de la région considérée. La précision atteinte sur la température est estimée à mieux que 1%, comme indiqué dans la fig. 3 de la section 4.10. Les températures obtenues sont résumées dans le tableau 1 de l'article. La température équivalente du noyau central (950 K) est cohérente avec les résultats antérieurs à une résolution inférieure ([Gratadour et al. 2003](#)). Cette température est cohérente avec la température de la cavité de sublimation de la poussière (nano-grains) autour du moteur central.

On remarque aussi que la température de couleur au Nord de la source reste élevée et presque constante alors qu'au Sud elle décroît rapidement. Cette chute est expliquée par le fait que la fente ne croise pas de structure au Sud de la source centrale. L'émission mesurée est alors due à la lumière diffusée par le noyau. Au Nord, la fente croise le nuage IR-1b. Le continuum est alors la somme de la lumière diffusée par le noyau et la luminosité intrinsèque à IR-1b.

Il est très probable que ce continuum soit originaire de la poussière chaude distribuée dans les nuages autour du noyau. Mesurer une température équivalente constante entre 12 et 20 pc est assez déroutant si l'on suppose que cette poussière est chauffée par la source centrale. Dans cet ensemble de données (DS1), il est impossible de trouver des preuves de la formation d'étoiles (pas de tête de bande du CO par exemple). Le continuum central semble être entièrement dominé par un continuum de 800 à 900 K, qui est difficilement explicable par un chauffage par les étoiles. Le chauffage stochastique de très petits grains de poussière pourrait être une bonne solution à l'énigme déjà invoquée pour les structures IR les plus au Nord ([Gratadour et al. 2005b, 2006](#)). Cependant, une confrontation précise avec un modèle numérique est assez difficile en raison de la contamination par la lumière diffusée à partir de la source centrale.

4.5 DS1 : les raies d'émission

Sur la figure 2 de l'article, nous distinguons plusieurs régions le long de la fente pour lesquelles nous avons extrait le spectre moyen :

- La région du Sud, couvrant 42 pc au Sud du noyau,
- La région centrale, couvrant 10 pc autour du noyau central,
- Une région au Nord A, couvrant 10 pc environ 15 pc au Nord du noyau (entre le noyau central et IR-1b),
- La région du Nord B, couvrant 10 pc environ 25 pc au Nord du noyau (IR-1b),
- La région C du Nord, couvrant 20 pc environ 40 pc au Nord du noyau (l'espace vide / filamenteux entre IR-1b et IR-3),
- La région IR-3, couvrant 10 pc environ 50 pc au Nord du noyau,
- La région IR-4, couvrant 10 pc environ 60 pc au Nord du noyau.

Les spectres en bande Ks de ces régions sont présentés dans la figure 4 de l'article. Afin de construire cette figure, nous avons normalisé tous les spectres à l'intensité moyenne du spectre du noyau central puis nous les avons décalés en intensité d'un facteur arbitraire pour tous les visualiser dans la même figure. Comme prévu à cette résolution angulaire (4 pc), à l'exception de certains résidus atmosphériques aux environs de $2.4 \mu\text{m}$ et au-delà, le spectre de la région centrale ne contient aucune raie en bande Ks, l'émission étant dominée par le continuum de la source centrale. Au Sud, aucune raie d'émission n'est clairement détectée jusqu'à 42 pc du noyau. Aucune structure identifiée n'est traversée par la fente dans cette région et ces spectres montrent que l'émission diffuse au Sud du noyau ne contient pas de raie d'émission.

Au Nord, des raies d'émission étroites de différentes espèces (HI Brackett γ à $2.18 \mu\text{m}$, [Ca VIII] et [Si VII], raies interdites à $2.33 \mu\text{m}$ et $2.49 \mu\text{m}$ respectivement) apparaissent et leur intensité évolue de 15 à 70 pc à partir du noyau, ce qui est en accord avec la morphologie de l'image IR (fig. 4.3). En effet, les raies d'émission apparaissent à certaines positions correspondant aux structures identifiées dans l'image en bande M' déconvoluée (IR-1b, IR-3 et IR-4), tandis qu'à 40 pc au Nord, où aucune structure n'est identifiée, très peu ou pas d'émission n'est détectée à ces longueurs d'onde.

Pour la première fois, grâce à la résolution spatiale fournie par NaCo, l'émission coronale en proche infrarouge peut être précisément associée à des structures observables dans les images à large bande. L'émission coronale n'est pas distribuée de façon homogène dans une zone étroite autour du noyau central, mais plutôt dans les nuages denses couvrant une région aussi vaste que 70 pc autour du noyau. Peu d'émission de l'hydrogène moléculaire est détectée à 25 pc au Nord du noyau et au-delà. Seule la raie du H_2 1-0 S(1) à $2.12 \mu\text{m}$ est détectée et elle apparaît très faible.

Ces raies sont engendrées par des transitions principalement du premier ou du second état excité respectivement vers le fondamental ou le premier niveau vibrationnel de l'hydrogène moléculaire excité sur ses niveaux rotationnels $S = 0, 1, 2, 3$. Dans notre cas, la raie détectée est la transition du premier état excité vers le fondamental vibrationnel sur le niveau rotationnel $S = 1$. Cette raie du H_2 suit la même distribution que les raies d'ionisation, qui se concentrent dans les structures IR identifiées.

Les propriétés des raies d'émission pour chacune des régions sont présentées dans les tableaux 2 à 4 de l'article. Nous avons mesuré les propriétés des raies d'émission, largeur à mi-hauteur et intensité, en utilisant un ajustement gaussien sur les raies des spectres des différentes régions identifiées. Un polynôme du second degré a été ajusté sur le continuum pour le soustraire. À cause de résidus atmosphériques au-delà de $3.4 \mu\text{m}$, les propriétés de la raie du [Si VII] sont difficiles à mesurer avec précision, en particulier dans les régions A et B. Toutefois, il est évident que cette raie apparaît dans ces régions. Du fait que l'intégrale d'une gaussienne est proportionnelle au produit de son amplitude par sa FWHM, nous avons pu estimer le rapport de luminosité [Si VII] / [Ca VIII] en comparant leur amplitude et leur largeur. La raie du [Ca VIII] présente une largeur à mi-hauteur presque constante de 450 km s^{-1} dans la dimension spatiale, comparable à la largeur de la raie du [Si VII], telle que mesurée sur IR-3 et IR-4 où les raies sont clairement définies. Ainsi le rapport d'amplitude dans les régions A et B nous donne le rapport d'intensité pour ces régions.

4.6 DS2 : identification des nodules

Pour identifier les nodules sur les images spectrales, nous avons utilisé la raie du [Si VII], la plus intense et donc avec le rapport signal à bruit le plus grand, pour ajuster un profil gaussien et en déduire la position des surintensités dans la dimension spatiale. La position des pics d'intensité le long de la fente nous donne la position des nodules (voir figure 4.4) étant donnée que l'émission coronale est associée à la présence des nodules. L'identification et la position par rapport à la source centrale sont données dans la figure 7 de l'article. Cette identification nous permet de contraindre la position et la largeur des nodules pour créer un spectre moyen pour chaque structure IR. Dans la suite, nous travaillons sur le spectre moyen des quatre nodules. En moyenne les nodules ont une longueur de 10 pc et une largeur de 5 pc (non résolu).

4.7 DS2 : température de couleur des nodules

Le continuum moyen des nodules a une forme particulière (fig. 4.5). En bande Ks, il est plat jusqu'à $2.3 \mu\text{m}$ et croît ensuite à plus grande longueur d'onde. En bande L', le spectre croît. Un ajustement de corps noir à 500 K sur le spectre en bande L' permet de reproduire avec une bonne précision la pente du continuum. En revanche, ce même corps noir ne permet pas de reproduire la courbure observée en bande Ks.

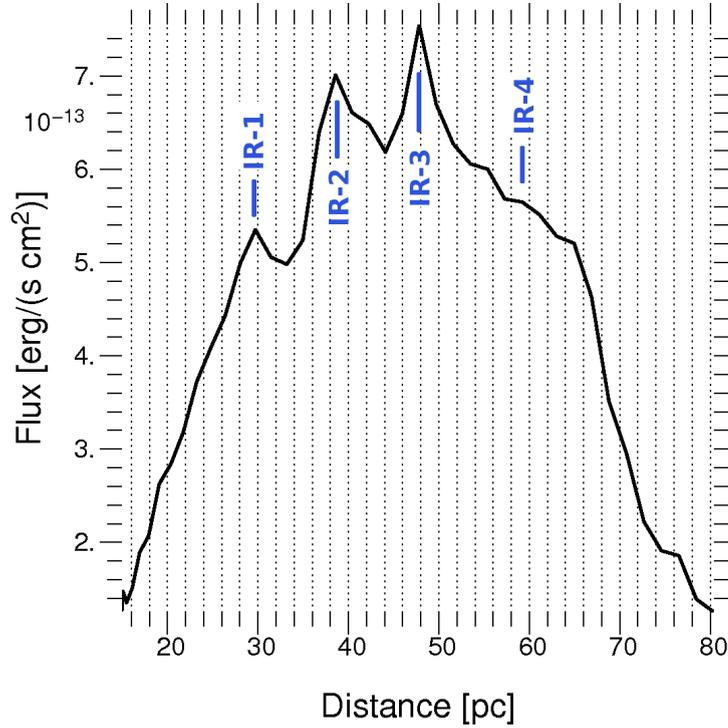


Figure 4.4: Intensité du maximum de la gaussienne ajustée en fonction de la distance à la source centrale et les nodules identifiés.

Le flux observé est plus important que celui d'un corps noir à 500 K à ces longueurs d'onde. Cette constatation implique qu'une source d'énergie supplémentaire est présente au niveau des nodules.

Nous avons alors inclus un mélange de gaz, de poussière et d'étoiles dont le continuum est un spectre de corps gris tel que :

$$\begin{cases} F_\lambda = \lambda^\beta B_\lambda, \\ B_\lambda = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda k_B T} - 1}, \end{cases} \quad (4.7)$$

avec F_λ le flux à la longueur d'onde λ , B_λ le spectre de corps noir et β un paramètre qui dépend de la géométrie et du milieu considéré. Dans notre cas, si on considère une géométrie plan-parallèle avec du gaz et des étoiles mélangés, le flux du corps gris est donné par :

$$F_\lambda \propto F_0 \frac{1 - e^{-\tau}}{\tau} \simeq \frac{F_0}{\tau} \quad \text{si } \tau > 1, \quad (4.8)$$

avec F_0 le flux des étoiles, et τ l'épaisseur optique du milieu. Dans l'hypothèse où $\tau \propto Q_{\text{abs}} \propto \lambda^{-1}$, on obtient $F_\lambda \propto \lambda F_0$ (Q_{abs} représente le coefficient d'efficacité d'absorption).

L'ajustement du spectre moyen des quatre nodules par la somme d'un corps noir et d'un corps gris est présenté sur la figure 4.5. On dérive une température de couleur de la poussière à l'intérieur des nodules $T_{\text{dust}} = 519 \pm 3$ K et une température

$T_{\star} = 7500 \pm 1800$ K pour la température du corps noir représentant les étoiles. Ce sont des valeurs tout à fait en accord avec la température d'une étoile et avec les précédentes études sur la poussière au cœur de NGC 1068 (Gratadour et al. 2006). La contribution des étoiles à la luminosité nucléaire de NGC 1068 trouvée ici est aussi en accord avec les études précédentes à plus basse résolution (Thatte et al. 1997). En effet, Thatte et al. (1997) trouve une contribution des étoiles au continuum supérieure à 7% dans une zone de 50 pc autour du noyau. Nous trouvons une contribution des étoiles de 17%.

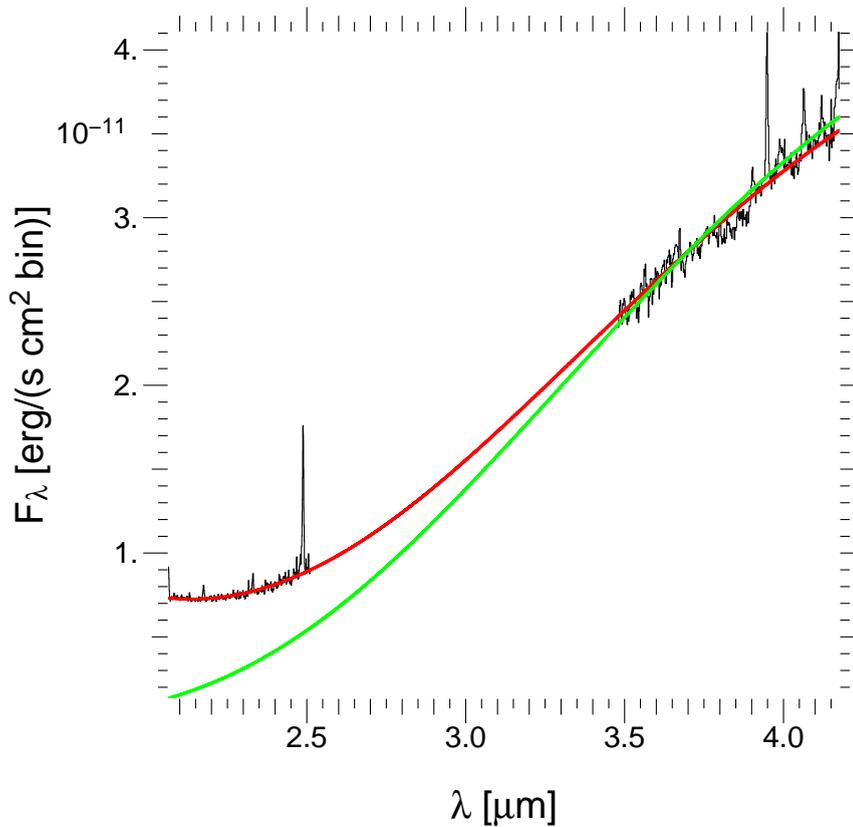


Figure 4.5: Spectre en bande Ks et L' ajusté par un corps noir à 500 K (vert) et par la somme d'un corps noir et d'un corps gris (rouge).

4.8 DS2 : raies d'émission et grandeurs dérivées

On détecte dans les spectres huit raies : la raie du H_2 1-0 S(1), deux raies de l'hydrogène neutre HI, une tête de bande du CO et quatre raies coronales.

Chacune de ces raies est porteuse d'informations sur les conditions physiques dans les nodules. Ainsi, les raies coronales décrivent le champ ionisant, les raies de l'hydrogène neutre décrivent le champ ionisant et la formation stellaire, les raies moléculaires sont des traceurs de la formation d'étoiles.

L'intensité des raies dans nos spectres est déterminée par l'ajustement d'une fonction gaussienne après la soustraction du continu décrit dans la section précédente (somme d'un corps noir et d'un corps gris). La tête de bande du CO est une raie asymétrique et est donc ajustée par une fonction gaussienne asymétrique. Les flux obtenus sont présentés dans le tableau 5 de la section 4.10.

4.8.1 Raie du H I

La raie d'émission Br γ (2.166 μm au repos) est un indicateur d'activité stellaire et du champ ionisant. La raie Br γ a été détectée par de nombreux auteurs dans les parties centrales de NGC 1068 (Kawara et al. 1989; Gratadour et al. 2003; Martins et al. 2010). La raie Br α (4.08 μm au repos) est un autre indicateur d'activité stellaire et elle a déjà été identifiée dans les parties centrales de NGC 1068 (Kawara et al. 1989). En considérant une température de 7000 K pour le gaz (la température la plus proche de celle trouvée dans la section 4.7 dans les tables de Hummer & Storey 1987) et une densité d'hydrogène de 10^3 cm^{-3} (Lutz et al. 2000), nous avons un rapport intrinsèque Br α /Br γ = 2.96 (Hummer & Storey 1987). D'après Ho et al. (1990), l'écart entre l'extinction à la longueur d'onde de Br γ et à la longueur d'onde de Br α dans notre spectre est $A_\gamma - A_\alpha = 1.32 \pm 0.10$. L'extinction totale à 4.05 μm est alors de :

$$\begin{aligned} A_\alpha &= (A_\gamma - A_\alpha) [(\lambda_\gamma/\lambda_\alpha)^{-\beta} - 1]^{-1}, \\ &= 0.58 \pm 0.04, \end{aligned}$$

en supposant une extinction qui varie en $\lambda^{-\beta}$ avec $\beta = 1.9$ (Draine & Lee 1984). Ceci conduit à $A_\gamma = 1.90 \pm 0.14$. L'extinction dans le visible est calculée en utilisant $A_{2.2 \mu\text{m}} = A_V \times 0.108$ (Cox 2000). En supposant $A_\gamma = A_{2.2 \mu\text{m}}$, alors $A_V = 17.6 \pm 1.29$. Les différents flux dérougés sont donnés dans le tableau 5 de l'article.

Enfin, nous avons estimé la densité d'hydrogène des nodules : $A_V = 5.3 \times 10^{-22} \times N_H$ (Cox 2000) conduisant à $N_H = (3.32 \pm 0.24) \times 10^{22} \text{ cm}^{-2}$ en considérant $N_H = N(\text{H}) + N(\text{H}^+) + N(2\text{H}_2)$ la densité de colonne des atomes d'hydrogène. En supposant une épaisseur d'environ 5 pc pour un nodule, donc une géométrie cylindrique, la densité d'hydrogène $n_H = (2.0 \pm 0.1) \times 10^3 \text{ cm}^{-3}$, ce qui est cohérent avec la valeur supposée de Lutz et al. (2000).

4.8.2 Raie ro-vibrationnelle du H₂ 1-0 S(1)

Une seule raie du H₂ est détectée dans le spectre en bande Ks : la raie H₂ 1-0 S(1). Pour étudier les mécanismes d'excitation du H₂, deux rapports d'intensité sont nécessaires mais seule la raie à 2.12 μm est détectée ; les autres sont noyées dans le bruit. On ne peut donc pas déduire les mécanismes d'excitation de l'hydrogène moléculaire. Le jet de NGC 1068 avec une vitesse plus grande que 700 km s⁻¹ (Axon et al. 1998) provoque des chocs dissociatifs pour le H₂ (l'énergie de dissociation vaut $E_{\text{diss}} = 4.52 \text{ eV}$). L'excitation de ces raies est donc probablement due au pompage

UV des étoiles ou causée par des chocs radiatifs ou bien les deux mécanismes à la fois.

Il est possible de connaître la masse de dihydrogène chaud $M(\text{H}_2^{\text{w}})$ dans les nodules à partir du flux dans la raie détectée avec l'équation (Dale et al. 2005) :

$$M(\text{H}_2^{\text{w}}) \simeq 5.08 \left(\frac{F_{\nu=1 \rightarrow 0 \text{ S}(1)}}{10^{-16} \text{ W m}^{-2}} \right) \left(\frac{d}{\text{Mpc}} \right)^2 M_{\odot},$$

avec $F_{\nu=1 \rightarrow 0 \text{ S}(1)}$ le flux intégré de la raie H_2 1-0 S(1). On trouve alors $M(\text{H}_2^{\text{w}}) \sim 80 M_{\odot}$.

En considérant de plus que la fraction de gaz chaud vaut $f = 0.0122$ (Scoville et al. 1982), la masse totale de H_2 est de $M(\text{H}_2) \sim 6500 M_{\odot}$.

Cette masse nous conduit alors à une densité de H_2 valant $n(\text{H}_2) \simeq 200 \text{ cm}^{-3}$ dans l'hypothèse d'une géométrie cylindrique des nodules (de diamètre 5 pc et de hauteur 10 pc). On conclut alors que l'extinction assez élevée trouvée précédemment est compatible avec ce résultat puisque 10% de l'hydrogène présent dans les nodules est à l'état moléculaire.

4.8.3 Raies coronales

Le Si VII ($E_{\text{ion}} = 246 \text{ eV}$), déjà détecté dans NGC 1068 (Marconi et al. 1996; Prieto et al. 2005) et la raie [Si IX] ($E_{\text{ion}} = 341 \text{ eV}$), aussi détectée par Marconi et al. (1996) et Geballe et al. (2009) sont les raies les plus intenses dans notre spectre moyen.

Le Ca VIII ($E_{\text{ion}} = 147 \text{ eV}$) a aussi été détecté (Marconi et al. 1996; Martins et al. 2010; Sánchez et al. 2009) et apparaît clairement sur notre spectre moyen.

L'Al VI ($E_{\text{ion}} = 190 \text{ eV}$) a été détecté par Geballe et al. (2009). Sur notre spectre, une légère surintensité est présente à cette longueur d'onde, mais le faible rapport signal à bruit ne nous permet pas de conclure sur sa détection.

L'intensité et la présence de ces raies coronales peuvent être expliquées par la photoionisation et l'ionisation par les chocs décrite dans Geballe et al. (2009) et Kraemer & Crenshaw (2000a).

La source IR-7, située à $\sim 120 \text{ pc}$ de la source centrale, est un nuage étendu détecté dans la bande Ks et aussi détecté à $12.8 \mu\text{m}$ sur les images VISIR/VLT (Galliano et al. 2005; Poncelet et al. 2007). On détecte les raies d'émission [Si VII] et [Ca VIII], qui apparaissent décalées vers le bleu. Ce décalage correspond à une vitesse équivalente de $+600 \text{ km s}^{-1}$ par rapport à la vitesse systémique de NGC 1068. Si cette structure est en interaction avec le jet radio et en mouvement parce qu'elle est entraînée par le jet, alors cette vitesse nous donne une indication sur la vitesse du jet lui-même.

4.8.4 Tête de bande du CO 2-0

La tête de bande du CO 2-0 dans le spectre en Ks est détectée, bien qu'elle soit difficilement discernable. En effet, la largeur équivalente de la raie (EW pour *equivalent width* en anglais) à la position des nodules vaut $EW_{\text{nod}} = 1.14 \times 10^{-3} \mu\text{m}$ alors que dans les régions entourant les nodules, la largeur équivalente vaut $EW_{\text{out}} = 4.22 \times 10^{-4} \mu\text{m}$.

Les têtes de bande du CO 3-1, CO 4-2 et CO 5-3 ne sont toutefois pas détectées à cause du rapport signal à bruit faible et de la présence de résidus atmosphériques à ces longueurs d'onde. Les têtes de bande du CO sont des raies d'absorption qui indiquent la présence d'activité stellaire, notamment des étoiles de type K tardif ou M. La même raie a été observée par [Martins et al. \(2010\)](#) dans le cœur de NGC 1068.

4.9 L'origine des raies coronales

Cloudy est un code de synthèse spectrale à grande échelle créé pour pleinement simuler les conditions physiques à l'intérieur d'un plasma astrophysique et prédire son spectre d'émission.

Pour ce travail, j'ai utilisé Cloudy v08.00 ([Ferland et al. 1998](#)) pour comparer nos données à un modèle de transfert radiatif à l'intérieur des nodules et déterminer le processus ionisant responsable de la présence de raies coronales si loin de la source centrale. En effet, on observe la raie du Si VII dans le nuage IR-7 alors qu'il se situe à 120 pc du noyau.

Pour ce faire, Cloudy requiert une description physique et géométrique des nodules (abondances chimiques, grains de poussière, distance, géométrie, etc.) et le continuum ionisant incident.

4.9.1 Description physique et géométrique des nodules

J'ai choisi de prendre le nodule IR-1 comme référence, étant le plus proche de la source centrale (30 pc).

Les abondances moyennes chimiques ont été extraites de [Shields & Oke \(1975\)](#) et [Ogle et al. \(2003\)](#), mesurées sur NGC 1068, et résumées dans le tableau 4.1.

Pour la poussière dans les nodules, on a considéré le modèle silicate-graphite-PAH de [Draine & Li \(2001, 2007\)](#), c'est-à-dire un mélange de grains de tailles différentes de silicates, de graphites et d'hydrocarbure aromatique polycyclique. La distribution de la taille des grains est tirée du travail de [Laor & Draine \(1993\)](#) et a été modifiée pour y inclure des très petits grains de poussière. En effet, il a été démontré par [Rouan et al. \(2004\)](#) et [Gratadour et al. \(2005c\)](#) que le chauffage stochastique de nano-grains peut expliquer la température de couleur des nodules en IR. La distribution (f) des grains de taille (d) suit une simple loi de puissance telle que :

$$f(d) \propto d^{-\gamma}, \quad (4.9)$$

$$\gamma = 3.3.$$

Table 4.1: Tableau résumant les abondances adoptées dans le modèle Cloudy comparées aux abondances trouvées dans le Soleil.

Elements	Abondance NGC 1068	Abondance solaire
He	0.13	0.1
N	4.0×10^{-4}	8.51×10^{-5}
O	7.0×10^{-4}	4.90×10^{-4}
Ne	4.0×10^{-4}	1.00×10^{-4}
S	5.0×10^{-5}	1.84×10^{-5}
Ar	1.8×10^{-6}	2.51×10^{-6}
Fe	6.0×10^{-5}	2.82×10^{-5}
Mg	2.4×10^{-4}	3.47×10^{-5}
Si	2.4×10^{-4}	3.47×10^{-5}
Al	1.6×10^{-6}	2.95×10^{-6}

La taille minimale est de 1 nm et la taille maximale de 1 μm , et on suppose enfin que la taille des grains de graphite et de silicates suit la même distribution. Pour les PAH, on considère qu'ils sont constitués d'un maximum de 100 atomes et que leur abondance est équivalente à celle dans le milieu interstellaire au voisinage solaire. On considère enfin que la densité de gaz dans le nodule est constante. Ce modèle de nodule sera conservé dans toutes les simulations suivantes. Seuls les continua ionisants vont varier.

En voici les descriptions et les résultats.

4.9.2 La source centrale

La source évidente d'ionisation pour expliquer la présence de raies coronales est l'AGN lui même.

Le continuum ionisant d'un AGN est bien reproduit par la somme de deux composantes (Mathews & Ferland 1987) :

$$F_\nu = \nu^{\alpha_{UV}} \exp\left(-\frac{h\nu}{k_B T_{BB}}\right) \exp\left(-\frac{k_B T_{IR}}{h\nu}\right) + a\nu^{\alpha_X}, \quad (4.10)$$

où F_ν est le flux à la fréquence ν , T_{BB} la température du maximum du *big blue bump*, α_{UV} est la pente du continuum UV, α_X celle du continuum X, a est un paramètre qui permet d'ajuster le rapport entre le continu X et UV (noté α_{OX}), T_{IR} la température du continuum IR.

Pour NGC 1068, $k_B T_{IR} = 0.01$ Ryd (Ferland et al. 1998), soit $T_{IR} \sim 1600$ K une valeur typique d'AGN. $k_B T_{BB} = 4$ Ryd, soit $T_{BB} = 6.3 \times 10^5$ K d'après Spinoglio et al. (2005). Enfin, les derniers paramètres nous sont donnés par Pier et al. (1994) : $\alpha_{OX} = -1.55$, $\alpha_{UV} = -0.93$ et $\alpha_X = -1$. La forme du continu résultant est représentée sur la figure 4.6

L'intensité du continu est étalonnée grâce au paramètre d'ionisation, qui représente la densité de photons ionisants par rapport à la densité d'hydrogène, défini tel que :

$$U = \frac{Q(\text{H}^0)}{4\pi r^2 n(\text{H})c}. \quad (4.11)$$

$Q(\text{H}^0)$ est le taux d'ionisation de la source centrale, $n(\text{H})$ la densité d'atomes d'hydrogène, c la vitesse de la lumière, et r la distance à la source centrale.

Étant donné que [Spinoglio et al. \(2005\)](#) trouve $U = 0.1$ sur le rayon intérieur de la NLR (~ 2 pc du cœur) et que la densité de photons décroît en r^{-2} , alors à la distance de IR-1, le paramètre d'ionisation vaut $U = 4.4 \times 10^{-4}$ donc $\log U = -3.35$. Avec cette configuration, on trouve une luminosité ionisante pour le continu incident de $L_{\text{ion}} = 10^{43.5}$ erg s $^{-1}$, ce qui est typique d'une galaxie de Seyfert ([Pier et al. 1994](#); [Geballe et al. 2009](#)).

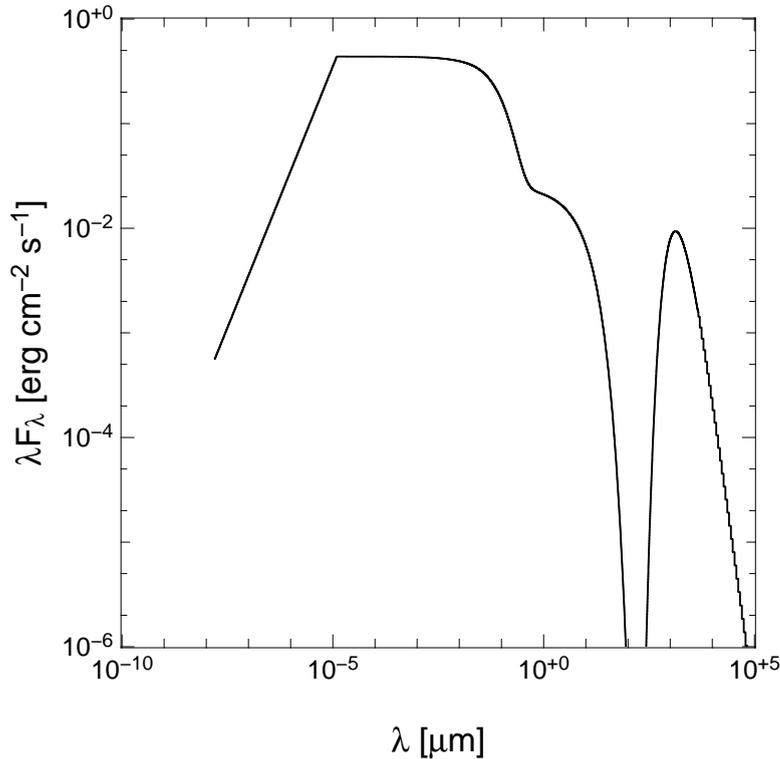


Figure 4.6: Continuum de NGC 1068 créé par le modèle Cloudy à la distance de IR-1.

À la position de IR-1, les résultats de simulation montrent qu'aucune raie coronale ne peut être produite par la source centrale de NGC 1068 : les rapports de raies observés ne sont pas reproduits par les simulations (figure 10 de l'article). D'autre part, IR-4 est deux fois plus loin de la source centrale que IR-1. Par conséquent, le flux ionisant provenant de la source centrale est alors quatre fois plus faible. Or, le flux dans les raies IR fortement ionisées est presque constant avec la distance à la

source centrale (voir la figure 7 de l'article). Notre première conclusion est qu'une source ionisante locale est nécessaire pour expliquer ce comportement.

Près de la source centrale, à l'emplacement de l'IR-1b ($\log U = -2.69$), l'influence de la source centrale n'est pas négligeable. Les simulations Cloudy produisent [Si VII] et [Ca VIII] avec un rapport de raies égal à 2.36 alors que le rapport observé est égal à 7.40. Ainsi, 30% du champ ionisant à cette distance est dû à la source centrale (en supposant une composition équivalente pour IR-1 à 4 et IR-1b). Le reste est probablement dû à des chocs radiatifs causés par l'interaction entre le jet et le milieu interstellaire. En effet, [Sánchez et al. \(2009\)](#) a fourni la preuve qu'un nuage moléculaire géant a provoqué un changement de direction du jet. Dans [Rouan et al. \(2004\)](#), nous voyons aussi une forte corrélation entre IR-1b et le changement de direction du jet.

Les simulations Cloudy montrent que les raies coronales sont produites par la source centrale avec un haut rapport [Si VII]/[Ca VIII] pour une distance allant jusqu'à 10 pc. Plus loin de la source centrale, des sources ionisantes supplémentaires sont nécessaires pour expliquer les spectres observés.

4.9.3 Un super amas d'étoiles

L'activité stellaire peut être une source d'ionisation du milieu interstellaire. Pour expliquer nos spectres, il faut que les étoiles soient cachées à l'intérieur des nodules. La tête de bande du CO à $2.29 \mu\text{m}$, que nous détectons, est un indicateur de l'activité stellaire dans les nuages. En particulier, ces raies sont des traceurs d'étoiles froides telles que les géantes rouges (de type K et M). La raie Br γ est un traceur d'étoiles jeunes et chaudes de type O et B. Ainsi, on peut supposer que des étoiles sont présentes dans les nodules agissant comme des sources locales pouvant expliquer le surplus de flux ionisant invoqué. On se heurte alors à un problème. Les nodules ont un volume relativement petit ($\sim 160 \text{ pc}^3$ si on considère une forme cylindrique) et pour expliquer les raies coronales observées, il faut un nombre d'étoiles de type O ou B conséquent. Ces étoiles sont peu nombreuses du fait de leur durée de vie courte. Donc un nombre important d'étoiles OB signifie un nombre encore plus important d'étoiles de plus petite masse. Comment concilier un grand nombre d'étoiles dans un petit volume? De tels objets ont été observés : les super amas d'étoiles (ci-après SSC pour *super star cluster*). Les SSC sont des amas, supposés être les embryons des amas globulaires, contenant 10^4 à 10^6 étoiles et d'une taille variant de 1 à 5 pc (donc d'une densité de plus de 10^4 pc^{-3} , [Johnson 2005](#)). Ils possèdent un taux de formation d'étoiles important pouvant expliquer le nombre d'étoiles jeunes attendu dans nos nodules. Les SSC sont donc les candidats idéaux de sources locales pour notre étude.

4.9.3.1 Caractéristiques des SSC au cœur des nodules

L'expression du taux de formation d'étoiles est donnée par l'équation 4.12 ([Kennicutt 1998](#)) où $L_{\text{Br}\gamma}$ est la luminosité dans la raie Br γ .

$$\text{SFR} [\text{M}_\odot \text{yr}^{-1}] = 8.20 \times 10^{-40} \times L_{\text{Br}\gamma} [\text{erg s}^{-1}], \quad (4.12)$$

$$= 1.08 \times 10^{-53} \times Q(\text{H}^0) [\text{s}^{-1}]. \quad (4.13)$$

On trouve alors $\text{SFR} = (5.2 \pm 0.19) \times 10^{-1} \text{ M}_\odot \text{ yr}^{-1}$, une valeur typique pour les noyaux galactiques. En effet, [Ho et al. \(1997\)](#) trouve que le taux de formation dans les noyaux galactiques est modeste, en moyenne $\sim 0.2 \text{ M}_\odot \text{ yr}^{-1}$ (median $0.02 \text{ M}_\odot \text{ yr}^{-1}$). Avec l'éq. 4.13, on trouve alors $Q(\text{H}^0) = (4.84 \pm 0.18) \times 10^{52} \text{ s}^{-1}$. Ce taux d'ionisation peut être utilisé pour compter le nombre approximatif d'étoiles présentes dans le SSC et calculer la masse totale d'étoiles en utilisant une fonction de masse initiale (IMF pour *initial mass function*).

L'IMF est la relation qui décrit la distribution des masses des étoiles pour une population d'étoiles nouvellement formées. Ces fonctions sont définies telles que :

$$dN \propto m^{-\alpha} dm. \quad (4.14)$$

Nous avons testé pour ce travail deux IMF : celle de Salpeter ([Salpeter 1955](#)) et l'IMF de Kroupa ([Kroupa 2001](#)). Pour les différents types on a :

- Salpeter : $\alpha = 2.35 \quad \forall m$,

- Kroupa :

$$\alpha = \begin{cases} 0.7 & \text{si } 0.08 \leq m < 0.5 \text{ M}_\odot \\ 1.5 & \text{si } 0.5 \leq m < 1 \text{ M}_\odot \\ 2.3 & \text{si } m > 1 \text{ M}_\odot \end{cases}$$

[Sternberg et al. \(2003\)](#) nous donne le taux d'ionisation pour les étoiles de type B0.5 à O4 pour des masses plus grandes que 20 M_\odot car la grande majorité des photons ionisants vient de ces types d'étoiles. Le but est alors de trouver le nombre d'étoiles de chaque type pour reproduire le taux d'ionisation observé compte tenu de l'erreur sur $Q(\text{H}^0)$ ([Kornei & McCrady 2009](#)) si on considère que la totalité du flux dans la raie $\text{Br}\gamma$ provient des étoiles. Le résultat est présenté dans le tableau 4.2. On trouve 2821 ± 101 étoiles de type OB pour une IMF de Kroupa et 2873 ± 104 pour une IMF de Salpeter.

Les étoiles géantes bleues ne sont pas les seules étoiles à posséder une grande masse, les étoiles géantes rouges sont aussi à prendre en compte.

Une manière de calculer le nombre d'étoiles géantes rouges est d'utiliser la tête de bande du CO 2-0.

Notre but est alors de reproduire le flux observé dans le spectre des nodules en considérant que seulement les étoiles avec une masse supérieure ou égale à 20 M_\odot sont présentes car les étoiles de petites masses évoluent trop lentement pour évoluer en géante rouge étant donnée l'âge attendu du SSC. En effet, le nombre d'étoiles géantes bleues suggère que le SSC est très jeune.

Aucune relation masse-luminosité n'existe pour les géantes rouges ([Malkov 2007](#)). On fait alors l'hypothèse d'une relation $L \propto M^{2.76}$ donnée par [Vitrichenko et al.](#)

Table 4.2: Nombre d'étoiles (N) de chaque type compte tenu du taux d'ionisation et son erreur pour les deux IMF considérées. On donne aussi les masses moyennes pour chaque type et le taux d'ionisation associé.

Type	Masse [M_{\odot}]	$Q(\text{H}^0)$ [s^{-1}]	$N_{\text{Kroupa}} \pm \Delta N$	$N_{\text{Salpeter}} \pm \Delta N$
B0.5	25.1	1.15×10^{48}	376 ± 14	391 ± 15
B0	27.4	2.45×10^{48}	334 ± 12	346 ± 13
O9.5	29.9	4.68×10^{48}	295 ± 11	304 ± 11
O9	32.6	7.24×10^{48}	268 ± 10	275 ± 10
O8.5	35.6	1.02×10^{49}	247 ± 9	253 ± 9
O8	39.0	1.32×10^{49}	440 ± 16	447 ± 17
O7	47.4	2.29×10^{49}	173 ± 6	174 ± 6
O6.5	52.0	2.88×10^{49}	141 ± 5	141 ± 5
O6	56.6	3.63×10^{49}	135 ± 5	135 ± 5
O5.5	62.0	4.37×10^{49}	129 ± 4	128 ± 4
O5	68.4	5.25×10^{49}	118 ± 4	117 ± 4
O4.5	75.8	6.03×10^{49}	90 ± 3	88 ± 3
O4	82.8	7.24×10^{49}	75 ± 2	74 ± 2

(2007) pour les étoiles de grandes masses et Betelgeuse comme étoile de référence pour la masse et la luminosité ($M = 15 M_{\odot}$ and $M_K = -4.38$ mag). En ce qui concerne la tête de bande du CO, nous avons supposé que le rapport entre le flux en bande K (F_K) et le flux dans la tête de bande du CO (F_{CO}) est à peu près constant quel que soit le type d'étoile. En utilisant la librairie stellaire de l'ESO (Pickles 1998), on trouve $F_K/F_{\text{CO}} = (1.96 \pm 0.38) \times 10^{-3}$.

Enfin, nous calculons le nombre d'étoiles nécessaires pour produire le flux (le flux dérougi) de la tête de bande du CO observé dans le spectre des nodules, et nous trouvons 237 ± 12 géantes rouge pour l'IMF de Kroupa et 243 ± 18 pour l'IMF de Salpeter.

Finalement, en connaissant le nombre d'étoiles dont la masse est supérieure ou égale à $20 M_{\odot}$, on contraint l'IMF et on en déduit la masse moyenne d'étoiles dans les nodules. Pour l'IMF de Kroupa on trouve $\sim 8.07 \times 10^5 M_{\odot}$ pour des masses variant de $0.08 M_{\odot}$ à $90 M_{\odot}$. Pour l'IMF de Salpeter, on trouve $\sim 1.75 \times 10^6 M_{\odot}$ pour les mêmes masses.

On peut déduire aussi une estimation de l'âge moyen de l'amas grâce à l'éq. 4.12 : $\tau \sim 1.55$ Myrs. Cet âge correspond à la période pendant laquelle une étoile de $30 M_{\odot}$ se trouve sur la séquence principale.

Si on suppose enfin une géométrie cylindrique pour les nodules, on trouve que la densité d'étoiles est plus grande que 5000 pc^{-3} , qui est un nombre compatible avec les valeurs trouvées dans des SSC typiques qui contiennent $10^4 - 10^6$ étoiles pour un diamètre de $1 - 5 \text{ pc}$, donc une densité plus grande que $5 \times 10^2 \text{ pc}^{-3}$ (Johnson 2005).

4.9.3.2 Simulation Cloudy dans l'hypothèse de SSC

En utilisant le modèle *Tlusty* d'atmosphère stellaire de Lanz & Hubeny (2003), on exécute une simulation Cloudy pour déterminer si un SSC est capable de produire des raies coronales. Il en résulte qu'un SSC ne peut pas contribuer significativement au champ ionisant pour produire les raies coronales observées. En effet, les luminosités X et extrême UV des étoiles OB sont faibles.

De plus, le taux d'ionisation trouvé avec l'équation 4.12 nous donne $U = (8.42 \pm 1.24) \times 10^{-4}$ et donc $\log U = -3.07 \pm 0.06$ pour un champ ionisant stellaire. D'après la figure 10 de l'article, cette valeur est insuffisante pour produire les raies coronales observées.

4.9.4 Le jet

Un jet à grande vitesse est une source d'ionisation grâce aux chocs radiatifs intenses dans les gammes UV-X. Au centre de NGC 1068, on observe en radio un jet rapide d'au moins 700 km s^{-1} (Gallimore et al. 1996a; Axon et al. 1998). Ce qui le rend intéressant c'est son interaction avec son environnement. En effet, le jet est dévié par le nuage IR-1b (Sánchez et al. 2009) et creuse un sillon dans le gaz et la poussière comme montré par Rouan et al. (2004). Le jet se déplace en longeant les nodules, on peut donc supposer qu'il a une forte influence sur eux.

Kraemer & Crenshaw (2000b) ont utilisé le modèle de chocs radiatifs créé par Wilson & Raymond (1999) pour une vitesse de jet de 1000 km s^{-1} et ont obtenu des résultats encourageant sur les spectres optiques et UV.

Dans notre cas, on utilise Cloudy pour simuler les chocs radiatifs au niveau des nodules. Le continuum du jet est extrait de la librairie MAPPING III (Allen et al. 2008). Au-delà de 1000 km s^{-1} , les continua ne sont pas disponibles et nous supposons que la forme du continuum ne varie pas. Cette hypothèse va conduire à une vitesse de jet légèrement surestimée en raison du flux sous-estimé à haute énergie. Le modèle prend en compte le champ magnétique. Mais celui-ci a un impact négligeable à des énergies supérieures à 100 eV et nous avons choisi la valeur aussi proche que possible de la valeur mesurée pour NGC 1068, soit $1200 \mu\text{G}$ (Gallimore et al. 1996b). Ce modèle contient deux composantes d'émission : l'émission spontanée du choc et l'émission des chocs radiatifs. Nous avons vérifié que la première composante est négligeable par rapport à la deuxième composante.

L'intensité UV des chocs radiatifs dépend essentiellement de la vitesse du jet. On définit cette intensité avec l'éq. 4.15 de Allen et al. (2008) :

$$I_{\text{UV}} = 2.44 \times 10^{-4} \left(\frac{v_{\text{choc}}}{100 \text{ km s}^{-1}} \right)^{3.02} \frac{n}{\text{cm}^{-3}} [\text{erg s}^{-1} \text{ cm}^{-2}], \quad (4.15)$$

où v_{choc} est la vitesse du jet et $n = 1000 \text{ cm}^{-3}$ la densité du milieu traversé par le jet.

Les résultats des simulations sont présentés fig. 12 et 13 de l'article dans la section 4.10. Selon Axon et al. (1998), le jet possède une vitesse supérieure à 700 km s^{-1} ; Nous n'incluons donc pas ces valeurs dans l'étude puisqu'elles sont incompatibles

avec Axon et al. (1998). Compte tenu du modèle d'Allen et al. (2008), le rapport observé [Si VII]/[Ca VIII] est reproduit pour une vitesse de jet supérieure à 1200 km s^{-1} . Le rapport [Si VII]/[Si IX] est reproduit pour une vitesse de jet de $\sim 1700 \text{ km s}^{-1}$.

Les résultats sont cohérents avec Axon et al. (1998) qui a affirmé que la vitesse du jet doit être supérieure à 700 km s^{-1} .

Le modèle de chocs radiatifs est capable de produire des raies coronales avec les rapports de raies observés dans notre spectre. Par conséquent, le jet est notre meilleur candidat pour la source d'ionisation responsable des raies coronales à l'emplacement des nodules.

4.10 Article A&A

Star formation and jet-induced coronal lines near the core of NGC 1068^{*}

High angular resolution near-IR spectroscopy with NaCo

J. Exposito, D. Gratadour, Y. Clénet, and D. Rouan

LESIA, Observatoire de Paris, CNRS, UPMC, Université Paris-Diderot, 5 place Jules Janssen, 92195 Meudon Cedex, France
e-mail: jonathan.expositocano@obspm.fr

Received 23 March 2011 / Accepted 11 July 2011

ABSTRACT

Context. Active galactic nuclei (AGNs) are very luminous galaxies from the ultraviolet (UV) to the far infrared (FIR). To study regions near the core, which are dominated by dust, IR is the perfect spectral range because of the lower optical depth of the dust. However, these galaxies are usually distant, and the structures near the core are faint compared to the central source. High resolution and high contrast are mandatory to study the inner structures of AGNs and better understand the interaction between the central core and its surroundings.

Aims. Our goal is to propose an explanation for the coronal lines in our spectra of NGC 1068 at a far distance (few tens of parsec) from the central source inside wave-like structures that we call nodules.

Methods. NGC 1068 was observed with NaCo at ESO/VLT, using long-slit spectroscopy at 2.2 μm and 3.5 μm . Reduced spectra were compared to the output of Cloudy, using various ionizing continua: the continuum of the central source, young stars, and radiative shocks caused by the jet.

Results. For the first time, thanks to the resolution provided by NaCo, near-IR coronal emission can be precisely associated to structures observable in the IR broad-band images. We found that coronal lines observed in the nodules cannot be caused by photoionization by the central source but are instead caused by a local jet-induced ionizing continuum. In addition, studying the Brackett- γ line (Br γ) and CO 2-0 band head, we deduced a star density within the four nodules ($\sim 800\,000$ stars) compatible with super star cluster (hereafter SSC) models.

Key words. instrumentation: adaptive optics – galaxies: jets – galaxies: individual: NGC 1068 – galaxies: ISM

1. Introduction

NGC 1068, at a distance of 15 Mpc (Paturol et al. 2002), ($z = 0.003786$, $1'' = 73$ pc with $H_0 = 75$ km s $^{-1}$ Mpc $^{-1}$), is a key object for the study of the inner structures of Seyfert galaxies. Using a 10 m class telescope coupled to adaptive optics, we are able to probe scales on the order of a few parsecs in the near-IR.

The standard model of AGN (Elvis 2000) assumes a very massive black hole with an accretion disk surrounded by a dusty molecular torus, whose direction with regard to the line of sight is responsible for the discrepancy between Seyfert I and Seyfert II nuclei. The size of the central source is still an open question (Ferguson et al. 1997; Nenkova et al. 2002, 2008). Its near-IR luminosity is dominated by thermal radiation from hot dust at the sublimation temperature (Thatte et al. 1997; Gratadour et al. 2003). Stars may contribute as well because Thatte et al. (1997) found that at least 7% of the nuclear luminosity is caused by a nuclear stellar core for NGC 1068.

Several highly ionized forbidden emission lines, called coronal lines, can be observed in NGC 1068 (Oliva & Moorwood 1990; Geballe et al. 2009). Their ionization potentials (>100 eV) imply an excitation by hard photons from the AGN or an excitation by shocks from the NGC 1068's radio jet (Gallimore et al. 1996b,a; Axon et al. 1998). At a lower spatial resolution

than NaCo, both mechanisms have been proposed. Kraemer & Crenshaw (2000b) found that the central source is able to produce coronal lines. However, they also found evidence for an additional ionizing source, which could be the UV-X radiation generated by fast shocks (~ 1000 km s $^{-1}$). Geballe et al. (2009) also favored a collisional excitation for the ionized gas with near-IR data. Indeed, the jet interacts with the interstellar medium (hereafter ISM) very close to the core of NGC 1068. Bicknell et al. (1998) found that the deviation of the jet, at 0.3'' from the core, is caused by its interaction with a giant molecular cloud. Sánchez et al. (2009) confirmed that the “northern tongue” correlates with the mid-IR emission and coincides with a knot of radio continuum, providing direct evidence of interaction between the jet and the molecular cloud.

Rouan et al. (2004) and Gratadour et al. (2005, 2006) observed the nearest regions from the core of NGC 1068 (<70 pc) at the diffraction limits of the VLT with NaCo. They discovered four elongated “nodules” north of the radio jet that form a wave-like pattern with the same orientation as the jet (Fig. 1). These structures are probably caused by instabilities in the ISM because of the compression by the jet (Fig. 1). Rouan et al. (2004) and Gratadour et al. (2003) also found that the color temperature of these nodules could be explained by the stochastic heating of very small dust grains by the central source. Moreover, Thatte et al. (1997) found evidence for stellar activity in these regions (up to 50 pc from the central source).

^{*} Based on observations collected at the ESO/Paranal YEPUN telescope, Proposals 70.B-0307(A), 75.B-0661(A).

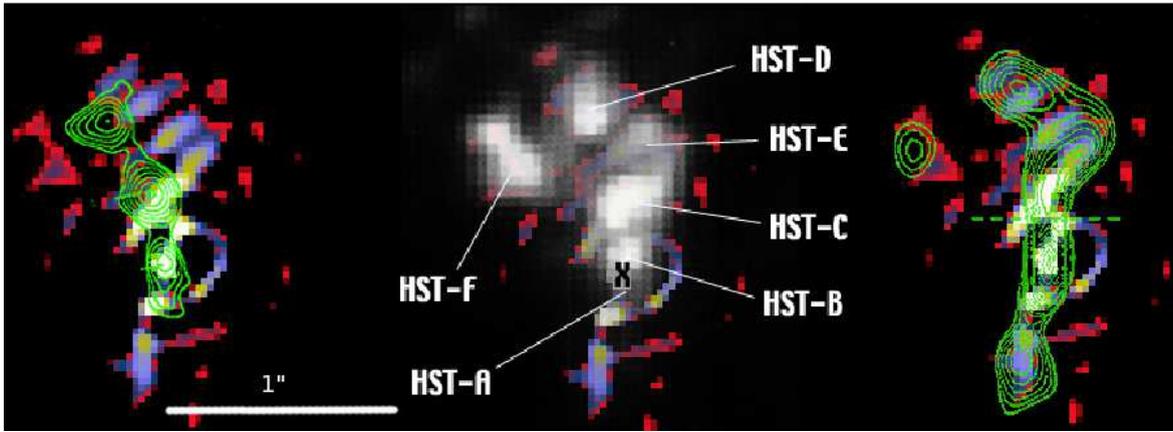


Fig. 1. Radio jet contour map (*left*) from Gallimore et al. (1996b), [O III] emission (*center*) from Macchetto et al. (1994) and mid-IR contour (*right*) from (Bock et al. 2000) over the deconvolved M' -band image (Gratadour et al. 2006).

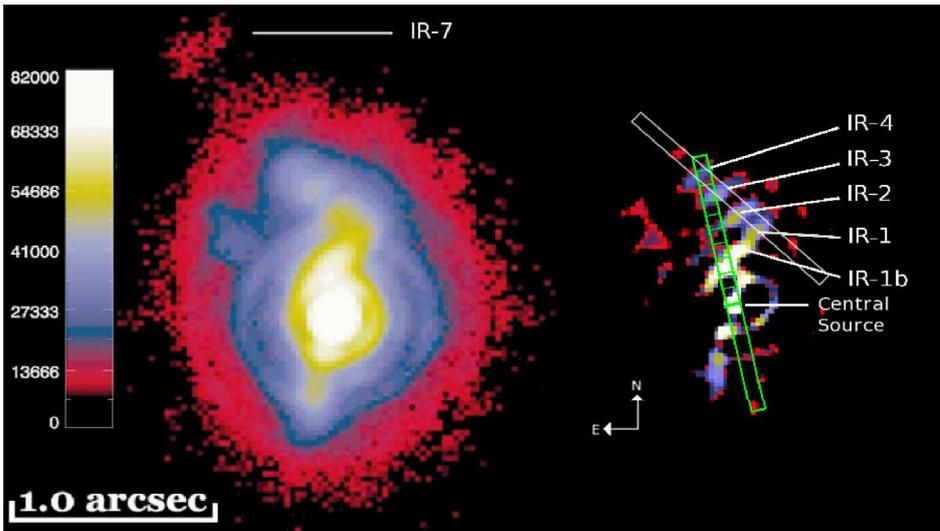


Fig. 2. Nodule identification and slit orientation on M' -band image (*left*) and its deconvolved image (*right*). The distance between the ticks inside the slit is $0.1''$ i.e. about 7.5 pc. In white, the 47° PA slit aligned with the nodules. In green, the 12° PA slit. The colors are in arbitrary units and are chosen so that the structures mentioned in this article appear clearly.

This work is based on spectra of these nodules at the L' - and K_s -bands obtained with NaCo. For the first time, coronal lines can be associated to structures seen in broad-band images. We present in Sect. 3 results from long-slit spectra with a slit crossing the central source, the structure IR-1b, and nodules IR-3 and IR-4. In Sect. 4 we present results from long-slit spectra with a slit aligned with the four nodules. We report evidence of stellar activity at the location of the nodules and provide constraints on the contribution of stellar activity to the luminosity of the closest regions to the core. We furthermore report the detection of several coronal lines at the location of the nodules. In Sect. 5 we compare our data to Cloudy simulations with different ionizing continua to identify the possible source responsible for the coronal lines at the location of the nodules.

2. Observations and data processing

Spectra of NGC 1068 were obtained during two different observing runs, hence, in the following, we will separate the data into two different data sets, namely DS1 and DS2. All these data were acquired with NaCo (Rousset et al. 2003; Lagrange et al. 2003) at the Nasmyth focus of YEPUN (VLT-UT4) using the long-slit spectroscopic mode. The visible wavefront sensor (WFS) of NaCo was used in its most accurate mode (14×14 sub apertures) because the nucleus of this galaxy is bright enough.

2.1. Data acquisition

Data set 1 (DS1) is made of K-short spectra obtained in November 2002. Thirty-six spectra of NGC 1068 were recorded between two series of 15 spectra of HD 16835 ($m_K = 6.705$ from 2MASS archive), an F0 star that we used for photometric and point spread function (PSF) calibration as well as atmospheric transmission corrections. The auto-jitter mode was used so that each spectrum is randomly translated in the plane of the camera within a box of $8'' \times 8''$ to ensure a good correction of any residual detector effect. The calibration source is almost as bright as the NGC 1068 core so that the AO system showed a comparable behavior in both cases. During the observations of NGC 1068, the Strehl ratio ranged from 0.4 up to 0.6, and during the reference star acquisition, the Strehl ratio ranged from 0.5 up to 0.6. The airmass ranged from 1 to 1.2 and the seeing was fairly good, about $0.8'' \pm 0.2$ during all observations of NGC 1068. The total integration time on NGC 1068 is 7200 s and the pixel scale was 27 mas. The 86 mas slit was used and oriented along the polar angle $PA = 12^\circ$. As shown in Fig. 2, this positioning allows us to probe the infrared light of several structures to the north of the nucleus: structure IR-1b, IR-3 and IR-4. South of the central core, no identified structure is crossed by the slit and only the southern diffuse emission is probed.

Data set 2 (DS2) is made of K-short and L' -band spectra of the nodules IR-1 to IR-4 discovered in our previous imaging study (Rouan et al. 2004; Gratadour et al. 2006), obtained in September 2005. The 86 mas slit was oriented along PA = 47° and centered on IR-2. During this observing run, the atmospheric conditions were quite fairly poor, with an average seeing of 1.55", a strong wind and a fast turbulence, leading to Strehl ratios varying from 0.1 to 0.4 at 2.2 μm and in turn to an average SR of 0.2 at the K_s -band, i.e. 0.4 at L' -band. Pixels of 27 mas and 54 mas were used at the K_s - and L' -band respectively. Eighty spectra of NGC 1068 were recorded in the K_s -band and 60 in the L' -band, representing a total integration time of 5600 s and 1200 s, respectively. In this case, BD-00 413, a G0 star, was used as a calibration star ($m_K = 9.43$ from the 2MASS archive).

2.2. Data reduction

The basic data reduction of the spectral images was similar to what was described in Gratadour et al. (2005) for classical imaging. After this we used dedicated spectroscopic procedures were used. First, the dispersion of the grism was not strictly linear over the whole detector and thus introduced a warp in the lines along the slit leading to a displacement of the exact position of a wavelength along the slit as large as 4 pixel between each edge of the detector. The induced warp can be evaluated by fitting a second-order polynomial on the lines of the argon calibration lamp spectrum for the K_s -band observations, and on atmospheric lines in the calibration star spectral images for the L' -band. The functions obtained for each coefficient of the second order polynomial were then fitted by a linear function. The spectral images were then over-sampled by a factor of ten so that the corrected positions became integer numbers. Finally, the images were re-sampled after correction to their original size.

The achieved spectral resolution has been evaluated on the corrected spectral image of the spectral lamp. All individual spectra along the slit were averaged and all identified lines of the calibration spectrum were fitted by a Gaussian distribution. The resulting spectral resolutions reached from 1720 to 1740 in the K_s -band over the entire wavelength range, which is very close to the expected spectral resolution of the instrument.

The correction of atmospheric effects was necessary as well. For that purpose, we directly compared the averaged processed spectra of the calibration star with a theoretical spectrum that consists of a continuum following a Rayleigh-Jeans distribution at these wavelengths. This way, we obtained a spectrum of the atmospheric transmission during the observations. Each spectrum extracted from the total spectral image of NGC 1068 was then corrected with this atmospheric transmission. Taking into account the airmass variation during the observations, the effect of the spatial variability of the atmosphere is lower than 8%. The effect of the temporal variability can be neglected because only 25 min separate the last frame of NGC 1068 and the first frame of the calibration star, while the exposure time for each object is one to two hours.

2.3. Photometric calibration

We used the average spectrum of the calibration star to calibrate the flux on our spectra. Only a fraction of the flux contained in the PSF passes through the slit. To estimate this fraction, we computed the PSF obtained with a Strehl ratio of 0.6 with an in-house AO end-to-end simulation code. This led to an aperture correction of 55% in a 70 pixel box around the slit in the

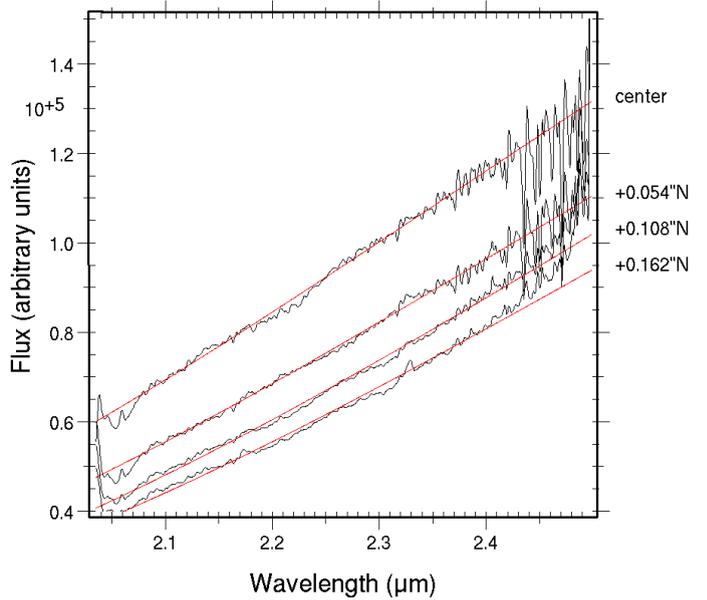


Fig. 3. Black: spectra from DS1 for four different positions in the slit. Red: fits by one blackbody with temperatures summarized in Table 1.

spatial dimension. We thus summed 70 individual spectra of the star along the slit, corrected from detection (dark current, flat field, background, warp, and rotation) and atmospheric effects and used the result as a calibration spectrum containing 55% of the star luminosity. Given all sources of noise (airmass, temporal variability, and pointing error) as well as the accuracy of the estimated aperture correction, we put an upper limit of 10% on the error of the flux given below for DS1 and up to 20% for dataset 2 owing to the relatively high Strehl ratio variation during the observations.

3. Results from the 12° PA slit

3.1. Central continuum

K_s -band spectra extracted from DS1 by bins of 0.054" (i.e. about 4 pc) were used to estimate the color temperature of the closest regions to the core. These spectra were smoothed by the convolution with a Gaussian of 50 pixel $FWHM$ in the spectral dimension to reduce inaccuracies caused by potential emission lines, and then fitted by a blackbody spectrum. The temperature of the best fit gives us an estimate of the color temperature of the considered region. The precision reached on the estimated color temperature is better than 1% as shown in Fig. 3. North of the maximum emission the signal to noise ratio (SNR) on the continuum was sufficient for this fit up to about 20 pc from the central source. South of the maximum, only 12 pc from the central source could be probed. The results are outlined in Table 1.

The equivalent temperature of the central core (950 K) is consistent with our previous results at a lower resolution (Gratadour et al. 2003), strengthening our previous interpretation: the very central source in the near-IR is the dust sublimation cavity around the central engine. Additionally, the enhanced resolution of these NaCo data reveals a peculiar evolution around the central core. While the equivalent temperature remains fairly high and is almost constant up to 20 pc to the north of the nucleus, it decreases more rapidly to the south. This disparity can be understood using Fig. 2. To the south the continuum is dominated by the scattered light from the central source because there

Table 1. Estimated temperature of the closest regions to the core along the slit.

Dist. (pc)	Temp. (K)	Dist. (pc)	Temp. (K)
0	950		
+4	900	-4	900
+8	850	-8	800
+12	825	-12	750
+16	825		
+20	850		

Notes. Positive values (respectively negative) are north (respectively south) from the central source.

is no structure crossed by the slit and assuming that the central core is almost point-like at $2.2 \mu\text{m}$. To the north, because structure IR-1b is crossed by the slit, the continuum is the sum of the scattered light from the central source and the intrinsic continuum of source IR-1b. Without spatial deconvolution, it is difficult to separate both contributions, however, the fast decrease to the south seems to indicate that, in the north, at a distance farther than 15 pc, the continuum of source IR-1b becomes dominant.

It is very likely that this continuum is caused by hot dust distributed in clouds around the central engine. Measuring a constant equivalent temperature between 12 and 20 pc is quite puzzling if we assume that this dust is heated by the central source. In this dataset, we were unable to find evidence for star formation on the central spectrum (no CO band head). [Thatte et al. \(1997\)](#) argue for a relatively low stellar contribution at a lower spatial resolution. From our observation data, the central continuum seems to be entirely dominated by a 800 to 900 K continuum, which hardly reproduces using stellar light. Stochastic heating of very small dust grains could provide a good solution to the puzzle as already inferred for the northernmost IR structures in our previous work ([Gratadour et al. 2005, 2006](#)). However, an accurate confrontation with a numerical model is fairly difficult because of the above-mentioned contamination by the scattered light from the central source.

3.2. Emission line distribution

Using Fig. 2 we distinguished several regions along the slit for which we extracted the averaged spectrum:

- the southern region, spanning 42 pc to the south of the nucleus;
- the central region, spanning 10 pc around the central core;
- northern region A, spanning 10 pc around 15 pc to the north of the nucleus (i.e. in between the central core and IR-1b);
- northern region B, spanning 10 pc around 25 pc to the north of the nucleus (i.e. IR-1b);
- northern region C, spanning 20 pc around 40 pc to the north of the nucleus (i.e. empty/filamentary space between IR-1b and IR-3);
- the IR-3 region, spanning 10 pc around 50 pc to the north of the nucleus;
- the IR-4 region, spanning 10 pc around 60 pc to the north of the nucleus.

The K_s -band spectra of these regions are displayed in Fig. 4. In order to build this figure, we normalized all the spectra to the

average intensity of the central core spectrum and shifted them in intensity by an arbitrary amount to visualize all of them in the same plot. Hence this figure is representative of the emission line intensity evolution with respect to the continuum intensity and the reader should not interpret the line intensity variation in an absolute manner but rather as a comparison to the continuum intensity. This representation also helps to evaluate the signal-to-noise ratio (SNR) obtained in each region because the noise is amplified by the same amount as the signal with this method.

As expected at this angular resolution (4 pc per bin), apart for some atmospheric residuals around $2.4 \mu\text{m}$ and beyond, the central region spectrum is totally featureless at the K_s -band, the emission being dominated by the continuum of the central source.

In the south, no emission line is clearly detected up to 42 pc from the nucleus. As previously argued, no identified structure is crossed by the slit in this region and these spectra show that the diffuse emission to the south of the nucleus contain no emission line.

In the north, along the slit, narrow emission lines of different species (H Brackett γ at $2.18 \mu\text{m}$, [Ca] and [Si] forbidden lines at $2.33 \mu\text{m}$ and $2.49 \mu\text{m}$ respectively) appear and their intensities evolve from 15 to 70 pc to the nucleus which agrees well with the morphology of the broad-band IR image. Indeed, emission lines appear at the location of structures identified in the deconvolved M' -band image (IR-1b, IR-3 and IR-4), whereas at 40 pc north, where no structure is identified, very little to no emission is detected at these wavelengths.

For the first time, thanks to the spatial resolution provided by NaCo, near-IR coronal emission can be precisely associated to structures observable in the near-IR broad-band images. It shows that coronal emission is not distributed homogeneously in a narrow region around the central core but rather in dense clouds spanning a region as wide as 70 pc from the nucleus.

Little molecular hydrogen emission is detected at 25 pc north from the nucleus and beyond. Only the H_2 1-0 S(1) line at $2.12 \mu\text{m}$ is detected and it is quite weak. It follows the same distribution as the ionization lines, which is concentrated on the identified IR structures.

3.3. Emission lines properties

We measured the emission line properties (line width and intensity ratios) using Gaussian fits on the spectra of the various identified regions. A second-order polynomial was first fitted on the continuum for subtraction.

Because of the atmospheric residuals beyond $3.4 \mu\text{m}$, the properties of the [Si] line are difficult to measure accurately, especially in regions A and B. However, by comparing the central and southern spectra to spectra of regions A and B, it is obvious that this line appears in the latter regions. Because the integral of a Gaussian is proportional to the product of its amplitude by its $FWHM$, we were able to estimate the [Si]/[Ca] ratio by comparing their amplitude and $FWHM$. The [Ca] line exhibits an almost constant $FWHM$ of 450 km s^{-1} comparable to the [Si] line width, as measured on IR-3 and IR-4. Hence the amplitude ratio in regions A and B gives us the intensity ratio for these regions. The emission lines properties for each region are outlined in Tables 2–4.

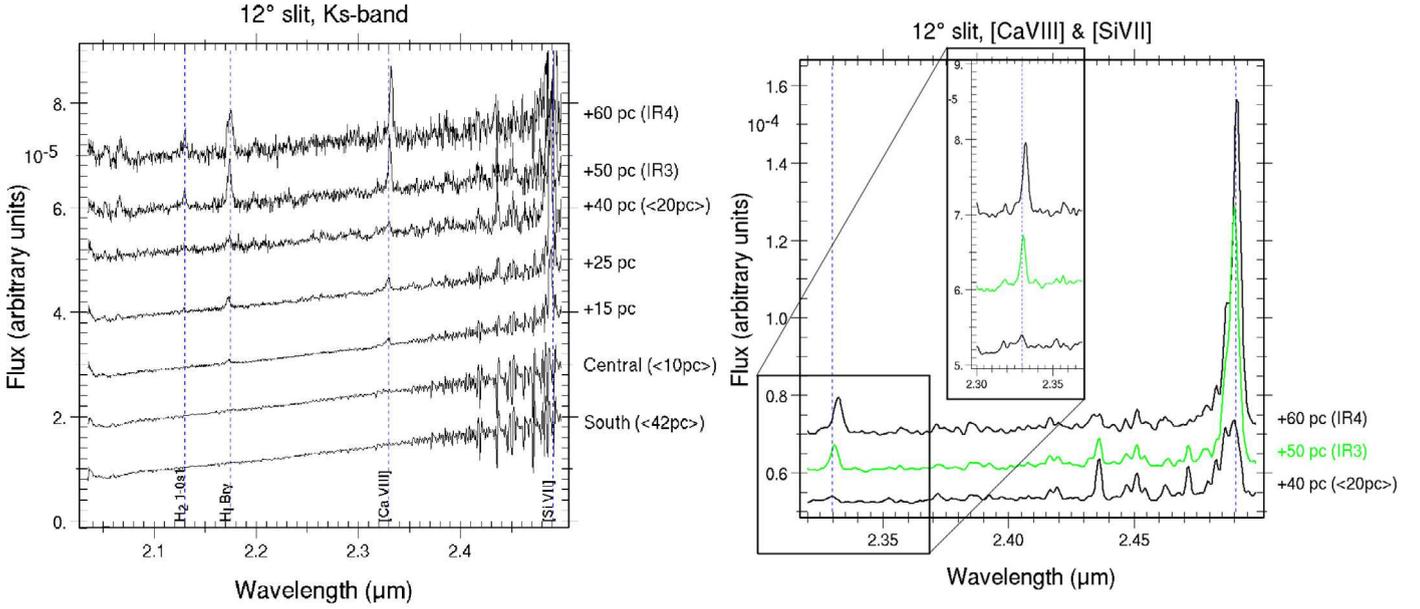


Fig. 4. K_s -band spectra extracted from various regions along the slit with identified IR emission lines. These spectra were renormalized to be displayed on the same plot. The line intensity variation is not absolute.

Table 2. Estimated integrated fluxes with regard to the maximum integrated flux for various positions along the slit.

Region	Dist. (pc)	H ₂ 1-0 S(1)	H	[Si]	[Ca]
region A	14	...	1	1	1
region B	25	0.7	0.8	0.6	0.6
IR-3	50	1	0.8	0.8	0.5
IR-4	60	0.9	0.6	0.6	0.5

Table 3. Estimated integrated fluxes with regard to the [Ca] integrated flux for various positions along the slit.

Region	Dist. (pc)	H ₂ 1-0 S(1)	H	[Si]	[Ca]
region A	14	...	0.7	7.4	1
region B	25	0.2	0.9	7.9	1
IR-3	50	0.3	1.1	13.2	1
IR-4	60	0.2	0.9	10.1	1

Table 4. Estimated line widths in km s⁻¹ for each line at various positions along the slit.

Region	Dist. (pc)	H ₂ 1-0 S(1)	H	[Si]	[Ca]
region A	14	...	550	...	440
region B	25	260	620	...	440
IR-3	50	420	580	500	400
IR-4	60	420	720	470	432

4. Results from the 47° PA slit

4.1. Nodule identification

Plotting in Fig. 7 the maximum flux value of the [Si] line as a function of the distance from the central source, we see three peaks at about 30, 40, and 50 pc corresponding to the nodules IR-1, IR-2 and IR-3. The fourth nodule seems to be blurred because of the poor seeing, but obviously a source is present at

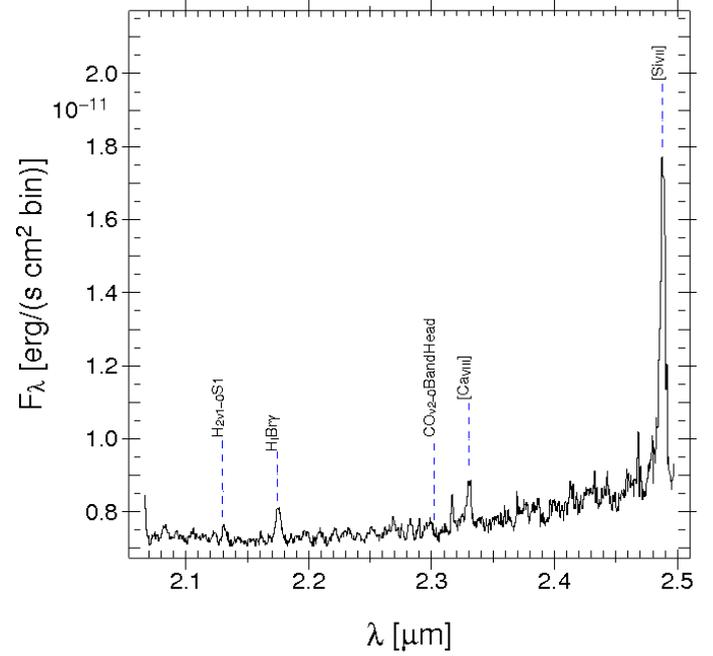


Fig. 5. Spectrum from DS2 at the K_s -band. The spectrum is the sum of the four nodule spectra.

about 60 pc from the central source because of the slow decrease up to 65 pc. This identification is impossible at the L' -band because of the poor SNR. As a consequence, to increase the SRN of our data, measurements in this work at the K_s - and L' -band have been made on the average spectra of the four nodules, hereafter called “averaged nodule spectrum”.

4.2. Nodules temperature

The averaged nodule continuum has a peculiar shape. At the K_s -band the continuum is flat up to 2.3 μm , then has a positive slope. At the L' -band the positive slope is reproduced well by

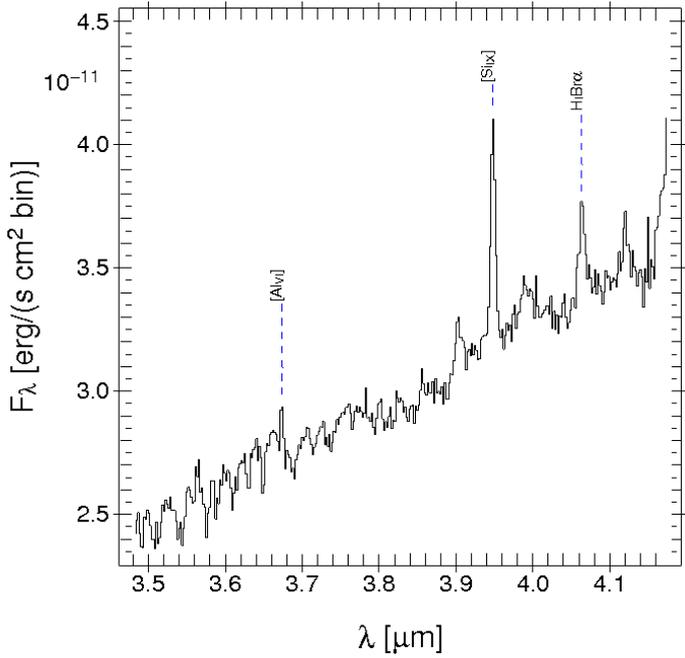


Fig. 6. Idem Fig. 5 at the L -band.

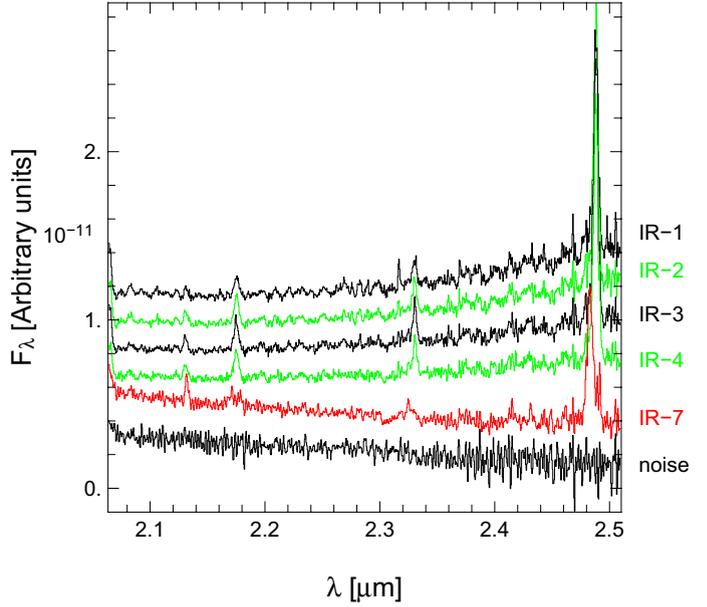


Fig. 8. Spectra of the nodules at the K_s -band in arbitrary units so we can display them in the same plot.

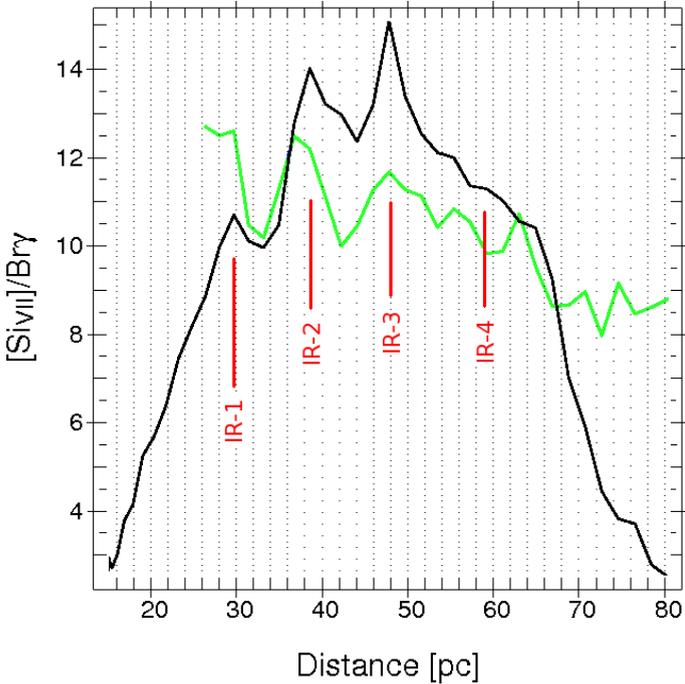


Fig. 7. $[\text{SiIV}]/\text{Bry}$ flux ratio as a function of the distance from the central source in blue, superimposed on the maximum intensity along the spatial dimension of the slit as a function of the distance from the central source in black (arbitrary units). The ratio is almost constant whatever the distance. In green, the position of the nodules identified.

a blackbody at ~ 500 K corresponding to hot dust emission. As shown in Fig. 9, such a blackbody alone is not able to reproduce the fairly flat shape in the K_s -band. Thus, we added a graybody ($F_\lambda \propto \lambda^\beta B_\lambda$) component corresponding to stars seen through gas and dust.

Assuming a plane-parallel geometry and stars mixed with gas and dust in the nodules, the flux of the graybody component is $F_\lambda \propto F_0 \frac{1-e^{-\tau}}{\tau}$, which can be approximated by $\frac{F_0}{\tau}$ for $\tau > 1$.

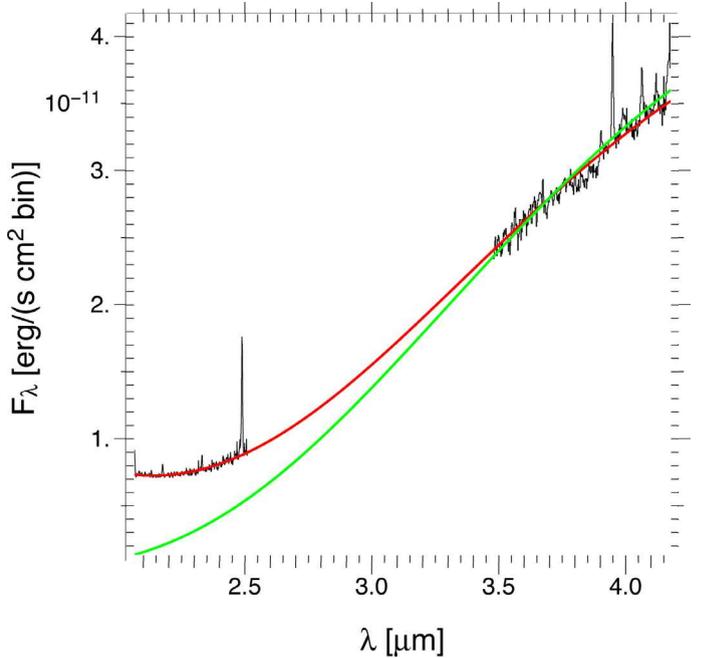


Fig. 9. Fit of the spectra with a unique component at 500 K (green), and with a sum of a graybody and a blackbody (red).

Assuming $\tau \propto Q_{\text{abs}} \propto \lambda^{-1}$, the equations lead to $F_\lambda \propto \lambda F_0$, with F_0 the flux of stars, Q_{abs} the absorption coefficient of efficiency, and τ the optical depth of the medium.

Fitting the nodules spectrum with the sum of a graybody and a blackbody, we derived a dust temperature $T_{\text{dust}} = 519 \pm 3$ K (in agreement with Gratadour et al. 2006) and for stars $T_{\text{star}} = 7500 \pm 1800$ K (Fig. 9). We derived a stellar contribution of 18% from the fit to the total luminosity up to ~ 50 pc around the nucleus. This is fairly consistent with the stellar contribution calculated by Thatte et al. (1997) i.e. at least 7% of the total nuclear luminosity at these distances.

Table 5. Measured wavelength and flux for each line in the averaged nodule spectrum in units of 10^{-15} erg s $^{-1}$ cm $^{-2}$.

Lines	λ (μm)	$F_\lambda \pm \Delta F_\lambda$	$F_\lambda^d \pm \Delta F_\lambda^d$
H ₂ 1-0 S(1)	2.13	1.19 \pm 0.14	6.85 \pm 0.81
Br γ	2.18	4.08 \pm 0.15	23.48 \pm 0.86
CO 2-0 bandhead	2.31	-2.59 \pm 0.26	14.90 \pm 1.50
[Ca]	2.33	4.96 \pm 0.47	25.55 \pm 2.01
[Si]	2.49	46.00 \pm 2.40	264.70 \pm 13.41
[Al]	3.67
[Si]	3.94	67.80 \pm 3.65	115.67 \pm 6.23
Br α	4.07	40.70 \pm 2.21	69.44 \pm 3.77

Notes. The flux is measured by fitting a Gaussian function on each line. CO 2-0 band head flux is measured by fitting an asymmetrical Gaussian function. Negative value is for an absorption line. The last column represents the dereddened fluxes, whereas the third one represents underedded ones. The reddening is estimated in Sect. 4.3.1.

4.3. Emission lines

4.3.1. H lines

The Br γ emission line (2.166 μm at rest) is a ionizing field/stellar activity indicator. Br γ has been detected by many authors in the central parts of NGC 1068 (Kawara et al. 1989; Gratadour et al. 2003; Martins et al. 2010).

The Br α (4.08 μm at rest) is another stellar activity indicator and is already identified in the central parts of NGC 1068 (Kawara et al. 1989).

Considering a temperature of 7000 K for the gas (see Sect. 4.2) and a hydrogen density of 10^3 cm $^{-3}$ (Lutz et al. 2000), we have an intrinsic ratio Br α /Br γ = 2.96 (Hummer & Storey 1987). Following Ho et al. (1990), the differential extinction between the Br γ and Br α lines in our spectrum is $A_\gamma - A_\alpha = 1.32 \pm 0.10$.

The total extinction at 4.05 μm is then $A_\alpha = 0.58 \pm 0.04$ leading to $A_\gamma = 1.90 \pm 0.14$. The visible extinction is calculated using $A_{2.2 \mu\text{m}} = A_V \times 0.108$ (Cox 2000). Assuming $A_\gamma \simeq A_{2.2 \mu\text{m}}$, then $A_V = 17.6 \pm 1.29$.

Finally, we estimated the hydrogen density of the nodules: $A_V = 5.3 \times 10^{-22} \times N_H$ (Cox 2000) leading to $N_H = (3.32 \pm 0.24) \times 10^{22}$ cm $^{-2}$ considering $N_H = N(\text{H} + \text{H}^+ + 2\text{H}_2)$ the column density of hydrogen atoms. Assuming a thickness of ~ 5 pc for one nodule, the hydrogen density $n_H \simeq (2.0 \pm 0.1) \times 10^3$ cm $^{-3}$, which is consistent with the assumed value from Lutz et al. (2000).

4.3.2. Ro-vibrational H₂ 1-0 S(1) line

Only one H₂ line is detected in the K_s-band spectrum: the H₂ 1-0 S(1) emission line. Molecular gas is a known signature of star-formation regions. We calculated the mass of warm molecular hydrogen, $M(\text{H}_2^w)$, using the following equation (Dale et al. 2005):

$$M(\text{H}_2^w) \simeq 5.08 \left(\frac{F_{\nu=1 \rightarrow 0\text{S}(1)}}{10^{-16} \text{ W m}^{-2}} \right) \left(\frac{d}{\text{Mpc}} \right)^2 M_\odot,$$

where $F_{\nu=1 \rightarrow 0\text{S}(1)}$ is the integrated flux in the H₂ 1-0 S(1) line. We found $M(\text{H}_2^w) \sim 80 M_\odot$, thus, assuming a population fraction $f_{\nu=1, J=3} = 0.0122$ (Scoville et al. 1982), a total H₂ mass $M(\text{H}_2) \sim 6500 M_\odot$. This mass leads to a density in the nodules $n(\text{H}_2) \simeq 200$ cm $^{-3}$ assuming a cylindrical geometry. Thus 10%

of H atoms are in a molecular state, which is compatible with the high extinction found Sect. 4.3.1.

Because only one H₂ emission line is detected, we cannot conclude on the excitation mechanism of molecular hydrogen. However, the jet of NGC 1068 with a velocity greater than 700 km s $^{-1}$ (Axon et al. 1998) is dissociative for H₂. The excitation may be caused by UV pumping from stars or by radiative UV shocks caused by the jet, or both.

4.3.3. Coronal lines

- Si ($E_{\text{ion}} = 246$ eV), already detected in NGC 1068 by Marconi et al. (1996) and Prieto et al. (2005) and [Si] ($E_{\text{ion}} = 341$ eV), also detected by Marconi et al. (1996) and Geballe et al. (2009) are the most intense lines in our averaged spectrum.
- Ca ($E_{\text{ion}} = 147$ eV) was also detected in NGC 1068 (see Marconi et al. 1996; Martins et al. 2010; Sánchez et al. 2009) and appears in our averaged spectrum.
- Al ($E_{\text{ion}} = 190$ eV) has been detected by Geballe et al. (2009). A small feature is visible at this wavelength in our averaged spectrum, but the poor signal-to-noise ratio does not allow us to conclude on its detection.
- Coronal lines indicate the presence of a strong ionizing field. Mechanisms could explain the presence and the intensity of these lines: photoionization and shocks ionization, fully described in Geballe et al. (2009) and Kraemer & Crenshaw (2000a).
- The source IR-7, located at 120 pc from the central source, is an extended cloud detected in the K_s-band averaged spectrum seen on 12.8 μm VLT/VISIR images (Galliano et al. 2005; Poncelet et al. 2007). We detected the [Si] and [Ca] emission lines, which appear blueshifted corresponding to an equivalent velocity of +600 km s $^{-1}$ with regard to the systemic of NGC 1068. If this structure is caused by interaction of the jet with the ISM and moves because it is swept along by the jet, then this velocity may be representative of the jet velocity.

4.4. CO 2-0 band head

We detected the CO 2-0 band head at the K_s-band spectrum with an equivalent width $EW_{\text{nod}} = 1.14 \times 10^{-3}$ μm while in a region around the nodule $EW_{\text{out}} = 4.22 \times 10^{-4}$ μm . The CO 3-1, CO 4-2 and CO 5-3 band head are not detected in the averaged nodule spectrum because of the fairly poor SNR. These absorption lines indicate the presence of stellar activity (late K- or early M-type stars). This feature has already been observed by Martins et al. (2010) at the central core of NGC 1068.

5. Origin of the coronal lines

We used Cloudy v08.00 (Ferland et al. 1998) to compare our data to a model of radiative transfer in the nodules and determine the ionizing mechanism responsible for the observed coronal lines.

Cloudy requires a geometrical and physical description of the nodules (chemical abundances, grains, distance, geometry, etc.) and the incident ionizing continuum.

We ran our simulations for a single average nodule at the location of IR-1. The adopted chemical abundances were taken from Shields & Oke (1975) and Ogle et al. (2003). Concerning dust, we used the silicate-graphite-PAH dust model proposed by Draine & Li (2001, 2007). The grain size distribution is based on the work of Laor & Draine (1993) and modified to include

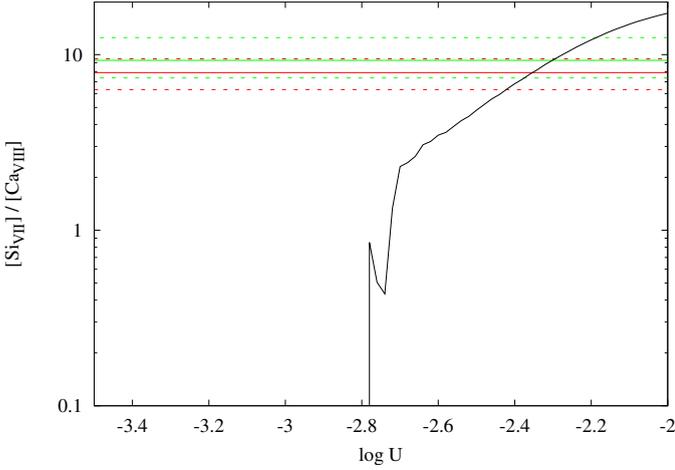


Fig. 10. $[\text{Si IV}]/[\text{Ca VII}]$ flux ratio with respect to U for Cloudy simulations for the central source as the ionizing source. In green we depict the measured ratio for the averaged nodule, in red the measured ratio for IR-1b with the $3\text{-}\sigma$ confidence interval. For nodule IR-1 (i.e. 30 pc), $U = -3.35$ and for IR-1b (i.e. 14 pc), $U = -2.69$. For $\log U < -2.75$, the Cloudy precision is insufficient to provide confident values: the $[\text{Si IV}]$ and $[\text{Ca VII}]$ fluxes quickly tend to zero.

very small grains because stochastic heating of nano-grains has been proposed to explain the observed color temperature of the nodules at infrared wavelengths (Rouan et al. 2004; Gratadour et al. 2005). The distribution function of the grains size d is a simple power law: $f(d) \propto d^{-\beta}$ with $\beta = 3.3$. The minimal size is 1 nm and the maximal size is 1 μm . We assume that silicates and graphites have the same distribution function. Finally, PAHs are composed of a maximum of 100 atoms and their abundance is equivalent to that of the interstellar medium in the solar vicinity. We also assume a constant ionized gas density across the nodule.

We present below the results obtained with Cloudy for each ionizing continuum and compare them to our data to explain the presence of coronal lines in the nodule spectra.

5.1. Central source

The ionizing continuum of the central source of an AGN is fitted well by the sum of two components: $F_{\nu} = \nu^{\alpha_{\text{UV}}} \exp\left(-\frac{h\nu}{kT_{\text{BB}}}\right) \exp\left(-\frac{kT_{\text{IR}}}{h\nu}\right) + a\nu^{\alpha_{\text{X}}}$ (Mathews & Ferland 1987). T_{BB} represents the temperature of the Big Blue Bump, α_{UV} is the slope of the ultraviolet continuum, α_{X} the one of the X continuum and a is set to fit the ratio α_{OX} between X rays and UV. kT_{IR} is taken as 0.01 Ryd. For our Cloudy simulations, $kT_{\text{BB}} = 4$ Ryd ($T_{\text{BB}} = 6.3 \times 10^5$ K) according to Spinoglio et al. (2005). Finally, $\alpha_{\text{OX}} = -1.55$, $\alpha_{\text{UV}} = -0.93$ and $\alpha_{\text{X}} = -1$ (Pier et al. 1994).

We used the ionization parameter $U = \frac{Q(\text{H}^0)}{4\pi r^2 n(\text{H})c}$, which is the ratio between the density of ionizing photons over the hydrogen density, to specify the intensity of the spectrum of the ionizing source. $Q(\text{H}^0)$ is the ionization rate of the central source. Spinoglio et al. (2005) found $U = 0.1$ at the edge of the NGC 1068 narrow line region (NLR) i.e. 2 pc from the central source. The density of photons decreases as r^{-2} , with r the distance to the source, then at the location of the cloud IR-1 (~ 30 pc), the ionization parameter is $U \sim 4.4 \times 10^{-4}$ ($\log U = -3.35$). Using this value of U , the ionizing luminosity of the incident continuum generated by Cloudy is $L_{\text{ion}} = 10^{43.7}$ erg s^{-1} , a typical value for Seyfert galaxies (Pier et al. 1994; Geballe et al. 2009).

At IR-1, results from Cloudy simulation show that no coronal line can be produced by the central source of NGC 1068: observed line ratios are not reproduced by simulations (Fig. 10). Another argument is that IR-4 is twice as far away from the central source as IR-1. Hence, the ionizing flux from the central source is then four times weaker than at IR-1. However, the flux in highly ionized IR lines is almost constant with the distance to the central source (cf. Fig. 7). Our first conclusion is that a local ionizing source is necessary to explain this behavior.

It has been shown that dense matter-bounded clouds (Binette et al. 1996, 1997) can successfully produce high-ionization lines with nuclear photoionization and the extrapolation from the inner NLR of the drop in the density of photons as r^{-2} is fraught with risks. However, in our case there is no obvious evidence of these clouds because up to 10 pc the spectra are dominated by the continuum of the central source (Fig. 4). Thus, a photon density decreasing as r^{-2} is a reasonable assumption.

Close to the central source, at the location of IR-1b ($\log U = -2.69$), the influence of the central source is not negligible. Cloudy simulations produce $[\text{Si IV}]$ and $[\text{Ca VII}]$ with a line ratio equal to 2.36, while the observed ratio is equal to 7.40. Hence, 30% of the total ionizing field at this distance might be caused by the central source (assuming an equivalent composition for IR-1 to 4 and IR-1b). The rest is probably caused by radiative shocks caused in turn by the jet-ISM interaction. Indeed, Sánchez et al. (2009) provided evidence that a giant molecular cloud caused the jet direction to change. In Rouan et al. (2004), we also see a strong correlation between IR-1b and the the jet direction change.

Cloudy simulations show that coronal lines are produced by the central source with a high $[\text{Si IV}]/[\text{Ca VII}]$ ratio up to 10 pc. Farther from the central source, additional ionizing sources are necessary to explain the observed spectra.

5.2. Super star clusters

Stellar activity is a known source of ionization. We demonstrated that a stellar continuum allows us to explain the shape of the observed nodule spectrum (cf. Sect. 4.2). We detect at the K_s -band a CO band head (2.3 μm) that is a K- or M-type star indicator. We also detect the $\text{Br}\gamma$ and $\text{Br}\alpha$ lines, a young and hot OB star indicators. Let us explore the hypothesis of SSCs at the core of the nodules.

5.2.1. Characteristics of SSCs

$$\begin{aligned} SFR(M_{\odot} \text{ yr}^{-1}) &= 8.20 \times 10^{-40} L_{\text{Br}\gamma} (\text{erg s}^{-1}), \\ &= 1.08 \times 10^{-53} Q(\text{H}^0) (\text{s}^{-1}). \end{aligned} \quad (1)$$

The expression of the star-formation rate is given by Eq. (1) (Kennicutt 1998), where $L_{\text{Br}\gamma}$ is the luminosity of the $\text{Br}\gamma$ line. Using the $\text{Br}\gamma$ line flux, we found a $SFR = (5.2 \pm 0.19) \times 10^{-1} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$, a typical value for galactic nuclei: in the $\text{H}\alpha$ sample of Ho et al. (1997) the nuclear SFRs in most galaxies are quite modest, in average $\sim 0.2 M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$ (median $0.02 M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$). We found then, with Eq. (1), $Q(\text{H}^0) = (4.84 \pm 0.18) \times 10^{52} \text{ s}^{-1}$ and thanks to this parameter, we are able to count stars in the super star cluster and calculate the total mass with the initial mass function.

Sternberg et al. (2003) gives the ionization rate for B0.5 to O4 stars for masses greater than 20 M_{\odot} (most of ionizing photons

comes from those stars). Assuming a Kroupa initial mass function (Kroupa 2001), we calculated the number of stars necessary to produce the observed Bry line flux in the averaged nodule spectrum, following the method of Kornei & McCrady (2009). The best fit gives $2\,821 \pm 101$ OB stars. However, this is an upper limit because we consider that all Bry line flux comes from stars.

Blue giants are not the only high-mass stars in a cluster because evolved red giants are likely to contribute as well. A way to calculate the number of red stars is to use the observed CO 2-0 band head. Our aim was to reproduce the observed flux in the averaged nodule spectrum considering that only stars following the Kroupa IMF with mass greater than or equal to $20 M_{\odot}$ are present (lower masses did not have time to evolve). No mass-luminosity relationship exists for red giants (Malkov 2007). Hence, we assumed the mass-luminosity relation $L \propto M^{2.76}$ given by Vitrichenko et al. (2007) for massive stars and Betelgeuse as a reference for mass and luminosity ($M = 15 M_{\odot}$ and $M_K = -4.38$ mag). Concerning the CO band head, we assumed that the ratio $\frac{F_K}{F_{CO}}$ is almost constant whatever the type of star. Using the ESO stellar library (Pickles 1998), we found $\frac{F_K}{F_{CO}} = (1.96 \pm 0.38) \times 10^{-3}$. Finally, we calculated the number of stars necessary to produce the observed CO band head flux in the averaged nodule spectrum, and we found 237 ± 12 red giants.

Finally, from this estimated number of stars with a mass greater than $20 M_{\odot}$, we constrained the IMF and we found an averaged total mass of stars of $\sim 8.07 \times 10^5 M_{\odot}$ for masses varying between $0.08 M_{\odot}$ and $90 M_{\odot}$.

We deduced an estimate of the age of the stars using Eq. (1): $\tau \sim 1.55$ Myr. This age corresponds to a $30 M_{\odot}$ star period on the main sequence. Assuming a cylindrical geometry for nodules, we obtain a density of stars greater than $5000 \text{ stars pc}^{-3}$, a number compatible with typical SSCs which contain 10^4 to 10^6 stars for a diameter of 1 to 5 pc, so a density higher than $5 \times 10^2 \text{ stars pc}^{-3}$ (Johnson 2005).

5.2.2. Cloudy simulation spectrum

Using the *Thusty* stellar atmosphere model of Lanz & Hubeny (2003), we ran a Cloudy simulation to determine if an SSC is able to produce coronal lines. Apparently, a typical SSC cannot contribute significantly to the ionizing field producing the observed coronal because the extreme UV or X luminosity of OB stars is weak. Indeed, the ionization rate derived from equation 1 leads to $U = (8.42 \pm 1.24) \times 10^{-4}$ and thus $\log U = -3.07 \pm 0.06$ for the stellar ionizing field and this value of the ionization rate is insufficient to produce coronal lines (Fig. 10).

5.3. Jet

A jet is a source of shocks causing UV-X rays emission. The latter is a possible excitation source for high ionization potential. Allen et al. (2008) studied the continuum of high velocity radiative shocks for velocities up to 1000 km s^{-1} .

In this work we used different continua in our Cloudy simulations corresponding to radiative shocks for different jet velocities because the flux of the radiative shocks at high energies increases with the jet velocity (Fig. 2).

For NGC 1068, Kraemer & Crenshaw (2000b) used the shock-induced radiation model generated by Wilson & Raymond (1999) for a shock velocity of 1000 km s^{-1} and reproduced the NGC 1068 ultraviolet and optical spectra with a fairly good precision.

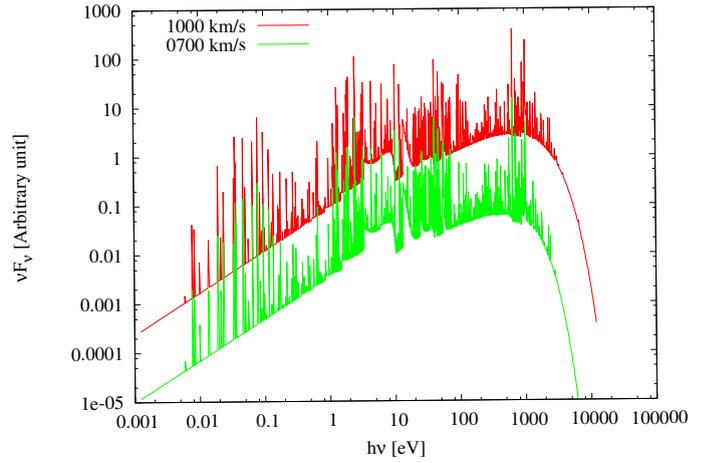


Fig. 11. Spectra from the MAPPINGS III library of fast radiative shocks (Allen et al. 2008). In green we depict the continuum produced by radiative shocks for a jet velocity of 700 km s^{-1} and in red for a jet velocity of 1000 km s^{-1} .

We specified the intensity of the radiative shocks using Eq. (2) from Allen et al. (2008), where I_{UV} is the ionizing intensity, v_{shock} is the shock velocity and n is the density of the medium. Beyond 1000 km s^{-1} , continua are not available and we assume that the shape of the continuum does not vary. This approximation will lead to a slightly over-estimated jet velocity because of the under-estimated flux at high energy. The model takes the magnetic field into account. But this has a negligible impact at energies higher than 100 eV (assuming a jet velocity of $\sim 1000 \text{ km s}^{-1}$ and a density of 1000 cm^{-3}) and we chose its value as close as possible to the measured value for NGC 1068 i.e. $1200 \mu\text{G}$ (Gallimore et al. 1996b). This model contains two emission components: the prompt emission from the shock and the emission from radiative shocks. We verified that the first component is several orders of magnitude fainter than the second component. Hence, the prompt emission from the shock will be neglected.

$$I_{UV} = 2.44 \times 10^{-4} \left(\frac{v_{\text{shock}}}{100 \text{ km s}^{-1}} \right)^{3.02} \frac{n}{\text{cm}^{-3}} \left(\text{erg s}^{-1} \text{ cm}^{-2} \right). \quad (2)$$

Results from simulations are presented in Figs. 12 and 13.

According to Axon et al. (1998), results for the jet velocity lower than 700 km s^{-1} are not valid for NGC 1068 and are not taken into account. Considering the shock models of Allen et al. (2008), the observed ratio $[\text{Si III}]/[\text{Ca III}]$ is reproduced for a jet velocity higher than 1200 km s^{-1} . The ratio $[\text{Si III}]/[\text{Si II}]$ is reproduced for a jet velocity of $\sim 1700 \text{ km s}^{-1}$.

Both results are consistent with Axon et al. (1998), who claimed that the jet velocity should be higher than 700 km s^{-1} .

The radiative shocks model is able to produce coronal lines. Hence, the jet is our best candidate for the ionization source responsible for coronal lines at the location of the nodules.

6. Conclusion

For the first time, thanks to the spatial resolution provided by NaCo, near-IR coronal emission can be precisely associated to structures observable in the broad-band images. Coronal emission is not distributed homogeneously in a narrow region around the central core but rather in dense clouds spanning a region as wide as 70 pc from the nucleus at high angular resolution.

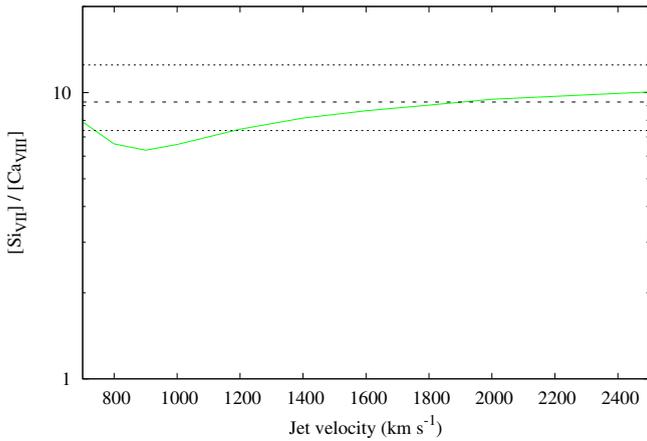


Fig. 12. Results from Cloudy simulations considering the jet as the source of the ionizing field. The solid line represents the results of the Cloudy simulations. Dashed lines represent the observed line ratio with its 3- σ confidence interval.

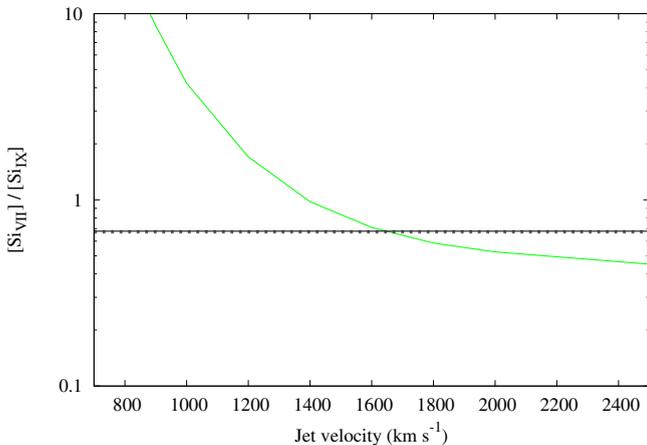


Fig. 13. Idem Fig. 12 for the lines ratio $[\text{Si VII}]/[\text{Si IX}]$.

The analysis of our long-slit spectroscopic observations of these regions allowed us to highlight the effect of the jet on the coronal lines and a significant star-forming activity in the closest regions of the core of NGC 1068 and to determine the nature/properties of the nodules and the probable excitation mechanism for coronal lines:

- The $\text{Br}\gamma$ and $\text{Br}\alpha$ emission lines were used to determine the hydrogen density in the nodules ($\sim 2 \times 10^3 \text{ cm}^{-3}$) and the extinction on the line of sight ($A_V \simeq 17$).
- The H_2 ro-vibrational 1-0 S(1) is detected in our spectra. We estimated the molecular hydrogen density to be 10% the atomic hydrogen density, which is compatible with the extinction above.
- The slope of the nodules continuum at the L' -band indicates a dust temperature of ~ 500 K, which is consistent with previous studies. The peculiar slope at the K_s -band is only reproduced by introducing a second continuum with a temperature of 7500 K, consistent with a temperature of OB stars reddened by dust and gas.
- The $\text{H Br}\gamma$ emission line and the CO 2-0 band head also indicate the presence of stars. Inside the nodule, a density of

about 5000 pc^{-3} was found, compatible with that of super star clusters.

- The ionizing field of these stars is unable to produce coronal lines but is a possible excitation mechanism for H_2 1-0 S(1).
- Beyond 10 pc from the central source, the ionization field of the central source is not sufficient to produce coronal lines: its effect on the nodules (at 30–60 pc from the central source) is negligible.
- Ratios between coronal lines intensities are almost constant with the distance from the central source, which is another clue for a local ionizing source of excitation.
- Results from the Cloudy photoionization simulations allow us to conclude that the jet of NGC 1068 is the probable source of excitation for coronal lines (via radiative shocks).
- Using the shock models of Allen et al. (2008), we show that the line intensity ratios can be reproduced for a jet velocity of about 1700 km s^{-1} .
- The emission lines at the location of source IR-7 exhibit a blueshift. Considering this structure as jet-driven, we estimated the jet velocity to be higher than 600 km s^{-1} in agreement with previous studies and this work.

New observations with better atmospheric conditions will be able to considerably improve the present work. Moreover, observations with a Fabry-Perot imager at a resolution similar to the one achieved in this work around the $[\text{Si VII}]$ coronal line could provide more information on the jet-cloud interaction process in the core of this archetypal AGN.

Acknowledgements. The authors thank the anonymous referee for the comments, which have improved the quality of this paper. J. Exposito is very grateful to Jacques Le Bourlot, Didier Pelat and Guillaume Drouart for their help in the molecular hydrogen line interpretation, for the estimation of errors on measurements, and for the help on the stellar contribution in our spectra.

References

- Allen, M. G., Groves, B. A., Dopita, M. A., Sutherland, R. S., & Kewley, L. J. 2008, *ApJS*, 178, 20
- Axon, D. J., Marconi, A., Capetti, A., et al. 1998, *ApJ*, 496, L75
- Binette, L., Wilson, A. S., & Storchi-Bergmann, T. 1996, *A&A*, 312, 365
- Binette, L., Wilson, A. S., Raga, A., & Storchi-Bergmann, T. 1997, *A&A*, 327, 909
- Bicknell, G. V., Dopita, M. A., Tsvetanov, Z. I., & Sutherland, R. S. 1998, *ApJ*, 495, 680
- Bock, J. J., Neugebauer, G., Matthews, K., et al. 2000, *ApJ*, 120, 2904
- Cox, A. N. 2000, *Allen's astrophysical quantities*, 4th edn. (New York: AIP Press; Springer)
- Dale, D. A., Sheth, K., Helou, G., Regan, M. W., & Hüttemeister, S. 2005, *ApJ*, 129, 2197
- Draine, B. T., & Li, A. 2001, *ApJ*, 551, 807
- Draine, B. T., & Li, A. 2007, *ApJ*, 657, 810
- Elvis, M. 2000, *ApJ*, 545, 63
- Ferguson, J. W., Korista, K. T., Baldwin, J. A., & Ferland, G. J. 1997, *ApJ*, 487, 122
- Ferland, G. J., Korista, K. T., Verner, D. A., et al. 1998, *PASP*, 110, 761
- Galliano, E., Pantin, E., Alloin, D., & Lagage, P. O. 2005, *MNRAS*, 363, L1
- Gallimore, J. F., Baum, S. A., & O'Dea, C. P. 1996a, *ApJ*, 464, 198
- Gallimore, J. F., Baum, S. A., O'Dea, C. P., & Pedlar, A. 1996b, *ApJ*, 458, 136
- Geballe, T. R., Mason, R. E., Rodríguez-Ardila, A., & Axon, D. J. 2009, *ApJ*, 701, 1710
- Gratadour, D., Clénet, Y., Rouan, D., Lai, O., & Forveille, T. 2003, *A&A*, 411, 335
- Gratadour, D., Rouan, D., Boccaletti, A., Riaud, P., & Clénet, Y. 2005, *A&A*, 429, 433
- Gratadour, D., Rouan, D., Mugnier, L. M., et al. 2006, *A&A*, 446, 813
- Ho, L. C., Filippenko, A. V., & Sargent, W. L. W. 1997, *ApJ*, 487, 591
- Ho, P. T. P., Beck, S. C., & Turner, J. L. 1990, *ApJ*, 349, 57
- Hummer, D. G., & Storey, P. J. 1987, *Roy. Astron. Soc.*, 224, 801

- Johnson, K. E. 2005, in *Massive star birth: A crossroads of Astrophysics*, IAU Symp., 227, 413
- Kawara, K., Nishida, M., & Phillips, M. M. 1989, *ApJ*, 337, 230
- Kennicutt, R. C. 1998, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, 36, 189
- Kornei, K. A., & McCrady, N. 2009, *ApJ*, 697, 1180
- Kraemer, S. B., & Crenshaw, D. M. 2000a, *ApJ*, 532, 256
- Kraemer, S. B., & Crenshaw, D. M. 2000b, *ApJ*, 544, 763
- Kroupa, P. 2001, *MNRAS*, 322, 231
- Lagrange, A.-M., Chauvin, G., Fusco, T., et al. 2003, in *Instrument Design and Performance for Optical/Infrared Ground-based Telescopes*, ed. Iye, Proc. SPIE, 4841, 860
- Lanz, T., & Hubeny, I. 2003, *ApJS*, 146, 417
- Laor, A., & Draine, B. T. 1993, *ApJ*, 402, 441
- Lutz, D., Sturm, E., Genzel, R., et al. 2000, *ApJ*, 536, 697
- Macchetto, F., Capetti, A., Sparks, W. B., Axon, D. J., & Boksenberg, A. 1994, *ApJ*, 435, L15
- Malkov, O. Y. 2007, *MNRAS*, 382, 1073
- Marconi, A., van der Werf, P. P., Moorwood, A. F. M., & Oliva, E. 1996, *A&A*, 315, 335
- Martins, L. P., Rodríguez-Ardila, A., de Souza, R., & Gruenwald, R. 2010, *MNRAS*, 406, 2168
- Mathews, W. G., & Ferland, G. J. 1987, *ApJ*, 323, 456
- Nenkova, M., Ivezić, Ž., & Elitzur, M. 2002, *ApJ*, 570, L9
- Nenkova, M., Sirocky, M. M., Ivezić, Ž., & Elitzur, M. 2008, *ApJ*, 685, 147
- Ogle, P. M., Brookings, T., Canizares, C. R., Lee, J. C., & Marshall, H. L. 2003, *A&A*, 402, 849
- Oliva, E., & Moorwood, A. F. M. 1990, *ApJ*, 348, L5
- Paturel, G., Dubois, P., Petit, C., & Woelfel, F. 2002, *LEDA*, 0
- Pickles, A. J. 1998, *PASP*, 110, 863
- Pier, E. A., Antonucci, R., Hurt, T., Kriss, G., & Krolik, J. 1994, *ApJ*, 428, 124
- Poncellet, A., Doucet, C., Perrin, G., Sol, H., & Lagage, P. O. 2007, *A&A*, 472, 823
- Prieto, M. A., Marco, O., & Gallimore, J. 2005, *MNRAS Lett.*, 364, L28
- Rouan, D., Lacombe, F., Gendron, E., et al. 2004, *A&A*, 417, L1
- Rousset, G., Lacombe, F., Puget, P., et al. 2003, in *Adaptive Optical System Technologies II*, ed. Wizinowich, Proc. SPIE, 4839, 140
- Sánchez, F. M., Davies, R. I., Genzel, R., et al. 2009, *ApJ*, 691, 749
- Scoville, N. Z., Hall, D. N. B., Ridgway, S. T., & Kleinmann, S. G. 1982, *ApJ*, 253, 136
- Shields, G. A., & Oke, J. B. 1975, *ApJ*, 197, 5
- Spinoglio, L., Malkan, M. A., Smith, H. A., González-Alfonso, E., & Fischer, J. 2005, *ApJ*, 623, 123
- Sternberg, A., Hoffmann, T. L., & Pauldrach, A. W. A. 2003, *ApJ*, 599, 1333
- Thatte, N., Quirrenbach, A., Genzel, R., Maiolino, R., & Tecza, M. 1997, *ApJ*, 490, 238
- Vitrichenko, E. A., Nadyozhin, D. K., & Razinkova, T. L. 2007, *Astron. Lett.*, 33, 251
- Wilson, A. S., & Raymond, J. C. 1999, *ApJ*, 513, L115

4.11 Compléments sur les données

Les données ont pratiquement toutes été utilisées dans le travail ci-dessus. La seule exception concerne les données obtenues en bande L.

Comme discuté dans la section 4.3, les images spectrales dans cette bande ont été obtenues dans des conditions atmosphériques difficiles. Après recentrage et sommation de la totalité des images, le spectre était inexploitable. Seule la raie [Si IX] était détectée mais elle était située à proximité d'une intense raie atmosphérique qui était très mal corrigée.

Nous avons donc fait une sélection des meilleures images spectrales avec un critère de sélection sur le rapport de Strehl qui devait être supérieur ou égal à 20%. Cette sélection a permis de diminuer significativement la profondeur de la raie atmosphérique mais aussi de faire apparaître de manière claire la raie Br α ainsi qu'une structure que l'on peut associer à la raie [Al VI].

Malheureusement, le spectre complet n'a pas pu être utilisé.

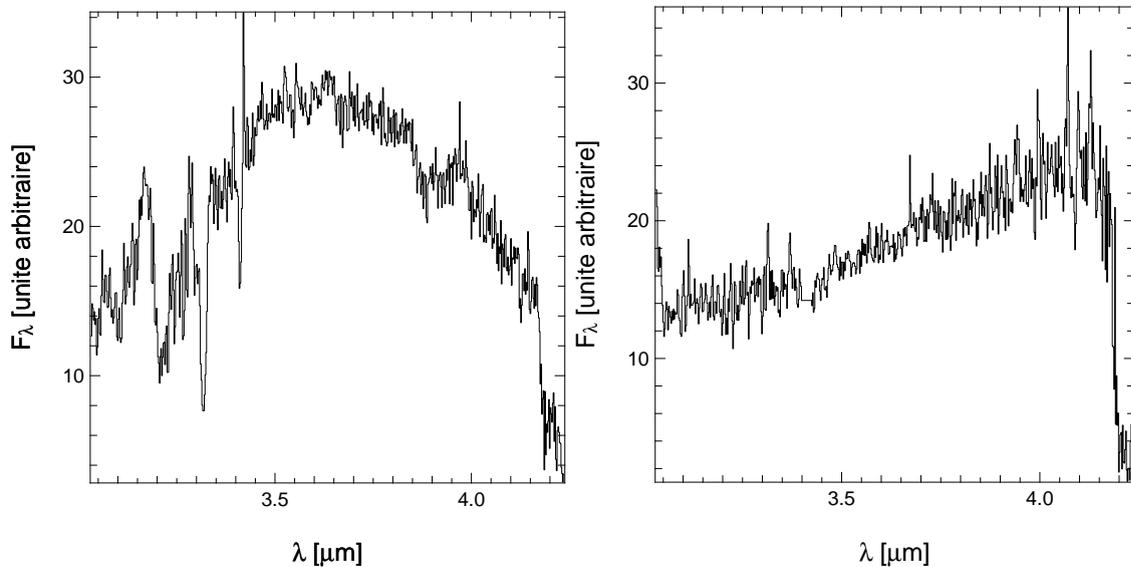


Figure 4.7: À gauche, spectre brute de l'étoile d'étalonnage. À droite, spectre complet de NGC 1068 corrigé de la transmission atmosphérique calculée à partir du spectre de l'étoile étalon.

L'observation spectroscopique a été faite en bande L (c'est-à-dire entre 3.02-4.20 μm) avec la plus haute résolution disponible ($R = 1100$). Comme on peut le remarquer sur la figure 4.7, le spectre de l'étoile d'étalonnage est très perturbé par la transmission atmosphérique pour les longueurs d'onde en deçà de 3.5 μm et au delà de 4.15 μm , avec des raies très profondes. Après le calcul de la transmission atmosphérique, le spectre de NGC 1068 est corrigé de cet effet. On peut voir sur la même figure que pour ces mêmes gammes de longueurs d'onde, le spectre de la galaxie est inexploitable : à partir de 4.15 μm , il n'y a plus d'information ; jusqu'à 3.5 μm , le spectre semble corrigé mais les pics que l'on peut associer à des raies

sont en fait des résidus de la correction atmosphérique d'un plus faible rapport signal à bruit. De plus, la cassure dans le spectre est un artéfact et elle témoigne de la mauvaise correction. Pour ces raisons, nous avons décidé de ne pas tenir compte de ces parties dans le spectre et nous nous sommes limités à une gamme de longueur d'onde correspondant, à peu près, à la bande L' , c'est-à-dire 3.5–4.15 μm .

En ce qui concerne la résolution spatiale dans les images spectrales, aucune information n'a pu être déduite. Sur les spectres en bande Ks, nous avons pu identifier les nodules en repérant les pics d'intensité. Dans la bande L' , aucun pic n'a été décelé.

4.12 Conclusion de l'étude

Grâce à la résolution spatiale fournie par NaCo, nous avons pu étudier la région centrale de NGC 1068 de manière très précise. On a pu mettre en évidence l'interaction du jet avec le milieu interstellaire et une intense formation d'étoiles. Les résultats peuvent se résumer ainsi :

- la source centrale ne présente aucune raie dans ses spectres et son continu est bien reproduit par un spectre de corps noir à ~ 900 K,
- nous détectons sept raies dans les spectres des nodules : [Si VII] ; [Si IX] ; [Ca VIII] ; les raies $\text{Br}\gamma$ et $\text{Br}\alpha$; la raie H_2 1-0 S(1) et la tête de bande de CO 2-0.
- Les raies $\text{Br}\alpha$ et $\text{Br}\gamma$ nous ont permis de calculer l'extinction sur la ligne de visée $A_v \simeq 17$.
- l'intensité de la raie H_2 1-0 S(1) conduit à une estimation de 10% de la quantité d'hydrogène sous forme moléculaire, une valeur compatible avec l'extinction calculée.
- La forme du continu en bande L' suggère une température de couleur des nodules de 500 K. L'ajout d'une contribution stellaire mélangée au gaz et à la poussière permet de reproduire avec une bonne précision le continu observé en bande Ks. On trouve une température du corps gris de 7500 K, une température typique des étoiles.
- Les rapports d'intensité entre les raies [Si VII], [Si IX] et du [Ca VII] sont constants avec la distance. Ce résultat suggère une source locale d'excitation.
- Le champ ionisant de la source centrale n'est pas suffisamment intense pour produire des raies coronales à une distance de 30 pc, la distance des nodules.
- À partir du flux dans la tête de bande du CO et la raie $\text{Br}\gamma$, on déduit la présence d'une importante formation stellaire compatible avec la présence de SSC à la position des nodules avec une densité moyenne d'étoiles de 5000 pc^{-3} .

- Les raies coronales ne peuvent pas être expliquées par le champ ionisant des étoiles des SSC. Cependant, il est fort probable que l'excitation de la raie du H_2 soit causée par les photons UV des étoiles.
- Les chocs radiatifs produits par l'interaction d'un jet à 1700 km s^{-1} avec le milieu interstellaire sont suffisamment intenses pour produire les raies coronales.
- La structure IR-7 située à 120 pc de la source centrale était l'hypothèse de la source locale d'ionisation et du jet.

À cause du rapport de Strehl assez faible lors de l'observation, les nodules n'ont pu être séparés. Cela nous a conduit à étudier les nodules de manière globale. La photométrie ou l'étude spectrale de chacun des nodules s'est avérée impossible.

L'intérêt de la reconstruction de la FEP et les méthodes de déconvolution est alors évident. Si l'on peut quantifier la dégradation de l'image grâce à la FEP et ensuite l'inverser pour restaurer le contraste dans les structures de l'image spectrale en bande L' , il est certain que l'étude précise de chacun des nodules aurait été possible.

Malheureusement, par manque de temps et de données, les tests ne seront pas effectués durant ma thèse.

Conclusion générale et perspectives

Depuis les premières observations des noyaux actifs de galaxie avec un télescope muni d'une optique adaptative, des analyses de plus en plus précises des régions proches des AGN sont possibles.

Cette thèse est à la jonction entre l'astrophysique, l'instrumentation et le traitement des données qui sont trois domaines qu'il est essentiel de connaître pour pleinement tirer partie des observations. L'objectif de cette thèse était d'observer les noyaux actifs de galaxie avec une optique adaptative et de créer un outil de reconstruction de la fonction d'étalement de point qui permettrait de traiter les données de la manière la plus précise possible et enfin de les interpréter.

Les instruments actuels sont incapables de résoudre spatialement les phénomènes physiques au cœur des AGN. Les distances et les tailles de ces objets sont telles qu'aucune information résolue spatialement sur l'hypothétique trou noir central entouré d'un disque d'accrétion ne peut être détectée directement. En revanche, grâce au VLTI et l'instrument MIDI, des observations directes du tore de poussières ont été acquises.

En attendant un interféromètre optique de plusieurs kilomètres de ligne de base pour sonder le disque d'accrétion, l'unique moyen d'approcher indirectement le cœur de l'AGN est d'étudier son environnement proche (tore de poussières, BLR, NLR).

L'optique adaptative couplée à un grand télescope observant en infrarouge proche est alors un outil essentiel permettant d'atteindre la meilleure résolution et le meilleur contraste possible. On peut alors étudier un large panel de phénomènes physiques et les associer à des régions bien précises de la galaxie.

En utilisant NACO/VLT pour observer NGC 1068 en bande Ks et L', nous avons pu mettre en évidence la répartition spatiale des différentes raies et remonter aux phénomènes responsables de leur excitation dans le chapitre 4.

La source centrale de NGC 1068 est légèrement résolue en IR. Son spectre en bande Ks est totalement dominé par un continu traduisant une température de couleur d'environ 900 K. Toutes les zones qui semblent vides en IR sur les images large bande de l'environnement de l'AGN montrent le même type de spectre résultant de la lumière du cœur diffusée par la matière environnante. Au contraire, les structures qui apparaissent en infrarouge montrent des spectres assez riches en raies. Le plus notable est la cohabitation entre des éléments très fortement ionisés (avec des énergies d'ionisation supérieures à 300 eV) et l'hydrogène moléculaire (possédant une énergie de dissociation d'environ 4 eV). Une analyse précise des structures en forme de nodules allongés au Nord de la source centrale m'a permis de discriminer la source d'ionisation des raies coronales, le jet ; de déterminer

l'influence de la source centrale sur le champ ionisant à la distance des nodules, de mettre en évidence la formation d'étoiles à l'intérieur des nodules et de les quantifier.

La formation d'étoiles, l'effet du jet et les raies observées avaient déjà été présentés avec une résolution spatiale plus faible. Grâce à NACO, nous avons pu, pour la première fois, associer des structures observables dans les images aux phénomènes observés dans les spectres.

L'étude complémentaire des nodules individuellement n'a pas pu aboutir à cause de la forte turbulence atmosphérique lors de l'observation en bande L' qui a rendu l'identification spatiale des nodules impossible. La déconvolution des images spectrales aurait certainement permis de restaurer le contraste dans l'image, en inversant le filtrage opéré par le télescope et l'atmosphère résiduelle, et ainsi de séparer un à un les nodules. Mais pour que la déconvolution soit efficace, il faut une bonne estimation de la FEP durant l'observation. Les chapitres 2 et 3 ont été consacrés à cette problématique.

La méthode de reconstruction de la FEP a été développée initialement par Jean-Pierre Véran sur le système PUEO. Elle utilise la télémétrie de l'OA et une méthode de type moindres carrés (MC) pour estimer la fonction de structure de la phase résiduelle. Je l'ai mise en œuvre et testée dans le cas d'un système d'OA utilisant un analyseur de type Shack-Hartmann.

Ce travail nous a conduit à développer APETy, un outil de reconstruction de la FEP utilisant la méthode MC, dans lequel j'ai inclus des fonctions pour l'estimation du bruit et inclus l'algorithme des V_{ii} permettant d'accélérer le processus de reconstruction.

J'ai en particulier étudié l'impact des différentes approximations qui sont faites durant la reconstruction de la FEP comme l'approximation de la phase résiduelle stationnaire et la négligeabilité de la fonction de structure du terme de covariance entre la phase résiduelle basse fréquence et la phase haute fréquence. J'ai conclu que ces approximations sont vérifiées.

J'ai aussi étudié l'impact des erreurs d'estimation des paramètres sur la reconstruction. Pour la reconstruction avec la méthode MC, nous devons estimer la covariance du repliement sur le miroir avec une simulation et avoir une estimation du paramètre de Fried r_0 pour étalonner la covariance du repliement. L'estimation de la variance du bruit d'analyse est aussi nécessaire pour débiaiser la covariance des mesures. J'ai démontré qu'une erreur relative de 30% sur l'estimation du r_0 engendrait une erreur relative inférieure à 1% sur la FTO reconstruite. Au contraire, une erreur relative 30% sur l'estimation de la variance du bruit engendre une erreur relative supérieure à 30% sur la FTO reconstruite.

Nous avons développé une nouvelle méthode basée sur une estimation du type maximum de vraisemblance (MV) pour estimer la covariance des modes de la phase. Cette approche a pour but de remédier aux limites d'application de la méthode MC que nous avons examinées. Dans cette approche, on estime la covariance des

modes de la phase qui maximise la probabilité d'obtenir la covariance des mesures de l'ASO. Elle consiste en l'estimation, à partir des mesures, de la variance du bruit d'analyse, du paramètre de Fried r_0 et de la covariance de la composante miroir de la phase résiduelle. Elle permet aussi de prendre en compte les effets du repliement sur la mesure de manière optimale et n'a pas besoin de l'hypothèse de grande bande passante comme dans le cas de la méthode MC.

J'ai décrit au chapitre 3 l'application de la méthode MV à des données de simulation de l'OA avec PLEASE, le code que j'ai développé et qui met en œuvre la méthode. Ce travail, pour pouvoir être testé de manière efficace, a nécessité des modifications dans Yao afin de récupérer les grandeurs utiles pour la reconstruction ainsi que l'estimation de sa qualité. J'ai aussi développé une méthode analytique qui permet une estimation des termes de corrélation entre la phase résiduelle parallèle et perpendiculaire qui sont essentiels pour que le modèle de mesure soit le plus pertinent possible.

La bande passante du système joue un rôle majeur dans cette application. Lorsque la fréquence d'analyse est élevée, l'hypothèse de grande bande passante est valide ; les méthodes MC et MV donnent des résultats équivalents et une très bonne estimation de la FEP avec une erreur absolue sur le Strehl estimé de l'ordre de 1%. En revanche, à faible bande passante, pour un système qui fonctionne à une fréquence d'échantillonnage faible (typiquement 50 Hz), la méthode MC estime la FEP avec une erreur importante, jusqu'à un facteur 2 sur le rapport de Strehl estimé. L'estimation obtenue avec la méthode MV reste fiable jusqu'à la fréquence extrême de 5 Hz.

J'ai enfin testé, toujours par simulation numérique, la méthode dans un cas plus réaliste dans lequel j'ai estimé la matrice de covariance des modes d'une première simulation à partir d'une estimation des constantes que sont le terme croisé et la covariance de la composante orthogonale, à partir d'une simulation indépendante. La méthode MV donne encore de très bons résultats. Si le système possède une grande bande passante, l'erreur absolue sur le rapport de Strehl est inférieure à 1%. À faible bande passante, l'erreur absolue est de l'ordre de 3% sur le Strehl estimé, mais dans un cas extrême où la fréquence d'échantillonnage n'est que de 5 Hz, la reconstruction n'est pas correcte. Après vérification, j'ai conclu que l'erreur commise dans ce cas provient de l'erreur de convergence des conditions initiales de la variance des modes de basculement. Une simulation avec un nombre plus important d'itérations permet de réduire significativement cette erreur.

Perspectives

La méthode MV donne à ce jour d'excellents résultats mais n'a été testée, pour le moment, que sur des simulations simplifiées.

L'étape qui devra suivre et qui sera probablement compliquée, est de créer un modèle de la mesure qui prenne en compte la totalité des effets d'un analyseur réel.

En effet, on a supposé dans ce recueil, que la mesure donnée par un SH est linéaire et parfaitement décrite par sa matrice d'interaction. Pour aller plus loin, il faut créer un modèle qui prenne en compte la formation des images des spots Hartmann et le calcul du centre de gravité de la tâche qui fournit la mesure du déplacement du spot par rapport à la mesure de référence.

L'estimation du bruit par la méthode MV n'a pas été encore testée mais les outils nécessaires sont d'ores et déjà en place. Cette estimation du bruit conjointe à l'estimation de la composante parallèle de la phase résiduelle va probablement être déterminante pour la reconstruction de la FEP car c'est un point faible notable de la méthode MC comme nous l'avons vu.

Comme décrit dans le chapitre 2, nous avons développé une méthode récursive qui permet d'estimer la phase résiduelle parallèle, à chaque instant, uniquement à partir du r_0 et de la vitesse du vent \mathbf{v} . Cette équation contient toute l'information nécessaire à la reconstruction de la matrice de covariance totale de la phase résiduelle. Le développement pourrait permettre de mettre au point une version analytique de la reconstruction de la covariance des modes. En théorie, avec un modèle précis du système d'OA, il sera possible de reconstruire la matrice de covariance des modes à partir des paramètres r_0 et \mathbf{v} .

L'ultime étape sera le test de cette méthode sur le ciel. L'équipe Canary possède à présent plusieurs dizaines de jeux de données en boucle fermée sur le ciel. Après le développement des points discutés ci-dessus, nous pourrons tester notre méthode sur des données réelles.

Avec l'avènement des télescopes extrêmement grands et des secondes générations d'instruments pour le VLT, la problématique des étoiles lasers va se poser. Il va falloir développer dans cette optique des méthodes de reconstruction de la FEP pour pleinement tirer parti des observations. Le cadre des étoiles guides lasers rejoint en partie celui de l'étude des AGN. En effet, très peu d'AGN sont suffisamment brillants pour que le noyau lui-même soit utilisé comme source guide du système d'OA, et très peu d'AGN ont une étoile suffisamment proche du noyau pour être utilisée comme étoile guide naturelle. Les étoiles artificielles créées par laser permettent d'asservir l'OA mais il est nécessaire d'utiliser une étoile naturelle pour estimer les modes de basculement. Des méthodes spécifiques à ces problèmes peuvent être développées pour reconstruire la FEP en s'appuyant sur mon travail.

La problématique du grand champ de vue sera aussi une part importante des futurs développements de la méthode MV. L'E-ELT utilisera une combinaison d'étoiles lasers et naturelles pour corriger la turbulence atmosphérique dans un champ de vue de plusieurs minutes d'arc. La FEP dans le champ varie et une estimation précise de celle-ci en fonction de sa position dans le champ peut permettre la photométrie précise des objets observés. Une première approche de cette problématique est proposée dans [Villicroze et al. \(2012\)](#) appliquée à l'instrument

MUSE/VLT pour une OA corrigeant uniquement la couche au sol.

L'étude des AGN en IR est grandement améliorée grâce à l'utilisation de l'OA sur les très grands télescopes. La résolution et le contraste (encore améliorés avec des méthodes de restauration des images) ainsi obtenus permettent une étude précise des régions proches des AGN. J'ai effectué durant ma thèse des demandes de temps de télescope présentées en annexe C dans le but d'approfondir l'étude de la formation d'étoiles dans les AGN sur trois autres galaxies : NGC 1097, NGC 2992 et NGC 7469 qui sont en attente. Ces projets visent à étudier plus particulièrement la formation d'étoiles dans les régions très proches des AGN avec des observations larges bandes, coronographiques et spectroscopiques. Le but second de ces propositions est de pouvoir appliquer la reconstruction de la FEP et la déconvolution à l'étude de ces AGN.

Les futurs ELT, à l'horizon 2020, vont aussi permettre de grandes avancées dans l'étude des AGN. Avec un diamètre de 39 m (un gain d'un facteur 5 en résolution par rapport aux VLT), l'E-ELT va permettre de résoudre le tore de poussière par imagerie directe (car déjà résolu en interférométrie), d'en connaître sa géométrie. Appliqué à l'étude de NGC 1068, un l'E-ELT pourra révéler la vraie géométrie des nodules qui ont inspiré l'étude de ce recueil, de cartographier précisément l'émission coronale et de confirmer l'implication du jet.

Mais ce sera pour une prochaine thèse.

Le maximum de vraisemblance : un estimateur efficace.

Soit θ l'estimateur de la variance-covariance (σ^2) d'un processus aléatoire gaussien de moyenne nulle. La vraisemblance s'écrit alors,

$$\begin{aligned}\mathcal{L}(\theta) &= \prod_{i=1}^n \frac{1}{\theta\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{X_i}{\theta}\right)^2\right), \\ &= \frac{1}{\theta^n\sqrt{2\pi}^n} \exp\left(-\frac{1}{2}\sum_i\left(\frac{X_i}{\theta}\right)^2\right).\end{aligned}$$

Le log-vraisemblance est alors,

$$\ln(\mathcal{L}(\theta)) = -n \ln \theta - \frac{n}{2} \ln(2\pi) - \frac{1}{2} \sum_i \left(\frac{X_i}{\theta}\right)^2.$$

Ainsi, la différentielle par rapport à θ s'écrit :

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial \theta} \mathcal{L} &= -\frac{n}{\theta} + \frac{1}{2} \sum_i \frac{2\theta X_i^2}{\theta^3}, \\ &= -\frac{n}{\theta} + \frac{1}{\theta^2} \sum_i X_i^2 = -\frac{n}{\theta} + \frac{n\sigma^2}{\theta^2}, \\ &= \frac{n}{\theta^2}(\sigma^2 - \theta), \\ \Rightarrow &= A(\theta)(\sigma^2 - \theta).\end{aligned}$$

Cela démontre que l'estimateur du maximum de vraisemblance vérifie l'inégalité de Rao-Cramér et est donc un estimateur efficace ou MVB (*Minimum Variance Bound*) de la variance-covariance d'un processus gaussien.

Calcul du gradient du critère de vraisemblance pour la reconstruction de FEP

Formules mathématiques (Petersen & Pedersen 2012):

Soit $\mathbf{U} = f(\mathbf{X})$

$$\forall g : \frac{\partial g(\mathbf{U})}{\partial X_{ij}} = \sum_{kl} \frac{\partial g}{\partial U_{kl}} \frac{\partial U_{kl}}{\partial X_{ij}} = \text{Tr} \left[\left(\frac{\partial g(\mathbf{U})}{\partial \mathbf{U}} \right)^t \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial X_{ij}} \right] \quad (\text{B.1})$$

$$\forall f : \frac{df(\mathbf{X})}{dX_{ij}} = \sum_{kl} \frac{\partial f}{\partial X_{kl}} \frac{\partial X_{kl}}{\partial X_{ij}} = \text{Tr} \left[\left(\frac{\partial f(\mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}} \right)^t \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial X_{ij}} \right] \quad (\text{B.2})$$

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}} \ln |\det(\mathbf{X})| = (\mathbf{X}^{-1})^t = (\mathbf{X}^t)^{-1} \quad (\text{B.3})$$

$$\text{Tr}(\mathbf{ABC}) = \text{Tr}(\mathbf{CAB}) = \text{Tr}(\mathbf{BCA}) \quad (\text{B.4})$$

$$\frac{\partial(\mathbf{AX}^{-1}\mathbf{B})}{\partial \mathbf{X}} = -(\mathbf{X}^{-1}\mathbf{BAX}^{-1})^t \quad (\text{B.5})$$

Le critère de vraisemblance s'écrit (éq. 2.35) :

$$\begin{aligned} \mathcal{J}(\mathbf{C}_\varepsilon, \sigma_n^2) &= \underbrace{\frac{n}{2} \ln |\det(\mathbf{DC}_\varepsilon \mathbf{D}^t + \sigma_n^2 \mathbf{I})|}_{\mathcal{J}_1} \\ &+ \underbrace{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \mathbf{w}_i^t (\mathbf{DC}_\varepsilon \mathbf{D}^t + \sigma_n^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{w}_i}_{\mathcal{J}_2} \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

Avec :

- n : le nombre de réalisation du vecteur de mesures (le nombre d'itérations),
- \mathbf{C}_ε : la matrice de variance-covariance des modes, de taille $m \times m$,
- σ_n^2 : la variance du bruit sur les mesures, de taille $p \times p$
- \mathbf{D} : la matrice d'interaction, de taille $p \times m$
- \mathbf{w}_i : le vecteur de mesures à l'itération i .

\mathcal{J}_2 est un scalaire, alors $\text{Tr}(\mathcal{J}_2) = \mathcal{J}_2$. Tr est un opérateur linéaire donc :

$$\mathcal{J}_2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \mathbf{w}_i^t (\mathbf{D}\mathbf{C}_\varepsilon\mathbf{D}^t + \sigma_n^2\mathbf{I})^{-1} \mathbf{w}_i, \quad (\text{B.7})$$

$$= \frac{1}{2} \text{Tr} \left[\sum_{i=1}^n \mathbf{w}_i^t (\mathbf{D}\mathbf{C}_\varepsilon\mathbf{D}^t + \sigma_n^2\mathbf{I})^{-1} \mathbf{w}_i \right], \quad (\text{B.8})$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \text{Tr} [\mathbf{w}_i^t (\mathbf{D}\mathbf{C}_\varepsilon\mathbf{D}^t + \sigma_n^2\mathbf{I})^{-1} \mathbf{w}_i]. \quad (\text{B.9})$$

D'après l'éq. B.4, on peut écrire :

$$\mathcal{J}_2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \text{Tr} [(\mathbf{D}\mathbf{C}_\varepsilon\mathbf{D}^t + \sigma_n^2\mathbf{I})^{-1} \mathbf{w}_i^t \mathbf{w}_i], \quad (\text{B.10})$$

et en factorisant par $(\mathbf{D}\mathbf{C}_\varepsilon\mathbf{D}^t + \sigma_n^2\mathbf{I})^{-1}$, on obtient :

$$\mathcal{J}_2 = \frac{1}{2} \text{Tr} [(\mathbf{D}\mathbf{C}_\varepsilon\mathbf{D}^t + \sigma_n^2\mathbf{I})^{-1} \sum_{i=1}^n \mathbf{w}_i^t \mathbf{w}_i], \quad (\text{B.11})$$

$$= \frac{1}{2} \text{Tr} [(\mathbf{D}\mathbf{C}_\varepsilon\mathbf{D}^t + \sigma_n^2\mathbf{I})^{-1} n\mathbf{C}_w], \quad (\text{B.12})$$

$$= \frac{n}{2} \text{Tr} [(\mathbf{D}\mathbf{C}_\varepsilon\mathbf{D}^t + \sigma_n^2\mathbf{I})^{-1} \mathbf{C}_w], \quad (\text{B.13})$$

ce qui permet de faire apparaître la matrice de covariance statistique des mesures \mathbf{C}_w à la place d'une somme sur n vecteurs.

Notre but est de calculer le gradient du critère par rapport aux éléments de la matrice de covariance \mathbf{C}_ε , par rapport à la variance du bruit σ_n^2 et le paramètre de Fried r_0 .

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{C}_{\varepsilon,ij}} \mathcal{J}(\mathbf{C}_\varepsilon, \sigma_n^2) = \frac{\partial}{\partial \mathbf{C}_{\varepsilon,ij}} \mathcal{J}_1(\mathbf{C}_\varepsilon, \sigma_n^2) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{C}_{\varepsilon,ij}} \mathcal{J}_2(\mathbf{C}_\varepsilon, \sigma_n^2) \quad (\text{B.14})$$

$$(\text{B.15})$$

On définit pour la suite :

$$\mathbf{U} = \mathbf{D}\mathbf{C}_\varepsilon\mathbf{D}^t + \sigma_n^2\mathbf{I}$$

La dérivée d'une fonction réelle f par rapport à une matrice quelconque \mathbf{U} est définie telle que :

$$\left(\frac{\partial f}{\partial \mathbf{U}} \right)_{ij} = \frac{\partial f}{\partial U_{ij}}, \quad (\text{B.16})$$

où U_{ij} est l'élément d'indice i et j de la matrice \mathbf{U} .

Si \mathbf{X} est une matrice symétrique, alors :

$$\left(\frac{\partial f}{\partial \mathbf{X}} \right) = \left(\frac{\partial f}{\partial \mathbf{X}} \right) + \left(\frac{\partial f}{\partial \mathbf{X}} \right)^t - \left(\frac{\partial f}{\partial \mathbf{X}} \right) \circ \mathbf{I}, \quad (\text{B.17})$$

avec \circ représentant le produit d'Hadamard (produit terme à terme).

Calcul de $\frac{\partial}{\partial \mathbf{C}_{\varepsilon,ij}} \mathcal{J}_1 (\mathbf{C}_{\varepsilon}, \sigma_{\mathbf{n}}^2)$:

Posons $\mathbf{C} = \mathbf{C}_{\varepsilon}$. Soit,

$$f(\mathbf{C}) = \ln |\det [\mathbf{U}(\mathbf{C})]|, \quad (\text{B.18})$$

avec

$$\mathbf{U} = \mathbf{D}\mathbf{C}\mathbf{D}^t + \sigma_{\mathbf{n}}^2 \mathbf{I}. \quad (\text{B.19})$$

En associant les équations B.1, B.3 et B.16 , on obtient :

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial f}{\partial \mathbf{C}_{ij}} \right) &= \left(\frac{\partial f}{\partial \mathbf{C}} \right)_{ij} = \sum_{kl} \frac{\partial g}{\partial U_{kl}} \frac{\partial U_{kl}}{\partial \mathbf{C}_{ij}} \\ &= \sum_{kl} (\mathbf{U}^{-t})_{kl} \frac{\partial U_{kl}}{\partial \mathbf{C}_{ij}}. \end{aligned} \quad (\text{B.20})$$

Un élément de la matrice \mathbf{U} se développe comme :

$$U_{kl} = \sum_{ik} D_{ik} C_{ij} D_{lj} + \sigma_{\mathbf{n}}^2 \delta_{kl}, \quad (\text{B.21})$$

ce qui conduit à :

$$\frac{\partial U_{kl}}{\partial \mathbf{C}_{ij}} = D_{ik} D_{lj}. \quad (\text{B.22})$$

Donc l'équation B.20 devient :

$$\left(\frac{\partial f}{\partial \mathbf{C}_{ij}} \right) = \sum_{kl} (\mathbf{U}^{-t})_{kl} D_{ik} D_{lj}, \quad (\text{B.23})$$

$$= (\mathbf{D}^t \mathbf{U}^{-t} \mathbf{D})_{ij} \quad (\text{B.24})$$

Enfin, le gradient de l'équation B.18 recherché est donné par :

$$\left(\frac{\partial f}{\partial \mathbf{C}} \right) = \mathbf{D}^t (\mathbf{D}\mathbf{C}\mathbf{D}^t + \sigma_{\mathbf{n}}^2 \mathbf{I})^{-t} \mathbf{D}. \quad (\text{B.25})$$

En prenant en compte la symétrie de la matrice de covariance des modes \mathbf{C} , on obtient alors (éq. B.17) :

$$\left(\frac{\partial f}{\partial \mathbf{C}} \right) = 2\mathbf{Q} - \mathbf{Q} \circ \mathbf{I}, \quad (\text{B.26})$$

avec $\mathbf{Q} = \mathbf{D}^t (\mathbf{D}\mathbf{C}\mathbf{D}^t + \sigma_{\mathbf{n}}^2 \mathbf{I})^{-t} \mathbf{D}$.

Calcul de $\frac{\partial}{\partial \mathbf{C}_{\varepsilon, ij}} \mathcal{J}_2(\mathbf{C}_\varepsilon, \sigma_n^2)$:

Soit,

$$g(\mathbf{C}) = \text{Tr}[(\mathbf{DCD}^t + \sigma_n^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{C}_w]. \quad (\text{B.27})$$

De l'équation B.5, avec $\mathbf{A} = \mathbf{I}$, $\mathbf{X} = \mathbf{C}$ et $\mathbf{B} = \mathbf{C}_w$, on déduit :

$$\frac{\partial(\mathbf{C}^{-1} \mathbf{C}_w)}{\partial \mathbf{C}} = -(\mathbf{C}^{-1} \mathbf{C}_w \mathbf{C}^{-1})^t. \quad (\text{B.28})$$

En associant les équations B.1, B.16 et B.28, on obtient :

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial g}{\partial C_{ij}} \right) &= \left(\frac{\partial f}{\partial \mathbf{C}} \right)_{ij} = \sum_{kl} \frac{\partial g}{\partial U_{kl}} \frac{\partial U_{kl}}{\partial C_{ij}} \\ &= \sum_{kl} \left(-(\mathbf{C}^{-1} \mathbf{C}_w \mathbf{C}^{-1})^t \right)_{kl} \frac{\partial U_{kl}}{\partial C_{ij}}. \end{aligned} \quad (\text{B.29})$$

En utilisant le résultat de l'équation B.22, on arrive à :

$$\left(\frac{\partial g}{\partial C_{ij}} \right) = \sum_{kl} \left(-(\mathbf{C}^{-1} \mathbf{C}_w \mathbf{C}^{-1})^t \right)_{kl} D_{ik} D_{lj}, \quad (\text{B.30})$$

$$= -\mathbf{D}^t (\mathbf{C}^{-1} \mathbf{C}_w \mathbf{C}^{-1})^t \mathbf{D}. \quad (\text{B.31})$$

Enfin, en utilisant les propriétés des matrices symétriques, on a :

$$\left(\frac{\partial g}{\partial \mathbf{C}} \right) = 2\mathbf{P} - \mathbf{P} \circ \mathbf{I}, \quad (\text{B.32})$$

avec $\mathbf{P} = -\mathbf{D}^t \left((\mathbf{DCD}^t + \sigma_n^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{C}_w (\mathbf{DCD}^t + \sigma_n^2 \mathbf{I})^{-1} \right)^t \mathbf{D}$.

Au final :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \mathbf{C}_\varepsilon} \mathcal{J}(\mathbf{C}_\varepsilon, \sigma_n^2) &= n(\mathbf{P} + \mathbf{Q}) - \frac{n}{2} ((\mathbf{P} + \mathbf{Q}) \circ \mathbf{I}) \\ &= n\mathbf{D}^t \left((\mathbf{DC}_\varepsilon \mathbf{D}^t + \sigma_n^2 \mathbf{I})^{-1} - (\mathbf{DC}_\varepsilon \mathbf{D}^t + \sigma_n^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{C}_w (\mathbf{DC}_\varepsilon \mathbf{D}^t + \sigma_n^2 \mathbf{I})^{-1} \right)^t \mathbf{D} \\ &\quad - \frac{n}{2} \left[\mathbf{D}^t \left((\mathbf{DC}_\varepsilon \mathbf{D}^t + \sigma_n^2 \mathbf{I})^{-1} - (\mathbf{DC}_\varepsilon \mathbf{D}^t + \sigma_n^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{C}_w (\mathbf{DC}_\varepsilon \mathbf{D}^t + \sigma_n^2 \mathbf{I})^{-1} \right)^t \mathbf{D} \right] \circ \mathbf{I}. \end{aligned} \quad (\text{B.33})$$

Calcul de $\frac{\partial}{\partial(\sigma_n^2 \mathbf{I})} \mathcal{J}(\mathbf{C}_\varepsilon, \sigma_n^2)$:

Pour tout mode i de l'espace miroir, on démontre de la même manière que :

$$\frac{\partial}{\partial(\sigma_n^2 \mathbf{I})} \mathcal{J}_1(\mathbf{C}_\varepsilon, \sigma_n^2) = \frac{n}{2} (\mathbf{D}\mathbf{C}_\varepsilon\mathbf{D}^t + \sigma_n^2 \mathbf{I})^{-t} \circ \mathbf{I}, \quad (\text{B.34})$$

et,

$$\frac{\partial}{\partial(\sigma_n^2 \mathbf{I})} \mathcal{J}_2(\mathbf{C}_\varepsilon, \sigma_n^2) = -\frac{n}{2} \left((\mathbf{D}\mathbf{C}_\varepsilon\mathbf{D}^t + \sigma_n^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{C}_w (\mathbf{D}\mathbf{C}_\varepsilon\mathbf{D}^t + \sigma_n^2 \mathbf{I})^{-1} \right)^t \circ \mathbf{I}, \quad (\text{B.35})$$

sous la contrainte que la matrice $\sigma_n^2 \mathbf{I}$ est évidemment diagonale.

Calcul de $\frac{\partial}{\partial(D/r_0)} \mathcal{J}(\mathbf{C}_\varepsilon, \sigma_n^2)$:

Cette partie concerne tout modes dépendant du r_0 (c'est-à-dire les termes de covariance avec la phase orthogonale). Les équations dérivées ci-dessus sont toujours valides à l'exception de l'équation B.22 qui dépend du r_0 et dont l'expression est modifiée en conséquence.

$$\mathbf{C}_\varepsilon \Big|_{D/r_0} = \mathbf{C}_\varepsilon \Big|_{D/r_0=1} \left(\frac{D}{r_0} \right)^{5/3} \quad (\text{B.36})$$

où $\mathbf{C}_\varepsilon \Big|_{D/r_0=1}$ est constante pour un système donné.

Donc, l'équation B.22 devient :

$$\frac{\partial U_{kl}}{\partial(D/r_0)} = \mathbf{C}_{\varepsilon,ij} \Big|_{D/r_0=1} \frac{5}{3} \left(\frac{D}{r_0} \right)^{2/3} D_{ik} D_{lj}$$

ANNEXE C

Demandes de temps de télescope



EUROPEAN SOUTHERN OBSERVATORY

Organisation Européenne pour des Recherches Astronomiques dans l'Hémisphère Austral
 Europäische Organisation für astronomische Forschung in der südlichen Hemisphäre

OBSERVING PROGRAMMES OFFICE • Karl-Schwarzschild-Straße 2 • D-85748 Garching bei München • e-mail: opo@eso.org • Tel.: +49-89-32 00 64 73

APPLICATION FOR OBSERVING TIME

PERIOD: **88A**

Important Notice:

By submitting this proposal, the PI takes full responsibility for the content of the proposal, in particular with regard to the names of CoIs and the agreement to act according to the ESO policy and regulations, should observing time be granted

<p>1. Title</p> <p>Constraining the star formation in the inner starburst ring and studying the nearest regions from the NGC 7469's nucleus.</p>	<p>Category: B-7</p>																				
<p>2. Abstract / Total Time Requested</p> <p>Total Amount of Time: 1 nights VM, 0 hours SM</p> <p>NGC 7469, a Seyfert I galaxy viewed face-on, revealed two starburst rings and a micro-spiral producing a significant amount of the luminosity of the galaxy. High angular resolution and high contrast are mandatory for the study of these structures since the size of the structures we want to observe is smaller than 0.2'' and their luminosity is weak compared to the central core. Thus, we propose to use three instrumental configurations of NaCo, imaging, coronagraphy and spectroscopy, in three different bands to constrain the star formation in the inner starburst ring and to get a detailed view of the channelling process of matter, from the inner starburst ring down to the nucleus and to study the complex morphology of the nearest regions from the AGN at high contrast. To reach this goal, we request one night (11h) of observation.</p>																					
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="text-align: left;">3. Run</th> <th style="text-align: left;">Period</th> <th style="text-align: left;">Instrument</th> <th style="text-align: left;">Time</th> <th style="text-align: left;">Month</th> <th style="text-align: left;">Moon</th> <th style="text-align: left;">Seeing</th> <th style="text-align: left;">Sky</th> <th style="text-align: left;">Mode</th> <th style="text-align: left;">Type</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td> <td>88</td> <td>NACO</td> <td>1n=2H1</td> <td>oct</td> <td>n</td> <td>0.8</td> <td>CLR</td> <td>v</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>		3. Run	Period	Instrument	Time	Month	Moon	Seeing	Sky	Mode	Type	A	88	NACO	1n=2H1	oct	n	0.8	CLR	v	
3. Run	Period	Instrument	Time	Month	Moon	Seeing	Sky	Mode	Type												
A	88	NACO	1n=2H1	oct	n	0.8	CLR	v													
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 40%;">4. Number of nights/hours</td> <td style="width: 30%;">Telescope(s)</td> <td style="width: 30%;">Amount of time</td> </tr> <tr> <td>a) already awarded to this project:</td> <td>VLT</td> <td>1n in 70.B-0307</td> </tr> <tr> <td>b) still required to complete this project:</td> <td></td> <td></td> </tr> </table>		4. Number of nights/hours	Telescope(s)	Amount of time	a) already awarded to this project:	VLT	1n in 70.B-0307	b) still required to complete this project:													
4. Number of nights/hours	Telescope(s)	Amount of time																			
a) already awarded to this project:	VLT	1n in 70.B-0307																			
b) still required to complete this project:																					
<p>5. Special remarks:</p>																					
<p>6. Principal Investigator: Jonathan Exposito, jonathan.expositocano@obspm.fr, F, Observatoire de Paris, Site de Meudon</p>																					
<p>6a. Co-investigators:</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 10%;">D.</td> <td style="width: 30%;">Gratadour</td> <td style="width: 60%;">Observatoire de Paris, Site de Meudon, F</td> </tr> <tr> <td>Y.</td> <td>Clénet</td> <td>Observatoire de Paris, Site de Meudon, F</td> </tr> <tr> <td>D.</td> <td>Rouan</td> <td>Observatoire de Paris, Site de Meudon, F</td> </tr> <tr> <td>G.</td> <td>Rousset</td> <td>Observatoire de Paris, Site de Meudon, F</td> </tr> </table>		D.	Gratadour	Observatoire de Paris, Site de Meudon, F	Y.	Clénet	Observatoire de Paris, Site de Meudon, F	D.	Rouan	Observatoire de Paris, Site de Meudon, F	G.	Rousset	Observatoire de Paris, Site de Meudon, F								
D.	Gratadour	Observatoire de Paris, Site de Meudon, F																			
Y.	Clénet	Observatoire de Paris, Site de Meudon, F																			
D.	Rouan	Observatoire de Paris, Site de Meudon, F																			
G.	Rousset	Observatoire de Paris, Site de Meudon, F																			
<p>7. Is this proposal linked to a PhD thesis preparation? State role of PhD student in this project</p> <p>Yes / J. Exposito. Data necessary for PhD thesis and student will lead the project / starting</p>																					

8. Description of the proposed programme

A – Scientific Rationale: Approaching the beast roaring in the nucleus of active galaxies (AGN) is a tough exercise since the exhalations of these usually very distant objects dominate their environment. High angular and high contrast observations are thus essential to examine these powerful machines and determine the nature of their breath and the consequences on their immediate surroundings.

Following the unified model of active galactic nuclei (Krolik 1999; Granato et al. 1993), viewing angle could explain the differences observed between spectra of various objects. In this model, an anisotropic distribution of optically-thick material (a torus for instance) around the powerful X-ray-UV engine in the core of these galaxies (a super-massive black hole surrounded by its accretion disk) pretends to explain the major features observed in the two types of Seyfert galaxies (the closest AGN). While Seyfert I are viewed face-on and thus exhibit broad and high excitation emission lines, the obscuring material blocks the viewing of the central source activity in Seyfert II which exhibit only narrow lines. Since their discovery in the 40's by Seyfert (1943) and the emergence of the unified model in the mid-80s (Antonucci & Miller 1985) many attempts have been made to consolidate the latter. Even if the size and morphology of the different ingredients of the unified recipe are not yet entirely characterized, numerous pieces of evidence are consistent with this scenario.

Mapping the outskirts of Seyfert II nuclei is made easier thanks to the extinction of the central engine toward us by the obscuring structure. In the case of Seyfert I nuclei, the point-like central source entirely dominates the emission and the strong contrast with its environment makes it difficult to detect any structure very close to it. At infrared wavelengths, however, the contrast is more favorable for observations at a few tens of parsecs resolution. Moreover, the obscuring structure is more transparent to infrared photons. Hence, high angular near-IR observations is a convenient tool for the study of AGNs.

NGC 7469 is amongst the most studied Seyfert nuclei. This well-known starburst / Seyfert 1.2 galaxy is a powerful Luminous IR Galaxy (LIRG) with a bolometric luminosity $L_{\text{bol}} = 3 \times 10^{11} L_{\odot}$. Located at an approximate distance of 66 Mpc ($z = 0.016$, $1'' \simeq 330$ pc, with $H_0 = 75 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, de Vaucouleurs et al. 1991), it is interacting with IC 5823 (Dahari 1985). The non-thermal radio spectrum of the most central source is a strong clue for the presence of a super-massive black hole in the core of this galaxy (Ulvestad et al. 1981; Lonsdale et al. 2003). Moreover, the X-ray-UV emission of the nucleus is highly variable on scales as short as one day (Nandra et al. 2000) and reverberation observations seem to indicate the presence of a central black hole of about $10^7 M_{\odot}$ (Peterson & Wandel 2000). The blue-shifted emission of warm absorbers, whose column densities are comparable to NLR clouds, is detected in the central region thanks to X-ray (Blustin et al. 2003) and UV spectroscopy (Kriss et al. 2003).

Most of the total luminosity of this galaxy is produced by two starburst rings, located respectively between $8''$ and $10''$ (Cutri et al. 1984; Meixner et al. 1990) and between $1''$ and $3''$ from the core (Mauder et al. 1994; Colina et al. 2001). These two rings are detected in radio, mid- and near-IR and visible. About half of the luminosity at $12\mu\text{m}$ of the entire galaxy is produced by the innermost ring (Soifer et al. 2003). Moreover, NGC 7469 is one of the first extra-galactic source in which PAH emission band at $8.7\mu\text{m}$ and $11.3\mu\text{m}$ have been detected (Aitken et al. 1981), and about 80% of the total emission at $3.3\mu\text{m}$, attributed to PAH, seems to arise between 1 and $3''$ from the core (Cutri et al. 1984), i.e. the location of the central starburst ring.

A molecular disc, on scales of the kpc, is clearly identified in NGC 7469 (Meixner et al. 1990), and the rotation curve derived from CO data indicates a counter clockwise rotation in the galactic plane (Wilson et al. 1991). More recently, a high resolution CO emission map by Davies et al. (2004) shows a powerful central source, surrounded by a ring and a pair of spiral arms that may be linked by a bar. These authors propose an axisymmetric dynamical model with three components (a disk, a ring located between 4 and $5''$ from the core and an inner ring with a radius of $0.5''$) to explain the rotation curves of both CO and molecular hydrogen. Thanks to CO 2-1 band heads they also estimate an age of 60 Myrs for the central ring which contributes for about 20 to 30% to the central luminosity at $2.2\mu\text{m}$, confirming the previous results of (Mazzarella et al. 1994; Genzel et al. 1995) obtained from near-IR observations.

Concerning near-IR, HST NICMOS observations of Scoville et al. (1997) show that 30% of the $2.2\mu\text{m}$ flux of the galaxy is emitted inside a 70 parsec radius and Genzel et al. (1995) suggest that the innermost starburst ring might have been triggered by the interaction of NGC 7469 with IC 5823.

B – Immediate Objective: The objective of the program is a multi-wavelengths / multi-modes study of the very central parts of NGC 7469 at J, H, Ks using the four quadrant phase mask of NaCo, the imaging mode and the spectroscopic mode. We will search in the immediate vicinity of the AGN for structures invoked by the unified model of AGNs: dust/gas torus and evidences for the black hole feeding, but we also look for indication of micro-bars, micro-spirals, and star formation in clusters just around the AGN.

The first half night would be reserved for images and for coronagraphic data. The aim of imaging is to constrain the morphology and the photometry of the closest regions of the AGN. To restore the quality of the images, we will use in house PSF reconstruction algorithm and deconvolution algorithm. The goal of the coronagraphy is to detect the faintest structures of these regions extinguishing the bright central core and to get a detailed view of the channelling process of matter, from the inner starburst ring down to the nucleus. These data provide as well strong indications on physical conditions near the AGN using color temperature. The high contrast reached

8. Description of the proposed programme and attachments

Description of the proposed programme (continued)

thanks to coronagraphic data will allow us as well to observe structures in the starburst ring that we want to characterize thanks to the spectroscopic mode of NaCo. Thus, we need one night between the two requested half nights to analyze coronagraphic data and to determine the optimal slit's P.A. so as to include, in the slit of the spectrograph, these structures.

The second half night would be reserved for spectroscopic observations. The aim of these observations is to constrain the physical conditions in the central parts of the AGN. The observation of the Brackett gamma line is a strong evidence for the presence of a stellar ionizing field and the characteristics of this line will help us to derive the star formation rate. The observation of CO band heads gives an indication of the presence of evolved stars. Using both the Br γ line and CO band heads is a way to determine the nature of the structures in the starburst ring (globular clusters, super star clusters, molecular clouds, etc), their age and their composition (gas/dust).

Another goal is to observe coronal lines. Coronal lines are produced by highly ionized elements. The presence of such lines indicates a strong ionizing field. Using the Cloudy software, we will build a radiative transfer model to determine the excitation mechanism of these lines (photoionization by the AGN, star activity or other mechanisms). This method was used on the Seyfert II galaxy NGC 1068 (Exposito et al., submitted to A&A). The slit's P.A. will be tuned in order to include the central core in the spectroscopic data. The study of the central core will provide results on its dynamic, physical conditions around it and its nature. Finally, using an in house 1D deconvolution algorithm, we will constrain the morphology of the AGN itself.

Attachments (Figures)

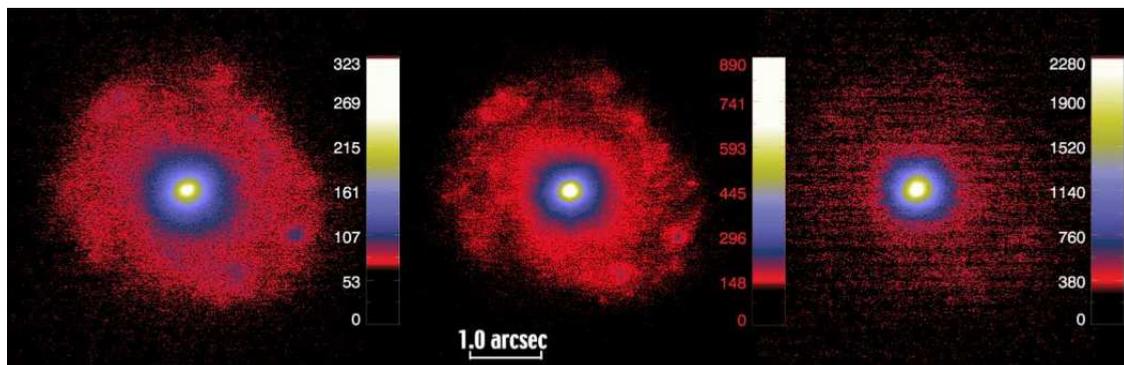


Fig. 1: Images obtained during period 70. From left to right: J-band, H-band, Ks-band. The poor SNR does not allow us to reveal faint structures around the nucleus at Ks and the poor resolution is a real limitation in the other bands.

9. Justification of requested observing time and observing conditions

Lunar Phase Justification: Rather bright reference objects (AGNs).

Time Justification: (including seeing overhead) The time required has been estimated using the NaCo Exposure Time Calculator. Observation of a reference star in the same servoing conditions as for the object is mandatory for this type of program. This is necessary in order to use deconvolution algorithm and this is why a rather long calibration time is needed. The values given below were calculated considering a natural guide star, an air mass of 1.3, a seeing of $0.8''$ and calculated considering a SNR equal to 10. The time splitting of the present proposal is as follows (assuming 11h for one night):

First half night:

- Images (2h) : 60 min at J, 30 min at H, 30 min at Ks (including 45 min for calibration),
- Coronagraphy (3h30): 105 min at H, 105 min at K (including 45 min for calibration).

Second half night:

- Spectroscopy (5h30) : 125 min with S54.4.SJ mode, 105 min with S27.3.SH mode, 100 min with S27.3.SK (including 1h for calibration) for 3 different slit's P.A..

9a. Telescope Justification:

Only the NAOS/CONICA combination will be able to match all the performance and modes required for this kind of program : a) an adaptive optics system which can be served on the nucleus itself, leading to Strehl greater than 0.5 b) a 4QPM coronagraph (and high Strehl) which is able to probe structures as close as $1.5\lambda/D$ of the nucleus c) a spectrograph able to provide a spectral resolution as high as $R \geq 1000$ to resolve faint dynamical effects.

9b. Observing Mode Justification (visitor or service):

Visitor mode is preferred because real time decisions are required. The slit's P.A. will be tuned using results from imaging mode and coronagraphic mode. Thus, an analysis of the coronagraphic data is mandatory before the spectroscopic observations.

9c. Calibration Request:

Standard Calibration

10. Report on the use of ESO facilities during the last 2 years

10a. ESO Archive - Are the data requested by this proposal in the ESO Archive (<http://archive.eso.org>)? If so, explain the need for new data.

Coronographic data at K, spectroscopic data at Ks (for one P.A. slit) and images at J, H and Ks are available in the ESO archive. These data are unusable since no detail appeared on images. Coronographic data are as well unusable: the seeing was poor (greater than 1'') and the Strehl ratio was lower than 25%: the diffraction limit was not reached. For spectroscopic data, we need different slit's P.A. for this study.

10b. GTO/Public Survey Duplications:

11. Applicant's publications related to the subject of this application during the last 2 years

Exposito J. et al., A&A submitted: Star formation and jet induced coronal lines near the core of NGC 1068. High angular resolution near-IR spectroscopy with NaCo.

Rouan D., Gratadour D., JPhCS, 2008 , 131, 2035: A close look at the very heart of NGC 7469.

12. List of targets proposed in this programme

Run	Target/Field	α (J2000)	δ (J2000)	ToT	Mag.	Diam.	Additional info	Reference star
A	NGC 7469	23 03 15.7	+08 52 25.3	11	8.85		Seyfert gal.	alt

Target Notes: The nucleus itself is used as the reference source in the visible. The magnitude is given for the K-band.

13. Scheduling requirements

3. Unsuitable period(s) of time

Run	from	to	reason
A	07-oct-11	11-oct-11	Moon very close to the target.

13. Scheduling requirements contd...

4. Specific date(s) for time critical observations:

Run	from	to	reason
A	27-oct-11	31-oct-11	Best epoch of the year to observe the object during the first half night.

14. Instrument configuration

Period	Instrument	Run ID	Parameter	Value or list
88	NACO	A	IMG 13 mas/px VIS-WFS	J, H, Ks
88	NACO	A	CORONA 4QPM VIS-WFS	H, K
88	NACO	A	SPEC VIS-WFS	S54-4-SJ, S27-3-SH, S27-3-SK



APPLICATION FOR OBSERVING TIME

PERIOD: 91A

Important Notice:

By submitting this proposal, the PI takes full responsibility for the content of the proposal, in particular with regard to the names of CoIs and the agreement to act according to the ESO policy and regulations, should observing time be granted.

<p>1. Title</p> <p>The link between star formation and nuclear activity at the parsec scale in NGC 2992 & NGC 1097.</p>	<p>Category: B-7</p>																														
<p>2. Abstract / Total Time Requested</p> <p>Total Amount of Time:</p> <p>The key question about the nature of active galactic nuclei (AGN) is their core energy production. Many AGNs show signs of both star formation and black hole related contribution to the nuclear luminosity but the link between these two phenomena is still poorly understood. We propose to use NaCo to study at high angular resolution the central 50 pc (< 1'') of two active nuclei: NGC 2992 and NGC 1097 chosen for their known nuclear star formation, their interesting nuclear morphology and their proximity. Multi-band (H, Ks, L) and multi-mode (coronagraphy, spectroscopy) studies of these galaxies will provide: 1) constraints on the star formation/starburst energy production and their location relative to the nucleus, 2) constraints on the physical conditions at the very center of the nucleus, 3) constraints on the effects of the AGN on the interstellar medium / star-forming structures and determine whether both mechanisms can be related in the closest parts of the AGN.</p>																															
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="text-align: left;">3. Run</th> <th style="text-align: left;">Period</th> <th style="text-align: left;">Instrument</th> <th style="text-align: left;">Time</th> <th style="text-align: left;">Month</th> <th style="text-align: left;">Moon</th> <th style="text-align: left;">Seeing</th> <th style="text-align: left;">Sky</th> <th style="text-align: left;">Mode</th> <th style="text-align: left;">Type</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td> <td>91</td> <td>NACO</td> <td>1n=0.4H1+2x0.8H1</td> <td>may</td> <td>n</td> <td>0.8</td> <td>CLR</td> <td>v</td> <td></td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>91</td> <td>NACO</td> <td>1n=0.4H2+2x0.8H2</td> <td>aug</td> <td>n</td> <td>0.8</td> <td>CLR</td> <td>v</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>		3. Run	Period	Instrument	Time	Month	Moon	Seeing	Sky	Mode	Type	A	91	NACO	1n=0.4H1+2x0.8H1	may	n	0.8	CLR	v		B	91	NACO	1n=0.4H2+2x0.8H2	aug	n	0.8	CLR	v	
3. Run	Period	Instrument	Time	Month	Moon	Seeing	Sky	Mode	Type																						
A	91	NACO	1n=0.4H1+2x0.8H1	may	n	0.8	CLR	v																							
B	91	NACO	1n=0.4H2+2x0.8H2	aug	n	0.8	CLR	v																							
<p>4. Number of nights/hours</p> <p>a) already awarded to this project:</p> <p>b) still required to complete this project:</p>		<p>Telescope(s)</p>	<p>Amount of time</p>																												
<p>5. Special remarks:</p>																															
<p>6. Principal Investigator: jexposito</p>																															
<p>6a. Co-investigators:</p>																															
D.	Gratadour	1587																													
Y.	Clénet	1587																													
G.	Rousset	1587																													
D.	Rouan	1587																													

7. Description of the proposed programme

A – Scientific Rationale: The key question about the nature of AGNs is their energy production and the role of interstellar gas and dust. How does the mechanism fueling the central nuclear object bring the accreted matter into the nucleus? Several studies have been made in attempts to answer these fundamental problems, including observations at infrared wavelengths, but only a few reveal some clues and only using high angular resolution methods.

More and more active galaxies exhibit star formation in the closest regions (< 50 pc) to the active nucleus being responsible for a significant amount of its luminosity (Thatte et al. 1997; Davies et al. 2007; Exposito et al. 2011). A connection between the star formation/starburst and the AGN has been proposed where the starburst is either fueling the AGN via stellar wind or by disruption of the galactic ISM (von Linden et al. 1993). The higher extinction in Type 2 Seyferts may be related to the latter (Ohsuga & Umemura 1999; Vollmer et al. 2008) by building obscuring walls around the nuclear engine. In addition, star formation can be triggered by the influence of the central supermassive black hole (Collin & Zahn 2008) in the accretion disk (< 1 pc), or, at larger distances, by instabilities in the interstellar medium: shocked gas (Graham 1998), collapsing clouds or collisions between clouds, in a clumpy torus (Vollmer et al. 2008, Krips et al. 2007).

The presence of young stellar population in the nuclear regions of AGNs can be traced with precision using spectroscopy. The optical wavebands suffer from high extinction towards the center of the AGN and thus, the infrared is the perfect range to study this kind of objects. Moreover, the H-, Ks- and L-bands contain several features such as CO band heads and several HI lines respectively sensitive to the age of the stellar population and the star formation (Oliva et al. 1995; Kennicutt 1998; Ivanov et al. 2003). However, even for the strongest of these, such as the Brackett- γ line, the contrast with the featureless continuum emitted by the central point-source (Ivanov et al. 2000) is very high, which jeopardizes the chances of detection. Moreover, because of the small size of nuclear structures, the nuclear starburst itself, and the dusty/molecular torus are not expected to exceed a few hundred parsecs.

Thus, sub-arcsecond imaging and spectroscopy are mandatory to disentangle the stellar population even in the closest AGNs and the coronagraphy is highly advised to extinguish the intense nucleus and make the faint structures appearing.

Summarizing:

- adaptive optics observations are mandatory to achieve the best angular resolution and the highest contrast,
- infrared wavebands are required to access many spectral signatures of the different components which contribute to the energy of the AGNs such as CO band head, neutral hydrogen, molecular hydrogen, coronal lines, etc.,
- the coronagraphy imaging allow us to probe the faintest structures close to the core and thus to associate the spectral features with the latter,
- near-infrared is well-adapted for these observations because the extinction (at K for example) is one tenth compared to the extinction in the V-band.

B – Immediate Objective: We propose to use infrared coronagraphy imaging and spectroscopy at high angular resolution to unveil the relationship between the star formation and the AGN at parsec scale with NaCo at the VLT/UT4. The visible wavefront sensor of NaCo allows us to use the nucleus itself as the adaptive optics reference source and to obtain the best spatial resolution of this instrument.

Sample: the sample consists of two active galaxies, NGC 1097 and NGC 2992. These galaxies were chosen because of their different types (LINER-AGN and Seyfert 2 respectively) and their proximity ($D = 14.5$ Mpc and $D = 30.6$ Mpc respectively) giving a close look (theoretical resolution of ~ 4 pc and ~ 8 pc respectively with VLT) to the central parts of these galaxies. Moreover, these galaxies show evidence of star-forming regions close to the nucleus and nuclear streams which are crucial characteristics for this study.

NGC 1097: NGC 1097 is an SBb galaxy with a moderate ($L_{2-10 \text{ keV}} \sim 10^{40} \text{ erg s}^{-1}$) active galactic nucleus (AGN), located at a distance of 14.5 Mpc (Tully 1988; $1'' = 70$ pc). The inner parts of this galaxy present a point-like nucleus in the K-band. Davies et al. (2007) observed with SINFONI a strong stellar continuum in a region of 70 pc around the nucleus. These images reveal kind of a stellar torus very close to the nucleus and some faint structures but the resolution ($R \sim 20$ pc) is not sufficient to determine their nature. Prieto et al. (2007) examined the inner starburst ring, located at 700 pc from the central source, and got a detailed view of the channelling of matter, from the inner starburst ring down to the nucleus. We can identify on their images some structures in the spiral arms and a complex morphology close to the nucleus. Are these structures star-forming regions? Is the star-formation triggered by the AGN?

NGC 2992: NGC 2992 is a galaxy interacting with NGC 2993. It is classified as a Seyfert 1.9 galaxy located at a distance of 30.6 Mpc. At a wavelength of 6 cm, this galaxy shows a prominent 8-loop (Chapman et al.

7. Description of the proposed programme and attachments

Description of the proposed programme (continued)

2000) extending up to $8''$ from the central core. Chapman et al. (2000), using CFHT data, conclude from their IR observations that the most convincing interpretation for these loops is expanding gas bubbles seen as limb-brightened loops powered by the AGN outflow. More recently, Friedrich et al. (2010), using SINFONI (spatial resolution $R \sim 40$ pc) and ISAAC concluded that the luminosity of NGC 2992 is dominated by the AGN activity with a contribution of 10-20% from nuclear star formation. Images obtained with SINFONI show extended stellar structures aligned with the 8-loop around the core. Is the 8-loop powered by the starburst or the AGN outflow? And what is the relationship between the AGN and the stellar structure?

We will answer the above questions using specific modes of NaCo with a better spatial resolution. For that purpose, request one night of observation in three consecutive runs for each objects: the first sub-run for coronagraphy and the rest for spectroscopy. We propose coronagraphic imaging in the H- and K-band coupled with AO of NaCo using the IR WFS in the most accurate mode (14x14 sub-pupils because the nuclei are bright enough) to reach the best resolution (4 pc for NGC 1097, 8 pc for NGC 2992) and to dim the central core because the structures we want to observe are faint. These observations will be used to tune the position of the slit during the spectroscopic runs as well as to unveil the morphology of the inner parts of these galaxies and to perform a color analysis to determine the temperature of the nucleus. Coronagraphy on bright AGNs has been shown to be able to provide important information about the circum-nuclear structures (Gratadour et al. 2005).

Data analysis: The CO band heads are the most promising near-infrared spectroscopic indicators of nuclear starburst. The CO is present in the extended atmospheres of cool stars and can be used to estimate the density of evolved stars. The Br γ emission line is an indicator of star formation and is used to derive the star formation rate (SFR) (Kennicutt 1998) as well as an estimate of the density of young stars (Kornei & McCrady 2009; Exposito et al. 2011). Thus, these features present in the K-band are crucial for this study. The L-band, used to estimate the amount and the temperature of the dust (Gratadour et al. 2006) associated with the starburst, contains the Br α line used to estimate the reddening in the circum-nuclear regions (Ho et al. 1990). The highly ionized forbidden emission lines, called coronal lines, can be observed in the H- ([Si VI], [Fe X], etc...), Ks- ([Ca VIII], [Si VII], etc...) and L-bands ([Al VI], [Si IX], etc...). These lines are indicators of AGN activity and will help to determine the effect of the AGN on the circum-nuclear regions. The continuum in the different bands will be used to determine the relative contribution of the different components (star formation, AGN, other?) and physical parameters (temperature, density). The coronagraphic mode will reveal faint structures (Rouan et al. 2004). The near-IR emission/absorption lines can be then precisely associated to structures observable in the broad-band coronagraphic images (Exposito et al. 2011).

Therefore, multi-bands and multi-modes studies of these galaxies will provide: 1) constraints on the star formation/starburst energy production and their location relative to the nucleus, 2) constraints on the physical conditions at the very center of the nucleus, 3) constraints on the effects of the AGN on the interstellar medium / star-forming structures and determine whether both mechanism can be related in the closest parts of the AGN such as described in Exposito et al. (2011).

Attachments (Figures)

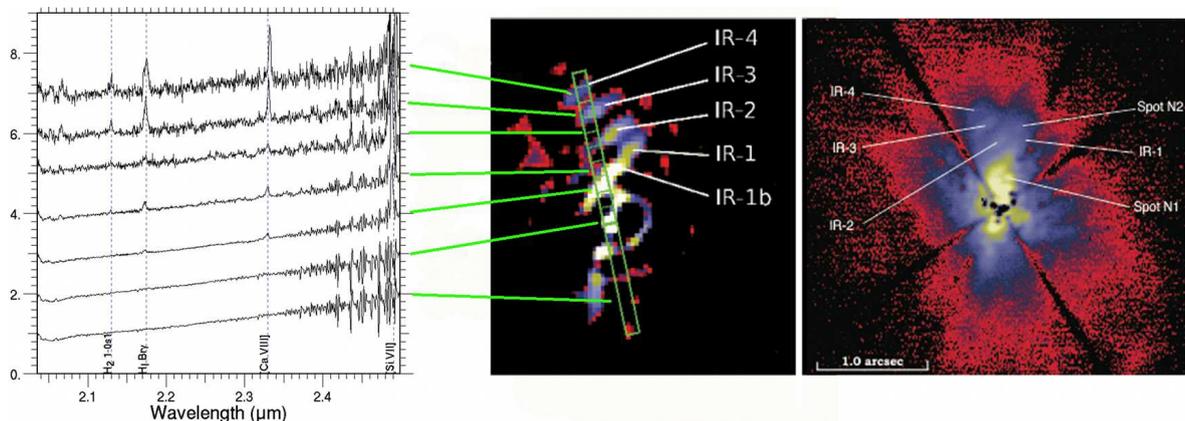


Fig. 1: Results for NGC 1068 (Exposito et al. 2011) by coupling imaging (*center*: deconvolved M'-band), spectroscopy (*left*) and coronagraphy (*right*) (Gratadour et al. 2005) with NaCo.

8. Justification of requested observing time and observing conditions

Lunar Phase Justification: We are not restricted by lunar phase.

Time Justification: (including seeing overhead) Alonso-Herrero et al. (1998) report $m(K) = 10.2$ mag within $6''$ for NGC 2992, and Prieto et al. (2007) give $m(K) = 9.8$ mag within $3''$ for NGC 1097. The surface brightness within a $3''$ aperture for both galaxies is about 16 mag arcsec $^{-1}$. We adopt this value but the real S/N should be better than the estimated one.

The required signal-to-noise in order to measure reliably the absorption features in the circum-nuclear spectra is $S/N \sim 20$ for the H-band and $S/N \sim 10$ for the K- and L-band. The coronagraphic imaging will require on average 30 min per filter to achieve $S/N \sim 30$ (incl. sky and calibration)

The time required has been estimated using the NaCo Exposure Time Calculator. Observation of a reference star in the same servoing conditions as for the object is mandatory for this type of program. The values given below were calculated considering a natural guide star, an air mass of 1.1, a seeing of $0.8''$.

The time splitting of the present proposal is as follows (3 consecutive sub-run for each object assuming 10h for one night):

- First sub-run: Coronagraphy (2h incl. overheads of $\sim 50\%$): 30 min at H, 30 min at K (including 10 min for calibration in each band).
- Second sub-run: Spectroscopy (4h incl. overheads of $\sim 50\%$): 60 min with S27_3.SH mode, 60 min with S27_3.SK mode (including 30 min for calibrations)
- Third sub-run: Spectroscopy (4h incl. overheads of $\sim 50\%$): 20 min with S27_3.SK mode, and 100 min with L54_2.SL (including 30 min for calibrations)

8a. Telescope Justification:

Clearly the highest possible spatial resolution is required to disentangle the physical processes in the very nuclei of these systems. NaCo on the UT4 is the only sensible instrument / telescope with which these observations can be made thank to the IR WFS..

8b. Observing Mode Justification (visitor or service):

Visitor mode is preferred because real time decisions are required. The slits P.A. will be aligned using results from coronagraphic images. Thus, an analysis of the coronagraphic data is mandatory before the spectroscopic observations.

8c. Calibration Request:

Standard Calibration

9. Report on the use of ESO facilities during the last 2 years

9a. ESO Archive - Are the data requested by this proposal in the ESO Archive (<http://archive.eso.org>)? If so, explain the need for new data.

No coronagraphic datum is available in the ESO archive for both galaxies.

No spectrum is available for NGC 2992.

In the L-band, no spectrum is available for NGC 1097.

At H and Ks, spectra of NGC 1097 are available but the slit (172 mas used in the archive) leads to a drop of spatial resolution at these wavelengths. In addition, the Strehl ratios during the observations are low (about 20%).

9b. GTO/Public Survey Duplications:

No duplication with ongoing GTO.

10. Applicant's publications related to the subject of this application during the last 2 years

Exposito J. et al. (*incl.* Gratadour, Clénet & Rouan), 2011, A&A, 533, A63: Star formation and jet-induced coronal lines near the core of NGC 1068.

Trap, G. et al. (*incl.*, Clénet & Rouan), 2011, A&A, 528, A140: Concurrent X-ray, near-infrared, sub-millimeter, and GeV gamma-ray observations of Sagittarius A*.

Bartko, H. et al. (*incl.* Rouan), 2010, ApJ, 708, 834: An Extremely Top-Heavy Initial Mass Function in the Galactic Center Stellar Disks.

Dodds-Eden, K. et al. (*incl.*, Rouan & Clénet), 2009, ApJ, 698, 676: Evidence for X-Ray Synchrotron Emission from Simultaneous Mid-Infrared to X-Ray Observations of a Strong Sgr A* Flare.

11. List of targets proposed in this programme

Run	Target/Field	α (J2000)	δ (J2000)	ToT	Mag.	Diam.	Additional info	Reference star
A	NGC 2992	09 45 42.045	-14 19 34.90	9	10.2	6"		alt
B	NGC 1097	02 46 19.059	-30 16 29.68	10	9.8	3"		alt

Target Notes: The nucleus itself is used as the reference source in the IR. The magnitude is given for the K-band. Magnitude extract from Prieto et al. (2007) for NGC 1097, and from Alonso-Herrero et al. (1998) for NGC 2992.

12. Scheduling requirements

1. Run Splitting

Run	splitting
-----	-----------

A	0.4H1, 1s, 0.8H1, 1s, 0.8H1
B	0.4H2, 1s, 0.8H2, 1s, 0.8H2

12. Scheduling requirements contd...

4. Specific date(s) for time critical observations:

Run	from	to	reason
A	01-may-13	30-may-13	Best period to observe.
B	30-aug-13	29-sep-13	Best period to observe.

13. Instrument configuration

Period	Instrument	Run ID	Parameter	Value or list
91	NACO	A	CORONA 4QPM VIS-WFS	HK
91	NACO	B	CORONA 4QPM VIS-WFS	HK
91	NACO	A	SPEC VIS-WFS	S27-3-SH S27-3-SK L54-2-SL
91	NACO	B	SPEC VIS-WFS	S27-3-SH, S27-3-SK, L54-2-SL

Bibliographie

- Allen, M. G., Groves, B. A., Dopita, M. A., Sutherland, R. S., & Kewley, L. J. 2008, *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 178, 20 (Cité en pages [144](#) et [145](#).)
- Alloin, D., Galliano, E., Cuby, J. G., et al. 2001, *A&A*, 369, L33 (Cité en page [126](#).)
- Antonucci, R. R. J. & Miller, J. S. 1985, *Astrophysical Journal*, 297, 621 (Cité en pages [47](#) et [126](#).)
- Arsenault, R., Salmon, D., Kerr, J., et al. 1994, *Astronomy with the CFHT Adaptive Optics Bonnette*, 1 (Cité en page [19](#).)
- Assémat, F., Wilson, R., & Gendron, E. 2006, *Optics Express*, 14, 988 (Cité en page [94](#).)
- Axon, D. J., Marconi, A., Capetti, A., et al. 1998, *Astrophysical Journal Letters* v.496, 496, L75 (Cité en pages [136](#), [144](#) et [145](#).)
- Baade, W. & Minkowski, R. 1954, *Astrophysical Journal*, 119, 206 (Cité en page [41](#).)
- Babcock, H. W. 1953, *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 65, 229 (Cité en page [18](#).)
- Beuzit, J.-L., Demailly, L., Gendron, E., et al. 1997, *Experimental Astronomy*, 7, 285 (Cité en page [19](#).)
- Bianchi, S., Maiolino, R., & Risaliti, G. 2012, *Advances in Astronomy*, 2012, 17 (Cité en page [49](#).)
- Bianchi, S., Piconcelli, E., Chiaberge, M., et al. 2009, *The Astrophysical Journal*, 695, 781 (Cité en page [49](#).)
- Butterley, T., Wilson, R. W., & Sarazin, M. 2006, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 369, 835 (Cité en page [11](#).)
- Chassat, F. 1992, Ph.D. Thesis - Paris-Sud Univ. Office National d'Etudes et de Recherches Aérospatiales, 31 (Cité en page [32](#).)
- Conan, J.-M. 1994, Ph. D. thesis (Cité en pages [15](#) et [53](#).)
- Cox, A. N. 2000, *Allen's astrophysical quantities*, ISBN: 0387987460 (Cité en page [136](#).)
- Cuby, J.-G. 2005, SF2A-2005: Semaine de l'Astrophysique Française, 57 (Cité en page [32](#).)
- Dale, D. A., Sheth, K., Helou, G., Regan, M. W., & Hüttemeister, S. 2005, *The Astronomical Journal*, 129, 2197 (Cité en page [137](#).)

- Davies, R. I., Sugai, H., & Ward, M. J. 1998, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 300, 388 (Cité en page [126](#).)
- Draine, B. T. & Lee, H. M. 1984, *Astrophysical Journal*, 285, 89 (Cité en page [136](#).)
- Draine, B. T. & Li, A. 2001, *The Astrophysical Journal*, 551, 807 (Cité en page [138](#).)
- Draine, B. T. & Li, A. 2007, *The Astrophysical Journal*, 657, 810 (Cité en page [138](#).)
- Drouart, G., Breuck, C. D., Vernet, J., et al. 2012, *Astronomy & Astrophysics*, 548, 45 (Cité en page [49](#).)
- Exposito, J., Gratadour, D., Clénet, Y., & Rouan, D. 2011, *Astronomy & Astrophysics*, 533, 63 (Cité en page [49](#).)
- Ferland, G. J., Korista, K. T., Verner, D. A., et al. 1998, *The Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 110, 761 (Cité en pages [138](#) et [139](#).)
- Foy, R. & Labeyrie, A. 1985, *Astronomy and Astrophysics* (ISSN 0004-6361), 152, L29 (Cité en page [31](#).)
- Fried, D. L. 1966, *Journal of the Optical Society of America*, 56, 1372 (Cité en pages [10](#), [11](#) et [12](#).)
- Galliano, E., Pantin, E., Alloin, D., & Lagage, P. O. 2005, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society: Letters*, 363, L1 (Cité en page [137](#).)
- Gallimore, J. F., Baum, S. A., & O’Dea, C. P. 1996a, *Astrophysical Journal* v.464, 464, 198 (Cité en page [144](#).)
- Gallimore, J. F., Baum, S. A., & O’Dea, C. P. 1997, *Nature*, 388, 852 (Cité en pages [49](#) et [126](#).)
- Gallimore, J. F., Baum, S. A., O’Dea, C. P., & Pedlar, A. 1996b, *Astrophysical Journal* v.458, 458, 136 (Cité en pages [126](#) et [144](#).)
- Geballe, T. R., Mason, R. E., Rodríguez-Ardila, A., & Axon, D. J. 2009, *The Astrophysical Journal*, 701, 1710 (Cité en pages [137](#) et [140](#).)
- Gendron, E. 1995, optimisation de la commande modale en optique adaptative: application a l’astronomie (Cité en page [84](#).)
- Gendron, E., Clénet, Y., Fusco, T., & Rousset, G. 2006, *Astronomy and Astrophysics*, 457, 359 (Cité en pages [60](#) et [101](#).)
- Gendron, E. & Léna, P. 1994, *Astronomy and Astrophysics* (ISSN 0004-6361), 291, 337 (Cité en pages [27](#), [29](#), [57](#) et [58](#).)
- Gendron, E. & Léna, P. 1995, *Astronomy and Astrophysics Supplement*, 111, 153 (Cité en pages [56](#), [58](#) et [60](#).)

- Gendron, E., Vidal, F., Brangier, M., et al. 2011, *Astronomy & Astrophysics*, 529, L2 (Cité en pages 32 et 94.)
- Gratadour, D. 2005, Thèse de doctorat (Cité en pages 62, 75 et 89.)
- Gratadour, D., Clénet, Y., Rouan, D., Lai, O., & Forveille, T. 2003, *A&A*, 411, 335 (Cité en pages 127, 131 et 136.)
- Gratadour, D., Mugnier, L. M., & Conan, J.-M. 2005a, *AThC2* (Cité en page 62.)
- Gratadour, D., Mugnier, L. M., & Rouan, D. 2005b, *Astronomy and Astrophysics*, 443, 357 (Cité en pages 48, 129 et 131.)
- Gratadour, D., Rouan, D., Boccaletti, A., Riaud, P., & Clénet, Y. 2005c, *A&A*, 429, 433 (Cité en pages 126 et 138.)
- Gratadour, D., Rouan, D., Mugnier, L. M., et al. 2006, *A&A*, 446, 813 (Cité en pages 126, 129, 131 et 135.)
- Harder, S. & Chelli, A. 2000, *ApJS*, 142, 119 (Cité en page 75.)
- Ho, L. C., Filippenko, A. V., & Sargent, W. L. W. 1997, *Astrophysical Journal* v.487, 487, 591 (Cité en page 142.)
- Ho, P. T. P., Beck, S. C., & Turner, J. L. 1990, *Astrophysical Journal*, 349, 57 (Cité en page 136.)
- Homan, D. C. & Wardle, J. F. C. 1999, *The Astronomical Journal*, 118, 1942 (Cité en page 43.)
- Hönig, S. F., Kishimoto, M., Gandhi, P., et al. 2010, *Astronomy and Astrophysics*, 515, 23 (Cité en page 49.)
- Hummer, D. G. & Storey, P. J. 1987, *Royal Astronomical Society*, 224, 801 (Cité en page 136.)
- Iwasawa, K., Fabian, A. C., Young, A. J., Inoue, H., & Matsumoto, C. 1999, *MNRAS*, 306, L19 (Cité en page 45.)
- Jaffe, W., Meisenheimer, K., Röttgering, H., Leinert, C., & Richichi, A. 2004, in *IAU Symposium, Vol. 222, The Interplay Among Black Holes, Stars and ISM in Galactic Nuclei*, ed. T. Storchi-Bergmann, L. C. Ho, & H. R. Schmitt, 37–39 (Cité en page 126.)
- Johns, M. W. 2004, *American Astronomical Society Meeting 205*, 205, 1476 (Cité en page 32.)
- Johnson, K. E. 2005, *Massive star birth: A crossroads of Astrophysics*, 227, 413 (Cité en pages 141 et 143.)

- Jolissaint, L., Neyman, C., Christou, J., & Wizinowich, P. 2012a, in Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series, Vol. 8447, Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series (Cité en page 75.)
- Jolissaint, L., Neyman, C., Christou, J., Wizinowich, P., & Mugnier, L. 2012b, ArXiv e-prints (Cité en page 75.)
- Kawara, K., Nishida, M., & Phillips, M. M. 1989, *Astrophysical Journal* v.337, 337, 230 (Cité en page 136.)
- Kennicutt, R. C. 1998, *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 36, 189 (Cité en page 141.)
- Koratkar, A. & Blaes, O. 1999, *The Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 111, 1 (Cité en page 43.)
- Kornei, K. A. & McCrady, N. 2009, *The Astrophysical Journal*, 697, 1180 (Cité en page 142.)
- Kraemer, S. B. & Crenshaw, D. M. 2000a, *The Astrophysical Journal*, 532, 256 (Cité en page 137.)
- Kraemer, S. B. & Crenshaw, D. M. 2000b, *The Astrophysical Journal*, 544, 763 (Cité en page 144.)
- Krolik, J. 1999, *Active Galactic Nuclei: From the Central Black Hole to the Galactic Environment* (Cité en page 42.)
- Kroupa, P. 2001, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 322, 231 (Cité en page 142.)
- Lagrange, A.-M., Chauvin, G., Fusco, T., et al. 2003, *Instrument Design and Performance for Optical/Infrared Ground-based Telescopes*. Edited by Iye, 4841, 860 (Cité en page 128.)
- Lai, O. 1996, PhD thesis (Cité en page 20.)
- Lanz, T. & Hubeny, I. 2003, *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 146, 417 (Cité en page 144.)
- Laor, A. & Draine, B. T. 1993, *Astrophysical Journal*, 402, 441 (Cité en page 138.)
- Lucy, L. B. 1974, *Astronomical Journal*, 79, 745, a&AA ID. AAA011.031.061 (Cité en page 34.)
- Lutz, D., Sturm, E., Genzel, R., et al. 2000, *The Astrophysical Journal*, 536, 697 (Cité en page 136.)

- Maiolino, R., Shemmer, O., Imanishi, M., et al. 2007, *Astronomy and Astrophysics*, 468, 979 (Cité en page [49](#).)
- Malkov, O. Y. 2007, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 382, 1073 (Cité en page [142](#).)
- Marchetti, E., Hubin, N. N., Fedrigo, E., et al. 2003, *Adaptive Optical System Technologies II*. Edited by Wizinowich, 4839, 317 (Cité en page [32](#).)
- Marconi, A., van der Werf, P. P., Moorwood, A. F. M., & Oliva, E. 1996, *A&A*, 315, 335 (Cité en page [137](#).)
- Martins, L. P., Rodríguez-Ardila, A., de Souza, R., & Gruenwald, R. 2010, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 406, 2168, (c) Journal compilation   2010 RAS (Cité en pages [136](#), [137](#) et [138](#).)
- Mathews, W. G. & Ferland, G. J. 1987, *Astrophysical Journal*, 323, 456 (Cité en page [139](#).)
- Michaille, L., Quartel, J. C., Dainty, J. C., et al. 2000, *The Newsletter of the Isaac Newton Group of Telescopes (ING Newsl.)*, 2, 15 (Cité en page [31](#).)
- Mugnier, L. M., Fusco, T., & Conan, J.-M. 2004, *Optical Society of America Journal*, 21, 1841 (Cité en pages [34](#) et [74](#).)
- Murphy, K. D., Yaqoob, T., & Terashima, Y. 2007, *ApJ*, 666, 96 (Cité en page [45](#).)
- Nenkova, M., Sirocky, M. M., Ivezi ,  ., & Elitzur, M. 2008, *The Astrophysical Journal*, 685, 147 (Cité en page [47](#).)
- Nocedal, J. 1980, *Mathematics of Computaion*, 35, 773 (Cité en page [84](#).)
- Noll, R. J. 1976, *Optical Society of America*, 66, 207 (Cité en pages [14](#) et [15](#).)
- Ogle, P. M., Brookings, T., Canizares, C. R., Lee, J. C., & Marshall, H. L. 2003, *A&A*, 402, 849 (Cité en page [138](#).)
- Oliva, E. & Moorwood, A. F. M. 1990, *Astrophysical Journal*, 348, L5 (Cité en page [126](#).)
- Osborn, J., Wilson, R., Butterley, T., Shepherd, H., & Sarazin, M. 2010, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 406, 1405, (c) Journal compilation   2010 RAS (Cité en page [11](#).)
- Petersen, K. B. & Pedersen, M. S. 2012, *The Matrix Cookbook*, version 20121115 (Cité en page [169](#).)
- Peterson, B. M., Atwood, B., & Byard, P. L. 1994, In NASA. Ames Research Center, 73 (Cité en page [43](#).)

- Pickles, A. J. 1998, *The Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 110, 863 (Cité en pages 130 et 143.)
- Pier, E. A., Antonucci, R., Hurt, T., Kriss, G., & Krolik, J. 1994, *Astrophysical Journal*, 428, 124 (Cité en pages 139 et 140.)
- Poncelet, A., Doucet, C., Perrin, G., Sol, H., & Lagage, P. O. 2007, *A&A*, 472, 823 (Cité en pages 126 et 137.)
- Press, W. 2007, *Numerical Recipes 3rd Edition: The Art of Scientific Computing* (Cité en pages 36, 57, 58 et 96.)
- Prieto, M. A., Maciejewski, W., & Reunanen, J. 2005, *The Astronomical Journal*, 130, 1472 (Cité en page 137.)
- Ragazzoni, R. 1996, *Journal of Modern Optics*, 43, 289 (Cité en page 24.)
- Richardson, W. H. 1972, *Journal of the Optical Society of America*, 62, 55 (Cité en page 34.)
- Rigaut, F. 2011, *Second International Conference on Adaptive Optics for Extremely Large Telescopes*. Online at <http://ao4elt2.lesia.obspm.fr>, 2 (Cité en page 32.)
- Roddier, F. 1988, *Applied Optics*, 27, 1223 (Cité en page 24.)
- Roddier, F. 1999, *Adaptive optics in astronomy* / edited by Francois Roddier. Cambridge ; New York, iISBN: 052155375X (Cité en pages 7, 9, 11, 19 et 31.)
- Roddier, N. 1990, *Optical Engineering* (ISSN 0091-3286), 29, 1174 (Cité en page 15.)
- Rouan, D., Lacombe, F., Gendron, E., et al. 2004, *A&A*, 417, L1 (Cité en pages 126, 127, 129, 138, 141 et 144.)
- Rousset, G. 1994, *Adaptive Optics for Astronomy. Proceedings of the NATO Advanced Study Institute on Adaptive Optics for Astronomy*, 115, iISBN: 0792327489; ISBN: 0-7923-2748-9 (Cité en page 57.)
- Rousset, G., Beuzit, J. L., Hubin, N., et al. 1994, *Active and adaptive optics: ESO Conference and Workshop Proceedings*, 48, 65 (Cité en page 19.)
- Rousset, G., Fontanella, J. C., Kern, P., Gigan, P., & Rigaut, F. 1990, *Astronomy and Astrophysics* (ISSN 0004-6361), 230, L29 (Cité en page 19.)
- Rousset, G., Lacombe, F., Puget, P., et al. 2003, *Adaptive Optical System Technologies II*. Edited by Wizinowich, 4839, 140 (Cité en page 128.)
- Rupke, D. S. N. & Veilleux, S. 2011, *The Astrophysical Journal Letters*, 729, L27 (Cité en page 49.)
- Salpeter, E. E. 1955, *Astrophysical Journal*, 121, 161 (Cité en page 142.)

- Sánchez, F. M., Davies, R. I., Genzel, R., et al. 2009, *The Astrophysical Journal*, 691, 749 (Cité en pages [137](#), [141](#) et [144](#).)
- Sanders, G. & Project, T. 2004, *American Astronomical Society Meeting 205*, 205, 1476 (Cité en page [32](#).)
- Schinnerer, E., Eckart, A., Tacconi, L. J., Genzel, R., & Downes, D. 2000, *The Astrophysical Journal*, 533, 850 (Cité en page [126](#).)
- Schmidt, M. 1963, *Nature*, 197, 1040 (Cité en page [41](#).)
- Scoville, N. Z., Hall, D. N. B., Ridgway, S. T., & Kleinmann, S. G. 1982, *Astrophysical Journal*, 253, 136, a&AA ID. AAA031.131.022 (Cité en page [137](#).)
- Shields, G. A. & Oke, J. B. 1975, *Astrophysical Journal*, 197, 5, a&AA ID. AAA013.158.032 (Cité en page [138](#).)
- Spinoglio, L., Malkan, M. A., Smith, H. A., González-Alfonso, E., & Fischer, J. 2005, *The Astrophysical Journal*, 623, 123 (Cité en pages [139](#) et [140](#).)
- Sternberg, A., Hoffmann, T. L., & Pauldrach, A. W. A. 2003, *The Astrophysical Journal*, 599, 1333 (Cité en page [142](#).)
- Thatte, N., Quirrenbach, A., Genzel, R., Maiolino, R., & Tecza, M. 1997, *Astrophysical Journal* v.490, 490, 238 (Cité en page [135](#).)
- Thiebaut, E. 2002, *Astronomical Data Analysis II*. Edited by Starck, 4847, 174 (Cité en page [84](#).)
- Tristram, K. R. W. & Schartmann, M. 2011, *Astronomy & Astrophysics*, 531, 99 (Cité en page [49](#).)
- Ulrich, M.-H., Maraschi, L., & Urry, C. M. 1997, *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 35, 445 (Cité en page [43](#).)
- Véran, J., Rigaut, F., Maitre, H., & Rouan, D. 1997, *J. Opt. Soc. Am. A*, 14, 3057 (Cité en pages [53](#), [54](#), [56](#), [59](#) et [88](#).)
- Véran, J. P. 1997, Ph.D. Thesis, 19 (Cité en pages [7](#), [49](#), [54](#) et [110](#).)
- Villicroze, R., Fusco, T., Bacon, R., & Madec, P.-Y. 2012, *Adaptive Optics Systems III*. Proceedings of the SPIE, 8447 (Cité en page [164](#).)
- Villforth, C., Nilsson, K., Heidt, J., & Pursimo, T. 2011, *Memorie della Societa Astronomica Italiana*, 82, 60, (c) 2011: SAIIt (Cité en page [43](#).)
- Vitrichenko, E. A., Nadyozhin, D. K., & Razinkova, T. L. 2007, *Astronomy Letters*, 33, 251 (Cité en page [142](#).)

- Vitrishchak, V. M., Gabuzda, D. C., Algaba, J. C., et al. 2008, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 391, 124 (Cité en page [43](#).)
- Wilson, A. S. & Raymond, J. C. 1999, The Astrophysical Journal, 513, L115 (Cité en page [144](#).)
- Winker, D. M. 1991, Journal of the Optical Society of America A, 8, 1568 (Cité en page [11](#).)
- Zernike, F. 1934, Physica, 1, 689 (Cité en page [14](#).)