



HAL
open science

Influence des cycles hydriques de la dessiccation et de l'humidification sur le comportement hydromécanique des géomatériaux non saturés

Wahib Araïro

► **To cite this version:**

Wahib Araïro. Influence des cycles hydriques de la dessiccation et de l'humidification sur le comportement hydromécanique des géomatériaux non saturés. Autre. INSA de Lyon, 2013. Français. NNT : 2013ISAL0028 . tel-00943471

HAL Id: tel-00943471

<https://theses.hal.science/tel-00943471>

Submitted on 7 Feb 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Thèse

Influence des cycles hydriques de la dessiccation et de l'humidification sur le comportement hydromécanique des géomatériaux non saturés

Présentée devant
L'institut national des sciences appliquées de Lyon

Pour obtenir
Le grade de docteur

Formation doctorale : Génie Civil
École doctorale : Mécanique, Energétique, Génie civil et Acoustique de Lyon
(MEGA)

Par
Wahib ARAIRO
(Ingénieur)

Soutenue le 07 mai 2013 devant la Commission d'examen
Jury MM.

Directrice	I. DJERAN-MAIGRE	Professeur (INSA-Lyon)
Co-directeur	F. PRUNIER	Maître de Conférences (INSA-Lyon)
Rapporteur	J. VAUNAT	Professeur (Polytechnique Catalogne)
Rapporteur	P. DANGLA	Directeur de Recherche (LCPC-IFSTTAR)
Examineur	F. DARVE	Professeur (Grenoble INP)
Examineur	A. MILLARD	Professeur (Ecole Polytechnique)
Examineur	D. WILLIAMS	Professor (University of Queensland)

Laboratoire de recherche: Laboratoire de Génie Civil et d'Ingénierie Environnementale (LGCIE)

Influence des cycles hydriques de la dessiccation et de l'humidification sur le comportement hydromécanique des géomatériaux non saturés

Résumé

Ce travail de recherche porte sur le comportement des milieux poreux (triphasiques), plus particulièrement les sols non saturés sous sollicitations hydromécaniques. Un modèle constitutif élastoplastique couplé est développé. Ce modèle original est formulé selon les principes suivants: une loi constitutive est développée pour décrire le comportement de chaque phase (squelette solide, liquide, et gaz). Ensuite, des relations de couplage sont ajoutées entre chacune des phases.

Pour le comportement du squelette solide, une loi élastoplastique non associée est adoptée, avec deux surfaces de charges, en cisaillement et en compression.

La partie hydrique est décrite par une formulation qui permet de prendre en compte l'effet d'hystérésis. Ce modèle est enrichi par une relation de couplage hydromécanique qui permet d'exprimer la pression d'entrée d'air en fonction de la porosité.

Ensuite, le couplage complet se fait avec la contrainte effective de Bishop en utilisant une nouvelle définition du paramètre de succion χ grâce à laquelle, les différents phénomènes présents dans la réponse des milieux poreux sous différentes sollicitations peuvent être reproduits.

Ce modèle est validé par une confrontation à des données expérimentales issues de la littérature sur différents types de sol (sable, limon,...).

Le modèle est implanté dans le code aux éléments finis Cast3M. L'analyse de problèmes particuliers, tels que la mise en œuvre d'un cas test d'un sol d'assise soumis à un cycle pluvial, ainsi que l'étude de la stabilité d'une pente, permettent de montrer la capacité du modèle à reproduire le comportement des milieux poreux non saturés.

Mots-Clés: sols non saturés – courbes de rétention d'eau – comportement élastoplastique – hystérésis – couplage hydromécanique – contraintes effectives

A mes parents
A ma sœur et mon frère
A tous ceux qui me sont Chers

Table des matières

I	Introduction	8
I.1.	Apports originaux de cette thèse	9
II	Aspects hydriques	11
II.1.	La succion dans les sols non saturés	11
II.1.1	Capillarité	11
II.1.2	Différentes composantes de la succion	13
II.2.	L'eau dans les sols non saturés	16
II.2.1	Eau libre	16
II.2.2	Eau adsorbée	17
II.2.3	Eau interlamellaire	18
II.3.	Propriétés de rétention d'eau	20
II.3.1	Courbe de rétention d'eau -Hystérésis	20
II.4.	Différentes méthodes et techniques de contrôle et de mesure de la succion dans le sol	23
II.4.1	Techniques de mesure et de contrôle de la succion	23
II.4.2	Conclusion	30
II.5.	Effet de la succion sur le comportement mécanique	32
II.5.1	Résistance au cisaillement (comportement déviatorique)	32
II.5.2	Comportement volumique	35
II.6.	Différents facteurs influençant la courbe de rétention d'eau	38
II.6.1	Effet de l'indice des vides initial	38
II.6.2	Effet de la teneur en eau initiale	39
II.6.3	Effet de l'état de contrainte	41
II.6.4	Effet de la granulométrie	42
II.6.5	Conclusion sur les différents facteurs influençant la courbe de rétention d'eau	43
II.7.	Différents modèles numériques représentant la courbe de rétention d'eau	43
II.7.1	Phénomène d'hystérésis	45
II.7.2	Comparaison des différents modèles des courbes de rétention d'eau	51
II.7.3	Conclusion	61
III	Choix des variables de contraintes	62
III.1.	Détermination du paramètre χ	67
IV	Comportement mécanique des sols non saturés	71
IV.1.	Concept de surface d'état	71
IV.2.	Modèle élastoplastique	73
IV.2.1	Lois d'Alonso et Gens	73

IV.2.2 Lois dérivées de la loi d'Alonso et Gens	78
IV.3. Différents modèles récents pour la modélisation des sols non saturés	80
IV.3.1 Loi de Sheng et al. (2004)	83
IV.4. Synthèse	85
V Loi constitutive élastoplastique pour les géomatériaux	87
V.1. Modèle constitutif pour sol non-saturé développé dans le cadre de cette thèse	87
V.1.1 Objectifs	87
V.2. Formulation incrémentale élastoplastique	88
V.3. Surface de charge pour le comportement des géomatériaux	89
V.4. Variables d'état	90
V.5. Equation unifiée de la surface de plasticité	93
V.5.1 Cas particuliers issus de la formulation unifiée	94
V.5.2 Surface cap de compression	100
V.5.3 Détermination de la surface de charge activée	103
V.5.4 L'algorithme de calcul de la loi élastoplastique	104
VI Loi hydrique: effet d'hystérésis et évolution de la porosité	110
VI.1. Phénomène d'hystérésis	110
VI.1.1 Cas d'un chemin cyclique drainage/mouillage	112
VI.2. Prise en compte de l'effet de la porosité sur la courbe de rétention d'eau	114
VI.3. Mise en œuvre de l'algorithme de calcul du degré de saturation	117
VI.4. Simulation numérique illustrant les capacités du modèle hydrique	118
VII Formulation hydromécanique couplée	120
VII.1. Formulation du modèle hydromécanique sous contrainte totale et succion contrôlée	122
VII.2. Formulation du modèle hydromécanique sous déformation imposée et succion contrôlée	123
VII.3. Identification des Paramètres Hydromécaniques	123
VII.3.1 Paramètres Mécaniques	123
VII.3.2 Paramètres Hydriques	123
VII.3.3 Paramètres de couplage	124
VIII Validation du modèle hydromécanique	125
VIII.1. Etape 1: Etape de vérification	125

VIII.1.1 Validation de la partie cap de compression pour le modèle mécanique.	125
VIII.1.2 Validation de la prise en compte de l'effet d'hystérésis	127
VIII.1.3 Validation de la relation entre la porosité et la pression d'entrée d'air	129
VIII.1.4 Etude qualitative de la formulation du paramètre de couplage χ	133
VIII.2. Etape 2 : Etape de validation du modèle hydromécanique couplé à l'échelle des essais de laboratoire	135
VIII.2.1 Validation du modèle HydroMécanique couplé	135
VIII.2.2 Conclusion	146
IX Modélisation numérique	147
IX.1. L'environnement de modélisation : Cast3m	147
IX.2. Formulation théorique du problème	148
IX.2.1 Equations régissantes	150
IX.3. Cas d'un écoulement dans un milieu poreux déformable non saturé	154
IX.3.1 Conditions initiales et aux limites	155
IX.4. Formulation algorithmique du problème	156
IX.5. Vérification du bon fonctionnement du modèle implanté dans le code Cast3M	160
IX.5.1 Validation par un essai de compression triaxial à succion contrôlée.	161
IX.5.2 Validation par un essai de cisaillement.	164
IX.5.3 Validation par un essai de rétention d'eau.	165
IX.5.4 Conclusion	171
IX.6. Application à l'étude de la stabilité d'une pente qui subit un phénomène pluvial	171
IX.6.1 Phasage de calcul et résultats des simulations	173
IX.7. Etude de l'effet du paramètre χ sur les déformations	178
IX.8. Application à une fondation superficielle reposant sur un sol non saturé	180
IX.8.1 Introduction	180
IX.8.2 Caractéristiques de la fondation	180
IX.8.3 Caractéristiques du massif de sol	182
IX.8.4 Le modèle et les conditions initiales et aux limites	183
IX.8.5 Résultats des simulations	186
X Conclusion et perspectives	191
Annexe - Etude expérimentale	195
Bibliographie	204

I Introduction

Dans le domaine du Génie Civil, plus précisément en mécanique des sols, les phénomènes de dessiccation et de gonflement sont à l'origine de nombreux désordres tant pour les structures construites en surface (bâtiments, fondations superficielles, ouvrages de soutènement, remblais,...) que pour les ouvrages enterrés (tunnels, pieux canalisations, fondations profondes,...). Les exemples de désordres liés à la présence des sols non saturés sont nombreux et variés (Chen (1975); Philipponnat (1991); Vandangeon (1992); etc.).

Il est à noter en particulier que la variation de teneur en eau peut causer soit un effondrement soit un gonflement du sol partiellement saturé. Ces variations volumiques du sol porteur provoquent des dégâts sur les fondations et les immeubles sus-jacents, les structures légères, les routes et les remblais. Ces dégâts ont un coût très élevé et se retrouvent partout dans le monde. Ainsi, en 1993 (d'après Gourley et al. (1993)), aux Etats-Unis, ils ont été évalués à 1000 millions de dollars, et au Royaume Uni, à 150 millions de dollars.

Ces variations importantes de teneur en eau affaiblissant la résistance au cisaillement d'un sol peuvent aussi engendrer des glissements de terrain qui sont aussi des sujets de préoccupation et sont responsables de dégâts matériels et de catastrophes humaines (Krahn et al. (1989)).

Malgré ces inconvénients, les propriétés particulières des sols argileux, faible perméabilité et bonne capacité de rétention notamment, font de ces matériaux, la matière première pour de nombreuses applications en Géotechnique environnementale, dans la construction des barrières d'étanchéité des sites de stockage des déchets en surface et en grande profondeur. Cependant, ces matériaux pourraient être soumis à des variations de températures et de contraintes mécaniques et hydrauliques (cycle hydrologique...) importantes qui peuvent mettre en cause leur bon fonctionnement.

Il paraît donc important de prévoir le comportement hydromécanique des sols partiellement saturés, afin de mieux maîtriser leur utilisation et leur capacité portante.

Un sol non saturé est un milieu poreux multiphasique. Une partie de l'espace vide entre les particules solides est occupée par l'eau et le reste par de l'air.

Jusqu'au début des années 1960, la mécanique des sols s'est concentrée principalement sur le cas des sols totalement saturés ou bien entièrement secs, dont l'un des résultats fondamentaux, appelé Principe de Terzaghi, considère que dans

ce cas les déformations sont entièrement pilotées par la "contrainte effective", définie comme la différence entre la contrainte totale et la pression du liquide interstitiel.

La présence de l'air modifie les interactions entre les particules solides et l'eau, ce qui conduit à la coexistence de trois types d'interface, au niveau macroscopique : solide-liquide, solide-gaz et liquide-gaz, qui possèdent des énergies spécifiques* très différentes et dont l'aire de chacune n'est plus constante mais varie suivant la teneur en eau.

C'est pour ces raisons qu'il est important de connaître les effets de la non-saturation et ceci passe par une compréhension des phénomènes physiques intervenant à l'échelle des grains.

Des études ont été menées sur ces comportements mécaniques particuliers et se sont accrues au cours de ces vingt dernières années. C'est ainsi que l'école de Barcelone a développé un modèle prenant en compte le comportement volumique complexe ainsi que l'augmentation de résistance liée à la désaturation (Alonso et al. (1990)). D'autres écoles de pensées se sont développées partout dans le monde utilisant une approche théorique ou expérimentale comme par exemple celle de Wheeler (Wheeler (1988)), de Fredlund et Rahardjo (Fredlund et al. (1993)), de Cui et Delage (Cui et al. (1996)), de Fleureau et al. (Fleureau et al. (2002)), d'Haxaire et Djéran-Maigre (2009) ou de Morvan et al. (Morvan et al. (2010)).

Ce travail s'inscrit dans le cadre général de l'étude du comportement hydromécanique des sols non saturés. Plus particulièrement, l'objet du travail est d'implanter un modèle hydromécanique couplé pour les matériaux poreux dans un code de calcul aux éléments finis intégrant le couplage hydromécanique et son application à la modélisation des problèmes pratiques tels que les stockages de déchets, les fondations, les remblais routiers, etc. avec différents types de chargement mécanique et/ou hydrique.

I.1. Apports originaux de cette thèse

Nous avons consacré un effort important à synthétiser l'état des connaissances actuelles dans ce domaine. A cet égard, les études bibliographiques détaillées des chapitres II, III et IV et la mise en évidence des relations entre celles-ci (notamment entre les aspects microstructuraux, macrostructuraux et leur modélisation) nous paraissent un apport utile pour une meilleure compréhension du sujet abordé ici.

* La quantité d'énergie liée aux forces de capillarité et à la charge hydraulique qui dépend de l'état de saturation

Cela étant dit, les éléments de cette thèse qui, à notre connaissance, constituent des contributions originales sont les suivants:

- au chapitre V, la synthèse sur le choix des variables de contraintes, le développement d'une formulation des lois de comportement élasto-plastiques qui regroupe, dans une même structure mathématique: (1) une surface de charge en cisaillement développée dans un espace tridimensionnel des contraintes principales, (2) une surface CAP qui vient fermer le critère de cisaillement en gardant la continuité entre les deux surfaces. Cette formulation permet de combiner la dépendance vis-à-vis de l'angle de Lode et l'effet de la succion, sans que cette dernière soit explicitement introduite dans la définition de la surface de charge;
- au chapitre VI, le développement d'une formulation pour modéliser le comportement hydrique des sols non saturés. Cette formulation consiste à caractériser la courbe de rétention d'eau et permet de coupler la dépendance de cette courbe de la porosité, avec l'effet d'hystérésis: l'irréversibilité des chemins de chargement cyclique (drainage/imbibition) est mise en évidence.
- au chapitre VII, la détermination des paramètres de comportement de plusieurs sols fins, basée sur une étude approfondie de résultats expérimentaux, qui a conduit à des résultats de simulation en bon accord avec ceux des essais.
- au chapitre VIII, la validation du modèle couplé complet (effets mécaniques, de succion et d'écoulement) par des simulations numériques d'essais de laboratoire à petite et moyenne échelles sur sols quasi saturés et non saturés.

II Aspects hydriques

II.1. La succion dans les sols non saturés

La succion est un paramètre incontournable pour comprendre et décrire le comportement des sols non saturés. L'eau et l'air présents dans le sol donnent lieu à une interface supplémentaire par rapport au cas complètement saturé ou complètement sec. Par la suite, l'effet des variations d'état hydrique sera décrit et la mise en évidence des relations avec la microstructure sera abordée.

II.1.1 Capillarité

A l'interface entre deux fluides, une molécule est soumise à un ensemble de forces d'interaction différentes venant de la phase liquide et de la phase solide. Une molécule d'eau à l'interface eau-air est attirée par la masse d'eau. La surface de l'eau est alors soumise à une force qui lui est perpendiculaire, ce qui donne lieu à une tension superficielle σ_s (Figure II-1).

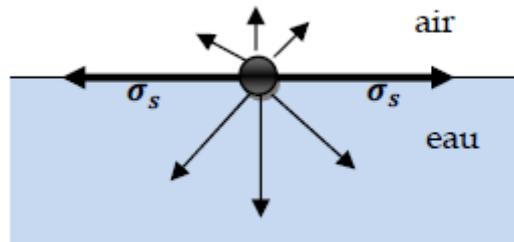


Figure II-1: Illustration des forces à l'interface eau-air

La capillarité est souvent illustrée par le schéma de la Figure II-2, décrivant la remontée capillaire h de l'eau dans un tube de rayon r plongé dans un récipient contenant de l'eau. La relation entre le rayon de courbure du ménisque sphérique eau-air dans le tube et la différence de pression entre l'air et l'eau est donnée par la loi de Laplace, qui se simplifie dans l'hypothèse de pores cylindriques et prend l'expression de la loi de Jurin :

$$u_a - u_w = \frac{2\sigma_s \cos\theta}{r} \quad (1)$$

Avec u_a et u_w respectivement les pressions d'air et d'eau, σ_s la tension de surface eau-air, et θ l'angle de raccordement entre le ménisque et le solide. Pour l'eau à 20°C, $\sigma_s = 72,75 \cdot 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$.

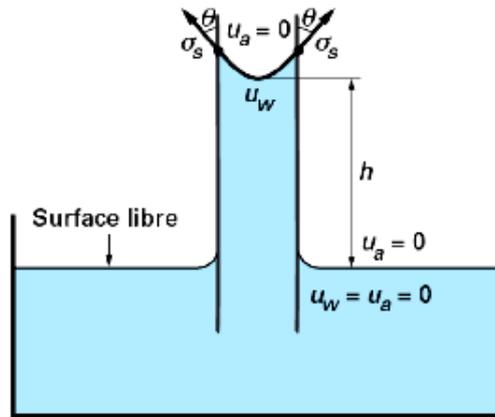


Figure II-2: Illustration du phénomène de remontée capillaire dans un tube (Delage et al. (2000))

Ce type de phénomènes capillaires apparaît dans le cas des sols partiellement saturés.

Durant leur désaturation, quand la phase liquide devient discontinue des ménisques capillaires vont se former.

Plus le sol se désature, plus les ménisques deviennent petits et présentent de petits rayons de courbure (Figure II-3).

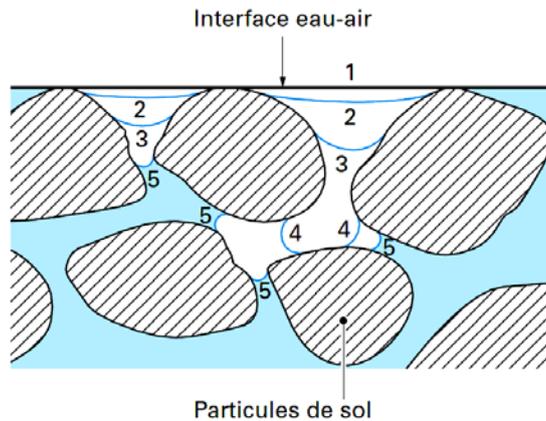


Figure II-3: Différents stades de pénétration de l'air dans un sol granulaire, d'après Childs (1969) cité par (Delage et Cui 2000)

Pour étudier les effets de la désaturation sur un sol, il est instructif d'examiner le cas idéalisé où les grains sont sphériques. La loi de Laplace entre deux sphères nous donne :

$$u_a - u_w = \sigma_s \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{l} \right) \quad (2)$$

Où r et l déterminent la forme du ménisque comme présentés sur la Figure II-4. Plus le sol se désature, plus les ménisques se creusent comme nous l'avons vu dans la Figure II-3. Ceci mis en parallèle avec l'équation (2), montre que pendant la désaturation la pression capillaire, appelée succion, a tendance à augmenter.

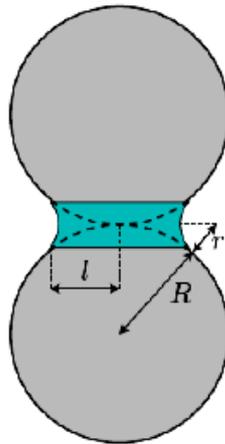


Figure II-4: Ménisques capillaires dans le cas de grains sphériques (Delage et Cui 2000)

Cette interface eau-air située au contact intergranulaire est à l'origine d'une force de traction intergranulaire. Cette force a tendance à rigidifier le sol et à gêner les réarrangements entre les grains.

II.1.2 Différentes composantes de la succion

Le terme de «succion» dans le domaine de la géotechnique a été défini en 1965 (Mitchell (1976)) comme étant «une énergie potentielle comparable à la charge hydraulique dans les sols saturés», correspondant à «l'énergie à fournir pour amener de l'eau libre de l'infini jusqu'à un sol non saturé».

En géotechnique, la succion est généralement exprimée sous forme de pression d'eau négative en kilo pascals, mais dans d'autres domaines (agronomie notamment), elle est souvent exprimée sous forme de hauteur d'eau ou en pF, égal au logarithme décimal de la valeur absolue de la succion exprimée en cm d'eau (par exemple, pF1 correspond à 1cm d'eau et à 10^{-1} kilopascals, et pF3 correspond à 1000 cm d'eau et 100 kilopascals).

Il a été établi que la succion totale résulte essentiellement de trois composantes (Delage et Cui (2000)) :

- La composante gravitaire ;
- La composante matricielle intégrant les termes de potentiel capillaire et d'adsorption ;
- La composante osmotique ;

Pour illustrer cette décomposition, et en particulier les notions de potentiel capillaire et de potentiel d'adsorption, on peut se rapporter à un échantillon théorique de sol non saturé (Figure II-5). Dans cet échantillon, les particules argileuses élémentaires sont regroupées en agrégats, et l'on peut distinguer l'eau

liée, adsorbée sur les particules de l'eau libre, dont les mouvements sont gouvernés uniquement par les phénomènes gravitaires.

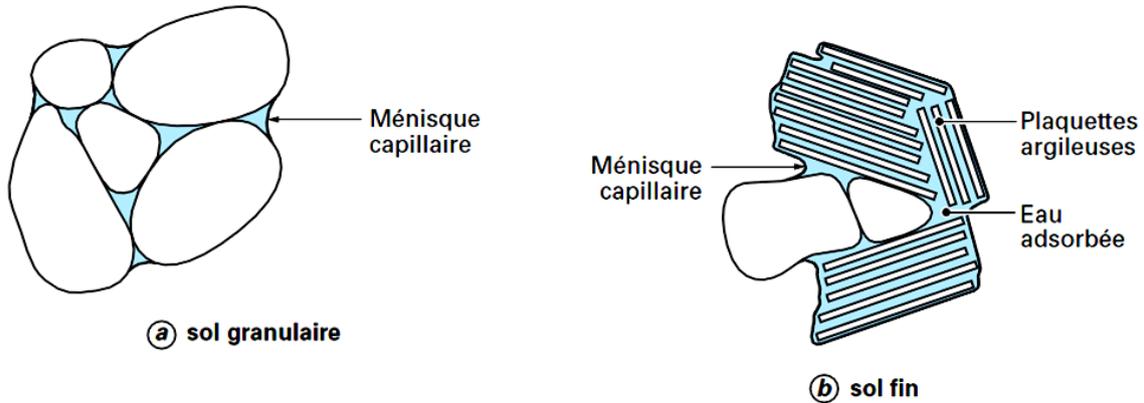


Figure II-5: Représentation schématique des relations entre les composantes de la succion, l'organisation des particules argileuses et l'eau dans un sol non saturé.

Ce potentiel peut se décomposer en quatre termes (Aitchison et al. (1965)) cité par Gens dans (Gens (2009)):

$$\psi = \psi_p + \psi_g + \psi_m + \psi_0 \quad (3)$$

avec :

ψ_p : Le potentiel lié à la pression d'eau

ψ_g : Le potentiel gravitaire

ψ_m : Le potentiel matriciel

ψ_0 : Le potentiel lié aux phénomènes osmotiques

Le potentiel capillaire résulte de la tension de l'eau dans les pores, reliée à leurs dimensions par la loi de Jurin-Laplace (voir Figure II-2) :

$$h = \frac{2\gamma \cos(\theta)}{r \rho g} \quad (4)$$

h est la hauteur du liquide ;

γ est la tension superficielle du liquide ;

θ est l'angle de raccordement entre le liquide et la paroi du tube ;

ρ est la masse volumique du liquide ;

r est le rayon du tube ;

g est l'accélération de la pesanteur.

Le terme de potentiel d'adsorption est lié à la présence de cations échangeables au contact des particules, qui créent un potentiel osmotique dans l'eau liée.

Enfin le terme de potentiel osmotique pur est relié au potentiel chimique μ de l'eau libre, lui-même gouverné par sa concentration (équation (5)). On peut ainsi relever que des phénomènes osmotiques interviennent dans le potentiel matriciel et dans le potentiel osmotique pur, la distinction provenant du type d'eau concerné (eau libre ou liée).

$$\mu = -RT \ln(X) \quad (5)$$

Où μ est le potentiel chimique, R est la constante des gaz parfaits égale à $8,3143 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$, T la température et X la fraction molaire de l'eau dans la solution (Cui (1993)).

Les succions matricielles et osmotiques sont définies comme l'opposé des deux potentiels matriciel ψ_m et osmotique ψ_0 . La somme de ces deux succions donne la succion totale $-\psi_t$.

On a :

$$-\psi_t = s - \psi_0 \quad (6)$$

avec :

$$s = -\psi_m \quad (7)$$

Dans le cas des matériaux granulaires, la composante osmotique est supposée négligeable par rapport à la composante matricielle et on aura :

$$s = u_a - u_w \quad (8)$$

L'humidité relative H est le rapport, en pourcentage, entre la pression partielle de la vapeur d'eau et la pression de la vapeur d'eau saturante.

La relation entre l'humidité ambiante et la succion correspondante est indépendante du sol. Elle est définie par une des relations fondamentales de la thermodynamique, la loi de Kelvin, dont l'expression est la suivante :

$$u_a - u_w = \frac{RT}{gM} \ln H \quad (9)$$

Avec R la constante des gaz parfait, T la température absolue, M la masse molaire de l'eau et g l'accélération de la pesanteur. A 20°C , on a :

$$\frac{RT}{gM} = 137,837 \text{ MPa} \quad (10)$$

Ce phénomène physique est à l'origine de la méthode des solutions salines utilisée pour contrôler la succion d'un échantillon de sol via l'humidité de l'air (partie II.4.1.c.iii). Dans le chapitre suivant, nous allons étudier l'impact de la succion sur le comportement d'un sol.

II.2. L'eau dans les sols non saturés

L'eau joue un rôle majeur dans le comportement du matériau argileux. Sa cohabitation avec l'air dans les pores prend des formes variées, selon que l'eau domine et que l'air ne peut se déplacer librement, ou au contraire que l'air occupe l'essentiel des pores, et que l'eau est bloquée aux contacts des particules, ou encore que l'eau et l'air peuvent se déplacer tous les deux. Outre les phénomènes capillaires, qui se développent aux contacts entre l'eau et l'air dans le matériau non saturé.

L'eau peut interagir avec les minéraux des particules argileuses : ces interactions physicochimiques sont particulièrement importantes dans les argiles. Enfin, la concentration des sels dissous dans l'eau est à l'origine de phénomènes osmotiques, qui influencent la migration des molécules d'eau dans les pores de matériau argileux.

On distingue trois types principaux d'état de l'eau, qui ont une grande influence dans le comportement des matériaux argileux: l'eau libre ou l'eau capillaire dont les propriétés sont modifiées par la présence et la courbure d'une interface liquide-vapeur, l'eau adsorbée dont les propriétés sont modifiées par la proximité d'une surface solide et l'eau interlamellaire.

II.2.1 Eau libre

L'eau libre se trouve principalement dans les espaces interagrégats et éventuellement dans l'espace interparticulaire (loin des surfaces externes des particules) de matériaux argileux. Cette eau circule librement dans le milieu sous l'effet d'un gradient de charge hydraulique.

II.2.1.a. Eau capillaire

Le phénomène de capillarité se produit à l'interface entre deux fluides, car les molécules y sont soumises à un ensemble de forces d'interaction non équilibrée, à la différence d'une molécule située au sein du fluide. La capillarité est souvent illustrée par le schéma dans la Figure II-2 décrivant la remontée capillaire h de l'eau dans un tube de faible rayon r , plongé dans un liquide seulement partiellement immergé, dans le cas où l'interface liquide-gaz se présente sous forme d'un ménisque concave sphérique.

Dans les matériaux argileux, on s'intéresse essentiellement aux interfaces liquide-gaz et solide-liquide, l'eau liquide peut être absorbée et retenue dans les pores par capillarité sous l'effet des forces de ménisque qui résultent de tension interfaciale solide-liquide-gaz.

En réalité, la couche d'eau, à la surface externe des particules, joue parfois le rôle d'une barrière hydraulique (Zhang & Su (2007)), lorsque la pression de

l'eau externe dans l'argile intacte est inférieure à la pression lithostatique (pression de gonflement locale).

II.2.1.b. Condensation capillaire

Le phénomène de la condensation capillaire dans les matériaux argileux est concentré autour de la coexistence d'eau sous deux formes: la vapeur et les phases condensées de fluide. A une pression de vapeur inférieure à sa pression saturante, pour la température considérée, la vapeur d'eau peut se condenser, à condition que le liquide mouille la surface solide avec un angle de contact ($\alpha < \pi/2$). On considère un pore cylindrique terminé par un hémisphère lorsque la pression de vapeur croît. Au début, les couches absorbées se forment à la surface solide, à pression basse.

Quand la pression de vapeur P_v augmente jusqu'à la valeur qui correspond au rayon de courbure du film adsorbé au fond du pore, la condensation capillaire se forme. Le pore est rempli par l'eau et le ménisque se déplace vers l'entrée du pore sans changement du rayon de courbure.

II.2.2 Eau adsorbée

Il s'agit d'une couche de molécules du fluide déposée sur la surface des grains, cristallite plaquettaire ou paquet de feuillets. Cette couche peut contenir une seule épaisseur de molécule (adsorption moléculaire) ou plusieurs (adsorptions multimoléculaires) (Figure II-6). Les forces d'attraction exercées par la paroi solide sur les molécules du fluide sont à l'origine de la formation de cette couche adsorbée. La structure de l'eau adsorbée est bidimensionnelle et le champ de contrainte y régnant n'est pas hydrostatique. On ne peut pas assimiler cet état de l'eau à une phase liquide habituelle. Prost (1990) la considère comme évaporable et elle participe donc au transfert hydrique.

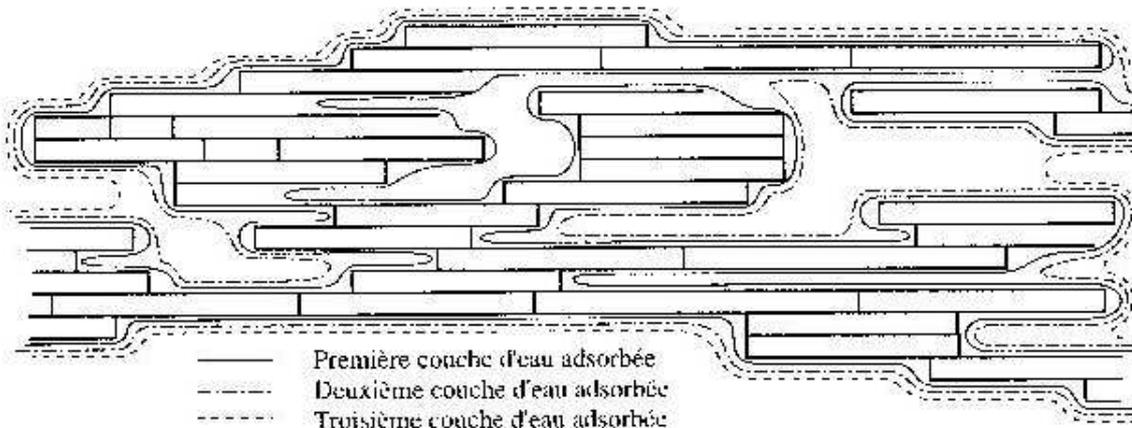


Figure II-6: L'eau adsorbée dans un paquet de feuillets smectitiques (Van Damme 2001).

II.2.3 Eau interlamellaire

Ce type d'eau est situé dans l'espace très confiné séparant deux feuillets parallèles à une distance inférieure au nanomètre. Cette eau présente une forte structuration due à la présence de charges dans l'espace interfoliaire.

L'attraction exercée par les argiles sur l'eau est engendrée par un déficit de charges électriques dû à des substitutions, dans les couches octaédriques, des atomes Al^{+++} par ceux d'un autre métal de valence plus faible (le plus souvent Mg^{++}). Ces substitutions sont dites isomorphes, car elles se font sans modification de la morphologie du minéral. Le champ électrique induit à proximité de la surface des argiles, attire les cations dissous dans l'eau interstitielle. La distribution des cations dissous à proximité d'une plaquette argileuse sous l'effet du champ électrique en fonction de la distance a été calculée selon la théorie de la double couche (Gouy (1910); Chapman (1913)) dans le cas des suspensions colloïdales.

Cette théorie consiste à appliquer simultanément les équations de Coulomb et de Boltzmann (voir Mitchell (1993)). Les calculs et quelques hypothèses simplificatrices permettent d'aboutir à l'expression suivante, caractérisant « l'épaisseur » x de la double couche :

$$x = \sqrt{\frac{DkT}{8\pi n_0 \varepsilon^2 v^2}} \quad (11)$$

avec D la permittivité relative (constante diélectrique) du milieu,

k la constante de Boltzmann ($k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K),

T la température thermodynamique,

n_0 une concentration ionique de référence, en un point loin de l'argile,

ε la charge électronique élémentaire ($\varepsilon = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C),

v la valence des cations.

Cette expression montre que l'épaisseur de la double couche augmente avec la permittivité relative et la température, et avec une diminution de la concentration en sels et de la valence des ions dissous. La théorie de la double couche a été validée essentiellement pour les suspensions colloïdales (Van Olphen (1977)), où elle a permis d'expliquer les phénomènes de floculation et de dispersion de la façon suivante : par rapport à l'attraction entre plaquettes due aux forces de Van der Waals, dont le rayon d'action est constant, les doubles couches entourant chaque plaquette ont une action mutuelle de répulsion électrique due à leur charge positive ; quand l'épaisseur de la double couche est faible (faibles température et permittivité relative, fortes concentration et valence), l'attraction l'emporte, les plaquettes s'attirent, il y a floculation ; dans le cas contraire, les particules se repoussent, il y a dispersion. Les différences de comportement entre une argile sodique (Na^+) et calcique (Ca^{++}) peuvent s'expliquer dans ce contexte. C'est en extrapolant les conclusions tirées de

l'application de cette théorie aux solutions colloïdales que Lambe (Lambe (1958)) a proposé un des premiers modèles de microstructure des sols fins, dédié aux sols compactés, qui est encore fréquemment évoqué dans les ouvrages de mécanique des sols. Lambe (Lambe (1958)) considère que, du côté sec de l'optimum, l'épaisseur de la double couche est réduite par la faible quantité d'eau et les actions capillaires, avec en conséquence une prédominance des attractions de Van der Waals et une structure de type flocculée ; du côté humide, il y a suffisamment d'eau pour permettre le développement intégral de la double couche et les actions de répulsion dominant, engendrant une structure dispersée. Bien que d'autres mécanismes soient souvent évoqués, il semble que l'eau attirée par les argiles soit essentiellement l'eau d'hydratation des cations attirés électriquement par le déficit de charge des plaquettes argileuses. La question essentielle posée dans le cas des sols de densité courante (par opposition aux suspensions colloïdales) est de savoir si l'organisation des cations à proximité des argiles est régie par la double couche. Il n'empêche que cette théorie est souvent évoquée dans les tentatives d'identification, voire de quantification des mécanismes microscopiques d'interaction eau-argile.

La principale question est donc de savoir comment l'eau va être distribuée au sein de la structure du milieu en fonction de sa teneur en eau. Si l'on considère un milieu initialement sec dont on augmente progressivement la teneur en eau, celui-ci va transiter par plusieurs régimes hydriques selon la distribution du liquide (Figure II-7).

Ainsi, pour les très faibles teneurs en eau pour lesquelles l'eau est principalement présente sous forme liée ou adsorbée, on parle de régime hygroscopique (a) ; comme précisé ci-avant, ce régime est quasiment inexistant pour les sols granulaires comme les sables ou les limons.

Avec l'augmentation de la teneur en eau, du fait des phénomènes de tension superficielle aux interfaces eau/air, des ponts liquides vont se former entre les grains. Tant que la phase liquide reste discontinue au sein du milieu, c'est le régime pendulaire (b), si l'augmentation du volume d'eau est telle que les ponts liquides fusionnent pour former une phase liquide continue, il s'agit du régime funiculaire (c). Enfin, avant d'arriver à la saturation complète du matériau, le sol passe par un régime pour lequel ses pores sont totalement remplis par l'eau capillaire dans laquelle l'air n'est présent que sous forme de bulles, il s'agit du régime capillaire (d).

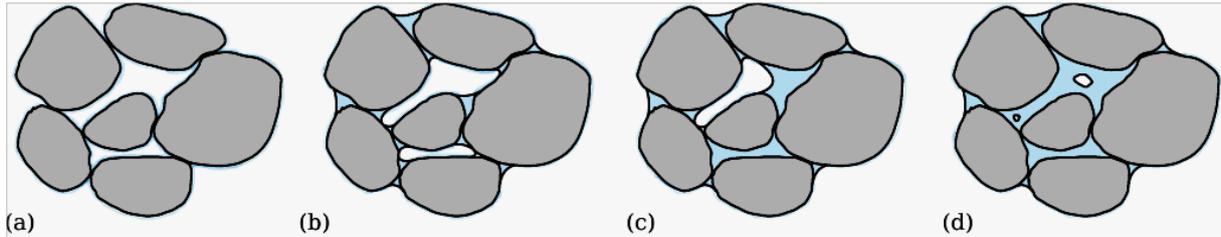


Figure II-7: Schématisation des différents états de l'eau dans un sol : (a) régime hygroscopique, (b) régime pendulaire, (c) régime funiculaire, (d) régime capillaire.

II.3. Propriétés de rétention d'eau

La capacité des sols non saturés à attirer et retenir l'eau est quantifiée par la détermination des courbes de rétention d'eau, qui en constituent une caractéristique hydrique essentielle. Ces courbes sont déterminées en soumettant un échantillon à un cycle de séchage et de remouillage par application de paliers de succion croissante, puis décroissante, le plus souvent à l'aide de la cellule de Richards pour les sols granulaires (faible succion), et de dessiccateur osmotique pour des succions plus fortes. Pour la cellule de Richards, à chaque étape, la mesure de teneur en eau se fait à l'équilibre hydrostatique, en annulant la pression d'air au sein de la cellule pour retirer rapidement l'échantillon à peser; l'échantillon est ensuite replacé en cellule pour être soumis à l'étape suivante en succion, par application d'une autre pression d'air qui engendrera soit une infiltration, si elle est inférieure (chemin de remouillage), soit un drainage, si elle est supérieure (chemin de séchage). Les courbes de rétention d'eau sont obtenues en reportant les valeurs de teneur en eau volumique dans un diagramme « logarithme de la succion / teneur en eau ». On peut également les représenter en reportant le degré de saturation en abscisse, ce qui permet d'observer la valeur de la succion de désaturation (résiduelle), qui n'est pas nécessairement nulle.

II.3.1 Courbe de rétention d'eau -Hystérésis

La Figure II-8 montre une représentation schématique d'une courbe de rétention d'eau (CRE). La CRE montre des effets d'hystérésis : le chemin parcouru lors du séchage se situe au-dessus du chemin de remouillage. A une succion donnée le degré de saturation dépend du chemin parcouru pour parvenir à ce point. Cette hystérésis est typique des milieux poreux constitués de pores de taille variable interconnectés en parallèle ou en série, dans lesquels l'air est piégé, comme le montrent les schémas de la Figure II-9:

- Figure II-9 a: lors d'un séchage, lorsque la succion correspond à la vidange du plus gros tube, le petit tube connecté en parallèle ne se vide pas, ce qui conduit à une teneur en eau plus forte ; lors d'un remouillage, la teneur en eau à la même succion est plus faible du fait que le petit tube est vide ;

- Figure II-9 b: dans une connexion en série de pores de tailles différentes, l'effet dit effet de goulot entraîne également, à la même succion, une teneur en eau plus forte lors du séchage (Hillel (1980)) ;
- Figure II-9 c: l'angle de contact au remouillage, lors d'un drainage est différent, comme l'illustre l'effet de goutte évoqué par Bear (Bear (1969)).

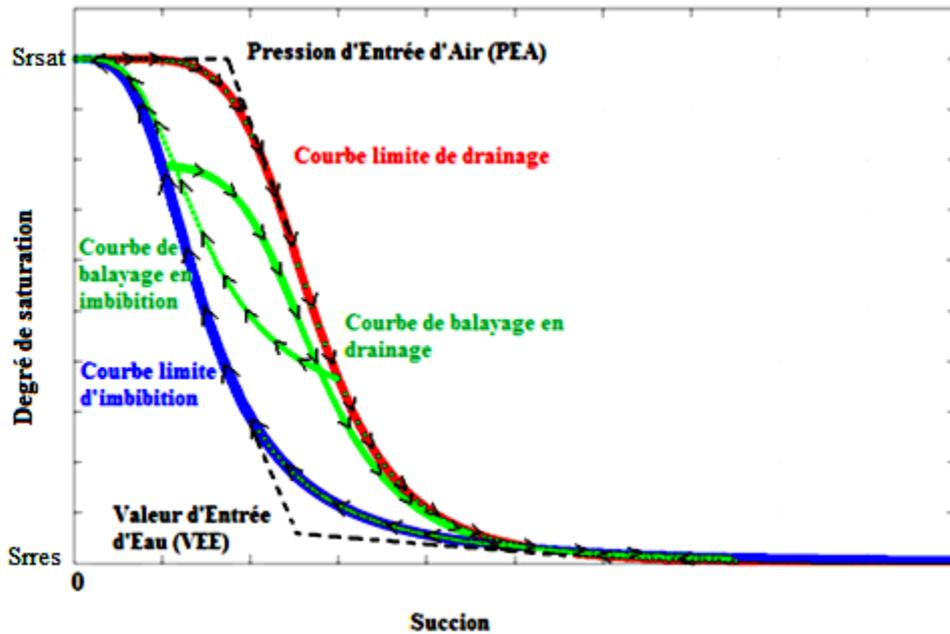


Figure II-8: Représentation schématique d'une courbe de rétention d'eau (CRE) avec les quatre courbes : les deux courbes limites et deux courbes de balayage en imbibition et en drainage.

Sur les courbes de rétention d'eau, on distingue : la courbe limite d'imbibition, la courbe limite de drainage, les courbes de balayage en imbibition et les courbes de balayage en drainage.

Les degrés de saturation S_{rres} et S_{rsat} correspondent respectivement au degré de saturation résiduelle à forte succion et au degré de saturation à l'état saturé, leurs valeurs dépendent de la nature du sol (s'il s'agit d'un sol argileux ou d'un sol granuleux).

Dans la zone de fortes succions, on observe une réversibilité raisonnable des courbes, qui semble typique de l'adsorption sur des particules argileuses, dont l'assemblage n'est pas modifié par une réhydratation à ces niveaux de succion ; cette réversibilité de la sorption-désorption de l'eau adsorbée à un niveau microscopique, n'impliquant pas de mécanismes de vidange ou de remplissage de pores interconnectés, a été suggérée par Gens et Alonso (1992), et observé macroscopiquement par Delage et al. (1998) sur des argiles plastiques fortement compactées.

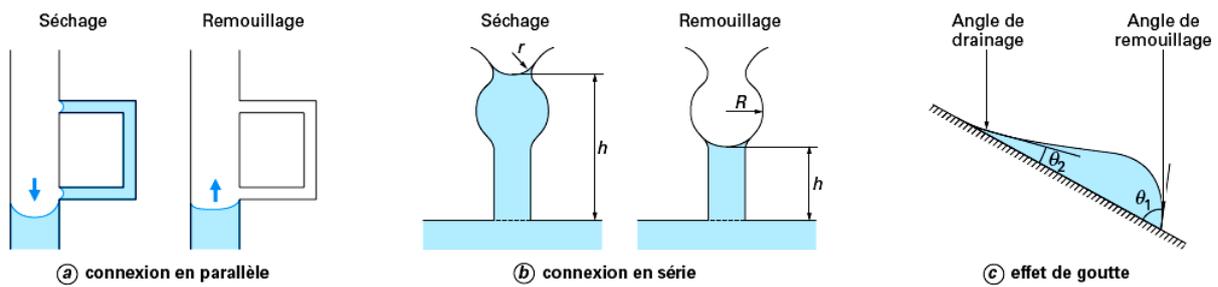


Figure II-9: Mécanismes invoqués pour expliquer l'hystérésis des courbes de rétention d'eau.

Au remouillage, on observe qu'il est nécessaire de revenir à des niveaux de succion aussi bas pour remplir les pores situés entre les grains tapissés. Cette faible valeur est typique des actions capillaires intervenant dans les pores intergranulaires des sables. A volume constant, le cycle de séchage-remouillage possède une boucle d'hystérésis fermée, ce qui correspond à une déformation nulle du sol. Ceci est typique des milieux granulaires denses, dont l'assemblage n'est pas mécaniquement affecté par l'application de succion. Cependant, pour les sols très plastiques la variation de l'indice des vides, par rapport à la variation de la succion, peut-être significative (Vanapalli et al. (1997)).

Les courbes de rétention des sables non argileux sont très dépendantes de leur distribution granulométrique: un sable bien classé possède une distribution très serrée de ses pores intergranulaires, qui se videront subitement quand la succion de désaturation sera atteinte. Un sable à granulométrie étalée a une distribution de tailles de pores (porosimétrie) uniformément étalée, et le vidage du volume poreux lors de l'augmentation de la succion affectera progressivement des pores de plus en plus petits et sera donc moins brutal. C'est ainsi que la courbe de rétention d'eau peut être considérée comme une courbe porosimétrique, qu'il est intéressant de comparer aux courbes porosimétriques obtenues par injection de mercure (Delage et al. (1995)), qui restent cependant assez rares pour les sables. L'effet de la densité sur les courbes est également facilement interprétable: un sable plus dense aura une teneur en eau à saturation plus faible et le vidage des pores mobilisera des succions plus fortes. Les différents facteurs qui influent sur la courbe de rétention d'eau, seront traités plus en détails dans le chapitre II.6. Dans le cas où le volume de l'échantillon est constant lors d'un cycle en succion, les courbes de rétention en teneur en eau et en degré de saturation sont identiques, et le coude de la courbe de désaturation correspond nécessairement au point d'entrée d'air, comme indiqué sur la Figure II-8.

II.4. Différentes méthodes et techniques de contrôle et de mesure de la succion dans le sol

La connaissance de la succion dans un sol non saturé a de multiples intérêts. En effet, la succion conditionne les mouvements et l'équilibre de l'eau dans la zone non saturée. En outre, elle influence fortement le comportement mécanique des sols. Il est donc indispensable de pouvoir *mesurer* la succion lorsqu'un sol est en état non saturé. Pour mieux maîtriser l'influence de la succion sur le comportement hydromécanique des sols, il y a un intérêt considérable à savoir *contrôler* ou *imposer* la succion dans les essais géotechniques.

Expérimentalement, on contrôle la succion et mesure la teneur en eau ou vis versa. Les essais peuvent ainsi être réalisés selon différents chemins dans le plan ($s-\sigma$).

Dans cette partie, on effectuera d'abord une synthèse des techniques courantes de mesure de la succion. Ensuite un résumé des techniques de contrôle de la succion sera donné. Enfin, nous présenterons les applications de ces techniques dans les recherches sur le comportement hydromécanique des sols non saturés, telles que la détermination de la courbe de rétention d'eau, la détermination du coefficient de perméabilité hydraulique et les essais mécaniques à succion contrôlée.

II.4.1 Techniques de mesure et de contrôle de la succion

II.4.1.a. Techniques de mesure de la succion

Actuellement, il existe plusieurs méthodes pour mesurer la succion dans un sol. La succion totale peut être déterminée par mesure de la pression de vapeur ou de l'humidité relative à l'aide de la méthode psychrométrique ainsi que par la méthode du papier filtre.

La succion matricielle peut être obtenue directement ou indirectement. Pour la mesure directe, on dispose du tensiomètre et de la plaque de succion. Pour la mesure indirecte, on dispose de la méthode du papier filtre.

II.4.1.a.i *Tensiomètre*

Par définition, la succion matricielle est donnée par:

$$s = u_a - u_w \quad (12)$$

Lorsque la pression d'air u_a est égale à la pression atmosphérique prise comme référence, on a :

$$s = -u_w \quad \text{avec } u_w < 0 \quad (13)$$

Le tensiomètre est destiné à mesurer cette pression négative de l'eau directement dans le sol. C'est une technique essentiellement utilisée *in situ*. Le tensiomètre est constitué par un petit réservoir d'eau désaérée dont une extrémité est recouverte par une couche de céramique poreuse imperméable à l'air, mais perméable à l'eau, afin d'empêcher le passage d'air. Il est connecté à un manomètre via un tube rempli d'eau désaérée. Pour mesurer la pression négative du sol, on introduit le tensiomètre dans un trou foré préalablement dans le sol ou l'échantillon (Figure II-10(b)). Lorsque l'eau du réservoir est en équilibre avec celle du sol, la pression négative du tensiomètre, mesurée par le manomètre, fournit directement la pression négative de l'eau du sol.

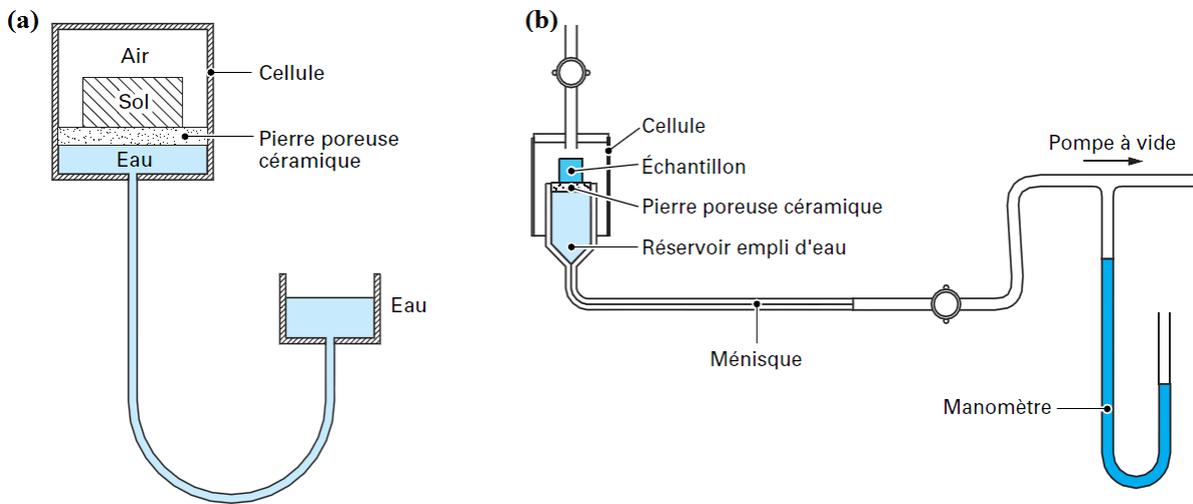


Figure II-10: (a) principe de la plaque tensiométrique, (b) plaque tensiométrique (Cui et Delage (2000))

Cette méthode est limitée à une succion maximale de l'ordre de 500 kPa à cause de la cavitation. En pratique, le tensiomètre doit être placé dans une éprouvette ou dans le sol préalablement foré. Donc, il est nécessaire d'assurer à tout moment un bon contact entre le sol et le réservoir d'eau, au travers de la céramique poreuse, afin d'assurer une continuité de la phase d'eau entre le réservoir et le sol, et cela malgré le retrait éventuel du sol.

II.4.1.a.ii *Plaque de succion*

Le principe de la plaque de succion est le même que celui du tensiomètre; elle sert aussi à mesurer la pression négative de l'eau d'un sol dont l'air est à la pression atmosphérique. Par contre, cette technique est essentiellement utilisée en laboratoire. La Figure II-10(b) représente une coupe schématique de cet appareil. Cette méthode est également limitée à une succion maximale de l'ordre de 500 kPa.

II.4.1.b. Méthode psychrométrique

II.4.1.b.i Principe de la méthode psychrométrique

La méthode psychrométrique est basée sur l'équation de Kelvin (équation (9)) qui décrit la relation entre, d'une part, l'humidité relative de la phase gazeuse au voisinage d'une interface gaz-eau et, d'autre part, la succion totale ψ_t . C'est une mesure de l'humidité relative au moyen d'un thermocouple (Verbrugge, 1978) qui repose sur l'effet Peltier et l'effet Seebeck décrits brièvement ci-dessous (Fredlund, 1993) :

Effet Peltier : Lorsqu'un courant électrique passe dans un circuit fait de deux métaux différents, une des jonctions va être chauffée, et l'autre refroidie. Ce phénomène est appelé l'effet Peltier. Il est illustré à la Figure II-11(a).

Effet Seebeck : Une force électromotrice est générée dans un circuit formé de deux métaux différents lorsque les températures dans les deux jonctions sont différentes (Figure II-11(b)). Elle est proportionnelle à la différence de température entre les deux jonctions. Un microvoltmètre peut être installé dans le circuit afin de mesurer cette force électromotrice.

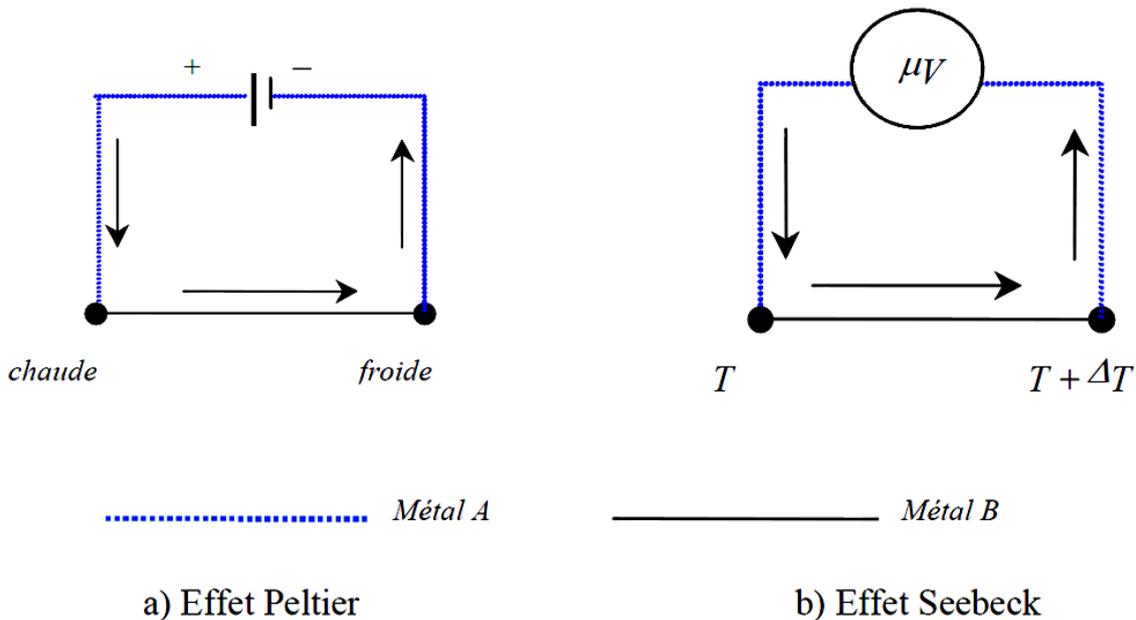


Figure II-11: Effet Peltier et effet Seebeck

Considérons maintenant un thermocouple placé dans une éprouvette de sol. Le signal fourni initialement par le thermocouple correspond à la température d'équilibre du système. Cette température sert de référence. Faisons ensuite passer un courant électrique dans le circuit du thermocouple de telle manière que, par l'effet Peltier, la température d'une jonction de celui-ci diminue en-dessous du point de rosée. Cet abaissement de la température provoque alors la condensation sur la jonction du thermocouple. Après un certain temps, on interrompt le

passage du courant, l'eau condensée a tendance à s'évaporer. Comme l'évaporation est endothermique, il en résulte que la température de la jonction continue à diminuer. Ce nouvel abaissement de la température est fonction de la vitesse de vaporisation qui elle-même dépend de la pression partielle de vapeur d'eau environnante et donc de la succion totale du sol. Par effet Seebeck, cet abaissement de la température peut être mesuré à l'aide d'un microvoltmètre. Par des théories thermodynamiques, Verbrugge (1974, 1976) a démontré que cet abaissement de température est proportionnel à l'humidité relative. De ce fait, il constitue une mesure de la succion totale par la loi de Kelvin.

Il s'agit d'une méthode assez sophistiquée dont les applications pratiques en mécanique des sols sont encore assez rares, limitée à une succion maximale de 7 MPa (95 % d'humidité relative), au-delà de laquelle les molécules de vapeur d'eau sont trop rares pour parvenir à la condensation.

II.4.1.c. Techniques de contrôle de la succion

Les techniques de contrôle sont conçues de telle manière qu'on puisse imposer une succion au sol et mesurer la teneur en eau correspondant à l'équilibre hydrique. Il existe essentiellement trois techniques : la méthode de surpression d'air, la méthode osmotique et la méthode à pression de vapeur. Cette dernière méthode permet d'imposer des succions très élevées. Le principe est le même que celui du dessiccateur à vide.

II.4.1.c.i Méthode de la surpression d'air

La méthode de surpression d'air est basée sur le principe de la *translation d'axes* décrit brièvement ci-dessous. On travaille avec de l'eau pure, de sorte qu'il n'y ait pas de succion osmotique.

Dans les essais ordinaires, si l'on prend la pression atmosphérique comme référence (égale à zéro), la succion matricielle est égale à la pression d'eau changée de signe (équation (13)):

Si l'on veut imposer une certaine succion à l'éprouvette au cours d'essais dans lesquels l'air est à pression atmosphérique, il faut appliquer une pression d'eau négative à l'éprouvette. Mais des difficultés sont rencontrées dans ces conditions à cause de la cavitation : lorsque la pression d'eau se trouve aux environs de -100 kPa, la cavitation apparaît dans le système de mesure. Par conséquent, le système de mesure se remplit de gaz (vapeur d'eau essentiellement) et l'eau est poussée par le gaz dans l'éprouvette. On perd alors le contrôle des essais.

Pour éviter ce genre de problème pratique, on recourt à la technique de translation d'axe sur laquelle repose la méthode de surpression d'air.

L'objectif de la translation d'axe consiste à appliquer au sol une pression d'air plus haute que la pression atmosphérique (une surpression), tandis que la pression d'eau reste constante. Par exemple, pour avoir $s = 100 \text{ kPa}$ on peut appli-

quer une pression d'air $u_a = 200 \text{ kPa}$ tandis que $u_w = 100 \text{ kPa}$. Ainsi, la pression d'eau reste positive, ce qui ne pose pas de difficulté expérimentale.

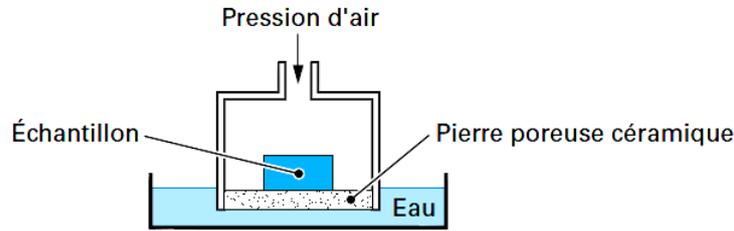


Figure II-12: Cellule de Richards pour le contrôle de succion par translation d'axe

Un disque en céramique avec une forte valeur d'entrée d'air permet d'éviter l'entrée d'air dans le circuit d'eau. Il s'agit d'une sorte de pierre poreuse perméable à l'eau, mais peu perméable à l'air, à condition que la pression d'air u_a appliquée soit inférieure à la valeur d'entrée d'air. Cela permet de contrôler séparément la pression d'air u_a et celle de l'eau u_w . On peut trouver dans le commerce des disques en céramique ayant différentes valeurs d'entrée d'air.

Le principe de translation d'axe est illustré par la Figure II-12.

La méthode de surpression d'air est fréquemment utilisée dans l'étude du comportement hydromécanique du sol non saturé : détermination de la courbe de rétention d'eau (la teneur en eau en fonction de la succion), détermination du coefficient de perméabilité hydraulique à une succion donnée, essais oedométriques à succion contrôlée, essais triaxiaux à succion contrôlée, etc.

Cette méthode est limitée à une succion inférieure à 1500 kPa pour des problèmes de résistance de l'équipement d'essai. D'autre part, la pression d'air appliquée doit toujours être inférieure à la valeur d'entrée d'air de la pierre poreuse, sinon, l'air entrerait dans le système de mesure et on perdrait alors le contrôle de la succion.

II.4.1.c.ii *Méthode Osmotique*

a. Principe de la méthode osmotique

De l'eau pure est mise en contact avec une solution à travers une membrane semi-perméable qui laisse passer les molécules d'eau mais pas les grosses molécules du soluté. Par suite de la différence de concentration entre l'eau et la solution, l'eau pure a tendance à s'écouler vers la solution à travers la membrane afin d'obtenir un équilibre. Si l'écoulement d'eau est restreint, il y a une différence de potentiel chimique entre l'eau et la solution. Pour équilibrer cette différence de potentiel, une différence de pression entre l'eau et la solution apparaît. Cette différence de pression est la succion osmotique. Par contre, si l'écoulement d'eau n'est pas empêché, un échange d'eau se produit. Il s'arrête lorsque l'équilibre des

potentiels chimiques est atteint. Bien entendu, le volume d'eau échangé dépend de la concentration de la solution.

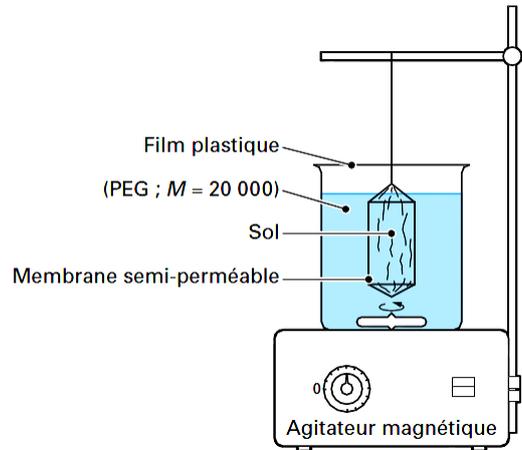


Figure II-13: Mise en oeuvre de la technique osmotique

Rappelons que la succion osmotique ψ_0 est calculée par :

$$\psi_0 = -\frac{\rho_w RT}{\omega_v} \ln(X) \quad (14)$$

Où X est la fraction molaire d'eau dans la solution qui représente la concentration de la solution, R est la constante des gaz parfaits, T est la température absolue, ρ_w est la masse volumique de l'eau et ω_v est la masse molaire de la vapeur d'eau.

L'équation (14) est à la base du principe osmotique. On note que la succion est d'autant plus grande que la fraction molaire d'eau est petite. Autrement dit, la succion est plus grande lorsque la concentration du soluté est grande.

b. Contrôle de la succion par la méthode osmotique

Cette méthode repose sur le mécanisme de la pression osmotique créée dans le sol à l'aide d'une membrane semi-perméable et d'une solution.

Le soluté utilisé est le polyéthylène glycol 20000 (PEG 20000). La taille des molécules de PEG 20000 est plus grande que la taille des pores de la membrane semi-perméable utilisée. De ce fait, la membrane est perméable à l'eau mais pas aux grosses molécules de PEG 20000.

Lorsque le sol est mis en contact à travers une membrane semi-perméable avec la solution de PEG préparée préalablement à une concentration bien déterminée, du fait qu'il existe une différence de potentiel chimique entre l'eau interstitielle du sol et la solution de PEG, un échange d'eau entre la solution et le sol va se produire (tendance à l'équilibre). Si la solution est contenue dans un flacon relativement grand, on peut considérer que cet échange d'eau ne modifie guère la concentration de la solution. Par conséquent, lorsque l'équilibre est établi entre

l'eau dans le sol et la solution, on peut considérer que le potentiel chimique de la solution représente la succion dans le sol.

La relation entre la concentration et la succion pour la solution de PEG 20000 à 25 °C a été calibrée expérimentalement (Figure II-13). Ainsi, à l'aide de la courbe d'étalonnage de la solution de PEG 20000 (concentration-succion) de Williams et Shaykewish (Vicol (1990)), on peut imposer une succion donnée au sol en fonction de la concentration de la solution.

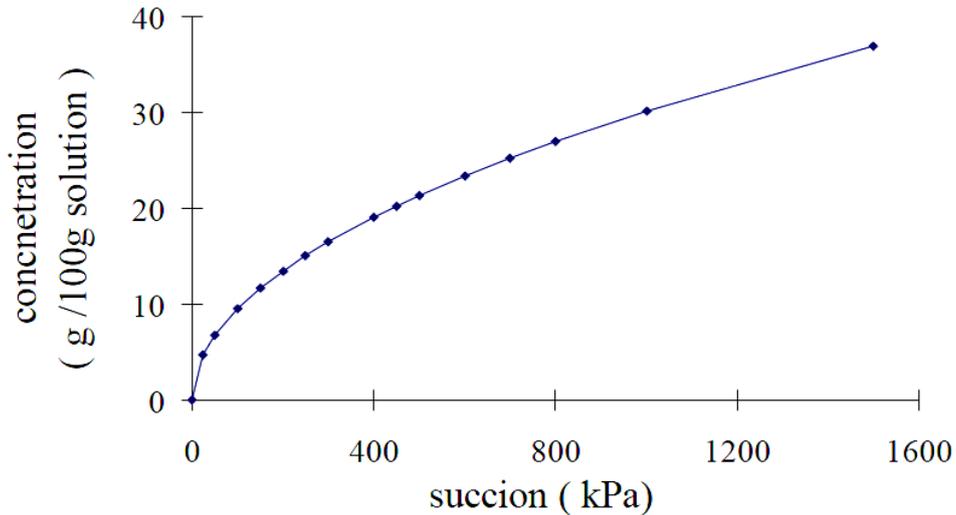


Figure II-14: Courbe de calibration de la concentration de la solution PEG en fonction de la succion (à 25 °C)

Il faut noter que la succion imposée dépend également de la température.

II.4.1.c.iii Dessiccateur à vide (*Méthode à pression vapeur*)

a. Principe du dessiccateur à vide

Cette technique est également basée sur l'équation de Kelvin (9). On impose l'humidité relative constante à l'aide de solutions salines saturées dont les concentrations sont connues. L'échantillon de sol est placé dans une enceinte sous vide contenant une solution de composition chimique connue. Chaque type de solution saline saturée correspond à une humidité relative connue en fonction de ses propriétés physico-chimiques. Lorsque l'équilibre entre le sol et la solution est atteint par transfert de vapeur d'eau, la succion du sol est équivalente à l'humidité relative de la solution (loi de Kelvin). Le Tableau II-1 fournit les valeurs d'humidité relative mesurées et les succions équivalentes correspondant à différentes solutions salines saturées (Delage et al. (1996)). On constate immédiatement que cette technique permet d'imposer une succion très élevée (quelques centaines de MPa).

Tableau II-1 : L'humidité relative RH et la succion totale de différentes solutions salines saturées

Solutions saturées	Température = 20 °C		Température = 30 °C	
	RH (%)	Succion (MPa)	RH (%)	Succion (MPa)
K_2SO_4	97	4.113	96	5.512
KNO_3	93	9.8	91	12.734
KCl	86	20.364	85	21.943
NaCl	76	37.055	75	38.843
$NaNO_2$	66	56.104	63	62.385
$Mg(NO_3)_2 \cdot 6H_2O$	55	80.721	52	88.294
$K_2CO_3 \cdot 2H_2O$	44	110.85	43	113.954
KCH_3CO_2	20	217.31	22	204.44
KOH	9	325.125	7	359.059

b. Facteurs influençant les mesures par la méthode de la pression à vapeur

La température est un paramètre fort sensible ici, non seulement parce qu'elle intervient directement dans la loi de Kelvin, mais aussi à cause de son influence sur les propriétés physiques et chimiques des solutions. C'est pourquoi l'utilisation d'un bain thermostatique est conseillée.

Delage et al. (1996) démontrent que 1% d'erreur sur la mesure d'humidité relative peut donner une valeur de 1,38MPa d'incertitude sur la mesure de la succion. Dès lors, cette technique a certaines limites pour une succion inférieure à 10MPa. D'autre part, la mise en équilibre est d'autant plus lente que les éprouvettes sont volumineuses. En conséquence, la durée d'essai est importante.

II.4.2 Conclusion

Chaque technique présentée a des avantages et des inconvénients. Elle convient à différentes gammes de succion, selon le principe utilisé. On donne au Tableau II-2 un ordre de grandeur de la succion applicable pour diverses méthodes (Fredlund (1993)).

Le psychromètre et le tensiomètre permettent de mesurer réellement la succion dans l'éprouvette. Par contre, les autres techniques (surpression d'air, méthode

osmotique, dessiccateur à vide) imposent une variation de succion ou sa mise en équilibre à une valeur donnée.

Par ailleurs, la plupart des techniques donnent une réponse lente (au mieux quelques heures, mais souvent des semaines ou des mois). En fait, quelle que soit la méthode utilisée, la mesure n'est correcte que si l'éprouvette atteint un état d'équilibre correspondant aux conditions d'essais. Ceci demande souvent un temps considérable. Au Tableau II-2, on donne aussi l'ordre de grandeur du temps nécessaire pour chaque technique. De plus, la durée de mise en équilibre dépend des types de sols et de la taille des éprouvettes. Il est incontestable qu'une argile demande plus de temps qu'un sable pour atteindre l'équilibre (Verbrugge (1975)).

La détermination du moment où l'équilibre est atteint est fort délicate et dépend souvent du mode opératoire utilisé. Dans certains cas (méthode de la surpression d'air, plaque de succion, dessiccateur à vide, etc.), elle se fait par pesée des éprouvettes à intervalles réguliers. Ceci présente le risque d'altérer l'éprouvette et le contact entre la pierre poreuse ou la membrane et le sol, par conséquent, apporte une certaine imprécision. Par contre, le psychromètre permet aisément la détermination du moment où l'équilibre est atteint, sans devoir manipuler l'éprouvette. Il suffit de faire des mesures à intervalles réguliers. Lorsque les lectures cessent d'évoluer, l'équilibre est atteint.

Tableau II-2: Différents techniques de mesure et de contrôle de la succion.

	Technique de mesure de la succion			Technique de contrôle de la succion		
	tensio- mètre	psychro- mètre	Papier filtre	par pres- sion d'air	Contrôle osmotique	par solutions salines
Succion mesurée	matri- cielle	totale	totale ou matricielle	matricielle	matricielle	totale
Intervalle de succion (KPa)	[0.5; 500]	[100;7000]	[50;10000]	s < 1500	s < 12000	[4200;325000]
Précision	Très pré- cise	Précise	Peu précise	Très pré- cise	Précise	Peu précise
Durée de la mesure	Des heures	Des heures	Des se- maines	Des jours	Des jours	Des mois
Remarque	Qualité de contact entre pierre po- reuse et sol	Sensible à la variation de la tem- pérature	Méthode la plus simple	Qualité de contact entre pierre po- reuse et sol	Sensible à la variation de la température	

La longue durée nécessaire pour atteindre l'équilibre provoque aussi certaines difficultés expérimentales. Par exemple, la membrane semi-perméable utilisée

dans la méthode osmotique risque d'être défectueuse au bout d'un certain temps à cause des bactéries se développant dans la solution.

La température conditionne les mesures dans plupart des techniques. Il faut donc prendre plus de précautions que lors d'essais traditionnels.

Une analyse détaillée de la validité des résultats fournis par différentes techniques a été proposée par Verbrugge (1975).

II.5. Effet de la succion sur le comportement mécanique des sols non saturés

Une description complète du comportement des sols non saturés en eau, devra prendre en compte:

- le comportement hydraulique (propriétés de rétention)
- le comportement mécanique (relation contrainte/déformation)
- l'écoulement d'eau en milieu poreux.

Les trois comportements sont connus pour être couplés entre eux. En particulier, le comportement mécanique est explicitement une fonction de la succion (pression capillaire). Une modification de l'hygrométrie du sol va conduire à une modification de la pression capillaire, qui va impliquer des changements dans le comportement mécanique des sols. Nous étudierons dans un premier temps l'influence de la succion sur la résistance au cisaillement puis le comportement volumique.

L'influence de la succion sur le comportement mécanique fait l'objet de recherches approfondies en Mécanique des Sols. De nombreux travaux expérimentaux ont été réalisés au cours de ces dernières années. Les essais mécaniques les plus élaborés sont réalisés en contrôlant ou en imposant la succion à l'échantillon de sol. En effet, les techniques de contrôle ou d'imposition de la succion dans un échantillon sont actuellement bien développées (Chapitre II.4).

Grâce à ces essais à succion contrôlée, on a pu mettre en évidence des comportements typiques et fondamentaux des sols non saturés (Alonso et al. (1990); Cui (1993); Delage et al. (1993); Vicol (1990); Fredlund et al. (1993); Dudley (1970)).

II.5.1 Résistance au cisaillement (comportement déviatorique)

Les données sur la résistance au cisaillement des sols non saturés concernent essentiellement les propriétés à la rupture, obtenues à l'aide de boîte de cisaillement ou de cellules triaxiales à succion contrôlée par surpression d'air.

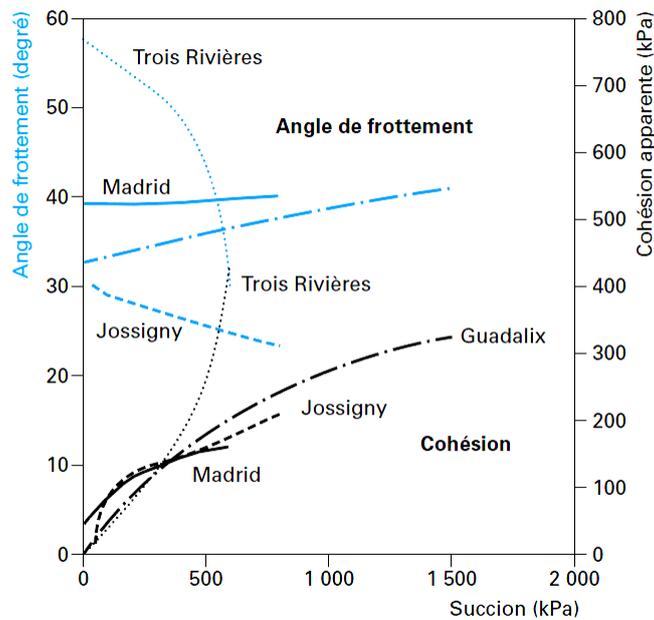


Figure II-15: Evolution de l'angle de frottement et de la cohésion apparente en fonction de la succion pour différents sols (Delage et al. (2003))

Les résultats d'essais triaxiaux à succion contrôlée montrent que la résistance au cisaillement augmente avec la succion. On observe souvent que :

La cohésion apparente augmente avec la succion ;

L'angle de frottement varie en fonction de la succion mais de manière peu claire, et en fonction du type de sol. Ces observations sont consignées dans la Figure II-15, tirée de (Delage et al. (2003));

La résistance au cisaillement peut être seulement liée à un état de contrainte comme la contrainte nette moyenne (différence entre la contrainte totale et la pression d'air dans les pores) et la succion (différence entre la pression d'air et la pression d'eau dans les pores). Les premiers résultats parus dans la littérature sur les sols non saturés ont suggéré une augmentation linéaire de la résistance au cisaillement avec la succion (Fredlund et al. (1978)). Des études plus récentes ont montré qu'une relation linéaire n'était pas opportune pour tous les sols et pour toute la gamme de succion (Escario et al. (1986)).

L'augmentation de cohésion a toujours été observée par tous les auteurs ; elle correspond à l'action de cimentation intergranulaire ou interagrégats de la succion.

En revanche, l'angle de frottement n'augmente pas toujours avec la succion, comme le montre le diagramme de la Figure II-15, qui regroupe les résultats obtenus par différents auteurs sur divers sols :

- argile de Guadalix ($w_L = 33 \%$, $IP = 13,6$);
- sable argileux de Madrid ($w_L = 32$, $IP = 15$);
- limon de Jossigny compacté à $w = 15,5 \%$ ($w_L = 37$, $IP = 18$);
- limon faiblement compacté de Trois-Rivières ($IP = 7$, $e_i \approx 1$).

Ces observations ont été confirmées par Tuffour (Tuffour (1984)) (dans Juca et al. (1995)) et Drumright et Nelson (1995), qui ont observé des angles de frottement constants (respectivement sur deux argiles israéliennes compactées — IP = 20 % et 38 % — et sur un sol non plastique à une densité sèche proche de l'optimum – 1,84). Bastos et al. (1998) ont observé une diminution de l'angle de frottement pour un sol très lâche ($e_i = 0,97$) et Juca et al. (1995) ont observé une augmentation de l'angle de frottement sur des argiles gonflantes. Globalement, la tendance semble être à l'augmentation de l'angle de frottement pour les sols plutôt plastiques et denses et à la diminution pour les sols peu plastiques et lâches.

A titre d'illustration, la Figure II-16 montre les résultats d'essais triaxiaux à différents niveaux de succion sur un limon (Cui (1993)) réalisés à succion constante sur du limon de Jossigny. On s'intéresse au plan présentant le déviateur des contraintes en fonction de la déformation axiale. On peut distinguer différents points puisqu'avec l'augmentation de la succion on assiste à :

- Une augmentation du module de rigidité apparent
- Une augmentation de la résistance au cisaillement

L'augmentation du module initial du matériau montre une rigidification de celui-ci.

L'augmentation de la résistance au cisaillement rappelle l'effet de la contrainte de confinement sur les résultats d'un essai triaxial alors que l'apparition du pic de déviateur tend à montrer sa fragilisation. L'augmentation de l'attraction intergranulaire peut engendrer une rigidification puisque la liaison par les ménisques entre les grains est similaire aux effets de la cimentation pour des succions élevées. Cette rigidification a tendance à amener un sol non saturé à un état métastable avec une porosité plus élevée à contrainte mécanique égale, ce qui explique sa fragilisation.

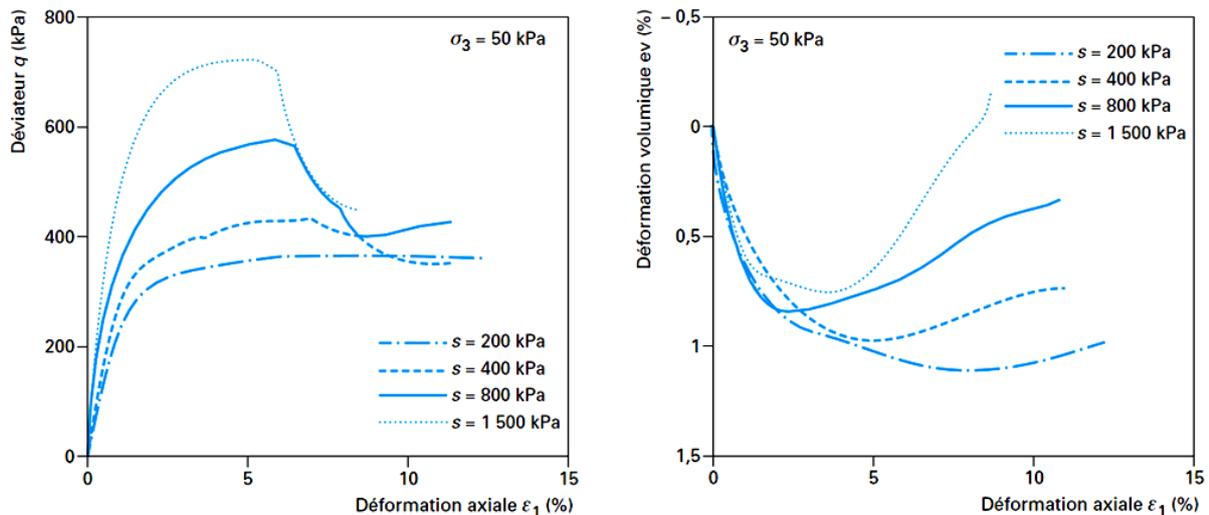


Figure II-16: Essais triaxiaux à différents niveaux de succion (Cui (1993))

Récemment, une étude sur les milieux granulaires non saturés, basée sur des simulations en éléments discrets et sur des calculs en micromécanique, a été menée par Scholtès (Scholtès et al. (2009)). Le milieu granulaire est idéalisé par l'utilisation des éléments sphériques (voir Scholtès et al. (2009) pour plus de détail), les forces capillaires sont gérées par les ponts d'eau qui sont répartis entre les particules solides dans le spécimen. L'étude a mis l'accent sur le comportement des milieux granulaires en régime pendulaire (voir paragraphe II.2.3) en se focalisant sur des teneurs en eau très faible (l'eau forme une phase discontinue composée des ponts interparticules distribués de façon homogène dans l'échantillon), le degré de saturation ne dépasse pas 10%. Selon cette étude, plus l'échantillon est mouillé, plus la résistance au cisaillement est grande, comme étant le résultat de l'augmentation de volume des ménisques et des forces capillaires.

Dans cette étude, l'effet de l'augmentation de la succion par capillarité, montre une diminution de la résistance au cisaillement, ce qui est en contradiction avec ce qui a été montré avant (Cui et al. (1993)) (Blight et al. (1967)). Cette contradiction, a fait l'objet de base de notre étude, afin de trouver un modèle constitutif, qui sera capable de reproduire ces deux effets contradictoires au sein d'un milieu poreux non saturé (qu'il soit granulaire ou argileux).

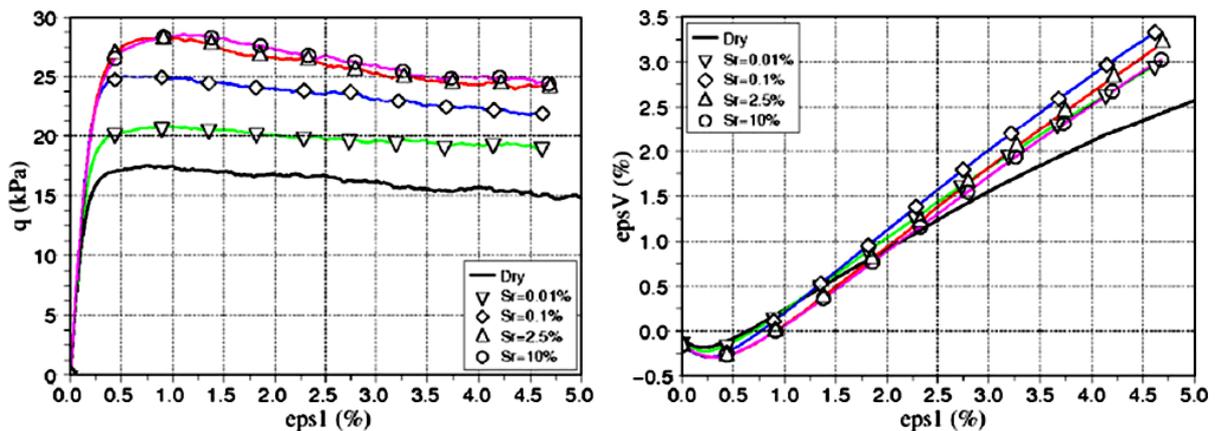


Figure II-17: Courbes de contrainte déviatorique (q) et de déformation volumique (ϵ_v) en fonction de la déformation axiale (ϵ_1) obtenues par des essais triaxiaux à différents degrés de saturation sous une pression de confinement constante (10 kPa) (Scholtès et al. (2009))

Le module de cisaillement peut varier en fonction de la succion, mais les relations sont encore mal connues.

II.5.2 Comportement volumique

L'analyse du comportement volumique d'un sol non saturé se révèle très complexe. Cette complexité peut être illustrée par la Figure II-16(b) qui présente le plan des déformations volumiques en fonctions des déformations axiales dans le

cadre des essais de Cui et Delage (Cui et al. (1996)) sur le limon de Jossigny. Ces courbes montrent que la succion n'a pas d'influence sur la pente initiale en contractance. Cependant, l'influence de la succion s'avère importante dans le cas de la dilatance. On remarque que la dilatance du matériau sera d'autant plus importante que la succion à laquelle il est soumis est grande; ce qui est opposé à la tendance observée avec la contrainte de confinement.

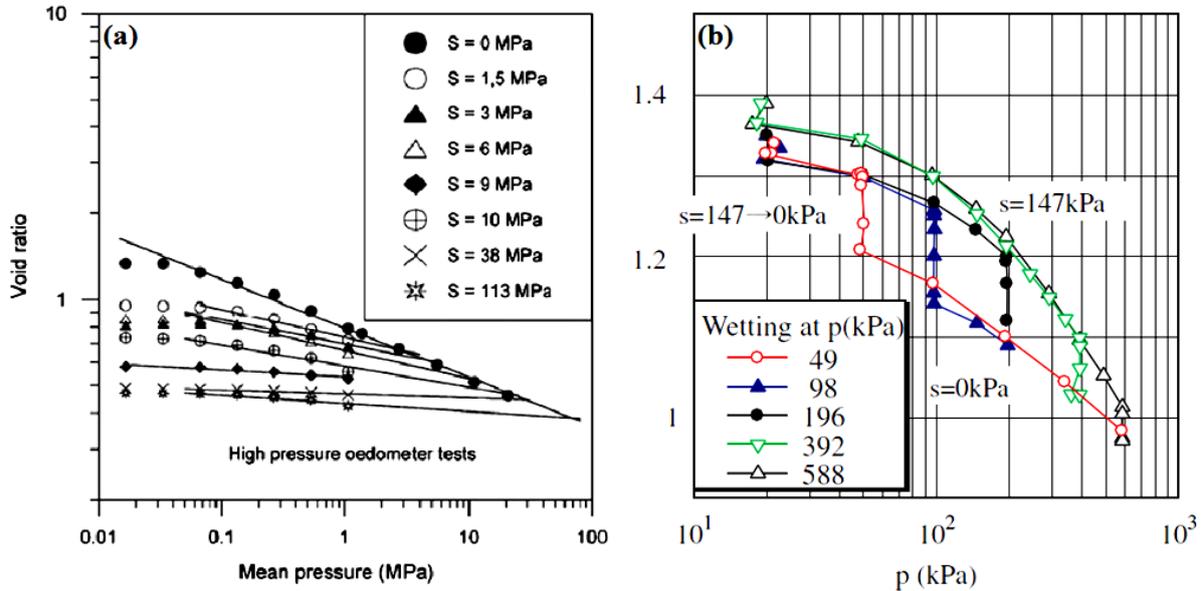


Figure II-18: Résultats des tests de compression sur : (a) sols gonflants (Cui et al. 2002) et (b) sols non gonflants (Sun et al. (2004))

Par ailleurs, Cui et al. (2002) ont conduit une série d'essai oedométrique sur l'argile gonflante FoCa7 sous différentes valeurs de succion et ont trouvé que l'indice de compression des sols gonflants diminue avec l'augmentation de la succion, comme montré dans la Figure II-18(a). Cela est dû au changement des propriétés physico-chimiques de l'eau interlamellaire dans les sols gonflants qui occupe les pores ce qui rend l'évacuation plus difficile même pour des valeurs de succion assez grandes d'où la diminution de la compressibilité des sols gonflant.

Ce constat est en contradiction avec les résultats des essais sur des sols non gonflants obtenus par Sun et al. (2004), montrés à la Figure II-18(b). Ces résultats ont été obtenus en utilisant l'appareil triaxial à succion contrôlé sous un chemin de contrainte isotrope. Donc, l'effet de la succion sur le comportement volumique d'un sol non saturé dépend de la nature de ce dernier (gonflant ou non gonflant). Pour les sols non gonflants, avec l'augmentation de la succion, la phase liquide passe du régime funiculaire au régime pendulaire. L'eau dans ce cas joue le rôle d'un lubrifiant qui facilite le réarrangement des grains.

Dans ce même contexte, Uchaipichat (Uchaipichat (2010)) a étudié l'effet de l'état de saturation initial sur le comportement volumique des sols. Une série d'essais de compression isotrope à succion contrôlée a été menée, en partant d'un état complètement saturé ($s = 0$) et en augmentant la succion par palier.

Ainsi une autre série d'essais a été menée, en partant d'une succion $s = 300$ kPa et en remouillant les échantillons pour diminuer la succion jusqu'à la valeur voulue. Les courbes ont été tracées dans le plan de la contrainte effective ($p' = p_{net} + \chi s$) avec $\chi = (S_r)^8$

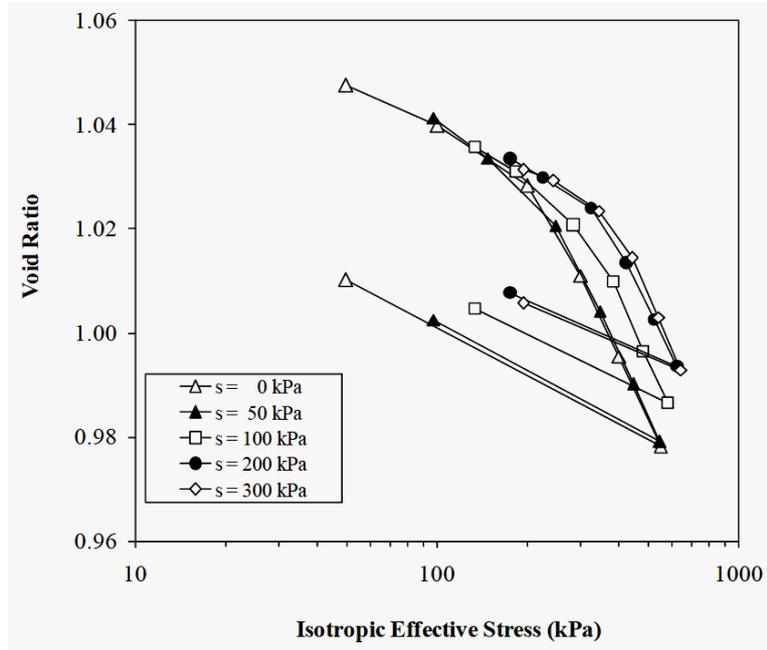


Figure II-19: courbes de compression à succion contrôlée d'une kaolinite compactée (données issues d'Uchaipichat (2010))

Si on retrace ces courbes dans le plan de la pression nette on obtient les courbes suivantes :

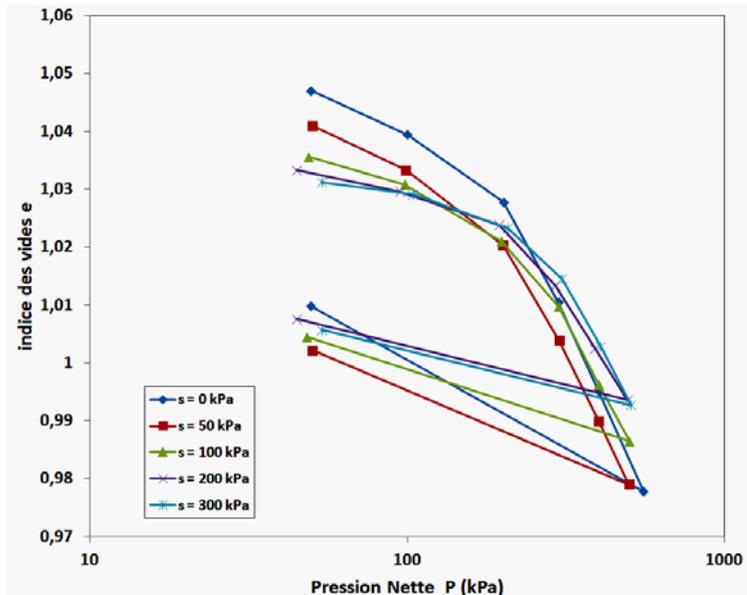


Figure II-20: Variations de l'indice des vides au cours d'essais de compression isotropes à succion contrôlée d'une kaolinite compactée retracée dans le plan de pression nette P (données issues de Uchaipichat (2010))

Selon cette étude, l'effet de la succion est presque négligeable sur l'indice de compression C_c (presque toutes les courbes sont parallèles). Cependant la succion montre son influence sur l'indice de gonflement qui semble diminuer avec l'augmentation de la succion. Le choix des variables des contraintes semble avoir une grande influence non seulement sur l'étude de l'effet de la succion sur la compressibilité, mais aussi sur d'autres aspects phénoménologiques.

Pour conclure sur l'effet de la succion sur la compressibilité des sols non saturés on peut indiquer que :

- La pression de préconsolidation augmente quand la succion augmente.
- La variation de l'indice de compression en fonction de la succion dépend de la nature du sol étudié et de sa compacité.
- Le mouillage d'un sol sec, peut engendrer un phénomène de gonflement s'il est sous une faible contrainte mais un phénomène d'effondrement s'il est sous une forte contrainte; la contrainte mécanique influence l'importance des gonflements et effondrements. Notons que le phénomène de retrait gonflement d'un sol dépend aussi de la contrainte qui lui est appliquée. Ce comportement a d'ailleurs mis en défaut de nombreuses modélisations.
- Une variation de la succion peut engendrer une déformation volumique irréversible pour un sol sous une charge donnée (Alonso et al. (1990)).

II.6. Différents facteurs influençant la courbe de rétention d'eau

Les théories présentées dans ce chapitre nous ont permis de mieux connaître l'aspect hydrique des sols non saturés : leur capacité de rétention d'eau, afin de mieux cerner leur comportement hydromécanique. Cette propriété de rétention d'eau est influencée par de nombreux éléments. Les plus importants sont : l'indice des vides initial, la teneur en eau initiale, l'état de contrainte et la granulométrie.

II.6.1 Effet de l'indice des vides initial

Kawai et al. (2000) ont étudié l'effet de la valeur de l'indice des vides initial sur la Courbe de Rétention d'Eau (CRE). Chaque échantillon de sol a été mis dans un oedomètre modifié pour les sols non saturés et la succion a été appliquée par la méthode de plaque tensiométrique. L'eau des pores tend à migrer avec l'augmentation de la succion et quand la valeur de la succion atteint la Pression d'Entrée d'Air (PEA), l'eau commence à se drainer. La PEA reflète la grandeur de la zone de saturation capillaire dans le sol. Plus les pores sont grands plus la PEA sera petite. La PEA est inversement proportionnelle à logarithme de l'indice des vides. Lorsque le sol est humidifié, la succion diminue et le degré de saturation augmente, quand la valeur de la succion décroît au-delà d'une certaine

valeur appelée Valeur d'Entrée d'Eau (VEE), l'augmentation du degré de saturation sera plus remarquable. Dans ce contexte, Vanapalli et al. (1996) ont publié les résultats des courbes de rétention d'eau d'un limon argileux sous différents états de compactage.

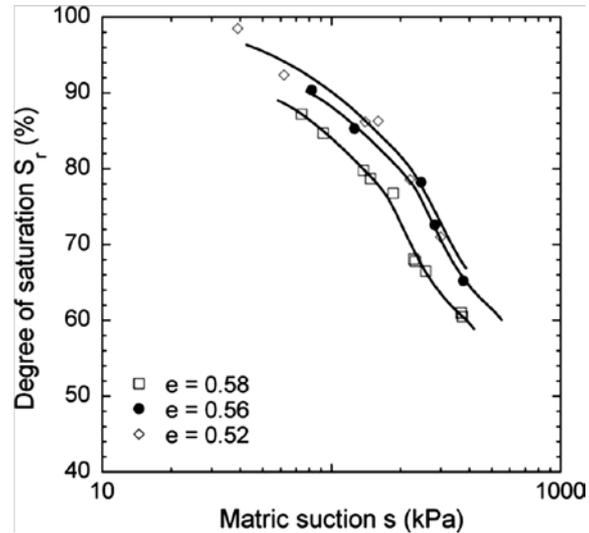


Figure II-21: Courbes de rétention d'eau sous différents états de compactage (Vanapalli et al. (1996))

La PEA et le degré de saturation résiduel peuvent être exprimés ensemble par l'indice des vides e en utilisant une relation empirique (Hong Yang et al. (2004)). La PEA est un paramètre important pour les sols non saturés, puisque le degré de saturation commence à décroître rapidement quand la succion dépasse la PEA. Il existe une large gamme de PEA qui correspond à différentes valeurs d'indice de vide. Les sols les plus denses ont une plus grande PEA, ce qui implique qu'à faible succion, les sols ayant un indice de vide faible montrent une variation négligeable du degré de saturation, c'est-à-dire que le sol peut-être traité comme complètement saturé.

II.6.2 Effet de la teneur en eau initiale

La Figure II-22 illustre l'effet de la teneur en eau sur la CRE obtenue par Vanapalli et al. (1999). Les échantillons étaient du sable argileux avec une faible limite de liquidité, la fraction d'argile était de la montmorillonite calcique. Tous les échantillons étaient compactés et préparés avec une teneur en eau bien spécifiée et puis mis entre deux pierres poreuses et consolidés dans une bague grâce à une charge de 3,5 kPa avec un oedomètre classique. Ces échantillons ont été submergés pour les saturer dans de l'eau distillée pour 36 h, puis ils ont été mis dans une plaque tensiométrique pour effectuer l'essai de rétention. L'optimum a été obtenu à partir de l'essai de compactage standard AASHTO (Il s'agit d'un essai de compactage similaire à celui de Proctor).

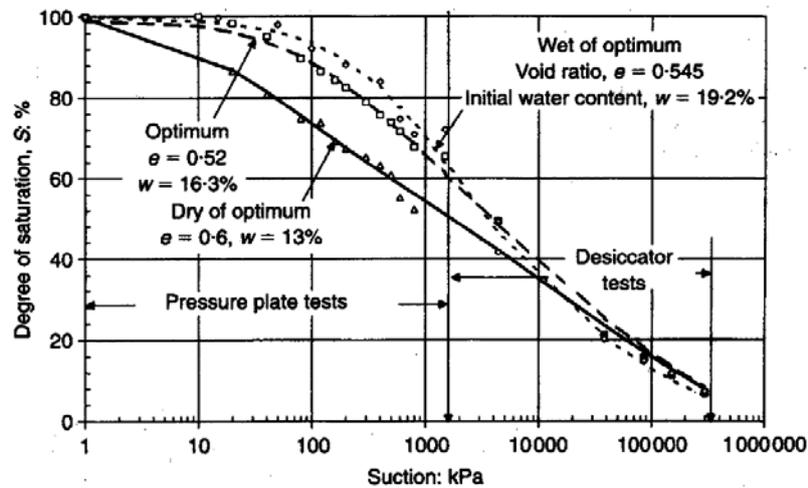


Figure II-22: Courbe de rétention d'eau pour des échantillons compactés à différentes teneur en eau initiales (Vanapalli et al., 1999)

La valeur initiale de la teneur en eau a une influence considérable sur la forme de la courbe. L'échantillon ayant la plus grande valeur de teneur en eau initiale montre une CRE plus raide. Pour expliquer ce phénomène Vanapalli et al. (1999) proposent deux échelles de structures pour les sols non saturés : la macrostructure et la microstructure. La microstructure est décrite comme étant les associations de particules élémentaires dans le sol. Alors que l'arrangement des agrégats de sol est considéré comme la macrostructure (Mitchell (1976)). Vanapalli et al. (1999) montrent que pour les échantillons compactés à une teneur en eau initiale supérieure à l'optimum, la microstructure contrôle la résistance à la désaturation, l'espace poreux est dans un état occlus. Par conséquent, ces sols possèdent une capacité de rétention plus grande. Cependant un sol, compacté à une teneur en eau initiale inférieure à celle de l'optimum, possède une structure ouverte avec de larges pores interconnectés et dans ce cas, la macrostructure contrôle le comportement hydrique. La désaturation pour ce type d'échantillon (ayant $W_{initial} < W_{optimum}$) est plus rapide.

Selon les auteurs, la PEA augmente avec l'augmentation de la teneur en eau initiale. La résistance à la désaturation est relativement faible dans le cas d'un échantillon à teneur en eau initiale plus faible que celle de l'optimum. Alors pour les sols à forte teneur en eau initiale (au-delà de l'optimum), l'effet de la désaturation est moins évident, surtout à faible succion. A partir de la démarche expérimentale, on peut constater que les échantillons pris à différente teneur en eau ont été re-saturés et que la teneur en eau initiale a servi à contrôler la densité. Donc, il nous paraît plus pertinent de parler de l'effet de la variation de la densité qui est plus significatif, car les paramètres variables dans cette étude sont non seulement la teneur en eau massique initial mais aussi la densité.

Les CRE des sols à différentes teneurs en eau initiales tendent à converger vers le même degré de saturation résiduelle pour les grandes valeurs de succion. La

penne de la courbe de rétention est plus raide pour les sols compactés à une teneur en eau plus faible que l'optimum pour les valeurs de succion allant de 0 jusqu'à 1500 kPa.

II.6.3 Effet de l'état de contrainte

Le sol subit normalement des contraintes, ce qui aura une influence sur la CRE. Fredlund et Rahardjo (1993), Vanapalli et al. (1996, 1998, 1999) étudient l'influence de l'état de contrainte totale sur le comportement hydrique des sols fins compactés.

Comme tous les appareils conventionnels à plaque tensiométrique n'appliquent pas un chargement extérieur, une pression équivalente est appliquée pour étudier son effet. Une pression équivalente peut-être expliquée en utilisant l'exemple de la Figure II-23: un échantillon a été placé dans un oedomètre, et saturé sous volume constant et chargé jusqu'à 200 kPa (Point A), puis l'échantillon est laissé à gonfler sous une pression nominale de 3.5 kPa (Point B).

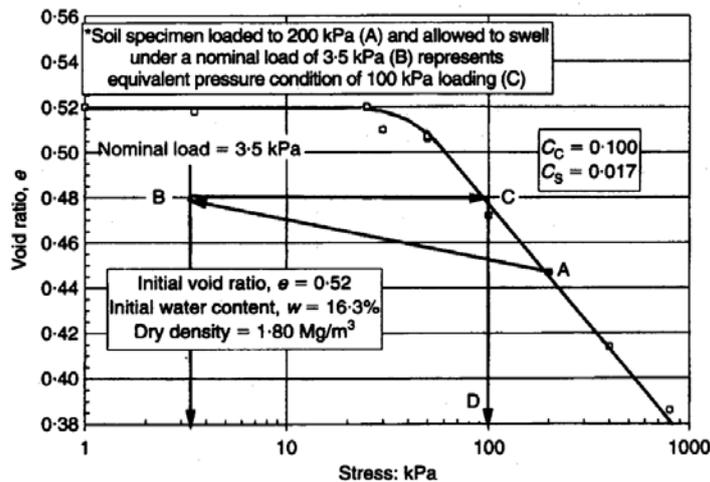


Figure II-23: Indice des vides en fonction de la contrainte appliquée pour un indice des vides initial de 0.52 (Vanapalli et al. (1999))

Lorsque l'échantillon a connu une pression maximale de 200 kPa, il aurait un indice de vides correspondant à 100 kPa à l'état initial de compression sur la branche initiale de contrainte après gonflement sous 3.5 kPa (Point C). La contrainte équivalente sera de 100 kPa. Les courbes de rétention développées, pour les échantillons compactés à sec avec des pressions équivalentes de 25, 35, 80 et 200 kPa, sont données par la Figure II-24. Cette figure montre que la PEA augmente avec l'augmentation de la pression équivalente : au-delà de la PEA les échantillons soumis à une plus grande pression équivalente montre un degré de saturation plus grande pour toute valeur de succion supérieure à la PEA.

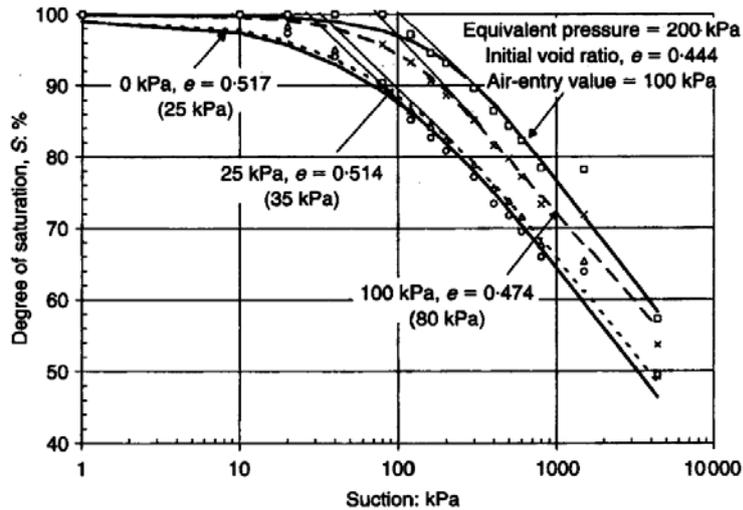


Figure II-24: Courbe de rétention d'eau des échantillons compactés à l'optimum à différentes pressions équivalentes (Vanapalli et al. (1999))

La PEA et le degré de saturation résiduel augmentent avec l'augmentation de la pression équivalente pour les échantillons ayant une teneur en eau initiale plus faible que celle de l'optimum.

Ng et Pang (2000) étudient l'effet de la contrainte initiale appliquée sur la CRE, les résultats indiquent que plus la charge appliquée est grande plus le taux de réduction de la teneur en eau, suite à l'application de la succion, sera réduit. En d'autres termes, l'eau sera piégée dans le sol.

L'histoire de chargement mécanique semble ne pas affecter significativement la forme de la CRE, bien que la PEA augmente et le taux de variation du degré de saturation diminue avec l'augmentation de la contrainte appliquée.

II.6.4 Effet de la granulométrie

La granulométrie contrôle la taille et la distribution des pores, et, en conséquence, la microstructure. Dès lors, de nombreux aspects hydromécaniques peuvent varier en fonction de la granulométrie : la perméabilité, la courbe de rétention d'eau, la compressibilité, la résistance au cisaillement, etc...

Pour les courbes de rétention d'eau, la pression d'entrée d'air et la succion résiduelle ψ_r d'un sol diminuent lorsque D_{10} (le diamètre en mm correspondant à 10% en masse du tamisat) augmente (le sable possède une valeur de pression d'entrée d'air plus faible que celle d'une argile) (Hong Yang et al. (2004)).

La pente de la CRE est également compatible avec la pente de la courbe granulométrique du sol. Ainsi, l'effet d'hystérésis est plus mis en relief lorsque D_{10} diminue, en d'autres termes, lorsque le pourcentage des fines augmente.

II.6.5 Conclusion sur les différents facteurs influençant la courbe de rétention d'eau

Une courbe de rétention d'eau pour un sol est caractérisée par quatre paramètres: la teneur en eau maximale, la teneur en eau résiduelle, la pression d'entrée d'air et la pente au-delà de la pression d'entrée d'air.

Après cette étude bibliographique sur les différents facteurs qui affectent la courbe de rétention d'eau on peut conclure:

Les teneurs en eau maximale et résiduelle dépendent de la nature du sol étudié, pour un sol argileux la teneur en eau résiduelle sera plus grande que celle d'un sol granulaire.

La pression d'entrée d'air dépend de la granulométrie et de la compacité du matériau étudié. Les sols lâches (grande porosité) possèdent une pression d'entrée d'air plus faible que les sols denses. Dans cette partie, on parle de la résistance à la désaturation: les sols denses résistent plus à la désaturation que les sols lâches vu que la pression d'entrée d'air augmente avec la diminution de la porosité.

La pente de la courbe de rétention d'eau est plus raide pour un sol possédant une granulométrie uniforme.

L'effet d'hystérésis dépend de la capacité d'emmagasinement des sols: l'hystérésis sera plus marquée dans le cas d'un sol argileux, où la possibilité d'avoir des pores occlus saturés est plus grande.

A l'issue de ces études, nous pouvons conclure que l'effet de l'indice de vide initial et de l'état de contrainte ne peuvent pas être séparés et semblent être les plus influençant sur la variation des propriétés de rétention et le comportement hydrique des sols non saturés.

II.7. Différents modèles numériques représentant la courbe de rétention d'eau

Pour un sol donné, des variations du degré de saturation vont entraîner des variations de succion. On appelle courbe de rétention la courbe donnant la succion en fonction du degré de saturation (ou de la teneur en eau volumique). La Figure II-25 montre une courbe typique pour un sol en cours de séchage. La pression d'entrée d'air est la valeur de la succion à partir de laquelle, la saturation diminue. Cette valeur critique est en fait une mesure de la taille maximale des pores d'un sol, car ce sont les plus grands pores qui drainent d'abord l'eau. Si le séchage continu, on observe qu'une quantité d'eau reste dans le sol sous forme de ménisques isolés ou de couches immobiles adsorbées sur les particules de sol. L'écoulement d'eau est tellement difficile que l'on n'arrive pas à extraire cette quantité d'eau. Cette quantité est appelé la saturation résiduelle S_{res} . La courbe

de rétention d'eau varie selon les types de sols (voir paragraphe II.6 pour les différents facteurs qui influent sur la courbe de rétention d'eau): plus le sol est fin, plus la pression d'entrée d'air est grande et plus les variations de succion sont importantes. Pour les argiles, la succion peut atteindre plusieurs MPa. Ceci est lié, d'une part, à l'adsorption qui crée une succion osmotique et, d'autre part, à la faible dimension des particules d'argile. Les pores sont alors plus petits, les rayons de courbure des ménisques plus faibles et, d'après la loi de Jurin, la succion peut atteindre des valeurs plus élevées. La teneur en eau résiduelle d'une argile est souvent plus grande que celle d'un sable. Cela est lié essentiellement aux phénomènes d'adsorption, la couche d'eau adsorbée étant plus difficile à extraire et la surface spécifique est plus grande.

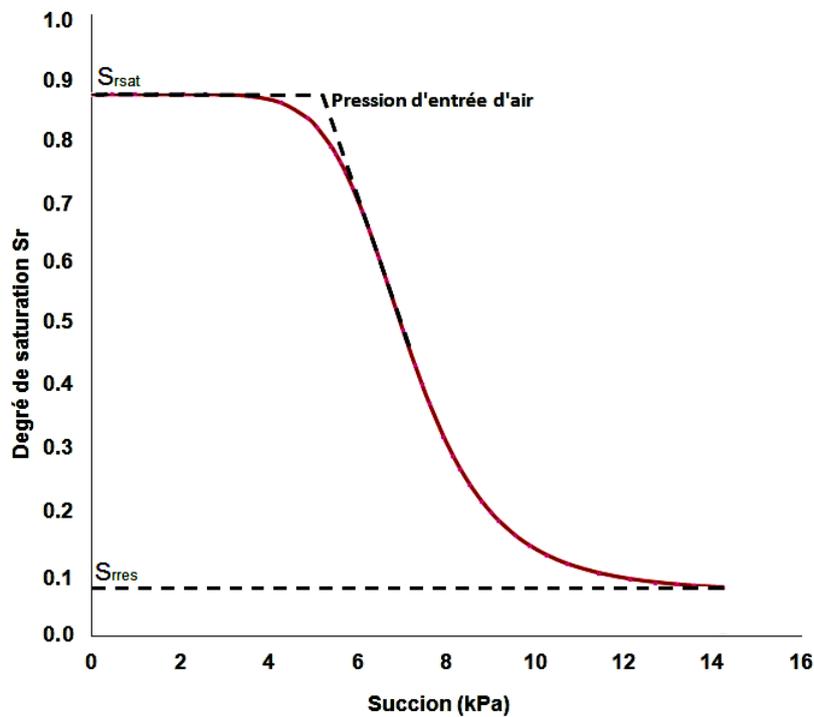


Figure II-25: Courbe de rétention d'eau d'un sol non saturé en cours de séchage

Diverses lois empiriques ont été proposées pour décrire la courbe de rétention d'eau (Tableau II-3).

Tous ces modèles empiriques, sont issus d'une équation générale, de la forme :

$$a_1 \Theta^{b_1} + a_2 \exp(a_3 \Theta^{b_1}) = a_4 s^{b_2} + a_5 \exp(a_6 s^{b_2}) + a_7 \quad (15)$$

Où $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, b_1$ et b_2 sont des paramètres empiriques, s la succion, et Θ la teneur en eau volumique normalisée :

$$\Theta = \frac{(\theta - \theta_r)}{(\theta_s - \theta_r)} ; \text{ Avec } \theta \text{ la teneur en eau volumique, } \theta_r \text{ la teneur en eau}$$

volumique résiduelle, θ_s la teneur en eau à la saturation.

Tableau II-3 : Les diverses lois empiriques pour la courbe limite de rétention d'eau (a, n, m) sont les paramètres de chaque modèle

Modèle	Equation
Brooks and Corey (1964)	$\begin{cases} \theta = 1 & s < PEA \\ \theta = \left(\frac{s}{a_c}\right)^{-n_c} & s > PEA \end{cases}$
Brutsaert (1966)	$\theta = \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{s}{a_r}\right)^{n_r}\right)}$
McKee and Bumb (1984) (Forme exponentielle de Boltzman)	$\begin{cases} \theta = 1 & s < PEA \\ \theta = \exp((a_z - s)/n_z) & s > PEA \end{cases}$
McKee and Bumb (1987)	$\theta = \frac{1}{\left(1 + \exp\left(\frac{s - a_e}{n_e}\right)\right)}$
Fredlund and Xing (1994)	$\theta = \left(\frac{1}{\ln\left(e + \left(\frac{s}{a_f}\right)^{n_f}\right)}\right)^{m_f}$
Gardner (1956)	$\theta = \frac{1}{\left(1 + a_g s^{n_g}\right)}$
Van Genuchten (1980)	$\theta = \left(\frac{1}{\left(1 + (a_v s)^{n_v}\right)}\right)^{m_v}$
Van Genuchten - Burdine (1980)	$\theta = \left(\frac{1}{\left(1 + (a_b s)^{n_b}\right)}\right)^{(1-2/n_b)}$
Van Genuchten - Mualem (1980)	$\theta = \left(\frac{1}{\left(1 + (a_m s)^{n_m}\right)}\right)^{(1-1/n_m)}$

II.7.1 Phénomène d'hystérésis

Si l'on trace la courbe de rétention d'eau lors de cycles de dessiccation – humidification (séchage - mouillage), on observe une caractéristique fondamentale du comportement hydraulique des milieux poreux non saturés: l'hystérésis des courbes de perméabilité $K_w(s)$ et du degré de saturation $S_r(s)$ en fonction de la succion. La Figure II-26 en donne un exemple.

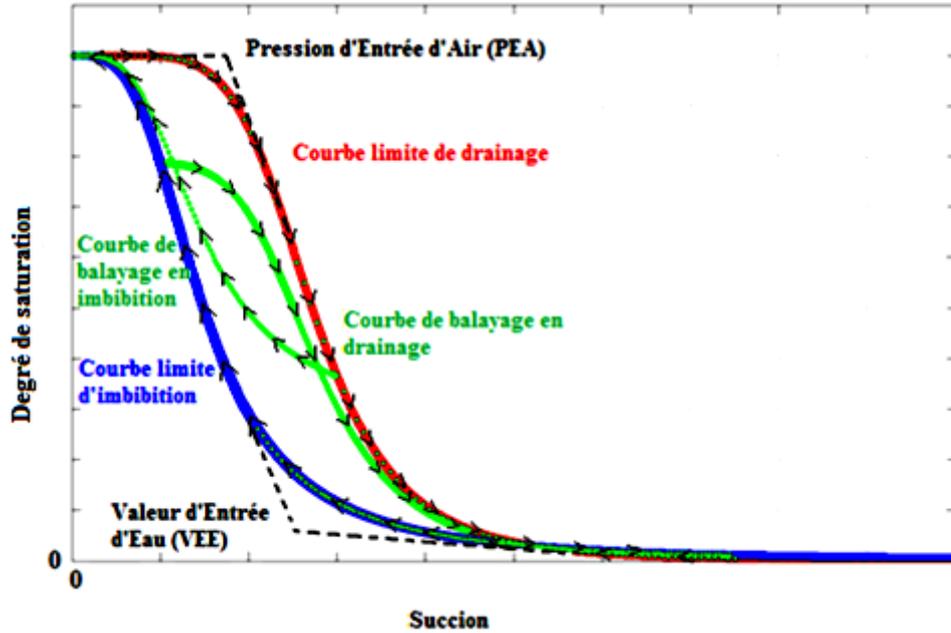


Figure II-26: Représentation schématique d'une courbe de rétention d'eau (CRE) avec les quatre courbes : les deux courbes limites et deux courbes de balayage en imbibition et en drainage.

Donc, en plus des deux courbes limites, il existe des courbes de balayages en drainage et en imbibition.

La nature hystérétique de la courbe de rétention d'eau est connue depuis longtemps mais les applications n'ont pas intégré l'effet d'hystérésis, sachant que, la mesure complète de courbe d'hystérésis demande de temps importants.

De nombreux modèles ont été développés pour caractériser l'effet d'hystérésis des CRE. Il est impossible d'en faire une liste exhaustive vu leur nombre mais il est possible de distinguer les grandes catégories des modèles, que nous allons décrire maintenant. On distingue deux catégories :

- Modèle basé sur la nature physique de l'hystérésis (modèle à domaines).
- Modèle empirique.

Un grand nombre des recherches utilise des modèles à domaine pour présenter l'effet d'hystérésis : le diagramme de Enderby (1955), le diagramme de Preisach (1935). La méthode de Néel (1942, 1943) a été utilisée par : Everett (1954, 1955), Poulouvasilis (1962), Philip (1964), Topp (1971a, 1971b), Mualem (1973), et Parlange (1976, 1980).

Le diagramme de Néel suppose que l'espace poreux existe dans l'un des 2 états : saturé d'eau ou sec. L'état d'un pore peut-être caractérisé par deux valeurs de succions nommées : succion de drainage s_d et succion d'humidification s_w . Quand la succion augmente jusqu'à la succion de drainage s_d du pore alors le pore est totalement drainé. Quand la succion diminue jusqu'à atteindre la succion d'humidification s_w du pore alors le pore est parfaitement saturé. Un do-

maine est composé d'un groupe de pores qui sont contrôlés par deux petits rangs de succion.

Selon la théorie des modèles à domaine la teneur en eau dans un sol peut-être décrite en utilisant un diagramme tridimensionnel de distribution d'eau. Quand la succion augmente jusqu'au s_{max} la teneur en eau dans ce domaine a un minimum θ_{min} et quand la succion diminue jusqu'au s_{min} la teneur en eau a un maximum θ_u . Après la première phase de drainage, la teneur en eau maximale dans le sol n'est plus celle de la saturation et ceci est dû à la présence d'air piégé dans les pores. Les points (s_{max}, θ_{min}) et (s_{min}, θ_u) définissent les points de rencontre des deux courbes limites de drainage et d'humidification à forte et faible succions respectivement. La fonction de distribution d'eau f au point (s_d^1, s_w^1) représente le volume des groupes de pores dans le domaine qui ont une succion de drainage s_d^1 et une succion s_w^1 d'hydratation. Elle explique comment la teneur en eau dans un domaine peut-être définie comme une fonction des 2 variables indépendants s_d et s_w . Tous les domaines dans le système sont identifiés en fonction de la gamme de s_d et s_w de succions comme montré sur le diagramme tridimensionnel de Néel (1942, 1943).

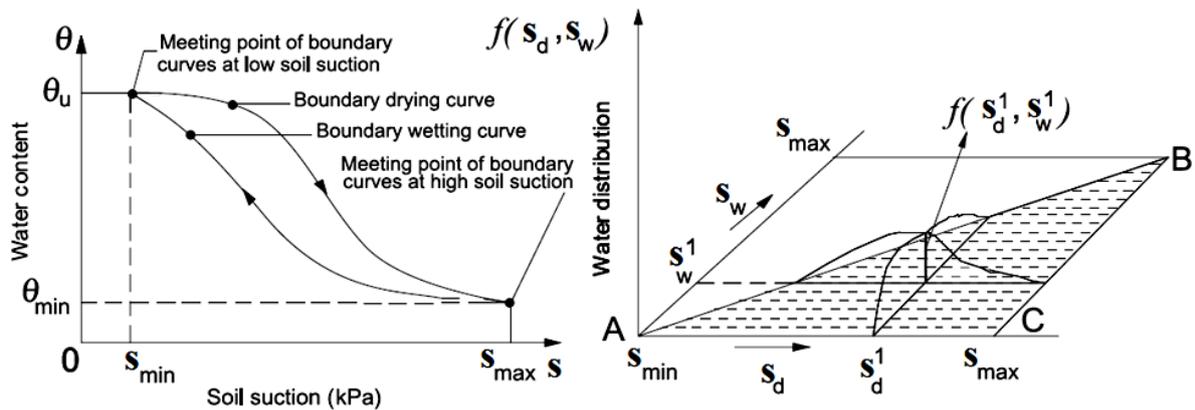


Figure II-27: Illustration schématique de la distribution volumique de l'eau dans le sol (Pham et al. (2005))

La succion de drainage s_d est toujours inférieure à celle d'hydratation s_w :

$$\theta_u = \theta_{min} + \iint_{s_{min}}^{s_{max}} f(s_d, s_w) ds_d ds_w \quad (16)$$

La notation conventionnelle est utilisée pour décrire la teneur en eau le long des courbes limites et de balayages de rétention d'eau :

$\theta_d(s)$ est la teneur en eau sur la courbe limite de drainage à la succion s ,

$\theta_w(s)$ est la teneur en eau sur la courbe limite d'humidification à la succion s ,

$\theta_d(s_1, s)$ est la teneur en eau à la succion s sur la courbe de balayage drainant, ayant comme point de départ la succion s_1 sur la courbe limite de mouillage.

$\theta_w(s_2, s)$ est la teneur en eau à la succion s sur la courbe de balayage mouillant, ayant comme point de départ la succion s_2 sur la courbe limite de drainage.

Everett (1954, 1955) utilise le diagramme de Néel (1942, 1943) pour décrire les procédures de mouillage et séchage dans un sol.

$$\theta_d(s) = \theta_{min} + \int_{s_{min}}^{s_{max}} \int_s^{s_{max}} f(s_d, s_w) ds_d ds_w \quad (17)$$

La teneur en eau le long de la courbe limite de mouillage à n'importe quelle valeur de succion s sera calculée comme suit :

$$\theta_w(s) = \theta_{min} + \int_s^{s_{max}} \int_s^{s_{max}} f(s_d, s_w) ds_d ds_w \quad (18)$$

La teneur en eau, à n'importe quelle valeur de succion s , le long de la courbe de balayage drainant commençant à la succion s_1 sur le bord de mouillage sera calculée par la formule :

$$\theta_d(s_1, s) = \theta_w(s_1) - \int_{s_1}^s \int_{s_1}^s f(s_d, s_w) ds_d ds_w \quad (19)$$

La teneur en eau, à n'importe quelle valeur de succion s , le long de la courbe de balayage mouillant commençant à la succion s_2 sur le bord de drainage sera calculée par la formule:

$$\theta_w(s_2, s) = \theta_d(s_2) - \int_s^{s_2} \int_s^{s_2} f(s_d, s_w) ds_d ds_w \quad (20)$$

Il est supposé que pour des succions supérieures à s_{max} ainsi que pour des succions inférieures à s_{min} toutes les courbes de rétention d'eau coïncident. Le système est calibré une fois que les valeurs de la fonction $f(s_d, s_w)$ dans le triangle ABC seront connues (voir Figure II-27).

Mualem (1974) propose un diagramme similaire à celui de Néel (1942, 1943). Deux variables, nommées diamètre normalisé du front du pore \bar{r} et diamètre normalisé de corps du pore $\bar{\rho}$ sont utilisés pour définir les points correspondant à la variable de succion de drainage s_d et celle de mouillage s_w dans Néel (1942, 1943).

Le diamètre normalisé \bar{R} est définie par : $\bar{R} = \frac{R-R_{min}}{R_{max}-R_{min}}$ où R est le diamètre de pore, R_{min} est le diamètre minimal dans le domaine, et R_{max} est le diamètre maximal dans le domaine.

En utilisant le diagramme de Mualem (1974), la teneur en eau le long de la courbe limite de drainage, θ_d pour toute valeur de \bar{R} :

$$\theta_d(\bar{R}) = \int_0^{\bar{R}} \int_0^1 f(\bar{r}, \bar{\rho}) d\bar{r} d\bar{\rho} + \int_{\bar{R}}^1 \int_0^{\bar{R}} f(\bar{r}, \bar{\rho}) d\bar{r} d\bar{\rho} \quad (21)$$

La teneur en eau le long de la courbe limite de mouillage, θ_w pour toute valeur de \bar{R} :

$$\theta_w(\bar{R}) = \int_0^{\bar{R}} \int_0^1 f(\bar{r}, \bar{\rho}) d\bar{r} d\bar{\rho} \quad (22)$$

L'effet d'hystérésis dans les courbes de rétention d'eau est bien décrit en utilisant les deux diagrammes (Mualem (1974), Néel (1942, 1943)) ; cependant pour calibrer le modèle les valeurs de la fonction de distribution d'eau doivent être connues pour chaque paire de succion (s_d, s_w) (ou bien les diamètres normalisés ($\bar{r}, \bar{\rho}$) doivent-êre connus).

Poulovassilis (1962) est le premier à avoir utilisé les diagrammes de Néel pour résoudre les problèmes d'hystérésis. Il divise l'intervalle de succion en n intervalles. Il y aura $(n^2 + n)/2$ inconnues, cependant il existe $2n$ équations, pour cela des courbes de balayages sont à mesurer pour calibrer le modèle.

Poulovassilis (1962) trouve qu'en plus des deux courbes limites, une série de courbe de balayage de mouillage doivent être mesurées pour prédire les courbes de balayage de mouillage et vice versa. Philip (1964) est le premier à avoir proposé « une hypothèse de similarité » pour simplifier les données nécessaires pour le calibrage. Selon cette hypothèse la distribution des relations entre la courbure du ménisque drainant et mouillant est indépendant de la taille des pores et peut-être exprimé par:

$$f(s_d, s_w) = \frac{l(s_w)h\left(\frac{s_d}{s_w}\right)}{s_w} \quad (23)$$

Où $l(s_w)$ et $h(s_d/s_w)$ sont deux fonctions de la succion du sol.

L'hypothèse de similarité de Mualem (1973) a été appliquée dans la série des modèles proposés (1973, 1974, 1977, 1984a, 1984b) et cette hypothèse assure une amélioration pratique des modèles d'hystérésis à domaines.

Les modèles d'hystérésis à domaine pour les courbes de rétention d'eau peuvent-être divisés en 4 groupes :

- Modèles indépendants qui appliquent l'hypothèse de similarité ;
- Modèles dépendants qui appliquent l'hypothèse de similarité ;
- Modèles indépendants sans hypothèse de similarité ;
- Modèles dépendants sans hypothèse de similarité ;

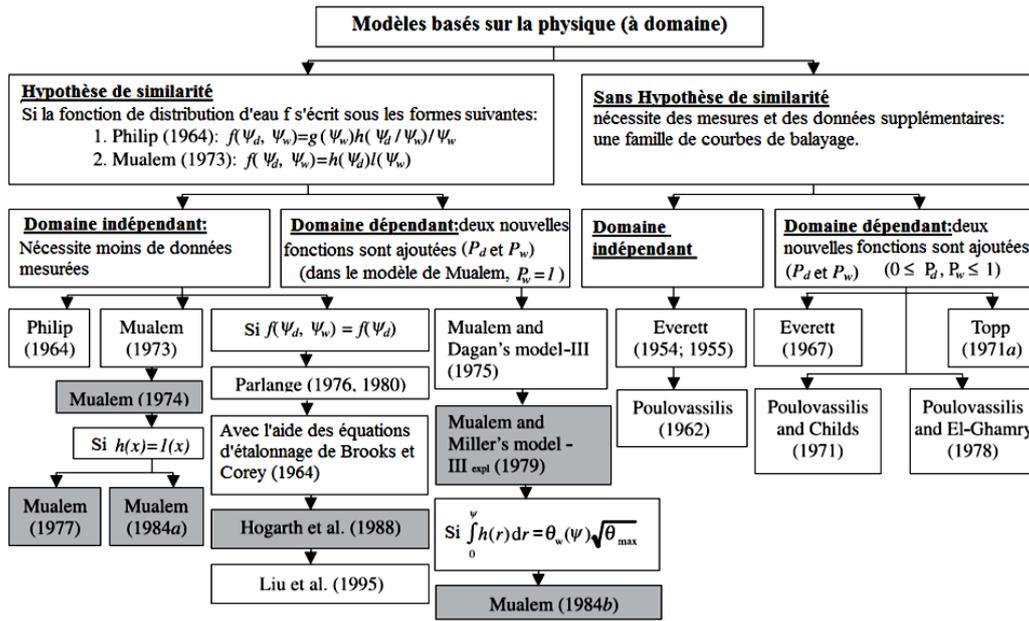


Figure II-28: Aperçu synoptique des modèles basés sur la physique (modèles à domaines)

En plus des modèles à domaines, il existe plusieurs modèles empiriques pour mettre en évidence l'effet d'hystérésis sur les courbes de rétention d'eau (Hanks et al. (1969); Dane et Wierenga (1975); Scott et al. (1983); Jaynes (1984); Nimmo (1992); Kawai et al. (2000); Feng et Fredlund (1999); Karube et Kawai (2001)). Ces modèles empiriques sont basés sur une analyse de la forme et les propriétés de la courbe CRE. Ils utilisent des expressions empiriques pour représenter les courbes d'hystérésis. Ils sont souvent développés pour un sol particulier et un modèle ne demande pas une validité générale parce que le calcul n'est pas basé sur une représentation physique de l'hystérésis. Ces modèles se basent simplement sur l'étalonnage de la forme observée de l'hystérésis des courbes de rétention d'eau à l'aide d'une équation utilisant des paramètres empiriques. Les modèles empiriques d'hystérésis peuvent être divisés en deux groupes :

- Modèles qui simplement utilisent les mêmes équations pour les deux courbes de drainage et de mouillage en ajustant les paramètres dans chaque équation indépendamment ;
- Modèles qui s'appuient sur les relations entre les deux courbes basées sur des points spécifiques ou bien sur des pentes prises aux points spécifiques.

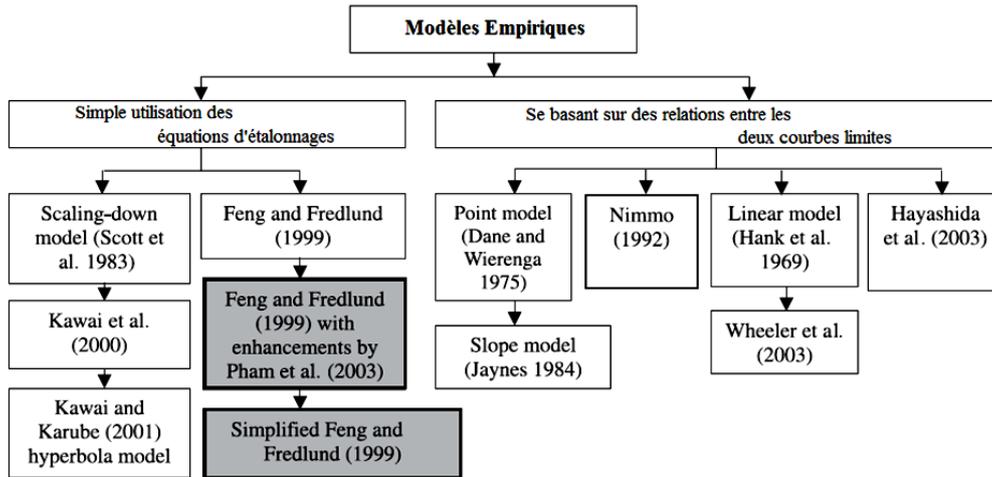


Figure II-29: Aperçu synoptique des modèles empiriques

II.7.2 Comparaison des différents modèles des courbes de rétention d'eau

II.7.2.a. Pour les modèles des courbes limites

Pham et Fredlund ont utilisé deux critères de comparaison R^2 et le pourcentage absolu de déviation (PAD). Ces deux critères ont été appliqués sur 100 points sur les courbes d'hystérésis prédites. Ces 100 points sont déterminés en divisant chaque courbe d'hystérésis en 99 intervalles identiques de succion distribués le long de la courbe (Figure II-30). La comparaison a été faite entre 5 modèles pour prédire la courbe limite de mouillage: Modèle de Mualem (1977), Modèle indépendant de Mualem (1984a), Modèle de Hogarth, Hopmans, Parlange, et Haverkamp (1988), Modèle de Braddock et al. (2001), Modèle de Fredlund et Feng (1999).

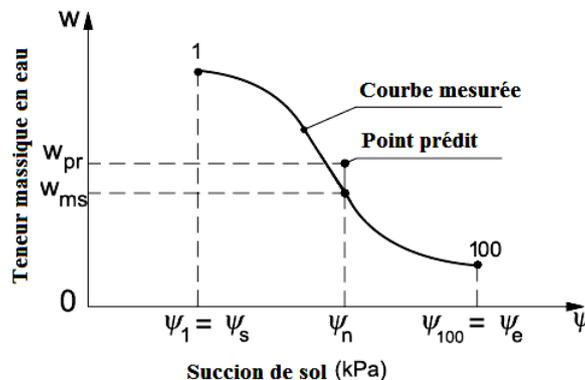


Figure II-30: Illustration schématique de la décomposition de la courbe en intervalle de succion

Les deux critères sont calculés comme suite :

$$PAD (\%) = \sum_{i=1}^{100} \left| \frac{w_{pr}(i) - w_{ms}(i)}{w_{ms}(i)} \right| \quad (24)$$

$$R^2 = \frac{\left[\sum_{i=1}^{100} w_{pr}(i) w_{ms}(i) - \frac{\sum_{i=1}^{100} w_{pr}(i) \sum_{i=1}^{100} w_{pr}(i)}{100} \right]^2}{\left\{ \sum_{i=1}^{100} w_{pr}^2(i) - \frac{[\sum_{i=1}^{100} w_{pr}(i)]^2}{100} \right\} \left\{ \sum_{i=1}^{100} w_{ms}^2(i) - \frac{[\sum_{i=1}^{100} w_{ms}(i)]^2}{100} \right\}} \quad (25)$$

Où w_{pr} est la teneur en eau prédite à une succion, et w_{ms} est la teneur en eau mesurée à cette même succion.

II.7.2.a.i *Modèle de Mualem (1977)*

Ce modèle est un modèle à domaines qui nécessite d'avoir la courbe limite de drainage et la teneur en eau aux deux points d'intersection des deux courbes limites de drainage/mouillage. Ce modèle universel est une simplification du modèle II de Mualem (1974), dans les 2 modèles il utilise le même diagramme pour calculer la quantité d'eau dans le sol. Le degré de saturation S^e est donné par la formule : $S^e = \frac{\theta - \theta_{min}}{\theta_u - \theta_{min}}$ où θ_u est la teneur en eau volumique au point d'intersection des 2 courbes limites de rétention d'eau à la succion de sol la plus basse (c'est-à-dire près de la pression d'entrée d'air) et θ_{min} est la teneur en eau volumique au point d'intersection des 2 courbes limites de rétention d'eau à la succion de sol la plus élevée (c'est-à-dire près de la succion résiduelle).

La courbe limite d'humidification ($s; S_w^e$) peut-être calculée dans ce modèle de la courbe limite de drainage ($s; S_d^e$) par la formule : $S_w^e(s) = 1 - [1 - S_d^e(s)]^{1/2}$.

II.7.2.a.ii *Modèle indépendant de Mualem (1984a)*

Ce modèle est une amélioration du modèle Mualem (1977) en plus de la courbe limite de drainage, une courbe de balayage mouillant est nécessaire pour prédire la courbe limite de mouillage. Mualem (1984a) présente les transformations pour obtenir les relations entre les courbes limites et une courbe de balayage. Un effort mathématique est nécessaire pour obtenir les relations entre les courbes.

La courbe limite de mouillage est constituée de 2 parties :

De zéro jusqu'à la succion au point de départ de la courbe de balayage, et les valeurs de succion du sol plus grandes que la succion au point de départ de la courbe de balayage. La première partie est prédite en utilisant les deux courbes, celle de drainage limite et celle de balayage. Cependant la deuxième partie est prédite en utilisant la courbe de drainage limite uniquement (Mualem (1977)). La teneur en eau le long de la courbe limite de mouillage est exprimé par :

$$S_w^e(s) = \begin{cases} 1 - \frac{1 - S_{ws}^e(s_{sm}, s)}{[1 - S_d^e(s_{sm})]^{1/2}} & \text{pour } s_{min} \leq s \leq s_{sm} \\ 1 - [1 - S_d^e(s)]^{1/2} & \text{pour } s_{sm} \leq s \end{cases} \quad (26)$$

Où s est la succion ; s_{sm} est la succion au point de départ de la courbe de balayage (point d'intersection de la courbe de balayage avec la courbe limite de drainage) ; $S_w^e(s)$ est le degré de saturation effective le long de la courbe limite de mouillage à la succion s et $S_{ws}^e(s_{sm}, s)$ est le degré de saturation effective le long de la courbe supplémentaire de balayage à la succion s .

II.7.2.a.iii *Modèle de Hogarth, Hopmans, Parlange, et Haverkamp (1988)*

Le modèle de Hogarth et al. (1988) est une extension du modèle de Parlange (1976, 1980) qui utilise le diagramme de Néel (1942, 1943) pour décrire les procédures d'hystérésis dans les sols. En appliquant les équations de Brooks et Corey pour suivre la courbe de rétention d'eau, les problèmes numériques, quand on s'approche des points d'inflexion dans le modèle de Parlange, seront résolus. En plus de la courbe limite de drainage, on aura besoin de la valeur de la succion qui correspond à l'entrée d'eau pour tracer la courbe limite de mouillage.

L'équation pour représenter la courbe de drainage :

$$\theta_d(s) = \begin{cases} \theta_d \left(\frac{s_{ea}}{s} \right)^\lambda \left(\frac{1 + \lambda - \lambda \frac{S_{ee}}{s}}{1 + \lambda - \lambda \frac{S_{ee}}{s_{ea}}} \right) & \text{pour } s > s_{ea} \\ \theta_u & \text{pour } s \leq s_{ea} \end{cases} \quad (27)$$

Où s_{ea} est un paramètre d'étalonnage qui représente la pression d'entrée d'air ; S_{ee} représente la valeur de la pression d'entrée d'eau ; et λ un paramètre d'étalonnage.

$$\theta_w(s) = \begin{cases} \theta_{ea} \left[\left(\frac{s_{ea}}{s} \right)^\lambda + \frac{\lambda}{s_{max}} \left(\frac{s_{ea}}{s_{max}} \right)^\lambda (s - s_{ee}) \right] & \text{pour } s \geq s_{ea} \\ \theta_{ea} \left[\left(1 + \lambda - \lambda \frac{s}{s_{ea}} \right) + \frac{\lambda}{s_{max}} \left(\frac{s_{ea}}{s_{max}} \right)^\lambda (s - s_{ee}) \right] & \text{pour } s_{ea} \geq s \geq s_{ee} \\ \theta_u & \text{pour } s \leq s_{ea} \end{cases} \quad (28)$$

Où s_{max} est la valeur de la succion au point d'intersection des deux courbes limites à forte succion ;

$$\theta_{ea} = \frac{\theta_u}{\left(1 + \lambda - \lambda \frac{S_{ee}}{s_{ea}} \right)} \quad (29)$$

II.7.2.a.iv *Modèle de Braddock et al. (2001)*

Le modèle de Parlange, qui initialement a été formulé en utilisant les équations de Brooks et Corey (1964), a été modifié par l'utilisation des équations de Van Genuchten (1980) pour décrire les courbes de rétention d'eau (Braddock et al. 2001).

Ce modèle utilise une expression simplifiée de Van Genuchten en considérant que $\theta_r = 0$ (la teneur en eau résiduelle). Dans ce cas θ se présente dans l'intervalle $(\theta - \theta_r)$, avec $\theta(h) \xrightarrow{h \rightarrow \infty} 0$ le modèle de Van Genuchten (1980) devient :

$$\theta_{VG} = \theta_s \left[\frac{1}{1 + (\alpha h)^n} \right]^m \quad (30)$$

où θ_s est la teneur en eau à succion nulle, et α, m et n correspondent aux paramètres d'étalonnage. Les auteurs définissent un paramètre $C(s)$ comme une capacité spécifique:

$$C(s) = \theta_s m n \alpha (\alpha h)^{n-1} \left[\frac{1}{1 + (\alpha h)^n} \right]^{m+1} \quad (31)$$

alors la courbe limite de drainage sera donnée par:

$$\theta_d(s) = \theta_{VG}(s) + (h - h_d)C(s) \quad (32)$$

avec h_d la pression d'eau au point d'inversion de mouillage au drainage.

II.7.2.a.v Modèle de Fredlund et Feng (1999)

Le modèle de Fredlund et Feng (1999) est une relation empirique qui utilise la courbe limite de drainage et deux points de la courbe limite de mouillage pour prédire la courbe limite de mouillage.

$$w(s) = \frac{w_u b + c s^d}{b + s^d} \quad (33)$$

Où w_u est la teneur en eau sur la courbe limite de drainage à succion nulle ; b, c, d sont des paramètres d'ajustement de la courbe.

La teneur en eau résiduelle est supposée être la même pour les deux courbes, ainsi que la teneur en eau à succion nulle.

Une fois la courbe de drainage mesurée au laboratoire, les paramètres pour la courbe limite de mouillage seront connus (c'est-à-dire w_u et c). Deux paramètres supplémentaires b_w et d_w sont nécessaires pour prédire la courbe de mouillage. Pour trouver ces deux paramètres, il faut avoir deux points supplémentaires sur la courbe limite de drainage. Pham et al. (2003) proposent que la position du premier point sur la courbe limite de mouillage soit définie comme le point ayant s_1 comme valeur de succion:

$$s_1 = \left(\frac{b}{10} \right)^{1/d} \quad (34)$$

où b et d sont les paramètres d'ajustement de la courbe limite de drainage.

Le deuxième point supplémentaire, s_2 peut-être déterminé par l'équation:

$$s_2 = s_1 - 2 \left\{ \left[\frac{b(w_u - w_1)}{w_1 - c} \right]^{1/d} - b^{1/d} \right\} \quad (35)$$

Les deux paramètres b_w et d_w sont calculés par:

$$d_w = \frac{\log \left[\frac{(w_{1w} - c)(w_u - w_{2w})}{(w_u - w_{1w})(w_{2w} - c)} \right]}{\log \left(\frac{s_{2w}}{s_{1w}} \right)} \quad (36)$$

$$b_w = \frac{(w_{1w} - c)s_{1w}^{d_w}}{w_u - w_{1w}} \quad (37)$$

La version simplifiée du modèle de Feng et Fredlund (1999) suppose que la courbe limite de mouillage et celle de séchage soient parallèles quand la succion est à l'échelle logarithmique. Alors il suffit d'avoir un seul point sur la courbe limite de mouillage pour calibrer le modèle. Le paramètre d contrôle la pente de la courbe dans :

$$w(s) = \frac{w_u b + c s^d}{b + s^d} \quad (38)$$

Le paramètre d'ajustement b_w de la courbe de mouillage peut-être calculé comme:

$$b_w = \frac{(w_1 - c)s_1^d}{w_u - \theta_1} \quad (39)$$

où w_u est la teneur en eau à succion nulle ; s_1 et w_1 sont la succion est la teneur massique en eau du point supplémentaire qui se trouve sur la courbe limite de mouillage ; c et d sont les paramètres d'étalonnage obtenus par ajustement de la courbe limite de drainage.

II.7.2.a.vi *Comparaison des cinq modèles de prédiction des courbes limites*

Les cinq modèles ont été comparés avec les 2 critères (R^2 et PDA), les résultats montrent que le modèle de Feng et Fredlund (1999) amélioré par Pham et al. (2003) paraît le plus pertinent, suivi du modèle indépendant de Mualem (1984a). Il apparaît que l'utilisation seule de la courbe limite de drainage peut-être insuffisante pour prédire la courbe limite totale dans le cas du modèle de Mualem (1977). Le modèle de Hogarth et al. (1988) et la version simplifiée du modèle de Feng et Fredlund (1999) semblent plus pertinents dans le cas des sols à faible granulométrie.

Leong et Rahardjo (Leong et Rahardjo (1997)), Aubertin et al. (Aubertin et al. (2004)) ainsi que Fredlund et al. (Fredlund et Houston (2009)); Fredlund et Siller (2001)) trouvent que l'équation de Van Genuchten (1980) et celle de Fredlund et Xing (1994) sont les plus pertinentes pour une variété de sols, afin de modéliser les courbes limites de rétention d'eau. Ce choix a été fait en se basant sur le critère d'information d'Akaike.

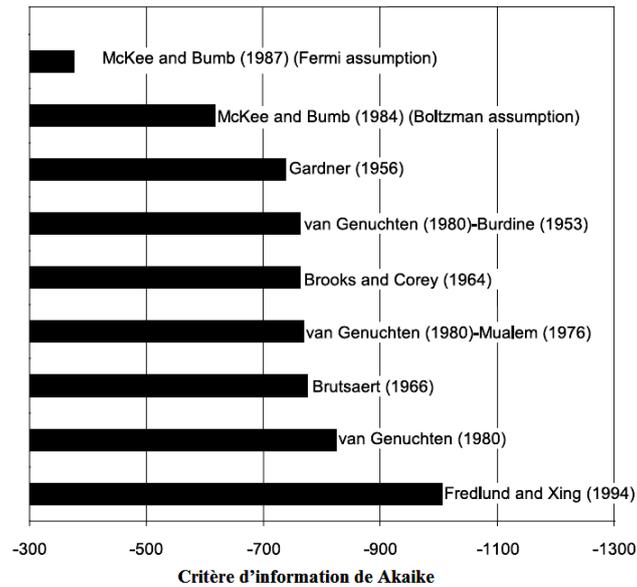


Figure II-31: Comparaison des différents modèles avec le critère d'information de Akaike: plus la valeur est négative plus l'étalonnage numérique est plus précis (Fredlund et Siller (2001))

L'équation de Van Genuchten peut-être écrite sous la forme:

$$\theta = \theta_r + (\theta_s - \theta_r)[1 + (a_v s)^{n_v}]^{-m_v} \quad (40)$$

a_v est un paramètre du sol relié à la pression d'entrée d'air (kPa) ; n_v est un paramètre relié à la variation de la teneur en eau dans le sol quand la succion dépasse la pression d'entrée d'air; et m_v est un paramètre relié à la teneur en eau résiduelle θ_r .

En fait, les deux paramètres m_v et n_v sont liés par : $m_v = 1 - \frac{k_m}{n_v}$; pour $k_m = 1$, on a la formulation de Mualem, pour $k_m = 2$ on a la formulation de Burdine (Van Genuchten (1980)).

Plusieurs auteurs (Porebska et al. (2006), Hong Yang et al. (2004)) ont corrélé les paramètres de Van-Genuchten avec la densité apparente du sol et avec la teneur du sol en matière organique, en sable, en limon et en argile. Différentes techniques numériques ont été utilisées pour trouver les corrélations comme la régression linéaire, la régression non-linéaire, l'optimisation non linéaire multi-variée et l'optimisation non linéaire globale.

D'autres auteurs ont estimé la courbe de rétention d'eau en utilisant les paramètres de la porosité comme la densité apparente, le volume des pores, et la texture (Ahuja et al. (1985); Kern (1995); Nemes et al. (2004); Timlin et al. (2004); Van Genuchten et al. (1985)).

Les différences entre les valeurs des paramètres de van Genuchten pour les sols étudiés dans (Porebska et al. (2006)) peuvent être régis par les différences dans leurs propriétés physiques et chimiques. Il semble que la granulométrie a le plus d'influence sur ces paramètres. De même, cette étude met en évidence l'influence de la compacité sur la courbe de rétention d'eau : les paramètres de

Van Genuchten varie pour le même type de sol, si le sol est prélevé des couches de surface ou si le sol est prélevé des couches sous-sol.

Cependant, l'utilisation de ces équations est limitée aux cas d'une matrice rigide, où le retrait et le gonflement semblent ne pas avoir d'influence sur la courbe de rétention d'eau à différentes succions. Cet inconvénient qui limite la validité du modèle de Van Genuchten dans le cas des sols à matrice déformable va constituer le point de départ pour notre travail, afin de pouvoir surmonter cette limitation. (Voir paragraphe VI.2)

II.7.2.b. Les modèles de courbes de balayage

Plusieurs études ont été menées afin de comparer les différents modèles d'hystérésis (Jaynes (1984); Viane et al. (1994)). Cependant, ces comparaisons ont été basées sur un nombre limité de modèles et sur des bases de données réduites. Récemment une étude a été menée par (Pham et al. (2005)) dans laquelle 34 jeux de données ont été utilisés pour comparer les différents modèles sélectionnés.

Viane et al. (1994) ont comparé 6 modèles : (1) Mualem(1974) ; (2) Mualem (1977) ; (3) Hogarth et al. (1988) ; (4) Mualem (1984b); (5) Hanks et al. (1969); and (6) Scott et al. (1983), en utilisant l'ensemble de 7 données de sols. Les auteurs, après une analyse statistique, ont trouvé que les modèles de Mualem donnent des résultats comparables et assurent une bonne prédiction de la courbe de balayage pour les modèles à deux branches, tandis que le modèle de Parlange a été choisi comme le meilleur pour la prédiction d'hystérésis en utilisant une seule branche. Pham et al. (2005) ont utilisé dans leur comparaison les deux modèles (Mualem (1974) et Mualem (1984b)) les plus pertinents selon Viane et al. avec 3 autres modèles : (1) Mualem et Miller (1979); (2) modèle indépendant de Mualem (1984a); et (3) Hogarth et al. (1988).

II.7.2.b.i *Modèle de Mualem (1974) (modèle II)*

Ce modèle permet de tirer les courbes de balayage à partir des 2 courbes limites. La courbe de balayage de drainage, qui commence à la succion s_1 de la courbe limite de mouillage, est donnée par:

$$\theta_d(s_1, s) = \theta_w(s) + \frac{[\theta_w(s_1) - \theta_w(s)]}{[\theta_u - \theta_w(s)]} [\theta_d(s) - \theta_w(s)] \quad (41)$$

où $\theta_w(s)$ est la teneur en eau à la succion s appartenant à la courbe limite de mouillage ; $\theta_d(s)$ est la teneur en eau à la succion s appartenant à la courbe limite de drainage ; θ_u est la teneur en eau à la saturation (à succion nulle).

De même, la courbe de balayage de mouillage, qui commence à la succion s_2 de la courbe limite de drainage, est donnée par:

$$\theta_w(s_2, s) = \theta_w(s) + \frac{[\theta_u - \theta_w(s)]}{[\theta_u - \theta_w(s_2)]} [\theta_d(s_2) - \theta_w(s_2)] \quad (42)$$

II.7.2.b.ii *Modèle de Mualem et Miller (1979)*

Ce modèle est une amélioration du modèle de Mualem et Dagan (1975), il s'agit d'un modèle à domaine dépendant qui prend en compte l'effet de blocage des pores pour les processus de drainage.

Théoriquement le modèle est similaire au modèle de Mualem (1974), mais ici il est pris en compte l'effet de blocage des pores via une nouvelle variable P_d^* . Une courbe supplémentaire de balayage drainant est nécessaire pour calibrer le modèle. La fonction de blocage des pores peut-être exprimée:

$$P_d^*(\theta_0) = \frac{\text{changement actuel de la teneur en eau}}{\text{changement actuel de la teneur en eau (en supposant qu'il n'y ait pas blocage)}} \quad (43)$$

La courbe de balayage drainant qui commence à la succion s_1 sur la courbe limite de mouillage est donnée par l'équation:

$$\theta_d(s_1, s) = \theta_w(s_1) - P_d^*(\theta_0)[1 - H(s)][\theta_w(s_1) - \theta_w(s)] \quad (44)$$

La courbe de balayage mouillant qui commence à la succion s_2 sur la courbe limite de drainage est donnée par l'équation :

$$\theta_w(s_2, s) = \theta_d(s_2) - P_d^*(\theta_{02})[1 - H(s_2)][\theta_w(s) - \theta_w(s_2)] \quad (45)$$

La fonction $H(s)$: $H(s) = \frac{\theta(s_1, s) - \theta_w(s)}{\theta_w(s_1) - \theta_w(s)}$ pour $\theta(s_1, s) \leq \theta_{0L}$

Où θ_0 est la teneur en eau à la succion calculée sur la courbe limite de drainage (sans effet de blocage des pores) ; θ_{02} est la teneur en eau à la succion s_2 sur la courbe limite de drainage (sans effet de blocage des pores) ; θ_{0L} est la teneur en eau limite à partir de laquelle il y aura blocage dans les pores (c'est-à-dire $P_d^* = 1$ pour $\theta_0 > \theta_{0L}$).

Le modèle comporte une dérivation complexe, pour plus de détail consultez (Mualem et Miller (1979)).

II.7.2.b.iii *Modèle indépendant de Mualem (1984a)*

Le modèle de Mualem (1984a) possède les mêmes hypothèses que celui de Mualem (1977). Des résultats améliorés ont été obtenus par l'utilisation d'une courbe supplémentaire de balayage.

La courbe de mouillage limite doit-être premièrement calculée en utilisant les équations (voir (44) et (45)).

Les courbes de balayage peuvent se calculer en utilisant les mêmes équations que celles présentées dans Mualem (1974).

II.7.2.b.iv *Modèle dépendant de Mualem (1984b)*

Ce modèle nécessite la présence des deux courbes limites pour prédire les courbes de balayage. D'une manière similaire au modèle de Mualem et Miller (1979), ce modèle prend en compte l'effet de blocage en ajoutant une fonction

(P_d). Dans ce modèle P_d est une fonction de la teneur en eau actuelle sur la courbe de drainage limite et peut-être exprimée par :

$$P_d(\theta) = \frac{\theta_u[\theta_u - \theta_d(s)]}{[\theta_u - \theta_w(s)]^2} \quad (46)$$

La courbe de balayage drainant qui commence à la succion s_1 sur la courbe limite de mouillage est donnée par l'équation :

$$\theta_d(s_1, s) = \theta_w(s_1) - \frac{P_d(\theta)[\theta_u - \theta_w(s)][\theta_w(s_1) - \theta_w(s)]}{\theta_u} \quad (47)$$

La courbe de balayage mouillant qui commence à la succion s_2 sur la courbe limite de drainage est donnée par l'équation :

$$\theta_w(s_2, s) = \theta_d(s_2) + \frac{P_d(\theta_2)[\theta_u - \theta_w(s_2)][\theta_w(s) - \theta_w(s_2)]}{\theta_u} \quad (48)$$

II.7.2.b.v *Modèle Hogarth, Hopmans, Parlange, et Haverkamp (1988)*

Le modèle de Hogarth et al. (1988) est une amélioration du modèle de Parlange (1976, 1980) par l'utilisation des équations de Brooks et Corey (1964). Ce modèle nécessite les deux courbes limites pour prédire les courbes de balayage. La courbe limite de drainage est exprimée par l'équation (27), et la courbe limite de mouillage est exprimée par l'équation (28). La courbe de balayage drainant qui commence à la succion s_1 sur la courbe limite de mouillage est donnée par l'équation :

$$\theta_d(s_1, s) = \begin{cases} \theta_{ea} \left[\left(1 + \lambda - \lambda \frac{s_1}{s} \right) + \frac{\lambda}{s_{max}} \left(\frac{s_{ea}}{s_{max}} \right)^\lambda (s_1 - s_{ee}) \right] & \text{pour } s > s_{ea} \\ \theta_w(s_1) & \text{pour } s \leq s_{ea} \end{cases} \quad (49)$$

En remplaçant s_{max} par s_2 dans l'équation (28) on obtient une équation pour calculer la courbe de balayage mouillant qui commence à la succion s_2 , sur la courbe limite de drainage:

$$\theta_w(s) = \begin{cases} \theta_{ea} \left[\left(\frac{s_{ea}}{s} \right)^\lambda + \frac{\lambda}{s_2} \left(\frac{s_{ea}}{s_2} \right)^\lambda (s - s_{ee}) \right] & \text{pour } s \geq s_{ea} \\ \theta_{ea} \left[\left(1 + \lambda - \lambda \frac{s}{s_{ea}} \right) + \frac{\lambda}{s_2} \left(\frac{s_{ea}}{s_2} \right)^\lambda (s - s_{ee}) \right] & \text{pour } s_{ea} \geq s \geq s_{ee} \\ \theta_u & \text{pour } s \leq s_{ea} \end{cases} \quad (50)$$

II.7.2.b.vi *Comparaison des cinq modèles de prédiction des courbes de balayage*

Dans cette comparaison, les équations proposées dans le modèle de Hogarth et al. (1988) ont été confrontés aux données mesurées pour obtenir les meilleurs paramètres d'entrées (s_{ea} , λ , et s_{ee}). La courbe de balayage mouillant qui commence à une succion élevée était la courbe de balayage mouillant utilisée comme paramètre d'entrée pour le modèle indépendant de Mualem (1984a). La courbe de balayage drainant qui commence à une teneur en eau de 50% approximativement du degré de saturation effective de chaque sol a été utilisée comme paramètre d'entrée pour la courbe de balayage drainant pour le modèle de Mualem et Miller (1979). Selon les critères de comparaison (R^2 et PDA), le modèle de Mualem (1974) est le plus convenable pour prédire les courbes de balayage. Par contre, le modèle dépendant de Mualem (1984b) peut prédire, les courbes de balayage drainant qui commencent à des teneurs en eau très élevées (plus que 50% du degré de saturation effective), d'une manière plus efficace que le modèle de Mualem (1974). Le blocage des pores a été pris juste en drainage. Par conséquent, les différents modèles pour prédire la courbe limite de mouillage sont similaires (que se soit des modèles dépendants ou indépendants).

Le modèle de Mualem et Miller (1979) donne bien la courbe de balayage drainant, en utilisant une courbe supplémentaire de balayage drainant pour le calibrage. Mais des difficultés numériques se présentent pour quelques types de sols où la fonction de blocage des pores est indéterminée.

Le modèle de Hogarth et al. (1988) n'était pas capable de prédire les courbes de balayage, comme les points issus des équations proposées pour les courbes limites ne se confrontent pas avec les points mesurés. Ce modèle apparaît plus pertinent dans le cas de sols à faible granulométrie.

L'application de mécanique des sols non saturés dans l'ingénierie géotechnique nécessite la prise en compte des effets d'hystérésis associé au cycle de désaturation/ré-saturation.

Les conclusions suivantes sont issues de l'étude comparative de Pham et Fredlund (2005):

- Les modèles d'hystérésis pour les courbes de rétention d'eau sont classés en deux grandes catégories : modèles issus des phénomènes physiques (modèle à domaines) et modèles empiriques.
- Le modèle empirique de Feng et Fredlund (1999) permet d'avoir une bonne approximation de la courbe limite de mouillage. Ce modèle nécessite peu de données expérimentales pour calibrer le modèle, il est utilisé dans le cas où l'une des deux courbes limites est donnée avec deux points de l'autre courbe.
- Le modèle indépendant de Mualem (1984a) utilise une courbe supplémentaire de balayage mais ce modèle ne prédit pas, pour tous les cas, exactement la courbe limite de mouillage. Les modèles de Mualem (1977), Hogarth et al. (1988) et la

version simplifiée de Feng et Fredlund (1999) ne semblent pas être meilleurs que d'autres modèles. Le modèle simplifié de Fredlund et Feng (1999) est simple et nécessite peu de données pour l'étalonnage.

- Le modèle de Mualem (1974) paraît le plus simple et le plus précis pour prédire les courbes de balayages. Les quatre autres modèles sont plus compliqués et nécessitent plus de données expérimentales pour les calibrer. Prendre en compte l'effet de blocage des pores ne donne pas toujours une meilleure approximation.
- Il existe une gamme des valeurs pour le rapport des pentes et pour la distance entre les courbes limites. Les valeurs du rapport des pentes des deux courbes limites à l'échelle semi logarithmique pour le sable, sable argileux, limon argileux, l'argile sont respectivement 2, 2.5, 1.5, 1. Les valeurs de la distance entre les courbes limites à l'échelle logarithmique sont : 0.2, 0.25, 0.5 et 0.35 respectivement.
- Le piégeage d'air dans le sol durant l'humidification est de 5% à 15% du volume du sol. Une valeur de 10% paraît raisonnable dans la pratique d'ingénierie.

II.7.3 Conclusion

Pour conclure cette partie sur les différents modèles pour caractériser les courbes de rétention d'eau:

Une courbe de rétention d'eau est classée en 2 types: les courbes limites et les courbes de balayage respectivement en imbibition et en drainage. Pour chacun des deux types de courbe des modèles ont été développés. Parmi ces modèles, il y a ceux qui sont empiriques et ceux qui se basent sur la théorie des domaines développée par Néel (1942-1943). Cette théorie a été présentée brièvement dans les paragraphes précédents. Des études de comparaison des différents modèles existants déjà nous ont permis de fixer le choix sur les modèles que nous allons adopter pour la modélisation du comportement hydrique des sols non saturés. Pour les courbes limites, l'équation empirique de Van Genuchten a été adoptée, avec des modifications introduites pour ne pas se limiter au cas des sols à matrice rigide. Pour les courbes de balayages: le modèle de Mualem (1974) (modèle dit à domaines basé sur l'hypothèse de similarité) a été adopté avec quelques modifications.

III Choix des variables de contraintes

Le développement des modèles constitutifs pour les sols non saturés est toujours lié à la discussion sur le choix des variables de contraintes. La proposition de Bishop (Bishop (1959)), d'ajouter une fraction de la succion à la contrainte totale afin d'obtenir une contrainte effective, a rencontré plusieurs oppositions. Ces oppositions sont associées à l'impossibilité de la reproduction de certains phénomènes d'effondrement (compression volumique suite à une diminution de la succion). Cette difficulté a été vite admise dans différentes contributions (Bishop et Blight (1963); Blight (1965); Burland (1965); Aitchison (1967)). Afin d'obtenir une représentation cohérente du comportement volumique, ces auteurs ont choisi de représenter l'indice des vides ou les déformations volumiques en fonction de deux variables indépendants : la contrainte totale et la succion. Par conséquent, il était admis qu'une contrainte effective seule ne peut pas être utilisée pour représenter le comportement des sols non saturés. Plus tard, Fredlund et Morgenstern (1977) ont effectué des essais triaxiaux afin de montrer que les deux variables de contraintes : la contrainte nette (l'excès de la contrainte totale par rapport à la pression d'air) et la succion matricielle (la différence entre la pression d'air et la pression d'eau) peuvent être constitutivement utilisées pour représenter le comportement des sols non saturés. Différents modèles ont été par la suite formulés avec ces deux champs de contraintes (Alonso et al. (1990); Gens et Alonso (1992)).

Comme l'a souligné Jommi (Jommi (2000)) : « En fait, aucune variable unique de contraintes n'a jamais été trouvée qui, substituée à la contrainte effective, permet une description de tous les aspects du comportement mécanique d'un sol donné dans le domaine non saturé ». Une deuxième variable est généralement requise pour représenter l'influence stabilisatrice de la succion sur les forces inter-granulaires et les effets de sa diminution avec l'imbibition. Comme le résume Gens (Gens et Alonso (1992)), les deux variables de contrainte utilisées par la plupart (mais pas tous) des modèles constitutifs des sols non saturés peuvent être exprimés comme :

$$\begin{cases} (\sigma_{ij} - u_a \delta_{ij}) + \mu_1(s, \dots) \delta_{ij} \\ \mu_2(s, \dots) \end{cases} \quad (51)$$

Où μ_1 et μ_2 sont des fonctions de la succion s et parfois fonction également d'autres variables.

Les auteurs préconisent l'utilisation du terme « contrainte constitutive », σ_c pour la première variable de contrainte afin de souligner le fait que ce n'est pas la seule variable de contrainte nécessaire pour décrire le comportement global du sol non saturé.

Bien qu'il s'agit de tenseur, la plupart des modèles constitutifs suppose que μ_1 et μ_2 sont des scalaires.

Selon l'expression pour μ_1 , 3 types de modèles peuvent-être distingués :

- $\mu_1 = 0$;
- $\mu_1(s)$ fonction explicite de la succion mais non pas du degré de saturation.
- $\mu_1(s, S_r)$ dépend explicitement de la succion et du degré de saturation.

Le premier type correspond à l'utilisation des contraintes nettes, bien que ce soit le choix le plus simple et le plus pratique en termes de représentation du chemin de contrainte, il pose des difficultés, en essayant d'introduire l'effet d'hystérésis hydraulique.

De plus, ce type de modèle nécessite une variation explicite de la cohésion apparente avec la succion.

Cela donne plus de flexibilité pour le modèle au prix d'hypothèses supplémentaires. Ce type de formulation peut rencontrer des difficultés dans la transition entre l'état non saturé et l'état saturé même si elles peuvent être surmontées par l'application de techniques spéciales (Vaunat et al. (1997)).

Dans le second type de modèle, la définition de la contrainte constitutive comprend explicitement la succion mais pas le degré de saturation (Geiser et al. (2000); Kohgo et al. (1993); Loret et Khalili (2002); Modaressi et Abou-Bekr (1994); Russell et Khalili (2006)). L'augmentation de résistance avec la succion est implicite dans la définition de la contrainte constitutive et elle ne nécessite pas une relation spécifique supplémentaire.

La représentation du chemin de contrainte dans ce cas est plus compliquée. La transition entre l'état saturé et non saturé n'est pas simple, même si la succion de désaturation (la pression d'entrée d'air) est adoptée comme référence. L'effet d'hystérésis n'est pas simple à introduire.

Par contre, pour le troisième type de modèle, pas de difficultés dans la transition entre l'état saturé et l'état non saturé, comme la contrainte constitutive dépend de la succion et du degré de saturation (Bolzon et al. (1996); Jommi (2000); Sheng et al. (2004); Wheeler et al. (2003)). L'effet d'hystérésis est encore naturellement incorporé, et l'augmentation de la résistance avec la succion résulte directement de la définition de la contrainte constitutive.

Normalement, la représentation du chemin de contrainte est plus complexe et elle devient impossible si, comme c'est souvent le cas, les données sur la teneur en eau ne sont pas disponibles ou peu fiables.

Dans tous les cas, tous les modèles de comportement examinés partagent la même base d'hypothèses :

- L'utilisation de deux variables de contraintes indépendantes.
- La formulation d'un certain type de surface limite LC (loading collapse)
- L'utilisation du modèle saturé comme un cas limite.

L'équation classique de Bishop pour la contrainte effective est un exemple du troisième type de contrainte constitutive :

$$(\sigma_{ij})_c = \sigma_{ij} - u_a \delta_{ij} + \chi(u_a - u_w) \delta_{ij} \quad (52)$$

Une forme populaire de cette équation résulte quand χ est considéré égal au degré de saturation S_r . L'expression (52), souvent appelée la contrainte effective de Bishop, a été trouvée pour représenter la contrainte moyenne agissant sur la phase solide par Hassanizadeh et Gray (1980) de l'inégalité d'entropie exploitée via la procédure de Coleman-Noll, et par Hutter et al. (1999) sur les bases de la théorie des mélanges.

Dans ce contexte, la contribution de Houlsby (1997) a clarifié la question de l'usage de la contrainte effective dans le modèle constitutif.

Houlsby (1997) a montré que, dans des conditions raisonnablement générales, le taux de travail entrant (\dot{W}) par unité de volume du sol non saturé est:

$$\dot{W} = \frac{u_a n (1 - S_r) \dot{\rho}_a}{\rho_a} - (u_a - u_w) n \dot{S}_r + [\sigma_{ij} - (S_r u_w + (1 - S_r) u_a) \delta_{ij}] \dot{\epsilon}_{ij} \quad (53)$$

(Le travail dissipé par le flux de fluide n'a pas été inclus) où ρ_a est la densité de l'air, n est la porosité. En négligeant le terme de compressibilité de l'air, l'équation indique que la contrainte moyenne solide (contrainte effective) est conjuguée avec la déformation du squelette alors que la variable conjuguée à la succion est : $-n \dot{S}_r$

Il est aussi valable de considérer comme variable de base la quantité $n.s$ dite succion modifiée avec $-\dot{S}_r$ la variation du degré de saturation son conjugué.

Cependant, la décomposition de la dernière expression du taux du travail entrant n'est pas la seule possible. En réarrangeant la dernière équation, l'expression suivante, dans laquelle les contraintes nettes apparaissent explicitement, peut être obtenue :

$$\dot{W} = \frac{u_a n (1 - S_r) \dot{\rho}_a}{\rho_a} - (u_a - u_w) \frac{\dot{v}_w}{v} + [\sigma_{ij} - u_a \delta_{ij}] \dot{\epsilon}_{ij} \quad (54)$$

Où la contrainte nette est conjuguée avec la déformation du squelette et $\frac{\dot{v}_w}{v}$ est conjugué avec la succion : v est le volume spécifique ($1 + e$) et v_w est égale à $(1 + S_r e)$ avec e l'indice des vides.

De ce point de vue, la contrainte effective de Bishop et la contrainte nette se tiennent sur un pied d'égalité et la question de l'adoption de l'une ou l'autre doit être décidé en fonction de critères de conformité.

Il convient de souligner toutefois, que seul le choix de la contrainte de Bishop avec la succion modifiée aboutit à des incréments de déformation conjuguée qui sont intégrables. Comme indiqué plus haut, les variables de contraintes choisies pour représenter les effets indépendantes de la succion sur chaque phase des constituants du sol, $\mu_2(s, \dots)$ sont invariablement des scalaires. Cependant, l'effet principal de la succion (au moins dans les matériaux granulaires) est la génération de la force de capillarité inter-particulaire normale aux contacts.

Il serait raisonnable de s'attendre, comme l'a souligné Li (2003), que la variable de contrainte doit intégrer une sorte de mesure de structure du sol, une variable qui ne sera pas un scalaire. Malheureusement, dans la pratique, cette idée est difficile à réaliser en raison de la complexité de la détermination de la structure du sol, et de sa variation, comme le sol se déforme.

A un simple niveau, Gallipoli et al. (2003) ont introduit un variable scalaire ξ qui est une mesure approximative de la liaison intergranulaire due au ménisque de l'eau. De cette façon, l'effet indépendant des forces de capillarité entre les particules peut être facilement pris en compte.

Par conséquent, le variable ξ joue le rôle de μ_2 et est défini comme $\xi = f(u_a - u_w)(1 - S_r)$, où $f(u_a - u_w)$ représente la variation des forces interparticules avec la succion et $(1 - S_r)$ prend en compte le nombre des ménisques par unité de volume de la fraction solide en analysant les résultats expérimentaux ; il a été constaté que le rapport de taux de porosité d'un sol non saturé sur l'indice des vides des pores stable saturé est une fonction unique de ξ .

Plusieurs auteurs ont introduit l'expression de Bishop dans leur modèle (Kohgo et al. (1993); Modaressi et Abou-Bekr (1994); Bolzon et al. (1996); Loret et Khalili (2000, 2002); Gallipoli et al. (2003); Wheeler et al. (2003); Sheng et al. (2004)). Leur formulations varient largement, mais leur point commun est l'utilisation de deux variables de contraintes : l'une, qui peut-être considérée comme alternative à la contrainte nette, une contrainte de type 'Bishop' ; et l'autre décrite par la succion. Des exemples sur les modèles élastoplastiques, qui combinent la contrainte effective de Bishop avec une contrainte liée à la succion, ont été résumés dans Gens (1995).

Quelques auteurs cités ci-dessus ont préféré décrire leur modèle comme étant basé sur une contrainte effective ou encore des fois nommée contrainte généralisée ou encore contrainte constitutive. Cela a causé une certaine confusion: il pourrait être déduit que la contrainte effective toute seule pourrait être suffisante pour reproduire le comportement des sols non saturés. En effet, bien que ces modèles utilisent la contrainte effective dans leur formulation mais ils nécessitent encore de considérer la succion. Ce point de vue est largement accepté. Le débat actuel n'est plus sur la nécessité d'avoir des variables indépendantes mais plutôt sur le choix convenable de ces deux variables dites indépendantes. Une contribution intéressante pour ce sujet a été apportée par Houlsby (1997). Basé sur les considérations de taux de travail entrant sur un volume représentatif de sol non saturé, il identifie proprement les ensembles des contraintes et des déformations conjuguées. Un ingrédient de plus peut se rajouter à cette discussion. Un aspect particulier des sols non saturés a été trouvé, à savoir que la résistance au cisaillement et la raideur élastique pourraient être représentés de façon satisfaisante avec une seule contrainte effective de type 'Bishop' (Khalili et al. (2004)). En d'autres termes, si un modèle existe pour décrire la résistance au cisaillement ou pour décrire les paramètres élastiques des sols saturés en termes de contrainte effective, dans le sens de Terzaghi, la dérivation d'un modèle pour

le même sol sous condition non saturé nécessite seulement la substitution formelle de la contrainte de Terzaghi par la contrainte effective de Bishop. Dans ce cas, il est normal de penser que l'introduction d'une telle contrainte effective dans la formulation des équations constitutives donne plus d'avantage en termes de capacités du modèle. Il est sûr qu'une deuxième variable de contrainte, essentiellement la succion courante, sera nécessaire pour la caractérisation du comportement des sols non saturés. Les considérations thermodynamiques ont été invoquées par Gray et Schrefler (2001), Laloui et al. (2003) et Coussy (2004) et bien d'autres, qui proposent une équation de la contrainte effective de la forme :

$$\sigma' = \sigma - u_a I + S_r s I \quad (55)$$

Où σ' et σ sont respectivement les tenseurs de contraintes effective et le tenseur de contrainte totale. S_r est le degré de saturation, s c'est la succion matricielle et u_a est la pression d'air. Dans les approches thermodynamiques, les dérivations sont conduites à l'échelle d'un volume élémentaire représentatif du sol, et les constituants solides sont supposés incompressibles. L'hypothèse la plus importante lorsqu'il s'agit des milieux poreux non saturés est que les phases fluides sont continues. Il faut noter qu'un état unique est attribué à l'eau, alors dans le cas des argiles, il n'y a pas de différence entre l'eau inter-agrégat et l'eau des macro-pores. Les lois constitutives intrinsèques sont encore simplifiées (la phase gazeuse suit la loi des gaz parfait). Le degré de saturation S_r qui apparaît dans l'équation ci-dessus, doit-être le degré de saturation surfacique car les contraintes sont des tensions surfaciques (interactions surfaciques entre le squelette solide et la phase fluide). Alors, S_r doit-être le degré de saturation surfacique (Vanapalli et al. (1996); Loret et Khalili (2002); Laloui et al. (2003)). Cependant, cette quantité n'est pas facilement mesurable, elle est généralement supposée égale au degré de saturation volumique. Dans les mêmes perspectives, Coussy (2007) montre que le coefficient de Bishop χ est égal au degré de saturation liquide sous l'hypothèse restrictive que les pores en contact avec l'eau subissent les mêmes déformations que celles des pores en contact avec la phase gazeuse. Les discussions sur le sujet de choix des variables de contraintes continuent, mais après ces années d'expertise expérimentale et numérique sur les sols non saturés, quelques conclusions peuvent-être tirées :

- Un modèle constitutif de sols non saturés nécessite trois variables de contrainte indépendantes, qui comprennent : la pression d'air, la pression d'eau et la contrainte totale.
- Les deux approches privilégiées sont :
 - L'utilisation de la contrainte nette avec la succion
 - L'utilisation de la contrainte effective (définie comme une combinaison de la contrainte totale et de la succion), avec la composante de la succion.

Il faut noter que les deux approches gardent les mêmes hypothèses déjà mentionnées.

La première approche est simple à utiliser, car il n'y aura pas de paramètres matériaux dans la définition des contraintes. Dans ce cadre de contrainte, les essais expérimentaux sont exécutés et interprétés. Des difficultés numériques et théoriques peuvent-être rencontrées au niveau de la transition entre l'état complètement saturé et l'état non saturé.

Il est reconnu que la deuxième approche qui utilise la contrainte effective, assure une transition continue entre les deux états saturé et non saturé. Cependant, l'utilisation de la contrainte effective n'est pas pratique d'un point de vue expérimental: les quantités contrôlées sont la contrainte totale et les pressions des fluides. Jusqu'à maintenant, il n'y a pas de moyen pour mesurer expérimentalement la contrainte effective. Donc une transformation sera nécessaire, entre le pas de contrainte effective désiré en fonction des termes qui sont contrôlés. Cette transformation, en pratique, n'est pas simple. En effet, si la contrainte effective définie précédemment est utilisée, une détermination des propriétés de rétention d'eau est nécessaire (qui à son tour, dépend de l'histoire de contrainte et de la porosité actuelle).

III.1. Détermination du paramètre χ

La recherche sur la contrainte effective dans le sol non saturé a été activement poursuivie dans les années 1950 et 1960 (Bishop (1954, 1959); Jennings et Burland (1962); Bishop et Blight (1963)). Le travail le plus important pendant cette période était celui de Bishop avec la relation de contrainte effective, par laquelle des changements de la contrainte effective ont été attribués à la nature non saturé du sol par l'introduction du produit de la succion matricielle avec un paramètre χ dit coefficient de Bishop :

$$\sigma' = (\sigma - u_a) + \chi(u_a - u_w) \quad (56)$$

où le premier terme à droite est la contrainte nette (contrainte externe) et le second terme est la partie de la contrainte effective attribuée à l'état de saturation (contrainte interne).

Le paramètre χ est supposé dépendre principalement du degré de saturation mais aussi de la structure du sol et de l'histoire de chargement hydromécanique : "It was suggested that in the range of partial saturation the value of χ would depend mainly on the degree of saturation S_r , but also on the soil structure and the cycle of wetting, drying or stress change leading to a particular value of S_r ." (Bishop (1960)) cité par (Bishop et al. (1963)).

La valeur du paramètre χ , suggérée par Bishop, est tout simplement un degré de saturation particulier car il varie entre 0 et 1: ce qui conduit à $\chi = 1$ (la variation de la contrainte effective est égale à la variation de la pression d'eau interstitielle par rapport à la pression d'air régnant) pour l'état saturé et $\chi = 0$ (la variation de la contrainte effective est égale à zéro) pour l'état sec.

Dans la contrainte effective de Bishop et pratiquement toutes les autres approches de contraintes effectives qui suivent (par exemple: Houlsby (1997); Khalili et Kabbaz (1998); Borja (2006); Nuth et Laloui (2008)), un degré de saturation, plutôt supérieur au degré de saturation effectif de la saturation, a été utilisé. Le degré de saturation effectif est défini comme la différence entre la teneur en eau volumique actuel et la teneur en eau résiduelle normalisée par la différence entre la porosité et la teneur en humidité résiduelle.

Khalili et Khabbaz (Khalili et al. 1998) déterminent expérimentalement le paramètre χ de la contrainte de Bishop en utilisant les données expérimentales de 14 sols issues de la littérature. Ils en déduisent l'expression :

$$\chi = \left(\frac{s}{s_e}\right)^\alpha \quad (57)$$

où α et s_e sont des paramètres du sol.

Abou-Bekr (Abou-Bekr (1995)) utilise une approche micromécanique en définissant s_{max} comme une fonction de la tension superficielle, de la densité et de la granulométrie du sol. Il aboutit à l'équation :

$$\chi = \frac{s_{max}}{s} \tanh\left(\frac{s}{s_{max}}\right) \quad (58)$$

Récemment une étude de la microstructure de sol non saturé a été menée par Alonso et al. (2010). Cette étude montre que le paramètre χ est une fonction du degré de saturation mais reste plus faible que le degré de saturation lui-même. Une nouvelle formulation pour le paramètre χ a été proposée:

$$\chi = (s_r)^\alpha \quad (59)$$

avec $\alpha > 1$.

La contrainte effective mise sous la forme de l'équation (56) montre plusieurs difficultés en ce qui concerne sa base théorique, ses interprétations pratiques et les déterminations expérimentales (Jennings and Burland (1962); Fredlund and Morgenstern (1977); Khalili et al. (2004); Lu and Likos (2006)). En regardant en arrière, ces difficultés existent non seulement en raison de défauts dans le concept de Bishop mais plutôt d'une fausse interprétation des résultats d'essais effectués par d'autres chercheurs.

Une difficulté théorique réside dans l'équation (56), concernant l'état sec. L'équation (56) donne une contrainte effective nulle pour un sol sec non soumis à une contrainte externe. Cependant, de nombreux sols, tels que les argiles, sous condition sèche, peuvent avoir des contraintes effectives de l'ordre de plusieurs centaines de kPa (Lu et Likos (2006); Lu et al. (2010)).

Un problème pratique dans la détermination du paramètre χ , c'est que : à forte succion (supérieure à 10 MPa), la valeur de χ pourrait être très faible et tend vers zéro (selon la définition de Bishop, $\chi = 0$ à l'état sec). Les limitations liées aux techniques expérimentales actuelles de cisaillement ne permettent pas d'avoir une bonne évaluation du paramètre χ , cela étant dû à la difficulté

d'application d'une succion supérieure à 10 000 kPa. Due à toutes ces difficultés, la notion de contrainte effective de Bishop a été largement mise en question. Les progrès récents dans la compréhension du comportement des sols non saturés, principalement dans les études expérimentales menées, ont ravivé les discussions sur la validité de la relation de Bishop et ont permis de réexaminer cette notion avec un certain raffinement (Khalili et Khabbaz (1998); Khalili et al. (2004); Nuth et Laloui (2008)) que le paramètre χ peut-être défini par une unique fonction de la succion matricielle. Lu et Likos (2004, 2006) ont conceptualisé la contrainte effective dans les sols non saturés comme une contrainte de succion et illustré que la contribution de la succion matricielle à la contrainte effective est non nulle quand le sol est sec. Cela met en évidence, un des défauts dans la relation de Bishop. En tenant compte de toutes les forces au niveau interparticulaire, Lu et al. (2009) ont montré que la contrainte de succion (contrainte interne due à la succion) dans les sols sableux secs est égale à zéro, mais peut aller jusqu'à plusieurs centaines de kPa dans les argiles limoneuses sèches (Lu et Likos (2004, 2006); Lu et al. (2010)). Un aspect important de la contrainte effective dans les sols non saturés est le rôle de la teneur en eau résiduelle. Lu et al. (2010) donnent une justification thermodynamique pour la prise en compte de la teneur en eau résiduelle. La teneur en eau résiduelle doit-être considérée avec précaution car elle joue des rôles différents dans la définition de la contrainte interparticulaire pour les différents sols.

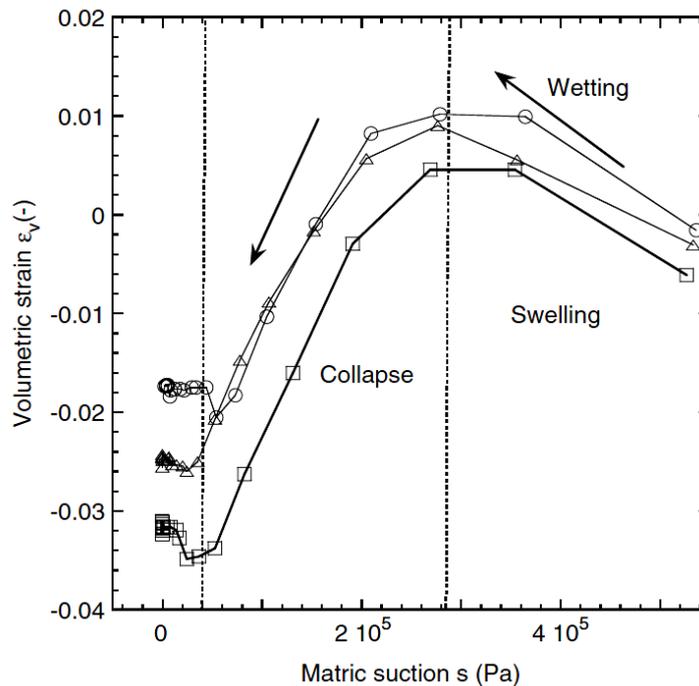


Figure III-1: Phénomène d'effondrement lié au remouillage sous contrainte totale constante pour une kaolinite (sous contrainte nette de 4 kPa) (Nuth et Laloui 2008)

De même, la résistance au cisaillement des sols non saturés dépend non seulement, de la valeur de la succion elle-même mais plutôt du produit χs .

En début des années 60, la relation de Bishop a été fortement remise en question, à cause des essais œdométriques à teneur en eau contrôlées effectués par Jennings et Burland (Jennings et Burland (1962)). En effet, l'humidification d'un échantillon sous contrainte verticale constante entraîne une diminution de la succion. Etant donné l'équation (56), en considérant le paramètre χ constant, cela devrait conduire à une diminution de la contrainte effective, donc à un gonflement, contrairement à ce qui est observé expérimentalement lors du mouillage sous charge constante (Jennings et Burland (1962)) où un phénomène d'effondrement a été observé.

IV Comportement mécanique des sols non saturés

Les aspects fondamentaux du comportement mécanique des sols non saturés ont été synthétisés dans la partie II.5. Le développement de lois constitutives a pour objectif de modéliser fidèlement les phénomènes observés.

Nous utiliserons la convention de signe de la Mécanique des Sols : les contraintes normales sont positives en compression et les déformations correspondantes sont positives en contraction.

Dans un premier temps on va présenter un rapport bibliographique, sur les différentes lois qui ont été utilisées pour caractériser le comportement mécanique des sols non saturés. Puis on va présenter une unification de la formulation des lois de comportement, et on termine par la formulation de notre loi mécanique.

IV.1. Concept de surface d'état

Une approche de la modélisation du comportement des sols non saturés est basée sur le concept de surface d'état.

La surface d'état est le lieu des points représentant tous les états possibles du matériau dans l'espace (contraintes - déformations - succion). Toutefois, elle ne peut être définie que si l'on se limite à des chemins de chargement monotone : la différence de comportement entre le chargement et le déchargement, caractéristique des matériaux élasto-plastiques, ou encore entre les chemins de séchage et de mouillage, caractéristique des sols non saturés, ne peut être prise en compte par ce concept de surface d'état.

La Figure IV-1 présente une surface d'état dans un espace $e; (\sigma - u_a); (u_a - u_w)$ obtenue par Matyas et Radhakrishna (1968). e est l'indice des vides et σ est la contrainte normale totale. Cette surface permet de décrire la variation de volume d'un sol non saturé en fonction des contraintes et de la succion de façon simple et indépendante.

L'allure de cette surface montre, en comparant les différents chemins, de nombreux aspects intéressants du sol.

La comparaison entre les chemins 1 et 2 montre clairement que la compressibilité du sol diminue quand la succion augmente : la pente $de/d(\sigma - u_a)$ du chemin 2 (en état non saturé) est moins forte que celle de chemin 1 (en état saturé).

La comparaison entre les chemins 3 et 4 montre les comportements effondrement-gonflement : le chemin 3 correspond à un chemin de mouillage sous une charge constante et importante, l'indice des vides diminue au cours de mouillage, c'est l'effondrement. Par contre, le chemin 4 représente un gonflement lors d'un chemin de mouillage sous une charge nulle.

Le chemin 5 représente, en fait, un chemin de mouillage à déformations volumiques empêchées. Donc, il permet de déterminer la pression de gonflement du sol.

Le chemin 6 correspond à une compression sous une teneur en eau massique constante.

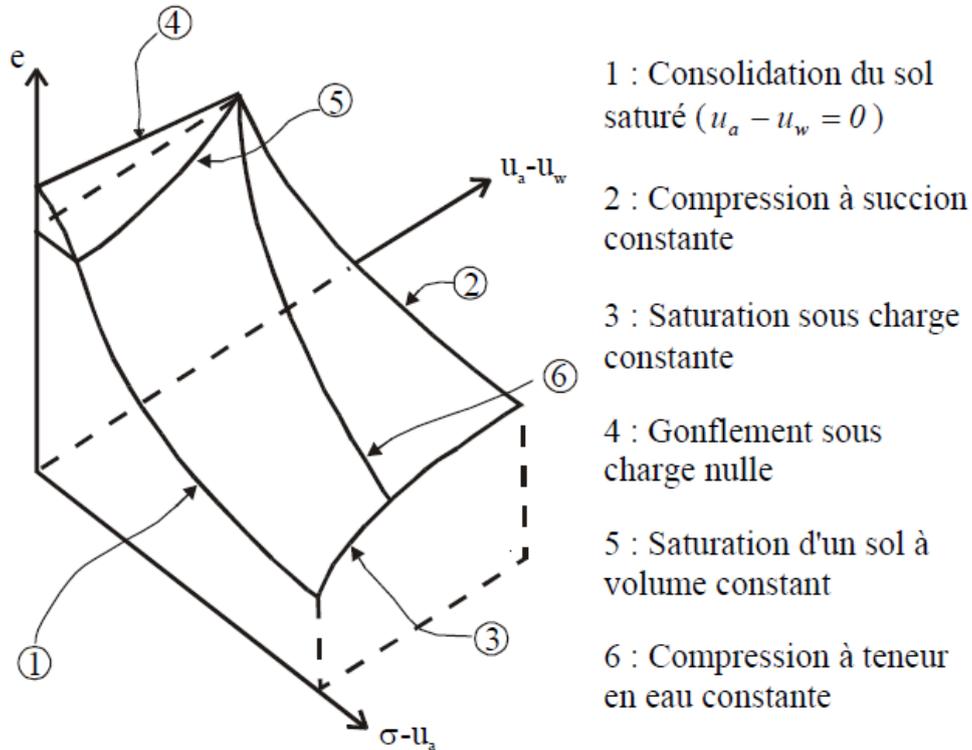


Figure IV-1: Surface d'état interprétée à partir de la surface de Matyas et Radhakrishna (1968)

Un élément de comportement très étudié pour les dommages qu'il cause est le phénomène de retrait-gonflement des sols soumis à des cycles de drainage et imbibition. En effet, lors d'un drainage, le sol subit un retrait alors qu'il aura tendance à gonfler au remouillage.

L'intensité de la variation de volume dépend du sol étudié, elle est particulièrement forte sur certaines argiles dites gonflantes. Fleureau et Kheirbek-Saoud (2001) comparent le pouvoir gonflant de différentes argiles comme la kaolinite et la smectite. La première atteint des gonflements de l'ordre de 12% et la seconde de 100%. Maswowe (Maswowe (1985)) a, par exemple, réalisé des essais d'effondrement sur sol partiellement saturé. Dans le cas des sols normalement consolidés sollicités sur un chemin œdométrique ou isotrope, les déformations volumiques sont regroupées sur des droites parallèles dans le plan $(\log(p'), e)$. Dans le cas d'un chemin de drainage, les variations volumiques engendrées par une variation-dépression interstitielle seront comparables aux déformations qui auraient résultées d'un changement de contrainte tant que l'échantillon reste saturé (Fleureau et al. (2001)).

Notons que le phénomène de retrait gonflement d'un sol dépend aussi de la contrainte qui lui est appliquée. Ce comportement a d'ailleurs mis en défaut de nombreuses modélisations.

IV.2. Modèle élastoplastique

Par rapport aux modèles élastiques (comme par exemple le modèle de Bolzon et Schrefler (1995)), les modèles élasto-plastiques fournissent une représentation plus complète du comportement des sols non saturés.

IV.2.1 Lois d'Alonso et Gens

Parmi les lois élasto-plastiques proposées, il semble que les modèles d'Alonso et Gens soient les plus intéressants. Leur version originale (modèle *LC*) est conçue pour tenir compte du comportement au niveau de la macrostructure. La version améliorée (modèle *NL-LC*) prend également en compte le comportement microstructural.

IV.2.1.a. Modèle *LC* : version originale (BBM)

Le modèle décrit (Alonso, Gens & Josa (1990)) tient compte des aspects fondamentaux du comportement des sols légèrement gonflants non saturés.

Le modèle est formulé en variables indépendantes : contrainte nette et succion. Il postule un écrouissage couplé succion-contrainte. Il étend un modèle élastoplastique décrit dans l'espace habituel des contraintes ($p - q$) à un espace tridimensionnel: ($p - q - s$). La première étape est un développement dans le plan ($p - s$) avant de passer à l'explication du cas tridimensionnel. Dans les deux cas, nous utiliserons les notations triaxiales habituelles en mécanique des sols, présentées ici dans le cas d'une symétrie cylindrique:

$$p = \frac{1}{3}(\sigma_1 + 2\sigma_3 - 3u_a); \quad q = (\sigma_1 - \sigma_3); \quad \varepsilon_p = \varepsilon_1 + 2\varepsilon_3; \quad \varepsilon_q = \frac{2}{3}(\varepsilon_1 - \varepsilon_3) \quad (60)$$

où p et q sont respectivement la contrainte moyenne nette et le déviateur des contraintes et ε_p et

ε_q sont leurs conjugués, respectivement la déformation volumique et déviatorique.

Dans le plan ($p - s$) :

La Figure IV-2 montre la surface de plasticité dans le plan de la contrainte moyenne - succion ($p - s$).

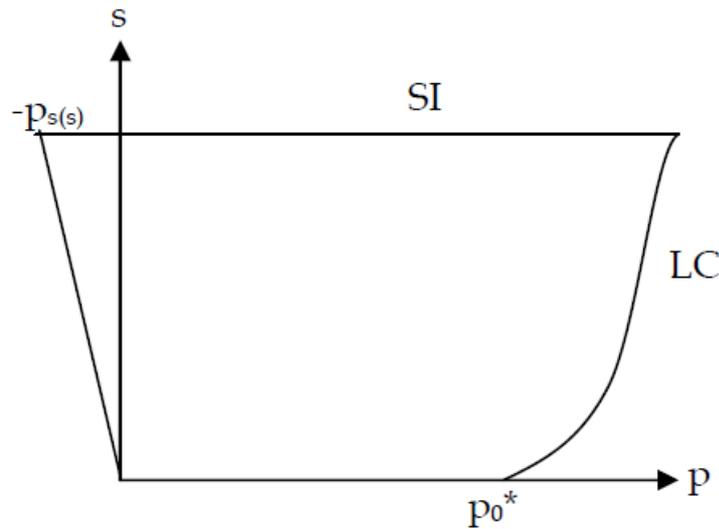


Figure IV-2: Limites du domaine élastique pour le modèle BBM dans le plan ($p - s$)

Celui-ci présente deux courbes, SI (Suction Increase) délimitant la partie supérieure du domaine élastique et LC (Loading Collapse) délimitant la partie droite, complétées par une courbe sur la gauche fermant le domaine. Ici, p_0^* représente la contrainte de préconsolidation à l'état saturé. L'augmentation de la résistance au cisaillement avec la succion est pris en compte grâce à la forme particulière de la courbe enveloppe LC qui est définie comme suit :

$$\frac{p_0}{p^c} = \left(\frac{p_0^*}{p^c} \right)^{\frac{\lambda(0)-k}{\lambda(s)-k}} \quad (61)$$

p_0 étant la contrainte de préconsolidation pour une succion s donnée, k la pente de décharge dans le plan $(\log(p); e)$ $\lambda(0)$ et $\lambda(s)$ respectivement les pentes de la ligne de consolidation vierge dans le plan $(\log(p); e)$ à l'état saturé $s = 0$ et à la succion s .

$\lambda(s)$ est la pente de la ligne de consolidation vierge à la succion s dans le plan $(\log(p); e)$, c' est aussi la pente de la droite d'état critique pour la déformation volumique dans le même plan. Cette fonction représente donc la dépendance de la compressibilité isotrope. Il a été observé expérimentalement que, pour la plupart des sols, elle diminuait avec la succion. Les auteurs ont alors pose:

$$\lambda(s) = \lambda(0)[(1 - r) \exp(-\beta s) + r] \quad (62)$$

où β et r sont des paramètres du matériau. Les deux autres courbes enveloppes sont définies par:

$$f_1(s, s_0) = s - s_0 = 0 ; \quad p_s(s) = ks \quad (63)$$

Pour ces deux courbes k et s_0 sont des paramètres du matériau, s_0 représente l'histoire du chargement en succion. $p_s(s)$ traduit l'augmentation de la résistance à la traction proportionnelle à la succion.

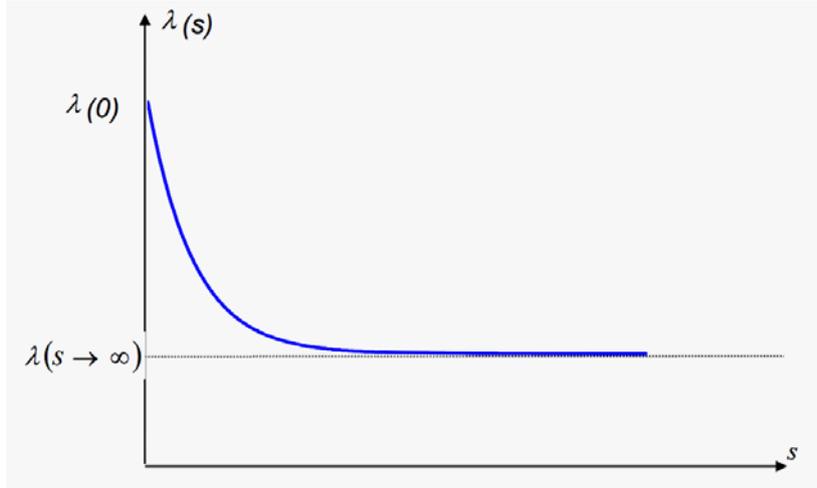


Figure IV-3: Compressibilité du sol en fonction de la succion

Il y a deux mécanismes d'écroûssage. Le premier est défini relativement à un chargement mécanique. Quand p atteint p_0 et continue à croître vers l'extérieur du domaine élastique, ceci engendre des déformations plastiques et un écroûssage défini par:

$$\frac{dp_0^*}{p_0^*} = \frac{\nu}{\lambda(0) - k} d\varepsilon_v^p \quad (64)$$

avec $\nu = 1 + e$

Le deuxième est relatif au chargement hydrique. Quand la succion s atteint la valeur s_0 , la courbe SI se déplace selon:

$$\frac{ds_0}{s_0 + p_{atm}} = \frac{\nu}{\lambda_s - k_s} d\varepsilon_v^p \quad (65)$$

λ_s et k_s sont des paramètres matériels.

Dans les deux cas la variable interne est l'incrément de déformation plastique volumique.

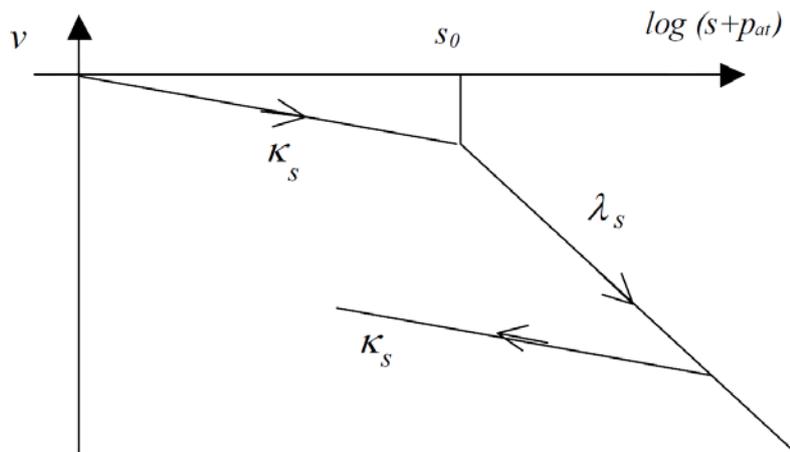


Figure IV-4 : variation du volume spécifique avec la succion

IV.2.1.b. Prise en compte des contraintes déviatoriques

Lorsque la contrainte déviatorique n'est pas nulle, le domaine d'élasticité ne peut plus être représenté par un domaine bidimensionnel. Ce dernier est alors déterminé par des surfaces de charges (Figure IV-5). En effet, on rajoute une dimension au plan précédent en prenant en compte la contrainte déviatorique q (Figure IV-5):

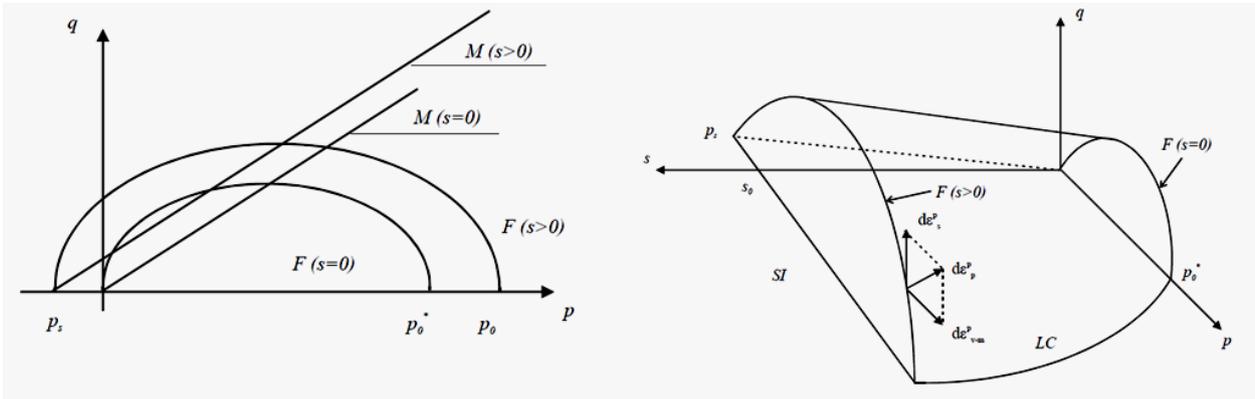


Figure IV-5: Correspondance des courbes limites du domaine élastique pour le modèle BBM dans les plans $(p - q)$ et $(p - q - s)$.

Dans le cas élastique, l'incrément de déformations volumiques est composé de deux termes, le premier est lié à l'incrément de contrainte moyenne et le deuxième à la succion. Chacun des termes étant lié à une constante différente (k et k_s) et à l'inverse de l'indice des vides:

$$d\varepsilon_p^e = \frac{k dp}{v p} + \frac{k_s ds}{v s + p_{atm}} \quad (66)$$

où $v = 1 + e$ est le volume spécifique.

L'incrément de déformations déviatoriques est donné par:

$$d\varepsilon_q^e = \frac{1}{3} G dq \quad (67)$$

où G est le module de cisaillement du matériau. La succion ne génère pas de déformation déviatorique élastique, ses effets mécaniques sont considérés comme isotropes.

En présence d'une contrainte déviatorique non nulle ($q \neq 0$), une surface de charge est définie dans le plan (p, q) inspirée directement du modèle de Cam-Clay modifié:

$$f_2(p, q, s, p_0^*) = q^2 - M^2(p + p_s)(p_0 - p) = 0 \quad (68)$$

La succion intervient dans cette surface au travers de p_s et de p_0 que nous avons définie précédemment.

La relation de consistance est donnée par:

$$df_2 = 0 = \frac{\partial f_2}{\partial p} dp + \frac{\partial f_2}{\partial q} dq + \frac{\partial f_2}{\partial s} ds + \frac{\partial f_2}{\partial p_0^*} dp_0^* \quad (69)$$

La loi d'écoulement qui lie l'incrément de déformations volumiques $d\varepsilon_p^p$ au multiplicateur plastique $d\lambda$ est donnée par:

$$d\varepsilon_p^p = \frac{\partial f_2}{\partial p} d\lambda \quad (70)$$

En combinant la relation de consistance à la définition du module d'écrouissage, on aura:

$$\frac{\partial f_2}{\partial p_0^*} dp_0^* = -H d\lambda \quad (71)$$

d'où:

$$H = \frac{M^4(p + p_s - p_0)dp + 2qdq + \frac{\partial f_2}{\partial s} ds}{M^4(p + p_s)(2p + p_s - p_0)v \frac{p_0}{p^c}} (\lambda(s) - k) \quad (72)$$

En tenant compte des équations des surfaces enveloppes, on obtient:

$$\frac{\partial f_2}{\partial s} = -M^2 \left[(p + p_s) \frac{p_0(\lambda(0) - k)\lambda(0)(1 - r)\beta e^{-\beta s} \ln\left(\frac{p_0^*}{p^c}\right)}{(\lambda(s) - k)^2} + (p_0 - p)k \right] \quad (73)$$

On peut alors calculer les déformations à partir des égalités suivantes:

$$d\varepsilon_p^p = \frac{\partial f_2}{\partial p} d\lambda ; \quad d\varepsilon_q^p = \zeta \frac{\partial f_2}{\partial q} d\lambda ; \quad \zeta = \frac{M(9 - M)(3 - M)}{p(6 - M)} \frac{\lambda(0)}{\lambda(0) - k} \quad (74)$$

ζ est ici l'inverse du paramètre classique de dilatance définie par le rapport $\frac{d\varepsilon_p^p}{d\varepsilon_q^p}$.

On peut remarquer que ce terme ne dépend pas de la succion. Les auteurs supposent donc une indépendance du facteur de dilatance à la succion.

De même l'équation de la surface de charge repose sur plusieurs hypothèses:

- La pente M (voir Figure IV-4) de la droite d'état critique (CSL) n'est pas affectée par la succion. Ceci implique que la variation de l'angle de frottement avec la succion est négligée car M est directement lié à l'angle de frottement interne en compression φ_c .
- La résistance en extension triaxiale p_s augmente linéairement avec la succion.
- Ce modèle décrit correctement la majorité des phénomènes observés sur les sols légèrement gonflants, tels que le faible gonflement, l'effondrement, l'augmentation de résistance au cisaillement avec la succion, les effets de couplage entre contraintes et succion, etc.
- La plupart des paramètres du modèle, excepté p^c , peuvent être déterminés à l'aide d'essais à succion contrôlée. L'écrouissage en succion (courbe LC) semble être indispensable pour modéliser le phénomène d'effondrement. La succion doit donc être considérée comme une variable d'état indépendante.
- Le modèle est incapable de modéliser le gonflement irréversible observé pour des sols fortement gonflants.
- L'influence de la succion sur le comportement sous sollicitation de cisaillement se traduit uniquement par une variation de la cohésion. La pente de la droite

d'état critique (angle de frottement à la rupture) est supposée indépendante de la succion.

- Le modèle est décrit pour un matériau supposé isotrope.

Certains résultats d'essais montrent que le niveau d'effondrement n'augmente pas indéfiniment avec la charge externe. Il atteint une valeur maximum à une charge donnée, ensuite la déformation d'effondrement diminue lorsque la charge augmente. Le concept d'effondrement maximum n'a pas été introduit dans cette version du modèle. Une modification de l'équation LC a été proposée par Josa, Balmaceda, Gens et Alonso (1992) afin de modéliser ce phénomène.

IV.2.2 Lois dérivées de la loi d'Alonso et Gens

La loi d'Alonso et Gens est écrite dans un contexte très complet. L'approche en variables indépendantes et l'écrouissage en succion permettent de modéliser la plupart des comportements des sols non saturés et, en particulier, le phénomène de gonflement – effondrement.

Plusieurs autres lois ont été développées dans le même cadre des variables d'état indépendantes en faisant appel à la notion d'état critique. Certaines modifications mineures ont été apportées en vue d'adapter les résultats des modèles aux observations expérimentales.

IV.2.2.a. Loi de Wheeler et Sivakumar

Le modèle de Wheeler et Sivakumar (1995) a été développé à partir des résultats d'une série d'essais triaxiaux à succion contrôlée sur des échantillons de kaolinite compactés.

Il est directement basé sur celui d'Alonso et Gens (BBM) mais quelques modifications ont été apportées.

L'équation de LC devient:

$$\frac{p_0}{p_{atm}} = \exp \left[\frac{v(s) + k_s \ln \left(\frac{s + p_{atm}}{p_{atm}} \right) - C}{\lambda(s) - k} \right] \quad (75)$$

où:

$$C = v(0) - (\lambda(0) - k) \ln \left(\frac{p_0^*}{p_{atm}} \right) \quad (76)$$

où $v(s)$ représente le volume spécifique correspondant à la pression de référence p_{atm} sur la courbe vierge de compressibilité. Il dépend de la succion. $v(0)$ est la valeur correspondante en état saturé.

Selon cette équation, la pression atmosphérique p_{atm} est prise comme pression de référence. Cela évite d'utiliser une pression de référence p^c difficile à déterminer comme dans le modèle LC d'Alonso et Gens. Les termes $v(s)$ et $\lambda(s)$ ont

une signification physique et sont aisés à déterminer expérimentalement. L'inconvénient est qu'il faut définir une nouvelle fonction $v(s)$.

D'autre part, une fonction empirique $\lambda(s)$ est introduite afin de reproduire les résultats expérimentaux spécifiques. Selon ceux-ci, la pente $\lambda(s)$ en état non saturé est plus grande (sol plus compressible) qu'en état saturé, ce qui est opposé aux résultats obtenus par Alonso et Gens.

L'influence de la succion sur la ligne d'état critique est prise en compte dans le modèle.

Les Figure IV-6 a et b montrent les courbes d'état critique dessinées dans le plan $(p - q)$ et $(v - p)$ respectivement obtenues par une série d'essais triaxiaux à succion contrôlée. Elles permettent de définir l'état critique suivant :

$$\begin{aligned} q &= M(s)p_x + \mu(s) \text{ dans le plan } (p - q) \\ v &= \Gamma(s) - \psi(s) \ln\left(\frac{p_x}{p_{atm}}\right) \text{ dans le plan } (v - p) \end{aligned} \quad (77)$$

où $\Gamma(s)$ représente le volume spécifique correspondant à la pression de référence p_{atm} sur la droite d'état de critique dans le plan $(v - p)$ et $\psi(s)$ est la pente de cette droite (échelle logarithmique pour p Figure IV-6 b). Ils sont fonctions de la succion.

La surface de plasticité dans le plan $(p - q)$ à une succion donnée est représentée à la Figure IV-7. La partie reliant les points A et B est définie par l'équation suivante:

$$q^2 = \mathcal{M}^2(p_0 - p)(p + p_0 - 2p_x) \quad (78)$$

où la pression de préconsolidation p_0 varie avec la succion selon l'équation de la courbe LC ; \mathcal{M} varie en fonction de la succion selon :

$$\mathcal{M} = \frac{M(s)p_x + \mu(s)}{p_0 - p_x} \quad (79)$$

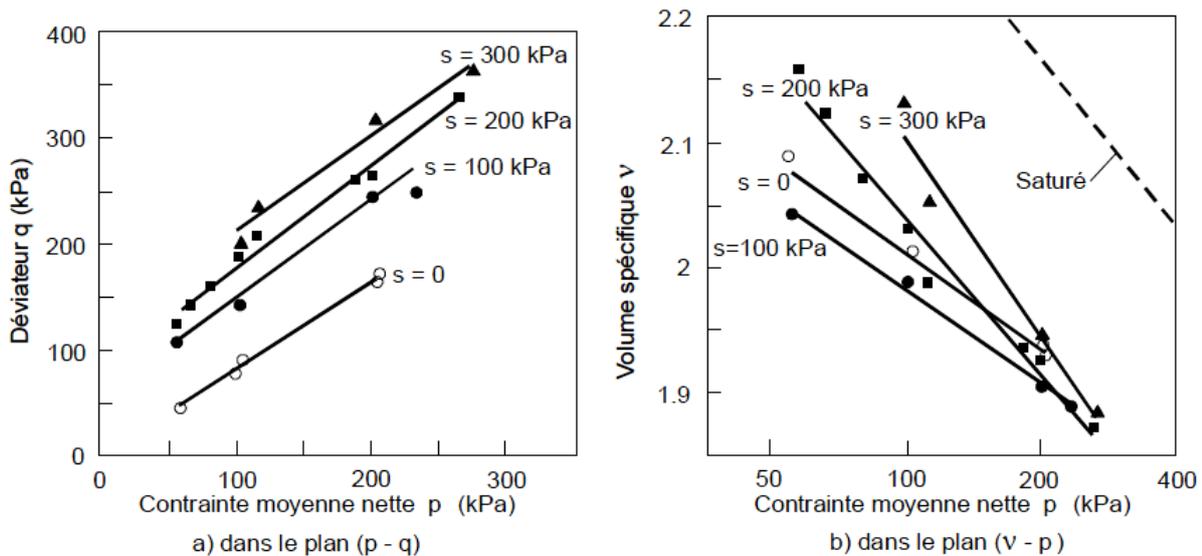


Figure IV-6: Droites d'état critique à différentes succions (Wheeler et Sivakumar (1995))

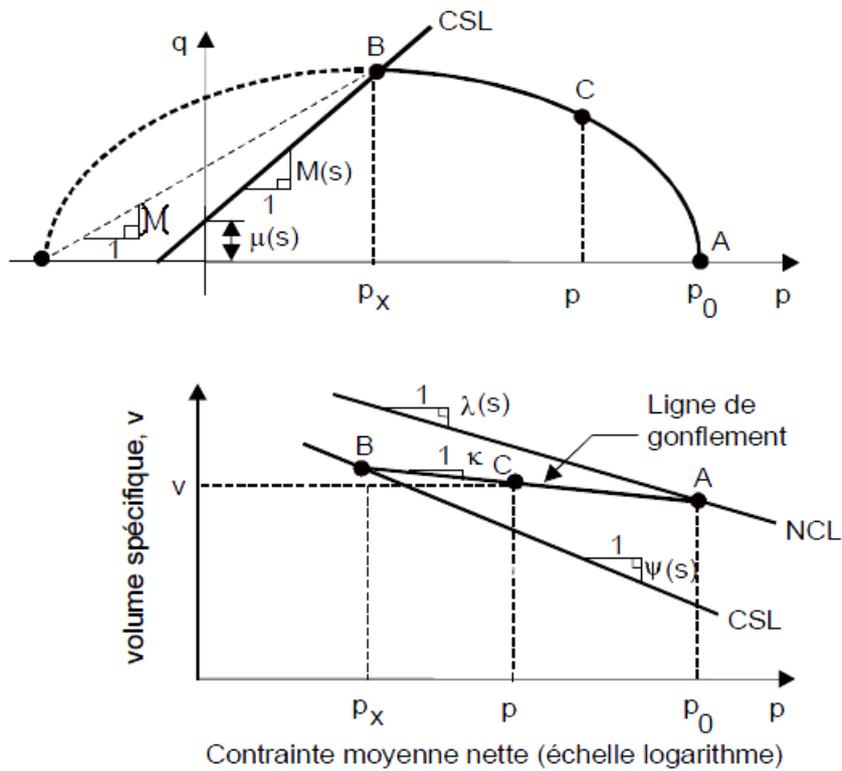


Figure IV-7: Surface de plasticité dans un plan $(p - q)$ à une succion donnée (Wheeler et Sivakumar (1995))

Par rapport au modèle LC d'Alonso et Gens, les avantages de ce modèle sont:

- tous les paramètres peuvent être déterminés expérimentalement,
- l'évolution de l'état critique avec la succion est prise en compte.

Cependant, les fonctions empiriques $v(s)$, $\lambda(s)$, $\Psi(s)$, $\Gamma(s)$, $\mu(s)$ et $M(s)$ doivent être introduites explicitement dans le modèle. Cela augmente inévitablement le nombre de paramètres mais offre toutefois plus de liberté pour adapter le modèle aux résultats expérimentaux.

IV.3. Différents modèles récents pour la modélisation des sols non saturés

Une omission du modèle BBM et des premières formulations était l'absence d'un modèle spécifique pour décrire la variation de la teneur en eau ou du degré de saturation en fonction de la variation des contraintes et/ou de la succion. Si le modèle mécanique est décrit en termes de contraintes nettes, les conséquences sont limitées, car il n'y a pas de couplage direct entre le modèle mécanique et le modèle hydrique.

Ainsi, dans le BBM, le comportement hydrique a été simplement défini en terme de surface limite. Toutefois, lorsque le degré de saturation ou d'autres para-

mètres hydriques entrent dans la définition du modèle constitutif, le couplage hydromécanique doit être considéré.

Dans ce contexte, les expressions de Houslby, (voir Partie III) reliant les variables mécaniques et hydriques, sont pertinentes.

La question de la composante hydrique du modèle constitutif a été abordée par Wheeler et al. (1996) et Dangla et al. (1997). Probablement, le premier essai de couplage des deux comportements mécanique et hydrique dans les sols non saturés a été présenté par Vaunat et al. (2000). Ils ont décrit une loi constitutive qui répond au comportement irréversible des sols non saturés lors de l'imbibition et du drainage, avec une attention plus particulière au phénomène d'hystérésis. Le modèle est construit sur la base du BBM, mais comporte deux surfaces limites supplémentaires provenant de l'effet d'hystérésis.

Une surface de rupture définit le changement plastique de la teneur en eau pendant le drainage (augmentation de la succion SI) et l'autre surface définit le changement plastique de la teneur en eau au cours de l'imbibition (diminution de la succion SD). Ces deux surfaces sont couplées, comme le mouvement de l'un provoquera le mouvement de l'autre, mais elles ne sont pas couplées à la surface de rupture de charge (LC). En intégrant les deux surfaces limites (SI et SD) avec l'hystérésis, ce modèle est capable de prédire les changements irréversibles du degré de saturation au cours des cycles d'humidification et de drainage.

Wheeler et al. (2003) ont présenté un modèle constitutif élastoplastique qui couple l'hystérésis avec le comportement mécanique des sols non saturés. Pour les variables de contrainte ils utilisent la contrainte de Bishop et la succion modifiée $s^* = ns$. Les variables conjugués correspondant sont respectivement les déformations et le degré de saturation.

Wheeler et al. (2003) suggèrent que, en utilisant ces variables, la surface limite de rupture LC peut être simplifiée en une droite verticale et les deux surfaces limites liées à l'hystérésis et à la variation de la succion peuvent être simplifiées en deux droites horizontales (Figure IV-8).

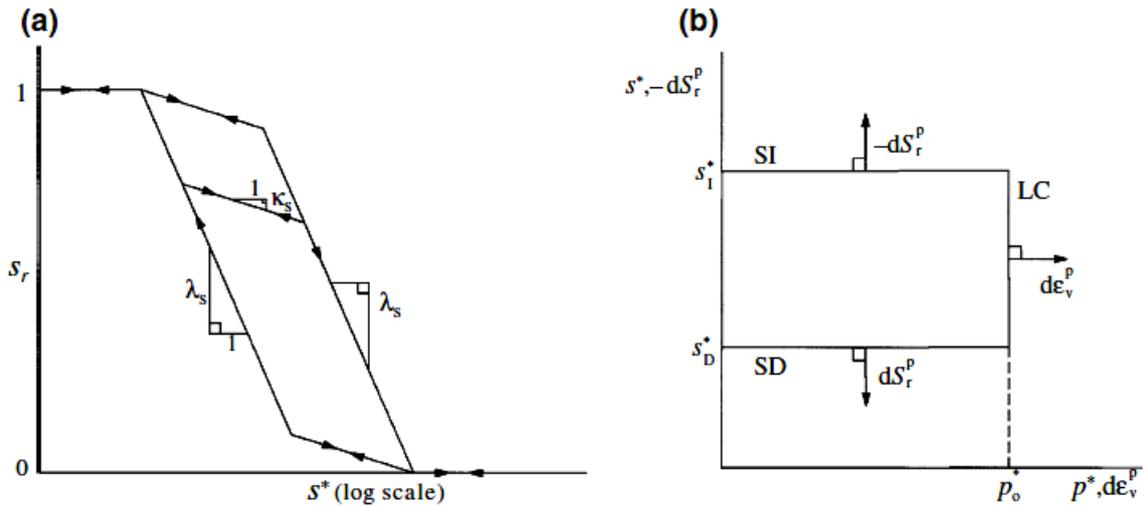


Figure IV-8: (a) Modèle pour les courbes de rétention d'eau avec prise en compte de l'effet d'hystérésis. (b) Surfaces limites pour un état de contrainte isotrope: Loading Collapse (LC), Suction Increase (SI), Suction Decrease (SD). (Wheeler et al. 2003)

Les trois surfaces sont complètement couplées les unes aux autres, comme le mouvement de l'une va entraîner le mouvement des deux autres. Un modèle de ce même type a été récemment présenté par Sheng et al. (2004) montrant qu'il peut être utilisé dans le cadre thermodynamique proposé par Collins et Houslby (1997). Dans ce cas, les variables de force sont la contrainte effective de Bishop et la succion.

Bien que l'utilisation de la succion modifiée prévoit un certain avantage dans les considérations thermodynamiques, il n'y a pas de différence essentielle entre les deux quantités de contrainte comme la porosité n joue un rôle similaire à un paramètre d'échelle. Le modèle des courbes de rétention d'eau est présenté dans la figure ci-dessous, elle est composée de deux courbes limites de drainage et d'imbibition, et des courbes intermédiaires de balayage.

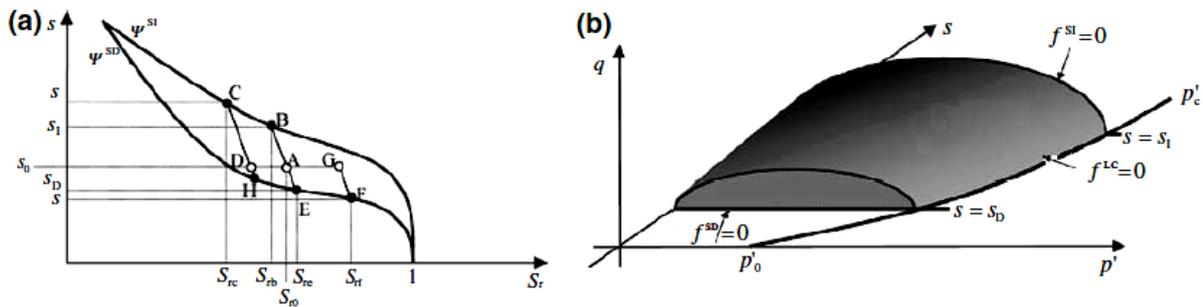


Figure IV-9: (a) Modèle pour les courbes de rétention d'eau avec prise en compte de l'effet d'hystérésis. (b) Surfaces limites pour un état de contrainte tridimensionnelle : Loading Collapse (LC), Suction Increase (SI), Suction Decrease (SD). (Sheng et al. 2004)

IV.3.1 Loi de Sheng et al. (2004)

Les variables de contrainte utilisées dans ce modèle sont respectivement: la contrainte effective de Bishop avec ($\chi = S_r$) avec la succion s . Pour le comportement volumique, différemment de ce qui a été adopté dans le modèle de Cam clay modifié, une relation linéaire a été utilisé entre lnv et lnp' (à la place d'une relation linéaire entre v et lnp'). La pente de la courbe de consolidation vierge (normalement consolidé) est fonction de la succion, cependant la pente de la décharge (surconsolidé) est indépendante de la succion :

$$\begin{cases} \frac{d(lnv)}{d(lnp')} = -\lambda_s \\ \frac{d(lnv)}{d(lnp')} = -k \end{cases} \quad (80)$$

Grâce à cette formulation, la déformation volumique sera donnée par:

$$\varepsilon_v = lnv_0 - lnv \quad (81)$$

et la déformation volumique plastique:

$$d\varepsilon_v^p = \frac{\lambda - k}{p'} dp' \quad (82)$$

avec p' la pression effective.

Pour le comportement hydrique, l'effet d'hystérésis sur la courbe de rétention d'eau a été pris en compte. Les auteurs considèrent une formulation dite élasto-plastique adoptée pour les courbes de rétention d'eau, sans rentrer dans les détails, les relations reliant le degré de saturation S_r à la succion s :

Courbe limite de drainage: $S_r = \psi^{SI}(s)$

Courbe limite d'imbibition: $S_r = \psi^{SD}(s)$

Les courbes limites dépendent de l'indice des vides initial.

Les courbes de balayages sont considérées réversibles linéaires (élastiques):

$$\frac{dS_r}{ds} = K_s \quad (83)$$

L'incrément plastique de S_r est donné par:

$$dS_r^p = \left(\frac{d\psi^{S\alpha}}{ds} - \frac{1}{K_s} \right) ds \quad \alpha = I, D \quad (84)$$

La surface de charge est alors construite dans le plan ($p' - q - s$) en se basant sur les deux lois de comportement volumique et hydrique déjà présentées. Le comportement du sol saturé est représenté par le modèle de Cam-Clay modifié. La surface elliptique du modèle de Cam-Clay est supposée valable pour les sols non saturés ($s > 0$). La pression de préconsolidation p'_c dépend de la succion. La surface de charge correspondant à celle dite « loading-collapse » pour le cas saturé est noté f^{LC} :

$$f^{LC} = q^2 - M^2 p' (p'_c(s) - p') = 0 \quad (85)$$

En plus de la surface de l'effondrement (Loading-Collapse), il y a deux autres surfaces définissant les limites de drainage et d'imbibition. Ces surfaces sont no-

tées par f^{SI} pour l'augmentation de la succion (drainage) et f^{SD} pour la diminution de la succion (mouillage).

Toutefois, lorsque les courbes limites de drainage et de mouillage sont définies dans le plan $(S_r - s)$, il est raisonnable de supposer que les courbes limites sont uniques pour un même sol, pour un indice des vides constant. Par conséquent, il est supposé que la surface de charge liée à la succion est indépendante de l'indice des vides initiale et donc indépendant de la contrainte constitutive. Alors, les projections des surfaces de charges f^{SD} et f^{SI} dans le plan $(p' - s)$ sont des droites horizontales:

$$\begin{aligned} f^{SD} &= s_D - s = 0 \\ f^{SI} &= s_I - s = 0 \end{aligned} \quad (86)$$

Où s_I et s_D sont respectivement les succions d'imbibition et de drainage.

Pour les potentiels plastiques, une loi d'écoulement non associée a été adoptée pour la surface LC :

$$g^{LC} = \zeta q^2 - M^2 p' (p'_c(s) - p') = 0 \quad (87)$$

Où ζ est une constante qui peut-être déterminer en imposant des déformations latérales nulle sous K_0 comme condition de contrainte.

De même pour les deux surfaces de charge (SI) et (SD), une règle d'écoulement non associée, a été adoptée, contrairement à ce qui a été développé par Alonso (1999), Vaunat et al. (2000) et Wheeler et al. (2003). Cette règle d'écoulement prend la forme suivante:

$$\begin{aligned} g^{SI} &= s + a_I p' + b_I = 0 \\ g^{SD} &= s + a_D p' + b_D = 0 \end{aligned} \quad (88)$$

Où a_I , a_D , b_I et b_D sont des paramètres du matériau. Les paramètres a_I , a_D contrôlent le comportement volumique plastique lié à l'imbibition et au drainage respectivement.

Comme dans le modèle de Cam-Clay, une loi d'écrouissage isotrope a été considérée. Les lois d'écrouissage isotrope sont issues des lois de comportement hydrique et volumique. Si la pression de préconsolidation p'_c dépend de la succion s , l'évolution de la surface de charge LC est contrôlé par la pression de préconsolidation p'_0 à succion nulle. p'_0 est considéré comme paramètre d'écrouissage:

$$dp'_0 = \frac{p'_0}{\lambda_0 - k} d\varepsilon_v^p = \frac{p'_0}{\lambda_0 - k} (M^2(2p' - p'_c)) d\lambda \quad (89)$$

avec $d\lambda$ le multiplicateur plastique et peut-être calculé à partir de la condition de consistance $df^{LC} = 0$

Dans Wheeler et al. (2003), la loi d'écrouissage était couplée avec les deux surfaces de charge (SI) et (SD).

L'évolution de deux surfaces (SI) et (SD) est contrôlée respectivement par les succions s_I et s_D :

$$ds_\alpha = \frac{ds_\alpha}{dS_r^p} dS_r^p = \left(\frac{K_s}{\frac{d\psi^{s\alpha}}{ds} K_s - 1} \right) \left(d\lambda_\alpha \frac{\partial g^{s\alpha}}{\partial s} \right) \quad \alpha = I, D \quad (90)$$

où $d\lambda_\alpha$ sont les multiplicateurs plastiques trouvés à partir de la condition de consistance $df^{s\alpha} = 0$

Les conditions de consistance donnent:

$$d\lambda = \frac{a_f^T D_e d\varepsilon + C ds}{A + a_f^T D_e a_g} \quad (91)$$

avec $a_f = \frac{\partial f^{LC}}{\partial \sigma'}$; $a_g = \frac{\partial g^{LC}}{\partial \sigma'}$; $A = \frac{\partial f^{LC}}{\partial p'_c} \frac{\partial p'_c}{\partial p'_0} \frac{\partial p'_0}{\partial \varepsilon_v^p} \frac{\partial g^{LC}}{\partial p'}$; $C = \frac{\partial f^{LC}}{\partial p'_c} \frac{\partial p'_c}{\partial s}$; ${}^T D_e$ est la trace de la matrice de rigidité élastique

$$d\lambda_\alpha = \frac{K_s \frac{\partial f^{s\alpha}}{\partial s} dS_r}{-\frac{\partial f^{s\alpha}}{\partial s_\alpha} \frac{\partial s_\alpha}{\partial S_r^p} \frac{\partial g^{s\alpha}}{\partial s} + K_s \frac{\partial f^{s\alpha}}{\partial s} \frac{\partial g^{s\alpha}}{\partial s}} \quad \alpha = I, D \quad (92)$$

La pente K_s étant négative, $d\lambda_\alpha$ sera négative pour un incrément plastique de degré de saturation. Cela implique qu'un incrément positif de succion ($ds > 0$) sur la surface SI donne un incrément négatif de degré de saturation tique $dS_r^p < 0$, de même pour un $ds < 0$ sur la surface SD donne un incrément de degré de saturation plastique $dS_r^p > 0$.

Pour ce modèle on remarque que la pente M de la droite d'état critique (CSL) n'est pas affectée par la succion. En plus, à succion nulle, la droite d'état critique passe par l'origine, et par conséquent la cohésion est considérée négligeable (contrairement à la réalité où les sols peuvent présenter une certaine cohésion non négligeable).

IV.4. Synthèse

L'état actuel de la recherche sur la modélisation du comportement des sols non saturés nous permet de tirer certaines conclusions.

L'un des modèles les plus utilisés pour les sols non saturés a été proposé par Alonso et al. (1990), dont leurs travaux ont abouti à la formulation complète du modèle de Barcelone. Ce modèle a été développé en utilisant la contrainte nette et la succion matricielle comme variables fondamentales. Ce modèle a été le premier à prédire le phénomène d'effondrement observé pour un chemin de chargement œdométrique non saturé. Il extrude la surface de Cam-Clay en fonc-

tion de la succion matricielle dans le plan ($p - q - s$). Le taux de variation du domaine élastique est représenté par le 'Loading-Collapse' (LC). Cependant les capacités du modèle sont limitées, du fait qu'il est formulé en contrainte nette ce qui rend couplage entre le modèle hydrique et celui mécanique moins fort. De même il n'y avait pas une formulation bien définie pour décrire la variation de la saturation en fonction de la variation des contraintes.

Plus récemment, plusieurs modèles de comportements hydromécaniques ont été développés, en se basant sur la notion de contrainte effective (Vaunat et al. (2000); Wheeler et al. (2003); Sun et al. (2011)). Tous ces modèles considèrent encore une fois, la surface de Cam-Clay comme une surface de référence pour le cas saturé et la taille du domaine élastique, représenté dans le plan ($p' - q - s$), varie avec la variation de la succion matricielle. Les deux variables fondamentales sont : la contrainte effective de Bishop (avec $\chi = S_r$) et la succion matricielle s . Ainsi, la succion a été introduite dans la définition de la surface de charge, afin de pouvoir reproduire le phénomène d'effondrement dû au remouillage (la diminution de la succion).

D'autres modèles en plasticité endommageable pour les argilites ont été encore développés (Conil et al. (2004)).

V Loi constitutive élastoplastique pour les géomatériaux

V.1. Modèle constitutif pour sol non-saturé développé dans le cadre de cette thèse

V.1.1 Objectifs

On a vu dans la partie précédente que les lois proposées pour décrire le comportement mécanique d'un sol non saturé sont souvent écrites dans un espace tridimensionnel axisymétrique $(p - q - s)$ ou $(p' - q - s)$ en terme de variables d'état indépendantes. L'approche la plus souvent adoptée est une extension d'un modèle élasto-plastique pour sol saturé, décrit dans l'espace des contraintes habituel $(p - q)$, à un espace tridimensionnel $(p - q - s)$ ou $(p' - q - s)$ dans lequel la contrainte nette, ou la contrainte effective, et la succion sont considérées comme des variables d'état indépendantes.

Parmi les lois les plus utilisées, certaines sont insensibles à l'angle de Lode β (lié au troisième invariant du tenseur contrainte). Elles prédisent dès lors des comportements différents, mais liés, sur des chemins triaxiaux axisymétriques de compression et d'extension (Barnichon (1998)). En d'autres termes, les angles de frottement prédits sur des chemins d'extension et de compression dépendent l'un de l'autre. D'autre part, certaines lois ne tiennent pas compte de la cohésion qui peut être très importante dans certains géomatériaux. Une étude détaillée de plusieurs lois classiques indique qu'il est possible de généraliser leur formalisme. En particulier, l'expression de leurs surfaces de plasticité peut être écrite sous une forme unifiée, qui permet aisément la prise en compte de l'influence de l'angle de Lode et de la cohésion.

Dans ce paragraphe, on va d'abord introduire la formulation incrémentale élastoplastique puis présenter une équation de la surface de plasticité dans l'espace des invariants $(I_{\sigma'} - II_{\sigma'} - \beta)$ pour des sols saturés et non saturés. Cette forme résulte d'une étude détaillée de nombreuses lois constitutives (Li (1993)). Ensuite, une formulation unifiée des lois de comportement issues des travaux de Barnichon (1998) des sols saturés et non saturés écrite dans cet espace $(I_{\sigma'} - II_{\sigma'} - \beta)$ sera présentée.

V.2. Formulation incrémentale élastoplastique

Les relations élastoplastiques sont formulées en termes de taux de variations. La convention de signe de mécanique des solides est adoptée : la compression est considérée négative et la traction est positive. Le taux de déformation est décomposé en deux parties : une composante élastique et une composante plastique:

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij}^e + \dot{\epsilon}_{ij}^p \quad (93)$$

La partie élastique est liée au tenseur des contraintes par la loi de Hooke:

$$\dot{\sigma}'_{ij} = C_{ijkl}^e \dot{\epsilon}_{kl}^e \quad (94)$$

où le tenseur de raideur élastique est définie par:

$$C_{ijkl}^e = \frac{E}{1+\nu} \delta_{ik} \delta_{jl} + \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \delta_{ij} \delta_{kl} \quad (95)$$

Avec E module de Young et ν le coefficient de Poisson.

En utilisant la définition du module de compressibilité K et le module de cisaillement G :

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)} ; G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (96)$$

Le tenseur élastique peut s'écrire sous la forme:

$$C_{ijkl}^e = 2G\delta_{ik}\delta_{jl} + (K - \frac{2}{3}G)\delta_{ij}\delta_{kl} \quad (97)$$

La limite entre le domaine élastique et le domaine plastique est représentée par une surface de charge dans le plan (p', q) notée f .

Afin d'introduire l'effet de la succion sur la compressibilité de sol, nous avons mis en place une relation entre le module de Young E initial et la pression effective de consolidation isotrope p'_0 . Par conséquent, nous introduisons la relation suivante:

$$E = \frac{3(1-2\nu)(1+e_0)}{k} p'_0 \quad (98)$$

avec k un paramètre matériaux, e_0 l'indice des vides initial.

Si l'état de contrainte vérifie que $f < 0$, alors cet état de contrainte est élastique, si $f = 0$, l'état de contrainte est plastique.

En plasticité classique dite associée, le taux d'écoulement plastique est toujours perpendiculaire à la surface de charge et son intensité est proportionnel au multiplicateur plastique λ . Durant l'écoulement plastique, l'état de contrainte doit rester sur la surface de charge : $f = 0$ ($f > 0$ est impossible).

Ici, on considère le cadre de la plasticité le plus général, non associée, pour limiter la dilatance notamment pour décrire le comportement des sols lâches, c'est-à-dire l'écoulement plastique est perpendiculaire à un potentiel plastique g (cependant on peut obtenir une loi associée en substituant g par f dans les équations qui suivent :

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \quad (99)$$

Concernant le modèle développé ici, le potentiel plastique g est définie de la même façon que la surface de charge mais en supposant qu'il n'y ait pas de la cohésion. En combinant les deux équations (93) et (99) et en substituant l'angle de frottement ϕ par l'angle de dilataance ψ on obtient:

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^e + \dot{\lambda} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \quad (100)$$

La valeur de $\dot{\lambda}$ est obtenue de la condition de consistance qui domine l'écoulement plastique (l'état de contrainte reste sur la surface limite) pour une loi plastique pure cette condition est donnée par:

$$\dot{f} = \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{ij}} \dot{\sigma}'_{ij} = 0 \quad (101)$$

avec σ' le tenseur de contrainte de Cauchy.

Considérons une loi plastique générale avec une variable interne d'adoucissement/d'écrouissage, la condition de consistance peut-être formulée comme suite:

$$\dot{f} = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij} + \frac{\partial f}{\partial k} \dot{k} = 0 \quad (102)$$

V.3. Surface de charge pour le comportement des géomatériaux

La modélisation des géomatériaux nécessite la prise en compte du comportement plastique des matériaux de différents types (sable, grès, limon, schistes). Le comportement plastique est basé généralement sur le concept de surface de charge.

Expérimentalement, l'existence de la surface de charge exprime la perte de la relation réversible entre la contrainte et la déformation.

La surface de charge représente une limite dans l'espace des contraintes qui ne peut pas être surmontée. En ce qui concerne les géomatériaux, il a été observé à partir des essais triaxiaux l'existence d'une relation linéaire entre les contraintes tangentielles τ et les contraintes normales σ_N , ce qui a conduit à la formulation du critère de Mohr-Coulomb (décrit dans la section suivante).

Cependant, la forme de la surface de charge dans le plan déviatorique a été étudiée expérimentalement beaucoup plus tard (Lanier (1988)).

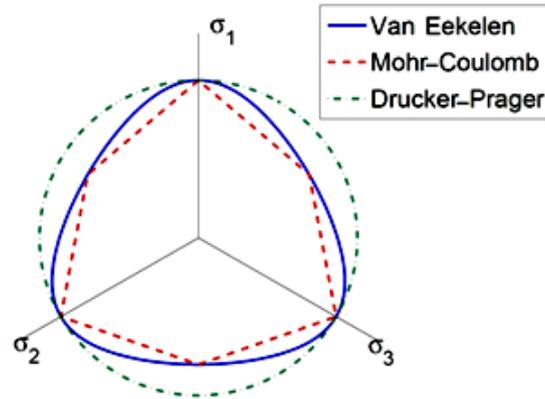


Figure V-1: Surfaces limites de Mohr-Coulomb, de Drucker-Prager et de Van Eekelen dans le plan déviatoire pour $\phi_c = \phi_e = 19^\circ$

Le modèle le plus simple (nommé Mohr-Coulomb) considère seulement les propriétés de frottement de ces matériaux comme étant une fonction des contraintes principales minimale et maximale. Cependant, ce modèle présente des singularités géométriques dans l'espace des contraintes principales, ce qui rend son utilisation moins pratique dans la simulation numérique. Ce problème est généralement résolu en utilisant une approximation du critère de Mohr-Coulomb : le critère de Drucker-Prager. Toutefois, ce critère possède d'autres inconvénients, concernant la surestimation de la résistance au cisaillement. Un modèle plus sophistiqué a été choisi pour approcher le modèle Mohr Coulomb avec plus de précision (par exemple Matsuoka Nakai (Matsuoka et Nakai (1982)), Van Eekelen (Van Eekelen (1980))). Les modèles de Mohr Coulomb (MC) et de Drucker Prager (DP) sont présentés brièvement ici, comme ces deux critères ne sont pas implémentés dans le code de calcul contrairement au critère de Van Eekelen (VE) qui est décrit en détail dans cette partie. Sa formulation élastoplastique est donnée avec l'érouissage isotrope des angles de frottement et de la cohésion. Il est à noter que le critère de Drucker-Prager représente un cas limite du critère général de Van Eekelen.

V.4. Variables d'état

La formulation unifiée des lois constitutives est écrite dans un espace $(I_{\sigma'}, -I_{2\sigma'} - \beta)$ dont les variables sont:

- Le premier invariant du tenseur de contrainte effectif $I_{\sigma'}$:

$$I_{\sigma'} = tr(\sigma') = \sigma'_{ii} \quad (103)$$

avec σ' le tenseur de contrainte effective de Bishop

- Le second invariant du déviateur de contrainte :

$$I_{2\sigma'} = \sqrt{\frac{1}{2} \hat{\sigma}'_{ij} \hat{\sigma}'_{ij}}; \quad \hat{\sigma}'_{ij} = \sigma'_{ij} - \frac{I_{\sigma'}}{3} \delta_{ij} \quad (104)$$

- L'angle de Lode:

$$\beta = -\frac{1}{3} \sin^{-1} \left(\frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{I_{3\sigma'}}{(I_{2\sigma'})^3} \right); \quad I_{3\sigma'} = \frac{1}{3} \hat{\sigma}'_{ij} \hat{\sigma}'_{jk} \hat{\sigma}'_{ki} \quad (105)$$

On définit le rayon réduit r comme le rapport du deuxième au premier invariant:

$$r = \frac{I_{2\sigma'}}{I_{\sigma'}} = \frac{\sqrt{\frac{1}{2} \hat{\sigma}'_{ij} \hat{\sigma}'_{ij}}}{\sigma'_{kk}} \quad (106)$$

Il est lié à l'angle de frottement interne (effectif) par les relations suivantes:

- Sur un chemin triaxial axisymétrique de compression: $r_c = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{2 \sin \phi_c}{3 - \sin \phi_c} \right)$
- Sur un chemin triaxial axisymétrique d'extension: $r_e = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{2 \sin \phi_e}{3 - \sin \phi_e} \right)$

ϕ_c et ϕ_e sont les angles de frottement (effectifs) respectivement en compression et en extension.

Le *rayon réduit* peut représenter en quelque sorte une mesure de la résistance ultime des sols. Il est donc utile de l'introduire dans l'équation de la surface de plasticité.

L'angle de Lode est une mesure de la direction du chemin de contrainte dans un plan déviatorique (Figure V-3(b)). L'introduction de l'angle de Lode dans une loi constitutive permet d'interpoler la forme de la surface de plasticité (ou de la surface limite) dans le plan déviatorique où la résistance ultime des sols varie selon le chemin de contrainte suivi. La dépendance vis-à-vis de l'angle de Lode se traduit souvent par la variation du rayon réduit avec celui-ci. Plusieurs formes de dépendance ont été proposées dans la littérature. Nous présentons ici deux formes proposées respectivement par Von Mises et par Van Eekelen.

- **Forme de von Mises:**

$$r = \frac{I_{2\sigma'}}{I_{\sigma'}} = C^{te} \rightarrow r_c = r_e \quad (107)$$

Ceci signifie que la surface est un cercle dans un plan déviatorique, et l'angle de Lode n'intervient pas. Il en résulte que l'angle de frottement en extension dépend de celui en compression.

Barnichon (1998) a montré les dangers que peut induire une telle formulation, en particulier pour les angles de frottement élevés en compression : lorsque ce dernier atteint environ $36,87^\circ$, l'angle de frottement en extension atteint 90° . La Figure V-2 montre cette dépendance.

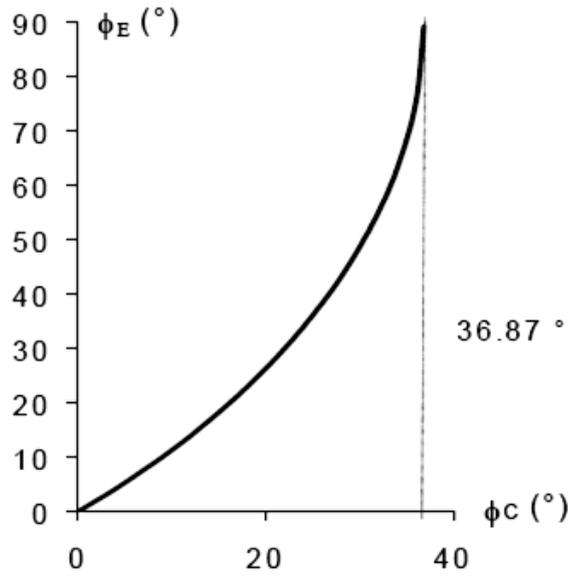


Figure V-2: Relation entre les angles de frottement en compression ϕ_c et en extension ϕ_e selon la formulation de Von Mises

- **Forme de Van Eekelen:**

$$r = \frac{I_{2\sigma'}}{I_{\sigma'}} = a(1 + b \sin 3\beta)^n \quad (108)$$

où a et b sont liés à ϕ_c et ϕ_e (via r_c et r_e) par:

$$a = \frac{r_c}{(1 + b)^n} ; b = \frac{\left(\frac{r_c}{r_e}\right)^{\frac{1}{n}} - 1}{\left(\frac{r_c}{r_e}\right)^{\frac{1}{n}} + 1} \quad (109)$$

n est une constante qui définit la convexité de la surface de plasticité dans le plan déviatorique entre les rayons réduits en compression et en extension. Van Eekelen (1980), Chambon et al. (1990) ont fait une étude détaillée de la forme de Van Eekelen et de la convexité de la surface de plasticité. Ils notent que le choix $n = -0.229$ assure la convexité si $\phi_c \leq \phi_e$.

La pente de la droite d'état critique des lois de type Cam-Clay et la pente de la surface de rupture de la loi de Drücker-Prager sont liées au rayon réduit.

Ainsi, la pente de la droite d'état critique définie dans le plan $(p' - q)$ est souvent notée M est donnée par :

$$M = \frac{|q|}{p'} \quad (110)$$

Sachant que: $p' = \frac{1}{3}I_{\sigma'}$ et $q = \pm\sqrt{3}I_{2\sigma'}$ on a:

$$M = 3\sqrt{3} r \quad (111)$$

De nombreuses lois ne tiennent pas compte de l'existence éventuelle d'une cohésion en état saturé. Or elle joue un rôle important dans la résistance au cisaillement et à l'extension triaxiale.

Une étude classique du cercle de Mohr et de la droite intrinsèque dans les plans $(\sigma - \tau)$ et $(I_{\sigma'} - I_{2\sigma'})$ montre que la cohésion se traduit par une translation de la droite de rupture ou d'état critique d'une quantité de $3c / \tan \phi_c$ selon l'axe $I_{\sigma'}$ dans le système d'axes $(I_{\sigma'} - I_{2\sigma'})$, (Figure V-3(a)), (Li (1993)). Cette quantité de $3c / \tan \phi_c$ représente une résistance apparente à l'extension triaxiale. La translation de la courbe de rupture ou d'état critique implique une augmentation de la résistance au cisaillement.

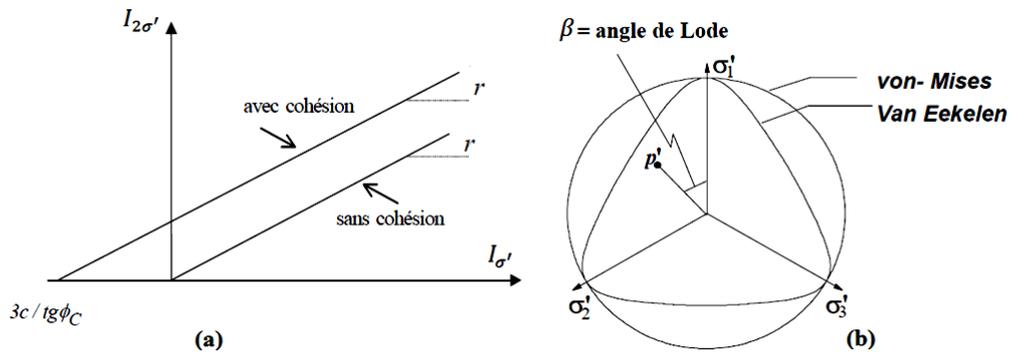


Figure V-3: (a) Cohésion et rayon réduit; (b) Dépendance vis-à-vis de l'angle de Lode

V.5. Equation unifiée de la surface de plasticité

Une étude détaillée de nombreuses lois constitutives des sols montre que l'équation de la surface de plasticité (ou la surface limite) peut presque toujours s'écrire sous la forme:

$$f = f_1(I_{\sigma'}) * f_2(\sin 3\beta) + f_3(I_{2\sigma'}) \quad (112)$$

avec:

$$f_1(I_{1\sigma'}) = C1(k) * (I_{\sigma'})^2 + C2(k) * (I_{\sigma'}) + C3(k) \quad (113)$$

$C0, C1, C2,$ et $C3$ sont des coefficients, fonctions des variables d'érouissage notées k .

De manière générale, on peut écrire f_2 sous la forme:

$$f_2(\sin 3\beta) = r^2 \quad (114)$$

où

$$r = \begin{cases} C^{te} & \text{forme de Von Mises} \\ a(1 + b \sin 3\beta)^n & \text{forme de Van Eekelen} \end{cases} \quad (115)$$

a et b sont donnés par l'équation (109).

Enfin, la fonction f_3 s'écrit:

$$f_3 = C0(I_{2\sigma'})^2 \quad (116)$$

La surface de plasticité f est ainsi décrite dans l'espace $(I_{\sigma'}, -I_{2\sigma'} - \beta)$.

Dans le cas de la plasticité non associée, de manière similaire, une surface potentielle g peut toujours s'écrire sous la forme:

$$g = g_1(I_{\sigma'}) * g_2(\sin 3\beta) + g_3(I_{2\sigma'}) \quad (117)$$

En plasticité associée :

$$g = f \quad (118)$$

V.5.1 Cas particuliers issus de la formulation unifiée

V.5.1.a. Critère de Mohr Coulomb (MC)

Le critère de rupture de Mohr-Coulomb est un critère à courbe intrinsèque. Il exprime une relation linéaire entre la contrainte de cisaillement τ et la contrainte normale σ_N agissant sur le plan de rupture

$$\tau = c + \sigma_N \tan \phi \quad (119)$$

où c est la cohésion et ϕ est l'angle de frottement. Ce critère peut-être exprimé d'une façon plus générale en termes de contraintes principales par la relation

$$f_{MC} = \frac{I_{\sigma'}}{3} \sin \phi + I_{2\sigma'} \cos \phi - \frac{I_{2\sigma'}}{\sqrt{3}} \sin \beta \sin \phi - c \cos \phi = 0 \quad (120)$$

Ce critère prévoit des angles de frottement identiques sous des chemins de compression triaxiaux (ϕ_c) et sous des chemins d'extension triaxiaux (ϕ_e), donc $\phi = \phi_c = \phi_e$. Rappelons-nous qu'en partant d'un état de contrainte isotrope, le chemin d'extension triaxial correspond à la diminution de la contrainte axiale qui cependant reste compressive. La représentation géométrique de ce critère dans le plan des contraintes principales est une pyramide hexagonale irrégulière (voir Figure V-1). Comme déjà mentionné précédemment, ce modèle est difficile à implémenter dans un cadre classique de plasticité, comme le gradient de cette surface n'est pas défini aux points singuliers. Par conséquent, il est nécessaire de développer des programmes d'intégration plus complexes (Crisfield, 1987). Des surfaces de charge continues sont généralement préférées.

V.5.1.b. Critère de Drücker-Prager (DP)

Une solution alternative a été proposée par Drücker et Prager (Drücker and Prager (1952)) pour surmonter la discontinuité dans le critère de Mohr-Coulomb. Pour ce critère la surface de charge est définie en utilisant une relation linéaire entre le premier tenseur de contrainte et le second tenseur déviatorique:

$$f_{DP} = I_{2\sigma'} + mI_{\sigma'} - k = 0 \quad (121)$$

Dans l'espace des contraintes principales, la surface de plasticité devient un cône, ce qui rend son implémentation dans un algorithme numérique plus facile. Bien que ce simple critère est largement utilisé en géomécanique pour représenter les matériaux frictionnels, il n'implique pas une dépendance du troisième invariant et donc de l'angle de Lode β . Comme il sera montré plus loin, cette caractéristique constitue un inconvénient majeur de ce modèle. Si le cône de compression est choisi comme étant circonscrit à l'hexagone de Mohr-Coulomb (MC), l'identification des paramètres m et k sur l'enveloppe de Mohr en fonction de l'angle de frottement en compression ϕ_c et la cohésion c conduit à :

$$m = \frac{2 \sin \phi_c}{\sqrt{3}(3 - \sin \phi_c)} \quad (122)$$

$$k = \frac{6c \cos \phi_c}{\sqrt{3}(3 - \sin \phi_c)} \quad (123)$$

Alors le critère de Drucker-Prager peut-être formulé par :

$$f_{DP} = I_{2\sigma'} + m \left(I_{\sigma'} - \frac{3c}{\tan \phi_c} \right) = 0 \quad (124)$$

Le potentiel plastique g est défini de manière similaire au critère de plasticité f par :

$$g = I_{2\sigma'} + m'I_{\sigma'} = 0 \quad (125)$$

avec

$$m' = \frac{2 \sin \psi}{\sqrt{3}(3 - \sin \psi)} \quad (126)$$

où ψ est l'angle de dilatance.

V.5.1.c. Critère de Van Eekelen (VE)

Un modèle plus sophistiqué est construit à partir du cône de Drucker-Prager par l'introduction d'une dépendance de l'angle de Lode β pour mieux se rapprocher du critère de Mohr Coulomb. La formulation proposée par (Van Eekelen (1980)) est adoptée, et elle peut être écrite de façon très similaire à celle retenue pour le critère Drucker Prager.

$$f_{VE} = I_{2\sigma'} + m \left(I_{\sigma'} - \frac{3c}{\tan \phi_c} \right) = 0 \quad (127)$$

Mais le coefficient m est défini par :

$$m = a(1 + b \sin 3\beta)^n \quad (128)$$

La seule différence entre le critère de DP et celui de VE provient du coefficient m qui est une constante pour DP, et une fonction de l'angle de Lode pour VE.

$$\sin 3\beta = - \left(\frac{\frac{3\sqrt{3}}{2} I_{3\sigma'}}{(I_{2\sigma'})^3} \right) \quad (129)$$

Et les trois paramètres a, b et n doivent vérifier les conditions suivantes (Van Eekelen (1980)) :

$$\begin{aligned} a &> 0; \\ bn &> 0; \\ -1 &< b < 1 \end{aligned} \quad (130)$$

Les coefficients a et b permettent de choisir indépendamment ϕ_c et ϕ_E :

$$a = \frac{r_c}{(1+b)^n} ; b = \frac{\left(\frac{r_c}{r_e}\right)^{\frac{1}{n}} - 1}{\left(\frac{r_c}{r_e}\right)^{\frac{1}{n}} + 1} \quad (131)$$

avec r_c et r_e les rayons réduits en compression et en extension respectivement pour des essais triaxiaux :

$$r_c = \frac{2 \sin \phi_c}{\sqrt{3}(3 - \sin \phi_c)} ; r_e = \frac{2 \sin \phi_E}{\sqrt{3}(3 - \sin \phi_E)} \quad (132)$$

L'exposant n contrôle la convexité de la surface de charge. n contrôle la transition entre les deux rayons réduits en compression et en extension. Selon les conclusions de (Van Eekelen (1980)), la valeur par défaut $n = -0,229$ a été choisie. La convexité est généralement vérifiée pour cette valeur, à condition que $\phi_e \geq \phi_c$.

Le potentiel plastique g pour le critère de Van Eekelen est défini de manière similaire à f en introduisant les deux angles de dilatance ψ_c et ψ_e .

V.5.1.d. Variables de l'érouissage

Dans le modèle développé ici (section V.3), l'écoulement plastique induit l'érouissage de la surface limite, cet érouissage dépend des trois variables internes de l'érouissage $\varphi_c; \varphi_e$ et c , qui évoluent de façon hyperbolique avec ε_{eq}^p la déformation plastique équivalente de Von Mises. De plus, la forme de cette évolution est fonction de deux constantes B_p et B_c qui représentent respectivement les valeurs de la déformation plastique équivalente pour laquelle la moitié de l'érouissage sur l'angle de frottement sera achevé et respectivement pour laquelle la moitié de l'érouissage de la cohésion sera achevé (Voir Figure V-4).

$$\varepsilon_{eq}^p = \int_0^t \dot{\varepsilon}_{eq}^p dt = \int_0^t \sqrt{\frac{2}{3} \text{tr}(\dot{\varepsilon})^2} dt \quad \text{avec } \dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^p - \frac{\text{tr}(\dot{\varepsilon}^p)}{3} \mathbf{I} \quad (133)$$

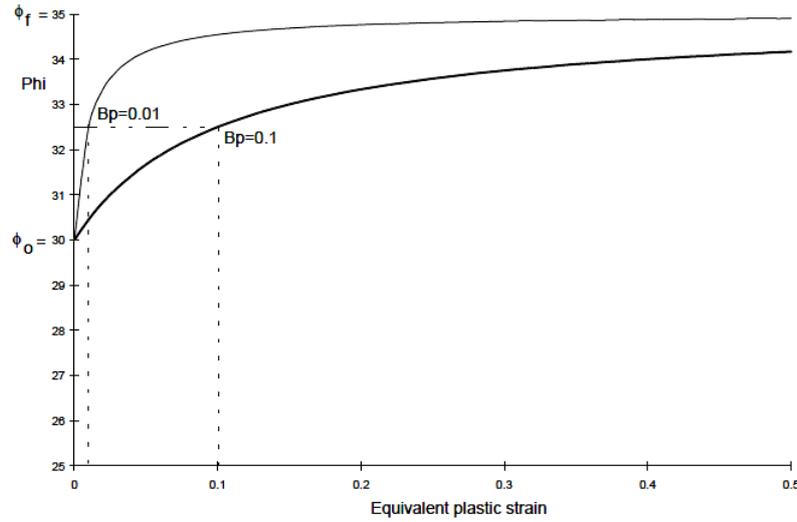


Figure V-4: Relation hyperbolique pour 2 valeurs du coefficient B_p (avec $\phi_0 = 30^\circ$, $\phi_f = 35^\circ$)

$$\begin{cases} \phi_c = \phi_{c0} + \frac{(\phi_{cf} - \phi_{c0})\varepsilon_{eq}^p}{B_p + \varepsilon_{eq}^p} \\ \phi_e = \phi_{e0} + \frac{(\phi_{ef} - \phi_{e0})\varepsilon_{eq}^p}{B_p + \varepsilon_{eq}^p} \\ C = C_0 + \frac{(C_f - C_0)\varepsilon_{eq}^p}{B_c + \varepsilon_{eq}^p} \end{cases} \quad (134)$$

ϕ_c et ϕ_e sont respectivement les angles de frottements (effectifs) en compression et en extension.

Le caractère non-associé est décrit avec une surface d'écoulement définie de la même manière que la surface de chargement, mais en utilisant l'angle de dilataance ψ au lieu de l'angle de frottement ϕ . L'écoulement plastique peut introduire une modification de la surface d'écoulement. Dans ce cas la règle proposée par Taylor est adoptée :

$$\phi - \psi = cte \quad (135)$$

Basé sur des évidences expérimentales, il affirme que la différence entre l'angle de frottement et l'angle de dilataance reste constante, alors toute modification de l'angle de frottement aura une incidence sur l'angle de dilataance.

Ainsi, la condition de consistance sera donnée par:

$$\dot{f} = \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{ij}} \dot{\sigma}'_{ij} + \frac{\partial f}{\partial \phi_c} \dot{\phi}_c + \frac{\partial f}{\partial \phi_e} \dot{\phi}_e + \frac{\partial f}{\partial c} \dot{c} = 0 \quad (136)$$

où la dérivée des variables internes ϕ_c, ϕ_e et c par rapport au temps est donnée par :

$$\dot{\phi}_c = \frac{d\phi_c}{d\varepsilon_{eq}^p} \dot{\varepsilon}_{eq}^p; \dot{\phi}_e = \frac{d\phi_e}{d\varepsilon_{eq}^p} \dot{\varepsilon}_{eq}^p; \dot{c} = \frac{dc}{d\varepsilon_{eq}^p} \dot{\varepsilon}_{eq}^p \quad (137)$$

La relation entre le multiplicateur plastique et le taux de déformation équivalente de Von Mises peut-être obtenue en combinant les équations (99) et (133)

$$\dot{\varepsilon}_{eq}^p = Val \dot{\lambda} \quad (138)$$

où

$$Val = \sqrt{\frac{2}{3} \left(\frac{\partial g}{\partial \sigma'_{ij}} \frac{\partial g}{\partial \sigma'_{ij}} - \frac{1}{3} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{kk}} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ll}} \right)} \quad (139)$$

Ainsi la condition de consistance générale (équation (136)) devient:

$$\dot{f} = \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{ij}} \sigma'_{ij} + Val \dot{\lambda} \left(\frac{\partial f}{\partial \phi_c} \frac{d\phi_c}{d\varepsilon_{eq}^p} + \frac{\partial f}{\partial \phi_e} \frac{d\phi_e}{d\varepsilon_{eq}^p} + \frac{\partial f}{\partial c} \frac{dc}{d\varepsilon_{eq}^p} \right) = 0 \quad (140)$$

En combinant les équations (94) et (100) on aura :

$$\sigma'_{ij} = C_{ijkl}^e \left(\dot{\varepsilon}_{kl} - \dot{\lambda} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{kl}} \right) \quad (141)$$

La valeur du scalaire $\dot{\lambda}$ sera obtenue en introduisant l'équation (141) dans l'équation (140):

$$\dot{\lambda} = \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma'_{ij}} C_{ijkl}^e \dot{\varepsilon}_{kl}}{\frac{\partial f}{\partial \sigma'_{mn}} C_{mnop}^e \frac{\partial g}{\partial \sigma'_{op}} - Val \left(\frac{\partial f}{\partial \phi_c} \frac{d\phi_c}{d\varepsilon_{eq}^p} + \frac{\partial f}{\partial \phi_e} \frac{d\phi_e}{d\varepsilon_{eq}^p} + \frac{\partial f}{\partial c} \frac{dc}{d\varepsilon_{eq}^p} \right)} \quad (142)$$

Alors la relation incrémentale élastoplastique peut s'écrire :

$$\sigma'_{ij} = (C_{ijkl}^e - C_{ijkl}^p) \dot{\varepsilon}_{kl} \quad (143)$$

où le tenseur constitutif plastique est donné par :

$$C_{ijkl}^p = \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma'_{ab}} C_{abkl}^e C_{ijcd}^e \frac{\partial g}{\partial \sigma'_{cd}}}{\frac{\partial f}{\partial \sigma'_{mn}} C_{mnop}^e \frac{\partial g}{\partial \sigma'_{op}} - Val \left(\frac{\partial f}{\partial \phi_c} \frac{d\phi_c}{d\varepsilon_{eq}^p} + \frac{\partial f}{\partial \phi_e} \frac{d\phi_e}{d\varepsilon_{eq}^p} + \frac{\partial f}{\partial c} \frac{dc}{d\varepsilon_{eq}^p} \right)} \quad (144)$$

Il faut noter que, dans ce cadre élastoplastique générale, le calcul des dérivés de la surface de charge f et de la surface d'écoulement g par rapport aux contraintes est nécessaire. Alors le choix des fonctions f et g comme des fonctions continuellement dérivables par rapport au tenseur des contraintes est particulièrement adapté pour cette formulation.

Afin d'accomplir la relation élastoplastique générale obtenue dans la section précédente, les dérivées de la surface limite f par rapport au tenseur de contraintes doivent être définies. Nous développons ici les calculs dérivés pour la surface de charge de Van Eekelen:

$$\frac{\partial f_{VE}}{\partial \sigma'_{ij}} = \frac{\partial f_{VE}}{\partial I_{\sigma'}} \frac{\partial I_{\sigma'}}{\partial \sigma'_{ij}} + \frac{\partial f_{VE}}{\partial I_{2\sigma'}} \frac{\partial I_{2\sigma'}}{\partial \sigma'_{ij}} + \frac{\partial f_{VE}}{\partial \sin 3\beta} \frac{\partial \sin 3\beta}{\partial \sigma'_{ij}} \quad (145)$$

$$\text{avec } \frac{\partial f_{VE}}{\partial I_{\sigma'}} = m; \quad \frac{\partial I_{\sigma'}}{\partial \sigma'_{ij}} = \delta_{ij}; \quad \frac{\partial f_{VE}}{\partial I_{2\sigma'}} = I; \quad \frac{\partial I_{2\sigma'}}{\partial \sigma'_{ij}} = \frac{\hat{\sigma}'_{ij}}{2I_{2\sigma'}};$$

$$\frac{\partial f_{VE}}{\partial \sin 3\beta} = abn(1 + b \sin 3\beta)^{n-1} \left(I_{1\sigma'} - \frac{3c}{\tan \phi_c} \right) \quad (146)$$

$$\frac{\partial \sin 3\beta}{\partial \sigma'_{ij}} = -\frac{3\sqrt{3}}{2(I_{2\sigma'})^3} \left(\hat{\sigma}'_{ik} \hat{\sigma}'_{kj} - \frac{2}{3} (I_{2\sigma'})^2 \delta_{ij} - \frac{3I_{3\sigma'}}{I_{2\sigma'}} \frac{\partial I_{2\sigma'}}{\partial \sigma'_{ij}} \right) \quad (147)$$

Le scalaire Val qui donne la relation entre la déformation plastique équivalente et le multiplicateur plastique est calculé à partir de l'équation (139).

Pour ce critère, il existe trois variables d'érouissage indépendantes : l'angle de frottement en compression ϕ_c , l'angle de frottement en extension ϕ_E et la cohésion c . Les dérivées des angles de frottement et de la cohésion par rapport à la déformation plastique équivalente sont données par :

$$\frac{d\phi_c}{d\varepsilon_{eq}} = \frac{\phi_{cf} - \phi_{c0}}{B_p + \varepsilon_{eq}} - \varepsilon_{eq} \frac{\phi_{cf} - \phi_{c0}}{(B_p + \varepsilon_{eq})^2} \quad (148)$$

$$\frac{dc}{d\varepsilon_{eq}} = \frac{c_f - c_0}{B_c + \varepsilon_{eq}} - \varepsilon_{eq} \frac{c_f - c_0}{(B_c + \varepsilon_{eq})^2} \quad (149)$$

La dérivée de f par rapport à la cohésion donne:

$$\frac{\partial f_{VE}}{\partial c} = -\frac{3a(1 + b \sin 3\beta)^n}{\tan \phi_c} \quad (150)$$

Et les dérivées de f par rapport aux angles de frottement sont simplifiées par:

$$\frac{\partial f_{VE}}{\partial \phi_c} = \frac{Num1}{Deno1} \quad (151)$$

$$\frac{\partial f_{VE}}{\partial \phi_E} = \frac{Num2}{Deno2} \quad (152)$$

avec

$$Num1 = \frac{\sqrt{3}}{\sin \phi_c} \left(1 + \frac{\sin 3\beta (Pol - 1)}{1 + Pol} \right)^n (A_1 + Pol A_2) \quad (153)$$

$$Deno1 = 2^n (\sin \phi_c - 3)^2 \left(\frac{Pol}{1 + Pol} \right)^n (1 - \sin 3\beta + Pol(1 + \sin 3\beta)) \quad (154)$$

$$Num2 = 2\sqrt{3} \frac{(\sin 3\beta - 1)}{\tan \phi_E} \left(1 + \frac{\sin 3\beta (Pol - 1)}{1 + Pol} \right)^n * (I_{1\sigma'} \sin \phi_c - 3c \cos \phi_c) \quad (155)$$

$$Deno2 = 2^n (\sin \phi_c - 3)(\sin \phi_E + 3) \left(\frac{Pol}{1 + Pol} \right)^n * (1 - \sin 3\beta + Pol(1 + \sin 3\beta)) \quad (156)$$

où

$$Pol = \left(\frac{\sin \phi_c (3 + \sin \phi_E)}{\sin \phi_E (3 - \sin \phi_c)} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (157)$$

$$A_1 = (6c - 2c \sin \phi_c)(1 - \sin 3\beta) \quad (158)$$

$$A_2 = 3c(1 + \sin 3\beta - \cos 2\phi_c - \sin 3\beta \cos 2\phi_c) - 2c \sin \phi_c (1 + \sin 3\beta) + I_{\sigma'} \sin 2\phi_c (1 + \sin 3\beta) \quad (159)$$

Le potentiel d'écoulement g est exprimé de la même manière que la fonction de charge f en introduisant les deux angles de dilatance ψ_c et ψ_e :

$$g = I_{2\sigma'} + m' \left(I_{\sigma'} - \frac{3c}{\tan \phi_c} \right) = 0 \quad (160)$$

Cette fois, le coefficient m' est définie par :

$$m' = a'(1 + b' \sin 3\beta)^n \quad (161)$$

Les coefficients a' et b' permettent de choisir indépendamment ψ_c et ψ_E :

$$a' = \frac{r'_c}{(1 + b')^n} ; b' = \frac{\left(\frac{r'_c}{r'_e} \right)^{\frac{1}{n}} - 1}{\left(\frac{r'_c}{r'_e} \right)^{\frac{1}{n}} + 1} \quad (162)$$

avec r'_c et r'_e les rayons réduits en compression et en extension respectivement pour des essais triaxiaux :

$$r'_c = \frac{2 \sin \psi_c}{\sqrt{3}(3 - \sin \psi_c)} ; r'_e = \frac{2 \sin \psi_E}{\sqrt{3}(3 - \sin \psi_E)} \quad (163)$$

Les équations n'ont généralement pas de solutions analytiques. Il est donc nécessaire de définir des grilles spatiale et temporelle pour les résoudre de façon approchée par des méthodes numériques.

V.5.2 Surface cap de compression

En 1957, Drücker et al. ont proposé que la plasticité volumique peut-être modélisée par une surface cap qui ferme l'extrémité ouverte de la surface enveloppe. Cependant, les modèles précédents tels que le critère de Mohr-Coulomb ont capté un comportement avec écrouissage en cisaillement. Ce modèle (proposé par Drücker-Prager) était l'un des premiers qui ont couplé le comportement déviatorique à la plasticité volumique pour les milieux granulaires. Dès lors, plusieurs modèles de plasticité ont été développés (Roscoe et al. (1958); Burland (1965)), mais dans ce cadre, notre attention sera limitée aux surfaces de charge de Drücker-Prager et de Van-Eekelen avec une surface cap de compression.

Bien que les modèles dit « CAP » ont été initialement développés pour les sables, ils ont aussi été utilisés avec succès pour d'autres matériaux tels que les argiles et le béton (Chen (1982); Desai et al. (1984)). Ces modèles cap se basent sur la théorie d'élastoplastique isotrope classique, et associent à l'enveloppe de rupture Drücker-Prager une surface cap de compression. Cette surface permet de

reproduire le compactage en plasticité (diminution du volume supplémentaire en plasticité) lorsqu'un chargement a lieu sur cette surface. Dans la famille des modèles cap proposés par Di Maggio et Sandler (1971), le cap de compression est une surface elliptique avec un rapport constant entre les deux rayons majeurs et mineurs, et une discontinuité entre la partie cap et la surface de rupture en cisaillement est présente pour ces modèles. La surface cap de compression se déplace le long de l'axe du premier invariant de contrainte avec des changements incrémentaux de la déformation volumique plastique. Le point d'intersection entre la surface cap de compression et la surface de cisaillement présente un point de singularité d'un point de vue numérique. Une des difficultés provient du fait que la loi d'écroutissement des modèles cap est développée sous la forme d'une relation biunivoque entre le paramètre d'écroutissement et la déformation volumique plastique. Cela peut donner lieu à un comportement adoucissant quand le point de contrainte est au point singulier (coin) de compression. Simo et al. (1985) ont développé un algorithme de calcul robuste par l'intégration de la théorie de plasticité multi-surfacique, en modifiant la loi d'écroutissement utilisée pour la partie Cap. Malgré les améliorations apportées les problèmes de discontinuité résident dans le modèle.

L'une des principales difficultés restante, c'est que l'opérateur tangentiel au point d'intersection entre les deux surfaces de charge est singulier, ce qui est complètement irréaliste et peut conduire à des difficultés dans l'analyse structurale des sols. Bien qu'il existe un certain nombre de moyen ad-hoc pour faire face à cette singularité des opérateurs tangents aux points d'angle, ces approches restent insatisfaisantes.

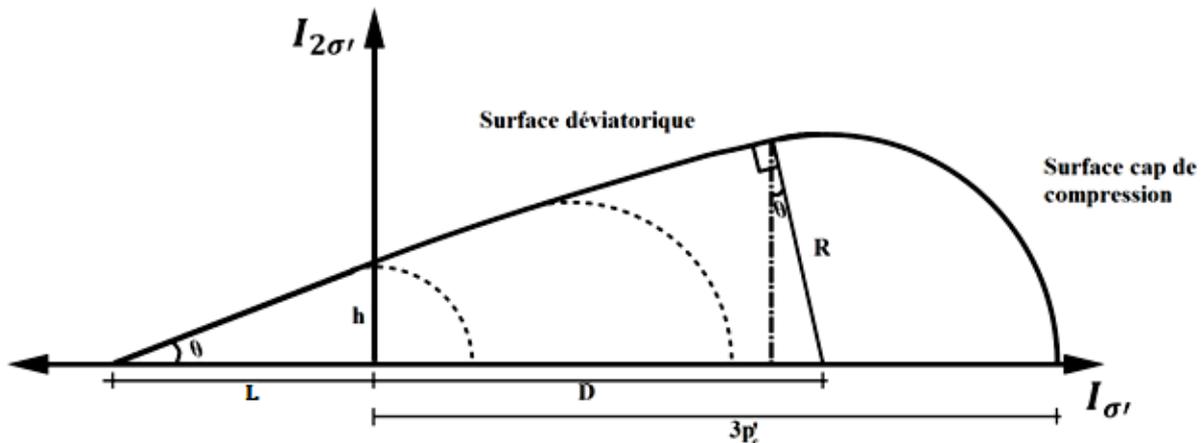


Figure V-5: Surface de charge de cisaillement avec le cap de compression tracé dans le plan déviatorique

Dans cette partie, nous allons introduire et développer un modèle cap avec un passage continu entre les deux surfaces (l'enveloppe de cisaillement et le cap de compression). Le modèle comporte essentiellement le même degré de réalisme physique que les modèles cap précédents.

La surface cap est donnée par l'équation:

$$f_{CAP} = I_{2\sigma'}^2 - \left(I_{\sigma'} - \frac{3p'_c - L \sin\theta}{1 - \sin\theta} \right)^2 - (3p'_c - L)^2 \frac{\sin^2\theta}{(1 - \sin\theta)^2} = 0 \quad (164)$$

avec $\theta = -\arctan(m)$; $L = \frac{h}{m}$

m est donné par l'équation (128) et utilisé dans la définition de la surface de charge de Van Eekelen. h est définie dans le plan déviatorique (voir Figure V-5). p'_c étant la pression de préconsolidation.

Le rayon R de la partie cap est calculé par la formule:

$$R = \frac{3p'_c - L}{1 - \sin\theta} \sin\theta \quad (165)$$

La loi d'écrouissage pour ce modèle est définie par une variation exponentielle de la pression de préconsolidation p'_c en fonction de la déformation volumique plastique ε_v^p :

$$p'_c = p'_{c0} \exp\left(\frac{\varepsilon_v^p}{\delta(n_0 - 1)}\right) \quad (166)$$

δ est un paramètre du sol, et n_0 est la porosité initiale.

En dérivant l'équation (166) par rapport à p'_c on aura le module d'écrouissage tangent de p'_c comme suit :

$$h'(p'_c) = \frac{dp'_c}{d\varepsilon_v^p} = \frac{p'_{c0}}{\delta(n_0 - 1)} \exp\left(\frac{\varepsilon_v^p}{\delta(n_0 - 1)}\right) \quad (167)$$

Le module d'écrouissage $h'(p'_c)$ est utilisé pour assurer une loi d'écrouissage non linéaire gérant le mouvement du cap :

$$\dot{p}'_c = h'(p'_c) \dot{\varepsilon}_v^p \quad (168)$$

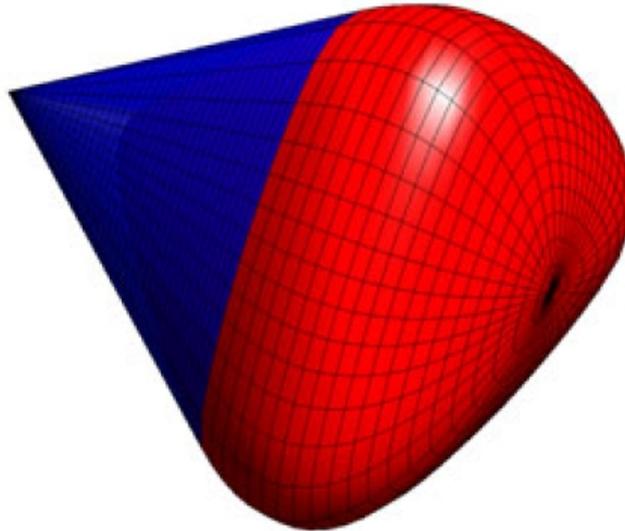


Figure V-6: Surface de charge de Van Eekelen avec le cap de compression dans le plan des contraintes principales

V.5.3 Détermination de la surface de charge activée

Le problème de base de l'intégration des équations constitutives réside dans la détermination de la surface de charge activée. Il est supposé qu'à l'instant t_n , l'état de contrainte est connu. La déformation incrémentale $\Delta\varepsilon_{n+1}$ sur l'intervalle $[t_n; t_{n+1}]$ est fournie, et les autres variables doivent être mises à jour, par l'intégration des lois constitutives avec les conditions de consistance plastique. Cela est accompli par une intégration implicite, avec une prédiction élastique et une correction plastique avec un algorithme de retour radial. La manière de calcul du correcteur plastique dépend de la surface de charge activée (celle de compression ou celle de cisaillement). Puisque la surface de charge en cisaillement (qu'elle soit celle de Van-Eekelen ou celle de Drücker-Prager) enveloppe la surface cap, alors si ce critère est violé ($f_{VE} > 0$) cela affecte la surface cap de compression. Cette affectation doit se faire d'une manière à garder la continuité entre les deux surfaces. Cependant, si le critère de compression est violé la surface de charge en cisaillement ne sera pas affectée. Par conséquent, la correction plastique est effectuée par rapport au critère de cisaillement (en supposant que la surface de charge en cisaillement sera violée). Puis le rayon R de la partie Cap sera mis à jour selon l'équation (165) et selon la valeur du premier invariant de contrainte, la surface Cap peut-être violée. Si le premier invariant du tenseur de contrainte est inférieur à la valeur I_1^C calculée au point d'intersection des deux surfaces de charge, la partie Cap sera donc activée et la correction plastique sera recalculée selon la loi d'écrouissage correspondante (voir équation (166)). Le détail de l'algorithme sera développé dans la partie V.5.4.

$$I_1^C = \frac{3p'_c(1 + \sin^2\theta) - L(1 + \sin\theta)\sin\theta}{1 - \sin\theta} \quad (169)$$

L'algorithme général des deux mécanismes élastoplastiques est comme suit :

- Si $I_{\sigma'} \leq I_1^C$ alors le mécanisme déviatorique est activé. Cependant, après la correction plastique, la valeur de la pression de préconsolidation p'_c reste la même, mais la valeur du rayon R et de la distance D du centre de la partie cap vont être mis à jour de manière à garder la continuité avec la surface enveloppe de cisaillement.
- Si $I_{\sigma'} > I_1^C$ et $I_{2\sigma'}$ est dans le domaine élastique de cisaillement, dans ce cas le mécanisme isotrope est activé: p'_c , R et D seront mis à jour après le calcul de la correction plastique.
- Les deux mécanismes seront activés. D'un point de vue numérique, le mécanisme déviatorique est d'abord vérifié puis en deuxième étape, le mécanisme isotrope est activé.

Grâce à cette surface complète, le modèle est capable de prendre en compte les effets de la consolidation sur la plasticité des sols.

V.5.4 L'algorithme de calcul de la loi élastoplastique

Le but de cette partie est de développer en détail le nouveau modèle cap où les deux surfaces (la surface en cisaillement de Van Eekelen et le cap de compression) se rejoignent d'une manière continue sans avoir un point singulier.

L'algorithme d'intégration présenté se base sur un chemin implicite d'Euler de l'équation constitutive, qui donne lieu à un prédicteur élastique, et un correcteur plastique (retour à la surface) dans l'algorithme lors de mise à jour des contraintes.

Pour ce modèle de plasticité, un facteur important est lié à la détermination de la surface active. L'algorithme utilisé pour la détermination de la surface active est donné par le box 1. Le principe de base de cet algorithme est le suivant: étant donné que la surface de cisaillement de Van Eekelen enveloppe la surface cap de compression, donc cette dernière sera forcément affectée lorsque la surface de cisaillement est affectée. Donc lorsque f_{VE} est supérieur à une certaine tolérance ($f_{VE} > TOL$) la surface de charge de Van Eekelen sera activée, et le rayon R va changer en fonction des nouvelles valeurs de la cohésion et de l'angle de frottement (voir équ. (165)). Ce changement du rayon sera aboutit d'une manière à garder la continuité entre les deux surfaces de charge, en conservant la même valeur de p'_c si la surface cap n'est pas activée.

En raison de la continuité des tangentes entre les deux surfaces et de la non-linéarité de la loi d'érouissage des variables d'érouissage, il n'existe pas un critère pour déterminer laquelle parmi les deux surfaces sera active.

D'abord, l'état de contrainte sera mise à jour en utilisant le « return map » à la surface de charge de Van Eekelen puis une mise à jour du rayon $R(p'_c)$ est réalisée. Un contrôle sur la valeur du premier invariant est réalisé: si cette valeur dépasse la valeur I_1^C alors la surface cap peut-être activée, I_1^C étant la projection du point d'intersection des deux surfaces sur l'axe du premier invariant (équ.(169)). La valeur de la contrainte sera mise à jour en utilisant un retour à la surface cap de compression. La valeur de p'_c évolue selon la loi d'érouissage de la surface cap (équ. (166)).

V.5.4.a. Algorithme général du modèle

If ($f_{VE} > TOL$)	Faire appelle à ALGVE Calcul de $I_{\sigma'}$, $R(p'_c)$, I_1^c
Else	Le prédicteur élastique se trouve dans le domaine élastique
Endif	
If ($I_{\sigma'} < I_1^c$)	Calcul de $R(p'_c)$ Faire appel à ALGCAP
Endif	

Box 1: Algorithme général du modèle

V.5.4.b. Algorithme d'intégration ALGVE

Quand l'état de contrainte dit « trial » conduit à $(f_{VE})_{n+1}^{tr} > TOL$, le point de contrainte trial est retourné à la surface $f_{VE} = 0$, par une correction plastique, par l'intégration de la loi d'écoulement à l'aide d'une intégration d'Euler implicite. Un correcteur plastique sera généré et dans cette phase l'incrément de déformation plastique $\Delta\varepsilon_p$, l'incrément de contrainte plastique $\Delta\sigma_p$ et les moments $\Delta\phi_c, \Delta\phi_e, \Delta C$ de l'angle de frottement en compression, de l'angle de frottement en extension et de la cohésion, doivent être déterminés. Toutes les variables sont calculées en un point B, et la solution est obtenue en utilisant la méthode de Newton-Raphson. Un développement de Taylor de premier ordre du critère de plasticité f_{VE} autour de l'état de contrainte au point B donne :

$$f_{VE}(\sigma^B + \Delta\sigma_p, \phi_c^B + \Delta\phi_c, \phi_e^B + \Delta\phi_e, C^B + \Delta C) = f_{VE}(\sigma^B, \phi_c^B, \phi_e^B, C^B) + \frac{\partial f_{VE}}{\partial \sigma^B} \Delta\sigma_p + \frac{\partial f_{VE}}{\partial \phi_c^B} \Delta\phi_c + \frac{\partial f_{VE}}{\partial \phi_e^B} \Delta\phi_e + \frac{\partial f_{VE}}{\partial C^B} \Delta C^B \quad (170)$$

$$\text{Avec } \Delta\sigma_p = -C^e \Delta\varepsilon_p; \Delta\phi_c^B = \frac{d\phi_c}{d\varepsilon_{eq}^p} \Delta\varepsilon_{eq}^p; \Delta\phi_e^B = \frac{d\phi_e}{d\varepsilon_{eq}^p} \Delta\varepsilon_{eq}^p; \Delta C^B = \frac{dC}{d\varepsilon_{eq}^p} \Delta\varepsilon_{eq}^p$$

ε_{eq}^p est la déformation plastique équivalente de Von Mises.

L'écoulement plastique étant non-associé, pour limiter la dilatance, qui est le taux d'écoulement plastique perpendiculaire au potentiel plastique g_{VE} : $\dot{\varepsilon}^p = \frac{\partial g_{VE}}{\partial \sigma}$

La relation entre la déformation plastique équivalente de Von Mises et le multiplicateur plastique est donnée par :

$$\dot{\varepsilon}_{eq}^p = Val \dot{\lambda} \quad (171)$$

$$\text{où } Val = \sqrt{\frac{2}{3} \left(\frac{\partial g_{VE}}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial g_{VE}}{\partial \sigma_{ij}} - \frac{1}{3} \frac{\partial g_{VE}}{\partial \sigma_{kk}} \frac{\partial g_{VE}}{\partial \sigma_{ll}} \right)}$$

D'où alors : $\Delta\phi_c^B = \frac{d\phi_c}{d\varepsilon_{eq}^p} Val \Delta\lambda$; $\Delta\phi_e^B = \frac{d\phi_e}{d\varepsilon_{eq}^p} Val \Delta\lambda$; $\Delta C^B = \frac{dC}{d\varepsilon_{eq}^p} Val \Delta\lambda$

Alors l'équation (127) peut-être réécrite sous la forme :

$$\begin{aligned} f_{VE}(\sigma^B + \Delta\sigma_p, \phi_c^B + \Delta\phi_c, \phi_e^B + \Delta\phi_e, C^B + \Delta C) \\ = f_{VE}(\sigma^B, \phi_c^B, \phi_e^B, C^B) - \frac{\partial f_{VE}}{\partial \sigma^B} C^e \Delta\lambda \frac{\partial g_{VE}}{\partial \sigma^B} \\ + \left(\frac{\partial f_{VE}}{\partial \phi_c^B} \frac{d\phi_c}{d\varepsilon_{eq}^p} + \frac{\partial f_{VE}}{\partial \phi_e^B} \frac{d\phi_e}{d\varepsilon_{eq}^p} + \frac{\partial f_{VE}}{\partial C^B} \frac{dC}{d\varepsilon_{eq}^p} \right) Val \Delta\lambda \end{aligned} \quad (172)$$

En utilisant la condition de consistance $f_{VE} = 0$, l'incrément de la déformation plastique est obtenu :

$$\Delta\lambda = \frac{f_{VE}(\sigma^B, \phi_c^B, \phi_e^B, C^B)}{\frac{\partial f_{VE}}{\partial \sigma^B} C^e \frac{\partial g_{VE}}{\partial \sigma^B} - \left(\frac{\partial f_{VE}}{\partial \phi_c^B} \frac{d\phi_c}{d\varepsilon_{eq}^p} + \frac{\partial f_{VE}}{\partial \phi_e^B} \frac{d\phi_e}{d\varepsilon_{eq}^p} + \frac{\partial f_{VE}}{\partial C^B} \frac{dC}{d\varepsilon_{eq}^p} \right) Val} \quad (173)$$

et la valeur de la contrainte corrigée σ^B est obtenue par :

$$\sigma^B = \sigma^B - \Delta\lambda C^e \frac{\partial g_{VE}}{\partial \sigma^B} \quad (174)$$

D'un point de vue pratique, les valeurs utilisées dans la première itération sont celles connues du pas précédent ($\sigma^E, \phi_c^E, \phi_e^E, C^E$); pour les autres itérations, ces valeurs seront corrigées par celles obtenues à l'itération courante. Quelques itérations semblent être nécessaires pour obtenir l'état de contrainte tel que $f_{VE}(\sigma^B, \phi_c^B, \phi_e^B, C^B) \approx 0$, s'il y a de l'érouissage quelques itérations sont encore nécessaires pour intégrer (ϕ_c^B, ϕ_e^B, C^B).

Le critère de convergence est écrit en termes de rapport des incréments des contraintes entre l'itération $n - 1$ et n :

$$1 - prec < \max \left| \frac{\Delta\sigma^n}{\Delta\sigma^{n-1}} \right| < 1 + prec \quad (175)$$

Une valeur de 10^{-5} a été choisie pour $prec$.

Début de l'intégration de la loi constitutive
n=0

1. Calcul du prédicteur élastique σ^E :

$$\sigma^E = \sigma^A + C^e \Delta \varepsilon$$

If ($f_{VE}(\sigma^E, \phi_c^A, \phi_e^A, C^A) \leq 0$) then

$$\sigma^B = \sigma^E ; \phi_c^B = \phi_c^A ; \phi_e^B = \phi_e^A ; C^B = C^A$$

(état de contrainte élastique)

Else

Initialisation des contraintes et des variables internes :

$$\sigma^B = \sigma^E ;$$

$$\phi_c^B = \phi_c^A ; \phi_e^B = \phi_e^A ; C^B = C^A$$
2. Itération n=n+1
Calcul de $\Delta \lambda$

$$\Delta \lambda = \frac{f_{VE}(\sigma^B, \phi_c^B, \phi_e^B, C^B)}{\frac{\partial f_{VE}}{\partial \sigma^B} C^e \frac{\partial g_{VE}}{\partial \sigma^B} - \left(\frac{\partial f_{VE}}{\partial \phi_c^B} \frac{d\phi_c}{d\varepsilon_{eq}^p} + \frac{\partial f_{VE}}{\partial \phi_e^B} \frac{d\phi_e}{d\varepsilon_{eq}^p} + \frac{\partial f_{VE}}{\partial C^B} \frac{dC}{d\varepsilon_{eq}^p} \right) Val}$$
3. Mise à jour de la déformation plastique équivalente :

$$\varepsilon_{eq}^p = \varepsilon_{eq}^p + Val \Delta \lambda$$
4. If (écrouissage/adoucissement)
Mettre à jour ϕ_c^B, ϕ_e^B, C^B
5. Calcul des nouvelles contraintes σ^B

$$\sigma^B = \sigma^B - \Delta \lambda C^e \frac{\partial g_{VE}}{\partial \sigma^B}$$
6. Test sur la condition de consistance $f_{VE}(\sigma^B, \phi_c^B, \phi_e^B, C^B) \approx 0$:

If ($1 - prec < \max \left| \frac{\Delta \sigma^n}{\Delta \sigma^{n-1}} \right| < 1 + prec$) then

Convergence de la solution

Goto End

Else

Goto 2.

End if

Box 2: Algorithme de retour sur la surface de Van Eekelen

V.5.4.c. Algorithme d'intégration ALGCAP

D'une manière similaire à ce qui a été introduit dans ALGVE, quand l'état de contrainte dit « trial » conduit à $(f_{cap})_{n+1}^{tr} > TOL$, le point de contrainte trial est retourné à la surface $f_{cap} = 0$, par une correction plastique, par l'intégration de la loi d'écoulement à l'aide d'une intégration d'Euler implicite. Un correcteur plastique sera généré et dans cette phase, l'incrément de déformation tique $\Delta\varepsilon_p$, l'incrément de contrainte plastique $\Delta\sigma_p$ et l'incrément Δk du centre du cap, doivent être déterminés. Toutes les variables sont calculées en un point B, et la solution est obtenue en utilisant la méthode de Newton-Raphson. Un développement de Taylor de premier ordre du critère de plasticité f_{cap} autour de l'état de contrainte au point B donne :

$$f_{cap}(\sigma^B + \Delta\sigma_p, p'_c{}^B + \Delta p'_c) = f_{cap}(\sigma^B, p'_c{}^B) + \frac{\partial f_{cap}}{\partial \sigma^B} \Delta\sigma_p + \frac{\partial f_{VE}}{\partial p'_c{}^B} \Delta p'_c \quad (176)$$

avec $\Delta\sigma_p = -C^e \Delta\varepsilon_p$; $\Delta p'_c{}^B = \frac{dp'_c}{d\varepsilon_v^p} \Delta\varepsilon_v^p$;

ε_v^p est la déformation plastique volumique.

L'écoulement plastique étant associé, pour la partie cap: $\varepsilon^p = \frac{\partial f_{cap}}{\partial \sigma}$,

la relation entre la déformation volumique plastique et le multiplicateur plastique est donnée par:

$$\dot{\varepsilon}_v^p = Val \dot{\lambda} \quad (177)$$

où $Val = \left| tr \left(\frac{\partial f_{cap}}{\partial \sigma} \right) \right|$

D'où alors : $\Delta p'_c{}^B = \frac{dp'_c}{d\varepsilon_v^p} Val \Delta\lambda$

Alors l'équation (176) peut-être réécrite sous la forme :

$$\begin{aligned} f_{cap}(\sigma^B + \Delta\sigma_p, p'_c{}^B + \Delta p'_c) \\ = f_{cap}(\sigma^B, p'_c{}^B) - \frac{\partial f_{cap}}{\partial \sigma^B} C^e \Delta\lambda \frac{\partial f_{cap}}{\partial \sigma^B} + \left(\frac{\partial f_{cap}}{\partial p'_c{}^B} \frac{dp'_c}{d\varepsilon_v^p} \right) Val \Delta\lambda \end{aligned} \quad (178)$$

En utilisant la condition de consistance $f_{cap} = 0$, l'incrément de la déformation plastique est obtenu:

$$\Delta\lambda = \frac{f_{cap}(\sigma^B, p'_c{}^B)}{\frac{\partial f_{cap}}{\partial \sigma^B} C^e \frac{\partial f_{cap}}{\partial \sigma^B} - \left(\frac{\partial f_{VE}}{\partial p'_c{}^B} \frac{dp'_c}{d\varepsilon_v^p} \right) Val} \quad (179)$$

et la valeur de la contrainte corrigée σ^B est obtenue par :

$$\sigma^B = \sigma^B - \Delta\lambda C^e \frac{\partial f_{cap}}{\partial \sigma^B} \quad (180)$$

Début de l'intégration de la loi constitutive
n=0

- Calcul du prédicteur élastique σ^E :

$$\sigma^E = \sigma^A + C^e \Delta \varepsilon$$

If ($f_{cap}(\sigma^E, p'_c{}^A) \leq 0$) then

$$\sigma^B = \sigma^E ; p'_c{}^B = p'_c{}^A$$

(état de contrainte élastique)

Else

Initialisation des contraintes et des variables internes :

$$\sigma^B = \sigma^E ; p'_c{}^B = p'_c{}^A$$
- Itération n=n+1
Calcul de $\Delta \lambda$

$$\Delta \lambda = \frac{f_{cap}(\sigma^B, p'_c{}^B)}{\frac{\partial f_{cap}}{\partial \sigma^B} C^e \frac{\partial f_{cap}}{\partial \sigma^B} - \left(\frac{\partial f_{VE}}{\partial p'_c{}^B} \frac{dp'_c}{d\varepsilon_v^p} \right) Val}$$
- Mise à jour de la déformation plastique volumique :

$$\varepsilon_v^p = \varepsilon_v^p + Val \Delta \lambda$$
- If (écrouissage/adoucissement)
Mettre à jour $p'_c{}^B$
- Calcul des nouvelles contraintes σ^B

$$\sigma^B = \sigma^B - \Delta \lambda C^e \frac{\partial f_{cap}}{\partial \sigma^B}$$
- Test sur la condition de consistance $f_{cap}(\sigma^B, p'_c{}^B) \approx 0$:
If ($1 - prec < \max \left| \frac{\Delta \sigma^n}{\Delta \sigma^{n-1}} \right| < 1 + prec$) then
Convergence de la solution
Goto End
Else
Goto 2.
End if

Box 3: Algorithme de retour sur la surface Cap de compression

VI Loi hydrique: effet d'hystérésis et évolution de la porosité

VI.1. Phénomène d'hystérésis

L'importance de la variable du degré de saturation a été mise en lumière pour modéliser le comportement d'un sol déformable (Gallipoli et al. (2003b)). Le degré de saturation permet alors avec la succion de connaître le comportement hydrique du sol. Les courbes de rétention d'eau (CRE) sont souvent utilisées pour quantifier la capacité d'un sol à retenir l'eau. La CRE montre des effets d'hystérésis: le chemin parcouru lors du séchage se situe au-dessus du chemin de remouillage. A une succion donnée le degré de saturation dépend du chemin parcouru pour parvenir à ce point. En effet, les cycles de drainage-humidification sont le siège de variations irréversibles attribuées à l'hystérésis. De nombreux travaux ont été réalisés sur ce sujet. L'hystérésis ne peut être prise en compte que via une variable supplémentaire ajoutée comme dans les modèles élaborés par Sheng et al. (Sheng et al. (2004)) ainsi que Tamagnini (Tamagnini (2004)).

Etant donné que la courbe de rétention est maintenant formée de deux branches distinctes, la relation entre la succion et le degré de saturation n'est plus univoque. Ceci a de grandes implications dans le modèle: il faut en effet déterminer sur quelle branche se trouve le point hydrique actuel pour prévoir le comportement. Il est aussi indispensable de définir une relation dans le cas où le chargement ou déchargement hydrique se situerait à l'intérieur de ces deux branches. Dans ce cas, la pente suivie dans le plan degré de saturation-logarithme de succion est plus faible que sur ces branches (Sun et al. (2007a)), comme le présente la Figure VI-1, on parle de "scanning curve". Cependant, pour tous ces modèles (Sheng et al. (2004); Sun et al. (2007a); Nuth et Laloui (2008)), les courbes de balayage à porosité constante sont modélisées par une droite ayant la même pente en drainage et en imbibition.

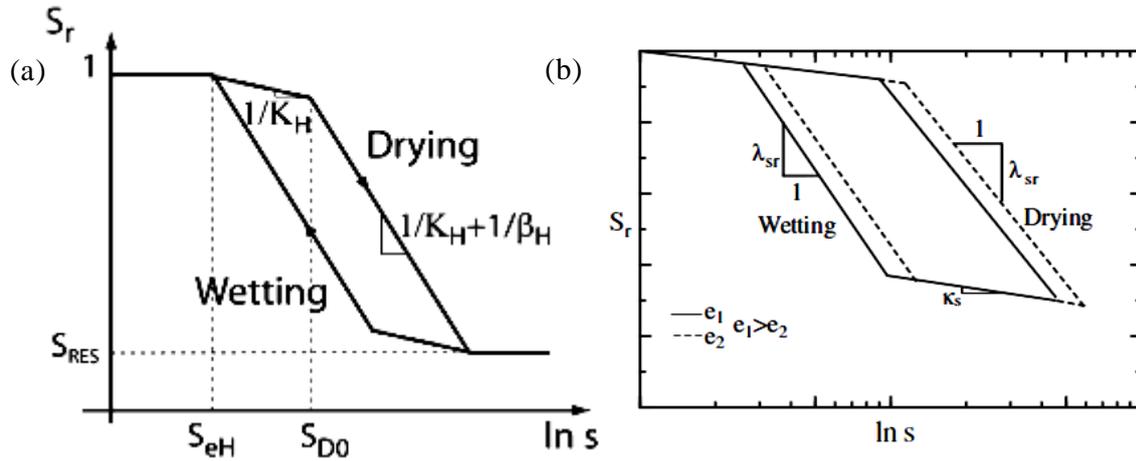


Figure VI-1: Modèle pour les courbes de rétention d'eau prenant en compte l'effet d'hystérésis (a) modèle donné par Nuth et Laloui (2008) (b) modèle développé par Sun et al. (2007)

Dans notre approche et afin de ne pas introduire des variables supplémentaires, pour tenir en compte de l'effet d'hystérésis, nous avons choisi le modèle de Mualem (1974) pour les courbes de balayage.

Le modèle de Mualem peut être établi à partir des deux courbes limites de drainage et d'imbibition par une interpolation du degré de saturation.

La courbe de balayage en drainage, qui commence à partir de la valeur s_1 de succion sur la courbe limite de mouillage, est donnée par:

$$S_{rd}(s_1, s) = S_{rw}(s) + \frac{[S_{rw}(s_1) - S_{rw}(s)]}{[S_{rsat} - S_{rw}(s)]} [S_{rd}(s) - S_{rw}(s)] \quad (181)$$

où $S_{rw}(s)$ est le degré de saturation sur la courbe limite de mouillage à la succion s ; $S_{rd}(s)$ est le degré de saturation sur la courbe limite de drainage à la succion s ; et S_{rsat} est le degré de saturation à l'intersection des deux courbes limites pour une succion nulle.

D'une manière analogue, la courbe de balayage en imbibition, qui commence à partir de la valeur s_2 de succion sur la courbe limite de drainage, est donnée par:

$$S_{rw}(s_2, s) = S_{rw}(s) + \frac{[S_{rsat} - S_{rw}(s)]}{[S_{rsat} - S_{rw}(s_2)]} [S_{rd}(s_2) - S_{rw}(s_2)] \quad (182)$$

Grâce à cette formulation, le phénomène d'hystérésis est modélisé, en distinguant les deux courbes de balayage en imbibition et en drainage.

On remarque que les courbes de balayages sont différentes pour la même valeur de succion (voir Figure VI-2) selon le chemin parcouru.

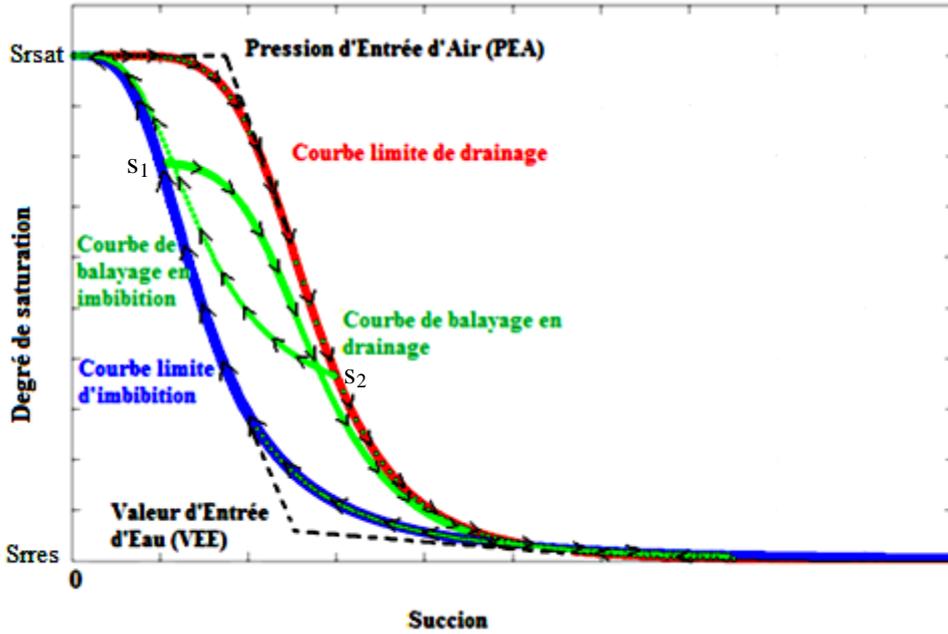


Figure VI-2: Représentation schématique d'une courbe de rétention d'eau (CRE) avec les quatre courbes : les deux courbes limites et deux courbes de balayage en imbibition et en drainage.

Donc le choix du modèle pour les courbes limites est aussi déterminant dans la description des courbes de balayage.

Grâce aux études qui ont été menées par les différents auteurs (Leong et Rahardjo (1997); Aubertin et al. (2004); Fredlund et Houston (2009); Fredlund et Siller (2001)) qui montrent la pertinence de l'équation empirique de Van Genuchten (1980) pour la modélisation des courbes limites de rétention d'eau, on a fixé le choix sur ce modèle:

$$S_r = S_{rres} + (S_{rsat} - S_{rres}) \left[1 + \left(\frac{a_v S}{P_{atm}} \right)^{n_v} \right]^{\left(\frac{1}{n_v} - 1 \right)} \quad (183)$$

Ainsi le modèle complet est formulé à l'aide de l'équation de Van Genuchten pour les courbes limites (Equation (183)) et des deux équations de Mualem (Equation (181), (182)) pour les courbes de balayage. La pression atmosphérique P_{atm} est ajoutée pour que le paramètre a_v demeure adimensionnel.

VI.1.1 Cas d'un chemin cyclique drainage/mouillage

Une étude numérique est menée afin de tester la capacité du modèle développé à reproduire un chemin cyclique de drainage suivi d'un remouillage, ou d'une imbibition suivie d'un drainage. Comme il a déjà été mentionné, les courbes de balayage dépendent de la valeur de la suction à partir de laquelle ces courbes commencent.

On a pu constater un décalage entre les deux courbes de balayage surtout dans le cas où le chemin cyclique est effectué pour une valeur de suction située à l'intérieur du domaine de balayage. Ce décalage n'est autre que la différence entre la valeur du degré de saturation calculée par l'équation (181) et celle calcu-

lée par l'équation (182). La Figure VI-3 montre un exemple dans lequel apparaît la discontinuité au niveau de changement du cycle de chargement.

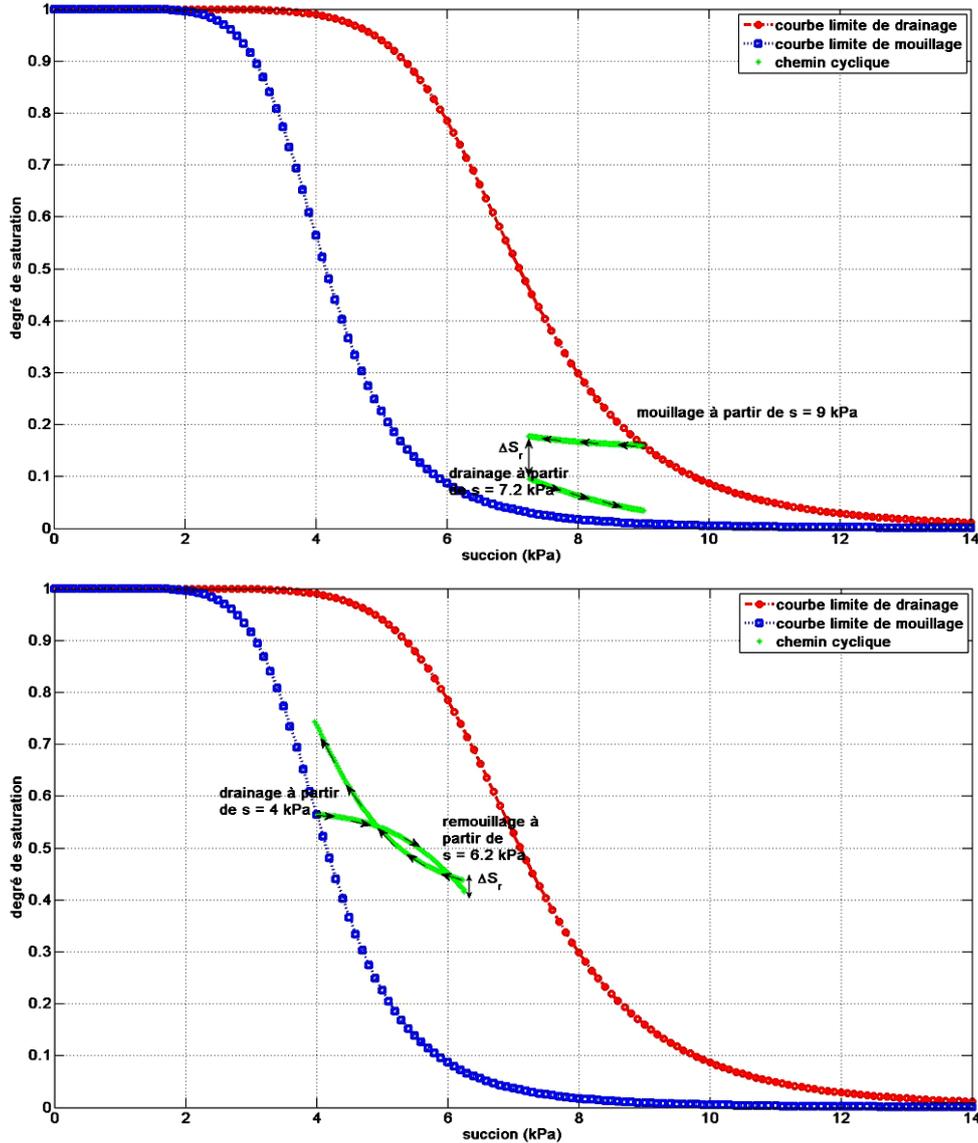


Figure VI-3: discontinuité au point de changement de cycle: (a) mouillage/drainage: un chemin de mouillage à partir de $s = 9$ kPa est suivi d'un drainage à partir de $s = 7.2$ kPa (b) drainage/remouillage: un chemin de drainage à partir de $s = 4$ kPa est suivi d'un remouillage à partir de $s = 6.2$ kPa

Afin de surmonter ce problème de discontinuité, nous avons modifié la formulation de Mualem en ajoutant lorsqu'il y a un changement de cycle la quantité ΔS_r qui correspond à la différence entre les deux valeurs du degré de saturation calculées.

Alors les équations pour les courbes de balayage en drainage et en imbibition deviennent respectivement:

$$S_{rd}(s_1, s) = S_{rw}(s) + \frac{[S_{rw}(s_1) - S_{rw}(s)]}{[S_{rsat} - S_{rw}(s)]} [S_{rd}(s) - S_{rw}(s)] + \Delta S_{r1}$$

$$\Delta S_{r1} = S_{rd}(s_1, s^*) - S_{rw}(s_1, s^*) \quad (184)$$

$$S_{rw}(s_2, s) = S_{rw}(s) + \frac{[S_{rsat} - S_{rw}(s)]}{[S_{rsat} - S_{rw}(s_2)]} [S_{rd}(s_2) - S_{rw}(s_2)] + \Delta S_{r2}$$

$$\Delta S_{r2} = S_{rd}(s_2, s^*) - S_{rw}(s_2, s^*) \quad (185)$$

$S_{rd}(s_i, s^*)$ et $S_{rw}(s_i, s^*)$ (avec $i = 1$ ou 2) sont calculés respectivement par les deux équations (181) et (182); s^* étant la succion pour laquelle il y a eu le changement de cycle.

VI.2. Prise en compte de l'effet de la porosité sur la courbe de rétention d'eau

En plus d'avoir une influence sur le comportement mécanique, la courbe de rétention est elle-même influencée par la porosité. Il est maintenant bien établi qu'un couplage hydromécanique forts nécessite la prise en compte de l'effet non négligeable de la porosité sur la courbe de rétention (Gens et al. (2006)). Certains auteurs supposent que la courbe de rétention se déplace en fonction de l'indice des vides e par translation comme dans Sun et al. (2008), Sun et al. (2007a), Khalili et al. (2008) et Nuth et Laloui (2008a). La Figure VI-4 montre la translation de la courbe de rétention à l'indice des vides constant en fonction de la porosité initiale.

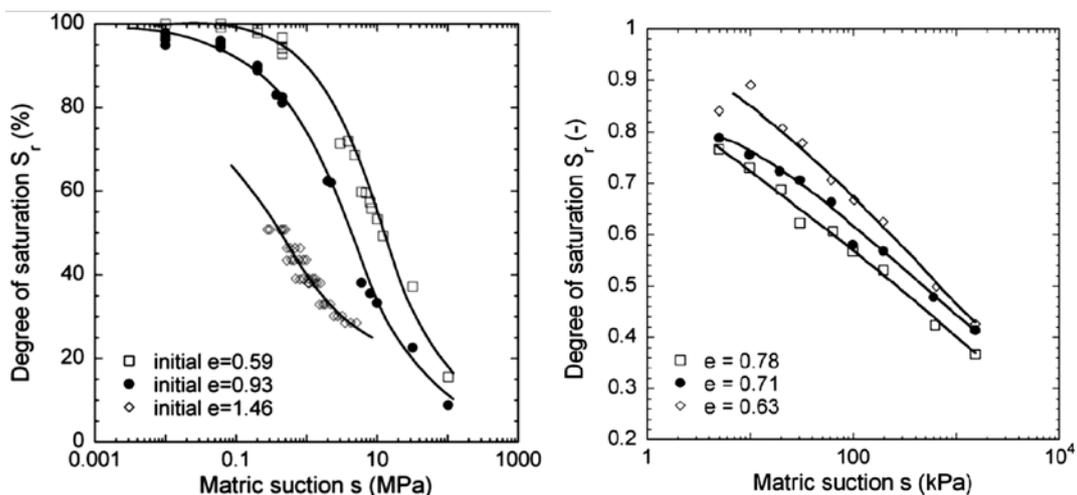


Figure VI-4: Forme intrinsèque de la courbe de rétention pour du limon relation ($S_r - \ln s$) à indice des vides constant (a) données de (Romero (1999)) (b) données de (Sugii et al. (2002)) interprétées par (Nuth et al. (2008a))

Cette translation est représentée par la variation de la Pression d'entrée d'air en fonction de l'indice des vides. Nuth et Laloui (2008b) présentent (Figure VI-5)

ce double effet en comparant les courbes de rétention à indice des vides constant à la courbe de rétention d'un milieu déformable. La courbe de rétention à indice des vides constant est ici appelée courbe intrinsèque. Le comportement du sol déformable à l'indice des vides e_1 quand il est sec, va suivre la première courbe intrinsèque, puis l'indice des vides variant avec le séchage, va quitter celle-ci et rejoindre une autre courbe $e_2 = \text{cste}$. L'indice des vides changeant toujours, l'état hydrique (s, S_r) va traverser plusieurs courbes intrinsèques $e_3 = \text{cste}$ et $e_4 = \text{cste}$, pour finalement obtenir un comportement représenté par la courbe en pointillés.

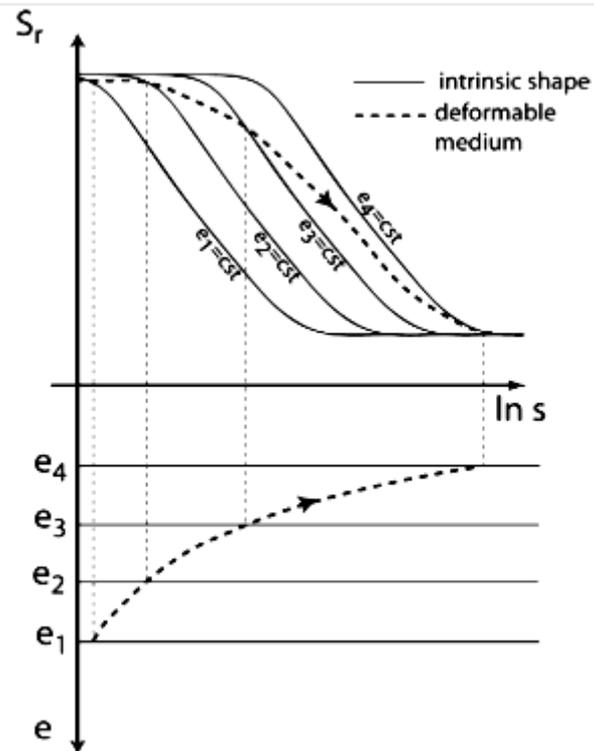


Figure VI-5: Courbe de rétention d'un sol déformable, comparée avec des contours intrinsèques (Nuth et Laloui (2008a))

Baumgartl et Horn (Baumgartl et Horn (1999)) ont trouvé des relations linéaires entre les paramètres de Van Genuchten et l'indice des vides pour les argiles gonflantes. A ce jour, il n'existe pas une base physique pour ces corrélations. Il existe des preuves contradictoires dans la littérature sur l'effet de l'état de compactage sur le paramètre n_v de Van Genuchten (voir l'équation (183)). Ce paramètre gère la pente de la courbe quand la pression d'entrée d'air est dépassée. Assouline et al. (1997) supposent une diminution linéaire de n_v avec l'augmentation de la densité. Horn et al. (1999) ont constaté que le paramètre n_v peut soit augmenter soit diminuer avec la variation de la contrainte mécanique totale.

Dans notre approche, il s'agit d'une translation des courbes limites avec une évolution de la pression d'entrée d'air en fonction de la porosité. Cependant

dans l'équation de Van Genuchten utilisée pour la définition des courbes limites, la pression d'entrée d'air n'est pas explicitement prise en compte.

La pression d'entrée d'air est définie comme étant la succion au point d'intersection des deux tangentes au point d'inflexion et celle pour $s = 0$ (cette dernière est supposée horizontale).

D'abord nous allons calculer le point d'inflexion pour la courbe limite de drainage représentée par l'équation de Van Genuchten (Equation (183)). La dérivée de cette équation est donnée par :

$$\frac{dS_r}{ds} = \mathcal{H} \left[1 + \left(\frac{a_v s}{P_{atm}} \right)^{n_v} \right]^{\left(\frac{1}{n_v} - 2 \right)} \left(\frac{a_v s}{P_{atm}} \right)^{n_v - 1} \quad (186)$$

avec $\mathcal{H} = (S_{rsat} - S_{rres})(1 - n_v) \frac{a_v}{P_{atm}}$

La dérivée seconde est calculée par:

$$\frac{d^2 S_r}{ds^2} = \mathcal{B} s^{n_v - 2} \left[1 + \left(\frac{a_v s}{P_{atm}} \right)^{n_v} \right]^{\left(\frac{1}{n_v} - 3 \right)} \left((n_v - 1) - n_v \left(\frac{a_v s}{P_{atm}} \right)^{n_v} \right) \quad (187)$$

avec $\mathcal{B} = (S_{rsat} - S_{rres})(1 - n_v) \left(\frac{a_v}{P_{atm}} \right)^{n_v}$

En posant $\frac{d^2 S_r}{ds^2} = 0$ on obtient :

$$\frac{d^2 S_r}{ds^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} s = 0 & \text{cas trivial (saturé)} \quad (a) \\ 1 + \left(\frac{a_v s}{P_{atm}} \right)^{n_v} = 0 & \text{Impossible car } (a_v; s; P_{atm}) \in \mathbb{R}_{+}^3 \quad (b) \\ \left(\frac{a_v s}{P_{atm}} \right)^{n_v} = \frac{n_v - 1}{n_v} \rightarrow s = \left(1 - \frac{1}{n_v} \right)^{\frac{1}{n_v}} \frac{P_{atm}}{a_v} & \text{OK} \quad (c) \end{cases} \quad (188)$$

Il faut noter que le paramètre n_v est strictement supérieur à 1 à cause de la forme sigmoïdale de la courbe de rétention. Par conséquent, l'équation (188)(c) donne le point d'inflexion:

$$s_{inflexion} = \left(1 - \frac{1}{n_v} \right)^{\frac{1}{n_v}} \frac{P_{atm}}{a_v} \quad (189)$$

Le degré de saturation en ce point sera donné par:

$$S_{r\ inflexion} = S_{rres} - (S_{rsat} - S_{rres}) \left[1 + \left(\frac{a_v s_{inflexion}}{P_{atm}} \right)^{n_v} \right]^{\left(\frac{1}{n_v} - 1 \right)} \quad (190)$$

La pression d'entrée peut-être calculer par:

$$S_{PEA} = \frac{\left(S_{rsat} - S_{r\ inflexion} + \frac{dS_r(s_{inflexion})}{ds} s_{inflexion} \right)}{\frac{dS_r(s_{inflexion})}{ds}} \quad (191)$$

Dans notre approche, une variation exponentielle de la pression d'entrée d'air en fonction de la porosité a été adoptée selon l'équation:

$$S_{PEA} = S_{PEA0} \exp \left(\lambda \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n_0} \right) \right) \quad (192)$$

où λ est un paramètre du matériau, s_{PEA0} est une pression d'entrée d'air de référence à la porosité n_0 . Cette relation (Equation (192)) a été validée avec des données expérimentales (Nuth et Laloui (2008); Salager et al. (2010); Vanapalli et al. (1996)) pour différents types de sols sous différentes densités.

Une fois que la valeur de la pression d'entrée est mise à jour, le paramètre a_v , qui régit principalement la PEA, sera calculé à partir de s_{PEA} en remplaçant l'équation (186) et l'équation (190) dans l'équation (191):

$$a_v = \frac{P_{atm}}{s_{AEV}} \left(\frac{n_v - 1}{n_v} \right)^{\frac{1}{n_v}} \frac{n_v}{(1 - n_v)(n_v - 1)} \left(\left(\frac{2n_v - 1}{n_v} \right)^{\left(2 - \frac{1}{n_v}\right)} - \left(\frac{2n_v - 1}{n_v} \right) + \frac{(1 - n_v)(n_v - 1)}{n_v} \right) \quad (193)$$

VI.3. Mise en œuvre de l'algorithme de calcul du degré de saturation

Pour calculer le degré de saturation à un état de chargement donné on procède de la manière suivante:

D'abord pour les deux courbes limites intrinsèques, un état de référence doit-être défini. Les paramètres de l'équation de Van Genuchten sont déterminés par régression non-linéaire sur les données étudiées.

Puis le calcul incrémental se fait en deux temps: (1) Prise en compte de l'évolution de la porosité, (2) Variation de la succion avec prise en compte du changement du cycle de chargement hydrique (mouillage/drainage). Si l'incrément de la succion $\Delta s > 0$ respectivement $\Delta s < 0$, il s'agit d'un drainage et respectivement d'un remouillage.

Une fois que l'incrément de déformation est fournie (soit calculé, soit imposé selon le type de chargement), les valeurs des deux paramètres a_d et a_w seront mises à jour. L'écartement des deux branches est supposé constant pour les courbes intrinsèques dans le plan degré de saturation-logarithme de succion, la succion d'expulsion d'air aura donc les mêmes variations que celle de la pression d'entrée d'air (Equation (192)). L'état de saturation actuel sera mise à jour avec la translation des deux courbes limites via la variation de ΔS_r . Le degré de saturation sera alors calculé en utilisant l'un des cas suivants:

Si l'état de saturation actuel est sur la courbe limite de drainage:

- $\Delta s > 0$ le degré de saturation suit la courbe limite de drainage selon l'équation (183) avec les deux paramètres a_d et n_d .
- $\Delta s < 0$ le degré de saturation suit une courbe de balayage de mouillage selon l'équation (185)

Si l'état de saturation actuel est sur la courbe limite de mouillage:

- $\Delta s < 0$ le degré de saturation suit la courbe limite de mouillage selon l'équation (183) avec les deux paramètres a_w et n_w .

- $\Delta s > 0$ le degré de saturation suit une courbe de balayage de drainage selon l'équation (184).

Si l'état de saturation actuel est sur une courbe de balayage en mouillage:

- $\Delta s < 0$ le degré de saturation continue sur la même courbe de balayage en mouillage donnée par l'équation (185) avec la même valeur de ΔS_{r2} gardée en mémoire.
- $\Delta s > 0$ la valeur de ΔS_{r1} sera mise à jour et le degré de saturation suit une courbe de balayage en drainage selon l'équation (184).

Si l'état de saturation actuel est sur une courbe de balayage en drainage:

- $\Delta s > 0$ le degré de saturation continue sur la même courbe de balayage en drainage donnée par l'équation (184) avec la même valeur de ΔS_{r1} gardée en mémoire.
- $\Delta s < 0$ la valeur de ΔS_{r2} sera mise à jour et le degré de saturation suit une courbe de balayage en mouillage selon l'équation (185).

VI.4. Simulation numérique illustrant les capacités du modèle hydrique

Cette partie est consacrée à l'illustration des capacités du modèle hydrique développé, qui permet à la fois de tenir compte de l'effet de la porosité sur la courbe de rétention d'eau, et de modéliser l'hystérésis. La Figure VI-6 montre une simulation numérique pour un chemin de chargement hydromécanique couplé, où une variation incrémentale de la succion et de la porosité ont été imposées. On commence, d'un état complètement saturé au point A à la porosité n_0 puis une augmentation de la succion est effectuée, par conséquent, le degré de saturation suit la courbe limite de drainage (en bleu) jusqu'au point B; un chemin de remouillage est suivi en faisant diminuer la succion matricielle. Arrivant au point C une consolidation à succion constante est menée ce qui fait diminuer la porosité de n_0 à n_1 , ce qui implique une augmentation du degré de saturation et une translation des courbes limites selon les équations ((192) et (193)). Le degré de saturation actuel sera mis à jour. Désormais le degré de saturation varie entre les deux courbes limites correspondant à la porosité n_1 (les courbes rouges). Puis la succion est augmentée, le chemin suivi sera une courbe de balayage en drainage jusqu'au point E. Puis une deuxième consolidation à succion constante est effectuée. Ainsi de suite avec différents types d'incrémentes de chargement.

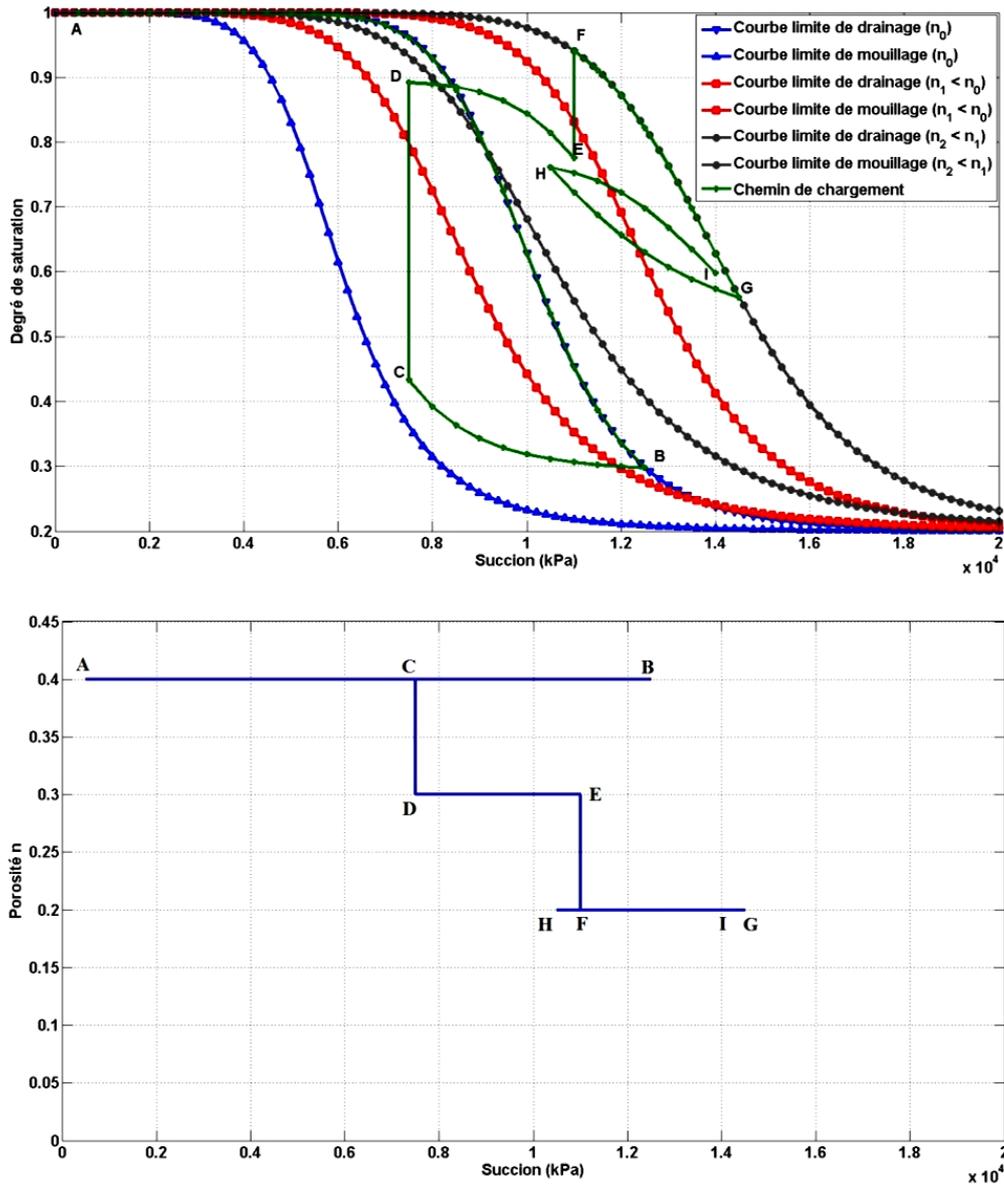


Figure VI-6: (a) simulation numérique illustrant les caractéristiques du modèle hydrique proposé pour modéliser la courbe de rétention d'eau avec la variation de la porosité et l'effet d'hystérésis (b) chemin de chargement hydromécanique dans le plan (n-s)

A partir de G un chemin hydrique de mouillage suivi d'un drainage est effectué: alors le degré de saturation correspondant suit une courbe de balayage en mouillage puis il y aura un changement de cycle de chargement, la valeur de ΔS_{r1} sera mise à jour afin de garder la continuité entre les deux courbes de balayages au changement de cycle. Le chemin final est alors donné par l'équation (184).

Il est à noter que la loi hydrique est formulée dans les deux sens, c'est-à-dire le degré de saturation est calculé en fonction d'un incrément de succion et la succion peut-être calculée pour un incrément de degré de saturation.

VII Formulation hydromécanique couplée

Le modèle hydromécanique couplé va être développé dans cette partie en se basant sur la formulation élastoplastique incrémentale pour caractériser le comportement du squelette solide, avec la loi hydrique pour caractériser la partie fluide. Le couplage se fait à deux échelles: (1) l'effet des propriétés hydriques sur le comportement du squelette solide (2) l'effet de l'état de chargement mécanique sur le comportement hydrique.

D'un point de vue thermodynamique, la décomposition du tenseur de contrainte totale en contrainte effective et prenant en compte la contribution de chaque phase est prouvée (Gray et Schrefler (2001); Coussy (2004); Gray et Schrefler (2007)). Selon Gray et Schrefler (2009): "Up to now only the generalized Bishop stress (Gray and Hassanizadeh (1991)), the Coussy (1995) stress, and a Bishop-like stress (Gray et Schrefler (2001)) have been proven to be thermodynamically consistent". Ce point est discuté plus en détail dans la partie III sur le choix des variables de contraintes. Nous avons supposé que la forme de la contrainte effective proposée par Bishop est acceptable, en gardant les hypothèses des phases sont non miscibles et des grains et de la phase liquide incompressibles.

Les variables de contraintes employées dans le modèle sont le tenseur de contrainte effective σ'_{ij} , la succion s et la pression d'air u_a . Les variables conjuguées à ces dernières sont respectivement le tenseur de déformation ε_{ij} , le degré de saturation S_r et le volume d'air déterminé par la loi des gaz parfait. En effet, pour toutes les applications en géotechnique, la pression de l'air (plutôt de la phase gazeuse) est supposée constante identique à la pression atmosphérique. Dans ce cas, le volume de l'air est identique au volume des vides non saturés, déterminé en fonction de la porosité et du degré de saturation.

$$\begin{pmatrix} \sigma' \\ s \end{pmatrix} \text{ et } \begin{pmatrix} \varepsilon \\ S_r \end{pmatrix} \quad (194)$$

La variation incrémentale du degré de saturation est donnée par:

$$dS_r = \frac{\partial S_r}{\partial s} ds + \frac{\partial S_r}{\partial n} dn \quad (195)$$

La forme incrémentale de l'équation de Bishop peut s'écrire sous:

$$\begin{aligned} d\sigma'_{ij} &= d\sigma_{ij} - du_a \delta_{ij} + d\chi(u_a - u_w) \delta_{ij} + \chi(du_a - du_w) \delta_{ij} \\ &= d\sigma_{ij} - du_a \delta_{ij} + d\chi(u_a - u_w) \delta_{ij} + \chi ds \delta_{ij} \end{aligned} \quad (196)$$

Dans notre approche, nous avons choisi, pour la définition du paramètre χ , une formulation similaire à l'équation de Van-Genuchten avec deux paramètres (a_χ, n_χ), ces deux paramètres sont définis de manière à garder la courbe (s, χ) entre les deux courbes limites (s, S_{rd}) et (s, S_{rw}) .

$$\chi = S_{rres} + (S_{rsat} - S_{rres}) \left[1 + \left(\frac{a_\chi s}{P_{atm}} \right)^{n_\chi} \right]^{\left(\frac{1}{n_\chi} - 1 \right)} \quad (197)$$

S_{rres} et S_{rsat} sont respectivement le degré de saturation résiduel et à la saturation.

La contrainte effective de Bishop, dépend non seulement de la valeur de la succion s mais du produit χs . Ce produit dépend alors de la variation du paramètre χ .

D'une manière qualitative, selon la valeur des paramètres a_χ et n_χ , le produit χs peut passer par un extremum, et donc pour les sols présentant un tel pic dans le plan $(\chi s - s)$, le phénomène d'effondrement peut-être décrit par la relation de Bishop, car le produit χs va augmenter lors d'une diminution de s , ce qui va également augmenter la contrainte effective, qui conduit au phénomène d'effondrement suite au remouillage sous contrainte totale constante.

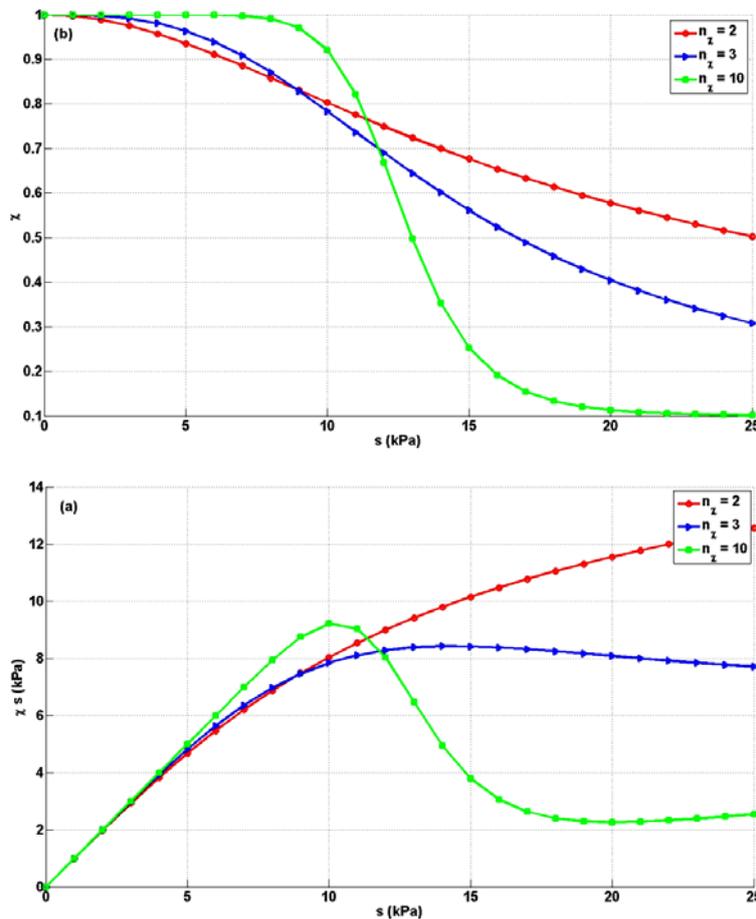


Figure VII-1: Variation du produit χs en fonction de la succion s : comparaison pour différents valeurs de n_χ avec $a_\chi = 8$

On remarque que le paramètre a_χ influe sur la position de l'extremum dans le plan $(s - \chi s)$. La Figure VII-1 montre que pour une valeur constante de a_χ la pente de la partie post-pic sera affectée par la valeur du paramètre n_χ : plus la

valeur de n_χ est grande, plus la pente sera raide. Pour des valeurs trop faibles de n_χ la courbe χ_s sera croissante en fonction de s sans avoir un extremum. Alors le choix du paramètre n_χ va dépendre de la nature du sol étudié (sableux, argileux...). Il faut noter que le degré de saturation maximale et le degré de saturation résiduel sont introduits afin de pouvoir affecter une valeur non nulle à la contrainte effective pour un sol argileux à l'état sec.

Donc, le paramètre χ dépend de l'incrément de succion ds :

$$d\chi = \frac{\partial\chi}{\partial s} ds \quad (198)$$

avec

$$\frac{\partial\chi}{\partial s} = \frac{a_\chi}{P_{atm}} (1 - n_\chi) \left[1 + \left(\frac{a_\chi s}{P_{atm}} \right)^{n_\chi} \right]^{\left(\frac{1}{n_\chi} - 2 \right)} \left(\frac{a_\chi s}{P_{atm}} \right)^{(n_\chi - 1)} \quad (199)$$

VII.1. Formulation du modèle hydromécanique sous contrainte totale et succion contrôlée

Dans la formulation élastoplastique adoptée pour les sols non saturés, il faut connaître la contrainte effective et la succion pour prédire les déformations et le degré de saturation. Si les pas de contraintes sont exprimés en termes de contrainte nette $\sigma_{ij} - u_a \delta_{ij}$ et de succion s , l'incrément de la contrainte effective sera calculé par les équations (196), (198) et (197). Cette formulation est typique d'un essai triaxial à succion contrôlée où les variables connues sont: l'incrément de contrainte nette et la succion avec les conditions initiales (degré de saturation initial avec la succion qui lui correspond).

Etant donné que la mesure expérimentale du degré de saturation, pour une succion donnée, se fait à l'équilibre hydrostatique (par exemple la méthode de translation d'axes), les déformations auront lieu directement après l'application d'une contrainte totale. Alors, numériquement l'incrément de contrainte totale sera appliqué avec la succion pour donner l'incrément de contrainte effective. Une fois que l'incrément de contrainte effective est calculé, la déformation correspondante à cet état de contrainte sera trouvée grâce à la loi élastoplastique du modèle constitutif. A partir de la déformation, la porosité sera calculée par:

$$dn = (1 - n)d\varepsilon_v \quad (200)$$

A partir de l'incrément de variation de la porosité et de l'incrément de la succion, le degré de saturation correspondant sera calculé par la loi hydrique déjà développée.

VII.2. Formulation du modèle hydromécanique sous déformation imposée et succion contrôlée

Dans ce cas de chargement, l'incrément de déformation sera imposé avec le contrôle de la succion. Alors le degré de saturation sera directement calculé en fonction des deux dernières variables imposées. Puis le tenseur de contrainte effective sera prédit par la loi élastoplastique. L'incrément de contrainte totale sera alors calculé à l'aide de l'équation (196).

VII.3. Identification des Paramètres Hydromécaniques

Une stratégie d'identification des paramètres du modèle hydromécanique est maintenant proposée. Il convient de distinguer trois groupes de paramètres. Les premiers sont issus du modèle mécanique, les suivants caractérisent le comportement hydrique et les derniers proviennent de la définition de la contrainte effective et du couplage.

VII.3.1 Paramètres Mécaniques

Les paramètres mécaniques du modèle initial doivent être identifiés de la même façon qu'ils l'étaient lorsqu'il s'agissait de modéliser le comportement des sols secs ou saturés. Seules des données expérimentales à succion nulle et suffisamment riches permettront d'identifier à la fois qualitativement et quantitativement ces paramètres. On pourra se reporter à (Barnichon (1998)) pour une description de l'identification de ces paramètres.

L'identification des paramètres de la partie cap peut être faite à partir de plusieurs essais de compression isotrope afin d'identifier la pression de préconsolidation p'_{c0} dans le plan $(p'; e)$. Le paramètre δ de l'écrouissage de la surface cap est déterminé à partir de plusieurs essais de consolidation isotrope sous différentes contraintes de confinement.

VII.3.2 Paramètres Hydriques

Les paramètres hydriques sont ceux caractérisant les courbes intrinsèques limites de rétention d'eau. Ces paramètres sont déterminés par régression non-linéaire sur les données étudiées. Cependant, une attention particulière doit être accordée au type d'essai adopté pour l'identification de la courbe de rétention d'eau, qui ne doit pas être affectée par la variation volumique du sol étudié. En

d'autres termes les courbes intrinsèques sont déterminées à indice des vides constant.

De nombreux travaux ont été réalisés sur ce sujet. On peut citer les travaux de Farulla et al. (2010) qui ont étudié l'effet des cycles de chargement hydrique de mouillage/séchage sur la variation volumique pour des échantillons d'argile tectonisée soumis à des chargements œdométriques à succions contrôlées par la méthode de translation d'axe. Cette étude a montré que les déformations en compression s'accumulent avec les cycles de mouillage et séchage, et augmentent avec l'augmentation de la contrainte verticale appliquée. La plupart des déformations accumulées ont eu lieu au cours du premier cycle de mouillage/drainage. Après le premier cycle, l'incrément des déformations irréversibles se réduit et le sol tend à se déformer d'une manière élastique avec l'augmentation du nombre des cycles de mouillage/séchage. Au cours de mouillage sous contrainte verticale constante, l'expansion et la fusion ainsi que le glissement des agrégats sont les mécanismes majeurs qui contrôlent le comportement volumique. A son tour, l'expansion des agrégats au cours de mouillage peut se traduire par un gonflement du squelette et une percolation des macropores. Selon la valeur de la densité sèche, l'histoire de contraintes, la valeur de la contrainte verticale appliquée, l'effet des mécanismes décrits peut conduire à différentes réponses volumiques.

Donc afin de pouvoir déterminer les courbes intrinsèques de rétention d'eau pour un sol donné, il faut que l'échantillon soit suffisamment dense pour faire en sorte qu'il reste indéformable au cours de l'application des incréments de succions.

VII.3.3 Paramètres de couplage

Les paramètres restants concernent l'extension du modèle aux états partiellement saturés. Leur identification nécessite des essais mécaniques réalisés à différentes valeurs de succion imposée.

La définition particulière du paramètre χ permet de distinguer selon les valeurs des deux paramètres a_χ et n_χ l'activation du mécanisme plastique. Selon la nature du matériau étudié et l'état hydrique (régime pendulaire, régime funiculaire...) ces deux paramètres jouent un rôle particulier dans la caractérisation du comportement mécanique, surtout qu'ils peuvent modifier l'effet de la succion.

En ce qui concerne le paramètre λ qui permet de faire varier la courbe de rétention d'eau en fonction des déformations volumiques, son identification peut-être réalisée à partir d'essais de rétention d'eau pour des échantillons sous différentes densités initiales.

VIII Validation du modèle hydromécanique

La validation complète du modèle développé a suivi trois étapes : la première étape est la vérification pour contrôler les différentes formulations mécaniques, hydriques et celles de couplage. La deuxième étape est la validation du modèle à l'échelle des essais de laboratoire pour des essais homogènes sous différentes sollicitations hydromécaniques couplés. (Un essai est dit homogène si, en tout point du chemin de sollicitation, les variables d'état décrivant le système formé par l'échantillon ne varient pas en fonction du point matériel considéré.). La dernière étape présente les validations à grande échelle (in situ).

VIII.1. Etape 1: Etape de vérification

L'objectif est de vérifier si les sous-programmes concernés sont programmés correctement pour résoudre les équations de rétention avec la formulation de couplage pour la prise en compte de l'évolution des courbes limites en fonction de la porosité. La partie déviatorique du modèle mécanique a été déjà validée par Barnichon (Barnichon (1998)).

Trois niveaux de validation sont proposés:

- Validation de la partie cap de compression pour le modèle mécanique.
- Validation de la prise en compte de l'effet d'hystérésis pour le modèle hydrique.
- Validation de la relation entre la porosité et la pression d'entrée d'air.

VIII.1.1 Validation de la partie cap de compression pour le modèle mécanique.

Afin de vérifier la précision et l'efficacité de la mise en place de la partie cap de compression dédiée à prédire l'écroutissage plastique du comportement sous chargement isotrope, nous allons comparer les prédictions du modèle ainsi développé, avec des résultats issus des travaux expérimentaux qu'on a réalisé sur un mélange sable-kaolinite. Il s'agit d'un essai œdométrique (selon la Norme NF P 94-090-1) réalisé sur un mélange de sable d'Hostun et de kaolinite à l'état saturé. Le mélange est constitué de 30% en masse de sable et 70% de kaolinite, ce mélange est compacté à l'optimum Proctor avec $w_{opt} = 0,3$. Les caractéristiques de l'échantillon sont résumées dans le Tableau VIII-1. Il faut noter qu'une vraie modélisation d'un essai œdométrique nécessite la prise en compte d'un chargement mixte où la contrainte sera imposée selon une direction et les déformations seront bloquées dans les deux autres directions. Dans notre modèle, nous avons le choix d'imposer soit les contraintes, soit les déformations. Pour cela un essai

œdométrique est modélisé en termes de déformations imposée en considérant que toutes les composantes de déformation $\varepsilon_{ij} = 0$ sauf ε_{zz} .

Les résultats expérimentaux montrent que l'échantillon est normalement consolidé avec un indice de compression $C_c = 0,0368$ et un indice de gonflement $C_s = 0,01246$.

Cet essai est simulé à l'aide d'un programme réalisé sous langage Fortran.

Les résultats expérimentaux sont présentés dans le plan $(e - \log \sigma'_v)$, l'indice des vides est tracé en fonction de la contrainte axiale. On remarque une bonne cohérence entre ces résultats et ceux des simulations. Le modèle est capable de reproduire correctement la variation lié au changement des phases de chargement.

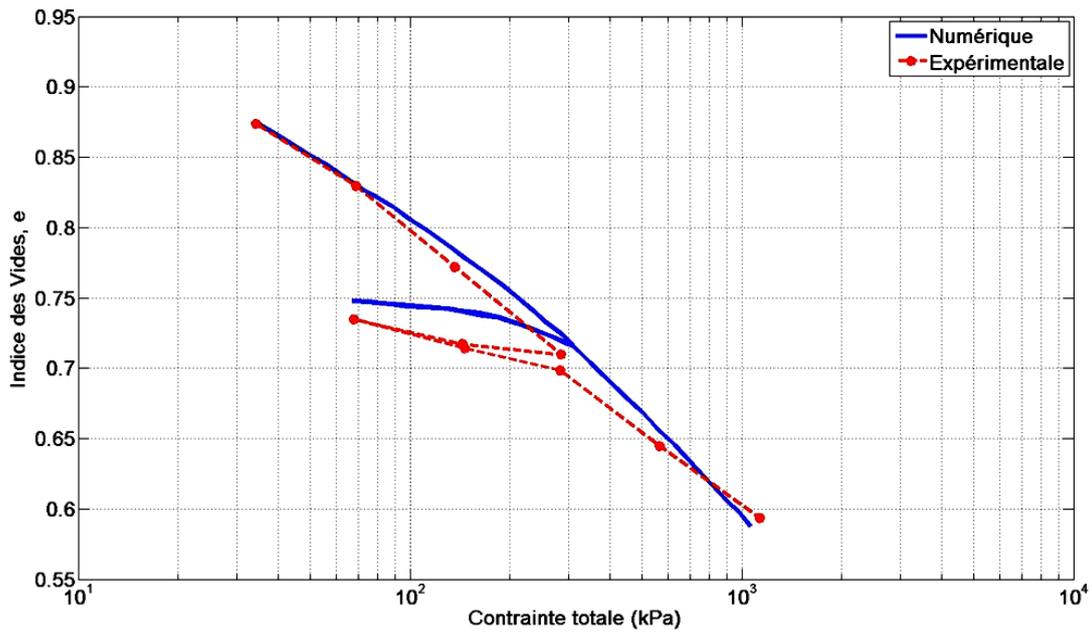


Figure VIII-1: Essai œdométrique pour un mélange sable-kaolinite: Indice des vides vs contrainte axiale appliquée

Toutefois on peut noter un faible écart entre les deux résultats numériques et expérimentaux surtout en décharge. En effet, cela est dû probablement au fait que la partie élastique est isotrope et que l'anisotropie induite en décharge n'est pas encore prise en compte dans le modèle. Les seuls paramètres qui gèrent le comportement œdométrique sont ceux qui gèrent la position de la partie cap de compression.

Tableau VIII-1: Paramètres du modèle pour modéliser l'essai œdométrique

k	v	p'_c	C_c
0.01246	0.31	34.26 kPa	0.0368

Cette validation nous semble satisfaisante comme le modèle est capable de reproduire le changement du comportement suite à une décharge. D'autres valida-

tions avec des essais de compression isotrope sont indiquées dans la partie VIII.2.1.b.

VIII.1.2 Validation de la prise en compte de l'effet d'hystérésis

Comme nous l'avons déjà développé dans la partie VI, le modèle hydrique mis en œuvre prend en compte l'effet d'hystérésis via deux équations pour les courbes de balayage. Ce modèle assure la continuité des courbes dans le cas d'un chargement cyclique. Afin de valider ce modèle, nous avons utilisé les données expérimentales issues des travaux de Lins et al. (2007) pour un sable d'Hostun ainsi que les résultats présentés par Muraleetharan et al. (2010) pour un sable fin, Silica F95. A partir de cette étude on peut constater que la technique de détermination des deux courbes limites est simple. Une fois les paramètres des deux courbes limites déterminés le modèle est capable de prédire d'une manière précise les courbes de balayage.

Le coefficient de corrélation R^2 (équation (25)) a été utilisé afin de comparer les données expérimentales avec celles issues de la simulation numérique.

La première base expérimentale est celle de Lins et al. (2007), pour laquelle les paramètres sont donnés dans le Tableau VIII-2, avec $S_{rsat} = 1$; $S_{rres} = 0,04$.

La Figure VIII-2 montre les résultats fournis par la loi hydrique développée confrontés aux données expérimentales. Cette figure montre un bon accord général entre les prédictions du modèle et les données expérimentales.

Tableau VIII-2: Paramètres utilisés pour modéliser les essais de rétention sur le sable d'Hostun

Drainage		Mouillage	
a_d	n_d	a_w	n_w
87.904	7.825	167.70	3.987

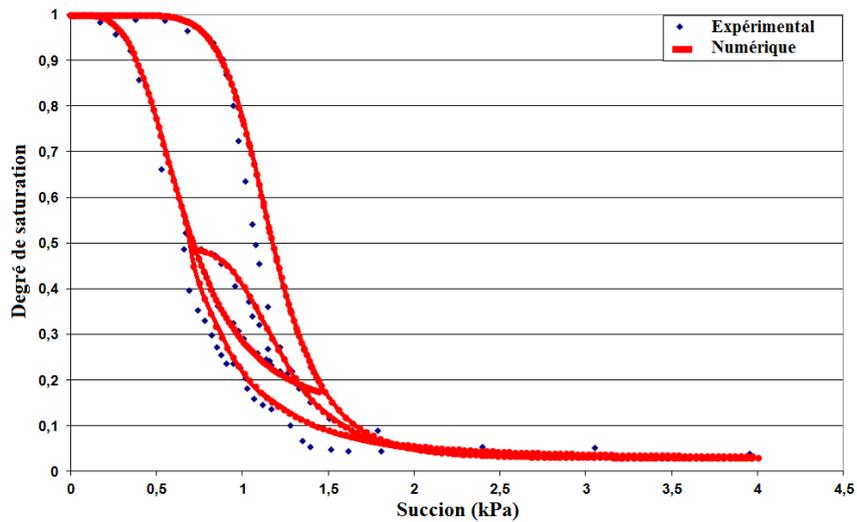


Figure VIII-2: Confrontation numérique et expérimentale des courbes de rétention d'eau pour un sable d'Hostun (données expérimentales issues de Lins et al. (2007))

La deuxième série de résultats expérimentaux considérée est celle présentée par Muraleetharan et al. (2009) et correspond à un sable fin dit sable Silica F95 (Berkeley Springs, West Virginia). Afin d'illustrer davantage les capacités du modèle proposé, la teneur en eau volumique est tracée en fonction de la succion s . Les paramètres sont résumés dans le Tableau VIII-3 avec $\theta_{sat} = 0,3$; $\theta_{res} = 0,05$ où θ_{sat} la teneur en eau volumique à la saturation et θ_{res} celle résiduelle.

Tableau VIII-3: Paramètres utilisés pour modéliser les essais de rétention sur le sable fin Silica F95

Drainage		Mouillage	
a_d	n_d	a_w	n_w
14.79	8.168	25.5	7.695

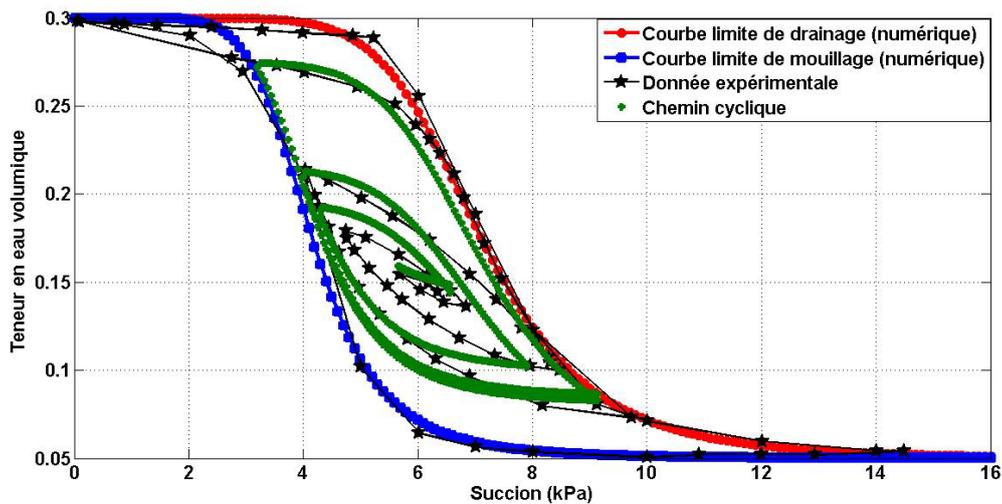


Figure VIII-3: Confrontation numérique et expérimentale des courbes de rétention d'eau exprimée en termes de teneur en eau volumique en fonction de la succion, pour un sable Silica F95 (données expérimentales issues de Muraleetharan et al. (2009))

VIII.1.3 Validation de la relation entre la porosité et la pression d'entrée d'air

En effet, la courbe de rétention est influencée par la porosité. Certains auteurs supposent que la courbe de rétention se déplace par translation en fonction de l'indice des vides e comme dans Sun et al. (2008), Sun et al. (2007a), Khalili et al. (2008) et Nuth et Laloui (2008a).

Dans notre modèle cette translation est introduite par une variation exponentielle de la pression d'entrée d'air (calculée par les équations (191)). Cette variation est donnée par l'équation:

$$s_{PEA} = s_{PEA0} \exp\left(\lambda \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n_0}\right)\right) \quad (201)$$

où λ est un paramètre du matériau, s_{PEA0} est une pression d'entrée d'air de référence à la porosité n_0 . Cette relation (Equation (201)) a été validée avec des données expérimentales issues de la bibliographie (Nuth et Laloui (2008a); Salager et al. (2010); Vanapalli et al. (1996)) pour différents types de sols sous différentes densités.

Salager et al. (Salager et al. (2010)) ont présenté des résultats expérimentaux pour des courbes limites de rétention d'eau en drainage projetées dans le plan d'indice des vides constant e_0 . Ces essais ont été faits sur un sable argilo-limoneux. La Figure VIII-4 montre les résultats expérimentaux avec ceux fournis par le modèle. A partir de cette confrontation on peut constater que le modèle donne une bonne prédiction de la variation de la courbe de rétention pour différentes valeurs de porosité. Les résultats numériques et expérimentaux montrent que le degré de saturation, pour la même succion, augmente avec la diminution de la porosité. Les paramètres sont donnés par le Tableau VIII-4. La valeur de a_d (Tableau VIII-4) correspond à $s_{PEA0} = 43.6 \text{ kPa}$ pour $n_0 = 0.3$.

Tableau VIII-4: Paramètres utilisés pour modéliser les essais de rétention (données issues de Salager et al. (2010))

Paramètre de drainage			
a_d	n_d	λ	n_0
1.172	1.26	2.7	0.3

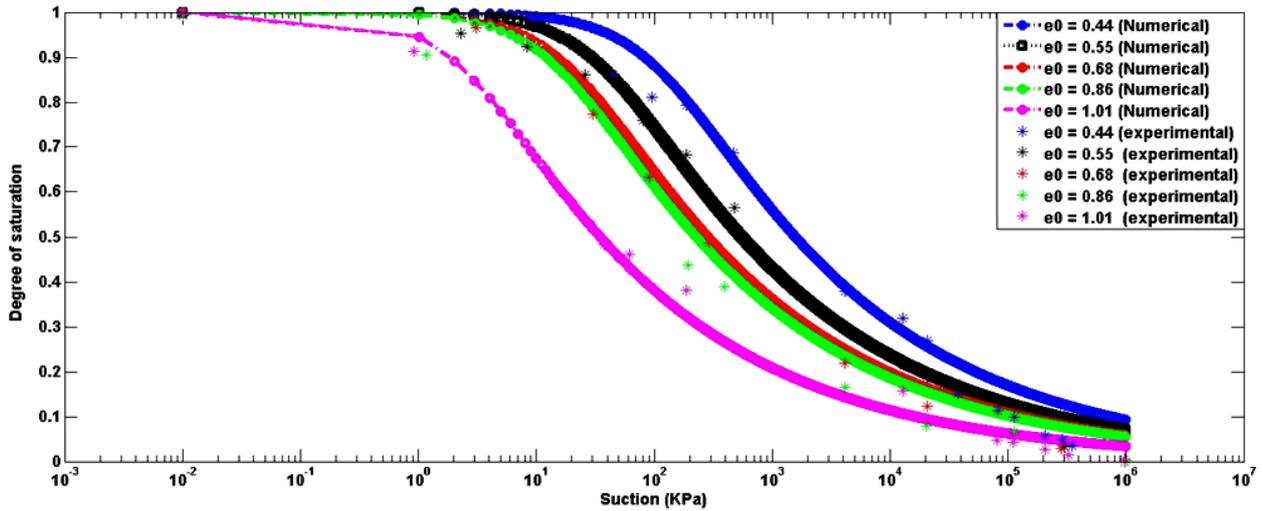


Figure VIII-4: Validation du modèle proposé de l'effet de l'indice des vides initiale e_0 sur les courbes limites de drainage (données expérimentales issues de Salager et al. (2010))

La Figure VIII-5 montre des courbes de rétention d'eau de drainage pour une argile limoneuse compactée avec différents indices des vides initiaux ($e_0 = 1.46$; $e_0 = 0.93$; $e_0 = 0.59$). Les valeurs de la succion sont de l'ordre du MPa puisqu'il s'agit d'argiles compactées. Les données expérimentales sont issues des travaux de Romero (Romero (1999)). Les paramètres du modèle sont consignés dans le Tableau VIII-5.

Tableau VIII-5: Paramètres utilisés pour modéliser les essais de rétention (données issues de Romero (1999))

Paramètre de drainage			
a_d	n_d	λ	n_0
0.088	1.29	2.395	0.371

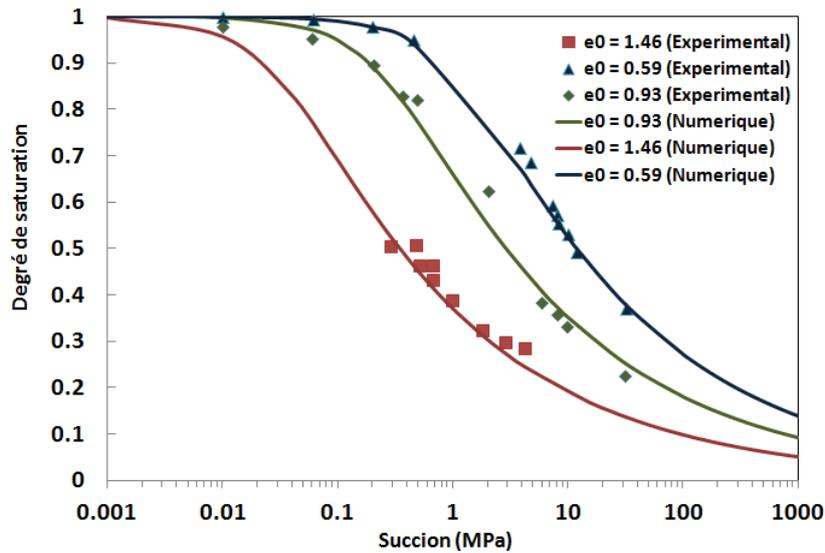


Figure VIII-5: Validation du modèle proposé de l'effet de l'indice des vides initiale e_0 sur les courbes limites de drainage pour du limon compacté (données expérimentales issue de Romero (1999))

Afin de mieux illustrer les capacités du modèle hydrique proposé, un ensemble de résultats expérimentaux pour une argile tectonisée est considérée ici. Ces résultats expérimentaux sont présentés par Farulla et al. (Farulla et al. (2010)) et correspondent à la variation volumique des échantillons d'argile soumis à plusieurs cycles de séchage/mouillage dans un œdomètre à succion contrôlée. Ces essais ont été effectués sous contrainte verticale nette constante $\sigma_v = 200\text{kPa}$ en faisant varier la succion matricielle entre 0 et 800 kPa. Les mesures expérimentales ont été effectuées aux deux valeurs de succions matricielles (c'est-à-dire à 0 et à 800 kPa) sans avoir des mesures intermédiaires.

Les résultats sont exprimés en termes de: degré de saturation S_r ; teneur en eau massique w et d'indice des vides e en fonction de la succion imposée s . Les résultats numériques sont confrontés avec les résultats expérimentaux sur la Figure VIII-6. Les paramètres du modèle ont été déterminés et résumés dans le Tableau VIII-6.

Tableau VIII-6: Paramètres hydriques caractérisant les courbes de rétention d'eau (en se basant sur les données expérimentales issues de Farulla et al. (2010))

Paramètres de rétention	
a_d	0.0666
n_d	1.666
a_w	0.2394
n_w	1.28044
λ	1.6

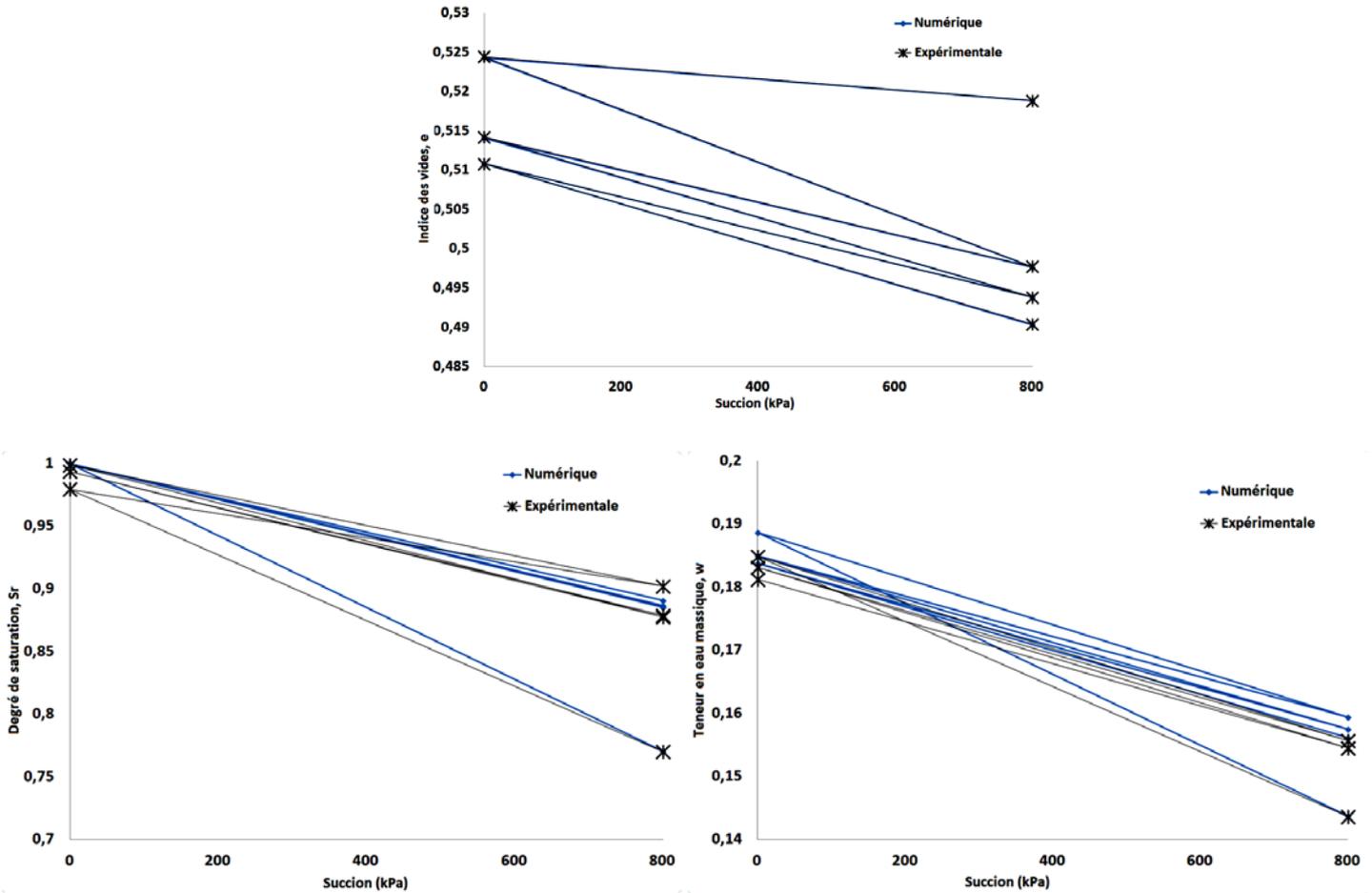


Figure VIII-6: Evolution de l'indice des vides, du degré de saturation et de la teneur en eau massique en fonction d'une variation cyclique de la succion sous contrainte verticale nette $\sigma_v = 200 \text{ kPa}$. (Données issues de Farulla et al. 2010)

Un chemin de chargement mixte (mécanique et hydrique) est appliqué: une variation du degré de saturation est suivie d'une variation de l'indice des vides. De la confrontation (Figure VIII-6), on peut conclure que le modèle donne une bonne prédiction des propriétés hydriques (degré de saturation S_r et teneur en eau massique w) pour ce type de test cyclique. Les deux résultats expérimentaux et numériques montrent que le degré de saturation augmente avec la diminution de la succion au cours d'un chargement cyclique sous contrainte verticale nette constante. L'évolution de la teneur en eau massique est bien reproduite pour le chargement cyclique appliqué, malgré le faible écart entre les deux courbes, qui peut-être dû à l'hypothèse forte que le degré de saturation maximal reste constant et égal à $S_{rmax} = 1$.

En effet, il faut noter qu'après le premier cycle de séchage/mouillage, S_{rmax} sera inférieur à 1. Pourtant, cette augmentation est probablement due à la création de chemins préférentiels. En d'autres termes, avec ce genre de dispositif expérimental, les échantillons ne restent pas homogènes d'un point de vue hydrique au cours de l'essai. Ces questions expérimentales ne sont pas abordées dans cette partie.

VIII.1.4 Etude qualitative de la formulation du paramètre de couplage χ

Les parties précédentes ont permis d'évaluer le modèle hydrique avec respectivement la prise en compte de l'effet d'hystérésis et de l'effet l'évolution de la porosité. Ce dernier constitue le premier aspect de couplage qui introduit l'effet du comportement mécanique sur les aspects hydriques. Dans cette partie, l'approche de couplage hydromécanique par l'utilisation de la définition de Bishop pour la contrainte effective avec la nouvelle formulation du paramètre χ est vérifiée. Pour cela, un cas test de mouillage sous chargement mécanique constant est simulé. Dans cette simulation, les caractéristiques d'une argile limoneuse sont utilisées. Un chargement œdométrique (voir Figure VIII-7) sous une teneur en eau constante $w_{c0} = 8.27\%$ est d'abord appliqué (A-B). A la fin de cette étape de chargement la succion était égale à 3000 kPa. Puis une phase de remouillage sous contrainte totale constante a été menée (B-C) et la valeur de la succion a été réduite à 250 kPa et la teneur en eau a augmenté à $w_c = 15.62\%$. Par la suite, une phase de déchargement à succion constante est appliquée (C-D). Sur la Figure VIII-7, on peut observer que suite au remouillage, le sol subit un tassement.

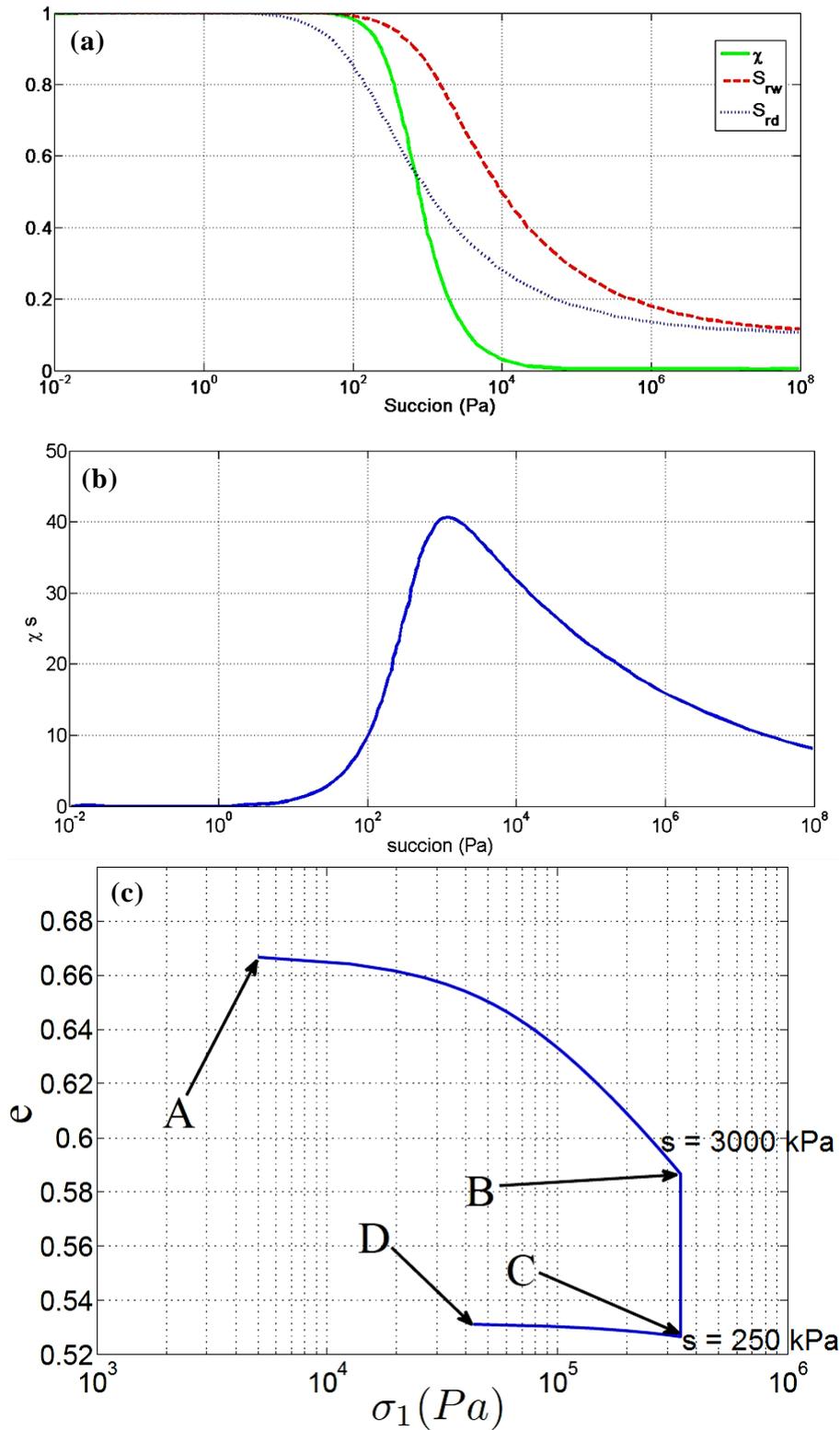


Figure VIII-7: (a) Courbes de rétention d'eau et variation du paramètre χ . (b) variation du produit χs en fonction de la suction. (c) phénomène d'effondrement dans un essai œdométrique.

Tableau VIII-7: Paramètres du modèle pour une argile limoneuse

Paramètres Mécaniques		Paramètres hydriques		Paramètres de couplage	
k	$2.8 \cdot 10^{-3}$	a_d	1.0	a_χ	2.
ν	0.35	n_d	1.35	n_χ	2.15
C_0	1 kPa	a_w	10.0	λ	0.5
C_f	170 kPa	n_w	1.35	n_0	0.4
ϕ_{c0}	1°	S_{rmax}	1.0		
ϕ_{e0}	1°	S_{rres}	0.1		
B_p	0.005				
B_c	0.02				
ϕ_{cf}	19°				
ϕ_{ef}	19°				
ψ_{cf}	1°				
ψ_{ef}	1°				
p'_{c0}	500 kPa				
δ	0.015				

VIII.2. Etape 2 : Etape de validation du modèle hydromécanique couplé à l'échelle des essais de laboratoire

VIII.2.1 Validation du modèle HydroMécanique couplé

L'objectif de cette partie est de valider le modèle HydroMécanique couplé pour divers chemins de sollicitations, correspondant à des essais homogènes. Les prédictions du modèle lors de la simulation de ces essais sont donc analysées. Dans cette partie, les simulations sont réalisées sous langage FORTRAN.

VIII.2.1.a. Chemins de compression triaxiale

VIII.2.1.a.i *Compression triaxiale sous faible valeur de succion pour un limon*

Des chemins de compression triaxiale à succion contrôlée sont utilisés afin de vérifier la précision et l'efficacité dans le domaine non saturé du modèle ainsi développé.

Les essais modélisés dans cette partie constituent des chargements mécaniques axiaux à contrainte radiale et succion constantes. Le premier ensemble des données expérimentales sont celles issues des travaux de Cui (Cui (1993)) réalisés

sur du limon compacté de Jossigny. Cette base de données expérimentale reste l'une des plus cohérentes et complètes parmi celles que l'on peut trouver dans la littérature. Les essais expérimentaux retenus pour cette étude ont été réalisés à 4 succions distinctes: $s = 0, 200, 800, 1500 \text{ kPa}$ et sous une pression de confinement $\sigma_3 = 100 \text{ kPa}$ dans chaque cas.

Les paramètres mécaniques du modèle ont été identifiés à partir des courbes à succion nulle (état saturé). Les autres paramètres, reliés à la prise en compte de la non-saturation, ont été obtenus à partir des différentes courbes à succion non nulle.

Les résultats fournis par le modèle développé sont confrontés aux données expérimentales sur la Figure VIII-8. Cette figure montre un bon accord général entre les prédictions du modèle et les données expérimentales. Cependant, il faut noter que le modèle ne prend pas en compte le comportement adoucissant post-pic. Ce choix a été justifié par l'estimation adoptée pour l'état post-pic: on considère que l'essai une fois arrivé en post-pic n'est plus homogène. (En effet, au-delà du pic, les déformations ne sont plus homogènes).

La simulation est effectuée selon la procédure expérimentale exacte des essais, c'est-à-dire en trois étapes.

1. La première étape consiste à appliquer la contrainte de confinement en condition drainée, tout en gardant la succion constante.
2. Ensuite, on applique la phase de cisaillement : on garde la contrainte latérale constante et on impose un déplacement vertical, tout en gardant la succion constante.
3. La dernière étape consiste à refaire la première et la deuxième étape, pour une valeur de succion différente, tout en gardant la même pression de confinement avec les mêmes paramètres du modèle.

D'après la Figure VIII-8 on peut constater que le modèle présenté ici est capable de reproduire l'augmentation globale de la rigidité du matériau, sa résistance au cisaillement ainsi que sa tendance à la dilatation avec l'augmentation de la succion imposée à l'échantillon. Cependant, le modèle ainsi développé ne permet pas de rendre compte du comportement post-rupture caractérisé par un radoucissement après un pic du déviateur des contraintes. En ce qui concerne ce point: nous avons fait le choix de ne pas décrire ce comportement car après ce pic l'échantillon ne reste plus homogène et une rupture se produit. Ce qui est fondamental, c'est la règle d'écoulement non associée, qui permet de décrire correctement les variations volumiques de l'échantillon.

Nous avons tracé les états de contraintes maximales dans le plan (p', q) . De là, nous avons déduit la valeur de C_f et ϕ_f .

Les paramètres identifiés ainsi que la valeur de la porosité initiale n_0 sont données dans le Tableau VIII-7. Il peut être remarqué que le paramètre de plage λ est pris nul. Cette valeur implique que les courbes de rétention d'eau limites sont fixes et cela, quelle que soit la valeur de la porosité. La seule raison de cette lacune est due au manque au niveau des données expérimentales lié à la difficulté du contrôle et de mesure de la succion, de maîtrise de l'état initial (teneur en eau et densité) et de l'homogénéité de l'échantillon. L'auteur a signalé que pendant les chargements le contrôle d'échange d'eau a été perturbé et que les caractéristiques hydriques ont été mesurées seulement au début et à la fin de l'essai. Le paramètre p'_{c0} a été choisi égal à la pression effective initiale calculée à partir de la définition de Bishop donc effectivement ce paramètre va changer avec la variation de la succion imposée. Le modèle hydrique a été calibré (voir Figure VIII-9) en utilisant une courbe de rétention d'eau donnée par Cui (Cui (1993)). Malheureusement, nous n'avons pas pu trouver d'autres courbes de rétention d'eau pour le matériau étudié.

D'après la Figure VIII-9 on peut remarquer que les valeurs de succion imposée (200; 800; 1500 kPa) pour ce matériau correspond à des degrés de saturation supérieure à 40%. Cela veut dire que l'eau est plutôt en régime funiculaire pour ces ordres de succion.

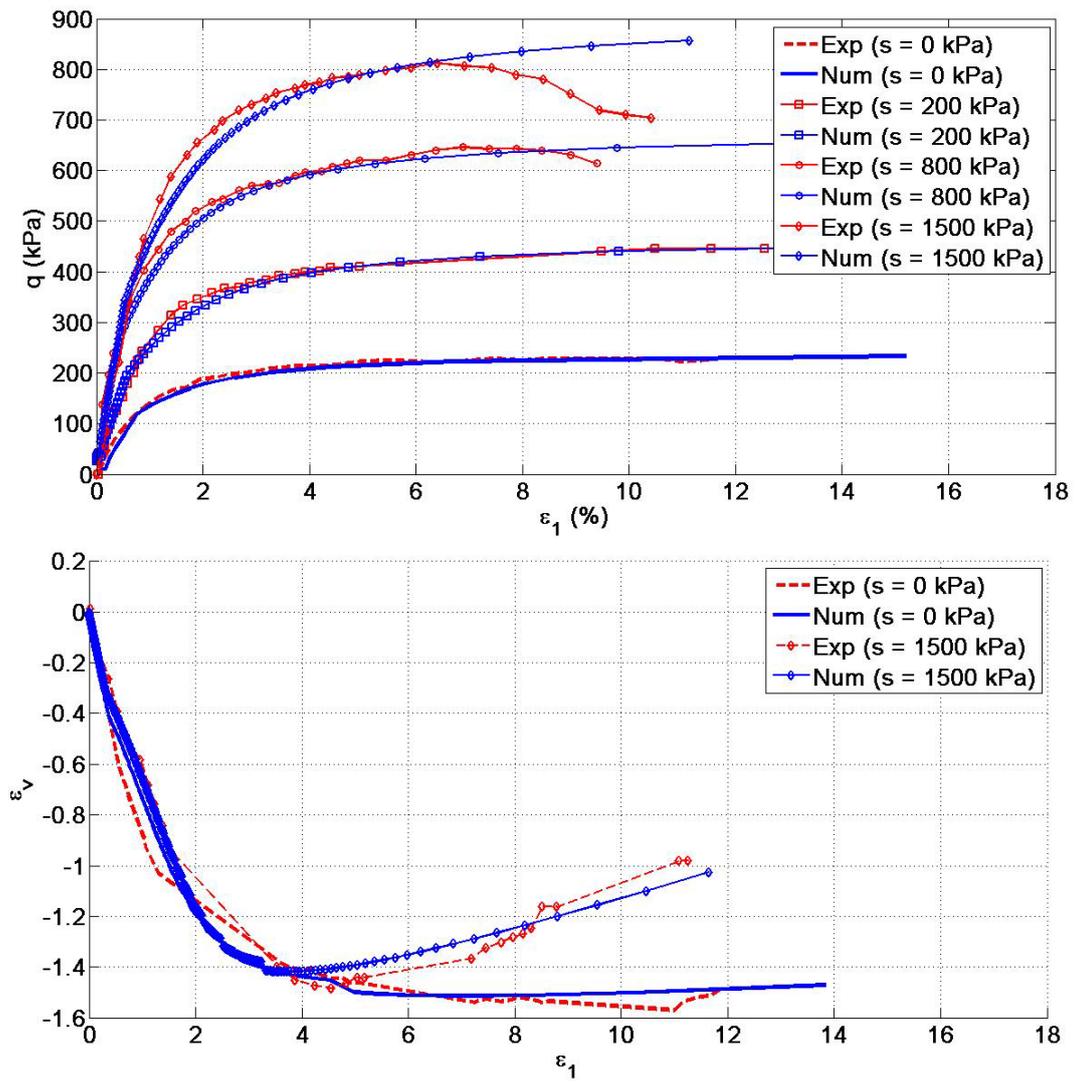


Figure VIII-8: Comparaison des simulations numériques (Num) avec les données expérimentales (Exp) pour les essais de compression triaxiaux à pression de confinement $\sigma_3 = 100$ kPa: déviateur des contraintes et déformation volumique en fonction de la déformation axiale.

Tableau VIII-8: Paramètres du modèle identifiés à partir des données expérimentales pour le limon de jossigny

Paramètres Mécaniques		Paramètres hydriques		Paramètres de couplage	
k	$14.323 \cdot 10^{-3}$	a_d	1.602	a_χ	2.
ν	0.14	n_d	1.38	n_χ	2.15
C_0	15 kPa	a_w	-	λ	0.
C_f	26 kPa	n_w	-	n_0	0.39
ϕ_{c0}	7°	S_{rmax}	1.0		
ϕ_{e0}	7°	S_{rres}	0.0		
B_p	0.001				
B_c	0.0085				
ϕ_{cf}	26°				
ϕ_{ef}	26°				
ψ_{cf}	1°				
ψ_{ef}	1°				
p'_{c0}	Pression effective initiale				
δ	0.015				

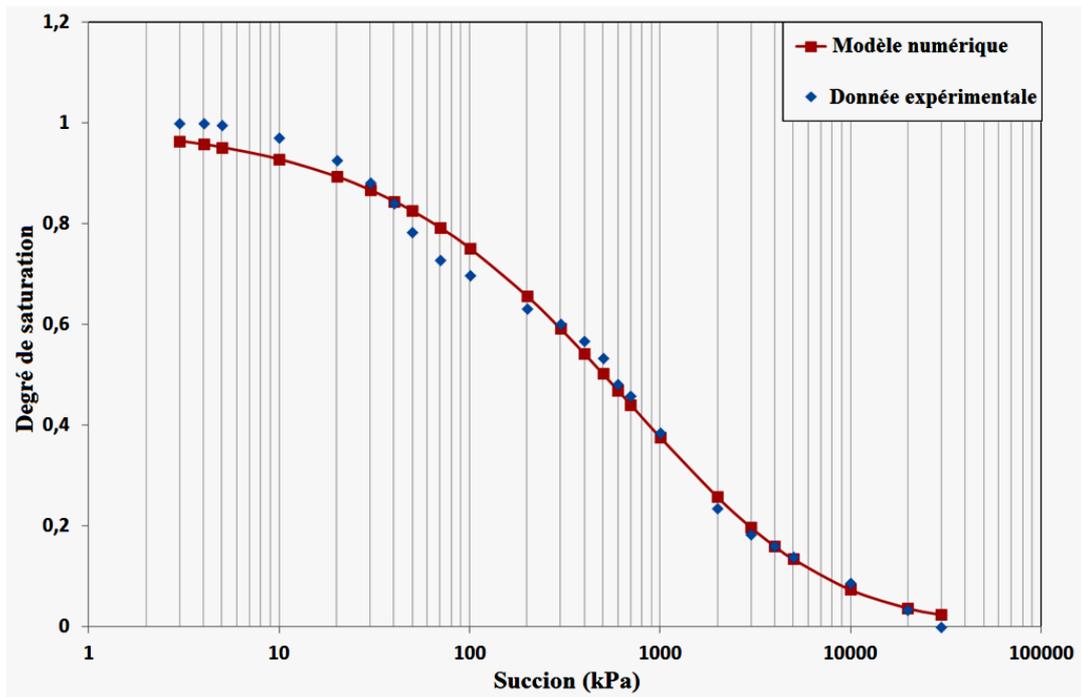


Figure VIII-9 : Courbe de rétention de drainage pour un limon de Jossigny (données expérimentales issues de (Cui (1993)))

VIII.2.1.a.ii Compression triaxiale en régime pendulaire pour un matériau granulaire idéalisé

Des simulations des tests de compression triaxiale pour différents niveau de saturation allant d'un régime pendulaire, jusqu'au régime hygroscopique ont été effectuées, afin de mettre en évidence la nouvelle définition du paramètre χ que nous avons adoptée.

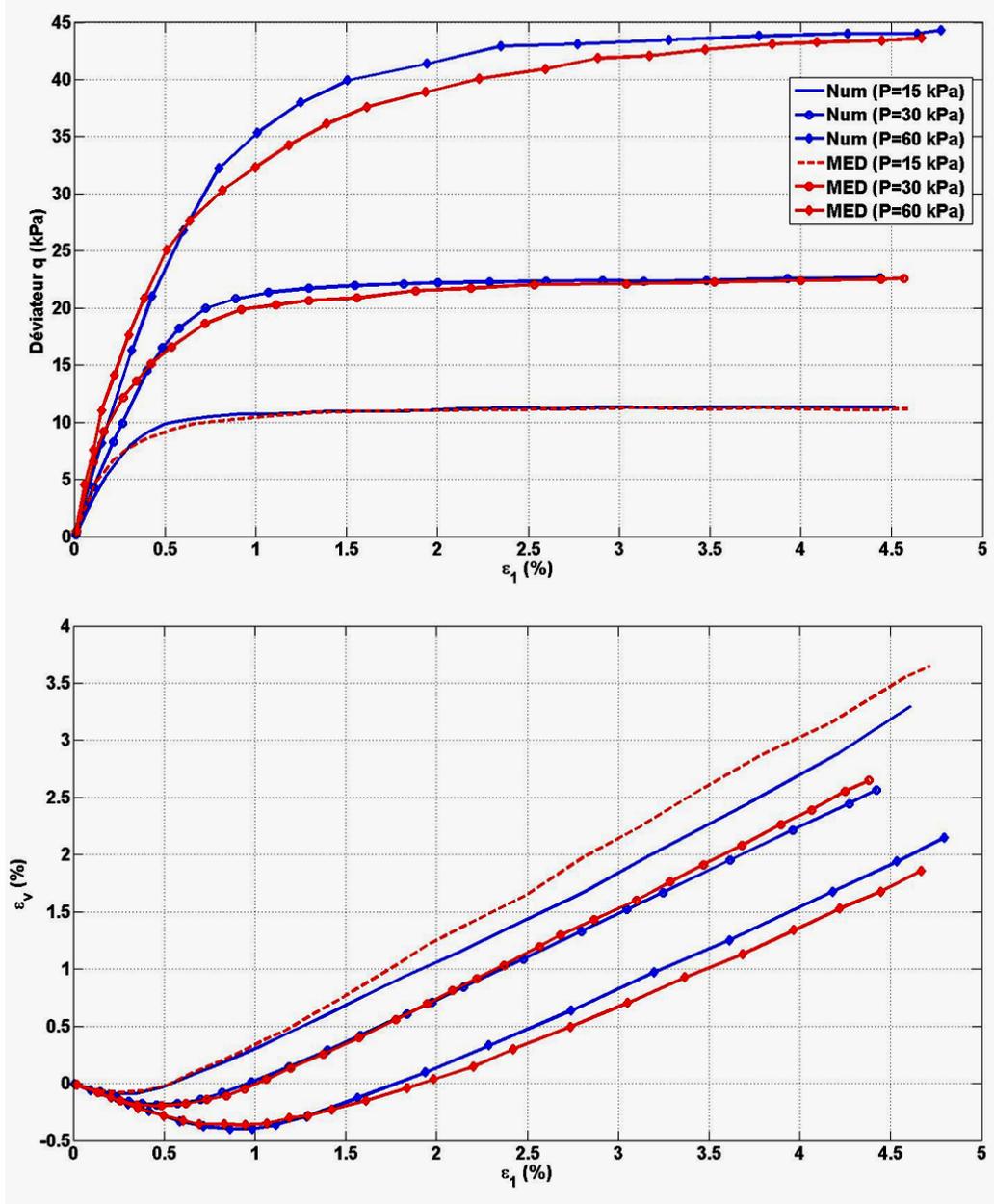


Figure VIII-10: Calibrage des paramètres mécaniques du modèle sur les résultats du modèle micromécanique pour des essais triaxiaux drainés. Les pressions de confinement sont respectivement: 15; 30 et 60 kPa (Scholtès et al. (2010))

Une série d'essais triaxiaux à succion contrôlée a été menée par Scholtès et al. (Scholtès et al. (2010)) sur des échantillons numériques composés de billes

sphériques en éléments discrets. L'essai commence à partir d'une configuration isotrope sèche, puis l'échantillon est progressivement mouillé en augmentant la teneur en eau de la même manière qu'une condensation capillaire. Afin d'assurer un régime pendulaire (voir Figure II-7 pour plus de détail sur les différents types d'eau et régimes qui existent pour les sols) seuls les degrés de saturation inférieurs à 10% ont été considérés. Pour ces faibles teneurs en eau, l'eau se concentre sous la forme de ponts liquides intergranulaires dont les propriétés en termes de force et de volume de liquide peuvent être interprétées à travers la théorie de la capillarité.

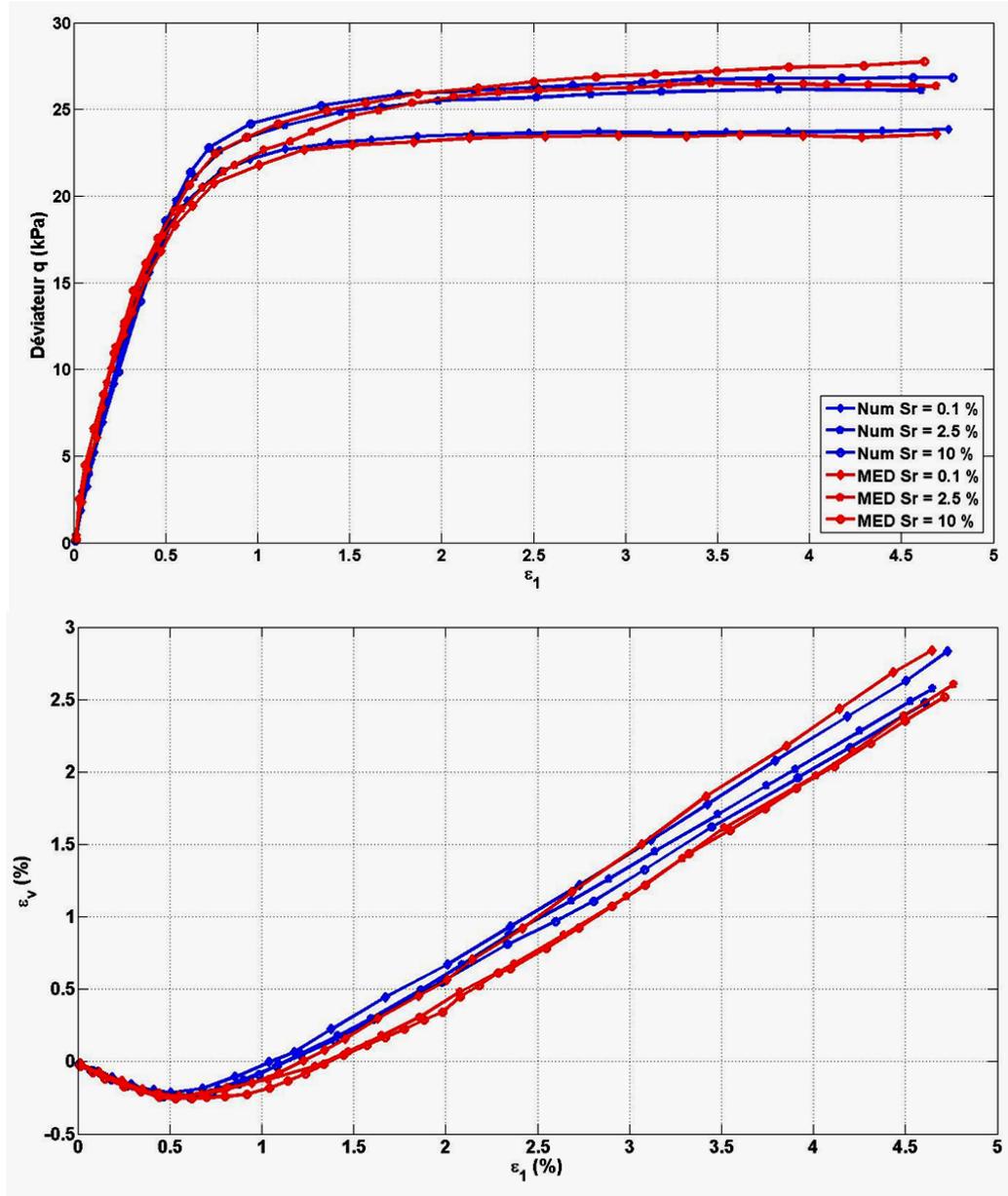


Figure VIII-11: Résultats prédits des essais triaxiaux pour des échantillons granulaires non saturés sous différents degrés de saturation (0.1%; 2.5% et 10%) correspondant respectivement à des succions (3000; 50 et 20 kPa) pour une même pression de confinement de 30 kPa (Données issues de Scholts et al. (2010))

Les paramètres mécaniques ont été calibrés en utilisant les essais des compressions triaxiaux drainés, sous différentes pression de confinement (15; 30 et 60 kPa) afin de pouvoir déterminer les paramètres mécaniques du modèle (voir Figure VIII-10). Les paramètres utilisés pour cette série d'essai sont donnés par le Tableau VIII-9. Il s'agit d'un matériau granulaire, donc les cohésions initiales et finales (C_0 et C_f) sont considérées nulles.

La Figure VIII-11 présente une comparaison entre les résultats expérimentaux (il s'agit des essais sur des échantillons granulaires numériques constitués d'un assemblage de 10000 billes sphériques avec une distribution granulométrique allant de 0.035mm à 0.07 mm) et celles numériques fournis par notre modèle pour des essais triaxiaux effectués sous différents degré de saturation: 0.1% ; 2.5% et 10% correspondants respectivement aux suctions de: 3000 kPa, 50 kPa et 20 kPa.

Contrairement aux résultats qui ont été présentés par Cui (Cui (1993)), l'augmentation de la succion (évidemment induite par la diminution du degré de saturation) montre un effet déstabilisant: à partir de la Figure VIII-11 on peut remarquer que la résistance au cisaillement a diminué avec l'augmentation de la succion. Cependant, l'échantillon le plus sec (c'est-à-dire ayant une succion plus forte) montre des tendances plus grandes à la dilatation. Il faut noter que pour les essais présentés par Cui, la valeur de la succion imposée était plus faible, ce qui correspond à un régime funiculaire. Par contre, pour les essais de Scholtès (Scholtès et al. (2010)), les valeurs de succion correspondent plutôt à un régime pendulaire. Ce changement au niveau des efforts entre les grains solides et l'eau peut-être considéré comme cause de ce changement au niveau du comportement à l'échelle macroscopique.

Cette observation semble démontrer l'existence d'une valeur pic pour le duit χ_s , comme cela a été supposé dans la section VII. C'est ce même pic qui permet à la contrainte effective de Bishop de reproduire le phénomène d'effondrement lié au remouillage sous contrainte totale constante. Comme le montre la Figure VIII-12: en régime pendulaire, tous les points se situent à droite de la valeur pic (i.e. la contrainte effective va augmenter lorsque la succion diminue).

Tableau VIII-9: Paramètres du modèle identifiés à partir des données expérimentales pour un matériau granulaire en régime pendulaire

Paramètres Mécaniques		Paramètres hydriques		Paramètres de couplage	
k	$1.5 \cdot 10^{-2}$	a_d	35.	a_χ	15.
ν	0.13	n_d	2.2	n_χ	2.2
C_0	0 kPa	a_w	100	λ	0.
C_f	0 kPa	n_w	2.2	n_0	0.4
ϕ_{c0}	1°	S_{rmax}	1.0		
ϕ_{e0}	1°	S_{rres}	0.0		
B_p	0.0004				
B_c	0.02				
ϕ_{cf}	16°				
ϕ_{ef}	16°				
ψ_{cf}	16°				
ψ_{ef}	16°				
p'_{c0}	Pression effective initiale				
δ	0.002				

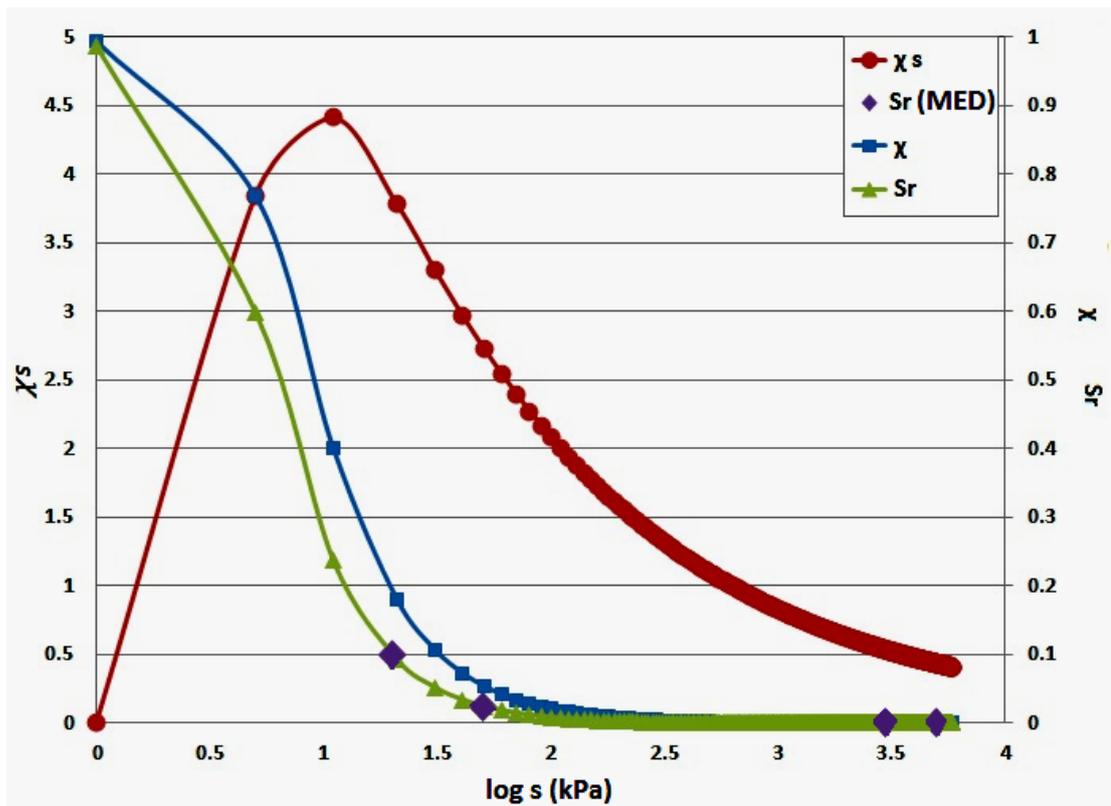


Figure VIII-12: Variation du degré de saturation S_r et du paramètre χ en fonction de la suction s et la courbe à pic du produit χs .

VIII.2.1.b. Chemin de compression isotrope

Le modèle est maintenant confronté à des données expérimentales sur des essais de compression isotrope à succion contrôlée. Ces données sont issues de (Uchai-pichat (2010)), les essais ont été réalisés sur du kaolin compacté. Les paramètres mécaniques utilisés pour la simulation sont les paramètres identifiés pour l'essai à succion nulle. Puis les paramètres de couplage ont été calibrés (Tableau VIII-10).

La comparaison entre les données expérimentales et celles obtenues numériquement est donnée en Figure VIII-13. D'un point de vue qualitatif, les résultats de la simulation sont conformes aux observations expérimentales et montrent encore une fois les capacités du modèle à reproduire les aspects usuels du comportement des sols partiellement saturés sur différents chemins de sollicitations.

D'un point de vue quantitatif, les résultats de la simulation sont globalement satisfaisants et même très bons pendant la phase de chargement pour toutes les succions imposées ($s = 100 \text{ kPa}$; $s = 200 \text{ kPa}$ et $s = 300 \text{ kPa}$) si on considère l'échelle de variation des indices des vides. Les différences apparentes en décharge peuvent être imputées à l'anisotropie induite, qui n'est pas prise en compte dans le modèle.

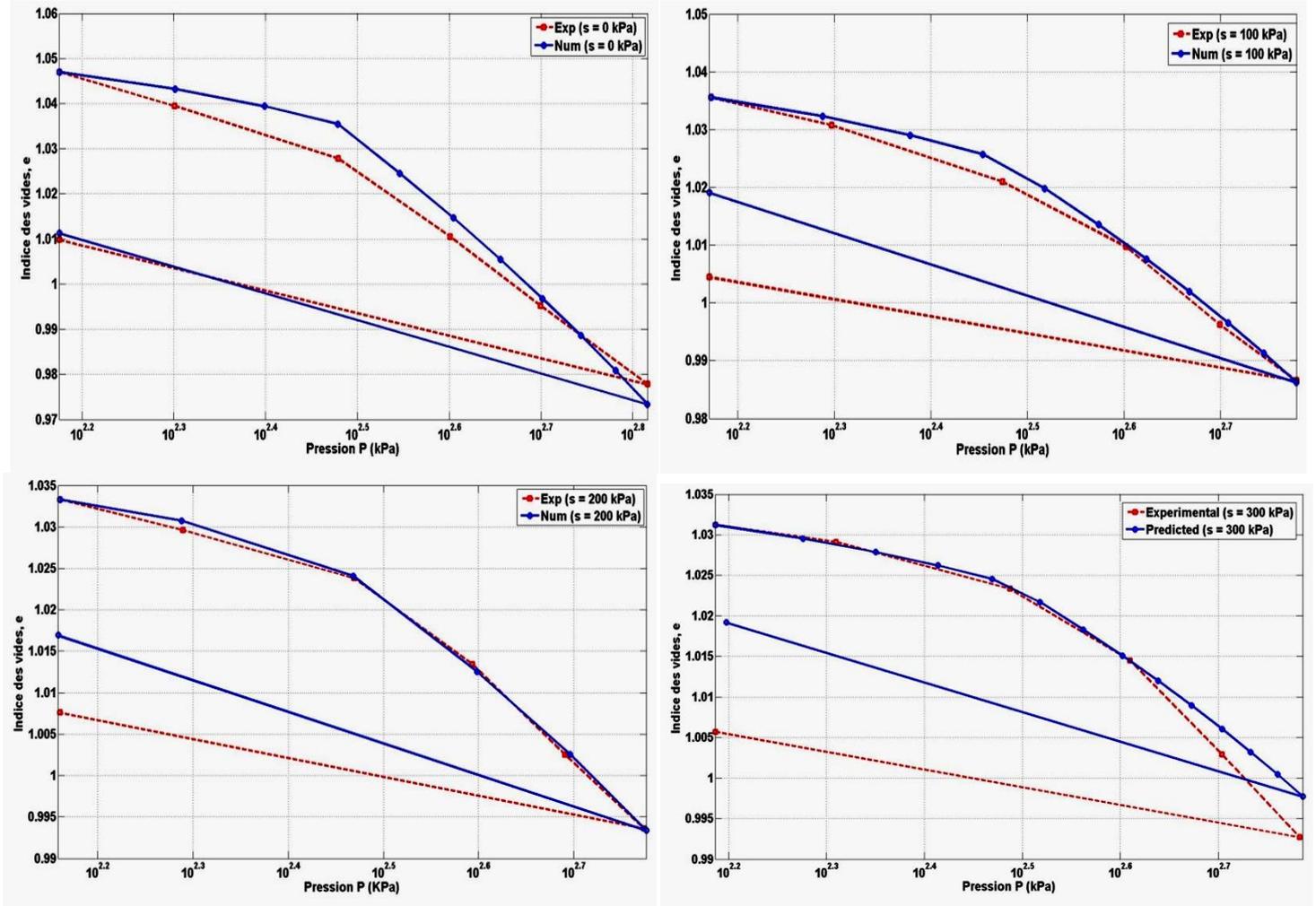


Figure VIII-13 : Compression isotrope en chargement et décharge à succion contrôlée (données expérimentales issues de (Uchaipichat, 2010)): indice des vides en fonction de la contrainte totale moyenne.

Tableau VIII-10: Paramètres du modèle identifiés à partir des données expérimentales pour l'essai de compression isotrope sur un kaolin compacté

Paramètres Mécaniques		Paramètres hydriques		Paramètres de couplage	
k	$3.905 \cdot 10^{-6}$	a_d	0.158	a_χ	0.6126
ν	0.34	n_d	1.5105	n_χ	2.001
C_0	12 kPa	a_w	0.507	λ	0.
C_f	21 kPa	n_w	1.206	n_0	0.511
ϕ_{c0}	9°	S_{rmax}	1.0		
ϕ_{e0}	22°	S_{rres}	0.0		
B_p	0.007				
B_c	8				
ϕ_{cf}	18°				
ϕ_{ef}	28°				
ψ_{cf}	17°				
ψ_{ef}	17°				
p'_{c0}	280 kPa				
δ	0.039				

VIII.2.2 Conclusion

Nous avons ainsi réalisé différents essais de validation, à l'échelle des essais homogènes réalisés sur des échantillons non saturés sous différents types de sollicitations: sollicitations mécaniques, sollicitations hydriques et sollicitations hydromécaniques.

La formulation de différentes parties du modèle couplé est validée par une confrontation avec des données expérimentales pour plusieurs types de sols.

IX Modélisation numérique

Ce chapitre présente l'implantation du problème de comportement couplé hydromécanique des sols non saturés dans un code de calcul par éléments finis afin de prendre en compte les différents types de sollicitations qui peuvent exister à l'échelle réelle. Il s'agit du code de calcul développé par le CEA (Commissariat à l'Énergie Atomique). Les problèmes aux limites considérés sont: (1) une pente soumise à des cycles hydrologiques, (2) une semelle superficielle soumise à un phénomène pluvial. La géométrie considérée est une géométrie simplifiée (symétrie axiale et déformations planes) pour ne se consacrer qu'aux aspects rhéologiques et aux couplages hydromécaniques.

La structure du code de calcul avec notamment l'intégration du modèle de comportement sont d'abord présentées. Ensuite, une étape de confrontation entre les résultats analytiques et les résultats fournis par le code implémenté dans Cast3M est développée afin de valider la bonne implantation du modèle dans le code de calcul.

Ce chapitre se termine par l'analyse de problèmes particuliers tels que la mise en œuvre d'un cas test pour une fondation superficielle, et la modélisation des écoulements au niveau d'une pente dans le cadre de l'étude de sa stabilité suite à un phénomène pluvial.

IX.1. L'environnement de modélisation: Cast3M

Cast3M (site internet www-cast3m.cea.fr) est un code de calcul généraliste développé depuis le début des années 80. Ce code aux éléments finis permet la résolution d'équations aux dérivées partielles.

D'abord développé pour résoudre des problèmes de mécanique, il a ensuite été adapté pour traiter des problèmes de mécanique des fluides, de thermique, d'acoustique et bien sûr d'écoulements en milieux poreux saturés et non saturés. Ce code est une boîte à outils constituée d'un grand nombre d'opérateurs permettant de discrétiser et de résoudre des problèmes aux dérivées partielles (Verpeaux et al. (1989)).

Ce code est constitué de deux niveaux de programmation. Deux langages de programmation sont donc utilisés. Les opérateurs sont codés en Esope, langage dérivé du Fortran. Les jeux de données sont programmés en Gibiane, langage spécifique à Cast3M. La syntaxe de base d'opération dans Cast3M est la suivante :

Objet2 = Opérateur Objet1

où Opérateur est un opérateur Cast3M programmé en Esope, Objet1 l'argument de l'opérateur et Objet2 le résultat de l'opérateur. Il existe dans la bibliothèque Cast3M des opérateurs de maillage, des opérateurs permettant de définir les propriétés des milieux ou des opérateurs de résolution. Les jeux de données Cast3M sont donc une succession de commandes Gibiane permettant de définir le problème, de le résoudre et de réaliser les post-traitements adéquats.

Une des particularités de Cast3M est que chaque utilisateur a la possibilité de développer ses outils pour résoudre son problème. Ce développement peut se situer aux deux niveaux évoqués précédemment et conduire à des développements d'opérateurs ou de procédures. Une fois acceptés par un comité de contrôle qui vérifie que les nouveaux outils sont cohérents avec les développements passés et la philosophie générale, ils peuvent être intégrés directement dans le code commercial. Cast3M est donc un code de calcul approprié pour la recherche puisque l'utilisateur contrôle l'intégralité de ses opérations et peut librement réaliser des développements si nécessaire. Dans le cadre de ce travail, un opérateur Esope a été développé pour le couplage hydromécanique. Les procédures nécessaires à la résolution de problèmes d'écoulements saturé et non saturé existaient déjà. Le travail a donc consisté à développer une procédure Esope pour modéliser le comportement hydromécanique couplé dans un cadre d'éléments finis classique. Plusieurs formulations numériques sont disponibles pour la résolution. D'abord développées en éléments finis classiques, des formulations éléments finis mixtes hybrides ou volumes finis peuvent aussi être utilisées (Bernard Michel et al. (2004); Le Potier et al. (1998); Le Potier (2005a); Le Potier (2005b)). La partie suivante présente la formulation éléments finis utilisée pour la résolution des équations d'écoulements dans notre modèle poreux. La partie la plus importante de ce travail ayant été réalisée sur la loi de comportement, la formulation volumes finis ne sera pas détaillée dans ce manuscrit.

IX.2. Formulation théorique du problème

Le cadre théorique développé pour les milieux poreux saturés par un fluide donné, a été étendu au cas des milieux dont l'espace poreux est saturé par plusieurs fluides. En mécanique des sols, il s'agit généralement d'une phase liquide (eau) et d'une phase gazeuse (air). Dans toute cette partie, Nous utiliserons la convention générale de signe de la Mécanique: les contraintes normales sont négatives en compression et les déformations correspondantes sont négatives en contraction.

Le milieu poreux est considéré comme la superposition de toutes les phases constituant le Volume Élémentaire Représentatif (VER), l'une d'elle représentant le squelette et les autres, les fluides saturants l'espace poreux connecté (voir Figure IX-1). Cela veut dire qu'à chaque point, toutes les phases sont supposées présentes en même temps. La présence d'un mélange de fluides dans une même

phase peut être envisagée : par exemple, la phase gazeuse peut être constituée d'un mélange air-vapeur d'eau.

Les équations de la théorie de Biot (Biot (1941a-1941b-1955-1956-1963)) sont dérivées et étendues au cas le plus générale des milieux poreux à écoulement bi-phasique non isotherme. Cette extension a été faite pour le cas des phénomènes statiques. Ainsi, les forces d'inerties ont été prises en compte pour le cas isotherme avec la phase d'air à la pression atmosphérique. L'approche physique est traitée directement avec des variables macroscopiques. Pour la phase solide, il est supposé qu'on reste dans le domaine des petites déformations.

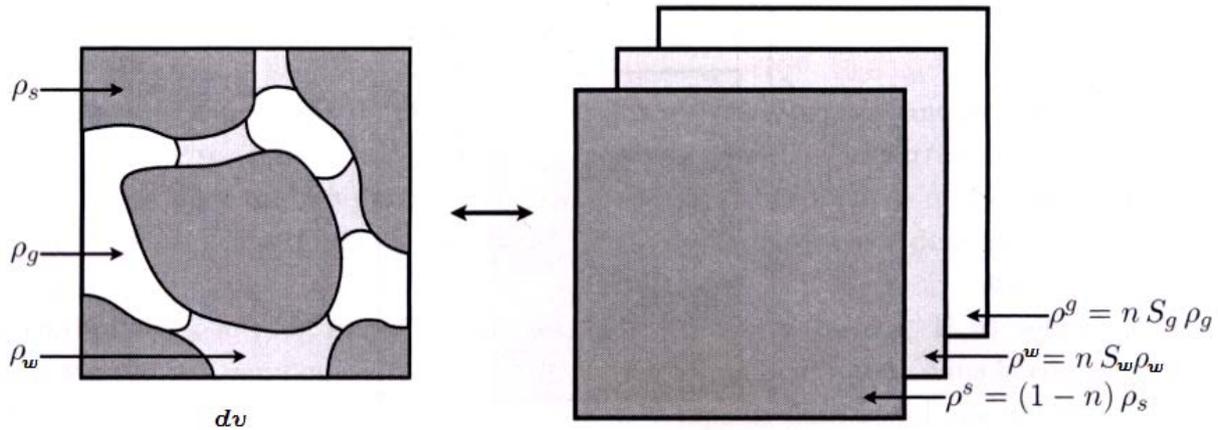


Figure IX-1: Représentation d'un milieu poreux partiellement saturé comme étant la superposition de trois milieux continus

Les vides sont remplis partiellement par de l'eau et de l'air humide (un mélange de vapeur d'eau et d'air sec), qui désigne la phase gazeuse. Le degré de saturation en eau S_w est le rapport entre l'espace poreux occupé par l'eau et le volume total des pores dans un volume élémentaire représentatif (VER).

$$S_w = \frac{dv^w}{dv^w + dv^g} \quad (202)$$

Dans les équations qui suivent, l'indice π fait référence à une phase générique, $\pi = s$ pour la phase solide, $\pi = w$ pour la phase liquide et $\pi = g$ pour la phase gazeuse. Le volume du VER est dv , et les volumes partielles sont dv^s ; dv^w ; dv^g et leur somme est dv . La somme des volumes fluides est $dv^f = dv^w + dv^g$. La définition du degré de saturation en gaz est :

$$S_g = \frac{dv^g}{dv^w + dv^g} \quad (203)$$

avec $S_g + S_w = 1$. La porosité est définie comme le rapport entre le volume des vides et le volume total du VER :

$$n = \frac{dv^g + dv^w}{dv} \quad (204)$$

Les contraintes sont définies positives en traction pour la phase solide; la pression capillaire est définie positive en compression pour les fluides. La loi constitutive de la phase solide est introduite par le concept de la contrainte effective.

$$\sigma = (1 - n)\sigma^s + n[S_w\sigma^w + S_g\sigma^g] \quad (205)$$

où σ est le tenseur de contrainte totale macroscopique et σ^π est le tenseur de contrainte intrinsèque dans la phase π . En supposant que la contrainte de cisaillement est négligeable dans les fluides on obtient :

$$\sigma = (1 - n)\sigma^s - n[S_w p^w + S_g p^g]I \quad (206)$$

Le terme entre deux crochets représente la pression moyenne des phases fluides:

$$p^s = S_w p^w + S_g p^g \quad (207)$$

Les grains solides sont supposés incompressibles par hypothèse. L'équation (206) peut-être modifiée:

$$\sigma = (1 - n)\sigma^s - nI p^s = (1 - n)(\sigma^s + I p^s) - (1 - n)I p^s - nI p^s = \sigma' - I p^s \quad (208)$$

Le tenseur de contrainte est décomposé en deux composantes : la pression des pores et la composante qui déforme le squelette solide (la contrainte effective).

La contrainte effective est donnée par:

$$\sigma' = (1 - n)(\sigma^s + I p^s) = \sigma + I(S_w p^w + S_g p^g) \quad (209)$$

Pour généraliser plus encore, un terme correctif connu sous le nom de coefficient de Biot doit-être introduit pour prendre en compte la déformabilité des grains (Biot and Willis (1957)). Donc une expression plus générale de la contrainte effective est donnée par :

$$\sigma' = \sigma + I\alpha(S_w p^w + S_g p^g) \quad (210)$$

où le coefficient α est déterminé à partir des équations constitutives de la phase solide par:

$$\alpha = \left(1 - \frac{K_T}{K_S}\right) \quad (211)$$

Avec K_T et K_S respectivement les modules de compressibilité du squelette solide et des grains solides constituant le squelette. Pour plus de détail les lecteurs sont invités à consulter (Lewis et Schrefler (1998))

Une manière plus intuitive pour dériver l'équation (209) a été donnée par Bishop et Skempton en introduisant le paramètre χ .

IX.2.1 Equations régissantes

Dans ce qui suit, un système de coordonnées matériel est utilisé pour la phase solide et un système de coordonnées spatial pour les phases fluides, sauf indications contraire. Les termes convectifs sont négligés. A cause de ce choix de système de référence, les vitesses des fluides sont par convention reliés à la phase solide via les vitesses relatives de la phase liquide et la phase gazeuse:

$$\begin{aligned} v^{ws} &= v^w - v^s \\ v^{gs} &= v^g - v^s \end{aligned} \quad (212)$$

Et les accélérations, sans termes convectifs sont données par:

$$\begin{aligned} a^w &= a^s + a^{ws} \\ a^g &= a^s + a^{gs} \end{aligned} \quad (213)$$

où a^{ws} est l'accélération relative de la phase liquide par rapport à la phase solide et a^{gs} est l'accélération relative de la phase gazeuse.

IX.2.1.a. Equation d'équilibre pour le milieu multiphasique

La première relation provient de la conservation de la quantité de mouvement et exprime localement l'équilibre mécanique du système considéré; elle est donnée par:

$$-\rho a^s - nS_w \rho^w a^{ws} - nS_g \rho^g a^{gs} + \text{div } \sigma + \rho g = 0 \quad (214)$$

où ρ est la densité moyenne du système multiphasique; ρ^s est la densité intrinsèque de la phase solide (c'est la densité par rapport au volume occupé par la phase solide); ρ^w est la densité intrinsèque de la phase liquide; ρ^g est la densité intrinsèque de la phase gazeuse; et g est l'accélération de pesanteur:

$$\rho = (1 - n)\rho^s + nS_w \rho^w + nS_g \rho^g \quad (215)$$

Partant de l'équation de la continuité de la phase fluide:

$$\frac{\partial \rho^w}{\partial t} + \text{div}(\rho^w v^w) = 0 \quad (216)$$

et tenant compte des définitions de la vitesse relative du fluide par rapport au squelette, la loi de Darcy généralisée, où les termes dissipatifs aux interfaces, provenant d'un système écoulement multiphasique, sont pris en compte par la perméabilité relative:

$$\begin{aligned} nS_w v^{ws} &= \frac{K k^{rw}}{\mu^w} [-\text{grad } p^w + \rho^w (g - a^s - a^{ws})] \\ nS_g v^{gs} &= \frac{K k^{rg}}{\mu^g} [-\text{grad } p^g + \rho^g (g - a^s - a^{gs})] \end{aligned} \quad (217)$$

où K est la perméabilité intrinsèque, k^{rw} et k^{rg} sont respectivement les perméabilités relatives à l'eau et à l'air. Les perméabilités relatives varient entre 0 et 1 en fonction du degré de saturation; μ^w et μ^g sont les viscosités dynamiques, qui dépendent de la température. Dans l'équation de Darcy généralisée pour la phase gazeuse, les forces de pesanteur sont généralement négligées. Les termes d'accélération pour les deux phases liquides et gazeuses sont négligés. On remarque que dans les équations, la partie à gauche sont multipliées par la fraction volumique (nS_w ou nS_g) car la loi de Darcy est exprimée en terme de vitesse moyenne relative.

Dans notre modèle nous avons pris la formulation de Van-Genuchten pour calculer la perméabilité relative à l'eau:

$$k^{rw} = \frac{\left(1 - \left[\frac{(\alpha_k p^s)^{n_k}}{1 + (\alpha_k p^s)^{n_k}}\right]^{1 - \frac{1}{n_k}}\right)^2}{[1 + (\alpha_k p^s)^{n_k}]^{\frac{1}{2n_k} - \frac{1}{2}}} \quad (218)$$

Afin de simplifier le calcul nous avons considéré:

$$\begin{aligned} \alpha_k &= \alpha_\chi \\ n_k &= n_\chi \end{aligned} \quad (219)$$

avec $\alpha_\chi; n_\chi$ les paramètres définissant la variable χ (voir Equation (197)).

IX.2.1.b. Equation de conservation de la masse

La conservation de la masse des particules solides s'écrit simplement :

$$\frac{\partial(1-n)\rho^s}{\partial t} + \text{div} [(1-n)\rho^s v^s] = 0 \quad (220)$$

Pour les phases fluides la conservation de masse s'écrit:

$$\frac{\partial(nS_\pi\rho^\pi)}{\partial t} + \text{div} [nS_\pi\rho^\pi v^\pi] = \pm\dot{m} \quad (221)$$

où \dot{m} est l'échange de masse entre les deux phases liquide et gazeuse, c'est-à-dire le taux de masse dû à l'évaporation. Ce terme est positif pour la phase liquide et négative pour la phase gazeuse.

En négligeant $\text{grad}((1-n)\rho^s)$ et en divisant par ρ^s l'équation (220) devient:

$$\frac{(1-n)}{\rho^s} \frac{\partial\rho^s}{\partial t} - \frac{\partial n}{\partial t} + (1-n)\text{div} v^s = 0 \quad (222)$$

De même, en négligeant $\text{grad}(nS_\pi\rho^\pi)$ et en divisant par $S_\pi\rho^\pi$ l'équation (221) devient:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{n}{\rho^\pi} \frac{\partial\rho^\pi}{\partial t} + \frac{n}{S_\pi} \frac{\partial S_\pi}{\partial t} + \frac{1}{S_\pi\rho^\pi} \text{div} (nS_\pi\rho^\pi v^{\pi s}) + n \text{div} v^s = \frac{\pm\dot{m}}{S_\pi\rho^\pi} \quad (223)$$

La somme de ces deux dernières équations, donne l'équation de la continuité des phases fluides :

$$\frac{(1-n)}{\rho^s} \frac{\partial\rho^s}{\partial t} + \text{div} v^s + \frac{n}{\rho^\pi} \frac{\partial\rho^\pi}{\partial t} + \frac{n}{S_\pi} \frac{\partial S_\pi}{\partial t} + \frac{1}{S_\pi\rho^\pi} \text{div} (nS_\pi\rho^\pi v^{\pi s}) = \frac{\pm\dot{m}}{S_\pi\rho^\pi} \quad (224)$$

Considérons maintenant les équations de continuité de la phase liquide. En introduisant les relations constitutives pour la dérivée par rapport au temps des densités avec la pression dans la phase solide on peut écrire :

$$\begin{aligned} & \left(\frac{(\alpha-n)}{K_s} S_w^2 + \frac{n S_w}{K_w} \right) \frac{\partial p^w}{\partial t} + \frac{(\alpha-n)}{K_s} S_w S_g \frac{\partial p^g}{\partial t} + \alpha S_w \text{div} v^s - \beta_{sw} \frac{\partial T}{\partial t} \\ & + \left(\frac{(\alpha-n)}{K_s} S_w p^w - \frac{(\alpha-n)}{K_s} p^g S_w + n \right) \frac{\partial S_w}{\partial t} \\ & + \frac{1}{\rho^w} \text{div} (n S_w \rho^w v^{ws}) = -\frac{\dot{m}}{\rho^w} \end{aligned} \quad (225)$$

où $K_s; K_w$ sont respectivement les modules de compressibilité des grains solides et de la phase liquide:

$$\beta_{sw} = S_w [(\alpha-n)\beta_s + n\beta_w] \quad (226)$$

T est la température au-delà d'une valeur de référence et β_π est le coefficient d'expansion thermique. En introduisant la loi de Darcy et la définition de la pression capillaire on obtient:

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{(\alpha - n)}{K_s} S_w^2 + \frac{n S_w}{K_w} \right) \frac{\partial p^w}{\partial t} + \frac{(\alpha - n)}{K_s} S_w S_g \frac{\partial p^g}{\partial t} + \alpha S_w \operatorname{div} v^s - \beta_{sw} \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} \\
& + \left(\frac{(n - \alpha)}{K_s} S_w p^c + n \right) \frac{\partial S_w}{\partial t} \\
& + \frac{1}{\rho^w} \operatorname{div} \left\{ \rho^w \frac{K k^{rw}}{\mu^w} [-\operatorname{grad} p^w + \rho^w (g - a^s - a^{ws})] \right\} = -\frac{\dot{m}}{\rho^w}
\end{aligned} \quad (227)$$

D'une manière similaire, pour la phase gazeuse on obtient:

$$\begin{aligned}
& \frac{(\alpha - n)}{K_s} S_w S_g \frac{\partial p^w}{\partial t} + \frac{(\alpha - n)}{K_s} S_g^2 \frac{\partial p^g}{\partial t} - \left(\frac{(\alpha - n)}{K_s} S_g p^c + n \right) \frac{\partial S_w}{\partial t} \\
& - (\alpha - n) \beta_{sg} S_g \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} + \alpha S_g \operatorname{div} v^s + \frac{n S_g}{\rho^g} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{p^g M_g}{TR} \right) \\
& + \frac{1}{\rho^g} \operatorname{div} \left\{ \rho^g \frac{K k^{rg}}{\mu^g} [-\operatorname{grad} p^g + \rho^g (g - a^s - a^{gs})] \right\} = \frac{\dot{m}}{\rho^g}
\end{aligned} \quad (228)$$

où M_g est la masse molaire du gaz et T est la température absolue.

IX.2.1.c. Equation de conservation de l'énergie

En soustrayant l'énergie cinétique de l'énergie globale, l'équation d'équilibre de l'énergie thermique pour le constituant π peut être écrite sous la forme suivante:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho^\pi E^\pi) = -\operatorname{div} (\rho^\pi E^\pi v^\pi) - \operatorname{div} \hat{q}^\pi - p^\pi \operatorname{div} v^\pi + \tau^\pi : \operatorname{grad} v^\pi + \rho^\pi R^\pi \quad (229)$$

où E^π est l'énergie interne spécifique, τ^π est la partie déviatorique du tenseur des contraintes et p^π la partie hydrostatique. Le terme à gauche représente le taux d'accumulation de l'énergie interne dans un volume contrôlé. Les termes à droite expriment respectivement le taux de changement de l'énergie interne dû à la convection, le taux de changement de l'énergie interne dû à la conduction, le taux d'augmentation réversible de l'énergie interne dû à la pression, le taux d'augmentation irréversible de l'énergie interne par dissipation visqueuse, et la contribution des sources de chaleur.

or :

$$\operatorname{div} (\rho^\pi E^\pi v^\pi) = \rho^\pi E^\pi \operatorname{div} v^\pi + \operatorname{grad} (\rho^\pi E^\pi) \cdot v^\pi \quad (230)$$

Alors on obtient:

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial t} (\rho^\pi E^\pi) + \rho^\pi E^\pi \operatorname{div} v^\pi + v^\pi \operatorname{grad} (\rho^\pi E^\pi) \\
& = -\operatorname{div} \hat{q}^\pi - p^\pi \operatorname{div} v^\pi + \tau^\pi : \operatorname{grad} v^\pi + \rho^\pi R^\pi
\end{aligned} \quad (231)$$

En prenant en compte, l'équation de continuité sous la forme :

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho^\pi + v^\pi \operatorname{grad} \rho^\pi + \rho^\pi \operatorname{div} v^\pi = \frac{\partial \rho^\pi}{\partial t} + \operatorname{div} (\rho^\pi v^\pi) = 0 \quad (232)$$

l'équation de la conservation de l'énergie devient:

$$\rho^\pi \frac{\partial E^\pi}{\partial t} + \rho^\pi v^\pi \operatorname{grad} (E^\pi) = -\operatorname{div} \hat{q}^\pi - p^\pi \operatorname{div} v^\pi + \tau^\pi : \operatorname{grad} v^\pi + \rho^\pi R^\pi \quad (233)$$

Dans ce qui suit, la partie irréversible de l'énergie interne par dissipation visqueuse est négligée. Il est plus pratique d'exprimer l'équation de conservation de l'énergie thermique en termes de température et de capacité thermique à la

place de l'énergie interne. Cela se fait à travers la notion d'enthalpie. Et l'équation de la conservation de l'énergie peut se réécrire sous la forme:

$$\rho^\pi C_p^\pi \left(\frac{\partial T^\pi}{\partial t} + v^\pi \text{grad}(T^\pi) \right) = - \text{div} \hat{q}^\pi + \rho^\pi R^\pi \quad (234)$$

Pour $\pi = s, w$, en vue du bilan énergétique peuvent-être considérés comme incompressibles, et:

$$\rho^g C_p^g \left(\frac{\partial T^g}{\partial t} + v^g \text{grad}(T^g) \right) = - \text{div} \hat{q}^g + \frac{\partial p^g}{\partial t} + v^g \text{grad}(p^g) + \rho^g R^g \quad (235)$$

C_p^π est la chaleur spécifique à pression constante. Des termes insignifiants liés au travail mécanique induit par la variation de la densité des phases solide et liquide en fonction de la température, ont été négligés. Les variations de la pression de gaz sont faibles, par rapport à la pression atmosphérique, alors la chaleur spécifique à pression constante peut-être utilisée à la place de la chaleur spécifique à volume constante.

IX.3. Cas d'un écoulement dans un milieu poreux déformable non saturé

Dans ce qui suit, il est supposé que l'air reste à la pression atmosphérique, qui est considérée comme pression de référence. Dans cette approche, il est simple de distinguer entre les zones saturées et celles non saturées: en zone saturée, il y aura des pressions d'eau positives, contrairement aux zones non saturées où la pression des pores est négative. La surface libre est définie par l'isobare $p^w = 0$. Cette hypothèse ($p^g = 0$) permette de négliger l'équation de conservation de masse pour la phase gazeuse.

Equations régissant

La première équation d'équilibre en termes de contraintes totales est donnée par:

$$\mathbf{L}^T \boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{g} = 0 \quad (236)$$

où la densité du milieu multiphasique est donnée par l'équation (215) en négligeant le terme de la phase gazeuse.

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \partial/\partial x & 0 & 0 \\ 0 & \partial/\partial y & 0 \\ 0 & 0 & \partial/\partial z \\ \partial/\partial y & \partial/\partial x & 0 \\ 0 & \partial/\partial z & \partial/\partial y \\ \partial/\partial z & 0 & \partial/\partial x \end{bmatrix} \quad (237)$$

L'équation de la conservation de masse pour l'eau est obtenue de l'équation (227) en considérant que $p^g = 0, \dot{m} = 0$ et en négligeant le gradient de la densité de l'eau alors:

$$\left(\frac{(\alpha - n)}{K_s} S_w^2 + \frac{n S_w}{K_w}\right) \frac{\partial p^w}{\partial t} + \frac{\alpha}{K_s} S_w \mathbf{m}^T \mathbf{L} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \left(\frac{(\alpha - n)}{K_s} S_w p^w + n\right) \frac{\partial S_w}{\partial t} + \nabla \left\{ \frac{Kk^{rw}}{\mu^w} [-\nabla p^w + \rho^w \mathbf{g}] \right\} = 0 \quad (238)$$

avec $\mathbf{m}^T = [1; 1; 1; 0; 0; 0]^T$

Le principe de la contrainte effective dans ce cas là est donnée par:

$$\boldsymbol{\sigma}' = \boldsymbol{\sigma} + \alpha \mathbf{m} (S_w p^w) \quad (239)$$

$$d\boldsymbol{\sigma}' = D_T d\boldsymbol{\varepsilon} \quad (240)$$

D_T est la matrice de rigidité. La relation entre la déformation totale $d\boldsymbol{\varepsilon}$ et les déplacements $d\mathbf{u}$ est donnée par:

$$d\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{L} d\mathbf{u} \quad (241)$$

IX.3.1 Conditions initiales et aux limites

Il est nécessaire de définir les conditions initiales et aux limites. Les conditions initiales définissent les champs de déplacement et les pressions d'eau à $t = 0$:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_0; p^w = p_0^w \text{ dans } \Omega \text{ et sur } \Gamma \quad (242)$$

où Ω est le domaine intéressé et $\Gamma = \Gamma_\pi \cup \Gamma_\pi^q$ sa frontière. Les conditions aux limites peuvent être des valeurs imposées sur les frontières Γ_π ou des flux sur les frontières Γ_π^q . Les valeurs imposées aux limites pour les déplacements et les pressions d'eau sont les suivantes:

$$\begin{cases} \mathbf{u} = \hat{\mathbf{u}} & \text{sur } \Gamma_u \\ p^w = \hat{p}^w & \text{sur } \Gamma_w \end{cases} \quad (243)$$

La condition aux limites de traction pour les contraintes est:

$$\mathbf{I}^T \boldsymbol{\sigma} = \hat{\mathbf{t}} \quad (244)$$

où la matrice \mathbf{I} est reliée au vecteur unitaire normal $\mathbf{n} = \{\mathbf{n}_x; \mathbf{n}_y; \mathbf{n}_z\}^T$ par :

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \mathbf{n}_x & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{n}_y & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{n}_z \\ \mathbf{n}_y & \mathbf{n}_x & 0 \\ 0 & \mathbf{n}_z & \mathbf{n}_y \\ \mathbf{n}_z & 0 & \mathbf{n}_x \end{bmatrix} \quad (245)$$

La condition aux limites en termes de flux pour l'eau est:

$$\rho^w \frac{Kk^{rw}}{\mu^w} [-\nabla p^w + \rho^w \mathbf{g}]^T \cdot \mathbf{n} = q^w \quad (246)$$

où q^w est le flux de masse imposé normalement à la surface.

IX.4. Formulation algorithmique du problème

Une analyse générale effectuée à l'aide de la méthode des éléments finis peut se décomposer en quatre grandes étapes :

- le choix de la géométrie et du maillage,
- la définition du modèle mathématique,
- la résolution du problème discrétisé,
- l'analyse et le post-traitement des résultats.

Chacune des étapes peut également être décomposée en une série de processus élémentaires.

1. Choix de la géométrie et du maillage :

- Définition des points, lignes, surfaces et volumes.
- Discrétisation.

2. Définition du modèle mathématique :

- Définition des données caractérisant le modèle :
- Type d'analyse : déformations ou contraintes planes, axisymétrie, séries de Fourier, etc...
- Formulation : mécanique, thermique, fluide, etc...
- comportement du matériau : élastique (isotrope, orthotrope, ...), plastique (isotrope, parfait, ...), etc...
- Type d'éléments : poutres, barres, coques, etc...
- Définition des propriétés matérielles (constantes d'élasticité, masse volumique, etc...).
- Définition des propriétés géométriques (section des poutres, inerties, épaisseur des coques, etc...).
- Définition des conditions aux limites.
- Définition des sollicitations.
- Conditions initiales.

3. Résolution du problème discrétisé :

- Calcul des matrices de rigidité et de masse de chaque élément fini.
- Assemblage des matrices de rigidité et de masse de la structure complète.
- Application des conditions aux limites.
- Application des chargements.
- Résolution du système d'équations.

4. Analyse et post-traitement des résultats :

- Quantités locales : déplacements, contraintes, déformations, etc...
- Quantités globales : déformation maximale, énergie de déformation, etc...

Les programmes de calcul par éléments finis classiques sont structurés selon cette logique, chaque étape étant associée à un module du code :

- le pré-processeur pour la définition du maillage et du modèle mathématique,
- le programme de calcul qui envoie une série de processus selon la procédure de calcul choisi par l'utilisateur, celui-ci ne peut maîtriser l'enchaînement des processus. La procédure agit comme une boîte noire sur laquelle l'utilisateur n'a aucune possibilité d'intervention.
- le post-processeur qui procède aux traitements nécessaires après avoir reçu les résultats des modules précédents.

Il apparaît clairement qu'un code de calcul classique exclut toute intervention de la part de l'utilisateur qui désirerait apporter des modifications répondant à ses propres besoins. Or, il peut s'avérer très utile de pouvoir définir pas-à-pas la séquence la mieux adaptée parmi les processus élémentaires disponibles pour chaque étape.

Ceci est d'autant plus valable lorsque l'utilisateur doit résoudre des problèmes variés et localisés en différents points du processus de résolution.

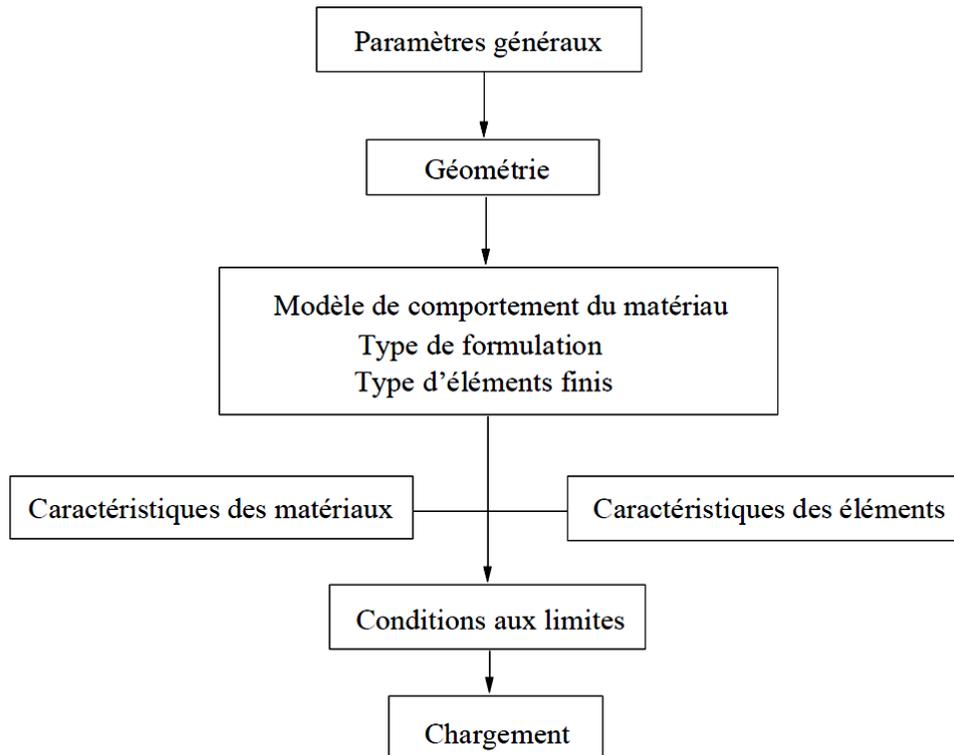
En effet, outre les trois grandes étapes obligatoires, il faut pouvoir disposer de facilités telles que :

- la visualisation des informations à toutes les étapes de manière à contrôler les données introduites et le déroulement du calcul,
- l'archivage et la restauration des informations afin d'être capable d'interrompre un calcul et de le continuer ultérieurement,
- la possibilité d'itérer dans les étapes désirées.

Chaque étape peut être décomposée en une série de processus élémentaires. Chacun de ces processus élémentaires acquiert de l'information existante, la met en forme, la traite et fabrique de nouvelles informations.

Faire un calcul revient donc à sélectionner les processus élémentaires adaptés au type du problème et à leur fournir les informations nécessaires existantes ou nouvelles.

Le modèle de calcul représente l'ensemble des données que doit préparer l'utilisateur pour décrire les caractéristiques complètes du problème à analyser. Il peut être décrit par le schéma suivant:



- Les paramètres généraux sont définis avec la directive OPTI.
- La géométrie représente la forme discrétisée du domaine à étudier. Elle est composée d'objets de type MAILLAGE.
- Le modèle associe au maillage une loi de comportement du matériau, la formulation éléments finis ainsi que le type d'éléments utilisés. C'est un objet de type MMODEL.
- Les caractéristiques des matériaux définissent les propriétés physiques des matériaux : module d'Young, coefficient de Poisson, masse volumique, etc... Ces données sont rassemblées dans un objet de type MCHAML (champ par élément) à plusieurs composantes (YOUN, NU, RHO...).
- Les caractéristiques des éléments sont relatives à certaines données supplémentaires selon les types d'éléments choisis qui ne peuvent se déduire de la géométrie. Ces données sont rassemblées dans un objet de type MCHAML à plusieurs composantes (SECT, INRY, EPAI, TORS...). Ce champ peut être concaténé avec le champ de caractéristiques des matériaux.
- Les conditions limites de type blocage doivent s'ajouter à la matrice de rigidité. Ce sont des objets de type RIGIDITE. S'il s'agit de conditions imposées (température, déplacements...), elles doivent de plus s'ajouter au second membre de l'équation à résoudre. Ce sont des objets de type CHPOINT.
- Le chargement est un objet de type CHPOINT ou CHARGEMENT (dans le cas de description spatiale et temporelle).

Le type des éléments finis dépend de la formulation, du type de support géométrique et de l'option de calcul choisie. Par exemple le module POREUX est sup-

porté par des CU20 (éléments cubiques à 20 nœuds pour lesquels l'interpolation est quadratique) en formulation MECANIQUE avec une option de calcul tridimensionnel.

Selon le type de calcul et les éléments finis utilisés, il est nécessaire de définir certaines propriétés matérielles et géométriques. On utilise l'opérateur MATE(RIAU) pour définir les propriétés matérielles d'un modèle donné. Pour les propriétés géométriques, on peut utiliser aussi l'opérateur MATE ou bien l'opérateur CARA(CTERISTIQUE). Les objets créés par les deux opérateurs sont de type MCHAML à plusieurs composantes: YOUN, NU, RHO, EPAI... Les caractéristiques peuvent être constantes ou variables selon un paramètre.

La procédure PASAPAS est la procédure générale de résolution en temps et en espace de CAST3M. Elle résout des problèmes d'hydrique et de mécanique de manière incrémentale (pas à pas). Elle permet de traiter des non linéarités pouvant provenir :

- du comportement des matériaux (écoulement, plasticité) ;
- de la géométrie (grands déplacements) ;
- des déformations (grandes transformations) ;
- des chargements ;
- des conditions aux limites.

Le logigramme de la Figure IX-2 présente la structure générale de la procédure PASAPAS, pour le calcul hydromécanique.

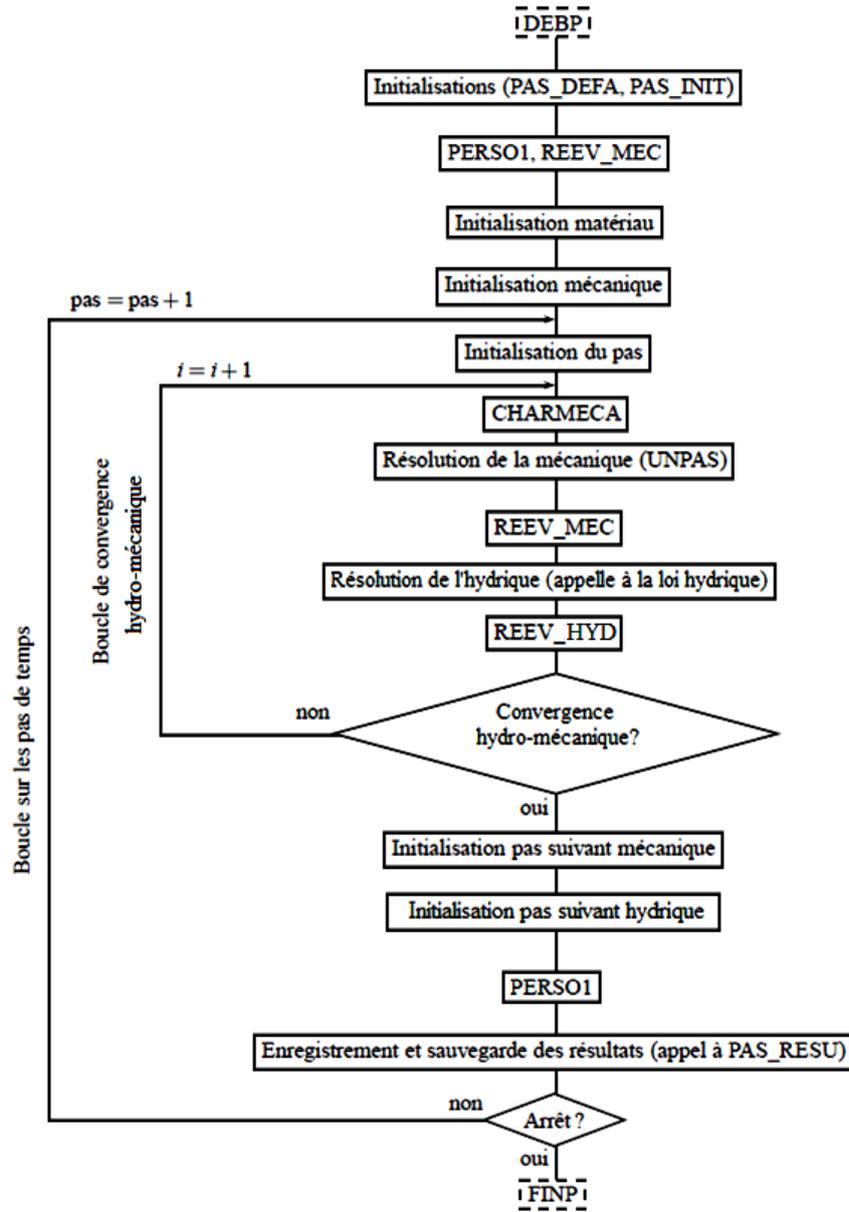


Figure IX-2: Structure générale de la procédure PASAPAS

Dans la procédure PASAPAS, l'utilisateur a la possibilité d'intégrer ces propres lois de comportement en faisant appel au module UTILISATEUR dans lequel il donne le numéro de référence de la loi implantée.

IX.5. Vérification du bon fonctionnement du modèle implanté dans le code Cast3M

Dans cette étude, nous vérifions l'implantation du modèle dans le code de calcul aux éléments finis CAST3M. Un cas test de compression triaxiale à succion contrôlée et un essai de cisaillement ont été utilisés afin de valider le modèle im-

planté, et afin de vérifier la cohérence de la loi hydrique mise en place (Arairo et al. (2012)), nous allons comparer les résultats obtenus par le code implémenté et les solutions quasi-analytiques obtenues pour un point de calcul pour un test d'écoulement cyclique.

IX.5.1 Validation par un essai de compression triaxial à succion contrôlée.

Il s'agit dans cette partie d'un essai de compression triaxial effectué sur un limon argileux. Le comportement de ce matériau est régi par la loi élastoplastique non associée des milieux non saturés représenté par le modèle développé. Les paramètres de ce modèle, utilisés dans la simulation, sont rassemblés dans le Tableau VIII-7. Dans ce tableau sont présents également les propriétés hydriques avec les paramètres de couplage utilisés dans les calculs. Ces mêmes paramètres ont été utilisés dans la simulation pour un point de calcul (essai homogène) et dans le code CAST3M.

IX.5.1.a. Le modèle et les conditions initiales et aux limites

IX.5.1.b. Géométrie et maillage.

Vu qu'il s'agit d'un essai homogène, le nombre des éléments qui constitue le maillage n'a pas d'influence. Le problème est traité en tridimensionnel, malgré le grand nombre d'éléments finis et de nœuds, qui conduisent fréquemment à des temps de calculs grandes, mais la géométrie réelle de l'ouvrage peut être bien présentée. L'échantillon a été discrétisé dans son intégralité par des éléments finis de type cubique CU20 isoparamétrique à 20 nœuds. Ce type d'éléments a été adopté pour le maillage des milieux poreux non saturés. Le maillage est formé de 1000 éléments de 0.001 m^3 de volume chacun.

IX.5.1.c. Phasage de calcul

L'objectif de cette application est de modéliser les sollicitations réelles qui s'appliquent sur l'échantillon. Le calcul a été donc décomposé en deux phases consécutives: une phase de consolidation et une phase de cisaillement.

IX.5.1.d. Conditions initiales

Préalablement à tout chargement mécanique ou hydrique, un état initial de contrainte nulle est considéré dans le massif.

IX.5.1.e. Conditions aux limites

Les conditions aux limites du modèle sont les suivantes:

Les déplacements verticaux sont bloqués sur la base inférieure de l'échantillon du sol, une pression uniforme de 500kPa a été appliquée sur les 4 bords latéraux et sur la surface supérieure. Après cette phase de compression isotrope, une phase de cisaillement a été appliquée, dans cette phase la valeur de la pression sur les bords latéraux est gardée constante. La pression axiale a été augmentée sur la surface supérieure.

IX.5.1.f. Résultats des simulations

Sur la Figure IX-3, nous présentons les résultats des calculs effectués avec le modèle implanté dans Cast3M: le déviateur des contraintes et les déformations volumiques sont tracés en fonction des déformations axiales. Sur les mêmes figures, nous présentons également les résultats des calculs effectués au moyen de l'algorithme analytique développé sous langage Fortran.

Tableau IX-1: Paramètres du modèle pour une argile limoneuse

Paramètres Mécaniques		Paramètres hydriques		Paramètres de couplage	
k	$2.8 \cdot 10^{-3}$	a_d	0.114	a_χ	2.
ν	0.35	n_d	4.38	n_χ	2.15
C_0	1 kPa	a_w	0.58	λ	0.5
C_f	170 kPa	n_w	3.38	n_0	0.4
ϕ_{c0}	1°	S_{rmax}	1.0		
ϕ_{e0}	1°	S_{rres}	0.1		
B_p	0.005	K_{int}	5.10^{-14}m^2		
B_c	0.02				
ϕ_{cf}	19°				
ϕ_{ef}	19°				
ψ_{cf}	1°				
ψ_{ef}	1°				
p'_{c0}	500 kPa				
δ	0.015				

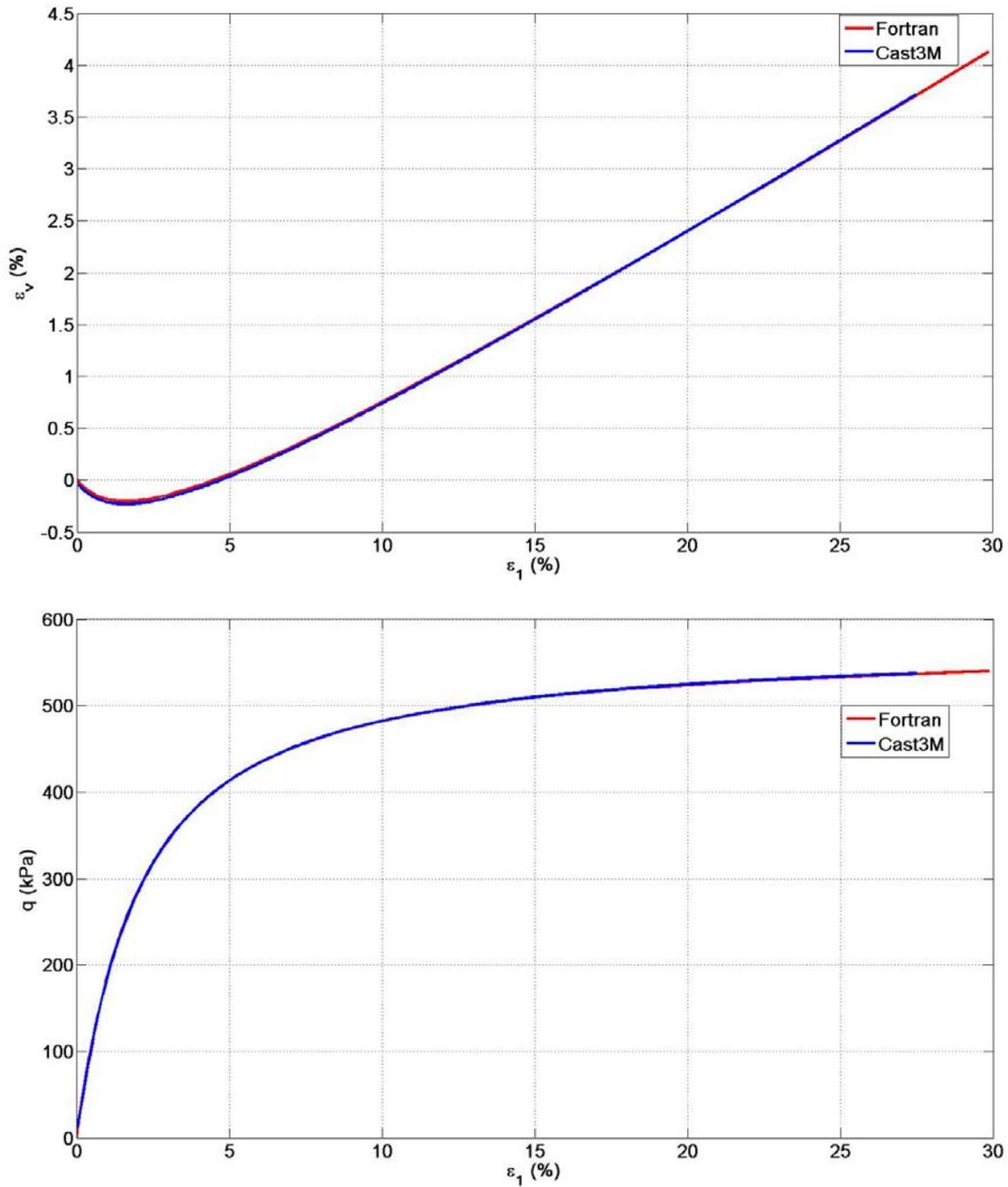


Figure IX-3: Comparaison entre les résultats analytiques et ceux du modèle implémenté dans Cast3M pour un essai de compression triaxiale à $\sigma_3 = 100 \text{ kPa}$: déviateur des contraintes et déformations volumiques en fonction des déformations axiales.

La comparaison entre les courbes numériques issues du modèle dans cast3M et celles issues de l'algorithme développé sous Fortran montre que le modèle sous Cast3M reproduit parfaitement la solution dite analytique issue du modèle couplé sous Fortran.

IX.5.2 Validation par un essai de cisaillement.

Dans ce cas test, nous nous intéressons plus particulièrement au cas de conditions au limite de natures différentes (contraintes/déplacements imposés). Il s'agit d'un essai de cisaillement pur où la contrainte s'appliquant suivant la normale au plan de cisaillement est gardée constante, et un déplacement selon l'axe de cisaillement est imposé. Le matériau étudié est une argile limoneuse de comportement élastoplastique. Ce comportement est représenté par le modèle que nous avons déjà développé. Les paramètres de ce modèle utilisés dans la simulation sont rassemblés dans le Tableau VIII-7.

IX.5.2.a. Le modèle et les conditions initiales et aux limites

Le même maillage que celui dans la partie précédente a été adopté pour ce calcul. Il est constitué d'un élément (cubique de type CU20 à 20 nœuds).

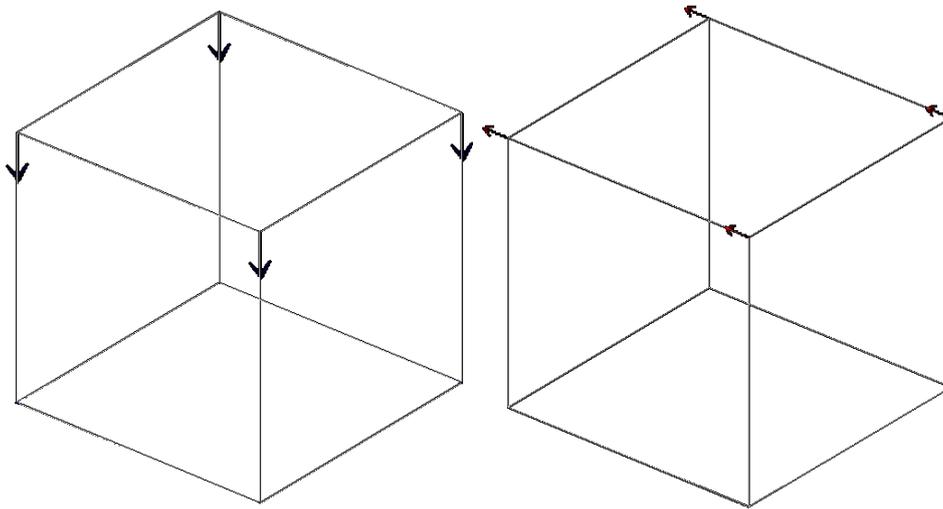


Figure IX-4: Géométrie du maillage utilisé pour la modélisation d'un essai de cisaillement : (a) première phase de compression œdométrique (b) phase de cisaillement par un déplacement imposé.

IX.5.2.b. Phasage de calcul

Le calcul est décomposé en deux phases :

- Une phase de compression œdométriques par application d'une contrainte verticale axiale de 100 kPa sur la surface du haut et en bloquant les déplacements sur les bords latéraux;
- Une phase de cisaillement par application d'un déplacement imposé sur la surface du haut selon l'axe horizontal des abscisses tout en gardant la contrainte normale à la surface du haut constante (100 kPa);

IX.5.2.c. Résultats des simulations

Les résultats de l'essai de cisaillement issus du modèle implanté dans Cast3M ont été confrontés aux résultats analytiques donnés par le code de calcul sous

Fortran. La Figure IX-5 montre les résultats de cette confrontation, la contrainte de cisaillement σ_{XY} est exprimée en fonction de la déformation ε_{XY} . Avant tout autre commentaire, remarquons que sur ces figures, les courbes obtenues après un calcul sous Fortran (trait rouge) et après un calcul numérique sous Cast3M (trait bleu) se superposent : les deux approches donnent des résultats quasi-identiques. Ceci nous donne une base de confiance quant à la bonne implantation de la loi élastoplastique non associée. Une légère différence entre les deux résultats a été constatée (moins de 0,1%) due aux hypothèses posées concernant les conditions aux limites et l'homogénéité de l'essai.

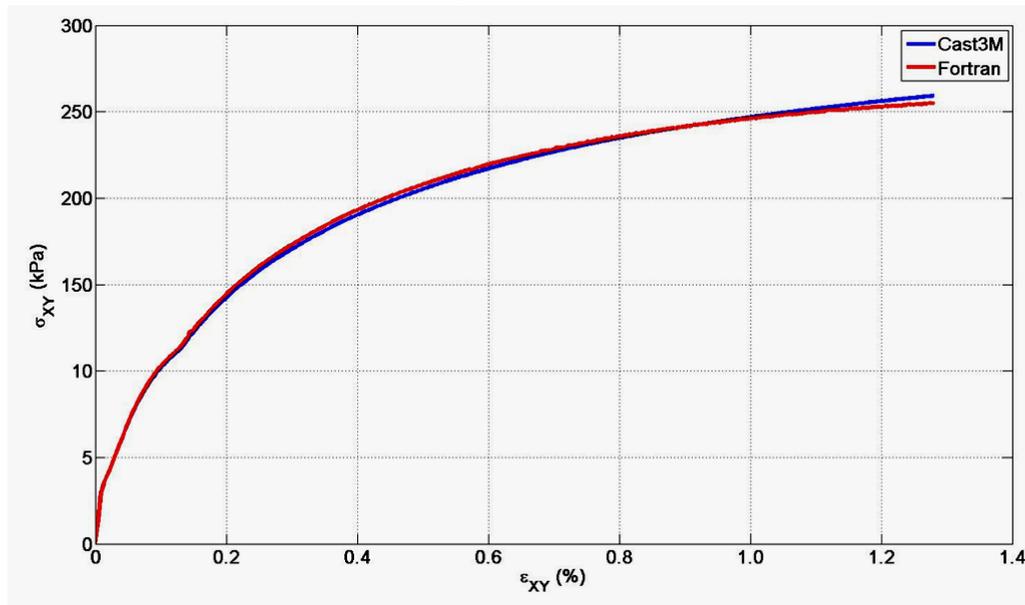


Figure IX-5: Comparaison entre les résultats analytiques et ceux du modèle implémenté dans Cast3M pour un essai de cisaillement à $\sigma_3 = 100 \text{ kPa}$

D'après ce qui précède on peut conclure que le modèle élastoplastique non associée a été correctement implémenté dans le code de calcul aux éléments finis Cast3M. La question est maintenant de savoir si le modèle de comportement hydrique, utilisé pour caractériser la courbe de rétention d'eau, implémenté sous Cast3M peut conduire à des résultats proches de ceux issues du code développé sous langage Fortran.

IX.5.3 Validation par un essai de rétention d'eau.

Cette étude numérique continue avec la simulation d'un essai de rétention d'eau. L'intérêt porté à cet essai se justifie par les conditions aux limites qui y sont rencontrées et qui sont de natures différentes: une pression imposée avec un flux latéral nul. Une section cubique formée de 1000 éléments de type CU20 a été adoptée dans ces simulations. Mais cette fois, on part d'un échantillon complètement saturé, sur laquelle un gradient de pression est appliqué par le haut.

IX.5.3.a. Conditions aux limites

Les conditions aux limites du modèle sont les suivantes :

- Les déplacements verticaux et horizontaux sont bloqués sur la base inférieure du massif du sol, et l'on applique une pression de l'eau nulle pendant toutes les phases de calcul;
- Une pression d'eau négative (suction) allant de 0 jusqu'au -1 MPa est appliquée à la surface pendant la première phase, qui dans la deuxième phase réaugmente jusqu'à atteindre 0 MPa et ceci pour simuler les phénomènes de séchage et d'humidification.

L'ensemble des conditions aux limites est indiqué sur la Figure IX-6.

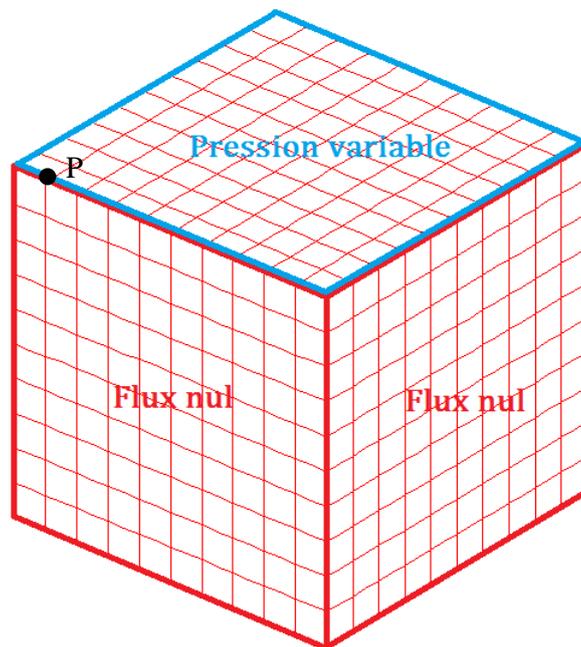


Figure IX-6: Conditions aux limites adoptées pour la modélisation d'un essai de rétention d'eau

IX.5.3.b. Résultats des simulations

Nous présentons dans ce paragraphe les principaux résultats de modélisations d'un essai de rétention d'eau pour un sol argileux effectuées avec le code aux éléments finis Cast3M où notre modèle, servant pour décrire le comportement couplé, a été implémenté.

Les courbes d'évolution temporelle de la pression d'eau et de la saturation (Figure IX-9) permettent de visualiser les phénomènes de transferts hydriques pour différents points situés à plusieurs niveaux de profondeur ($z = 1.0$ correspond à la surface du massif). L'allure générale de l'évolution de la saturation est logiquement semblable à celle de la pression interstitielle. Les valeurs de la pression interstitielle (suction) et du degré de saturation décroissent progressivement avec le temps pendant la première phase de séchage puis augmentent pendant la phase d'humidification. Il faut noter que le but de cette simulation

était de tester la validation de la bonne implantation de la loi hydrique que nous avons ainsi développée.

La Figure IX-7 montre l'évolution du degré de saturation en fonction de la pression interstitielle mesurée au niveau de la surface du massif au point P (0.1 ; 0.0 ; 1.0). De même, ces résultats montrent que la valeur du degré de saturation, pendant la première phase de chargement, diminuent avec la diminution de la pression interstitielle (l'augmentation de la succion). Cette évolution suit la courbe limite drainage. Puis pendant la deuxième phase de chargement, la pression interstitielle a augmenté, ce qui correspond à une réhumidification, on remarque que l'évolution du degré de saturation en fonction de la succion suit une courbe de balayage située entre les deux courbes limites de rétention d'eau. Ces résultats semblent être cohérents avec ceux obtenues par le code de calcul développé sous Fortran, pour la loi hydrique.

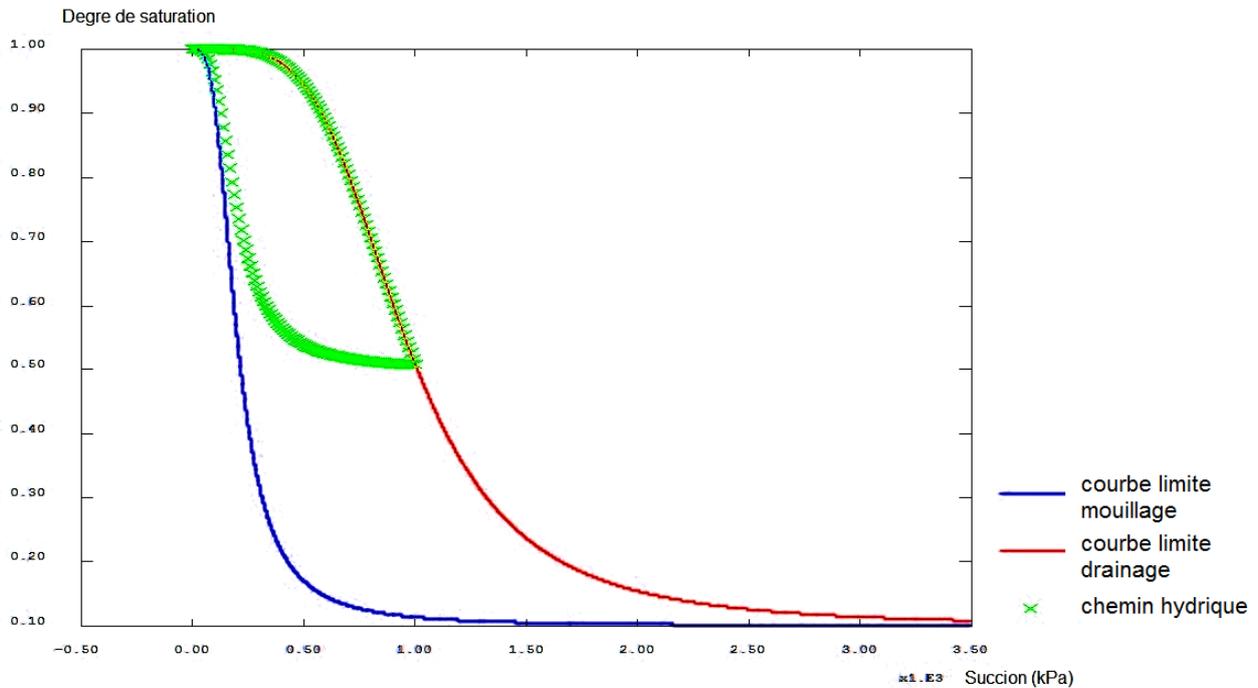


Figure IX-7: Evolution du degré de saturation au point P (0.1 ; 0.0 ; 1.0) suite au chargement cyclique

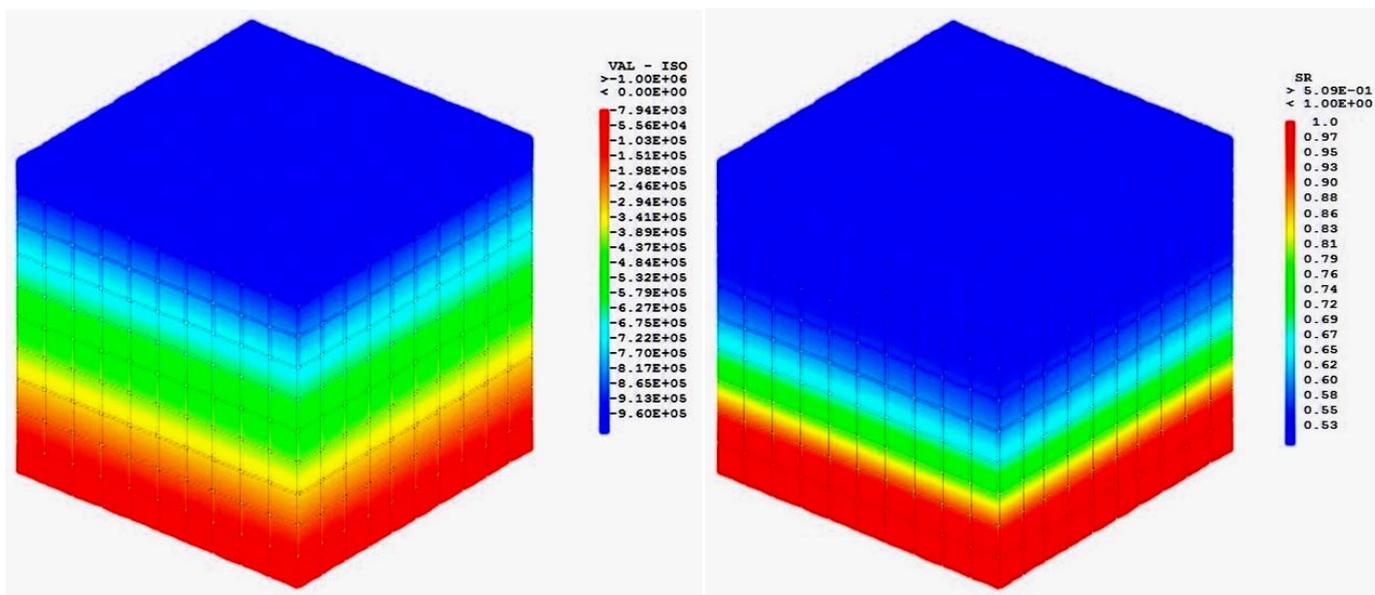


Figure IX-8: Répartition de la pression capillaire et du degré de saturation suite à une application de -1 MPa de pression d'eau sur la surface supérieure de l'échantillon initialement saturé.

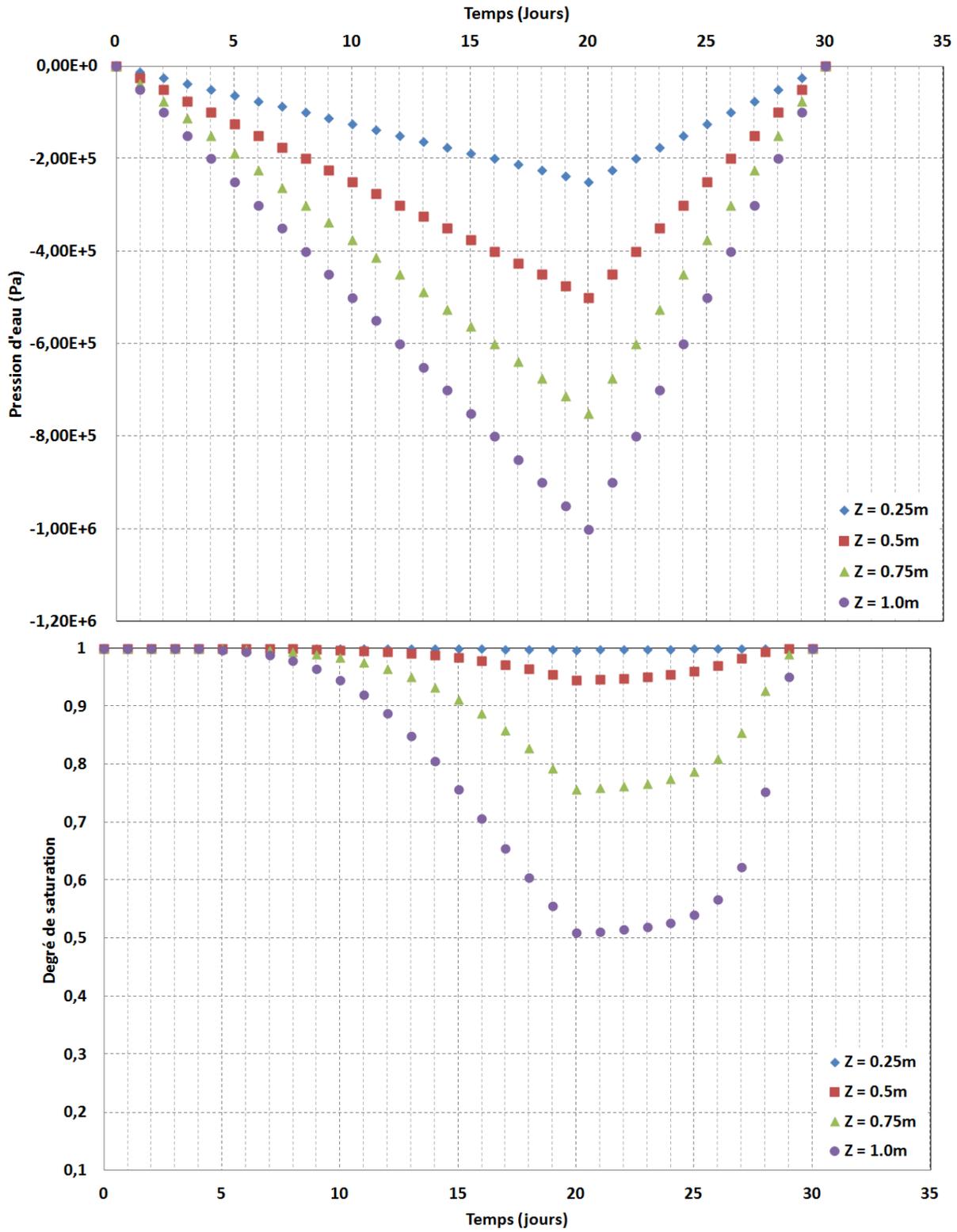


Figure IX-9: Évolution temporelle de la saturation en eau pour différents points pendant les deux phases de drainage et de remouillage

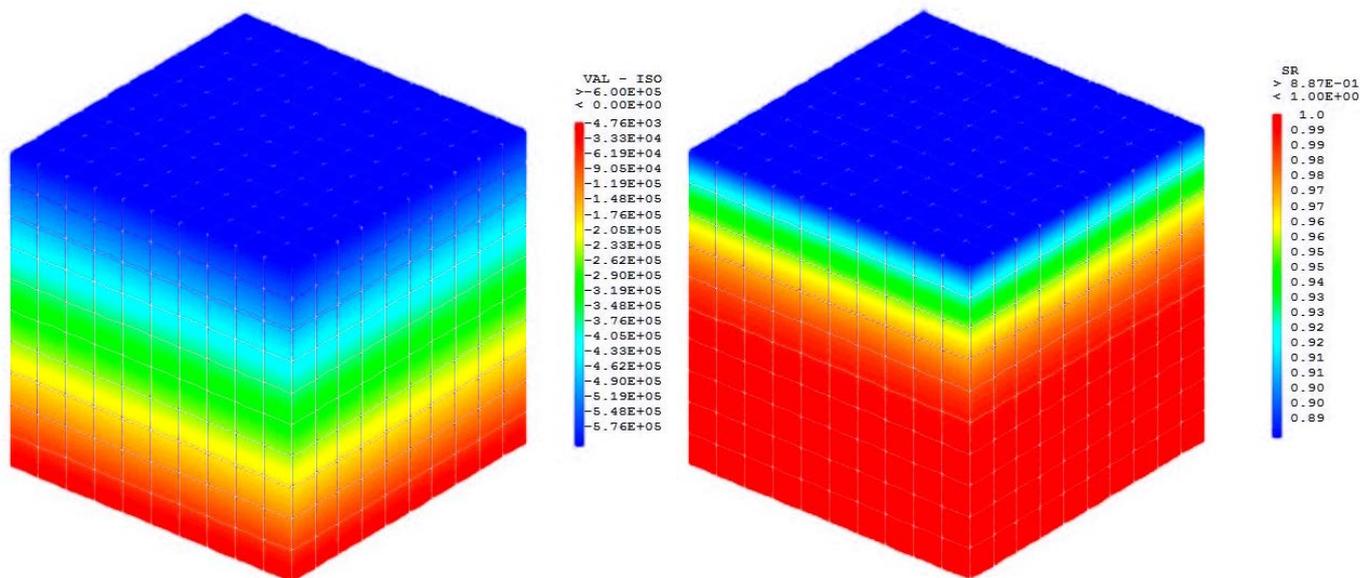


Figure IX-10: Répartition de la pression capillaire et du degré de saturation au cours du drainage de l'échantillon initialement saturé (pression à la surface $P_{haut} = -600\text{kPa}$).

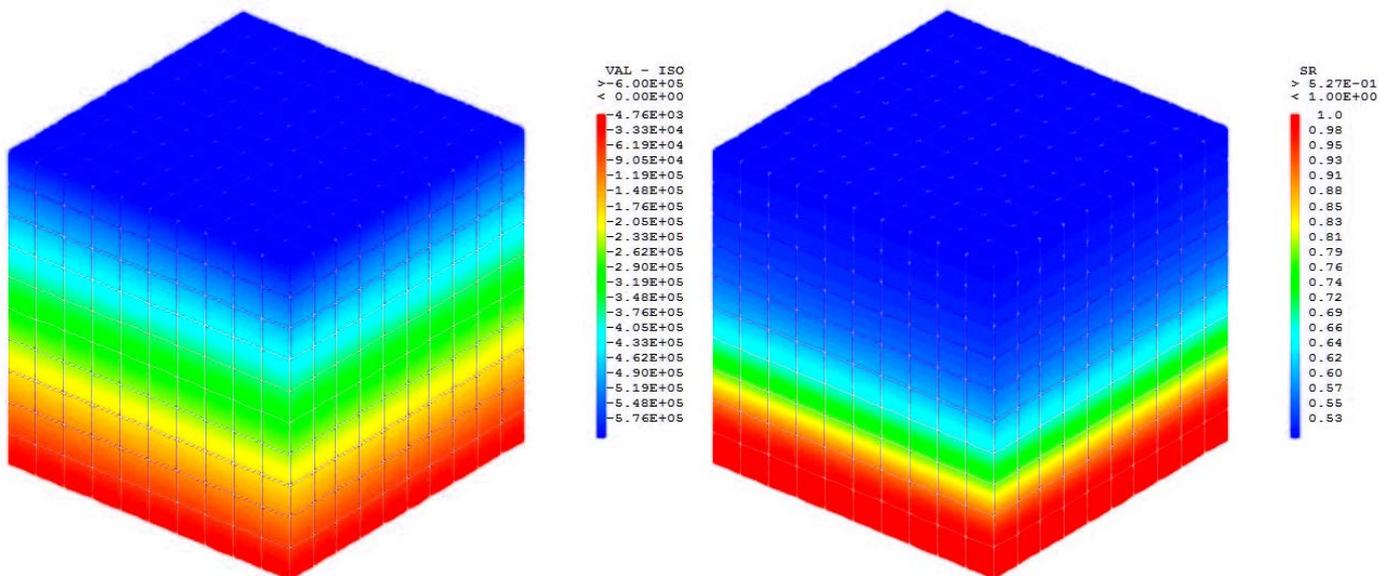


Figure IX-11: Répartition de la pression capillaire et du degré de saturation au cours du remouillage de l'échantillon après l'application de -1MPa de pression d'eau, la pression sur la surface supérieure est de -600kPa .

La Figure IX-10 et la Figure IX-11 montrent la répartition de la pression capillaire et du degré de saturation correspondant à une pression de -600 kPa sur la surface supérieure du massif. Ces résultats montrent que la répartition du degré de saturation, pour la même répartition de la pression capillaire, dépend de la phase de chargement, ce qui met en évidence le phénomène d'hystérésis entre le drainage et le remouillage.

IX.5.4 Conclusion

Dans cette partie, nous avons présenté une vérification du modèle implémenté à la modélisation de différentes sollicitations : un cas test de chargement triaxial a été simulé, puis un cas de chargement cyclique de rétention pour un sol argileux a été modélisé. Le calcul a été donc découpé en plusieurs phases. Par comparaison avec les résultats issue du code développé sous Fortran, les résultats ont montré que les différentes parties du modèle couplé ont été bien implantées. Une étude d'un cas réel reste cependant nécessaire pour la validation complète de notre modèle à l'échelle d'un ouvrage.

IX.6. Application à l'étude de la stabilité d'une pente qui subit un phénomène pluvial

Par « stabilité des pentes » on entend l'étude de l'équilibre mécanique des masses de sol ou de roches pouvant être mises en mouvement, soit par des phénomènes naturels : érosion des versants montagneux, tremblement de terre, ou anthropiques : terrassements de déblais, mise en œuvre de remblais, construction.

Les mouvements de terrains historiquement connus et répertoriés (PASEK) ont fait de l'ordre de 150 000 victimes. L'un des plus anciens qui nous touche de près, est l'écroulement du Mont Granier, au nord de Chambéry, qui, en novembre 1248, fit, pense-t-on, entre 1500 et 5000 victimes (Goguel et Pachoud (1972)). Plus récemment, des coulées de boue ont aussi entraîné des pertes humaines (Roquebillières dans les Alpes Maritimes, 17 victimes en 1926, Sanatorium du plateau d'Assy, 43 victimes en 1970). Par ailleurs, d'un point de vue matériel, les glissements de terrains affectant, soit des zones urbaines, soit des ouvrages routiers ou autoroutiers, nécessitent des réparations dont le coût dépasse souvent le million d'euros.

Les glissements de terrain présentent une étape de rupture suivie d'un écroulement. Ils peuvent être initiés par une chute de pluie intense, un tremblement de terre une activité volcanique, un changement de la nappe phréatique, les changements de pente induites par les activités de construction, ou toute combinaison de ces facteurs.

Les glissements de terrain déclenchés par des pluies affectent de nombreuses vallées montagneuses. La nappe phréatique est généralement absente dans de telles pentes et les sols sont dans un état de saturation partiel. Ce genre de glissements de terrain se caractérise par une faible probabilité d'évolution vers une situation catastrophique, mais peut avoir des répercussions importantes sur la population, les infrastructures et l'environnement. Cet impact est de plus en plus prononcé en raison de l'augmentation du tourisme et des constructions (routes, voies ferrées...) dans les zones montagneuses (Bonnard et al. (2004)). Ces glissements donnent lieu à une rupture spontanée, impliquant l'écroulement des volumes de sols allant des centaines voir des milliers de mètres cubes (Dai et al. (1999)). En effet, ces glissements peuvent être présents non seulement par l'action de liquéfaction liée aux pressions d'eau positives, mais aussi en conditions non saturées où la contribution des forces capillaires à la stabilité des pentes est considérable (Godt et al. (2009)).

Les modèles numériques, prenant en compte les principaux processus physiques impliqués dans le cas des sols non saturés au cours de différentes phases d'un épisode pluvieux, pourraient aider à comprendre les principaux mécanismes de glissement. Ces processus sont liés à l'écoulement de l'eau à travers la matrice solide, à la capacité de rétention d'eau, et à l'effet de la succion matricielle sur le comportement mécanique.

Afin d'illustrer les capacités du modèle, un chargement couplé hydromécanique est réalisé sur une pente de sol. L'épisode pluvieux est simulé par une application d'une pression d'eau positive sur la surface de la pente. Les paramètres utilisés pour cette étude sont issus des propriétés d'un limon argileux. (Voir Tableau IX-2)

Tableau IX-2: Paramètres du modèle pour une argile limoneuse

Paramètres Mécaniques		Paramètres hydriques		Paramètres de couplage	
k	$2.8 \cdot 10^{-3}$	a_d	1.6	a_χ	2.
ν	0.15	n_d	1.38	n_χ	2.15
C_0	15 kPa	a_w	100	λ	0.1
C_f	23 kPa	n_w	1.38	n_0	0.4
ϕ_{c0}	6.9°	S_{rmax}	1.0		
ϕ_{e0}	6.9°	S_{rres}	0.1		
B_p	0.001	K_{int}	$4 \cdot 10^{-14} \text{m}^2$		
B_c	0.0085				
ϕ_{cf}	26°				
ϕ_{ef}	26°				
ψ_{cf}	2°				
ψ_{ef}	2°				
p'_{c0}	482 kPa				
δ	0.015				

La Figure IX-12 présente la géométrie de la pente étudiée, le maillage est formé de 9475 éléments cubiques de type CU20 (45464 nœuds).

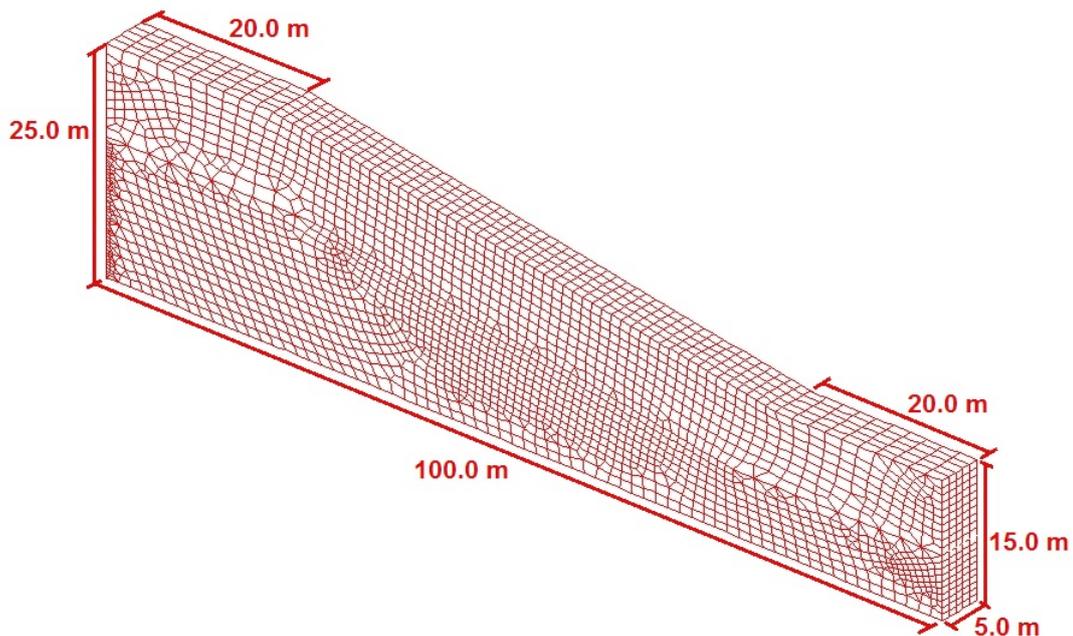


Figure IX-12: Géométrie de la pente étudiée

IX.6.1 Phasage de calcul et résultats des simulations

Le calcul a été effectué en 2 étapes successives: étant donné que le sol est initialement saturé, la première étape de calcul consiste à déterminer la position de la nappe phréatique tout en prenant en compte l'effet de la gravité. Alors cette phase est constituée d'une phase de chargement gravitaire avec une analyse couplée de pression d'eau négative et de déformation pour déterminer la distribution de la succion matricielle dans la zone non saturée. La nappe phréatique résultante est inclinée à peu près parallèlement à la pente (Johnson et Sitar (1990)). La succion matricielle est distribuée d'une manière hydrostatique dans la zone partiellement saturée au-dessus de la nappe. Le degré de saturation atteint la valeur de 0.754 le long de la surface de la pente, voir Figure IX-14. La deuxième phase de calcul consiste à simuler l'événement de pluie en imposant une pression d'eau positive sur la surface de la pente, qui va jusqu'à 22 kPa.

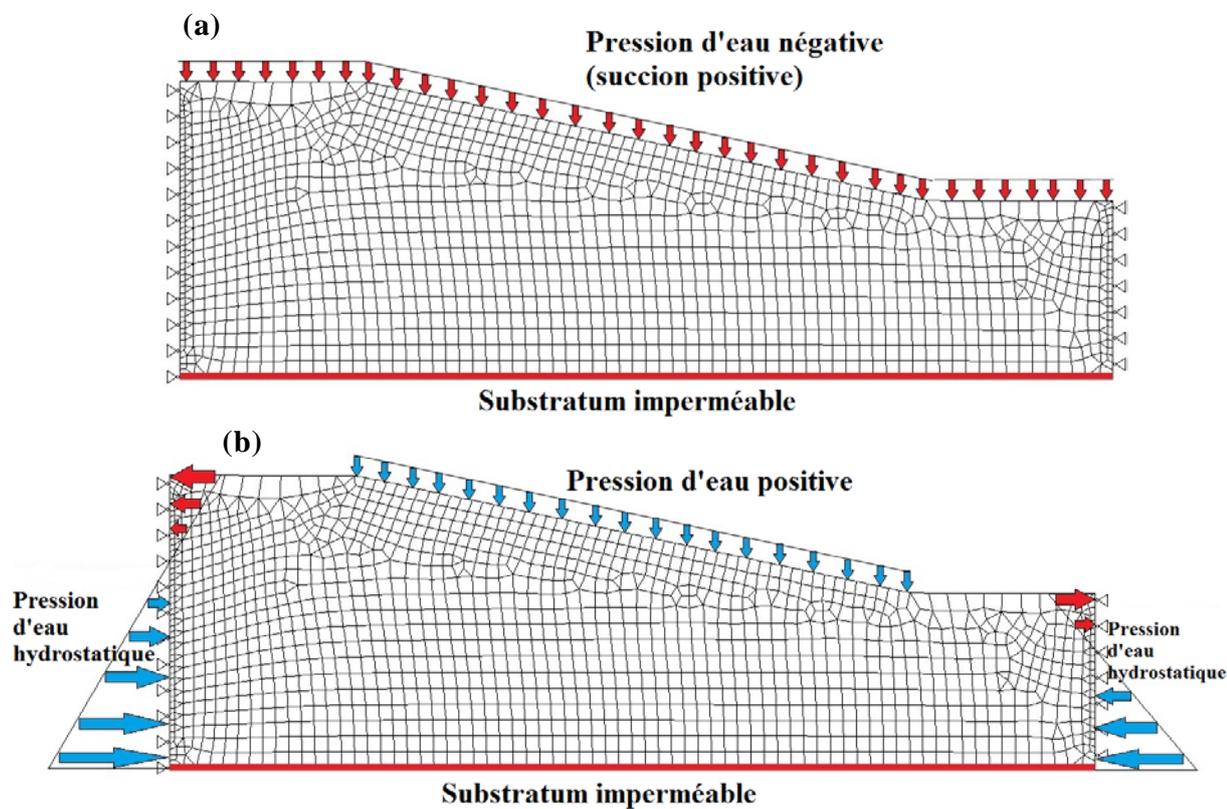


Figure IX-13: Conditions aux limites des deux étapes de calculs: (a) phase de désaturation; (b) phase de resaturation sur la surface inclinée de la pente

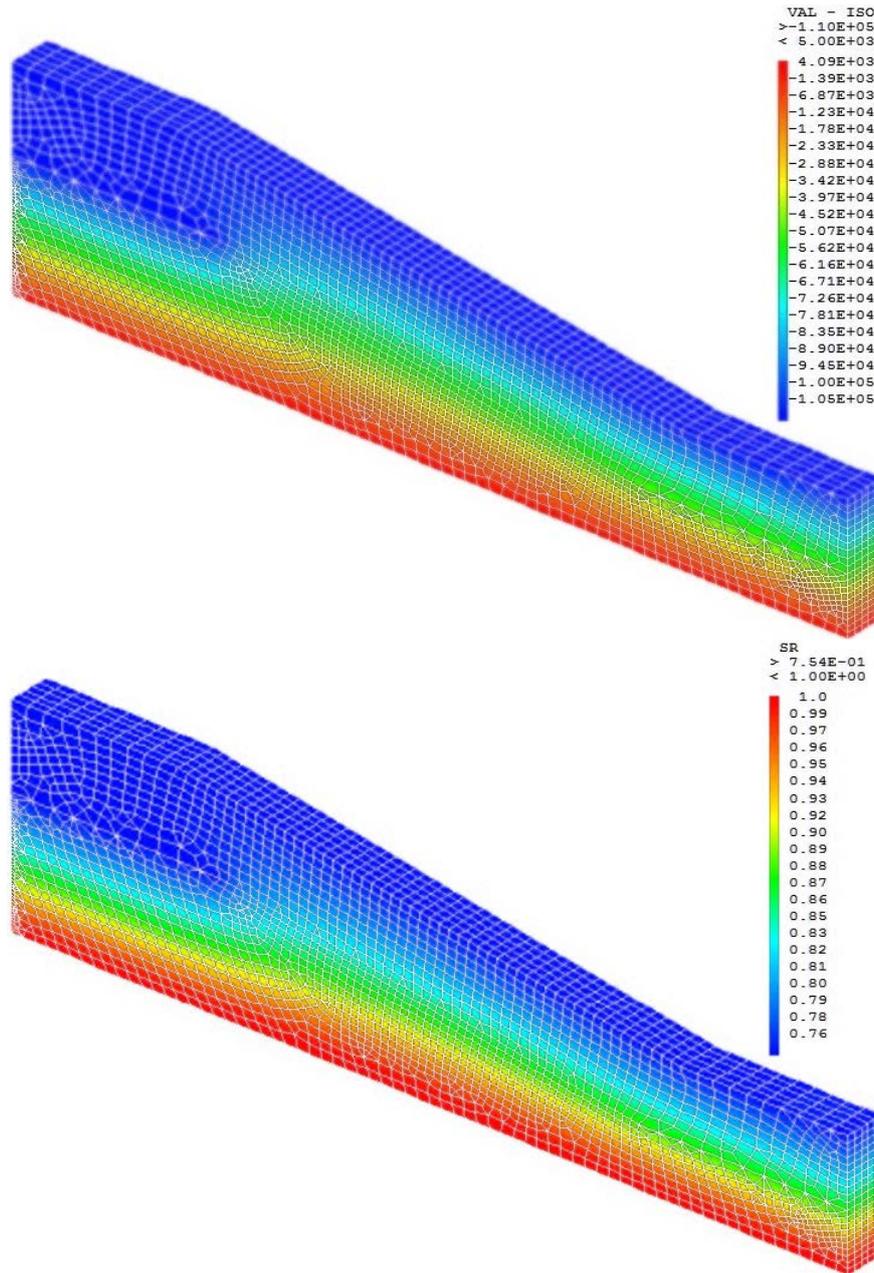


Figure IX-14: Répartition spatiale de la succion matricielle et du degré de saturation après la première étape de calcul (cette étape consiste à déterminer le niveau de la nappe phréatique suite à l'application de la charge gravitaire avec une pression d'eau négative sur la surface)

La répartition de la saturation dans la Figure IX-15 montre que la surface de la pente est quasiment saturée. Les isovaleurs du degré de saturation montrent que la zone d'accumulation située à la base de la pente est la partie la plus saturée. Il faut noter que le niveau de la nappe phréatique sur les bords est gardé constant.

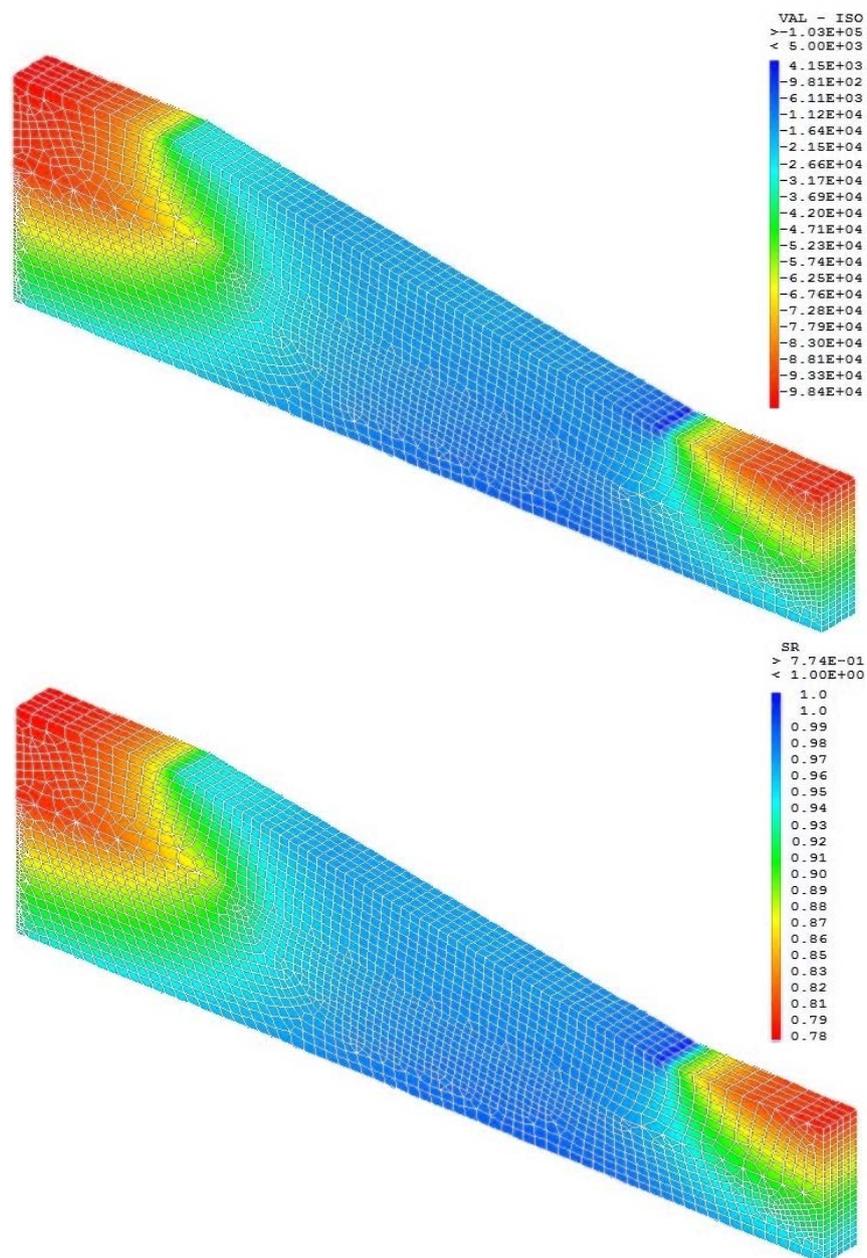


Figure IX-15: Répartition spatiale de la succion matricielle et du degré de saturation suite à une infiltration à travers la surface de la pente.

L'infiltration de l'eau agit sur la stabilité de la pente initialement non saturée. En augmentant la teneur en eau, les forces de capillarité prédominent entre les particules de sol. L'effet de décollement lié au mouillage est pris en compte dans le modèle via la contrainte effective, qui va diminuer avec l'infiltration de pluie.

La Figure IX-16 montre la pente déformée après le phénomène d'infiltration. La forme de la déformée montre que les contraintes de cisaillement maximale se trouvent au sommet de la pente. Ce facteur joue un rôle primordial dans l'initiation des mécanismes de glissement surfacique, qui aura lieu dans la zone proche du sommet de la pente, où la contrainte de cisaillement $\tau = 25.4kPa$. La

contrainte maximale de cisaillement est $\tau_{\max} = 26.8kPa$, avec une cohésion actuelle de $c = 18.26kPa$ et un angle de frottement $\varphi = 21.2^\circ$.

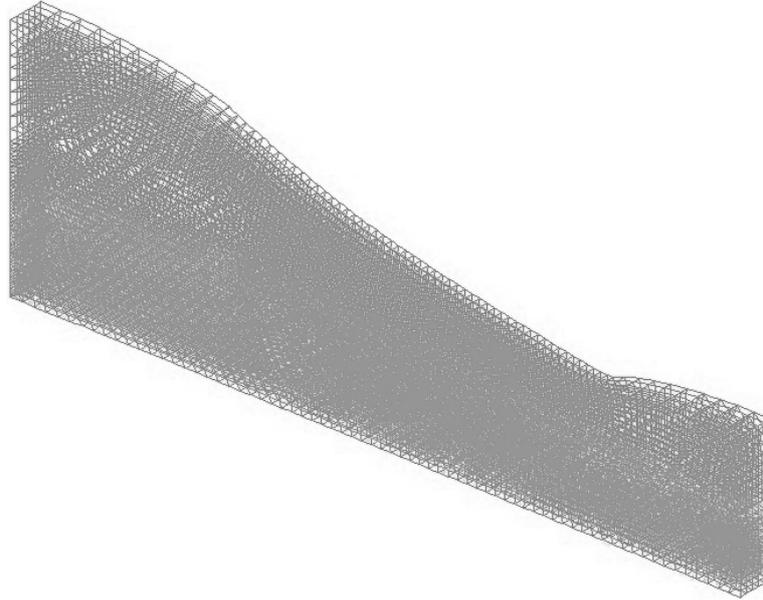


Figure IX-16: Déformé de la pente suite à une infiltration pluviale (20 fois amplifiée)

Dans la Figure IX-17, la répartition de la contrainte de cisaillement σ'_{xz} est présentée. Les contraintes de cisaillement sont localisées à la surface de la pente et sont réparties selon une surface cylindrique, qui correspond éventuellement à la surface de rupture potentielle.

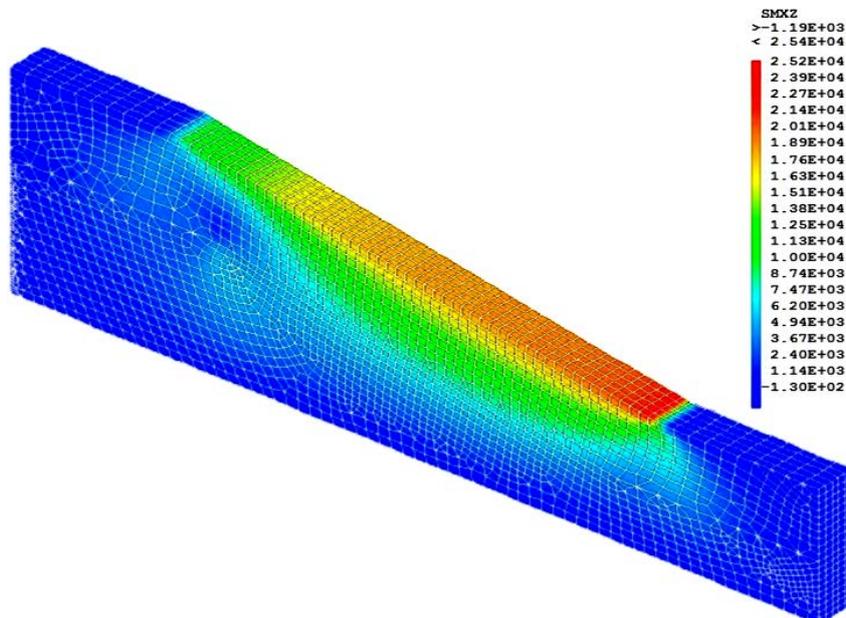


Figure IX-17: Répartition de la contrainte de cisaillement σ'_{xz} (exprimée en Pa) à la fin de la phase d'infiltration

IX.7. Etude de l'effet du paramètre χ sur les déformations

Les applications du modèle au problème pratique, présenté dans la partie précédente, ainsi que les applications aux simulations d'essais expérimentaux réalisés au laboratoire, présentés dans les chapitres précédents, ont montré les aptitudes du modèle numérique implanté à reproduire quantitativement de façon acceptable les phénomènes caractéristiques du comportement des sols non saturés.

Dans cette partie, nous allons tester l'effet du paramètre de couplage χ sur le comportement mécanique. Ce paramètre est considéré comme étant une fonction de la succion et dépend des deux paramètres a_χ et n_χ (pour plus de détail voir l'équation (197)).

Nous restons toujours dans le cas d'une pente initialement saturée, qu'on va désaturer en appliquant une pression d'eau négative (succion) sur la surface supérieure (voir Figure IX-13) jusqu'à arriver à une succion de 100kPa mais cette fois avec des paramètres $(a_\chi ; n_\chi)$ différents. Ces paramètres ont été choisis d'une manière à avoir le pic dans le produit χs en fonction de χ .

Les paramètres du modèle hydromécanique sont résumés dans le Tableau IX-3

Tableau IX-3: Paramètres du modèle pour une argile limoneuse

Paramètres Mécaniques		Paramètres hydriques		Paramètres de couplage	
k	$2.8 \cdot 10^{-3}$	a_d	1.6	a_χ	<u>2</u>
ν	0.15	n_d	1.38	n_χ	<u>5.38</u>
C_0	15 kPa	a_w	100	λ	0.1
C_f	23 kPa	n_w	1.38	n_0	0.4
ϕ_{c0}	6.9°	S_{rmax}	1.0		
ϕ_{e0}	6.9°	S_{rres}	0.1		
B_p	0.001	K_{int}	$4 \cdot 10^{-14} \text{m}^2$		
B_c	0.0085				
ϕ_{cf}	26°				
ϕ_{ef}	26°				
ψ_{cf}	2°				
ψ_{ef}	2°				
p'_{c0}	482 kPa				
δ	0.015				

D'après les résultats on remarque que les déformations sont affectées par le choix du paramètre χ : tant que la valeur de la succion appliquée est inférieure à la valeur pic, il y aura augmentation de la contrainte effective ce qui se traduit par une compression. Cependant, une fois que la succion traverse le pic du produit χs , nous arrivons à capter un comportement dilatant lié à l'effet de déchargement qui se traduit par une diminution de la contrainte effective malgré que la valeur de la succion continue à augmenter.

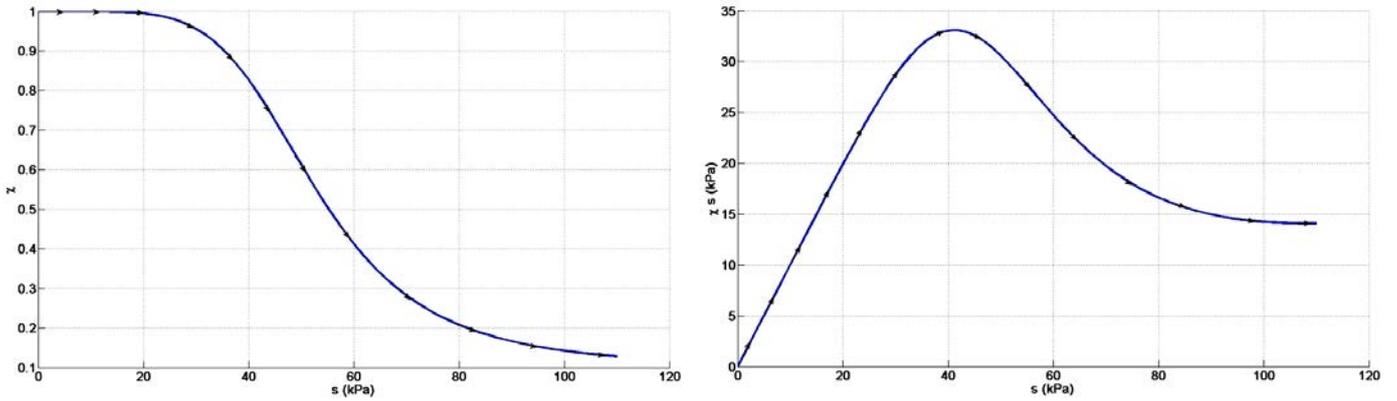


Figure IX-18: Variation du produit χs en fonction de s avec $a_\chi = 2$ et $n_\chi = 5.38$

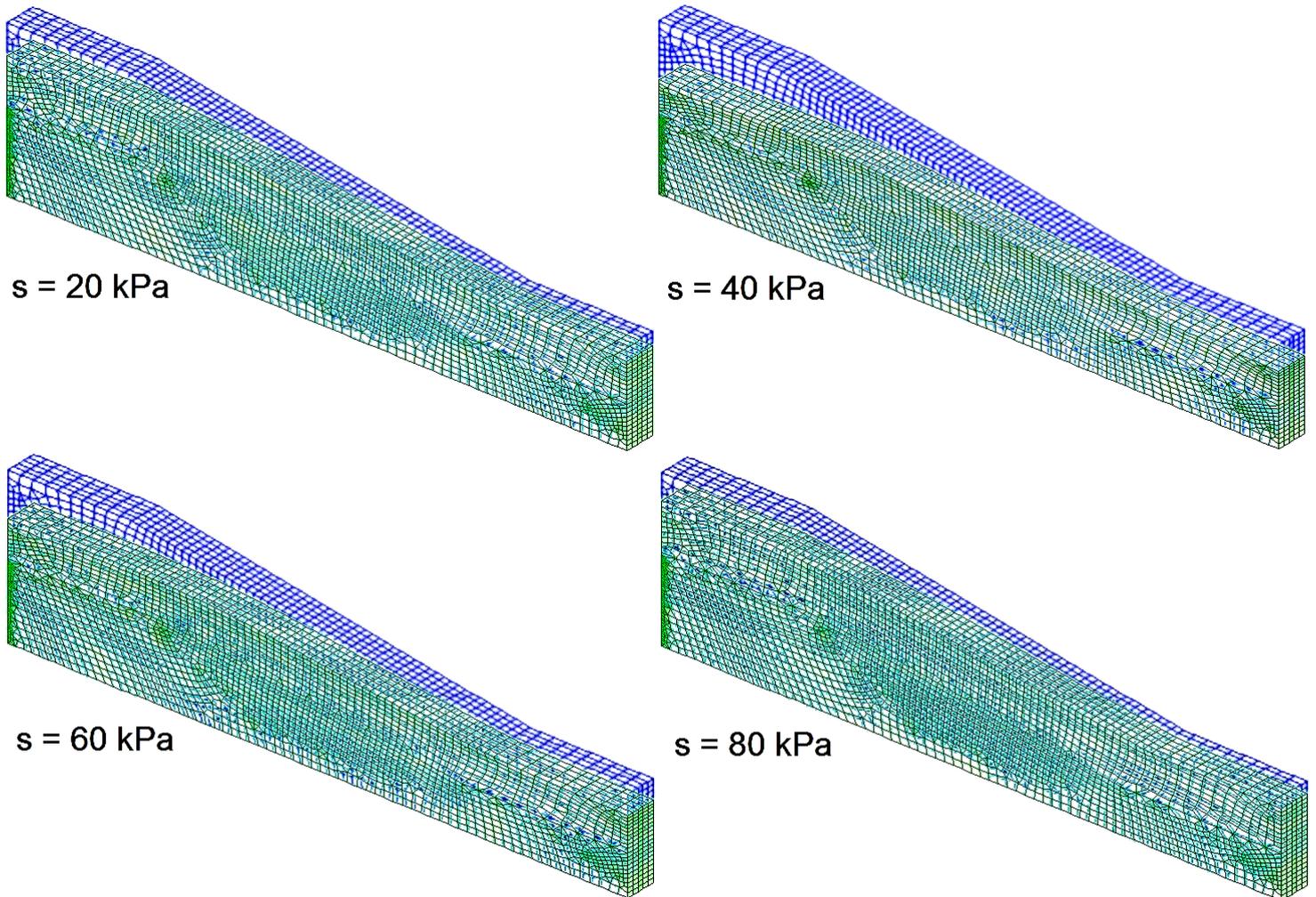


Figure IX-19: les déformés à différentes valeurs de succion (10 fois amplifiée)

Cette observation nous paraît intéressante surtout dans le cas où on étudie l'effet des cycles de désaturation/resaturation sur le comportement mécanique des sols non saturés, dans le cas où la contrainte totale reste constante.

La Figure IX-19 montre les déformés (amplifiée 10fois) pour les différents valeurs de succions. On remarque qu'au cours du chargement, les déformations varient avec la variation de la succion. Une déformation maximale est atteinte pour la succion $s = 40kPa$ (la valeur pic). Avec l'augmentation de la succion au-delà de cette valeur ($s = 60kPa$ et $s = 80kPa$), on peut constater un effet de déchargement qui se traduit par une déformé plus faible par rapport à la configuration initiale. Ce qui met en évidence, la diminution de la contrainte effective malgré l'augmentation de la succion.

IX.8. Application à une fondation superficielle reposant sur un sol non saturé

IX.8.1 Introduction

Les cycles de désaturation/resaturation peuvent avoir des effets dommageables sur les sols argileux. Ces cycles peuvent entraîner des tassements en période de sécheresse et des gonflements liés à la présence de l'eau. Ces phénomènes peuvent provoquer des dégâts dans les bâtis sous forme de fissures relativement larges, voire la rupture partielle ou totale de l'ouvrage (Blondeau (1992); Vandangeon (1992); Gourley et al. (1993)).

Les périodes de grande sécheresse conduisent à une forte diminution de volume de certains sols argileux. Ce mouvement du sol n'est pas uniforme sous les constructions, constituant elles-mêmes des écrans contre l'évaporation, il en résulte chaque fois des efforts différentiels importants entre le centre de la construction et sa périphérie. Lorsque les sols argileux récupèrent de l'eau, leur volume augmente et les fondations peuvent soulevées. Il est donc important de prévoir correctement les déformations possibles des sols non saturés et d'analyser leur influence sur l'exploitation ou la stabilité du bâti et de l'ouvrage.

Dans cette étude, nous nous intéressons particulièrement aux fondations superficielles reposant sur une couche homogène d'argile non saturée. Nous étudions l'influence du processus d'évolution de la désaturation (lors d'un chemin de drainage) ou de la saturation (lors d'un chemin d'humidification) sur le tassement.

IX.8.2 Caractéristiques de la fondation

Nous avons étudié le cas d'une fondation superficielle rectangulaire en béton. La géométrie de cette fondation est présentée sur la Figure IX-21. Cette fondation est supposée soumise à un chargement vertical centré de 100 kPa. Le béton de la fondation est supposé suivre un comportement de type élastique linéaire. Une

des hypothèses de ce travail est de considérer que la fondation est rigide, et la valeur imposée pour le module de Young de la fondation est donc de 30 000 MPa, pour s'assurer d'une rigidité suffisante.

Les propriétés mécaniques et hydriques du béton utilisées dans les calculs sont rassemblées dans le Tableau IX-4.

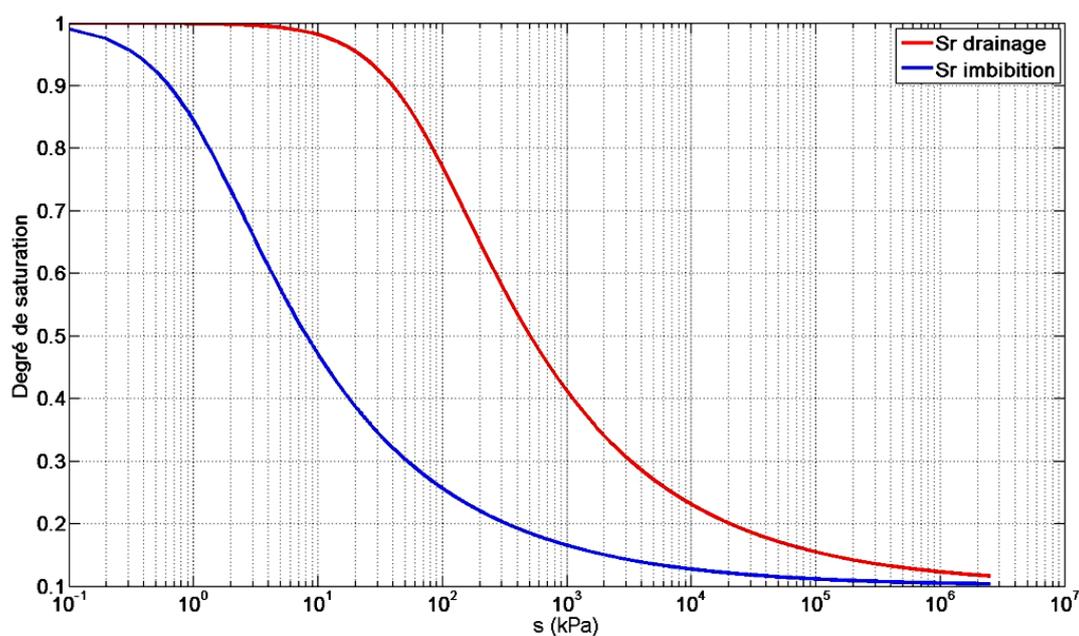


Figure IX-20: Courbe de rétention d'eau du sol argileux, la pression d'entrée d'air est de l'ordre de 25 kPa

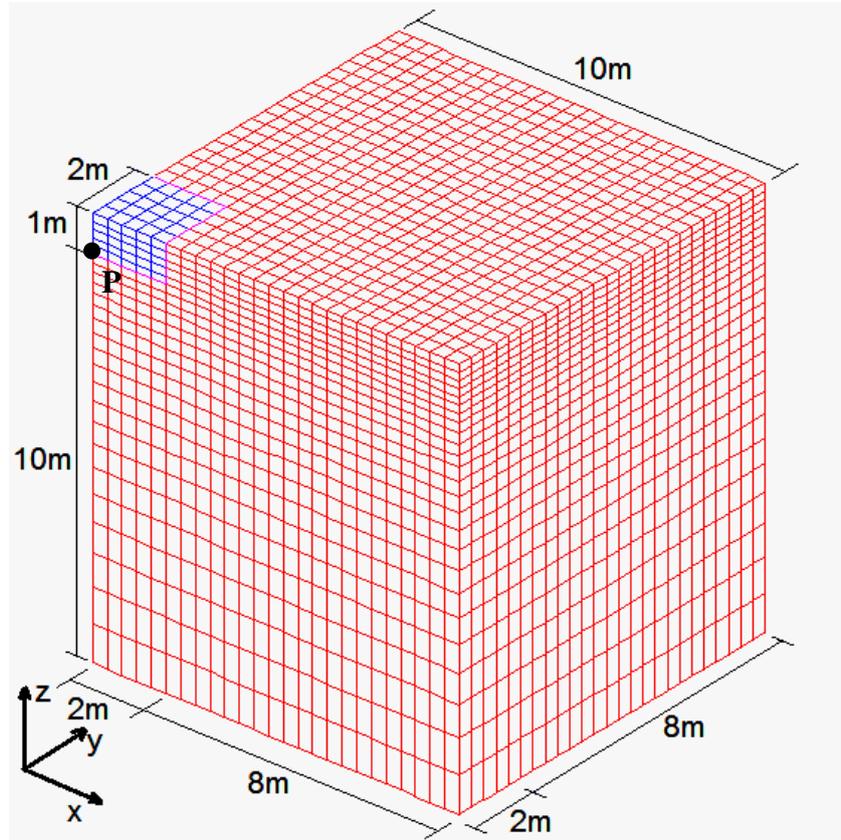


Figure IX-21: Géométrie du maillage utilisé pour la modélisation d'une semelle superficielle

IX.8.3 Caractéristiques du massif de sol

Dans cette étude, nous avons supposé que la fondation repose sur une couche homogène d'argile de profondeur finie. Le comportement de cette argile est régi par la loi élastoplastique que nous avons implémenté. Les paramètres de ce modèle utilisés dans la simulation sont rassemblés dans le Tableau IX-4. Dans ce tableau sont présentés également les propriétés hydriques et d'autres paramètres utilisés dans les calculs. La Figure IX-20 présente la courbe de rétention d'eau et donne une idée sur l'ordre de variation de la succion. Cette figure est tracée selon les paramètres hydriques du sol donnés dans le Tableau IX-4. Une valeur assez élevée de la perméabilité intrinsèque a été choisie afin d'accélérer le processus d'évolution de la désaturation et de la saturation du massif de sol.

Tableau IX-4: Paramètres du modèle pour une fondation superficielle

Paramètres du sol					
Paramètres Mécaniques		Paramètres hydriques		Paramètres de couplage	
k	$2.8 \cdot 10^{-3}$	a_d	1.6	a_χ	2.
ν	0.15	n_d	1.38	n_χ	5.38
C_0	15 kPa	a_w	100	λ	0.01
C_f	23 kPa	n_w	1.38	n_0	0.4
ϕ_{c0}	6.9°	S_{rmax}	1.0		
ϕ_{e0}	6.9°	S_{rres}	0.1		
B_p	0.001	K_{int}	$4 \cdot 10^{-14} \text{m}^2$		
B_c	0.0085				
ϕ_{cf}	26°				
ϕ_{ef}	26°				
ψ_{cf}	2°				
ψ_{ef}	2°				
p'_{c0}	200 kPa				
δ	0.015				
Paramètres de la semelle					
Paramètres Mécaniques			Paramètres Hydriques		
E	$30 \cdot 10^3 \text{MPa}$		K		10^{-12}m/s
ν	0.2				

IX.8.4 Le modèle et les conditions initiales et aux limites

IX.8.4.a. Géométrie et maillage

En tenant compte des symétries du problème, nous arrivons à réduire le nombre des éléments et des nœuds du maillage, ce qui conduit également à la réduction des temps de calculs.

La fondation superficielle est alors un ouvrage-type à la fois simple et complexe: simple lorsqu'on peut l'étudier en conditions de déformation plane ou en symétrie de révolution, et complexe lorsqu'il faut entreprendre des calculs numériques tridimensionnels. Dans notre étude, nous avons choisi de modéliser une fondation rectangulaire et la modélisation a été effectuée en symétrie par rapport aux deux plans (oxz) et (oyz).

Seule un quart du modèle est modélisé et représenté sur la Figure IX-21 par raison de symétrie de géométrie, de conditions aux limites et de chargement. Les limites latérales de notre modèle ont été fixées à 10m ($5 \cdot B$) de part et d'autre du centre de la fondation. De même, la limite inférieure est située à 10m de profondeur ($5 \cdot B$). Ces distances se veulent suffisantes pour que les conditions aux limites du modèle n'influent pas sur les résultats. Une modélisation classique consiste à repousser les limites latérales du massif de sol à une distance de cinq fois

(Kausel and Roesset (1975) ; Sheng et al. (2003)) à six fois (Mestat (1997)) la dimension B de l'ouvrage (la semelle superficielle).

Le massif de sol a été discrétisé dans son intégralité par des éléments finis de type cubique à 20 nœuds. Le même type d'éléments a été adopté pour le maillage de la fondation, afin d'assurer un assemblage correct. Le maillage est constitué en totalité de 19016 éléments et 83525 nœuds (Figure IX-21). Un raffinement local du maillage a été effectué dans les zones où de forts gradients risquent d'apparaître, c'est-à-dire au voisinage de la fondation et sous sa base, de manière à obtenir une bonne estimation des champs des contraintes et des déplacements. La base de la fondation est en contact avec le sol par 481 nœuds.

Au contact avec le sol et la fondation, les nœuds du maillage à la frontière sont communs aux deux matériaux (béton et sol argileux) et il y a continuité des déplacements et des flux. Comme la charge appliquée sur la fondation est verticale centrée, il n'est pas nécessaire de prendre en compte des éléments d'interface.

IX.8.4.b. Phasage de calcul

L'objectif de cette application est d'étudier l'influence des sollicitations hydriques dues à la variation des conditions climatiques (alternance de périodes de pluie et de sécheresse) sur les déplacements du massif du sol. Ce calcul a été donc décomposé en quatre phases consécutives. Dans chaque phase, une condition à la limite simulant une précipitation ou une sécheresse a été imposée à la surface du sol:

- phase I : un séchage d'une durée de 15 jours ;
- phase II : une précipitation d'une durée de 2 jours ;
- phase III : un séchage d'une durée de 8 jours ;
- phase IV : une précipitation d'une durée de 5 jours.

IX.8.4.c. Conditions initiales

Préalablement à tout chargement mécanique ou hydrique, un état initial de contrainte correspondant au poids propre du massif du sol est défini (Figure IX-22). La nappe phréatique est supposée située à la surface du massif de sol. Par conséquent, la pression capillaire qui règne est la pression hydrostatique.

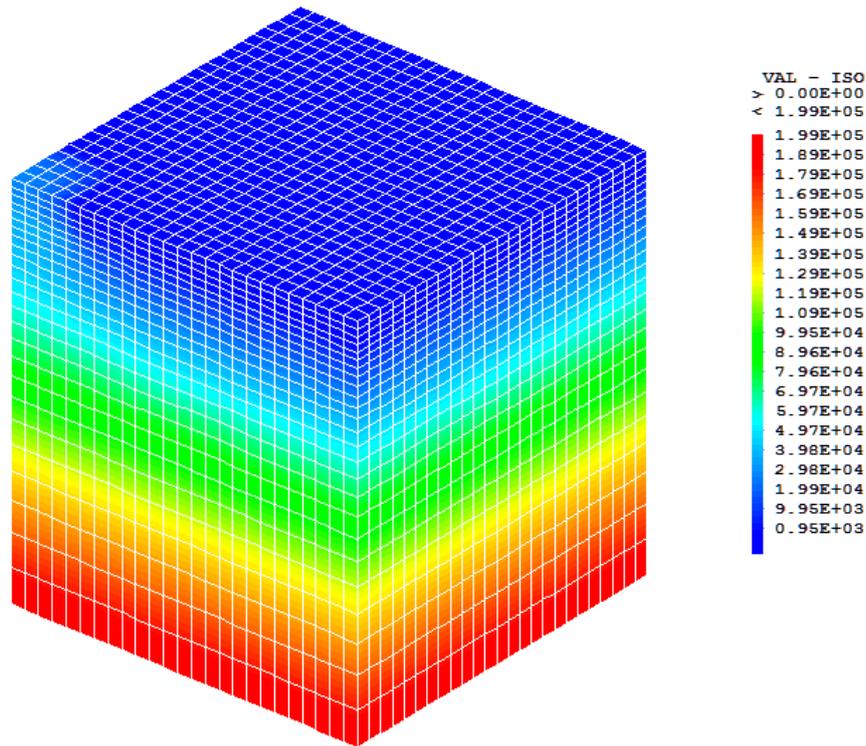


Figure IX-22: conditions initiales du modèle: contraintes verticales (en Pa)

IX.8.4.d. Conditions aux limites

Les conditions aux limites du modèle sont les suivantes:

- Les déplacements verticaux sont bloqués sur la base inférieure du massif du sol (à 10m de profondeur) et les déplacements horizontaux sont bloqués sur les frontières latérales formants les plans de symétrie, et l'on impose sur ces surfaces un flux nul pour l'eau ;
- Les nœuds en tête de la fondation sont chargés par une pression uniforme de 100 kPa;
- Une pression d'eau négative de 100 kPa est appliquée sur la base supérieure du massif pendant la phase I (le niveau de la nappe sera à 8m de profondeur). Cette pression varie jusqu'à atteindre la valeur de 40 kPa à la fin de la phase II. Pendant la phase III, un rabattement de la nappe est appliqué par une variation de la pression d'eau à la surface du massif et ceci pour simuler les phénomènes de séchage et d'humidification.

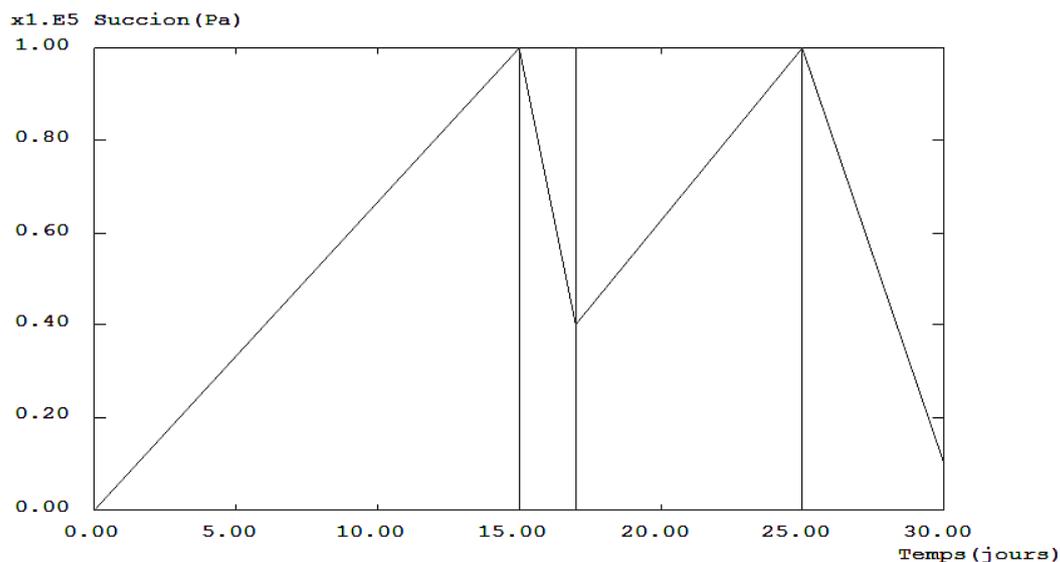


Figure IX-23: Valeurs de la succion appliquées à la surface du massif de sol

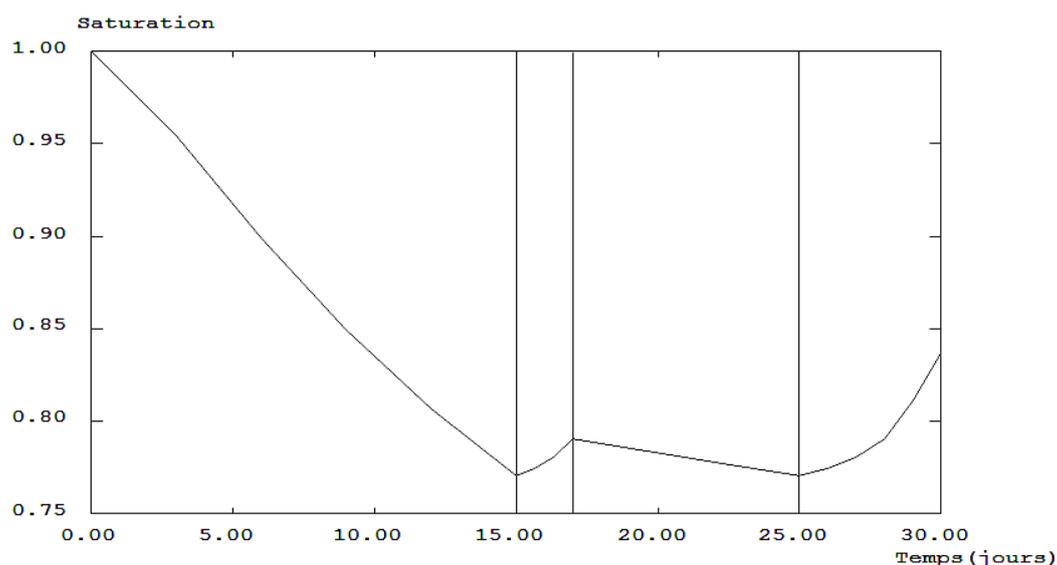


Figure IX-24: Variation du degré de saturation au cours des cycles de drainage/imbibition au niveau de la surface du massif de sol

IX.8.5 Résultats des simulations

Nous présentons dans ce paragraphe les principaux résultats des modélisations du problème de fondation superficielle sur un sol limoneux non saturé effectuées avec Cast3M où notre modèle servant à décrire le comportement du massif du sol, a été implémenté.

Les profils de la pression interstitielle et du degré de saturation à l'issue de chaque phase sont donnés par les figures (Figure IX-27 et Figure IX-28). D'après ces figures, nous pouvons ainsi constater que la base de la fondation se

désaturation moins vite que les autres points situés au même niveau mais à l'extérieure de la fondation, ceci est dû à la faible perméabilité de la fondation. Les courbes d'évolution temporelle de la succion (positive pour des pressions interstitielles négatives) et de la saturation (Figure IX-23 et Figure IX-24) permettent de visualiser les phénomènes de transfert hydrique au niveau de la surface du massif. L'allure générale de l'évolution de la saturation est logiquement semblable à celle de la pression interstitielle. Les valeurs du degré de saturation décroissent progressivement avec le temps pendant les deux phases de séchage (phases I et III) et elles ré-augmentent pendant les deux phases d'humidification (phases II et IV).

Les déplacements verticaux prédits par le modèle au niveau de la base de la fondation sont montrés sur la Figure IX-26. L'allure générale de l'évolution de ces déplacements est logiquement semblable à celle de la pression interstitielle et du degré de saturation. Pendant la phase I de séchage le sol tasse progressivement avec le temps et continue à tasser pendant la phase II d'humidification bien que la succion diminue, la contrainte effective augmente, ce qui induit un tassement. Pendant la phase III, le sol présente un comportement légèrement dilatant suite à l'augmentation de la succion. Sur cette courbe nous remarquons que dans la phase IV, il y a eu une légère augmentation des tassements suivi d'une diminution des tassements.

La charge ultime calculée selon la règle DTU 13.12 est donnée par :

$$q_u = S_c C N_c + \frac{1}{2} S_\gamma \gamma B N_\gamma + S_q \gamma D N_q = 782 \text{ kPa} \quad (247)$$

avec S_c ; S_γ et S_q des coefficients de forme, N_c ; N_γ et N_q sont des paramètres sans dimension qui dépendent de l'angle de frottement. C, γ sont respectivement la cohésion, la densité du sol. B, D sont la largeur de la fondation et l'encastrement de la semelle.

Etant considéré par hypothèse que le sol est homogène tout au long des 10m de la profondeur, le tassement total pour une charge de 100 kPa, calculé selon la règle DTU 13.12, avec les caractéristiques d'un sol complètement saturé et la géométrie de la fondation, est donné par:

$$T_t = \frac{\alpha}{9E} (\sigma - \gamma D) \lambda_c B + \frac{2}{9E} (\sigma - \gamma D) B_0 \left(\frac{\lambda_d B}{B_0} \right)^\alpha = 4.305 \cdot 10^{-3} \text{ m} \quad (248)$$

Où: $B_0 = 0.6 \text{ m}$; σ la composante normale de la contrainte du sol sous la fondation pour l'état-limite de service; E le module pressiométrique du sol; et α un coefficient rhéologique dépendant de la nature du sol.

Donc on peut conclure que la charge appliquée est plus faible que la charge ultime et les déplacements au niveau de la base de la semelle sont du même ordre de grandeur que le tassement maximum à la rupture selon les règles DTU.

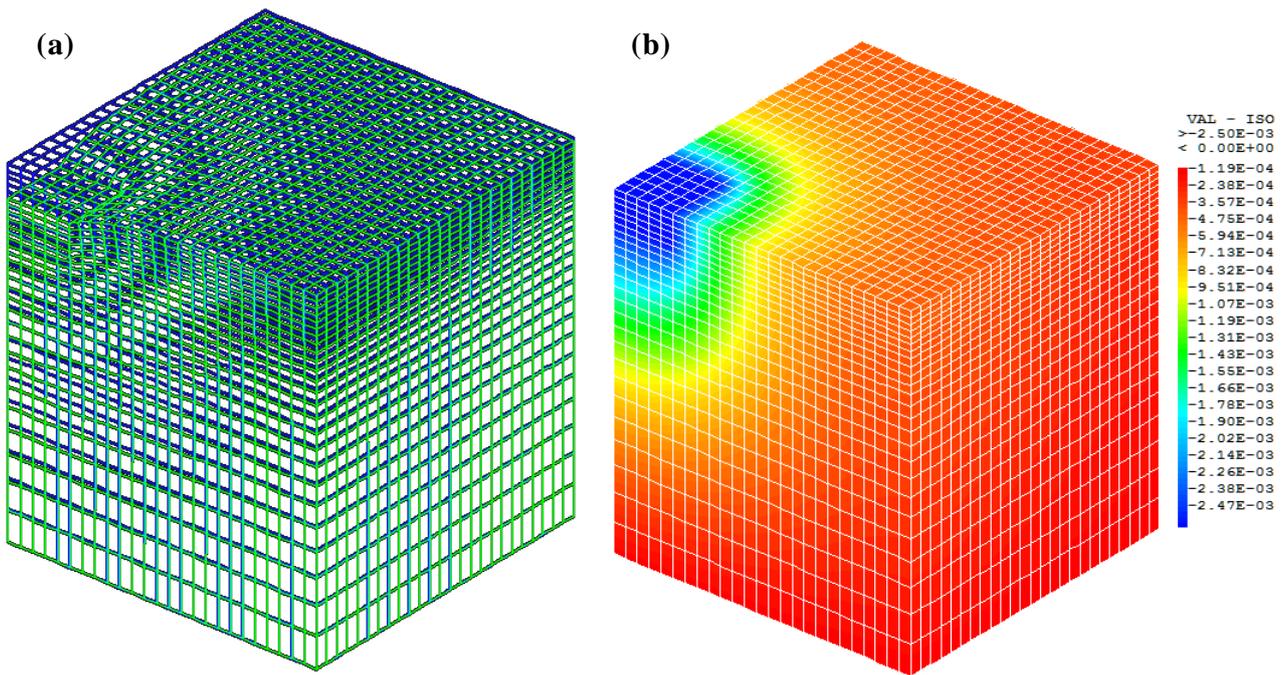


Figure IX-25: (a) Déformé finale du massif de sol (15 fois amplifiée). (b) Isovaleurs du déplacement vertical

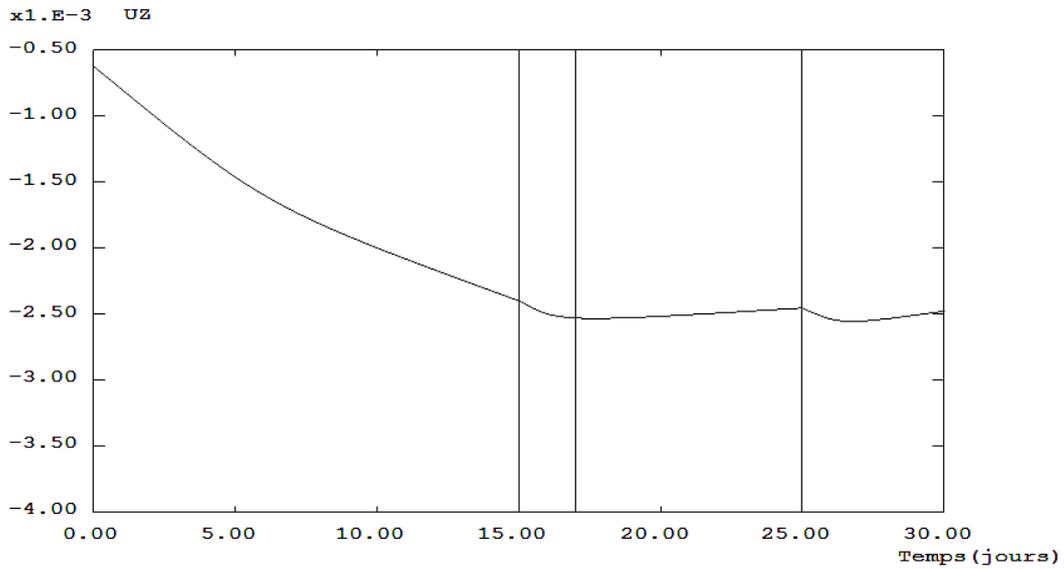


Figure IX-26: Déplacement vertical au niveau de la base de la semelle

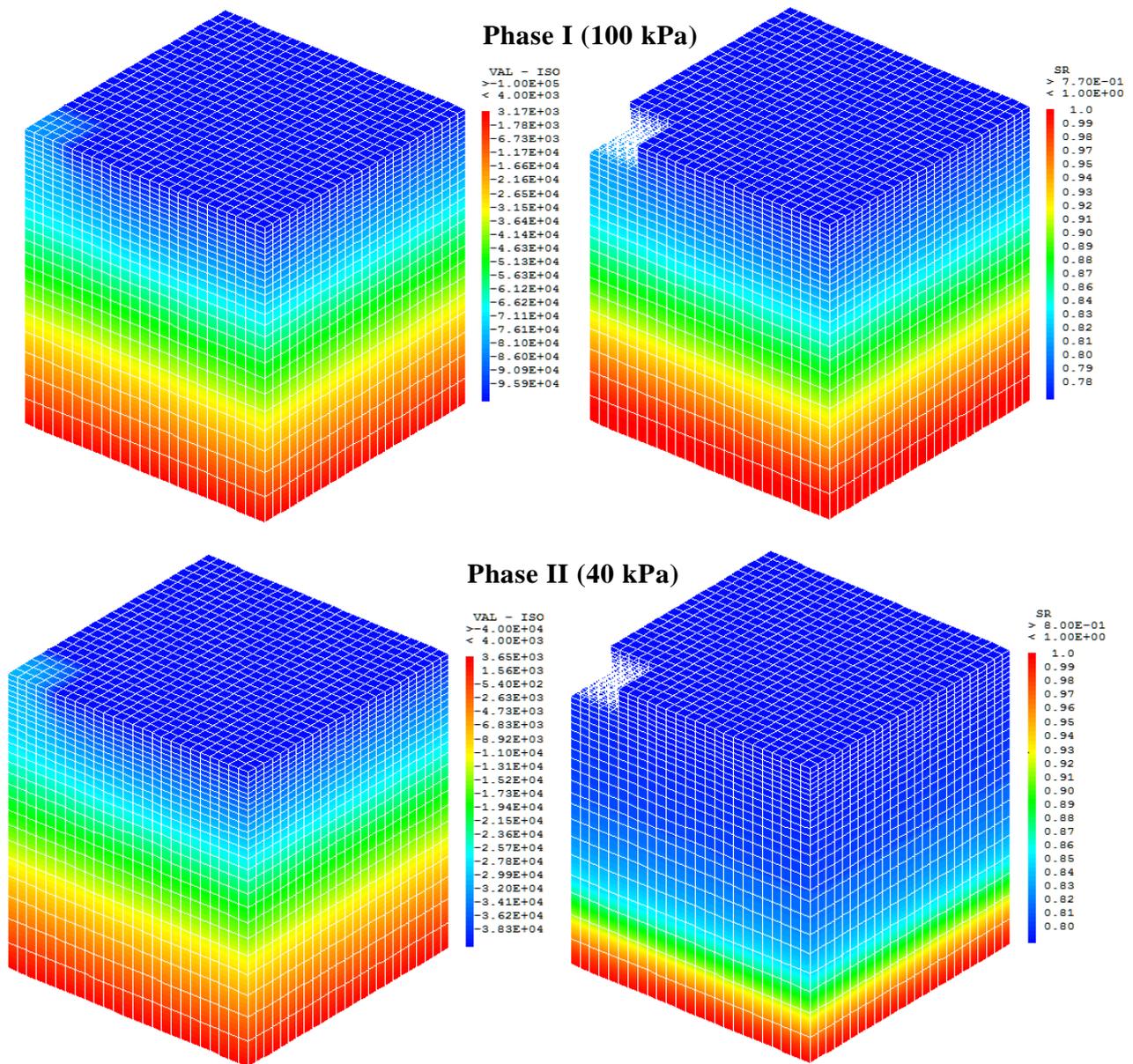


Figure IX-27: Répartition de la pression interstitielle avec le degré de saturation à l'issue des deux phases de chargement Phase I et Phase II

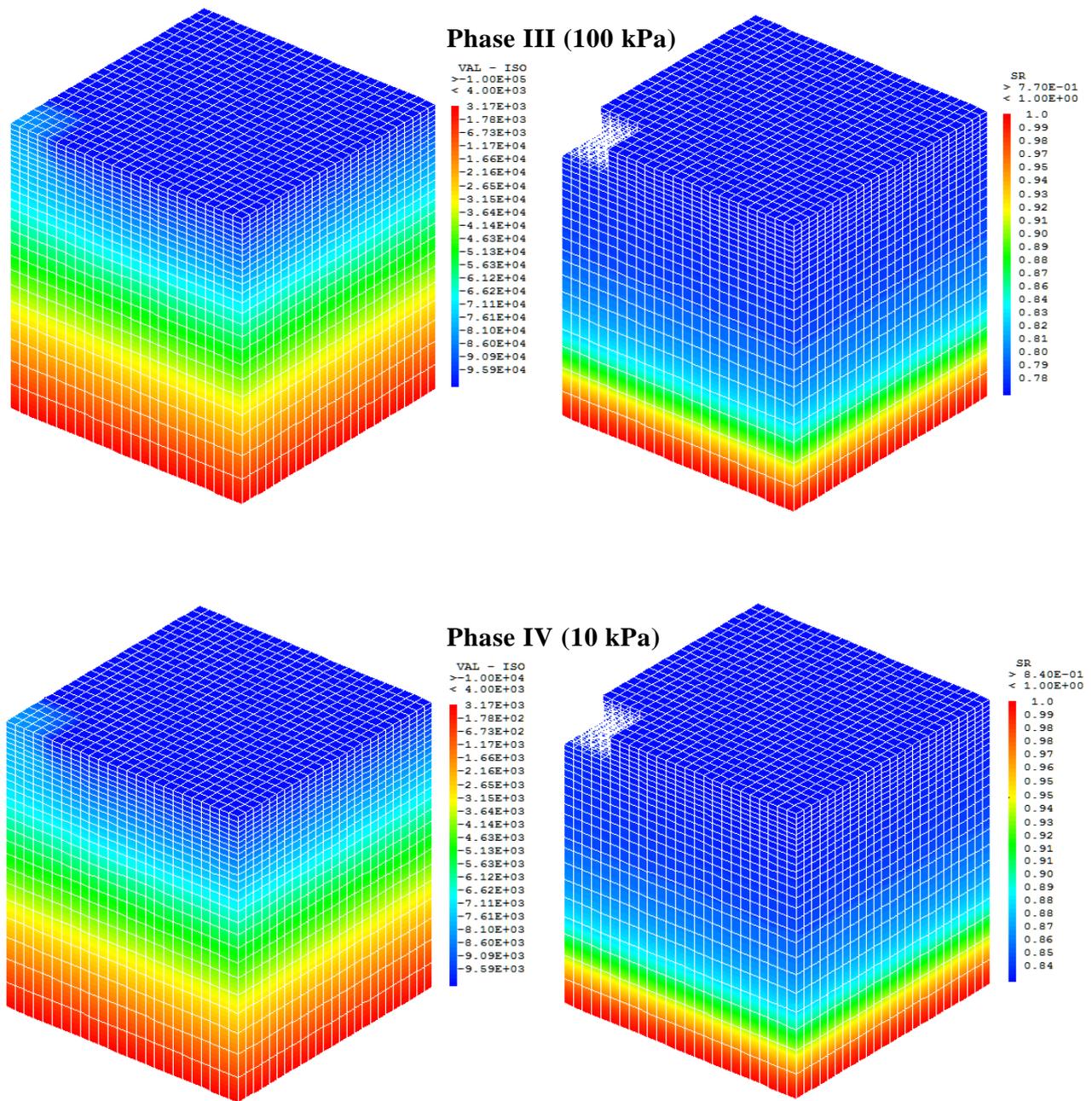


Figure IX-28: Répartition de la pression interstitielle avec le degré de saturation à l'issue des deux phases de chargement Phase III et Phase IV

X Conclusion et perspectives

Le travail de thèse présenté dans ce manuscrit, s'inscrit dans le cadre de la mécanique des milieux poreux. Dans ce cadre une formulation hydromécanique couplée est proposée. On s'intéresse tout particulièrement aux méthodes de couplage entre la courbe de rétention et la loi élastoplastique non associée pour implanter un modèle hydromécanique couplé dans un code de calcul aux éléments finis intégrant les phénomènes principaux rencontrés dans les sols non saturés. Ce travail de recherche a un intérêt pour toutes les applications en Géotechnique de l'environnement, qu'il s'agisse du stockage de déchets ménagers ou industriels, il présente aussi un intérêt plus vaste : les matériaux argileux naturels étant utilisés dans de nombreux contextes en Génie Civil et en Géotechnique (stabilité des pentes, remblais routiers, fondations, etc.).

Une étude bibliographique nous a permis d'identifier l'effet de l'eau qui intervient dans le comportement des sols non saturés. La recherche bibliographique a également mis en évidence la complexité des phénomènes rencontrés dans les sols non saturés. Elle montre l'extrême sensibilité des propriétés hydromécaniques à toute variation de succion ainsi que l'importance du chemin de contrainte hydrique suivi. Les premières approches de la mécanique des sols non saturés ont étendu l'utilisation d'une contrainte unique, fonction de la contrainte totale et de la succion, afin de généraliser l'approche en contrainte effective aux sols non saturés. Certains auteurs utilisent maintenant l'approche en contraintes indépendantes, qui sont souvent la contrainte nette et la succion. Récemment d'autres approches ont été développées avec la contrainte effective et la succion. Cependant, tous ces modèles partagent un point commun qui est la dépendance explicite de la surface de charge (comportement mécanique) à une variable hydrique qui est la succion. En réaction avec ceci, nous avons préféré développer une nouvelle approche dans laquelle la loi de comportement mécanique reste une propriété du squelette solide.

Donc, nous avons décidé d'aborder, en premier lieu, l'effet de l'eau dans les sols non saturés et d'étudier le comportement hydrique.

La capacité des sols non saturés à attirer et retenir l'eau est quantifiée par la détermination des courbes de rétention d'eau. Il n'existe pas une relation biunivoque entre la succion et la teneur en eau, et la valeur de la teneur en eau à une succion donnée dépend du chemin hydrique parcouru pour parvenir à ce point, ce qui met en évidence le phénomène d'hystérésis.

Des modèles ont été développés pour prédire ces courbes, en se basant sur différentes approches (modèle physique, modèle empirique). Des études de comparaison pour ces différents modèles ont montré la pertinence du modèle de Mua-

lem (1974) pour la modélisation des courbes de balayage et du modèle empirique de Van Genuchten (1980) en ce qui concerne la modélisation des courbes limites. Alors, nous avons développé un modèle numérique qui se base sur ces deux formulations, pour mieux caractériser la courbe de rétention d'eau d'un sol soumis à des cycles d'imbibition et de drainage.

Le modèle hydrique développé, prend en compte l'effet d'hystérésis et de la porosité lié à la capillarité du milieu poreux. D'abord, la forme intrinsèque de la courbe de rétention d'eau est définie, une relation exponentielle relie ensuite la pression d'entrée d'air à la porosité.

Ensuite, pour le squelette solide, une loi élastoplastique basée sur la surface de charge de Van Eekelen a été adoptée. Cette surface a été complétée par une surface Cap de compression pour pouvoir caractériser le comportement plastique pour un chemin de chargement isotrope. La surface de charge résultante a été définie dans le plan des contraintes effectives principales. L'effet de la succion sur le comportement mécanique a été introduit par l'utilisation seule de la définition de la contrainte effective de Bishop.

Les deux variables de contrainte adoptées pour le modèle hydromécanique couplé sont la contrainte effective de Bishop σ' et la succion s . Les variables conjuguées à ces deux dernières sont respectivement la déformation ε et le degré de saturation S_r .

Une nouvelle définition pour le paramètre de couplage χ , utilisé dans la définition de la contrainte effective de Bishop, a été proposée. Grâce à cette définition, les différents phénomènes présents dans la réponse des milieux poreux sous différentes sollicitations peuvent être reproduits (l'effet de l'effondrement suite à un remouillage).

Le modèle hydromécanique montre sa capacité de prédire la réponse des sols non saturés sous différentes conditions de chargement, et donne également de bonnes estimations de sa résistance à la rupture. Le même ensemble de paramètres du modèle peut être utilisé pour différentes conditions de chargement pour le même sol. Ce modèle à 22 paramètres a été validé par confrontation à des données expérimentales issues de la littérature pour des essais homogènes. D'abord la partie hydrique a été validée en deux parties : une validation de la prise en compte de l'effet d'hystérésis suivie d'une validation de la formulation adoptée pour prendre en compte l'effet de la variation de la porosité sur les propriétés de rétention. Ensuite, des comparaisons entre données expérimentales sur limons et argile limoneux (Cui et Delage (1996); Uchaipichat (2010)) et simulations numériques ont été effectuées pour des essais réalisés sous chargement hydromécanique (essais triaxiaux à succion contrôlée, essais de compression isotrope à succion contrôlée).

Ainsi, pour construire le modèle correctement, les chemins de calibration suivants doivent être utilisés, pour un même sol:

- Trois essais triaxiaux drainés sous différentes pressions de confinement (pour calibrer les paramètres mécaniques)
- Un essai de compression isotrope ou un essai œdométrique (avec chargement et déchargement)
- Un essai de rétention avec plusieurs cycles de drainage/imbibition
- Trois tests de rétention à différentes porosités initiales (pour calibrer la variation de la pression d'entrée d'air en fonction de la porosité)
- Plusieurs essais triaxiaux à succion contrôlée. Les valeurs de succion choisies doivent couvrir toute la gamme des succions (de la saturation complète au régime sec) pour calibrer les paramètres de couplage.

Le modèle développé permet de regrouper, dans une même structure mathématique, la grande majorité des lois élasto-plastique classiques et de combiner la dépendance vis-à-vis de l'angle de Lode et de la succion. Ce modèle a été introduit dans le code de calculs aux éléments finis Cast3M. Enfin, le modèle a été appliqué à deux situations pratiques : la stabilité des pentes soumises à un phénomène pluvial et l'effet de la variation de la saturation du sol sur une fondation superficielle.

Dans la première application, le modèle a été mis en œuvre dans un calcul simulant le cas d'une pente en sol limoneux non saturé où est appliquée une pression d'eau (chute de pluie). Cette application a permis d'observer l'effet du remouillage sur les efforts de cisaillement qui sont générés.

Dans la deuxième application, l'influence des sollicitations hydriques dues à la variation des conditions climatiques (alternance de périodes de pluie et de sécheresse) sur les déplacements d'une fondation superficielle construite sur un sol non saturé a été étudiée. Les résultats ont montré que le modèle est capable d'estimer les déplacements du massif du sol pendant les sollicitations hydriques.

Il est à signaler toutefois que ces applications sont des cas heuristiques et des études de cas réels restent nécessaires pour la validation complète de notre modèle.

Cependant, étant donné la complexité de réalisation d'une telle série d'essais, aucune campagne expérimentale complète n'a jamais été effectuée. C'est pourquoi la méthode décrivant le comportement couplé des milieux non saturés dépend de nouveaux progrès en termes de dispositifs expérimentaux et des développements en micromécanique.

Des efforts ont été menés afin de pouvoir développer des essais de rétention d'eau au sein du laboratoire. Mais à cause des difficultés techniques, nous avons

finalement décidé de laisser à part cette approche expérimentale durant cette thèse, du fait de la difficulté de la mise en place, de contrôle de la densité de l'échantillon et de la lenteur d'obtention de l'équilibre.

Au terme de ce travail, nous nous rendons bien compte qu'il reste de nombreux points qu'il serait utile d'approfondir.

Concernant le modèle et le code de calcul:

- Le modèle développé ne prend pas explicitement en compte le phénomène de gonflement pour certains types de sols argileux; il serait certainement utile d'introduire ce phénomène ;
- Dans l'implantation du modèle, nous avons considéré par manque de données expérimentales que la perméabilité varie selon la formulation de Van Genuchten, ainsi nous avons conservé les mêmes paramètres que celles du paramètre χ ; il serait donc intéressant de valider cette formulation adoptée et de définir plus précisément les paramètres correspondants ;
- Dans Cast3M, les calculs en grandes déformations ont été prévus par une procédure numérique permettant de modifier les coordonnées des nœuds après chaque pas de temps (à partir des déplacements calculés au pas de temps précédent) ; il serait alors intéressant de tester cette procédure dans le cas de notre modèle couplé;
- La prise en compte des effets thermiques, de la localisation des déformations, des effets des échanges cationiques, etc. peuvent aussi être cités, afin d'aboutir à un modèle THMC couplé. Il s'agit de thèmes tellement vastes qu'ils ne peuvent certainement pas être considérés comme des approfondissements de notre travail mais bien comme des domaines de recherche qui généreront de nombreuses thèses de doctorat.

Pour ce qui est des applications:

- Il est bien clair que les barrières argileuses, qu'elles soient utilisées pour le stockage souterrain de déchets radioactifs ou dans des décharges superficielles, constituent des applications directes des études développées ici.
- on sait que la stabilité des talus est fort influencée par le degré de saturation du sol, tout particulièrement par des cycles de saturation-désaturation; il nous paraît donc important que les études de stabilité des pentes prennent cela en compte de manière aussi rigoureuse que possible à l'aide de modèles de sols non saturés ;
- Dans le domaine pétrolier, le fluide interstitiel est principalement constitué de pétrole, d'eau et de gaz. Moyennant un certain nombre d'extensions, nos recherches pourraient également trouver application dans la modélisation du comportement des gisements pétroliers, notamment pour l'écoulement des fluides et la subsidence. Mais plus généralement, elles pourraient aussi être utiles dans les études de géologie structurale qui sont de plus en plus souvent effectuées comme soutien à la prospection pétrolière.

Annexe - Etude expérimentale

Etude du comportement hydrique

Suite à l'étude bibliographique, nous avons choisi la méthode d'application de la succion par translation d'axe pour : sa simplicité de mise en œuvre ; la capacité qui nous est donnée de doubler la mesure des variations de volume ; la gamme de valeurs de succions adaptée aux matériaux (sables, Kaolinite) que l'on souhaite étudier ainsi que la rapidité de stabilisation des pressions des fluides.

Essais de drainage-imbibition

La méthode couramment utilisée pour accéder aux courbes de rétention est basée sur la cellule dite de Richards (Richards (1941)). Celle-ci, utilise la translation d'axe pour imposer la succion dans les échantillons. L'inconvénient principal de cette méthode est qu'elle ne permet pas de réaliser les mesures en continu : la teneur en eau de chaque échantillon est mesurée a posteriori de façon destructive. Finalement un échantillon correspond un point de la courbe de rétention. De plus, il n'existe aucun moyen direct de mesurer les variations de volume de l'échantillon, la difficulté est d'autant plus importante que le sol testé est non cohésif. Nous avons, pour notre part, recherché une technique nous permettant de réaliser une courbe de rétention d'eau par des mesures en continu avec mesure des variations de volumes de l'échantillon. Dans un premier temps, nous avons modifié le dispositif de la cellule tempe (cellule de Richards) dont nous disposions.

La cellule tempe assure une méthode simple pour déterminer les courbes de rétention d'eau appelées encore courbes caractéristiques sol-eau, la gamme de pression dépend de la pression limite d'entrée d'air de la pierre poreuse en céramique, et le choix de cette pression dépend du matériau testé.

Cette caractéristique d'humidité des sols est facilement déterminée par le pesage de la cellule une fois l'équilibre atteint. En effet, le protocole standard pour la détermination du degré de saturation montre des imperfections: le degré de saturation est souvent déterminé par le pesage de la cellule (Reginato and Van Bavel (1962)) ou bien par le pesage de l'eau drainée (Demond and Roberts (1991)) en déconnectant la cellule ou le tube effluent et les reconnectant après pesage. Le degré de saturation n'est pas mesuré en continue. Alors cette déconnexion répétée est nécessaire pour déterminer si l'équilibre est atteint. De même la longue durée de l'essai fait qu'il y aura des erreurs dans les mesures dues à la formation des bulles d'air dans la cellule. Ce problème a été reconnu par (Reginato and Van Bavel (1962)) qui ont recommandé d'injecter de l'eau sous la pierre poreuse pour faire échapper les bulles d'air après la déconnexion de la cellule avant de la peser.

Vue ces difficultés, nous allons adopter une nouvelle procédure, décrite par la suite, pour mesurer en continu le degré de saturation.

Principe de l'essai

Il s'agit d'une cellule étanche à l'air dont la base, sur laquelle repose l'échantillon, est constituée d'une pierre poreuse céramique de fine porosité immergée dans un récipient d'eau à la pression atmosphérique ; comme on l'a vu, les pores de la pierre poreuse sont suffisamment petits pour qu'elle ne soit pas désaturée par la pression maximale d'air appliquée dans la cellule. La loi de Jurin montre qu'une céramique capable de contenir une pression maximale de 500 kPa devra avoir des rayons de pore inférieurs à 0,29 mm. On peut également utiliser des membranes semi-perméables cellulosiques, posées sur une pierre poreuse normale ; ces membranes, constituent une sorte de grillage avec une maille de l'ordre de 5 nm. Il est nécessaire que le contact entre l'échantillon de sol à tester et l'élément poreux soit de très bonne qualité, pour faciliter la continuité de la phase liquide entre l'échantillon et la pierre poreuse fine. Il en résulte que la pression d'eau est maintenue nulle ou constante au sein de l'échantillon ($u_w = cte$). La pression d'air étant fixée à une valeur positive supérieure à la pression d'eau, on impose artificiellement une valeur de succion positive :

$$s = u_a - u_w \quad (249)$$

L'expérimentation à la base consiste à placer l'échantillon sous pression jusqu'à ce que l'équilibre soit atteint, ce qui se produit en quelques jours pour des échantillons centimétriques. Une fois l'équilibre atteint, on relâche la pression et on extrait rapidement l'échantillon de la cellule, afin de déterminer par pesée sa teneur en eau sous la succion imposée. Mais afin d'assurer la continuité des mesures et ne pas détruire l'échantillon, la technique de détermination de la teneur en eau a été modifiée, et nous avons procédé comme suit :

Dans la première phase, il s'agit du drainage, l'échantillon initialement saturé est mis sous pression jusqu'à ce que l'équilibre soit atteint. L'application de la pression se fait par palier de 5 kPa. Une fois l'équilibre atteint, on mesure la quantité d'eau sortante à l'aide d'un tube capillaire gradué de 2mm de diamètre, afin de déterminer le degré de saturation sous la succion imposée. Il faut que l'échantillon testé soit bien saturé ($S_r = 1$). L'hypothèse forte de départ est que l'échantillon est complètement saturé, et donc toutes les mesures seront affectées par l'état initial de l'échantillon : la quantité d'eau qui reste dans l'échantillon, à une succion imposée sera la quantité d'eau initiale moins la quantité d'eau sortante dans le tube capillaire. La variation de volume de l'échantillon sera mesurée à l'aide d'un piston lorsque l'équilibre est atteint (voire peut-être un capteur Laser sensible sera à prévoir). Quand le degré de saturation résiduel est atteint, la deuxième phase commence, il s'agit de la phase de mouillage: l'échantillon dé-saturé sera re-saturé d'eau, par la dimi-

nution de la pression d'air appliquée, la quantité d'eau entrante sera mesurée à l'aide du tube capillaire.

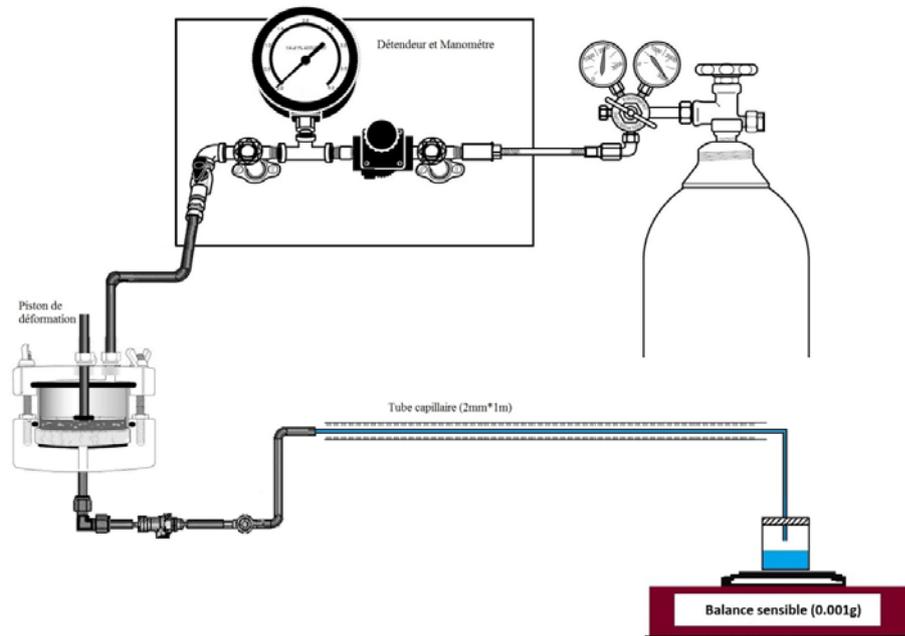


Figure X-1: dispositif expérimental utilisé lors de l'essai de rétention d'eau

Description du dispositif

Le dispositif utilisé au cours de cet essai est basé sur la technique de contrôle de la succion par translation d'axe développé par Cui et Delage en 2000 (Richards 1941). Le montage est présenté sur la Figure X-1. La cellule est composée à sa base d'une pierre poreuse à haute entrée d'air amovible. Grâce à cette pierre qui reste saturée malgré la surpression d'air, il est possible d'avoir la continuité entre la pression d'eau à l'intérieur de l'échantillon et le système imposant la pression d'eau. L'échantillon est monté dans un anneau rigide de 20 mm de hauteur et de 50 mm de diamètre. Le seul déplacement possible est le déplacement vertical. Il est mesuré à l'aide d'un piston qui vient toucher la surface de l'échantillon.

La pression d'air est imposée dans la cellule, il est donc nécessaire de maintenir l'étanchéité de la cellule qui est assurée par l'utilisation des joints toriques. L'application de la pression d'air est assurée par une bouteille d'azote. L'utilisation de l'azote est justifiée par le fait que l'azote est non soluble à l'eau, ce qui nous permet d'éviter le plus possible les interactions physico-chimique entre l'eau et l'air à l'intérieur de la cellule. Un capteur de pression placé à l'entrée de la cellule mesure précisément la pression d'air appliquée.

Une pression d'eau fixe de 0.5 kPa est appliquée. L'avantage constaté expérimentalement de la pression d'eau non nulle est d'éviter l'évacuation de l'eau de la partie située entre l'embase de la cellule et la pierre poreuse.

Saturation de la pierre poreuse

Afin de transmettre la pression d'eau à l'échantillon, la pierre poreuse ne doit pas contenir d'air et doit donc être saturée en eau. L'opération suivante postérieure au remplissage en eau du circuit d'eau du dispositif est donc effectuée. La pierre poreuse sera immergée dans l'eau désaérée et tirée au vide pour que tous les pores soient saturés. Il est conseillé de garder la pierre poreuse immergée dans l'eau 72 à 96 h pour qu'elle soit saturée.

Préparation du circuit d'eau

Le circuit entre l'embase de la cellule et le tube capillaire et toutes les cavités sous la pierre poreuse ne doivent pas contenir de bulles d'air afin de transmettre correctement la pression d'eau à l'échantillon et de permettre d'avoir des mesures réalistes des quantités d'eau sortante/entrante selon la phase de drainage/mouillage. L'eau utilisée est désaérée et déminéralisée afin d'éviter les forces osmotiques liées à la présence des sels dans l'eau.

Préparation de l'échantillon

L'échantillon est formé d'un mélange de sable et de kaolinite selon différents dosages: le mélange est pesé à sec, puis la masse sèche à introduire dans la bague est mélangée avec de l'eau désaérée jusqu'à obtention de la boue, qui est coulée dans la bague. Le contrôle de la densité initiale de l'échantillon se fait par la mise de l'échantillon à l'œdomètre. Une fois préparée à la densité souhaitée, l'échantillon sera soigneusement enlevé et mis dans la cellule tempe pour faire l'essai de rétention d'eau.

Le protocole d'installation de l'échantillon dans l'enceinte est mis en œuvre. Un papier-filtre est placé entre la pierre poreuse saturée en eau et le matériau argilo-sableux afin d'éviter que celui-ci n'abime la pierre poreuse. La bague contenant l'échantillon est placée sur la pierre poreuse. L'enceinte est hermétiquement fermée par un couvercle boulonné et graissé.

Critère de stabilisation

L'essai de rétention d'eau consiste à sécher un matériau saturé puis à le réimbiber en faisant varier la pression de l'air ou la pression de l'eau appliquées au matériau. Pendant la phase de séchage on augmente la pression de l'air et en conséquence la succion puisque la pression de l'eau reste stable. Ainsi l'eau est chassée de l'échantillon. Lors de la phase d'imbibition, la pression de l'air diminue et l'eau occupe progressivement les pores du matériau.

Pour les deux phases de séchage et d'imbibition, la pression de l'air est imposée de façon progressive et par palier. Il est ainsi nécessaire de définir un critère de stabilisation du palier de succion, qui détermine le moment où l'on considère le palier de succion atteint avant de pouvoir imposer une autre valeur de la succion, par exemple une valeur de succion plus grande lors de la phase de drainage.

Puisque la durée pendant laquelle l'eau est expulsée est longue et les débits d'expulsion de l'eau sont faibles, le critère doit être suffisant afin de pouvoir estimer avec précision le moment où le palier est atteint et non trop sévère parce que cela impliquerait une durée d'expérimentation excessivement importante.

La vanne à l'entrée de la cellule sera fermée, puis la pression sera réglée (augmentée ou diminuée selon la phase) par le robinet de la bouteille, au début, il y aura des grandes fluctuations de la pression qui se stabilise au cours du temps, une fois stabilisée à 0.001 bar près, la vanne à l'entrée de la cellule sera ouverte pour appliquer cette pression dans la cellule temps. Un capteur de pression installé à l'entrée d'air permet de mesurer la pression d'air effective appliquée dans la cellule. La quantité d'eau échangée entre la cellule et l'extérieur sera mesurée chaque 4h. L'équilibre est considéré atteint lorsque la différence entre deux mesures n'excède pas les 3.14 mm³ ou les 0.003 g.

Résultats et discussion

Un essai de drainage a été mené sur un mélange avec 15% de Kaolinite et 85% de sable d'Hostun à deux porosités initiales différentes: $n_1 = 0.38$; $n_2 = 0.33$. A partir de ces essais nous avons constaté qu'il est difficile de gérer et de garder stable la pression d'air. Les résultats sont donnés sur la Figure X-2.

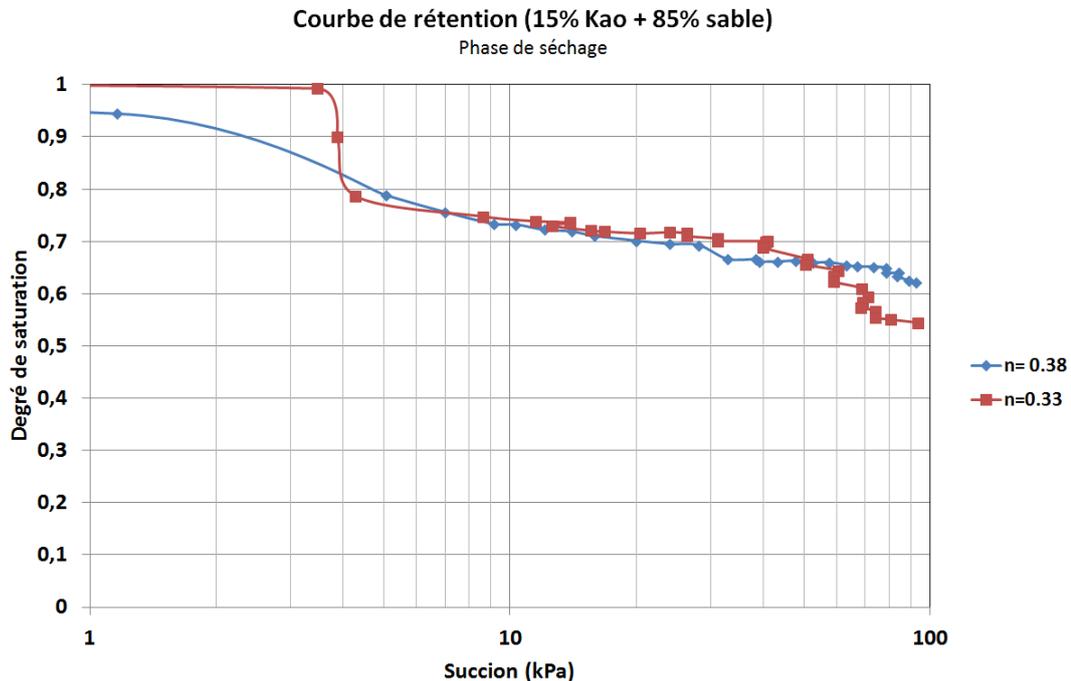


Figure X-2: Résultats d'un essai de drainage pour un mélange de 15% de Kaolinite et 85% de sable pour deux porosités initiales différentes ($n_1 = 0.38$ et $n_2 = 0.33$)

On remarque que la pression d'entrée d'air augmente avec la diminution de la porosité. Les résultats obtenus par ces essais n'étaient pas tout à fait satisfaisants, surtout que le degré de saturation résiduel est très grand, ce qui nous a

poussé à réfléchir sur les difficultés rencontrées au cours de l'exécution du protocole. Il s'agit des points suivants:

Le matériau étudié

Nous avons utilisé dans les deux essais un mélange formé de 15% de kaolinite et de 85% de sable d'Hostun. A l'issue de ces essais nous avons remarqué que le mélange ne reste plus homogène, la surface de l'échantillon est moins riche en kaolinite que la base qui repose sur la pierre poreuse. Ceci peut-être l'origine du fort degré de saturation résiduel : la couche de kaolinite joue le rôle d'une barrière étanche qui empêche l'eau de s'évacuer. Pour cela nous avons décidé de diminuer le pourcentage des fines dans le mélange et de former 5% de kaolinite et de 95% de sable.

Le dispositif expérimental

Le dispositif expérimental a été ensuite modifié afin d'éviter l'évaporation de l'eau dans le tube capillaire (voir Figure X-3), le contrôle du volume et de la pression d'eau se fait par un GDS (contrôleur Pression-Volume). Le nouveau dispositif est donné par la Figure X-3. Le principe reste le même, mais le contrôleur Pression-Volume permet une pression d'eau, et de contrôler le volume d'eau évacué ou injecté dans la cellule.

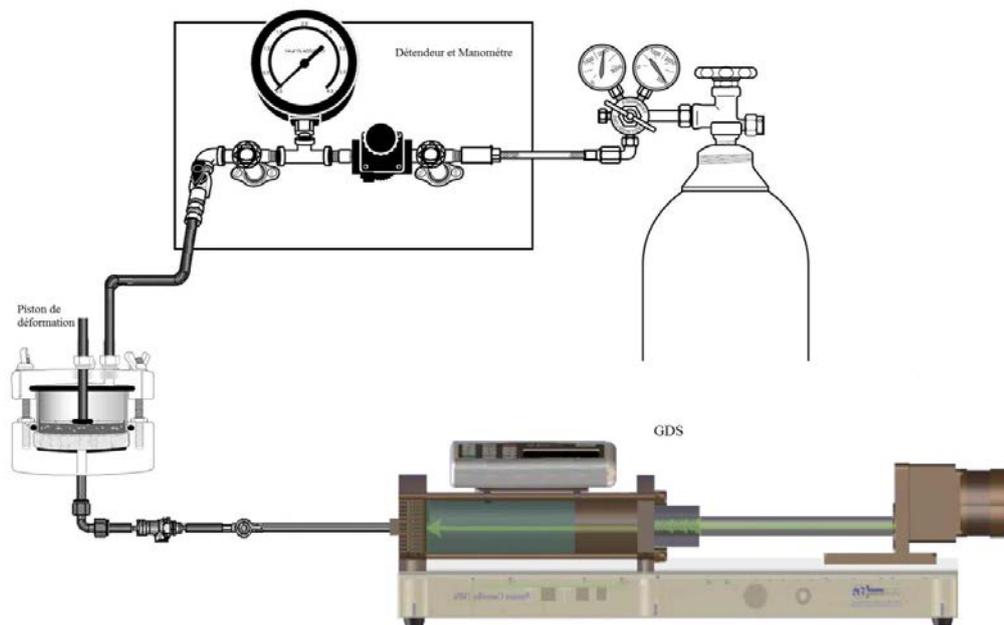


Figure X-3: dispositif expérimental modifié utilisé lors de l'essai de rétention d'eau

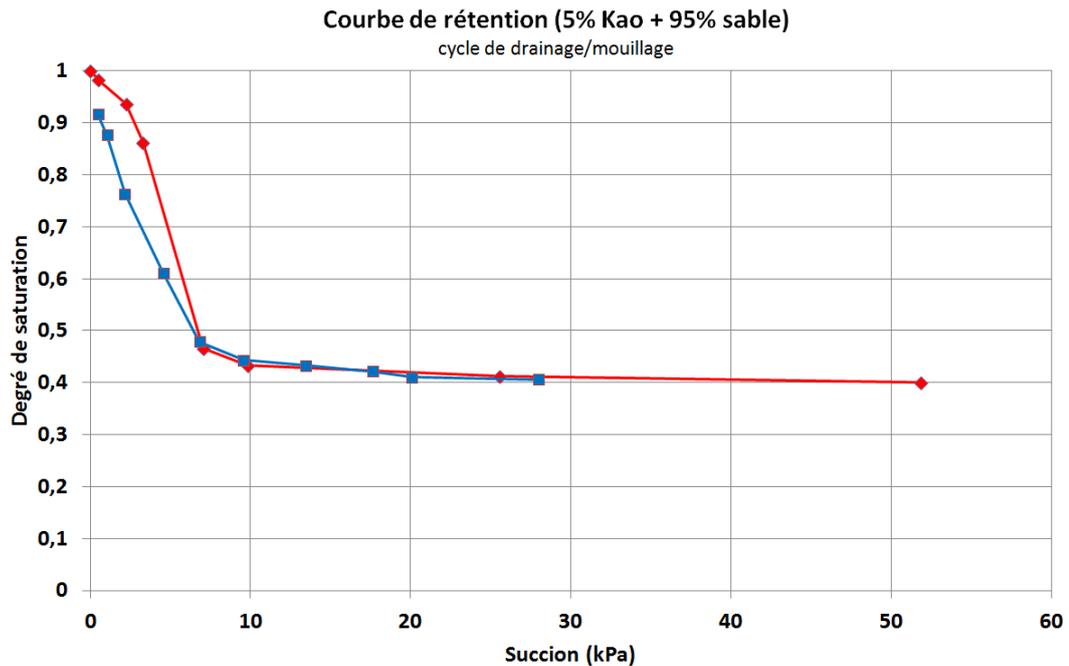


Figure X-4: Résultats expérimentaux d'un essai cyclique de drainage suivi d'une imbibition pour un mélange constitué de 5% de kaolinite et 95% de sable d'Hostun ($n=0.385$)

Un deuxième essai de rétention a été mené avec le nouveau dispositif (Figure X-3) avec un mélange de 95% de sable et 5% de kaolinite ayant une porosité initiale $n = 0,385$. Initialement saturé, l'échantillon subit un cycle de drainage suivi d'une imbibition. Concernant le critère de stabilité, on considère que l'équilibre est atteint quand la différence entre deux mesures sur le GDS n'excède pas les 2mm^3 . Les résultats sont donnés sur la Figure X-4. La courbe de drainage est située légèrement au-dessus de la courbe d'imbibition, ce qui met en évidence le phénomène d'hystérésis. De même, on remarque qu'à la fin de la phase d'imbibition le degré de saturation atteint la valeur $S_{rsat} = 0.92$ inférieure à 1. En ce qui concerne le degré de saturation résiduel, on peut constater qu'il reste toujours supérieur à 0.39. La pression d'entrée d'air pour cet échantillon est de 2.25 kPa.

La Figure X-5 montre la courbe de rétention d'eau du mélange étudié en termes de teneur en eau volumique en fonction de la succion. Dans ce cas on considère qu'il n'y a pas variation du volume total. Cette courbe est comparable aux résultats fournis par Hong Yang et al. (2004) pour les courbes de rétention d'un sable fin (Figure X-6). Cependant, la teneur en eau résiduelle dans notre cas reste supérieure à 0.15.

La mise en place à la densité souhaitée

Une des difficultés rencontrées, c'est la mise en place de l'échantillon dans la cellule tempe après le contrôle de sa densité dans la cellule œdométrique. Avec des faibles pourcentages en matières argileuses, nous n'arrivons pas à tenir l'échantillon dans la bague.

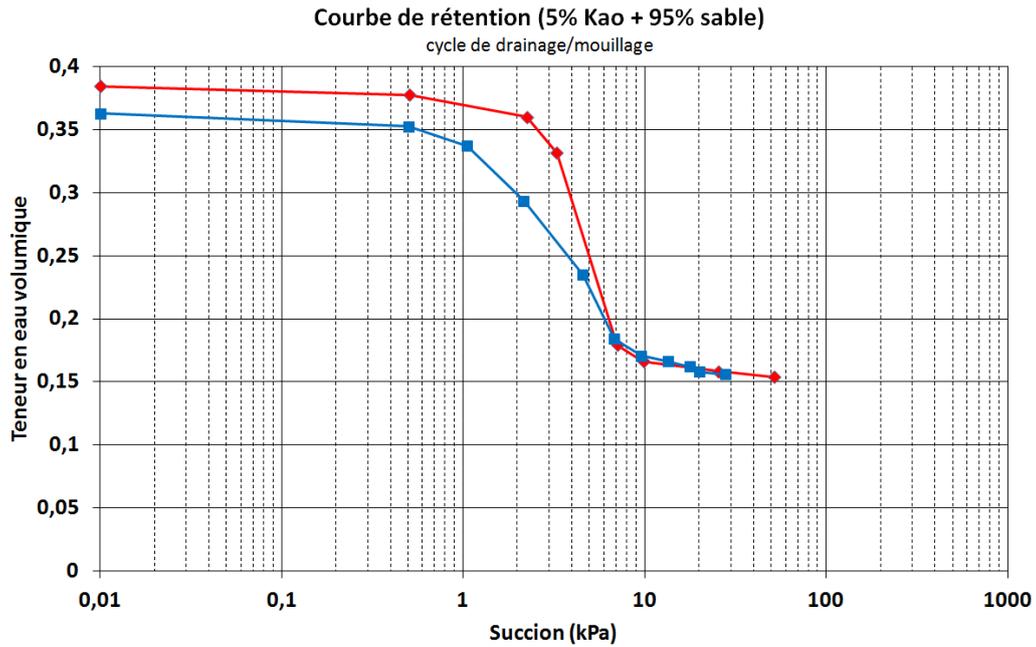


Figure X-5: Résultats expérimentaux d'un essai cyclique de drainage suivi d'une imbibition pour un mélange constitué de 5% de kaolinite et 95% de sable d'Hostun ($n=0.385$), courbe tracée en termes de teneur en eau volumique v/s succion.

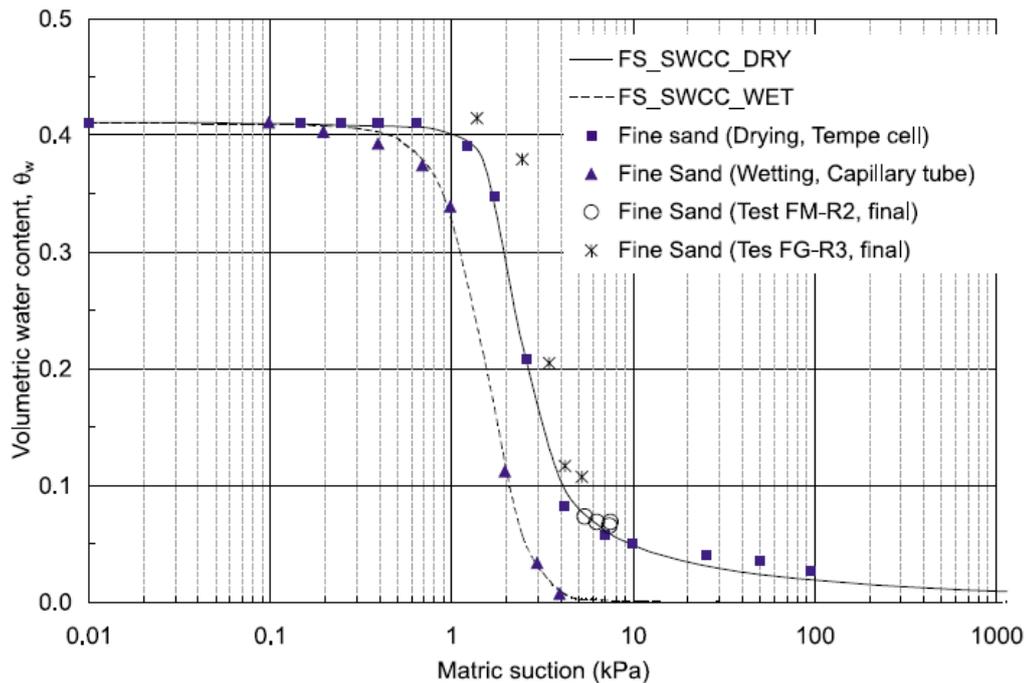


Figure X-6: Courbe de rétention d'eau pour un sable fin (données issues de Hong Yang et al. (2004))

La densité initiale

Etant donné que la pierre poreuse possède une pression d'entrée d'air de 1bar, il faut que la courbe de rétention du matériau étudié soit dans l'intervalle $[0 ; 1\text{bar}]$. Cet intervalle dépend du type du matériau et des condi-

tions de compactage de l'échantillon. Tous ces facteurs interagissent et font que le choix du matériau et de sa densité est crucial.

La gestion de la densité au cours de l'essai de rétention

Afin de pouvoir gérer la densité de l'échantillon au cours de l'essai de rétention, un piston est utilisé pour mesurer les tassements au fur et à mesure de l'application de la pression d'air. Malheureusement, nous n'avons pas pu l'exploiter vu que la paroi cylindrique de la cellule Tempe n'est pas translucide, donc on n'arrive pas à faire varier le niveau du piston sans affecter la surface de l'échantillon. Pour cela un capteur de déplacement laser de haute sensibilité est à prévoir à l'intérieur de la cellule, ce capteur sera fixé sur le casque de la cellule avec un presse-étoupe pour assurer l'étanchéité de l'ouverture de la cellule.

Bibliographie

Abou-Bekr N. 1995. *Modélisation du comportement mécanique et hydraulique des sols partiellement saturés.* Ecole centrale Paris. Thèse Doctorale.

Ahuja L.R., Naney J.W., and Williams R.D. 1985. *Estimating soil water characteristics from simpler soil properties or limited data.* Soil Science Society of America Journal. (49: 1100-1105).

Aitchison G.D. 1967. *The separate roles of the site investigation, quantification of soil properties and selection of operational environment in the determination of foundation design on expensive soils.* Proc. 3rd Asian Reg. Conf. on SMFE, Haifa. (2:72-77).

Akaike H. 1972. *Use of an information theoretical quantity for statistical model identification.* In Proceedings of the 5th Hawaii International Conference on System Science, Honolulu, HI, 11–13 Jan. 1972, Western Periodicals, North Hollywood, CA. (249–251).

Alonso E.E., Gens A. and Josa A.A. 1990. *A constitutive model for partly saturated soil.* Géotechnique. (40(3): 405-430).

Alonso EE, Pereira JM, Vaunat J, Olivella S. 2010. *A microstructurally based effective stress for unsaturated soils.* Géotechnique. (12:913–925).

Arairo W., Prunier F., Djéran-Maigre I. and Darve F. 2012. *A new insight into modelling the behaviour of unsaturated soils.* International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics. DOI: 10.1002/nag.2151.

Arairo W., Prunier F. and Djeran-Maigre I. 2011. *Water retention in unsaturated soils subjected to wetting and drying cycles.* IV International conference on Computational Methods for Coupled Problems in Science and Engineering (Coupled Problems 2011), Kos Island Greece, 20-22 June 2011. <http://congress.cimne.com/coupled2011/proceedings/full/p71.pdf>

Arairo W., Prunier F., Djéran-Maigre I. and Millard A. 2013. *Hydromechanical coupled model for unsaturated phenomena in a rainfall-induced landslide.* Coupled Phenomena in Environmental Geotechnics (CEPG), Torino Italy, 1-3 July 2013.

Assouline S., Tavares-Filho J. and Tessier D. 1997. *Effect of compaction on soil physical and hydraulic properties: Experimental results and modeling.* Soil Science Society of America Journal. (61: 390–398).

Aubertin M. and Maksoud A. 2004. *Hysteresis effects on the water retention curve: a comparison between laboratory results and predictive models.* 57th Canadian Geotechnical Conference. (3A: 8-15).

Barnichon J.D. 1998. *Finite element modelling in structural and petroleum geology.* (PhD thesis). University of Liège.

Bastos C.A.B., Gehling W.Y.G. and Bica A.V.D. 1998. *Some considerations about the shear strength and erodibility of unsaturated residual soils.* Proc. 2nd Int. Conf. on Unsaturated Soils Unsat'98, Beijing. (1: 19-24).

Baumgartl T. and Horn R. 1999. *Influence of mechanical and hydraulic stresses on hydraulic properties of swelling soils.* University of California, Riverside. (449–458).

Bear J. 1969. *Dynamics of fluids in porous media.* Elsevier, Amsterdam.

Bernard Michel G., Le Potier C., Beccantini A., Gounand S., Chraïbi M. 2004. *The ANDRA Couplex 1 test case: Comparison between finite element, mixed hybrid finite element and finite volume discretizations,* Computational Geosciences. (8: 187-201)

Biot M.A. 1941a. *General theory of three-dimensional consolidation.* J. Appl. Phys. (12:155-164).

Biot M.A. 1941b. *Theory of elasticity and consolidation for a porous anisotropic solid.* J. Appl. Phys. (12:426-430).

Biot M.A. 1955. *Theory of elasticity and consolidation for a porous anisotropic solid.* J. Appl. Phys. (26:182-185).

Biot M.A. 1956. *Theory of deformation of a porous viscoelastic anisotropic solid.* J. Appl. Phys. (25:459-467).

Biot M.A. 1963. *Theory of stability and consolidation for a porous medium under initial stress.* J. Math. Mech. (12:521-541).

Biot M.A. and Willis P.G. 1957. *The elastic coefficient of the theory of consolidation.* J. Appl. Mech. (24: 594-601).

Bishop A.W. 1954. *The use of pore water coefficients in practice.* Géotechnique. (4(4): 148–152).

Bishop A.W. 1959. *The principle of effective stress.* Teknisk Ukeblad I Samarbeide Med Teknikk, Oslo, Norway. (106(39): 859–863)

Bishop A.W. and Blight G. E. 1963. *Some aspects of effective stress in saturated and unsaturated soils.* Géotechnique. (13(3): 177–197).

Blight G. E. 1967. *Effective Stress Evaluation for Unsaturated Soils.* ASCE J. Soil Mech. Found. Eng. Div. (93(2): 125-148).

Blight G.E. 1965. *A study of effective stress for volume change.* In concluding proceedings of Moisture Equilibria and Moisture Changes in Soils Beneath Covered Areas. Sydney: Butterworths. (259–269).

Blondeau P. 1992. *Le point de vue du contrôleur technique.* Revue Française de Géotechnique. (58(1): 15-22).

Bolzon G. and Schrefler B.A. 1995. *State surface of partially saturated soils: An effective pressure approach.* Appl. Mech. Rev. (48(10) : 643-649).

Bolzon G., Schrefler B.A. and Zienkiewicz O.C. 1996. *Elastoplastic soil constitutive laws generalised to partially saturated states.* Géotechnique (46:279–289)

Bonnard C., Forlati F. and Scavia C. (eds) 2004. Identification and mitigation of large landslide risks in Europe: Advances in risk assessment, IMIRILAND Project, Leiden, Balkema.

Borja R. I. 2006. On the mechanical energy and effective stress in saturated and unsaturated porous continua. Int. J. Solids Struct. (43(6): 1764–1786).

Braddock R.D., Parlange J.-Y. and Lee J. 2001. *Application of a soil water hysteresis model to simple water retention curves.* Transport in Porous Media, (44: 407-420).

Brooks R.H. and Corey A.T. 1964. *Hydraulic properties of porous media.* Hydrology paper no. 3. Colorado State University, Fort Collins.

Chambon R., Desrues J., Hammad and Charlier R., 1990. *CloE, Consistance et Localisation Explicite une loi incrémentale non linéaire.* Rapport interne de laboratoire 3S, Grenoble

Chapman D.L. 1913. A contribution to the theory of electrocapillarity. Philos. Mag. (6: 475-481).

Chen F.H. 1975. *Foundations on expansive soils.* Amsterdam : Elsevier. ISBN : 0-444-41393-6. Developments in Geotechnical Engineering. (12: 280p.).

Chen W. F. 1982. *Plasticity in Reinforced Concrete.* McGrawHill, New York.

Collins J.F. and Houslyby G.T. 1997. *Application of thermomechanical principles to modelling of geotechnical materials.* Proc. Royal Soc. London (453: 1975–2001).

Conil N., Djeran-Maigre I., Cabrillac R. and Su K. 2004. *Poroplastic damage model for claystones.* Applied Clay Science (26: 473-487).

Conil N., Djeran-Maigre I., Cabrillac R. and Su K. 2004. *Thermodynamics modelling of plasticity and damage of argillite*. Comptes Rendus Académie des Sciences : MECANIQUE (10(332): 841 – 848).

Coussy O. 2004. *Poromechanics*. Wiley.

Crisfield M. A. 1987. *Plasticity computations using the Mohr-Coulomb yield criterion*. Eng. Comput. (4: 300-308).

Cui Y.J. 1993. *Etude du comportement d'un limon compacte non saturé et de sa modélisation dans un cadre élasto-plastique*. Centre d'Enseignement et de Recherche en Mécanique des Sols (CERMES), Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.

Cui Y.J. and Delage P. 1996. *Yielding and plastic behaviour of an unsaturated compacted silt*. Géotechnique. (46(2):291-311)

Cui Y.J., Yahia-Aissa M. and Delage P. 2002. *A model for the volume change behaviour of heavily compacted swelling clays*. Engineering Geology. (64:233–250).

Dai C.F. and Wang S. 1999. *Analysis of rainstorm-induced slide-debris flows on natural terrain of Lantau Island, Hong Kong*. Engineering Geology. (51 (4): 279–290).

Dane J.H. and Wierenga P.J. 1975. *Effect of hysteresis on the prediction of infiltration, redistribution and drainage of water in layered soil*. Journal of Hydrology. (25: 229–242).

Dangla O.L., Malinsky L. and Coussy O. 1997. *Plasticity and imbibition-drainage curves for unsaturated soils: a unified approach*. In: 6th international conference on numerical models in geomechanics, Montreal. Balkema, Rotterdam. (141–146).

Delage P. and Cui Y.J. 2000. *L'eau dans les sols non saturés*. Techniques de l'ingénieur: C301: 1-20.

Delage P. and Cui Y.J. 2003. *Comportement mécanique des sols non saturés*. Techniques de l'ingénieur: C302: 1-20.

Delage P., Audiguier M., and Cui Y.J. 1995. *Water retention properties and microstructure of various geomaterials*. Proceedings of the 11th ECSMFE, Copenhagen. (3:43-48)

Delage P., Howat M., and Cui Y.J. 1998. *The relationship between suction and swelling properties in a heavily compacted unsaturated clay*. Engineering Geology. (50(1-2): 31-48).

Demond A.H. and Roberts P. V. 1991. *Effect of interfacial forces on two-phase capillary pressure-saturation relationships.* Water Resources Research. (27 :423-437).

Desai C.S. and Siriwardane 1984. *Constitutive laws for engineering materials.* PrenticeHall.

DiMaggio F.L. and Sandler I.S. 1971. *Material models for granular soils.* J. of Engng Mech., ASCE. (97(EM3): 935-950).

Drücker D.C. and Prager W. 1952. *Soil mechanics and plasticity analysis or limit design.* Quarterly Applied Mathematics. (10 (2): 157-165).

Drücker D.C., Gibson R.E. and Henkel, D.J. 1957. *Soil Mechanics and WorkHardening.* Theories of Plasticity. Transactions, ASCE. (122: 1692-1653).

Drumright E.E. and Nelson J.D. 1995. *The shear strength of unsaturated tailings sand.* Proc. of the 1st Conference on Unsaturated Soils Unsat'95, Paris. (1:45-50).

Dudley John H. 1970. *Review of collapse soils* *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division.* Proceedings of the American Society of Civil Engineers. (925-947).

Enderby A.J. 1955. *The domain model of hysteresis.* Transactions of the Faraday Society, (51: 835–848).

Escario V. and Saez J. 1986. *The shear Strength of Partially saturated soils.* Géotechnique. (36(3): 453-456).

Everett D.H. 1954. *A general approach to hysteresis – part 3: a formal treatment of the independent domain model of hysteresis.* Transactions of the Faraday Society. (50: 1077-1096).

Everett D.H. 1955. *A general approach to hysteresis – part 4: an alternative formulation of the domain model.* Transactions of the Faraday Society. (51: 1551-1557).

Farulla C., Ferrari A. and Romero E. 2010. *Volume change behaviour of a compacted scaly clay during cyclic suction changes.* Canadian Geotechnical Journal. (47: 688-703).

Feng M. and Fredlund D.G. 1999. *Hysteretic influence associated with thermal conductivity sensor measurements.* In Proceedings from Theory to the Practice of Unsaturated Soil Mechanics in Association with the 52nd Ca-

nadian Geotechnical Conference and the Unsaturated Soil Group, Regina, Sask. (14:2:14–14:2:20).

Fleureau J.M. and Kheirbek-Saoud S. 2001. *Retrait et Gonflement des sols soumis à un cycle de drainage humidification.* Rapport du LMSS. (www.mssmat.ecp.fr/IMG/pdf/Damas01.pdf).

Fleureau J.M., Verbrugge J.C., Huergo, P.G., Gomes Correia A. and Kheirbek Saoud S. 2002. *Aspect of the behaviour of compacted clayey soils on drying and wetting paths.* Canadian Geotechnical Journal. (39(6): 1341–1357).

Fredlund D.G. and Houston S. L. 2009. *Protocol for the assessment of unsaturated soil properties in geotechnical engineering practice.* Canadian Geotechnical Journal. (46: 694–707).

Fredlund D.G. and Morgenstern N.R. 1977. *Stress state variables for unsaturated soils.* Journal of Geotechnical Engineering, ASCE. (103(5): 447–466).

Fredlund D.G. and Rahardjo H. 1993. *Soil mechanics for unsaturated soils.* John Wiley & Sons, New York.

Fredlund D.G. and Sillers W.S. 2001. *Statistical assessment of soil-water characteristic curve models for geotechnical engineering.* Canadian Geotechnical Journal. (38: 1297–1313).

Fredlund D.G. and Xing A. 1994. *Equations for the soil-water characteristic curve.* Canadian Geotechnical Journal. (31: 521–532).

Fredlund D.G., Morgenstern N.R. and Widger R.A. 1978. *The shear strength of unsaturated soils.* Canadian Geotechnical Journal. (15(3): 313–321).

Gallipoli D., Gens A., Sharma R. and Vaunat J. 2003. *An elastoplastic model for unsaturated soil incorporating the effects of suction and degree of saturation on mechanical behaviour.* Géotechnique. (53:123–135)

Geiser F., Laloui L. and Vulliet L. 2000. *Modelling the behavior of unsaturated silt. Experimental evidence and theoretical approaches in unsaturated soils.* Balkema, Rotterdam. (155–175).

Gens A. 1995. *Constitutive laws. Modern issues in non-saturated soils.* Springer, Berlin Heidelberg New York. (129–158).

Gens A. 1996. *Constitutive modelling: application to compacted soil.* Unsaturated soils. Balkema, Rotterdam. (3:1179–1200).

Gens A. 2009. *Some issues in constitutive modeling of unsaturated soils.* Unsaturated soils: Theoretical and numerical advances in unsaturated soil mechanics. F. S. S. D. Buzzi O, eds. London, Taylor & Francis group. (613-626).

Gens A. and Alonso E.E. 1992. *A framework for the behaviour of unsaturated expansive clays.* Canadian Geotechnical Journal. (29:1013-1032).

Gens A., Sanchez M. and Sheng D. 2006. *On constitutive modelling of unsaturated soils.* Acta Geotechnica. (1:137-147).

Godt J.W., Baum R.L. and Lu N. 2009. *Landsliding in partially saturated materials.* Geophysical Research Letters. (36, L02403, 1-5).

Gourley C.S., Newill D. and Schreiner H.D. 1993. *Expansive soils: TRL's research strategy.* The First International Symposium on Engineering Characteristics of Arid Soils, London.

Gouy M.G. 1910. Sur la constitution de la charge électrique à la surface d'un électrolyte J. Phys. Radium (Paris) (9: 457-468).

Gray W.G. and Schrefler B.A. 2001. *Thermodynamic approach to effective stress in partially saturated porous media.* European Journal of Mechanics A/Solids. (20: 521-538).

Hanks R.J., Klute A. and Bresler E. 1969. *A numerical method for estimating infiltration redistribution, drainage, and evaporation of water from soil.* Water Resources Research. (13: 992-998).

Hassanizadeh S.M. and Gray W.G. 1980. *General conservation equations for multiphase systems: 3 Constitutive theory for porous media flow.* Advance Water Resources. (3:25-40).

Haxaire A. and Djeran-Maigre I. 2009. *Influence of dissolution on the mechanical behaviour of saturated deep argillaceous rocks.* Engineering Geology. (109: 255-261)

Hillel D. 1980. *Fundamentals of soil physics.* Academic Press. 413p.

Hogarth W.L., Hopmans J., Parlange J.-Y., and Haverkamp R. 1988. *Application of a simple soil-water hysteresis model.* Journal of Hydrology. (98: 21-29).

Hong Y., Rahardjo H., Leong E.C. and Fredlund D.G. 2004. *A study of infiltration on three sand capillary barriers.* Canadian Geotechnical Journal. (41: 629-643).

Horseman S.T. and McEwen T.J. 1996. Thermal constraints on disposal of heat-emitting waste in argillaceous rocks. *Engineering Geology*. (41: 5-16).

Houlsby G.T. 1997. *The work input to an unsaturated granular material*. *Géotechnique*. (47(1):193–196)

Hutter K., Laloui L. and Vulliet L. 1999. *Thermodynamically based mixture models for saturated and unsaturated soils*. *Mech Cohes Frict Mat*. (4:295–338)

Jaynes D.B. 1984. *Comparison of soil–water hysteresis models*. *Journal of Hydrology*. (75: 287–299).

Jennings J.E. and Burland J.B. 1962. *Limitation to the use of the effective stresses in unsaturated soils*. *Géotechnique*. (12(2): 125–144).

Johnson K.A. and Sitar N. 1990. *Hydrologic conditions leading to debris flow initiation*. *Canadian Geotechnical Journal*. (27 (6): 789-801).

Jommi C. 2000. *Remarks on the constitutive modelling of unsaturated soils*. In A. Tarantino & C. Mancuso Eds. *Experimental evidence and theoretical approaches in unsaturated soils*. Rotterdam: Balkema. (139-153).

Josa A., Balmaceda A., Gens A. and Alonso E.E., 1992. *An elastoplastic model for partially saturated soils exhibiting a maximum of collapse*. *Proceedings of the Third International Conference Computational Plasticity, Spain*. (815-826).

Juca J.F.T. and Frydman S. 1995. *General report: Experimental techniques*. *Proc. of the 1st Conference on Unsaturated Soils, Unsat'95, Paris* (3: 1257-1292).

Karube D. and Kawai K. 2001. *The role of pore water in the mechanical behavior of unsaturated soils*. *Geotechnical and Geological Engineering, Special Issue on Unsaturated Soils*. (19:211–241).

Kawai K. Karube D. and Kato S. 2000. *The Model of Water Retention Curve Considering Effects of Void Ratio*. In: Rahardjo, H., Toll, D.G., Leong, E.C.(Eds.), *Unsaturated Soils for Asia*. Balkema, Rotterdam. (329-334).

Kern J.S., 1995. *Evaluation of soil water retention models based on basic soil physical properties*. *Soil Science Society of America Journal*. (59: 1134-1141).

Khalili N, Habte M.A. and Zargarbashi S. 2008. *A fully coupled flow deformation model for cyclic analysis of unsaturated soils including hydraulic and mechanical hysteresis*. *Computers and Geotechnics*. (35: 872-889).

Khalili N. and Khabbaz M.H. 1998. *A unique relationship for χ for the determination of the shear strength of unsaturated soils.* Géotechnique. (48(5): 681–687).

Khalili N. Geiser F. and Blight G.E. 2004. *Effective stress in unsaturated soils, a review with new evidence.* International Journal of Geomechanics. (4(2): 115–126).

Khalili N., Geiser, F. and Blight G.E. 2004. *Effective stress in unsaturated soils: a critical review with new evidence.* International Journal of Geomechanics. (4:115–126).

Kohgo Y., Nakano M., and Miyazaki T. 1993. *Theoretical aspects of constitutive modelling for unsaturated soils.* Soils Foundation. (33 (4):681–687)

Krahn J., Fredlund, D.G. and Klassen M.J. 1989. *Effect of soil suction on slope stability at Notch Hill.* Canadian Geotechnical Journal. (26(2): 269-278).

Laloui L., Klubertanz G. and Vulliet L. 2003. *Solid–liquid–air coupling in multiphase porous media.* International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics. (27: 183–206).

Lambe T.W. 1958. *The structure of compacted clay.* Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE. (84: 1-34).

Lanier J. 1988. *Special stress paths along the limit surface of a sand specimen with the use of a true triaxial apparatus.* Advanced triaxial testing of soil and rocks, ASTM STP 977, Donaghe, Chaney, Silver Ed., ASTM. (859-869).

Le Potier C. 2005a. *Schéma volumes finis pour des opérateurs de diffusion fortement anisotropes sur des maillages non structurés,* C.R.A.S., Mathématiques. (340(12) 921pages)

Le Potier C. 2005b. *Schéma volumes finis monotone pour des opérateurs de diffusion fortement anisotropes sur des maillages de triangles non structurés,* C.R.A.S., Mathématiques. (341(12) 787 pages)

Le Potier C., Mouche E., Genty A., Benet L.V. and Plas F. 1998. *Mixed Hybrid Finite Element Formulation for water flow in unsaturated porous media,* Computational Methods in Water Ressources XII, Computational Mechanics Publications.

Leong E. C. and Rahardjo H. 1997. *Review of soil-water characteristic curve equations.* Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering. (123(12):1106-1117).

- Lewis R.W. and Schrefler B.A. 1987.** *The Finite Element Method in the Deformation and Consolidation of Porous Media*, 15th edition. Wiley Interscience publication. (99-139).
- Li X.L. 1993.** *Généralisation des lois de comportement des sols et description de la sous-routine "LOISOL"*. Rapport Interne, Département MSM, Université de Liège.
- Li X.S. 2003.** *Effective stress in unsaturated soil: a microstructural analysis*. Géotechnique. (53:273–277).
- Lins Y., Zou Y. and Schanz T. 2007.** *Physical modelling of SWCC for granular materials*. Theoretical and numerical unsaturated soil mechanics. Weimar, Germany. (61-74).
- Loret B. and Khalili N. 2002.** *An effective stress elastic–plastic model for unsaturated porous media*. Mech Mater (34:97–116)
- Lu N. and Likos W.J. 2006.** *Suction stress characteristic curve for unsaturated soils*. J. Geotech. Geoenviron. Eng. (132(7), 771–801).
- Lu N., Godt J. and Wu D.T. 2010.** *A closed-form equation for effective stress in unsaturated soil*. Water Resources Research. (46-W05515)
- Lu N., Kim T.-H., Sture S. and Likos W.J. 2009.** *Tensile strength of unsaturated sand*. J. Eng. Mech. (135(12): 1410-1419)
- Maswowe J. 1985.** *Stress paths for a compacted soil during collapse due to wetting*. PhD Thesis, Imperial College of Science and Technology: 485.
- Matsuoka H. and Nakai T. 1982.** *A new failure condition for soils in three-dimensional stresses*. Proceedings IUTAM conference Deformation and Failure of Granular Materials, Delft. (253-263).
- Matyas E.L. and Radhakrishna H.S. 1968.** *Volume change characteristics of partially saturated soils*. Géotechnique (18(4) : 432-448).
- Mitchell J.K. 1976.** *Fundamentals of soil behaviour*. New York: Wiley.
- Mitchell J.K. 1993.** *Fundamentals of soil behaviour*. John Wiley and Sons, Inc., New York. 437 p.
- Modaressi A. and Abou-Bekr N. 1994.** *A unified approach to model the behaviour of saturated and unsaturated soils*. In: 8th international conference on computer methods and advances in geomechanics. Balkema, Rotterdam, (1507–1513).

Morvan M., Wong H. and Branque D. 2010. *An unsaturated soil model with minimal number of parameters based on bounding surface plasticity.* International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, (34: 1512-1537).

Mualem Y. 1974. *A conceptual model of hysteresis.* Water Resources Research, (10: 514–520).

Mualem Y. and Miller E.E. 1979. *A hysteresis model based on an explicit domain-dependence function.* Soil Science Society of America Journal, (43: 1067–1073).

Mualem, Y. 1973. Modified approach to capillary hysteresis based on a similarity hypothesis. Water Resources Research, (9: 1324–1331).

Mualem, Y. 1977. Extension of the similarity hypothesis used for modeling the soil water characteristics. Water Resources Research, (13: 773–780).

Mualem, Y. 1984a. *Prediction of the soil boundary wetting curve.* Journal of Soil Science, (137: 379–390).

Mualem, Y. 1984b. *A modified dependent domain theory of hysteresis.* Journal of Soil Science, (137: 283–291).

Mualem, Y. and Dagan, G. 1975. *A dependent domain model of capillary hysteresis.* Water Resources Research, (11: 452–460).

Mualem, Y. and Klute A. 1984. *Predictor-corrector method for measurement of hydraulic conductivity.* Soil Science Society of America Journal, (48: 993–1000).

Muraleetharan K.K., Liu C., Wei C. and Chen L. 2009. *An elastoplastic framework for coupling hydraulic and mechanical behavior of unsaturated soils.* International Journal of Plasticity, (25:473–490).

Néel L. 1942. *Théorie des lois d'aimantation de Lord Rayleigh, 1.* Cahiers de Physique, (12: 1–20).

Néel L. 1943. *Théorie des lois d'aimantation de Lord Rayleigh, 2.* Cahiers de Physique, (13: 18–30).

Nemes A. and Rawls W.J. 2004. *Soil texture and particle-size distribution as input to estimate soil hydraulic properties.* In: Development of Pedotransfer Functions in Soil Hydrology (Eds Ya. Pachepsky, W.J. Rawls). Elsevier.

Ng C.W.W. and Pang Y.W. 2000. *Influence of stress state on soil-water characteristics and slope stability.* Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, (126(2):157-166).

Nimmo J.R. 1992. *Semi-empirical model of soil water hysteresis.* Soil Science Society of America Journal, (56: 1723–1730).

Nuth M. and Laloui L. 2008. Advances in modelling hysteretic water retention curve in deformable soils. Computers and Geotechnics. (35:835-844).

Nuth M. and Laloui L. 2008. *Effective stress concept in unsaturated soils: Clarification and validation of a unified framework.* International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics. (32: 771-801).

Parlange J.-Y. 1976. Capillary hysteresis and the relationship between drying and wetting curves. Water Resources Research, (12: 224–228).

Parlange J.-Y. 1980. *Water transport in soils.* Annual Revision of Fluid Mechanics, (12: 77–102).

Pham H.Q., Fredlund D.G. and Lee Brabour S. 2005. *A study of hysteresis models for soil-water characteristic curves.* Canadian Geotechnical Journal, (42: 1548-1568)

Philip J.R. 1964. *Similarity hypothesis for capillary hysteresis in porous materials.* Journal of Geophysical Research, (69: 1553–1562).

Philipponnat G. 1991. *Retrait-gonflement des argiles, proposition de méthodologie.* Revue Française de Géotechnique. (57: 5-22).

Porębska D. and Walczak R.T. 2006. *Relationship between van Genuchten's parameters of the retention curve equation and physical properties of soil solid phase.* International Agrophysics, (20: 153-159).

Poulovassilis A. 1962. *Hysteresis of pore water – an application of the concept of independent domains.* Journal of Soil Science, (92: 405–412).

Preisach F. 1935. *Über die magnetische Nachwirkung.* Z. Physik, (94: 277–302).

Prost R. 1990. *Relation eau-argile: Structure et gonflement des matériaux argileux.* Matériaux argileux: Structure, propriété et application, Soc. Fr. Minéral. Cristall. 88p.

Prunier F., Arai W., Djéran-Maigre I. and Darve F. 2013. *A discussion about loading collapse phenomenon in partially saturated soils.* Conférence Franco-Vietnamienne CIGOS-CONSTRUCTION ET DEVELOPPEMENT DURABLE, Lyon France, 4-5 Avril 2013.

- Reginato R. J. and van Bavel C. H. M. 1962.** *Pressure cell for soil cores.* Soil Sci. Soc. Am. Proc. (26(1): 1-3).
- Romero E., 1999.** *Characterisation and thermo-mechanical behaviour of unsaturated Boom clay: An experimental study.* UPC Barcelona.
- Roscoe K. H., Schofield A.N. and Worth C.P. 1958.** *On the yielding of soils.* Géotechnique. (8(1): 22-53).
- Russell A.R. and Khalili N. 2006.** *A unified bounding surface plasticity model for unsaturated soils.* International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics. (30:181–212).
- Salager S., El Youssoufi M.S. and Saix C. 2010.** *Definition and experimental determination of soil water retention surface.* Canadian Geotechnical Journal. (47: 609-622).
- Scholtès L., Chareyre B., Nicot F. and Darve F. 2009.** *A microstructurally based effective stress for unsaturated soils.* International Journal of Engineering Science. (47: 1460–1471).
- Scholtès L., Hicher P.Y., Nicot F., Chareyre B. and Darve F., 2009.** *On the capillary stress tensor in wet granular materials.* International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics. (33: 1289–1313).
- Scott P.S., Farquhar G.J. and Kouwen N. 1983.** *Hysteretic effects on net infiltration.* In Advances in infiltration. American Society of Agricultural Engineers Publication St. Joseph, Mich. (11(83): 163–170).
- Sheng D., Sloan S.W. and Gens A. 2004.** *A constitutive model for unsaturated soils: thermomechanical and computational aspects.* Computer Mechanics (33:453–465).
- Simo J.C., Kennedy J.G. and Govindjee S. 1988.** *NonSmooth multisurface viscoplasticity: Loading/unloading conditions and numerical algorithms.* International Journal for Numerical Methods in Engineering. (26: 2161-2185).
- Sun D., Sheng D. and Sloan S.W. 2007.** *Elastoplastic modelling of hydraulic and stress–strain behaviour of unsaturated soils.* Mechanics of Materials (39:212-221).
- Sun D., Sheng D., Cui H.B. and Sloan S.W. 2007a.** *A density-dependent elastoplastic hydro-mechanical model for unsaturated compacted soils.* International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics (31: 1257-1279).

Sun D., Sheng D., Xiang L. and Sloan S.W. 2008. *Elastoplastic prediction of hydromechanical behaviour of unsaturated soils under undrained conditions.* Computers and Geotechnics (35: 845-852).

Sun D.A. and Sun W. 2011. *Coupled modelling of hydro-mechanical behaviour of unsaturated compacted expansive soils.* International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics. (10.1002/nag).

Sun D.A., Matsuoka H. and Xu Y.F. 2004. *Collapse behaviour of compacted clays in suction-controlled triaxial tests.* Geotechnical Testing Journal, ASTM. (27(4):362–370).

Tamagnini R. 2004. *An extended Cam-clay model for unsaturated soils with hydraulic hysteresis.* Géotechnique (54:223–228).

Timlin D.J., Williams R.D., Ahuja L.R., and Heathman G.C. 2004. *Simple parametric methods to estimate soil water retention and hydraulic conductivity.* In: Development of Pedotransfer Functions in Soil Hydrology (Eds Ya. Pachepsky, W.J. Rawls), Amsterdam-London-New York-Tokyo, Elsevier.

Topp G.C. 1971a. *Soil–water hysteresis: The domain theory extended to pore interaction conditions.* Soil Science Society of America Proceedings, (35: 219–225).

Topp G.C. 1971b. *Soil water hysteresis in silt loam and clay loam soils.* Water Resources Research, (7: 914–920).

Tuffour Y.A. 1984. *Shear strength of partially saturated clays.* MSc Thesis, Technion, Israel Institute of Technology.

Uchaipichat A. 2010. *Experimental investigation on loading collapse curve of unsaturated soils under drying and wetting processes.* Geomechanics and Engineering. (2(3): 203-211).

Van Damme H. 2001. *L'eau et sa présentation.* Mécanique des sols non-saturés. Hermes.

Van Eekelen H.A.M. 1980. *A microstructurally based effective stress for unsaturated soils.* International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics. (4: 98-101).

Van Genuchten M.TH. 1980. *A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils.* Soil Science Society of America Journal. (44 : 892-898).

Van Olphen H. 1977. *An Introduction to Clay Colloid Chemistry.* Willey, New York.

Vanapalli S.K., Fredlund D.G., Pufahl D.E. and Clifton A.W. 1996. *Model for the prediction of shear strength with respect to soil suction.* Canadian Geotechnical Journal. (33: 379–392).

Vanapalli S.K., Pufahl D.E. and Fredlund D.G., 1998. *The Meaning and Relevance of Residual Water Content to Unsaturated Soils.* Proceedings of 51st Canadian Geotechnical Conference, Edmonton, AB, (101-108).

Vanapalli S.K., Pufahl D.E. and Fredlund D.G., 1999. *The influence of soil structure and stress history on the soil-water characteristic of a compacted till.* Géotechnique, (49(2):143-159).

Vandangeon P. 1992. *Exemples de sinistres en région parisienne.* Revue Française de Géotechnique. (58: 7-14).

Vaunat J., Jommi C. and Gens A. 1997. *A strategy for numerical analysis of the transition between saturated and unsaturated flow conditions.* In: 6th international conference on numerical models in geomechanics, Montreal. Balkema, Rotterdam, (297–302).

Vaunat J., Romero E. and Jommi C. 2000. *An elastoplastic hydro-mechanical model for unsaturated soils. Experimental evidence and theoretical approaches in unsaturated soils.* Balkema, Rotterdam, (121-138).

Verbrugge J.C. 1975. *Validité des résultats fournis par les appareils usuels de mesure de la succion et par le psychromètre à effet Peltier (Considérations théoriques).* Géotechnique Routière, n° 515, Decembre, 55-65.

Verbrugge J.C. 1978. *Emploi d'une méthode psychrométrique dans des essais triaxiaux sur un limon remanié non saturé.* Can. Geotech. J., 15, 501-509.

Verpeaux P., Millard A., Charras T. and Combescure A. 1989. *A modern approach of large computer codes for structural analysis.* Proceedings of the 10th conference on structural mechanics reactor technology, Los Angeles.

Viane P., Vereecken H., Diels J., and Feyen J. 1994 *A statistical analysis of six hysteresis models for the moisture retention characteristic.* Journal of Soil Science, (157: 345–355).

Vicol T. 1990. *Comportement hydraulique et mécanique d'un sol fin non saturé, Application à la modélisation* Thèse de Doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, CERMES, Paris.

Wheeler S.J. 1988. *Undrained shear strength of soils containing large gas bubbles.* Géotechnique (38(3): 399-413).

Wheeler S.J. 1996. *Inclusion of specific water volume within an elastoplastic model for unsaturated soil.* Canadian Geotechnical Journal. (33:42–57).

Wheeler S.J. and Sivakumar V. 1995. *An elasto-plastic critical state framework for unsaturated soil.* Géotechnique. (45(1): 35-53).

Wheeler S.J., Sharma R.S. and Buisson M.S.R., 2003. *Coupling of hydraulic hysteresis and stress–strain behaviour in unsaturated soils.* Géotechnique (53:41–54).

Yang H., Rahardjo H., Leong E.C. and Fredlund D.G. 2004. *Factors affecting drying and wetting soil-water characteristic curves of sandy soils.* Canadian Geotechnical Journal. (41: 908–920).

Zhang C.L., Su K., Rothfuchs T. and Hoteit N. 2007. *Experimental study of the thermo-hydro mechanical behaviour of indurated clays.* Physics and Chemistry of the Earth, Parts A/B/C. (32(8-14): 957-965).

FOLIO ADMINISTRATIF

THESE SOUTENUE DEVANT L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON

NOM : ARAIRO	DATE de SOUTENANCE :
Prénom : Wahib	
TITRE : Influence des cycles hydriques de la dessiccation et de l'humidification sur le comportement hydromécanique des géomatériaux non saturés	
NATURE : Doctorat	Numéro d'ordre :
Ecole doctorale : MEGA (Mécanique, Energétique, Génie Civil, Acoustique)	
Spécialité : Génie Civil	
Code B.I.U. – Lyon : T 50/210/19 / et bis	CLASSE :
RESUME :	
<p>Ce travail de recherche porte sur le comportement des milieux poreux (triphases), plus particulièrement les sols non saturés sous sollicitations hydro-mécaniques. Un modèle constitutif élastoplastique couplé est développé. Ce modèle est formulé selon les principes suivants: une loi constitutive est développée pour décrire le comportement de chaque phase (squelette solide, liquide, et gaz). Ensuite, des relations de couplage sont ajoutées entre chacune des phases. Pour le comportement du squelette solide, une loi élastoplastique non associée est adoptée, avec deux surfaces de charges, en cisaillement et en compression. La partie hydrique est décrite par une formulation qui permet de prendre en compte l'effet d'hystérésis. Ce modèle est enrichi par une relation de couplage hydromécanique qui permet d'exprimer la pression d'entrée d'air en fonction de la porosité. Ensuite le couplage complet se fait avec la contrainte effective de Bishop en utilisant une nouvelle définition du paramètre de succion χ grâce à laquelle, les différents phénomènes présents dans la réponse des milieux poreux sous différentes sollicitations peuvent être reproduits. Ce modèle a été validé par une confrontation à des données expérimentales issues de la littérature sur différents types de sol (sable, limon, ...). Le modèle est implanté dans le code aux éléments finis Cast3M. L'analyse de problèmes particuliers, tels que la mise en œuvre d'un cas test d'un sol d'assise soumis à un cycle pluvial, ainsi que l'étude de la stabilité des pentes, permettent de montrer la capacité du modèle à reproduire le comportement des milieux poreux non saturés.</p>	
MOTS CLES : sols non saturés, rétention d'eau, comportement élastoplastique, hystérésis, couplage hydromécanique, contraintes effectives	
Laboratoire(s) de recherches : Laboratoire de Génie Civil et d'Ingénierie Environnementale - LGCIE	
Directrice de thèse : Irini DJERAN-MAIGRE	
Co-Directeur de thèse : Florent PRUNIER	
Président du jury :	
Composition du jury : Patrick DANGLA, Félix DARVE, Irini DJERAN-MAIGRE, Alain MILLIARD, Florent PRUNIER, Jean VAUNAT, David WILLIAMS	