



UNIVERSITÉ PARIS-SUD

ÉCOLE DOCTORALE : STITS

Laboratoire des signaux et systèmes

DISCIPLINE : Physique

THÈSE DE DOCTORAT

soutenue le 04/04/2014

par

Trọng Biên HOÀNG

Observateurs commutés et compensation de retard pour les systèmes d'anti-blocage des roues

Directeur de thèse :	William PASILLAS-LÉPINE	Chargé de recherche CNRS (L2S-Supélec)
Co-directeur de thèse :	Mariana NETTO	Chargée de recherche IFSTTAR (IFSTTAR COSYS-LIVIC)
	Alexandre DE BERNARDINIS	Chargé de recherche IFSTTAR (IFSTTAR COSYS-LTN)
Composition du jury :		
<i>Rapporteurs :</i>	Gildas BESANÇON	Professeur à Grenoble INP (Gipsa-Lab)
	Mohammed M'SAAD	Professeur à l'ENSI Caen (GREYC-ENSICAEN)
<i>Examineurs :</i>	Saïd MAMMAR	Professeur à l'Université d'Evry (IBISC-Evry Val d'Essonne)
	Alessandro CORREA-VICTORINO	Maitre de Conférence à l'UTC (HEUDIASYC-UTC)
	Hugues MOUNIER	Professeur à l'Université Paris Sud (L2S-Supélec)

Table des matières

Préambule	1
Introduction générale	7
1 Système d'antiblocage des roues	7
1.1 Histoire de l'ABS	7
1.2 Structure de l'ABS	8
1.3 Description du fonctionnement de l'ABS	10
1.4 Recherche académique sur l'ABS	11
1.5 Dynamique de la roue	13
2 Introduction à la Partie I - L'observation par commutation des systèmes singuliers	17
2.1 Un exemple motivant venant de l'ABS	17
2.2 Observer une classe de systèmes singuliers	22
2.3 État de l'art : Les observateurs non linéaires et l'estimation de l'XBS	25
2.4 Les contributions principales de la Partie I	32
3 Introduction à la Partie II - La compensation des retards pour les systèmes linéarisables	37
3.1 La compensation du retard de l'actionneur de frein	37
3.2 La compensation du retard de l'entrée pour les systèmes non linéaires	40
3.3 Les méthodes existantes pour la compensation du retard d'entrée . .	42
3.4 Les contributions principales de la Partie II	44
I Switching observation of singular systems	47
4 Switching observer for systems with linearizable error dynamics via singular time-scaling	49
4.1 Introduction	49
4.2 Switchings and singular observer design	50
4.3 Conditions for singular linearizability	55
4.4 Simulations on a simple example	57
4.5 Proofs of main results	59
Appendix A - Alternative proof of Lemma 4.2	68
Appendix B - Alternative proof of Theorem 4.1	71

5	Application for ABS: Extended braking stiffness estimation	77
5.1	Introduction	77
5.2	System modelling	79
5.3	Observer design (known road conditions)	82
5.4	Observer design (unknown road conditions)	87
5.5	Control design	91
5.6	Conclusion	95
	Appendix A - Proof of Theorem 5.1	96
	Appendix B - Stability conditions for the four-dimensional observer	97
II	Input-delay compensation for linearizable systems	103
6	Output tracking for restricted feedback linearizable systems with input time-delay	105
6.1	Introduction	105
6.2	Scalar systems	107
6.3	Restricted-feedback linearizable systems	110
6.4	Simulations on a simple example	115
6.5	Conclusion	116
	Appendix: Proof of main results	117
7	Actuator delay compensation for ABS systems	119
7.1	System modelling	120
7.2	Control design	120
7.3	Simulation results	126
8	Dynamic notch filter	129
8.1	Introduction	129
8.2	Modelling of the dynamic notch filter	130
8.3	Application to ABS	133
8.4	Delay margin analysis	136
8.5	Conclusion	141
	Appendix A - Alternative modelling of the notch filter	141
	Appendix B - Padé approximation technique	143
	Conclusion & Perspectives	151
	Bibliography	155

Préambule

Dans l'industrie automobile, la sécurité est un aspect d'une importance primordiale qui a évolué considérablement au cours des dernières décennies. Débutant par les systèmes de sécurité passive, comme les airbags, les prétensionneurs de ceinture de sécurité ou les appui-têtes, la sécurité automobile s'est considérablement accrue avec l'introduction des systèmes de sécurité active, tels que le système d'anti-blocage des roues (ABS), le système de contrôle de traction (TCS), le répartiteur électronique de freinage (EBD) et le programme de stabilité électronique (ESP). Par rapport aux systèmes de sécurité passive, les systèmes de sécurité active sont plus efficaces car ils aident non seulement le conducteur à mieux contrôler son véhicule, afin d'éviter les collisions, mais aident aussi à améliorer l'expérience de conduite sous diverses conditions routières.

Dans le domaine des système de sécurité active, l'ABS est peut-être le système le plus important car il est lui-même utilisé par beaucoup d'autres systèmes de sécurité active. L'ABS a un double objectif. D'une part, son objectif est d'éviter le blocage des roues afin de préserver la capacité du pneu à produire une force latérale, et d'assurer ainsi la maniabilité du véhicule. D'autre part, l'ABS a pour but de maintenir la force de freinage au voisinage de sa valeur maximale pour, en conséquence, minimiser la distance de freinage.

De nombreux algorithmes de contrôle/commande pour les systèmes ABS ont été proposés dans la littérature depuis l'introduction du premier système ABS par Bosch en 1978. En général, ces algorithmes de contrôle/commande peuvent être divisés en deux types principaux : ceux qui sont basés sur une régulation logique par des seuils de l'accélération des roues sont utilisés dans la plupart des systèmes ABS commerciaux, et ceux qui sont basés sur la régulation du taux de glissement des roues sont préférés dans la grande majorité des algorithmes académiques. Chaque approche a ses avantages et ses inconvénients [Shida 2010]. D'une manière simplifiée, on peut dire que le point fort du premier type est sa robustesse ; tandis que ceux du deuxième type sont sa courte distance de freinage (sur les terrains secs) et l'absence de cycles limites. Au milieu de cette dichotomie industrielle/académique, en se basant sur le concept de *extended braking stiffness* (XBS), une classe de stratégies de contrôle/commande pour l'ABS complètement différente a été proposée par quelques chercheurs (voir, p. ex., [Sugai 1999] et [Ono 2003]). Ce concept combine les avantages des deux approches académiques et industrielles mentionnées ci-dessus. Néanmoins, puisque la pente de la caractéristique du pneu n'est pas directement mesurable, il introduit la question d'estimer l'XBS en temps réel. La première partie de cette thèse est consacrée à l'étude de ce problème d'estimation de l'XBS et à une généralisation de la technique proposée à une plus grande classe de systèmes.

D'un point de vue technologique, la conception des systèmes de contrôle pour l'ABS lui-même est fortement dépendante des caractéristiques du système ABS et des performances de l'actionneur. Les algorithmes de contrôle actuels pour l'ABS sur les véhicules, par exemple l'algorithme ABS de Bosch, sont basés sur des approches heuristiques qui sont profondément liées à la nature hydraulique de l'actionneur. Une remarque intéressante est qu'ils ne semblent fonctionner correctement qu'en présence d'un retard spécifique venant de l'actionneur hydraulique [Gerard 2012]. Pour les systèmes de freinage qui ont différents retards par rapport à ceux des actionneurs hydrauliques, comme les moteurs-roues par exemple électriques (avec un retard plus court) ou les freins des remorques pneumatiques (avec un retard plus grand), ils pourraient ne plus être appropriés. Par conséquent, l'adaptation des algorithmes standards de l'ABS pour d'autres actionneurs avancés devient un objectif primordial dans l'industrie automobile. Cet objectif peut être atteint par la compensation des retards induits par les actionneurs. La deuxième partie de cette thèse se concentre sur cette question, et à la généralisation de la technique proposée à une classe particulière de systèmes non linéaires.

Tout au long de cette thèse, nous utilisons deux techniques de linéarisation différentes : la linéarisation de la dynamique d'erreur dans la construction des observateurs basés sur des modèles [Krener 1983] et la linéarisation basée sur le retour d'état restreint [Brockett 1979]. La première est l'une des façons les plus simples pour synthétiser un observateur pour des systèmes dynamiques avec sortie et pour analyser sa convergence. L'idée principale est de transformer le système non linéaire original via un changement de coordonnées en un système différemment formalisé, qui admet un observateur avec une dynamique d'erreur linéaire et les gains de l'observateur donc peuvent être facilement calculés pour en assurer la convergence. Cette dernière est une méthode classique pour commander des systèmes non linéaires en les convertissant en une équation d'état linéaire contrôlable via l'annulation de leurs non-linéarités.

Il convient de mentionner que les résultats existants pour la synthèse des observateurs par la linéarisation de l'erreur dans la littérature ne sont appliqués que pour le cas des changements réguliers de l'échelle de temps ([Guay 2002] et [Respondek 2004]). Cette thèse explique comment les étendre aux cas des changements singuliers de l'échelle de temps. Par ailleurs, la thèse combine la linéarisation classique par retour d'état avec une nouvelle méthode de compensation du retard de l'entrée pour résoudre le problème de suivi de la sortie pour des systèmes linéarisables par retour d'état restreint avec des retards de l'entrée.

La thèse a été divisée en trois parties afin de la rendre plus accessible aux lecteurs. Le but de la partie introductive, qui est composée de trois Chapitres 1, 2 et 3, est d'introduire les concepts les plus importants et de résumer les principales contributions de la thèse. Le Chapitre 1 fournit une connaissance de base sur les systèmes ABS, comme leur histoire, leur structure, leur fonctionnement et certaines

publications scientifiques associées. À la fin du Chapitre 1, la dynamique de la roue est brièvement présentée avec le but de faciliter la lecture des Chapitres 2 et 3. Le Chapitre 2 introduit le problème de l'observation pour une classe de systèmes non linéaires singuliers. Dans le Chapitre 3 la compensation du retard de l'entrée des systèmes linéarisables par retour d'état restreint est discutée. Ces deux chapitres (Chapitre 2 et 3) ont la même structure avec quatre sous-sections : un exemple concret provenant des systèmes ABS, un problème plus complexe et plus global qui généralise cet exemple, un état de l'art et les contributions principales du chapitre.

La Partie I de la thèse est consacrée à montrer nos résultats concernant l'observation des systèmes singuliers. Le Chapitre 4 discute de la conception et de l'analyse de la stabilité des observateurs par commutation pour une classe de systèmes non linéaires singuliers. Le Chapitre 5 présente un exemple concret de l'observation des systèmes singuliers : l'estimation de l'XBS pour les systèmes ABS.

La Partie II de la thèse est composée des Chapitres 6, 7 et 8. Le Chapitre 6 présente nos résultats sur la compensation du retard de l'entrée pour les systèmes linéarisables par retour d'état restreint, tandis que le Chapitre 7 montre la compensation des retards induits par les actionneurs des systèmes ABS dans le contexte de la régulation de l'accélération angulaire de la roue. Bien qu'aucun résultat théorique ne soit donné, les simulations numériques montrent l'efficacité de la méthode proposée. Enfin, le Chapitre 8 introduit une nouvelle méthode pour réduire l'impact des oscillations fréquentielles de la roue, qui sont périodiques avec la période d'une rotation de la roue, pour des systèmes ABS afin d'améliorer leur robustesse.

Cette thèse est le résultat de la collaboration entre les trois laboratoires de recherche différents : le Laboratoire des signaux et systèmes (L2S), Supélec - CNRS - Université Paris-Sud ; le Laboratoire des technologies nouvelles (LTN), IFSTTAR ; et le Laboratoire sur les interactions véhicules-infrastructure-conducteurs (LIVIC), IFSTTAR. Elle a été soutenue par la région Ile-de-France à travers le projet REGENEO (RTRA Digiteo et DIM LSC). Elle a également reçu le financement du septième programme-cadre de l'Union Européenne [FP7/2007-2013] en vertu d'un accord de subvention numéro 257462 Réseau d'Excellence HYCON2.

- [1] T.-B. Hoang, W. Pasillas-Lépine, and A. De Bernardinis. Reducing the impact of wheel-frequency oscillations in continuous and hybrid ABS strategies. In *Proceedings of the International Symposium on Advanced Vehicle Control*, Seoul (Korea), 2012.
- [2] T.-B. Hoang, W. Pasillas-Lépine, and M. Netto. Closed-loop wheel-acceleration control based on an extended braking stiffness observer. In *Proceedings of the IEEE American Control Conference*, Washington (District of Columbia, USA), 2013.
- [3] W. Pasillas-Lépine, A. Loría, and T.-B. Hoang. Output tracking for restricted

- feedback linearizable systems with input delay. In *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*, Florence (Italy), 2013.
- [4] T.B. Hoang, W. Pasillas-Lépine, A. De Bernardinis, M. Netto. Extended braking stiffness estimation based on a switched observer. Accepted for publication in *IEEE Transactions on Control Systems Technology*.
- [5] T.-B. Hoang, W. Pasillas-Lépine, and W. Respondek. A switching observer for systems with linearizable error dynamics via singular time-scaling. Submitted to *International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems*, Groningen (The Netherlands), 2014.

Introduction générale

Système d'antiblocage des roues

1.1 Histoire de l'ABS

L'histoire des systèmes ABS a commencé en 1908 lorsque le premier contrôleur anti-dérapage pour le frein hydraulique a été conçu pour les trains [Schinkel 2002]. Pendant et après la Seconde Guerre Mondiale, les systèmes ABS ont gagné une nouvelle prééminence avec leur mise en œuvre sur les freins d'avions [Savaresi 2010]. En 1946, la société Crane était la première qui a introduit un frein anti-dérapage industriel avec le développement de l'Hydro-Aire Hytrol Mark I pour le Boeing/USAF B47 afin d'éviter l'éclatement des pneus sur le béton sec et le risque de patinage sur les pistes glacées. Peu après, dans les années 1950, les dispositifs d'anti-dérapage mécaniques ont été généralement installés sur les avions militaires et commerciaux ([Madison 1969] and [Wellstead 1997]).

Il a fallu attendre jusqu'en 1954 pour que le premier système ABS soit utilisé dans l'industrie automobile par Ford. Ce constructeur automobile a offert un système d'anti-dérapage d'un constructeur d'avions français comme une option pour la voiture Lincoln Continental MK II [Savaresi 2010]. Néanmoins, il est à noter que les premiers brevets concernant les dispositifs de prévention d'anti-dérapage pour les voitures ont été introduits au début des années 1930 [Johnson 2001]. En Europe, le brevet [Mom 1932] a été publié en 1932, tandis qu'aux États-Unis un similaire brevet [Thomas 1936] a été déposé en 1936. À la fin des années 1950, le laboratoire de recherche britannique RRL a essayé d'adapter un dispositif anti-dérapage de l'avion de Dunlop appelé Maxaret sur la voiture 1950 Morris 6. Ensuite, le Maxaret a été officiellement installé sur la voiture de sport Jensen FF [Johnson 2009]. À la fin des années 1960 et au début des années 1970, plusieurs constructeurs automobiles tels que Ford, Chrysler et General Motors ont proposé différents freins ABS pour leurs véhicules [Limpert 1992]. Étant donné que ces premiers systèmes ABS pour l'automobile étaient basés sur l'électronique analogique et sur des modulateurs hydrauliques actionnés par la pression, ils ne pouvaient pas réagir assez rapidement pour empêcher efficacement le blocage des roues. En conséquence, ils ne pouvaient pas fournir un meilleur contrôle du véhicule en cas de freinage d'urgence [Savaresi 2010].

En Europe, au milieu et à la fin des années 1970, l'électronique numérique avec des circuits intégrés et des microprocesseurs ont été adaptés pour l'ABS [Limpert 1992]. Le premier système de contrôle électronique pour l'ABS, nommé *Tekline* a été mis sur

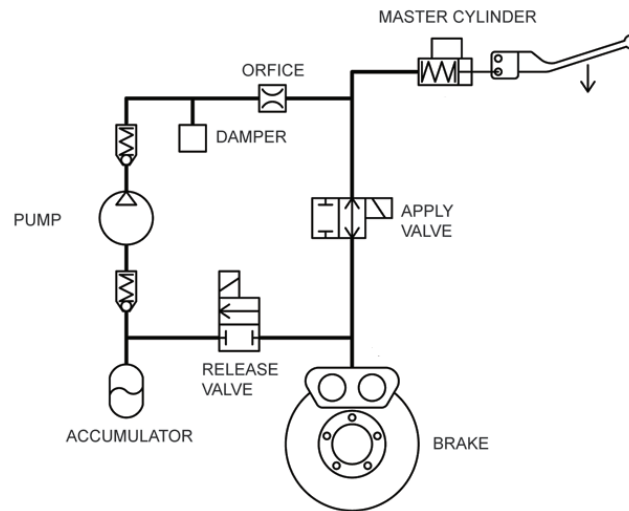


FIGURE 1.1 – Système hydraulique d'antiblocage des roues [Daytona Tin Tec 2013]

le marché par Teldix (une filiale de Telefunken et Bendix Corporation) [Ohay 2011]. En 1975, Bosch a acquis Teldix puis en 1978 a introduit le premier système ABS entièrement électronique à multi-canal à quatre roues pour la voiture Mercedes-Benz S-Class [Bosch Automotive Technology 2013], commençant ainsi la propagation de la technologie ABS dans le domaine de l'automobile. L'âge moderne de l'ABS avait commencé.

Depuis le milieu des années 1980, les constructeurs automobiles ont mis en place une dizaine de systèmes ABS [Savaresi 2010]. Ces systèmes sont différents dans leurs configurations de matériel, ainsi que dans leurs stratégies de contrôle. Aujourd'hui, 50 ans après leur première apparition sur une voiture commerciale, l'ABS est un équipement standard pour les voitures dans l'Union Européenne, aux États-Unis et au Japon [Robert Bosch GmbH Press Release 2013]. Néanmoins, la recherche et le développement de l'ABS sont loin d'être terminés. Chaque innovation technologique sur les actionneurs de freinage ou dans les capteurs disponibles demande une restructuration significative des systèmes ABS. En particulier, l'avènement des véhicules électriques, par exemple le véhicule électrique avec moteur-roue, est susceptible de déclencher une reconception complète des stratégies de l'ABS.

1.2 Structure de l'ABS

En fonction des configurations matérielles, on peut distinguer trois différents types d'architectures ABS : le système de freins à commande entièrement hydraulique (HAB), le système de freins à commande électro-hydraulique (EHB) et le système de

freins à commande électro-mécanique (EMB). Le système ABS le plus utilisé pour les voitures commerciales est le HAB [Savaresi 2010]. La structure d'un système HAB est illustrée par la Figure 1.1. Le maître-cylindre et celui du frein sont connectés par un modulateur de pression qui se compose d'une vanne d'admission, d'une vanne d'échappement, d'une pompe et d'un accumulateur à basse pression. Le HAB a trois actions de contrôle différentes : augmenter, maintenir et diminuer la pression de freinage ([Savaresi 2010] et [Rajamani 2012]). Ces actions de contrôle sont actionnées par une unité de commande électronique (ECU) qui utilise des informations fournies par des capteurs de la vitesse des roues. Lors de la phase d'augmentation de pression, la pression de freinage exercée par le conducteur sur la pédale est transmise directement au cylindre de frein par l'intermédiaire de la vanne d'admission. La vanne d'échappement est fermée durant cette phase. Pour diminuer la pression de freinage sur le cylindre de frein, la vanne d'admission est fermée et la vanne d'échappement est ouverte. La pression de freinage se décharge depuis la vanne d'échappement à l'accumulateur à basse pression. La pression de freinage est maintenue lorsque les deux vannes d'admission et d'échappement sont fermées. Le fluide hydraulique est pompé à partir de l'accumulateur à basse pression vers le maître-cylindre qui est relié à la pédale. Il est à noter que les freins ABS modernes utilisent ce que l'on appelle une modulation de largeur d'impulsions (PWM) pour contrôler les vannes d'admission et d'échappement, et donc peuvent obtenir n'importe quelle pente croissante ou décroissante de la pression de freinage. Cela conduit à la mise en place de certains contrôles continus pour les freins ABS. Par ailleurs, l'utilisation des PWM permet aux commutations entre les trois actions de contrôle d'être plus rapides et plus précis.

Les deux autres architectures du système de freinage ABS : l'EHB et l'EMB ont été introduites récemment. Le système EHB simplifie la conception du système HAB conventionnel par l'utilisation d'une pédale de frein électronique. Contrairement au système HAB dans lequel le maître-cylindre est activé directement par le conducteur lorsque celui-ci appuie sur la pédale de frein, le maître-cylindre en EHB est activé par un moteur électrique ou une pompe qui est régulé(e) par une unité de commande [Bosch 2004]. L'ECU utilise des informations provenant d'un certain nombre de capteurs pour déterminer la quantité de la force de freinage nécessaire appliquée à chaque roue. Le système peut donc appliquer la quantité nécessaire de la pression hydraulique à chaque étrier du frein. Le système EMB est entièrement électronique. Les étriers du frein sont commandés par des actionneurs électroniques au lieu des cylindres hydrauliques et l'ensemble du système est gouverné directement par une unité de commande au lieu d'un maître-cylindre à haute pression.

Bien que les systèmes EHB et EMB améliorent nettement la performance des freins automobiles en termes de confort du conducteur (pas de vibrations) ou des problèmes de l'environnement (pas d'huile toxique), le HAB reste encore le système de freinage le plus utilisé dans l'industrie automobile en raison de sa longue durée de vie et sa grande fiabilité [Savaresi 2010].

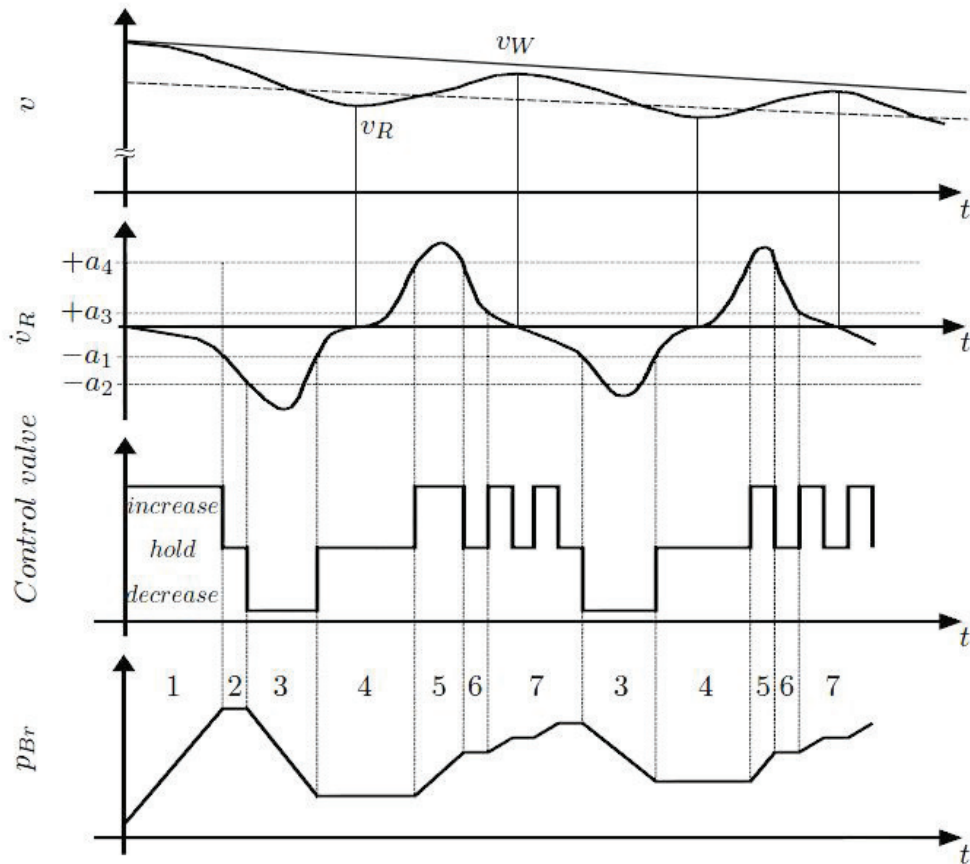


FIGURE 1.2 – Cycle de fonctionnement du système hydraulique d'antiblocage des roues [Kiencke 2000]

1.3 Description du fonctionnement de l'ABS

La plupart des systèmes ABS fonctionnent avec les mêmes principes généraux. Lorsque le conducteur freine, l'ECU utilise des capteurs pour détecter tout blocage des roues et rapidement fournit les forces de freinage appropriées pour éviter que les roues ne se bloquent pas. D'une façon générale, si l'ECU détecte une décélération d'une certaine roue, ce qui indique qu'un blocage des roues peut se produire, il réduira la force de freinage. En conséquence, la roue réaccélérera. En revanche, si l'ECU détecte qu'une roue tourne nettement plus vite que les autres, il va augmenter la force de freinage appliquée à cette roue pour la ralentir. Ce processus est constamment répété jusqu'à quinze fois par seconde pour aider le pneu de maintenir l'adhérence, le véhicule peut donc tourner ou s'arrêter sur une distance plus courte.

L'un des plus célèbres algorithmes ABS est l'algorithme Bosch dont la fonctionnalité est basée sur les seuils de l'accélération de la roue ([Kiencke 2000], [Bosch 2004]

et [Rajamani 2012]). En fonction de la valeur de l'accélération de la roue, l'ECU décide quel type de contrôle sera appliqué aux étriers du frein. Au cours de la phase initiale de freinage, lorsque le conducteur appuie sur la pédale, l'action de freinage du conducteur est passée directement au frein et la décélération de la roue augmente (plus négative). Lorsque la décélération de la roue \dot{v}_R dépasse un seuil $-a_1$ (c.-à-d. $\dot{v}_R < -a_1 < 0$), l'algorithme ABS est activé. La pression de freinage est maintenue constante à la valeur de pression atteinte lorsque la décélération de la roue dépasse pour la première fois le seuil $-a_1$. La raison vient du fait que le seuil $-a_1$ pourrait être situé dans la zone stable du pneu, alors une réduction de la pression de freinage pourrait conduire à une perte de la distance de freinage. Si la décélération de la roue continue de s'accroître (en valeur absolue) et tombe en deçà d'un seuil $-a_2$ (c.-à-d. $\dot{v}_R < -a_2 < -a_1$) alors, à ce moment, la pression de la roue est diminuée. Cela permettra d'empêcher la roue de continuer à décélérer et pourrait éventuellement entraîner que la roue gagne de la vitesse ou de l'accélération. Au point où l'accélération de la roue dépasse à nouveau $-a_1$, la chute de pression de freinage est arrêtée et maintenue à un niveau constant. Si la roue commence en fait à s'accélérer et l'accélération de la roue dépasse un seuil relativement élevé a_4 (c.-à-d. $\dot{v}_R > a_4 \gg 0$), la pression de freinage est augmentée afin d'empêcher la roue d'être sur-accélérée. Si l'accélération de la roue tombe inférieure à a_4 , mais reste encore plus supérieure qu'un seuil a_3 (c.-à-d. $0 < a_3 < \dot{v}_R < a_4$), la pression de freinage est maintenue constante. Lorsque la décélération de la roue tombe sous le seuil a_3 , l'action de freinage du conducteur est de nouveau passée au travers des freins. Si la décélération de la roue dépasse à nouveau $-a_1$, la pression de freinage est réduite immédiatement (la phase de maintien de la pression de freinage n'existe plus), le second cycle se commence. En exécutant à travers de tels cycles, la roue ne se bloquera pas, ce qui entraîne une meilleure maniabilité. En outre, la force de freinage sera maintenue proche de sa valeur maximale, la distance de freinage est donc réduite.

1.4 Recherche académique sur l'ABS

Depuis l'introduction de l'algorithme ABS de Bosch en 1978, plusieurs publications scientifiques ont été consacrées à son développement. Parmi les résultats proposés, on peut distinguer en général deux types d'ABS complètement différents : ceux qui sont basés sur les commutations logiques déclenchées par des seuils de l'accélération de la roue et ceux qui sont basés sur la régulation du taux de glissement de la roue. Le taux de glissement de la roue est généralement défini comme un pourcentage de la différence entre la vitesse longitudinale de la roue et celle du véhicule par rapport à la vitesse du véhicule (voir Section 1.5).

Les approches basées sur les commutations logiques déclenchées par des seuils de l'accélération de la roue (voir, p. ex., [Leiber 1979], [Kuo 1992], [Kiencke 2000],

[Bosch 2004] et les références qui y sont citées) ont de propriétés très intéressantes : elles sont très robustes vis-à-vis des changements dans les conditions de la route et sont capables de maintenir le taux de glissement de la roue dans un voisinage du point optimal, sans utiliser explicitement la valeur de la consigne optimale. La plupart des systèmes ABS commerciaux qui sont mis en œuvre sur les voitures utilisent cette technique de contrôle, par exemple l'algorithme de Bosch [Bosch 2004], présenté en Section 1.3. Cependant, une caractéristique particulièrement désagréable de ces approches est qu'elles sont souvent basées sur des arguments heuristiques et le réglage des seuils impliqués dans ce type d'algorithme ABS pourrait être une tâche difficile. D'ailleurs, si le véhicule ne peut pas détecter la valeur optimale du taux de glissement de la roue, cette approche ne fonctionne pas. La raison est que ces approches ne peuvent pas stabiliser le système autour d'une référence arbitraire qui n'est pas la valeur optimale du taux de glissement de la roue.

La plupart des algorithmes ABS proposés dans la littérature scientifique sont basés sur la régulation du taux de glissement de la roue (voir, p. ex., [Unsal 1999], [Johansen 2003], [Savaresi 2007], [Choi 2008], [Pasillas-Lépine 2012] et les références qui y sont citées). Ils sont souvent basés sur une formulation mathématique très claire du problème et ils fonctionnent même si la valeur maximale du taux de glissement de la roue pour lequel la force de freinage est maximale n'est pas bien définie. Néanmoins, ces approches sont confrontées à certains inconvénients. Tout d'abord, ce n'est pas toujours clair la manière dont on peut estimer précisément le taux de glissement de la roue. Deuxièmement, la valeur optimale du taux de glissement de la roue est en général inconnue et elle n'est pas facile à estimer en temps réel.

Plus récemment, une classe de systèmes de contrôle pour l'ABS complètement différente a été proposée en utilisant le concept de l'extended braking stiffness (XBS) (voir, p. ex., [Gustafsson 1998], [Sugai 1999] and [Ono 2003]). Afin d'atteindre l'objectif de contrôle pour le système ABS, ces approches visent à réguler l'XBS dans le voisinage de sa valeur optimale, qui est toujours la même (zéro). Leur principale difficulté provient du fait que l'XBS doit être estimé en temps réel.

On peut dire que les approches basées sur l'XBS cumulent les avantages des deux algorithmes ABS hybride et continu car elles n'utilisent ni des arguments heuristiques, ni le taux de glissement de la roue ou sa valeur optimale. À notre connaissance, les méthodes de l'estimation de l'XBS en temps réel qui ont été proposées dans la littérature sont encore assez complexes ou basées sur des hypothèses simplifiées. Par conséquent, nous présentons en Partie I une nouvelle méthode plus simple pour estimer l'XBS. Bien que ces algorithmes ABS aient été validés par les simulations numériques et (ou) par les expériences sur bancs d'essais, leur implémentation dans le contexte de nouveaux actionneurs avancés, tels que les moteurs-roues électriques, est encore discutable. L'analyse de [Gerard 2012] identifie que la principale cause de l'échec de la stratégie de contrôle hybride à cinq-phase proposée dans [Pasillas-Lépine 2006] est les retards induits par l'actionneur. En conséquence motivée par ce fait, la Partie II

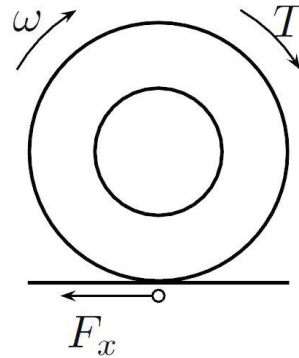


FIGURE 1.3 – Modèle de la roue simple

visé à proposer une nouvelle méthode stable pour compenser le retard de l'actionneur dans les systèmes ABS.

1.5 Dynamique de la roue

Dans la plupart des publications scientifiques sur les systèmes ABS, le modèle d'une roue est utilisé pour la conception et les essais préliminaires. Malgré sa simplicité, tous les phénomènes de base liés au système de contrôle pour l'ABS y apparaissent [Gerard 2012]. Dans cette section, nous donnons une brève description de la dynamique du second ordre d'une roue qui sera utilisée dans les deux exemples de motivations de Chapitres 2 et 3. Nous sommes convaincus que cette section peut aider les lecteurs à mieux suivre cette thèse. Une description plus détaillée de la modélisation du système ABS pour le contrôle-commande ainsi que les modèles des pneus seront présentés plus tard dans la Section 5.2.

Une représentation graphique de l'équilibre des couples pour le modèle d'une roue est présentée dans la Figure 1.3. Le couple de commande de freinage appliqué à la roue est noté par T_w , la vitesse angulaire ω et la force longitudinale du pneu F_x . Il est bien connu que la vitesse angulaire de la roue a la dynamique suivante

$$I\dot{\omega} = -RF_x + T_w, \quad (1.1)$$

où I dénote le moment d'inertie de la roue et R est le rayon de la roue.

La force longitudinale du pneu F_x dépend de la route, du pneu et des paramètres des suspensions. Très souvent, les chercheurs considèrent que la force F_x est modélisée par la relation

$$F_x = \mu(\lambda)F_z, \quad (1.2)$$

où F_z est la charge verticale et $\mu(\cdot)$ est appelée la *caractéristique du pneu*. Dans une condition quasi statique, on peut simplement supposer que F_z est constante. Le frottement entre la roue et la route est identifié par l'intermédiaire de la caractéristique du pneu $\mu(\cdot)$. Dans la littérature, les formules mathématiques de $\mu(\cdot)$ sont décrites comme des fonctions du taux de glissement de la roue dont les coefficients dépendent des conditions de la route. Le taux de glissement de la roue λ est défini comme

$$\lambda = \frac{R\omega - v_x}{v_x}, \quad (1.3)$$

qui est la différence entre la vitesse longitudinale de la roue $R\omega$ et celle du véhicule v_x , normalisée par la vitesse du véhicule v_x . Figure 1.4 nous montre la caractéristique du pneu $\mu(\lambda)$ pour différentes conditions de la route.

Dans les systèmes de contrôle ABS, deux variables de sortie sont généralement considérées comme les objectifs de régulation : l'accélération de la roue et son taux de glissement. Par conséquent, nous définissons deux variables d'état : x_1 est le taux de glissement de la roue et $x_2 = R\frac{d\omega}{dt} - a_x(t)$ est l'écart de l'accélération de la roue (qui est la différence entre l'accélération de la roue et celle du véhicule). En différenciant ces variables d'état et utilisant (1.1) ainsi que la définition du taux de glissement de la roue, on obtient la dynamique suivante

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= \frac{1}{v_x(t)} (-a_x(t)x_1 + x_2) \\ \frac{dx_2}{dt} &= -\frac{a\mu'(x_1)}{v_x(t)} (-a_x(t)x_1 + x_2) + \frac{R}{I} \frac{dT_w}{dt} - \frac{da_x(t)}{dt}, \end{aligned} \quad (1.4)$$

où $a = \frac{R^2}{I}F_z$, v_x est la vitesse du véhicule et $a_x(t) = dv_x/dt$ est l'accélération longitudinale du véhicule. Le terme $\mu'(\cdot)$ est la dérivée de la caractéristique du pneu $\mu(\cdot)$ par rapport à λ , et on l'appelle *extended braking stiffness* ou *XBS* [Ono 2003].

Il convient de souligner que dans le contexte d'une manœuvre de freinage ABS-contrôlé, l'accélération du véhicule $a_x(t)$ reste presque constante et proche de la valeur maximale a_x^* permise par les conditions de la route [Pasillas-Lépine 2012]. En outre, le taux de glissement λ reste relativement faible. Dans ces conditions, on peut considérer que $(-a_x x_1 + x_2) \simeq x_2$. Cette approximation est exacte si la vitesse du véhicule $v_x(t)$ est constante, mais il reste raisonnable dans le cas des manœuvres ABS [Gerard 2012]. Nous reviendrons pour discuter plus en détail cette hypothèse en Section 5.2.2. Maintenant, grâce à l'approximation précédente, une dynamique plus

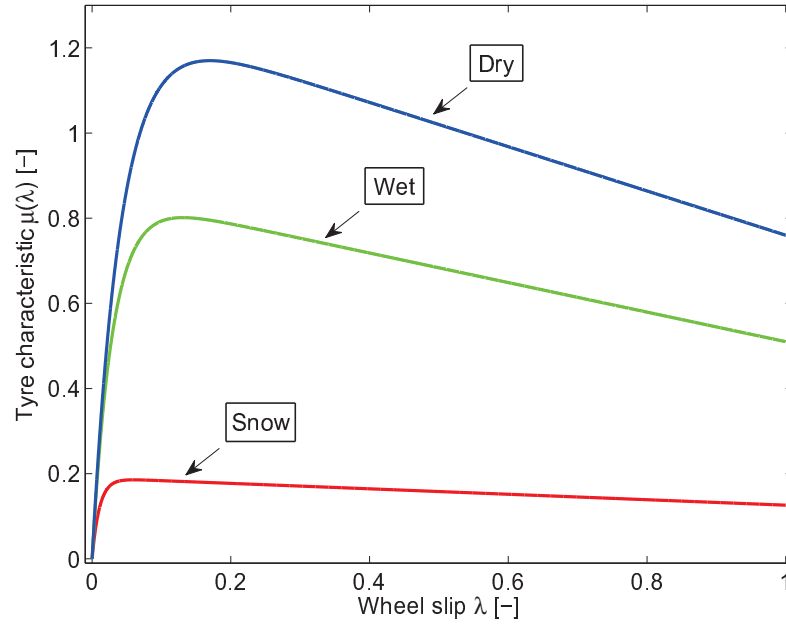


FIGURE 1.4 – La caractéristique du pneu $\mu(\lambda)$ donnée par le modèle de Burckhardt [Burckhardt 1993]

simple est obtenue

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= \frac{1}{v_x(t)} x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} &= -\frac{a}{v_x(t)} \mu'(x_1) x_2 + \frac{R}{I} \frac{dT_w}{dt}. \end{aligned} \quad (1.5)$$

La dynamique (1.5) joue un rôle fondamental dans cette thèse. Elle est utilisée dans les deux des exemples illustratifs de l'introduction générale, qui ont motivé nos recherches. En observant (1.5), on constate que la valeur de l'XBS est nécessaire pour la conception du contrôle. Néanmoins, l'XBS ne peut pas être calculé en raison du fait que le taux de glissement de la roue λ ne peut pas être mesuré et les paramètres de la caractéristique du pneu $\mu(\lambda)$ sont inconnus. Par conséquent, dans l'exemple de motivation du Chapitre 2, le problème de l'observation de l'XBS, c.-à-d. $\mu'(\lambda)$, sera discuté. En outre, la dynamique de freinage est souvent influencée par les retards provenant des mesures filtrées, de la dynamique du pneu, et des limites de l'actionneur. Il a été démontré que le retard est la principale raison de l'échec dans la mise en œuvre des algorithmes ABS théoriques sur les bancs d'essais ([Solyom 2003],[Solyom 2004], [Kienhöfer 2008] et [Gerard 2012]).

Dans l'exemple de motivation du Chapitre 3, nous allons donc examiner le problème de la compensation des retards à l'entrée de commande de la dynamique (1.5).

Introduction à la Partie I - L'observation par commutation des systèmes singuliers

L'objectif de ce chapitre est de présenter le problème de l'observation pour une classe de systèmes singuliers. Pour réaliser cet objectif, nous commençons par donner un exemple simple de la conception d'un observateur commuté singulier, associé à l'observation de l'XBS, dans le contexte de l'ABS. En raison de l'observabilité non-uniforme du système considéré, les méthodes existantes dans la littérature ne peuvent pas être appliquées pour concevoir un observateur asymptotiquement stable. Pour cette raison, nous proposons une nouvelle conception de l'observateur et montrons que notre observateur est encore valable dans le cas singulier. L'analyse de la stabilité de notre observateur est prouvée en utilisant des outils pour les systèmes linéaires commutés. Cela nous a motivé à généraliser cette méthode de l'observation à une classe particulière de systèmes non linéaires singuliers avec une sortie scalaire, ce qui constitue l'objectif principal de la Partie I. Enfin, nous proposons une synthèse des travaux connexes existants et résumons nos contributions.

2.1 Un exemple motivant venant de l'ABS

2.1.1 Énoncé du problème

Comme indiqué dans le chapitre précédent, une certaine connaissance de l'interface de frottement pneu-route, comme la caractéristique du pneu ou l'XBS, est nécessaire à la conception des systèmes de contrôle pour l'ABS. De nombreuses approches différentes pour l'identification de cette interface ont été proposées dans la littérature. Parmi elles, une estimation de l'XBS basée sur la méthode des moindres carrés en ligne pour un modèle de décélération de la roue a été présentée dans [Ono 2003]. Dans ce travail, deux hypothèses délicates sont faites lors de l'examen du modèle de l'accélération de la roue. Tout d'abord, l'XBS est considéré comme une constante. Deuxièmement, il est supposé que la dynamique du véhicule évolue beaucoup plus lentement que celle de la roue. Autrement dit, la vitesse de la roue v_x est considérée comme constante. Nous pouvons donc écrire le modèle d'accélération de la roue

utilisé dans [Ono 2003] par le formulaire ci-dessous

$$\begin{aligned}\frac{dz_1}{dt} &= -\frac{a}{v_x}z_1z_2 + bu, \\ \frac{dz_2}{dt} &= 0\end{aligned}\tag{2.1}$$

où $b = R/I$ et $u = dT_w/dt$ désigne la dérivée du couple de commande appliqué à la roue. Les variables d'état sont définies comme $z_1 = Rd\omega/dt$ et $z_2 = \mu'(\lambda)$. La raison pour laquelle nous nous intéressons à (2.1) est que cette dynamique peut être obtenue directement à partir la dynamique (1.5) présentée dans la section précédente. Si nous remplaçons z_1 et z_2 dans la deuxième équation de (1.5), nous obtenons la dynamique (2.1).

Nous considérons maintenant le problème de l'estimation de l'XBS, qui ne peut pas être mesurée, dans (2.1), à condition que l'accélération de la roue z_1 soit mesurable. Dans la théorie du contrôle, lorsque le modèle d'un système physique est bien connu et les mesures ne sont pas corrompues par un haut niveau de bruit, il est possible de considérer un *observateur d'état* afin d'estimer les états du système en utilisant des mesures de l'entrée et de la sortie du système réel. Le modèle de l'observateur d'état est en fait obtenu en copiant celui du système. Par ailleurs, un terme correctif devrait être ajouté à la dynamique de l'observateur afin d'ajuster sa vitesse de convergence. L'XBS est l'une des variables d'état de (2.1), ce qui soulève la possibilité de construire un observateur d'état pour estimer l'XBS.

2.1.2 La méthode proposée

Une méthode classique pour observer un système non linéaire est de construire un observateur à gain élevé [Bornard 1991], [Gauthier 1992] et [Gauthier 1994]. Si le système non linéaire est uniformément observable, ce qui signifie que l'observabilité ne dépend pas de l'entrée de commande, ce système peut être transformé en une forme spéciale appelée la forme d'observabilité uniforme [Gauthier 1981]. Un observateur à gain élevé peut être dérivé à partir de cette forme normale et retransformé aux coordonnées initiales du système non linéaire. Notez que l'observabilité uniforme est le point clé pour l'application de cette méthode et en fait de nombreuses autres méthodes. Une description plus détaillée de ce dernier point sera présentée plus tard dans la Section 2.2.3.

Puisque (2.1) n'est pas uniformément observable lorsque $z_1 = 0$ (voir Section 2.2.3), nous ne pouvons pas appliquer les méthodes classiques pour l'observer. Pour cette raison, nous proposons de construire directement l'observateur ci-dessous

basé sur (2.1)

$$\begin{aligned}\frac{d\widehat{z}_1}{dt} &= -\frac{a}{v_x} z_1 \widehat{z}_2 + bu + k_1(z_1) \frac{z_1}{v_x} (z_1 - \widehat{z}_1) \\ \frac{d\widehat{z}_2}{dt} &= k_2(z_1) \frac{z_1}{v_x} (z_1 - \widehat{z}_1),\end{aligned}\tag{2.2}$$

où $\widehat{z} = (\widehat{z}_1, \widehat{z}_2)^T$ est l'état de l'observateur et $K = (k_1, k_2)^T$ est le gain de l'observateur. Nous définissons l'erreur de l'observateur $e = z - \widehat{z}$ et soustrayons (2.2) de (2.1) pour obtenir la dynamique d'erreur de l'observateur suivante

$$\frac{de}{dt} = \frac{z_1}{v_x} \begin{pmatrix} -k_1(z_1) & -a \\ -k_2(z_1) & 0 \end{pmatrix} e.\tag{2.3}$$

Il y a deux remarques importantes dans la dynamique de l'observateur (2.2). La première remarque est que (2.2) est multiplié par un terme z_1/v_x , sauf la commande. La raison principale est que, pour un tel observateur, le côté droit de la dynamique d'erreur de l'observateur (2.3) est également multiplié par z_1/v_x . Il est important de souligner que si le côté droit de (2.3) est divisé par z_1/v_x , la dynamique (2.3) devient donc linéaire. Nous verrons plus tard que la linéarisation de (2.3) peut être obtenue via un changement de l'échelle de temps, ce qui simplifie considérablement le calcul des gains de l'observateur pour lesquels (2.3) est asymptotiquement stable. La seconde remarque est que le gain de l'observateur K doit être choisi en fonction du signe de z_1 . Un choix possible est

$$k_i(z_1) = \begin{cases} k_i^+ & \text{si } z_1 > 0 \\ k_i^- & \text{si } z_1 < 0. \end{cases}\tag{2.4}$$

Pour comprendre la raison de choisir un gain commuté pour l'observateur tel que ci-dessus, on suppose qu'il existe une certaine matrice de gain de l'observateur K assurant la convergence asymptotique de l'observateur (2.2) lorsque l'accélération de la roue z_1 est positive. Lorsque z_1 change de signe, la dynamique (2.2) est également modifiée. Si la même matrice de gain K est utilisée, l'observateur (2.2) peut être instable. Alors, le fait de choisir K en fonction du signe de z_1 nous permet d'éviter ce problème et l'observateur est donc convergent, indépendamment du signe de z_1 .

Nous introduisons l'échelle de temps

$$\tau(t) := \int_0^t \frac{|z_1(\sigma)|}{v_x} d\sigma.\tag{2.5}$$

Dans cette nouvelle échelle de temps, le système (2.3) peut être écrit sous la forme

d'un système linéaire commuté comme suit

$$\frac{de}{d\tau} = \begin{cases} A_+ e = \begin{pmatrix} -k_1^+ & -a \\ -k_2^+ & 0 \end{pmatrix} e & \text{si } z_1 > 0 \\ A_- e = \begin{pmatrix} k_1^- & a \\ k_2^- & 0 \end{pmatrix} e & \text{si } z_1 < 0. \end{cases} \quad (2.6)$$

Notez que $dt/d\tau = |z_1|/v_x \geq 0$, indépendamment de la valeur de z_1 . Cette propriété assure la conservation de la convergence de l'observateur, ce qui signifie que si l'observateur est asymptotiquement stable dans l'échelle de temps τ , il est également asymptotiquement stable dans l'échelle temps originale t . Une telle échelle de temps τ est appelée *régulière* si la fonction scalaire z_1/v_x ne s'annule jamais. Elle est appelée *singulière* si z_1/v_x peut disparaître.

Lorsque l'échelle de temps est singulière, la dynamique d'erreur de l'observateur (2.3) est toujours valable dans l'échelle de temps originale t et égale à zéro dans ce cas. À cet instant, nous devons nous assurer que l'entrée de commande u est différente de zéro afin de rendre la dynamique de l'observateur transversale au sous-espace caractérisé par $z_1 = 0$. Et le signe de la commande décidera de la direction de la commutation entre les deux matrices A_+ et A_- . Grâce au fait que le couple de commande de freinage u dans les systèmes ABS n'est jamais égal à zéro lorsque l'accélération z_1 de la roue est égale à zéro, l'observateur (2.2) est toujours valable pour estimer les états de (2.1).

2.1.3 Le point clé

Le problème qui reste est de trouver le gain de l'observateur $K(z_1)$ qui rend le système asymptotiquement stable. Généralement, l'analyse de la stabilité de l'observateur est effectuée à travers celle de l'erreur de l'observateur. On constate que (2.6) appartient à la classe de systèmes linéaires commutés autonomes. Dans la littérature, les problèmes d'analyse de la stabilité pour les systèmes commutés sont principalement résolus par les théorèmes du type Lyapunov [Lin 2009]. Toutefois, ces théorèmes ne peuvent pas être utilisés pour prouver la stabilité asymptotique de notre système (2.6) et seulement la stabilité uniforme peut être obtenue [Balde 2009]. En effet, on peut facilement trouver les conditions sur le gain de l'observateur $K(z_1)$ de telle sorte que chaque sous-système est asymptotiquement stable (c.à.-d. les deux matrices A_+ et A_- sont des matrices de Hurwitz réelles de dimension 2×2). Ensuite, selon [Balde 2009], on définit $v(\cdot) := [0, \infty[\rightarrow \{+, -\}$ comme une fonction de commutation mesurable et on décrit (2.6) en utilisant $v(\cdot)$ dans le formulaire ci-dessous

$$\frac{de}{d\tau} = v(s)A_+e(\tau) + (1 - v(\tau))A_-e(\tau). \quad (2.7)$$

Ensuite, on définit la fonction $\Gamma(A_+, A_-) := 1/2(tr(A_+)tr(A_-) - tr(A_+A_-))$ où $tr(X)$ désigne la trace d'une matrice X . Dans le Théorème 1 de [Balde 2009], les auteurs analysent la stabilité de (2.7) par l'intermédiaire de $\Gamma(A_+, A_-)$. Il est facile de vérifier que pour (2.7), nous avons $\Gamma(A_+, A_-) \leq -\sqrt{\det(A_+)\det(A_-)}$ où $\det(X)$ est le déterminant d'une matrice X . Alors, (2.7) est soit non borné soit uniformément stable, mais pas uniformément asymptotiquement stable (see [Balde 2009, Theorem 1]).

Récemment, certains résultats du type LaSalle sur la stabilité des systèmes linéaires commutés ont été proposés ([Hespanha 1999] and [Hespanha 2004]). Les propriétés de stabilité sont prouvées par des hypothèses de régularité sur l'ensemble des signaux de commutation. Les auteurs montrent que si les commutations ne sont pas arbitrairement rapides, c.à.d. les commutations lentes, il est donc possible de maintenir la stabilité asymptotique des systèmes linéaires commutés. Dans le contexte des commutations lentes, en appliquant le Théorème 4 de [Hespanha 2004], on peut prouver que (2.6) est uniformément globalement exponentiellement stable s'il existe une matrice symétrique définie positive P qui satisfait simultanément les deux équations de Lyapunov non strictes

$$A_+^T P + P A_+ = -Q \quad \text{et} \quad A_-^T P + P A_- = -Q, \quad (2.8)$$

où A_+ et A_- sont définies dans (2.6) et $Q = -C^T C$. Puisque la sortie de (2.2) est z_1 alors $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Un exemple de P est

$$P = \begin{pmatrix} \frac{1}{a} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (2.9)$$

avec $k_1^+ = a/2$, $k_1^- = 1/2$ et $k_2^+ = k_2^- = -1$.

En raison du fait que (2.1) ne peut pas être transformée sous la forme d'observabilité uniforme lorsque $z_1 = 0$, la méthode bien connue pour construire un observateur à gain élevé ne peut pas être appliquée. Néanmoins, nous pouvons concevoir un observateur comme (2.2) pour estimer les variables d'état de (2.1). La stabilité asymptotique de l'observateur est assurée par deux conditions : la commande est différente de zéro lorsque (2.1) est singulière et les commutations entre les deux sous-systèmes de (2.6) sont lentes. Motivé par la construction de (2.2), dans la section suivante, nous consacrons notre attention à la conception de l'observateur pour une classe plus générale de systèmes non linéaires singuliers (qui ne peuvent pas être écrites sous la forme d'observabilité uniforme).

2.2 Observer une classe de systèmes singuliers

2.2.1 Énoncé du problème

Considérons une classe de systèmes non linéaires avec une sortie scalaire de la forme

$$\begin{aligned}\frac{dz}{dt} &= s(y)Az + Bu \\ y &= Cz,\end{aligned}\tag{2.10}$$

où $z(t) \in \mathbb{R}^n$ et $y(t) \in \mathbb{R}$ est la mesure. Nous supposons que s est une fonction réelle strictement croissante qui dépend de la sortie scalaire y et que $s(0) = 0$. Nous supposons en plus que la paire (A, C) est observable, ce qui signifie que le rang de la matrice $(C, CA, \dots, CA^{n-1})^T$ est égal à n .

Il est évident de constater que la dynamique (2.1) est un cas particulier de (2.10), car elle peut être écrite comme suit

$$\begin{aligned}\frac{dz}{dt} &= \frac{z_1}{v_x} \begin{pmatrix} 0 & -a \\ 0 & 0 \end{pmatrix} z + \begin{pmatrix} b \\ 0 \end{pmatrix} u \\ y &= (1 \ 0) z,\end{aligned}\tag{2.11}$$

où $z = (z_1, z_2)^T$, $A = \begin{pmatrix} 0 & -a \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} b \\ 0 \end{pmatrix}$ et $C = (1 \ 0)$. La fonction $s(y) = z_1/v_x = y/v_x$ et il est clair que $s(0) = 0$. Par ailleurs, la paire (A, C) est observable car le rang de $(C, CA)^T$ est égal à 2.

Dans un cas plus complexe où l'XBS n'est pas constant, le modèle d'une roue est décrit par une dynamique du troisième ordre (voir Section 5.3.2) comme suit

$$\begin{aligned}\frac{dz}{dt} &= \frac{z_1}{v_x} \begin{pmatrix} 0 & -a & 0 \\ 0 & c & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} z + \begin{pmatrix} b \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} u \\ y &= (1 \ 0 \ 0) z,\end{aligned}\tag{2.12}$$

où $z = (z_1, z_2, z_3)^T$. Ce n'est pas difficile à vérifier que cette dynamique appartient aussi à (2.10). Motivé par le fait que le problème de l'observation de (2.1) est résolu dans la précédente section, nous nous demandons si un observateur singulier commuté peut encore être construit pour observer (2.10).

2.2.2 La méthode proposée

Nous allons suivre la même procédure comme dans la Section 2.1.2 pour construire l'observateur pour (2.10). Tout d'abord, nous construisons l'observateur en nous basant sur le modèle ci-dessous

$$\frac{d\hat{z}}{dt} = s(y)(A\hat{z} + K(s(y))(y - C\hat{z})) + Bu, \quad (2.13)$$

qui donne une erreur $e = z - \hat{z}$ qui satisfait

$$\frac{de}{dt} = s(y)(A - K(s(y))C)e. \quad (2.14)$$

Car la fonction réelle $s(y)$ pourrait être positive ou négative, nous définissons la nouvelle échelle de temps τ comme suit

$$\tau(t) := \int_0^t |s(y(\sigma))| d\sigma, \quad (2.15)$$

pour assurer que $dt/d\tau \geq 0$, indépendamment du signe de $s(y)$. Nous rappelons que la nouvelle échelle de temps τ est dite régulière si la fonction scalaire s n'est jamais nulle et singulière si elle peut disparaître. Dans le cas singulier, la dynamique d'erreur de l'observateur devient

$$\frac{de}{d\tau} = \begin{cases} A_+ e = (A - K^+ C)e & \text{si : } s(y) > 0 \\ A_- e = (-A + K^- C)e & \text{si : } s(y) < 0, \end{cases} \quad (2.16)$$

où

$$K(s(y)) = \begin{cases} K^+ & \text{si : } s(y) > 0 \\ K^- & \text{si : } s(y) < 0. \end{cases} \quad (2.17)$$

Malgré que la nouvelle échelle de temps est singulière, l'observateur peut encore être construit dans l'échelle de temps d'origine, sa dynamique dépend de la commande $u(t)$. Si la commande à cet instant est égale à zéro, l'observateur restera pour toujours dans l'espace invariant qui se caractérise par $y(t) = 0$. Afin d'éviter ce problème, nous supposons que $u(t) \neq 0$ lorsque $y(t) = 0$. Indépendamment du signe de la commande, la dynamique de l'observateur est donc toujours transversale au sous-espace caractérisé par $y(t) = 0$.

En résumé, le problème général de la synthèse d'observateurs pour les systèmes non linéaires singuliers étudiés dans la Partie I peut être résumé ci-après :

Objectif de la Partie I : Etant donné une dynamique non linéaire observable et singulière avec une sortie scalaire comme (2.10), montrer qu'il est toujours possible de trouver des gains de l'observateur tels que l'observateur commuté (2.16) est uniformément exponentiellement stable.

2.2.3 Observabilité uniforme

Dans cette section, nous allons expliquer la raison pour laquelle (2.10) ne peut pas être transformée en la forme d'observabilité uniforme. Mais avant de faire cela, nous rappelons ici quelques concepts classiques. Considérons un système de contrôle affine à entrée unique et à sortie unique de la forme [Gauthier 1981]

$$\begin{aligned}\frac{dz}{dt} &= f(z) + g(z)u \\ y &= h(z),\end{aligned}\tag{2.18}$$

où $z \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}$ et $y \in \mathbb{R}$. Il est supposé que f et g sont des champs de vecteurs C^∞ -lisses complètes sur \mathbb{R}^n , et h est une fonction réelle C^∞ . Si le système (2.18) est uniformément observable, par un changement approprié (local) de coordonnées $\xi = \phi(z)$, il peut être transformée en *forme d'observabilité uniforme* [Gauthier 1981]

$$\begin{aligned}\frac{d\xi_1}{dt} &= \xi_2 + \bar{g}_1(\xi_1)u \\ &\vdots \\ \frac{d\xi_{n-1}}{dt} &= \xi_n + \bar{g}_{n-1}(\xi_1, \dots, \xi_{n-1})u \\ \frac{d\xi_n}{dt} &= \bar{f}_n(\xi_1, \dots, \xi_n) + \bar{g}_n(\xi_1, \dots, \xi_n)u \\ y &= \xi_1.\end{aligned}\tag{2.19}$$

Ici, l'adjectif *uniforme* se réfère à l'indépendance de l'observabilité de (2.18) par rapport à la commande u . En effet, à partir de la connaissance de u et $y = \xi_1$ nous pouvons déterminer ξ_2 , à partir de la connaissance de u , y et ξ_2 nous pouvons déterminer ξ_3 , et etc...

Selon [Gauthier 1981] (voir aussi [Respondek 2002] and [Hammouri 2003]), les conditions nécessaires et suffisantes pour (2.18) d'admettre localement à tout z la forme d'observabilité uniforme (2.19) sont que (a) $\dim \text{span} \{dh, \dots, dL_f^{n-1}h\} = n$ et que (b) dans le voisinage de z

$$[D_j, g] \subset D_j,\tag{2.20}$$

pour tout $1 \leq j \leq n$, où $D_j = \ker\{dh, \dots, dL_f^{j-1}h\}$. Le terme $L_f h$ représente la dérivée de Lie de la fonction lisse h par rapport au champ de vecteurs lisses f , qui

est défini comme

$$L_f h(z) = dh(z) \cdot f(z) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial h}{\partial z_i} f(z), \quad (2.21)$$

et

$$L_f^k h = L_f(L_f^{k-1} h). \quad (2.22)$$

Pour le problème de l'observation d'un système de la forme (2.18) qui peut être converti sous la forme (2.19), au lieu de construire directement un observateur basé sur (2.18), on construit l'observateur basé sur la forme d'observabilité uniforme (2.19) et puis on le retransforme aux coordonnées d'origine en appliquant $z = \phi^{-1}(\xi)$. L'intérêt de cette approche est que la convergence asymptotique de l'observateur ne peut être garantie que si le gain de l'observateur est choisi suffisamment grand. Cette méthode, cependant, est principalement utilisée quand il n'y a pas de bruit dans la dynamique, ni sur les observations. Pour plus de détails de cette méthode, le lecteur est prié de se reporter à [Bornard 1991], [Gauthier 1992] and [Gauthier 1994].

On constate que la classe de systèmes (2.10) est une classe spéciale de (2.18) avec

$$f(z) = s(y)Az, \quad g(z) = B \quad \text{et} \quad h(z) = Cz. \quad (2.23)$$

En outre, ce n'est pas difficile de voir que la condition (a) n'est pas satisfaite lorsque $y = 0$. En effet, le fait que $y = 0$ implique que $s(y) = 0$, alors

$$\dim \text{span}\{dh, \dots, dL_f^{n-1}h\} = \dim \text{span}\{C, CA s(y), \dots, CA^{n-1} s(y)\} = 1 < n. \quad (2.24)$$

Ainsi, (2.10) n'est pas uniformément localement observable à $y = 0$. On dit que (2.10) est singulier quand $y = 0$. En raison de cette singularité, il n'est pas possible de concevoir l'observateur pour (2.10) en utilisant la méthode mentionnée ci-dessus. Cela clarifie la motivation pour notre recherche : la construction d'un observateur pour (2.10) qui fonctionne même dans le cas singulier.

2.3 État de l'art : Les observateurs non linéaires et l'estimation de l'XBS

2.3.1 Les observateurs linéaires

La connaissance de l'état du système est nécessaire pour résoudre plusieurs problèmes de contrôle tels que la stabilisation, l'optimisation ou des problèmes de découplage. Dans de nombreux cas pratiques, cependant, tous les états du système ne sont pas accessibles depuis les mesures directes. Dans de telles situations, une approximation raisonnable des états non mesurables est nécessaire. Un dispositif qui reconstruit une approximation de l'état du système basé sur ses entrées et sorties mesurées est

appelé un observateur d'état. Le modèle d'un observateur est typiquement dérivé de celui du système. Par ailleurs, un terme de correction est habituellement ajouté dans la dynamique de l'observateur afin d'améliorer son taux de convergence. Par conséquent, l'observateur est capable de reconstruire les variables d'état du système plus vite que la dynamique du système.

Le problème de l'observation des systèmes linéaires a d'abord été résolu par [Luenberger 1964]. Dans l'observateur de Luenberger, le terme de correction est le produit d'une matrice de gain et de la différence entre les vraies sorties mesurées et la valeur de la sortie estimée à partir de l'observateur. Le taux de convergence de l'observateur est réglé par cette matrice de gain. Nous voudrions choisir le gain d'observateur aussi grand que possible afin de faire que l'erreur d'observateur converge rapidement vers zéro. L'observateur devient, dans ce cas, sensible aux perturbations (les bruits de mesure par exemple). Alors, un bon compromis entre la stabilité et la précision devrait être pris en compte dans le choix du gain d'observateur. Le filtre de Kalman est un moyen de gérer ce compromis. Ce filtre peut être considéré comme un observateur Luenberger avec un gain variant dans le temps qui est choisi dans le but de minimiser l'erreur d'observateur [Bernard 2002].

Dans un contexte local, la théorie d'observateur linéaire peut être utilisée pour construire un observateur convergent localement pour les systèmes non linéaires. Si le système non linéaire est connu pour fonctionner dans le voisinage d'un état fixe, on peut le linéariser autour de cette condition d'exploitation, puis on conçoit un observateur Luenberger pour estimer localement l'état du système. Dans le cas où le système non linéaire ne fonctionne pas dans le voisinage d'un état fixe, l'état du système peut toujours être estimé par une méthode linéaire qui est le filtre de Kalman étendu (FKE). Le FKE est bien connu par sa simplicité et ses performances raisonnables. Le système non linéaire est linéarisé au point de fonctionnement actuel et le FKE est ensuite construit pour ce système linéarisé [Eykhoff 1974]. Malheureusement, en raison de la linéarisation, le FKE converge seulement si l'erreur d'estimation initiale est suffisamment petite et le processus est correctement modélisé. Dans le même esprit que le FKE, Zeitz a proposé un observateur Luenberger étendu basé sur une technique de linéarisation locale autour de l'état reconstruit [Zeitz 1987].

2.3.2 Les observateurs basés sur Lyapunov et les observateurs à grand gain

Le problème de la conception d'observateur non linéaire a reçu une attention considérable dans la littérature. Néanmoins, il n'existe pas de solution au problème de la conception d'observateur non linéaire dans toute sa généralité [Respondek 2004]. En fonction des propriétés d'un système non linéaire, on peut choisir un moyen approprié pour concevoir son observateur.

Les premiers résultats dans la conception d'observateurs non linéaires sont ba-

sés sur des théorèmes du type Lyapunov ([Thau 1973] et [Kou 1975]). Comme dans le cas linéaire, les auteurs construisent encore l'observateur non linéaire en copiant le système non linéaire et ajoutent un terme de correction. Ensuite, la théorie de stabilité de Lyapunov est utilisée pour prouver la stabilité de la dynamique d'erreur d'observateur. Un cadre plus avancé a été introduit par Tsinias, qui poursuit un observateur analogue des fonctions de contrôle de Lyapunov et les utilise pour la conception d'un retour de la sortie ([Tsinias 1989] et [Tsinias 1993]). Bien que certaines conditions suffisantes pour l'existence d'un observateur asymptotiquement stable aient été données, ces approches ne sont pas constructives car elles ne montrent pas une technique systématique pour la construction de l'observateur. Une solution à ce problème de la non-constructivité est l'observateur de Raghavan qui a effectivement la même structure d'observateur comme la méthode de Thau, mais fournit une itération constructive pour obtenir le gain d'observateur [Raghavan 1994].

Si un système non linéaire est observable indépendamment de la commande (c.-à-d. l'observabilité uniforme), on peut donc utiliser un changement de coordonnées pour le transformer en une forme d'observabilité uniforme [Gauthier 1981]. Un exemple de cette forme normale pour un système de contrôle-affine à entrée unique et sortie unique est la forme (2.19), présentée dans la Section 2.2.3. Cette classe de systèmes peut être trouvée dans de nombreux cas pratiques. La conception d'observateur pour ces systèmes non linéaires uniformément observables est proposée par [Bornard 1991], [Gauthier 1992] et [Gauthier 1994] (voir [Farza 2004] pour une éventuelle extension et un compte rendu plus récent). L'idée de base est de construire un *observateur à grand gain* pour la forme d'observabilité uniforme, puis l'exprimer dans les coordonnées initiales. Le terme à *grand gain* signifie que l'erreur d'observateur peut être faite à se dégrader à une vitesse exponentielle arbitrairement. Bien sûr, l'observateur à grand gain ne peut être utilisé que dans le cas où la sortie n'est pas corrompue avec un niveau élevé de bruit et lorsque le modèle a été correctement identifié.

2.3.3 Les observateurs à base de linéarisation d'erreur

Une autre approche classique pour l'observation des systèmes non linéaires a été proposée dans [Krener 1983] et [Bestle 1983]. Basée sur le fait que le problème de conception d'observateur pour les systèmes linéaires est beaucoup plus facile que pour les systèmes non linéaires, il est naturel de se demander quand un système non linéaire peut être transformé en un système linéaire. Les conditions nécessaires et suffisantes pour l'existence d'une telle transformation sont fournies dans [Krener 1983] afin de linéariser les systèmes non linéaires non contrôlés avec une seule sortie. Ensuite, l'observateur est facilement construit en utilisant la théorie linéaire. Enfin, l'observateur construit dans les nouvelles coordonnées est transformé vers les coordonnées d'origine. Il est important de souligner que l'observabilité uniforme des systèmes non linéaires n'est pas suffisante pour l'application de cette approche. En effet, certaines conditions

supplémentaires sont requises pour l'existence de la transformation de linéarisation. Par conséquent, cette approche est moins générale que la méthode d'observateurs à grand gain pour laquelle l'observabilité uniforme est suffisante pour construire l'observateur. Certains résultats de [Marino 1990] et [Krener 1985] ont élargi la gamme applicative de cette technique de conception d'observateur. Dans le premier résultat, l'auteur donne les conditions nécessaires et suffisantes pour transformer un système non linéaire à sortie unique dans une forme spéciale d'observateur adaptatif. Alors que dans le deuxième résultat, une classe plus générale de systèmes non linéaires avec plusieurs entrées et plusieurs sorties est considérée.

Plus récemment, la conception d'observateurs à l'aide de cette méthode a atteint une nouvelle étape. La transformation des systèmes non linéaires observés dans une forme d'observabilité linéaire est effectuée non seulement par un changement de l'état et des coordonnées de la sortie mais également par un changement d'échelle de temps dépendant de la sortie. Deux recherches indépendantes de [Respondek 2001] et [Guay 2002] ont fourni des conditions nécessaires et suffisantes qui assurent l'existence d'un changement approprié de coordonnées et un changement d'échelle de temps dépendant de la sortie. À noter que la fonction de la sortie définissant le changement d'échelle de temps considérée dans ces travaux est positive, la nouvelle échelle de temps n'est donc jamais zéro (un changement d'échelle de temps régulier). Inspiré de ce fait, dans la première partie de cette thèse (voir les Chapitres 2, 4 et 5), nous étendons les résultats obtenus par [Respondek 2004] pour le cas des changements d'échelle de temps singulier.

2.3.4 Les techniques récentes

Dans [Kazantzis 1998], les auteurs s'appuient sur la théorie de l'observateur linéaire de Luenberger pour proposer un analogue non linéaire pour les systèmes non linéaires autonomes à sortie unique. La construction de l'observateur non linéaire est réalisée via la résolution d'un système des équations aux dérivées partielles (EDP) linéaires singulières du premier ordre. Utiliser le théorème auxiliaire de Lyapunov [Lyapunov 1992], les conditions nécessaires et suffisantes pour la solvabilité sont dérivées. La propriété analytique localement de la solution permet le développement de méthodes basées sur des développements en série.

Récemment, plusieurs extensions de l'observateur de Kazantzis-Kravaris ont été proposées. Dans [Krener 2002a], les auteurs étendent cette méthode à tout système non linéaire observable, réels et analytique. La construction de l'observateur est basée sur la solution d'une EDP nonlinéaire singulière du premier ordre. Par ailleurs, dans [Krener 2002b], les auteurs fournissent un observateur local pour certains systèmes non linéaires autour d'un point critique où la linéarisation n'est pas observable ou détectable. Une autre extension intéressante de la méthode de Kazantzis et Kravaris est donnée dans [Andrieu 2006]. Les auteurs déclarent que les conditions suffisantes

pour l'existence de l'observateur impliquent une équation aux dérivées partielles dont la solution doit être injective. La propriété de l'injectivité de la solution peut être obtenue par le choix de la dimension du système dynamique définissant l'observateur à être inférieure ou égale à $2 + 2n$, où n est la dimension du système. Les auteurs montrent qu'une approximation de la solution de l'EDP est suffisante pour la mise en œuvre de l'observateur.

Une tentative de supprimer la restriction habituelle de la continuité globalement lipschitzienne ou le retour à grand gain dans le problème de conception d'observateur non linéaire est introduite dans [Arcak 2001]. Dans cette approche, le système d'erreur d'observateur est présenté comme l'interconnexion de retour d'un système linéaire et la non-linéarité sectorielle multi-variable variant dans le temps. La convergence globale de l'observateur est obtenue grâce à la satisfaction des matrices du gain d'observateur au critère de cercle. Dans la conception sortie-retour, l'observateur est combiné avec des lois de contrôle qui assurent la stabilité entrée-état (SEE) par rapport à l'erreur d'observateur. L'analyse de la robustesse de l'observateur par rapport à la dynamique non modélisée est réalisée par l'intermédiaire d'une assignation à petit-gain dans un exemple de compresseur de turboréacteur. Cette méthode est ensuite généralisée à des systèmes avec des non-linéarités monotones multi-variables qui satisfont un analogue de la propriété non décroissante scalaire [Fan 2003].

Dans [Besançon 1996], les auteurs remarquent que, pour certaines classes particulières de systèmes non uniformément observables (c.-à.-d. les systèmes admettent des entrées singulières dont certaines paires d'états ne peuvent pas être distinguées), les observateurs ont été proposés indépendamment des entrées (voir, p. ex., [Hara 1976], [Funahashi 1979], [Walcott 1987] et [Raghavan 1994]). Ce phénomène est lié à une propriété commune de ces systèmes : pour toute paire d'états indiscernables pour certaine entrée u , l'erreur entre les trajectoires obtenues à partir de ces états avec l'entrée u tend vers zéro, puis un observateur réduit peut être construit. Basé sur ce constat, les auteurs présentent une classe plus générale des systèmes non linéaires pour laquelle un tel observateur peut être conçu. L'idée principale de [Besançon 2007] consiste à transformer un système non linéaire, par l'immersion vertu d'un bon nombre de conditions douces, dans une structure triangulaire qui permet une conception d'observateur. La procédure d'immersion dans cette forme est constructive et la convergence de l'observateur est assurée par une condition d'excitation appropriée. Par ailleurs, dans certaines applications d'observation, telles que la détection des défauts ou l'estimation des paramètres, la conception d'observateur pour des systèmes non uniformément observables peut être atteinte grâce à la sélection des entrées appropriées [Besançon 2013]. Les auteurs déclarent que la sélection d'entrée s'élève à un problème de contrôle et proposent une façon systématique pour le résoudre par des approches d'optimisation appropriées.

Lorsque certains paramètres du système sont inconnus, le problème de l'observation de l'état est résolu par un *observateur adaptatif*. Dans [Besançon 2000], l'au-

teur montre que la plupart des conceptions d'observateurs adaptatifs disponibles pour les systèmes non linéaires est basée sur la même propriété, à savoir la représentation possible du système sous une forme particulière, appelée par l'auteur, la *forme d'observateur adaptatif non linéaire*. Cette forme normale (voir aussi [Farza 2009]) souligne en effet les propriétés sous-jacentes à un observateur adaptatif pour être concevable, ainsi que des propriétés supplémentaires qui permettent l'estimation des paramètres. À titre d'exemple, la conception d'observateur adaptatif pour une classe de systèmes d'état-affine est montrée. Dans le cas des systèmes linéaires de multiple-entrée multiple-sortie (MIMO) variant dans le temps, on peut utiliser [Zhang 2002] pour construire un observateur adaptatif globalement exponentielle. La méthode proposée est conceptuellement simple et computationnellement efficace. L'auteur fournit également une analyse de la robustesse de l'observateur adaptatif proposé en présence des bruits de modélisation et de mesure.

2.3.5 L'observation de l'extended braking stiffness

Dans [Gustafsson 1997], l'auteur propose un schéma pour identifier des surfaces routières différentes grâce à la valeur de la soi-disant *pente de glissement*, qui est la pente initiale de la courbe caractéristique du pneu $\mu(\lambda)$ au taux de glissement de la roue $\lambda = 0$. C'est important de souligner que, dans cette approche, la pente de glissement est considérée comme constante. Sa valeur est calculée récursivement par un filtre de Kalman. Par ailleurs, l'auteur utilise un algorithme de détection de changement routier exécutant en parallèle avec le filtre de Kalman afin d'obtenir des estimations fiables et précises de la pente de glissement et, en même temps, pour être pouvoir suivre les changements brusques dans la surface de la route. Un exemple d'estimation de la pente de glissement pour les différentes surfaces de la route a été démontré. Cette approche, cependant, est confrontée à deux points délicats : premièrement, elle utilise le taux de glissement de la roue λ qui est non mesuré et, deuxièmement, elle est conçue pour fonctionner uniquement pendant la conduite normale et est maintenue inactif pendant le freinage.

L'idée principale de la méthode d'estimation dans [Umeno 2002] est la relation entre le frottement route-pneu et des caractéristiques de la fréquence de la vibration de vitesse de la roue. Autrement dit, c'est la puissance de la résonance et sa bande de fréquence. L'auteur constate que la caractéristique de résonance de la vitesse angulaire de la roue dépend du frottement route-pneu : sur une route goudronnée, la résonance torsionnelle du pneu présente un pic important, tandis que la présence du pic n'est pas claire à une surface à faible frottement. Basé sur le modèle de vibration du pneu pendant la conduite normale et une formule mathématique de la perturbation de la route, une fonction de transfert du deuxième ordre de la perturbation de la route à la vitesse angulaire de la roue est obtenue. L'XBS et la fréquence de résonance sont déduites de cette fonction de transfert, en fonction de ses paramètres.

Pour estimer ces paramètres, les auteurs transforment tout d'abord la fonction de transfert du deuxième ordre en une équation de temps continu, puis obtiennent une régression linéaire en appliquant la transformation bilinéaire et enfin utilisent la méthode des moindres carrés récursive. Des essais expérimentaux ont été effectués sur un véhicule d'essai avec l'ABS. Ensuite [Ono 2003], les auteurs considèrent aussi l'XBS comme une constante, comme [Gustafsson 1997], mais avec l'XBS définie pour tout taux de glissement de la roue λ . À partir du modèle de la décélération de la roue, les auteurs supposent que la dynamique du véhicule évolue plus lentement que celle de la roue pour obtenir une équation différentielle de la vitesse de la roue dans lequel l'XBS est proportionnelle à la fréquence de coupure de cette équation. Par conséquent, le problème de l'estimation de l'XBS peut être résolu en identifiant cette fréquence de coupure. Les auteurs appliquent la méthode des moindres carrés en temps réel [Ljung 1987] à l'équation différentielle de la vitesse de la roue pour estimer l'XBS. La performance de l'XBS estimé est évaluée expérimentalement dans le contrôle de freinage ABS.

Dans [M'sirdi 2006], un observateur glissant est proposé. L'utilisation de la méthode de mode glissant pour construire l'observateur est motivée par sa robustesse par rapport aux paramètres et aux erreurs de modélisation. Le schéma d'observation se compose de deux étapes. Dans la première étape, les auteurs considèrent la modélisation nominale du véhicule avec la dynamique de la roue et celle du véhicule. Ce modèle nominal est ensuite linéarisé dans une petite région proche du taux de glissement nul de la roue, dans lequel l'XBS est constant. Ensuite, les auteurs construisent un observateur glissant du deuxième ordre pour estimer la vitesse angulaire de la roue, en utilisant uniquement les mesures de position angulaire de la roue. Dans la deuxième étape, après avoir prouvé que l'observateur est convergent en temps fini par des moyens de rejet de perturbation, les auteurs utilisent la méthode des moindres carrés récursive pour estimer l'XBS ainsi que le rayon effectif de la roue. L'efficacité et la robustesse de cette approche sont vérifiées sur un vrai véhicule expérimentale. Il est bien connu que l'XBS est la dérivée de la caractéristique du pneu $\mu(\lambda)$ par rapport au taux de glissement λ au point de fonctionnement, de telle sorte que l'on peut estimer séparément $\mu(\lambda)$ et λ , puis dérive ces valeurs estimées par rapport du temps et prend enfin le rapport de ces dérivés afin d'obtenir l'XBS. L'application de cette approche n'est pas facile en raison du fait que la dérivée de signaux d'estimation amplifie normalement les bruits. Récemment, une nouvelle idée pour estimer la dérivé de signaux bruités a été fournie dans [Villagra 2011] utilisant des algorithmes algébriques [Mboup 2009]. Cette approche est testée dans des simulations bruitées et dans de vraies expérimentations, des résultats très prometteurs ont été obtenus.

L'ajustement de la caractéristique statique du pneu (par exemple, le modèle de Burckhardt) sous l'hypothèse que les mesures du taux de glissement sont connues, c'est l'idée de base des approches proposées dans [Tanelli 2009] et [de Castro 2010]. Deux paramétrisations linéaires différentes pour le modèle statique de la caractéris-

tique du pneu sont représentées. À partir de ces paramétrisations linéaires, l'XBS peut être calculé facilement. Pour la première, l'XBS est estimé à l'aide d'une combinaison linéaire des exponentielles fixes. La courbe d'ajustement est analysée et testée à la fois en simulation et sur des données collectées depuis un véhicule d'essai instrumenté. Pour la deuxième, l'XBS est estimé basé sur un réseau de neurones, les auteurs montrent à travers des simulations une bonne performance de cette méthode, similaire à la méthode précédente.

2.4 Les contributions principales de la Partie I

2.4.1 Les observateurs commutés pour les systèmes singuliers

Tel que présenté dans la Section 2.2, notre objectif est d'observer une classe des systèmes singuliers avec une sortie scalaire. De tels systèmes singuliers ne peuvent pas être observés en utilisant les méthodes proposées dans la littérature. Par conséquent, nous avons proposé une technique systématique pour construire un observateur de commutation basé sur un changement d'échelle de temps qui peut estimer l'état du système, même dans le cas singulier (voir les Sections 2.1.2 et 2.2.2). La nature de commutation de l'observateur provient du fait qu'il existe deux dynamiques différentes, pour les valeurs positives et négatives de la fonction dépendant de la sortie $s(y)$. Dans le Chapitre 4, un premier résultat positif soutenant l'analyse de la stabilité de la dynamique d'erreur d'observateur dans la nouvelle échelle de temps est obtenu par le théorème suivant :

ThÃorÃme. *Considérer une paire (A, C) . Définir $Q = C^T C$. Pour toute paire de gains K^+ et K^- donnée, définir*

$$A_+ = A - K^+ C \quad \text{et} \quad A_- = -A + K^- C. \quad (2.25)$$

Si K^+ est tel que A_+ est Hurwitz, alors il existe un unique K^- de telle sorte que les deux équations de Lyapunov suivantes

$$A_+^T P + P A_+ = -Q \quad \text{et} \quad A_-^T P + P A_- = -Q \quad (2.26)$$

admettent une solution commune P qui est symétrique définie positive.

De plus, si (A, C) est en forme normale d'observabilité, puis les composants k_i^- de K^- sont exprimés en termes de composants k_i^+ de K^+ par

$$k_i^- = (-1)^i k_i^+ + (1 - (-1)^i) a_i,$$

où les constantes a_i sont les coefficients du polynôme caractéristique de A .

Ce théorème a deux conséquences importantes. Tout d'abord, il précise que pour la dynamique d'erreur d'observateur qui est un système de commutation linéaire autonome de la forme (2.16), il est toujours possible de trouver une paire de gains d'observateur telle qu'il existe une matrice symétrique définie positive satisfaisant simultanément les deux équations de Lyapunov non-strictes, introduites dans [Hespanha 2004]. Deuxièmement, si la paire (A, C) est en forme normale d'observabilité, alors nous pouvons obtenir des expressions explicites qui montrent la relation entre les composants des deux gains d'observateur.

La preuve de ce théorème s'appuie sur deux points, présentés comme la Réclamation 4.1 et le Lemme 4.2, au Chapitre 4. Dans la Réclamation 4.1, nous montrons que l'égalité des spectres des deux systèmes linéaires non contrôlés observables est équivalente à celle de leurs sorties, à condition que les deux conditions initiales sont liées par une certaine matrice spéciale. En outre, si cette matrice existe, alors elle est unique. La preuve de la Réclamation 4.1 compte principalement sur le théorème de Cayley-Hamilton et les propriétés analytiques de la sortie du système. Le Lemme 4.2 est une conséquence de la Réclamation 4.1. Il précise que si la paire (A, C) est en forme d'observabilité, les composants du gain d'observateur K^- peuvent être exprimés en termes des composantes de K^+ .

Sous l'hypothèse que le temps entre les deux commutations consécutives n'est pas inférieur à un temps de séjour (ou, en d'autres termes, les commutations lentes), c'est facile de voir que le résultat du théorème permet à toutes les conditions du théorème du type LaSalle proposé par [Hespanha 2004] d'être satisfaites, la dynamique d'erreur d'observateur est globalement exponentiellement stable dans la nouvelle échelle de temps. Par ailleurs, on démontre que la relation entre l'échelle de temps initial et la nouvelle est bijective, alors la convergence asymptotique de l'observateur est équivalente dans les deux échelles de temps.

Corollaire. *Considérer le système (2.16) et supposer que, dans la nouvelle échelle de temps, il existe un temps de séjour τ_D . Si les matrices de gains K^+ and K^- assurent la solvabilité commune des deux équations de Lyapunov couplées (2.26), puis l'origine de (2.16) est uniformément globalement exponentiellement stable (dans la nouvelle échelle de temps).*

2.4.2 L'estimation de l'XBS basée sur un observateur commuté

Dans le Chapitre 5, nous traitons le problème de l'estimation de l'XBS, pour les systèmes ABS. La connaissance de l'XBS est importante pour les systèmes de contrôle ABS et dans notre recherche, l'on peut l'utiliser pour augmenter la robustesse des algorithmes hybrides ABS à cinq phases. Nous tenons à souligner que la solution de ce problème a été notre principale source de motivation pour examiner le problème plus

général considéré dans le Chapitre 4. La conception de l'observateur de commutation pour estimer l'XBS dans ce chapitre est ainsi présentée de façon indépendante par rapport aux résultats théoriques obtenus au Chapitre 4.

L'estimation de l'XBS est d'abord considérée dans le cas de conditions de route constantes dans la Section 5.3. L'adjectif *constante* doit être compris dans le sens que certains des coefficients de la caractéristique du pneu sont connus car leurs valeurs dépendent des conditions de la route. Nous décrivons la caractéristiques du pneu en utilisant le modèle proposé par [Burckhardt 1993] et supposons que la valeur de c_2 du modèle de Burckhardt est connue. Une belle propriété de cette formule est que l'on peut établir une relation entre ses deux premières dérivées. C'est important de souligner que la dérivée du premier ordre de la caractéristique du pneu est l'XBS. Nous profitons de cette propriété pour former une dynamique de l'XBS à trois dimensions

$$\begin{aligned}\frac{dz_1}{dt} &= \frac{-a}{v_x(t)} z_1 z_2 + bu \\ \frac{dz_2}{dt} &= (cz_2 + z_3) \frac{z_1}{v_x(t)} \\ \frac{dz_3}{dt} &= 0,\end{aligned}\tag{2.27}$$

où l'écarte de l'accélération de la roue et l'XBS sont les deux variables d'état et la troisième variable d'état est une constante inconnue dont la valeur dépend des conditions de la route. Les paramètres a , b , c et v_x sont les constantes positives et u est la commande. Pour cette dynamique, nous vous proposons l'observateur suivant

$$\begin{aligned}\frac{d\hat{z}_1}{dt} &= \frac{-a}{v_x} z_1 \hat{z}_2 + bu + \frac{k_1(z_1)}{v_x} z_1 (z_1 - \hat{z}_1) \\ \frac{d\hat{z}_2}{dt} &= (c\hat{z}_2 + \hat{z}_3) \frac{z_1}{v_x} + \frac{k_2(z_1)}{v_x} z_1 (z_1 - \hat{z}_1) \\ \frac{d\hat{z}_3}{dt} &= \frac{k_3(z_1)}{v_x} z_1 (z_1 - \hat{z}_1),\end{aligned}\tag{2.28}$$

où \hat{z}_i sont les états de l'observateur et k_i , pour $1 \leq i \leq 3$, sont les gains d'observateur.

Notre principal résultat est présenté dans le théorème suivant qui donne des conditions sur les gains d'observateur afin d'assurer la stabilité asymptotique globale de la dynamique d'erreur d'observateur de commutation à condition que les commutations sont lentes. La preuve du théorème est obtenue à l'aide du Théorème 4 de [Hespanha 2004].

Corollaire. *Supposons que les trois conditions suivantes sont satisfaites*

(i) La matrice de gains $K^+ = (k_1^+ \ k_2^+ \ k_3^+)$ satisfait

$$k_1^+ > c, \ k_2^+ < -\frac{c}{a}k_1^+, \ \text{et} \ -\frac{(ck_1^+ + ak_2^+)(c - k_1^+)}{a} < k_3^+ < 0. \quad (2.29)$$

(ii) La matrice de gains $K^- = (k_1^- \ k_2^- \ k_3^-)$ satisfait

$$k_1^- < c, \ k_2^- < -\frac{c}{a}k_1^-, \ \text{et} \ 0 < k_3^- < -\frac{(ck_1^- + ak_2^-)(c - k_1^-)}{a}. \quad (2.30)$$

(iii) Les matrices de gains K^+, K^- satisfont

$$\frac{(c - k_1^-)}{ak_3^-} = \frac{(c - k_1^+)}{ak_3^+} > 0 \ \text{et} \ (ck_1^+ + ak_2^+) = (ck_1^- + ak_2^-) < 0. \quad (2.31)$$

Ensuite, l'origine de la dynamique d'erreurs associée à des systèmes (2.27) et (2.28) est globalement uniformément exponentiellement stable, à condition que le signal de commutation admet un temps de séjour strictement positif.

Nous continuons avec la validation de l'observateur tridimensionnel, ce qui est construit suite au théorème précédent, sur des données provenant du dispositif expérimental la-roue-dans-la-boucle de TU Delft, acquises dans le cadre de la recherche de l'ABS [Gerard 2012]. Nous montrons en Figure 5.2 la comparaison entre l'XBS estimé par l'observateur tridimensionnel et la valeur théorique obtenue à partir du taux de glissement de la roue et la dérivée de la caractéristique du pneu.

Étant donné que les conditions routières sont généralement inconnues pour les systèmes ABS pratiques, nous donc présentons dans la Section 5.4 une dynamique XBS à quatre dimensions. L'idée principale derrière cette modélisation est la paramétrisation du modèle de Burckhardt par des exponentielles fixes, ce qui a été proposée dans [Tanelli 2009] et [de Castro 2012]. Dans notre travail, nous proposons un approximation du modèle de Burckhardt par deux exponentielles fixe et un terme dépendant linéairement du taux de glissement. Les coefficients du modèle approximatif peuvent être identifiés en utilisant une estimation des moindres carrés, mais leurs valeurs dépendent des conditions de la route. Tout comme pour le modèle Burckhardt, nous pouvons aussi formuler une relation entre les trois premières dérivées de la caractéristique approximative du pneu. Grâce à cette relation et définissant de nouvelles variables d'état, nous pouvons formuler une dynamique de l'XBS à quatre dimensions. Cette dynamique peut être considérée comme une généralisation de la dynamique à trois dimensions et elle a une propriété très importante : tous les paramètres sont connus et ne dépendent pas des conditions de la route. Ceci explique le fait que cet observateur donnera les valeurs estimées de l'XBS, indépendamment des conditions routières. La stabilité de l'observateur à quatre dimensions peut être obtenue suite à la même approche comme pour le théorème dit ci-dessus. Les simula-

tions numériques sont prises pour tester l'efficacité de l'observateur dans un scénario des changements inconnus de conditions routières.

Introduction à la Partie II - La compensation des retards pour les systèmes linéarisables

Comme dans le Chapitre 2, nous commençons avec un simple problème dans les systèmes ABS : la compensation du retard de l'actionneur, dans le contexte du contrôle de l'accélération de la roue. Nous résolvons ce problème en proposant une loi de commande qui est basée sur la prédiction de l'état du système, ce qui est implémentée en toute sécurité par une intégration explicite, via quadratures, d'une équation différentielle retardée stable. En élargissant notre idée, l'objectif principal de la Partie II est de résoudre le problème de compensation du retard de l'entrée pour une classe particulière de systèmes non linéaires en forme triangulaire. Une synthèse de quelques résultats récents pour des systèmes à retard dans la littérature est ensuite présentée. Enfin, nous soulignons nos principales contributions.

3.1 Le compensation du retard de l'actionneur de frein

La mise en œuvre concrète de plusieurs stratégies théoriques ABS a été confrontée à certaines difficultés générées par plusieurs phénomènes expérimentaux, en particulier les retards (voir, p. ex., [Solyom 2003], [Solyom 2004], [Kienhöfer 2008], [Gerard 2012] et [Miller 2013]). Le filtrage des mesures, la dynamique du pneu et les limites de l'actionneur ont été identifiés comme les principales sources de ces retards [Gerard 2012]. D'ailleurs, puisque des algorithmes ABS actuels sont profondément liés à la nature hydraulique des actionneurs d'aujourd'hui [Bosch 2004], alors l'adaptation de ces algorithmes à d'autres actionneurs, comme ceux des véhicules à moteurs-roues électriques (avec un temps de réponse plus rapide) ou des camions lourds (avec une réponse plus lente) a porté une certaine attention au cours des dernières années. Dans cette section, nous allons examiner la compensation des retards induits par des limitations des actionneurs dans les systèmes ABS.

Nous rappelons ici le modèle d'accélération de la roue (2.1) déjà indiqué à la Section 2.1.1, mais nous prenons en compte un retard constant $h > 0$ dans le couple

de freinage $u(t)$. C'est

$$\begin{aligned}\frac{dz_1}{dt} &= -\frac{a}{v_x} z_1(t) z_2(t) + bu(t-h) \\ \frac{dz_2}{dt} &= 0.\end{aligned}\tag{3.1}$$

Comme dans [Gerard 2012], nous définissons l'objectif de contrôle comme le suivi de l'accélération de la roue $z_1(t)$ à une référence donnée z_1^* . Et nous supposons que dans (3.1), la valeur z_2 de l'XBS est connue. Si nous supposons que z_2 est à la fois connue et constante, pour une vitesse donnée, ce système peut être écrit

$$\dot{x}(t) = cx(t) + bu(t-h),\tag{3.2}$$

où $c = (-a\mu'(\lambda))/v_x$ et $\mu'(\lambda)$ est l'XBS. Nous observons que (3.2) peut être stable ou instable, selon que le pneu est dans son domaine stable ou instable.

Sans le retard h , le problème de suivi pour (3.2) est une tâche triviale. On peut facilement définir la commande comme suit

$$u(t) = \frac{1}{b}(-cx(t) - \alpha(x(t) - x^*(t)) + \dot{x}^*(t)),\tag{3.3}$$

où le gain de contrôle α est une constante positive.

En présence de h , le problème de contrôle devient plus délicat car la commande u doit compenser le retard h afin d'assurer le suivi de $x(t)$. Pour compenser les effets du retard, la commande u doit utiliser les valeurs futures de l'état x ainsi que la référence x^* à l'instant $t+h$, ce qui n'est pas toujours disponible. Par exemple, la trajectoire de référence pourrait être inconnue à l'avance, car elle pourrait être calculée en temps réel. Par conséquent, au lieu de faire l'accélération de la roue $x(t)$ de suivre de la référence $x^*(t)$, nous devrions la faire converger vers $x^*(t-h)$. Par ailleurs, pour les valeurs futures de x , nous n'avons pas d'autre choix que de les estimer. Nous introduisons $x^P(t, h)$, ce qui est appelée la *prédiction d'état*, comme l'estimation de l'état $x(t+h)$ calculée à l'instant t . Nous appliquons à (3.2) la loi de commande suivante

$$u(t) = \frac{1}{b}(-cx^P(t, h) - \alpha e(t) + \dot{x}^*(t)),\tag{3.4}$$

où l'erreur de suivi $e(t)$ est définie comme

$$e(t) := x(t) - x^*(t-h),\tag{3.5}$$

on obtient ainsi le système en boucle fermée

$$\dot{e}(t) = -\alpha e(t-h) + c(x(t) - x^P(t-h, h)). \quad (3.6)$$

Si la prédiction d'état x^P est estimée parfaitement, ce qui signifie que $x^P(t, h) = x(t+h)$ et en conséquence $x^P(t-h, h) = x(t)$, nous obtenons une dynamique d'erreur idéale

$$\dot{e}(t) = -\alpha e(t-h), \quad (3.7)$$

qui est exponentiellement stable si le gain de contrôle α satisfait la condition $0 < \alpha < \pi/2h$.

Jusqu'à présent, nous n'avons pas encore discuté comment nous pouvons estimer $x^P(t, h)$. Heureusement, nous savons que si $x^P(t, h)$ est parfaitement estimée, nous pourrions obtenir une dynamique d'erreur exponentiellement stable (3.7) que nous appelons la *dynamique de l'erreur cible*. Puisque (3.7) est stable, alors si nous l'intégrons nous pouvons obtenir les valeurs futures de l'erreur de suivi à l'instant t . Nous arrivons donc à l'idée suivante : la prédiction d'état $x^P(t, h)$ est calculée indirectement par l'intermédiaire des valeurs futures de l'erreur de suivi qui sont calculées avant. Néanmoins, la dynamique de l'erreur réelle (3.6) est généralement différente de la dynamique cible (3.7). Par conséquent, un terme intégral devrait être ajouté à la prédiction de l'erreur de suivi afin de compenser l'écart entre la dynamique d'erreur cible et réelle. À chaque instant t , nous définissons la *prédiction d'erreur* comme

$$e^P(t, s) := e(t) - \alpha \int_t^{t+s} e(\tau-h) d\tau - \beta \int_{-\infty}^{t+s} p(\tau-h) d\tau, \quad (3.8)$$

pour $s \in [0, h]$. On dénote $p(t)$ comme le *biais de prédiction* qui est la différence entre la prédiction d'erreur $e^P(t-h, h)$ à l'instant $t-h$ et la vraie erreur $e(t)$

$$p(t) := e^P(t-h, h) - e(t). \quad (3.9)$$

Maintenant, avec la définition de l'erreur de suivi (3.5), on peut facilement estimer la prédiction d'état $x^P(t, s)$ à chaque instant de temps t via la prédiction d'erreur $e^P(t, s)$ en prenant

$$x^P(t, s) := x^*(t+s-h) + e^P(t, s), \quad \forall s \in [0, h]. \quad (3.10)$$

À partir de (3.5), (3.9) et (3.10), nous obtenons

$$\begin{aligned} x^P(t-h, h) &= x^*(t-h) + e^P(t, h) + x(t) - x(t) \\ &= -e(t) + e^P(t, s) + x(t) \\ &= p(t) + x(t). \end{aligned} \quad (3.11)$$

Nous remplçons (3.11) dans (3.6), la dynamique d'erreur donc devient

$$\dot{e}(t) = -\alpha e(t-h) - cp(t). \quad (3.12)$$

En différenciant (3.9) et utilisant (3.8) et (3.12), nous obtenons la dynamique du biais de prédiction

$$\begin{aligned} \dot{p}(t) &= \frac{de^P(t-h, h)}{dt} - \frac{de(t)}{dt} \\ &= -\beta p(t-h) + \frac{de(t-h)}{dt} - \frac{de(t)}{dt} - \alpha e(t-h) + \alpha e(t-2h) \\ &= -\beta p(t-h) + c(p(t) - p(t-h)). \end{aligned} \quad (3.13)$$

Il peut être prouvé par une approche de Lyapunov-Krasovkii que la dynamique (3.13) est globalement exponentiellement stable pour les valeurs appropriées du gain β . Par ailleurs, les deux équations (3.12) et (3.13) sont en cascade, c'est possible aussi de montrer que (3.12) a la stabilité entrée-état à partir de l'entrée $p(t)$.

3.2 La compensation du retard de l'entrée pour les systèmes non linéaires

En tant qu'une étape vers la généralisation des idées présentées dans la section précédente, nous considérons maintenant le cas d'un système du deuxième ordre

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= f_1(x_1(t)) + x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= f_2(x(t)) + u(t-h), \end{aligned} \quad (3.14)$$

où $x(t) := [x_1(t) \ x_2(t)]^\top \in \mathbb{R}^2$ et $y(t) = x_1(t)$ est la sortie. L'objectif de contrôle est toujours le problème de suivi de la sortie, ce qui est $y(t) = x_1(t) \rightarrow y^*(t-h) = x_1^*(t-h)$ as $t \rightarrow \infty$. Nous appliquons la même approche pour compenser le retard de l'entrée. Suite à la procédure de backstepping classique, on peut considérer que $x_2(t)$ est un contrôle virtuel à la équation de \dot{x}_1 . Par conséquent, afin d'atteindre l'objectif de contrôle, ce contrôle virtuel doit converger vers le terme suivant

$$x_2^*(t) := -f_1(x_1^P(t, h)) - \alpha_1 e_1(t) + \dot{x}_1^*(t), \quad (3.15)$$

où $x_1^P(t, h)$ dénote la prédiction de $x_1(t+h)$ calculée à l'instant t et l'erreur $e_1(t)$ est définie comme

$$e_1(t) := x_1(t) - x_1^*(t-h). \quad (3.16)$$

Si nous définissons

$$e_2(t) := x_2(t) - x_2^*(t-h), \quad (3.17)$$

le contrôle $u(t - h)$ doit assurer que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_2(t) = 0. \tag{3.18}$$

Pour le faire, nous définissons le contrôle comme suit

$$u(t) := -f_2(x_1^P(t, h), x_2^P(t, h)) - \alpha_2 e_2(t) + \dot{x}_2^*(t), \tag{3.19}$$

où $x_2^P(t, h)$ dénote la prédiction de $x_2(t + h)$ calculée à l'instant t .

Comme précédemment, c'est évident que si la prédiction de $x(t + h)$ est parfaite, la dynamique de l'erreur cible peut être écrite sous une forme cascade

$$\begin{aligned} \dot{e}_1(t) &= -\alpha_1 e_1(t - h) + e_2(t) \\ \dot{e}_2(t) &= -\alpha_2 e_2(t - h), \end{aligned} \tag{3.20}$$

Le calcul de la prédiction d'état $x^P(t, h)$ est donc basé sur (3.20). La tâche restante est de trouver les gains de contrôle α_1 et α_2 tels que l'objectif de contrôle est satisfait.

Nous avons pu, dans le Chapitre 6, généraliser ces idées pour une classe de systèmes non linéaires avec un retard de l'entrée constant qui peut être transformée en une forme triangulaire

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= f_1(x_1(t)) + x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= f_2(x_1(t), x_2(t)) + x_3(t) \\ &\vdots \\ \dot{x}_{n-1}(t) &= f_{n-1}(x_1(t), \dots, x_{n-1}(t)) + x_n(t) \\ \dot{x}_n(t) &= f_n(x(t)) + u(t - h), \end{aligned} \tag{3.21}$$

où $x(t) := [x_1(t) \cdots x_n(t)]^\top \in \mathbb{R}^n$ et $y(t) = x_1(t)$ est la sortie du système pour laquelle nous avons la référence $y^*(t)$.

L'objectif de la Partie II : Étant donnée une classe de systèmes non linéaires avec un retard de l'entrée constant qui peut être linéarisée en une forme triangulaire (3.21), trouver la loi de commande pour à la fois compenser le retard de l'entrée et résoudre le problème de suivi de la sortie.

3.3 Les méthodes existantes pour la compensation du retard d'entrée

3.3.1 Les systèmes linéaires

Une des premières tentatives de contrôler les processus affectés par des retards de l'entrée revient aux travaux d'Otto J. M. Smith [Smith 1959]. Il constate que la réponse d'un processus à retard doit être la même que celle pour le même processus non retardé, mais retardée d'un temps égal au retard. Basé sur ce principe, il propose un compensateur de retard, nommé le *prédicteur de Smith* qui se compose d'un contrôleur classique (par exemple un contrôleur PID) et le *modèle nominal* du processus à retard, dans le domaine fréquentiel. Le modèle nominal est composé d'une fonction de transfert du processus non retardé suivie par un terme dépendant de retard. Il existe deux boucles de retour dans le prédicteur de Smith : une boucle positive retourne la sortie du modèle nominal et une boucle négative retourne la sortie de la fonction de transfert du processus non retardé. Par ailleurs, il existe une troisième boucle de retour négative à travers le processus à retard et son impact est annulé par la boucle de retour positive du prédicteur de Smith. En conséquence, on peut observer que le retour total est basé sur la sortie de la fonction de transfert du procédé non retardé. Autrement dit, le retour total est basé sur une prédiction de la sortie mesurée du processus à retard. Depuis son apparition, le prédicteur de Smith est devenu l'algorithme le plus populaire pour compenser des retards utilisé dans l'industrie. Néanmoins, en raison du fait que le prédicteur de Smith conserve toujours les pôles du processus, il ne peut pas être appliqué à des systèmes à retard linéaires instables [Wang 1998].

Une autre approche populaire utilisée pour traiter le retard de l'entrée pour les systèmes linéaires généraux (stables ou instables) est la méthode d'*assignation du spectre fini (ASF)*, parfois appelée la *réduction de modèle d'Artstein* dans le domaine temporel (voir [Manitius 1979] et [Artstein 1982] ; ou [Richard 2003] pour un compte rendu plus récent). L'idée principale derrière l'approche d'ASF est de générer la prédiction de la variable d'état sur un intervalle de retard. Ensuite, un retour de l'état prédit est appliqué afin de compenser l'effet du retard. Il en résulte une boucle fermée avec un nombre fini de valeurs propres qui peut être attribué arbitrairement. Cela explique aussi pourquoi cette approche peut être appliquée aux systèmes linéaires instables. Récemment, dans [Wang 1998], les auteurs étendent l'approche d'ASF pour les systèmes à retard linéaires dans le domaine fréquentiel. Dans un autre point de vue - la réduction de modèle d'Artstein, la prédiction de la variable d'état sur un intervalle de retard peut être considérée comme un changement de la variable d'état qui réduit des systèmes linéaires avec un contrôle retardé en ceux sans des retards dans la commande.

Dans la pratique, l'application de l'approche d'ASF pourrait être une tâche dif-

ficile car elle implique la mise en œuvre du terme intégral qui doit être calculé en ligne. C'est montré par [Van Assche 1999] et [Engelborghs 2001] que la mise en œuvre numérique du terme intégral peut être instable, au moins lorsque le système d'origine est instable. Pour faire face à ce problème, des résultats intéressants ont été fournis. Dans [Mazenc 2011a], les auteurs présentent une autre façon de prédire la variable d'état sur un intervalle de retard. La stabilité de cet opérateur est garantie par le remplacement de la matrice d'état (qui pourrait être instable) par une matrice stable. En outre, on peut rapprocher du terme intégral par une somme de retards ponctuels à l'aide d'une règle quadrature [Manitius 1979]. De telles approximations, cependant, pourraient être instables en raison des mécanismes de haute fréquence [Watanabe 1981]. Un moyen sûr de mettre en œuvre le terme intégral est exploré dans [Mondié 2003]. Les auteurs considèrent que l'utilisation d'un filtre passe-bas qui est capable d'éliminer ces mécanismes de haute fréquence et montrent à l'aide d'un exemple simple comment vérifier la mise en œuvre sûre de l'approche d'ASF.

3.3.2 Les systèmes non linéaires

Dans la littérature, la compensation des retards de l'entrée pour les systèmes non linéaires est souvent attachée à deux outils de conception de contrôle, appelés *backstepping* et *forwarding*.

Dans l'approche de forwarding, les systèmes de forwarding non linéaires avec des retards de l'entrée sont considérés. Le mot *forwarding* se réfère à l'absence du retour dans la structure du système. Si les systèmes de forwarding sont décrits par des équations ayant une structure triangulaire spécifique, ce qui est appelée *la forme de feedforward*, on peut utiliser le résultat présenté dans [Mazenc 2004]. Les ingrédients clés de ce résultat sont, d'une part, plusieurs modifications de la forme de feedforward par les changements de coordonnées, de l'entrée et de l'échelle de temps et, d'autre part, les retour délimités. Dans [Krstic 2009] et [Krstic 2010], les auteurs proposent une version non linéaire du prédictor de Smith et ses diverses modifications basées sur le prédictor pour les systèmes linéaires (par exemple l'approche d'ASF) afin de compenser les retards de l'entrée de longueur arbitraire dans les systèmes de forwarding non linéaires. Les auteurs montrent que la stabilisation globale est maintenue, mais nécessite la solution en temps réel d'une équation intégrale non linéaire. Autrement dit, l'état de prédiction, qui est utilisé dans la loi de commande nominale pour compenser le retard de l'entrée, ne peut pas être explicitement obtenu. Néanmoins, pour une classe de systèmes de strict-feedforward, l'auteur donne une formule explicite pour l'état de prédiction.

Pour l'approche de backstepping, les systèmes non linéaires dans la forme de feedback sont considérés. Dans [Mazenc 2006], les auteurs réalisent la conception des retours stabilisant globalement uniformément asymptotiquement pour une famille de systèmes non linéaires sous la forme de feedback avec un retard dans la commande

qui peut être arbitrairement grand. L'idée principale est la construction d'une fonctionnelle de Lyapunov-Krasovkii. Une loi de commande continûment dérivable, qui dépend de la valeur du retard, est construite. Néanmoins, certaines limitations dans la famille de systèmes non linéaires en la forme de retour qu'on considère et dans la loi de commande dite ci-dessus sont indiquées dans [Mazenc 2011b]. Pour surmonter ces limitations, les auteurs considèrent une nouvelle famille de systèmes avec des retards de l'entrée et explorent une fonctionnelle de Lyapunov-Krasovkii appropriée. La conception de commande est alors illustrée dans un exemple du deuxième ordre du pendule. Il est montré dans [Karafyllis 2006] que la stabilisation globale à temps fini pour les systèmes non linéaires triangulaires avec des retards peut être obtenue par la retour retardé distribué, localement Lipschitzien et variant dans le temps.

Pour un système non linéaire général avec des retards de l'entrée, dans [Georges 2007], les auteurs étendent l'approche de l'assignation des fréquences finies disponible pour les systèmes linéaires avec des retards de l'entrée pour la prédiction de la variable d'état. Un contrôle de retour non linéaire basé sur la prédiction de l'état est donc proposé pour stabiliser les systèmes non linéaires avec des retards de l'entrée. Comme dans le cas linéaire, le calcul du contrôle de retour non linéaire est difficile en raison du terme intégral, qui ne peut pas être calculé explicitement. Pour éviter cette difficulté, les auteurs font une approximation du contrôle en utilisant à la fois une approximation de la prédiction de l'état et l'*inversion dynamique* d'un problème de point fixe. L'efficacité de cette approche a été démontrée sur des exemples illustratifs.

3.4 Les contributions principales de la Partie II

Pour compenser les retards de l'entrée, la plupart des méthodes disponibles utilisent une prédiction des valeurs futures de l'état du système qui est basée sur l'intégration du système à retard. La mise en œuvre numérique de telles prédictions est cependant difficile en raison des termes intégraux qui ne seraient pas explicitement calculables ou pourraient conduire à un système instable ([Engelborghs 2001] et [Mondié 2003]), au moins lorsque le système dynamique est instable. Nous cherchons donc un moyen alternatif simple pour estimer les valeurs futures de l'état du système, qui peut être implémenté en pratique et conduit à un comportement stable du système de rétroaction.

En observant les méthodes disponibles dans la littérature, on pourrait arriver à une conclusion simple mais probablement abusive : une prédiction des valeurs futures de l'état du système, basée sur l'intégration d'un système stable et linéaire, est susceptible de conduire à un schéma numérique stable, tandis que l'intégration d'un système instable et/ou non linéaire peut être confrontée à une implémentation numérique plus délicate. Néanmoins, si l'objectif de contrôle est d'assurer le suivi de

la sortie du système vers une référence donnée, nous pouvons considérer le modèle de référence pour la dynamique de l'erreur comme une partie de la conception du contrôle. En d'autres termes, pour estimer les valeurs futures de l'état du système, au lieu d'intégrer directement la dynamique du système qui pourrait être instable et/ou non linéaire, nous suivons une procédure de deux étapes. Dans la première étape, on intègre la dynamique de l'erreur de référence qui peut être choisie pour être linéaire et stable afin d'obtenir la prédiction d'erreur. Dans la deuxième étape, on calcule la prédiction d'état en utilisant la prédiction d'erreur obtenue. Un tel schéma de prédiction est simple et stable. Nous décrivons les détails de notre schéma de prédiction à la Section 6.2. Il convient de mentionner que, à chaque instant t , nous calculons la prédiction d'erreur pour chaque instant dans l'intervalle $[t, t+h]$ à l'aide des valeurs passées de toute erreur dans l'intervalle $[t-h, t]$. En outre, afin d'amortir les perturbations provenant de l'incohérence entre la dynamique de l'erreur idéale et réelle, on ajoute une intégrale du biais de prédiction dans la prédiction d'erreur. Après l'obtention de la prédiction d'état, on peut construire une loi de commande simple qui compense les retards de l'entrée et atteint le suivi de la sortie du système.

Dans l'esprit de notre schéma de prédiction simple, nous considérons dans la Section 6.3 le problème de suivi de la sortie d'une classe particulière de systèmes avec des retards de l'entrée en forme triangulaire, ou en d'autres mots, la classe de systèmes linéarisables par le retour restreint telle que présentée par (3.21). Nous sommes intéressés par cette classe de systèmes parce que les conditions pour l'existence d'une transformation globale dans cette forme triangulaire sont disponibles (voir, p. ex., [Dayawansa 1985] et [Respondek 1986]; ou [Respondek 2002] pour une référence plus récente). Nous suivons une procédure d'inversion (une procédure de backstepping) pour trouver l'entrée qui suit la sortie désirée. Bien sûr, un tel schéma d'inversion est réalisable grâce aux valeurs futures de l'état du système qui sont estimées par notre schéma de prédiction simple. Notre principal résultat est le théorème suivant.

Theorem. *Considérer le système linéarisable par le retour restreint (3.21) et supposer que, pour chaque $1 \leq i \leq n$, il existe γ_i tel que*

$$|f_i(z) - f_i(y)| \leq \gamma_i |z - y|, \quad \forall z, y \in \mathbb{R}^i. \quad (3.22)$$

À chaque instant t , pour $s \in [0, h]$, construire la prédiction d'erreur en commençant par

$$e_n^P(t, s) = e_n(t) - \alpha_n \int_t^{t+s} e_n(\tau - h) d\tau - \beta_n \int_{-\infty}^{t+s} p_n(\tau - h) d\tau \quad (3.23)$$

et, à partir de $i = n - 1$ vers 1, avec

$$e_i^P(t, s) = e_i(t) - \alpha_i \int_t^{t+s} e_i(\tau - h) d\tau - \beta_i \int_{-\infty}^{t+s} p_i(\tau - h) d\tau \int_t^{t+s} + \int_t^{t+s} e_{i+1}^P(\tau - h, h) d\tau, \quad (3.24)$$

où

$$e_i(t) = x_i(t) - x_i^*(t - h), \quad \forall i \in \{1, \dots, n\}. \quad (3.25)$$

et

$$p_i(t) = e_i^P(t - h, h) - e_i(t). \quad (3.26)$$

Construire la prédiction d'état, en commençant par $x_1^*(t) = y^*(t)$, et, à partir de $i = 1$ vers n , avec

$$x_i^P(t, h) = x_i^*(t) + e_i^P(t, h), \quad (3.27)$$

où

$$x_i^*(t) = -f_{i-1}(x_1^P(t, h), \dots, x_{i-1}^P(t, h)) - \alpha_{i-1}e_{i-1}(t) + \dot{x}_{i-1}^*(t), \quad (3.28)$$

et considérer le contrôleur

$$u(t) = -f_n(x^P(t, h)) - \alpha_n e_n(t) + \dot{x}_n^*(t). \quad (3.29)$$

Puis, soit $h^* > 0$, si la norme des gains de contrôle α et β satisfait

$$\alpha_m \geq 4 + \alpha_M(\alpha_M + 2)h^* \quad (3.30)$$

$$\beta_m \geq 4\gamma + \beta_M(\beta_M + 2\gamma)h^*, \quad (3.31)$$

l'origine du système en boucle fermée est uniformément globalement exponentiellement stable pour chaque $h \in [0, h^*]$.

Il convient de mentionner que la dynamique du système en boucle fermée est composée de deux sous-systèmes en boucle fermée : celle de la prédiction d'erreur et celle du biais de prédiction. Puisque la dynamique du système en boucle fermée a une structure en cascade, la preuve du théorème précédent compte sur la procédure classique pour établir la stabilité des systèmes d'équations différentielles ordinaires en cascade. Dans la Section 6.4, nous illustrons l'efficacité du théorème en utilisant une équation du pendule qui n'est pas linéaire et peut être instable.