



**HAL**  
open science

# Etude du comportement mécanique des matériaux composites à matrice céramique de faible épaisseur

Christophe Dupin

► **To cite this version:**

Christophe Dupin. Etude du comportement mécanique des matériaux composites à matrice céramique de faible épaisseur. Autre. Université Sciences et Technologies - Bordeaux I, 2013. Français. NNT : 2013BOR14917 . tel-00955585

**HAL Id: tel-00955585**

**<https://theses.hal.science/tel-00955585>**

Submitted on 4 Mar 2014

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE

présentée à

## L'UNIVERSITÉ BORDEAUX 1

École Doctorale des Sciences Physiques et de l'Ingénieur

par

**Christophe DUPIN**

Ingénieur de l'École ENSEIRB-MATMECA

pour obtenir le grade de

**DOCTEUR**

Spécialité : Mécanique et ingénierie

### **Etude du comportement mécanique des matériaux composites à matrice céramique de faible épaisseur**

Soutenue le 26 Novembre 2013

**Devant la commission d'examen formée de :**

M	Z. ABOURA	Professeur, UTC Compiègne	<b>Rapporteur</b>
M	L. GORNET	HDR, Ecole centrale de Nantes	<b>Rapporteur</b>
Mme	M.C. LAFARIE-FRENOT	Professeur, Université de Poitiers	<b>Présidente de jury</b>
M	C. BACON	Professeur, IPB Bordeaux	<b>Examineur</b>
M	E. MARTIN	Professeur, IPB Bordeaux	<b>Directeur de thèse</b>
M	G. COUÉGNAT	Ingénieur de recherche, LCTS, Bordeaux	<b>Encadrant</b>
M	F. BOUILLON	Ingénieur Herakles (Groupe Safran)	<b>Invité</b>



# Remerciements

Comme le dit cette célèbre citation : « la Science, ce sont d'abord des hommes et des femmes qui cherchent », je voudrais donc commencer en remerciant tous ces hommes et ces femmes ...

## **A mon directeur de thèse ...**

Eric Martin, qui m'a beaucoup apporté durant ces 3 ans et demi (stage + thèse, je précise ...), et qui a toujours été présent pour m'encourager et me conseiller que ce soit dans mes travaux de thèse ou dans ma recherche d'emploi, merci pour tout.

## **A mon co-directeur de thèse ...**

Guillaume Couégnat, merci pour ton aide et tes outils numériques dont je me suis servi. Bien que tu sois supporter de l'Olympique de Marseille, je pense que notre collaboration s'est plutôt pas mal passé ;)

## **Aux membres de mon jury ...**

Merci à vous pour avoir passé du temps à lire ma thèse et à juger mon travail. Merci de m'avoir accordé le grade de docteur. Maintenant, lorsque l'on demandera : « Y a-t-il un docteur dans la salle ? », je pourrai enfin dire : « Oui, en ingénierie mécanique !! ». Merci encore.

## **A mes collègues ...**

Merci à mes collègues du LCTS et plus particulièrement à Xavier Bertran, Arnauld Delehouze, Pierre Bordenave et Sébastien Couthures qui ont formé pendant presque 2 ans « l'équipe du matin ». Ces merveilleux moments très poétiques et pleins de spiritualité autour d'un café (plus ou moins bon) et parfois d'un croissant vont me manquer terriblement. Merci également aux autres thésards avec lesquels je me suis bien entendu (la plupart sauf une peut-être ...), je ne vais pas les citer pour éviter d'en oublier un ou une et donc le ou la vexer. Merci également à Patrick Weisbecker pour m'avoir appris les rudiments de la belote et du poker : très instructifs ... ou pas !!

## **A feue la machine à café ...**

Je voudrais mettre à l'honneur, la machine à café qui a fait tant de débat pendant cette thèse ... Ce fut un honneur de te connaître, toi et ta garantie de 5 ans, tu nous as quitté beaucoup trop tôt, après 3 semaines de dur labeur tu t'es éteinte. Et malheureusement, ton « propriétaire » n'a pas voulu te réparer. Repose En Paix ma belle !!



# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>7</b>
<b>1 Présentation du composite 3D-SiC/Si-B-C</b>	<b>11</b>
1.1 Elaboration et microstructure des matériaux étudiés . . . . .	12
1.1.1 Elaboration . . . . .	12
1.1.2 Caractérisation microstructurale . . . . .	15
1.2 Comportement mécanique des matériaux composites tissés à matrice céramique	22
1.2.1 Comportement mécanique dans le plan du renfort fibreux . . . . .	22
1.2.2 Comportement mécanique hors plan . . . . .	26
1.3 Conclusion . . . . .	29
<b>2 Caractérisation du comportement mécanique</b>	<b>31</b>
2.1 Comportement mécanique dans le plan des matériaux SiC/Si-B-C . . . . .	32
2.1.1 Dispositif expérimental . . . . .	32
2.1.2 Comportement dans les axes du renfort . . . . .	33
2.1.3 Comportement hors axes . . . . .	42
2.1.4 Scénario d'endommagement . . . . .	44
2.1.5 Bilan des essais de traction dans le plan du matériau . . . . .	46
2.2 Identification et implémentation d'une loi de comportement macroscopique dans un code de calcul de structure . . . . .	49
2.2.1 Présentation de la loi de comportement SMDOC . . . . .	49
2.2.2 Développement d'un protocole d'identification de SMDOC . . . . .	50
2.2.3 Mise en place d'une démarche d'implantation des lois de comporte- ment dans un code de calcul . . . . .	53
2.3 Comportement en flexion 4 points des matériaux SiC/Si-B-C . . . . .	58
2.3.1 Caractérisation des propriétés mécaniques en flexion 4 points . . . . .	58
2.3.2 Caractérisation microstructurale de l'endommagement en flexion 4 points	63
2.3.3 Modélisation du comportement en flexion 4 points . . . . .	65
2.4 Conclusion . . . . .	71
<b>3 Modélisation du comportement élastique des CMC à l'échelle mésoscopique</b>	<b>73</b>
3.1 Eléments de bibliographie . . . . .	74
3.1.1 Modélisation du comportement élastique du toron . . . . .	74
3.1.2 Modélisation du composite tissé . . . . .	75
3.2 Modélisation et maillage de cellules tissées 2D . . . . .	76
3.2.1 Modélisation géométrique et maillage du renfort tissé . . . . .	76

3.2.2	Génération de l'image représentative de la microstructure . . . . .	78
3.2.3	Transformation d'une image en un maillage éléments finis . . . . .	79
3.3	Calcul des propriétés élastiques effectives . . . . .	81
3.3.1	Définition du problème micro-mécanique . . . . .	81
3.3.2	Etude paramétrique . . . . .	83
3.3.3	Limite de l'homogénéisation classique . . . . .	86
3.4	Validation du modèle sur une éprouvette technologique . . . . .	88
3.4.1	Procédure expérimentale . . . . .	88
3.4.2	Résultats expérimentaux . . . . .	89
3.4.3	Résultats de la simulation numérique . . . . .	91
3.5	Conclusion . . . . .	93
<b>4</b>	<b>Modélisation du comportement élastique des CMC à l'échelle macroscopique</b>	<b>95</b>
4.1	Présentation du modèle HPZ . . . . .	96
4.1.1	Principe de la méthode . . . . .	96
4.1.2	Etude de la discrétisation du domaine d'homogénéisation . . . . .	98
4.2	Vers une stratégie d'implémentation de HPZ dans un code de calcul de structure	104
4.2.1	Distribution aléatoires des propriétés locales . . . . .	104
4.2.2	Algorithme d'implémentation de HPZ-aléa . . . . .	105
4.3	Applications du modèle HPZ . . . . .	108
4.3.1	Simulation de l'essai de flexion sur éprouvette à variation d'épaisseur : propriétés élastiques . . . . .	108
4.3.2	HPZ et l'analyse modale . . . . .	109
4.3.3	Couplage de HPZ avec un modèle macro d'endommagement (SMDOC)	111
4.4	Conclusion . . . . .	112
	<b>Conclusion générale</b>	<b>113</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>120</b>
	<b>Table des figures</b>	<b>121</b>
	<b>A Développement du modèle de comportement SMDOC</b>	<b>129</b>
	<b>Annexe</b>	<b>127</b>

# Introduction

Les composites à matrice céramique (CMC), grâce à leurs bonnes propriétés thermomécaniques à hautes températures (entre 400 et 3000°C) et à leur faible densité (entre 1.8 et 3.2), sont des matériaux de choix pour des applications structurales. Ils doivent leurs remarquables caractéristiques à leurs structures spécifiques, associant une matrice céramique, un renfort céramique fibreux et une interphase fibre/matrice. La matrice céramique protège le renfort fibreux supportant la charge et permet la mise en forme du matériau. Enfin, l'élément clé des CMC, l'interphase permet de dévier les fissures à l'origine de la ruine du matériau [Lamouroux 99]. Ainsi, la matrice peut se fissurer sans pour autant provoquer la ruine du matériau. Le matériau élaboré par Herakles, étudié dans ce travail, possède une microstructure complexe : le renfort fibreux est constitué de fils (ensembles de fibres Nicalon NL-207) tissés entre eux pour obtenir une structure tissée interlock, la matrice et le revêtement externe multiséquencés se composent de dépôts par CVI (Chemical Vapor Infiltration) contenant les éléments Si, B, C.

Déjà en service dans l'aéronautique militaire (module arrière du moteur M88 du Rafale, Figure 1a), les composites à matrice céramique sont en cours de développement pour la prochaine génération de moteur de l'aéronautique civile : pièces de turbines et pièces de tuyères (Figure 1b et c). L'introduction de ces matériaux contribuera fortement à l'allègement des moteurs, à la réduction de la consommation et des pollutions.

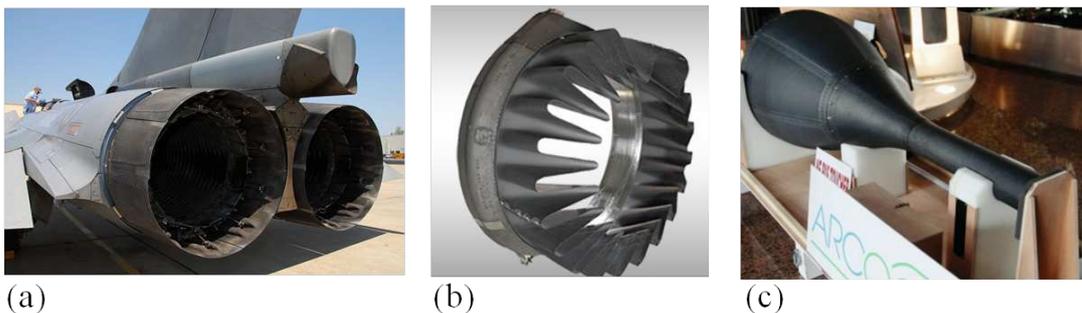


FIGURE 1 – Éléments de structure en composite à matrice céramique : (a) volet de rafale, (b) mélangeur et (c) plug élaborés par Herakles (groupe SAFRAN).

Le manque de confiance dans les modèles de comportement des CMC conduit à de forts sur dimensionnements et à d'importants surcoûts expérimentaux de validation. L'amélioration des méthodes de dimensionnement de ces structures composites nécessite alors le

développement de techniques de calculs et de lois de comportement plus adaptées.

La faible épaisseur de ces matériaux (de l'ordre du millimètre) et les variations de microstructure (motif du tissage, nombre de fils, ratio chaîne/trame, usinage, gradient de densification, etc...) représentent un véritable challenge pour leur modélisation. L'objectif de cette étude est de déterminer les propriétés élastiques locales des CMC de faible épaisseur en fonction du type de texture, de l'épaisseur et de l'infiltration. Dans les zones les plus épaisses, le volume de matériau est suffisant pour permettre l'utilisation de lois de comportement homogénéisées identifiées grâce à des essais normalisés. Lorsque les épaisseurs sont faibles, les hypothèses de formulation des lois de comportement de la mécanique des milieux continus ne sont plus valables : les dimensions de la structure sont du même ordre de grandeur voire inférieures à celles du volume élémentaire représentatif du matériau (VER).

Pour répondre aux objectifs scientifiques fixés, de nouvelles méthodes et outils numériques ont été développés pour permettre d'évaluer les propriétés élastiques locales d'une structure à l'échelle macroscopique. Pour ce faire une approche multi-échelle est adoptée. Des calculs à l'échelle de la texture (mésoscopique) permettent d'obtenir les différentes propriétés effectives en fonction des particularités de la microstructure. Puis une technique d'homogénéisation est mise en place pour obtenir les propriétés élastiques à l'échelle de la structure.

La figure 2 établit schématiquement la méthodologie retenue et le lien entre les différents chapitres de cette thèse. Le premier chapitre présente d'abord les matériaux de l'étude d'un point de vue microstructural et comportement mécanique. Le deuxième chapitre expose le protocole expérimentale de caractérisation des propriétés mécaniques des cinq matériaux de l'étude ainsi que la présentation d'un modèle de loi de comportement des matériaux composites orthotropes élastiques endommageables. Le chapitre 3 est dédié à élaborer un modèle de comportement élastique d'une structure CMC en prenant en compte la variabilité du matériau (porosité, architecture, gradient d'infiltration de la matrice, usinage, etc...). Enfin l'objet du dernier chapitre est la mise en place d'une technique d'homogénéisation permettant de faire le lien entre le modèle mésoscopique à l'échelle du fil et un modèle macroscopique à l'échelle de la structure.

Pour des causes de confidentialité, les échelles des courbes de comportement présentées dans ce manuscrit ont été enlevées. De même, les valeurs des modules, des contraintes et des déformations ont été normées. Une annexe confidentielle regroupant toutes ces informations a été réalisée.

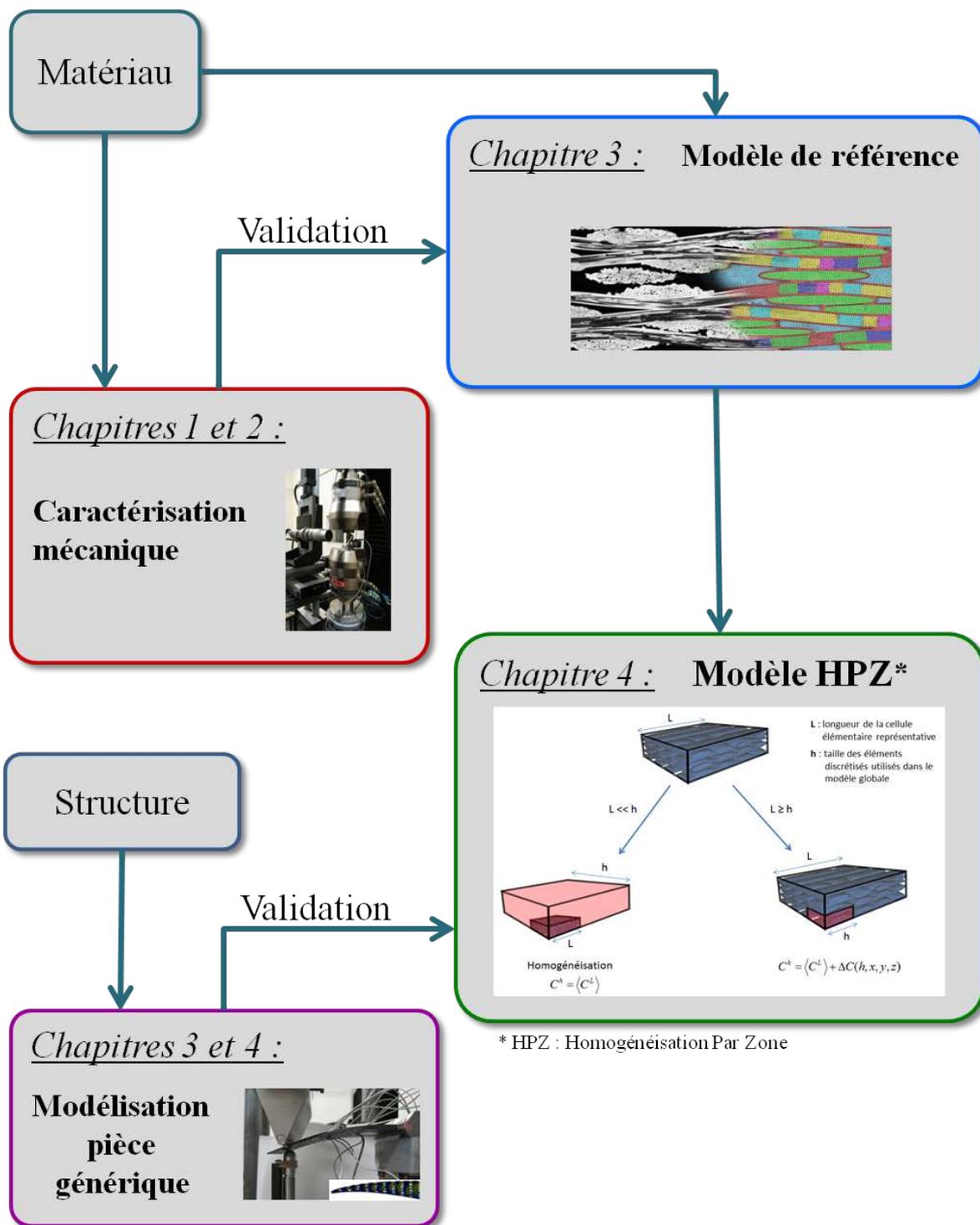


FIGURE 2 – Présentation de la méthodologie et du contenu des chapitres.



# Chapitre 1

## Présentation du composite 3D-SiC/Si-B-C

---

L'objet de ce premier chapitre est, dans un premier temps, de décrire la microstructure et les particularités des composites tissés 3D-SiC/Si-B-C. La deuxième partie de ce chapitre est consacrée à la présentation du comportement mécanique des CMC.

---

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Elaboration et microstructure des matériaux étudiés . . . . .</b>	<b>12</b>
1.1.1	Elaboration . . . . .	12
1.1.2	Caractérisation microstructurale . . . . .	15
<b>1.2</b>	<b>Comportement mécanique des matériaux composites tissés à matrice céramique . . . . .</b>	<b>22</b>
1.2.1	Comportement mécanique dans le plan du renfort fibreux . . . . .	22
1.2.2	Comportement mécanique hors plan . . . . .	26
<b>1.3</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>29</b>

---

## 1.1 *Elaboration et microstructure des matériaux étudiés*

### 1.1.1 *Elaboration*

Les matériaux étudiés sont des composites à fibres de carbure de silicium (SiC) renforcés par une matrice de carbure de silicium multi-séquencée, fabriqués par Herakles (groupe SAFRAN), qui appartiennent à la même famille de matériau déjà étudié dans des travaux récents [Moevus 06] [Herb 10] [Herb 12] [Gripillon 13]. Les matériaux composites à matrice céramique (CMC) sont des matériaux qui possèdent trois constituants principaux : (i) le renfort fibreux, (ii) l'interphase et (iii) la matrice (Figure 1.1). Afin de mieux comprendre le comportement mécanique du composite, on se propose de décrire chacun de ces constituants.

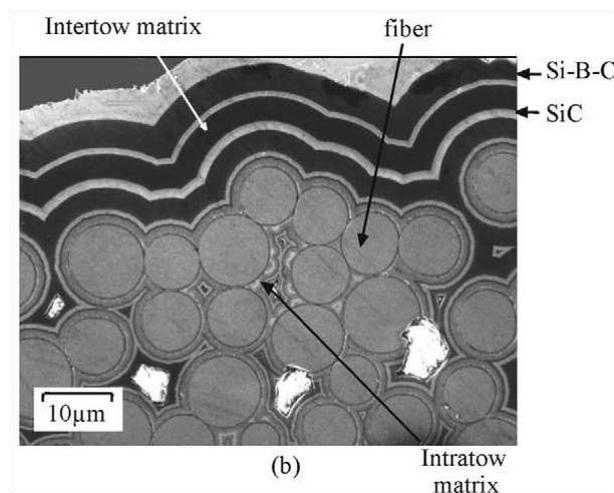


FIGURE 1.1 – Structure d'un composite SiC/Si-B-C à matrice multi-séquencée [Carrère 03].

**Les fibres** Les fibres de carbure de silicium (SiC), utilisées dans les matériaux de cette étude, sont des fibres Nicalon NL 207 fabriquées par Nippon Carbon (Japon) dont les principales caractéristiques sont rappelées dans le tableau 1.1. Le diamètre moyen des fibres est de  $14\mu\text{m}$  (étude statistique effectuée sur un échantillon de 1000 fibres). La fraction volumique de fibres au sein du matériau a été évaluée à 55%. Ces fibres ont un comportement élastique fragile pouvant supporter une contrainte allant jusqu'à 2.5GPa et une déformation à rupture de 1.37%, avec un module d'Young de l'ordre de 200GPa et une masse volumique de  $3.2\text{g}\cdot\text{m}^{-3}$  [Naslain 99] [Morvan 97]. Ces fibres sont assemblées par paquet de 500 pour former des fils communément appelés torons. Ces torons sont ensuite tissés entre eux pour constituer le renfort fibreux, ou préforme sèche.

**L'interphase** Une fine couche de pyrocarbone (épaisseur de l'ordre de  $0.1\mu\text{m}$ ) est déposée sur les fibres. Elle est constituée d'empilement de couches de graphènes orientées parallèlement à l'axe des fibres, lui donnant ainsi une faible résistance au cisaillement. Son module d'Young est faible en comparaison de celui de la fibre et de la matrice (environ 30GPa). Ce

constituant permet de dévier les fissures provenant de la matrice afin de protéger la fibre d'une rupture précoce (Figure 1.2) [Dupel 95].

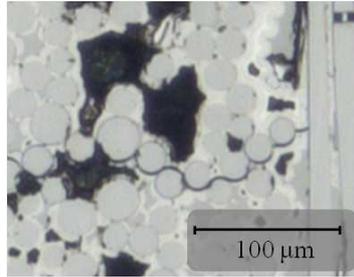


FIGURE 1.2 – Vue en coupe d'une fissure déviée à l'interphase de pyrocarbone.

**La matrice multi-séquencée** La matrice a pour but de renforcer la cohésion entre les différents constituants du matériau. Au fil des recherches, la matrice est devenue de plus en plus complexe : initialement monocouche, elle est maintenant multicouche et même auto-cicatrisante [Rebillat 98] [Lamouroux 99] [Cheng 01]. Dans le cadre de cette étude, la matrice multi-séquencée est constituée de différentes couches de SiC cristallisé, de phase de B-C amorphe (mélange de  $B_4C$  avec un excédent de carbone) et une phase de SiC- $B_4C$ , aussi appelée Si-B-C. Le bore joue un rôle d'élément protecteur, en formant dès les basses températures ( $450^\circ C$ ) un oxyde liquide venant boucher les éventuelles fissures, augmentant ainsi la durée de vie [Bertrand 01]. Cette matrice est obtenue par le procédé d'infiltration chimique en phase vapeur (CVI). Ce procédé permet l'obtention d'un dépôt solide grâce aux réactions chimiques d'un gaz (méthyltrichlorosilane pour un dépôt de SiC par exemple) porté à haute température ( $\sim 1000^\circ C$ ) à l'intérieur de la préforme [Naslain 04]. La particularité de la CVI est le phénomène d'infiltration : le gaz pénètre par diffusion ou par convection dans les pores jusqu'au cœur de la préforme. Néanmoins ce procédé génère de fortes porosités au sein du matériau (entre 15 et 30 % [Etchart-Salas 11]). Le procédé CVI est onéreux car il nécessite une longue durée (plusieurs cycles de pyrolyse sont nécessaires). De plus en plus, les industriels se tournent vers des voies d'élaboration mixtes : ils couplent ainsi le procédé CVI avec de l'infiltration chimique en voie liquide. La densification par voie liquide est réalisée à partir de précurseurs organométalliques (polycarbosilane pour le dépôt de SiC). La préforme est d'abord imprégnée par le précurseur liquide, lequel est ensuite transformé en céramique par pyrolyse. Ce dernier procédé permet une infiltration un peu plus homogène qui diminue le taux de porosité mais produit une phase de matrice plus souple. Les propriétés mécaniques de la matrice ne peuvent être issues que de mesures dérivées. Les valeurs de module d'Young communément utilisées pour la matrice SiC élaborée par CVI oscillent entre 350 et 400 GPa [Aubard 92] tandis que celles obtenues pour la matrice voie liquide sont inférieures à 150 GPa [Jouannigot 11] (cf. Tableau 1.1).

Il faut également noter que l'écart entre les coefficients de dilatation thermique de la fibre et de la matrice entraîne l'apparition de contraintes résiduelles au sein de la matrice lors de l'élaboration du matériau [Camus 96][Dalmaz 00]. Ces contraintes d'origine thermique sont partiellement relaxées lors du refroidissement du matériau et donnent naissance à des fissures au sein du matériau (Figure 1.3).

Constituant	Type	Module d'Young (GPa)	Contrainte à rupture (MPa)	déformation à rupture (%)	$\nu$
Fibre Nicalon NL 207 [Naslain 99]	SiC	200	$\approx 2500$	1.37	0.25
Matrice CVI [Aubard 92]	Si-B-C	350-410	$\emptyset$	0.1	0.2
Matrice voie liquide [Jouannigot 11]	SiC	$\leq 150$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
Interphase [Dupel 95]	PyC	30-80	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

TABLEAU 1.1 – Propriétés mécaniques des constituants du composite SiC/Si-B-C.

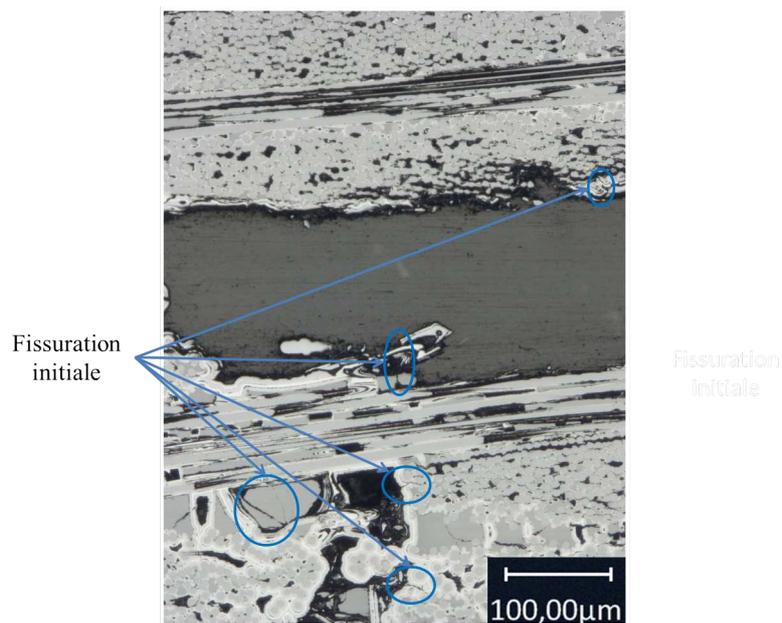


FIGURE 1.3 – Endommagement initial du SiC/Si-B-C.

### 1.1.2 Caractérisation microstructurale

Le matériau SiC/Si-B-C étudié est un composite tissé interlock de type *Guipex*<sup>®</sup> à fibres de carbure de silicium (SiC) et à matrice multi-séquencée de carbure de silicium. Les torons de carbure de silicium sont tissés pour obtenir une préforme tridimensionnelle complexe avec un ratio chaîne/trame de 54.4/45.6. La Figure 1.4 présente une micrographie de la section du matériau. On y distingue les fils longitudinaux et transversaux, des blocs de matrice voie liquide, de la matrice voie gazeuse et également de nombreuses macroporosités. Un revêtement de matrice multi-séquencée, ou seal-coat, est également déposé sur la surface du matériau. Ce seal-coat a pour but, entre autres, de protéger le matériau contre l'oxydation, rendant "imperméable" le matériau à l'environnement extérieur.

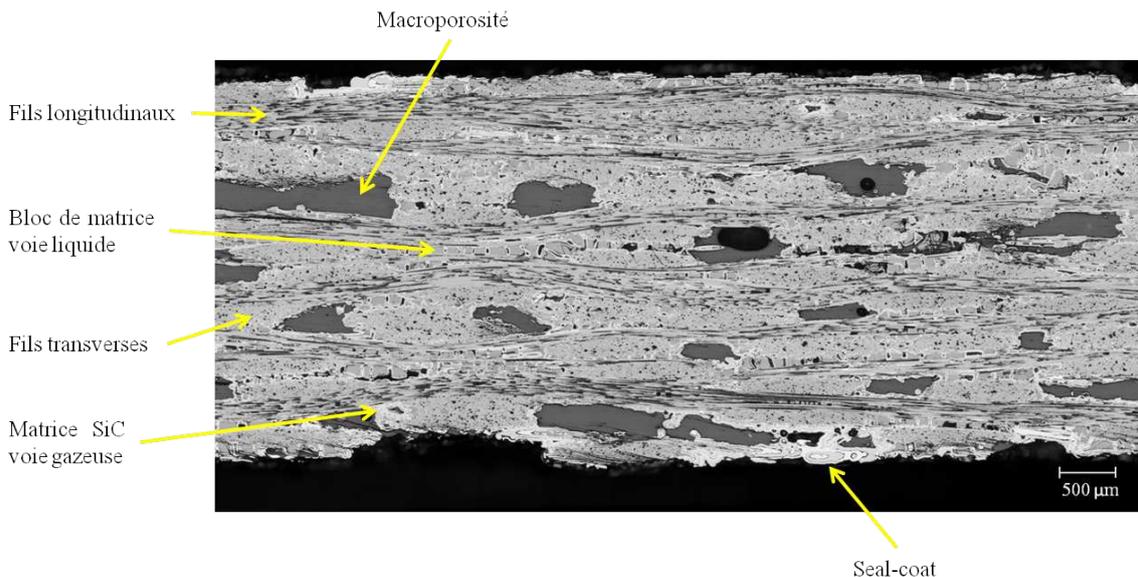


FIGURE 1.4 – Microstructure d'un composite SiC/Si-B-C.

Dans le cadre de cette étude, cinq matériaux d'épaisseurs différentes sont étudiés. Tous ces matériaux possèdent la même architecture de base, certains ont été usinés puis ré-infiltrés par CVI pour y déposer une couche de seal-coat. Les dénominations (A,B,C,D,E) ont été choisies pour les distinguer. Une épaisseur effective est attribuée à l'ensemble des matériaux. Cette épaisseur est prise comme étant égale à l'épaisseur de calage lors de la première densification du matériau auquel s'ajoute l'épaisseur de seal-coat en fin de cycle d'élaboration (matériau A : 3.6mm, matériau C : 2.1mm). Pour les matériaux usinés (matériaux B, D et E), l'épaisseur effective sera égale à l'épaisseur finale après usinage (matériau B : 3.0mm, matériau D : 1.9mm, matériau E : 0.6mm) :

- matériau A : matériau brut de référence possédant une épaisseur effective de 3.6mm avec une couche de seal-coat (Figure 1.5) ;
- matériau B : matériau usiné jusqu'à une épaisseur de 3.0mm (Figure 1.6) ;
- matériau C : matériau usiné jusqu'à une épaisseur de 1.9mm puis une couche de seal-coat est déposée par CVI pour obtenir une épaisseur effective de 2.1mm (Figure 1.7) ;
- matériau D : matériau usiné jusqu'à une épaisseur de 1.9mm (Figure 1.8) ;
- matériau E : matériau usiné jusqu'à une épaisseur de 0.6mm (Figure 1.9).

Les différentes caractéristiques morphologiques des cinq matériaux ont été étudiées : le nombre de couches dans l'épaisseur, les dimensions des torons (étude statistique effectuée sur une population d'un millier d'échantillons), le pas moyen inter-torons  $p$ , la distance cœur à cœur des couches  $h$  (Figure 1.10), l'épaisseur de seal-coat en surface du matériau, le pourcentage de macro-porosité. Le taux de macro-porosité a été obtenu par analyse d'image comme l'illustre la figure 1.11. Toutes ces caractéristiques morphologiques ont été mesurées sur des micrographies et sont répertoriées dans le tableau 1.2.

Paramètres	Matériau A	Matériau B	Matériau C	Matériau D	Matériau E
% macroporosité	8	8.4	7.6	7.4	9.2
Epaisseur de seal-coat ( $\mu\text{m}$ )	$\approx 110$	0	$\approx 90$	0	0
Nombre de couches dans l'épaisseur	10	8	5	5	1-2
Longueur demi grand axe, a (mm)	$0.51 \pm 0.05$				
Longueur demi petit axe, b (mm)	$0.09 \pm 0.015$				
Distance cœur à cœur des couches, h (mm)	$\approx 0.26$				
Espace inter-fil, p (mm)	$\approx 2$				
Fraction volumique de fibre	55%				

TABLEAU 1.2 – Caractéristiques morphologiques des cinq matériaux composites SiC/Si-B-C.

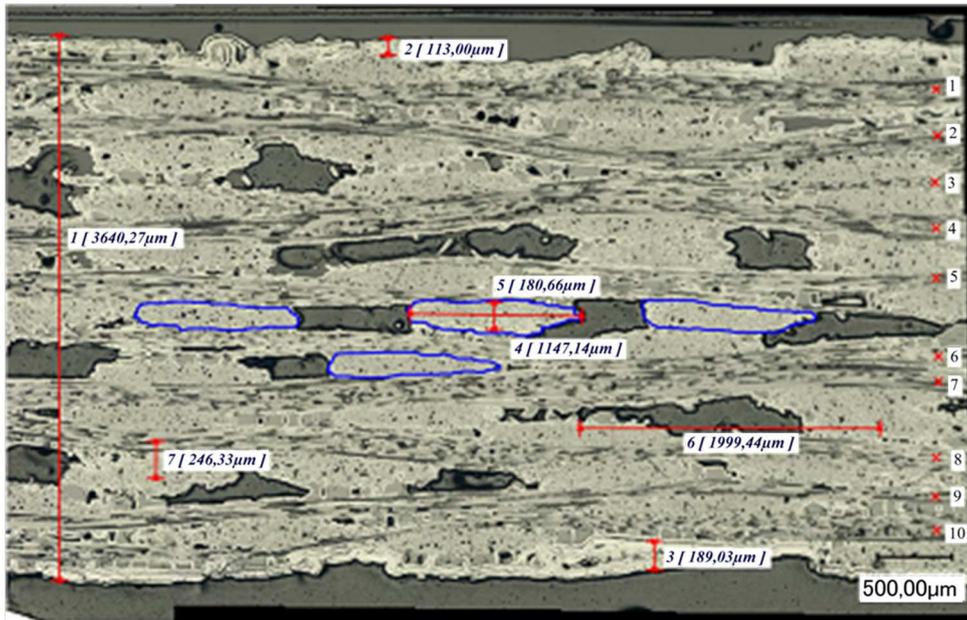


FIGURE 1.5 – Dimensions caractéristiques de la microstructure du matériau A.

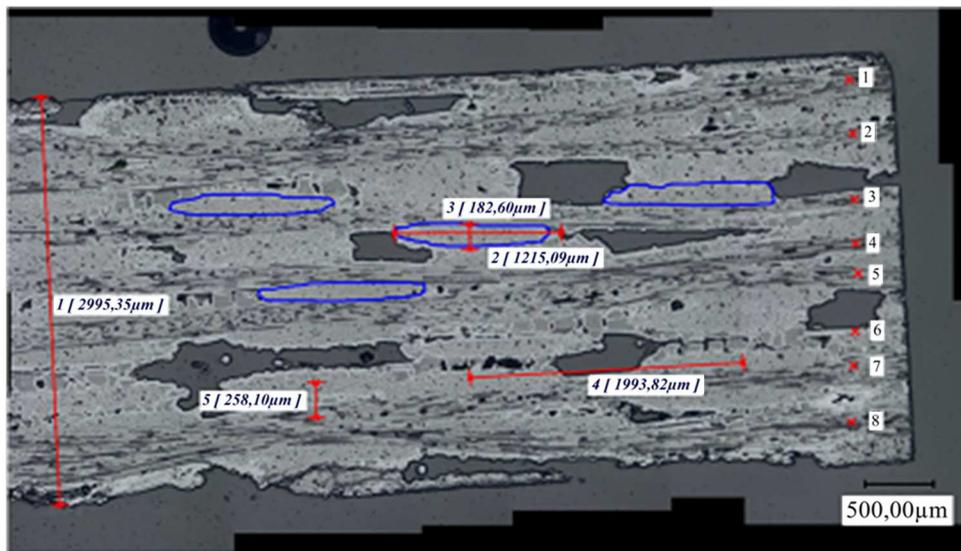


FIGURE 1.6 – Dimensions caractéristiques de la microstructure du matériau B.

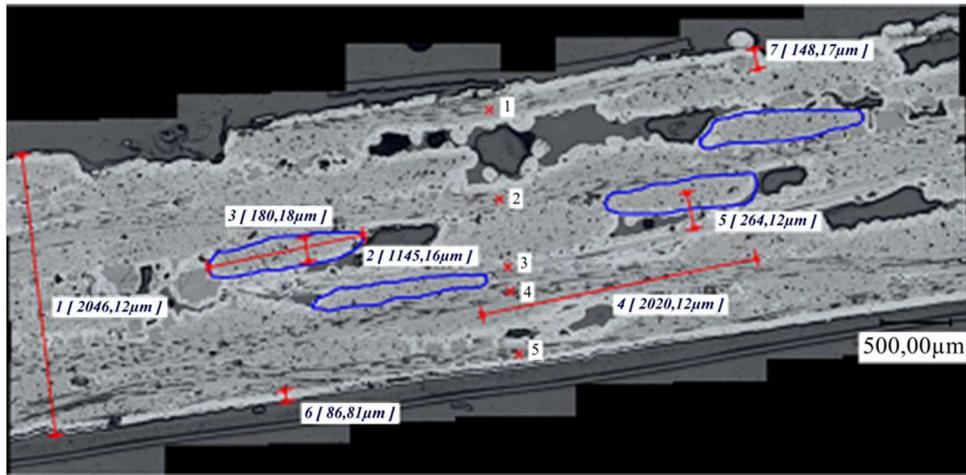


FIGURE 1.7 – Dimensions caractéristiques de la microstructure du matériau C.

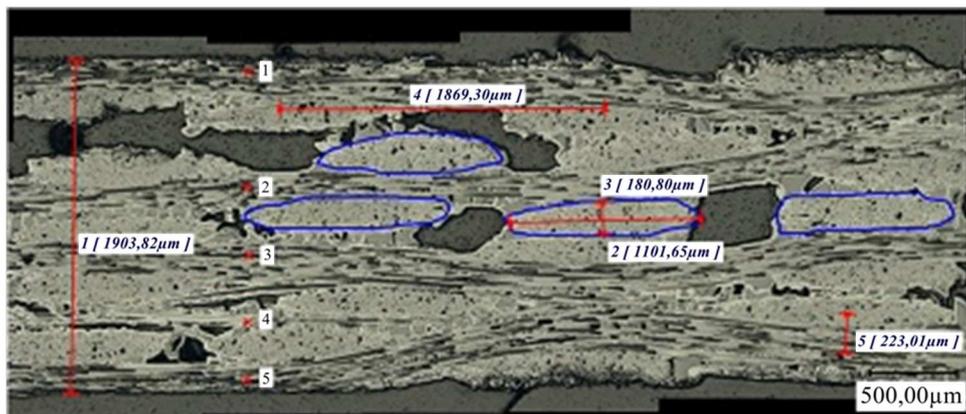


FIGURE 1.8 – Dimensions caractéristiques de la microstructure du matériau D.

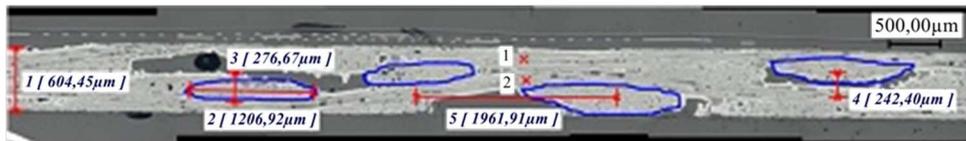


FIGURE 1.9 – Dimensions caractéristiques de la microstructure du matériau E.

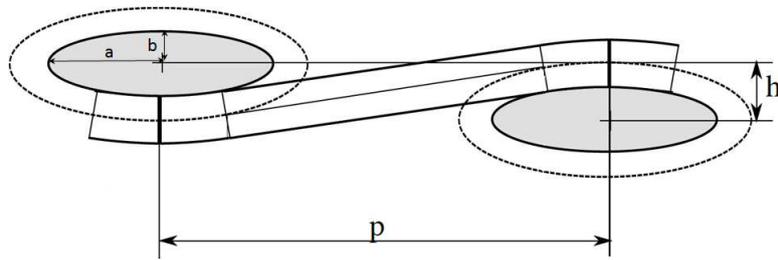
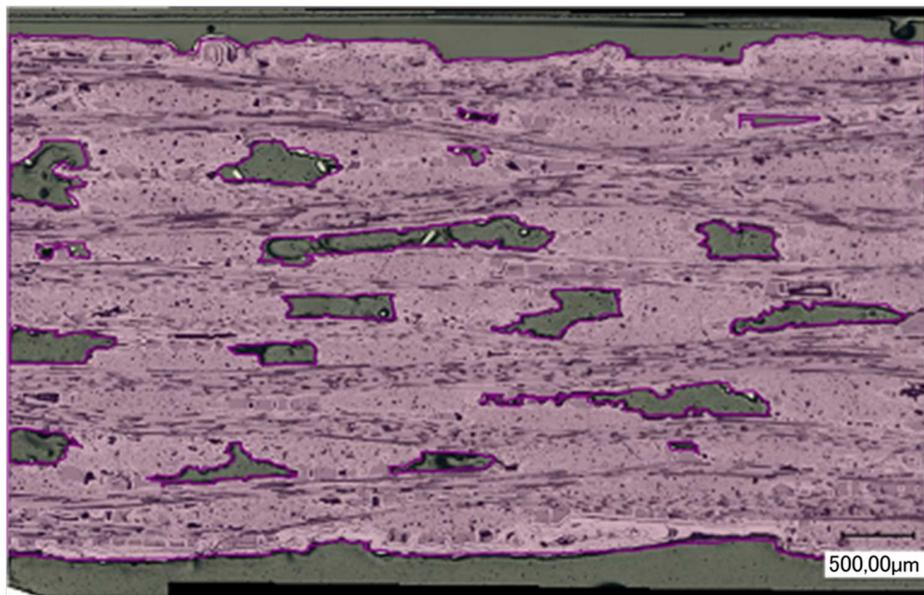


FIGURE 1.10 – Paramétrisation d'un intervalle élémentaire.



=> 8% de macroporosité

FIGURE 1.11 – Calcul de la macroporosité moyenne du matériau A par analyse d'image.

Une attention particulière doit être apportée sur la mesure de l'épaisseur des éprouvettes. Lorsque l'on réalise des essais mécaniques, il est nécessaire de connaître de façon précise la section du matériau étudié pour en déduire le niveau de contraintes appliquées. Lorsque le matériau présente un état de surface lisse (Matériau B, D et E), la mesure à l'aide d'un simple pied à coulisse est suffisante pour obtenir une valeur d'épaisseur avec une précision de  $\frac{1}{100}$ mm. Dans les autres cas (matériaux A et C), l'état de surface de ces matériaux présente de nombreuses irrégularités du fait de l'embuvage des matériaux sur lesquels sont déposés une couche de matrice. La mesure de l'épaisseur au pied à coulisse sur-estime alors la valeur réelle de la section de l'éprouvette.

Prenons par exemple une éprouvette du matériau A (3.6mm d'épaisseur effective, Figure 1.12). Une analyse par micrographie permet de déterminer la section réelle de l'éprouvette :  $S_{réelle} = 57.51\text{mm}^2$ . La mesure au pied à coulisse donne une sur-estimation de l'ordre de 5% avec  $S_{pac} = 60.24\text{mm}^2$ . Un système de mesure a été mis en place (Figure 1.13), et permet à l'aide de deux comparateurs électroniques à pointe positionnés en vis-à-vis et de deux platines motorisées de mesurer de façon précise (de l'ordre de quelques micromètres) la section du matériau. La figure 1.14 présente les mesures de profils des faces supérieures et inférieures d'une éprouvette ; avec cette méthode on obtient une section  $S_{profilo}$  de  $57.67\text{mm}^2$ , ce qui correspond à la valeur trouvée par micrographie.

Cette procédure a été utilisée pour tous les matériaux possédant des surfaces non-lisses (familles de matériaux A et C).

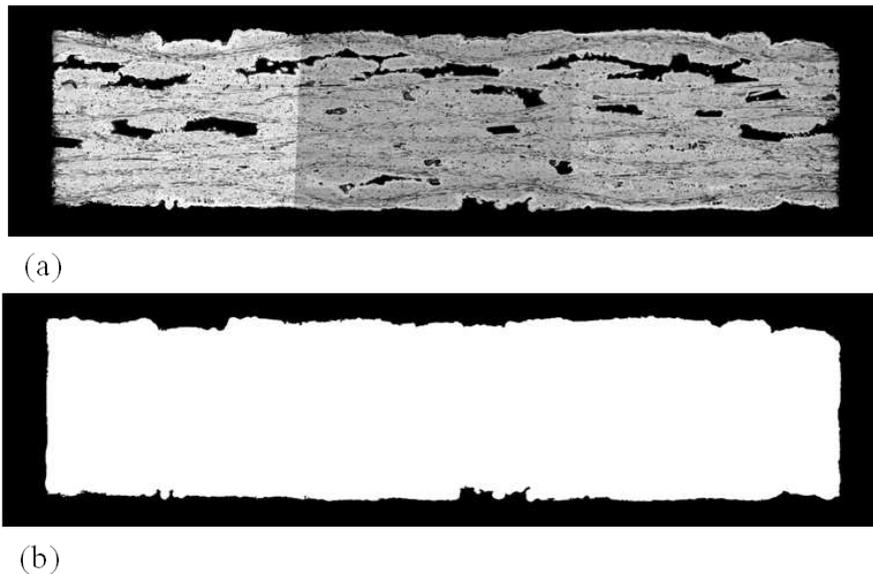


FIGURE 1.12 – Mesure de l'épaisseur réelle par microscopie optique : (a) plan xz d'une micrographie d'un CMC, (b) seuillage pour déterminer la section de l'éprouvette.



FIGURE 1.13 – Photo du montage de mesure de l'épaisseur réelle par double profilométrie à pointe.

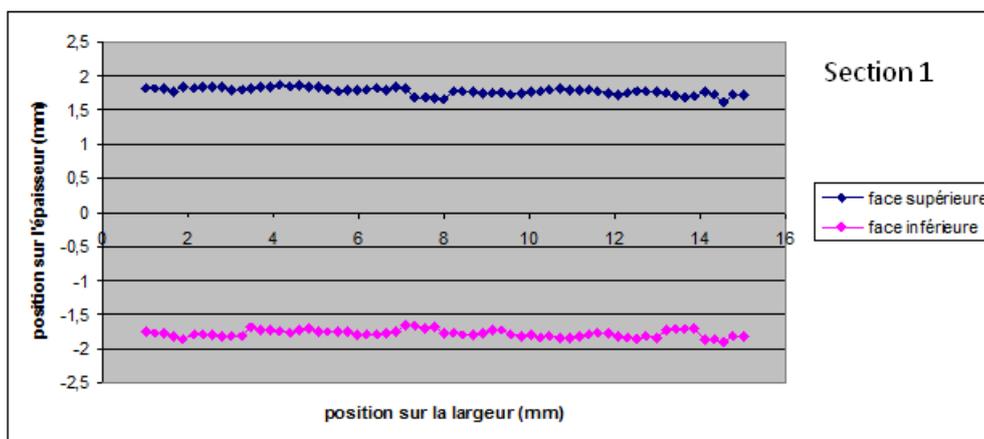


FIGURE 1.14 – Exemple de mesure d'une section par double profilométrie à pointe.

## 1.2 Comportement mécanique des matériaux composites tissés à matrice céramique

Cette partie a pour but de présenter les principales caractéristiques du comportement mécanique des matériaux tissés à matrice céramique.

### 1.2.1 Comportement mécanique dans le plan du renfort fibreux

#### Comportement en traction monotone

Le comportement en traction des composites SiC/SiC à préforme 2D (empilement de tissus taffetas, sergé ou satin) est bien caractérisé depuis déjà une vingtaine d'années [Lipetzky 96] [Zhu 99] [Morsher 04]. Concernant les composites SiC/SiC de préforme 3D, l'architecture fibreuse dans la préforme influence la microstructure et donc les propriétés mécaniques [Yang 91] [Ogasawara 01] [Xu 02] [Wu 06] [Morscher 10].

Une précédente étude a montré qu'une géométrie 3D peut diminuer la taille des macroporosités et retarder l'apparition de la fissuration de la matrice interstitielle [Pluvinage 96]. Mais que ce soient les composites SiC/SiC 2D ou 3D, le comportement en traction monotone présente un comportement non linéaire élastique endommageable avec trois différentes phases bien distinctes. La figure 1.15 représente la courbe contrainte déformation d'un essai de traction monotone du matériau A (3.6mm d'épaisseur effective), mettant en évidence ces différentes phases : (1) une phase pseudo-linéaire, (2) une phase non linéaire correspondant à la prolifération de fissures au sein du matériau, (3) puis une troisième phase linéaire correspondant à une reprise des efforts par les fibres jusqu'à une rupture fragile des fibres.

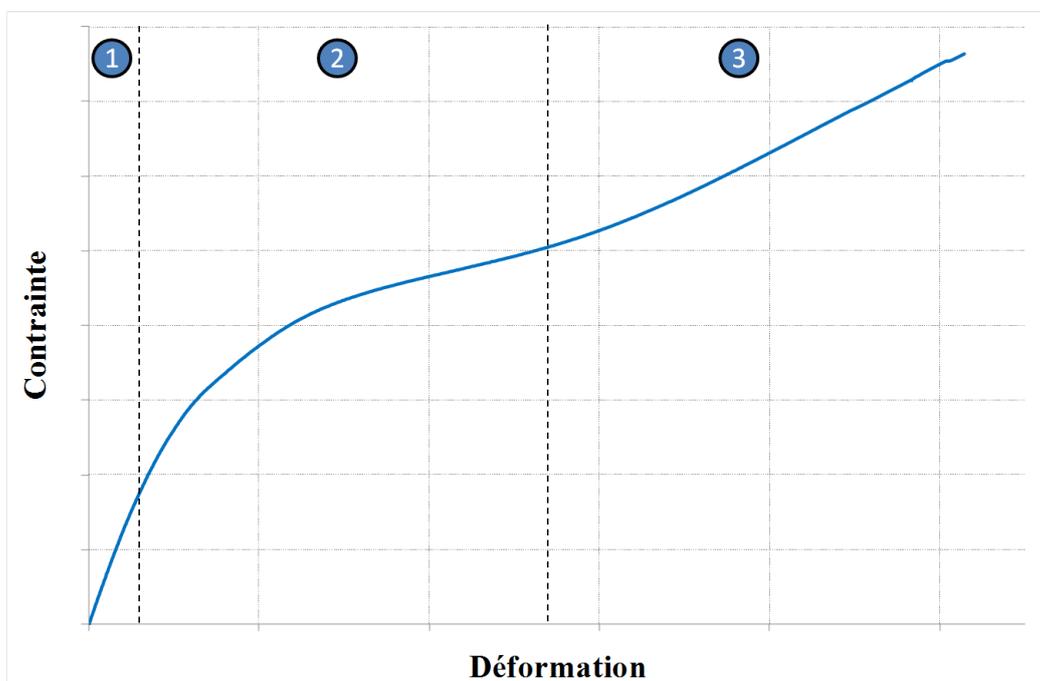


FIGURE 1.15 – Courbe contrainte déformation d'un essai de traction monotone sur le matériau A (3.6mm d'épaisseur effective).

Des essais de traction dans les axes du renfort ( $0^\circ$  et  $90^\circ$ ) et hors-axes ( $45^\circ$ ) ont permis de mettre en évidence l'anisotropie du matériau (Figure 2.15).

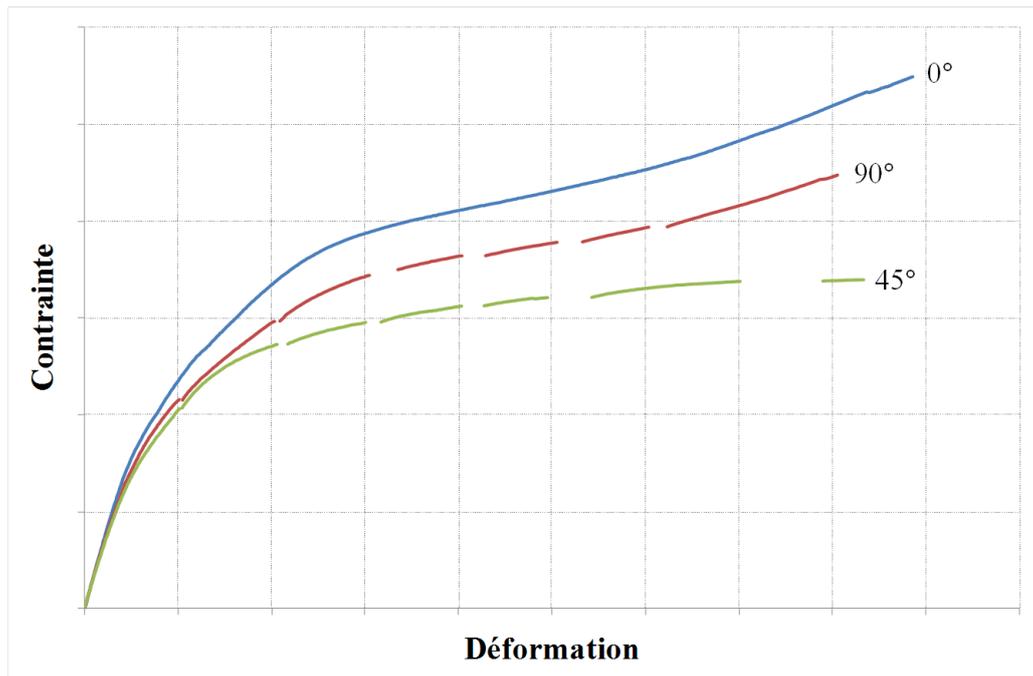


FIGURE 1.16 – Courbes de contrainte-déformation obtenues lors d'essais de traction pour différentes directions de chargement [matériau C (2.1mm d'épaisseur effective)].

### Comportement en traction cyclée

Les cycles de charge/décharge mettent en évidence une diminution progressive du module élastique apparent (Figure 1.17) et l'apparition de déformations résiduelles lors des décharges. Ces déformations résiduelles sont essentiellement dues aux différents frottements entre la fibre et la matrice ainsi qu'à la refermeture progressive des fissures au cours de la décharge. La courbe de comportement présente également d'importantes boucles d'hystérésis lors des cycles de charge/décharge. De nombreux chercheurs se sont intéressés à l'étude de ces boucles d'hystérésis dans le but de comprendre les différents phénomènes d'endommagement et ainsi prévoir l'évolution du comportement en fluage ou en fatigue [Evans 94] [Domergue 95]. La compréhension du comportement utilise souvent des approches micro-mécaniques décrivant le comportement d'un composite unidirectionnel en prenant en compte les mécanismes de fissuration et de décohésion aux différentes échelles du matériau.

On observe classiquement l'existence d'un point de concours (Figure 1.17) où les cycles de décharge se rejoignent [Camus 96] [Dalmaz 00] [Couégnat 08]. Morsher [Morsher 10] le relie aux contraintes résiduelles dans la matrice tandis que Camus [Camus 96] définit une contrainte seuil de refermeture des fissures. La présence de ce point de concours facilite la modélisation des déformations résiduelles dans une loi de comportement macroscopique [Camus 00].

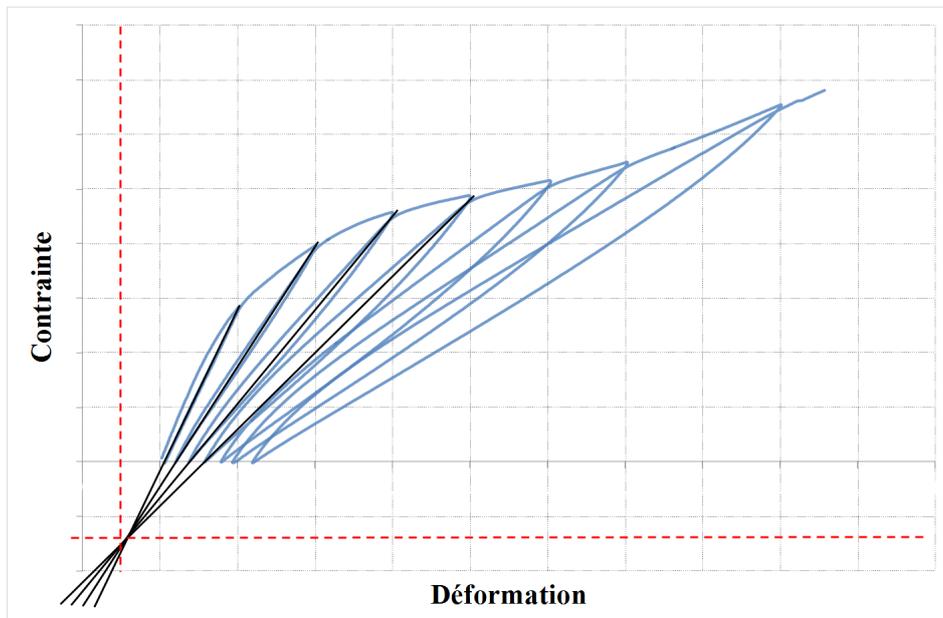


FIGURE 1.17 – Mise en évidence d'un point de concours lors d'un essai de traction cyclée sens  $0^\circ$  pour un matériau A (3.6mm d'épaisseur effective).

### Comportement en traction-compression

En compression à partir du seuil de refermeture des fissures, le matériau présente un comportement élastique linéaire (Figure 1.18), ceci prouve le caractère unilatéral du dommage dans ces composites. Contrairement aux résultats obtenus sur un 2D-C/SiC [Camus 96], le module apparent observé en compression est similaire à celui obtenu en traction.

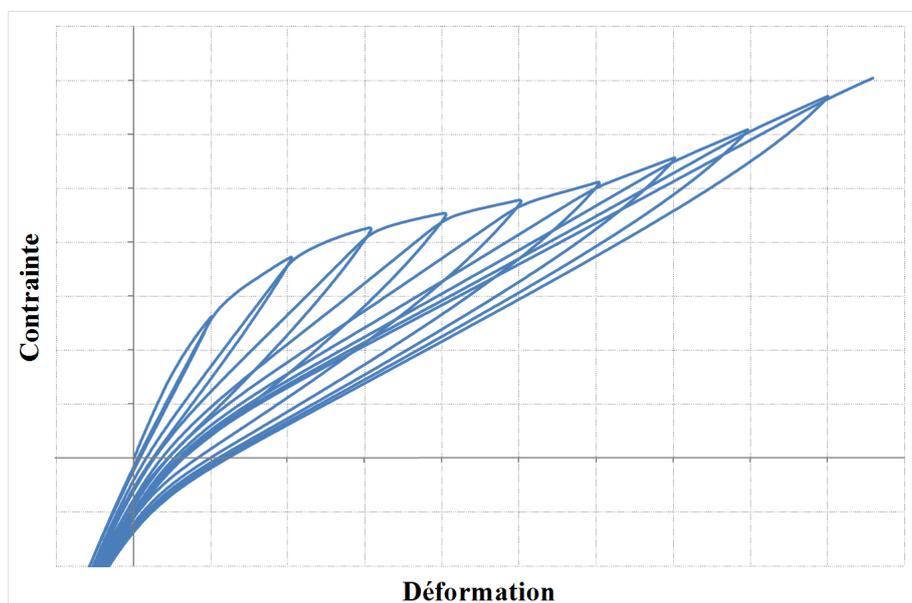


FIGURE 1.18 – Courbe contrainte déformation d'un essai de traction/compression sur le matériau A.

### Mécanismes d'endommagement

L'endommagement des CMC suit un scénario bien établi (du moins pour des matériaux 2D) [Guillaumat 96] [Lamon 01] [Couégnat 08] illustré par la Figure 1.19 : fissuration du seal-coat et de la matrice inter-toron, fissuration des torons transversaux, prolifération de réseaux de fissures, fissuration des torons longitudinaux puis macro-fissuration de la matrice inter-toron amenant la ruine du matériau.

Différentes techniques de mise en évidence de ces mécanismes d'endommagement existent. On retrouve les méthodes de caractérisations "directes" : (i) essai de traction avec visualisation de l'endommagement in-situ par microscopie optique sur une tranche de matériau poli [Dupin ],(ii) essai de traction sous MEB [Yagoubi 11] ou sous tomographe [Chateau 11] permettant de déterminer entre autres des pas de fissuration de la matrice autour des fibres. Des méthodes de caractérisations dites "indirectes" permettant un suivi de l'endommagement par analyse d'émission acoustique sont également utilisées. Pratiquement cette méthode consiste à détecter les évènements acoustiques au sein du matériau au cours du chargement et en fonction de l'amplitude et de l'énergie des signaux, d'identifier des phénomènes de fissuration [Aboura 07] [Maillet 12]. Des auteurs relient également la cinétique de l'énergie acoustique à la cinétique de fissuration [Morscher 10].

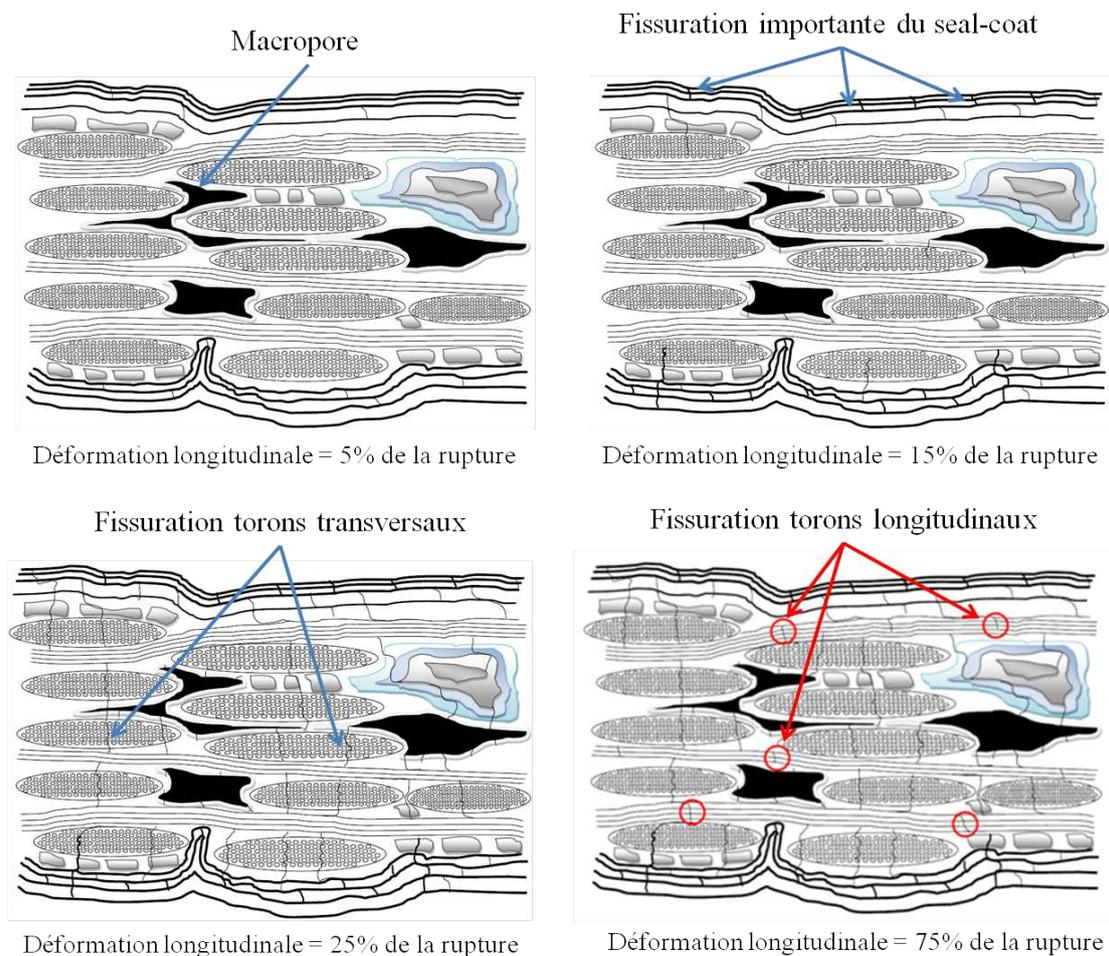


FIGURE 1.19 – Scénario d'endommagement des CMC [Herbreteau 11].

## 1.2.2 Comportement mécanique hors plan

La caractérisation hors plan des matériaux composites est un sujet difficile à traiter. Peu de dispositifs expérimentaux permettent l'étude sous sollicitations hors plan sauf pour des composites épais (essai de traction hors plan sur éprouvette "diabolo" ou en "queue d'aronde" [Schneider 09]) qui ne sont pas toujours représentatifs des applications industrielles. Parmi ces dispositifs on retrouve l'essai de torsion, l'essai arcan, l'essai de flexion 3 points appuis rapprochés ou encore la caractérisation ultrasonore permettant d'estimer la matrice de rigidité complète du matériau.

### Comportement en torsion

L'essai de torsion (Figure 1.20) fait intervenir un état de contrainte en cisaillement plan et hors plan. Lekhnitski [Lekhnitski 96] relie ce double état de contrainte à la rigidité de torsion globale du matériau par le biais d'une solution analytique, faisant intervenir deux modules de cisaillement : un module de cisaillement plan  $G_{12}$ , et un hors plan  $G_{13}$  ou  $G_{23}$  suivant le sens de prélèvement des éprouvettes. Assez peu d'études sont réalisées sur les composites à renfort tridimensionnel. D'après la littérature des essais de torsion ont été réalisés pour caractériser le comportement mécanique hors plan d'un composite tissé interlock Carbone/Epoxy [Schneider 09] et également d'un composite à matrice céramique à renfort orthogonal [Ogasawara 05].



FIGURE 1.20 – Vue d'ensemble d'un montage de torsion [Schneider 09].

### Comportement en traction hors plan (essai arcan)

Le montage ARCAN (Figure 1.21) permet de solliciter une éprouvette en combinant et contrôlant les sollicitations dans les directions normale et tangentielle [Arcan 78]. Ce dispo-

sitif permet, en fonction d'un angle  $\alpha$  mesuré par rapport à la direction normale, de solliciter l'éprouvette en chargement pur ou de combiner de la traction transverse (mode I) et du cisaillement (mode II) [Coutellier 02]. Pour un angle de  $90^\circ$ , l'essai arcan couplé avec des méthodes de corrélation d'images [Hild 05] (détermination de champs de déformation  $\varepsilon_{33}$ , déformation suivant l'épaisseur du matériau) permet de déterminer le module de traction hors plan  $E_{33}$ . Néanmoins de nombreuses précautions doivent être prises pour notamment diminuer les effets de bords : améliorer l'état de surface du matériau et optimiser le choix de la colle en fonction de la résistance souhaitée [Cognard 09].



FIGURE 1.21 – Vue d'ensemble d'un montage Arcan [Schwartz 12].

### Comportement en flexion 3 points appuis rapprochés

Les essais de flexion 3 points avec appuis rapprochés (Figure 1.22) sont souvent utilisés pour déterminer une contrainte de cisaillement interlaminaire à rupture [Berthelot 92]. De plus, avec l'utilisation de la corrélation d'images, il est possible de mesurer le champ de déformation sur la tranche de l'éprouvette ( $\gamma_{13}$ ,  $\varepsilon_{11}$ ,  $\varepsilon_{33}$ ) et ainsi déterminer un module de cisaillement  $G_{13}$ , après calcul de la contrainte de cisaillement  $\tau_{13}$  [Lekhnitski 00] [Schneider 09]. Une attention toute particulière doit être faite sur le choix de la zone de corrélation d'image. En effet, il faut choisir une région qui soit suffisamment éloignée des appuis (pour limiter l'influence de  $\varepsilon_{11}$  et  $\varepsilon_{33}$ ), même si les appuis n'ont qu'un effet très localisé sur le champ de déformation de l'éprouvette tant que l'on reste dans le domaine linéaire. Cet essai sera utilisé dans cette étude pour caractériser le comportement hors plan des matériaux composites à matrice céramique de différentes épaisseurs (cf. Annexe confidentielle).

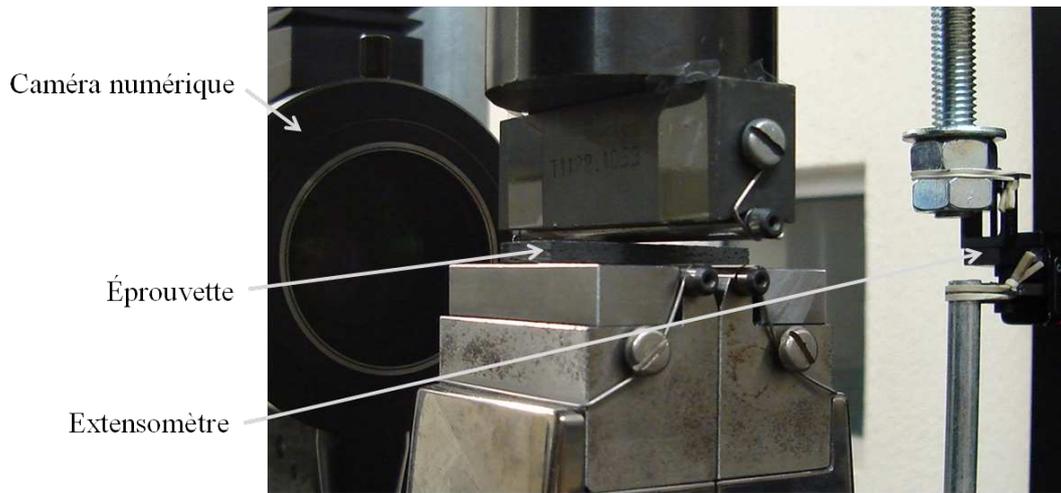


FIGURE 1.22 – Vue d’ensemble d’un montage de flexion 3 points appuis rapprochés.

### Méthode de caractérisation ultrasonore

Cette méthode permet de relier les vitesses de propagation d’ondes ultrasonores suivant différents angles de propagation au sein du matériau à ses propriétés élastiques [Morvan 97] [Grippon 13] (Figure 1.23). Pratiquement, il est possible de déterminer le tenseur d’élasticité complet d’une éprouvette soumise à une sollicitation de traction.

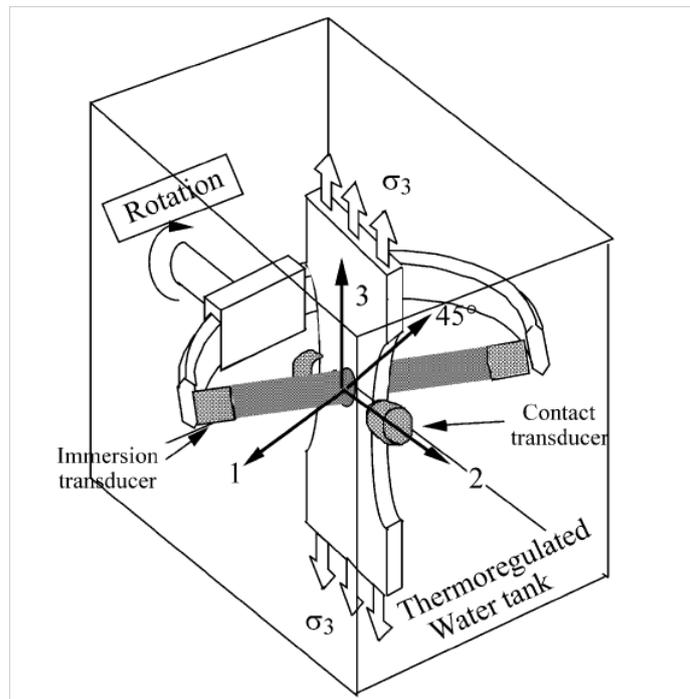


FIGURE 1.23 – Banc de caractérisation ultrasonore sous charge [Baste 01].

### 1.3 Conclusion

L'analyse des cinq matériaux de l'étude a montré la complexité de leurs microstructures avec notamment une importante porosité (8% de macro-porosité en moyenne), une matrice multi-séquencée ainsi qu'une présence de seal-coat en surface de certain matériau. Les CMC possèdent un comportement non-linéaire de type élastique-endommageable avec des déformations résiduelles et de faibles déformations à rupture ( $\leq 2\%$ ). L'endommagement est fortement anisotrope.

Le but du chapitre suivant est de caractériser mécaniquement les différents matériaux mis à disposition par Herakles (groupe Safran) dans le cadre de cette thèse, avec notamment la réalisation et l'exploitation d'essais de traction dans le sens des fibres et hors axes mais également de flexion 4 points. Tout ceci pour analyser et comprendre le comportement mécanique de ces cinq microstructures et ainsi répondre aux questions que l'on peut se poser : quelle est l'influence de l'épaisseur sur le comportement du matériau ? la présence du seal-coat (matrice multi-séquencée en surface du matériau) influe-t-elle sur le comportement mécanique ?



# Chapitre 2

## Caractérisation du comportement mécanique

---

L'objet de ce chapitre est consacré à la caractérisation du comportement et de l'endommagement en traction des cinq matériaux de l'étude. Puis la modélisation d'une loi de comportement des matériaux composites orthotropes élastiques endommageables est présentée, identifiée et implémentée dans un code de calcul de structures par éléments finis. Enfin, le comportement en flexion est abordé avec notamment une proposition d'un scénario d'endommagement et de ruine.

---

### Sommaire

---

<b>2.1 Comportement mécanique dans le plan des matériaux SiC/Si-B-C . . . . .</b>	<b>32</b>
2.1.1 Dispositif expérimental . . . . .	32
2.1.2 Comportement dans les axes du renfort . . . . .	33
2.1.3 Comportement hors axes . . . . .	42
2.1.4 Scénario d'endommagement . . . . .	44
2.1.5 Bilan des essais de traction dans le plan du matériau . . . . .	46
<b>2.2 Identification et implémentation d'une loi de comportement macroscopique dans un code de calcul de structure . . . . .</b>	<b>49</b>
2.2.1 Présentation de la loi de comportement SMDOC . . . . .	49
2.2.2 Développement d'un protocole d'identification de SMDOC . . . . .	50
2.2.3 Mise en place d'une démarche d'implantation des lois de comportement dans un code de calcul . . . . .	53
<b>2.3 Comportement en flexion 4 points des matériaux SiC/Si-B-C . . . . .</b>	<b>58</b>
2.3.1 Caractérisation des propriétés mécaniques en flexion 4 points . . . . .	58
2.3.2 Caractérisation microstructurale de l'endommagement en flexion 4 points . . . . .	63
2.3.3 Modélisation du comportement en flexion 4 points . . . . .	65
<b>2.4 Conclusion . . . . .</b>	<b>71</b>

---

## 2.1 *Comportement mécanique dans le plan des matériaux SiC/Si-B-C*

Dans cette partie, le comportement de cinq matériaux SiC/Si-B-C est étudié. Dans un premier temps, le comportement mécanique et l'endommagement sont examinés à l'échelle du composite. La description du comportement endommageable est ensuite précisée en terme d'évolution microstructurale.

### 2.1.1 Dispositif expérimental

**Moyen d'essai** Les essais ont été réalisés à température ambiante sur une machine INSTRON 4505 dans des conditions de sollicitation quasi-statique, avec une vitesse de déplacement de 0.05mm/min. Les données de la force et du déplacement sont enregistrées avec une période de 1s. Les éprouvettes de traction sens 0° ont pour dimensions 100mmx16mm, celles de traction sens 90° 68mmx25mm. Dans cette configuration, l'utilisation de rallonges en U positionnées par collage a été nécessaire afin de permettre une instrumentation convenable.

**Instrumentation** Chaque essai est instrumenté avec des capteurs d'émission acoustique (PICO, Physical Acoustics Corporation) connectés à un pré-amplificateur (gain de 40dB), de deux extensomètres, d'une caméra haute résolution (Hamamatsu C4742-95), pour l'acquisition des images au cours du chargement, et, suivant les cas, de jauges de déformations. Des observations micrographiques ont été réalisées sur des échantillons polis de matériau sain et de matériau testé à rupture afin de caractériser les modifications microstructurales : la densité de fissuration matricielle à rupture  $d_f$  est ainsi mesurée (cf. tableau 2.1). Pour compléter ces observations post mortem, un dispositif d'observation in situ de l'endommagement a été utilisé. Il est constitué de 3 platines (X,Y,Z) motorisées sur lesquelles repose un microscope optique (Keyence VHX-1000). Ce montage est fixé au bâti de la machine d'essai mécanique pour suivre, au cours d'un chargement donné, les différentes surfaces de l'éprouvette. Pour chaque chargement, 85 images sont prises pour couvrir une surface de l'échantillon, préalablement poli, d'environ 11x3.6mm<sup>2</sup>. Cette procédure a été complètement automatisée via un programme développé en Visual Basic pour le pilotage des platines et l'acquisition des images par le microscope. Un programme développé en Matlab permet d'assembler automatiquement les différents clichés obtenus.

Par souci de clarté, toute la méthode de caractérisation employée par la suite sera détaillée uniquement pour le matériau A (3.6mm d'épaisseur effective).

**Remarque** *Dans la suite, les angles de sollicitations sont donnés par rapport à la direction des fils de chaînes. La direction 1 correspond au sens chaîne du renfort, la direction 2 au sens trame et la direction x au sens du chargement.*

### 2.1.2 Comportement dans les axes du renfort

**Courbes contrainte-déformation** En traction dans les axes du renfort, les courbes de comportement du matériau 3D-SiC/Si-B-C de 3.6mm d'épaisseur effective (Figures 2.1 et 2.2) présentent un très faible domaine linéaire avant de devenir non-linéaire et non élastique (présence de déformation résiduelle lors des cycles de charges/décharges) jusqu'à la rupture du matériau. De plus, ces cycles de charge-décharge s'accompagnent de boucles d'hystérésis qui correspondent au frottement entre les lèvres des fissures matricielles créées au cours du chargement. On observe classiquement l'existence d'un point de concours situé en compression où les droites caractérisant le module sécant se rejoignent. Ce point de concours, correspond à une origine fictive pour laquelle les contraintes résiduelles thermiques sont annulées et les fissures refermées. Les Figures 2.3 et 2.4 présentent le comportement typique en déformation transverse des composites à matrice céramique lors d'un essai de traction dans les axes du renfort. En effet, la composante  $\varepsilon_{yy}$  d'abord négative change de signe au cours du chargement : cela s'explique par le "gonflement" du matériau résultant de sa multifissuration.

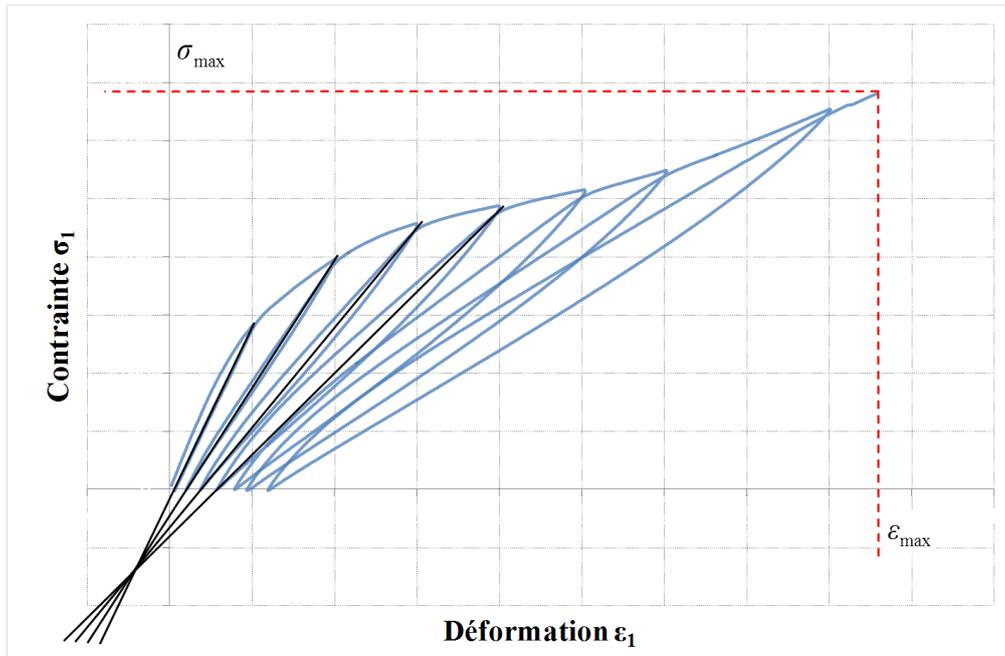


FIGURE 2.1 – Courbes de contrainte déformation longitudinale d'un essai de traction cyclée sens chaîne ( $0^\circ$ ) pour une éprouvette du matériau A : mise en évidence d'un point de concours  $\sigma_{1d}$  en compression.

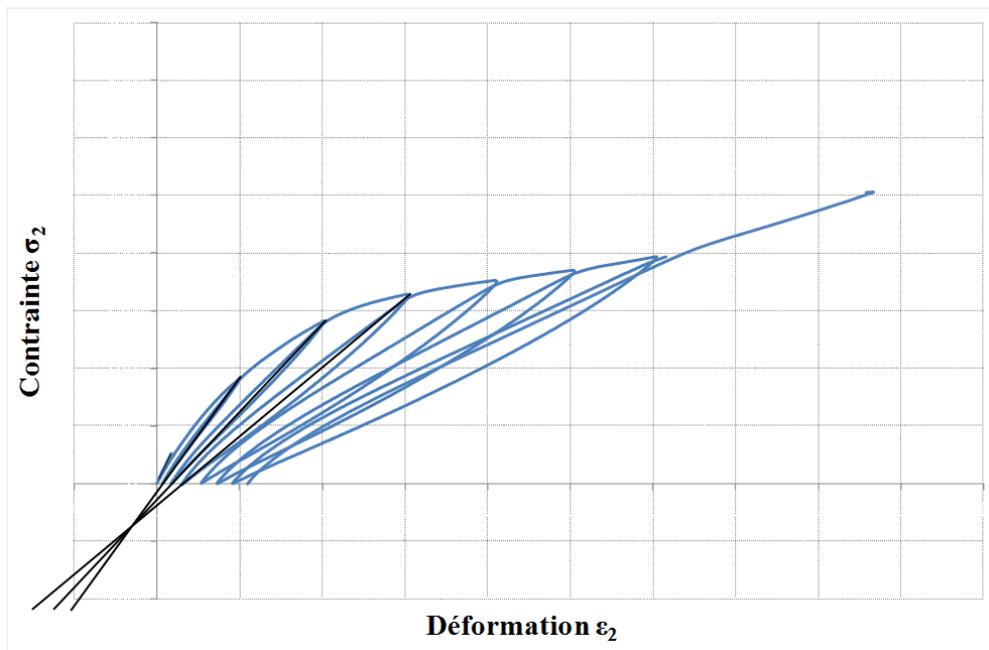


FIGURE 2.2 – Courbes de contrainte déformation longitudinale d’un essai de traction cyclée sens trame ( $90^\circ$ ) pour une éprouvette du matériau A : mise en évidence d’un point de concours  $\sigma_{2d}$  en compression.

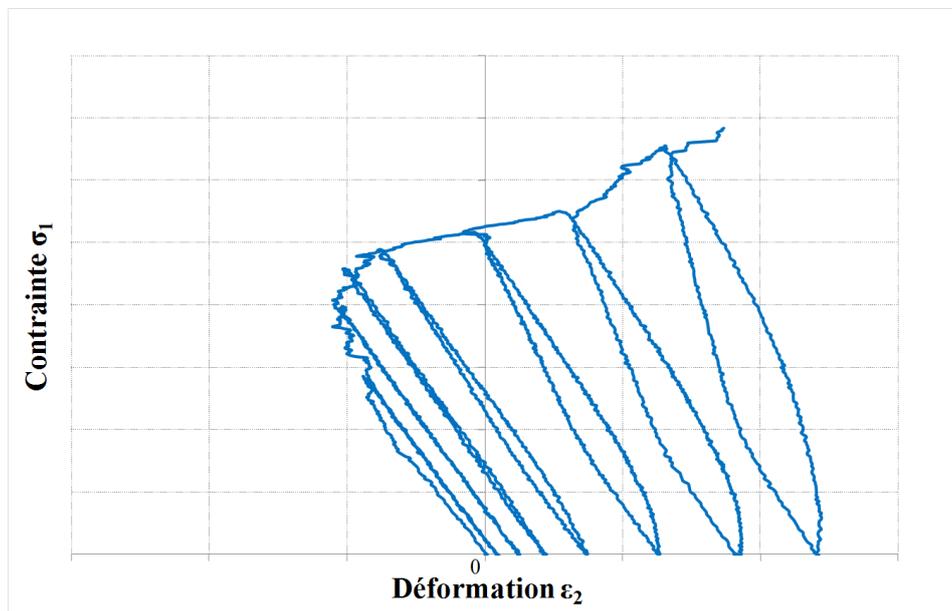


FIGURE 2.3 – Courbes de contrainte déformation transverse d’un essai de traction cyclée sens chaîne ( $0^\circ$ ) pour une éprouvette du matériau A (L’échelle des déformations correspond à  $\left(\frac{1}{30}^{ème}\right)$  de l’échelle de la figure 2.2).

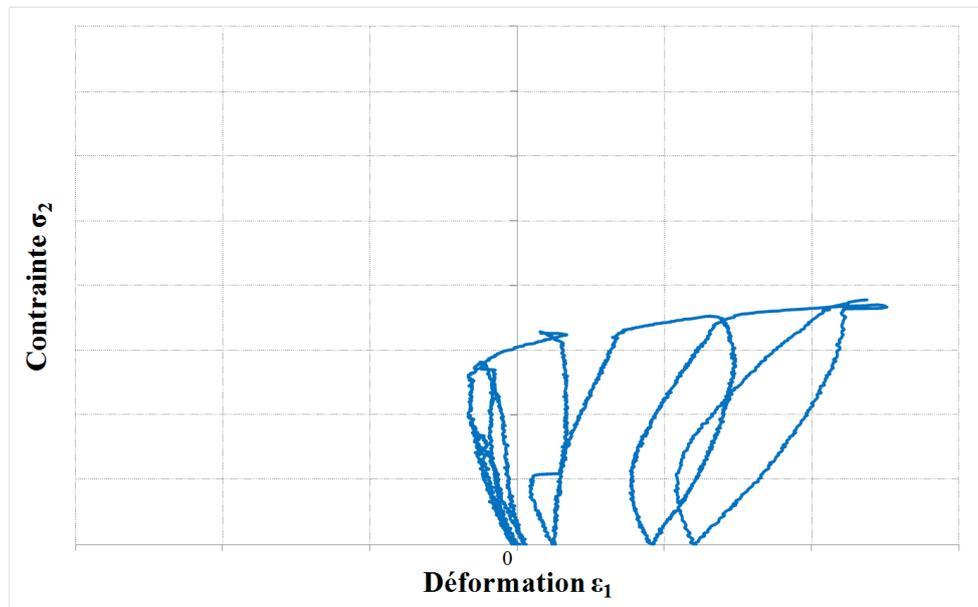


FIGURE 2.4 – Courbes de contrainte déformation transverse d'un essai de traction cyclée sens trame (90°) pour une éprouvette du matériau A (L'échelle des déformations correspond à  $\left(\frac{1}{30}^{ème}\right)$  de l'échelle de la figure 2.2).

**Perte de rigidité** Les cycles de charge-décharge permettent également de mettre en évidence le caractère endommageable du matériau. La figure 2.5 décrit la diminution du module sécant en fonction de la déformation. On observe un très faible domaine linéaire où le module globale ne diminue pas significativement, puis ce module tend vers une constante correspondant au produit de la fraction volumique de fibres longitudinales  $V_{fl}$  et le module d'Young des fibres de SiC  $E_f$  :

$$\lim_{t \rightarrow rupture} E_g = \lim_{t \rightarrow rupture} \frac{\sigma_i}{\epsilon_i} = V_{fl} \cdot E_f .$$

**Activité acoustique** Selon la norme NF EN 1330-9, l'Emission Acoustique (EA) se définit comme étant "un phénomène de création d'ondes élastiques transitoires résultant de micro-déplacements locaux internes à un matériau". D'un point de vue énergétique, une source d'EA est un lieu de dissipation d'énergie mécanique par brusques variations du champ de contraintes. Les signaux acoustiques sont détectés par des capteurs de type piézo-électrique. Préalablement à toute acquisition, il est nécessaire de définir un seuil de détection (en dB) en dessous duquel aucun signal ne sera détecté par le système d'acquisition. Ce seuil a été fixé à 40 dB. La figure 2.6 décrit l'émission acoustique en terme de coups cumulés en fonction de la déformation. Cette représentation permet de déduire trois zones dans la séquence d'endommagement du matériau :

- une première zone, où le signal est quasiment nul, ce qui laisse à penser que le matériau ne s'endommage pas sur cette plage de déformation (inférieure à 5% de la déformation à rupture) ;

- une deuxième zone, où le nombre de coups augmente de façon importante et quasi-linéairement (jusqu'à 23% de la déformation à rupture), qui pourrait correspondre à la fissuration de la matrice (seal-coat et inter fil) ainsi que la fissuration des fils transverses ;
- une troisième zone, moins émissive et augmentant jusqu'à la rupture des fibres, ce qui pourrait correspondre à la fissuration intra-fil longitudinal.

La fissuration matricielle inter-fil (principalement seal-coat) est la plus émissive (Figure 2.7), sa cinétique n'est pas constante à partir d'un seuil mais elle est progressive et semble débiter dès les premiers chargements. Il est donc difficile de définir un critère fiable pour identifier un seuil d'endommagement à partir de l'E.A.

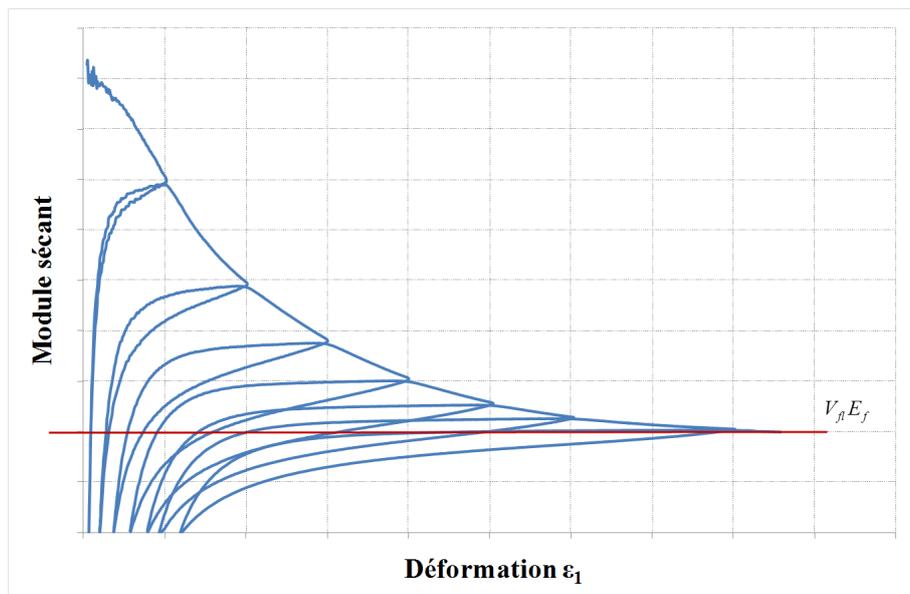


FIGURE 2.5 – Evolution du module sécant  $E_g = \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i}$  en fonction de la déformation lors d'un essai de traction cyclée sens  $0^\circ$  pour le matériau A : mise en évidence d'une asymptote horizontale égale au produit du module élastique des fibres par la fraction volumique des fibres longitudinales.

**Détermination d'une limite élastique** La notion de domaine linéaire dans les composites à matrice céramique est une notion assez indéterminée, et particulièrement pour les matériaux SiC/Si-B-C de cette étude où la courbe de contrainte-déformation est non linéaire dès le début du chargement. De plus, comme le montre la figure 2.7, l'activité acoustique débute dès les premiers chargements. Néanmoins il est possible de définir des seuils en dessous desquels le matériau peut-être considéré comme non endommagé. D'après la norme ASTM C1275-00 (2005), une limite élastique peut-être déterminée par différentes méthodes : une méthode dite "Offset", une méthode en imposant une déformation arbitraire et une méthode dite "deviation from linearity". Pour la suite, la méthode "Offset" sera utilisée. Elle consiste à tracer une droite avec la même pente que le module élastique initial mais décalée d'une certaine quantité de déformation, la limite élastique sera alors déterminée par

l'intersection de la droite avec la courbe de contrainte-déformation (Figure 2.8). Typiquement les facteurs de décalage utilisés dans cette étude seront de 0.002% ( $Rp_{0.002}$ ) et 0.005% ( $Rp_{0.005}$ ). Pour compléter l'étude, des critères basés sur l'activité acoustique ont été mis en place afin de déterminer des niveaux de contraintes caractéristiques de l'initiation de fissures matricielles. Ces niveaux de contraintes, répertoriés dans le tableau 2.1, sont associés au (i) premier évènement acoustique, (ii) au premier évènement acoustique important, qui est défini comme un évènement acoustique avec un nombre de coups par seconde au moins équivalent à un dixième du nombre de coups maximum par seconde enregistré avant la rupture du matériau (illustré par la figure 2.7), et (iii) la contrainte effective dite "AE onset" ( $Rp_{AEonset}$ , qui est déterminée par la contrainte associée à l'intersection de la tangente à la courbe "coups cumulés-déformation" (sur la partie linéaire, généralement inférieure à 23% de la déformation à rupture) et l'axe des abscisses (voir Figure 2.9).

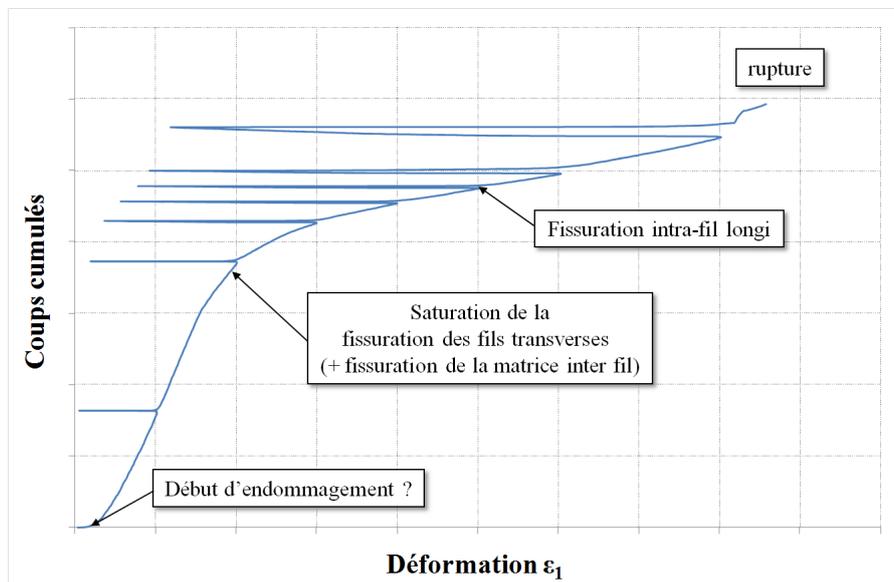


FIGURE 2.6 – Evolution de l'émission acoustique (en terme de coups cumulés) en fonction de la déformation lors d'un essai de traction cyclée sens 0° pour une éprouvette du matériau A : mise en évidence des différentes phases d'endommagement.

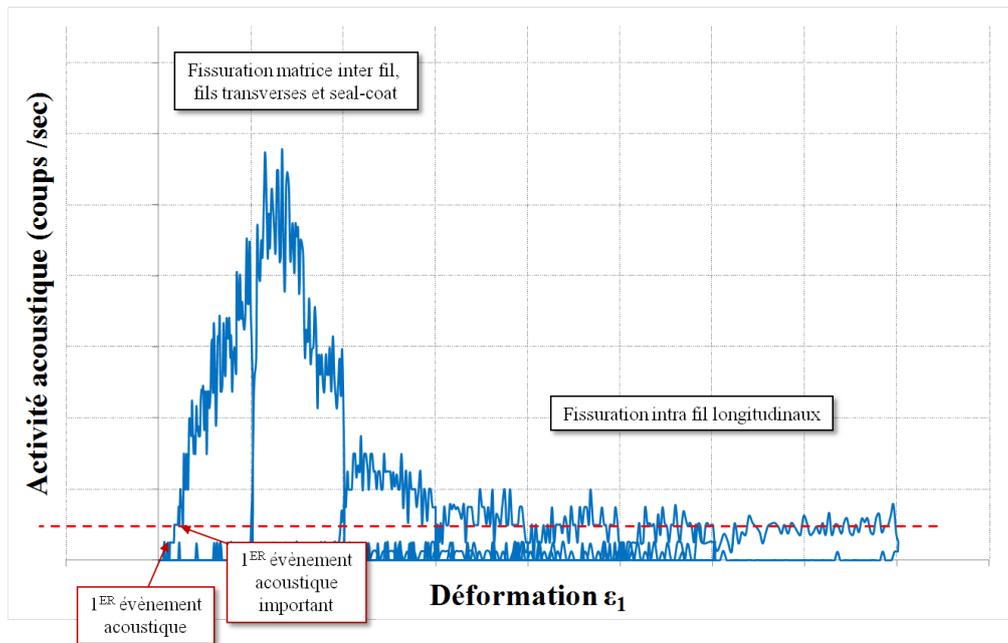


FIGURE 2.7 – Evolution de l'activité acoustique (en terme de coups par seconde) en fonction de la déformation pour un essai de traction cyclée sens  $0^\circ$  pour une éprouvette du matériau A.

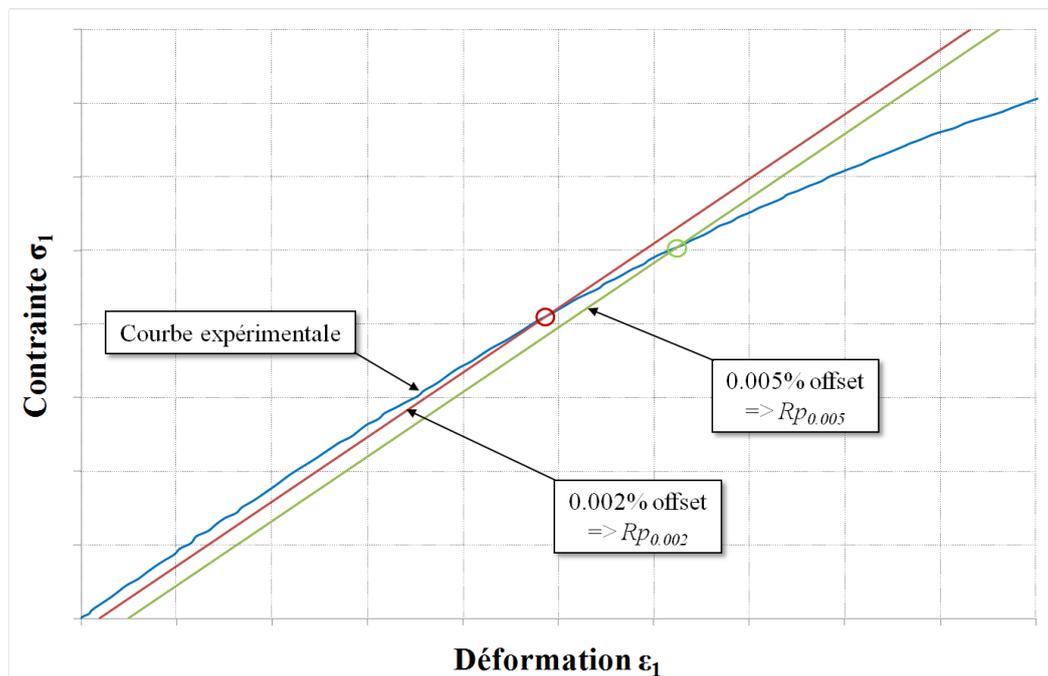


FIGURE 2.8 – Détermination des contraintes de limite élastique  $Rp_{0.002}$  et  $Rp_{0.005}$  pour la méthode dite "Offset" pour une éprouvette du matériau A lors d'un essai de traction cyclée sens  $0^\circ$ . Seule la zone correspondante aux faibles déformations est tracée.

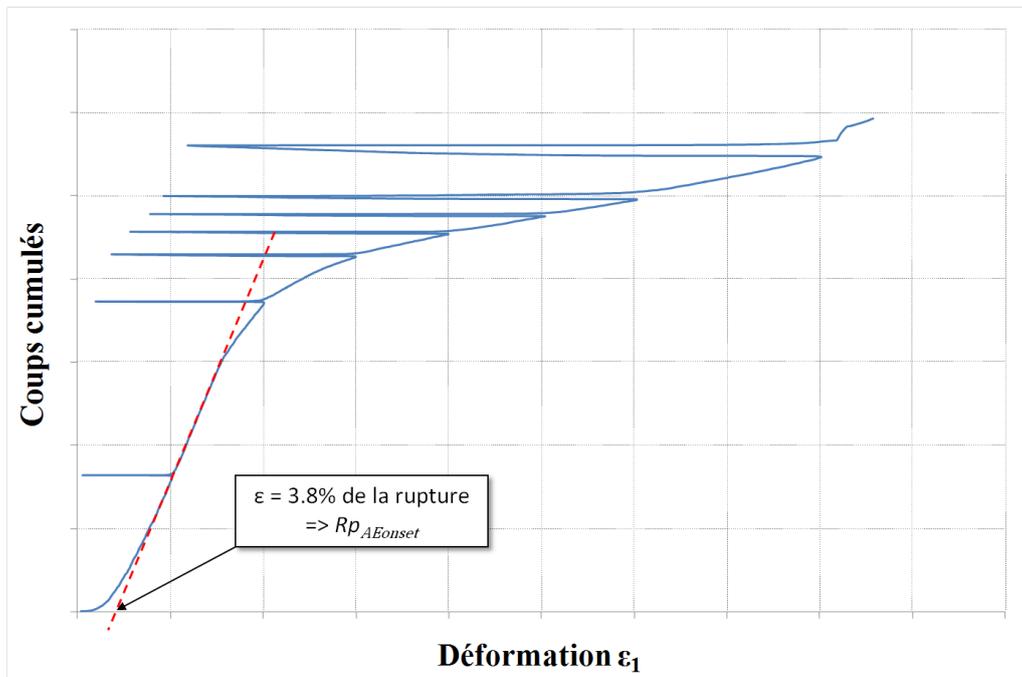


FIGURE 2.9 – Détermination de la contrainte effective  $Rp_{AEonset}$  lors d'un essai de traction cyclée sens  $0^\circ$  pour une éprouvette du matériau A.

**Suivi de l'endommagement par corrélation d'images** La mesure du champ de déplacement par corrélation d'images numérique a aussi été utilisée. Cette technique se base sur le suivi du champ de déplacement d'un ensemble de points déposés sur la surface de l'éprouvette (mouchetis). Dans certains cas, ce mouchetis n'est pas nécessaire. Ce suivi est réalisé à l'aide d'une caméra haute performance, dans notre cas une caméra HAMAMATSU C4742-95 incorporant un capteur CCD NRB codé en 12bits avec une matrice de  $1280 \times 1040$  pixels. L'algorithme que nous utilisons pour la mesure de déplacements 2D est issu des travaux de recherche effectués au sein du laboratoire LMT de l'ENS de Cachan (*CORRELI*<sub>Q4</sub>, [Hild 08]). Son originalité réside dans le fait que les déplacements sont calculés dans une base d'éléments finis polynomiaux de degré 1 définis sur 4 sommets. Il permet un calcul global dans les deux directions du plan de l'image pour en déduire les champs de déplacements et de déformations lors d'un essai mécanique. Le programme CORRELI a été parallélisé pour qu'il puisse être lancé directement sur le cluster du LCTS, ce qui a permis un gain de temps non négligeable (6000 images traitées maintenant en 45min au lieu de 48 heures). La figure 2.10 présente le résultat de corrélation d'images, en terme de contrainte-déformation, sur un essai de traction cyclée pour le matériau A. La technique de corrélation d'images permet également de visualiser au cours du chargement l'apparition de réseau de fissures en surface du matériau : la figure 2.11 présente l'évolution de la déformation longitudinale  $\epsilon_1$  en surface du matériau en fonction du chargement pour une taille de ZOI (Zone of Interest) égale à  $16 \times 16$  pixels<sup>2</sup>. Il est à noter que le réseau de fissures se développe perpendiculairement à la direction du chargement. Ce réseau est toutefois visible par corrélation d'images principalement si le matériau possède une couche de seal-coat en surface (Figure 2.12).

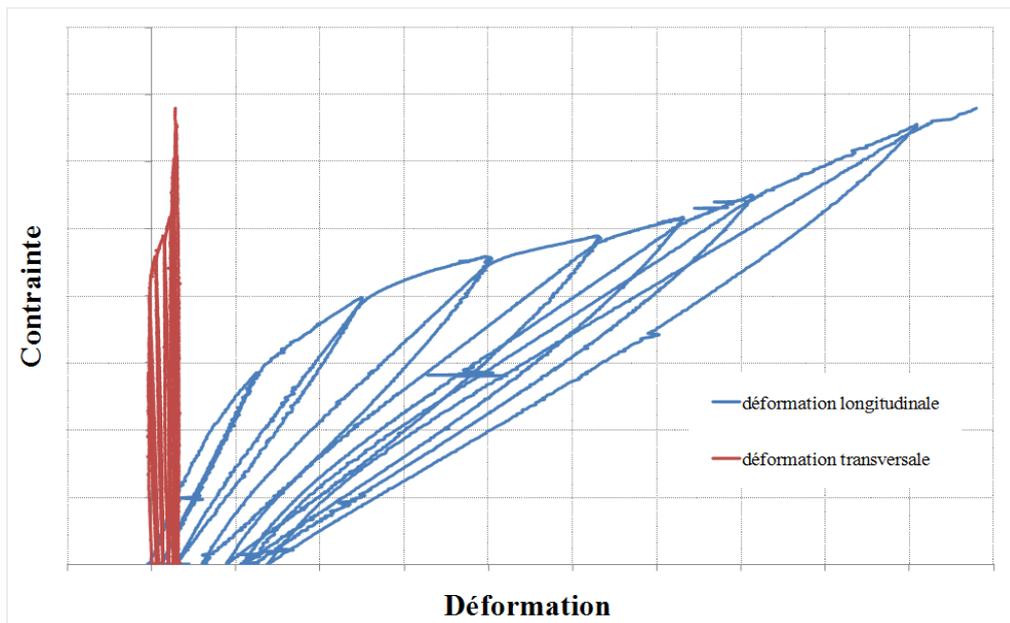


FIGURE 2.10 – Courbes de contrainte déformation obtenues par corrélation d’image lors d’un essai de traction cyclée sens 0° sur une éprouvette du matériau A.

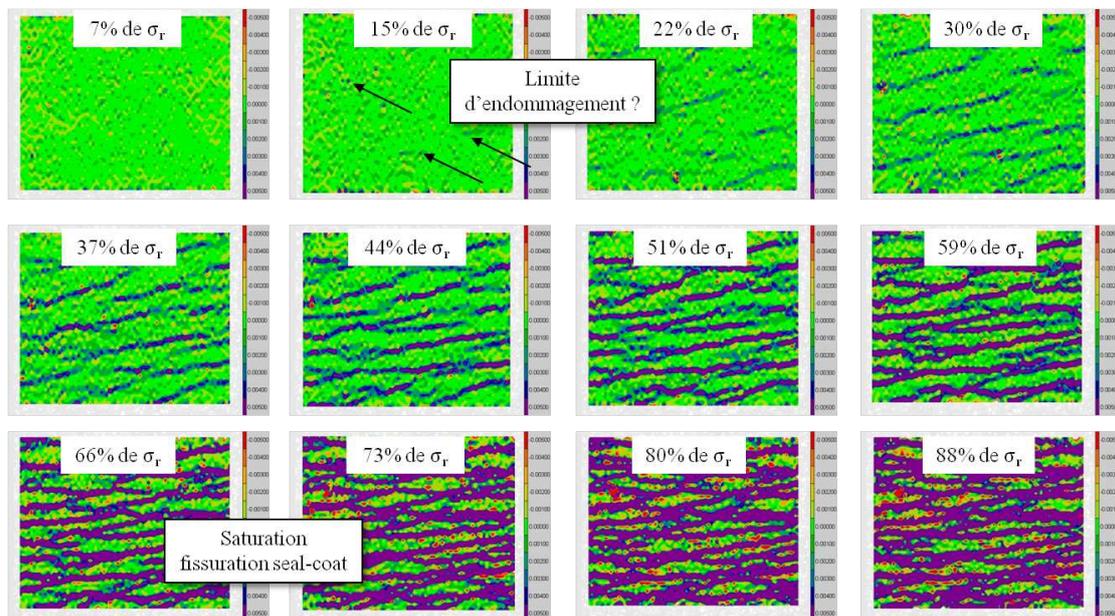


FIGURE 2.11 – Champ de déformations longitudinales  $\varepsilon_1$  obtenu par corrélation d’images permettant la visualisation de l’évolution de la fissuration du seal-coat lors d’un essai de traction cyclée sens 0° pour une éprouvette du matériau A ( $\sigma_r$  : contrainte à rupture).

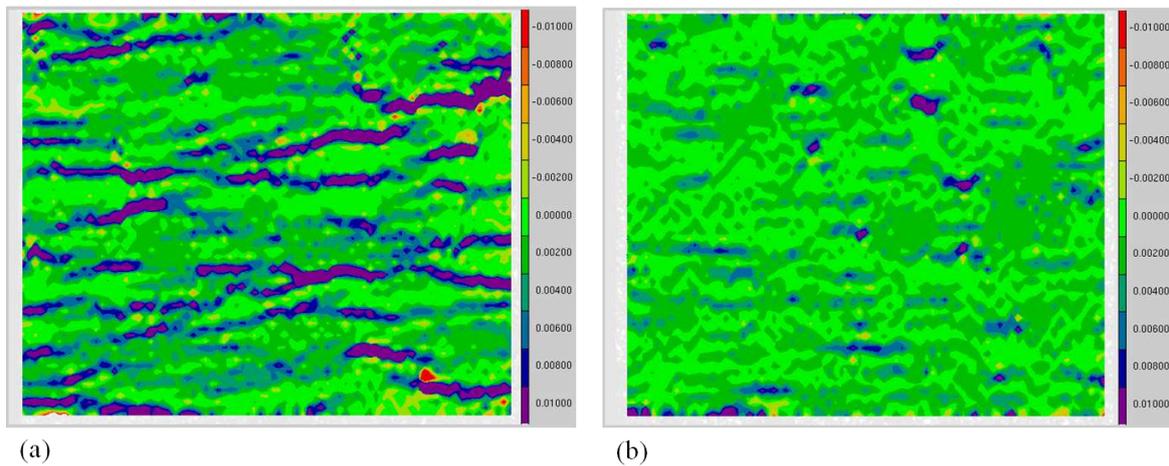


FIGURE 2.12 – Champ de déformations longitudinales  $\varepsilon_1$  calculé par corrélation d'images lors d'un essai de traction cyclée sens  $0^\circ$  pour une contrainte équivalente à 59% de la contrainte à rupture pour : a) le matériau C (avec seal-coat), b) le matériau D (sans seal-coat).

### Caractérisation à rupture d'une interface fibre/seal-coat à rupture en mode II

Du fait de la petite taille des éprouvettes à tester dans le sens  $90^\circ$  (68mm de long) et  $45^\circ$  (70mm de long), des rallonges en U ont été utilisées afin de pouvoir instrumenter correctement les essais (corrélation d'images, extensomètres, jauges de déformation). Le premier essai effectué avec ces rallonges a été un peu particulier. En effet, lors de la première mise sous charge, une rupture cohésive entre le seal-coat et le reste du composite a eu lieu dans les rallonges en U (Figure 2.13a).

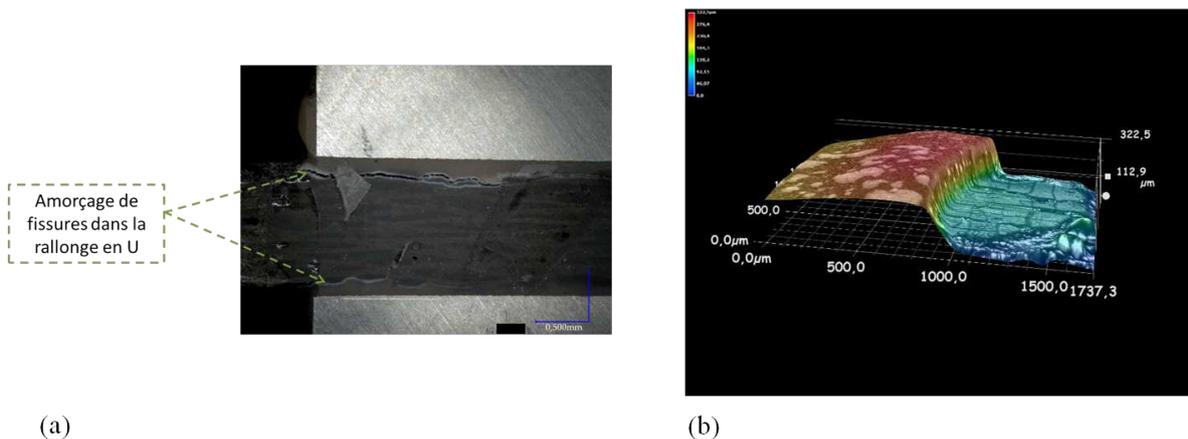


FIGURE 2.13 – Micrographie de l'éprouvette dans la rallonge en U après le premier essai sur l'éprouvette 794-7 : a) amorçage de fissures dans la rallonge en U, b) mesure de l'épaisseur de matériau arraché par micrographie 3D.

Une analyse micrographique en 3D (Figure 2.13b) de la surface du matériau a permis de constater qu'une épaisseur de  $100\mu\text{m}$  a été arrachée de chaque côté de l'éprouvette (au niveau des rallonges en U), ce qui correspond à la couche de seal-coat du matériau. Les

rallonges en U faisant une dimension de 25mmx18mm, il est alors possible d'estimer une contrainte à rupture en mode II de l'interface fibre/seal-coat :

$$\sigma_{II} \approx \frac{F}{S_{rallonge}} \approx 17\text{MPa.}$$

Afin de confirmer cette information un deuxième essai à été réalisé avec une éprouvette de microstructure différente mais possédant la même couche de seal-coat en surface. L'éprouvette en question est une éprouvette de 2.1mm d'épaisseur (matériau C) orienté à 45°. De nouveau, une rupture a eu lieu dans les rallonges au même niveau de contrainte (17MPa). Pour remédier à ce problème, des serres-joints positionnés sur les rallonges en U ont été utilisés pour les autres essais.

### 2.1.3 Comportement hors axes

Le comportement du 3D-SiC/Si-B-C de 3.6mm d'épaisseur effective sous sollicitation hors-axes est illustré par la figure 2.14 pour un essai à 45°. Le comportement en traction hors-axes du matériau est similaire au comportement en traction dans les axes du renfort, à savoir un comportement élastique endommageable avec présence de déformations résiduelles lors des décharges. Ces essais hors-axes permettent de mettre en évidence le caractère anisotrope du matériau (Figure 2.15). L'étude de la corrélation d'image permet de mettre en évidence le fait que la fissuration dans le seal-coat (couche de matrice en surface du matériau) se développe perpendiculairement à la direction de sollicitation (Figure 2.16). Néanmoins, comme le montre une photo à rupture du matériau (Figure 2.17), la fissuration critique se développe le long de l'armature à  $\pm 45^\circ$  par rapport au chargement.

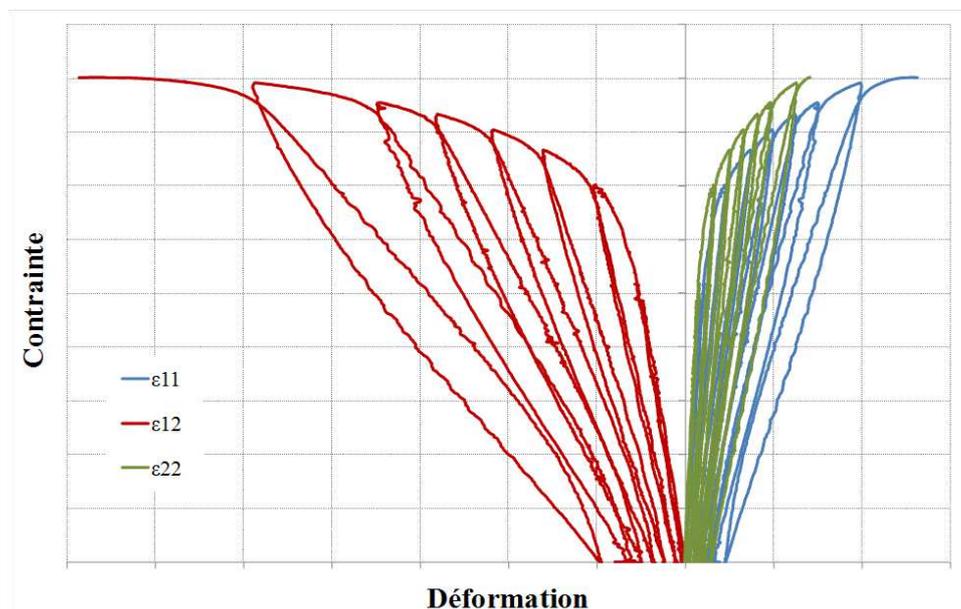


FIGURE 2.14 – Courbe de comportement en traction cyclée hors-axes (à 45°) (représentation des déformations dans les axes du matériau).

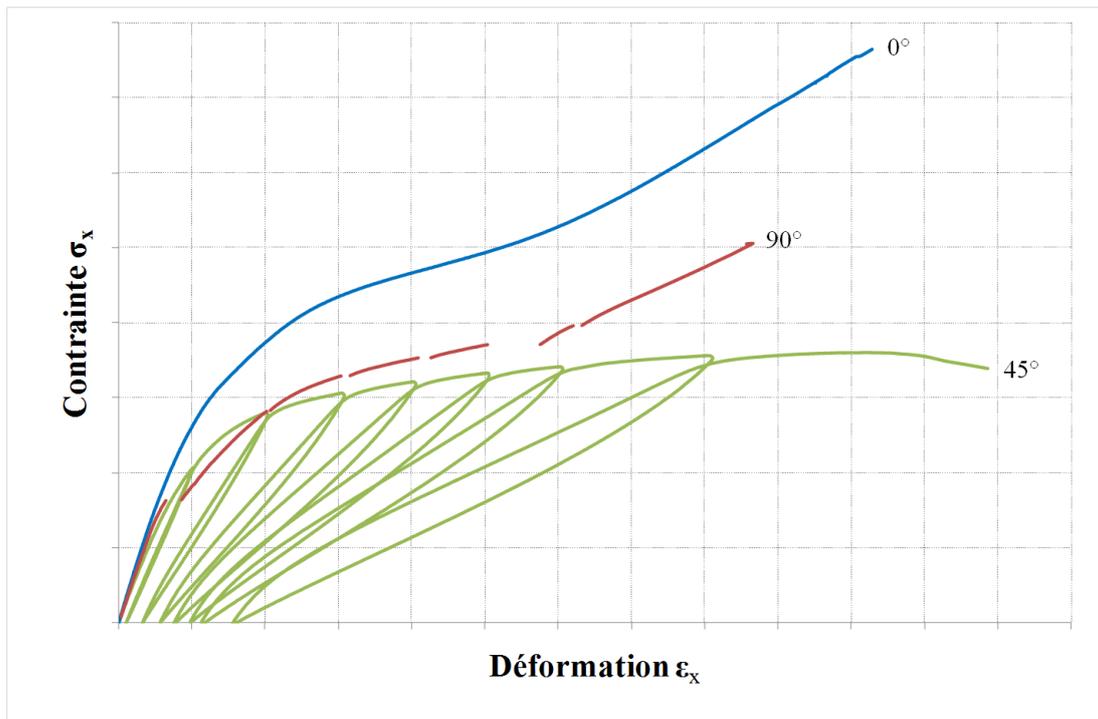


FIGURE 2.15 – Mise en évidence du caractère anisotrope du matériau A.

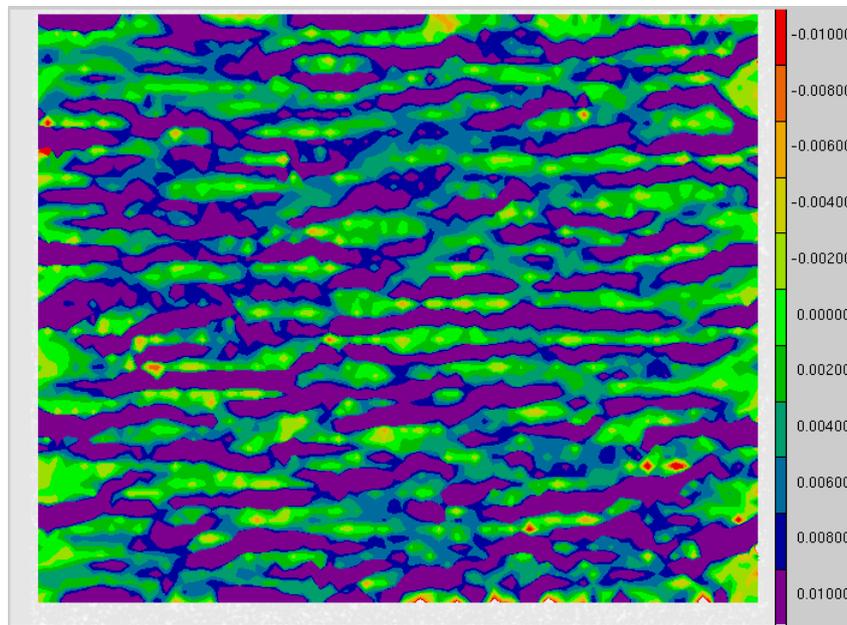


FIGURE 2.16 – Mise en évidence de la fissuration du seal-coat, perpendiculaire au chargement, lors d'un essai de traction cyclée à  $45^\circ$  pour une éprouvette du matériau A.



FIGURE 2.17 – Photo à rupture du matériau A soumis à un essai de traction hors-axes à 45°.

#### 2.1.4 Scénario d'endommagement

Les observations micrographiques couplées à l'enregistrement des événements acoustiques permettent d'identifier les différents mécanismes d'endommagement pour le matériau A :

- i) la fissuration du seal-coat et de la matrice inter-fil au niveau des macro-porosités est observé en premier pour  $\sigma \geq 24\% \sigma_r$  (Figure 2.18a),
- ii) des fissures matricielles apparaissent entre les torons et à l'intérieur des torons transverses pour  $\sigma \geq 43\% \sigma_r$  (Figure 2.18b),
- iii) la fissuration des torons longitudinaux n'est visible qu'à partir de  $66\% \sigma_r$  (Figure 2.18c).

La rupture intervient après saturation de l'endommagement de la matrice, une fois que les fils longitudinaux supportent la totalité des efforts. Elle se produit après la rupture d'une fraction critique de fibres, entraînant la rupture des fils longitudinaux, puis celle de l'éprouvette.

Ces observations micrographiques, à différents niveaux de sollicitation, permettent de compter le nombre de fissures matricielles pour chaque chargement et ainsi déterminer une cinétique de densité de fissuration en fonction de la contrainte appliquée (Figure 2.19). Comme l'a montré Morsher et al. [Morsher 04], la cinétique de densité de fissuration est semblable à la cinétique de l'émission acoustique (en terme de coups cumulés).

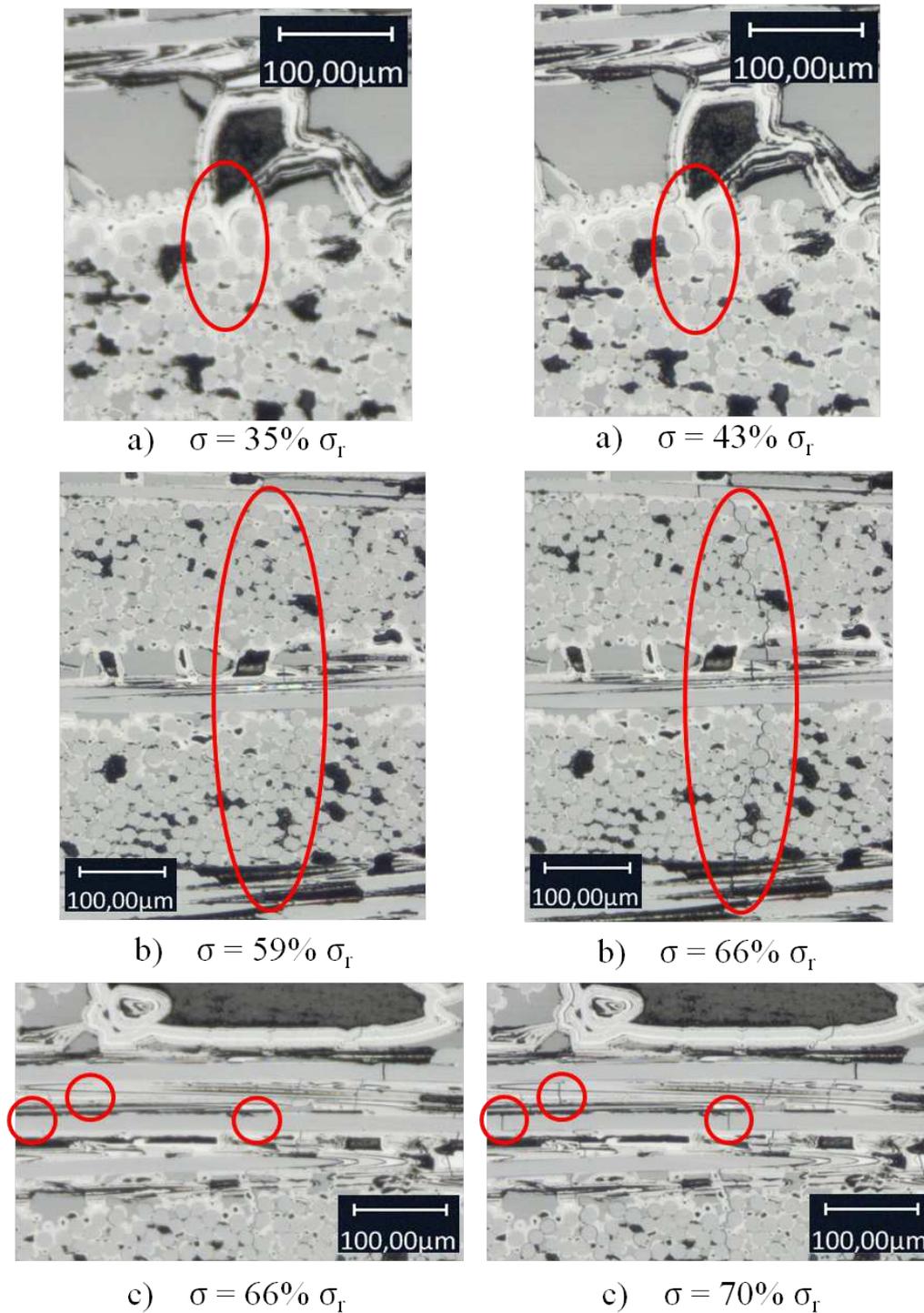


FIGURE 2.18 – Micrographies optiques (de sections longitudinales polies) prises lors d'un essai de traction cyclée sur une éprouvette du matériau A. Les mêmes zones sont examinées pour différents chargement révélant a) l'initiation de la fissuration matricielle au niveau des macro-porosité, b) la micro-fissuration des torons transverses, c) la micro-fissuration des torons longitudinaux.

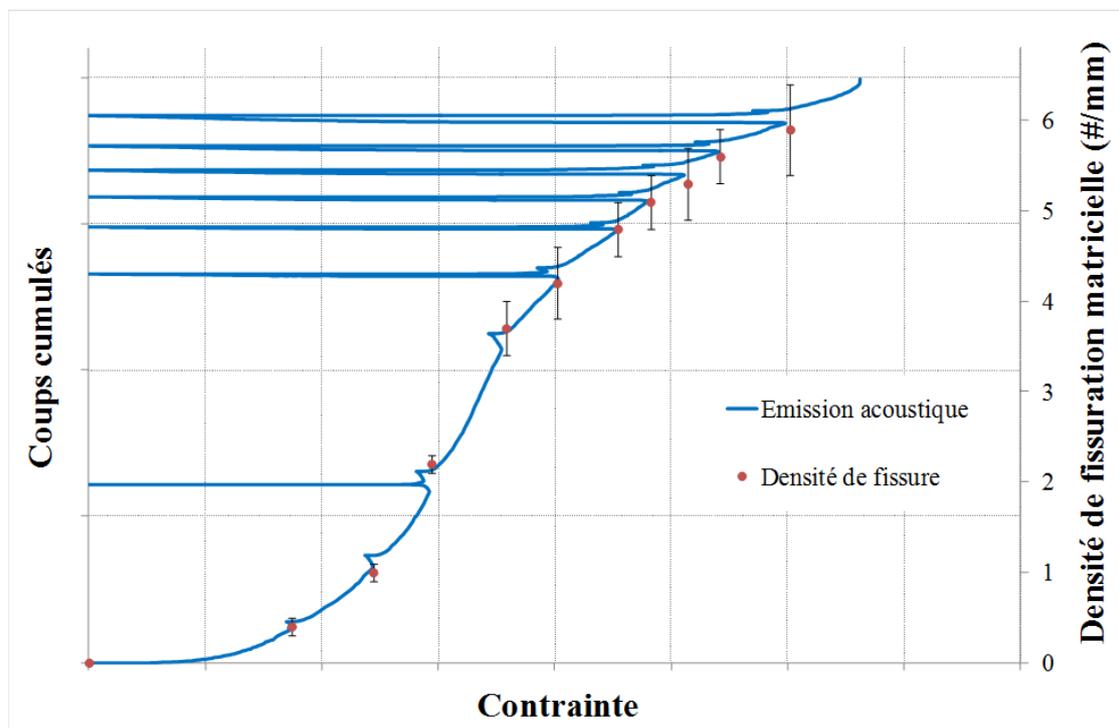


FIGURE 2.19 – Densité de fissuration matricielle (déterminée par l'observation micrographique d'une section polie) et l'activité acoustique (en terme de coups cumulés) en fonction de la contrainte appliquée pour une éprouvette du matériau A soumise à un essai de traction cyclée sens  $0^\circ$ .

### 2.1.5 Bilan des essais de traction dans le plan du matériau

Le tableau 2.1 récapitule les principales propriétés que l'on peut déduire des résultats d'essais de traction dans le plan pour les cinq matériaux de l'étude. Le résultat auquel on pouvait s'attendre, est que l'épaisseur n'a au final que peu d'influence sur le comportement global en traction. A noter cependant que la rupture intervient plus tôt (deux fois plus tôt en moyenne) pour les matériaux de très faibles épaisseurs (matériau E). Ceci peut s'expliquer par le fait que ce genre de matériau ne possède que 1 à 2 couches de fils dans l'épaisseur (suivant comment il est usiné), par conséquent si des fissures traversent les fils il n'y aura pas de report des efforts sur les fils voisins (à la différence des matériaux plus épais), donc la probabilité d'une rupture précoce sera plus grande. Ceci pourrait expliquer pourquoi le matériau E possède une déformation à rupture en moyenne deux fois plus faible que celle des matériaux plus épais (A,B,C et D).

L'analyse des propriétés mécaniques des matériaux C (avec seal-coat) et D (sans seal-coat) du tableau 2.1, permet de mettre en évidence l'influence du seal-coat sur les propriétés mécaniques du matériau. D'après les résultats, le seal-coat semble rigidifier légèrement le matériau (module d'Young supérieur de l'ordre de 12% pour le matériau C possédant une couche de seal-coat en comparaison avec le matériau D) mais diminue sa limite élastique. En effet quelque soit la méthode que l'on choisit pour déterminer la limite élastique du matériau (méthode "offset"  $Rp_{0.002}$ ,  $Rp_{0.005}$  ou méthode basée sur l'émission acoustique), la présence du seal-coat a tendance à diminuer la limite élastique du matériau. De plus, le seal-coat

semble également augmenter la déformation à rupture du matériau (supérieure de l'ordre de 10% pour le matériau C en comparaison avec le matériau D).

Ces essais de traction ont permis de caractériser le comportement macroscopique de cinq matériaux 3D-SiC/Si-B-C possédant cinq microstructures différentes. Ces résultats servent de base de données pour construire des modèles permettant des calculs de structures. La prochaine partie présente l'identification et l'implémentation d'une loi de comportement macroscopique spécifique aux composites à matrice céramique dans un code de calcul de structure. Ce modèle permettra de simuler et donc comprendre les différents mécanismes d'endommagement en flexion sur des éprouvettes normalisées mais également sur des pièces génériques.

Mat.	type d'essai	b (mm)	h (mm)	$E_0^r$ *	$\sigma_r^r$	$\varepsilon_r^r$	$d_f$ (#/mm)	$\sigma_d^r$	$Rp_{0.002}^r$	$Rp_{0.005}^r$	$\sigma_{AE1}^r$	$\sigma_{AE2}^r$	$\sigma_{AE3}^r$
A	0°	16	3.61	100 ± 5.9	100 ± 7.4	1 ± 0.12	6.7 ± 0.61	-17 ± 0.6	22.8 ± 2.1	28.8 ± 3.3	4.4 ± 2.9	12 ± 2.7	17.4 ± 3.8
B	0°	16	3.0	89.5 ± 2	84.6 ± 3.2	0.8 ± 0.08	6.54 ± 0.51	-18.5	31.5 ± 0.1	35.5 ± 1	10.5 ± 0.8	26.8 ± 1.1	34.2 ± 0.8
C	0°	16	2.08	100.5 ± 1.1	77 ± 1.4	0.94 ± 0.06	5.55 ± 0.53	-16.8	19.8 ± 0.1	23 ± 0.3	5 ± 3	12 ± 0.6	16.7 ± 0.1
D	0°	16	1.9	88.8 ± 0.4	82.5 ± 4.2	0.8 ± 0.09	5.48 ± 0.55	-15.7	28.9 ± 1.4	33.6 ± 0.4	10.7 ± 2.6	22.6 ± 3.4	31.8 ± 3.4
E	0°	16	0.6	93.6 ± 11.7	67.3 ± 9.7	0.53 ± 0.18	2.91 ± 0.41	-14	18.3 ± 5.4	24.8 ± 7	11.4 ± 1.4	11.4 ± 1.4	30.6 ± 5.6
A	90°	25	3.55	85	72	0.97	6.2 ± 0.61	-10.5	12.5	14.2	2.6	7.4	13.4
B	90°	25	3.00	79.5	61.8	0.85	6.03 ± 0.52	-14.2	21.9	24	10	19	21.4
C	90°	25	2.02	97	63.8	0.94	5.05 ± 0.5	-15.7	13.4	18.5	2.3	3.1	12.2
D	90°	25	1.9	83.4	63.8	0.79	4.97 ± 0.6	-14.8	12	17.9	2.8	6	12.8
E	90°	25	0.6	108.3	63.5	0.58	2.4 ± 0.4	-11	26.8	28.8	5.7	5.7	18.5
A	45°	25	3.55	73.3	51.3	1.33	4.16 ± 0.3	-14.2	19.4	21.7	4.3	11.4	12.5
C	45°	25	2.05	89.8	48.4	1.04	3.9 ± 0.2	-13.7	17	19.4	2.3	5.7	14.5
E	45°	25	0.6	69.8	45.6	0.46	2.28 ± 0.1	-10.5	16	20	11.4	11.4	24.2

$b$  : largeur de l'éprouvette,  $h$  : épaisseur de l'éprouvette,  $E_0^r$  : module initial élastique relatif,  $\sigma_r^r$  : contrainte à rupture relative,  $\varepsilon_r^r$  : déformation à rupture relative,  $d_f$  : densité de fissuration matricielle (estimé après rupture),  $\sigma_d^r$  : contrainte relative de refermeture des fissures (point de concours),  $Rp_{0.002}^r$  : contrainte élastique relative avec un offset de 0.002%,  $Rp_{0.005}^r$  : contrainte élastique relative avec un offset de 0.005%,  $\sigma_{AE1}^r$  : contrainte relative équivalente au premier évènement acoustique,  $\sigma_{AE2}^r$  : contrainte relative équivalente au premier évènement important (cf. paragraphe 2.1.2),  $\sigma_{AE3}^r$  : contrainte élastique relative déterminée par la méthode AE onset (cf. paragraphe 2.1.2).

\* : Les modules élastiques initiaux sont mesurés dans la partie strictement linéaire, c'est-à-dire la plage dans laquelle il n'y a pas d'émission acoustique. Ils ont été normés par le module initial élastique obtenu pour le matériau A lors d'un essai de traction sens 0°.

$Rq$  : les contraintes sont normées par la contrainte à rupture lors d'un essai de traction sens 0° (matériau A); les déformations à rupture sont également normées par la valeur déterminée lors d'un essai de traction sens 0° (matériau A).

TABLEAU 2.1 – Propriétés mécaniques des composites SiC/Si-B-C.

## 2.2 Identification et implémentation d'une loi de comportement macroscopique dans un code de calcul de structure

Les approches macroscopiques sont basées sur la mécanique des milieux continus. Elles considèrent le matériau étudié comme un matériau homogène équivalent et font abstraction, du moins dans leur formulation, des hétérogénéités de la microstructure. Ces modèles s'inscrivent dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles, introduisant une ou plusieurs variables internes phénoménologiques et définissant un potentiel thermodynamique qui fournit les lois d'état et un potentiel de dissipation qui fournit les lois complémentaires (i.e. les lois d'évolutions des variables internes). Dans le cas d'un comportement endommageable, les variables d'endommagement sont définies de diverses façon selon les auteurs : (i) soit à partir des variations relatives des modules élastiques [Aubard 92] [Gasser 94] [Siron 96] [Ladevèze 01] [Hochard 01] [Gornet 07] [Marguet 07], (ii) soit à partir des variations relatives du tenseur des souplesses [Camus 00], (iii) soit enfin en proposant une formulation mixte rigidité/souplesse [Maire 97]. Les évolutions des variables d'endommagement sont identifiées à l'échelle macroscopique à partir des courbes de comportement. On parle alors d'approches inductives. Dans le cadre de cette étude, le modèle SMDOC, Simulation of the Mechanical behavior of elastic-Damageable Orthotropic Composites [Camus 00], basé sur les variations relatives du tenseur des souplesses sera étudié.

### 2.2.1 Présentation de la loi de comportement SMDOC

Le modèle initialement écrit en contrainte a été réécrit en déformation afin de faciliter son implémentation dans un code de calcul éléments finis. Le modèle est restreint à de petites perturbations et en sollicitations quasi-statiques dans des conditions isothermes et en absence de réactions chimiques. Le comportement du matériau 3D-SiC/Si-B-C est non linéaire avec la présence de déformations résiduelles en traction et en cisaillement dans les axes du renfort fibreux, il conserve également son orthotropie initiale lors de l'endommagement. Le tenseur des souplesses s'écrit alors, dans le repère matériau et sous forme matricielle :

$$S = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{pmatrix}.$$

A endommagement constant, le comportement sera considéré comme élastique linéaire, c'est-à-dire que les boucles d'hystérésis liées aux divers frottements sont négligées. L'endommagement du matériau est représenté par une variable tensorielle phénoménologique, choisie comme étant la variation du tenseur des souplesses. L'hypothèse garantissant l'orthotropie du matériau permet de définir trois variables d'endommagements scalaires adimensionnelles :

$$\omega_i = \frac{\Delta S_{ii}}{S_{ii}^0} \quad i = 1, 2, 6.$$

Le modèle est décrit de façon complète dans l'annexe A. L'identification complète du modèle de comportement des matériaux 3D-SiC/Si-B-C nécessite l'identification d'une vingtaine de paramètres dont notamment l'identification des coefficients de souplesse initiale, des contraintes seuils de désactivation (résultant de la refermeture des fissures en compression) et des fonctions indicatrices du pseudo-potential de dissipation servant à décrire les cinétiques d'endommagement du matériau. L'identification complète du modèle pour un matériau non-équilibré nécessite la réalisation de cinq essais de traction dans les axes et hors axes du renfort (essais à 0°, 90°, 45°, 22.5° et 67.5°). N'ayant pas à disposition d'éprouvette à 22.5° et 67.5°, il est alors difficile d'identifier les fonctions de couplages qui rendent compte du caractère multiple et couplé des séquences d'endommagement des CMC. Pour la suite de l'étude, nous négligerons donc ces termes de couplage.

### 2.2.2 Développement d'un protocole d'identification de SMDOC

Afin d'identifier la loi de comportement SMDOC, un script implanté dans Matlab a été mis en place. Cette routine permet, à partir d'un champ de déformations imposé et d'un jeu de paramètres, de calculer le champ des contraintes associé. Les réponses contraintes/déformations de la simulation sont ensuite comparées avec les résultats expérimentaux. Le modèle a été identifié sur les cinq matériaux de l'étude. Pour illustrer la procédure d'identification, le matériau modèle utilisé sera le matériau A (3.6mm d'épaisseur effective). Les paramètres du modèle ont été identifiés à partir de la connaissance du comportement sens chaîne, sens trame et à 45° par rapport aux axes du renfort.

On considère dans un premier temps, les essais de traction cyclée dans le sens chaîne (à 0°) et sens trame (à 90°). La pente initiale permet de déterminer les propriétés élastiques du matériau ( $S_{11}^0$ ,  $S_{22}^0$ ,  $S_{12}^0$ ). A partir des cycles de charges-décharges, il est possible de déterminer les contraintes seuils de refermeture des fissures (correspondant au point de concours en compression)  $\sigma_{1d}$  et  $\sigma_{2d}$ . En effet, les déformations résiduelles sont considérées comme dépendant linéairement de l'endommagement. Les cinétiques d'endommagement  $f_1$  et  $f_2$  sont alors déduites de la réponse globale du matériau. Ces cinétiques sont des fonctions sigmoïdes à la forme :

$$f(x) = a(1 - \exp(-bx^c)).$$

Le coefficient  $a$  permet de recalculer la fin de la courbe expérimentale, alors que les coefficients  $b$  et  $c$  permettent de reproduire le plateau de la courbe de comportement. Les Figures 2.20 et 2.21 présentent respectivement le résultat final de l'identification du modèle sur deux essais de traction cyclés dans le sens chaîne et dans le sens trame.

La seconde étape consiste à considérer l'essai de traction cyclée à 45°. De même que pour l'étape 1, le coefficient  $S_{66}^0$  est directement obtenu à partir de la pente initiale. On cherche ensuite à identifier la fonction d'endommagement  $f_6$  qui va principalement guider la loi de comportement (Figure 2.22).

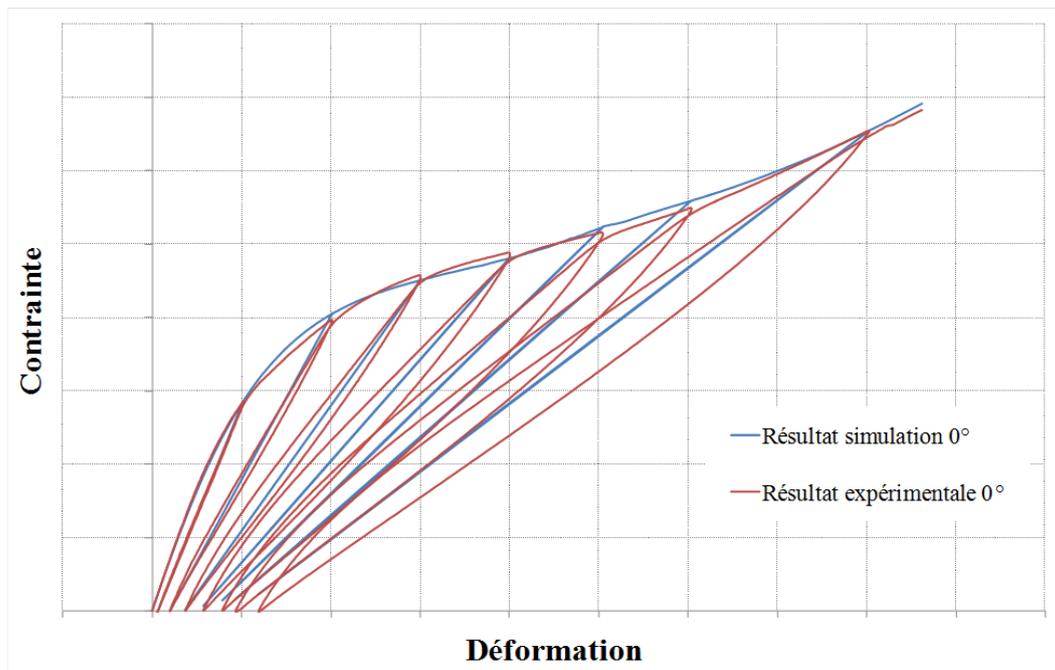


FIGURE 2.20 – Comparaison expérience/simulation pour un essai de traction cyclée dans le sens chaîne.

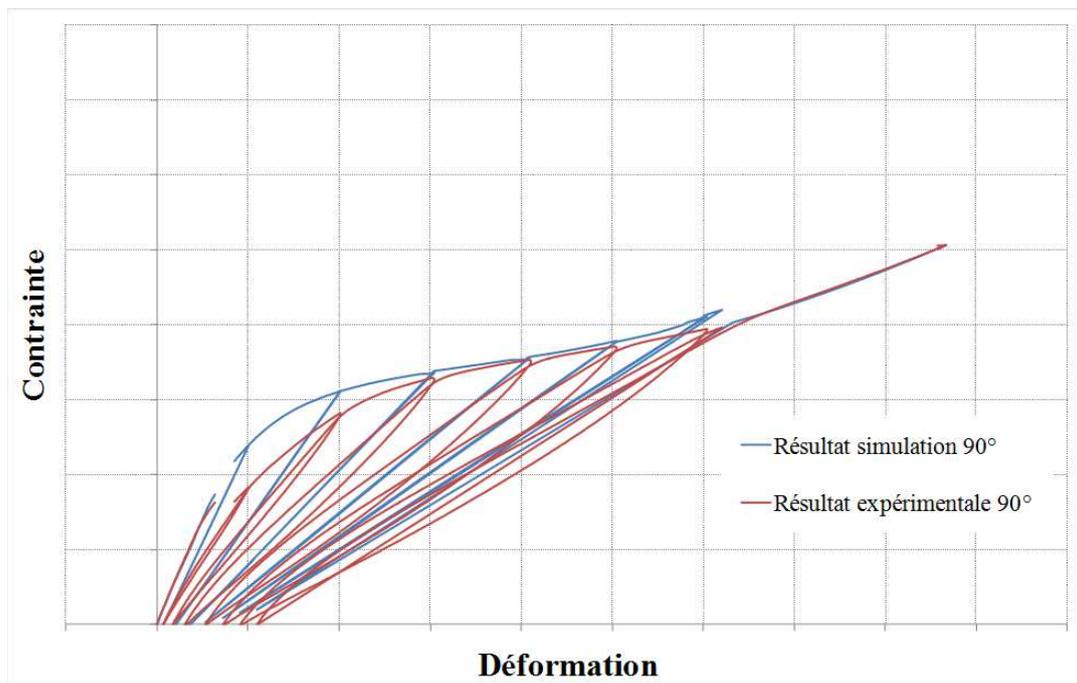


FIGURE 2.21 – Comparaison expérience/simulation pour un essai de traction cyclée dans le sens trame.

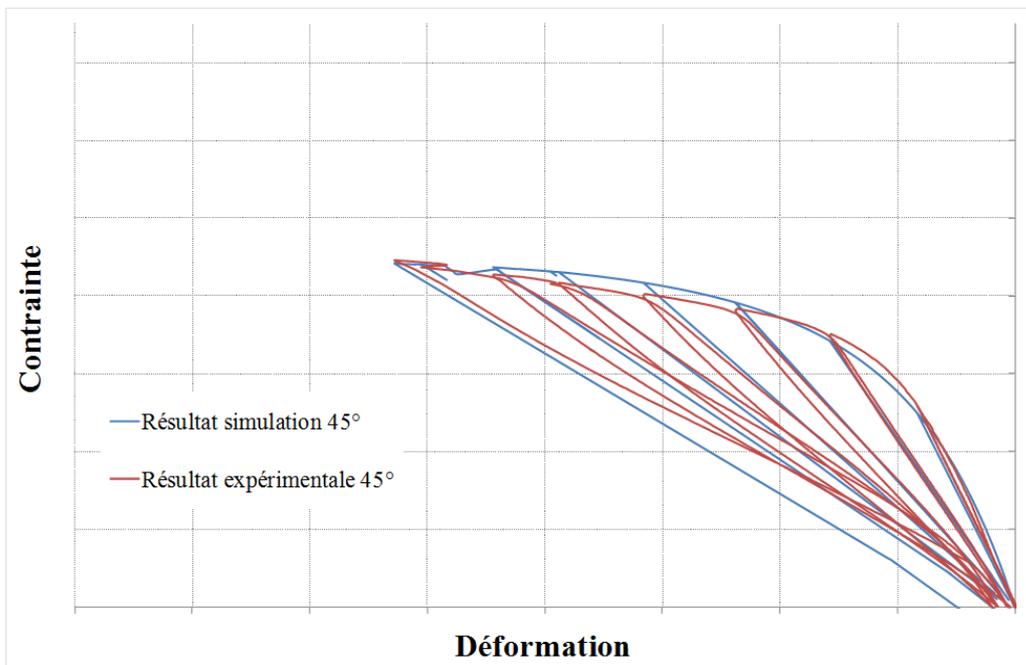


FIGURE 2.22 – Comparaison expérience/simulation pour un essai de traction cyclée à 45°.

Les paramètres du modèle déterminés par l'intermédiaire des essais de traction cyclée dans le sens chaîne, trame et à 45° pour les cinq matériaux de l'étude sont récapitulés dans l'annexe confidentielle.

### 2.2.3 Mise en place d'une démarche d'implantation des lois de comportement dans un code de calcul

Cette section est consacrée à l'implantation d'une loi de comportement dans un code de calcul de structure. Dans le cadre de cette étude le code utilisé est ZéBuLoN. Ce code est développé par NWnumerics, l'école des Mines de Paris et l'ONERA et mis à disposition pour le LCTS. Les différentes étapes de la démarche d'implémentation sont les suivantes : (i) définition des algorithmes de résolution des lois de comportement, (ii) confrontation Matlab/ZéBuLoN des résultats de simulation sur un point de Gauss (à partir du champ de déformations donné par les essais expérimentaux, on calcule le champ de contraintes associé avec Matlab et ZéBuLoN), (iii) calculs éléments finis sur éprouvette homogène pour s'assurer de la bonne mise en œuvre des modèles dans le cadre d'un calcul de structure.

#### Algorithme de résolution des lois de comportement

Les détails de l'algorithme de résolution du modèle SMDOC sont présentés ci-après dans l'Algorithme 2.1. Connaissant le champ de déformation  $\varepsilon$ , la résolution du système d'équation ne requiert pas l'utilisation d'un processus itératif. Pour chaque pas de calcul, on détermine les contraintes effectives  $\tilde{\sigma}$  en fonction du champ de déformation  $\varepsilon$ . Ensuite, la valeur des contraintes de désactivation  $\hat{\sigma}$  (fermeture des fissures) est calculée en fonction de  $\tilde{\sigma}$ . L'étape suivante consiste à déterminer les forces thermodynamiques exprimées uniquement en fonction des contraintes effectives. Il est alors possible de calculer les surfaces d'endommagement ainsi que les variables d'endommagement  $\omega_i$ . A partir de ces données, le tenseur des souplesses endommagées est calculé. Le calcul préalable des déformations résiduelles permet de déterminer la valeur du tenseur des déformations élastiques  $\varepsilon^e$ . Enfin, le tenseur des contraintes est calculé à partir de la connaissance des tenseurs de déformations  $\varepsilon^e$ , des rigidités endommagées  $\mathbf{C}$  et des contraintes stockées  $\sigma^s$ .

La résolution du problème aux éléments finis (cf. Algorithme 2.2) requiert la définition de la matrice tangente cohérente  $L_c$  [Besson 01]. Le calcul exact de l'expression analytique de  $L_c$  est relativement complexe.  $L_c$  est donc approchée par le tenseur des rigidités endommagées  $\mathbf{C}$ . L'utilisation d'une approximation de la matrice cohérente dans le processus de résolution a pour conséquence d'augmenter le nombre d'itérations globales nécessaires pour assurer la convergence du problème mécanique.

L'algorithme 2.2 montre que la recherche des champs de déplacements et de contraintes vérifiant l'équilibre de la structure est composée de deux étapes couplées : (i) l'étape globale, où est effectué le calcul du champ de déplacements aux nœuds de la structure discrétisée, (ii) l'étape locale, où est effectué le calcul du tenseur des contraintes aux points d'intégration des éléments à partir de l'histoire du tenseur des déformations et des variables internes. Le schéma itératif est arrêté lorsque le résidu, construit à partir des équations d'équilibre et du champ de contraintes issu de l'étape locale, est suffisamment petit (valeur fixée par l'utilisateur).

<b>Algorithme 2.1</b> Algorithme explicite du modèle SMDOC	
<b>Etape 1 :</b>	Calcul du tenseur des contraintes effectives $\varepsilon \Rightarrow \varepsilon^e$ $\tilde{\sigma} = C_0 \varepsilon^e$
<b>Etape 2 :</b>	Calcul des contraintes de désactivation $\hat{\sigma}_1 = \tilde{\sigma}_1 - \sigma_{1d}$ $\hat{\sigma}_2 = \tilde{\sigma}_2 - \sigma_{2d}$ $\hat{\sigma}_6 \text{ (cf. Annexe A)}$
<b>Etape 3 :</b>	Calcul des forces thermodynamiques $Y_i = \frac{1}{2} S_{ii}^0 \tilde{\sigma}_i^2$
<b>Etape 4 :</b>	Calcul des surfaces d'endommagement $Y_i^*$ avec $i = 1, 2, 6$ formulation donnée dans l'annexe A
<b>Etape 5 :</b>	Calcul des variables d'endommagement $\omega_i = f_i (\langle Y_i^* - Y_{0i} \rangle)$
<b>Etape 6 :</b>	Calcul des propriétés effectives $S_{ii} = S_{ii}^0 (1 + \omega + \omega_{0i})$
<b>Etape 7 :</b>	Calcul du tenseur des contraintes stockées $\sigma^S = (Q(\hat{\sigma}) - 1) \cdot \Delta C \cdot \varepsilon^d \quad \text{avec} \quad \varepsilon^d = \begin{pmatrix} \varepsilon_{1d} \\ \varepsilon_{2d} \\ \varepsilon_{6d} \end{pmatrix}$
<b>Etape 8 :</b>	Calcul du tenseur des déformations résiduelles $\varepsilon^r = \zeta \cdot \dot{\omega} \quad \text{avec} \quad \zeta = \begin{pmatrix} -S_{11}^0 \sigma_{1d} \\ -S_{22}^0 \sigma_{2d} \\ \varepsilon_{6d} \end{pmatrix}$
<b>Etape 9 :</b>	Calcul du tenseur des déformations élastiques $\varepsilon^e = \varepsilon - \varepsilon^r$
<b>Etape 10 :</b>	Calcul du tenseur des contraintes $\sigma = C \varepsilon^e + \sigma^S$
<b>Etape 11 :</b>	Calcul approché de la matrice tangente cohérente $L_c = C$

**Algorithme 2.2** Algorithme de résolution d'un code aux éléments finis

On cherche à résoudre l'équation :  $\underline{\underline{K}}\Delta U = \underline{\underline{F}}^{int} - \underline{\underline{F}}^{ext}$

$$\text{Avec } \begin{cases} \underline{\underline{K}} = \sum_{elt} \int_{\Omega_e} \frac{\partial \Delta \sigma}{\partial \Delta \varepsilon} \underline{\underline{B}} d\Omega_e \\ \underline{\underline{F}}^{int} = \sum_{elt} \int_{\Omega_e} {}^t \underline{\underline{B}} \cdot \underline{\underline{\sigma}} d\Omega_e \end{cases}$$

**Etape 1 :** Incrément  $t \Rightarrow t + \Delta t$

**Etape 2 :** Résolution par la méthode de Newton-Raphson  
 $\{\Delta U\}_{i+1} = \{\Delta U\}_i + \{\delta U\}_i$

**Etape 3 :** Calcul de la variation de déformation au pas courant  
 $\Delta \varepsilon_{i+1}^{t+\Delta t} = \underline{\underline{B}} \cdot \underline{\underline{\Delta U}}_{i+1}^{t+\Delta t}$  où  $\underline{\underline{B}}$  découle des fonctions de forme

**Etape 4 :** Calcul de la contrainte au pas courant avec la loi de comportement (étape locale)  
 $\Delta \varepsilon_{i+1}^{t+\Delta t} \Rightarrow \sigma_{i+1}^{t+\Delta t}$   
 $\Rightarrow \frac{\partial \Delta \sigma}{\partial \Delta \varepsilon} = \underline{\underline{L}}_c \approx \frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon}$  (Matrice jacobienne)

**Etape 5 :** Calcul de  $\{F_{int}(u(t) + \Delta U_{i+1})\}, \{F_{ext}\}$

**Etape 6 :** Calcul du résidu  
 $\{R\}_{i+1} = \{F_{int}\} - \{F_{ext}\}$

**Etape 7 :** Etude de la convergence  
 Si convergence :  $t = t + \Delta t \Rightarrow$  retour Etape 1  
 Si non convergence :  $\{\delta U\}_{i+1} = -\underline{\underline{K}}\{R\}_{i+1} \Rightarrow$  retour Etape 2

### Vérification de l'implémentation sur un point de Gauss

Afin de garantir la bonne implantation du modèle SMDOC, une comparaison entre les implantations réalisées dans Matlab et ZéBuLoN a été effectuée. L'identification des paramètres du modèle ayant été réalisée à partir d'une routine Matlab, il est indispensable de vérifier que les implantations dans Matlab et dans ZéBuLoN sont identiques. Une série de tests a été effectuée afin de valider l'implémentation sur un point de Gauss (tableau 2.2). Cette série permet de vérifier progressivement que chaque composante de la formulation a bien été programmée. Les quatre premiers tests vérifient la partie élastique du modèle en fixant à zéro certains paramètres ( $f_1, f_2, f_6$ ). Pour les tests suivants, l'endommagement est inséré progressivement. Le test 8 a pour but de tester l'endommagement dans son ensemble. Pour les tests 9 à 12, le champ de déformation expérimental de chaque essai a été comparé aux résultats numériques.

Test 1	Vérification en élastique, chargement en déformation uniaxiale (sens chaîne, 0°)
Test 2	Vérification en élastique, chargement en déformation uniaxiale (sens trame, 90°)
Test 3	Vérification en élastique, chargement en cisaillement 12 (45°)
Test 4	Vérification en élastique, chargement cyclé en déformation multiaxiale
Test 5	Vérification avec endommagement, sans effet de couplage, chargement multiaxiale
Test 6	Vérification avec endommagement, sans déformation stockée, chargement multiaxiale
Test 7	Vérification avec endommagement, sans déformation résiduelle, chargement multiaxiale
Test 8	Vérification avec endommagement complet, chargement multiaxiale
Test 9	Vérification avec passage en compression, chargement multiaxiale
Test 10	Essai traction compression cyclé à 0° (comparaisons Matlab, ZéBuLoN, expérience)
Test 11	Essai traction cyclé à 90° (comparaisons Matlab, ZéBuLoN, expérience)
Test 12	Essai traction cyclé à 45° (comparaisons Matlab, ZéBuLoN, expérience)

TABLEAU 2.2 – Liste des 12 tests utilisés pour la vérification de l'implantation du modèle SMDOC.

Les résultats obtenus avec ZéBuLoN sont en parfait accord avec les résultats obtenus par simulations Matlab, ce qui permet de s'assurer de la cohérence de la programmation dans ZéBuLoN.

### Vérification de l'implémentation sur une structure élémentaire

La simulation par éléments finis d'un essai cyclé de traction uniaxiale sur l'éprouvette 3D-SiC/Si-B-C (matériau A) a permis de vérifier l'implantation du modèle dans le cadre du calcul de structure. La figure 2.23 présente la géométrie de l'éprouvette ainsi que le maillage et les conditions aux limites de la simulation. Comme le montre la figure 2.24, la simulation de la réponse en traction est en bon accord avec la réponse expérimentale.

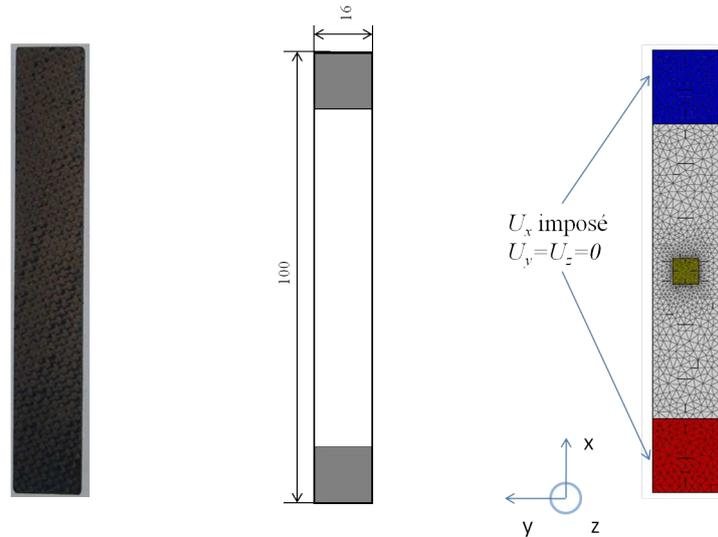


FIGURE 2.23 – Image de l'éprouvette (à gauche); géométrie de l'éprouvette (au milieu); maillage et conditions aux limites de l'éprouvette sollicitée en traction uniaxiale (à droite).

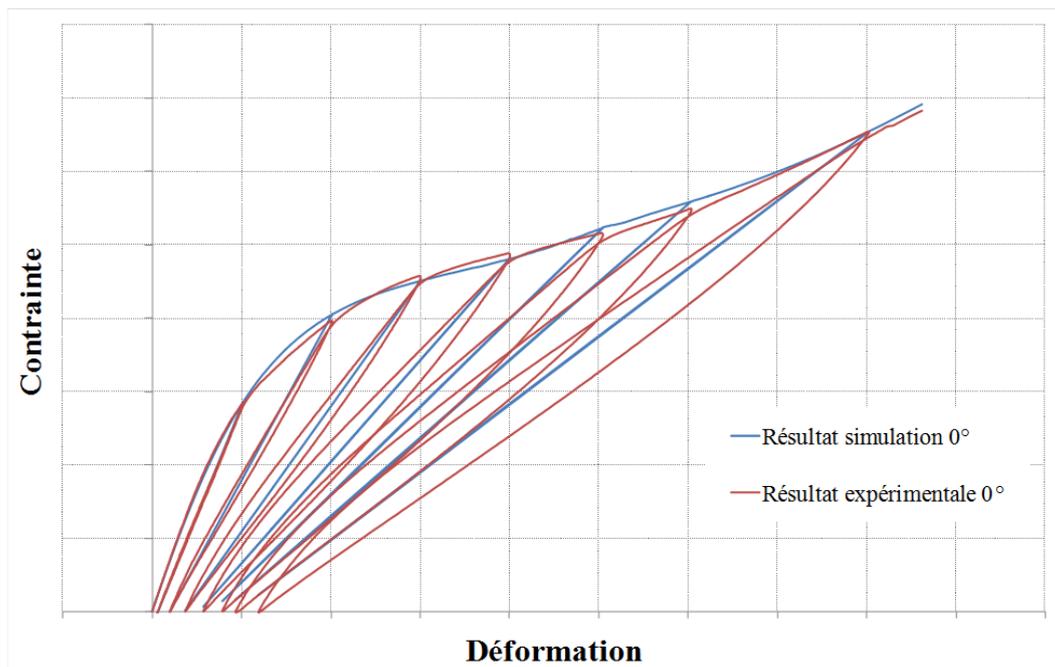


FIGURE 2.24 – Comparaison réponse contrainte/déformation entre l'expérience et le modèle SMDOC (ZeBuLoN), pour un essai de traction cyclée dans le sens chaîne (matériau A).

## 2.3 Comportement en flexion 4 points des matériaux SiC/Si-B-C

Dans cette partie, le comportement en flexion 4 points des matériaux 3D-SiC/Si-B-C est étudié. Les cinq nuances de matériau sont testées en flexion selon deux géométries différentes. Le modèle SMDOC, identifié dans la partie précédente est utilisé pour modéliser le comportement en flexion et identifier les propriétés élastiques. Un scénario d'endommagement puis de rupture est également proposé.

### 2.3.1 Caractérisation des propriétés mécaniques en flexion 4 points

**Moyen d'essai** La campagne d'essai de flexion a été réalisée à température ambiante sur une machine INSTRON 4505 dans des conditions de sollicitation quasi-statique, avec une vitesse de déplacement de 0.1mm/min. Les données de la force et de la flèche sont enregistrées avec une période de 1s. Les précautions à prendre pour ce type d'essai se situent principalement au niveau des appuis. En effet, l'éprouvette doit être parfaitement perpendiculaire au plan d'application de la charge, un contrôleur d'assiette est ainsi utilisé (Figure 2.25). Les deux configurations de montage de flexion 4 points sont définies par ( $L_1 = 55\text{mm}$ ,  $\ell_1 = 25\text{mm}$ ) et ( $L_2 = 80\text{mm}$ ,  $\ell_2 = 30\text{mm}$ ), où  $L$  et  $\ell$  indiquent respectivement la distance entre les appuis extérieurs et la distance entre les appuis intérieurs. Pour les éprouvettes de matériau E (0.6mm d'épaisseur), une cellule de force de 500N a été choisie alors que pour les autres éprouvettes (matériaux A, B, C et D) une cellule de 10kN a été privilégiée. Les éprouvettes de flexion ont une dimension de 120mmx15mm.

**Instrumentation** Plusieurs instrumentations ont été mises en place pour obtenir des informations globales (à l'échelle de la structure) et locales (à l'échelle du matériau). L'instrumentation utilisée (Figure 2.25) lors de chaque essai est la suivante : (i) un capteur LVDT pour mesurer le déplacement au centre de l'éprouvette (permettant de s'affranchir des problèmes de complaisance machine dans la mesure du déplacement), (ii) l'enregistrement de l'émission acoustique, (iii) et un mouchetis est effectué sur la tranche de l'éprouvette et sur les appuis intérieurs pour permettre une mesure du champ de déformation de l'éprouvette ainsi que le champ de déplacement des appuis (Figure 2.26). Une caméra haute résolution Hamamtsu C4742-95 avec un objectif permettant d'avoir une profondeur de champ importante est alors utilisée. Pour certaines éprouvettes, des jauges de déformations sont collées sur la partie supérieure (partie sollicitée en traction) et également sur la partie inférieure de l'éprouvette (partie sollicitée en compression).

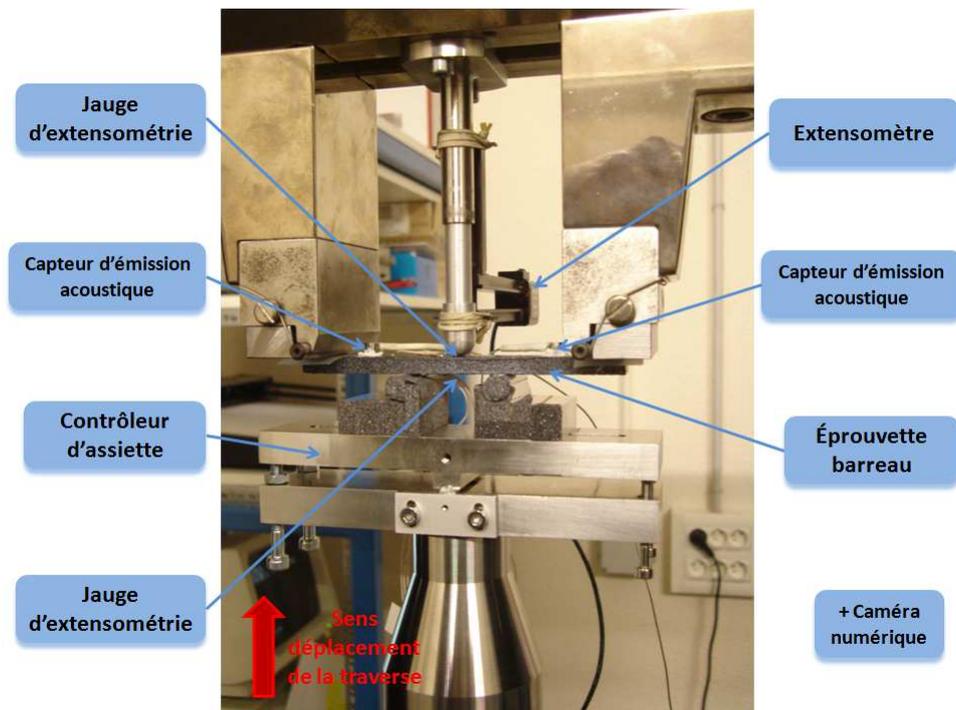


FIGURE 2.25 – Montage d'un essai de flexion 4 points sur éprouvette barreau.

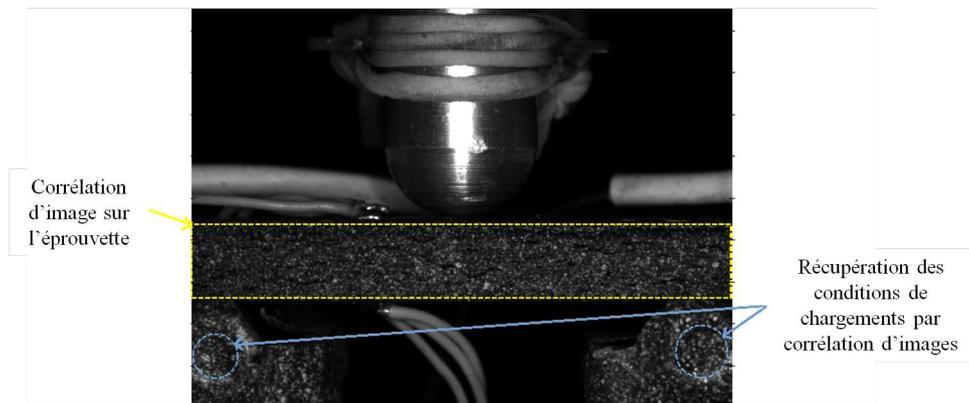


FIGURE 2.26 – Corrélation d'image sur la tranche de l'éprouvette et sur les appuis intérieurs lors d'un essai de flexion.

### Comportement en flexion 4 points

Les courbes de contrainte-déformation obtenues pour le matériau A dans la première configuration d'essai ( $L_1 = 55\text{mm}$ ,  $\ell_1 = 25\text{mm}$ ) sont présentées par la figure 2.27. Les courbes d'émission acoustique révèlent un scénario d'endommagement en flexion : (i) une partie linéaire (sans émissions acoustique), (ii) une phase d'endommagement où l'activité acoustique augmente régulièrement traduisant la prolifération de fissures au sein de l'éprouvette, (iii) et finalement une phase de ruine. Les valeurs de contrainte et déformation sont déduites de l'enregistrement de la force  $P$  et de la flèche  $\Delta$  par le biais de la théorie classique des poutres stipulant qu'en surface du matériau :

$$\sigma = \frac{3k}{bh^2}P \quad , \quad \varepsilon = \frac{12h}{(3L^2 - 4k^2)}\Delta, \quad (2.1)$$

où  $(b, h)$  représente respectivement la largeur et l'épaisseur de l'éprouvette, et  $k = \frac{L-\ell}{2}$ . Cette formulation analytique des déformations ne fournit qu'une valeur moyenne de la déformation dès que le comportement mécanique devient non linéaire. Ceci est confirmé par la figure 2.28 comparant les déformations enregistrées par les jauges de déformations positionnées sur les faces en compression et en traction. Cette figure permet également de confirmer que le module apparent observé en compression est similaire à celui obtenu en traction (valeurs  $E_{11}^{tracr}$  et  $E_{11}^{comp_r}$  dans les tableaux 2.3 et 2.4). En considérant la théorie classique des poutres et en ignorant l'effet du cisaillement transverse, le module de flexion  $E_{11}^{flex}$  est donné par l'équation suivante :

$$E_{11}^{flex} = \left(\frac{P}{\Delta}\right)_0 \frac{(3kL^2 - 4k^3)}{4bh^3}, \quad (2.2)$$

où  $\left(\frac{P}{\Delta}\right)_0$  correspond à la pente initiale de la courbe force-flèche.

L'utilisation de la relation (2.2) sous-estime le module de flexion par rapport au module déterminé à partir des essais de traction (tableau 2.3). Les tableaux 2.3 et 2.4 présentent les contraintes,  $\sigma_r^{flex_r}$ , et déformations,  $\varepsilon_r^{flex_r}$ , relatives de flexion à rupture calculées sur la base d'une analyse élastique et également les informations locales données par les jauges de déformations placées sur les faces en compression et en traction de l'éprouvette (Module d'Young relatif en traction,  $E_{11}^{tracr}$ , module d'Young relatif en compression  $E_{11}^{comp_r}$  et déformation à rupture relative en traction  $\varepsilon_r^{tracr}$ ) dans les deux configurations d'essais de flexion 4 points.

La comparaison des tableaux 2.1, 2.3 et 2.4 montre que la résistance en flexion est significativement supérieure à la résistance en traction. Ce sujet a déjà été mentionné dans la littérature [Steif 94] [Rajan 12]. Ces auteurs expliquaient cette différence par le fait qu'un échantillon en flexion est soumis à une déformation non uniforme qui varie dans l'épaisseur. Par ailleurs, les mécanismes d'endommagement dans la partie de l'éprouvette en traction induisent de l'inélasticité et il devient approximatif d'utiliser la relation (2.1) pour en déduire la résistance.

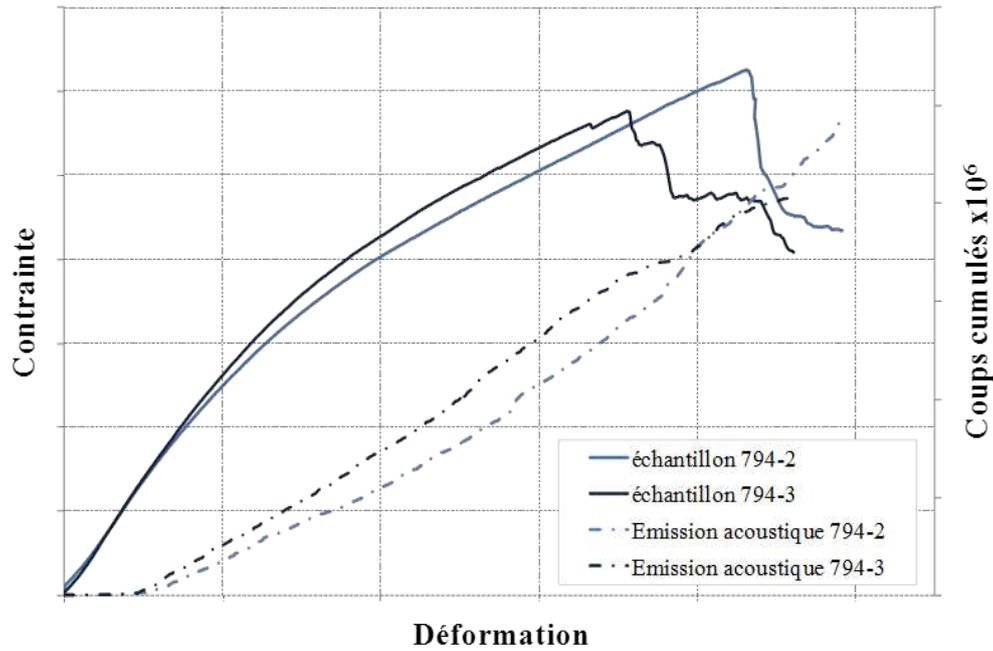


FIGURE 2.27 – Réponses contrainte-déformation et enregistrement de l'émission acoustique pour deux éprouvettes du matériau A soumises à un essai de flexion 4 points avec  $L_1 = 55\text{mm}$  et  $\ell_1 = 25\text{mm}$ .

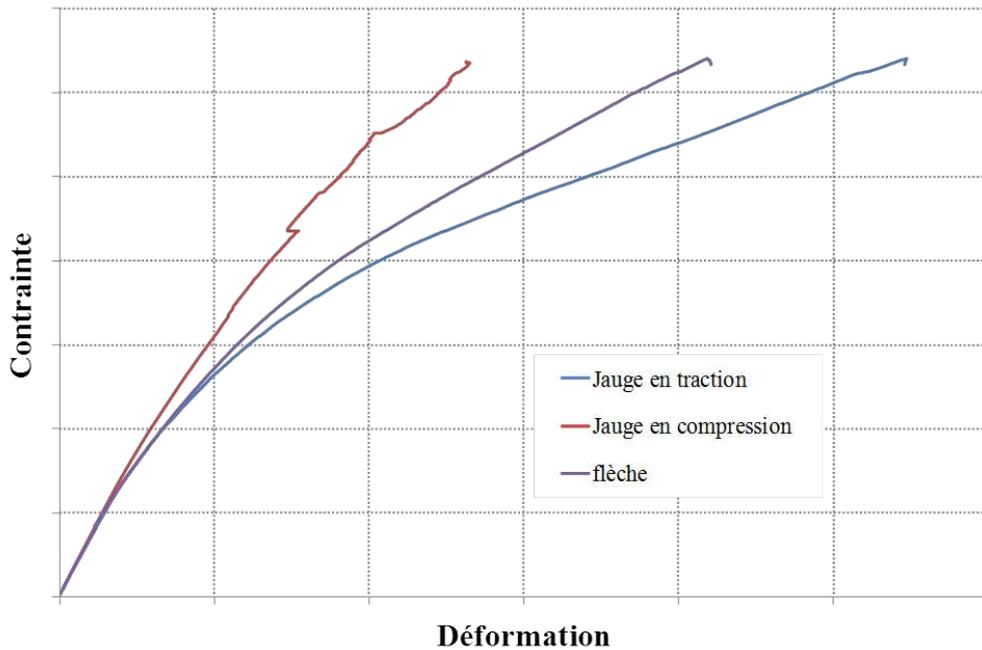


FIGURE 2.28 – Comparaison de courbes de contrainte-déformation obtenues pour un échantillon en flexion utilisant les déformations fournies par les jauges de déformations et déduites des mesures de la flèche.

Mat.	largeur (mm)	épaisseur (mm)	$E_{11}^{flex_r}$ (GPa)	$\sigma_r^{flex_r}$ (MPa)	$\varepsilon_r^{flex_r}$ (%)	$E_{11}^{trac_r}$ (GPa)	$E_{11}^{comp_r}$ (GPa)	$\varepsilon_r^{trac_r}$ (%)
A	15	3.59	81.9 ± 1.2	171.7 ± 14.3	0.88 ± 0.1	99	100.7	1.22
B	15	3.00	91.8 ± 2.9	158 ± 14.3	0.79 ± 0.06	100.2	103	1.02
C	15	1.97	96.4 ± 5.3	146.4 ± 2.4	0.97 ± 0.1	104.2	101.9	1.54
D	15	1.9	83.6 ± 3.7	158.5 ± 18.7	0.9 ± 0.13	100.7	101.3	1.33
E	15	1.9	75.2 ± 5.5	123.9 ± 13	0.64 ± 0.11	72.9	71.2	0.75

**Rq :** les modules, les contraintes et déformations à rupture sont normés par les données obtenues lors d'un essai de traction sens 0° (matériau A).

TABLEAU 2.3 – Résultats d'essais de flexion 4 points dans la 1<sup>ère</sup> configuration ( $L_1 = 55\text{mm}$ ,  $\ell_1 = 25\text{mm}$ ).  $\sigma_r^{flex_r}$  (respectivement  $\varepsilon_r^{flex_r}$ ) : contrainte (respectivement déformation) relative de flexion à rupture d'après l'équation (2.1) ;  $E_{11}^{flex_r}$  : module de flexion relatif déterminé par l'équation (2.2) ;  $E_{11}^{trac_r}$  (respectivement  $E_{11}^{comp_r}$ ) : module d'Young relatif déterminé à partir des jauges de déformation placées sur la face en traction (respectivement en compression) ;  $\varepsilon_r^{trac_r}$  : déformation à rupture relative en traction déterminée à partir des données fournies par les jauges.

Mat.	largeur (mm)	épaisseur (mm)	$E_{11}^{flex_r}$ (GPa)	$\sigma_r^{flex_r}$ (MPa)	$\varepsilon_r^{flex_r}$ (%)	$E_{11}^{trac_r}$ (GPa)	$E_{11}^{comp_r}$ (GPa)	$\varepsilon_r^{trac_r}$ (%)
A	15	3.57	90 ± 3.6	170.4 ± 10	0.93 ± 0.09	101.1	100.6	1.35
B	15	3.00	91.4 ± 6.5	166 ± 19.1	0.81 ± 0.17	99.4	100.7	1.15
C	15	1.99	100.7 ± 2.5	145.2 ± 8.7	0.87 ± 0.14	101.3	98.4	1.46
D	15	1.9	82.1 ± 0.7	164.1 ± 5.6	0.88 ± 0.06	85.6	82.8	1.21
E	15	0.6	97 ± 10.5	128.5 ± 9.9*	0.46 ± 0.02*	72.1 ± 9	82.2 ± 9.8	0.61 ± 0.01*

\* données maximales et non à rupture car dans cette configuration les éprouvettes sont arrivées en butées du montage.

**Rq :** les modules, les contraintes et déformations à rupture sont normés par les données obtenues lors d'un essai de traction sens 0° (matériau A).

TABLEAU 2.4 – Résultats d'essais de flexion 4 points dans la 2<sup>ème</sup> configuration ( $L_2 = 80\text{mm}$ ,  $\ell_2 = 30\text{mm}$ ).

### 2.3.2 Caractérisation microstructurale de l'endommagement en flexion 4 points

#### Dispositif expérimental

Un essai de flexion 4 points (avec  $L_1 = 55\text{mm}$  et  $\ell_1 = 25\text{mm}$ ) a été réalisé sur une éprouvette de matériau A (3.6mm d'épaisseur effective) préalablement polie sur une de ces faces (avec des disques diamants de 9, 3 et 1  $\mu\text{m}$ ). Un microscope optique à longue distance focale (Keyence VHX-1000) est disposé sur une platine X-Y-Z pour un déplacement dans toutes les directions de l'espace. Un programme a été développé en Visual Basic pilotant les platines de déplacements et le déclenchement des photos afin d'automatiser la cartographie. Pour chaque cartographie, 186 images sont enregistrées afin d'observer une surface de  $300 \times 3.6\text{mm}^2$ .

#### Scénario d'endommagement

La figure 2.29 présente la courbe de comportement contrainte-déformation avec la localisation des huit paliers. Pour chaque palier, une cartographie de l'éprouvette est effectuée afin de visualiser l'endommagement entre les appuis intérieurs. Deux zones de visualisation ont été privilégiées : une zone en traction (partie supérieure de l'éprouvette) et une zone en compression (partie inférieure de l'éprouvette).

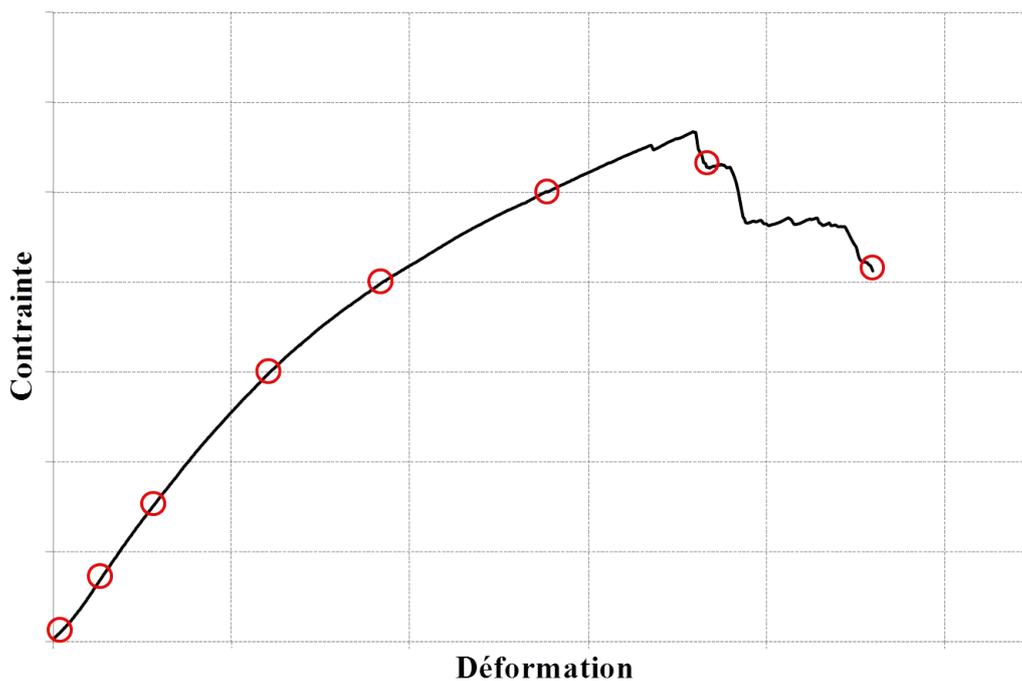


FIGURE 2.29 – Courbe de comportement en flexion 4 points d'un 3D-SiC/Si-B-C de 3.6mm d'épaisseur avec localisation des cartographies.

Ces observations peuvent être directement corrélées avec la réponse mécanique et permet de distinguer les étapes suivantes :

- (i) une partie linéaire, pour  $\varepsilon < 10\% \varepsilon_r^{flex}$ , sans émission acoustique et sans fissures visibles ;
- (ii) une phase d'endommagement, pour  $\varepsilon \geq \varepsilon_r^{flex}$  correspondant à la prolifération de fissures matricielles dans la partie supérieure soumise à des efforts de traction ; aucun endommagement n'est visible dans la partie inférieure soumis à des efforts de compression (cf. Annexe confidentielle) ;
- (iii) une phase de rupture initiée par la rupture fragile des torons transverses dans la partie en compression qui déclenche la fissuration successive des torons longitudinaux dans la partie supérieure en traction (Figure 2.30).

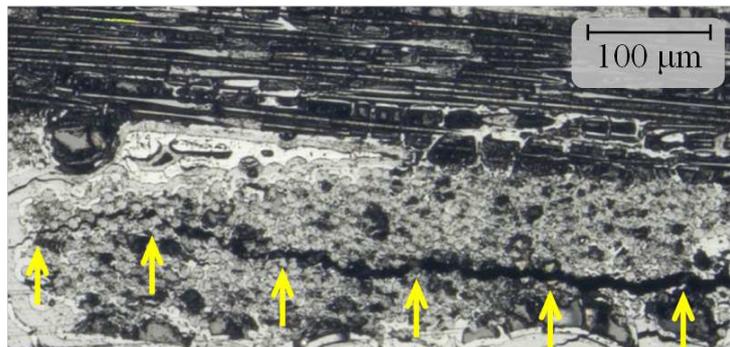


FIGURE 2.30 – Micrographie optique (section longitudinale polie) enregistrée durant un essai de flexion 4 points sur une éprouvette du matériau A. Un toron transverse situé du côté de la zone en compression est examiné au cours du chargement (palier situé après la contrainte maximale). Les flèches indiquent la fissure générée par la rupture en compression.

Ce mécanisme de rupture, impliquant la fissuration des torons transverses soumis à des efforts de compression, est analysé par le biais d'une approche numérique dans la partie suivante.

### 2.3.3 Modélisation du comportement en flexion 4 points

Une étape de modélisation est maintenant présentée pour simuler la réponse mécanique en flexion 4 points du composite. Pour cette étude, deux approches complémentaires ont été utilisées. La loi de comportement de matériau orthotrope élastique endommageable (SM-DOC) sera dédiée à l'étude de la phase d'endommagement du matériau tandis qu'une analyse à l'échelle mésoscopique (échelle du fil) sera préférée pour expliquer le comportement à rupture du matériau.

#### Approche macroscopique

La première étape dans la simulation d'un essai de flexion est de vérifier la convergence du maillage éléments finis. Si des éléments linéaires sont utilisés, le maillage doit être suffisamment fin pour qu'il y ait convergence alors que pour les éléments quadratiques la convergence est immédiate même pour des maillages assez grossiers. Les éléments quadratiques seront donc utilisés par la suite. Une fois cette vérification effectuée, les conditions aux limites sont récupérées par corrélation d'images (champ de déplacement des appuis mobiles), et ensuite insérées dans un modèle éléments finis. Pour le calcul, une éprouvette homogène 3D est utilisée. La loi de comportement utilisée pour ces simulations est la loi SMDOC énoncée précédemment (partie 2.2) et identifiée à partir des essais de traction. La figure 2.31 représente la réponse simulée de deux éprouvettes d'épaisseur de 3.6mm (matériau A) soumises à deux différentes configurations d'essai de flexion 4 points. Cette figure confirme la bonne corrélation entre les données expérimentales et le modèle d'endommagement SMDOC. Il est à noter que seule la variable d'endommagement  $\omega_1$ , traduisant l'endommagement suivant les fibres longitudinales, intervient dans la cinétique d'endommagement en flexion 4 points. En effet, en imposant la valeur nulle à tous les termes de couplages, ainsi qu'aux paramètres des cinétiques d'endommagement dans le sens 2 et 6 ( $f_2$  et  $f_6$ ), aucun changement n'est observé sur la réponse globale du modèle en flexion 4 points. Ceci tend à démontrer que l'endommagement en flexion 4 points correspond strictement à de l'endommagement en traction, tant sur la valeur de la rigidité que sur la cinétique d'endommagement. Une méthode inverse a donc été développée dans le but de déterminer la valeur de  $S_{11}^0$  à partir de l'essai de flexion 4 points pour toutes les épaisseurs de matériau et toutes les configurations d'essais. Le tableau 2.5 récapitule l'identification de  $S_{11}^0$  par la simulation des essais de flexion 4 points pour toutes les épaisseurs de matériaux et dans les deux configurations d'essais. Le module de flexion identifié à l'aide de la loi de comportement 3D sur les essais de flexion 4 points est en adéquation avec le module d'Young identifié à partir des essais de traction (cf. Tableau 2.1). Une différence subsiste pour le matériau B de 3.0mm d'épaisseur, la valeur du module identifié en traction est inférieure de 10% à la valeur du module de flexion : ceci peut s'expliquer par le fait que les éprouvettes utilisées pour les essais de flexion n'appartenaient pas à la même plaque que celles utilisées pour les essais de traction, et donc peut résulter d'une dispersion matériau. Néanmoins les modules de flexion identifiés à partir du modèle SMDOC sont semblables aux modules déterminés grâce aux jauges de déformation situées dans la partie en traction de l'éprouvette (cf. Tableaux 2.3 et 2.4).

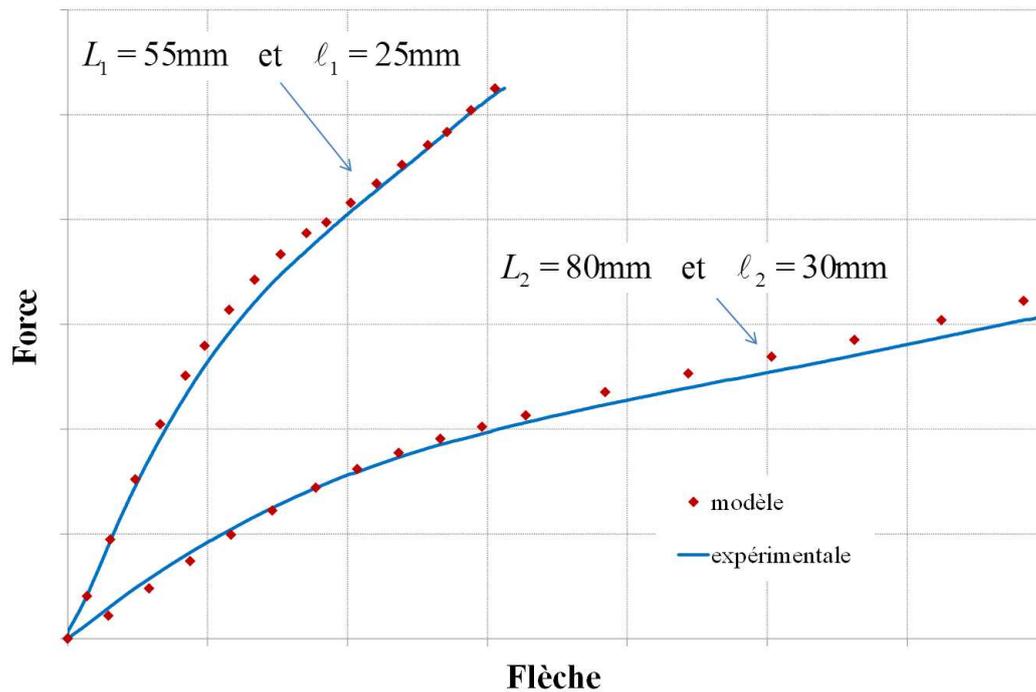


FIGURE 2.31 – Essais de flexion 4 points sur un composite 3D-SiC/Si-B-C (matériau A : 3.6mm d'épaisseur), comparaison entre le modèle (symboles) et la réponse expérimentale (lignes) pour deux configurations d'essai : ( $L_1 = 55\text{mm}$ ,  $\ell_1 = 25\text{mm}$ ) et ( $L_2 = 80\text{mm}$ ,  $\ell_2 = 30\text{mm}$ ).

Echantillon	Mat.	Configuration d'essai (L- $\ell$ ) (mm)	$E_{11}^{flex_r} = \frac{1}{S_{11}^0}$ (GPa)
794-1	A	80-30	100.7
794-2	A	55-25	99.5
806-1	B	80-30	99.5
806-2	B	55-25	100.1
810-1	C	80-30	101.3
810-2	C	55-25	104.2
802-1	D	80-30	86.8
802-2	D	55-25	98.4
798-2	E	80-30	86.8
799-5	E	55-25	75.2

**Rq :** les modules sont normés par le module déterminé lors d'un essai de traction sens  $0^\circ$  (matériau A).

TABEAU 2.5 – Résultats de l'identification de  $S_{11}^0$  à partir de la simulation des essais de flexion 4 points.

La figure 2.32 représente une carte d'endommagement ( $\omega_1$ ) et montre l'hétérogénéité du dommage qui se développe principalement dans la partie en traction de l'éprouvette.

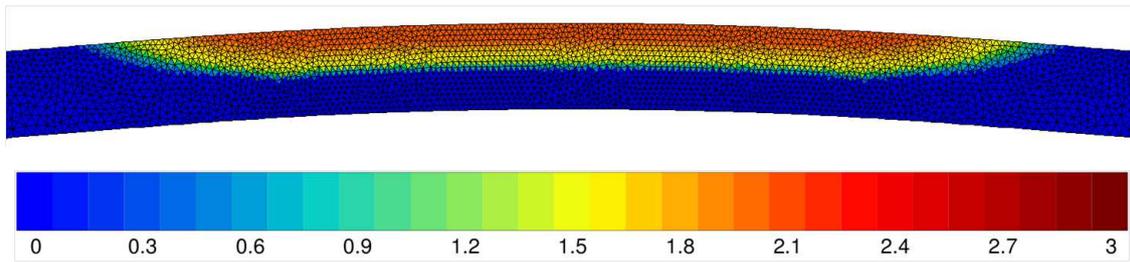


FIGURE 2.32 – Distribution de la variable d'endommagement  $\omega_1$  au sein de l'éprouvette en flexion ( $L_2 = 80\text{mm}$  et  $\ell_2 = 30\text{mm}$ ). Le chargement appliqué correspond au chargement maximum enregistré lors de l'essai de flexion 4 points.

### Approche mésoscopique

Un modèle numérique décrivant la microstructure du matériau à l'échelle mésoscopique est maintenant utilisé. La figure 2.33a montre une partie du maillage 2D représentant la microstructure du matériau. L'épaisseur des torons longitudinaux, la forme des fils transverses, et la fraction volumique des macro-porosités sont les valeurs moyennes fournies par les observations microstructurales. Les propriétés élastiques des torons longitudinaux et transverses sont obtenues grâce à une procédure numérique présentée en détail dans le chapitre 3 et basée sur une modélisation 3D d'un ensemble de fibres formant un toron. Le comportement élastique des fils sera considéré isotrope transverse alors que la matrice sera supposée isotrope. Les valeurs correspondantes sont répertoriées dans le tableau 2.6.

Constituant	$E_{11}$ (GPa)	$E_{33}$ (GPa)	$\nu_{13}$	$G_{13}$ (GPa)	Fraction volumique (%)
Fils longitudinaux	181	139	0.166	75	46.6
Fils transverses	139	139	0.128	66	26
Matrice	300	300	0.2	125	18.4

TABLEAU 2.6 – Propriétés des constituants du modèle éléments finis à l'échelle mésoscopique.

**Rupture fragile en compression** Pour décrire la rupture fragile en compression des torons transverses, il est d'abord vérifié qu'une contrainte normale  $\sigma_{33}$  élevée se développe dans les torons transversaux situés sur la face inférieure de l'éprouvette (face soumise à des efforts de compression) comme le montre la figure 2.34. La présence de cette contrainte favorise la nucléation de fissures [Martin 12]. Pour amorcer une fissure au sein d'un toron transverse, la relation énergétique suivante doit être satisfaite :

$$\Delta W = W_0 - W \geq G^c a, \quad (2.3)$$

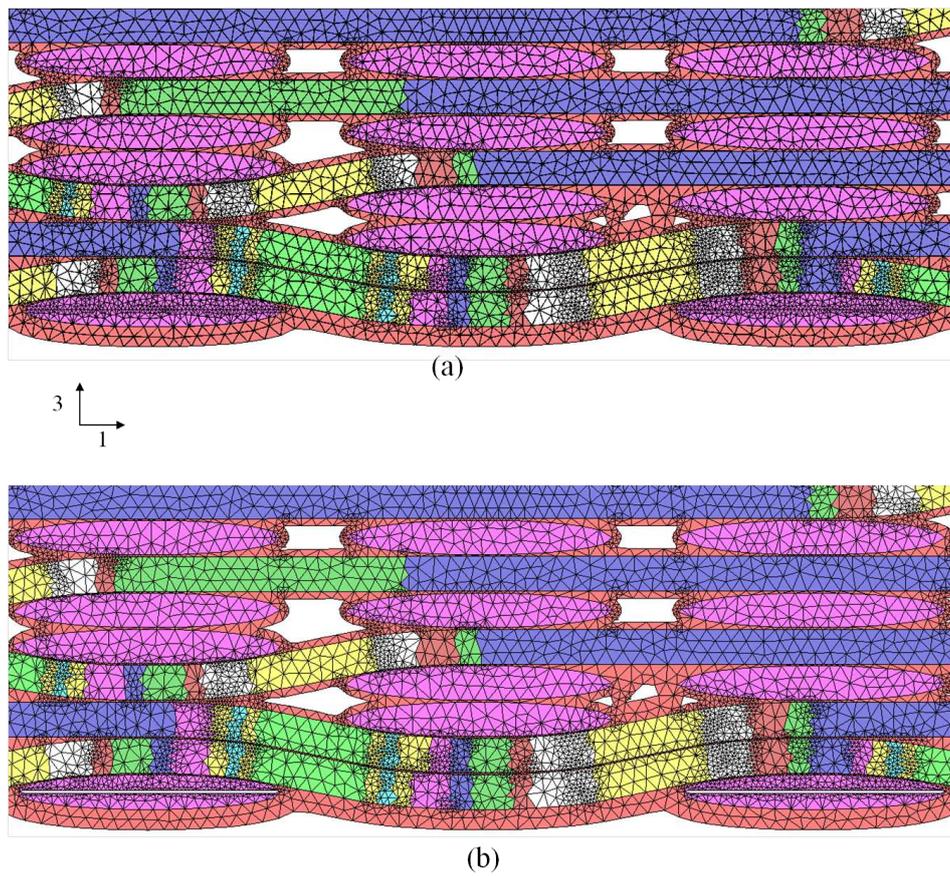


FIGURE 2.33 – Partie du maillage 2D utilisée pour simuler la flexion à l'échelle mésoscopique : a) échantillon sans endommagement, b) deux fissures sont introduites dans les torons transverses dans la zone en compression. La direction 1 correspond à l'axe des fils de chaîne et la direction 3 correspond à la direction de l'épaisseur.

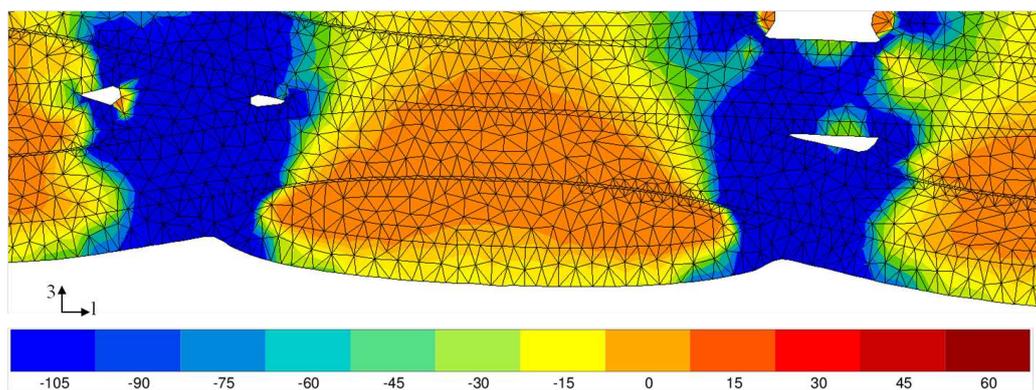


FIGURE 2.34 – Développement d'une contrainte normale élevée dans les torons soumis à un effort de compression.

où  $\Delta W$  correspond à la variation de l'énergie potentielle par unité de largeur à un chargement donné entre un état élastique "sain" sans croissance de fissures et après l'apparition d'une fissure de longueur  $a$  au sein du toron transverse,  $G^c$  étant l'énergie de rupture. Des calculs éléments finis sont menés afin de déterminer  $\Delta W$ . Pour ce faire, deux maillages éléments finis seront utilisés : (i) le premier est un maillage représentant la microstructure sans la présence de fissure, (ii) le second reprend le premier maillage en y insérant une fissure dans les deux torons transverses les plus chargés, c'est-à-dire ceux situés sur la couche extérieur du composite du côté de la zone en compression et au milieu des deux appuis intérieurs (Figure 2.33b). Des conditions de déplacement correspondant au chargement maximum en flexion pour les deux configurations de montage ( $P_1^c$  pour  $(L_1 = 55\text{mm}, \ell_1 = 25\text{mm})$  et  $P_2^c$  pour  $(L_2 = 80\text{mm}, \ell_2 = 30\text{mm})$ ) sont imposées au niveau des appuis. La représentation du taux de restitution d'énergie incrémentale  $\frac{\Delta W}{a}$  en fonction de la force appliquée (Figure 2.35) révèle une valeur critique  $G^c \approx 17\text{J.m}^{-2}$  caractérisant la rupture en compression des torons transverses. On montre aussi que la présence d'endommagement au sein de la partie en traction de l'éprouvette n'a pas d'influence sur l'estimation de l'énergie de rupture.

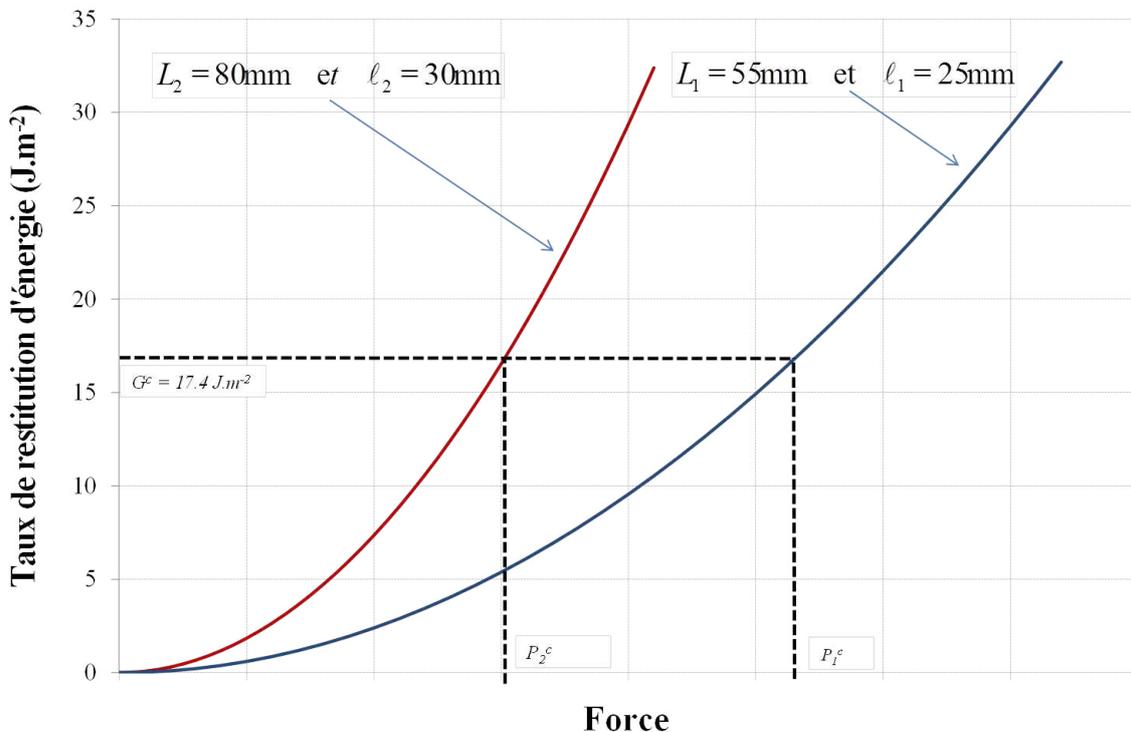


FIGURE 2.35 – Taux de restitution d'énergie en fonction du chargement pour deux configurations d'essais ( $L_1 = 55\text{mm}, \ell_1 = 25\text{mm}$ ) et ( $L_2 = 80\text{mm}, \ell_2 = 30\text{mm}$ ).

**Déformation à rupture** Il a été démontré expérimentalement que la déformation maximale à rupture en flexion était plus importante que la déformation à rupture en traction (35% supérieure pour le matériau A dans la 2<sup>ème</sup> configuration d'essai de flexion 4 points ( $L_2, \ell_2$ )). Dans le but de comprendre cette différence, des calculs éléments finis à l'échelle mésoscopique sont menés. Tout d'abord, un endommagement à rupture en traction a été simulé avec une modélisation à l'échelle du fil en imposant une déformation équivalente à la déformation à rupture en traction. Le pas de fissuration matricielle  $p$ , choisi dans cette modélisation correspond au pas de fissuration trouvé expérimentalement (environ 5 fissures par millimètre soit  $p = 0.2\text{mm}$ ). Chaque mécanisme de fissuration est accompagné de décohésions aux interfaces fibre/matrice et fil/matrice [Peres 94][Jacques 94][Rapaud 02]. La longueur de décohésion  $d_c$  utilisée pour obtenir une rigidité à rupture en traction équivalente à celle trouvée expérimentalement est :  $d_c = 0.15\text{mm}$ . La contrainte moyenne  $\sigma_{moy}^{trac}$  dans un fil ainsi que la contrainte maximale  $\sigma_{max}^{trac}$  sont alors calculées (Figure 2.36a) :

$$\sigma_{moy}^{trac} = 2070\text{MPa},$$

$$\sigma_{max}^{trac} = 7100\text{MPa}.$$

Ensuite, pour simuler un essai de flexion 4 points, un endommagement matriciel accompagné de décohésion aux interfaces fil/matrice dans la moitié supérieure de l'éprouvette est inséré avec un pas de fissuration matricielle de 0.2mm et une longueur de décohésion de 0.15mm (Figure 2.36b). Le déplacement imposé au niveau des appuis mobiles correspond à une déformation maximale équivalente à la déformation à rupture en traction. La partie en compression est supposée non endommagée. Les contraintes longitudinales moyenne et maximale dans le toron longitudinal situé en surface du matériau sont alors calculées :

$$\sigma_{moy}^{flex} = 1520\text{MPa},$$

$$\sigma_{max}^{flex} = 6500\text{MPa}.$$

A déformation équivalente, la contrainte maximale supportée par les fils longitudinaux lors d'une sollicitation de flexion est bien inférieure à celle obtenue en traction : la déformation imposée en flexion pour provoquer la rupture sera donc plus importante que celle nécessaire en traction. De plus, il est possible de prédire la déformation à rupture en flexion du matériau à partir de la connaissance de la déformation à rupture en traction du matériau. En effet, expérimentalement la déformation à rupture en flexion  $\varepsilon_r^{flex}$  (enregistrée par les jauges de déformations) est 35% supérieure à celle obtenue en traction sens 0°  $\varepsilon_r^{trac}$  (cf. Tableau 2.1). Or, numériquement la contrainte moyenne supportée par les fils longitudinaux lors d'une sollicitation de traction  $\sigma_{moy}^{trac}$  est également supérieure de 36% à celle obtenue en flexion  $\sigma_{moy}^{flex}$  :

$$\frac{\varepsilon_r^{flex}}{\varepsilon_r^{trac}} = 1.35 \quad \text{et} \quad \frac{\sigma_{moy}^{trac}}{\sigma_{moy}^{flex}} = 1.36.$$

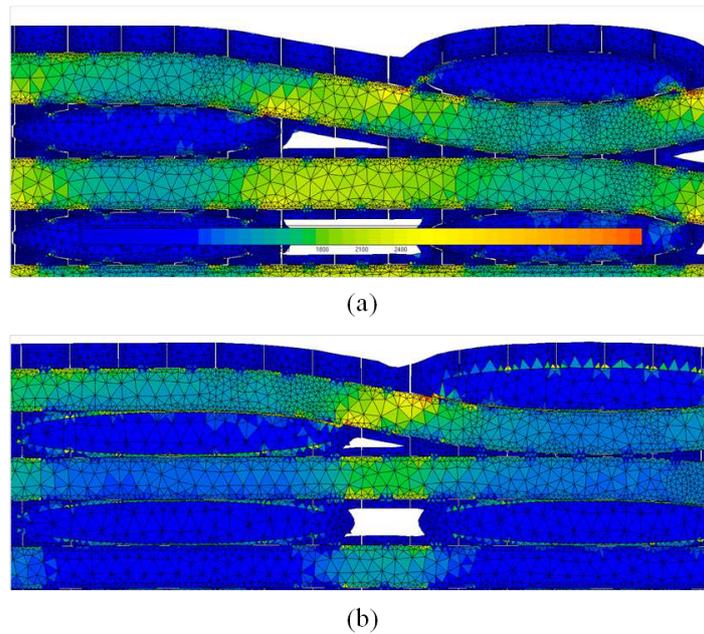


FIGURE 2.36 – Champ de contraintes longitudinales pour une simulation de l’endommagement lors d’un essai : a) de traction en imposant une déformation globale équivalente à la déformation à rupture en traction, b) de flexion 4 points  $(L_2, \ell_2)$  en imposant une déformation en surface du matériau équivalente à la déformation à rupture en traction.

## 2.4 Conclusion

Les essais mécaniques et les observations microstructurales associées ont permis d’analyser le comportement et les mécanismes d’endommagement des matériaux étudiés. Le modèle SMDOC permettant de décrire le comportement élastique endommageable des matériaux composites tissés a été mis en place dans un code de calcul de structure. Afin de valider l’implantation, une comparaison Matlab et ZéBuLoN a été effectuée avec succès. Ce modèle d’endommagement a été appliqué à la simulation des essais de flexion 4 points afin d’aider leur compréhension, avec notamment la mise en place d’une méthode inverse permettant de déterminer le module d’Young à partir des essais de flexion indépendamment de l’épaisseur du matériau. Un scénario de ruine en flexion 4 points a été proposé. En effet, dans une certaine configuration d’essai de flexion, la rupture du matériau est initiée par une rupture en compression des torons transverses. Une modélisation à l’échelle du fil a permis de valider ce phénomène.

L’objet du chapitre 3 est de présenter le développement d’un modèle 2D à l’échelle mésoscopique prenant en compte la variabilité du matériau pour le calcul des propriétés élastiques. Ce modèle sera ensuite validé par la simulation d’un essai de flexion sur une éprouvette générique.



# Chapitre 3

## Modélisation du comportement élastique des CMC à l'échelle mésoscopique

---

L'objet de ce chapitre est d'élaborer un modèle de comportement élastique d'une structure CMC en prenant compte la variabilité du matériau (porosité, architecture, gradient d'infiltration de la matrice, usinage, etc ...). Dans un premier temps, le comportement élastique d'un toron sera étudié à l'échelle microscopique. Puis la réalisation des cellules élémentaires 2D à l'échelle mésoscopique est proposée. Enfin, la dernière étape dans la stratégie numérique envisagée est le calcul des propriétés effectives des cellules élémentaires par homogénéisation.

---

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Eléments de bibliographie</b>	<b>74</b>
3.1.1	Modélisation du comportement élastique du toron	74
3.1.2	Modélisation du composite tissé	75
<b>3.2</b>	<b>Modélisation et maillage de cellules tissées 2D</b>	<b>76</b>
3.2.1	Modélisation géométrique et maillage du renfort tissé	76
3.2.2	Génération de l'image représentative de la microstructure	78
3.2.3	Transformation d'une image en un maillage éléments finis	79
<b>3.3</b>	<b>Calcul des propriétés élastiques effectives</b>	<b>81</b>
3.3.1	Définition du problème micro-mécanique	81
3.3.2	Etude paramétrique	83
3.3.3	Limite de l'homogénéisation classique	86
<b>3.4</b>	<b>Validation du modèle sur une éprouvette technologique</b>	<b>88</b>
3.4.1	Procédure expérimentale	88
3.4.2	Résultats expérimentaux	89
3.4.3	Résultats de la simulation numérique	91
<b>3.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>93</b>

---

### 3.1 *Éléments de bibliographie*

#### 3.1.1 Modélisation du comportement élastique du toron

La modélisation du comportement élastique d'un fil nécessite la génération d'une microstructure virtuelle suivie d'un calcul d'homogénéisation. De nombreuses études ont été menées au cours de ces quinze dernières années sur la génération de tels volumes élémentaires. Kanit et al. [Kanit 03], et plus récemment [Chateau 10], ont proposé un modèle de génération de microstructure pour créer un grand nombre de volumes élémentaires dont les caractéristiques (distribution des fibres et des porosités) sont en accord avec les observations microstructurales. Le principal inconvénient de ces approches réside dans la lente convergence des propriétés mécaniques. Une seconde approche, proposée par Zeman et al. [Zeman 01] puis par Couégnat [Couégnat 08], consiste à générer des volumes élémentaires possédant un nombre restreint de fibres positionnées de façon à respecter un descripteur statistique (comme la covariance) obtenu expérimentalement.

Basé sur cette dernière approche, le module GENPROP est disponible dans la plateforme de modélisation du LCTS pour calculer les propriétés effectives d'un fil. Ce programme, basé sur une formulation éléments finis du problème d'homogénéisation et couplé à un solveur parallèle, permet de réaliser des calculs d'homogénéisation périodique sur des maillages volumineux avec des temps de calculs moindres. La figure 3.1 présente le maillage d'une cellule représentative de la microstructure du matériau à l'échelle microscopique.

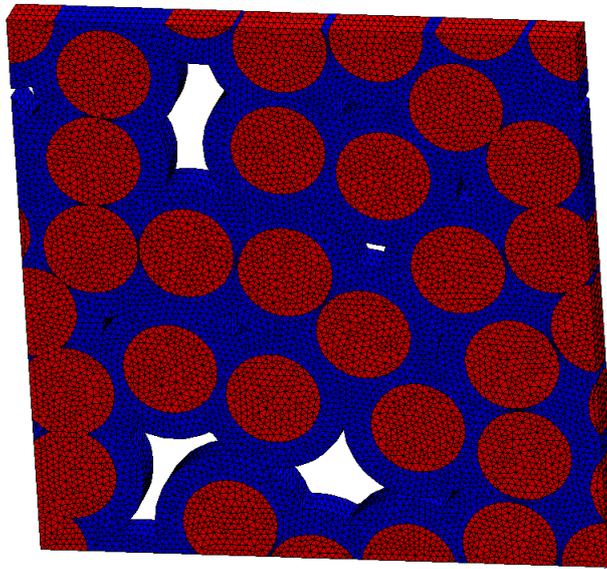


FIGURE 3.1 – Exemple de maillage 3D d'une cellule élémentaire périodique d'un fil CMC (fibres en rouge, matrice en bleu).

D'après l'étude réalisée par [Couégnat 08] et compte tenu de la fraction volumique de fibres  $V_f = 0.55$ , la cellule considérée dans ce travail contient 25 fibres dont le diamètre moyen est  $14\mu\text{m}$ . L'épaisseur de matrice de SiC, déposée de façon concentrique autour des

fibres, est de  $4\mu\text{m}$ , comme mesurée expérimentalement. La couche de pyrocarbone n'est pas modélisée car sa faible épaisseur ( $0.1\mu\text{m}$ ) a peu d'influence sur les propriétés élastiques du toron. Les fibres et la matrice de carbure de silicium sont supposées être isotropes. Les propriétés élastiques retenues pour les calculs sont présentées dans le tableau 3.1. La valeur du module d'Young de la matrice est incertaine. En effet, la matrice est composée d'une matrice voie liquide (avec un module inférieur à 150 GPa [Jouannigot 11]) et d'une matrice multi-séquentée CVI (avec un module d'environ 410 GPa [Naslain 04]). Il est délicat de prendre en compte les différentes phases de la matrice qui ont une géométrie complexe. Dans un premier temps, la matrice sera considérée comme homogène isotrope avec un module d'Young fixé à 350 GPa.

	$E$ (GPa)	$\nu$
<b>Fibre SiC NI-207</b> [Aiello 99]	200	0.25
<b>Matrice Si-B-C</b>	350	0.2

TABLEAU 3.1 – Propriétés des constituants élémentaires du matériau 3D-SiC/Si-B-C.

Les propriétés élastiques initiales de la cellule élémentaire sont calculées à l'aide du programme GENPROP. Les fibres sont orientées dans la direction 1. La matrice de rigidité qui traduit un comportement isotrope transverse est la suivante :

$$C_{fil} = \begin{pmatrix} 200.8 & 33.2 & 33.2 & 0 & 0 & 0 \\ 33.2 & 156.2 & 28.5 & 0 & 0 & 0 \\ 33.2 & 28.5 & 156.2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 62.8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 85 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 85 \end{pmatrix} (GPa). \quad (3.1)$$

### 3.1.2 Modélisation du composite tissé

La prise en compte de la microstructure des composites tissés représente une difficulté technique majeure, car il est nécessaire d'introduire des morphologies complexes qui doivent être traitées dans le cadre éléments finis. Des modèles de cellules 3D représentatives de CMC existent dans la littérature [Tang 06][Couégnat 08][Schneider 09]. Les outils développés au LCTS permettent de générer des maillages de géométries complexes (Figure 3.2). Cependant, ils sont encore inadaptés pour la modélisation des CMC de nouvelle génération qui présentent notamment une structure 3D, un gradient de densification ou de faibles porosités. Réaliser le maillage d'une préforme sèche 3D (sans matrice) est tout à fait réalisable mais insérer de la matrice autour de la préforme tridimensionnelle est très difficile à réaliser compte tenu des problèmes d'interpénétration. De plus, nous devons étudier des matériaux possédant des variations d'épaisseurs (usinage suivant un certain profil). La réalisation de modèles éléments finis aussi aboutis est à l'heure actuelle très difficile à réaliser en 3D. Il a donc été décidé de développer des outils de génération de maillage éléments finis de cellules élémentaires 2D pour reproduire les principales caractéristiques de la microstructure

du matériau. La présentation de ces outils fait l'objet de la partie suivante.

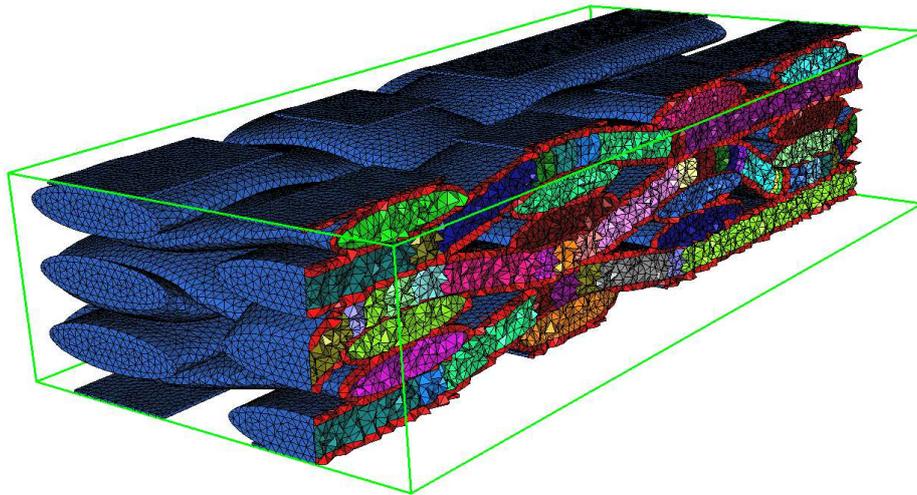


FIGURE 3.2 – Exemple de maillage 3D d'une cellule représentative d'un CMC. [Couégnat 08].

### 3.2 Modélisation et maillage de cellules tissées 2D

L'objectif de cette partie est la présentation de la méthode mise au point pour générer des cellules élémentaires 2D représentatives du matériau. L'architecture, la porosité, la présence de seal-coat en surface du matériau, le gradient d'infiltration de la matrice, l'usinage du matériau, toutes ces caractéristiques seront retranscrites au travers d'un modèle 2D. La modélisation géométrique des renforts tissés est étudiée depuis de nombreuses années [Pierce 37, Lomov 01, Lomov 02, Hivet 05]. Nous utilisons les travaux réalisés de [Couégnat 08] pour définir la géométrie du renfort tissé. Ensuite, une image est générée, éventuellement modifiée puis transformée en maillage.

#### 3.2.1 Modélisation géométrique et maillage du renfort tissé

La première étape consiste à décrire la séquence de tissage du renfort. La topologie du renfort 2D est codée sous la forme d'une matrice dont l'élément (i,j) donne la position du i-ème fil de chaîne par rapport au j-ème toron transverse. Par exemple, la structure du renfort de la figure 3.3 peut être représentée par la matrice suivante :

$$\begin{bmatrix} 8 & 9 & 8 & 9 & 8 & 9 & 8 & 8 & 9 & 8 \\ 8 & 9 & 8 & 8 & 8 & 8 & 7 & 8 & 8 & 8 \\ 7 & 7 & 8 & 7 & 8 & 7 & 7 & 6 & 7 & 7 \\ 6 & 7 & 6 & 7 & 6 & 6 & 7 & 6 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 5 & 5 & 6 & 5 & 5 & 5 & 5 & 4 \\ 3 & 4 & 3 & 4 & 4 & 5 & 4 & 4 & 5 & 4 \\ 2 & 2 & 3 & 4 & 3 & 3 & 4 & 3 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 2 & 3 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

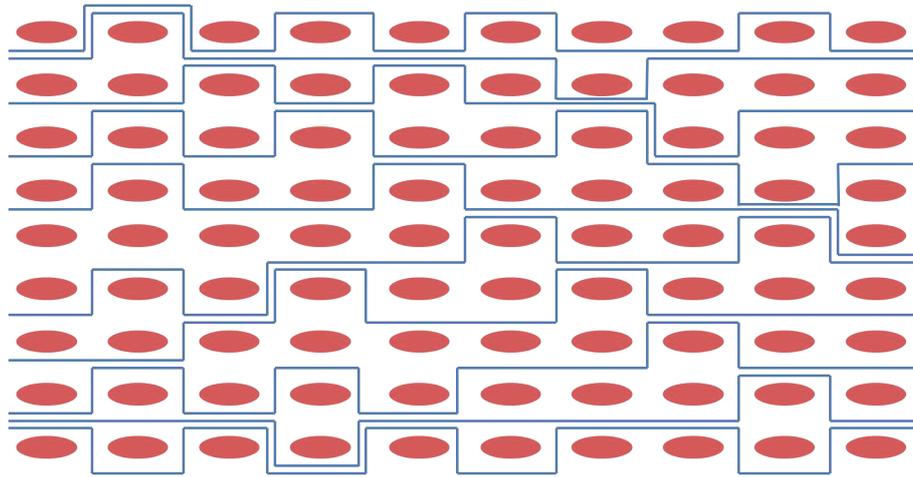


FIGURE 3.3 – Représentation schématique d'une texture 2D.

La seconde étape consiste à calculer la fonction  $z(x)$  représentant la ligne moyenne de chaque fil du renfort. On distingue deux parties pour  $z(x)$  : les parties où le fil est en contact avec un autre fil,  $0 \leq x \leq c_1$  et  $c_2 \leq x \leq p$ , et une partie libre  $c_1 \leq x \leq c_2$  (Figure 3.4).

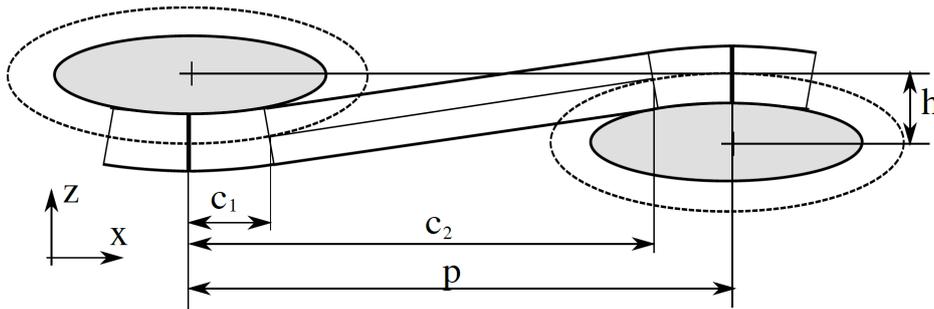


FIGURE 3.4 – Paramétrisation d'un intervalle élémentaire.

Les parties en contact sont modélisées par un arc d'ellipse, celles libres par un polynôme de degré 3 afin d'assurer une continuité de la courbure du fil aux points de jonctions. Un intervalle élémentaire est caractérisé par sa longueur  $p$ , sa hauteur  $h$ , et les abscisses des points de contact  $c_1$  et  $c_2$ . Les abscisses des points de contact, ainsi que les coefficients du polynôme sont déterminés en minimisant l'énergie de flexion du fil  $w$  sur l'intervalle  $[0, p]$  :

$$w = \frac{1}{2} \int_{x=0}^p B(x) \frac{(z(x))^2}{(1 + (z'(x))^2)^{\frac{5}{2}}} dx, \quad (3.3)$$

où  $B(x)$  correspond à la rigidité en flexion du fil. Dans le cas où les fils de chaîne et de trame sont identiques,  $B(x)$  peut-être choisi arbitrairement avec  $B(x) = 1$ .

La figure 3.5 représente la description des fils de chaînes ainsi que la position des centres des torons transverses.

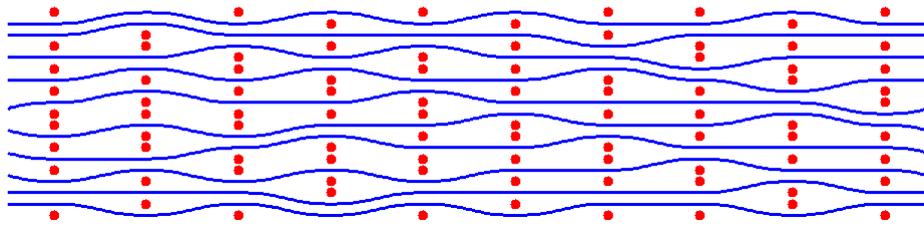


FIGURE 3.5 – Représentation géométrique des lignes moyennes des différents fils du renfort.

Puis un maillage surfacique des fils est effectué à partir de la connaissance des coordonnées du chemin des fils de chaînes, calculées précédemment, et de l'épaisseur des fils  $h$  (Figure 3.6) ; l'orientation locale des éléments au sein des fils est également calculée lors de cette étape.

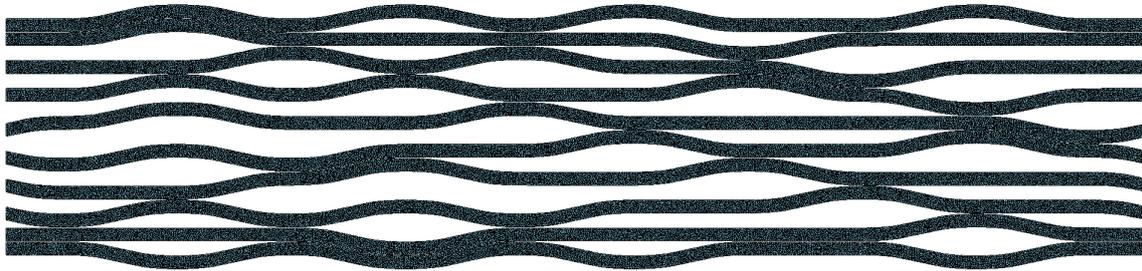


FIGURE 3.6 – Maillage surfacique des fils de chaînes du renfort.

### 3.2.2 Génération de l'image représentative de la microstructure

L'étape précédente a permis de réaliser un maillage du renfort. Il est maintenant nécessaire de transformer le maillage ainsi créé en une image. Le principe est simple : une grille est découpée en pixels dont la taille dépend du nombre et de la taille des éléments du maillage, puis une valeur est affectée à chaque pixel suivant le type d'élément auquel il correspond dans le maillage -1 pour le vide, 1 pour les torons transverses, 2-14 pour les fils longitudinaux orientés (Figure 3.7).

L'image est ensuite transformée en une image binaire (0 : n'appartient pas à la préforme, 1 : appartient à la préforme), puis pour chaque pixel un numéro correspondant à la distance euclidienne de ce pixel et des pixels les plus proches non nul est attribué. Ainsi grâce à un paramètre de seuillage  $D$ , il est possible de choisir l'épaisseur de la matrice à l'intérieur de la préforme. Un deuxième paramètre est introduit pour réaliser une couche de matrice en surface du matériau (seal-coat) afin de reproduire ce qui est observé sur les matériaux. La figure 3.8 représente l'évolution de la porosité en fonction du paramètre d'infiltration  $D$ . La densité de matrice à l'intérieur de la préforme peut ainsi être ajustée. L'énorme avantage de travailler sur une image est qu'il est très facile de simuler des "usinages" en modifiant les

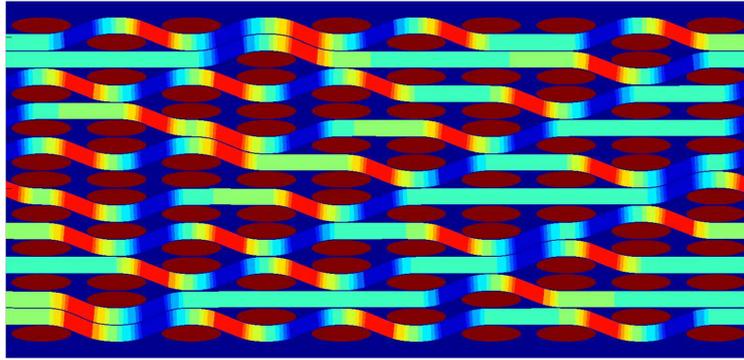
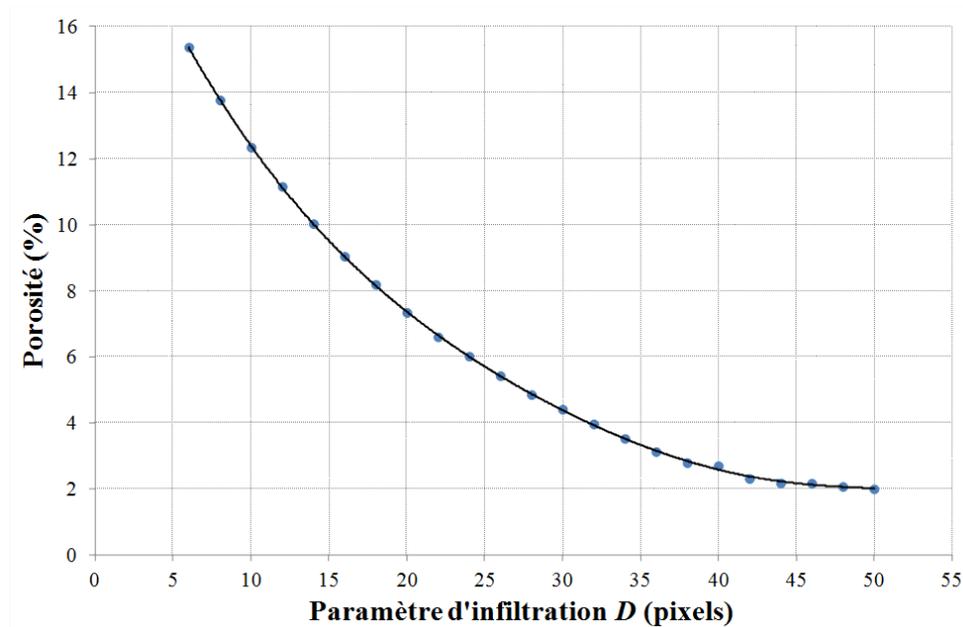


FIGURE 3.7 – Image du renfort.

valeurs des pixels de l'image pour obtenir la forme souhaitée. Il est alors possible de créer des images représentatives des cinq matériaux de l'étude ou encore des matériaux possédant des variations d'épaisseur comme il est possible d'en trouver sur une aube de turbine par exemple.

FIGURE 3.8 – Evolution de la porosité en fonction du paramètre d'infiltration  $D$ .

### 3.2.3 Transformation d'une image en un maillage éléments finis

La dernière étape consiste à transformer l'image ainsi créée en un maillage éléments finis. Tout d'abord les contours des différentes phases de l'images sont recherchés, puis une procédure permet de lisser ces contours afin d'éviter de futurs problèmes dans la triangulation. Enfin, une fois les contours bien définis, il suffit de créer le maillage à proprement parlé à l'aide d'un générateur de maillages 2D [Shewchuk 96]. La figure 3.9 fournit quelques exemples de maillages réalisables par cette méthode. La création de maillage 2D a été entièrement automatisée et permet de réaliser rapidement des maillages 2D de toutes sortes.

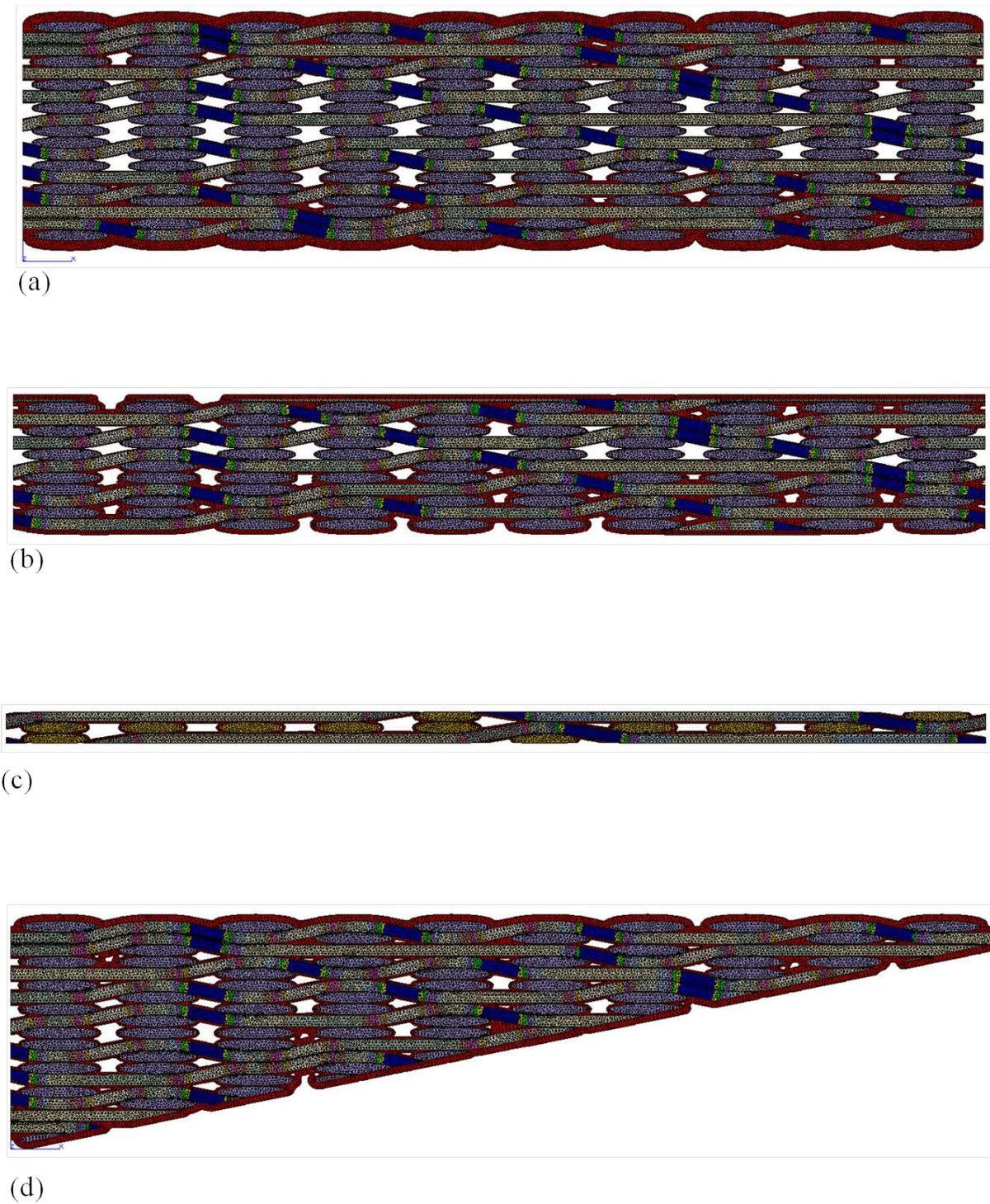


FIGURE 3.9 – Exemples de maillages éléments finis 2D : (a) cellule de référence de 3.6mm d'épaisseur (équivalent au matériau A), (b) cellule usinée à 1.9mm puis ré-infiltrée (équivalent au matériau C), (c) cellule usinée jusqu'à 0.6mm d'épaisseur (équivalent au matériau E), (d) cellule avec variation d'épaisseur et ré-infiltration.

### 3.3 Calcul des propriétés élastiques effectives

La dernière étape dans la stratégie numérique envisagée est le calcul des propriétés effectives des cellules élémentaires par homogénéisation. L'homogénéisation périodique ne peut-être utilisée car les cellules générées ne possèdent pas de structure périodique, en particulier celles présentant des variations d'épaisseurs.

#### 3.3.1 Définition du problème micro-mécanique

Ce paragraphe rappelle brièvement comment sont calculées les propriétés élastiques effectives. Si l'on considère un champ de déplacement  $u(x)$  et si les constituants du matériau hétérogène sont élastiques linéaires de rigidités  $\mathbf{C}(x)$ , le problème local est le suivant :

$$\begin{cases} \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \\ \sigma(x) = \mathbf{C}(x) : \varepsilon(u(x)) \\ \operatorname{div}(\sigma(x)) = 0 \quad \forall x \in \Omega \\ \text{conditions aux limites} \end{cases}, \quad (3.4)$$

où  $\varepsilon$  et  $\sigma$  sont les tenseurs des champs de déformations et de contraintes locales. Soit  $x_i$  avec  $i \in \{1, 2, 3\}$ , les coordonnées cartésiennes d'un point du domaine étudié  $\Omega$ , les conditions aux limites suivantes sont imposées sur le contour  $\partial\Omega$  :

$$u_i = E_{ij}x_j + \delta_{ijk}K_{jl}x_lx_k, \quad \forall x \in \partial\Omega, \quad (3.5)$$

où  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{K}$  désignent le tenseur de déformation macroscopique et le tenseur de flexion-torsion [Forest 98] et  $\delta$  est le tenseur de permutation du troisième ordre (égale à 1, -1 ou 0). Si  $K$  est nul, on se place alors dans le cas de conditions aux limites homogènes classiques. Si seul  $K_{33}$  ou  $K_{31}$  sont différents de zéro, alors on a respectivement :

$$\begin{cases} u_1 = -K_{33}x_2x_3 \\ u_2 = K_{33}x_1x_3 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} u_1 = -K_{31}x_1x_2 \\ u_2 = K_{31}x_1^2 \end{cases}, \quad (3.6)$$

ce qui correspond à des conditions aux limites de torsion et de flexion. Si l'on calcule maintenant le travail moyen des forces internes, on obtient :

$$\langle \sigma_{ij}\varepsilon_{ij} \rangle = \frac{1}{V} \int_{\Omega} \sigma_{ij}u_{i,j}d\Omega = \frac{1}{V} \int_S \sigma_{ij}u_i n_j dS, \quad (3.7)$$

où  $n$  est la normale à la surface  $S$ . L'application des conditions aux limites (3.5) amène à l'expression suivante :

$$\langle \sigma_{ij}\varepsilon_{ij} \rangle = \Sigma_{ij}E_{ij} + M_{ij}K_{ij}, \quad (3.8)$$

avec

$$\Sigma_{ij} = \langle \sigma_{ij} \rangle \quad \text{et} \quad M_{ij} = \langle \delta_{ikl}x_k\sigma_{lj} \rangle, \quad (3.9)$$

où  $\mathbf{M}$  représente le tenseur traduisant les moments de flexion ainsi que les moments de torsion.

Les propriétés élastiques effectives  $\tilde{\mathbf{C}}$  du matériau homogénéisé sont alors déterminées par la relation :

$$(\tilde{\mathbf{C}} : \mathbf{E})_{ij} = \langle \mathbf{C} : \varepsilon(u(x)) \rangle = \Sigma_{ij}. \quad (3.10)$$

La déformation macroscopique  $\mathbf{E}$  peut se décomposer en états élémentaires  $E = E_{ij}\mathbf{e}^{ij}$ . Le champ de déplacement solution  $\mathbf{u}$  se décompose également sur une base correspondant à ces sollicitations élémentaires  $\mathbf{u} = E_{ij}\mathbf{u}^{ij}$ . Les composantes du tenseur d'élasticité effectif s'écrivent alors sous la forme :

$$\tilde{C}_{ijkl} = \langle C_{ijpq} E_{pq}(\mathbf{u}^{kl}) \rangle. \quad (3.11)$$

La détermination complète du tenseur d'élasticité  $\tilde{C}$  nécessite donc la résolution de six problèmes élémentaires de chargement  $E_{ij}\mathbf{e}^{ij}$  avec  $(i, j) = \{(1, 1)(2, 2)(3, 3)(3, 2)(3, 1)(1, 2)\}$ . Dans le cas d'un problème à deux dimensions seuls trois problèmes sont à résoudre  $\{(1, 1)(3, 3)(1, 3)\}$  (Tableau 3.2). De plus, le comportement en flexion est déterminé en imposant dans les conditions aux limites une courbure  $K_{31}$  (Figure 3.10). Le coefficient  $M_{31}$  traduisant une rigidité en flexion peut ainsi être calculé par la formule suivante :

$$M_{31} = \frac{1}{V} \int_{\Omega} (\sigma_{11}x_2 - \sigma_{12}x_1) d\Omega. \quad (3.12)$$

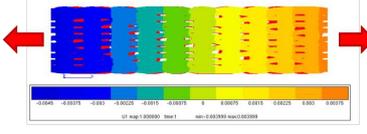
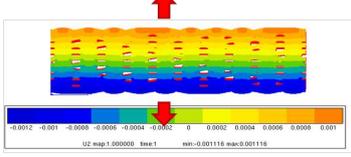
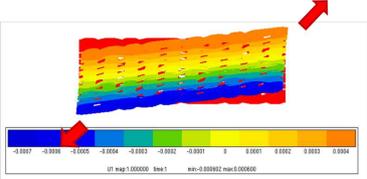
Simulation essais de traction		
Sens 11	Sens 33	Sens 13
 $\begin{cases} C_{11} = \frac{1}{V} \int_{\Omega} \sigma_{11} d\Omega \\ C_{13} = \frac{1}{V} \int_{\Omega} \sigma_{33} d\Omega \\ C_{15} = \frac{1}{V} \int_{\Omega} \sigma_{13} d\Omega \end{cases}$	 $\begin{cases} C_{31} = \frac{1}{V} \int_{\Omega} \sigma_{11} d\Omega \\ C_{33} = \frac{1}{V} \int_{\Omega} \sigma_{33} d\Omega \\ C_{35} = \frac{1}{V} \int_{\Omega} \sigma_{13} d\Omega \end{cases}$	 $\begin{cases} C_{51} = \frac{1}{V} \int_{\Omega} \sigma_{11} d\Omega \\ C_{53} = \frac{1}{V} \int_{\Omega} \sigma_{33} d\Omega \\ C_{55} = \frac{1}{V} \int_{\Omega} \sigma_{13} d\Omega \end{cases}$

TABLEAU 3.2 – Calcul des propriétés effectives en 2D : simulation de trois essais de traction en imposant des déformations unitaires sur le contour du maillage ( $E_{ij} = 1$ ).

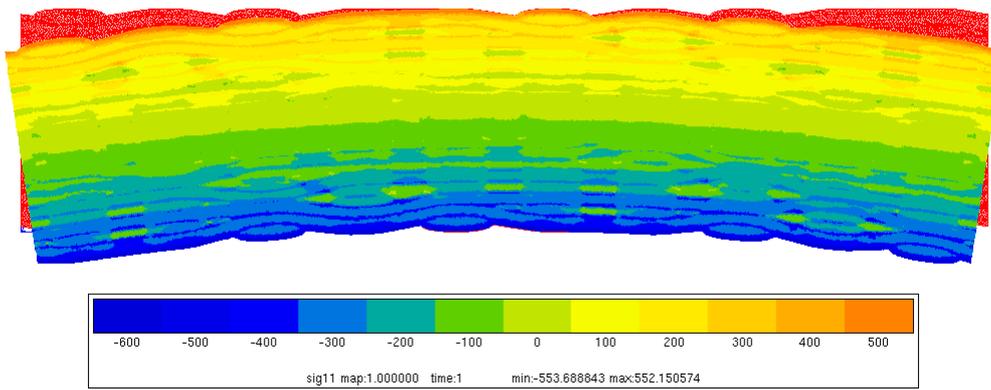


FIGURE 3.10 – Champs de contraintes longitudinales d’une cellule soumise à une simulation d’essai de flexion : calcul des propriétés effectives en flexion  $M_{31} = \frac{1}{V} \int_{\Omega} (\sigma_{11}x_3 - \sigma_{13}x_1) d\Omega$ .

La procédure de détermination des propriétés effectives d’une cellule donnée a été entièrement automatisée. L’étape suivante consiste à générer une cellule qui soit suffisamment représentative du matériau étudié (en se basant sur les observations micrographiques) puis de valider ce modèle de référence en comparant les propriétés effectives calculées et celles mesurées expérimentalement.

### 3.3.2 Etude paramétrique

#### Données expérimentales

Le but de cette partie est d’effectuer une étude paramétrique à l’aide du modèle de référence 2D pour retrouver les propriétés élastiques obtenues expérimentalement (Chapitre 2). La principale propriété que l’on peut comparer est la valeur  $C_{11}$  de la matrice de rigidité. Dans une première approximation, la valeur de ce module peut-être déduite des valeurs des modules ingénieurs calculés dans le chapitre 2 (Tableau 1) par la relation suivante :

$$C_{11} \approx \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}. \quad (3.13)$$

Considérons le matériau A (épaisseur 3.6mm), les résultats des essais de traction dans le sens chaîne et dans le sens trame donnent une valeur du coefficient de rigidité relatif  $C_{11}^{exp_r}$  de :

$$C_{11}^{exp_r} = 100 \pm 5.1 .$$

#### Modèle de référence 2D

Tout d’abord il faut générer une cellule représentative de la microstructure du matériau A. Le volume élémentaire représentatif est une structure de type guipex avec 10 fils longitudinaux, 10 fils transverses sur 9 couches. Pour des raisons de confidentialité, la séquence exacte de tissage ne sera pas décrite, néanmoins la cellule représentative est semblable à celle indiquée par la figure 3.9a. L’épaisseur est fixée à 3.6mm. D’après les observations micrographiques effectuées sur des échantillons du matériau, le taux de macro-porosité oscille entre 8% et 10% et l’épaisseur du seal-coat varie entre 80 et 100 $\mu$ m. Les propriétés des fils sont obtenues à partir de calculs effectués à l’échelle microscopique (cf Section 3.1.1). La principale incertitude concerne la valeur du module d’Young de la matrice. En effet, comme nous l’avons

précisé au chapitre 1, la matrice est une matrice multi-procédée élaborée en combinant les procédés voie liquide et voie gazeuse. Or la matrice voie gazeuse est plus rigide ( $\approx 410\text{GPa}$ ) que la matrice voie liquide ( $\leq 150\text{GPa}$ ). Il est probable que la valeur du module de la matrice est comprise entre 250 et 350 GPa. Les valeurs de la porosité et de l'épaisseur de seal-coat sont fixées à 9% et  $90\mu\text{m}$ . L'influence du module de la matrice sur le coefficient de la matrice de rigidité  $C_{11}^{num}$  est étudiée (Figure 3.11). Il est à noter que lorsque l'on fait varier le module de la matrice dans le modèle mésoscopique, il est préalablement nécessaire de recalculer les propriétés effectives du fil à l'échelle microscopique.

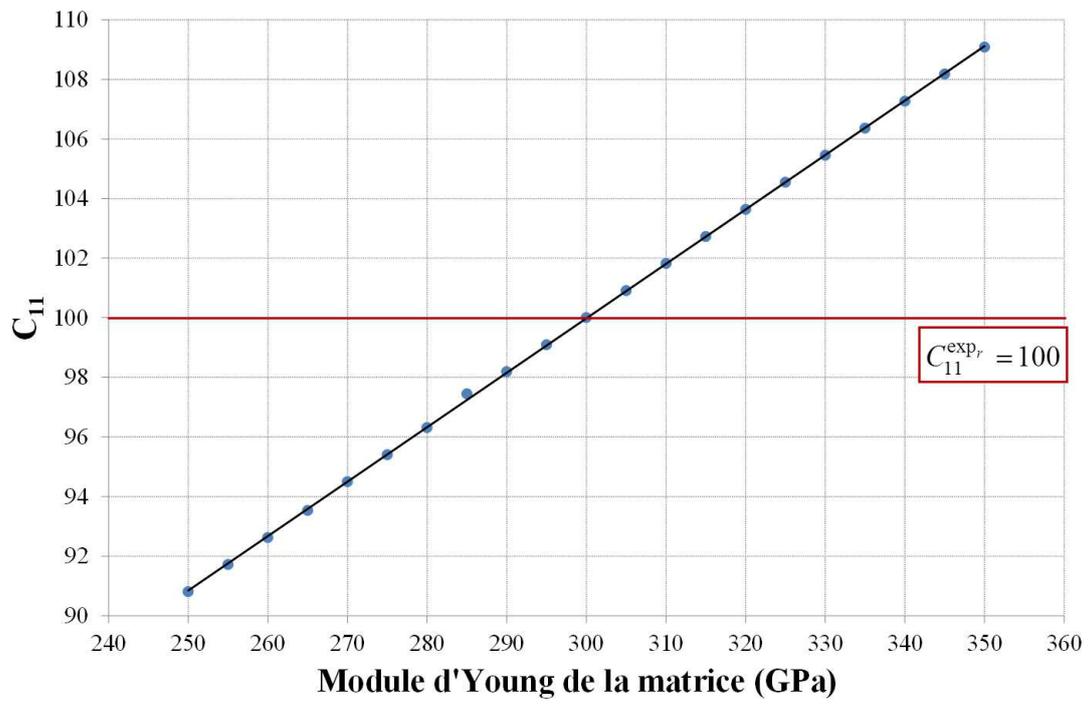


FIGURE 3.11 – Influence du module d'Young de la matrice sur la valeur du module  $C_{11}$  du composite. La valeur de  $C_{11}$  est normée par la valeur déterminée expérimentalement à partir des essais de traction du matériau A.

La figure 3.11 montre qu'il existe une bonne corrélation entre les données expérimentales et le modèle de référence pour une valeur de module d'Young de la matrice de 300GPa. Ce qui correspondrait, en utilisant une simple loi des mélanges, à une fraction volumique de matrice voie liquide de 42% contre 58% de matrice voie gazeuse. D'après les observations micrographiques qui ont pu être menées sur ce matériau, ces valeurs sont tout à fait plausibles.

Pour une valeur de module d'Young de la matrice fixée à 300GPa, l'influence de l'infiltration de la matrice ainsi que l'épaisseur du seal-coat sur les propriétés mécaniques du composite ont également été analysées (Figures 3.12 et 3.13).

Compte tenu des incertitudes sur les valeurs de la porosité et de l'épaisseur de seal-coat, il en résulte une incertitude de 3.3 sur la valeur de  $C_{11}^{num}$  ( $C_{11}^{num} = 100 \pm 3.3$ ). Notons qu'il existe une très bonne corrélation entre les données expérimentales et les données numériques.

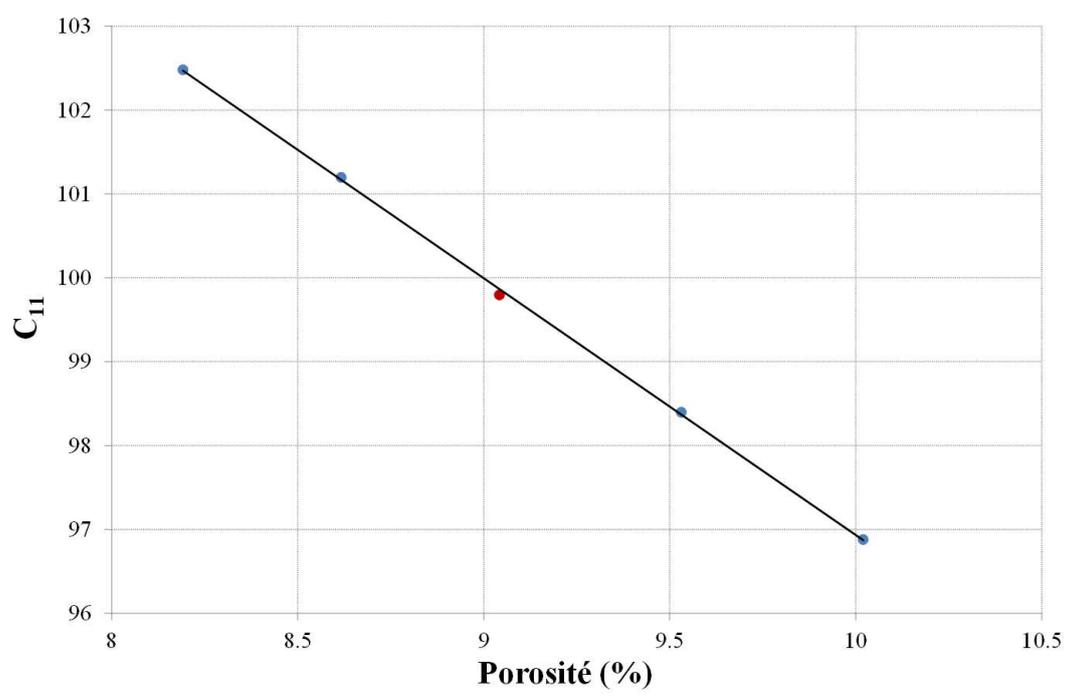


FIGURE 3.12 – Influence de l'infiltration de la matrice sur la valeur de rigidité  $C_{11}$  du composite. La valeur du  $C_{11}$  est normée par la valeur déterminée expérimentalement à partir des essais de traction du matériau A.

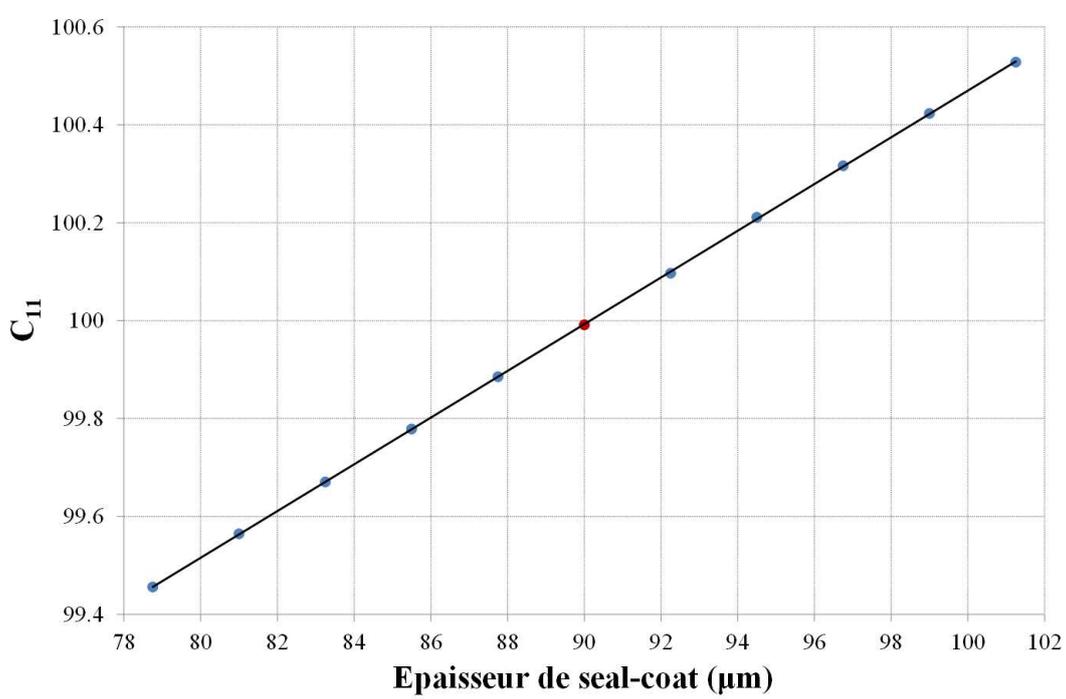


FIGURE 3.13 – Influence de l'épaisseur de seal-coat sur la valeur de rigidité  $C_{11}$  du composite. La valeur du  $C_{11}$  est normée par la valeur déterminée expérimentalement à partir des essais de traction du matériau A.

### 3.3.3 Limite de l'homogénéisation classique

Une approche multi-échelle permet de prendre en compte l'hétérogénéité du matériau, par le biais de calculs à l'échelle mésoscopique. Le passage de l'échelle mésoscopique à l'échelle macroscopique utilise des méthodes d'homogénéisation (cf. Section 3.1). Cette technique est efficace à condition qu'il existe un volume élémentaire représentatif (VER) clairement identifié.

Le choix de la taille du VER est conditionné par trois paramètres [Kouznetsova 02] :

- $d$  : la taille caractéristique des hétérogénéités,
- $L$  : la dimension caractéristiques de la structure,
- $\ell$  : la dimension du VER.

Le rapport  $\frac{\ell}{d}$  doit être suffisamment grand pour permettre un échantillonnage significatif des champs microscopiques. Aussi un rapport  $\frac{\ell}{d}$  insuffisant entraîne une forte fluctuation du comportement global d'une particule macroscopique à l'autre, dû à sa dépendance vis à vis de ses constituants. Ce phénomène s'atténue lorsque  $\frac{\ell}{d}$  augmente. Il est aussi nécessaire que l'on puisse traiter la structure comme un milieu continu et y déterminer les champs continus (ou continus par morceau). Cette condition est classiquement dénotée de la façon suivante :

$$d \ll \ell \ll L. \quad (3.14)$$

Considérons par exemple une cellule très simple constituée d'un fil de trame, de deux fils de chaîne et densifiée par de la matrice (Figure 3.14a). Les propriétés effectives  $C_{ij}^{micro}$  sont calculées en utilisant la procédure décrite en 3.3.1 et utilisées pour définir une poutre homogène équivalente (Figure 3.14b). Les rigidités en flexion  $M_{31}^{homogène}$  et  $M_{31}^{micro}$  sont ensuite comparées pour plusieurs cellules représentant plusieurs fois le VER (Figure 3.15).

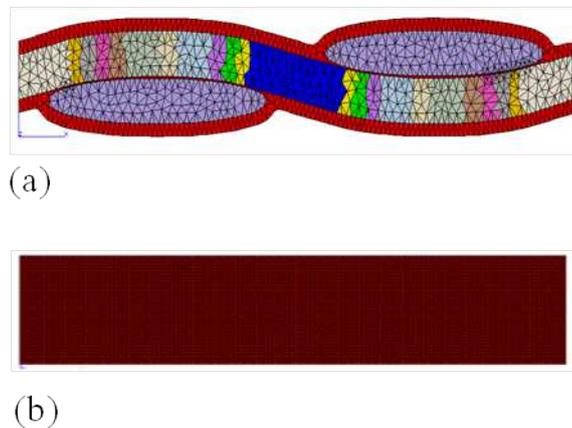


FIGURE 3.14 – (a) maillage d'un volume élémentaire représentatif (VER) (b) modèle homogène équivalent.

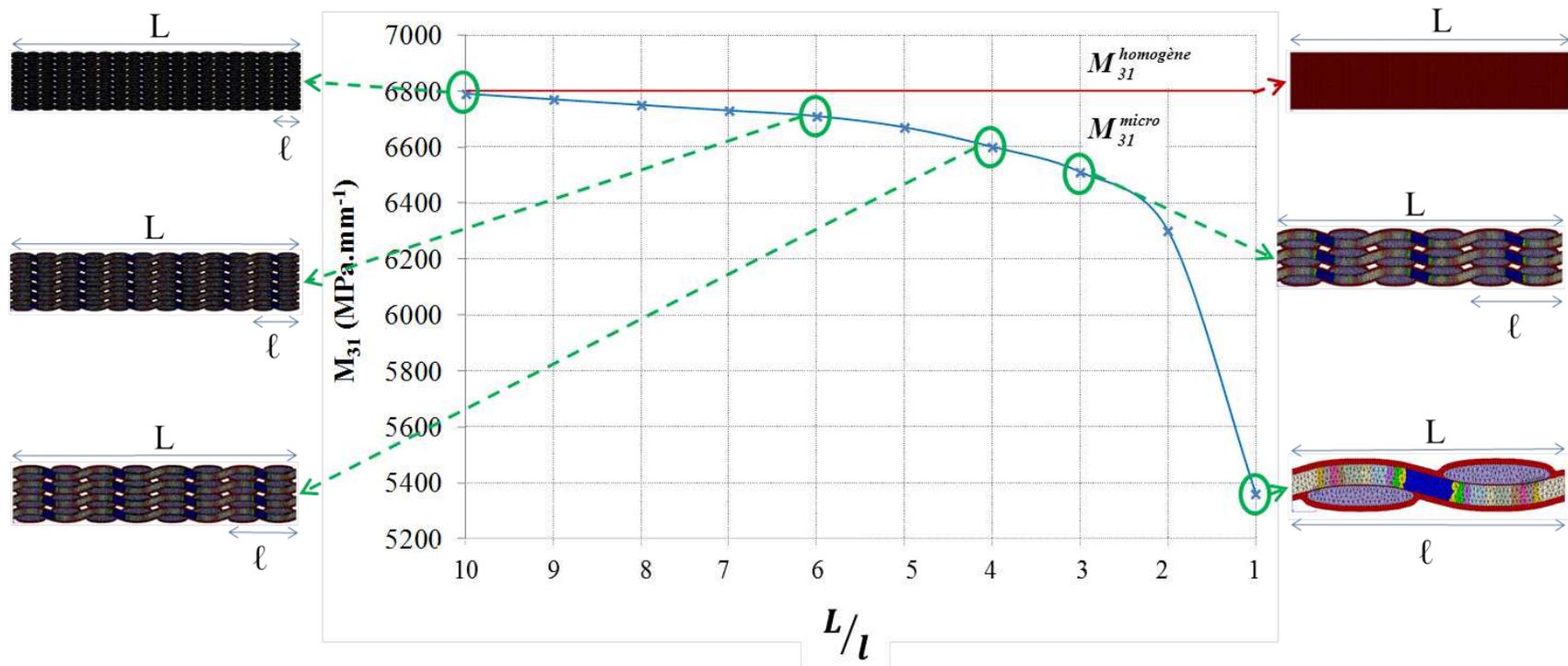


FIGURE 3.15 – Evolution de la rigidité en flexion  $M_{31}$  en fonction du rapport  $\frac{L}{\ell}$  pour différentes cellules.

La Figure 3.15 montre que le module de flexion d'une structure CMC ne satisfaisant pas la condition  $\frac{\ell}{L} \ll 1$  ne peut-être obtenu par homogénéisation [Geers 01]. Pour la cellule élémentaire la plus simple (Figure 3.9a) l'écart  $\frac{M_{31}^{micro} - M_{31}^{homo}}{M_{31}^{micro}}$  atteint 13%.

Les calculs indiquent que ce phénomène d'interférence d'échelle s'accroît lorsque le matériau possède une variation d'épaisseur (Figure 3.16). Dans ce cas, l'erreur sur le comportement en flexion avoisine 20%. Dans le but de confirmer ce phénomène et par la même occasion de valider le modèle de référence, des essais de flexion sur des éprouvettes technologiques possédant des variations d'épaisseurs ont été effectués. L'exploitation de ces essais fait l'objet de la partie suivante.

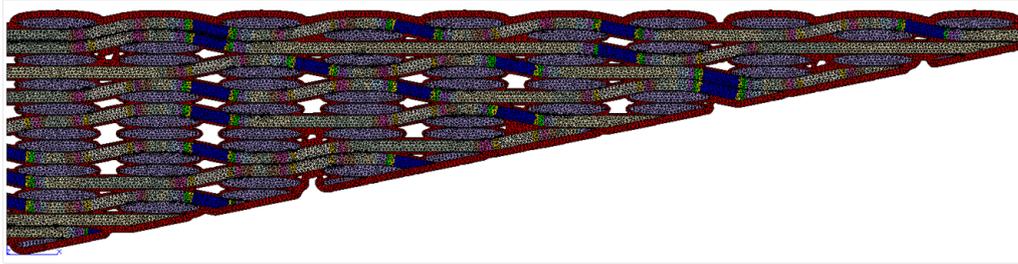


FIGURE 3.16 – Maillage d'éléments finis d'une cellule possédant une variation d'épaisseur.

### 3.4 Validation du modèle sur une éprouvette technologique

Les parties précédentes ont permis de mettre en place un outil de génération de maillages représentatifs des microstructures étudiées et de valider ce modèle de référence pour une sollicitation en traction élastique. On se propose maintenant de mettre en œuvre le modèle lors de la simulation d'un essai technologique sur des pièces génériques possédant une variation d'épaisseur afin d'évaluer les capacités prédictives du modèle.

#### 3.4.1 Procédure expérimentale

##### L'éprouvette technologique

Le matériau utilisé dans cet essai est identique à celui présenté dans le chapitre 2. L'éprouvette a été obtenue par usinage avec une variation d'épaisseur de 3mm du bord le plus épais jusqu'à 0.5mm au bord le plus fin (Figure 3.17), puis re-densifiée afin d'obtenir une couche de seal-coat en surface du matériau. Les éprouvettes ont la forme d'un triangle isocèle de 50mm de large.

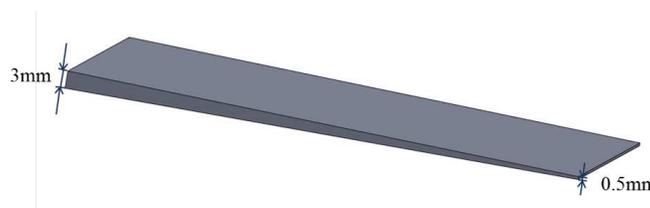


FIGURE 3.17 – Schéma des éprouvettes avec variation d'épaisseur.

### L'essai de flexion

L'essai consiste à appliquer un effort normal à l'éprouvette préalablement encastrée sur le bâti du montage (5mm d'encastrement), dans le but de solliciter le matériau en flexion (Figure 3.18). L'indenteur est placé à 10mm du bord de fuite de l'éprouvette, l'instrumentation de l'essai comprend successivement : six jauges de déformation unidirectionnelles positionnées sur l'éprouvette (quatre en zone de traction et deux situées en zone de compression suivant le sens des fils de chaînes), un capteur d'émission acoustique (relié à la chaîne d'acquisition MISTRAS) positionné directement sur l'éprouvette, un capteur de déplacement placé sous l'indenteur afin de mesurer avec précision la flèche.

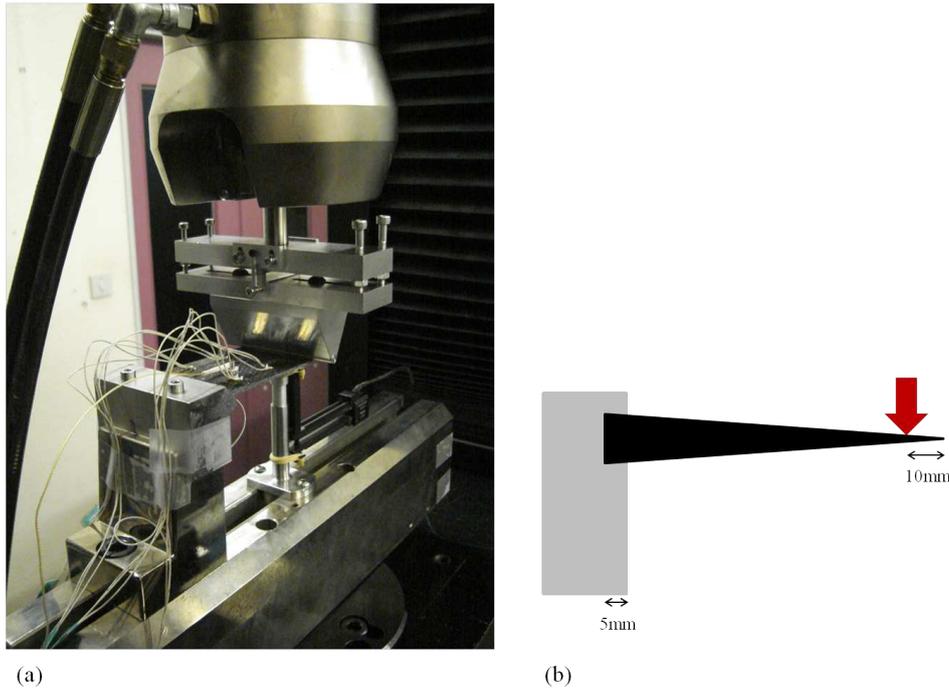


FIGURE 3.18 – Essai de flexion sur éprouvette à variation d'épaisseur : (a) Vue d'ensemble, (b) Schéma du montage.

### 3.4.2 Résultats expérimentaux

Deux essais de flexion ont été réalisés sur des éprouvettes à variations d'épaisseur. La figure 3.19 décrit la réponse globale du matériau en terme de Force/flèche et Emission Acoustique/Flèche. La courbe de comportement possède comme lors des essais de flexion 4 points, un domaine linéaire relativement restreint suivi d'une phase d'endommagement du matériau correspondant à la prolifération de fissures dans la matrice mise en exergue par l'émission acoustique. Dans la partie linéaire de la courbe de comportement, les six jauges positionnées à différentes positions sur l'éprouvette donnent la même information (Figure 3.20). Comme nous l'avons vu au chapitre 2, le comportement en traction et en compression est donc identique dans la partie élastique linéaire. Les jauges situées dans la zone en traction ont enregistré des déformations résiduelles équivalentes à celles trouvées lors d'un essai de traction cyclée (Figure 2 du chapitre 2 et annexe confidentielle). Le tableau 3.3 récapitule les principales informations issues de l'essai de flexion pour les deux éprouvettes testées.

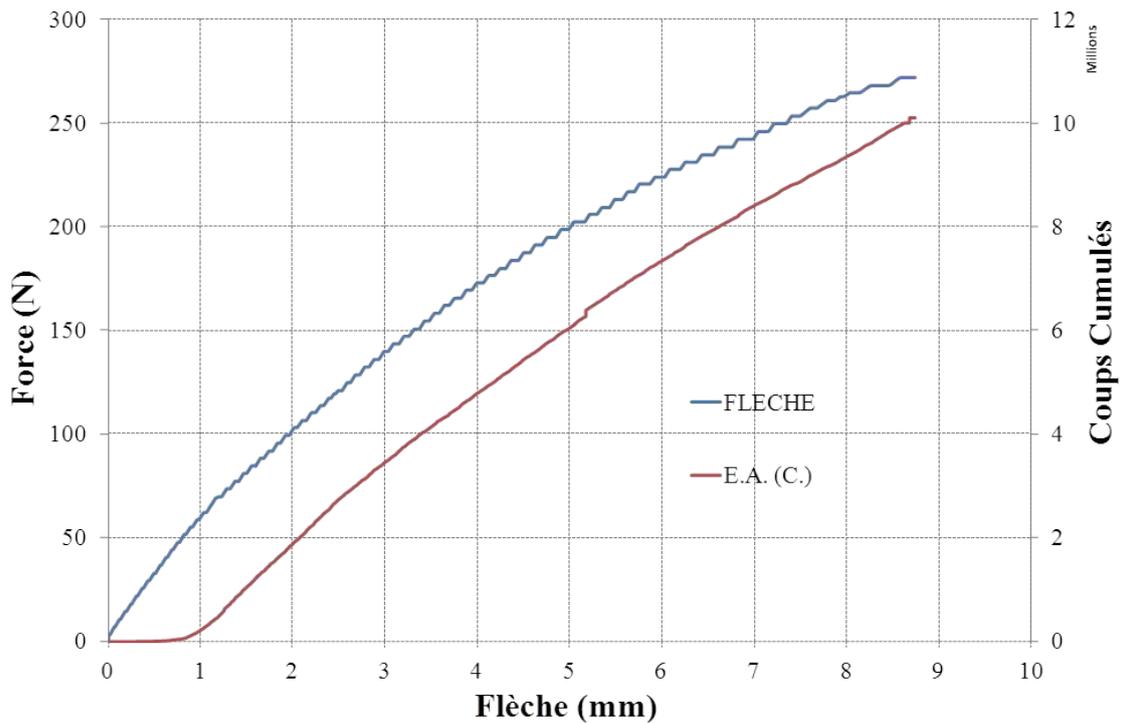


FIGURE 3.19 – Courbes de comportement force-flèche et émission acoustique-flèche d'un essai de flexion simple pour l'éprouvette à variation d'épaisseur (2040-1).

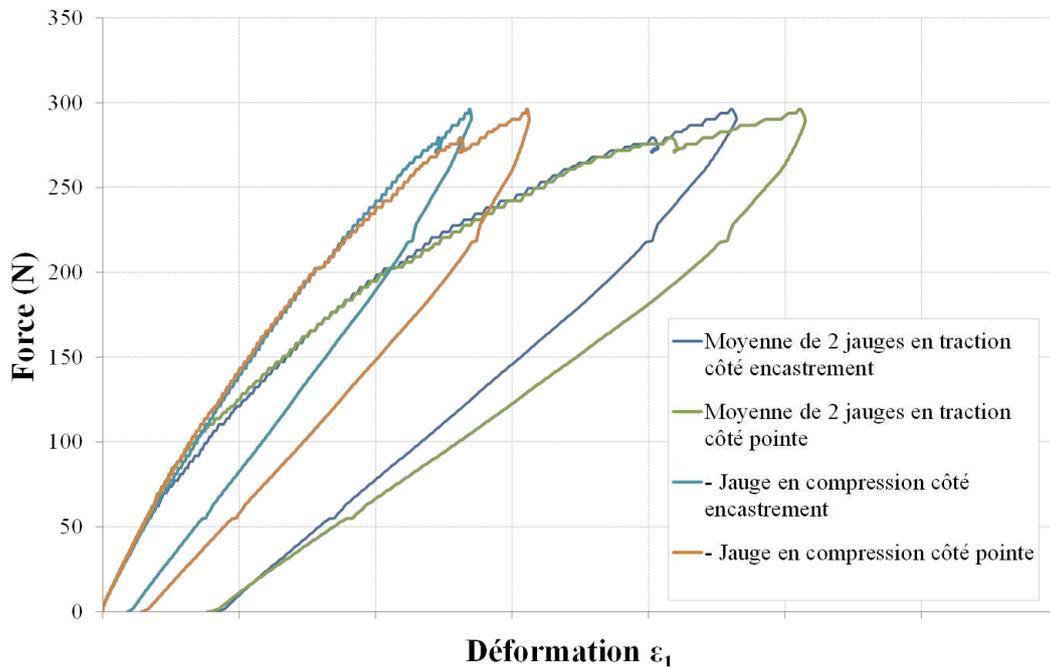


FIGURE 3.20 – Courbes de comportement force-déformation pour un essai de flexion simple sur éprouvette à variation d'épaisseur (2040-1), déformations enregistrées par les jauges.

<b>Force-Flèche</b>	2040-1	2040-2
– Module initial $\frac{F}{flèche}$ (N.mm <sup>-1</sup> )	66.5	61.4
<b>Emission acoustique</b>		
– Force équivalente au premier évènement acoustique (N).	21	13
– Force équivalente au premier évènement acoustique important (N) (cf. Chapitre 2).	46	52
– Force élastique déterminée par la méthode AE onset (cf. paragraphe 2.1.2).	55	57
<b>Jauges de déformations longitudinales</b>		
– Module initial de la jauge positionnée zone en traction côté encastrement 10 <sup>2</sup> N.	1555	1698
– Module initial de la jauge positionnée zone en traction côté bord de fuite 10 <sup>2</sup> N.	1561	1714
– Module initial de la jauge positionnée zone en compression côté encastrement 10 <sup>2</sup> N.	1671	1631
– Module initial de la jauge positionnée zone en compression côté bord de fuite 10 <sup>2</sup> N.	1640	1598

TABLEAU 3.3 – Résultat des essais de flexion simple sur éprouvettes à variation d'épaisseur.

Le but de la partie suivante est de valider le modèle de référence mis en place dans ce chapitre en simulant cet essai de flexion et en comparant les résultats en terme de réponse élastique. La limite des modèles homogènes classiques sera également abordée.

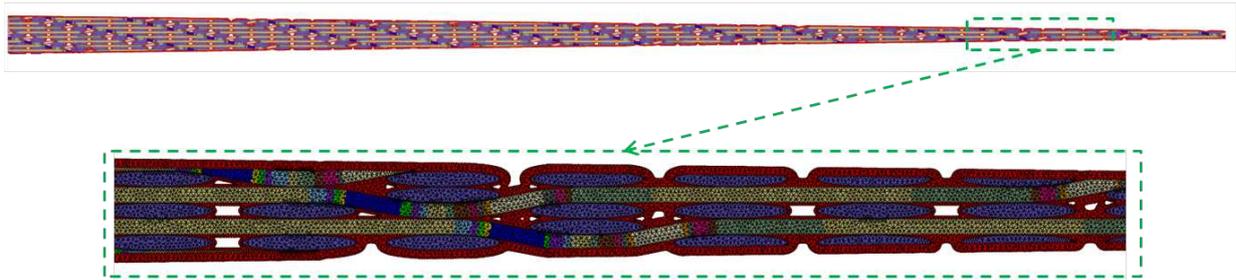
### 3.4.3 Résultats de la simulation numérique

Deux modèles différents sont utilisés dans cette simulation :

- le modèle de référence (échelle mésoscopique) : à partir des outils de génération de maillage 2D développés au cours de cette thèse, un maillage représentatif de l'éprouvette à variation d'épaisseur a été réalisé (Figure 3.21) ;
- le modèle homogène : une poutre homogène équivalente avec un comportement linéaire élastique, les propriétés élastiques sont déduites du calcul des propriétés effectives du modèle de référence (cf. paragraphe 3.3.1) ; puis le modèle d'endommagement SMDOC identifié à partir des essais de traction sur éprouvette sans variation d'épaisseur (cf. Chapitre 2).

Pour les deux modèles, les nœuds situés à 5mm du bord le plus épais seront considérés comme encastres. Un déplacement vertical est imposé au nœud situé à 10mm du bord de fuite. La réponse globale multipliée par la largeur de l'éprouvette (calcul 2D), est alors calculée puis comparée à la réponse linéaire élastique expérimentale (Tableau 3.4). Le modèle

Nombre de degrés de liberté : 276774



(a)

Nombre de degrés de liberté : 6574



(b)

FIGURE 3.21 – Maillage de cellules représentatives de l'éprouvette générique : (a) modèle de référence à l'échelle mésoscopique, (b) modèle HPZ à l'échelle macroscopique.

de référence reproduit bien en terme de réponse linéaire élastique le comportement du matériau lors de l'essai de flexion. Le modèle homogène (échelle macroscopique) induit une erreur d'environ 29% avec le modèle de référence et les données expérimentales. Le modèle d'endommagement SMDOC identifié à partir des essais de traction est également mis à défaut. Le module initial est inférieur d'environ 30% au module expérimental, néanmoins la cinétique d'endommagement est relativement bien décrite (Figure 3.22).

	$\frac{F}{\text{flèche}}$ (N.mm <sup>-1</sup> )	erreur relative
Expérimentale	66.5	-
Modèle de référence	63.62	4.3%
Modèle homogène linéaire	46.95	29.4%
Modèle homogène SMDOC	45.98	30.1%

TABLEAU 3.4 – Confrontation des données expérimentales et résultats de simulation.

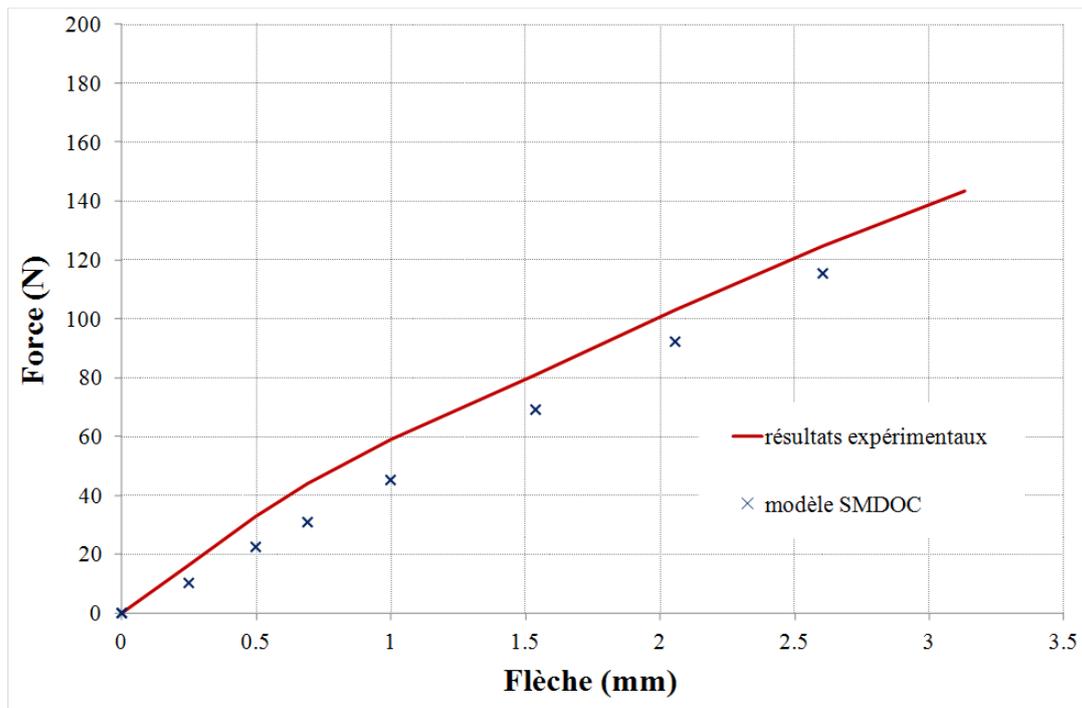


FIGURE 3.22 – Comparaison entre la simulation de l’essai de flexion avec le modèle d’endommagement SMDOC et la réponse expérimentale.

### 3.5 Conclusion

Un outil de génération de maillage complexe prenant en compte la texture, le gradient d’infiltration de la matrice, la porosité ainsi que l’usinage a été développé. De plus, une simulation d’un essai de flexion sur éprouvette à variation d’épaisseur a permis de valider le modèle de référence développé à l’échelle mésoscopique mais également de montrer les limites des modèles homogènes.

Comme nous l’avons vu précédemment, les schémas classiques d’homogénéisation se sont avérés inappropriés pour notre étude. Pour remédier à ces problèmes, une technique d’homogénéisation simple et efficace a été mise au point afin de prédire de façon plus précise les propriétés mécaniques effectives des CMC. Le développement de ce modèle fait l’objet du prochain chapitre.



# Chapitre 4

## Modélisation du comportement élastique des CMC à l'échelle macroscopique

---

L'objet de ce chapitre est la mise en place d'une technique d'homogénéisation permettant de faire le lien entre un modèle mésoscopique à l'échelle du fil et un modèle macroscopique à l'échelle de la structure. Cette technique repose sur la discrétisation du domaine d'homogénéisation, elle se veut simple et efficace d'utilisation dans un calcul de structure. Dans un premier temps, le modèle HPZ (Homogénéisation Par Zone) est présenté, puis une stratégie d'implémentation de ce modèle dans un calcul de structure est proposée. Le modèle HPZ est ensuite utilisé dans différentes situations, dont la simulation d'un essai de flexion sur éprouvette à variation d'épaisseur.

---

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Présentation du modèle HPZ</b>	<b>96</b>
4.1.1	Principe de la méthode	96
4.1.2	Etude de la discrétisation du domaine d'homogénéisation	98
<b>4.2</b>	<b>Vers une stratégie d'implémentation de HPZ dans un code de calcul de structure</b>	<b>104</b>
4.2.1	Distribution aléatoires des propriétés locales	104
4.2.2	Algorithme d'implémentation de HPZ-aléa	105
<b>4.3</b>	<b>Applications du modèle HPZ</b>	<b>108</b>
4.3.1	Simulation de l'essai de flexion sur éprouvette à variation d'épaisseur : propriétés élastiques	108
4.3.2	HPZ et l'analyse modale	109
4.3.3	Couplage de HPZ avec un modèle macro d'endommagement (SMDOC)	111
<b>4.4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>112</b>

---

## 4.1 Présentation du modèle HPZ

### 4.1.1 Principe de la méthode

Dans un calcul d'homogénéisation classique, le chargement macroscopique est considéré comme uniforme dans le VER du matériau. Cette contrainte est difficile à respecter lorsque le VER possède une trop grande taille par rapport à celle de la structure. L'idée principale de la méthode d'homogénéisation par zone est de partitionner la structure en zones régulières dans lesquelles le chargement pourra être considéré comme uniforme afin de calculer par homogénéisation les propriétés effectives locales de chaque zone partitionnée. Dans un premier temps, les champs de contraintes issus de la simulation des trois essais élémentaires de traction sont estimés (Figure 4.1). Pour réaliser ces simulations, des conditions aux limites homogènes sont imposées sur le contour (cf. Chapitre 3 paragraphe 3.3.1).

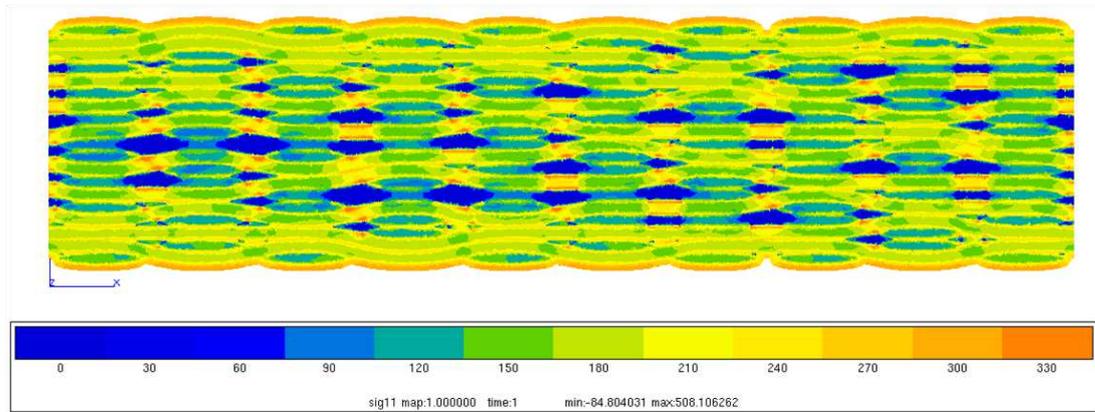


FIGURE 4.1 – Champ de contraintes (GPa) longitudinales du modèle de référence soumis à une déformation unitaire longitudinale.

Une grille de dimension  $(n_x, n_y)$  est superposée sur le modèle de référence (Figure 4.2). Soit  $(x, y)$  les coordonnées de la grille, les propriétés effectives locales  $C_{ij}(x, y)$  sont calculées dans chaque zone  $\Omega(x, y)$  du domaine  $\Omega$  partitionné :

$$C_{ij}(x, y) = \frac{1}{V(x, y)} \int_{\Omega(x, y)} \sigma_{ij} d\Omega(x, y),$$

avec  $V(x, y)$ , le volume correspondant au domaine  $\Omega(x, y)$ .

Les propriétés effectives  $C_{ij}$  du modèle complet sont donc égales à la moyenne arithmétique des propriétés locales pondérée par le volume de chaque sous-cellule :

$$C_{ij} = \frac{\sum_{x=1}^{n_x} \sum_{y=1}^{n_y} V(x, y) C_{ij}(x, y)}{\sum_{x=1}^{n_x} \sum_{y=1}^{n_y} V(x, y)} = \frac{1}{V} \sum_{x=1}^{n_x} \sum_{y=1}^{n_y} \frac{V(x, y)}{V(x, y)} \int_{\Omega(x, y)} \sigma_{ij} d\Omega(x, y) = \frac{1}{V} \int_{\Omega} \sigma_{ij} d\Omega,$$

$$\text{avec } \begin{cases} V = \sum_{x=1}^{n_x} \sum_{y=1}^{n_y} V(x, y) \\ \Omega = \sum_{x=1}^{n_x} \sum_{y=1}^{n_y} \Omega(x, y) \\ \cap_{x, y} \Omega(x, y) = \emptyset \end{cases}$$

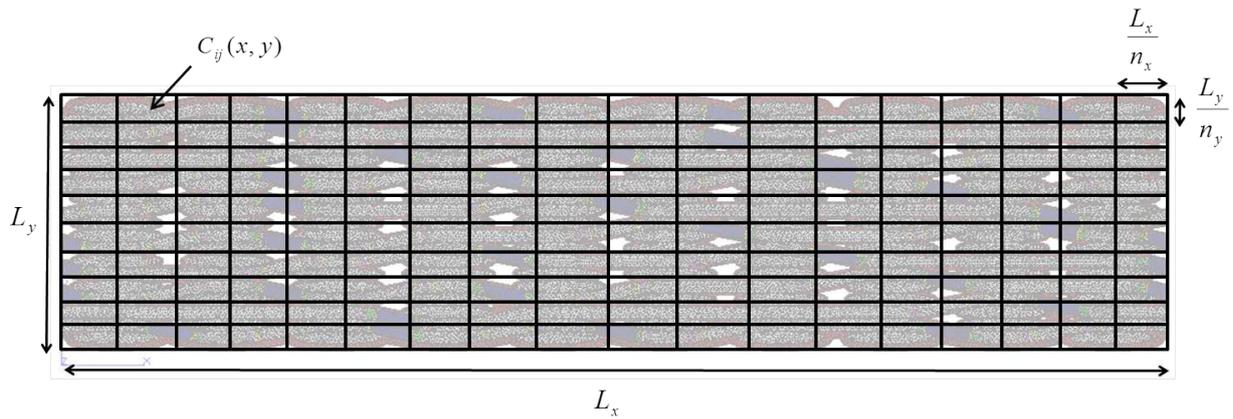


FIGURE 4.2 – Principe de la technique d'homogénéisation par zone (HPZ).

Cette méthode permet donc d'obtenir les propriétés effectives de chaque zone (Figure 4.3). La visualisation du champ de contrainte du modèle HPZ laisse apparaître des informations du modèle de référence. En effet, les contraintes les plus élevées se situent en surface du matériau et correspondent à la couche de seal-coat tandis que les contraintes les plus faibles coïncident avec les zones de porosité du matériau.

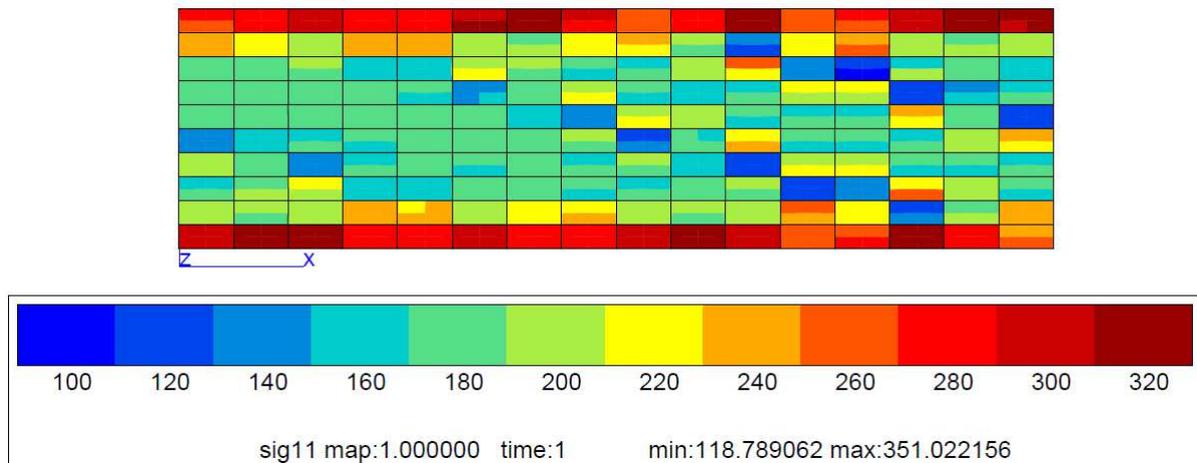


FIGURE 4.3 – Champ de contraintes (GPa) longitudinales fourni par le modèle HPZ, avec une configuration ( $n_x = 16, n_y = 16$ ), soumis à une déformation unitaire longitudinale.

La méthode d'homogénéisation par zone proposée consiste donc à remplacer une représentation fine à l'échelle mésoscopique par une représentation plus simple sous la forme d'un assemblage de sous-cellules.

### 4.1.2 Etude de la discrétisation du domaine d'homogénéisation

L'objectif des deux parties qui suivent est tout d'abord d'étudier l'influence de la discrétisation du domaine d'homogénéisation pour des cellules élémentaires représentatives de matériaux à épaisseur constante, puis d'étudier l'influence de cette discrétisation pour des cellules présentant des variations d'épaisseurs.

#### Cellules élémentaires représentatives à épaisseur constante

L'étude utilise des cellules d'épaisseurs différentes, en simulant des usinages et des ré-infiltration (cf. Chapitre 3). Pour la suite, seule l'étude concernant la cellule de 3.6mm d'épaisseur (équivalent au matériau A, Figure 4.4) sera présentée car les résultats sont semblables d'une cellule à l'autre. Les valeurs des rigidités obtenues par homogénéisation des cellules issues du modèle HPZ sont donc comparées aux valeurs de référence fournies par homogénéisation de la cellule complète (à l'échelle mésoscopique).

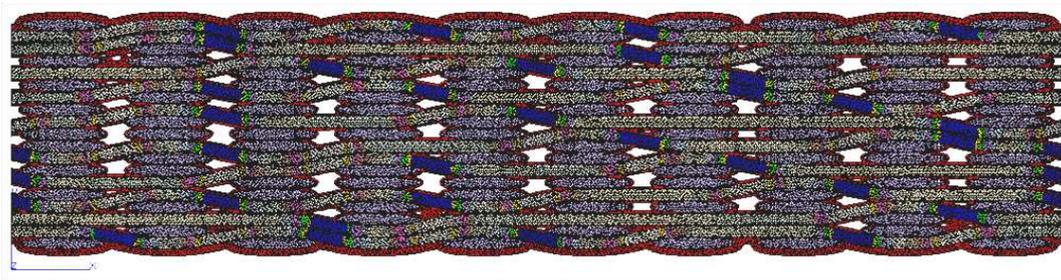


FIGURE 4.4 – Cellule élémentaire représentative du matériau A de 3.6mm d'épaisseur.

La discrétisation itérative du domaine d'homogénéisation a été automatisée dans la chaîne de calcul afin d'être facilement et rapidement recalculée pour tout type de cellule de référence. Pour des cellules à épaisseur constante, la discrétisation suivant la longueur ( $n_x$ ) n'influe pas sur les propriétés mécaniques du modèle HPZ (erreur inférieure à 0.2%, Figure 4.5). Le problème se situe au niveau du comportement en flexion où l'erreur sur le calcul de  $M_{31}$  est de l'ordre de 7% (Figure 4.6) et pouvant aller jusqu'à 15% pour des cellules de 2mm d'épaisseur.

La figure 4.7 montre que la discrétisation suivant l'épaisseur n'a que peu d'influence sur les propriétés de la matrice de rigidité. La Figure 4.8 présente l'évolution de l'erreur sur le calcul de  $M_{31}$  en fonction de la discrétisation suivant l'épaisseur du domaine d'homogénéisation. Suivant le niveau de précision souhaitée, un nombre minimum d'éléments dans l'épaisseur doit être choisi. Par exemple, pour obtenir une erreur inférieure à 3%, sur les propriétés en flexion des cellules étudiées, il faut introduire au moins 8 éléments dans l'épaisseur. Cette méthode permet d'effectuer des calculs sur des maillages possédant un faible nombre d'éléments (48 à 60) sans perdre d'informations par rapport à un maillage de la microstructure possédant plusieurs milliers d'éléments. Des règles de discrétisation du domaine d'homogénéisation peuvent être établies en fonction de l'épaisseur de la cellule étudiée. Pour des cellules à épaisseur constante possédant une couche de seal-coat en surface,  $n_x$  peut-être

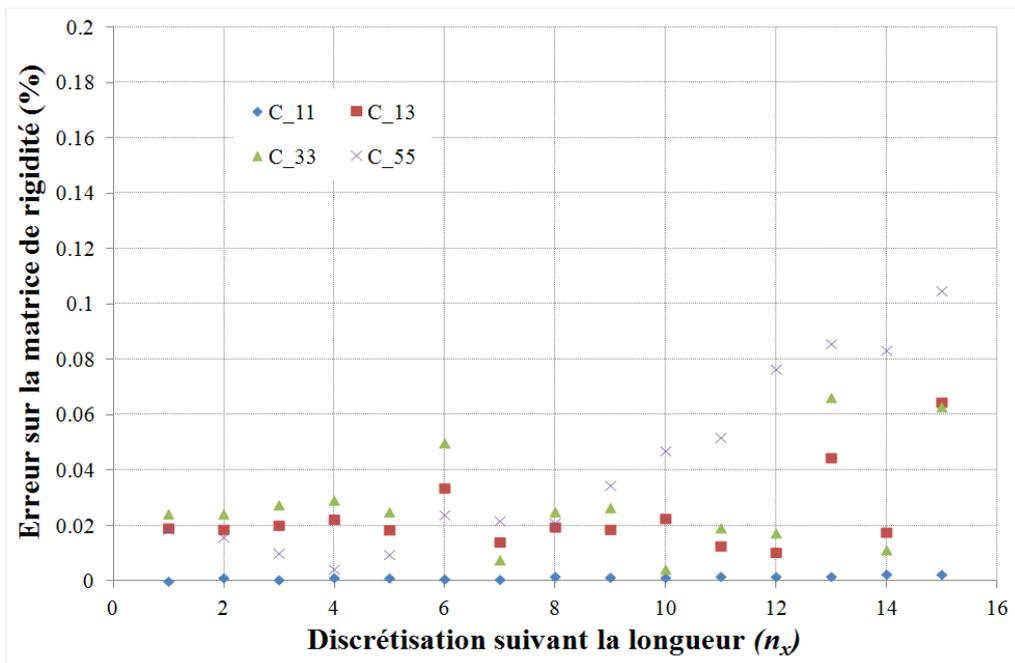


FIGURE 4.5 – Influence de  $n_x$  sur les propriétés de la matrice de rigidité pour la cellule de 3.6mm d'épaisseur et  $n_y$  fixé à 1.

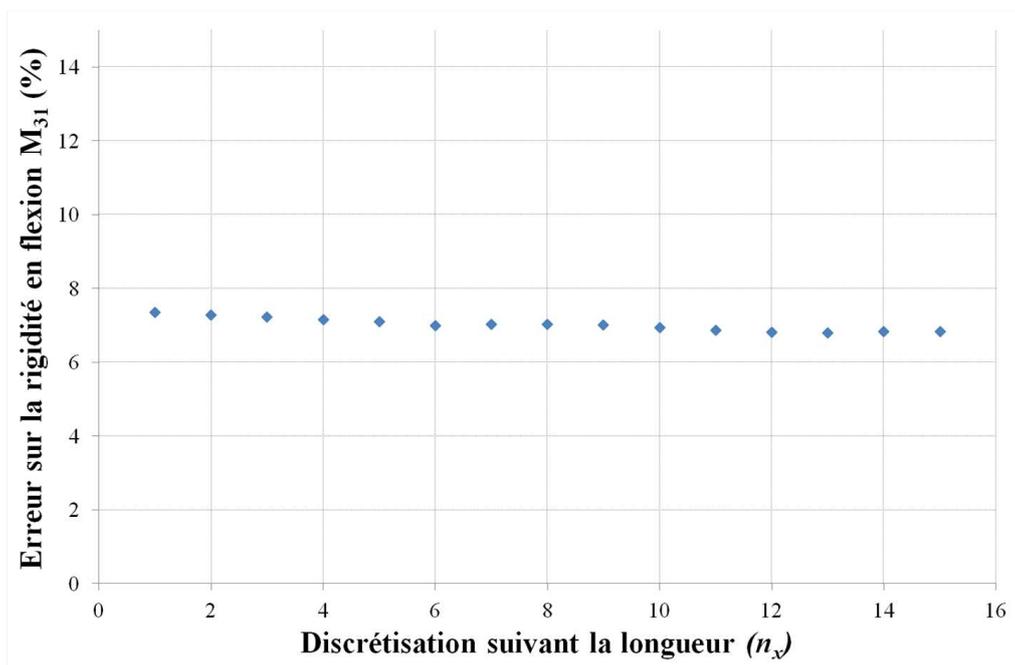


FIGURE 4.6 – Influence de  $n_x$  sur la rigidité en flexion  $M_{31}$  pour la cellule de 3.6mm d'épaisseur et  $n_y$  fixé à 1.

fixé arbitrairement à 8 alors que  $n_y$  va dépendre de l'épaisseur de cette dernière : il est nécessaire de fixer  $n_y$  au moins à 8 pour une cellule de 3.6mm d'épaisseur, 7 pour une cellule de 3mm d'épaisseur, 5 pour une cellule de 1.9mm d'épaisseur et 3 pour une cellule de 0.6mm d'épaisseur.

Dans la prochaine partie, la répartition des propriétés dans des cellules possédant des variations d'épaisseur sera étudiée. Nous verrons notamment que la discrétisation suivant la longueur de l'éprouvette ( $n_x$ ) jouera un rôle plus important que pour des cellules d'épaisseur constante.

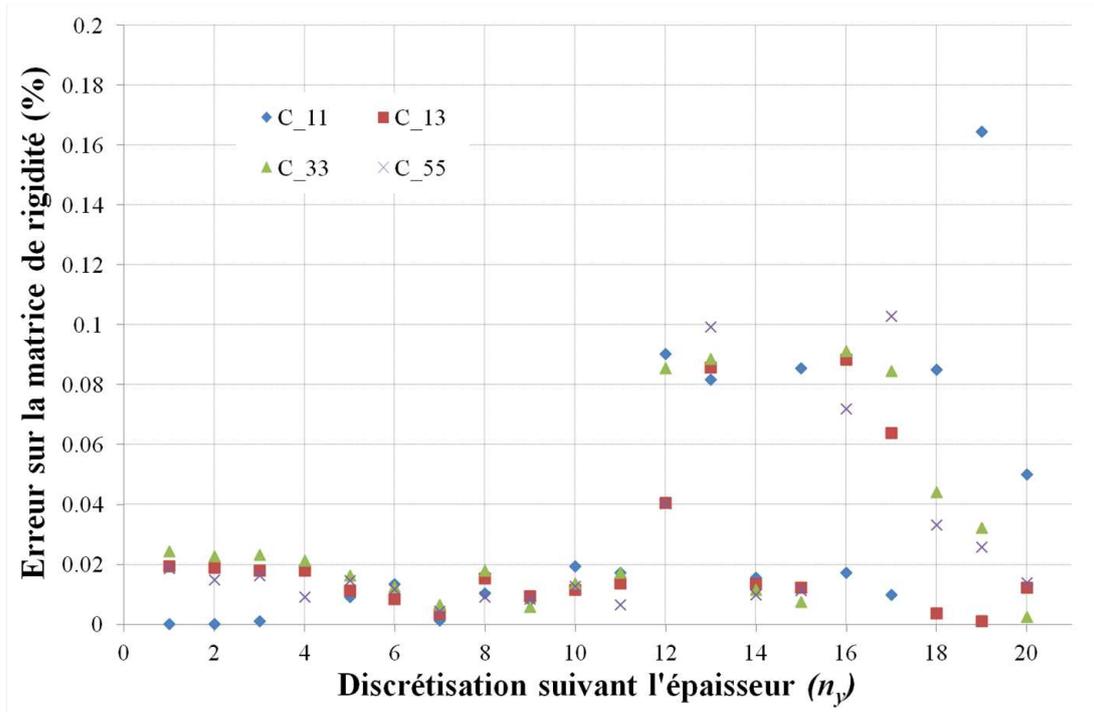


FIGURE 4.7 – Influence de  $n_y$  sur les propriétés de la matrice de rigidité pour la cellule de 3.6mm d'épaisseur et  $n_x$  fixé arbitrairement à 8.

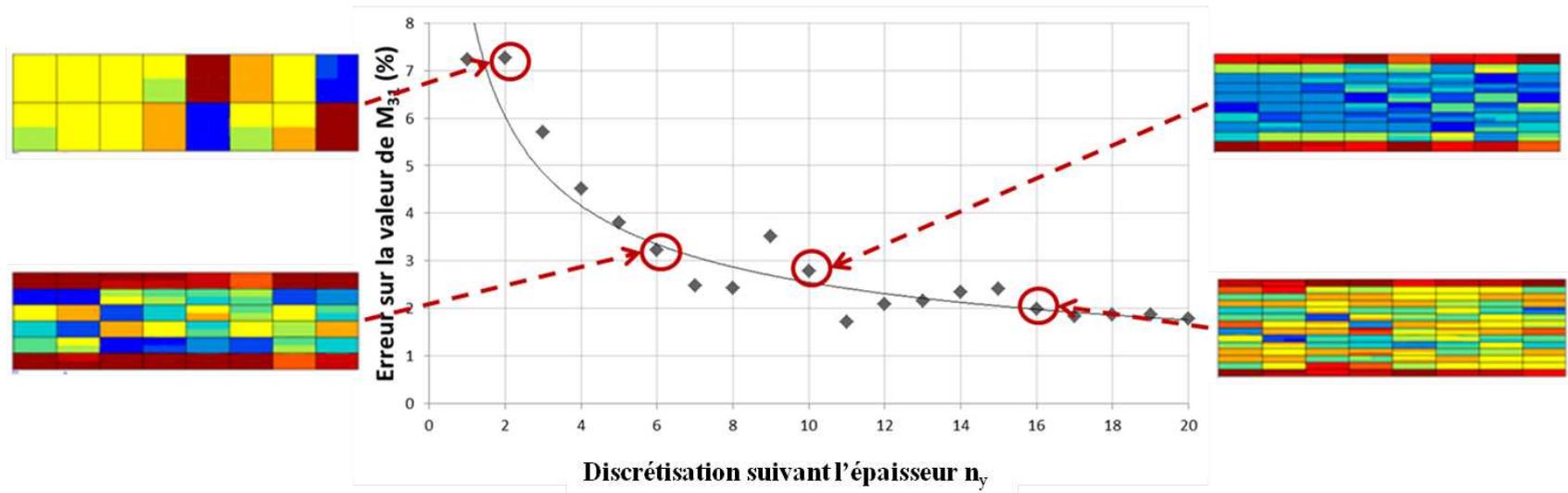


FIGURE 4.8 – Influence de  $n_y$  sur la rigidité en flexion  $M_{31}$  pour la cellule de 3.6mm d'épaisseur et  $n_x$  fixé à 8.

### Cellules élémentaires représentatives à épaisseur variable

Afin de mettre en évidence l'influence de la discrétisation  $n_x$  du domaine d'homogénéisation suivant la longueur de la cellule, 7 cellules ont été étudiées (Tableau 4.1). Ces cellules possèdent des variations d'épaisseur différentes dans le but de comparer leurs configurations optimales, c'est-à-dire la grille  $(n_x, n_y)$  pour laquelle l'erreur sur les rigidités  $C_{ij}$  et  $M_{31}$  est la plus faible.

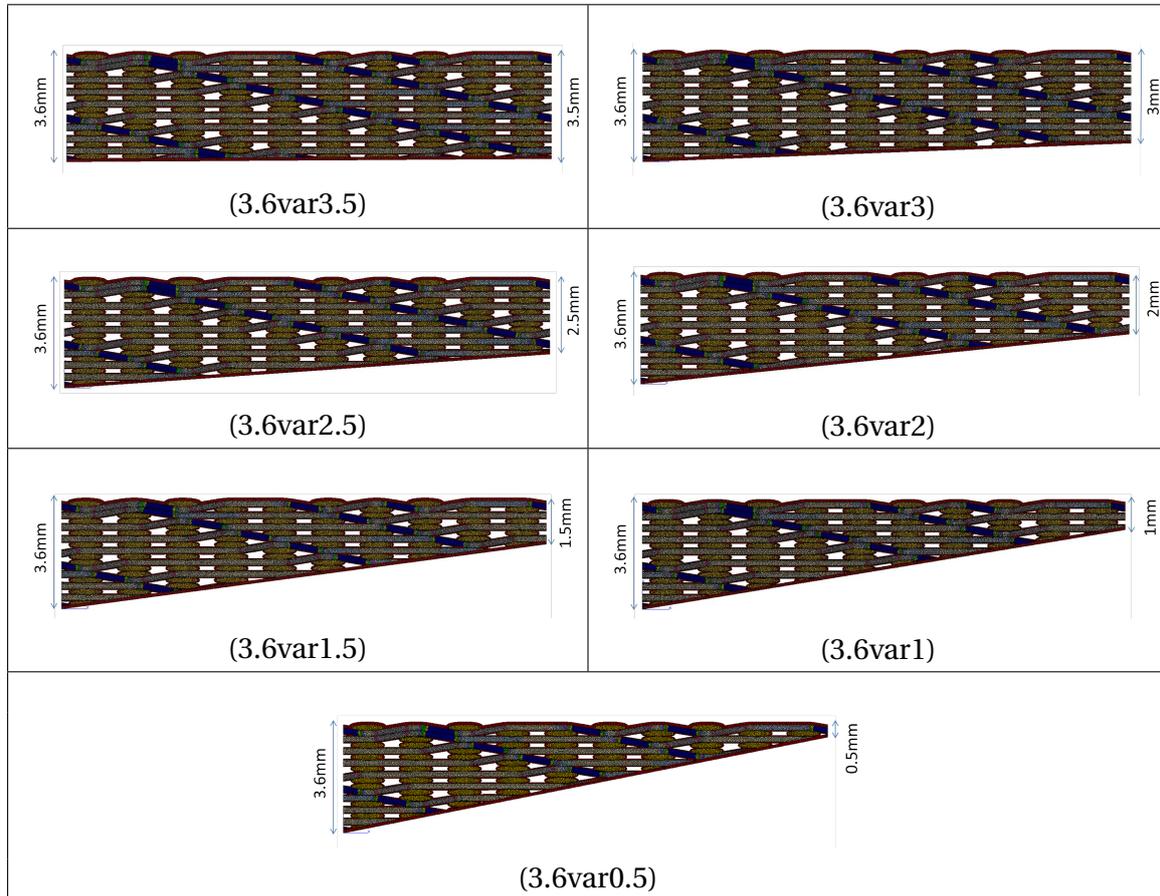
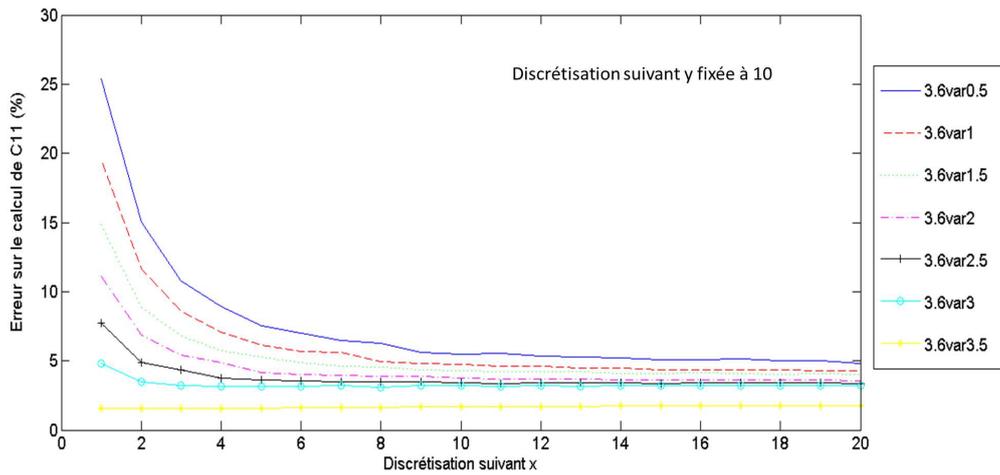
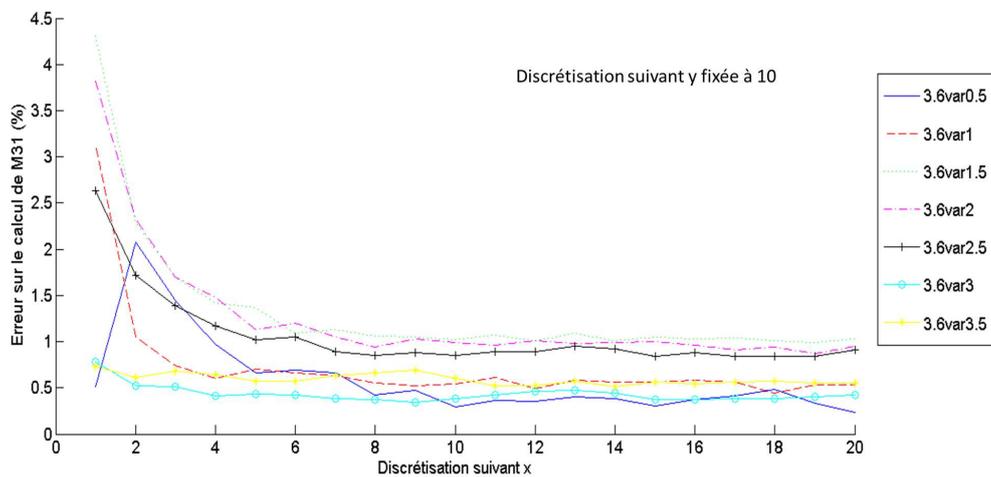


TABLEAU 4.1 – Maillages éléments finis de cellules possédant des variations d'épaisseur.

La Figure 4.9 illustre l'évolution de l'erreur relative  $\frac{|C_{11}^0 - C_{11}|}{C_{11}^0}$  en fonction de la discrétisation  $n_x$  pour un  $n_y$  fixé à 10.  $C_{11}^0$  (resp.  $C_{11}$ ) représente les propriétés effectives calculées sur la microstructure (resp. sur le modèle HPZ). La Figure 4.10 montre l'évolution de l'erreur relative  $\frac{|M_{ij}^0 - M_{ij}|}{M_{ij}^0}$  en fonction de  $n_x$ . Pour une cellule possédant une variation d'épaisseur, la perte d'information entre le modèle HPZ et le modèle basé sur la microstructure intervient principalement sur les coefficients de la matrice de rigidité  $C_{ij}$ . Pour  $n_y$  fixé,  $n_x$  n'a que peu d'influence sur le comportement en flexion ( $M_{31}$ ). En effet, l'erreur est inférieure à 5% et dès que l'on augmente  $n_x$  l'erreur diminue rapidement à 2%. Le tableau 4.2 récapitule les meilleures configurations  $(n_x, n_y)$  pour toutes les cellules étudiées.

FIGURE 4.9 – Influence de  $n_x$  sur le coefficient  $C_{11}$ .FIGURE 4.10 – Influence de  $n_x$  sur le coefficient  $M_{31}$ .

Nom de la cellule	Discrétisation $n_y$	Discrétisation $n_x$
3.6var3.5	10	1
3.6var3	10	2
3.6var2.5	10	4
3.6var2	10	5
3.6var1.5	10	7
3.6var1	10	8
3.6var0.5	10	10

TABLEAU 4.2 – Récapitulatifs des meilleures configurations de discrétisation du domaine d'homogénéisation.

## 4.2 Vers une stratégie d'implémentation de HPZ dans un code de calcul de structure

Des règles de discrétisation du domaine d'homogénéisation en fonction de la forme de la cellule étudiée ont été mises en place dans la partie précédente. Le principe de la méthode présentée est de réaliser des calculs sur une cellule à l'échelle mésoscopique puis de récupérer suivant une grille judicieusement choisie les propriétés effectives locales pour les utiliser dans un modèle homogène équivalent. L'inconvénient de cette méthode réside dans l'obligation d'effectuer des calculs sur la cellule à l'échelle mésoscopique. Considérons une structure de forme quelconque, il serait intéressant de savoir quelles propriétés matériaux attribuer à chaque élément du maillage sans être obligé d'effectuer un calcul complet à l'échelle du fil de cette structure. Nous montrons dans cette partie qu'il est possible d'utiliser une distribution aléatoire des propriétés locales uniquement à partir d'abaques de calculs effectués sur des cellules élémentaires représentatives.

### 4.2.1 Distribution aléatoires des propriétés locales

A partir de la cartographie des propriétés obtenues à l'aide des cellules d'épaisseur constante, pour chaque pas de discrétisation  $\frac{L_y}{n_y}$ , la valeur moyenne des rigidités locales  $\mu_{ij}(y)$  ainsi que l'écart type associé  $\lambda_{ij}(y)$  sont calculés (eq. 4.1).

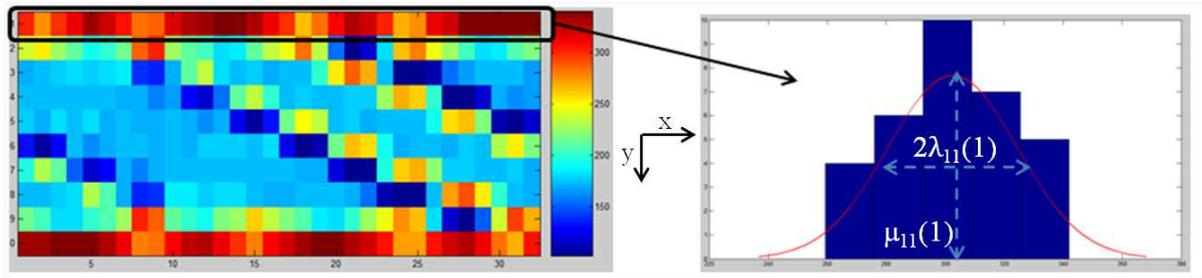


FIGURE 4.11 – Principe de la distribution aléatoire des propriétés mécaniques (représentation du  $C_{11}$ ).

$$\mu_{ij}(y) = \frac{1}{n_x} \sum_{k=1}^{n_x} C_{ij}(k, y) \quad \text{et} \quad \lambda_{ij}(y) = \frac{1}{n_x - 1} \sqrt{\sum_{k=1}^{n_x} (C_{ij}(k, y) - \mu_{ij}(y))^2}. \quad (4.1)$$

Puis une répartition des propriétés suivant une distribution Gaussienne est réalisée :

$$f(y) = \mu_{ij}(y) + \lambda_{ij}(y) * rand(2\alpha - 1) \quad \text{avec} \quad \alpha \in [0, 1] \quad (4.2)$$

Une nouvelle répartition des propriétés mécaniques est ainsi générée (Figure 4.12b).

Afin d'évaluer la qualité des simulations effectuées avec le modèle HPZ-aléa, les propriétés effectives de ces cellules générées aléatoirement ( $C_{ij}^{HPZ-aléa}$  et  $M_{31}^{HPZ-aléa}$ ) sont calculées et comparées avec les propriétés effectives du modèle HPZ ( $C_{ij}^{HPZ}$  et  $M_{31}^{HPZ}$ ). L'erreur

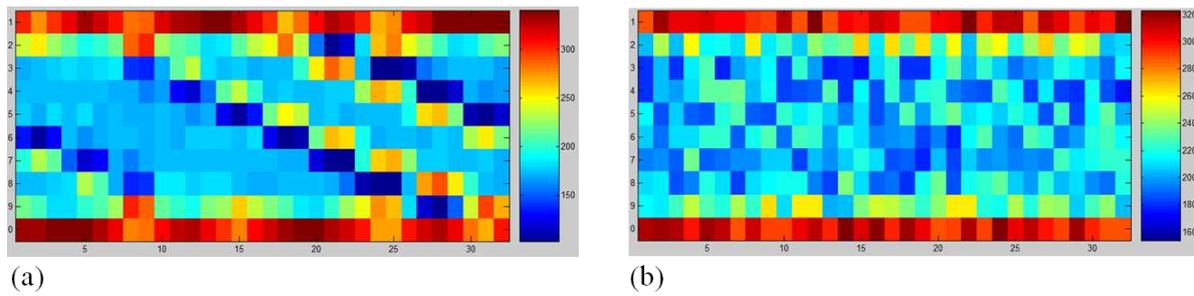


FIGURE 4.12 – Distribution du  $C_{11}$  : (a) modèle HPZ, (b) modèle HPZ-aléa.

relative sur les  $C_{ij}$  est inférieure à 0.2% tandis que celle sur les  $M_{31}$  est inférieure à 0.02%, pour une discrétisation ( $n_x \times n_y$ ) fixée à (32x10). Cette approche statistique de la répartition des propriétés mécaniques locales à l'échelle macroscopique n'a que peu d'influence sur les propriétés effectives du matériau, du moins dans ce cas particulier.

**Avantages** Le principale avantage de cette méthode de répartition réside dans le fait qu'il n'est plus nécessaire de connaître la cartographie exacte des propriétés locales de la cellule élémentaire représentative pour reproduire les propriétés effectives du matériau. Le modèle HPZ-aléa permettra de faciliter l'implémentation des propriétés mécaniques dans un maillage quelconque.

**Inconvénients** L'inconvénient de cette pratique est la perte de l'information locale en terme de champs de contrainte. En effet, dans le modèle HPZ de référence (HPZ-grille), la répartition du coefficient de la matrice de rigidité  $C_{11}$  laissait transparaître la répartition des porosités au sein du matériau (valeur inférieure du  $C_{11}$ , Figure 4.12a) alors que dans le modèle HPZ aléatoire cette information n'est plus aussi évidente (Figure 4.12b). Néanmoins, cette notion de distribution aléatoire semble être une bonne voie dans laquelle des études pourront être approfondies par la suite.

#### 4.2.2 Algorithme d'implémentation de HPZ-aléa

Afin de faciliter l'implantation de la technique d'homogénéisation dans un calcul de structure, un algorithme de répartition des propriétés mécaniques locales a été mis en place. Tout d'abord un abaque de calcul contient les répartitions des propriétés effectives locales ( $C_{ij}(y)$  : valeur moyenne et écart-type associé) dans leur configuration de discrétisation optimale, pour des cellules élémentaires représentatives d'épaisseur constante variant entre 0.5mm et 3.8mm (avec la prise en compte d'une épaisseur de  $90\mu\text{m}$  de seal-coat de chaque côté de la cellule). La figure 4.13 présente l'algorithme de distribution des propriétés mécaniques locales dans un maillage éléments finis 2D quelconque : (i) la première étape consiste à étudier le profil du maillage 2D et de calculer sa ligne moyenne, (ii) à partir de la position relative de chaque élément par rapport à la ligne moyenne du maillage, les propriétés locales ( $\mu_{ij}(y)$  et  $\lambda_{ij}(y)$ ) issues de l'abaque sont récupérées, (iii) puis un tirage aléatoire est effectué (eq. 4.2), (iv) enfin les fichiers matériaux sont créés automatiquement via un script.

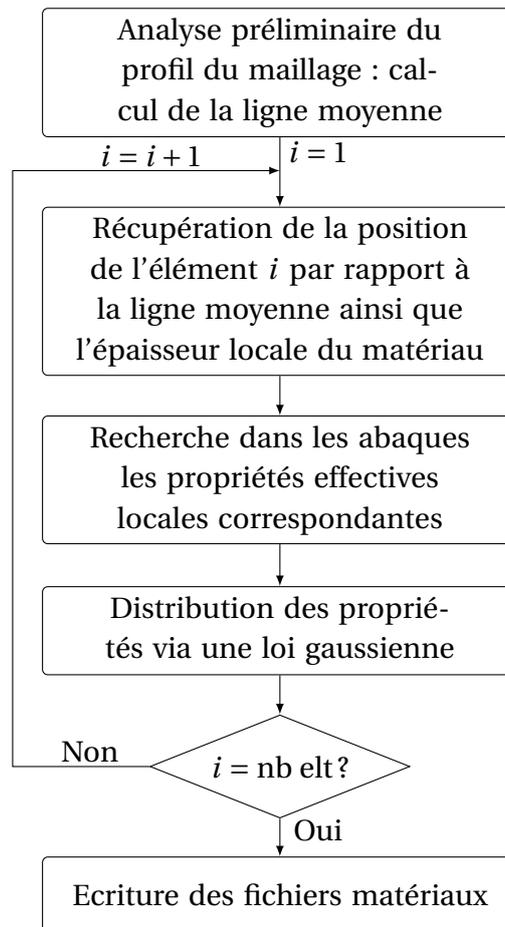


FIGURE 4.13 – Algorithme de distribution des propriétés effectives locales.

Afin de valider cette démarche, on se propose de distribuer les propriétés effectives locales dans un maillage quelconque (Figure 4.14a) et de comparer les propriétés effectives globales avec le modèle à l'échelle du fil (Figure 4.14b). La figure 4.15 présente un exemple de répartition des propriétés effectives locales avec les deux différents modèles HPZ (avec et sans distribution aléatoire des propriétés).

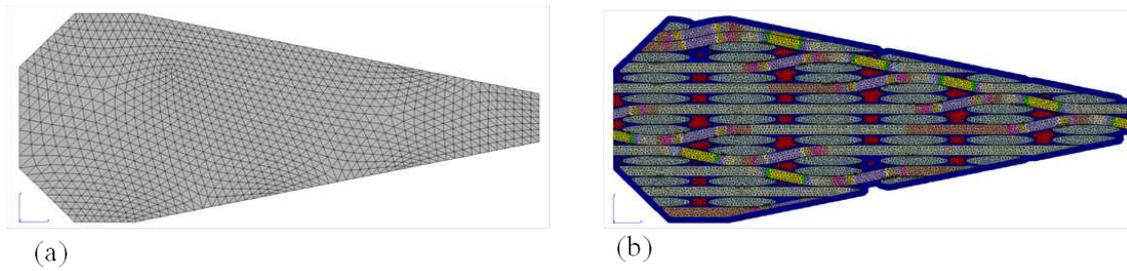


FIGURE 4.14 – Exemple de maillages quelconques 2D à l'échelle : (a) macroscopique, (b) mésoscopique.

Le calcul des propriétés effectives est effectuée pour les quatre modèles : (i) modèle homogène équivalent (les propriétés élastiques sont déduites du calcul des propriétés effectives du modèle de référence, Figure 4.14a), (ii) modèle de référence à l'échelle mésoscopique (Figure 4.14b), (iii) modèle HPZ-grille sans distribution aléatoire des propriétés effectives locales (grille : 100x10, Figure 4.15a), (iv) modèle HPZ-aléa avec distribution aléatoire des propriétés effectives locales (Figure 4.15b).

Pour les trois modèles, les  $C_{ij}$  sont bien équivalents au modèle de référence, la rigidité en flexion du modèle homogène  $M_{31}^{homogene}$  est inférieure d'environ 10% à la rigidité en flexion du modèle de référence  $M_{31}^{mésos}$  alors que pour les deux modèles d'homogénéisation par zone,  $M_{31}^{HPZ-grille}$  et  $M_{31}^{HPZ-aléa}$ , l'erreur est au plus de 3%. Les propriétés effectives du module HPZ-aléa sont donc en bon accord avec les propriétés du modèle de référence, ce qui permet de valider la démarche.

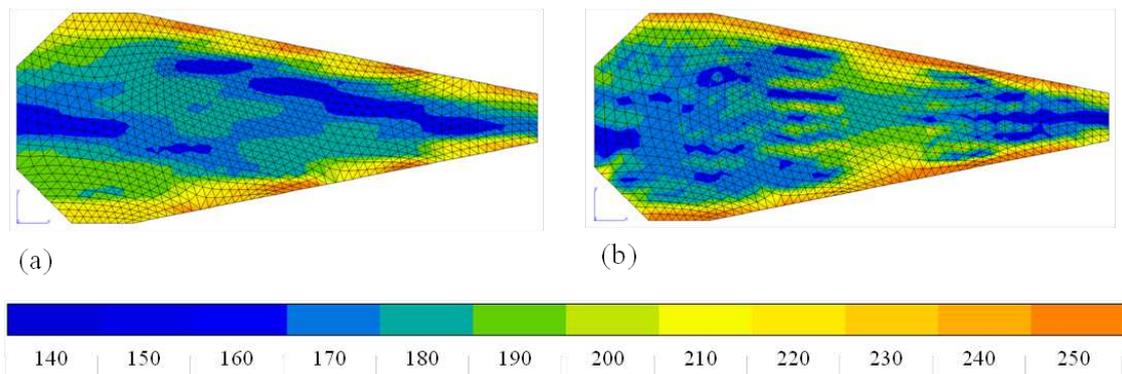


FIGURE 4.15 – Champ de contraintes longitudinales (GPa) de cellules soumises à une déformation unitaire longitudinale : (a) modèle HPZ-grille, (b) modèle HPZ-aléa.

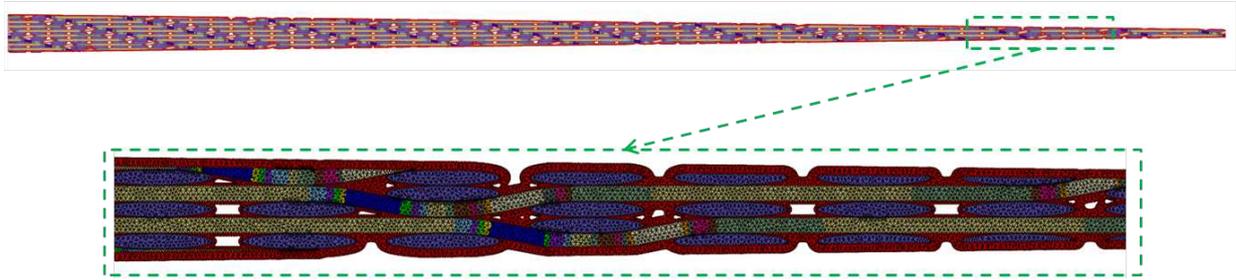
### 4.3 Applications du modèle HPZ

Dans cette dernière partie, on se propose d'utiliser le modèle d'homogénéisation par zone à quelques cas de calcul de structure. Nous verrons dans quelles mesures les différents modèles peuvent avoir un caractère prédictif sur le comportement élastique d'une éprouvette à variation d'épaisseur soumise à un essai de flexion. Puis, le modèle HPZ sera couplé à un modèle d'endommagement et appliqué à différents cas de chargement. Enfin, le modèle HPZ sera adapté pour être utilisé dans des calculs vibratoires.

#### 4.3.1 Simulation de l'essai de flexion sur éprouvette à variation d'épaisseur : propriétés élastiques

Dans le chapitre 3, l'essai de flexion sur éprouvette à variation d'épaisseur a été simulé avec trois modèles différents : (i) le modèle de référence à l'échelle du fil (Figure 4.16a), (ii) le modèle homogène équivalent avec un comportement élastique et endommageable identifié à partir des essais de tractions sur éprouvettes normalisées. Les modèles HPZ-grille (Figure 4.16b) et HPZ-aléa sont maintenant utilisés pour simuler cet essai. Les conditions aux limites reproduisent les conditions d'essai qui incluent un encastrement de 5mm imposé du côté du bord le plus épais de l'éprouvette et un déplacement vertical est imposé au nœud situé à 10mm du bord de fuite. Le tableau 4.3 confronte les données expérimentales et les résultats de simulation des cinq modèles.

Nombre de degrés de liberté : **276774**



(a)

Nombre de degrés de liberté : **6574**



(b)

FIGURE 4.16 – Maillage de cellules représentatives de l'éprouvette générique : (a) modèle de référence à l'échelle mésoscopique, (b) modèle HPZ à l'échelle macroscopique.

Le modèle HPZ-grille est fortement dépendant du choix de la discrétisation utilisée, ici 300 éléments dans la longueur et 10 éléments dans l'épaisseur. Plus la discrétisation sera fine, plus le modèle HPZ-grille va tendre vers le modèle de référence. Le modèle HPZ-aléa, qui ne

	$\frac{F}{\text{flèche}}$ (N.mm <sup>-1</sup> )	erreur relative
Expérimentale	66.5	-
Modèle de référence	63.62	4.3%
Modèle homogène	46.95	29.4%
Modèle SMDOC	45.98	30.1%
Modèle HPZ-grille	60.27	9.3%
Modèle HPZ-aléa	62.67	5.7%

TABLEAU 4.3 – Confrontation des données expérimentales et résultats de simulation.

dépend pas du calcul du modèle de référence (propriétés effectives locales déterminées à partir d'abaque de calcul), est en bon accord avec le modèle de référence. Le modèle HPZ semble donc réussir le test de l'essai de flexion sur éprouvette technologique, du moins en ce qui concerne la réponse linéaire élastique du matériau.

### 4.3.2 HPZ et l'analyse modale

Le modèle HPZ-grille a été adapté afin d'effectuer des calculs vibratoires à partir d'un maillage tri-dimensionnel. Ainsi, seules les propriétés effectives locales identifiées à partir des cellules élémentaires 2D ( $C_{11}, C_{13}, C_{33}, C_{55}$ ) sont distribuées dans un maillage 3D; les autres coefficients de la matrice de rigidité seront considérés comme constants dans tout le matériau. En plus des rigidités locales, le modèle HPZ-grille permet également de calculer les densités locales (en fonction de la fraction volumique de fils et de matrice dans chaque pas de discrétisation du domaine d'homogénéisation). De cette façon, le pseudo modèle 3D (HPZ-3D) permet d'effectuer des calculs vibratoires. Les figures 4.17 à 4.19 présentent une comparaison des modes propres issus du modèle homogène équivalent avec ceux fournis par le modèle HPZ-3D.

Comme il a été montré dans les parties précédentes, le modèle homogène et le modèle HPZ ont le même comportement lorsque la fréquence de sollicitation correspond à une sollicitation en flexion (Figures 4.17). Par contre, un écart de 10% existe entre les deux modèles lorsque le matériau est soumis à une fréquence correspondant aux modes de torsion. A la différence du modèle homogène, le modèle HPZ permet d'observer des variations dans le champ de déplacement dépendant de la densité locale du matériau (notamment pour un mode correspondant à la 1ère flexion dans le plan Figure 4.19). Il serait intéressant de comparer ces deux modèles avec un modèle 3D de référence (à l'échelle mésoscopique). En l'état actuel des travaux, il n'est pas possible de réaliser un maillage complet de la microstructure 3D pour des plaques de 200mmx100mm car cela nécessiterait un trop grand nombre d'éléments pour un calcul vibratoire.

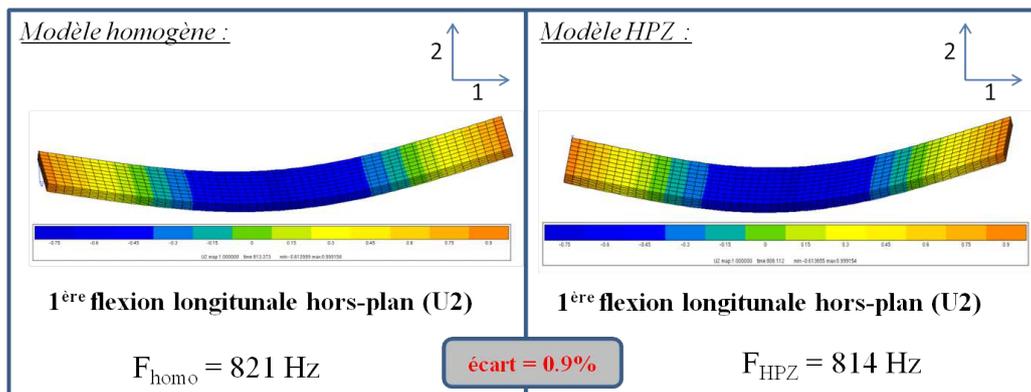


FIGURE 4.17 – Analyse modale : comparaison modèle HPZ et modèle homogène pour le mode 1<sup>ère</sup> flexion longitudinale hors-plan.

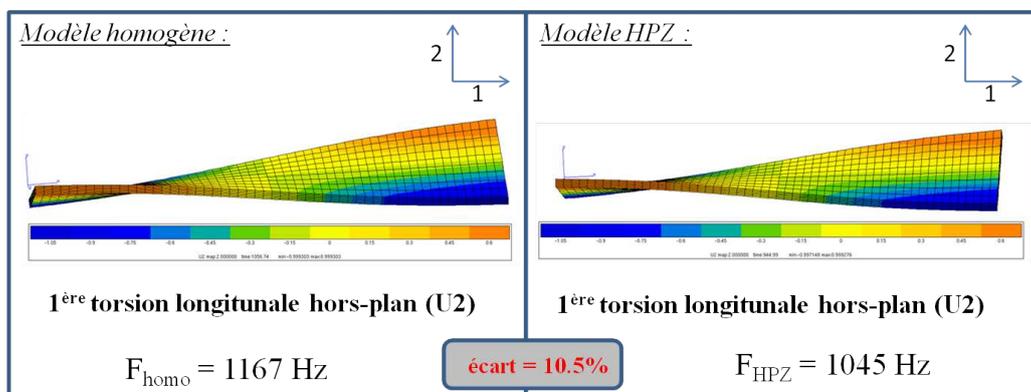


FIGURE 4.18 – Analyse modale : comparaison modèle HPZ et modèle homogène pour le mode 1<sup>ère</sup> torsion longitudinale hors-plan.

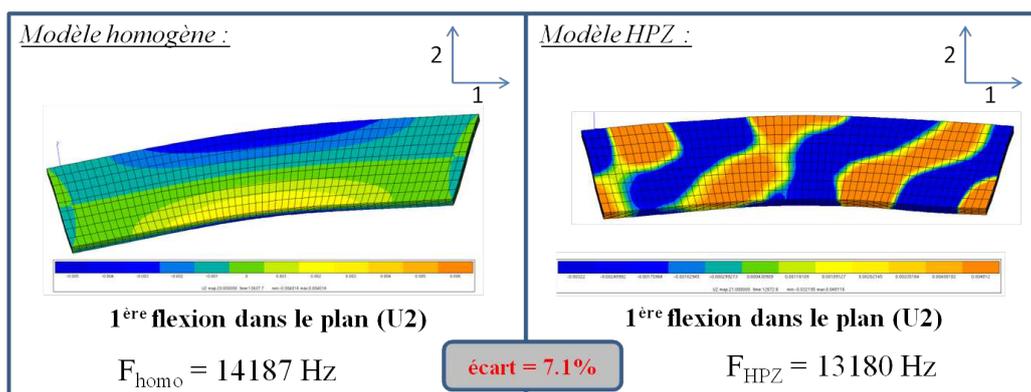


FIGURE 4.19 – Analyse modale : comparaison modèle HPZ et modèle homogène pour le mode 1<sup>ère</sup> flexion dans le plan.

### 4.3.3 Couplage de HPZ avec un modèle macro d'endommagement (SMDOC)

#### Principe de la méthode

Le modèle HPZ permet de retranscrire le comportement mécanique du matériau dans sa partie linéaire élastique. La plupart des modèles d'endommagement macroscopiques possèdent comme données d'entrée la matrice de rigidité ou de souplesse initiale. L'idée est donc de coupler les informations fournies par le modèle HPZ avec un modèle d'endommagement. Chaque élément ou groupe d'éléments du maillage éléments finis possèdera sa propre loi de comportement. La cinétique d'endommagement sera commune à tous les éléments, par contre la matrice de souplesse initiale sera propre à chaque élément ou groupe d'éléments et dépendra de sa position dans l'épaisseur du matériau (informations directement fournies par le modèle HPZ).

#### Applications

Le couplage de SMDOC et HPZ a été appliqué aux essais de traction sens  $0^\circ$  et de flexion 4 points pour les matériaux A et C (possédant une couche de seal-coat en surface). Comme attendu, l'ajout du modèle HPZ dans un modèle d'endommagement n'a pas d'influence sur le comportement global lors de sollicitations de traction dans le plan du renfort ou de sollicitation équivalente à de la traction / compression dans le sens du renfort (essai de flexion 4 points, cf. Chapitre 2 section 2.3.3).

Le modèle SMDOC couplé à HPZ a également été utilisé pour simuler l'essai de flexion sur éprouvette à variation d'épaisseur. La figure 4.20 compare la réponse expérimentale avec les réponses des deux modèles (SMDOC et SMDOC+HPZ). Le couplage du modèle HPZ avec un modèle d'endommagement a permis d'améliorer le comportement linéaire élastique du modèle ainsi que sa cinétique d'endommagement.

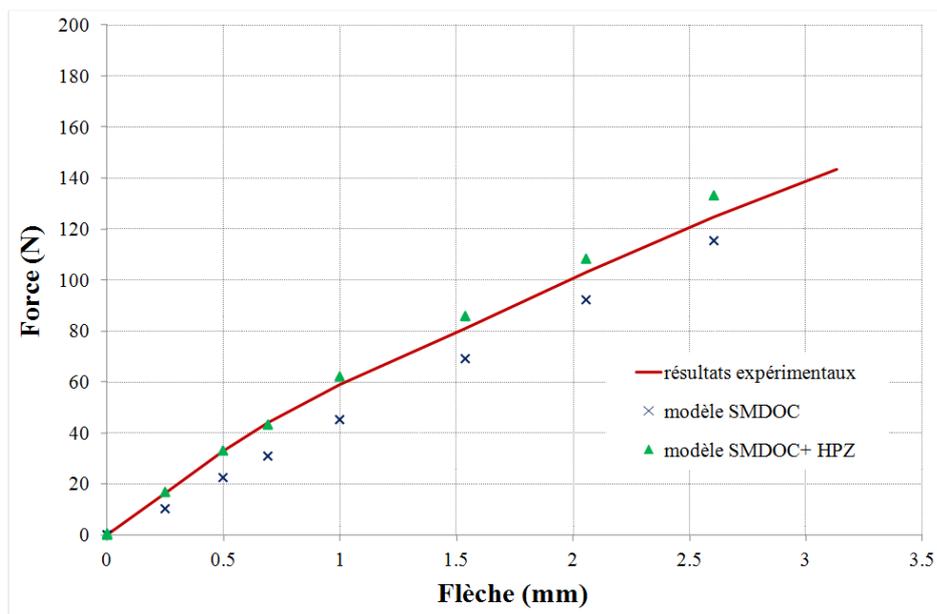


FIGURE 4.20 – Essai de flexion sur un composite 3D-SiC/Si-B-C possédant une variation d'épaisseur, comparaison entre les deux modèles d'endommagement (symboles) et la réponse expérimentales (lignes).

## 4.4 *Conclusion*

Une méthode d'homogénéisation reposant sur une partition du domaine d'homogénéisation a été développée. Cette méthode permet d'ajouter des informations de la microstructure dans un modèle homogène. Un algorithme de changement d'échelles a été mis en place permettant de distribuer les propriétés locales effectives, calculées à partir du modèle mésoscopique, en fonction de la géométrie de la structure. Enfin, le modèle HPZ a montré son efficacité pour reproduire le comportement élastique d'une éprouvette à variation d'épaisseur lors d'un essai de flexion. De plus, le modèle a été couplé à un modèle d'endommagement permettant d'effectuer des calculs d'endommagement sur des structures réelles. D'autres applications sur des structures plus complexes (aubes de turbines par exemple) sont envisageables.

# Conclusion générale

L'objectif de cette étude était d'étudier l'influence de l'épaisseur, de la texture, de l'infiltration, de l'usinage du matériau, sur les propriétés mécaniques des composites à matrice céramique. Deux grandes approches ressortent de ce manuscrit :

- (i) Une approche dite « Matériau » basée en grande partie sur des études microscopiques et des caractérisations mécaniques de cinq matériaux composites 3D-SiC/Si-B-C d'épaisseur différente à travers des essais de traction dans le plan du matériau et des essais de flexion 4 points. Dans le but de déterminer les propriétés élastiques locales du matériau une modélisation à l'échelle mésoscopique reprenant les principales caractéristiques du matériau est également proposée.
- (ii) Une approche dite « Structure » basée d'une part sur la réalisation et l'analyse d'un essai de flexion sur une éprouvette possédant une variation d'épaisseur et d'autre part sur le développement d'une technique d'homogénéisation permettant de faire le lien entre le modèle mésoscopique et un modèle macroscopique.

## Caractérisation mécanique

L'analyse micrographique des matériaux a révélé la complexité des matériaux de cette étude, avec notamment une structure tissée 3D de type Guipex<sup>®</sup>, ainsi qu'une importante porosité interne (près de 8% de macro-porosité). Les essais de traction dans le plan (sens chaîne, sens trame et à 45°) ont permis de déterminer les principaux modules d'élasticité pour les cinq matériaux d'épaisseurs différentes. Le suivi de l'endommagement par microscopie optique, couplé avec l'émission acoustique, nous a permis dans un premier temps de décrire les mécanismes d'endommagement et en second de montrer la validité de la corrélation entre la cinétique de fissuration matricielle et les événements acoustiques proposé par Morsher (2004). L'analyse des propriétés mécaniques des cinq matériaux a montré que l'épaisseur n'a au final que peu d'influence sur le comportement global en traction. Néanmoins, la couche de seal-coat en surface du matériau semble rigidifier légèrement le matériau (augmentation de la rigidité de 12%) mais a tendance à diminuer sa limite élastique. Un modèle d'endommagement (SMDOC) permettant de décrire le comportement élastique endommageable des matériaux composites tissés a été identifié à partir des essais mécaniques et mis en place dans un code de calcul de structure.

## Approche structure

La réalisation et l'analyse d'un essai de flexion sur une éprouvette technologique possédant une variation d'épaisseur ont permis de mettre en évidence les limites des modèles dits « macroscopiques ». En effet, la simulation de cet essai avec le modèle SMDOC identifié à partir des essais mécaniques a révélé une erreur sur le module initial de 30%, néanmoins la cinétique d'endommagement est relativement bien décrite. La variation d'épaisseur au

sein de l'éprouvette doit influencer sur les propriétés locales du matériau et donc sur le comportement global en flexion. Afin de résoudre ce problème, le comportement élastique a été étudié à l'échelle du renfort tissé.

### **Modélisation à l'échelle matériau**

Un outil de génération de maillages complexes 2D prenant en compte la texture, le gradient d'infiltration de la matrice, la porosité ainsi que l'usinage du matériau a été développé. La simulation d'essais élémentaires de traction sur ces maillages a permis de déterminer les propriétés locales du matériau. Les différents paramètres du modèle (porosité, infiltration de la matrice et propriétés des constituants) ont été identifiés afin de reproduire le comportement élastique trouvé expérimentalement. La simulation de l'essai de flexion sur éprouvette à variation d'épaisseur a permis de valider le modèle. En effet, le modèle de référence reproduit bien en termes de réponse linéaire élastique le comportement du matériau lors de l'essai de flexion (erreur inférieure à 5%). Le principal inconvénient de ce genre de modélisation réside dans le coût de calcul en terme de nombre d'éléments. Il devient rédhibitoire dans l'optique de calcul à l'échelle de la structure. Comme nous l'avons vu dans le chapitre 3, les schémas classiques d'homogénéisation se sont avérés inappropriés pour notre étude. Pour remédier à ces problèmes, une technique d'homogénéisation a été mise en place (Chapitre 4).

### **Modélisation à l'échelle de la structure**

Cette technique repose sur la discrétisation du domaine d'homogénéisation, elle se veut simple et efficace d'utilisation dans un calcul de structure. Cette méthode permet de créer virtuellement de l'hétérogénéité dans un modèle homogène grâce à l'étude des champs de contraintes du modèle de référence (à l'échelle du fil). Le modèle HPZ (Homogénéisation Par Zone) a montré son efficacité à prédire le comportement élastique d'une éprouvette à variation d'épaisseur soumise à un essai de flexion (erreur inférieure à 6%). De plus, le modèle a été couplé avec succès au modèle d'endommagement SMDOC.

### **Perspectives**

La discussion se poursuit sur les perspectives des travaux de thèse et les possibles améliorations des modèles :

- D'un point de vue expérimental, la réalisation d'essai hors-axes ( $22.5^\circ$  et  $67.5^\circ$ ) sur les cinq matériaux permettrait d'identifier de façon complète le modèle d'endommagement SMDOC. Des essais de torsion seraient également intéressants pour étudier l'influence de l'épaisseur sur les composantes de cisaillement hors-plan ( $G_{13}$  et  $G_{23}$ ).
- D'un point de vue modélisation, le développement de maillage 3D à l'échelle du renfort semble être une étape incontournable pour déterminer toutes les propriétés locales du matériau. Les stratégies de voxélisation semblent être les plus adéquates à la réalisation de maillages éléments finis complexes à partir d'images de toмоographies par exemple.
- La détermination des propriétés des constituants peut également être améliorée, avec par exemple la prise en compte de l'orthotropie de la matrice multi-séquentée aux différentes échelles de la modélisation.
- Une fois le modèle de référence 3D réalisé, il suffira d'adapter le modèle HPZ aux maillages 3D. Enfin, le modèle HPZ pourra être appliqué à des structures plus complexes afin de vérifier sa robustesse.

# Bibliographie

- [Aboura 07] Z. Aboura, Ch. El Hage & M.L. Benzeggagh. *Identification des mécanismes d'endommagement de matériaux composites à renfort 2,5D et 3D par EA*. Revue des composites et des matériaux avancés, vol. 17/2, pages 181–193, 2007.
- [Aiello 99] G. Aiello, L. Giancarli, Y. Poitevin, J.F. Salavy & J. Szczepanski. *SiC/SiC composites for structural applications in fusion power reactors : the TAURO Blanket*. 1999.
- [Arcan 78] M. Arcan, Z. Hashin & A. Voloshin. *A Method to Produce Uniform Plane-Stress States with Applications to Fiber-Reinforced Materials*. Experimental Mechanics, vol. 18, pages 141–146, 1978.
- [Aubard 92] X. Aubard. *Modélisation et identification du comportement mécanique des matériaux composites 2D-C/SiC*. 1992. Thèse de doctorat : Paris VI.
- [Baste 01] S. Baste. *Inelastic behaviour of ceramic-matrix composites*. Composites Science and Technology, vol. 61, pages 2285–2297, 2001.
- [Berthelot 92] J.-M. Berthelot. *Matériaux composites : Comportement mécanique et analyse des structures*, chapitre 20. 1992.
- [Bertrand 01] S. Bertrand, R. Pailler & J. Lamon. *SiC/SiC minicomposites with nanoscale multilayered fiber coatings*. Composites Science and Technology, vol. 61, pages 363–367, 2001.
- [Besson 01] J. Besson, G. Cailletaud, J.L. Chaboche & S. Forest. *Mécanique non linéaire des matériaux*. 2001.
- [Camus 96] G. Camus, L. Guillaumat & S. Baste. *Development of damage in a 2D woven C/SiC composite under mechanical loading : I. Mechanical characterization*. Composites Science and Technology, pages 1363–1372, 1996.
- [Camus 00] G. Camus. *Modeling of the mechanical behavior and damage processes of fibrous ceramic matrix composites : application to a 2D-C/SiC*. International Journal of Solids and Structures, vol. 37, pages 919–942, 2000.
- [Carrère 03] P. Carrère & J. Lamon. *Creep behaviour of a SiC/Si-B-C composite with a self-healing multilayered matrix*. Journal of the European Ceramic Society, vol. 23, pages 1105–1114, 2003.
- [Chateau 10] C. Chateau, L. Gélébart, M. Bornet, J. Crépin & D. Caldemaison. *Multiscale approach of mechanical behaviour of SiC/SiC composites : elastic behaviour at the scale of the tow*. Technische Mechanik, vol. 30 (1-3), pages 45–55, 2010.

- [Chateau 11] C. Chateau, L. Gélébart, M. Bornert, J. Crépin, E. Boller, C. Sauder & W. Ludwig. *In situ X-ray microtomography characterization of damage in SiCf/SiC minicomposites*. Composites Science and Technology, vol. 76 (6), pages 916–924, 2011.
- [Cheng 01] L. Cheng, Y. Xu, L. Zhang & R. Gao. *Effect of glass sealing on the oxidation of three-dimensional C/SiC composites in air*. Carbon, vol. 39, pages 1127–1133, 2001.
- [Cognard 09] J.Y. Cognard, P. Davies & L. Sohier. *Définition d'un essai pour analyser le comportement hors plan des assemblages de composites*. In Journée Nationale des Composites 16, Toulouse, 2009.
- [Couégnat 08] G. Couégnat. *Approche multiéchelle du comportement mécanique de matériaux composites à renfort tissé*. 2008. Thèse de doctorat : Ecole doctorale Science et Physique pour l'Ingénieur Université de Bordeaux 1.
- [Coutellier 02] D. Coutellier, E. Deletombe, D. Delsart & J.-C. Devillers. *Détermination des caractéristiques d'interfaces d'un composite verre / époxy au moyen de l'essai Arcan*. Mise en place de l'essai, 2002.
- [Dalmaz 00] A. Dalmaz, D. Ducret, R.E. Guerjouma & P. Reynaud. *Elastic moduli of a 2.5D-C/SiC composite : experimental and theoretical estimates*. Composites Science and Technology, vol. 60, pages 913–925, 2000.
- [Domergue 95] J.M. Domergue, E. Vagaggini & A.G. Evans. *Relationships between Hysteresis Measurements and the Constituent Properties of Ceramic Matrix Composites : II, Experimental Studies on Unidirectional Materials*. J. Am. Ceram. Soc., vol. 78 (10), pages 2721–2731, 1995.
- [Dupel 95] P. Dupel, J.L. Bobet, R. Paillet & J. Lamon. *Influence d'interphases pyrocarbone déposées par CVI pulsée sur les caractéristiques mécaniques de matériaux composites unidirectionnels*. J. Phys. III France, vol. 5, pages 937–951, 1995.
- [Dupin ] C. Dupin, E. Martin, G. Camus & G. Couégnat. *Damage and failure mechanisms of a 3D-SiC/SiC composite under flexural loading*. en cours de soumission.
- [Etchart-Salas 11] R. Etchart-Salas, S. Jacques, A. Coradi & E. Martin. *Elaboration and mechanical characterisation of unidirectional ceramic matrix composites*. In Journée Nationales des Composites 17, 2011.
- [Evans 94] A.G. Evans & F.W. Zok. *The physics and mechanics of fibre-reinforced brittle matrix composites*. J. Mat. Sci., vol. 29, pages 3857–3896, 1994.
- [Forest 98] S. Forest. *Mechanics of generalized continua : construction by homogenization*. J. Phys IV France, vol. 8, pages 4–39, 1998.
- [Gasser 94] A. Gasser. *Sur la modélisation et l'identification du comportement mécanique des composites céramique-céramique à température ambiante*. 1994. Thèse de doctorat : ENS Cachan.
- [Geers 01] M.G.D. Geers, V. Kouznetsova & W.A.M. Brekelmans. *Gradient-enhanced computational homogenization for the micro-macro scale transition*. J. Phys IV France, vol. 11, pages 145–152, 2001.

- [Gornet 07] L. Gornet, S. Marguet & G. Marckmann. *Modeling of Nomex Honeycomb Cores, Linear and Nonlinear Behaviors*. Mechanics of Advanced Materials and Structures, vol. 14, pages 589–601, 2007.
- [Grippon 13] E. Gripon, S. Baste & E. Martin. *Caractérisation ultrasonore et modélisation multi-échelle de l'endommagement sous charge d'un composite 3D SiC/SiC*. In Congrès Français de Mécanique, 2013.
- [Guillaumat 96] L. Guillaumat & J. Lamon. *Probabilistic-statistical simulation of the non-linear mechanical behavior of a woven SiC SiC composite*. Composites Science and Technology, vol. 56, pages 803–808, 1996.
- [Herb 10] V. Herb, G. Couégnat & E. Martin. *Damage assessment of thin SiC/SiC composite plates subjected to quasi-static indentation loading*. Composites : Part A, vol. 41, pages 1677–1685, 2010.
- [Herb 12] V. Herb, G. Couégnat & E. Martin. *Damage analysis of thin 3D-woven SiC/SiC under low velocity impact loading*. Composites : Part A, vol. 43, pages 247–253, 2012.
- [Herbreteau 11] M. Herbreteau. *Analyse de l'endommagement à température ambiante d'un composite (SiC/SiC) à matrice autocicatrisante*. Rapport Interne, LCTS, Juin 2011.
- [Hild 05] F. Hild & S. Roux. *Digital image correlation : from displacement measurement to identification of elastic properties*. Strain, Juin 2005.
- [Hild 08] F. Hild & S. Roux. *A software for "Finite-element" Displacement Field Measurements by Digital Image Correlation*. Internal report, no. 269, Avril 2008.
- [Hivet 05] G. Hivet & P. Boisse. *Consistent 3D geometrical model of fabric elementary cell. Application to a meshing preprocessor for 3D finite element analysis*. Finite Elements in Analysis and Design, vol. 42, pages 25–49, 2005.
- [Hochard 01] C. Hochard, P. Aubourg & J. Charles. *Modeling of the mechanical behavior of woven-fabric CFRP laminates up to failure*. Composites Science and Technology, vol. 61, pages 221–230, 2001.
- [Jacques 94] S. Jacques. *Elaboration et caractérisation de matériaux C(B), Application en tant qu'interphases dans les composites SiC/SiC*. 1994. Thèse de doctorat : Université Bordeaux 1.
- [Jouannigot 11] S. Jouannigot. *Détermination de propriétés élastiques par micro-indentation*. LCTS, 2011.
- [Kanit 03] T. Kanit, S. Forest, I. Galliet, V. Mounoury & D. Jeulin. *Determination of the size of the representative volume element for random composites : statistical and numerical approach*. International Journal Of Solids And Structures, vol. 40 (13-14), pages 3647–3679, 2003.
- [Kouznetsova 02] V. Kouznetsova. *Computational homogenization for the multi-scale analysis of multi-phase materials*. PhD thesis, Netherlands Institute for Metals Research (NIMR), 2002.

- [Ladevèze 01] P. Ladevèze & G. Lubineau. *On a damage mesomodel for laminates micro-meso relationships, possibilities and limits*. Composites Science and Technology, vol. 61, pages 2149–2158, 2001.
- [Lamon 01] J. Lamon. *A micromechanics-based approach to the mechanical behavior of brittle-matrix composites*. Composites Science and Technology, vol. 61, pages 2259–2272, 2001.
- [Lamouroux 99] F. Lamouroux, S. Bertrand, R. Paillet, R. Naslain & M. Cataldi. *Oxidation resistant carbon fiber reinforced ceramic matrix composites*. Composites Science and Technology, vol. 59, pages 1073–1085, 1999.
- [Lekhnitski 96] R.L.-A Lekhnitski. *Theory of elasticity of an anisotropic elastic body*. In Holden day, Inc 728 Montgomery Street, San Francisco, California, 196.
- [Lekhnitski 00] R.L.-A Lekhnitski. *Image Correlation Analysis Applied to Measurement of Shear Strains in Laminated Composites*. In SEM IX International Congress on Experimental Mechanics Orlando (pp. 163-166), 2000.
- [Lemaitre 85] J. Lemaitre & J. Chaboche. *Mécanique des matériaux solides*. 1985.
- [Lipetzky 96] P. Lipetzky, GJ. Dvorak & NS. Stoloff. *Tensile properties of a SiCf/SiC composite*. Mat. Sci. Eng. A, vol. 216, pages 11–19, 1996.
- [Lomov 01] S. Lomov, G. Huysmans, Y. Luo, R. Parnas, A. Prodromou, I. Verpoest & F. Phelan. *Textile composites : modelling strategies*. Composites Part A, vol. 32, pages 1379–1394, 2001.
- [Lomov 02] S. Lomov & I. Verpoest. *Modelling of the internal structure and deformability of textile reinforcements : WisTex software*. 2002.
- [Maillet 12] E. Maillet. *Identification des mécanismes d'endommagement et prévision de la durée de vie des composites à matrice céramique par émission acoustique*. 2012. Thèse de doctorat : Ecole doctorale Matériaux de Lyon.
- [Maire 97] J. Maire & P. Lesne. *A damage model for ceramic matrix composites*. Aerospace science and technology, vol. 1, pages 259–266, 1997.
- [Marguet 07] S. Marguet, P. Rozycki & L. Gornet. *A Rate Dependent Constitutive Model for Carbon-Fiber Reinforced Plastic Woven Fabrics*. Mechanics of Advanced Materials and Structures, vol. 14, pages 619–631, 2007.
- [Martin 12] E. Martin, D. Leguillon & N. Carrère. *A coupled strength and toughness criterion for the prediction of the open hole tensile strength of a composite plate*. International Journal of Solids and Structures, vol. 49, pages 3915–3922, 2012.
- [Moevus 06] M. Moevus & al. *Static Fatigue of a 2.5D SiC/[Si-B-C] Composite at Intermediate Temperature under Air*. Advances in Science and Technology, vol. 50, pages 141–146, 2006.
- [Morscher 10] GN. Morscher, JA. DiCarlo, JD. Kiser & HM. Yun. *Effects of fiber architecture on matrix cracking for melt-infiltrated SiC/SiC composites*. Int. J. Appl. Ceram. Technol., vol. 7, pages 276–290, 2010.

- [Morsher 04] NM. Morsher. *Stress-dependent matrix cracking in 2D woven SiC-fiber reinforced melt-infiltrated SiC matrix composites*. Composite of Science and Technology, vol. 64, pages 1311–1319, 2004.
- [Morvan 97] J.-M. Morvan. *Comportement anélastique des matériaux composites à matrice céramique*. 1997. Thèse de doctorat : Ecole doctorale de Science et Physique pour l'Ingénieur, Bordeaux.
- [Naslain 99] R. Naslain, J. Lamon, R. Pailler, X. Bourrat, A. Guette & F. Langlais. *Micro/minicomposites : a useful approach to the design and development of non-oxide CMCs*. Composites Part A : Applied Science and Manufacturing, vol. 30, pages 537–547, 1999.
- [Naslain 04] R. Naslain. *Design, preparation and properties of non-oxide CMCs for application in engines and nuclear reactors : an overview*. Composites Science and Technology, vol. 64, pages 155–170, 2004.
- [Ogasawara 01] T. Ogasawara, T. Ishikawa, H. Ito, N. Watanabe & IJ. Davies. *Multiple cracking and tensile behavior for an orthogonal 3-D woven Si-Ti-C-O fiber/Si-Ti-C-O matrix composite*. J. Am. Ceram. Soc., vol. 84, pages 1565–1574, 2001.
- [Ogasawara 05] T. Ogasawara & al. *Effect of on-axis loading on shear properties of an orthogonal 3D woven SiC/SiC composite*. Composites Science and Technology, vol. 65, pages 2541–2549, 2005.
- [Peres 94] P. Peres. *Analyse théorique et expérimentale du rôle des paramètres de microstructure sur le comportement des composites à matrice céramique*. 1994. Thèse de doctorat : Université Bordeaux 1.
- [Pierce 37] F. Pierce. *The geometry of cloth structure*. Journal of textile Institute, vol. 28, pages 45–96, 1937.
- [Pluinage 96] P. Pluinage, A. Parvizi-Majidi & TW. Chou. *Damage and characterization of two-dimensional woven and three-dimensional braided SiC-SiC composites*. J. Mat. Sci., vol. 31, pages 232–241, 1996.
- [Rajan 12] V.P. Rajan & F.W. Zok. *Effects of non-uniform strains on tensile fracture of fiber-reinforced ceramic composites*. J. Mech. Phys. Solids, vol. 60, pages 2003–2018, 2012.
- [Rapaud 02] O. Rapaud. *Nouvelles interphases pour matériaux composites céramiques : revêtement multicouches nanoséquencés (PyC/TiC)<sub>n</sub>*. 2002. Thèse de doctorat : Université Claude Bernard Lyon 1.
- [Rebillat 98] F. Rebillat, A. Guette, L.Espitalier, C. Debieuvre & R. Naslain. *Oxidation resistance of SiC/SiC micro and minicomposites with a highly crystallised BN interphase*. Journal of the European Ceramic Society, vol. 18, pages 1809–1819, 1998.
- [Schneider 09] J. Schneider, Z. Aboura, K. Khellil, M. Benzeggagh & D. Marsal. *Off-plan behaviour investigation of an interlock fabric*. In Comptes Rendus des JNC16 - Toulouse, 2009.

- [Schwartz 12] S. Schwartz. *Étude du comportement hors plan de composites thermostructuraux*. 2012. Mastère de fin d'étude : Enseirb-Matmeca (Institut Polytechnique de Bordeaux).
- [Shewchuk 96] J.R. Shewchuk. *Triangle : Engineering a 2D quality mesh generator and Delaunay triangulator*. In MingC. Lin & Dinesh Manocha, editeurs, Applied Computational Geometry Towards Geometric Engineering, volume 1148 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 203–222. Springer Berlin Heidelberg, 1996.
- [Siron 96] O. Siron. *Approche micro-macro du comportement mécanique et de la rupture d'un composite carbone-carbone à architecture fibreuse multidimensionnelle*. 1996. Thèse de doctorat : Université Bordeaux 1.
- [Steif 94] P.S. Steif & A. Trojnacki. *Bend strength versus tensile strength of fiber-reinforced ceramics*. J. Am. Ceram. Soc., vol. 77, pages 221–229, 1994.
- [Tang 06] X. Tang, J. Whitcomb, A. Kelkar & J. Tate. *Progressive failure analysis of 2x2 braided composites exhibiting multiscale heterogeneity*. Composites Science and Technology, vol. 66, pages 2580–2590, 2006.
- [Wu 06] S. Wu, L. Cheng, N. Dong, L. Zhang & Y. Xu. *Flexural strength distribution of 3D SiC/SiC composite*. J. Mat. Eng. Perf., vol. 15, pages 712–716, 2006.
- [Xu 02] Y. Xu, L. Cheng, L. Zhang, H. Yin & Yin X. *Microstructure and mechanical properties of three-dimensional textile Hi-Nicalon SiC/SiC composites by chemical vapour infiltration*. J. Am. Ceram. Soc., vol. 85, pages 1217–1221, 2002.
- [Yagoubi 11] J. El Yagoubi. *Effet de l'endommagement mécanique sur les propriétés thermiques de composites à matrice céramique : approche multiéchelle*. 2011. Thèse de doctorat : Université Bordeaux 1.
- [Yang 91] JM. Yang, W. Lin, CJ. Shih, W. Kai, SM. Jeng & CV. Burkland. *Mechanical behaviour of chemical vapour infiltration-processed two- and three-dimensional nicalon/SiC composites*. J. Mat. Sci., vol. 26, pages 2954–2960, 1991.
- [Zeman 01] J. Zeman & M. Sejnoha. *Numerical evaluation of effective elastic properties of graphite fiber tow impregnated by polymer matrix*. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, vol. 49 (1), pages 69–90, 2001.
- [Zhu 99] S. Zhu, M. Mizuno, Y. Kagawa & Y. Mutoh. *Tension, fatigue and creep behavior of SiC-fiber-reinforced SiC-matrix composites : a review*. Composite of Science and Technology, vol. 59, pages 833–851, 1999.

# Table des figures

1	Éléments de structure en composite à matrice céramique : (a) volet de rafale, (b) mélangeur et (c) plug élaborés par Herakles (groupe SAFRAN). . . . .	7
2	Présentation de la méthodologie et du contenu des chapitres. . . . .	9
1.1	Structure d'un composite SiC/Si-B-C à matrice multi-séquencée [Carrère 03]. . .	12
1.2	Vue en coupe d'une fissure déviée à l'interphase de pyrocarbone. . . . .	13
1.3	Endommagement initial du SiC/Si-B-C. . . . .	14
1.4	Microstructure d'un composite SiC/Si-B-C. . . . .	15
1.5	Dimensions caractéristiques de la microstructure du matériau A. . . . .	17
1.6	Dimensions caractéristiques de la microstructure du matériau B. . . . .	17
1.7	Dimensions caractéristiques de la microstructure du matériau C. . . . .	18
1.8	Dimensions caractéristiques de la microstructure du matériau D. . . . .	18
1.9	Dimensions caractéristiques de la microstructure du matériau E. . . . .	18
1.10	Paramétrisation d'un intervalle élémentaire. . . . .	19
1.11	Calcul de la macroporosité moyenne du matériau A par analyse d'image. . . . .	19
1.12	Mesure de l'épaisseur réelle par microscopie optique : (a) plan xz d'une micrographie d'un CMC, (b) seuillage pour déterminer la section de l'éprouvette. . .	20
1.13	Photo du montage de mesure de l'épaisseur réelle par double profilométrie à pointe. . . . .	21
1.14	Exemple de mesure d'une section par double profilométrie à pointe. . . . .	21
1.15	Courbe contrainte déformation d'un essai de traction monotone sur le matériau A (3.6mm d'épaisseur effective). . . . .	22
1.16	Courbes de contrainte-déformation obtenues lors d'essais de traction pour différentes directions de chargement [matériau C (2.1mm d'épaisseur effective)].	23
1.17	Mise en évidence d'un point de concours lors d'un essai de traction cyclée sens 0° pour un matériau A (3.6mm d'épaisseur effective). . . . .	24
1.18	Courbe contrainte déformation d'un essai de traction/compression sur le matériau A. . . . .	24
1.19	Scénario d'endommagement des CMC [Herbreteau 11]. . . . .	25
1.20	Vue d'ensemble d'un montage de torsion [Schneider 09]. . . . .	26
1.21	Vue d'ensemble d'un montage Arcan [Schwartz 12]. . . . .	27
1.22	Vue d'ensemble d'un montage de flexion 3 points appuis rapprochés. . . . .	28
1.23	Banc de caractérisation ultrasonore sous charge [Baste 01]. . . . .	28
2.1	Courbes de contrainte déformation longitudinale d'un essai de traction cyclée sens chaîne (0°) pour une éprouvette du matériau A : mise en évidence d'un point de concours $\sigma_{1d}$ en compression. . . . .	33

2.2	Courbes de contrainte déformation longitudinale d'un essai de traction cyclée sens trame (90°) pour une éprouvette du matériau A : mise en évidence d'un point de concours $\sigma_{2d}$ en compression. . . . .	34
2.3	Courbes de contrainte déformation transverse d'un essai de traction cyclée sens chaîne (0°) pour une éprouvette du matériau A (L'échelle des déformations correspond à $\left(\frac{1}{30}^{ème}\right)$ de l'échelle de la figure 2.2). . . . .	34
2.4	Courbes de contrainte déformation transverse d'un essai de traction cyclée sens trame (90°) pour une éprouvette du matériau A (L'échelle des déformations correspond à $\left(\frac{1}{30}^{ème}\right)$ de l'échelle de la figure 2.2). . . . .	35
2.5	Evolution du module sécant $E_g = \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i}$ en fonction de la déformation lors d'un essai de traction cyclée sens 0° pour le matériau A : mise en évidence d'une asymptote horizontale égale au produit du module élastique des fibres par la fraction volumique des fibres longitudinales. . . . .	36
2.6	Evolution de l'émission acoustique (en terme de coups cumulés) en fonction de la déformation lors d'un essai de traction cyclée sens 0° pour une éprouvette du matériau A : mise en évidence des différentes phases d'endommagement. . . . .	37
2.7	Evolution de l'activité acoustique (en terme de coups par seconde) en fonction de la déformation pour un essais de traction cyclée sens 0° pour une éprouvette du matériau A. . . . .	38
2.8	Détermination des contraintes de limite élastique $Rp_{0,002}$ et $Rp_{0,005}$ pour la méthode dite "Offset" pour une éprouvette du matériau A lors d'un essai de traction cyclée sens 0°. Seule la zone correspondante aux faibles déformations est tracée. . . . .	38
2.9	Détermination de la contrainte effective $Rp_{AEonset}$ lors d'un essai de traction cyclée sens 0° pour une éprouvette du matériau A. . . . .	39
2.10	Courbes de contrainte déformation obtenues par corrélation d'image lors d'un essai de traction cyclée sens 0° sur une éprouvette du matériau A. . . . .	40
2.11	Champ de déformations longitudinales $\varepsilon_1$ obtenu par corrélation d'images permettant la visualisation de l'évolution de la fissuration du seal-coat lors d'un essai de traction cyclée sens 0° pour une éprouvette du matériau A ( $\sigma_r$ : contrainte à rupture). . . . .	40
2.12	Champ de déformations longitudinales $\varepsilon_1$ calculé par corrélation d'images lors d'un essai de traction cyclée sens 0° pour une contrainte équivalente à 59% de la contrainte à rupture pour : a) le matériau C (avec seal-coat), b) le matériau D (sans seal-coat). . . . .	41
2.13	Micrographie de l'éprouvette dans la rallonge en U après le premier essai sur l'éprouvette 794-7 : a) amorçage de fissures dans la rallonge en U, b) mesure de l'épaisseur de matériau arraché par micrographie 3D. . . . .	41
2.14	Courbe de comportement en traction cyclée hors-axes (à 45°) (représentation des déformations dans les axes du matériau). . . . .	42
2.15	Mise en évidence du caractère anisotrope du matériau A. . . . .	43
2.16	Mise en évidence de la fissuration du seal-coat, perpendiculaire au chargement, lors d'un essai de traction cyclée à 45° pour une éprouvette du matériau A. . . . .	43
2.17	Photo à rupture du matériau A soumis à un essai de traction hors-axes à 45°. . . . .	44

2.18	Micrographies optiques (de sections longitudinales polies) prises lors d'un essai de traction cyclée sur une éprouvette du matériau A. Les mêmes zones sont examinées pour différents chargement révélant a) l'initiation de la fissuration matricielle au niveau des macro-porosités, b) la micro-fissuration des torons transverses, c) la micro-fissuration des torons longitudinaux. . . . .	45
2.19	Densité de fissuration matricielle (déterminée par l'observation micrographique d'une section polie) et l'activité acoustique (en terme de coups cumulés) en fonction de la contrainte appliquée pour une éprouvette du matériau A soumise à un essai de traction cyclée sens $0^\circ$ . . . . .	46
2.20	Comparaison expérience/simulation pour un essai de traction cyclée dans le sens chaîne. . . . .	51
2.21	Comparaison expérience/simulation pour un essai de traction cyclée dans le sens trame. . . . .	51
2.22	Comparaison expérience/simulation pour un essai de traction cyclée à $45^\circ$ . . . . .	52
2.23	Image de l'éprouvette (à gauche) ; géométrie de l'éprouvette (au milieu) ; maillage et conditions aux limites de l'éprouvette sollicitée en traction uniaxiale (à droite). . . . .	57
2.24	Comparaison réponse contrainte/déformation entre l'expérience et le modèle SMDOC (ZeBuLoN), pour un essai de traction cyclée dans le sens chaîne (matériau A). . . . .	57
2.25	Montage d'un essai de flexion 4 points sur éprouvette barreau. . . . .	59
2.26	Corrélation d'image sur la tranche de l'éprouvette et sur les appuis intérieurs lors d'un essai de flexion. . . . .	59
2.27	Réponses contrainte-déformation et enregistrement de l'émission acoustique pour deux éprouvettes du matériau A soumises à un essai de flexion 4 points avec $L_1 = 55\text{mm}$ et $\ell_1 = 25\text{mm}$ . . . . .	61
2.28	Comparaison de courbes de contrainte-déformation obtenues pour un échantillon en flexion utilisant les déformations fournies par les jauges de déformations et déduites des mesures de la flèche. . . . .	61
2.29	Courbe de comportement en flexion 4 points d'un 3D-SiC/Si-B-C de 3.6mm d'épaisseur avec localisation des cartographies. . . . .	63
2.30	Micrographie optique (section longitudinale polie) enregistrée durant un essai de flexion 4 points sur une éprouvette du matériau A. Un toron transverse situé du côté de la zone en compression est examiné au cours du chargement (palier situé après la contrainte maximale). Les flèches indiquent la fissure générée par la rupture en compression. . . . .	64
2.31	Essais de flexion 4 points sur un composite 3D-SiC/Si-B-C (matériau A : 3.6mm d'épaisseur), comparaison entre le modèle (symboles) et la réponse expérimentale (lignes) pour deux configurations d'essai : ( $L_1 = 55\text{mm}$ , $\ell_1 = 25\text{mm}$ ) et ( $L_2 = 80\text{mm}$ , $\ell_2 = 30\text{mm}$ ). . . . .	66
2.32	Distribution de la variable d'endommagement $\omega_1$ au sein de l'éprouvette en flexion ( $L_2 = 80\text{mm}$ et $\ell_2 = 30\text{mm}$ ). Le chargement appliqué correspond au chargement maximum enregistré lors de l'essai de flexion 4 points. . . . .	67

2.33	Partie du maillage 2D utilisée pour simuler la flexion à l'échelle mésoscopique : a) échantillon sans endommagement, b) deux fissures sont introduites dans les torons transverses dans la zone en compression. La direction 1 correspond à l'axe des fils de chaîne et la direction 3 correspond à la direction de l'épaisseur.	68
2.34	Développement d'une contrainte normale élevée dans les torons soumis à un effort de compression.	68
2.35	Taux de restitution d'énergie en fonction du chargement pour deux configura- tions d'essais ( $L_1 = 55\text{mm}$ , $\ell_1 = 25\text{mm}$ ) et ( $L_2 = 80\text{mm}$ , $\ell_2 = 30\text{mm}$ ).	69
2.36	Champ de contraintes longitudinales pour une simulation de l'endommage- ment lors d'un essai : a) de traction en imposant une déformation globale équi- valente à la déformation à rupture en traction, b) de flexion 4 points ( $L_2, \ell_2$ ) en imposant une déformation en surface du matériau équivalente à la déforma- tion à rupture en traction.	71
3.1	Exemple de maillage 3D d'une cellule élémentaire périodique d'un fil CMC (fibres en rouge, matrice en bleu).	74
3.2	Exemple de maillage 3D d'une cellule représentative d'un CMC. [Couégnat 08].	76
3.3	Représentation schématique d'une texture 2D.	77
3.4	Paramétrisation d'un intervalle élémentaire.	77
3.5	Représentation géométrique des lignes moyennes des différents fils du renfort.	78
3.6	Maillage surfacique des fils de chaînes du renfort.	78
3.7	Image du renfort.	79
3.8	Evolution de la porosité en fonction du paramètre d'infiltration $D$ .	79
3.9	Exemples de maillages éléments finis 2D : (a) cellule de référence de 3.6mm d'épaisseur (équivalent au matériau A), (b) cellule usinée à 1.9mm puis ré- infiltrée (équivalent au matériau C), (c) cellule usinée jusqu'à 0.6mm d'épais- seur (équivalent au matériau E), (d) cellule avec variation d'épaisseur et ré- infiltration.	80
3.10	Champs de contraintes longitudinales d'une cellule soumise à une simulation d'essai de flexion : calcul des propriétés effectives en flexion $M_{31} = \frac{1}{V} \int_{\Omega} (\sigma_{11}x_3 - \sigma_{13}x_1) d\Omega$ .	83
3.11	Influence du module d'Young de la matrice sur la valeur du module $C_{11}$ du composite. La valeur du $C_{11}$ est normée par la valeur déterminée expérimen- talement à partir des essais de traction du matériau A.	84
3.12	Influence de l'infiltration de la matrice sur la valeur de rigidité $C_{11}$ du compo- site. La valeur du $C_{11}$ est normée par la valeur déterminée expérimentalement à partir des essais de traction du matériau A.	85
3.13	Influence de l'épaisseur de seal-coat sur la valeur de rigidité $C_{11}$ du composite. La valeur du $C_{11}$ est normée par la valeur déterminée expérimentalement à partir des essais de traction du matériau A.	85
3.14	(a) maillage d'un volume élémentaire représentatif (VER) (b) modèle homo- gène équivalent.	86
3.15	Evolution de la rigidité en flexion $M_{31}$ en fonction du rapport $\frac{L}{\ell}$ pour différentes cellules.	87
3.16	Maillage d'éléments finis d'une cellule possédant une variation d'épaisseur.	88
3.17	Schéma des éprouvettes avec variation d'épaisseur.	88

3.18	Essai de flexion sur éprouvette à variation d'épaisseur : (a) Vue d'ensemble, (b) Schéma du montage. . . . .	89
3.19	Courbes de comportement force-flèche et émission acoustique-flèche d'un essai de flexion simple pour l'éprouvette à variation d'épaisseur (2040-1). . . . .	90
3.20	Courbes de comportement force-déformation pour un essai de flexion simple sur éprouvette à variation d'épaisseur (2040-1), déformations enregistrées par les jauges. . . . .	90
3.21	Maillage de cellules représentatives de l'éprouvette générique : (a) modèle de référence à l'échelle mésoscopique, (b) modèle HPZ à l'échelle macroscopique. . . . .	92
3.22	Comparaison entre la simulation de l'essai de flexion avec le modèle d'endommagement SMDOC et la réponse expérimentale. . . . .	93
4.1	Champ de contraintes (GPa) longitudinales du modèle de référence soumis à une déformation unitaire longitudinale. . . . .	96
4.2	Principe de la technique d'homogénéisation par zone (HPZ). . . . .	97
4.3	Champ de contraintes (GPa) longitudinales fourni par le modèle HPZ, avec une configuration ( $n_x = 16, n_y = 16$ ), soumis à une déformation unitaire longitudinale. . . . .	97
4.4	Cellule élémentaire représentative du matériau A de 3.6mm d'épaisseur. . . . .	98
4.5	Influence de $n_x$ sur les propriétés de la matrice de rigidité pour la cellule de 3.6mm d'épaisseur et $n_y$ fixé à 1. . . . .	99
4.6	Influence de $n_x$ sur la rigidité en flexion $M_{31}$ pour la cellule de 3.6mm d'épaisseur et $n_y$ fixé à 1. . . . .	99
4.7	Influence de $n_y$ sur les propriétés de la matrice de rigidité pour la cellule de 3.6mm d'épaisseur et $n_x$ fixé arbitrairement à 8. . . . .	100
4.8	Influence de $n_y$ sur la rigidité en flexion $M_{31}$ pour la cellule de 3.6mm d'épaisseur et $n_x$ fixé à 8. . . . .	101
4.9	Influence de $n_x$ sur le coefficient $C_{11}$ . . . . .	103
4.10	Influence de $n_x$ sur le coefficient $M_{31}$ . . . . .	103
4.11	Principe de la distribution aléatoire des propriétés mécaniques (représentation du $C_{11}$ ). . . . .	104
4.12	Distribution du $C_{11}$ : (a) modèle HPZ, (b) modèle HPZ-aléa. . . . .	105
4.13	Algorithme de distribution des propriétés effectives locales. . . . .	106
4.14	Exemple de maillages quelconques 2D à l'échelle : (a) macroscopique, (b) mésoscopique. . . . .	107
4.15	Champ de contraintes longitudinales (GPa) de cellules soumises à une déformation unitaire longitudinale : (a) modèle HPZ-grille, (b) modèle HPZ-aléa. . . . .	107
4.16	Maillage de cellules représentatives de l'éprouvette générique : (a) modèle de référence à l'échelle mésoscopique, (b) modèle HPZ à l'échelle macroscopique. . . . .	108
4.17	Analyse modale : comparaison modèle HPZ et modèle homogène pour le mode 1 <sup>ère</sup> flexion longitudinale hors-plan. . . . .	110
4.18	Analyse modale : comparaison modèle HPZ et modèle homogène pour le mode 1 <sup>ère</sup> torsion longitudinale hors-plan. . . . .	110
4.19	Analyse modale : comparaison modèle HPZ et modèle homogène pour le mode 1 <sup>ère</sup> flexion dans le plan. . . . .	110

4.20 Essai de flexion sur un composite 3D-SiC/Si-B-C possédant une variation d'épais-  
seur, comparaison entre les deux modèles d'endommagement (symboles) et la  
réponse expérimentales (lignes). . . . . 111

# **Annexes**



# Annexe A

## Développement du modèle de comportement SMDOC

**But :** présenter la loi de comportement SMDOC, comprendre la construction du formalisme mathématique et l'élaboration d'une procédure d'identification.

**Moyen :** modèle SMDOC simplifié, appliqué au cas où la symétrie orthotrope initiale n'est pas détruite par l'endommagement. On exclut, dans un premier temps, la compression et le cisaillement alterné pour présenter plus simplement le formalisme thermodynamique.

### Hypothèses de travail :

- Sollicitations indépendantes du temps,
- comportement non linéaire avec déformations résiduelles en traction et en cisaillement dans les axes du renfort fibreux,
- symétrie orthotrope conservée en présence d'endommagement. Le tenseur des souplesses s'écrit alors, dans le repère d'orthotropie et sous forme matricielle :

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{pmatrix},$$

- à endommagement constant, le comportement est élastique linéaire (les boucles d'hystérésis liées aux divers frottements sont négligées),
- présence de points de concours des cycles de décharge/recharge.

Le modèle initialement écrit en contrainte a été réécrit en déformations afin de faciliter l'implémentation du modèle dans un code éléments finis. En effet la plupart des codes éléments finis utilise une formulation en déformation. On effectue classiquement une partition des déformations et du potentiel thermodynamique :

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^r + \varepsilon^{th},$$

$$\varepsilon^{th} = \alpha(T).(T - T_0).$$

Dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles [Lemaitre 85], on introduit (i) un potentiel thermodynamique qui définit les lois d'état, (ii) un potentiel de dissipation qui fournit les lois complémentaires définissant les cinétiques d'endommagement. On définit alors le potentiel thermodynamique,  $\psi_e$ , basé sur l'énergie libre de Gibbs :

$$\psi = \psi_e + \psi_r,$$

$$\text{Avec } \psi_e = \frac{1}{2} (\varepsilon - \varepsilon^{th} - \varepsilon^r) : (\mathbf{C} - \widehat{\mathbf{C}}) : (\varepsilon - \varepsilon^{th} - \varepsilon^r) + \frac{1}{2} (\varepsilon - \varepsilon^{th} - \varepsilon^r) : \widehat{\mathbf{C}} : (\varepsilon - \varepsilon^{th} - \varepsilon^r),$$

$$\text{Avec } \widehat{\mathbf{C}} = \text{diag}[C_{11}; C_{22}; C_{33}; C_{44}; C_{55}; C_{66}].$$

### Partie élastique endommageable :

*Contraintes effectives :*

$$\tilde{\sigma} = \mathbf{C}^0 : \varepsilon^e \Rightarrow \begin{cases} \tilde{\sigma}_1 = C_{11}^0 \varepsilon_1^e + C_{12}^0 \varepsilon_2^e + C_{13}^0 \varepsilon_3^e \\ \tilde{\sigma}_2 = C_{12}^0 \varepsilon_1^e + C_{22}^0 \varepsilon_2^e + C_{23}^0 \varepsilon_3^e \\ \tilde{\sigma}_3 = C_{13}^0 \varepsilon_1^e + C_{23}^0 \varepsilon_2^e + C_{33}^0 \varepsilon_3^e \\ \tilde{\sigma}_4 = C_{44}^0 \varepsilon_4^e \\ \tilde{\sigma}_5 = C_{55}^0 \varepsilon_5^e \\ \tilde{\sigma}_6 = C_{66}^0 \varepsilon_6^e \end{cases}$$

*Forces thermodynamiques :*

Celles-ci sont partitionnées pour prendre en compte les différences de comportement entre traction et compression dans les axes du renfort fibreux. Les  $Y_i$  étant homogènes à des énergies (taux de relaxation d'énergie d'endommagement), il s'agit d'une partition en énergie.

$$Y_i = \left( \frac{\partial \psi_e}{\partial \omega_i} \right)_\sigma \Rightarrow \begin{cases} Y_1^+ = \frac{S_{11}^0 \langle \tilde{\sigma}_1 \rangle^2}{2} \\ Y_1^- = \frac{S_{11}^0 \langle -\tilde{\sigma}_1 \rangle^2}{2} \\ Y_2^+ = \frac{S_{22}^0 \langle \tilde{\sigma}_2 \rangle^2}{2} \\ Y_2^- = \frac{S_{22}^0 \langle -\tilde{\sigma}_2 \rangle^2}{2} \\ Y_6 = \frac{S_{66}^0 \langle \tilde{\sigma}_6 \rangle^2}{2} \end{cases}.$$

*Variables et cinétiques d'endommagement :*

L'endommagement du matériau est représenté par une variable tensorielle phénoménologique, choisie comme étant la variation du tenseur des souplesses. Ce dernier peut s'écrire comme la somme du tenseur des souplesses initiales et du tenseur de la variation des souplesses rendant compte de l'endommagement :

$$\mathbf{S} = \mathbf{S}^0 + \Delta \mathbf{S},$$

$$\begin{cases} \omega_1 = \frac{\Delta S_{11}}{S_{11}^0} \\ \omega_2 = \frac{\Delta S_{22}}{S_{22}^0} \\ \omega_6 = \frac{\Delta S_{66}}{S_{66}^0} \end{cases}.$$

Le formalisme de la TPI suppose l'existence d'un potentiel de dissipation décrit dans l'espace des forces thermodynamiques associées. On utilise alors un cadre associé qui définit des fonctions  $f_i(x)$  ( $i = 1, 2, 6$ ) indicatrices du pseudo-potentiel de dissipation :

$$\omega_i = f_i \left( \langle \underline{Y}_i^* - Y_{0i} \rangle \right),$$

$$S_{12} = S_{12}^0 \left( 1 + 0.5 \left[ f_{12} \left( \langle \underline{Y}_2^+ - Y_{02} \rangle \right) + f_{21} \left( \langle \underline{Y}_1^+ - Y_{01} \rangle \right) \right] \right),$$

Avec :  $\underline{x}(t) = \text{Sup}_{\tau \leq t} (x(\tau))$  (variable héréditaire prenant en compte l'histoire du chargement.  
et :  $\langle x \rangle = \max(x, 0)$  (parenthèse de Mc Auley).

*Remarque :*

- (i) Les fonctions  $f_{12}$  et  $f_{21}$  retranscrivent le comportement non linéaire transverse. La forme retenue pour  $S_{12}$  correspond à une diagonalisation,
- (ii) les fonctions  $f_i$  et  $f_{ij}$  sont de la forme  $f(x) = a(1 - \exp(-bx^c))$ .

Les matériaux ne présentant pas de comportement irréversible en compression dans les axes du renfort fibreux, les forces  $Y_{i=1,2}^+$  interviennent principalement dans les cinétiques d'endommagement.

Pour prendre en compte les interactions entre compression et cisaillement, on postule que c'est l'état de compression global qui ralentit le cisaillement. La force thermodynamique  $Y_6$  est remplacée par  $Z_6$ , définie de la façon suivante :

$$Z_6 = \langle Y_6 - \beta \bar{\sigma}_H^2 \rangle ; \text{ avec } \bar{\sigma}_H = \langle -(\bar{\sigma}_1 + \bar{\sigma}_2) \rangle,$$

$\beta$  paramètre matériau ayant la dimension d'une souplesse.

Pour rendre compte du caractère multiple et couplé des séquences d'endommagement des CMC, on définit des fonctions scalaires des forces thermodynamiques, homogènes à des équations de surfaces d'endommagement.

$$\begin{cases} Y_1^* = \left[ \left( Y_1^{+n} + (g_{12}(\underline{Y}_2^+) Y_2^+)^n \right)^{\frac{m}{n}} + (g_{16}(\underline{Z}_6) Z_6)^m \right]^{\frac{1}{m}} \\ Y_2^* = \left[ \left( Y_2^{+n} + (g_{21}(\underline{Y}_1^+) Y_1^+)^n \right)^{\frac{m}{n}} + (g_{26}(\underline{Z}_6) Z_6)^m \right]^{\frac{1}{m}} \\ Y_6^* = \left[ Z_6^m + \left( (g_{61}(\underline{Y}_1^+) Y_1^+)^n + (g_{62}(\underline{Y}_2^+) Y_2^+)^n \right)^{\frac{m}{n}} \right]^{\frac{1}{m}} \end{cases}.$$

**Rigidités endommagées :**

Afin de prendre en compte l'endommagement et sa désactivation en compression on définit un tenseur de rigidités endommagées  $\mathbf{C}$ .

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} C_{11}^0 - Q_1(\hat{\sigma}_1)(\Delta C_{11}) & \frac{S_{13}^0 S_{23}^0 - S_{12} S_{33}^0}{\Delta S} & \frac{S_{12} S_{23}^0 - S_{13}^0 S_{22}}{\Delta S} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{S_{13}^0 S_{23}^0 - S_{12} S_{33}^0}{\Delta S} & C_{22}^0 - Q_2(\hat{\sigma}_2)(\Delta C_{22}) & \frac{S_{12} S_{13}^0 - S_{23}^0 S_{11}}{\Delta S} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{S_{12} S_{23}^0 - S_{22} S_{13}^0}{\Delta S} & \frac{S_{12} S_{13}^0 - S_{23}^0 S_{11}}{\Delta S} & \frac{S_{11} S_{22} - S_{12}^2}{\Delta S} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44}^0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55}^0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66}^0 - Q_6(\hat{\sigma}_6)(\Delta C_{66}) \end{pmatrix},$$

$$\text{Avec } \Delta S = S_{11}S_{22}S_{33}^0 - S_{11}S_{23}^0{}^2 - S_{22}S_{13}^0 + 2S_{12}S_{13}^0S_{23}^0,$$

$$\text{et } Q_i(x) = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ \eta_i & \text{sinon} \end{cases} \text{ avec } 0 \leq \eta_i \leq 1,$$

$$\begin{cases} \Delta C_{11} = C_{11}^0 - \frac{S_{22}S_{33}^0 - S_{23}^0{}^2}{\Delta S} \\ \Delta C_{22} = C_{22}^0 - \frac{S_{11}S_{33}^0 - S_{13}^0{}^2}{\Delta S} \\ \Delta C_{66} = C_{66}^0 - \frac{1}{S_{66}^0} \end{cases}, \quad \begin{cases} S_{11} = S_{11}^0 (1 + \omega_1 + \omega_1^0) \\ S_{22} = S_{22}^0 (1 + \omega_2 + \omega_2^0) \\ S_{66} = S_{66}^0 (1 + \omega_6 + \omega_6^0) \end{cases}$$

$\omega_i^0$  : endommagement initial lié à l'élaboration.

$$\text{Et } \hat{\sigma}_1 = \tilde{\sigma}_1 - \sigma_{1d} \quad ; \quad \hat{\sigma}_2 = \tilde{\sigma}_2 - \sigma_{2d}.$$

On définit également une contrainte de désactivation en cisaillement  $\hat{\sigma}_6$ , directement établie à partir de  $Z_6$ . Les fissures de cisaillement sont désactivées lorsque  $Z_6 = 0$ , i.e. lorsque  $Y_6 - \beta\tilde{\sigma}_H^2$  change de signe soit :

$$\begin{cases} \hat{\sigma}_6 = |\tilde{\sigma}_6| - \frac{2\beta\tilde{\sigma}_H^2}{S_{66}^0|\tilde{\sigma}_6|} & \text{si } \tilde{\sigma}_6 \neq 0 \\ \hat{\sigma}_6 = -\beta\tilde{\sigma}_H & \text{si } \tilde{\sigma}_6 = 0 \end{cases}.$$

Le seuil de désactivation en cisaillement  $\sigma_{6d}$  n'est pas une constante. Il correspond à la valeur prise par  $\sigma_6$  lorsque  $\hat{\sigma}_6$  change de signe. Par dualité on définit  $\varepsilon_{6d} = S_{66}^0\sigma_{6d}$ .

*Remarque :*

- La forme retenue pour décrire le tenseur des rigidités est destinée à éviter, dans la loi de comportement, des discontinuités dues aux désactivations,
- l'augmentation de souplesse liée à l'endommagement se traduit par une baisse de rigidité ce qui implique des changements de signes par rapport au modèle écrit en contraintes.

### Déformation résiduelles

Les déformations résiduelles correspondent à la refermeture incomplète des fissures matricielles. Elles sont liées à :

- la relaxation des contraintes résiduelles d'origine thermique,
- au champ de contraintes auto-équilibré créé par la présence de fissures,
- aux frottements irréversibles présents au sein du matériau.

Les déformations résiduelles sont la conséquence directe de l'endommagement. Il existe plusieurs méthodes pour modéliser les déformations résiduelles : (i) soit en considérant les déformations résiduelles linéaires à l'endommagement, (ii) soit en modélisant les déformations résiduelles par un formalisme plastique.

Pour certains matériaux composites, on constate la présence de points de concours lors d'essai de traction cyclée. Dans ce cas les déformations résiduelles peuvent être considérées comme linéaires à l'endommagement. Par un simple raisonnement géométrique on peut déduire les déformations résiduelles sous la forme suivante :

$$\dot{\varepsilon}_i^r = \delta_i \cdot \dot{\omega}_i \approx -S_{ii}^0 \sigma_{id} \dot{\omega}_i.$$

On choisit d'écrire les déformations résiduelles sous forme incrémentale afin d'éviter de futures discontinuités lors de la prise en compte de chargements alternés.

Cette approche (lien linéaire entre déformations résiduelles et variables d'endommagement) n'est pas généralisable pour tous les matériaux composites (par exemple pour les C/C). On préfère utiliser la théorie classique de la plasticité. Dans ce cadre, on choisit de travailler avec les contraintes effectives (couplage « naturel » entre plasticité et endommagement),  $\tilde{\sigma}$ , définies par :

$$\tilde{\sigma} = (S^0)^{-1} : (\varepsilon^e + \varepsilon^S) \Rightarrow \begin{cases} \tilde{\sigma}_1 = \frac{S_{22}^0(\varepsilon_1^e + \varepsilon_1^S) - S_{12}^0(\varepsilon_2^e + \varepsilon_2^S)}{S_{11}^0 S_{22}^0 - (S_{12}^0)^2} \\ \tilde{\sigma}_2 = \frac{S_{11}^0(\varepsilon_2^e + \varepsilon_2^S) - S_{12}^0(\varepsilon_1^e + \varepsilon_1^S)}{S_{11}^0 S_{22}^0 - (S_{12}^0)^2} \\ \tilde{\sigma}_6 = \frac{(\varepsilon_6^e + \varepsilon_6^S)}{S_{66}^0} \end{cases}.$$

Deux approches sont considérées dans le formalisme plastique, (i) avec écrouissage isotrope ou (ii) avec écrouissage cinématique.

#### Ecrouissage isotrope :

Ce modèle n'est pas le plus pertinent ni le plus général mais le plus simple (à identifier et à programmer). Pour ce faire, on détermine un potentiel thermodynamique et les lois complémentaires, de la façon suivante :

$$\psi_r = \frac{1}{2} Abr^2,$$

$r$  : variable duale de la fonction d'écrouissage  $R$ , homogène à une déformation

$A, b$  : constantes matériau définissant  $R(p)$  ( $p$ , déformation plastique cumulée)

Dans le cadre de la plasticité non associée, la surface de charge  $h$  est différente du potentiel découlement  $F$  :

$$\begin{cases} h = [(\tilde{\sigma}) : M : (\tilde{\sigma})]^{\frac{1}{2}} - R - k = \sigma_{eq} - (R + k) \\ F = \sigma_{eq} - (R + k) - \frac{R^2}{2A} \end{cases}.$$

Avec  $R = \frac{\partial \psi}{\partial r} = Abr$  ;  $k$ , limite élastique.

Soit  $M$  le tenseur d'anisotropie plastique définie par (sous forme matricielle dans le repère matériau) :

$$M = \begin{pmatrix} H(\tilde{\sigma}_1)\delta_1^2 & \delta_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \delta_{12} & H(\tilde{\sigma}_2)\delta_2^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H(\tilde{\sigma}_6)\delta_6^2 \end{pmatrix}.$$

(Pas d'endommagement et donc pas de déformations résiduelles en compression dans les axes d'où les fonctions d'Heaviside).

Après avoir écrit les lois d'évolution et explicité le multiplicateur plastique (confondu avec la déformation plastique cumulée) en appliquant les conditions de charge et de cohérence, on aboutit à un système d'équations différentielles ordinaires à résoudre :

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon} = N\dot{p} & ; \quad N = \frac{\partial h}{\partial \tilde{\sigma}} = \frac{M:\tilde{\sigma}}{\sigma_{eq}} \\ \dot{R} = b(A+R)\dot{p} \\ \dot{p} = \frac{H(h)\langle N:\dot{\tilde{\sigma}} \rangle}{b(A+R)} \end{cases} .$$

Ce système est résolu par une méthode de type prédicteur-correcteur avec intégration par la  $\theta$ -méthode dite des trapèzes généralisés :

$$\begin{cases} \varepsilon^r(t + \Delta t) = \varepsilon^r(t) + N(t + \theta\Delta t)(p(t + \Delta t) - p(t)) \\ N(t + \theta\Delta t) = (1 - \theta)N(t) + \theta N(t + \Delta t) \\ 0 \leq \theta \leq 1 \end{cases} .$$

*Remarque :*

L'équation  $\dot{R} = b(A+R)\dot{p}$  s'intègre analytiquement pour donner la fonction d'érouissage  $R(p) = k + A(\exp(bp) - 1)$ . Il ne s'agit pas de la classique sigmoïde saturante en  $y$  mais d'une sigmoïde non saturante en  $x$ , plus proche des évidences expérimentales.

#### Érouissage cinématique + isotrope :

Le choix d'un érouissage cinématique est plus pertinent car :

- il permet de prendre en compte les effets directionnels, en accord avec l'endommagement anisotrope,
- les phénomènes de frottements bloqués évoquent l'accommodation des contraintes internes des alliages métalliques.

L'ajout d'un érouissage isotrope permet d'augmenter conjointement la surface seuil. La non présence de déformations résiduelles en compression dans les axes implique que le terme cinématique agit uniquement sur la composante de cisaillement.

De la même manière, on définit un potentiel thermodynamique ainsi que les lois complémentaires :

$$\psi_r = \frac{1}{2}C : \alpha : \alpha + \frac{1}{2}A_6 b_6 r^2,$$

Avec  $C = \text{diag}[0, 0, 0, 0, 0, c_6]$  ,  $1^{er}$  tenseur cinématique,

$\alpha$  : variable d'érouissage cinématique ,

$$\begin{cases} h = [(\tilde{\sigma} - X) : M(\tilde{\sigma} - X)]^{\frac{1}{2}} - R - k = \sigma_{eq} - (R + k) \\ F = \sigma_{eq} - (R + k) + \frac{1}{2}(C^{-1} : \Gamma) : X : X - \frac{R^2}{2A_6} \end{cases} ,$$

Avec  $X = \frac{\partial \psi_r}{\partial \alpha} = C : \alpha$   $1^{er}$  tenseur contraintes cinématiques,

$$R = \frac{\partial \psi_r}{\partial r} = A_6 b_6 r,$$

$\Gamma = \text{diag}[0, 0, 0, 0, 0, \gamma_6]$   $2^{nd}$  tenseur cinématique.

Le système d'équations différentielles ordinaires à résoudre est le suivant :

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon} = N\dot{p} & ; \quad N = \frac{\partial h}{\partial \tilde{\sigma}} = \frac{M:(\tilde{\sigma} - X)}{\sigma_{eq}} \\ \dot{X} = (C : N - \Gamma : X)\dot{p} \\ \dot{R} = b_6(A_6 + R)\dot{p} \\ \dot{p} = \frac{H(h)\langle N:\dot{\tilde{\sigma}} \rangle}{(N:C:N) - (N:\Gamma:X) + b_6(A_6 + R)} \end{cases} .$$

Ce système est également résolu par une méthode de prédiction élastique ? correction plastique avec intégration par la  $\theta$ -méthode dite des trapèzes généralisés et un processus itératif de type Newton-Raphson (pour rechercher  $N(t + \Delta t)$ ).

### Déformations élastiques

$$\varepsilon^e = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 - \varepsilon_1^r - \varepsilon_1^{th} \\ \varepsilon_2 - \varepsilon_2^r - \varepsilon_2^{th} \\ \varepsilon_3 - \varepsilon_3^{th} \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 - \varepsilon_6^r \end{pmatrix} .$$

### Loi de comportement

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44}^0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55}^0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_1^e \\ \varepsilon_2^e \\ \varepsilon_3^e \\ \varepsilon_4^e \\ \varepsilon_5^e \\ \varepsilon_6^e \end{pmatrix} + \overbrace{\begin{pmatrix} (Q_1(\hat{\sigma}_1) - 1)\Delta C_{11}\varepsilon_{1d} \\ (Q_2(\hat{\sigma}_2) - 1)\Delta C_{22}\varepsilon_{2d} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ (Q_6(\hat{\sigma}_6) - 1)\Delta C_{66}\varepsilon_{6d} \end{pmatrix}}^{(1)}$$

(1) représentent des contraintes stockées lors de la désactivation (pour assurer la continuité de la courbe contrainte / déformation).

$$\text{Avec } \begin{cases} \varepsilon_{1d} = S_{11}^0 \tilde{\sigma}_{1d} + S_{12}^0 \tilde{\sigma}_{2d} \\ \varepsilon_{2d} = S_{12}^0 \tilde{\sigma}_{1d} + S_{22}^0 \tilde{\sigma}_{2d} . \\ \varepsilon_{6d} = S_{66}^0 \tilde{\sigma}_{6d} \end{cases}$$

Les dernières équations permettent d'obtenir les valeurs seuils en déformations à partir des valeurs seuils en contraintes effectives (plus simples à identifier).



## **Etude du comportement mécanique des matériaux composites à matrice céramique de faible épaisseur**

La prochaine génération de moteur d'avion civil, LEAP, développé par Snecma (groupe Safran) et General Electric, intègrera de nombreuses innovations matériaux qui contribueront à la réduction de la consommation de carburant, d'émission de polluants et du bruit. Parmi ces innovations, l'utilisation d'aubes de turbine en CMC (Composites à Matrice Céramique) permettra une réduction significative de la masse du moteur. Les travaux présentés concernent à la fois la caractérisation du comportement mécanique de composites tissés 3D-SiC/Si-B-C et le développement d'une approche multi-échelle du comportement élastique adaptée aux structures CMC complexes. Un premier modèle à l'échelle du fil a été développé en prenant en compte la variabilité du matériau (porosité, architecture, usinage, etc...). Le modèle HPZ (Homogénéisation Par Zone) reposant sur la discrétisation du domaine d'homogénéisation permet de faire le lien entre l'échelle mésoscopique et l'échelle de la structure.

**Mots-clés** : composites tissés ; approche multiéchelle ; loi de comportement ; endommagement ; homogénéisation.

---

## **Mechanical behaviour of thin ceramic matrix composites**

Due to their high thermo-mechanical properties and low densities, ceramic matrix composites (CMC) are candidate materials for hot parts in gas-turbine engines. Various applications have been identified for several types of CMC including C/SiC (nozzles), SiC/SiC (compressor blade) and all oxide composites (combustors). This work presented relates to both the characterization of the mechanical behaviour of woven composites 3D-SiC/Si-BC and the development of a multi-scale elastic behaviour suitable for complex CMC structures approach. A first model at the mesoscale has been developed taking into account the variability of the material (porosity, architecture, manufacturing, etc ...). The HPZ model ("Homogenization par Zone" in French) based on the discretization of the homogenization field allows to link the mesoscopic scale and the scale of the structure.

**Keywords** : woven composites ; multiscale modeling ; mechanical behaviour ; damage ; homogeneization.