



HAL
open science

Couplages acousto-optiques dans les cristaux photoniques et phononiques

Quentin Rolland

► **To cite this version:**

Quentin Rolland. Couplages acousto-optiques dans les cristaux photoniques et phononiques. Autre. Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambresis, 2013. Français. NNT : 2013VALE0034 . tel-00985483

HAL Id: tel-00985483

<https://theses.hal.science/tel-00985483>

Submitted on 29 Apr 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Thèse de doctorat

**Pour obtenir le grade de Docteur de l'Université de
VALENCIENNES ET DU HAINAUT-CAMBRESIS**

Discipline, spécialité selon la liste des spécialités pour lesquelles l'Ecole Doctorale est accréditée :

Electronique

Présentée et soutenue par Quentin ROLLAND

Le 12/12/2013, à Valenciennes

Ecole doctorale :

Sciences Pour l'Ingénieur (SPI)

Equipe de recherche, Laboratoire :

Institut d'Electronique, de Micro-Electronique et de Nanotechnologie/Département
d'Opto-Acousto-Electronique (IEMN/DOAE)

Couplages acousto-optiques dans les cristaux photoniques et phononiques

JURY

Président du jury

– Vincent Laude, Directeur de recherche CNRS, Institut FEMTO-ST Besançon

Rapporteurs

– Hongwu LI, Professeur des Universités, Université de Nantes
– André PÉRENNOU, Professeur des Universités, ENIB LabSTICC Brest

Directeur de thèse

– Joseph GAZALET, Professeur des Universités, IEMN UVHC Valenciennes

Co-Directeur de thèse : Jean-Claude KASTELIK, Professeur des Universités, IEMN UVHC Valenciennes

Encadrant de thèse : Samuel DUPONT, Maître de conférences, IEMN UVHC Valenciennes

Remerciements

Ces travaux ont été effectués au laboratoire de l'IEMN (Institut d'Electronique, Microélectronique et de Nanotechnologie) au sein de l'équipe « Composants et systèmes acousto-optiques » du Département d'Opto-Acousto-Electronique de l'Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis.

Ce travail de thèse n'aurait jamais pu voir le jour sans l'aide et l'encadrement de Samuel Dupont (co-encadrant), de Joseph Gazalet (directeur de thèse) ainsi que de Jean-Claude Kastelik (co-directeur de thèse). Je les remercie pour leurs conseils, pour leurs disponibilités ainsi que pour avoir dirigé ce travail de thèse avec beaucoup de patience.

Je tiens également à remercier l'équipe EPHONI dirigée par le Professeur Bahram Djafari-Rouhani pour les discussions scientifiques dans le cadre du projet ANR PhoXcry. Pour cela, je remercie Y. Pennec, B. Djafari-Rouhani, M. Oudich, S. El-Jallal et G. Lévêque.

Je remercie l'ensemble des membres du jury, en particulier Messieurs les Professeurs André PÉRENNOU et Hongwu LI en tant que rapporteurs et Monsieur Vincent LAUDE, directeur de recherche au CNRS, pour avoir accepté d'examiner ce manuscrit.

Enfin, je tiens à saluer l'ensemble des collègues et amis doctorants comme Anthony, Frédéric, Vianney, ainsi que ceux qui ont soutenu leur thèse comme Sabrina, Julien et Fabien.

Table des matières

1	Etat de l'art	8
1.1	Introduction	8
1.1.1	Les milieux périodiques	9
1.1.2	Ondes dans les milieux périodiques	11
1.2	Mise en évidence des bandes interdites	11
1.2.1	Le théorème de Bloch-Floquet et ses conséquences	12
1.2.2	Le diagramme de bande	13
1.3	Les cristaux photoniques	15
1.3.1	Historique	15
1.3.2	Exemples de dispositifs	16
1.4	Les cristaux phononiques	21
1.4.1	Historique	22
1.4.2	Exemples de dispositifs	22
1.5	Les cristaux phoXoniques	24
1.5.1	Concept	24
1.5.2	Etat de l'art	25
1.6	Paramètres d'optimisation de la largeur de bande interdite	28
1.6.1	Facteur de remplissage	29
1.6.2	Autres motifs	29
1.7	Mécanismes de couplage acousto-optique dans les structures à bande interdite	30
1.7.1	Effet photo-élastique	31
1.7.2	Effet électro-optique	32
1.7.3	Effet opto-mécanique	32
1.8	Cadre de l'étude	33
2	Concepts théoriques et mise en œuvre des méthodes numériques	34
2.1	Généralités sur les ondes dans un milieu homogène illimité sans perte.	34
2.1.1	Les ondes élastiques dans les milieux homogènes illimités.	36
2.1.2	Les ondes électromagnétiques dans les milieux diélectriques homogènes illimités et non magnétique	45
2.1.3	Cône du son, cône de lumière et phénomène de réflexion totale	50
2.1.4	Modes guidés	52
2.2	Généralités sur les milieux périodiques	55
2.2.1	Modélisation des milieux périodiques	55
2.2.2	Forme générale des ondes dans les milieux périodiques 3D : <i>Les fonctions de Bloch</i>	60
2.2.3	Influence de la répartition du paramètre périodique dans une maille :	61
2.2.4	Milieux périodiques et cône de lumière : Les modes résonants ou modes à fuite	64
2.3	Méthodes de calcul	64
2.3.1	Méthode des différences finies	64
2.3.2	Méthode des éléments finis	69

2.3.3	Comparaison	70
2.4	Cavité optique dans un milieu périodique (défauts ponctuels)	71
2.4.1	Mise en évidence des modes de défaut dans les diagrammes de bande	72
2.4.2	Mise en évidence des modes de défauts par un calcul de transmission	75
2.4.3	Comparaison diagramme de bande/transmission	76
2.5	Conclusion	78
3	Conception des cristaux phoXoniques	79
3.1	Introduction	79
3.2	Dimensionnement des structures	80
3.2.1	Polarisation acoustique	81
3.2.2	Polarisation optique	83
3.2.3	Dimensionnement des cristaux phoXoniques sur Silicium	85
3.2.4	Dimensionnement des structures phoXoniques sur Niobate de Lithium	92
3.2.5	Discussion Silicium / LiNbO3	102
3.3	Modes de cavité	103
3.3.1	Modèle des supercellules	103
3.3.2	Etude des cavités sur Silicium	104
3.3.3	Etude des cavités sur Niobate de Lithium	111
3.4	Résumé	119
4	Prise en compte des mécanismes de couplage photons/phonons	120
4.1	Introduction	120
4.2	L'effet Photo-élastique et effet Opto-mécanique dans le cadre de la théorie des perturbations : Notion de taux de couplage	121
4.2.1	Variation de la pulsation propre du mode en présence d'une pertur- bation :	121
4.2.2	Effet opto-mécanique : cas des interfaces mobiles	123
4.3	Analyse des résultats de modulation de l'onde lumineuse dans des cavités L1	124
4.3.1	Couplage dans le silicium	125
4.3.2	Couplage dans le niobate de lithium	138
4.4	Etude spectrale de la transmission à travers un dispositif à cavité L1 . . .	143
4.4.1	Transmission optique	145
4.4.2	Transmission acoustique	148
4.4.3	Couplage acousto-optique	150
4.5	Résumé	152
	Appendices	157
	A Ellipsoïde des indices	158
	B Contour de la zone irréductible de Brillouin	159
	C Origine du couplage entre les ondes harmoniques	160

Introduction générale

Le travail présenté dans ce mémoire de thèse a été effectué au sein de l'IEMN, plus précisément au sein de l'équipe « Composants et Systèmes Acousto-optiques » du Département OAE de l'université de Valenciennes. De par leurs fonctions de modulation, déviation et filtrage de la lumière, les composants acousto-optiques permettant le contrôle de lumière par une onde ultrasonore sont utilisés sur une grande gamme spectrale allant des ultra-violets jusqu'aux infrarouges lointains. Leur développement a été rendu possible à la fois grâce à l'existence de matériaux présentant des propriétés acousto-optiques remarquables mais aussi aux progrès des sources laser, notamment dans le domaine des télécommunications optiques infrarouges. Ces composants sont caractérisés par des interactions s'effectuant classiquement avec des ondes ultrasonores se propageant soit en volume soit en surface. Or, de manière analogue aux semi-conducteurs où les déplacements des électrons dépendent des bandes d'énergie permises ou non du fait de l'existence d'un potentiel périodique, les cristaux photoniques ou phononiques sont des structures périodiques avec finalement les mêmes conséquences et intérêts que les semi-conducteurs, à savoir l'existence de bandes interdites dans une certaine plage de longueurs d'ondes pour la propagation d'ondes électromagnétiques pour les cristaux photoniques et ultrasonores pour les cristaux phononiques. L'idée générale qui a donc conduit à ce travail de thèse est d'étudier la possibilité d'obtenir, dans l'hypothèse où un cristal présenterait une double structure de bandes à la fois phononique et photonique, une interaction entre l'onde lumineuse et l'onde ultrasonore. Il est attendu un rendement amélioré au regard du fort confinement potentiellement réalisables dans ces structures.

Ce travail exploratoire a pu débuter en octobre 2010 avec comme support un contrat d'encadrement doctoral. De plus, le déroulement de la thèse a coïncidé avec l'acceptation par l'Agence Nationale de la Recherche et la mise en place du projet PhoXCry traitant du niobate de lithium, cristal bien connu pour ses propriétés électro-acousto-optiques, sous une forme nano-structurée baptisée phoXonique, le X symbolisant la réunion de « photonique » et « phononique ». Notre laboratoire, partenaire dans ce projet était en charge de la modélisation de l'interaction acousto-optique. Le travail de thèse s'est donc également inscrit dans ce cadre.

Le manuscrit est organisé en 4 chapitres ; le premier présente un état de l'art sur les cristaux photoniques, phononiques et phoXoniques. Dans le second, quelques rappels théoriques sont développés au sujet des ondes et des milieux périodiques. Le troisième chapitre présente la conception des cristaux phoXoniques et la recherche de modes de cavité. A partir duquel, dans la dernière partie, le couplage acousto-optique pourra être étudié.

Chapitre 1

Etat de l'art

1.1 Introduction

Une étude transversale de la propagation des ondes dans les milieux périodiques a été menée par Léon Brillouin, il y décrit de manière analytique la propagation des ondes élastiques, électromagnétiques et électroniques dans les réseaux [1]. Il s'appuie en particulier sur les travaux de Kelvin et de Rayleigh, qui ont étudié la propagation des ondes élastiques selon un système masse ponctuelle-ressort à une dimension. Il étend le cadre de ces travaux à deux et trois dimensions en étudiant plus particulièrement les symétries des réseaux. Il montre que la périodicité des solutions dans l'espace réciproque résulte de la discrétisation dans l'espace réel et définit des domaines que l'on appellera les zones de Brillouin. Il décrit l'existence de « bandes d'arrêt » liée au phénomène de diffraction des ondes dans les réseaux, encore appelées « bandes interdites » : des bandes de fréquence pour lesquelles l'onde ne se propage pas. Dès lors que la longueur d'onde est de dimension comparable au motif du réseau, un phénomène de diffraction apparaît : la propagation des ondes n'est pas possible, le réseau joue alors le rôle de filtre. Les caractéristiques du filtre sont directement liées aux propriétés physiques et géométriques du motif et du réseau.

Depuis, de nouveaux champs d'application ont vu le jour avec la fabrication de matériaux artificiellement structurés dont l'objectif commun est le contrôle de la propagation des ondes. En particulier, les progrès des micro- et nanotechnologies ont rendu possible la création de réseaux nano-structurés aux échelles des ondes électromagnétiques : les « cristaux photoniques » ou ultrasoniques : les « cristaux phononiques ».

Un intérêt tout particulier a été porté aux structures qui permettent de contrôler à la fois les ondes élastiques et les ondes électromagnétiques : les « cristaux phoXoniques », qui sont à la fois des cristaux photoniques et phononiques. Un des intérêts majeurs attendu de ces structures est de permettre un couplage renforcé des ondes élastiques et des ondes électromagnétiques lié au phénomène d'ondes lentes et au fort confinement des ondes.

Nous introduisons dans ce chapitre les concepts utiles à la définition des réseaux et de la propagation des ondes au travers. Nous présentons ensuite un état de l'art le plus synthétique possible des réseaux photoniques, phononiques et phoXoniques. Enfin nous donnons les éléments utiles à l'introduction de notre étude du couplage photons / phonons dans ces structures.

1.1.1 Les milieux périodiques

Les structures périodiques peuvent être classifiées selon leurs dimensions. Ainsi, il existe des milieux périodiques qui présentent une périodicité de leurs propriétés physiques selon une, deux ou trois dimensions comme illustré par la figure 1.

D'un point de vue pratique, les structures à une dimension (1D) sont constituées de couches empilées les unes sur les autres suivant une alternance périodique de deux matériaux (figure 1.1.a).

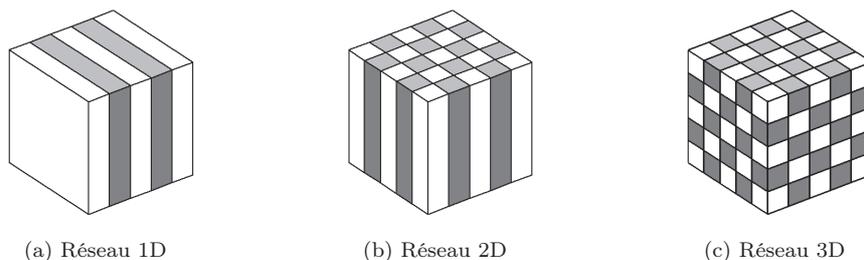


FIGURE 1.1 – Illustration des réseaux ayant une périodicité à une dimension (a), à deux dimensions (b) et à trois dimensions (c)

Les structures présentant une périodicité suivant deux dimensions sont caractérisées par des motifs périodiques dans un plan et sont considérés invariants et illimités selon la dimension perpendiculaire au plan de la périodicité (figure 1.1.b). Les structures sont composées généralement de réseaux de cylindres (ou de piliers) dans l'air. Les réseaux d'inclusions ou de trous percés dans la matière sont aussi des cas de structures 2D, quand l'épaisseur est finie (plaque ou membrane), on parle de structure quasi-2D. Enfin, les structures à trois dimensions (figure 1.1.c) peuvent être produites concrètement par des sphères empilées les unes sur les autres ou des arrangements périodiques de cylindres selon plusieurs directions.

A titre d'exemple, dans le domaine optique, les structures 1D sont constituées de multicouches diélectriques. Lord Rayleigh [2] en 1887 a été le premier à étudier théoriquement la propagation de la lumière dans les structures périodiques 1D. Ce type de structure peut être ramené à un agencement constitué de couches diélectriques périodiques ayant des indices de réfraction différents. Il s'agit typiquement d'un agencement de couches alternées de haut et bas indices de réfraction avec un contraste suffisant. Il émit ainsi l'hypothèse que l'effet de bande interdite dans ces systèmes permettrait d'obtenir des miroirs à forts coefficients de réflexion, les miroirs dits « de Bragg ». Car c'est en 1913 que W.G. Bragg confirma ses travaux en utilisant les rayons X sur un cristal. Il remarqua des pics intenses de réflexions suivant le choix spécifique de l'angle d'incidence et la longueur d'onde des rayons incidents. La périodicité de la maille cristalline permettait en effet une réflexion très proche de l'unité, à hauteur de 99.9%, des rayons incidents. Ces expériences constituent les premiers travaux de la mise en évidence des bandes interdites.

L'engouement pour les milieux périodiques artificiels à trois dimensions commence en 1987, suite aux travaux de Yablonovitch [3] et John [4]. Ils proposent des réseaux 3D présentant des bandes interdites complètes et qui ont la particularité d'être indépendantes de l'angle d'incidence de l'onde électromagnétique. Cependant, pour un accord aux fréquences optiques, les réseaux doivent présenter des paramètres de réseaux inférieurs au micron, leur fabrication s'est révélée du point de vue technologique difficilement réalisable en 3D. Une attention particulière s'est alors portée sur les réseaux bidimensionnels qui

présentent l'avantage d'être réalisés plus facilement en utilisant les techniques de fabrication standard déjà développées dans l'industrie de la microélectronique. Les réseaux 2D ou quasi-2D demeurent intéressants dans le sens où ils présentent de manière similaire aux réseaux 3D des bandes interdites complètes, c'est-à-dire des bandes interdites indépendantes de la direction de propagation et de la polarisation de l'onde. Notons cependant que l'obtention des bandes interdites complètes dans les structures 2D est plus difficile que dans les structures 3D. Pour pallier à cette difficulté, on peut étudier séparément les polarisations des ondes afin de déterminer des structures présentant des bandes interdites partielles (pour une seule polarisation) mais toujours pour toutes les directions de propagation (dans le plan).

Pour classer les différents réseaux dans le plan, on définit deux vecteurs a_1 et a_2 que l'on peut caractériser par leurs normes et par l'angle qui les sépare. Le caractère périodique du réseau limite le nombre de combinaisons possibles pour ces trois paramètres. Ainsi, il existe 5 types de mailles compatibles avec la structuration d'un réseau 2D. Chacune de ces mailles correspond à un type de réseau dit « réseau de Bravais » [5] : le parallélogramme (réseau oblique), le rectangle (réseau rectangulaire), le losange (réseau rectangulaire centré), le carré (réseau carré) et le cas particulier du losange doté d'un angle égal à $2\pi/3$ (réseau hexagonal ou triangulaire). Notons le cas du réseau rectangulaire centré qui n'est pas primitif (il contient 2 nœuds par maille). Cependant, il constitue une représentation pratique de la maille losange et rappelle qu'il présente la même symétrie ponctuelle que le réseau rectangulaire. On dit que ces deux réseaux appartiennent au même système cristallin. Ainsi, il n'existe que quatre « systèmes cristallins » plans qui se distinguent les uns des autres par leur symétrie ponctuelle [5]. A l'exception du système rectangulaire qui accepte deux types de mailles : primitive et centrée, les autres systèmes ne présentent que la maille primitive. Un cristal est défini par l'adjonction d'un motif au réseau. Un exemple de réseau 2D qui présente un intérêt particulier dans le domaine des systèmes photoniques est représenté par la structure en nid d'abeille (ou « honeycomb »). Il est constitué d'un réseau hexagonal doté d'un motif à deux atomes par maille.

L'ensemble des travaux de ce manuscrit s'appuie sur les mailles carré, hexagonale et en nid d'abeille illustrées par les figures 1.2.a, 1.2.b et 1.2.c.

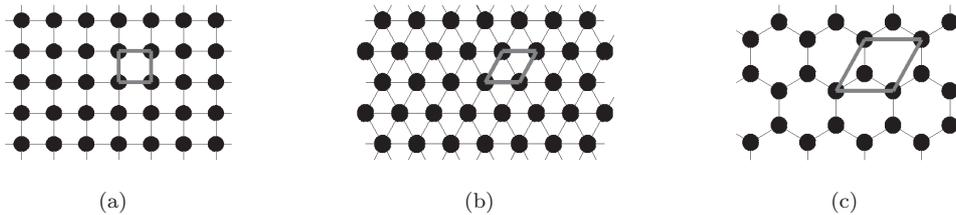


FIGURE 1.2 – Illustration des réseaux carrés (a), hexagonal ou triangulaire (b) et hexagonal, structure en nid d'abeille (c) ; le motif des deux premiers réseaux (a) et (b) ne comporte qu'un seul atome, le motif du troisième (c) est formé de deux atomes.

Les mailles représentées ici constituent le réseau direct. Ce réseau est caractérisé par des vecteurs de translations élémentaires \vec{a}_i : les vecteurs de base du réseau direct. Le réseau est invariant pour toute translation correspondant à un vecteur du réseau direct. Le réseau dit réciproque est constitué des vecteurs de base \vec{b}_i , définis tels que :

$$\vec{a}_i \cdot \vec{b}_j = 2\pi \cdot \delta_{ij}$$

Avec δ_{ij} le symbole de Kronecker. La notion de réseau réciproque est essentielle à la description des cristaux photoniques et photoniques, plus particulièrement dans le cadre

de l'étude des bandes interdites. La raison d'être du réseau direct sera introduite dans le chapitre suivant.

Nous précisons enfin que le cas des cristaux 3D est bien plus complexe : il existe 7 systèmes cristallins correspondant aux classes de symétrie ponctuelles compatibles avec la structure d'un réseau. En tenant compte des mailles non primitives (et non triviales) on identifie 14 réseaux de Bravais 3D [6]. En tenant compte du fait que l'adjonction du motif réduit les éléments de symétrie des réseaux, on retrouve les trente-deux classes cristallines (réseau+motif).

1.1.2 Ondes dans les milieux périodiques

La propagation d'une onde est décrite mathématiquement par une équation (ou un système d'équations couplées) nommée à propos : l'« équation d'onde ». Il s'agit d'une équation aux dérivées partielles du second ordre, dont la forme dépend de la nature des ondes considérées.

Le matériau dans lequel se propage l'onde est décrit quant à lui par ses propriétés physiques (comme sa permittivité, mais aussi sa densité, son élasticité, etc.). Selon le problème traité, les propriétés physiques sont représentées mathématiquement par des scalaires ou des tenseurs suivant que le matériau est isotrope ou anisotrope. Par exemple pour un matériau photonique, la permittivité varie périodiquement avec les coordonnées d'espace, telle que : $\vec{\epsilon}_r(\vec{r}) = \vec{\epsilon}_r(\vec{r} + m \cdot \vec{a}_1 + n \cdot \vec{a}_2 + p \cdot \vec{a}_3)$, avec \vec{r} le vecteur position ; m , n et p trois entiers et $(\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3)$ les vecteurs de base de la maille cristalline du réseau. Ces grandeurs sont les coefficients des équations aux dérivées partielles.

Les travaux du mathématicien Gaston Floquet en 1883 ont permis d'établir qu'il existe une solution des systèmes d'équations différentielles à coefficients périodiques qui présentent une périodicité de seconde espèce, à savoir : la solution évaluée en deux points séparés l'un de l'autre d'une distance égale au pas du réseau est identique à un déphasage près (de type $e^{i\theta}$). Cette solution peut ne pas être unique (cas du système dégénéré).

Ces travaux sont repris par Félix Bloch en 1928 qui démontra que la fonction d'onde Γ d'un électron dans un potentiel périodique présente une périodicité du seconde espèce selon la terminologie de Floquet. L'opérateur de translation et l'Hamiltonien ont une base commune (ils « commutent »), les solutions de l'Hamiltonien après translation diffèrent d'un facteur de phase. Ce résultat se généralise aux problèmes de propagation pour des ondes de nature différente, l'Hamiltonien étant remplacé par un opérateur de propagation.

De ces travaux découlent le théorème de Bloch-Floquet pour les ondes dans les milieux périodiques, qui stipule qu'une fonction propre de l'opérateur de propagation est décrite comme le produit d'une onde plane de vecteur d'onde k et d'une fonction périodique de même période que celle du réseau. Ou, de façon équivalente, par la superposition linéaire d'une infinité d'ondes planes de même pulsation mais de vecteurs d'ondes espacés les uns des autres par un vecteur du réseau réciproque.

1.2 Mise en évidence des bandes interdites

Nous précisons ici la forme mathématique des ondes de Bloch et les propriétés qui en découlent. Pour illustrer ce point nous avons recours au cas simple de l'équation de

Schrödinger 1D, les résultats se généralisent facilement à deux et à trois dimensions.

1.2.1 Le théorème de Bloch-Floquet et ses conséquences

L'équation de Schrödinger indépendante du temps décrivant le mouvement des électrons dans un potentiel $U(x)$ périodique à une dimension, de période a , s'écrit :

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi(x)}{\partial x^2} + U(x)\Psi(x) = E\Psi(x) \quad (1.1)$$

Le théorème de Bloch-Floquet stipule que les fonctions propres $\Psi_E(x, t)$, solutions de l'équation de Schrödinger s'écrivent sous la forme d'une onde progressive dont l'amplitude est une fonction périodique avec la périodicité du réseau :

$$\Psi_E(x, t) = \mu_E(x) \cdot e^{j(k \cdot x - \omega \cdot t)} \quad (1.2)$$

Les indices E rappellent que l'on s'intéresse à la forme générale de la solution propre relative à la valeur propre E de l'énergie (ou de la pulsation propre $\omega = E/\hbar$). L'amplitude $\mu_E(x)$ est une fonction périodique de période a , telle que $\mu_E(x+a) = \mu_E(x)$ et k le vecteur d'onde.

Propriété des modes de Bloch : Il est évident que, en omettant la dépendance temporelle, la relation (1.2) peut s'écrire sous la forme :

$$\Psi_E(x+a) = \Psi_E(x) \cdot e^{j(k \cdot a)} \quad (1.3)$$

Cette forme du mode de Bloch montre que lors d'une translation discrète d'un vecteur du réseau direct, la fonction d'onde varie au plus d'un facteur de phase. Le mode se propage sans distorsion, il reste inchangé au cours de la propagation.

La notion de bande interdite : il peut exister certaines gammes de fréquences où k prend des valeurs complexes ou imaginaires, l'onde ne se propage pas : elle est atténuée. Ces bandes de fréquence portent le nom de bandes interdites. Lorsqu'elles existent quelle que soit la direction de propagation, on parle alors de bandes interdites omnidirectionnelles. Dans le cas des champs vectoriels, cette bande est dite complète si en plus elle existe quelle que soit la polarisation.

Les zones de Brillouin :

- Repérage des modes propres : En tant que fonction périodique de période a , $\mu_E(x)$ peut se décomposer en série de Fourier : $\mu_E(x) = \sum_m \varphi_{E,m} \cdot e^{j \cdot m \frac{2\pi}{a} x} = \sum_m \varphi_{E,m} \cdot e^{j \cdot m b x}$; la sommation s'entend sur les entiers relatifs. Pour une valeur donnée de k , la relation (1.2) peut s'écrire :

$$\Psi_{E,k}(x) = \sum_m \varphi_{E,k+mb} \cdot e^{j \cdot (k+mb)x} \quad (1.4)$$

L'équation (1.4) montre que si la composante de vecteur d'onde k intervient dans la somme, alors toutes les composantes spectrales de Fourier espacées d'un vecteur du réseau réciproque (mb) appartiennent aussi à la solution. En effet, si on considère un vecteur d'onde $k' = k + n \cdot b$, en substituant k par k' :

$$\begin{aligned} \Psi'_{E,k}(x) &= \sum_m \varphi_{E,k'+mb} \cdot e^{j(k'+mb)x} = \sum_m \varphi_{E,k+nb+mb} \cdot e^{j(k+(m+n)b)x} \\ &= \sum_{m'} \varphi_{E,k+m'b} \cdot e^{j \cdot (k+m'b)x} \end{aligned} \quad (1.5)$$

La sommation se faisant sur tous les entiers $m' = m+n$, on remarque que la fonction est une autre expression de $\Psi_{E,k}$: on est en présence du même sous-système que celui considéré pour déterminer $\Psi_{E,k}$. Cette équivalence met en évidence le fait que si la composante k (c'est à dire lorsque $m = 0$) intervient dans la somme, alors toutes les composante $k' = k + n \cdot b$ seront aussi présentes chacune avec son coefficient respectif. En d'autres termes, on peut repérer indifféremment un mode donné par n'importe lequel vecteur de ces vecteurs : $k' = k + n \cdot b$. Par convention, on repère le mode par la valeur principale \tilde{k} de k telle que : $-\pi/a < \tilde{k} \leq \pi/a$. Cet intervalle définit la première zone de Brillouin. Ainsi, en plus de l'indice E introduit précédemment, il apparaît la nécessité d'un deuxième indice pour repérer une fonction de Bloch. On notera donc une fonction de Bloch sous la forme :

$$\Psi_{E,\tilde{k}}(x,t) = \mu_{E,\tilde{k}}(x) \cdot e^{j(\tilde{k} \cdot x - \omega \cdot t)} \quad (1.6)$$

- Périodicité des valeurs propres dans l'espace réciproque : Le fait qu'à chaque vecteur $k = \tilde{k} + nb$; $\forall n \in Z$ corresponde la même fonction propre et donc avec la même valeur propre E (ou ω) indique la périodicité des valeurs propres dans l'espace réciproque. Il s'ensuit que l'on peut restreindre l'étude aux valeurs de k appartenant à la *première zone de Brillouin*.

1.2.2 Le diagramme de bande

La relation reliant la pulsation de l'électron à son vecteur d'onde k : $\omega(k)$, est appelée la *relation de dispersion* dont la représentation est la *courbe de dispersion*. La représentation graphique de l'ensemble des courbes de dispersion pour les valeurs du vecteur d'onde appartenant à la première zone de Brillouin est appelée le *diagramme de dispersion*, ou *diagramme de bande* : $\omega(k)$; les différentes bandes d'énergie et les bandes interdites apparaissent clairement sur ce diagramme. Généralement, on se limite à l'intervalle des vecteurs d'ondes de la première zone de Brillouin : le « diagramme de bande restreint ».

A titre d'illustration, nous présentons ci-après un diagramme de bande pour le cas 1D (figure 1.3) et un autre pour le cas 2D (figure 1.4). Les courbes de dispersion des modes sont représentées en trait plein noir. On pourra remarquer que certaines bandes de fréquences $\Delta\omega$, soulignées par le fond gris sur le diagramme de dispersion, sont exemptes de modes : ces bandes correspondent aux bandes interdites complètes. On représente de plus sur la partie droite des figures 1.3 et 1.4 quelques fonctions propres Ψ_k calculées pour les pulsations indiquées sur le diagramme de dispersion.

Le diagramme de bande d'un milieu périodique 1D : Les structures artificielles périodiques à une dimension sont créées dans le domaine de l'optique, par un empilement de couches diélectriques d'indices de réfraction différents : les « miroirs de Bragg ». Le cristal 1D est ici constitué d'une période de deux couches successives d'un matériau d'indice haut n_h et d'un autre d'indice bas n_b ; la période est notée a . Les courbes de dispersion des modes propres sont affichées sur la partie gauche de la figure 1.3, elles présentent l'évolution de la pulsation réduite en fonction du vecteur d'onde k variant de $-\pi/a$ à π/a afin de décrire la première zone de Brillouin. Les régions de couleur grise représentent les bandes interdites complètes du cristal. On remarque que la structure prise en exemple présente 5 bandes interdites pour des pulsations réduites variant de 0 à 2. Ces bandes sont d'autant plus larges que le saut d'indice est grand [7]. Les fonctions propres affichés sur la partie droite représentent l'évolution du champ magnétique H_z le long du cristal; pour trois modes. On remarquera que le premier mode correspond au fondamental. Plus la fréquence est élevée et plus l'ordre du mode est élevé, on constate que la distribution du champ magnétique est de plus en plus complexe.

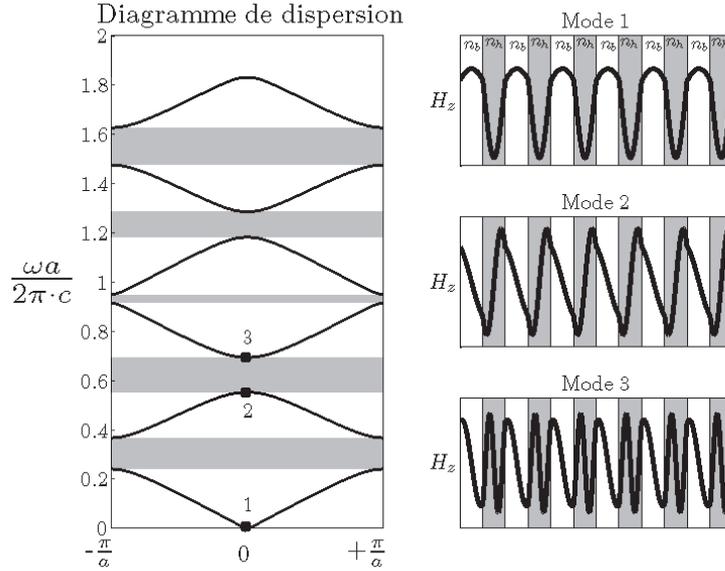


FIGURE 1.3 – Diagramme de dispersion d'un cristal 1D (à gauche) liant la pulsation réduite $\omega \cdot a/2\pi \cdot c$ en fonction du vecteur d'onde \mathbf{k} normalisé variant de $-\pi/a$ à $+\pi/a$ et représentation du champ magnétique (à droite) le long du cristal pour les trois premiers modes du cristal sur 6 périodes

De manière plus traditionnelle, le comportement des miroirs de Bragg peut s'expliquer par les réflexions multiples de l'onde incidente entre les interfaces des différentes couches et l'interférence d'une onde propagative et d'une onde contra-propagative.

Le diagramme de bande d'un milieu périodique 2D : Les structures présentant une périodicité à deux dimensions sont en quelque sorte une généralisation du concept de réflecteur de Bragg. Dans le cas bidimensionnel, le vecteur d'onde \vec{k} peut prendre toutes les directions de propagations dans le plan de la périodicité, selon la première zone de Brillouin comme précédemment.

Ici, la première zone de Brillouin présente deux directions privilégiées dites « directions de hautes symétries ». Elles correspondent dans l'espace direct aux directions décrites par les vecteurs liant un motif à ses premiers voisins. Dans un réseau carré la direction de propagation notée ΓX dans l'espace réciproque correspond à la direction de l'espace direct liant un motif à son plus proche voisin ; la direction liant un motif et son deuxième voisin correspond à un vecteur d'onde dans la direction notée ΓM (Γ étant l'origine du réseau réciproque). Le diagramme de dispersion se doit de représenter la pulsation en fonction de tous les vecteurs d'onde \vec{k} possibles : toutes les valeurs telles que l'extrémité de \vec{k} se trouve dans l'aire (le volume en 3-D) de la première zone de Brillouin. Comme les extrema se trouvent sur les directions de hautes symétries [8], on se limite au tracé des courbes suivant le parcours de (« path ») défini par ces directions. Ainsi dans l'exemple 2-D de la figure 1.4, partant de l'origine (Γ) le vecteur d'onde suivra la direction X , puis la direction M , puis parcourra le chemin qui retourne à l'origine Γ .

La figure 1.4 présente le diagramme de dispersion (à gauche) d'un cristal photonique constitué de silicium et d'inclusions circulaires d'air de rayon normalisé $r/a = 0.43$. L'exemple illustré à la figure 1.4 présente deux bandes interdites complètes situées à proximité des pulsations réduites de 0,3 et de 0,45.

Sur la partie droite, se trouvent quelques modes propres illustrés par la composante normale du champ magnétique H_z . On peut noter encore une fois que le premier

mode est le mode fondamental, le deuxième et le troisième sont des modes d'ordre 2 ; plus la fréquence propre du mode est haute, plus le mode sera d'ordre élevé et plus la cartographie du champ magnétique sera complexe.

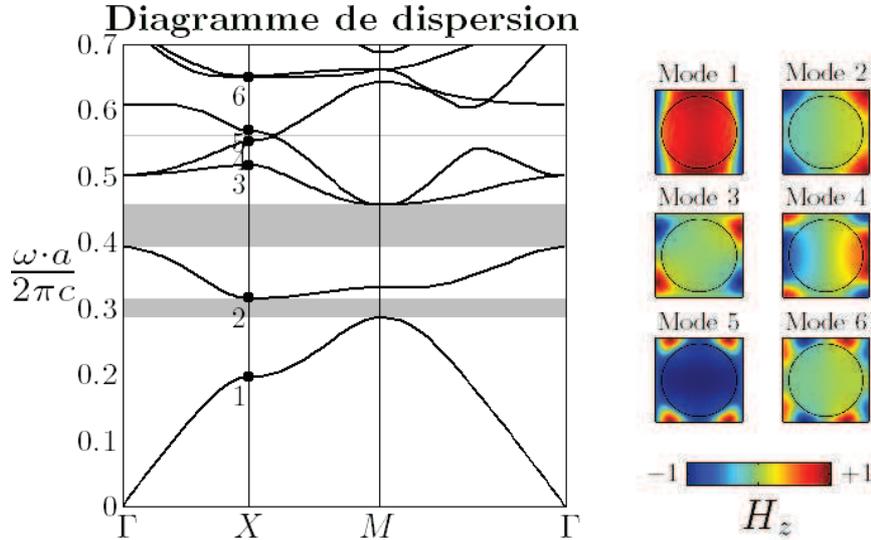


FIGURE 1.4 – Diagramme de dispersion d'un cristal 2D (à gauche) liant la pulsation réduite $\omega \cdot a/2 \cdot c$ en fonction de la direction du vecteur d'onde et la représentation du champ magnétique (à droite) selon la direction X du vecteur d'onde pour les six premiers modes

Enfin, on peut noter un fort confinement du champ optique sur l'ensemble des modes dans le domaine à fort indice : de manière analogue au cristal 1D, plus le contraste d'indice est élevé et plus les bandes interdites sont larges.

1.3 Les cristaux photoniques

1.3.1 Historique

Les premières études des cristaux photoniques ont été réalisées sur les réseaux 3D, plus particulièrement sur les réseaux cubique-face-centrée. Les travaux considérés comme initiateurs de la thématique sont ceux de Yablonovitch et al. et de John et al. [3, 4] de 1987 qui portent sur l'étude expérimentale des microsphères et de la mise en évidence des bandes interdites. D'un point de vue théorique, en 1990, la méthode des ondes planes est appliquée aux équations de Maxwell [9, 10, 11, 12].

Suite à ces études, la thématique a rapidement fait preuve d'un engouement comme en témoigne les nombreuses références bibliographiques des années 90, engouement qui ne s'est pas démenti depuis. En 1991 [13, 14], les premiers cristaux contenant des défauts volontaires sont réalisés expérimentalement. Ceci a permis de mettre en évidence les modes de résonance de ces défauts dans le diagramme de transmission. Ozbay et al. en 1994 [15] qui confirmèrent expérimentalement l'existence des bandes interdites sur une série de tiges d'alumine aux fréquences des micro-ondes. Les technologies évoluant au cours des années, Miguez et al. en 1997 [16] créèrent des sphères de silice dont le diamètre varie entre 200 et 700 nm. En 1998, des travaux similaires [17] ont été effectués sur des sphères inversées en titane avec des diamètres avoisinant les 500 nm. Par la suite, Garcia-Santamaria et al. [18] en 2002 réalisa des sphères de silice dont le diamètre varie

entre 400 et 700 nm.

Parallèlement à ces études et dans la continuité des travaux pionniers sur les réseaux tridimensionnels, de nombreux articles traitent des réseaux bidimensionnels. En effet, la difficulté technologique d'implémenter des opales dans les circuits photoniques a suscité des développements, qu'ils soient théoriques ou expérimentaux, spécifiques aux réseaux 2D. Ces réseaux ont l'avantage de pouvoir présenter de manière équivalente aux réseaux 3D des bandes interdites complètes. Il ressort cependant de l'étude bibliographique que les bandes interdites sont moins larges pour les réseaux 2D que pour les réseaux 3D.

Pour les réseaux bidimensionnels, deux cas d'études se présentent. Le premier consiste à étudier un réseau plan considéré comme infini suivant la direction normale à ce plan. Ce cas constitue une hypothèse simplificatrice qui permet d'effectuer l'ensemble des calculs selon un schéma purement 2D. Il n'est valable physiquement que si l'on considère une épaisseur de substrat très grande par rapport au paramètre de réseau a . Le deuxième cas consiste à prendre en compte une épaisseur finie selon la troisième dimension. Par exemple : une couche à fort indice posée sur un substrat à faible indice, la couche est structurée, pas le substrat. On exploite l'effet de réseau dans cette couche. Lorsque la couche à fort indice se trouve entre deux couches d'air, on parle membrane photonique ou lame optique (ou encore « slab »). Le cas des ondes de Lamb dans les plaques est un exemple de membrane dans le domaine de l'acoustique. On qualifie parfois le cas d'étude des structures périodiques sur membrane de cas « 2.5D ».

C'est aussi dès les années 90 que les études concernant les cristaux photoniques bidimensionnels débutent. En 1993, P.L. Gourley [19] prouve techniquement la possibilité d'avoir des paramètres de réseau bidimensionnel proches de 400 nm fabriqué en AlGaAs. Suite à quoi en 1997 [20], les premières mesures expérimentales sont faites dans le même matériau pour mettre en évidence les bandes interdites. L'année suivante, d'Urso et al. [21] compléta cette étude en étudiant l'impact des microcavités sur la propagation des ondes optiques. A partir de 1999, les microcavités sont étudiées plus en détail : Labilloy et al. [22] étudient leurs impacts sur les bandes interdites, O. Painter et al [23] étudient le confinement des ondes dans ces microcavités pour la conception de micro-laser. D'autres structures sont étudiées, en particulier un réseau de piliers à la place d'un réseau d'inclusions [24]. Enfin en 2000, l'étude des microcavités se prolonge par celle des guides d'ondes [25, 26]. Les domaines d'intérêt portent maintenant sur les dispositifs à cavités actives tels que les modulateurs électrooptiques [27] ou acousto-optiques comme c'est le cas dans ce manuscrit.

Ces études établissent la faisabilité de structures à base de cristaux à deux dimensions présentant des bandes interdites. En partant des travaux cités ci-dessus et en utilisant des techniques de fabrication de plus en plus précises, les dispositifs publiés sont ensuite devenus de plus en plus complexes. Cette sophistication a permis la création de nouveaux dispositifs que l'on décrira dans le paragraphe suivant.

1.3.2 Exemples de dispositifs

Parmi les différents dispositifs proposés, un grand nombre s'appuie sur des défauts volontaires de la structure. La notion de mode de défaut a quasiment été introduite en même temps que celle de bande interdite. Le défaut est en fait une lacune du réseau périodique, il se comporte comme une cavité (défaut ponctuel) ou comme un guide d'onde (défaut linéaire).

Le défaut est choisi de manière à ce que la fréquence propre du mode associé soit située dans la bande interdite. Par exemple, dans le cas d'un cristal photonique 1D, un défaut correspond à une couche de fort indice de réfraction de manière à confiner l'onde, entouré de deux réseaux périodiques similaires à deux miroirs de Bragg. Lors de l'excitation du défaut à la fréquence de résonance, l'onde est réfléchie entre ces deux miroirs et l'ensemble se comporte comme une cavité de type Fabry-Pérot. Dans le cas des cristaux 2D, la création d'un défaut consiste en l'omission volontaire d'un ou plusieurs motifs. Le but étant d'obtenir des structures présentant des facteurs de qualité les plus élevés possibles (dispositifs permettant de localiser l'énergie optique avec peu de perte). Le concept est largement employé dans la littérature et de nombreux articles traitent uniquement de la conception de défauts aux facteurs les plus hauts possibles.

Les dispositifs présentant des défauts linéaires constituent des guides d'ondes. Ces guides présentent plusieurs particularités, telles que la possibilité d'obtenir : un fort confinement, un faible rayon de courbure, des ondes lentes ou une forte dispersion chromatique. Comparons rapidement les ordres de grandeur avec les guides d'onde classiques (tels que les fibres optiques dont le principe de fonctionnement repose sur un saut d'indice) :

- compacité : dimension caractéristique des guides à cristaux photoniques : 300 nm (un cœur de 10 μm pour les fibres optiques) ;
- rayon de courbure : un coude à 90° génèrent en théorie peu de pertes de propagation (dans les fibres ils génèrent des pertes dues à la modification de l'angle d'incidence, ceci impose de maintenir un rayons de courbure élevé avec les fibres, de l'ordre du cm) ;
- ondes lentes [28] un facteur de ralentissement de 300 peut être obtenu avec l'utilisation de membranes de silicium ;
- dispersion [29] : 250 ps/nm (20 ps/nm pour une fibre de 1 km).

Eu égard aux différentes propriétés des cristaux photoniques, les domaines d'applications se répartissent en plusieurs catégories [30] : multiplexage et démultiplexage ; superprisme ; réfraction négative ; guide d'onde ; polariseur ; émission de lumière. On distingue les dispositifs constitués de cristaux exempts de défaut, de cristaux comprenant des défauts ponctuels, linéaires ou utilisant simultanément ces deux types de défauts. Les différents effets exploités sont aussi variés que : la réfraction, la réflexion, la diffraction, la résonance des modes et la propagation des ondes dans les cristaux photoniques.

La figure 1.5 illustre les différentes structures qui peuvent être exploitées, elle représente schématiquement des structures périodiques présentant des défauts ponctuels (cavités) ou linéaires (guides d'onde). Chacun de ces types de structures permet la création de dispositifs tels que le superprisme (figure 1.5.a), le micro-laser (figure 1.5.b), le guide d'onde (figure 1.5.c-d), le résonateur (figure 1.5.e-g) ou le démultiplexage de longueur d'onde (figure 1.5.h). Nous nous contenterons d'introduire brièvement ces différentes applications. Cependant nous définirons plus en détail les catégories qui seront les plus à mêmes à servir de support pour les dispositifs d'interaction acousto-optique.

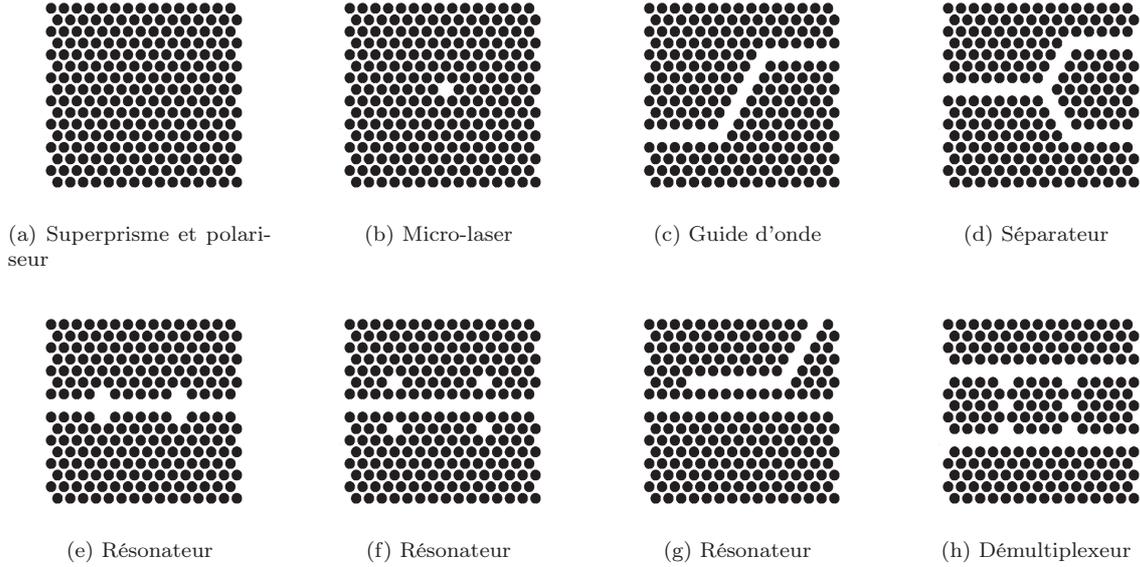


FIGURE 1.5 – : Schéma d'un réseau cristallin hexagonal parfait (a), puis comprenant une cavité (b), d'un défaut linéaire à deux coudes à 60° (c), d'un défaut linéaire scindé en branche Y à 60° (d), un guide d'onde avec quatre défauts (e-f), deux guides d'ondes séparés (g) et de deux guides d'onde comprenant deux cavités (h)

Nous illustrons donc dans ce qui suit du paragraphe (3.2) l'utilisation qui peut être faite des cristaux photoniques, sa lecture peut être différée (ou omise) sans nuire à la compréhension du manuscrit.

Cristal parfait (sans défaut)

Un cristal photonique, nous l'avons vu, présente une bande interdite. C'est cet effet qui permet au cristal de jouer le rôle de filtre optique. L'une des applications utilisant le filtrage est le polariseur [31, 32], quand les diagrammes de dispersion pour les polarisations transverse magnétique et transverse électrique sont très différents. Dans ce cas, les bandes interdites qui en découlent sont disjointes pour les deux polarisations et le cristal joue alors le rôle de filtre sélectif de polarisation. En général, un cristal est conçu pour une polarisation donnée.

De même si l'on considère une onde incidente ayant une longueur d'onde présente dans une bande permise et non pas dans une bande interdite, certaines applications peuvent exploiter le phénomène de diffraction. En jouant avec l'angle d'incidence d'une onde, un réseau périodique peut jouer le rôle de prisme, ou plutôt de superprisme [33, 34]. L'angle de l'onde diffractée varie très fortement en fonction de l'angle de l'onde incidente. L'avantage des cristaux photoniques et phononiques permet une déviation angulaire 100 fois supérieure à celle obtenue par un prisme constitué d'un matériau homogène, appelé par conséquent l'effet « super »-prisme.

Enfin, le cristal peut aussi se comporter comme une lentille parfaite [35, 36, 37, 38] reproduisant alors l'image stigmatique d'un point source en amont du cristal. Cet effet, plus communément appelé réfraction négative, permet en outre de focaliser la lumière sans utiliser de lentille supplémentaire [39]. A l'interface air-cristal, l'angle que fait le faisceau de lumière réfractée est négatif, permettant la convergence de l'onde en un point focal. Par conséquent, le cristal se comporte comme une lentille convergente.

Cristal présentant un défaut ponctuel

Outre les applications liées au filtrage ou à la diffraction, l'ajout d'un défaut ponctuel s'accompagne de l'apparition de modes de résonance dans la structure. Ces modes permettent de confiner l'onde optique. On peut les classer en quatre catégories suivant leur ordre d'apparition : les premiers lasers à défaut ponctuel (*Point Defect Laser*) [23], les lasers DFB (*Distributed FeedBack*) [40, 41, 42], les lasers VCSEL (*Vertical Cavity Surface Emitting Laser*) et enfin certaines LED (*Light Emitting Diode*) [43, 44] à haute efficacité utilisant les réseaux périodiques.

Les premiers lasers (*Point Defect Laser*) s'appuient sur le confinement du photon dans une cavité volontairement placée dans un réseau présentant une bande interdite. Cette cavité se comporte comme un micro-laser. Ensuite les DFB sont constitués d'une zone active pour l'émission de la lumière et d'un miroir de Bragg dont la périodicité se trouve dans le plan de la structure. Ce dernier est utilisé pour sélectionner la longueur d'onde d'émission laser. Les VCSEL, contrairement aux lasers conventionnels, émettent de la lumière perpendiculairement à leur surface. Ils sont basés de manière analogue sur des microcavités entre deux miroirs de Bragg, dont la périodicité est perpendiculaire au plan de la structure.

On retrouve aussi la structure à défaut ponctuel dans les fibres à cristaux photoniques. Les fibres optiques classiques sont constituées de guides d'ondes cylindriques ayant un cœur à fort indice de réfraction et d'une gaine à faible indice de manière à confiner l'onde par le saut d'indice. En revanche, dans les fibres à cristaux photoniques, le confinement est obtenu par la structure périodique. Les premières fibres photoniques exploitèrent un réseau de Bragg [45] constitués d'un réseau périodique de matériaux à indices forts et faibles. L'idée a été étendue en 1996 aux réseaux bidimensionnels [46, 47, 48] permettant ainsi un meilleur confinement de l'onde optique tout en évitant les pertes de propagations en présence de forte courbure. De ce fait, créer des fibres monomodes avec un diamètre de cœur plus élevé permettant des rayons de courbure très faibles tout en maintenant un niveau de pertes acceptable est devenu possible, contrairement aux fibres optiques classiques. La figure 1.6 illustre le concept de ces trois types de fibres.

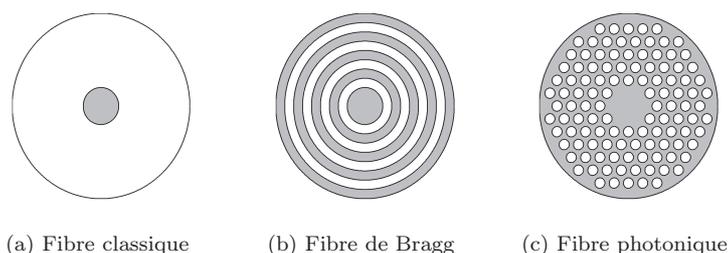


FIGURE 1.6 – Les différents types de fibres optiques. (a) : Fibre optique classique, à saut d'indice, constituée d'un cœur à fort indice de réfraction (gris) et d'une gaine à faible indice (blanc) ; (b) : fibre de Bragg constituée d'une alternance périodique de fort et faible indices ; (c) : fibre photonique constituée d'un réseau bidimensionnel d'inclusions périodiques à faible indice, environnant le cœur de fort indice.

Cristal présentant un défaut étendu : Utilisation d'un défaut linéaire

On entend par défaut linéaire une rangée de défauts ponctuels (ou d'inclusions manquantes) disposés en ligne. Un défaut linéaire présente la propriété de confiner l'onde optique : pour une fréquence dans la bande interdite, la structure inhibe toute propagation en dehors du défaut linéaire. Ceci impose la propagation de l'onde à travers le défaut, celui-ci se comporte alors comme un guide d'onde. Les caractéristiques particulières de la

propagation à travers ces guides ont donné lieu au développement de diverses applications.

Une application emblématique des guides à cristaux photoniques relève du phénomène dit d'onde lente [49]. A l'approche des bords de bande, les courbes de dispersion des modes guidés présentent une pente très faible : la vitesse de groupe, qui rappelons-le s'exprime par $v_g = \partial\omega/\partial k$, devient en conséquence très faible [50]. La visualisation des champs optiques associés à ces modes permet une compréhension intuitive de ce phénomène : le mode s'élargit et l'onde interagit de plus en plus avec le réseau (au sens de l'intégrale de recouvrement champ-réseau). Tout se passe comme si le mode était retardé de par la forte proportion du mode « à l'intérieur » réseau. Deux mécanismes ont été identifiés : la diffusion résonnante d'une part (couplage entre une onde propagative et onde contre-propagative) et la diffraction omnidirectionnelle d'autre part (analogue à la vitesse plus lente des modes d'ordre supérieur dans les fibres multi-modes). Des facteurs de ralentissement de l'ordre de 50 pourraient être obtenus [49]. Parmi les applications qui en découleraient on peut citer le traitement optique du signal [51]. Le phénomène d'onde lente suscite un vif intérêt : il permet l'exaltation des phénomènes de couplage matière-lumière, tels que l'effet électro-optique [52]. Grâce à l'effet d'onde lente, une onde élastique aussi et une onde optique pourraient être simultanément ralenties ce qui améliorerait l'efficacité du couplage acousto-optique.

Outre les guides rectilignes, on peut imaginer des guides présentant un changement de direction, l'intérêt est de pouvoir guider l'onde dans des systèmes très compacts à forts rayons de courbure. Les figures 1.5.c et 1.5.d illustrent des guides photoniques ayant des changements de direction d'un angle de 60° , l'un constitué d'un seul guide et l'autre des guides à séparation. La littérature présente de nombreuses structures constituées de guides rectilignes, de guides courbés à 60° ou 90° , ou de guides à séparation en « branches-Y » [53] à 60° ou 90° . Cependant le guide optique courbé, vis-à-vis du guide rectiligne, génère des pertes. En effet, le coude qui lie deux guides d'ondes rectilignes génère un mode de résonance qui lui est propre et qui est différent de celui des modes des deux guides d'ondes rectilignes [8]. Par conséquent, l'onde incidente, passant d'un mode à un autre avec un recouvrement imparfait, génère des pertes de transmission. Afin de « transmettre » efficacement l'onde à travers le dispositif, il est important de minimiser les pertes générées lors du passage d'un guide à un autre. Pour cela, l'étude des coudes reliant deux guides doit être menée avec soin : plus le coude est abrupt, plus la réflexion est grande. L'idée consiste alors à réduire le facteur de qualité des coudes de manière à minimiser le confinement de la lumière à proximité de celui-ci. Plus le facteur de qualité est faible, plus le couplage sera grand et ainsi plus la transmission sera grande. Plusieurs solutions ont été proposées à ce jour : certains auteurs introduisent pour cela des inclusions à faible rayon [54, 55] le long de la courbure du coude ; d'autres étudient des coudes [56, 57] dans lesquels une inclusion est judicieusement déplacée ; d'autres enfin emploient des algorithmes itératifs jouant sur divers paramètres comme la position, le rayon, la forme ou même la constante diélectrique des inclusions pour optimiser le coefficient de transmission [58, 59]. Une approche alternative cette fois-ci s'appuie sur l'utilisation d'une série périodique de cavités à haut facteur de qualité couplées entre elles [60]. Celles-ci font office de guide d'onde et permettent d'obtenir de hauts coefficients de transmission en présence d'un coude.

Cristal présentant un défaut étendu : utilisation simultanée des défauts ponctuels et linéaires

Nous présentons maintenant l'utilisation simultanée de défauts linéaires et de défauts ponctuels couplés qui ouvre la voie à deux nouvelles applications : le résonateur et le démultiplexeur.

En particulier, le couplage entre un guide d'onde et un défaut ponctuel séparés de quelques inclusions permet de créer des résonateurs, illustrés figure 1.5.e et f. Plusieurs types de résonateurs existent et se distinguent par leurs configurations géométriques. Tous fonctionnent suivant le même principe : le couplage entre les cavités ponctuelles et linéaires est résonant, d'où un comportement de filtre sélectif. Le spectre de transmission de ce type de structure présente une transmission nulle à la fréquence de résonance de la cavité. En effet, la cavité est excitée à sa fréquence propre tandis que tout signal incident à une fréquence différente n'est pas couplé à la cavité. Ce comportement a été vérifié expérimentalement [61, 62] sur des structures où l'onde optique est confinée dans des cavités séparées du guide de quelques inclusions. Noda et al. [61] vérifient en outre la diffusion de photons du mode de résonance des cavités dans l'espace libre. Lorsque l'onde est piégée dans la cavité une partie de l'énergie devient radiative, phénomène inversement proportionnel au facteur de qualité vertical (par rapport au plan de la structure). Par conséquent, le défaut émet de la lumière. Cette émission est fonction de la différence des indices entre le substrat et l'air environnant et l'épaisseur relative de la structure.

Les résonateurs peuvent aussi utiliser le couplage entre deux guides d'onde séparés par quelques inclusions [63], (figure 1.5.g). Le signal incident est injecté dans un premier guide d'onde et par couplage résonant via la structure, il est couplé dans le second guide d'onde. L'efficacité du couplage dépend de la longueur d'onde et de la polarisation [64, 65]. Le démultiplexage est l'application principale dérivée de ces dispositifs, jouant encore le rôle de filtre sélectif de longueur d'onde.

Une extension de l'idée du résonateur consiste à ne filtrer non pas les modes de résonance, mais les modes hors résonance. De tels systèmes permettent la réalisation de filtres accordables où les démultiplexeurs, illustrés figure (1.5.h). Ce type de dispositif s'appuie sur deux guides d'onde couplés l'un à l'autre par des cavités [66, 67]. L'onde incidente dans le premier guide sera couplée à la cavité à la résonance, puis au deuxième guide d'onde. Hors résonance, aucun couplage n'apparaît et dans ce cas l'onde incidente ne sera pas transmise dans le second guide d'onde. Ce système se comporte bien comme un démultiplexeur : seules les longueurs d'onde correspondant aux modes de cavité sont transmises au second guide. Le choix des cavités, ou du nombre de cavités, conditionne alors les longueurs d'onde transmises.

L'étude de la propagation des ondes optiques dans les structures périodiques a débouché sur toutes les applications qui en découlent comme nous venons de le voir. L'étude de la propagation des ondes acoustiques dans les structures périodiques quant à elle donne naissance à la thématique des cristaux phononiques.

1.4 Les cristaux phononiques

On peut classer les cristaux phononiques en plusieurs catégories, selon leur gamme de fréquence utile : les cristaux soniques (1 Hz \sim 20 kHz), relatif au son audible, les cristaux ultrasoniques (20 kHz \sim 1 GHz), gamme de fréquence utilisée traditionnellement pour l'imagerie et le contrôle non-destructif et enfin les cristaux hypersoniques ($>$ 1 GHz), gamme de fréquence utilisée pour l'acousto-optique, le traitement du signal ou encore la thermoélectricité [68].

Les premières études expérimentales ont été faites sur les cristaux soniques. Ceux-ci ont permis grâce à la loi d'échelle de concevoir les cristaux de plus petite dimension, en particulier pour les fréquences de l'ordre du giga hertz.

1.4.1 Historique

Les premiers travaux concernant la propagation des ondes élastiques dans les structures périodiques remontent à l'étude de Fahmy-Adler [69] de 1972 qui a permis d'établir un formalisme pour décrire la propagation des ondes de surface dans les systèmes multicouches, il s'agit d'un système 1D : on ne parle pas encore des cristaux phononiques à proprement parler. Les premiers travaux théoriques sur les cristaux bidimensionnels ont été effectués en 1987 par Lakhtaki [70]. Il étudia les coefficients de réflexion et de transmission des ondes élastiques sur un réseau de cylindre pour les basses fréquences. A partir de 1990 [71] J. Liu introduit le concept de phonon dans les réseaux périodiques en étudiant expérimentalement la propagation d'une onde sonore dans un fluide contenant des sphères solides. Par la suite, J. Liu [72] et X. Jing [73, 74] mènent une étude théorique afin d'établir, pour la première fois, le diagramme de dispersion d'une onde acoustique dans un fluide et faire le lien avec les bandes interdites mesurées. Des travaux similaires ont été menés en 1991 [75] dans les phases liquides en étudiant l'atténuation des ondes élastiques dans des liquides non homogènes.

Les premiers travaux sur silicium ont été menés par Dutcher [76] en 1992 qui a mis en évidence l'existence d'une bande interdite due au mode de résonance du substrat. C'est en 1993 [77] que la similarité des ondes élastiques, optiques et électroniques a été explicitée et les premiers diagrammes de dispersion [78, 79, 80, 81] de cristaux phononiques en tant que tels ont été explicitement étudiés. Cette période correspond à la naissance de la thématique des cristaux phononiques comme nous la connaissons actuellement, à partir de là le nombre d'articles sur le sujet a augmenté exponentiellement [82]. Les études portant sur les cristaux photoniques étant postérieures aux travaux menés sur les cristaux phononiques, elles s'en inspirent tout naturellement. D'un point de vue pratique de ce fait, les applications publiées sont très similaires à celles décrites dans le domaine de la photonique comme les guides d'onde, les résonateurs ou les démultiplexeurs illustrés par les figures (1.5). Dans le paragraphe suivant, nous présentons un état de l'art des dispositifs déjà existants mettant en œuvre des cristaux phononiques.

1.4.2 Exemples de dispositifs

Trouvant leur inspiration parmi les dispositifs issus des cristaux photoniques, de nombreuses configurations/structures sont transposées au domaine des cristaux phononiques : utilisation de cavités, de guides d'onde, ou de guides d'onde avec simultanément des cavités. Parallèlement, les effets comme la diffraction, la réfraction, la réfraction négative ou la résonance sont eux aussi exploités pour les applications phononiques.

Cependant, la nature de l'onde acoustique, différente de l'onde optique présente des champs d'applications qui lui sont propres, comme par exemple les structures antisismiques. Au vu de la richesse de la bibliographie sur les différents domaines déjà développés nous nous limiterons aux principaux dispositifs.

Cristal parfait

Considérons les cristaux exempts de défaut, ils permettent évidemment une fonction de filtrage. Les premières études en ce sens ont été réalisées pour les ondes soniques et ultrasoniques : par exemple pour le filtrage des ondes sonores (l'isolation phonique [83, 84]) ou le filtrage des ondes sismiques (structures antisismiques [85, 86]) ou encore le filtrage des ondes acoustiques de surface dans les domaines de la micro-électronique [87].

Outre l'aspect pur du filtrage, le cristal parfait permet d'exploiter le phénomène de réfraction négative [88, 89, 90, 91] déjà mentionné pour l'optique. Le cristal se comporte alors comme une lentille transparente permettant de faire converger une onde acoustique sur un point focal. De même, l'effet de diffraction est employé pour créer des prismes ou des superprismes [92].

Cristal avec défauts ponctuels

L'étude des cavités ou de plusieurs cavités couplées commence un peu plus tard pour les cristaux phononiques. La première étude remonte à 1997, quand [93] étudie théoriquement la possibilité d'obtenir les modes de résonance d'un défaut grâce à la méthode des supercellules. Une étude expérimentale est menée en 2001 : Wu et al. [94] étudient l'impact d'un défaut volontaire placé dans un réseau d'inclusion rempli d'eau dans du mercure. En 2003, une étude plus complète [95] est menée avec des piliers d'acier immergés dans de l'eau avec plusieurs cavités séparés par quelques inclusions, ce qui a permis de mettre en évidence expérimentalement le couplage entre deux cavités, similairement aux cristaux photoniques. Par la suite, en 2004 [96, 97] utilisent la méthode des supercellules pour calculer les modes de résonance de deux cavités couplées. D'autres publications abordent ce thème en utilisant des configurations plus sophistiquées : en 2008, Miyashita [98] étudie le spectre de transmission sur une série périodique de cavités ; en 2009, Sánchez-Pérez et al. [99] utilisent des algorithmes itératifs, pour optimiser les bandes interdites et le confinement des ondes dans les cavités. L'obtention de cavité à haut facteur de qualité est aussi un enjeu d'importance : la durée de vie phononique dans ce type de cavité est élevée ce qui permet d'exalter les effets de couplages avec les phonons [100].

Cristal avec défauts linéaires

Les premières études portant sur les défauts linéaires ont commencé quasiment simultanément aux études des cavités ponctuelles. La possibilité de guider l'onde dans les cristaux phononiques a bien entendu fait l'objet d'un grand nombre de publications. Les guides phononiques sont introduits en 1999, lorsque [101] étudie théoriquement le guidage d'une onde acoustique dans un coude à 90° . Un résultat de cette étude fait état de la perte de confinement de l'onde lors du changement de direction du guide. De ce fait, beaucoup de travaux cherchent à optimiser la transmission de l'onde en présence d'un coude. En particulier, [102, 103] étudient expérimentalement l'impact de divers coudes sur la transmission acoustique. L'application de la méthode des supercellules [104, 105, 106] a permis d'établir les modes de résonance des systèmes plus à même de transmettre l'onde. De là, des travaux d'optimisation ont été effectués afin d'améliorer les coefficients de transmission dans les guides d'onde, par exemple en modifiant la largeur des guides [107], ou sur la modification des inclusions voisines des coudes [108, 109].

Cristal avec défauts linéaires et ponctuels simultanés

Les structures à défauts linéaires permettent aussi de développer des résonateurs ou des filtres accordables. L'ajout de quelques défauts ponctuels, ou d'un guide d'onde en parallèle, permet ainsi de réaliser des filtres accordables susceptibles de contrôler le spectre de transmission [110] (figures 1.5.e et 1.5.f). En 2003 [111] utilise un réseau périodique de piliers d'acier immergés dans de l'eau avec un guide d'onde formé de piliers creux remplis d'eau. De tels guides d'onde agissent comme des filtres sélectifs, filtrant les modes propres des piliers creux. En 2005, Qiu et al. [112] utilisent un défaut linéaire dans un réseau. Le défaut linéaire est cette fois-ci perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde incidente à l'image des cristaux 1D présentant un défaut. Le système présente alors des pics de transmission dans la bande interdite aux fréquences de résonance de ce

défaut linéaire. Des systèmes similaires utilisent plusieurs défauts linéaires en série, mais de largeurs différentes [113]. Enfin, la recherche des facteurs de qualité les plus hauts possibles avec ces structures est un objectif qui a été identifié pour [114] optimiser la fonction de guidage. Ces travaux ont pu mettre en évidence qu'il est possible d'obtenir des facteurs de qualité proches de 6000 pour un guide sur membrane de silicium excité à 126 MHz.

D'autres configurations sont basées cette fois-ci sur deux guides d'onde parallèles (figure 1.5.g) [115, 116] : le couplage permet de filtrer les modes propres des deux guides couplés. Certains systèmes utilisent le couplage entre un guide d'onde et des défauts ponctuels. Plusieurs configurations peuvent exister : un guide d'onde couplé avec une seule cavité ou plusieurs cavités. Elles peuvent être directement accolées au guide ou séparées de quelques inclusions [117, 118].

Enfin l'utilisation de deux guides d'onde couplés avec quelques défauts ponctuels ouvre les champs d'applications du démultiplexage. A l'image des cristaux photoniques, la cavité permettra de coupler les deux guides d'onde par un mode de résonance. Ce phénomène permet ainsi de transmettre uniquement les fréquences pour lesquelles la cavité est excitée [119, 120].

1.5 Les cristaux phoXoniques

1.5.1 Concept

L'étude des cristaux phoXoniques, c'est-à-dire de structures périodiques se comportant à la fois comme un cristal photonique et phononique, est un domaine d'étude plus récent. Les premières études portant sur les cristaux phoXoniques concernent les réseaux à une dimension. Ceux-ci, étant évidemment les plus simples à mettre en œuvre expérimentalement et théoriquement, ils ont commencé à être étudiés dès 2002 [121]. L'étude des réseaux à deux dimensions par contre commence à partir des années 2006 et constitue le plus grand domaine d'étude à ce jour. Les réseaux 3D quant à eux ont fait l'objet de peu de recherche à ce jour.

Les cristaux phoXoniques revêtent une grande importance puisqu'ils permettent le confinement simultané d'une onde électromagnétique et d'une onde acoustique dans le même dispositif. La possibilité d'une interaction entre ces deux ondes de natures différentes a ouvert un nouveau champ d'étude : l'interaction acousto-optique dans les structures à fort confinement. L'idée novatrice des cristaux phoXoniques consiste à exploiter les phénomènes de confinement, de guidage et d'onde lente au profit du couplage acousto-optique.

Les premières études concernant les cristaux phoXoniques se concentrent tout d'abord sur la possibilité théorique d'obtenir des bandes interdites acoustiques et optiques simultanées pour un même réseau. Cette condition préliminaire est nécessaire à l'obtention de modes de cavité et au confinement simultané d'ondes optique et acoustique. Enfin, le couplage acousto-optique entre ces modes de résonance peut être envisagé. Nous détaillerons les différents effets qui contribuent au couplage acousto-optique, et ceux plus particulièrement présents dans les cristaux phoXoniques, à la fin du chapitre 1. En premier lieu, nous présentons dans les paragraphes suivants un état de l'art des cristaux phoXoniques 1D puis 2D.

1.5.2 Etat de l'art

Les études préliminaires s'appuient sur un système multicouche constitué d'une cavité et de deux miroirs de Bragg. La cavité ponctuelle de type Fabry-Pérot confine simultanément une onde acoustique et optique à partir de laquelle est mesuré expérimentalement un couplage entre l'onde acoustique et l'onde optique. La plupart des dispositifs utilisent pour la génération d'onde acoustique soit des transducteurs interdigités, soit l'acoustique picoseconde (par effet thermoélastique). De même la détection est effectuée soit par des transducteurs interdigités en aval du cristal, soit par interférométrie laser.

Les travaux portant sur les cristaux 1D a suivi deux axes bien distincts ces dernières années. Le premier consiste en la création d'un phonon par le fort confinement d'une onde électromagnétique dans une cavité. Ceci a mené à l'idée de la génération d'une onde acoustique monochromatique, à l'image des lasers dans le domaine l'optique. Le second correspond au cas inverse, où l'onde acoustique modifie la propagation de l'onde optique. Ce dernier est régi par plusieurs effets, ou mécanismes de couplage que l'on décrira plus en détail en fin de chapitre : l'effet *photo-élastique*, l'effet *opto-mécanique* et l'effet *électro-optique*.

Nous présentons ci-après des exemples de dispositifs, le propos étant essentiellement illustratif, la lecture peut être différée sans nuire à la compréhension du manuscrit.

Cristaux 1D

En 2002, Matsuba et al [121] décrivent la modulation de la transmission de la réflexion d'une onde optique dans un réseau multicouche due à une onde acoustique générée par une impulsion optique picoseconde. La même année Trigo et al. [122] introduit alors dans le système multicouche une cavité. L'interaction acousto-optique mise en jeu génère un phonon grâce à l'excitation de la cavité par le confinement de l'onde optique. En 2003, Worlock et al. [123] généralise le principe en proposant la génération d'une onde acoustique monochromatique par une onde optique.

L'idée est étendue ensuite à la génération d'une onde acoustique de surface par des transducteurs interdigités [124, 125]. L'onde est confinée dans une cavité formée de deux miroirs de Bragg chacune étant constituée d'un réseau unidimensionnel dont la périodicité est perpendiculaire aux transducteurs. L'onde acoustique confinée est alors principalement constituée de la composante transversale. L'étude introduit différents effets : l'onde optique est alors fortement diffractée en fonction de la modulation de l'épaisseur de la cavité (l'effet opto-mécanique) et la modulation de la constante diélectrique (l'effet élasto-optique).

En 2004 Lacharmoise et al. [126] reprend les travaux de Trigo [122] en proposant une optimisation des dimensions géométriques des cavités de manière à augmenter l'interaction acousto-optique d'un facteur 5. En 2007, Gérard et al. [127] propose une structure périodique sur un substrat piézoélectrique excitée par des transducteurs interdigités. L'onde optique incidente, perpendiculaire au plan du réseau est modulée par l'effet élasto-optique. L'intensité de transmission de l'onde est alors modulée par le changement de l'indice de réfraction extraordinaire générée par l'onde acoustique.

En 2010, Bestermann et al [128] étudient expérimentalement la modulation du champ optique dans un réseau périodique par une impulsion acoustique dans une cavité. Le système permet de créer un modulateur picoseconde : l'onde optique est réfléchi sur un temps très bref lorsque l'onde acoustique est confinée. La même année, Papanikolaou et

al. [129, 130, 131] démontrent théoriquement la possibilité de moduler la fréquence de résonance optique d'une cavité dans un système équivalent. Grâce à l'effet opto-mécanique et élasto-optique, la transmission d'une onde optique sera modulée en fonction de la période acoustique.

En 2011 [132] une autre approche basée sur la génération d'un phonon par une impulsion optique a été effectuée expérimentalement. L'idée, proche des travaux de Worlock [123], consiste cette fois-ci à utiliser des modes hors-résonance de la cavité afin d'améliorer la génération et la détection des ondes acoustiques.

Enfin en 2012, des études menées par Piliposian et al. [133] permettent de connaître l'impact d'un matériau piézoélectrique sur les bandes interdites d'un cristal photonique et phononique.

Cependant, les réseaux 1D sont limités à l'angle d'incidence des ondes, qui oblige l'utilisation d'un faisceau parallèle selon une seule direction. Les cristaux 2D permettent de dépasser cette limitation, et possèdent de manière analogue des bandes interdites complètes. Les études spécialisées sur les réseaux à deux dimensions sont devenues en conséquence prépondérantes dans les années suivantes.

Ces bandes interdites sont néanmoins plus difficiles à obtenir et ont requis, malgré leur engouement, des études uniquement centrées sur l'obtention de ces bandes. A l'image de la riche bibliographie à ce sujet, de nombreux dispositifs, incluant divers réseaux et matériaux, ont été étudiés. Nous présentons dans le paragraphe suivant un état de l'art des études des cristaux photoniques 2D jusqu'à nos jours.

Cristaux 2D

Les premières études pour les cristaux photoniques et phononiques ont réellement commencé en 2006, lorsque Maldovan et Thomas [134] ont démontré théoriquement l'existence simultanée de bandes interdites acoustiques et optiques dans le silicium. Ces travaux, réalisés uniquement en 2D, ont montré que les dispositifs constitués d'un réseau de trous étaient les plus à même à obtenir des bandes simultanées que d'autres dispositifs comme les réseaux de piliers. Par la suite, la méthode des supercellules [135] a permis de démontrer l'existence des modes localisés, permettant de confiner une onde acoustique et optique dans une cavité.

En 2009, Sadat-Saleh et al. [136] étendirent le domaine d'étude de Maldovan à différents réseaux, uniquement carrés jusqu'alors, tels que les réseaux triangulaires et en nid d'abeille. De même l'ajout d'inclusions de rayons différents et de matériaux différents dans le silicium ont permis d'obtenir des bandes interdites plus grandes. D'autres études, cette fois-ci basées sur des matériaux autre que le silicium, ont vu le jour. Par exemple l'utilisation du saphir [137], ou l'utilisation de matériaux piézoélectriques, comme le niobate de lithium [138].

Durant la période 2010 - 2011 une activité soutenue concernant la recherche des bandes interdites dans les cristaux photoniques a été enregistrée. L'ensemble des publications a été étendu à l'étude 2.5D, en particulier sur les membranes entre deux couches d'air [139] (illustrées dans la figure 1.7.a), et même sur les substrats semi-infinis (illustrées dans la figure 1.7.b). Les différents paramètres géométriques ne se limitent plus aux rayons d'inclusions mais aussi à l'épaisseur de la membrane. De ce fait, l'ouverture des bandes interdites simultanées se réduit à un couple (h, r, a) optimal, avec h l'épaisseur de la

membrane, r le rayon d'inclusion et a le paramètre du réseau.

L'étude des structures périodiques de piliers qui permettent l'existence de bandes interdites ont été menées, différentes des structures contenant uniquement des inclusions d'air [140, 141, 142]. De manière similaire aux études 2D, les différents réseaux comme les réseaux en nid d'abeille ou triangulaires présentent des bandes interdites différentes ayant chacun un couple optimal (h, r) , différent pour chaque configuration [143, 144, 145].

Enfin, la possibilité de guider l'onde dans de telles structures dans des membranes a été récemment étudiée [139, 143]. En effet, l'onde ne doit pas seulement être confinée entre deux couches d'air mais aussi guidée le long du cristal. L'étude du diagramme de dispersion est alors nécessaire : le choix du mode de résonance du guide doit être judicieusement choisi afin de confiner et de guider à la fois sans perte de propagation.

Cela a ouvert la voie vers l'étude de cristaux phononiques semi-infinis. En général ceux-ci sont constitués de deux couches : une couche où l'onde est guidée et un substrat sur lequel elle est posée. Une attention particulière doit être portée à cette dernière puisque ses propriétés diélectriques et mécaniques doivent permettre le confinement dans la couche comportant le réseau périodique.

Dans cette perspective, la constante diélectrique du substrat doit être inférieure à celle de la couche. Par exemple, un cristal photonique usiné dans du silicium d'indice $n = 3.46$ sera posé sur de la silice d'indice $n = 1.5$. L'indice de la silice, proche de l'air, permet de confiner l'onde dans le silicium, de manière équivalente à une membrane entre deux couches d'air.

De même, la fabrication d'un cristal phononique semi-infini impose l'utilisation d'un substrat dont la vitesse acoustique sera plus grande [146]. Par exemple, un cristal usiné dans le niobate de lithium sera posé sur du silicium ayant des constantes élastiques c_{ijkl} plus élevées. Ceci permet de confiner mécaniquement l'onde élastique dans la couche.

L'impact des imperfections géométriques a été étudié car dans la pratique, les cylindres ont une forme conique plus ou moins prononcée pour les cristaux semi-infinis. Ceux-ci, suivant leur angle et leur profondeur auront un impact sur le confinement des ondes optiques [147] et acoustiques [146] dans les cristaux photoniques et phononiques respectivement. Par exemple, certains motifs n'ayant pas une profondeur suffisante dans la couche vont générer des pertes vers le substrat. De même, les cônes présentant un angle trop abrupt peuvent diffracter l'onde vers le substrat.

Enfin des motifs différents sont envisagés pour permettre un meilleur confinement, à l'image des motifs en forme de croix ou d'étoile. Pennec et al. [148] proposent l'utilisation de « strip waveguides » (illustrée dans la figure 1.7.c), comportant une membrane suspendue constituée d'une poutre fixée à ses deux extrémités ayant une rangée unique de motif en réseau carré. L'idée consiste à implémenter deux barres latérales, où deux « ailettes », de dimensions équivalentes au paramètre de réseau aux extrémités de chaque motif. L'intérêt de ces ailettes consiste à pouvoir obtenir des bandes interdites phononiques plus large alors que les inclusions circulaires permettent les bandes interdites photoniques. Le dispositif présente alors des bandes interdites simultanées. Une structure équivalente créée par Hsiao et al. [149] utilise une micro-poutre (ou suivant le terme anglo-saxon « micro-beam ») constitué d'une rangée d'inclusions circulaires. L'interaction acousto-optique avec l'effet élasto-optique et opto-mécanique permet de moduler la transmission optique du dispositif.

L'idée de la membrane suspendue est aussi utilisée par Painter et al. [150]. L'utilisation d'un réseau carré d'inclusion rectangulaire permet le confinement des ondes optiques et acoustiques dans des microcavités. L'intérêt de telles structures est de pouvoir mettre en jeu de manière significative l'effet opto-mécanique pour l'interaction acousto-optique.

Une étude expérimentale a été menée sur une membrane contenant des cavités à haut facteur de qualité [151]. L'exemple tiré ici reprend un facteur de qualité de 8300 d'une cavité L3 dans un réseau triangulaire. L'onde acoustique modifie la géométrie de la cavité, qui modifiera par extension le facteur de qualité de la cavité et confina moins bien l'onde optique. La mesure du spectre de transmission présente alors une modulation de la fréquence de résonance optique en fonction de la pulsation acoustique. Cette modulation génère une différence de 1,2 nm autour de 911 nm.

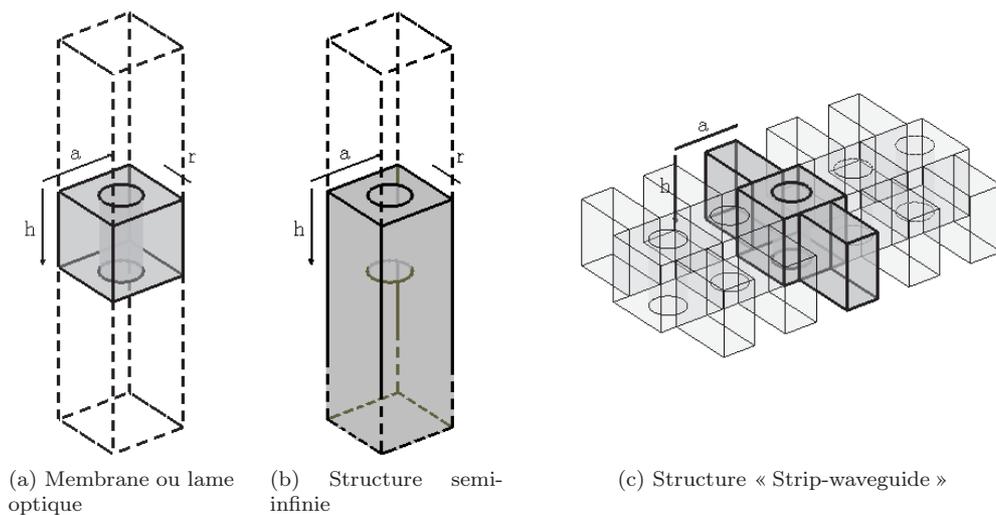


FIGURE 1.7 – Cellule unitaire d'un réseau carré pour le cas d'une membrane (a) d'une épaisseur h , d'un paramètre de réseau a et de rayon d'inclusion r entre deux couches d'air de longueur infinie. Cellule unitaire d'un réseau carré semi-infini (b) d'une épaisseur $2h$, avec une profondeur d'inclusion h , posé sur un substrat de longueur infinie. Cellule unitaire en forme d'ailette (c) ou « Strip » entre deux couches d'air.

1.6 Paramètres d'optimisation de la largeur de bande interdite

Des choix judicieux, des compromis, doivent être faits lors de la conception des cristaux phoXoniques en vue de l'optimisation des paramètres clés, telles que la largeur des bandes interdites. La conception de structures phoXoniques passe par plusieurs étapes : il s'agit dans un premier temps d'identifier les structures présentant des bandes interdites simultanées. A cet effet, la cartographie systématique des bandes interdites est effectuée selon les paramètres géométriques. Dans un deuxième temps, la conception s'attache à optimiser la largeur des bandes interdites, en effet, l'apparition des modes de défaut et la capacité à les confiner dépend de la largeur de ces bandes [152].

Les paramètres géométriques sur lesquels la conception des structures phoXoniques s'appuie sont nombreux : le type de motif des inclusions, leur taille respective (par exemple leur facteur de remplissage), le type de réseau, la profondeur des membranes, la profondeur des motifs dans les structures semi-infinies, et même la prise en compte des imperfections liées à l'usinage des cristaux. Cependant, l'aspect le plus étudié parmi ceux

présentés ci-dessus reste l'impact du type de réseau tel que : le réseau carré, triangulaire, en nid d'abeille, en particulier pour les inclusions circulaires.

1.6.1 Facteur de remplissage

L'un des paramètres les plus importants reste le facteur de remplissage, noté f , qui correspond au rapport de l'aire des motifs (ici des inclusions circulaires) sur l'aire de la cellule unitaire. Ce paramètre influe sur la largeur des bandes interdites. On notera r le rayon des inclusions et a le paramètre de réseau (a' , la distance entre premiers voisins), tels que :

$$\begin{array}{ccc} \text{Réseau Carré} & \text{Réseau Triangulaire} & \text{Réseau en Nid d'Abeille} \\ f = \pi \frac{r^2}{a^2} & f = \frac{2\pi r^2}{\sqrt{3} a^2} & f = \frac{4\pi r^2}{\sqrt{3} a^2} = \frac{4\pi r^2}{3\sqrt{3} a'^2} \end{array}$$

Une définition du facteur de remplissage étant propre à chaque réseau, le facteur de remplissage pour un même rayon $r = a/2$ sera différent pour les trois réseaux. De ce fait, par souci de simplicité, on utilise le rayon normalisé dans le cadre de notre étude :

$$r_{norm.} = \frac{r}{a}$$

1.6.2 Autres motifs

Les réseaux périodiques de motifs différents des traditionnelles inclusions circulaires ont été proposés : dès 1999, Ramos-Mendieta [153] propose un cristal photonique avec des inclusions à section carrée dans un réseau carré. Des travaux similaires sur les cristaux phononiques ont été publiés : Sigmund [154] optimisa la forme de motifs carrés aux interfaces grâce à un processus itératif pour l'obtention de plus grandes bandes interdites. Toujours basé sur des inclusions à section carré, l'effet d'une rotation du motif par rapport au réseau montre un élargissement des bandes interdites [83]. Outre les motifs carrés, les cristaux phononiques peuvent s'appuyer sur des piliers à section circulaire creux. Ceux-ci présentent des bandes interdites propres aux piliers creux, dont les fréquences propres sont intrinsèquement liées aux rayons intérieurs des piliers [111].

Dans le cadre de l'obtention de bandes simultanées, Painter et al. [150, 155] appliquent de même des motifs rectangulaires sur une rangée d'inclusion dans une membrane suspendue. L'intérêt d'une telle structure est d'avoir un réseau quasiment unidimensionnel dans des micro-piliers afin de mieux confiner les ondes dans les microcavités pour l'interaction acousto-optique. Parallèlement aux motifs carrés et rectangulaires, des motifs basés sur un arrangement périodique de carrés interconnectés donnent des formes d'inclusions d'air en forme de « croix » [156, 157]. Ceux-ci permettent de séparer les modes de résonance en haute fréquence des formes carrées composées de matière, et des modes de résonance en basse fréquence des interconnexions. Le diagramme de dispersion présente de ce fait des bandes interdites très larges qui permettent le confinement de l'onde acoustique dans un réseau d'inclusion en forme de croix pour le photonique. Ce confinement de l'onde acoustique ne se fait pas dans une cavité mais une structure à part entière, qui par effet opto-mécanique, modifiera la géométrie entière d'un guide d'onde optique.

Enfin, une extension de l'idée consiste à utiliser des structures plus complexes comme les inclusions en forme de flocon de neige [157, 158, 159] (ou « Snowflake »). Painter reprend un réseau hexagonal de formes triangulaires composées de matière, interconnectées qui donnent des formes d'inclusions en forme d'étoile à six branches. En

comparant avec les inclusions en forme de croix, cette inclusion permet d'obtenir des bandes interdites photoniques plus larges, donc plus à même de confiner l'onde optique dans les microcavités. Plusieurs articles utilisent cette propriété pour concevoir des guides d'ondes et des microcavités à haut facteur de qualité [158, 159].

Finalement des formes d'inclusions non-analytiquement descriptibles ont aussi été proposées, leur étude nécessite l'emploi de méthodes numériques itératives (le GPM « Geometry Projection Method » par exemple ¹) permettent de modifier, itération après itération, des inclusions initialement de forme circulaire vers des formes propres à minimiser le phénomène de diffraction en sortie d'un guide d'onde [160] ou le facteur de qualité d'une cavité [161].

1.7 Mécanismes de couplage acousto-optique dans les structures à bande interdite

Le thème de recherche de l'interaction acousto-optique « classique » a pris son essor dès les années 60, grâce à l'invention du laser. Ceci a suscité la création d'une discipline à part entière dans le domaine du traitement du signal optique. De nombreuses applications commerciales ont vu le jour : les modulateurs, défecteurs et filtres acousto-optiques sont utilisées quotidiennement dans l'industrie.

L'onde acoustique modifie les propriétés optiques du matériau, qui par conséquence induit une modification de la propagation du champ électromagnétique. L'effet acousto-optique classique concerne le phénomène de diffraction d'une onde optique par une onde acoustique de volume. On peut distinguer deux régimes de diffraction : la diffraction de Bragg et celle de Râman-Nath. Pour décrire mathématiquement le phénomène de diffraction on exprime que l'onde acoustique modifie localement les propriétés optiques du matériau (permittivité) proportionnellement à la déformation. Cette modification périodique génère un réseau de Bragg dont la période est équivalente à la longueur d'onde acoustique. Ce réseau diffracte alors l'onde optique.

Nous l'avons vu, l'idée novatrice des cristaux phoXoniques consiste à exploiter les phénomènes de confinement ou de guidage. Dans ce contexte, le couplage acousto-optique induit une modulation des propriétés optiques en milieu confiné. La modulation de ces propriétés s'effectue sur deux aspects : la modification d'une part de la permittivité diélectrique (ou l'indice de réfraction) et d'autre part, la modification de la géométrie du domaine de propagation. La modulation de l'indice de réfraction résulte elle-même de deux effets : l'effet *photo-élastique* et l'effet *électro-optique*. Le premier, aussi appelé effet *élasto-optique*, correspond aux changements de l'indice de réfraction en fonction des déformations acoustiques appliquées au matériau. Le second propre aux matériaux piézoélectriques, correspond aux changements de l'indice de réfraction dus aux champs électriques, liés dans notre cas à l'onde acoustique. Par ailleurs, le second aspect du couplage acousto-optique dans les matériaux artificiellement nano-structurés résulte aussi des modifications géométriques : les déformations liées aux ondes acoustiques modifient la forme du solide et donc les structures optiques. Ce nouveau mécanisme de couplage, propre à ces structures, est appelé effet *opto-mécanique*. Ces trois effets se conjuguent pour produire le couplage acousto-optique total dans les structures périodiques et dont

1. Cette méthode s'appuie sur l'intersection du plan de la structure avec une fonction à trois dimensions modifiée à chaque itération. L'intersection définit l'interface air-solide et converge vers une forme qui optimise une fonction test, le facteur de qualité par exemple.

résulte la modulation du champ optique. Nous détaillons ci-après ces trois effets.

Mis à part les effets élasto/électro/mécano-optiques, des mécanismes de couplage supplémentaires peuvent intervenir dans l'interaction matière-lumière : citons le *polariton* par un mécanisme de couplage phonon / électron / photon, ou encore l'effet *photo-thermique*. Cependant, ces mécanismes de couplage nécessitent des régimes particuliers d'interaction qui ne sont pas satisfaits dans les dispositifs qui nous intéressent. Nous nous limiterons donc aux trois premiers effets pour la suite de ce manuscrit.

1.7.1 Effet photo-élastique

L'effet photo-élastique correspond au changement de l'indice de réfraction consécutif à la déformation acoustique. Plus précisément, la modulation de l'impermittivité $\Delta\eta_{ij}$ est liée à la déformation acoustique S_{kl} via le tenseur de Pockels p_{ijkl} , aussi appelé tenseur photo-élastique :

$$\Delta\eta_{ij} = p_{ijkl}S_{kl} \quad \text{avec : } S_{kl} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right) \quad (1.7)$$

L'impermittivité étant l'inverse de la permittivité, on a : $\epsilon_{ij}\eta_{jk} = \delta_{ik}$, avec ϵ_{ij} la permittivité et δ_{ik} le symbole de Kronecker. L'effet photoélastique s'exprime par :

$$\Delta\epsilon_{il} = -\epsilon_{ij}p_{jkmn}\epsilon_{kl}S_{mn} \quad (1.8)$$

Cette équation est écrite dans le cas général d'un matériau anisotrope. Le tenseur photo-élastique est un tenseur propre à la classe cristalline et au matériau. Par exemple, le niobate de lithium étant une maille trigonale (groupe 3m), le tenseur photo-élastique est composé des constantes p_{11} , p_{12} , p_{13} , p_{31} , p_{14} , p_{41} et p_{44} en prenant la notation contractée de Voigt p_{IJ} . On notera que ce tenseur est de rang 4 et est symétrique. La correspondance entre la notation contractée et la notation complète est indiquée dans le tableau suivant :

I	ij
1	11
2	22
3	33
4	23,32
5	13,31
6	12,21

Le formalisme de l'effet élasto-optique permet aussi de prendre en compte les rotations locales du champ acoustique. Elle est particulièrement nécessaire pour les matériaux optiques fortement anisotropes. Elle peut être cependant négligée lorsque la biréfringence naturelle est faible. Cette formulation impose l'introduction d'un second tenseur photo-élastique antisymétrique sur les indices k et l . Ce tenseur représente la contribution des rotations introduite par Nelson et Lax [162, 163] tel que :

$$\Delta\eta_{ij} = p_{ij(kl)}S_{kl} + p_{ij[kl]}\Omega_{kl}$$

S_{kl} et Ω_{kl} sont les déformations et les rotations acoustiques. Ce dernier s'exprime tel que :

$$\Omega_{kl} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_l} - \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right) \quad \text{soit : } \frac{\partial u_k}{\partial x_l} = S_{kl} + \Omega_{kl}$$

Le tenseur photo-élastique $p_{ij[kl]}$ est antisymétrique, il s'exprime en fonction de l'impermittivité et du symbole de Kronecker tel que :

$$p_{ij[kl]} = \frac{1}{2} (\eta_{il}\delta_{jk} + \eta_{lj}\delta_{ik} - \eta_{ik}\delta_{jl} - \eta_{kj}\delta_{il})$$

Il est important de noter que ce dernier dépend de l'impermittivité du matériau. Dans le cas d'un matériau optiquement isotrope, comme le silicium cristallin, le tenseur $p_{ij[kl]}$ sera nul. Dans le cas d'un matériau anisotrope, le tenseur sera non nul. Notons que cet effet est classiquement négligé dans le niobate de lithium, au regard de la différence de l'indice ordinaire et extraordinaire qui est faible [164].

1.7.2 Effet électro-optique

L'effet électro-optique consécutif à une onde acoustique se rencontre dans les matériaux piézoélectriques. Le champ électrique lié à l'onde acoustique, E_k , modifie l'indice de réfraction grâce à l'effet électro-optique représenté mathématiquement par le tenseur de rang 3, r_{ijk} , appelé tenseur piézoélectrique. Il lie les variations d'impermittivité au champ électrique, tel que :

$$\Delta\eta_{ij} = r_{ijk}E_k \quad (1.9)$$

Le tenseur électro-optique est lui aussi un tenseur propre à la classe cristalline et au matériau, comme le tenseur photo-élastique. De manière équivalente, on peut réécrire l'équation précédente selon la permittivité, à partir de laquelle on retrouve la variation de l'indice de réfraction :

$$\Delta\epsilon_{il} = -\epsilon_{ij}\Delta\eta_{jk}\epsilon_{kl} \quad (1.10)$$

1.7.3 Effet opto-mécanique

Enfin, le dernier effet correspond à la déformation du solide due aux déplacements acoustiques u_i sur les trois composantes. Cet effet prend en compte la contribution liée au déplacement des interfaces qui modifie les conditions aux limites. On peut exprimer l'effet opto-mécanique tel que :

$$\begin{cases} x(t) = u(t) + x_0 \\ y(t) = v(t) + y_0 \\ z(t) = w(t) + z_0 \end{cases}$$

Avec x_0 , y_0 et z_0 la position initiale d'un point local de la géométrie et u , v et w les déplacements acoustiques selon l'axe x , y et z .

Parmi l'ensemble des effets acousto-optiques qui interviennent dans les microstructures, l'effet opto-mécanique est sans doute le plus étudié actuellement. Il se rencontre aussi dans d'autres structures que les cristaux photoniques et phononiques : les micro-poutres, les micro-miroirs, les résonateurs, et même des micro-dispositifs plus exotiques : des disques, des tores, des double-disques ou des sphères [165]. Ces derniers ne sont cependant pas composés de réseaux périodiques et sortent de notre cadre d'étude, seuls les dispositifs constitués de membranes ou de micro-poutres avec un réseau périodique nous intéressent.

1.8 Cadre de l'étude

Les travaux de recherche présentés dans ce manuscrit traitent des couplages acousto-optiques dans les cristaux photoniques et phononiques, ils s'inscrivent dans la démarche actuelle de l'étude des réseaux périodiques et de leurs applications.

A ce titre, nous tirons parti des phénomènes de filtrage (bande interdite), de diffraction, de confinement dans les microcavités ou de guides d'onde qui ont été mis en évidence pour les cristaux photoniques et phononiques. De plus, comme nous l'avons résumé dans ce chapitre, les avancées technologiques dans les domaines de la fabrication des microcomposants ont permis de réduire les dimensions caractéristiques des réseaux ; graver des motifs de l'ordre de la centaine de nanomètres distants de quelques dizaines de nanomètres est désormais possible grâce notamment aux nanotechnologies du silicium. L'implémentation de réseaux dont le pas est comparable à la longueur d'onde optique et acoustique autorise la conception de ces nouveaux composants que sont les cristaux phoXoniques. Les travaux déjà accomplis ont permis de mettre en avant les propriétés de la propagation des ondes dans les réseaux photoniques et phononiques. L'intérêt est maintenant d'exploiter ces propriétés (confinement, filtrage) au profit des dispositifs de couplage acousto-optique.

Dans le cadre de cette thèse, nous nous emploierons à étudier les mécanismes de couplage acousto-optique dans les cristaux phoXoniques, en particulier dans les défauts ponctuels. Deux matériaux emblématiques seront étudiés : le premier est le silicium, matériau largement utilisé dans l'industrie de la microélectronique, d'une part pour la maturité des techniques de fabrication déjà développées, et d'autre part pour ses bonnes qualités optiques (faibles pertes aux longueurs d'onde télécom.). Le second est le niobate de lithium, pour ses propriétés piézoélectriques permettant un couplage direct des ondes acoustiques et ses propriétés électro- et acousto-optiques permettant un bon contrôle des ondes optiques. Le choix de ces deux matériaux permet d'étudier les différents aspects de l'interaction acousto-optique vis-à-vis des différents mécanismes de couplage mis en jeu, en lien avec les propriétés mécaniques et optiques des matériaux.

Ce travail a été accompli dans le cadre du projet ANR « PhoXcry » incluant plusieurs partenaires universitaires et industriels.

Chapitre 2

Concepts théoriques et mise en œuvre des méthodes numériques

La plupart des travaux relatifs aux cristaux photoniques ou phononiques s'appuient sur leur potentialité à filtrer, guider et confiner une onde. À l'image de la riche bibliographie sur le sujet, les dispositifs exploitent de nombreux effets tels que la réfraction, la réflexion, la diffraction et les phénomènes de résonance. Ils offrent un large éventail de perspectives et permettent d'exploiter le couplage acousto-optique dans de tels cristaux.

Les recherches portant sur les cristaux à bandes simultanées photoniques et phononiques est relativement récent. Elles s'appuient sur les travaux effectués séparément dans les cristaux photoniques ou phononiques. Les premières recherches se sont naturellement orientées vers les systèmes multicouches, le couplage acousto-optique étant basé sur les effets photo-élastique et opto-mécanique [121]. Plus récemment, l'étude dans les réseaux bidimensionnels a vu le jour. Ces réseaux ont fait l'objet de peu de recherche sur l'interaction acousto-optique. Les premiers travaux relatifs à ces structures ont concerné principalement l'existence de bandes interdites simultanées [134]. L'intérêt les réseaux bidimensionnels est de posséder des bandes interdites complètes. Cependant, ils requièrent un travail de dimensionnement et d'optimisation préalable plus complexe.

Dans ce chapitre, nous présentons les différents concepts nécessaires à la conception de ces cristaux photoniques et phononiques à vocation acousto-optique. Cet état de l'art, à défaut d'être exhaustif, permettra d'appréhender l'ensemble des paramètres propres à la réalisation et à la compréhension des résultats. On établit dans un premier temps les concepts théoriques relatifs aux ondes élastiques et optiques. L'influence de la polarisation des ondes, l'anisotropie ou la piézoélectricité sera détaillée. Dans un deuxième temps, nous introduirons quelques généralités sur les milieux périodiques. Finalement, quelques rappels généraux sur les méthodes numériques sont apportés, à partir desquels les méthodes de modélisation des cristaux photoniques et phononiques seront introduites.

2.1 Généralités sur les ondes dans un milieu homogène illimité sans perte.

Dans ce paragraphe, nous nous intéressons à la propagation des ondes de différentes natures : élastiques et électromagnétiques dans un milieu homogène. Par définition les paramètres d'un matériau homogène ne dépendent pas des coordonnées de l'espace. Le fait de considérer le cas idéal d'un milieu illimité est une approximation simplificatrice

qui permet de déterminer la structure d'une onde de propagation en s'affranchissant de l'effet des interfaces : réflexion et réfraction. Par la même occasion, ceci permet de faire l'impasse sur les techniques d'injection de l'onde dans le milieu de propagation. Dans l'hypothèse d'un milieu sans perte l'équation d'onde se réduit à une équation aux dérivées partielles (spatiales et temporelles) linéaires du second ordre à coefficients constants.

Dans le cas simple d'une onde scalaire f , la solution générale de ce type d'équations est bien connue. Il s'agit d'une onde de propagation plane suivant la direction d'un vecteur unitaire \vec{l} . Celle-ci peut être progressive $f(t, \vec{r}) = f(t - \vec{r} \cdot \vec{l}/v_\phi)$ ou contra-propagative $f'(t, \vec{r}) = f'(t + \vec{r} \cdot \vec{l}/v_\phi)$ ou bien d'une combinaison linéaire de ces deux fonctions. Pour un milieu illimité on détermine la structure de l'onde considérée en se limitant à une des deux composantes de la solution. L'argument spatiotemporel $(t - \vec{r} \cdot \vec{l}/v_\phi)$ de la fonction f montre que celle-ci se propage sans se déformer dans la direction du vecteur \vec{l} à la vitesse de phase v_ϕ . On dit « qu'elle est invariante par translations continues ». Le produit scalaire $\vec{r} \cdot \vec{l}$ indique que tous les points, appartenant à un même front d'onde plan normal à \vec{l} , participent au même mouvement de propagation rectiligne. On dit qu'ils sont en phase ² et que le front d'onde est un plan équiphases.

Dans le cas d'un champ vectoriel, \vec{V} le problème est un peu plus complexe. En exprimant le vecteur \vec{V} par ses composantes dans un système de coordonnées quelconque qu'on supposera orthonormé. On se retrouve cette fois en présence d'un système d'équations aux dérivées partielles couplées. Le couplage s'entend entre les composantes V_1, V_2 et V_3 de \vec{V} dans le repère considéré. Pour une direction de propagation donnée, la solution recherchée consiste à déterminer l'expression spatiotemporelle des composantes $V_i(t, \vec{r})$; $i = 1, 2, 3$. L'existence du couplage entre les trois composantes implique quelles peuvent s'exprimer sous la forme d'une superposition linéaire : $V_i(t, \vec{r}) = \sum_{j=1}^3 a_j V_j(t, \vec{r})$ où les a_i sont des constantes. On ne peut donc pas affirmer l'invariance par translation des composantes V_i . C'est-à-dire qu'en règle générale $V_i(t, \vec{r}) \neq V_i(t - \vec{r} \cdot \vec{l}/v_\phi)$. Ceci constitue la principale complication des champs vectoriels.

Cette difficulté est levée ³ par la méthode traditionnelle de recherche des fonctions propres et valeurs propres du système . On démontre qu'il existe, pour chaque direction de propagation, un repère orthonormé unique $(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{x}_3)$ dans lequel les trois composantes de \vec{V} se propagent indépendamment les unes des autres chacune avec une vitesse de phase v_{ϕ_i} qui lui est propre. C'est-à-dire que les trois composantes de \vec{V} ne sont pas couplées dans ce repère particulier. Elles sont de la forme $V_i(t, \vec{r}) = V_i(t - \vec{r} \cdot \vec{l}/V_\phi)$: « invariantes par translations continues ». Ces solutions sont dites solutions (ou fonctions) propres et les vitesses correspondantes v_{ϕ_i} sont dites vitesses propres. On entend par là des solutions spécifiques qui se propagent sans se déformer.

En d'autres termes, trois ondes planes vectorielles de polarisation $(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{x}_3)$ orthogonales entre-elles peuvent se propager dans une direction donnée \vec{l} , chacune avec une vitesse qui lui est propre v_{ϕ_i} . En règle générale, les directions de polarisations sont distinctes de la direction de propagation \vec{l} et l'orientation du trièdre de polarisation est fonction de la direction \vec{l} .

Influence du type de milieu : isotrope / anisotrope

2. L'origine de la notion de déphasage vient du fait qu'il est l'usage de traiter le problème en régime harmonique : c'est-à-dire décomposer les fonctions en termes de leurs harmoniques spatiotemporelles : $F_{\omega, \vec{k}} e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$ où $F_{\omega, \vec{k}}$ représente l'amplitude \vec{k} et le vecteur d'onde qui s'exprime en fonction de la pulsation ω et de la vitesse de phase v_ϕ par la relation : $\vec{k} = (\omega/v_\phi)\vec{l}$. L'exponentielle $e^{\pm i\vec{k} \cdot \vec{r}}$ constitue le facteur de phase.

3. Généralement, on ramène le problème de recherche des **fonctions** propres à un système d'équations aux valeurs propres et **vecteurs** propres.

Lors de la solidification, un matériau peut se présenter sous la forme d'un réseau ordonné d'atomes on dit qu'il est à l'état cristallin. Les paramètres caractérisant un cristal dépendent alors de la direction on dit qu'un milieu cristallin est anisotrope. Dans le cas où les atomes ne se présentent pas sous cette forme ordonnée le matériau est dit à l'état amorphe. Une propriété particulière des milieux anisotropes est qu'une action suivant une direction donnée n'engendre pas nécessairement une réponse parallèle à cette action. Par exemple, un champ électrique E_1 appliqué suivant la direction x_1 peut engendrer en plus de la composante parallèle D_1 du déplacement électrique \vec{D} , des composantes D_2 et D_3 . Il en sera de même pour les déformations induites par les contraintes. Les paramètres des milieux anisotropes s'expriment sous la forme de tenseurs. Dans le cas des matériaux amorphes, le milieu est dit isotrope car les paramètres qui le caractérisent ne dépendent pas de la direction. On notera que suivant la nature du phénomène étudié, la réponse à une action donnée ne sera pas limitée à la direction de cette dernière. Ainsi, dans un milieu isotrope une contrainte suivant une direction donnée provoquera une élongation (ou une compression) dans cette direction mais aussi, par effet Young, des déformations dans les deux autres directions. Par contre, un champ électrique et le déplacement électrique qu'il engendre dans un milieu isotrope seront colinéaires.

La structure des ondes dans les milieux anisotropes correspond à la description générale des modes propres de propagation présentée ci-dessus. Celle des ondes dans les milieux isotrope est moins complexe. Il est évident que, dans le cas d'une onde scalaire se propageant dans un milieu isotrope, la vitesse de propagation sera indépendante de la direction de propagation. Il en sera de même pour d'une polarisation donnée d'un champ vectoriel qui sera soit transverse (composante de polarisation normales à la direction de propagation) soit longitudinale (colinéaire à la direction de propagation). Il existe, au plus, deux modes propres transverses et un mode longitudinal. Les deux modes de polarisations transverses seront deux fois dégénérés : « même valeur propre ». Physiquement, il n'y a aucune raison pour que ces deux modes se propagent avec des vitesses de phase différentes : le matériau étant isotrope les deux directions de polarisation transverses sont indiscernables. Ainsi, pour les modes dégénérés il n'existe pas de polarisations transverses privilégiées. On choisit arbitrairement deux vecteurs orthogonaux quelconques dans le plan transverse. Dans la terminologie des problèmes aux valeurs et vecteurs propres on appelle « plan principal » le plan défini par ces deux vecteurs orthogonaux arbitraires. Dans le cas des ondes élastiques, la vitesse de l'onde longitudinale est généralement plus élevée que celle des ondes transverse. Cependant, les ondes électromagnétiques dans les milieux diélectriques isotropes sont de nature transverse : les ondes longitudinales n'existent pas.

2.1.1 Les ondes élastiques dans les milieux homogènes illimités.

Dans un solide à trois dimensions, on s'intéresse à la propagation du champ des déplacements $\vec{u}(\vec{r}, t)$ défini comme l'évolution spatio-temporelle de l'écart $\vec{r} - \vec{r}'$ entre les coordonnées d'un point \vec{r}' dans un milieu déformé par rapport à sa position d'origine \vec{r} . Dans le cadre de la théorie de l'élasticité, les déformations sont considérées suffisamment petites afin de garantir le caractère réversible des phénomènes élastiques et se limitent à quelques pourcents. Ceci justifie l'expression linéaire des déformations \vec{S} en fonction du champ des déplacements \vec{u} . Physiquement, le champ des déformations décrit l'évolution spatio-temporelle de l'écartement entre deux points infiniment proches lors de leurs déplacements respectifs. Il est d'usage d'exprimer le tenseur des déformations sous la forme d'un tenseur symétrique d'ordre deux [6] :

$$S_{kl} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right) \quad (2.1)$$

La convention d'utiliser le tenseur symétrique de l'équation (2.1) se justifie par le fait

que le tenseur antisymétrique $R_{kl} = \partial u_k / \partial x_l - \partial u_l / \partial x_k$ n'introduit pas une déformation du solide ; il correspond à une rotation [6].

Les forces appliquées étant très inférieures aux limites de la déformation plastique, on peut considérer que le matériau se comporte de manière linéaire c'est-à-dire que la contrainte \vec{T} est proportionnelle à la déformation \vec{S} . La loi de Hooke généralisée aux solides à trois dimensions s'écrit alors :

$$T_{ij} = c_{ijkl} S_{kl} \quad (2.2)$$

Les constantes c_{ijkl} qui relient les deux tenseurs de rang deux, T_{ij} et S_{kl} forment un tenseur de rang 4 appelé *tenseur de rigidité* ou *constantes élastiques*. Dans la relation (2.2) la sommation sur l'indice répété est sous-entendue. Il en sera de même tout au long de ce mémoire. On notera aussi que la contrainte et la déformation étant par définition des tenseurs symétriques, i.e. $T_{ij} = T_{ji}$ et $S_{ij} = S_{ji}$, les éléments du tenseur c_{ijkl} seront insensibles à une permutation des deux premiers ou des deux derniers indices soit : $c_{ijkl} = c_{jikl}$ et $c_{ijkl} = c_{ijlk}$. Ce qui permet d'introduire le principe des indices contractés de Voigt $c_{\alpha\beta} = c_{ijkl}$ où α et β varient de 1 à 6 et remplacent respectivement les indices doubles ij et kl comme définis dans le chapitre précédent. Par ailleurs, à partir de considérations thermodynamiques [6], on montre que les constantes élastiques sont symétriques : $c_{\alpha\beta} = c_{\beta\alpha}$. Ceci limite à 21 le nombre maximum de constantes élastiques indépendantes dans un matériau sans élément de symétrie particulier (cas d'un cristal du système triclinique). L'introduction d'éléments de symétrie réduit encore ce nombre. Ainsi, on aura 13 constantes indépendantes pour le système monoclinique, 9 pour le système orthorhombique, 7 ou 6 pour matériaux des systèmes trigonal et tétragonal suivant la classe à laquelle il appartient, 5 pour le système hexagonal et 3 pour le système cubique. Mentionnons enfin le cas des d'un matériau isotrope : ses constantes élastiques sont par définition indépendantes des directions de l'espace et le tenseur c_{ijkl} se limite à deux constantes élastiques indépendantes. Elles peuvent se ramener à un couple de variables, par exemple λ et μ appelés coefficients de *Lamé*. $c_{11} = c_{22} = c_{33} = \lambda + 2\mu$; $c_{12} = c_{23} = c_{13} = \lambda$ et $c_{44} = c_{55} = c_{66} = \mu = (c_{11} - c_{12})/2$. La loi de Hooke s'écrit alors :

$$T_{ij} = \lambda S \delta_{ij} + 2\mu S_{ij}$$

où $S = S_{11} + S_{22} + S_{33}$ et δ_{ij} est le symbole de Kronecker.

a. Equation de Propagation des ondes élastiques

Un élément de volume infinitésimal est soumis aux contraintes exercées par la matière qui l'entoure. La densité volumique \vec{f} de la force qui en résulte s'exprime en fonction des contraintes selon la relation tensorielle [6] :

$$f_i = \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} \quad (2.3)$$

Suivant le principe fondamental de la dynamique, l'élément de volume acquiert une accélération proportionnelle à la force appliquée et inversement proportionnelle à sa masse. Pour le cas de la force par unité de volume \vec{f} considérée ci-dessus (c'est-à-dire en négligeant le poids de l'élément de volume), cette relation de proportionnalité s'écrit sous la forme tensorielle :

$$f_i = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (2.4)$$

où ρ représente la masse volumique du matériau. En regroupant les expressions (2.3) et (2.4) on obtient l'équation élastodynamique :

$$\frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (2.5)$$

où ρ est la masse volumique du matériau. Finalement, l'introduction de la loi de *Hooke* (2.2) permet d'obtenir l'équation de propagation communément appelée équation de propagation des ondes acoustiques :

$$\sum_{jkl} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[c_{ijkl} \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right] = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (2.6)$$

b. Structure des ondes élastiques

Définir la structure d'une onde acoustique revient à déterminer la forme générale du champ des déplacements solution de l'équation de propagation (2.6). Le problème est résolu dès lors que nous aurons déterminé les trois modes propres de propagation : les fonctions propres.

La connaissance de la forme générale de la solution permet de convertir le problème de recherche des solutions propres en un problème de vecteurs propres et valeurs propres d'un système de trois équations linéaires. Nous savons d'après l'introduction du paragraphe (1) que, pour une direction de propagation donnée \vec{l} , les trois solutions propres se présentent sous la forme d'ondes planes vectorielles de vitesse de phase $v_{\phi l}^{(k)}$; $k = 1, 2, 3$ et de polarisations ${}^\circ \vec{u}^{(k)}$. En notation tensorielle ces solutions s'écrivent en fonction de leurs composantes :

$$u_i = {}^\circ u_i \cdot f \left(t - \frac{\vec{x} \cdot \vec{l}}{v_{\phi l}} \right) \Leftrightarrow u_i = {}^\circ u_i \cdot f \left(t - \frac{x_j \cdot l_j}{v_{\phi l}} \right) \quad (2.7)$$

où nous avons anticipé le fait que nous avons à faire à un problème aux valeurs propres et vecteurs propres. En ce sens, nous avons omis l'exposant (k) repérant le mode $k = 1, 2, 3$. C'est la solution du système qui fournira les trois solutions possibles : les trois valeurs propres (généralement distinctes) $v_{\phi l}^{(k)}$ de la vitesse $v_{\phi l}$ et les trois directions propres ${}^\circ \vec{u}^{(k)}$ des polarisations ${}^\circ \vec{u}$ correspondantes.

Ainsi, en reportant la forme générale de la solution (2.7) dans l'équation d'onde (2.6), l'équation aux dérivées partielles se réduit à un système de trois équations linéaires à trois inconnues : les composantes de la polarisation ${}^\circ u_i$ dans le repère choisi. Ce système d'équation est connu sous le nom de l'équation de *Christoffel* :

$$\Gamma_{il} {}^\circ u_l = \rho v_{\phi l}^2 u_i \quad (2.8)$$

$$\text{avec :} \quad \Gamma_{il} = c_{ijkl} l_j l_k \quad (2.9)$$

Ce système d'équations admettra des solutions si et seulement si l'équation séculaire :

$$|\Gamma_{il} - \rho v_{\phi l}^2 \delta_{il}| = 0 \quad (2.10)$$

est satisfaite. L'équation séculaire est du troisième degré, ses trois racines fournissent les trois vitesses propres recherchées $v_{\phi l}$ en fonction de la direction de propagation propagations \vec{l} . Les vecteurs propres correspondants à ces vitesses propres définissent les directions de polarisation. En se basant sur les propriétés de symétrie du tenseur de rigidité on démontre que les valeurs propres de l'équation de Christoffel $\rho v_{\phi l}^2$ sont réelles et positives [6]. Les vitesses sont donc réelles et les polarisations orthogonales entre-elles. A l'exception du cas particulier de propagations suivant des axes de haute symétrie, aucun vecteur du trièdre des polarisations propres n'est parallèle ou normal à la direction

de propagation \vec{l} . On les classifie en une onde dite quasi-longitudinale dont la polarisation est la plus proche du vecteur d'onde et deux ondes quasi-transversales. Généralement, les ondes quasi-longitudinales sont plus rapides que les ondes transversales. Selon leur vitesses respectives, les deux ondes quasi-transversales, sont qualifiées de lentes ou de rapides.

Dans le cas des matériaux isotropes, on montre que l'équation de Christoffel découple les trois polarisations. Les directions de polarisation ${}^\circ\vec{u}$ seront liées à la direction de propagation \vec{l} . On retrouve une onde longitudinale et deux ondes transversales c'est-à-dire de polarisations respectivement parallèle et normales à \vec{l} [6]. Les ondes transversales sont dégénérées (elles ont même vitesse et leur polarisations sont arbitraires) et leur vitesse est inférieure à celle de l'onde longitudinale.

Cas des milieux piézoélectriques (Loi constitutive de la piézoélectricité)

La théorie d'élasticité, décrite précédemment, ne prend en compte que la déformation mécanique d'un matériau sujette à une force extérieure. D'autres effets peuvent exister tels que les effets thermoélectrique, thermoélastique ou électromécanique. Ce dernier, communément appelé effet piézoélectrique, résulte d'un phénomène de couplage entre les grandeurs électriques et les grandeurs mécaniques du matériau. Dans les matériaux piézoélectriques, non seulement la loi de Hooke (expression 2.2) doit être modifiée pour tenir compte de la contribution du champ électrique \vec{E} au tenseur des contraintes \vec{T} mais aussi une équation subsidiaire est nécessaire pour exprimer la contribution de la déformation \vec{S} au vecteur déplacement électrique \vec{D} . En choisissant le déplacement \vec{u} et le potentiel électrique ϕ comme variables indépendantes, à la place de \vec{S} et \vec{E} ce système d'équations s'écrit en notation tensorielle :

$$\begin{cases} T_{ij} = c_{ijkl}^E \frac{\partial u_k}{\partial x_l} + e_{lij} \frac{\partial \phi}{\partial x_l} \\ D_i = e_{ikl} \frac{\partial u_k}{\partial x_l} - \epsilon_{il}^S \frac{\partial \phi}{\partial x_l} \end{cases} \quad (2.11)$$

Les tenseurs c^E , e et ϵ^S représentent respectivement les constantes élastiques, les constantes piézoélectriques et les permittivités. Les exposants E et S indiquent que ces tenseurs sont déterminés respectivement à champ électrique et déformation constantes. Les caractéristiques des éléments de ces tenseurs sont liées à la classe de symétrie du cristal. D'autres formulations existent suivant le choix des variables indépendantes. Par exemple si on choisit la contrainte et le champ électrique comme variables indépendantes, alors la déformation et l'induction électrique s'exprimeront en fonction de tenseurs : s^E , d et ϵ^T , respectivement la matrice des souplesses, la matrice piézoélectrique et les permittivités. Exprimées suivant ces tenseurs, les lois constitutives de la piézoélectricité sont dites formulées sous la forme des contraintes.

En suivant la méthode de recherche des modes propres précédente, on retrouve, en éliminant le potentiel entre les deux équations du système, l'équation de Christoffel modifiée :

$$\rho v_{\phi l}^2 u_i = \bar{\Gamma}_{il} u_l \quad (2.12)$$

Où le tenseur de Christoffel dit « durci » s'écrit :

$$\bar{\Gamma}_{il} = \Gamma_{il} + \frac{\gamma_i \gamma_l}{\epsilon} \quad (2.13)$$

$$\Gamma_{il} = c_{ijkl}^E l_j l_k, \quad \gamma_i = e_{kij} l_j l_k, \quad \epsilon = \epsilon_{jk}^S l_j l_k$$

Comme précédemment, L'équation séculaire est du troisième degré, ses trois racines fournissent les trois vitesses propres recherchées $v_{\phi l}$ en fonction de la direction de propagation \vec{l} . De même, le tenseur $\bar{\Gamma}_{il}$ étant lui aussi symétrique, les valeurs propres du système d'équation seront réelles et positives. Les vitesses de phase sont donc réelles et les polarisations propres (vecteur propres) forme un trièdre orthogonal.

c. Surfaces des lenteurs

Les milieux périodiques artificiels (cristaux photoniques et phononiques) les plus courants sont obtenus en insérant des inclusions (ou inversement réalisant des lacunes) de façon périodique dans un matériau homogène. Ainsi, comme nous le verrons par la suite, la prise en compte de la symétrie d'orientation des matériaux de base par rapport aux directions de haute symétrie du réseau périodique artificiel est cruciale lors de la détermination de la structure de bandes (diagramme de dispersion) de ces cristaux.

Un outil pratique qui restitue sous la forme d'une représentation géométrique simple les propriétés de symétrie de l'ensemble cristal-onde est la surface des lenteurs. Il s'agit d'une représentation polaire à trois dimensions de l'inverse de la vitesse de phase « lenteur » en fonction de la direction de propagation \vec{l} . Comme il existe en général trois modes propres caractérisés chacun par sa vitesse de phase propre, il existe en général trois nappes distinctes les unes des autres.

L'allure des surfaces des lenteurs est directement liée aux propriétés de symétrie ponctuelles (ou symétrie d'orientation) du matériau considéré. La littérature fournit les coupes des surfaces des lenteurs suivant les trois plans cristallographiques X, Y et Z. Pour des propagations dans des directions particulières, les surfaces des lenteurs doivent être représentées par leur courbe d'intersection avec le plan dans lequel évolue le vecteur d'onde étudié. Bien entendu, dans le cas d'un matériau isotrope, les surfaces des lenteurs se réduisent à des sphères.

Ces mêmes informations pourraient être illustrées par la surface des vitesses : qui correspond à l'inversion de puissance unité de la surface des lenteurs et ayant pour pôle l'origine du repère. Cependant, on préfère représenter les lenteurs plutôt que les vitesses pour deux raisons essentielles. Premièrement, les surfaces des lenteurs présentent la particularité de fournir la direction de la vitesse de groupe en plus la vitesse de phase : pour obtenir la direction de la vitesse de groupe dans une direction de propagation donnée, il suffit de déterminer la normale à la surface des lenteurs au point d'intersection de la demi-droite issue de l'origine parallèlement à la vitesse de phase avec la surface des lenteurs [6]. Deuxièmement, pour une pulsation ω donnée (régime harmonique), la surface des lenteurs devient homothétique à une surface isofréquence : lieu géométrique de l'extrémité des vecteurs d'onde \vec{k} en fonction de leur direction. En effet \vec{k} est proportionnel à la lenteur : $\vec{k} = (1/v_{\phi l})\omega\vec{l}$. En ce sens, comme les isofréquences $\vec{k}_{\omega}(l)$ en optique ⁴, les surfaces des lenteurs permettent une représentation géométrique élégante (basée sur la propriété de conservation des composantes des vecteurs d'ondes parallèles aux interfaces) qui vérifie les lois de réflexion / réfraction de Snell-Descartes. Cette représentation géométrique est connue sous le nom de « construction de Descartes » dans le domaine de l'optique.

Exemples de surface des lenteurs

4. En optique, les isofréquences $\vec{k}_{\omega}(l)$ sont homothétiques à la surface des indices. Le facteur d'homothétie est k_0 le quotient de la pulsation ω par la célérité de la lumière dans le vide c . $\vec{k}_{\omega}(l) = (\omega/c)(c/v_{\phi})\vec{l} = k_0 n \vec{l}, k_0 = \omega/c$

Selon la classe de symétrie du cristal étudié, tous les éléments du tenseur des rigidités c_{ijkl} ne sont plus indépendants les uns des autres et certains s'annulent. Nous présentons, à titre d'exemples, les surfaces des lenteurs du silicium et du niobate de lithium qui nous intéresseront par la suite. Le silicium ne possède que trois constantes indépendantes c_{11} , c_{12} et c_{44} tandis que le niobate de lithium en détient six $c_{11}, c_{12}, c_{13}, c_{14}, c_{33}$ et c_{44} . Ainsi, le tenseur de Christoffel et par suite la surface des lenteurs qui en découle sont intrinsèquement liés aux éléments de symétrie du matériau.

Cas du silicium

Le silicium est un cristal qui appartient à la classe holoédrique du système cubique. C'est-à-dire qu'il présente la même symétrie ponctuelle $\frac{3A_4}{3M} 4A_3 \frac{6A_2}{6M} C$ que celle du réseau cubique : trois axes A_4 perpendiculaires aux faces, quatre axes A_3 dirigés suivant les diagonales du cube, six axes A_2' joignant les milieux des arêtes opposées et un centre de symétrie et donc des miroirs perpendiculaires aux axes A_4 et A_2' . Cette classe de symétrie est dénommée $m\bar{3}m$ selon notation de Hermann-Mauguin. Vu la symétrie cubique, on convient que la surface des lenteurs du silicium présente la même allure suivant les coupes X, Y ou Z. La figure (2.1.a) représente la coupe X de la surface des lenteurs (plan cristallographique YZ).

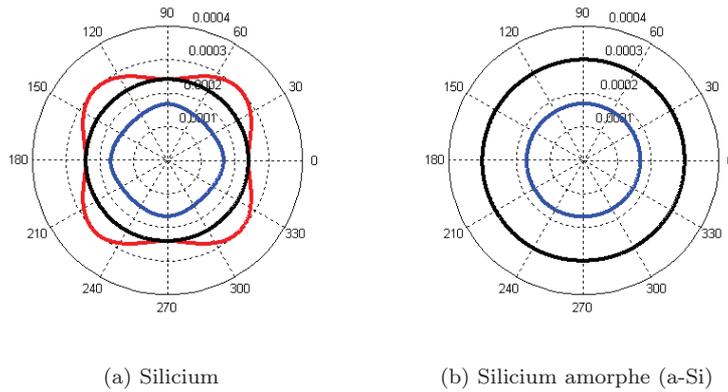


FIGURE 2.1 – Surface des lenteurs :

(a) **du silicium cristallin.** La courbe noire représente le mode de polarisation transverse hors plan tandis que les courbes bleue et rouge représentent les lenteurs dans le plan respectivement des modes : quasi-longitudinal et quasi-transversal.

(b) **du silicium amorphe.** La courbe bleue représente la vitesse longitudinale, la courbe noire les vitesses transversales deux fois dégénérées. Leurs polarisations sont arbitraires dans le plan principal (normal à la direction de propagation)

Comme on le verra par la suite, on montre que, dans le cas d'une propagation dans un des plans défini par deux directions du système des axes principaux, il y a découplage entre la polarisation hors plan (ici suivant X) et la polarisation dans le plan. Ceci est une caractéristique des ondes se propageant dans un plan de symétrie [6]. Le mode de polarisation hors plan (purement transversal) a un comportement isotrope de vitesse de phase constante $v_{\phi t_1} = \sqrt{c_{44}/\rho}$, comme illustré sur la figure par la forme circulaire de la courbe noire. L'invariance de cette vitesse par rapport à la direction de propagation est une signature de la présence de l'axe de rotation d'ordre quatre A_4 perpendiculaire au plan de propagation [6]. Les deux autres modes polarisés dans le plan ont un comportement anisotrope : leurs vitesses propres sont fonctions de la direction de propagation. La coupe de la surface des lenteurs correspondante (figure 2.1.a) restitue l'axe de symétrie d'ordre 4 du système cubique ainsi que les plans de symétrie perpendiculaires aux axes A_2' . D'autre part, ces deux modes, présentent des polarisations (vecteurs propres) orthogonales

entre-elles. Exception faite des cas particuliers où \vec{l} est parallèle aux directions [100] et [110], l'orientation du trièdre orthogonal des polarisations dépend de la direction de propagation \vec{l} . On retrouve bien le trièdre orthogonal des polarisations mentionné précédemment mais, il n'existe pas de modes purement longitudinaux ou purement transverses.

Cas du silicium amorphe (a-Si)

Un état particulier du silicium est le silicium amorphe, généralement noté a-Si. Celui-ci, souvent caractérisé par les coefficients de Young et de Poisson, est considéré alors comme isotrope. La figure 2.1.b présente la surface des lenteurs du silicium amorphe. Les trois modes propres se scindent en un mode purement longitudinal et deux modes dégénérés purement transverses. La courbe noire représente donc les deux modes transverses. La polarisation des modes transverses est arbitraire dans le plan normal à la direction de propagation dit plan principal. On choisit comme fonctions de bases un couple quelconque de polarisations orthogonales dans le plan principal. En l'occurrence, le plus simple une polarisation dans le plan et l'autre hors plan de la coupe considérée. Le mode longitudinal a une vitesse plus élevée que les modes transverses (courbe bleue sur la figure). La vitesse n'est pas fonction de la direction de propagation comme l'illustre la figure 2.1.b où les surfaces des lenteurs se réduisent à des sphères et leur coupe avec un plan diamétral quelconque à des cercles.

Cas du niobate de lithium LiNbO3

Le niobate de lithium, appartient au système trigonal. L'introduction de la molécule de LiNbO3, qui constitue la base (ou motif) du cristal, prive l'holoédrie trigonale $A_3 \frac{3A_2}{3M'} C$ de son centre de symétrie C et conduit à la classe mériédrique $A_3 3M'$ notée 3m dans la notation d'Hermann-Mauguin. C'est d'ailleurs l'absence du centre de symétrie qui autorise l'existence de la piézoélectricité dans ce matériau.

Les figures 2.2.a, 2.2.b et 2.2.c représentent respectivement la surface des lenteurs suivant les coupes X, Y et Z. Selon la convention d'orientation des axes principaux des cristaux, l'axe Z du repère coïncide avec l'axe de symétrie d'ordre le plus élevé et le plan YZ correspond à un des 3 plans de symétrie du cristal. L'allure de la coupe X (cas d'un vecteur d'onde évoluant dans le plan de symétrie YZ) s'interprète de la manière suivante. La propagation ayant lieu dans un plan de symétrie, les éléments $\Gamma_{12} = \Gamma_{13}$ du tenseur de propagation sont nuls et l'équation de Christoffel se réduit donc à :

$$\begin{pmatrix} \Gamma_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \Gamma_{22} & \Gamma_{23} \\ 0 & \Gamma_{32} & \Gamma_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \circ u_1 \\ \circ u_2 \\ \circ u_3 \end{pmatrix} = v_{\phi l}^2 \rho \begin{pmatrix} \circ u_1 \\ \circ u_2 \\ \circ u_3 \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

Comme dans le cas du silicium, il y a découplage de la composante de polarisation hors plan (ici suivant X) et la composante dans le plan. Mais cette fois, tous les éléments non nuls du tenseur Γ_{ij} , y compris Γ_{11} , dépendent de la direction de propagation \vec{l} : $\Gamma_{ij} = \Gamma_{ij}(\theta)$ où θ est l'angle formé par le vecteur unitaire \vec{l} et l'axe Z. Comme illustré par la courbe rouge de la figure 2.2a, la vitesse transversale hors plan $v_{\phi l_1} = \sqrt{\Gamma_{11}(\theta)}/\rho$ n'est plus invariante. Ceci est en accord avec le fait que contrairement au cas du silicium, on n'est plus dans le cas particulier d'un axe de symétrie d'ordre pair supérieur à 2 normal au plan de symétrie. Les deux modes de polarisations propres dans le plan se différencient en une onde quasi-longitudinale et une onde quasi-transversale représentés respectivement en bleu et en noir sur la figure 2.2.a. Comme la composante $\bar{\Gamma}_{11} = \Gamma_{11}$ du tenseur de Christoffel n'est pas modifiée par la prise en compte de la piézoélectricité on dit que le mode de polarisation

X (mode transversal hors plan) est piézoélectriquement inactif. Ce ne sera pas le cas pour les modes de polarisation dans le plan qui sont piézoélectriquement actifs les courbes des lenteurs seront différentes selon que l'on tient compte ou pas de la piézoélectricité. La figure 2.2.b montre que coupe Y de la surface des lenteurs restitue la symétrie par rapport au plan de symétrie YZ. La symétrie des courbes de cette coupe par rapport à l'axe X résulte de la conjonction du plan de symétrie YZ et de l'invariance de la vitesse de propagation par rapport au sens de propagation de l'onde. Enfin l'allure de la coupe Z (figure 2.2.c) reproduit la symétrie de rotation autour de l'axe ternaire (axe cristallographique Z) et des 3 plans de symétrie (passant par Z) qui lui sont associés. L'apparition, dans le plan de coupe, d'une symétrie par rapport à trois axes supplémentaires (perpendiculaires aux 3 plans de symétrie) s'explique comme précédemment par l'invariance des lenteurs par rapport au sens de propagation. Le mode de polarisation quasi-transverse hors-plan varie très peu avec la direction de propagation mais ce ne sont pas des modes purs car la vitesse d'énergie n'est pas contenue dans le plan XY qui n'est pas un plan de symétrie.

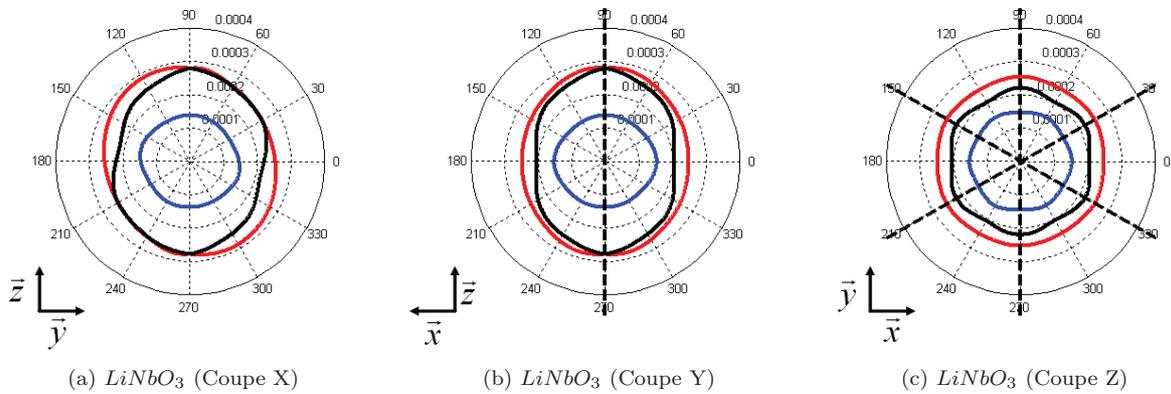


FIGURE 2.2 – Surface des lenteurs du niobate de lithium pour les coupes X (a), Y (b) et Z (c) en prenant en compte les tenseurs élastiques, piézoélectriques et de permittivité du matériau. La courbe bleue représente la vitesse longitudinale, les courbes noires et rouges représentent les vitesses transversales dans le plan et hors-plan respectivement

d. Ondes élastiques dans les milieux limités, homogénéités au sens large

Dans le paragraphe précédent, nous avons considéré les ondes se propageant dans un milieu homogène illimité. Ces ondes sont dites ondes de volume. Comme décrit précédemment, ces ondes se classifient en ondes quasi-longitudinales et quasi-transversales. La figure 2.3 donne une illustration pour le cas particulier où les modes sont purement longitudinaux ou transverses. L'onde longitudinale, décrite comme une onde de compression, est composée de déplacements dans la direction de propagation alors que les ondes transversales, plus communément appelées ondes de cisaillement, sont composées de déplacements perpendiculaires à la direction de propagation.

Limiter un cristal homogène, revient à subdiviser l'espace en différentes régions (homogènes par parties) : le cristal et le milieu qui l'entoure. L'espace n'est donc plus homogène au sens strict du terme. On doit tenir compte des conditions aux limites. Celles-ci engendrent des phénomènes de réflexions réfractions. Le couplage entre les différentes ondes réfléchies ou réfractées introduit de nouveaux modes de propagation. Nous présentons de manière succincte les principaux types d'ondes guidées que sont les ondes de Rayleigh, les ondes de Lamb et les ondes de Love.

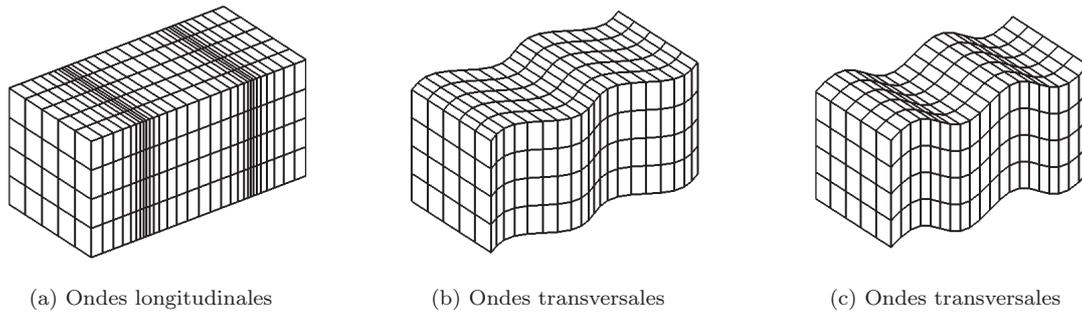


FIGURE 2.3 – Illustration des ondes longitudinales (a), parallèle à la direction de propagation, des ondes transversales (b) dans le plan, et les ondes transversales (c) hors plan

Ondes de Rayleigh

Certainement les plus connues, les ondes de Rayleigh ont été mises en évidence par Lord John Rayleigh en 1885. Si on considère une surface libre, des conditions particulières apparaîtront aux limites substrat-vide pour les variables mécaniques et électriques. Ces ondes, aussi appelés *ondes de surfaces*, ont la particularité de se propager dans une couche très mince au voisinage de la surface. L'amplitude de l'onde décroît exponentiellement avec la profondeur et n'affecte le substrat dans la profondeur que de l'ordre de quelques longueurs d'onde du mode. Dans le cas d'un milieu anisotrope, ces ondes de surface sont composées d'une onde longitudinale et transversale dans le plan sagittal du cristal. La vitesse de l'onde est inférieure à la vitesse transversale de l'onde de volume. Enfin les ondes de Rayleigh ne sont pas dispersives et ont l'avantage de ne présenter quasiment aucune atténuation lors de la propagation de l'onde.

Ondes de Lamb

Si on considère une plaque libre dont l'épaisseur est comparable à la longueur d'onde, la plaque se comporte comme un guide d'onde. Ces ondes, lorsque le solide présente deux interfaces parallèles, sont appelés ondes de Lamb. La formation des ondes Lamb peut être expliquée par le couplage de deux ondes de surface présentes sur chacune des interfaces. L'épaisseur de la plaque étant inférieure à la longueur de pénétration dans un substrat semi-infini donne naissance à des modes symétriques et antisymétriques des ondes de Lamb. Les ondes de Rayleigh et des ondes de Lamb sont illustrés sur la figure (2.4).

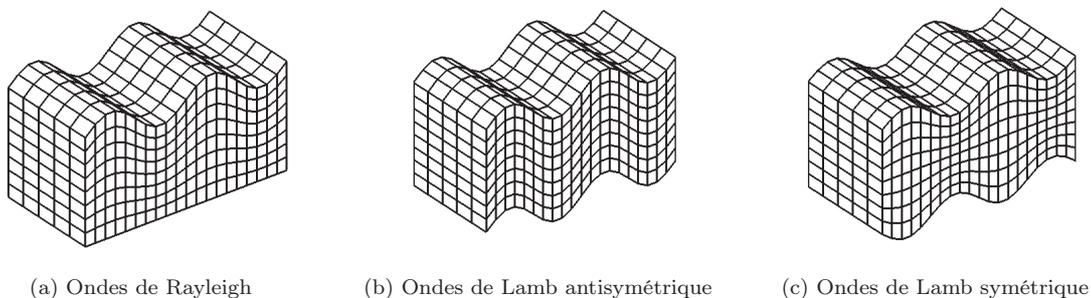


FIGURE 2.4 – Déformation du solide suivant les déplacements u_i imposés par une onde de Rayleigh (a), une onde de Lamb antisymétrique (b) et symétrique (c)

Ondes de Love

Un cas intermédiaire existe ce sont les ondes de Love. Dans ce cas, le solide étudié a

une couche supplémentaire, reposant sur un substrat semi-infini constitué d'un matériau différent, dans lequel l'onde sera confinée. Pour obtenir un confinement de l'onde dans cette couche, le matériau doit être choisi tel que la vitesse transversale dans cette couche soit inférieure à celle du matériau du substrat semi-infini.

Nous nous sommes contentés ici d'introduire brièvement quelques types particuliers d'ondes pouvant exister [6, 166]. Nous détaillerons plus particulièrement les ondes de Lamb pour le cas des membranes dans les chapitres suivants.

2.1.2 Les ondes électromagnétiques dans les milieux diélectriques homogènes illimités et non magnétique

Les champs électromagnétiques sont régis par les équations de Maxwell. Dans un milieu diélectrique homogène, non-magnétique, sans charges libres et sans sources de courant ces équations s'écrivent :

$$\nabla \cdot \epsilon(\vec{r}) \vec{E}(\vec{r}, t) = 0 \quad \nabla \cdot \vec{H}(\vec{r}, t) = 0 \quad (2.15)$$

$$\nabla \times \vec{E}(\vec{r}, t) = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}(\vec{r}, t)}{\partial t} \quad \nabla \times \vec{H}(\vec{r}, t) = \epsilon \frac{\partial \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial t} \quad (2.16)$$

Avec le champ électrique $\vec{E}(\vec{r}, t)$, $\vec{H}(\vec{r}, t)$ le champ magnétique et μ_0 la perméabilité magnétique dans le vide. Les intensités $\vec{E}(\vec{r}, t)$ et $\vec{H}(\vec{r}, t)$ des champs électriques et magnétiques sont liés aux inductions électrique (déplacement électrique) et magnétique $\vec{D}(\vec{r}, t)$ et $\vec{B}(\vec{r}, t)$ par les relations constitutives :

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = \mu_0 \vec{H}(\vec{r}, t) \quad (2.17)$$

$$\vec{D}(\vec{r}, t) = \epsilon \vec{E}(\vec{r}, t) \quad (2.18)$$

La constante diélectrique désigne la permittivité absolue du milieu $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$, où ϵ_0 et ϵ_r représentent la permittivité du vide et la permittivité relative. Dans le cas de matériaux isotropes, le déplacement électrique \vec{D} et l'intensité du champ électrique \vec{E} sont colinéaires. La permittivité est donc un tenseur de rang zéro (un invariant au sens des tenseurs). Dans le cas d'un matériau anisotrope, le déplacement électrique n'est plus nécessairement parallèle à l'intensité du champ électrique. La permittivité s'exprime alors par un tenseur de rang deux :

$$\vec{D}(\vec{r}, t) = [\epsilon] \vec{E}(\vec{r}, t) \Leftrightarrow D_i(\vec{r}, t) = \epsilon_{ij} E_j(\vec{r}, t) \quad (2.19)$$

Le tenseur ϵ_{ij} est symétrique, il comporte au maximum six composantes distinctes dans un système d'axes quelconque. Par un changement de repère adéquat on peut toujours exprimer le tenseur des permittivités sous la forme d'une matrice diagonale.

$$\begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \epsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{pmatrix} = \epsilon_0 \begin{pmatrix} n_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & n_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & n_3^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

où l'on a introduit les indices de réfraction : $n_i^2 = \frac{\epsilon_{ii}}{\epsilon_0}$. Ce système particulier d'axes orthonormés est appelé « système des axes principaux ». Tout champ électrique suivant un axe principal induit un déplacement électrique qui lui est colinéaire.

a. Equation de Propagation des ondes électromagnétiques

L'équation de propagation du champ électromagnétique peut s'exprimer en fonction du champ électrique E ou bien du champ magnétique H en éliminant respectivement H ou E des équations de Maxwell. On obtient respectivement :

$$\nabla \times \left\{ \nabla \times \vec{E}(\vec{r}, t) \right\} = -\frac{\epsilon_r}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial t^2} \quad (2.21)$$

$$\nabla \times \left\{ \frac{1}{\epsilon(\vec{r})} \nabla \times \vec{H}(\vec{r}, t) \right\} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{H}(\vec{r}, t)}{\partial t^2} \quad (2.22)$$

où $c = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$ représente la célérité de la lumière dans le vide.

b. Structure des ondes électromagnétiques

Comme pour les ondes acoustiques, on s'intéresse à la forme générale des solutions spatio-temporelles des modes de propagation : les fonctions propres $\vec{E}(\vec{r}, t)$ et $\vec{H}(\vec{r}, t)$. En suivant la même démarche, on ramène le problème de recherche des fonctions propres à un problème aux valeurs propres et aux vecteurs propres. Pour cela, on se place dans le cadre des ondes planes harmoniques :

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 e^{-j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \quad (2.23)$$

$$\vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{H}_0 e^{-j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \quad (2.24)$$

En substituant dans l'équation de propagation (2.21) on obtient :

$$\vec{k} \times \vec{k} \times \vec{E}_0 = -\frac{\omega^2}{c^2} [\epsilon_r] \vec{E}_0 \quad (2.25)$$

Une écriture plus commode pour la détermination de la structure des modes de propagation consiste à utiliser le vecteur déplacement électrique $\vec{D}(\vec{r}, t) = \vec{D}_0 e^{-j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$ plutôt que le champ électrique $\vec{E}(\vec{r}, t)$ la relation (2.25) s'écrit alors :

$$\vec{k} \times \vec{k} \times [\eta] \vec{D}_0 = -\frac{\omega^2}{c^2} \vec{D}_0 \quad (2.26)$$

où le tenseur des impermittivités $[\eta]$ est défini comme l'inverse du tenseur des permittivités relatives $[\eta] \equiv [\epsilon_r]^{-1}$. En exprimant le vecteur d'onde sous la forme $\vec{k} = \frac{\omega}{c} n_l \vec{l}$, où n_l définit par $n_l \equiv c/v_{\phi l}$ représente l'indice de réfraction correspondant à la propagation dans la direction donnée \vec{l} , on obtient :

$$\vec{l} \times \vec{l} \times [\eta] \vec{D}_0 = -\frac{1}{n_l^2} \vec{D}_0 \quad (2.27)$$

En utilisant l'identité du double produit vectoriel $\mathbf{A} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = (\mathbf{C} \cdot \mathbf{A}) \mathbf{B} - (\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}) \mathbf{C}$, on retrouve une équation aux valeurs propres analogue à l'équation de Christoffel. Mais cette fois, compte tenu du fait que le vecteur \vec{D}_0 est toujours dans le plan transverse au vecteur d'onde, l'équation séculaire peut être ramenée à une équation du second degré. Les deux valeurs propres n_l^2 définissent les deux vitesses propres $v_{\phi l}$ recherchées pour la direction de propagation \vec{l} . Les deux vecteurs propres correspondants définissent les directions de polarisation. Le tenseur des impermittivités étant réel et symétrique, on démontre que les valeurs propres de $1/n_l^2$ (et donc de $v_{\phi l}^2$) sont réelles et positives [6]. Les vitesses sont donc réelles et les polarisations orthogonales entre-elles. Ces dernières suivent une direction bien déterminée et forment avec la direction de propagation un trièdre orthogonal. Contrairement aux ondes acoustiques il n'existe que deux mode propres

de polarisation optiques pour les ondes électromagnétiques dans les milieux diélectriques et les directions propres du vecteur \vec{D} sont toujours dans le plan normal au vecteur d'onde.

Dans le cas des matériaux isotropes, on montre que les ondes sont dégénérées : elles ont même vitesse et leur polarisation sont arbitraires dans le plan normal au vecteur d'onde.

c. Trois surfaces homothétiques : surface des indices, surface des lenteurs optique et isofréquences

La surface des indices est analogue à la surface des lenteurs introduite au paragraphe (1.1.c). Elle se construit dans un repère polaire où l'on représente les valeurs propres de l'indice de réfraction n_l , solution de l'équation séculaire du système d'équations (2.27) en fonction de la direction de propagation \vec{l} . Comme on l'a vu au paragraphe précédent, il n'existe que deux polarisations possibles pour les ondes électromagnétiques, la surface des indices est donc formée de deux nappes. Vu la définition de l'indice de réfraction : $n_l \equiv c/v_{\phi l}$, la surface des indices est homothétique avec la surface des lenteurs optique. Elle possède donc les mêmes propriétés que son analogue acoustique : d'une part la normale aux surfaces indique la direction de la vitesse de groupe c'est-à-dire la direction de propagation de l'énergie et d'autre part, elle est homothétique à la surface isofréquences : $\vec{k} = (1/v_{\phi l})\omega\vec{l}$ à la base de la construction de Descartes.

d. Ellipsoïde des indices

Le fait que le déplacement électrique \vec{D} soit purement transverse limite la difficulté du problème et autorise une construction géométrique qui n'a pas d'analogue pour les ondes acoustiques : l'ellipsoïde des indices. Celle-ci permet de déterminer complètement les modes propres de propagation pour une direction de propagation donnée. C'est-à-dire, aussi bien les directions de polarisation propres du vecteur déplacement \vec{D} que les valeurs propres correspondantes : les indices de réfraction n_l . Ceci permet de remonter aux valeurs propres des vitesses de phase ($v_{\phi l} = c/n_l$) ou encore à celles des vecteurs d'ondes ($k = n_l\omega/c$). L'équation de l'ellipsoïde des indices se déduit facilement. Dans le système des axes principaux elle s'écrit (annexe A) :

$$\left[\frac{x_1^2}{n_1^2} + \frac{x_2^2}{n_2^2} + \frac{x_3^2}{n_3^2} \right] - 1 = 0 \quad (2.28)$$

On montre (annexe A) que pour une direction de propagation \vec{l} donnée, les directions de polarisation propres du déplacement électrique $\vec{D}_{1,2}$ sont déterminées par les axes principaux de l'ellipse formée par l'intersection de l'ellipsoïde des indices avec le plan diamétral normal à \vec{l} . Les deux valeurs propres des indices $n_{l_{1,2}}$ correspondent alors à la longueur des demi-axes de cette ellipse.

Dans le cas le plus général, les cristaux ne possédant aucun axe de rotation d'ordre supérieur à deux présenteront trois indices de réfraction distincts (n_1 , n_2 et n_3) dans le système des axes principaux. Le cristal est dit « biaxe » car dans tout ellipsoïde il existe deux directions particulières, appelées axes optiques, pour lesquelles le cristal aura un comportement isotrope. Celles-ci correspondent aux directions normales aux deux coupes diamétrales de l'ellipsoïde de forme circulaire [6]. La polarisation du déplacement électrique \vec{D} est alors arbitraire et les valeurs propres des l'indices sont identiques $n_{l_1} = n_{l_2}$ et coïncident avec l'un des trois indices de réfraction (n_1 , n_2 et n_3) du système des axes principaux : celui dont la valeur est intermédiaire (c'est-à-dire encadrée par les deux autres).

Cas du silicium

Le silicium appartient au système cubique. Il possède, en plus des six axes de symétrie d'ordre 2, sept axes d'ordres supérieurs : trois axes quaternaires (A_4) et quatre axes ternaires (A_3). L'ellipsoïde des indices est nécessairement une sphère car il doit posséder plusieurs axes de révolution [6]. Le silicium est donc optiquement isotrope. Les trois indices du système d'axes principaux sont égaux ($n_1 = n_2 = n_3 = n$), l'équation (2.28) s'écrit alors :

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = n^2 \tag{2.29}$$

Dans ce cas particulier les deux nappes de la surface des indices se confondent et sont, tout comme l'ellipsoïde des indices, de forme sphérique et de rayon n .

Cas du niobate de lithium $LiNbO_3$

Le niobate de lithium appartient au système trigonal et possède donc un seul axe de symétrie d'ordre 3 (A_3). L'ellipsoïde des indices est un ellipsoïde de révolution. L'axe de révolution correspond à l'axe de symétrie A_3 . On dit que le $LiNbO_3$ est un cristal uniaxe [6]. C'est-à-dire qu'une onde se propageant colinéairement à l'axe symétrie A_3 se comportera comme un matériau isotrope. En effet, l'intersection du plan diamétral, normal à A_3 avec l'ellipsoïde de révolution est un cercle. Les deux indices propres ont mêmes valeurs et les directions de polarisations sont arbitraires. Par allusion au comportement isotrope de la propagation dans cette direction particulière, cet indice est appelé indice ordinaire noté n_o .

Un autre cas particulier est la propagation dans une direction perpendiculaire à l'axe de révolution. Le plan diamétral normal à cette direction contiendra l'axe A_3 . Son intersection avec l'ellipsoïde des indices formera une ellipse dont la longueur d'un des demi-axes sera égal à n_o , l'autre demi-axe sera colinéaire à A_3 sa longueur est égale à l'indice extraordinaire et est noté n_e . Comme deux des trois indices ont même valeur n_o , et le troisième correspond à n_e l'équation (2.28) devient :

$$\frac{x^2 + y^2}{n_o^2} + \frac{z^2}{n_e^2} = 1 \quad \text{avec :} \quad \begin{cases} n_o = 2,23 \\ n_e = 2,15 \end{cases} \tag{2.30}$$

Pour une direction de propagation quelconque \vec{l} , ni colinéaire ni normale à A_3 , l'intersection du plan diamétral avec l'ellipsoïde de révolution formera une ellipse dont l'un des demi-axes correspondra à l'indice n_o tandis que le second aura une valeur intermédiaire entre n_o et n_e . L'indice extraordinaire n_e (2,15) du $LiNbO_3$ étant inférieur à son indice ordinaire n_o (2,23), le cristal est dit « uniaxe négatif ».

La figure 2.5 représente une coupe de l'ellipsoïde des indices d'un cristal uniaxe négatif par un plan passant par l'axe optique. Dans un souci de clarté, la différence entre les indices ordinaire et extraordinaire a été exagérée. La symétrie de révolution est autour de l'axe optique qu'il est d'usage de choisir comme axe Z .

Si on considère la direction de propagation \vec{l} quelconque (en rouge dans la figure 2.5), formant un angle θ avec Z , les deux polarisations principales seront suivant les axes principaux de l'ellipse diamétrale perpendiculaire à \vec{l} . La projection de cette ellipse est représentée par la droite en pointillés rouges sur la figure. La longueur de cette dernière est égale au petit axe de l'ellipse diamétrale, le grand axe étant normal au plan de la coupe. L'onde dont la polarisation est suivant ce grand axe « voit » l'indice de réfraction

ordinaire tandis que celle dont la polarisation propre est dans le plan « voit » l'indice n_l ($n_e < n_l < n_o$) qui est numériquement égal à la demi-longueur du segment en pointillés rouges sur la figure. Si l'orientation de \vec{l} est telle que $\theta = 90^\circ$ alors, $n_l = n_e$ tandis que si \vec{l} est colinéaire à Z c'est l'indice ordinaire n_o qui intervient et la polarisation est arbitraire.

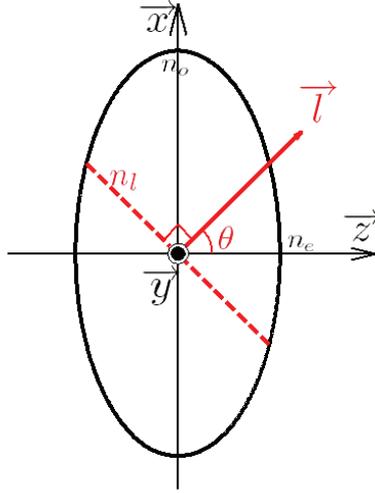


FIGURE 2.5 – Ellipsoïde des indices d'un cristal uniaxe négatif ($n_e < n_o$) : cas du LiNbO3. Coupe suivant un plan passant par l'axe optique (ici le cas particulier du plan XZ).

La figure 2.6 représente la coupe des deux nappes de la surface des indices d'un matériau uniaxe négatif par un plan passant par l'axe optique. Le vecteur issu de l'origine indique la direction de propagation. Sa longueur est égale à l'indice de réfraction vu par l'onde se propageant dans cette direction.

La coupe circulaire de couleur bleue dans la figure correspond à la nappe dont la polarisation est normale au plan P formé par la direction de propagation \vec{l} et l'axe Z. Quel que soit l'angle entre la direction de propagation et l'axe Z elle vérifiera : $n_l = n_o$. La polarisation D_o est dite ordinaire. Par contre, si le vecteur déplacement se trouve dans le plan P, n_l sera fonction de l'angle θ entre \vec{l} et Z : si \vec{l} est colinéaire à Z on aura $n_l = n_o$ (les deux nappes sont tangentes) ; si $\theta = 90^\circ$ avec Z on aura $n_l = n_e$ et pour toute autre direction de propagation correspondra à une valeur intermédiaire de n_l ($n_e < n_l < n_o$). La polarisation D_e est dite extraordinaire.

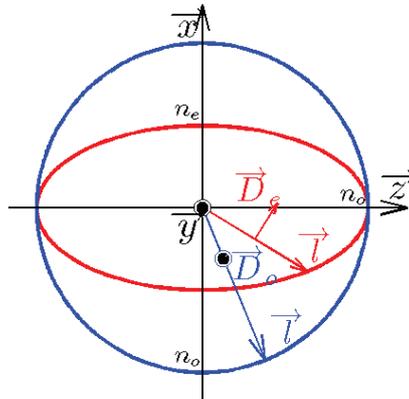


FIGURE 2.6 – Les deux nappes de la surface des indices d'un matériau uniaxe négatif ($n_e < n_o$). Coupe suivant un plan passant par l'axe optique.

2.1.3 Cône du son, cône de lumière et phénomène de réflexion totale

Une méthode couramment utilisée pour confiner une onde dans une membrane (ou une lame) consiste à s'assurer que la condition de réflexion totale de l'onde est satisfaite aux interfaces. Le principe est commun aux ondes de toutes natures. Une onde incidente sur une interface, entre deux milieux de propagation, se réfléchit partiellement. Elle n'est pas transmise en totalité dans le second milieu. On montre que, si la vitesse de propagation est plus faible à l'intérieur de la membrane (considéré ici comme le milieu incident) qu'à l'extérieur de celle-ci, il existe un certain angle d'incidence appelé angle critique à partir duquel le phénomène de réflexion totale est réalisé. Par réflexion totale, on entend que l'onde est réfléchi à 100% par l'interface. L'onde réfractée dans le milieu extérieur n'existe plus.

Une représentation géométrique de la condition réflexion totale est donnée par le cône de lumière ou du son selon la nature de l'onde considérée. Le principe de ce cône peut s'appréhender à partir de la construction de Descartes. Cette dernière est fondée sur la conservation de la pulsation et de la composante tangentielle des vecteurs d'ondes : incident, réfléchi et réfracté à cette interface. Pour illustrer le principe, considérons le cas simple de deux milieux isotropes. On trace sur un même graphe les isofréquences des deux milieux de propagation ou l'une de leurs homothéties : surface des lenteurs en acoustique ou surface des indices en optique.

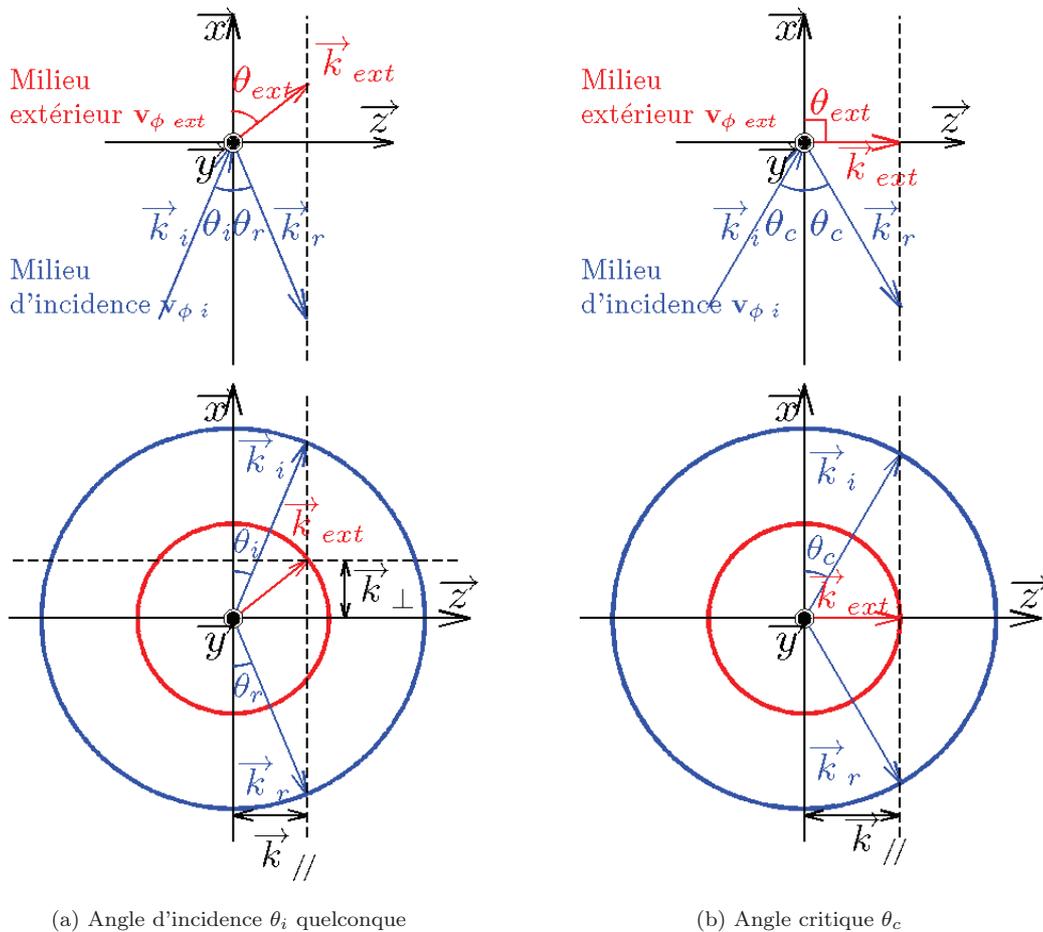


FIGURE 2.7 – Utilisation des isofréquences. Réflexion réfraction sur un dioptre plan.

a) cas d'une incidence quelconque.

b) incidence à l'angle critique.

En haut : configuration géométrique et orientation du repère cartésien utilisé.

En bas : les isofréquences correspondantes. Les éléments relatifs au milieu d'incidence sont de couleur bleue, ceux du milieu extérieur sont en rouge.

Le haut de la figure (2.7) représente la géométrie de la structure considérée : le milieu d'incidence est cantonné sous le plan (yz) formant l'interface avec le milieu extérieur. Les isofréquences (bas de la figure 2.7) représentent respectivement la condition de conservation de la composante tangentielle $k_{//}$ du vecteur d'onde pour un angle d'incidence quelconque et pour l'angle d'incidence critique. La vitesse du milieu d'incidence $v_{\phi i}$ étant plus faible que celle du milieu extérieur $v_{\phi ext}$, les vecteurs d'ondes respectifs vérifieront l'inégalité inverse : $(k_i = \omega/v_{\phi i}) > (k_{ext} = \omega/v_{\phi ext})$.

Il est clair que pour un angle d'incidence supérieur à l'angle critique l'onde réfractée n'a plus d'existence réelle car, $k_{//} > k_{ext}$. L'onde est donc totalement réfléchie. Ainsi, il y a réflexion totale si : $k_{//} > k_{ext} \Leftrightarrow \omega \leq v_{\phi ext} k_{//}$. L'onde se trouve alors confinée dans le milieu d'incidence. Dans un diagramme de dispersion $\omega = f(k_{//})$, le cône de lumière est défini par l'égalité stricte : $\omega = v_{\phi ext} k_{//}$. Il partage le diagramme de dispersion en deux régions, figure 2.8. **Dans le cône** du son (ou de lumière) $\omega > v_{\phi ext} k_{//}$: l'angle d'incidence est inférieur à l'angle critique. Le faisceau réfracté existe. Il y a transmission de l'onde dans le milieu extérieur. **Hors du cône** $\omega < v_{\phi ext} k_{//}$: L'onde réfractée n'existe pas : la réflexion est totale et l'onde est confinée dans le milieu incident.

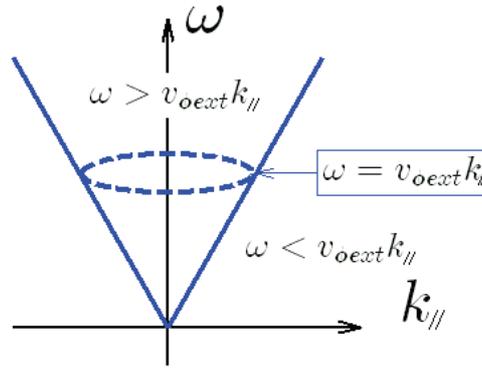


FIGURE 2.8 – Cône de lumière (ou du son).

En fait, dans le cas de la réflexion totale, on admet que la condition de conservation de $k_{//}$ est vérifiée au-delà de l'angle critique : la composante normale k_{\perp} du vecteur d'onde réfracté k_{ext} sera donc imaginaire :

$$k_{\perp} = \sqrt{(\omega/v_{\phi ext})^2 - k_{//}^2} = i\sqrt{k_{//}^2 - k_{ext}^2} \quad \text{avec : } k_{//} > \omega/v_{\phi ext} \equiv k_{ext} \quad (2.31)$$

Ceci est en accord avec l'existence d'une onde évanescente dans le milieu extérieur. Si on s'intéresse à une coupe du diagramme de dispersion on parle alors de ligne de lumière ou ligne du son, il s'agit des génératrices du cône se trouvant dans le plan de coupe.

2.1.4 Modes guidés

La condition de la réflexion totale évoquée au paragraphe précédent n'est pas suffisante pour assurer l'existence d'un mode dans un guide plan. Pour qu'un mode puisse se propager il faut qu'il conserve une certaine cohérence tout au long de sa progression dans le guide. Tous les points d'un même front d'onde doivent se retrouver en phase après d'éventuelles réflexions multiples. En d'autres termes, pour une pulsation donnée,

la résultante des déphasages (déphasage à la réflexion et déphasage relatif à la différence de chemin optique) doit être égale à un multiple de 2π . Ceci introduit une dispersion dite « dispersion du guide ». Nous illustrons ce phénomène de dispersion pour le cas de la lame optique (guide plan à saut d'indice) pour lequel le problème peut être résolu analytiquement.

Considérons le champ électromagnétique dans les trois zones décrites dans la figure 2.9 : les deux régions (I) et (III) qui entourent et la lame d'indice n_{lame} région (II), ont pour indice $n_{air} = 1$. Définissons le repère cartésien tel que l'axe des x soit normal aux interfaces et la l'axe des z soit orienté suivant la direction de propagation et tel que la région II s'étend sur l'intervalle : $-d < x < 0$ (zone grisée sur la figure) et les couches d'air environnantes I et III se situent dans les régions : $x > 0$ et $x < -d$ respectivement (couleur blanche). Le milieu étant homogène suivant dans le plan (y, z) , les ondes planes solutions de l'équation de propagation dans les trois régions seront indépendantes de y et invariantes par translations continues suivant la direction z . Toutes leurs composantes seront de la forme : $E(x, z) = E(x)e^{j(\omega t - k_{//}z)}$. Le système d'équation se réduit à une étude dans le plan sagittal (x, y) de la lame optique. De plus, vu la symétrie de la structure, les polarisations TE et TM sont découplées. A titre d'exemple pour le mode TE la formulation du problème s'écrit [167] :

$$\begin{aligned}
 \text{(I)} & \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + (k_0^2 - k_{//}^2) E_x = 0 \\ \text{pour } x > 0 \end{array} \right. \\
 \text{(II)} & \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + (k_0^2 n_{lame}^2 - k_{//}^2) E_x = 0 \\ \text{pour } -d < x < 0 \end{array} \right. \\
 \text{(III)} & \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + (k_0^2 - k_{//}^2) E_x = 0 \\ \text{pour } x < -d \end{array} \right.
 \end{aligned} \quad (2.32)$$

Nous nous intéressons aux modes guidés, satisfaisant à la condition $k_{//} > k_0 = \omega/c$. Les expressions des solutions $E(x)$ seront évanescents dans l'air et sinusoïdale dans la lames. L'application des conditions de continuités des composantes tangentielles du champ électrique et de leur dérivée aux interfaces, transforme le problème en un système d'équations aux valeurs et vecteurs propres. La condition de compatibilité de ce système donne la relation de dispersion du guide $k_{//} = k_{//}(\omega)$ et les vecteurs propres l'allure de la distribution du champ. Pour un indice donné n_{lame} de la lame, la relation de dispersion ainsi que le profil des modes dépendrons de l'épaisseur d de la lame.

Considérons une lame de silicium caractérisé par un indice de réfraction $n = 3.46$ et une épaisseur $d = 390 \text{ nm}$. Cette configuration correspond à un guide bimodes les modes d'ordres supérieurs ne sont pas permis on dit qu'ils sont coupés. Le profil de ces deux modes est inséré dans la figure 2.9 : la distribution du champ électrique (pour la polarisation TE) et magnétique (polarisation TM). On remarque que le premier mode est mieux confiné que le mode d'ordre 2. On vérifie que plus l'ordre d'un mode est élevé moins il sera confiné dans la lame optique. C'est la raison pour laquelle on préférera le régime monomode. On recherchera donc l'épaisseur la plus grande possible à la limite du seuil d'apparition du deuxième mode.

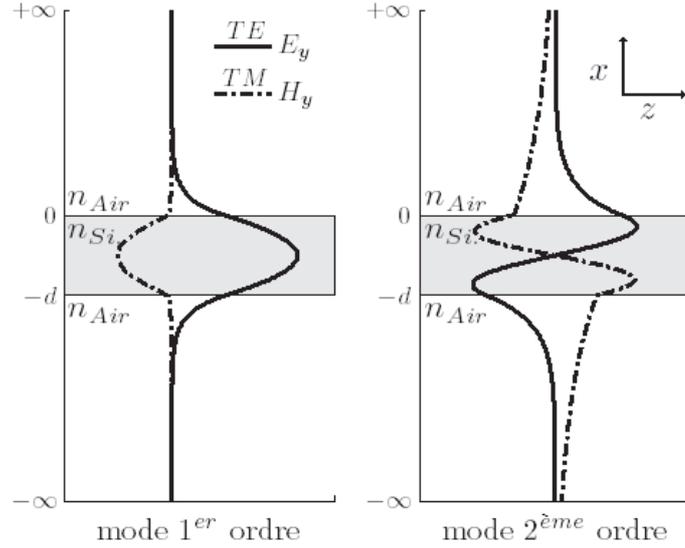


FIGURE 2.9 – Distribution du champ électrique en trait plein et magnétique en pointillé pour une longueur d'onde dans le vide de 1550 nm dans une membrane de silicium d'épaisseur $d=390$ nm. Le profil du champ montre le mode de premier ordre (gauche) qui présente les indices effectifs respectifs $n_{eff}^{TE} = 3,15$ et $n_{eff}^{TM} = 2,88$ et le mode de second ordre (droite) avec les indices effectifs respectifs de $n_{eff}^{TE} = 2,11$ et $n_{eff}^{TM} = 1,09$

La figure 2.10 présente, la relation de dispersion pour les polarisations TE et TM pour le silicium et le niobate de Lithium. Elle représente l'indice effectif n_{eff} défini comme la normalisation de $k_{//}$ par rapport à k_0 : $n_{eff} \equiv k_{//}/k_0 = k_{//}c/\omega$ en fonction de l'épaisseur réduite d/λ_0 . Par ailleurs, on montre que le nombre de modes est égal à m si l'épaisseur réduite vérifie l'inégalité :

$$\frac{m-1}{2\sqrt{n_{lame}^2-1}} < \frac{d}{\lambda_0} < \frac{m}{2\sqrt{n_{lame}^2-1}} \quad (2.33)$$

comme on peut le vérifier aux seuils de coupure des modes sur la figure 2.8. Ainsi, l'épaisseur maximale d garantissant le caractère monomode d'un guide à la longueur d'onde de travail de 1550 nm sera : $d=240$ nm dans le cas du silicium et de $d=395$ nm pour le niobate de lithium en coupe Z.

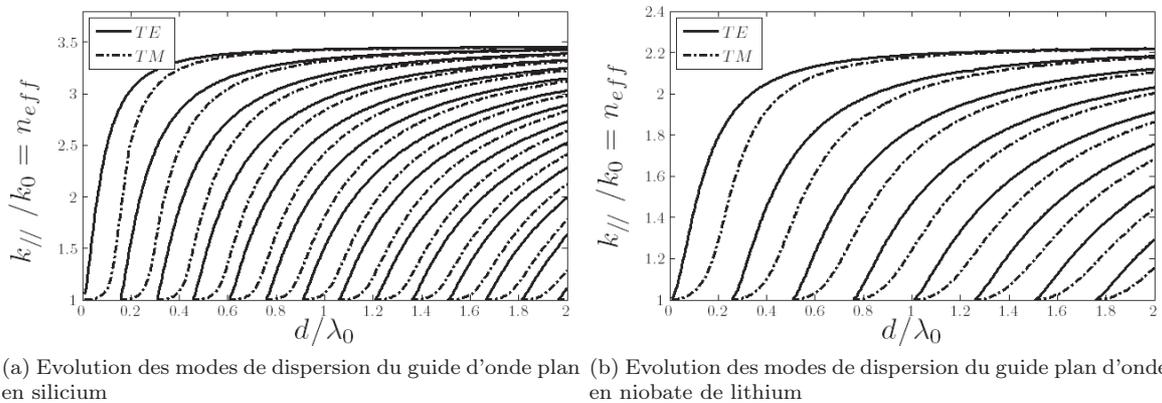


FIGURE 2.10 – Evolution de l'indice effectif en fonction l'épaisseur de la membrane pour les 14 premiers modes (de gauche à droite) en silicium (a) et pour les 8 premiers modes pour le niobate de lithium (b) pour les polarisations TE en trait plein et TM en pointillé.

2.2 Généralités sur les milieux périodiques

Les milieux périodiques représentent un cas particulier des milieux inhomogènes qui a été largement étudié tout d'abord dans le domaine des cristaux solides [1, 168, 169, 170] et plus récemment pour les cristaux artificiels : photoniques et phononiques [3, 4, 69]. Les ondes se propageant dans ces cristaux artificiels sont en général traitées d'un point de vue macroscopique. Ceci se justifie dans l'hypothèse où la période artificielle est supérieure, de quelques ordres de grandeur, à la distance interatomique des matériaux dont ils sont formés. Ainsi, toutes les expressions reliant les différentes grandeurs mécaniques, élastiques et électriques établies aux paragraphes (1) pour les milieux homogènes restent applicables, à la différence près, que les paramètres du matériau sont maintenant périodiques. Il en est de même pour les équations de propagations des ondes élastiques (2.6, 2.11) et électromagnétiques (2.21, 2.22). Ainsi, dans le cas d'un cristal photonique formé de matériaux diélectriques non magnétiques l'équation de propagation des ondes électromagnétiques ne renferme qu'un seul paramètre périodique : la permittivité relative $\epsilon_r = \epsilon_r(\vec{r})$, tandis que, pour l'équation de propagation des ondes acoustiques dans un milieu non piézoélectrique, on tiendra compte de deux paramètres périodiques : les constantes élastiques $c_{ijkl} = c_{ijkl}(\vec{r})$ et la masse volumique $\rho = \rho(\vec{r})$.

2.2.1 Modélisation des milieux périodiques

Un cristal est formé d'un motif élémentaire (appelé aussi base) qui se répète de façon périodique dans l'espace. On modélise le cristal par un réseau de nœuds fictifs périodiquement répartis dans l'espace. Puis, on affecte le motif à chacun de ces nœuds.

Mathématiquement, un réseau 3D peut être décrit par un ensemble de trois vecteurs de base \vec{a}_1 , \vec{a}_2 et \vec{a}_3 . Chaque nœud sera donc adressé par un vecteur réticulaire :

$$\vec{R} = p_1\vec{a}_1 + p_2\vec{a}_2 + p_3\vec{a}_3 \quad \text{avec : } p_1, p_2 \text{ et } p_3 \in \mathbb{Z} \quad (2.34)$$

Le réseau que nous venons de définir est appelé réseau direct par opposition au réseau réciproque qui sera introduit dans le paragraphe suivant.

Dans ce mémoire, une cellule unitaire sera supposée présenter le plus petit volume possible pouvant reconstruire le cristal par translations successives. C'est-à-dire que toute cellule unitaire ainsi que les vecteurs de base du réseau qui la décrivent seront présumés primitifs selon la terminologie cristallographique. De même, le parallélépipède formé par les vecteurs de base sera, sauf indication contraire, choisi comme cellule unitaire. Le motif sera représenté par la restriction, à la cellule unitaire, de l'expression mathématique du paramètre périodique considéré.

Réseaux directs et réciproques et zones de Brillouin à trois-dimensions

En cristallographie géométrique, on introduit la notion de réseau réciproque qui s'avère bien pratique pour décrire les propriétés des réseaux : expressions des plans réticulaires, familles de plans, densité de nœuds dans le plan, distance entre ces plans, etc. Mais la raison principale de l'introduction des réseaux réciproques est qu'ils constituent une base « naturelle » pour les vecteurs d'onde \vec{k} . Ce concept facilite largement l'étude des diffractions. La diffraction des rayons X est couramment utilisée pour caractériser la structure des cristaux et l'application de la diffraction aux ondes électroniques et phononiques a conduit Brillouin à définir les zones qui portent son nom.

Les vecteurs de base \vec{b}_1 , \vec{b}_2 et \vec{b}_3 du réseau réciproques sont définis à partir du triplet $(\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3)$. Ils sont donnés par les relations :

$$\vec{b}_1 = 2\pi \frac{\vec{a}_2 \times \vec{a}_3}{\vec{a}_1 \cdot (\vec{a}_2 \times \vec{a}_3)} \quad \vec{b}_2 = 2\pi \frac{\vec{a}_1 \times \vec{a}_3}{\vec{a}_1 \cdot (\vec{a}_2 \times \vec{a}_3)} \quad \vec{b}_3 = 2\pi \frac{\vec{a}_1 \times \vec{a}_2}{\vec{a}_1 \cdot (\vec{a}_2 \times \vec{a}_3)} \quad (2.35)$$

Ces vecteurs constituent le pas du réseau réciproque. De façon analogue au réseau direct, tout vecteur du réseau réciproque s'écrit :

$$\vec{G} = m_1 \vec{b}_1 + m_2 \vec{b}_2 + m_3 \vec{b}_3 \quad \text{avec : } m_1, m_2 \text{ et } m_3 \in \mathbb{Z} \quad (2.36)$$

La définition (2.35) implique que tout vecteur \vec{b}_i du réseau réciproque est normal au plan formé par les vecteurs \vec{a}_j et \vec{a}_k ; $i \neq j$ et $i \neq k$ du réseau direct et que le produit scalaire $\vec{a}_i \cdot \vec{b}_i = 2\pi$. On peut donc écrire, en utilisant le delta de Kronecker :

$$\vec{a}_i \cdot \vec{b}_j = 2\pi \delta_{ij} \quad (2.37)$$

La relation (2.37), sous forme de produit scalaire, met en évidence l'intérêt d'utiliser le réseau réciproque comme base des vecteurs d'ondes dans l'étude des milieux cristallins. Comme dans les milieux homogènes, les composantes harmoniques des ondes dans les milieux périodiques s'écrivent : $\varphi(\vec{r}, t) = \varphi_0 e^{-j(\omega \cdot t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$. Le produit scalaire ne pose aucun problème dans un repère orthogonal mais, la tâche peut s'avérer ardue dans un repère non orthogonal ce qui est souvent le cas dans l'étude des cristaux. Grâce à la relation (2.37), le problème du produit scalaire dans un repère non orthogonal est levé si on exprime le vecteur d'onde dans le repère réciproque, le vecteur de position \vec{r} étant exprimé dans la base du réseau direct. Par ailleurs, on démontre [171] que c'est la relation de définition (2.35) qui permet l'écriture du théorème de Bloch-Floquet sous la forme :

$$\Psi_{\vec{k}}(\vec{r} + \vec{R}) = \Psi_{\vec{k}}(\vec{r}) e^{i \vec{k} \cdot \vec{R}} \quad (2.38)$$

Pour clore ce paragraphe, nous rappelons que c'est à partir de la condition d'accord de phase des ondes diffractées par un réseau que l'on introduit la définition des limites de zones de Brillouin. En effet, la condition d'accord de phase $\vec{k}_d = \vec{k} + \vec{G}$ (ou \vec{k} , \vec{k}_d sont les vecteurs d'ondes des ondes incidentes et diffractées et \vec{G} un vecteur du réseau réciproque) peut se mettre sous la forme [169] :

$$2\vec{k} \cdot \vec{G} = \|\vec{G}\|^2 \quad (2.39)$$

D'un point de vue géométrique, la relation (2.39) correspond à l'équation du plan médiateur du vecteur du réseau réciproque \vec{G} mis en jeu pour satisfaire l'accord de phase. C'est pour cette raison que Brillouin a défini ces plans comme limite entre les zones « de Brillouin ». Une autre particularité de ces plans, qui se déduit [171] aussi de la relation (2.39), est qu'ils constituent la généralisation à trois dimensions : $-\pi < \vec{k} \cdot \vec{a}_i \leq \pi$ de la définition de la première zone de Brillouin introduite au premier chapitre. On conclut donc que la première zone de Brillouin est l'analogue de la cellule de Wigner-Seitz dans le domaine réciproque.

Exemples de Réseaux réciproques

On prendra ici l'exemple d'une étude bidimensionnelle. Les relations (2.35) définissant le réseau réciproque restent valides en posant le troisième vecteur de base du réseau direct $\vec{a}_3 = 1 \cdot \vec{z}$. Où \vec{z} est un vecteur unitaire perpendiculaire à la structure. Les vecteurs de base des réseaux directs et réciproques sont résumés dans le tableau suivant pour les trois

structures 2D : carré, triangulaire et en nid d'abeille. Leurs représentations géométriques sont illustrées sur la figure 2.11.

Structure du cristal	Réseaux	Motif	Vecteurs du réseau direct	Vecteurs du réseau réciproque
Carré	Carré	1 inclusion/cellule	$\vec{a}_1 = (a, 0)$ $\vec{a}_2 = (0, a)$	$\vec{b}_1 = \frac{2\pi}{a} (1, 0)$ $\vec{b}_2 = \frac{2\pi}{a} (0, 1)$
Triangulaire	Triangulaire	1 inclusion/cellule	$\vec{a}_1 = (a, 0)$ $\vec{a}_2 = \left(a\frac{1}{2}, a\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$	$\vec{b}_1 = \frac{2\pi}{a} \left(1, -\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ $\vec{b}_2 = \frac{2\pi}{a} \left(0, \frac{2}{\sqrt{3}}\right)$
Nid d'abeille exprimé en fonction du paramètre de maille a	Triangulaire (Paramètre de maille : a)	2 inclusions/cellule distance entre proches voisins : $a' = a/\sqrt{3}$	$\vec{a}_1 = (a, 0)$ $\vec{a}_2 = \left(a\frac{1}{2}, a\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$	$\vec{b}_1 = \frac{2\pi}{a} \left(1, -\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ $\vec{b}_2 = \frac{2\pi}{a} \left(0, \frac{2}{\sqrt{3}}\right)$
Nid d'abeille exprimé en fonction de la distance entre proches voisins : $a' = a/\sqrt{3}$	Triangulaire (Paramètre de maille : $a = a'\sqrt{3}$)	2 inclusions/cellule distance entre proches voisins : a'	$\vec{a}_1 = (a'\sqrt{3}, 0)$ $\vec{a}_2 = \left(a'\frac{\sqrt{3}}{2}, a'\frac{3}{2}\right)$	$\vec{b}_1 = \frac{2\pi}{a'} \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{3}\right)$ $\vec{b}_2 = \frac{2\pi}{a'} \left(0, \frac{2}{3}\right)$

Les figures (2.11.a-b), (2.11.d-e) et (2.11.g-h) illustrent le réseau direct et le réseau réciproque. Leurs cellules unitaires sont présentées en pointillé dans le réseau direct. On notera que les structures carré et triangulaire (hexagonale) renferment une seule inclusion par cellule. Si le centre d'une des inclusions est choisi comme origine du repère, les inclusions pourront être assimilées aux nœuds du réseau. Ce ne sera pas le cas pour la structure en nid d'abeille : seule une inclusion sur deux pourra coïncider avec les nœuds du réseau. En effet, le réseau de la structure cristalline en nid d'abeille est triangulaire avec un motif formé de deux inclusions. Il est plus commode de choisir l'origine du repère de telle sorte à centrer les deux inclusions dans la cellule unitaire comme illustré sur la figure 2.11.g. Les structures triangulaire et en nid d'abeille présentent les mêmes réseaux directs et réciproques. Cependant, si on convient de se référer à la distance entre plus proches voisins a' plutôt qu'au paramètre de maille a pour normaliser les dimensions, celles-ci donneront l'impression d'une dilatation d'un facteur $\sqrt{3}$ du réseau réel et d'une contraction de même rapport du réseau réciproque. Afin de clarifier cette situation, la dernière ligne du tableau a été dédoublée.

Les premières zones de Brillouin sont présentées sur les figures 2.11.c, 2.11.f et 2.11.i respectivement pour les réseaux carrés, triangulaires ou hexagonales et en nid d'abeille. Elles sont déterminées, selon la définition de Brillouin, par le plus petit espace compris à l'intérieur des plans médiateurs des segments de droite joignant un nœud du réseau réciproque à ses voisins. Vu que la relation de dispersion (structure de bande) est périodique

5. En toute rigueur, il faudrait choisir $\vec{a}_3 = N \cdot \vec{z}$; $N \rightarrow +\infty$ ce qui donnerait exactement les mêmes valeurs de \vec{b}_1 et \vec{b}_2 mais l'expression de $\vec{b}_3 \cdot \vec{a}_3 = 2\pi$ vérifierait aussi $\vec{b}_3 = \epsilon \cdot \vec{z}$; $\epsilon \rightarrow 0$. C'est-à-dire un pas infinitésimal du réseau réciproque suivant la direction z . Ceci assure l'invariance par translation continue compatible avec l'homogénéité du milieu dans la direction z . Nous y reviendrons en fin de paragraphe 2.2.2.

dans le réseau réciproque, avec comme période la zone de Brillouin, toutes les informations caractérisant la propagation d'une onde sont contenues dans la première zone de Brillouin.

Représentation du diagramme de bande / zones irréductibles de Brillouin

En toute rigueur pour déterminer la relation de dispersion $\omega(\vec{k})$, on devrait calculer la pulsation pour tous les vecteurs d'onde issus de l'origine et ayant leur extrémité à l'intérieur de la zone de Brillouin (aire en blanc dans la figure 2.11). Heureusement, grâce à des considérations de symétrie on peut restreindre le nombre de vecteurs d'ondes pour lesquels il est nécessaire de calculer la pulsation.

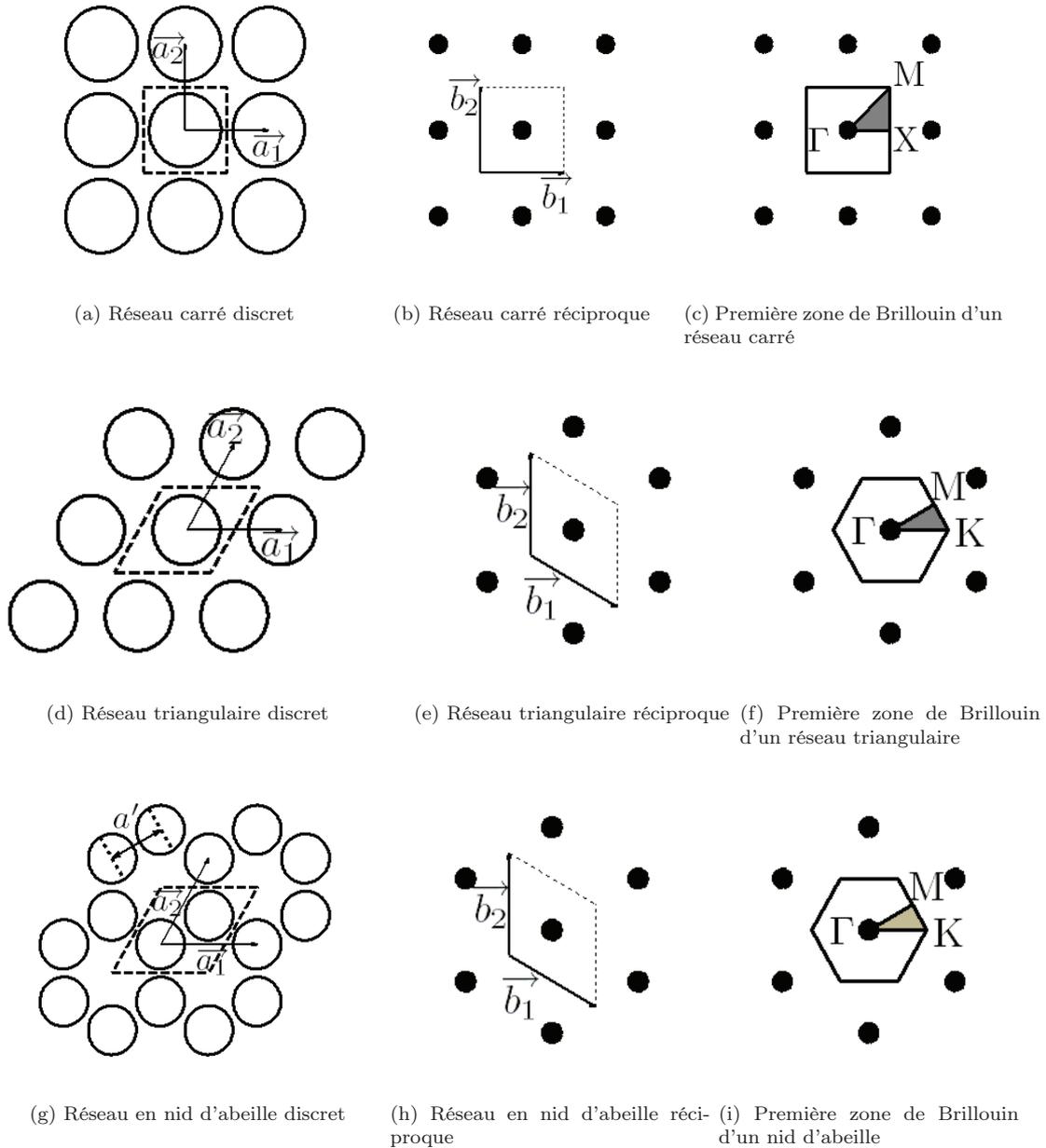


FIGURE 2.11 – Schéma des réseaux discrets (a-d-g), des réseaux réciproques (b-c-h) et des la première zone de Brillouin (c-f-i) pour les réseaux carrés (a-b-c), pour les réseaux triangulaires (d-e-f) et pour les réseaux en nid d'abeille (g-h-i)

Premièrement, la symétrie du réseau se retrouve dans la zone de Brillouin. Elle se

répercute aussi sur la relation de dispersion. On peut alors, sans perte d'informations, réduire la zone de calcul de la structure de bande. La plus petite zone d'étude est dite : « zone irréductible de Brillouin » (grisée sur la figure). La structure de bande du reste de la zone de Brillouin pourra être déduite par symétrie.

Deuxièmement, on démontre [8] que les extrema de bande se trouvent sur les directions de hautes symétries. Ainsi, si on ne s'intéresse qu'aux bandes interdites, on peut éviter le balayage de toute l'aire de la zone irréductible de Brillouin et se limiter à son périmètre. Les directions de haute symétrie dans l'espace réciproque reçoivent une dénomination plus ou moins standardisée suivant le type de réseau. La dénomination que nous adoptons est précisée sur la figure 2.11.

Loi d'échelle, Normalisation et Grandeurs réduites

La loi d'échelle spatiale stipule que si le cristal se dilate (se contracte) dans l'espace de façon homothétique d'un facteur donné, alors la fréquence sera réduite (augmentée) de ce même facteur. Pour cela, on convient de travailler avec des dimensions normalisées. Ainsi, dans les cristaux carrés et hexagonaux il est d'usage de normaliser les longueurs par rapport au paramètre de maille a et les vitesses par rapport à une vitesse caractéristique du milieu. Pour les cristaux photoniques on normalisera par rapport à la vitesse de l'onde dans le vide c . Pour les cristaux phononiques on choisira une vitesse appropriée au problème traité. Par exemple une vitesse d'un des modes propres (longitudinal ou transverse) dans le milieu non-structuré. Ceci entraîne la normalisation des vecteurs d'onde et de la pulsation. Pour les cristaux photoniques on aura donc la fréquence réduite (sans dimensions) $\omega_r = \omega a / 2\pi c \Rightarrow \omega_r = a / \lambda_0$ et le vecteur d'onde réduit $k_r = ka / 2\pi \Rightarrow k_r = a / \lambda$ ou λ_0 et λ sont respectivement les longueurs d'ondes dans le vide et dans le matériau structuré. Pour les cristaux phononiques la célérité de la lumière sera remplacée par la vitesse de normalisation choisie.

Le tableau suivant résume la normalisation des vecteurs de base des réseaux carré, triangulaire et en nid d'abeille ainsi que la normalisation des zones irréductibles de Brillouin correspondantes. Comme précédemment, la ligne du tableau correspondant au nid d'abeille a été dédoublée, suivant que l'on normalise par rapport au paramètre de maille ou par rapport à la distance entre plus proches voisins.

Structure du cristal	Vecteurs du réseau direct	Vecteurs du réseau réciproque	Normalisation de la zone irréductible de Brillouin
Carré	$\vec{a}_1 = (1, 0)$ $\vec{a}_2 = (0, 1)$	$\vec{b}_1 = (1, 0)$ $\vec{b}_2 = (0, 1)$	$\Gamma X = 0.5$ $\Gamma M = 1/\sqrt{2}$ $X M = 0.5$
Triangulaire ou Nid d'abeille normalisé par rapport à a	$\vec{a}_1 = (1, 0)$ $\vec{a}_2 = \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$	$\vec{b}_1 = \left(1, -\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ $\vec{b}_2 = \left(0, \frac{2}{\sqrt{3}}\right)$	$\Gamma M = 1/\sqrt{3}$ $\Gamma K = 2/3$ $K M = 1/3$
Nid d'abeille normalisé par rapport à la distance entre proches voisins : $a' = a/\sqrt{3}$	$\vec{a}_1 = (\sqrt{3}, 0)$ $\vec{a}_2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2}\right)$	$\vec{b}_1 = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{3}\right)$ $\vec{b}_2 = \left(0, \frac{2}{3}\right)$	$\Gamma M = 1/3$ $\Gamma K = 2/3\sqrt{3}$ $K M = 1/3\sqrt{3}$

2.2.2 Forme générale des ondes dans les milieux périodiques 3D : *Les fonctions de Bloch*

Que l'on s'intéresse aux ondes acoustiques ou électromagnétiques, le problème se ramène à un système d'équations aux dérivées partielles à coefficients périodiques. Pour illustrer l'impact de la périodicité des coefficients, nous nous baserons sur le cas des ondes dans les cristaux photoniques qui présentent l'avantage de contenir un seul paramètre périodique.

Une première différence par rapport aux milieux homogènes apparaît dès lors que nous nous plaçons dans le cadre des ondes planes harmoniques (2.23, 2.24). Dans les milieux homogènes, il est tout à fait équivalent de commencer par déterminer un des deux champs : électrique E (en résolvant l'équation 2.21) ou magnétique H (en résolvant l'équation 2.22) et puis déterminer le deuxième à partir des équations (2.16) de Maxwell. Dans les milieux périodiques, on préfère la deuxième méthode dite « méthode H » qui présente deux avantages. D'une part elle mène à la configuration habituelle d'un problème hermitique aux vecteurs et valeurs propres alors que la première dite « méthode E » mène à une configuration généralisée d'un problème hermitique moins commodes à traiter [172]. D'autre part, La méthode H permet de tirer parti de la transversalité du champ magnétique $\vec{k} \cdot \vec{H} = 0$. Ceci conduit tout naturellement à la méthode dite de « Ho » [12] qui consiste à décomposer chaque harmonique du vecteur champ magnétique \vec{H} en deux composantes dans le plan normal à son vecteur d'onde [7, 12, 171]. On notera que l'inhomogénéité de la permittivité autorise la non-transversalité du champ électrique $\vec{k} \cdot \vec{E} \neq 0$. Ceci oblige à décomposer le champ électrique en trois composantes ce qui complique encore la méthode E [7, 172].

La deuxième différence est plus fondamentale car elle concerne la structure même des modes de propagation. L'onde plane harmonique $\vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{H}_0 e^{-j(\omega \cdot t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$ n'est plus un mode propre de propagation dans les milieux périodiques. En effet, dès qu'une telle onde se propage dans le cristal, elle engendre, du fait de diffractions multiples par le réseau, une infinité d'ondes dont les vecteurs d'ondes sont régulièrement espacés par rapport à \vec{k} par des vecteurs \vec{G} du réseau réciproque : $\vec{G} = m_1 \vec{b}_1 + m_2 \vec{b}_2 + m_3 \vec{b}_3$ où les m_i sont des nombres entiers et \vec{b}_i des vecteurs de base du réseau réciproque. Bien entendu, chacune de ces ondes oscille à la même pulsation que l'onde incidente qui l'a engendrée. Cet ensemble d'ondes harmoniques couplées constitue la forme générale des modes propres de propagation dans les milieux périodiques. La fonction qui en résulte est connue sous le nom de fonction de Bloch introduite au premier chapitre. L'origine de ce couplage est présentée en annexe (C) où nous utilisons un formalisme récemment mis au point dans l'équipe. Il a permis de démontrer que les fonctions de Bloch apparaissent naturellement comme le résultat de la conjonction de deux théorèmes bien connus en analyse de Fourier : les théorèmes d'échantillonnage et du décalage [171].

Finalement, le théorème de Bloch se généralise à trois dimensions. Il s'écrit :

$$\vec{H}_{\omega, \vec{k}}(\vec{r}, t) = \vec{\mathcal{H}}_{\omega, \vec{k}}(\vec{r}) e^{-j(\omega \cdot t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \quad (2.40)$$

où $\vec{\mathcal{H}}_{\omega, \vec{k}}(\vec{r})$ est une fonction périodique à trois dimensions. C'est-à-dire que pour tout vecteur réticulaire $\vec{R} = p_1 \vec{a}_1 + p_2 \vec{a}_2 + p_3 \vec{a}_3$, vérifie la relation de périodicité :

$$\vec{\mathcal{H}}_{\omega, \vec{k}}(\vec{r} + \vec{R}) = \vec{\mathcal{H}}_{\omega, \vec{k}}(\vec{r}) \quad (2.41)$$

Deuxième expression des fonctions de Bloch Invariance par translations discrètes

La deuxième écriture du théorème de Bloch s'obtient simplement en remplaçant \vec{r} par $\vec{r} + \vec{R}$ dans l'expression (2.40). En tenant compte de (2.41), on obtient directement :

$$\vec{H}_{\omega, \vec{k}}(\vec{r} + \vec{R}, t) = \vec{H}_{\omega, \vec{k}}(\vec{r}, t) e^{j(\omega \cdot t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \quad (2.42)$$

Cette forme du théorème de Bloch indique que le mode reste inchangé lorsqu'il effectue une translation d'un vecteur réticulaire du réseau direct : $\vec{R} = p_1 \vec{a}_1 + p_2 \vec{a}_2 + p_3 \vec{a}_3$. On dit que les modes propres des ondes dans les milieux périodiques sont « invariants par translations discrètes » par opposition aux milieux homogènes qui sont invariants par translations continues.

2.2.3 Influence de la répartition du paramètre périodique dans une maille : Structure de Bandes et composantes spectrales : Méthode des ondes planes.

L'ensemble des informations introduites au paragraphe précédent se déduisent à partir de la périodicité du réseau sans tenir compte de la répartition exacte du paramètre du périodique sur la maille élémentaire : c'est-à-dire le motif du cristal. Les informations que nous avons pu en tirer se limitent aux allures générales. Pour déterminer complètement le diagramme de bande et le profil des modes, il nous faut introduire le motif. Pour cela, nous nous référons à nouveau à l'annexe C. La restriction $v(\vec{r})$ de l'impermittivité $\eta(\vec{r})$ à la cellule unitaire, où plutôt sa transformé de Fourier $v(\vec{k})$, est responsable du couplage entre les différentes composantes harmoniques. Nous devons alors déterminer les solutions complètes du système C-5. Les valeurs propres donnent $\omega(\vec{k})$ « la structure de bande » et les vecteurs propres les composantes harmoniques spatiales du champ magnétique, la reconstitution de la fonction de Bloch peut alors être effectuée par la superposition de ses harmoniques. Elle donne le profil du mode de Bloch. La méthode que nous venons de présenter est une variante de la méthode dite du développement en ondes planes. D'autres méthodes existent. Elles font l'objet du paragraphe (3) où après un tour d'horizon sur les méthodes numériques les plus courantes, nous mettrons l'accent sur les méthodes que nous utiliserons par la suite.

Adjonction du motif et zones irréductibles de Brillouin en 2D.

L'introduction du motif dans le réseau, peut réduire les éléments de symétrie de ce dernier. On dit que : « la symétrie d'un cristal est au plus égale à celle du réseau » [6]. Pour les cristaux photoniques et phononiques, c'est le matériau utilisé qui constitue le motif. Il faut donc tenir compte de ses propriétés de symétrie. Les directions de hautes symétries du réseau initial ne correspondent plus nécessairement à celles du cristal final. Il faut donc reconsidérer le choix du parcours de la première zone de Brillouin. Si le matériau est isotrope, on pourra suivre le périmètre de la zone irréductible de Brillouin du réseau (Annexe B). Par contre, si le matériau est anisotrope il faudra tenir compte des éléments de symétrie qui subsistent dans le cristal final. Pour le cas des cristaux phononiques, ce sont les surfaces des lenteurs qui reflètent la symétrie de l'ensemble onde-matériau et donc du motif. Pour les cristaux photoniques ce seront les surfaces des indices.

Considérons, tout d'abord, le cas des cristaux phononiques. Afin de comparer les symétries des réseaux périodiques artificiels (carré et triangulaire) avec celles des matériaux dans les quels ils sont réalisés (Si et LiNbO3), nous juxtaposons dans la figure 2.11 les zones de Brillouin conventionnelles et les différentes coupes des surfaces des lenteurs des matériaux. Dans le cas où le réseau carré à deux dimensions a été réalisé sur une coupe X de silicium suivant les directions cristallographiques Y et Z, la symétrie du cristal artificiel ne sera pas affecté par la présence du silicium, la zone irréductible de Brillouin conventionnelle sera utilisée. Par contre, un réseau hexagonal de trous, réalisé sur cette même coupe du silicium, perdra son axe de rotation d'ordre six. La zone irréductible de Brillouin conventionnelle ne sera plus suffisante pour l'étude du diagramme de dispersion mais devra être étendue à deux zones conventionnelles adjacentes (zones grisée sur la figure). En toute rigueur,

la détermination du diagramme de dispersion ne devrait pas se limiter au périmètre de cette zone. Il devrait être étendu sur toute la surface grisée car les directions de hautes symétries du réseau de trous ne sont plus colinéaires aux directions de hautes symétries du cristal. Le cas du niobate de lithium est un peu plus complexe. Les zones nécessaires à l'étude des structures de bande, pour le cas des réseaux de trous carrés et hexagonaux, sont grisées sur les figures 2.12.a-c respectivement pour les structures réalisés sur les coupes cristallographique X, Y et Z du LiNbO_3 .

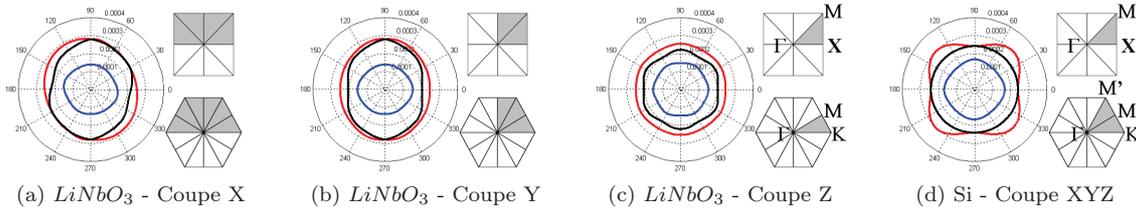
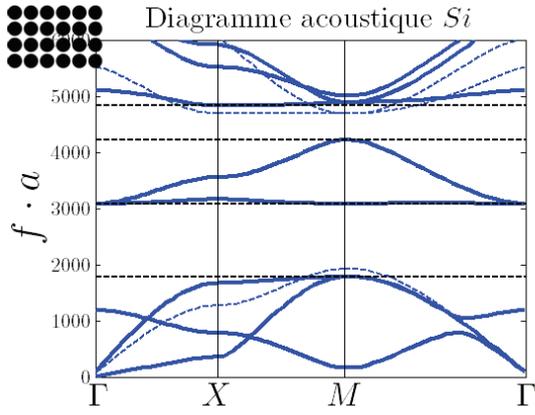


FIGURE 2.12 – Surface des lenteurs du niobate de lithium : coupe X (a), coupe Y (b) coupe Z (c) et du silicium coupe X avec les zones de Brillouin pour les réseaux carré et hexagonal ou en nid d'abeille. Les zones grisées représentent le domaine d'étude pour les diagrammes de dispersion afin de prendre en compte l'anisotropie des matériaux.

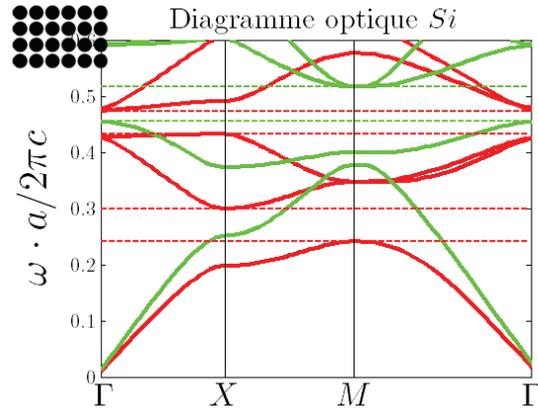
Des considérations de symétrie analogues devront être examinées pour les cristaux photoniques. Le silicium étant optiquement isotrope, les zones irréductibles de Brillouin pourront être utilisées quelle que soit la coupe. Le niobate de lithium étant uniaxe, en toute rigueur on devrait tenir compte des orientations respectives du réseau et des axes cristallographiques. Toutefois, la faible différence entre les indices de réfraction ordinaire et extraordinaire du LiNbO_3 influera très peu sur la symétrie des diagrammes de dispersion photonique à base de ce matériau.

Exemples de structures de bandes

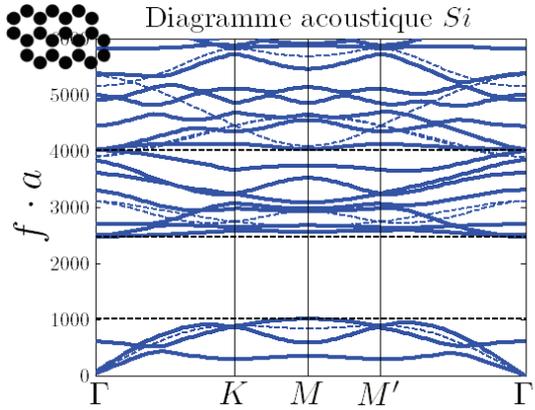
Nous représentons sur la figure 2.13 les diagrammes de dispersion acoustiques et optiques obtenus pour les réseaux carré, en nid d'abeille et hexagonal. Le calcul des diagrammes de dispersion a été réalisé suivant la coupe Z et la normalisation des longueurs a été prise par rapport à la distance entre plus proches voisins. Les modes acoustiques polarisés dans le plan de la structure (en trait plein) et en dehors du plan de la structure (en trait pointillé) sont présentés en couleur bleue pour les cristaux phononiques. Les traits noirs en pointillés représentent les bandes interdites complètes acoustiques polarisées uniquement dans le plan de la structure. Les traits rouges et vert en pointillé délimitent les bandes interdites complètes optiques pour la polarisation transverse électrique (TE) et transverse magnétique (TM) respectivement. Les traits pleins de couleurs bleues, rouges et vertes, représentent les modes acoustiques, optiques en polarisation TE et polarisation TM respectivement.



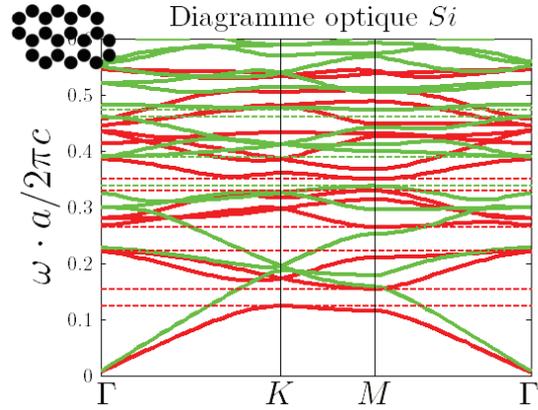
(a) Diagramme de bande acoustique d'un réseau carré en silicium



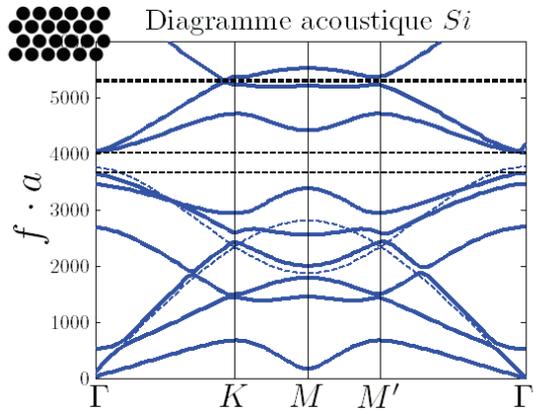
(b) Diagramme de bande optique d'un réseau carré en silicium



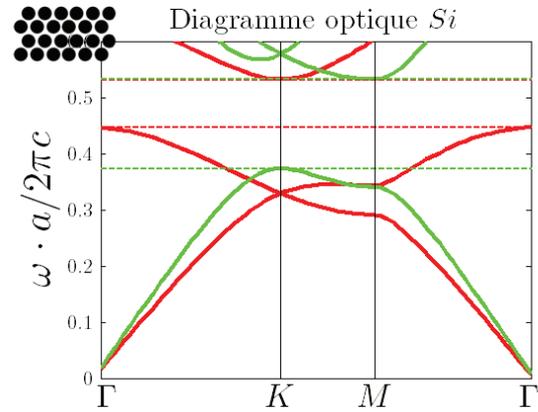
(c) Diagramme de bande acoustique d'un réseau en nid d'abeille en silicium



(d) Diagramme de bande optique d'un réseau en nid d'abeille en silicium



(e) Diagramme de bande acoustique d'un réseau triangulaire en silicium



(f) Diagramme de bande optique d'un réseau triangulaire en silicium

FIGURE 2.13 – Diagrammes de bande acoustiques et optiques d'un réseau carré en silicium (a-b), d'un réseau en nid d'abeille (c-d) et hexagonal (e-f) pour un rayon d'inclusion $r=0,48$. Les modes acoustiques plan et hors plan sont représentés en bleu en trait plein et en pointillé respectivement. Les modes optiques sont représentés en rouge et en vert pour les polarisations TE et TM respectivement.

Le chapitre suivant sera consacré à l'étude exhaustive des structures de bandes afin de déterminer les paramètres optimums pour un bon couplage acousto-optique. On s'emploiera à définir l'impact des différents paramètres sur le l'allure générale des diagrammes de dispersion : type de réseau, polarisation, paramètres du matériau, la coupe cristallographique, paramètres géométriques etc.

2.2.4 Milieux périodiques et cône de lumière : Les modes résonants ou modes à fuite

Comme dans les milieux homogènes, la ligne de lumière caractérise le guidage d'indice d'une lame structurée périodiquement. Elle est définie par la relation $\omega = v_{\phi_{ext}} k_{//}$ et partage le diagramme de dispersion en deux régions. Les modes hors du cône de lumière $k_{//} > \omega/v_{\phi_{ext}}$ qui subissent une réflexion totale et sont donc confinés (guidés) dans la lame ou au contraire les modes dans le cône de lumière qui sont des modes rayonnants vers les milieux extérieurs. Dans le cas des cristaux photoniques, Il existe un mode intermédiaire dit mode à fuite (perte) ou encore mode raisonnant. Cette situation vient de la nature même des modes de Bloch. Comme nous l'avons vu, un mode de Bloch est formé d'une superposition linéaire d'une infinité d'ondes planes dont les harmoniques sont espacées les unes des autres par des vecteurs du réseau réciproque. Il se peut que l'une de ces composantes harmoniques soit dans le cône de lumière. Cette composante pourra alors rayonner à l'extérieur de la lame. Les autres composantes harmoniques qui sont hors du cône de lumière, bien que guidées ne seront pas totalement confinées. En effet, par leur couplage avec la composante rayonnante dans un même mode de Bloch, elles lui cèdent de l'énergie. Si le poids relatif de la composante rayonnante est faible (forte) par rapport aux composantes guidées, les pertes seront faibles (élevées). Ceci explique le faible coefficient de qualité de certains modes confinés par guidage d'indice.

2.3 Méthodes de calcul

Le but de ce paragraphe est d'introduire les méthodes numériques qui ont été développées ou plus précisément adaptées à l'analyse des cristaux photoniques et phononiques. Dans les paragraphes précédents, nous nous sommes appuyés sur la méthode du développement en ondes planes ou PWE pour déterminer les propriétés des ondes dans les milieux périodiques, en particulier les modes propres de propagations : « la fonction de Bloch ». Nous présentons ici d'autres méthodes telles que : la méthode des différences finies dans le domaine temporel, plus communément connue sous l'acronyme anglais *FDTD* pour *Finite Difference Time Domain* et la méthode des éléments finis, *FEM* pour *Finite Element Method*. Avant d'entamer la présentation détaillée de ces méthodes, nous commencerons par introduire une démarche propre à la propagation des ondes dans les milieux périodiques et largement utilisée dans la littérature : la méthode dite « de la cellule unitaire ». Comme dans toute méthode numérique, on cherche à réduire la région dans laquelle sont discrétisées les lois de propagation au domaine spatial le plus petit possible en le dotant de conditions aux limites adéquates. Dans un milieu périodique, ce domaine est tout indiqué. Il s'agit de la cellule unitaire et le fait que les solutions doivent avoir la forme générale des fonctions de Bloch (2.38) nous fournit les conditions aux limites que doit satisfaire toute onde progressive, « les conditions de Bloch-Floquet » : $\varphi_{\vec{k}}(\vec{r} + \vec{R}) = e^{i \cdot \vec{k} \cdot \vec{R}} \varphi_{\vec{k}}(\vec{r})$.

2.3.1 Méthode des différences finies

Cette méthode utilise les différences divisées comme valeurs approchées des dérivées. Les différences finies s'entendent entre les valeurs prises par la fonction recherchée en deux nœuds adjacents d'un maillage sur une grille à pas régulier. De façon itérative, une dérivée seconde sera approchée par la différence divisée des valeurs des dérivées entre deux points adjacents. La résolution d'une équation différentielle est ainsi convertie en un système d'équations linéaires dont les inconnues sont les valeurs approchées de la fonction aux nœuds du maillage. L'approximation sera d'autant plus proche de la valeur exacte de la fonction que le pas de discrétisation sera petit. La méthode des différences finies

présente les défauts de ses qualités : si la transcription en un système d'équations est relativement aisée, il est difficile de quantifier l'erreur.

Dans le cas des équations de propagation, suivant que l'on recherche la fonction d'onde ou l'une de ses composantes harmoniques temporelles, on utilisera la méthode des différences finies dans le domaine temporel dite FDTD ou dans le domaine fréquentiel dite FDFD. Ces deux variantes de la méthode sont présentées ci-dessous.

Méthode des différences finies dans le domaine temporel (FDTD)

Le principe de la méthode consiste à exciter le cristal à l'aide une onde incidente. L'algorithme est conçu de telle sorte qu'une fois l'onde excitatrice injectée dans la structure, son évolution vers un mode propre est suivie de façon itérative, aussi bien dans le domaine spatial que dans le domaine temporel. La FDTD est donc par essence très proche du phénomène physique étudié et rend compte du régime transitoire.

La discrétisation de la fonction d'onde se fera dans le domaine temporel ainsi que dans le domaine spatial. Dans le domaine spatial, elle s'effectue suivant une grille à pas réguliers : Δx , Δy et Δz suivant les trois axes de coordonnées. Ainsi, suivant la formulation dite de « la différence centrée », la dérivée partielle suivant x d'une variable ϕ solution du problème sera approchée, au point d'abscisse x , par la différence finie entre les valeurs que prend cette variable aux deux points adjacents d'abscisses : $x + \Delta x$ et $x - \Delta x$:

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\phi(x + \Delta x, y, z) - \phi(x - \Delta x, y, z)}{2\Delta x}$$

Pour une bonne convergence des résultats, on choisira un pas de la grille inférieurs à $\lambda/10$, λ étant la longueur. On introduira de manière analogue la dérivée temporelle basée sur une discrétisation uniforme dans le temps suivant un pas fixe noté Δt . Pour assurer la stabilité numérique il faut garantir une certaine cohérence entre les discrétisations temporelles et spatiales. La discrétisation temporelle devra être inférieure au temps nécessaire à l'onde pour parcourir une cellule de discrétisation spatiale. Par exemple pour les ondes électromagnétiques, le rapport entre les pas temporels et spatiaux vérifiera la relation [173] :

$$c\Delta t = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta z^2}}}$$

Dans un souci de clarté, nous nous baserons sur l'exemple du champ électromagnétique pour donner un aperçu de la méthode de Yee [174, 175] largement utilisée dans la méthode des différences finies. En partant des équations de Maxwell-Faraday (éq. 2.15) et de Maxwell-Ampère (éq. 2.16) :

$$\frac{\partial E_i}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon_0 \epsilon_r} \left(\frac{\partial H_k}{\partial x_j} - \frac{\partial H_j}{\partial x_k} \right) \quad \frac{\partial H_i}{\partial t} = -\frac{1}{\mu_0 \mu_r} \left(\frac{\partial E_k}{\partial x_j} - \frac{\partial E_j}{\partial x_k} \right)$$

Nous présentons la démarche suivie pour arriver à l'équation d'onde sous la forme des différences finies.

L'idée maitresse de Yee, est d'exploiter le fait que dans l'équation de Maxwell- Ampère, chaque composante du champ E correspond aux différences finies centrées des dérivées de H et réciproquement pour l'équation de Maxwell-Faraday. On arrive ainsi à un entrelacement de deux grilles disjointes, une pour un champ électrique et l'autre pour le champ magnétique. Cet entrelacement caractéristique du schéma de Yee est illustré dans la figure (2.14) pour : (a) la composante E_z pour l'équation de Maxwell- Ampère et (b) la composante H_z pour l'équation de Maxwell-Faraday. Chaque grille est discrétisée d'un

pas régulier Δx , Δy et Δz en coordonnées spatiales d'entiers i , j et k . Le cas des deux grilles entrelacées, une correspondant au champ électrique, et l'autre au champ magnétique, impose alors un pas entre deux points discrétisés de $\frac{1}{2}$ sur l'axe x , y et z de la grille. Le schéma de Yee est utilisé aussi bien en FDTD qu'en FDFD.

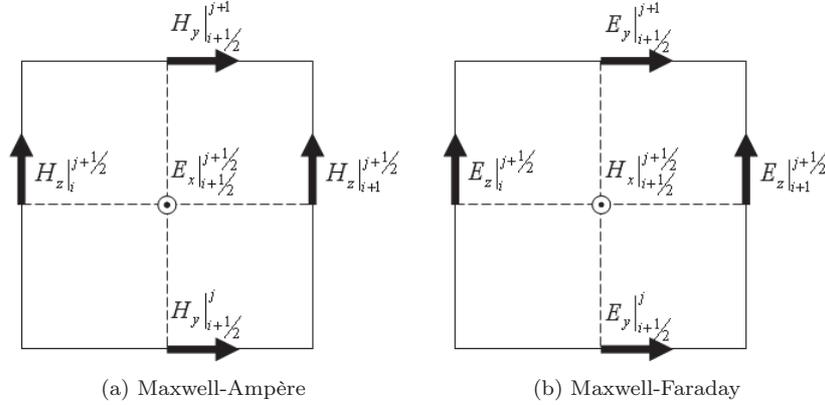


FIGURE 2.14 – Exemple de Grille de Yee appliquée aux équations rotationnelles de Maxwell. La discrétisation des champs suivant x est numérotée par des indices tandis que les exposants numérotent l'ordonnée.

La discrétisation des équations de Maxwell est immédiate. Dans l'exemple, des deux composantes de champ, donné ci-dessous, les coordonnées spatiales (i, j, k) de la grille sont notées en indices et les coordonnées temporelles numérotées suivant n apparaissent en exposant.

$$\begin{aligned}
 E_x|_{(i+\frac{1}{2}, j, k)}^{n+1} &= E_x|_{(i+\frac{1}{2}, j, k)}^n + \dots \\
 &\frac{\Delta t}{\epsilon_0 \epsilon_r|_{i, j, k}} \left(\frac{H_z|_{(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k)}^{n+\frac{1}{2}} - H_z|_{(i+\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2}, k)}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta y} - \frac{H_y|_{(i+\frac{1}{2}, j, k+\frac{1}{2})}^{n+\frac{1}{2}} - H_y|_{(i+\frac{1}{2}, j, k-\frac{1}{2})}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta z} \right) \\
 H_x|_{(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2})}^{n+\frac{1}{2}} &= H_x|_{(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2})}^{n-\frac{1}{2}} + \dots \\
 &\frac{\Delta t}{\mu_0 \mu_r} \left(\frac{E_y|_{(i, j+\frac{1}{2}, k+1)}^n - E_y|_{(i, j+\frac{1}{2}, k)}^n}{\Delta z} - \frac{E_z|_{(i, j+1, k+\frac{1}{2})}^n - E_z|_{(i, j, k+\frac{1}{2})}^n}{\Delta y} \right)
 \end{aligned}$$

L'avantage principal des différences finies dans le domaine temporel est la simplicité de résolution des équations, l'évaluation des variables se fait successivement suivant plusieurs itérations sur les différents pas Δx , Δy , Δz et Δt . Cette évaluation requiert l'utilisation de boucles itératives et non la résolution d'un système d'équations linéaires. Cependant, l'utilisation de cette méthode nécessite le développement de codes propres, ce qui rend la mise au point d'un algorithme fastidieux, en particulier pour des géométries complexes.

On notera que la méthode des différences finies permet aussi d'effectuer une analyse modale : pour déterminer les modes propres d'une structure à partir de la méthode FDTD, on utilise la transformée de Fourier discrète dans le temps ou *DTFT* (*Discrete Time Fourier Transform*). La transformée de Fourier discrète de la variable ϕ , solution de l'équation de propagation, est :

$$\phi(\vec{r}, \omega) = \sum_{t=0}^{+\infty} \phi(\vec{r}, t) e^{-i\omega t}$$

L'étude du spectre en fréquence de la variable ϕ permet de déterminer les modes propres du système et de reconstruire par extension le diagramme de dispersion.

Méthode des différences finies dans le domaine fréquentiel

Equation de propagation sous forme matricielle

La méthode des différences finies dans le domaine fréquentiel *FDFD* pour *Finite Difference Frequency Domain*, consiste à rechercher des solutions harmoniques. C'est-à-dire que l'on considère une seule des composantes de Fourier temporelle de l'onde. Soit, en poursuivant l'exemple des ondes électromagnétiques du paragraphe précédent, les solutions recherchées s'écrivent :

$$E_i^0(x, y, z, t) = \hat{E}_i(x, y, z, t) \cdot e^{j\omega t} \quad \text{et} \quad H_i^0(x, y, z, t) = \hat{E}_i(x, y, z) \cdot e^{j\omega t}$$

La justification de ce procédé repose sur la linéarité du système. Le principe de superposition indique alors que le paquet d'ondes : $E(x, y, z, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} E_i^0(x, y, z, t) d\omega = \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{E}_i^0(x, y, z) e^{j\omega t} d\omega$ est aussi solution de l'équation de propagation. Comme il fallait s'y attendre, la solution complète correspond à la transformée inverse de Fourier. En reportant les fonctions harmoniques (2.43) dans les équations de Maxwell-Faraday et de Maxwell-Ampère (2.16) on obtient :

$$j\omega\epsilon_0\epsilon_r E_i = \frac{\partial H_k}{\partial x_j} - \frac{\partial H_j}{\partial x_k} \quad -j\omega\mu_0\mu_r H_i = \frac{\partial E_k}{\partial x_j} - \frac{\partial E_j}{\partial x_k}$$

Comme pour la FDTD, le problème est ramené à un système d'équations linéaires en utilisant les différences finies. Mais cette fois, on discrétise uniquement dans le domaine spatial. Dans ces conditions, la résolution ne nécessite pas de boucle itérative. En appliquant le schéma de Yee, les deux équations de Maxwell pour un milieu isotrope s'écrivent :

$$\begin{aligned} -\omega^2\epsilon_0\epsilon_r \binom{i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}}{E_i} &= \dots \\ & \frac{\tilde{H}_k \binom{i, j+1, k+\frac{1}{2}}{H_k} - \tilde{H}_k \binom{i, j, k+\frac{1}{2}}{H_k}}{\Delta x_j} - \frac{\tilde{H}_j \binom{i, j+\frac{1}{2}, k+1}{H_j} - \tilde{H}_j \binom{i, j+\frac{1}{2}, k}{H_j}}{\Delta x_k} \\ -\mu_0\mu_r \binom{i-\frac{1}{2}, j+1, k+1}{H_i} &= \dots \\ & \frac{E_k \binom{i-\frac{1}{2}, j+\frac{3}{2}, k+1}{E_k} - E_k \binom{i-\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k+1}{E_k}}{\Delta x_j} - \frac{E_j \binom{i-\frac{1}{2}, j+1, k+\frac{3}{2}}{E_j} - E_j \binom{i-\frac{1}{2}, j+1, k+\frac{1}{2}}{E_j}}{\Delta x_k} \end{aligned}$$

où la notation $\tilde{H}_i = j\omega \cdot H_i$ a été introduite. On regroupe ensuite dans deux matrices colonnes $\tilde{\mathbf{h}}_i$ et \mathbf{e}_i les projections respectives, des champs magnétiques et électriques, sur un même axe de coordonnées i . Les dimensions de ces matrices sont $N \times 1$, avec N le nombre de nœud du maillage. Les valeurs discrétisées des permittivités et des perméabilités relatives correspondantes sont aussi regroupées sous forme de matrices $\epsilon_r^{i,j,k}$ et $\mu_r^{i,j,k}$ [174, 175]. Les équations de Maxwell s'écrivent alors sous la forme condensée :

$$\begin{aligned} -\mu_0\mu_r^x \tilde{\mathbf{h}}_x &= \mathbf{D}_y^E \mathbf{e}_z - \mathbf{D}_z^E \mathbf{e}_y & -\omega^2\epsilon_0\epsilon_r^x \mathbf{e}_x &= \mathbf{D}_y^H \tilde{\mathbf{h}}_z - \mathbf{D}_z^H \tilde{\mathbf{h}}_y \\ -\mu_0\mu_r^y \tilde{\mathbf{h}}_y &= \mathbf{D}_z^E \mathbf{e}_x - \mathbf{D}_x^E \mathbf{e}_z & -\omega^2\epsilon_0\epsilon_r^y \mathbf{e}_y &= \mathbf{D}_z^H \tilde{\mathbf{h}}_x - \mathbf{D}_x^H \tilde{\mathbf{h}}_z \\ -\mu_0\mu_r^z \tilde{\mathbf{h}}_z &= \mathbf{D}_x^E \mathbf{e}_y - \mathbf{D}_y^E \mathbf{e}_x & -\omega^2\epsilon_0\epsilon_r^z \mathbf{e}_z &= \mathbf{D}_x^H \tilde{\mathbf{h}}_y - \mathbf{D}_y^H \tilde{\mathbf{h}}_x \end{aligned}$$

où les termes \mathbf{D}_i^E et \mathbf{D}_i^H représentent les matrices de passage liant les champs magnétiques et électriques. Ce sont des matrices carrées de dimensions $N \times N$. Elles sont issues de la discrétisation du rotationnel et les conditions aux limites y sont incorporées [174, 175]. En éliminant les vecteurs $\tilde{\mathbf{h}}_i$ entre les deux équations de Maxwell discrétisées, on obtient l'équation de propagation exprimée en fonction du champ électrique \mathbf{e}_i . Le problème est ainsi ramené à la solution d'un système d'équations linéaires qui se met sous la forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} 0 & -\mathbf{D}_z^H & \mathbf{D}_y^H \\ \mathbf{D}_z^H & 0 & -\mathbf{D}_x^H \\ -\mathbf{D}_y^H & \mathbf{D}_x^H & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_x^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_y^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_z^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -\mathbf{D}_z^E & \mathbf{D}_y^E \\ \mathbf{D}_z^E & 0 & -\mathbf{D}_x^E \\ -\mathbf{D}_y^E & \mathbf{D}_x^E & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_x \\ \mathbf{e}_y \\ \mathbf{e}_z \end{bmatrix} = \omega^2 \begin{bmatrix} \epsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_x \\ \mathbf{e}_y \\ \mathbf{e}_z \end{bmatrix}$$

où l'on a utilisé les permittivités et les perméabilités absolues : $\epsilon_i = \epsilon_0 \epsilon_r^i$ et $\mu_i = \mu_0 \mu_r^i$. De même, l'équation de propagation exprimée en fonction du champ magnétique $\tilde{\mathbf{h}}_i$ est obtenue en éliminant, cette fois, les vecteurs \mathbf{e}_i . On obtient alors :

$$\begin{bmatrix} 0 & -\mathbf{D}_z^E & \mathbf{D}_y^E \\ \mathbf{D}_z^E & 0 & -\mathbf{D}_x^E \\ -\mathbf{D}_y^E & \mathbf{D}_x^E & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_x^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_y^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_z^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -\mathbf{D}_z^H & \mathbf{D}_y^H \\ \mathbf{D}_z^H & 0 & -\mathbf{D}_x^H \\ -\mathbf{D}_y^H & \mathbf{D}_x^H & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{h}}_x \\ \tilde{\mathbf{h}}_y \\ \tilde{\mathbf{h}}_z \end{bmatrix} = \omega^2 \begin{bmatrix} \mu_x & 0 & 0 \\ 0 & \mu_y & 0 \\ 0 & 0 & \mu_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{h}}_x \\ \tilde{\mathbf{h}}_y \\ \tilde{\mathbf{h}}_z \end{bmatrix}$$

Ces équations permettent d'établir, soit un diagramme de dispersion en réalisant une analyse modale, soit un diagramme de transmission en effectuant une analyse harmonique. Ces deux cas d'étude sont présentés dans les sous-paragraphes suivants.

Diagramme de dispersion et profil des modes : Analyse modale.

Dans le cas de l'analyse modale d'un cristal photonique parfait, Le domaine de discrétisation sera limité à une cellule unitaire et les conditions aux limites périodiques (équations 2.40) seront introduites dans les matrices de passage \mathbf{D}_i^E et \mathbf{D}_i^H . La forme des équations ci-dessus, se ramène facilement à un problème aux valeurs propres et vecteurs propres :

$$\{\mathbf{A} - \omega^2 \cdot \mathbf{I}\} \cdot \mathbf{x} = 0$$

où représente, selon le cas du vecteur $[\mathbf{e}_x \ \mathbf{e}_y \ \mathbf{e}_z]^T$ ou $[\tilde{\mathbf{h}}_x \ \tilde{\mathbf{h}}_y \ \tilde{\mathbf{h}}_z]^T$. La structure de bande (diagramme de dispersion) d'un cristal est alors obtenue en déterminant les pulsations propres correspondant aux valeurs successives prises par le vecteur d'onde k le long du parcours que l'on s'est fixé dans la zone de Brillouin. Le vecteur k est introduit dans les matrices \mathbf{D}_i^E et \mathbf{D}_i^H via les conditions aux limites périodiques. Les vecteurs propres permettent de reconstruire la distribution (profil) des champs électriques et magnétiques pour les différentes pulsations ω .

De manière similaire à la résolution des systèmes linéaires, des algorithmes ont été développés pour déterminer les valeurs propres d'une matrice [176]. Parmi les plus connues se trouvent la méthode de Jacobi, la méthode des puissances, la méthode des itérations inverses ou la méthode de Householder.

Diagrammes de transmissions : Analyse harmonique :

Les équations de propagation en termes du champ électrique (2.21) ou du champ magnétique (2.22) peuvent s'écrire sous la forme $\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = 0$. Par exemple, pour le premier cas on aura $\mathbf{A} = \mathbf{A}_e$ et $\mathbf{x} = \mathbf{x}_e$ tel que :

$$\mathbf{A}_e = \begin{bmatrix} 0 & -\mathbf{D}_z^H & \mathbf{D}_y^H \\ \mathbf{D}_z^H & 0 & -\mathbf{D}_x^H \\ -\mathbf{D}_y^H & \mathbf{D}_x^H & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_x^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_y^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_z^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -\mathbf{D}_z^E & \mathbf{D}_y^E \\ \mathbf{D}_z^E & 0 & -\mathbf{D}_x^E \\ -\mathbf{D}_y^E & \mathbf{D}_x^E & 0 \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} \epsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_z \end{bmatrix}$$

avec : $\mathbf{x}_e = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_x \\ \mathbf{e}_y \\ \mathbf{e}_z \end{bmatrix}$

Cependant, la résolution du système donnera des solutions triviales et nécessite donc l'introduction d'un terme source qui permettra d'écrire le système sous la forme $\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}$ [174]. Une des méthodes pour introduire la source consiste à adopter la formulation dite « du Champ total - Champ diffracté » ou l'espace est scindé en deux zones, l'une contenant le champ total (source et diffracté) et l'autre uniquement un champ diffracté, la deuxième zone entourant la première. Enfin, les corrections apportées aux cellules de discrétisation limitrophes entre les deux zones mènent à l'expression du vecteur \mathbf{b} (source). La matrice \mathbf{x} solution du système donnera, selon le cas, la distribution du champ électrique ou magnétique pour un régime harmonique de pulsation ω .

La taille des matrices étant directement proportionnelle au carré du nombre de nœuds du maillage, peut rapidement donner des matrices de très grandes dimensions. Des méthodes numériques de résolution ont donc été développées afin de résoudre ce type de systèmes. Une étude préalable permet de connaître le coût du calcul de d'algorithme afin d'obtenir le meilleur compromis entre précision et temps de calcul. On retiendra principalement les méthodes directes [176] comme la méthode de Gauss, la factorisation de Cholesky ou de Crout. D'autres approches basées sur des méthodes itératives, comme la méthode de Jacobi ou de Gauss-Seidel pour ne citer que celles-ci, peuvent être plus adaptées suivant le modèle étudié.

2.3.2 Méthode des éléments finis

Le domaine de calcul est discrétisé en un certain nombre d'éléments appelés « éléments finis ». Dans chaque élément, les solutions recherchées sont développées sur un ensemble de fonctions de bases. Le choix de ces fonctions de base dépend du système étudié et du type de conditions aux limites requises : continuité de la fonction et / ou de ses dérivées. Les fonctions d'ondes solutions du problème sont ainsi interpolées en termes des valeurs qu'elles-mêmes ou leurs dérivées prennent aux nœuds du maillage. Ceci facilite l'intégration des conditions aux limites dans la formulation. D'un point de vue numérique, le choix des fonctions de base est aussi dicté par le nécessaire compromis entre le degré d'approximation de la solution et le nombre de degré de liberté, lié au coût total de calcul [177]. La projection des équations différentielles sur les fonctions de base, dans chacun des éléments finis, ramène le problème à un système d'équations linéaires. Concernant, les interfaces hétérogènes, les conditions aux limites assurent l'assemblage des matrices élémentaires en une matrice globale du système complet [178].

Dans le cadre d'une analyse modale, ce système d'équations se réduit à un problème aux valeurs propres et vecteurs propres qui donnent respectivement, le diagramme de dispersion et le profil des modes. La résolution fait appel à des techniques appropriées car on se retrouve face à des systèmes d'équations linéaires creux [178]. De nombreux algorithmes permettent d'optimiser la convergence des résultats. Dans un cadre plus général, on s'oriente vers une formulation variationnelle du problème ou de façon équivalente à la formulation dite faible de l'équation aux dérivées partielles : « l'équation de propagation ». L'application de la méthode des éléments finis est propice à la démarche variationnelle : en faisant appel au théorème de Green-Ostrogradski lors de la projection

des équations d'ondes, sur les fonctions de base, mène tout naturellement à la formulation variationnelle [179].

La méthode des éléments finis présente plusieurs avantages : d'une part, la méthode utilise un maillage directement adapté à la géométrie étudiée, par rapport à la méthode des différences finies dont le maillage est strictement parallélépipédique et génère des discontinuités aux interfaces. Ceci permet aussi d'optimiser le maillage en évitant le recours à un maillage excessivement fin. Ce maillage, suivant le domaine étudié et les équations mises en jeu, peut être triangulaire, quadrangulaire. A titre d'exemple, la figure (2.15) illustre le maillage utilisé dans les éléments finis (maillage triangulaire) et le maillage pour la méthode des différences finies. Ce dernier nécessite un plus grand nombre de nœuds vis-à-vis du premier afin de réduire les discontinuités aux interfaces solide-air, en particulier pour les inclusions à faibles rayons de courbure.

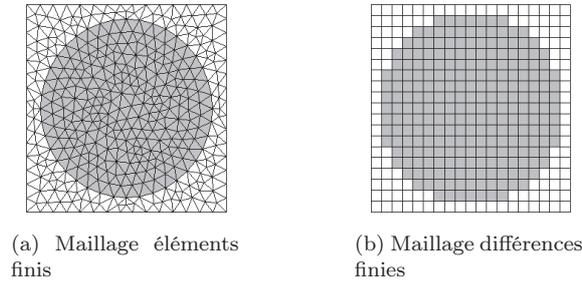


FIGURE 2.15 – Maillage triangulaire d'une cellule unitaire d'un réseau carré utilisé pour les éléments finis (a), maillage carré d'une cellule unitaire pour les différences finies (b)

Aussi, les éléments finis permettent de mailler uniquement les zones à fort gradient, particulièrement adapté de ce fait pour le calcul des cellules unitaires d'un cristal à très grands et très faibles rayons.

D'autre part, l'adaptation du maillage ne se limite pas l'optimisation du nombre de degré de liberté mais facilite aussi l'approche multi-physique du traitement acousto-optique. Par exemple, la déformation acoustique u_i introduite par l'effet *opto-mécanique* peut être reportée par un maillage évolutif sur des interfaces « mobiles ». Rendre compte de ces déformations acoustiques par un maillage fixe et carré aurait nécessité un maillage excessivement fin.

2.3.3 Comparaison

En guise de conclusion, nous comparons sur la figure (2.16) les diagrammes de dispersion d'un cristal photonique de structure carrée obtenus par les trois méthodes ⁶ : FEM, FDFD et FDTD. Les méthodes FEM et FDFD calculent directement les pulsations propres des modes alors que la FDTD détermine le spectre en fréquence de la solution spatio-temporelle. Les deux premières sont donc plus adaptées à l'analyse modale. Comme illustré sur la figure (2.16), la résolution de la méthode FDTD n'est pas suffisante, certains modes ne sont pas discernables (par exemple, autour des fréquences réduites de 0,4). De plus, 200 nœuds ont été suffisants pour la méthode des éléments finis alors que 400 nœuds ont été utilisés pour les différences finies. Nous avons donc opté pour la méthode des éléments finis.

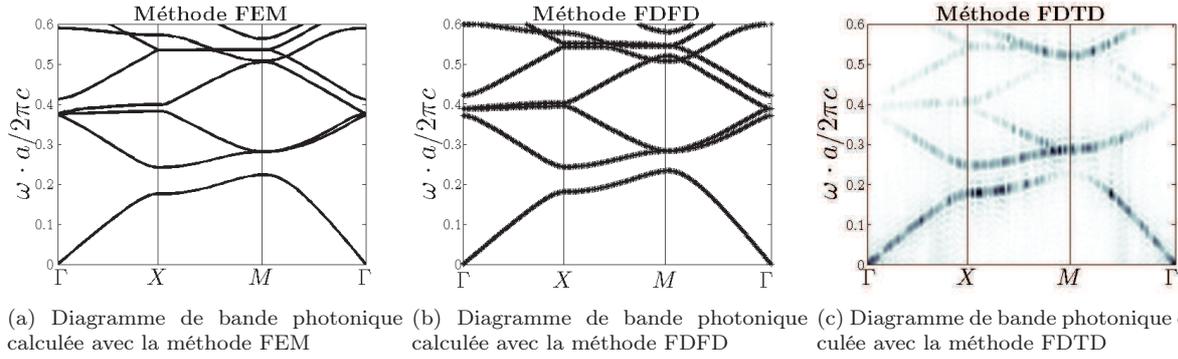


FIGURE 2.16 – Diagramme de bande photonique pour la polarisation TE d’une cellule unitaire carré avec un rayon d’inclusion $r=0.43$ et un indice de réfraction $n=3.46$ calculée avec la méthode des éléments finis (a), la méthode des différences finies dans le domaine fréquentiel (b) et temporel (c)

2.4 Cavité optique dans un milieu périodique (défauts ponctuels)

Bandes interdites et réflexion totale « Le Miroir de Bragg en 3D »

Un milieu périodique présentant une bande interdite omnidirectionnelle est une généralisation à trois dimensions des miroirs diélectriques. En effet, pour une certaine bande de fréquences (correspondant à la bande interdite) la condition de Bragg peut-être satisfaite dans toutes les directions [169]. Dans cette bande de fréquences, toute onde progressive qui serait incidente sur le milieu périodique subira une réflexion totale car elle ne peut pas y pénétrer. Cette réflexion totale n’a rien à voir avec la réflexion au-delà de l’angle critique dont il a été question précédemment. Elle résulte ici, d’un phénomène d’interférence destructive entre les réflexions multiples de l’onde dans le milieu périodique. Comme pour le miroir de Bragg, le pouvoir réflecteur sera d’autant plus élevé que le nombre de périodes sera important.

Cavités dans les milieux périodiques et Modes de cavité.

Dans les milieux périodiques on exploite le pouvoir réfléchissant du milieu pour confiner l’onde dans une cavité formée par une suppression localisée de la périodicité. Par exemple, en omettant une ou plusieurs inclusions ou en modifiant localement les paramètres géométriques. Ceci explique le terme *défaut* (de la structure cristalline) qui est fréquemment employé pour désigner une cavité dans les cristaux photoniques et phononiques et a pour origine historique l’introduction de défauts dans les cristaux à l’état solides tels que les semi-conducteurs.

Si, le pouvoir réflecteur des milieux périodiques est élevé, il ne faut pas oublier qu’il n’est effectif que pour les fréquences appartenant à la bande interdite. On recherchera donc d’une part, à utiliser des matériaux à bandes interdites larges et d’autre part, à concevoir des cavités dont la fréquence de résonance est située dans la bande interdite. Comme dans le cas à une dimension des cavités résonantes Fabry-Pérot utilisant des miroirs diélectriques, les modes propres de la cavité se manifestent par l’apparition de pics de transmission dans la bande interdite. C’est le confinement de l’onde dans un espace restreint qui explique la discrétisation du spectre.

6. Pour la méthode des éléments finis nous utilisons le logiciel Comsol, pour les méthodes FDTD et FDFD nous avons développé un code « maison » avec Matlab.

Intuitivement, dans un résonateur Fabry-Pérot à une dimension utilisant des miroirs idéaux, cette discrétisation s'interprète par le fait qu'un mode de résonance ne peut exister que si la demi-longueur d'onde dans la cavité est un diviseur de la longueur de celle-ci. Sinon, l'interférence sera destructive au bout de quelques allers-retours successifs dans la cavité. Ainsi, les pics de résonances se répètent de façon périodique dans le domaine fréquentiel : $\omega_m = m(\pi c/L_0)$ où L_0 est la longueur optique de la cavité, c la célérité dans le vide et m un entier naturel. Dans le cas des miroirs diélectriques seuls quelques-unes de ces fréquences de résonances subsisteront : celles qui coïncident avec la bande interdite, là où les multicouches jouent leur rôle de miroir. D'ailleurs, c'est l'idée d'appliquer ce principe aux cavités lasers qui a amené Yablonovitch [3] à suggérer l'utilisation des cristaux photoniques afin de favoriser un mode unique d'émission laser au détriment des autres : vue l'avancée des nanotechnologies, il est théoriquement possible de concevoir un cristal artificiel à trois dimensions de telle sorte que le couple (étendue de la bande interdite omnidirectionnelle dimensions de la cavité) n'admette qu'un seul mode de résonance. L'élargissement des pics de résonances reflète le fait que le confinement n'est pas parfait : le pouvoir réflecteur des miroirs diélectrique n'atteignant pas les 100%, il y a dissipation de l'énergie vers l'extérieur. L'étude des modes de résonances dans les cavités repose largement sur l'analogie avec l'oscillateur harmonique amorti. La notion de facteur de qualité est récurrente lors de la caractérisation des oscillateurs. Nous en rappelons donc le principe dans le sous-paragraphe suivant.

Concept du facteur de qualité. Spécificité d'un mode de cavité.

Le concept du facteur de qualité a été introduit dans l'étude des oscillateurs harmoniques amortis, quelle que soit leur nature : mécanique, électrique, cavité électromagnétique etc. [180] Le *facteur de qualité* généralement noté Q est défini selon la relation :

$$Q = \omega_0 \frac{U(t)}{\frac{dU(t)}{dt}} \quad (2.43)$$

où ω_0 représente la pulsation propre de cet oscillateur dans le cas particulier de l'amortissement critique et $U(t)$ l'énergie emmagasinée. Ainsi, dans le cas d'un oscillateur idéal (non-amorti), l'énergie n'est pas dissipée : $dU(t)/dt = 0$ le coefficient de qualité tendra vers l'infini. Le coefficient de qualité est une mesure de la propriété d'un oscillateur à conserver l'énergie qu'il a emmagasinée. En effet, l'inverse du quotient apparaissant dans la relation (2.44) correspond au coefficient d'atténuation énergétique $\alpha \equiv |d[\ln(U(t))]/dt|$. Une autre écriture du facteur de qualité est donc : $Q = \omega_0/\alpha$.

L'étude de l'oscillateur dans le domaine de Fourier (étude fréquentielle) montre que le spectre de la puissance dissipée $dU(t)/dt$ présente un pic de résonance d'autant plus étroit que le facteur de qualité est élevé. Le rapport entre la largeur à mi-hauteur $\Delta\omega$ et la pulsation propre ω_0 est alors égal à l'inverse du facteur de qualité. On arrive donc à la deuxième relation définissant le facteur de qualité :

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega}$$

On notera par ailleurs, que la finesse de la résonance pour les fortes valeurs de Q indique que, dans ce cas, l'énergie est emmagasinée sous la forme d'une oscillation à une fréquence bien déterminée : la fréquence propre de l'oscillateur ω_0 .

2.4.1 Mise en évidence des modes de défaut dans les diagrammes de bande

De la cellule unitaire à la supercellule.

Les ondes de propagation dans les milieux périodiques doivent vérifier la forme générale des fonctions de Bloch. Ceci justifie la méthode dite « de la cellule unitaire » qui autorise la discrétisation des paramètres structuraux d'une seule cellule. Ensuite, la périodicité du milieu est prise en compte en imposant aux solutions de l'équation de propagation de vérifier les conditions aux limites de Bloch-Floquet : en d'autres termes, on impose aux solutions d'être des fonctions de Bloch.

Dans le cas d'un cristal parfait, il est tout à fait équivalent d'utiliser une cellule non-unitaire dite « supercellule » formée d'un ensemble de cellules unitaires adjacentes. En effet, répliquer la supercellule, par translations successives de vecteurs de base de la superstructure, reproduit le même cristal. Cependant, le fait de considérer des cellules plus grandes dans le domaine réel introduira ⁷ des zones de Brillouin plus petites appelées super-zones de Brillouin. Il en résultera donc un repliement de spectre : tel que, la super-zone de Brillouin, plus petite que la zone de Brillouin originale, « récupérera » par translation de vecteurs de base du super-réseau réciproque tous les modes de la zone de Brillouin originale. Les bandes apparaîtront dédoublées, autant de fois que la supercellule contient de cellules unitaires. La relation de dispersion correspondante est dite « superstructure de bandes ». Elle contient donc les mêmes informations que la structure de bande originale.

Le repliement de spectre ne pose aucune difficulté majeure dans le cas des structures à une dimension où il est tout à fait aisé de déduire une structure de bande en « dépliant » la superstructure de bande correspondante. Ce « dépliement » devient vite un problème inextricable dans le cas des cristaux à deux dimensions et augmente rapidement avec le nombre de cellules contenues dans la supercellule. Heureusement, dans plusieurs applications, on ne s'intéresse qu'aux bandes interdites. Les deux structures de bandes représentant les mêmes modes, les extrema de bandes sont donc les mêmes et à fortiori les bandes interdites sont identiques.

Cas d'une cavité unique formée par la suppression d'une seule inclusion (ou lacune) dans un cristal parfait.

D'après ce qui précède il n'y a aucun intérêt à utiliser des cellules non-unitaires dans le cas du cristal parfait. Par contre, c'est un outil couramment utilisé pour l'étude des cavités dans les cristaux photoniques et phononiques. En effet, on ne s'intéresse qu'aux bandes interdites et aux niveaux correspondants aux modes de cavité qui s'y trouvent. Le principe consiste à centrer la cavité à l'intérieur d'une supercellule (Figure 2.17). Le fait d'appliquer les conditions aux limites de Bloch-Floquet aux frontières de la supercellule, renferme l'hypothèse implicite que la supercellule (ainsi que son défaut) se répète de façon périodique. Ceci ne peut être justifié que si les dimensions sont telles que les défauts fictifs se trouvent très éloignés de la cavité originale. La cellule centrale peut alors être considérée isolée et le cristal environnant parfait. Les extrema de bande ainsi que les modes de défaut seront alors correctement déterminés.

7. Conformément aux propriétés des transformées de Fourier reliant les domaines direct et réciproques. En fait les réseaux direct et réciproque se correspondent par transformée et transformée inverse de Fourier l'un de l'autre.

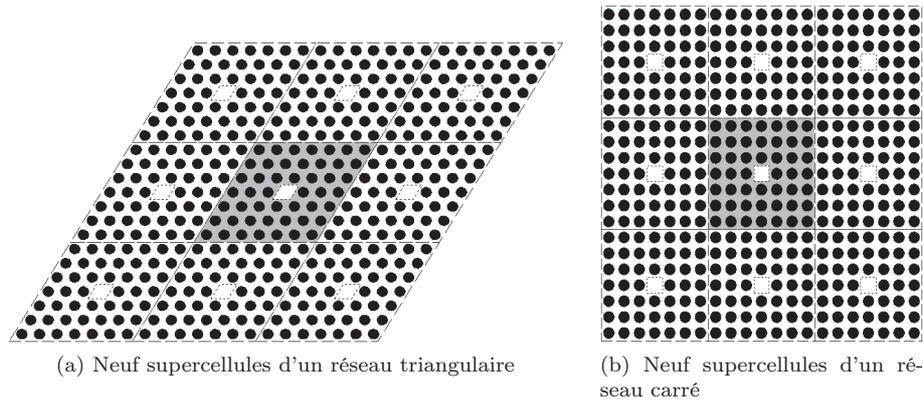


FIGURE 2.17 – Schéma d'une supercellule (partie grisée) comportant 7x7 inclusions ayant un défaut ponctuel en son centre ainsi que ses répliques par translation dues à la périodicité implicite des conditions de Bloch-Floquet

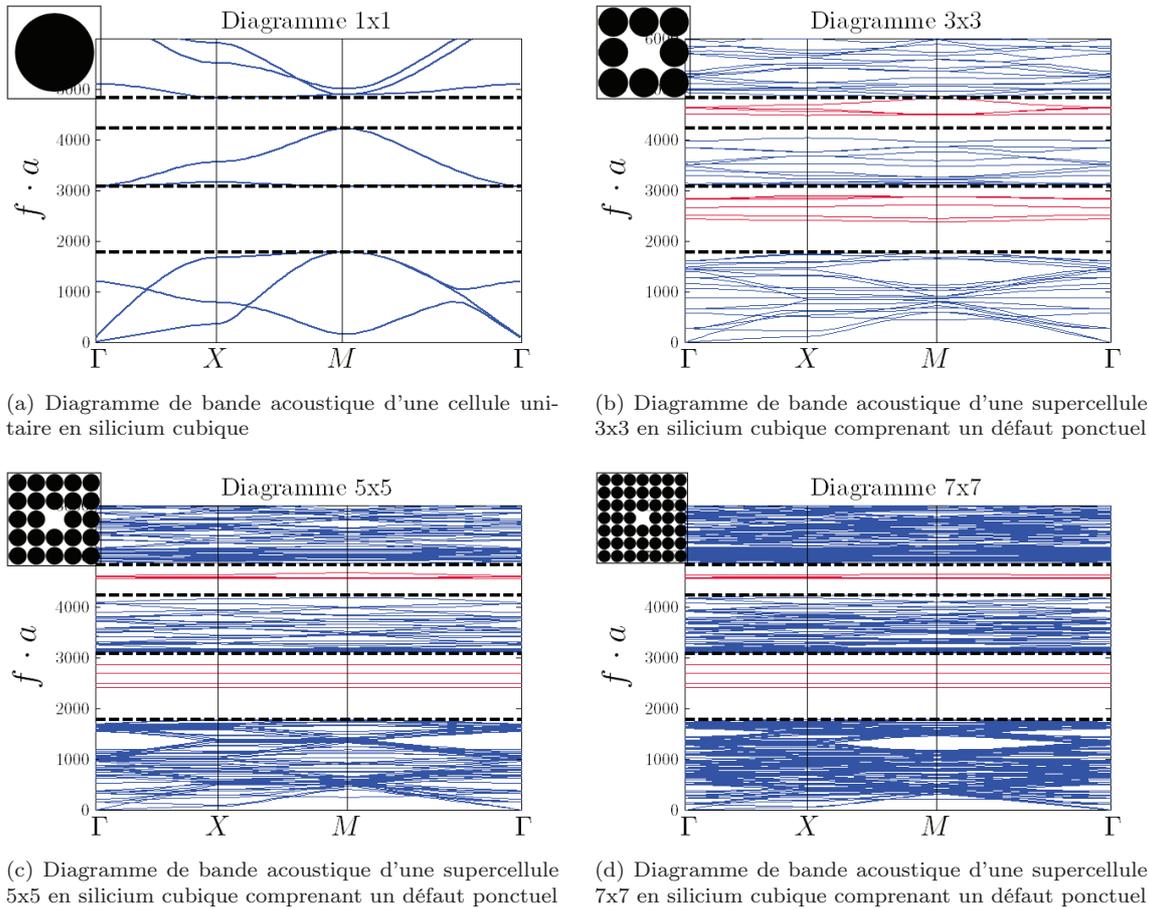


FIGURE 2.18 – Diagramme de bande d'une cellule unitaire (a) et de supercellules de taille 3x3, 5x5, 7x7 respectivement (b), (c) et (d) en silicium cubique comprenant une cavité en leur centre avec un rayon d'inclusion de 0,43. Les traits en pointillé représentent la délimitation des bandes interdites calculées pour la cellule unitaire reportés sur chaque diagramme de dispersion. Les modes tracés en bleu représentent les modes hors bandes interdites, et les modes tracés en rouge les modes dans la bande interdite (modes de cavité)

Pour illustrer le propos, les figures (2.18) présentent successivement les diagrammes de dispersion acoustique d'une cellule unitaire (figure 2.18.a), d'une supercellule 3x3 (figure 2.18.b), d'une supercellule 5x5 et 7x7 (figures 2.18.c et 2.18.d). On peut remarquer que les bandes interdites sont directement juxtaposables entre la cellule et les supercellules, et

ce quelle que soit la taille de supercellule. On notera que les modes propres calculés pour une cellule unitaire seront repliés $n \times n$ fois (en bleue) dans le diagramme de dispersion des supercellules. Les modes de cavité (en rouge) sont dans la bande interdite. Les vecteurs propres correspondants permettent de remonter à la cartographie des champs qui confirmeront leur éventuel confinement dans la cavité. Le calcul du diagramme de dispersion permet ainsi « d'extraire » les modes de résonance de la cavité.

Lorsqu'un mode est bien confiné dans la cavité, sa pulsation de résonance est bien déterminée. Elle n'est pas fonction du vecteur d'onde. Les modes de cavité sont alors représentés dans le diagramme de bandes par des lignes horizontales. En effet, par définition un mode confiné ne subit pas de translation, la notion de vecteur d'onde n'existe pas. En revanche si, les cavités sont trop proches et que le couplage entre-elles ne peut pas être négligé, le champ pourra se propager de proche en proche entre les cavités. La pulsation sera alors fonction du vecteur d'onde. Une autre interprétation des bandes plates pour les modes de cavité est la nécessité d'une vitesse de groupe $v_g = \nabla_k \omega$ nulle pour un mode confiné.

La figure (2.18) montre que pour le cas d'une structure carrée, à partir d'une supercellule (5x5), les modes de cavités sont pratiquement plats. La cavité centrale peut-être considérée isolée. Cependant l'utilisation d'une maille hexagonale ou en nid d'abeille nécessitent des tailles plus grandes pour s'assurer d'un confinement suffisant.

2.4.2 Mise en évidence des modes de défauts par un calcul de transmission

Principe du calcul de transmission

Les méthodes, développées jusqu'à présent, pour le calcul des modes de cavité ne s'appuient que sur l'analyse modale d'une supercellule. Les mesures de transmission constituent un moyen intuitif pour l'étude des structures périodiques. Cette méthode, proche des conditions expérimentales, consiste à mesurer la transmittance de la structure : rapport entre la puissance (vecteur de Poynting ⁸) transmise en aval du cristal et la puissance émise en amont du cristal. La structure est étudiée dans sa globalité : ses dimensions géométriques, son couplage avec le milieu d'excitation en amont et le milieu de détection des ondes en aval du cristal. Dans la pratique, ce sont les extrémités non structurées du substrat, sur lequel est réalisé le cristal phoXonique, qui font office de milieux d'excitation et de détection.

Concernant le modèle numérique mis en place, nous avons considéré une région structurée 2D dont la longueur (dans la direction de propagation) est formée d'un nombre de trous limités mais illimités latéralement. Les régions non structurées du substrat (dans le sens de la propagation) sont considérées illimitées. Les conditions aux limites périodiques sont imposées sur les parois latérales pour simuler la répétition illimitée de la structure. Pour modéliser, le caractère illimité du substrat on a utilisé le concept du « Perfectly Matched Layer » P.M.L. : on limite artificiellement la longueur de la couche de substrat non structurée et on applique les conditions de PML (réflexion nulle) à la surface de celle-ci.

On se place en régime harmonique pour déterminer les taux de transmissions pour les ondes optiques et élastiques. Les puissances incidentes et transmises sont intégrées sur l'aire le long des domaines d'excitation et de détection : entre les deux conditions périodiques sur les parois latérales de la structure. Pour établir le diagramme de transmission, un balayage en fréquence est effectué.

L'approche du calcul des transmissions est particulièrement pertinente dans la détermination des bandes interdites d'une structure périodique. Elle permet de prendre en compte le composant dans sa globalité avec l'ensemble des organes qui composent le dispositif. La mesure des pertes de transmission permet ainsi de remonter à l'impact des divers facteurs, telle que l'implémentation d'un défaut ponctuel ou linéaire. Nous y reviendront au chapitre 4.

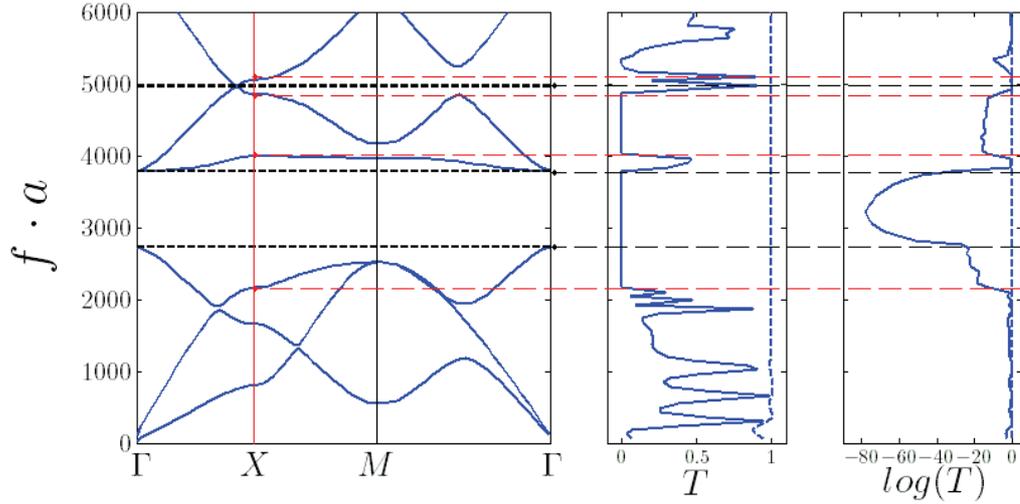
2.4.3 Comparaison diagramme de bande/transmission

La transmission sous-entend une excitation par une onde incidente en régime harmonique de pulsation ω donnée. Afin de comparer les résultats fournis par le diagramme de bande avec ceux fournis par le taux de transmission, il faudra étendre le spectre des pulsations à toute la gamme de fréquences couverte par le diagramme de bande considéré. De plus, comme le spectre de transmission s'entend pour une direction de propagation donnée, on restreindra le diagramme de dispersion à cette direction pour l'analyse de la concordance des résultats. Pour effectuer une étude comparative omnidirectionnelle, on modifie l'angle de l'onde incidente, ou bien on réalise une rotation du cristal. Par souci de simplicité, nous nous contentons d'une seule direction de propagation.

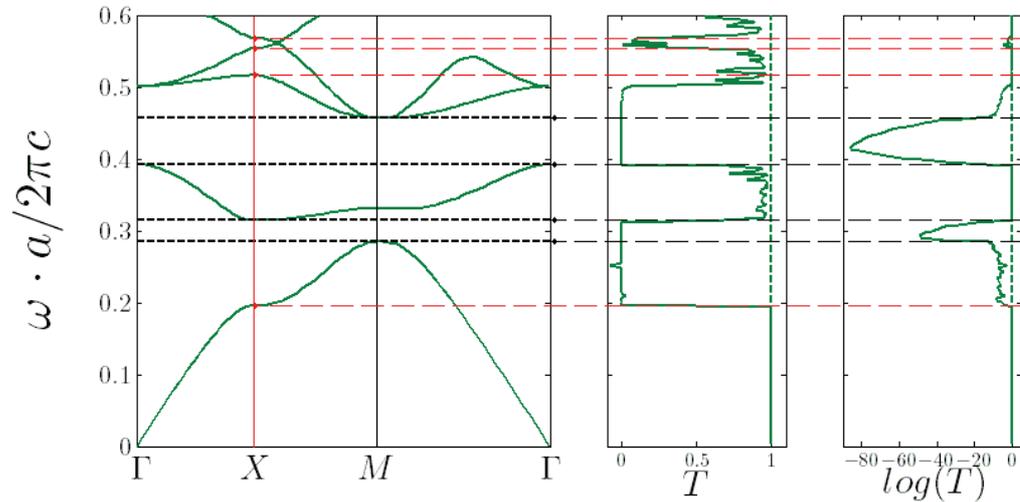
Les figures (2.19.a) et (2.19.b) représentent les digrammes de dispersion et de transmission pour un cristal phononique et photonique respectivement. La partie gauche représente le diagramme de dispersion calculé dans la première zone de Brillouin, au centre le diagramme de transmission en échelle normalisée et la partie droite le diagramme de transmission en échelle logarithmique. Les traits pleins représentent les modes et les traits noirs en pointillé les limites des bandes interdites complètes pour les diagrammes de dispersion. Enfin sur la figure centrale et de droite, les traits pleins et les traits en pointillé représentent respectivement la transmission du cristal et celle d'un échantillon de mêmes dimensions que le cristal et formé d'un même matériau mais cette fois homogène non structuré.

Afin de comparer les résultats des deux méthodes, les bandes interdites complètes sont « étendues » en couleur noire, et les bandes interdites pour $\vec{k} = \Gamma X$ sont étendues en couleur rouge. On notera que le modèle utilisé donne une transmission proche de l'unité pour toutes les fréquences pour l'échantillon exempt d'inclusion.

8. Pour un champ électromagnétique le vecteur de Poynting s'écrit : $\vec{S} = \frac{1}{2} \Re (\vec{E} \times \vec{H}^*)$ où \vec{E} et \vec{H}^* représentent le champ électrique, et le conjugué du champ magnétique respectivement. Dans le cas d'un champ acoustique l'expression du vecteur de Poynting est : $P_j(x_i, t) = \frac{1}{2} \left(-T_{ij} \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} \right)^* + V \frac{\partial D_j}{\partial t} \right)$ où T_{ij} , u_i , V et D_j représentent la contrainte, le déplacement, le potentiel et l'induction électrique.



(a) Diagramme de bande d'une cellule unitaire carré acoustique en silicium cubique de rayon normalisé $r=0,43$ (gauche), diagramme de transmission normalisée pour une fréquence réduite comprises entre 0 et 6000 (centre), diagramme de transmission sous échelle logarithmique pour une fréquence réduite de 0 à 6000 (droite).



(b) Diagramme de bande d'une cellule unitaire carré optique en polarisation TM en silicium de rayon normalisé $r=0,43$ (gauche), diagramme de transmission normalisée pour une fréquence réduite comprise entre 0 et 0,6 (centre), diagramme de transmission en échelle logarithmique pour une fréquence réduite de 0 à 0,6 (droite).

FIGURE 2.19 – Diagramme de bande d'une cellule unitaire acoustique (a) et optique (b) et la comparaison avec leurs diagrammes de transmission respectives en échelle normalisée et logarithmique avec la délimitation des bandes interdites complètes (trait pointillé noir), les bandes interdites sur le point de haute symétrie X (trait pointillé rouge). Le calcul de transmission est effectué pour un cristal exempt de défaut (trait plein en bleu et vert pour l'acoustique et l'optique respectivement), et un calcul sans cristal (trait en pointillé en bleu et vert pour l'acoustique et l'optique respectivement)

La comparaison des deux méthodes montre une correspondance entre les diagrammes de dispersion et de transmission. Le diagramme de transmission de l'onde optique (2.19.b) est beaucoup plus stable que celui de l'onde acoustique (2.19.a). En effet celle-ci est proche de l'unité hors bande interdite, et est presque nulle dans les bandes interdites. Vis-à-vis de l'onde acoustique qui présente des valeurs « fluctuantes » en dehors des bandes interdites. L'ensemble des transmissions optiques et acoustiques présente les bandes interdites sur la direction ΓX et non des bandes interdites complètes. Le passage en échelle logarithmique par contre a l'avantage de mettre en évidence les bandes interdites complètes d'une cellule unitaire. La transmission normalisée donne des résultats moins significatifs, en particulier pour l'onde acoustique. Par conséquent nous nous emploierons par soucis de précision à toujours afficher les résultats acoustiques en échelle logarithmique pour les

cristaux phononiques.

Dans le cas général les deux méthodes donnent des résultats concordants. Nous nous sommes appuyés dans cet exemple sur un cristal exempt de défaut. Il s'avère que l'utilisation de guides d'onde ou de défauts ponctuels influe énormément sur la transmission. Nous décrirons plus en détail dans le dernier chapitre de ce mémoire l'impact des divers défauts sur le diagramme de transmission et ainsi les dispositifs les plus à même de confiner l'onde optique et acoustique dans le cadre de l'interaction acousto-optique. A la suite de quoi nous étudierons plus en détail le confinement du champ optique et acoustique dans des cavités à l'aide de la méthode des supercellules. Cette méthode présente des avantages indéniables puisque l'analyse modale d'une structure donne toutes les fréquences de résonance d'une structure.

2.5 Conclusion

Ce chapitre a été consacré à l'introduction des outils physiques, à travers les concepts théoriques et les outils numériques nécessaires à la conception des cristaux phoxoniques. En première partie, nous avons établi l'ensemble des équations de propagation des ondes élastiques et optiques. En deuxième partie, nous avons présenté l'ensemble des méthodes numériques, tels que les éléments finis, la FDTD et la FDFD, ainsi que les méthodes de modélisation dédiées aux cristaux phoXoniques : la méthode des supercellules et la méthode de transmission.

Chapitre 3

Conception des cristaux phoXoniques

3.1 Introduction

En vue de l'étude de l'interaction acousto-optique dans les structures phoXoniques, plusieurs études préalables sont nécessaires. Nous en présentons les résultats dans ce chapitre : courbes de dispersion des différentes structures, évolution des bandes interdites en fonction des paramètres géométriques et recherche des modes confinés.

Afin de favoriser le couplage des ondes acoustiques et optiques à travers les effets photo-élastiques, opto-mécaniques et électro-optiques, les deux ondes doivent être confinées dans un même volume. Cela peut se faire dans un défaut de la structure périodique. Dans le cadre de ce mémoire, nous nous intéressons à la cavité de type L1 : elle est constituée d'une seule inclusion manquante. Le confinement à travers cette cavité est étudié. Nous ne nous intéressons pas à la problématique de l'optimisation simultanée de la cavité (amélioration du facteur de qualité pour les deux ondes), le but de cette thèse étant de déterminer les aspects physiques du couplage acousto-optique dans une structure phoXonique, il n'est pas nécessaire de recourir à une cavité optimisée pour dégager les tendances fondamentales de cette problématique.

Notre démarche consiste à déterminer tout d'abord les bandes interdites des différentes structures afin d'identifier les paramètres susceptibles de confiner les ondes. Cette étude prend en compte l'impact de différents paramètres. Cette démarche est la suivante :

- L'obtention des bandes interdites est étudiée dans les structures bidimensionnelles (considérées d'épaisseur infinie) puis dans les structures tridimensionnelles (présentant une épaisseur finie). Une comparaison est faite entre ces résultats.
- L'impact du rayon des inclusions (ou du rayon normalisé par rapport à la distance inter-inclusions) est déterminé, mais aussi de l'épaisseur normalisée dans le cas de la membrane.
- L'impact du choix des matériaux sur l'obtention des bandes interdites est présenté, avec le silicium et le niobate de lithium.
- L'impact des différentes coupes dans le cas particulier du niobate de lithium sur les bandes interdites est présenté.

Notre démarche consiste ensuite à rechercher les modes de cavité. A partir des paramètres permettant l'obtention des bandes interdites, (condition essentielle au confinement d'une onde acoustique et optique), les modes de cavités sont calculés par la méthode des supercellules. Ces modes peuvent se trouver dans plusieurs bandes interdites et sont fortement dépendants des paramètres géométriques comme le rayon d'inclusion, l'épaisseur du substrat et aussi la nature du réseau. Nous déterminons les modes de

cavité acoustique et optique pour une structure bidimensionnelle et tridimensionnelle pour les deux matériaux considérés ci-dessus. Suite à quoi une comparaison est faite entre les différents modes pour la détermination de ceux qui sont les plus à même de favoriser le couplage acousto-optique. Nous l'avons vu, plusieurs méthodes existent pour déterminer numériquement les modes de cavité telles que la méthode de la transmission ou la méthode de la supercellule. Cette dernière est la plus adaptée puisqu'elle permet l'obtention des fréquences propres strictes.

Tous nos calculs sont effectués pour les différentes polarisations acoustiques et optiques. De même afin d'être le plus exhaustif possible, les réseaux carré, en nid d'abeille et hexagonal sont étudiés. L'impact du réseau est important puisque, comme nous allons le voir, certaines structures sont plus appropriées au confinement simultané des deux ondes.

Notons enfin que les résultats présentés dans ce chapitre constituent le socle de l'étude du couplage acousto-optique qui sera présentée au quatrième chapitre de cette thèse.

L'ensemble des travaux présentés dans ce chapitre s'appuie sur la méthode des éléments finis, en particulier en utilisant la solution commerciale COMSOL Multiphysics. Plusieurs versions sont utilisées :

- COMSOL 3.5 avec les modules « RF Module » et « Acoustics Module » pour les calculs optiques et acoustiques respectivement.
- COMSOL 4.3 avec les modules « Electromagnetic Waves », « Solid Mechanics » et « Piezoelectric devices » pour les calculs basés sur l'optique, l'acoustique pure, et la piézoélectricité respectivement.

L'avantage de ce logiciel réside dans la facilité de création et de la programmation de modèles multi-physiques, particulièrement adaptés de ce fait à la problématique du couplage acousto-optique.

3.2 Dimensionnement des structures

Dans ce qui suit, nous présentons l'évolution des bandes interdites pour le silicium et le niobate de lithium pour une structure bidimensionnelle puis tridimensionnelle. L'impact du rayon des inclusions, de l'épaisseur de membrane ainsi que des différents réseaux déterminent l'existence, la localisation et la largeur des bandes interdites. Outre les paramètres géométriques, nous nous intéressons aussi aux polarisations des ondes acoustiques et optiques. Celles-ci sont d'autant plus importantes que, d'après les résultats, ils conditionnent la largeur des bandes et la distribution des champs acoustiques et optiques. Chaque polarisation acoustique donne un champ de déformation acoustique différent. De même, chaque polarisation optique donne une distribution du champ électrique différente. Dans le cadre de notre étude à venir du couplage acousto-optique la distinction de la polarisation est inévitable. Aussi cet aspect sera précisément décrit.

Dans le cadre de l'étude des structures bidimensionnelles, les polarisations des champs acoustiques et optiques peuvent être découplées et sont ainsi prises en compte séparément. Pour l'étude des structures tridimensionnelles (considérant une épaisseur finie), les polarisations ne sont pas purement transverses ou longitudinales, mais quasi-transverses (ou quasi-longitudinales). Les conditions de symétrie imposées aux limites, selon la géométrie

de la membrane, permettent de distinguer les polarisations et de mettre en avant les types de symétries les plus à même de favoriser le couplage acousto-optique.

3.2.1 Polarisation acoustique

Polarisation et structure bidimensionnelle

L'équation de propagation d'une onde dans une structure 2D se découple généralement en deux sous-systèmes d'équations indépendants. L'un des sous-systèmes correspond aux déplacements longitudinaux et transversaux dans le plan (seuls les déplacements u_x et u_y sont non nuls); l'autre correspond aux déplacements transversaux hors plan (le déplacement u_z est non nul). En d'autres termes les modes « plans » et « hors-plans » sont découplés. Ceci permet de calculer un diagramme de dispersion pour les modes polarisés dans le plan indépendamment des modes polarisés hors-plan. De même cela permet de dissocier la distribution des déplacements acoustiques en fonction de leur polarisation.

Le diagramme de dispersion pour un réseau carré dans le silicium isotrope, est représenté à la figure 3.1.a. Les courbes de dispersion de deux modes fondamentaux apparaissent dans la première zone de Brillouin. Le diagramme de dispersion de la figure 3.1.b retranscrit l'existence d'un mode supplémentaire pour les déplacements hors plan.

L'implémentation des trois déplacements dans l'équation de propagation permet de représenter simultanément les courbes de dispersion des trois modes fondamentaux sur le diagramme de dispersion, ceci permet de déterminer la bande interdite complète en considérant simultanément l'onde longitudinale et toutes les ondes transversales. La résolution du système d'équation complet permet de déterminer le diagramme de dispersion sans distinction des polarisations (figure 3.1.c).

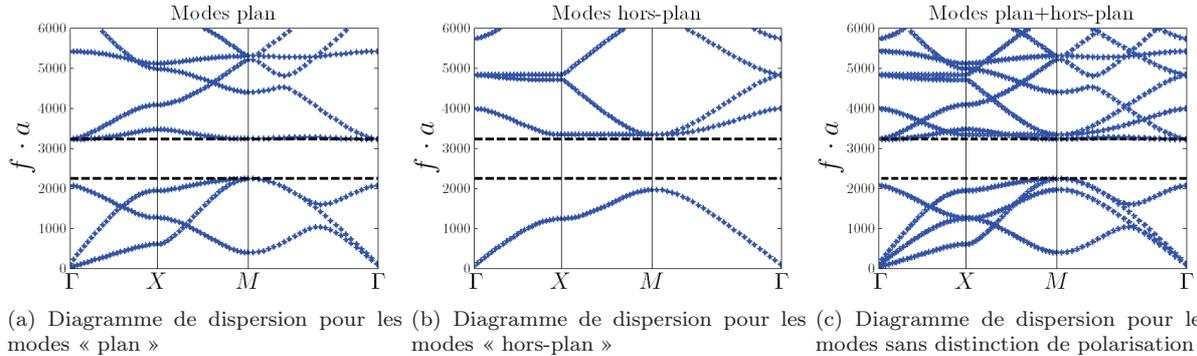


FIGURE 3.1 – Diagramme de dispersion d'un cristal d'un réseau carré dans le silicium amorphe (isotrope) pour un rayon d'inclusion normalisé $r/a=0,43$; courbes de dispersion des modes acoustiques polarisés dans le plan (a), en dehors du plan (b) et sans distinction de polarisation (c).

Cartographie des bandes interdites : La bande interdite complète est représentée par les lignes noires en pointillés sur la figure 3.1. Son évolution est étudiée en fonction du rayon d'inclusion. La figure 3.2.a présente l'évolution des bandes interdites en fonction du rayon d'inclusion avec distinction des polarisations. Cette représentation constitue la cartographie des bandes interdites (« gap map »), elle permet de suivre l'évolution des bandes interdites selon la valeur des paramètres géométriques de la structure. Les bandes interdites pour les modes plans et hors-plans sont représentées en bleu et vert respectivement. L'intersection des deux bandes interdites est présentée en vert foncée. La tendance générale qui se dégage est un élargissement des bandes pour les grandes

valeurs du rayon de l'inclusion. La figure 3.2.b présente l'évolution des bandes interdites complètes seules. On remarquera que l'intersection des bandes interdites plan et hors plan prises séparément (fig. 3.2.a) est identique à la bande interdite complète (fig. 3.2.b).

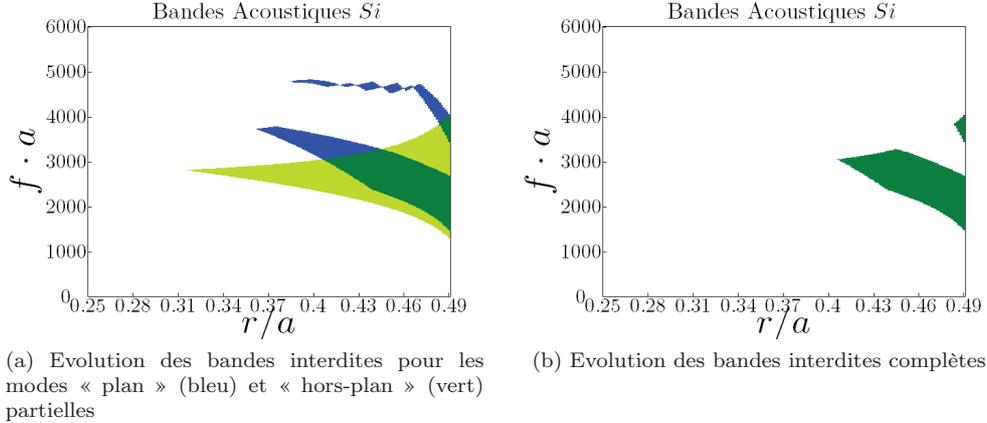


FIGURE 3.2 – Cartographie retraçant l'évolution des bandes interdites en fonction du rayon d'inclusion normalisé variant de 0,25 à 0,49 pour les modes « plan » et « hors-plan » en bleu et vert respectivement (a) et évolution de la bande interdite complète en vert foncé (b)

Polarisation et structure tridimensionnelle

L'étude des structures tridimensionnelles ne s'appuie sur aucune simplification des équations. L'analyse modale pour la détermination des diagrammes de dispersion reprend la loi complète de Hooke pour le cas du silicium (équation 2.2) ou les lois complètes constitutives de la piézoélectricité (équation 2.11) quand le matériau le requiert, comme c'est le cas pour le niobate de lithium dont il est question plus loin. L'étude de l'impact de la polarisation dans le cas tridimensionnel consiste à distinguer les modes symétriques des modes antisymétriques par rapport au plan médian de la géométrie qui devient un plan de symétrie (noté π) ou d'antisymétrie (noté π^*). Cette condition est imposée dans les calculs. On prend le cas de la membrane pour illustrer le propos puisque celle-ci présente un plan médian séparant la géométrie en deux, comme illustré dans le tableau 3.1. La mise en équations des conditions aux limites sur ce plan médian s'applique au déplacement acoustique. Elles impliquent localement sur ce plan (et uniquement sur celui-ci) une polarisation acoustique similaire à la polarisation des modes plan et hors plan présentés dans le cas bidimensionnel. En effet, le déplacement u_z est nul dans le plan médian pour les modes symétriques, et les déplacements (u_x, u_y) quant à eux sont nuls dans ce plan pour les modes antisymétriques. Par conséquent, le premier cas correspond à un champ de déplacement symétrique pour le couple (u_x, u_y) et un champ antisymétrique pour le déplacement hors-plan (u_z) . Le second cas correspond à un champ antisymétrique pour le déplacement dans le plan et symétrique pour le déplacement hors-plan. Le tableau 3.1 présente les équations mises en jeu pour les conditions imposées sur le plan médian ; \vec{n} représente un vecteur unitaire perpendiculaire au plan médian de la membrane et \vec{u} le déplacement acoustique *dans le plan médian*.

	u_x, u_y	u_z
Mode symétrique $\vec{n} \cdot \vec{u}^\pi = \vec{0}$		
Mode antisymétrique $\vec{n} \cdot \vec{n}^T \cdot \vec{u}^{\pi*} - \vec{u}^{\pi*} = \vec{0}$		

TABLE 3.1 – Illustration des déplacements acoustiques u_x , u_y et u_z dans une membrane pour les modes symétriques (avec les conditions sur le plan médian : $\vec{n} \cdot \vec{u}^\pi = \vec{0}$) et antisymétriques (avec les conditions sur le plan médian : $\vec{n} \cdot \vec{n}^T \cdot \vec{u}^{\pi*} - \vec{u}^{\pi*} = 0$) avec un plan médian π et π^* représenté ici en rouge

Par défaut, on qualifera le mode de symétrique ou d'antisymétrique en se référant au champ de déplacement acoustique dans le plan.

3.2.2 Polarisation optique

Nous présentons le cas de la polarisation optique pour une structure bidimensionnelle et tridimensionnelle.

Structure bidimensionnelle

A partir des équations (2.16), dans le cas d'un matériau isotrope, la distinction des polarisations transverses électrique et magnétique mène aux systèmes d'équations suivants :

$$\text{TM} \quad \begin{cases} \epsilon \frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{\partial H_z}{\partial y} \\ \epsilon \frac{\partial E_y}{\partial t} = -\frac{\partial H_z}{\partial x} \\ \mu \frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} \end{cases} \quad \text{TE} \quad \begin{cases} \mu \frac{\partial H_x}{\partial t} = -\frac{\partial E_z}{\partial y} \\ \mu \frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{\partial E_z}{\partial x} \\ \epsilon \frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \end{cases} \quad (3.1)$$

Ces deux systèmes d'équations ont pour variables (E_x, E_y, H_z) et (H_x, H_y, E_z) pour les cas TM et TE respectivement⁹. Dans le cas d'un matériau anisotrope, ces systèmes d'équations restent découplés et peuvent être traités séparément. Par conséquent, seules les permittivités $(\epsilon_{11}, \epsilon_{12}, \epsilon_{22})$ et (ϵ_{33}) seront respectivement prises en compte.

Structure tridimensionnelle

Dans une structure tridimensionnelle les équations ne sont plus découplées. Elles reprennent la forme générale de l'équation de propagation pour le champ électrique (équation 2.21) ou magnétique (équation 2.22). Dans le cas d'une lame optique, la symétrie géométrique de la structure permet de dissocier les solutions symétriques et antisymétriques par rapport au plan médian. Pour cela, on introduit un plan de symétrie, noté π , (ou d'antisymétrie, noté π^*). Ces modes sont appelés polarisation quasi-TE et quasi-TM respectivement. Pour les modes antisymétriques, tout se passe comme si on appliquait une surface métallisée sur le plan médian, réfléchissant le champ électrique. Dans le second cas, on applique une surface « réfléchissante » pour le champ magnétique, de telles conditions aux limites se traduisent mathématiquement par :

9. Ce choix de convention de notation n'est pas unique, on peut rencontrer la convention inverse.

$$\vec{n} \times \vec{E}^{\pi^*} = \vec{0} \quad \vec{n} \times \vec{H}^{\pi} = \vec{0} \quad (3.2)$$

Ces conditions sont valables dans le plan médian, par conséquent, les composantes du champ électrique E_x et E_y sont nulles dans le plan d'antisymétrie et non nul en dehors de ce plan (mode quasi-TM). Cette conclusion est la même pour H_x et H_y des modes symétriques. D'un point de vue terminologique, ces conditions sont parfois qualifiées de conducteur parfait pour le champ électrique (magnétique respectivement) ou, suivant le terme anglo-saxon, «*Perfect Electric Conductor*» : PEC («*Perfect Magnetic Conductor*» : PMC respectivement). Pour illustrer l'impact des conditions de symétrie sur les champs électriques et magnétiques, la figure 3.3 présente le profil de ces champs pour un plan de symétrie (3.3.(a)) et d'antisymétrie (3.3.(b)). Pour la symétrie plane, le champ électrique dans le plan de la structure sera de même signe des deux côtés du plan médian, contrairement au champ magnétique qui présente des valeurs opposées. L'inverse se produit dans le cas d'un plan d'antisymétrie.

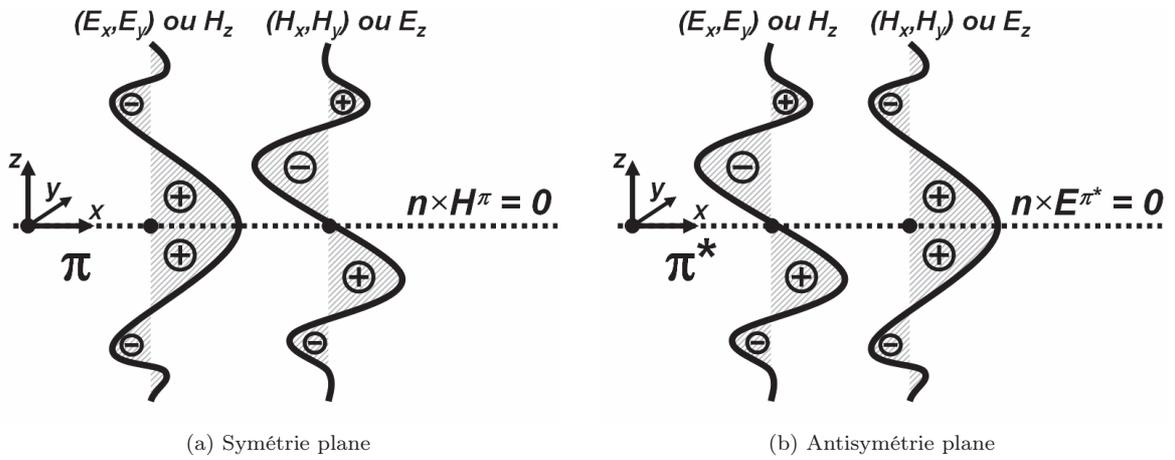


FIGURE 3.3 – Profils des champs électriques et magnétiques en fonction des conditions de symétrie (a) et d'antisymétrie (b) imposées par le plan médian d'une membrane

Le tableau 3.2 regroupe les caractéristiques de la polarisation transverse électrique et transverse magnétique du cas bidimensionnel, ainsi que celles de la polarisation symétrique et antisymétrique du cas tridimensionnel. Puisque la polarisation TM est constituée d'un champ électrique dans le plan, on peut le rapprocher à la polarisation quasi-TE, constituée elle d'un champ électrique prépondérant dans le plan de la structure. Nous avons défini ici la polarisation dite TM avec un champ magnétique hors-plan. Attention, certains auteurs utilisent une convention différente où la notation TM correspond au champ magnétique dans le plan.

Structure	Cas bidimensionnel		Cas tridimensionnel	
Photonique	TM	(E_x, E_y, H_z)	Quasi-TE (Symétrique-Even)	$(H_x, H_y, E_z) = (0, 0, 0)$ dans le plan π
	TE	(H_x, H_y, E_z)	Quasi-TM (Antisymétrique-Odd)	$(E_x, E_y, H_z) = (0, 0, 0)$ dans le plan π^*
Phononique	« Plan »	(u_x, u_y)	Symétrique	$u_z = 0$ dans le plan π
	« Hors-Plan »	(u_z)	Antisymétrique	$(u_x, u_y) = (0, 0)$ dans le plan π^*

TABLE 3.2 – Comparaison illustrative des polarisations bidimensionnelles et tridimensionnelles en fonction des champs dans le plan (2D) et de la condition pour les champs dans le plan de la structure (3D).

Nous avons décrit ici précisément la polarisation optique et la polarisation acoustique puisque le choix des polarisations influe fortement sur le couplage acousto-optique.

3.2.3 Dimensionnement des cristaux phoXoniques sur Silicium

Le dimensionnement des cristaux photoniques et phononiques consiste à déterminer les paramètres géométriques permettant le confinement simultané des ondes acoustiques et optiques. Dans ce but, nous présentons dans cette partie l'évolution des bandes interdites des cristaux photoniques et phononiques sur silicium en fonction de la nature des réseaux et des dimensions caractéristiques.

Etude des structures bidimensionnelles

L'étude présentée ici a été effectuée sur silicium cristallin. Nous reportons les cartographies des bandes interdites complètes. La figure 3.4 représente l'évolution des bandes interdites en fonction du rayon réduit des inclusions variant de 0,25 à 0,49 pour les réseaux carré, en nid d'abeille et hexagonal, figures 3.4.(a, b); 3.4.(c, d) et 3.4.(e, f) respectivement. Celles-ci sont tracées pour les cristaux photoniques, figures 3.4.(b, d, f) et phononiques, figures 3.4.(a, c, e). Les bandes bleues et jaunes représentent les bandes interdites des modes dans le plan et hors plan pour l'acoustique et les bandes vertes et rouges représentent les bandes des modes TM et TE.

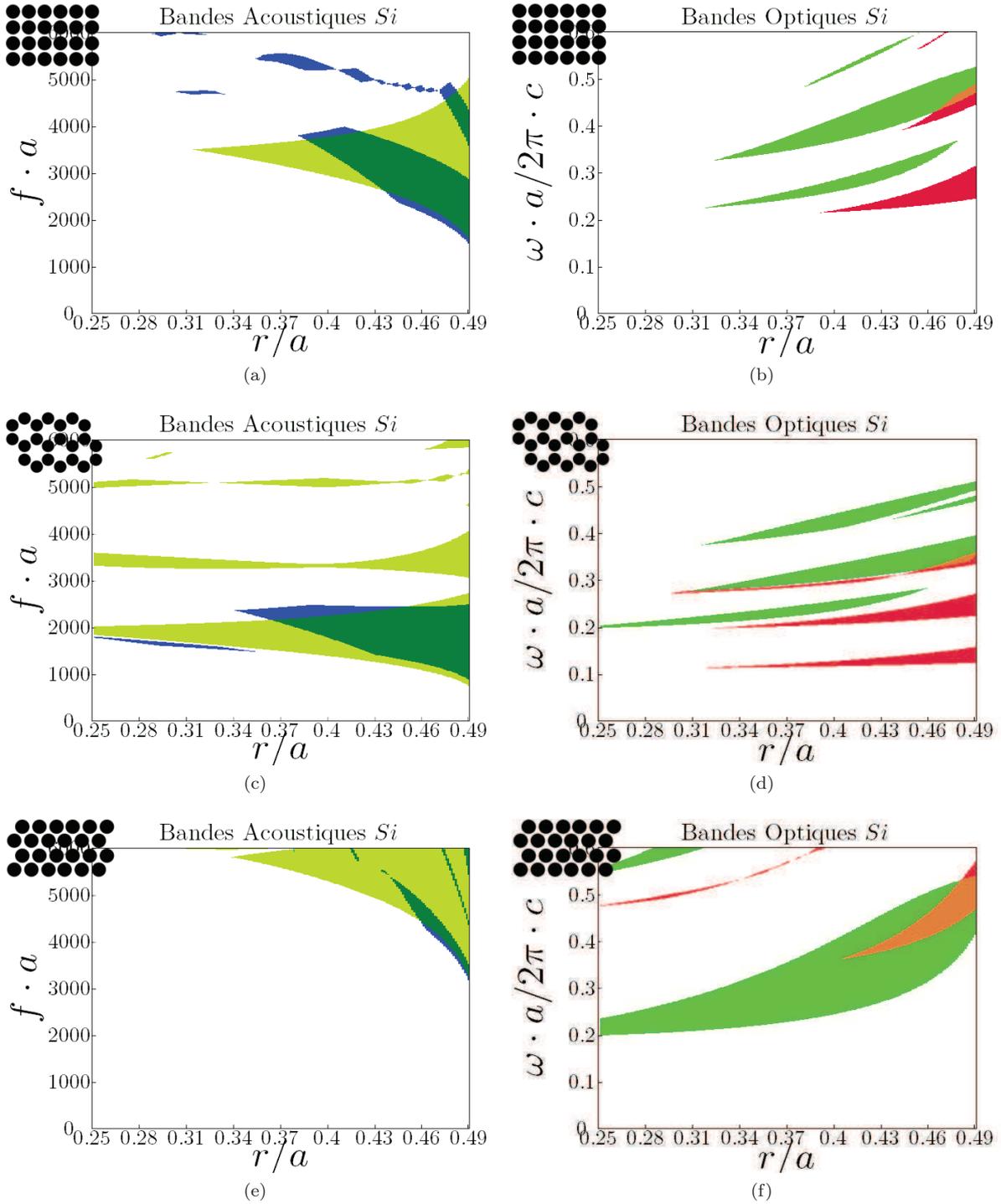


FIGURE 3.4 – Cartographies retraçant : l'évolution des bandes interdites acoustiques (à gauche) et optiques (à droite) pour les réseaux carrés (a, b), en nid d'abeille (c, d) et hexagonal (e, f) ; pour une fréquence réduite acoustique variant de 0 à 6000 et optique variant de 0 à 0,6 et pour un rayon d'inclusion variant de 0,25 à 0,49. Les courbes vertes et rouges représentent les polarisations TM et TE respectivement. Les courbes jaunes et bleues représentent les modes acoustiques « hors-plans » et « plans » respectivement. Le matériau est le silicium.

On remarque une forte dépendance de la cartographie des bandes interdites à la nature du réseau. En effet, chaque réseau présente une bande interdite acoustique principale pour les modes « plans » et « hors plans ». Quelques bandes supplémentaires apparaissent, plus fines, pour les modes « plans » pour les trois réseaux. Une exception faite pour le réseau en nid d'abeille où des bandes hors-plans à hautes fréquences apparaissent. Contrairement aux bandes interdites photoniques qui sont constituées d'une multitude

de bandes, à l'exception du réseau hexagonal, pour lequel on observe essentiellement une bande en polarisation TM et une en TE.

Les résultats montrent des bandes acoustiques très larges pour le réseau carré et en nid d'abeille et relativement fines pour les bandes optiques; contrairement au réseau hexagonal qui présente une bande acoustique très fine (en particulier dans le plan) et une bande large pour l'optique. On peut déjà mettre en avant que les réseaux carré et en nid d'abeille seront par conséquent privilégiés pour un comportement de cristal phononique alors que le réseau hexagonal sera privilégié pour un comportement de cristal photonique (capacité à confiner une onde).

Pour finir on notera, toute polarisation et ondes photoniques et phononiques confondues, que le réseau hexagonal présente des fréquences de bandes interdites plus hautes par rapport aux autres réseaux. En effet, le calcul du facteur de remplissage de ce réseau présente des valeurs plus grandes ce qui implique une permittivité moyenne plus petite par rapport aux réseaux carré et en nid d'abeille. Par conséquent le calcul du diagramme de dispersion présente des fréquences de bande interdite plus hautes.

L'impact du rayon des inclusions est très important sur la largeur des bandes interdites. En effet, celles-ci ont une tendance générale à s'élargir à mesure que le rayon augmente. On notera l'exception des bandes interdites fines présentes en hautes fréquences dans le cas particulier des ondes acoustiques.

Remarquons tout d'abord que les fréquences des bandes interdites acoustiques baissent en fonction du rayon de l'inclusion tandis que, les fréquences des bandes interdites optiques augmentent. Lorsque le rayon d'inclusion augmente, la surface de l'air qui est proportionnelle au carré du rayon fait baisser la permittivité moyenne de la structure [8]. Par conséquent, la vitesse de propagation de l'onde augmente. De ce fait, les fréquences propres seront plus élevées. Ceci est confirmé aussi par les travaux basés sur la structure duale formée de piliers dans l'air (et non plus de trous dans le silicium). Dans ce cas, à mesure que le rayon des piliers augmente la constante diélectrique moyenne augmente, ce qui explique que l'on obtienne des fréquences de bandes interdites plus basses. Une réflexion semblable peut être menée dans le cas du cristal phononique. Lorsque le rayon d'inclusion augmente, la vitesse moyenne dans le matériau diminue et entraîne une réduction de la fréquence des modes fondamentaux.

On notera aussi l'impact de la polarisation des ondes acoustiques et optiques sur les cartographies des bandes. Les cartographies des bandes interdites acoustiques des modes « hors-plans » sont plus larges et moins sensible à l'évolution du rayon d'inclusion que les modes polarisés dans le plan. En effet, les déplacements acoustiques dans le plan (composantes u_x et u_y) sont plus influencés par les conditions aux limites des interfaces avec les inclusions que les déplacements acoustiques hors-plan (composante u_z). Une approche similaire peut être effectuée pour la polarisation optique. Les diagrammes de dispersions présentent des bandes TM plus larges que les bandes TE. Ceci peut s'interpréter par le fait que, le champ électrique des modes TM se trouvant dans le plan structuré est plus influencé par les discontinuités de la constante diélectrique aux interfaces air/silicium. Tandis que le champ électrique des modes TE, parallèle aux interfaces, y est moins sensible.

Ces résultats permettent d'avoir une vue d'ensemble sur l'évolution des bandes interdites photoniques et phononiques, pour toutes les polarisations, tous les rayons d'inclusions et tous les réseaux, dans le cas du silicium. On peut réduire l'ensemble des

conclusions tirées jusqu'ici dans les points suivants :

- La cartographie des bandes présente une multitude de bande photonique (pour les deux polarisations) et une seule bande phononique (quelle que soit la polarisation).
- Le réseau en nid d'abeille présente des bandes interdites à basses fréquences. La cartographie du réseau hexagonal présente des bandes à plus hautes fréquences.
- Les bandes interdites photoniques augmentent en fréquence en fonction du rayon d'inclusion, tandis que les bandes interdites phononiques baissent en fréquence.
- Les bandes interdites photoniques en polarisation TM, et les bandes phononiques hors-plan sont les plus larges ; l'impact du rayon d'inclusion sur les modes « hors-plans » et sur la polarisation TE est moins grand.

Etude des structures tridimensionnelles de type membrane

En vue du dimensionnement des cristaux phoXoniques sur membranes, on tient compte de l'épaisseur de la membrane en plus du rayon d'inclusion comme c'était le cas jusqu'ici. Pour cela, un paramètre supplémentaire h apparaît : on se réfère maintenant au couple (h, r) .

Choix d'une structure d'étude : comme nous l'avons résumé au chapitre 1, de nombreuses structures pour les cristaux phoXoniques ont été proposées : les membranes, les structures semi-infinies et les poutres. Différents motifs ont aussi été étudiés : les inclusions circulaires, en forme de carré, de croix, en flocon de neige, en ailette etc. Une structure phoXonique a vocation au confinement simultané d'une onde acoustique et optique pour une interaction acousto-optique. Il a été montré les difficultés technologiques de confiner ces deux ondes dans des substrats semi-infinis. En effet, l'étude des structures semi-infinies, pour les ondes acoustiques de surface [146] comme pour les ondes optiques [147], montre les difficultés à confiner l'onde dans la structure périodique. Ceci restreint aussi la possibilité de recouvrement simultané des deux ondes dans le cas des substrats semi-infini. Raison pour laquelle nous avons choisi pour le cadre de notre étude les membranes suspendues pour les cristaux photoniques et phononiques. En effet, les membranes pour l'acoustique et pour l'optique sont susceptibles de constituer un guide d'onde efficace pour les deux ondes simultanément. Il est bien sûr possible de fabriquer technologiquement [156, 157] des membranes suspendues en silicium. Aussi, nous concentrons nos efforts sur ce type de structure.

Le confinement des ondes dans les membranes de silicium a déjà été traité dans la littérature, avec différents réseaux et différentes configurations. Pennec et al [143, 181] ont en particulier étudié l'évolution des bandes interdites phononiques et photoniques dans les membranes de silicium en fonction du facteur de remplissage pour différentes épaisseurs. Ces travaux ont été effectués en tenant compte de la polarisation : les modes symétriques (« Even ») et antisymétriques (« Odd ») optiques et acoustiques sont découplés. Les résultats sont repris aux figures 3.5.a et 3.5.b pour le réseau carré et en nid d'abeille respectivement.

Le facteur de remplissage varie entre 0,3 et 0,7 et l'épaisseur normalisée h/a varie entre 0,4 et 0,7. Les bandes interdites photoniques et phononiques correspondant aux modes symétriques et antisymétriques sont délimitées par des lignes rouges et bleues respectivement.

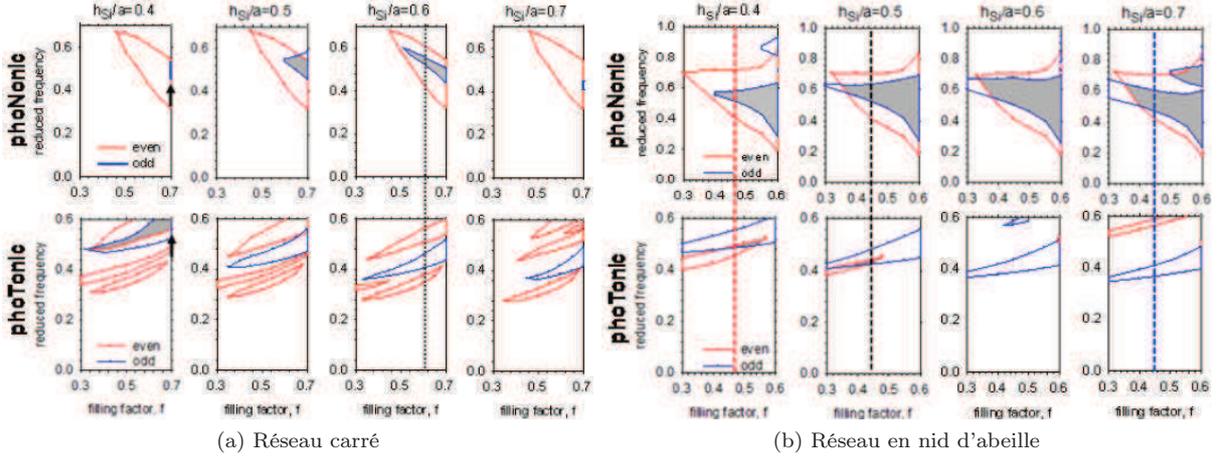


FIGURE 3.5 – Cartographies tirées de [143, 181] retraçant l'évolution des bandes interdites acoustiques et optiques pour les réseaux carrés (a) et en nid d'abeille (b). Les courbes rouges et bleues représentent les polarisations symétriques (even) et antisymétriques (odd) respectivement. Le matériau est le silicium.

On remarque que l'évolution des bandes symétriques pour le cristal phononique présente une tendance qui reste comparable (même cartographie), quelle que soit la valeur de l'épaisseur de la membrane et ce pour les deux réseaux. Par contre les bandes antisymétriques varient fortement en fonction de l'épaisseur, en particulier pour le réseau en nid d'abeille : les bandes s'élargissent à mesure que l'épaisseur augmente.

Le cristal phononique présente de même pour la plupart des valeurs (h, r) une seule bande symétrique et une seule bande antisymétrique pour les deux réseaux alors que le cristal photonique est constitué d'une multitude de bandes, en particulier pour le réseau carré.

On note que la fréquence centrale des bandes interdites phononiques a tendance à baisser en fonction de l'épaisseur de la membrane alors que la fréquence centrale des bandes interdites photoniques augmente en fonction de l'épaisseur.

Les bandes symétriques optiques semblent prépondérantes dans le réseau carré (plus nombreuses et plus larges), et les bandes antisymétriques semblent être les plus importantes pour le réseau en nid d'abeille. Cependant dans le cadre du cristal photonique, le recouvrement des bandes des deux polarisations est faible. Par conséquent, la démonstration expérimentale de bandes interdites complètes est peu probable. La dissociation des symétries en optique ne pose pas de problème, puisqu'on peut contrôler facilement la polarisation optique en amont d'un dispositif expérimental.

Dans ce contexte, les résultats repris ci-dessus montrent qu'il est possible d'obtenir des bandes interdites simultanées photoniques et phononiques pour les réseaux carré et en nid d'abeille. L'auteur en montre quelques exemples avec les lignes verticales présentés en pointillé pour quelques couples (h, r) . Ces deux réseaux suffisent alors, dans le cas particulier du silicium, à l'obtention des bandes simultanées.

Concernant l'évolution des bandes interdites pour le réseau hexagonal, les résultats n'étant pas présentés dans la littérature, je les ai déterminés. La figure 3.6 représente l'évolution des bandes interdites des modes symétriques et antisymétriques optiques et acoustiques en bleu et en rouge respectivement. Les bandes en rose représentent les bandes complètes pour le réseau hexagonal. L'évolution des bandes interdites acoustiques et optiques est présentée sur la première et la deuxième ligne respectivement. Le para-

mètre d'épaisseur normalisée indiqué en haut des graphes vaut pour une colonne. Les deux valeurs extrêmes du cône de lumière $1/\sqrt{3}$ et $2/3$, selon les directions privilégiée respectives ΓM et ΓK , sont représentées par des lignes noires horizontales. Ainsi, la première ligne noire correspond au point de haute symétrie K ; la deuxième ligne noire correspond au point de haute symétrie M .

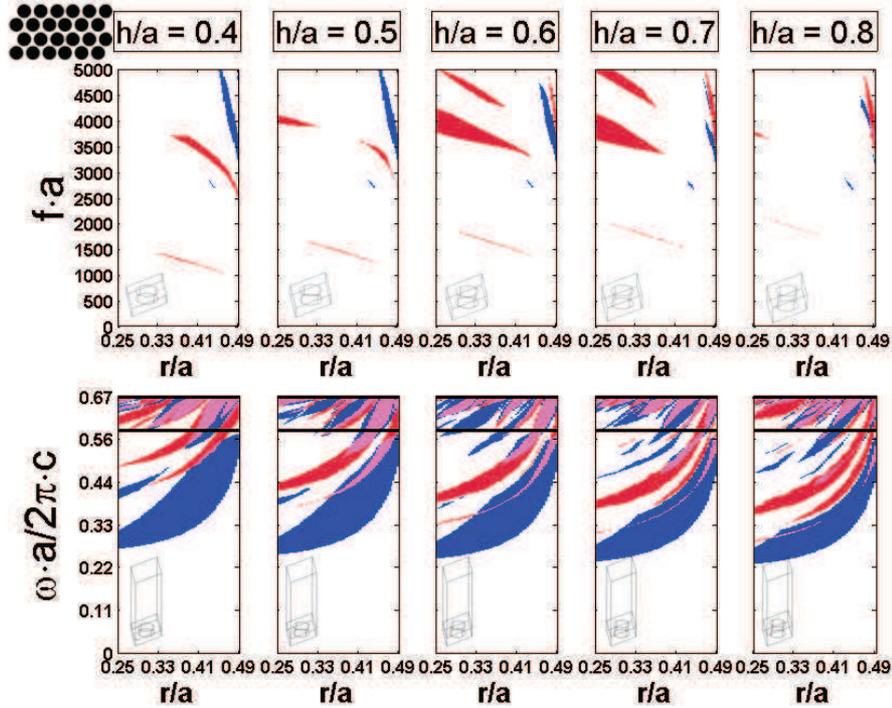


FIGURE 3.6 – Cartographie retraçant l'évolution des bandes interdites acoustiques (première ligne) et optiques (deuxième ligne) d'une cellule unitaire en fonction du rayon d'inclusion normalisé variant de 0,25 à 0,49 pour différentes épaisseurs réduites h/a de membrane variant de 0,4 à 0,8 en colonnes pour le réseau hexagonal. Les bandes bleues et rouges représentent le gap des modes symétriques et antisymétriques pour les cristaux photoniques, la même convention de couleur est utilisée pour les cristaux phononiques.

Ces bandes suivent la même tendance d'évolution en fonction du rayon d'inclusion que ceux des réseaux carré et en nid d'abeille. Les fréquences centrales des bandes acoustiques et optiques baissent et augmentent respectivement.

Cependant, la différence de l'évolution des bandes symétriques et antisymétriques acoustiques est moins significative que pour les deux autres réseaux : toutes baissent en fréquence en fonction de l'épaisseur et ont tendance à disparaître quand le rayon normalisé augment. De même, les bandes acoustiques deviennent de plus en plus fines en fonction du rayon, plus particulièrement pour les bandes antisymétriques, contrairement à ce qui a été observé dans le cas des deux réseaux présentés précédemment.

Les bandes interdites optiques symétriques sont prépondérantes vis-à-vis des bandes antisymétriques. Le cas acoustique montre inversement au cas optique une prépondérance des bandes antisymétriques.

L'analyse précise de ces cartes met en évidence la possibilité d'obtenir des bandes interdites optiques et acoustiques simultanées. Néanmoins, la plage des paramètres géométriques permettant un recouvrement reste moins important qu'avec les autres réseaux, en raison essentiellement des bandes interdites acoustiques plus fines. Afin

d'obtenir des bandes suffisamment larges, propices au confinement acousto-optique dans une cavité, seules les membranes ayant une épaisseur de 0,6 et 0,7 sont exploitable avec un faible rayon d'inclusion. A titre d'exemple, le couple de $(h, r) = (0.6, 0.28)$ permet des bandes simultanées, antisymétriques pour l'acoustique, et symétriques pour l'optique.

On conclut ce point en regroupant au tableau 3.3 les différents couples $(h/a, r/a)$ autour desquels l'obtention de bandes interdites simultanées est possible dans une membrane en silicium :

	Réseau carré	Réseau nid d'abeille	Réseau hexagonal
$(h/a, r/a)$	(0.6 , 0.455)	(0.4 , 0.249)	(0.6 , 0.28)
		(0.5 , 0.249)	(0.7 , 0.28)
		(0.7 , 0.249)	

TABLE 3.3 – Couple de paramètres réduits (épaisseur, rayon) permettant d'obtenir des bandes interdites simultanées pour le réseau carré, en nid d'abeille et hexagonal pour une membrane en silicium.

Comparaison 2D / 3D

L'analyse qualitative comparée des cas bi- et tridimensionnels consiste à déterminer si le cas bidimensionnel reflète de manière significative la tendance attendue à la lecture des résultats obtenus dans le cas tridimensionnel en extrapolant pour de grandes épaisseurs de membrane.

Réseau carré, cartographie phononique : en 2D la carte des gaps pour les modes « plan » commence à partir de $r/a = 0.4$ et se prolonge jusqu'à $r/a = 0.49$. En 3D, la carte des modes symétriques (even) évolue peu en fonction de l'épaisseur, commence à $f = 0.5$ (soit $r/a = 0.4$) et suit la même évolution que le cas 2D¹⁰. Il y a une très bonne correspondance qualitative entre ces deux cas. La carte des modes antisymétriques 3D ne permet pas de comparer au cas 2D « hors plan ».

Réseau carré, cartographie photonique : en 3D l'évolution de la carte de gap selon les épaisseurs de membranes successives, pour les modes antisymétrique (odd), met en évidence une bande dont la fréquence moyenne ne cesse de diminuer. En 2D, la bande qui y correspond, TE, se trouve en dessous de la bande TM et pourrait être la prolongation de la tendance observée en 3D.

Réseau en nid d'abeille, cartographie phononique : en 3D la bande antisymétrique principale s'affine et s'allonge quand l'épaisseur de la membrane va croissante. La bande « hors plan » du cas 2D pourrait être le prolongement de cette tendance.

Réseau en nid d'abeille, cartographie photonique : en 3D quand l'épaisseur de la membrane croît, les bandes symétriques (even) sont décalés progressivement vers les hautes fréquences (en 2D les bandes TM sont en hautes fréquences), les bandes antisymétriques se décalent lentement vers les basses fréquences et les bandes TE sont en basses fréquences. L'évolution des tendances en 3D confirment les positions des bandes en 2D.

Réseau triangulaire, cartographie phononique : L'évolution des bandes en fonction de l'épaisseur de la membrane permet difficilement de comparer au cas 2D.

10. Pour mémoire $f = \pi \cdot (r/a)^2$ pour le réseau carré [143].

Réseau triangulaire, cartographie photonique : dans le cas 3D une bande symétrique se décale vers les basses fréquences, on retrouve dans le cas 2D la bande TM qui y correspond.

Nous constatons donc un accord qualitatif correct entre les tendances que donne le cas 2D d'un cas 3D « épais », il n'est cependant pas systématique : deux cartographies 3D se sont révélés trop complexe pour pouvoir se prêter à la comparaison.

3.2.4 Dimensionnement des structures phoXoniques sur Niobate de Lithium

Nous décrivons ici l'étude des structures phoXoniques sur niobate de lithium. Nous reprenons la même démarche que précédemment : nous présentons dans un premier temps une étude des structures purement bidimensionnelles, où l'impact du rayon et de la polarisation dans le plan pourra être pris en compte, puis une étude des structures tridimensionnelles. Nous prenons en compte les symétries des modes optiques et acoustiques de même que l'épaisseur du substrat. L'influence du matériau, vis-à-vis du silicium, pourra ainsi être étudiée dans les points suivants. Nous commençons par l'étude de la coupe Z puis l'impact des différentes coupes et de la piézoélectricité du matériau sera présenté et discuté.

Etude des structures bidimensionnelles

Impact de la géométrie

Comme précédemment, une première approche consiste à s'intéresser aux structures 2D. Pour cela, on reporte les bandes interdites des structures sur niobate de lithium de manière à produire la cartographie des bandes interdites en fonction du rayon normalisé, à la figure 3.7, pour les réseaux carré, en nid d'abeille et triangulaire respectivement. Les couleurs bleues et jaunes représentent les bandes interdites acoustiques pour les modes « plans » et « hors-plans », figure 3.7.(a, c, e). Les couleurs rouges et bleues représentent les bandes interdites optiques pour les polarisations TE et TM respectivement. Les bandes interdites sont représentées en fonction du rayon d'inclusion normalisé variant de 0,25 à 0,49 et de la fréquence réduite acoustique et optique.

L'évolution des bandes interdites des structures 2D sur LiNbO₃ présentent des tendances qualitativement assez comparables à celles trouvées sur silicium. En particulier pour l'acoustique, la forme des bandes interdites présente des évolutions en fonction du rayon d'inclusion dont les tendances sont relativement similaires pour les deux matériaux.

Toutes les cartes acoustiques comportent en général une bande interdite principale pour les modes « plans » et « hors plans » ; des bandes acoustiques plus fines apparaissent dans les basses fréquences et hautes fréquences. Le réseau hexagonal présente la particularité d'une bande interdite « hors-plan » pour les faibles rayons d'inclusion. Celle-ci, présente une tendance inverse au silicium en s'affinant à mesure que le rayon augmente. Pour ce réseau on observe des bandes interdites à des fréquences centrales plus hautes que dans le cas des réseaux carré et en nid d'abeille. Concernant les modes « plans », les réseaux carré et en nid d'abeille sont les plus adaptés : leurs bandes interdites sont plus larges. Les bandes interdites « hors-plans » sont larges pour les trois réseaux, en particulier pour le réseau en nid d'abeille.

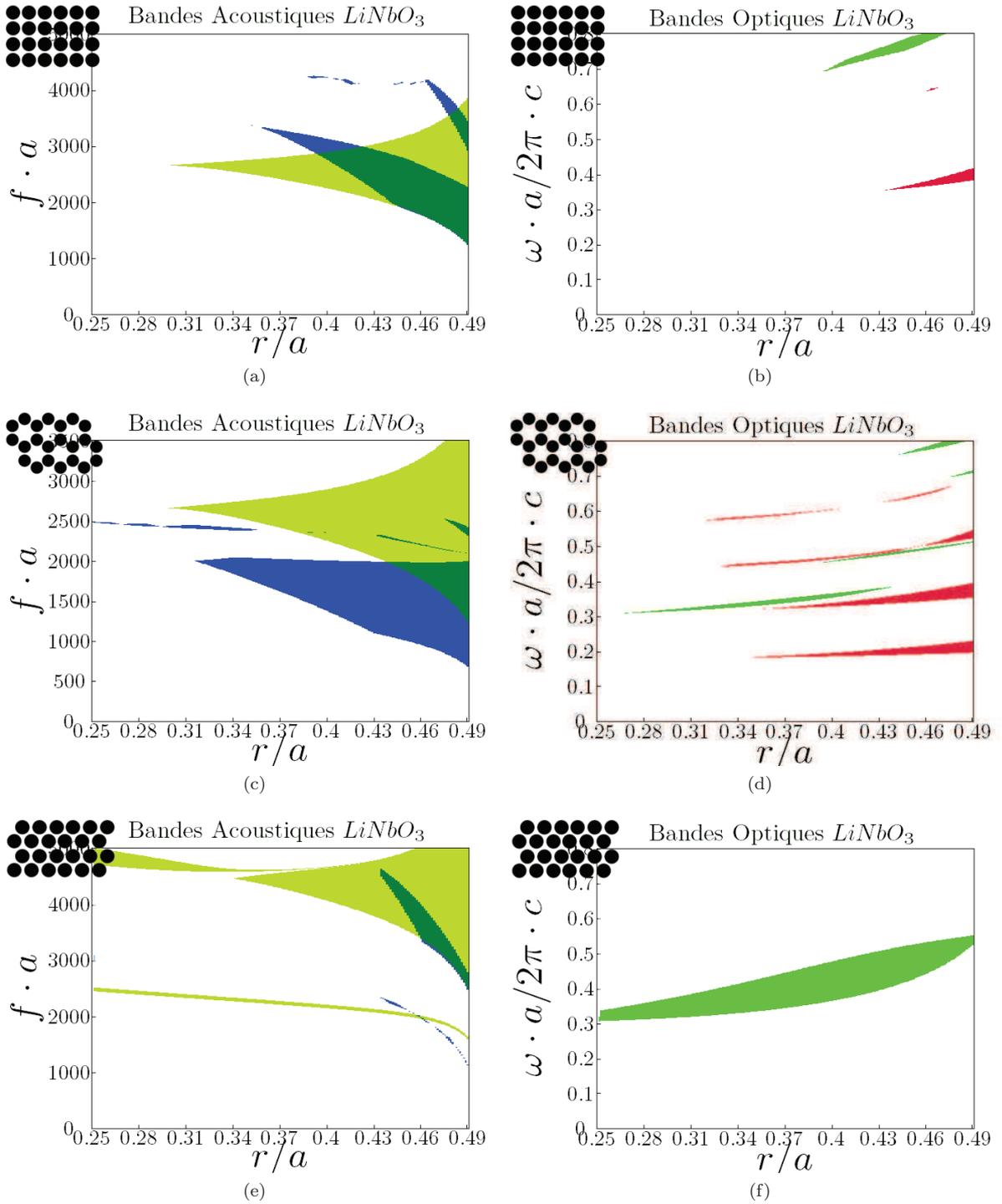


FIGURE 3.7 – Cartographies retraçant l'évolution des bandes interdites acoustiques (gauche) et optiques (droite) pour les réseaux carrés (a, b), en nid d'abeille (c, d) et hexagonal (e, f) pour une fréquence réduite acoustique variant de 0 à 5000 et optique variant de 0 à 0,8. L'évolution se calcule en fonction du rayon d'inclusion variant de 0,25 à 0,49. Les courbes vertes et rouges représentent les polarisations TM et TE respectivement. Les courbes jaunes et bleues représentent les modes acoustiques « hors-plans » et « plans » respectivement. Le matériau est le niobate de lithium en coupe Z.

Concernant les bandes interdites optiques, la carte du réseau carré présente deux bandes uniques, une en polarisation TE et une autre en polarisation TM. A l'inverse, pour le réseau en nid d'abeille on observe un ensemble de bandes interdites plus fines pour les deux polarisations. Enfin, la carte du réseau hexagonal ne présente qu'une seule bande interdite, la plus large parmi les trois réseaux, pour la polarisation TM. Par conséquent le réseau hexagonal est le plus adapté pour l'obtention d'une large bande

interdite optique, celle-ci n'est toute fois pas complète.

Impact de la coupe cristallographique

Tous les résultats présentés jusqu'à présent sont déterminés en considérant la coupe Z. Pour illustrer l'influence de la coupe, les figures 3.8 et 3.9 présentent l'évolution des bandes interdites acoustiques et optiques respectivement suivant les coupes principales. Les figures 3.8.a-3.9.a, 3.8.b-3.9.b et 3.8.c-3.9.c correspondent aux coupes X, Y et Z. Leurs surfaces des lenteurs¹¹ et leurs matrices diélectriques respectives sont présentées sur chaque figure (en bas à gauche). Puisque la largeur des bandes acoustiques est plus significative dans le réseau nid d'abeille pour les deux matériaux, l'ensemble des calculs acoustiques et optiques est présenté pour ce réseau.

On peut remarquer une largeur de bande interdite acoustique plus grande pour la coupe Z quelque soit la polarisation. Les coupes X et Y présentent une largeur similaire entre elles, sinon équivalente. En effet, les surfaces de lenteur (figures 2.2.a-c) montrent que l'inverse des vitesses transversales (couleur noire et rouge) pour les coupes X et Y sont plus grandes. Par conséquent pour un même vecteur d'onde les fréquences seront plus basses dans les diagrammes de dispersion et la largeur des bandes sera moins grande. La coupe Z semble donc la plus adaptée des trois pour les cristaux phononiques dans le niobate de lithium.

De même, on peut reprendre cette dernière analyse pour les bandes interdites en termes de positionnement en fréquence et non en termes de largeur de bande. Les surfaces des lenteurs montrent une vitesse longitudinale (couleur bleue) comparativement équivalentes entre les coupes X, Y et Z. Par contre, la vitesse transversale dans le plan sagittal (couleur rouge), est comparativement plus grande pour la coupe Z que pour les coupes X et Y. Par conséquent, les bandes interdites polarisées en dehors du plan, sont plus hautes en fréquence pour la coupe Z que les coupes X et Y. Alors que les bandes polarisées dans le plan seront équivalentes en termes de fréquences entre les trois coupes.

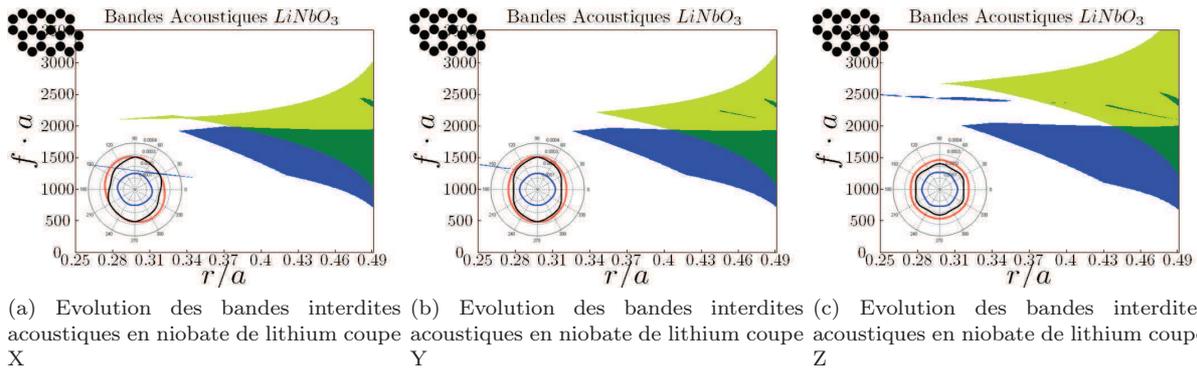
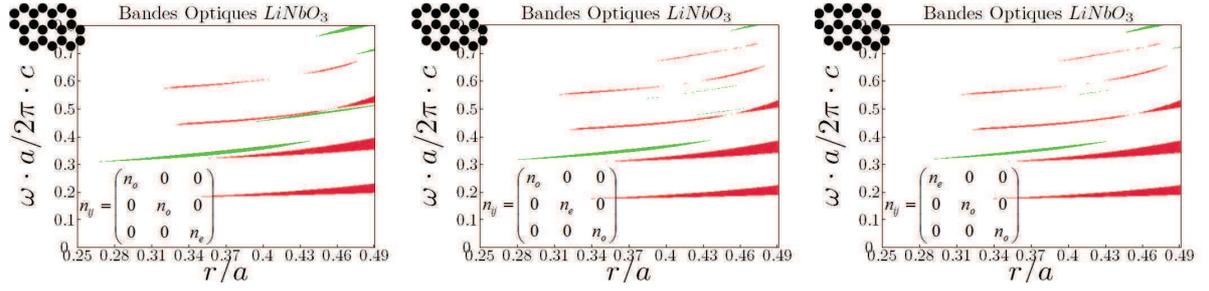


FIGURE 3.8 – Evolution des bandes interdites acoustiques pour le réseau en nid d'abeille pour les coupes X (a), Y (b) et Z (c) en fonction du rayon d'inclusion normalisé variant de 0,25 à 0,49.

Ainsi, l'écart entre les fréquences centrales des bandes interdites des modes « hors-plans » et des bandes interdites des modes « plans » est plus grand pour la coupe Z que pour les coupes X et Y. Il en résulte que l'occurrence de bandes interdites complètes, correspondant au recouvrement des bandes interdites des modes « plans » et « hors-plans », est moins probable pour la coupe Z. Finalement, des trois coupes, c'est la coupe X qui

11. Ces courbes ont été présentées de façon plus lisible au chapitre 2.

présente la plus grande bande interdite acoustique complète.



(a) Evolution des bandes interdites optiques en niobate de lithium coupe X (b) Evolution des bandes interdites optiques en niobate de lithium coupe Y (c) Evolution des bandes interdites optiques en niobate de lithium coupe Z

FIGURE 3.9 – Cartographies retraçant l'évolution des bandes interdites optiques pour le réseau en nid d'abeille pour les coupes Z (a), Y (b) et X (c) en fonction du rayon d'inclusion normalisé variant de 0,25 à 0,49 pour les modes TM (vert) et les modes TE (rouge).

Pour les cristaux photoniques, à première vue, l'impact des coupes est minime sur la carte des bandes interdites optiques. En effet, la différence entre l'indice de réfraction ordinaire et extraordinaire n'est pas suffisante pour avoir une variation de tendance significative entre les cartographies des bandes. On note cependant que pour la coupe Z, les cartes optiques montrent des bandes en polarisation TM légèrement plus grande que pour les coupes X et Y. En effet, pour une étude de structure bidimensionnelle en coupe Z, seul l'indice ordinaire s'applique pour la polarisation dans le plan¹². Il est plus élevé que l'indice extraordinaire, par conséquent le diagramme de dispersion présente des bandes interdites plus larges. La coupe Z est donc plus adaptée pour le cristal photonique en niobate de lithium. A l'inverse du silicium, aucun recouvrement entre les différentes polarisations ne permet d'obtenir des bandes interdites complètes, quels que soient le réseau et la coupe.

Pour conclure sur l'impact de la coupe, on résume l'ensemble de ces observations :

- Dans l'absolu, en coupe Z on obtient les plus grandes bandes interdites acoustiques, en considérant les deux polarisations séparément, sans se soucier de leur recouvrement.
- Les bandes interdites des modes « plan » sont similaires pour les trois coupes. Les bandes des modes « hors-plan » sont situées à des fréquences centrales plus hautes pour la coupe Z, moins favorables à l'obtention de bandes interdites complètes. A ce titre la coupe X présente les bandes interdites complètes les plus larges.
- L'impact qualitatif des coupes sur l'aspect des cartes optiques est minime. Cependant la coupe Z est la plus adaptée avec des bandes interdites pour la polarisation TM sensiblement plus larges.

Etude des structures tridimensionnelles

Nous présentons ici nos investigations portant sur une structure phoXonique de type membrane de niobate de lithium. L'étude prend en compte les trois réseaux considérés précédemment et dissocie toutes les symétries des modes optiques et acoustiques¹³.

¹². Pour les coupes X et Y, l'indice ordinaire et l'indice extraordinaire sont à prendre en considération pour une polarisation dans le plan.

La faisabilité technologique d'une membrane suspendue de niobate de lithium, comme celle présentée en figure 3.10, est récente [182]. Celle-ci a été réalisée avec une épaisseur de $450nm$ et est gravée d'un réseau triangulaire. Cet ordre de grandeur pour l'épaisseur est assez conforme avec une utilisation aux longueurs d'onde optique des télécommunications. En effet, en considérant $\lambda_0 = 1550nm$, on obtient une épaisseur $t = 395nm$ pour un guide monomode air / LiNbO₃ / air (exempt de motif périodique).

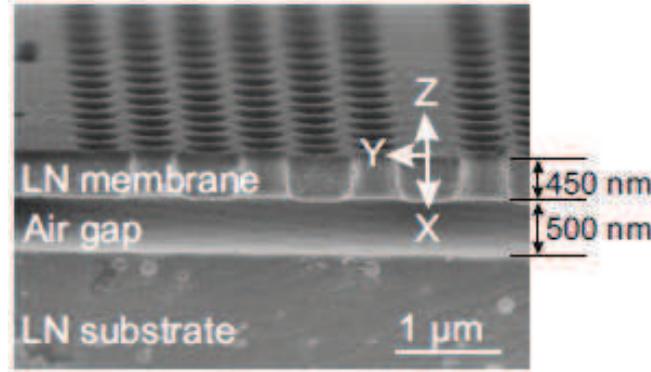


FIGURE 3.10 – Micrographie d'une membrane en LiNbO₃ d'après [182]

Pour la recherche de bandes interdites simultanées acoustique et optique, l'espace des paramètres géométriques considéré sera le suivant : on prendra un rayon d'inclusion normalisé variant de 0,25 à 0,49 et une épaisseur normalisée h/a variant de 0,4 à 0,8. On considère que l'épaisseur maximum pour un comportement « monomode » optique est de $h/a = 0,6$; ce qui correspond à un paramètre de réseau $a = 660nm$ aux longueurs d'ondes télécom. Tous les diagrammes de dispersion seront tracés selon la fréquence réduite acoustique variant de 0 à 4000; les fréquences réduites optiques varieront quant à elles de 0 à la valeur maximum correspondant à la valeur supérieure du cône de lumière de chaque réseau.

Impact de la géométrie

Les figures 3.11, 3.12 et 3.13 représentent l'évolution des bandes interdites des modes symétriques et antisymétriques optiques et acoustiques en bleu et rouge respectivement. Les bandes en rose représentent les bandes interdites complètes. Elles sont tracées pour le réseau carré, en nid d'abeille et triangulaire respectivement. La cellule unitaire utilisée pour les calculs est représentée en « filigrane » sur la partie gauche, en fonction de chaque épaisseur et de chaque type de cristal. L'évolution des bandes interdites acoustiques et optiques est présentée sur la première et la deuxième ligne respectivement. Le paramètre d'épaisseur normalisée indiqué en haut des graphes vaut pour une colonne. Les valeurs extrêmes du cône de lumière sont indiquées par deux lignes noires, correspondant chacune aux directions privilégiées du vecteur d'onde de la première zone de Brillouin. Elles correspondent aux fréquences réduites $1/2$ et $1/\sqrt{2}$ des points de haute symétrie X et M pour le réseau carré, $1/\sqrt{3}$ et $2/3$ des points M et K pour le réseau triangulaires et $1/3$ et $2/(3\sqrt{3})$ pour les mêmes points du réseau en nid d'abeille où, conformément à la figure 2.4, la normalisation est effectuée par rapport à la distance entre plus proches voisins.

13. En toute rigueur l'anisotropie du matériau implique des modes acoustiques quasi-symétriques et quasi-antisymétriques. Nous imposerons quand même un plan de symétrie ou d'antisymétrie pour déterminer les cartographies de bandes interdites (il n'y a pas de méthodes pour trier les modes), en revanche nous n'imposons aucune symétrie dans le model lors de la recherche de modes de cavité : les modes trouvés sont quasi-symétriques ou quasi-antisymétriques.

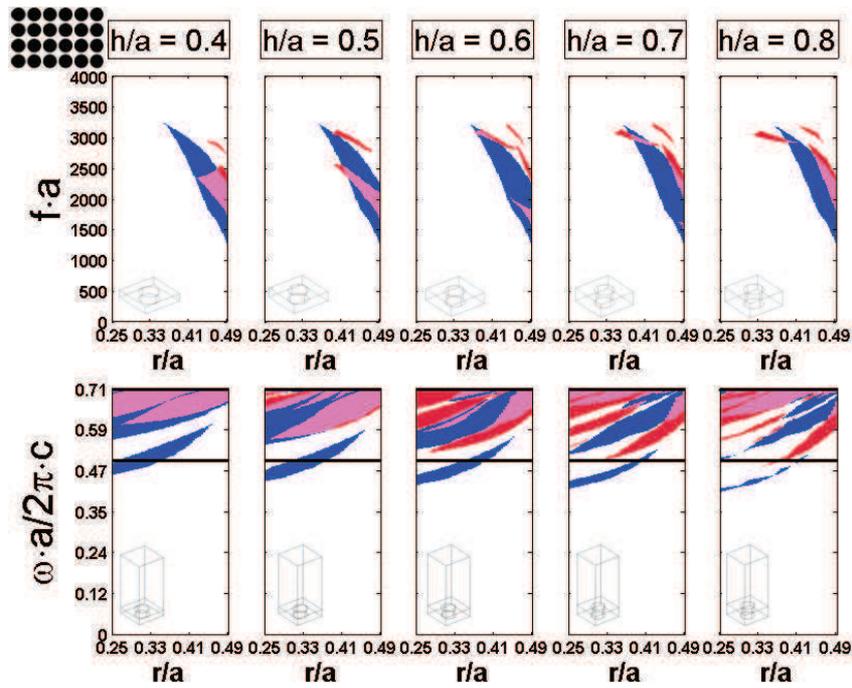


FIGURE 3.11 – Cartographie retraçant l'évolution des bandes interdites acoustiques (première ligne) et optiques (deuxième ligne) en fonction du rayon d'inclusion normalisé variant de 0,25 à 0,49 pour différentes épaisseurs réduites h/a de membrane variant de 0,4 à 0,8 ; pour le réseau carré. Les bandes en bleue et en rouge représentent les modes symétriques et antisymétriques pour les cristaux photoniques et phononiques respectivement.

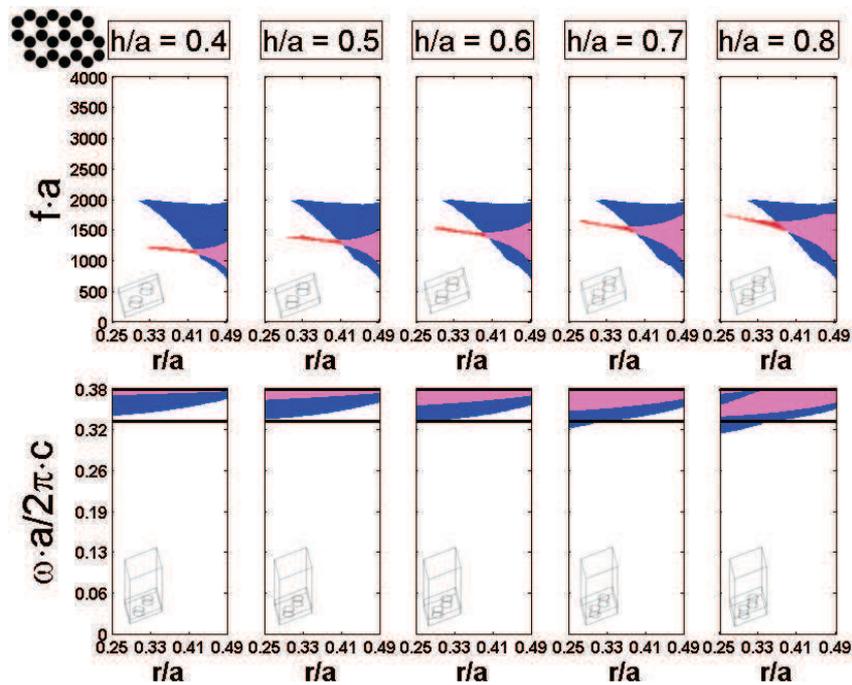


FIGURE 3.12 – Cartographie retraçant l'évolution des bandes interdites acoustiques (première ligne) et optiques (deuxième ligne) en fonction du rayon d'inclusion normalisé variant de 0,25 à 0,49 pour différentes épaisseurs réduites h/a de membrane variant de 0,4 à 0,8 ; pour le réseau en nid d'abeille. Les bandes en bleue et en rouge représentent les modes symétriques et antisymétriques pour les cristaux photoniques et phononiques respectivement.

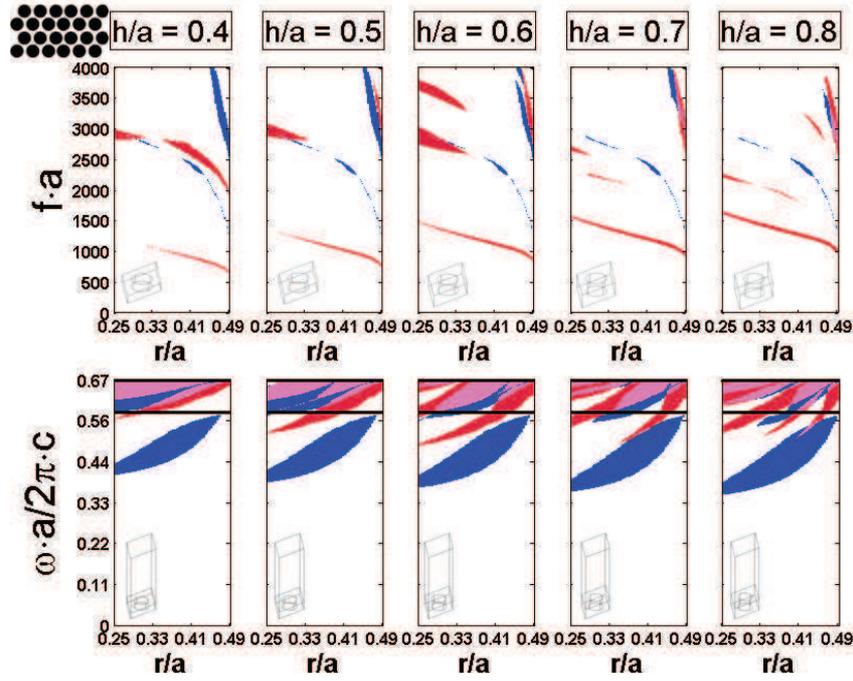


FIGURE 3.13 – Cartographie retraçant l'évolution des bandes interdites acoustiques (première ligne) et optiques (deuxième ligne) en fonction du rayon d'inclusion normalisé variant de 0,25 à 0,49 pour différentes épaisseurs réduites h/a de membrane variant de 0,4 à 0,8; pour le réseau triangulaire. Les bandes en bleu et en rouge représentent les modes symétriques et antisymétriques pour les cristaux photoniques et phononiques respectivement.

Concernant les bandes interdites acoustiques, l'évolution des bandes interdites symétriques en fonction du rayon pour différentes valeurs de l'épaisseur reste quasiment identique, tandis que les bandes antisymétriques sont fortement influencées. Les cartographies des bandes, pour le réseau carré comme pour celui en nid d'abeille, présentent une seule bande interdite symétrique. Pour le réseau carré on a deux bandes antisymétriques, une première qui apparaît pour les faibles épaisseurs de la membrane et qui diminue progressivement, et une deuxième qui apparaît pour les épaisseurs moyennes et qui s'élargit. La cartographie pour le réseau en nid d'abeille présente des évolutions similaires : son unique bande antisymétrique s'élargit à mesure que l'épaisseur augmente. La cartographie pour le réseau hexagonal présente par contre plusieurs bandes symétriques et antisymétriques. Les bandes antisymétriques sont centrées sur trois fréquences : une première bande, de forme curviligne et très fine est centrée sur $f \cdot a = 1000$, une seconde apparaît pour les faibles rayons et faibles épaisseurs en $f \cdot a = 3000$, enfin une troisième apparaît à la même fréquence pour les hauts rayons d'inclusion et ce pour toutes les épaisseurs.

Les bandes symétriques et antisymétriques optiques sont par contre plus sujettes aux variations géométriques. Pour le réseau carré on a deux bandes interdites symétriques et antisymétriques qui s'affinent et se séparent en une multitude de bandes en fonction de l'épaisseur. La cartographie du réseau en nid d'abeille par contre ne révèle qu'une bande symétrique et une antisymétrique. Enfin, le réseau hexagonal présente de manière analogue une cartographie à deux bandes interdites symétriques et antisymétriques qui s'affinent et se séparent en une multitude de bandes. On remarquera que quels que soient les réseaux, la fréquence centrale de ces bandes augmente en fonction de l'épaisseur.

Afin de confiner l'énergie optique efficacement dans la membrane, on privilégie les fréquences se trouvant dans les bandes interdites sous le cône de lumière suivant les deux directions de propagation. En effet, si l'onde se trouve confinée selon une seule direction de propagation et qu'elle est radiative selon l'autre, tout dispositif de guidage imaginé

serait à pertes. Par conséquent, observons que pour le réseau carré nous obtenons une bande interdite symétrique en dessous du cône de lumière jusqu'à un rayon d'inclusion réduit de 0,37, rayon à partir duquel les bandes interdites acoustiques apparaissent. De même, le réseau en nid d'abeille présente une bande interdite symétrique sous le cône de lumière pour un rayon d'inclusion inférieure à 0,33, rayon à partir duquel encore une fois les bandes interdites acoustiques apparaissent. Par conséquent, ni le réseau carré ni le réseau en nid d'abeille ne présentent de bandes interdites simultanées. Notons enfin que dans le cas du réseau hexagonal, une bande interdite optique symétrique est présente pour tous les rayons d'inclusion, elle coexiste donc avec les bandes interdites acoustiques. Celles-ci sont par contre sont moins larges que celles trouvées dans le cas des deux autres réseaux, on observe néanmoins qu'il existe une bande antisymétrique suffisamment large pour envisager une structure présentant des bandes interdites simultanées. Elle est située autour d'une fréquence réduite de 3000 pour les faibles rayons d'inclusion. Dans le cas du réseau hexagonal on peut donc parler d'un gap phoXonique.

Impact de la coupe

L'impact des coupes cristallines du niobate de lithium est pris en compte. La figure 3.14 présente l'évolution des bandes interdites des modes symétriques et antisymétriques acoustiques en couleur bleue et rouge respectivement dans le réseau carré. Les bandes interdites complètes sont de couleur rose. Ces cartes acoustiques correspondent à celles présentées dans la figure 3.11 dans la coupe Z. Elles retracent l'évolution des bandes interdites pour un rayon d'inclusion variant de 0,25 à 0,49 mais avec une épaisseur réduite unique égale pour tous les cas à 0,6. Les cartographies correspondant aux coupes X, Y et Z sont présentées à gauche, au centre et à droite respectivement. Nous observons une petite modification de l'allure des cartes pour les modes antisymétriques.

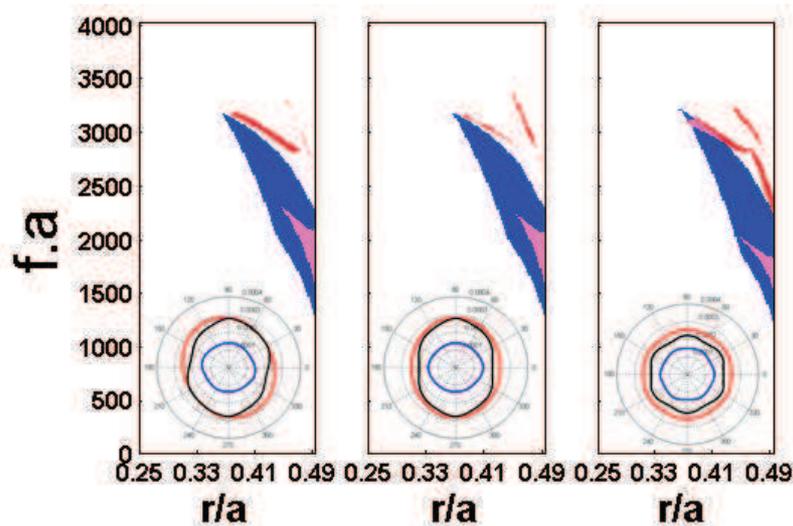


FIGURE 3.14 – Cartographie retraçant l'évolution des bandes interdites acoustiques en fonction du rayon d'inclusion variant de 0,25 et 0,49 pour l'épaisseur réduite h/a de 0,6 dans le réseau carré dans le niobate de lithium. Les bandes bleues et rouges représentent les bandes symétriques et antisymétriques. Les bandes sont représentées pour la coupe X (gauche), la coupe Y (centre) et la coupe Z (droite).

Les résultats présentent en premier lieu une seule bande symétrique, de forme très similaire, dans les trois coupes. Celle calculée dans la coupe Z est cependant sensiblement plus grande. Les bandes antisymétriques à l'inverse sont très disparates. La coupe X et Y présentent trois bandes. La première bande, présente dans les basses fréquences est la plus large. La coupe Z cependant présente quatre bandes, dont la première est plus fines que celles présentes dans les deux autres coupes.

Par conséquent les coupes X et Y, en particulier X, sont les coupes les plus adaptées pour des bandes interdites complètes. La coupe Z est par contre est plus adaptée pour les bandes symétriques les plus larges possibles.

Impact de la piézoélectricité

Nous avons comparé un matériau non piézoélectrique, le silicium, et un matériau piézoélectrique, le niobate de lithium, mais ces deux matériaux ne diffèrent pas seulement de la seule propriété piézoélectrique. Il est possible de calculer de façon formelle les diagrammes de dispersion du niobate de lithium sans tenir compte de la piézoélectricité, afin d'isoler en quelques sortes sa contribution propre. La figure 3.15 présente l'évolution des bandes interdites des modes symétriques et antisymétriques acoustiques en bleu et en rouge respectivement dans le réseau carré. Elles retracent l'évolution des bandes interdites pour un rayon d'inclusion variant de 0,25 à 0,49 mais avec une épaisseur réduite unique égale dans tous les cas à 0,6. Ces cartes acoustiques correspondent à celles présentées dans la figure 3.14 pour la coupe X, Y et Z. Les surfaces des lenteurs du niobate de lithium sans prendre en compte la piézoélectricité sont illustrées pour chaque coupe en bas à gauche de chaque carte. On remarque des similitudes qualitatives avec les cartes déjà calculées : les formes et l'évolution des bandes sont évidemment assez proches. Cependant, en coupe Y et Z on observe des bandes plus larges sans la piézoélectricité, un peu moins large en coupe X. La piézoélectricité module donc la largeur des bandes interdites, et dans ce cas réduit la possibilité de bandes simultanées.

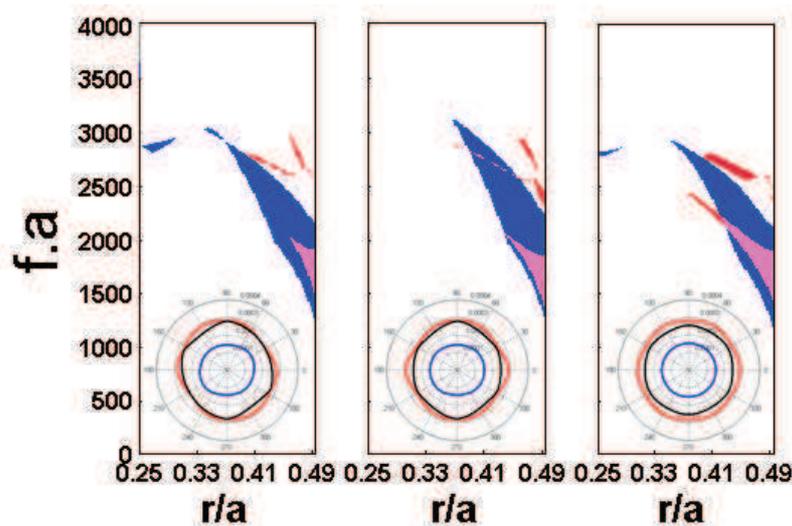


FIGURE 3.15 – Cartographie retraçant l'évolution des bandes interdites acoustiques en fonction du rayon d'inclusion variant de 0,25 et 0,49 pour l'épaisseur réduite h/a de 0,6 dans le réseau carré dans le niobate de lithium sans tenir compte de sa piézoélectricité. Les bandes en bleu et en rouge représentent les bandes interdites des modes symétriques et antisymétriques. Les bandes sont représentées pour la coupe X (gauche), la coupe Y (centre) et la coupe Z (droite).

Comparaison 2D/3D

Dans le cas du niobate de lithium, des similitudes apparaissent entre les cas 2D et 3D pour les cristaux photoniques et phononiques. Les résultats obtenus à partir de l'étude 2D pouvant s'identifier à la tendance qui serait obtenue à partir de l'extrapolation pour de grandes épaisseurs des tendances observées au cas 3D.

Cristaux phononiques : les cartes des bandes symétriques du cas 3D sont assez

similaires aux bandes des modes polarisées dans le plan du cas bidimensionnel (figures 3.7.(a,c,e)). En effet, la forme des bandes symétriques est peu sensible à l'épaisseur, alors que celle des bandes antisymétriques y est fortement sensible.

Le rapprochement peut aussi être fait pour les modes antisymétriques plus sujets à l'épaisseur de la membrane. Ceux-ci sont plus directement comparables alors aux modes hors-plans d'une étude 2D. Cette observation se confirme car, lorsque l'épaisseur augmente, la largeur des bandes interdites antisymétriques s'élargit, en particulier pour le réseau carré et celui en nid d'abeille. La tendance qui semble se dégager si l'on imagine augmenter l'épaisseur indéfiniment, c'est qu'effectivement on obtiendrait les mêmes bandes interdites au cas 3D que celles obtenues au cas 2D.

Dans le cas bidimensionnel, la largeur des bandes « hors-plan » est plus importantes que celle des bandes « plan ». Le diagramme de dispersion du cas bidimensionnel, d'épaisseur illimitée, présente des modes à fréquences plus élevées que le cas tridimensionnel (épaisseur finie). Les bandes interdites symétriques acoustiques sont prédominantes pour le cas tridimensionnel.

Une analyse similaire peut être menée pour le cristal photonique : on remarque cependant que les cartographies de bandes interdites sont moins comparables dans les deux cas d'étude. La carte du réseau carré présente deux bandes interdites relativement fines dans le cas 2D mais elle présente une multitude de bandes dans le cas 3D. A l'inverse, dans le cas du réseau en nid d'abeille, on observe une multitude de bandes dans le cas 2D, mais seulement deux bandes interdites dans le cas 3D. La cartographie du réseau hexagonal par contre possède une large bande TM en 2D et une large bande symétrique en 3D. La cartographie des bandes dans le cas bidimensionnel montre une prédominance des bandes TM, en particulier si on considère le réseau carré et hexagonal. De même la cartographie des bandes dans le cas tridimensionnel montre une prédominance des bandes symétriques sur les trois réseaux.

Enfin, l'impact des coupes sur l'allure des cartes acoustiques et optiques est décrit. En premier lieu, les cartes optiques ne montrent pas de différence significative entre les trois coupes, si ce n'est que la coupe Z montre des bandes de polarisation TM sensiblement plus larges que les deux autres coupes. Par contre, dans le cas des cartes acoustiques, en particulier pour le modèle bidimensionnel, la coupe Z présente un avantage net pour la perspective de confinement : dans ce cas, les bandes « plans » et « hors-plans » sont plus larges que pour les deux autres coupes. Cependant, la coupe X est plus adaptée pour les bandes complètes. Ces résultats se recourent avec les calculs effectués pour le modèle tridimensionnel. Les cartographies de la coupe Z montrent des bandes symétriques légèrement plus larges. Pour cette raison, l'ensemble des calculs s'appuie sur la coupe Z.

On peut résumer de manière succincte tous ces points :

- Dans le cas 2D, les bandes interdites hors-plans sont prédominantes. Dans le cas 3D, les bandes symétriques sont prédominantes.
- Les résultats des cas 2D et 3D convergent : la coupe Z est la plus favorable pour l'obtention de bande symétriques les plus larges et la coupe X pour des bandes interdites complètes les plus larges.
- les résultats du cas 2D peuvent donner une tendance générale du comportement des bandes en fonction du rayon d'inclusion pour une épaisseur de membrane importante.

3.2.5 Discussion Silicium / LiNbO3

Les études présentées ci-dessus ont été effectuées sur silicium et sur niobate de lithium. On note quelques points communs et quelques différences entre ces deux matériaux que nous relevons ici.

En effet, les bandes interdites acoustiques et optiques des cas bidimensionnels et tridimensionnels présentent des évolutions qualitativement similaires en fonction du rayon d'inclusion et des réseaux. Donc l'impact de la géométrie sur les ondes acoustiques et optiques montrent les mêmes tendances pour les deux matériaux.

Par exemple, pour les deux matériaux les réseaux en nid d'abeille et carré sont les plus adaptés pour l'obtention de bandes interdites acoustiques, et le réseau hexagonal est le plus adapté pour les bandes interdites optiques, en particulier pour la polarisation TM. Le réseau hexagonal présentera des fréquences centrales pour les bandes interdites optiques et acoustiques plus grandes que les réseaux carré et en nid d'abeille.

De même, on peut déduire que la fréquence moyenne des bandes interdites acoustiques baissent en fonction du rayon tandis que celle des bandes interdites optiques augmentent (pour des structures périodiques constituées d'inclusion d'air).

Enfin, l'impact des matériaux sur la polarisation et les symétries des bandes optiques et acoustiques est faible : les bandes symétriques dans le cas tridimensionnel, ainsi que la polarisation TM pour le cas bidimensionnel, sont prédominantes pour tous les réseaux. De même, les bandes interdites acoustiques polarisées en dehors du plan, sont les plus importantes pour les deux matériaux. On notera par contre le cas particulier de la membrane de silicium en nid d'abeille, dont les diagrammes optiques présentent une prédominance des modes antisymétriques.

Les cristaux phononiques pour les modèles 2D, quel que soit le matériau, présentent des cartes acoustiques qui sont principalement constituées d'une bande unique pour les modes « plan » et une autre pour les modes « hors-plan ». Par contre de grandes différences apparaissent pour les cristaux photoniques. Le nombre de bandes diminue fortement pour le niobate de lithium. Un indice de réfraction plus faible n'influe donc pas seulement sur la largeur des bandes ou leur fréquence moyenne mais aussi sur leur nombre. L'observation est similaire pour une structure 3D.

Sur les cartographies acoustiques et optiques on observe que les bandes interdites sont plus larges pour le silicium et leurs fréquences moyennes plus basses. Avec des paramètres géométriques et des réseaux identiques, la seule différence réside dans les propriétés mécaniques et optiques. Par exemple, la constante élastique du niobate de lithium c_{ijkl} a des valeurs un peu plus élevées que le silicium mais avec une densité ρ quasiment deux fois plus grande. Dans ces conditions, la vitesse de propagation de l'onde du niobate de lithium est moins élevée. Les fréquences propres seront de ce fait plus petites. Une analyse qualitative est aussi possible pour l'onde électromagnétique. Là où l'indice de réfraction est plus élevé (silicium), l'analyse modale donne des fréquences propres moins élevées. Corrélativement, le niobate de lithium ayant des fréquences plus basses, la largeur des bandes interdites sont plus fines comparativement au silicium. Par conséquent le silicium est plus adapté que le niobate de lithium au confinement d'une onde optique dans une membrane.

Pour conclure, on résume l'ensemble des observations :

- La nature des réseaux conditionne l'allure générale des cartes acoustiques et optiques.
- L'allure des cartes est peu sensible à la nature du matériau.
- L'évolution des bandes selon les paramètres géométriques (rayon et épaisseur) est similaire pour les deux matériaux.
- Le silicium présente des bandes acoustiques et optiques à plus hautes fréquences.
- Le silicium présente des bandes acoustiques et optiques plus larges.
- Le silicium présente des bandes simultanées pour les trois réseaux. Pour le niobate de lithium, seul le réseau hexagonal présente des bandes simultanées appréciables.
- Le silicium présente des bandes acoustiques et optiques plus nombreuses.

Il en ressort que le silicium est le plus adapté pour pouvoir confiner une onde acoustique et une onde optique. Toutefois, le confinement de ces ondes dans le niobate de lithium reste possible. Nous présentons dans le paragraphe suivant la recherche des modes de cavité pour les deux matériaux.

3.3 Modes de cavité

L'obtention des bandes interdites est une condition essentielle au confinement des ondes optiques et acoustiques dans les cristaux photoniques et phononiques : le confinement d'une onde dans un défaut de la structure en dépend. Aussi, l'ensemble des résultats établis précédemment est largement repris afin de choisir les paramètres géométriques des réseaux pour l'étude du confinement des ondes dans un cristal phoXonique : la recherche de modes de défauts.

On présente dans ce paragraphe les modes de cavités calculés par la méthode de la supercellule, pour un défaut ponctuel correspondant à l'omission d'un trou de la structure : cavité « L1 ». Ces calculs sont effectués pour différents réseaux et matériaux comme introduits au début de ce chapitre.

Poursuivant notre démarche, nous commençons par étudier les structures bidimensionnelles en considérant les modes acoustiques dans le plan, et les polarisations transverses magnétiques et électriques. Nous étudions ensuite les structures tridimensionnelles, en considérant ici aussi les modes symétriques et antisymétriques acoustiques et optiques. L'impact des polarisations sur les modes de cavité est discuté, ainsi que l'impact du matériau et des différents réseaux.

3.3.1 Modèle des supercellules

Nous utilisons la méthode de la supercellule qui permet d'établir les diagrammes de dispersion de manière analogue à une cellule unitaire. A titre de comparaison, les limites des bandes interdites de la structure sans défaut seront représentées par une ligne noire en pointillés. Dans ce qui suit, seule la direction du vecteur d'onde suivant ΓX est considérée. En effet, les modes de cavité ont une vitesse de groupe quasi-nulle, par conséquent leurs fréquences de résonances sont identiques quelle que soit la direction de propagation du vecteur d'onde dans la première zone de Brillouin.

3.3.2 Etude des cavités sur Silicium

Modes de cavité 2D

Nous considérons des supercellules constituées de 7x7 inclusions d'air (trous) dans du silicium. Celles-ci présentent des dimensions suffisamment grandes pour éviter les couplages entre les cavités adjacentes inhérents à la méthode des supercellules tout en maintenant un temps raisonnable de calcul. Cette taille est jugée suffisante puisque la fréquence des modes de résonance est invariante en fonction du vecteur d'onde selon ΓX .

La figure 3.16 représente le diagramme de dispersion d'une supercellule acoustique (polarisés dans le plan). Le profil des modes de cavité associés sont présentés sur la partie droite. Les figures 3.17 et 3.18 représentent les diagrammes de dispersion d'une supercellule optique en polarisation TE et TM respectivement accompagnés des profils de modes de cavité. Les modes de cavité acoustiques sont représentés en fonction du déplacement total dans le plan ¹⁴. Les flèches indiquent la direction et le sens du déplacement acoustique. Les modes de cavité optiques sont représentés en fonction du champ électrique et du champ magnétique en dehors du plan.

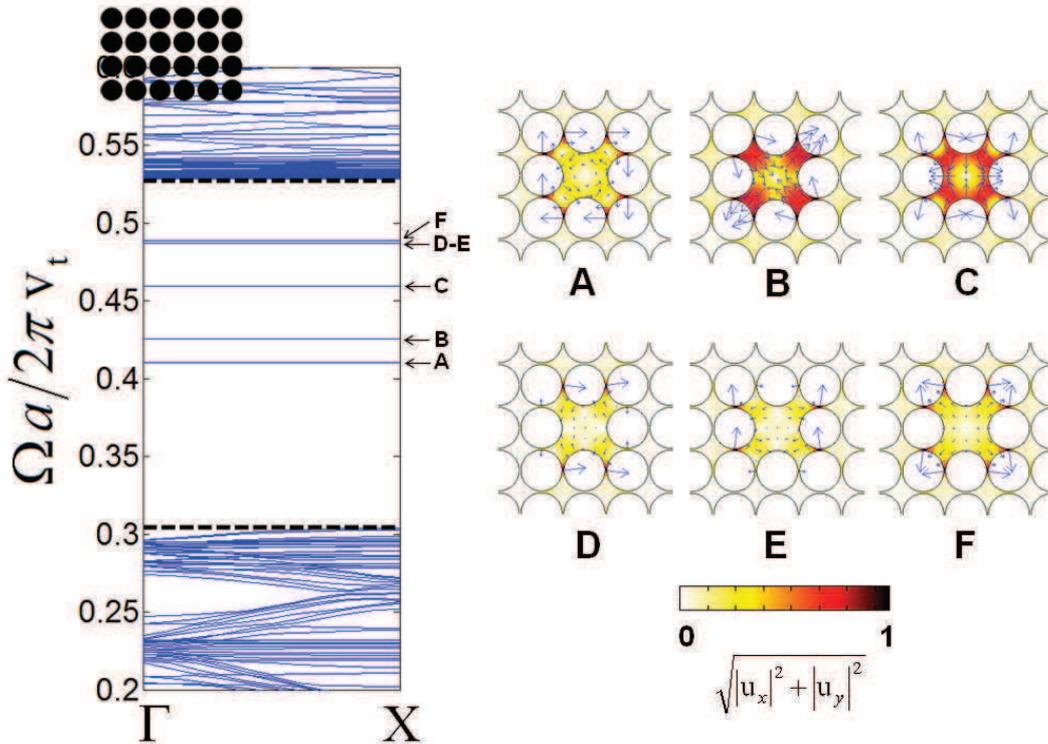


FIGURE 3.16 – Diagramme de dispersion acoustique suivant la direction ΓX pour un réseau carré de trous dans du silicium (gauche) pour les modes plans. Distribution des déplacements acoustiques des modes de cavité A à F (Droite). Les déplacements totaux sont représentés en échelle de couleur « thermique », leurs directions sont illustrées avec les flèches bleues.

Les calculs pour tracer les trois figures ci-dessous ont été effectués dans le cas particulier du réseau carré avec un rayon d'inclusion normalisé égale à 0,48. Ce rayon permet d'obtenir les bandes interdites les plus grandes possibles à la fois optiques et acoustiques pour le cas du silicium et du réseau carré. Pour ce rayon seule une bande interdite optique en TM est disponible et deux pour les modes TE (figure 3.4.b); les figures 3.17 et 3.18 présentent ces trois bandes et les modes de cavité qui y sont associés. De même, la figure 3.7.a présente deux bandes interdites acoustiques. Pour des raisons de simplicité, nous

14. Les modes polarisés hors plan présentent un couplage photo-élastique nul et ne sont par conséquent pas étudiés.

nous focalisons uniquement sur la première de ces bandes et sur ses modes de cavité. Les modes de cavité sont repérés par une lettre de A à F pour les modes acoustiques, de α' à ϵ' pour les modes TE, de α à ϵ pour les modes TM en fonction de leurs fréquences croissantes.

L'étude de la distribution des champs acoustiques (figure 3.16) permet rapidement d'établir certaines propriétés générales des modes de cavité. En effet, les modes B et C présentent des déplacements importants au centre de la cavité alors que les modes A, D, E et F ont de forts déplacements aux interstices entre les inclusions environnant la cavité. Ces modes sont moins localisés que les précédents cependant ils apparaissent dans la bande interdite et leur courbe de dispersion est plate : ils ne sont pas couplés aux modes des cavités adjacentes. Par conséquent, les modes de A à F sont considérés comme des « vrais » modes de cavité. On remarque par ailleurs que les modes D et E ont une très faible différence de fréquence. L'étude du profil des champs acoustiques permet d'établir que ce sont deux modes dégénérés : les champs de déplacement de ces deux modes sont identiques à une rotation près dans le plan de la structure. Par conséquent ces deux modes devraient avoir un comportement similaire quant au couplage acousto-optique. On remarque que les déplacements acoustiques imposent une déformation de la cavité, cette déformation modifie la géométrie de la cavité à l'interface solide/air. Ce changement va contribuer au couplage acousto-optique par effet opto-mécanique, mécanisme qui dépend de la géométrie de la structure. Nous décrivons brièvement ici comment la cavité est modifiée pour les différents modes acoustiques, gardons en tête que ces modifications sont périodiques. Le mode A génère des déplacements qui produisent une rotation dans le plan de la structure. Le mode B déforme la cavité de telle sorte que, durant la première moitié du cycle acoustique, une des diagonales s'allongent tandis que l'autre se contracte. Et inversement durant la deuxième alternance. Les modes D et E translatent la cavité vers la droite et vers le haut respectivement et enfin le mode F impose une dilatation/contraction de la cavité, mode dit « respiratoire ».

Le diagramme de dispersion optique (figure 3.17) en polarisation TE présente trois modes de cavité optique par bande interdite. On remarque la différence entre les modes de la première bande et la deuxième bande interdite. En effet, la distribution du champ électrique montre des modes d'ordre plus élevé pour les modes δ' , ϕ' et ϵ' , leurs fréquences de résonance étant plus élevées. La distribution du champ électrique des modes α' , β' et γ' indique qu'ils sont comparativement plus confinés que les modes d'ordre élevé. Les courbes de dispersion des modes d'ordre élevé n'est pas rigoureusement plate, un léger couplage entre cellules adjacentes est possible. On remarque enfin des couples de modes dégénérés (α' , β') et (δ' , ϕ') : les distributions des champs électriques sont identiques à une rotation de $\pi/2$ près dans le plan de la structure.

Le diagramme de dispersion optique en polarisation TM (figure 3.18) présente 5 modes de cavités dans la bande interdite. On remarque que la distribution du champ magnétique indique des modes beaucoup plus confinés¹⁵ en polarisation TM qu'en polarisation TE. Les modes de cavité TM présentent eux aussi des modes dégénérés : les couples de modes (β , γ) et (δ , ϵ) sont identiques à une rotation près. Seul le mode α ne l'est pas.

15. La différence de comportement selon les polarisations TE et TM vis-à-vis du confinement modal dans les structures périodiques s'explique, pour le mode fondamental, en examinant les conditions aux limites : le champ électrique est polarisé dans le plan de structure en mode TM, la condition de continuité de la composant normale du champ \mathbf{D} à l'interface air/semiconducteur implique que le mode fondamental TM sera moins localisé dans le matériau que le mode fondamental TE [7]. S'agissant aux figures 3.16 et 3.17 de modes d'ordre supérieur, la différence de comportement vis-à-vis du confinement est plus délicate à interpréter de manière qualitative : cependant, ayant déterminé le profil du mode numériquement, on peut calculer la proportion d'énergie dans le matériau et comparer le confinement des modes entre eux.

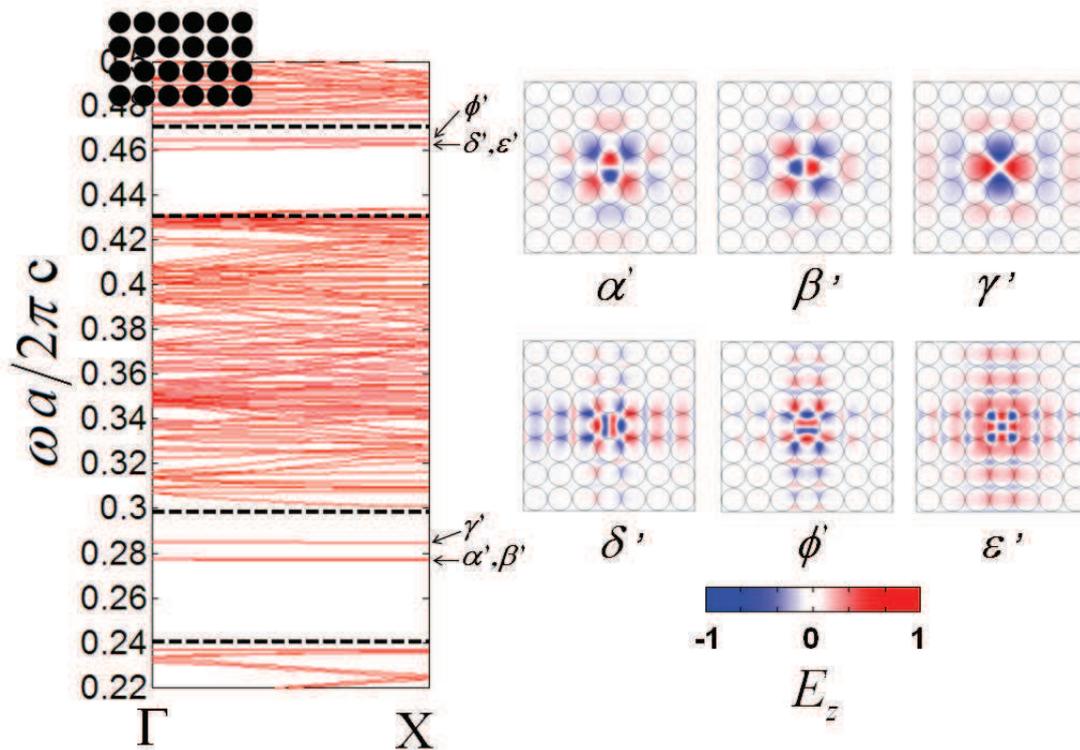


FIGURE 3.17 – Diagramme de dispersion optique suivant la direction ΓX en fonction de la fréquence réduite dans une supercellule en silicium anisotrope (gauche) en polarisation TE. Distribution du champ électrique des modes de cavité présentés dans le diagramme de dispersion de α' à ϵ' pour le réseau carré (Droite).

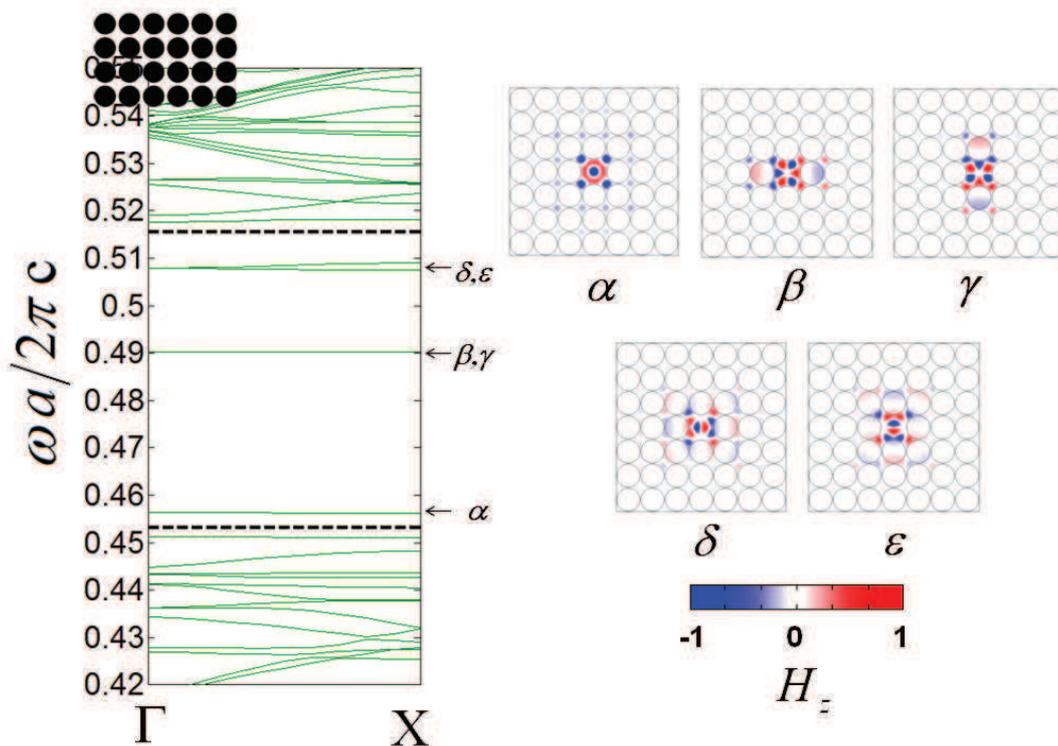
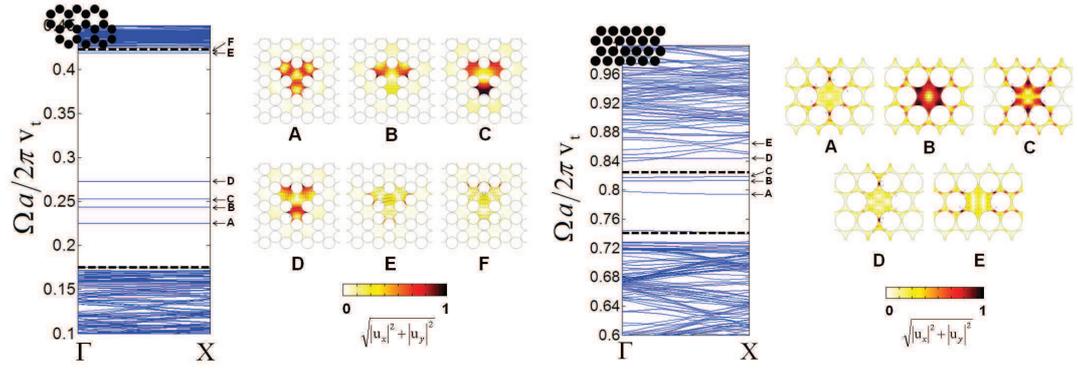
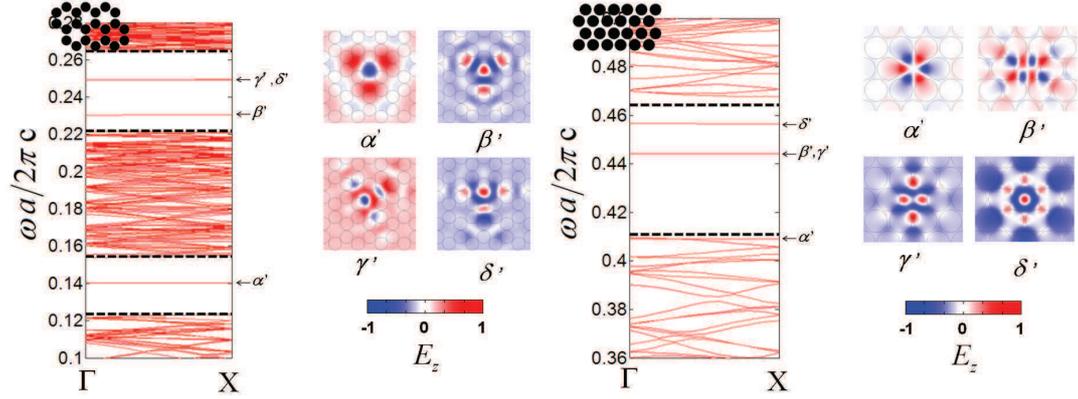


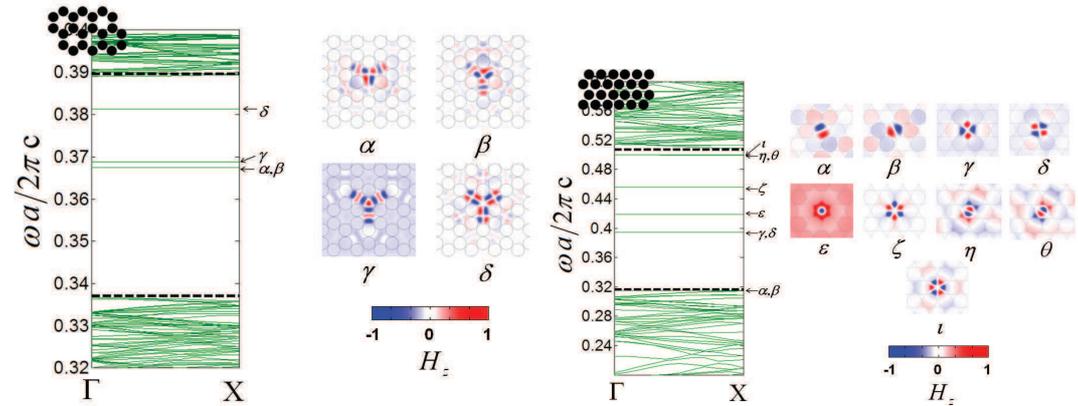
FIGURE 3.18 – Diagramme de dispersion acoustique suivant la direction ΓX en fonction de la fréquence réduite dans une supercellule en silicium anisotrope (gauche) en polarisation TM. Distribution du champ magnétique des modes de cavité présentés dans le diagramme de dispersion de α à ϵ pour le réseau carré (Droite).



(a) Diagramme de dispersion acoustique du réseau en nid d'abeille (gauche) et modes de cavité (droite) (b) Diagramme de dispersion acoustique du réseau hexagonal (gauche) et modes de cavité (droite)



(c) Diagramme de dispersion optique TE du réseau en nid d'abeille (gauche) et modes de cavité (droite) (d) Diagramme de dispersion optique TE du réseau hexagonal (gauche) et modes de cavité (droite)



(e) Diagramme de dispersion optique TM du réseau en nid d'abeille (gauche) et modes de cavité (droite) (f) Diagramme de dispersion optique TM du réseau hexagonal (gauche) et modes de cavité (droite)

FIGURE 3.19 – Diagramme de dispersion acoustique (a-b) et optique pour les polarisation TE (c-d) et TM (e-f) d'une supercellule pour les réseaux en nid d'abeille (a,c,e) et triangulaire (b,d,f) (à gauche) et (à droite) de trous dans le silicium ; distribution des déplacements absolus (a-b), et du champ électrique (c-d) et magnétique (e-f) pour la composante hors plan.

Un travail similaire a été fait cette fois-ci pour les réseaux en nid d'abeille et triangulaire. La figure 3.19 représente les diagrammes de dispersion acoustiques et optiques et les modes de cavité respectifs pour les réseaux en nid d'abeille (figure 3.19.(a,c,e)) et triangulaire (figure 3.19.(b-d-f)) de trous dans le silicium. Nous utilisons une supercellule de taille 7×7 pour le réseau triangulaire et de taille 8×8 pour le réseau en nid d'abeille, cette taille est proche de celle utilisée pour le réseau carré afin de pouvoir comparer le confinement des modes de cavité. Dans les réseaux carré et en nid d'abeille les bandes acoustiques sont suffisamment larges pour être susceptibles de piéger une onde avec un grand facteur de qualité, contrairement au réseau triangulaire qui présente une bande

interdite acoustique plus fine. Cette observation se confirme ici : les résultats montrent des modes de cavité confinés pour les réseaux carré et en nid d'abeille, alors que le réseau hexagonal présente des modes moins bien confinés tels que les modes A, D et E : leurs vitesses de groupe sont non nulles.

L'étude de l'ensemble des réseaux confirme le choix de la polarisation TM pour le silicium. Celui-ci présente des modes de cavités mieux confinés que ceux de la polarisation TE. Le réseau triangulaire montre en particulier une multitude de modes fondamentaux ou de premiers ordres alors que le réseau en nid d'abeille a des modes d'ordre plus élevé. La cavité ponctuelle, plus grande dans le cas du réseau nid d'abeille, a une plus grande surface disponible pour une même longueur d'onde. Ainsi, la largeur de bande TM du réseau triangulaire permet un meilleur confinement des ondes optiques dans une cavité.

Modes de cavité 3D

La prise en compte de l'épaisseur de la membrane permet d'établir les modes d'une cavité ponctuelle en fonction de la symétrie des modes selon la profondeur (ou l'épaisseur) de la membrane. Cette démarche est nécessaire pour qui souhaite fabriquer un dispositif phoXonique.

Les figures 3.20, 3.21 et 3.22 représentent les diagrammes de dispersion acoustiques, optiques antisymétriques et symétriques respectivement. Les distributions des champs acoustiques (déplacement total) et optiques (énergie électromagnétique) sont présentées sur la partie droite des figures. Les modes optiques symétriques pour les calculs 3D seront représentés en bleu, et les modes optiques antisymétriques seront représentés en rouge. Les modes acoustiques comprennent à la fois les modes symétriques et antisymétriques. Les limites des bandes interdites des structures sans défaut sont reportées sur les diagrammes des supercellules, les lignes noires en pointillés.

L'épaisseur $h = 390nm$ et le rayon réduit $r/a = 0.43$ ont été choisis puisque ce couple de valeurs permet d'obtenir des bandes interdites simultanées [143, 181], ainsi que des modes de guides [144]. Avec ce couple de valeur on obtient une bande interdite acoustique, deux bandes optiques symétriques et une bande optique antisymétrique.

La figure 3.20 montre 5 modes acoustiques. On remarque deux couples de modes dégénérés, les couples (B,C) et (D,E) : la distribution des champs acoustiques sont identiques à une rotation de $\pi/2$ dans le plan de la structure. Cette figure montre de plus qu'il y a une correspondance directe entre la bande interdite de la structure sans défaut (obtenue avec une cellule unitaire) et la bande interdite de la structure présentant un défaut (obtenue avec la supercellule), cependant les modes localisés sont présents dans mais aussi en dehors de la bande interdite. Les modes D et E sont des modes de cavité : leurs fréquences sont situées dans le gap et leurs courbes de dispersion sont plates. Pour les modes A, B et C, les déplacements sont localisés dans et à proximité de la cavité, leurs courbes de dispersion sont quasi-plates mais leurs fréquences sont éloignées du gap ; nous les qualifions de modes lents. Ces modes sont exploitables expérimentalement et peuvent présenter un intérêt pratique.

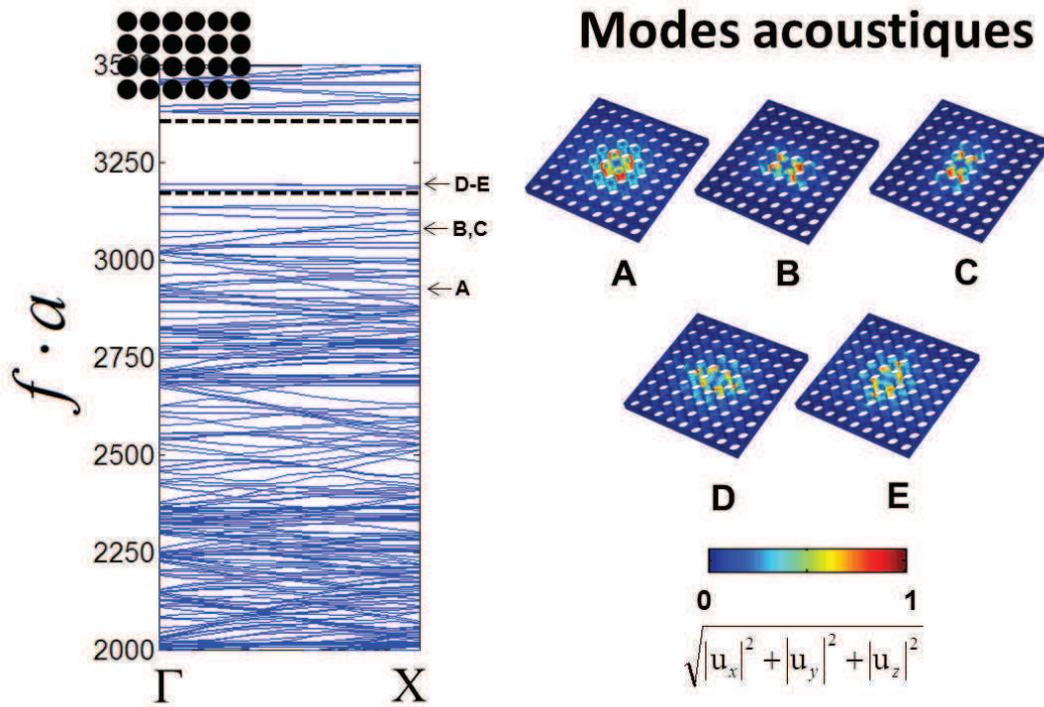


FIGURE 3.20 – Diagramme de dispersion acoustique d’un réseau de trous dans une membrane de silicium présentant un défaut (cavité), pour toutes les symétries et la distribution des déplacements totales du champ acoustique des modes de cavités de A à E variant de 0 à 1.

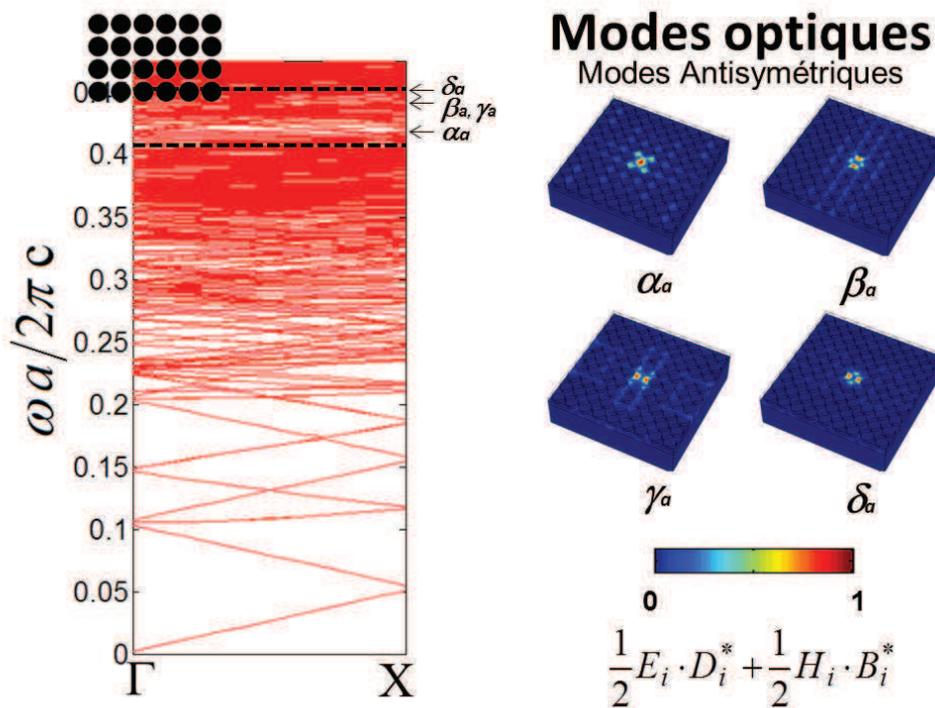


FIGURE 3.21 – Diagramme de dispersion optique des modes antisymétriques d’une lame optique et la distribution de l’énergie électromagnétique du champ optique des modes de cavité de α_a à δ_a .

L’étude de la distribution des déplacements acoustiques révèle la symétrie des modes : le calcul du diagramme de bande a été effectué sur l’ensemble du domaine sans imposer une symétrie dans le plan médian, l’ensemble des modes contient donc à la fois les modes

symétriques et antisymétriques. Les modes A, B et C sont des modes symétriques. Les modes D et E sont des modes antisymétriques : les déplacements acoustiques dans le plan sont de signe opposé par rapport au plan médian de la membrane alors que les déplacements acoustiques en dehors du plan sont de signe égal des deux côtés du plan médian.

Ayant constaté une tendance au couplage entre cavités adjacentes, pour éviter ce couplage, la taille des supercellules est augmentée à 9x9 pour les études tridimensionnelles. Cependant, l'onde optique pouvant se propager dans l'air, l'analyse modale prend en compte tous les domaines de propagation et le volume de calcul devient vite prohibitif nous empêchant d'augmenter d'avantage la taille des supercellules (même sur une station disposant de 192 Go de mémoire vive).

La figure 3.21 illustre le diagramme de dispersion des modes antisymétriques sur la partie gauche et la distribution de l'énergie optique des modes localisés sur la partie droite. La correspondance entre les bandes interdites de la structure sans défaut et celles de la structure présentant un défaut est moins explicite pour les modes optiques que pour les modes acoustiques. On peut remarquer qu'aucune bande interdite n'apparaît sur le diagramme de dispersion de la supercellule et aucune correspondance n'est possible en apparence avec la cellule unitaire : les modes radiatifs « contaminent » la bande interdite à cause du phénomène de repliement de spectre. En effet, les modes radiatifs se trouvent dans le cône de lumière et peuvent être identifiés par ce dernier. Malheureusement, dans la méthode de la supercellule, le repliement de spectre concerne aussi le cône de lumière qui est alors inexploitable pour filtrer les modes radiatifs. Ceux-ci « parasitent » donc la bande interdite. Malgré cette difficulté, nous pouvons mettre en évidence des modes localisés qui se situent dans la bande interdite. Ils présentent une énergie suffisamment confinée pour être extraits des modes parasites. Il convient de passer en revue un à un toutes les cartographies des modes pour les déceler.

Toute identification des bandes est-elle pour autant impossible pour les supercellules de membranes ? Pas tout à fait : on remarque une « densité » de mode légèrement moins importante dans la bande interdite. Cette notion de « densité » de mode est plus visible encore à la figure 3.22 pour les modes symétriques en particulier dans la première bande interdite.

Enfin, les modes de cavités antisymétriques présentent une distribution de l'énergie beaucoup moins évasée dans la cavité : la bande interdite antisymétrique est positionnée en plus hautes fréquences que les bandes symétriques. Les modes antisymétriques sont alors des modes d'ordres plus élevés pour des longueurs d'onde plus petites.

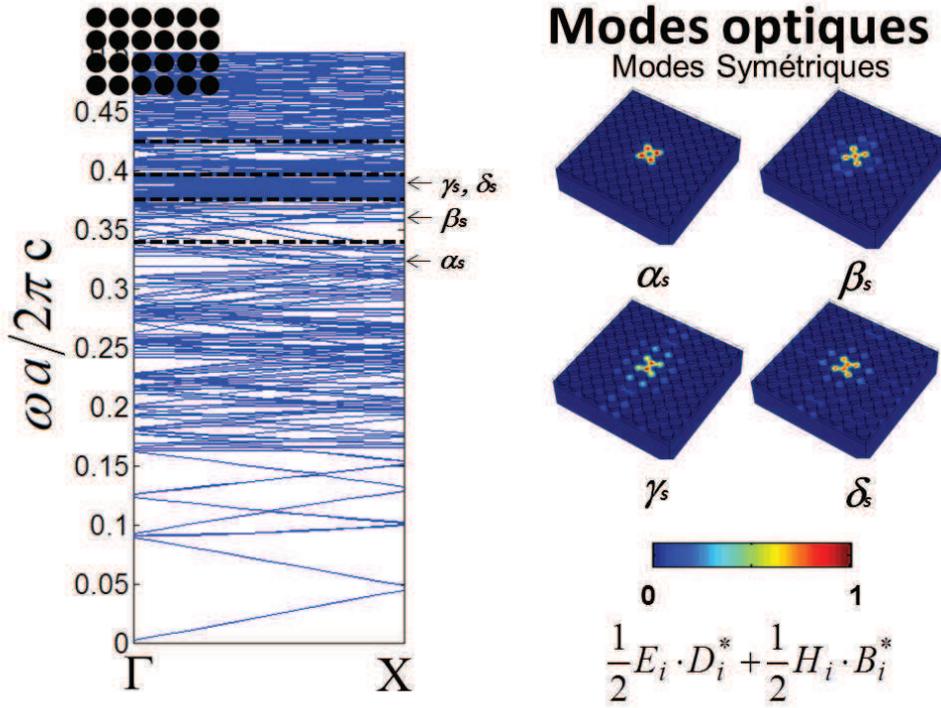


FIGURE 3.22 – Diagramme de dispersion optique des modes symétriques d’une lame optique et la distribution de l’énergie électromagnétique du champ optique des modes de cavité de α_s à δ_s .

3.3.3 Etude des cavités sur Niobate de Lithium

Nous nous intéressons ici à un autre matériau : le niobate de lithium. Comme nous l’avons vu pour ce matériau les bandes interdites acoustiques et optiques sont moins larges donc moins susceptibles de confiner une onde. Nous prenons la coupe Z qui est celle qui offre les bandes les plus larges acoustiques.

Suivant la démarche adoptée pour le silicium, nous considérons une cavité L1, dans une structure bidimensionnelle puis dans une structure tridimensionnelle de type membrane. Nous nous appuyons sur les cartographies de bandes interdites déterminées précédemment pour choisir en fonction du réseau le couple (h, r) optimal pour le confinement acoustique et optique. La présentation des résultats reprendra le schéma déjà présenté pour le silicium, en y ajoutant la représentation de la distribution du potentiel électrique pour les cristaux phononiques qui est lié à la piézoélectricité du LiNbO₃.

Modes de cavité 2D

Nous choisissons un rayon $r/a = 0,48$ pour le réseau carré et celui en nid d’abeille et $r/a = 0,46$ pour le réseau triangulaire, conformément aux cartographies des bandes interdites obtenues précédemment. Ces choix sont motivés par un compromis visant à maximiser conjointement la largeur des bandes interdites acoustiques et optiques, donc favorables à l’optimisation du confinement des ondes. Les figures 3.23, 3.24 et 3.25 présentent le diagramme de dispersion d’une structure périodique présentant une cavité L1 et les modes de cavité acoustiques et optiques en polarisation TM et TE respectivement. La taille des supercellules est de 7×7 , pour des raisons pratiques.

Modes acoustiques : La figure 3.23 présente six modes de cavités acoustiques. On remarque que la fréquence de résonance des modes de cavités est constante en fonction de la direction du vecteur d’onde, leur vitesse est (quasi-)nulle. Malgré la distribution

similaire des champs acoustiques D et E, ce ne sont pas des modes dégénérés : leur potentiel électrique affiche des distributions différentes et leurs fréquences de résonance sont différentes ¹⁶. L'analyse des champs de déplacement des modes montre que les modes B, C et F sont les plus intéressants dans le cadre du couplage acousto-optique, en particulier pour le couplage photo-élastique : ces modes présentent une distribution des déplacements totaux répartie sur l'ensemble de la surface de la cavité, permettant un meilleur recouvrement avec les modes optiques. Alors que les modes A, D, E et F dont les déplacements les plus importants sont localisés aux interstices des inclusions, sont plus favorables dans le cadre d'un couplage opto-mécanique qui lié au déplacement des interfaces. Enfin, la distribution du potentiel électrique acoustique est moins confiné que le déplacement total. On remarque cependant un fort gradient du potentiel dans les cavités, propice à un champ électrique confiné pour l'effet électro-optique.

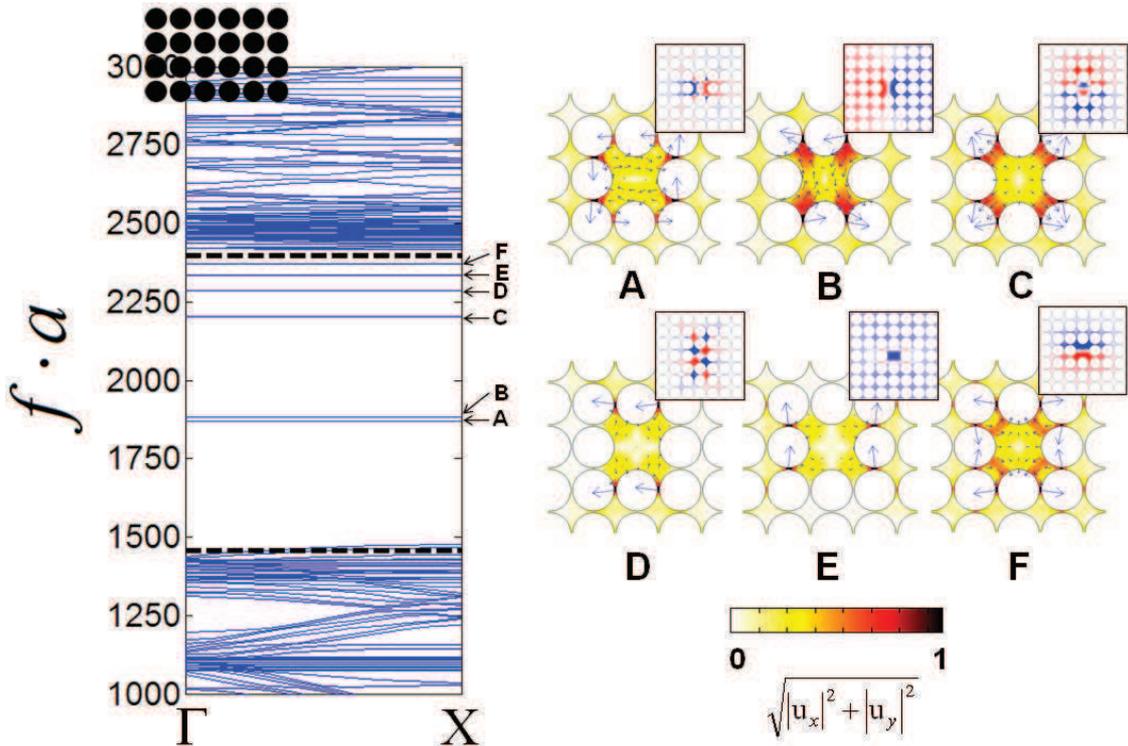


FIGURE 3.23 – Diagramme de dispersion acoustique suivant la direction ΓX d'un réseau carré de trous dans le niobate de lithium en coupe Z présentant une cavité L1 (à gauche). Distribution des déplacements acoustiques des modes de cavité (Droite). Les déplacements absolus sont présentés en couleur thermique, les déplacements en fonction de leur direction sont illustrés par les flèches bleues. La distribution du potentiel électrique acoustique est présentée en haut à droite de chaque mode.

Modes optiques : L'étude des bandes interdites optiques dans le niobate de lithium révèle une seule bande interdite en polarisation TE et une seule bande pour la polarisation TM. Celles-ci sont beaucoup plus fines que celles présentes pour le silicium, intuitivement on s'attend à ce que le confinement des ondes optiques soit moins bon. Les figures 3.24 et 3.25 présentent les courbes de dispersion des modes localisés en fonction de la direction du vecteur d'onde ainsi que leurs profils. Aucune fréquence pour les modes TE n'est présente dans la bande interdite. Les courbes de dispersion pour les modes TM sont dans la bande interdite, cependant on observe qu'elles ne sont pas plates (vitesse de groupe non nulle), il s'agit de modes lents. Donc le réseau carré de trous dans le LiNbO₃ n'est pas le plus adapté comparativement au silicium pour le même réseau. L'analyse des distributions du champ magnétique et électrique montre que les couples (β', γ') et (α, β) sont des modes dégénérés.

¹⁶. Les modes D et E trouvés pour la même structure sur Silicium étaient dégénérés, ils présentaient des profils de déplacement similaires. C'est l'effet piézoélectrique du LiNbO₃ en coupe Z qui lève la dégénérescence.

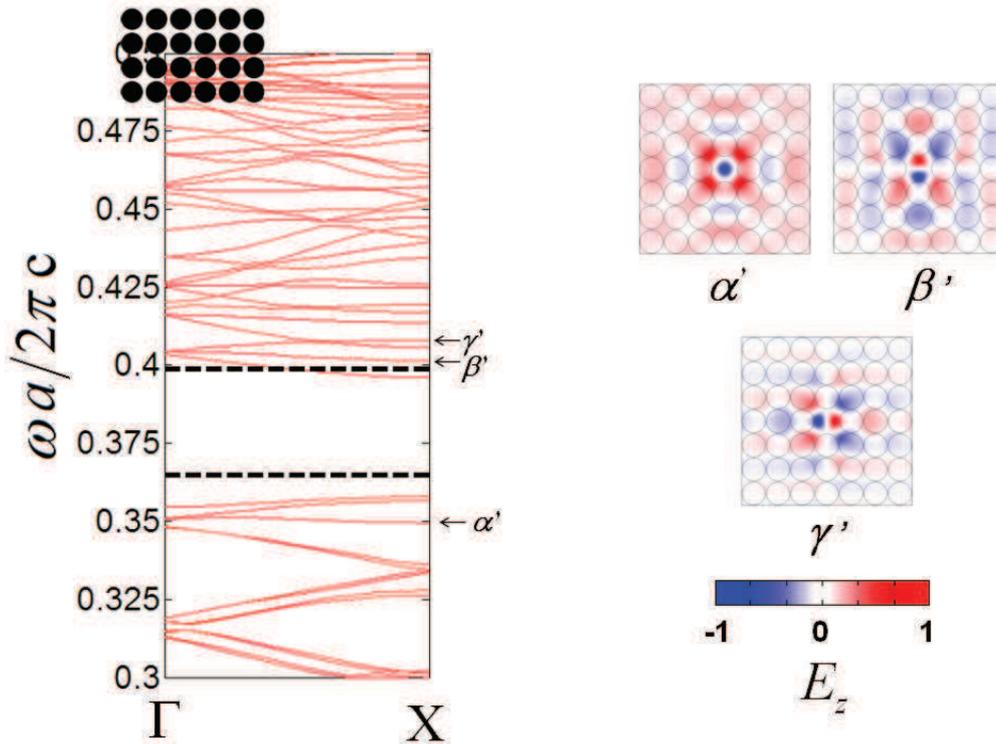


FIGURE 3.24 – Diagramme de dispersion des modes optiques TE suivant la direction ΓX d'un réseau carré de trous présentant un cavité L1 dans le niobate de lithium en coupe Z (gauche). Distribution du champ électrique des modes localisés α' à γ' (Droite).

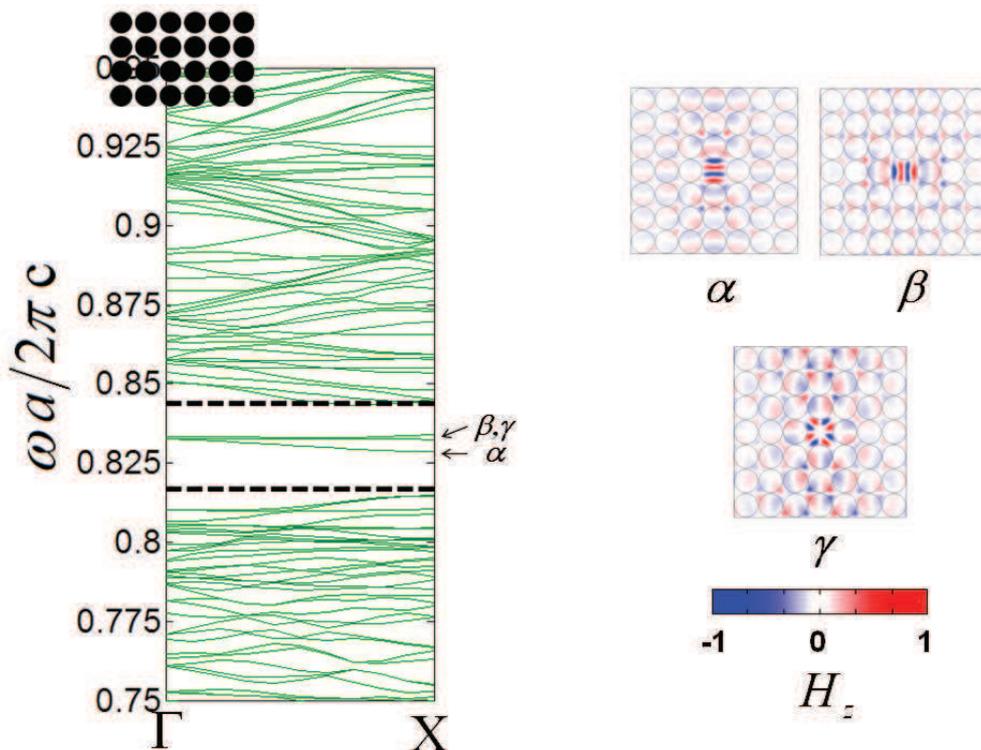


FIGURE 3.25 – Diagramme de dispersion des modes optiques TM suivant la direction ΓX d'un réseau carré de trous présentant un cavité L1 dans le niobate de lithium en coupe Z (gauche). Distribution du champ magnétique des modes α à γ (Droite).

Similairement au silicium, la distribution du champ magnétique hors-plan indique

des modes plus confinés en polarisation TM qu'en polarisation TE. La polarisation TM semble ici plus adaptée au confinement d'une onde optique. Enfin, la bande interdite en mode TM étant située à plus haute fréquence, elle présente une distribution du champ d'ordre supérieur, similairement à ce qui a été observé pour le silicium.

Afin de palier au mauvais confinement des modes optiques dans le niobate de lithium, il est nécessaire d'augmenter la taille de la supercellule afin d'éviter tout couplage avec les cavités environnantes (imposées par les conditions périodiques). Le cas de la supercellule optique en polarisation TM, étendue à des tailles de 9x9 et 11x11, révèle cependant des modes optiques avec une vitesse de groupe réduite mais non nulle. Malgré l'utilisation de supercellules de grandes tailles ces modes gardent un caractère propagatif, la largeur des bandes interdites qui est une condition essentielle au confinement, est relativement moins importante dans le LiNbO3 que dans le silicium.

Le confinement des ondes, dans une cavité L1 de réseaux de trous en nid d'abeille et triangulaire dans le niobate de lithium, est illustré figure 3.26. Les résultats pour le réseau en nid d'abeille sont présentés figures 3.26.a,c,e et pour le réseau triangulaire figures 3.26.b,d,f; pour les modes acoustiques figures 3.26.a,b; pour les modes TE figures 3.26.c,d et enfin pour les modes TM figures 3.26.e,f.

Dans le cas du réseau triangulaire les bandes interdites des modes TM sont plus larges que celle des modes TE (figure 3.26.d,f). Les modes TM présentent une tendance plus marquée au confinement.

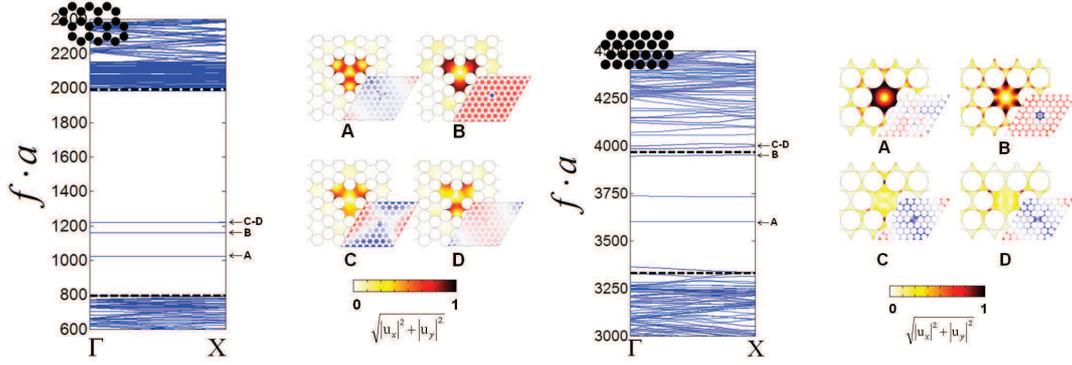
Dans le cas du réseau en nid d'abeille (figure 3.26.c, e), les bandes des modes TE sont plus larges que celles des modes TM. Par conséquent, ce sont les modes TE qui ont tendance à un meilleur confinés.

A l'inverse les diagrammes de dispersion acoustiques présentent quels que soient les réseaux des modes suffisamment confinés. On notera cependant que le réseau triangulaire présente des bandes plus fines que les réseaux carré et en nid d'abeille.

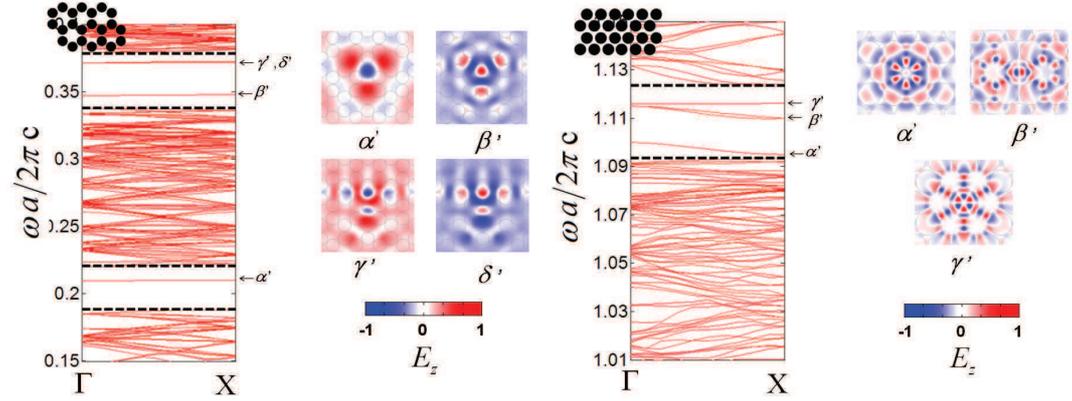
Pour conclure quant au choix de réseaux pour l'étude du couplage acousto-optique dans le niobate de lithium, ce sera le réseau en nid d'abeille pour la polarisation TE ou le réseau carré et hexagonal pour la polarisation TM. Ce dernier fait l'objet d'un compromis entre le bon confinement acoustique du réseau carré et le bon confinement optique dans le réseau triangulaire. On peut réduire les résultats dans le tableau 3.5 qui présente les choix optimaux des cristaux dans le niobate de lithium en fonction des réseaux et des polarisations en vue du couplage acousto-optique :

Réseaux	Carré	Nid d'abeille	Triangulaire
Modes acoustiques	OUI	OUI	OUI
Modes optiques TM	OUI	NON	OUI
Modes optiques TE	NON	OUI	NON

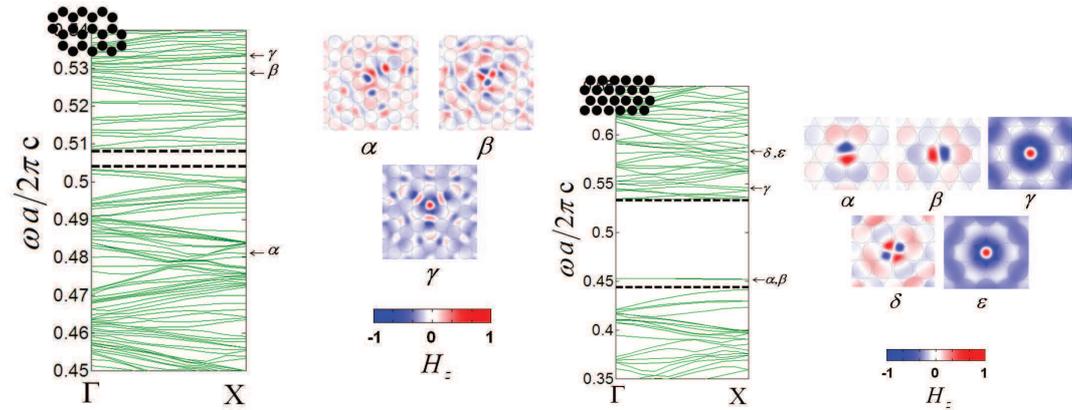
TABLE 3.4 – Existence de bandes suffisamment larges pour l'obtention de mode de cavité dans les cristaux photoniques et phononiques dans le LiNbO3



(a) Diagramme de dispersion acoustique du réseau en nid d'abeille (gauche) et modes localisés (droite) (b) Diagramme de dispersion acoustique du réseau hexagonal (gauche) et modes localisés (droite)



(c) Diagramme de dispersion optique TE du réseau en nid d'abeille (gauche) et modes localisés (droite) (d) Diagramme de dispersion optique TE du réseau hexagonal (gauche) et modes localisés (droite)



(e) Diagramme de dispersion optique TM du réseau en nid d'abeille (gauche) et modes localisés (droite) (f) Diagramme de dispersion optique TM du réseau hexagonal (gauche) et modes localisés (droite)

FIGURE 3.26 – Diagramme de dispersion acoustique (a-b) et optique (c-f) pour les polarisation TE (c-d) et TM (e-f) des modes d'une cavité L1, pour le réseau en nid d'abeille (a,c,e) et triangulaire (b,d,f) de trous dans le niobate de lithium en coupe Z; distribution des déplacements absolus acoustique (a-b), et champ électrique (c-d) et magnétique (e-f)

Modes de cavité 3D

Nous présentons ici l'étude des modes confinés d'une cavité L1 formée par une lacune dans une structure périodique de trous dans une membrane de niobate de lithium. Nous choisissons en fonction des cartographies des bandes le réseau triangulaire pour une structure 3D. Pour ce réseau nous prenons un rayon d'inclusion $r/a = 0,28$ et une épaisseur $h/a = 0,6$: ce couple de valeurs présente des bandes simultanées pour les modes acoustiques antisymétriques et des modes optiques symétriques.

Les figures 3.27, 3.28 et 3.29 présentent respectivement : le diagramme de dispersion acoustique de la structure suivant la direction ΓX et la distribution des déplacements acoustiques absolus de polarisation antisymétrique ; la distribution de l'énergie optique pour les polarisations antisymétrique et symétrique. On remarquera que malgré des bandes interdites moins larges que celle présentes dans une membrane en silicium, une concordance directe apparaît entre les bandes interdites déterminées par la cellule unitaire et par la supercellule du niobate de lithium.

L'analyse du diagramme de dispersion acoustique révèle deux modes de cavité dégénérés A et B dans la première bande interdite. Ces deux modes se trouvent dans la bande interdite et non à proximité, avec une courbe de dispersion plate. Paradoxalement, en dépit d'une bande interdite moins large, les modes de cavités dans le niobate semblent être mieux confinés que les modes de cavités trouvés dans le silicium.

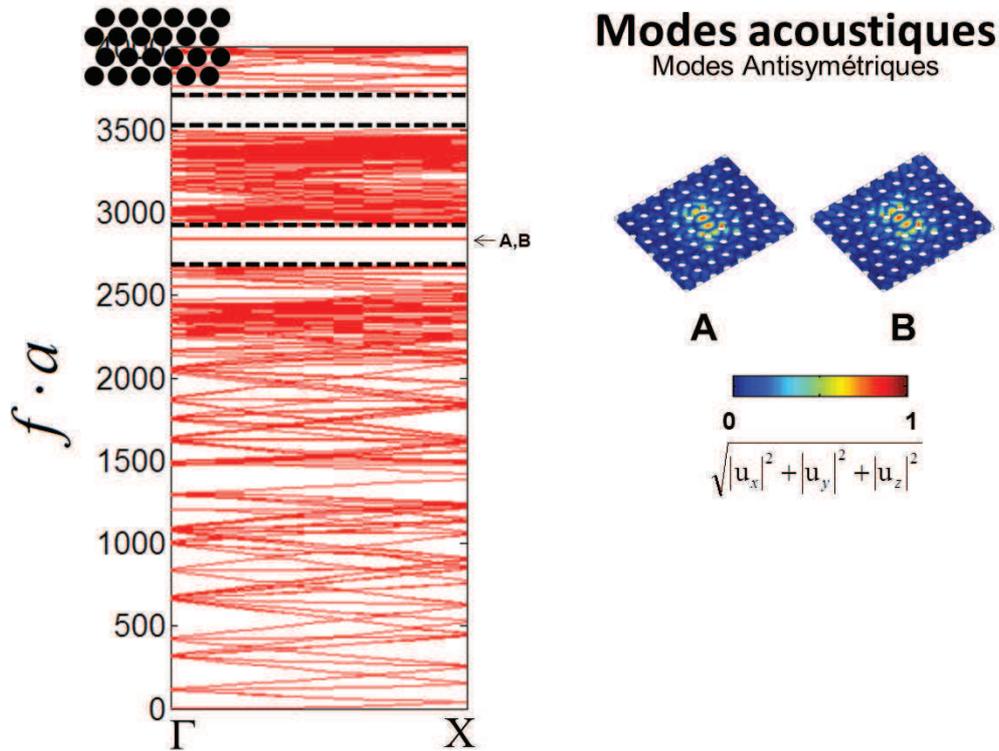


FIGURE 3.27 – Diagramme de dispersion des modes antisymétriques acoustique d'une cavité L1 dans un réseau triangulaire de trous dans une membrane de niobate de lithium coupe Z, et la distribution des déplacements absolus acoustique des modes de cavités de A et B.

Les figures 3.28 et 3.29 présentent les modes optiques antisymétriques et symétriques. Là encore, comme nous l'avons constaté pour le silicium, la bande interdite symétrique a une densité de mode moins importante à la bande interdite antisymétrique. Ce dernier présente 5 modes de cavité α_a à ϵ_a , partagés entre deux bandes interdites. Seule la première est exploitable avec un seul mode de cavité se trouvant en dessous du cône de lumière pour les deux directions de propagation. La bande symétrique présente quant à elle 4 modes de cavité de α_s à δ_s .

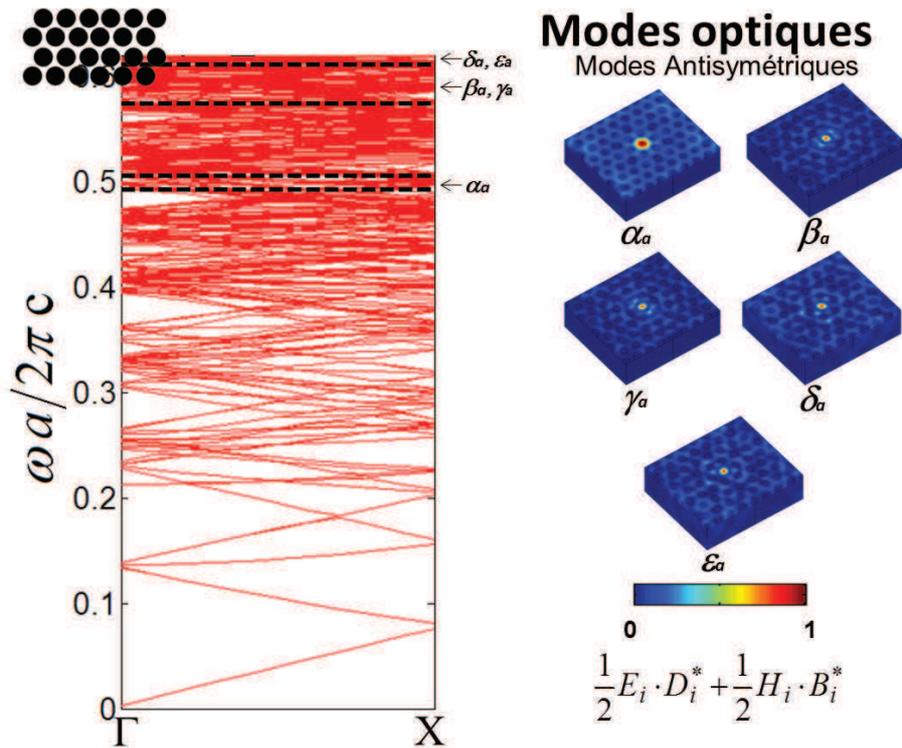


FIGURE 3.28 – Diagramme de dispersion des modes optiques antisymétriques d’une cavité L1 dans un réseau triangulaire de trous dans une membrane de niobate de lithium coupe Z et la distribution de l’énergie électromagnétique du champ optique des modes de cavités α_a à ϵ_a .

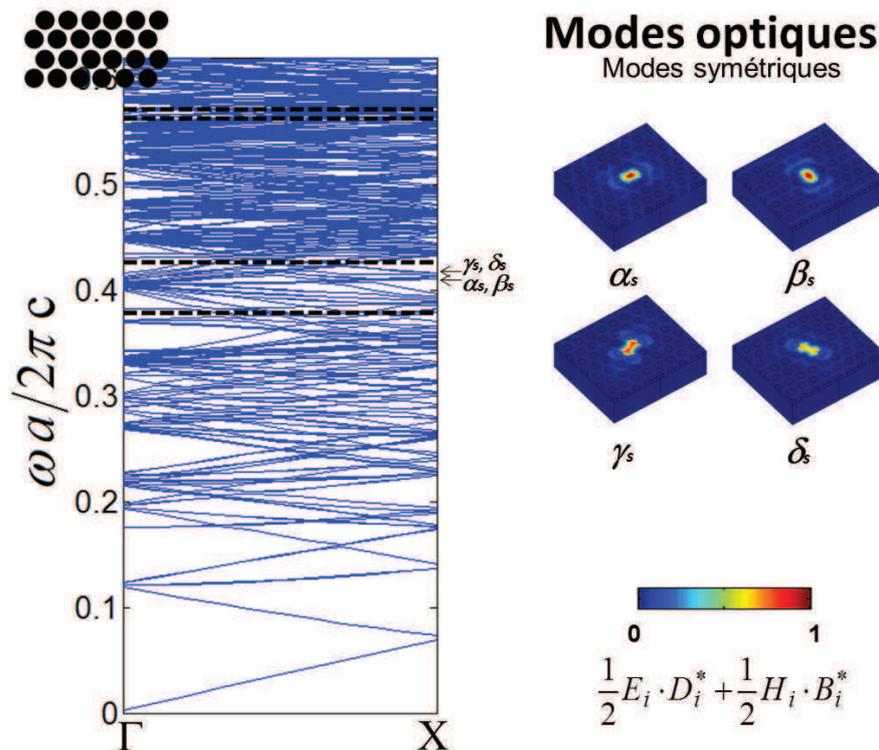


FIGURE 3.29 – Diagramme de dispersion des modes optiques symétriques d’une cavité L1 dans un réseau triangulaire de trous dans une membrane de niobate de lithium coupe Z et la distribution de l’énergie électromagnétique du champ optique des modes de cavités α_s à δ_s .

Les modes symétriques illustrés dans la figure 3.29 se trouvent par contre en-dessous du cône de lumière (confère figure 3.13) pour les deux directions de propagation et présentent

un champ de distribution mieux confiné que les modes symétriques. Raison pour laquelle, le couplage acousto-optique ne sera évalué que pour les modes symétriques dans le niobate de lithium.

3.4 Résumé

Nous avons tout d'abord présenté dans ce chapitre la cartographie des bandes interdites acoustiques et optiques pour le silicium et le niobate de lithium pour des structures bidimensionnelles et tridimensionnelles. Elles ont été établies en fonction des paramètres suivants : le type de réseau, la polarisation des ondes optiques et acoustiques et les paramètres géométriques des structures : le rayon d'inclusion et l'épaisseur de membrane.

Ce travail de dimensionnement est indispensable à la conception d'un dispositif, il a permis d'établir les modes confinés optiques et acoustiques dans une cavité ponctuelle de type L1. Nous avons pu déterminer l'ensemble des modes confinés en fonction des réseaux et des matériaux. Ces modes vont servir d'entrée pour l'étude du couplage acousto-optique entre les modes confinés des structures phoxoniques, objet du dernier chapitre de ce manuscrit.

Chapitre 4

Prise en compte des mécanismes de couplage photons/phonons dans les micro-structures à bandes simultanées

4.1 Introduction

Dans ce chapitre nous nous intéressons aux mécanismes de couplage photons / phonons dans une cavité phoXonique. Il s'agit d'analyser la perturbation que subit un mode de résonance optique dans une cavité lorsqu'un mode acoustique est excité dans cette même cavité. L'intérêt de ce double confinement est de favoriser l'interaction entre ces modes. En effet, il a récemment été annoncé que l'effet élasto-optique peut être, plus de cinquante fois supérieur dans un cristal photonique que dans un matériau volumique [53]. Ce couplage peut être amélioré par une optimisation du recouvrement des champs optiques et élastiques confinés dans un espace restreint [183].

L'étude des cavités dans les cristaux : cubiques, hexagonaux ou en nid d'abeilles, entreprise aux chapitres précédents, nous a permis d'identifier un certain nombre de modes acoustiques et optiques. Nous cherchons à évaluer l'impact des modes acoustiques (au sens de perturbation), sur les modes optiques. En fait, l'excitation d'un mode acoustique module les fréquences de résonance des modes optiques de la cavité suivant deux mécanismes. D'une part, le couplage (modulation) opto-mécanique qui résulte du gauchissement de la cavité caractérisé par un déplacement de ses bords sous l'effet des déformations du mode acoustique et d'autre part le couplage photo-élastique conventionnel via la modification de la permittivité du matériau en présence de déformations. La variation de permittivité introduite par le premier mécanisme est localisée aux interfaces « air / matériau » la deuxième est répartie sur tout le volume.

L'influence d'un mode acoustique donné ne sera pas la même sur tous les modes optiques et inversement, un mode optique ne sera pas affecté de la même façon par les différents modes acoustiques. L'analyse des différentes combinaisons possibles nous a permis de dégager les couples : mode acoustique mode optique qui permettent une modulation efficace du mode optique. Nous présentons ci-dessous, les cas les plus significatifs.

L'approche conventionnelle, consiste à effectuer une étude modale d'une supercellule afin de déterminer les fréquences propres ainsi que les profils des modes de la cavité optiques. Cette méthode directe et efficace pour les matériaux structurés selon deux dimensions (structures 2D), rencontre quelques difficultés dans le type de structures à trois dimensions telles que les lames (membranes) optiques à guidage d'indice. Comme

indiqué au chapitre précédent, ces difficultés sont dues à la conjonction du repliement de spectre et des modes parasites introduits par les conditions aux limites imposées aux interfaces air/membrane : les modes parasites qui se trouvaient dans le cône de lumière d'un cristal 3D sans défaut (et donc faciles à éliminer) se trouvent étalés dans la toute la bande interdite (hors du cône de lumière) à cause du repliement de spectre propre à la méthode des supercellules.

Afin d'extraire les modes de cavités noyés dans les modes parasites, l'étude modale est complétée par une recherche des pics de transmission caractéristiques des modes de cavité. Le rapprochement de ces résultats avec ceux de l'analyse modale permet d'extraire les fréquences propres des modes recherchés et donc d'identifier leur cartographie. En revanche, le calcul de la transmittance nécessite le balayage d'une large gamme de fréquence et la prise en considération du composant acousto-optique dans sa globalité. C'est-à-dire l'adjonction de deux domaines, l'un excitateur et l'autre récepteur et l'introduction de dispositifs de génération et de détection. Ces efforts supplémentaires pour déterminer le spectre de transmission sont vite récompensés : la démarche suivie prend en considération le caractère fini du dispositif et permet d'éviter les modes parasites inhérents à la méthode de supercellule dans les membranes.

Dans ce chapitre, nous commençons par une brève introduction des mécanismes de couplage acousto-optiques mis en jeu ainsi que du principe de l'approche quasi-statique utilisée. Nous présentons ensuite les résultats de simulation des couples de modes acoustiques et optiques qui donnent l'interaction la plus significative pour les cavités réalisées dans des cristaux phoXoniques 2D et 3D à base de silicium et de Niobate de Lithium. Une analyse phénoménologique faisant intervenir l'ensemble des effets mis en jeux est fort complexe. Dans la plus part des cas il faut se baser sur les résultats numériques. Nous donnerons, chaque fois qu'il est possible, une interprétation succincte des résultats en analysant l'impact attendu des déformations sur la modulation photo-élastique et opto-mécanique.

4.2 L'effet Photo-élastique et effet Opto-mécanique dans le cadre de la théorie des perturbations : Notion de taux de couplage

Comme rappelé au chapitre 1, l'effet photo-élastique peut s'exprimer selon l'expression des variations $\Delta\epsilon_{il}$ des éléments du tenseur de permittivité :

$$\Delta\epsilon_{il} = -\epsilon_{ij}p_{jkmn}\epsilon_{kl}S_{mn} \quad (1.8)$$

4.2.1 Variation de la pulsation propre du mode en présence d'une perturbation :

Les variations relatives de la permittivité $\Delta\epsilon/\epsilon$ sous l'action d'une déformation étant de plusieurs ordres de grandeurs inférieures à l'unité, le problème est propice à l'utilisation de la théorie des perturbations [184, 185, 186]. Les solutions du système non perturbé, caractérisé par la permittivité du milieu non perturbé dite « permittivité à l'ordre zéro $\epsilon \equiv \epsilon^{(0)}$ », sont supposées connues. Considérons, un mode de cavité particulier repéré par un indice n , dont la pulsation propre discrète du système non perturbé est $\omega_n^{(0)}$ et dont les vecteurs propres définissent la cartographie (profil) $\mathbf{E}_n^{(0)}(\mathbf{r}, t)$ de ce mode. La pulsation propre du système perturbé ω_n et les vecteurs propres correspondants \mathbf{E}_n s'expriment sous la forme de séries de puissances d'un paramètre infinitésimal α caractérisant la perturbation :

$$\omega_n = \omega_n^{(0)} + \alpha \omega_n^{(1)} + \alpha^{(2)} \omega_n^{(2)} + \dots \quad (4.1)$$

$$\mathbf{E}_n = \mathbf{E}_n^{(0)} + \alpha \mathbf{E}_n^{(1)} + \alpha^{(2)} \mathbf{E}_n^{(2)} + \dots \quad (4.2)$$

Dans notre problème de l'interaction acousto-optique, ce paramètre est tout trouvé. En effet, d'une part, d'après la relation (1.8) la perturbation $\Delta\epsilon_{il}$ dépend de la cartographie des déformations S_{mn} et d'autre part, le problème acoustique est supposé résolu et le champ des déformations connu. Comme pour tout mode propre, on peut exprimer toutes les composantes du champ acoustique en fonction de l'une d'entre elles choisie arbitrairement comme indépendante. Par exemple, on peut choisir comme paramètre α de la perturbation une des composantes du champ des déplacements acoustiques (ou du tenseur des déformations) en un point et à un instant donné. Dans le cas d'un mode de cavité tout élément de volume est animé d'un mouvement local de nature sinusoïdale à la fréquence acoustique Ω . En particulier, le déplacement de l'élément choisi comme paramètre sera proportionnel à la fonction sinusoïdale : $\alpha = b \cdot \sin(\Omega t)$. L'amplitude b du déplacement dépend de la position de l'élément sélectionné comme paramètre ainsi que du choix de la composante de son déplacement.

Perturbation au premier ordre

La théorie des perturbations au premier ordre montre [185, 186] que la correction de la fréquence propre en présence de la perturbation s'écrit :

$$\omega_n = \omega_n^{(0)} - \alpha \frac{\omega_n^{(0)} \langle \mathbf{E}_n^{(0)} | \epsilon^{(1)} | \mathbf{E}_n^{(0)} \rangle}{2 \langle \mathbf{E}_n^{(0)} | \epsilon^{(0)} | \mathbf{E}_n^{(0)} \rangle} + 0(2) \quad (4.3)$$

où $\epsilon^{(1)}$ représente le taux de variation de la permittivité par rapport au paramètre α : $(\epsilon^{(1)} \equiv \frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha})^{17}$, la notation $0(2)$: « zéros d'ordre deux » rappelle que les corrections d'ordre deux ou supérieures sont négligées, les notations de Bras-Kets de Dirac $\langle \mathbf{E}_n^{(0)} | \epsilon^{(1)} | \mathbf{E}_n^{(0)} \rangle$ et le facteur de normalisation $\aleph \equiv \langle \mathbf{E}_n^{(0)} | \epsilon^{(0)} | \mathbf{E}_n^{(0)} \rangle \Leftrightarrow \langle \mathbf{E}_n^{(0)} | \mathbf{D}_n^{(0)} \rangle$ correspondent aux produits intérieurs :

$$\langle \mathbf{E}_n^{(0)} | \epsilon^{(1)} | \mathbf{E}_n^{(0)} \rangle = \int_{Vol} \mathbf{E}_n^{*(0)} \bullet \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha} \mathbf{E}_n^{(0)} \right) dV \quad (4.4)$$

$$\text{et : } \aleph \equiv \langle \mathbf{E}_n^{(0)} | \epsilon^{(0)} | \mathbf{E}_n^{(0)} \rangle = \int_{Vol} \mathbf{E}_n^{*(0)} \bullet \mathbf{D}_n^{(0)} dV \quad (4.5)$$

On définit le taux de modulation au premier ordre pour l'effet photo-élastique $g_{pE} = \frac{\partial \omega}{\partial \alpha}$ de telle sorte que l'expression (4.3) soit analogue à un développement de Taylor. On obtient :

$$g_{pE} = - \frac{\omega_0 \langle \mathbf{E}_n^{(0)} | \frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha} | \mathbf{E}_n^{(0)} \rangle}{2 \int \mathbf{E}_n^{*(0)} \bullet \mathbf{D}_n^{(0)} dV} \quad (4.6)$$

L'équation (4.3) s'écrit alors :

$$\omega_n = \omega_n^{(0)} + \alpha \cdot g_{pE} + 0(2) \Leftrightarrow \omega_n = \omega_n^{(0)} + \alpha \frac{\partial \omega}{\partial \alpha} + 0(2) \quad (4.7)$$

17. Un paramètre $\alpha = 0$ correspond à un système non perturbé. On peut donc écrire : $\Delta\epsilon = \alpha \epsilon^{(1)} \equiv \alpha \frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha}$.

Perturbation au deuxième ordre

Nous avons jusque-là considéré que la correction au premier ordre est, de quelques ordres de grandeurs, plus importante que les corrections d'ordres supérieurs. Cependant, il arrive que sous certaines conditions, la correction au premier ordre s'annule ou est du même ordre de grandeur que les corrections d'ordres supérieurs. Dans de tels cas, on doit tenir compte au minimum de la correction du deuxième ordre [185, 186]. Celle-ci s'écrit :

$$\frac{\omega_n^{(2)}}{\omega_n^{(0)}} = \left(\frac{\omega_n^{(1)}}{\omega_n^{(0)}} \right)^2 + \frac{\omega_n^{(0)^2}}{2\aleph^2} \sum_{m \neq n} \left(\frac{|\langle \mathbf{E}_m^{(0)} | \epsilon^{(1)} | \mathbf{E}_n^{(0)} \rangle|^2}{\omega_n^{(0)^2} - \omega_m^{(0)^2}} \right) \quad (4.8)$$

Cas des modes dégénérés

Considérons le mode n deux fois dégénéré de pulsation $\omega_n^{(0)}$ dans le système non perturbé dont les profils des champs $\mathbf{E}_{n,1}^{(0)}$ et $\mathbf{E}_{n,2}^{(0)}$ sont repérés par les deuxièmes indices 1 et 2. En présence d'une perturbation $\epsilon^{(1)}$ on montre que la correction au premier ordre lève la dégénérescence en dédoublant la pulsation [185, 186] : $\omega_{n1} = \omega_n^{(0)} + \omega_{n1}^{(1)}$ et $\omega_{n2} = \omega_n^{(0)} + \omega_{n2}^{(1)}$. Ces corrections sont données par :

$$\frac{\omega_{n1,2}^{(1)}}{\omega_n^{(0)}} = -\frac{\Gamma_{11} + \Gamma_{22}}{4\aleph} \pm \frac{1}{4\aleph} \sqrt{(\Gamma_{11} - \Gamma_{22})^2 + 4|\Gamma_{12}|^2} \quad (4.9)$$

$$\text{où } \Gamma_{ij} = \langle \mathbf{E}_{n,i}^{(0)} | \epsilon^{(1)} | \mathbf{E}_{n,j}^{(0)} \rangle ; \quad i, j = 1, 2$$

4.2.2 Effet opto-mécanique : cas des interfaces mobiles

Dans le cas d'une variation d'indice résultant du déplacement d'une interface, on doit tenir compte de l'anisotropie introduite par le fait que les composantes normales et parallèles du champ sont soumises à des conditions de continuités distinctes à ces interfaces : continuité des composantes parallèle du champ électrique $\mathbf{E}_{//}$ et continuité de la composante normale du déplacement électrique $\mathbf{D}_{\perp} = \epsilon \mathbf{E}_{\perp}$. On montre qu'au premier ordre, le Bras-Kets de Dirac $\langle \mathbf{E}_n^{(0)} | \epsilon^{(1)} | \mathbf{E}_n^{(0)} \rangle$ s'écrit [183, 187, 188] :

$$\left\langle \mathbf{E}^{(0)} \left| \frac{d\epsilon}{d\alpha} \right| \mathbf{E}^{(0)} \right\rangle = \int_{Aire} \frac{dh}{d\alpha} dA \left\{ \Delta\epsilon_{12} \left| \mathbf{E}_{//}^{(0)} \right|^2 - (\Delta\epsilon_{12}^{-1}) \left| \mathbf{D}_{\perp}^{(0)} \right|^2 \right\} \quad (4.10)$$

Où, $\Delta\epsilon_{12}$ et $\Delta(\epsilon_{12}^{-1})$ représentent respectivement les sauts de permittivité et d'impermittivités à l'interface, h est la composante du vecteur position dans la direction perpendiculaire à l'élément d'aire dA situé à l'interface. C'est une fonction du paramètre α caractérisant la perturbation. Ainsi, la dérivée $dh/d\alpha = \mathbf{u}(\mathbf{r}') \bullet \mathbf{n}$. Où, $\mathbf{u}(\mathbf{r})$ représente le champ des déplacements et $\mathbf{r} = \mathbf{r}'$ le vecteur de coordonnées des points se trouvant sur l'interfaces et \mathbf{n} le vecteur unitaire normal à l'élément dA . En reportant le bras-ket (4.10) dans l'équation (4.6) le taux de modulation de l'effet opto-mécanique s'écrit [183] :

$$g_{oM} = -\frac{\omega_n^{(0)} \int_{Aire} (\mathbf{u} \bullet \mathbf{n}) dA \left\{ \Delta\epsilon_{12} \left| \mathbf{E}_{//}^{(0)} \right|^2 - (\Delta\epsilon_{12}^{-1}) \left| \mathbf{D}_{\perp}^{(0)} \right|^2 \right\}}{2 \int \mathbf{E}_n^{(0)} \bullet \mathbf{D}_n^{(0)} dV} \quad (4.11)$$

La pulsation propre du système perturbé ω_n est alors donnée par la relation (4.7) où le taux de modulation pour l'effet et opto-mécanique g_{oM} se substitue à celui de l'effet photo-élastique g_{pE} .

Les taux de modulation équations (4.6) et (4.11) peuvent s'interpréter comme le taux de couplage acousto-optique respectivement pour l'effet photo-élastique et l'effet opto-mécanique respectivement. Les numérateurs de ces formules correspondent aux intégrales de recouvrement des champs acoustiques (via la variation de la permittivité) et optiques respectivement dans la cavité et à son interface avec le cristal. Plus les taux de couplage g_{pE} et g_{oM} sont élevés plus le couplage attendu, au premier ordre, est important.

L'effet opto-mécanique est dû à une variation abrupte et localisée de l'indice de réfraction introduite par le déplacement des interfaces air / solide tandis que, l'effet photo-élastique est le résultat d'une variation plus lente et plus étendue de l'indice de réfraction suivant la cartographie des champs de déformation.

4.3 Analyse des résultats de modulation de l'onde lumineuse dans des cavités L1

Dans ce paragraphe, nous nous intéressons aux cavités « L1 » formées par l'omission d'un seul trou de la structure. Nous présentons les résultats de calcul de modulation de la fréquence propre d'un mode de cavité optique en présence d'un mode cavité acoustique. Ces résultats sont obtenus dans le cadre d'un modèle quasi-statique en utilisant le modèle de la supercellule présenté au chapitre précédent. La disparité des fréquences acoustiques (gigahertz) et optiques (terahertz) utilisées justifie l'étude quasi-statique : Lors de la recherche des modes optiques, les paramètres optiques et géométriques de la structure sont figés à différents instants de la période acoustique ($0 \leq \Omega \cdot t \leq 2\pi$) [129, 151]. Ces paramètres suivent la même périodicité que les champs de déformations et de déplacements acoustiques qui les ont engendrés.

Méthode quasi-statique

La Méthode quasi-statique est un procédé multi-physique. Elle consiste à résoudre les équations de propagation acoustique. On sauvegarde les valeurs des déplacements acoustiques u_i en chaque point du maillage ainsi que celles des déformations S_{ij} correspondantes. A partir de ces données on établit les cartographies de la permittivité diélectrique de la structure déformée. On stocke ces cartographies à des instants discrets de la période du mode acoustique. Les équations de propagation optique sont ensuite résolues en utilisant ces cartographies. L'évolution temporelle des fréquences de résonance de la cavité détermine la modulation.

Afin de pouvoir comparer l'impact des effets photo-élastique et opto-mécanique, nous les séparons artificiellement. Pour cela, nous formons, en plus de la cartographie complète tenant compte des deux effets cumulés, deux cartographies supplémentaires de l'indice de réfraction en ne considérant qu'un seul effet à la fois. L'effet opto-mécanique ne dépend que des déplacements acoustiques u_i à la frontière qui délimite la cavité par rapport au reste du cristal. Pour déterminer la cartographie de l'indice de réfraction correspondant, il suffit de sauvegarder la restriction de la cartographie des déplacements aux interfaces solide-air de la cavité optique.

Les effets opto-mécaniques et photo-élastiques sont fortement imbriqués. Leur séparation artificielle n'est qu'une approximation. On ne peut pas exprimer le résultat de leur action cumulée par la superposition de leur action individuelle. En effet, l'effet opto-mécanique ne tient pas compte de la variation spatiale de la permittivité et donc de la modification du chemin optique de l'onde résonnante. De même, l'effet photo-élastique

ne tient pas compte des déformations géométriques de la cavité. L'analyse ne prenant en compte qu'un seul effet à la fois, ne permet de dégager qu'une tendance générale et doit être perçue comme un outil d'aide à la compréhension des phénomènes.

Nous précisons finalement que la résolution du système aux vecteurs propres de la supercellule permet de remonter à la cartographie des champs acoustiques et optiques de la cavité. Cependant celle-ci ne permet pas de connaître l'amplitude réelle. Afin d'assurer un ordre de grandeur comparable à ceux rencontrés dans les composants physiques, les déplacements acoustiques sont normalisés à une valeur maximale de 1% du paramètre de réseau a . Ceci permet une étude comparative des modulations [129, 189] pour les effets opto-mécaniques et photo-élastiques des différents couples de modes photoniques et phononiques.

4.3.1 Couplage dans le silicium

Nous présentons tout d'abord les résultats obtenus pour une structure purement bidimensionnelle. La permittivité présente une périodicité suivant les deux dimensions (dans le plan x, y) et est supposée uniforme et illimitée suivant l'axe z . Dans un deuxième temps, nous étendons l'étude aux membranes (ou lames) structurées. C'est-à-dire que nous considérons les mêmes structurations bidimensionnelles (x, y) . Mais, cette fois, l'épaisseur suivant la direction z est limitée. Par opposition au cas purement bidimensionnel, nous qualifions ces structures de tridimensionnelles. Nous tenons alors compte de l'impact de l'épaisseur de la couche structurée.

Pour tous les résultats de modulation présentés ci-dessous, nous regrouperons sur un même graphique les trois courbes représentant l'évolution temporelle de l'excursion de la fréquence optique sous l'action de l'effet photo-élastique, opto-mécanique et les deux simultanément.

Dans le cas du silicium matériau de la classe m3m les composantes non nulles du tenseur élasto-optique sont $p_{11} = p_{22} = p_{33} = -0.1$, $p_{12} = p_{21} = p_{13} = p_{31} = p_{23} = p_{32} = 0.01$ et $p_{44} = p_{55} = p_{66} = -0.051$ [190].

Couplage dans les structures 2D

Dans ce paragraphe, nous présentons l'analyse des interactions acousto-optiques les plus significatives et qui sont représentatives des situations les plus couramment rencontrées. Nous considérerons trois types de réseaux : carrés, hexagonaux et en nid d'abeilles.

1. Réseaux carrés

La figure 4.1 présente la modulation de la fréquence de résonance (courbes en trait plein rouge) des modes optiques de polarisation TM : Le mode non dégénéré α et des modes deux fois dégénérés β et γ sous l'actions des modes acoustiques B et F. La fréquence optique réduite $\omega \cdot a / 2\pi c$ y est représentée sur une période acoustique ($0 < \Omega \cdot t \leq 2\pi$). Afin de comparer le poids des deux mécanismes acousto-optiques, nous rajoutons sur le même graphique 4.1, les courbes représentatives de leur contribution individuelle : les courbes en points tirets verts et en tirets bleus représentent respectivement les contributions des effets photo-élastiques et opto-mécaniques. Les modes optiques dégénérés β et γ sont représentés simultanément sur le même graphe en trait épais et trait fin. La colonne de gauche représente l'action du mode B et la colonne de droite celle du Mode F. La

première ligne représente l'évolution du mode α et la deuxième ligne celle des modes β et γ .

D'un point de vue qualitatif, les modes B et F agissent de façons différentes sur les modes optiques. Le mode F induit une modulation pratiquement sinusoïdale qui évolue à la fréquence acoustique Ω et ceci quel que soit le mode optique considéré. On notera aussi que la dégénérescence des modes β et γ n'est pas levée. Au contraire, le mode B cause des modulations différentes pour le mode α et les modes $(\beta - \gamma)$: l'allure de la modulation du mode α a l'allure d'un sinus au carré (ou, de façon équivalente une sinusoïde de fréquence 2Ω) tandis que l'évolution des modes β et γ a plutôt l'allure d'une sinusoïde déformée et leur dégénérescence est levée.

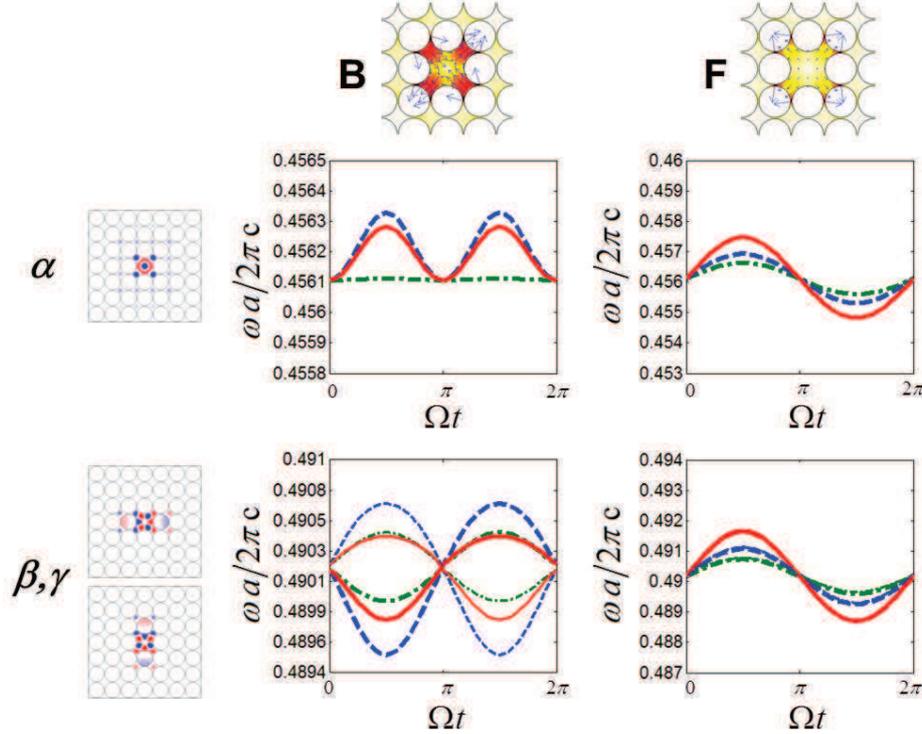


FIGURE 4.1 – Modulation de la fréquence de résonance optique dans le silicium dans le réseau carré pour les effets photo-élastique (vert), opto-mécanique (bleu), et les deux effets simultanément (rouge) pour les modes acoustiques B et F et les modes optiques en polarisation TM α , β et γ .

Des considérations de symétrie associées à la théorie des perturbations permettent de donner une interprétation simple de la disparité de l'action des modes acoustiques [189]. Pour illustrer l'évolution temporelle des modes acoustique B et F, on présente sur la figure 4.2 la cartographie des champs de déplacements acoustiques à des instants discrets de la période acoustique (tous les $1/4$ de période). Les couleurs du blanc au rouge foncé représentent les valeurs absolues des déplacements normalisés. Ces cartographies donnent une vue globale de l'évolution de la déformation de la géométrie de la cavité en fonction du temps. Afin de pouvoir visualisés les déplacements, ceux-ci ont été exagérés dans la représentation de la figure 4.2.

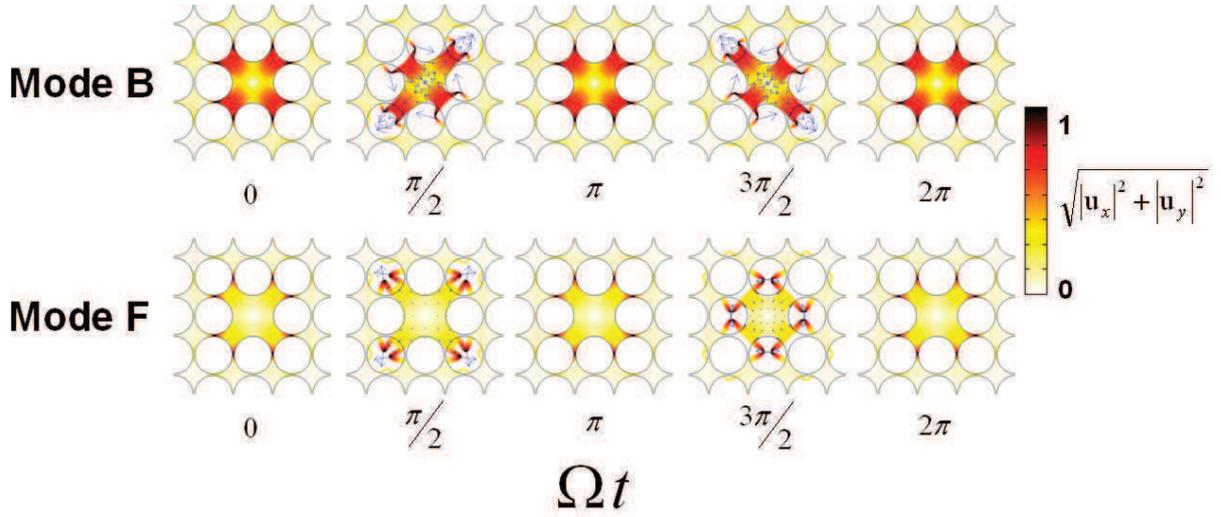


FIGURE 4.2 – Evolution des déplacements des modes de cavité acoustiques B et F en fonction du temps pour $\Omega \cdot t$ variant de 0 à 2π . La couleur représente la valeur absolue du déplacement. La déformation de la cavité et les flèches représentent le sens de la déformation de la cavité aux instants $\Omega \cdot t = \pi/2$ et $3\pi/2$

Comportement des modes respiratoires et des modes à déformations périodiques de la cavité

Le mode acoustique F est un mode dit « respiratoire » : il est caractérisé par des variations quasi-homothétiques de la cavité. Par contre, l'évolution de la géométrie de la cavité, en présence du mode acoustique B, est telle que, pendant la première moitié de la période acoustique, l'une de ses diagonales est allongée tandis que l'autre est contractée. La situation est ensuite inversée durant la deuxième partie du cycle.

Modulation aux fréquences Ω et 2Ω

Le caractère « respiratoire » du mode F modifie le volume de la cavité sans modifier sa forme générale. Par conséquent, les fréquences des modes optiques seront respectivement plus élevées ou plus basses selon que la cavité se contracte ou se dilate.

Concernant le mode acoustique B, aux déformations extrêmes obtenues en $\Omega \cdot t = \pi/2$ et $3\pi/2$ (cf. figure 4.2.), la répartition des déplacements présente un profil identique à une rotation près de 180° autour d'un axe normal au plan de la structure. Ceci pourrait expliquer le doublement de la fréquence de la modulation du mode α mais ne permet pas d'expliquer de façon satisfaisante l'allure de la modulation des modes β et γ .

Une interprétation plus appropriée est basée sur la théorie des perturbations. La symétrie du champ des perturbations est telle que, à tous les instants Ωt de la période acoustique, il persiste au moins un plan d'antisymétrie normal au plan structuré. La correction au premier ordre (cf. équation 4.3) de la fréquence propre du mode optique α s'annule. La correction au deuxième ordre n'est pas occultée et se manifeste par l'allure en forme de sinus au carré de la courbe de modulation (cf. équation 4.1 pour une variation sinusoïdale du paramètre α caractérisant la perturbation). Concernant les modes dégénéré β et γ , l'existence d'un plan d'antisymétrie n'assure pas l'annulation de la correction au premier ordre. En effet, dans la relation (4.9) les produits intérieurs $\Gamma_{11} = \langle \mathbf{E}_\beta^{(0)} | \epsilon^{(1)} | \mathbf{E}_\beta^{(0)} \rangle$ et $\Gamma_{22} = \langle \mathbf{E}_\gamma^{(0)} | \epsilon^{(1)} | \mathbf{E}_\gamma^{(0)} \rangle$ s'annulent en présence du plan de symétrie mais pas le produit

croisé du bras-ket $\Gamma_{12} = \langle \mathbf{E}_\beta^{(0)} | \epsilon^{(1)} | \mathbf{E}_\gamma^{(0)} \rangle$. Ainsi, la correction au premier ordre existe mais la correction au deuxième ordre n'est pas négligeable. On observe alors la distorsion de la courbe sinusoïdale : signature de la superposition d'un sinus de première et deuxième harmonique. Il est possible via une décomposition de Fourier d'établir les coefficients du développement. A titre d'exemple pour le mode γ , la fréquence réduite non perturbée $\omega_n^{(0)} = 0,4902$ représente la valeur moyenne. Les corrections aux premier et deuxième ordres donnent respectivement $\omega_n^{(1)} = 3,12 \cdot 10^{-4}$ et $\omega_n^{(2)} = -5,86 \cdot 10^{-5}$, on aura ainsi :

$$\omega_n = 0,4902 + 3,12 \cdot 10^{-4} \cdot \sin(\Omega \cdot t) + -5,86 \cdot 10^{-5} \cdot \sin^2(\Omega \cdot t) \quad (4.12)$$

On notera la correspondance avec l'évolution de la pulsation prédite par la théorie des perturbations (cf. équation 4.1) dans le cas où le paramètre α de la perturbation évolue de façon sinusoïdale, c'est-à-dire proportionnel à $\sin(\Omega \cdot t)$.

Levée de dégénérescence

Suivant à la relation (4.11), la théorie des perturbations montre qu'en règle générale, la dégénérescence d'un mode deux fois dégénéré est levée sous l'action d'une perturbation $\epsilon^{(1)}$. Une seule exception à cette règle existe : la dégénérescence n'est pas levée si et seulement si les deux conditions suivantes sont réalisées simultanément :

$$\langle \mathbf{E}_\beta^{(0)} | \epsilon^{(1)} | \mathbf{E}_\beta^{(0)} \rangle = \langle \mathbf{E}_\gamma^{(0)} | \epsilon^{(1)} | \mathbf{E}_\gamma^{(0)} \rangle \quad \text{et} \quad \langle \mathbf{E}_\beta^{(0)} | \epsilon^{(1)} | \mathbf{E}_\gamma^{(0)} \rangle = 0 \quad (4.13)$$

Or, conformément à la théorie des perturbations les modes propres non perturbés β et γ sont choisis orthogonaux. C'est-à-dire qu'ils vérifient la condition :

$$\langle \mathbf{E}_\beta^{(0)} | \epsilon^{(0)} | \mathbf{E}_\gamma^{(0)} \rangle = \delta_{\beta\gamma} \quad (4.14)$$

En d'autres termes la dégénérescence n'est pas levée si et seulement si la distribution de la perturbation $\epsilon^{(1)}$ de la permittivité ϵ présente la même symétrie que la permittivité du système non perturbée $\epsilon^{(0)}$.

Ainsi, Comme le mode respiratoire F conserve la symétrie de la cavité, la dégénérescence des modes optique n'est pas levée. En revanche, en présence du mode acoustique B, la symétrie de la cavité originale est rompue causant la levée de dégénérescence des fréquences optiques.

Par ailleurs, on notera que dans le système non perturbé, toute combinaison linéaire des modes dégénérés est aussi un mode propre de la structure avec la même valeur propre. En présence de la perturbation, les modes β et γ ne sont plus des modes propres de la cavité perturbée. Si ces deux modes sont suffisamment isolés, les nouveaux modes propres sont proches d'une superposition linéaire bien définie (et non plus arbitraires) de ces deux modes non perturbés β et γ . Les modes perturbés sont dit « hybrides ». L'évolution du profil de ces modes est représentée sur la figure (4.3). Dans le cas particulier des déformations extrémales (en $\Omega t = \pm\pi/2$) introduites par le mode B, le rapport entre les facteurs de pondération de ces combinaisons linéaires est proche de ± 1 . C'est-à-dire que les combinaisons linéaires sont : $\beta \pm \gamma$, comme l'indique la comparaison des figure 4.3 et 4.4.

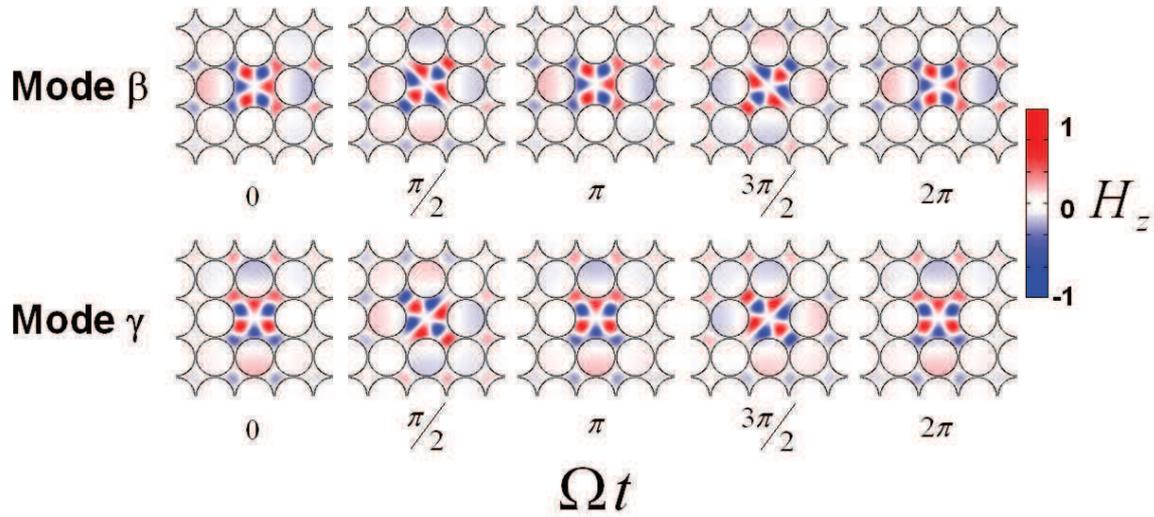


FIGURE 4.3 – Cartographie des champs magnétiques hors-plan des modes optiques dégénérés β et γ en polarisation TM au cours du temps pour $\Omega \cdot t = 0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$ et 2π dans le réseau carré en silicium.

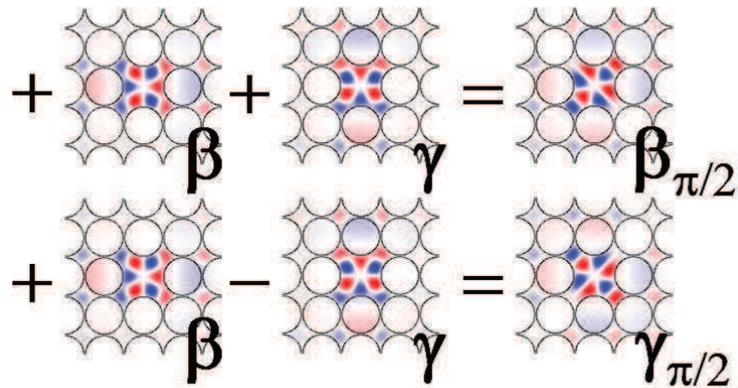


FIGURE 4.4 – Correspondance entre les cartographies des modes perturbés $\beta(\Omega t)$ et $\gamma(\Omega t)$ en $\Omega t = \pi/2$ (fig.4.3) et la superposition des profils de modes dégénérés non perturbés avec des coefficients de pondération ± 1 : $\beta \pm \gamma$.

Polarisation TE

La figure 4.5 présente la modulation de la fréquence de résonance des modes optiques de polarisation TE γ' et ϵ' non dégénérés par les mêmes modes acoustiques B et F.

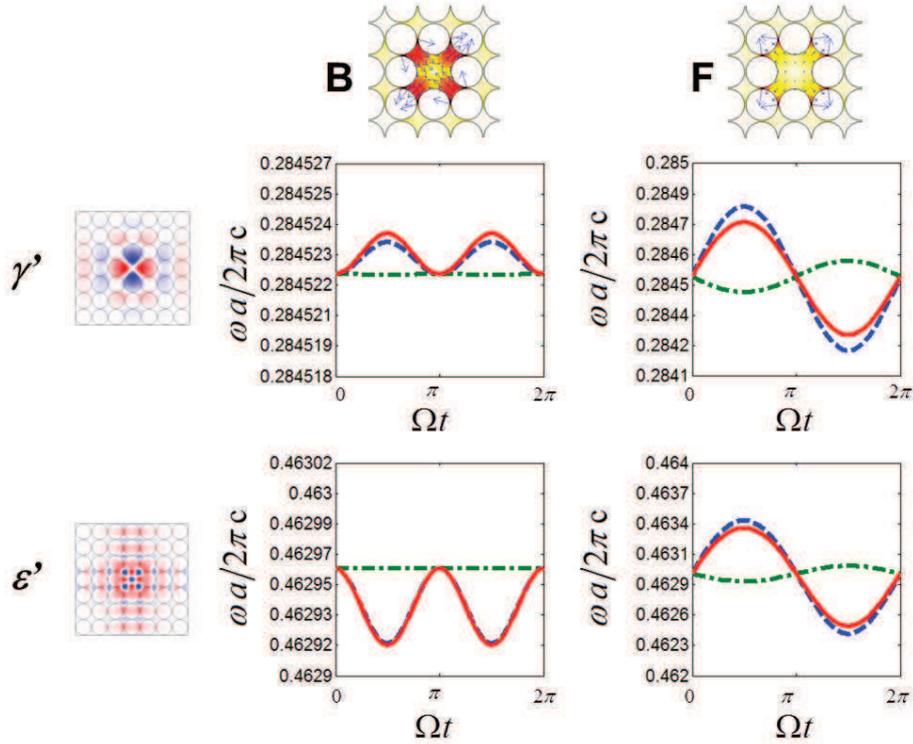


FIGURE 4.5 – Modulation de la fréquence de résonance optique dans le silicium dans le réseau carré pour les effets photo-élastique (vert), opto-mécanique (bleu), et les deux effets simultanément (rouge) pour les modes acoustiques B et F et les modes optiques en polarisation TE γ' et ϵ' .

On retrouve les mêmes tendances, que pour la polarisation TM décrites ci-dessus. On distingue la modulation à la fréquence Ω pour la perturbation par le mode F et une modulation à la fréquence 2Ω en présence du mode B.

Poids respectifs des effets opto-mécanique et photo-élastique pour les deux polarisations optiques

La modulation de la fréquence de résonance optique par l'effet opto-mécanique reste prépondérante en valeur absolue pour tous les couples de modes étudiés bien que, les deux effets soient du même ordre de grandeur. La réponse globale du système, combinant les deux effets, sera quelque peu différente d'une simple superposition de leur contribution individuelle. En général, dans le cas d'une polarisation TE l'effet photo-élastique est beaucoup plus faible que pour une polarisation TM. Cette dernière polarisation ne comporte que des champs électriques dans le plan qui sont sujets aux discontinuités de E introduites par les conditions aux limites aux interface air solide (continuité de $D = \epsilon E$) alors que pour la polarisation TE c'est la continuité de E aux interface qui prévaut. De plus, pour les modes TE, seule la variation de ϵ_{33} participe au couplage photo-élastique, elle dépend de la constante photo-élastique p_{12} qui est la plus faible des constantes photo-élastiques; les constantes photo-élastiques intervenant dans le couplage des modes TM sont cinq à dix fois supérieures [191]. On remarquera cependant l'exception, de la polarisation TE modulée par le mode acoustique F où l'effet photo-élastique bien que plus que faible que l'effet opto-mécanique, n'est pas négligeable.

Actions opposées ou conjuguées des Effet opto-mécanique et photo-élastique

La prise en compte simultanée des deux effets révèle deux situations : un renforcement ou une opposition des deux effets. La modulation acousto-optique regroupant les deux

effets peut être inférieure à celle obtenue par chacun agissant seul. Ceci n'est pas surprenant puisque la séparation que nous avons faite est purement artificielle : les deux effets coexistent et ne peuvent pas être séparés. Ainsi, si une modification de la forme globale d'une cavité donnée est accompagnée d'une augmentation ou d'une diminution de la permittivité moyenne, les effets sur la fréquence de résonance pourront s'opposer ou au contraire se soutenir l'un l'autre. A titre d'exemple en polarisation TM lorsque la cavité est perturbée par le mode acoustique F, les deux effets s'additionnent pour renforcer l'interaction acousto-optique comme illustré sur la figure 4.1 pour les couples de modes phononiques /photoniques (F, α) et $(F, \beta - \gamma)$. Au contraire, l'action des deux effets s'oppose pour le couple $(B, \beta - \gamma)$. L'effet photo élastique est négligeable pour le couple (B, α) au premier comme au deuxième ordre. Cependant on note que l'effet global est inférieur à l'effet opto-mécanique agissant seul [189].

Dans le cas du mode respiratoire F, lorsque la taille de la cavité est contractée, la déformation, $(S_{11} + S_{22} + S_{33})$ est négative. La relation (1.8) indique que $\Delta\epsilon$ est négatif (car les éléments p_{ii} du tenseur photo élastique sont négatifs). La permittivité moyenne diminue. La relation (4.3) ci-dessus montre alors que les fréquences propres optiques augmentent. Les deux effets, sont alors additifs car la fréquence augmente par l'effet opto-mécanique lorsque le volume de la cavité diminue. Une analogie peut être faite sur l'évolution des bandes interdites en fonction des rayons d'inclusion, introduite dans les figures 3.3 et 3.5. Lorsque les rayons d'inclusion augmentent, la surface disponible pour la cavité diminue, et donc les bandes interdites évoluent vers les hautes fréquences [8].

Etant donné que la déformation du mode B fait intervenir les trois constantes photo-élastiques du silicium, relation (1.8) dont certaines sont positives et d'autres négatives, l'interprétation de l'évolution de la pulsation de résonance s'avère plus délicate. Les conclusions que l'on pourrait en tirer pour une polarisation optique donnée par exemple TM, pourraient ne pas être valable pour la polarisation TE. En effet ce ne sont plus les mêmes composantes du champ électrique qui entrent en jeu.

Qu'en est-il des autres couples de modes non présentés dans le mémoire ?

Les tendances que nous avons dégagées dans ce paragraphe pour l'action des modes acoustiques B et F rejoignent celles constatées pour les autres modes acoustiques de la supercellule d'un réseau carré. Le seul mode respiratoire trouvé est le mode F. Une certaine corrélation entre la variation de surface de la cavité en présence d'un mode acoustique et celle de la fréquence de résonance du mode optique est constatée. Par exemple la surface du mode B est minimale en $\Omega t = \pi/2$ et $3\pi/2$ et coïncide avec les fréquences de résonance maximales. Nous avons relevé ce même phénomène pour le mode C. Inversement, pour les modes acoustiques A, D et E, on observe la concordance entre les fréquences optiques qui diminuent et la surface des modes acoustiques qui augmentent.

2. Autres réseaux : réseau triangulaire et réseau en nid d'abeille

La figure 4.6 présente la modulation des fréquences de résonance optiques en polarisation TM (figure 4.6.(a,c)) et TE (figure 4.6.(b,d)) pour les réseaux en nid d'abeille (figure 4.6.(a,b)) et triangulaire (figure 4.6.(c,d)) dans le silicium pour les effets photo-élastiques (tirets-points verts), opto-mécanique (tirets bleus) et les deux simultanément (trait continu rouge). Tous les résultats sont présentés pour deux modes acoustiques et deux modes optiques.

De manière analogue au réseau carré, l'effet opto-mécanique est prépondérant aussi

bien pour le réseau triangulaire que pour le réseau en nid d'abeille et la modulation photo-élastique est négligeable pour la polarisation TE.

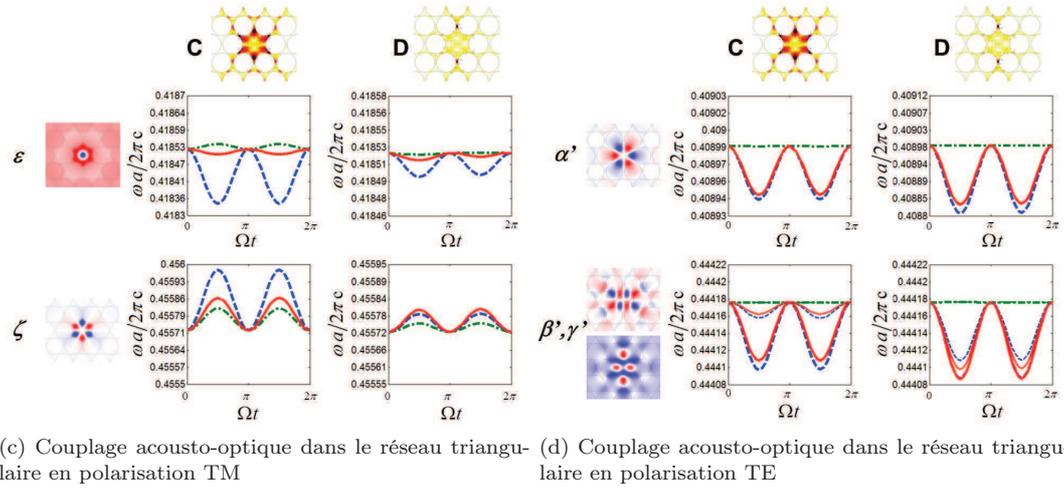
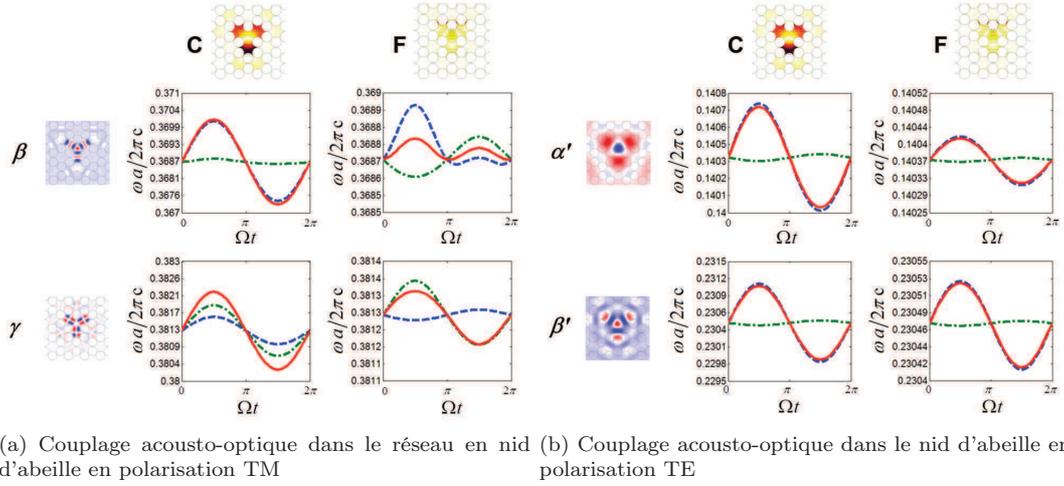


FIGURE 4.6 – Modulation de la fréquence de résonance optique dans le silicium pour les réseaux en nid d'abeille (a-b) et triangulaire (c-d) pour les effets photo-élastiques (vert), opto-mécanique (bleu) et les deux simultanément (rouge) pour les polarisations optiques TM (a,c) et TE (b,d)

Concernant le réseau en nid d'abeille, les modes acoustiques C et F ne possèdent pas de plan d'antisymétrie, la correction au premier ordre de la fréquence propre des modes optiques existe. L'évolution de la fréquence de résonance optique sera donc caractérisée par une modulation à la fréquence Ω . Cependant, la modulation du mode optique β par le mode acoustique F montre une distorsion assez prononcée. Ceci indique une contribution non négligeable de la correction au deuxième ordre.

Le mode F présente une déformation assez complexe comme on peut le voir sur la figure 4.7 où, les déplacements de la cavité aux instants $\Omega t = \pi/2$ et $3\pi/2$ sont représentés. En présence du mode F, le plan de symétrie de la structure passant par l'axe des y et normal à la structure est conservé. Mais aucune symétrie particulière ne peut être décelée par rapport à un plan passant par l'axe des x et donc aucune prédiction concernant la modulation ne peut être avancée. Seul le calcul numérique entrepris pour le tracé des courbes nous a permis de déceler la correction non négligeable au deuxième ordre pour le couple (β, F) . De même, les résultats numériques indiquent que les autres modes optiques γ , α' et β' sont moins sensibles à la correction au deuxième ordre comme le montrent les variations pratiquement sinusoïdale à fréquence fondamentale Ω sur les

graphes figures 4.6.a et b.

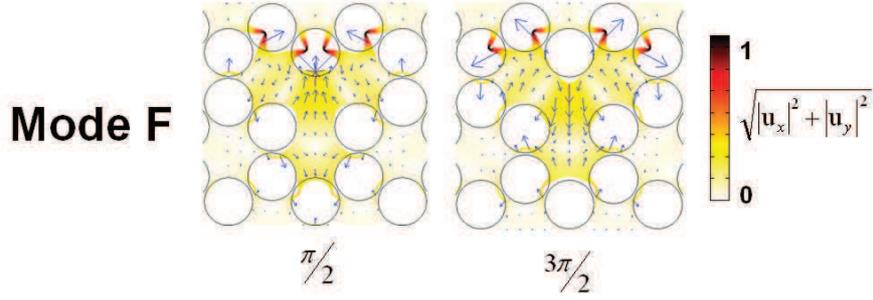


FIGURE 4.7 – Déplacements du mode de cavité acoustique F aux instants $\Omega t = \pi/2$ et $3\pi/2$. La couleur représente les valeurs absolues des déplacements et les flèches leur sens.

Inversement, tous les modes acoustiques du réseau triangulaire possèdent un plan d'antisymétrie : le plan d'antisymétrie du mode C passe par l'axe des x et celui du mode D par l'axe des y . La correction au premier ordre s'annule et la modulation évolue donc à la fréquence $2 \cdot \Omega$. Comme le vérifient les résultats numériques de la figure 4.6.c et d. La figure 4.8 illustre l'évolution des modes C et D du réseau triangulaire durant une période acoustique.

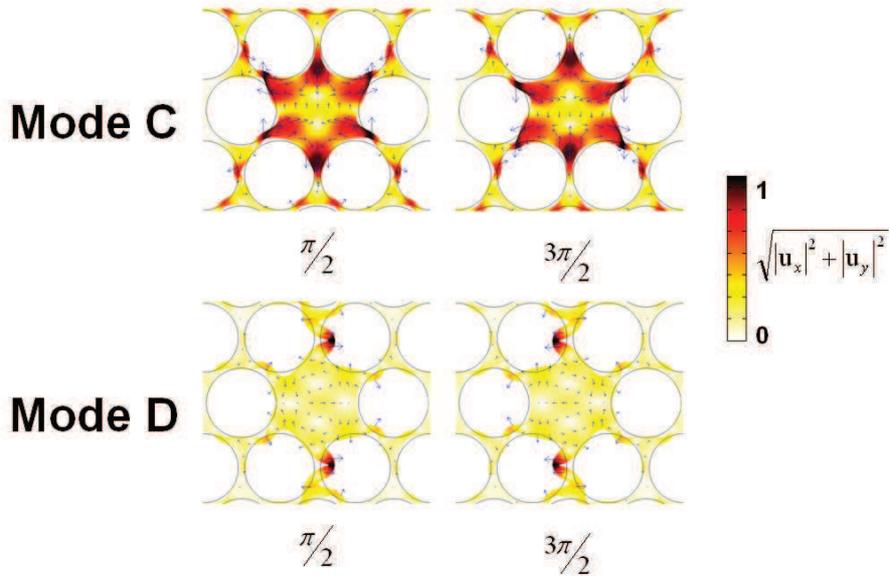


FIGURE 4.8 – Déplacements du mode de cavité acoustique C et D dans le réseau triangulaire pour le silicium aux instants $\Omega t = \pi/2$ et $3\pi/2$. La couleur représente les valeurs absolues des déplacements et les flèches leur sens.

Couplage dans une membrane 3D

L'ensemble des résultats du couplage acousto-optique présentés jusque-là, concernent les modèles bidimensionnels pour lesquels on considère une épaisseur infinie. Ici l'étude du cas des membranes suppose une épaisseur finie. Le principe du calcul des modes optiques est basé sur la méthode des supercellules. De manière similaire au modèle bidimensionnel, les conditions de Bloch-Floquet sont appliquées aux limites latérales de la cellule. Les conditions de miroir électrique (PEC) ou de miroir magnétique (PMC) sont ensuite imposées sur le plan médian, et la partie supérieure du domaine incluant la couche d'air [139]. Concernant les interfaces matériau / air de la membrane les conditions classiques de continuité des composantes électromagnétiques sont appliquées. Comme on

l'a vu au chapitre III, une épaisseur de la couche d'air égale à deux fois le paramètre de réseau ($2 \cdot a$) correspond à un compromis acceptable entre le temps de calcul et la réduction des artéfacts dus aux modes parasites. [139]

Les figures 4.9 et 4.10 présentent le couplage acousto-optique dans le silicium pour les modes optiques symétriques et antisymétriques respectivement. La modulation est calculée en fonction de l'effet photo-élastique (vert), opto-mécanique (bleu) et ces deux effets simultanément (rouge). Les modes acoustiques sont présentés en fonction des déplacements absolus alors que les modes optiques sont présentés en fonction de la définition de l'énergie électromagnétique sur le plan médian de symétrie π et d'antisymétrie π^* de la supercellule photonique. On note que la modulation du champ optique oscille à la fréquence $2 \cdot \Omega$ quel que soit le mode acoustique qui perturbe la structure. Nous précisons que les modes optiques et acoustiques choisis pour illustrer le couplage correspondent à ceux des diagrammes de dispersion présentés dans les figures 3.19, 3.20 et 3.21. Comme les modes acoustiques B et C sont des modes dégénérés, nous présentons uniquement les résultats concernant un seul d'entre eux : le mode B.

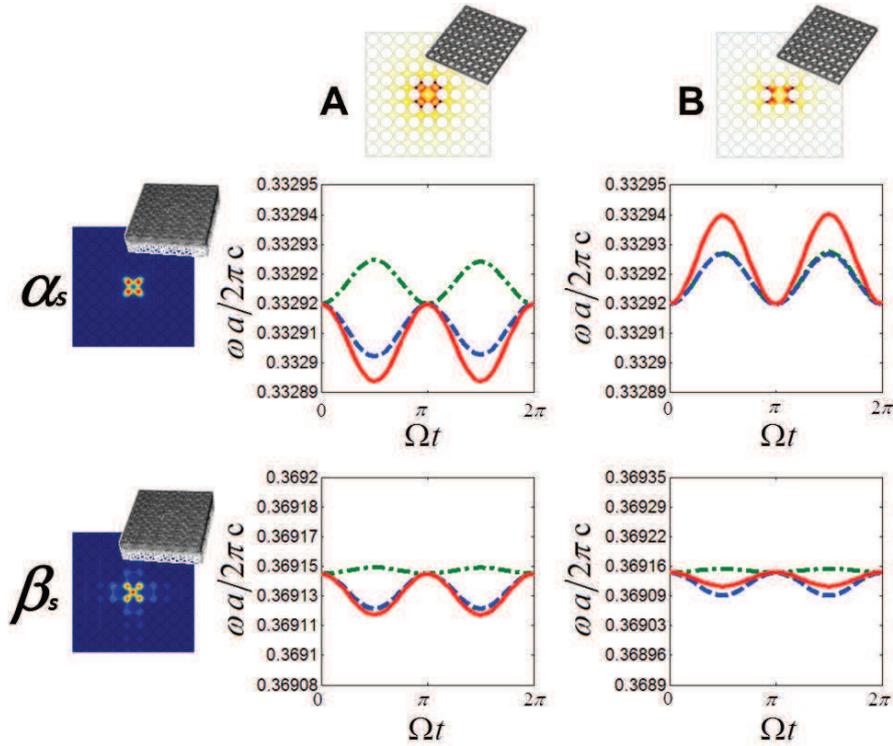


FIGURE 4.9 – Modulation de la fréquence de résonance optique dans le silicium dans le réseau carré pour les effets photo-élastique (vert), opto-mécanique (bleu), et les deux effets simultanément (rouge) pour les modes acoustiques A et B et les modes optiques en polarisation TM α_s et β_s symétriques.

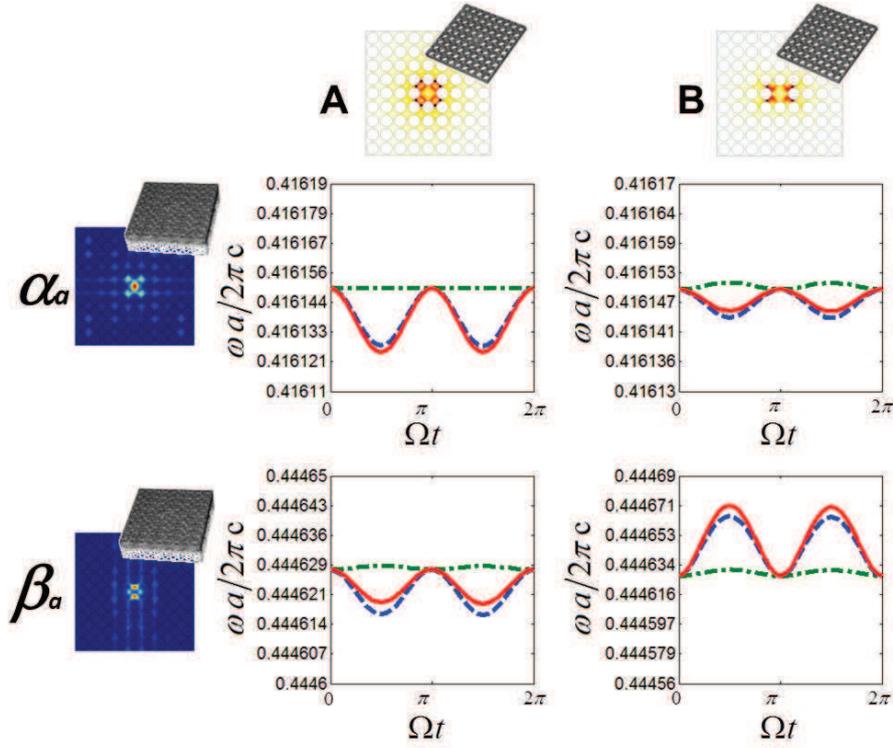


FIGURE 4.10 – Modulation de la fréquence de résonance optique dans le silicium dans le réseau carré pour les effets photo-élastique (vert), opto-mécanique (bleu), et les deux effets simultanément (rouge) pour les modes acoustiques A et B et les modes optiques en polarisation TM α_a et β_a antisymétriques.

Durant la première partie du cycle acoustique du mode A, l'évolution des déplacements, montre une « rotation » dans le sens horaire du volume situé au centre de la cavité. Quatre autres rotations dans le sens trigonométrique existent aux quatre coins de la cavité. Ces rotations s'inversent dans la deuxième demi-période. L'évolution des déplacements du mode B montre une forme plus ou moins « trapézoïdale » élargissement de la partie haute et rétrécissement de la partie basse. Ceci est accompagné par une élongation des interstices entre les inclusions haute et basse. Ce trapèze s'inverse sur la deuxième demi-période.

Les modes A et B sont des modes symétriques (par rapport au plan médian). Dans ce plan de symétrie, la composante des déplacements normale au plan est nulle. La figure 4.11 représente la cartographie des vecteurs de déplacements dans le plan médian. On constate que les modes A et B possèdent au moins un plan d'antisymétrie : Le mode A en a deux orthogonaux entre eux et le mode B en possède un passant par l'axe des x . La correction au premier ordre s'annule en présence de la perturbation de la cavité par un de ces deux modes acoustiques. Ceci explique l'allure en sinus carré de la modulation des fréquences optiques.

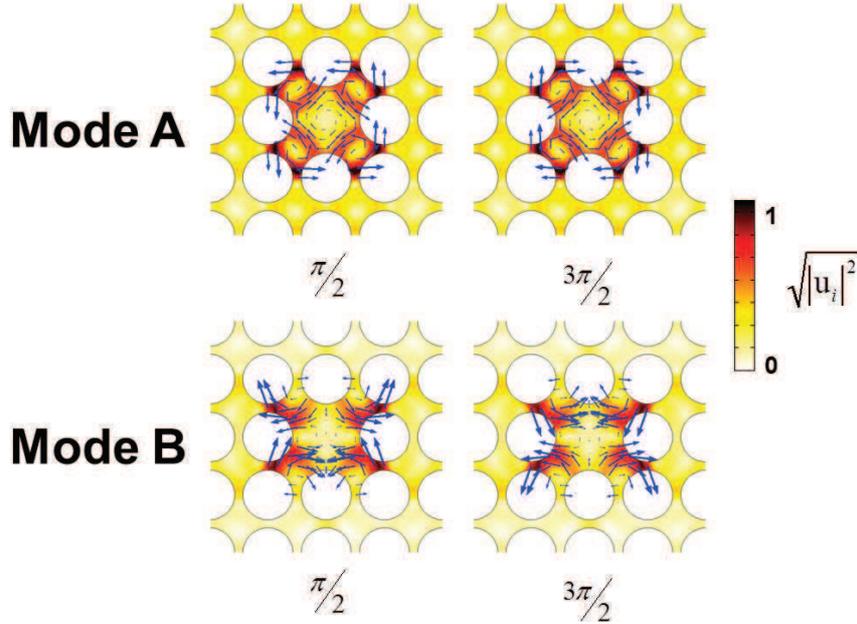


FIGURE 4.11 – Déplacements du mode de cavité acoustique A et B dans le réseau carré de trous dans une membrane de silicium aux instants $\Omega t = \pi/2$ et $3\pi/2$. La couleur représente les valeurs absolues des déplacements.

Dans le cas des modes A et B, symétriques par rapport au plan médian, une comparaison avec les résultats de la structure bidimensionnels est possible. Le mode A (figure 3.20) de la membrane correspond au mode A de l'étude 2D (figure 3.15). De même, le mode B et C (figure 3.20) de la membrane correspondent respectivement aux modes D et E (figure 3.15). L'étude préliminaire à deux dimensions se révèle donc être une aide significative à la conception et au dimensionnement d'une lame optique (membrane), [192].

Ici, la grande diversité des résultats rend l'interprétation systématique plus délicate, seul le calcul numérique permet de prédire l'évolution des fréquences modulées en fonction des couples de mode. L'analyse des éléments de symétrie des modes permet néanmoins de conserver une interprétation qualitative.

4.3.2 Couplage dans le niobate de lithium

Dans le paragraphe précédent, nous avons présentés les résultats du couplage acousto-optique dans le silicium dans le cadre d'études 2D et 3D sur différents réseaux. L'avantage du silicium relève de ses propriétés optiques, permettant d'obtenir des bandes interdites suffisamment larges pour l'excitation d'un défaut. Le niobate de lithium présente des caractéristiques physiques intéressantes pour le couplage acousto-optique, auxquelles s'ajoute l'effet électro-optique. Nous avons pu établir au chapitre 3, figures 3.22, 3.23 et 3.24 l'ensemble des modes de cavité acoustiques et optiques disponibles pour ce matériau. Malgré les bandes interdites plus fines, le niobate de lithium permet le confinement simultané d'une onde acoustique et optique dans un défaut ponctuel. Cependant, certaines polarisations optiques ne donnent pas naissance à des modes de cavité dans tous les réseaux. C'est le cas particulier du réseau en nid d'abeille en polarisation TM ou du réseau triangulaire en polarisation TE illustré dans la figure 3.25. Pour présenter l'étude bidimensionnelle, nous nous concentrons sur le cas du réseau carré. L'étude tridimensionnelle dans le niobate de lithium montre que seul le réseau triangulaire permet d'obtenir simultanément des modes confinés optiques et acoustiques. Nous nous appuyons sur les modes calculés comme illustrés dans la figure 3.26 et 3.28 pour les modes antisymétriques acoustiques et symétriques optiques pour le modèle 3D.

Couplage dans le plan 2D

Les figures 4.12 et 4.13 présentent le couplage acousto-optique dans la cavité L1 d'une structure bidimensionnelle d'un réseau carré de trous dans du niobate de lithium en coupe Z, respectivement pour les polarisations TM et TE. Le calcul du couplage est effectué à partir des modes acoustiques C et F agissant sur les modes optiques TM : β , γ et TE : α' , β' . Dans le cas du LiNbO₃ on tient compte en plus de l'effet électro-optique, tracé en noir. Comme précédemment, les effets photo-élastiques, opto-mécaniques et la totalité des effets sont respectivement représentés en vert, bleu et rouge.

On observe une similitude des profils de mode acoustique avec le silicium : les modes C et F du niobate de lithium correspondent aux modes F et C du silicium (figure 3.15). Les premiers modes correspondent à des modes respiratoires et les seconds non-respiratoires. Le mode de cavité F présente une déformation rectangulaire dont la direction de la longueur et de la largeur s'inverse dans les deux moitiés du cycle acoustique. Les deux modes C et F ne possédant pas un plan d'antisymétrie, la correction au premier ordre ne s'annule pas. Ce qui explique que les fréquences de résonances optiques de ses deux modes évoluent à la fréquence de la perturbation acoustique Ω .

Bien que les formes des modes acoustiques dans le silicium et le niobate de lithium soient semblables, les amplitudes de modulation des fréquences de résonances sont plus faibles. Ceci correspond aux valeurs plus faibles des constantes diélectriques du LiNbO₃.

Le cas particulier de la polarisation TM présente un effet photo-élastique prépondérant par rapport à l'effet opto-mécanique. Inversement pour la polarisation TE l'effet opto-mécanique sera prépondérant. Ceci peut être interprété par le fait que pour la polarisation TM le champ électrique se trouvant dans le plan de la structure sera plus influencé par la permittivité.

Les figures 4.12 et 4.13, montrent la composition des trois effets dans la coupe Z. On notera que certains effets sont en opposition de phase ce qui explique une contribution totale réduite. Dans certains cas, l'additivité peut tendre à inhiber le couplage acousto-optique total. Par exemple, le couple (F, β') présente un couplage total très faible comparativement aux effets photo-élastiques et opto-mécaniques pris indépendamment.

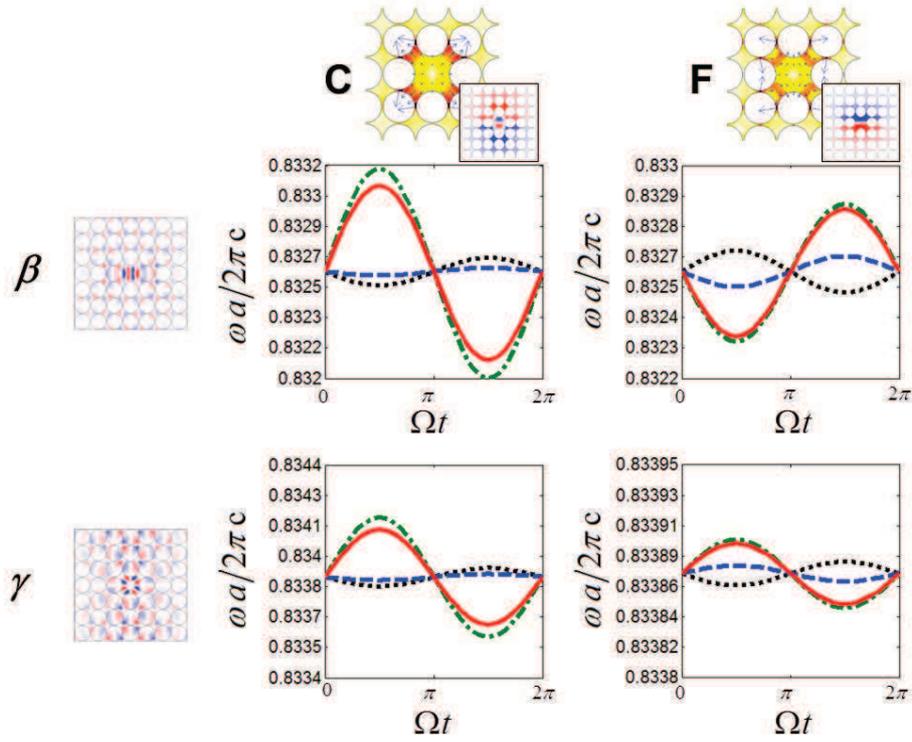


FIGURE 4.12 – Modulation de la fréquence de résonance optique dans le niobate de lithium dans le réseau carré pour les effets photo-élastique (vert), opto-mécanique (bleu), électro-optique (noir) et les trois effets simultanément (rouge) pour les modes acoustiques C et F et les modes optiques en polarisation TM β et γ .

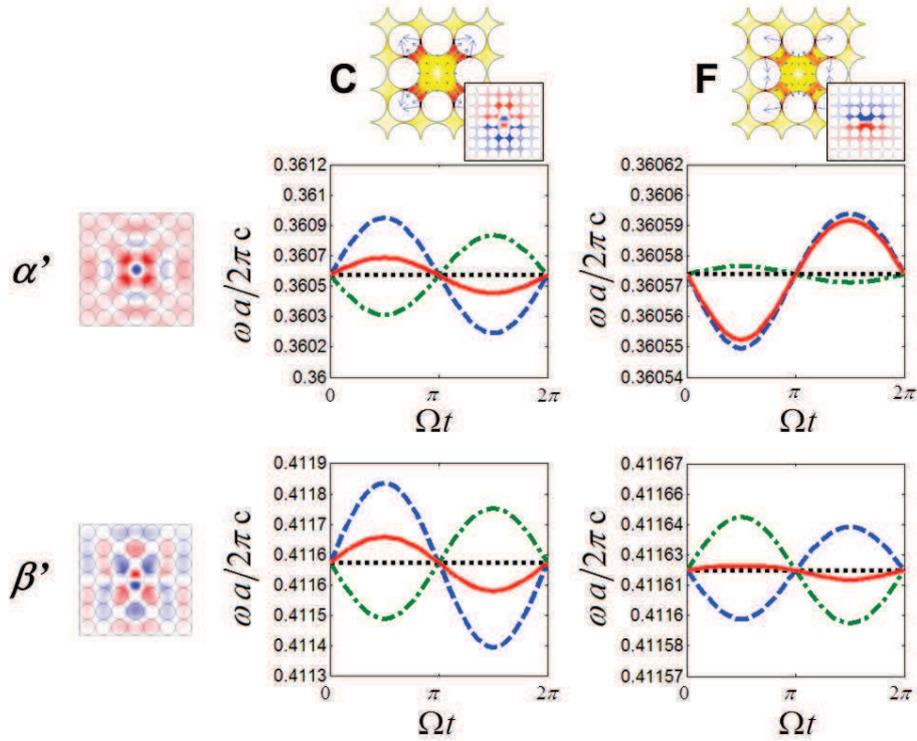


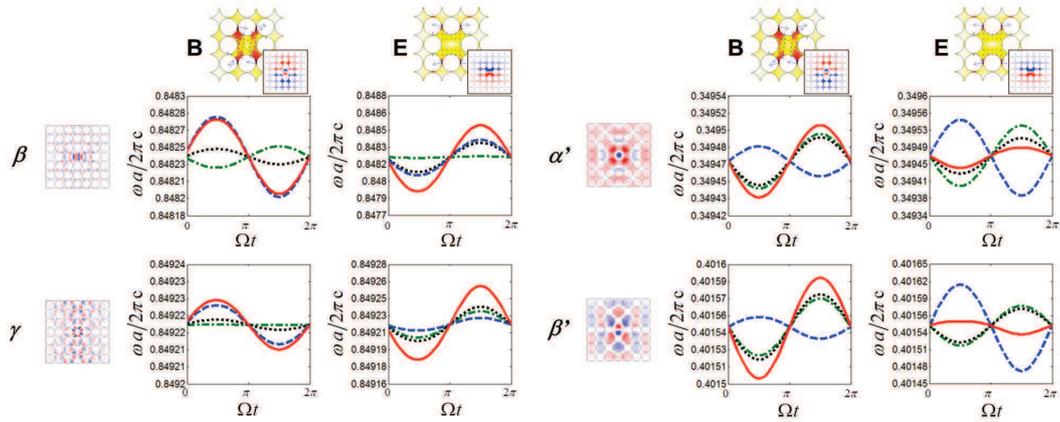
FIGURE 4.13 – Modulation de la fréquence de résonance optique dans le niobate de lithium dans le réseau carré pour les effets photo-élastique (vert), opto-mécanique (bleu), électro-optique (noir) et les trois effets simultanément (rouge) pour les modes acoustiques C et F et les modes optiques en polarisation TE α' et β' .

La coupe Z possède les bandes interdites les plus larges. C'est la raison pour laquelle

nous avons utilisé cette coupe pour illustrer l'étude 2D. Cependant, pour la coupe Z en polarisation TE la modulation électro-optique est nulle (cf. figure 4.13). Dans cette configuration la modification par l'effet électro-optique, des éléments de la matrice de l'impermittivité mis en jeux sont nuls.

Un compromis doit être recherché entre les coupes susceptibles de présenter des bandes suffisamment larges, et celles dont les constantes photo-élastiques ou électro-optiques seront plus significatives pour le couplage acousto-optique dans le plan de la structure. Par exemple, la coupe X est plus adaptée à la polarisation TE. Il s'avère que cette coupe présente les variations des éléments du tenseur d'impermittivité les plus significatives.

La figure 4.14 présente le couplage acousto-optique dans le niobate de lithium en coupe X. Le couplage électro-optique est non nul en polarisation TE et d'amplitude comparable aux effets photo-élastique et opto-mécanique.



(a) Couplage acousto-optique dans le réseau carré en coupe X en polarisation TM (b) Couplage acousto-optique dans le réseau carré en coupe X en polarisation TE

FIGURE 4.14 – Modulation de la fréquence de résonance optique dans le niobate de lithium dans le réseau en nid d'abeille en polarisation TE (a) et dans le réseau triangulaire en polarisation TM (b)

Ceci montre l'importance d'une étude préliminaire des coupes pour les matériaux anisotropes comme le niobate de lithium. Dans le cas d'une étude 3D, l'analyse sera un peu plus complexe : les variations de tous les éléments de la matrice d'impermittivité doivent être prises en compte. Or, dans l'étude bidimensionnelle présentée ci-dessus certains éléments de la matrice sont nuls.

Couplage dans une membrane 3D

D'après l'étude comparative effectuée au chapitre III, il ressort que seul le réseau triangulaire permet l'existence simultanée de bandes interdites phononiques et photoniques. Le cas particulier d'une épaisseur $h/a = 0,6$ et d'un rayon d'inclusion $r/a = 0,28$ fournit seulement deux modes acoustiques antisymétriques A et B dégénérés et deux couples de modes optiques symétriques dégénérés (α_s, β_s) et (γ_s, δ_s) . Les modes acoustiques sont majoritairement constitués de déplacements hors-plans : ce sont des ondes de cisaillement.

La figure 4.15 présente la modulation de la fréquence de résonance optique de la cavité à travers les effets photo-élastique (rouge), électro-optique (noir), opto-mécanique (bleu) et les trois effets simultanément (rouge). On remarque qu'aucune modulation n'apparaît ni à la fréquence acoustique Ω ni à l'harmonique deux 2Ω . On constate que les fréquences propres sont quasiment constantes, quel que soient l'effet considéré.

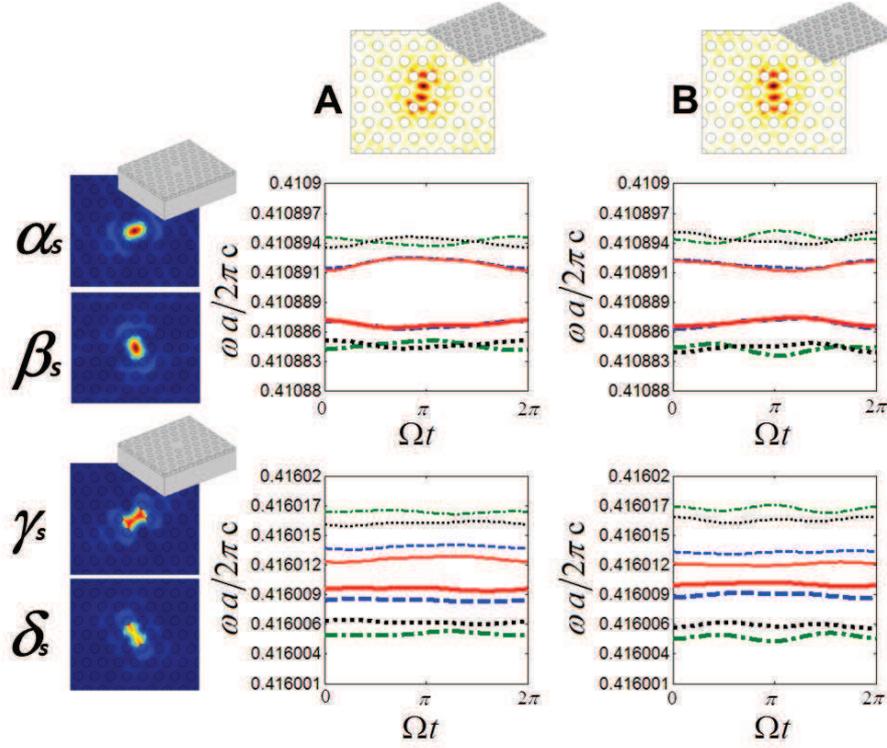


FIGURE 4.15 – Modulation de la fréquence de résonance optique dans le niobate de lithium dans le réseau triangulaire pour les effets photo-élastique (vert), électro-optique (noir), opto-mécanique (bleu), et les trois effets simultanément (rouge) pour les modes acoustiques A et B et les couples de modes optiques antisymétriques (α_s, β_s) et (γ_s, δ_s) .

Evolution des modes au cours du temps

Afin d'interpréter la modulation, on présente dans la figure 4.16 l'évolution des déplacements absolus des modes dégénérés acoustiques A et B à différents instants de la période acoustique $\Omega t = 0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$ et 2π . Ces deux modes sont identiques à une rotation près dans le plan de la structure. On notera qu'à aucun instant de la période acoustique la structure ne retrouve son état de repos. En présence des modes A et B la perturbation n'est donc jamais nulle. Le profil des modes décrit une rotation complète autour du centre de la cavité sur une période acoustique.

Suivant le modèle quasi-statique utilisé, à chaque instant de la période acoustique les ondes optiques retrouveront la même cavité mais suivant différentes orientations. Les modes optiques seront donc pratiquement invariants tout au long de la période acoustique (à une rotation près). Ceci explique l'invariance de la fréquence de résonance des modes optiques et donc l'absence de modulation.

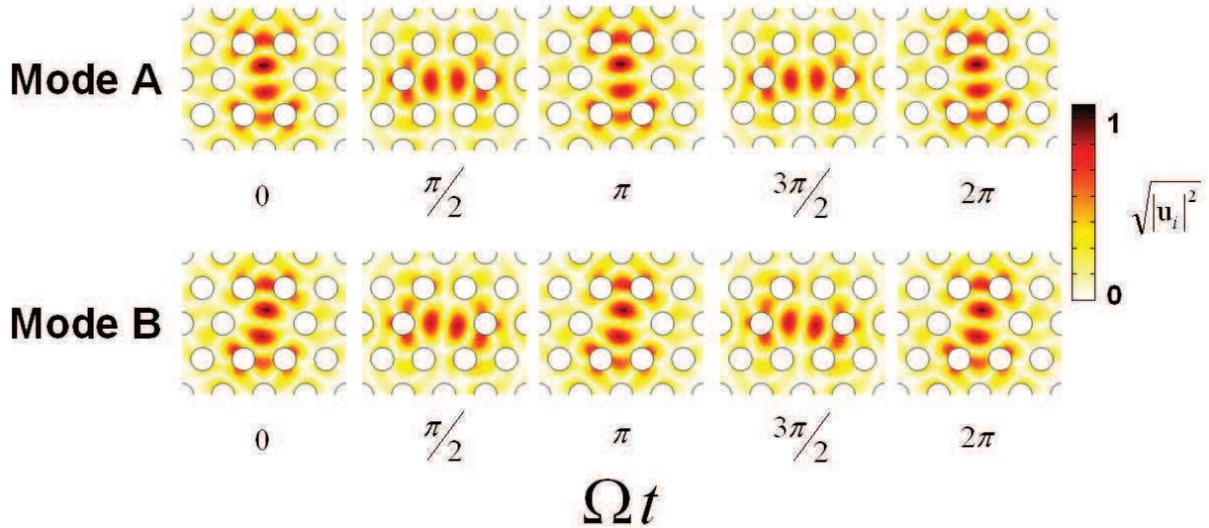


FIGURE 4.16 – Evolution des déplacements acoustiques absolus des modes de cavité A et B du réseau triangulaire en niobate de lithium en fonction du temps pour $\Omega t = 0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$ et 2π .

4.4 Etude spectrale de la transmission à travers un dispositif à cavité L1

Les méthodes développées jusqu'à présent s'appuient sur l'analyse modale. Cette méthode permet de déterminer les modes confinés dans une cavité, à partir desquels est calculé le couplage acousto-optique. Une autre méthode, complémentaire, consiste à déterminer la transmission à travers une cavité. Cette approche qui est réalisable expérimentalement consiste à mesurer le rapport entre la puissance injectée dans le dispositif et la puissance transmise, elle est aussi pertinente afin de déterminer les bandes interdites d'une structure périodique un « zéro » de transmission doit apparaître dans la gamme de fréquence correspondant aux bandes interdites absolues. Elle permet en outre de prendre en compte le cristal dans sa globalité avec éventuellement tous les éléments qui constituent un dispositif (guides, coupleurs, etc.). Nous présentons ici les résultats d'une étude de la propagation des ondes à travers le cristal au moyen de diagrammes de transmission. Elle vise d'une part à évaluer la possibilité d'exciter les modes de cavité et à déterminer si un couplage acousto-optique entre les modes de cavité pourrait être mis en évidence d'après un relevé de transmission, ce type d'analyse ayant déjà été utilisé pour étudier le couplage de modes guidés [193].

La gamme de fréquence correspond à une fréquence réduite comprise entre 0 et 0,6 pour le cristal photonique et entre 0 et 6000 pour le cristal phononique, ce sont les fréquences limites qui ont été choisies pour représenter précédemment les diagrammes de bande. D'un point de vue géométrique, nous définissons une structure bidimensionnelle comportant un réseau de 40×10 inclusions d'air dans du silicium. Le réseau est carré avec un rayon normalisé de 0,43 pour les trous ; le vecteur d'onde incident est dirigé suivant la direction ΓX .

La transmission est calculée pour une structure « étalon » sans réseau périodique, ce calcul permet de vérifier le modèle : un domaine exempt de motif présente une transmission égale à l'unité quelles que soient les fréquences. Le calcul de transmission est repris à travers un domaine structuré selon un cristal exempt de défaut (structure T1 de la figure 4.17), la transmission présente un « zéro » de transmission (on identifie le gap).

Plusieurs structures à défaut sont ensuite étudiées afin d'établir leurs caractéristiques. La figure 4.17.b présente le domaine comportant un cristal comportant un guide d'onde W1 (structure T2), un guide d'onde interrompu est représenté figure 4.17.c (structure T3) ; enfin, l'impact d'un défaut ponctuel L1 est étudié grâce à la structure de la figure 4.17.d (structure T4). Le dimensionnement de ces structures repose sur les résultats présentés au chapitre III.

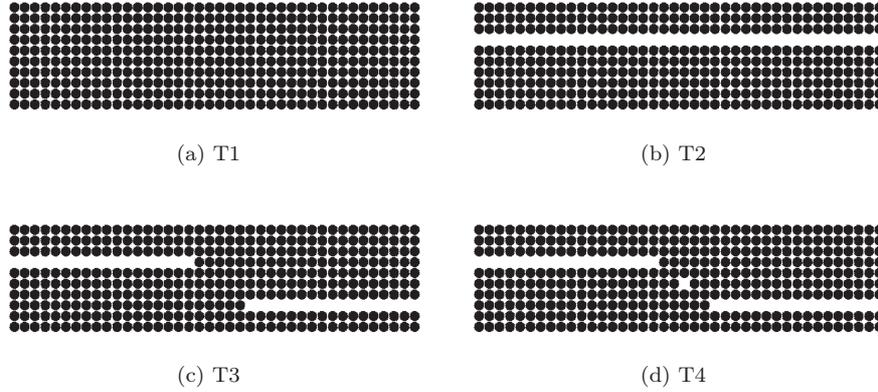


FIGURE 4.17 – Structure périodique exempt de défaut (T1), comprenant un guide d'onde (T2), deux guides d'onde séparés (T3) et deux guides d'onde couplés à un défaut (T4)

Même si le cœur du modulateur reste la cavité, les guides d'entrée et de sortie ont un impact sur transport de l'énergie acoustique et optique à travers la structure étudiée. Ce point est tout d'abord étudié grâce à la structure T2 afin de déterminer l'impact des guides sur les diagrammes de transmission pour les cristaux photoniques et phononiques. Nous étudions la transmission optique puis la transmission acoustique, ensuite nous présenterons le couplage acousto-optique pour quelques couples de modes à l'image de ce qui a déjà été présenté pour les cavités L1 aux paragraphes précédents.

4.4.1 Transmission optique

La figure 4.18 présente le diagramme de transmission optique en échelle logarithmique pour un cristal parfait (en noir), pour un cristal comportant un guide d'onde (en bleu), et deux demi-guides d'onde (en vert). Les régions grisées représentent les bandes interdites complètes déterminés précédemment sur le diagramme de dispersion.

Le diagramme de transmission à travers la structure T1 présente des zéros de transmission qui correspondent aux bandes interdites que l'on peut observer sur le diagramme de bande de la structure selon la direction X. Ce résultat conforte l'idée que la structure se comporte comme un miroir aux fréquences correspondant à la bande interdite. Les caractéristiques de la transmission à travers un défaut linéaire formant un guide W1 est évalué avec la structure T2. Les résultats montrent que l'on obtient une bonne transmission (jusqu'à 80%) aux fréquences correspondant aux bandes interdites¹⁸, à l'exception d'une petite plage de fréquences située aux alentours de la fréquence réduite 0,31 pour laquelle il y a une légère atténuation. L'ajout de cavités L1, qu'elles soient accolées ou séparées de quelques inclusions au guide W1 ne révèle pas de pics significatifs en transmission (courbes de transmissions non reproduites). Nous proposons une structure originale. Pour cela deux demi-guides d'onde (structure T3) sont séparés de cinq inclusions latéralement et longitudinalement afin de pouvoir insérer la cavité, structure T4. Cette structure permet un bon couplage à travers la cavité L1.

18. La transmission est assurée par les modes du guide W1, chaque pic identifié dans le diagramme de transmission

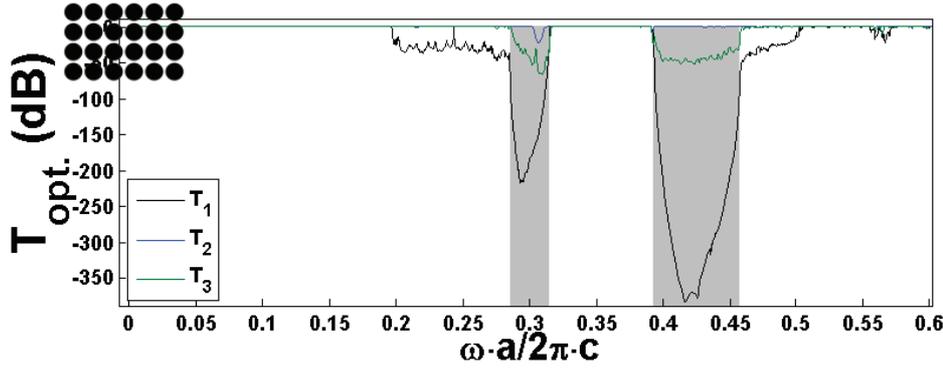


FIGURE 4.18 – Diagramme de transmission optique pour le cristal exempt de défaut (transmission à travers T1), muni d’un guide d’onde (transmission à travers T2) et deux guides d’onde séparés (transmission à travers T3)

En effet, la transmission à travers T3 représente le couplage entre les deux demi-guides séparés. Les bandes interdites complètes sont bien visibles dans le diagramme de transmission¹⁹ : les deux demi-guides sont correctement isolés tant que la cavité n’est pas introduite ($\approx 50dB$). Afin d’exciter les modes de cavité, on introduit la cavité L1 entre les deux demi-guides. La structure proposée ressemble autour du défaut ponctuel à une supercellule de taille 5×5 . L’avantage de celle-ci réside dans sa capacité à coupler l’onde optique par un premier demi-guide à gauche et à la récupérer sur un deuxième à droite après avoir traversé la cavité L1. En effet, au cours de notre étude des modes de cavité, la taille de supercellule 5×5 avait été jugée trop petite car elle présentait manifestement des couplages inter-cavités. Cette particularité est ici mise à profit afin de promouvoir le couplage avec les modes du guide.

La figure 4.19 présente le spectre de transmission optique en décibel à travers la structure T3 (en noir) et T4 (en bleu) pour une fréquence réduite variant de 0 à 0,6. Les bandes grises représentent de nouveau les bandes interdites complètes. Le diagramme de transmission révèle trois pics de transmission dans la bande interdite, correspondant aux fréquences de quatre modes de cavité α , β , γ et δ , avec (γ, δ) dégénérés. La cartographie des champs magnétiques de ces quatre modes est représentée sous le diagramme de transmission. Les profils de mode obtenus grâce à la méthode de la supercellule sont quasi-identiques à ceux identifiées ici avec le modèle en transmission : la structure excite bien les modes propres de la cavité L1. On remarque, en particulier pour le mode δ , le couplage au guide incident en haut à gauche et au guide sortant en bas à droite.

Le balayage en fréquence est échantillonné avec un pas régulier qui correspond à milles points pour la plage de fréquences variant de 0 à 0,6 (afin de garder un temps de calcul raisonnable). Le spectre de transmission discrétisé révèle des hauteurs relativement faibles pour les pics. A titre d’exemple, les modes α , β , γ et δ présentent une transmission de 0,42 (42%), 0,03 et 0,43 relevée avec un pas régulier (« grossier »), à la place de 0,72, 0,49 et 0,37 quand on impose les fréquences propres exactes des modes de la cavité. Il est cependant possible d’affiner le pas en fréquence à proximité des pics de transmission en appliquant un échantillonnage plus fin : dans ce cas on résout finement la courbe de transmission « en cloche » et on relève le maximum : une transmission de 0,75, 0,56 et 0,46 est trouvée pour les modes α , β , γ et δ respectivement. (La figure 4.19 résulte de la concaténation des données issues du pas grossier et du pas fin autour des pics). Les fréquences auxquelles se situent les maximums ne correspondent pas exactement aux

correspond à un mode propre du guide.

19. D’autres structures ont été envisagées qui révèlent aussi les bandes interdites complètes mais à la différence de la structure présentée ici elles ne présentent pas une transmission ni constante ni nulle pour la bande interdite.

fréquences propres exactes des cavités. En effet, le maximum de transmission comme déterminé à travers la structure T4 dépend à la fois du mode de cavité mais aussi du mode du guide W1 le plus proche en fréquence ; on comprend que le pic de transmission relevé puisse être différent de l'une et de l'autre fréquence propre et que certains modes de cavité puissent ne pas être observés ici.

Les deux modes les plus intéressants sont les modes α et β . Ces derniers présentent une transmission de 0,75 et de 0,56 quand on utilise un pas d'échantillonnage fin. Ces modes présentent le meilleur taux de transmission parmi les quatre modes trouvés, raison pour laquelle nous les reprenons par la suite pour l'étude du couplage acousto-optique.

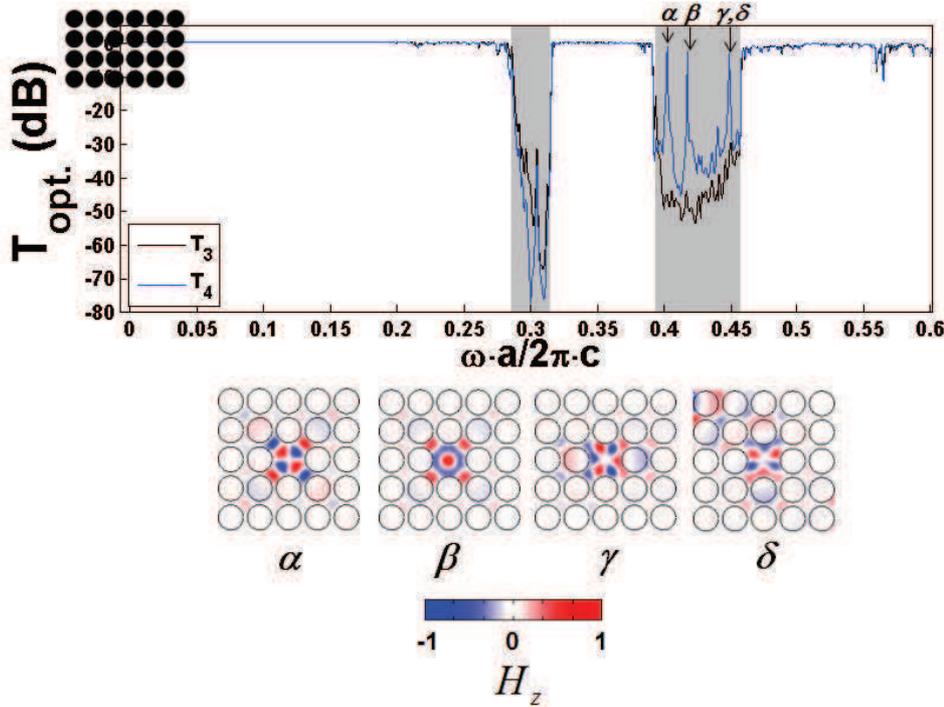


FIGURE 4.19 – Diagramme de transmission optique pour deux guides d'onde séparés (transmission à travers T3), deux guides avec un défaut interposés (transmission à travers T4) avec la cartographie du champ magnétique des modes de cavité

4.4.2 Transmission acoustique

La figure 4.20 présente le diagramme de transmission acoustique du cristal parfait (structure T1) en noir, d'un cristal muni d'un guide d'onde (T2) en bleu et d'un cristal ayant deux demi-guides d'onde séparés (T3) en vert. La bande grise correspond à la bande interdite complète déterminée grâce au diagramme de dispersion. La transmission acoustique est affichée en échelle logarithmique, sur une gamme de fréquence réduite variant de 0 à 6000. L'onde acoustique ne pouvant se propager que dans le solide, le rayon d'inclusion ne doit pas être trop élevé pour obtenir un couplage cavité-guide suffisant. C'est pourquoi un rayon normalisé de 0,43 est choisi.

La transmission acoustique à travers le cristal parfait (structure T1) est parfaitement corrélée à la bande interdite du cristal qui correspond à la zone grisée. La valeur de la transmission dans les bandes atténuées permet de différencier les bandes interdites selon la direction X (repérables par une transmission de l'ordre de -80 dB), de la bande interdite complète (pour laquelle la valeur descend jusqu'à -300 dB). La transmission à travers le cristal muni d'un seul guide d'onde (structure T2) présente deux bandes atténuées, avec une transmission qui descend jusqu'à -80 décibels. En dehors de ces

plages de fréquence, le niveau moyen de transmission est relativement élevé, témoignant d'un bon couplage des modes du guide. Enfin, la structure présentant deux guides d'onde séparés (T3) présente une transmission globalement assez analogue à la transmission à travers T2 et de 40 décibels inférieure. L'effet miroir est d'autant plus important que le nombre d'inclusions séparant les deux demi-guides est grand. Un compromis existe entre coupler de l'énergie dans la cavité et obtenir une isolation des demi-guides, comme cela a été le cas en photonique. Le choix de 5x5 inclusions pour séparer les deux demi-guides n'a pas été remis en cause, c'est là aussi un bon compromis.

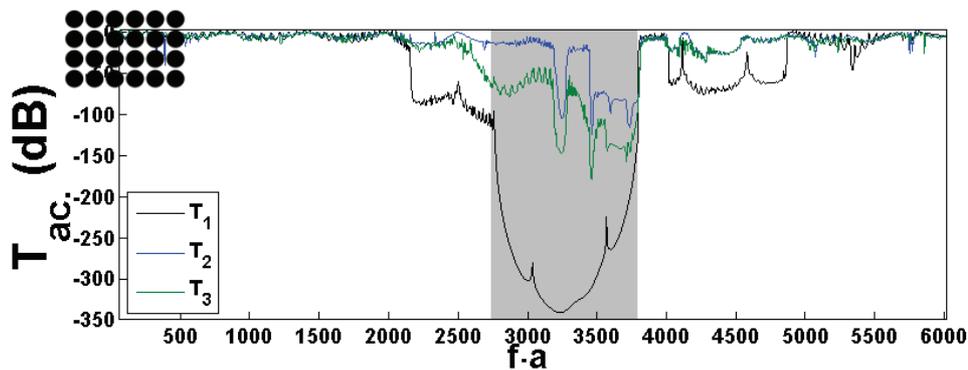


FIGURE 4.20 – Diagramme de transmission acoustique en échelle logarithmique pour le cristal exempt de défaut (transmission à travers T1), muni d'un guide d'onde (transmission à travers T2) et deux guides d'onde séparés (transmission à travers T3)

Pour identifier les modes de résonance de la cavité, la figure 4.21 présente le diagramme de transmission en échelle logarithmique de deux demi-guides d'onde séparés (T3) et de la même structure comprenant une cavité (T4). Le pas en fréquence dans le modèle de transmission acoustique a été discrétisé plus finement autour des pics de transmission comme cela a été le cas en optique. Comme précédemment, la fréquence correspondant au maximum de transmission est différente de la fréquence propre de la cavité isolée.

Les profils des modes de résonance acoustique A, B, C et D sont affichés en dessous du diagramme, avec (C, D) des modes dégénérés. Par identification des champs de déplacement, on vérifie que ces modes correspondent aux modes propres de la cavité isolée. Un maximum de transmission avoisinant les -17 et -13 dB est relevé pour les modes B et (D, E) respectivement.

Le domaine excitateur génère ici une onde monochromatique longitudinale. Les modes de cavité sont quant à eux composés de déplacements longitudinaux et transversaux, ils seront excités différemment selon l'importance du couplage avec l'onde longitudinale. En effet, la valeur d'un pic de transmission dépend du couplage entre l'onde incidente et le mode. Le mode B et les modes dégénérés (C, D) étant les mieux transmis, nous les employons dans le cadre du couplage acousto-optique.

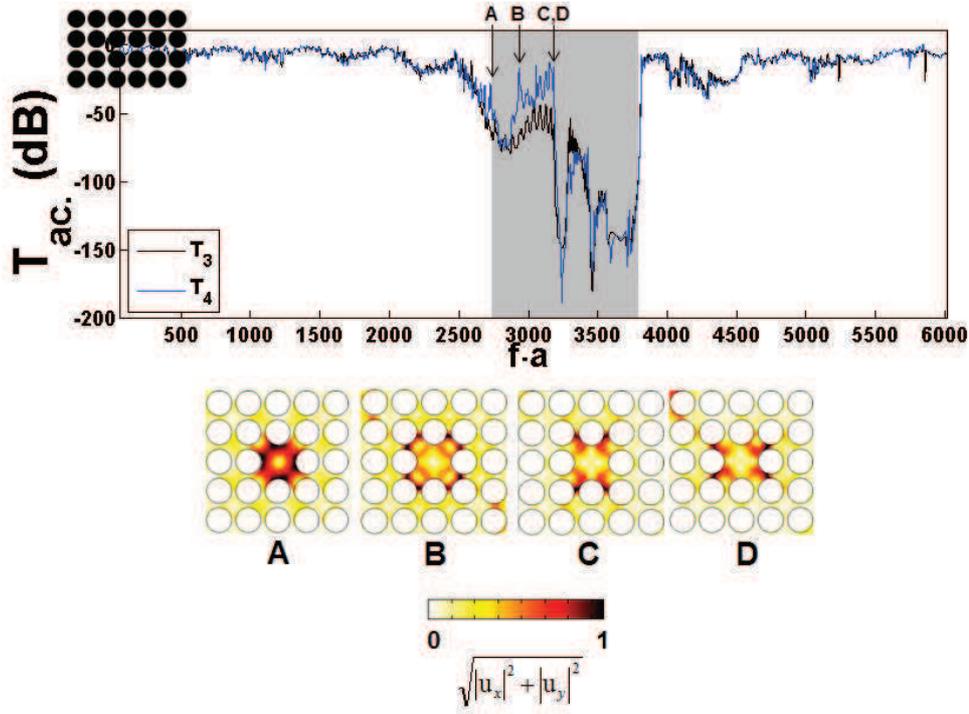


FIGURE 4.21 – Diagramme de transmission acoustique pour deux guides d’onde séparés (transmission à travers T3), deux guides avec un défaut interposés (transmission à travers T4) avec la cartographie du champ acoustique des modes de cavité

4.4.3 Couplage acousto-optique

Les résultats précédents ont permis d’évaluer la possibilité de coupler une onde acoustique ou optique dans une cavité L1.

Nous utilisons les modes acoustiques B et C ainsi que les modes optiques α et β , qui présentent les meilleurs coefficients de transmission. La figure 4.22 présente la modulation de la transmission optique des modes α et β par les modes acoustiques B et C, en fonction d’une période acoustique pour Ωt variant de 0 et 2π . Les couplages photo-élastique, opto-mécanique et total sont présentés en vert, en bleu et en rouge respectivement, ils sont calculés sur l’ensemble du domaine de calcul.

Pour le calcul de transmission on impose une onde acoustique incidente présentant un déplacement maximale de 1% du paramètre du réseau a , ce déplacement est proche des valeurs acceptables expérimentalement. On remarque en premier lieu que les valeurs de transmission des modes optiques α et β sont bien modulées par les modes acoustiques B et C. L’amplitude de modulation du coefficient de transmission est de l’ordre de $2 \cdot 10^{-3}$ avec le mode B et de $5 \cdot 10^{-3}$ avec le mode C²⁰. Pour mémoire, le diagramme de transmission acoustique présente un meilleur taux de transmission pour le mode C que le mode B.

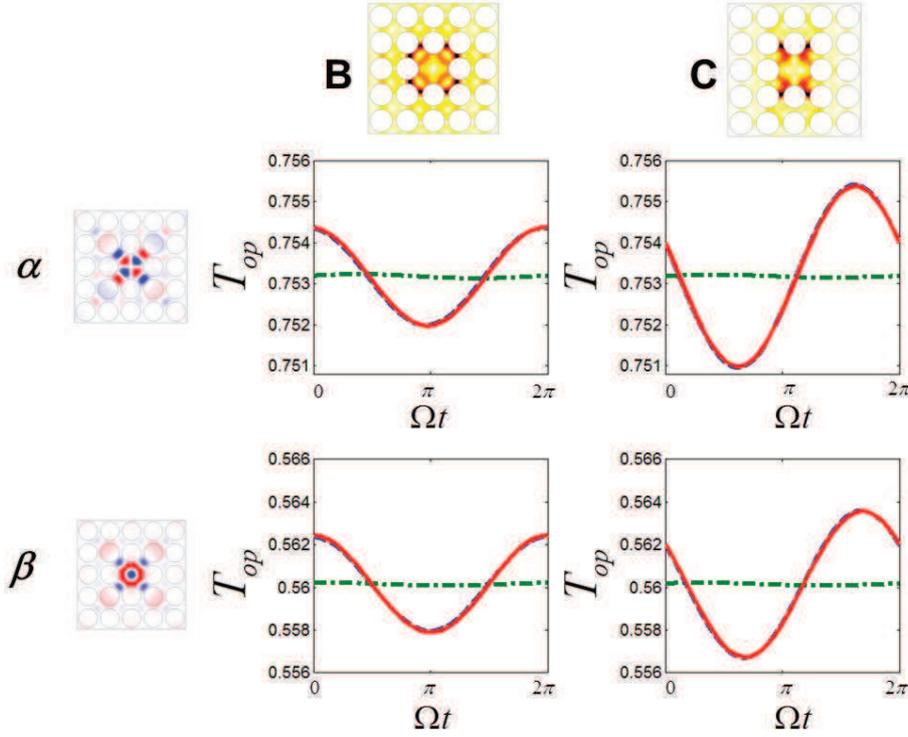


FIGURE 4.22 – Modulation de la transmission optique des modes α et β par les modes acoustiques B et C dans une structure contenant deux demi-guides d’onde et un défaut ponctuel (à travers la structure T4) pendant une période acoustique

On remarque que la transmission optique est modulée à Ω et non à 2Ω . Le profil des modes B et C présentent au moins un plan d’antisymétrie, ils se caractérisent donc par une modulation des fréquences propres optiques à 2Ω comme étudié précédemment par analyse modale. Ici, dans le cadre de l’analyse harmonique, la fréquence optique est fixe et est imposée indépendamment de Ωt . Les oscillations de la transmission sont le résultat de la perturbation de la fréquence propre de la cavité L1 (comme étudié précédemment), de la fréquence propre du guide W1, du couplage entre guides et cavité et du couplage acousto-optique dans les guides W1 [193]. De plus, on observe que la distribution des déplacements acoustiques n’est pas purement identique à celle déterminée pour une cavité L1 isolée : des asymétries des déplacements apparaissent entre la partie amont et aval de la cavité. Le profil du mode acoustique est différent aux instants $\Omega t = \pi/2$ et $3\pi/2$, la cavité ne passe pas deux fois par la même géométrie au cours d’une période acoustique et la modulation de la transmission s’effectue à la fréquence Ω ²¹.

Enfin, on remarque que le couplage opto-mécanique est supérieur au couplage photo-élastique pour l’ensemble des couples. Ce résultat est cohérent avec ceux établis précédemment.

4.5 Résumé

Ce chapitre présente l’étude théorique du couplage acousto-optique en milieu confiné dans une structure phoxonique. Deux approches ont été confrontées : l’une s’est appuyée sur l’analyse modale d’une cavité et la seconde sur l’analyse de la transmission en régime

20. En décalant les fréquences des modes α et β sur le flanc du pic de transmission, on augmente le taux de modulation d’un ordre de grandeur, en lien avec la plus forte pente de la caractéristique $T(f)$.

21. Il est possible numériquement d’implémenter le mode acoustique de la cavité isolée (issu de l’analyse modale), dans ce cas un terme en 2Ω peut de nouveau être mis en évidence.

harmonique à travers une cavité couplée à deux demi-guides. Les caractéristiques du couplage acousto-optique qui se dégagent sont les suivants :

En l'absence de plans d'antisymétrie, la correction au premier ordre existe. En règle générale, la variation de la fréquence du mode optique évoluera à la fréquence Ω de la perturbation acoustique. En effet pour les perturbations faibles, les corrections d'ordre supérieur sont le plus souvent négligeables par rapport à la correction au premier ordre.

En présence d'au moins un plan d'antisymétrie, on distinguera le cas des modes optique dégénérés et non dégénérés :

- Dans le cas d'un mode non dégénéré : la correction au premier ordre s'annule. La modulation qui en résulte est du deuxième ordre. Elle est proportionnelle au carré de la perturbation. La deuxième harmonique est en général prépondérante. La modulation aura donc l'allure d'un sinus au carré ou, de façon équivalente une allure sinusoïdale de fréquence 2Ω .

- Dans le cas d'un mode dégénéré : la correction au premier ordre est réduite mais ne s'annule pas. La modulation de la fréquence optique peut présenter l'allure d'un sinus avec ou sans distorsions. L'existence d'une distorsion indique que les corrections d'ordre supérieur à un ne sont pas négligeables par rapport à la fréquence fondamentale.

De plus, en présence de modes optiques dégénérés, toute perturbation qui rompt la symétrie de la structure lève la dégénérescence des modes optiques. Les modes perturbés ont des fréquences de résonances différentes et leurs profils sont constitués d'une superposition linéaire des modes non perturbés.

Dans le cas particulier des modes acoustiques respiratoires : le champ des perturbations possède la même symétrie que la structure originale. La déformation de la cavité se réduit à un changement d'échelle et au plus un changement proportionnel de la permittivité. L'allure générale des modes n'est pas modifiée. Ainsi, un mode respiratoire ne lève pas la dégénérescence.

L'analyse du couplage entre les modes de cavité a révélé le comportement des différents effets lorsqu'ils se combinent : ils peuvent accentuer le couplage total mais aussi le restreindre quand les contributions des différents effets sont en opposition de phase.

Parmi ces différents effets acousto-optique, l'effet opto-mécanique est prépondérant sur l'effet photo-élastique et électro-optique pour les cas présentés. Seul un matériau présentant des constantes photo-élastiques plus importantes (semi-conducteur pour une longueur d'onde proche du gap [191]) peut présenter un couplage par effet photo-élastique comparable voir supérieur au couplage opto-mécanique.

Enfin, l'évaluation par transmission du couplage acousto-optique sur une structure complète a permis d'établir qu'il y a un couplage entre les guides d'onde et la cavité ponctuelle. Le mode de cavité ainsi obtenu est alors quasi-identique au mode propre de la cavité isolée. Par ailleurs, la présence du guide W1 et le couplage guide / cavité peuvent influencer le résultat. Le couplage acousto-optique est donc plus complexe que l'interaction des modes propres acoustiques et optiques de la cavité isolée.

Conclusion Générale

Dans ce manuscrit nous avons présenté une étude théorique du couplage acousto-optique en milieu confiné, dans les structures à gaps simultanés de photons et de phonons. Un état de l'art des cristaux photoniques, phononiques et phoXoniques a été dressé. De plus, l'ensemble des outils mathématiques nécessaires à la compréhension et à la conception des structures phoXoniques mais aussi à la description des mécanismes de couplage photon / phonon a été présenté. Après avoir déterminé les conditions d'existences de structures phoXoniques, deux approches ont été confrontées : l'une repose sur l'analyse modale et l'autre sur l'analyse en régime harmonique. Les travaux ont été entrepris sur des structures bidimensionnelles et tridimensionnelles.

Le dimensionnement des structures phoXoniques dépend des paramètres géométriques du cristal, leur impact a été évalué. Ceci ne s'arrête pas seulement au choix du type de réseau mais aussi au choix des matériaux, de leurs coupes respectives, des rayons d'inclusions, ou de l'épaisseur des membranes. L'étude comparative des structures 2D / 3D a révélé qu'une étude 2D permet de distinguer les tendances des cartographies de gap quand les trous deviennent profonds. L'étude spécifique des structures 3D de type membrane suspendue, dont la faisabilité a récemment été démontrée dans le niobate de lithium, a révélé que leur épaisseur influe sur la position et la forme des cartographies de gap. Nous avons déterminé les paramètres pour réaliser une structure phoXonique sur membrane de niobate de lithium.

Une fois déterminés les paramètres des structures permettant l'émergence de bandes interdites pour les photons et les phonons, nous avons entrepris l'identification des modes de cavité. Ce travail a été effectué sur les microcavités de type L1 : un défaut unique de la structure (l'absence d'un trou). L'étude des structures 2D de par leur simplicité a permis de dégager facilement leurs éléments de symétrie. Puis les structures 3D ont été modélisées puisque seules celles-ci sont réalisables technologiquement. Bien que certaines analogies existent entre les modes des structures 2D et 3D, il n'y a pas de correspondance directe entre eux : certains modes identifiés en 2D n'ont pas été mis en évidence en 3D ; par ailleurs, la structure des modes 3D est nettement plus complexe.

Pour la prise en compte du couplage entre les modes de cavité optiques et acoustiques, trois effets élémentaires ont été pris en compte : l'effet photo-élastique classique, l'effet opto-mécanique lié au déplacement d'interface et l'effet électro-optique quand cela est nécessaire. Nous avons étudié la composition de ces effets qui peut se traduire par une diminution de l'effet total lorsque les effets élémentaires sont déphasés : le choix même des couples de modes optiques et acoustiques peut drastiquement modifier le couplage total. De plus nous avons mis en évidence l'absence de correction au premier ordre pour les modes acoustiques présentant un plan d'antisymétrie : la fréquence propre optique est modulée au double de la fréquence acoustique. La détermination des valeurs de transmission à travers des structures plus complexes, incluant des dispositifs propres à guider et à coupler les ondes entre guide et cavité, a permis d'ouvrir quelques perspectives

en termes de dispositif technologique en vue d'expérimentations.

Outre l'aspect purement physique lié à l'étude fondamentale des mécanismes de couplages dans les structures à gap de photons et de phonons, les modèles numériques ont visé à étudier des structures technologiquement réalisables. Ils ont permis de déterminer le couplage via la modulation des fréquences propres optique et des valeurs de transmission. Ces résultats nécessitent cependant une validation expérimentale afin de confirmer les conclusions tirées dans le cadre de ce manuscrit.

Pour terminer, le couplage acousto-optique dans les cristaux simultanément photoniques et phononiques ouvre un champ d'investigation très large, non seulement en termes d'optimisation mais aussi en termes d'applications potentielles. Nous avons établi quand cela était possible les caractéristiques qui nous semblaient les plus pertinentes quant au couplage dans les cristaux phoXoniques afin d'en connaître les mécanismes. Aux vues de la richesse des résultats, la conception et le dimensionnement des cristaux photoniques et phononiques pour le couplage acousto-optique promettent la mise en évidence de comportements et dispositifs novateurs dans les années à venir.

Appendices

Annexe A

Ellipsoïde des indices

En utilisant l'identité vectorielle, la relation (2.27) s'écrit :

$$[\eta] \vec{D} - \left(\vec{l} \cdot [\eta] \vec{D} \right) \vec{l} = \frac{1}{n_l^2} \vec{D} \quad (\text{A.1})$$

En effectuant le produit scalaire de l'équation (A-1) par \vec{D} on obtient :

$$\vec{D} \cdot \left([\eta] \vec{D} \right) - \left(\vec{l} \cdot [\eta] \vec{D} \right) \vec{D} \cdot \vec{l} = \frac{1}{n_l^2} D^2 \quad (\text{A.2})$$

Or, le vecteur \vec{D} étant normal à la direction de propagation, le second terme du membre de gauche s'annule. Dans le système des axes principaux, le tenseur est diagonal l'équation (A-2) s'écrit alors :

$$\left[\frac{D_1^2}{n_1^2 D^2} + \frac{D_2^2}{n_2^2 D^2} + \frac{D_3^2}{n_3^2 D^2} \right] - \frac{1}{n_l^2} = 0 \quad (\text{A.3})$$

En introduisant le vecteur directeur normé de \vec{D}_0 : $\vec{d}(d_1, d_2, d_3) = \vec{D} / \|\vec{D}\|$, (A-3) s'écrit :

$$\left[\frac{d_1^2}{n_1^2} + \frac{d_2^2}{n_2^2} + \frac{d_3^2}{n_3^2} \right] - \frac{1}{n_l^2} = 0 \quad (\text{A.4})$$

Finalement, en choisissant un vecteur directeur $OM(x_1, x_2, x_3)$, ayant pour norme l'indice correspondant à l'onde se propageant suivant \vec{l} ($O\vec{M} = n_l \vec{d}$). Soit, en substituant $\vec{d} = O\vec{M}/n_l$ on obtient l'équation de l'ellipsoïde des indices :

$$\left[\frac{x_1^2}{n_1^2} + \frac{x_2^2}{n_2^2} + \frac{x_3^2}{n_3^2} \right] - 1 = 0 \quad (2.28)$$

Annexe B

Contour de la zone irréductible de Brillouin

Cette annexe, relative au chapitre II, a pour but de décrire l'évolution du vecteur d'onde \vec{k} en fonction de la première zone de Brillouin. Le vecteur d'onde \vec{k} , à partir duquel sont calculées les conditions de Bloch-Floquet, doit « suivre » le contour de la première zone de Brillouin entre les trois points de hautes symétries. Pour cela, on se réfère aux vecteurs de base du réseau réciproque (tableau 2.1).

La zone irréductible de Brillouin étant différente pour chaque réseau, on définira le vecteur d'onde \vec{k} (défini par k_x et k_y) qui prendra successivement toutes les valeurs sur $\Gamma - X - M - \Gamma$ ou $\Gamma - K - M - \Gamma$ permettant de décrire toute la première zone de Brillouin :

$$(k_x, k_y)^{\text{Carré}} = (0, 0)_{\Gamma}^{Ca.} \rightarrow \left(\frac{\pi}{a}, 0\right)_X^{Ca.} \rightarrow \left(\frac{\pi}{a}, \frac{\pi}{a}\right)_M^{Ca.} \rightarrow (0, 0)_{\Gamma}^{Ca.}$$

$$(k_x, k_y)^{\text{Triangle/NdA}} = (0, 0)_{\Gamma}^{Tr.} \rightarrow \left(\frac{\pi}{a}, \frac{4}{3}\right)_K^{Tr.} \rightarrow \left(\frac{\pi}{a}, \frac{\pi}{a\sqrt{3}}\right)_M^{Tr.} \rightarrow (0, 0)_{\Gamma}^{Tr.}$$

Annexe C

Origine du couplage entre les ondes harmoniques

Le formalisme que nous avons mis au point a été développé dans le cadre des fonctions de distributions aussi bien dans le domaine réel que dans le domaine de Fourier. L'une des originalités de la méthode est de dissocier l'effet du réseau de celui de la cellule de base aussi bien dans le domaine réel que dans le domaine de Fourier. Ceci est rendu possible par l'analogie qui existe entre la structure étudiée et les outils mathématiques utilisés pour la modéliser : un cristal est décrit par d'un réseau de nœuds et par une maille décrivant la période affectée à chaque nœud. Du point de vue mathématique, le réseau est modélisé par un peigne de Dirac. La fonction décrivant le paramètre périodique dans une maille est ensuite affectée à la maille en utilisant la propriété de convolution des fonctions usuelles avec les fonctions delta de Dirac. Ainsi dans un cristal photonique, l'impermittivité $\eta(\vec{r})$ est décrite par la relation :

$$\eta(\vec{r}) = v(\vec{r}) \otimes \sum_{\vec{R} \in R} \delta(\vec{r} - \vec{R}) \quad (\text{C.1})$$

où le symbole \otimes représente le produit de convolution entre la restriction $v(\vec{r})$ de l'impermittivité à une cellule unitaire par le peigne de Dirac $\sum_{\vec{R} \in R} \delta(\vec{r} - \vec{R})$. Comme indiqué sous le symbole de la somme, les deltas de Dirac $\delta(\vec{r} - \vec{R})$ sont disposés de façon régulière : un à chaque valeur discrète du vecteur du réseau direct $\vec{R} = p_1 \vec{a}_1 + p_2 \vec{a}_2 + p_3 \vec{a}_3$. La transformée de Fourier est immédiate [171] :

$$\eta(\vec{k}) = v(\vec{r}) \left(V_{RR} \sum_{\vec{G} \in G} \delta(\vec{k} - \vec{G}) \right) \Leftrightarrow \eta(\vec{k}) = V_{RR} \sum_{\vec{G} \in G} v(\vec{G}) \delta(\vec{k} - \vec{G}) \quad (\text{C.2})$$

où on a utilisé la propriété qui veut que transformée de Fourier d'un peigne de Dirac soit aussi un peigne de Dirac [194] :

$$F \left\{ \sum_{\vec{R} \in R} \delta(\vec{r} - \vec{R}) \right\} = v_{RR} \sum_{\vec{G} \in G} \delta(\vec{k} - \vec{G}) \quad (\text{C.3})$$

où \vec{G} représente l'ensemble des vecteurs du réseau réciproque $\vec{G} = m_1 \vec{b}_1 + m_2 \vec{b}_2 + m_3 \vec{b}_3$ et V_{RR} le volume de la maille élémentaire du réseau réciproque : $V_{RR} = |\vec{b}_1 \cdot (\vec{b}_2 \times \vec{b}_3)|$.

Par ailleurs, l'équation aux dérivées partielles (2.22) en termes de l'impermittivité s'écrit :

$$\nabla \times \left\{ \eta(\vec{r}) \nabla \times \vec{H}(\vec{r}, t) \right\} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{H}(\vec{r}, t)}{\partial t^2} \quad (22')$$

Dans l'espace de Fourier, compte tenu des propriétés des transformés de Fourier. En particulier le fait qu'un produit de fonctions se transforme un produit de convolution, ainsi que les transformés des opérateurs différentiels, l'équation (22') s'écrit :

$$\vec{k} \times \left[\frac{\eta(\vec{k}) \otimes \vec{k} \times \vec{H}(\vec{k})}{(2\pi)^3} \right] + \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \vec{H}(\vec{k}) = 0 \quad (\text{C.4})$$

Finalement, en effectuant le produit de convolution avec les deltas de Dirac de l'expression (C-2) de $\eta(\vec{k})$ on obtient :

$$\frac{V_{RR}}{(2\pi)^3} \vec{k} \times \sum_{\vec{G} \in G} v(\vec{G}) \left[(\vec{k} - \vec{G}) \times \vec{H}(\vec{k} - \vec{G}) \right] + k_0^2 \vec{H}(\vec{k}) = 0 \quad (\text{C.5})$$

Le couplage entre les composantes :

Comme la somme s'effectue sur l'ensemble G les vecteurs \vec{G} du réseau réciproque, la relation (C-5), dite équation centrale ou équation séculaire, montre que les coefficients de Fourier de l'impermittivité $v(\vec{G})$ relie la composante $\vec{H}(\vec{k})$ à toutes les composantes de la forme $\vec{H}(\vec{k} - \vec{G})$.

La relation de dispersion :

La relation (C-5) représente un système d'équations aux valeurs propres et vecteurs propres, une équation pour chaque valeur de \vec{G} . Pour un vecteur d'onde \vec{k} donné, la condition de compatibilité donne les valeurs propres de la pulsation $k_0 \equiv (\omega/c)$.

La périodicité des valeurs propres et zones de Brillouin :

Le système d'équation (C-5) reste inchangé si on remplace le vecteur d'onde \vec{k} par $(\vec{k}' = \vec{k} + \vec{G}')$ où \vec{G}' est un vecteur quelconque du réseau réciproque. En effet, la sommation dans (C-5) s'étendant sur l'ensemble des valeurs de \vec{G}' , la substitution est équivalente à une permutation des lignes du système d'équations. Donc mêmes valeurs propres Ceci explique la périodicité des valeurs propres dans le domaine de Fourier et par suite les zones de Brillouin.

Bandes interdites et diagrammes de bandes.

L'argumentation avancée au paragraphe précédent est bâtie sur l'hypothèse de l'existence de l'onde progressive. Or, pour certaines fréquences, il n'existe pas de vecteurs d'ondes réels \vec{k} solution de la condition de compatibilité du système d'équations (C-5). Les bandes de fréquences correspondantes sont alors qualifiées de « bandes interdites » ou selon la nomenclature anglo-saxonne « bandgap » ou plus simplement gap ²². Le diagramme de dispersion aussi appelé structure de bandes représente les pulsations des bandes permises en fonction des vecteurs d'ondes.

Parité des diagrammes de bandes : Bandes plates et ondes lentes en limite des zones de Brillouin.

Pour une direction de propagation donnée, l'invariance des ondes par rapport au sens de la propagation explique la parité des structures de bande. Cette parité, associée à la périodicité des valeurs propres du diagramme de bande, assure l'existence d'extrema en limite de zone de Brillouin. Ainsi plus on se rapproche de la limite de la zone de Brillouin, la vitesse de groupe $v_g = d\omega/dk$ diminue. Les bandes sont alors dites plates en limite de zone et les ondes sont dite lentes.

22. Textuellement : interstice (dans le sens d'espace inoccupé) ou lacune (dans le sens d'omission).

Bibliographie

- [1] Léon BRILLOUIN et Maurice PARODI : *Propagation des ondes dans les milieux périodiques*. MASSON ET Cie, DUNOD, 1956.
- [2] Lord RAYLEIGH : Xvii. on the maintenance of vibrations by forces of double frequency, and on the propagation of waves through a medium endowed with a periodic structure. *Philosophical Magazine Series 5*, 24(147):145–159, 1887.
- [3] Eli YABLONOVITCH : Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics. *Phys. Rev. Lett.*, 58:2059–2062, May 1987.
- [4] Sajeev JOHN : Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices. *Phys. Rev. Lett.*, 58:2486–2489, Jun 1987.
- [5] Jean-Jacques ROUSSEAU et Alain GIBAUD : *Cristallographie géométrique et radiocristallographie*. Sciences Sup, Dunod, 2007.
- [6] Eugène DIEULESAINT et Daniel ROYER : *Ondes élastiques dans les solides : application au traitement du signal*. Masson et Cie, 1974.
- [7] Jean-Michel LOUTIOZ, Jean-Michel LOUTIOZ, Vincent BERGER et Jean-Michel GÉRARD : *Les cristaux photoniques ou la lumière en cage*. Hermes Science Publications, 2003.
- [8] John D. JOANNOPOULOS, Steven G. JOHNSON, Joshua N. WINN et Robert D. MEADE : *Photonic Crystals Molding the Flow of Light*. Princeton University Press, 2011.
- [9] E. N. ECONOMOU et A. ZDETSIS : Classical wave propagation in periodic structures. *Phys. Rev. B*, 40:1334–1337, Jul 1989.
- [10] S. SATPATHY, Ze ZHANG et M. R. SALEHPOUR : Theory of photon bands in three-dimensional periodic dielectric structures. *Phys. Rev. Lett.*, 64:1239–1242, Mar 1990.
- [11] K. M. LEUNG et Y. F. LIU : Photon band structures : The plane-wave method. *Phys. Rev. B*, 41:10188–10190, May 1990.
- [12] K. M. HO, C. T. CHAN et C. M. SOUKOULIS : Existence of a photonic gap in periodic dielectric structures. *Phys. Rev. Lett.*, 65:3152–3155, Dec 1990.
- [13] E. YABLONOVITCH, T. J. GMITTER, R. D. MEADE, A. M. RAPPE, K. D. BROMMER et J. D. JOANNOPOULOS : Donor and acceptor modes in photonic band structure. *Phys. Rev. Lett.*, 67:3380–3383, Dec 1991.
- [14] E. YABLONOVITCH : Photonic band-gap structures. *J. Opt. Soc. Am. B*, 10(2):283–295, Feb 1993.
- [15] E. OZBAY, A. ABEYTA, G. TUTTLE, M. TRINGIDES, R. BISWAS, C. T. CHAN, C. M. SOUKOULIS et K. M. HO : Measurement of a three-dimensional photonic band gap in a crystal structure made of dielectric rods. *Phys. Rev. B*, 50:1945–1948, Jul 1994.
- [16] H. MIGUEZ, C. LOPEZ, F. MESEGUER, A. BLANCO, L. VAZQUEZ, R. MAYORAL, M. OCANA, V. FORNES et A. MIFSUD : Photonic crystal properties of packed submicrometric SiO_2 spheres. *Applied Physics Letters*, 71(9):1148–1150, 1997.
- [17] Judith E. G. J. WIJNHOFEN et Willem L. VOS : Preparation of photonic crystals made of air spheres in titania. *Science*, 281(5378):802–804, 1998.
- [18] A. Urquía M. Ibisate M. Belmonte N. Shinya F. Meseguer C. López F. GARCÍA-SANTAMARÍA, H. T. Miyazaki : Nanorobotic manipulation of microspheres for on-chip diamond architectures. *Advanced Materials*, 14, 2002.
- [19] P. L. GOURLEY, J. R. WENDT, G. A. VAWTER, T. M. BRENNAN et B. E. HAMMONS : Optical properties of two-dimensional photonic lattices fabricated as honeycomb nanostructures in compound semiconductors. *Applied Physics Letters*, 64(6):687–689, 1994.

- [20] D. LABILLOY, H. BENISTY, C. WEISBUCH, T. F. KRAUSS, R. M. DE LA RUE, V. BARDINAL, R. HOUDRÉ, U. OESTERLE, D. CASSAGNE et C. JOUANIN : Quantitative measurement of transmission, reflection, and diffraction of two-dimensional photonic band gap structures at near-infrared wavelengths. *Phys. Rev. Lett.*, 79:4147–4150, Nov 1997.
- [21] Brian D'URSO, Oskar PAINTER, John O'BRIEN, Tom TOMBRELLO, Amnon YARIV et Axel SCHERER : Modal reflectivity in finite-depth two-dimensional photonic-crystal microcavities. *J. Opt. Soc. Am. B*, 15(3):1155–1159, Mar 1998.
- [22] D. LABILLOY, H. BENISTY, C. WEISBUCH, C. J. M. SMITH, T. F. KRAUSS, R. HOUDRÉ et U. OESTERLE : Finely resolved transmission spectra and band structure of two-dimensional photonic crystals using emission from inas quantum dots. *Phys. Rev. B*, 59:1649–1652, Jan 1999.
- [23] O. PAINTER, R. K. LEE, A. SCHERER, A. YARIV, J. D. O'BRIEN, P. D. DAPKUS et I. KIM : Two-dimensional photonic band-gap defect mode laser. *Science*, 284(5421):1819–1821, 1999.
- [24] Steven G. JOHNSON, Shanhui FAN, Pierre R. VILLENEUVE, J. D. JOANNOPOULOS et L. A. KOLODZIEJSKI : Guided modes in photonic crystal slabs. *Phys. Rev. B*, 60:5751–5758, Aug 1999.
- [25] S KUCHINSKY, D.C ALLAN, N.F BORRELLI et J.-C COTTEVERTE : 3d localization in a channel waveguide in a photonic crystal with 2d periodicity. *Optics Communications*, 175(13):147 – 152, 2000.
- [26] Marko LONČAR, Dušan NEDELJKOVIĆ, Theodor DOLL, Jelena VUČKOVIĆ, Axel SCHERER et Thomas P. PEARSALL : Waveguiding in planar photonic crystals. *Applied Physics Letters*, 77(13):1937–1939, 2000.
- [27] Xuetao GAN, Ren-Jye SHIUE, Yuanda GAO, Kin Fai MAK, Xinwen YAO, Luozhou LI, Attila SZEP, Dennis WALKER, James HONE, Tony F. HEINZ et Dirk ENGLUND : High-contrast electrooptic modulation of a photonic crystal nanocavity by electrical gating of graphene. *Nano Letters*, 13(2): 691–696, 2013.
- [28] Y.A. VLASOV, M. O'BOYLE, H.F. HAMANN et S.J. MCNAB : Active control of slow light on a chip with photonic crystal waveguides. *Nature*, 438:65–69, novembre 2005.
- [29] J. ZIMMERMANN, B.K. SARAVANAN, R. MÄRZ, M. KAMP, A. FORCHEL et S. ANAND : Large dispersion in photonic crystal waveguide resonator. *Electronics Letters*, 41(7):414–415, 2005.
- [30] K. INOUE et K. OHTAKA : *Photonic Crystals : Physics, Fabrication and Applications*. Springer Series in Optical Sciences. Springer, 2004.
- [31] Justyna K. GANSEL, Michael THIEL, Michael S. RILL, Manuel DECKER, Klaus BADE, Volker SAILE, Georg von FREYMAN, Stefan LINDEN et Martin WEGENER : Gold helix photonic metamaterial as broadband circular polarizer. *Science*, 325(5947):1513–1515, 2009.
- [32] D. R. SOLLI, C. F. MCCORMICK, R. Y. CHIAO et J. M. HICKMANN : Photonic crystal polarizers and polarizing beam splitters. *Journal of Applied Physics*, 93(12):9429–9431, 2003.
- [33] Damien BERNIER : *Propriétés de superprisme des cristaux photoniques sur substrats SOI pour le démultiplexage en longueur d'onde*. Thèse de doctorat, Université Paris-Sud 11, 2008.
- [34] Hideo KOSAKA, Takayuki KAWASHIMA, Akihisa TOMITA, Masaya NOTOMI, Toshiaki TAMAMURA, Takashi SATO et Shojiro KAWAKAMI : Superprism phenomena in photonic crystals : Toward microscale lightwave circuits. *J. Lightwave Technol.*, 17(11):2032, Nov 1999.
- [35] Chiyang LUO, Steven G. JOHNSON, J. D. JOANNOPOULOS et J. B. PENDRY : All-angle negative refraction without negative effective index. *Phys. Rev. B*, 65:201104, May 2002.
- [36] P. V. PARIMI, W. T. LU, P. VODO, J. SOKOLOFF, J. S. DEROV et S. SRIDHAR : Negative refraction and left-handed electromagnetism in microwave photonic crystals. *Phys. Rev. Lett.*, 92:127401, Mar 2004.
- [37] J. B. PENDRY : Negative refraction makes a perfect lens. *Phys. Rev. Lett.*, 85:3966–3969, Oct 2000.
- [38] R. A. SHELBY, D. R. SMITH et S. SCHULTZ : Experimental verification of a negative index of *Science*, 292(5514):77–79, 2001.
- [39] A. BERRIER, M. MULOT, M. SWILLO, M. QIU, L. THYLÉN, A. TALNEAU et S. ANAND : Negative refraction at infrared wavelengths in a two-dimensional photonic crystal. *Phys. Rev. Lett.*, 93: 073902, Aug 2004.
- [40] Ginestar STEPHANE : *Realisation et caractérisation d'un laser DFB bi-mode pour application radio sur fibre*. Thèse de doctorat, Université des Sciences et Technologie de Lille - Lille I, 2009.
- [41] M. MEIER, A. MEKIS, A. DODABALAPUR, A. TIMKO, R. E. SLUSHER, J. D. JOANNOPOULOS et O. NALAMASU : Laser action from two-dimensional distributed feedback in photonic crystals. *Applied Physics Letters*, 74(1):7–9, 1999.

- [42] M. NOTOMI, H. SUZUKI et T. TAMAMURA : Directional lasing oscillation of two-dimensional organic photonic crystal lasers at several photonic band gaps. *Applied Physics Letters*, 78(10):1325–1327, 2001.
- [43] K. IGA : Surface-emitting laser-its birth and generation of new optoelectronics field. *Selected Topics in Quantum Electronics, IEEE Journal of*, 6(6):1201–1215, 2000.
- [44] Hideki WATANABE et Toshihiko BABA : High-efficiency photonic crystal microlaserintegrated with a passive waveguide. *Opt. Express*, 16(4):2694–2698, Feb 2008.
- [45] Steven JOHNSON, Mihai IBANESCU, M. SKOROBOGATIY, Ori WEISBERG, Torkel ENGENESS, Marin SOLJACIC, Steven JACOBS, J. JOANNOPOULOS et Yoel FINK : Low-loss asymptotically single-mode propagation in large-core omniguide fibers. *Opt. Express*, 9(13):748–779, Dec 2001.
- [46] J. C. KNIGHT, T. A. BIRKS, P. St. J. RUSSELL et D. M. ATKIN : All-silica single-mode optical fiber with photonic crystal cladding. *Opt. Lett.*, 21(19):1547–1549, Oct 1996.
- [47] T. A. BIRKS, J. C. KNIGHT et P. St.J. RUSSELL : Endlessly single-mode photonic crystal fiber. *Opt. Lett.*, 22(13):961–963, Jul 1997.
- [48] R. F. CREGAN, B. J. MANGAN, J. C. KNIGHT, T. A. BIRKS, P. St. J. RUSSELL, P. J. ROBERTS et D. C. ALLAN : Single-mode photonic band gap guidance of light in air. *Science*, 285(5433):1537–1539, 1999.
- [49] T F KRAUSS : Slow light in photonic crystal waveguides. *Journal of Physics D : Applied Physics*, 40(9):2666, 2007.
- [50] Hatice ALTUG et Jelena VUČKOVIĆ : Experimental demonstration of the slow group velocity of light in two-dimensional coupled photonic crystal microcavity arrays. *Applied Physics Letters*, 86(11):111102, 2005.
- [51] Toshihiko BABA : Slow light in photonic crystals. *Nature Photonics*, 2(8):465–473, août 2008.
- [52] Nadège COURJAL, Sarah BENCHABANE, Jean DAHDAH, Gwenn ULLIAC, Yannick GRUSON et Vincent LAUDE : Acousto-optically tunable lithium niobate photonic crystal. *Applied Physics Letters*, 96(13):131103, 2010.
- [53] J. YONEKURA, M. IKEDA et T. BABA : Analysis of finite 2d photonic crystals of columns and lightwave devices using the scattering matrix method. *Lightwave Technology, Journal of*, 17(8):1500–1508, 1999.
- [54] Alongkarn CHUTINAN, Makoto OKANO et Susumu NODA : Wider bandwidth with high transmission through waveguide bends in two-dimensional photonic crystal slabs. *Applied Physics Letters*, 80(10):1698–1700, 2002.
- [55] Shanhui FAN, S. G. JOHNSON, J. D. JOANNOPOULOS, C. MANOLATOU et H. A. HAUS : Waveguide branches in photonic crystals. *J. Opt. Soc. Am. B*, 18(2):162–165, Feb 2001.
- [56] A. TALNEAU, M. MULOT, S. ANAND, S. OLIVIER, M. AGIO, M. KAFESAKI et C.M. SOUKOULIS : Modal behavior of single-line photonic crystal guiding structures on inp substrate. *Photonics and Nanostructures - Fundamentals and Applications*, 2(1):1 – 10, 2004.
- [57] M. LONCAR, Dusan NEDELJKOVIC, Theodor DOLL, Jelena VUCKOVIC, Axel SCHERER et T.P. PEARSALL : Waveguiding in planar photonic crystals. *Applied Physics Letters*, 77(13):1937–1939, 2000.
- [58] Woo Jun KIM et John D. O'BRIEN : Optimization of a two-dimensional photonic-crystal waveguide branch by simulated annealing and the finite-element method. *J. Opt. Soc. Am. B*, 21(2):289–295, Feb 2004.
- [59] Andrei V. LAVRINENKO, Amélie TÊTU, Lirong YANG, Peter I. BOREL, Jacob FAGE-PEDERSEN et Lars H. FRANSEN : Passive integrated circuits utilizing slow light in photonic crystal waveguides, 2006.
- [60] Amnon YARIV, Yong XU, Reginald K. LEE et Axel SCHERER : Coupled-resonator optical waveguide : a proposal and analysis. *Opt. Lett.*, 24(11):711–713, Jun 1999.
- [61] Susumu NODA, Alongkarn CHUTINAN et Masahiro IMADA : Trapping and emission of photons by a single defect in a photonic bandgap structure. *Nature*, 407(6804):608–610, octobre 2000.
- [62] C. J M SMITH, R.M. DE LA RUE, M. RATTIER, S. OLIVIER, H. BENISTY, C. WEISBUCH, T.F. KRAUSS, R. HOUDRE et U. OESTERLE : Coupled guide and cavity in a two-dimensional photonic crystal. *Applied Physics Letters*, 78(11):1487–1489, 2001.
- [63] Jun YONEKURA, Mitsutaka IKEDA et Toshihiko BABA : Analysis of finite 2-d photonic crystals of columns and lightwave devices using the scattering matrix method. *J. Lightwave Technol.*, 17(8):1500, Aug 1999.

- [64] Cheng-Yang LIU : Efficient omnidirectional couplers achieved by anisotropic photonic crystal waveguides. *Physics Letters A*, 373(34):3061 – 3066, 2009.
- [65] Masanori KOSHIBA : Wavelength division multiplexing and demultiplexing with photonic crystal waveguide couplers. *J. Lightwave Technol.*, 19(12):1970, Dec 2001.
- [66] Shanhui FAN, Pierre R. VILLENEUVE, J. D. JOANNOPOULOS et H. A. HAUS : Channel drop tunneling through localized states. *Phys. Rev. Lett.*, 80:960–963, Feb 1998.
- [67] Azliza J. M. Adnan SAHBUDDIN SHAARI : Frontiers in guided wave optics and optoelectronics. 2010-02-01.
- [68] Taras GORISHNYIY : *Hypersonic Phononic Crystals*. Thèse de doctorat, Precarpathian Vasyl Stepanyuk National University, Ukraine, 2000.
- [69] A.H. FAHMY et E. L. ADLER : Propagation of acoustic surface waves in multilayers : A matrix description. *Applied Physics Letters*, 22(10):495–497, 1973.
- [70] Akhlesh LAKHTAKIA, Vasundara V. VARADAN et Vijay K. VARADAN : Reflection characteristics of an elastic slab containing a periodic array of circular elastic cylinders : P and sv wave analysis. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 83(4):1267–1275, 1988.
- [71] J. LIU, L. YE, D. A. WEITZ et Ping SHENG : Novel acoustic excitations in suspensions of hard-sphere colloids. *Phys. Rev. Lett.*, 65:2602–2605, Nov 1990.
- [72] Ling YE, Jing LIU, Ping SHENG et D. A. WEITZ : Sound propagation in suspensions of solid spheres. *Phys. Rev. E*, 48:2805–2815, Oct 1993.
- [73] Xiaodun JING, Ping SHENG et Minyao ZHOU : Theory of acoustic excitations in colloidal suspensions. *Phys. Rev. Lett.*, 66:1240–1243, Mar 1991.
- [74] Xiaodun JING, Ping SHENG et Minyao ZHOU : Acoustic and electromagnetic quasimodes in dispersed random media. *Phys. Rev. A*, 46:6513–6534, Nov 1992.
- [75] Anthony A. RUFFA : Acoustic wave propagation through periodic bubbly liquids. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 91(1):1–11, 1992.
- [76] Jonathan P. DOWLING : Sonic band structure in fluids with periodic density variations. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 91(5):2539–2543, 1992.
- [77] M. S. KUSHWAHA, P. HALEVI, L. DOBRZYNSKI et B. DJAFARI-ROUHANI : Acoustic band structure of periodic elastic composites. *Phys. Rev. Lett.*, 71:2022–2025, Sep 1993.
- [78] M. S. KUSHWAHA et P. HALEVI : Band-gap engineering in periodic elastic composites. *Applied Physics Letters*, 64(9):1085–1087, 1994.
- [79] M. S. KUSHWAHA et B. DJAFARI-ROUHANI : Complete acoustic stop bands for cubic arrays of spherical liquid balloons. *Journal of Applied Physics*, 80(6):3191–3195, 1996.
- [80] E. N. ECONOMOU et M. SIGALAS : Stop bands for elastic waves in periodic composite materials. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 95(4):1734–1740, 1994.
- [81] M. SIGALAS et E.N. ECONOMOU : Band structure of elastic waves in two dimensional systems. *Solid State Communications*, 86(3):141 – 143, 1993.
- [82] Sarah BENCHABANE : *Guidage et filtrage des ondes dans les cristaux phononiques*. Thèse de doctorat, Université de Franche-Comté, 2006.
- [83] C. GOFFAUX et J. P. VIGNERON : Theoretical study of a tunable phononic band gap system. *Phys. Rev. B*, 64:075118, Jul 2001.
- [84] Rosa MARTÍNEZ-SALA, Constanza RUBIO, Luis M. GARCÍA-RAFFI, Juan V. SÁNCHEZ-PÉREZ, Enrique A. SÁNCHEZ-PÉREZ et J. LLINARES : Control of noise by trees arranged like sonic crystals. *Journal of Sound and Vibration*, 291(12):100 – 106, 2006.
- [85] MARTINEZ-SALA : Sound attenuation by sculpture. *Nature*, 378(241), 1995.
- [86] F. MESEGUER, M. HOLGADO, D. CABALLERO, N. BENACHES, J. SANCHEZ-DEHESA, C. LOPEZ et J. LLINARES : Rayleigh-wave attenuation by a semi-infinite two-dimensional elastic-band-gap crystal. *Phys. Rev. B*, 59:12169–12172, May 1999.
- [87] Tsung-Tsong WU, Liang-Chen WU et Zi-Gui HUANG : Frequency band-gap measurement of two-dimensional air/silicon phononic crystals using layered slanted finger interdigital transducers. *Journal of Applied Physics*, 97(9):094916, 2005.
- [88] F. CERVERA, L. SANCHIS, J. V. SÁNCHEZ-PÉREZ, R. MARTÍNEZ-SALA, C. RUBIO, F. MESEGUER, C. LÓPEZ, D. CABALLERO et J. SÁNCHEZ-DEHESA : Refractive acoustic devices for airborne sound. *Phys. Rev. Lett.*, 88:023902, Dec 2001.

- [89] Suxia YANG, J. H. PAGE, Zhengyou LIU, M. L. COWAN, C. T. CHAN et Ping SHENG : Focusing of sound in a 3d phononic crystal. *Phys. Rev. Lett.*, 93:024301, Jul 2004.
- [90] Xinhua HU, Yifeng SHEN, Xiaohan LIU, Rongtang FU et Jian Zi : Superlensing effect in liquid surface waves. *Phys. Rev. E*, 69:030201, Mar 2004.
- [91] Xiangdong ZHANG et Zhengyou LIU : Negative refraction of acoustic waves in two-dimensional phononic crystals. *Applied Physics Letters*, 85(2):341–343, 2004.
- [92] Ming-Hui LU, Liang FENG et Yan-Feng CHEN : Phononic crystals and acoustic metamaterials. *Materials Today*, 12(12):34 – 42, 2009.
- [93] M. M. SIGALAS : Elastic wave band gaps and defect states in two-dimensional composites. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 101(3):1256–1261, 1997.
- [94] Fugen WU, Zhilin HOU, Zhengyou LIU et Youyan LIU : Point defect states in two-dimensional phononic crystals. *Physics Letters A*, 292(3):198 – 202, 2001.
- [95] A. KHELIF, A. CHOUJAA, B. DJAFARI-ROUHANI, M. WILM, S. BALLANDRAS et V. LAUDE : Trapping and guiding of acoustic waves by defect modes in a full-band-gap ultrasonic crystal. *Phys. Rev. B*, 68:214301, Dec 2003.
- [96] Fugen WU, Zhengyou LIU et Youyan LIU : Splitting and tuning characteristics of the point defect modes in two-dimensional phononic crystals. *Phys. Rev. E*, 69:066609, Jun 2004.
- [97] A. KHELIF, M. WILM, V. LAUDE, S. BALLANDRAS et B. DJAFARI-ROUHANI : Guided elastic waves along a rod defect of a two-dimensional phononic crystal. *Phys. Rev. E*, 69:067601, Jun 2004.
- [98] Toyokatsu MIYASHITA : Analysis of bandpass spectra of phononic defect-mode waveguides based on mode coupling between point defects. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 123(5):3039–3039, 2008.
- [99] V. ROMERO-GARCÍA, J. V. SÁNCHEZ-PÉREZ, L. M. GARCÍA-RAFFI, J. M. HERRERO, S. GARCÍA-NIETO et X. BLASCO : Hole distribution in phononic crystals : Design and optimization. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 125(6):3774–3783, 2009.
- [100] Feng LI, Jun LIU et Yihui WU : The investigation of point defect modes of phononic crystal for high q resonance. *Journal of Applied Physics*, 109(12):124907, 2011.
- [101] M. TORRES, F. R. Montero de ESPINOSA, D. GARCÍA-PABLOS et N. GARCÍA : Sonic band gaps in finite elastic media : Surface states and localization phenomena in linear and point defects. *Phys. Rev. Lett.*, 82:3054–3057, Apr 1999.
- [102] Toyokatsu MIYASHITA : Sonic crystals and sonic wave-guides. *Measurement Science and Technology*, 16(5):R47, 2005.
- [103] Fu-Li HSIAO, Abdelkrim KHELIF, Hanane MOUBCHIR, Abdelkrim CHOUJAA, Chii-Chang CHEN et Vincent LAUDE : Waveguiding inside the complete band gap of a phononic crystal slab. *Phys. Rev. E*, 76:056601, Nov 2007.
- [104] Xiaochun LI et Zhengyou LIU : Bending and branching of acoustic waves in two-dimensional phononic crystals with linear defects. *Physics Letters A*, 338(35):413 – 419, 2005.
- [105] Xin ZHANG, Zhengyou LIU, Youyan LIU et Fugen WU : Defect states in 2d acoustic band-gap materials with bend-shaped linear defects. *Solid State Communications*, 130(12):67 – 71, 2004.
- [106] Zhizhong YAN, Yuesheng WANG et Chuanzeng ZHANG : Wavelet method for calculating the defect states of two-dimensional phononic crystals. *Acta Mechanica Solida Sinica*, 21(2):104 – 109, 2008.
- [107] J. O. VASSEUR, P. A. DEYMIER, B. DJAFARI-ROUHANI, Y. PENNEC et A-C. HLADKY-HENNION : Absolute forbidden bands and waveguiding in two-dimensional phononic crystal plates. *Phys. Rev. B*, 77:085415, Feb 2008.
- [108] Mourad OUDICH, M. Badreddine ASSOUAR et Zhilin HOU : Propagation of acoustic waves and waveguiding in a two-dimensional locally resonant phononic crystal plate. *Applied Physics Letters*, 97(19):193503, 2010.
- [109] Jia-Hong SUN et Tsung-Tsong WU : Propagation of surface acoustic waves through sharply bent two-dimensional phononic crystal waveguides using a finite-difference time-domain method. *Phys. Rev. B*, 74:174305, Nov 2006.
- [110] X. F. WANG, M. S. KUSHWAHA et P. VASILOPOULOS : Tunability of acoustic spectral gaps and transmission in periodically stubbed waveguides. *Phys. Rev. B*, 65:035107, Dec 2001.
- [111] A. KHELIF, P. A. DEYMIER, B. DJAFARI-ROUHANI, J. O. VASSEUR et L. DOBRZYNSKI : Two-dimensional phononic crystal with tunable narrow pass band : Application to a waveguide with selective frequency. *Journal of Applied Physics*, 94(3):1308–1311, 2003.

- [112] Chunyin QIU, Zhengyou LIU, Jun MEI et Jing SHI : Mode-selecting acoustic filter by using resonant tunneling of two-dimensional double phononic crystals. *Applied Physics Letters*, 87(10):104101, 2005.
- [113] Zhaojian HE, Shasha PENG, Feiyan CAI, Manzhu KE et Zhengyou LIU : Acoustic bloch oscillations in a two-dimensional phononic crystal. *Phys. Rev. E*, 76:056605, Nov 2007.
- [114] Saeed MOHAMMADI, Ali Asghar EFTEKHAR, William D. HUNT et Ali ADIBI : High-q micromechanical resonators in a two-dimensional phononic crystal slab. *Applied Physics Letters*, 94(5):051906, 2009.
- [115] Jia-Hong SUN et Tsung-Tsong WU : Analyses of mode coupling in joined parallel phononic crystal waveguides. *Phys. Rev. B*, 71:174303, May 2005.
- [116] Zi-Gui HUANG et Tsung-Tsong WU : Analysis of wave propagation in phononic crystals with channel using the plane-wave expansion and supercell techniques. In *Ultrasonics Symposium, 2005 IEEE*, volume 1, pages 77–80, 2005.
- [117] Xiaochun LI et Zhengyou LIU : Coupling of cavity modes and guiding modes in two-dimensional phononic crystals. *Solid State Communications*, 133(6):397 – 402, 2005.
- [118] A. KHELIF, B. DJAFARI-ROUHANI, J. O. VASSEUR et P. A. DEYMIER : Transmission and dispersion relations of perfect and defect-containing waveguide structures in phononic band gap materials. *Phys. Rev. B*, 68:024302, Jul 2003.
- [119] Yan PENNEC, Jérôme O. VASSEUR, Bahram DJAFARI-ROUHANI, Leonard DOBRZYNSKI et Pierre A. DEYMIER : Two-dimensional phononic crystals : Examples and applications. *Surface Science Reports*, 65(8):229 – 291, 2010.
- [120] Y. PENNEC, B. DJAFARI-ROUHANI, J. O. VASSEUR, H. LARABI, A. KHELIF, A. CHOUJAA, S. BEN-CHABANE et V. LAUDE : Acoustic channel drop tunneling in a phononic crystal. *Applied Physics Letters*, 87(26):261912, 2005.
- [121] O. MATSUDA et O. B. WRIGHT : Reflection and transmission of light in multilayers perturbed by picosecond strain pulse propagation. *J. Opt. Soc. Am. B*, 19(12):3028–3041, Dec 2002.
- [122] M. TRIGO, A. BRUCHHAUSEN, A. FAINSTEIN, B. JUSSERAND et V. THIERRY-MIEG : Confinement of acoustical vibrations in a semiconductor planar phonon cavity. *Phys. Rev. Lett.*, 89:227402, Nov 2002.
- [123] Michael L. Roukes JOHN M. WORLOCK : Applied physics : Son et lumière, 2003.
- [124] M.M. de LIMA, R. HEY et P.V. SANTOS : Active photonic crystals based on surface acoustic waves. *Applied Physics Letters*, 83(15):2997–2999, 2003.
- [125] Srinivasan KRISHNAMURTHY et Paulo V. SANTOS : Optical modulation in photonic band gap structures by surface acoustic waves. *Journal of Applied Physics*, 96(4):1803–1810, 2004.
- [126] P. LACHARMOISE, A. FAINSTEIN, B. JUSSERAND et V. THIERRY-MIEG : Optical cavity enhancement of light–sound interaction in acoustic phonon cavities. *Applied Physics Letters*, 84(17):3274–3276, 2004.
- [127] Davy GÉRARD, Vincent LAUDE, Benattou SADANI, Abdelkrim KHELIF, Daniel VAN LABEKE et Brahim GUIZAL : Modulation of the extraordinary optical transmission by surface acoustic waves. *Phys. Rev. B*, 76:235427, Dec 2007.
- [128] T. BERSTERMANN, C. BRÜGGEMANN, M. BOMBECK, A. V. AKIMOV, D. R. YAKOVLEV, C. KRUSE, D. HOMMEL et M. BAYER : Optical bandpass switching by modulating a microcavity using ultrafast acoustics. *Phys. Rev. B*, 81:085316, Feb 2010.
- [129] I. E. PSAROBAS, N. PAPANIKOLAOU, N. STEFANOU, B. DJAFARI-ROUHANI, B. BONELLO et V. LAUDE : Enhanced acousto-optic interactions in a one-dimensional phoxonic cavity. *Phys. Rev. B*, 82:174303, Nov 2010.
- [130] N. PAPANIKOLAOU, I.E. PSAROBAS, N. STEFANOU, B. DJAFARI-ROUHANI, B. BONELLO et V. LAUDE : Light modulation in phoxonic nanocavities. *Microelectronic Engineering*, 90(0):155 – 158, 2012.
- [131] Evangelos ALMPANIS, Nikolaos PAPANIKOLAOU, Georgios GANTZOUNIS et Nikolaos STEFANOU : Tuning the spontaneous light emission in phoxonic cavities. *J. Opt. Soc. Am. B*, 29(9):2567–2574, Sep 2012.
- [132] N. D. LANZILLOTTI-KIMURA, A. FAINSTEIN, A. HUYNH, B. PERRIN, B. JUSSERAND, A. MIARD et A. LEMA : Coherent generation of acoustic phonons in an optical microcavity. *Phys. Rev. Lett.*, 99:217405, Nov 2007.

- [133] G.T. PILIPOSIAN, A.S. AVETISYAN et K.B. GHAZARYAN : Shear wave propagation in periodic phononic/photonic piezoelectric medium. *Wave Motion*, 49(1):125 – 134, 2012.
- [134] M. MALDOVAN et E.L. THOMAS : Simultaneous complete elastic and electromagnetic band gaps in periodic structures. *Applied Physics B*, 83(4):595–600, 2006.
- [135] Martin MALDOVAN et Edwin L. THOMAS : Simultaneous localization of photons and phonons in two-dimensional periodic structures. *Applied Physics Letters*, 88(25):251907, 2006.
- [136] Said SADAT-SALEH, Sarah BENCHABANE, Fadi Issam BAIDA, Maria-Pilar BERNAL et Vincent LAUDE : Tailoring simultaneous photonic and phononic band gaps. *Journal of Applied Physics*, 106(7):074912, 2009.
- [137] D. BRIA, M. B. ASSOUAR, M. OUDICH, Y. PENNEC, J. VASSEUR et B. DJAFARI-ROUHANI : Opening of simultaneous photonic and phononic band gap in two-dimensional square lattice periodic structure. *Journal of Applied Physics*, 109(1):014507, 2011.
- [138] S. SADAT-SALEH, S. BENCHABANE, F.I. BAIDA, Maria-Pilar BERNAL et S. LAUDE : Simultaneous photonic and phononic band gaps in a two-dimensional lithium niobate crystal. In *Ultrasonics Symposium (IUS), 2009 IEEE International*, pages 1118–1121, 2009.
- [139] Vincent LAUDE, Jean-Charles BEUGNOT, Sarah BENCHABANE, Yan PENNEC, Bahram DJAFARI-ROUHANI, Nikos PAPANIKOLAOU, Jose M. ESCALANTE et Alejandro MARTINEZ : Simultaneous guidance of slow photons and slow acoustic phonons in silicon photonic crystal slabs. *Opt. Express*, 19(10):9690–9698, May 2011.
- [140] B. DJAFARI ROUHANI, Y. PENNEC, E.H. BOUDOUTI, J.O. VASSEUR, Y. HASSOUANI, C. LI, A. AKJOUJ et D. BRIA : Band gap engineering in simultaneous phononic and photonic crystal slabs. *Applied Physics A*, 103(3):735–739, 2011.
- [141] Y. PENNEC, Y. EL HASSOUANI, C. LI, B.D. ROUHANI, E.H. EL BOUDOUTI, H. LARABI, et A. AKJOUJ : Dual phononic and photonic band gaps in a periodic array of pillars deposited on a membrane. In *COMSOL Conference 2010 Paris*, 2010.
- [142] Y. EL HASSOUANI, C. LI, Y. PENNEC, E. H. EL BOUDOUTI, H. LARABI, A. AKJOUJ, O. BOU MATTAR, V. LAUDE, N. PAPANIKOLAOU, A. MARTINEZ et B. DJAFARI ROUHANI : Dual phononic and photonic band gaps in a periodic array of pillars deposited on a thin plate. *Phys. Rev. B*, 82:155405, Oct 2010.
- [143] Y. PENNEC, B. Djafari ROUHANI, E. H. EL BOUDOUTI, C. LI, Y. EL HASSOUANI, J. O. VASSEUR, N. PAPANIKOLAOU, S. BENCHABANE, V. LAUDE, et A. MARTINEZ : Band gaps and waveguiding in photonic silicon crystal slabs. *CHINESE JOURNAL OF PHYSICS*, 49:100, Feb 2011.
- [144] Saeed MOHAMMADI, Ali Asghar EFTEKHAR et Ali ADIBI : Large simultaneous band gaps for photonic and phononic crystal slabs. In *Conference on Lasers and Electro-Optics/Quantum Electronics and Laser Science Conference and Photonic Applications Systems Technologies*, page CFY1. Optical Society of America, 2008.
- [145] Saeed MOHAMMADI, Ali A. EFTEKHAR, Abdelkrim KHELIF et Ali ADIBI : Simultaneous two-dimensional phononic and photonic band gaps in opto-mechanical crystal slabs. *Opt. Express*, 18(9):9164–9172, Apr 2010.
- [146] Didit YUDISTIRA, Yan PENNEC, Bahram Djafari ROUHANI, Samuel DUPONT et Vincent LAUDE : Non-radiative complete surface acoustic wave bandgap for finite-depth holey phononic crystal in lithium niobate. *Applied Physics Letters*, 100(6):061912, 2012.
- [147] G. W. BURR, S. DIZIAIN et M.-P. BERNAL : The impact of finite-depth cylindrical and conical holes in lithium niobate photonic crystals. *Opt. Express*, 16(9):6302–6316, Apr 2008.
- [148] Y. PENNEC, B. Djafari ROUHANI, C. LI, J. M. ESCALANTE, A. MARTINEZ, S. BENCHABANE, V. LAUDE et N. PAPANIKOLAOU : Band gaps and cavity modes in dual phononic and photonic strip waveguides. volume 1, page 041901. AIP, 2011.
- [149] Fu-Li HSIAO, Cheng-Yi HSIEH, Hao-Yu HSIEH et Chien-Chang CHIU : High-efficiency acousto-optical interaction in photonic nanobeam waveguide. *Applied Physics Letters*, 100(17):171103, 2012.
- [150] Matt EICHENFIELD, Jasper CHAN, Amir H. SAFAVI-NAEINI, Kerry J. VAHALA et Oskar PAINTER : Modeling dispersive coupling and losses of localized optical and mechanical modes in optomechanical crystals. *Opt. Express*, 17(22):20078–20098, Oct 2009.
- [151] Daniel A. FUHRMANN, Susanna M. THON, Hyochul KIM, Dirk BOUWMEESTER, Pierre M. PETROFF, Achim WIXFORTH et Hubert J. KRENNER : Dynamic modulation of photonic crystal nanocavities using gigahertz acoustic phonons. *Nature Photonics*, 5:605609, sept 2011.

- [152] Kartik SRINIVASAN et Oskar PAINTER : Fourier space design of high-q cavities in standard and compressed hexagonal lattice photonic crystals. *Opt. Express*, 11(6):579–593, Mar 2003.
- [153] F. RAMOS-MENDIETA et P. HALEVI : Surface electromagnetic waves in two-dimensional photonic crystals : Effect of the position of the surface plane. *Phys. Rev. B*, 59:15112–15120, Jun 1999.
- [154] Ole SIGMUND et Jakob SØNDERGAARD JENSEN : Systematic design of phononic bandgap materials and structures by topology optimization. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 361(1806):1001–1019, 2003.
- [155] M. EICHENFIELD, J. CHAN, R.M. CAMACHO et O.J. PAINTER : Optomechanics of phononic-photonic crystal defect cavities. In *Lasers and Electro-Optics, 2009 and 2009 Conference on Quantum electronics and Laser Science Conference. CLEO/QELS 2009. Conference on*, pages 1–2, 2009.
- [156] Thiago P. Mayer ALEGRE, Amir SAFAVI-NAEINI, Martin WINGER et Oskar PAINTER : Quasi-two-dimensional optomechanical crystals with a complete phononic bandgap. *Opt. Express*, 19(6):5658–5669, Mar 2011.
- [157] Amir H. SAFAVI-NAEINI et Oskar PAINTER : Design of optomechanical cavities and waveguides on a simultaneous bandgap phononic-photonic crystal slab. *Opt. Express*, 18(14):14926–14943, Jul 2010.
- [158] D E CHANG, A H SAFAVI-NAEINI, M HAFEZI et O PAINTER : Slowing and stopping light using an optomechanical crystal array. *New Journal of Physics*, 13(2):023003, 2011.
- [159] Amir H SAFAVI-NAEINI et Oskar PAINTER : Proposal for an optomechanical traveling wave phononphoton translator. *New Journal of Physics*, 13(1):013017, 2011.
- [160] W. R. FREI : Optimization of a photonic crystal waveguide termination using the geometry projection method and comsol. In *Excerpt from the Proceedings of the COMSOL Conference 2007, Boston*, 2007.
- [161] Walter R. FREI, H. T. JOHNSON et Kent D. CHOQUETTE : Optimization of a single defect photonic crystal laser cavity. *Journal of Applied Physics*, 103(3):–, 2008.
- [162] D. F. NELSON et M. LAX : Theory of the photoelastic interaction. *Phys. Rev. B*, 3:2778–2794, Apr 1971.
- [163] Donald Frederick NELSON : *Electric, Optic and Acoustic Interactions in Dielectrics*. John Wiley & Sons Inc ; 1st Edition edition, 1979.
- [164] D. F. NELSON et P. D. LAZAY : Measurement of the rotational contribution to brillouin scattering. *Phys. Rev. Lett.*, 25:1187–1191, Oct 1970.
- [165] M. ASPELMEYER, T.J. KIPPENBERG et F. MARQUARDT : Cavity optomechanics. *ArXiv e-prints*, mars 2013.
- [166] B.A. AULD : *Acoustic fields and waves in solids*. Numéro vol.1 de Acoustic Fields and Waves in Solids. Wiley, 1973.
- [167] Amnon YARIV : *Quantum electronics, Third Edition*. Wiley, 1989.
- [168] Felix BLOCH : Über die quantenmechanik der elektronen in kristallgittern. *Zeitschrift für Physik*, 52(7-8):555–600, 1929.
- [169] Charles KITTEL : *Introduction to solid state physics, 5th ed.* John Wiley & Sons, N.Y., 1976.
- [170] Neil W. ASHCROFT et N. David MERMIN : *Solid State Physics*. Saunders College, 1976.
- [171] J. GAZALET, S. DUPONT, J.C. KASTELIK, Q. ROLLAND et B. DJAFARI-ROUHANI : A tutorial survey on waves propagating in periodic media : Electronic, photonic and phononic crystals. perception of the bloch theorem in both real and fourier domains. *Wave Motion*, 50(3):619 – 654, 2013.
- [172] H. S. SÖZÜER, J. W. HAUS et R. INGUVA : Photonic bands : Convergence problems with the plane-wave method. *Phys. Rev. B*, 45:13962–13972, Jun 1992.
- [173] D.M. SULLIVAN : *Electromagnetic Simulation Using the FDTD Method*. Wiley, 2013.
- [174] R.C. RUMPF et University of CENTRAL FLORIDA : *Design and Optimization of Nano-optical Elements by Coupling Fabrication to Optical Behavior*. University of Central Florida, 2006.
- [175] R. C. RUMPF : Simple implementation of arbitrarily shaped total field-scattered field regions in fdfd. *Progress In Electromagnetics Research B*, 36:221–248, 2012.
- [176] David DUREISSEIX : *Méthodes numériques appliquées à la conception par éléments finis*. Thèse de doctorat, Université Montpellier 2, 2008.
- [177] B. HIETT et University of SOUTHAMPTON : *Photonic Crystal Modelling Using Finite Element Analysis*. Thèse de doctorat, 2002.

- [178] S. BAHLAK : *Contribution à l'étude d'un modulateur acousto-optique à puits quantiques*. Thèse de doctorat, 1997.
- [179] J-H. SAÏAC : *Mathématiques pour l'électricien*. Techniques de l'Ingénieur, Méthodes numériques,D 36.
- [180] E. ROSENCHER et B. VINTER : *Optoélectronique : cours et exercices corrigés*. Dunod Physique. Dunod, 2002.
- [181] Y. PENNEC, B. Djafari ROUHANI, E. H. EL BOUDOUTI, C. LI, Y. EL HASSOUANI, J. O. VASSEUR, N. PAPANIKOLAOU, S. BENCHABANE, V. LAUDE et A. MARTINEZ : Simultaneous existence of phononic and photonic band gaps in periodic crystal slabs. *Opt. Express*, 18(13):14301–14310, Jun 2010.
- [182] R. GEISS, S. DIZIAIN, R. ILIEW, C. ETRICH, H. HARTUNG, N. JANUNTS, F. SCHREMPPEL, F. LEDE- RER, T. PERTSCH et E.-B. KLEY : Light propagation in a free-standing lithium niobate photonic crystal waveguide. *Applied Physics Letters*, 97(13):-, 2010.
- [183] Jasper CHAN, Amir H. SAFAVI-NAEINI, Jeff T. HILL, Seán MEENEHAN et Oskar PAINTER : Optimi- zed optomechanical crystal cavity with acoustic radiation shield. *Applied Physics Letters*, 101(8):-, 2012.
- [184] Emmanuel ROSENCHER et Borge VINTER : *Optoélectronique*. Sciences Sup, Dunod, 2002.
- [185] F. Laloë C. COHEN-TANNOUJJI, B. Diu : *Mécanique quantique (Tome 2)*. Hermann, 1977.
- [186] H. Payen de la GARANDERIE : *Mécanique quantique*. Ed. Masson, Paris, 1971.
- [187] Steven G. JOHNSON, M. IBANESCU, M. A. SKOROBOGATIY, O. WEISBERG, J. D. JOANNOPOULOS et Y. FINK : Perturbation theory for maxwell's equations with shifting material boundaries. *Phys. Rev. E*, 65:066611, Jun 2002.
- [188] Léon BRILLOUIN : Perturbation d'un problème de valeurs propres par déformation de frontière. *Compte Rendu de l'Académie des Sciences*, 204:1863–1865, 1937.
- [189] Q. ROLLAND, M. OUDICH, S. EL-JALLAL, S. DUPONT, Y. PENNEC, J. GAZALET, J. C. KASTELIK, G. LÉVÊQUE et B. DJAFARI-ROUHANI : Acousto-optic couplings in two-dimensional phoxonic crystal cavities. *Applied Physics Letters*, 101(6):-, 2012.
- [190] David K. BIEGELSEN : Photoelastic tensor of silicon and the volume dependence of the average gap. *Phys. Rev. Lett.*, 32:1196–1199, May 1974.
- [191] Oudich M., El Jallal S., Rolland Q., Penne Y., Dupont S., Gazalet J., Lévêque G. et Djafari- Rouhani B. : Enhanced acousto-optic interactions in silicon phoxonic cavities : comparison of opto- mechanical and photoelastic effects. *IUS 2012, Dresden, Germany*, pages paper P5H-3, october 7-10, 2012.
- [192] Q. ROLLAND, S. DUPONT, J. GAZALET, D. YUDISTIRA, J.-C. KASTELIK et Y.PENNEC : Mode- lisation of acousto-optic interaction in 2d phoxonic crystal. in *OECD Conference Center, Paris, France*, OPTRO-2012-095, 810 February 2012.
- [193] Tzy-Rong LIN, Chiang-Hsin LIN et Jin-Chen HSU : Enhanced acousto-optic interaction in two- dimensional phoxonic crystals with a line defect. *Journal of Applied Physics*, 113(5):-, 2013.
- [194] R. N. BRACEWELL : *The Fourier Transform and Its Applications*. McGraw-Hill, New York, 1965.

Résumé

Cette thèse concerne l'étude théorique des mécanismes de couplage acousto-optique dans les matériaux nanostructurés : les cristaux à bandes interdites simultanées photoniques et phononiques, dénommés aussi cristaux phoXoniques. Le but de ce travail est d'explorer le potentiel de ces structures : réduire la consommation énergétique et la taille des composants, en exploitant les phénomènes de confinement et d'ondes lentes. Pour cette étude, des modèles numériques par éléments finis sont développés, ils visent à établir les conditions pour une efficacité accrue et à déterminer les paramètres des réseaux propres à favoriser de larges bandes interdites. La recherche des modes propres confinés optiques et acoustiques propices à l'interaction acousto-optique est ensuite entreprise. Des modèles numériques sont créés pour déterminer le couplage acousto-optique en tenant compte des mécanismes de couplage tels que l'effet photoélastique, optomécanique ou électrooptique.

Plusieurs configurations d'interactions sont étudiées afin de déterminer l'impact de l'anisotropie des matériaux, des éléments de symétrie des modes de cavité, de la nature des réseaux et des matériaux qui les constituent tels que le silicium et le niobate de lithium.

Enfin, un travail de conception à vocation applicatif est proposé. Il met en avant la possibilité d'exploiter les mécanismes de couplage dans un dispositif de type modulateur confiné dans une cavité acousto-optique.

Abstract

Theoretical acousto-optic couplings mechanisms in nano-structured materials are investigated in the present thesis : the photonic and phononic crystals with simultaneous bandgaps, also named phoxonic crystals. The aim of the study consists in exploring their potential in order to reduce energy consumption, sizes of devices, by taking advantage of the confinement property and slow wave phenomena.

For our investigations, numerical models, using finite element method, were developed to determine optimized conditions for a better efficiency and suitable parameters promoting wide bandgaps. Acoustic and optical confined modes search favorable for acousto-optic interaction is performed. Numerical models were created to compute the acousto-optic couplings by taking into account various coupling mechanisms such as the photo-elastic, opto-mechanic and electro-optic effects.

Many interaction configurations are investigated in order to determine the impact of material anisotropy, the cavity mode symmetries, various lattices or different materials such as silicon and lithium niobate.

Finally, a first approach for a designed component is proposed. It shows the possibility to use coupling mechanisms for a device such as an optical modulator by using acousto-optic confined modes in a cavity.