Modélisation avancée des procédés thermiques rencontrés lors de la mise en forme des composites

Chady Ghnatios

Thèse de doctorat

Fondation EADS, École Centrale de Nantes, GeM

Encadrants : Francisco Chinesta, Arnaud Poitou et Adrien Leygue

02 octobre 2012

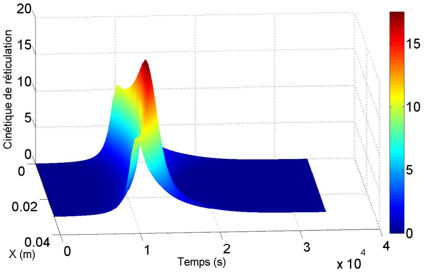
FONDATION EADS

Institut de Recherche en Génie Civil et Mécanique

Centrale Nantes

Contexte

Contexte



Cinétique de réticulation
20
15
10
5
0
0
0.02
0.04
X (m)
0
1
2
3
4
Temps (s)
x 10^4
15
10
5
0

Contexte

- Simulation thermo-mécanique nécessaire
- Physique riche
- Simulation 3D couteuse
- Méthodes traditionnelles vouées à l'échec

Contexte

- Simulation thermo-mécanique nécessaire
- Physique riche
- Simulation 3D couteuse
- Méthodes traditionnelles vouées à l'échec

Contexte

- Simulation thermo-mécanique nécessaire
- Physique riche
- Simulation 3D couteuse
- Méthodes traditionnelles vouées à l'échec

Contexte

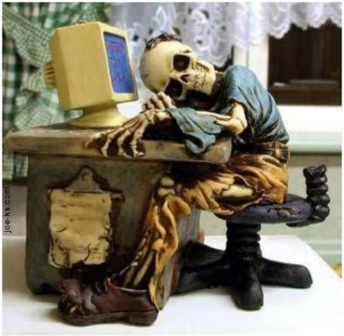
- Simulation thermo-mécanique nécessaire
- Physique riche
- Simulation 3D couteuse
- Méthodes traditionnelles vouées à l'échec

Contexte

- Simulation thermo-mécanique nécessaire
- Physique riche
- Simulation 3D couteuse
- Méthodes traditionnelles vouées à l'échec

Contexte

- Simulation thermo-mécanique nécessaire
- Physique riche
- Simulation 3D couteuse
- Méthodes traditionnelles vouées à l'échec



Multidimensionnalité

→ Simulation

→ Optimisation

→ Identification

→ Contrôle

Simulation multidimensionnelle

- Multidimensionalité physique
- Multidimensionalité paramétrique

Optimisation

Identification

Contrôle

Multidimensionnalité

→ Simulation

→ Optimisation

→ Identification

→ Contrôle

Simulation multidimensionnelle

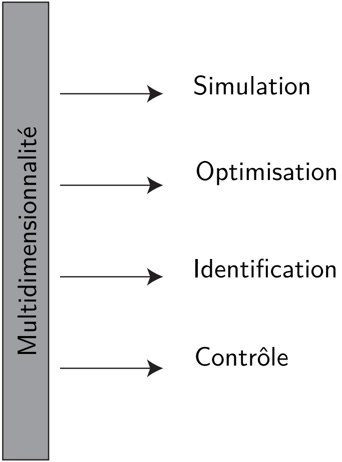
- Multidimensionalité physique
- Multidimensionalité paramétrique

Optimisation

- Optimisation de procédés

Identification

Contrôle



Simulation multidimensionnelle

- Multidimensionalité physique
- Multidimensionalité paramétrique

Optimisation

- Optimisation de procédés

Identification

- Complétion de données
- Caractérisation des matériaux

Contrôle

Objectifs de la thèse

Multidimensionnalité

→ Simulation

→ Optimisation

→ Identification

→ Contrôle

Simulation multidimensionnelle

- Multidimensionalité physique
- Multidimensionalité paramétrique

Optimisation

- Optimisation de procédés

Identification

- Complétion de données
- Caractérisation des matériaux

Contrôle

Objectifs de la thèse

Multidimensionnalité

→ Simulation

→ Optimisation

→ Identification

→ Contrôle

Simulation multidimensionnelle

- Multidimensionalité physique
- Multidimensionalité paramétrique

Optimisation

- Optimisation de procédés

Identification

- Complétion de données
- Caractérisation des matériaux

Contrôle

Objectifs de la thèse

Multidimensionnalité

→ Simulation

→ Optimisation

→ Identification

→ Contrôle

Simulation multidimensionnelle

- Multidimensionalité physique
- Multidimensionalité paramétrique

Optimisation

- Optimisation de procédés

Identification

- Complétion de données
- Caractérisation des matériaux

Contrôle

- Contrôle de procédés en temps réel

Objectifs de la thèse

Multidimensionnalité

- → Simulation
- → Optimisation
- → Identification
- → Contrôle

Simulation multidimensionnelle

- Multidimensionalité physique
- Multidimensionalité paramétrique

Optimisation

- Optimisation de procédés

Identification

- Complétion de données
- Caractérisation des matériaux

Contrôle

- Contrôle de procédés en temps réel

Objectifs de la thèse

Multidimensionnalité

→ Simulation

→ Optimisation

→ Identification

→ Contrôle

Simulation multidimensionnelle

- Multidimensionalité physique
- Multidimensionalité paramétrique

Optimisation

- Optimisation de procédés

Identification

- Complétion de données
- Caractérisation des matériaux

Contrôle

- Contrôle de procédés en temps réel

Objectifs de la thèse

Multidimensionnalité

→ Simulation

→ Optimisation

→ Identification

→ Contrôle

Simulation multidimensionnelle

- Multidimensionalité physique
- Multidimensionalité paramétrique

Optimisation

- Optimisation de procédés

Identification

- Complétion de données
- Caractérisation des matériaux

Contrôle

- Contrôle de procédés en temps réel

Plan

1. La PGD ou “Proper Generalized Decomposition”
2. Simulations paramétriques
3. Optimisation et identification
4. Contrôle des procédés
5. Conclusions et perspectives

Plan

Illustation du problème

- Problème classique :

$$-k\left(\frac{\partial^2 \mathcal{U}}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \mathcal{U}}{\partial y^2}\right)=Q$$

$\Rightarrow \mathcal{U}(x,y) \Rightarrow$ Problème 2D

- Problème ambitieux :

Illustation du problème

- Problème classique :

$$-k\left(\frac{\partial^2 \mathcal{U}}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \mathcal{U}}{\partial y^2}\right)=Q$$

$\Rightarrow \mathcal{U}(x,y) \Rightarrow$ Problème 2D

- Problème ambitieux :

$$-k\left(\frac{\partial^2 \mathcal{U}}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \mathcal{U}}{\partial y^2}\right)=Q$$

$\Rightarrow \mathcal{U}(x,y,k) \Rightarrow$ Problème 3D

Illustation du problème

- Problème classique :

$$-k\left(\frac{\partial^2\mathcal{U}}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\mathcal{U}}{\partial y^2}\right)=Q$$

$\Rightarrow \mathcal{U}(x,y) \Rightarrow$ Problème 2D

- Problème ambitieux :

$$-k\left(\frac{\partial^2\mathcal{U}}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\mathcal{U}}{\partial y^2}\right)=Q$$

$\Rightarrow \mathcal{U}(x,y,k) \Rightarrow$ Problème 3D

Illustation du problème

- Problème classique :

$$-k\left(\frac{\partial^2\mathcal{U}}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\mathcal{U}}{\partial y^2}\right)=Q$$

$\Rightarrow \mathcal{U}(x,y) \Rightarrow$ Problème 2D

- Problème ambitieux :

$$-k\left(\frac{\partial^2\mathcal{U}}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\mathcal{U}}{\partial y^2}\right)=Q$$

$\Rightarrow \mathcal{U}(x,y,k) \Rightarrow$ Problème 3D

Illustation du problème

- Problème classique :

$$-k\left(\frac{\partial^2\mathcal{U}}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\mathcal{U}}{\partial y^2}\right)=Q$$

$\Rightarrow \mathcal{U}(x,y) \Rightarrow$ Problème 2D

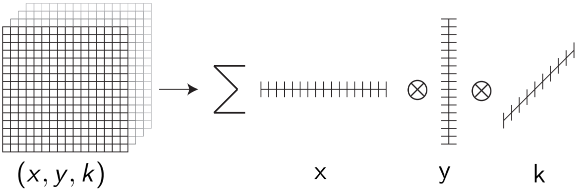
- Problème ambitieux :

$$-k\left(\frac{\partial^2\mathcal{U}}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\mathcal{U}}{\partial y^2}\right)=Q$$

$\Rightarrow \mathcal{U}(x,y,k) \Rightarrow$ Problème 3D

Représentation séparée

- La PGD est basée sur la séparation de variables [1]

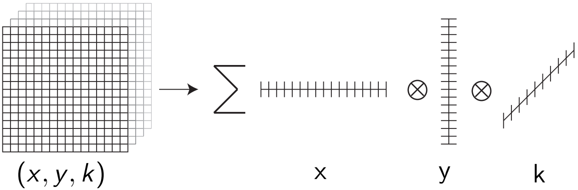


- La PGD réduit la complexité associée à la multidimensionalité

1. F. Chinesta et al., 2009

Représentation séparée

- La PGD est basée sur la séparation de variables [1]



- La PGD réduit la complexité associée à la multidimensionalité

1. F. Chinesta et al., 2009

La PGD en quelques mots

- Considérons l'exemple :

$$\mathscr{L}\mathcal{U} = \mathscr{B},$$

$$\int_\Omega \mathcal{U}^* \left(\mathscr{L}\mathcal{U} - \mathscr{B}\right) d\Omega = 0,$$

- On cherche la solution $\mathcal{U}$ sous la forme :

$$\mathcal{U}(x, y, k) \approx \sum_{i=1}^{i=N} X_i(x) \cdot Y_i(y) \cdot K_i(k)$$

- $\mathcal{U}$ connue jusqu'au mode n, on définit :

$$\mathcal{U}_{n+1} = \sum_{i=1}^{i=n} X_i(x) \cdot Y_i(y) \cdot K_i(k) + R(x)S(y)W(k)$$

La PGD en quelques mots

- Considérons l'exemple :

$$\mathscr{L}\mathcal{U} = \mathscr{B},$$

$$\int_\Omega \mathcal{U}^* \left(\mathscr{L}\mathcal{U} - \mathscr{B}\right) d\Omega = 0,$$

- On cherche la solution $\mathcal{U}$ sous la forme :

$$\mathcal{U}(x,y,k) \approx \sum_{i=1}^{i=N} X_i(x) \cdot Y_i(y) \cdot K_i(k)$$

- $\mathcal{U}$ connue jusqu'au mode n, on définit :

$$\mathcal{U}_{n+1} = \sum_{i=1}^{i=n} X_i(x) \cdot Y_i(y) \cdot K_i(k) + R(x)S(y)W(k)$$

La PGD en quelques mots

- Considérons l'exemple :

$$\mathscr{L}\mathcal{U} = \mathscr{B},$$

$$\int_\Omega \mathcal{U}^* \left(\mathscr{L}\mathcal{U} - \mathscr{B}\right) d\Omega = 0,$$

- On cherche la solution $\mathcal{U}$ sous la forme :

$$\mathcal{U}\left(x, y, k\right) \approx \sum_{i=1}^{i=N} X_i(x) \cdot Y_i(y) \cdot K_i(k)$$

- $\mathcal{U}$ connue jusqu'au mode n, on définit :

$$\mathcal{U}_{n+1} = \sum_{i=1}^{i=n} X_i(x) \cdot Y_i(y) \cdot K_i(k) + R(x)S(y)W(k)$$

La PGD en quelques mots

- Considérons l'exemple :

$$\mathscr{L}\mathcal{U} = \mathscr{B},$$

$$\int_{\Omega} \mathcal{U}^* \left(\mathscr{L}\mathcal{U} - \mathscr{B}\right) d\Omega = 0,$$

- On cherche la solution $\mathcal{U}$ sous la forme :

$$\mathcal{U}(x, y, k) \approx \sum_{i=1}^{i=N} X_i(x) \cdot Y_i(y) \cdot K_i(k)$$

- $\mathcal{U}$ connue jusqu'au mode n, on définit :

$$\mathcal{U}_{n+1} = \sum_{i=1}^{i=n} X_i(x) \cdot Y_i(y) \cdot K_i(k) + R(x)S(y)W(k)$$

La PGD en quelques mots

- Considérons l'exemple :

$$\mathscr{L}\mathcal{U} = \mathscr{B},$$

$$\int_\Omega \mathcal{U}^* \left(\mathscr{L}\mathcal{U} - \mathscr{B}\right) d\Omega = 0,$$

- On cherche la solution $\mathcal{U}$ sous la forme :

$$\mathcal{U}\left(x, y, k\right) \approx \sum_{i=1}^{i=N} X_i(x) \cdot Y_i(y) \cdot K_i(k)$$

- $\mathcal{U}$ connue jusqu'au mode n, on définit :

$$\mathcal{U}_{n+1} = \sum_{i=1}^{i=n} X_i(x) \cdot Y_i(y) \cdot K_i(k) + R(x)S(y)W(k)$$

Algorithme de calcul

- La fonction test est notée :

$$\mathcal{U}^* = R^*(x)S(y)W(k) + R(x)S^*(y)W(k) + R(x)S(y)W^*(k)$$

- $S^* = W^* = 0 \Rightarrow$ Forme intégrale des résidus pondérés $\Rightarrow$
  - Forme forte : Résolution par différences finies $\cdots$
  - Forme faible : Résolution par éléments finis $\cdots$
- $R^* = W^* = 0 \Rightarrow$ Forme intégrale des résidus pondérés $\Rightarrow$
  - Forme forte : Résolution par différences finies $\cdots$
  - Forme faible : Résolution par éléments finis $\cdots$
- $R^* = S^* = 0 \Rightarrow$ Forme intégrale des résidus pondérés

Algorithme de calcul

- La fonction test est notée :

$$\mathcal{U}^* = R^*(x)S(y)W(k) + R(x)S^*(y)W(k) + R(x)S(y)W^*(k)$$

- $S^* = W^* = 0 \Rightarrow$ Forme intégrale des résidus pondérés $\Rightarrow$
  - Forme forte : Résolution par différences finies $\cdots$
  - Forme faible : Résolution par éléments finis $\cdots$
- $R^* = W^* = 0 \Rightarrow$ Forme intégrale des résidus pondérés $\Rightarrow$
  - Forme forte : Résolution par différences finies $\cdots$
  - Forme faible : Résolution par éléments finis $\cdots$
- $R^* = S^* = 0 \Rightarrow$ Forme intégrale des résidus pondérés

Algorithme de calcul

- La fonction test est notée :

$$\mathcal{U}^* = R^*(x)S(y)W(k) + R(x)S^*(y)W(k) + R(x)S(y)W^*(k)$$

- $S^* = W^* = 0 \Rightarrow$ Forme intégrale des résidus pondérés $\Rightarrow$
  - Forme forte : Résolution par différences finies $\cdots$
  - Forme faible : Résolution par éléments finis $\cdots$
- $R^* = W^* = 0 \Rightarrow$ Forme intégrale des résidus pondérés $\Rightarrow$
  - Forme forte : Résolution par différences finies $\cdots$
  - Forme faible : Résolution par éléments finis $\cdots$
- $R^* = S^* = 0 \Rightarrow$ Forme intégrale des résidus pondérés

Algorithme de calcul

- La fonction test est notée :

$$\mathcal{U}^* = R^*(x)S(y)W(k) + R(x)S^*(y)W(k) + R(x)S(y)W^*(k)$$

- $S^* = W^* = 0 \Rightarrow$ Forme intégrale des résidus pondérés $\Rightarrow$
  - Forme forte : Résolution par différences finies $\cdots$
  - Forme faible : Résolution par éléments finis $\cdots$
- $R^* = W^* = 0 \Rightarrow$ Forme intégrale des résidus pondérés $\Rightarrow$
  - Forme forte : Résolution par différences finies $\cdots$
  - Forme faible : Résolution par éléments finis $\cdots$
- $R^* = S^* = 0 \Rightarrow$ Forme intégrale des résidus pondérés

Algorithme de calcul

- La fonction test est notée :

$$\mathcal{U}^* = R^*(x)S(y)W(k) + R(x)S^*(y)W(k) + R(x)S(y)W^*(k)$$

- $S^* = W^* = 0 \Rightarrow$ Forme intégrale des résidus pondérés $\Rightarrow$
  - Forme forte : Résolution par différences finies $\cdots$
  - Forme faible : Résolution par éléments finis $\cdots$
- $R^* = W^* = 0 \Rightarrow$ Forme intégrale des résidus pondérés $\Rightarrow$
  - Forme forte : Résolution par différences finies $\cdots$
  - Forme faible : Résolution par éléments finis $\cdots$
- $R^* = S^* = 0 \Rightarrow$ Forme intégrale des résidus pondérés

Algorithme de calcul

- La fonction test est notée :

$$\mathcal{U}^* = R^*(x)S(y)W(k) + R(x)S^*(y)W(k) + R(x)S(y)W^*(k)$$

- $S^* = W^* = 0 \Rightarrow$ Forme intégrale des résidus pondérés $\Rightarrow$
  - Forme forte : Résolution par différences finies $\cdots$
  - Forme faible : Résolution par éléments finis $\cdots$
- $R^* = W^* = 0 \Rightarrow$ Forme intégrale des résidus pondérés $\Rightarrow$
  - Forme forte : Résolution par différences finies $\cdots$
  - Forme faible : Résolution par éléments finis $\cdots$
- $R^* = S^* = 0 \Rightarrow$ Forme intégrale des résidus pondérés

Algorithme de calcul

- La fonction test est notée :

$$\mathcal{U}^* = R^*(x)S(y)W(k) + R(x)S^*(y)W(k) + R(x)S(y)W^*(k)$$

- $S^* = W^* = 0 \Rightarrow$ Forme intégrale des résidus pondérés $\Rightarrow$
  - Forme forte : Résolution par différences finies $\cdots$
  - Forme faible : Résolution par éléments finis $\cdots$
- $R^* = W^* = 0 \Rightarrow$ Forme intégrale des résidus pondérés $\Rightarrow$
  - Forme forte : Résolution par différences finies $\cdots$
  - Forme faible : Résolution par éléments finis $\cdots$
- $R^* = S^* = 0 \Rightarrow$ Forme intégrale des résidus pondérés

Algorithme de calcul

- La fonction test est notée :

$$\mathcal{U}^* = R^*(x)S(y)W(k) + R(x)S^*(y)W(k) + R(x)S(y)W^*(k)$$

- $S^* = W^* = 0 \Rightarrow$ Forme intégrale des résidus pondérés $\Rightarrow$
  - Forme forte : Résolution par différences finies $\cdots$
  - Forme faible : Résolution par éléments finis $\cdots$
- $R^* = W^* = 0 \Rightarrow$ Forme intégrale des résidus pondérés $\Rightarrow$
  - Forme forte : Résolution par différences finies $\cdots$
  - Forme faible : Résolution par éléments finis $\cdots$
- $R^* = S^* = 0 \Rightarrow$ Forme intégrale des résidus pondérés

Algorithme de calcul

- La fonction test est notée :

$$\mathcal{U}^* = R^*(x)S(y)W(k) + R(x)S^*(y)W(k) + R(x)S(y)W^*(k)$$

- $S^* = W^* = 0 \Rightarrow$ Forme intégrale des résidus pondérés $\Rightarrow$
  - Forme forte : Résolution par différences finies $\cdots$
  - Forme faible : Résolution par éléments finis $\cdots$
- $R^* = W^* = 0 \Rightarrow$ Forme intégrale des résidus pondérés $\Rightarrow$
  - Forme forte : Résolution par différences finies $\cdots$
  - Forme faible : Résolution par éléments finis $\cdots$
- $R^* = S^* = 0 \Rightarrow$ Forme intégrale des résidus pondérés

Algorithme de calcul

- La fonction test est notée :

$$\mathcal{U}^* = R^*(x)S(y)W(k) + R(x)S^*(y)W(k) + R(x)S(y)W^*(k)$$

- $S^* = W^* = 0 \Rightarrow$ Forme intégrale des résidus pondérés $\Rightarrow$
  - Forme forte : Résolution par différences finies $\cdots$
  - Forme faible : Résolution par éléments finis $\cdots$
- $R^* = W^* = 0 \Rightarrow$ Forme intégrale des résidus pondérés $\Rightarrow$
  - Forme forte : Résolution par différences finies $\cdots$
  - Forme faible : Résolution par éléments finis $\cdots$
- $R^* = S^* = 0 \Rightarrow$ Forme intégrale des résidus pondérés

Algorithme de calcul

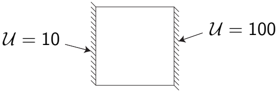
- La fonction test est notée :

$$\mathcal{U}^* = R^*(x)S(y)W(k) + R(x)S^*(y)W(k) + R(x)S(y)W^*(k)$$

- $S^* = W^* = 0 \Rightarrow$ Forme intégrale des résidus pondérés $\Rightarrow$
  - Forme forte : Résolution par différences finies $\cdots$
  - Forme faible : Résolution par éléments finis $\cdots$
- $R^* = W^* = 0 \Rightarrow$ Forme intégrale des résidus pondérés $\Rightarrow$
  - Forme forte : Résolution par différences finies $\cdots$
  - Forme faible : Résolution par éléments finis $\cdots$
- $R^* = S^* = 0 \Rightarrow$ Forme intégrale des résidus pondérés

Exemple de calcul

- $-k\Delta\mathcal{U} = Q(x,y)$
- Les conditions limites sont :
$$\begin{cases} \mathcal{U}(0,y,k) = 10 \\ \mathcal{U}(1,y,k) = 100 \\ \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial y}(x,0,k) = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial y}(x,1,k) = 0 \end{cases}$$

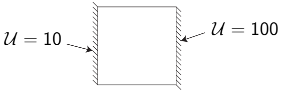


- $\mathcal{U} = \sum_{i=1}^{i=N} X_i(x) \cdot Y_i(y) \cdot K_i(k)$

Exemple de calcul

- $-k\Delta\mathcal{U} = Q(x, y)$
- Les conditions limites sont :

$$\begin{cases} \mathcal{U}(0, y, k) = 10 \\ \mathcal{U}(1, y, k) = 100 \\ \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial y}(x, 0, k) = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial y}(x, 1, k) = 0 \end{cases}$$

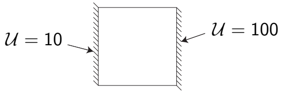


- $\mathcal{U} = \sum_{i=1}^{i=N} X_i(x) \cdot Y_i(y) \cdot K_i(k)$

Exemple de calcul

- $-k\Delta\mathcal{U} = Q(x,y)$
- Les conditions limites sont :

$$\begin{cases} \mathcal{U}(0,y,k) = 10 \\ \mathcal{U}(1,y,k) = 100 \\ \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial y}(x,0,k) = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial y}(x,1,k) = 0 \end{cases}$$



- $\mathcal{U} = \sum_{i=1}^{i=N} X_i(x) \cdot Y_i(y) \cdot K_i(k)$

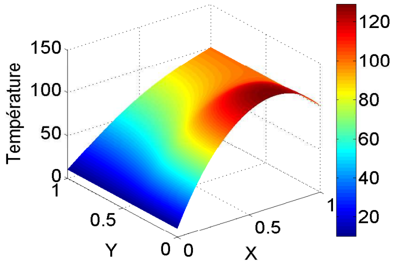
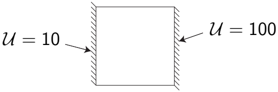


FIGURE : Solution pour la valeur minimale de k

Exemple de calcul

- $-k\Delta\mathcal{U} = Q(x,y)$
- Les conditions limites sont :
$$\begin{cases} \mathcal{U}(0,y,k) = 10 \\ \mathcal{U}(1,y,k) = 100 \\ \frac{\partial\mathcal{U}}{\partial y}(x,0,k) = 0 \\ \frac{\partial\mathcal{U}}{\partial y}(x,1,k) = 0 \end{cases}$$



- $\mathcal{U} = \sum_{i=1}^{i=N} X_i(x) \cdot Y_i(y) \cdot K_i(k)$

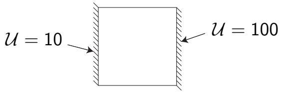
Solution

VIDEO : Evolution du champ de température en fonction de k

Exemple de calcul

- $-k\Delta\mathcal{U} = Q(x, y)$
- Les conditions limites sont :

$$\begin{cases} \mathcal{U}(0, y, k) = 10 \\ \mathcal{U}(1, y, k) = 100 \\ \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial y}(x, 0, k) = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial y}(x, 1, k) = 0 \end{cases}$$



- $\mathcal{U} = \sum_{i=1}^{i=N} X_i(x) \cdot Y_i(y) \cdot K_i(k)$

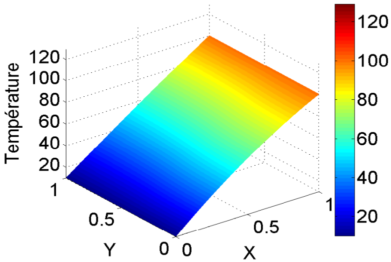


FIGURE : Solution pour la valeur maximale de k

Bilan

- Dans le cas non linéaire : PGD + Linéarisation adéquate
- $\mathcal{U}(x,y,k) = \sum_{i=1}^{i=N} X_i(x) \cdot Y_i(y) \cdot K_i(k)$
- Avantages :
  - Obtention d'une solution générale du problème
  - Représentation compacte
  - Calcul explicite des sensibilités
  - Obtention d'une abaque multidimensionnelle

Bilan

- Dans le cas non linéaire : PGD + Linéarisation adéquate
- $\mathcal{U}(x, y, k) = \sum_{i=1}^{i=N} X_i(x) \cdot Y_i(y) \cdot K_i(k)$
- Avantages :
  - Obtention d'une solution générale du problème
  - Représentation compacte
  - Calcul explicite des sensibilités
  - Obtention d'une abaque multidimensionnelle

Bilan

- Dans le cas non linéaire : PGD + Linéarisation adéquate
- $\mathcal{U}(x, y, k) = \sum_{i=1}^{i=N} X_i(x) \cdot Y_i(y) \cdot K_i(k)$
- Avantages :
  - Obtention d'une solution générale du problème
  - Représentation compacte
  - Calcul explicite des sensibilités

$$\frac{\partial \mathcal{U}}{\partial k} = \sum_{i=1}^{i=N} X_i(x) \cdot Y_i(y) \cdot \frac{\partial K_i(k)}{\partial k}$$

  - Obtention d'une abaque multidimensionnelle

Bilan

- Dans le cas non linéaire : PGD + Linéarisation adéquate
- $\mathcal{U}(x,y,k) = \sum_{i=1}^{i=N} X_i(x) \cdot Y_i(y) \cdot K_i(k)$
- Avantages :
  - Obtention d'une solution générale du problème
  - Représentation compacte
  - Calcul explicite des sensibilités

$$\frac{\partial \mathcal{U}}{\partial k} = \sum_{i=1}^{i=N} X_i(x) \cdot Y_i(y) \cdot \frac{\partial K_i(k)}{\partial k}$$

  - Obtention d'une abaque multidimensionnelle

Bilan

- Dans le cas non linéaire : PGD + Linéarisation adéquate
- $\mathcal{U}(x, y, k) = \sum_{i=1}^{i=N} X_i(x) \cdot Y_i(y) \cdot K_i(k)$
- Avantages :
  - Obtention d'une solution générale du problème
  - Représentation compacte
  - Calcul explicite des sensibilités

$$\frac{\partial \mathcal{U}}{\partial k} = \sum_{i=1}^{i=N} X_i(x) \cdot Y_i(y) \cdot \frac{\partial K_i(k)}{\partial k}$$

  - Obtention d'une abaque multidimensionnelle

Bilan

- Dans le cas non linéaire : PGD + Linéarisation adéquate
- $\mathcal{U}(x, y, k) = \sum_{i=1}^{i=N} X_i(x) \cdot Y_i(y) \cdot K_i(k)$
- Avantages :
  - Obtention d'une solution générale du problème
  - Représentation compacte
  - Calcul explicite des sensibilités

$$\frac{\partial \mathcal{U}}{\partial k} = \sum_{i=1}^{i=N} X_i(x) \cdot Y_i(y) \cdot \frac{\partial K_i(k)}{\partial k}$$

  - Obtention d'une abaque multidimensionnelle

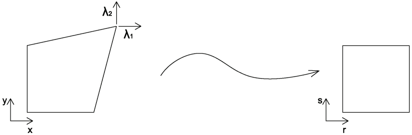
Plan

1. La PGD ou “Proper Generalized Decomposition”
2. Simulations paramétriques
3. Optimisation et identification
4. Contrôle des procédés
5. Conclusions et perspectives

Géométrie paramétrée

- Considérons comme problème modèle :

$$\begin{cases} -\Delta u = 1 \\ u = 0 \text{ sur la frontière} \end{cases}$$



- La transformation s'écrit :

$$\begin{cases} x = r + \lambda_1 \cdot r \cdot s \\ y = s + \lambda_2 \cdot r \cdot s \end{cases}$$

- La forme faible du problème s'écrit :

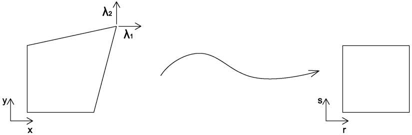
$$\int_x \int_y \left((\nabla u^*)^T \nabla u \right) dxdy = \int_x \int_y u^* dxdy$$

$$\int_r \int_s \left((\nabla u^*)^T \left(J^{-1}\right)^T J^{-1} \nabla u \right) \det(J) drds = \int_r \int_s u^* \det(J) drds$$

Géométrie paramétrée

- Considérons comme problème modèle :

$$\begin{cases} -\Delta u = 1 \\ u = 0 \text{ sur la frontière} \end{cases}$$



- La transformation s'écrit :

$$\begin{cases} x = r + \lambda_1 \cdot r \cdot s \\ y = s + \lambda_2 \cdot r \cdot s \end{cases}$$

- La forme faible du problème s'écrit :

$$\int_x \int_y \left((\nabla u^*)^T \nabla u \right) dxdy = \int_x \int_y u^* dxdy$$

$$\int_r \int_s \left((\nabla u^*)^T \left(J^{-1}\right)^T J^{-1} \nabla u \right) \det(J) drds = \int_r \int_s u^* \det(J) drds$$

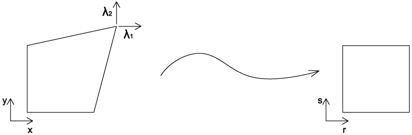
Géométrie paramétrée

- Considérons comme problème modèle :

$$\begin{cases} -\Delta u = 1 \\ u = 0 \text{ sur la frontière} \end{cases}$$

- La transformation s'écrit :

$$\begin{cases} x = r + \lambda_1 \cdot r \cdot s \\ y = s + \lambda_2 \cdot r \cdot s \end{cases}$$



- La forme faible du problème s'écrit :

$$\int_x \int_y \left((\nabla u^*)^T \nabla u \right) dxdy = \int_x \int_y u^* dxdy$$

$$\int_r \int_s \left((\nabla u^*)^T \left(J^{-1}\right)^T J^{-1} \nabla u \right) \det(J) drds = \int_r \int_s u^* \det(J) drds$$

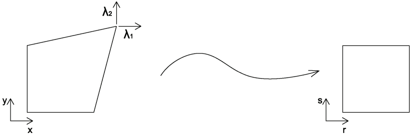
Géométrie paramétrée

- Considérons comme problème modèle :

$$\begin{cases} -\Delta u = 1 \\ u = 0 \text{ sur la frontière} \end{cases}$$

- La transformation s'écrit :

$$\begin{cases} x = r + \lambda_1 \cdot r \cdot s \\ y = s + \lambda_2 \cdot r \cdot s \end{cases}$$



- La forme faible du problème s'écrit :

$$\int_x \int_y \left((\nabla u^*)^T \nabla u \right) dxdy = \int_x \int_y u^* dxdy$$

$$\int_r \int_s \left((\nabla u^*)^T \left(J^{-1}\right)^T J^{-1} \nabla u \right) \det(J) drds = \int_r \int_s u^* \det(J) drds$$

La transformation paramétrée

- Nous cherchons u tel que :

$$u(r,s,\lambda_1,\lambda_2) \approx \sum_{i=1}^{i=N} R_i(r)\cdot S_i(s)\cdot \Lambda_i^1(\lambda_1)\cdot \Lambda_i^2(\lambda_2)$$

- Le Jacobien de la transformation s'écrit :

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} 1+\lambda_1\cdot s & \lambda_2\cdot s \\ \lambda_1\cdot r & 1+\lambda_2\cdot r \end{pmatrix}$$

- Alors l'inverse du Jacobien :

$$\mathbf{J}^{-1} = \frac{1}{r\cdot\lambda_2 + s\cdot\lambda_1 + 1}\begin{pmatrix} 1+\lambda_2\cdot r & -\lambda_2\cdot s \\ -\lambda_1\cdot r & 1+\lambda_1\cdot s \end{pmatrix}$$

- Notons que :

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \lambda_1\cdot s & \lambda_2\cdot s \\ \lambda_1\cdot r & \lambda_2\cdot r \end{pmatrix} = \mathbf{I}+\mathbf{D} \Rightarrow \mathbf{J}^{-1} \approx \mathbf{I}-\mathbf{D}$$

La transformation paramétrée

- Nous cherchons u tel que :

$$u(r,s,\lambda_1,\lambda_2) \approx \sum_{i=1}^{i=N} R_i(r)\cdot S_i(s)\cdot \Lambda_i^1(\lambda_1)\cdot \Lambda_i^2(\lambda_2)$$

- Le Jacobien de la transformation s'écrit :

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} 1+\lambda_1\cdot s & \lambda_2\cdot s \\ \lambda_1\cdot r & 1+\lambda_2\cdot r \end{pmatrix}$$

- Alors l'inverse du Jacobien :

$$\mathbf{J}^{-1} = \frac{1}{r\cdot\lambda_2 + s\cdot\lambda_1 + 1}\begin{pmatrix} 1+\lambda_2\cdot r & -\lambda_2\cdot s \\ -\lambda_1\cdot r & 1+\lambda_1\cdot s \end{pmatrix}$$

- Notons que :

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \lambda_1\cdot s & \lambda_2\cdot s \\ \lambda_1\cdot r & \lambda_2\cdot r \end{pmatrix} = \mathbf{I}+\mathbf{D} \Rightarrow \mathbf{J}^{-1} \approx \mathbf{I}-\mathbf{D}$$

La transformation paramétrée

- Nous cherchons u tel que :

$$u(r,s,\lambda_1,\lambda_2) \approx \sum_{i=1}^{i=N} R_i(r)\cdot S_i(s)\cdot \Lambda_i^1(\lambda_1)\cdot \Lambda_i^2(\lambda_2)$$

- Le Jacobien de la transformation s'écrit :

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} 1+\lambda_1\cdot s & \lambda_2\cdot s \\ \lambda_1\cdot r & 1+\lambda_2\cdot r \end{pmatrix}$$

- Alors l'inverse du Jacobien :

$$\mathbf{J}^{-1} = \frac{1}{r\cdot\lambda_2 + s\cdot\lambda_1 + 1}\begin{pmatrix} 1+\lambda_2\cdot r & -\lambda_2\cdot s \\ -\lambda_1\cdot r & 1+\lambda_1\cdot s \end{pmatrix}$$

- Notons que :

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \lambda_1\cdot s & \lambda_2\cdot s \\ \lambda_1\cdot r & \lambda_2\cdot r \end{pmatrix} = \mathbf{I}+\mathbf{D} \Rightarrow \mathbf{J}^{-1} \approx \mathbf{I}-\mathbf{D}$$

La transformation paramétrée

- Nous cherchons u tel que :

$$u(r,s,\lambda_1,\lambda_2) \approx \sum_{i=1}^{i=N} R_i(r)\cdot S_i(s)\cdot \Lambda_i^1(\lambda_1)\cdot \Lambda_i^2(\lambda_2)$$

- Le Jacobien de la transformation s'écrit :

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} 1+\lambda_1\cdot s & \lambda_2\cdot s \\ \lambda_1\cdot r & 1+\lambda_2\cdot r \end{pmatrix}$$

- Alors l'inverse du Jacobien :

$$\mathbf{J}^{-1} = \frac{1}{r\cdot\lambda_2 + s\cdot\lambda_1 + 1}\begin{pmatrix} 1+\lambda_2\cdot r & -\lambda_2\cdot s \\ -\lambda_1\cdot r & 1+\lambda_1\cdot s \end{pmatrix}$$

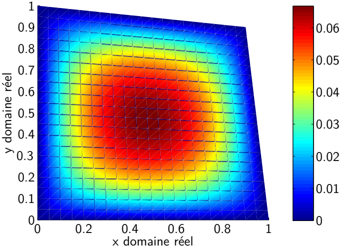
- Notons que :

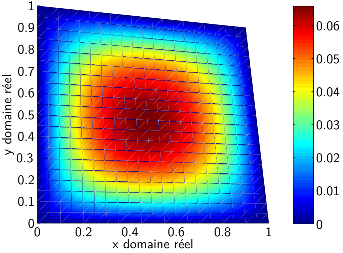
$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \lambda_1\cdot s & \lambda_2\cdot s \\ \lambda_1\cdot r & \lambda_2\cdot r \end{pmatrix} = \mathbf{I}+\mathbf{D} \Rightarrow \mathbf{J}^{-1} \approx \mathbf{I}-\mathbf{D}$$

Exemples

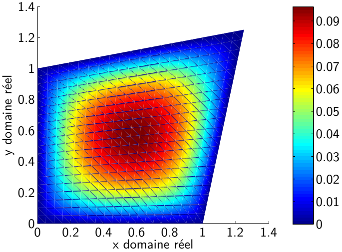
- Solutions PGD
- Solutions éléments finis

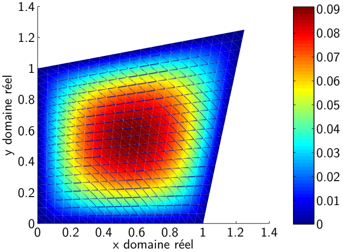
$\lambda_1 = \lambda_2 = -0.1$





$\lambda_1 = \lambda_2 = 0.25$





Exploitation de la solution

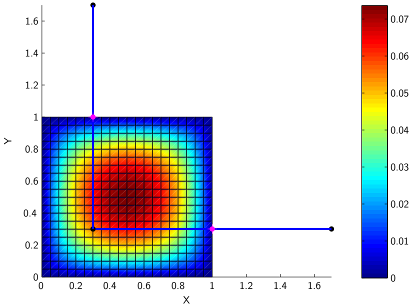


FIGURE : Solution pour $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$

Exploitation de la solution

Solution

VIDEO : Particularisations en temps réel de la solution

Exploitation de la solution

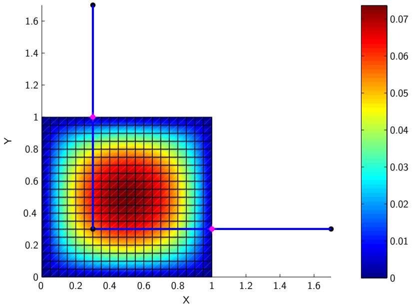


FIGURE : Solution pour $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$

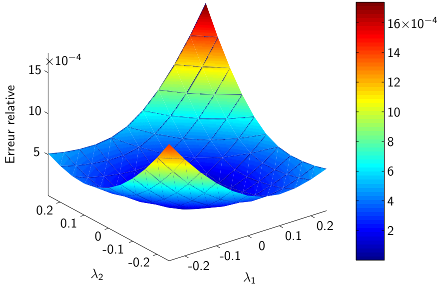


FIGURE : Erreur relative dans le domaine réel

Exploitation de la solution

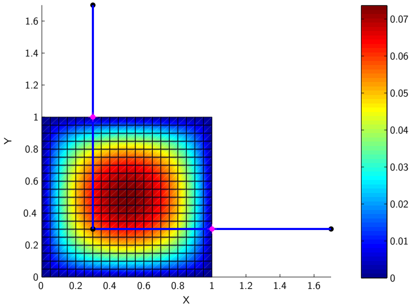
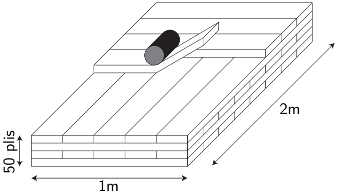


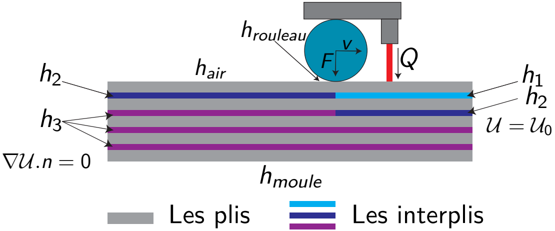
FIGURE : Solution pour $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$

Solution

VIDEO : Particularisations en temps réel de la solution

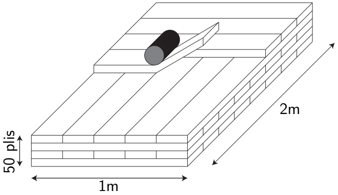
Deuxième exemple : La dépose de bandes

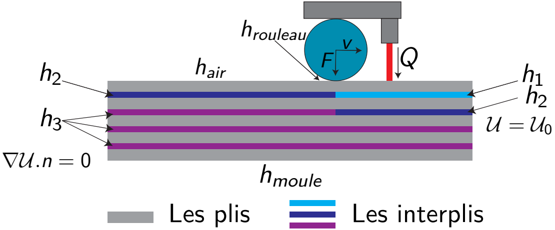




- Le calcul est stationnaire loin des effets de bord dans le repère laser-rouleau
- Objectif : contôler la qualité du procédé
  - Evaluer la cicatrisation
  - Evaluer la dégradation
- On se positionne à l'échelle du pli
- Multidimensionnalité paramétrique :

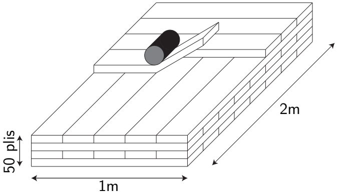
Deuxième exemple : La dépose de bandes

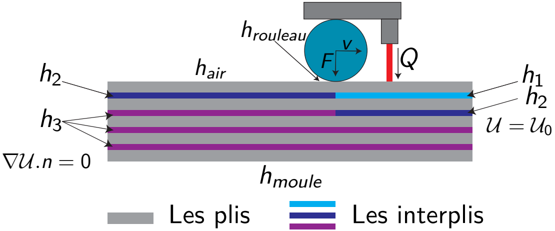




- Le calcul est stationnaire loin des effets de bord dans le repère laser-rouleau
- Objectif : contôler la qualité du procédé
  - Evaluer la cicatrisation
  - Evaluer la dégradation
- On se positionne à l'échelle du pli
- Multidimensionnalité paramétrique :

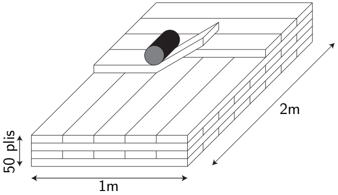
Deuxième exemple : La dépose de bandes

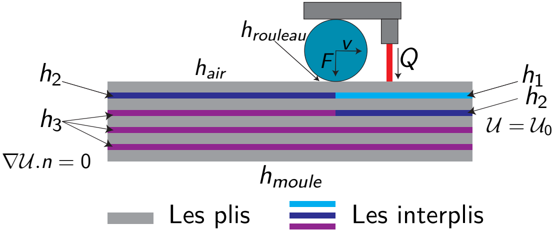




- Le calcul est stationnaire loin des effets de bord dans le repère laser-rouleau
- Objectif : contôler la qualité du procédé
  - Evaluer la cicatrisation
  - Evaluer la dégradation
- On se positionne à l'échelle du pli
- Multidimensionnalité paramétrique :

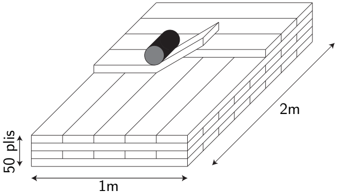
Deuxième exemple : La dépose de bandes

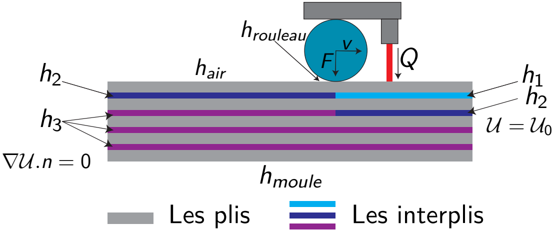




- Le calcul est stationnaire loin des effets de bord dans le repère laser-rouleau
- Objectif : contôler la qualité du procédé
  - Evaluer la cicatrisation
  - Evaluer la dégradation
- On se positionne à l'échelle du pli
- Multidimensionnalité paramétrique :

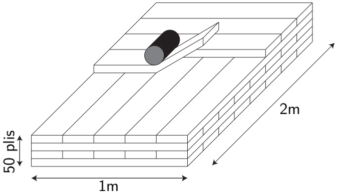
Deuxième exemple : La dépose de bandes

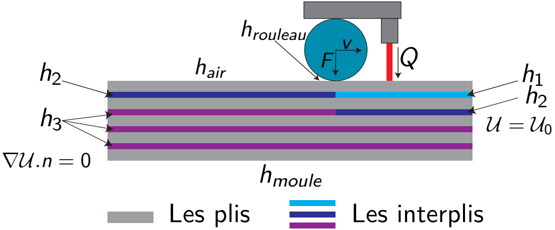




- Le calcul est stationnaire loin des effets de bord dans le repère laser-rouleau
- Objectif : contôler la qualité du procédé
  - Evaluer la cicatrisation
  - Evaluer la dégradation
- On se positionne à l'échelle du pli
- Multidimensionnalité paramétrique :

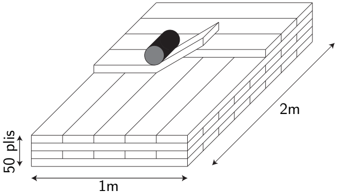
Deuxième exemple : La dépose de bandes

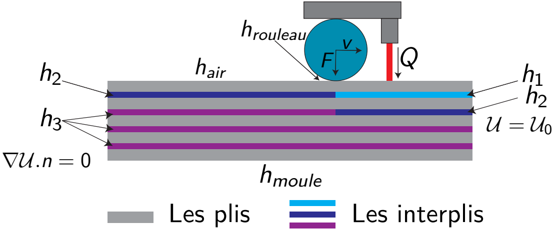




- Le calcul est stationnaire loin des effets de bord dans le repère laser-rouleau
- Objectif : contôler la qualité du procédé
  - Evaluer la cicatrisation
  - Evaluer la dégradation
- On se positionne à l'échelle du pli
- Multidimensionnalité paramétrique :
  - Trois résistances thermiques de contact h_1, h_2, h_3
  - La vitesse de dépose v
  - La source de chaleur Q

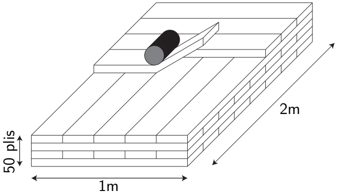
Deuxième exemple : La dépose de bandes

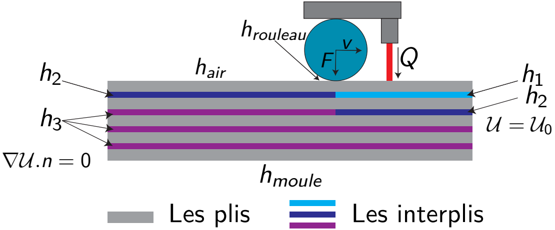




- Le calcul est stationnaire loin des effets de bord dans le repère laser-rouleau
- Objectif : contôler la qualité du procédé
  - Evaluer la cicatrisation
  - Evaluer la dégradation
- On se positionne à l'échelle du pli
- Multidimensionnalité paramétrique :
  - Trois résistances thermiques de contact h_1, h_2, h_3
  - La vitesse de dépose v
  - La source de chaleur Q

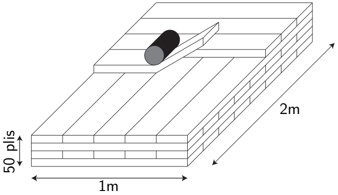
Deuxième exemple : La dépose de bandes

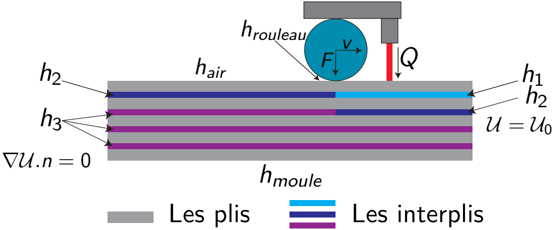




- Le calcul est stationnaire loin des effets de bord dans le repère laser-rouleau
- Objectif : contôler la qualité du procédé
  - Evaluer la cicatrisation
  - Evaluer la dégradation
- On se positionne à l'échelle du pli
- Multidimensionnalité paramétrique :
  - Trois résistances thermiques de contact h_1, h_2, h_3
  - La vitesse de dépose v
  - La source de chaleur Q

Deuxième exemple : La dépose de bandes





- Le calcul est stationnaire loin des effets de bord dans le repère laser-rouleau
- Objectif : contôler la qualité du procédé
  - Evaluer la cicatrisation
  - Evaluer la dégradation
- On se positionne à l'échelle du pli
- Multidimensionnalité paramétrique :
  - Trois résistances thermiques de contact h_1, h_2, h_3
  - La vitesse de dépose v
  - La source de chaleur Q

Mise en équation

- L'équation de convection-diffusion est donnée par :

$$-\rho \ C_p \ v \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial x} - \nabla \left(\mathbf{K} \nabla \mathcal{U} \right) = 0$$

- Les conditions limites sont :

$$\begin{cases} \nabla \mathcal{U}(0,y,z) \cdot n = 0 \\ \mathcal{U}(L,y,z) = \mathcal{U}_0 \\ \nabla \mathcal{U}(x,0,z) \cdot n = 0 \\ \nabla \mathcal{U}(x,l,z) \cdot n = 0 \\ \nabla \mathcal{U}(x,y,e) \cdot n = h_a \left(\mathcal{U} - \mathcal{U}_a \right) \\ \nabla \mathcal{U}(x,y,0) \cdot n = h_m \left(\mathcal{U} - \mathcal{U}_m \right) \end{cases}$$

- On cherche la solution sous la forme :

$$\mathcal{U} = \sum_{i=1}^{i=N} F_i(x,y) \cdot G_i(z) \cdot V_i(v) \cdot Q_i(q) \cdot H_i^1(h_1) \cdot H_i^2(h_2) \cdot H_i^3(h_3)$$

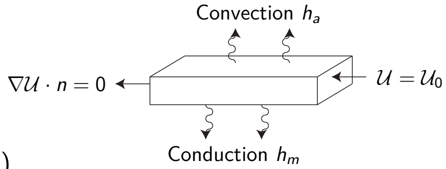
Mise en équation

- L'équation de convection-diffusion est donnée par :

$$-\rho \; C_p \; v \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial x} - \nabla \left(\mathbf{K} \nabla \mathcal{U} \right) = 0$$

- Les conditions limites sont :

$$\begin{cases} \nabla \mathcal{U}(0, y, z) \cdot n = 0 \\ \mathcal{U}(L, y, z) = \mathcal{U}_0 \\ \nabla \mathcal{U}(x, 0, z) \cdot n = 0 \\ \nabla \mathcal{U}(x, l, z) \cdot n = 0 \\ \nabla \mathcal{U}(x, y, e) \cdot n = h_a \left(\mathcal{U} - \mathcal{U}_a \right) \\ \nabla \mathcal{U}(x, y, 0) \cdot n = h_m \left(\mathcal{U} - \mathcal{U}_m \right) \end{cases}$$



- On cherche la solution sous la forme :

$$\mathcal{U} = \sum_{i=1}^{i=N} F_i(x, y) \cdot G_i(z) \cdot V_i(v) \cdot Q_i(q) \cdot H_i^1(h_1) \cdot H_i^2(h_2) \cdot H_i^3(h_3)$$

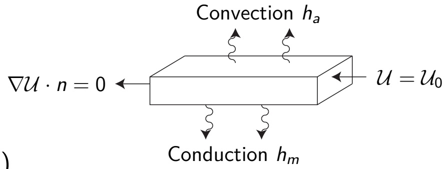
Mise en équation

- L'équation de convection-diffusion est donnée par :

$$-\rho \ C_p \ v \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial x} - \nabla \left(\mathbf{K} \nabla \mathcal{U} \right) = 0$$

- Les conditions limites sont :

$$\begin{cases} \nabla \mathcal{U}(0, y, z) \cdot n = 0 \\ \mathcal{U}(L, y, z) = \mathcal{U}_0 \\ \nabla \mathcal{U}(x, 0, z) \cdot n = 0 \\ \nabla \mathcal{U}(x, l, z) \cdot n = 0 \\ \nabla \mathcal{U}(x, y, e) \cdot n = h_a \left(\mathcal{U} - \mathcal{U}_a \right) \\ \nabla \mathcal{U}(x, y, 0) \cdot n = h_m \left(\mathcal{U} - \mathcal{U}_m \right) \end{cases}$$



- On cherche la solution sous la forme :

$$\mathcal{U} = \sum_{i=1}^{i=N} F_i(x, y) \cdot G_i(z) \cdot V_i(v) \cdot Q_i(q) \cdot H_i^1(h_1) \cdot H_i^2(h_2) \cdot H_i^3(h_3)$$

Forme séparée

- Le tenseur de conductivité :

$$\mathbf{K} = \sum_{j=1}^{j=P} Z^j(z)\mathbf{K}^j = \sum_{j=1}^{j=P} Z^j(z) \begin{bmatrix} K^j_{xx} & K^j_{xy} & 0 \\ K^j_{yx} & K^j_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & K^j_{zz} \end{bmatrix}$$

- Avec les termes donnés par :

$$\begin{cases} K^j_{xx} = cos^2(\theta_j) \times \left(K_{//} - K_{\perp}\right) + K_{\perp} \\ K^j_{xy} = K^j_{yx} = cos(\theta_j) \times sin(\theta_j) \times \left(K_{//} - K_{\perp}\right) \\ K^j_{yy} = sin^2(\theta_j) \times \left(K_{//} - K_{\perp}\right) + K_{\perp} \\ K^j_{zz} = K_{\perp} \end{cases}$$

- Les résistances thermiques de contact sont modélisées par :

$$\begin{cases} -\mathbf{K}^- \nabla \mathcal{U}^- \cdot n^- = \mathbf{h}\left(\mathcal{U}^- - \mathcal{U}^+\right) \\ -\mathbf{K}^+ \nabla \mathcal{U}^+ \cdot n^+ = \mathbf{h}\left(\mathcal{U}^- - \mathcal{U}^+\right) \end{cases}$$

Forme séparée

- Le tenseur de conductivité :

$$\mathbf{K} = \sum_{j=1}^{j=P} Z^j(z)\mathbf{K}^j = \sum_{j=1}^{j=P} Z^j(z) \begin{bmatrix} K_{xx}^j & K_{xy}^j & 0 \\ K_{yx}^j & K_{yy}^j & 0 \\ 0 & 0 & K_{zz}^j \end{bmatrix}$$

- Avec les termes donnés par :

$$\begin{cases} K_{xx}^j = cos^2(\theta_j) \times \left(K_{//} - K_{\perp}\right) + K_{\perp} \\ K_{xy}^j = K_{yx}^j = cos(\theta_j) \times sin(\theta_j) \times \left(K_{//} - K_{\perp}\right) \\ K_{yy}^j = sin^2(\theta_j) \times \left(K_{//} - K_{\perp}\right) + K_{\perp} \\ K_{zz}^j = K_{\perp} \end{cases}$$

- Les résistances thermiques de contact sont modélisées par :

$$\begin{cases} -\mathbf{K}^- \nabla \mathcal{U}^- \cdot n^- = \mathbf{h}\left(\mathcal{U}^- - \mathcal{U}^+\right) \\ -\mathbf{K}^+ \nabla \mathcal{U}^+ \cdot n^+ = \mathbf{h}\left(\mathcal{U}^- - \mathcal{U}^+\right) \end{cases}$$

Forme séparée

- Le tenseur de conductivité :

$$\mathbf{K} = \sum_{j=1}^{j=P} Z^j(z)\mathbf{K}^j = \sum_{j=1}^{j=P} Z^j(z) \begin{bmatrix} K^j_{xx} & K^j_{xy} & 0 \\ K^j_{yx} & K^j_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & K^j_{zz} \end{bmatrix}$$

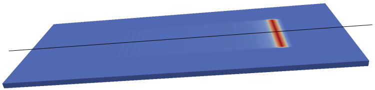
- Avec les termes donnés par :

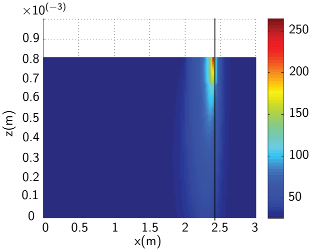
$$\begin{cases} K^j_{xx} = cos^2(\theta_j) \times \left(K_{//} - K_\perp\right) + K_\perp \\ K^j_{xy} = K^j_{yx} = cos(\theta_j) \times sin(\theta_j) \times \left(K_{//} - K_\perp\right) \\ K^j_{yy} = sin^2(\theta_j) \times \left(K_{//} - K_\perp\right) + K_\perp \\ K^j_{zz} = K_\perp \end{cases}$$

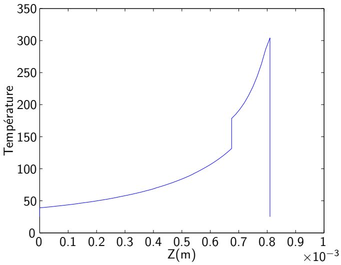
- Les résistances thermiques de contact sont modélisées par :

$$\begin{cases} -\mathbf{K}^- \nabla\mathcal{U}^- \cdot n^- = \mathbf{h}\left(\mathcal{U}^- - \mathcal{U}^+\right) \\ -\mathbf{K}^+ \nabla\mathcal{U}^+ \cdot n^+ = \mathbf{h}\left(\mathcal{U}^- - \mathcal{U}^+\right) \end{cases}$$

Solution multidimensionnelle obtenue

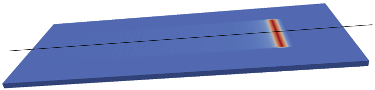


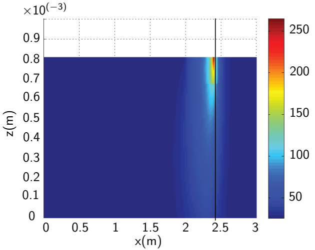


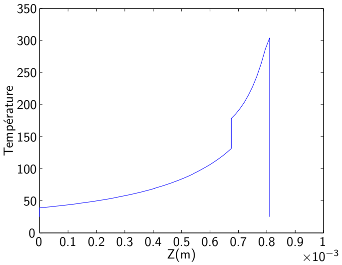


- La convergence est achevée en 31 modes et 139 secondes de calcul sur un PC portable
- La solution contient l'information équivalente à 16 000 000 solutions 3D

Solution multidimensionnelle obtenue

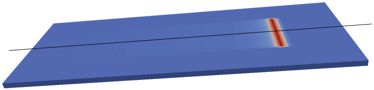


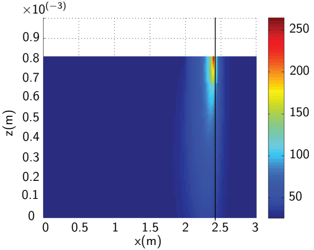


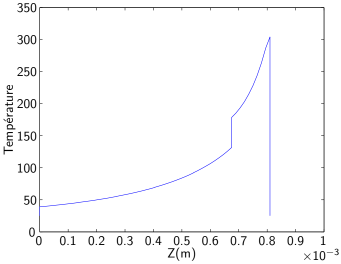


- La convergence est achevée en 31 modes et 139 secondes de calcul sur un PC portable
- La solution contient l'information équivalente à 16 000 000 solutions 3D

Solution multidimensionnelle obtenue







- La convergence est achevée en 31 modes et 139 secondes de calcul sur un PC portable
- La solution contient l'information équivalente à 16 000 000 solutions 3D

Post traitement de la solution

- Calcul de la cicatrisation on-line[2] :

$$C\left(t,\mathcal{U}\right) = \int_0^t \frac{1}{A\ exp\left(\frac{B}{R\cdot\mathcal{U}}\right)} dt$$

- Calcul de la dégradation on-line[2] :

$$D\left(t,\mathcal{U}\right) = c\int_0^t exp\left(\frac{-E_a}{R\cdot\mathcal{U}}\right) dt$$

- Une application tablette a été réalisé par F. Bordeu au sein de l'équipe

2. C. Nicodeau, 2005

Post traitement de la solution

- Calcul de la cicatrisation on-line[2] :

$$C(t,\mathcal{U}) = \int_0^t \frac{1}{A\ exp\left(\frac{B}{R\cdot\mathcal{U}}\right)} dt$$

- Calcul de la dégradation on-line [2] :

$$D(t,\mathcal{U}) = c\int_0^t\ exp\left(\frac{-E_a}{R\cdot\mathcal{U}}\right) dt$$

- Une application tablette a été réalisé par F. Bordeu au sein de l'équipe

2. C. Nicodeau, 2005

Post traitement de la solution

- Calcul de la cicatrisation on-line[2] :

$$C(t,\mathcal{U}) = \int_0^t \frac{1}{A\ exp\left(\frac{B}{R\cdot\mathcal{U}}\right)} dt$$

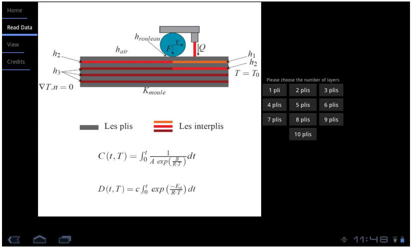
- Calcul de la dégradation on-line [2] :

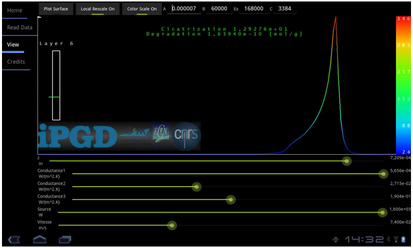
$$D(t,\mathcal{U}) = c \int_0^t \ exp\left(\frac{-E_a}{R\cdot\mathcal{U}}\right) dt$$

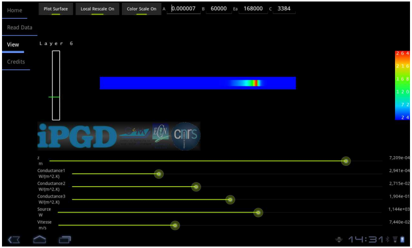
- Une application tablette a été réalisé par F. Bordeu au sein de l'équipe

2. C. Nicodeau, 2005

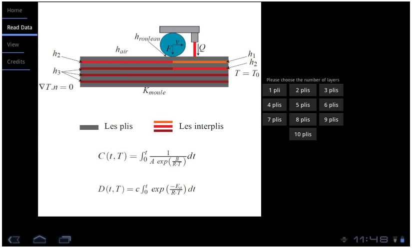
Post traitement de la solution

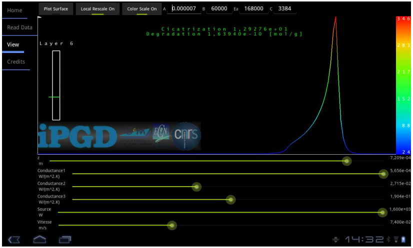






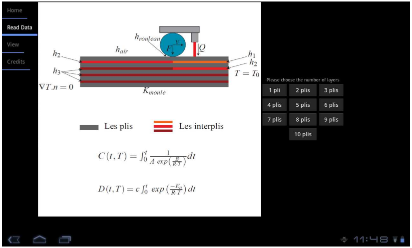
Post traitement de la solution

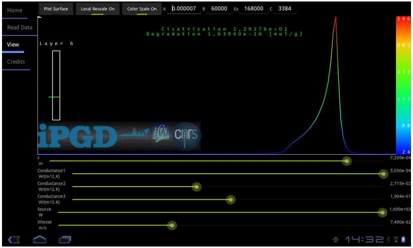


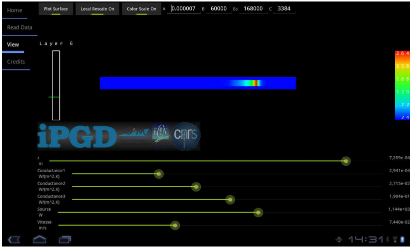


vidéo

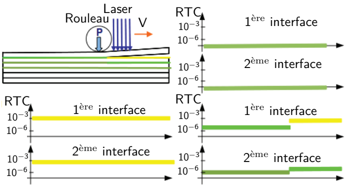
Post traitement de la solution

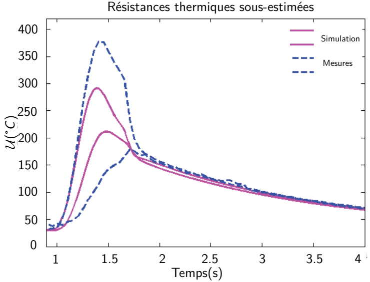


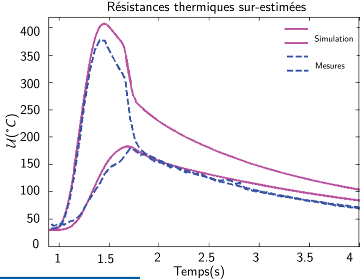


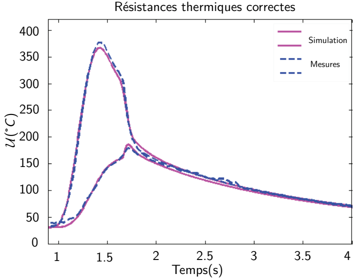


Validation de la modélisation









Exploitation

- L'exploitation des simulations thermiques réalisées est poursuivie par les travaux de B. Bognet et F. Poulahon au sein de l'équipe
- La déformation a été calculée par thermo-élasticité dans des géométries plaques ou coques avec une séparation in-plane-out-of-plane

Exploitation

- L'exploitation des simulations thermiques réalisées est poursuivie par les travaux de B. Bognet et F. Poulahon au sein de l'équipe
- La déformation a été calculée par thermo-élasticité dans des géométries plaques ou coques avec une séparation in-plane-out-of-plane

Plan

Algorithme de résolution classique

- Objectif : optimisation d'un paramètre **k**
- Les problèmes d'optimisation sont longs à résoudre en utilisant un solveur standard
- Le temps de résolution et d'évaluation des dérivées est long
- Il existe des méthodes avancées de réduction de modèle dans ce domaine

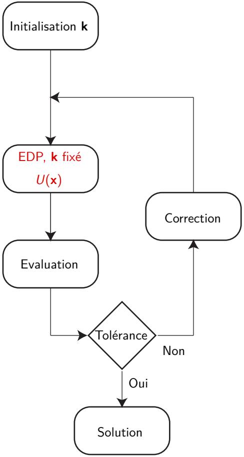


FIGURE : Algorithme classique

Algorithme de résolution classique

- Objectif : optimisation d'un paramètre **k**
- Les problèmes d'optimisation sont longs à résoudre en utilisant un solveur standard
- Le temps de résolution et d'évaluation des dérivées est long
- Il existe des méthodes avancées de réduction de modèle dans ce domaine

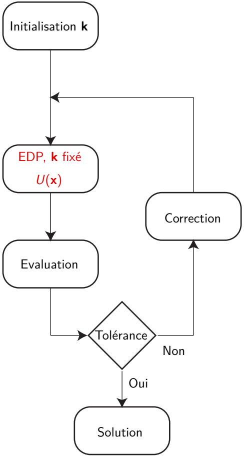


FIGURE : Algorithme classique

Algorithme de résolution classique

- Objectif : optimisation d'un paramètre **k**
- Les problèmes d'optimisation sont longs à résoudre en utilisant un solveur standard
- Le temps de résolution et d'évaluation des dérivées est long
- Il existe des méthodes avancées de réduction de modèle dans ce domaine

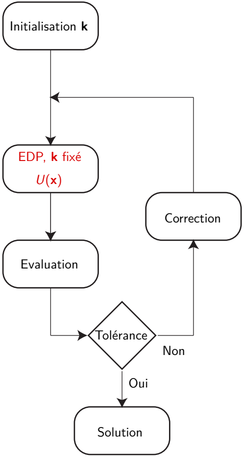


FIGURE : Algorithme classique

Algorithme de résolution classique

- Objectif : optimisation d'un paramètre **k**
- Les problèmes d'optimisation sont longs à résoudre en utilisant un solveur standard
- Le temps de résolution et d'évaluation des dérivées est long
- Il existe des méthodes avancées de réduction de modèle dans ce domaine

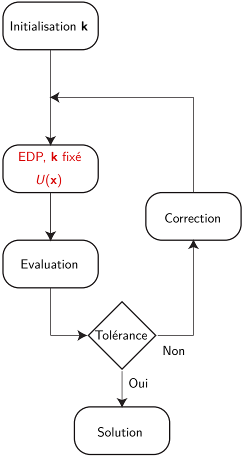


FIGURE : Algorithme classique

Présentation d'une nouvelle idée

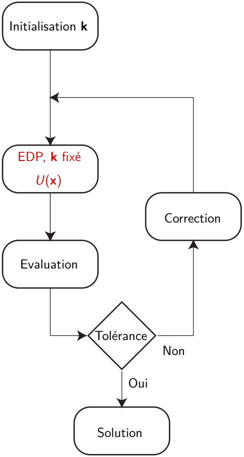


FIGURE : Algorithme classique

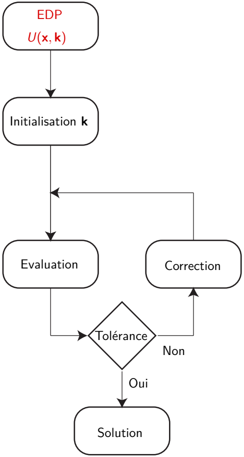


FIGURE : Une nouvelle idée

Présentation d'une nouvelle idée

- Calcul d'une solution paramétrique
  Off-line

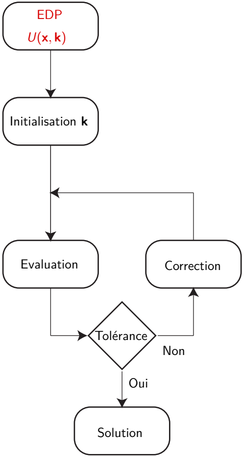


FIGURE : Une nouvelle idée

Présentation d'une nouvelle idée

- Calcul d'une solution paramétrique
  Off-line
- Evaluation d'une fonction coût
  On-line

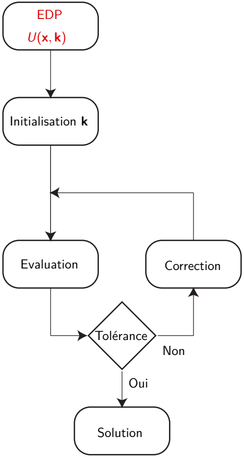


FIGURE : Une nouvelle idée

Présentation d'une nouvelle idée

- Calcul d'une solution paramétrique
  Off-line
- Evaluation d'une fonction coût
  On-line
- La résolution peut se faire en temps réel et sur une plateforme de calcul légère

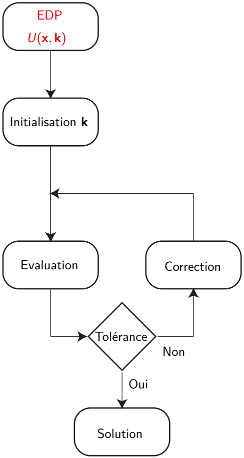
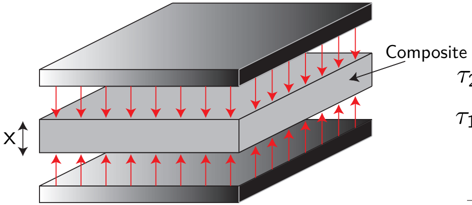
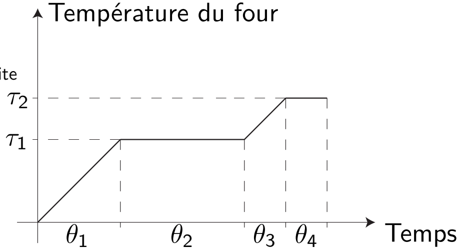


FIGURE : Une nouvelle idée

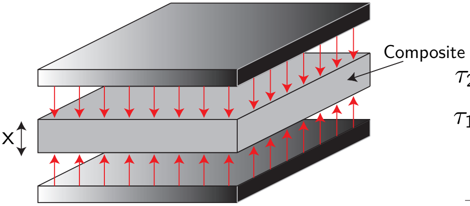
Simulation paramétrique non linéaire

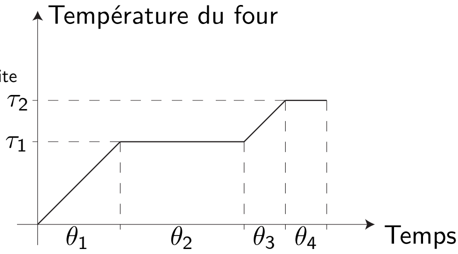




- Objectif : Optimiser un cycle de cuisson
  - Minimiser le temps de cuisson
  - Minimiser les différences de température
- La forme du cycle de cuisson est connue
- Les intervalles de temps sont des paramètres du modèle
- La durée et la valeur des paliers sont des extra-coordonnées

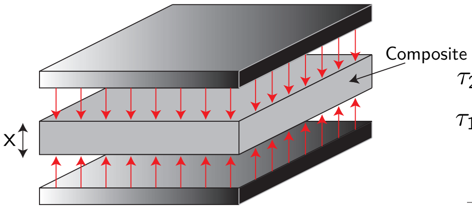
Simulation paramétrique non linéaire

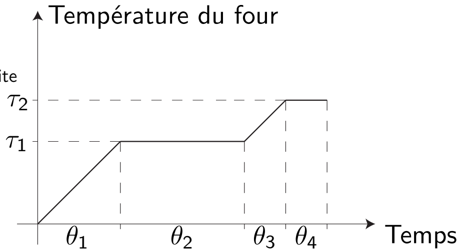




- Objectif : Optimiser un cycle de cuisson
  - Minimiser le temps de cuisson
  - Minimiser les différences de température
- La forme du cycle de cuisson est connue
- Les intervalles de temps sont des paramètres du modèle
- La durée et la valeur des paliers sont des extra-coordonnées

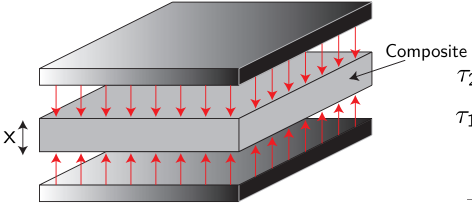
Simulation paramétrique non linéaire

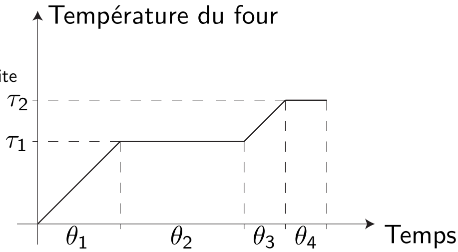




- Objectif : Optimiser un cycle de cuisson
  - Minimiser le temps de cuisson
  - Minimiser les différences de température
- La forme du cycle de cuisson est connue
- Les intervalles de temps sont des paramètres du modèle
- La durée et la valeur des paliers sont des extra-coordonnées

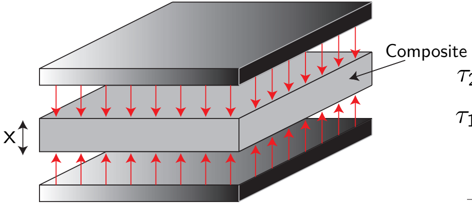
Simulation paramétrique non linéaire

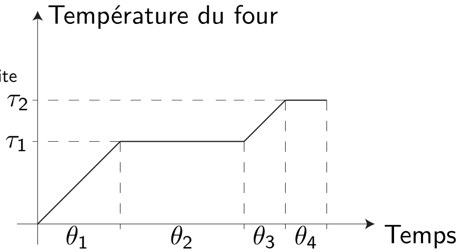




- Objectif : Optimiser un cycle de cuisson
  - Minimiser le temps de cuisson
  - Minimiser les différences de température
- La forme du cycle de cuisson est connue
- Les intervalles de temps sont des paramètres du modèle
- La durée et la valeur des paliers sont des extra-coordonnées

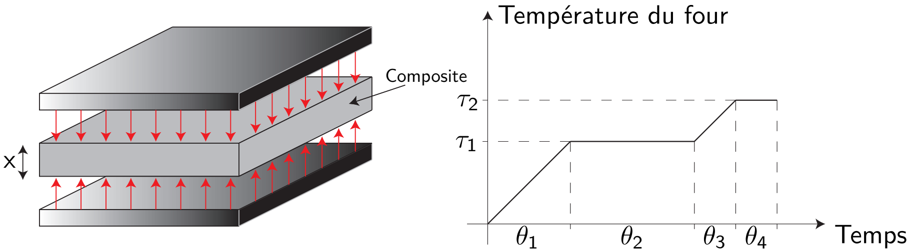
Simulation paramétrique non linéaire





- Objectif : Optimiser un cycle de cuisson
  - Minimiser le temps de cuisson
  - Minimiser les différences de température
- La forme du cycle de cuisson est connue
- Les intervalles de temps sont des paramètres du modèle
- La durée et la valeur des paliers sont des extra-coordonnées

Simulation paramétrique non linéaire



- Objectif : Optimiser un cycle de cuisson
    - Minimiser le temps de cuisson
    - Minimiser les différences de température
- La forme du cycle de cuisson est connue
- Les intervalles de temps sont des paramètres du modèle
- La durée et la valeur des paliers sont des extra-coordonnées

Simulation paramétrique non linéaire

- L'équation de la chaleur à résoudre est :

$$\rho \mathbf{C}_p \left(\mathcal{U}, \alpha\right) \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial t} = \nabla \left[\mathbf{K}\left(\mathcal{U}, \alpha\right) \nabla \mathcal{U}\right] + \rho w H \frac{\partial \alpha}{\partial t}$$

- Couplée à la loi de réticulation de la résine [3] :

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} = K\left(\mathcal{U}\right) \sum_{i=0}^{i=7} a_i \alpha^i$$

- Avec :

$$K\left(\mathcal{U}\right) = K_{ref} \ exp\left(-b\left(\frac{U_{ref}}{\mathcal{U}} - 1\right)\right)$$

3. J. L. Bailleul and al., 1994

Simulation paramétrique non linéaire

- L'équation de la chaleur à résoudre est :

$$\rho \mathbf{C}_p \left(\mathcal{U}, \alpha\right) \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial t} = \nabla \left[\mathbf{K} \left(\mathcal{U}, \alpha\right) \nabla \mathcal{U}\right] + \rho w H \frac{\partial \alpha}{\partial t}$$

- Couplée à la loi de réticulation de la résine [3] :

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} = \mathcal{K}\left(\mathcal{U}\right) \sum_{i=0}^{i=7} a_i \alpha^i$$

- Avec :

$$\mathcal{K}\left(\mathcal{U}\right) = \mathcal{K}_{ref} \; exp\left(-b\left(\frac{U_{ref}}{\mathcal{U}} - 1\right)\right)$$

3. J. L. Bailleul and al., 1994

Simulation paramétrique non linéaire

- L'équation de la chaleur à résoudre est :

$$\rho \mathbf{C}_p \left(\mathcal{U}, \alpha\right) \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial t} = \nabla \left[\mathbf{K} \left(\mathcal{U}, \alpha\right) \nabla \mathcal{U}\right] + \rho w H \frac{\partial \alpha}{\partial t}$$

- Couplée à la loi de réticulation de la résine [3] :

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} = \mathcal{K} \left(\mathcal{U}\right) \sum_{i=0}^{i=7} a_i \alpha^i$$

- Avec :

$$\mathcal{K} \left(\mathcal{U}\right) = \mathcal{K}_{ref} \ exp \left(-b \left(\frac{U_{ref}}{\mathcal{U}} - 1\right)\right)$$

3. J. L. Bailleul and al., 1994

Séparation des difficultés

- La conductivité et la chaleur spécifique sont données par [4] :

$$\begin{cases} \mathbf{K} = b_K \mathcal{U} + a_K \\ \mathbf{C}_p = b_c \mathcal{U} + a_c \end{cases}$$

- La conductivité et la chaleur spécifique sont approximée par les conditions limites paramétrées

- La difficulté est découplée après linéarisation :

$$\begin{cases} \rho \mathbf{C}_p(\mathcal{F}) \frac{\partial \mathcal{U}_h}{\partial t} - \mathbf{K}(\mathcal{F}) \Delta \mathcal{U}_h = 0 \\ \text{Vérifiant les conditions initiales et limites paramétriques} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \rho \mathbf{C}_p(\mathcal{F}) \frac{\partial \mathcal{U}_p}{\partial t} = \mathbf{K}(\mathcal{F}) \Delta \mathcal{U}_p + \rho \omega H \frac{\partial \alpha}{\partial t} \\ \text{Avec conditions initiales et limites homogènes} \end{cases}$$

- Premier problème ⇒ Multidimensionel ⇒ PGD
- Second problème ⇒ Couplé ⇒ PGD, POD, ...

4. Y. Abou Msallem, 2008

Séparation des difficultés

- La conductivité et la chaleur spécifique sont données par[4] :

$$\begin{cases} \mathbf{K} = b_K \mathcal{U} + a_K \\ \mathbf{C}_p = b_c \mathcal{U} + a_c \end{cases}$$

- La conductivité et la chaleur spécifique sont approximée par les conditions limites paramétrées
- La difficulté est découplée après linéarisation :

$$\begin{cases} \rho \mathbf{C}_p \left(\mathcal{F}\right) \frac{\partial \mathcal{U}_h}{\partial t} - \mathbf{K}\left(\mathcal{F}\right) \Delta \mathcal{U}_h = 0 \\ \text{Vérifiant les conditions initiales et limites paramétriques} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \rho \mathbf{C}_p \left(\mathcal{F}\right) \frac{\partial \mathcal{U}_p}{\partial t} = \mathbf{K}\left(\mathcal{F}\right) \Delta \mathcal{U}_p + \rho w H \frac{\partial \alpha}{\partial t} \\ \text{Avec conditions initiales et limites homogènes} \end{cases}$$

- Premier problème $\Rightarrow$ Multidimensionel $\Rightarrow$ PGD
- Second problème $\Rightarrow$ Couplé $\Rightarrow$ PGD, POD, ...

4. Y. Abou Msallem, 2008

Séparation des difficultés

- La conductivité et la chaleur spécifique sont données par [4] :

$$\begin{cases} \mathbf{K} = b_K \mathcal{U} + a_K \\ \mathbf{C}_p = b_c \mathcal{U} + a_c \end{cases}$$

- La conductivité et la chaleur spécifique sont approximée par les conditions limites paramétrées
- La difficulté est découplée après linéarisation :

$$\begin{cases} \rho \mathbf{C}_p(\mathcal{F}) \frac{\partial \mathcal{U}_h}{\partial t} - \mathbf{K}(\mathcal{F}) \Delta \mathcal{U}_h = 0 \\ \text{Vérifiant les conditions initiales et limites paramétriques} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \rho \mathbf{C}_p(\mathcal{F}) \frac{\partial \mathcal{U}_p}{\partial t} = \mathbf{K}(\mathcal{F}) \Delta \mathcal{U}_p + \rho w H \frac{\partial \alpha}{\partial t} \\ \text{Avec conditions initiales et limites homogènes} \end{cases}$$

- Premier problème $\Rightarrow$ Multidimensionel $\Rightarrow$ PGD
- Second problème $\Rightarrow$ Couplé $\Rightarrow$ PGD, POD, ...

4. Y. Abou Msallem, 2008

Séparation des difficultés

- La conductivité et la chaleur spécifique sont données par [4] :

$$\begin{cases} \mathbf{K} = b_K \mathcal{U} + a_K \\ \mathbf{C}_p = b_c \mathcal{U} + a_c \end{cases}$$

- La conductivité et la chaleur spécifique sont approximée par les conditions limites paramétrées
- La difficulté est découplée après linéarisation :

$$\begin{cases} \rho \mathbf{C}_p (\mathcal{F}) \frac{\partial \mathcal{U}_h}{\partial t} - \mathbf{K} (\mathcal{F}) \Delta \mathcal{U}_h = 0 \\ \text{Vérifiant les conditions initiales et limites paramétriques} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \rho \mathbf{C}_p (\mathcal{F}) \frac{\partial \mathcal{U}_p}{\partial t} = \mathbf{K} (\mathcal{F}) \Delta \mathcal{U}_p + \rho w H \frac{\partial \alpha}{\partial t} \\ \text{Avec conditions initiales et limites homogènes} \end{cases}$$

- Premier problème ⇒ Multidimensionel ⇒ PGD
- Second problème ⇒ Couplé ⇒ PGD, POD, ...

4. Y. Abou Msallem, 2008

Séparation des difficultés

- La conductivité et la chaleur spécifique sont données par[4] :

$$\begin{cases} \mathbf{K} = b_K \mathcal{U} + a_K \\ \mathbf{C}_p = b_c \mathcal{U} + a_c \end{cases}$$

- La conductivité et la chaleur spécifique sont approximée par les conditions limites paramétrées
- La difficulté est découplée après linéarisation :

$$\begin{cases} \rho \mathbf{C}_p(\mathcal{F}) \frac{\partial \mathcal{U}_h}{\partial t} - \mathbf{K}(\mathcal{F}) \Delta \mathcal{U}_h = 0 \\ \text{Vérifiant les conditions initiales et limites paramétriques} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \rho \mathbf{C}_p(\mathcal{F}) \frac{\partial \mathcal{U}_p}{\partial t} = \mathbf{K}(\mathcal{F}) \Delta \mathcal{U}_p + \rho w H \frac{\partial \alpha}{\partial t} \\ \text{Avec conditions initiales et limites homogènes} \end{cases}$$

- Premier problème ⇒ Multidimensionel ⇒ PGD
- Second problème ⇒ Couplé ⇒ PGD, POD, ...

4. Y. Abou Msallem, 2008

Séparation des difficultés

- La conductivité et la chaleur spécifique sont données par[4] :

$$\begin{cases} \mathbf{K} = b_K \mathcal{U} + a_K \\ \mathbf{C}_p = b_c \mathcal{U} + a_c \end{cases}$$

- La conductivité et la chaleur spécifique sont approximée par les conditions limites paramétrées
- La difficulté est découplée après linéarisation :

$$\begin{cases} \rho \mathbf{C}_p (\mathcal{F}) \frac{\partial \mathcal{U}_h}{\partial t} - \mathbf{K}(\mathcal{F}) \Delta \mathcal{U}_h = 0 \\ \text{Vérifiant les conditions initiales et limites paramétriques} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \rho \mathbf{C}_p (\mathcal{F}) \frac{\partial \mathcal{U}_p}{\partial t} = \mathbf{K}(\mathcal{F}) \Delta \mathcal{U}_p + \rho w H \frac{\partial \alpha}{\partial t} \\ \text{Avec conditions initiales et limites homogènes} \end{cases}$$

- Premier problème ⇒ Multidimensionel ⇒ PGD
- Second problème ⇒ Couplé ⇒ PGD, POD, ...

4. Y. Abou Msallem, 2008

Solutions du problème

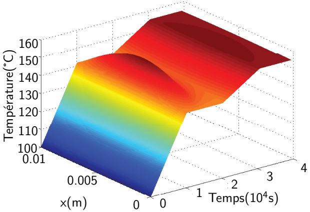


FIGURE : Solution par la méthode proposée

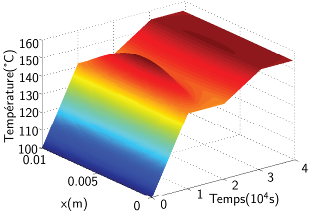


FIGURE : Solution par les différences finies

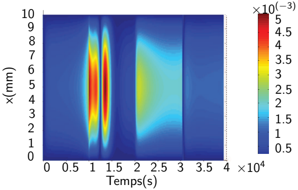


FIGURE : Erreur relative

Optimisation du cycle

- Objectif : Optimiser un cycle de cuisson
  - Minimiser le temps de cuisson
  - Minimiser les différences de température
- Fonctions coût :
  - Le temps total du cycle
  - La différence maximale de température :
- La minimisation étant multi-critères, la solution n'est pas unique

Optimisation du cycle

- Objectif : Optimiser un cycle de cuisson
  - Minimiser le temps de cuisson
  - Minimiser les différences de température

- Fonctions coût :
  1. Le temps total du cycle :

$$J = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4$$

  2. La différence maximale de température :

$$\Delta u = \sqrt{(u(0,t) - u(L/2,t))^2}$$

- La minimisation étant multi-critères, la solution n'est pas unique

Optimisation du cycle

- Objectif : Optimiser un cycle de cuisson
  - Minimiser le temps de cuisson
  - Minimiser les différences de température

- Fonctions coût :
  1. Le temps total du cycle :

$$J = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4$$

  2. La différence maximale de température :

$$\Delta \mathcal{U} = \sqrt{(\mathcal{U}(0,t) - \mathcal{U}(L/2,t))^2}$$

- La minimisation étant multi-critères, la solution n'est pas unique

Optimisation du cycle

- Objectif : Optimiser un cycle de cuisson
  - Minimiser le temps de cuisson
  - Minimiser les différences de température

- Fonctions coût :
  1. Le temps total du cycle :

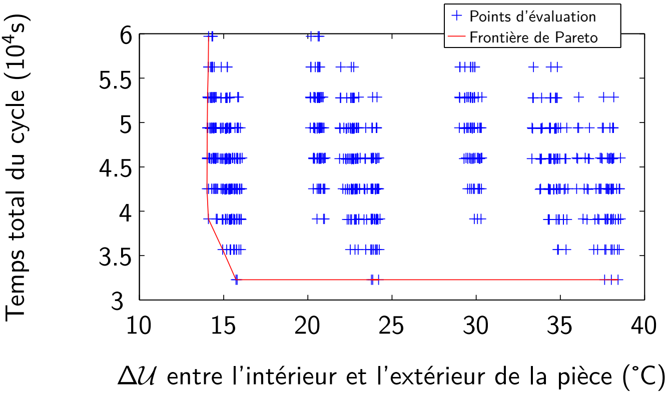
$$J = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4$$

  2. La différence maximale de température :

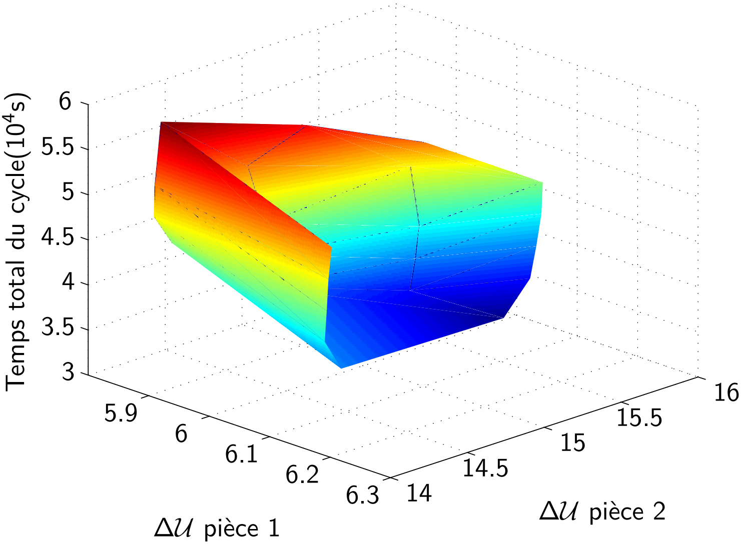
$$\Delta\mathcal{U} = \sqrt{(\mathcal{U}(0,t) - \mathcal{U}(L/2,t))^2}$$

- La minimisation étant multi-critères, la solution n'est pas unique

Frontière de Pareto



Surface de Pareto pour 3 critères



Identification : Problème de Cauchy

- Le problème est formulé comme un problème de complétion de données [5]
- Identifier des conditions limites manquantes à partir de conditions limites redondantes
- Beaucoup d'applications dérivent de ce problème
- Exemple modèle :
- Séparation off-line/on-line du problème

5. S. Andrieux et al., 2008

Identification : Problème de Cauchy

- Le problème est formulé comme un problème de complétion de données [5]
- Identifier des conditions limites manquantes à partir de conditions limites redondantes
- Beaucoup d'applications dérivent de ce problème
- Exemple modèle :
- Séparation off-line/on-line du problème

5. S. Andrieux et al., 2008

Identification : Problème de Cauchy

- Le problème est formulé comme un problème de complétion de données [5]
- Identifier des conditions limites manquantes à partir de conditions limites redondantes
- Beaucoup d'applications dérivent de ce problème
- Exemple modèle :
- Séparation off-line/on-line du problème

5. S. Andrieux et al., 2008

Identification : Problème de Cauchy

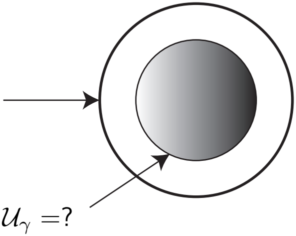
- Le problème est formulé comme un problème de complétion de données [5]
- Identifier des conditions limites manquantes à partir de conditions limites redondantes
- Beaucoup d'applications dérivent de ce problème
- Exemple modèle :
- Séparation off-line/on-line du problème

5. S. Andrieux et al., 2008

Identification : Problème de Cauchy

- Le problème est formulé comme un problème de complétion de données [5]
- Identifier des conditions limites manquantes à partir de conditions limites redondantes
- Beaucoup d'applications dérivent de ce problème
- Exemple modèle :

$$\begin{cases} \mathcal{U}_\Gamma = f(\Gamma) \\ \nabla \mathcal{U}_\Gamma \cdot \mathbf{n} = g(\Gamma) \end{cases}$$



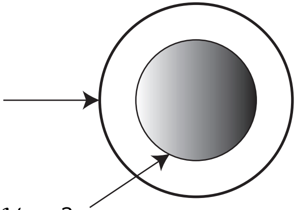
- Séparation off-line/on-line du problème

5. S. Andrieux et al., 2008

Identification : Problème de Cauchy

- Le problème est formulé comme un problème de complétion de données [5]
- Identifier des conditions limites manquantes à partir de conditions limites redondantes
- Beaucoup d'applications dérivent de ce problème
- Exemple modèle :

$$\begin{cases} \mathcal{U}_\Gamma = f(\Gamma) \\ \nabla \mathcal{U}_\Gamma \cdot \mathbf{n} = g(\Gamma) \end{cases}$$



$\mathcal{U}_\gamma = ?$

- Séparation off-line/on-line du problème

5. S. Andrieux et al., 2008

Exemple 1D

- Considérons le problème suivant :

$$\frac{\partial \mathcal{U}}{\partial t} - k\frac{\partial^2 \mathcal{U}}{\partial x^2} = Q$$

- Les conditions limites de résolution :

Exemple 1D

- Considérons le problème suivant :

$$\frac{\partial \mathcal{U}}{\partial t} - k\frac{\partial^2 \mathcal{U}}{\partial x^2} = Q$$

$$\left(\mathcal{U}, \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial x}\right) \longmapsto h(t, \theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4)$$

- Les conditions limites de résolution :

$$\begin{cases} \mathcal{U}(0,t) = f(t) \\ \mathcal{U}(L,t) = h(t, \theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4) \\ \mathcal{U}(x,0) = 0 \end{cases}$$

Exemple 1D

- Considérons le problème suivant :

$$\frac{\partial \mathcal{U}}{\partial t} - k\frac{\partial^2 \mathcal{U}}{\partial x^2} = Q$$

$$\left(\mathcal{U}, \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial x}\right) \longmapsto h(t, \theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4)$$

- Les conditions limites de résolution :

$$\begin{cases} \mathcal{U}(0,t) = F(t) \\ \mathcal{U}(L,t) = h(t,\theta_1,\theta_2,\theta_3,\theta_4) \\ \mathcal{U}(x,0) = 0 \end{cases}$$

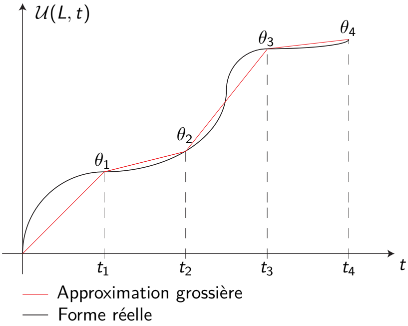


FIGURE : Approximation de l'histoire thermique

Exemple 1D

- Considérons le problème suivant :

$$\frac{\partial \mathcal{U}}{\partial t} - k\frac{\partial^2 \mathcal{U}}{\partial x^2} = Q$$

$$\left(\mathcal{U}, \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial x}\right) \longmapsto h(t, \theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4)$$

- Les conditions limites de résolution :

$$\begin{cases} \mathcal{U}(0,t) = f(t) \\ \mathcal{U}(L,t) = h(t, \theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4) \\ \mathcal{U}(x,0) = 0 \end{cases}$$

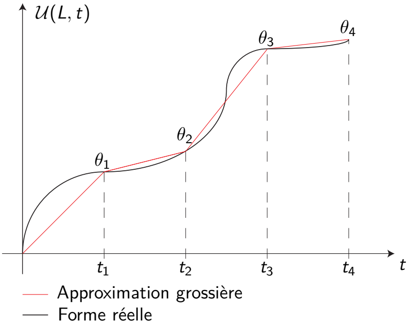


FIGURE : Approximation de l'histoire thermique

Solution

- On cherche la solution sous la forme :

$$\mathcal{U}(x,t,\theta_1,\theta_2,\theta_3,\theta_4) \approx \sum_{i=1}^{i=N} X_i(x)\cdot T_i(t)\cdot \Theta_{1\,i}(\theta_1)\cdot \Theta_{2\,i}(\theta_2)\cdot \Theta_{3\,i}(\theta_3)\cdot \Theta_{4\,i}(\theta_4)$$

- L'approximation de l'histoire thermique est linéaire :

Solution

- On cherche la solution sous la forme :

$$\mathcal{U}(x,t,\theta_1,\theta_2,\theta_3,\theta_4) \approx \sum_{i=1}^{i=N} X_i(x)\cdot T_i(t)\cdot \Theta_{1i}(\theta_1)\cdot\Theta_{2i}(\theta_2)\cdot\Theta_{3i}(\theta_3)\cdot\Theta_{4i}(\theta_4)$$

- L'approximation de l'histoire thermique est linéaire :

$$y = \sum_{i=1}^{i=n} y_i$$

$$y_i = \left[\left[\frac{\theta_{i+1}-\theta_i}{t_{i+1}-t_i}(t-t_i)+\theta_i\right]\times\chi_i\right]$$

Solution

- On cherche la solution sous la forme :

$$\mathcal{U}(x,t,\theta_1,\theta_2,\theta_3,\theta_4) \approx \sum_{i=1}^{i=N} X_i(x)\cdot T_i(t)\cdot \Theta_{1i}(\theta_1)\cdot\Theta_{2i}(\theta_2)\cdot\Theta_{3i}(\theta_3)\cdot\Theta_{4i}(\theta_4)$$

- L'approximation de l'histoire thermique est linéaire :

$$y = \sum_{i=1}^{i=n} y_i$$

$$y_i = \left[\left[\frac{\theta_{i+1}-\theta_i}{t_{i+1}-t_i}(t-t_i)+\theta_i\right]\times\chi_i\right]$$

Solution

- On cherche la solution sous la forme :

$$\mathcal{U}(x,t,\theta_1,\theta_2,\theta_3,\theta_4) \approx \sum_{i=1}^{i=N} X_i(x)\cdot T_i(t)\cdot \Theta_{1\,i}(\theta_1)\cdot \Theta_{2\,i}(\theta_2)\cdot \Theta_{3\,i}(\theta_3)\cdot \Theta_{4\,i}(\theta_4)$$

- L'approximation de l'histoire thermique est linéaire :

$$y = \sum_{i=1}^{i=n} y_i$$

$$y_i = \left[\left[\frac{\theta_{i+1} - \theta_i}{t_{i+1} - t_i} (t - t_i) + \theta_i \right] \times \chi_i \right]$$

Solution

- On cherche la solution sous la forme :

$$\mathcal{U}(x,t,\theta_1,\theta_2,\theta_3,\theta_4) \approx \sum_{i=1}^{i=N} X_i(x)\cdot T_i(t)\cdot \Theta_{1\,i}(\theta_1)\cdot\Theta_{2\,i}(\theta_2)\cdot\Theta_{3\,i}(\theta_3)\cdot\Theta_{4\,i}(\theta_4)$$

- L'approximation de l'histoire thermique est linéaire :

$$y = \sum_{i=1}^{i=n} y_i$$

$$y_i = \left[\left[\frac{\theta_{i+1}-\theta_i}{t_{i+1}-t_i}(t-t_i)+\theta_i\right]\times\chi_i\right]$$

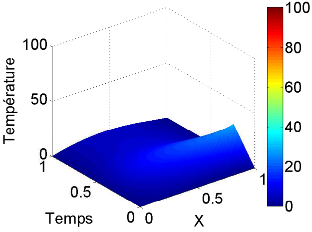


FIGURE : Particularisations

Solution

- On cherche la solution sous la forme :

$$\mathcal{U}(x,t,\theta_1,\theta_2,\theta_3,\theta_4) \approx \sum_{i=1}^{i=N} X_i(x)\cdot T_i(t)\cdot \Theta_{1i}(\theta_1)\cdot\Theta_{2i}(\theta_2)\cdot\Theta_{3i}(\theta_3)\cdot\Theta_{4i}(\theta_4)$$

- L'approximation de l'histoire thermique est linéaire :

$$y = \sum_{i=1}^{i=n} y_i$$

$$y_i = \left[\left[\frac{\theta_{i+1}-\theta_i}{t_{i+1}-t_i}(t-t_i)+\theta_i\right]\times\chi_i\right]$$

Solution

VIDEO : Solution contenant l'information équivalente à 100 000 000 résolutions

Solution

- On cherche la solution sous la forme :

$$\mathcal{U}(x,t,\theta_1,\theta_2,\theta_3,\theta_4) \approx \sum_{i=1}^{i=N} X_i(x)\cdot T_i(t)\cdot \Theta_{1\,i}(\theta_1)\cdot \Theta_{2\,i}(\theta_2)\cdot \Theta_{3\,i}(\theta_3)\cdot \Theta_{4\,i}(\theta_4)$$

- L'approximation de l'histoire thermique est linéaire :

$$y = \sum_{i=1}^{i=n} y_i$$

$$y_i = \left[\left[\frac{\theta_{i+1}-\theta_i}{t_{i+1}-t_i}(t-t_i)+\theta_i\right]\times \chi_i\right]$$

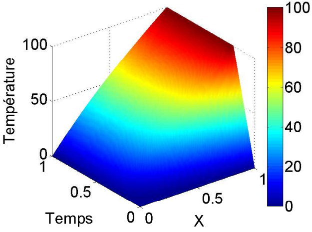


FIGURE : Particularisations

Identification

- Le problème de minimisation est formulée comme :

$$\begin{cases} C_1(\theta_1,\theta_2,\theta_3,\theta_4) = \frac{1}{2}\left[\frac{\partial\mathcal{U}(0,t_1,\theta_1,\theta_2,\theta_3,\theta_4)}{\partial x} - \frac{\partial U^{\text{mesuré}}(t_1)}{\partial x}\right]^2 dt \\ \vdots \\ C_j(\theta_1,\theta_2,\theta_3,\theta_4) = \frac{1}{2}\left[\frac{\partial\mathcal{U}(0,t_j,\theta_1,\theta_2,\theta_3,\theta_4)}{\partial x} - \frac{\partial U^{\text{mesuré}}(t_j)}{\partial x}\right]^2 dt \\ \vdots \\ C_m(\theta_1,\theta_2,\theta_3,\theta_4) = \frac{1}{2}\left[\frac{\partial\mathcal{U}(0,t_m,\theta_1,\theta_2,\theta_3,\theta_4)}{\partial x} - \frac{\partial U^{\text{mesuré}}(t_m)}{\partial x}\right]^2 dt \end{cases}$$

Identification

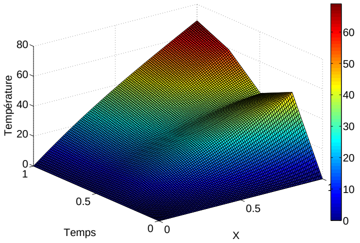


FIGURE : Champ de température consigne

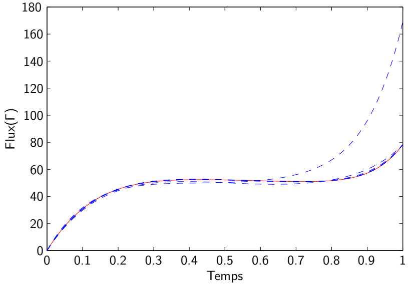


FIGURE : Flux de température sur la frontière accessible

Identification : 2D

- Le problème est résolu aussi en 2D

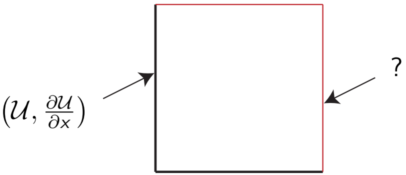


FIGURE : Domaine traité

Identification : 2D

- Le problème est résolu aussi en 2D

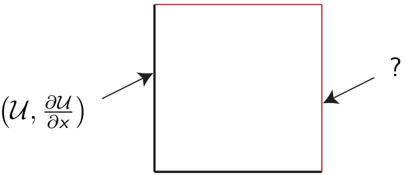


FIGURE : Domaine traité

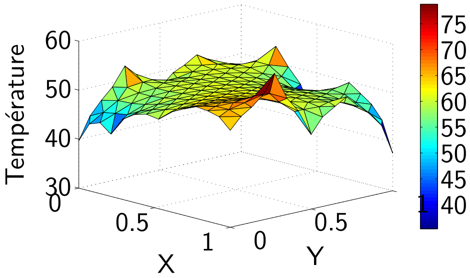


FIGURE : Solution obtenue

Plan

Le contrôle

- Objectif : Communication essaie calcul en temps réel
  - Lien entre la simulation et les mesures
  - Adaptation de la simulation
  - Calcul en temps réel

Le contrôle

- Objectif : Communication essaie calcul en temps réel
  - Lien entre la simulation et les mesures
  - Adaptation de la simulation
  - Calcul en temps réel

Le contrôle

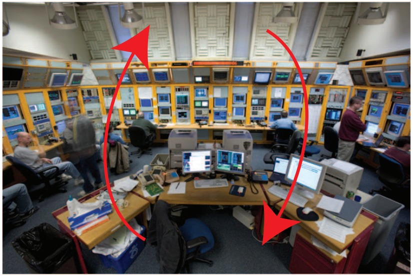
- Objectif : Communication essaie calcul en temps réel
  - Lien entre la simulation et les mesures
  - Adaptation de la simulation
  - Calcul en temps réel

Le contrôle

- Objectif : Communication essaie calcul en temps réel
  - Lien entre la simulation et les mesures
  - Adaptation de la simulation
  - Calcul en temps réel

Le contrôle

- Objectif : Communication essaie calcul en temps réel
  - Lien entre la simulation et les mesures
  - Adaptation de la simulation
  - Calcul en temps réel



Le contrôle

- Objectif : Communication essaie calcul en temps réel
  - Lien entre la simulation et les mesures
  - Adaptation de la simulation
  - Calcul en temps réel

IPGD®

Prolème modèle

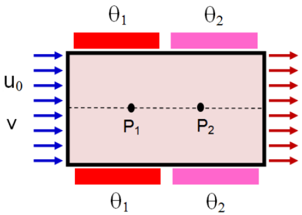


FIGURE : Le cas d'étude

- La solution du problème existe dans un espace de dimension 4 $(x, y, \theta_1, \theta_2)$
- On cherche à réaliser :
  1. L'optimisation
  2. La surveillance
  3. La reconfiguration

Prolème modèle

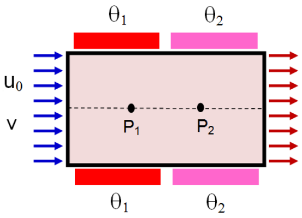


FIGURE : Le cas d'étude

- La solution du problème existe dans un espace de dimension 4 $(x, y, \theta_1, \theta_2)$
- On cherche à réaliser :
  1. L'optimisation
  2. La surveillance
  3. La reconfiguration

Prolème modèle

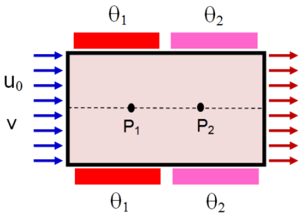


FIGURE : Le cas d'étude

- La solution du problème existe dans un espace de dimension 4 $(x, y, \theta_1, \theta_2)$
- On cherche à réaliser :
  1. L'optimisation
  2. La surveillance
  3. La reconfiguration

Prolème modèle

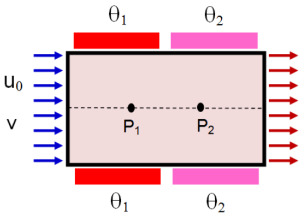


FIGURE : Le cas d'étude

- La solution du problème existe dans un espace de dimension 4 $(x, y, \theta_1, \theta_2)$
- On cherche à réaliser :
  1. L'optimisation
  2. La surveillance
  3. La reconfiguration

Calcul off-line

- L'équation du modèle :

$$\rho c\, v \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial x} - \nabla(\mathbf{K}\nabla\mathcal{U}) = q$$

- Avec les conditions aux limites suivantes :

$$\begin{cases} \mathcal{U}(0, y, \theta_1, \theta_2) = U_0 \\ \nabla\mathcal{U}(L, y, \theta_1, \theta_2) = 0 \\ \mathcal{U}(x, y, \theta_1, \theta_2) = \theta_1 \text{ dans le premier étage} \\ \mathcal{U}(x, y, \theta_1, \theta_2) = \theta_2 \text{ dans le deuxieme étage} \end{cases}$$

- Pour résoudre ce problème en 4D, on cherche une solution sous forme séparée :

$$\mathcal{U}(x, y, \theta_1, \theta_2) = \sum_{i=1}^{i=N} F_i(x, y)\Theta_{1_i}(\theta_1)\Theta_{2_i}(\theta_2)$$

Calcul off-line

- L'équation du modèle :

$$\rho c \, v \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial x} - \nabla(\mathbf{K}\nabla\mathcal{U}) = q$$

- Avec les conditions aux limites suivantes :

$$\begin{cases} \mathcal{U}(0, y, \theta_1, \theta_2) = U_0 \\ \nabla\mathcal{U}(L, y, \theta_1, \theta_2) = 0 \\ \mathcal{U}(x, y, \theta_1, \theta_2) = \theta_1 \text{ dans le premier étage} \\ \mathcal{U}(x, y, \theta_1, \theta_2) = \theta_2 \text{ dans le deuxieme étage} \end{cases}$$

- Pour résoudre ce problème en 4D, on cherche une solution sous forme séparée :

$$\mathcal{U}(x, y, \theta_1, \theta_2) = \sum_{i=1}^{i=N} F_i(x, y)\Theta_{1_i}(\theta_1)\Theta_{2_i}(\theta_2)$$

Calcul off-line

- L'équation du modèle :

$$\rho c\, v \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial x} - \nabla(\mathbf{K} \nabla \mathcal{U}) = q$$

- Avec les conditions aux limites suivantes :

$$\begin{cases} \mathcal{U}(0, y, \theta_1, \theta_2) = U_0 \\ \nabla \mathcal{U}(L, y, \theta_1, \theta_2) = 0 \\ \mathcal{U}(x, y, \theta_1, \theta_2) = \theta_1 \text{ dans le premier étage} \\ \mathcal{U}(x, y, \theta_1, \theta_2) = \theta_2 \text{ dans le deuxieme étage} \end{cases}$$

- Pour résoudre ce problème en 4D, on cherche une solution sous forme séparée :

$$\mathcal{U}(x, y, \theta_1, \theta_2) = \sum_{i=1}^{i=N} F_i(x, y) \Theta_{1_i}(\theta_1) \Theta_{2_i}(\theta_2)$$

Premier bilan

- $\mathcal{U}(x, y, \theta_1, \theta_2) = \sum_{i=1}^{i=N} F_i(x, y)\Theta_{1_i}(\theta_1)\Theta_{2_i}(\theta_2)$

  $\Rightarrow$ La forme de la solution donne accès direct aux dérivées

- La solution reste difficile à explorer

- L'optimisation, la surveillance et la reconfiguration peuvent être considérés des problèmes de minimisation

Premier bilan

- $\mathcal{U}(x, y, \theta_1, \theta_2) = \sum_{i=1}^{i=N} F_i(x, y)\Theta_{1_i}(\theta_1)\Theta_{2_i}(\theta_2)$

  $\Rightarrow$ La forme de la solution donne accès direct aux dérivées

- La solution reste difficile à explorer

- L'optimisation, la surveillance et la reconfiguration peuvent être considérés des problèmes de minimisation

Premier bilan

- $\mathcal{U}(x, y, \theta_1, \theta_2) = \sum_{i=1}^{i=N} F_i(x, y)\Theta_{1_i}(\theta_1)\Theta_{2_i}(\theta_2)$

  $\Rightarrow$ La forme de la solution donne accès direct aux dérivées

- La solution reste difficile à explorer

- L'optimisation, la surveillance et la reconfiguration peuvent être considérés des problèmes de minimisation

Premier bilan

- $\mathcal{U}(x, y, \theta_1, \theta_2) = \sum_{i=1}^{i=N} F_i(x, y)\Theta_{1_i}(\theta_1)\Theta_{2_i}(\theta_2)$

  $\Rightarrow$ La forme de la solution donne accès direct aux dérivées

- La solution reste difficile à explorer

- L'optimisation, la surveillance et la reconfiguration peuvent être considérés des problèmes de minimisation

L'optimisation

- Considérons la fonction coût basée sur l'histoire thermique de la trajectoire la plus froide :

$$C_1(\theta_1, \theta_2) = \frac{1}{2}\left(\int_0^{L_x} \mathcal{U}(x, \frac{L_y}{2}, \theta_1, \theta_2)dx - \beta_1\right)^2$$

- L'algorithme de Levenberg-Marquardt est utilisé pour la minimisation

L'optimisation

- Considérons la fonction coût basée sur l'histoire thermique de la trajectoire la plus froide :

$$C_1(\theta_1, \theta_2) = \frac{1}{2}\left(\int_0^{L_x} \mathcal{U}(x, \frac{L_y}{2}, \theta_1, \theta_2)dx - \beta_1\right)^2$$

- L'algorithme de Levenberg-Marquardt est utilisé pour la minimisation

L'optimisation

- Considérons la fonction coût basée sur l'histoire thermique de la trajectoire la plus froide :

$$C_1(\theta_1, \theta_2) = \frac{1}{2}\left(\int_0^{L_x} \mathcal{U}(x, \frac{L_y}{2}, \theta_1, \theta_2)dx - \beta_1\right)^2$$

- L'algorithme de Levenberg-Marquardt est utilisé pour la minimisation

L'optimisation

- Considérons la fonction coût basée sur l'histoire thermique de la trajectoire la plus froide :

$$C_1(\theta_1, \theta_2) = \frac{1}{2}\left(\int_0^{L_x} \mathcal{U}(x, \frac{L_y}{2}, \theta_1, \theta_2)dx - \beta_1\right)^2$$

- L'algorithme de Levenberg-Marquardt est utilisé pour la minimisation

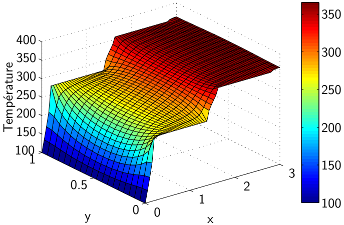


FIGURE : Champ de température optimal

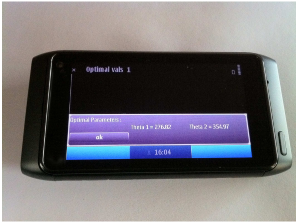
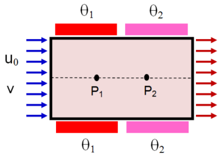


FIGURE : Optimisation online sur smartphone

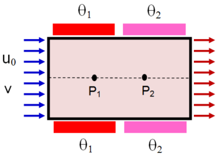
La surveillance

- Les capteurs indiquent des températures sous optimales



La surveillance

- Les capteurs indiquent des températures sous optimales



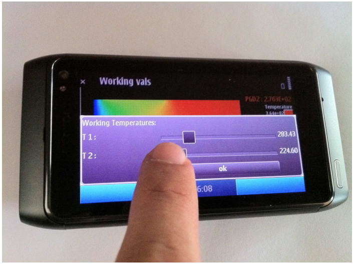


FIGURE : Simulation d'une défaillance

FIGURE : Surveillance : identification de la défaillance

La surveillance

- Les températures réelles sont retrouvées par calcul inverse
- Fonction coût à minimiser :

$$C_2(\theta_1,\theta_2) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{i=2}\left(\mathcal{U}(P_i) - \mathcal{U}(x_i,y_i,\theta_1,\theta_2)\right)^2$$

La surveillance

- Les températures réelles sont retrouvées par calcul inverse
- Fonction coût à minimiser :

$$C_2(\theta_1, \theta_2) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{i=2} \left(\mathcal{U}(P_i) - \mathcal{U}(x_i, y_i, \theta_1, \theta_2)\right)^2$$

La surveillance

- Les températures réelles sont retrouvées par calcul inverse
- Fonction coût à minimiser :

$$C_2(\theta_1, \theta_2) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{i=2} \left(\mathcal{U}(P_i) - \mathcal{U}(x_i, y_i, \theta_1, \theta_2) \right)^2$$

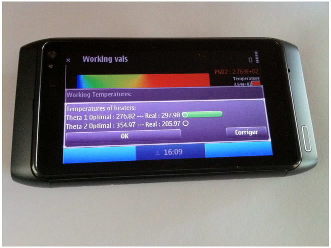
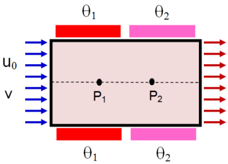


FIGURE : Identification inverse de la température des éléments chauffants

La reconfiguration

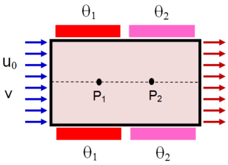
- On utilise la fonction coût de l'optimisation pour la reconfiguration



- Fonction coût à minimiser :

$$C_3(\theta_1) = \frac{1}{2}\left(\int_0^{L_x} \mathcal{U}(x, \frac{L_y}{2}, \theta_1, \theta_2^{\text{reélle}})dx - \beta_1\right)^2$$

La reconfiguration

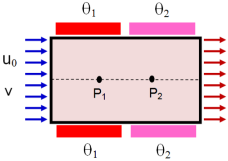


- On utilise la fonction coût de l'optimisation pour la reconfiguration
- Fonction coût à minimiser :

$$C_3(\theta_1) = \frac{1}{2}\left(\int_0^{L_x} \mathcal{U}(x, \frac{L_y}{2}, \theta_1, \theta_2^{\text{reélle}})dx - \beta_1\right)^2$$

La reconfiguration

- On utilise la fonction coût de l'optimisation pour la reconfiguration
- Fonction coût à minimiser :



$$C_3(\theta_1) = \frac{1}{2}\left(\int_0^{L_x} \mathcal{U}(x, \frac{L_y}{2}, \theta_1, \theta_2^{\text{reélle}})dx - \beta_1\right)^2$$

Figure : Reconfiguration proposée

Bilan

- Etablir le dialogue simulation - mesures
- Adaptater la simulation aux mesures
- Répondre aux exigences du calcul en temps réel

Bilan

- Etablir le dialogue simulation - mesures
- Adaptater la simulation aux mesures
- Répondre aux exigences du calcul en temps réel

Bilan

- Etablir le dialogue simulation - mesures
- Adaptater la simulation aux mesures
- Répondre aux exigences du calcul en temps réel

Plan

Contributions

1. Simulation de champs thermiques de différents procédés de fabrication des composites
2. Modèles paramétriques : Simulation paramétrique linéaire et non linéaire
3. Définition d'une nouvelle stratégie d'optimisation :
   - Calcul lourd off-line
   - Particularisation on-line
4. Applications de la PGD dans le domaine du calcul inverse

Contributions

1. Simulation de champs thermiques de différents procédés de fabrication des composites
2. Modèles paramétriques : Simulation paramétrique linéaire et non linéaire
3. Définition d'une nouvelle stratégie d'optimisation :
   - Calcul lourd off-line
   - Particularisation on-line
4. Applications de la PGD dans le domaine du calcul inverse

Contributions

1. Simulation de champs thermiques de différents procédés de fabrication des composites
2. Modèles paramétriques : Simulation paramétrique linéaire et non linéaire
3. Définition d'une nouvelle stratégie d'optimisation :
   - Calcul lourd off-line
   - Particularisation on-line
4. Applications de la PGD dans le domaine du calcul inverse

Contributions

1. Simulation de champs thermiques de différents procédés de fabrication des composites
2. Modèles paramétriques : Simulation paramétrique linéaire et non linéaire
3. Définition d'une nouvelle stratégie d'optimisation :
   - Calcul lourd off-line
   - Particularisation on-line
4. Applications de la PGD dans le domaine du calcul inverse

Contributions

1. Simulation de champs thermiques de différents procédés de fabrication des composites
2. Modèles paramétriques : Simulation paramétrique linéaire et non linéaire
3. Définition d'une nouvelle stratégie d'optimisation :
   - Calcul lourd off-line
   - Particularisation on-line
4. Applications de la PGD dans le domaine du calcul inverse

Contributions

1. Simulation de champs thermiques de différents procédés de fabrication des composites
2. Modèles paramétriques : Simulation paramétrique linéaire et non linéaire
3. Définition d'une nouvelle stratégie d'optimisation :
    - Calcul lourd off-line
    - Particularisation on-line
4. Applications de la PGD dans le domaine du calcul inverse

Contributions

- Beaucoup d'autres travaux n'ont pas été présentés :

Contributions

- Beaucoup d'autres travaux n'ont pas été présentés :
- La détection de défauts

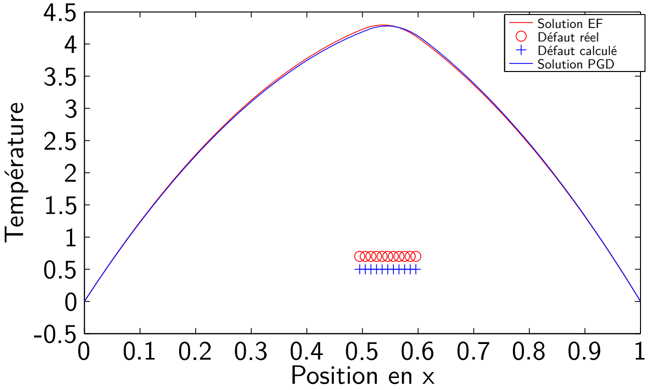


FIGURE : Détection d'un défaut

Contributions

- Beaucoup d'autres travaux n'ont pas été présentés :
- La Discontinous-PGD

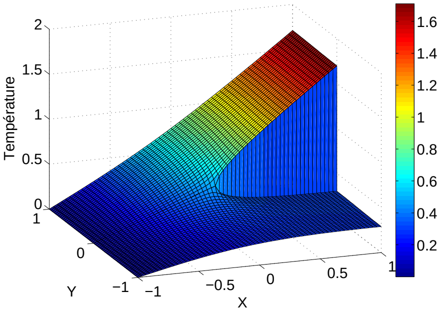


FIGURE : Solution donnée par la DPGD

Contributions

- Beaucoup d'autres travaux n'ont pas été présentés :
- Extension de domaines

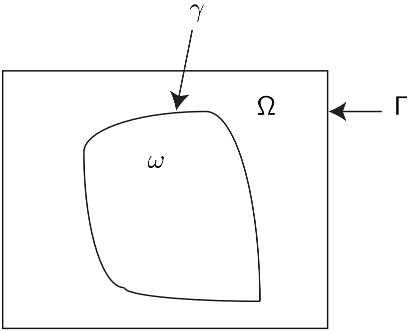


FIGURE : Illustration de l'extension de domaine

Contributions

- Beaucoup d'autres travaux n'ont pas été présentés :
- Contrôle de la source thermique en temps réel

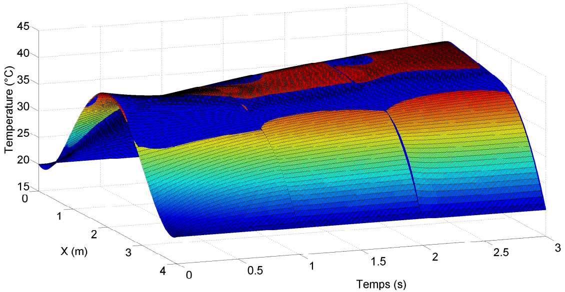


FIGURE : Contrôle de température

Contributions

- Beaucoup d'autres travaux n'ont pas été présentés :
- Contrôle de la source thermique en temps réel

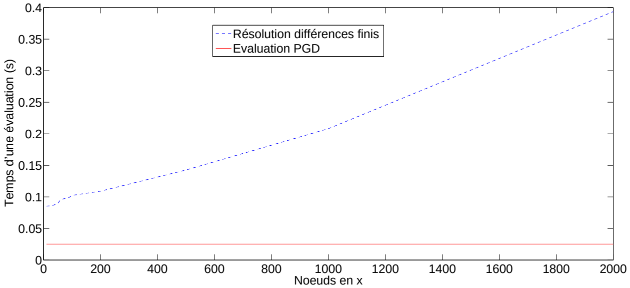


FIGURE : Comparaison des temps de calcul entre l'évaluation PGD et différences finies

Travaux en cours

- Adaptation de la PGD aux cas non-linéaires hautement paramétriques
- Optimisation de la représentation séparée
- Résolution de modèles physiques plus pertinents, bien que certains démonstrateurs ont été transférés à l'industrie et utilisés
- Développement des estimateurs d'erreurs
- Lancement de plus de dix thèses traitant la PGD et les problèmes rencontrés

Travaux en cours

- Adaptation de la PGD aux cas non-linéaires hautement paramétriques
- Optimisation de la représentation séparée
- Résolution de modèles physiques plus pertinents, bien que certains démonstrateurs ont été transférés à l'industrie et utilisés
- Développement des estimateurs d'erreurs
- Lancement de plus de dix thèses traitant la PGD et les problèmes rencontrés

Travaux en cours

- Adaptation de la PGD aux cas non-linéaires hautement paramétriques
- Optimisation de la représentation séparée
- Résolution de modèles physiques plus pertinents, bien que certains démonstrateurs ont été transférés à l'industrie et utilisés
- Développement des estimateurs d'erreurs
- Lancement de plus de dix thèses traitant la PGD et les problèmes rencontrés

Travaux en cours

- Adaptation de la PGD aux cas non-linéaires hautement paramétriques
- Optimisation de la représentation séparée
- Résolution de modèles physiques plus pertinents, bien que certains démonstrateurs ont été transférés à l'industrie et utilisés
- Développement des estimateurs d'erreurs
- Lancement de plus de dix thèses traitant la PGD et les problèmes rencontrés

Travaux en cours

- Adaptation de la PGD aux cas non-linéaires hautement paramétriques
- Optimisation de la représentation séparée
- Résolution de modèles physiques plus pertinents, bien que certains démonstrateurs ont été transférés à l'industrie et utilisés
- Développement des estimateurs d'erreurs
- Lancement de plus de dix thèses traitant la PGD et les problèmes rencontrés

Publications

Publications dans des journaux internationaux (4)

- "*Methodological approach to efficient modeling and optimization of thermal processes taking place in a die : Application to pultrusion*", Composites Part A, 2011.
- "*Proper Generalized Decomposition Based Dynamic Data-Driven Control of Thermal Processes*", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2012.
- "*Composites Manufacturing Processes : Towards an Advanced Simulation*", Revue des composites et matériaux avancées, 2012.
- "*First Steps Towards an Advanced Simulation of Composites Manufacturing by Automated Tape Placement*", International Journal of Material Forming, accepté.

Conférences internationales avec ou sans actes (10)

Conférences nationales avec ou sans actes (9)

Remerciments

- Merci pour tout les collaborateurs extérieurs partout en Europe
  - Pierre Villon (UTC de Compiègne)
  - Sylvain Chatel (EADS Innovation works)
  - Piotr Breitkopf (UTC de Compiègne)
  - Antonio Huerta (Ecole Polytechnique de Barcelone)
  - Elias Cueto (Université de Zaragoza)
  - Alain Cimetière (Université de Poitier)
  - Aziz Hamdouni (Université de la Rochelle)
  - Amine Ammar (ENSAM Angers)

Modélisation avancée des procédés thermiques rencontrés lors de la mise en forme des composites

Chady Ghnatios

Thèse de doctorat

Fondation EADS, École Centrale de Nantes, GeM

Encadrants : Francisco Chinesta, Arnaud Poitou et Adrien Leygue

02 octobre 2012